

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`



Digitized by Google

4° Math. 8° 37 (3

4 Math. p. 37-3

Q.IV.
31.



Digitized by Google

<36620493210013

<36620493210013

Bayer. Staatsbibliothek



Digitized by Google

4° Math. 8° 97 (3
4 Math. p. 37-3
Q.IV.
31.



Digitized by Google

<36620493210013

<36620493210013

Bayer. Staatsbibliothek

Digitized by Google

Matheſis. Syſtemata & methodi 100.

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Bibliotheca S. Crucis Augustæ Vindel.

ÆRARII PHILOSOPHIÆ MATHEMATICÆ TOMVS TERTIVS,

IN QVO

Reliqui quatuor libri elementares de planis applicati, &c.
Epilogus Planimetricus,
Breuiarium ſpeculatiuum, & practicum de curuis, & ſolidis cum facillimis, ac nouis demonſtrationibus, & Materiæ plurium Tomorum indicatæ.

Cum Indicibus viginti communibus Secundo, & Tertio huic Tomo.



BONONIÆ M.DC.XLVIII.
Typis Io. Baptiſtæ Ferronij. Superiorum permiſſu.

Digitized by Google

Digitized by Google

V.D. Andreas Cuttica Sacræ Pœnitentiariæ Rector, pro Eminentiss. ac Reuerendiss. Card. Ludouisio Arch. Bonon. & Principe.

Imprimatur. F. Io. Baptista Spadius Magister, pro Reuerendiss. P. Inquisit. Bonon.

Ego Cæsar à Bosco in Prouincia Veneta Præpositus Prouincialis, potestate ad id mihi facta ab Admodum Reuer. P. Nostro Vincentio Caraffa Præposito Generali, facultatem concedo, vt opus, quod inscribitur: *Aerarij Philosophiæ Mathematicæ Tomus Tertius* a Patre Mario Bettino Bononiensi è Societate nostra conscriptum, & trium Doctorum Virorum Nostræ Societatis iudicio approbatum Typis mandetur, si ita ijs, ad quos pertinet, videbitur.

In quorum fidem has literas manu nostra subscriptas, & sigillo nostro munitas dedimus.

Bononiæ Kalendis Decembris, anno 1646.

Cæsar à Bosco.

Locus † Sigilli.

Digitized by Google

Eccleſiaſtici cap. 24, verſ. 31, vbi Sapientia eloquitur:

Qui elucidant me vitam æternam habebunt.

In eius præmij finem Geometricæ huiuſce Sapientiæ potior pars, ac verè ſolidior de ſolidis, antehac ſtudioſis vt plurimum inacceſſa, breuiter, nouiter, ac luculenter elucidata eſt in 2 parte huius 3 Tomi.

REGISTRVM —

— huius Tertij Tomi vide in fine Indicis vltimi. &c.

ERRORES —

— Granioris momenti aut nullos, aut correctos habes, amice Lector.

Monitum pro alijs impreſſionibus Ærarij.

Vt minori cum impenſa fieri poſſint (ſi ſit opus) aliæ Ærarij impreſſiones, formæ ligneæ, ac æreæ pro figuris aſſeruantur in Bibliotheca Collegij Bonon. Soc. Ieſu.

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Illustriſs. ac Reuerendiſs. D.

D. IO. BAPTISTÆ ZECCADORO

BONONIÆ PROLEGATO,

In Prouincijs Bonon. Ferr. Aemilię Commiſsario Generali,

Et Foroſempronij electo Epiſcopo

FELICITATEM.

AErarij Philoſophiæ Mathematicæ, hoc eſt inter ſcientias humanas aureę, quid ni Tomus ſaltem hic tertius Ærario aureo (*vulgò, al Zeccadoro*) tibi ſcilicet, Illuſtriſsime, ac Reuerendiſsime Præſul, agnomine, moribus, ac meritis verè aureo debeatur? Tibi, quem argenteo, & aureo benignitatis fulgore afflat, ac planè Illuſtriſſimum reddit Pontificia ter Maximi Innocentij Columba, cuius (vt regius Vates cecinit) *penna deargentata, & poſteriora dorſi eius in pallore auri.* Vt meritò huius Ærarij Mathematici

Aerarium ærario cõgruit.

Pontificia benevolẽtia.

Pſal. 67.

Digitized by Google

Author in Breuiarij ſui Stereometrici (quod ſecunda pars eſt huius tertij Tomi) problemate decimo, atq; exodico, figuram permiſerit, in qua Pontificia Columba eſt alis, quaſi beneuolentiæ vlnis, expanſis, & capite ad gentilitij tui Stemmatis auream ſegetem obuerſo, à cuius gemino ſole oculorum tibi fæcunda, ac ſecunda omnia proueniunt.

Videatur citata figura, vt hæc intelligantur.

Quis enim aliunde tuas laudes ampliores, aut veriores requirat, quàm ab eo, cui diuinum adſtare Spiritum gentilia ipſa Columba teſtatur? Ille te ſuis Pontificijs in Diplomatibus non vno verborum exornat oraculo: *litterarum ſcientia, vita, ac morum honeſtas, aliaq; laudabilia probitatis, & virtutum merita, quibus ornatum te eſſe cognoſcimus.* &: *de cuius fide, experientia, ſcientia, & in rebus agendis dexteritate plurimam in Domino fiduciam habemus.* & appellat *dilectum filium*, quem conſtituit *de latere Legati Vicelegatum, & motu proprio, & ex certa Scientia, & matura deliberatione ſuis, deque Apoſtolica poteſtatis plenitudine ſuum, & Apoſtolica Sedis Commiſſarium*, cum ampliſſimis, & extraordinarijs facultatibus

Diuinus Spiritus in Columba Pontificia.

Pontificia Elogia in Illuſtriſſimum Præſulem.

Pontificia beneficentia.

bus in tribus Legationibus Bononienſi, Ferrarienſi, Romandiolenſi; vt ſub auguſtiſſimo Innocentio pacem eccleſiaſticas diționes fouentem tu bellicà tuà prouidentià, & tacito armorum apparatu (quod & ſtrenuè preſtitiſti) munires.

Nec mirum. Quid enim aliud, quam pacis iuſſa expectes à Colũba pacis oleam geſtante? Ac rectè in citati exodici problematis figurà Columbam vides Pontificijs Petri clauibus non oneratam, ſed ornatam, ac torquatam, cum epigraphe à Poetarum Principe: *claudentur belli portæ.* Electa Verba ſunt è vaticinio de florente pacis otio Romanum per Orbem vernaturo ſub Auguſti pacatiſſimi Principis Imperio.

Videatur cit. figura, vt hæc intelligãtur.

——dira ferro, & compagibus arctis
Claudentur belli portæ: furor impius intus *Aen. 1.*
Saua ſedẽs ſuper arma, & centum vinctus ahenis
Poſt tergum nodis fremet horridus ore cruento.

Scilicet poſt eruentum Martis diluuium, quo eccleſiaſticus ager nuper inundarat, opportunè pacifica è cœlo aduolauit Columba, quæ non ſolum mitem oleam, ſed etiam

Iris pacis mãtia etiã in coloribus Columbæ.

etiam nuntiam pacis Iridem secum ipsa gestat, dum

Virg. —— *croceis ex alto roscida pennis*
Mille trahit varios aduerso Sole colores.

Illa suis tibi pennis irradiat, dum tibi adscribit illustria pacis munia, quem nuper experta est in bellis non imbellem.

Quo scilicet tempore Cimmeria temerarij Mauortis tempestas sub infausto, & infesto sydere, doloso, & inopinato impetu lætis Autumnali suburbano otio Flaminiæ populis repente incubuerat, apud pacatos, innocentes, & inermes fœdissima, & sæculis omnibus detestanda, quacumq; ruebat, relinquens vestigia. Maronis tuba tunc verè intonuit:

Degeneres animos timor arguit.

In Cæsenæ præfectura singulare facinus bellicæ fortitudinis in bonum publicum.

Vnus tu dum id temporis Cæsenæ cum potestate præsideres, aduentantis hostis vesanas minas aspernatus, Martij torrentis violentum impetum firmissimo tui pectoris obiecto robore fregisti, atq; alio inuitum inuictus auertisti. Vnus tu tot Populorum, Picennorum, Vmbrorum, Romandiolorum tibi suas fortunas, vxores, liberos, vitam ipsam debentium incolumitati

tati conſuluiſti, quos populabundus ille turbo, te cedente, miſerandis cladibus inuoluiſſet. Vnus tu eccleſiaſticorum armorum, & Pontificiæ maieſtatis bellica dècora nutantia confirmaſti, corruẽtia ſuſtinuiſti, ac palam omnibus prodidiſti Pontificias Petri Claues coniuratis hoſtibus formidandas, ſi quando à viris fortibus, & prudentibus, hoc eſt à tui ſimilibus, in igniuoma belli fulmina verterentur. Vnus tu hoc immortali, & ſæculis omnibus laudando ſacinore te demum Eugubinum heroa pręſtitiſti, hoc eſt eius Vrbis patritium, in qua, tanquam in Martis Aerario, quot capita (ſententia eſt Sereniſs. ac extremi Vrbinatium Ducis) totidem ſtrenui exercituum Duces excuduntur.

Eugubinorum martialis genius.

Sapientiſſimi Principis veriſſimam ſententiam ſuo firmauit exemplo Illuſtriſſimus Germanus tuus Carolus Zeccadorus, dum elapſis proximè annis pro publica, & Eccleſiaſtica re ſtrenuus peditum, ac equitum ductor ſtetit in armis, acer, alacerq; pugnauit, hoſtili ferro ferocior, & contempta Morte viuacior, plenus animi fortiter effundendi pro Chriſti Domini, Deiq; in ter-

Illuſtriſſimi Caroli Zeccadori Martium pectus.

Digitized by Google

terris Vicario. Vt alias pugnas ommittam, viget in ſæculorum memoriam illuſtris, ac aliarum prima ad Creualcorium victoria, cuius ille non exigua pars fuit, hoſtibus cęſis, fuſis, fugatiſq;

Poſt Ceſenaticam gubernationem Fani te Præfectura inter mixta lacrymis gaudia excepit, dum eodem in itinere Ceſenatum publicus è tui diſceſſu dolor te proſequeretur, publica tibi Fanenſium gaudia occurrerent: ac vna erat lacrymarum, & gaudiorum communis cauſa, ſcilicet in vtraq; Vrbe ſumma erga te animorum beneuolentia. Quam tu Fanenſibus abundè rependiſti, & rebus à te præclarè geſtis apertè confirmaſti, dum id temporis ſuburbana maria hoſtili claſſe Fani mænia infeſtarent. Quæ tua tunc animi fortitudo, prouidentia, vigilantia? Sanctè teſtari poſſunt qui plurimi tibi Fanenſes adſtiterunt, ac mirabundi viderunt diù, noctuq; per mænia circumcurſantem, nouis adſtructionibus infirma munientem, omnia circumſpicientem, verbis, & exemplo ad ſtrenuam Patriæ propugnationem ciues inflammãtem, vigiles excubias agitantem, breuiſſimi ſo-

In Fani præfectura præclara facinora.

poris

Digitized by Google

poris vix partem aliquam libare mænibus ipſis incubantem; ac ideo dignum cuius inuictum animi robur pro Eccleſiaſticæ rei publica incolumitate Ceſena, & Fanum, ceu geminum, & immortale nominis, ac famæ tuæ monumentum, terra, mariq; deprædicent.

Ecce autem dum armatis Adriaci maris fluctibus obluctaris, repente ſæui diſcordiarum ignes inter auxiliarios milites, & ciues armatos emicuerunt. Vix te primi fulgores afflarant, cum ſtatim equum inſcendiſti, & cum aperto vitæ diſcrimine, nocte intempeſta, inter infeſtas acies, & igneam grandinem medius inſilijſti; & oris præſenti auctoritate, nunc graui vocis obiurgatione, nunc minaci prece, nunc miti ſermonis adhortatione obtinuiſti, vt, abiectis vtrimq; armis, obuiæ dexteræ in mutua pacis fœdera iungerẽtur, & amica conſpiratione ſimul omnes in exterũ, & communem hoſtem rurſus obarmarentur. *Armata ſeditio ſedata.*

Deniq; poſt marinum Martẽ extra mænia pacatum, intra mænia rursũ popularis coorta tempeſtas fluctuantibus odio animis in ciuẽ vnum primarium publica defe- *Ciuilis altera ſeditio ſedata.*

✣✣ ctione

ctione sæuiebat; quam tu periculoso, ac difficillimo tempore, scilicet Ecclesiastico interregno, facillimè, ac celerrimè sedasti; & quod olim fortunæ Fanum prophanum fuit, tu Sacrum publicæ Paci templum condidisti.

Fanum a fortunæ olim Fano appellatum,

Quæ propter spectatissima in bello pro pace tua promerita maximus, & augustissimus *Rex hominum, Diuumq; Sacerdos* Innocentius te (sic appellat) *Commissarium Generalem* Ecclesiasticorum armorum, ac munitionum tribus in Prouincijs (vt prædictum est) amplissimo diplomate promulgauit.

Virg.

Ecclesiasticorum armorum Cõmissarius Generalis, &c.

Ac tu statim in finibus agri Bononiensis Castelfranchi Arcem, Pontificij regni primarium propugnaculum, & inexpugnabile Martis domicilium, post finitima superiorum annorum bella exarmatum, ac præterea in Vrbis Bononiensis regio Prætorio publicum armamentarium breuissimo tempore omni armorum, & bellici apparatus genere copiosè instruxisti; ne scilicet Bononiæ Minerua vel in Vrbe, vel in agro sit inermis, ac repẽtè, si res poscat, existat in armis.

Castelfrãchi Arx, & vrbis armamẽtariũ munita.

In

Digitized by Google

In honorificentiſſima verò tua iſtà Bononienſi Prolegatione (iam pridem vltra conſuetum triennium tibi non roganti prorogata) nobiliſſimam hanc meam patriam, ac tot inſignium doctrina virorum laureato cætu florentiſſimam tam æquo regis iure, ac dirigis, vt neutram commiſſæ tibi publicæ Iuſtitiæ lancem vel auara munera deprimant, vel neglecti iuris impatientia eleuet, vel à iure dolosè declinantes ambages circumagant, ſed omnia maturo iuſtæ rationis in æquilibrio expendas, ac potius tu de tuo non rarò aliquid impendas, quàm quidquam alieni iuris depereat. Tibi enim ipſe conſcius es non mentiri publicam de te famam ab alijs promulgatam, quibus tu eam pæcuniæ partem, quæ ad te iuſta mulctatione pertinebat, vltronea liberalitate remiſeris, vt quibus iuſta cauſa deerat, tua non deeſſet pecunia.

In prolegatione Bononienſi Iuſtitia.

Vidi ego dum tu plerumq; etiam ab infimæ plebis mulierculis, & egenis ſupplices pro iure ſyngraphas humaniſſimè acciperes, ac ſtatim ijſdem aliquid ſtipis elargiebare, quaſi earum ad te preces emeres, ac oſtenderes, tibi duas in vna manu eſſe

Erga infimos pietas, & miſericordia.

palmas, alteram Iustitiæ, liberalitatis alteram, dum qua supplices chirographos accipis, eàdem, eodemq; momento stipem etiam non rogantibus erogas. Quam verò faciles omnibus horis omnium ordinum ad te aditus! Somno, mensæ, tibi ipse dees, vt omnibus adsis. Non solum petentes statim admittis, sed tu ipse in grauissimis tuis, ac domesticis negotijs subinde petis adsint ne qui te, vel abs te aliquid petant, vnus omnibus semper expositus. Humanissimè verò singulos admissos quantà comitate, quibus verborum officijs vel iuri renitentes ad æqua illicis, vel iniuriâ pressos eleuas, ac solaris! Difficillimas, ac numero penè infinitas controuersias vel inter priuatos, vel à priuatis ad publica dissidia, & periculosas Ciuitatis factiones tacitè serpentes peruigili tua prouidentia maturè, ac radicitus exscidisti, tanta in asperioribus aliquando vel animis, vel remedijs lenitate vsus, vt qui paulò antè grauiter, ac periculosè inter se dissidebant, ad te vnum in vnum pacatis animis conuenirent, & amicas, nuper inimici, gratiarum actiones publica cũ laude tibi rependerent.

Facilitas, & assiduitas audiendi.

Pacata dissidia.

Dum

Digitized by Google

Dum verò publicus æqui arbiter ciuiles audis controuersias tam prompta, & à scientia iuris exacutà ingenij tui acie gordianos controuersiarum nodos intercidis, diuidis, absoluis, vt viri iuris prudentia præstantes summa cum admiratione à te discant quæ publicè deprædicent, ac doceant. Nimirum quemadmodum fortitudinis, ita & scientiæ semina, & copiam habes non modo intus ab ingenij studio, sed extra etiam à Patriæ genio Eugubino ad arma æquè, ac ad scientias aptissimo Conciuium tuorum complurium Iurisprudentiæ, Medicæ, ac Physicæ Philosophiæ, Sacræ, prophanæq; eruditionis doctissima monumenta testantur Eugubij Martem esse non modo armatum, sed & togatum.

Publici iuris prudentia.

Eugubini scientijs illustres.

Quod si quod aliquando vel exiguum anni tempus, silente foro, tibi vacat, id tu non leuibus animi laxationibus impendis, sed eruditæ lectioni, ac in primis Moralis Philosophiæ auditioni ab huius Aerarij Authore tui obseruantissimo, & olim in Parmensi Academia eius Philosophiæ publico Doctore; vt omnium priuatarum, & publicarum actionum humanarum è

Moralis Philosophia studium.

Digitized by Google

rectæ rationis præscripto dirigendarum primos, ac supremos in ea scientia fontes apertos videas, ac de iure priuato, & publico æqua pronunties non modo ex aliena sententia, sed etiam è Philosophici animi certà ratione, ac scientia. Tam vtilis publicè, & priuatim Philosophiæ voluptate mirum est quantum ipse capiare. Virtutum genera, & præcepta, quæ ab Aerarij Authore audis, ipse opere cùm in omnes, tum in ipsum speciatim exhibes, vt philosophicæ in te segetis vberrimos fructus, scilicet benemoratæ in rebus omnibus temperationis, magnanimitatis, benificentiæ recipiat.

Beneficentia in amicos Authoris.

Tu illi amica, & carissima tibi capita, luctis olim, & gladiatorijs luctibus infracta, tibi debiti obsequij causa insanis iactata vndis cænosæ, ac frustra remis pulsatæ paludis, & furiali proterui Aquilonis concussa turbine, pacatissimo, ac tutissimo beneuolentiæ, ac patrocinij tui portu excepisti, fouisti, recreasti.

In ipsum Authorē.

Tu ipsum Ærarij Authorem etiam apud Principes viros crebris, publicis, & honorificis de eius virtute, ac Doctrina deprædica-

Digitized by Google

dicationibus abſentem decoraſti, præſentem ſingularibus beneuolentiæ ſignificationibus amplecteris. Quibus ille tibi deuinctus, non vt ſe à tam caris vinculis abſolueret, ſed vt tibi aliquam ſaltem grati animi ſignificationem ſolueret, tertium hunc Ærarij Tomum dicatum voluit, vt quantum ille tibi debeat, etiam apud poſteros teſtaretur.

O iucundam illius diei Memoriam, dum Ærarij Author in ſuburbano Autumnali ſeceſſu corporis, animiq; vires aſſiduis commentationibus, & typographijs fractas tantiſper reficeret, ac tu illum humaniſſimè inuiſurus repente, ac improuiſus ſuperueniſti. Scilicet modeſtiæ tuæ dolo, vt ab eo, eiuſq; ſocijs frugali menſa exciperere, dum tu interim ibi omnes, ac ſingulos ſingulari excipiebas comitate. *Humanitas.* *Modeſtia.*

Iamq; Autumnalibus ferijs exactis, Ærarij Author in Vrbem deſcenderat, cum ecce iucundiſſimus illi præ omnibus, ac certiſſimus Roma perlatus eſt Nuntius te Dei, & Apoſtolicæ Sedi Præſidẽtis Innocentij Optimi Maximi Pontificis, tibi beneuolentiſſimi, regià gratià Foroſempronienſis Epiſco-

Foroſempronienſis Epiſcopatus omina geometrica.

ſcopatus infulis decoratum. Ac peropportunè dum Ærarij Author in hoc tertio Tomo Pentagonum Regulare ope lineæ proportionaliter ſectæ deſcriberet; quaſi in ea figura (quæ Epiſcopalis thiarę formam, & ſymbolum refert) verè diuinaret, ſcilicet è lineæ ſectione, quam (ob præclariſſimos in Geometrica Philoſophia vſus) diuinam appellant. Paulo etiam ante in Breuiario Stereometrico ſolida elementaria vnam in turrim conſtruxerat, & eccleſiaſticis vſibus aptarat, quaſi tibi templum abſtractæ à ſenſibilibus Sapientiæ appararet. Sed quid opus eſt diuinationibus geometricis de ſacra paſtorali tua dignitate coniectari? Vel ipſa gentilitij tui ſtemmatis meſſis triticea iam pridem te paſtorem animorum ominabatur; ſcilicet pro ſymbolo, ac indice tibi non deeſſe copioſam alendis animis annonam Sapientiæ flaueſcentis aureo colore paſtoralis Charitatis.

Acceſſit igitur opportunè hoc etiam Epiſcopi nomen, quo tibi tertius hic Ærarij Tomus debeatur. In quo de proportionibus, de circulo, de ſolidis Author mirifica, & perutilia philoſophatur. Siue enim

enim Sacrorum voluminum lectioni te impendas, vt creditis tibi rationalibus ouibus æternæ vitæ pabula præbeas, mirum est quãtum præsidij ad Sacrorum antiquorum rituum, vasorum, ædificiorum intelligentiam conferat solidarum geometricarum figurarum, & proportionum cognitio. Cuius rei luculentum patet specimen in doctissimis, & eruditissimis Villalpandi (Authoris Aerarij consocij) cõmentarijs in Sacrum Vatem Ezechielem. Siue populis (vt & nunc hìc Bononiæ) publicam administres Iustitiam, habes ab hujusce Tertij Tomi de proportionibus doctrinà vnde noris Iustitiæ distributiuæ potissimum opus in geometricà (quemadmodum commutatiuæ in arithmeticà) exercendà proportione versari. Siue deniq; te verè Episcopum, hoc est virum Apostolicum (quod facis) præstiteris, in hoc eodem volumine habes pro Apostolico Episcopo documẽta ab inscriptione in Circulo Pentagoni. Nam Apostoli circuli, siue rotæ appellantur, quæ super terram, iuxta sacra oracula, eleuantur, & per orbem voluuntur, vt Euangelia promulgent. Episcopalis ergo thiara in circulo

Tertij To. Aerar. materia Prolegato, & Episcopo congruit.

Circulus Apostolici viri Symbolum.

lo animum in te oſtentat ab infimis auaritię ſordibus eleuatum; cui quemadmodum Epiſcopalis dignitas (iurati teſtari poſſunt ij, quibus magnanimi tui pectoris arcana pateſcunt) vt minimè dicam, prorſus non optanti obtigit, ita Epiſcopales non opes, ſed opus bonum, de Apoſtoli ſententia, deſideras, ſcilicet pro publica ſalute animarum laborioſiſſimum. Vidimus, ac in exemplum poſteritati teſtamur: In Eccleſiaſtico ad te delato principatu princeps tibi cura fuit non de cenſu inquirere, ſed ſtatim idoneos Euangelicæ doctrinę adminiſtros conquirere. Macte hoc animo verè magno. Tu dum bonus Eccleſiæ Paſtor commiſſas tibi rationales oues per tuæ Diœceſis oppida infracto labore luſtrabis, & ſacrę doctrinæ pabulo recreabis, Epiſcopalis tuæ thiarę ſacrum Pentagonum radioſo ſanctimoniæ, ac æternæ fælicitatis circulo coronabis.

Eugubini Epiſcopi virtute, ac ſanctimonia illuſtres.

Habes non vnum exemplum à duobus tibi conciuibus; quorum alter te etiam affinitate attingit Octauius Accorombonus Eugubinus, & Foroſempronij paucis antè annis Epiſcopus, & Pontificius in Luſitania Legatus, morum integritate, rerum geren-

da-

Digitized by Google

darum prudentia, Eccleſiaſticæ diſciplinæ nitore Illuſtriſſimus Præſul, & futuris etiã ſæculis verẽdus. Alter eſt (vt cętera vtriuſq; ſexus Eugubina capita ommittam Sanctitate Illuſtria) Sanctiſſimus Vbaldus Eugubinus Epiſcopus. Quibus tertium te, ac ſupparem fore tua te ſperat Patria; vt quorum Virtutes imitatus fueris, etiam fælicitatis præmia conſequaris.

In hac publica de te ſpe, ac pro te voto Epiſtolæ orbem claudo, ac venerabundus obſecro, vt Philoſophicum hocce munus tuis munijs, ac dignitatibus aptiſſimum, tuæ in Authorem (auunculum meum maternum) beneuolentiæ debitũ, perpetuum Authoris erga te humillimi obſequij monumentum, in tui patrocinij mitiſſimum ſinum admittere ne graueris, & diutiſſimè bono publico valeas, ac ſoſpiteris.

Bonon. Kalendis Decembris 1647.

Humiliſſimus, & addictiſs. Seruus

Antonius Maria Nellus.

Digitized by Google

Digitized by Google

AMICO LECTORI

Antonius Maria Nellus

Cur Tertius Tomus pro tertia parte 2 Tomi; & Methodi ab Ærarij Authore institutæ opportunitas.

TOmum Tertium libuit inscribere hunc Ærarij partem, pro tertia parte, quæ secundo tomo superaddità molem incommodam confeciſſet. Ac præterea tomum tertium videbantur postulare libri, ad quos, post duos antecedentes elementarios, fit gradus, qui materijs, quas continent, ab antepositis prorsus distincti sunt. Quoniam verò in Tomi secundi vtraq; parte citantur aliquando aliqua, vel indicantur sub nomine tertiæ partis, quæ in hoc tertio Tomo sunt, ideo potest idem pertinere quasi tertia pars ad Tomum secundum. In hoc igitur 3 Tomo plurium figurarum numero abstinuit, & solidarum pleraſq; seorsim ab opere incidi iussit in ære, & plura indicauit, quam exposuit, aut applicauit, & pleraq; in Breuiarium contraxit Author Ærarij, scilicet memor exordij apud Hippocratem: *Ars longa, vita breuis*. Vniuersa moles elementarium pro-

Digitized by Google

positionum in Geometricâ Philosophiâ in immensum excrescat, si singulos libros exponat hic Author, & applicet cum ea vsuum copiâ, & varietate, quam habes in duobus antecedentibus libris, ac Tomis, atq; interim ætas ægritudinibus, & annis iam grauior succumbat operi non perfecto. Satius igitur visum est quodam cũ temperamento præcipua vel breuiter applicare, vel plura alia saltem indicare; & aliorum virentibus viribus loca relinquere, ad quæ se extendant, & similem in modum reliquis elementaribus in libris (vt in duobus præcedentibus exemplum habent ab hoc Authore) latentes thesauros expromant interim, dum, (si vita, & vires superfuerint) Ærarij Author exponat omnia, quę in sequentibus libris indicat. Mathesem tamen studiosis, præsertim publicis Lectoribus, in arcto huius Tomi satis est amplitudinis, dum vsus aliqui singulares, ac non vulgati apponuntur, & summa cum facilitate, ac breuitate demonstrantur; quorum publica in Scholis expositio mirificè allicere, ac suauissimè imbuere possit animos Auditorum. Videre licet ad initia, vel fines librorum singulorum non ostentatoriè, sed prorsus verè apposita esse in inscriptione huius tertij Tomi ea verba: *Materia plurium Tomorum indicantur*. Si quis enim campos ab Aerarij Authore apertos ingrediatur, & opes ab eo indicatas à citatis Authoribus, & argumentis comportarit ad propositiones, & ad reliquos hìc libros elementares, copiosam penè Biblio-

bliothecam Mathematicam construxerit. Ideo vniuerso operi facta inscriptio Aerarij, non Geometricæ, sed vniuersæ Mathematicæ Philosophiæ; ad elementares enim propositiones, tanquam ad sua principia, reuocantur quæcunq; in omni genere Mathematicarum scientiarum, atq; etiam extra scientias Mathematicas, geometricè demonstrantur.

Quod ad Methodum in sequentibus libris elementaribus, relege quæ ad te, Lector, habes ante Tomum secundum. Quibus & adde sequẽtia. Cùm Aerarij Author in octauo huius Aerarij Tomo, qui erit de quantitate irrationali, acturus sit non solum de lineis incommensurabilibus, (vt habet lib. 10 elem.) sed de superficiebus, & de solidis incommensurabilibus, & earum omnium quãtitatum proportionibus, & alijs affectionibus, quæ contemplationes supponunt plurima non solum de lineis, & superficiebus, sed etiam de solidis commensurabilibus; ideo eam totam partem quantitatis irrationalis sepositit extra, & post contemplationem quantitatum commensurabilium. Docet enim naturæ methodus in scientijs ea posponere, quæ antecedentium cognitione indigent. In eum octauum Tomum traducentur ex lib. 13, & 14 elem. ex Pappo, & alijs ea, quæ consultò sunt omissa in sectione 3 Breu. Stereometrici, in 2 par. hu. 3 Tomi. In tribus enim hisce Tomis Author quãtitates commensurabiles complexus est ea fine, ac libentiâ, quòd feraces sint plurimarum

Digitized by Google

marum vtilitatum in omni artium, & ſcientiarum genere, incommenſurabiles verò miræ quidem, ſed vtilitatum ciuilium ſteriles, ac ideo in locum poſtremum ab huius Authoris methodo reiectæ. Vale, Amice Lector, ac multa paucis incluſa in hoc tertio Tomo lege oculo beneuolo.



Digitized by Google

TOMI TERTII

ÆRARII

Philoſophiæ Mathematicæ

PARS PRIMA

Complectens reliqua quatuor

Elementa, & Epilogum

Planimetricum.

Digitized by Google

Digitized by Google

ELEMENTVM TERTIVM ex noſtra, QVINTVM ex veteri methodo.

§I.

SCHOLION.

Vniuerſalitas,& vtilitas huius libri Quinti. Numerorum vſus in Geometricis aſſertus. Materia pro Quarto Ærarij Tomo indicata.

1 *Emmaticus eſt hìc liber quintus ad ea, quæ docentur, præſertim in lib. 6, circa proportiones figurarum. Nos de more veterum poſtpoſuimus (vt habes etiam apud Euclidem) lemmata huius lib. 5 poſt propoſitiones lib. 6.*

In veteri ſcholio è græco apud Commandinum: Librum (*hunc quintum elementorum*) dicunt eſſe Eudoxi, qui Platonis Magiſter fuit. *&:* Hic liber cõmunis eſt Geometriæ, Arithmeticæ, Muſicæ, & omni ſimpliciter Mathematicæ diſciplinæ. Nam quę in ipſo demonſtrantur non ſolum Geometricis theorematibus congruunt, ſed & omnibus, quæ ad Mathematicas, vt dictum eſt, diſciplinas referuntur. *Libri 5. Elemen- Authori Eudoxus.*

Quod quidem attinet ad Geometriam nullus omnium elementariorum librorum vniuerſalior eſt hoc 5. librò. Nam in 1. l. Elem. vt plurimum de triangulis, in 2. de rectangulis, in 3, & 4 de circulo, in 6 de proportionibus figurarum planarum; in 10 de lineis incommenſurabilibus; in reliquis libris de aliquibus ſolidis agitur; *Communis eſt omnibus ſcientijs Mathē.*

Digitized by Google

at in hoc quinto agitur generalissimè, & demonstrantur de proportionibus propositiones conuenientes & lineis, & figuris tam planis, quàm solidis cuiuscunque formæ, ac non solum commensurabilibus, sed etiam incommensurabilibus.

2 *Solet hic liber non parum incommodare Tyronibus auidis rerum iucundarum, & applicatarum vsibus propositionum elementariarum. Nos hanc huius libri molestiam, & moram Tyronibus ante iucunda, quæ docentur in lib. 6, ablaturi, præmisimus librum sextum, post cuius opiparas dapes possint facilius tolerare ieiunas huius lib. 5. theorias.*

Quas nos (præter geometricas demonstrationes in ipso libro) breuissimis per numeros expositionibus Tyronibus apertiores, & faciliores reddemus. Eoque magis, ac libentius, vt si quando in 2 Tomi primâ, & secundâ parte aliquid suppositum sit ex hoc li. 5, statim possit Tyro quasi ad breuissimum lemma recurrere, & suppositæ propositionis veritatem statim in numeris apertè videre, donec geometricè videat eandem veritatem in Euclidis propositionibus cùm versabitur in hoc 3. Tomo. Estque in per numeros ostensione id compendij, quod non sit opus, pro demonstratione antecedenti, vllà aliâ propositione, vt assolet plerumque in geometricis.

Demonstrationum per numeros non indigentes antecedētibus.

3 *Quam verò firma sit per numeros ostensio, ac demonstratio docent sequentia verba Maurolyci in Præfat. 2 par. li. 2. Arith.*

Numerorū vsus ī Geometricis firmatus

Quoniam Arithmetica instrumentum est omnis supputationis, & numeri sunt termini, quibus quælibet magnitudo significatur, non dubium est, quin per numeros fieri possit omnis magnitudinis calculus. Cum verò Geometria comprehendat omnium quantitatum species, videlicet lineas, superficies, solida, & cætera continua, quæ ad hæc redigi possunt; vt tempora, & pondera; duplicem vtiq; praxim habebit, vnam, quæ fit lineando, alteram, quæ supputando: quarum hæc ab illa tamquam à fonte deriuatur: & illa theoriæ innititur. Sicut enim tam theoremata, quàm problemata per theoriam demonstrantur, & soluuntur; ita mox siue per lineationem, siue per calculum ad praxim rediguntur. Nam intellectu præmeditata lineamus, & lineata calculamus. Et quamuis lineator descriptionem oculo repræsentet, & mentali specula-

tione

tione punctum geometricum consequatur, tamen calculator numeris etiam id ipsum consequitur, sed, & paucis characteribus minutiores partes distinguit, quod lineator non nisi in spatio immenso, vel magno instrumento (quod nulli facile est) prestare potest. Quæ distinctio quidem necessaria est, cum per numeros irrationalis, aut ignotę magnitudinis terminum, seu limitem magis, ac magis propinquantes vestigamus. *Idem in fine lib. 13. Elem.* Calculus demonstrationem comprobat, & pro demonstratione vsuenire potest. *Vtilitas numerorum in geometr.*

4 *Huic libro 5. ditando, & ornando habes ex vniuersa Geometria penu infinita, quæ tamquam ad sua genera huc adducas ad huius lib. 5. propositiones. Ex Arithmeticis verò proportionalitatibus suppeditabitur infinita, & mirifica materia proportionum in numeris, & propositionum simillimarum propositionibus, & proportionibus huius lib. 5. Quarum copia in promptu est, prater alios, apud nostrum Clauium in digressione de proportionalitatibus posita inter definitiones hu. lib. 5. Musica verò scientia nihil aliud est, quam vsus proportionum in sonis, vnde & ex nostro Apiar. 10 possis ornamenta iucunda conferre in hunc librum 5. Infinita sunt alia in physicis pertinentia ad proportiones in motibus, temporibus, locis, elementis, fluxu aquarum, motu grauium, magnitudinibus, in corporum partibus, in vegetabilium ramis, fibris, foliis, &c. In artefactis, Architectura. &c.* *Proportionum arithmeticarum copia apud quē.* *Proportiones sonora.* *Proportiones in motibus, temporibus, &c.*

Prater prædictam materiam suppeditabunt pro amplissimo Tomo circa hunc li. 5 præ omnibus Cardanus in libris de proportionibus, vbi varia, curiosa, iucunda materijs physicis applicationes proportionum. Præterea noster Villalpandus in pluribus propositionibus Lemmaticis, quas habet ante lineas proportionales, vbi plura alia de proportionibus magnitudinū vniuersalissimè demonstrat (præter ea, quæ in hoc 5 li. sunt) in to. 3. in Ezechielem in apparatu Vrbis, ac Templi Hierosolymani, parte 2 de ponderibus lib. 1. cap. 2. *Authores de proportionibus.*

Habes & apud Io. Baptistam Benedictum in libro diuersarum speculationum, pag. 198. vbi theoremata huius libri 5. ad prima quædam principia reuocat, & aliter singula demonstrat. Deniq; ex Campano erudita, & ab alijs licebit accipere condiendo, ditando, exponendo huic 5 lib. Elem.

Ex

Ex prædictis & citatis nos aliquando iustum tomum constabimus in hunc lib. 5, quemadmodum fecimus in lib. 1, & 6 element. Interim parcimus tantisper viribus, & ætati, & impensis, & consulimus vtilitati Tyronum propter rationes, quas habes in initio huius 3 Tomi ad te, mi Lector.

DEFINITIONES.

I.

PARS est magnitudo magnitudinis, minor maioris quando minor metitur maiorem, *Vt 2 est pars ipsius 6, at non ipsius 7. quia 2 metitur 6, non metitur 7.*

§. II.

SCHOLIA.

I.

MEmento ex nostra Methodo supponi definitiones huius elementi ante librum, siue elementum antecedens Sextum ex veteri, Secundum ex nostra Methodo.

II.

Pars quæ non solũ minor toto, sed & quæ metitur totum.

Definit partem aliquotam, quæ suum totum aliquoties repetita metitur; non aliquantam, quæ suum totum repetita vel non explet, vel excedit, vt numerus 2 (apud Lantzium hic interpretem) qui ter repetitus non æquat totum 7, quater repetitus excedit. Ex hisce intelligere licet Scholion vetus Græcum ad hanc 1 defin. apud Commandinum, vbi docetur apud Geometram non satis esse vt sit minor toto, sed etiam vt metiatur pars, &c.

Mul-

Digitized by Google

DEFIN. II.

Multiplex est maior minoris, quãdo minor metitur maiorem. *Vt 6 est multiplex ipsius 2, at 7 ipsius 2 multiplex non est, quia 2 metitur 6, non item 7.*

DEFIN. III.

Proportio est duarum magnitudinum eiusdẽ generis mutua quædam secundum quantitatem habitudo. *Proportio ergo est inter res eiusdem generis, vt inter numeros, lineas, superficies, corpora, &c.*

SCHOLIA.

I.

Etiam ad alia quæ habent aliquam cum quantitate similitudinem transfertur proportio. Proportionis antecedens dicitur quantitas, quæ ad aliam refertur ea vero, ad quam refertur, dicitur consequens proportionis. *Proportionis antecedẽs, & cõsequẽs quæ*

II.

E veteri scholio græco apud Commandinum valde notanda sequentia sunt, in quibus apparet esse definitionum geometricarum singula verba ponderãda, & prorsus intelligenda, vt ab hallucinationibus auertantur geometricæ philosophiæ studiosi, & dubitationum, vel cauillationum hydræ incidantur.

Duarum magnitudinum eiusdem generis. Vt separet ab alijs speciebus quantitatis, vt ne quis lineam cum superficie comparet; hæc enim inter se proportionem nullam habent. *Secundum quantitatem.* Vt separet ab infinitis magnitudinibus; quantitas enim continua est terminus continui non infiniti, & quantitas discreta est discreti non iufiniti; sed discretum non est magnitudo, multitudo enim est. *Defin. 3 excludit infinitã quãtitatem.*

§ 1.

Digitized by Google

§III.

SCHOLION.

Proportionum genera, ſpecies, denominatores.

PLurima, quæ ad cognitionem proportionum exponi poſſunt, hìc accipe breui compendio indicata quantum ſatis eſt Tyroni geometrico ad reliqua clcmenta cognoſcenda properanti.

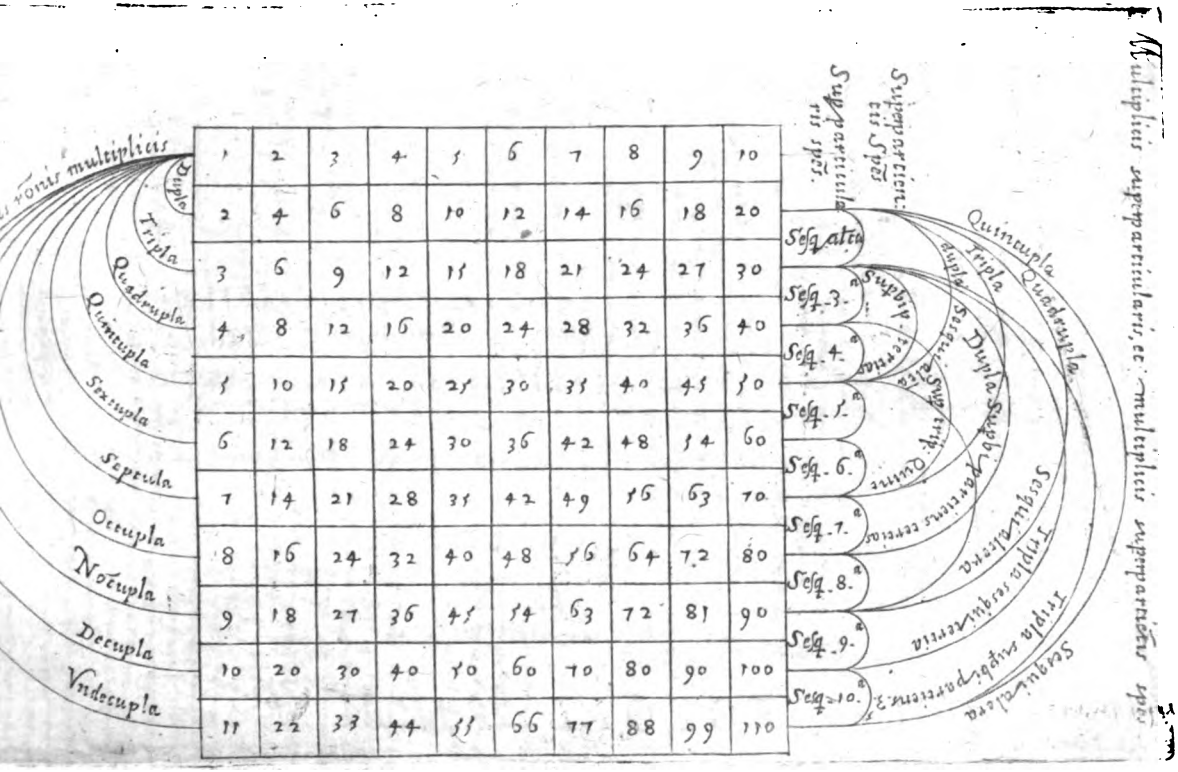
Proportio alia eſt rationalis, quæ numeris exprimi poteſt, alia irrationalis, quæ numeris exprimi non poteſt, velut inter lineas incommenſurabiles in li. 10. Rationalis proportio alia æqualitatis, alia inæqualitatis, inæqualitatis alia maioris, alia minoris inæqualitatis; maioris cùm quãtitas maior refertur ad minorem, minoris cùm minor ad maiorem; additurque particula, ſub, in denominatione minoris reſpectu maioris.

10 ad 1 eſt maioris inæqualitatis, ideſt decupla vnitatis, 1 ad 10 eſt minoris inæqualitatis, ideſt ſubdecupla vnitatis ad 10. Relatio, ſeu proportio maioris eſt tamquam totius, & continentis ad minorem, tamquam partem, & contentum; proportio minoris eſt tãquam partis, & contenti ad totum, & continens, licet vtrobique intercedat idem numerus, & differentia nouenarij inter 10, & 1.

Ponuntur quinque genera proportionum tam maioris, quàm minoris inæqualitatis, multiplex, ſuperparticularis, ſuperpartiẽs, multiplex ſuperparticularis, multiplex ſuperpartiens. Exempl. in numeris, & compendium ingenioſum habes apud nos in to. 2. Apiariorum, Apiario 11. progym. 4. in fine capitis 4. vbi tabella Pythagorica eſt ab Orontio prædictis proportionibus applicata, & ſignata. Vide illam & hìc, & in ea cognoſce quæ pluribus expoſita ſunt ab alijs.

Quod

Digitized by Google



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110

Quod pertinet ad proportionum denominatores à posterioribus aliquibus affectatos, nos, ne Tyrones implicentur, satius ducimus exemplaveterũ Geometrarum sequi, qui in minimis numeris denominabant proportionem per eorum comparationem, velut: est inter duas figuras proportio 3 ad 7, 7 ad 12. &c. Quam animaduersionem relege apud nos in git. Ap. 11. cap. 4. ante tabellã Orontianam. Prædicta de proportionibus satis, superq; sunt præuia Tyronum cognitioni ad alia, quæ vsu discent.

Denominatores proportionum quomodo apud Antiquos.

DEFIN. IV.

Proportionem inter se habere dicuntur magnitudines, quæ multiplicatæ possunt se inuicẽ superare. *Vnde liquet inter angulum contingentiæ, & rectilineum*

neum quemcumque proportionem non esse. Quia licet prior in infinitum multiplicetur, nunquam tamen superabit posteriorem.

§ IV.

SCHOLION.

Defin. 4 excludit infinitũ in quantitate.

DOctè, *vt solet, Commandinus ad hanc 4 definit.* Hoc idcirco dictum videtur, vt infinitæ magnitudines à proportionibus excludantur. Finita enim magnitudo quantunlibet multiplicata tantum abest vt infinitam magnitudinem exuperet, vt ne æquare quidem possit vnquam.

§ V.

Ex definitione 4

COROLLARIVM I.

Archimedes vindicatus à calumnia ex ignorãtia huius 4 definitionis.

1 *MIrum est quam audacter, ac temerè aliqui audeant asserere sibi auctoritatem criticam, ac fermè damnatoriam sententiam etiam in supremos scientiarum Auctores, aut illustratores, quorum mirificas theorias omnium sæculorum acutissima ingenia & scrutata, & admirata sunt. Sed cinici censores meritas, & publicas, & perpetuas apud absentes, & posteros pœnas luunt audaciæ, ac temeritatis, dum arguuntur ignorantiæ vel in primis principijs earum scientiarum, in quibus publicos gentium magistros carpere non dubitarunt. Franciscus Vieta, & Ioseph Scaliger dum iniquè, ac parallogisticè Archimedem damnant, egregiè, ac meritò vapularunt, præ alijs, à Riualio*

nato in Archim. illustr. non semel, & à nostro Clauio in Geomet. pract. vbi de circ. quadr. Vide obiectiones cynicorum eorum in Archimedem, Scaligeri, quidem in cyclometricis Elem. Vietæ verò in li. 4. respons. 5. schol. &c. & in fine postulatorum ad supplem. Geom.

Piget, ac pudet eorum verba hic apponere, in quibus nec logicæ facultatis, nec geometricæ scientiæ etiam in primis principijs vestigium vllum videas, ita contra se ipsi pugnant, & assumunt quæ negant, apertè falsa asserunt. &c.

2 *Demonstrat (aiunt isti) Archimedes circulum esse æqualem triangulo rectilineo rectangulo, cuius alterum latus circa rectum angulum æquale sit semidiametro circuli, alterum circuli peripheriæ, quia triangulum id nec maius, nec minus est, ergo æquale circulo. Item exhibet Archimedes lineam maiorem ambitu cuiuslibet polygoni in circulo inscripti, minorem ambitu cuiuslibet circumscripti; ergo, inquit, est æqualis peripheriæ circuli. &c.*

Malè ratiocinatur, & paralogisticè Archimedes. Si enim valet eius argumentatio, ac demonstratio, ego pariter contra demonstrata apud Euclidem de angulo semicirculi, quòd sit minor recto, ostendam eum semicirculi angulum æqualem esse recto. Non est maior recto, quia minor est omni obtuso, qui semper maior recto est; non est minor recto, quia maior est omni acuto, qui semper minor est recto; ergo æqualis est recto angulus semicirculi.

Vt prædicta istorum contra Archimedem, & mox à nobis dicenda pro Archimede rectius intelligas, hortor te, mi Tyro, vt visas paradoxa apud nos angulorum in Apiar. 3, toto Progym. 5. Si Vieta sibi tantum permisit, vt audeat Archimedi notam inurere ignorantiæ geometricæ, quasi nesciret geometricè demonstrare, permittet & mihi, opinor, vt potius pro Archimede affirmem Vietam nimiũ oscitanter ignorasse primum principium, siue definitionem hanc 4 geometricam elementarem; si enim non ignorasset, vel intellexisset, nunquam tam fædè pronuntiasset in Archimedem.

3 *Itaque respondeo Vietæ (omissis alijs, in quibus peccat) paralogismum esse contra hanc definitionem* 4. Angulus semicirculi non est maior, nec minor recto, ergo æqualis, *quia comparat angulos, qui nullam inter se proportionem habent; at Archimedes comparat & figuras, & lineas, quæ proportionem inter se habent.*

Archimedes recte comparat quantitates inter se proportionales.

Anguli mixti nõ habẽt proportione cũ rectilineis.

Nam anguli mixtilinei, è quorum genere angulus est semicirculi, non habent proportionem cum rectilineis; quantumcumq; n. augeatur angulus semicirculi, nunquam æquabit, aut superabit angulum rectum, qui fit à diametro, & à linea recta tangente circulum, cuius anguli semper pars est angulus semicirculi factus à diametro, & peripheria, quæ semper cadit intra spatium anguli recti. At verò, datis lineis altera à rectà, altera à circulari, vtralibet minor aucta potest vtramlibet superare, & datà trianguli (quo vtitur Archimedes in dimensione circuli) areà, quæ sit minor areà circuli, potest ita augeri, vt aream circuli dati excedat, scilicet si area trianguli fiat æqualis rectangulo, vel quadrato circumscribẽti datum circulum. Sic area minor circuli aucta potest superare datam aream trianguli. Ac propterea, iuxta hanc difin. 4, angulus semicirculi non habet proportionem cum recto; at figuræ rectilineæ cum curuilineis, triangulum, & circulus, &c. lineæ circularis, & recta habent inter se proportionem, & rectè ab Archimede fit ratiocinatio de æqualitate inter ea quæ habent proportionem; malè verò, & cum ignorantia huius 4. defin. fit à Criticis obiectio contra Archimedem, dũ illi cõparant inter se, quæ non habent proportionẽ.

Proportio inter lineas circularem & rectam.

Conuenientia inter lineas circularẽ, & rectã.

4 *Confirmat Archimedem præter plurà alia, etiam id, quod rectè adnotauit Eutocius ad Archim. quadr. circ. & de quo nos plura in To. 1. huius Aerarij ad definitionem lineæ, & ad prop. 5, § 2. Scilicet linea recta, & circularis conueniunt inter se in triplici proximo genere (sub remotis & quantitatis, & secundum latitudinem indiuisibilis) quia & lineæ, & simplices, & similarium partium sunt; ideo sunt inter se comparabiles. Vide apud nos in Breuiarij Sec. 2, probl. 18, coroll. 4, rectam peripheriæ æqualem.*

Recta peripheriæ æquales apud nos

Anguli curuilinei æquantur rectilineis, vt habes à nobis (præter citatum progym. 5. Apiar. 3.) ad Axioma 7. § 10 ex Proclo exẽpla. In progym. verò 6. cit. Ap. 3, & à Proteo nostro Geometrico in Apiar. 1 habes exempla figurarum curuilinearum, & mixtilinearum, quæ æquantur rectilineis. Quæ omnia vt videas te hortor nõ solum ob iucundam in paradoxis admirationem, sed in primis ad hoc hìc negotium; sunt enim omnia & confirmatoria Archimedis, & refutatoria calumniatorum, & illustratoria huius 4 definitionis. Ac velim valde notes in æqualitatibus illis apud nos curuilineorũ,

Proportio inter figuras curuilineas mixtas, & rectilineas.

vel

vel mixtilineorum cum rectilineis, eas fermè ostendi per appositiones, vel detractiones partium. Quæ res confirmant hanc definitionem 4. Eucl. de superantia per multiplicationem. Quæ enim æqualia fiunt, etiam superari possunt per nouam alterius additionem.

5 *Interim audi Iosephi Scaligeri paralogismum contra hanc 4 defin. & ineptiam contra quadraturam Brisonis, immò & contra argumentationem Archimedis, & aliorum Antistitum in Philosophia Geometricà, qui quidem Briso, inscripto quadrato in circulo, & altero circumscripto, inferebat: ergo medium inter duo illa quadrata est æquale circulo. Scaliger igitur apponit, & opponit seq.*

Deinde datis minore, & maiore, posse dare medium, aut æquale falsum conuincit ἡ κερατοειδὴς γωνία, qui est angulus minor omni minimo angulorum rectilineorum. *Mirabar, quod & Vieta assolet, Scaligerum in philosophicis non affectare opinionem Grammatici graculi dum graca latinis subinde ingerit, vt abdicet à se summam in scriptore Mathematico laudem perspicuitatis. Scilicet puduisset Scaligerum latinè appellare cornicularem angulum, qui & contactùs (vide in cit. Ap. 3. apud nos alias species cornicularium) à quo tamen male argumentatur; nam & ille angulus est ex genere mixtorum, qui nullam habent cum rectilineis proportionem; quantumcunq; enim augeatur angulus contactùs nunquam æquabit, aut superabit angulum vel minimum rectilineum acutum, quia quælibet recta ducta ad punctum contactùs vt faciat angulum cum tangente, secat circuli peripheriam, atq; intra se concludit tamquam partem, angulum contactùs è cõuexà peripherià, & rectà peripheriam tangente.*

Brisonis verò paralogismus in alio peccat, quàm in eo, quòd illi opponit Scaliger. Vide nos in Schol. 1 ad 4. propos. Prog. 2. Apiar. 3. Quod si Briso ad similitudinem Archimedis potuisset argumentari sic: Quadratum medium inter circumscriptum, & inscriptum circulo est maius omni polygono in circulo, & est minus omni polygono circa circulum, ergo est æquale circulo; rectè concluisset, iuxta à nobis antedicta. Atq; hactenus de his. Ex occasione hìc cum Buteone moneo Tyrones, vt conferant Archimedis modum demonstrandi quadraturam circuli cum modo Euclidis in propos. 2. lib. 12, qui est de proportione inter circulos quemadmodum quadrata

à cir-

à circulorum diametris. Eàdem enim formà, & methodo vterque progreditur. Catera, quæ huc facere possunt pro hac 4 definitione, vide in loco apud nos ad 16 propos. tertij Elem.

Inter curuas, & planas superficies proportio.

Adde etiam in superficiebus curua planis æqualia, vt nos circulo superficiem cylindricam æqualē ostendimus in fine li. 3. Elem. & Archimedes superficiem sphæricam circulo quadruplam. &c. & inde partes superficiei sphæricæ cum partibus circuli habēt proportionem; vt sphæricum triangulum apud nos æquale semicirculo, in fine lib. 3. Elem. Et in sect. 1, & 2 Breuiar. Stereometrici plura de his apud nos. Illuc i.

SCHOLION.

EX hac defin. 4 rationes habes aliquorum paradoxorum circa proportiones angulorum inter se, partim in citat. Api. 3. partim in, & ad propositiones 16, & 31 lib. tertij. Hinc illuc ito, & inde huc remeato, vt consonantiam geometricam animo exaudias.

§ VI.

COROLLARIVM II

è definitione 4.

Quantitatis finitæ cum infinita non est proportio; & patefacti paralogismi Geometrici.

Definitio 4 est primum principiū.

DEfinitio hæc quarta, si rectè percipiantur eius termini (siue verborum sensus) adeo vera est, vt si. etiam primum principium. Vnde fit vt eo fadiores paralogismi sint in philosophia geometrica, si quisfiant contra hanc. Contra quos paralogismos munire candidatos Philosophiæ Geometricæ nobis hic consilium est. Quoniam igitur ex primo principio etiam physico, ac per se noto finiti ad infinitum nulla est proportio, nulla etiam erit proportio

Finiti ad infinitum non est proportio.

Digitized by Google

portio quantitatis finitæ ad infinitam. Ratio ab hac definitione est euidentissima, quia quantitas finita quantumuis multiplicata nũquam potest æquare, multo minus superare infinitam, ac propterea finita erit semper minor (quatenus licet sic loqui) in comparatione cũ infinita, nec poterit habere finita cũ infinita proportionem æqualitatis, multo minus maioritatis, Quæ doctrina, iuxta hanc 4 definitionem, verissima semper est in quolibet genere quantitatis ad geometricam philosophiam spectantis. Exempla sint in lineis, & in figuris: linea, vel figura finita non potest vnquam esse, ac demonstrari æqualis lineæ, vel figuræ infinitæ, ac multo minus maior, quàm linea, vel figura infinita; vt etiam rectè notat hìc Clauius. Adde Commandinum in § 4 anteced.

Ratio geom. ab hac 4 def. in quantitate.

2 Et quoniam, iuxta definitionem 14. lib. 1. Elem. figura est quæ sub aliquo, aut aliquibus terminis continetur, implicat in Geometricà philosophià figuram esse, quæ non sit terminata (ac est præterea subiectum Geometricæ philosophiæ quantitas abstracta, & simul terminata; infinitum enim sub scientiam non cadit, iuxta Procli, & verè Philosophorum geometricorum sententiam) Si quod autem quantum non sit terminatum vndique, est omnino extra genus figuræ, habetq; infinitatem ab ea parte, à qua non est figuratum, ac terminatum.

Implicat figura infinita.

Infiniti non est scientia.

Quemadmodum igitur in genere linearum non potest fieri comparatio, aut extendi proportio inter finitam, & infinitam, cùm tamen sint ambæ saltem in eodem genere superiore, idest in genere linearum; eodem, ac multo maiori iure non potest demonstrari (quia non potest esse) proportio inter figuram, & spatium quantum aliqua ex parte non terminatum, idest infinitum, quia figura, & quantitas interminata, idest finita, & infinita, differunt etiam toto genere figuræ.

Prædicta intellige quemadmodum de omni genere linearum rectarum, curuarum, regularium, irregularium mixtarum, &c. sic & de omnigenere figurarum regularium, irregularium planarũ, solidarum, quarum nullæ comparari possunt cum spatio vllo quantitatis non figuratæ, interminatæ, denique infinitæ.

3 Ac licet nos ad prop. 35. 36. lib. 1. in 1. Tomo huius Aurarij, & in secundo ad propos. 1. lib. 6. affirmauerimus inter geometrica para-

paradoxa, triangula, vel parallelogrammata inter parallelas super æqualibus basibus ita esse inter se, vt minimum possit æquare, ac maius esse altero quolibet infinito, intellige semper finitum triangulum, vel parallelogrammum, licet in infinitum sub maioribus lateribus obliquatum.

Quod non solum inter parallelas, sed etiam inter asymptotos protulimus ex Antiquorum Geometricorum Philosophorum ditissimo penu. Atque ibi dum affirmamus cum Antiquis etiam inter asymptotos parallelogrammo alicui esse æquale parallelogrammum quodlibet infinitum inter spatium infinitum inter asymptotos (quod, & ad triangula traduximus) intellige, mi Tyro, de semper finitis parallelogrammis inter spatium asymptotum infinitum, quemadmodum infinitum est spatium inter parallelas, in quo infinita numero, semper finita terminis (idest figuræ parallelogrammorum quantumuis terminis extensorum) sunt parallelogrammata, & singula inter se, ac vni vel minimo inter easdem parallelas, & bases constituto.

Parallelogrammata, & triangula licet infinita, esse æqualia minimo inter parallelas, & asymptotos, quo sensu apud nos.

Distingue igitur, mi Tyro, nec mihi impinge paralogismum euidentissimum contra hanc definitionem. Aliud enim est comparare figuras inter asymptotos numero, & terminis finitas cum aliqua alia, aliud est comparare figuram cum spatio inter asymptotos, siue cũ figuris inter asymptotos spatiũ id omne occupantibus. Quod cum sit infinitum, (hoc est inter nunquam inter se conuenientes lineas, ac propterea implicat accipi vt finitum, esset enim inter asymptotos, & non asymptotos. i. concurrentes, & nõ &c.) vt totũ occupetur opus est infinitis numero, & quantitate in infinitum extensa præditis figuris. Primum illud ego asserui de parallelogrammis inter asymptotos, non autem hoc secundum, quod esset manifestissimus paralogismus, propter prædicta in hoc 2 coll. ad hanc 4 definitionem; quæ omnia sunt demonstrationis loco apud intelligentes, & sanè sentientis. Ac quidquid, quasi corollarij loco, deducerem ex eo paralogismo, totum esset de falso falsum, & catenam è paralogismis vitream, (pro adamantina è veris demonstrationibus) contexerem. Dum ego te vera è puris huius geometricæ philosophiæ fontibus doceo, quid tu mihi fucata ingeris, quæ nunquam somniaui?

4 An suades vt præclarum scilicet id paradoxum definito, quod sit æquale infinito, contra primum principium ex hac 4 definitione,

ego

Digitized by Google

ego meis apponam, quæ plurima in omni Mathematicarum scientiarum genere habeo in meis Apiarijs, illudq; firmem argumentatione aliqua per minimas particulas? figuram (video te ingerentē audire) quæ demonstretur æqualis omnibus figuris eiusdem generis, ceu parallelogrammis occupantibus totū spatium inter asymptotos, diuide in quotlibet minimas particulas, ac postquam ostenderis primam, secundam. &c. particulas figuræ singulas singulis parallelogrammis æquales, conclude deinde de reliquis figuræ partibus, quod sint æquales reliquis parallelogrammis totum asymptotum spatium occupantibus. Scilicet, mi homo, doces me tua istà fallacissimà per minimas particulas argumentatione saltum Rhodium in Geometricà Philosophià saltare. Quis verè Philosophus Geometricus mihi impunè permiserit contra primum principium huius 4 definitionis sic ratiocinari? Partes aliquæ prioris figuræ sunt æquales aliquibus partibus, siue figuris occupantibus partem spatij inter asymptotos, ergo tota reliqua figura est æqualis reliquis partibus, siue figuris occupantibus totum spatium inter asymptotos? Quod cum sit infinitum, idem esset ac si dicerem figuram finitam esse æqualem infinitæ, nempè occupanti totum spatiū, quod est infinitum inter asymptotos, ac sic finiti ad infinitum esset proportio, contra hanc defin. 4.

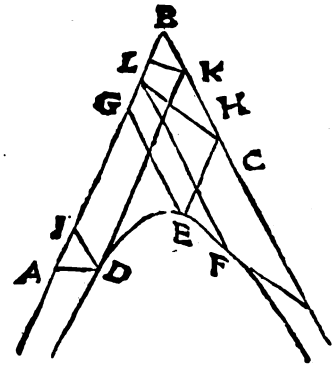
5 *Addo pro me geometricè demonstratam rationem, qua fit vt, dum inter asymptotos affirmaui posse parallelogrammata extensione etiam infinita, esse æqualia parallelogrammo vel minimo, intellexerim semper definitè infinitis extensione terminorum parallelogrammis. Scilicet ne Apollonio, & mihi contradicerem. Nam Apollonius Conic. lib. 2. prop. 14; & nos, sine Apollonio, in Apiario 3, Progym. 2. propos. 3, demonstrauimus asymptoton, & hyperbolen in concursu peruenire ad interuallum semper minus quolibet dato. Itaq; etiam sumpta extremà, ac minimà parte figuræ, quam fingat quis æqualem figuræ conflatæ in partialibus occupātibus totum spatium asymptotum, nūquam potest comparationem facere cum extremà parte figuræ occupantis totum spatium inter asymptotos; datà enim qualibet parte figuræ comparandæ cum asymptotum spatio, & comparatà cum qualibet acceptà, vel acceptibili parte versus extremum (si sic loqui liceat de non habente extremum) spatij inter asymptotos, semper adhuc minor, ac minor supereſt in infinitum, etiam*

Cur non possit fieri cōparatio figuræ cū spatio inter asymptotos.

post acceptas omnes partes figura, quam cum spatio inter asymptotos aliquis comparauit.

Implicantia comparationis. &c.

6 *At enim, inquies, comparatur figura cum spatio inter asymptotos quatenus id est vel infinitè finitum, vel finitè infinitum, eoq; modo cum figura potest comparari. Hoc si dicas te ipse implicas; esset enim id spatium inter asymptotos, & inter non asymptotos. Nã dum illi vel in recto, vel in obliquo finem aliquem assigas, terminum indicas, ad quem (in appositа figura) hyperbolica linea FED cum peruenerit, coincidet cum recta AB, ac proinde non erit asymptotos. At enim rursus figura, quæ comparatur cum spatio inter asymptotos, etiam ipsa diuisibilis est in partes in infinitum. Si ergo figuræ partes partibus spatij inter asymptotos æquales ostendantur, ergo tota figura toti spatio inter asymptotos æquabitur. Scilicet hoc est in Geometrica Philosophia figurarum quantitates, ac proportiones per partes demonstrare. Quoniam verò qualibet figura est diuisibilis in infinitum, qualibet ad quamlibet, licet minima ad maximam, habet proportionem æqualitatis, semper enim in minima, & maxima erunt partes in infinitum comparabiles. At verò nec etiam cum hoc effugio, & absurdo figura vlla, licet in infinitum diuisibilis, comparari potest cum spatio inter asymptotos, quia id spatium, licet & ipsũ sit in infinitũ diuisibile (ideo enim est inter asymptotos, id est nũquam se contingentes, licet semper inter se accedentes lineas) tamen, vt prædictum est, est in ea ipsa infinitate differens genere ab infinitate figuræ, cui comparatur. Figura enim est actu finita, terminisq; conclusa, licet potentiâ infinita, siue infinitè diuisibilis, spatium verò inter asymptotos est actu, ac semper sine termino, ac infinitum, finibus non vndiq; conclusum, ac extra figuram. Quare iterum in absurda primarum rationum relaberis contra definitiones & figuræ, & proportionis inter figuras. Nunquam enim per partes*



Per indiuisibilia infinita qualibet figura cuilibet æqualis.

Figura, & spatiũ inter asymptotos differunt toto genere.

(licet

(licet numero infinitas per designationem) multiplicatas in figura peruenies ad æqualitatem spatij inter asymptotos actu non figurati, hoc est non terminati.

7 Denique quid me premis hac tua dolosa per partes argumentandi ratione, ac non ego vnoictu totam hanc syluam partium amputo? Relege definitionem primam huius lib. Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem. Spatij inter asymptotos infiniti, siue figuræ, quam fingas occupare totum id spatium, illiq; æqualem esse, non sunt verè partes, per quas possis figuram (scilicet sic loqui) spatij inter asymptotos comparare, aut metiri; nulla enim pars infinitū metitur. Ac si velis eius asymptotæ (liceat sic appellare) figuræ partes esse saltem ex parte aliquantas, quæ scilicet multiplicatæ deficiant à toto eo spatio asymptotæ, nihil agis, ac rursus cogeris fateri non posse comparari totū id spatium cum vlla figura. Quare, gratijs actis, ac tua cum venia recuso paradoxum à te mihi oblatum.

Comparatio figuræ cū spatio īter asymptotos est contra definitiones 1, & 4 huius libri.

8 Adhuc perstas? Ac quasi studiosus mei geometricè ditandi, relicta argumentatione à partibus, offers demōstrationem aliquam indirectam, & cum Archimede pro me arguis? Scilicet vis dicam: figura quapiam neq; maior, neq; minor est parallelogrammis omnibus inter asymptotos, ergo est æqualis. Velles, mi homo, me sub vmbrà Archimedis fadius labi, quàm nuper in antecedenti Corollario Vieta contra ipsum Archimedem. Nam calumnia illa Vietana saltem argumentationem, & comparationem vsurpabat, licet inferiori, non tamen supremo, ac toto genere differentium; scilicet comparabat angulos cum angulis; at hic facerem, te doctore, comparationem figuræ cum nonfigurà, ideſt terminatæ quantitatis cum interminata inter asymptotos. Figura igitur cōparata cum spatio inter asymptotos, non est quidem maior eo spatio, sed tamen semper est minor, propter demonstrata in antecedentibus. Non suades ergo bonam indirectè argumentandi formam, immò directè pugnantem cum primo principio è quarta hac definitione, de ijs quæ proportionem inter se habent in geometrica philosophia.

Nulla argumētatione indirectà comparari possunt figura, & spatium inter asymptot.

Apage igitur cum tuis pro me, siue potius contra me cauillationibus, ac me pro meo, & vero sensu intellige, dum parallelogramma, & eorum dimidia, singula inter asymptotos, ita inter se compa-

rauis, vt affirmarim etiã à minimo eorum aliquo posse superari dupla quantitate quodlibet eorum seorsim sumptum etiam infinitum, ideſt ſemper finitè in infinitum terminis maioribus, ac maioribus extenſum. Ac qui ſe non continent intrà noſtros hoſce terminos dũ verſantur inter aſymptotos, intelligant ex antedictis ſe inciſuros in verè aſymptotos, ideſt infinitos geometricos paralogiſmos. Quos indicare eſt vere amare philoſophicam veritatem; licet non ſim neſcius à veritate, dum ea nubit inuiſo animo, progigni odium, turpiſſimum è pulcherrimà matre natum.

§. VII.

COROLLARIVM III.

Infiniti ad infinitum non eſt proportio, iuxta hanc 4 defin.

EX hac eadem definitione 4. patet potiſſima ratio cur viri in Geometrica Philoſophia doctiſſimi reprobarint cognitionẽ, & cõparationem figurarum inter ſe per cognitionem, & cõparationem indiuiſibilium in figuris; ſunt enim in qualibet figura infinita indiuiſibilia; & infiniti ad infinitum nulla eſt proportio, &, iuxta hanc definitionem indiuiſibilia vnius figuræ quantumlibet multiplicata non poſſunt ſuperare indiuiſibilia alterius figuræ, quia ſunt infinita, nec vnquam ſumi omnia poſſunt, nec determinari poteſt eorum numerus, ac perinde nec figuræ ex ijs conſtatæ poſſunt inter ſe comparari, nec in ſe ipſis ſingillatim agnoſci quod ad quantitatem. Satis eſto hæc quaſi in tranſitu indicare Tyronibus in Geometriã philoſophiantibus, quæ patentiſſima ſunt ex verbis huius defin. 4. Plura non addimus circa hoc tertium Corollarium, quia ſatis doctè aliqui aliqua, (plurima, ſi vita ſuperfuiſſet, ſcripturi) ſcripſerunt in hoc genere; ac ne videamur vllis priuatim infenſi, duri publicè prodeſſe nitimur. Tantùm, pro inſtituto exponendorum elementorum geometricorum, indicamus hallucinationes, vt Tyrones diſcant in Geometrica Philoſophia diſpicere (quod eſt in prouerbio) Quid diſtent æra lupinis.

Per indiuiſibilia geometricè philoſophari diſſonat ab hac 4 definit.

DE-

Digitized by Google

DEFIN. V.

In eàdem proportione dicuntur esse magnitudines, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando æquè multiplices primæ, & tertiæ æquè multiplices secundę, & quartæ, secundum quamuis multiplicationem, vtraq; ab vtraque vel æquè deficiunt, vel æquè æquales sunt, vel æquè superant, si ordine sumantur. *Vt si horũ quatuor numerorum* 8, 6, 4, 3 *primi, & tertij accipiantur æquè multiplices* 16, *&* 8: *secundi, & quarti* 18, *&* 9, *& collocentur eo ordine, quo numeri, quorum sunt multiplices, hoc nimirum* 16, 18, 8, 9; *si iam primus minor sit secundo, erit & tertius quarto minor; & si maior, maior; si aqualis, aqualis; si, inquã, hoc semper contingat, dicentur quatuor magnitudines in eadem esse proportione.*

§ VIII.

SCHOLION I.

Nostra methodus non patitur difficultates vulgatas definitionis quintæ huius lib. 5.

DVm nostra methodus Tyrones traducit per proportiones rationales quantitatis in lineis, planis, solidis, & in locum extremum seponit ea, quæ pertinent ad proportiones irrationales, non eget expositione hn. 5 definit. per æquemultiplicia, quorum appositione tenebræ, ac turbæ non leues Tyronibus excitantur. Vide seq. schol. 2 tam pro rationali, quam pro irrationali proportione.

§ 9.

Digitized by Google

§IX.

SCHOLION II.

Expositio distincta, facilis, ac breuis definit. 5 de in eadem proportione ab æquemultiplicibus. &c.

AD dissipandas omnes nubeculas, quæ in hac 5, & in 7 definitione possunt offundi animis Tyronum, accipe à nobis paucula sequentia pro prolixioribus apud aliquos alios. Ac primo rectè percipiendus est sensus verborum definitionis, quem satis apertum habes in apposita breui explicatione, & applicatione in numeris ab interprete Lantzio. Addo & aliter, & breuiter.

1 Si antecedentium æquemultiplicia æqualia sint, vel minora, vel maiora æquemultiplicibus consequentium, dicuntur antecedentia esse in eadē proportione cū consequentibus. *Apertè, ac breuiter dici poterat à doctore Geometra:* In eadem proportione dicuntur esse quantitates, quando antecedens primæ proportionis toties continet consequens, vel à consequente toties continetur, quoties secundæ proportionis antecedens continet consequens, vel continetur. &c. *Vt inter 8, & 4 eadem est proportio, quæ est inter 4, & 2. idest dupla. Sed hæc definitio comprehendit tantùm species, & genera proportionis multiplicis, seu rationalis, quæ potest exprimi numeris inter se multiplicibus, quiq; non extenduntur ad alterum supremum genus proportionis irrationalis, quæ numeris exprimi nequit, & in ijs est quantitatibus, quæ sunt incommensurabiles, & quarum altera non completè potest alteram comprehendere. Igitur Geometra Philosophus, vt definitionem vniuersalem afferret comprehendentem quantitates tam multiplices, & rationales, quàm irrationales, & incommensurabiles, confugit ad vnum aliquid, quod sit commune commensurabilibus, & incommen-*

Defin. 5 continet etiã irrationales proportiones

mensurabilibus, vt sciatur an quantitates propriè sint in eadem proportione, & cognoscatur quando sunt in eadem proportione.

Ingeniosè ab aquemultiplicibus indicium eiusdem proportionis etiam in irrationalibus &c.

2 Indicium autem id commune ingeniosissimè sumpsit ab aquemultiplicibus quantitatum siue rationalium, siue irrationalium. Nam si datæ quantitates sunt in eadem proportione, necessarium est, euidens, ac per se notum etiam æquemultiplices datarum quantitatum debere esse in eadem proportione; vt magis etiam è sequenti nostra expositione patebit.

Duplex identitas eiusdem proportionis. &c.

In eadem autem proportione duplex identitas est, generica, & specifica. Nam dum inter 8, & 4, & inter 4, & 2, est èadem proportio dupla antecedentium ad consequentes numeros, vel sub dupla conuerso modo, est cum specie duplæ proportionis etiam genus proportionis maioritatis antecedentium ad consequentes quãtitates, & in subduplà conuerso modo est genus minoritatis. &c. Itaq; quoniam identitas specifica proportionum supponit semper necessario etiam identitatem generícam vel excedentiæ, vel deficientiæ, vel æqualitatis, ideo ingeniosè, ac certò sumitur ea generica identitas pro indicio identitatis specificæ inter quantitates. Quoniam autem vt se habent quantitates inter se, ita & earum æquemultiplices, si 2 est duplus vnitatis 1, & dupli eorum numerorum erunt in eadem proportione dupla 4, & 2; & si quantitates non sint multiplices, sed incommensurabiles, & abditam habent proportionem specificam identitatis, habebunt tamen apertam proportionem genericam identitatis, scilicet vel excedentiæ, vel deficiẽtiæ, vel æqualitatis in suis æquemultiplicibus. Sicut in eadem proportione inter 2, & 1 inter 4, & 2 si nescirem esse duplam, vt tamen scirem esse eos numeros in eadem proportione, & confugerem ad genericam identitatem, ideſt ad æquemultiplicium vel excedentiam, vel deficientiam, vel æqualitatem antecedentium ad consequentes scirem, & concluderem etiam esse identitatem specificam inter eos numeros 2, 1; 4, 2. Antecedentium 2, & 4 æquemultiplices sint 6, & 12; consequentium 1, & 2 sint æquemultiplices 2, & 4. Quoniam 6, & 12 excedunt 2, & 4, estq; inter æquemultiplices generica identitas proportionis excedentia, euidens consequentia, & indicium est quantitates, quarum sunt multiplices, esse etiam in eàdem specificà proportione inter se, licet ea esset mihi ignota indiuidualiter, ideſt esse vel duplã,

Expositio in numeris.

vel

vel triplam. &c. vel etiam licet ea esset, quæ numeris exprimi non posset. Propterea dicit Geometra: Quorum æquemultiplicia vel excedunt, vel deficiunt, &c. sunt in eadem proportione, scilicet specificà indicatà à generica excedentiæ, deficientiæ. &c.

Distinctio propositionis 4 hu. à definitione hac 5.

3 *In propositione tamen 4 huius lib. 5. demonstratur quando quantitates sunt in eadem proportione, earum æquemultiplices esse inter se non solum in eadem generica proportione excedentiæ, deficientiæ, &c. sed etiam esse in eàdem specificà proportione, in quas sunt eæ quantitates, quarum sunt æquemultiplices; siue ea proportio nota sit in indiuiduo, dupla, tripla, sesquialtera. &c. siue sit ignota, irrationalis, & quæ numeris patefieri nequeat. Si quæ quantitates sunt in eadem proportione, earum æquemultiplices sunt & ipsæ in eadem saltem generica excessus, defectus. &c. & conuersà ratione, si æquemul. iplicia sunt in eadem excedentia, deficientia. &c. etiam eæ quantitates, quarum sunt æquemultiplices, sunt in una, eademq; specificà proportione, & in hoc conuertuntur, & per se nota hæc sunt sine alia demonstratione, propter, & iuxta in antecedentibus explicata. At verò quod æquemultiplicia sunt etiam in eadem proportione specifica, in qua sunt eæ quantitates, quarum sunt æquemultiplicia, non per se notum est, nec facile concedetur, nisi demonstretur, quod fit in 4. propos. huius. Igitur in hac definitione ea, quæ sola egent expositione verborum, vt pateat veritas definitionis, distinguenda sunt ab ijs, quæ demonstrationem postulant, quæque à Geometra non ponuntur in definitione, iuxta prædicta.*

Defin. 5 est axioma apud aliquos.

4 *Posset hæc definitio reponi inter prima principia, siue axiomata, quæ habet Commendinus ad finem definitionum huius lib. 5.* Eiusdem, siue æqualium æquemultiplices inter se æquales sunt: *&.* Quarum eadē æquemultiplex est, vel quarum æquales sunt æquemultiplices, & ipsę inter se sunt æquales. *Vbi vides in proportione æqualitatis consonare inter se æquemultiplicia cum ijs, quorum sunt æquemultiplicia. Pariter, iuxta hanc 5 definitionem, ctiā in proportione inæqualitatis consonāte saltem in generica inæqualitate excessus, defectus. &c. Rectè Orontius ad hanc 5 defin.* In proportionibus sicuti antecedentia ad inuicem, & ipsa pariter consequentia inutuam quandam inter se videntur habere relationem: haud dissimiliter ipsorum antecedentium pariter,

Axiomata pro euidentia hu. 5 def.

&

& conſequentium æquemultiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coaſſumpta fraterna quadam rationum colligantur ſimilitudine, æq; è diuerſo: tametſi alia inter ipſa æquemultiplicia, ab ea, quæ inter partes offenditur ſubmultiplices, contingat plerumq; rationum identitas.

DEFIN. VI.

Magnitudines, quæ eandem proportionem habent, proportionales vocantur, *Vt 4, & 2. item 6, & 3, cùm habeant eandem proportionem, nempe duplam, dicũtur proportionales.*

DEFIN. VII.

Quando æquè multiplicium multiplex primæ ſuperat multiplicem ſecundæ; at multiplex tertiæ non ſuperat multiplicem quartæ; prima ad ſecundam dicitur habere maiorem proportionem, quàm tertia ad quartam.

§. IX.

SCHOLION.

Septima definitio lucem habet ab ijs, quæ adnotauimus ad antecedentem quintam. Hìc enim explicatur quid dicatur, aut quid intelligatur, quando dicitur prima habere maiorem proportionem ad ſecundam quantitatem, quã habet tertia ad quartam. Applicatu exemplis numerorum. Duo notanda. 1 non eſſe neceſſe, vt ſecundum omnem multiplicationem multiplex primæ exce-

dat multiplicem secunda, sed satis est, vt vel semel, nusquam tamen multiplice tertiæ superante multiplicem quartæ. 2, quod dicitur de multiplice primæ ad multiplicem secundæ, intellige etiam de multiplice tertiæ ad multiplicem quartæ, scilicet dici tertiam quantitatem habere maiorem proporticnem ad quartam, quàm prima ad secundam, quando tertiæ æquemultiplicia aliquando superant æquemultiplicia quartæ, nõ superãtibus æquemultiplicibus primæ æquemultiplicia secundæ.

DEFIN. VIII.

Analogia est proportionum similitudo.

DEFIN. IX.

Analogia in tribus minimùm terminis consistit. *Vt in his numeris 4, 6, 9. vt enim est primus ad secundum, ita secundus ad tertium.*

§ X.

SCHOLION.

Index copiæ circa analogias.

DE Analogiarum (non solum de tribus præcipuis generibus Arithmetica, Geometrica, Harmonica) speciebus decem, quid singulæ sint: circa singulas varia theoremata, & problemata: earum miras aliquas præcipuas affectiones, & alia plura curiosa, & iucunda, quibus illustres hanc 8 definitionem, habes apud nos in 1 parte 2. Tom. ad propositiones 10, & 13 Præter Pappum à nobis citatum, vide & Clauium ad defin. 3 huius lib. 5.

DE-

Digitized by Google

DEFIN. X.

Cum fuerint tres magnitudines proportionales, prima ad tertiam duplicatam proportionem habere dicitur eius, quã habet ad ſecũdam. *Vt cum fuerint proportionales hi tres numeri 2, 4, 8, erit proportio, quam habet 2 ad 8, duplicata eius, quam habet ad 4.*

DEFIN. XI.

Cum fuerint quatuor magnitudines proportionales, prima ad quartam triplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad ſecundam. Et deinceps ſemper vna amplius quoadvſque proportio extiterit. *Vt ſi ſint proportionales hi quatuor numeri 2, 4, 8, 16, erit proportio, quam habet 2 ad 16, tripla eius, quam habet ad 4.*

§XI.

SCHOLION.

Veteris ſcholiaſtæ hallucinatio.

IN veteri græco Scholio apud Command. ante hunc li. 5 Analogia dicitur proportionis proportio. *Fallitur tamen author eiuſce Scholÿ in exemplo duarum linearum in dupla proportione, & in proportione quadratorum ex illis lineis, quæ quadrupla eſt; & ſimilitudo non eſt duplæ, & quadruplæ proportionis, ac proinde non eſt analogia, quæ, ex definitione, requirit ſimilitudinem proportionum. &c.*

Digitized by Google

§XII.

SCHOLION.

PLura, quæ dici possunt abstractè pro explicatione 10, & 11 definitionum, vide apud nos in concreto clariora, & ad praxes, in 8 par. 2. Tomi, ad propos. 19, 20, vbi primum Geometra praxim habet 10 hìc definit. Vide & apud nos in praxi non semel, præsertim ex vsu geometrico centri grauitatis, velut vbi de triplicata proportione diametrorum in sphæris, &c. ad 20 prop. lib. 6.

DEFIN. XII.

Homologæ, seu similis rationis magnitudines dicuntur esse, antecedentes antecedentibus, consequentes consequentibus.

DEFIN. XIII.

Permutata ratio, est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequētis ad consequentē. *Demonstratur propos. 16, in qua cum est vt A ad B, ita C ad D, est quoq; permutando, vt A ad C, ita B ad D.*

Digitized by Google

§XIII.

SCHOLION I.

Expositio permutatæ proportionis.

DEfinit quosdam modos argumentandi demonstratiuè in proportionalibus quantitatibus apud philosophos Geometricos. Quos deinde firmos esse demonstrat in lib. 5. propositionibus. Igitur hic eos accipe tantùm, vt definitos, & explicatos; vt verò sunt theoremata demonstrata vide in lib. 5. Interim earum veritatem in numeris hìc ostendemus. Permutata proportio dicitur & alterna ratio, & in demonstrationibus ab hac forma dicitur: ergo & permutando. *vel:* alternando. *vel:* ergo & vicissim. *Si est, vt 8 ad 4, ita 2 ad 1, ergo permutando, est etiam vt 8 antecedens primæ proportionis ad 2 antecedens secundæ proportionis, ita 4 consequens primæ proportionis ad 1 consequens secundæ proportionis.*

Proportionis permutatæ varia nomina, & formulæ.

§XIV.

SCHOLION II.

Cur in argumentatione à permutando debeant termini esse in eodem genere.

NOtant quidem quidam doctè, ac verè in hac forma sola argumentationis debere esse vtriusq; proportionis terminos in eodem genere, in reliquis verò modis sequentium geometricarum illationum circa proportiones quantitatum, velut in conuersa, composita proportione, &c. posse esse primæ proportionis terminos vnius generis, secundæ verò proportionis posse esse terminos in genere diuerso à genere primæ proportionis. Verbi gratia

Digitized by Google

gratia. Si in prima proportione sit vt linea ad lineam, ita in secunda proportione sit superficies, siue figura ad figuram, non licebit permutando inferre, ergo vt antecedens linea ad antecedentem superficiem, sic consequens ad consequentem; fit enim transitus à genere in diuersum genus, inter quæ non est geometrica proportio, iuxta 4 definit. huius, & notata à nobis ad eam; linea enim quantumuis extendatur, vt linea, idest in longum, numquam æquabit superficiem. At in alijs sequentibus formis argumentandi, velut in sequēti ab inuersa proportione, licebit inferre, si est vt linea antecedens ad lineam consequentem, vt superficies antecedens ad superficiem consequentem, ergo, & inuertendo, vt linea consequens ad lineam antecedentē, sic superficies consequens ad superficiem consequentē.

2 *At vnde istæ angustiæ in argumentatione à permutata proportione, vt ea sola debeat habere vtriusq; proportionis terminos in eodem genere? E modò dictis patet. nam in alijs formis argumentandi circa proportiones fiunt illationes in eadem proportione, idest conferuntur variè inter se termini, & eorum partes in eadem proportione, in qua sunt; idest termini primæ proportionis inter se, termini secundæ proportionis inter se, lineæ cum lineis, superficies cum superficiebus; & in nullis earum illationum fit transgressio à genere terminorum in vna proportione ad terminos alterius proportionis, nec itur à terminis in vno ad terminos alterius generis; ideo in suo quæq; genere, licet diuerso, rectè procedunt illationes. At quoniam in sola formâ a permutando fit transitus, & collatio terminorum primæ proportionis, etiam cum terminis secundæ proportionis, ab antecedente primæ ad antecedens secundæ à consequente primæ ad consequens secundæ, ideo, vt possit esse legitima illatio, & proportio iuxta 4 defin. debent primæ, & secundæ proportionis termini esse in eod. genere. Aliqui Geometricæ Philosophiæ imperitiâ in se produnt, dum non permutando, sed permiscendo conferunt antecedens primæ proportionis cum consequente secundæ, & antecedens secundæ cum consequente primæ. Absurdissimū enim est, si est vt 8 ad 4, ita 2 ad 1, inferre: ergo permutando est, vt 8 ad 1, sic 2 ad 4. Faditas enim permixtionis, pro permutatione, statim per se patet.*

§ 15.

§XV.

SCHOLION III.

Hæresis de æternitate mundi ex ignorantiâ huius 13 definitionis malè firmata.

Hinc fadæ hallucinationes aliquorum philosophorum truncatorum, & mancorum, qui scilicet profitentur se philosophos sine cognitione potioris, & certioris partis philosophiæ, quæ est in primis Geometrica. Quales Auerroistæ pleriq; qui, dum hæresim de Mundi æternitate assirmant, & assertionis illius infirmitatem vident: Vt se habet voluntas Dei noua (*vt aiunt*) ad effectum antiquum, ideſt ad Mundum ab æterno, sic voluntas Dei antiqua, ideſt ab æterno, ad effectum nouum, ideſt ad Mundum in tempore, *conantur illam fulcire ineptissimè, ac fædissimè formâ argumentationis ab hac 13 definitione sic: Vt voluntas noua ad effectum nouum, sic antiqua, siue æterna in Deo ad effectum antiquum, siue æternum; ergo, & permutando, vt voluntas noua ad effectum antiquum, sic voluntas antiqua ad effectum nouum; at voluntas noua non ponit effectum antiquum, qui iam supponitur ante voluntatem nouam, ergo nec voluntas Dei ab æterno potuit ponere in tempore effectum nouum, ideſt mundum. ergo ab æterno est mundus cum voluntate Dei æterna. Papæ acutos Philosophos, ac geometricæ philosophiæ peritissimos, & incõcussos æterni Mundi fulciores! Nec rudes quidē Tyrones definitionis huius 13 verba vel leuiter percipientes tam fædè laberentur. Peccant Auerroista non solum in hæretica materia, sed etiam in geometrica forma dupliciter; primo, quia eam vsurpant in duabus proportionibus rerum diuersi generis, & à generis vnius proportione transiliunt ad genus alterius proportionis, contra prædicta in expositione conditionem necessariarum ad veritatem geometricæ ratiocinationis à permutatâ proportione. Proportio antiquæ voluntatis ad antiquum effectum alterius generis terminos habet à proportione noua voluntatis*

tatis ad nouum effectum, ideo ex præscripto geometrico non licet transilire ab altera in alteram, &c. Secundo, peccant in abusu etiã altero permutatæ proportionis, quia non permutant, sed permiscent terminos, & ab antecedente prioris proportionis, ideſt à voluntate noua transiliunt ad consequens secundæ proportionis, ideſt ad effectum antiquum; at permutata proportio est tantum antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens, atq; in proportionibus terminorum eiusdem generis. Relege notata, & cauta in antecedenti scholio 2.

Nostrum est, qui Geometricam Philosophiam profitemur, expendere si quando aliqui ageometrici nostra vsurpent, an id legitimè faciant, vt rectè nostris vtantur, non abutantur. Vides quanti interest recta intelligentia vel vnius geometricæ definitionis, quæ tanti momenti hæresim tam apertè subruit, ac meritò vilitat.

DEFIN. XIV.

Conuersa ratio est sumptio consequentis, vt antecedentis, ad antecedentẽ vt ad cõsequentẽ. *Vide cor. prop. 4.*

SCHOLION:

SI est 9 ad 6 vt 12 ad 8, ergo conuertendo, vel è contrario, erit quoq; 6 ad 9 vt 8 ad 12.

DEFIN. XV.

Compositio rationis est sumptio antecedentis vna cum consequente, vt vna ad consequentem. *Demonstratur prop. 18, in qua cum est vt ⌒AB ad ED, ita CF ad FD, est quoque vt ⌒AB ad FD, ita CD ad FD.*

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION.

SI est vt 6 antecedens ad 4 consequens, ita 3 antecedens ad consequens 2; ergo & componendo 4 cum 6, erit 10 ad consequẽs 4, vt 3 cum 2, idest 5 ad 2. &c.

DEFIN. XVI.

Diuisio rationis est sumptio excessus, quo antecedens superat consequentẽ, ad consequentẽ.

Demonstratur propos. 17, in qua cum est vt AB ad BE, ita CD ad DE, est quoque vt AE ad EB, ita CF ad FD.

SCHOLION.

SIt 16 compositum ex 12, & 4, in eadem proportione ad partem 4, in qua est compositum 8, ex 6, & 2, ad partem 2; erit etiam vt pars 12 ad partem 4, ita pars 6 ad partem 2. Si est vt 16 ad 4, ita 8 ad 2, ergo, diuidendo, est vt 12 ad 4, ita 6 ad 2. Compositæ erant in vna eademque proportione quadrupla ad partes, 16 ad 4, 8 ad 2; partes sunt in vna, eadẽq; tripla inter se 12 ad 4, 6 ad 2

DEFIN. XVII.

Conuersio rationis est sumptio antecedentis ad excessum, quo antecedẽs cõsequentẽ superat.

Demonstratur prop. 19, in qua cum est vt AB ad CD, ita AE ad CF, erit quoq; EB ad FD, vt est AB ad CD.

Digitized by Google

SCHOLION.

Sit totum 10 *diuisum in duas partes* 6, 4. *Item sit totum* 20 *diuisum in duas partes* 12, *&* 8; *& sit vt totum antecedens* 10 *ad consequens, idest ad partem* 4, *vt alterum totum antecedens* 20 *ad consequentem, idest ad partem* 8; *erit etiam, vt primum antecedens* 10 *ad* 6 *excessum, quo superat consequens* 4, *ita & antecedens* 20 *ad excessum* 12, *quo superat consequens* 8.

Si est vt 10 *ad* 4, *ita* 20 *ad* 8, *ergo & conuertendo, vel per conuersionem rationis, erit vt* 10 *ad* 6, *sic &* 20 *ad* 12.

DEFIN. XVIII.

Ex æquali ratio est cùm plures fuerint magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur, fueritq; vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, ita in secundis prima ad vltimam. Vel est sumptio extremarum per subtractionem mediarum. *Demonstratur* 22, *in qua cum est vt A ad B, ita D ad F, & vt B ad C, ita E ad F, erit ex æquali, vt A ad C, ita D ad F.*

SCHOLION.

Sint tres numeri 18, 12, 6, *& alij tres* 12, 8, 4, *& sint bini in eadem proportione, vt* 18 *ad* 12, *sic* 12 *ad* 8, *& vt* 12 *ad* 6, *ita* 8 *ad* 4; *igitur ex æquali, siue ex æqualitate (subductis mediis* 12, 8, *& sumptis extremis) erit vt* 18 *ad* 6, *ita* 12 *ad* 4.

DE-

Digitized by Google

DEFIN. XIX.

Ordinata proportio est, cum fuerit vt antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem, vt autem consequens ad aliã quampiam, ita consequens ad aliam quampiam. *In propos. 20, & 23, in primis magnitudinibus antecedens est A, consequens B, alia quapiam C, in secundis antecedens est D, consequẽs E, alia quæpiam F.*

SCHOLION.

Sint 12, 6, 4, & 6, 3, 2; si est 12 ad 6, vt 6 ad 3, & sit etiam vt 6 ad 4, sic 3 ad 2, dicitur ordinata proportio, scilicet eodem ordine procedens in primis, & secundis terminis.

DEFIN. XX.

Perturbata proportio est, quando tribus existentibus magnitudinibus, & alijs ipsis numero æqualibus, fuerit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem, ita in secundis antecedens ad consequentem. Vt autem in primis consequens ad aliam quampiam, ita in secundis alia quæpiam ad antecedentem. *Vt in 21, & 23 prop. in primis tribus magnitudinibus antecedens est A, consequens B, alia quapiam C. In secundis antecedens est E, consequens F, alia quapiam D.*

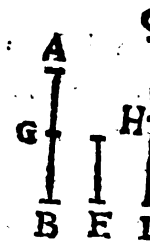
Digitized by Google

SCHOLION.

SInt 12, 8, & 6, 4, vt quidem 12 ad 8, sic 6 ad 4; & sit, vt in prioribus numeris cõsequẽs 8 ad alium quẽpiam 4. v.g. duplus, ita & in posterioribus numeris alius quispiam numerus 12 duplus sit ad antecedẽtem 6, dicitur haec illatio perturbata. Vtraque series est: 12, 8, 4. & 12, 6, 4. Si est vt 12 ad 8, ita 6 ad 4, erit & vt 8 ad 4, ita 12 ad 6. Vide nos etiam ad 20, & 21 propos. huius lib. 5.

Propos. I. Theor. I.

Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum aqualium numero, singula singularum aquè multiplices, quotuplex est vna magnitudo vnius totuplices sunt omnes omnium.



SInt quotcumq; magnitudines AB, CD quotcumque magnitudinum E, F æqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices. Dico quam multiplex est AB

AB ipsius E, tam multiplices esse AB, CD simul ipsarum E, F simul. Cùm enim quam multiplex est AB ipsius E, tam multiplex sit CD ipsius F; erunt in CD tot magnitudines æquales ipsi F, quot sunt in AB æquales ipsi E. Diuidatur AB in magnitudines AG, GB æquales ipsi E, Et CD in CH, HD æquales ipsi F; eritque multitudo ipsarum AG, GB æqualis multitudini ipsarum CH, HD: cumque AG ipsi E, & CH æqualis sit ipsi F, erunt AG, CH æquales ipsis E, F. Eadem de causa erunt GB, HD ipsis E, F æquales. quot ergo in AB sunt magnitudines æquales ipsi E, tot sunt in AB, CD æquales ipsis E, F. Quare quàm multiplex est AB ipsius E, tam multiplices sunt AB, CD ipsarum E, F. Si ergo fuerint, &c. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLION.

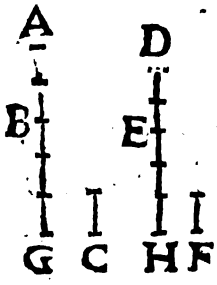
Sint numeri 4, & 3, & vtriusq; æquimultiplices, puta, tripli, ipsius 4 triplus 12, ipsius 3 æquemultiplex 9, si addantur inter se 4, & 3, & fiat 7, addantur & æquimultiplices 12, & 9 inter se, & fiat 21, quemadmodum alteruter multiplicium se habebit ad alterutrum 4. vel 3, quorum sunt æquemultiplices, sic & simul additi æquemultiplices in summam 21 se habebunt ad summã duorum 4, & 3, idest ad 7, idest pariter in tripla proportione. 4, 3, 7; 12, 9, 21. Si est vt 12 ad 4, ita 9 ad 3; ergo erit pariter & 21 ad 7 in eadem proportione.

Pro-

Digitized by Google

Propoſ. II. Theor. II.

Si prima ſecundæ æquè multiplex fuerit, atque tertia quartæ fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex, atque ſexta quartæ, erit & compoſita ex primâ, & quintæ æquè multiplex ſecundæ, atq; tertia, & ſexta quartæ.



ESto prima AB ſecundę C ęquè multiplex, atque tertia DE quartæ F; ſit verò & quinta BG ſecundæ C ęquè multiplex, atq; ſexta EH quartæ F. Dico & compoſitam ex primâ, & quintâ AG ſecũdæ C æquè multiplicem eſſe, atque eſt tertia, & ſexta DH quartæ F. Cùm enim quàm multiplex eſt AB ipſius C, tam multiplex ſit DE ipſius F, erunt in DE tot magnitudines æquales ipſi F, quot ſunt in AB æquales ipſi C. Eàdemque de causà quot ſunt in BG æquales ipſi C, tot erunt in EH æquales ipſi F: quot ergo ſunt in tota AG æquales ipſi C, tot ſunt in tota DH æquáles ipſi F. Quã multiplex eſt ergo AG, ipſius C, tã multiplex eſt DH ipſius F. Ergo AG, compoſita ex prima, & quinta, ſecundæ C æquè multiplex eſt, atq; tertia, & ſexta DH quartæ F. Si ergo prima ſecnndæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

SCHO-

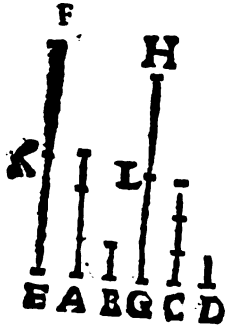
Digitized by Google

SCHOLION.

SInt numeri primus 2 æquemultiplex ſecundi numeri 1, vt tertius 4 eſt æquemultiplex quarti numeri 2, ideſt, primus, & tertius duplices ſecundi, & quarti. ſit quintus numerus 4 æquemultiplex ſecundi numeri 1, vt ſextus numerus 8 eſt æquemultiplex quarti numeri 2, ideſt ſint quintus, & ſextus numeri quadrupli ſecundi, & quarti; erit etiam numerus compoſitus, ex primo numero 2, & ex quinto numero 4, ideſt 6 erit æquemultiplex ſecundi numeri 1, ac compoſitus ex tertio numero 4, & ex ſexto numero 8, ideſt 12, eſt multiplex quarti numeri 2. 2, 1; 4, 2; 4, 8; 6, 12. ſi 2 eſt ad 1, vt 4 ad 2; & ſi eſt 4 ad 1, vt 8 ad 2, erit etiam 6 ad 1, vt 12 ad 2.

Propoſ. III. Theor. III.

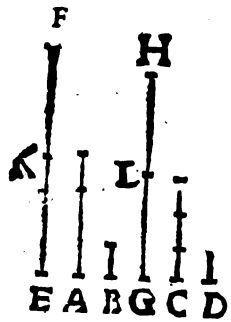
Si prima ſecundæ æquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ, ſumantur autem æquè multiplices primæ, & tertiæ, erit ex æquali ſumptarum vtraq; vtriuſq; æquè multiplex, altera quidem ſecundæ, altera autem quartæ.



ESto prima A ſecũdæ B æquè multiplex, atque tertia C quartę D, & accipiantur ipſarum A, C æquè multiplices EF, GH. Dico æquè multiplicem eſſe EF ipſius B, atque eſt GH ipſius D. Cùm enim æquè multiplex ſit E

F ip-

F ipſius A, atque eſt GH ipſius C, continebuntur



in GH tot magnitudines æquales ipſi C, quot in EF æquales ipſi A. Diuidatur EF in magnitudines EK, KF æquales ipſi A, & GH in GL, LH æquales ipſi C. Eſt autem multitudo ipſarũ EK, KF æqualis multitudini ipſarum GL, LH Et quia æquè multiplex eſt A ipſius B, vt C ipſius D, eſtque EK ipſi A, & GL ipſi C æqualis, erit & EK æquè multiplex ipſius B, vt GL ipſius D. Eadẽ de cauſa æquè multiplex eſt KF ipſius B, vt LH ipſius D. Cùm igitur prima EK ſecundæ B æquè multiplex ſit, vt tertia GL quartæ D, ſit verò & quinta KF ſecundæ B æquè multiplex, vt eſt ſexta LH quartæ D, erit & compoſita ex prima, & quinta EF ſecundæ B æquè multiplex, atque eſt tertia cum ſexta GH quartæ D. Si ergo prima ſecũdæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a *propoſ.* 2. 5.

SCHOLION.

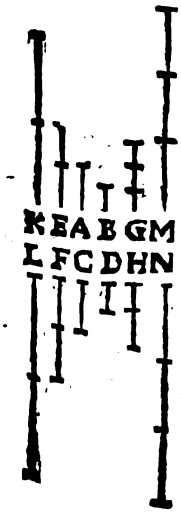
Si numerus primus 2 *eſt æquemultiplex ſecundi numeri* 1, *ac eſt tertius numerus* 4 *multiplex quarti numeri* 2. *ideſt in dupla proportione; & primi numeri* 2 *ſumatur æquemultiplex* 6, *ac tertij* 4 *multiplex* 12, *ideſt in tripla proportione, erit* 6 *æquemultiplex ſecundi numeri* 1, *ac multiplex eſt* 12 *quarti numeri* 2, *ideſt in ſextupla proportione.* 2, 1; 4, 2; 6, 12. *Si eſt vt* 2 *ad* 1, *ita* 4 *ad* 2, *ergo erit vt* 6 *ad* 1, *ita* 12 *ad* 2.

Pro-

Digitized by Google

Propos. IV. Theor. IV.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; habebunt & aquemultiplices prima, & tertia ad aquemultiplices secunda, & quarta, secundum quamuis multiplicationem, eandem proportionẽ, si, vt inter se respondent, sumptafuerint.



HAbeat prima A ad secũdam B eandem proportionem, quam tertia C ad quartã D. Et accipiantur ipsarum A, C æquè multiplices E, F; ipsarũ verò B, D quæcunque aliæ æquè multiplices G, H. Dico vt est E ad G, ita esse F ad H. Accipiantur enim ipsarum E, F æquè multiplices K, L; ipsarum verò G, H æquè multiplices M, N. Et quia ita multiplex est E ipsius A, vt F ipsius C, acceptæque sunt ipsarũ E, F æquè multiplices K, L: ita ergo multiplex est K ipsius A, vt L ipsius C. Eadem de causà ita multiplex est M ipsius B, vt N ipsius D. Et quia est vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sunt ipsarum A, [2] *propos. 3. 5.*



b def. 5. 5.

c def. 5. 5.

C æquè multiplices K, L, ipſarum verò B, D aliæ quæcunque M, N; ſi ergo ſi K ſuperat M, ſuperabit & L ipſum N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor; ſuntque K, L ipſarum E, F æquè multiplices, M verò, & N ſunt ipſarum GH, æquè multiplices; eſt ergo vt E ad G, ita F ad H. Si ergo prima ad ſecundam &c. Quod oportuit demonſtrare.

LEMMA.

QVoniam demonſtratum eſt, ſi K ſuperet M, ſuperare & L ipſum N, & ſi ſit æqualis, eſſe æqualem; ſi minor, minorem; conſtabit etiam, ſi M ſuperet K, ſuperare & N ipſum L, & ſi ſit æqualis, eſſe æqualem, ſi minor, minorem; atque idcirco erit vt G ad E, ita H ad F.

COROLLARIVM.

EX hoc manifeſtum eſt, ſi quatuor magnitudines fuerint proportionales, & cõuerſim proportionales eſſe. *Hoc eſt ſi eſt vt A ad B, ita C ad D, eſſe etiam B ad A, vt D ad C.*

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION I.

Sint antecedentes vtriusq; proportionis numeri 2, 4, & consequentes 1, 2, sitq; vt 2 ad 1, ita 4 ad 2, in dupla proportione. accipiantur antecedẽtium aequemultiplices, ipsius 2 accipiatur multiplex 8, ipsius 4 aequemultiplex 16, in quadrupla proportione. Pariter consequentium accipiantur aequemultiplices, ipsius 1, multiplex 3, ipsius 2 aequemultiplex 6, in tripla proportione; erunt & aequemultiplices antecedentium proportionales cum aequemultiplicibus consequentium, ideſt erit vt 8 multiplex primi antecedentis ad 3 multiplicem primi consequentis, ita 16 aequemultiplex secundi antecedentis ad 6 aequemultiplicem secundi consequentis. 8, 2, 1, 3; 16, 4, 2, 6. Si est vt 2 ad 1, ita 4 ad 2, erit etiam vt 8 ad 3, ita 16 ad 6. Vt 8 cõtinet bis ipsum 3, & duas ipsius 3 tertias, sic 16 continet bis ipsum 6, & duas ipsius tertias, ideſt duos binarios.

SCHOLION II.

Praeterea, iuxta lemma post hanc propoſitionem quartam, vt 8 superat 3, sic 16 superat 6, & vt 3 minor est ipso 8, sic 6 minor ipso 16. Si aequales fuerint extremi primae proportionis, erunt & extremi secundae aequales, &c.

SCHOLION III.

Ex corollario huius 4 propoſ. elicitur demonſtratio 14. definitionis, ideſt conuerſae proportionis, atq; hic patet geometricè rei veritas in ea definitione indicata, & arithmeticè à nobis obtẽſa. Demonſtratio definitionis 14.

SCHOLION IV.

Vniuerſalitates huius 4 propoſitionis.

Notanda est vniuerſalitas huius quartae propoſitionis, cuius verba vniuerſalia ſunt de proportione in genere, quae ſcilicet etiam irrationalem comprehendat, vt ex proportione

tione eàdem, ac rationali aquemultiplicium elicias, ac demonstres etiam quantitates irrationales esse in eadem proportione. Præterea vniuersalis etiam est ad proportionem eamdem inter quantitates diuersi generis, cùm v.g. antecedens, & consequens vnius proportionis sunt lineæ, & alterius proportionis sunt superficies. &c.

SCHOLION V.

DEniq; probat hac propos. 4 aquemultiplicia esse in eàdem etiam specificà proportione cum quantitatibus, quarum sunt aquemultiplicia. In definitione autem quinta assumpsit esse saltem in generica, &c. iuxta ad eam definitionem à nobis explicata. ea relege.

§I.

SCHOLION VI.

Ostensiones numericæ valent etiam de proportionibus irrationalibus.

EX hac eadem propos. 4 licebit nobis demonstratiuè vti numeris in omnibus huius libri propositionibus. Nam licet numeri pertineant solum ad proportiones multiplices, & rationales, tamen assumpti tanquam indices partium in aquemultiplicibus proportionum etiam irrationalium, rectè ostendunt proportiones, & proportionum affectiones, geometricè demonstratas in propositionibus huius libri quinti. nam ex hac 4 prop. patet geometricè aquemultiplicia esse in eàdem proportione cum quantitatibus, quarum sunt aquemultiplicia; & quod in numeris ostenditur de aquemultiplicibus valet etiam de proportionibus quantitatum irrationalium, quarum sunt aquemultiplicia.

Pro-

Digitized by Google

Propos. V. Theor. V.

Si magnitudo magnitudinis æque multiplex fuerit, atq; ablata ablatæ & reliqua reliquæ æque multiplex erit atque tota totius.



SIt magnitudo AB magnitudinis CD æque multiplex, atque est ablata AE ablatæ CF. Dico & reliquam EB reliquæ FD æque multiplicem esse, vt est tota AB totius CD. Quotuplex enim est AE ipsius CF, totuplex fiat & B ipsius CG. Et quia æque multiplex est AE ipsius CF, atque EB ipsius CG, [a] erit AE æquè multiplex CF, atque AB ipsius GF; ponitur autem AE æquè multiplex ipsius CF, atq; est AB ipsius CD æquè multiplex, ergo multiplex est AB vtriusq; GF, CD: [b] æquales ergo sunt GF, CD. Communis CF auferatur, & erit reliqua GC reliquæ DF æqualis. Et cum æquè multiplex sit AE ipsius CF, atq; EB ipsius GC, estque GC æqualis DF, æque ergo multiplex est AE ipsius CF, atq; EB ipsius FD. Ponitur autem & AE ipsius CF æquè multiplex, vt AB ipsius CD: æquè ergo multiplex EB ipsius FD, atq; AB ipsius CD; ergo reliqua EB reliquæ FD æquè multiplex est, atque est tota AB totius CD. Si ergo magnitudo, &c. Quod oportuit demonstrare.

[a] *propos. 1. 5.*

[b] *Colligitur ex ax. 7.*

SCHO.

SCHOLION I.

Sint numeri 16, & 8, & auferatur ex 16 quarta pars 4, ex 8 verò quarta 2; & ex subductione ipsius 4 ex 16 reliquus sit numerus 12; ex subductione ipsius 2 ex 8 reliquus numerus sit 6; sitq; 16 ipsius 8 æquemultiplex, ac pars ablata 4 partis ablatæ 2, scilicet in dupla proportione, erit reliqua pars 12 æquemultiplex reliquæ 6, ac est totus numerus 16 numeri totius 8, idest pariter in dupla: 16, 8, 4, 2, 12, 6. Si est vt totum 16 ad totum 8, ita ablatum 4 ad ablatum 2, erit & reliquum 12 ad reliquum 6, vt totum 16 ad totum 8.

§. II.

SCHOLION II.

Demonstratio praxis § 3 ad postulata.

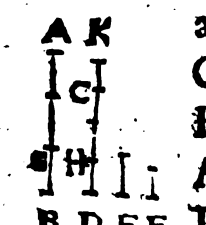
Ex hac propos. habes demonstrationem praxis ingeniosæ, & paradoxicæ in § 3 ad postulata. Vide etiam inferius ad propos. 19. Habes in citato § vsum singularem, & practicum æquemultiplicium.

Digitized by Google

Propoſ. VI. Theor. VI.

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè multiplices fuerint, & ablatæ quædam ſint earumdē æquè multiplices, erunt reliquæ eiſdem aut æquales, aut æquè multiplices.

Sint duæ magnitudines AB, CD duarum magnitudinum E, F æquè multiplices, auferanturq; AG, CH earundē E, F æquè multiplices. Dico reliquas GB, HD ipſis E, F aut æquales eſſe, aut æque multiplices. Sit primo GB ipſi E æqualis. Dico & HD ipſi F æqualem eſſe. Ponatur ipſi F æqualis CK. Cùm igitur AG



æque multiplex ſit ipſius E, atque CH ipſius F, ſit verò GB æqualis ipſi E, & CK ipſi F, æquè multiplex erit AB ipſius E, atque KH ipſius F. Ponitur autem æque multiplex AB ipſius E, atque eſt CD ipſius F: æque ergo multiplex eſt KH ipſius, F, atque CD eiuſdem F. Cùm ergo vtraque KH, CD ipſius F æquè ſit multiplex, b æqualis erit KH ipſi CD. Communis CH auferatur, & erunt reliquæ KC, HD æquales. Sed KC

a prop. 2. 5

b Colligitur ex ax 7.

æqua-

æqualis est F, ergo & HD eidem æqualis erit. Est ergo GB æqualis ipsi E, & HD ipsi F. Similiter demonstrabimus, si GB ipsius E fuerit multiplex, æquè multiplicem esse HD ipsius F. Si ergo duæ magnitudines. &c. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLION.

Duo numeri antecedentes 16, & 8 duorum numerorum consequẽtium 4, & 2 sint æquemultiplices, scilicet quadrupli, & ex 16, & 8 detracti numeri partiales 12, & 6 sint æquemultiplices eorumdem 4, & 2, scilicet tripli; reliqui post ablationem 12 ex 16, & 6 ex 8, ideſt numeri 4, & 2, erunt æquales consequentibus; vt patet.

16, 4; 8, 2; 12, 6; 4, 2. Si est vt 16 ad 4, ita 8 ad 2, & pariter sit 12 ad 4; vt 6 ad 2; reliqui 4, & 2 æquales erunt ipsis primis consequentibus 4, & 2.

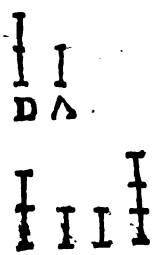
Quoniam verò propositio affirmat reliquas partes ablationum primarum partium ex antecedentibus esse aut æquales, aut æquemultiplices consequentium, esto secundum exemplum in sequentibus numeris: 16, 4; 8, 2; 6, 3; 10, 5. Si est vt 16 ad 4, ita 8 ad 2 & ex 16 ablata pars 6 est ad 4 consequens, vt ex 8 ablata pars 3 ad 2; ergo & reliquæ ad complemcntum 16, & 8, ideſt 10, & 5 sunt etiam ipsæ æquemultiplices consequentium 4, & 2.

Clauius hoc theorema sextum demonstrat vniuersalius etiam de omni genere proportionis, vt Euclides demonstrat vniuersaliter in 24 theoremate theorema 2 huius lib.

Pro-

Propos. VII. Theor. VII.

Æquales ad eandem eandem habent proportionem, & eadem ad æquales.



SInt magnitudines A, B æquales, & alia quæcunque C. Dico vtramque A, B eandem proportionem habere ad C, & C eandem ad easdem A, B. Accipiantur ipsarum A, B æque multiplices D, E; & alia F ipsius C vtcunque multiplex. Cùm igitur æque multiplex sit D ipsius A, & E ipsius B, sit verò A æqualis B, [a] erit & D æqualis E, estque alia F vtcunque multiplex ipsius C. Si ergo D maior est ipsa F, erit & E eàdem F maior, & si æqualis, æqualis; si minor, minor; sunt que D, E ipsarum A, B æquè multiplices, & ipsius C alia F vtcunque multiplex: est [b] ergo vt A ad C, ita B ad C. Dico & C ad vtramque A, B eandem habere proportionem. Iisdem enim constructis ostendemus D æqualem esse E, & aliam quandam F. Si ergo F maior est D, erit & maior, quã E, & si æqualis, æqualis; si minor minor, estq; F ipsius C multiplex, aliæ verò D, E vtcunque multiplices ipsarum A, B. [c] est ergo vt C ad A, ita C ad B. Si ergo æquales ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

[a] *Colligitur ex 6.*

[b] *def. 5.*

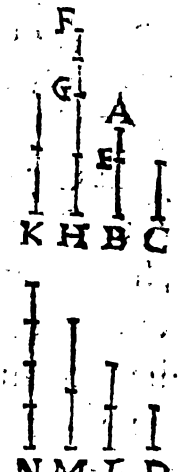
[c] *def. 5.*

SCHOLION.

Patet in ipsis terminis. nam 8 & 8 habent ad 4 eandem proportionem duplam, & 4 habet eandem subduplam ad 8, & 8.

Propos. VIII. Theor. VIII.

Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quàm minor. Et èadem ad minorem maiorē habet, quàm ad maiorem.



SInt inæquales magnitudines AB, C; sitque AB maior, quàm C: sit & alia D quæcuuque. Dico AB ad D maiorem habere proportionē, quàm C ad D, & D ad C maiorem, quàm ad AB. Cū enim AB maior sit quàm C; ponatur ipsi C æqualis BE. Itaque minor ipsarum AE, EB, multiplicetur, donec maior fiat, quàm D. Sit primò AE minor quàm EB, & multiplicetur AE, donec maior fiat quàm D, quæ sit FG, & quam multiplex est FG ipsius AE, tam multiplex fiat GH ipsius EB, & K ipsius C. Sumatur L ipsius D dupla, M tripla, & ita deinceps

a. def. 4. 5

ps vna plus, quoad ſumpta multiplex ipſius D ſiat primò maior quam K, ſumpta ſit N quadrupla ipſius D, & primò maior quam K. Cum ergo K primò minor ſit quam N, non erit K minor quam M, cumque æque multiplex ſit FG ipſius AE, & GH ipſius EB, *b* erit FG æque multiplex ipſius AE, & FH ipſius AB. æque autem multiplex eſt FG ipſius AE, & K ipſius C, *c* æque ergo multiplex eſt FH ipſius AB, & K ipſius C: ſunt ergo FH, & K æque multiplices ipſarum AB, C. Rurſus cum GH ipſius EB æque ſit multiplex, vt K ipſius C, ſitque EB ipſi C æqualis, *d* erit & GH ipſi K æqualis. At K non eſt minor M, ergo nec GH minor erit M. maior autem eſt FC, quam D, tota ergo FH vtrâq; D, M maior eſt. Sed vtraq; D, M æqualis eſt ipſi N, cum M ipſius D ſit tripla, vtraque autem M, D ipſius D quadrupla: eſt verò & N ipſius D quadrupla, ergo vtraq; M, D æquales ſunt ipſi N. ſed FH ipſis M, D maior eſt, *e* ergo FH ſuperat N, & K non ſuperat N. Quia ergo FH, & K ſunt æque multiplices ipſarum AB, C, at N ipſius D vtcũq; multiplex eſt, *f* habebit AB ad D maiorẽ proportionem, quam C ad D. Dico contra D ad C maiorem habere, quam ad AB ijſdem enim conſtructis, ſimiliter demonſtrabimus N ſuperare K, & non ſuperare FH. Etenim N multiplex

b *prop.* 1. 5.

c *ax.* 1.

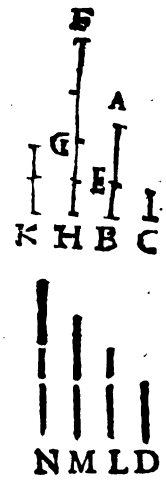
d *Colligitur ex ax.* 1.

e *def.* 7. 5.

f *Cum.n. ſint quatuor magnitudines AB, D, C, D, ſuperet q; multi-*

tiplex est ipsius D: ipsarum verò AB, C vtcunque multiplices sunt FH, K: habet ergo D ad C maiorem proportionem, quàm ad AB. Sit iam AE maior quam EB, & minor EB multiplicata fiat maior, quàm D, quę sit GH, multiplex quidem ipsius EB, maior verò quàm D. Et quàm multiplex est GH ipsius EB, tā multiplex fiat FG ipsius AE & K ipsius C; similiterq; ostendemus FH, & K ipsarum AB, C æque multiplices esse. Sumatur deinde N multiplex quidem ipsius D, primo autem maior, quàm FG, vt rursus FG minor non sit, quàm M; maior verò GH quàm D, ita vt tota FH ipsas D, M, hoc est, N superet, K verò ipsam N non superet, quoniam & GF maior, quàm GH, hoc est, quam K, non superat N. atq; ita perficiemus demonstrationem vt supra. Inæqualium ergo, &c. Quod oportuit, &c.

ple x prima FH multiplicē secūda N; at multiplex tertiæ k non superet multiplicē quartæ N, erit maior proportio A B ad D, quàm C ad D, per def. 7 huius.



SCHOLION I.

INæqualium numerorum datorum 12, & 8 maior 12 habet maiorem proportionem ad 4, scilicet triplam, quam 8 qui numerus habet ad 4 duplam, & idem 4 ad minorem datorum 8 habet maiorem proportionem, idest minori sui additione æquat ipsum 8, scilicet duplici tantùm additione sui; at verò respectu maioris 12, idē 4 maiori sui additione, scilicet tripla, æquat ipsum 12, 12.

12. 12, & 8 continentibus ipsum 4, dicitur maior continentia seu proportio 12 respectu 4 quia ter continet 4, quam proportio 8 ad 4, quia bis tantum continet. Contraria ratione maioritas proportionis partis contenta respectu continentis spectatur ex minus cõtineri, & minus esse partem, & ex accedere magis ad esse simile ipsi toti non diuiso. Quoniam igitur 4 per duplicem tantum sui replicationem accedit ad 8, at per triplicationem accedit ad 12, ideò propior est aequalitati ipsius 8, & maiorem habet vicinitatem, siue proportionem ad 8, quàm ad 12. Hac Tyronibus.

SCHOLION II.

In quo paradoxum contra hanc prop. 8.

ANgulus rectus, & angulus semicirculi sunt maiores angulo acuto, & licet rectus sit maior angulo semicirculi, non habet tamen ad acutum proportionem maiorem (siue maioris inaequalitatis) quam ang. semicirculi. Vide rationem in §2 ad propos. 16. lib. 3.

Propos. IX. Theor. IX.

Quæ ad eandem eandem habent proportionem æquales sunt: Et ad quas èadem eandem habet, & illa sunt æquales.



HAbeat vtraque A, & B ad C eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales,[a] non habebit vtraq; A, B ad C eandem pro-

[a] *prop. 8. 5.*

por-



portionem; habet autem; æquales ergo sunt. Habeat deinde C ad A, B eandem proportionem. Dico A, B æquales esse. Si non sunt æquales, [b] non habebit C ad A, B eandē proportionē. Habet autē, æquales ergo sunt. Quæ ergo ad eandem, &c. Quod oportuit demonstrare.

[b] *prop. 8. 5.*

SCHOLION.

Nona propositio patentissima est, & conuersa septima. Quia enim 8, *&* 8 *eandem duplam habent proportionem ad* 4, *ideo & æquales sunt; & quia* 4 *ad* 8, *&* 8 *habet eandem subduplam proportionem, ideo sunt* 8, *&* 8 *æquales numeri.*

Propos. X. Theor. X.

Ad eandem proportionem habentium, quæ maiorem habet maior est, ad quam vero eadem maiorem habet, minor est.

[a] *prop 9. 5.*

HAbeat A ad C maiorem proportionem, quàm B. Dico A maiorem esse. Si non, aut A est æqualis B, aut minor. non æqualis, [a] vtraq; enim A, B eandem haberet proportionem ad C; at nō habet; non ergo B æqualis est ipsi A.

Non



Non minor; quia si minor esset A, quàm B, haberet A ad C minorẽ proportionem, quàm B; at non habet: non ergo A minor est, quàm B. ostensum est autem quòd neque sit æqualis; maior est ergo A, quàm B. Habeat rursus C ad B maiorem proportionem, quàm ad A; dico B minorem esse, quàm A. Si non; aut est æqualis, aut maior. Non æqualis, haberet enim C ad A, & B eandem proportionem; at non habet; non ergo A æqualis est ipsi B. Neque maior est B, quàm A; haberet enim C ad B minorem proportionem, quàm ad A; at non habet: non ergo B maior est, quàm A. Ostensum est autem quòd neque æqualis. maior ergo est A, quàm B. Ad eandem ergo proportionem, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *prop.* 8. 5.

c *prop.* 9. 5.

d *prop.* 8. 5.

SCHOLION.

Decima conuersa est octauæ. Nam duorum numerorum 12, *&* 8 *habentium proportionem ad* 4, *maiorem proportionem (iuxta exposita ad* 8) *continentia respectu ipsius* 4 *habet* 12, *quàm* 8; *ideo* 12 *maior numerus est, quàm* 8; *Ipse vero numerus* 4, *qui habet maiorem proportionem, ac similitudinem minus diuisi, & propius accedentis ad totum respectu ipsius* 8, *quam respectu ipsius* 12 (*iuxta exposita ad* 8) *ideo & minor est, id est minus replicatè continet ipse numerus* 8 *numerum* 4, *quam* 12 *eundem* 4. *Ergo minor* 4, *quàm* 12.

Pro-

Propoſ. XI. Theor. XL.

Quæ eidem eadem ſunt proportiones, & inter ſe eadem ſunt.



SIt vt A ad B, ſic C ad D; & vt C ad D, ſic E ad F. Dico eſſe vt A ad B, ita E ad F. Accipiantur enim ipſarum A, C, E æque multiplices G, H, K; ipſarum verò B, D, F aliæ vtcunq; æque multiplices L, M, N. Et quia eſt vt A ad B, ita C ad D, acceptæque ſunt ipſarum A, C æque multiplices G, H; ipſarum verò B, D vtcunq; æque multiplices L, M: [a] ergo ſi G excedit L, excedit & H ipſam M, & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Rurſus cum ſit vt C ad D, ita E ad F, & acceptæ ſint ipſarũ C, E æque multiplices H, K, ipſarum verò D, F aliæ vtcunque æque multiplices M, N; [b] ergo ſi excedit H ipſam M, excedet & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Sed ſi excedit H ipſam M, excedet & G ipſam L; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Quare ſi excedit G ipſam L, excedet & K ipſam N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor minor. Et ſunt quidem G, K ipſarum AE

a *def.* 5. 5.

b *def.* 5. 5.

æque

æque multiplices; L, N vero ipſarum B, F ſunt aliæ vtcunque æque multiplices. Eſt [c] ergo vt A ad B, ita E ad F. Quæ ergo eidem, &c. Quod demonſtrare oportuit.

[c] def. 5. 5.

SCHOLION.

Quod geometricè demonſtratur ex 5 defin. firmata à 4 propoſ. huius lib. 5. per ſumptionem æquemultiplicium, facilius erit, & per ſe euidentius Tyroni per numeros. Nam ſi eſt vt 3 ad 2, ita 6. ad 4. & rurſus vt 3 ad 2, ita 9 ad 6; ergo erit vt 6 ad 4, ita & 9 ad 6, ideſt omnes in ſeſquialtera.

Propoſ. XII. Theor. XII.

Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit vt vna antecedentium ad vnam conſequentium, ita omnes antecedentes ad omnes conſequentes.

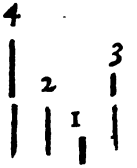
SInt quotcunq; magnitudines A, B, C; D, E, F, vt quidem A ad B, ita C ad D, & E ad F. Dico vt eſt A ad B, ita eſſe A, C, E ad B, D, F. Accipiantur enim ipſarum A, C, E æque multiplices G, H, K; ipſarum verò B, D, F aliæ vtcunque æque multiplices L, M, N. Et cùm ſit vt A

Digitized by Google



ad B, ita C ad D, & E ad F, acceptæq; sint ipsarum quidē A, C, E æque multiplices G, H, K, ipsarum verò B, D, F alię vtcunque æque multiplices L, M, N; ergo si[a] G excedit L, excedet & H ipsam M, & K ipsam N; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Quare si excedit G ipsam L, excedent & G, H, K ipsas L, M, N, & si æqualis æquales, si minor, minores; sintque G, & G, H, K ipsarum A, & A, C, E æquè multiplices;[b] quia si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum, æqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices, quam multiplex est vna vnius, tā multiplices sunt omnes omnium. Eadem de causa sunt L, & L, M, N, ipsarum B, & B, D, F æque multiplices. Est ergo vt A ad B, ita A, C, E ad B, D, F. Si ergo quotcumque magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *def.* 5.





b *prop.* 5.4.

SCHOLION.

Haec propositio 12 demonstrat vniuersaliter de omni genere proportionis, etiam irrationalis, id, quod demonstrauit prima propositio de genere proportionis multiplicis, ac rationalis. Huius veritatem vide in eodem exemplo numerorum à nobis posito ad primam hu.

Pro-

Propos. XIII. Theor. XIII.

Si prima ad secundam eandem proportionem habuerit, quam tertia ad quartam; tertia verò ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad sextam, habebit & prima ad secundam maiorem, quam quinta ad sextã.

PRima A habeat ad secundam B eandẽ proportionem, quam tertia C ad quartam D, tertia verò C ad quartam D maiorem habeat, quam quinta E ad sextam F. Dico primam A ad secundam B maiorem habere, quam quintam E ad sextam F. Cum enim C ad D maiorem proportionem habeat, quam E ad F, sintque ipsarum C, E quædam æque multiplices, ipsarum verò D, F aliæ quæcumque; ac multiplex quidem ipsius C excedat multiplicem ipsius D, multiplex verò ipsius E non excedat multiplicem ipsius F. Sint ergo ipsarum C, E æquè multiplices G, H, ipsarum D, F aliæ vtcumque K, L, [a] sic, vt G quidem K excedat, H verò L non excedat; & quam multiplex est G ipsius C, tam multiplex sit M ipsius A; & quam multiplex est K ipsius D,



[a] def. 7 5.

Digitized by Google

tam multiplex sit N ipsius B. Et cum sit vt A ad B, ita C ad D, acceptæque sint ipsarum A C æque multiplices M, G, ipsarum vero B, D aliæ vtcumq; æque multiplices N, K; si M superat N, & G superabit K, & si æqualis, æqualis; si minor, minor: superat autem G ipsam K; [b] superabit ergo & M ipsam N: at H non superat I, & sunt M, H ipsarum A, E æquè multiplices, N verò, & L ipsarum B, F vtcumque æque multiplices sunt: habet ergo A ad B maiorem proportionem, quàm E ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.

b *def.* 5. 5.

SCHOLION.

Facilis est assensus veritati satis patenti huius 13 *propos. sine aquemultiplicibus in geometrica demonstratione, siue vice ipsorum vtendo numeris, iuxta dicta in anteced.* 12 *propos. Quod vniuersaliter dictum esto de reliquis huius lib.* 5. *propos. vniuersalibus, etiam pro proportionibus irrationalibus. Sint numeri* 12, 4; 6, 2; 4, 2. *in quibus, vt* 12. *primus ad secundum* 4, *sic tertius* 6 *ad quartum* 2. *& habeat* 6 *ad* 2 *maiorem proportionem, quàm quintus numerus* 4 *ad sextum* 2. *scilicet* 6 *ad* 2 *triplam,* 4 *ad* 2 *duplam; etiam primus* 12 *ad secundum* 4 *habebit maiorem proportionem, quam quintus* 4 *ad sextum* 2; *scilicet inter* 12 *&* 4 *tripla, inter* 4 *&* 2 *dupla est.*

Pro-

Digitized by Google

Propos. XIV. Theor. XIV.

Si prima ad secundam eandem habuerint proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & secunda quam quarta maior: & si aqualis, aqualis; si minor, minor.

PRima A ad secundam B eandem habeat proportionem, quam tertia C, ad quartã D, & sit A quàm C maior. Dico & B quàm D maiorem esse. Cùm enim A quàm C maior sit, sitque alia quæcũq; magnitudo B; [a] habebit A ad B maiorem proportionem, quam C ad B. Vt autem A ad B, sic est C ad D; ergo C ad D maiorem habet proportionẽ, quam C ad B; [b] ad quam autem eadem maiorem proportionem habet, illa minor est; minor ergo est D, quam B. quare B quam D maior est. Similiter demonstrabimus si A æqualis sit C, & B ipsi D æqualem esse: & si A minor sit quam C, & B minorem esse quam D. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demonstrare.



a prop. 8. 5.

b prop. 8. 5.

SCHO-

SCHOLION.

Sit vt 12 ad 4, sic 6 ad 2; erunt in eadem proportione, vel maioritatis, vel minoritatis, vel æqualitatis inter se consequentes 4, & 2, in qua sunt antecedentes 12, & 6. Est quædam quasi argumentatio à permutando, & quasi lemma ante 16 propos. huius. Vt 12 ad 4, sic 16 ad 2, ergo vt 12 ad 6 in maioritate, sic 4 ad 2. Inuerte numeros: vt 6 ad 2, sic sit 12 ad 4; ergo vt antecedens 6 minor est antecedente 12, sic & consequens 2 minor consequente 4. Pariter de æqualitate, &c.

Propos. XV. Theor. XV.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem, si, vt sibi mutuo respondent, sumantur.

Sint æque multiplices AB ipsius C, & DE ipsius F. Dico esse vt C ad F, ita AB ad DF. Cùm enim AB ipsius C ita multiplex sit, vt DE ipsius F, erunt in AB tot magnitudines æquales ipsi C, quot sunt in DE æquales ipsi F. diuidatur enim AB in magnitudines AG, GH, HB æquales ipsi C. Et DE in DK, KL, LE æquales ipsi F, eritq; multitudo AG, GH, HB æqualis multitudini DK, KL, LE. Et quia tam



AG,

Digitized by Google

AG, GH, HB, quàm DK, KL LE æquales sunt, erit vt AG ad DK, ita GH ad KL, & BH ad LE; [a] erit ergo vt vnum antecedentium ad vnum consequẽtium, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est ergo vt AG ad DK, ita AB ad DE. Est autem AG ipsi C æqualis, & DK ipsi F; ergo vt C ad F, ita AB ad DE. Partes ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

[a] *prop.* 12. 5.

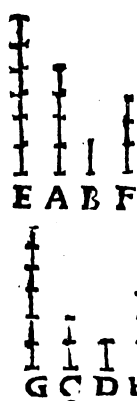
SCHOLION.

SCilicet si comparentur antecedentes cum antecedentibus, consequentes cum consequentibus, & sit numerus 12 æquemultiplex ipsius 4, ac est 6 ipsius 2, ergo vt 4 pars consequens prioris proportionis ad partem 2 consequentem secundæ proportionis, sic & æquemultiplex 12, antecedẽs prioris proportionis, ad æquemultiplicem 6 antecedentem secundæ proportionis.

Propos. XVI. Theor. XVI.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt.

SInt quatuor magnitudines proportionales A, B, C, D. Vt A ad B, ita C ad D. Dico & permutatas proportionales esse: Vt A ad C, ita B ad D. Accipiantur enim ipsarum A, B æque mul-



multiplices, E, F, ipſarum C, D aliæ vtcumque G, H. Et quia E, F æquemultiplices ſunt ipſarum A, B, [a] habentque partes eodem modo multiplicium eãdem proportionem inter ſe cõparatæ, erit vt A ad B, ita E ad F. Vt verò A ad B, ita eſt C ad D: ergo vt C ad D, ita eſt E ad F. Rurſus cùm G, H ipſarum C, D ſint æquè multiplices; [b] erit vt C ad D, ita G ad H. Vt autem C ad D, ita eſt E ad F: ergo vt E ad F, ita eſt G ad H. [c] Cùm autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, & prima quàm tertia maior fuerit, erit & ſecunda quàm quarta maior; &, ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Ergo ſi E ſuperat G, & F ſuperabit H, &, ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor. Sunt autem E, F ipſarum A, B æque multiplices, G, H verò ipſarum C, D vtcumque ſunt æque multiplices. [d] Eſt ergo vt A ad C ita B ad D. Si ergo quatuor magnitudines, &c. Quod oportuit demõſtrare.

a *prop.* 15. 5.

b *prop.* 15. 5.

c *prop.* 14. 5.

d *def.* 5 5.

SCHOLION.

Ex hac 16 demonſtratio praxis paradoxicæ apud nos.

Demonſtratio definitionis 13.

HAc eſt demõſtratio geometricæ veritatis per definitionem 13 *ſignificatæ. Vide ad eam animaduerſiones noſtras, & in numeris oſtenſionem.*

Ex

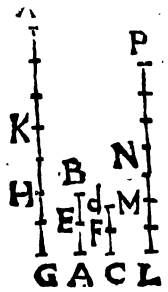
Digitized by Google

Ex hac etiam 16. propos. demonstratur praxis ingeniosa §. 5 ad prop. 10. lib. 1.

Propos. XVII. Theor. XVII.

Si cõpoſitæ magnitudines proportionales fuerint, & diuiſæ proportionales erunt.

SInt compoſitæ magnitudines AB, BE, CD, DF proportionales. Vt quidem AB ad BE, ita CD ad DF. Dico & diuiſas proportionales eſſe, vt AE ad EB, ita CF ad FD. Accipiantur enim ipſarum AE, EB, CF, FD æquè multiplices GH, HK, LM, MN, ipſarum verò EB, FD aliæ vtcumque æquè multiplices KX, NP. Et quia æquè multiplex eſt GH ipſius AE, vt HK ipſius EB, [a] erit GH ipſius AE æquè multiplex, vt GK ipſius AB. Æquè autem multiplex eſt GH ipſius AE, vt LM ipſius CF: [b] ergo æque multiplex eſt GK ipſius AB, vt LM ipſius CF. Rurſus quia æquè multiplex eſt LM ipſius CF, vt MN ipſius FD, [c] erit LM ipſius CF æquè multiplex, vt LN ipſius CD. Æquè autem multiplex erat LN ipſius CF, vt GK ipſius AB, [d] ergo GK æque multiplex eſt ipſius AB, vt LN ipſius CD. Sunt ergo GK, LN ipſarum AB, CD æquè multiplices. Rurſus quia



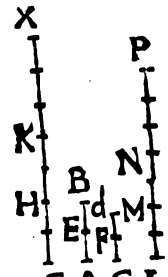
a *prop.* 1 §.

b *prop.* 11. §.

c *prop.* 1 §.

d *prop.* 11. §.

HK ipsius EB æquè multiplex est, vt MN ipsius FD; est verò & K X ipsius EB æquè multiplex, vt NP ipsius FD; [c] erit composita HX ipsius EB æquè multiplex, vt MP ipsius DF. Et qnia est vt A B ad BE, ita C D ad F D, sumptæque sunt ipsarum AB, C D æque multiplices G K, LN; ipsarum verò EB, FD aliæ vtcũque æquè multiplices HX, MP; si ergo G K superat H X, & LN superabit MP; & si æqualis, æqualis; si minor, minor. Superet GK ipsam HX, ablatà communi HK, superabit GH ipsam KX. Sed si GK superat HX, superabit & LN ipsam M P. Superet ergo L M ipsam M P, superabit (communi MN ablatà) & L M ipsam NP. Quare si GH superat KX, & LM superabit NP. Similiter demõstrabimus, si GH æqualis sit KX, & LM æqualem esse NP; & si minor, minorem. Et sunt GH, LM ipsarum AE, CF æquè multiplices, ipsarum verò EB, FD aliæ vtcumque KX, NP. [f] Est ergo vt AE ad EB, ita CF ad FD. Si ergo compositæ, &c. Quod oportuit demonstrare.



c prop. 1. 5.

f def. 5. 5.

SCHOLION.

Demonstratio definitionis 16.

HÆc est demonstratio geometrica veritatis per definitionem 16. significatæ. Vide ibi apud nos ostensionem in numeris.

Pro-

Digitized by Google

Propoſ. XVIII. Theor. XVIII.

Si diuiſa magnitudines proportionales fuerint, & compoſita proportionales erunt.

SInt diuiſæ magnitudines AE, EB; CF, FD proportionales. Vt AE ad EB, ita CF ad FD. Dico & compoſitas proportionales eſſe, vt AB ad BE, ita CD ad FD. Si non eſt vt AB ad BE, ita CD ad FD, ſit vt AB ad BE, ita CD vel ad minorem FD, vel ad maiorem. Sit primo ad minorem DG. Cùm ergo ſit, vt AB ad BE, ita CD ad DG, erunt compoſitæ magnitudines proportionales; [a] ſunt ergo & diuiſæ, vt AE ad EB, ita CG ad GD; ponitur autem vt AE ad EB, ita CF ad FD: [b] erit ergo vt CG ad GD, ita CF ad FD. Eſt autem prima CG maior tertia CF; [c] erit ergo & ſecunda GD maior quartà FD; ſed & minor eſt: quod fieri non poteſt. Non ergo eſt vt AB ad BE, ita CD ad minorem ipsà FD. Similiter demõſtrabimus quod neque ad maiorem FD; ergo ad ipſam. Si ergo diuiſæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.



[a] prop. 17. 5.

[b] prop. 11. 5.

[c] prop. 14. 5.

Digitized by Google

SCHOLION.

Demonstratio definit. 15. HÆc est demonstratio geometrica veritatis significatæ per definitionem 15. Vide ibi ostensionem in numeris.

Propos. XIX. Theor. XIX.

Si fuerit vt tota ad totam, ita ablata ad ablatam, & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam.

SInt vt tota AB ad totam CD, ita ablata AE ad ablatam CF. Dico & reliquam EB ad reliquam FD esse vt est tota AB ad totam CD.



Cum enim sit vt tota AB ad totam CD ita AE ad CF, [a] erit permutando AB ad AE, vt CD ad CF, & [b] diuidendo BE ad EA, vt DF ad FC; rursusque permutãdo vt BE ad DF, ita EA ad FC. Vt verò AE ad CF, sic ponitur tota AB ad totam CD; [c] est ergo reliqua EB ad reliquam FD vt tota AB ad totam CD. Si ergo fuerit, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 5.
b *prop.* 17. 5.
c *prop.* 11. 5.

Scho-

Digitized by Google

SCHOLIA.

I

Demonstrario praxis apud nos ex hac 19.

EX *hac 19. demonstratur praxis* §. 3. *ad postulata.*

II

HIc demõstrat *vniuersaliter in omni genere proportionis etiam irrationali, quod in multiplici, & rationali demonstrauit in propos. 5. huius. Ibi reuisę apud nos ostensionem in numeris.*

COROLLARIVM.

ET quia demonstratum est, vt est AB ad CD, sic esse EB ad FD, erit [d] permutando vt AB ad EB, ita CD ad FD. Compositæ ergo magnitudines proportionales sunt. Ostensum est autẽ, vt est AB ad AE, ita esse CD ad CF, quod est per conuersionem rationis. Vnde perspicuũ est, si compositæ magnitudines proportionales sint, [e] & per conuersionem rationis proportionales esse. [d] *prop. 16. 5.* [e] *dęf. 17 5.*

Factæ autem sunt proportiones & in æque multiplicibus, & in analogijs. Nam si prima secundæ æque fuerit multiplex, atq; tertia quartę, erit vt prima ad secundam, ita tertia ad quartam. Sed non ita ex contrario conuertitur. Si enim

enim fuerit vt prima ad ſecundam, ita tertia ad quartam, non omnino erit prima ſecundæ, & tertia quart æque multiplex, vt in ſeſquialteris, vel ſeſquitertijs proportionibus, vel alijs huiuſmodi.

SCHOLIA.

I

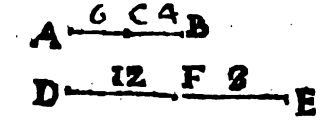
Demonſtratio definit. 17.

IN hocce Corollario indicatur demonſtratio ex prop. 19 veritatis ſignificatæ per definitionem 17. Reuiſe ibi oſtenſionem in num.

II

Conuerſa ratio demonſtrata vniuerſaliter de toto genere quantitatis.

PRo vniuerſalitate autem demonſtrationis geometricæ (nam in uumeris apud nos eſt vniuerſalis) circa conuerſam rationem etiam in magnitudinibus diuerſorum generum (alij, vtendo argumentatione à permutãdo, probant tantum de magnitudinibus eiuſdem generis, iuxtà animaduerſa ad defin. 13) accipe à Clauio demonſtrationem, quæ valeat etiam pro interpretis Lanzij eà, quam habet ille ab alijs interpretibus.



Sit enim vt AB ad CB, ita DE ad FE. Dico per conuerſionem rationis eſſe quoque vt AB ad AC, ita DE ad DF. Cum enim ſit vt AB ad CB, ita DE ad FE, erit quoq; diuidendo vt AC ad CB, ita DF ad FE. Igitur & conuertendo vt CB ad AC ita FE ad DF; ac propterea componendo quoq; vt AB ad AC, ita DE ad DF. Quod eſt propoſitum.

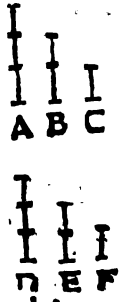
Pro-

Digitized by Google

Propoſ. XX. Theor. XX.

Si fuerint tres magnitudines, & alia illis numero æquales, quæ binæ & in eadem ratione ſumantur, ex æquali autem prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta quàm ſexta maior; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor.

SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipſis numero æquales D, E, F, quæ binæ, & in eadem ratione ſumantur. Vt quidem A ad B, ita D ad E, vt verò B ad C, ſic E ad F, ex æquali autẽ A maior ſit quàm C. Dico & D quàm F maiorem eſſe; & ſi æqualis, æqualem; ſi minor minorem. Cùm enim A maior ſit quàm C, alia vero quæcumq; B, habebit A ad B maiorem proportionem, quàm C ad B. Sed vt A ad B, ſic eſt D ad E; vt autem C ad B, ita eſt [b] conuertendo F ad E: Ergo D ad E maiorem proportionem habet, quàm F ad E. [c] Ad eandem autem proportionem habentium, quæ maiorem habet, illa maior eſt: maior eſt ergo D, quam F. Similiter demonſtrabimus, ſi A ſit æqualis C, & D æqualem eſſe F, & ſi minor,



[a] *prop.* 8. 5.

[b] *prop.* 16. 5.

[c] *prop.* 10. 5.

nor,

Digitized by Google

nor, minorem. Si ergo tres fuerint magnitudines, &c. Quod demonſtrare oportuit.

SCHOLION.

HÆc 20 propoſ. eſt quaſi lemma ad 22 propoſ. vniuerſalio-rem, vt indicabimus ad cit. 22. Repone hic numeros à nobis vſurpatos ad defin. 18. Sint tres 18, 12, 6, & tres 12, 8, 4; vt 18 ad 12, ſic 12 ad 8; vt 12 ad 6, ſic 8 ad 4; & ex æquali, ideſt (iuxta interpretationē definitionis 18 de argumentatione ex æquali) ſumendo extremos in prima ſerie 18, & 6, in ſecunda 12, 4, per ſubductionem mediorum 12, & 8; quoniam eſt primus 15 maior, quam tertius 6, erit & quartus 12 maior, quàm ſextus 4.

Inuerte numeros ſic 6, 12, 18; 4, 8, 12. Vt 6 minor eſt ipſo 18, ſic & 4 ipſo 12. pariq; modo de æqualibus.

Propoſ. XXI. Theor. XXI.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipſis numero æquales quæ binæ, & in eadem proportione ſumantur, fuerit autem earum perturbata proportio, & ex æquali prima maior fuerit quàm tertia; & quarta quam ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis; & ſi minor, minor.

SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipſis numero æquales D, E, F, quæ binæ, & in eadem ratione ſumantur; ſit autem perturbata

Digitized by Google



earum proportio vt A ad B, sic E ad F, & vt B ad C, sic D ad E; sitq; ex æquali A quàm C maior. Dico & D maiorẽ esse ipsa F; & si æqualis, æqualem; si minor minorem. Cum ergo A maior sit quàm C, sitque alia quædam B, [a] habebit A ad B maiorem proportionem, quàm C ad B. Sed vt A ad B, ita est E ad F; & [b] conuertendo, vt C ad B, ita E ad D: [c] quare E ad F maiorem proportionem habet, quàm E ad D. Ad quam autem èadem maiorem proportionẽ habet, illa minor est: minor est ergo F, quàm D; adeoq; maior D quàm F. Similiter ostendemus si A sit æqualis C, & D ipsi F æqualem esse; & si minor, minorem. Si ergo fuerint tres magnitudines, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *prop.* 8. 5.
b *prop.* 5. 5.
c *prop.* 8. 5.

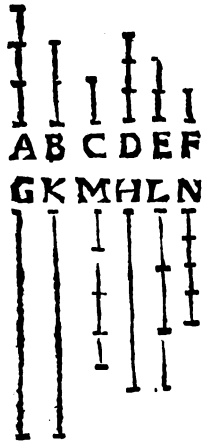
SCHOLION.

Est hæc 21 *propos. quasi lemma ad* 23 *propos. vniuersaliorem, vt indicabimus ad cit.* 23. *Repone hic eosdem numeros à nobis vsurpatos ad defin.* 20. *Sint* 12, 8, 4, *&* 12, 6, 4, *& bini sumantur in proportione perturbata, idest, iuxta explicata ad definitionem* 20, *sint vt* 12 *ad* 8, *sic* 6 *ad* 4, *& vt* 8 *ad* 4, *sic* 12 *ad* 6. *quemadmodum ex æquali (iuxta prædicta in antec. propos.* 20) *est primus numerus* 12 *maior tertio* 4, *sic & erit quartus* 12 *maior sexto* 4.

Inuerte numeros sic: 4, 8, 12; 4, 6, 12. *Vt primus* 4 *est minor tertio* 12, *sic quartus* 4 *minor est sexto* 12. *Pariquemodo de æqualibus.*

Propos. XXII. Theor. XXII.

Si fuerint quotcunq; magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, quæ binæ, & in eadem proportione sumantur, & ex æquali in eadem proportione erunt.



SInt quotcumque magnitudines A, B, C; & aliæ ipsis numero æquales D, E, F, quę binę & in eadem proportione sumantur, vt quidem A ad B, ita D ad E, vt verò B ad C, sic E ad F. Dico quod ex æquali in eadem sint proportione. Hoc est, dico vt est A ad C, ita esse D ad F. Sumantur enim ipsarum A, D æquè multiplices G, H; ipsarum B, E aliæ vtcumque K, L; item ipsarum C, F aliæ vtcumq; M, N. Et cum sit, vt A ad B, ita B ad E, acceptæq; sint ipsarum A, D æquè multiplices G, H; ipsarum B, E aliæ vtcumq; æque multiplices K, L, [a] erit vt G ad K, ita H ad L. Eàdem de causa erit vt K ad M, ita L ad N. Cùm ergo tres magnitudines sint G, K, M, & aliæ ipsis æquales numero H, L, N, quæ binæ, & in eàdem proportione sumuntur, [b] ex æquali si G superat M, &

[a] prop. 4. 5.

[b] prop. 20. 5.

Digitized by Google

M, & H superabit N; si æqualis, æqualis; si minor, minor. Et sunt GH ipsarũ A, D æquè multiplices; M, N ipsarum C, F: c erit ergo vt A ad C, ita D ad F. Si ergo quotcumque, &c. Quod oportuit demonstrare.

c def. 5.

SCHOLIA.

I

IN hac 22 demonstrat vniuersalius id, quod demonstrauit quasi in lemmate in propos. 20. Scilicet non solum de ternis magnitudinibus, & de proportione æqualitatis, vel maioritatis, vel minoritatis extremorum, sed de quotcumq; magnitudinibus, & de eàdem earum quacumq; proportione, ex aqualite, iuxta def. 18.

II

HIc demonstratur geometricè veritas significata per difinitionem 18. Reuise ad eam definitionem nostrã ostensionem in numeris.

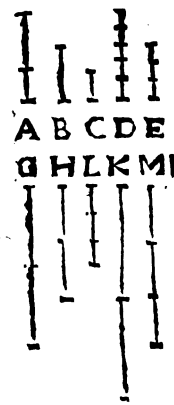
Demonstratio definitionis 18.

Propos. XXIII. Theor. XXIII.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quabinæ, & in eàdem proportione sumantur, fueritque earum perturbata proportio; & ex æquali in eadem proportione erunt.

SInt tres magnitudines A, B, C, & aliæ ipsis æquales numero binæ in eadem propor-

Digitized by Google



tione ſumptæ D, E, F; ſit autem earum perturbata proportio vt A ad B, ſic E ad F; vt verò B ad C, ſic D ad E. Dico eſſe vt A ad C, ita D ad F. Sumantur ipſarum A, B, D æquè multiplices G, H, K; ipſarum C, E, F, aliæ vtcumque L, M, N. Et quia G, H ipſarum A, B ſunt æquè multiplices, [a] partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem, erit vt A ad B, ſic G ad H. Eàdem de cauſa erit vt E ad F, ſic M ad N; cumq; ſit vt A ad B, ita E ad F, [b] erit quoq; vt C ad H, ita M ad N. Rurſus quia eſt vt B ad C, ita D ad E, ſumptæq; ſunt ipſarum B, D æquè multiplices H, K, ipſarum verò C, E aliæ vtcumq; L, M; [c] erit vt H ad L, ita K ad M. Oſtenſum eſt autem eſſe vt G ad H, ita M ad N. Cùm ergo tres magnitudines G, HL proportionales ſint, & aliæ ipſis numero æquales K, M, N, binæ in eadem proportione ſumptæ, ſitque earum perturbata proportio; [d] ex æquali ſi G ſuperat L, & K ſuperabit N; & ſi æqualis, æqualis; ſi minor, minor; ſuntq; G, K ipſarum A, D æque multiplices; L, N verò ipſarum C, F. [e] Eſt ergo, vt A ad C, ita D ad F. Si ergo ſint tres, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a 2 prop. 15. 5.

b prop. 11. 5.

c prop. 4. 5.

d prop. 21. 5.

e def. 5. 5.

Scho-

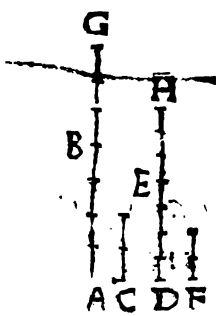
Digitized by Google

SCHOLION.

IN hac 23 demonstrat vniuersalius id, quod demonstrauit quasi in lemmate, in propos. 21, scilicet ternarum magnitudinum in proportione perturbata extremas inter se habere non solum proportionem æqualitatis, vel maioritatis, vel minoritatis, sed esse in eadem vel etiam qualumque proportione, ex vi illationis ab æqualitate &c.

Propos. XXIV. Theor. XXIV.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam habeat autem & quinta ad secundam eandem, quam sexta ad quartam, habebit & composita ex prima, & quinta ad secundam eandem proportionem, quam tertia, & sexta ad quartam.



HAbeat prima AB ad secũdam C eandem proportionem, quam tertia DE ad quartam F; habeat verò & quinta BG ad secundam C eandem proportionem, quam sexta EH ad quartam F. Dico compositam ex prima, & quinta AG ad secun-

cundam C eandē habere proportionem, quam habet composita ex tertia, & sexta DH ad quartam F. Cùm enim sit vt BG ad C, ita EH ad F, [a] erit conuertendo vt C ad BG, ita F ad EH. Et quia est vt AB ad C, ita DE ad F, vt verò C ad BG, ita F ad EH. [b] Ex æquali ergo est vt AB ad BG, ita DE ad EH. [c] Et cùm diuisæ magnitudines proportionales sint, erunt & compositę proportionales. Vt ergo AG ad GB, ita DH ad HE. Est verò vt GB ad C, ita EH ad F, [d] ex æquali ergo est vt AG ad C, ita DH ad F. Si ergo prima ad secundam, &c. Quod oportuit demōstrare.

a *Lemma propos.* 4. 5.

b *propos.* 22. 5.

c *propos.* 18. 5.

d *propos.* 22. 5.

SCHOLION.

IN hac 24 demōstrat vniuersaliter in omni proportione id, quod demonstrauit in theor. 2. de proportione multiplici. Reuise, & applica hanc 24 propositionem in numeris, quos habes ad 2 propositionem ibi omnia patent, nec hic necesse est iterare.

Propos. XXV. Theor. XXV.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima, & minima duabus reliquis maiores erunt.

Sint

Digitized by Google



SInt quatuor magnitudines proportionales AB, CD, E,F, vt quidem AB ad CD, ita E ad F. Sit maxima AB, minima F. Dico AB,& F, quàm CD, E maiores esse. [a] Ponatur ipsi E æqualis AG, ipsi F æqualis CH. Cùm ergo sit vt AB ad CD; ita E ad F; sit autem ipsi E æqualis AG, F verò CH, erit vt AB ad CD, ita AG ad CH. Et quia est vt tota AB ad totam CD, ita ablata AG ad ablatã CH, [b] erit & reliqua G B ad reliquam H D vt tota AB ad totam CD: maior est autem AB, quàm CD, maior ergo etiam est GB, quàm HD. Et cùm AG æqualis sit ipsi E,& CH ipsi F, erunt AG, & F æquales ipsis CH, & E. Et cùm, [c] quando æqualia inæqualibus adduntur, tota fiant inæqualia, ergo si (G B, H D inæqualibus existentibus,& maiori GB) addantur ipsi G B ipsæ A G, & F; ipsi verò HD ipsæ CH, & E, colligentur AB, & F maiores, quàm CD, & E. Si ergo quatuor, &c. Quod oportuit demonstrare.

[a] 2 prop. 3. 1.

[b] 3 propos. 19. 1.

[c] ax. 4.

SCHOLIA.

I

Sit vt 6 ad 3, ita 4 ad 2; maximus 6, & minimus 2 inter se additi constant summam 8, quæ maior est summa 7 constatà ex reliquis 3, & 4. Vide inferius hìc 3 schol.

II

II

Rectè notat Clauius debere omnes esse eiusdem generis, verbi gratia quatuor lineas, quatuor plana, &c. quatuor numer. Alioquin non conflaretur iusta summa ex duabus magnitudinibus diuersorum generum, quæ verificaret hanc 25 propositionem. Similiter si sint tres magnitudines continuè proportionales maxima, & minima erunt maiores dupla mediæ proportionalis. Quod geometricè habet Cõmandinus, & tamquam corollarium deducitur, ex hac 25; & patet in numeris 1, 2, 4. extremi enim 1, & 4 dant summam 5 quæ maior est quam 4 dupla medij 2.

III

IN dupla sint, vt 6, & 3, sic 4, 2. vel 1, 2, 4. Ex 16, & 17 propositionibus sexti didicisti in hu. Æquat. 2 Tom. a, sub extremis 6, & 2; vel sub 1 & 4 rectangula esse æqualia rectangulis vel ex medijs 3, & 4, vel quadrato ex media 2. At differunt componere inter se extrema, & inter se mediæ, à ductu extremi in extremum, & mediorum in se. &c.

COROLLARIVM

Ad propos. aliquas lib. 7. Elem. ex hactenus expositis in hoc lib. 5.

EX numerarijs expositionibus huius libri 5. apud nos habes intelligentiam propositionum 12, 13, 14, 22 libri septimi, & scholiorum ad eandem propos. 22 eiusdem lib. 7, vbi quæ hic geometricè etiam arithmeticè demonstrantur, sed hic à nobis facilius per vulgatarum notarum Logisticarũ simplicem expositionem.

Se-

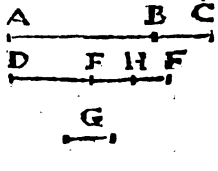
Digitized by Google

Sequentes propositiones non sunt Euclidis, sed à Federico Commandino ex Pappo Alexandrino collectæ.

Propos. XXVI. Theor. XXVI.

Si prima ad secundam maiorem habuerit proportionem, quàm tertia ad quartam, habebit conuertendo secunda ad primam minorem, quam quarta ad tertiam.

HAbeat AB ad BC maiorem proportionem, quàm DE ad EF. Dico CB ad BA minorem habere, quàm FE ad ED. Sit vt AB ad BC, ita DE ad aliam G: ergo DE ad G maiorē habet proportionem, quàm DE ad EF: *a* minor ergo erit G, quàm EF. Ponatur ipsi G æqualis EH. Quia igitur vt AB ad BC, ita est DE ad EH *b* erit, conuertendo, vt CB ad BA, ita HE ad ED. *c* Sed HE ad ED minorē habet proportionem, quàm FE ad ED, ergo & CB ad AB minorem habet proportionem, quàm FE ad ED. Quod oportuit demonstrare.

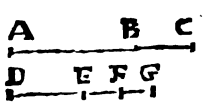


a *prop.* 8. 5.

b *Lemma propos.* 4. 5.

c *propos.* 8. 5.

Quod si AB ad BC minorem habuerit proportionem, quam DE ad EF; habebit conuertendo CB ad BA maiorem, quàm FE ad ED. Sit vt AB ad BC, ita DE ad aliam EG, *d* quæ maior erit, quàm EF: conuertendo ergo erit vt CB ad BA, ita GE ad ED. *f* At GE ad ED maiorem habet proportionem, quàm FE ad ED, ergo CB ad AB maiorem habebit, quàm FE ad ED.



d *propos.* 8. 5.

e *Lemma propos.* 4. 5.

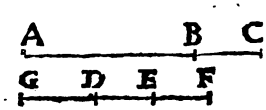
f *propos.* 8. 5.

Digitized by Google

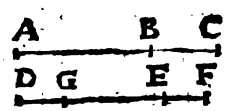
Propoſ. XXVII. Theor. XXVII.

Si prima ad ſecundam maiorem habuerit proportionem, quàm tertia ad quartam, habebit, permutando, prima ad tertiam maiorem, quàm ſecunda ad quartam.

HAbeat A B ad B C maiorem proportionem, quàm DE ad EF. Dico AB ad DE maiorẽ habere, quàm BC ad EF. Vt enim AB ad BC, ita ſit alia GE ad EF, quę maior erit, quàm DE. *b* Eſt ergo, per mutando, vt AB ad GE, ita BC ad EF. *c* Habet autem AB ad DE maiorem proportionem, quàm AB ad GE, hoc eſt, quàm B C ad EF; ergo A B ad D E maiorem proportionem habebit, quàm BC ad EF. Quod opottuit demonſtrare.



a propoſ. 8. ſ.
b propoſ. 16. ſ.
c propoſ. 8. ſ.



Eàdem ratione, ſi A B ad BC minorem habeat proportionem, quàm DE ad EF, ſequetur, permutando, AB ad DE minorem habere, quàm BC ad EF. Sit enim vt AB ad BC, ita alia GE ad EF, *d* quæ minor erit, quàm DE. *e* Sed AB ad DE minorem habet proportionem, quàm AB ad GE, hoc eſt, quàm BC ad EF. Habebit igitur AB DE ad minorẽ proportionem, quàm BC ad EF.

d propoſ. 8. ſ.
e propoſ. 8. ſ.

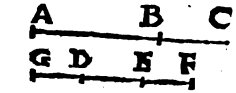
Propoſ. XXVIII. Theor. XXVIII.

Si prima ad ſecundam maiorem proportionem habeat, quàm tertia ad quartam, etiam

com-

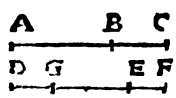
componendo, prima, & secunda ad secundam maiorem proportionē habebunt, quàm tertia, & quarta ad quartam.

HAbeat AB ad BC, maiorem proportionem quàm DE ad EF. Dico & AC ad CB maiorem habere quàm DF ad FE. Sit vt AB ad BC, ita alia GE ad EF; *a* erit GE maior, quam DE. Quia igitur est, vt AB ad BC; ita GE ad EF; *b* erit, componendo, vt AC ad CB, ita GF ad FE. *c* Sed GF ad FE maiorem proportionem habet, quàm DF ad FE; ergo & AC ad CB maiorem habet proportionem, quàm DF ad FE. Quod oportuit demonstrare.



a *propos.* 8. 5.
b *propos.* 18. 5.
c *propos.* 8. 5.

Quod si AB ad BC minorem proportionem habeat, quàm DE ad EF, *d* habebit etiam componendo, AC ad CB minorem, quàm DF ad EF. Quia enim AB ad BC minorem proportionem habet, quàm DE ad EF; sit vt AB ad BC, ita alia GE ad EF, *e* erit ea minor, quàm DE. Ergo vt AC ad CB, ita erit GF ad FE; sed GF ad FE minorē habet proportionem, quàm DF ad FE; ergo & AC ad CB minorem habebit, quàm DF ad FE.



d *propos.* 18. 5.
e *propos.* 8. 5.

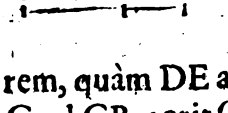
Propos. XXIX. Theor. XXIX.

Si prima, & secunda ad secundam maiorem habeat proportionem, quàm tertia, & quarta ad quartam, habebit & diuidendo, prima ad secundam maiorem proportionem, quàm tertia ad quartam.

Digitized by Google



HAbeat AC ad CB maiorem proportionem, quàm DF ad FE. Dico & AB ad BC maiorem habere, quàm DE ad EF. Vt enim DF ad FE, ita sit alia GC ad CB; a eritque GC minor, quàm AC &, diuidendo, erit GB ad BC, vt DE ad EF. b Sed AB ad BC maiorem proportionem habet, quàm GB ad BC; ergo & AB ad BC maiorem habebit, quàm DE ad EF. Si vero AC ad CB minorem habeat proportionem, quàm DF ad FE, habebit &, diuidendo, AB ad BC minorem, quàm DE ad EF. Si enim sit vt DF ad FE, ita alia GC ad CB, c erit GC, quàm AC, maior, d eritque, diuidendo, GB ad BC, vt DE ad EF. Habet autem AB ad BC minorem proportionem, quàm GB ad BC; habebit ergo & AB ad BC minorem, quàm DE ad EF.



a *propos.* 8. 5.
b *propos.* 8. 5.
c *propos.* 8. 5.
d *propos.* 17. 5.

Propos. XXX. Theor. XXX.

Si prima, & secunda ad secundam maiorem proportionem habeat, quàm tertia, & quarta ad quartam; per conuersionem rationis prima, & secunda ad primam minorem habebit, quàm tertia, & quarta ad tertiam.



HAbeat AC ad BC maiorem proportionem, quàm DF ad FE. Dico CA ad AB minorem habere, quàm FD ad DE. Sit enim vt AC ad CB, sic DF ad aliã FG, a quæ minor erit, quàm FE. b Quare, per conuersionem rationis, vt CA ad AB, ita erit FD ad DG. c Sed FD ad DG minorem proportionem habet, quàm FD ad DE; ergo & CA ad AB minorem habebit, quàm FD ad DE. Quod si AC ad CB minorem pro-

a *propos.* 8. 5.
b *coroll.* 19. 5.
c *propos.* 8. 5.

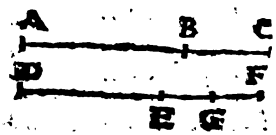
por-

Digitized by Google

portionem habeat, quàm DF ad FE, habebit per conuersionem rationis, CA ad AB maiorem, quàm FD ad DE; erit enim vt AC ad CB, ita DF ad maiorem, quàm FE. Reliqua manifesta sunt.

Propos. XXXI. Theor. XXXI.

Si prima ad tertiam maiorem proportionẽ habeat, quàm secunda ad quartam, habebit etiam prima ad tertiam, maiorem, quàm prima, & secunda ad tertiam, & quartam.



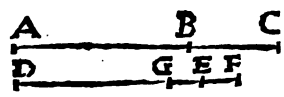
HAbeat AB ad DE maiorem proportionem, quàm BC ad EF. Dico & AB ad DE maiorem habere, quam AC ad DF. Sit enim vt AB ad DE, ita BC ad aliam EG, *a* quæ minor erit, quàm EF. *b* Ergo tota AC ad totam DG est vt AB ad DE. *c* Sed AC ad DG maiorem proportionẽ habet, quàm ad DF; ergo AB ad DE maiorem habebit, quàm AC ad DF. Et manifestum est totam AC ad totam DF minorem habere, quàm AB ad DE; & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

a *propos.* 8. 5.
b *propos.* 12. 5.
c *propos.* 8. 5.

Propos. XXXII. Theor. XXXII.

Si tota ad totam maiorem habuerit proportionem, quàm ablata ad ablatam; habebit & reliqua ad reliquam maiorem, quàm tota ad totam.

HAbeat AC ad DF maiorem proportionem, quàm AB

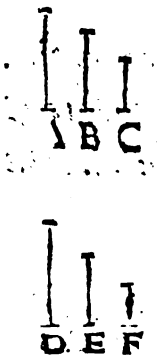


AB ad DE. Dico & reliquã BC ad reliquam EF maiorem habere, quàm AC ad DF. Sit enim vt AC ad DF, ita AB ad DG; a ergo & reliqua BC ad reliquam GF est, vt AC ad DE. Sed b BC ad EF maiorem proportionem habet, quàm ad FG; ergò & BC ad EF maiorem habebit, quàm AC ad DF. Si vero AC ad DF minorem proportionem habeat, quàm AB ad DE, & reliqua BC ad reliquam EF minorem habebit, quàm AC ad DE; quod eodem, quo supra, modo ostendetur.

a *propos.* 19. 5.
b *propos.* 8. 5.

Propos. XXXIII. Theor. XXXIII.

Si sint tres magnitudines, & alia ipsis numero aquales, habeatque prima priorum ad secundam maiorem proportionem, quàm prima posteriorum ad secundam, secunda verò priorum ad tertiam maiorem habeat, quàm secunda posteriorum ad tertiam: etiam, ex aquali, prima priorum ad tertiam maiorem habebit, quàm prima posteriorum ad tertiam.



HAbeat A ad B maiorem proportionem, quàm D ad E, & B ad C maiorē, quàm E ad F. Dico, ex æquali A ad C maiorem habere, quàm D ad F. Cùm enim A ad B maiorem proportionem habeat, quàm D ad E, a habebit, permutando, A ad D maiorem, quàm B ad E. Et eàdem ratione B ad E maiorem, quàm C ad F. Ergo A ad D maiorem habet, quàm C ad F; &, permutando, A ad C maiorem

a *propos.* 27. 5.

Digitized by Google

sem habebit, quam D ad F. Quod oportebat demonstrare.

Quod si prima priorum ad secundam minorem habeat proportionem, quàm prima posteriorum ad secundam, secunda verò priorum ad tertiam minorem habeat, quàm secunda posteriorum ad tertiam; similiter demonstrabitur etiam, ex æquali, primam priorum ad tertiam minorem proportionem habere, quàm primã posteriorũ ad tertiam.

§ III.

SCHOLIA.

Antecedentes propos. elementares à 26 ad 33 in hoc lib. 5 à neotericis additæ. Quæ supponunt coroll. apud nos in lib. 6 elem. Vsus, & exempla anticipationis etiam in Theorematibus. Nostra methodus confirmata.

1 *Additæ reliquæ propositt. à 25 Eucl. ad fin. huius lib. 5 vtuntur principio, quod supponunt ante librum 6, & à Clauio tamquam per se notum ponitur in fine definitionum huius libri 5. est autem huiusmodi.* Quam proportionem habet magnitudo aliqua ad aliam, eandem habebit quæuis magnitudo proposita ad aliquam aliam; & eandem habebit quæpiam alia magnitudo ad quamuis magnitudinem propositam. *Quæ propositio an rectè supponatur per se nota non est meum hic censere.*

2 *Affirmo tantum à magnis illis Geometris, qui propositiones illas pertinẽtes ad hunc lib. 5, ac perutiles addiderunt, rectè suppositum id principium tamquam corollarium ex 12 propos. lib 6. Nihil enim aliud est id principiũ, seu propositio, quàm,* datis tribus magnitudinibus, quartam proportionalẽ posse dari.

Quod

Etiam in theorematis vsus est anticipationis aliquãdo.

Quod deinde, loco lemmatis, posit videri in lib. 6 postquam in eo ventum fuerit ex ordine ad 12 propositionem. Est enim vsitatum aliquãdo apud Philosophos Geometras non solum passim in praxibus, (vt ostendimus in 1 Tom. ad propositiones 11, & 23, §. 4, & 2) sed etiã aliquãdo in theorematibus vti aliqua anticipatione. Sic Proclus ad propos. 24. lib. 1, vtitur suppositis 27, 32, 37 posterioribus propositionibus. Sic Clauius ad l. 3 in disput. contra Peletarium vtitur anticipatione aliquorum, quæ requirunt cognitionem, & expositionem (altè definitionis 4 li. 5 de ijs, quæ in Geom. philosophia habent, vel non habent inter se proportionem. Idem etiam ad definitiones 5, & 7 libri huius 5 dum circa æquemultiplicia demonstrat aliqua, vtitur aliquibus propositionibus libri sexti, quæ requirunt demonstrationes propositionum aliquarum ex hoc lib. 5, post eas definitiones, quas demonstrat. Sic etiam Cõmandinus, & si qui alij addiderunt has propositiones propositionibus Euclidis, supponunt propos. 12 lib. 6 paulo post videndam tamquam lemma postpositum; nec interim censuerunt priuandum hunc librum quintum perutili auctario ad eum spectante.

Exempla.

Iis exẽplis & nos, sed tamẽ cũ demonstrationibus numerarijs in prõptu.

3 *Quemadmodum & nos non censuimus priuandos Tyrones præmatura, ac iucunda cognitione rerum ex lib. 6 deductarum, vt libentius scientias Mathematicas prosequerentur. Præsertim cùm, si quid nos semel, ac iterum aliquando supponamus ex hoc lib. 5, id statim pateat in numeris à nobis appositis pro definitionum, & propositionum expositionibus; ea verò quæ prædicti Auctores supponunt è lib. 6, supponant alius, atq; alias anteriores propositiones eiusdem lib. sexti.*

Commoda nostræ methodi.

4 *Interim nostra methodus hic etiam id habet commodi, vt cùm iam in 1, & 2 parte Tomi secũdi præcesserit apud nos libri sexti, atque in eo propositionis 12 cognitio, nihil supponatur, & ritè, ac planè demonstratiuè sciri possint etiam propositiones de proportionibus hic additæ lib. 5 Elementario.*

Sine suppos. patet in num. præcedẽtibus.

Quarum quidem additarũ propositionum veritates experiri licebit tibi, mi Tyro, in numeris iuxta exempla, quæ habes à nobis in præcedentibus. Eritq; etiã hoc à numeris commodi, vt per eos ostensæ veritates additarum propositionũ non egeant suppositione illius principij, seu corollarij ex 12 propos. lib. 6. per numeros enim sine eo supposito statim patebunt.

Elem.

Digitized by Google

ELEMENTVM QVARTVM ex noſtra, TERTIVM ex veteri METHODO.

Quinti Tomi materiam, & campos patentiſſimos geometricos, qui ex hoc 3. elemento aperiuntur vide indicatos in fine noſtrorum horum Scholiorum ad hunc 3 librum. *Quinti Tomi materia.*

DEFINITIONES.

I. ÆQuales circuli ſunt, quorum diametri ſunt æquales; vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.

II. Recta linea circulum tangere dicitur, quæ contingens circulum, & producta ipſum non ſecat. *In figura propoſ. 16 linea AE tangit circulum ABC. In 18, & 19 DE tangit circulum ABC.*

III. Circuli ſe tangere dicuntur, qui ſeipſos cõtingentes, ſe ipſos non ſecant. *Circuli ſe contingunt aut interius, vt Propoſ. 6 circuli ABC, DEC; aut exterius, vt Propoſ. 12 circuli BAC, DAE.*

IV. In circulo æqualiter à centro diſtare dicuntur rectę lineæ, cũ à centro ad ipſas perpendiculares ductæ æquales fuerint. *Vt Propoſ. 14. linea AB,*

Digitized by Google

CD à centro E æqualiter distant quod EF, EG sint æquales.

V. Magis distare dicitur, in quam maior perpẽdicularis cadit.

SCHOLION.

IN definitionibus 4, & 5 rectè sumuntur distantiæ à perpendiculari, quia ea sola certa mensura est. Reuisè § 4 ad propos. 19 in primo Tomo.

DEFINITIONES.

VI. Portio circuli est figura, quæ rectà lineà, & circuli circumferentià continetur. *Vt in prima propos. sunt portiones ACB, AEB.*

VII. Portionis angulus est, qui rectà lineà, & circuli circumferentià continetur. *Vt in prima propos. sunt anguli CAB, EAB, rectà AB, & peripheriis CA, EA contẽti.*

VIII. In portione angulus est, cum in circumferẽtia portionis acceptum punctum fuerit, & ab ipso ad terminos rectæ lineæ, quæ est basis portionis, iunguntur rectæ, angulus inquam his rectis contentus. *Vt in 26 propos. angulus EDF est in portione EDF.*

IX. Quando verò lineæ angulum continentes, assumunt peripheriam, in illa insistere angulus dicitur. *Vt in propos. 27 angulus EDF insistit peripheriæ EF.*

X. Sector circuli est, quando angulus ad centrum circuli constiterit, figura contenta rectis lineis angulum comprehendentibus, & peripheriâ ab ipsis assumptâ. *Vt in propos. 27 sector dicitur figura EHF.*

XI Si-

Digitized by Google

XI. Similes circuli portiones sunt, quæ capiũt æquales angulos, aut in quibus anguli æquales consistunt.

§I.

SCHOLION I.

Expositiones, & rationes 11 definitionis.

1 *IN definitione 11 innuitur quæ nam appellentur, & significentur similes circulorum portiones, atq; etiam, vt notat Clauius, qui nam sint similes circumferentiarum arcus. Fiet verò ex definitione propositio, si deinde demonstrentur portiones circulorum, vel circumferentiarum, quæ capiunt æquales angulos, &c. esse inter se similes, ideſt habere eandem proportionem singulos ad suos circulos, vel peripherias.*

2 *Huic 11 definitioni lucem aliquam affert definitio 1 initio 2 Tom. Quemadmodũ enim similes figuræ rectilineæ sunt, quæ singulos habent angulos æquales, & latera circa æquales angulos proportionalia, ideſt in quibus æquiangulis vt vnius figuræ latus se habet ad alterum, & ad reliqua latera eiusdem figuræ, sic & alterius figuræ vnum latus, circa angulum æqualem angulo alterius figuræ, se habet ad alterum, & ad reliqua latera eiusdem figuræ.* Similitudo 1 definit. lib. 6. cũ hac 11. *Pari ratione in similibus segmentis, vel circumferentiarum portionibus capientibus angulos æquales, vt in vno circulo, vel circumferentia se habet segmentum circuli, siue arcus circumferentiæ ad totum circulum, siue ad totam circumferentiam, sic, & in altero circulo segmentum, vel arcus, in quo æqualis est angulus angulo alterius, habent eandem proportionem ad reliquum circuli, vel circumferentiæ. Ver. gra. vt alterius circuli, vel circumferentiæ segmentum, in quo est angulus, tertia pars est circuli, vel circumferentiæ, sic in altero circulo segmentum, vel circumferentia, in quibus est æqualis angulus, est tertia pars sui circuli, vel circumferentiæ.* In quo sit similitudo segmentorum.

Cur similitudo segmentorum secum trahit aqualitatem angulorum in segmentis.

3 Hac autem similitudo secum trahit æqualitatem angulorum, qui similibus circulis insistunt. Nam si duorum inæqualium circulorum arcus similes sint, ideſt, in exemplo, ita sit arcus maioris circuli pars tertia peripheriæ, sicut arcus minoris circuli est tertia pars peripheriæ, etiam angulus ad centrum insistens tertiæ parti maioris peripheriæ, tertia erit pars quatuor rectorum, qui constitui possunt ad centrum maioris circuli, sicut & angulus ad centrum insistens tertiæ parti minoris peripheriæ tertia erit pars quatuor rectorum, qui constitui possunt ad centrum minoris circuli; ergo angulus vterq; ad centrum maioris, & minoris circuli sunt tertiæ pars quatuor rectorum, ac proinde sunt inter se æquales. Consonat hac doctrina cum corollar. 2 ex propoſ. 33 libri 6 translatâ à nobis post propoſ. 27 lib. hui. 3, propter rationes ibi allatas. Corollarium est: vt angulus in centro ad 4 rectos, sic arcus subtensus ad totam circumferentiam.

Aequalitatem angulorũ ad centrũ consequitur aqualitas angulorum in segmẽtis.

4 Aequalitatem verò angulorum ad centra insistentium similibus arcubus consequitur etiam æqualitas angulorum in segmẽtis. Atq; hac omnia etiam demonstrantur in propoſ. 26 27, hu. li. 3.

Prudenter definitio 11 est desũpta ab æqualitate.

Prudẽs verò Geometra in hac 11 definitione cum viderct, præsertim Tyronibus, non admodum facile, atq; in promptu esse arcuum similitudinem agnoscere, signum atq; indicium obtulit ab angulorum æqualitate in segmentis, & arcubus similibus. Facile autem est ex 23, & 25 propoſ. lib. 1, & ex nostris praxibus ad eas propositiones, inuestigare an angulus angulo sit æqualis. Compertis autem inæqualibus angulis in segmentis, pronuntiãdum est ea non esse similia, sicut ex æqualibus angulis indicantur similia.

Aliter definire similia segmenta.

Ex quibus etiam posset à nobis hæc definitio, aliter, ac fortasse facilius ad intelligentiam, sic proponi: Similia segmenta, & similes arcus sunt, quibus insistunt anguli æquales ad centrum. Sic enim, datis segmentis, & arcubus, & inuentis centris eorum, per 25 propoſit. huius libri tertij, si anguli ad eorum centra æquales inueniantur, pronuntiandum erit ea segmenta, & eos arcus esse similes.

Atq; hac ad expositionem, & rationem 11 definitionis.

§ 2.

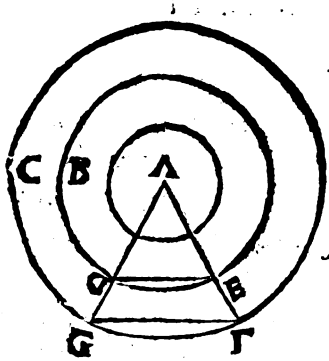
Digitized by Google

§ II.

SCHOLION II.

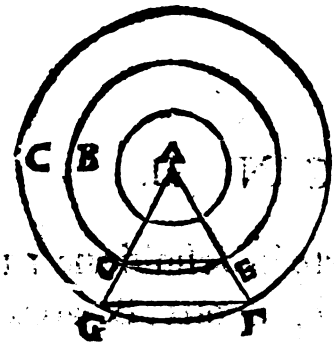
Demonstratio veritatis assertę in definitione 11 de angulis æqualibus in segmentis, & arcubus similibus.

Quod verò attinet ad probationem assertionis in hac definitione, quòd scilicet in similibus segmentis, vel arcubus anguli sint æquales, facillima, & breuissima demonstratione à nobis expedietur, fauente nobis nostrâ methodo, in qua præcessere ad 4. & 9 propos. lib. 6. aliqua, qua vim afferent nostro huic negotio geometrico non solum de segmentis, sed in primis de arcubus similibus, ad vsus varios.



Reponatur hìc figura ex §. 6 ad 2. propos. lib. 6, in qua sint segmenta similia tam ED, & ΓG (sub angulo ad centrum minore duobus rectis, siue ctimo, & intimo ΓAG) quàm DBE, GCΓ (sub angulo maiore duobus rectis, siue extimo, iuxta paradoxum explicatum à nobis in § 2. ad defin. de angulo, in parte prima Tomi 1 huius Aerarij) vtere imaginatione, atq; animo cõcipe (nè figuras sine necessitate multiplicemus) ab extremis E, D, & ab Γ, G ductas in angulum duas rectas ad punctum aliquod arcuum inter ED, ΓG, vel ad inter GCΓ, DBE, dico in ijs segmentis, & arcubus angulos esse æquales. Quod sint æquales in arcubus ED, ΓG patet per demonstrationẽ in § 10 ad prop. 9. lib. 6. Ad eius .n. demonstrationis formam, & figuram, si constructio, & applicatio fiat in appositа hìc figurà, concludetur

& hìc



& hìc æqualitas angulorum in ſimilibus ED ΓG. Quod verò in ſimilibus DBE, GCΓ ſint æquales, patet è ſcholijs noſtris poſt § 37 ad 4 propoſ. lib. 6, vbi ſine anticipatione oſtendimus angulos ad peripherias eſſe æquales, quia ſunt dimidij anguli ad centrum &c. inde hùc applica figuræ appoſitæ.

In ſimilibus ergo ſegmentis anguli ſunt æquales, ac verè definitio hæc 11 id aſſerit.

SCHOLION.

Vide & confirmatoria definit. 11 in § 8 ad 31 huius, inferius.

§ III.

Corollaria, & vſus varij definit. 11 indicati.

Præcipuæ Aſtronomicæ operationes nituntur hac 11 defin.

Corollaria, quæ hinc deduci poſſunt magni momenti pro rebus præſertim aſtronomicis vide inferius apud nos ad propoſ. 27 hu. lib. 3. Hìc interim ex ijs, quæ dixìmus in expoſitione huius 11 defin. ante demonſtrationem, habes ſimilibus arcubus æquales angulos inſiſtere, qualis hìc vnus, ac idem eſt ΓAG inſiſtens ſimilibus ΓG, ED. Qua cognita veritate nituntur penè omnes, ſaltem præcipuæ operationes Aſtronomicæ, atq; etiam pleraq; geometricæ. Dimenſiones enim arcuum, atq; altitudinum cæleſtium circa Planetas, & ſtellas, atque etiam peripheriæ circuli concentrici centro terreni orbis, niti videntur hac definitione 11, dum Aſtronomici, & Gnomonici operatores fingunt ſe eſſe in centro terræ cum ſuis quadrantibus, Aſtrolabijs, ac ſimilibus alijs Dioptricis inſtrumentis, & ab eiuſdem anguli lateribus, ex centro Mundi ad ambitum Terræ, vel Cœlorum productis, ſecari ſimiles arcus peripheriarum minorum, ac maiorum.

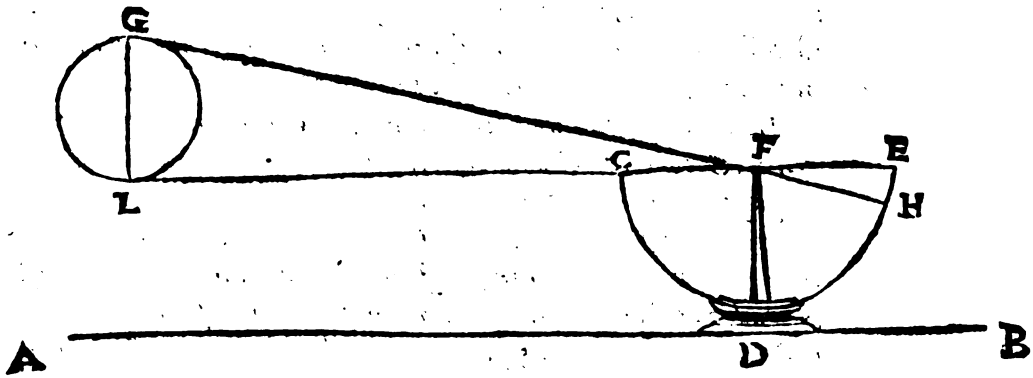
Digitized by Google

§ IV.

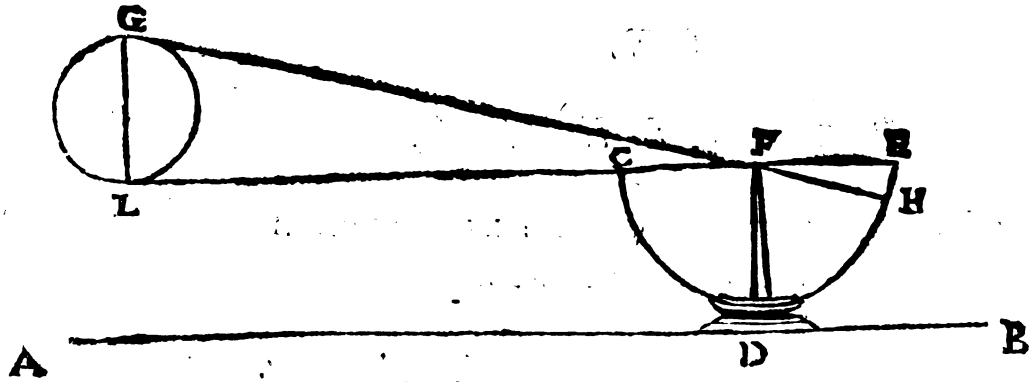
PROBLEMA,

Et vſus Coſmographicus definit. 11 in dimenſione terreni ambitus.

LVbet hìc condimenti loco vſum Coſmographicum hu. definit. 11 apponere in exemplo dimetiendi diſtantiam inter duo loca, quæ ſub eodem meridiano inter ſe diſtent, ac præterèa dimetiendi totius globi terreni ambitum per ſcaphia quidem, ſed aliter, quàm ab Eratoſthene olim, cuius ingenioſiſſimam operationem habes in 1 Tomo huius Aerarij ad propoſ. 29, § 1. Nos, vt ibi Eratoſthenes, non egemus demonſtrationibus, & anguſtijs vel Solis in ſolſtitio, vel Vrbis ſub Tropico, ſed ſolà horà meridianà cuiuslibet diei, atq; in locis ſub quorumcumq; parallelorum, modò ſub eodem meridiano.



1 Reponatur hìc fig. ſcaphij ex § 28 ad 4 prop. in 1 par. 2 Tomi Aerar. ac ſit pro ſcaphio circulus in eo maximus, ſeu meridianus deſignatus, & in gradus de more diuiſus CDE, & in cuiuſcũq; libuerit nitidæ diei eo momẽto, in quo vmbræ à gnomone proiectæ extremæ cuſpis



ſpis attingit lineã meridianã) ritè deſcriptam cum cautionibus à nobis traditis in Apiar. 8) collocatum ſit ſcaphium ſub Solis radijs, ita vt notari poſsit quantitas arcus, velut EH ſecti ab vmbroſa linea è vertice F proiectà. Eiuſdem diei eodem meridiano momento in altera Vrbe ſita ſub eodem meridiano notarit alius arcum in altero ſcaphio ſectum ab vmbra. Tum accepta per miſſas literas cognitione vtriuſq; notati arcus in ſcaphijs, & minore ſubducto à maiore, notetur differentia. Scilicet ea quot minuta, vel gradus continuerit, dabit terreſtria milliaria correſpondentia minutis, vel gradibus orbitæ ſolaris. Qua pro re vide nos in Apiar. 2, vbi terrarũ orbem per turres, vel malos nauticos metimur. Igitur milliaria in eà differentia contenta erunt diſtantia duorum locorum ſub eodem meridiano, in quibus meridianæ factæ ſunt obſeruationes.

II At verò pro dimenſione peripheriæ orbem terrarum contingentis, & concentricè ambientis, prædicta differentia arcuum in ſcaphijs quotupla fuerit pars in gradibus, vel minutis totius orbitæ ſolaris, ideſt graduum 360, erit & in milliarijs totupla pars totius orbis terram ambientis. Finge differentiam arcuum in ſcaphio fuiſſe grad. 1, cui affirmant recentiorum aliqui correſpondere in mari, vel terris milliaria 53. Igitur ex regula proportionũ, vt gradus 1 ad gradus 360; ſic milliaria 53 ad quartum numerum, qui erit 19080, ambitus peripheriæ terreſtris hìc pro exemplo, non pro veritate quæſitus. Modum enim hìc tantùm docemus, qui euidentiam rectæ operationis, ac demonſtrationis habet ab hac 11 definit. Fingitur enim ſine vllà ſenſibili differentia (vide rationem, & demon-

monstrationem in initio Apiarij 9) esse scaphium CDE infra centrũ terræ, & F locatum in ipso terræ centro, & intelliguntur FE, FH in directum extra scaphium protractæ vsq; ad sectiones peripheriæ terrestris. Angulus ergo ad F sub productis FE, FH est ad commune centrum & peripheriæ in scaphio, & peripheriæ terrestris extra scaphium; ergo ex hac 11 definitione arcus EH, (quem finge esse differentiam inuentam in scaphio. &c.) & arcus correspondens in terræ ambitu sub productis FE, FH (qui diametraliter opponitur, & æqualis est arcui distantiæ inter duo loca sub eodem meridiano) sunt similes; ideſt vt EH ad totum suum ambitum (qui fingitur pro Solis orbita, cui est cõcentricus) sic arcus peripheriæ terrestris ad totam terræ peripheriam: ex qua similitudine in antecedenti exemplo calculum protulimus.

§ V.

SCHOLION.

Methodi nostræ opportunitas, & necessitas.

EX antecedentibus vides opportunitatem, & necesitatem nostræ methodi. Nam 1 non potest explicari hæc definitio sine proportionum cognitione, quam habes apud nos in 1, & 2 parte anteced. 2 Tomi.

2 Non potest hæc 11 defin. facta iam propositio confirmari sine lemmate de angulo ad circumferẽtiam dimidio anguli ad centrũ, pro quo lemmate nos non egemus propositione vlla posteriore in lib. 3, sed ex 32 lib. 1, & ex §. 6 ad eam, & è schol. post § 37 ad prop. 4, lib. 6 id lemma excussimus.

3 Angulorum æqualitas in segmentis sub angulo ad centrum supponit iam probata à nobis ad 9 propos. lib. 6, §. 10.

4 Per similitudinem cum similibus figuris rectilineis non poterat illustrari hæc 11 definitio, nisi ex nostra methodo, per quam præcessit 1 definitio (ante 6 elementum ex veteri methodo) in prima parte 2 Tomi.

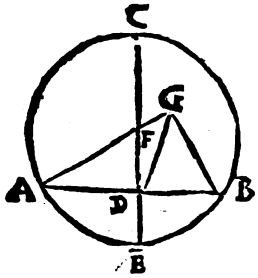
5 Problema de scaphio hìc præmissum, sine cognitione proportionum, & regulæ aureæ non licuit solucre. De quibus nos tam in 1, & 2 parte 2 Tomi. &c.

Digitized by Google

Propoſ. I. Probl. I.

Dati circuli centrum inuenire.

ESto datus circulus ABC, cuius centrum inuenire oporteat. Ducatur quædam recta linea AB vtcũque, [a] biſecetur-qúe in D; atq; per D ipſi AB ad [b] angulos rectos erigatur DC, [c] quæ producatur in E, & [d] biſecetur CE in F. Dico F centrũ eſſe circuli ABC. Si non; ſit, ſi fieri poteſt, G, ducanturq; GA, GD, GB, & cum AD, DB æquales ſint, communis DG, [e] erunt duæ AD, DG duabus GD, DB æquales, altera alteri; [f] & baſis GA æqualis baſi GB; ſunt enim ex centro G: ergo & anguli ADG, GDB æquales erunt. Cum autem recta ſuper rectam conſiſtens angulos deinceps æquales fecerit, rectus erit vterq; angulorum: rectus ergo eſt GDB; ſed & FDB rectus eſt; eſt ergo angulus FDB æqualis angulo GDB, maior minori, quod fieri nequit. Non ergo G centrum eſt. Similiter oſtendemus quod præter F nullum aliud. F ergo centrum eſt. Quod inuenire oportuit.



a *prop.* 10. 1.
b *prop.* 11. 1.
c *poſt.* 2.
d *prop.* 10. 1.
e *propoſ.* 8. 1.
f *propoſ.* 8. 1.

Corol-

Digitized by Google

COROLLARIVM.

EX his manifestum est, si in circulo recta quædam rectam quandam bifariam, & ad angulos rectos secet, in secante centrum circuli esse.

SCHOLION I.

Hoc Eucl. Problema est Porisma:

HOc primum problema huius libri tertij elementaris est proprie porisma. Reuise in tom. 1. § 1 ad corollarium ex 15 proposit. & hìc inferius in schol. 2. ad hanc.

§ I.

PROBLEMA.

Duorum circulorum se mutuo secantium centra inuenire.

EAdem operà, & operatione cum Euclide duorum circulorũ se mutuo secantium centra in vna, eademque linea existentia inuenientur. Finge in figura Euclidis circulum ABC ab altero circulo secari per puncta AB. Vna, eàdemq; CE bifarians ad rectos rectam AB iungentem puncta mutuarum sectionum A, B, & productae extra partes E in alterum imaginatum circulum, continebit in se alterum etiam centrum, & in bifariatione diametri inuenietur.

COROLLARIVM I.

ADde corollario Euclidis & hoc nostrum alterum. Centrum circuli est in recta, quæ breuissima est omnium, quæ duci possunt à puncto bifariationis D. Ratio est à demonstratione, quam habes in § 3 ad propos. 19. in to. 1. Hinc —

§ II.

—COROLLARIVM II.

Natura in grauium motibus vtitur hac 1 prop. Aristoteles elucidatus.

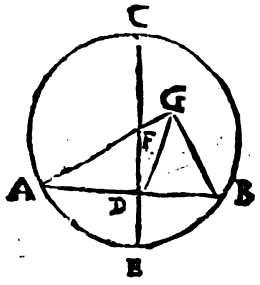
PAtet etiam naturam vti modo Euclidiano in motionibus grauium, & leuium deorsum, ac sursum, quæ vel recedunt à centro, vel quærunt centrum mundi per eam lineam, in qua verè est (quæque linea directionis à centro, vel ad centrum appellatur) hoc est per breuissimam (per quam semper non impedita natura operatur) ac facientem angulos rectos cum tangente circularem superficiem terræ. Ex qua hic doctrina intelligas textū 33 libri 3 de cælo apud Aristotelem.

§ III.

PROBLEMA I.

Centrum in vacuo putei ore inuenire.

EAdem operà, & modo, quo didicisti circuli centrum inuenire, didicisti & peripheria centrum, si lineam circularem sine



ne plano accipias. Vnde paradoxum, & praxis deducitur inueniẽdi centri peripheriæ circularis etiam in vacuo, ver. gr. in ore circulari alicuius putei, cui operiendo sit opus verb. gr. planum ligneum circulare aptum construere. Puta in figura Euclidis putei os esse peripheriam ABC: sumptis duabus halis, alteràq; applicatà vbi AB, & alterà ad bisariationem rectangulam constitutà ope normæ in D, dimidium punctum inter partes C, E secantis os putei dat centrum, à quo semidiameter habetur designãdi plani circularis pro apto putei operculo. Alterum modum inueniendi centrum in vacuo putealis oris vide inferius ad propos. 8 huius.

§IV.

PROBLEMA II.

Alijs modis inuenire circuli centrum.

ALiter etiam dati circuli centrum inuenies, si præter AB (in figura Euclidis) alteram etiam rectam applices in eodem circulo ABC, ab alterutro terminorum A, vel B, eamq; secundam applicatam similiter bifaries ad rectos, vt factum est in AB; recta enim secundam applicatam sic bifarians secabit rectam CE in puncto, vbi est centrum circuli. Vide exemplum, & vsum in figura prima Euclidis in propos. 5 lib. 4 element. Ratio huius operationis, ac praxis educitur ab hac 1 propositione. Nam ex hac centrum circuli est in vtraque bifariante applicatam; vnicum autem est eiusdem circuli centrum, ergo necesse est esse in vno, eodemq; puncto mutua sectionis. &c. Vide & aliter centrum inuenire in schol. ad 18. Vide & ad 25 hu. Hinc

§ V.

COROLLARIVM, & problema III.

Centrum grauitatis inuenire, ad mirifica, &c.

VSum, praxim, modum organicum habes inueniendi etiam centrũ grauitatis in figuris, vel in granibus planis, aut etiam in lineis circulariter curuis. Suspẽditur enim ex aliqua extrema parte planum data figura ita, vt liberè dependeat, deinde perpendiculum demittitur è puncto suspensionis, & signatur linea vbi chorda, seu filium radit planam superficiẽ. Rursus ex alia parte extrema suspenditur planum, & e puncto suspensionis demissum perpendiculi filum vbi secat priorem lineam in plano signatam, ibi est centrum grauitatis in eius figuræ plano. In figura Euclidis finge planum circulare suspensum fuisse primo ex A, & inde à filo perpendiculi signatam fuisse AG; secundo suspẽsum etiam esse è C, vnde perpendiculi filum CF secat AG, in puncto F, ibi est centrum grauitatis. Quod aliquando propter dissimilitudinem, & inæqualitatem partium in planis physicis, est in loco diuerso à centro figuræ. Aliud enim est esse punctum, à quo æquiponderant omnes partes (quod est esse centrum grauitatis) aliud esse, à quo æquidistant omnes extremæ partes figuræ, quod est esse centrum figuræ, siue terminorum figurantium, &c. Demonstratio modi prædicti inueniendi centrum grauitatis est ex modo geometrico inueniendi centrum circuli, quem docuimus in anteced. §§ 2. & 4. Cum enim grauia cẽtro grauitatis per breuissimam ferantur ad centrum terræ, ergo si centrum est in (in figura Eucl.) CE, & in AG signatis à linea directionis, ne dicamus centrum grauitatis in graui ABC esse non vnum, sed duplex, & in duobus diuersis punctis duarum linearum (contra lemma quod est inferius ad 33 hu.) necesse est esse in communi puncto F se secantium CE, AG. &c. Cuius inuenti centri admirabiles, ac plurimi sunt vsus, præcipuè in machinaria philosophia, plurimaq; ab eo deducuntur admiranda para-

Quo differant inter se centrum grauitatis, & figura.

Ratio praxis in inuẽtione cẽtri grauitatis.

paradoxa. Quorum aliqua vide apud nos in Apiar. 4, prog. 1. In figuris vero centri grauitatis vsus ampliſsimus geometricus eſt ad recondita, præſertim Stereometria, facillimè construēda, cognoſcenda, &c. Vt habes apud noſtrum Guldinum, & apud nos ſæpe, præſertim in hoc tertio huius Ærarij Tomo.

§ VI.

PROBLEMA IV.

Aliter 3, & 4 circuli centrum inuenire.

HAbes alium, ac tertium à nobis modum geometricum, & organicum, & demonſtratiuum, quo vel anguli recti in ſemicirculo conſtructi, vel norma beneficio inuenias dati circuli centrum. Quem vide apud nos in tom. 1. hui. Ærar. § 14 ad 32. propoſit.

Vide & 4. modum inueniendi centri in, & ad propoſ. 19 huius inferius.

§ VII.

COROLLARIVM IV.

Ad Archimedem de Æquipond.

QVemadmodum hic docetur inuentio centri in linea bifariāte applicatam in circulo; ſic Archimedes propoſ. 14. primi Æquipond. demonſtrat centrum grauitatis cuiuſq; trianguli eſſe in linea ab vno angulorum ducta, & bifariante baſim oppoſitam. Ex quo inuenitur id centrum per mutuam ſectionē duarum ab angulis oppoſitas baſes bifariantium: iuxta anteced. §§ 4, & 5. Archimedi ſuffragationem geometricè habe à nobis in § 41 ad propoſ. 4 lib. 6 in 1 parte 2 Tomi demonſtrauimus.

uimus enim rectas ab angulis emissas, & bifariantes oppositalatera, secare se in communi puncto. Quod deinde Archimedes ostendit esse centrum grauitatis.

§ VIII.
Moralia circa inuentionem centri in circulo.

IN § 15 ad prop. 32 li. 1, habes ab inuẽtione cẽtri in circulo moralia, & practica, dum affirmat Arist. non esse nisi viri boni medium virtutis inuenire, sicut medium circuli solus philosophus Geometricus ex hac 1 propos. inuenit. Quibus adde ad praxen moralem & sequentia. Quemadmodum non nisi per decussationes (quæ simulacra sunt crucis) rectarum inuenitur centrum circuli; sic & medium virtutis non inuenitur nisi per aduersa, & cruciantia sensitiuum appetitum, qui hominem abstrahit in extrema vel excedentia, vel deficientia, extra rectæ rationis morale ad punctum, quod est in eo: ne quid nimis. *Igitur duarum quasi linearum decussatione, atq; cruciatu,* sustine, & abstine, *si animus hominis contineatur in officio, vt prospera modestè, aduersa fortiter ferat, centrum virtutis in humanæ vitæ circulo inueniet, eritq; fælix quatenus inter homines licet; perfectè fælix futurus post hanc vitam delatus per lineam rectæ in vita directionis ad verum vniuersi centrum; quod est Deus, id scilicet* Bonum, quod omnia appetunt, *iuxta exordium moralium Nicomachiorum apud Philosophum Peripateticum, &c.*

SCHOLION II.

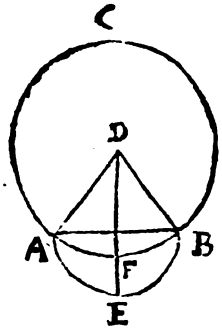
E Tertio veterum Scholiorum apud Commandinum ad hanc 1 proposit. Hoc primum, inter problemata, & theoremata medium est; quatenus enim quærere, etiam aliquo modo facere proponit; quatenus verò non in factionem, sed in inuentionem vbi id, proponit contemplari. *Quærit, & inuenit centrum. &c. pertinet ad genus propositionum, quæ Porismata dicuntur. Vide ad coroll. propos. 15 lib. 1.*

Pro-

Digitized by Google

Propos. II. Theor. I.

Si in circuli peripheria duo puncta accipiantur, recta illa coniungens intra circulum cadet.



ESto circulus ABC, & in eius peripheria accipiãtur quæcunq; duo puncta A, B. Dico rectam, quæ ex A in B ducitur intra circulum cadere. Si non: cadat, si fieri potest, extra, vt AEB, & accipiatur centrum circuli ABC, quod sit D, iunganturque DA, DB, & producatur DF in E. Quia DA[a] æqualis est ipsi DB; [a] *defin.* 15.
[b] erit & angulus DAE angulo DBE æqualis; [b] *propos.* 5. 1.
cumque trianguli DAE vnum latus AE productum sit in B, [c] erit angulus DEB maior angulo [c] *propos.* 16. 1.
DAE: æquales sunt autem anguli DAE, DBE, maior ergò est DEB angulus, quàm DBE; [d] maior autem angulus maius latus subtendit; maius ergo est DB latus, quam DE. [e] At DB ipsi DF æquale est; maius ergo est DF, quam DE, minor maiore, quod fieri nequit: Non ergo quæ ex A in B ducitur extra circulum cadit. Similiter ostẽdemus quod nec in ipsam peripheriam; cadet ergo extra. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.
[d] *propos.* 19.
[e] *defin.* 15.

Digitized by Google

SCHOLION I.

Aliter, ac facillimè 2 propoſ. demonſtrare, ac de contactu peripheriæ in puncto rectæ. &c.

RECTÈ Clauius hanc propoſitionem etiam affirmatiuè demonſtrat, & corollarium ex cà deducit de circulo tangente lineam in vnico tantum puncto. Cui par eſt corollar. Euclidis inferius è 16 prop. hu. Aliter nos etiam, & breuiter hanc eandem 2 propoſ. demonſtramus, præmiſſis, & ſuppoſitis duobus; quorum cognitionem, ac demonſtrationem iam habes in 2. To. huius Ærarij ad propoſ. 17, § 10, & ad 32 in Schol. poſt § 18, ſcilicet: ab eodem puncto ad eandem rectam lineam vnica tantum perpendicularis deduci poteſt. *&:* Linea circulum tangens, eſt perpendicularis ad diametrum, &c. *Igitur ſi velit aduerſarius tangi circulum à linea in duobus, vel pluribus punctis, finge à centro circuli ductas eſſe duas ſemidiametros ad duo illa puncta contactùs: vtraq; erit perpendicularis ad tangentem, per 2 ſuppoſitum; ergo ab eodem centro duci poſſunt ad eandem rectam plures perpendiculares, contra primum ſuppoſitum. Tactus igitur circularis peripheriæ eſt in vno tantum lineæ puncto.*

§ I.
THEOREMA.

De ſphęra planum tangente in puncto, ex hac 2 propoſ.

THeodoſius Tripolita lib. 1. Sphæricorum propoſ. 3 demonſtrat etiam planum à ſphæra non tangi niſi in vnico puncto. Eius demonſtratio deduci poteſt ex hac 2 propoſit. Eucl. & ex eius corollar. apud Clauium, atq; etiam ex demonſtratione noſtra indicata in antec. 1 ſchol. Cum enim & planum conſtet quo-

quodammodo ex infinitis designabilibus rectis lineis (fluxus enim rectæ lineæ planã producit superficiem, & circuli gyratio circa diametrum producit sphæram) sicut sphæra conflata concipitur ex infinitis circulis; propterea id, quod in antecedenti schol. demonstratum est de contactu vnius circuli ad vnam rectam, idem valet de reliquis circulis sphæræ, & reliquis lineis plani tangentibus in eodem puncto. &c.

Vide & aliam demonstrationem geometricam de contactibus circuli, & sphæræ in puncto, in Schol. ad propos. 18 hu. inferius.

SCHOLION II.

Physica demonstratio de contactu circuli, vel sphæræ in puncto.

VT etiam physicè veritatem demonstres de contactu circuli, vel sphæræ in vnico puncto lineæ rectæ, vel plani, relege quæ apud nos habes in To. 1 hu. Ærar. ad defin. 15 § 3, & 4, vbi & loca Aristotelis explicantur circa contactum circuli in plano, & exponuntur de circulo paradoxa huc facientia; circulus. n. & sphæra sunt quasi vnicus, seu perpetuus angulus peripheriæ à recto, & plano recedentis vtrinque, &c. quare non nisi in indiuisibili congruit cum plano &c.

§ II.

Vsus contactús in puncto ad Aristotelis intelligentiam contra indiuisibilia, & pro miraculo geometrico de asymptotis.

VSus huius 2 propos. & corollar. ac præcedentium in nostris hisce Scholijs insignes, ac multiplices sunt. Indico aliquos. Aristoteles in aureo libello de insecabilibus lineis, siue quod linea non constat ex indiuisibilibus, demonstrat quòd, si constaret ex punctis, circulus tangens vbi duo aliqua puncta se con-

tingunt in lineà, iuxtà aduersarium, tangeret in duobus punctis lineam, contrà demonstrata ex hac 2 propos. Eucl. Nos verò in Ap. 3. progym. 1, propos. 1, & 2 vtimur hic demonstratis ad demonstrandum facilè pro tyronibus miraculum illud geometricum (quod ab alijs in conicis, vel ex conicis difficilioribus ambagibus demonstratur) de lineis inter se asymptotis tam rectà ad rectam, quàm rectà ad hyperbolicam. Ex citatis locis Apiariorum expediet Doctori, & Auditori Geometricis proferre, & cognoscere ea exempla animum tyronum iucundà rerum inopinatarum cognitione ad amorem Mathematicarum scientiarum excitantia.

§III.

SCHOLION III.

Contactus in puncto intelligendi in abstractione Geometricà.

CIrca predicta de contactu circuli, vel sphæræ in puncto, exercenda est abstractio Geometrica, de qua nos in capite vltimo Prolegomenωn, in to. 1. hu. Aer. Nam & lineæ perfectè rectæ, & perfectè plana, & perfectè circularia sunt in ideis, & formis geometricis in anima conceptis, in qua & contactus illi præcisi, ac perfecti formantur. De quibus Geometricus Philosophus demonstrat, & intelligendus est dum in signis externis versatur. Quod si ab abstractis ad concreta physica descendas, & veritates idcales, & in abstracto demonstratas velis materiæ, seu quantitati physicæ applicare, disceptationibus erit locus inter physicos. non .n. in quantitate physica nisi imperfectè rotunda, vel plana sunt, ac proinde contactus etiam sunt in puncto physico, idest in quantitate minima quidem, sed diuisibili, non autem in puncto accepto in abstractione geometrica, quando concipitur id, cuius nulla pars est, *& abstractum à diuisibili secundum longitudinem, latitudinem, profunditatem, ideoq; indiuisibile. Quidquid igitur digladientur inter se physici circa contactus in physica quantitate, Philosophus Geo-*

Digladiationes physica circa cõtactus quã torum nihil officiunt geometricis veritatib⁹.

Geometricus & pacatus, & animi ſecurus eſt inter geometricam illam ſuam abſtractionem, vbi demonſtrat de figuris conceptis perfectè circularibus, & planis perfectis contactis in puncto, ideſt in indiuiſibili; quod quidem non exiſtat actu in quantitate illa abſtracta figurarum geometricarũ, ſed animo tantùm deſignetur. Quantitatis enim abſtractus, & purus conceptus eſſentialiter inuoluit diuiſibilitatem, nec ex indiuiſibilibus abſtractis (hoc eſt punctis Mathematicis, quorum nulla pars eſt, & concipiuntur non quanta) fieri poteſt, aut conſtare quantitas, eiuſq; diuiſibilitas. Sed omiſſis diſceptatorijs, accedamus ad aliquid morale.

Quantitatis cõceptus inuoluit diuiſibilitatem.

Ex abſtractis indiuiſibilibus nõ poteſt conſtare etiã abſtracta quãtitas

§ IV.

Morales contactus. Vir bonus circularis, & ſphæricus.

VIr bonus non ſolum eſt conſtantiâ quadratus, & cubicus, (vt ex Ariſtotele protulimus in antecedentibus in ſecun. tomo, & alibi) ſed etiam eſt, vt cecinit Venuſinus, teres, atq; rotundus, *circularis, & ſphæricus non ſolum ob virtutem perfectam, ſed in primis quia, (vt circulus, & ſphæra) terrena non tangit niſi in puncto neceſſitatis, delitias, & ſuperfluam abundantiam abijciens, vnaique affectu à terris ad cæleſtia eleuatus, verè ἅγιος, ideſt Sanctus. Ac opportunè Sanctorum ſolemne, & commune feſtum celebramus in hiſce Nouembris Kalẽdis dum hæc ſcribo.*

Pro-

Propos. III. Theor. II.

Si in circulo recta quædam linea per centrum, ducta rectam non per centrum ductam bifecet, & ad angulos rectos ipsam secabit: Et si ad angulos rectos ipsam secet, bifariam quoque secabit.

ESto circulus ABC, & recta quædã CD per centrum rectam quandam AB non per centrum ductam bisecet in F. Dico quod & ad angulos rectos ipsam secet. Accipiatur enim cẽtrum E, ducantur quæ EA, EB. Cumq; AF, FB æquales sint, communis FE, erunt duæ AF, FE duabus FB, FE æquales, basisq; EA basi EB: [a] ergo & angulus AFE angulo BFE æqualis erit. Cum autem recta super rectam consistens angulos deinceps æquales fecerit, [b] rectus erit vterq; æqualium angulorum: vterque ergo AFE, BFE rectus erit: ergo CD per centrum ducta bisecans AB non per centrum ductam, & ad angulos rectos ipsam secabit. Sed iam CD ad angulos rectos secet ipsam AB; dico & bisecare ipsam, hoc est, AF, FE æquales esse. ijsdem constructis, cum EA, EB æquales sint, [c] erunt & anguli



a *propos.* 8. I.

b *defin.* 10. I.

c *propos.* 5. I.

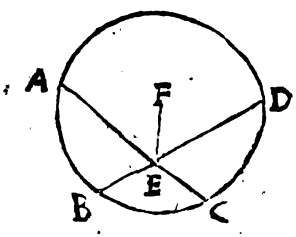
Digitized by Google

guli EAF, EBF æquales: est autem rectus AFE recto BFE æqualis: duo ergo triangula EAF, EFB duos angulos duobus angulis æquales habẽtia, & vnum latus vni lateri, nempe commune EF, quod vni æqualium angulorum subtenditur, [a] habebit & reliqua latera reliquis æqualia: æquales ergo sunt AF, FB. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

[a] *propos.* 26.1.

Propos. IV. Theor. III.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se mutuò secent, non per centrum ductæ, se bifariam non secabunt.



ESto circulus ABCD, in eoque duæ rectæ AC, BD non per centrum ductæ, se inuicem in E secent. Dico quod se bifariam non secent. Si fieri potest, se bifariam secent; sintq; & AE, EC, & DE, BE æquales, & accipiatur centrum F, ducaturq; FE. Cùm ergo recta quædam FE per centrum ducta rectam quandam AC non per centrum ductam bisecet, ad rectos [a] angulos ipsam secabit: angulus ergo FEA rectus est. Rursus cùm recta FE rectam quandam BD non per

[a] *prop.* 3.

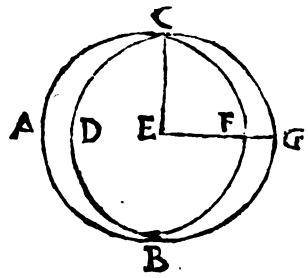
cen-

Digitized by Google

b *prop.* 3. centrum ductam biſecet, ad [b] angulos rectos ipſam ſecabit; rectus ergo eſt FEB. Oſtenſus autem eſt & FEA rectus: ergo FEA æqualis eſt FEB, minor maiori, quod fieri nequit: non ergo AC, BD ſe bifariam ſecant. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Propoſitio V. Theor. IV.

Si duo circuli ſe inuicem ſecuerint, non erit ipſorum idem centrum.



DVo circuli ABC, CDG ſe inuicem ſecent in B, & C; dico ipſorum non eſſe idem centrũ. Si eſt, eſto E, iungatur EC, & ducatur EFG vtcunq. Et

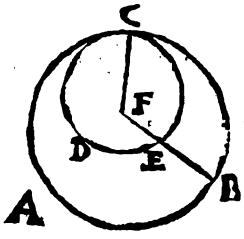
a *defin.* 15.1. b *defin.* 15.1. quia E centrum eſt circuli ABC, [a] erit EC æqualis EF. Rurſus quia E centrum eſt circuli CDG, [b] erit & EC æqualis EG. Oſtenſa eſt autem EC æqualis EF. erit igitur EF æqualis EG, minor maiori. Quod fieri nequit. Non ergo E centrum eſt circulorũ ABC, CDG. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonſtrare.

Pro-

Digitized by Google

Propos. VI. Theor. V.

Si duo circuli interius se contingant, non erit illorum idem centrum.



DVo circuli ABC, CDE se tangant interius in C. Dico illorum nõ esse idem centrum. Si est: Esto F, iungaturque FC, & ducatur FEB vtcunque. Cùm ergo F centrum sit circuli ABC, [a] erit FC æqualis FB. Et cum F centrum etiam sit circuli CDE, [b] erit FC æqualis FE: demonstrata est autem & FC æqualis FB: ergo FE æqualis est FB, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo F centrum est circulorum ABC, CDE. Si ergo duo circuli, &c. Quod demonstrare oportuit.

[a] *defin.* 19. I.

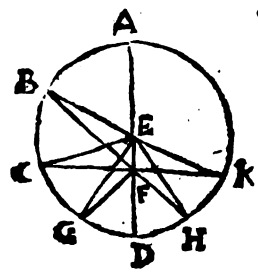
[b] *defin.* 15. I.

Digitized by Google

Propoſ. VII. Theor. VI.

Si in diametro circuli accipiatur punctum, quod centrum non ſit, ab eoq; in circulum cadant rectæ quædam, maxima erit in qua eſt centrum; minima reliqua: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum tranſit remotiore ſemper maior eſt. Duæ autem tantùm æquales à puncto in circulum cadent ad vtraſq; partes ipſius minimæ.

ESto circulus ABCD, diametrus eius AD, in qua ſumatur punctum quoduis F, quod centrum non ſit. Centrum autem ſit E. Cadant ab F ad circulum rectæ quędam FB, FC, FG. Dico maximam eſſe FA, minimam FD: aliarum FB maiorem, quàm FC; & FC maiorem, quàm FG. iungantur enim BE, CE, GE. Et quia omnis trianguli [a] duo latera reliquo maiora ſunt, erunt EB, EF maiores BF; eſt autem AE ipſi BE æqualis, ſunt ergo BE, EF æquales ipſi AF; maior igitur eſt AF quàm BF. Rurſus cùm BE, CE æquales ſint, communis EF, erunt duæ BE, EF duabus CE, EF æquales: ſed angulus BEF [b] maior



[a] propoſ. 20. 1.

ior est angulo CEF: erit [c] igitur & basis BF ma ior basi CF. Eandem ob causam maior est CF, quam FG. Rursus cùm GF, FE maiores sint, quàm EG, & EG, ED æquales, erunt GF, FE maiores, quam ED; communis auferatur EF; [d] reliqua ergo GF reliqua FD maior erit. Est ergo FA maxima; minima DF; maior autem FB, quàm FC, & hæc maior, quàm FG. Dico secũdo, quod ex F duę tantum æquales ad circulum cadant vtrinq; à minima DF. [e] Constituatur enim ad E rectæ EF angulus FEH æqualis angulo GEF, ducaturq; FG. Cùm ergo GE, EH æquales sint, communis EF, erunt duæ GE, EF duabus HE, EF æquales, angulusq; GEF angulo HEF ęqualis: [f] igitur & basis FG basi FH erit æqualis. Dico tertio, quod ipsi FG nulla alia æqualis ex F ad circulum cadat. Si enim cadit, cadat FK. Cùm ergo vtraq; FK, FH ipsi FG sit æqualis, [g] erit & FK ipsi FH æqualis: propinquior ergo ei, quæ est per centrum, æqualis est remotiori, quod fieri nequit. Vel sic. Ducatur EK. Cùm ergo GE, EK æquales sint, communis FE, item [h] basis GF basi FK ęqualis, [i] erit & angulus GEF angulo KEF æqualis: sed CEF ęqualis est angulus HEF; ergo & HEF æqualis erit ipsi KEF, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ab F plures vnà ipsi GF æquales ad circulũ

[b] ax. 9.
[c] propos. 24. 1.
[d] ax. 5.
[e] propos. 23. 1.
[f] propos. 4. 1.
[g] ax. 1.
[h] def. 15
[i] prop. 8. 1.

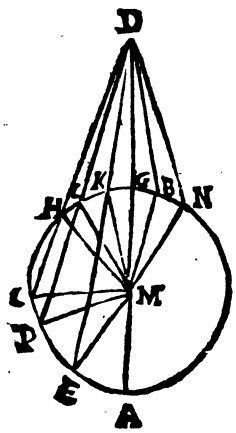
cadunt. Si ergo in diametro, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. VIII. Theor. VII.

Si extra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum ducantur rectæ quædam lineæ, quarum una per centrum transeat, reliquæ vt libet. Earũ quidem, quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima est quæ est per centrum: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum, remotiore semper maior est. At earum, quæ in conuexam peripheriam cadunt, minima est quæ inter punctum, & diametrum interijcitur; aliarum verò quæ propinquior minima semper remotiore minor est. Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadunt ad vtraſq; partes minimæ.

ESto circulus A B C, extra quem accipiatur punctum D, ab ipſoq; ducantur rectę quędam ad circulum DA, DE, DP, DC, ducaturq; DA per centrum. Dico quod cadentium ad cauam peripheriam A E P C maxima ſit quæ per centrum tranſit, DA; minima, quæ inter punctum

ctum D, & diametrum AG interijcitur, quæ eſt DG; maior autem DE, quàm DP, & hæc maior, quàm DC. Earum verò, quæ in conuexam peripheriam H L K G cadunt, ſemper propinquior minimæ DG minor eſt remotiore, hoc eſt, DK minor eſt, quàm DL, & hæc minor, quàm DH. Accipiatur centrum M, iunganturq; ME, MP, MC, MH, ML, KM. Et cum AM, EM [a] æquales ſint, communis addatur MD, eritq; AD æqualis vtriſq; EM, MD; ſed EM, MD [b] maiores ſunt, quàm ED: ergo & AD maior eſt quam ED. Rurſus ME, MP æquales ſunt, communis addatur MD; eruntq; EM, MD æquales ipſis PM, MD: ſed angulus EMD maior eſt angulo PMD; [c] ergo & baſis ED maior eſt baſi PD. Similiter oſtẽdemus PD maiorem eſſe CD. Maxima ergo eſt DA, maior DE quàm DP, & DP maior quàm DC. Cumq; MK, KD [d] maiores ſint quàm MD, & MG æqualis MK, [e] erit reliqua KD maior reliquá GD. Quare GD minor eſt quàm KD, eſt enim omnium minima. Et quia lineę MK, KD à terminis lateris MD intra triangulum MLD conſtitutę ſunt, [f] erũt illæ minores, quàm ML, LD: ſunt autem MK, ML



a def. 15.

b propoſ. 20. 1.

c propoſ. 24. 1.

d propoſ. 20. 1.

e ax. 5.

f propoſ. 21. 1.

Digitized by Google

ML æquales: ergo reliqua DK minor est reliquà DL. Eodem modo ostendemus DL minorem esse DH. Minima ergo est DG; minor autem DK quàm DL, & DL minor quàm DH. Deinde dico, quod à puncto D tantùm duæ æquales in circulum cadant ad vtrasq; partes minimæ. [g] Constituatur ad M lineæ MD angulo KMD æqualis DMB, ducaturque DB. Cùm ergo MK, MB æquales sint, MD communis, erunt duæ KM, MD duabus BM, MD æquales, altera alteri; sunt verò & anguli KMD, BMD æquales, [h] erũt igitur & bases DK, DB æquales. Dico tertio rectæ DK à puncto D ad circulum æqualem aliam non cadere. Si enim potest, cadat DN. Cum ergo DK sit æqualis DN; & ipsi DK æqualis DB; erit [i] & DB ipsi DN æqualis propinquior minimæ remotiori, quod fieri non posse demonstratum est.

g *propos.* 32. I.

h *propos.* 4. I.

i *ax.* 1.

Aliter.

DVcatur MN. Cùm igitur KM æqualis sit MN, communis MD, & basis DK æqualis basi DM, [k] erit & angulus KMD angulo DMN æqualis: sed KMD æqualis est angulo BMD; ergo & BMD æqualis erit NMD, minor maiori; quod fieri nequit. Non ergo plures quàm

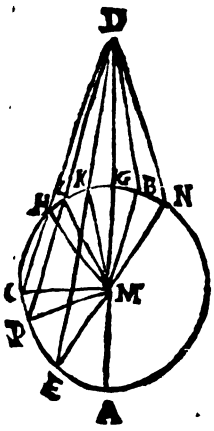
k *propos.* 88. I.

duæ

duæ à puncto D ad circulum ABC æquales ad vtrasque partes DG cadunt. Si ergo extra circulum, &c. Quod demonstrare oportuit.

SCHOLION.

Vsus, & Praxis 8 propositi. in inuentione per chordam semidiametri oris putealis.

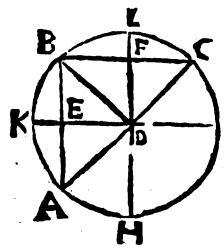


EX hac 8 propositione deducitur, & demonstratur praxis inuenienda diametri, & simul centri oris aperti alicuius putei. In figura Euclidis finge os circulare apertiputei esse NHPA. chordulam affige in puncto quolibet peripheriæ velut in K, quæ chordula inserta sit in globulum aliquem perforatum, ac mobilem per eandem chordam. Tum chordá protensá è K ad latus putei (velut ad P, vbi globulus tangat latus, siue peripheriam) moueatur ex P in E, A, & vltra A, semper globulo oram extremam radente, & per chordam meãte longius, ac longius à K, donec globulus, vt oram tangat, incipiat per chordam accedere versus K; tunc enim primum chorda incipiet esse minor diametro. Itaque chordæ quantitas vbi desijt crescere, & incœpit decrescere, erit mensura diametri quæsitæ in ore putei. Nam ex hac 8 propos. linearum intra peripheriã maxima est diameter. Eaq; dimidiata dat punctum centri, & semidiametrum, ad cuius interuallum ducatur peripheria pro circulo, quæ sit æqualis ori putei.

Propoſ. IX. Theor. VIII.

Si intra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum plures, quàm duæ æquales rectæ cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

ESto intra circulum ABC acceptũ punctum D, ab eoq; ad circulum ABC plures, quàm duæ rectæ æquales cadant, nempe DA, DB, DC. Dico D centrum eſſe circuli ABC. Iungãtur AB, BC, biſecentur; in E, & F, & iunctæ ED, DF producantur in G, K, & H, L.



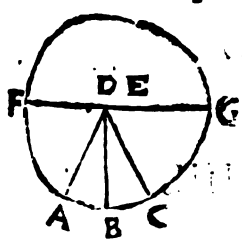
Cùm ergo AE æqualis ſit EB, communis ED, erunt duæ AE, ED duab. BE, ED æquales; eſt [a] verò & baſis DA baſi DB æqualis, erit [b] igitur & angulus AED angulo BED æqualis: [c] rectus ergo vterq; eſt: ſecat [d] ergo GK ipſam AB bifariã, & ad angulos rectos. Et quia, [e] quãdo in circulo recta rectam ſecat bifariam, & ad angulos rectos, in ſecante centrum eſt circuli, erit in GK centrum circuli ABC. Eadem ratione centrum erit in HL: & nullum aliud commune punctum habent rectæ GK, HL præter D: ergo D centrum circuli ABC. Si ergo intra

a *ex hypotheſi.*
b *propoſ. 8. 1.*
c *defin. 10. 1.*
d *propoſ. 3. 3.*
e *Corol. propoſ. 3. 3*

tra circulum, &cet. Quod oportuit demonstrare.

Aliter.

INtra circulum ABC sumatur punctum D, ab eoque ad circulum plures quàm duæ rectæ æquales cadant DA, DB, DC. Dico D esse centrum circuli ABC. Si non est. Esto E, & iuncta DE producatur in F & G. [a] Est autem FG diametrus circuli ABC. Cum ergo in diametro FG acceptum sit punctum D, quod centrũ circuli nõ est, [b] erit DG maxima, maior autem DC, quàm DB, & DB maior quàm DA; sed & æquales sunt; quod fieri non potest. E ergo centrũ circuli ABC non est. Similiter ostendemus quod præter D aliud nullum. D ergo centrum est circuli.



a *def.* 17. 1.

b *prop.* 7. 3.

Digitized by Google

SCHOLION.

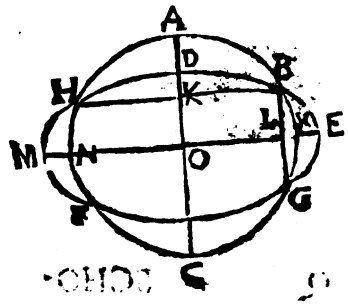
Vsus 9 Propos. in inuentione poli dati circuli iuxta inuentionem centri, ad styli perpendicularem erectionem.

ADde propositi huic 9. si extra circulũ accipiatur punctũ, ab eoq; ad peripheriam plures, qnàm duæ æquales deducũtur, erit id punctum polus circuli. *Relege qua habes ad intelligentiam nostræ huiusce propositi § 3. ad def. 16. in to. 1. h. Ær. Ex hac ergo 9. Eucl. eleuata à nobis etiã. ad polum circuli, patet demonstratio praxis, quam in Ap. 9, Prop. 4, cap. 4. num. 1. tradidimus, ac vniuersaliter pro erectione, & examinatione styli perpendiculariter erigendi, vel erecti. Vide, & adduc huc plura è § 5 ad prop. 11, & § 14 ad propos. 12, in to. 1. hu. Ær.*

Propos. X. Theor. VIII.

Circulus circulum in pluribus, quàm duobus punctis non secat.

SI fieri potest, secet circulus ABC circulum DEF in pluribus punctis quàm duobus, vt in B, G, F, H, iunctæque BG, BH [a] bisecentur in K & L; atq; ex K, & L ipsis BG, BH ad [b] angulos rectos ductæ KC, LM, in A, & E producantur. Cũ ergo



a prop. 10. 1.

b prop. 11. 1.

Digitized by Google

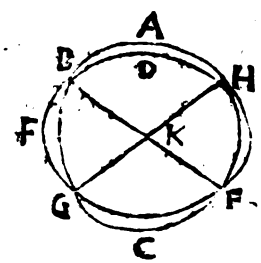
ergo in circulo ABC recta quædam AC rectã quandam BH bifariam, & ad angulos rectos secet, [c] erit in AC centrum circuli ABC. Rursus cùm in eodem circulo ABC recta quædã NX rectam quandam BG bifariam, & ad angulos rectos secet, [d] erit in NX cẽtrum circuli ABC. Demonstratum autem est quod & in AC: atqui in nullo alio puncto rectæ AC, NX concurrũt, quàm in O: est ergo O centrum circuli ABC. Similiter demonstrabimus centrũ circuli DEF in O esse. Duorum ergo circulorũ ABC, DEF se inuicem secantium idem est centrũ O: [e] quod fieri nequit. Non ergo circulus circulum &c.

[c] prop. 3. 3.

[d] prop. 3. 3.

[e] prop. 5. 3.

Aliter. circulus ABC circulum DEF in pluribus, quã duobus punctis secet, vt in B, G, H, F. Accipiatur circuli ABC cẽtrum K, iungantnrq; KF, KG, KB. Cum ergo intra circulum DEF acceptum sit punctũ K, ab eoq; ad circulũ DEF cadant plures, quàm duæ rectæ æquales KB, KF, KG; [a] erit K centrum circuli DEF: sed est etiam cẽtrum circuli ABC: duorum ergo circulorum se secãtium idem est centrũ: [b] quod fieri non potest. Non ergo circulus circulum in pluribus, quàm duobus punctis secat. Quod oportuit demonstrare.



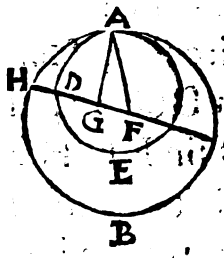
[a] prop. 9. 1.

[b] prop. 5. 3.

Propos. XI. Theor. X.

Si duo circuli se interius contingant, recta linea eorum centra coniungens, si producatur, cadet in contactum circulorum.

DVo circuli ABC, ADE interius se contingant in A. Accipiatur circuli quidē ABC centrum F, circuli verò A D E centrum G. Dico quod, quæ ex G in F ducitur si producatur, in cōtactum cadat. Si non, cadat aliò, vt FGDH, iungantur q; AF, AG. Cùm ergo AG, GF [a] maiores sint, quàm FA, hoc est, quàm FH (æqualis enim est FA, ipsi FH, est enim vtraq; ex centro) auferatur communis FG: reliqua ergo AG maior erit reliquà GH: est autem AG ipsi GD [b] æqualis: erit ergo GD maior ipsa GH, minor maiore quod fieri non potest. Non ergo quæ ex F in G ducitur, extra contactum A cadet. Ergo in ipsum.



a *propos.* 21. 1.

b *defin.* 15. 1.

Aliter. Cadat, vt GFC, quæ in H producatur, iunganturq; AG, AF. Quia ergo AG, GF [c] maiores sūt, quàm AF, sed AF [d] æqualis est CF, hoc est FH; communis auferatur FG; erit que AG, quam

c *propos.* 20. 1.

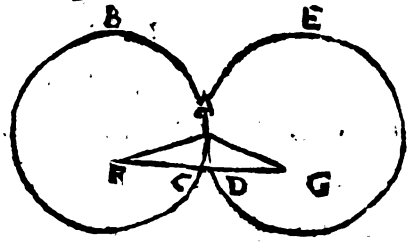
d *defin.* 15.

quam reliqua GH maior: hoc est GD maior erit, quàm GH, minor quàm maior, quod fieri non potest. Idem absurdum demonstrabimus si maioris cẽtrum sit extra minorem circulum. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. XII. Theor. XI.

Si duo circuli se se exterius contingant, recta ipsorum centra coniungens per contactum transibit.

DVo circuli ABC, ADE tangant se exterius in A. accipianturq; circulorum centra, quæ sint F, G. Dico quòd quæ F, G iungit,



per cõtactum A transeat. Si non, transeat, si fieri potest, vt FCDG, & iungantur AF, AG. Cùm igitur F cẽtrum sit circuli ABC, [a] erit FA æqualis FC. Et cùm G sit centrum circuli ADE, erit & GA ipsi GD æqualis. Ostensa est autem & FA æqualis FC. Sunt ergo FA, AG ipsis FC, DG æquales: Quare tota FG maior erit ipsis FA, AG: sed & [b] minor est: quod fieri non potest. Non ergo quę ex

[a] *defin.* 15.

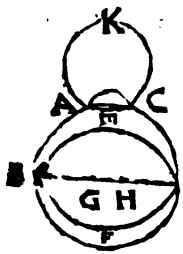
[b] *propos.* 20. 3.

F in G ducitur aliorsū, quàm per A contactum transit. Si ergo duo circuli, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. XIII. Theor. XII.

Circulus circulū in pluribus punctis vno non tangit, siue interius, siue exterius tangat.

SI fieri potest, tangat primo circulus ABDC circulū EBFD interius in pluribus, quàm vno punctis, vt in B, D: & sumatur circuli ABDC centrum G, circuli EBFD centrum H: ergo recta centra G, H iungens [a] cadet in contactus B, D; cadat, & sit BGHD. Cùm igitur G sit centrum circuli ABDC, erit BG æqualis ipsi GD; maior igitur est BG, quàm HD; multo ergo maior BH, quàm HD. Rursus cùm sit H centrum circuli EBFD, æqualis erit BH ipsi HD: ostensa est autem multò illà maior, quod fieri nequit. Non igitur circulus circulum interius in pluribus, quàm vno puncto tangit. Dico quod neq; exterius. Si enim fieri potest, tangat circulus ACK circulum ABDC exterius in pluribus punctis vno, vt in A, & C, iungantur q; A, C. Cùm ergo in peripheria cir-



a *propos.* 11. 3.

circulorum ABDC, ACK accepta sint quæcunque puncta A, & C, [a] cadet recta illa coniungens intra vtrumq; circulum. Sed cadit quidem in circulum ABDC, extra verò circulum ACK. [b] Quod est absurdum. Non ergo circulus circulum extra in pluribus punctis vno tangit. Ostensum est autem quod neq; interius. Circulus ergo, &c. Quod oportuit demonstrare:

[a] *propos.* 1. 2.

[b] *propos.* 2. 3.

Propositio XIV. Theor. XIII.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant. Et, quæ æqualiter à centro distant, æquales sunt.



SVnto in circulo ABDC rectæ AB, CD æquales. Dico eas æqualiter à centro distare. Esto centrum E, à [a] quo ad rectas AB, CD perpendiculares ducantur EF, FG, & iungantur AE, EC. Cùm ergo recta EF per centrum ducta rectam quãdã AB non per centrum ductã, ad angulos rectos secet, [b] & bifariã eam secabit: æquales ergo sunt AF, FB. Ergo AB dupla est ipsius AF. Ob eandem causam est CD dupla ipsius CG: [c] æquales ergo sunt AF, CG: cũ igitur [d] & AE, EC æquales sint, erunt & quadra-

[a] *propos.* 12. 1.

[b] *propos.* 3. 4.

[c] *ax.* 7.
[d] *defin.* 15. 1.

ta

f *propos.* 47.1. ta ipsarum AE, EC æqualia. Sunt autem ei quadrato*f*, quod ex AE, æqualia quæ ex AF, EF (est enim angulus ad F rectus) ei autem, quod ex EC æqualia sunt quæ ex EG, GC (nam & angulus ad G rectus est.) Sunt ergo quæ ex AF, EF æqualia illis, quæ ex CG, GE. Cùm ergo quod ex AF æquale sit illi, quod ex GC (sunt enim AF, CG æquales) erit & reliquũ, quod ex FE, reliquo quod ex EG æquale: sunt ergo EF, EG æquales. *g* In circulo autem æqualiter à centro abesse dicuntur rectę, quando perpendiculares ex centro ad ipsas ductæ æquales fuerint. Sed iam distent AB, CD æqualiter à centro, hoc est, EF, EG sint æquales. Dico AB, CD æquales esse. Ijsdem constructis, demonstrabimus, vt prius, AB dnplam esse ipsius AF, & CD ipsius CG. Cumq; AE, CE æquales sint, erunt & earum quadrata æqualia. *h* Sunt verò ei, quod ex AE æqualia quæ ex EF, FA: & ei, quod ex CE, illa quæ ex EG, GC: ergo quæ ex EF, FA sunt illis quæ ex EG, GC æqualia. Cùm autem ei, quod ex EG æquale sit quod ex EF (sunt enim EG, EF æquales) erit & reliquum, quod ex AF, reliquo, quod ex CG, æquale; æquales ergo sunt AF, CG. Est autem ipsius AF dupla AB, & ipsius CG dupla CD, æquales ergo sunt AB, CD. In



g *def.* 3. 1.

h *prop.* 47.1.

cir-

circulo ergo æquales rectæ, &c. Quod oportuit demonstrate.

SCHOLION, in quo—

—LEMMA *pro prop. 14,*

De quadratis æqualibus à lateribus æqualibus, & æqualium quadratorum lateribus æqualibus.

CVm igitur & AE, EC æquales sint, erunt & quadrata ipsarum AE, EC æqualia. *Hoc, quod sine controuersia pro certo supponit, ac per se notum Euclides hìc in prop. 14, demonstrat Proclus in comment. 20, quod est ad prop. 46 lib. 1 Elem. pariter cum conuerso. Vt stemus pro Euclide, sine alia demõstratione patet lineas æquales æqualiter posse, ideſt æqualia producere quadrata. Ac multo magis si vtaris regula apud nos vniuersalissima ac per se nota, quam cùm alibi, tum in primis in Epilogo planimetrico, & in Breuiario Stereometrico habes in fine prima partis, & in secunda parte huius Tertij tomi, scilicet: ab æqualibus producentibus æqualia sunt producta. Si ergo lineæ sunt æquales, ac eæ perpendiculariter, & per æquales vias motæ sunt, sine dubio æqualia plana quadrata produxerunt. Sic & æqualia producta quadrata resoluũtur in æqualia producentia, ideſt in æquales rectas motas per æquales vias. Vide cit. Epil. & Breuiar.*

Adde in numeris ostensionem. Quis enim dubitet æqualium radicum 2, & 2 æqualia esse quadrata 4, & 4? & æqualium quadratorum numerorum 4, & 4 æquales esse radices 2, & 2? Qua propter rectè Euclides, sine alia demonstratione supposuit tamquã euidentissimum: quadrata æqualium AC, EC æqualia.

Digitized by Google

Propos. XV. Theor. XIV.

In circulo maxima est diametrus: aliarum verò semper quæ propinquior est centro remotiore maior est.



ESto circulus ABCD, cuius diametrus AD, centrum E; propinquior diametro BC, remotior sit FG. Dico maximam esse AD, maiorem BC, quàm FG. [a] Ducantur enim à centro ad BC, FG perpendiculares EH, EK. Et quia BC propinquior est centro, remotior FG, [b] maior erit EK, quàm EH. [c] Ponatur ipsi EH æqualis EL, & per L [d] ducatur ipsi EK ad angulos rectos LM; qua ducta in N, iungantur EM, EN, EF, EG. Cùm ergo EH ipsi EL sit æqualis, [e] erit & BC ipsi MN æqualis. Rursus cùm AE ipsi EM, ED verò ipsi EN sit æqualis, erit & AD ipsis ME, NE æqualis: sed [f] ME, NE ipsa MN maiores sunt: erit ergo & AD maior quàm MN. Et quia duæ ME, EN duabus FE, EG æquales sunt, angulus verò MEN maior angulo FEG; [g] erit & basis MN maior basi FG: sed MN ostensa est æqualis BC; ergo & BC maior est quàm FG. Maxima ergo est diametrus; maior BC quàm FG. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *propos.* 12. 1.
b *defin.* 5. 3.
c 1. 2 *propos.*
d *propos.* 11. 1.
e *propos.* 14. 3.
f *propos.* 20. 1.
g *propos.* 24. 1.

§ 1.

§I.

Locus insignis Arist. in Mechan. de remigibus hac 15 prop. illustratus.

Soluit demonstratiuè hæc propositio 15 Elem. quæstionem quartam mechanicarum apud Aristotilem, in qua quærit cur in naui remiges medij plus reliquis nauim impellant. Rationem autem affert quia remiges medij habent longiorem partem remi, ac magis distantem à scalmo, tanquam à renitente, siue ligamento, siue hypomoclio. Facilius autem potentia mouet pondus, quanto magis ab hypomoclio distiterit; quod ostendit in antecedentibus, vbi de admirandis circuli; atq; hic à nobis supponitur satis ab experientia comprobatum. Cur medij remiges magis nauī impellat.

At verò demonstratio geometrica (nam ocularis, aut palmaris demensio nihil ad Geometricum Philosophum) quæ firmetur assertum de longiore parte remi ab hypomoclio apud remiges medios, prodit ab hac 15 propos. Nam (in figura Euclidis) puta circulum FBCG esse nauem: hypomoclia in F, M, A, B, G, N, D, C, remorum partes ab hypomoclijs intra nauim esse ipsas FK, ML, AE, BH; GK, NL, DE, CH; quoniam quæ per centrum E ipsa AD longior est, quàm reliquæ, magis ac magis, quo recedunt magis vtrinque, iuxta hanc 15; erunt & dimidia ipsius AD, quæ per centrum, maiora dimidijs earum, quæ non per centrum eunt, magis ac magis, quo remotiora, &c. Ac proinde remex in E mouebit remi partem maiorem AE, quàm ML, vel BH, ac multo magis, quam FK; pariq; ratione ex altera parte de remigibus mouentibus partes remorum ad G, N, D, C. Demonstratio geometrica pro posita quæstionis.

Quòd autem nō nemo videtur magnum philosophum insimulare hallucinationis, modestius erit vt nos benignè interpretemur Peripateticorum Magistrum, ac dicamus rectè illum rationem attulisse à primo genere vectis, quasi mare sit pondus mouendum, scalmus, & nauis pro hypomoclio. Nā tanquam hypomoclion scalmus sustinere nititur nisum potentiæ in remo quasi vecte, sui altero extremo nitente mouere mare tanquam Pro Aristotele contra aliquos.

pondus; accidit verò vt fiat permutatio, & maris aqua renitatur, & scalmus cum naui moueatur cedendo nisui potentiæ in vecte. Ratio verò facilioris motionis à remigibus medijs valet etiam in vecte secundi generis, in quo quanto magis distat potentia à pondere intercepto, tanto facilius mouet. &c. Vide Aristotelem in cit. 4 quæs.

§ II.

Vsus opticus propositionis huius 15.

A diaphano sphærico magis, quam à cubico dilatatur angulus visorius.

HAbes vsum opticum huius 15 propos. apud nos in Ap. 6, progym. 1. cap 2, vbi ex hac 15 demonstrauimus à diaphano sphærico magis, quàm à cubico dilatari angulum visorium. Illuc vise, & huc transfer ad condimentũ, & quasi praxim huius 15 in re maximi momenti, præsertim pro senibus. &c.

§ III.

Moralia è 15 propos.

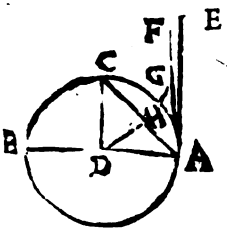
Maior moraliter qui Deo vniuersi cẽtro propinquior; minor tanto, quãto ab eo remotior.

IN solo Deo centrum, & quies vera est humani animi; ac verè ille maximus, in quo Deus Opt. Max. & tanto quisque maior quanto Deo propior, tanto minor, quanto ab eo remotior; quemadmodum in circulo maxima est diameter, in qua centrum, & quanto diametro vicinior recta est maior, tanto minor quanto à diametro remotior. Hæc verè pro animo solida nisi confidentur è geometricis, operam ludimus, mi Lector. A religioso scriptore debita hæc sunt moralia, & practica etiam in theorijs abstractis. Vtilissima omnium abstractio hæc est à figuris ad Deum.

Pro-

Propos. XVI. Theor. XV.

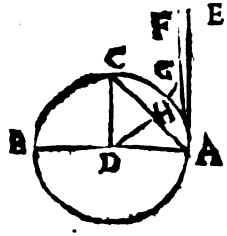
Qua diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locum, qui inter rectam lineam, & peripheriam interijcitur, alia recta non cadit. Et semicirculi angulus omni acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.



ESto circulus ABC circa centrum D, & diametrum AB. Dico rectam lineam ab A ipsi AB ad angulos rectos ductam extra circulū cadere. Si non, cadat, si fieri potest, intra, vt AC, & iungatur DC. Cùm ergo DA sit æqualis DC, erit & angulus DAC angulo ACD æqualis: est autem DAC * rectus, * *ex hypothesi.* rectus ergo erit & ACD: sunt ergo DAC, ACD duobus rectis æquales, [a] quod fieri nequit: Non ergo quę ab A puncto ipsi BA ad angulos rectos ducitur, intra circulum cadit. Similiter ostendemus quod nec in peripheriam: ergo extra cadit, vt AE. Dico secundò, in locum inter AE, & peripheriam CHA interiectum aliam rectam non cadere. Si potest: cadat, vt FA, ducaturq; ex D ipsi FA perpendicularis DG. Et cùm angulus A-

[a] *propos.* 32. 1.

Digitized by Google



b *propos.* 32. 1.
c *propos.* 19. 1.

GD rectus sit, [b] minor recto DAG; [c] erit AD maior, quàm DG: est autem DA æqualis ipsi DH; maior ergo est DH, quàm DG, minor maiore; quod fieri nequit. Non ergo in locum rectæ AE, & peripheriæ CHA interceptum alia recta cadit. Dico tertio angulum semicirculi rectâ AB, & peripheriâ CHA contentum, omni acuto rectilineo maiorem esse; reliquum verò peripheriâ CHA, & rectâ AE contentum, minorem. Si enim est aliquis angulus maior contento rectâ BA, & peripheriâ CHA, minor verò contento peripheriâ CHA, & rectâ AE, cadat inter peripheriam CHA, & rectam AE linea recta, quæ faciat angulum maiorem rectâ BA, & peripheriâ CHA contentum (qui rectis lineis continetur) minorem verò peripheria CHA, & rectâ AE contentum: at non cadit. Non ergo erit angulus acutus rectis lineis contentus, qui maior sit angulo rectâ BA, & peripheriâ CHA contento; neque minor, CHA, & AE contento.

Corollarium.

EX his manifestum est rectam, quæ diametro ab extremitate ad angulos rectos ducitur, cir-

circulum tangere, & rectam circulum in vno duntaxat puncto tangere: siquidem quæ circulo in duobus punctis occurrunt, d intra circulum cadere ostensum est. Quæ ergo diametro, &c. Quod oportuit demonstrare.

d propos. 2.3.

§ I.

Paradoxa, & admiranda 16 propositionis, & corollarij ex ea.

Hæc 16 huius libri propositio fœcundissima est paradoxorum, & corollariorum admirandorum, demonstratiuè tamen confirmatorum; quorum explicationem dum ageometrici aliqui non assequuntur, aut ijs abuntur, incidunt in paralogismos fœdissimos, & inanibus disceptationibus vmbras diuerberant. Planè mirum est quemlibet angulum contactûs quantumuis maximum esse minorem rectilineo angulo acuto quantumuis minimo. Mirum est quantumuis maximum angulum contactûs à nulla recta diuidi posse. Mirum est angulum semicirculi quantumuis maximum nunquam æquari posse angulo recto, & quantumuis minimum angulum semicirculi esse semper maiorem quolibet acuto. Mirum angulum contactûs esse minimum, & tamen diuisibilem in infinitum. Mirum est angulum semicirculi transire à maioritate vltra quemlibet acutum ad minoritatem citra, & intra rectum, & obtusum, nec tamen ad ea duo extrema ire per medium, & per aliquam æqualitatem alicui aliquando rectilineo.

Mira anguli cõtactus, & semicirculi.

Mirus est in corollario eiusdem 16 propositionis contactus ille in puncto, nec tamen ex punctis constare quantitatẽ apud omnes Geometricos philosophos, qui in plurimis paradoxis, ac præcipuè in incomensurabilitatibus aliquarum linearum supponunt (ne paralogizentur) lineas non componi ex indiuisibilibus. Ac plura alia admiranda paradoxa, quæ ex hac 16 deducuntur. Quorum aliqua vide apud Clau. ad hanc 16 ex Cardano, & alijs. § 2.

§II.

PARADOXVM singulare.

Ex angulo cõtactus, quo fit vt angulus rectus ad acutum non habeat maiorem proportionem, quàm angulus semicirculi. &c. Nulla item proportio anguli acuti cum angulo semicirculi.

VNum hic non omittam plane singulare paradoxum, nec admodum vulgatum. Inspice figuram Euclidis, & in ea tres angulos, acutum DAC, semicirculi angulum DAH, & rectum DAE. Vt acutus DAC est pars anguli semicirculi ADH, sic & ADH est pars recti ADE. Itaque angulus acutus videtur habere proportionem inaequalitatis tam ad angulum semicirculi, quam ad angulum rectum, & anguli recti ad acutum videtur esse proportio maioris inaequalitatis, quàm anguli semicirculi ad eũdem angulum acutum; tamen res non sic habet. Nam acutus non habet proportionem ad angulum semicirculi, quia quantumuis multiplicatus non potest aquare, vel superare angulũ semicirculi, iuxta defin. 4 li. 5, acutus semper minor est angulo semicirculi; habet tamen proportionem cum recto, quia multiplicatus potest peruenire ad quantitatem recti. Ac praterea (quod est planè paradoxum, & quasi contra propos. 8 lib. 5) angulus rectus maior, quàm angulus semicirculi, non habet ad acutum proportionem maiorem, siue maioris inaequalitatis, quam angulus semicirculi, quia maioritas, qua angulus rectus superat maioritatem anguli semicirculi maioris acuto, est angulus contactus CHAE, qui quantumuis multiplicatus, est (ex hac 16) semper minor acuto, ideoq; non habet cum acuto proportionem. Vide pro nobis Petrum Nonium in Algebra; ex cuius animaduersione in 8 propos. li. 5. Elem. pradicta etiam firmantur. Itaq; aliquando: datis duobus angulis inter se inæqualibus, maior

Paradoxũ contra 8 prop. li. 5.

Digitized by Google

maior non habet maiorem proportionem ad tertium angulum vtroque dato minorem. *Paradoxum extra 8 prop. li. 5.*

§III.

Pluriformes anguli contactûs, & asymptotωn miracula, etiam duarum rectarum semper inter se accedentium, nec vnquam se contingentium, ab angulo contactûs.

PAradoxa, Corollaria, & vsus miros huius 16 propos. habes etiam apud nos in Apiario 3, praesertim in Progymn. 5, vbi angulorum paradoxa persequimur. Ibidem vide varias formas angulorum contactûs. Cornicularis de quo hic, lunularis, lituroides, mixtilinei, curuilinei. &c.

Insignis verò apud nos vsus est pro theorematibus, & problematibus, ad miraculum illud geometricum de lineis inter se asymptotis; in eod. Ap. 3, progym. 1. & 2. vbi aperuimus fontem asymptotωn ab angulo contactus promanantem. Vide cit. Apiar. & inde Tyronibus affer, ò Geometrice Doctor, iucunda, & admiranda Geometricæ Philosophiæ, vt in eam abripiantur. Ostende praesertim duas asymptotos etiam rectas ducere à diametro ad rectam circulũ tangentem, quæ dum progrediuntur per sectiones circulorum maiorum, ac maiorum iminuentium angulum contactus, nec vnquam tangentium extra punctum contactus in extremitate diametri, efficiunt vt rectæ semper productæ, & occurrentes, atq; accedentes semper magis ad tangentem, nunquam eam contingere possint. Vide figuram Ap. 3. prog. 1. propos. 2 ex qua facillima ostensio fit ex angulo contractus rectarum inter se asymptotωn.

Per angulos cõtactus duæ rectæ productæ asymptoti, ideſt sẽper accedentes, nũquam inter ſe tangẽtes.

§IV.

SCHOLION I.

Anguli contactus omni acuto minores etiam ad reliquas sectiones conicas, præter circulū.

VT amplies hanc propositionem, & Tyrones traducas etiam ad conica, vide propositionem 32 lib. 1. conic. Apollonij, quæ hæc est: Si per verticem sectionis coni recta linea ordinatim applicatæ æquidistãs ducatur, sectionem continget, & in locum, qui inter coni sectionem, & rectam lineam interijcitur, altera recta linea non cadet. *Itaque præter circulum, etiam reliquæ conicæ sectiones habent angulum contactus, qui minor est omni acuto angulo rectilineo. In verbis eius propositionis, & huius 16 ex græco fonte τὸν τὸ πον, &c. interpretes rectè vertunt* locum *spatium anguli contactùs, vt innuant, opinor, magni Geometrici Philosophi Euclides, & Apollonius angulum contactus, licet minimo quonis rectilineo minorem, esse tamen quantitatem, eamq; diuisibilem in infinitũ, si non per rectas, & rectilineos angulos, saltem per curuas maiorum, ac maiorum circulorum peripherias transeuntes per idem punctum contactus, & per angulos contactùs semper minores.*

Angulus contactus cur locus appelletur.

Angulus contactus ĩdiuisibilis.

§V.

SCHOLION II.

Ex verbis propositionis 16 patent causæ paradoxorum anguli contactùs.

NOtanda sunt rationes aliquæ partium propositionis 16, in qua, Primo dicitur in locum inter peripheriam, & lineam

neam tangentem alia recta non cadet, *quia ex Eutocio ad cit. 32 prop. li. 1. Apollon.* duæ rectæ lineæ in eodem puncto contingentes esse non possunt, *in unam eandemque scilicet coincident, ac ut altera inferior sit à priore tangente distincta, secet necesse est circulum in altero puncto*, siquidem (*inquit in corollar. huius Eucl.*) quæ circulo in duobus punctis occurrunt, intra circulum cadere ostensum est *in prop. 2. hu.* Ac nota verba Euclidis: alia recta, *quasi dicat: loquor de recta; nam de curua circulari non est dubium, per descriptiones scilicet maiorum circulorum, &c. ut praedictum est in fine § 4 antecedentis.*

Cur vnica tãtum tangens circulũ linea.

Secundo affirmando angulum semicirculi esse semper omni recto minorem, angulum contactus minorem omni acuto, indicat inter angulos illos mixtos, & inter rectilineos non intercedere proportionem, iuxtà definit. 4. lib. 5. si enim eorum angulorum alter multiplicatus non potest æquare alterum, multo minus poterit excedere. quæ regula est apud Geometras cognoscendi an proportio sit inter duas quantitates.

Cur inter mixtos, & rectilineos angulos non sit proportio.

§ VI.

SCHOLION III.

Cauillationes aliquæ contra angulum cõtactùs proponuntur.

EX quibus notatis, & intellectis verbis propositionis, facillimo negotio soluuntur quæcunque paralogisticè obyciunt aliqui contrà hanc demonstrationem. Peletarium quidem satis egregiè Clauius confutauit. Vieta pro nobis, seu potius contra nos, & antiquos Geometras, Responsorum lib. 8. cap. 13, suo de more perobscurè. nos, eius verbis omissis, nobis ex eo sic opponemus.

1 *Anguli ex Euclide vel recti, vel acuti, vel obtusi sunt. Angulus semicirculi nec obtusus, nec acutus est, ergo rectus; & reliquus angulus corniculatis contactùs erit imaginarius.*

2 *Quantitas anguli spectatur ex arcu circulari subtenso; nullus arcus metitur cornicularem, ergo non est angulus.*

3 *Videtur Vieta innuere cum Peletario propositionem* 1 *lib.* 10, *iuxta quam, si ex acuto angulo rectilineo auferatur maius, quàm dimidium, ac rursus à reliqua parte maius, quàm dimidium, sicque continuè ex residuis partibus maius, quàm dimidium, tandem relinquetur minor angulus rectilineus, quàm angulus contactùs. Ergo non est minor quolibet minimo rectilineo.*

4 *Omnes anguli semicirculi sunt æquales, quia ut omnes circuli, sic omnes semicirculi sunt similes; similitudo verò figurarum, iuxta primam definitionem sexti, spectatur in primis ex æqualitate angulorum. Si sunt omnes anguli semicirculorum æquales, ergo & reliqui ad complementum recti, idest anguli contactùs omnes & ipsi sunt æquales; ergo non sunt quantitas, quia non imminuuntur in maioribus semicirculis, nec augentur in minoribus; quantitatis verò est augeri, & minui. Reliquæ aliæ aliquæ obiectiones tãtum innuentur infrà in* §9.

§VII.

SCHOLION V.

Cauillationibus contra angulum contactùs respondetur.

Anguli fiunt etiã e concursu nõ rectarũ linearũ.

Respondeo ad 1. *Euclides in definit.* 9, 10, 11, 12 *lib.* 1. *definit tantum angulos rectilineos; at sub definitione* 8 *tanquam sub genere comprehendit etiã angulos curuilineos, & mixtilineos. Nam etiam curuarum, & rectarum linearum in plano se mutuo tangentium, & non in directum iacentium alterius ad alteram est inclinatio, ac proinde angulus: sic recta tangens, & circularis ad punctum contactùs conficiunt angulum mixtilineum. Quinimmo in definitione* 7 *ante hunc* 3 *lib. habes definitionem expressam mixti anguli portionis circuli.*

Ad 2. *Arcus subtensus metitur angulum rectilineum: inde nihil*

contra

contra mixtum contactus. Quemadmodum negare non potes angulum semicirculi esse quantitatem, licet eam non metiare arcu subtenso, vt rectilinei anguli quantitatem. &c.

Ad 3. Ea propositio 1 lib. 10 intelligenda est de quantitatum comparatione, quæ habeant inter se proportionem, idest, iuxta definit. 4. lib. 5, quæ multiplicatæ possint se inuicem superare. Angulus contactus, & acutus rectilineus, ex hac 16, nec se possunt æquare, nedum superare. Vide & scholion Clauij ad 1 prop. li. 10.

Anguli acutus, & contactus non habent inter se proportionem.

Ad 4. Euclides def. 1. lib. 6 definit similes figuras rectilineas non solum per æqualitatem angulorum, sed etiam per latera proportionalia circa angulos. Quæ definitio non aptatur figuris curuilineis, vel mixtis. In circulis inæqualibus bisectis, licet sit proportio semiperipheriæ minoris ad minorem circulum eadem, quæ semiperipheriæ maioris ad maiorem, tamen angulus semicirculi maioris maior est angulo semicirculi minoris, quia minus spatij ad rectum angulum superest addendum angulo semicirculi maioris, quam angulo minoris. Præterea ex defin. 11. li. huius 3, similitudo in circulorum portionibus sumenda est non ex æqualitate angulorum mixtorum (quos portionum angulos definit in defin. 7) sed ex æqualitate angulorum rectilineorum in ipsis portionibus; &c. Itaq; nihil ad mixtos angulos, aut contra nos facit. Ac quemadmodum, iuxta hæc prædicta, maiores, ac minores sunt maiorum, ac minorum semicirculorum anguli, sic & contactus. &c.

Anguli cõtactus non omnes æquales.

§VIII.

SCHOLION V.

Praua aliquorũ illatio ex angulo cõtactus, quod quantitas constet ex indiuisibilibus, repulsatur. Ad rem recolitur abstractio geometrica.

1 *EX antedictis soluuntur etiam cauillationes eorum, qui ex angulo contactus arguunt quantitatem constare ex indiuisibi-*

uisibilibus. Quid enim? Angulus contactus est minor minimo acuto rectilineo, ergo est indiuisibilis, ergo quot anguli contactus, tot indiuisibilia actu, ex quibus quantitas, &c. Respon. negando consequentiam. non enim quidquid est minus minimo est indiuisibile; nam comparatiuè potest esse minimum, non absolutè; velut angulus contactùs comparatus cum alterius generis angulo, nempe acuto rectilineo est, ex demonstratis in hac 16 propos. minor quidem minimo in infinitum acuto, tamen in se spectatus, in ea etiam minoritate respectu anguli acuti rectilinei, comprehendit spatium (est τόπος, græcè Euclides) & quantitatem diuisibilem per circulorum maiorum minores angulos contactus, si non per minores rectilineos angulos acutos. A sui enim generis angulis angulus quilibet ritè diuiditur; à rectilineo rectilineus, à curuilineo curuilineus, à mixto contactùs mixtus contactùs. non ergo anguli cornicularis contingentiæ indiuisibilitas per rectilineũ arguit absolutam indiuisibilitatem. &c.

Non quidquid est minus alio minimo, est etiã indiuisibile.

Angulus contactus est diuisibiles per alios sui generis.

2 Denique memento semper, mi Tyro, quantitatis geometricæ, non physicæ, idest in purissima illa mentis abstractione, in qua veritates geometricæ regnant. Ac licet fortasse in crassitie quantitatis physicæ locus aliquis esset rectæ lineæ inter tangentem, & curuam circuli superficiem diuidendo angulo contactùs, non efficit Geometræ acumina sua non hebetanti inertiâ quantitatis physicæ, sed ea tuenti in puro lumine abstractionis, in qua per rectam diuidi non posse angulum contactùs iam demonstratum est.

§IX.
SCHOLION VI.

Reliquæ aliquæ leuitates contra angulum contactùs exuflatæ.

Nõ quia sunt minores recto anguli semicirculi, ideo & æquales inter se.

1 RElIqua aliqua solum proposita suam absurditatem, & solutionem arguunt. Velut: Omnes anguli semicirculi sunt minores recto, ergo omnes sunt æquales inter se,

ac proinde anguli contactus nec additione quorumlibet semicirculorum crescunt, nec subtractione decrescunt, ideoque non sunt quantitas, quæ incrementa, & decrementa subit. Patent assumptionum, & illationum paralogia, & conclusionum etiam in hypsico sensu falsitas; quas argue ex antepositis in hisce scholijs ad hãc 16. Quibus etiam soluendis vide nos in Apiar. 3 prog. 5 toto.

Sic nec anguli cõtactus licet minores acuto.

2 *Iosepho Scaligero ex angulo contactùs, & Vietæ ex angulo semicirculi (demonstratis hìc, altero quod sit minor omni acuto, altero quod sit maior omni acuto) reprehendentibus Archimedis ratiocinationem in quadratura circuli, habes iam responsiones à nobis ad 4 è definitionibus libri 5. Ex ignorantia enim, vel non percepta è definitione malè insimulant Archimedem (ingeniorum phœnicem) ignorantiæ logicæ, ac geometricæ.*

Iniquè Archimedes reprehẽsus ex ignorantia defin. 4. li. 5.

§X.

SCHOLION VII.

Ex prædictis ad 16 prop. hu. lux paradoxis aliquibus angulorum in Apiarijs philosophiæ Mathematicæ.

Posit prædicta expositu intelliges, opinor, alia paradoxa è nostris Apiarijs, quasi corollaria inopinata; scilicet.

1 *Angulus recto maior, nec superans rectum vel minimà quantitate anguli acuti.*

2 *Angulus recto æqualis, qui compositus est ex angulo, qui minor est recto, & ex angulo, qui minor est omni acuto.*

3 *In angulis extrema cõueniunt, media, licet cõposita ex extremis, non conueniunt cum extremis.*

4 *Extrema sine medijs iuxta se posita, vt transitus fiat ab extremo ad extremum sine medio.*

5 *Infiniti anguli contactùs simul sumpti non possunt æquare quantitatem minimi anguli rectilinei. Vide expositiones, figuras, & demon-*

demonſtrationes prædictorum paradoxorum ex angulo contactus in citato prog. 5 toto Apiarij tertij, vt ſi publicus es Doctor, auditoribus iucundam parias admirationem, & hanc 16 prop. ornes.

§XI.

SCHOLION VIII.

Pro noſtra Methodo.

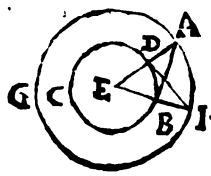
EX antecedentibus habes vnde videas, amice Lector (quemadmodum & alibi in anteced. vidiſti) quàm rectè inſtituerimus methodum noſtram geometricam, in qua præponimus tertio librum ſextum cum definitionibus quinti. Nam non ſatis rectè poſſunt explicari ea, quæ ad angulum contactùs pertinent in hoc li. 3. & ſolui obiecta ſine cognitione, & expoſitione definitionis 4 libri quinti, ex qua deducitur ratio cur angulus acutus rectilineus quantumuis imminutus non poſſit æquare angulum contingentiæ; quia ſcilicet inter duo illa genera angulorum non eſt proportio. Clauius ipſe dum reſpondet Peletario cogitur anticipare aliqua nondum explicata, & ex 4 (quæ 5 apud eum eſt) definitione libri quinti. In quam anticipationem nos non incidimus in noſtra methodo, quæ habet eam 4 definitionem expoſitam ante 3 hunc librum.

Comparationes etiam maioris, vel minoris inæqualitatis proportionum inter augulum acutum, rectum, & ſemicirculi, de quibus ad hanc 16, in § 2, requirunt ante ſe libros 5. & 6. &c.

Digitized by Google

Propoſ. XVII. Probl. II.

A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum circulum tangat.



ESto punctum datum A, circulus datus BCD Oporteat autem ex puncto A rectam ducere, quę circulum BCD tangat. Accipiatur centrum circuli E, ducaturque AE, & centro E, interuallo EA deſcribatur circulus AFG, & ex D rectæ EA ad [a] angulos rectos ducatur DF, iunganturque EBF, AB. Dico à puncto A rectam AB ductam eſſe, quæ circulum BCD tangat. Cùm enim E centrum ſit circulorum BCD, AFG, [b] erunt tam EA, EF, quàm ED, EB æquales: duæ ergo AE, EB duabus FE, ED æquales ſunt, habentque angulum E communem: [c] erit igitur baſis DF baſi AB æqualis, & triangulum DEF, triangulo EBA æquale, reliquiq; anguli reliquis: eſt igitur ipſi EDF æqualis EBA: at EDF rectus eſt, erit igitur & EBA rectus. Eſt verò EB ex centro: [d] quæ autem diametro circuli ad rectos ducitur recta linea tangit circulum: tangit ergo AB circulum. A dato ergo puncto, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a *propoſ.* 11. 1.

b *defin.* 15. 1.

c *propoſ.* 4. 1.

d *Corol. prop.* 16. 3.

Digitized by Google

SCHOLIA.

I.

Ouiformis figuræ descriptio.

EX hac 17 propos. & ad hanc scholijs (traductis ad contactum curuæ circulis, &c.) habes praxim demonstratam describendæ ouiformis figuræ in Apiar. 3. prog. 10 Propos. 13. Eius figuræ vsus in varijs artibus est. Iucunda aliqua praxi per arcus circulorum maiorum tangentiũ minores leuatur, si quod subrepat, tædium Tyronibus.

II.

Opes geometricæ ac praxis ditandis, & exercendis contactibus rectarum ad circulos, indicatæ.

VIde ad eos contactus ditandos Marinum Ghetaldum in supplemento Apollonij probl. 3 & Io. Baptistam Benedictum in Epistol. ad Petrum Pizzamanum. Magis verò propriè spectant ad hanc 17 Euclid. (quæ est de recta tangente) ea, quæ habet Cardanus de recta ad contactum duorum circulorum, &c. ac sunt in Schol. Clauij. Ex quibus Authoribus habet Geometricus Doctor vnde praxibus iucundis condiat hanc 17 suis Auditoribus.

III.

Tangentem ad circulum, aliter. &c.

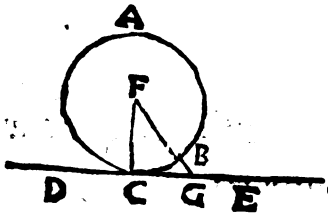
ALiter nos, ac facillimè vnica circini diductione tangentem ducimus ad circuli punctum in peripheria. To. 1. hu. Ær. ad prop. 32, in Schol. sub § 18; cum vsu propos. 31 hu. sed sine anticipatione. Vide illuc.

Pro-

Digitized by Google

Propoſ. XVIII. Theor. XVI.

Si circulum tangat linea quædam recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.



TAngat recta quædam DE circulũ ABC in C, ſumaturque centrum F, atque ab F ad C ducatur FC. Dico FC ad DE perpendicularem eſſe. Si non, ducatur ab F ad DE perpendicularis FG. Cùm ergo angulus FGC rectus ſit, [a] erit GCF acutus: [b] cùmq; maiori angulo maius latus ſubtendatur, erit linea FC maior, quàm FG. Eſt verò FC [c] æqualis ipſi FB; maior eſt ergo FB, quàm FG, minor maiore, quod eſt abſurdum: non ergo FG ad DE perpendicularis eſt. Similiter oſtendemus præter FC nullam aliam: FC ergo ad DE eſt perpendicularis. Si ergo circulum tangat, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a *propoſ.* 32.1.
b *propoſ.* 19.1.
c *def.* 15

Digitized by Google

SCHOLIA.

I.

HÆc 18 propositio videtur patère ex corollario propos. 16. Si enim ducta ad extremum diametri ad angulos rectos tangens est, ergo ducta à centro, ideſt ſemidiameter, ad tangentem, & ad punctum contactùs, eſt & ipſa perpendicularis, hoc eſt ad angulos rectos, &c.

II.

Confirmatio geometrica de circuli, & ſphæræ contactibus in puncto.

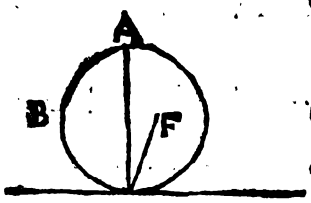
HInc, iuxta dicta ad 2. huius, patet demonſtratio de circulo, & ſphærà tangentibus lineam, & planũ in vno tantum puncto. Si enim in duobus, vel pluribus; ducta à centro ad puncta contactùs eſſent, ex hac 18, perpendiculares; & à puncto eodem, ideſt centro, plures duci poſſent perpendiculares, & conſtitui triangula habentia tres internos angulos maiores 2 rectis. Quæ sũt abſurda, vt habes à nobis in 1. To. & in hoc 2. hu. Aerarÿ.

Propoſ. XIX. Theor. XVII.

Si rectalinea circulum tangat, & à tactu tangenti rectâ quædam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.

Tan-

Digitized by Google



TAngat circulum ABC recta DE in C, & ex C ipsi DE ad angulos rectos ducatur CA. Dico in CA esse centrum circuli. Si non: sit, si fieri potest, F, iungaturq; CF. Cùm ergo circulum ABC tangat recta DE, & à centro ad tactũ ducta sit FC, [a] erit FC ad DE perpendicularis: angulus ergo FCE rectus est: est verò & ACE rectus: æqualis ergo est angulus FCE angulo ACE, minor maiori; quod est absurdum. F ergo centrum circuli ABC nõ est. Similiter ostendemus nullum aliud esse, præter id quod in AC. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

[a] *propos.* 18. 3.

SCHOLION.

Praxis alia inueniendi centri in circulo.

HAbes ex hac 19 modũ, & praxim aliam inueniendi centri in dato circulo, præter modos ad primam huius; cum vsibus 17 propos. & Schol. ad eam. Bifariata perpendicularis ducta ad punctum contactùs dat centrum circuli.

Pro-

Digitized by Google

Propoſ. XX. Theor. XVIII.

In circulo angulus ad centrum duplus eſt anguli ad peripheriam, quando eandem peripheriam pro baſi habent.



ESto in circulo ABC angulus ad centrum BEC, ad peripheriam BAC, ſitq; vtriuſq; baſis peripheria BC. Dico angulum BEC duplum eſſe anguli BAC: iuncta enim AE producatur in F. Cùm [a] ergo EA æqualis ſit ipſi EB, erit & angulus EAB æqualis angulo EBA. Sunt ergo EAB, EBA dupli ipſius EAB: eſt [b] autem BEF æqualis duobus EAB, EBA. Eſt ergo BEF duplus ipſius EAB. Ob eandem cauſam eſt angulus FEC duplus anguli EAC: totus ergo BEC totius BAC duplus eſt. Sit alter angulus BDC, iunctaque DE producatur in G; & ſimiliter demonſtrabimus angulum GEC duplum eſſe anguli EDC: quorum GEB duplus eſt ipſius EDB; reliquus ergo BEC duplus erit reliqui BDC. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

[a] *defin.* 15. 1.

[b] *propoſ.* 32. 1.

Digitized by Google

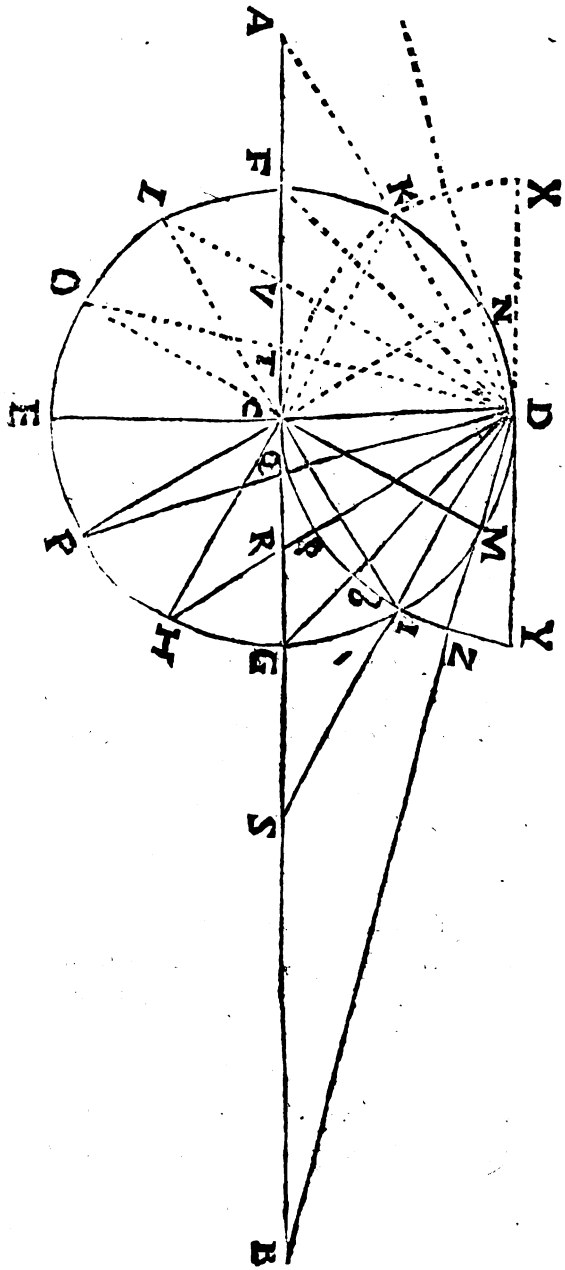
§ 1.

Vsus prop. 20 hu. in demonstratione praxis, qua vnicà circini diductione horarũ constructur.

VSus singularis huius 20 prop. apud nos est (præsertim in cap. 5 prog. 1, Ap. 9) in descriptione horarij horizontalis vnica circini diductione, qua puncta inueniũtur in linea Aequinoctiali AB, per quæ deducũtur lineæ horariæ cuiuscunq; generis.

Hìc & in appos. fig. & in modo operãdi lubet expressiora, quàm in cit. cap. 5, apponere, in quibus apertissima appareret demonstratio ex hac 20 tã singularis, ac perutilis operationis.

Ducta sit pro Aequinoctiali recta AB, quam ad re-



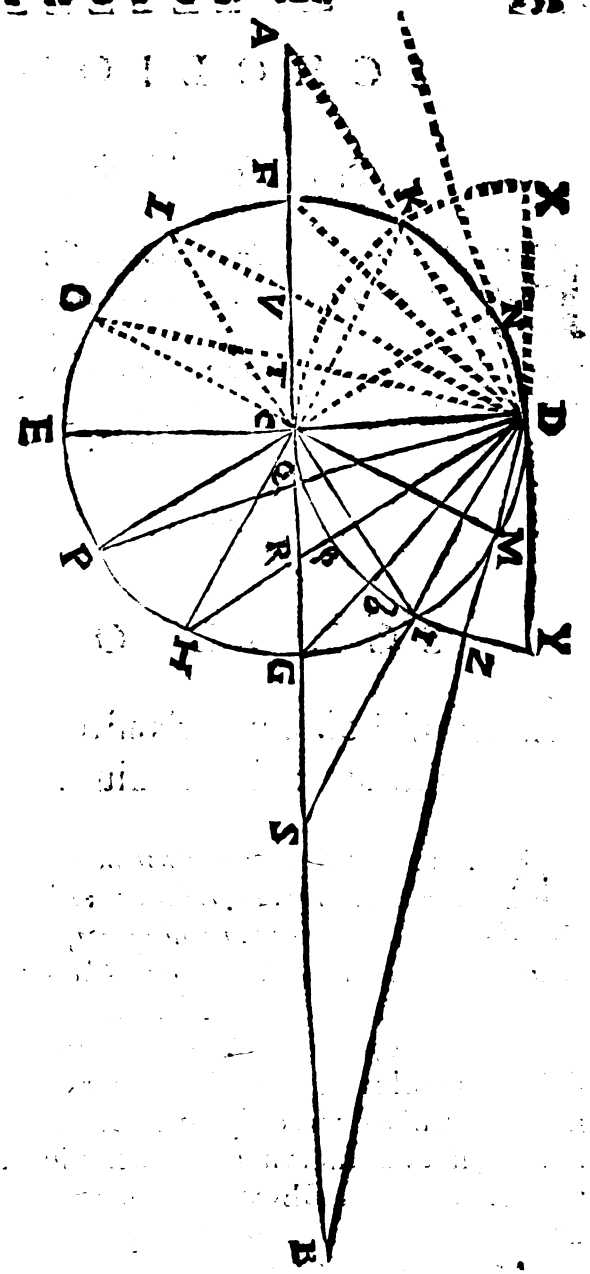
Digitized by Google

rectos in C secet altera DE. Sumptâ circini diductione lubitâ, velut ad interuallum CD, describatur circa centrum C circulus DEFG, & immotâ eâdem circini diductione, ab extremo diametri, velut ab E, fiant sectiones in H, ex H in I, rursùs ex E in L, ex L in K. item è G in M, ex M in N, rursùs è G in P, è P in O. eritq; diuisus circulus in 12 partes æquales. Mox ex D per puncta sectæ peripheriæ M, I, G, H, P, O, L, K, N aptatâ regulâ (pro quâ hìc ad expressionem, & theoricen, ductæ sunt rectæ) vide vbi ea secet rectam AB, velut in Q, R, G, S, B, & ex altera parte in T, V, F, A, & vltra A. Ea enim puncta sunt, per quæ erunt lineæ horariæ traducendæ in obliquis sphæris à centro horarij, iuxta ea, quæ præscribuntur, ac demonstrantur in cit. Apiar. 9. Prog. 4. c. 1, 2, 5.

2 Quod autem inuenta ea puncta in lineâ AB per vnicam circini diductionem reuolutam in peripheria DFEG, sint puncta legitima terminantia horarum spatia, demonstratur ex hac 20 prop. Ductis enim ad centrum C lineis rectis à punctis sectionum in peripheria, quoniam singuli quadrantes circuli diuiduntur in 90 gradus, erunt singulæ tertiæ EP, PH, HG, GI, IM graduum 30, spatium verò vnius horæ est graduum 15, nempe vna sexta pars quadrantis, ac vna 24 totius circuli. Cùm igitur ad centrum C anguli singuli sint dupli singulorum ad D, quoniam spatium anguli, verb gr. ECP, subtensi a tertia EP, quadrãtis EG, est grad. 30, ergo spatium super eâdem basi EP anguli EDP ad circunferentiam, erit dimidium, ideſt graduum 15, ideſt vnius horæ, ac proinde rectæ AB pars CQ, intercepta inter angulum EDP, erit spatiũ vnius horæ. Parique modo de reliquis partibus QR, RG, GS, SB, quæ intercipiuntur inter lineas, quæ faciunt angulos ad D semper dimidios angulorum aa centrum C, &c. Eodemque modo ad partes etiam vltra A.

3 Ac vt euidentius etiam ad theoricen tibi constet, mi Tyro, spatia, licet inæqualia, in rectâ AB esse ex proiecturis æqualium arcuum comprehendentium quindenos gradus, ex D (immotâ eâdem circini diductione) duc semiperipheriam XCY tangentem in C rectam AB, fient à rectis DB, DS, DG, DR, DQ in arcu quadrantis CY sectiones æqualium sex arcuum CQ, Qβ, Bδ, δι, IZ, ZY, quorum singuli comprehendunt 15 gradus, ijq; arcus æquales op-

tice



ticè proÿciũtur ex D in ſpatia inæqualia ſubiecta C Q, Q R R G, G S, S B, arcus tamen extremus Z Y, propter D Y parallelam ipſi A B, it in infinitum vltra B. Parĩq; ratione fit in arcubus ſex æqualibus quadrãtis C K X proiectis in inæqualia ſpatia rectæ C A, & vltra A. Quare ſemiperipheriã Æquinoctialis X K C ð Y vides proiectam in rectã B vltra A, & inæqualiter p̃ punctis horarũ ritè diuiſam tã ex 12 æqualibus arculus ſẽmipheriæ X K C ð Y, quàm ex duplo maioribꝰ, ac æqualibus 12 arcubus totius circuli D F E G, ſectis vnicà circini diductione, quà vnicà non licet ſecare ſemiperipheriam X K C ð Y in 12 arcus æqualẽs.

V Scho-

SCHOLION I.

Pro noſtra Methodo.

EX hactenus expoſitis in antecedenti § 1 ad hanc 20 propoſ. patet noſtram methodum rectè inſtitutam, in qua interponimus cognitionem aliquam ſphæræ armillaris, vt Tyrones intelligant hæc, & alia in hoc 3 libro à nobis applicata vſibus aliquarum propoſitionum. Atque hic quidem gnomonicus explicatus, & demonſtratus ex hac 20 legitimus eſt.

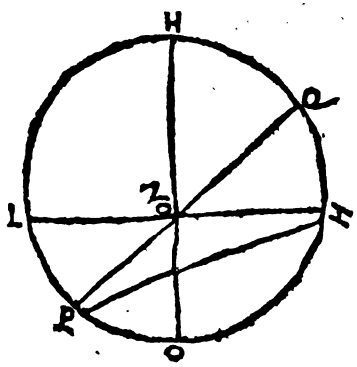
§ II.

SCHOLION II.

Aſtronomici obſeruatoris aſtronomicus paralogiſmus ex abuſu huius 20 prop.

AN vero legitimè vſus ſit non nemo hac 20 propoſitione alij iudicarint. In critico circa id iudicio ſatis erit verba ipſa proponere, ne quiſquam ſuſpicetur nos imponere notam ignorantiæ elementariæ homini (licet in religione ſectario) magni nominis in Aſtronomicis obſeruationib. Is in praxi demonſtranda pro inquiſitione apogæi, & eccentricitatis ſolaris, ſic ſcribit: ſit in figura orbis ille ad terram eccentricus, quem ſol annuo itinere, æqualiq; ductu deſignat THLO, cuius centrum Z. Terra verò, ſiue centrum vniuerſi moretur iuxta E, ducaturque per hæc duo linea HZEO. *Paulo poſt addit pro conſtructione:* ducatur linea LT per centrum terræ cadens priori HO ad angulos rectos. *Paullo poſt:* ab Q ducatur linea per E in P, quæ ſit QEP, connectaturq; P per lineam PT. *Hactenus conſtructio. Deinde addit:* Dimidium arcus RT efficit angulum QPT, ſiue EPT,

Digitized by Google



EPT, siquidem is est iuxta circunferentiam circuli duplus illi, qui ad centrum, vt constat ex elimentis geometricis. *Quæsiui inter menda Typographica: prædictorum verborum nullam correctionem, inueni. Nos igitur quasi typographiam mendosam emendemus, iuxta directionem huius* 20 *propos. Euclidis.* 1. *Angulus QET non est ad centrum circuli HLOT per constructionem eccentrici, cuius centrum est Z, & E extra centrum, propterea angulus ad P licet ad circunferentiam, non est legitime comparatus cum angulo QET quasi cum angulo ad centrum circuli HLOT, ideoq; nihil ad hæc propositio hæc* 20 *II. Non qui* est iuxta circunferentiam circuli duplus est illi, qui ad centrum, *sed prorsus contraria ratione docet, ac demonstrat hæc* 20 *propos. Eucl. angulum ad centrum esse duplum anguli ad circunferentiam. Disce malo alieno, mi Tyro, & taue sine alis ritè geometricè formatis, & firmatis te ad altiora sustollas, ne fadè corruas, & male fundatæ substractiones te obruant.*

§ III.

Vsus propos. 20 in paradoxis opticis.

Accipe etiam vsum, & praxim nostram iucundam opticã figuræ ipsi Euclidis applicatam, scilicet modum certum, & facilem videndi obiectum idem duplo minus in varijs punctis etiam accedendo, ac recedendo. Quæ sunt paradoxa. Nam varia puncta videntur variatura quantitatem apparentem obiecti, & accessus auctura, recessus imminuturus apparenter obiectum; iuxta optica principia. Remotiora, quia apparent sub angulo minori, videntur minora; viciniora, quia sub maiore angulo,

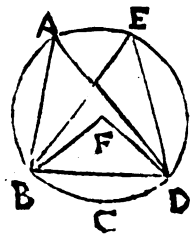
Remotiora, & viciniora apparentia eiusdem quantitatis.

maiora. &c. *Inspice tamen figuram Eucl. in hac 20 propositione, ac finge obiectum, quod opponitur oculo, esse quantitatis BC eleuatum ita, vt oculus, & obiectum sint in eodem plano. sit oculus in E, spectetq; obiectum sub angulo BEC. Vt obiectum idem BC appareat tibi duplo minus etiam in varijs punctis accessùs, & recessùs, fige baculum perpendiculariter in terram sub E, & baculo funem affige. Ad quantitatem distantiæ EF recede in directum vsque ad A, manu chordam vsque ad A tendens. In A obiectum BC apparebit duplo minus, quia sub angulo duplo minore, quam angulus ad centrum E, videbitur. Deinde eàdem semper chordæ quantitate EA tensà ito in orbem vtrimq; recedendo ab A, velut in D, vbi, licet accedas obliquè ad partes C obiecti BC, tamen videbitur eiusdem quantitatis, cuius videbatur in A, ac pariter in quocunque situ orbiculari aspexeris BC nusquam auctius, vel imminutius apparebit, quia semper apparet sub angulo ad circunferentiam duplo minore, quàm angulus ad centrum. Contraria etiam ratione, immoto oculo, verbigratia in A, & obiecto chordæ affixo, & circumducto, etiam si accedat oculo, non apparebit tamen auctius, &c.*



Propos. XXI. Theor. XIX.

In circulo qui in eadem portione sunt anguli, æquales sunt.



SInt in portione BAED circuli ABCD anguli BAD, BED. Dico illos æquales esse. Accipiatur cẽtrum F, ducanturq, BF, FD. Et quia angulus BFD ad centrum est, angulus

lus BAD ad peripheriam, habentq; baſim eandem peripheriam BCD, [a] erit angulus BFD duplus anguli BAD. Ob eandem cauſam erit angulus BFD duplus anguli BED. Sunt ergo BAD, BED æquales. In circulo ergo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

[a] propoſ. 20. 3.

SCHOLION I.

EX defin. 11 ante hunc lib. & ex noſtris ad eam ſcholijs confirmatorijs, non ſolum in eodem (vt in hac 21 propoſit. demonſtratur) ſed etiam in ſimilibus circulorum portionibus anguli ſunt æquales. Quæ eſt conuerſa noſtræ demonſtrationis ad eam definitionem.

§ I.

VSVS propoſ. 21.

—In inſtrumento ad arcus quantumuis maximos ducendos, ſine centro, pro varijs operationibus Aſtrolabicis, Gnomonicis, &c.

HAbes vſum, & praxim ex hac 21 demonſtratam circa id inſtrumentum, cuius figuram poſuimus in § 9 ad defin. 15, in 1 To. hu. Aera. quo inſtrumento ſignantur arcus cuiuslibet circuli quantumuis maximi, cuius centrum, & ſemidiameter ſint immenſæ diſtãtiæ, pro aliquibus operationibus Aſtronomicis, vel Gnomonicis, &c. de quibus dictum eſt initio citati § 9. Nititur enim id inſtrumentum, & eius operatio demonſtratione, quòd arcus eo inſtrumento ductus ſit circularis, quia continet in omni-

omnibus sui punctis eundem angulum immutatum, & formatum ab instrumenti regulis, &c. Reuise illuc.

§ II.

Vsus propos. 21 in Geom. practicà.

VSus in geometrià practicà apud nos, pro inaccessis distantijs tribus simul dimetiendis, est in Apiar. q. 2, pregym. 1. propos. 7. Vide, & hìc applica, & Tyrones eà operatione instrue, o Doctor geometra, vt iucundè obtineant hanc 21 propos.

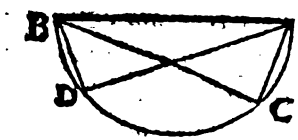
§ III.

Vsus propos. 21 in optico paradoxo.

VSum, & applicationem opticam iucundam huius 22 propositionis habes apud Euclidem Opticorum theor. 45. Vnde potius, tanquam à supremo, atq; antiquissimo fonte, quam à posterioribus Opticis Philosophis haurire libuit, vt ipsemet Euclides sibi sit hic ornamento, & condimento.

Igitur theor. 45 est.

Theorema Opticum. **Est aliquis locus, vbi aspectabili manente, oculo verò translato, aspectabile semper æquale videtur.**



SIt enim spectata magni udo BG, oculus autem C à quo procedant radij CB, CG, & circa triangulum BCG describatur circuli sectio BDCG; transferaturq; oculus à puncto C in

in punctum D, ex quo ducantur radij DB, DG; æqualis est igitur angulus BCG angulo GDB, cùm sint in eodem segmento circuli. Quæ autem sub æqualibus angulis conspiciuntur æqualia apparent. Quare magnitudo BG eiusdem quantitatis perpetuò apparet oculo per BDCG circumferentiam vectato.

SCHOLION II.

Memento propositiones has duas 20, & 21 esse in Schol. 2 post § 16 ad 4 propos. in 1 par. Tomi 2 iam deductas, & ex 32 pri. demonstratas. Quare cognitio earum (quæ vsibus pluribus prodest) potuit inferri Tyronibus etiam ante li. 3, cuius propositionibus antecedentibus non egent.

§ IV.

Moralia ad 21 propos.

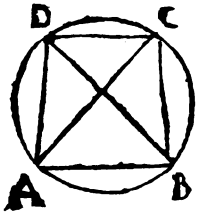
Morale solatium accipe ab hac geometrica 21. Si quando accidat in cœtibus politicis (præsertim ijs, qui instituti sunt legibus non humanis, sed diuinis, iuxtà quas iura aliqua etiam naturalia in distributiua iustitia, ob diuini Numinis reuerentiam, remittuntur) summam æqualitatem (quæ iuxta Plinij sententiam in Panegyr. ad Traianum, summa inæqualitas est) seruari à parum prudenter publicam rem administrantibus; ij, quibus fit iniuria contra iustitiam distributiuam, meminerint se esse cum cæteris quasi in eodem segmento eiusdem familiæ, seq; geometricè, licet fortasse non benè moratè, tractari, iuxta hìc demonstrata de eodem segmento, in quo anguli omnes, quasi homines sunt in victu, pœnis, præmijs (si quæ tamen sint) æquales; cùm tamen in segmento cœli supremi vel ipsimet Angeli (si non anguli) sint inæquales, ac distincti hierarchijs, &c.

Solatium morale à Geometrica Philosophia in iniustitia distributiuà.

Pro-

Propos. XXII. Theor. XX.

Quadrilaterorum in circulo descriptorum anguli, qui ex aduerso, duobus rectis æquales sunt.



SIt in circulo ABCD quadrilaterum ABCD. Dico angulos ex aduerso esse æquales duobus rectis. Ducantur AC, BD. [a] Quia ergo omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales, erunt & trianguli ABC tres CAB, ABC, BCA duobus rectis æquales. Est autem CAB [b] æqualis BDC angulo (sunt enim in eadem portione BADC) & ACB ipsi ADB (sunt enim in portione ADCB): totus ergo ADC duobus BAC, ACB æqualis est. Communis addatur ABC duobus BAC, ACB simul, & vni ADC seorsim, eruntque ABC, BAC, ACB duobus ABC, ADC æquales. [c] Sed ABC, BAC, ACB æquales sunt duobus rectis, erunt ergo & ABC, ADC æquales duobus rectis. Similiter ostẽdemus & BAD, DCB æquales esse duobus rectis. Quadrilaterorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *propos.* 32. 1.

b *propos.* 21. 1.

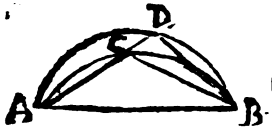
c *propos.* 23. 1.

Pro-

Digitized by Google

Propoſ. XXIII. Theor. XXI.

Super eadem recta linea duæ circulorum portiones ſimiles, & inæquales ad eaſdem partes non conſtituentur.



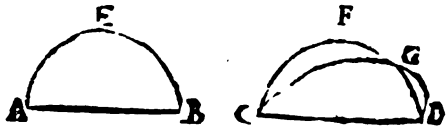
SI fieri poteſt, conſtituantur ſuper eadem recta AB duę circulorum portiones ſimiles, & inæquales ad eaſdem partes, ACB, ADB; ductaq; ACD iungantur CB, BD. Cùm ergo portio ACB ſimilis ſit portioni ADB, [a] ſimiles autem portiones æquales angulos capiant, erunt anguli ACB, ADB, æquales, externus & internus oppoſitus, [b] quod fieri nequit. Non ergo ſuper eadem, &c. Quod oportuit demonſtrare.

[a] *defin.* 11. 3.

[b] *propoſ.* 16. 1.

Propoſ. XXIV. Theor. XXII.

Super æqualibus rectis lineis ſimiles circulorum portiones, æquales ſunt.



SInt ſuper æqualibus rectis AB, CD ſimiles circulorum portiones AEB, CFD. Dico illas eſſe æquales. Congruente enim portione AEB portioni



tioni CFD, positoq; A puncto super C, & rectà AB super CD, congruet & B ipsi D, quod AB, CD æquales sint. Congruente autem recta AB rectæ CD, congruet & portio AEB portioni CFD. Quod si recta quidem AB congruat rectæ CD, portio verò AEB portioni CFD non congruat, sed aliò cadat, vt CGD, secabit circulus circulum in pluribus, quàm duobus locis, vt in C,G,D,[a] quod fieri nequit. Non ergo congruẽte recta AB rectæ CD, non congruet portio AEB portioni CFD. Congruet ergo,[b] adeoq; æqualis illi erit. Si ergo super,&c. Quod oportuit demonstrare.

a *propos.* 10.3.

b *defin.* 8.1.

SCHOLION.

Vsus Geometrici prop. 24 circa curuilinea.

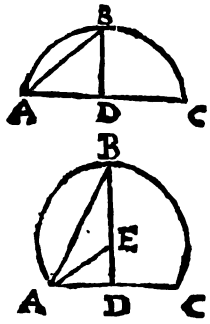
HAbes 24 propositionis vsum iucundum, & facilem, quem Tyronibus ostendas, vertendi curuilinea aliqua in rectilinea, & rectilinea in mixtilinea, Apiar. 1. pralib. 3. propositione 1, vbi triangulum æquilaterum vertimus in figuram mixtilineam falcatam, & 1 & prop. 6, vbi curuilineum sub tota circuli peripheria semifractà quadramus.

Pro-

Digitized by Google

Propos. XXV. Probl. III.

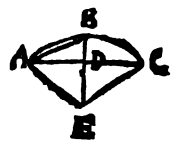
Data portione circuli, describere circulum cuius est portio.

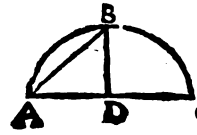


SIt data circuli portio ABC, oporteatque describere circulum, cuius ABC sit portio. [a] Bisecetur AC in D, & ex D [b] ducatur ipsi AC ad angulos rectos DB, iungaturq; AB. Angulus ergo ADB angulo BAD aut est maior, aut æqualis, aut minor. Sit primo maior, [c] constituaturque ad A rectæ AB angulus BAE æqualis angulo ABD, producaturque DB ad E, & iungatur EC. Cùm itaque angulus ABE sit æqualis angulo BAE, [d] erit & EB æqualis ipsi AE, & cùm AD æqualis sit ipsi DC, si communis DE addatur, erunt duæ AD, DE duabus CD, DE æquales, altera alteri; & angulus ADE angulo CDE æqualis; est enim vterque rectus; [e] ergo & basis AE basi CE æqualis erit. Sed ipsi AE demonstrata est BE æqualis; erit ergo & BE æqualis ipsi CE: tres ergo AE, EB, EC æquales sunt: [f] circulus ergo centro E, & interuallo vna ipsarum AE, EB, EC descriptus,

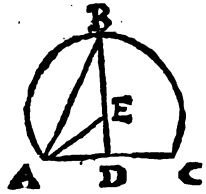
a *propos.* 10. I.
b *propos.* 11. I.
c *propos.* 23. I.
d *propos.* 6. I.
e *propos.* 4. I.
f *propos.* 9. 3.

Digitized by Google





tranſibit etiam per reliqua portionis pũcta, & circulus deſcriptus erit. Circuli ergo portione data, deſcriptus, eſt circulus, cuius eſt portio; & cùm centrũ extra portionẽ cadat, manifeſtum eſt portionem minorem eſſe ſemicirculo. Similiter ſi



ABD angulus fuerit æqualis angulo BAD, *g* erit AD æqualis vtrique BD, DC; ergo tres DA, DB, DC æquales ſunt, & D centrum circuli, portioque ſemicirculus. Si verò angulus ABD minor fuerit angulo BAD, *h* conſtituatur ad A rectæ BA angulus BAE æqualis angulo ABD, cadetque centrum in DB lineam intra portionem ABC, & erit portio ABC ſemicirculo maior. Si ergo ducatur EC, oſtendetur, vt in prima figura, tres BE, EA, EC eſſe æquales. Data ergo portione circuli, deſcriptus eſt circulus, cuius eſt portio; quod oportuit facere.

g ex ſtructura, ex prop. 6.1.

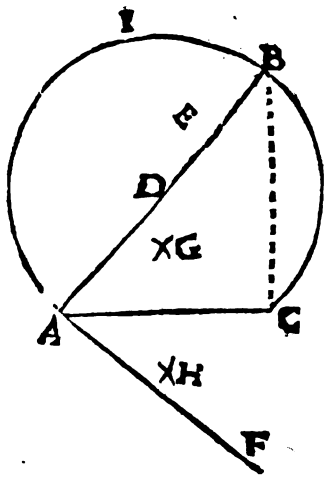
h propoſ. 23.1.

§ 1.

Digitized by Google

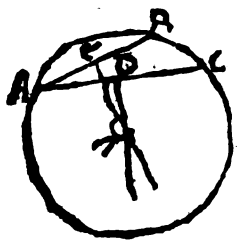
§. I.
LEMMA.

Vnius circuli vnicum tantum est centrum.



CIrculi AIBC centrum sit D Quod vnicũ esse affirmo. Sit, per aduersarium, praeter D, alterum centrum velut in E. Iungantur D, E rectà AB. Quoniã centrum est D, erunt AD, DB aequales, iuxta definitionem centri, & circuli. Rursus quoniam, per aduersarium, etiam E centrum est, erunt per eandem definitionem, AE, EB, aequales; at EB pars est ipsius AE. Nam EB pars est ipsius DB, DB est aequalis ipsi DA, ergo EB est pars ipsius DA, & DA est pars ipsius AE, ergo multo magis eiusdem AE pars est ipsa EB. sunt ergo AE, EB aequales, & inaequales; quod implicat. ergo centrum non est nisi vnicum D. Similiter de alijs punctis extrà D.

Dati segmenti ABC centrum reperire.



DVctæ rectæ AB, AC, quæ non sunt parallelæ, secẽtur bifariam in D, E, & ex D, E erigantur perpendiculares DF, EF, in quibus necessario existit centrum circuli, per corollar. primæ huius, nimirum in communi concursu F. Eodem modo describitur circulus per quælibet

bet alia tria puncta A, B, C, vel etiam circa triangulum, dummodo puncta non existant in vnâ lineâ rectâ. *Griembergerus in suo Euclide.*

SCHOLIA.

I.

Quod productæ perpendiculares EF, DF concurrant, patet ex præmisso lemmate. Cum. n. in vtraq; sit centrum, & vnicũ sit eiusdem circuli, necessario secãt se in communi centro.

II.

Vide inferius ad 31 huius alium modum facillimum inueniẽdi, & demonstrandi hanc 25 per inuentionem quartæ proportionales.

III.

Habes ex hac 25 demonstratas praxes deducendi circulum per tria puncta, si quando in ijs supposuimus hanc Euclid. proposit. tanquam lemma postuidendum hic suo in loco. Velut habes in ad 16, 17, &c. lib. 6.

§ II.

Vsus varij propos. 25.

Per data tria puncta ducere arcũ circuli, &c.

1 *IVcundandæ Tyronibus huic 25 propositioni faciet ostensio praxeon apud alios satis vulgatarum, præsertim apud Clauium in Schol. ad hanc 25, & ad 5 propos. li. 4, quibus per data tria puncta ducitur peripheria circuli. &c.*

2 *Pariter instrumenti vsus demonstratus ex 21 huius (de quo instrumento in Schol. 2 ad eam propos. 21 in antec.) habet praxim pro hac 25 prop.*

3 *Vsum etiam habes apud nos in Apiar. 5. prog. 1, cap. 4, vbi per puncta ducimus portiones circulorum pro deformationibus imaginum reformatarum in speculis cylindricis. Vnde promas Tyronibus iucundantia hìc Euclidem.*

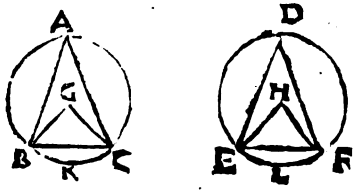
4 *Pra-*

Digitized by Google

4 *Præterea indicetur vſus etiam huius 25 pro arcubus horarũ in quadrante ducendis per tria puncta, duo extrema Tropicorum, & medium in Æquinoctiali. Vide eos, qui docent eorum horariorum deſcriptiones, in primis Clauium in poſtremo lib. Gnomon.*

Propoſ. XXVI. Theor. XXIII.

In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus peripherijs inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias inſiſtant.



IN circulis æqualibus ABC, DEF æquales inſiſtant anguli ad cõtra BGC, EHF, ad peripherias BAC, EDF. Dico peripherias BKC, ELF æquales eſſe. Iungantur BC, EF. Et quia circuli æquales ſunt, [a] erunt & quæ ex centris æquales. Duæ ergo BG, GC duabus EH, HF æquales ſunt: ſed & anguli G, H æquales ſunt: [b] ergo & baſes BC, EF æquales erunt. Et quia anguli ad A, D æquales ponuntur, [c] erunt portiones BAC; EDF ſimiles, & ſunt in æqualibus rectis BC, EF; [d] quæ autem circulorum portiones ſimiles in æqualibus ſunt rectis lineis, æquales ſunt: portiones, ergo BAC, EDF æquales ſunt. Sunt verò & toti circuli æquales, reliqua ergo peripheria BKC reliquæ ELF æqualis eſt. In æqualibus ergo, &c. Quod demonſtrare oportuit.

a *defin.* 1.3.

b *propoſ.* 4.1.

c *propoſ.* 11.3.

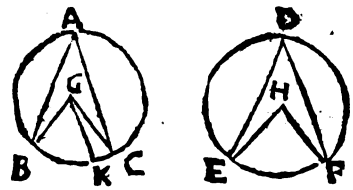
d *propoſ.* 24.1.

Pro-

Digitized by Google

Propoſ. XXVII. Theor. XXIV.

In æqualibus circulis anguli, qui æqualibus inſiſtunt peripherijs, æquales ſunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias inſiſtant.



IN æqualibus circulis ABC, DEF æqualibus peripherijs BC, EF inſiſtant anguli ad centra BGC, EHF, ad peripherias BAC, EDF. Dico tam angulos BGC, EHF, quàm BAC, EDF æquales eſſe. Si enim BGC, EHF æquales ſunt,
a *propoſ.* 20.1. [a] perſpicuum eſt & BAC, EDF æquales eſſe. Si
b *propoſ.* 23.1. non ſunt; erit vnus maior. Sit maior BGC: & [b] conſtituatur ad punctum G rectæ BG angulus
c *propoſ.* 26.3. BGK æqualis angulo EHF: [c] anguli autẽ æquales æqualibus peripherijs inſiſtunt, cum ſunt ad centra: peripheria ergo BK æqualis erit peripheriæ EF: ſed & EF æqualis eſt BC; ergo & ipſi BC æqualis erit BK, minor maiori; quod fieri non poteſt. Non ergo anguli BGC, EHF inæquales
d *propoſ.* 20.3 ſunt: æquales ergo. [d] Eſtque angulus ad A anguli BGC, & angulus ad D anguli EHF dimidius.
e *ax.* 7. 1. [e] Sunt ergo & anguli ad A, D æquales. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonſt.

§ 1.

Digitized by Google

§I.

SCHOLION I.

Ampliationes propoſ. 26, 27.

ET *iam* in circulis non æqualibus æquales anguli ſimilibus peripherijs inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias inſiſtant. *Et*: in non æqualibus circulis anguli, qui ſimilibus inſiſtunt peripherijs æquales ſunt ſiue ad centra, ſiue ad peripherias inſiſtant. *Quas duas noſtras propoſitiones ampliatorias duarum harum Euclideaꝝ* 26, *&* 27, *demonſtratas habes in Scholijs noſtris ad definit.* 11 *huius.*

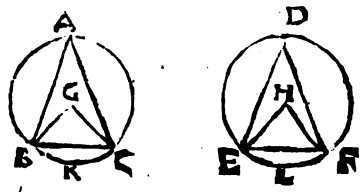
§II.

Alia apud nos Corollaria ex prop. 27 hu.

PRædictis adde & ſequentia apud nos corallaria, quæ aliqui alij aliter demonſtrant cum neceſſitate antecedentium propoſitionum huius li. 3, *in primis* 22 *propoſ.*

1.

Si à circulis detrahãtur ſimilia ſegmenta, reliqua etiam ſegmẽta erunt ſimilia. Sic & de arculus. *Reponatur hic fig. propoſ.* 26. *Detractis enim arcubus (quos finge eſſe circulorum inæqualium, & pro æqualibus eſſe ſimiles) BC, EF, quoniam remanent æquales anguli A, & D in reliquis ſigmentis, ergo per def.* 11, *& noſtra ad eam ſcholia, arcus BAC, EDC ſunt etiam ſimiles; & contra, detractis BAC, EDF, arcus CKB, ELF ſunt ſimiles; ac etiam quia anguli æquales ad centra G, H illis inſiſtunt.* *Theorema 1.*



Digitized by Google

II.

Theorema II. Si duo, vel plures circuli sint concentrici, & ex communi centro ducantur quotlibet communes semidiametri, arcus inter eas intercepti erunt similes. *Quæ propositio demõstrata est à nobis & in § 10 ad 9 propos. lib. 6, & in scholijs nostris ad 11 defin. hu. Estq; hoc theorema magni momenti pro problematibus præcipuis in vniuersa Astronomia.*

SCHOLION II.

Problema. *EX 27 element. propositione, & nostra ampliatione habes demonstrationem praxeos vsurpatæ ab Apollonio circa problema:* Dato angulo æqualem ad datam rectam angulum cõstituere, *apud nos in § 1, & 2 ad prop. 23 lib. 1. illuc vise, & appone fini § 2, præter ibi citata Clauiana, etiam nostra ad defin. 11 huius, schol. 2. Ex quibus, & hic ab Euclide positis constituitur dato angulo ad datæ punctum angulus æqualis, etiam per inæqualium segmentorum interualla. Æqualibus enim, aut saltem similibus segmentis insistentes anguli sunt æquales A, & D in figuris, quas vide in cit. § 1, & 2 ad 23. pri.*

SCHOLION III.

EX eadem 27 habes demonstrationem praxeos ducendarum parallelarum, quam dedimus in to. 1. huius Aerarij ad propos. 31, § 8. Operationem, & figuram inibi vide. &c.

§ III.

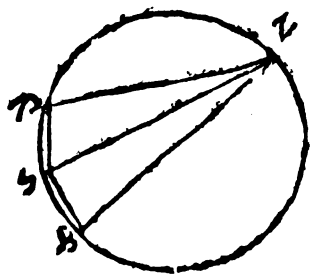
Vsus opticus propos. 27.

VSum propositionis hic 27 opticum, nec sine paradoxo, habe ab Eucl. Optic. theor. 44, vbi obiectum idem, licet ab oculo modò remotum, modò propius oculo admotum, tamen semper eiusdem apparet quantitatis.

Est

Est locus, vbi manente oculo, res spectata è loco in locum mutata, æqualis semper apparet.

Theorema Opticum.



SIt spectata magnitudo BG, oculus autẽ Z. à quo procedant radij BZ, GZ efficiẽtes triangulum BZG, circa quem describatur circulus BGPZ. dico magnitudinem BG trãslatam in quemlibet locum circumferentiæ circuli, eiusdem quantitatis semper apparere. Transferatur enim BG magnitudo in GP, & conectatur recta PZ. æqualis igitur est circumferentia BG, circumferẽtiæ GP, ob idq; æqualis est angulus GZB angulo GZP quæ autem sub æqualibus angulis cernuntur æqualia apparent, æqualis ergo apparet GB ipsi GP.

§ IV.

Corollarium de angulo recto, qui insistit quadranti, & — Praxis normæ examinandæ.

I.

QVasi corollarij loco deducitur ex 27 angulum, qui insistit quadranti, esse rectum. Nam si fingas in 2 fig. propositionis 27 Eucl. esse quadrantem EF, idest quartam partem peripheriæ totius circuli diuisæ in quatuor æquales partes, etiam anguli ad centrum insistentes erunt & ipsi quatuor inter se æquales, hoc est singuli singulis quadrantibus insistentes erunt re-

Digitized by Google

cti. nam ex ijs, quæ habes ad 15 propoſ. lib. 1. quatuor recti occupant totum ſpatium ad punctum centri; & iuxta explicata ad axioma 10, omnes recti ſunt æquales. &c.

II.

Ex hoc corollario habes praxim examinandi normam. Nam ſi geminæ regulæ occupent ſecundum latera tam interiora, quam exteriora quadrãtem peripheriæ deſcripti circuli, & anguli normalis verticis, tam interior, quam exterior præcisè attingant cẽtrum circuli, habes geometricam euidentiam ex anteced. corollar. & ex 27 propoſitione angulum normæ examinatæ rectum eſſe.

§ V.

SCHOLION IV.

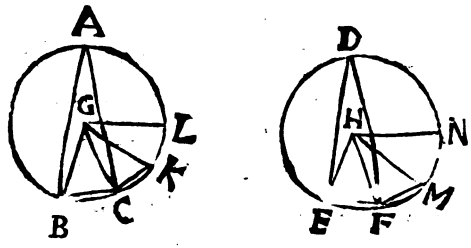
Propoſitio 33 lib. 6 Elem. huc opportunè.

IVxta noſtram methodum, quæ ante lib. 3 habet è ſexto, & quinto tam cognitionem doctrinæ de proportionibus, huc facit propoſitio 33 lib. 6, quæ pertinet ad doctrinam de circulo, de quà in hoc 3 libro; & probatur ex hac 27, quaſi ampliatio ab æqualitate angulorum, & arcuum, quibus inſiſtunt, ad proportionem angulorũ iuxta proportionem arcuum. &c. Eſt ergo propoſ. è lib. 6 ſequens

Prop. 33. lib. 6. *In æqualibus circulis anguli eandem proportionem habent, quam peripheriæ, quibus inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias conſtituti inſiſtant. Quin & ſectores, quippe ad centra conſtituti.*

In

Digitized by Google



IN æqualibus circulis ABC, DEF ad cẽtra G, H conſtituti ſint anguli BGC, EHF ad peripherias BAC, EDF. Dico eſſe, vt BC peripheria ad EF peripheriam, ita angulum BGC; ad angulum EHF; & BAC ad EDF: & inſuper BGC ſectorem ad EHF ſectorem. Ponãtur peripheriæ BC æquales quotcunque deinceps CK, KL: peripheriæ EF quotcunque æquales FM, MN, ducanturque GK, GL, HM, HN. Cum ergo peripheriæ CB, CK, KL æquales ſint, *a* erunt & anguli BGC, CGK, KGL æquales; quam multiplex ergo eſt peripheria BL peripheriæ BC, tam multiplex eſt angulus BGL anguli BGC. Eadem de cauſa quam multiplex eſt peripheria NE peripheriæ EF, tam multiplex eſt angulus NHE anguli EHF. Si igitur peripheriæ BL, EN æquales ſunt, erunt & anguli BGL, EHN æquales, & ſi peripheria BL quam EN maior eſt, erit & angulus BGL maior angulo EHN; & ſi minor, minor. Cum igitur quatuor ſint magnitudines, duæ peripheriæ BC, EF, & duo anguli BGC, EHF; acceptæque ſint peripheriæ BC, & anguli BGC æque multiplices peripheria BL, & angulus BGL. Peripherię vero EF & anguli EHF peripheria EN, & angulus EHN, demonſtratumq; ſit, ſi peripheria BL maior ſit peripheria EN, & angulum BGL angulo EHN maiorem eſſe, & ſi æqualis æqualem; ſi minor, minorem: *b* Eſt ergo vt BC peripheria ad peripheriam EF, ita angulus BGC ad angulũ EHF. Sed vt BGC ad EHF; *c* ita eſt BAC angulus ad EDF angulum, vterque enim vtriuſq; duplus eſt: ergo vt BC ad EF, ita eſt BGC ad EHF, & BAC ad EDF. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonſtrare.

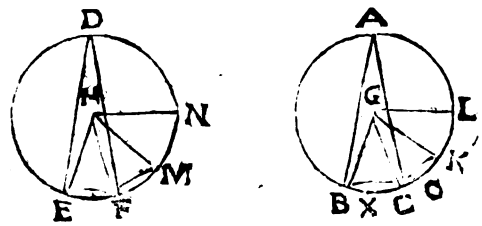
a propoſ. 27.3.

b defin. 5.5.

c propoſ. 15.5.

Di-

Digitized by Google



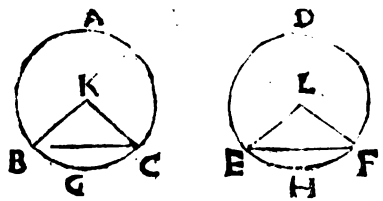
Dico præterea, vt eſt BC peripheria ad EF peripheriã, ita eſſe GBC ſectorem ad HFE ſectorem. Ducantur BC, CK; accipiãturque periferiarum BC, CK, puncta XO, & ducantur BX, XC, CO, OK. Cum ergo duæ BG, GC, duabus CG, GK æquales ſint, anguloſque æquales contineant, *d* erunt & baſes BC, CK æquales. igitur & triangula BGC, GCK æqualia erunt; cumque peripheriæ BC, CK ſint æquales, erit & reliqua BAC peripheria reliquæ CAK æqualis; *e* ergo & angulus BXC angulo COK æqualis erit; *f* portiones ergo BXC, COK ſimiles ſunt, & ſunt ſuper æqualibus rectis BC, CK: *g* circulorum autem portiones ſuper æqualibus rectis conſtitutæ, æquales ſunt: portiones igitur BXC, COK æquales ſunt. Sunt verò & triangula BGC, GCK æqualia; totus ergo ſector BGC toti GKC eſt æqualis. Eadem de cauſa, erunt ſectores GKL, GKC æquales: tres igitur ſectores BGC, CGK, GLK æquales ſunt. Eadem de cauſa erunt & trẽs HEF, HFM, HMN æquales. Quam multiplex ergo eſt peripheria BL peripheriæ CB, tam multiplex eſt ſector GBL ſectoris GBC. Eadem de cauſa quam multiplex eſt peripheria EN peripheriæ EF, tam multiplex eſt ſector HEN ſectoris HEF. Si ergo peripheria BL maior eſt peripheria EN, erit & ſector BGL maior ſectore EHN, et ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Cum igitur quatuor ſint magnitudines, duę peripheriæ BC, EF, & duo ſectores GBC, EHF; acceptæque ſint peripheriæ BC, & ſectoris GBC æque multiplices BL peripheria, & GBL ſector; peripheriæ verò EF, & ſectoris HEF peripheria EN, & ſector HEN; demonſtratumque ſit, ſi BL maior ſit quam EN, & ſectorem BGL maiorem eſſe ſectore EHN; & ſi æqualis, æqualem, ſi minor minorem, *g* erit vt peripheria BC ad EF peripheriã, ita

d propoſ. 4.3.
e propoſ. 27.3.
f def. 11. 3.
g propoſ. 24.3.
g defin. 5.5.

ita GBC sector ad HEF sectorem. Manifestum ergo est esse, vt est sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.

Propos. XXVIII. Theor. XXV.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidem maiori, minorem autem minori.



SInt in æqualibus circulis ABC, DEF æquales rectę BC, EF auferẽtes peripherias maiores BAC, EDF, minores BGC, EHF. Dico tam maiores peripherias, quam minores æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & ducantur KB, KC; EL, LF; & sunt circuli æquales, [a] ergo & quę ex centris æquales erunt: igitur duæ BK, KC duabus EL, LF æquales sunt; sed & bases BC, EF æquale sunt, [b] erunt ergo & anguli BKC, ELF æquales: [c] æquales autem anguli æqualibus peripherijs insistunt cùm fuerint ad centra; ergo peripheriæ BGC, EHF æquales sunt; sed & toti circuli sunt æquales; reliquæ ergo peripheriæ BAC, EDF æquales quoq; erunt. Si ergo in æqualibus circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *defin.* 1.3.

b *propos.* 8.1.

c *propos.* 26.3.

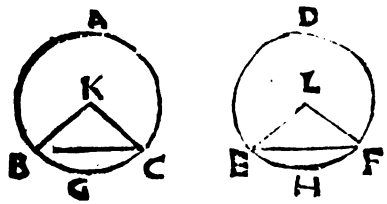
Scho-

SCHOLION.

Vide vsum huius 28 propos. in quadratione curuilinei apud nos in Apiar. 1, prælibam. 3, in demonstratione secundæ propositionis 6. Ac tyronibus exhibe.

Propos. XXIX. Theor. XXVI.

In æqualibus circulis æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.



ACcipiantur in æqualibus circulis ABC, DEF æquales peripheriæ BGC, EHF, & ducantur rectæ BC, EF. Dico rectas BC, EF æquales esse. Sumantur enim circulorum centra K, L, & iungantur BK, KC; EL, LF. Cùm ergo peripheriæ BGC, EHF æquales sint, [a] erunt & anguli BKC, ELF æquales: & cùm circuli æquales sint, [b] erunt & quæ ex centris æquales. Duæ ergo BK, KC duabus EL, LF æquales sunt, continentq; æquales angulos; [c] ergo & baſes BC, EF æquales erunt. In æqualibus ergo circulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *propos.* 27. 3.

b *defin.* 1. 3.

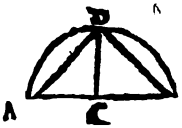
c *propos.* 4. 1.

Pro-

Digitized by Google

Propoſ. XXX. Probl. IV.

Datam peripheriam bifariam ſecare.



ESto data peripheria ADB, quam biſecare oporteat, ducatur AB, [a] biſeceturque in C; & à [b] puncto C ducatur ipſi AB ad angulos rectos CD, iunganturq; AD, DB. Et quia AC æqualis eſt CB, communis CD, erunt duæ AC, CD duabus BC, CD æquales, & angulus ACD angulo BCD æqualis; eſt enim vterque rectus; [c] erit ergo & baſis AD baſi DB æqualis; [d] æquales autem rectæ æquales peripherias auferunt, maiorem maiori, & minorem minori, eſtque vtraq; peripheriarum AD, DB minor ſemicirculo; quare peripheria AD æqualis eſt peripheriæ DB: data ergo peripheria biſecta eſt. Quod oportuit facere.

a *propoſ.* 10.1.
b *propoſ.* 11.1.
c *propoſ.* 4.1.
d *propoſ.* 29.3.

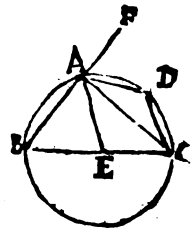
SCHOLION.

AD praxim, præter eam, quam hìc habet Euclides (in operatione pro ſolutione problematis in hac propoſ. 30) vtere praxibus, quas habes in 10.1 huius Aerarij ad propoſit. 10 lib. 1.

Digitized by Google

Propos. XXXI. Theor. XXVII.

In circulo angulus, qui in semicirculo rectus est; qui in portione maiore minor, qui in minore maior recto est. Insuper maioris portionis angulus maior recto, minoris recto minor est.



ESto circulus ABCD, diametrus BC, centrum E, & iungantur BA, AC, AD, DC. Dico angulum BAC in semicirculo rectum esse. ABC, qui est in portione maiore semicirculo, minorem; ADC, qui est in portione minore, maiorem recto. Ducatur AE, producaturque BA in F. Et quia BE, EA æquales sunt, [a] erunt & anguli EAB, EBA æquales. Rursus, quia EA, EC æquales sunt, erunt & anguli ACE, CAE æquales: totus ergo BAC duobus ABC, ACB æqualis est. [b] Est verò & FAC externus duobus ABC, ACB æqualis: æquales ergo sunt BAC, FAC; [c] ergo rectus vterq;. Quare angulus BAC in semicirculo BAC rectus est. [d] Et quia trianguli ABC duo anguli ABC, BAC duobus rectis minores sunt, BAC autem rectus est, erit ABC minor recto; & est in portione ABC

a *propos.* 5. I.

b *propos.* 32. I.

c *defin.* 10. I.

d *propos.* 17. I.

Digitized by Google

BC maiori ſemicirculo. Rurſus quia ABCD in circulo quadrilaterum eſt, quadrilaterorum autem in circulo deſcriptorum, qui ex aduerſo anguli duobus rectis æquales ſunt; erunt ABC, ADC duobus rectis æquales; & eſt ABC minor recto; reliquus ergo ADC maior; & eſt in portione minore ſemicirculo. Dico præterea maioris portionis angulum contentum peripheriâ ABC, & rectâ AC maiorem eſſe recto; minoris verò portionis peripheriâ ADC, & rectâ A, C contentum, minorem. Quod per ſe apparet. Cùm enim angulus rectis BA, AC contentus rectus ſit, erit, qui peripheriâ ABC, & rectâ AC continetur, maior recto. Et cùm angulus rectis AC, AF contentus, rectus ſit, erit rectâ AC, & peripheriâ ADC contentus, minor recto. Aliter demonſtratur BAC rectum eſſe. Angulus AEC duplus eſt anguli BAE, & æqualis enim eſt duobus internis & oppoſitis. Eſt verò & AEB duplus anguli EAC: anguli ergo AEB, AEC dupli ſunt anguli BAC, at AEB, AEC æquales ſunt duobus rectis: ergo BAC rectus eſt.

[c] *propoſ.* 22. 3.

[g] *propoſ* 32. 1.

Corollarium.

Ex his manifeſtum eſt, ſi in triangulo vnus angulus duobus ſit æqualis, eum rectum eſſe,

Digitized by Google

quod etiam, qui est ei deinceps duobus rectis æqualis sit: *f* cum autem anguli deinceps æquales fuerint, recti sunt.

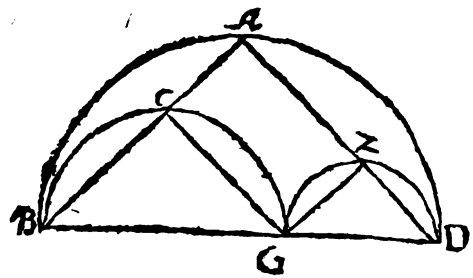
f defin. 10. 1.

§ I.

Vsus opticus propos. 31.

Pars ea huiius 31 propositionis, in qua demonstratur angulus rectus in semicirculo applicationem, & vsum insignem habet cum paradoxo apud Eucl. in Optic. theor. 50. Problema sit: Datis duabus magnitudinibus inæqualibus vnam tertiam componentibus, quis loca inueniat, vnde spectatæ nunc singulæ, nunc simul iunctæ, semper tamen appareãt æquales magnitudines? Inueniet ea loca hæc 31 propositio, ac demonstrabit. Audi, seu lege Euclidem

Problema Opticum.



Sint duę magnitudines inæquales, maior quidem BG, minor verò GD, & circa vtrâ que earum describãtur semicîrculi BCG, & GZD. circa etiam totã BD, compositam ex duabus BG, & GD, describatur semicirculus BAD. angulus igitur, quî est in BAD semicirculo, æqualis est angulo, qui est in BCG semicirculo: vterq; enim rectus est (per 31. tertij Elem.) Æqualis ergo apparet BD ipsi BG. Similiter & BD ipsi GD æqualis apparet oculis positis in punctis C, & Z duorum semicirculorum BCG, & GZD. *&c.*

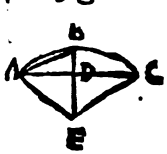
Scho-

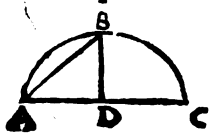
Digitized by Google

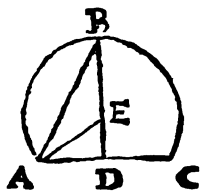
SCHOLION I.

Aliter exercere, & demonstrare propos. 25 ex hac 31 li. 3.

PRopositionem 25 exercebis, & demonstrabis facillimè ex hac priori parte huius 31 sic. Bisarietur ad angulos rectos recta subtensa datæ portioni circulari, & producatur recta bifariàs vsque ad arcum, & ex alterà parte indefinitè protrahatur. vide figuras Eucl. hic repositas, & finge ipsas bifariantes BD productas vltra E, & D. Ex iuncta BA extremo A educatur perpendicularis. Vbi ea secabit lineam bifariãtem, ibi erit terminus alter diametri, quæ bifariata dat centrum, ex quo ducitur arcus complens in circulum datam portionem circularem. Demonstratio est, quia deducta perpẽdiculariter ex A continet cum AB angulum rectum in semicirculo. &c. Applica plurib. quæ paucis indicamus.







§II.

THEOREMA.

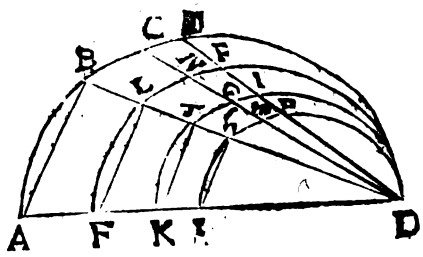
De lineis ductis à puncto contactùs semicirculorum, quæ omnes secantur in proportione sectæ diametri.

DEmonstratur ex hac 31 theorema Villalpandi, quo nos vniuersalius proposuimus in corollarijs ex Arania geometrizante

zante in Apiar. 1 prælib. 2, & id mox e seq. 32 soluimus. In quo theor. cùm agatur de lineis proportionalibus, tamen intelligetur à Tyronibus beneficio nostræ methodi, quæ huic 3 lib. præmisit sextum, in quo copiosè nos de lineis proportionalibus. Theorema est.

Pro nostrà methodo.

Facto semicirculo, & sectà vt lubet diametro in varijs punctis, & per puncta sectionum ductis circulis se contingentibus in altero diametri extremi; quotcunq; ducta à puncto contactùs ad varia puncta semicirculi maximi, secantur omnes minores in proportione sectæ diametri. Sic vides, sectà diametro AD semicirculi ABCD in pũctis E, K, P, & per ea puncta ductis semicirculis ELD, KTD, PHD se in diametri AD extremo D cõtingentibus, rectas DB, DC, DO secari in punctis L, T, H, N, G, M, F, I, & proportionaliter cum sectionibus E, K, P diametri AD. Nam anguli in B, L, T, H, C, N, G, M, O, F, I, & in semicirculis, omnes recti, & æquales externis interni, ac proinde sunt parallelæ AB, EL, KT, PH, per 28 pri. & per 2 sexti, basi parallelæ secant latera AD, DB proportionaliter. Idemq; demonstrabitur eodem modo ductis rectis ab A, E, K, P ad sectiones rectarum CD, DO. Atq; etiam factis integris circulis, omnes à D virinq; ad diametrum secabuntur in eadem proportione cum diametro.



§ III.

Corollaria & Problemata geometrica de sectione rectarum in proportione datæ sectæ.

1.

Theorema.

EX theoremate antecedenti habes pro corollarijs. Primum: Omnes rectæ ductæ à communi puncto contactùs plurium circulorum se contingentium ad extremam peri-

peripheriam, secantur in eadem proportione. *Scilicet in eadem proportione sectionum diametri, quæ communis est circulis se contingentibus. Sectæ ergo sunt DB, DC, DO in eadem inter se proportione.*

II.

Secundum indicauimus in Schol. post § 9 ad 10 sexti: Datas rectas quotcunque (quarum tamen maxima sit minor, quam ea, ad cuius similitudinem secandæ sunt) simul similiter, ac altera secta est, secare. *Problema.* *Puta rectam sectam in E, K, P, ad cuius similitudinem secandæ sunt tres DB, DC, DO; super AD describatur semicirculus ACD, & alij contingentes in D secantes in E, K, P. Tum rectæ datæ quacunq; applicentur ex D in semicirculo ACD, & eæ à circulis contingentibus secabuntur simul omnes in proportione datæ, ac sectæ AD.*

§ IV.

Vsus varij apud nos propositionis 31.

ERuditiones geometricas de problematibus localibus, è quorum genere est hoc de angulo recto in semicirculo, Aristotilis loca ex hoc explicata, praxes erigendæ perpendicularis, normæ examen, centri in circulo inuentionem aliter, quàm ex 1 prop. huius, tangentis rectæ ad circulum deductionem, & plura alia problemata, theoremata, praxes, vsus, &c. demonstrata ex prima parte huius 31 propos. reuisse apud nos in Tom. 1. huius Æquat. ad 32 prop. a § 6 ad seqq. Ibi eorum cognitionem attulimus Tyronibus, vbi pars hæc de angulo recto demonstratur ex 32 primi, (sine necessitate dilationis vsq; ad hanc libri tertij propositionẽ 31) ad plura demonstratiuè cognoscenda, quorum cognitione non fuere fraudandi Tyrones. Ibi ergo habes vnde huc transferas plura iucunda, & vtilia, quæ fœcunditatem ostendant primæ partis huius 31 propos.

Quam etiam ornabis duobus theorematibus apud Eucl. in Opticis theor. 23, & 24. Quæ demonstrantur ex vsu ang. recti in semicir-

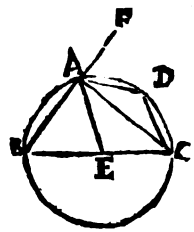
Paradoxum Opticum.

micirculo. Alterum eorum habet paradoxum: Oculo propius ad sphæram accedente minus de sphæra cernetur, quam oculo procul posito: plus tamen cerni existimabitur.

§V.

THEOREMA.

Datis duabus rectis lineis, inuenire, ac ostendere potentiam maioris supra minorem.



Iunt Theonis esse eam propositionem: Potentiam maioris lineæ supra minorem ostendere. *Quam nos expedimus hic ad hanc, & ope huius 31. Puta maiorem datarum esse BC; minorem alterutram BA, vel AC. Super maiore BC describatur semicirculus, & in eo ab extremo alterutro applicetur, puta, ipsa AC: iuncta AB erit latus quadrati, quo quadratum ex BC maius est quadrato ex AC. Patet ex 47 pri. est enim in triangulo rectangulo (per hanc 31) lateris BC oppositi angulo recto quadratum æquale duobus quadratis ex BA, AC; ergo detracto quadrato ipsius CA ex quadrato ipsius BC, reliquum quadratum ex AB est id, quo recta BC plus potest, quam minor AC.*

§VI.

Paradoxa de angulis segmentorum circuli. Extrema iuxta se posita. Transitus ab extremo ad extremū sine medio, in angulis, & lineis.

Quod ad alteram partem huius 31 propos. attinet, ea miris illustris est paradoxis, quorum non pauca habes apud nos

in

in Apiar. 3, progym. 5, propos 9, & in Schol.

Vnde afferas ad hanc 31 ea, quæ possint Tyrones rapere in iucundam admirationem Geometricæ Philosophiæ prodentis ea, quæ, licet demonstrata, tamen habent instar monstri subruentis prima quædam principia in physicis, & alijs aliquibus artibus. Quis enim putet fieri transitum ab extremo ad extremum sine medio? extrema iuxta se immediatè posita? Rectus angulus est medius inter extremum excessùs, ideſt anguli obtusi, & inter extremum defectùs, ideſt anguli acuti, tamen ab angulo segmenti minoris semicirculo itur ad angulum semicirculi, vel segmenti maioris semicirculo, hoc est ab angulo, qui minor est recto ad angulum, qui maior est recto, sine transitu per angulum æqualem recto; vt in figura Euclidis vides recto maiorem sub curua BA, & recta AC immediatè positum cum angulo, qui minor est recto sub curua DA, & recta AC, sine etiam pro semicirculi angulo sub recta EA; & curua AD; iturq; à maiori BAC mixtilineo ad minora mixtilinea EAD, vel CAD, sine vllo mixtilineo, qui æquetur, vel æquari possit recto.

In circulari etiam linea conuexum, & concauum simul sunt, iturq; ab altero ad alterum sine rectà intermedia lineà. Quod paradoxum notatur etiam in veteri Schol. græco ad 21 prop. hu. apud Commandinum.

Circularis linea insigne paradoxū.

§VII.

SCHOLION II.

De angulo semicirculi, quòd sit æqualis recto hallucinationes aliquorum elustratæ.

EX prædictis habes quid respondeas, & vnde arguas manifestæ fallaciæ Peletarium, Vietam, Iosephum Scaligerum, & si qui alij sunt ipsum etiam Archimedem reprehendentes, & nitentes probare angulum semicirculi æqualem recto. Vt angulus (inquiunt) omni obtuso minor, & omni acuto maior æqualis est re-

Digitized by Google

ctο; sic angulus semicirculi medius inter angulum maioris segmenti recto maiorem, & inter angulum minoris segmenti recto minorem, erit recto æqualis. Quæ obiectio, & illi alia similes indignæ sunt responsione apud eos, qui non superficiariè circa scientiam de superficiebus versantes nullo negotio possunt ostendere implicantias etiam in ijs, quæ patent sensui (quis enim non videat angulum semicirculi esse partem anguli recti ex diametro, & tangente?) & fallacias in istorum cauillationibus, dum acuti videri volunt, & pungere audent vel ipsum Archimedem, atq; expungere à geometricæ acutissimæ Philosophiæ demonstratis veritatibus ea, propter quæ sui habet admirationem apud ingenua ingenia. Relege quæ habes ad 16 huius apud nos in antecedentibus, præsertim § 2, ac multo magis, ac apertius in § 5 ad definitionem 4 lib. 5; vbi patet ex definitione 4 libri 5, angulum semicirculi non habere proportionem cum angulo recto, ac ideo paralogisticè comparari cum eo: & argumentationem paralogizantium valere de rectilineis, non de mixtilineis angulis cum rectilineis comparatis. &c.

§ VIII.

SCHOLION III.

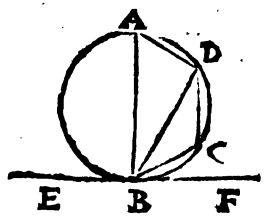
Firmantia definitionem 11.

OMnes semicirculi sunt similes, ideſt habent proportionem æqualitatis ad reliquum, ac, ex hac 31, capiunt angulos æquales rectos. Portiones circulorum maiores, vel minores semicirculo sunt similes ea (ideſt in eadem proportione ad reliquum sui circuli) solùm, quæ capiunt angulos minores, vel maiores recto, inter se æquales; variãtur, & abeunt à similitudine dum angulos variant ab æqualitate, &c. Vt rectè, ac doctè notatur etiam in Schol. græco veteri ad hanc 31 apud Commandinum.

Pro-

Propos. XXXII. Theor. XXVIII.

Si circulum quædam recta tetigerit, & à tactu ducatur recta circulum secans, erunt anguli, quos ad tangentem facit, æquales illis, qui in alternis circuli portionibus constitũt.



TAngat circulum ABCD recta quædam BF in B, à quo ducatur alia BD secans circulum. Dico angulos, quos BD cum tangente facit, æquales esse illis, qui sunt in alternis circuli portionibus: hoc est, angulum FBD æqualem esse illi, qui est in portione DAB: angulum verò EBD illi, qui est in portione DCB. Ducatur enim ex B ipsi EF ad angulos rectos BA, & accipiatur in peripheria BD quoduis pũctum C, & ducantur AD, DC, CB; & quia circulum tangit recta quædam EF in B, & à tactu B ducta est tangenti ad angulos rectos BA, [b] erit in BA centrum circuli: [c] angulus ergo ADB in semicirculo existens, rectus est: reliqui ergo BAD, ABD vni recto æquales. Sed & ABF rectus est, æqualis ergo angulis BAD, ABD: communis ABD auferatur; ergo reliquus DBF erit æqua-

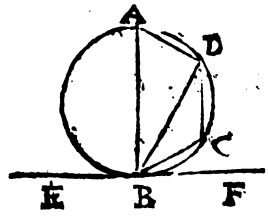
[a] *propos.* 11.1.

[b] *propos.* 19.1.

[c] *propos.* 31.3.

qualis reliquo BAD in alterna circuli portione existenti. Et quia ABCD quadrilaterum est in circulo descriptum, d erunt anguli oppositi duobus rectis æquales: erunt ergo anguli DBF, DBE æquales angulis BAD, BCD; quorum BAD ostensus est æqualis DBF; erit ergo & reliquus DBE reliquo DCB in alterna circuli portione DEB existens æqualis. Si ergo circulum recta quædam, &c. Quod oportuit demõstrare.

d *propos.* 22. 3.



§I.

Vsus Astronomicus propositionis 32.

A sole illuminatur plus quã hemisphæriũ Lunæ ac Terræ.

IN Astronomia vsus, & applicatio est huius 32 propos. vt ostendatur à Sole illuminari plusquam hemisphærium Lunæ, ac Terræ.

Suppono aliquid è demonstratis apud Astronomos, & hic etiam apud nos indicandis.

Primum. Solem Terræ esse maiorem. Quod patet in Apiario 9. Prog. 3. Propos. 10. versus finem numeri 1. margin. & Apiar. 2. Progym. 3. Propos. 7. Diameter enim Solis continet undecim semidiametros terræ. &c.

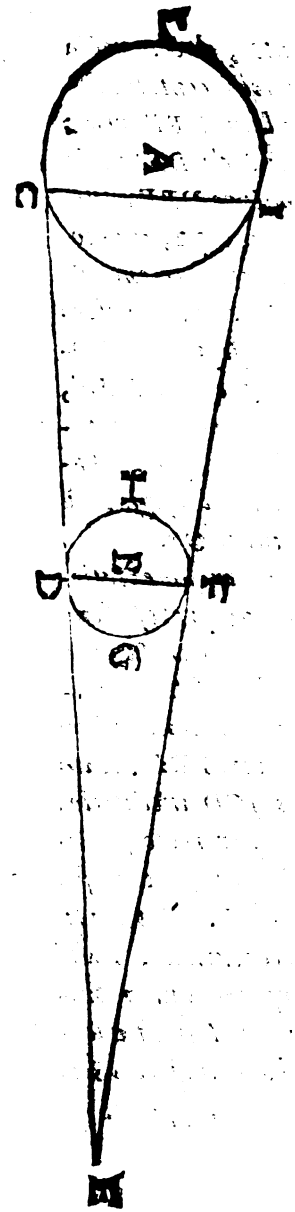
Secundum. Vmbram Terræ à Sole illuminatæ conicam esse: quod consequitur ex 1 suppositio, vt patet in apposita figura, in qua finge Solem A, terrã B: radij à Sole tangentes terram, & iungentes semidiametros (sine illis proximè parallelas FG, DF) quoniam inæquales IC, DF iungunt, erunt anguli DCI, CIF inclinati versus

mina-

minorem diametrum FD, hoc est rectis minores, & radij recta procedentes per D, F, ibunt in angulũ umbrosum E, sub umbrà FDE conicà, à sphærica terræ umbrosa parte DFG.

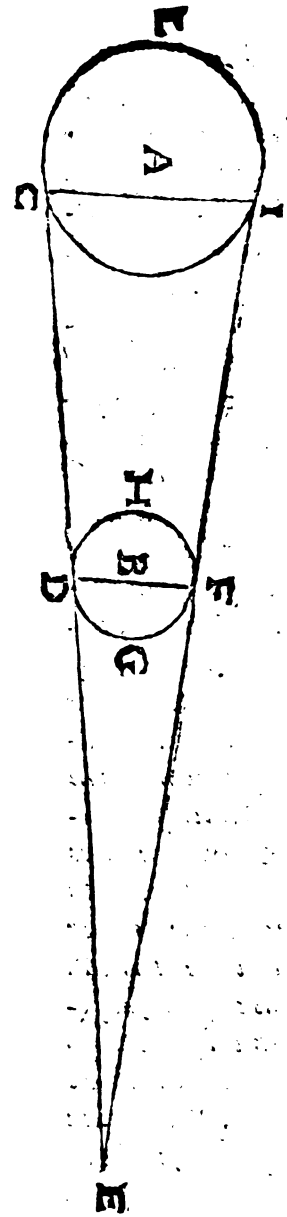
Tertium. Lunam pariter minorẽ esse Sole. Quod ex anteced. 2 suppositio patet in eclypsibus lunaribus, in quibus Luna tota sub umbra conica terræ latet aliquantisper, magis, ac minus pro vt in spatio umbroso inter GE magis, minusue distat à terra B; ergo Lunæ semidiameter, quæ intercipitur inter ipsas FE, DE magis, ac magis in angulum E inter se accedentes, & imminuentes semper magis latitudinem spatij inter FED, minor est diametro DF terræ B.

Quibus cognitis, ac positis, affirmo à sole A illustrari plusquã hemisphærium terræ B. Nam, iuxta 1, & 2 suppositia, radio in



F tangente, ducta recta DF a puncto contatus facit angulum DFE recto minorem, & DFI recto maiorem; ergo DFE aqualem, per hanc 32, angulo, qui fieret in segmento FDH; DFI verò aqualem angulo in segmento FDG; ergo segmentum DFH, in quo angulus minor recto, maius est, per 31 huius, semicirculo, segmentũ DFG minus. &c.

Eàdem argumentatione ex hac 32 propos. elem. demonstrare licet Solis A partem hemisphario minorem radios emittere in terræ partem FDH. Nam angulus ICD inclinationis est minor recto, ac aqualis illi, qui fieret in segmento CLI. Applicatu ex antecedentibus. Eàdẽ item argumentatione probabitur & Lunæ partem hemisphario maiorẽ à Sole illustrari. &c. Applica.



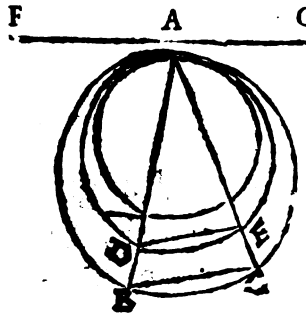
S 2.

§II.

Vsus geometricus prop. 32 in theoremate pro sectione rectarum in eàdem proportione.

VSum habes huius pariter 32 in theoremate, quod est apud nos in Apiar. 1, prælibam. 2, ex Araneà geometrizante. Quo theoremate vtaris pariter ad praxin, pro secandis in eàdem proportione pluribus simul lineis, non solum, vt dictum est in § 3, propos. 31. anteced. sed etiam nullà habità ratione comparationis ad diametrum. Accipe igitur ex Apiar. sequentia.

Si duo vel plures circuli se se mutuo cõtingant, & à puncto contactus producantur rectæ lineæ secantes peripherias, a peripherijs & ipsæ rectæ proportionaliter secantur. *Theorema.*

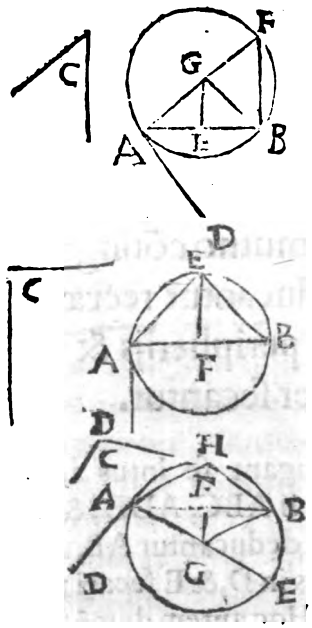


COntingant se intus ad A circuli ABC, ADE, &c. & ab A deducantur AB, AC, &c. dico ipsas in D, & E secari proportinaliter. Hoc autem demõstrabitur si demõstrabitur iunctas BC, DE esse parallelas. Ducatur ergo tangens FG. Quoniam ex 32 tertij angulus FAB, quem recta AB facit ad contingentem FG, æqualis est angulis AED, ACB, qui in alternis segmentis consistũt, erunt per pri. axi. & ipsi AED, ACB inter se æquales, ac propterea parallelæ sunt BC, DE, & secant proportionaliter in D, & E latera trianguli ACB, *per prop. 2 li. 6.*

Pro-

Propos. XXXIII. Probl. V.

Super data recta describere portionem circuli, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.



SIt data recta linea AB, datus angulus rectilineus C, & oporteat super AB portionē circuli describere, quæ angulum æqualem angulo C capiat. Angulus ergo C aut acutus, aut rectus, aut obtusus est. Sit primo acutus, vt in prima descriptione. [a] Constituatur ad A punctum rectæ AB angulus BAD æqualis angulo C, qui acutus erit. Ex [b] A ducatur AE ad angulos rectos ipsi AD; atque AB in E [c] bisecetur. Ex E [d] ducatur EG ad angulos rectos ipsi AB, ducatur q; BG. Et quia AE æqualis est EB, communis EG; erunt duæ AE, EG, duabus EB, EG æquales, angulusque AEG angulo GEB æqualis; [e] erit ergo & basis AG basi BG æqualis. circulus ergo centro G, interuallo AG descriptus trāsibit etiam

a *propos.* 23. I.

b *propos.* 11. I.

c *propos.* 10. I.

d *propos.* 11. I.

per

per B. Describatur, & sit ABF, iungaturque FB. Cùm itaque diametro AF ab extremitate A ad angulos rectos sit ducta AD, [f] tanget ipsa circulum; cùmque circulum ABF recta quædam AD tangat, sitq; à tactu A in circulum ducta recta AB; [g] erit angulus DAB æqualis angulo AFB in alterna sectione AFB existenti: sed DAB est æqualis angulo C; igitur & angulus C æqualis erit AFB angulo. Super data ergo recta AB portio circuli descripta est capiens angulum AFB. æqualem angulo C. Sit iam angulus C rectus, sitque rursus super AB portio circuli capiens angulum recto C æqualem describenda [h].

[f] *propos. cor. 16. 3.*

[g] *propos. 32. 3.*

[h] *propos. 32. 1.*

Fiat angulus BAD angulo C æquales, vt in 2. descriptione: [i] AB in F bisecetur, & cētro F, interuallo FA, aut FB describatur AEB circulus. [k] Tangit igitur recta AD circulum, quod angulus BAD rectus sit: sed angulus BAD æqualis est & angulo C, & angulo [l] AEB in alterna sectione: erit igitur & AEB angulo C æqualis. Descripta ergo est super AB portio circuli AEB capiens angulum AEB æqualem angulo C. Sit tertio angulus C obtusus. [m] ponatur ei ad A rectæ AB æqualis BAD, vt in tertia descriptione, [n] ducaturq; rectæ AD ad angulos rectos recta AE; & AB [o] in F bisecetur, cui ex F ad [p] angulos rectos ducatur FG, & iungatur GB. Cum itaq;

[i] *propos. 10. 1.*

[k] *corol. prop. 16. 1.*

[l] *propos. 23. 3.*

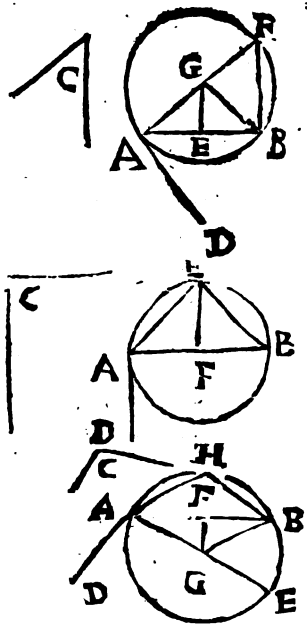
[m] *prop. 23 1.*

[n] *propos. 11. 1.*

[o] *propos. 10. 1.*

[p] *propos. 11. 1.*

Digitized by Google



AF æqualis ſit FB, communis FG; erunt duæ FG, AF duabus FG, BF æquales, & angulus AFG angulo BFG æqualis: [q] erit igitur & baſis AG baſi BG æqualis. Circulus ergo centro G, interuallo GA deſcriptus tranſibit etiam per B, tranſeat vt AEB. Quia ergo diametro AE ab extremitate A ad angulos rectos ducta eſt AD, [r] tanget illa circulum; & cũ à tactu A in circulum ducta ſit AB, [s] erit angulus BAD æqualis angulo AHB, qui eſt in alterna portione circuli AHB. Sed angulus BAD æqualis eſt angulo C, erit ergo & angulus AHB in alterna portione æqualis angulo C. Super data ergo recta AB deſcripta eſt portio circuli AHB capiẽs angulum æqualem angulo C. quod oportuit facere.

q *propoſ.* 4. 1.

r *cor. propoſ.* 16. 1.

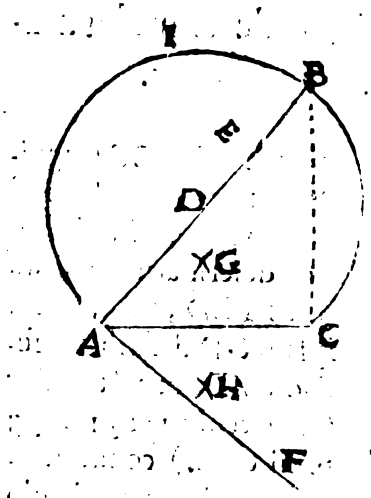
s *propoſ.* 32. 3.

§. I.

SCHOLION.

Aliter

Propositionem 33 huius, ac breuiter demonstrare.



AD data AC extremum A constituatur angulus FAC dato æqualis, & ab A educatur perpendicularis AB. Lubito interuallo ex C, & A fiant mutuæ sectiones in G, H, per quas ducta recta, vel ad quas aptata regula, vbi secabit ipsam AB in D, erit ibi centrum prrtionis super AC describendæ, ac circuli AIBC. Deinde iuncta CB imaginaria in figura, dabit angulũ ad B quæsitum in portione, &c. vt in Eucl. &c. Quoniam enim, per dicta in 1. Tom. Aerar. ad propos. 10, recta ducta per H, G bifariam ipsam AC; ergo, per 1. huius, erit in bifariãte centrum, & per 19. hu. est etiã in recta AB centrũ, ergo erit in communi sectione D, ne dicatur esse in duobus locis contra lemma nostrum ad 25 huius, §. 1. Pari ratione in alijs casibus variorum angulorum. &c.

Digitized by Google

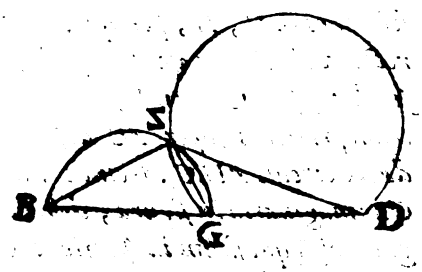
§. II.

Vsus opticus paradoxicus propos. 33.

INgeniosissima, & facillima praxis huius prop. 33, quæ vsus est antecedentis 31, inseruit apud ipsumet Euclidem in Opticis pro iucundis, & ex parte paradoxicis propositionibus, 48, 49, 51. Est ne locus, aut quis eum inueniat, ex quo duæ magnitudines, licet inter se æquales, tamen inæquales appareant oculo immoto ex eodem loco?

Theorema, & Paradoxum Opticum.

Est aliquis locus communis, vnde æquales magnitudines inæquales appareant.



SIt enim BG magnitudo æqualis ipsi GD, & circa ipsam BG describatur semicirculus BZD, circa autem ipsam GD describatur sectio GZD, quæ sit maior semicirculo (per 31, & 33 tertij elem.) connectanturq; rectæ BZ, ZG, ZD. Ergo angulus BZG, in semicirculo positus, maior est angulo GZD, qui est in maiore segmento (per 31 tertij Elem.) Quæ autem sub maiori angulo spectantur, maiora apparent (per 5 postul.) Quare oculo collocato in puncto Z maior apparet BG, quàm GD. Atqui BG ipsi GD posita est æqualis. Est ergo aliquis locus communis, vnde spectatæ æquales magnitudines inæquales apparent.

§ 3.

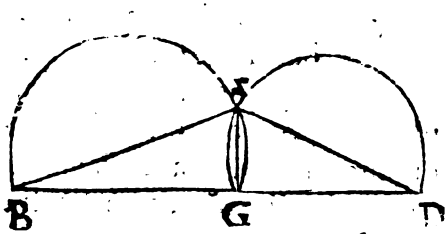
Digitized by Google

§III.

Vsus alter opticus paradoxicus propos. 33.

VSus opticus alter. Datis inaqualibus magnitudinibus, est ne inuenire locum, ex quo magnitudines illæ appareant æquales oculo immoto ex eodem loco?

Est aliquis locus communis, vnde inæquales magnitudines æquales apparent.



SIt enim BG magnitudo maior quam GD, & circa ipsam BG describatur circuli sectio BZG, quæ sit maior semicirculo: circa itē ipsam GD describatur circuli sectio GZD, quæ sit similis ipsi BZG sectioni, ideſt, quæ angulum comprehendat GZD æqualem angulo GZB (per 33 tertij element.) connectantur autem rectæ ZB, ZG, ZD. Cum igitur anguli, qui sunt in similibus segmentis, sint inter se æquales (per decimam definitionem tertij element.) æquales ergo sunt inter se GZB, & GZD anguli in similibus sectionibus descripti. Quę autem sub æqualibus angulis cernuntur, æqualia apparent (per 7 postul.) Quare oculo collocato in puncto Z æqualis apparet magnitudo BG ipsi GD. est autem maior: Est igitur locus aliquis communis, vnde spectatæ inæquales magnitudines, æquales apparent. *Theorema, & Paradoxum Opticum.*

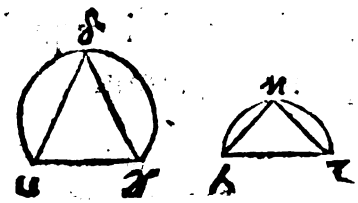
§4.

§IV.

Vsus opticus paradoxicus tertius propos. 33.

Problema, & Paradoxum Opticum.

Vsus opticus tertius. Inuenire loca, per quæ motus oculus datam magnitudinem videat auctam, vel imminutam in lubita proportione.



Sit enim recta linea λZ, circa quã describatur pro arbitrio sectio circuli, in qua describatur angulus λκZ; ipsi autem λZ æqualis sit εγ, circa quam describatur etiam circuli sectio capiens angulum dimidio minorem, quam sit angulus λκZ (per 33. tertij Elem.) Angulus ergo λκZ duplus est anguli εδγ. Quare λZ magnitudo duplo maior videtur magnitudine εγ, cum oculi collocantur in εδγ, & λκZ circumferentijs.

SCHOLIA ad praxes.

I.

QVoniam localia sunt problemata de angulis in eodem segmento æqualibus, idest vagantur anguli semper æquales per circumferentiam eiusdem segmenti, inuento segmenti centro, & fixo baculo, & chordâ ad distantiam semidiametri, vt docuimus in antecedentibus ad propos. 20 huius § 3, erit iucundum circulariter oberrante oculo per varia variorum segmentorum puncta videre eandem magnitudinem modo, ver. gr. duplam in pluribus punctis, modò triplam in pluribus. &c. in auctione, vel imminutione; dum scilicet obiectum eleuatum sit iuxta oculi eleuationem, sintq; in eodem plano.

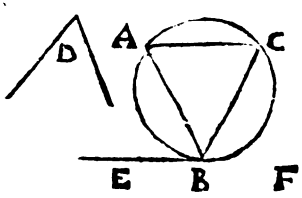
Pro

II.

Propraxibus, siue vsibus opticis antecedentibus habes compendium geometricum à nobis in constructione nostræ demonstrationis in anteced. § 1 ad hanc 33, facilius, ni fallor, quàm in constructione Euclidianâ.

Propos. XXXIV. Probl. VI.

A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.



FSto datus circulus ABC, datus angulus rectilineus D. Oporteat autem à circulo ABC portionem auferre, quæ capiat angulum angulo D æqualem. Ducatur EF tangens circulum in B. [a] Constituaturq; ad B rectæ EF angulus FBC æqualis angulo D. Cùm ergo circulũ ABC tangat recta EF, & à tactu B ducta sit BC, [b] erit angulus FBC æqualis angulo BAC in alterna portione BAC constituto: sed angulus FBC æqualis est angulo D; erit igitur & BAC in alterna sectione eidem angulo D æqualis. A dato ergo circulo ABC ablata est portio BAC capiens angulum æqualem dato angulo D. quod oportebat facere.

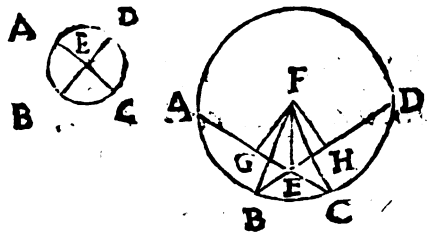
[a] *propos.* 23. 1.

[b] *propos.* 32. 3.

Pro-

Propos. XXXV. Theor. XXIX.

Si in circulo duæ rectæ se inuicem secent, erit rectangulum portionibus vnius contentum æquale portionibus alterius contento.



SEcent in circulo ABCD se inuicẽ duæ rectæ AC, BD in E. Dico rectangulum AE EC contentum æquale esse DE, EB contento. Si igitur AC, BD per centrum transeant, perspicuum est, cum AE, EC; DE, EB æquales sint, etiam AE, EC cõtentum æquale esse DE, EB contento. Quod si per centrum non transeant: accipiatur centrum F, ab eoque ad rectas AC, DB [a] ducantur perpendiculares FG, FH, iunganturq, FB, FC, FE. Et quia recta quædam GF per centrum ducta rectam quãdam AC non per centrum ductam ad angulos rectos secat, & [b] bifariam illam secabit: æquales ergo sunt AG, GC. Cùm igitur recta AC in G æqualiter, in E inæqualiter secta sit, [c] erit quod AE, EC continetur rectangulum, cum quadrato quod ex EG, æquale quadrato quod ex GC; si commune, quod ex GF, addatur

a *propos.* 21.1.

b *propos.* 3.3.

c *propos.* 47.1.

Digitized by Google

tur, erit quod AE, EC continetur, cum illis, quæ ex GE, GF quadratis, æquale illis, quæ ex CG, GF. [d] Sed illis, quæ ex CG, GF æquale est quod ex FC, illis verò, quæ ex GE, GF, æquale est quod ex FE: ergo quod AE, EC continetur, cũ eo quod ex FE, æquale est ei, quod ex FC (æqualis autem est FC ipsi FB) ergo quod AE, EC continetur, cum illo quod ex EF, æquale est ei, quod ex FB. Ob eandem causam erit quod DE, EB continetur, cum illo quod ex FE, æquale ei quod ex FB. Ostensum est autem & id, quod AE, EC continetur, cum eo quod ex FE, æquale esse ei, quod ex FB; ergo quod AE, EC continetur cum illo, quod ex FE, æquale est illi, quod DE, EB continetur, cum illo quod ex FE quadrato; commune, quod ex FE, auferatur; & erit reliquum AE, EC contentum æquale reliquo DE, EB contento. Si ergo in circulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

[d] *propos.* 47. 1.

SCHOLION I.

Propositiones hæ 35, & sequens 36 continent lemmata firmandis aliquibus problematibus ad 16, & 17 lib. 6, vbi praxes aliquas proportionalium linearum inueniendarum tradidimus, supponentes has hic 35, & 36. Hic ergo habes, quod supponunt illæ praxes ibi traditæ, vbi suus erat locus.

Digitized by Google

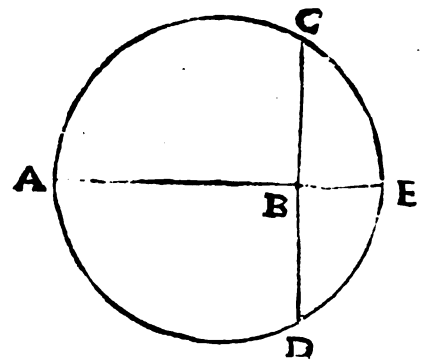
§I.

SCHOLION II.

Noſtra methodus pro agnoſcendis circuli admirandis in hac 35 prop.

NOſtra methodus fauet propoſitionibus 35, & 36 huius libri, vt nunc hìc in illis videas myſteria aliqua pertinentia ad lineas proportionales poſt explicatum à nobis in antecedentibus librum ſextum, quæ non licuiſſet aperire in libro tertio ante ſextum, in quo de proportionalibus lineis copiosè à nobis expoſitum eſt.

Itaq; agnoſce, mi Tyro, miram hanc circuli proprietatem, in quo binæ vllæ lineæ ſecare ſe non poſſunt, niſi proportionaliter, non autem temerè, vt fieri poteſt extra circulum; nec ſolum proportionaliter, ſed etiam reciprocè, ita vt in vtraque ſint antecedentes, & conſequentes proportionum termini. Vt in AE antecedens eſt AB, & in CD conſequens BC, ſic in eadē CD antecedens eſt BD, & conſequens BE in AE. Quoniam enim iam didiciſti è 16 lib. 6, quatuor datis rectis lineis, ſi extremarum rectangulum ſit æquale rectangulo mediarum, eas eſſe ĩter ſe proportionales, vt prī. ad ſec. ſic tert. ad quartam, & in 14 eiuſdem l. 6 vidiſti parallelogrammorum æqualium, & habentium ſaltem vnum angulum angulo alterius æqualem, latera circa æquales angulos eſſe etiam reciprocè proportionalia, ac ſunt rectangulorum omnes anguli æquales, nempè recti; dum hìc audis rectangulum ſub AB, BE



aqua-

Digitized by Google

æquale esse rectangulo ex CB, BD; ergo alterutrum eorum rectangulorum continet duas extremas, & alterum duas medias quatuor linearum reciprocè proportionalium. Velut AB, EE duæ extremæ, CB, BD duæ mediæ, ac proinde, vt AB ad BC, ita BD ad BE.

§ II.

Vsus circuli ex hac 35 propos. in Geometria speculatiua, & practicà, & in Arithmeticà.

Est ergo circulus fœcundissimus parens linearum proportionalium inueniendarum in hac 35. Ideo vsus insignes sunt ab hac, etiam extra tertium librum pro sexto, vbi de inuentionibus, & vsibus linearum proportionalium. Quin immo in 13 proposit sexti, vbi de mediæ proportionalis inuentione, habes vestigium vsus circuli, quasi in hac 35 lateat inuentio mediæ. *Circulus parens linearũ proportionalitũ.*

Apud nos verò habes vsum circuli etiam pro tertia, & quarta proportionalibus inueniendis ex hac 35. in Apiar. 3, progym. 10. propos. 1, 2, 3, & in initio 2 partis 2. tom. Aerar. ad propos. 6, § 1. & ad propos. 17, § 2, 3, 4, 5. Ex hac eadem 35 habes inuentionem demonstratam latcris recti datæ parabiles, ad vsus eximios, Apiar. 7, progym. 3, propos. 3 & seqq. *Inaccessas altitudines, latitudines, profunditates agnoscere ope circuli.*

Præterea cuise ad 16 propos. initio 2 partis 2. tom. Aerar. § 2, vsus duos eximios ex hac 35 in circulo pro operationibus Geometr. practicæ ad inueniendas ignotas, & inaccessas altitudines, latitudines, profunditates. Vsum etiam insignem, & quasi ortum aureæ regulæ proportionum in Arithmeticis ex mutua duarum rectarum sectione in circulo, recole ibid. § 3. Ex quibus hìc indicatis habes copiam ornandæ, ac illustrandæ huius 35 propos. *Regula aurea arithmetica, in & è circulo.*

Digitized by Google

§ III.

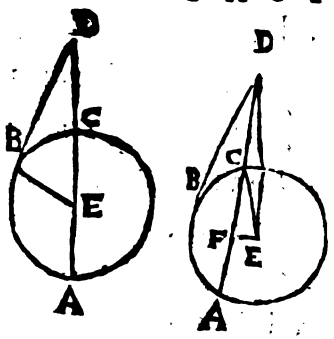
Corollarium, ac Theorema.

SI duæ rectæ mutuò ita secent se, vt earum segmenta sint reciprocè proportionalia, circulus ibit per earum extrema. *Iuxta à nobis exposita in* § 2 *antecedente ad hanc* 35, *circulus ductus per tria extrema A, C, E, ibit & per quartum D linearum, quarum segmenta reciproca sunt.*

Propos. XXXVI. Theor. XXX.

Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ lineæ cadant, quarum vna circulum secet, altera tangat, rectangulum tota secante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuam peripheriam est, erit æquale tangentis quadrato.

EXtra circulum ABC sumatur quoduis punctum D, ab eoq; ad circulum cadant duæ rectæ DCA, DB, quarum DCA circulum secet, DB tangat. Dico rectangulum AD, CD cõtentum,



tum, æquale esse quadrato, quod fit ex DB. Transit autem DCA per centrum, aut non. Transeat primo per centrum quod sit E. Ducta ergo EB, *a* erit angulus EBD rectus. Et quia recta AC bisecatur in E, eiq; apposita est in directum CD, *b* erit quod AD, DC continetur, cum eo quod ex EC, æquale ei, quod ex ED; est verò EC æqualis ipsi EB: ergo quod AD, DC continetur rectãgulum, cum quadrato quod ex EB, æquale est ei, quod ex ED, quadrato. *c* Est autem quod ex ED æquale illis, quæ ex EB, BD quadratis, quòd angulus EBD rectus sit. Ergo quod AD, DC continetur, cum eo quod ex EB, æquale est illis, quæ ex EB, BD. commune, quod ex EB tollatur, eritque quod AD, DC continetur æquale ei, quod ex Tangente DB quadrato.

a propos. 18. 3.

b propos. 6. 2.

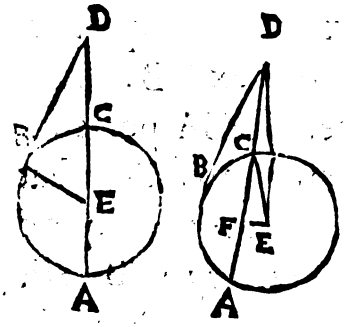
c propos. 47. 1.

Sed iam DCA non transeat per centrum, accipiaturq; centrum E, *d* ab eoq; ad AC perpendicularis ducatur FE, iungaturq; EB, EC, ED; *e* erit ergo angulus EBD rectus. Et cum recta quædam EF per centrum ducta rectam quandam AC non per centrum ductam secet *f* ad rectos angulos, illam & bifariam secabit: sunt ergo

d propos. 12. 3.

e propos. 18. 3.

f prop. 3. 3.



g *prop.* 6.2.

go AF, FC æquales. Et quia recta AC biſecatur in F, eiq; in directum additur CD, g erit quod AD, DC continetur, cum illo quod ex FC æquale ei, quod ex FD. Commune, quod ex FE addatur, & erit quod AD, DC cõtinetur, cum illis quæ ex FC, EF, æquale illis, quæ ex FD, FE: illis autem, quæ ex DF, FE, h æquale eſt quod ex DE (eſt enim angulus EFD rectus:) illis verò, quæ ex CF, FE, æquale eſt quòd ex CE. Ergo quod AD, DC continetur, cum illo quod ex EC, æquale eſt ei, quod ex ED; i eſt autem EC æqualis ipſi EB: Ergo quod AD, DC continetur, cum illo quod ex EB, æquale eſt ei, quod ex ED: ei autem quod ex ED æqualia ſunt quæ ex EB, BD, k cum angulus EBD ſit rectus: ergo quod AD, DC continetur, cum eo, quod ex EB, æquale eſt illis, quæ ex EB, BD. Cõmune, quod ex EB tollatur, & erit quod AD, DC continetur rectangulum æquale quadrato ex tangente DB. Si ergo extra circulum, &c. Quod oportuit demonſtrare.

h *propoſ.* 47.1.

i *def.* 15.

K *propoſ.* 47.1.

§ 1.

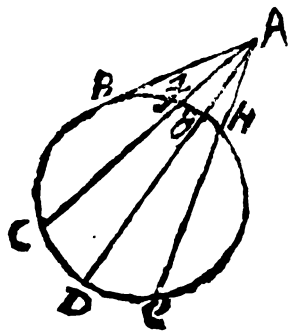
Digitized by Google

§I.

SCHOLION.

Conuersum nostrum Corollatij primi apud Clauium ex 36 propos. hu. li. 3.

COrollarium est: si à communi puncto quotcunq; rectæ ducantur (circulum secantes) vsq; ad cauam peripheriam, rectangula sub totis, & parte inter punctum, & conuexam peripheriam omnia esse æqualia.



Velut ab A ductæ AC, AD, &c. constituunt duo rectãgula CA, AF, & DA, AG æqualia, quia scilicet, ex hac 36, sunt æqualia vni, eidemq; quadrato tangentis AB. Si ergo rectarum à pũcto A segmẽta sint in circuli peripheria, rectangula sub totis, & segmẽtis, &c. æqualia sunt.

Conuersum nostrum est (quod alij ab absurdo probant) Si rectarũ ab vno puncto ductarũ segmenta cũ totis. &c. constituunt rectangula æqualia, sunt puncta sectionũ in circuli peripheria, idest circulus ductus per tria, ibit & per quartũ punctum sectionũ. Si rectarũ AC, AD ab A ductarum sectiones in F, G ita sunt, vt sub CAF, DAG rectangula sint æqualia, circulus per F, C, D ibit & per G, hoc est sectionum puncta F, G, D, C sunt in peripheria eiusdem circuli.

§2.

Digitized by Google

§ II.

Vsus prop. 36 pro dimensione totius terrarum Orbis.

VSus egregius huius 36 propositionis est in inuentione diametri, & dimensione vniuersi terrarum orbis. Maurolycus in sua Cosmographia primus, ac ingeniosè, vt semper solet, ad tam insignem vsum traduxit hanc propositionem. Vide illum etiam citatum apud Clauium in cap. 1 sphæræ Sacrob.

Hac eadem 36 vsus est omnium exactissimè ad praxim Griembergerus. Cuius operationem, & demonstrationem ex hac 36 habes apud nos in Apiar. 2 progym. 3. Schol 2, post prop. 7. Labor omnium Philosophorum geometricè versantium circa vsum hu. 36 pro terrarum orbis dimensione, positus est in inueniendâ rectâ, quæ verè sit & recta, & tangens superficiem sphæricam orbis terreni. Ac licet præ alijs summa cum diligentiâ practicâ Griembergerus (vt videre licet in cit. Ap. 2) eam tangentem ducere docuerit; tamen etiã in ingeniosâ, & exactâ eius operatione aliquid est, quod turbet. Nam ea linea (quam ille designat, aut metitur, ac dirigit iuxta perpendiculum incidens ad rectos in eius lineæ partes) quoniam perpendiculum semper tendit ad terræ centrum, quanto magis producitur ea tangens extra superficiem terreni orbis, perpendiculum semper obliquius procedit, & producit lineam non rectã, sed curuatam (licet fortasse non valde ad sensum) in cuius partibus facit angulos rectos versus centrum, & externos æquales internis, quales fiunt in quotidianis operationibus à perpendiculis super planis breuibus terræ curuaturam tangentibus.

Tangẽs recta superficiẽ terræ vix potest duci.

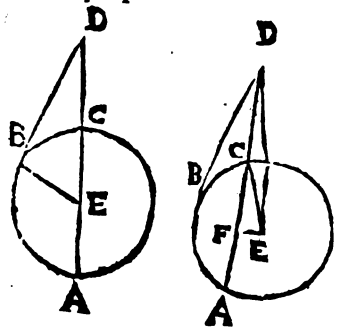
In applicationibus geometricis ad physicæ melius est vti naturalib. admiculis potius, quã artificialibus.

Nos cum Maurolyco, & alijs putamus satius esse, in hisce applicationibus geometricis circa materias physicas, vti ope naturæ potius, quam artis in naturalibus. Itaq; cum natura vtatur radio visuali per breuissima, idest per rectam lineam directo, vtemur nos etiam hic (vt & in cit. Apiar. 2 aliter vsi sumus) radio visuali pro tangente, atq; hanc 36 propos. faciliore fortasse opera, quam alij

tradu-

traducemus ad insignem hunc vsum dimetiendi totum terrarum orbem, non sine ope propos. 17 sexti. Cui operationi conducet mirificè nostra methodus, per quam præcessit 17 prop. sexti. Vtemur modo hic faciliore non solum, quàm est ille, quo vsi sumus in cit. Ap. 2, sed etiam in Analecto 5, in quarta editione nostrorum Apiariorum.

Finge igitur in fig. Eucl. terrarum orbem esse circulum CBA, & oculum in B propè superficiem terræ, vel maris, vbi possit in aperta planitie ampliſsima, vel in superficie tranquilli maris, ac in tempestate sereniſsima, & quàm maximè licebit à vapribus libera, possit, inquam, spectare procul, & incidat visoria linea BD in verticem D turris alicuius CD, vel scopuli, vel montis, arboris etiam alicuius proceriſsimæ. Quæ omnes magnitudines ab arte, & à natura perpendiculariter erectæ, & directæ sunt ad centrum E.



Notæ sunt mensuræ vtraq; linea BD, DC per modos, quos indicauimus in cit. Ap. 2. prog. 3. prop. 7, atque etiam docuimus in antec. prog. 1, & 2 eiusdem Ap. 2, & in 1 parte Tomi 2, ad 4 prop. elem. 6. Quoniam igitur quadratum, per hanc 36, distantiæ BD est æquale rectangulo sub altitudine CD, & sub recta DA, ergo, per 17 sexti, erunt tres lineæ proportionales CD, DB, DA. Notæ sunt in mensuris lubitis prima CD, & secunda DB, ergo, per regulam auream dabitur in ijsdem mensuris, quæ quæritur, tertia DA; scilicet diuidendo numerum ipsius BD per numerum ipsius DC; ac erit Quotiens numerus ipsius DA, ex quo si detrahas numerum ipsius CD, reliquus erit numerus indicans quantitatem diametri CA, terræ CBA. Ex qua deinde licebit elicere non solum ambitum circuli CBA in terrà maximi, hoc est ipsius Orbis terreni, sed etiam superficiem, & soliditatem totius Orbis terreni, iuxta modos à nobis vsurpatos in cit. propos. 7. prog. 3. Apiar. 2. Ac multo facilius, & demonstratiuè iuxta vsum mirificum centri grauitatis à nostro Guldino proditum, & à nobis expositum in exemplis facientibus ad hanc terræ trinam dimensionem in Analecto 7.

ad quartam editionem Apiariorum, & non semel in tribus Tomis huius Aerarij. Vide & in 2 sect. Breuiarij Itereom. in To. 3. huius Aerarij.

Apud nos modi quatuor dimetiẽdi Orbẽ terrarũ.

Habes hactenus à nobis in hoc Aerario quatuor modos dimetiendi orbis terrarum; I ex Eratosthene ad 29 pri. II ad 8 sexti. III ad defin. 11 huius. IV hìc ad hanc 36.

§ III.

Vsus alij propos. 36.

Inuentiones linearum proport. ex hac 36.

VSus etiam alios habes nostros huius 36 pro inuentionibus linearum proportionalium ad quam plurima ea omnia in omnibus artibus, ac scientijs, quibus vsui sunt lineæ proportionales, ac nostrum etiam illud problema: datæ rectæ lineæ duas extremas proportionales adijcere. &c.

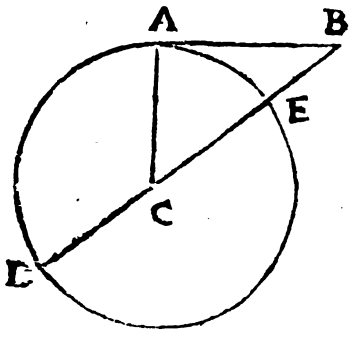
Vide, vnde hùc adducas illustrandæ huic propositioni 36 pro Tyronibus, Apiar. 3, Prog. 10, propos. 4, 5, &c. & in 2 parte Tomi 2 ad propos. 16, & 17.

§ IV.

Problema in Opticis Vitellionis solutum ex hac 36 propos.

HVc facit problema, quod est propositio 12 lib. 1. Optica Vitellionis, quod & Clauius in sua ad hanc 36 Scholia sibi assumpsit. Verba Vitellionis sunt: Positis duabus lineis, possibile est vni ipsarum linearum aliam adiungere ita, vt illud, quod fit ex ductu totius lineæ cum adiunctà in adiunctam, æquale sit quadrato reliquæ datarum. Finge in appositâ figura datas duas, & extra circulum esse BA, ED, sitq; alterutra earum, ipsi ED, adiungenda alia ita, vt rectangulum sub ED cum adiuncta, & sub adiuncta, sit æquale quadrato reliquæ da-

ta



ta BA. Bifariatæ ED datæ ſemidiametro CA deſcribatur circulus DAE, & educatur ab extremo A ſemidiametri ipſa tangens AB æqualis alteri datæ BA. Per centrum C iungatur DB; erit illa quæ quæritur, ſcilicet ipſa data ED cum adiuncta EB, quæ in vnam lineã componitur, cuius rectãgulum ſub data ED cum adiũcta EB, & ſub adiuncta EB, eſt æquale quadrato datæ BA, per hanc 36.

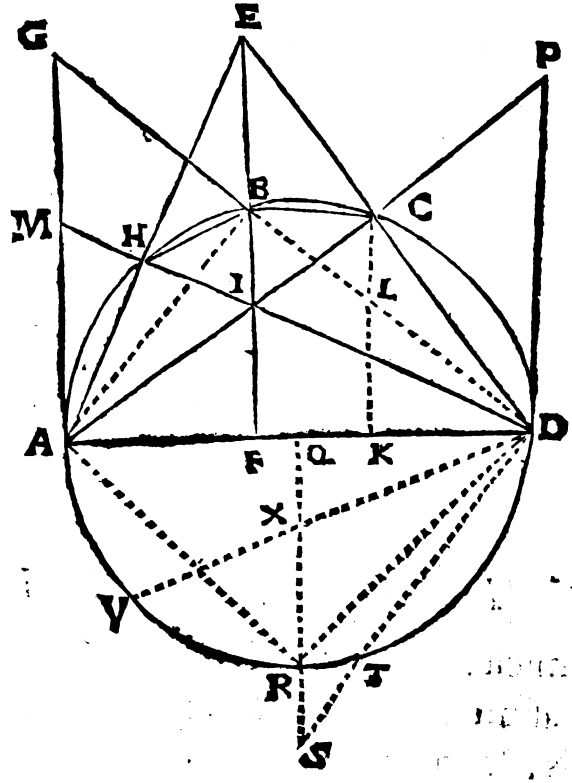
§V.

THEOREMA I.

Sin in ſemicirculo ex quouis pũcto intra diametrum aſſumpto ad ipſam erigatur perpendicularis, & ab vtroq; termino diametri duæ rectę ducantur ſe mutuò ſecantes intra ſemicirculum in aliquo puncto lineę perpendicularis: aliæ duæ rectæ ductæ ab ijſdem terminis diametri per puncta, in quibus priores duæ ſecant circumferentiam, ſi producantur, concurrent etiam ipſæ extra ſemicirculum in idem pũctum erectæ perpendicularis.

EX vtroque termino A, D diametri AD ductæ ſint duæ rectæ AC, DH ſe mutuo ſecãtes intra ſemicirculũ ABD, in pũcto I perpẽdicularis FB, dico rectas quoq; AH, DC protractas cum eàdem perpendiculari cõcurrere

Digitized by Google



in eodem puncto, verbi gratia, E. Concurrat enim recta AH cum protracta perpendiculari AB, in E, nectaturque CE. Quoniam igitur rectangulum sub EA, AH, [a] æquale est rectangulo sub CA, AI, erunt [b] quatuor puncta H,I,C, E, in circumferentia circuli, & ideo anguli oppositi ECI, EHI in quadrilatero HICE, [c] duobus rectis æquales. Sed angulus EHI rectus est, vtpotè æqualis angulo AHD in semicirculo; ergo & angulus ECI rectus erit, æqualisq; angulo recto [d] ACD. Quare cum anguli ACE, ACD sint æquales duobus rectis, erunt [e] rectæ CD, CE vna linea recta, & consequenter protracta etiam recta DE transibit per punctum E. Non aliter demonstrabitur recta AC, DH, secare perpendicularem in eodem puncto I, si prius ductæ fuissent rectæ AE, DE, ad punctum E, extra semicirculum

a § 37 *ad* 4 *l.* 6.
b § 1 *ad* 36 *hui.*
c 22 *tertij.*
d 31 *tertij.*
e 14 *primi Euc.*

culum secantes eiusdem circumferentiam in punctis H, C. Nam ducta, verbi gratia, AC secante perpendicularem FB in I, iunctisq; IH, DH, erunt vt prius quattuor puncta H, I, C, E in circumferentia circuli, & angulus IHE æqualis recto ICE f Atqui etiam HD cum eadem recta AE facit angulos rectos in puncto H. Ergo rectæ HI, HD sunt vna linea recta transiens per punctum L Quod erat demonstrãdum. *Villalpandus. Ex quo eius theoremate præclara sequentia idem Author deducit.*

f 31 tertij.

§ VI.

COROLLARIVM.

In quouis triangulo ex tribus angulis si dimittãtur perpendiculares in latera opposita, sese mutuò secabunt in eodem puncto.

NAm in triangulo oxygonio ADE demissa sit ex E perpendicularis EF, & circa AD describatur semicirculus AHCD secans latera AE, DE in H, C, nectanturq; AC, DH, quæ ad èadem latera AE, DE perpendiculares erunt. Quare ex ijs, quæ proximè sunt demonstrata, eædem rectæ AC, DH, se mutuo secabunt in eodem puncto I, cum perpendiculari EF, in qua se mutò secant aliæ duæ AHE, DCE. Deinde sit triangulum, verbi gratia, AID, amblygonium, & ex angulo obtuso AID demissa perpendicularis IF, quæ intra triangulum cadet: reliquæ verò duæ perpendiculares AH, DC cadent in latera DI, AI protracta. Dico easdem tres perpendiculares FI, AH, DC concurrere in idem punctum E. Descriptus enim semicirculus circa basim AD, transibit necessario h per puncta HC. Cum igitur AC, DH intra semicirculum con-

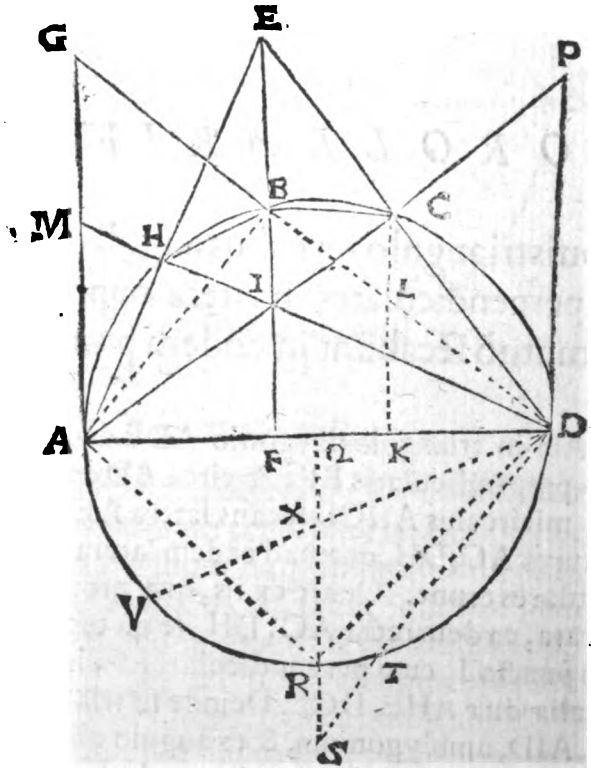
g 31 tertij.

h h § 1 ad 36 hu.

Digitized by Google

conueniant in eodem puncto I perpendicularis FI; conuenient etiam rectæ AH, DC cum eàdem perpendiculari in alio puncto E.

Postremò quod ad triangulum rectangulum attinet, cũ in eo duæ perpendiculares demissæ ex angulis acutis sint, ipsamet latera trianguli circa angulum rectum, patet tertiam perpendicularem demittendam ex angulo recto se mutuò secare cum reliquis in eodem puncto, in quo existit angulus rectus. Ergo. &c. *Villalp.*



SCHOLION I.

E § 37 *ad 4li. 6, AB, vel DB est media proportionalis inter AH, AE, & inter AI, AC, ergo quadrato eidem ex AB, vel ex DB sunt æqualia rectangula EAH, CAI.*

Scho-

Digitized by Google

SCHOLION II.

Proclus lib.2, cap.7 vbi affert exemplum propositionis, quæ nõ sit elementum, sed elementaris: Exempli gratiâ. A triangulorum angulis ad latera ductas perpendiculares in vno signo coincidere. *Habes exempla in anteced. ex Villalp. Vide & Commandinum ad propos.62 lib.7 Pappi.*

§VII.
THEOREMA II.

Si in semicirculo ab vtroque termino diametri duæ rectæ ducantur, se mutuò secantes intra semicirculum, & ab eisdem terminis, per puncta in quibus ductæ secant circumferentiam, ducantur duæ aliæ rectæ concurrentes extra semicirculum; recta, quæ coniungit vtrumq; punctum concursûs, erit ad diametrum perpendicularis.

In semicirculo ABCD ex terminis A, D diametri AD ductæ sint rectæ AC, DH se mutuò secantes in I, & circumferentiam in C, H: per C, H, ex ijsdem terminis A, D eductæ sint DC, AH concurrentes in E. Dico rectam EI, quæ iungit vtrumq; punctum concursûs E, I, esse perpendicularem ad diametrum AD. Producatur enim vsq; ad F; atq; ex I, intelligatur demissa perpendicularis IF, quæ cum protracta [a] transeat per E, erit perpendicularis IF, vna eademq; linea cum recta EI, hoc est cũ recta EIF: atq; iccirco etiam recta EIF erit ad diametrum AD perpendicularis. Quod erat demonstrandum. *Villalpandus.* CO-

[a] § 5 ad 31 hu.

Digitized by Google

COROLLARIVM.

HInc patet noua ratio demitiendi lineam perpẽdicularem in datam rectam lineam ex puncto dato; Si enim data foret recta AD, & puuctum E, descripto semicirculo ABD quouis interuallo, ex quouis pũcto rectæ AD, iunctisq; AE, DE secantibus circumferentiam in H, & C, si iterum nectantur DH, AC, illæ se mutuò secabunt in puncto I, per quod ducta recta ex puncto E, necessariò est perpendicularis ad rectam AD, vt demonstratum est. *Villalp.*

SCHOLION.

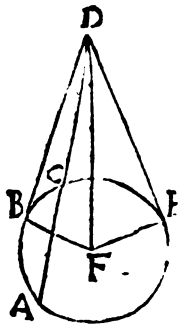
Demonstratio praxis ad propos. 12 lib. 1, § 4.

QVæ *ex antecedentibus § 7, & Corollario Villalpandi satis constat.*

Digitized by Google

Propos. XXXVII. Theor. XXXI.

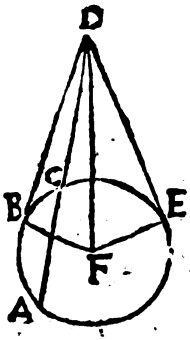
Si extra circulum punctum sumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ cadant, quarum una circulum secet, altera incidat; sit autem quod tota secante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuam peripheriam est, continetur rectangulum æquale quadrato, quod fit ab incidente, tanget incidens circulum.



SVmatur extra circulũ ABC punctum D, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ DCA, DB; quarum DCA secet, DB incidat circulo. Sit autem quod AD, DC continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit ex DB. Dico DB circulum tangere. [a] Ducatur enim DE circulum tangens, sumptoq; centro F, iungantur FE, FB, FD, [b] & erit angulus FED rectus. Et quia DE tangit, DCA secat circulum, [c] erit quod AD, DC continetur æquale ei, quod ex DE; ponitur autem & quod AD, DC continetur, æquale ei quod ex DB; ergo quod ex DE æquale est ei, quod ex DB: æquales sunt ergo DE, DB: [d] sunt verò & FE, FB æquales: duæ igitur DE, EF duabus DB, BF

[a] *propos.* 17.3.
[b] *propos.* 18.3.
[c] *propos.* 36.3.
[d] *defin.* 15.1.

Digitized by Google



e propos. 8.1.

æquales sunt; & basis FD communis; *e* angulus ergo DEF æqualis est angulo DBF; est autem DEF rectus; ergo & DBF rectus est. Et BF, si

f coroll. prop. 16. 3.

producatur, est diametrus; *f* quæ autem diametro ad angulos rectos ducitur ab extremitate, circulum tangit. Idem demonstrabitur pari modo si centrum sit in AC. Si ergo extra circulũ, &c. quod oportuit demonstrare.

Digitized by Google

APPENDIX

In qua --

--Campi Geometrici, & Materia pro Quinto Tomo Ærarij ex lib. 3, & ad eum.

§I.

Ad conica, & è conicis plurima ad hunc lib 3.

1 IN Ap. 3, Progym. 2 ad finem scholij tertij post propos. 4, vbi ostendimus miraculum illud geometricum de linea recta asymptoto ad lineam hyperbolicam, monuimus, & indicauimus (quod, & hìc in loco facimus) ex demonstratis à nobis prodire ab angulo contactus eam non coincidentiam duarum semper magis, ac magis inter se accedentium. Addimus hìc nunc, quemadmodum ex hoc lib. 3 non pauca in conicis egregia ab ipsomet Apollonio demonstrantur, sic & plura alia posse demonstrari ex propositionibus huius lib. 3 pertinentia ad conicarum sectionum admirandas proprietates.

2 Immò in conicis Apollonij in promptu iam sunt plurimæ, ac mirificæ affectiones de ipso circulo (qui quarta est è sectionibus conicis, ac iure suo conicorum elementorum præcipua in hunc lib. 3 aduocat) demonstratæ, quæ possint mirificè ditare hoc elementum geometricum tertium, & animos auditorum embuere noua cognitione, extra hunc lib. 3, rerum iucundarum pertinentium ad circulum, de quo propriè, variè, & copiosè agitur in hoc 3 elem. Vide, scrutare, relege apud Apollonium, & huc appone saltem aliqua eorum, quæ nos fortasse aliquando in Quinti To. partem aliquam compingemus, si vires, & animus ad vtiliora moralia tam pridem

anhelans, permiserint. Interim saltem campum indicamus latepatentem prorsus ad Conica.

§II.

Ad Geometriam, & Stereometriam rotundorũ.

Sphæra, cylindrus è circulis æqualibus.

Conus ex inæqualibus

è lib. 3 mult. ad contempl. sphæræ, cylindri, coni.

1 QVod in citati Scholij fine in Ap. cit. initio præcedentis §1 indicauimus, huc propriè spectat. Scilicet, quoniam præ cæteris corporibus geometricis conus, cylindrus, & sphæra quasi ex infinitis numero circulis compacta videntur, conus è circulis semper minoribus, cylindrus ex æqualibus perpendiculariter, & parallelis alijs super alijs quasi compositis, & sphæra ex infinitis æqualibus circulis, quæ fiunt ab infinitis sectionibus per centrum commune factis; propterea plurimæ proprietates ex demonstratis de circulo in hoc lib. 3 possunt proportione demonstrari, & elevari à planis ad solida. Exempli gratia de sphæra planum contingente in puncto, vt circulus lineã, ac plura alia, quæ habes apud Theodosium in sphæricis, ex quo Authore plura poteris aduocare ad hæc hìc de circulo.

Vt tĩ cũtactu rectæ lineæ ad circulũ sic plani ad cylindri, vel coni dorsum, &c.

2 Vt circulus lineam in puncto, sic proportione coni, & cylindri dorsa contingunt planum in linea vnica, non in pluribus; & cætera, quæ de angulo contactus, applicata solidis; velut inter planum contingens, & dorsa cylindri, vel coni, non posse aliud planum contingens interponi. Et quemadmodum per idem punctum contactus ductis circulis maioribus, & maioribus, fit semper maior accessus ad lineam circulos maioris in communi puncto contingentem, nullus verò circulorum quantumuis maximorum continget lineam tangentem, præterquam in communi, ac vnico puncto contactus; ita & in cono ad planum contingens semper magis accedunt circuli imaginati maiores, ac maiores versus basim coni, nullus tamen continget planum extra vnicum punctum in linea plani contingentis animo conceptum. Vnde etiam in cit. Apiar. ostendimus prodire accessum semper maiorem, nusquam tamen contactum, hyperbolicæ cum recta linea. Hìc abstracta ibi applica figuris.

3 Sed

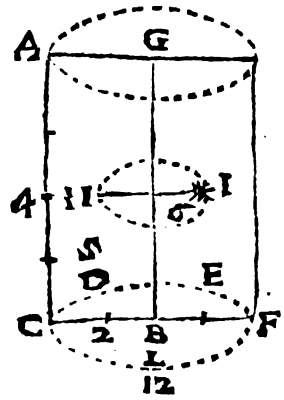
3 *Sed quod mirissimũ, & adhuc in geometrica philosophia incognitum, & à Galdino nostro nouum inuentum est, est quòd circulus, seu potius circularis linea, clauis quadam scientifica, demonstratiua, vniuersalissima, & facillima est ad aperienda vel ipsis etiam Tyronibus (exempla aliqua habes in 1. Tom. huius Aerarij, & in hac 1. par. 2. To. ad propos. 14, 15, 23. &c. & hic etiam habebis, & copiosissimè in Epilog. planim. & in sec. 1, & 2 Breuiar. stereom. in hoc 3 To.) recondita omnia arcana circa infinitas numero, & formà figuras planas, & solidas componendas, resoluendas, dimetiendas, inter se comparandas, quæ vel hactenus apud antiquos classicos Authores genita, vel de nouo in infinito numero gigni possunt ab animo geometricè abstracto per circularem centri grauitatis in lineis, & planis reuolutionem. Itaq; ad hunc 3. lib. mirificè ampliandum, vbi elementa de circulo traduntur, pertinẽt iure suo quæcumq; per circularẽ lineã designatã à centro grauitatis deriuantur in planarum, & solidarum figurarum rotundarum iucundissimam, & reconditam cognitionem.*

Circulus e rotatione cẽtri grauitatis est mensura, proportio, &c. infinitorum numero planorũ, & solidorum.

Ac quoniam prædiximus cylindrum (misso cono, sphærà, & alijs non absimilibus propter breuitatem) videri quasi conflatum ex æqualibus circulis horizonti parallelis, & perpendiculariter per centra eleuatis, iubet ne in vno, vel altero exemplo contemplari quemadmodum etiam fiat idem cylindrus à circulari linea centri grauitatis, & quemadmodum eadem indicet differentias proportionum (præter ea, quæ ad 14, 15. 20, 23 prop. li. 6 prodidimus) inter circulum cylindri componentem, & inter ipsum cylindrum, & ipsorum etiam differentias inter se cylindrorum? Quandoquidem in abstractione geometrica, quasi ab alto, præuideo te, mi Lector, (etiam distantem) annuentem, ades animo hic nunc. Res iucunditatem habet à facilitate geminatam.

4 *Circulus igitur perpendiculariter, & horizonti parallelus eleuatus cylindrum conflat; idem ac si dicas cum communi, & vsitata geometria: cylindri soliditas habetur ex ductu basis in latus cylindri; siue, ex ductu areæ circularis in perpendicularem altitudinem. Esto in seq. fig. altitudo perpendicularis AC, vel GB 4, & area circuli DCLFE inuenta iuxta vel vsitatũ modũ ab Archimede, vel iuxta vsum nouum centri grauitatis in semidiametro (vide nos in 1*

Circulus eleuatus producit cylidrũ.



To.hu.Aerar.ad propoſ. 45. § 2, 3, 4, 5, *& neglectis hìc pro clariore exemplo minutijs, ſiue vna ſeptima diametri)ſeſto inquam circuli area* 12, *qualium eſt altitudo perpendicularis* 4. *ductis* 4 *in* 12, *quaſi eodem circulo per quatuor gradus, vel partes perpẽdicularis lineæ eleuato, fiunt* 48 *cubuli pro ſoliditate cylindri. Eandem prodit circularis linea deſignata à centro grauitatis in rectangulo AB. Nam ſi, iuxta definitionem* 21 *Vndecimi, in qua traditur generatio cylindri, fingas rectangulum AB gyrari circa latus GB in circuli orbem perfectum, eodem tempore centrum grauitatis H (quod eſt in cõmuni pũcto ſe decuſſantium ab angulis oppoſitis diametrorum) deſignat orbem peripheriæ minoris circularis, ex cuius ductu in rectangulum producitur ſoliditas eiuſdem cylindri FA. Triplicata HI diameter peripheriæ à centr. gr. (neglectà ſeptimà, vt in antecedentibus) ideſt ter* 2 *dat* 6. *Area rectanguli AB ex ductu alterius lateris* 2 *in alterum* 4 *dat* 8. *Ducta ergo via circularis centri grauitatis* 6 *in aream* 8 *producit* 48 *cubulos; eundem ſcilicet numerum ſoliditatis cylindricæ, qui & ex eleuato circulo in altitudinem. Vide & aliter, in* § 22 *num.* 2 *ad finem lib.* 2.

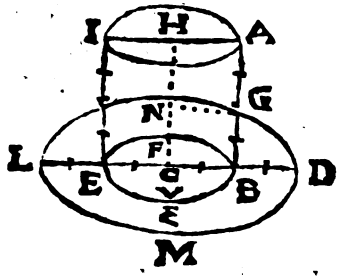
Cylindrus etiam producitur è ductu rectanguli in circulũ deſignatũ à centro grauitatis, &c.

Superficies cylindrica è peripheria circularis eleuatione.

5 *Iam ad ſuperficiem cylindricam ſine baſibus veniamus, ad quam conflandam eleuare licet (quemadmodum area circuli eleuata eſt ad ſoliditatem cylindri) circuli peripheriam perpendiculariter, & parallelus horizonti. &c. Videtur enim ſuperficies cylindrica conſtare ex peripherijs contiguis. &c. fit ergo, & cognoſcitur iuxta corollar.* 2 *in* § 4 *ad prop.* 14 *lib.* 6. *quantitas ſuperficiei cylindricæ ex ductu peripheriæ baſis in altitudinem lateris, ſeu altitudinem perpendicularem à centro gruitatis in medio peripheriæ, velut ex AC, vel GB* 4 *ductà in peripheriam CDEFL, hoc eſt in triplicatam (omiſſà ſeptimà) diametrum* 4, *hoc eſt in* 12; *& productum eſt* 48 *quadratulorum ſuperficiem cylindri AF conflantium.*

Cum

Digitized by Google



Superficies cylindrica è peripheria rotatâ ī altitudines. &c.

Cum vſu etiam peripheria ſignatæ à centro grauitatis èadem quantitas ſuperficiei cylindrica producitur. Nam finge circa axem HC rotari lineam altitudinis, ſeu latus AB, centrũ graı itatis eius lateris, ideſt medium punctum G, ſignat peripheriam æqual. periph. baſis FEıB, cuius quantitas, ex antedictis (ſine ſeptima) eſt 12. Latus ergo AB 4 ductum in 12 producit eundem, qui antea numerum 48 quadratulorum.

Finge baſis diametrum EB vtrinq; productam ad quantitatem duplam, ac ſit diameter LD 8, qualium eſt EB 4. ſemidiametri CD medium punctum ſit B, & fixo extremo C, rotetur in orbem alterum extremum D; ſignat CD aream circularem, quæ, per citata in To. 1 huius Aerarij, habetur ex ductu ſemidiametri CD 4 in peripheriam à centro grauitatis B ſignatam, hoc eſt in triplicatam (ſine ſeptima) EB 4. ideſt in 12, & ſit ex 4 in 12 productum 48 quadratulorum, vt ante duabus vijs inuenta eſt eiuſdem quantitatis ſuperficies cylindrica.

Superficies cylindrica cui circuli ſit æqualis.

Igitur cylindrica ſuperficies ſine baſibus eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt æqualis tam altitudini, quàm diametro baſis cylindri; *hoc eſt (vniuerſaliori faciendæ propoſitioni) cuius ſemidiameter eſt media proportionalis inter latus, & diametrum baſis cylindri. Quæ congruunt cum Archim. propoſ. 13 de ſph. & cyl. aliter ab illo, hìc à nobis paribus breuitate, facilitate, ac euidentiâ demonſtrata; præcipue cum vſu geometrico centri grauitatis, non ſolum rotato, vt Galdinus, ſed etiam perpendiculariter moto (in antecedentibus numeris marginalibus 4, & 5 huius § 2) ad procreationem rotundorum. Atq; in promptu habemus directæ noſtræ demõſtrationis (Archimedis quamplurimæ indirectæ ſunt) cauſam à principio per ſe noto in vſu geometrico centri grauitatis.* Si producentia ſunt æqualia, ergo & producta. *Vt hìc quoniam ſuperficiem cylindricam ABEI producentia AB, BFEı ſunt æqualia ſuperficiem circularem DNLM producentibus CD, BFEı, ergo producta (nempè ſuperficies cylindrica, & circularis)*

ſunt

sunt æqualia. Vide plura, & vniuersalia in hoc 3 To. in sect. 2 Breuiarij Stereometrici, vbi de superficierum circa solida dimensionibus.

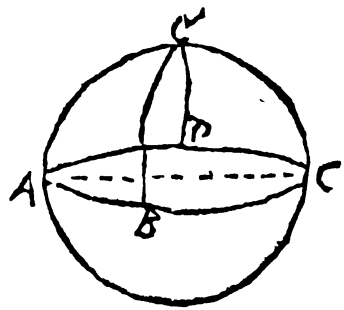
§ III.

COROLLARIA.

De quadraturis superficierum cylindricæ, sphæricæ, & triangulorum sphæricorum. Opes ex Pappo ad hunc lib. 3. Nostræ methodi commoda.

1 *QVadrato circ. LMDN, in ant. fig. qui est æqualis superficiei cylindricæ ABEI, cõsequẽter scitur cui quadrato sit æqualis ea cylindrica superficies: sic & superficies aliquæ curuæ superficiebus planis æquantur.*

2 *Pari modo quoniam ex Archimede lib. 1. de sphæ. & cylind. propos. 31 constat circuli in sphæra maximi, velut ipsius ABCD quadruplã esse superficiem eiusdem sphæræ (vide & nostrum Villalp. pa. 2 de pond. lib. 1. ca. 4. prop. 4, & 5.) & consequenter superficies hemisphærica, velut EABCD, quæ incumbit peripheriæ ABCD, est dupla circuli ABCD; tẽ dimidia hemisphærica, velut BAED, quæ incũbit dimidiæ peripheriæ, hoc est quarta pars sphæricæ superficiei, erit æqualis circulo eidem ABCD.*



3 *Ergo quarta pars hemisphæricæ superficiei, hoc est triãgulum sphæricum, velut ABE, erit æquale dimidio circuli, puta ipsi ABC, quo quadrato, quadratura etiam scitur trianguli sphærici, tamquam corollarium ex Archimedis inuentis.* Cùm

Cùm enim ex magno illo Geometra iam à tot seculis pateat, iuxta antedicta, quadratio superficiei sphæricæ, patuit etiam consequẽter iampridem quadratio partis alicuius superficiei sphæricæ, hoc est trianguli sphærici, iuxta à nobis deducta, & indicata. Mirifica tamen inuentio, & Archimedis ingenio dignissima ea curua, sphæricaq; superficiei cum plana æquatio, quemadmodum & cylindricæ, cuius occasione aperuimus hanc Tyronibus iucundissimam in geometrica philosophia cognitionem. Vide & in sec. 2 Breuiar. Stereom. Prædicta intellige, positâ circuli quadraturâ.

Hactenus paucula hæc hìc nunc in exemplum. Abstineo calamũ vlterius volantem, nec à breuitate anolem

4 *Seorsim moneo licere ditare animos Tyronum, & hunc tertiũ librũ, si huc aduoces pulcherrima plura, quæ, præter alios, sunt in libris collectionum Mathematicarum Pappi Alexandrini. Ac licet in ijs aliqua aliquando demonstrentur ex libris, qui in vsitatâ, & veteri methodo sunt post librum tertium, tamen etiam huic incommodo iuit obuiam nostra methodus, in qua sextum, & quintum libros præmisimus tertio, iuxta quam possit Tyro demonstratiuam habere cognitionem affectionum penè omnium reconditarum in circulari figura, licet probentur aliquæ earum è 5. & 6. libris. Quod commodum ex nostrâ methodo etiam valet pro ijs, quæ Apollonius habet de sectione conicâ circulari. Quid multis? Habes à nostrâ methodo præmissa quæcumq; necessaria sunt vel molitioni, vel cognitioni molitionum alienarum circa famosissimam circuli quadraturam, quæ vix vagatur extra libros ex nostra methodo præmissos huic libro tertio de circulo, figurâ omnium mirissimâ.* *Commoda nostræ methodi.*

Omissa ex prædictis copiâ, nunc, propter rationes indicatas in præfatione huius 3 Tomi ad Lectorem, breuitatem in hoc 3 elem. affectauimus, nec illustrem tomum in id conflauimus, quemadmodum fecimus ad 1, & 6 elementa geometrica.

ELEM.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ELEMENTVM QVINTVM

Ex noſtra Methodo,

QVARTVM EX VETERI.

§ I.

Multiplex, & ampliſſima vtilitas Geometrica, Militaris, Aſtronomica. &c. huius quarti Geometrici Elementi, & materia pro ſexto Ærarij Tomo indicàntur. Noſtra methodus confirmatur.

AD hoc 4 elementum aliquando, ſi vita vacauerit, Sextum Tomum Aerarij conflaturi, nunc interim, (dum hic aliqua ex ingentis materiæ apparatu apposuimus) non omittimus, ſaltem pro publicis Mathematicarum ſcientiarum Lectoribus, indicare, atq; aperire copiam, qua ditent huius 4 elementi propoſitiones, eaſq; ſuis auditoribus ſapidas efficiant.

1 Igitur huius 4 libri vtilitas ampliſſima eſt pro rebus Aſtronomicis, dum arcus circuli per inſcriptionem variarum figurarum variè diuiduntur pro chordis, & ſinubus, pro ſecantibus, & tangentibus. Quarum diuiſionum, & linearum vſus ampliſſimus eſt in operationibus Aſtronomicis. Pro quibus habes etiam in præfatione interpretis Lantzij ante primum Tomum huius Aerarij ab eo additas eſſe ad finem ſexti Elementi propoſitiones 9, & 19 è libro

Ad Aſtronomica pro ſinubus.

Pro circuli diuiſione.

Digitized by Google

13 elem. quas habes apud nos locis opportunioribus appositas, in quibus e lateribus hexagoni, decagoni, pentagoni in circulo manat vtilitas ad tabulas sinuum, &c. vt indicabimus in aliquibus Schol. ad prop. 15, & post 16.

Pro planetarum aspectibus.

Item, pro sphæra cælestis circulis aliquibus, & pro cælestium luminariũ varijs aspectibus, & pro tacita eorum harmonia faciunt ex hoc 4 li. inscriptiones aliquarum figurarum in circulo, vt nos indicabimus ad huius 4 elem. propositiones aliquas.

Pro Architectura militari.

2 Deinde pro varijs artibus, in primis pro Architectura militari amplissimus est vsus hu. li. 4 dum variæ figuræ, in primis regulares, pro bellicis munimentis designantur ex vsibus propositionum hu. lib. 4.

3 Sed in primis pro vniuersa geometria tam planorum, quàm solidorum aperitur ex hoc 4 libro campus latissimus. Nam præter paucas, quas Euclides docuit, licebit numero infinitas alias figuras regulares, & irregulares circulo inscribere, & easdem circulo ipsi circumscribere modis, quos indicabimus ad finem huius lib. 4, & & exemplis aliquibus explicabimus ad aliquas eiusdem propositiones.

Mutua figurarũ etiã sine circulo inscriptio.

4 Pariter etiam, sine circuli immixtione, patet latissimus campus omnium figurarum in omnibus alijs inscribendarum, & circunscribendarum. Habes & apud Pappum paradoxicas inscriptiones figurarum maiorum in minoribus, & apud nos in Ap 3. progy. 9. Quæ paradaxa tomum ditare poterunt, præter alia ex eodẽ Pappo huc facientia. Exemplum aliquod habebis à nobis in seqq. propos. hu. li. 4.

5 Præterea ex hac planarum figurarum mutua inscriptione, & circumscriptione licebit gradum facere ad inscriptiones solidarum, præsertim regularium figurarum in sphærà, & sphæra circa eas, de quibus in libris posterioribus elementaribus.

6 Adde & alium campum, scilicet in eodem circulo inscribere, siue eodem circulo circumscribere plures simul figuras. Exemplum vide apud Pappum li. 5 prop. 11, lib. 8 prop. 22. de circumferentijs vt diametri, vbi aliter in lib. 5 docet polygonorum in circulo, & circa circulum proportiones esse vt à centris rectæ. &c.

7 Adde prædictis & alium campum geometricum de compa-

ratio-

rationibus inter se inscriptarum, & circumscriptarum (non solum solidarum, de quibus in citatis posterioribus libris elementaribus agitur) planarum figurarum in circulo, & circa circulum vt nos aliquo exemplo indicabimus ad aliquam propos. hu. lib. Pro exemplo vniuersalissimo habes propos. 1 li. 12. Elem. vbi docetur similia polygona circulo inscripta esse inter se, vt à diametris quadrata. &c. Ex quibus prædictis, & hìc indicatis patet ingens copia rerum vtilitate, dignitate, varietate iucundarum, & maximarum pro conflanda parte maximà sexti Tomi.

8 *Patet præterea consilium, & vtilitas nostræ methodi non vno ex argumento pro ritè explicando hoc 4 libro post quintum, & sextum, nam (vt apparebit in propositionibus hu. li. 4) inscriptio figurarum petitur in primis ex basibus triangulorum, quorum ad bases anguli habeant proportiones varias ad angulum verticis, & angulorum proportiones pendent à 9 propos. li. 6. ex qua deducitur (vt habes in 1. parte 2. Tomi apud nos) sectio arcuum circularium in lubitas proportiones pro angulis, quos arcus subtendunt.* *Vtilitas nostræ methodi.*

Præterea vsus (vt patebit in 10 prop. hu. 4 li. & è nostris demonstrationibus, & è pro. 30. li. 6) diuisionis in linea secũdum mediam, & extremam proportionem opportunissimè ad praxim cadit pro hoc lib. 4 post sextum Euclidis, & post nostra ad 30 lib. 6. Vide ad 10. huius. Denique creberrimus vsus est apud nos in hoc lib. 4. circini proportionum pro solutionibus penè omnium problematum hu. li. & aliorum etiam, & pro proportionibus laterum regularium polygonorum ad diametrum circuli &c. Omnes ex co instrumento in hoc libro operationes nullà niterentur demonstratione, ac solæ essent praxes, nisi iam in libro sexto præcisissent ex proportionibus ea, quibus eius instrumenti structura, & ex eo operationes demonstratæ fuerunt. Quapropter non solum benè, sed etiam pro necessitate perfectæ doctrinæ præmittendi fuerunt ante hunc quartum libri quintus, & sextus, è quorũ definitionibus, & propositionibus planè, & scientificè intelliguntur, & demonstrantur ea, quæ in hoc 4. elemento docentur. *Doctorum sententia de premittendis li. 5, & 6 huius 4.*

Præuidit hoc, & pro me mirificè pronunciauit vir acutus, & doctus in geometricis Peletarius ad propos. 10 huius, dum scribit. In summa hæc omnia ex proportionibus depẽdent, & vt nostrum

de hac tota re iudicium ingenuè explicemus, huic tractationi proportiones erant præmittendæ. *Quod nos fecimus.*

Li. 5 totus theorematicus; hic 4 totus problematicus. Reliqui mixti.

9 *Totum hunc lib. 4. (etiam ad infinitarum aliarum figurarum descriptiones extensum, si lubeat) nos breuissimo, & facilissimo compendio geometricè, & organicè demonstrato expediemus, vt videbis post vltimam propositionem. Quemadmodum liber quintus constat solum è theorematibus, sic hic quartus totus solum è problematibus conflatur. Reliqui libri elementaris 1, 2, 3, 6 partim theoremata, partim problemata demonstrant.*

Elementum Quartum.

DEFINITIONES.

1 FIgura rectilinea figuræ rectilineæ inscribi dicitur, cum singuli inscriptæ anguli singula latera eius, cui inscribitur, tangunt.

2 Similiter figura figuræ circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangunt.

3 Figura rectilinea circulo inscribi dicitur, cum singuli anguli inscriptæ tangunt peripheriam circuli. *Ita prop. 2 triangulum ABC, sexta quadratum ABCD circulo inscriptum vides.*

4 Figura rectilinea circulo circumscribi dicitur, cum singula latera circumscriptæ circuli peripheriam tangunt. *Ita prop. 4 triangulum ABC; octaua quadratum ABCD circulo circumscriptum cernis.*

5 Cir-

Digitized by Google

5 Circulus similiter figuræ inscribi dicitur, cum circuli peripheria singula latera eius, cui inscribitur, tangit. *Ita prop. 4. circulum EFG triangulo ABC, octava circulum EFHK quadrato ABCD inscriptum vides.*

6 Circulus figuræ circumscribi dicitur, cum peripheriæ circuli singulos angulos eius, cui circumscribitur, tangit. *Ita prop. 2. circulum ABC triangulo, sexta circulum ABCD quadrato circumscriptum vides.*

7 Recta linea in circulo aptari dicitur, cum eius termini in circuli peripheria fuerint.

§II.

SCHOLIA.

I.

INscriptionis, & circumscriptionis figurarum diuersam formã à præscripta hìc ab Euclide vide pro paradoxo in Scholio post propos. 2. in progym. 9. Apiarij tertij, vbi de cilogoniarum eteroclitarum inscriptionibus.

II.

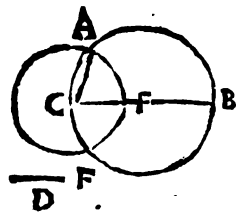
Continet hic liber tantùm quinque genera figurarum in circulo inscriptarum, & ipsi circulo circumscriptarum; triangulum, quadratum, pentangulum, sexangulum, quindecangulum, regularia; propositiones tamen de inscriptione, vel circumscriptione triangulorum, complectuntur etiam triangula irregularia. De sexangulo, & quindecangulo non est series plurium propositionum, sed vnica tantum de altero, vnica & de altero propositio. Causas indicabimus ad eas propositiones.

Pro-

Digitized by Google

Propoſ. I. Probl. I.

In dato circulo datæ rectæ lineæ, quæ diametro circuli maior non ſit, æqualem rectam lineam aptare.



SIt datus circulus ABC, data recta, quæ circuli diametro maior non ſit, D. Oporteat autem circulo ABC rectam, rectæ D æqualem, aptare. Ducatur diametrus circuli BC. Si ergo BC æqualis eſt ipſi D, factum eſt, quod iubebatur. Circulo enim ABC aptata eſt BC æqualis rectæ datæ. Si autem BC maior eſt, quàm D, [a] fiat CE æqualis ipſi D; & centro C, interuallo CE deſcribatur circulus EAF, ducaturq; CA. Quia ergo C centrum eſt circuli AEF, [b] erit CA æqualis CE: ſed ipſi D æqualis eſt CE: erit ergo & D æqualis ipſi AC. Dato ergo circulo ABC datæ rectæ D, non maiori circuli diametro, æqualis CA aptata eſt. Quod oportuit facere.

[a] *propoſ.* 3. I.

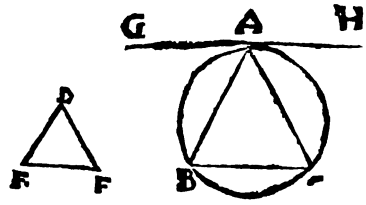
[b] *defin.* 15. I.

Pro-

Digitized by Google

Propos. II. Probl. II.

Dato circulo triangulum dato triangulo aquiangulum inscribere.



SIt circulus datus ABC, triangulũ datum DEF; oporteatque circulo ABC triãgulum, triangulo DEF æquiangulum, inscribere. Ducatur GAH tangens circulum ABC in A, & constituaturque ad A rectæ GAH angulus HAC æqualis angulo DEF, & GAB æqualis DFE; ducaturque BC. Quia ergo circulum ABC tangit recta GAH, & à tactu ducta est AC, [b] erit angulus HAC æqualis angulo ABC in alterna portione: sed HAC est æqualis DEF angulo; erit ergo & ABC æqualis eidem DEF. Eadem ratione erit angulus ACB angulo DFE æqualis, [c] reliquus ergo BAC æqualis erit reliquo EDF. Est ergo triangulum ABC triangulo DEF æquiangulum, & inscriptum est circulo ABC. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.

a *propos.* 23.1.

b *propos.* 32.3.

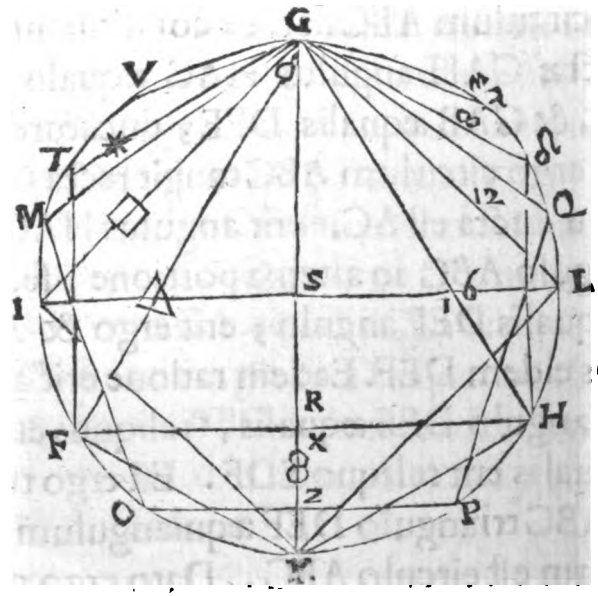
c *propos.* 22.1.

SI.

§. I.
PORISMA.

Data semidiametro inuenire in circino proportionum latus trianguli æquilateri circulo inscribendi.

PRoblema proponimus etiam non dato circulo, cui sit inscribendum triangulam æquilaterum, sed datà semidiametro, sine circulo ex ea describendo, vt Tyronibus appareat inopinatior praxis, quæ tamen mirà facilitate absoluitur ex vsu circini proportionum.

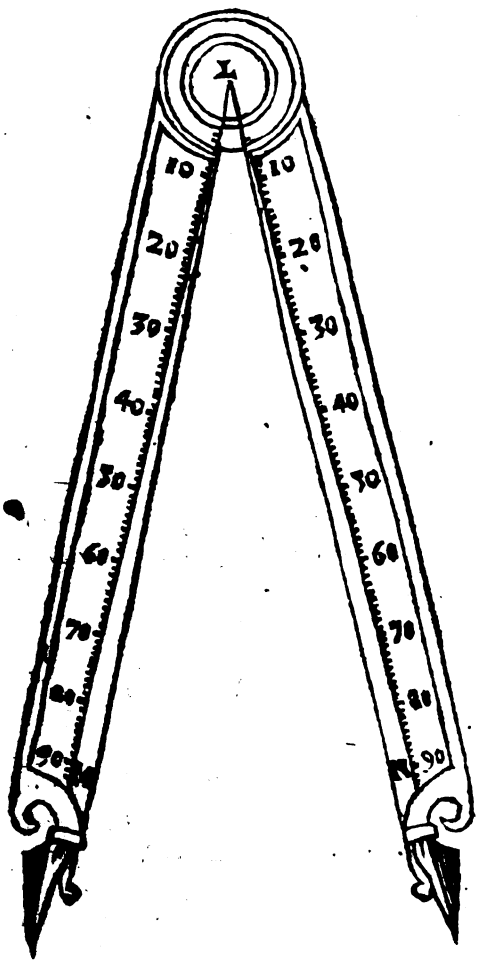


Data sit A pro semidiametro, proponitur inuentio (quæ erit facillima)

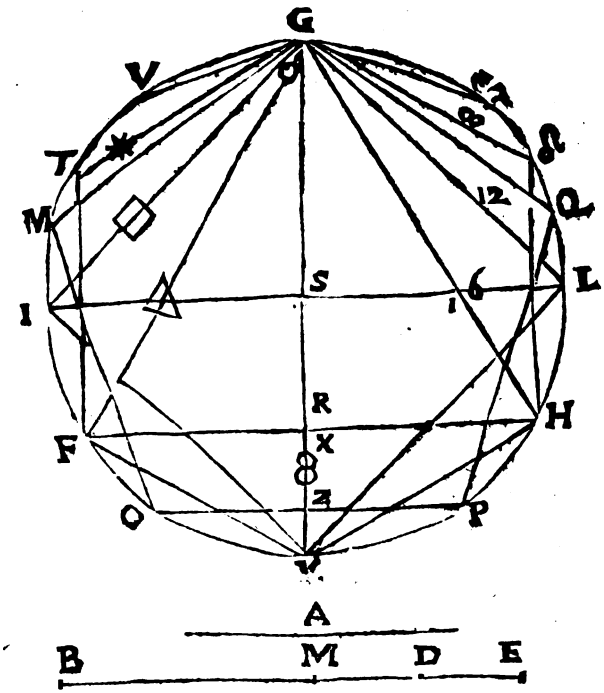
Digitized by Google

cillima) alterius lineæ, quæ sit latus æquilateri trianguli inscribendi circulo, cuius semidiameter est A.

Quoniam verò vt monuimus in 1, & 2 to. ad propositiones 9, 10, 23, &c. latera figurarum regularium suam quantitatem dimensam habent à quantitate, seu numero graduum ipsius arcùs circularis, quem subtendunt; & nomina ipsa figurarum indicant peripheriæ partes, quas latera figurarum subtendunt, verbi gratia, triangulum æquilaterum nomine trium indicat tertiam partem circularis peripheriæ ab vno æquilatcri latere subtendi; si gradus totius peripheriæ 360 diuidantur per 3, erit quotiens 120 graduum numerus, cui subtũditur latus æquilateri trianguli.



Igitur accipe circini proportionum eam faciem, in quã traducti sunt gradus 90 quadrantis. Datam lineam, siue semidiametrum A interpone inter numeros 60, & 60, eoq; circini proportionum immoto interuallo, accipe interuallum inter 90, & 90, illique adde interuallum acceptũ inter 30, & 30. Scilicet semidiam. rectæ A describe circulum GIKL,



GIKL, & interuallo inter 3●, & 30 fac vltra quadratum sectionem ex L in H; & BE secta aqualis chordæ sub arcu GLH graduũ 120 erit latus trianguli aquilateri GFH in circulo descripti, subtendens singulis lateribus tertiam partem peripheriæ. Demonstratio patet ex ipsa constructione, & operatione.

SCHOLION I.

ALiter Geometricè, ac facillime inuenire latus trianguli aquilateri in circulo, vide in Schol. 3 ad propos. 15 huius inferius. Ea ibi operatio, & demonstratio erunt & confirmatoria porismatis hic antecedentis.

Scho-

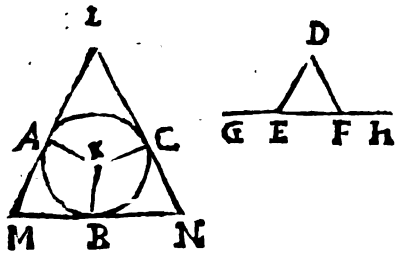
Digitized by Google

SCHOLION II.

Vide præterea apud nos modum describendi facillimè in circulo æquilaterum è prima propos. li. pri. Elem. in Ap. 1. Prælib. 3. Schol. post propos. 1.

Propos. III. Probl. III.

Circa datum circulum dato triangulo æquiangulum triangulum describere.



ESto datus circulus ABC, datũ triangulum DEF, oporteatque circa ABC circulũ triangulo DEF æquiangulum triãgulum describere. Producatur vtrinque EF in G, & H, sũmaturque centrum K circuli ABC, & ducatur recta KB vt libet; & [a] constituatur ad K rectæ KB angulo DEG æqualis BKA; angulo verò DFH æqualis BKC, perque puncta A, B, C [b] ducantur tangentes circulum LAM, MBN, NCL. Et quia LM, MN, NL tãgunt circulum in A, B, C; & à centro K ad puncta A, B, C ductæ sunt KA. KB, KC; [c] recti igitur erunt anguli ad A, B, C puncta. Et quia quadri-

[a] *propos.* 23. 1.

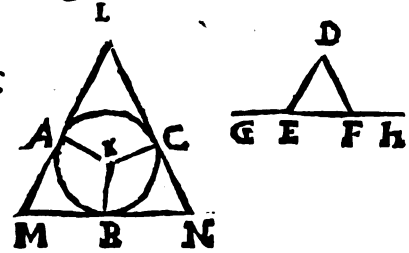
[b] *propos.* 17. 3.

[c] *propos.* 18. 3.

drilateri AMBK quatuor anguli æquales ſunt quatuor rectis; * diuiditur enim quadrilaterum AMKB in duo triangula KAM, KBM, quorum anguli KAM, KBM recti ſunt; reliqui ergo AKB, AMB duobus rectis æquales erunt. d Sunt verò & DEG, DEF duobus rectis æquales: ergo AKB, AMB anguli æquales ſunt angulis DEG, DEF. quorum AKB, DEG æquales cùm ſint, erunt & reliqui AMB, DEF æquales. Pari modo demonſtrabitur angulum LNM angulo DFE æqualem eſſe: reliquus ergo MLN reliquo EDF æqualis erit: æquiangulum ergo eſt triangulum LMN triãgulo DEF, & deſcriptum eſt circa circulum ABC. Ergo circa datum circulum, &c. Quod oportuit facere.

* *Si intelligatur ducta linea KM.*

d *propoſ. 13. 1.*



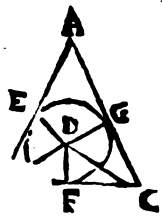
Propoſ. IV. Probl. IV.

In dato triangulo circulum deſcribere.

SIt datum triangulum ABC, in quo oporteat circulũ deſcribere. a Biſecentur anguli ABC, BCA rectis BD, CD, quæ in D puncto concur-

a *propoſ. 9. 1.*

Digitized by Google



currant, [b] ducanturque ex D ad rectas AB, BC, CA perpendiculares DE, DF, DG. Et quia anguli ABD, CBD æquales sunt (est enim ABC bisectus) anguli verò BED, BFD recti, habebunt duo triangula EBD, DBF duos angulos duobus angulis, & vnum latus vni lateri æquale, nempe commune BD, [c] habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia; vnde DE, DF æquales erunt. Eandem ob causam DG, DF æquales erunt. Circulus ergo centro D, interuallo vno punctorum E, F, G descriptus, transibit etiam, per alia puncta, tangetque rectas AB, BC, CA, quod anguli ad E, F, G recti sint. Si enim ipsas secaret, caderet, quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur, intra circulum; [d] quod est absurdum. Non ergo circulus centro D, interuallo vna harum DE, DF, DG descriptus, secat rectas AB, BC; CA; ergo eas tanget; estque circulus in triangulo ABC descriptus. In dato ergo triangulo, &c. Quod oportuit facere.

[b] *propo.* 12. 1.

[c] *propos.* 16. 1.

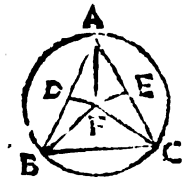
[d] *propos.* 16. 3.

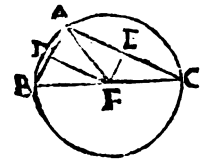
Pro-

Digitized by Google

Propositio V. Probl. V.

Circa datum triangulum circulum describere.







ESto datum triangulum ABC, circa quod oporteat circulum describere. bisecẽtur AB, AC in D, & E; atque à punctis D, E ducantur ad AB, AC ad angulos rectos DF, EF, quæ concurrent aut in triangulo ABC, aut in recta BC, aut extra triangulum. Concurrant primò intra triangulum in F, ducanturq; BF, FC, FA. Et quia AD, DB æquales sunt, communis & ad angulos rectos DF, [a] erunt & bases AF, FB æquales. Similiter demonstrabimus CF, AF æquales esse: quare & FB, FC æquales erunt. Tres ergo FA, FB, FC æquales sunt. Circulus ergo centro F, interuallo vna ipsarum FA, FB, FC descriptus, transibit & per reliqua puncta, eritq; circulus circa ABC triangulum descriptus. Concurrant iam DF, EF in recta BC in F, vt in secũda descriptione, iungaturque AF. Similiter demon-

[a] *prop. 4. 1.*

mon-

Digitized by Google

monſtrabimus punctum F centrum eſſe circuli circa triangulum ABC deſcripti. Concurrant demum DF, EF extra triangulum ABC in F, vt tertia habet deſcriptio, & iungantur AF, FB, FC. Cùmque AD, DB æquales ſint, communis, & ad angulos rectos DF, [b] erunt & baſes AF, [a prop. 4. 1.] BF æquales. Similiter demonſtrabimus & CF ipſi FA æqualem eſſe: quare & BF æqualis erit FC. Rurſus ergo circulus centro F, interuallo vnà harum FA, FB, FC deſcriptus, tranſibit etiam per reliqua puncta, eſtque circa ABC triangulũ deſcriptus. Quod facere oportuit.

Corollarium.

Vnde perſpicuum eſt, quando centrum circuli in triangulum cadit, angulum BAC in maiore portione ſemicirculo exiſtentem recto minorem eſſe. quando verò centrum in BC cadit, in ſemicirculo exiſtentem, rectum: quando denique centrum extra BC cadit, in minore portione ſemicirculo exiſtentem, maiorem recto. Vnde quando datus angulus minor eſt recto, intra triangulum cadunt rectæ DF, EF; quando rectus, in BC; quando maior recto, extra BC; quod oportuit demonſtrare.

Scho-

Digitized by Google

SCHOLIA.

I.

Riembergerus in suo Euclide. Hoc problema 5 re ipsa non differt à prop. 25 tertij, vbi docuimus per tria puncta data describere circulum. Perpendiculares enim, quæ secant quælibet duo latera bifariam, necessario cõueniunt in quæsito centro.

II.

Huc reuoca quæ indicauimus ad 25 tertij, praxes, instrumenta. &c. Ex quibus condiant auditoribus Euclidem Geometrici Doctores.

§ II.

E circino proportionum soluere propos. 5 Eucl.

Hoc problema 5 quasi conuersum secundi problematis conuerso modo operandi soluendum est, eritq; facillimum si in circinũ translatus fuerit arcus grad. 120. &c. Inter quos interponatur latus dati æquilateri, & accipiatur interuallum inter 60, & 60, quod erit semidiameter circuli circumscribendi dato æquilatero.

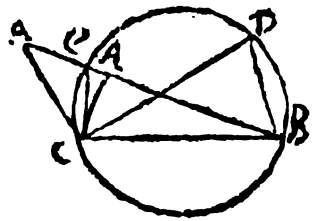
§ III.

PROBLEMA.

Circa duo triangula communem basim habentia, & angulos ad vertices æquales circulum describere.

Exem-

Digitized by Google



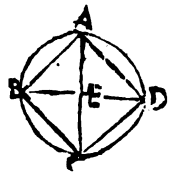
Exemplum hìc aliquod accipe dilatandi librum hunc 4 non ad vnam ſolum, ſed ad plures, vt hìc, duas figuras eodem circulo circumſcribendas.

Sint duo triangula EBC, CDB habentia cõmunem baſim CB, & ad vertices E, D angulos æquales. Circulus deſcriptus ex 25 pro. tertij per puncta, ſiue apices triangulorum C, B ad baſim, & per alterum punctum D ad verticem, ibit & per alterum angulum E, ac proinde deſcripſeris circa duo triangula, &c. circulum. Nam ex 21 tertij, anguli E, D, æquales dati, ſunt in eodem ſegmento AEDB eiuſdem circuli.

Ad abundantiã addo: Si neges circulum tranſire per E, ſed vel citra, vel vltra per A, iungantur gemina CA. Quoniam ergo tranſit circulus per A, erunt in eodem ſegmento anguli D, A æquales. eſt autem, per conſtructionem, vel ſuppoſitionem, angulus E æqualis ipſi D, ergo E, & A erunt æquales, externus A citra E æqualis interno E, vel externus E interno A vltra E in triangulis CEA, contra 16 pri.

Propoſ. VI. Probl. VI.

In dato circulo quadratum deſcribere.



SIt in dato circulo ABCD quadratum deſcribendum. a ducã- a *propoſ.* tur diametri AC, BD ad angulos rectos, iunganturq; AB, BC, CD, DA. Cũ ergo BE, ED ſint æquales, quippe ex centro E, cõmunis & ad angulos rectos EA,

Digitized by Google

b *prop.4 1.* erit [b] & basis AB basi AD æqualis. Eadẽ ratione vtraq; ipsarũ BC,CD, vtriq; AB,AD est æqualis. Est ergo quadrilaterum ABCD æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Cum recta BD diametrus sit circuli ABCD, [c] erit BAD semicirculus; rectus est ergo angulus BAD. Ob eandem causam quilibet angulorum ABC,BCD, CDA rectus est; rectangulum ergo est quadrilaterum ABCD. Ostensum est autem & æquilaterum; [d] quadratum ergo est, & est circulo inscriptum. In dato ergo circulo,&c. Quod oportuit facere.



c *propos. 31.3.*

d *defin. 27.1.*

§ I.

PORISMA:

Data semidiametro, inuenire in circino proportionum latus quadrati circulo inscribendi.

Scilicet, interuallo semidiametri interposito inter 60, & 60, in circino proportionum, & accepto interuallo inter 90, & 90, quod est latus quadrati inscribendi circulo, &c.

Digitized by Google

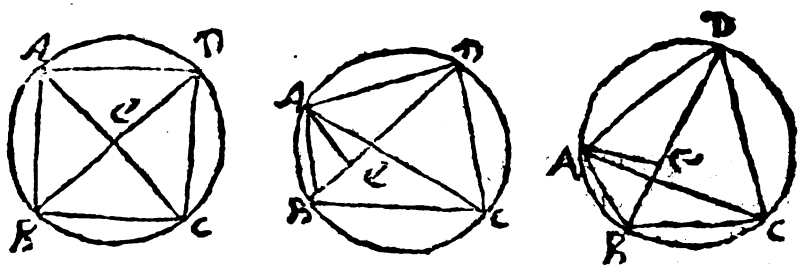
§II.

THEOREMA.

Rectangulum comprehensum sub diametris quadrilaterorum circulo inscriptorum æquale est duobus rectangulis simul, quæ sub lateribus oppositis continentur.

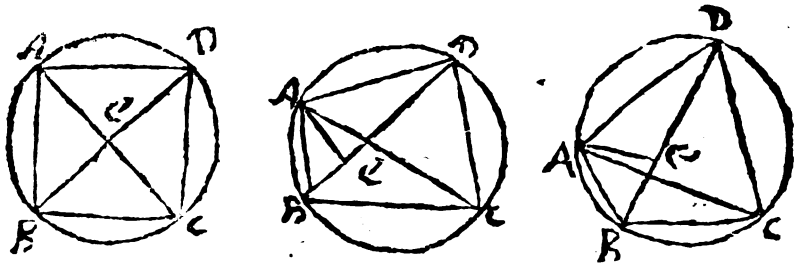
QVemadmodum enim (in fig. probl. 6 hu.) quadratum comprehensum sub diametrus AC, BD quadrati inscripti, est æquale rectangulis, siue quadratis duobus simul sumptis, quæ sub oppositis lateribus AB, DC, & sub AD, BC continentur, ex 47 lib. 1; sic hoc theorema vniuersale est etiam ad quæcumque rectangula circulo inscripta; estq; insignis proprietas inscriptorum in circulo rectangulorum. Quæ propositio cùm iure suo ad hũc locum pertineat, & ipsa etiam nitatur aliquibus propositionibus sexti elem. non poterat tibi, amice Lector, dari suo in loco, nisi post sextũ, ex nostra methodo, quartus hìc liber sequeretur.

Igitur ex collectis à Clauio, vbi post Theodosij sphærica de sinubus geometricè philosophatur, habes propositum hìc à nobis theorema.



Verba demonstrationis accipe. In circulo ABCD sit quadrilaterum ABCD, cuius diametri AC, BD: dico rectangulum

ſub AC,BD comprehenſum æquale eſſe rectangnlis ſimul ſub AD, BC, & ſub AB, DC contentis. Fiat angulo DAC æqualis angulus BAE, cadetq; recta AE vel in ipſam rectam AC, vel inter AC rectam, & punctum B; vel deniq; inter rectam



AC, & punctum D: atq; erit in primo caſu angulus BAC angulo DAE, & in ſecũdo caſu totus angulus BAC toti angulo DAE propter communem angulum EAC additum; & in tertio caſu reliquus angulus BAC reliquo angulo DAE, ob communem angulum EAC ablatum, æqualis. Et quoniam angulus quoque ACB angulo ADB æqualis eſt, erit reliquus etiam angulus ABC, in triangulo ABC, reliquo angulo AED in triangulo AED æqualis. Erit igitur vt AC ad CB, ita AD ad DE. Quare rectangulum ſub AC, DE æquale eſt rectangulo ſub CB, AD. Rurſus quia angulus BAC angulo DAC, ex conſtructione, æqualis eſt, & angulus ABD angulo ACD, erit & reliquus angulus AEB, in triangulo AEB, reliquo angulo ADC, in triangulo ADC, æqualis. Erit igitur vt AC ad CD, ita AB ad BE. Quare rectangulum ſub AC, BE æquale eſt rectangulo ſub CD, AB. Quoniam igitur rectangulum ſub AC, DE rectangulo ſub CB, AD oſtenſum eſt æquale, & rectangulum ſub AC, DE rectangulo ſub CD, AB: ſunt autem rectangula ſub AC, DE, & ſub AC, BE ſimul rectangulo ſub AC, BD æqualia; erit rectangulum ſub AC, BD rectangulo ſub BC, AD, & ſub CD, AB contentis æquale. Si ergo in circulo quadrilaterum deſcribatur, &c. Quod erat demonſtrandum.

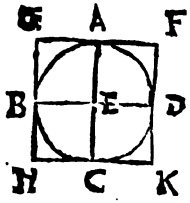
21 *tertij.* 32 *primi.* 4 *ſexti.* 16 *ſexti.* 21 *tertij.* 4 *ſexti.* 16 *ſextt.* a] *ſexti.*

Pro-

Digitized by Google

Propoſ. VII. Probl. VII.

Circa datum circulum quadratum deſcribere.



SIt circa datum circulum ABCD quadratum deſcribendum. Ducantur diametri AC, BD ad angulos rectos, & per puncta A, B, C, D ducantur tangentes circulum FG, GH, HK, KF. Cùm ergo FG tangat circulum, & à centro E ad tactum A ducta ſit EA, [a] erunt anguli ad A recti. Eàdem de cauſa erunt & anguli ad B, C, D recti, cùmque anguli AEB, EBG recti ſint, [b] erunt GH, AC parallelæ. Eàdem de cauſa erunt AC, FK parallelæ. Similiter demonſtrabimus quòd GF, HK ſint ipſi BED parallelæ. Sunt ergo GK, GC, AK, FB, BK parallelogramma; [c] vnde æqualis eſt GF ipſi HK, & GH ipſi FK. [d] Et quia AC, BD æquales ſunt, atque AC vtrique GH, FK; & BD vtrique GF, HK eſt æqualis; ergo vtraque GH, FK vtrique GF, HK eſt æqualis. Eſt igitur FGHK quadrilaterum æquilaterum. Dico quod & rectangulum Cùm enim GBEA ſit parallelogrammum, ſitq; angulus AEB rectus, [e] erit & AGB rectus. Similiter demonſtrabimus quòd anguli ad H, K F,

a *propoſ.* 18. 3.

b *propoſ.* 28. 1.

c *propoſ.* 34. 1.

d *deſin.* 15. 1.

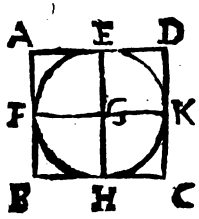
e *propoſ.* 34. 1.

Digitized by Google

K, F recti sint: est ergo FGHK rectangulū quadrilaterum; ostensum est autem, & æquilaterū,
f definit. 27.1. f quadratum ergo est, & est circa ABCD circulum descriptum. Ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

Propositio VIII. Probl. VIII.

In dato quadrato circulum describere.



a propos. 10.1.
b propos. 31.1.

SIt in dato quadrato ABCD circulus describendus. a Bisecentur AB, AD in F, E; b ac per E quidem ducatur alterutri AB, CD parallela EH per F verò alterutri AD, HC parallela FE. Sunt ergo AK, KB, AH,
c propos. 34.1. HD, AG, GC, BG, GD parallelogramma, c ideoq; latera opposita æqualia. Et quia AD, AB æquales sunt, erunt & semisses earum AE, AF
d propos. 34.1. æquales: d quare & oppositæ illis FG, GE æquales erunt. Similiter demonstrabimus vtramque GH, GK vtrique FG, GE æqualem esse. Sunt igitur quatuor GE, GF, GH, GK æquales. Circulus igitur centro G, interuallo vna harum GE, GF, GH, GK descriptus, transibit & per reliqua puncta: sed & tangit rectas AB, BC, CD, DA, quod

A, quod anguli ad E, F, H, K, recti sint. Si enim circulus ipsas AB, BC, CD, DA secaret, caderet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur, in circulum; [e] quod est absurdum. Non ergo circulus cẽtro G, & interuallo vna harum GE, GF, GH, GK descriptus secat rectas AB, BC, CD, DA: tangit ergo: & est quadrato ABCD inscriptus. In dato ergo quadrato, &c. Quod oportuit facere.

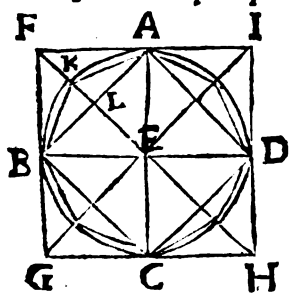
[e] *propos* 16. 3.

§ I.

THEOREMA.

Quadratum circa circulum est duplum quadrati intra circulum.

ACcipe hic vnum, ac alterum siltem exemplum dilatandi hunc lib. 4 ad comparationes, & proportiones figurarũ mutuo inter se inscriptarum, vel circumscriptarum, velut hìc post exempla apud Euclidem quadrati, & in circulo, & circa circulum. Vtrumq; simul sint, intra circulum ABCD minus, circa circulum quadratum maius FGHI, quod dico esse duplum inscripti. Nam quadrati inscripti ABCD diameter BD, in rectangulo triangulo BAD, opposita recto angulo A, dat quadratum æquale duobus quadratis ex BA, AD, per 47. pri. idest quadratum ex BD (idest ipsum FGHI) est duplum quadrati ex vno laterum, velut ex AB, idest est ipsius quadrati ABCD duplum.



SCHO-

Digitized by Google

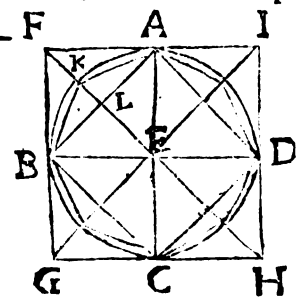
SCHOLION.

PRaecedens theorema ſupponitur ab Euclide in initio propoſ. 2 lib. 13, & à Commandino ad eam propoſ. & à Peletario hìc diuerſis modis demonſtratur. Quod autem mox ſequitur, eſt ex Orontio apud Clauium in Geom. prac.

§ II.

THEOREMA.

QVoniam octogonum regulare in circulo inſcribitur facilè per bifariationem laterum inſcripti quadrati, accipe pulcherimum Theorema, in quo ipſum Octogonum loco medium inter quadrata circulo inſcriptum, & circumſcriptum, eſt etiam quãtitate mediũ proport. inter vtrũq;. Sit circulus ABCD,



cuius centrum E; duę diametri AC, BD, ſecantes ſe ſe in E ad angulos rectos. Iunctis ergo rectis AB, BC, CD, DA, erit quadratum circulo inſcriptum ABCD, vt ex demonſtratione propoſ. 6 lib. 4 Eucl. conſtat. Ducantur quoque per A, B, C, D, perpendiculares ad diametros coeuntes in F, G, H, I, eritque quadratum circulo circumſcriptum FGHI, vt patet ex demonſtratione propoſ. 7 lib. 4 Euclid. Ductis autem diametris FH, GI, *a* ſecabuntur quadrantes AB, BC, CD, DA bifariam, propterea quòd anguli in centro ſunt omnes æquales, *b* nimirum ſemirecti: *c* ac proinde & latera quadrati inſcripti diuiſa erunt bifariam, & ad angulos rectos. Et ſi iungantur rectæ, AK, KB, &c. deſcriptum erit octogonum intra circulum. Dico ita eſſe quadratum exterius ad octogonum, vt octogonum ad quadratum interius. Quoniam enim

a 27. *tertij.*
b Schol. 34 *pri.*
c Schol. 27. *tertij.*

enim triangula AEF, EAL æquiangula ſunt, quod rectos habeãt angulos, & ſemirectos: d erit EF ad FA, hoc eſt, ad EK, (eſt namque EK, ipſi EA, hoc eſt, ipſi AF, æqualis) vt EA, hoc eſt, vt EK, ad AL, e hoc eſt, ad EL, eo quod AL, EL, ſint æquales, propter angulos ſemirectos A, E, in triangulo AEL. Sunt ergo tres rectæ EF, EK, EL, continuè proportionales. Igitur & triangula AEF, AEK, AEL, continue erunt proportionalia: f cum baſibus EF; EK, EL, ſint proportionalia; g Ac proinde & eorum octupla continue erunt proportionalia, quadratum videlicet FGHI, octogonum AKBCDA, & quadratum ABCD; quippe cum prædicta triangula ſint harum figurarum octauæ partes, vt liquet. Octogonum igitur medio loco proportionale eſt inter quadrata FGHI, ABCD, quod demonſtrandum erat.

d 4 *ex-ti.*
e 6 *pri.*
f 1 *ſex-ti.*
g 15 *quinti.*

SCHOLION.

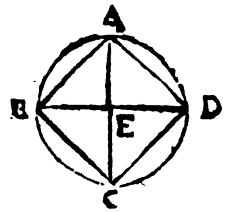
Pro noſtra Methodo.

VIdes noſtræ methodi beneficio præcedens pulcherrimum theorema rite hìc ſuo in loco collocatum, ac demonſtratum poſt librum ſextum, cuius duabus propoſitionibus eget demonſtratio, ſcilicet 1, & 4, in libro verò ſexto minus ſibi aptum locum extra hic proprium occupaſſet. Facit & noſtra methodus pro Theoremate poſito ad anteced. prop. 6, in § 2. &c.

Digitized by Google

Propositio IX. Probl. IX.

Circa datum quadratum circulum describere.



SIt circa datum quadratũ ABCD circulus describendus: ductæ rectæ AC, BD se in E secent. Et quia DA, AB æquales sunt, AC communis, erunt duæ DA, AC duabus BA, AC æquales: sed & bases DC, BC [a] æquales sunt: [b] erunt ergo & anguli DAC, BAC æquales: angulus ergo DAB rectà AC bisecatur. Similiter demonstrabimus quẽlibet horum ABC, BCD, CDA rectis AC, DB bisecari. Et cum anguli DAB, ABC æquales sint, sintq; EAB, EBA eorum dimidij, [c] erunt & ipsi æquales: quare & latera EA, EB æqualia erunt. Similiter demonstrabimus vtramque rectarum EC, ED vtrique EA, EB æqualem esse. Quatuor ergo EA, EB, EC, ED æquales sunt. Igitur circulus centro E, interuallo vna harum EA, EB descriptus, transibit & per reliqua puncta. Est igitur circa ABCD quadratum descriptum. Ergo circa datum, &c. Quod oportuit facere.

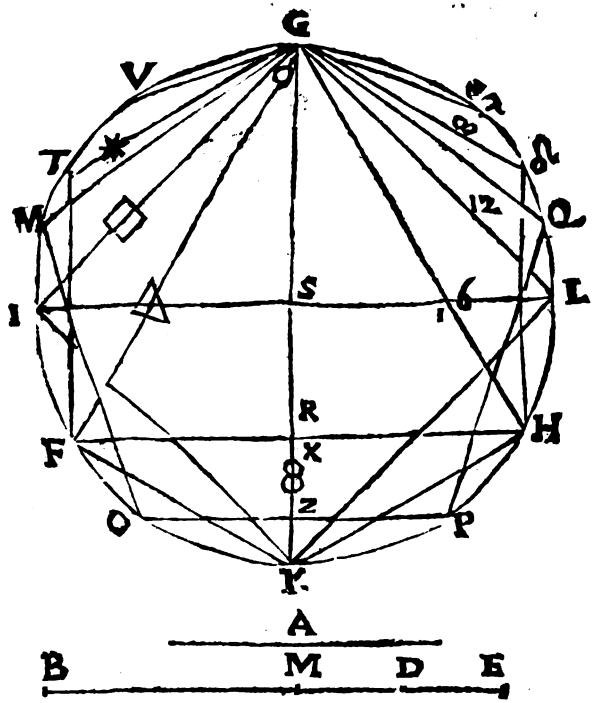
a *propos.* 11.2.
b *propos.* 1.4.
c *ax.* 7.

§ I.

Digitized by Google

§I.
PORISMA.

Dato latere quadrati inuenire in circino proportionum semidiametrum circuli quadrato circumscribendi.



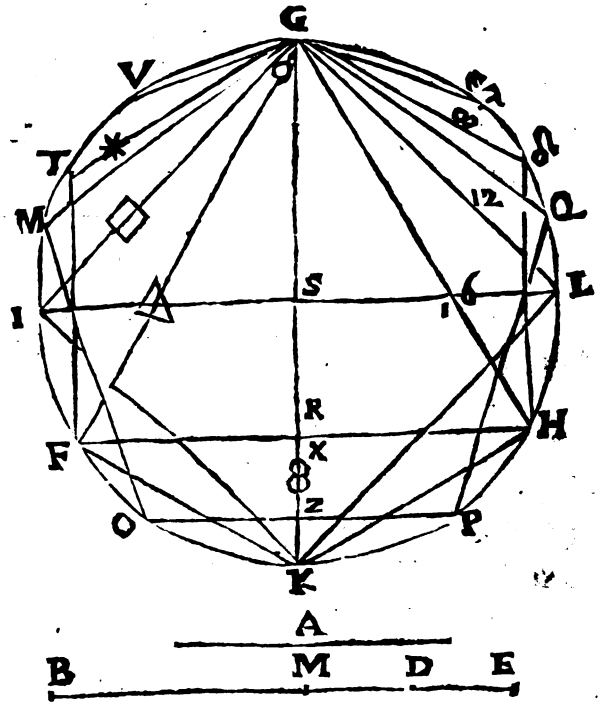
ESto datum quadrati latus BD, quod interponatur inter 90, & 90 circini proportionum, &, immotâ diductione circini, accipiatur interuallum inter 60, & 60, puta ipsum A, cuius interuallo ex D, & B fiant mutuæ sectiones, quæ dabunt centrum, ex quo ductus circulus ibit per extrema B, D; & rectam BD in eo circulo quater applicatâ, idest quadratum IGLKI circumscribet. Vt

90 ad 60, sic latus BD inter 90, & 90 ad semidiametrum inter 60, & 60, &c. Cætera patent ex dem. propos. 9.

§II.

COROLLARIVM.

Super data recta quadratum excitare ope circini proportionum facilius, quàm per 46 lib. 1.



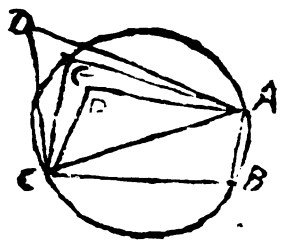
EAdem opera, qua proximè antecedens porisma solutũ est, etiam operatio huius corollarij perfecta est. Nam datà rectà BD, & in circino proportionum inuentà semidiametro, vt factum est in anteced. porismate, eà semidiametro si occultum circulum

culum ducas per B, D, in eo circulo quater applicata BD constituit quadratum, sine vlla cura rectorum angulorum, vel perpendicularium. &c. Demonstratio èadem est, quæ in anteced. porisimate, & in propos. 9. hu.

§ III.

PROBLEMA.

Circa quadrilaterum, cuius duo anguli oppositi sint æquales duabus rectis, circulum describere.

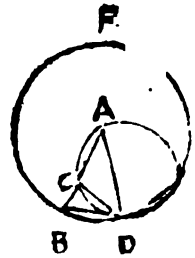


EXemplum hìc aliquod accipe dilatandi hunc lib. 4. ad circumscriptionem circuli etiã circa irregulares figuras (præter triangula irregularia, vt facit Euclides) velut etiam præter quadratum hìc, circa quadrangulum, cuius duo anguli oppositi sint duobus rectis æquales, circulum describere. Sint ergo quadrilateri ABCE oppositi duo anguli B, E duobus rectis æquales, & per 25 tertij, describatur circulus per tria puncta, velut per A, B, C; ibitq; etiam per quartum E. Si neges, eat citra, vel vltra E per D, & iungantur AD, CD bis bina. Quoniam ergo quadrilaterum ABCD est circulo inscriptum, erunt duo anguli oppositi B, D æquales duobus rectis, & detracto communi B, erunt duo D, E æquales. Iungatur CA: ergo triangulorum CDA, CEA super cõmuni basi angulus D sub minoribus lateribus CD, AD non erit maior angulo E sub maioribus lateribus CE, AE contra 21 lib. 1. Sic nec E esset maior externo extra circulum. &c. Erit ergo quadrilaterum ABCE inscriptum, vel circumscriptum ab ipso circulo.

Pro-

Propos. X. Probl. X.

Triangulum isosceles constituere habens vtrumque, qui ad basim, angulum duplum reliqui.



a *propos.* 11.2. EXponatur recta quædam AB, [a] quæ in C sic secetur, vt AB, BC contentum æquale sit quadrato ex CA descripto. Igitur centro A, interuallo AB describatur circulus BDE, [b] eiq; aptetur recta BD æqualis ipsi AC; & ductis DA, DC, [c] describatur circa triangulum ACD circulus ACD. Et cum quod AB, BC continetur æquale sit ei, quod ex AC quadrato, sitque AC ipsi BD æqualis, erit & quod AB, BC continetur æquale ei, quod ex BD. Cum igitur extra circulum ACD acceptum sit punctum B, ab eoq; ad circulum ACD cadant duæ rectæ BCA, BD, quarum vna circulum secat, altera ei incidit; sitque quod AB, BC continetur æquale ei, quod ex BD, [d] tanget BD circulum ACD; cumque BD circulum ACD tangat, à tactu autem D ducta sit DC, [e] erit angulus BDC angulo DAC in alterna circuli portione consistēti æqualis. Cùm ergo anguli BDC, DAC sint æquales, si com-

b *propos.* 1.4.

c *propos.* 5.4.

d *propos.* 37.3.

e *propos.* 32.3.

Digitized by Google

si cõmunis CDA addatur, erit totus BDA duobus CDA, DAC æqualis: sed duobus CDA, DAC æqualis est externus BCD; ergo BDA æqualis erit ipsi BCD: sed ipsi BDA æqualis est CBD, cùm & g latera AD, AB sint æqualia: quare & DBA, BCD æquales erunt: tres ergo BDA, DBA, BCD sunt æquales: & cum anguli DBC, BCD æquales sint, erunt & latera BD, DC æqualia; sed BD ipsi CA ponitur æquale: sunt ergo AC, CD, æqualia: vnde & anguli CDA, DAC æquales erunt: ergo anguli CDA, DAC dupli sunt anguli DAC: est verò & BCD æqualis duobus CDA, DAC; ergo BCD duplus est ipsius DAC. Et cum vterq; BDA, DBA angulo BCD sit æqualis, duplus erit vterque reliquo DAB. Triangulum ergo isosceles, &c. Quod oportuit facere.

f *propos.* 32. 1.

g *defin.* 15. 1.

§ I.

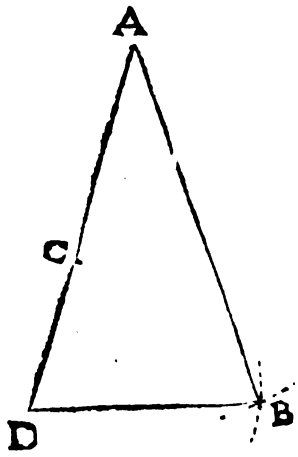
Probl. 10 lib. 4 ex circino proportionum facillimè expedire.

Est instar lemmatis hac prop. 10, quæ supponitur pro sequentis 11 propositionis absoluendo problemate. Nos problema, in hac 10 propositione propositum facillimè, ac aliter, quàm hìc Euclides, expedimus ex vsu circini proportionum sic.

Sit constituendum triangulum isosceles, quod habeat vtrumque angulum duplum anguli ad verticem, & sit data, vel exponatur recta AD. Quæ per aliquem e pluribus modis, quos habes apud nos

ad

ad prop. 30 li. 6 in 2 parte Tomi 2, secetur in C media & extrema ratione.



Sit modus hic in circino proportionum, vt recta AD interuallum interpeñatur inter 60, & 60 numeros deducti circini proportionum, eoq; interuallo immoto, accipiatur internallum inter 36, & 36; eoq; secetur ex altero extremo A, vel D recta AD in C. Atque ex D, interuallo maioris segmẽti AC, & ex A interuallo totius AD fiant mutuæ sectiones in B. Iunctis AB, DB, erit triangulum ABD isosceles, ac habens ad basim BD angulum B duplum anguli A, & angulum D pariter duplum ipsius A.

Quod ad sectionem in C proportionalem &c. habes demonstrationem in §§ 6, 7, 8 ad prop. 30 lib. 6. Est enim in circino latus hexagoni 60 sectum proportionaliter in 36, & latus 36, quod est maius segmentum, est latus decagoni, iuxta ibi demonstrata. Quòd ad reliqua, demonstratio est èadem quæ hìc apud Euclid. in probl. hoc 10.

§II.

SCHOLION.

De reliquis isosceli bus ad inscribendas alias aliquas figuras nondum iuuentis. A nobis aliquid opis, ac opum.

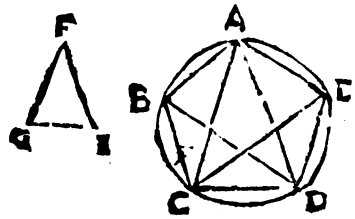
1 *Riembergerus in suo Eucl.* Inscriptio Heptagoni, Nonagoni, 11 laterum, 13, &c. adhuc desideratur; quia nondum est repertum problema, & cõstructio trianguli isosceli s, cuius vterlibet angulorum æqualium

lium sit triplus, quadruplus &c. reliqui anguli, quorum beneficio inscriberentur circulo heptagonum, nonagonum &c. Eo modo quo describitur pentagonum. Et beneficio heptagoni, & nonagoni inscriberetur figura 631 laterum, sicut inscriptū fuit ab Euclide quinti decagonum.

2 *Nos tamen post vltimam propositionem huius lib. 4, sine cura, & constructione triangulorum illorum, vniuersali, & facilè compendio non solum organicè demonstratiuè per circinū proportionum, sed etiam præcisè geometricè docebimus inscribere quamlibet figuram regularem in circulo. &c.*

Propos. XI. Probl. XI.

Dato circulo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum inscribere.



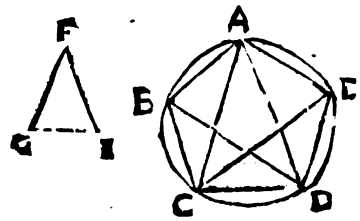
SIt in dato circulo ABCDE pētagonum æquilaterum, & æquiangulum describendū. Exponatur triangulum isosceles duplum habens vtrumq; angulum ad G, H, eius qui est ad F; & [a] inscribatur circulo ABCDE triangulum ACD æquiangulum triangulo FGH, ita vt angulo F æqualis sit angulus CAD, angulis G, H anguli ACD, CDA. Et quia vterque ACD, CDA duplus est anguli CAD, [b] bisecentur rectis CE, DB, iunganturq; AB, BC, CD, DE, EA. Cùm itaque vterque angulorum A-

a *propos.* 2.4.

b *propos.* 9.1.

Digitized by Google

CD, CDA duplus sit anguli CAD, bisectiq; sint rectis CE, DB, erunt quinque anguli DAC, ACE, ECD, CDB, BDA æquales inter se. [c] Et cùm æquales anguli æqualibus peripherijs insistant, erunt quinque peripheriæ AB, BC, CD, DE, EA æquales: [d] sed æquales peripherias æquales rectæ subtendunt; sunt ergo hę quinque rectæ AB, BC, CD, DE, EA æquales; est ergo pentagonum ABCDE æquilaterum. Dico quod & æquiangulum. Quia AB, DE peripheriæ æquales sunt, si communis BCD addatur, erunt totæ ABCD, EDCB æquales; & insistit peripheriæ ABCD angulus AED, peripheriæ verò BCDE angulus BAE; [e] sunt ergo AED, BAE anguli æquales. Eàdem de causa quilibet angulorum ABC, BCD, CDE vtrique AED, BAE æqualis erit: est ergo pentagonum ABCDE æquiangulum: demonstratum autem est quod & æquilaterum. Dato ergo circulo, &c. Quod oportuit facere.



[c] *propos.* 26.3.

[d] *propos.* 29.3.

[e] *propos.* 29.3.

§ I.

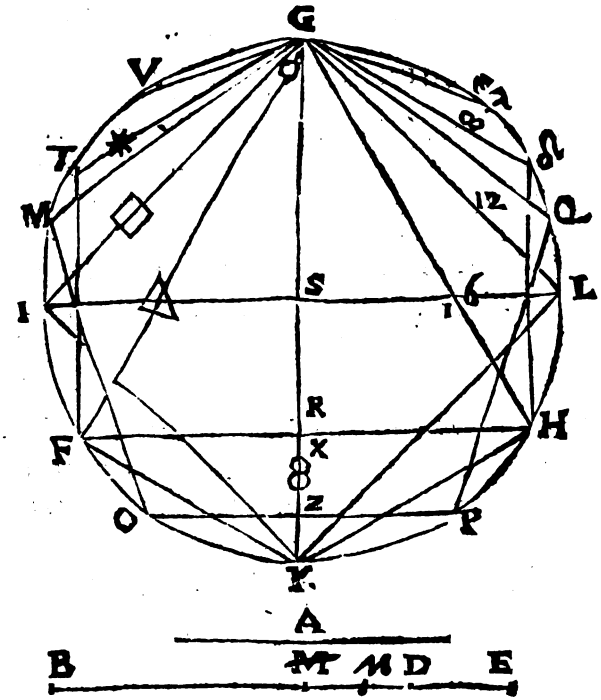
Digitized by Google

§I.

PORISMA.

Data semidiametro, inuenire in circino proportionum latus pentagoni regularis circulo inscribendi.

DAta sit pro semidiametro recta A, eiusq; interuallum interponatur inter 60. & 60 numeros circini proportionum, immotoq; circino iuxta id interuallum, quoniã



diuisa tota peripheria 360 graduum per numerum 5 indicatum à nomine pentagoni, prouenit numerus 72, accipiatur interuallum inter 72, & 72, eritq; quæsitum latus, puta quantitatis BM, quod in circulo, ex A semidiametro, applicatum, & quinquies replica-

tum dabit inscriptum pentagonum GMOPQ. Theorice, ac demonstratio patent partim ex antecedentibus alijs nostris porismatibus in hoc 4 lib. partim ex demonstratione huius 11 propos. Eucl.

SCHOLION.

Aliter partim ex Ptolomęo inuenire latus pentagoni circulo inscribendi.

Vide inferius ad propos. 15 huius aptius, quàm ad hanc 11.

§. II.

Morale pentagonum in circulo, siue circa circulum Fortunæ.

Pentag. Fortunæ.

IPsa etiam fortuna, (siue diuina prouidentia) cui circulus affigitur in orbe terrarum, & in humanarum vicissitudinum circulo q. ludit, & pẽtag. incircumscribit. Inspice figuram propositionis seq. 12 Eucl. A verticali angulo G fit inflexio temporum, & inclinatio in H, K, L, M. In vertice G benè est, in H benè erat, in K benè fuit, in L benè fuerat, in M benè erit, & rursus in G benè est. Assidue circa nos hoc quinq; temporum pentagonum rotatur. Ac rectè monet Poeta:

Durate, & vos met rebus seruate secundis.

Durandum in duris vsque ad mollia.

Quoniam enim, vt aiebat Socrates: Circulus mortalia, *& rota diuinæ prouidentiæ nunquam non reuoluitur, si à summo fœlicitatis vertice deuoluaris per temporũ gradus, spera, & expecta meliora.* Nõ si male nunc, & olim sic erit. *Horat. Rursus ascendes. Fortunam te deuoluentem feras, & serua te rursum secundis rebus. In quibus iterum collocatus, quasi in summo rotæ fælicitatis, vt modestè te geras, memento post præsens præterita consequi tempora. Post quæ in futuro sperandum, & in præsenti rursum lætandum.* Hæc pentagonum suo circulo inscribit Fortuna. *Quæ apud Boetium l. 2. de consol. prosa 2, rectè monet:* Rotam volubili orbe versamus, infima summis, summa infimis mutare gaudemus. Ascende si placet, sed eà lege, ne vti, cum ludicri mei ratio poscet, descendere iniuriam putes.

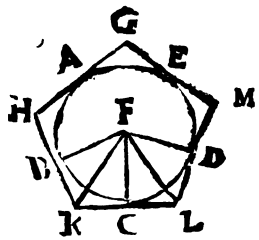
Præscriptum circulo fortunæ inscriptũ.

Pro-

Digitized by Google

Propoſ. XII. Probl. XII.

Circa datum circulum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.



OPorteat circa circulum ABCDE pentagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere. Cogitentur angulorum pẽtagoni inſcripti puncta, A, B, C, D, E ita, vt peripheriæ, AB, BC, CD, DE, EA æquales ſint, [a] ducanturque per A, B, C, D, E rectæ GH, HK, KL, LM, MG tangentes circulum, & accipiatur centrum circuli F, iunganturque FB, FK, FC, FL, FD. Cùm itaq; KL recta circulum in C tangat, & ab F ad contactum C ducta ſit FC, [b] erit ipſa ad KL perpendicularis: vterque ergo angulus ad C eſt rectus. Eandem ob cauſam recti ſunt anguli ad B, D; & cùm angulus FCK rectus ſit, [c] erit quod ex FK æquale illis, quæ ex FC, CK quadratis. Eàdem de cauſa erunt quæ ex FB, BK æqualia illi, quod ex FK: ſunt ergo quæ ex FC, CK æqualia illis, quæ ex BF, BK; quorum quod ex FC æquale * eſt ei, quod ex FB: erit igitur & reliquum quod ex CK æquale reliquo, quod ex BK: ſunt ergo BK,

a *propoſ.* 17. 3.

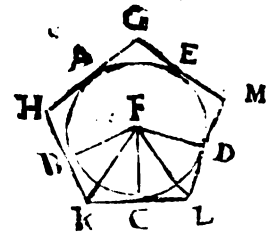
b *propoſ.* 18. 3.

c *propoſ.* 47. 1.

* *quia* FB, FG *ſunt æquales, quippe ex cẽtro ad peripheriam.*

Digitized by Google

BK, CK æquales. Et quia FB, FC æquales sunt, communis FK, erunt duæ BF, FK duabus CF, FK æquales, & basis BK basi CK æqualis; [d] ergo & angulus BFK æqualis erit angulo KFC, & angulus BKF angulo FKC: est ergo angulus BFD duplus anguli KFC, & BKC duplus anguli FKC. Ob eandem causam erit & CFD duplus ipsius CFL, & CLD duplus ipsius CFL. Cumque peripheriæ BC, CD æquales sint, [e] erunt & anguli BFC, CFD æquales, estque BEC ipsius KFC duplus, DFC verò duplus ipsius LFC: æquales ergo sunt KFC, CFL. [f] duo ergo triangula FKC, FLC duos angulos duobus habentia æquales alterum alteri, & latus vnum vni lateri FC vtrique commune, habebunt & reliqua latera reliquis æqualia, angulumque reliquum reliquo. Sunt igitur tam rectæ KC, GL, quàm anguli FKC, FLC æquales, cùmque KC æqualis sit CL, dupla erit KL ipsius KC. Eàdem de causa demonstrabitur HK dupla ipsius BK; & cum demonstratum sit BK æqualis KC, sitq; KL dupla ipsius KC, & HK dupla ipsius BK, [g] erit & HK ipsi KL æqualis. Similiter demonstrabitur quælibet ipsarum GH, GM, ML vtrique HK, KL æqualis: est ergo pentagonum GHKLM æquilaterũ. Dico quòd



d *propos.* 8. 1.

e *propos.* 27. 3.

f *propos.* 26. 1.

g *ax.* 6.

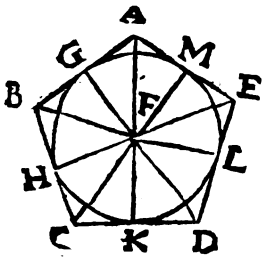
& æquian-

Digitized by Google

& æquiangulum. Cùm enim anguli FKC, FLC æquales sint, ostensúsque fit HKL duplus ipsius FKC, & ipsius FLC duplus KLM, erit & HKL ipsi KLM æqualis. Similiter demonstrabitur quilibet ipsorum KHG, HGM, GML vtrique HKL, KLM æqualis. Quinque ergo anguli GHK, HKL, KLM, LMG, MGH sunt æquales; æquiangulum ergo est pentagonum. Ostensum autem est & æquilaterum; & est descriptum circa circulum ABCDE. Quod oportebat facere.

Propos. XIII. Probl. XIII.

Dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inscribere.



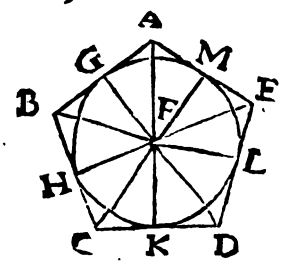
OPorteat dato pentagono æquilatero, & æquiangulo ABCDE circulum inscribere. [a] bisecetur vterq; angulorum BCD, CDE rectis CF, DF, & à puncto F, in quo CF, DF concurrunt, ducantur rectæ FB, FA, FE. & quia BC, CD æquales sunt, communis CF, erunt duæ BC, CF duabus DC, CF æquales, & angulus BCF angulo DCF æqualis: [b] ergo & basis BF basi DF æqua-

[a] *propos.* 9. 1.

[b] *propos.* 4. 1.

æqualis erit, & triangulum BFC triangulo DCF, reliquiq; anguli reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur, æquales erunt. Sunt igitur anguli CBF, CDF æquales. Et cùm angulus CDE duplus sit anguli CDF, æquales autem & CDE, ABC, & CDF, CBF, erit & CBA duplus ipsius CBF: æquales ergo sunt ABF, FBC: bisecatur ergo angulus ABC rectà BF. Similiter demonstrabitur quemlibet angulorum BAE, AED rectis FA, FE bisecari.[c] Ducantur enim ab F ad AB, BC, CD, DE, EA rectæ perpẽdiculares FG, FH, FK, FL, FM. Quia ergo anguli HCF, KCF æquales sunt, FHC rectus, æqualis recto FKC, erunt duo triangula FHC, FKC duos angulos duobus æquales habentia, vnumq; latus vni, FC latus commune, & vni æqualium angulorum subtensum;[d] habebunt ergo & reliqua latera reliquis æqualia: sunt ergo perpendiculares FH, FK æquales. Pari modo demonstratur quælibet harum FL, FM, FG vtriq; FH, FK, æqualis. quinque ergo rectæ FG, FH, FK, FL, FM æquales sunt; circulus ergo centro F, interuallo vna harum FG, FH, FK, FL, FM descriptus transibit & per reliqua puncta, tangetq; rectas AB, BC, CD, DE, EA, eo quòd anguli ad G, H,

c *propos.* 12. 1.



d *propos.* 26. 1.

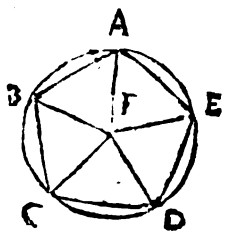
Digitized by Google

G, H, K, L, M recti sint. Quod si illas non tangat, sed secet, cadet quæ ab extremitate diametri ad angulos rectos ducitur, intra circulum, [e] quod absurdum esse ostensum est: non ergo circulus centro F, interuallo FG, FH, FK, FL, FM descriptus secat rectas AB, BC, CD, DE, EA; ergo tanget. dato ergo pentagono. Quod oportuit facere.

[e] *propos.* 16.1.

Propos. XIV. Probl. XIV.

Circa datum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum, circulum describere.

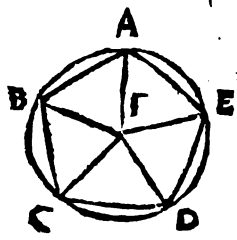


Oporteat circa datum pentagonum æquilaterũ, & æquiangulum A B C D E circulũ describere. [a] Bisecetur vterq; angulorum BCD, CDE rectis CF, FD; & ab F puncto, in quo rectæ concurrunt ad B, A, E, ducantur rectæ FB, FA, FE. Similiter ergo, vt in præcedente, demonstrabitur quemlibet angulorum CBA, BAE, AED rectis BF, FA, FE bisecari. Et quia anguli BCD, CDE æquales sunt, estq; FCD dimidius ipsius BCD, & CDF dimidius ipsius CDE, erunt FCD, FDC æquales; [b] quare & latera FC, FD æqualia erunt. Similiter demonstrabitur quamlibet ipsorum F-

[a] *propos.* 9.1.

[b] *propos.* 6.1.

B, FA, FE vtrilibet FC, FD æqualem esse. Quin-

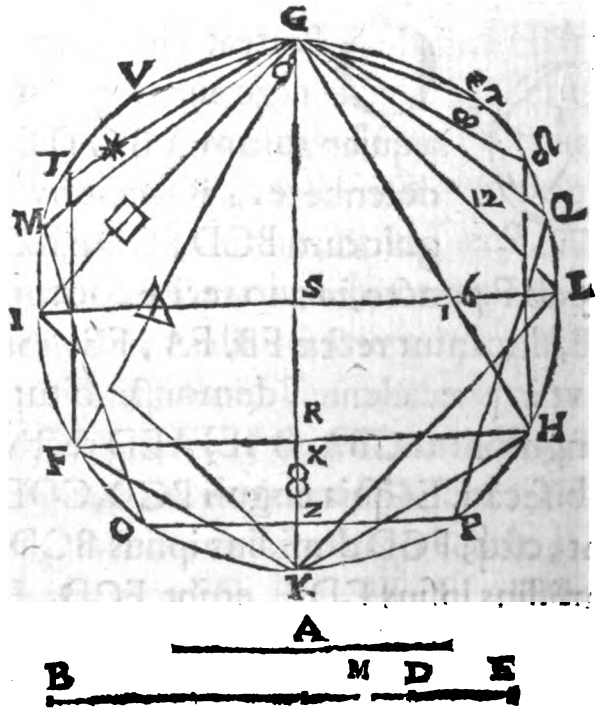


que ergo FA, FB, FC, FD, FE æquales sunt. Circulus igitur cẽtro F, interuallo vnà harum FA, FB; FC, FD, FE descriptus transibit & per reliqua puncta, eritq; circa pentagonum ABCDE descriptus. Circa datum ergo, &c. Quod facere oportebat.

§ I.

PROBLEMA.

Super data recta è circino proportionum pentagonum regulare facillimè excitare.



Quod

Quod aliÿ aliter, nos hìc facillimo negotio ex occasione huius 14, in qua dato pentagono regulari circumscribitur circulus, absoluemus hoc problema. Esto data BM, cuius quantitas interponatur in circino proportionum inter numeros 72, & 72, eoq; interuallo immoto permanente; in circino accipiatur interuallum inter 60 & 60. quo interuallo, tamquam semidiametro, ex extremis B, M fiant mutuæ sectiones pro centro, & per extrema B, M ibit occultus circulus, in quo quinquies replicata BM constituet pentagonum regulare.

§ II.

COROLLARIVM, & PORISMA.

Dato latere pentagoni regularis, inuenire in circino proportionum semidiametrum circuli pentagono circumscribendi.

Eadem opera, quà in antecedprobl. per circinum proportionum erexisti super data BM pentagonum regulare, absoluisti etiam problema 14 Euclid. quod hìc est propositum à nobis corollarium deductum ex antecedprobl. nostro problemate. Nam semidiameter inter 60, & 60 describet circulum in antecprobl. occultum, hìc manifestum transeuntem per extrema lateris pentagoni, & concludentem intra se pentagonum ex dato latere descriptum.

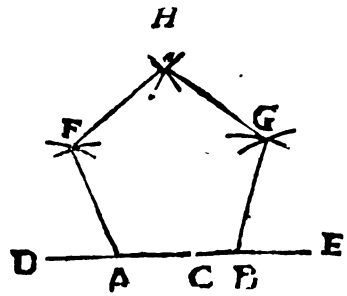
§ III.

Aliter, ac secundo pentagonum regulare super data excitare ope circini proportionum.

Data AB secetur in C media, & extrema proportione per modum aliquem ex vsurpatis à nobis ad propos. 30 lib. 6, & vtrinque producatur in D, & E ad quantitatem

Digitized by Google

maioris segmenti AC; hoc est ipsi AC sit aequalis DA, & eidem AC sit aequalis BE. Tum interuallo totius AB ex A, & D fiant mutuae sectiones in F, itemq; ex B, & E in G. Rursus eodem interuallo ex F, & G fiant sectiones in H; eritque ope sectionis mediae, & extremae pẽtagonũ ABGHF regulare excitatũ super data AB, sine vlla cura, & prolixiori operatione in constituendis angulis ad quantitatem requisitam in Pentagono. &c.



Demõstratio patet ex 10 propos. hu. Nam AB aequalis est ipsi FA, & facta sectione proportionali, maius segmentum AC factũ est basis isosceli ADF, quod est triangulum, quale requirit, & constituit Euclides in 10 propos. & ex regula pulcherrima, quam habes in corollar. 7 sub § 4 ad 32 prop. lib. 1. in huius Ærarij 1 tom. angulus pentagoni continet vnum rectum, & vnam quintam partem vnius recti. Si trianguli DFA duos rectos ita diuidas, vt singuli ad basim DA sint dupli anguli ad verticem F, erunt ad basim viterlibet continens quatuor quintas vnius recti, & angulus ad verticem continebit duas quintas vnius recti. Cum igitur angulus DAF contineat quatuor quintas vnius recti, ergo ad complimentum duorum rectorum, reliquus, qui deinceps FAC, continet sex quintas vnius recti, hoc est rectum vnum, & vnam quintam recti, ac proinde angulus FAC est pentagoni. Sic, productis reliquis lateribus ad quantitatem AC ex alijs isosceli bus aequalibus ipsi DFA, demonstrabuntur reliqui anguli pentagoni &c. ac omnes aequales, quemadmodum & omnia latera per constructionem sunt aequalia.

§ IV.

Aliter, ac tertio super data recta pentagonum regulare excitare. Aliquorum hallucinatio. &c.

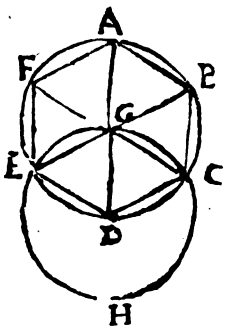
SCilicet, *sine isosceli bus, per constitutionem angulorum pentagonicorum ope circini proportionum. Hic non est iterandum, quod*

quod habes in praxi sub § 6 ad 23 prop. li. 1 in 1 tom. hu. Ærar. Reuisæ praxes in § § 10, 11, 12, 13, 14 in 2 To. ad prop. 9 li. 6.

Videibi in citat. to. 1. Schol. 3 indicatos errores in vulgatis aliquorum constructionibus apud Clau. in Geom. pract. Omitto & Peletarij ad 10 huius formationem pentagoni operosiorem, & cæteras aliorum.

Propos. XV. Probl. XV.

In dato circulo hexagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

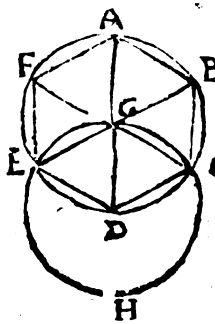


SIt in dato circulo ABCDEF hexagonum æquilaterum, & æquiangulum describendum. Ducta diametro AD, sumatur centrũ G, atque centro D, interuallo DG describatur circulus EGCH; & & ductæ EG, CG producantur ad B, F, iunganturq; AB, BC, CD, DE, EF, FA. Dico ABCDEF hexagonum æquilaterum, & æquiangulum esse. Cùm enim G centrum sit circuli ABCDE, & erunt GE, GD æquales. Et cùm D centrum sit circuli EGCH, erunt & DE, DG æquales. Sed GE ostẽsa est æqualis ipsi DG, [a] erit ergo & GE æqualis ipsi ED: triangulum ergo EGD æquilaterum est, & tres anguli eius EGD, GDE, DEG æquales, cùm isoscelium triangulorum

[a] ax. 1.

Digitized by Google

lorum anguli ad basim æquales sint. Et quia tres anguli trianguli duobus rectis æquales sunt, [b] erit angulus EGD tertia pars duorum rectorum. Similiter demonstratur DGC tertia pars esse duorum rectorum, & cùm recta CG super EB consistens [c] angulos deinceps EGC, CGB duobus rectis æquales faciat, erit & reliquus CGB tertia pars duorum rectorum; sunt igitur anguli EGD, DGC, CGB inuicem æquales; [d] erunt igitur & qui ad verticem BGA, AGF, FGE æquales; [e] æquales autem anguli æqualibus peripherijs insistunt: peripheriæ ergo AB, BC, CD, DE, EF, FA sunt æquales; [f] æqualibus autem peripheris æquales rectæ lineæ subtenduntur: sex igitur rectæ æquales sunt, ideoq; hexagonum ABCDEF æquilaterum est. Dico quod & æquiãgulum. Cùm enim peripheriæ AF, ED æquales sint, si communis ABCD addatur, erunt totæ FABCD, EDCBA æquales. [g] Sed peripheriæ FABCD insistit angulus FED, peripheriæ verò EDCBA angulus AFE; sunt ergo anguli AFE, DEF æquales. Similiter demonstrabitur reliquos hexagoni ABCDEF angulos vtrique AFE, FED æquales esse. Est ergo hexagonum ABCDEF æquiangulum: ostensum est autem & æquilaterum,



b propos. 32. 1.
c propos. 13. 1.
d propos. 12. 1.
e propos. 26. 3.
f propos. 29. 3.
g def. 9. 3.

rum, & est in circulo descriptum. In dato ergo circulo, &c. Quod oportebat facere.

Corollarium.

EX his manifestum est latus hexagoni æquale esse ei, quæ ex centro circuli. Et si per puncta A, B, C, D, E, F [b] tangentes circulum rectæ ducantur, circa circulum hexagonum æquilaterum, & æquiangulum descriptum esse, vt in illis, quæ de pentagono dicta sunt, videre licet. Præterea iuxta illa, quæ de pẽtagono dicta sunt, in dato hexagono circulum describemus. [h] *propo* 17. 3.

SCHOLION I.

EX corollario huius 15 Prop. patet quàm scientificè nostra Italica lingua vocet circinum: il sesto. *Circini enim qualibet apertura, & operatio est interuallum semidiametri, quæ recta est subtendens sextam peripheriæ partem.*

§. I.

PROBLEMA I.

Super data rectà hexagonum regulare excitare, circulo inscribere, circumscribere. &c.

NVllo negotio soluuntur proposita hìc omnia problemata. Nam super datà excitato æquilatero, centro quolibet trium angulorum,

gulorum, & semidiametro quolibet trium æqualium laterum, describetur circulus, in quo èadem semidiameter sexies applicata producet regulare hexagonum inscriptum. &c. ex corollario hu. 15.

SCHOLION II.

Aliter hexagonum regulare circulo inscribere.

PEr porisma in § 1 ad 2 prop. hu. descripto triangulo æquilatero in circulo, eius latera ad rectos bifariata dabunt in circulo puncta, ad quæ rectæ subtensæ erunt hexagoni regularis laterum.

SCHOLION III.

De mutuis figurarum inscriptionibus etiam extra circulum.

VT exemplum etiam aliquod habeas inscriptionis mutuæ figurarum etiam extra circulum, & extra traditas figurarum inscriptiones in hoc lib. 4, vide in Ap. 3, progym. 7. corollar. 2, & 3 post prop. 5 facillimas inscriptiones hexagoni in æquilatero, æquilateri in hexagono. &c.

§ II.

Vsus Astronomicus corollarij propos. huius 15, nempe Planetarũ à Terra distãtias agnoscere.

EXemplum est in Sole. Inuestigant Astronomi, & assequuntur variis modis diametrum disci solaris, & vident quotiescumque li-

li, siue orbita solaris, in 360 gradus diuisa, partem subtendat. Vt verò Solis à Terra distantiam consequantur confugiunt ad hanc 15 propositionem, & ad eius corollarium, nempè ad hexagonum in circulo, siue orbitâ circulari cursùs solaris inscriptum, & accipiunt hexagoni latus, nempè subtensam sextæ parti peripheriæ, quæ, cùm sit etiam semidiameter, notificat distantiam Planetæ à Terra, cuius globus tamquam centrum est, & eius ab Orbe planetario èadem est semidiameter, & distantia. Satis hæc pro indice præclari vsùs huius 15 propos. Vt præcisiora, & apertiora videas, vide in Apiar. 8, progym. 3, propos. 8. præsertim versus finem.

§ III.

VSVS Catoptricus, hoc est

— Punctum vstionis physicæ è sphærico speculo inuenire ope 15 propos. huius lib. 4.

Geometricè abstractè vstio a sphærico speculo fit in centro — — Physicè fit ad quartam partem diametri.

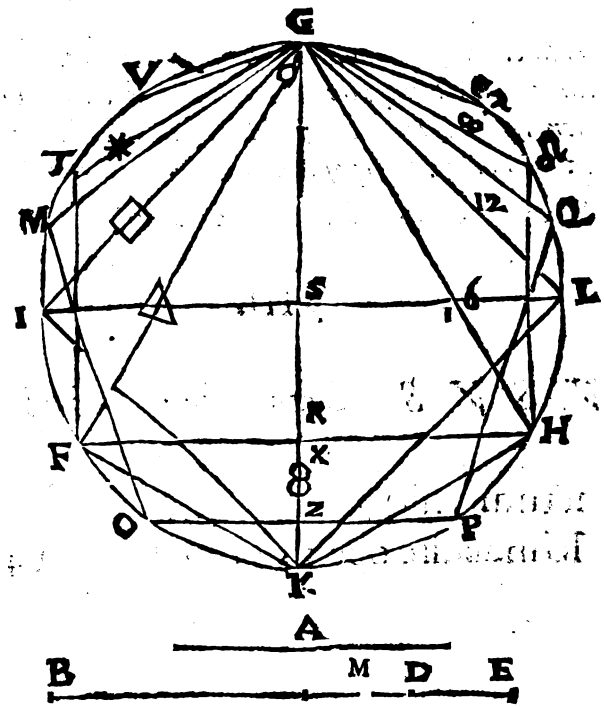
PHysicam vstionem dixi, vt eam distinguam ab vstione in abstractione geometrica, in qua demonstratio irrefragabilis apud Euclidem in Catoptricis, & apud alios Antiquos philosophos Catoptricos est, plurium, immò omnium radiorum incidentium in sphæricum speculum fieri concursum ad centrum speculi, & consequenter plurimum ibi luminis, & caloris ita, vt sicubi, profecto ibi potius, quàm alibi extra centrum, debeat fieri vstio. Qua si ex debito geometricæ demonstrationis non fit, sed in alio puncto extra centrum, fit dolo latentis alicuius physici arcani, quod vltrà geometricam veritatem fortasse, requiritur ad physicam vstionem, & quod extra centrum speculi lateat.

Ignorantia geometricæ abstractionis male mc titur theorias physicis experimentis.

Videnos hac de re in Ap. 7. progym. 2. propos. 1, & 2, & propriè progym. 3, propos. 8, Schol. 3. vbi de vstoriâ lineâ, & in Analectis ad 4 editionem Apiariorum, Analecto 18. Vnde discant, qui nesciunt distinguere theoricas veritates, & demonstrationes abstractionis geometricæ à physicis experimentis, & notent quàm non temerè

Vstio in speculi cauo est theorema, non problema.

merè Euclides propositionem 31, & vltimam suorum Catoptricorum de vstione è speculo inscripserit: Theorema. *scilicet de physicè speculo speculationem geometricam voluit.*



Per æquilateri trianguli, & hexagoni īscriptiones in circulo inuenitur punctum vstionis ī spharico speculo.

Igitur vt vstionis physicæ punctum è speculo spharico inuenias, finge in eo trianguli æquilateri latus FH, & latera hexagoni FK, KH. Radij Solis proparallelis accepti, & incidentes in cauum speculi, ac reflexi vrunt ad distantiam terminatam à lateribus geminis hexagoni subtensis à latere æquilateri trianguli, & punctum vstionis est in dimidio semidiametri, hoc est vbi latus trianguli æquilateri circulo inscripti secat semidiametrum SK in R. Vides igitur ope inscriptarum in circulo figurarum inuenīri, ac determinari punctum vstorium R, nè putes esse etiam physicè steriles hasce in circulo figurarum inscriptionis. Pro hac vstione ad quartam diametri partem vide nos in Apiar. 7, progym. 2 propos. 1, & 2.

§4.

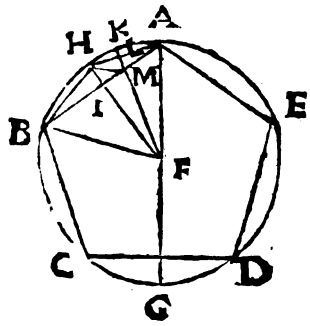
Digitized by Google

§IV.
LEMMA.

Latus pentagoni poteſt latera hexagoni, & decagoni in eodem circulo.

HOc Lemma eſt propoſitio 10 lib. 13. elem. Quam ex Maurolyco breuiorem, varietatis alicuius gratia, hìc accipe pro eà, quam opportunè habes ab interprete in fine lib. 6 Propoſitionis verò 2 è li. 2 (quam citat Maurolycus) veritatem habes in promptu apud nos in numeris in lib. 2. clement. Igitur lemma eſt —

— Pentagoni latus poteſt Hexagoni, & Decagoni latus in eo circulo, in quo Pentagonum clauditur, deſcriptorum.



SIt enim AB latus pentagoni: AH latus Decagoni in circulo ABC, cuius diameter AFG, centrumq; F, deſcriptorum. Aio quod quadratũ ipſius AB æquum eſt quadratis ipſarum AF, & AH ſimul ſumptis. Ducatur FMK per æqua ſecans latus, & arcum decagoni, item chordæ AH, HB, HM; eruntque duo triangula ABH, & AHM ſimilia, quoniam æquiangula; & ideo tres lineæ AB, HA, AM continuè proportionales. Quare quadratum HA æquale ei, quod fit ex AB in ipſam AM. Item duo triangula AFB, FBM ſimilia, quandoquidem æquiangula, & idcirco tres lineæ AB, BF, BM ſunt

in proportione cõtinua, & propterea quadratũ BF æquale ei, quod fit ex AB in ipſam BM. Verùm hæc duo producta, ſcilicet quod ex AB, AM, quodq; ex AB, BM ſimul ſumpta, ſunt per ſecundam ſecundi, æqualia quadrato ipſius AB. Igitur quadratum ipſius AB æquale eſt quadratis ipſarum HA, & AF, ſiue BI ſimul ſumptis. Quod fuit demonſtrandum.

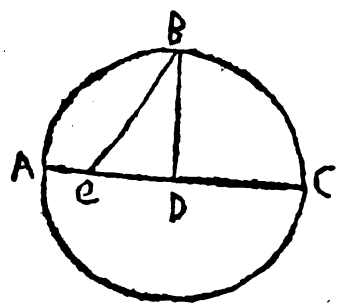
§V.

PROBLEMA II,

Ac vniuerſale pro inſcriptionibus aliquot figurarum in circulo, nempe --

-- Inuenire latera Hexagoni, Decagoni, Pentagoni eodẽ in circulo aliter, quàm Euclides.

HAnc propoſitionem, quam Ptolomæus lib. 1 Almageſti cap. 9. habet, & alij ab eo tranſcripſerunt, nos hìc paullo aliter, ac facillimè conſtruemus, & demonſtrabimus ex ijs, quæ aſtulimus ad propoſ. 30, lib. 6. Sit circulus ABC, cuius ſemidiameter CD erit latus hexagoni, quod datum ſit pro maiore ſegmento, addaturque illi pro minore ſegmento (iuxta modum apud nos ad propoſ. 30 li. 6) recta DE, ita vt CE ſecta ſit extrèma, & media ratione in D. Erectà perpendiculari DB, iungatur recta BE, ac erunt in triangulo rectangulo latera hexagoni DB, decagoni DE, pentagoni EB. Nam, per ea, quæ habes apud nos ad prop. 30 lib. 6, rectæ CE proportionaliter ſectæ minus ſegmentum DE eſt latus decagoni. Eſt verò DC æqualis perpendiculari DB, ergo ſubtenſa BE poteſt, per 47 li. 1. latera BD, DE; ergo, per lemma hìc antecedens, eſt èadem BE latus pentagoni, trium ſcilicet regularium figurarum in eodem circulo ABC inſcribendarum.



§6.

Digitized by Google

§ VI.
SCHOLION.

Apud alios inuentio laterum trianguli æquilateri, quadrati, pentagoni, hexagoni, octogoni, decagoni, dodecagoni ex circuli diametro, &c.

VIde Clauium propoſ. 12 poſt tabulam ſinuum, & Maurolycum poſt propoſ. 15 lib. 13 clement. & in fine eiuſdē lib. 13, & in compendio li. 15, & in parte 2 li. 2. Arithmeticorum poſt prop. 107, & 108, vbi ad iucundam cognitionem, & praxim variè geometricam, quaſi ludendo quadratis, eliciuntur pro radicibus quadratis latera hìc propoſitarum regularium figurarum ad vſus ampliſsimos non in Geometria ſolum planarum, ſed etiam ſolidarum figurarum. Vt videas, quàm latè ſe fundat in omnes mathematicas ſcientias exiguitas lib. 4 elementaris.

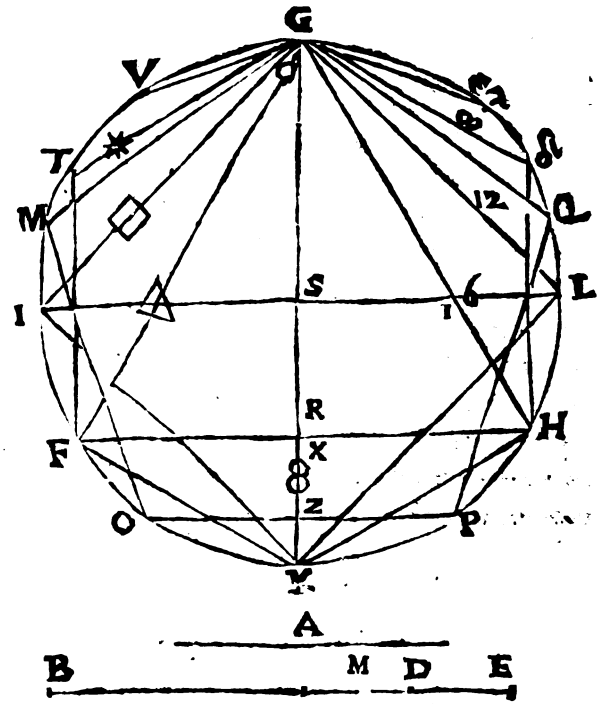
§VII.
PROBLEMA III,
Ac vniuerſale de inſcriptionibus aliquot figurarum in circulo, nempe --

-- E ſectionibus ſemidiametri inuenire latera trianguli, quadrati, quinquanguli, ſexanguli, & decanguli regularium inſcribendorum in circulo, cuius ſemidiameter ſecatur.

SEmidiameter SK bifariam ad angulos rectos ſecta in R dat latus FH trianguli aquilateri in circulo; geminata, & iuncta

ad

ad centrum S in angulum rectum cum alterà semidiametro SL, vel SI, extremis L, K, vel I, K dat internallum pro latere KL, vel KI quadrati. Eadem semidiameter SK secta in X extrema, & media ratione, iuxta dicta à nobis ad prop. 30 lib. 6. exhibet in maiori segmento XS latus decanguli, quale GV, vel Gv; sive recta subten-



sa arcubus KP, vel KO, & iuncta OP subtendens geminatos arcus, decanguli, est latus quinquanguli. Vel aliter. E sectione proportionali facta in X minus segmentum XK si ad angulos rectos bifarietur in Z, erit OP, eam bifariam, latus quinquanguli. Atqui hac quidem de latere quinquanguli patent partim per demonstrata à nobis ad 30 prop. lib. 6, partim ex 10 propos. hu. Ipsa denique semidiameter inflecta est latus hexagoni, per coroll. hu. 15 propos.

Digitized by Google

§VIII.

VSVS Astrologicus, hoc est

— Planetarum aspectus, ac Lunæ phases pro influxibus iuxta latera figurarum regularium ex præcedentibus proportionibus in circulo inscriptarum.

PRater hactenus praditos, accipe & hunc astrologicum vsum inscriptarum per antecedentes propositiones figurarum regularium in circulo. Ac, cæteris omissis lateribus, & Planetis, exemplum accipe in Lunâ ad latera Hexagoni, Quadrati, Trianguli. Igitur finge in centro S esse Terram, in qua dum Luna apparet in diametri extremis sub G, & K, est q in G sub eodem gradu Zodiaci, in quo Sol, dicitur habere cum Sole iunctionem, cuius signum vides ☌; quando verò est in K dicitur habere Soli oppositionem, cuius character ☍, appellantur q duo prædicti situs communi nomine Sygyziæ, coniugationes. Ab obscuritate, & suppositione ipsi Soli recedens cùm primùm Luna peruenerit ad gradus 60 lateris hexagonici GT, dicitur habere aspectum sextilem, cuius character sex semidiametrorũ ⚹. Cum peruenerit ad grad. 90, vbi latus quadrati GI, habet aspectum tetragonicum, cuius character est figura ipsa □. Cùm ad gr. 120, vbi latus GF Trianguli æquilateri, trinum habet aspectum signatum triquetro △. Paribus q rationibus post plenilunium in K releget oppositè iter per triangularem, quadratum, sextilem aspectus. &c.

Astrologi (non Astronomi) mira pronuntiant de efficientijs eorum præ alijs aspectuum in elementis, in corporibus animatis, & animis incorporatis, ad alterationes, corruptiones. &c. (etiam futuras) præsciendas. Sed quia hæc sunt extra certitudinem scientiæ, quam profiteri debent Philosophi, & satis doctè à scientificis viris præscriptum est contra eos, qui nugantur in cælis, ideo earum rerum

Astrologi vanis, Astronomi certis, & scientificis nitũtur.

rum curiosi plura videant apud iudiciarios non interdictos. Nobis ad condimentum, usum, & applicationem ali quam inscriptarum adhuc in circulo ex hoc 4 libro figurarum satis hac sunto.

§ IX.

Vsus harmonicus inscriptarum ex præcedentibus propositionibus circulo figurarũ, atque in primis Harmoniæ cælestium circulationũ à Planetis sub Zodiaco signatarum vestigia prodere.

1 DVm aliqui ex decenti arbitrantur, præsertim in cælestibus, ac præstantioribus corporibus, nihil fieri sine proportionum suauissima consonantia, eam ex diuisionibus circuli factis per latera aliquarum figurarum hactenus in hoc libro quarto circulis inscriptarum prodere conati sunt. Ac veteres quidem Astronomorum sextilem, quadratam, & trigonicam præ alijs figuris contemplantes, diuisa tot à peripheria in 48 æquales partes, quoniam latus GD hexagoni earum partium subtendit, ac terminat 8 in δ, quadrati verò latus GL subtendit, ac terminat 12 in L, ac denique trianguli æquilateri latus GH subtendit, ac termtnat 16 in H, earum in peripheria partium tres præcipuas consonantias adnotarunt dum Planetæ sub Zodiaco gradiuntur. Inter 16, & 12 est proportio sesquitertia, quæ est consonantia Diatessaron. Inter 16, & 8 est proportio dupla, quæ est omnium suauissima consonantia Diapason. Inter 12, & 8 est proportio sesquialtera, quæ est consonantia Diapente. Pro, & de quibus, ac reliquis consonantijs vide nos in Apiar. 10, Progym. 1 Propos. 1.

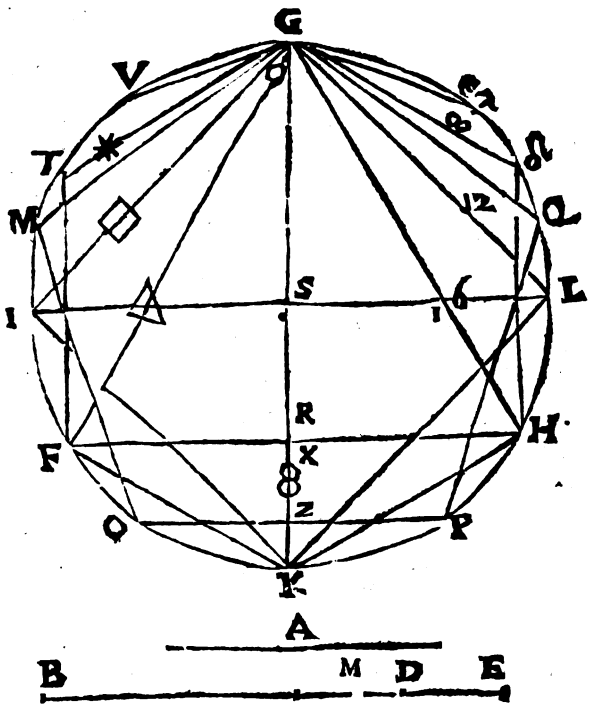
Consonantia planetaria iuxta veteres inscriptis circulo figuris, &

2 Posteriores verò aliqui Octohordũ Harmonicum constituunt ex aspectibus (præter numeratos tres antiquos) signatis in circulo à lateribus aliarum regularium figurarum, præter tres prædictas, nempè à lateribus Pentagoni, Octogoni, Decagoni ex coniunctione, & ex

— iuxta Neotericos.

Digitized by Google

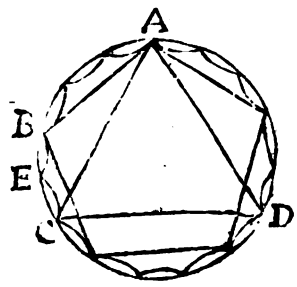
& ex oppositione Planetæ. Itaut, si fingas Zodiaci circulum GIKL diuisum in ι à decagoni latere Gι subtendente (diuisâ totâ peripheriâ in 360) gradùs 36; in λ ab imaginario latere octogoni subtendente arcum gradus 45; in δ à latere hexagoni subtendente 60, in Q à latere pentagoni sub gr. 72; in L à latere quadrati sub 90; in H à latere trianguli sub gra. 120; & hisce addas diametralem op-



positionem in K ad gradus 180, & suppositionem planetæ ad initium, & finem graduum 360; & sic diuisam circularem fidiculam dilungas in G, & extendas in rectam eius similem, quam habes in cit. Ap. 10, etiam in propositione 2, affirment fidiculam pulsatam & totam, & in partibus earum diuisionum resonaturam harmonicè, ac suauissimè auribus. Hìc ex aliquorũ sensu hæc indicauimus, vt Tyrones doctrinã inscriptionis figurarũ in circulo suauiter hauriant, dum audiunt eã etiam in cælestibus harmonicè consonantẽ.

Propos. XVI. Probl. XVI.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.



OPorteat in dato circulo ABCD quindecagonum æquilaterũ, & æquiangulum describere. Describatur in circulo A B C D trianguli æquilateri latus AC, pẽtagoni æquilateri AB. Qualium ergo totus circulus partium est quindecim, talium est A B C peripheria tertia circuli pars existens, quinque; AB, quinta pars circuli existens, trium; pars ergo BC duarum; quæ si in E [a] bisecetur, erit quælibet peripheriarum BE, EC decimaquinta pars circuli. Si ergo, ductis rectis BE, EC, eis æquales in continuum circulo rectas [b] aptemus, erit quindecagonum æquilaterum, & æquiangulũ descriptum. Quod facere oportuit.

[a] *propos.* 30. 3.

[b] *propos.* 2. 3.

§ I.

Vsus Astronomicus propos. 16 hu. cum opportunitate nostræ methodi.

Ex inscriptione Quintidecã-

Proclus ad propos. 8 lib. 1 Eucl. sic: Qui describserunt in circulo per Polos transeunte Quintidecangulum, polorum Æquatoris à signiferi polis distantiam habent

Digitized by Google

bent. Quindecangulari siquidē latere ab inuicem distant. *Quem vsum facilè nunc Tyrones intelligent, dum, iuxta nostram methodum, post applicationes lib. 6, interpositam acceperunt cognitionem sphæræ armillaris ante reliqua elementa, inter quæ hoc hìc quartum est.*

guli distantia poli Aequinoctialis à Polo Zodiaci.

§ II.

PORISMATA.

Data semidiametro inuenire in circino proportionum latus Quintidecanguli circulo inscribendi, & dato latere quintidecanguli, inuenire semidiametrū circuli circūscribendi.

SAtis est ipsa propositionis inscriptio, vt proposita porismata soluas, ò Tyro, iam instructus exemplis operationum è circino proportionum circa antecedentes huius li. 4 propositiones. Nam, quoniam decima quinta pars peripheriæ, in 360 gradus distributæ, est grad. 24, cui arcui subtenditur latus quinti decanguli, si datam semidiametrum interponas inter numeros circini 60, & 60, & accipias interuallum inter 24, & 24, id erit latus quintidecanguli inscribendi circulo signato ex data semidiametro. Et contrariâ ratione, si datam rectam pro latere quintidecanguli interponas inter numeros circini 24, & 24, & accipias interuallum inter 60, & 60, erit id semidiameter, ad cuius longitudinem excitato isoscele super dato latere, & facto centro isoscelis vertice, circulus descriptus ibit per extrema dati lateris, & in circulo descripto quindecies replicatum latus dabit quintidecangulum circulo inscriptum.

§ III.

COROLLARIVM.

Super datà Quintidecangulum excitare.

EAdem operà ex antedictis didicisti super datà rectà quintidecangulum excitare, vt in corollarijs aliquibus alijs ad antecedentes huius propositiones indicatum est, post porismata è circino proportionum. Ducto occulto circulo, &c.

APPENDIX,

In qua vniuersalia de qualibet figurà regulari inscribendà, & circumscribendà circulo.

§ I.

LEMMA, & PROBLEMA I.

Circulum geometricè demonstratiuè diuidere in grad. 360 ex propositionibus huius libri 4.

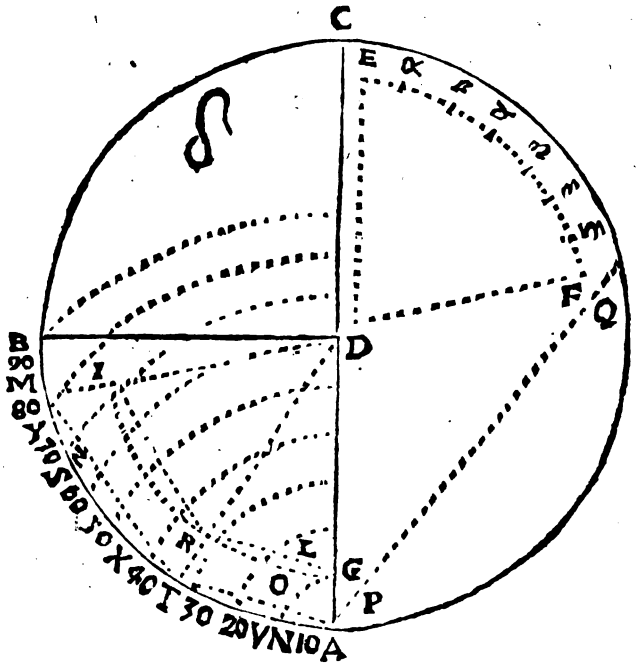
1 *HOc lemma licet videatur satis constare ex § 2, 3, 4 ad propos. 9 lib. 1, tamen quia ibi pro praxibus è circino proportionum potius indicata sunt fundamenta demonstratiua, qua supponunt in primis hunc librum quartum, hìc autem iam præcesserunt propositiones, è quibus pendet geometrica circuli diuisio, ideo in loco hìc planè iam demonstrata circuli diuisio breuissimè est exponenda.*

Forma demonstrationis de more veterum geometricè philosophantium esse potest quasi resolutoria. Scilicet: Factum iam sit, *hoc est, suppono factam diuisionem circuli in 360 partes, siue gradus omnes inter se æquales, si, dum circulum eundem geometricum diuido, ea diuisio aufert 360 gradus, siue partes æquales, carpendo varios eorum graduum numeros, geometricè diuisero circulum. Exemplum esto in quadrãte, ex quo reliqua tertiæ partes diuisæ intelligentur. Reponatur hìc figura ex initio Apierij 12, & ex § 10 ad 9 propos. lib. 6.*

2 *Prima diuisio geometrica circuli est in quatuor partes æquales, demonstrata per inscriptionem quadrati, & per propos. 6 huius lib. 4, continetq; quadrãtis AB 90 gradus ex 360 quadripartitis.*

Secunda diuisio geometrica est in 6 partes æquales demonstrata ex inscriptione hexagoni, per 15 propos. hu. & corollar. & per applica-

plicationem semidiametri dati circuli ABC, ab A ad S, contineteq; arcus AS gradus 60 ex 360 in sex aequalia diuisis. Erit q; reliquus arcus SB, à 60 ad complementum 90, graduum 30, hoc est dimidium arcus AS.



Tertia diuisio erit per bifariationem arcus SA, applicando interuallum SB ex S in T, eritque quadrans AB diuisus in tres partes aequales BS, ST, TA, quarum singulae continent 30 gradus, ex tripartitis aequaliter 90 gradibus quadrantis AB.

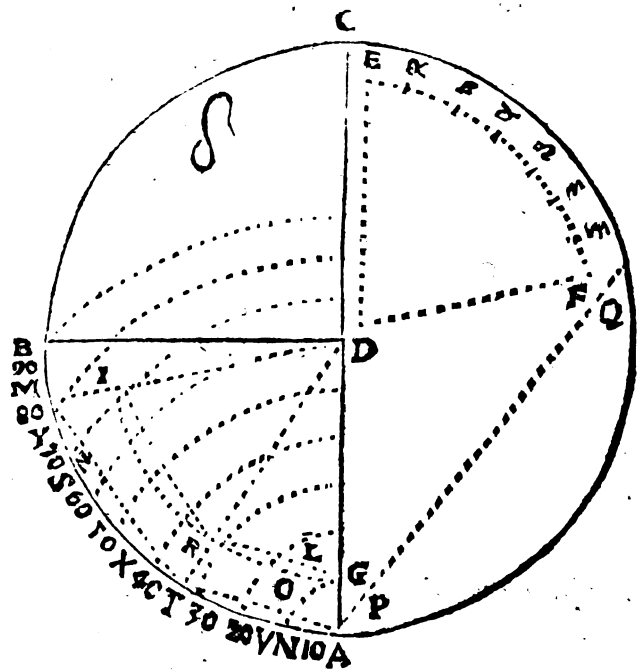
Quarta diuisio est ex prop. 30 li. 3, siue ex 10 li. 1, per bifariationem singularum tertiarum quadrantis, hoc est singulorum arcuum AT, TS, SB, velut in V, X, Y, eritq; diuisus arcus quadrantis AB in sex partes aequales, quarum singulae AV, VT, TX. &c. continebunt 15 gradus, ex diuisis 90 in sex aequalia.

Quinta diuisio est ex prop. 11 hu. per inscriptionem pentagoni in circulo ABC, ac subtendet latus pentagoni arcum graduum 72, diuisis 360 totius circuli in 5 aequalia. Erit igitur latus pentagoni

sub-

subtendens arcum AZ, nempè duorum graduum vltra 90. At verò à Z ad Y, ideſt à gradibus 72 ad 75 (erit enim ex quarta diuiſione SY graduum 15 vltra 60) erit arcellus ZY trium graduum, ac proinde quinta pars vnius ſexta quadrantis, ideſt ſpatij, ſiue arcùs SY graduum 15.

Igitur ſexta diuiſio eſt ex diuidente interuallo YZ, ideſt per quinquies replicatum 5; ac proinde per ſingulas ſex partes æquales quadrantis diuiſus eſt arcus AB in 30 æqualia.



3 *Vt à 30 perueniatur ad 90 gradus quadrantis (& ex quadruplicatis 90 ad 360 totius peripheriæ) faciendæ eſt ſeptima diuiſio ſcilicet arcelli YZ in tres partes æquales, ſiue tripartiendus eſt angulus ad centrum D ſubtenſus baſe circulari YZ. Pro qua trifariatione facit conchilis linea ingenioſiſsimè à Nicomede inuenta, & continuato ductu certiſsimè deſignata. Cuius vſum in praxi demonſtratà habes ad propoſ. 32 li. 1, § 11, 12. &c.*

Quoniam verò propter figuram hìc non amplam arcellus YZ

trifa-

trifariandus perexiguus est, erit in figura, & instrumentis maioribus locus geometricæ demõstratiuæ operationi, ac pro exiguis arcellis habes remedium geometricum in 1 to. ad propoſit. 10 § 5, & ad propoſ. 32, § 13.

Igitur trifariato arcu YZ, & ex ea trifariatione diuiſis in æqualia iam triginta inuentis partibus per ſextam diuiſionem, fiunt ter triginta, ideſt 90 gradus, qui quadruplicati dant totam peripheriam diuiſam in 360 partes. Quarũ numerum cùm præmiſſæ inſcriptiones figurarum ex hoc lib. 4, & bifariationes, & trifariationes. &c. præcisè, ac geometrice peripheriam carpendo, expleuerint, factum eſt, quod propoſitum, ac ſuppoſitum fuit in hoc lemmate.

§ II.

LEMMA, & PROBLEMA II.

Chordas arcuum diuiſi quadrantis, vel ſemicirculi traducere in vnam rectam lineam.

LIcebit vltra exemplum hìc à vobis poſitum in diuiſione arcuum quadrãtis, accepta diuiſionum interualla etiam in ſemicirculum traducere, deinde ab A deducto circino ad ſingulas diuiſiones (etiam minutorum vltra gradus, ſi figuræ modus ferat) erunt ſingula interualla ſubtenſarum ſecanda in diametro AC, ceu vides factum in figura, translatis ſaltem interuallis per denos gradus, velut A 10 in AG, A 20 in AL, &c. A 60 in AD. &c. Sic ſemel diuiſa vna recta erit vſibus eximijs ad eximiorum problematum ſolutionem, vt partim vidiſti in 1 Tomo, partim in antecedentibus in hoc 3 to. & mox in ſequentibus Problem. & Corollar.

§ 3.

§ III.

Corollarium ad vſus Aſtronomicos.

PRo vſibus Aſtronomicis, vbi calculi, & tabulæ habentur omnium chordarum, & ſinuum, habes ab antecedenti quadrãtis diuiſione ex hoc 4 libro, demonſtratiuè poſita fundamẽta. Vide hanc ad rem præ alijs noſtrum Clauium poſt comment. in Theodoſij ſpherica, vbi ante, & poſt tabulam ſinuum plura habet ex Ptolomæo, & alijs, quorum intelligentia breui compendio noſtra diuiſionis antecedentis aperitur, & vnde plura deducuntur ad ditandum hunc librum 4. Indicamus, quæ alij poſt nos addant elementarijs propoſitionibus, dum nobis nunc ſatis nec otij, nec valetudinis, nec ætatis eſt, præſertim ad alia vtiliora poſteritati tradenda properantibus. Igitur habes hic (vt cum Maurolyco affirmem) omnem chordimetriam, quæ ad planorum triangulorũ ſcientiam neceſſaria eſt. *Pro quo negotio alij prolixas ambages extendunt, & Tyrones abſterrent. Videre tamen poteris, ſi libuerit, præter alios Clauium in propoſ. 16 de ſinubus vbi ad copiam, & varietatem habes ſupputationem arcuum ſemicirculi in partibus diametri. &c.*

§ IV.

PROBLEMA

Data ſemidiametro, ſtatim latera omnia figurarum regularium inuenire. Exempla aliqua extra vſitatiſſima.

PRoblema vniuerſale de inſcriptione cuiuslibet regularis figuræ in circulo hactenus non ſolutum videtur in Geometrica

trica philosophia, & circa illud, ab antiquis vsq; ad hæc nostra saeculis, primaria doctissimorum virorum ingenia varijs inuentis laborarunt, nec videntur assecuti quod sunt persecuti. Apud nos est quasi corollarium, quod deducitur ex §§ 10, 11, 12 ad 9 propos. lib. 6 in secundo Tomo, vbi docuimus à lineâ circulari partem imperatam auferre, & datum angulum rectilineum in quotlibet, & cuiusuis proportionis inter se partes diuidere.

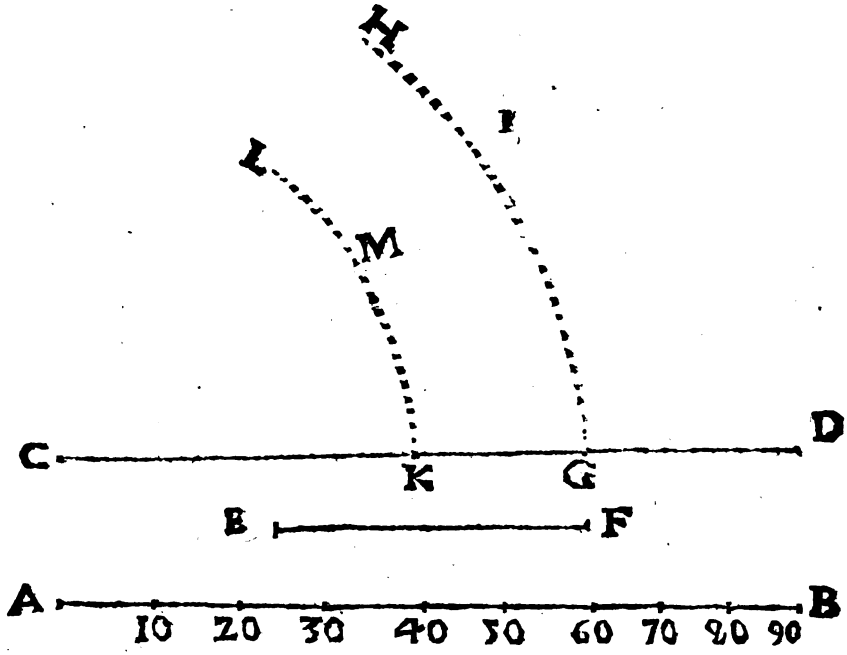
Nam regularium figurarum circulo inscribendarum latera sunt bases subtensæ tum angulis, tum arcubus peripheriæ diuisis, ac eorum laterum quantitas, & diuisio spectatur ex quantitate, & diuisione angulorum & arcuum. Nomen ipsum figuræ inscribendæ, velut heptagoni, indicat quotæ parti peripheriæ circularis, nempè septimæ, sit subtensum latus figuræ heptagonicæ, èaq; subtensa est ipsius lateris quantitas. Igitur ritè geometricè (vt habes in anteced. lem. 1) diuisâ peripheriâ circulari tam in gradus, quàm in minuta, consequitur vt lateris cuiuscumq; regularis figuræ circulo inscribendæ iusta quantitas accipi possit, & circulo inscribi.

2 *Quoniam verò nos inscriptiones figurarum regularium in circulo in primis in gratiam militarium virorum instituimus, vt facilè, & sine sensibili differentiâ, quâ licet in physicis materijs, geometricè figuras regulares propugnaculorum, vel oppidorum describere possint; ideo (quemadmodum fecimus in problematis aliquibus anteced. hu. li. 4, & ad 9 prop. lib. 6) possemus & hoc soluere organicè in vsu circini proportionum; tamen varietatis gratia libet operationem adducere ad formam quandam geometricâ adhuc magis, quàm ex circino proportionum, idq; quantum satis est vsibus, & operationibus vel artium ciuili vitæ vtilium, vel praxibus Geometricis, Gnomonicis, Astronomicis. &c.*

Ac quod attinet ad organicam operationem in circino proportionum, statim soluitur vniuersale hoc problema. Nam semidiametro interposita inter 60, & 60, in circini apertura omnia interualla inter quoslibet similes numeros exhibent latera totidem figurarum inscribendarum. &c. Sed veniamus ad exemplum aliquod particulare, velut ad Nonanguli, & Heptanguli regularium in circulo inscriptiones.

3 *Diuisa igitur geometricè, ac demonstratiuè circulo ex præ-*

cedenti 1 lemmate, transferantur, per vsum tertiæ propos. li. 1, chor-
da arcuum quadrantis in vnam rectam lineam, vt habes indica-
tum in figura lemmatis 2 proximè antecedentis, & ad propos. 9 li.
6, sitq; recta AB diuisa saltem per denos gradus. In exemplū. Du-
catur indefinita CD. In dato circulo si sit describenda figura, prae-



iã descriptas in propositionibus huius li. 4, qua latus habeat subten-
dens numerum graduum vel integrorum, vel cum additione par-
ticulæ alicuius gradus facilè partibilis, erit negotium geometricum
expeditissimum. Finge dati circuli semidiametrũ esse EF, & No-
nagonum regulare esse inscribendum, cuius latus subtendit gradus
præcisè 40 in quadrãte circuli. Interuallo A 60, & centro C duca-
tur arcus occultus indefinitus GH, & interuallo semidiametri EF
fiat sectio è G in I. Rursus interuallo A 40, centro G ducatur arcus
occultus indefinitus KL. Tum aptatà regulà ad C, I, vbi ea secabit
arcum KL in M, erit interuallum KM subtensa graduum 40; hoc
est latus Nonagoni describendi in circulo, cuius semidiameter est
EF, idest GI subtensa arcui graduum 60.

Patet demonstratio iuxta explicata in § 9 ad 4 propos. lib. 6 vbi

can-

cautiones sunt circa vsum demonstratiuũ pro ea circini facie, in quã ductæ sunt chordæ graduum, siue arcuum quadrãtis. Ductà enim imaginariâ CI, & subtensis MK, IG, factis duobus isosceli bus CKM, CGI, quorum maioris latera CG, CI secta sunt in proportione eiusdem interualli CK, CM, & parallelæ sunt bases subtensa KM, GI (per 2 sexti, &c.) propterea æquiangula sunt triãgula duo isoscelia, &, per 4 eiusdem sexti, vt CK ad KM, sic CG ad GI, & permutando vt CK ad CG, sic subtensa KM ad subtensam GI. Vt ergo CK est latus Nonagoni in circulo, cuius semidiameter, siue latus hexagoni est CG, sic subtensa KM est latus nonagoni in circulo, cuius semidiamater, siue latus hexagoni est subtensa GI, idest EF.

4 In exemplo figuræ, cuius latus subtendat, præter integros gradus, etia aliqua minuta, in qua, vel propter exiguitatem arcelli, vel propter genus ipsum partitionis non facilè liceat fieri diuisionem, confugiendum erit ad remedium, de quo in § 13 ad propos. 32 lib. 1, & in diuisione vtendum erit æstimatione aliquà sine sensibili incommodo operationis vel physicæ, vel geometricæ, vt assolet in eiusmodi praxibus, etiã apud summos Geometras, in primis apud Archimedem, qui diametri particulam pauxillo minorem septimà, fereq; septimam docet sumere ad æqualitatem triplicatæ diametri cum peripheria circuli.

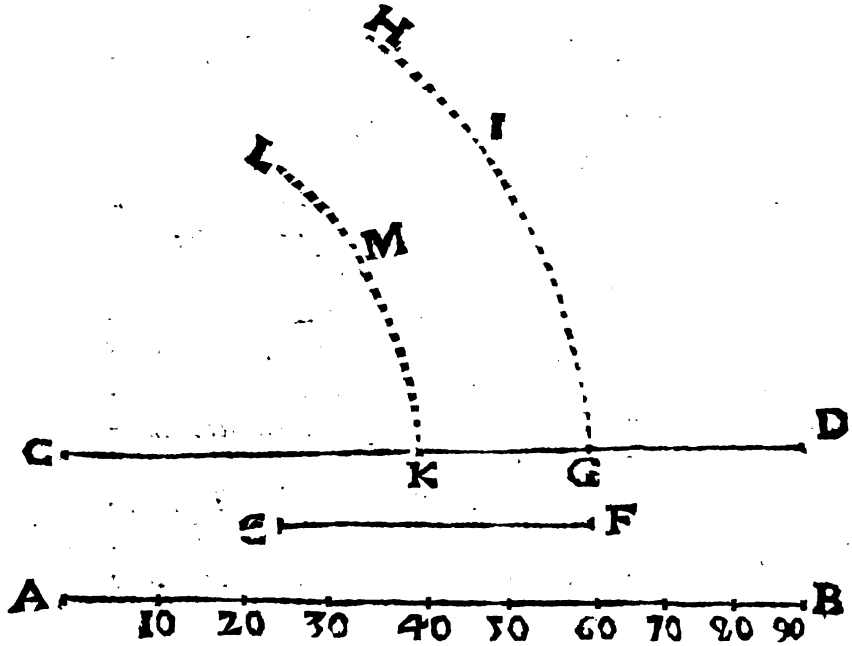
Sic pro inscriptione Heptagoni, cuius latus septimam partem peripheriæ circularis subtendit, sumendum erit interuallum ab A ad arcum graduum 51, & præterea particulas $\frac{3}{7}$ vnius gradus. Quare septifariandus erit arcellus vnius gradus per adminicula indicata in citato § 13 ad 32 prop. li. 1.

Ex quibus hactenus in hoc problemate dictis, & indicatis habes extra vsum circini modum geometricum non contemnendum, & vniuersalem proportione vsurpandum pro alia qualibet regulari figurà circulo inscribenda.

§V.

Corollarium I vniuersale de circumscriptione circuli circa datam quamlibet regulatem figuram.

CONuersum est hoc antecedentis vniuersalis problematis, & conuerso modo soluendum. Nam datum figurae latus iuxta nomen, quod sonat, velut Nonanguli, quod indicat subtensam nonae partis circuli distincti in 360, idest latus 40, inter-



uallo A 40, facta sectione è C in K, & ducto arcu KL, interposito latere Nonanguli à K ad M, & iuncta CM, ea producta secabit in L terminum semidiametri; cuius interuallo ductus circulus circumscribet Nonangulum ex latere KM. Proportionali modo de alijs quibuslibet regularibus figuris circulo circumscribendis.

§ 6.

Digitized by Google

§VI.

Corollarium 2 vniuersale. In gratiam militarium virorum. Super data qualibet recta quālibet regularem figuram excitare.

CONsequitur hoc 2 corollarium è primo. Nam super datà videndum est quam velis figuram, & pro numero, quem sonat figuræ nomen, accipienda est distantia ab A ad numerum indicatum; velut si super data velis excitare nonagonum, accipiendum est interuallum A 40, eoq; secandum ex C in K, & datæ interuallum reponendum è K in M. &c. vt in anteced. problemate, & coroll. Inuentà enim semidiametro GI, circuloq; occultè designato, datæ verb. gr. EF quantitas in circulo applicata, & replicata per orbem peripheriæ, constituet figuram optatam facillimè, atq; expeditissimè pro forma propugnaculi, oppidi. &c.

Sic & pro alijs artibus, atque etiam scientijs aliquibus Mathematicis super data excitabitur illico figura qualibet regularis.

§VII.

Vsus 4 hu. elementi pro figuris solidis.

PRo dimensione quinq; regularium corporum opus est, præter cætera, inuenire (vt videbis in Breuiarij nostri Geometrici sectione 3) semidiametros circulorum ambientium latera earum solidarum figurarum; quam ad rem faciunt propositiones huius 4 li. iuxta nostra porismata. Et quemadmodum planæ regulares figuræ in hoc 4 li. inscribuntur, & circumscribuntur circulo, sic quinq; solidorum regularium, & latera, & figuræ sphæra circumscribuntur. &c. in vltimis elementis.

Theorias vsui aptas persequimur.

Quæ tamen solidorum regularium mutuæ inscriptiones (quemadmodum & præcipuæ theoriæ circa ea regularia corpora) quoniam exigui

exigui sunt vsùs, & parum applicabiles artibus, & scientijs admirationem captantibus per ea, quæ sensibus obijciuntur, ideo à nobis in postremis habentur, qui Geometricarum theoriarum eas præcipuè persecuti sumus, quarum vsus varij, ac iucundi spectari possunt.



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ELEMENTVM SEXTVM

Ex noſtra Methodo,

SECVNDVM EX VETERI.

---

§. I.

SCHOLIA.

Vniuerſalitas, vtilitas, & materia pro ſeptimo Ærarij Tomo indicatæ partim hic, partim in fine huius 2 elementi.

I.

EXiguus mole, ac numero propoſitionum liber hìc ſecundus, ingens, & copioſus eſt fructibus, qui ex eo percipiuntur. Nam Algebra (quæ arithmeticæ philoſophiæ admiranda ſpecies eſt) fons præcipuus dimanat à præcipuis huius libri propoſitionibus, teſte Ioanne Buteone, atq; alijs. Vide in Apiarijs noſtris Philoſoph. Math. Ap. 11, Prog. 1 cap. 2. Petrus Antonius Cataldus in Euclide ſuo applicat huius libri propoſitiones aliquas problematibus Algebraticis. Quorum exempla varia iuſtum Tomũ conflare poſſunt. Inde haurias, & adde pro auctarijs ad Tomum campos indicatos hìc infer. Schol. 5. Præterea (vt ad aliquas indicabo) ex aliquibus propoſitionib. hu. li. pendẽt vniuerſa Algebra è 2 hoc elemento.

Digitized by Google

Geometria speculatiuæ, & practicæ de planis, & solidis præcipua problemata, & theoremata.

II.

Numeris expedire aliquas Prop. hu. 2. lib.

Barlaamus Monachus, qui græcè scripsit, demonstrat in numeris decem primas huius libri propositiones. Idem præstant & Campanus post propositionem 16 lib. 9, & Clauius post 14 prop. eiusdem libri. Vide demonstrationes Barlaami apud Commandinum lib. 9 Euclid. post propos. 15. Igitur optimum factu fuerit, vt Tyrones leuentur tædio aliquo geometricarum propositionum, earumq; veritatem facilius videant in numeris, simplici exemplo id ostendere, quod geometricè ab Euclide demonstratur. Id quod à nobis fiet inferius ex Barlaami, vt plurimum, numeris. Vide etiam apud Clauium varios, ac breues modos eæsdem propositiones geometricè demonstrandi.

III.

Primum principiũ pro demonstrat. hu. 2. li.

Propositiones huius libri demonstrãtur ferè omnes ex ipsa constructione. Quod & Clauius ad 9 propos. huius notauit. Videntur huius libri pleræq; demõstrationes habere vim in eo axiomate: Totum est æquale suis partibus simul sumptis. *Applica in vsu aliquarum ex ijs. Nos aliquas demonstrationes facillimè expediemus cum vsu geometrico centri grauitatis in Epilogo Planimetrico, quem habes in fine primæ partis hu. To. 2 Ærar.*

IV.

Ex propositionibus huius lib. 2 eleuatis ad solida parallelepipeda, cubos, &c. (vt videbis in exemplis ad, & post eas) habes auctarium Stereometricum ad lib. 11 Element.

V.

Campos Geometricos, & Stereometricos ex hoc 2 elem. ad conflandum septimum tomum vide in fine à § 20 adsequentes.

Digitized by Google

ELEMENTVM SECVNDVM.

DEFINITIO I.

OMne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur à duabus rectis lineis ãgulum rectum comprehendẽtibus. *Vt in propoſit. 1 parallelogrammum BH continetur à lineis BC, BG, quæ angulum rectum continent.*

§. II.

SCHOLIA.

I.

Clauius & ad hanc 1 definit. & in Geom. Pract. lib. 4. cap. 11, & alij docent comprehenſionem parallelogrammi rectanguli eſſe ſimilem multiplicationi vnius numeri per alterum. Ac quemadmodum in multiplicatione mutuà duorum numerorum producitur numerus planus in formam rectangulam diſpoſitus, ſic ex ductu vnius lateris in alterum figura rectangula producitur quantitas areæ rectangulæ. Parallelogrãmi conflatio ſimilis multiplicationis &c.

II.

Vide apud nos in Apiar. 11 Progym. 3 cap. 1 differentiam inter multiplicare quantitatem per quantitatem, & ducere quantitatem in quantitatem, & quemadmodum alterum diſcretæ, alterum continuæ quantitatis ſit proprium. Differũt multiplicare, & ducere quantitatem in aliam.

III.

Ad condiendam hanc 1 definit. Tyronibus, huc aduoca quaſi vſus eius aliquem vel militarem, vel geometricè practicum, quorũ Vſus indicati 1

Digitized by Google

definitionis. *exempla habes in cit. Ap. 11, Prog. 3, cap. 9. Velut de agmine militum vel quadrato, vel rectangulo, quorum numerum statim elicies, si duas eorum series in angulum, siue in vnum militem, concurrentes multiplices inter se; productum ex ijs erit numerus militum eius agminis, quod continetur quodammodo sub geminâ exteriori serie, quasi sub duabus lineis rectum angulum conficientibus.*

DEFINIT. II.

Parallelogrammi spacij vnum eorum, quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum, cum duobus complementis gnomon vocetur. *Vt in propoſit. 5. figura CBFGHL contenta parallelogrammis DL, HF, & quadrato DC.*

§ III.

SCHOLION.

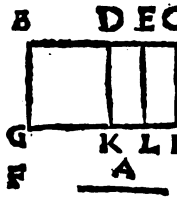
Gnomonis nomen geometricũ vnde. *Figura in hac secunda definitione ab Euclide explicata nomen gnomonis inditum est à similitudine geminæ regulæ in angulum rectum compactæ, cuius altero latere collocato parallelos horizonti, alterum perpendiculariter erectum perstat in similitudinem gnomonis, siue styli horas indicantis.*

Pro-

Propoſ. I. Theor. I.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, quarum altera ſecetur in quotcunq; partes, rectangulum ab ipſis contentum æquale erit rectangulis ab inſecta, & ſingulis ſectæ partibus contentis.

SInt duæ rectæ A, BC, quarum BC ſecetur vtcunq; in D, & E. Dico rectangulum lineis A, & BC contentum æquale eſſe rectangulis contentis ABD; & A, DE; & A, EC. [a] Ducatur enim ex B ipſi BC ad angulos rectos BF; fiatque [b] ipſi A æqualis BG; & [c] per G ipſi BC parallela ducatur GH; per D, E, C verò ipſi BG parallelæ ducantur DK, EL, CH. Eſt autem BH æquale ipſis BK, DL, EH. Nam BH eſt rectangulũ ipſarum A, BC; Continetur enim ipſis BC, BG, & BG eſt ipſi A æqualis. BK eſt rectangulum ipſarum A, BD; Continetur enim rectis GB, BD: ſiquidem GB ipſi A æqualis eſt. DL eſt rectangulum ipſarum A, DE; nam & DK æqualis eſt ipſi A. & ſimiliter EH eſt rectãgulum ipſarum A, EC. Eſt ergo quod A, BC continetur æquale illis, quæ A, BD: A, DE; & A, EC continentur. Si ergo fuerint duæ rectæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.



[a] *propoſ.* 11. 1.
[b] *propoſ.* 2. 1.
[c] *propoſ.* 31. 1.

§ 4.

§IV.

SCHOLIA.

I.

Si sint duo numeri 6, 4 (quasi duæ rectæ lineæ) quorum alter 6 secetur in quotcumq; partes, velut in tres æquales 2, 2, 2, productum (quasi rectangulum) 24 ex multiplicatione inter se ipsorum 6, 4, æquale est productis (quasi rectangulis) ex 4 in singulos 2, nempè 8, 8, 8, simul additis in vnam summam (quasi rectangulum) nempe ipsi 24.

II.

Maurolycus in repastinatione post lib. 1 Arith. vniuersaliter, & breuiter: Quod fit ex quouis numero in quotlibet numeros, æquale est ei, quod fit ex illo in aggregatum ex his.

III.

Quoniam propositiones huius 2 lib. apud Euclidem demonstrãtur ex propositionibus libri 1, habes & aliter, ac breuius demonstratas posteriores ex prioribus huius libri 2, ac ferè ex primo, &c. Vnde varietatem, & facilitatem pro tyronibus habeas.

IV.

Huius 2 li. propositiones, præcipuè 1, 2, 3, 4, &c. 11, 14 aliter, facilè, ac euidenter demonstratas ex vsu geometrico centri grauitatis vide in Epilogo Geometrico in fine 1 par. hu. 3 To. § § 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

V.

Prima hu. li. 2 propos. demonstrata vniuersalissimè de toto genere quantitatis, discretæ, continuæ, planæ, ac solidæ.

EX *Maurolyco, propos. 1, par. 2, lib. 1 Arith.* Si fuerint duæ quantitates, quarum altera in quotlibet segmenta secetur, illud, quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum

æquum erit his, quæ ex ductu quantitatis indiuisæ in vnumquodq; segmentorum diuisæ pariter acceptis producentur. *Quam propositionem in lineis demonstrat Maurolycus, nos facilius in notis arithmeticis vulgatæ Logisticæ iam ostendimus in 1. Schol. hic, & numeri apud nos positi sunt tam pro superficiebus ex lineis, quàm pro solidis ex lineis, & superficiebus. Vide & in fine huius 2 li. & in Epilogo planimetrico. Itaq; si 4 sit pro altitudine, & 6 sit pro area rectanguli diuisi in tria minora rectangula 2, 2, 2, erit productum ex ductu rectanguli 6 in 4 parallelepipedum constans ex 24 cubulis æquale tribus parallelepipedis 8, 8, 8 simul additis, quæ singula conflantur ex ductu areæ 2 in altitudinem 4. &c.*

Quantitates producentes in continuâ intellge hic apud nos lineares, & planas rectangulas, ex quibus superioris, & amplioris generis quantitates generentur, ex lineis plana rectangula, ex planâ in lineas ductâ confletur solida quantitas parallelepip.

VI.

Vsus huius 1 propositionis, & sequentium aliquarum est in practica Arithmetica, siue logistica, circa multiplicationis eam speciem, quam vulgo vocant: Ascauezzo, *siue per partes, quando scilicet duorum numerorum alter valde copiosus diuiditur in partes (facilioris operationis gratia) & singulæ partes per alterum datorum numerorum integrum multiplicantur, ac productæ inter se vnam in summam adduntur.* *Vsus logisticus 1 propos. & seq. aliquot.*

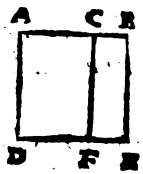
VII.

Pro condimento, & vsu huius, & aliquot sequentium propositionum vide exemplа, praxes, theorias in Apiario 11, Progym. 3, cap. 4. Quibus adde, & quà licet, applica numeris theoremata Commandini addita huic 1 propos. Encl.

Pro-

Propos. II. Theor. II.

Si recta linea secetur vtcunque, erunt rectangula, quæ tota & partibus continentur, æqualia quadrato, quod fit à tota.



REcta AB secetur vtcunq; in C. Dico rectangula ipsis AB, AC, & AB, BC contenta, æqualia esse quadrato ipsius AB. [a] Describatur super AB quadratũ ABDE, & ducatur per C ad vtrãq; AD, BE parallela CF. [b] æquale ergo est AE ipsis AF, CE. Est autem AE quadratum ipsius AB, rectangulum ipsarum BA, AC est AF; Continetur enim ipsis AD, AC; & est AD ipsi AB æqualis, CE continetur AB, BC; Est autem BE æqualis ipsi AB, Ergo quæ AB, AC; & AB, CB continentur æqualia sunt quadrato ipsius AB. Si ergo recta linea &c. Quod demõstrare oportebat.

a *propos.* 46. 1.

b *propos.* 1. 2.

§V.

SCHOLIA.

I.

NVmerus 6 diuidatur in 2, & 4. Ex ductu ipsius 6 in 2, & in 4 producta 4, 12, & 24 inter se addita conficiunt summam 36, cui æquale est quadratum ex 6, nempè 36.

Pro-

Digitized by Google

II.

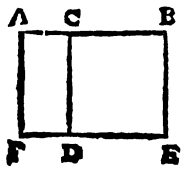
Propositio 2 facta vniuersalissima de omni genere quantitatis etiam solidæ.

SI quantitas quæpiam vtcunq; secetur, producta ex tota, & segmentis erunt æqualia producto ex tota. *Habes pro discreta quantitate in numeris 6, 2, 4, & pro planis in quãtitate continuâ. Valet nostra vniuersalis etiam pro solida quãtitate. Nam 216 cubo (qui fit è 6, idest è quadrato ipsius 6, quod est 36, ducto in 6) sunt æqualia parallelepipeda 144, 72 producta è 6 in partium 2, 4 rectangula 12, 24; &c. addita enim 144, 72 inter se conficiunt 216.*

Vide inferius in § 21, *num.* 3 *aliter eleuatam hanc 2 prop. &c.*

Propos. III. Theor. III.

Si recta linea vtcunque secetur, erit rectangulum tota, & vna parte contentum æquale rectangulo partibus contento, & quadrato à dicta parte descripto.

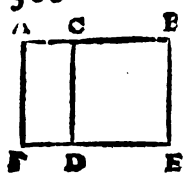


REcta AB sit vtcunq; secta in C. Dico rectangulum AB, BC contentũ, æquale esse & rectangulo AC, CB, & quadrato BC contento. [a] Describatur enim à BC quadratum CDBE, producaturq; ED in F, & [b] per A vtrique CD, BE parallela ducatur, AF: [c] Ergo AE æquale est ipsis AD, CE. Estq; AE rectangulum ipsis AB, BC contentum: continetur enim ipsis AB,

a *propos.* 46. I.
b *propos.* 31 I.
c *propos.* 1. 2.

Digitized by Google

d *defin.* 27.1.



BE, & d est BE ipsi BC æqualis. AD verò est rectangulum ipsarum AC, CB; est enim DC ipsi CB æqualis. DB denique est quadratum ipsius CB. Rectangulum ergo AB, BC contentum æquale est AC, CB contento, vnà cum quadrato ipsius CB. Si ergo recta linea, &c. Quod demonstrare oportuit.

§ VI.

SCHOLIA.

I.

Numerus 6 diuidatur in 2, & 4. numerus 12, qui fit ex toto 6, & parte 2, est æqualis numero 8 ex partibus 2, & 4 producto, & numero quadrato 4 ex parte 2; additi enim inter se numeri 8, & 4 conficiunt 12.

II.

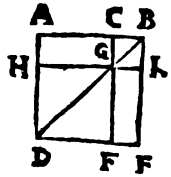
Propositio 3 vniuersalissima etiam ad solida.

SI quantitas vtcumq; secetur, erit productum ex totâ, & vna parte æquale producto ex partibus, & producto ex dictâ parte. *Numerus planus, qui veritatem huius 3 propositionis ostendit in planis, rectangulis, & quadrato, factus solidus ostendet etiam in solidis parallelepipedis, & in cubo. Sit 6 pro tota linea, 2, & 4 pro eius partibus. Rectangulum 24 ex tota 6, & parte 4 fiat parallelepipedum 96 ducto plano in partem, seu altitudinem 4; ex quadrato 16 partis 4 fiat cubus 64. ex rectangulo 8 partium 4, & 2 fiat parallelepipedum 32. iunge cubum 64, & parallelepipedum 32, faciunt summam 96 æqualem parallelepipedo ex tota 6, & parte 4. Altitudo semper est altera partium, hic 4.*

Pro-

Propoſ. IV. Theor. IV.

Si recta linea vtcunq; ſecetur, quadratum totius æquale erit & partium quadratis, & rectangulo bis partibus contento.



REcta AB ſecetur vtcunque in C. Dico quadratum ipſius AB æquale eſſe quadratis ipſarum AC, CB, & rectãgulo bis AC, CB contento. [a] Conſtituatur enim ſuper AB quadratũ ADEB, ducaturq; BD; ac [b] per C vtrique AD, EB ducatur parallela CF; per G verò vtriq; AB, DE parallela HK Et [c] quia CF, AD parallelæ ſunt, in ipſaſq; incidit BD, [d] erit externus angulus BGC æqualis interno, & oppoſito ADB: [e] ſed ADB eſt æqualis ipſi CBD, quòd & latus BA lateri AD ſit æquale; erit igitur & CGB angulus, æqualis GBC angulo. [f] Quare & larus BC lateri CG æquale erit: [g] ſed & CB ipſi GK, & CG ipſi KB eſt æquale; erit ergo & GK ipſi KB æquale: æquilaterum ergo eſt CGKB. Dico quod & rectangulũ. Cum enim CG, BK parallelæ ſint, in ipſaſque incidat BG, erunt [h] anguli KBC, GCB æquales duobus rectis: [i] rectus autem eſt KBC, ergo & GCB rectus erit. [k] Quare & qui ex aduerſo CGK, GKB

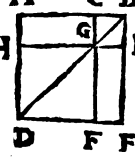
a *propoſ.* 46. 1.
b *propoſ.* 31. 1.
c *per ſtruct.*
d *propoſ.* 29. 1.
e *propoſ.* 5. 1.
f *propoſ.* 6. 1.
g *propoſ.* 33. 1.
h *propoſ.* 29. 1.
i *aeſ.* 27. 1.
k *propoſ.* 34. 1.

Digitized by Google

recti erunt; rectangulum igitur est CGKB. Demonstratum autem est quod & æquilaterum: quadratum [l] ergo est; & est à CB descriptum. Eandem ob causam & HF quadratum est; & est ab HG descriptum, hoc est ab AC. Sunt ergo quadrata HF, CK ab ipsis AC, CB descripta. Et quia AG ipsi GE [m] æquale est, estque AG quod AC, CB continetur; sunt enim GC, CB æquales; erit & GE æquale AC, CB contento. Ergo AG, GE æqualia sunt bis AC, CB contento. Sunt autem & HF, CK quadrata ipsarum AC, BC: quatuor ergo HF, CK, AG, GE æqualia sunt & quadratis ipsarum AC, CB, & rectangulo bis AC, CB contento. Sed HF, CK, AG, GE constituunt totum ADEB, quod est quadratum ipsius AB. Quadratum ergo ipsius AB æquale est quadratis ipsarum AC, CB, & rectangulo bis AC, CB contento. Si ergo. &c. Quod demonstrare oportuit.

[l] 1 def. 27. 1.

[m] in prop. 43. 1.



Alia demonstratio.

DIco quadratũ ipsius AB æquale esse quadratis partium AC, CB, & rectangulo bis AC, CB contento. In eadem figura cùm BA, AD sint æquales, [a] erunt & anguli ABD, ADB

[a] 5 propos. 46. 1.

æqua-

Digitized by Google

æquales. Et[b] cum omnis trianguli tres anguli æquales sint duobus rectis, erunt & trianguli ABD tres ABD, ADB, BAD æquales duobus rectis. [c] & est BAD rectus: ergo reliqui ABD, ADB vni recto æquales; cumq; sint æquales, erit vterque semirectus. [d] rectus autem est BCG, est namq; æqualis angulo opposito ad A, reliquus ergo CGB semirectus est: [f] igitur æquales sunt CGB, CBG: [g] quare & latera BC, CG æqualia erunt: [h] sed CB æquale est ipsi KG, & CG ipsi BK: ergo CK est æquilaterum; [i] cumq; habeat angulum CBK rectum, quadratum erit CK, & quidem quod fit ex CB. Eandem ob causam quadratum est FH, estq; æquale illi, quod fit ex AC: sunt ergo CK, HF quadrata, æqualiaque quadratis ipsarum AC, CB. Et [k] cùm AG, EG æqualia sint, sitq; AG id, quod AC, CB continetur, sunt enim CG, CB æquales; ergo EG æquale est contento AC, CB: igitur AG, GE æqualia sunt bis AC, CB contento. Sunt verò & CK, HF æqualia ~~sunt~~ quadratis ipsarū AC, CB: Ergo CK, H, F, AG, GE æqualia sunt quadratis ipsarū AC, CB, & bis AC, CB contento. sed CK, HF, AG, GE totum AE constituunt, quod est ipsius AB quadratum. Ergo quadratum ipsius AB æquale est quadratis ipsarum AC, CB, & rectangulo bis AC, CB contento. Quod oportuit demonstrate.

b *propos.* 32. 1.

c *per struct.*

d *per struct. & per* 29. 1.

f *propos.* 32. 1.

g *propos.* 6. 1.

h *propos.* 33. 1.

i *per struct.*

K *propos.* 43. 1.

§ 7.

Digitized by Google

§ VII.

SCHOLION I.

1 MAgni latent thesauri in hac 4 huius libri propositione. Aliquem indicabo in sequentibus Scholys ex nostris comentationibus, & praxibus ad vsus magni momenti. Clauius de hac (licet non ad hanc) sic: Quis credat per demonstrationem sciri posse quid producatur ex radice quadrata numeri 8 ad radicem quadratam numeri 18 adiecta, cum vtraq; radix incognita sit, & nulla ratione ex primi queat, quod illa paulo minor sit quam 3, hæc verò paulo maior, quã 4? & tamen summa, quæ ex vtraq; fit, colligitur ex vi propositionis 4 huius libri, radix quadrata numeri 50, quæ paulo minor est, quam 7. *Vnico exemplo ostendit miram vim huius propositionis in vsu numerorum (quos vocant) surdorum, qui scilicet nullo modo exprimi possunt, ceu sunt radices numerorum non quadratorum, vel non cubicorum. Exempla vsuum Algebraticorum huius 4 propos. vide in Euclide Italico Petri Antonij Cataldi.*

Radices algebratica surda eruũtur ex hac 4 propos.

Exẽpla apud quem.

2 *Demonstratio huius 4 propositi. patet in numeris sic. Numerus 6 diuidatur in duas partes 4, & 2, fiant quadrata singularum partium, ipsius 4 quadratum 16, ipsius 2 quadratum 4: fiant rectangula geminata, sine producta ex partium ductu inter se; ex ductu ipsius 2 in 4 producitur 8, ex iterata earundem partium inter se multiplicatione fit rursum 8. Addantur inter se duo quadrati numeri 4, 16, & duo producta 8, & 8, fit summa 36. Eadem summa fit ex ductu in se numeri integri 6. Ergo cõstat in numeris quod proponit Geometra in hac 4 propositione de lineis sectis, &c.*

Scho-

SCHOLION II.

Propositio 4 de omni quantitate.

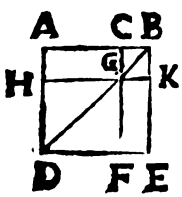
SI quantitas quæpiam vtcunq; secetur, productum totius æquale erit & productis partium singularum, & productis ex partibus bis inter se ductis. *Sit 6 diuisus in 4, 2, & quadratum 36 totius 6 fiat cubus 216. Partium 4, & 2 quadrata 4, & 16 fiant parallelepipeda ex altitudine totius 6, sitque alterum parallelepipedum 24, & alterum 96. Rectangulum 8 sub partibus 2, 4 fiat parallelepipedum 48 ad altitudinem 6, & gemimetur in 96. Iunge parallelepipeda 24, 96, & bis 48, idest 96, fit summa 216 èadem cum cubo 216, quod est productum solidum ex tota radice 6.*

Ex nostris hisce ad 4 antecèd. propos. hu. li. 2 habes, & sequere exempla vniuersalizandi, & ad solida traducendi cæteras sequentes, quæ possunt.

§ VIII.

SCHOLION III.

Vsus 4 prop. Eucl. pro inuentione quadratorum numerorum, & radicum ex imparibus numeris. &c.

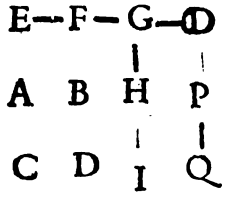


1 VT præclara tibi prodantur, mi Tyro, ad vsum, inspice mecum hìc Euclidis figuram. Quadrati AE latere AB diuiso ad lubitum in C, & factis quadratis CK, HF partium AC, BC, itemq; rectangulis geminis AG, GE ex partibus CA, CB, BK, KE, vides quadrato HF

In numeris quadratum minus augere gnomone.

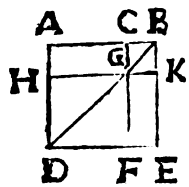
HF gnomonẽ AGE additũ. Finge quadrati AE latus AB esse 3, & AC 2, CB 1. Quadratũ ipsius AC, siue ipsius HG, erit 4; quadratum ipsius CB 1 erit 1. rectangulũ AG ex AC, CB, hoc est ex multiplicatione 2 in 1, erit 2; itemq; rectangulũ ex EK in KB, erit 2. Gnomon itaq; constans ex AG 2, ex CK 1, & ex KF 2, conficit summã imparis numeri 5. Itaq; Gnomon appositus quadrato 4 conficit numerum quadratum 9 in geometrico quadrato AE. Vnde est quod Pythagorici numeros impares appellabant gnomones, quos numeros in figuram gnomonis geometrici æquilateri disponebant, vt vides hic, affirmabãtq; eos impares, siue gnomones appositos quadratis numeris planis (vt ipsi ABDC quadrato 4) augere minus quadratum in maius (vt hic in figura) quadratum 9 EGIC. &c.

Cur Pythagorei impares numeros appellarẽt gnomones.



2 *Prædictis ergo suppositis, accipe à nobis vsum singularem huius 4 propositionis in re magni momenti ad præcipua Geometrica, & Arithmetica problemata, & theoremata, quæ vtuntur radicibus, vel numeris quadratis. Ex hac enim 4 propositione praxim, & demonstrationem mox dices, dato quolibet impari numero, inuenire radices, & quadratos numeros, eosq; continuare in seriem infinitam pro tabulis quadratorum numerorum, vnde in promptu habeas & omnes radices, & omnes numeros quadratos, quibus opus habeas ad Geometricas, Arithmeticas, & alias quascumq; operationes non solum theoricas, & scientificas, sed etiam practicas in humanis contractibus, & comercijs.*

Ex imparibus numeris cõficere tabulas quadratorũ, & radicũ.



Finge igitur datum ex imparibus numeris, vel tibi assume ad libitum, verbi gratia, numerum 5, vt radicẽ inuenias quadrati minoris, ac proximi, abijce vnitatem, velut in figura Euclidis aufer as ex Gnomone AGE ipsum quadratulum CK, reliqui gnomonis, ideſt 4, diuide in duos æquales numeros 2, & 2, velut in figura diuisus est gnomon in duo æqualia rectangula AG, GE. Alteruter numerus 2 erit radix quadrati quæsiti, ducto in se 2, & producto quadrato 4. Velut in figura Eucl. alterutrius rectanguli AG, GE latus HG, vel GF est latus quadrati HF.

3 *In-*

3 *Inuento primo quolibet quadrato per antecedentem modum, in promptu iam erit procreare reliquos omnes numeros quadratos per appositionem continuatam gnomonum in sequentem modum. Dato igitur quadrato numero, verbi gratia 4, geminetur eius radix 2, ac fiat 4, addatur q. geminatæ radici 1, & factus erit gnomon 5, qui additus quadrato 4 conficit quadratum numerum 9, velut in figura, quadrato ipsi HF adduntur rectangula gemina AG, GE, & præterea quadratulum CK, vt conficiatur gnomon AGE, qui additus quadrato HF conficit quadratum AE. Atq; hæc Arithmetica prædicto modo ostēduntur per analogiam ad geometricam figuram, & constructionem huius 4 propos.*

At vero in fig. pri. quadrata plani numeri, pro cuius vnitatibus hìc nos supposuimus abecedarias literas, licet prædicta de radicibus inueniendis ex dato gnomone, & de quadratis continuādis per gnomonum appositiones propriè, ac præcisè peruidere. Nam ex dato impari 5, seu gnomone EGI, aufertur GI, relinquuntur EF, HI 2 & 2, estq; EF, vel HI latus æquale lateri, siue radici AB 2 quadrati ABDC. Pariter ex gnomone 7 KNQ, ablato N 1, reliqui 6 KLMOPQ dimidium alterutrum KLM 3 est radix, siue latus quadrati 9 EGIC. Habitā verò semel vnicā radice quadrata, reliquæ omnes habentur ex ordine per additiones, vel subtractiones vnitatis. Nam numeri in naturali serie progredientes per differentiam vnitatis, sunt singuli radices quadratorum. Itaq; habita radice 2 quadrati 4, reliqui, ac proximè maioris quadrati 9 radix est 3. Habita radice 5, minoris proximè quadrati radix est 4, proximè maioris est 6.

Iam verò hìc in ead. fig. latus, siue radix AB 2 quadrati ABDC duplicatur per appositionem numerorum EF, HI 2, & 2, & fit 4, cui additur angularis numerus in G, idest 1, & fit gnomon EGI 5, qui additus quadrato ABDC 4 conficit maiorem quadratum numerorum EGIC 9. Et quoniam inuenti minoris, ac primi quadrati 4 radix erat 2, ergo quadrati proximè maioris 9 erit radix 3, iuxta paullò antedicta. Igitur radix EFG 3 geminetur, fiantq; superioris gnomonis partes KLM, OPQ 3, & 3, idest 6, cui addatur vnitas N pro complemento gnomonis KNQ, qui est numerus 7, qui additus proximè præcedenti quadrato EGIC 9 conficit

proximè maiorem quadratum numerum KN QC 16. &c. Ex quibus habes, quasi Corollarij loco, vnde intelligas Aristotilis locum in Textu 16 libri 3. Physicorum. Illuc visito, & antecedentia à nobis explicata applicato.

4 Euidentiæ materis gratia inspice appositam tabellam, cuius series media perpendicularis habet quadratos numeros, alteram radices, tertia impares numeros, siue gnomones. Ac vides è singulorum quadratorum numerorum duplicatis radicibus, & additâ vnitate confici gnomones, siue impares numeros, qui additi quadrato antecedenti, conficiunt quadratum numerum sibi lateralem.

Impar.	Quadr.	Radic.
1	1	1
3	4	2
5	9	3
7	16	4
9	25	5

Sic radix 4 quadrati 16 duplicata, & aucta vnitate conficit imparem, seu gnomonem 9, qui additus quadrato antecedenti 16 conficit quadratum numerum lateralem 25. Ac pariter de sequentibus in infinitum, iuxta explicata per analogiam in figura geometrica huius 4 propositionis. Vide plura in Apiar. 11 Prog. 4 cap. 7.

§IX.

Vsus propos. 4 pro demonstratione Geometricâ extractionis radicum quadratarum.

AT vero singularis vsus est in Arithmeticis huius 4 propos. pracisè, ac planè geometricus ex demonstratione geometrica eiusdem 4 huius. Ac is est in probatione, quæ fit post factam extractionem radicis quadratæ ex dato numero. Quoniam enim ex demonstratione huius 4 propos. recta qualibet linea, quæ accipiatur pro radice, seu latere quadrati, velut DE habet hanc proprietatem, vt diuisa in duas partes, partium quadrata, & ex partibus rectangula geminata conficiant simul sumpta quadratum dati lateris DE; ideo factâ logisticâ extractione radicis quadratæ

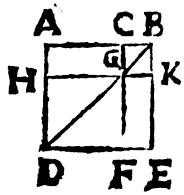
drata ex dato numero, si numerus radicis extracta, siue inuenta diuidatur in duos numeros, & partialium numerorum quadrati numeri, itemq; geminata summa ex ducta inter se partialium numerorum, conficiant summam aqualem dato numero, ex quo educta est radix, erit ea radicis extractio rectè facta, hoc est radix extracta erit vera. &c. Finge ex numero 25 extractam radicem 5, vt demonstratiuè scias 5 esse veram radicem numeri 25, diuide 5 in duos numeros 3, & 2. quadratum ex 2 est 4, ex 3 est 9, rectangula ex 3, & 2 geminata sunt 6, & 6. Ea quadrata, & rectangula 4, 9, 6, 6, conficiunt summam 25. ergo, per hanc 4 propos. radix 5 est latus quadrati 25. &c. Vide plura aa hac in Apiar. 11 prog. 4, cap. 5.

§X.

Vsus 4 propos. in solutione theorematis eximij.

INsignis vsus geometricus est 4 huius prop. in demonstratione pulcherrimi theorematis apud Clauium lib. 8 Geom. pract. Propos. 26 Cuius verba applicato figura hìc Euclidiana. Propositio 10 est.

Si per idem punctum diametri in rectangulo duæ lineę ducantur lateribus parallelæ, erit rectangulum sub segmentis diametri comprehensum æquale duobus rectangulis sub segmentis duorum laterum comprehensis.

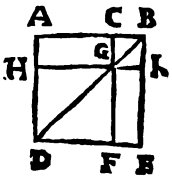


In rectangulo AE per G punctum diametri DB ductæ sint HK, CF lateribus parallelæ; dico rectangulum sub DG, GB æquale esse rectangulis sub DH, HA, & sub AC, CB. [a] Quoniã enim quadratum ex DB æquale est quadratis ex DG, GB vna cum rectãgulo bis sub DG, GB, [b] sunt autem quadra-

[a] 4 sec.

[b] 47 pri.

ta ex DA, AB quadrato ex DB æqualia, erunt quoq; duo quadrata DG, GB vnà cum rectangulo bis ſub DG, GB
c 4 ſec. æqualia quadratis ex DA, AB. c Sed quadratum ex DA æquale eſt quadratis duobus ex DH, HA vnà cum rectangulo bis ſub DH, HA, & quadratum ex AB æquale eſt duobus quadratis ex AC, CB vnà cum rectangulo bis ſub DG, GB: igitur duo quadrata ex DG, GB (vnà cum rectangulo bis ſub DG, GB, (*quod in impreſsione Moguntinà deſideratur*)



æqualia erũt quattuor quadratis ex DH, HA, AC, CB vnà cum rectangulis bis ſub DH, HA, & ſub AC, CB.

Cùm ergo quadratum ex DG quadratis ex BC, CG, hoc eſt BC HA, æquale ſit, erunt (*hic etiam fallit impreſsio, quæ habet: quattuor, ex DH, HA, AC, CB*) quadrata ex DG, GB vnà cum rectangulo bis ſub DG, GB æqualia quattuor quadratis ex DH, HA, AC, CB vnà cum rectangulis bis ſub DH, HA, & ſub AC, CB, ablatiſq; vtrobiq; prædictis (*in impreſsione erat:* quattuor quadratis cõmunibus: *nos repoſuimus, vt ſequitur*) quadratis æqualibus, erit reliquũ rectangulũ bis ſub DG, GB reliquis rectangulis bis ſub DH, HA, & ſub AC, CB æquale. Ideoq; rectangulum ſemel ſub DG, GB rectangulis ſemel ſub DH, HA, & ſub AC, CB erit æquale. Quod erat demonſtrandum. *Intellige theorema etiam de rectangulis ſub BK, KE, & ſub EF, FD. &c.*

COROLLARIVM primum.

Rectangula ſub DH, HA, AC, CB, BK, KE, EF, FD ſunt dupla rectanguli ſub ſegmentis diametri in rectangulo AE.

Scilicet propter æqualia oppoſita latera in rectangulo AE, & æqualia oppoſita ſegmenta. Ac vt ipſorum DHA, ACB rectangula ſunt æqualia rectangulo DGB, ſic eidem DGB ipſorum

sorum BKE, EFD rectangula sunt æqualia. Ergo simul omnia dupla ipsius DGE. &c.

COROLLARIVM secundum.

In quadratis rectangulum sub diametri segmẽtis, est æquale complementis quadratorum circa diametrum.

COrollarium hoc etiam nostrum patet ex antecedenti theoremate. Quoniam enim demonstratum est rectangulum sub partibus diametri DG, GB æquale rectangulis sub DH, HA, & sub AC, CB, ac est rectangulum sub DH, HA æquale complimento GE, itemq; rectangulum sub AC, CB æquale complimento AG, per 34 pri. (sunt enim in parallelogrammis HF, CK latera opposita æqualia) itemq; per 24 sexti, quadratuli CK circa diametrum latera sunt æqualia; ergo rectangulum sub DG, GB est æquale complementis AG, GE in quadrato AE. Cur determinatum sit corollarium ad quadrata, patet ex demonstratione, quæ non probaret in rectangulis non quadratis rectangula AG, & sub AC, CB, itemq; rectangula GE, & sub AH, HD esse æqualia. &c.

COROLLARIVM tertium.

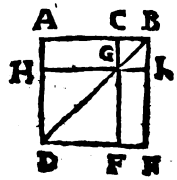
In quadratis vtrumlibet circa diametrum, &c. complementum est dimidium rectanguli sub segmentis diametri.

SVnt enim non solum æqualia, per 43, inter se complementa AG, GE, sed etiam sub æqualibus lateribus, vnde fit ex antecedenti corollario 1. vt probetur rectangulum sub partibus diametri æquale ijs complementis in solo quadrato.

Co-

COROLLARIVM quartum.

In pũcto G fit mutua ſectio diametri, & rectarum lateribus quadrati parallelarum ita, vt rectangulum ſub ſegmẽtis diametri ſit ęquale rectangulis duobus ſub ſegmentis HG, GK, & ſub CG, GF ipſarum KH, CF.



Sunt enim rectangula ſub HG, GK, & ſub CG, GF æqualia, ſiue eadem cum complementis AG, GE.

COROLLARIVM quintum.

Vtrumlibet rectãgulorum ſub ſegmentis HG, GK, vel ſub CG, GF eſt dimidium rectanguli ſub DG, GB.

Eſcilicet ratione, qua complementorum AG, GE vtrumlibet oſtenſum dimidium rectanguli ſub DG, GB.

§XI.
SCHOLION.

Quadratum duplæ quadruplum quadrati dimidiæ lineæ; etiam in numeris oſtenſum.

1 *Theorema, quod habes in antecedentibus ſecundi Tomi non vno modo apud nos demonſtratum, ſcilicet:* quadratum ex duplo maiore linea eſt quadruplum qua-

Digitized by Google

quadrati ex dimidia, *loco corollarij hic patet ex hac 4 prop. Nam diuisa recta data in duas aequales partes, quadratum ex tota est aequale duobus quadratis partium, & duobus rectangulis. Sub partibus verò aequalibus duabus duo rectangula sunt & ipsa duo quadrata. Ergo quattuor omnia quadrata.*

2 *Potest, & in numeris proponi, & ostendi sic:* Si numerus planus in duos diuidatur, qui fit à toto quadratus est quadruplus numeri quadrati vtriusuis partium. *Numerus 6 (diuisus in 3, & 3) in se ductus producit quadratum numerum 36, & alteruter 3 quadratè multiplicatus producit 9, qui est quarta pars numeri 36. &c.*

Corollarium.

EX his manifestum est in quadrati spatiis illa quæ circa diametrum sunt quadrata esse.

SCHOLIA.

I.

Hic primum habetur in Euclidis Elemẽtis expressum corollarium. Nam quod Proclus affert ad 15 propos. pri. apud Euclidem nostrorum temporum non passim extat. Igitur ornandæ cognitioni, & eruditioni Geometricæ de geometricis corollarijs huc affer vel aliqua, vel omnia quæ iam habes apud nos in 1 To. § 1 ad corol. propos. 15 Eucl.

II.

Quod affirmat Euclides determinatè de quadratis spatijs circa diametrum, habes iam vniuersaliter demonstratum in proposit. 24 lib. 6 vbi demonstratum est non solum in quadratis, sed in omnibus parallelogrammis circa diametrum non solum quadrata, sed omnia parallelogrammata esse similia non solum inter se, sed, & toti parallelogrammo.

Appone

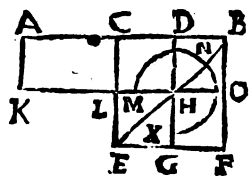
Digitized by Google

III.

Appone Corollario Euclidis etiam alterum corollariũ ex Clauio de diametro quadrati diuidẽte angulos quadrati in duos aequales, ex hac 4 propoſ. huius lib. 2.

Propoſ. V. Theor. V.

Si recta linea ſecetur in aqualia, & in inaqualia, erit rectangulũ inaqualibus totius partibus contentum vnà cum quadrato lineæ, quæ inter ſectiones interijcitur, æquale ei, quod à dimidia fit quadrato.



a *propoſ.* 10. 1.

REcta A B a ſecetur in æqualia ad C, in inæqualia ad D. Dico contentum A D, DB rectangulum cum quadrato quod ex CD, æquale eſſe quadrato ipſius C-

b *propoſ.* 46. 1. B, b Deſcribatur enim ſuper BC quadratum CE-

c *propoſ.* 46. 1. FB; & ducatur BE; c atque per D vtriq; CE, BF ducatur parallela DG: per H verò vtriq; CB, EF parallela KO. Rurſuſq; per A vtriq; CL, BO

d *propoſ.* 43. 1. parallela AK; & cum complementa CH, HF d æqualia ſint, ſi addatur commune DO, erit totum CO toti DF æquale. Sed CO æquale eſt A-L; quod & AC ipſi CB ſit æqualis: erit igitur & AL ipſi DF æquale: ſi addatur commune CH, erit AH ipſis DF, DL æquale: ſed AH contento AD,

Digitized by Google

AD, DB est æquale; [e] est enim & DH ipsi DB æqualis: FD, DL autem sunt gnomon MNK: [f] ergo gnomon MNX est æqualis AD, DB contento. Si LG commune, quod est æquale quadrato ex CD, addatur, erunt MNX gnomon, & LG æqualia contento AD, DB, & illi quod ex CD fit quadrato. Sed gnomõ MNX, & LG sunt totum CEFB quadratum, quod est quadratum ex CB: ergo AD, DB contentum, cum quadrato quod fit ex CD, æquale est quadrato ipsius CB. Si ergo recta linea secetur, &c. Quod oportuit demonstrare.

[e] *prop. 2. Coroll. 1.*

[f] *ax. 4.*

SCHOLION.

NVmerus par (vt Barlaamus ponit apud Cõmandinũ, scilicet aptus bifariationi per æqualia, sine fractionibus) 8 diuidatur in æqualia 4, & 4, atq; inæqualia 6, & 2. ex multiplicatione inter se inæqualium partium productum 12 quasi rectangulum vnà cum quadrato intermedij, siue differentia 2 (inter dimidium 4, & inter partem inæqualem 6, vel 2) ideſt cum 4, qua summa est 16, est æqualis quadrato ex dimidio 4, ideſt pariter 16.

§ XII.

Problemata ex theorematis libri 2.

HOc theorema quemadmodum & sequentia pleraq; in hoc 2 libro, atq; etiam antecedens 4, possunt proponi etiam in modum problematum. Antecedens sit: Datam rectam ita secare, vt quadratum totius æquale sit & partium quadratis, &

rectangulo bis partibus contento. *soluitur secta vtcumq; recta, & iuxta constructionē in demonstratione. &c. Pariter hoc 5 fiet problema sic:* Rectam datam lineam ita secare in tres partes, vt vnius partis quadratum sit æquale rectangulo sub duobus inæqualibus partibus, & quadrato segmenti, siue differentiæ inter partes inæquales. *Similem in modum theoremata de numeris formari possunt in problemata. Quorū exempla hic breuitatis gratia omitto.*

§ XIII.

Paradoxa, & problemata ex theorematibus li. 2 præsertim ex 4, & 5 prop. in numeris. Modi varij ex imparibus numeris radices quadratas inueniendi ex eisd. propos.

1 *Licet etiam per modū paradoxi ex 4 antecedenti, & 5 hac, & aliquà è sequentibus, proponere sequentia problemata in numeris:* Datæ radicis, quasi lateris, inuenire numerum quadratum, sine multiplicatione quadrata ipsius radicis. *Quod fit ex 4. Numerus datus quiuis 6 vtcumq; diuidatur in 4, & 2, & partium quadrata 16, & 4, item ex partibus inter se ductis geminata producta 8, & 8 in vnam summam colligantur 36, qui numerus erit quadratus ex multiplicatione quadratæ radicis 6 in se. At verò ex hac 5. duplicetur data radix 6, vt sit dimidium ipsius 12, fiatq; diuisio in inaequalia 10, & 2: fiat productum ex partibus inaqualibus inter se ductis, idest ex 2 in 10 fiat 20, addatur quadratum differentiæ inter partes 6, 10, 2, idest quadratum ipsius 4, quod est 16: addantur 20, & 16, fit summa 36, quod est quadratum quæsitum radicis 6, sine ductu ipsius 6 in se. Rationes, ac demonstrationes habes à 4, & 5 huius; quibus applica hæc exempla. &c.*

2 *Ex hac etiam 5, vt ex anteced. 4, & sequentibus 6, & 8 propositionibus eliciuntur modi, dato numero impare, inueniendi radices quadratas quadratorum proximè vel minorum, vel maiorum.*

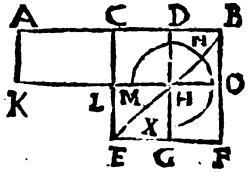
Nobis

Nobis sat sunto quæ pro ijs radicibus inueniendis diximus ad quartam, vbi faciliores apparent operationes, ac theoria in eius 4. prop. figurâ, & in figuris numerarijs. &c.

§XIV.

Corollaria, Theoremata, & Problemata eximia de proportionalitate arithmetica in numeris, & lineis indicata. Singularia etiam in numeris circa proportionalitates harmonicas, & Geometricas comparatas cum arithmeticâ ex hac 5 propositione elem. hu. li. 2.

1 *IAm verò inspice mecum, mi Tyro, oculo philosophicè geometrico figuram huiusce quintæ propositionis, vt ex ea demonstratâ deducamus præclara in Arithmeticæ philosophiæ theorys, atq; operationibus. Ac —*



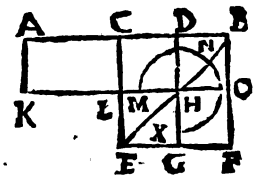
— Quoniam recta AB tria segmenta facta sunt, vnum AC, per bifariationem in C, alterum inæqualium maius AD, alterum minus DB, & communis eorum differentia est, interiecta inter sectiones, recta CD, qua trium segmentorum minimum DB superatur à medio BC, & medium BC, hoc est AC ipsi BC æquale, superatur eadem CD à tertio maximo segmento AD; propterea sectio recta AB facta ab hac 5. propositione, est in proportione arithmetica inter se trium segmentorum BD, BC, AD, per eandem differentiam CD. Est enim (vt ex Pappo habes à nobis ad 10 sexti) arithmetica proportio, quæ per eandem differentiam progreditur.

Sectio linea in arithmetica proportionalitate ex 5. hac propos.

Habes in tabula magna Pythagorica, eiusq; constructione series omnes, & perpendiculares, & laterales progredientes per eundem excessum numerorum vel 1, vel 2, vel 3. &c. In quibus progressioni-

sionibus si ternos ex ordine numeros accipias, prodibũt inciũda quædam proprietates numerorum, quales sequuntur aliquæ in figura hìc indicandæ.

1 *Eximia proprietas proportionalitatis arithmeticæ in numeris, & — Ostẽsa in figura prop. 5.*



2 Numeris tribus habẽtibus inter se proportionem arithmeticam, productũ ex multiplicatione inter se extremorum vnà cum quadrato differentiæ est æquale quadrato medij numeri. 2, 4, 6: *quadratũ medij* 4, *quod est* 16, *æquale est producto ex* 2 *in* 6, *idest* 12, *& quadrato differentiæ* 2 (*per quã progrediuntur numeri* 2, 4, 6) *idest* 4 *additoipsis* 12, *vnde prodit conflata summa* 16. *Quemadmodum arithmeticè diuisà AB, quadratum dimidiæ AC æquale est rectangulo sub extremis minimæ BD, & maximæ DA vnà cum quadrato ex cõmuni differentià CD.*

2 *Eximia proprietas arithmeticæ proportionalitatis in numeris, & — Ostẽsa in fig. propos. 5.*

In tribus numeris arithmeticè proportionalibus quadratum medij superat productum ex multiplicatione inter se extremorum quadrato differentiæ, siue producto ex differentiarum inter se multiplicatione. *Quod est corollarium ex antecedenti proprietate* 2, 4, 6. *Si quadrato medij* 4 *æquale est productum extremorum vna cum quadrato ex* 2 *differentia, ergo dempto differentiæ quadrato, quadratum medij* 16 *maius est quadrato extremorum* 12 *quantitate, seu numero quadrato* 4 *differentiæ* 2, *seu producto ex differentijs inter* 2, *&* 4, *&* 6. *Quemadmodum quadratum ex dimidia AC superat rectangulum sub AD, DB quadrato intermediæ CD. &c.*

Hìc ex occasione nullo modo dissimulandam duco proprietatem trium numerorum in harmonica proportionalitate planè oppositam modo positæ in Arithmetica; pariterq; non silebo proprietatem in geometrica proportionalitate mediam inter oppositas Arithmeticæ & Harmonicæ proprietates.

Proportionalitatum harmonicæ, & geometricæ proprietates cũ arithmeticæ comparatæ.

3 *Nam* in tribus numeris harmonicè proportionalibus quadratum medij minus est producto ex multiplicatione inter se extremorum quantitate producti ex multiplicatione differentiarum inter se. 2, 3, 6 *sunt in harmonica proportionalitate iuxta definitiones apud nos ad* 9, *&* 10 *propositiones lib.* 6. *Eucl. illuc reuise. Quadratum medij* 3 *est* 9; *extremorum productum ex* 2 *in* 6, *est*

6, est 12. ex differentiâ 1 inter 2, & 3, & differentiâ 3 inter 3, & 6, productum est 3. vides ergo quadratum 9 minus esse producto 12 quantitate producti 3.

At verò In Geometrica proportionalitate quadratum medij est æquale producto ex multiplicatione extremorum inter se, *iuxta propos. 17 lib. 6.*

Vide hìc prædicta in exemplo quinq; numerorum, qui sunt in triplici proportionalitate, iuxta § 13 ad 10 propos. libri 6. 3, 4, 6, 9, 12. Quadratum ex 4 deficit à rectangulo ex 3 in 6. Quadratum è 6 æquale est rectangulo ex 4 in 9. Quadratum ex 9 excedit rectangulum è 6 in 12. Itaq; in hac proprietate proportionalitas harmonica vocari potest ellipsis, geometrica Parabole, arithmetica Hyperbole, iuxta dicta ad 44 lib. 1, & ad 27, & 28 li. 6. Defficientia, & excessus sunt rectangula ex differentijs. Applica & explica in allato exemplo numerorum 3, 4, 6, 9, 12.

Ellipsis, parabola, hyperbole numeris triũ proportionalitatum.

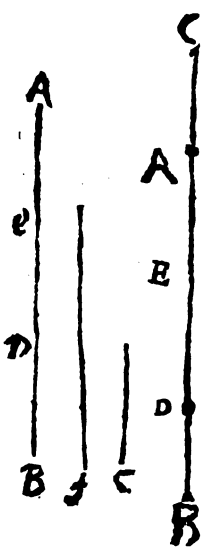
3 Proprietas arithmetica proportionalitatis in numeris, & in fig. hu. 5 pro.

4 *Pariter in figurâ Euclidis agnosce sequentem proprietatem.* Trium numerorum arithmeticè proportionalium medius est dimidium summæ, siue compositi ex extremis. 2, 4, 6: *iunge extremos 2, 6 in summam 8, medius 4 est dimidium numeri 8. Quemadmodum totius AB, compositæ ex extremis BD, DA, est dimidia AC. &c.*

Duobus mediũ numerũ in arithmeticâ proport. inuenire.

5 *Hinc problema:* duobus datis numeris medium in proportionalitate arithmetica interponere. *Datorum 2, & 6 summam 8 diuide in duo æqualia, & alterutrum, idest 4, est numerus arithmeticè inter datos proportionalis. Quemadmodũ in fig. Eucl. data duæ rectæ AD, DB si in vnam AB componantur, dimidia AC est media inuenta arithmeticè proportionalis &c.*

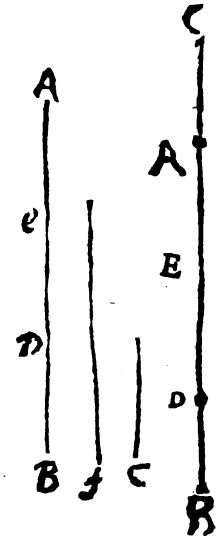
Exemplum in fig. Eucl.



Datis duabus rectis, mediam arithmeticè proportionalem — apud Pappum, & —

Pappus in modum sequentem. Datis rectis lineis AB, C mediam in Arithmetica medietate inuenire. Datis rectis AB, C, quarum maior AB, mediam in æquali excessu inueniemus hoc modo. Ponatur ipsi C æqualis BD, & DA bifariam

fariam secetur in E: & ipsi BE ponatur æqualis F; constat igitur F rectam lineã esse quam quærebamus.



-- apud nos, atq; -- etiam in figura propos. 5.

Qui modus recidit in eundem cum nostro de bifariatione compositæ ex BA, & C. Quoniam enim iunctâ C ad A indirectũ, & factâ vnâ compositâ BC, sectâque BD æquali ipsi AC, composita BC constat ex duabus æqualibus BD, AC, & intermediâ AD; si AD bifarietur in E, bifariata est etiam in æqualia tota BC, nempe æqualibus AE, ED æquales BD, AC dum adduntur. Quam theoricen licet applicare etiam lineæ AB in Euclidis figura. &c.

Aliter medium proportionalẽ inter duos numeros.

Hinc propositum problema de inueniendo numero medio in proportione arithmetica inter datos duos numeros, aliter etiã sic soluitur. Differentia inter datos in duos æquales diuidatur, & apponatur minori datorum, compositus numerus erit medius arithmeticè proportionalis. Dati sint 2, & 6, differentia inter eos est 4, cuius dimidium 2 additum minori datorum 2 conficit 4, medium arithmeticè; atq; est in proportione arithmetica vt 2, ad 4, sic 4 ad 6.

Datis duabus tertiam in arithmeticâ proportionalitate, &c.

Inspice figuram Euclidis seq. prop. 6 pro 5, ex qua prodeunt & alia iucunda in arithmetica proportionalitate linearum, & numerorum. Datis duabus tertiam inuenies minorem, vel maiorem in proportione arithmetica facillimè per subtractionem, vel additionem differentiæ. Sic vides: datis minore BD, & maiore DC, si maiori DC, hoc est ipsi AC (cui est æqualis ipsa DC) addas differentiam BC, fit tertia maxima AB; &, datis AB, CD, si à CD subtrahas differentiam inter ipsammet DC, & inter AB, hoc est auferas ex DC ipsam CB, datur tertia minima BD. Per augumentum igitur, vel imminutionem mediæ habentur alterutra extremarum in arithmetica proportionalitate.

In numeris tertium arithmeticè proportionalẽ. &c.

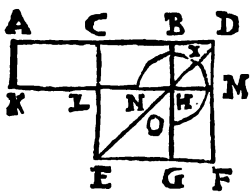
In numeris 2, & 4, adae maiori 4 differentiam 2, fit 6 tertius maximus: datis 4, & 6, detrahe differentiam 2 ex 4, fit minimus 2. &c.

Pro-

Digitized by Google

Propos. VI. Theor. VI.

Si recta linea biſecetur, eiq; in directum quædam recta adijciatur, erit rectangulũ, quod fit ex tota compoſita, & adiecta, vna cum quadrato dimidia, æquale quadrato quod fit ex dimidia, & adiecta.



REcta AB biſecetur in C, adijciaturq; ei quædam BD in directum. Dico rectangulum AD, DB contentum, cum quadrato rectæ CB, æquale eſſe quadrato quod fit ex CD. [a] Deſcribatur enim ſuper CD quadratum CEFD, ducaturque DE; & [b] per B quidem vtrique EC, DF parallela ducatur BG: per H verò vtriq; AD, EF parallela KM. Item per A vtriq; CL, DM parallela AK. Cum igitur AC æqualis ſit rectæ CB; erit & AL æquale ipſi CH: ſed CH [c] æquale eſt ipſi GF, ergo & AL æquale eſt ipſi HF. Commune addatur CM: [d] totum ergo AM gnomoni NXO erit æquale: ſed AM eſt quod continetur AD, DB (eſt [e] enim DM æqualis ipſi DB) & gnomon NXO æqualis eſt AD, DB contento. Commune addatur LG, quod eſt æquale quadrato rectæ CB: ergo

[a] *propoſ.* 46. 1.
[b] *propoſ.* 31. 1.
[c] *propoſ.* 43. 1.
[d] *ax.* 2.
[e] *defin.* 17.

con-

contentum AD, DB, cum quadrato ipsius BC, æquale est gnomoni NXO, & LG. Sed gnomon NXO, & LG sunt quadratum CEFD, quod est quadratum ipsius CD; ergo quod AD, DB continetur, cum quadrato ipsius BC, æquale est ipsius CD quadrato. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLION.

Numerus par 6 bifarietur in æquales 3, & 3, & addantur 2, productum ex toto 3, 3, 2, ideſt 8, multiplicatũ per adiectum 2, ideſt 16, vnà cum 9 quadrato ex dimidiato 6, ideſt ſumma 25, eſt æqualis quadrato ex dimidio 3, adiecto 2, ideſt ex 5 in ſe multiplicato, cuius quadratum eſt pariter numerus 25.

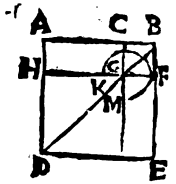
Propoſ. VII. Theor. VII.

Si recta linea ſecetur, vtcumque, quod à tota, quodq; ab vna partium fit, vtraq; quadrata, æqualia ſunt ei, quod bis a tota & dicta parte fit rectangulo, vnà cum alterius partis quadrato.

REcta AB ſecetur vtcumque in C. Dico quadrata, quæ ex AB, CB fiunt, æqualia eſſe bis ſub AB, BC contento, & quadrato quod

quod fit ex AC. a Describatur enim super AB quadratum ADEB, & figura * constituatur. Et quia AG, GE æqualia sunt, si commune CF addatur, erunt tota AF, CE æqualia: vtraq; ergo AF, CE dupla sunt ipsius AF: sed AF, CE sunt gnomon KLM, & CF quadratum; gnomon ergo KLM, & CF dupla sunt ipsius AF. Est verò eiusdem AF duplum bis AB, BC contẽtum; b sunt enim BF, BC æquales. Gnomon ergo KLM, & CF æquantur bis AB, BC contento.

a *propos.* 46. 1.
* *vt in præcedẽtibus.*
b *defin.* 27.



Commune addatur DG, quod est quadratum ex AC: gnomon ergo KLM, & quadrata BG, GD æquantur bis AB, BC contento, & quadrato quod ex AC. Sed gnomon KLM, & quadrata BG, GD sunt totum ADEB, & CF; quæ sunt ex AB, BC quadrata. Quadrata ergo ex AB, BC æquantur bis AB, BC contento, & quadrato ex AC: si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLION.

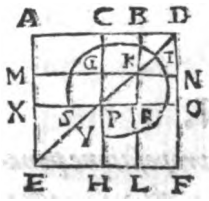
Idem numerus à nobis positus in antecedenti propositione ponatur & hic 6, & vtrumq; sit sectus in duos 4, & 2: quadratum ex toto 6, idest 36, & quadratum ex altera parte 2, idest 4, simul addita conficiunt 40. Productum ex multiplicatione totius 6 per eandem partem 2, idest 12, bis factum, idest bis 12, quod est summa 24 vnà cum quadrato alterius partis 4, idest 16, simul addita conficiunt pariter numerum 40.

Pariter totius 6 quadratum 36, & alterius partis 4 quadratum 16 conficiunt inter se addita summam 52. Productum ex multiplicatione totius 6 per eandem partem 4, idest 24, bis factum, idest bis 24, quod est 48, vnà cum quadrato alterius partis 2, idest 4 simul addita conficiunt eandem summam 52.

Propos. VIII. Theor. VIII.

Si recta linea secetur vtcumque, rectangulum quater tota, & vna parte contentum, cum quadrato alterius partis, aquale est quadrato à tota, & dicta parte, tanquã ab vna linea descripto.

REcta AB sit secta vtcumq; in C. Dico rectangulum quater AB, BC contẽtum, cum eo, quod fit ex AC quadrato, æquale esse quadrato, quod fit ex AB, BC tanquam ex vna linea. Producatur enim AB in directum, & sit BD æqualis CB; & [a] super AD cõstituatur quadratum AEFD, & dupla figura construatur. Quia igitur CB ipsis BD, GK, BD verò ipsi KN æqualis est, erunt & GK, KN æquales. Ob eandem causam erunt PR, RO æquales. Cumq; tam BC, BD, quam GK, KN æquales sint, [b] erunt etiam tam CK, KD, quàm



a propos. 46. 1.

b propos. 36. 1.

GR,

Digitized by Google

GR, RN æqualia. ſed CK, RN [c] ſunt æqualia (ſunt enim complementa parallelogrammi CO) igitur & KD, GR æqualia erunt. Quatuor ergo DK, CK, GR, RN æqualia ſunt: quatuor ergo illa ſunt quadruplicia ipſius CK. Rurſus cùm CB ipſi BD, BD [d] ipſi BK, hoc eſt ipſi CG, & CB ipſi GK, hoc eſt ipſi GP æqualis ſit, erit CG ipſi GP æqualis. Et cùm CG ipſi GP, & PR ipſi RO æqualis ſit, erit & AG ipſi MP, & PL ipſi RF æquale. Sed MP, PL ſunt [e] æqualia, quippe parallelogrammi ML complementa, erunt & AG, RF æqualia. Quatuor ergo AG, MP, PL, RF ſunt æqualia; quatuor ergo illa quadruplicia ſunt ipſius AG. Oſtenſa autem ſunt & CK, KD, GR, RN ipſius CK quadruplicia: ergo octo illa, quę gnomonem STY continent, quadrupla ſunt ipſius AK: & cùm AK contento AB, BD ſit æquale, eſt enim BK, ipſi BD æqualis, erit quater AB, BD contentum quadruplum ipſius AK. Oſtenſus eſt autem & gnomon STY quadruplex ipſius AK; quod ergo quater AB, BD continetur æquale eſt gnomoni STY. Commune addatur XH (quod æquale eſt quadrato ex AC) quater ergo AB, BD contentum rectãgulum, cum quadrato quod fit ex AC, æquale eſt gnomoni STY, & XH. Sed gnomon, & XH ſunt AEFD quadratum, quod eſt quadratum

[c] prop. 43. 1.

[d] Corol. 4. 2. & def. 27.

[e] prop. 43. 1.

ex AD; ergo quater AB, BD contentum rectangulum, cum quadrato ex AC, est æquale illi, quod fit ex AD quadrato, hoc est, quod fit ex AB, BC tanquam ex vna linea. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLION.

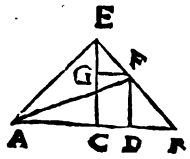
NVmerus 6 secetur vtcumq; in 4, & 2. Productum ex toto 6 multiplicato per alteram partem 2, ideſt 12, quater assumptum, ideſt 48, vnà cum quadrato 16 ex altera parte 4, conficiunt ſummam 64. Quam eandem etiam conficit totus numerus 6 compoſitus cum numero dictæ partis (ſcilicet per quam totus 6 prius multiplicatus eſt: animaduerte, ne fallare) 2, ideſt 8 quadratè multiplicatus producit 64.

Propoſ. IX. Theor. IX.

Si recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia, quadrata partium inæqualium dupla ſunt & eius quod fit à dimidia, & eius quod fit à linea, quæ inter ſectiones ixtercipitur, quadrati.

SEcetur recta AB in C æqualiter, in D inæqualiter. Dico quadrata ex AD, DB dupla eſſe eorum, quæ ex AC, CD fiunt. [a] Ducatur

a *prop.* 21. 1.



tur ex C ipsi AB ad angulos rectos EC, quæ sit vtriq; AC, CB æqualis, ducanturque EA, EB. Atq; per D ipsi EC agatur parallela DF: per F verò ipsi AB parallella FG, iungaturq; AF. Et quia AC, CE æquales sunt,[b] erunt & anguli EAC, AEC æquales. Et cùm angulus ad C rectus sit,[c] erunt reliqui AEC, EAC vni recto æquales, ideoq; semirecti. Eandem ob causam CEB, EBC semirecti erunt: vnde totus AEB rectus erit. Cumq; GEF semirectus sit,[d] rectus EGF (est enim interno, & opposito ECB æqualis) erit reliquus EFG semirectus: Ergo GEF ipsi EFG est æqualis;[e] quare & latus EG lateri FG æquale erit. Rursus cùm angulus ad B semirectus sit; rectus FDB (est enim æqualis interno, & opposito ECB) erit reliquus BFD semirectus. Est ergo angulus ad B æqualis DFB angulo. [f] Quare & latus DF lateri DB æquale erit. Et cùm AC, CE æquales sint, erunt & quadrata ex AC, CE æqualia: dupla ergo sunt quadrato ex AC: [g] æquale autem est quadratis ex AC, CE quadratum ex EA (nam angulus ACE rectus est) est igitur quod ex EA duplum eius, quod ex AC. Rursus cùm EG, GF æquales sint; erunt & quę ex EG, GF quadrata æqualia: dupla ergo sunt eius, quod fit ex GF, & [h] æqualis eius, quod ex EF:

b *propos.* 5. 1.
c *propos.* 32. 1.
d *propos.* 29. 1.
e *propos.* 23. 1.
f *propos.* 6. 1.
g *propos.* 6. 1.
h *propos.* 47. 1.

Digitized by Google

EF: ergo quod ex EF duplum est eius, quod ex GF quadrati (sunt autem GF, CD æquales) ergo quod ex E F duplum est eius, quod ex C D. Est autem & quod ex A E duplum eius, quod ex A C: ergo quadrata, quæ ex A E, E F dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD. Quadratis autem AE, EF *i* æquale est quod ex AF (est enim angulus A E F rectus) ergo quod ex A F quadratum duplum est eorum, quæ ex AC, CD: ei autem, quod ex AF *k* æqualia sunt quæ ex AD, DF fiunt (nam angulus ad D rectus est) igitur quę ex AD, DF dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD quadratorum (sunt autem DF, DB æquales) ergo quę ex AD, DB quadrata dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD. Si ergo recta linea, &c. Quod oportuit demonstrare.

i propos. 47. 1.

k propos. 47. 1.

SCHOLIA.

1 *Numerus 8 secetur in partes æquales duas 4, & 4, & in partes inæquales 6, & 2, quadratum 36 partis inæqualis 6, & quadratum 4 alterius partis inæqualis 2 addita inter se conficiunt summam 40, quæ est dupla summæ 20, quæ fit ex additione quadrati 16 (ex parte altera dimidia 4) quadrato 4, quod fit à differentia 2, inter partem æqualem 4, & inæqualem 6, vel 2.*

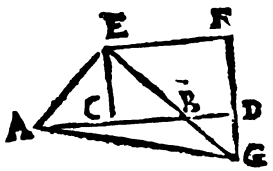
2 *Hanc propositionem quasi ad sensum ostendit pro Tyronibus Ioan. Baptista Benedictus in Epistolarum ea, quæ est ad Petrum Catenam.*

Pro-

Propoſ. X. Theor. X.

Si recta linea biſecetur, ei q; in rectum quadam alia adijciatur; quæ à tota cum adiecta, & ab adiecta fiunt quadrata, dupla erũt quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & a compoſita ex dimidia & adiecta.

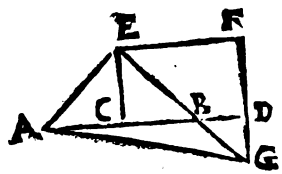
REcta AB biſecetur in C, adijciaturq; ei in rectum BD. Dico quadrata quæ ex A. D, DB, dupla eſſe eorum, quæ ex AC, CD. [a] Ducatur enim ex C ipſi AB ad angulos rectos CE; [b] ſitq; CE ipſis AC, CB æqualis; & iungantur AE, EB, atq; [c] per E ipſi AD agatur parallela EF, per D verò ipſi CE parallela DF; & cum in parallelas EC, FD incidat EF, [d] erunt anguli CEF, EFD æquales duobus rectis: vnde FEB, EFD duobus rectis minores erunt. [e] Quæ autem à minoribus quàm ſint duo recti producũtur rectæ lineæ concurrunt: ergo EB, FD ad partes B, D productæ concurrent. Concurrant in G, iungaturq; AG. Et quia AC, CE æquales ſunt, [f] erunt & anguli AEC, EAC æquales; [g] & eſt angulus ad C rectus: ergo EAC, AEC ſunt ſemirecti, Eãdem



a *propoſ.* 11. 1.
b *propoſ.* 2. 1.
c *propoſ.* 31. 1.
d *propoſ.* 29. 1.
e *ax.* 11.
f *prop.* 5. 1.
g *per ſtruct.*

Digitized by Google

dem ob causam CEB, EBC semirecti sunt: ergo
h *propos.* 29.1. AEB rectus est: cumq; EBC sit semirectus, *h* erit
i *propos.* 15.1. & DBG semirectus: est verò BDG rectus, *i* æ-
qualis enim est angulo DCE, quòd sint alterni,
reliquus ergo DGB semirectus est: quare angu-
K *propos.* 6.1. li DGB, DBG æquales sunt, *k* erunt igitur & la-
tera BD, GD æqualia. Rursus cum EGF semi-
l *propos.* 34.1. rectus sit, *l* rectus qui ad F (est enim ad C oppo-
sito æqualis) erit & FEG semirectus: sunt igitur
m *prop.* 6.1. EGF, FEG æquales. *m* Quare & latera GF, EF
æqualia erunt. Cum ergo EC, CA æquales sint,
erit & quod ex EC quadratum æquale ei, quod
ex AC. Quadrata ergo, quæ ex EC, CA, dupla
sunt eius, quod fit ex CA: illis autem, quæ ex C-
n *propos.* 47.1.



E, CA *n* æquale est quod ex
EA: ergo quod ex EA duplum
est eius, quod ex AC. Rursus
cùm GF, EF sint æquales, e-
runt & quæ ex FG, EF qua-
drata æqualia. Sunt ergo quæ ex FG, FE dupla
o *propos.* 47.1. eius, quod ex EF: illis autem, quæ ex GF, FE *o*
æquale est quod ex EG: ergo quod ex EG du-
plum est eius, quod ex EF. Sunt autem EF, CD
æquales: ergo quod ex EG duplũ est eius quod
ex CD: ostensum est autem id, quod ex EA du-
plum esse eius quod ex AC: quæ ergo ex EA, E-
G quadrata dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD:

illis

Digitized by Google

illis autem, quæ ex AE, EG *p* æquale est quod ex AG: ergo quod ex AG duplum est eorum, quæ ex AC, CD: ei autem quod ex AG, *q* æqualia sunt quæ ex AD, DG: ergo quæ ex AD, DG quadrata dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD; æquales autem sunt DG, DB, ergo quæ AD, DB quadrata dupla sunt eorum, quæ ex AC, CD. Si ergo recta linea bisecetur, &c. Quod oportuit demonstrare.

p *propos.* 47. 1.

q *propos.* 47. 1.

SCHOLIA.

1 *Numerus 6 dividatur in duas partes æquales 3, & 3, & addatur numerus 2. quadratum 64, quod fit ab 8, id est à toto 6, cum adiecto 2 in unam summam iunctis, & quadratum 4, quod fit ab adiuncto 2; simul iuncta conficiunt summam 68, quæ dupla est summæ 34, quæ fit à 9 quadrato numeri 3 dimidij totius 6, & à quadrato 25, quod fit à numero 5 composito ex dimidio 3, & adiecto 2.*

2 *Hanc etiam propositionem quasi ad sensum ostendit pro Tyronibus Io. Baptista Benedictus in epistola ad Catenam.*

PRO PROPOSITIONE XI.

SCHOLION.

AD 30 prop. li. 6. nos in locum opportuniorem nostræ methodo transtulimus 11 huius libri propositionem. Ibi aliquos insignes eius usus vide.

Digitized by Google

§XV.

SCHOLION, &

Auctaria ad propositiones antecedentes hu. lib. 2.

Loco propositionis 11 accipe sequentes, quæ pertinent ad sectiones, & potentias linearũ, de quibus hactenus in hoc 2 li. elem. Sunt apud Maurolycum Arithm. li. 1, par. 2, propos. 20, 21, 22 vniuersales de toto genere quantitatis, & eleuata etiam ad solida. Quas tamen nos & facilius, & breuius ostendemus in vulgatis notis logisticis, quàm Maurolycus, qui aliter, prolixius, & difficilius Tyronum euidentiæ, licet ingeniosè illas demonstrat.

1.

Si quantitas quælibet in duo segmenta diuidatur id, quod fit ex vtrolibet assumpto segmẽto in quadratũ totius, æquum erit his duobus, scilicet quæ fiunt ex vtraq; sectionum in quadratum reliquæ, & ei, quod fit ex quadrato assumpti segmenti in totam.

Numerus 6 diuidatur in duo segmenta 2, 4. Quadratum totius 6 est 36; assumptum segmentum sit 2: productum ex assumpto 2 in quadratum 36, est 72. Segmenti 2 quadratum est 4; segmenti alterius 4 quadratum est 16. productum ex segmento 2 in quadratum alterius segmenti 16 est 32: productum ex segmento altero in quadratum alterius segmenti 4 est 16. Productum ex quadrato 4, initio, ac primò assumpti segmenti 2, in totum numerum 6 est 24. Iungantur producta 32, 16, 24, fit summa 72 æqualis producto ex assumpto segmento 2 in 36 quadratum totius 6.

Si

II.

Si quantitas quælibet in duo ſegmenta ſecetur; cubus, qui ex tota æquus erit his, ſcilicet duobus cubis ſectionum, & triplo eius, quod fit ex quadrato vtriuſq; in reliquum.

Sit 6 ſectus numerus in 2, & 4: cubus ex toto 6 eſt 216: cubus partis 2 eſt 8, partis 4 eſt 64. Ex quadrato partis 2 in reliquam partem 4 productum eſt 16: ex quadrato 16 alterius partis 4 ducto in alteram partem 2, productum eſt 32. Triplum producti 16 eſt 48: triplum producti 32 eſt 96. Iungantur in vnam ſummam cubi 8, 64, & productorum tripli numeri 48, 96, producunt 216 eandem ſummam, ſiue æqualem cubo totius 6.

III.

Si quantitas quælibet in duo ſegmenta diſpeſcatur, cubus totius æqualis erit his, ſcilicet duobus cubis ſegmentorum, & triplo ſolidi ſub totâ, & ſingulis ſegmentis contenti.

Totius 6, diuiſi in 2, & 4, cubus eſt 216. Segmenti 2 cubus eſt 8. Segmenti 4 cubus eſt 64. Solidi ſub toto 6, & ſingulis ſegmentis (ideſt ſub 6, & 2, quæ producunt 12, & ſub 12, & 4 altero ſegmento, vnde prodit 48) triplum, ſcilicet ipſius 48, eſt 144. Igitur addantur inter ſe partium cubi 8, 64, & 144 triplum ſolidi ex toto, & ſegmentis, & ſit ſumma 216 æqualis cubo totius 6.

Digitized by Google

Propoſ. XII. Theor. XI.

In triangulis obtuſangulis quadratum, quod fit à latere angulum obtuſum ſubtendente, maius eſt quadratis laterum obtuſum continentium, rectangulo bis contento & ab vno latere obtuſum continente, in quod productum perpendicularis cadit, & à linea exterius aſſumpta à perpendiculari ad angulum obtuſum.



SIt triãgulum obtuſangulum ABC, obtuſum angulũ habens BAC. [a] Ducatur ex B ad CA productam perpendicularis BD. Dico quadratum ex BC maius eſſe eis, quæ ex BA, AC, rectangulo bis CA, AD contento. Cum enim recta CD ſecta ſit vtcunq; in A, [b] erit quod ex DC æquale illis, quæ ex CA, AD quadratis, & ei, quod bis CA, AD continetur. Commune addatur, quod ex DB. Ergo quæ ex CD, DB æqualia ſunt illis, quæ ex CA, AD, DB quadratis, & illi, quod bis CA, AD continetur. ſed illis, quæ ex CD, DB quadratis [c] æquale eſt, quod ex CB (eſt enim angulus ad D rectus) illis autem, quæ ex AD, DB [d] æquale eſt, quod ex AB

a *propoſ.* 12. 1.

b *propoſ.* 4. 2.

c *propoſ.* 47. 1.

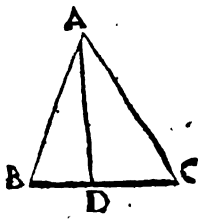
d *propoſ.* 47. 1.

Digitized by Google

AB quadratum. Quod igitur ex CB æquale est illis, quæ ex CA, AB quadratis, & rectangulo bis CA, AD contento. In triangulis ergo obtusangulis, &c. Quod oportuit demonstrare.

Propos. XIII. Theor. XII.

In acutangulis triangulis quadratum lateris acutum angulum subtendentis minus est quadratis acutum continentibus rectangulo bis contento, & ab vno latere acutũ continente, in quod perpendicularis cadit, & à linea à perpendiculari intus assumpta ad angulum acutum.

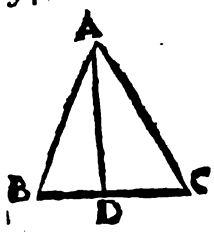


SIt acutangulũ triangulum ABC, habens acutum B: [a] ducatur ab A in BC perpẽdicularis AD. Dico quadratum, quod fit ex AC, minus esse illis, quæ fiunt ex CB, BA, rectangulo bis CB, BD contento. Cum enim recta CB secta sit vtcumque in D; [b] erunt quæ ex CB, BD quadrata æqualia bis CB, BD contento, & illi quod ex DC quadrato. Commune addatur quod ex AD; ergo quæ ex CB, BD, DA quadrata æqualia sunt bis CB, BD contento,

[a] *propos.* 12. 1.

[b] *propos.* 7. 2.

Digitized by Google



tento, & quadratis, quæ ex AD, DC. Sed illis, quæ ex BD, DA, quale eſt quod ex AB (eſt enim angulus ad D rectus) illis verò quæ ex AD, DC æquale eſt quod ex AC. Ergo quæ ex CB, BA æqualia ſunt & illi, quod ex AC quadrato, & illi, quod bis CB, BD continetur. Quare quod ex AC quadratum minus eſt illis, quæ ex CB, BA quadratis rectangulo bis BC, BD contento. In triangulis ergo acutangulis, &c. Quod demonſtrare oportuit.

§ XVI.

Vſus ampliſſimus propoſitionum 12, & 13 in vniuerſa Geometrâ practicâ. Compendia à nobis organica; & alij vſus.

1 *OPe duarum harum propoſitionum 12, & 13 docetur geometricè, atq; exactiſsimè quantitas lineæ perpendicularis à dati trianguli vertice ad baſem, iuxta exempla apud Comandinum, Clauium, &c. Ex ductu cognitæ perpendicularis in dimidiam trianguli baſim habetur area rectanguli æqualis dato triangulo. Et quoniam quacumq; figuræ plane, etiam irregulares, ſecantur in triangula, iuxta dicta à nobis ad 32 primi, ex cognitis triangulorum areis habentur cognitæ etiam omnes areæ omnium planarum figurarum, etiam irregularium. Quin & ex arearum cognita dimenſione prodit etiam cognitio ſoliditatis figurarum, ac magnitudinum omnium, vt ad finem huius libri aliquid indicabimus.*

Dimenſiones planarũ, & ſolidarum figurarũ è propoſ. 12, & 13 huius lib. 2.

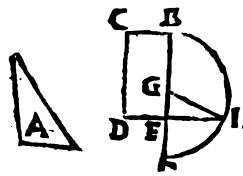
Quoniam verò inueſtigatio lineæ perpendicularis à vertice dati

ti trianguli ad baſim in triangulis non rectangulis eſt paulo operoſior pro Tyronibus, habes à nobis compendia in § 3 *ad propoſ.* 10 *lib.* 1; § 3 *ad prop.* 41, § 17 *ad pr.* 47; *& alibi in* 2 *Tom. ad lib.* 6, *ſcilicet deductâ perpendiculari, & inuentâ eius quantitate per circinum partium, qualium etiam* 100 *potes fingere dimidiam baſim. &c.*

2 *Ex biſce pariter* 12, *&* 13 *propoſ. patet modus cognoſcendi* quantum ſit quadratum cuiuſuis lateris trianguli cum quadratis aliorum duorum laterum comparatum, nempè an ſit illis æquale, an maius, minuſue, & quanto maius ſit, aut minus, prout videlicet angulus aſſumpto lateri oppoſitus fuerit rectus, vel obtuſus, aut acutus. *Clauius.*

Propoſ. XIV. Probl. II.

Dato rectilineo æquale quadratum cõſtituere.



ESto rectilineũ A, cui oporteat æquale quadratum conſtituere. [a] Fiat rectilineo A æquale parallelogrammum rectangulum BD. Si igitur BE, ED fuerint æquales; factum eſt quod petitur; erit enim rectilineo A æquale quadratum BD. Si non, erit vna ipſarum BE, ED maior. Sit maior BE, quæ producatur in F, [b] fiatq; FE ipſi ED æqualis; [c] biſecenturq; FB in G, & centro G, interuallo GB, aut GF, deſcribatur ſemicirculus BHF, & producatur DE in H, ducaturq; GH. Cùm itaq; recta B-

a *propoſ.* 45. 1.

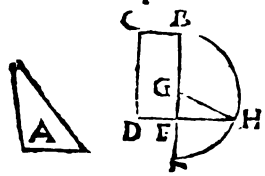
b *propoſ.* 2. 1.

c *propoſ.* 10. 1.

F le-

d prop 5. 2. F sectæ sit æqualiter in G, inæqualiter in E, d erit quod BE, EF continetur, cum eo quod ex EG quadrato, æquale ei, quod ex GF quadrato. Sunt autem GF, GH æquales. Quod ergo BE, EF continetur cum eo quòd ex GE, æquale est

e propos. 47. 1. illi, quod ex GH: illi verò quod ex GH, e æqualia sunt quæ ex HE, GE quadrata: ergo quod BE, EF continetur, cum eo quod ex GE, æquale est illis, quæ ex HE, GE. Commune auferatur,



quod ex GE, & erit reliquum, quod BE, EF continetur; æquale ei, quod ex EH quadrato: sed quod BE, EF continetur est ipsum BD, siquidem EF, ED sunt æquales: parallelogrammum ergo BD æquale est ei, quod ex HE, quadrato. Est autem BD æquale rectilineo A: ergo rectilineum A æquale est quadrato ex EH descripto. Dato ergo rectilineo A æquale quadratum constituimus, id nimirum quod ex EH. Quod facere oportuit.

§XVII.

Vniuersalitas, vtilitas ad vniuersam Geometriam speculatiuam, & practicam huius 14 propos.

1 *Figuram rectilineam quamlibet (vniuersalissimè loquendo) etiam irregularem dum transformat in quadratum, at facil-*

facillimè, propositio hæc 14 facillimam etiam viam aperit pro dimensione planarum rectilinearum figurarum. Quæ per hanc prop. 14 transferũtur in quadrata, & multiplicato latere quadrati in se, habetur area figuræ per quadratula. Quam ad rem facilius exercendam habes à nobis subsidia ex ijs, quæ ad 2, & 3, & præcipue ad 4 prop. huius lib. 2 exposuimus. Itaq; aperit hæc propositio campum transformationis geometricæ rectilineorum in quadrata, & dimensionis omnium earum figurarum.

2 *Præterea cùm hæc èadem propositio tacitè docea inuentionem lineæ mediæ proportionalis non dissimili modo à propos. 13 libri 6 (est enim hìc in fig. Eucl. EH media proportionalis inter rectanguli BD latera BE, ED, siue EF æquale ipsi ED) simul clauem affert geometricam vniuersalissimam ad infinita problemata, quæ in philosophia Geometrica soluuntur ope mediæ proportionalis, & ad vsus præclaros transferuntur in omni mathematicarum scientiarum, & aliarum artium genere.*

Vide nos ad lib. 6, vbi de mediæ proportionalis vsibus.

§ XVIII.

Locus Aristotilis insignis elucidatur ex hac 14 propos.

IN 2 lib. de anima tex. 12 docet. Philosophus duplex esse genus definitionis, scilicet formalis, & causalis. Vt hic: Quid est quadratio? &c. est effectio rectanguli æquilateri, ideſt quadrati, quod sit æquale rectangulo altera parte longiori. hæc formalis est. Causalis verò docens causam efficientem huius quadrationis, est si dicas: Quadratio rectilinei est inuentio mediæ proportionalis, quæ dat latus quadrati. Nam eius meæ inuentio causa est efficiens quadrati construendi è quatuor rectis lineis ipsi media, atq; inter se æqualibus. Ex hisce lege, & intellige verba Philosophi. Hucpluraad eruditionem eius loci è penu geometrico de tetragonismo apponant Doctores Geometrici suis Auctoribus. Satis hæc nunc sapienti.

Digitized by Google

SCHOLION.

Adiumenta ad praxim huius 14 propos.

Nostra Methodus firmatur.

VIde Clauium ad hanc 14 propos. Eundem melius lib. 4. Geom. Pract. cap. 4 num. 4 vbi, licet nonnihil supponatur è lib. 6 elem. tamen iuxta nostram methodum Tyro non priuatur eà cognitione, quam iam habet à 6 lib. in antecedenti 2. tomo, vt possit assequi perfectam scientiam pro praxi vertendi quamcumque figuram rectilineam etiam irregularem in quadratum ad vsus, quos in anten. § 17 indicauimus. Itaq; diuiso rectilineo in triangula, vt docuimus ad 32 propos. lib. 1, & ex hac 14 translatis triangulis in quadrata, & per praxim in Probl. 6 sub § 11 ad 47 propos. lib. 1, omnibus ijs quadratis in vnum redactis, habetur intentum.

§XIX.

Problematis eximij, ac vniuersalis ex hac 14 propos. indicata solutio.

PRoblema quod Clauius ad hanc 14 propos. ponit solum de quadrato, soluit etiam in lib. 8 Geom. pract. propos. 14, & aliter, & vniuersalius etiam de Rhombis, de Rectangulis, de Rhomboidibus, scilicet: dato excessu diametri supra latus, inuenire latus, super quo constituantur quadratum, rhombus, rhomboides, rectangulum, quorum sint diametri habentes illum excessum. *&c. Problema solutũ vniuersalius in Geom. pract. licet supponat aliquid è lib. 6 elem. tamen Tyronibus nihil officit imbutis cognitione libri 6 è nostra methodo, iuxta praedicta in antec. Schol.*

Nostra Methodi vsus.

§ 20.

Digitized by Google

§XX.

Campus Geometricus circa quadrationes curuilineorum.

QVemadmodum docet hæc propositio quadrare rectilinea, sic extendi etiam potest ad quadrationes curuilinearum, vel mixtilinearum figurarum, vt circuli quadraturæ proludatur. In hoc campo vos non pauca, siue seuimus, siue demessuimus, ac quidem facillimis modis, præsertim in Apiar. 1, prælib. 3, vbi habes Proteum Geometricum; & Apiar. 3, progym. 5, & 6, vbi curua rectis æqualia exhibuimus. Vnde haberi possunt quæ ornent, & condiant Tyronibus hanc 14 prop. eamq; extendant in latissimum, & paradoxicum campum quadrandi etiam non rectilinea.

SCHOLION.

Pro nostra Methodo.

IN § 14 antec. vides rectè præmissum lib. 6, vbi de proportionibus, vt intelligantur quæ in hoc 2 lib. ad propos. 5 ponuntur de triplici genere proportionalitatum.

Digitized by Google

§XXI.

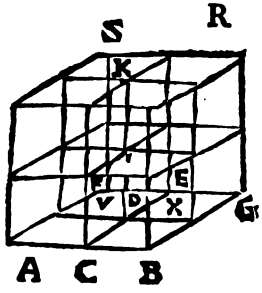
APPENDIX,

Pro ſeptimo Ærarij Tomo(præter algebratica) & campi Planimetricus,& Stereometricus è nouo vſu geometrico centri grauitatis, quo liber hic ſecundus eleuatur ad parallelepipeda, & ad alia ſolida rotunda cõponenda, reſoluenda, dimetienda, inter ſe comparanda. &c. Quorum omnium radices in hoc ſecundo libro ſunt.

1 *PLeraſq; propoſitiones, quas in hoc 2. libro habet Euclides, à ſectionibus linearum ad rectangulorum compoſitionem traductas, licet (aliter etiam, quàm fecimus in aliquibus exemplis ad eas) eleuare, & transferre à ſectionibus ſuperficierum rectangularum ad compoſitionem ſolidorum parallelepipedorum, quadratorum, &c. ſuppoſita cognitione, ac vi geometricà centri grauitatis à noſtro Guldino proditâ in lineis, & ſuperficiebus planis tam rectilineis, quàm curuilineis. Exempla dabimus circa aliqua faciliora pro Tyronibus.*

2 *Rectæ AB centrum grauitatis eſt medium punctum C, ſi AB concipiatur moueri horizontaliter, vt poſtulat centrum grauitatis C, (à quo ſuſpenſa æqualiter, ac perpendiculariter tota diſtat ab horizonte) ideſt æquabiliter, ſignabit punctum C rectam perpendicularem; verbi gratia, ipſam CE, (quæ obliqua eſt in figura obiecta oculis lateraliter ex optica deſcriptione, vt eius partes oculis appareant) quam finge æqualem ipſi AB; itaq; primi generis quantitas, id eſt linea AB mota, ſi ducatur in viam CE, perpendiculariter factam à centro E, producit quadratum AG. Cuius centrum grauitatis eſt medium punctum D, ex quo imaginariè ſuſpenſum aqua-*

Digitized by Google



æquabiliter distat planum quadratum AG ab horizonte. In ea igitur æqualitate si fingas AG eleuari, centrum D imaginariè signat viam perpendicularem DK, quam finge æqualem esse vni laterum, puta ipsi AB. Quantitas igitur secundi generis, idest superficies rectangula AG, ducta in viam DK, perpendiculariter factam à centro D, producit solidum cubicũ BS.

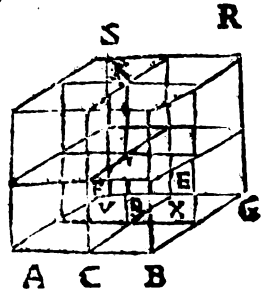
3 *Quibus positis vtamur exemplo 2 propos. huius libri, illudq; transferamus à planis ad solida. Alia exempla alij addent ex alijs huius libri propositionibus. Propositio sic formetur.* Si datum quadratum secetur in minora rectangula habentia vnum latus æquale alteri lateri insecto dicti quadrati, parallelepipeda facta à minoribus rectangulis perpendiculariter eleuatis ad altitudinem lateris insecti, æqualia erunt cubo, quod fit à dato quadrato. *Propositio 2 huius formata pro solidis.*

Quadratum AG, secetur, exempli gratia, in duo æqualia rectãgula AE, CG, quorum centra grauitatis finge in V, X, quibus perpendiculariter eleuentur ad longitudinem insecti lateris AF, vel BG, fient parallelepipeda duo CS, CR quibus æqualis erit cubus BS f ctus à quadrato BF eleuato per centrum D perpendiculariter vsq; ad K altitudinem æqualem vni laterum AB quadrati BF.

Demonstrationem afferam ex vsu geometrico centri grauitatis, eamq; confirmabo obtensione in numeris. Quoniam duo rectangula CF, BE sunt æqualia quadrato AG, immo ipsum conficiunt, & via perpendiculares centri grauitatis rectangulorum, & quadrati ponuntur æquales, nempè vni, eidemque DK; ergo cubus conflatus ex ductu quadrati AG in altitudinem DK, erit æqualis duobus parallelepipedis conflatis ex ductu rectangulorum CF, BE in eandem altitudinem DK, iuxta corollarium Guldini ad finem propositionis 3, cap. 8, lib. 2 de vsu geometrico centri grauitatis. Quando enim quantitates motæ sunt æquales, & viæ centrorum grauitatis sunt æquales, figuræ conflatæ ex ductu motarum quantitatum in vias centri, sunt æquales. Si enim partes componentes sunt æquales, quis dubitet & composita eiusdem generis esse æqualia? Accipe & in numeris.

4 *Qua-*

Digitized by Google



4 *Quadratum AG4 diuide in duo, puta aequalia rectangula, quorum vtrumq; sit 2, & 2, rectangulum EF2 ductum in altitudinem DK2 conficit parallelepipedum CS4; pariter rectangulum CG2 ductum in DK2 conficit parallelepipedum 4, hoc est duo illa parallelepipeda continent singula 4 cubos, & simul composita conficiunt 8 cubos. Pariter quadratum BF4 ductum in viam centri DK2 conficit 8 cubos eosdem. &c.*

SCHOLION.

Quod facilitatis gratia pro Tyronibus proposuimus de quadrato, & cubo, licet vniuersalius proponere de quolibet rectangulo, & parallelepipedo, cuius rominis notionem (quae hic patet in figuris) vide apud Eucl. lib. 11, def. 30. Omnis cubus est parallelepipedum, at non contra; cubi enim parallelae oppositae sex figurae plana, non solum quadrilatera, & rectangula, sed & quadrata sunt.

§XXII.

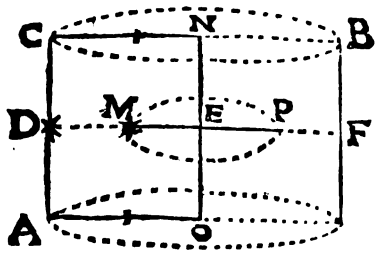
Parallelepipedorum, atq; etiam omnium aliorum solidorum rotundorum compositio, & resolutio ad hunc lib. 2.

1 *Quemadmodum centrum grauitatis recto, & perpendiculari motu dat viam, in quam recta linea ducta superficiem rectangulam, superficies rectangula parallelepipedum producunt; sic idem centrum grauitatis circulariter motum dat viam circularem, in quam ducta linea vel recta, vel circularis, vel mixta producunt superficies circulares, siue rotundas; ac pariter superficies qualibet plana regularis, vel irregularis, ducta in motum centri circularem, producit solida circularia, siue rotunda cuiuslibet figurae, vt iam habes exem-*

ple

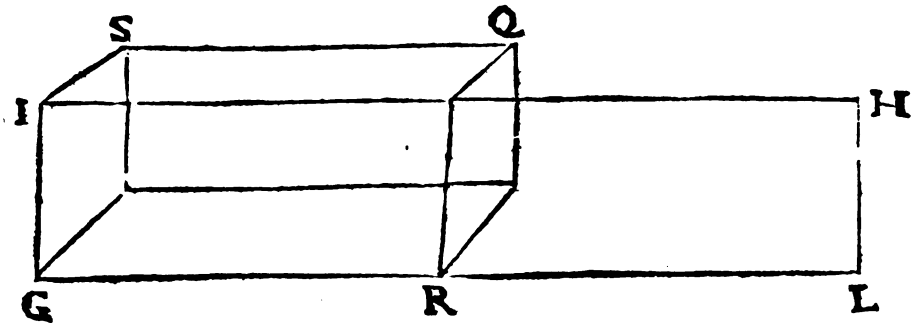
Digitized by Google

pla à nobis aliqua in vtroq; huius Æraríj tomo ad 1, & 6 libros, & ad finem libri tertij, & in Breuiario Stereometrico ad finem hu. 3 to. videbis. Illuc vise, ne repetamus tam non semel dicta.



Superficiei cylindricæ resolutio in rectãgulum.

Interim hìc vide in exemplo Cylindri AB. Cuius superficies sine basibus producitur ex ductu lateris AC in lineam circularem, quam signat centrũ D ipsius rectæ AC, dum recta ED, fixa in E medio perpendicularis NO, rotat extremum D. Itaq; superficies cylindrica, sine basibus, est æqualis rectangulo sub CA, & sub rectà æquali peripheriæ signatæ à D, hoc est, iuxta Archimedis calculos (omitto, facilitatis gratia pro Tyronibus, septimam illam partem accisam vltra triplicatam diametrum. &c.) triplicatæ à diametro DF. Quale rectangulum pono GH, sub GI æquali ipsi CA, & sub

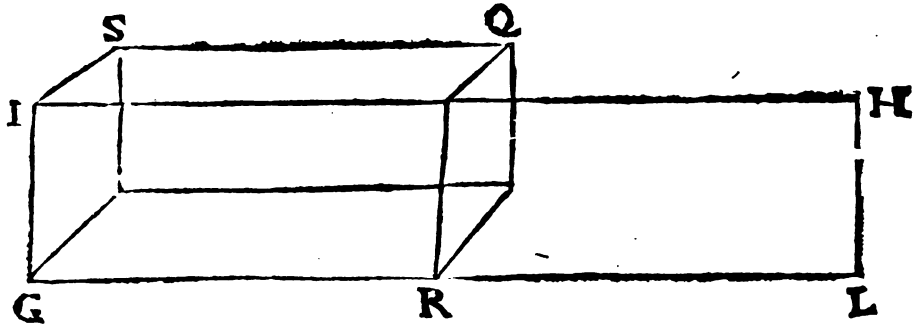


GL triplæ ipsius DF; Quare vides superficiem curvilineam redactam ad rectangula huius lib. 2. Pari ratione quæcumq; aliæ rotundæ superficies, facta ex ductu lineæ cuiuslibet in viam circularem centri granitatis, reducitur ad rectangulum. &c.

2 Quod verò ad soliditatẽ attinet, quoniã (in fig. 1) ea conflatur ex ductu rectanguli AN in viã circularẽ factam à centro grauitatis M in eodem rectangulo AN, dum id moueri fingitur circa latus NO;

Cylindri soliditas resoluta in parallelepipedũ.

Digitized by Google



NO; ergo ea cylindrica soliditas erit æqualis parallelepipedo sub rectangulo AN, habente pro altitudine, siue longitudine latus, siue rectam æqualem peripheriæ factæ à puncto M, hoc est rectam triplam (neglecta in hoc exemplo accisa septimâ. &c.) diametri MP. Siue aliter: soliditas cylindri est æqualis parallelepipedo sub rectangulo (facto à ductu altitudinis cylindri in semidiametrum basis) & sub altitudine æquali diametro, & semidiametro basis; neglecta septimâ. &c. Quale parallelepipedum vides GQ, in quo GR latus, ac reliqua tria parallela, ponũtur tripla ipsius MP, siue sunt æqualia diametro CB, & semidiametro CN. Rectangula verò opposita, & parallela GS, RQ concipienda sunt æqualia ipsi AN. Pariq; ratione quæcumq; alia solida rotunditatem habentia erunt æqualia parallelepipedis contentis sub plano rotato, & sub recta æquali peripheriæ factæ à centro grauitatis plani rotati. Quare vides quemadmodum etiam solida rotunda reducantur ad librum hunc secundum, quem à planis rectangulis eleuauimus ad parallelepipeda.

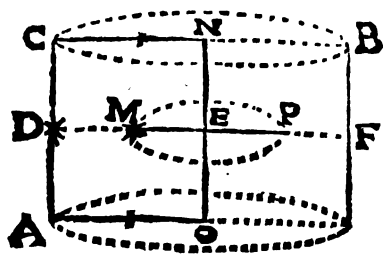
De resolutionibus curuarum superficierũ, & soliditatum, earum dimensiones, proportiones, &c.

3 *Eàdem opera, quà vidisti compositionem planorum rectangulorum, vel rotundorum ex lineis motis, & e motu centri grauitatis, compositionem vero solidorum parallelepipedorum, vel rotundorum ex planis vel rectangulis, vel curuilineis ductis in viã rotationis factã à centro grauitatis, vides etiam resolutionem solidorum in plana, & rectangula vel rotata, vel perpendiculariter mota à centro grauitatis, ac simul etiam habes dimensiones eorumdem vel planorum, vel solidorum. Planorum enim dimensio fit ex ductu lineæ motæ in viam vel perpendicularem, vel circularẽ à centro*

Digitized by Google

centro grauitatis motæ lineæ factam. Solidorum verò dimẽsio fit ex ductu plani vel rectanguli, vel curuilinei in viam vel perpẽdicularem, vel circularem à centro grauitatis moti plani factam, iuxta indicata in antecedentibus. Vide exempla apud nos in fine hu. 3 Tomi, in Breuiario Stereometrico, Sectione 2.

4 Proportiones verò (de quibus, iuxta nostram methodum, aptè post librum sextum licet in hoc 2. libro sermonem facere) & comparationes, ac differentiæ planorum, vel solidorum conflatorum ex motis lineis, vel plauis, & exvÿs vel perpendicularibus, vel circularibus à centro grauitatis, habentur ex proportionibus, ac differentÿs tum quantitatum motarum, tum ex differentÿs motuum à centro grauitatis; potestq; regula vniuersalis esse: figuræ inter se sunt, vt ea, à quibus sunt. Itaq; cum motæ quantitates sunt æquales, & viæ à centro grauitatis sunt æquales, sunt etiam æqualia vel plana, vel solida. &c. Sic, in exemplo, quia tam in cylindro AB, quàm in parallelepipedo GQ motæ rectangulæ AN, GS, &c. sunt æqualia, & motus circularis à centro M est æqualis motui directo GR, propterea solida circulare AB, & parallelepipedũ GQ sunt æqualia. Cùm motæ quantitates, & viæ reciprocantur, sunt etiam tunc figuræ æquales, vt vidisti in exemplis apud nos ad propos. 14, & 15, & videbis inferius in nostro Breu. Stereom. Cum motæ quantitates, & viæ differunt, figuræ habent compositam proportionem. &c. vt vidisti apud nos in exemplis ad propos. 20, & 23 lib. 6, & videbis in citato Breuario Stereometrico in fine hu. 3 To. Vide corollaria citata ex Guldino. &c.



5 Ex hactenus dictis habes campum immensum planimetricum, & stereometricum ad hunc, & ex hoc 2 libro, eumq; nouum ex nouo vsu geometrico cẽtri grauitatis, non solùm pro curuilineis, & rotundis infinitis numero quantitatibus, sed etiam pro planis rectangulis, & solidis subplanis rectangulis, ad quæ reducuntur ro-

tunda. &c. Quæ omnia proposuimus hìc saltem in aliquo exemplo indicata. Plura vide in citato Breu. Stereometrico.

Interim à nobis habe quantus sit exiguus hic 2 libellus geometricorum elementorum pro vtraq; quantitate discreta, & continuâ, pro Arithmetica, pro Planimetriâ, & pro Stereometria. &c.

6 Aptissimè igitur poſtremo loco elementum hoc geometricum (quod, iuxta antiquam methodum, est secundum) posuimus, in quod pene vniuersa philosophia de quantitate resoluitur: & aptissimè huius extremi libri extremum occupat locum figura quadrata, qua, per antedicta, radix est pro recondita, & multiplici cognitione theoretica, & problematicà penè omnium figurarum (irregulares enim qualibet plane figuræ (à quarum gyratione fiunt rotunda solida versiformia) vertuntur in quadratas, vt pateat proportio rotatarum quantitatum, &c.) Quare & nos hìc aptissimè finem facimus theoriarum, & problematum nostræ, atq; elementaris (etiam vltra elementa elevatæ) planimetricæ Philosophiæ.



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

EPILOGVS PLANIMETRICVS,

IN QVO

Præcipua aliqua Theoremata,

Præsertim Librorum I, II, VI

ELEMENTARIORVM DE PLANIS FIGVRIS

Aliter ex earum ortu, & ex vsu Geometrico centri grauitatis breuissimè, ac facillimè demonstrantur, & confirmantur,

Et à Pseudogeometria fucis propugnantur; ac transitus fit à planis ad solida.

Digitized by Google

Digitized by Google

EPILOGI PLANIMETRICI

PARS PRIMA

In vſu Geometrico centri grauitatis circa aliqua Elem. Plan.

AMICO LECTORI.

De primis principijs, quibus nititur nouus vſus geometricus centri grauitatis. De cauſis, & modo huius Epilogi Planimetrici.

1 *NOſter Guldinus in vſu geometrico centri grauitatis circa vel ſuperficies rotundas, vel ſolida rotunda, quæ ſcilicet progignuntur è circulariter gyratis vel lineis, vel ſuperficiebus, ſatis habuit ſua firmare ab effectu, ideſt oſtendere vſum illum geometricum centri grauitatis eſſe legitimum, & quòd theoremata per eum prolata, & probata congruunt cum theorematibus ab antiquis Philoſophis Geometricis indirectè, vel aliter demonſtratis.*

Nos quemadmodum centro grauitatis in lineis, & ſuperficiebus geometricè vtimur etiam extra rotunda, velut in priſmatum, parallelepipedorum. &c. ſuperficiebus, & ſoliditatibus; ac præterea ſolidorum aliquorum rotundorum (velut cylindrorum &c.) ſuperficies, & ſubipſis ſoliditates prodimus non à gyratione circulari, ſed à motu recto tam linearum vel rectarum, vel circularium, vel mixtarum, quàm ſuperficierum planarum variè terminatarum; ſic ampliati à nobis vſus geometrici centri grauitatis veritatem ſcientificam oſtendimus non ſolum ab effectu congruentiæ cum alienis antiquorum

Amplia-tus à nobis vſus geome-tricus cẽ-tri grauitatis.

theorematibus ritè demonſtratis, ſed etiam à primis princi-pijs, quibus nititur motus linearum, vel ſuperficierum in pro-gignendis ſuperficiebus, & ſolidis. Ea verò prima principia paucis hic indicata ſunt ſequentia.

2 *In element lib. 1. ad defin. 15. §. 2. & lib. 11. defin 14, 18, 21, habes & circuli, & ſphæræ, & coni, & cylindri definitiones, ac formationes à gyratione lineæ circa alterum eius extremum ſemicirculi, trianguli, rectanguli &c. Guldinus tranſtulit ad omnium rotundorum, & ſuperficierum circa ea procrea-tionem. Nos traducimus etiam ad motum rectum, & ad procrea-tionem figurarum planarum, & ſolidarum non rotundarum.*

Amplia-tiones circa ortus figurarũ.

Quoniam igitur, (iuxta ingeniosè ab antiquis pronuntia-tum in abſtractione geometrica) à motu puncti linea, à lineæ ſuperficies, à ſuperficiei ſolidum progignitur; vt ſuperfi-cierum, & ſoliditatum quantitates, proportiones, & alia eas figuras conſequentia cognoſcantur, inueſtiganda eſt co-gnitio non ſolum quantitatum motarum, ſed etiam motùs ipſius, quo quantitates motæ figuras producunt. Quantitas ipſius motus petenda eſt à menſura certa, qualis eſt ſola perpendicu-laris, vt demonſtrauimus non ſemel in 1. To. hu. Aerarij. Perpendicularem verò motionem ſignat in lineis, & ſuperfi-ciebus certum, ac vnicum tantùm punctum, quod eſt centrum grauitatis, quo (quemadmodum grauia, iuxta prima princi-pia machinariæ philoſophiæ, de quibus nos in To. 2. Apiar. 10.) lineæ, ac ſuperficies liberè defluentes (in abſtractà geometricà conceptione) feruntur, per lineam breuiſſimam; quam in Ma-chinaria lineam directionis ad mundi centrum appellant. Ac ratio cur ſolum centrum grauitatis, per breuiſſimam eam li-neam deferatur eſt, quia circa id centrum (iuxta illius defi-nitionem) æqualiter ponderant omnes partes rei grauis, nec eſt quod earum aliqua nitatur magis quàm alia, vt punctum centri grauitatis à linea directionis dimoueat. Primum verò, & vniuerſaliſſimum prædictorum omnium principium eſt: Natura non impedita operatur per breuiſſima, *vt quamciti-ſſimè fines ſuos aſſequatur, nec fruſtra faciat per plura quod (cæteris paribus) poteſt per pauciora.*

Que-

Digitized by Google

3 *Quemadmodum igitur à centro grauitatis petenda est (propter prædicta) legitima mensura motus liberi, ac recti; sic ab eodem puncto centri grauitatis petenda est certa mensura motus non liberi, nec recti, quando graue, siue linea, & superficies in motu detinentur in aliquo sui extremo, ac termino, qualis est motus circularis. vel rectæ lineæ altero sui extremo manente, vel semicirculi, vel trianguli, vel rectanguli, vel cuiuscunque alterius pluriformis lineæ, ac superficiei rotatio pro formatione superficierum circularis, vel aliarum, vel solidorum sphæræ, coni, cylindri, vel aliorum quorumcunq; rotundorum. In illis enim rotationibus rotatorum centra grauitatis habent circa se partium æquiponderantiam, & nituntur per quàm possunt breuissimam etiam dum in sui extremo aliquo circa vel punctum aliquod, vel axem à recto motu impediuntur, & coguntur in circularem flectere rectam, & breuissimam sui motus lineam, vt, verbi gratia, pro parallelepipedo producant cylindrum, vel pro rectangulo superficiem cylindricam. &c. Ea propter mensura eorum rotundorum rectè sumitur ab ea circulari linea, quæ æqualis est rectæ breuissimæ motus liberi, & mensuræ certæ, ac determinatæ à certo, ac determinato vnico puncto centri grauitatis.*

Itaque noua, & mirifica doctrina de vsu geometrico centri grauitatis nititur non solum effectu congruentiæ cum theorematibus antiquis, sed etiam causâ originariâ, & primis principijs geometricis, ac etiam physicis. Quibus nisi niteretur (ac multo magis si ijs repugnaret, vt repugnant indiuisibilia, quod inferius videbis in 2. par. hu. Epil.) non prorsus validè se firmaret solâ congruentiâ cum antiquis theorematibus.

4 *Nec illi faueret vulgatum illud*, ex falso verum non prodit, *ergo, si veri sunt partus geometrici, & congruentes cum antiquis, vera etiam est regula, vnde proeunt. Responderi enim posset posse etiam à falso per accidens verum prodire; ac distinguendum esse inter rei, & scientiæ veritates. Potest enim aliquod verum, ac demonstratum ab antiquis attin-*

Cõgruẽtia cum ritè demonstratis nõ arguit bonam demonstrationem.

attingi falsà scientià, ideſt adiri per ratiocinationem nitentem falsis principijs, ac tunc qualia sunt principia talis & ratiocinatio, & scientia scilicet falsa circa rem perse veram. Aliud est habere veram rei cognitionem, aliud rem esse veram. Itaque quemadmodum principia falsa sunt, (velut per indiuisibilia contra 4. defin. l. 5.) sic falsam producunt scientiam circa rem, cuius veritas aliunde constat. Ac si non constet aliunde rei veritas, constare non potest è ratiocinio prodeunte à falsis principijs.

Itaque quamadmodum vsui geometrico centri grauitatis fauet id; Verum nonnisi ex vero, *propter, & iuxta praedicta; sic nullo modo fauet ijs, qui in geometrica philosophia nituntur falsis principijs (verbi gratia, contra 4. definit. lib. 5. elem.) tamen putant se legitimè geometricè, demonstratiuè, scientificè philosophari. Quod nemo vnquam verè scientificus concesserit. Nam verum (si tamen liceat) per falsa cognoscere, ac scire est ignorare, ac nescire.*

Inane cõfugiũ geometricè paralogizãtium.

4 *Nos igitur in hoc Epilogo geometrico post vulgatum modum demonstrandi singulas propositiones librorum sex elementarium de planis, censuimus è re geometrica futurum, & varietatis, & nouitatis iucunditatem non defuturam, tibi, Amice Lector, si planarum figurarum, praecipuè regularium, praecipuas affectiones facillime, breuiter, ac aliter, quam apud Euclidem, demonstremus, videlicet cum vsu geometrico centri grauitatis, quasi à primo figurarum ortu cognità quantitate tum linearum motarum, tum viarum à centro grauitatis perpendiculariter signatarum, vnde planae figurae conflantur. Ac meritò geometricae philosophiae praecipua aliqua elementa de planis figuris in hoc Epilogo, & de solidis in Breuiario Stereometrico post hunc epilogum, geometrico centri grauitatis vsu firmamus, vt ab hac geometrica grauitate non parum ponderis, decoris, ac maiestatis ipsimet geometricae philosophiae accedat.*

5 *Suppositis tamen ijs, quae circa eius centri vsum geometricum, & regulas ab eo deductas non semel adhuc diximus in 1. & 2. huius Eraij Tomo, ad propos. 10. l. 1. §. 8. ad pro. 45.*

§. 3.

§.3. *Et in lib.6. ad prop.* 14,15,20,23. *Et ad finem lib.3. & l.2. Quibus adde ea, quæ in Breuiario Stereometrico solidis exemplis adfirmamus sub finem huius 3. Tomi.*

6 *Intellige autem, mi Tyro, in huiusce planimetrici Epilogi demonstrationibus cum vsu geometrico centri grauitatis nos ita versari, vt liceat pro Euclide, sint tamen extra Euclidem; ideſt suppositis iam Euclideis planis elementis. Ac ideo, post eorum finem, loco Epilogi geometrici, hæc apponimus, in quibus liberum esse nobis voluimus vti promiscuè propositionibus, quas apud Euclidem iam in antecedentibus exposuimus.*

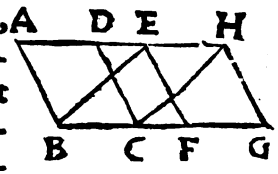
Nihilominus Doctores Geometrici, siue Tyrones Auditores, poterunt hinc sibi assumere aliquas ad faciliorem demonstrationis euidentiam pro aliquibus Euclidis propositionibus aliter demonstrandis, modò eas hinc assumant, quæ, applicatæ propositionibus aliquibus Euclidis, non egeant cognitione posteriorum.

Pucula hìc exempla in hoc Epilogo planimetrico deducant Tyrones per plures alias elementares propositiones de planis figuris; atq; interim æqui, bonique faciant apud nos hanc demonstrandi formam in figuris planis planè planam.

§ I.

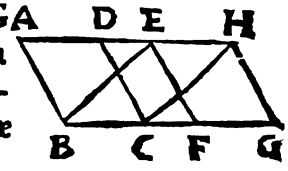
THEOREMA I, & II.

Libri primi Elem. propositiones 35. & 36.



PArallelogrammorum A C, E G, super eadem, vel æqualibus basibus, eiusdem quantitatis sunt rectæ B C, F G, & sunt inter easdem parallelas, ideſt habent eandem perpendicularem altitudinem, iuxtà defin.4. lib.6. Hoc est si fingas per

per centra grauitatis media inter BC, & inter FG, eleuari perpendiculariter æquales BC, FG ad parallelam AH, signabunt ea centra æquales vias. Cum ergo parallelogrammorum AC, FH sint & æquales viæ perpendiculares centri grauitatis, &



æquales motæ quantitates BC, FG, constituent duo rectangula & æqualia inter se, & æqualia duobus parallelogrammis BD, FH, quorum eædem sunt lineæ BC, FG motæ, & eædem motiones perpendiculares, siue altitudines inter easdem parallelas. Figuræ enim sunt inter se vt quantitates motæ, & viæ perpendiculares à centris grauitatis, per quas ductæ quantitates constituunt figuras.

SCHOLION I.

IN obliquo BH recta EH, dum à perpendiculari descensu obliquatur versus BC, habet in mixto eo, siue obliquo motu perpendicularem, à centro grauitatis medio inter EH, quasi concisam in minutissimas partes, & gradatim distractas versus BC, estq; eadem quæ fieret perpendicularis mensura à medio inter EH ad (verbi grat.) F. ac proinde rectè etiam in obliquo BH producitur areæ quantitas à ductu rectæ EH in perpendicularem, quemadmodum fit in parallelogrammo non obliquo, siue rectangulo.

SCHOLION II,

ET COROLLARIVM.

LIcet easdem propos. 35, & 36 eleuare ad solida, si, pro basibus linearibus, substituas plana parallelogramma, quæ in eàdem altitudine producunt parallelipipeda æqualia super æqualib. basib. vnde patent propositiones 29, 30, 31, lib. 11 elem. Ac potest fieri ostensio etiam in numeris, &c. Habes in hoc corollario multa paucis indicata.

§ II.

Digitized by Google

§. II.

THEOREMA III, & IV.

Præpoſit. 37, & 38. lib. 1. Elem.

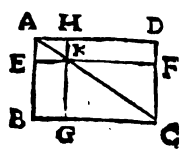
PAtet ex antedemoſtratis. Nam in eadem proportione ſunt tota, & totorum dimidia. Sunt parallelogramata, per antecedentem propoſ. æqualia, ergo & triangula, æqualium dimidia, ſunt & ipſa inter ſe æqualia.

§. III.

THEOREMA V.

Propoſitio 43. lib. 1. Elem.

PArallelogrammi B D parallelogramata G F, E H, quæ circa diametrum, ſunt ſimilia, per 24. ſexti, hoc eſt, iuxta defin. 1. eiuſdem libri, circa angulos æquales habent latera proportionalia, vt F K ad K G, ſic E K ad K H; ergo complementorum B K, K D latera reciprocantur, hoc eſt, iuxta defin. 2 eiuſdem ſexti, in K D ſunt antecedens F K primæ proportionis, & conſequens K H ſecundæ proportionis; ſicut in B K eſt antecedens E K primæ proportionis, & conſequens G K ſecundæ proportionis. G K ſit pro via perpendiculari ipſius E K motæ vſque ad B G. At verò K H ſit pro via ipſius K F motæ vſq; ad H D. Ergo quantitates motæ E K, K F, & viæ G K, K H reciprocantur; ergo, per 14 lib. 6, complementa B K, K D ſunt æqualia. Quantitates enim planæ ſunt æquales, quarum lineæ motæ, & viæ motùs perpendiculares ſunt æquales, vel ſaltem reciprocantur; iuxta dicta ad citat. propoſ. 14. lib. 6.



Digitized by Google

§ IV.

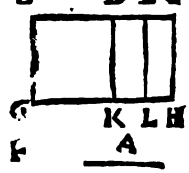
THEOREMA VI.

Libri 2 propositio 1.

IN propositionibus Libri Secundi, quæ versantur pene omnes circa rectangula, expressior, & facilior erit via perpendicularis signata à centro grauitatis lineæ motæ, ac constituens cum eà rectum angulum, quàm fuerit in libro primo, pro demetiendis æqualitatibus triangulorum, vel parallelogrammorum obliquorum. Erit hoc à nobis singulare geometricum beneficium leuandis difficultati, ac tædio, quæ Tyronibus afferre videntur libri 2 demonstrationes, quæ longe faciliores sunt ab vsu geometrico centri grauitatis.

Condimentum lib. 2.

Itaq; in figura primæ propositionis, quoniam rectangulum totale GC fit ex ductu motæ GH perpendiculariter in viam perpendicularem, cuius quantitas est recta A, siue GB; itemque rectangula partialia fiunt ex ductibus partium GK, KL, LH perpendiculariter motarum per vias singulas æquales eidem A, siue ipsi GB. Est autem èadem via quantitatis perpendicularis A, & motæ partes GK, KL, LH sunt æquales motæ toti GH; ergo partium producta GD, KE, LC simul sumpta erunt æqualia producto totali GC.



§ V.

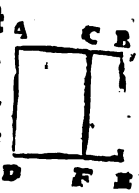
Digitized by Google

§ V.

THEOREMA VII.

Libri 2 Propositio 2.

PAriter quadratum ex tota DE æquale est rectangulis sub eadem DE, siue sub illi æquali DA, & sub partibus DF, FE quia est èadem via DA motæ DE ad productionem totalis quadrati DB, & partium DF, FE motarum ad productionem rectangulorum DC, FB, & sunt etiam æquales quantitates motæ partiales DF, FE totali DE; ergo. &c.

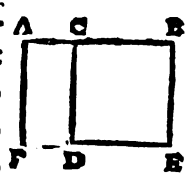


§ VI.

THEOREMA VIII.

Lib. 2 Propositio 3.

PAriter secta AB in C, & facto rectangulo BF sub tota AB, & sub parte CB, hoc est sub illi æquali AF; facto item quadrato BD ex altera parte CD, & facto rectangulo CF sub vtraque parte AC, CB, hoc est sub illi æquali AF, sunt quadratum DB, & rectangulum CF æqualia rectangulo FB; quia æquales sunt viæ, siue èadem FA, & quantitates motæ partiales FD, DE sunt æquales totali motæ FE; ergo &c.

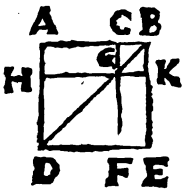


Digitized by Google

§. VII.

THEOREMA IX.

Lib. 2 Propositio 4.



QVadrati A E quantitas producitur ex perpendiculariter mota D E, & ex via motùs D A in se ductis. Quadrata H F, C K lateribus H G, G K æquant integram quantitatem totius lateris H K æqualis lateri D E maximi quadrati A E; At quadratum F H quantitate H A, quadratum C K quantitate K E deficiunt ab æquatione totius integræ viæ D A, vel B E. Dum ergo latus H G perpendiculariter progrediendo per reliquam quantitatem H A, addit sibi rectangulum H C, & dum latus G K minimi quadrati perpendiculariter progrediendo per reliquam quantitatem K E addit sibi rectangulum G E, sic æquantur & viæ, & motæ quantitates tam maximi quadrati E A, quàm reliquorum duorum quadratorum F H, C K additione rectangulorum H C, K F sub partibus A C, C G, G K, K E sectæ A B.

SCHOLION.

PRoportionali modo licebit (non pari tamen facilitate Tyronum cognitioni, ac in quatuor antecedentibus) reliquas subsequentes vsq; ad vndecimam reuocare ad eandem formam demonstrandi, quà vsi sumus in quatuor antecedentibus propositionibus.

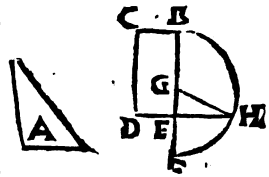
§ VIII.

Digitized by Google

§ VIII.

THEOREMA X.

Propositio 14. lib. 2.



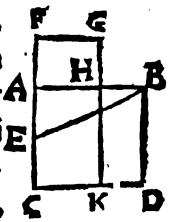
QVoniam in semicirculo BHF perpendicularis H E est, per 13 sexti, media proportionalis inter BE, EF, idest ED, &, per 17. sexti, quadratum ex HE est æquale rectangulo sub BE, EF, idest E D, idest rectangulo DB; ergo vt BE ad E H, sic E H ad E F, idest ED; ergo in quadrato ex E H, & in rectangulo D B sunt antecedentia, & consequentia proportionum; ergo reciproca sunt latera rectanguli, & quadrati; & vtraq; fiunt ex moto altero latere, & ex altero tamquam via perpendiculari moti alterius lateris; ergo vt in altero latus motum ad viam in altero, sic via alterius ad latus motum alterius; ergo, per 14, sexti, sunt æqualia rectangulum DB, & quadratum ex EH.

§ IX.

THEOREMA XI, XII, XIII.

SCHOLION.

Ad propos. 11 lib. 2. & ad 35, & 36 l. 3.



EAdem solertià geometricà in 2 propos. eiusdem libri 2 probãdum erit latus vnum quadrati AG esse medium proportionale inter rectanguli HD latera, & propterea reciprocari quantitates motas, & vias earum perpendiculares, ac propterea producta ex illis esse æqualia.

Pari-

Parirer in libri tertij propositionibus 35. & 36. inuenienda erit reciprocatio in rectangulis rectarum secantium se in circulo, vel in quadrato tangentis, & rectangulo sub secanti, & segmento extra circulum, & inde æqualitates eliciendæ rectangulorum inter se vel quadrati, & rectanguli; Vide figuras earum propositionum.

§ X.

THEOREMA XIV.

Libri sexti propositio 1.



QVoniam parallelogrammorum FC, CE quantitates producuntur ex basium BC, CD ductu in perpendiculares vias à basibus ad parallelam FE; igitur æqualibus existentibus inter easdem parallelas vijs perpendicularibus, si qua sit inæqualitatis proportio in parallelogrammis, non potest ea prodire nisi ex inæqualitate basium, ductu suo perpendiculari producentium inæquales areas parallelogrammorum. Ergo æqualibus existentibus altitudinibus (idest inter easdem parallelas) siue vijs perpendicularibus, parallelogrammata habent inter se proportionem basium.

§ XI.

COROLLARIVM I.

ÆQualibus existentibus basibus parallelogrammorum, inæqualibus altitudinibus perpendicularibus, parallelogrammata sunt inter se, vt altitudines. Quod ex Commandino aliter, ac modo vsitato demonstratum apposuimus ad 1 prop. sexti, expedimus hìc modo geometrico à motu perpendicu-

Digitized by Google

diculari lateris vnius in parallelogrammis. Nam si baſes, ideſt latera perpendiculariter mota, ſunt æqualia in vtroq; parallelogrammo, nec tamen duo parallelogrammata ſunt æqualia, differentia, & proportio inæqualitatis non poteſt peti niſi ab inæqualitate viarum perpendicularium (ideſt altitudinum) in quas ductæ baſes æquales producunt tamen parallelogrammata inæqualia.

COROLLARIVM II.

QVod demonſtratum eſt de parallelogrammis patet etiam de triangulis tamquam de dimidijs parallelogrammorum. Eadem enim eſt proportio dimidiorum, quæ totorum.

COROLLARIVM III.

In quo exemplum demonſtrandi vniuerſaliter de omni quantitate. &c.

MAurolyc. in fine lib. 1. Arith. etiam in numeris: *Si aliquis numerus duos ſingulos multiplicet, producta erunt multiplicatis proportionalia.* Eadem altitudo (ſiue baſes æquales) ſit 2, & multiplicet 3, & 4; vt 3 ad 4, ſic productum 6 ad productum 8, areæ ſunt inter ſe vt baſes. &c. Valet & pro ſolidis, ſi idem numerus altitudinis multiplicet duos diuerſos numeros pro planis baſibus, erunt enim producta ſolida vt baſes; iuxta propoſitiones lib. 11, & 12 citatas in § 4, ſect. 1 Breuiarij Stereometrici. Vniuerſaliſſima ergo propoſitio ſit: *Si eadem quantitas duas ſingulas multiplicet, producta erunt multiplicatis proportionalia.* In numeris oſtenſa valet pro planis, & ſolidis. &c.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION.

Quod in hac 1 sexti geometricè, in lib. 7 habes arithmeticè, propos. 17, 18.

§ XII.

Ex propos. 14, & 15 lib. 6. —

—COROLLARIVM.

De æqualibus figuris, quarum viæ perpendiculares centri grauitatis, & motæ quantitates reciprocantur.

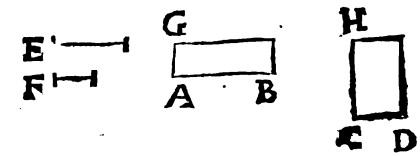
NAm viæ illæ perpendiculares, & motæ illæ quantitates (velut in planis figuris lineæ æquabiliter motæ) sunt latera reciproca rectangulorum, quæ conflantur ex lineis perpendiculariter motis, ac ductis in vias perpendiculares, iuxta alibi dicta in vtroque To. hu. Ærar. de ortu figurarum ex ductu quantitatis in viam perpendicularem. &c.

§ XIII.

THEOREMA XV.

Propositio 16 lib. 16.

QVoniam in figura propos. 16, rectangulum HD, contentum sub medijs CD, & E, habet latera C D consequens proportionis primæ, & E antecedens secundæ, ideo in eo, & in rectangulo G B reciprocantur latera, ideſt vt quantitas mota A B ad quantitatem motam C D, sic via perpendicularis motùs



CH

Digitized by Google

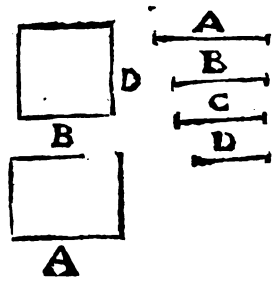
CH ad viam GA æquales. Ex quibus vijs, & motis quantitatibus quoniam producuntur rectangula GB, HD; ergo & motarum quantitatum motibus perpendicularibus reciprocatis, ideſt lateribus rectangulorum, ſunt ea æqualia, per 2.par.propoſ. 14.

§ XIV.

THEOREMA XVI.

Propoſ. 17. lib. 6.

IN propoſitione vero 17 patet in quadrato ex media proportionali B, ſiue D eſſe anteced. & conſeq. proport. & reciprocari in illo, & in rectangulo ex AC latera, ideſt vias, & motas quantitates producentes quadratum, & rectangulum; ac propterea quadratum ex media, & rectangulum ſub extremis æqualia ſunt.



§ XV.

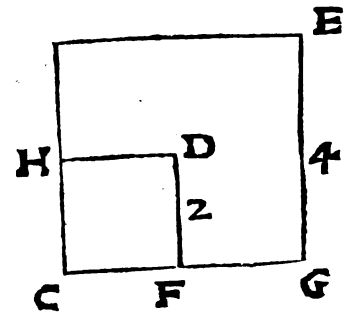
THEOREMA XVII.

Propoſitio 20. lib. 6.

De duplicata proportione laterum homologorum in polygonis ſimilibus. &c.

QVoniam in polygonis, quæ non ſint vel rectangula, vel quadrata, non apparet ex qua lineâ motâ producatur area, & quantitas dati polygoni, nec facile videtur ex vſu geometrico centri demonſtrare duplicatam proportionem laterum homologorum, ideo auxilium petendum

dum est à solertia geometrica, quæ te docebit, mi Tyro, (vt aperta hìc omnia videas) reducere datum polygonum ad quadratum, (vel saltem ad rectangulum) ex vsu 14 propos. lib. 2 vel ex modis demonstratis in libro sexto. Finge igitur data duo polygona multilatera similia, similiterq; posita trasformata esse in quadrata CD, CE. Quæ & ipsa polygona sunt similia, similiterq; posita. &c. Dico quantitatem, seu proportionem areæ, ver. gra. minoris CD esse duplicatam laterum puta ipsorum FD, GE.



Quadrata producuntur ex ductu vnius lateris in viam perpendicularem, siue quantitatem eiusdem lateris. Finge moueri CF perpendiculariter per CH, producit quadratum CD. Finge moueri CG perpendiculariter per GE, producit quadratum CE. Hic & quantitates motæ CF, CG, & viæ perpendiculares CH, GE, quæ sunt producentes quadrata, quoniam inæquales sunt, igitur producta ex ijs quadrata habebunt inter se inæqualem eam proportionem, quam habent inter se viæ, & mota latera, ideſt via ad viam, & motum latus ad latus, ideſt compositam, seu duplicatam ex proportionibus viarum, & motarum linearum; At eæ viæ, & ea latera in simil. polyg. sunt, iuxta defin. 1. sexti, & permut. proportionalia, vt CF ad CG, ita FD ad GE, ideſt proportio motarum quantitatum CF, CG èadem est, quæ viarum FD, GE, ergo proportio est eiusdem generis, & sub eodem genere duplicata ipsarum CF, CG, FD, GE; quod erat demonstrandum breuius, ac facilius ex hoc vsu geometrico motarum quantitatum, & viarum perpendicularium à centro grauitatis, quàm apud Euclidem in prop. 20.

§ XVI.

Digitized by Google

§ XVI.

COROLLARIVM.

De similium triangulorum proportione duplicata ex lateribus. Propos. 19. lib. 6.

NVllà, (præter proximè antecedentem quod apud nos,) eget nouà demonstratione propositio de triangulis similibus habentibus proportionem duplicatam laterum. Eodem enim modo, quo polygona, reducenda sunt ad quadrata, seu rectangula (quod erit facile duobus eorum lateribus ad rectum constitutis. &c.) in quibus patebit veritas propositionis apud Euclidem, per proportiones similes, id est duplicatam viarum, & motarum quantitatum producentium in quadrato aream æqualem areę triangulari.

§ XVII.

THEOREMA XVIII.

Propositio 23. lib. 6.

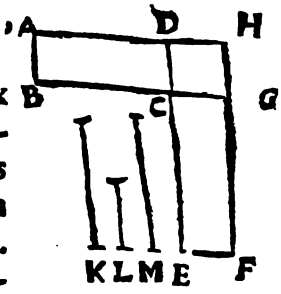
De parallelogrammorum æquiangulorum proportione composita ex lateribus.

HIc non erit opus, vt in § 15 anteced. transformatione vllà figurarum, & èadem erit forma demonstrationis quæ in cit. § 15 nisi quòd proportio, quæ ibi erat duplicata, idest geminata in eodem genere propter laterum homologorum similem proportionem, hìc erit composita, idest conflata ex proportionibus diuersi generis in lateribus circa æquales angulos parallelogrammorum etiam non similium.

Igitur affirmo æquangula parallelogrammata BD, CF habere inter se proportionem compositam ex lateribus; idest

Digitized by Google

eam, quam habent inter se BC ad CG, & DC ad CE.



Quantitas parallelogrammi BD fit ex mota, finge, BC in viam perpendicularem vsq; ad parallelam AD. Quantitas ipsius CF fit ex mota, finge, CG in viam perpendicularem vsq; ad parallelam EF. Producentium igitur parallelogrammata BD, CF, ideſt motarum BC, CG, & viarum perpendicularium inter AD, BC, & inter CG, EF proportiones (quæcumq; illæ sint, etiam diſſimiles) compoſitæ dabunt proportiones ſuorum productorum BD, CF. Quam enim habent proportionem producentia, eandem habent & producta. Si vtraq; producentia vnius producti proportionem habeant diuerſam à producentibus vtriſque alterius producti, neceſſe eſt producta conſtare ex proportionibus illis diuerſis vtrorumq; producentium.

SCHOLION.

Confirmatio prædictorum etiam apud alios.

Conſonant prædicta, præſertim in proximè antecedenti § 17, *cum ijs, quæ Commandinus geometricè demonſtrat in Theor. 2. ad propoſ. 23. lib. 6; quod apud nos in* § 14 *ad eandem propoſitionem eſt Corollarium ex ijs, quæ apud Euclidem demonſtrata ſunt. Theorema igitur id eſt*: Triangula, & parallelogrammata habent inter ſe proportionem compoſitam ex proportione baſium, & proportione altitudinum. *Idem eſt ac ſi dicas, ex vſu geometrico centri grauitatis: habent proportionem compoſitam ex proportione linearum in baſibus motarum perpendiculariter, & ex proportione motuum, ſiue viarum perpendicularium in quas elenata ſunt baſes. &c.*

THEO-

Digitized by Google

§ XVIII.

THEOREMA XIX.

Libri 12. Propos. 2.

De circulorum proportione, vt diametrorum quadrata.

LIcet apud Euclidem fit in libris de solidis hæc propositio, tamen est de plana figura circulari, ac spectans ad hunc nostrum epilogum planimetricum.

Vide demonstrationem ex vsu geometrico centri grauitatis apud nos in 2 parte ~~huius~~ 2 Tom. § 8 ad 20 propos. li. 6. In antecedentibus demonstrationibus huius Epilogi Planimetrici, vsus fuit linearum perpendiculariter motarum ad quantitates, & proportiones figurarum planarum; in hac verò indicatur pro plana circulari figura vsus centri grauitatis lineæ circulariter motæ, ac signantis peripheriam. &c. Quamuis possit etiam reduci ad vsum lineæ perpendiculariter motæ, vt dictum est ad finem 2 libri, quia pro peripheria motùs centri grauitatis quæritur peripheriæ ipsi æqualis recta linea. Quod & commune est in omnibus rotationibus centri grauitatis, quæ ad rectam reducuntur non solum in planis, sed etiam in solidis figuris, vt in fine cit. lib. 2 elem. dictum est.

Hic faustè opinor, Epilogi Planimetrici orbem claudemus merifica, & perfectissima figura circulari.

Digitized by Google

§ XIX.

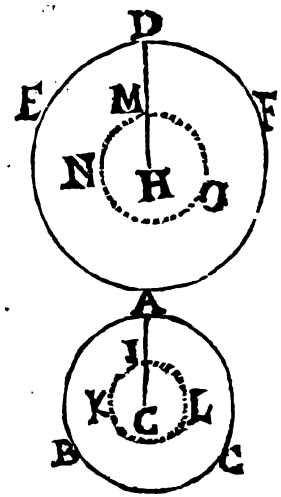
Aliter, scilicet ex ortu circuli, sine vsu centri grauitatis, demonstrare circulorum duplicatam proportionem à semidiametris, vel diametris.

LEMMA —

— Ex ortu peripheriarum demonstratum. Peripheriæ inter se sunt vt semidiametri, vel diametri.

QVod Pappus, ac aliquis alius vsitato antiquo more demonstrarunt, & à nobis suppositum est in antecedentibus in To.1, & 2 parte To.2, licet ne hic nouo modo à nobis ex ortu ipsarum peripheriarum breuissimè, facillimè, ac euidenter demonstratum apponere?

Reponatur hic fig. § 8 ad propos. 28 lib.6. dico peripherias EDF, ABC habere inter se proportionem semidiametrorum DH, AG. Quoniam enim peripheria oritur à puncto extremo lineæ circulariter motę, hoc est duo concurrunt ad peripheriarum signationem, scilicet semidiameter, & eius alterum extremum, circulariter mota (dum enim circulariter mouentur DH, AG, altero extremo fixo in centris H, G, alterum D, & A circulariter mota signant EDF, & BAC;) ergo proportio peripheriarum erit èadem, quæ est eorum, à quibus generantur; ideſt extremorum D, & A, & linearum circulariter motarum DH, AG. At proportio extremorum D, A, nempe indiuisibilium, ac punctorum vel èadem, ac æqualitatis, vel nulla est, iuxta deducta à nobis ex definit.4 lib.5; ergo reliqua est proportio, vel differentia semidiametrorum DH, AG generantium peripherias. Habent



Digitized by Google

bent ergo peripheriæ inter ſe proportionem ſemidiametrorum. Hoc præmiſſo lemmate, ſequitur —

— THEOREMA.

CIrculi ſub peripherijs EDF, ABC generantur à ſemidiametris DH, AG motis circulariter, & extremis D, A ſignantibus orbes, ſiue peripherias EDF, BAC, ac terminantibus areas. Ergo circulares ſuperficies habent inter ſe proportionem ſuorum generantium, ſiue conflantium, ſcilicet peripheriarum, & ſemidiametrorum; at, per antecedens Lemma (vel à Pappo, vel à nobis) proportio peripheriarum eſt ſemidiametrorum; ergo habent bis proportionem ſemidiametrorum, hoc eſt duplicatam ſemidiametrorum, ſiue diametrorum.

EPI-

Digitized by Google

EPILOGI PLANIMETRICI

PARS SECVNDA

In qua recensio primorum aliquot principiorum, & elementorum geometricorum ad distinctionem, & propugnationem legitimæ à fucatà Geometrica Philosophia.

APem geometricam habes apud nos in vestibulo Apiariorum, siue hortorum Mathematicæ Philosophiæ. Hìc fucos aliquos abigendos indicabimus, ne, pro scientifico mellificio, à geometrico veneficio inficiaris. Propugnamus veram, & seculis omnibus probatam Geometricam Philosophiam à manifestà iniuria contra ipsius certitudinem, ac euidentiam, quas fucatis abusibus nituntur subruere, qui contra ipsius prima principia, & demonstratas veritates pseudogeometriam instituere moliuntur. In priore parte huius Epilogi Planimetrici nouà scientificà, ac verà formà, ex vsu geometrico centri grauitatis, præcipua aliqua planimetrica elementa ditauimus, & in secunda parte huius 3 To: vniuersam Stereometriam per eundem vsum centri traducemus. Reliquum, & necessarium erat interea hìc in secunda parte Epilogi Planimetrici indicare latentem, ac dolosum scopulum nouæ alterius, ac fucatæ formæ geometricæ; ne incauti geometrici Tyrones naufragium scientificæ, ac demonstratæ certitudinis paterentur.

§ XX.

Digitized by Google

§ XX.

SCHOLIA—

—Ad libri primi elementorum definitiones de puncto, linea, plana superficie. Punctorum genera. Rectæ lineæ definitio indiuisibilem lineam excludit.

PRima definitiones sunt de puncto, linea, superficie abstractis, & conceptis sine suis subiectis, quibus nituntur, de puncto sine lineà, lineà sine superficie, superficie sine corpore, siue soliditate. Tertia, & sexta definitiones sunt de punctis concretis in linea, cuius termini sunt, & de lineis concretis in superficie, cuius termini sunt. &c.

Puncti, lineæ, superficiei definitiones geometricæ abstractæ, & cõcretæ.

2 *Secundæ definitiones de puncto, & linea in concretis indicant vsum, & fundamentum assertionis de lineæ productione à puncto, siue extremo lineæ motæ, & de superficiei productione à linea, siue termino superficiei motæ secundum sui termini latitudinem. Quæ de re nos non semel in antecedentibus, præsertim initio huius Epilogi planimetrici vbi etiam de productione solidorum à motu planorum.*

Geometrica productio lineæ, & superficiei à motu puncti, & lineæ.

3 *Punctis, lineis, superficiebus geometricis, ac mathematicis hic definitis adde & alia genera, quorum cognitio proderit nostræ huic geometricæ propugnatoriæ recensioni. Sunt igitur & puncta physica, quæ minimum linea sunt, diuisibilia quidem geometricè, ac abstractè, at indiuisibilia physicè propter rationes, quas physici aliqui ponunt dum constare putant quantitatem physicam ex indiuisibilibus physicis. Quarum rationum vna ea sit, quòd non posset rei forma perstare sine aliquo minimo quantitatis, quo per vlteriorem diuisionem imminuto, forma rei pereat. Lineæ physicæ habent latitudinem, licet minimam, superficies physicæ habent minimum crassitici, ac soliditatis.*

Puncta physica diuisibilia geometricè, non physicè.

Digitized by Google

4 *Iuxta prædicta nos interpretati ſumus paradoxum in* § 5 *ad definit.* 1, *in To.* 1, *de puncto æquali lineæ, & in fine huius tertij Tomi de puncto æquali ſuperficiei, in Parergo geometrico,* § 29, *Schol.* 1. *Vbi habes etiam è corollarijs noſtris ſtereometricis demonſtrationem de Scaphio, quod æquale eſt cono.&c. quam apud alios ſuppoſueramus in cit.* § 5. *ad* 1. *def. lib.* 1.

5 *Aliqui dum de rarefactione diſputant, in ſcenam phyſicam induxere puncta quædam, quæ vocant* inflata. *Hìc, opinor, caneret Horatius* :

In art. poet. Spectatum admiſſi riſum teneatis amici?

Lege aliquà medicà ſanciendum cenſeo quatenus inflari poſſint, ne, dum indefinitè inflantur, aliquando diſrumpantur. Puncta, & lineæ inflata nulla in Geometria. *Inflatas etiam lineas addunt. Sed in quantitate geometricà, ideſt abſtractè conceptà, & immuni à phyſicis paſſionibus, non eſt locus eiuſmodi tumoribus. Eiuſdem enim denſitatis intelligitur, & inalterabilis geometrica quantitas concipitur ab animo philoſophicè abſtrhaente, ac abſtracto.*

6 *Definitionis* 4 *verba:* Recta linea eſt, quæ ex æquali ſua interijcitur puncta, *oſtendit implicantiam rectæ lineæ indiuiſibilis, iuxta veritatem, & ſententiam acutam Ariſtotelis in lib. de lin. inſecab.* Nam (*inquit ille*) neq; lineæ, neque rectæ lineæ definitio cum inſecabili linea conſentit, vt quæ nec inter duo puncta extenſa ſit, nec medium vllum habeat. In definitione rectæ lineæ implicantia indiuiſibilitatis. *Ideſt, ſi eſt quapiam linea indiuiſibilis, ſiue, ſi linea conſtat ex indiuiſibilibus lineolis, indiuiſibiles illæ, ſi ſunt lineæ, ſunt inter ſua extrema, habent extrema, inter quæ ſunt illæ mediæ, ergo in medio, inter duorum extremorum punctorum terminos, diuidì poterunt; ergo non ſunt indiuiſibiles.&c.*

Digitized by Google

§ XXI.

Fuci ageometrici circa antecedentia principia geometricæ philoſophiæ.

REctè tu quidem (inquit Pſeudogeòmetra quiſpiam Tyro) fundamenta præcipuæ ieciſti, ac indicaſti Geometriæ, ac Stereometriæ in antecedentibus hìc, & alibi, dum linearum, & figurarum ortu detecto ex motu puncti, lineæ, plani, earum proportiones, dimenſ. & plura alia præclara facillimè demõſtraſti, ac demonſtraturum te ſpero in tua ſtereometria. ſcilicet in parte ſecunda huius tertij Tomi. At ego nunc præclarius tibi prodam inuentum, quo èadem nouo alio modo conſequaris. Scilicet ex vſu eius opinationis phyſicæ, quæ arbitratur quantitatem ex indiuiſibilibus conſtare; quidquid in antecedentibus attuleris ex Ar. ad 4. definitionem. Linea igitur, ſuperficies, ſolidum non tam producuntur, vt tu affirmas, quàm conſtant ex indiuiſibilibus, punctis, lineis, ſuperficiebus. Itaq́ (in animum altè reconde præclaram hanc doctrinam, atq́ in vſus geometricos, & Mathematicos alios traducito) vniuerſaliſſimà regulà immenſum tibi campum geometricum aperio, atq́ affirmo: lineæ habent inter ſe proportionem ſuorum omnium punctorum collectiuè, & diſtributiuè ſumptorum. *Similia intellige de proportionibus inter ſe planarum figurarum ex earum lineis, & de proportione ſolidorum è ſuperficiebus. Vt enim tu rectè affirmaſti, genita geometrica habent inter ſe proportionem ſuorum genitorum; Sic & ego pariter affirmo compoſita, ſiue aggregata geometrica, velut punctorum in lineis, habent inter ſe proportionem ſuorum omnium indiuiſibilium ipſa aggregata conſtituentium. Sed, ò pſeudogeometra, qui hæc ingeris, tibi negotium erit cum cit. Ar. ad definit. 4 in anteced. & cum cæteris, quæ in ſeqq. § §leges, & cum pluribus apud plures alios.*

Axiomata fucatæ Geometriæ.

§ XXII.

Labefactatio, & damna, quæ in vniuersam geometricam veram philosophiam à fucatâ, siue pseudo-geometriâ inferuntur.

Differũt quantitas producta, vel conflata ex indiuisibilibus.

ALiud est, ò pseudogeometrice Tyro, affirmare produci lineam (paria intellige de superficie, solido &c.) à motu puncti in linea secundum sui extremum se mouente, aliud verò est asserere lineam geometricam è punctis geometricis constare. Primum ego affirmo cum antiquis ritè geometricè philosophantibus, dum concipitur indiuisibile punctum in motu semper esse (vt & cætera mota) in loco maiori se, ac diuisibili, ac proinde à puncto quantitatem diuisibilem lineę in longum produci. Paria intellige de motu lineæ, superficiei. &c. Secundum verò de quantitate constante ex indiuisibilibus, itaut punctum geometricum, hoc est indiuisibile sine motu occupet spatium quantum, & cum alijs indiuisibilibus componat diuisibile, ac quantum, id ego pernegò propter myriadas rationum, ac demonstrationum physicarum, ac in primis geometricarum, partim apud cit. Arist. de lin. insec. partim apud alios neotericos (quorum hac de re integra extant volumina) & hìc partim inferius apud nos. Itaq; opinatio de quantitate constante ex indiuisibilibus geometricis, non solum speculatiuè asserta, sed multo magis in abusum geometricum traducta —

Quomodo indiuisibile in motu possit producere diuisibile.

Volumina rationum, & demõstrationũ contra indiuisibilia.

Indiuisibilia contra dignitatem certitudinis geometriæ.

—1 Destruit dignitatem, & certitudinem illius philosophiæ, quæ, iure semper demonstratæ, ac euidentis veritatis, principem sibi locum certitudinis inter humanas scientias vindicauit, dum à fucata geometria vocatur in disputationem, & in incertitudinem, quam produnt contrariæ sententiæ hinc affirmantium, illinc negantium quantitatem ex indiuisibilibus constare. In qua tamen opinionum contradictione illud certissimum est neutram quidquam officere geometricæ abstractæ veritati, ac firmitati, in qua (quidquid

dissen-

diſſentiant phyſici in quantitate phyſicà) per ſe notum, ac primum principium eſt, conceptum quantitatis quantumuis minimæ inuoluere extenſionem, & conſequenter diuiſibilitatem ſemper in infinitum; licet in phyſicæ materiæ incommodis nequeat fortè continuari. Cuius abſtractæ veritatis geometricas plures habes apud nos demonſtrationes in tribus huius Aerarij Tomis pro variâ oblatâ occaſione corollariorum, aut theorematum.

Contrariæ ſententiæ circa indiuiſibilia non officiunt geometricæ veritati contra indiuiſibilia.

Si tamen etiam extra inexpugnabile propugnaculum abſtractionis geometricæ pugnandum eſſet phyſicè pro vera geometria, ſtant pro ea (vt in anteced. indicaui) omnes rationes etiam phyſicæ negantium quantitatem conſtare ex indiuiſibilibus; Stant (quod caput eſt) volumina integra demonſtrationum geometricarum etiam apud neotericos. Sed præ alijs ducit inexpugnabile agmen aureus libellus Ariſtotelis de lineis inſecabilibus. Cuius demonſtrationes tot ſæculis nunquam ab aduerſarijs ſolutæ, nec in poſterum, propter euidentiam veritatis (modo intelligantur ab ageometris) vnquam ſoluendæ, tuentur, ac firmant fundamenta, & ſtructuras omnes veræ geometricæ philoſophiæ; cui fucata ageometria iniuriam nititur irrogare diſceptatoriæ incertitudinis.

Demonſtrationes geometricæ contra indiuiſibilia inſolubiles.

2 Deſtruit vniuerſam, & admirandam Geometricæ Philoſophiæ partem de proportionibus irrationalibus, quæ verſatur circa quantitates incommenſurabiles. Ac (vt exemplum indicem in lineis) nullæ erunt lineæ incommenſurabiles, quarum tamen plurimas demonſtrant elementa geometrica in lib. 10. Nam iuxta veritatem, & ſententiam Ariſtot. il lib. de lin. intecab. *omnes lineæ commenſurabiles erunt, & omnes ab indiuiduis lineis dimetientur. Indiuiduæ autem lineæ ſibi ipſis commenſurabiles ſunt, cum inter ſe ſint æquales.* &c. ideſt (iuxta ea, quæ habes apud nos in § 1 ad axioma 10 in 1. To. hu. Aerarij, & in Schol. veteri græco apud Commandinum in initio lib. 10 elem.) *oportet menſuras minores eſſe ijs, quæ menſurantur.* &c. *neceſſe eſt omnium minimam eſſe menſuram: quare & magnitudinum, ſi omnes menſuræ communi menſurantur, neceſſe eſt minimam eſſe.* Cum igi-

Indiuiſibilia contra incommenſurabiles quãtitates.

tur

tur in omni genere, quæ ſunt extrema, & minima ſint inter ſe æqualia, velut indiuiſibilia, ſeu puncta in lineis, &, iuxta fucatam geometriam, linea conſtet ex punctis indiuiſibilibus, poterit indiuiſibilis quæcunque, ac minima linea, tanquam certa, & communis menſura, metiri quaslibet lineas, velut in quadrato diametrum, & latus; quæ tamen in extrema prop.lib.10. demonſtrantur eſſe lineæ incommenſurabiles. Itaq; iuxta fucatam regulam in antec. § 21, quoniam lineæ habent proportionem omnium ſuorum indiuiſibilium, & ex hic antedictis, indiuiſibilia habent proportionem commenſurabilem, ſiue rationalem; ergo & lineæ omnes habent inter ſe proportionem rationalem.

Per indiuiſibilia omnes quãtitates ſunt commenſurabiles.

Si reſpondeas comparari à te aggregatum indiuiſibilium omnium vnius lineæ cum aggregato indiuiſibilium omnium alterius lineæ, atq; ideo, licet indiuiſibilia ſingula inter ſe habeant proportionem rationalem, tamen aggregata vnius lineę habere proportionem irrationalem cum aggregatis alterius lineæ; contra te facis ipſe dum doces, vt ſciatur proportio linearis aggregati, inueſtigandam eſſe proportionem ipſorum indiuiſibilium punctorum, licet non omnium, ſaltem aliquorum, & ex ijs concludendum de cæteris, ac de toto lineæ aggregato. Comparas igitur re ipſâ non aggregata, ſed diſgregata, & ſeorſim inter ſe indiuiſibilia puncta. Quæ dum habent proportionem inter ſe rationalem, iuxta hic prædicta; ergo & aggregata habebunt proportionem rationalem. Vide & num.3 ſequentem. Ac puncta diſtributiuè commenſurabilia non poſſunt eſſe vel collectiuè, vel potentiâ (ideſt quadratis, quæ nulla ſunt ex punctis) incommenſurabilia.

Effugium inane in comparatione omnium indiuiſibilium in quantitatibus.

Quoniam autem iuxta ea, quæ habeſ. in § 17 ad prop.20. lib.6. in to.2.hu. Aerarij, & iuxta ea, quæ leges inferius in fine paralipomeni, quod eſt in calce huius Tertij Tomi, non ſolum aliquæ lineæ ſunt incommenſurabiles, ſed & ſuperficies, & ſolida; ſi ergo eas ſuperficies, & ea ſolida (velut & lineas) fingas conſtare ex indiuiſibilibus, quoniam ſunt commenſurabilia, erunt, propter hìc prædicta, omnes ſuperficies, omnia ſolida commenſurabilia, nec vlla erit irrationalis Geometria, & Stereometria.

De-

Digitized by Google

3 Destruit omnes commensurabilitates potentiâ incommensurabilium longitudine. Verb.gr. quoniam in quolibet quadrato, ex lib. 1. propos. 47, potentia, ideſt diametri quadratum eſt duplum potentiæ, ſiue quadrati lateris; ergo, licet diameter ſit incommensurabilis coſtæ quadrati, tamen earum linearum incommensurabilium potentiæ, ideſt quadrata, habent proportionem commensurabilem 1 ad 2. At ſi proportionem eorum quadratorum ſpectes ex indiuiſibilibus, ideſt ex lineis quaſi ipſa quadrata conflantibus, quoniam ſingulæ lineæ quadrati ex diametro ſunt æquales, & prima, ideſt ipſa diameter, eſt incommensurabilis primæ, ideſt coſtæ quadrati ex coſtâ, & ſecunda ſecundæ, & ſic reliquæ omnes vnius quadrati lineæ ſunt reliquis omnibus alterius quadrati lineis incommensurabiles, ergo & quadrata erunt incommensurabilia, contra propoſ. 47 lib. 1. *Indiuiſibilia contra quantitates potentia cõmenſurabiles.*

Ac multo magis vrget argumentum ſi affirmes (quoniam omnes lineæ, quæ infinitæ numero ſunt in vtroq; quadrato, numerari, & comparari non poſſunt) ſatis eſſe comparari aliquas alterius cum totidem alterius quadrati lineis, & ſic de reliquis lineis, & totis quadratis concludi. Ex antecedentibus enim incommensurabilibus non poteſt de reliquis concludi niſi incommensurabilitas; in vtroq; enim quadrato ſingulæ ſunt æquales incommensurabilibus, ideſt diametro in altero quadrato, & coſtæ in altero.

At dices in vtroq; quadrato duas extremas complere quadrata, & commensurabilia ea facere. Reſpondeo extremas haberi non poſſe. Cum enim ſint in vtroq; quadrato infinitæ numero lineæ, extrema in neutro haberi poteſt. Et ſi concludas de reliquis, ac de extremis iuxta proportiones antecedentium aliquarum, quoniam antecedentes ſunt incommensurabiles ſingulæ vnius ſingulis alterius quadrati, redit argumentum antepoſitum, & concluſio, ergo & reliquæ, ac poſtremæ (quæ tamen non poſſunt haberi, vt prædictum eſt) ſunt incommensurabiles, & incommensurabilia ex ijs quadrata.

Ac quod dictum eſt in exemplo diametri, & coſtæ intel-

lige

lige de alijs etiam quæcunq; sint lineæ incommẽsurabiles longitudine, seu potentià, ideſt quadratis, commensurabiles. Quarum commensurabilitas potentià destruitur, iuxta prædicta, si quadratorum proportio spectetur ex linearum proportione.

At verò nos in Octauo Aerarij huiusce Tomo suo tempore prodemus etiam de incommensurabilibus aliqua præter vulgata, quemadmodum adhuc fecimus in tribus hisce Tomis Aerarij, & in vtroq; Tomo Apiariorum circa quantitates commensurabiles. Verbi gratià: *super datis rectis lineis incommensurabilibus erigere, per* 18 *libri* 6, *polygona similia.&c. commensurabilia*: atque indicabimus linearum incommensurabilium aliquarum non solum potentias commensurabiles, ideſt quadrata, vt docet tertia definitio *lib.* 10, sed etiam, vltra eam definitionem, pandemus campum figurarum pluriformium commensurabilium super incommensurabilibus lineis, quas vocabimus similitudine commensurabiles, siue citra, & vltra potentiam commensurabiles. Exempli causà, super quadrati diametro, & costà erigi possunt non solum quadrata, sed polygona quęcumq; numero, & specie, seu formis infinita similia.&c. quæ vi propositionis 35 libri 6, erunt inter se commensurabilia; èaq; minora, vel æqualia, vel maiora quadratis ex diametro, & costis, ac ideo voco citra potentiam, & vltra potentiam commensurabiles lineas, ideſt eas, super quibus maiora, vel minora quadratis constituuntur. Infinitam istam multitudinem polygonorum similium commensurabilium super incommensurabilibus *diametro*, & costà funditus euertunt indiuisibilia, seu lineæ ea polygona, iuxta fictionem aliquorum, componentes. E' quorum collectiuà, vel distributiuà proportione si polygonorum illorum proportiones sunt sumendæ, aut nunquam sciri, ac finiri poterunt, aut fallaciter cognoscentur, iuxta nuper prædicta de quadratis.

Quãtitates etiam citra, vel vltra potentiã cõmensurabiles.

4 Destruit non solum irrationalem, sed etiam labefactat solidum, ac primarium firmamentum rationalis ac omnis omnino proportionis inter lineas, superficies, & solida, & eorum

om-

Digitized by Google

omnium quæcunq; in libris Elementaribus, in Archimede, Pappo, Apollonio, atq; apud quoſcunq; alios verè geometricos philoſophos demonſtrata ſunt circa quaslibet figurarum, & linearum proportiones. Nam rectà impetit, & deficientiæ arguit definitionem 4 lib. 5 elem. quæ regula eſt cognoſcendi quænam in Geometrica philoſophia quantitates, ſeu magnitudines habeant inter ſe proportionem, ſcilicet *quæ multiplicatæ poſſunt ſe mutuo ſuperare*. Dum enim altera, exempli cauſa minor, aucta æquat, ac etiam alteram ſuperare poteſt, patet inter illas duas quantitates poſſe eſſe proportionem æqualitatis, vel inęqualitatis, & alterutram, ſeu potius vtranq; neceſſario debere eſſe finitam. Relege apud nos adnotata ad primas illas definitiones libri 5, & hìc inferius in § 29.

Indiuiſibilia contra fundamentum proportionũ omnium geometricarum.

At verò venari, & ſtatuere proportionem linearum ex proportione omnium punctorum in lineis, ſicuti ſuperficierum ex omnibus lineis, & ſolidorum ex omnibus ſuperficiebus, eſt quaſi traducere proportiones ad ea, quæ ſunt numero infinita; & re ipſa eſt inficere, &, quaſi deficiens, ex anguſtijs finiti producere ad infinitorum prportiones primum illius 4 definit. principium. Quis verò neſciat ex ea definit. vulgatum illud conſectarium: *finiti, & infiniti ad infinitum non eſt proportio?* Quoniam igitur in linea, ſuperficie, ſolido indiuiſibilia ſunt infinita puncta, lineæ, ſuperficies, ideo iuxta 4 defin. lib. 5, non poteſt eſſe, vel agnoſci per indiuiſibilia, præſertim omnia, proportio linearum, ſuperficierum, ſolidorum.

An iterabis id effugium: comparare te inter ſe aggregatum vnum indiuiſibilium cum aggregato altero, eaq; aggregata cum ſint finita, in ſpatio finito, terminata. &c. non eſſe extra legem 4 definitionis? Inſtabo & ego: rectè tu quidem, mi homo; ſed vt oſtendas proportionem inter ſe duorum aggregatorum reſilis à finito aggregati in infinitum numerum indiuiſibilium in aggregatis, & vteris omnium indiuiſibilium proportionibus in vtroq; aggregato, vt ex ijs agnoſcas, & concludas aggregatorum proportiones. Itaq; verbo ag-

Effugium inane ad comparationẽ omnium indiuiſibilium. &c.

gregati finiti te ipſe contines intrà legitimos geometriæ limites à definit. 4 ſancitos, at verò re ipſa extra vagaris in infinitorum numero indiuiſibilium omnium ſeriem nunquam exhauriendam.

Comparatio quantitatũ nõ poteſt fieri per partes proportionales. &c.

Hìc dicta intellige etiam contra comparationem linearum, vel figurarum per partes proportionales, aut poſſibiles, quæ & ipſæ infinitæ ſunt in infinita diuiſibilitate abſtractæ geometricæ quantitatis, vt ſæpe dictum, & demonſtratum habes in toto hoc noſtro Aerario.

Effugium inane ad comparationẽ aliquorũ indiuiſibilium in quantitatibus.

An rurſus affirmabis te non ire per infinita, nec eſſe neceſſe conferre inter ſe omnia indiuiſibilia, veluti omnia puncta vnius lineæ cum omnibus alterius, ſed ſatis eſſe aliqua comparare, & concludere dereliquis omnibus, quoniam èadem ratio eſt omnium? Ego vero affirmo neceſſe eſſe ſingula, & omnia cum ſingulis, & omnibus indiuiſibilia indiuiſibilibus comparare. Nam ignotus, ac incertus eſt numerus reſiduorum indiuiſibilium, veluti punctorum in vtraq; linea, atq; ideo neſciri poteſt an reſidua ſint in eàdem proportione antecedentium. Idem enim reſiduum, quemadmodum & tota linea, modò pluribus, modò paucioribus punctis refertum eſſe, æquari, & comparari poteſt, cuius rei apertum exemplum habes inferius in § 25.

Exempla paralogiſtica illationis per indiuiſibilia.

Exemplum in lineis.

Hìc interea exemplum apponam de linea quadratrice. Si quis .n. comparet lineam circularem vnius quadrantis cum linea quadratrice (erit autem inter omnes lineas proportio, & comparabilitas per indiuiſibilia propter rationes de incommenſurabilitate, in num. 2 præced.) & progrediatur vel per puncta, vel per ſimilium ſegmentorum proportionem, & poſt ſimilia aliqua ſegmenta, inferat: *ſic de reliquis*; ideſt ſunt in eadem proportione puncta reliqua ad finem lineæ quadrantis extremæ cum punctis reliquis lineæ quadratricis, in manifeſtum incidit paralogiſmum contra 4 definit. lib. 5, & ponit proportionem finiti cum infinito; quia lineæ quadratricis extremum dari non poteſt; eſt enim aſymptotos ad ſemidiametrum quadrantis, vt habes apud nos in Analectis ad 4 editionem noſtrorum Apiar. Analecto 9, num. 1. Infinitè ſemper ma-

Digitized by Google

magis quadratrix accedit ad semidiametrum quadrantis per additionem infinitorum punctorum, neq; tamen attingere poteſt, atq; ideo eius extremum neſciri, nec dari poteſt, nec valet illatio de eius extremo reliquo cum reliquo extremo lineæ quadrantis, licet antecedentia ſegmenta in vtraq; linea quadrantis, & quadratricis in eadem ponantur proportione.

Exẽplum in ſuperficiebus.

Quod ad lineas in planis attinet, recole exempla paullo ante allata in n. 3 hu. § 22, vbi euidẽter apparet quam periculoſus ſit ſaltus: *ergo & ſic de reliquis.* Ingerit enim affirmantem in foueam fallacis ageometriæ, & ex lineis in citato exemplo incommenſurabilibus antecedentibus concludit de reliquis, & de totis quadratis, vel polygonis ſimilibus incommenſurabilitatem, contra propoſ. 47 lib. 1, & 31 lib. 6.

Exẽplum in ſolidis.

Quod ad ſuperficies attinet (ſic habes exempla à nobis in omni genere indiuiſibilium, punctorum, linearum, ſuperficierum. &c.) recole id abſurdum, contra quod habes § 6, qui eſt ad definitionem 4. lib. 5, ſub initio hu. tertij Tomi Aerarij; ſcilicet per falſam illationem de reliquis in eadem cum antecedentibus proportione falsò oſtendi reſiduum finitum terminatæ figuræ æquale ſpatio infinito, & figuræ ſolidæ inter aſymptotos imaginariæ, hoc eſt figuræ infinitæ, hoc eſt figuræ non figuræ. Relege ibi. Quare cùm neceſſe ſit, ad cognitionem non fallacem proportionis inter omnia indiuiſibilia, omnia comparare, èaq; ſint numero infinita, nunquam poterit perfici cognitio proportionis eorum, & linearum, & ſuperficierum, & figurarum ex ipſis conſtantium.

Indiuiſibilia contra præcipua theoremata Geometria.

5 Deſtruit præcipua alia principia, & admiranda theoremata, problemata, corollaria de planis, & ſolidis in vera, & ſolida Geometrica Philoſophia, vt inferius exemplis aliquot prodam in reliquis recenſionibus ad aliqua elementa planimetrica, & ſtereometrica. Quæ tamen, cùm demonſtratiua firmitate nitantur omnibus retrò ſæculis inconcuſsà, ita ſe tuentur, vt intentatam deſtructionem meritò in ipſam met antigeometriam reuoluant, Ad inferius ponenda exempla te prouoco.

6 Deſtruit, deterit, decipit ingenia ſtudioſorum, & ea

Indiuisibilia construunt inanes moles sine firmis fundamẽtis.

auertit ab antiquâ inconcussè demõstratiuâ Geometricâ philosophiâ, & inducit in geometricâ demonstratione frustratos voluminum labores, & ad inanes adigit substructiones dolosè fundatas in indiuisibilium infidis arenis; nec audit apud Bòètium monentem philosophiam.

Quisquis volet perennem
Cautus ponere sedem,
Bibulas vitet arenas,
Quæ pendulum solutæ
Pondus ferre recusant;

Lib. 2. Metr. 4.

Scilicet in quantitate indiuisibilia traducta in abusum Geometricæ philosophiæ, siue in aliam quamlibet mathematicarum scientiarum partem, pondus solidarum demonstrationum à veteri vera Geometrica philosophia impositarum non ferunt, & miserè còncidunt. Nutantibus enim incertâ opinione fundamentis, atq; etiam à robore veritatis geometricæ, cui manifestè opponuntur, destitutis, necesse est quæcumq; superstruuntur, atq; ab illis, quasi corollaria, vel abstractè, vel in vsus quoslibet traducuntur, inania, & falsa de inanibus, & falsis prodire; vt vero veritatem induant, destractis fucatis inuolucris, traducenda esse per principia, & elementa vsitatæ, antiquæ, demonstratiuæ geometricæ philosophiæ, quam nos hic libenter, ac, vt spero, non inaniter tuemur. Deniq;, ac rursus, affirmo, propter antedicta in hoc toto § 22, & per inferius dicenda, quæcunq; tandem sit ars, & facultas, cuius exemplo fucatæ Geometriæ sectatores se tutentur (præsertim si quid Arabicæ leuitatis, ac semiprisc̃ inuentionis suboleat) quæ in suis theorijs, ac operationibus vtatur modo simili eius, qui est in abusu indiuisibilium, & versetur circa ignota, & comparet inter se quæ numero sunt infinita, pari ratione tanquam auersam, & aduersam demonstratoriæ veræ Geometricæ Philosophiæ procul, ac prorsus abijciendam.

Deducta ex abusu indiuisibilium falsa de falsis.

Indiuisibilium mancæ geometria.

7 Destruit, seu mutilat non solùm veram pseudogeometria indiuisibilium, sed etiam se ipsam mutilatam prodit, imperfectam, & non solùm indigam firmamentis demon-

stra-

Digitized by Google

ſtratæ veritatis, ſed etiam deficientem in præcipuà, & admirandà parte Geometricæ Philoſophiæ, hoc eſt in cognitione, & proportionibus, & dimenſionibus, & alijs geometricis affectionibus circa ſuperficies curuas, ad quas indiuiſibilium ope inope pertingere non valet. Curua planis comparare, æquare, commutare, &c. magis mirum, ac iucundum eſt, quàm curuilineis terminata plana rectilineis planis æqualia oſtendere, velut circulum quadrare. Cuius ſolertiæ quadratorię curuarum ſuperficierum breue ſpecimen inferius in § 29 apud nos per modum corollarij habebis, vt opes legitimæ, & inopiam fucatæ Geometriæ paucis indicatas diſpicias. Præter plura alia circa id argumentum in ſect. 1, & 2 ſtereometrici noſtri Breuiarij, in 2 parte hu.3 Tomi.

Hanc verò partem Geometricæ philoſophiæ de curuis ſuperficiebus excolere (quod fieri nequit per indiuiſibilia, & quod facillimè fit à centro grauitatis in infinitis numero, & ſpecie mixtis lineis gyratis, & curuas pluriformes ſuperficies producentibus) cuius in Geometricis Elementis nulla, & extra elementa vix aliqua extant veſtigia, id verè eſt Geometricam Philoſophiam promouere, præſertim propter præclariſſima corollaria inde deducta, qualia habes inferius apud nos in priore parte ſectionis 2 cit. Breuiar. Stereom.

Promota in infinitam Geometria ex vſu geometrico centri grauitatis.

§ XXIII.

Contra definitionem 15 de circulo fucus ageometricus.

1 *ANtiqua tua iſta geometrica elementa, quæ profiteris, ac tantoperè tueris, manifeſtè vtuntur indiuiſibilibus. Dum enim definitur circulus ad cuius peripheriam* omnes lineæ à centro ſunt æquales, *manifeſtè ſupponunt, & vſurpant ad circuli cognitionem indiuiſibilia omnia, ideſt lineas omnes, in quas minimas ſecabilis eſt circularis ſuperficies.*

2 *Paria etiam habes in lib.* 11. *elem. defin.* 3. *dum definit.*

lineam

lineam rectam ad planum esse perpendiculariter erectam, quæ ad rectas omnes lineas subiecti plani rectos angulos efficit.

3 *Ac quod præcipuum est pro vsu indiuisibilium, in eiusdem lib. 11 prop. 4, ostendit, & demonstrat lineam rectam, quæ cum duabus rectis in plano se mutuò secantibus angulos rectos efficit, efficere etiam cum omnibus eiusdem plani lineis; demonstrat, inquam, id modo illo nostro per comparationem cum duabus, aut aliquot alijs lineis in plano, & de reliquis omnibus plani lineis concludit.*

§ XXIV.

Propugnatio definitionis de circulo, & similium, &c. in geometricà philosophià contra fucos ageometricos.

1 *QVod ad circuli definitionem, respondeo primo intelligendam eam esse eodem modo, quo nos intelligendi sumus si quando de cylindro, cono, ac de aliquibus alijs figuris pronuntiauimus, eas constare ex circulis, vel triangulis, vel rectangulis, scilicet cum additione verbi à nobis semper vsurpati:* quasi: quodammodo: exempli gratia, &c. *Itaq; definitio illa est ex suppositione, ac pro exemplo: si fingas (quasi dicat) aream circularem conflatam ex infinitis quodammodo lineis, ea est, quæ eas omnes lineas æquales habet in orbem à puncto medio, &c. Resp. 2. castigata magis Geometriæ definitionem de circulo alteram illam esse, quam habes apud nos in 1 To. ad 15 def. quæque ortum circuli prodit, scilicet esse figuram, quam producit recta linea, altero extremo manente, in orbem acta. Confirmantur prædicta, quòd Euclides dum demonstrat proportionem inter se circulorum, non eam prodit ex indiuisibilibus, seu lineis, sed ex proportione, quam habent quadrata diametrorum, lib. 12. prop. 2.*

Exempli, non veritatis, gratia vsus aliquis indiuisibiliũ simulatus.

Castigata circuli definitio.

2 *Prædictam de circuli definitione nostram interpretationem applicare licet definitioni 3 libri 11 elem. eam q confirmat Euclides ipse in propos. 4 eiusdem 11 libri, dum pro omnibus*

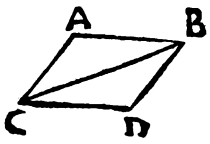
Digitized by Google

bus plani lineis apertè affirmat, traducto plano *per duas lineas esse rectam quampiam perpendiculariter erectam. Vide in rem hanc apud nos inferius in* § 32 *Schol.* 3 *sub finem huius nostri Epilogi Planimetrici, vbi eam prop. reponimus.*

Quapropter non est quòd puritatem geometricæ antiquæ Philosophiæ inficere tentes nouitio istoc tuo indiuisibilium abusu, in quem nusquam illa incidit, ne sibi ipsa repugnet.

§ XXV.

Axiomatis 9, totum est maius sua parte, *veritas arguit fucum pseudogeometriæ.*



REpone hìc figuram propos. 33 lib. 1. Elem. & suppone diametrum C B esse maiorem (vt vere est in figura) quolibet seorsim sumpto latere, velut ipso A C, ita vt AC sit pars ipsius C B; si linearum quantitatem, & proportionem venaris ex indiuisibilibus, seu punctis, quoniam ab omnibus punctis totius C B duci possunt rectæ parallelæ ipsi A B ad ipsam AC, ergo totidem erunt puncta in A C, quot in BC, ergo æquales erunt BC, CA, totum, & pars. Quid respondes? non concludere nostrum argumentum, quià accipiuntur puncta linearum non in eodem situ collocatarum? quia scilicet altera obliquius, quàm altera, iacet. Quod si vtraque in eodem situ collocentur, apparebit altera maior minore, & in maiore plura esse puncta, quàm in minore. Ita ne? Igitur èadem linea modo maior, modo æqualis est suę parti, scilicet pro varietate collocationis cum altera; & axioma vniuersale erit intelligendum in lineis cum præclara ista exceptione, & accisione.

Per indiuisibilia totum nõ est maius sua parte.

Atq; hic affirmabis, opinor, inflationem illam punctorum, vt èadem linea quasi suillum intestinum modò infletur, ac distendatur, modò detumeat, & contrahatur. Relege in § 20, num. 5 quę indicauimus de inani, ac nulla ista inflatione in geometrica vniformi abstracta quantitate linearum, super-

Effugium inane ad puncta, & lineas inflata.

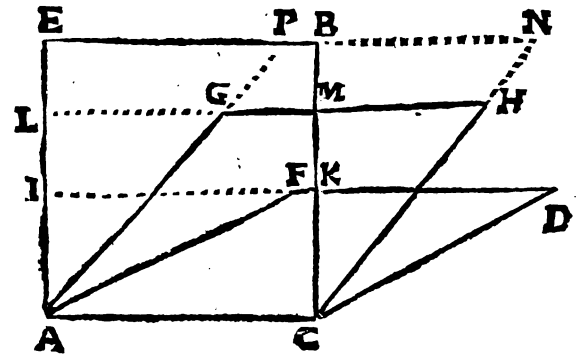
Digitized by Google

perficierum, &c. Huc alia aliqua ſpectantia vide inferius in § 26 ſeq. numer. 3, ad propoſ. 35.

§ XXVI.

Pſeudogeometrię fuci contra propoſ. 35, & 36 lib. 1 Elem. de planis; & contra alias propoſit. de ſolidis in libris 11, & 12 elem.

1 *Propoſitiones 35, & 36 lib. 1. elem. in quibus oſtenduntur aqualia parallelogrammata tam rectangula, quàm obliqua etiam in infinitum, ſuper èadem, vel ſuper aqualibus baſibus in ÿſdem parallelis, an non falſa ſunt, quandoquidem (inquit nouitia pſeudogeometria ſectator quiſpiam) inconcuſſa eſt doctrina de planarum figurarum quantitate conſtante, & ſpectanda, & comparanda pro numero linearum? Duorum enim parallelogrammorum habentium communem,*



vel aquales haſes profecto alterum erit maius, quod è pluribus conſtat lineis. Velut, comparatis inter ſe parallelogrammis E C, P C quoniam latera obliqua A P, C N longiora ſunt perpendicularibus E A, C B, è pluribus etiam conſtant punctis, ac proinde per plura puncta laterum P A, C N plures commu-

ni

ni basi AC parallelæ duci possunt, quàm per pauciora puncta laterum EA, BC; atq; ideo parallelogrammum obliquum PC, quod è pluribus constat lineis, maius est parallelogrammo EC, quod constat è paucioribus lineis. Ergo ruit hæc 35 propositio, & sequens 36, quas tamen Euclidei reponunt inter admirandas. Scilicet præclara doctrina de indiuisilibus, traducta in vsum geometricæ philosophiæ, ostendit fallacias elementares antiquæ, & iam per veritatem indiuisibilium antiquata Geometria.

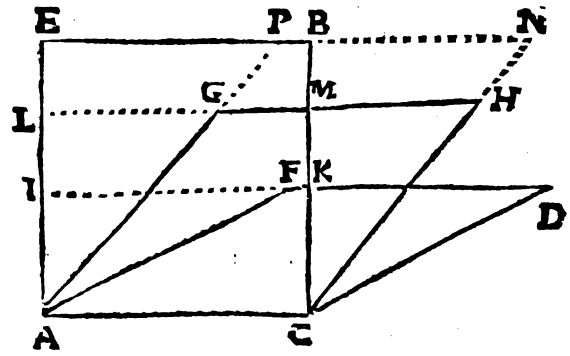
Similes intellige nostras oppositiones contra lib. 11 propos. 29, 30, 31 de parallelipipedis, & lib. 12 prop. 11, & corollar. de conis, cylindris, & è 7 de prismatibus æqualibus super æqualibus basibus planis inter parallela plana, &c. Obliqua enim solida constant è pluribus planis superficiebus, quàm minus obliqua, ideoq; inæqualia inter se sunt. Quidquid veteres elementarij scriptores, vel tu ipse inferius aliter demonstraturum te existimes ex vsu geometrico centri grauitatis in sect. 1, § 2 Breuiarij tui Stereometrici.

§ XXVII.

Propugnatio prædictarum admirandarum elementarium propositionum de planis, & solidis.

1 FVcus fucum sibi à me fieri conqueritur, qui speciosam illam eius vniuersalem regulam de indiuisibilibus vel non intelligam, vel dissimilem. Intelligenda enim est, (inquit) proportio planarum figurarum ex lineis, solidarum è planis omnibus, si accipiantur lineæ, vel plana secundùm eundem situm ducta. V.g. in reposita hic figura, parallelogrammata EC, PC habent inter se proportionem æqualitatis, quia omnes rectæ lineæ alterius sunt æquales omnibus alterius collectiuè, & distributiuè, scilicet omnes simul omnibus, singulæ alterius singulis alterius (nempe latera opposita in semper æqualibus partialibus parallelogrammis) lineæ, inquam, spectatæ secundum eundem ductum, siue se-

Digitized by Google



cundum ſectiones lineæ perpendicularis (v. g. lateris EA) factas baſi AC parallelas, velut ſunt rectæ LGH, IKD: ſic enim totidem lineæ ſunt in vtroq; parallelogrammo rectangulo EC, & obliquo CP, ac ideo ſunt æqualia. Quare noſtra geometria non contradicit, vt fingis, ſed conſentit, & aſſentitur veteri Geometriæ.

2 Nihil agis cum hoc effugio, & cum hac exceptione. Quæro enim, ductis omnibus (quod tamen eſt impoſſibile, cum ſint numero infinitæ, &c. iuxta demonſtratiuè indicata in § 22 anteced. num. 4.) lineis per omnia puncta laterum perpendicularium EA, BC, an eæ lineæ traducantur etiam per omnia puncta laterum longiorum obliquorum AP, CN? Negabis profecto, quia patentiſſimum eſt in obliquis longioribus lateribus plura eſſe puncta, per quæ traduci poſſunt plures lineæ baſi communi AC parallelæ. Igitur in obliquis longioribus AP, CN, præter lineas ductas ex omnibus punctis laterum rectorum EA, BC, ſunt aliqua intermedia ſpatia vacantia, per quæ duci poſſunt aliæ lineæ, ac proinde maior eſt extenſio, & quantitas obliqui parallelogrammi PC. Ergo, contra hanc propoſ. 35, non ſunt æqualia.

Demonſtratio cõtra comparationẽ figurarũ per indiuiſibilia.

Præterea ſi ex lineis ductis ex omnibus punctis laterum rectanguli EC, & ductis per latera obliqua PA, NC paral-

rallelogrammi PC, arguenda est æqualitas parallelogrammorum rectanguli, & obliqui; ergo ex eisdem lineis arguenda erit æqualitas laterum rectorum, & obliquorum, velut ipsorum EA, PA; quod est absurdum contra axioma 9; & huc faciunt quæcunq; obieci in § 25 antec.

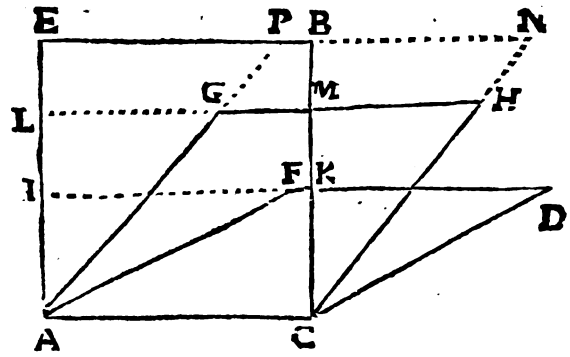
3 At habes aliud effugium, & respondes cum similitudine telæ geminæ, in quarum vtraque sint totidem fila, sed altera extensa sit magis, & rarior, quàm altera; spectatà itaque quantitate, & numero eodem filorum in vtràq;, sunt æquales, licet raritate, & densitate inæquales; sic in obliquo parallelogrammo CP totidem sunt lineæ, quot in recto CE, & præterea sunt spatia inter lineas vacantia, quasi sit CP obliquum rarius recto densiore CE. Sunt igitur æqualia propter numerum æqualem linearum omnium ductarum per omnia puncta laterum rectorum, & traductarum etiam per latera obliqua, licet differant in raritate, & densitate.

Aranearum tela in Geometria per indiuisibilia.

Respondeo hoc verè esse in geometrica philosophia per indiuisibilia telas aranearum texere, quæ minutiores muscas capiant, non solidas mellificas Apes Geometricas. Ac interim miror cur, dum affirmas totidem lineas in vtroq; parallelogrammo, non etiam ingeras inflatas, tumentes, ac humentes in obliquo, siccas verò in rectangulo. Sed memento iam dictorum in § 20, num. 5. & in § 25, scilicet raritatis, & densitatis differentias esse nullas, nullas inter se discretas lineas, nullos (sicut nec punctorum) linearum nec in lõgum, multo minus in latum (est enim linea, ex eius geometrica defin. latitudinis expers) tumores in continuà, & vniformi geometricà abstractà quantitate. Si nobiscum in Apiar. 1. præli-

In quantitate geometrica inane effugiũ ad raritatẽ, vel densitatem.

bam. 2 araneam geometrizantem inducas, illa non telas, sed retia filis parallelis extenta elaborat, quibus geometricas multiplices proportiones explicet; & sicut inter araneæ nostrę geometrizantis fila parallela possunt duci alia fila, ex quibus omnibus tela continua conficeretur, & eius quantitas æstimaretur, non autem è solis filis discretis, & parallelis; ita in obliquo parallelogrammo, præter lineas traductas è punctis omnibus laterum rectorum, & minorum per puncta non om-



Demonſtratio cõtra paralogiã indiuiſibiliũ.

nia laterum obliquorum maiorum A P, C N, ſunt & aliæ lineæ ductæ, atq; intermediæ, ex quibus additis ad traductas è rectanguli lateribus, ſcilicet è maiori numero, arguitur neceſſariò maior quantitas obliqui P C, quàm rectanguli E C, ſi ex indiuiſibilibus, ſeu lineis, & earum numero, ac multitudine æſtimanda eſt quantitas figurarum. Vnde abſurdum adhuc viget contra 36 propoſit. lib. 1. elem. & alias eiuſdem libri, & librorum ſtereometricorum. Quæ tamen, cùm euidentiam demonſtrationis habeant, arguunt paralogiam fucatæ per indiuiſibilia geometriæ.

Lux à vera geometriâ.

4 Nam vera geometria docet eandem figuræ quantitatem eſſe poſſe ſub maioribus, vel minoribus terminis, è quorum punctis ducendæ lineæ fallaciter metirentur, & variam oſtenderent quantitatem, vt in exemplo figuræ hic habes ad 35 propoſ. lib. 1 elementorum. Ex qua proportione veram regulam habes æqualium parallelogrammorum, partim propter ſegmenta communia, partim propter æqualia triangula (reuiſe demonſtrationem li. 1 propoſ. 35) quorum æqualitas non ex eodem numero æqualium linearum fallaciter proditur, ſed ex congruentibus extremis eorum terminis etiam terminatæ quantitates æquales demonſtrantur, iuxta ax. 8.

5 Ex hactenus in antec. § 26, & hoc 27 prolatis habes

vnde

Digitized by Google

vnde tuearis æqualitatem non ſolum parallelogrammorum, & triangulorum rectorum, & quantumuis obliquorum ſuper æqualibus baſibus inter eaſdem lineas parallelas, ſed etiam ſolidorum rectorum, & obliquorum ſuper æqualibus planis inter plana parallela. Quorum quantitates, & proportiones fallaciter arguunt plana (indiuiſibilia ſecundum profunditatem,) tradu&a per eorum ſolidorum ſuperficies baſibus parallelas. In figura enim appoſitâ pro exemplo cylindrorum recti, & obliqui eſſe poſſunt parallelogrammata EC, PC, & rectæ tradu&æ L G H, I F D ſtant pro planis ſolida ſecantibus. Quæ rectæ in antedi&is quemadmodum paralogiſticè arguunt proportiones parallelogrammorum planorum, ſic per eas du&a plana fallaciter. &c. ſolidorum. &c. Quare elementaria antiqua, & noſtra plana, & ſolida planè, ac ſolidè ſe tuentur, & fucos geometricos non admittunt.

SCHOLION.

Propugnatio propoſitionum 47, & 31 lib. 6 contra fucum indiuiſibilium.

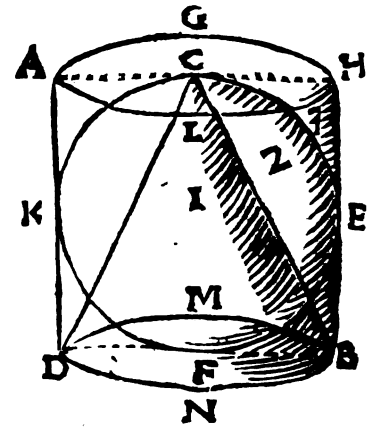
HIC tantùm recole numerum 3 antecedentis § 22. Nam ex ibi dictis, ſi proportiones figurarum ſimilium ſunt iuxta proportiones collectiuè, vel diſtributiuè ſumptarum omnium linearum; & lineæ figurarum ſuper diametro ſunt incommenſurabiles lineis figurarum ſimilium, &c. ſuper coſtâ, ac proinde ſunt etiam illæ figuræ, vi per indiuiſibilia illatiuâ, incommenſurabiles; ergo falſæ ſunt citatæ propoſ. lib. 1, & 6, quæ demonſtrant figuras eas ſimiles, &c. ſuper diametro, & coſtâ commenſurabiles, nempe ſuper diametro duplam figuram figuræ ſuper coſtâ quadrati. At duæ illæ propoſitiones verè, & ſolidè demonſtrant, ergo illis oppoſita indiuiſibilia fucatè, ac leuiter ageometrizant, & ſimili cum leuitate geometrizantes decipiunt.

Fu-

§ XXVIII.

Fucatum Corollarium.

1 *QVoniam figuræ habent proportionem omnium suorum indiuisibilium, si fingas cylindrum A B secari planis parallelis basi D B, fient per eas sectiones infinita numero plana circularia. Rursus si secetur planis parallelis alterutri laterum A D, fient per eas sectiones infinita numero plana rectangula; & quoniam eundem cylindrum complent plana tam circularia, quàm rectangula, erunt omnia plana circularia omnibus planis rectangulis æqualia. Ergo hic habes infinitas circulorum quadraturas, nempe totidem quot sunt circuli æquales rectangulis, vertendis deinde in quadrata.*



Quadrationes vix duorum parallelogrãmorum, ac ignotæ malè pro infinitis somniatæ.

Sed fucata sunt istæ quadrationes. Nam omnia quidem plana circularia simul sumpta (si tamen, infinita cum sint, simul sumi possent, & contra 4 definitionem libri 5 elem. proportio fingatur inter infinita) sunt æqualia omnibus simul sumptis rectangulis; sed tamen, cùm singula plana circularia sint eiusdem quantitatis, ac diametri A H, singula verò rectangula sint semper minora, ac minora, & bina tantùm inter se æqualia, scilicet vtrinque æqualiter distantia, & plano per axem imaginatum C F traducto parallela; inter tot rectangula vix tantum bina fortassè fuerint, quibus accidat æqualitas cum circulo A G H L. At quanam illa, si tamen vlla?

Sic etiam, cylindro secto per axem, sunt infinita rectangula omnia inter se æqualia, quorum vnum A D B H; quo tamen minor est circulus inclusus C K F E æqualis diametri cum

A H,

Digitized by Google

A H, & consequenter nulli reliquorum rectangulorum per axem vllus æqualis est circulus ex parallelis ipsi A G H L.

Et si fingas cylindrum factum è gyrato rectangulo circa axem, tunc verò multo minus verùm fuerit affirmare circulum vllum parallelum ipsi A G H L æqualem esse vlli rectangulo dimidio ipsius D H; semper enim circulus quilibet sectionis parallelæ basi D M B F erit maior quolibet rectangulo, velut ipso A C F D habente cum alijs commune latus in axe imaginario C F. Quare conciso cylindro tot modis in infinita numero rectangula, & in circulos, falsum est ex ijs concisionibus prodire totidem circulos totidem rectangulis superficiebus æquales, & numero infinitas circulorum quadraturas. Huius farinæ, seu fùrfuris alia corollaria è falso principio hic afferre non est otium. Crimine ab vno disce omnes, *cecinit ille.* Virg. 2 Æn.

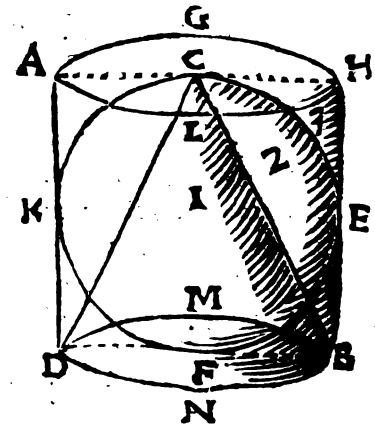
§ XXIX.

Campus quadratorius, in quo legitima Geometricæ Philosophiæ corollaria de numero infinitis quadraturis sphæricarum, & cylindricarum superficierum, triangulorum sphæricorum, circulorum.

QVemadmodum è falsis in antecedenti corollario falsæ, seu nullæ, seu vix ad bina rectangula, ignotæ, ac incertæ, pro assertis infinitis, prodierunt quadrationes; sic versa vice è legitimæ geometricæ Philosophiæ sanctis, & demonstratiuè firmaris theorijs verè, ac facillimè prodeunt quadrationes numero infinitæ; ac longe admirabiliores, quàm plenarum figurarum quadrationes, scilicet curuarum, quæ duplici genere distant à planis, nempe terminis, & totis superficiebus recedentibus à rectis. Ad quarum curuarum superficierum admirandas theorias pertingere non potest mancus, & fucatus indiuisibilium abusus geometricus, iuxta indicata in num. 7, § 22 anteced.

1 Itaq; supposito hìc quod apud nos habes inferius in sect. 2. Breuiarij nostri Stereometrici demonstratum, non solum

lum indirectè ex Archimede, sed etiam ex ipso ortu superficiei sphæricæ, & cum vsu præclaro geometrico centri grauitatis, scilicet superficiem sphæræ æqualem esse superficiei sine basibus cylindri sphæram circumscribentis, velut hìc habes in figurà A B; facillimè patet etiam (ex demonstratis, & ex ortu superficiei cylindricæ in citat. Breuiar. Sect. 2) superficiem sphæræ C K F E æqualem esse rectangulo sub diametro imaginatà C F, (siue sub latere A D) eiusdem sphæræ, & sub rectà æquali peripheriæ vtriusuis basis cylindricæ, velut sub rectà æquali ipsi A L H G; in quod rectangulum explicatur superficies cylindri A B, vt habes inferius in cit. sect. 2 Breu. Stereom.

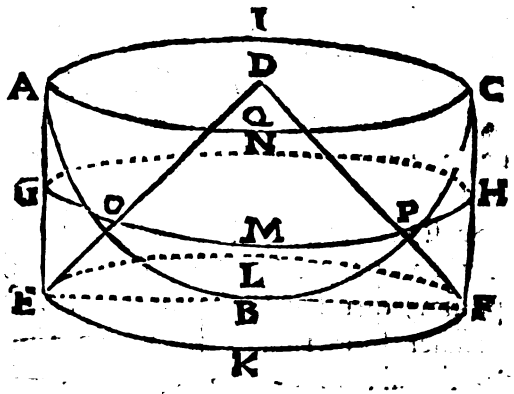


2 Rursus in alterà hìc figurà superficies hemisphærica sub I A Q C B A erit æqualis rectangulo sub semidiametro imaginatà D B (siue sub latere A E) sphæræ, & sub rectà æquali peripheriæ E K F L, in quod rectangulum explicatur superficies cylindri A F, cui æquatur superficies hemisphærica.

3 Item quarta pars superficiei sphæricæ sub A Q C B A æqualis est rectangulo sub semidiametro sphæræ, seu sub cylindri latere A E, & sub rectà æquali semiperipheriæ E K F, in quod rectangulum explicatur dimidium superficiei cylindricæ A F, cui æqualis est quarta pars superficiei sphæricæ.

4 Pariter octaua pars superficiei sphæricæ sub A B, & sub imaginatà Q B, ideſt triangulum sphæricum est æquale rectangulo sub semidiametro sphæræ, siue sub latere A E, & sub rectà æquali quartæ parti peripheriæ E K, in quod rectangulum explicatur quarta pars cylindricæ superficiei sub A E, & sub imaginatà K Q.

Sic



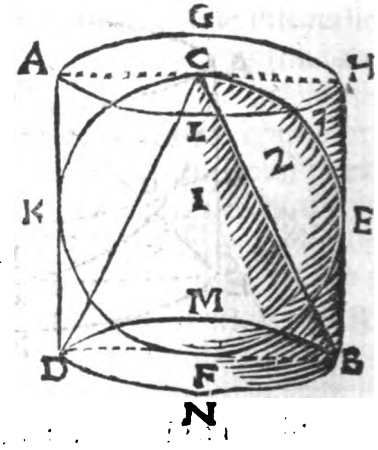
5 Sic concisà totà peripheriâ AICQ in quotlibet partes in infinitum, & iunctis curuis à quolibet puncto sectionum ad punctum B, fient infinita numero triangula sphærica, æqualia singula singulis segmentis cylindricæ superficiei similibus, & rectangulis, in quæ segmenta cylindricæ superficies explicantur. Velut in exemplo, sectâ AQ in puncto medio inter A, & Q, & iunctâ curuâ à puncto sectionis ad B, fit decimasexta pars superficiei sphæricæ, cuius semidiameter est imaginata DB, idest triangulum sphæricum dimidium antecedentis trianguli sphærici ABQ, cui dimidio æqualis est superficies cylindrica sub AE, & sub rectâ ductâ per puncta inter AQ, EK, hoc est rectangulo sub AE, & sub rectâ æquali octauæ parti paripheriæ, in quod rectangulum explicatur octaua pars cylindricæ superficiei ambientis cylindrum AF; & sic in infinitum infinitæ fieri possunt quadrationes triangulorum sphæricorum, & segmentorum cylindricæ superficiei. Aliter tamen, ac facilius, & copiosius (additis hìc quadraturis superficiei cylindricæ) quàm docuimus in Appendice post lib. 3 element. § 3, & docebimus in sect. 2 Breu. Stereom. sub finem § 1, in corollar. seu problemate 12, & in Schol. 2.

Infinita quadrationes superficierũ cylindricarum, & sphæricarũ, triãg. sphær. &c.

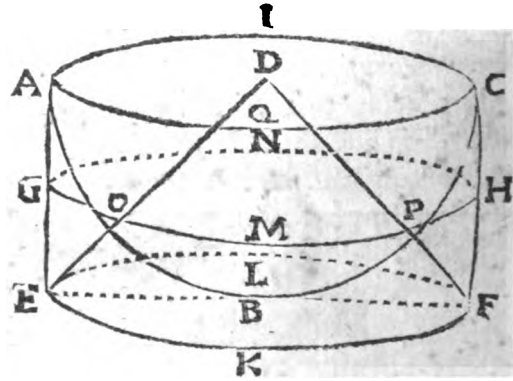
6 Pariter in priore hic figurâ, concisâ sphæræ CKFE superficie in quotlibet partes in infinitum, peripherijs numero in-

Digitized by Google

ro infinitis ſe mutuò ſicantibus per puncta extrema eiuſdem diametri, velut per C, & F, fient ſegmenta ſuperficiei ſphæræ intercepta inter lineas conuexas ſemipericas (qualia in Aſtronomia ſunt duodecim ſegmenta intercipientia 12 ſigna Zodiace, & habentia angulos ad vtrumque polum) quæ ſegmenta ſuperficiei ſphæricæ erunt æqualia ſingula ſingulis ſimilibus ſegmentis cylindricæ ſuperficiei ſectæ parallelos vtrilibet laterum AD, HB; & conſequenter etiam æqualia erunt ſimilibus rectangulis ſub altero laterum AD, & ſub rectâ, quæ ſit æqualis ſegmento peripherię ALHG, in quę rectangula explicantur ſegmenta ſimilia ſuperficiei cylindricę. Quare hìc etiam habes numero infinitas quadrationes ſegmentorum ſphęricę, & cylindricę ſuperficierum.



7 Ex numero hìc antecedente 3 habes aliter, quàm apud Archimedem, theoricam circuli quadraturam. ——



Quo-

Digitized by Google

— Quoniam enim, in alterà hìc figurà, quarta pars ſuperficiei ſphęricę ſub AQCBA, ex citatis in antecedenti n. 1, eſt æqualis circulo ſphęrę maximo, & in cit. num. 3, ea eſt ęqualis rectangulo ſub AE, ſiue ſub ſemidiametro imaginatà D B, & ſub rectà ęquali ſemipherię E K F (hoc eſt triangulo ſub A E, & rectà peripheriæ ęquali, iuxta Archim.) erit ergo & circulus ſphæræ maximus quadratus; & prętęrea oſtenſum erit cui ſegmento cylindricæ ſuperficiei ęquetur idem circulus. Videbis plura in cit. ſect. 2 Breuiar. Stereom. §§. 1, & 2.

Circuli quadratura aliter, quam ab Archimede.

8 Hìc interim (in alterà priore figurà) ex anteced. & inferius ex cit. Breu. poſitis ſuperficiebus ęqualibus ſphęricà, & cylindricà ſine baſibus, patet quartam partem ſphæricæ, ſeu circulum maximum C K F I, & baſim alterutram cylindri circularem A L H G (ęqualem ipſi C K F I) eſſe ęquales quartę parti cylindricę ſuperficiei ſub latere A D, & ſub quartà parte (ver. gr. ſub A L) peripherię A L H G, hoc eſt rectangulo ſub A D, & ſub recta ęquali quartę parti peripherię A L H G; in quod rectangulum explicatur quarta pars peripherię cylindricæ, ſine baſibus. Quoniam verò ſectà ſphęrà in infinitis peripherię punctis, & traiecto per ea, & per axem plano, fiunt infiniti circuli maximi ſphæram conflantes, qualium vnus eſt C K F E; & ſecto cylindro A B per infinita axis puncta à plano baſibus cylindri parallelo, fiunt infiniti circuli ſinguli ęquales alterutri baſi A L H G; habes ergo hìc in ſphęrà, & in cylindro bis infinitas quadraturas infinitorum circulorum ſingulorum æqualium rectangulo ſub A D, & ſub rectà ęquali quartę A L. &c.

Infinitæ quadraturæ circulorum.

9 Ex hìc hactenus dictis habes vnde intelligas quod indicatum videbis in fine hu. 3 Tom. in Parerg. Geometr. de infinitis numero quadraturis curuorum ſegmentorum ſuperficiei extimę, & intimę in ſcaphijs. &c.

Digitized by Google

§ XXX.

Fucus ageometricus contra definitionem 4 lib. 5 elem.

1 *HAbet Philosophia Geometrica præclarum hoc auctarium (inquit fucatæ geometriæ sectator quispiam) ex indiuisibilium vsu, vt quæ adhuc proportiones arctarit inter finita, iuxta hanc 4 definit. nunc tandem protulerit etiam ad ea, quæ, si non prorsus infinita, saltem media sint inter finita, & infinita. Et concessà etiam exclusione per hanc 4 definitionem infiniti cathegorematici, tamen saltem syncathegorematicum admittat, infinitè finitum, figuras finitas comparatas per indiuisibilia, vel per partes in infinitum possibiles in continuatà in infinitum quantitatis diuisione. Dilatatis igitur angustijs huius definitionis, ampliata est etiam in infinitum quodammodo Geometrica Philosophia. Sed apage, ò ageometra, cum fucato istoc tuo auctario, seu potius destructorio pseudogeometrico; & pro hac 4 definit. relege ea, quæ ad eam notauimus contra paralogismos, & fucos. Quibus etiam detegendis, & abigendis recole quæ in antec § 22, nu. 4. Hìc tantum respondeo.*

Infinitum syncategorematicum partim excluditur à definitione 4 l. 5 elem.

Infinitum, quod vocant syncategorematicum, partim finitum quidem est, quatenus (in exemplo nostræ materiæ) appellat figuram, & aggregatum indiuisibilium, & partium omnium possibilium, & ex hac parte vt terminatum, & determinatum, scilicet vt quantitas figurata, subit affectionem proportionis cum altero finito; at quatenus significat numerum infinitum indiuisibilium, & partium in infinitum possibilium, habet rationem infiniti, & ejicitur ab hac 4. defin. à proportione geometrica. Dum verò linearum, vel figurarum proportiones vel constituuntur, vel quæruntur per indiuisibilia omnia, & per partes omnes possibiles, quæruntur in finitis, ac figuratis ex ea parte, ex qua sunt infinita, & secabilia, vel secta in numero infinita. Relege in § 22 antec. num. 4.

2 *Cæterum satis iam, ac doctè vrserunt hoc caput propugna-*

matorium huius 4 def. viri in Philosophia geometrica insignes, ac de ea immortaliter benemeriti. Quibus pro responsione verba quidem dari possunt; an verò rebus factum sit satis, erit iudicium (etiam ex antecedentibus hìc nostris) apud solidè philosophantes, verè scientificos, nec personarum affectatè studiosos, sed synceræ veritatis amicos (quales absentes, ac posteros geometrica sperat veritas,) nec apud eos, quibus erubescendum sit in suis theorÿs fucata specie deceptos (quod est in fabulis) pro vera Iunone inanes nubeculas captasse.

Verba data pro pugnatoribus veræ Geometriæ.

Inanes nubeculæ Geometricæ. &c.

EPI-

Digitized by Google

EPILOGI PLANIMETRICI

PARS TERTIA

§ XXXI.

A planis ad solida transitus immediatus, iuxta nostram methodum.

1 *IMbuti iam cognitione, theorÿs, praxibus, applicationibus, vsibus planarum elementarium figurarum Tyrones, recto ex ordine, ac iure inhiant theorÿs, ac praxibus figurarum solidarum. Quarum cognitionem nos in nostra methodo non differendam censuimus propter causas, quarum aliquas habes in præfatione ad te, mi lector, initio sequentis mox post hunc Epilogum Breuiarÿ Stereometrici. Ac modus demonstrandi à nobis institutus in Vltraelementari nostra Stereometria, non eget libris Arithmeticis locatis inter planas, & solidas elementares figuras. Supponimus tantùm vsum aliquem apud Tyrones elementarium logisticarum quatuor operationum, Additionis, Multiplicationis, Subtractionis, Diuisionis, quæ vulgo in promptu sunt. Itaque censemus nos hìc interim à planis ad solida gradum esse faciendum, ac post nostrum Breuiarium stereometricum animo iam ditato, ac hilarato incundà solidarum figurarum cognitione, facilius, ac lubentius Tyrones vorabunt si quæ molesta sunt in de incommensurabilibus. Quorum contemplatio planè sterilis est, nec vsum vllum practicum habet, ideo à nobis reponitur indicanda in extremis.*

Theoriæ de incómensurabilibus pro praxi steriles.

2 *Interim tamen habes etiam apud nos in antecedentibus cognitionem demonstratiuam præcipuorum theorematum, ac pro-*

Digitized by Google

problematum, quæ in libris 7, 8, 9, arithmeticis proſtant (vt ſæpe ad varias propoſitiones lib. 6, & ad ipſum lib. 5 notauimus.) eoque facilius apud nos, quòd arithmetica in planis, & ſolidis figuris vſurpauimus in vulgatis characteribus numerarijs, & operationibus vulgatis logiſticis. Quare propoſitiones & quas hìc citabimus, & alias in libris elementaribus arithmeticis poteris ſolâ, & ſimplici vel expoſitione, vel inductione oſtendere, ac demonſtrare.

Igitur ab expoſitis apud nos in lib. 5 patent libri 7 propoſitiones 12, 13, 14, 22, & Scholia in quibus per numeros demonſtrantur præcipua, quæ de magnitudinibus geometricè probantur in lib. 5.

Propoſitiones arithmeticæ elementares apud nos expeditæ.

E' ſexti libri propoſitionibus 1, 11, 12, 16, 17, 20, 22, 23 patent libri ſeptimi propoſitiones 17, 18, 19, 20; & libri octaui propoſitiones 5, (& Scholia poſt propoſitionem 10) 11, 13, 19; & libri 9 propoſ. 18, 19. Confer inter ſe, & videbis geometricas propoſitiones citatas libri ſexti oſtendi per numeros logiſticos propoſitionum citatarum in lib. 7, 8, 9; & viciſſim citatas in lib. 7, 8, 9 demonſtratas eſſe à geometricis citatis in lib. 6. Adde prop. 33 lib 11, & lib. 12 prop. 12. Præterea è numerarijs oſtenſionibus libri 2 habes auctarium ad lib. 7, 8, 9. Vide & in fine Breuiarij ſtereometrici indicata apud nos pro lib. 10 elem. Quare in noſtra methodo etiam quæ transferuntur, non interim auferuntur, dum eorum præcipua habes etiam in antecedentibus compendiosè demonſtrata.

In hoc ad ſolida tranſitu præmitto tria theoremata ſequentia elementaria, ob cauſas, quas mox leges.

SCHO-

Digitized by Google

§ XXXII.

SCHOLION I.

Geminę propositiones de planis è lib. 11, pro Gnomonicis, & vnica de solidis è lib. 12.

ANtequam proximum gradum mox faciam ad solida, lubet hic reponere tres elementares propositiones è li. 11, & 12 elem. in quarum primâ est demonstratio praxis gnomonicæ, quam habes apud nos in To. 1. hu. Aerarij ad propos. 12, § 14, vtraque verò, cum alibi, tum præcipuè in Gnomonicis plurimi sunt vsùs, siue stylos perpendiculariter in planis vel horizontalibus, vel quoquomodo erectis lubeat excitare scientificè; siue in theorijs, & praxibus analemmatis vtaris planorum circularium sectionibus pro lineis varijs horarijs, & Astronomicis. Reliquæ propositiones lib. 11 vsq; ad 25 sunt de planis, non autem de solidis, quæ præcipuè quærentur à studiosis in eo libro. Ac in nostra quidem methodo nullius vsùs sunt ad solida, quorum nos cognitionem theoricam, & practicam multiplicem trademus in proximè sequenti Breuiario Stereometrico è primis principijs, ex vsu centri grauitatis, ex ortu figurarum ipsarum solidarum sine vlla necessitate propositionum de planis, quas permultas intermiscet Euclides suis solidis. Pro quibus tamen hìc etiam è lib. 12 apponemus prop. septimã ob causas, quas hic inferius leges in fine Scholij 2 sub § 33. Eas verò propositiones è lib. 11, & 12 dabimus proximè græco de fonte à Commandini versione. Nam qui à græco prototypo diuagati sunt, Euclidem inducunt loquentem, & probantem aliqua è principijs, quæ non sunt apud Euclidem, vt videbis in Scholijs post appositas propositiones è li. 11. Quas non antè sex libros priores elementares de planis attulimus, sed nunc hìc primum, quia supponunt aliqua è libris antecedentibus,

In lib. 11 ele. propositiones de planis inter solida.

Interpretum Euclid. hallucinatio.

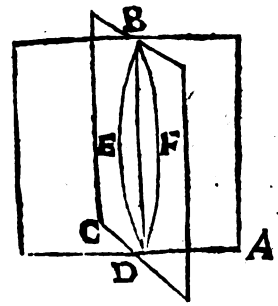
Digitized by Google

bus, quos iam habes expositos à nobis. Reliquas etiam propos. de planis inter solida Euclidis facile iam intelliges demonstratas ex hactenus à nobis positis in antecedentibus, & in hoc tomo 3.

THEOREMA I.

Si duo plana se inuicem secent, communis ipsorum sectio recta linea erit.

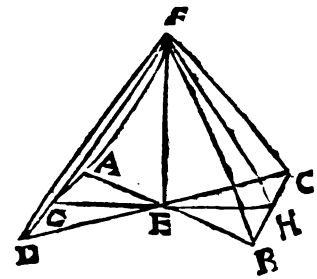
DVO enim plana AB, BC se inuicem secent, communis autem ipsorum sectio sit D B linea. Dico lineam D B rectam esse. si enim non ita sit, ducatur à puncto D ad B in plano quidem A B recta linea D E B; in plano autem B C recta linea D F B. erunt vtique duarum rectarum linearum DEB, DFB ijdem termini, & ipsæ spatium continebunt, quod est absurdum. non igitur DEB, DFB rectæ lineæ sunt. Similiter ostendemus neque aliam quampiam, quæ à puncto D ad B ducitur rectam esse, præter ipsam D B, communem scilicet planorum A B, B C sectionem. si igitur duo plana se inui-



cem ſecent, communis ipſorum ſectio recta linea erit.

THEOREMA II.

Si recta linea duabus rectis lineis ſe inuicem ſecantibus in communi ſectione ad rectos angulos inſiſtat, etiam ducto per ipſas plano ad rectos angulos erit.



REcta enim linea quædam EF duabus rectis lineis AB, CD ſe inuicem ſecantibus in E puncto, ab ipſo E ad rectos angulos inſiſtat. Dico E F etiam plano per A B, C D ducto ad rectos angulos eſſe. ſumantur enim rectæ lineæ AE, EB, CE, ED inter ſe æquales: perq; E ducatur recta linea G E H vtcumque, & iungantur AD, CB; deinde à quouis puncto F ducantur FA, FG, FD, FC, FH, FB. Et quoniam duæ rectæ lineæ A E, E D duabus rectis lineis CE, EB æquales ſunt, & angulos æquales
4. primi. continent, erit A D baſis baſi C B æqualis, & trian-

triangulum AED triangulo CEB æquale. ergo & angulus DAE æqualis est angulo EBC. est autem & angulus AEG æqualis angulo BEH. Duo igitur triangula sunt AGE, BEH duos angulos duobus angulis æquales habentia, alterum alteri, & vnum latus AE vni lateri EB æquale, quod est ad æquales angulos. quare & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt; ergo GE quidem est æqualis EH, AG vero ipsi BH. Quòd cum AE sit æqualis EB, communis autem, & ad rectos angulos FE; erit basis AF basi FB æqualis. Eadem quoq; ratione & CF æqualis erit FD. Præterea quoniam AD est æqualis CB, & AF ipsi FB, erunt duæ FA, AD duabus FB, BC æquales, altera alteri; & ostensa est basis DF æqualis basi FC. angulus igitur FAD angulo FBC est æqualis. Rursus ostensa est AG æqualis BH. sed & AF ipsi FB est æqualis. duæ igitur FA, AG duabus FB, BH æquales sunt, & angulus FAG æqualis est angulo FBH, vt demonstratum fuit. basis igitur GF basi FH est æqualis. Rursus quoniam GE ostensa est æqualis EH, communis autem FE, erunt duæ GE, EF æquales duabus HE, EF; & basis HF est æqualis basi FG. angulus igitur GEF angulo HEF est æqua-

26. primi.

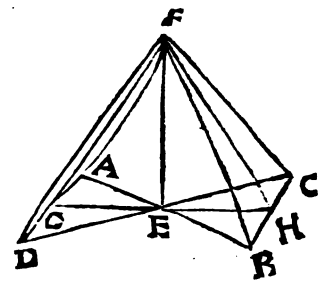
4. primi.

8. primi.

4. primi.

Digitized by Google

lis, & idcirco rectus eſt vterq; angulorum GEF, HEF. ergo FE ad GH vtcumque per E ductam rectos efficit angulos. Similiter oſtendemus FE etiam



ad omnes rectas lineas, quæ ipſam contingunt, & in ſubiecto ſunt plano, rectos angu-
3. diff. los efficere. recta autem ad planum recta eſt, quando ad omnes rectas lineas ipſam contingentes, & in eodem exiſtentes plano rectos efficit angulos, quare FE ſubiecto plano ad rectos angulos inſiſtit. at ſubiectum planum eſt quod per AB, CD rectas lineas ducitur. ergo FE ad rectos angulos erit ducto per AB, CD plano. Si igitur recta linea duabus rectis lineis ſe inuicem ſecantibus in communi ſectione ad rectos angulos inſiſtat, etiam ducto per ipſas plano ad rectos angulos erit.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION II.

Tertia definitio libri 11, *quæ ſub finem antecedentis demonſtrationis in theor.* 2 *citatur, patet in verbis ipſius demonſtrationis, nec vllam patitur difficultatem apud excipientem verba ipſa vt aperte ſignificant.*

SCHOLION III.

Aliter ex per ſe notis expedire theorema proximè antecedens.

Modus apud Euclidem demonſtrandi proximè antecedens theorema, (ne quis putet fucatam fieri demonſtrationem per indiuiſibilia, & lineas numero infinitas in plano deſſignabiles) intelligendus eſt iuxta interpretationem noſtram, quam habes in anteced. § 24, *ſcilicet per modum exempli, quaſi acciperentur (ſi fieri poſſet) omnes lineæ deſſignabiles in plano, ad quas erecta ſit perpendicularis. &c.*

Itaque & definitio 3 *& propoſ. hac* 4, *lib.* 11 *caſtigatè geometricè ſic exponi, & expediri ex per ſe notis poſſunt.* Recta linea inſiſtens ad angulos rectos communi ſectioni duarum rectarum, eſt etiam perpendicularis toti plano ab ipſis lineis gyratis producto, &c. *quemadmodum eſſet & circulo producto à ſemidiametro, cui eſſet perpendicularis. Quod in idem recidit cum Euclide, dum ait:* plano per ipſas traducto. *Eſt autem per ſe notum rectam perpendicularem ad alteram producentem planum, & eſſe perpendicularem ad productum planum. Pauca hæc ſapientibus, non cauillatoribus, indicata ſatis ſunt.*

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION IV.

Rectè à nobis affirmatum in To. primo Aerarij Axioma 13 apud Euclidem non esse.

HIC pro nostro munimento, & pro alieno documento ex occasione duarum præcedentium elementarium propositionum dissimulandum non censeo id, quod notaui olim dum legerem primam propositionem citati lib. 11, quam aliqui, dum iure nescio quo suo, non è græco prototypo Euclide, interpretantur, fingunt ab Euclide demonstrari rectæ lineæ partem vnam in vno plano, partem alteram in altero plano esse non posse, quia duarum rectarum esset commune segmentum contra, vt ipsi affirmant, pronuntiatum decimum. Qua in probatione fingunt Euclidem vti pronunciato, quod apud ipsum non est, sed à Proclo contra Scepticos ponitur ad 1 lib. 1 propos. Quasi verò nos temerè, in § 1 ad axioma apud nos 13, affirmauerimus, eius pronunciati nullum esse vsum apud Euclidem. Non sic Commandinus, & alij castigatiores, & cautiores, & religiosiores in transferendis bona fide verbis è græco Euclidis in latinum. Nam Euclides affirmat non esse commune segmentum duarum linearum non quasi axioma, sed id vlterius demonstrat dum addit apud Commandinum: recta enim linea non conuenit in pluribus punctis, quàm vno. *Meliusq; ex Græco Theor. apud Zambertum, quàm apud Commandinum, sequentia:* si ad inuicem ipsæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. *Hoc est si duæ rectæ conueniant, & non congruant, non conueniunt nisi in vnum punctum; si congruunt conueniunt in omnibus. &c. Hæc satis pro nostra affirmatione in cit. § 1 ad axioma apud nos 13.*

Cur non sit duarum rectarũ cõmune segmentum.

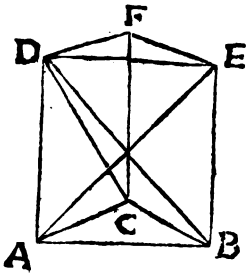
THEO-

Digitized by Google

THEOREMA III.

Omne prisma triangularem habens basim diuiditur in tres pyramides aquales inter se, quæ triangulares bases habent.

SIT prisma, cuius basis quidem triangulum A B C, oppositum autem ipsi D E F. Dico prisma A-B C D E F diuidi in tres pyramides æquales inter se, quę triangulares habent bases. Iungantur enim B D, E C, C D. Et quoniam parallelogrammum est A B E D, cuius diameter B D, erit A B D triangulum triangulo E B D æquale. ergo pyramis, cuius basis triangulum A B D, vertex autem punctum C, æqualis est pyramidi, cuius basis E D B triangulum, & vertex punctum C. Sed pyramis, cuius basis E D B triangulum, & vertex punctum C, eadem est pyramidi, cuius basis triangulum E B C, & vertex D punctum, ijsdem enim planis continentur. Ergo & pyramis cuius basis triangulum A B D, vertex au-

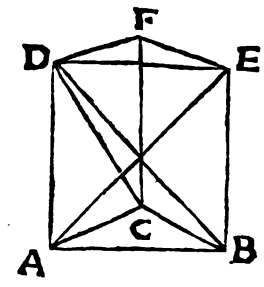


54. primi.

5. huius.

Digitized by Google

tex autem punctum C æqualis est pyramidi, cuius basis E B C triangulum, & vertex punctum D. Rursus quoniam FCBE parallelogrammum est, cuius diameter C E, triangulum E C F triangulo C B E est æquale. ergo & pyramis, cuius basis B E C triangulum, vertex autem punctum D, æqualis est pyramidi, cuius basis triangulum E C F, & vertex punctum D. Sed pyramis, cuius basis quidem B C E triangulum, vertex autem punctum D, ostensa est æqualis pyramidi, cuius basis triangulum A B D, & vertex C punctum. quare & pyramis, cuius basis triangulum C E F, & vertex punctum D, æqualis est pyramidi, cuius basis triangulum ABD, & vertex C punctum. Prisma igitur A B C D E F diuiditur in tres pyramides inter se æquales, quæ triangulares bases habent. Et quoniam pyramis, cuius basis A B D triangulum, vertex autem punctum C, eadem est pyramidi, cuius basis triangulum CAB, & vertex D punctum, ijsdem namque planis continentur: pyramis autem, cuius basis triangulum ABD,



& ver-

Digitized by Google

& vertex punctum C, tertia pars oſtenſa eſt priſmatis, cuius baſis A B C triangulum, & oppoſitum ipſi D E F. & pyramis igitur, cuius baſis triangulum A B C, vertex autem D punctum, tertia pars eſt priſmatis eandem baſim habentis, videlicet A B C triangulum, & oppoſitum ipſi triangulum DEF.

COROLLARIVM.

EX hoc manifeſtum eſt omnem pyramidem tertiam partem eſſe priſmatis baſim habentis eandem, & altitudinem æqualem: quoniam etiam ſi baſis priſmatis aliam quandam figuram rectilineam obtineat, & oppoſitam ipſi eandem, diuiditur in priſmata, quæ triangulares baſes habent, & quæ ipſis opponuntur.

Digitized by Google

SCHOLION I.

Aliter corollarium proximè antecedens demonſtratum.

PRoximè præcedentis elementaris propoſitionis corollarium nos in Breuiarij noſtri Stereometrici ſectione 1, theor. 15 aliter facillimè, ac breuiſſimè ſoluemus, poſito theoremate de pyramide, & cono æqualibus ſuper æqualibus baſibus, & ſub æqualibus altitudinibus. Ibi, ne prolixitate importuna incommodemus demonſtrationis breuitati, ac perſpicuitati, omittemus theorica firmamenta, quæ lubet hic nunc paucis exponere.

§ XXXIII.

SCHOLION II, AC—

—THEOREMA

Æqualium altitudinum, & baſium Pyramis, & Conus æqualia ſunt ſolida, ex eorum ortu.

NE figuras abſque neceſſitate multiplicemus, inſpice hìc antecedenter, figuras ſub numero 3 in tabella ſectionis 2 Breuiarij Stereometrici poſt hunc Epilogum. Dico pyramidem A B F, & conum C D H ſuper poſitis æqualibus baſibus AB, CD, & æqualibus perpendicularibus altitudinibus EF, GH eſſe æqualia inter ſe ſolida.

Axioma noſtrum eſt vſurpatum in Epilogi huiuſce planimetrici antecedentibus, & in Breuiario Stereometrico vſurpandum ſæpius. *Si partes componentes, ſiue conſtituentia ſunt æqualia, etiam compoſita, ſiue conſtituta ſunt æqualia.* Quod quidem facile apparet in ijs ſolidis, quæ, iuxta noſtras theorias, conficiuntur ex eleuatione æqualium, ac non imminutarum

Digitized by Google

rum basium in æquales altitudines, vt patet in citatæ tabellæ fig. 1, & 2, positis patalellipipedi C G, & Cylindri E H æqualibus basibus C D, E F, & æqualibus altitudinibus D G, F H, in quibus (iuxta theoremata, quæ habebis in § 2, sect. 2 Breuiarij Stereometrici) basium æqualium eleuationes æquales (ex quibus conflantur) produnt veritatem propositi theorematis de eorum æqualitate. At in pyramidibus, & conis, quorum bases æquales dum eleuantur, iminuuntur etiam magis, ac magis per altitudines æquales vsque ad puncta vtriusq; verticis F, H, quonam pacto nostrum id principium sibi constet, ac firmet æqualitatem inter se pyramidis A B F, & coni C D H? scilicet, mi Tyro, e sequenti ratiocinatione, qua conficitur vt intelligas etiam Pyramides, & Conos æqualium altitudinum, & basium conflari ex æqualium basium eleuatione in æquales altitudines.

Quoniam enim æquales ponuntur bases A B, C D, ergo & æqualium basium partes similes sunt æquales, ipsius A B tertiæ, quartæ, sextæ, octauę, &c. tertijs, quartis, sextis, octauis, &c. ipsius C D. At in æqualibus altitudinibus E F, G H basis vtraq; A B, C D, dum per similes, & æquales eas partes vsque ad puncta verticis vtriusq; F, H imminuuntur, ac eleuantur, conflant soliditates Pyramidis, & Coni; ergo etiam Pyramides, & Coni, ex æqualibus conflata solida, sunt & ipsa inter se æqualia. Atq; ipsis etiam aptatur nostrum id principium: *si conflantia sunt æqualia, etiam & conflata.* Hisce nos theorijs muniti, in citato theor. 15, Sect. 1 Breuiar. Stereometrici affirmabimus æqualitatem Pyramidis, & Coni æqualium altitudinum, & basium, vt ibi aliter demonstremus Pyramidem esse partem tertiam sui prismatis. Quæ nostra si cui forte minus alluceant, vel probentur, habet ab elementorum vulgatorum Corollario propos. 7, li. 12 antepositio vnde sibi satisfaciat: ne sit quidquam, quod in geometrica nostra structura nutet.

Digitized by Google

§ XXIV.

SCHOLION N. III.

De Ortu Pyramidum, & Conorum inæqualium ex inæqualibus baſibus, vel altitudinibus, &c.

AT verò inæqualibus exiſtentibus altitudinibus (velut in fig. 10. tabellæ ſectionis 2 Breuiar. &c. Stereometrici) ſi fingas baſes æquales, eæ dum eleuantur, imminuuntur per partes diſſimiles, & inæquales alterius baſis (verbi gratia eleuatæ ad maiorem altitudinem) reſpectu partium alterius baſis minus eleuatæ; ac fiunt diuerſæ imminutiones etiam æqualium baſium ſub inclinationibus diuerſis laterum pyramidalium, vel conicorum ad diuerſas altitudines. Eadem etiam quantitas in abſtractione geometrica cùm ſit diuiſibilis in infinitũ, poteſt diuidi in plures, ac minores, vel in maiores, & pauciores partes, &c. Contraria ratione (in fig. 3 citatæ tab. ſect. 2) æqualibus exiſtentibus altitudinibus E F, G H, ſi baſes fingas inæquales, in eleuationibus æqualibus imminuentur per partes diſſimiles, ac inæquales alterius baſis, verbi gratia maioris reſpectu partium alterius baſis minoris. Quapropter altitudinum, vel baſium inæqualitas producit ſoliditates inæquales, &c. Ne hallucineris, expende in hoc 3, & 2 Schol. anteced. verba: per æquales altitudines, ſimiles, & æquales baſium partes æqualium; inæqualium altitudinum, & inclinationum eleuationes per diſſimilia, & inæqualia, &c.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION IV.

In proximè antecedenti elementari theoremate citata propositio de pyramidibus æqualium altitudinum habentibus inter se vt bases, aliter demonstrata.

NE Tyrones necesse habeant alijs elementaribus propositionibus, ac satis habeant in theoremate proximè posito elementari, & eius corollario, operæ pretium arbitror hìc indicare nostrum principium, quo & in 2 Tomo vsi sumus opportunè, ac etiam in 2. parte huius tertij Tomi vtemur; ex quo patet pyramides æqualium altitudinum habere inter se proportionem basium. Quoniam enim, ex anteced. Schol. 2, & 3 conflantur pyramides ex eleuatione basis magis, ac magis imminutæ vsq; ad punctum verticis, si eleuationes, seu altitudines sunt æquales, non est vnde earum differentia, seu proportio petatur, quàm à differentia, seu proportione basium, quarum per æquales altitudines eleuatione, ac imminutione conflantur, &c. Huius theoriæ sit te (ò quicunque legis hìc) non capit euidentia, seu potius eam non capis, ùtere citatâ propos. 5 lib. 11 Elem. Et relàbere per plures alias citatas in eam prolixitatem, quæ merito torqueat ingenia morosa, & captiosa.

COROLLARIA

Elementares aliquas propositiones de solidis ampliantia.

1 QVæ apud Euclidem sunt de pyramidibus obliquis, & triangularibus licet etiam traducere ad rectas, erectas, & basium polygonarum. Modò enim sint æquales altitudines perpendiculares, & bases, cuiuscunq; sint obliquitatis, & variæ in basibus figuræ, sunt inter se æquales etiam earum soliditates, quia in obliquis etiam spectatur èadem altitudo perpendicularis quæ in rectis, & in diuersæ figuræ basibus æqualitatis arealis habetur ratio. Sic æqualibus

bus altitudinibus inæqualitas basium (etiam diuersiformium, è quarum imminutione, ac eleuatione soliditas diuersiformis efficitur) inæqualitatem in soliditatibus indicat.&c.

2 Nec solum comparari possunt inter se pyramides, vt apud Euclidē, sed etiam pyramides cum conis, quorū solidorum quemadmodum æqualitas, iuxta Scholia 2, & 3 antecedentia, proditur ex æqualitate altitudinum, & basium, sic æqualibus altitudinibus, differentia soliditatis è basium differentia indicabitur. Sed de his plura in tota Sectione 1 Breuiarij nostri Stereometrici mox leges. Indico aliqua, vnde geometricè scientes, ac solertes plura educant.

BONONIAE,
In Typographia Hæredis Benatij hic Epilog. Planim. impressus est, cum facultate Superiorum, Anno 1648.

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

TOMI TERTII
ÆRARII
Philosophiæ Mathematicæ
PARS SECVNDA,
IN QVA
Breuiarium Stereometricum speculatiuum, & practicum,
ET
Campus demonstratorius vniuersalissimus.
&c.

Digitized by Google

TOMI TERTII

PARS SECUNDA,

IN QUA

Beneficium Stereometricum

Specularium, & praefiicum,

ET

Compensationis

Vitrorum Libbrarum.

&c.

Digitized by Google

AMICO LECTORI.

Vtile Authoris consilium in hoc Stereometrico etiam vltraelementanum Breuiario.

BReuiarium hoc Stereometricum etiam vltraelemẽtare speculatiuum, & practicum concinnatum est in primis pro nostris apud Chinenses diuinæ, humanæq; philosophiæ Doctoribus; ac pro ipsis etiam Chinẽsibus Philosophis nostrates hasce mathematicas scientias mirè amantibus, ac discentibus, vt indicatum habes, amice Lector, in Proloquio ad te in vestibulo primi Tomi Ærarij huius. Erit tamen etiam nostris Europæis, atq; aliis toto Orbe nationibus, vt opinor, non inutile, nec ingratum. Præsertim cum gradum facillimum faciamus ad solida rotunda pene infinita etiam extra, & vltra elementaria.

Ac sane post planarum figurarum elementaria theoremata, & problemata solet incommodare Tyronibus mora interiecta in libris Arithmeticis, & de lineis, ac figuris incommensurabilibus, antequam deducantur ad solidarum figurarum cognitionem. In ipsis etiam libris de solidis permolesta quamplurib⁹ videtur prolixitas aliquando aliquarum demonstrationum indirectarum, & quamplurima theoremata interposita pertinentia ad lineas, & figuras planas, non ad solidas; licet eorum aliqua sint quasi lemmata; quibus nos non egemus in no-

ſtra methodo pro demonſtrationibus, & cognitione ſolidorum. Sat ſcio arithmetica conducere & linearum, & figurarum incommenſurabilium theorijs, & cognitioni proportionum irrationabilium inter latera aliqua ſolidarum figurarum, præſertim regularium. At ſi quis circa ſolida ita verſetur theoricè, ac practicè (quod nos in hoc Breuiario Stereometrico profitemur) vt copioſam eorum cognitionem Tyrones adipiſcantur, ſine vlla incommenſurabilium (quæ ad praxes nihil conducunt) neceſſitate, quid opus eſt ſtudium Tyronum laſſare alijs intermedijs inter plana, & ſolida, & non ſolidis inter ſolida? Quid ni quamprimùm introducantur ad theoremata, & vſus præclaros præcipuæ partis, quæ Stereometria eſt, diſtractis interim, aut dilatis prolixitatibus omnino non neceſſarijs?

Sed quod præcipuum eſt, id in primis præſtabimus, vt breuiſſimis, & facillimis demonſtrationibus, ac regulis vniuerſalibus, modò per numeros, modò cum vſu geometrico centri grauitatis; modò, ac vt plurimùm, ex ipſarum ſolidarum figurarum origine diſſoluamus omnes difficultates officientes claræ, & expeditæ cognitioni quantitatum, proportionum, dimenſionum, transformationum, &c. in ſolidis etiam vltraelementaribus.

Saltem hoc proderimus, vt Tyrones facilè imbuti hoc noſtro Breuiario facilius etiam, ſi velint, eadem theoremata, & problemata in elementaribus libris de ſolidis apud Euclidem, & Hypſiclem intelligere, ac noſtris praxibus condire poſſint. Breuiarij

uiarij huius noſtri tripartitionem, ac methodum, vide in §§, & capitibus ſingularum ſectionum.

Pro re nata etiam agemus de proportionibus, quantitatibus, dimenſionibus, transformationibus ſuperficierum circa ſolida, præſertim rotunda, atq; etiam vltra elementaria, præter ea, quæ de ijs diximus, præſertim inter aſymptotos, ad 14, 15, 20, 23 propoſ. lib. 6 in 2. To. hu. Ærarij.

Quoniam verò inter vetera Elementa, quæ apud Euclidem, non reponuntur libri 14, & 15, qui ſunt Hypſiclis Alexandrini quędam quaſi appędix Elementaria, etiam ab alijs aucta (quaſi quidam affectent infinitatem in elementis moroſam, & incommodam Tyronibus) nos vtiliore, vt arbitramur, cōſilio in tertia huius Breuiarij Sectione verſabimur circa ſolida regularia intra fines quidem lib. 13, ſed tamen ita, vt ea, quæ ad vſus, & ad praxes inſcriptionum, dimenſionum, & transformationum pertinent, addamus, & ſemina ſeramus, ex quibus facilè pullulent potiora, quæ ſunt in lib. 14; & quæ videbis indicata in corollarijs citatæ Sectiones 3. Ama ſaltem, Amice Lector, amorem hunc noſtrum viæ compendioſæ, facilis, ac iucundæ, quā ſternere conati ſumus Tyronibus minori cū labore in elementarem, atque etiam vltraelementarem Stereometriam inducendis. Ac tu interim nobis faue, & à nobis, ante noſtrum Breuiarium de ſolidis, accipe ſolidum vale.

Digitized by Google

Digitized by Google

BREVIARIVM STEREOMETRIÆ

etiam vltraelementaris,

Speculatiuæ, & Practicæ,

IN QVO

Etiam de ſuperficiebus circa ſolida, præſertim rotunda, ex ortu ipſorum,

Cum vſu, atq; etiam ſine vſu geometrico Centri grauitatis,

Facillimæ, ac breuiſſimæ ſunt demonſtrationes,

A C

In fine Compendium demonſtratorium vniuerſaliſſimum. &c.

I N

Gratiam Chinenſium Philoſophorum.

Digitized by Google

Digitized by Google

BREVIARII STEREOMETRICI

Sectio Prima theorica,

Pro lib. 11, & 12 Elem. & ad vltra elementaria;

Ac præterea theoremata de superficiebus, præsertim curuis circa solida rotunda.

---

§ I.

Capita Theorematum elementarium, quæ in libris 11, & 12 apud Euclidem sunt. Methodus, Consilium, & hypotheses Authoris in hoc Breuiario Stereometrico, præsertim pro solidis rotundis numero infinitis etiam vltra elementa.

Solidorum elementarium in libris 11, & 12 præcipua theoremata versantur circa proportiones eorum inter se partim æqualitatis propter æquales bases, & altitudines, vel propter reciprocationes basium, & altitudinum, vel propter lineas proportionales, super quibus excitata sunt. &c. partim inæqualitatis propter inæquales bases, vel altitudines; iuxta quas habent inter se inæquales proportiones, & solidi maioris est

pars aliquota minus solidum; speciatim verò aliqua solida proportionem inaqualitatis habent triplicatam laterum, vel diametrorum. De quinque solidis verò, quæ in libris 13, 14, 15, ac propriè regularia sunt, vide in 3 sectione huiusce nostri Breuiarij. Nos igitur Tyronum cognitioni, facilitati, breuitati, vtilitati, iucunditati consulentes, censuimus operæ pretium esse (in primis circa solida lib. 11, & 12) præcipuas propositiones expedire (vt in Epilogo planimetrico fecimus) partim ex ipsorum solidorum ortu, partim ex vsu geometrico centri grauitatis, partim in numeris demonstrare, ac eas, quæ sunt similes in aliquot quasi classes cogere, ac deniq; (quod in elementarijs libris non est) vsus, & praxes Theorematum de solidis (etiam extra elementaria) aliquibus exemplis, & vniuersalibus regulis prodere.

Ne scilicet vel Tyrones, vel prouectiores in Geometrica Philosophia præcipuam hanc eius partē in hoc nostro Ærario desiderent. Circa quam licet breuiter, tam aperte tamen, ac non sine nouitate versabimur, vt in posterū locus nō relinquatur vllus antiquis querimonijs de difficultate, abstrusitate, ac neglectu potioris huiusce partis, quæ de solidis verè solida est. Æqui, boniq; faciet, vt spero, nostra posteritas nostrum hunc saltem conatum publicæ vtilitatis, cognitionis, & facilitatis in re apud alios prolixiore, ac minus facili.

Suppono in primis cognitionem eorum quæ in tribus hisce tomis huius Ærarij sæpius prodidimus circa vsum geometricū centri grauitatis, præsertim in fine lib. 2, & ad propos. 14, 15, 20, 23, lib. texti. Suppono etiam definitiones aliquorum solidorum (quæ tamen etiam intelligentur hìc in concreto dum figuræ indicantur, & nominantur) quæ eorum ortum prodant, velut gyrationes semicirculi, trianguli, rectanguli, ex quibus sphæra, coni, cylindri generantur. &c. similia solida dici, quæ habent circa angulos æquales latera proportionalia, ac etiam homologa, vt de planis similibus in li. 6. &c. Suppono tertio, præter elementaria in lib. 11, & 12, plura alia solida, velut quæ apud Archimedē in lib. de sphær. & cylind. & in conoid. & sphæroid. sed in primis infinita numero solida, quæ vocant rotunda, & fiunt ex rotationibus pluriformium planorum sub vniformibus lineis. Pro quibus vide nostrum Guldinum tractatis omni-

omnibus neotericis omissis) quiuuicà regula plura format, & demonstrat, quam omnes alij veterum, & neotericorum non solum scripta, sed nec animo conceperunt. In sequentibus nos aliqua indicabimus, vt Critici vilitatores videant in nostris elementaribus etiam vltraelementaria.

Prælege tamen sequens Scholion.

SCHOLION.

Nostrum compendium pro solidorum aliquorum proportionibus, & dimensionibus facilius etiam, quàm ex vsu geometrico centri grauitatis.

ALiquarum linearum, velut non rectarum, puta semicircularis, atq; aliarum mixtarum, planorum item, velut semicirculi, atq; aliorum non rectangulorum, centra grauitatis inuenire, præsertim geometricè, opus est plenum non mediocris difficultatis, vt patet apud varios Authores, qui in eo genere versati sunt. Vide, præ alijs, libros priores nostri Guldini; qui in solidorum, præsertim rotundorum, proportionibus, ac dimensionibus vsum inuento grauitatis centri linearum, vel superficierum, à quarum rotatione superficies, vel solida rotunda generantur.

Nos, nunquam satis laudato Guldini inuento, atque Authori suo permisso, vt nulla in re desimus Tyronum facilitati, aliquando proportiones, & dimensiones aliquarum superficierum, & solidorũ aliquorum venamur, & demonstratione firmamus, etiam sine cognitione, aut vsu centri grauitatis; scilicet earum superficierum, & figurarum planarum, & solidarum, præsertim rotundarum, ortu spectato, & detectis semidiametris rotationum, non quas centra grauitatis, sed quas lineæ rotantes faciunt, vt videbis in vtraque sect. 1, & 2 huius Breuiarij Stereometrici. Semidiametri enim rotantes reliquas lineas pro superficiebus, vel plana pro solidis, sunt aquemultiplices semidiametrorum rotantium centra grauitatis, atque idem sunt in eadem proportione, per 15 propos. lib. 5. Pro inuen-

pars aliquota minus solidum; speciatim verò aliqua solida proportionem inaequalitatis habent triplicatam laterum, vel diametrorum. De quinque solidis verò, quae in libris 13, 14, 15, ac propriè regularia sunt, vide in 3 sectione huiusce nostri Breuiarij. Nos igitur Tyronum cognitioni, facilitati, breuitati, vtilitati, iucunditati consulentes, censuimus operae pretium esse (in primis circa solida lib. 11, & 12) praecipuas propositiones expedire (vt in Epilogo planimetrico fecimus) partim ex ipsorum solidorum ortu, partim ex vsu geometrico centri grauitatis, partim in numeris demonstrare, ac eas, quae sunt similes in aliquot quasi classes cogere, ac deniq; (quod in elementarijs libris non est) vsus, & praxes Theorematum de solidis (etiam extra elementaria) aliquibus exemplis, & vniuersalibus regulis prodere.

Ne scilicet vel Tyrones, vel prouectiores in Geometrica Philosophia praecipuam hanc eius partē in hoc nostro Ærario desiderent. Circa quam licet breuiter, tam aperte tamen, ac non sine nouitate versabimur, vt in posterū locus nō relinquatur vllus antiquis querimonijs de difficultate, abstrusitate, ac neglectu potioris huiusce partis, quae de solidis verè solida est. Æqui, boniq; faciet, vt spero, nostra posteritas nostrum hunc saltem conatum publicae vtilitatis, cognitionis, & facilitatis in re apud alios prolixiore, ac minus facili.

Suppono in primis cognitionem eorum quae in tribus hisce tomis huius Ærarij saepius prodidimus circa vsum geometricū centri grauitatis, praesertim in fine lib. 2, & ad propos. 14, 15, 20, 23, lib. texti. Suppono etiam definitiones aliquorum solidorum (quae tamen etiam intelligentur hìc in concreto dum figura indicantur, & nominantur) quae eorum ortum produnt, velut gyrationes semicirculi, trianguli, rectanguli, ex quibus sphaera, coni, cylindri generantur. &c. similia solida dici, quae habent circa angulos aequales latera proportionalia, ac etiam homologa, vt de planis similibus in li. 6. &c. Suppono tertio, praeter elementaria in lib. 11, & 12, plura alia solida, velut quae apud Archimedē in lib. de sphaer. & cylind. & in conoid. & sphaeroid. sed in primis infinita numero solida, quae veniant rotunda, & fiant ex rotationibus pluriformium planorum sub vniformibus lineis. Pro quibus vide nostrum Guldinum tractatu omni-

omnibus neotericis omissis) qui vnicâ regula plura formet, & demonstret, quam omnes alij Veterum, & neotericorum non solum scripta, sed nec animo conceperunt. In sequentibus nos aliqua indicabimus, vt Critici vilitatores videant in nostris elementaribus etiam vltraelementaria.

Prælege tamen sequens Scholion.

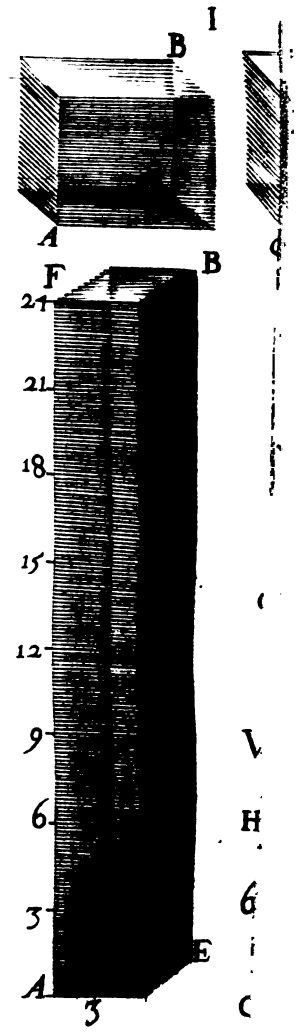
SCHOLION.

Nostrum compendium pro solidorum aliquorum proportionibus, & dimensionibus facilius etiam, quàm ex vsu geometrico centri grauitatis.

ALiquarum linearum, velut non rectarum, puta semicircularis, atq; aliarum mixtarum, planorum item, velut semicirculi, atq; aliorum non rectangulorum, centra grauitatis inuenire, præsertim geometricè, opus est plenum non mediocris difficultatis, vt patet apud varios Authores, qui in eo genere versati sunt. Vide, præ alijs, libros priores nostri Guldini; qui in solidorum, præsertim rotundorum, proportionibus, ac dimensionibus vtrum inuento grauitatis centro linearum, vel superficierum, à quarum rotatione superficies, vel solida rotunda generantur.

Nos, nunquam satis laudato Guldini inuento, atque Authori suo permisso, vt nulla in re desimus Tyronum facilitati, aliquando proportiones, & dimensiones aliquarum superficierum, & solidorũ aliquorum veramur, & demonstratione firmamus, etiam sine cognitione, aut vsu centri grauitatis; scilicet earum superficierum, & figurarum planarum, & solidarum, præsertim rotundarum, ortu spectato, & detectis semidiametris rotationum, non quas centra grauitatis, sed quas lineæ rotantes faciunt, vt videbis in vtraque sect. 1, & 2 huius Breuiarij Stereometrici. Semidiametri enim rotantes vel aliquas lineas pro superficiebus, vel plana pro solidis, sunt aquemultiplices semidiametrorum rotantium centra grauitatis, atque idæ sunt in eadem proportione, per 15 propos. lib. 5. Pro inuen-

Figura' ſectioni



Digitized by Google

ta, AE sit alterà parte longior) & in eadē altitudine BE, DF, sunt æqualia, quia, cùm ea parallelepipeda procreentur à basibus perpendiculariter eleuatis, siue ductis in viam perpendicularem, datis æqualibus basibus eleuatis, & æqualibus eleuationibus perpendicularibus, parallelepipeda ex æqualibus conflata, etiam ipsa sunt æqualia.

THEOREMA II.

Prismata æqualium basium, & altitudinum sunt æqualia.

IN secunda figurà prismata AB, CD, quorum bases pentagona AE, & triangularis CF ponuntur æquales sub æqualibus altitudinibus EB, FD, sunt æqualia propter eandem causam æqualium basium traductarum in eādem, siue æquales altitudines perpendiculares, è quibus componuntur.

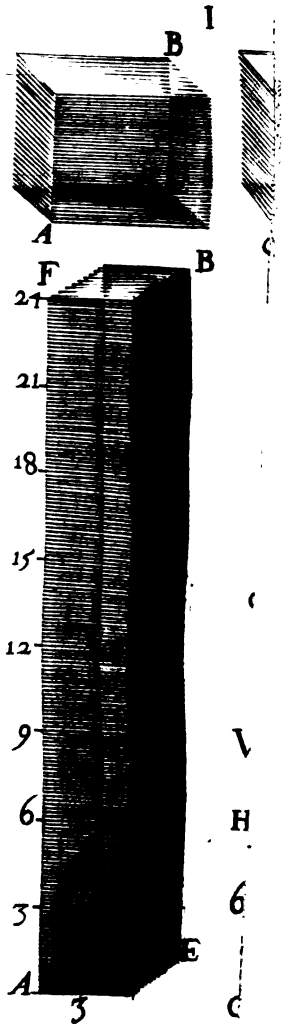
THEOREMA III.

Cylindri etiam obliqui æqualium basium, & altitudinum sunt æquales.

IN tertiâ figurâ cylindri AB, AC super æqualibus, atq; adeo super eàdem basi AD, & in eadem altitudine perpendiculari DB constituti, non solùm recti, sed etiam obliqui, vel alter rectus AB, alter obliquus AC, sunt æquales, quia conflantur ex eleuatione æqualium, siue eiusdem basis circularis AD in eandem viam perpendicularem DB, quæ est recta, & certa mensura altitudinis etiam obliqui cylindri AC, quemadmodum dictum est in lib. 1. de parallelogrammis, siue triangulis obliquis inter easdem parallelas vnà cum non obliquis.

Si

Figura' ſectioni



Digitized by Google

ea, AE sit alterà parte longior) & in eadē altitudine BE, DF, sunt æqualia, quia, cùm ea parallelepipeda procreentur à basibus perpendiculariter eleuatis, siue ductis in viam perpendicularem, datis æqualibus basibus eleuatis, & æqualibus eleuationibus perpendicularibus, parallelepipeda ex æqualibus conflata, etiam ipsa sunt æqualia.

THEOREMA II.

Prismata æqualium basium, & altitudinum sunt æqualia.

IN secunda figurâ prismata AB, CD, quorum bases pentagona AE, & triangularis CF ponuntur æquales sub æqualibus altitudinibus EB, FD, sunt æqualia propter eandem causam æqualium basium traductarum in eādem, siue æquales altitudines perpendiculares, è quibus componuntur.

THEOREMA III.

Cylindri etiam obliqui æqualium basium, & altitudinum sunt æquales.

IN tertiâ figurâ cylindri AB, AC super æqualibus, atq; adeo super eàdem basi AD, & in eadem altitudine perpendiculari DB constituti, non solùm recti, sed etiam obliqui, vel alter rectus AB, alter obliquus AC, sunt æquales, quia conflantur ex eleuatione æqualium, siue eiusdem basis circularis AD in eandem viam perpendicularem DB, quæ est recta, & certa mensura altitudinis etiam obliqui cylindri AC, quemadmodum dictum est in lib. 1. de parallelogrammis, siue triangulis obliquis inter easdem parallelas vnà cum non obliquis.

Si

Si fingas rectum cylindrum AB quasi conflatum è pluribus planis circularibus, ea plana in latus obliquata sub lateribus obliquis ad quantitatem diametri basis AD, ac sub eadem altitudine, producunt obliquum cylindrum AC, qui, cùm ex ijsdem numero, & quantitate constet, ex quibus cylindrus AB, eidem est æqualis.

Sin autem cylindri super æqualibus basibus, & in eadem altitudine sint recti; quoniam fiunt, iuxta definit. 2. lib. 11, ab æqualibus parallelogrammis circulariter gyratis, æqualibus etiam existentibus gyrationibus, &c. ideo sunt æquales; iuxta etiam dicta à nobis in fine lib. 3, & in lib. 6 ad propos. 14, 15, 20, 23. &c.

THEOREMA IV.

Coni æqualium basium, & altitudinum sunt æquales.

IN quarta figura coni GHIL super eadem (vel æqualibus) basi GI, & sub eadem perpendiculari altitudine HM, sunt æquales, propter rationes similes earum, quas attulimus de cylindris. Ac si vterq; conus sit rectus, conflatur à ductu triangulorum rectangulorum æqualium in vias æquales centri grauitatis, quibus vijs respondent æquales bases conorum, &c. iuxta dicta in fine cit. lib. 3. & in cit. propos. ad lib. 6.

COROLLARIVM I.

De parallelepipedis, & prismatibus obliquis.

QVemadmodum cylindri, & coni, modò sint super æqualibus basibus, etiam si sint (saltem eorum alterum) obliqui, sint tamen inter eadem plana, vel lineas

lineas parallelas, hoc est sint eiusdem altitudinis, sunt æquales; sic etiam (extra elementa) paribus conditionibus parallelepipeda, & prismata prædita, licet obliqua, & ipsa sunt inter se æqualia.

COROLLARIVM II.

De pyramidibus æqualibus rectis, & obliquis &c.

ETiam extra elementa, æqualium basium, & altitudinum pyramides, sive rectæ, sive obliquæ sunt æquales. Vide, sis, figuram 3 sect. 2.

COROLLARIVM III.

De parallelepipedis, prismatibus, cylindris, pyramidibus, conis etiam mixtim æqualibus.

NOn solum, vt in elementis, solida eiusdem speciei, sed & diuersæ, super æqualibus basibus, & altitudinum æqualium, sunt æqualia, parallelipipedum & prisma, prisma & cylindus, &c. pyramis & conus, &c. Vide, sis, figuras 1, 2, 3 sectionis 2.

Digitized by Google

§III.

Theoremata de proportione æqualitatis inter aliqua solida elemẽtaria vel propter reciprocationes basium, & altitudinum, vel propter lineas proportionales. Item de proportionalibus super lin. proport. &c. facil. breu. nou. mod. demonstrata.

AD hoc caput pertinent propositio 34 lib. 11. & lib. 12 propos. 15. & propos. 36, & 37. lib 11.

THEOREMA V.

Parallelepipeda, quorum bases, & altitudines reciprocantur, sunt æqualia.

IN quinta figura sint parallelepipeda AB, CD, quod ad soliditatem æqualia, circa quæ breuitatis, & facilitatis gratia versabimur, & ostensionem faciemus, & exemplum ponemus pro Tyronibus in numeris. Sint ergo pares soliditates 216 procreatę in altero AB ex ductu basis AE 9 (cuius latus quadratum 3) in altitudinem AF 24; in altero CD ex ductu basis CG 36 (cuius latus quadratum 6) in altitudinem CH 6. Fit enim idem productum 216 tam ex multiplicatione numeri 24 per 9, quã ex multiplicatione numeri 36 per 6. Vides esse, vt basis 9 ad basim 36, sic reciprocè altitudinem 6 ad altitudinem 24, scilicet quadruplam proportionem.

Conuersam propositionem tu facito, mi Tyro, in appositis à nobis numeris. Quare æqualium parallelepipedorũ reci-

reciprocantur baſes, & altitudines, & quorum. &c. reciprocantur, &c. ſunt æqualia.

SCHOLION.

Etiam inæqualium cylindrorum, & conorum reciprocationes diametrorum in baſibus, & ſoliditatum cum altitudinibus.

Reuiſe apud nos in 1 parte huius 2 tomi ad propoſitionem 14 lib. 6 Elem. § 6, & ad propoſ. 15 § 3, vbi habes non paſsim vulgata, & ad vſus iucundos traducta quaſi paradoxa circa reciprocationes in cylindris, & conis facilè, & breuiter ex vſu geometrico centri grauitatis demonſtrata; & caue confundas baſes cum diametris baſium. Nos enim ad cit. prop. 14, 15 loquimur de reciprocatione diametrorũ (non baſium, & ſoliditatum) cum altitudinibus. Ac præterea nota conditiones eorum cylinarorum apud nos, ſcilicet, vt ſint ſub iſoperimetris ſuperficiebus, ſine baſibus, ex æqualibus inæqualium latcrum rectangulis; coni pariter ex æqualibus triangulis inæqualium laterum. &c.

THEOREMA VI.

Cylindri, & Coni, quorum baſes, & altitudines reciprocantur, ſunt æquales.

IN eadem quinta figura per eandem oſtenſionem numerariam patet etiam æqualium cylindrorum reciprocari baſes, & altitudines; ſi fingas duorum cylindrorum baſes circulares eſſe 9, & 36, altitudines 24, & 6; fiunt enim cylindricæ ſoliditates etiam ex ductu baſis circularis in perpendicularem altitudinem. &c.

Applica cætera proportionaliter etiã parallelepipedis.

Digitized by Google

SCHOLION.

DE conis videbis inferius vbi didiceris conos esse tertias partes suorum cylindrorum.

THEOREMA VII.

Parallelepipedum ex tribus lineis proportionalibus, est æquale parallelepipedo ex media, &c. iuxta pr. 36, li. 11.

VT appareat solidum parallelepipedum ex tribus lineis proportionalibus conflatum esse æquale cubo ex media (facilitatis gratia exemplum pono in parallelipip. rectangulis) accipe tres numeros proportionales hos in dupla: 2, 4, 8; fiat numerus planus 8 ex ductu ipsius 2 in 4: Fiat solidus 64 ex ductu plani 8 in tertium proportionalem 8, quasi in altitudinem, seu viam perpendicularem centri grauitatis in moto plano. Rursus ex medio numero 4 fiat planus quadratus 16, & è 16 in se fiat cubus, qui exit 64, idem cum numero solido 64 ex tribus proportionalibus 2, 4, 8.

SCHOLION.

Aliter etiam geometricè, quàm apud Euclidē.

SEd accipe etiam aliter, ac geometrice à nobis ex eius centri grauitatis, & consonè demonstrationi apud Euclidem. Inspice hic figuram 6, ex Euclidis propos. 36. lib. 11. vtcunque translatam. Posità eius propositionis constructione, patet eius veritas etiam facilius apud nos in modum sequentem. Quoniam enim EF ponitur (quidquid sit in figurâ, circa quam abstractè philoso-

pha-

phamur) æqualis mediæ B, & ex eàdem B conflatum est parallelepipedum IM, erunt æquales viæ perpendiculares vel ipsæ, vel pro ipsis EF, KL. Item quoniam est vt DE ad IK, ita KM ad EG (finge in figura correctà minorem EG) ergo erunt æqualia parallelogrammata DG, IM, per 14 sexti, quorum latera circa angulos ex constructione æquales reciprocantur. Producuntur verò parallelipipeda DH, IN ex parallelogrammis DG, IM ductis in vias EF, KL. Quare cum & viæ perpendiculares EF, KL à centris grauitatis motorum planorum DG, IM; & mota ipsa plana DG, IM sint æqualia, erunt & parallelepipeda producta ex æqualibus producentibus æqualia. Vide, & confer demonstrationem apud Euclidem, quam inuenies geminam cum hac nostra ex vsu geometrico centri grauitatis, vt pateat quàm certa hæc centri via geometrica sit.

THEOREMA VIII.

Solida ex quatuor lineis proportionalibus similia, similiterq; descripta, sunt proportionalia.

EX antedictis, quasi corollarij loco, patet veritas prop. 37 li. 11 de quatuor lineis proportionalibus, à quibus similia, similiterq; posita parallelepipeda sunt & ipsa proportionalia. Nam positis (pro quatuor proportionalibus numeris, quorum bini sint in eadem proportione) tribus ijsdem proportionalibus 2, 4, 8; ex primo numero 2 in se fit planus 4, ex plano 4 in altitudinem 2 fit solidum parallelepipedum rectangulum 8: secundo numero 4 ducto in se, fit planus 16, ex plano 16 in altitudinem 4 fit solidũ parallelep. &c. 64.

Ponatur idem 4, qui est secundus proportionalium, pro tertio, & fit geminatum solidum 64. è quarto 8 in se ducto fit planus 64, ex plano 64 ducto in altitudinem 8 fit solidum 512. Confer solida inter se 8, 64, 64, 512 è proportionalibus numeris, quasi super lineis, producta, & videbis

quemadmodum radices, siue rectæ 2, 4; 4, 8 sunt in proportione duplà, sic 8, 64; 64, 512 esse propottionalia inter se in proportione octupla.

Ex hìc dictis in hoc exemplo deduc, & applica tu alia, mi Tyro, dum nos tuæ facilitati consulimus, & nitimur aliquid noui vel modi, vel rei proferre circa vetera.

SCHOLION.

Regula nostra vniuersalis (pro particularibus apud Euclidem de solidis eiusdem speciei) de solidis etiam diuersæ speciei æqualibus, quorum bases, & altitudines reciprocantur. & conuersim.

Quæ apud Euclidem alligata sunt solidis eiusdem speciei, velut parallelipipedis inter se, cylindris, &c. inter se comparatis, ac æqualibus, quorum bases, & altitudines reciprocantur, absolui possunt, ac traduci etiam ad solida diuersæ speciei, modò sint æqualium altitudinum, & basium, velut si duorum prismatum æqualium, & habentium bases, & altitudines reciprocas, alterum transferatur in æquale parallelepipedum; prisma, & parallelepipedum, licet figuræ sint specie diuersæ, quia tamen sunt æqualia, reciprocantur basibus, & altitudinibus, & conuersim prisma, & parallelepipedũ, quorum bases, & altitudines reciprocantur, sunt æqualia. Quod patet in numeris, & figurâ 5 sec. 1. nam parallelepipedo CD translato in æquale prisma, scilicet æqualiũ basis, & altitudinis, quoniam ydẽ numeri sunt 6 altitudinis, & 36 basis, reciprocantur eodem modo cum longiore parallelepipedo AB, & summa èadem 216 erit vtriusq;

COROLLARIVM.

Si fuerit reciprocè vt planum ad planum, ita linea ad lineam, ſolidum ex medijs plano, & lineà, eſt æquale ſolido ex extremis plano, & linea.

PRo corollario deducitur ex anteced. Schol. ac vniuerſaliſſimum eſt (vt & regula in antec. ſchol.) etiam de ſolidis diuerſæ ſpeciei excitatis, & conflatis ex proportionalibus planis, & lineis. Ad praxim vide § 5 ad propoſ. 20. lib. 6, in 2. To. Aerarij. In figura 5. ſec. 1. & in longiore, & depreſſiore parallelipipedis, eſt vt planum —, ſiue baſis AE ad baſim CG, ita linea, ſeu latus, & altitudo HC ad lineam EB; & ſub medijs quattuor quantitatum proportionalium, ideſt ſub plano, ſeu baſi CG, & ſub linea, ſiue altitudine CH ſolidum eſt æquale ſolido ſub extremis plano AE, & linea EB. In numeris etiam res patet. Experire.

---

§ IV.

Theoremata de proportione inæqualitatis inter aliqua ſolida elementaria ex inęqualibus vel baſibus; vel altitudinibus, facil. breu. nou. modis demonſtrata.

AD hoc caput ſpectant libri 11 propoſitiones 32 de parallelepipedis, lib. 12 propoſ. 5, & 6 de pyramidibus; ſchol. ad prop. 7 de priſmatis; prop. 11 de Conis, & Cylindris, & lib. 11, prop. 25. lib. 12 prop. 13, & 14.

Vni-

Vniuersali regulà Theorema IX, & aliqua alia soluta.

Parallelepipeda, prismata, cylindri æqualium altitudinum sunt inter se vt bases.

VNica vniuersali regulà, & demõstratione possunt expediri proposita solida ab eorum ortu, & procreatione. Cùm enim, vt sæpius prædictum est, & parallelepipeda, & prismata, & cylindri conflentur ex basibus ductis in altitudines perpendiculares, quemadmodum, si sint æquales bases, & æquales altitudines, constituunt æqualia ea solida, sic si habeant proportionem alicuius inæqualitatis, ea necesse est proueniat vel ab inæqualibus basibus, simul, & altitudinibus, vel si æquales ponantur altitudines (vt citatæ propositiones ponunt) reliqua inæqualitas erit in basibus; ac proinde habebunt inter se in eadem altitudine proportionem basium æqualem æqualium, inæqualem inæqualium.

SCHOLION I.

DE proportione basium in conis, & pyramidibus eiusdem altitudinis vide in fine seq. § 5, Schol. 2. vbi post proportiones conorum, & pyramidum ad suos cylindros, & prismata, habebit demonstratio ad § 4 hunc spectans.

THEOREMA X.

Parallelepipedi secti parallelos, &c. segmenta sunt inter se vt bases.

QVod pertinet speciatim ad propos. 25 lib. 11, in figurà 7, secto parallelepipedo AB à plano parallelo planis GA, BH, quoniam tria sunt partialia

Digitized by Google

tialia parallelepipeda eiusdem altitudinis, ergo eorum differentiæ erit in basium proportionibus, iuxta prædicta in regula vniuersali, th. 9. hu. § 4.

THEOREMA XI, & XII.

Cylindri secti parallelis basibus segmenta sunt inter se, vt axes. & — — Coni, & cylindri æqualium basium sunt inter se vt altitudines.

PAriter pro propos. 13, & 14 lib. 12 (in fig. eadem 7) secto cylindro AB, quoniam partiales cylindri habent æquales bases, ergo, si sit inter eos aliqua inæqualitas, erit in axibus, siue altitudinibus; habebuntque proportionem inter se iuxta axium, vel altitudinum quantitates.

THEOREMA XIII.

Parallelepipeda super æqualibus basibus, sunt inter se vt altitudines.

SCilicet in modum similem sectorum cilindrorum. Si in fig. 7. erigas parallelepipedũ AB, vt basis sit AG, partialia AD, DE, EB quoniam sunt super æqualibus basibus, non different nisi iuxta altitudines secti lateris vtriuslibet GB, AH, quæ sunt èadem cum lateribus sectæ basis AI.

Quod attinet ad pyramides, seorsim videbis de ijs in seq. § 5.

SCHO-

SCHOLION II.

De cylindris,& conis etiam inæqualium altitudinum habentibus inter se proportionem vt basium diametri.

VIde apud nos eam proportionem vagantem extra regulas apud Euclidem, & facilè demonstratam ex centro grauitatis ad propos. 14 lib.6,§ 5. & ad propos.15,§ 3. cum cautionibus tamen,& distinctionibus,quas indicauimus in Scholio, quod est in hac 1 sect. post theor.5. In cit. ad 14, & 15 propos.lib.6 habes etiam ad vsum ibi iucunda. Itaq; non solũ æqualium, sed etiam apud nos inæqualium altitudinum cylindrorum, & conorum proportiones spectantur non tam ex basibus, quam è basium diametris, vel semidiametris,vel peripherijs.

SCHOLION III.

VIde Schol.3 post § 11 Epilogi planimetrici, vbi exemplum luculentum modi vniuersalissimi demonstrandi in numeris de omni quantitate. Quod huc facit, & ex eo demonstrantur in numeris quæ hic de solidis in anteced. §. 4.

---

§. V.

Theremata de proportionibus à nobis facillimè ac breuissimè demonstratis Cylindri ad Conum, Prismatis ad Pyramidem, Conorum, & Pyramidum inter se, &c.

AD hoc caput pertinent lib.12 propos.5,6,7,10 de Cylindris, Conis, Prismatis, Pyramidibus.

Theo-

THEOREMA XIV.

Conus est tertia pars sui Cylindri.

COnum esse tertiam partem cylindri eandem cum ipso basim habentis, & altitudinem æqualem; habes breuiter, & apertè demonstratum ex vsu geometrico centri grauitatis ad prop. 23. li. 6, § 18, & 19.

SCHOLION.

QVoniam ex citatis in antec. probl. 14 iam didicisti conum esse tertiam partem sui cylindri, ideo quæ in § 3 dicta sunt de toto, idest de cylindro circa reciprocationes basium, & altitudinum, valent etiam de cylindrorum partibus æqualibus, & earum subtriplis, scilicet de conis.

THEOREMA XV.

Pyramis est tertia pars sui prismatis.

QVemadmodum conus est tertia pars sui cylindri, sic pyramis est tertia pars prismatis eandem basim, & altitudinem cum pyramide habentis.

Cuius theorematis breuissimam, & facillimam accipe hìc à nobis demonstrationem. Inspice figuram nonam, & in prismate CB eductis IA, DA finge pyramidem ACID. Finge etiam ipsi prismati CB factum æqualem cylindrum EF, basibus æqualibus triangulari CID, circulari HLF, & eleuatis perpendiculariter ad æquales altitudines CA, HE. Ex HF eductis in G extremum axis, rectis HG, FG, finge conum HGFL. Quoniam igitur, æqualibus basibus triangulari CID, & circulari HLF [illegible] ad æquales altitu-

 dines

dines perpendiculares AC, EH eleuatis, æqualia inter se sunt pyramis ACID, & conus HGFL; & per demonstrata à nobis facillimè, ac breuiter ex vsu geometrico centri grauitatis in § 19 ad 23 prop. lib. 6, conus HGFL est tertia pars cylindri EF, erit & pyramis ACID tertia pars cylindri eiusdem EF; at per constructionem, cylindrus EF est æqualis prismati CB, ergo & prismatis eiusdem CB erit tertia pars èadem pyramis ACID. Quod erat demonstrandum.

SCHOLION,

ac Theoremata.

Coni, & Pyramides eiusdem altitudinis, sunt inter se vt bases.

QVæ dicta sunt de proportionibus prismatum, valent etiam de eorũ partibus subtriplis, ideſt de pyramidibus, quæ & ipsæ sub eàdem altitudine habent inter se proportionem basium. &c. Quæ enim toti, ideſt prismati accidunt, etiam partibus eius subtriplis. Velut Clauius in Schol. ad propoſ. 34 lib. 11 ostendit conuenire prismatas dimidijs parallelepipedorum ea, quæ demonstrata sunt de parallelepipedis in propoſ. 29, 30, 31, 32, 33, 34, lib. 11.

Sic & de conis, quos in nostris ad prop. 23 lib. 6 demonstratiue didiciſti esse tertiam partem suorum cylindrorum. Itaq; sicut prismatum partes tertiæ eiusdem altitudinis, & cylindrorum partes tertiæ eiusdem altitudinis sunt inter se vt bases, sic pyramides, & coni eiusdem altitudinis (ideſt quorum baſes eleuatæ in tertiam partem altitudinis suorum prismatum, & cylindrorum, conficiunt partes tertias prismatum, & cylindrorum) sunt inter se vt baſes.

Digitized by Google

§VI.

Regulæ apud nos vniuerſales, breues, ac faciles, pro peculiaribus, quæ apud Euclidem ſunt circa triplicatas proportiones &c. ſolidorum ſimilium.

AD hoc caput pertinent lib. 11 propoſitio 33 de parallelepipedis, & Schol. ad 34 de priſmatis; lib. 12 prop. 8 de pyramidibus, prop. 12 de conis & cylindris; prop. 18 de ſphæris. De quibus ſolidis, & in quibus propoſitionibus demoſtrãtur proportiones triplicatæ homologorum laterum in ſimilibus ſolidis, & diametrorũ in ſphæris.

Quod pertinet ad ſolida ſimilia ſub planis, &c. ex noſtro modo geometrico procedente ab ortu eorum ſolidorum, quæ ſcilicet conflantur ex ductu plani in perpendicularem altitudinem deſignatam à planis eleuatis, poſſunt vnicà regula demonſtrari triplicatę proportiones laterum homologorum. Nam ſolida ſimilia, ſunt, quæ, iuxta defin. 9. lib. 11, ſimilibus planis continentur. &c. & ſimilia plana ſunt, iuxta defin. 1. lib. 6, quæ habent latera proportionalia circa æquales angulos, & iuxta theor. 17, vbi aliter demonſtratur 20 prop. li. 6 in Epilogo planimetrico noſtro, baſes ſimiles ſolidorum habent proportionem & laterum motorum, & viarum, per quas mouentur, ideſt duplicatã (vide cit. theor. 17) ſiue, iuxta vulgata, per 20 propoſ. li 6, ſimilia plana habent duplicatam proportionem laterum homologorum. Addità tertià proportione eiuſdem generis, quam habent inter ſe ſimilium ſolidorum homologæ altitudines, conficitur proportio in eodem genere triplicata laterum homologorum, quam inter ſe habent ſolida parallelepipeda, priſmata, pyramides; &c.

Hæc èadem regula poſſet etiam traduci ad ſolida, quæ

Digitized by Google

non ſunt ſub planis ſuperficiebus, ſed ſub curuis, qualia ſunt ſolida rotunda cylindri, coni, ſphæræ &c. quandoquidem ea reſoluuntur (vt habes in fine libri 2 elem.) in ſolida parallelepipeda; ſed tamen nos hìc aliam pro rotundis regulam facillimam de eorũ triplicata proportione in ſemidiametris prodemus exemplis aliquibus mox inferius.

Interim accipe exempla; ac primo loco de parallelepipedis eſto ſequens —

— THEOREMA XVI.

Solida parallelepipeda ſimilia ſunt in triplicata proportione laterum homologorum.

FAcilitatis gratia in 8 figura, & in exemplo duorum cuborum, quoniam proportio planorum quadratorum AB, CD eſt (ex theor. 17 Epilog. planim) ex duplicatà motorum, & motionum, ideſt laterum AE, CF (quæ ſunt in proportione dupla) & in ſimilibus illis ſolidis latera, ſiue altitudines GA, CH homologæ, ac ſimiles in parallelogrammis GE, HF ſunt & ipſæ in dupla (non duplicata) proportione, ergo proportioni duplæ, ac duplicatę planorum AB, CD addita proportio tertia item dupla (non duplicata) altitudinum AG, CH, conficit in genere proportionis duplæ proportionem triplicatam ipſorum ſolidorum inter ſe, hoc eſt ſolidum GB ad ſolidum HD habet proportionem octuplam. Expono ſic: in minori ſolido ex latere 1 quadrati fit planum quadratum CD 1; in maiore ſolido ex latere 2 quadrati fit planum quadratum AB 4. in minore altitudo CH eſt 1, in maiore altitudo AG eſt 2. Proportionis duplicatæ laterum, ſiue ipſorum planorum AB, CD eſt numerus 4, altitudinum eſt 2. Diſponantur numeri earum proportionum duplarum ſic: 1, 2, 4: ſunt in duplicata ipſius 1 ad 2, ideſt ad 4. Triplicetur èadem

Digitized by Google

dem proportiõ, & fiat 1, 2, 4, 8, vides esse 1 ad 8 in octupla proportione, scilicet triplicatæ proportionis duplæ.

Vel, quasi esset proportio composita, denominatores proportionis planorum, & altitudinum, scilicet 4, & 2 inter se multiplicentur, iuxta defin. 5 lib. 6, & producetur 8 denominator proportionis solidi GE ad solidum HF.

SCHOLION.

ETiam quando solida parallelepipeda non sunt cubi, modo sint similia, licet habeant altitudines non æquales lateribus basium, tamen etiam altitudines sunt in eadem proportione, in qua sunt vtrumlibet latus basis ad homologum latus alterius basis; sunt enim etiam altitudines homologæ, hoc est similis, ac e usdem ratio is, seu proportionis antecedentes, cuius sunt circa æquales angulos consequentia duo alta latera. Velut in figura 6 si concipias parallelepipeda similia non cubica HD, NI, si altitudo GE est ad ED vt altitudo MK ad KI circa supposítos æquales angulos E, K, ergo, permutando, vt GE altitudo ad altitudinem MK, sic ED ad KI. si ergo duplicatis proportionibus ipsarum ED, KI addatur proportio ipsarum GE, MK, fit additio proportionis eiusdem generis, in qua sunt ED, ad KI vt EG ad KM, ac proinde addita proportio altitudinum duplicatæ proportioni (sic vocemus) latitudinum ED, KI conficit triplicatam in eodem genere.

Tanti refert intelligere quid sit in 4 prop. lib. 6 æquiangulorum triangulorum latera proportionalia esse etiam homologa lateribus alterius trianguli &c. & scire non superficialiter quænam sint in 1 defin. lib. 6 superficies, siue figuræ planæ similes.

Theo-

THEOREMA XVII.

Prismata similia sunt in triplicata proportione laterum homologorum.

HOc theorema, de quo nihil apud ipsum Euclidem, expedio quasi per modum corollarij. Inspice figuram 6, & finge parallelepipeda HD, NI, esse similia, iuxta def. 9 li. 11. si fingas vtrumq; secari per oppositos angulos H, D, F, & N, I, L, diuidentur in æqualia, & inter se similia prismata, verbi gr. prisma triangulare è sectione per H, D, F, erit simile prismati triãgulari facto è sectione per N, I, L, & cum habeant latera GE, ED homologa lateribus MK, KI, scilicet èadem, quæ similium parallelepipedorum, habebunt & ipsa prismata eorumdem homologorum laterum triplicatam proportionem inter se. Nam per 15 propos. lib. 5 *partes cum pariter multiplicibus eamdem habent proportionem*. Vt ergo tota duplicia, ideſt parallelepipeda, sic dimidia, ideſt prismata similia inter se, &c.

THEOREMA XVIII.

Similes pyramides sunt inter se in triplicata proportione laterum homologorum.

NOn solum quæ triangulares habent bases, vt limitantur apud Euclidem, pyramides sed & quæ polygonas. Ac sine pluribus, quæ sunt in demonstratione apud Euclidẽ, nos hoc Theorema ceu corollarium deducimus ex antecedenti. Inspice figuras 2, & 9, & finge prismata triangularia CFD, & ABD esse similia, & quẽadmodum super basi CDI excitata est pyramis CDIA, sic excitatam alterâ imaginariam super basi CF, &c. alterius

prisma-

Digitized by Google

prismatis ad vsque D. Quoniam, per theorema 15 à nobis demonstratum in § 5 antec. pyramis est tertia pars sui prismatis, suntq; èadem latera homologa DF, FC, & AC, CD pyramidum quæ & prismatum similium, erunt & similes pyramides inter se ex èadem homologorum laterum triplicata proportione, in qua sunt & prismata, scilicet partes cum suis æquè multiplicibus, vt in antec. Theor. 17.

THEOREMA XIX.

Cylindri similes habent inter se triplicatam proportionem semidiametrorum (siue diametrorum) in basibus, ex eorum ortu, &c.

INspice figuras 7, & 9, & sint inæquales, similes tamen, cylindri AB, EF. Quoniam generantur ex gyratione circulari rectanguli, ergo habent inter se proportionem suorum genitorum, siue partium eos conflantium, nempe rectangulorũ EL, & dimidij GF, &c. in fig. 7. ac præterea habent proportionem circularium gyrationum HLF, GB. At rectangula habent, ex 20 lib. 6, duplicatam proportionem laterum homologorum, qualia sunt semidiametri HL, & dimidium ipsius AF; gyrationes etiam circulares, seu peripheriæ habent proportionem earumdem semidiametrorum, per lemma § 19 Epilogi planimetrici; ergo addita proportio gyrationum duplicatæ proportioni rectangulorum in ijsdem semidiametris, conficit triplicatam earum semidiametrorum proportionem.

Aliter.

IVxta § 19, & in eo lemma, & theorema in Epilogo nostro planimetrico, bases circulares GB, HF habẽt proportionem bis semidiametrorum, ideſt duplicatam; & bases motæ perpendiculariter producunt cylindros; habent

ergo

Digitized by Google

ergo & tertiam, siue triplicatam proportionem, addità tertià, quæ est altitudinum homologarum, ad quas eleuantur basis in similibus cylindris.

THEOREMA XX.

Coni similes habent inter se triplicatam proportionem semidiametrorum (siue diametrorũ) in basibus. Ex eorum ortu.

SCilicet proportionem triangulorum, è quorum gyrationibus circularibus oriuntur, & proportionem ipsarum gyrationum; quæ proportiones sunt in semidiametris, vt dictum est in Theoremate antecedenti. Vide fig. 9. & memento, ex 19 lib. 6, triangula similia, velut GLH, & alterum imaginatum habere inter se proportionem duplicatam basium, qualis HL; & gyrationes, qualis HLF Coni GHLF cum altera imaginati similis coni, habent etiam ipsæ proportionem earumdem semidiametrorum, per lemma in § 19 cit. Epilogi planimetrici; ergo triplicatam semidiametrorum. &c.

Aliter.

QVoniam coni sunt tertia pars suorum cylindrorum, per demõstrata à nobis ex centro grauitatis ad propos. 23 lib. 6; & similes cylindri; per theor. 19 anteç. habent inter se triplicatam proportionem semidiametrorum in basibus, ergo & tertiæ partes habentes easdem semidiametros (ideſt coni super ijsdem basibus similium cylindrorum) habent & ipsæ triplicatam proportionem earumdem semidiametrorum; confirmante prædicta propos. 15 lib. 5.

SCHO-

Digitized by Google

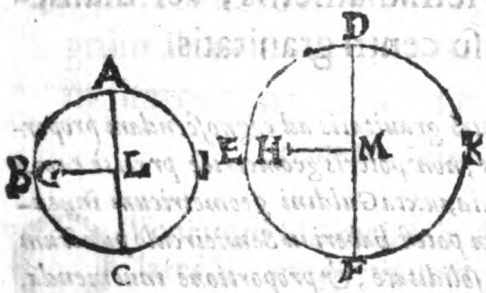
SCHOLION.

Proportiones inter conum, & cylindrum.

Reuiſe pro proportionibus conorum, & cylindrorum inter ſe, § 5, & 6 ad 14 propoſ. lib. 6, & § 3 ad propoſ. 15 eiuſdem lib. 6.

THEOREMA XXI.

Sphæræ habent inter ſe triplicatam proportionem ſemidiametrorum (ſiue diametrorum) ex earum ortu, etiam ſine vſu geometrico centri grauitatis, &c.



LIcet in § 18 ad 20 lib. 6. hoc theorema cõfirmauerimus ex vſu geometrico cẽtri grauitatis; tamen hìc aliter ex parte, ideſt etiã ſine vſu centri grauitatis, idem expediemus ab ortu Sphærarum. Habent igitur Sphæræ ABCI, DEFK inter ſe proportionem triplicatam ſemidiametrorum, quas finge MH, LG productas vltra puncta centrorum grauitatis G, H in ſemicirculis AC B, DFE, vſq; ad peripherias in B, & E. In demonſtratione citata § 18 ad 20 lib. 6 quæ diximus de proportione ipſarum LG, MH concluſimus quaſi de ſemidiametris Sphærarum; ac lineæ totæ BL, EM ſunt æquemultiplices partiũ GL, HM, & partium, & æquemultiplicium eædem ſunt proportiones, per 15 lib. 5. Igitur quoniam ſiunt ſphęræ

(iuxta defin. 14. lib. 11) à ſemicirculo circulariter gyrato, habebunt proportionem, & ſemicirculorum, & gyrationum. At ſemicirculi ACB, DFE (ſicut & circuli in § 19 Epilog. planimet.) iuxta § 10 ad 20 li. 6, habent inter ſe duplicatam proportionem ſemidiametrorum LB, ME: gyrationes verò circulares earumdem ſemidiametrorum LB, ME, (ſiue à punctis B, E ſignatæ peripheriæ circulares) habent inter ſe proportionem ſemidiametrorum BL, EM, iuxta lemma in § 19 Epilog. planim. ergo ſpheræ habent & duplicatam proportionem inter ſe in ſemidiametris BL, EM à ſemicirculis, & tertiam in ijſdem BL, EM à peripherijs, hoc eſt triplicatam in ijſdem, ſiue earumdem ſemidiametrorum, &c.

SCHOLION I.

Quanti momenti ſit, præſertim in ſphæris, proportio inuenta è ſemidiametris, vel diametris, ſine vſu centri grauitatis.

SI vteris inuentione centri grauitatis ad cognoſcendam proportionem inter ſpheras, non poteris geometricè præcisè eam habere. Ratio eſt, quia iuxta Guldini geometricum inuentum lib. 1. cap. 9. num. 4, non poteſt haberi in Semicirculo punctum centri grauitatis pro ſphera ſoliditate, & proportione inuenienda, niſi prius inueneris centrum grauitatis ſemiperipheriæ. At ex eodē Guldino lib. 1 cap. 6 propoſ. 1, punctum centri grauitatis eſt extremum lineæ quadratricis in ſemidiametro, quod punctum quadratricis geometricè haberi non poteſt, cum quadratrix ſit aſymptotos in ſui extremo cum ſemidiametro; igitur, à primo ad vltimum, non poteſt haberi præciſa geometrica inuentio centri grauitatis in ſemicirculo, vnde penaet inuentio ſoliditatis, & proportio ſphera ad alteram. Relege § 15 noſtrum ad 9 propoſ. lib. 6 in To. 2 huius operis. Dum igitur nos in proportionibus inter ſpheras vtimur proportione gyrationum factarum, non à centro grauitatis inuenta

geo-

geometricè in semidiametro, sed absolutè à gyratione factâ ab extremo semidiametri, siue ipsius semidiametri, modum apertè tradimus, qui ad praxim facillimè redigi potest, quoniam aperta est, ac facilis cognitio, & proportio semidiametrorum, vel duarum rectarum habentium proportionem rationalem. Verum tamen est ad accipiendam soliditatem sphæricam vsui esse regulam centri grauitatis in semicirculo, quantum ea potest inseruire saltem praxibus organicis iuxta indicata in Schol. ad finem § 1 huius primæ sectionis. Confer, aquaso, demonstrationum indicarum implexam prolixitatem apud Euclidem de similium conorum, cylindrorum, sphærarum proportionibus, cum compendijs, quæ habes, mi Tyro, in antecedentibus hic theorematibus, & videbis, ac habebis vnde nobis etiam vitâ functis benè apud Deum preceris, quod te etiam, atque etiam rogo.

COROLLARIVM.

Quanto sol terra sit maior. De comparatis magnitudinibus inter se Planetarum. Ac vsus alij militares præcedentis Theorematis 21 indicati apud nos.

QVoniam in Militari, & in Astronomia vsus singulares sunt proportionum inter sphæras, quicumq; circa praxes amat versari scientificè, quanti faciat habere in promptu facillimam demonstrationem proportionum, ac veritatum admirandarum, præsertim circa sublimia, & cælestia, quæ venatur è

Videin 2 Tom. hu. Ærarij ad propos. 20 lib. 6, §§ 18, 21, 22, 28, 29, 30, indicatos vsus aliquos machinarios, militares, Astronomicos præced. Theor. 21, in primis in § 30 de Sole plus quam centies, & quadragies maiore, quàm terræ globus, è triplicata eorum proportione in diametris. Sic pariter de aliorum planetarum sphæris, &c.

SCHOLION II.

Alia pertinentia ad proportiones inter se Coni, Cylindri, Sphæræ, &c. vide in sec. 2. præsertim in corollarijs post varias dimensiones eorum solidorũ.

THEOREMA XXII.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales, vt est prima ad quartam, ita est parallelepipedum super prima descriptum ad parallelepipedum simile, similiterq; descriptum super secunda.

EX hactenus dictis in hoc § 6 patet etiã in numeris corollarium propos. 33 lib. 11, cuius plurimi, ac insignes vsus sunt in Geometria practica, & alijs in artibus, in primis pro famosa cubi duplatione, iuxta ea, quæ indicauimus ad propos. 13 li. 6. vbi de inuentione duarum mediarum proportionaliũ, atq; in praxi videbis in 2. sect. hu. Breuiarij, præsertim vbi de auctione, & imminutione solidorum in data ratione.

Igitur in exemplo 8 figuræ pro rectis quatuor continuè proportionalibus accipe quatuor continuè proportionales numeros 1, 2, 4, 8, & ex primo confla pro cubo EH cubicum numerum sic: ducto latere 1 cubiti linearis in se, fit cubitus quadratus 1: ex cubito quadrato 1 ducto in cubitum linearem 1 fit numerus cubiti cubici 1. E secundo numero proportionalium 2 in se ducto fit planus quadratus numerus 4, rursus e 2 ducto in 4 fit, pro cubo EG, cubicus numerus 8. Quam proportionem habent inter se numeri solidi primus, & secundus 8, facti è numeris, eam dineis

neis prima & secundà proportionalibus? eã scilicet, quam habent quatuor continuè proportionalium primus numerus (seu prima linea) 1 ad quartum (seu quartam lineam) 8. *Si ergo sint quatuor linea continuè proportionales, solidum parallelepipedum super prima ad solidum super secunda simile, similiterq; descriptum se habet, vt prima ad quartam linearum continuè proportionalium.*

SCHOLION.

Vniuersales regulæ ad praxes etiam geometricè organicas pro cognoscendis proportionibus datorum solidorum etiam non similium.

RElege quæ habes apud nos in hoc Aerario ad propos. 10 lib. 1. § 3; ad propos. 1. lib. 6, § 6, 7, 8, 9. Ad propos. 20. lib. 6. § 1, & ad 23 § 12. Atq; ea huc applica, vel producendo proportionem duplicatam planorum ad triplicatam solidorum, vel, vt ibi, redactis planis irregularibus ad regularia intra easdem parallelas. Sic reductis solidis non similibus (per praxes in 2 sectione hu. Breu.) ad similia, accipe, ac transfer laterum homologorum quantitates in circinum proportionum, &c. vt in cãtatis §§ ad lib. 1, & ad 6. lib. docetur.

Sic, datis quibuslibet, & quotlibet solidis, etiam artifices organici statim sciẽt eorum proportiones, per praxes in cit. §§, & hìc, & in & anteced. geometricè firmatas, & magis in seq. firmandas.

§. VII.

Regula vniuerſaliſſima breuis, ac facilis de proportione ſolidorum etiam non ſimilium, & vltraelementarium, ex eorum ortu, &c. Indicata exempla apud nos in to. 2.

NOn ſimilia ſolida quam habent inter ſe proportionem? Cuius rei nullum apud elementa geometrica veſtigium eſt, ac præſertim cum regula vniuerſaliſſima, quam ſic breuiſſimè aperio.

1 Quæcumq; ſolida (præſertim non ſimilia) inæqualiũ baſium, altitudinem, &c. habent inter ſe proportionem compoſitam ex proportione planorum, & ex proportione altitudinum, ſeu viarum perpendicularium, ſiue (ſi ſint ſolida rotunda, quę gignuntur ex rotatione plani) viarũ circularium, quas ſignat centrum grauitatis planorum rotatorum, ex quibus planis, & vijs conflantur ſolida.

In figura quinta parallelepipedum oblõgum AB ad cubum CD habet proportionem compoſitam ex proportione planorum AE, CG, & ex proportione altitudinum BE, GH. Sic etiam comparãdo inter ſe diuerſę ſpeciei ſolida, in figura nona, priſma CB habet ad cylindrũ EF proportionem compoſitam ex proportione baſium triangularis ICD, & circularis NLF, & ex proportione viarum, ſiue altitudinum perpendicularium AC, EH, ad quas eleuata plana, ſeu baſes, conflarunt priſma AB, & cylindrum EF.

2 In exemplo ſolidorum, quæ fiunt ex rotationibus planorum, quoniam cylindrus EF procreatur etiam ex rotatione rectanguli EL ducti in peripheriam, ſeu viam circularem ſignatam à centro grauitatis M in rectangulo EL, & conus fit ex rotatione trianguli GHL ducti in peripheriam, ſeu viam circularem ſignatam à centro grauitatis N

in

in triangulo GHL, habent cylindrus, & conus inter se proportionem compositam ex proportione rectanguli EL ad triangulum GHL, & ex proportione peripheriæ ab M ad peripheriam ab N signatam.

3 Applica regulã infinitis alijs exemplis, & conbinationibus, & comparationibus omnium aliarum figurarum, quarum ortus possit cognosci ex plano ducto in viam vel perpendicularem, vel circularem.

SCHOLION I.

Alia theoremata de solidorum non similium proportionibus apud nos.

Reuise apud nos ad propos. 14 lib. 6, § 5 in to. 2 theorema: de proportione solidit atum inter isoperimetros cylindros; quæ est, vt semidiametrorum in basibus, *cum sibus in § 6, 7. Et ad prop. 15, § theorema* de proportione solidit atũ inter conos isoperimetros, quæ est semidiametrorum in basibus, & reciproce altitudinum. *cum vsibus in § 5. & ad prop. 23, § 18.* de conis, & cylindris. &c. habẽtibus inter se proportionẽ cõpositam è rectangulo ad triangulũ rotata, &c. & è triente ad semissem semidiametrorum, &c. *Quæ theoremata hic & vniuersalius extra angustias asymptotum, atq; etiam aliter, ac fortasse etiam facilius, ex ortu, & analysi figurarum, quàm ibi, solvimus.*

SCHO-

SCHOLION II.

Ad cautionem.

IVxta verba in fine Scholij post § 1 huius 1 sectionis, quoties tuto geometricè licet. &c. *(relege ibi) theorema hic in fine huius § 7, de proportione inter cylindros, & conos, &c. ostendit in comparatione aliquorum, præsertim diuersi generis, solidorũ confugiendum pro firmamento ad rotationes factas à centris grauitatis, non à semidiametris basium; vt in exemplo cylindri, & coni eiusdem altitudinis, & baseos. Nam si vtare rotatione semidiametrorum, cum sint eiusdem basis æqualis rotationis ab æqualibus semidiametris, ostendent proportionem æqualitatis, quæ tamen non est, sed est excentrograuitatis verè trientis ad semissem. &c.*

Hactenus in hac 1 sectione præcipua elemẽtaria (& indicata etiam extraelementaria) theoremata de solidis lib. 11, & 12 aliter, breuiter, ac euidenter prr regulas vniuersales à nobis expedita sunt. Addamus etiam aliqua de superficiebus solidorum elementarium.

§ 8.

Digitized by Google

§VIII.

SCHOLION.

De theorematibus, & problematibus circa superficies solidorum, in primis elementarium.

ANtequam aggrediar proponere, ac facillimè, breuiterq; demonstrare problemata, & practicæ stereometriæ varios vsus partim ex ortu ipsorum solidorum, partim ex vsu geometrico centri grauitatis, lubet priore loco apponere aliqua theoremata, & problemata de superficiebus circa solida aliqua, præsertim elementaria demonstrata ferme ex earum superficierum ortu; eoq; libentius, quod nihil apud Euclidem extat circa eas superficies, multoq; minus apud alios priscorum, siue semipriscorum, quibus incognitum fuit arcanum geometrici vsus centri grauitatis, & analysis figurarum ad principia, vnde oriuntur; ex quibus ea, quæ ad figuras pertinent, præcipuè solidas, & rotundas, nullo negotio demonstrantur. Quare non ingratum augur or futurum saltem. Tyronibus geometricis hoc nostrum ad, & extra elementaria qualecumq; auctarium.

THEOREMA XXIII.

Rectorum cylindrorum similium superficies sine basibus sunt inter se in duplicata proportione semidiametrorum in basibus.

INspice figuras, 7, & 9, sec. 1. finge similes cylindros AB, EF. Aio eorum superficies sine basibus esse in duplicata proportione semidiametrorum GB, HF. Quoniam

niam enim generantur eæ ſuperficies à rectis lineis, ſiue lateribus AG, HE gyratis circa axes ad diſtantias ſemidiametrorum, velut circa GL, ad diſtantiam LH; ergo habebunt proportionem laterum gyratorum, & ipſarum gyrationum, quæ concurrunt ad earum generationem. Vt verò peripheriæ gyrationum, ſic earum diametri, ſiue ſemidiametri, per lemma in § 19. Epilog. planim. ſunt autem ij cylindri ſimiles, hoc eſt, iuxta definitionem, circa æquales angulos habent latera proportionalia, ac etiam homologa, ſcilicet altitudines, & ſemidiametros, ergo vt ſemidiametri, ſiue diametri GB, HF inter ſe, ſic altitudo GA ad altitudinem EH. Addita ergo proportio altitudinum eiuſdem generis proportioni ſemidiametrorum cõficit duplicatam ſemidiametrorum proportionem cylindricarum ſuperficierum, ſine baſibus, circa cylindros ſimiles. Quod erat demonſtrandum.

Aliter I.

Superficies cylindricæ ſimilium, &c. ſunt in duplicata. &c. laterum, vel &c. ex altero cylindrorum ortu apud nos.

QVoniam (vt in num. 5. § 2 ad finem libri 3. elem. indicauimus, ac alibi) in fig. 7, & 9, cylindricæ ſuperficies oriuntur ex eleuatione peripheriarum, velut AF, &c. & proportionem habent ſuperficies, quam habent earum principia generantia, ſcilicet peripheriæ eleuatæ, & latera eleuationum, & vt peripheriæ, ſic diametri, & ſimilium cylindrorum homologa ſunt & latera, & diametri; ergo habent inter ſe proportionem eandem bis applicatam (ideſt duplicatam) vel lateribus, vel diametris, &c.

Vide ſimilia inferius in Theor. 27 de priſmatibus, vbi aliter, &c. Sic hìc: vt latera GA, EH, ſic diametri baſium GB,

Digitized by Google

GB, HF. Ergo eiusdem generis proportio altera alteri addita duplicatam efficit vel in lateribus, vel in diametris basium.

Aliter II.

Ex ortu, siue ex Analysi cylindricæ superficiei.

VIde nos in Ap. 5, vbi docemus deformationes imaginum efficere per cylindricas, & conicas superficies; ibi enim etiam organicè patet cylindricam superficiem recti cylindri fieri è rectãgulo circulariter curuato, & conicam è sectore circuli. Quibus positis, vide figuram 7, & 9. sect. primæ. Si fingas rectangula similia circulariter curuata in superficies cylindricas BFAG, EHF, quoniam rectangula similia, per 20 prop. lib. 6, sunt in duplicata proportione laterum homologorum, ergo laterum homologorum circulariter circa bases GB, HF incuruatorum proportio duplicata dabit proportionem superficierum cylindricarum. At, per lemma in § 19 Epil. Planimet. circularium peripheriarum proportio est quæ semidiametrorum; ergo superficies cylindricę AB, EF erunt inter se in proportione duplicatà semidiametrorum, siue diametrorum GB, HF.

SCHOLION.

EX altitudine, & semidiametro cylindri sciri potest quantitas laterum in rectangulis similibus, ex quibus conficiuntur, vel in quæ resoluuntur cylindricæ superficies. Ac sunt similes cylindricæ superficies, quæ habent altitudines, & peripherias, siue semidiametros basium proportionales. &c.

Digitized by Google

THEOREMA XXIV.

Superficies rectorum ſimilium cylindrorũ ſunt in duplicata proportione Altitudinum.

PAtet. Nam in fig. 7, & 9 ſec. 1. ſunt homologa latera GA, EH, ſicut ſemidiametri, ſiue diametri, GB, HF; ergo ſuperficies cylindricæ quemadmodum in antecedentibus demonſtratæ ſunt habere inter ſe proportionem duplicatam ſemidiametrorum, ſic habent & altitudinum. &c.

THEOREMA XXV.

Similium conorum ſuperficies ſine baſibus ſunt in duplicata proportione quorumlibet trium laterum trianguli gyrati circulariter in ortu cylindricæ ſuperficiei.

VIde fig. 4, & 9, ſect. 1, & coni GHF rectangulum triangulum GLF finge ſimile alterius coni HGI, contepto triangulo, quod ſit ſub latere HI, & ſub imaginatà ſemidiametro I M, & ſub axe imaginario inter MH. Ob quam triangulorum ſimilitudinem (iuxta definit. 24. lib. 11 de ſimilibus conis, & cylindris) & coni ſimiles, & homologa ſunt latera HI, GF, &c. Quoniam autem gignũtur eorum conorum ſuperficies è circulari gyratione obliquorum laterum HI, GF circa axes, habebunt proportionem inter ſe & laterum, & gyrationum, ſiue peripheriarum circa baſes; at peripheriarũ proportio eſt, quę ſemidiametrorum LF, IM, ergo & homologorum laterum HI, GF erit eadem proportio, quæ LF, IM; ſunt autem & axes GL, HM homologi, vt ſemidiametri FL, IM, ergo quorumlibet trium laterum, velut obliquorum HG, GF, proportio eiuſdem generis proportioni vtrorumlibet reliquorum addi-

ta,

Digitized by Google

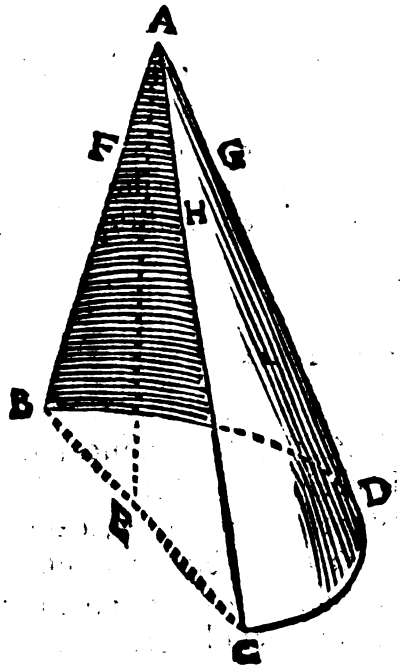
ta, ideſt duplicata, conficit proportionem ſuperficierum conicarum in conis rectis ſimilibus HGI, GFH.

SCHOLION.

Vide in Apiar. 9. progym. 6, prop. 4 lemmate 2, vbi demonſtramus rectangula triangula habentia circa angulum rectum latera proportionalia, eſſe ſimilia, & homologorum laterum etiam ſubtenſorum angulis rectis. Vide ſirmes demonſtrationem praced. Theorem. 25.

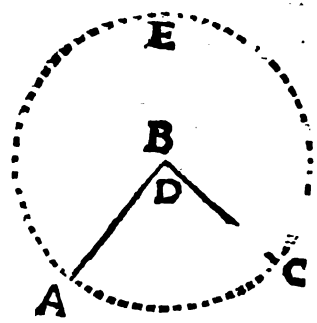
Aliter.

Eædem conicæ ſuperficies, &c. ſunt in duplicata proportione laterum obliquorum à quorum rotatione gignuntur. Ex altero ortu, ſiue ex analyſi conicarum ſuperficierum.

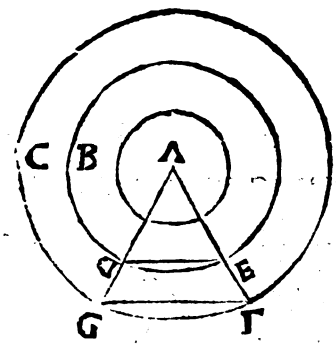


IVxta citata in Ap. 5. è circuli ſectore circulariter curuato, & erecto fit conica ſuperficies; ſiue malis: ſuperficies conica, à vertice ad baſim, iuxta directionem axis, diſſecta, & in planum expanſa extẽditur, ac reſoluitur in ſectoris planam, & circularem ſuperficiem. Finge in appoſita hic pri. fig. conicam ſuperficiem BAGDCH iam diſſectam, & adapertam expandi in planum, fiet figura ſimilis ſectori in ſecunda hìc ſeq. figura AECB.

In-



Inſpice figuras 4, & 9 ſec. primæ. Reſolutæ igitur, & expanſæ ſuperficies conicæ poſitorum ſimilium HIG, FGH (ſine baſibus) dant duos ſectores, ſub lateribus HI, GF, & ſub expanſis, & hiantibus peripherijs proportionalibus, quales finge eſſe ſecundam hic figuram AECB, & tertiam GCΓ. Sunt enim in conis (fig. 4, & 9 ſect. 1.) vt ſemidiametri FL, IM proportionales, ſic & peripheriæ in conicis baſibus. Quoniam ergo conorum latera obliqua HI, GF expoſita ſunt in plano, & facta ſunt ſemidiametri, finge B C, A Γ ſectorum AEC, GCΓ (compendij cauſa repoſitis hic figuris è 1, & 2 to. ad alia) ſimilium (vt in ſequenti lemmate firmabimus) & ſectores ſimiles



ſunt in duplicata proportione ſemidiametrorũ, per theor. in § 10 Epilog. Planimetrici, & Corollar. § 10 ad propoſ. 20 lib. 6; ergo conicæ ſuperficies, ex ijs ſectoribus curuatæ, erunt in duplicata proportione laterum obliquorum, &c. Quod erat propoſitum.

LEMMA.

QVod autem ſectores AEC, GCΓ ſint ſimiles (hoc eſt ſint in ſegmentis peripheriarum habentibus eandem rationem ad totas peripherias, iuxta ſchol. Clau. ad defin. vltimam lib. 3) facile eſt, ſi non per ſe admittatur, firmare. Quoniam enim (iuxta ſuppoſitũ lemma in Apiar. 9. & citat. in Schol. poſt theor. 25. antec.)

Digitized by Google

antec.) & in fig. 4. & 9, ſect. 1. ſimilium poſitorũ conorum GHI, FGH ſunt æquiangula triangula FGL, & imaginatũ IHM, ergo vt GF ad GL, ſic HI ad IM, at, per lemma § 19 in epilog. planimetrico, vt FL ad IM, ſic peripheria ex FL ad peripheriam ex IM in baſibus conorum ſimilium.

Iam inſpice figuras hìc ſecundam, & tertiam ſectorum, in quos expanſæ ſunt in plano ſuperficies conorum ſimilium, & latera obliqua ierunt in ſemidiametros BC, AΓ, & circumferentiæ baſium conicarum diſſectæ ſunt in ſegmenta AEC, GCΓ. Quoniam igitur, per modò antedicta, vt ſemidiameter BC ad ſemidiametrum AΓ, ita ſegmentum CEA ad ſegmentum GCΓ, & rurſus vt BC ad AΓ, ita tota circumferentia CAE ad totam ΓGC; ergo, per propoſ. 11 lib. 5, vt ſegmentum CEA ad ſegmentum GCΓ, ſic tota peripheria CAE ad totam CGΓ, &, permutando, vt ſegmentum CEA ad totam peripheriam CAE, ſic ſegmentum GCΓ ad totam ſuam peripheriam ΓGC; hoc eſt, iuxta Schol. ad 11 defin. 3, ſunt ſimilia ſegmenta CEA, GCΓ.

SCHOLION.

De proportionibus baſium inter ſe in cylindris, conis, parallelepipedis, priſmatibus. &c.

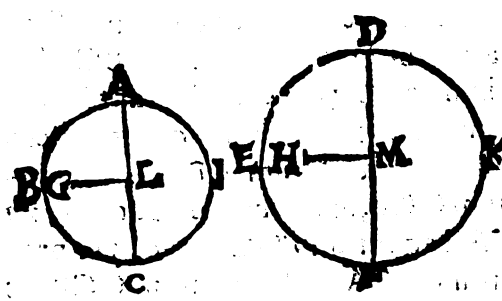
HAbent ea duplicatam proportionem vel ſemidiametrorum, vel laterum homologorum circa ſimiles baſes, è theor. § 19 *epil. planimetr. & è* 20 *prop. lib.* 6.

Theo-

Digitized by Google

THEOREMA XXVI.

Sphæricæ ſuperficies ſunt in duplicata ratione ſemidiametrorum.



QVoniam enim oriũtur è gyratione circulari ſemiperipheriarum ABC, DEF, habẽt ergo ſphericæ ſuperficies proportionẽ & ſemiperipheriarũ, & gyrationum circularium ſignatarum ab extremis punctis B, E ſemidiametrorum BL, EM. At proportio ipſarum ABC, DEF gyratarum, eſt eadem quæ ſemidiametrorum BL, EM, per lemma in §. 19 epilog. planimetrico, & § 10 ad prop. 20 li. 6. pariterq; proportio gyrationum, ſiue peripheriarũ ſignatarum à punctis B, E ſemidiametrorum BL, EM, eſt eadem quæ earundem ſemidiametrorum BL, EM; ergo èadem proportio æqualium peripheriarum eſt bis èadem, ideſt duplicata ſemidiametrorum in ortu ſuperficiei ſphæricæ, ac proinde ſuperficierum ſphæricarum duplicata in ſemidiametris.

SCHOLION.

Compendium ſingulare in præced. theoremate.

VItauimus laborem hìc nobis non neceſſarium inquiſitionis centri grauitatis in peripheria ſemicirculi, quãnec haberi poteſt præcisè geometricè, iux. indicata in ſchol. 1 poſt theor. 21 anteced. licet vſui qualicũq; ſit ad ſciendam quantitatem ſuperficiei ſphæricæ, iuxta inferius videnda in ſect. 2. hu. Brev.

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA XXXIII.

Superficies ſine baſibus cylindrorum rectorum, quorum latera, & diametri baſium reciprocantur, ſunt æquales.

QVod ad propoſ. 14 lib. 6 in 2 to. hu. Ærar. § 2, propoſuimus inter aſymptotos, & ex vſu centri grauitatis, hìc vniuersè, ac abſolutum ab anguſtijs aſymptotωn, & ſine cognitione, aut vſu cẽtri grauitatis expediemus.

Inſpice figuras 7, & 9 ſect. 1, ac finge cylindros AB, EF habere latera, & baſes inter ſe reciprocè, vt EH ad FB, ſic diameter inter BG ad diametrum inter FH; dico eorũ cylindrorum ſuperficies eſſe æquales. Nam iuxta noſtrum modum, eæ ſuperficies extenduntur in rectangula, quorum latera reciprocantur, ac proinde ſunt æqualia. Imaginare ſuperficiem cylindri AB extenſam in rectangulum ſub GA, & ſub recta æquali circumferentiæ baſis BG, & cylindri EF ſuperficiem extenſam eſſe in rectangulum ſub EH, & ſub recta æquali circumferentiæ baſis HF. Quoniam vt diametri inter baſes GB, HF, ſic circumferentiæ; & latera cum diametris, per ſuppoſitionem, reciprocantur, ergo altitudines etiam cum circumferentijs, ſiue cum rectis circumferentiarum extenſarum, reciprocantur, ſub quibus parallelogrãmata rectangula ſunt æqualia, per 14 lib. 6. Eaq; rectangula ſunt ſuperficies ipſæ cylindrorum, quorum latera, & diametri reciprocantur. Ergo. &c.

SCHOLION.

Alia de ſuperficiebus curuis apud nos —

— *Vide ad propoſit. 14, 15, 23 lib. 6 in 2 Tomo huius Ærarij. &c.*

FINIS SECT. I.

Digitized by Google

BREVIARII STEREOMETRICI

Sectio Secunda, quæ & practica.

De dimensionibus, transformationibus, auctionibus, imminutionibus, diuisionibus in datà proportione solidorum etiam vltraelementariorum, & superficierum præsertim curuarũ circa solida rotunda. Ad vsus eximios. &c.

---

§ I

De transformationibus superficierum circa solida. &c.

A theorematibus gradum faciamus ad problemata, & ad partem practicam, in qua è theorematibus praxes, & vsus demonstrantur. Ac primo transformationis superficierum curuarũ circa solida aliqua elementaria exemplum aliquod accipe. In quorum exemplorum aliquo licet sint superficies circulares, ac plana, tamen ea sunt in ordine ad curuas solidorum, vt videbis.

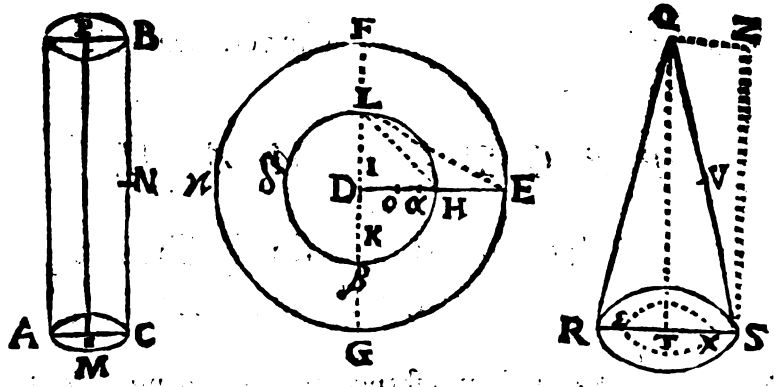
PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA I.

Cylindri recti datæ ſuperficiei ſine baſibus æqualem circulum deſcribere.

SIt Cylindri recti AB ſuperficies, ſine baſibus, transformanda in circulum æqualem. Inueniatur inter latus BC, & baſis diametrum CA media proportionalis DE. Semidiametro DE deſcriptus circulus E F G erit æqualis ſu-



perficiei cylindri AB, ſine baſibus. Vide pro hoc problemate theorema Archim. lib 1 de Sphæra, & cylindro, propoſ. 13. At eius demõſtrationem indirectam (de obſcuritate iudicium aliorum eſto) quis curet ſi directè; ac breuiter demõſtrari propoſitum problema poſſit è prop. 14. lib. ſexti?

1 Igitur, quoniã eſt vt BC ad DE, ita DE ad AC, ergo quadrati ex DE (æqualis rectangulo ſub BCA, per 17 ſexti) latera erunt cum rectãguli lateribus circa rectos angulos reciproca, & vt tota DE ad totam AC, ſic dimidia DH ad dimidiam CI, & vt ſemidiametri DH, IC, ita peripheriæ HL. δ β, AMC factæ à punctis medijs, ſiue grauitatis H, & N, (ſiue C) rectarum DE, BC dum rotantur altera circa D ad circuli, altera circa PI ad cylindricæ ſuperficiei formationem.

Digitized by Google

2 Quoniam vero ſuperficies circularis (per toties vſurpatam, & vſu, ac exemplis in 1, & 2, & in hoc 3, To. ſæpius probatam regulam Guldini de vſu geometrico centri grauitatis) æqualis eſt rectangulo ſub DE rotatà, & ſub rectà æquali viæ rotationis HL, & à centro grauitatis H ſignatæ, & ſuperficies cylindrica æqualis eſt rectangulo ſub rotato latere BC, & ſub recta æquali viæ rotationis AMC à centro grauitatis N, ſiue pro eo à C ſignatæ, ergo ea rectangula (ex illatis in antecedent. num. 1,) habent latera reciproca; ergo, per 14 ſexti, ſunt æqualia; ergo & ſuperficies cylindrica, & circularis, æquales illis rectangulis, ſunt & ipſæ inter ſeſe æquales: ergo in planam circularem abiecimus curuam cylindricam ſuperficiem ſine baſibus.

Circulus rectāgulo æqualis, &c.

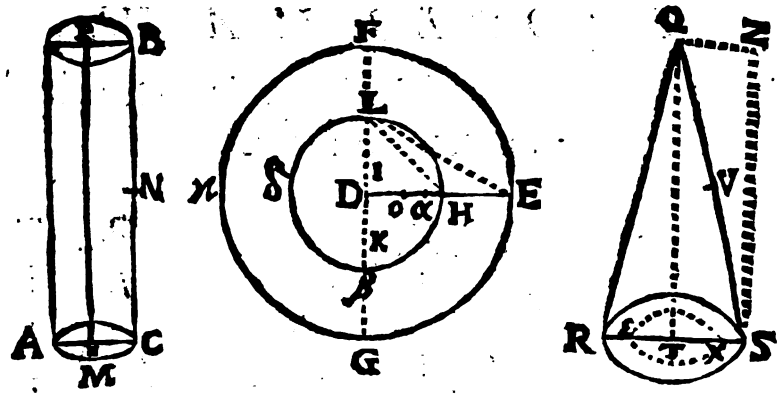
Cylindri ſuperficies æqualis rectāgulo. &c.

Licebit etiam numeris demonſtratam veritatem huius problematis confirmare.

PROBLEMA II.

Coni recti datæ ſuperficiei, ſine baſibus, æqualem circulum deſcribere.

PRopoſ. 14. Archim. eſt theorema, quod nos hic facimus problema, & quod ille indirectè nos hic directè, ac facilè demonſtramus eàdem forma, qua antecedens problema 1. Vt dati recti coni QRS ſuperficiei, ſine baſe, deſcribatur circulus æqualis, inueniatur media proportionalis DE inter latus QS, & inter ſemidiametrũ ST; deſcriptus enim circulus EGF ex media proportionali erit qui quæritur. Suppono, & pro lemmate indico à centro grauitatis, quod eſt medium punctum V in latere QS, demiſſam perpendicularẽ, ſiue axi QT paralellam ſecare in X ſemidiametrum TS; ſi enim ſub QTS cõpleatur rectangulũ TZ, erit QS diameter, & recta vtrilibet laterum QT, ZS paralella, & bifarians oppoſita latera QZ, TS tranſibit per V, quod eſt medium tam diametri, quàm parallelogrammi. Hoc igitur poſito, circulus EFG, & ſuperfi-



perficies conica RQS ſunt æquales, quia rectangulorum, quibus æquantur eæ ſuperficies, latera reciprocantur, ideſt vt QS ad DE, ita recta ęqualis rotationi deſignatę ab H ſe habet ad rectam æqualē rotationi ab X deſignatę. Vt enim ſemidiametri DH, T- inter ſe, ſic & totæ DE, TS, quæ reciprocātur in rectangulo QST, & in quadrato ex DE, &c. Habes argumentationum fila, quæ tu in telam geometricę demonſtrationis diſponas, vt habes in anteced. probl. 1.

COROLLARIVM.

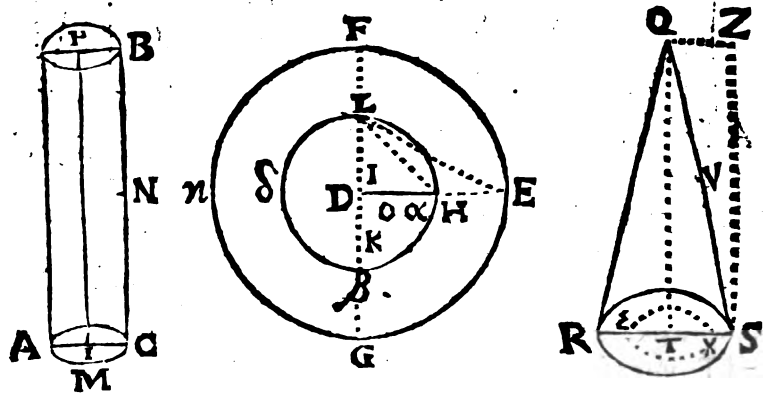
Cylindri AB, & Coni QRS ſunt inter ſe æquales ſuperficies, ſine baſibus.

SVnt enim eidem circulo GEF æquales. Accipe pro corollarijs & problemata ſequētia. Ac interim en tibi gradus à plano circulari, & reditus ad trāsformationes curuarum ſuperficierum inter ſe, ac in æquales circa ſolida. Sic inferius per circulos ibimus ad Solidorum ſuperficies.

PRO-

PROBLEMA III.

Dati cylindri ſuperficiem in conicam ſine baſibus transformare.



DAti cylindri AB diameter AC, in baſi AMC, duplicetur, fiatq; baſis diameter RS, & ab extremis R, S, interuallo lateris CB cylindri AB, fiat mutua ſectio in Q, erit coni QRS ſuperficies æqualis ſuperficiei cylindri AB. Ratio ex centri grauitatis geometrico vſu, & ex earum ſuperficierũ ortu eſt, quia & lineæ, quæ motu ſuo cõficiunt eas ſuperficies, & viæ motuum ſunt æquales. Nam cylindri lateri BC, ſignãti motu ſuo circa PI ſuperficiem cylindricam, æquale eſt, per conſtructionem, coni latus obliquum SQ ſignans motu ſuo circa QT ſuperficiem conicam. Et quia etiam, per conſtructionem, RS eſt dupla ipſius AC, &, per indicata in antec. probl. 2, diſtantiæ centri grauitatis V ab axe coni æqualis eſt TX dimidia ſemidiametri TS, hoc eſt ipſa TX eſt æqualis ſemidiametro IC cylindri, ergo ab æqualibus ſemidiametris fiunt centrorum grauitatis N, ſiue C, & V, ſiue X æquales gyrationes CMA, XTε. Æquales ergo ſunt ſuperficies cylindrica, & conica factæ ab æqualium inter ſe ductibus æqualia producentibus.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA IV.

Conicam ſuperficiem in æqualem cylindricam, ſine baſibus, transferre.

OPpoſita operatione operationi præcedentis 3 problematis in hoc 4 problemate agendum eſt. Dati coni QRS diameter RS ipſius baſis bifarietur, ſitq; dimidium AC, circa quod cylindrica ſuperficies facta, & habens altitudinem CB, perpendicularem æqualem lateri obliquo QR, vel QS, erit æqualis ſuperficiei datæ coni QRS. Demonſtratio eadem eſt, quæ antecedentis problematis 3.

COROLLARIVM, ac Theorema vniuerſale.

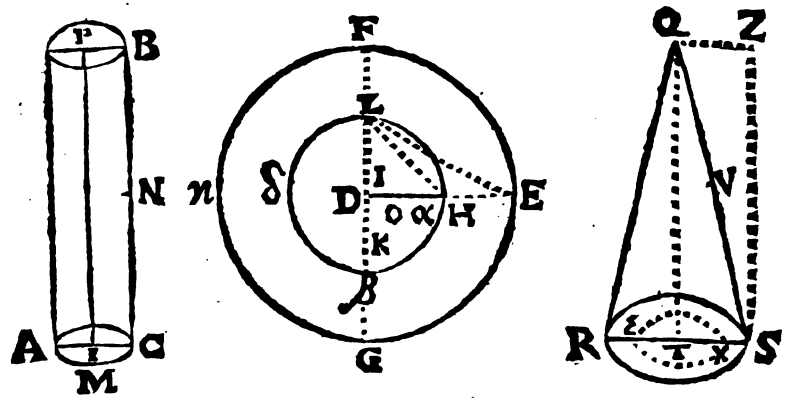
Cylindri, & coni ſuperficies ſine baſibus ſunt inter ſe æquales, quorum latera æqualia ſunt, & diameter baſis coni dupla eſt diametri baſis cylindri.

PAtet ex antecedentibus, & à peculiaribus in problemate fit eductio, & eleuatio ad veritatem theoricam vniuerſalem, à qua manant, & demonſtrantur praxes geometricæ, atq; etiam in artibus alijs organicæ.

Digitized by Google

PROBLEMATA V, & VI.

Dato circulo cylindricam, vel conicam ſuperficiem ſine baſibus æqualem inuenire.



VIdebis & hic, qnemadmodum apparuit alibi in 2 to. hu. Ærarij, quam ampli, & magni momenti vſus ſint noſtri problematis conuerſi ad 13 lib. 6, ad 17, ad 30, ſcilicet: *Datæ duas extremas proportionales adinuenire*. Nam hìc dati circuli GEF ſemidiametro DE inuenienda eſt maior proportionalis BC, vel QR, & præterea inuenienda eſt minor proportionalis AC; ac cylindri ſub altitudine maioris proportionalis, & habentis minorem proportionalem pro diametro baſis, erit cylindrica ſuperficies æqualis dato circulo. Pro ſuperficie verò coni duplicanda eſt tertia minor proportionalis, vt ſit diameter baſis conicæ, ac erit eius coni ſuperficies æqualis dato circulo. Demonſtratio patet ex ijs, quæ attulimus in 1, & 2 probl. antec. à reciprocat. linearum rotatarum, & ſemidiametrorum in rotationibus, à quibus fiunt eæ ſuperficies.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA VII.

Sphæricæ ſuperficiei circulum æqualem ſtatim deſcribere.

PVta ſphæram eſſe LHβδ. Eius ſemidiameter DH duplicetur, & fiat DE; cuius interuallo deſcriptus circulus GEFα æqualis eſt ſuperficiei ſphęricæ LHβδ. Nam ſunt inter ſe circuli LHβδ, & GEFα in duplicatà proportione ſemidiametrorum, ideſt maior circulus eſt minoris quadruplus. Eſt vero, ex Archimede prop. 30. li. 1. de ſphę. & cyl. ſuperficies ſphærica quadrupla circuli ſphæræ maximi, velut ipſius LHβδ. Ac ne egeas, aut ſupponas hìc quidquam ex Archimede, accipe ſequentia, in primis hoc —

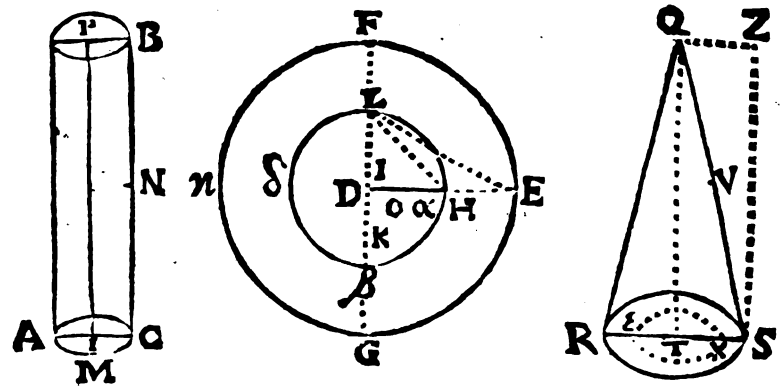
— LEMMA

Superficies ſphærica quadrupla eſt circuli eiuſdem ſphæræ maximi, aliter quàm ab Archimede, ex ortu ſuperficiei ſphæricæ demonſtratum.

SVppono 1 deſcriptionem lineæ quadratricis vel apud Pappum lib. 4. poſt propoſ. 25, vel apud alios neotericos, apud Clauium fine to. 1. in Eucli. apud nos etiam in Apiar. 2 progym. 3 prop. 1 Scholio 3. Cuius quadratricis, mixtę lineę, ab L ſub LH deductæ, ac deſcriptæ inuenitur in ſemidiametro DH extremum punctum citra H velut in α.

Suppono 2 ex noſtro Guldino punctum id extremum quadratricis α eſſe centrum grauitatis ſemiperipheriæ LHβ, vt Author ille doctè demonſtrat. Ac etiam inferius apud nos in corolar. 3 poſt probl. 17 videbis modum or-

Digitized by Google



ganicum inueniendi centri grauitatis linearum, quarum quę curuæ ſunt habent extra ſe centrum ſuæ grauitatis, iuxta paradoxa machinaria apud nos in Apiar. 4.

Suppono 3 id, quod indirectà demonſtratione demõſtratur à Pappo; ſcilicet arcum quadrantis L H ita ſe habere ad ſemidiametrum LD, vt ipſa LD ad partem ſemidiametri interceptam inter centrum, & punctum extremum quadratricis, quod cadit in centrum grauitatis α ſemiperipheriæ LHB, ita vt D α ſit quarta minor proportionalis.

Cui ſuppoſito addo ſic: Si vt curua LH ad LD, ita LD ad Dα, ergo, per 15 prop. lib. 5. duplicia, ſiue æque multiplicia erũt in eadẽ proport. ac erit vt LHB tota ſemiperipheria ad diametrum totam Lβ, ita LD, ſiue DH ad Dα.

Sphæræ ſuperficies cui rectãgulo æqualis ſit.

Quibus antepoſitis, quoniam ex aureà Guldini regula (comprobatà, & congruentẽ cum demonſtratis ab Antiquis, & ſolidè geometricè philoſophantibus) ſuperficies ſphæræ, quæ oritur ex gyratione ſemiperipheriæ LHβ in peripheriam ſignatam à centro grauitatis α, dum LHβ circumrotatur, erit ea ſuperficies ſphæræ æqualis rectangulo ſub LHβ (ſiue ſub recta illi æquali) & ſub recta æquali peripheriæ ſignatæ à centro grauitatis α, pro qua peripheria ſtat ſemidiameter Dα. Rurſus, quoniam ſuperficies circuli GEFx fit ex ductu ſemidiametri D E in peripheriam

uiam signatam à centro grauitatis H, quod est medium ipsius DE, dum rotatur DE circa centrum D, ac pro peripheria signata ab H stat semidiameter DH, erit ergo, superficies circuli GEFκ æqualis rectangulo sub semidiametro DE rotata,& sub rotatione facta ab H,pro qua stat semidiameter DH. Ac vt peripherię signatæ ab α, & H inter se, sic semidiametri Dα, DH, per demonstrata in fine Epilogi nostri planimetrici. Quoniam igitur vt LHβ rotata ad Lβ, siue ad DE illi æqualem rotatam, ita rotatio ab H, (quæ est βδL) siue semidiameter DH ad semidiametrum Dα,siue ad rotationem ab α factam;ergo reciprocantur latera rectangulorum, quorum alteri est æqualis superficies sphæræ LH βδ,alteri superficies circuli GEFκ. ergo,per 14 lib. 6,sunt æqualia inter se illa duo rectangula; ergo & superficiei sphæræ β HLδ superficies circuli GEFκ est æqualis. At per antec.probl. 7, est circulus GEFκ quadruplus circuli maximi in sphæra LH βδ; ergo superficies sphæræ LHβδ erit & ipsa quadrupla eiusdem circuli maximi LHβδ. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

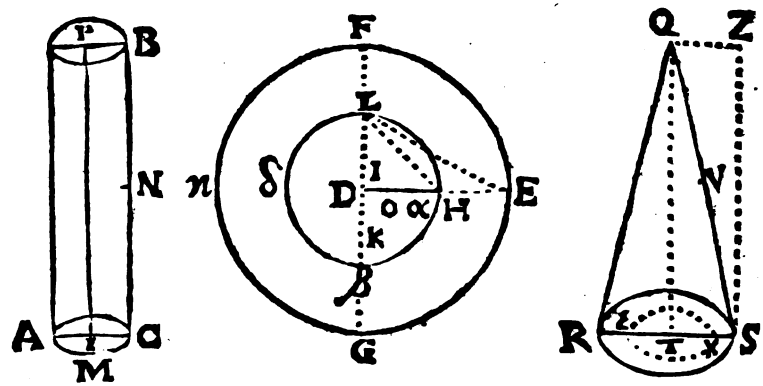
Cylindri AB, & Coni QRS superficies, sine basibus, æquales sunt superficiei sphæræ,cuius semidiameter DH.

SVnt enim æquales circulo GEFκ, qui est æqualis superficiei sphæræ LHβδ. En hìc iterum vsus planæ circularis superficiei ad curuas cylindricam, conicam, sphæricam.

PROBLEMATA VIII, & IX.

Datis cylindricæ, vel Conicæ ſuperficiebus, ſine baſibus, æqualem ſphęricam ſuperficiem facillimè conflare.

INueniatur media proportionalis DE inter latus, ſiue altitudinem BC, & diametrum AC baſis cylindri AB, item iter latus QR, & ſemidiametrum TS baſis co-



ni QRS, & ſphæra, cuius diameter eſt media illa proportionalis, habebit ſuperficiem æqualem ſuperficiebus cylindri, & coni. Qualis eſt ſphæra LHβδ, cuius diameter Lβ æqualis eſt ipſi DE mediæ proportionali. Demonſtratio patet, ex anteced. problematibus, & lemmate.

Pro-

PROBLEMATA X, & XI.

Datę ſphęricæ ſuperficiei ęquales cylindricam, vel conicam ſuperficies, ſine baſibus, facillimè conflare.

DAtæ ſphęrę LHβδ diametro Lβ inueniantur duę extremæ maior, & minor proportionalis, & cylindrus, cuius altitudo perpẽdicularis ſit maior trium proportionalium, minima verò ſit diameter baſis, habebit ſuperficiem æqualem datæ ſphæræ.

Conus verò, cuius latus ſit maxima trium proportionaliũ, minima ſit ſemidiameter baſis, habebit ſuperficiem æqualem datæ ſphæræ.

Applica, mi Tyro, fig. hìc indicata, quæ patent ex demonſtratis in antecedent. Hæc ſatis, ne tua otietur induſtria, ac ne doctioribus tędium pariamus, qui nobiſcum hìc prouident, ſeu ex antecedentibus poſtuident ſatis.

SCHOLION.

Aliter ſphæricæ ſuperficiei cylindricam ſine baſibus æqualem facillime ponere, vide inferius in coroll. 1 poſt probl. 17, vnde educitur, & probatur.

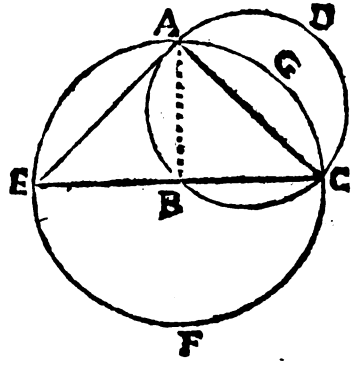
COROLLARIVM, ſiue Problema XII.

Triang. ſphærico, hoc eſt octauæ parti ſuperficiei ſphęricæ circulum æqualem deſcribere.

RElege, & confer in propoſitum hìc problema ea, quæ habes in § 3, vbi corollaria de quadraturis curuarum ſuperficierum, in fine lib. 3. elem. &c.

Ibi

Digitized by Google



Ibi oſtẽdimus triangulum ſphæricum æquale ſemicirculo, &c. Quod quaſi corollarium deducitur ex problem. 7, & lemm. antecedẽtibus, vbi demõſtratur circulo ęqualis quarta pars ſuperficiei ſphæricæ; ergo octaua ſemicirculo, &c. Semicirculo illi circulũ æqualem deſcribes per conuerſum problematis, quod habes in § 25 ad propoſit. 47. lib. 1. in 1. To. huius Ærar. Puta triangulo ſphærico (ſiue octauæ parti ſuperficiei ſphæricæ ſub tribus quartis peripheriarũ æqualium. vide cit. § 3 in fine lib. 3.) ſemicirculum ęqualem eſſe EAC; bifarietur ſemiperipheria in A, & iuncta ab extremo alterutro diametri ad biſectionem ſemiperipheriæ, velut AC, erit diameter circuli æqualis ſemicirculo ex diametro &c. Reuiſe cit. § 25. ad prop. 47 lib. 1.

SCHOLION I.

De transformationibus aliarum ſuperficierum circa alia ſolida.

Licebit otioſioribus, quàm nos, acutioribus, & fœcundioribus addere alia problem. de transformationibus ſuperficierum curuarum tam inter ſe, quam in planas, eaſq; non ſolum circulares, ſed quadratas, & cuiuſuis generis rectilineas.

Priſmatum, Parallelipedorum, Pyramidum ſuperficies mutuò transformantur mutatis baſibus in æquales iſoperimetras, & elcuatis baſium ambitibus ad æquales altitudines perpendiculares.

Scho-

Digitized by Google

SCHOLION II, in quo —

— Regula vniuerſalis pro quadrãdis curuis quibuſq; ſuperficiebus etiã vltraelementaribus.

AD regulam vniuerſalem, quam in hoc Scholio trademus, pertiment quæcumque etiam irregulares ſuperficies, quæ fiunt à rotationibus quarumcumque irregularium lincarum. Ac ſanè diſtant magis curuæ, quàm plana (licet ſub curuis lineis) ſuperficies à planis, eſtq; operis, ac laudis fortaſſe non minoris curua quadrare, quàm plana curuilinea, vt parabolicum planum, &c. Idem nobis hìc accidit quod Archimedi circa circuli quadraturã, quam ille quidem in theoremate demonſtrat (indirecta demoſtratione oſtendens cui triangulo æqualis ſit area circuli) in problemate tamen eatenus circuli aream metitur, quatenus eſt ſatis organicis propoſitionibus. Ita & nos in ſequenti § 2 metiemur pro artibus organicis aliquas curuas ſuperficies, hìc verò in fine § 1 etiam indicamus theorematicè, ac demonſtratiuè cui rectangulo ſint æquales quæcunq; ſuperficies curuæ, quæ oriuntur à rotatis quibuſcunq; lineis.

Cui rectangulo ſint æquales curuæ rotundorum ſolidorum ſuperficies.

Nam ſunt illæ ſuperficies æquales rectangulo ſub linea rotata, & ſub peripheria (ſiue rectà lineà æquali peripheriæ) ſignatà à centro grauitatis rotatæ lineæ etiam quantumuis irregularis. Confer quæ habes in antecedentibus problematibus, & corollarijs hu. § 1, cum hìc dictis, & ex ijs theoricen adducito, quatenus licebit, ad praxes. Plurima hìc habes in pauciſsimis.

Interim nos progrediamur ad indicandas breuiſsimè dimenſiones earumdem ſuperficierum, præſertim curuarum, circa ſolida elementaria, non ſine vſu, fructuq; aliquo pro ciuili vtraq; vita contemplatiuà, & actiuà.

Digitized by Google

§ II.

Dimensiones superficierum circa solida elementaria.

PROBLEMATA XIII, XIV, XV.

Parallelipipedorum, Prismatum, Cylindrorum superficies metiri, ex earum ortu.

QVasi corollaria sunt ex antecedentibus theorematibus dimensiones superficierum circa solida, præsertim elementaria, quæ, iuxta nostram sententiam, vnde oriuntur, inde etiam dimensiones habent. Vide in tabellà sec. 2. fig. 1, 2. Quoniam prismatis AB, Parallelipipedi CG, cylindri EH superficies fiunt à basium lateribus, vel peripheriâ, perpendiculariter eleuatis, etiam dimensiones accipiunt à ductu laterum in basibus, vel peripheriæ, in eleuationes perpendiculares. Quibus addendæ sunt superficies basium dimensæ ex dictis in 1, To. hui. Ærar. vbi de dimensionibus planarum figurarum. Et aggregatum dabit quantitates superficiarias eorum solidorum in numeris, ac mensuris expositas.

COROLLARIVM I.

Ad Sacrum, vel domesticum ornatum.

QVoniam columnæ vel in templis, vel in domesticis atrijs figuræ sunt vel quadrilateræ, vt parallelipipeda, vel plurilateræ, vt prismata, vel cylindricæ, propterea si quis promptè, ac demonstratiuè scire

scire amet quantum peristromatis opus habeat circumuestiendis columnis, habet ab antedictis modum expeditissimum. Ducto enim columnæ ambitu in altitudinem, prodetur numerus in mensuris partium, quæ requiruntur pro columnari amictu, & ornatu.

COROLLARIVM II

Ad Architecturam.

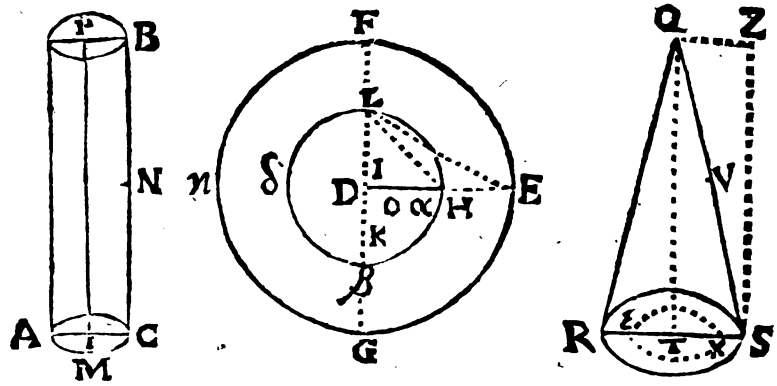
QVeritur: Quot lapides quadrati requiruntur, qui circulariter iuxta latera inter se commissi, putei cauam superficiem conficiant? Solutionem habes ab antedictis. Vide fig. 2 sec. 2. Domesticis in hortis, vel atrijs puteus, velut EH, cylindricè est effodiēdus; egestâ terrâ, hiet cauus cylindrus. Modis à nobis traditis in Apiar. 2, & ad 4 propos. lib. 6, §16 in 2 To.hu. Ærarij, ex oris cylindrici diametro perpēdicularem profunditatem HF accipies, ac deinde peripheriæ quantitatem duces in acceptam profunditatem, ac prodibit numerus quadratorum lapidum cauam putei superficiem planis quadratis conficientium & quantum expensarum sit opus cauæ puteali architecturæ.

PROBLEMA XVI.

Conicam superficiem metiri ex eius ortu, & cum vsu geometrico centri grauitatis.

HAbes vnde conicam superficiem metiare, cùm alibi, tum paullo superius in probl. 2. antec. Quoniam co-

Digitized by Google



conica ſuperficies RQS oritur ex latere obliquo QS ducto per punctum medium, ſiue centrum grauitatis V in orbem circa QT, & V perpendiculariter cadit in X dimidiũ ſemidiametri T S, per ea, quæ habes indicata in cit. probl. 2. ſi duxeris quantitatẽ lateris QS in quantitatem peripheriæ XT, à pũcto X dimidiæ ſemidiametri TS ſignatæ, habebis quantitatem conicæ ſuperficiei. Adde baſis ſuperficiem, &c.

COROLLARIVM Militare

Pro Tentorijs.

DAtur altitudo haſtæ, quæ, quaſi columna media, ſuſtentatura eſt tentorium, datur à pede haſtæ ſemidiameter ambitùs, quem concludi ſit opus à Tentorio. Quantum requiritur telæ cõficiendo tentorio? Quoniam tentoria militaria fermè ſunt conicæ figuræ, ex numeris partium in haſtà, verb. gra. TQ, perpendiculari, & ſemidiametro rectum angulũ in T conficientibus duos fac quadratos numeros, & in vnam adde ſummam, & ex eà radicem quadratam elice, quæ erit latus obliquum QS, & oppoſitum recto angulo. Iam per prędicta in probl. an-

anteced. 16, peripheriam ſignatam à puncto X medio ſemidiametri duc in quantitatẽ, ſeu numerũ inuentum obliqui lateris, & productum erit quantitas tentorij ſuperficialis conici in mẽſuris quadratis pro tela comparanda.

Auguſtiora aliqua tentoria ſolẽt eſſe figuræ cylindricę maiori, ac inferiori ex parte, & ex reliquà ſuperiori tholum habent conicum. Habes in antecedentibus cylindricæ, & conicæ ſuperficierum dimenſionibus vnde ſcias telę quantitatem pro vtraq; tentorij parte, cylindrica inferiore, conicà ſuperiore circumamiciendà.

SCHOLION.

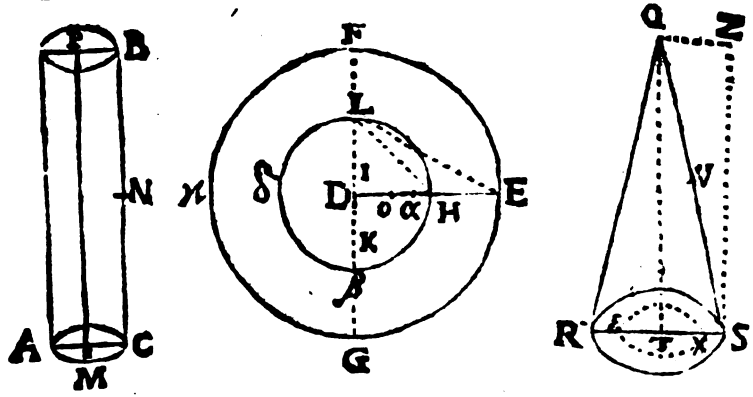
De dimenſione ſuperficiei pyramidalis.

VT videbis in 3 ſectione de regularis pyramidis, & regularium quinq; ſolidorum ſuperficiebus dimetiẽdis, quoniam pyramis eſt ſub planis triangularibus ſuperfiebus, ea ſine vſu centri grauitatis, dimetienda ſunt ex regulis de dimenſionibus planarũ ſuperficierum, quas habes in 1 To. huius Æraryj; &, vt prædictum eſt in anteced. probl. 13, 14, de priſmatibus, & parallelepipedis, in vnam ſummam additæ dimenſiones planorum circa pyramidem dabunt quantitatem ſuperficiei, &c.

PROBLEMA XVII.

Sphæricæ ſuperficiei dimenſio, ex eius ortu, cum vſu centri grauitatis.

ETiam ſine inueſtigatione centri grauitatis, habebis inferius alias dimẽſiones facillimas ſuperficiei ſphæricæ. Ex quibus verò oritur, etiam dimenſa datur ſphærica ſuperficies, & è lemmate poſt probl. 7 habes ex ductu ſemiperipheriæ LHβ in peripheriam à cẽtro grauita-



tatis α ſignatam produci quantitatẽ ſuperficiei ſphæricæ. Ibidem, ſiue inde habes etiam facilitati praxis conducens problema idem 7, dum in circulo GEFκ ex ductu ſemidiametri in peripheriam β HL δ ſignatam ab H centro ipſius DE, apertior fit dimenſio. Quam etiã modis vulgatis habes in eiuſdem circuli GEF κ areà dimẽsà ſine vſu centri grauitatis. In dimenſione circuli GEFκ habes ab vſu centri grauitatis facilitatem ex parte rectæ, ſiue ſemidiametri DE rotatæ, cuius quantitas facilior habetur, quàm curuæ LHβ rotatæ &c. Itaq; *Ex ductu diametri in peripheriam circuli maximi habetur ſuperficiei ſphæricæ quantitas dimenſa.*

Regula dimenſionis proſphærica ſuperficie.

COROLLARIVM I.

Sphæricæ ſuperficiei cylindricam ſine baſibus æqualem ponere.

SCilicet cylindrus habens diametrum baſis, & altitudinem æquales diametro circuli ſphæræ maximi, habet etiam ſuperficiem æqualem ſuperficiei ſphæricæ. Nã idem eſt vel ducere diametrũ Lβ in peripheriam βHL δ, vel eleuare eandem peripheriam βHL δ in perpendicularem altitudinem diametri Lβ, ex qua eleuatione conflatur cylindrica ſuperficies, & ex ductu diametri Lβ in pe-

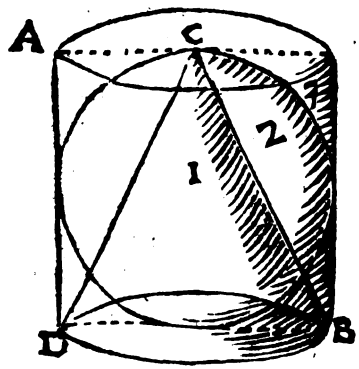
Digitized by Google

peripheriã βHL, sit sphærica superficies, per anteced. 17 probl. Relege nos in fine lib. 3, § 2, num. 3, in 1. par. hu. to. 3.

COROLLARIVM II.

Cylindri superficies sine basibus æqualis est superficiei sphæræ in cylindro inscriptæ; at verò cum basibus est sesquialtera, &c.

Superficies sphæræ cuius cylindri superficies sit æqualis.



PAtet apud nos facillimè ex antecedẽtibus id, quod & apud Archimedem ex indirectè demonstratis. Cylindrus enim AB est, iuxta antecedens 1 coroll. habẽs altitudinem, & diametrũ basis æquales diametro sphæræ inscriptæ, ac, sine basibus, habet æqualem sphæricæ superficiem. Quoniam verò, per lemma post probl. 7 antecedens, superficies sphærica est æqualis quatuor circulis eiusdem sphæræ maximis, & cylindri AB basis vtraq; est duorum circulorum maximorũ sphęræ inscriptę, ideſt vtraq; basis cõtinet dimidium superficiei sphæræ inscriptæ; igitur additis basibus superficiei cylindri AB, erit ea sesquialtera superficiei sphæræ inscriptæ. Quemadmodum & soliditas eiusdem cylindri AB est sesquialtera soliditati sphęrę inscriptæ, vt videbis, cum alijs iucundis theorijs, inferius in Corol. 5 post lemma ad: Aliter 1 sphęrę soliditatẽ metiri.

SCHOLION I.

PAtet & in numeris veritas corollar. 1. & 2 anteced.

Co-

Digitized by Google

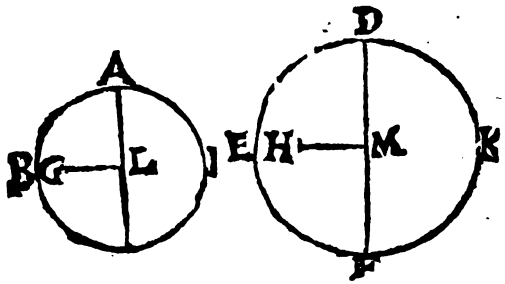
COROLLARIVM III

Astronomicum, & Geographicum.

Ex vsù præcedentis 17 problematis quanta sit superficies globorum Lunaris, vel Terrestris.

1 HAbita vtriusq; diametro, facilis est solutio quæstionis ex antec. probl. Lunaris sphæræ diametrum potes venari modo apud nos simplicissimo, Apiar. 8, progym. 3, propos. 10, numero marginali 2, scilicet si quãdo in plenilunio disci lunaris radij excipiantur per exiguum fenestræ foramen, velut ibi exemplum à nobis habes circa Solem, qui modus non minus certus est, quàm per dioptras, vt indicauimus in schol. 3. Supponitur tamen nota distantia Lunæ à terris, quam vt habeas, relege § 26 ad propos. 4 lib. 6 in to. 2 hu. Aerarij.

2 Terrenæ vero sphæræ diametrum habes etiam apud nos (præter ea, quæ docuimus in Apiar. 2, & in Analectis ad 4 editionem eorumdem Apiariorum) in § 16 ad 8 propos. lib. 6. Vtràq; igitur habità diametro, vt vtriusq; globi superficiem obtineas modo non vulgato, scilicet per vsum centri grauitatis, operare iuxta sequentia.



3 Vide quam inter se proportionẽ habeãt semidiameter, ver. gra. ME, & pars semidiametri à centro M vsq; ad centrum grauitatis semiperipheriæ DEF, puta vsq; ad punctum in medio literæ H (nam vsq; ad H est

H est centrum grauitatis,non semiperipheriæ,sed semicirculi DFE) quam linearum proportionem, ac differentiam facillimè noſces ex circino proportionum, iuxtá modum, quem docuimus in § 6 ad prop 1 lib. 6.

Poſt hæc per regulam auream applica differentiam rectarum ME, M vſq; ad intra H, ſemidiametro Terræ, ac Lunæ ſic: ſi ME dat M vſq; ad intra H, quid dabit terræ ſemidiameter? (quam habes in numeris in locis apud nos citatis)ac prodibit quartus numerus proportionalis,qui erit diſtantiá à centro terræ vſq; punctum centri grauitatis ſemiperipheriæ terreſtris. Pariq; ratione per regulã auream operare circa Lunæ ſemidiametrum. Ex quibus ſemidiametris, ſiue diametris, velut AC pro Luna, DF pro Terra triplicatis cum fere ſeptima diametri parte habetur ambitus circuli maximi circa Terram, & Lunam. Accipe igitur dimidium ambitus vtriuſq;,velut ABC,DEF,& numerum vnius, verbi gr. ipſius DEF terreni, duc in numerum rotationis factæ à centro grauitatis intra H, ſcilicet duplicando diſtantiam ab intra H ad M,& duplicatam triplicando, cum additione ferè ſeptimæ partis, ac productus numerus dabit ſuperficiem orbis terræ. Pariq; modo pro ſuperficie orbis Lunæ. Ex hac noſtra manuductione vt aliquid induſtriæ tuæ, mi Tyro, relinquatur, progreditor tu ad exempla indicata in numeris à te inueniendis.

SCHOLION II.

ALiter, ac breuiter, duc diametrum orbis terræ, vel Lunæ in ambitum (inuentum è triplicata diametro, &c.) circuli maximi &c. ac habes vtriuſq; globi ſuperficies.

Vide etiam aliter 2, ac faciliora ad praxim poſt ſequentia corol.

Co-

COROLLARIVM IV.

Solidorum elementarium vnam in turrim constructio, ac — Vsus organicus in Machinaria, & Architectura ex anteced. probl. 17. Praxis etiam organica inueniendi centrum grauitatis semiperipheriæ.

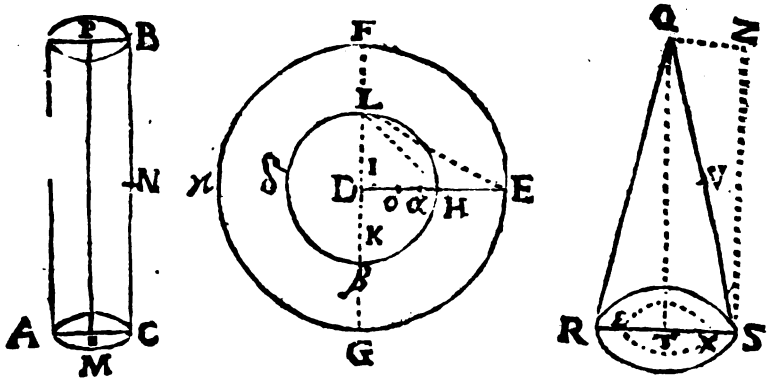
ORganicus, inquam, vsus, quia organicum modum indicabo inueniẽdi centri grauitatis intra æream semiperipheriã. Est Templi aliqua turris extructa quasi prisma, atq; parallelepipedum, & propè supremam eius partem, vbi campana æra, columellæ, quasi cylindri, circumpositæ sunt. Supremæ quadratæ partis angulis pyramides impositę sunt, quas inter exurgit tholus in isosceles coni superficiem. In summo coni, siue tholi apice imponenda est caua sphęra ærea, cuius semidiameter nota est. Quæritur quãtum ęrearum quadratarum laminarum sphæricè curuandarum sit opus pro superficie construendæ illius cauæ sphæræ?

Vidistin' interim, ò Tyro, geometricam turrim ex elementaribus solidis ædificatam? Immo verè, ac physicè turres, præsertim sacræ, atque Ecclesiasticæ, nihil aliud oculis geometricis ostẽtant, quàm structuram, & compendium ex vndecimi, & duodecimi librorũ elementariorum solidis compactum.

Sed ad cauam sphæram conflandam, & vertici turris conici acuminato imponendam accedamus. In primis è data diametro elicienda est quantitas semicircularis peripheriæ, èaque formanda est è tenui, ac firmo filo æreo, cuius centrum grauitatis facilè, ac organicè sic inuenies.

Puta

Digitized by Google



Puta LHβ esse filum æreum semiperipherice incuruatum, cui cartaceum planum suffige. Deinde suspende ex puncto L ita, vt libere pendeat LHβ, & alterum extremum β deferatur extra locũ β, è puncto suspensionis L perpendiculum filo suo secabit semiperipheriam inter Hβ, signabitq; in plano cartaceo lineam perpendiculi. Rursus suspende ex β semiperipheriam liberè pendentem, & ex β perpendiculi filum vbi secabit lineam signatam in plano cartaceo, velut per α, ibi erit centrum grauitatis semiperipheriæ æreæ. Quod centrum necessarium est ad sequentia. Nam eius distantia perpendicularis à diametro iungente extrema Lβ duplicanda est, tum tota triplicãda cum additione ferè septimæ partis, vt habeatur numerus, in quem ducta quantitas semiperipheriæ æreæ producet numerum indicem quantitatis, ac numeri laminarum ærearum quadratarum sphæricè incuruandarum, quibus opus est ad cauam sphæram conflandam, & imponendam vertici coni turriti, &c. Applica prædicta praxi mechanicæ tu, ò quicumq; in philosophationibus geometricis mauis praxes mechanicas.

COROLLARIVM V, &-

- Regula vniuerſalis pro inueniendo centro grauitatis organicè quarumcumq; irregularium linearum ad artium plurimarum operationes.

SImilem in modum, quo vſi ſumus in Corollar. 4 antecedenti, pro pluribus operationibus artificem licebit datę cuiuſcumq; lineæ irregularis centrum grauitatis organicè inuenire. Exempli gratia pro dimenſione, vel conſtructione vacuæ lampadis in templo, vel ſuperficiei campani æris in turri, transfer in lineam æream formam curuaturæ, quam habet ſuperficies vaſis dimetiẽda, vel conflanda, ſcilicet à vertice axis ad labrum, & æreæ lineæ affixo leuiſſimo plano, velut cartaceo (vt in eo ſignari poſſit punctum centri grauitatis) per geminam ſuſpenſionem ab extremis lineæ etiã irregulariter inflexæ, & ope perpendiculi centrum grauitatis inuenies. Deinde pro forma dimetiendæ, vel conflandæ ſuperficiei metiere diſtantiam perpendicularem centri inuenti ab axe, circa quem concipienda eſt gyrari linea ærea, ſiue illa vtroq; ſui extremo hæreat axi, vt ſemiperipheria pro ſuperficie ſphærica; ſiue altero tantum extremo, vt latus coni rotatum, &c. Acreliqua operare, vt in conicà, & ſphæricà ſuperficie. Expreſſiora vide apud noſtrum Guldinum. Arcanum hoc vniuerſaliſſimum vſûs geometrici centri grauitatis licet libentiſsime vulgemus, tamen etiam requirimus aliquam induſtriam Lectoris, ne tam præclarum inuentum vileſcat apud ignauos.

Organicæ operationis, pro inueniendo centro grauitatis, habes apud nos geometrica firmamẽta ad 1 prop. lib. 3. elem.

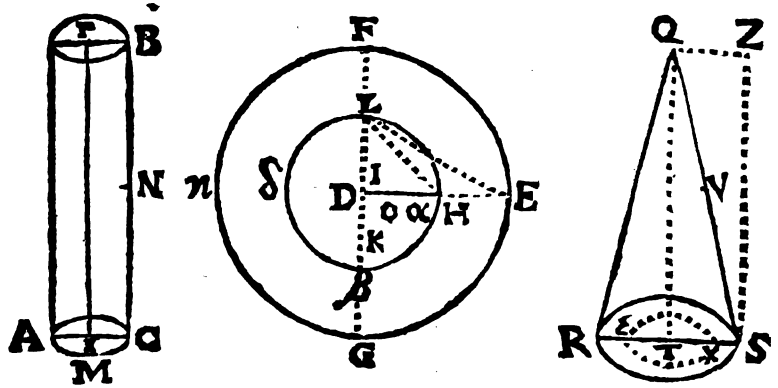
Probl.

Digitized by Google

PROBLEMA XVIII.

Aliter —

— Sphæricam ſuperficiem metiri.

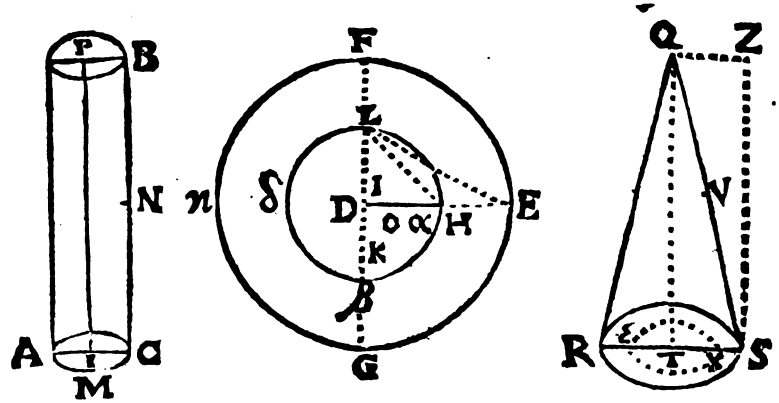


PRopter eximia corollaria lubet, ac iuuat addere ſecundum etiam hunc modũ duplicatam ſphæræ, vel circuli maximi diametrũ Lβ, nempe ipſam FG duc in ſemiperipheriã LHβ, & productũ erit ſuperficies ſphęræ δLHβ. Nam vt in anteced. probl. 17, DE, vel Lβ diameter ducta in totã peripheriam HLδβ dedit ſuperficiẽ ſphæræ, ſic duplicata diameter hìc ducta in dimidiam peripheriam dat eandem ſuperficiem. Patet etiam in numeris, ac magis è ſequentibus liquebit.

Digitized by Google

COROLLARIVM I.

Superficies ſphærica eſt æqualis ſuperficiei ſine baſibus ſemicylindri, ſiue cylindri diſſecti iuxta axem, & habentis pro baſe ſemicirculum ſphęrę maximum, & pro altitudine duplicatam ſphæræ diametrum.



QVemadmodum enim (iuxta corollarium primum poſt probl. 17) ex eleuatione totius peripheriæ L-H βδ in altitudinem diametri Lβ conficitur ſuperficies cylindri æqualis ſuperficiei ſphæræ Lδ=H, ſic ex eleuatione ſemiperipheriæ LHβ in altitudinem perpendicularem duplam ipſius Lβ, hoc eſt in FG, fit ſemicylindri ſine baſibus ſuperficies æqualis ſuperficiei eiuſdem ſphæræ βδ LH, &c.

Co-

COROLLARIVM II.

Inuenire quantitatem rotationis, in quam gyrata ſemiperipheria LHβ circa diametrum Lβ producit ſuperficiem ſphæræ.

IPſis ſphæræ, ſiue circuli ſphæræ maximi, diametro DE, ſiue Lβ velut 2, & peripheriæ LHβδ velut 4, & ſemiperipheriæ LHβ velut 2, inueniatur quarta proportionalis FG 4, ideſt dupl. Lβ, quæ eſt quantitas rotationis, in quam gyrata ſemiperipheria LHβ circa Lβ producit ſuperficiem ſphæræ.

Nam per antecedens corollarium ſemiperipheria LHβ eleuata in FG dat ſuperficiem æqualẽ ſuperficiei ſphæricæ, cui & æqualem dat ſuperficiem èadem ſemiperipheria LHβ ducta in gyrationem ſignatam à centro grauitatis eiuſdem LHβ, iuxta regulam, & vſum geometricum centri grauitatis, ergo ſi auferatur communis LHβ eleuata, & gyrata, remanent æquales eleuatio FG, & gyratio centri grauitatis, &c. per axio. 3.

COROLLARIVM III.

ETiam ſine cognitione centri grauitatis ſemiperipheriæ, ſcitur quantitas rotationis, quam ſignat id centrum in rotatione ſemiperipheriæ ex anteced. coroll. 2, vi quartæ proportionalis, inuentæ, iuxta num. ibi poſitos.

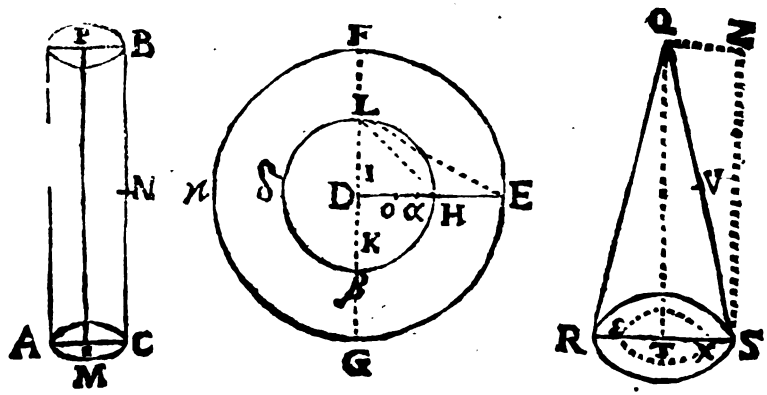
COROLLARIVM IV.

Recta linea peripheriæ circuli æqualis, etiam ſine ſpiralibus Archimedis, —

— CVius theorema 11 ſpiral. ſæculis omnibus admirationi fuit, in quo (licet indirecta demonſtratio-

tione) concludit lineam rectam, quæ ſpiralem tangat. &c. eſſe circuli peripheriæ æqualem. Noſtrum hocce corollarium 4 idē aſſequitur ſine volutis illis inuolutis (aut alijs, ſi quæ ſunt antiquorum ad hoc theorema, inuentis,) quarum deſcriptio geometrica, & ad eas rectæ contactus in problemate non adhuc præcisè conſtant; eſtq; ingenioſum id inuentum prorſus in theoremate. Nos hic ex antecedētibus corol. 2, & 3 expreſsā vi ax. 3, & quar. proportionalis

Nota propoſitionem. *duplicatam circuli diametrum damus, quæ æqualis eſt peripheriæ, in quam rotata circuli ſemiperipheria ſphæricam ſuperficiem producit.* Series propoſitionum eſt hæc: *ſphæræ ſuperficies* (ex Archimedis licet indirecta demonſtratione) *quadrupla eſt cir-*



culi maximi LHβδ, hoc eſt æqualis circulo FEGκ. Deinde (etiam ſine Archimede de dimenſ. circ.) ex vſu, & regula geometrica centri grauitatis, eiuſdem *circuli FEGκ ſuperficies habetur ex ductu ipſius DE, ſiue Lβ, in peripheriam LδβH, ſignatam à centro grauitatis H rectæ DE*; ſiue *ex eleuatione peripheriæ LδβH in perpendicularem altitudinem diametri βL*; ſiue *ex eleuatione ſemiperipheriæ LHβ in duplicatam diametrum FG*; ſiue *ex eadem ſemiperipheria LHβ rotatà circa diametrum Lβ, & ductà in rotationem æqualem ipſi FG duplæ diametri Lβ*, vi ax. 3, & quar. proportionalis, iuxta coroll. 2 & 3 antecedētia.

Propter quidem problema de circuli quadratura, & alia plura, quatenus ad ea poteſt conducere, hoc theorema maximi ſemper factum eſt in Geometrica acutiſſima

phi-

philoſophia; tamen etiam ſine vllo ad problemata ordine, per ſe admirandum eſt vt purè theorema, quo datur cognitio (& quidem apud nos expreſsa in duplicata circuli diametro, &c.) proportionis æqualitatis curuæ circularis lineæ cum recta.

Gaudeo finem huiuſce 2 § de dim. ſuperf. circa ſolida element. à nobis factũ in hoc tam eximio corollario. Cui tamen adde & ſequentia Scholia.

SCHOLION I.

Ad circuli quadraturam noui aditus.

QVantum momenti ad problema de circuli quadratura conferat hoc noſtrum theorema indicatum in antecedenti 4 corollario, permittimus ſcientificæ prouidentiæ docti, & amici lectoris. Patet etiam expreſsior, & expeditior modus, ac vſus quadratricis ad circuli quadraturam, quem eius mixtæ lineæ inuẽtores non diuinarunt. Nam notato puncto ſignato (quatenus poſsit) à quadratrice in ſemidiametro circuli LHβδ vbi α, ſi ducatur circulus, erit eius circuli peripheriæ ipſa æqualis duplicata diameter circuli LHβδ, ac proinde circulus per α ductus quadrari poterit.

Iuxta § 2, &c. ad prop. 45 lib. 1 in 1. To. hu. Ærar. ducta ſemidiameter Dα, circuli deſcripti per α, in Lβ diametrum circuli LHβδ, dat aream rectanguli æqualis areæ circuli ex Dα ſemidiametro. &c.

Ac datum etiam circulum quadrabis, velut ipſum LHβδ, ſi in H conſtituas punctum quadratricis alterius circuli, cuius duplicata diameter erit æqualis peripheriæ ipſius LHβδ, quemadmodum eiuſdẽ LHβδ duplicata diameter eſt æqualis peripheriæ circuli per punctum α quadratricis deſignati. Enitere, mi Tyro, in apertos tibi à nobis aditus.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION II.

Ad Praxen, & applicationum facilitati.

HIc proxime antecedentia in probl. 18, & corollar. licebit applicare facilius praxibus Astronomicis, Geographicis, Architectonicis, quas habes in corollarijs post probl. 17, quia hic minuitur etiam labor inuestigandi centrum grauitatis.

SCHOLION III.

Vniuersalia ad dimensiones quarumcumq; superficierum etiam vltraelemētarium numero infinitarum, &c.

QVacumq; superficies fiunt ex gyratione quarumcumque imaginabilium etiam irregularium linearum, habent suam dimensionem ex vnicà regula aurea Guldini, scilicet ex ductu gyratæ lineæ in peripheriam signatam à centro grauitatis gyratæ lineæ.

SCHOLION IV.

ALia circa superficies elementari rum solidorum vide apud nos ad propos. 14, 15, 20, 23 lib. 6. in To. 2.

§ 3.

Digitized by Google

§III.
Solidorum Elementariorum solidæ dimensiones.

IAm à problematibus, & dimensionibus superficiarijs solidorum elementariorum veniamus ad solidas, seu soliditatis eorumdem dimensiones, ac sint —

— *PROBLEMATA XIX, XX, XXI.*

Parallelepipedi, Prismatis, Cylindri soliditates metiri ex eorum ortu.

ETheorematibus in 1 sect. patet dimensio soliditatis trium hìc propositorum solidorum elementarium. Nam quemadmodum peripheriæ basium perpendiculariter eleuatæ dant superficiem sine basibus, ita plana ipsa basium eleuata perpendiculariter dant soliditatem. Itaq; basis planam quantitatem duc in altitudinem perpẽdicularem Parallelepipedi, Prismatis, Cylindri, siue rectorum, siue obliquorum, & prodibit in numero producto soliditas earum trium figurarum. In 1, & 2 fig. tab. sect. 2, eleuatæ bases B, CD, EF, in BA, DG, FH dant ea solida dimensa.

COROLLARIVM, &
Exemplum in liquidis, vel aridis vasorũ figuræ se conformantibus. Hallucinationi lux.

SI vas vitreum, lapideum, æreum, ligneum, &c. sit figuræ alicuius è tribus solidis in antec. probl. 19, 20, 21, positis, habes ex regula dimetiendorum eorundem

Digitized by Google

ſolidorum vnde etiam metiare incluſa vel liquida, vel arida vaſis ipſis configurata.

Notandum tamen eſt,& cauendum ab hallucinatione in practicis menſurationibus incluſarum rerum, &c. Nam liquida,& arida, quorum partes ſunt vel continuæ, vel ſaltem prorſus contiguæ, veniunt ſub exactam menſuram vaſis, velut liquida, puluerea, cinis, farina,&c. At arida, quorum particulæ,licet minimæ,figuratæ ſunt, velut grana frumenti, vel minutiorum leguminum, admittunt menſuram, quæ diſſonat ab incluſorum numero,& multitudine.

Itaq; acceptà peripherià ſacci, quaſi cylindri, ac inde conflato plano, quaſi baſis, circulari, ſi numerum baſis ducas in ſacci altitudinẽ, productus numerus indicabit quot in cubulis,ſiue pro quot cubulis grana incluſi frumenti ſint. Quæ tamen in ſacco diſpoſita ſunt non cubicè, ſed fortuitò, & denſata ita, vt minus loci occupent, & plura ſint in ſacco, quam indicat numerus ſoliditatis.

PROBLEMATA XXII, & XXIII.

Pyramidis, & Coni ſoliditates metiri.

INſpice figuram 3 in tab.hu. 2. ſect.vbi Pyramis AFB, Conus CHD. Quorum ſolidorum menſuram quî liceat accipere ab eleuatione perpendiculari baſium? cum baſes quanto magis attolluntur, tanto ſemper magis excedant terminos laterũ vtriuſq; figuræ in angulum coeuntium? Nihilominus tamen, mi Tyro, etiam vtriuſque ſolidi mẽſuram diſcemus è baſium ductu in axis, ſiue perpendicularis altitudinis partem aliquam. At quæna illa? Reuiſe in ſect. 1 huius Breuarij theoremata 14, & 15, in quibus partim indicauimus, partim expoſuimus noſtras demonſtrationes de cono, & pyramide quòd ſint tertiæ partes ſuorum cylindrorũ, vel priſmatũ.Itaq; ſi pyramidis AFB baſis AB eleuata in totam perpendicularem

EF

Digitized by Google

EF producit totum prisma, ergo eleuata in tertiam partem perpendicularis EF producet tertiam prismatis partem, ideſt ipſam pyramidem, cuius ſoliditas æqualis eſt tertiæ parti priſmatis eandem baſim AB,& altitudinem perpendicularem EF habentis.

COROLLARIVM, & exempla practica militaria, & ruſtica.

EST in areà tritici, ſiue leguminum, eſt in caſtris pilarum, pro minoribus, vel maioribus tormentis, aceruus conicæ, vt aſſolet, figuræ. Quot in vtrouis aceruo vel grana, vel pilæ ſunt tormentariæ? Ante omnia enitere vt latera acerui ſint quam fieri poteſt conicè directa. Tum, quantum fert phyſica materia geometricam formã, ſic operare. Ingere per verticem acerui frumentarij perpẽdicularem haſtam, ac nota ad quam haſtę quantitatem pertingant ſuprema grana. Accipe mox ambitum baſis in imo aceruo,& ex eo,per dicta ſępius in hoc Ærario,cõfice quantitatem circuli, cuius numerum duc in partem tertiã haſtæ,quam frumenti aceruus occuparat; habebis in producto numerum granorum in aceruo. Sint tamen eiuſdem menſuræ partes haſtæ, & baſis acerui.

Similia effice circa pilarum aceruum cum cautionibus, quas ab operãtis diligentia requirunt materiæ incõmoda.

Menſura intelligenda eſt iuxta cauta in corollario poſt problemata anteced. 19, 20, 21. numerus enim granorum, & pilarum in aceruis intelligendus eſt de granis, & pilis cubicè diſpoſitis. Itaq; plus aliquid erit granorum,& pilarum in vtroq; aceruo, quam indicet numerus, &c.

Digitized by Google

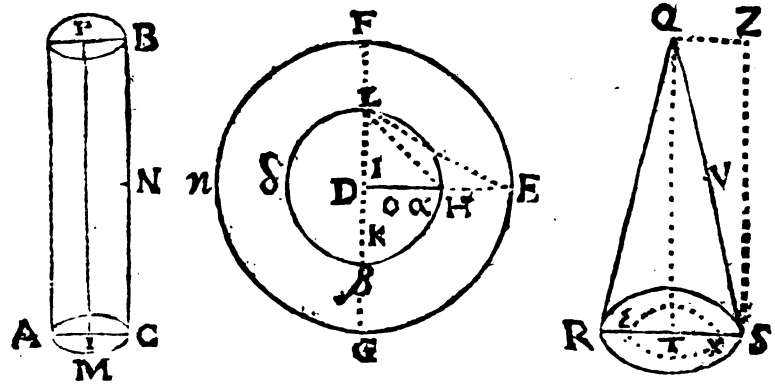
SCHOLION.

Dimenſiones ſolidorum etiam obliquorũ, &c.

VEluti in fig. 3, 4, tab. ſec. 1, eleuatio baſis ſit perpendicularis: ita etiam in cylindris & conis obliquis. Sic in parallelep. priſm. pyram. non rectangulis, &c. perpendicularis eleuatio baſium dat eorum ſolidorum quantitates dimenſas.

PROBLEMA XXIV.

Sphæræ ſoliditatem metiri.



DVc duas tertias partes duplicatæ diametri in ſemicirculum, & productum erit ſphæræ ſoliditas in tot cubulis, quot numerus productus indicabit.

Quoniam enim ex Guldino lib. 1. c. 9, centri grauitatis O in ſemicirculo LβH (diuisà diſtantià centri grauitatis α ſemiperipheriæ LHβ à diametro Lβ in tres partes æquales) diſtantia ab Lβ eſt duarum tertiarum ipſius Dα, &, per lemma, & theorema in §. 19 Epilogi noſtri planimetrici, vt ſemidiametri DO, Dα, rotationum à centris grauitatis factarum

Digitized by Google

tarum, sic sunt inter se & ipsæ rotationes; erit ergo rotatio à centro O duarum tertiarū rotationis à cētro α. At rotatio ab α est (per corol. 2 probl. 18 antec.) æqualis duplicatę diametro circuli sphærę maximi, ergo rotatio ab O erit duæ tertiæ duplicatæ diametri, nempe ipsius FG. Producitur autem sphęrę soliditas ex ductu semicirculi LβH in rotationem factam à centro grauitatis O, iuxta regulam auream Guldini congruentem (vt in sequentibus pluribus corollarijs videbis) cum demonstratis ab Archimede, & ab alijs omnibus geometricè, ac solidè philosophantibus; ergo ductus semicirculus LβH in duas tertias duplicatæ diametri ipsius semicirculi producet sphærę soliditatem. In numeris videbis inferius in probl. 26.

COROLLARIVM.

Sphæra est æqualis semicylindro, siue cylindro bisecto iuxta axem, habenti pro basę semicirculum, & pro altitudine duas tertias duplicatæ diametri eiusdem semicirculi.

IDem enim semicirculus LβA eleuatus perpendiculariter in duas tertias ipsius FG conficit eandem soliditatem, quam & gyratus in peripheriam ab O, quæ & ipsa est duarum tertiarum ipsius FG, per probl. 24 antecedens.

Cui semicylindro, vel cylindro bisecto sit æqualis soliditas sphæræ.

SCHOLION.

Ad praxes militares, ac alias.

VIde quæ in 2 To. huius Aerarij attulimus ad propos. 20 lib. 6, § 12, 23, 36, in vsus varios, præsertim militares, quibus prodest dimensio, & cognitio soliditatis sphæricæ.

Digitized by Google

rica. Ac etiam pro Astronomicis circa dimensiones solidas globorum cælestium. &c.

PROBLEMA XXV.

Aliter I.

— Sphæræ soliditatem metiri.

DVc duas tertias diametri in circulum, & prodibit sphæræ soliditas. Patet quasi pro corollario ex antecedenti proximè Corollario probl. 24. Idē enim producitur ex ductu duarum tertiarū diametri (ideſt dimidij duarum tertiarum duplicatæ diametri) in totum circulum, quod ex ductu duarum tertiarum duplicatę diametri (ideſt ex duplicatis duabus tertijs diametri) in dimidium circulum. Vt per ſe patet, ac etiam in numeris.

COROLLARIVM.

Cui cylindro ſphæra ſit æqualis.

Sphæra eſt æqualis cylindro habenti pro baſe circulum ſphæræ maximum, & pro altitudine duas tertias diametri.

COrollarium eſt hoc è corollario probl. 24 antecedentis, eritq; nobis vſui etiam pro transformationibus ſolidorum. Vide probl. 28 inferius.

Pro-

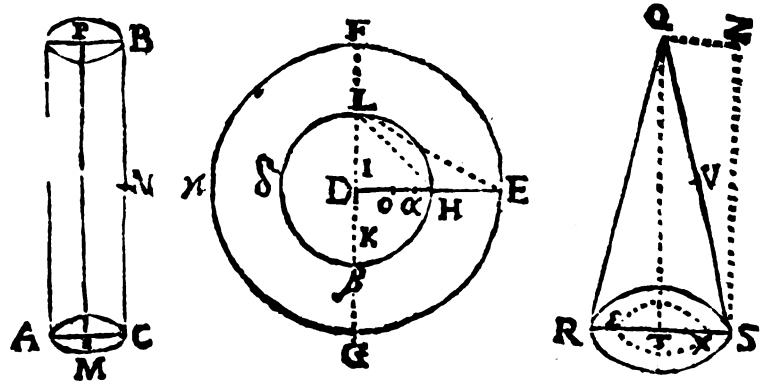
Digitized by Google

PROBLEMA XXVI.

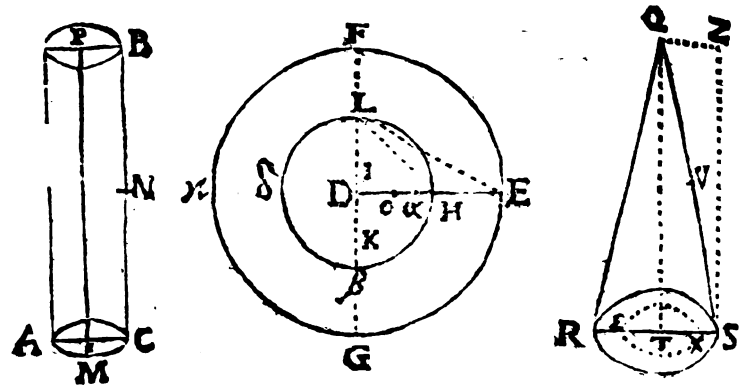
Aliter II —

— Sphæræ ſoliditatem metiri.

DVc tertiam partem ſemidiametri in ſphæræ ſuperficiem, & habebis datæ ſphæræ dimenſam ſoliditatem. Quam etiam tertiam noſtram regulam non vidi ab alio vſurpatam, eritque nobis pro campo metiendæ vberrimæ ſegetis eximiorum corollariorum.



Sphæræ LHβδ ſemidiameter LD diuiſa in tres partes, habeat pro vna tertia ipſam DI, & ſit, pro ſphæræ ſuperficie, quadruplus circuli ſphæræ maximi circulus FEGκ; ſi fingas cylindrum habentem pro baſi circulum FEGκ, & pro altitudine tertiam ſemidiametri partem DI, erit ille cylindrus æqualis ſemicylindro habenti pro baſe ſemicirculum LβH, & pro altitudine duas tertias ipſius FG, nempe ipſam FK. Nam baſes FEGκ, LβH, & altitudines FG, DI reciprocantur. diuiſa enim FG in partibus vnius DI, dabit 12 partes æquales, qualium vna eſt DI. Duæ verò tertiæ ipſarum 12 dant 8 partes ab F ad K. & quoniam circulus FEGκ è ſemidiametro DE dupla ſemidiametri DH eſt (ex corollar. noſtris ad 20 prop. lib. 6) quadruplus cir-



circuli LHβδ, ergo semicirculi LβH erit idē FEGχ octuplus. Vt ergo basis FEGχ ad basim LβH habet proportionem 8 ad 1, sic reciprocè altitudo FK 8 ad altitudinem DI quæ est 1 vna tertia semidiametri LD. ergo cylindrus super basi FEGχ, & altitudinis DI tertiæ partis semidiametri, est æqualis semicylindro super basi LβH, & altitudinis duarum tertiarum ipsius FG; at is semicylindrus, per corollar. probl. 24 antec. est æqualis sphæræ LHβδ, ergo & cylindrus habens pro basi circulum æqualem sphæricæ superficiei, & pro altitudine tertiam partem semidiametri est & ipse æqualis sphæræ. Dūcta ergo tertia pars semidiametri in sphærę superficiem dat sphęrę soliditatem.

SCHOLION I.

Praxì facilitandæ.

QVoniam in prōptu est maximus sphæræ circulus LHβδ, eius quantitas quadrupletur, & ea multiplicetur per vnam tertiam partem semidiametri, vt sphæræ soliditas facilè sciatur.

Co-

Digitized by Google

COROLLARIVM I.

Sphæra æqualis est cylindro habenti pro basę circulum æqualem sphæricæ superficiei, & pro altitudine tertiam partem semidiametri eiusdem sphæræ.

Aliter cui cylindro sphæra sit æqualis.

QVod latet in demonstratione problem. 26 antec. hìc patet eductum.

COROLLARIVM II.

Conus habens pro altitudine semidiametrum sphærę, & pro basę circulum æqualem superficiei eiusdem sphæræ, æqualis est ipsi sphęrę.

Cui cono sphæra sit æqualis.

QVam propositionem indicat, non demõstrat Pappus lib. 5 propos. 19, habes in antecedentibus demonstratam. Finge conum ex triangulo DLE, cuius altitudo DL semidiameter sphęrę, basis GEFx ęqualis superficiei sphęræ LHβδ: est ille conus ęqualis cylindro sub ID, DE, ergo & sphęrę, per problema anteced. nam cylindri sub DL, DE tertia pars est conus ex triangulo LDE, per theor. 14, in sect. 1. hu. Breuiar. Eiusdem cylindri sub LDE tertia pars est cylindrus sub IDE, ergo conus ex triangulo LDE, & cylindrus sub IDE sunt æquales, ac vterq; sphęræ LHB æqualis.

Digitized by Google

SCHOLION.

Aliter, cui cono sphæra sit æqualis.

Conus habens pro baſe circulum ſpheræ maximum, pro altitudine duplicatam diametrum, eſt æqualis datæ ſphæræ.

HOc quod eſſe poſſet pro corollario hìc ſecundo, nobis vſui etiam erit in § 4 problemate 1, vbi de ſolidorum transformationionibus; ibi enim aptè nobis inſeruiet trãsformationi, quemadmodum hìc ſaltem indicatum inſeruire poteſt dimenſioni datæ ſphæræ.

COROLLARIVM III.

Cuius coni sphæra sit quadrupla.

Propoſitio 31 lib. 1 Archimedis de ſphæra, & cylindro demonſtrata directè ex antecedentibus, ſcilicet: *Sphæra quadrupla eſt coni habentis pro altitudine ſemidiametrum ſphæræ, & pro baſi circulum eiuſdem ſphæræ maximum.*

QValis eſt conus ex triãgulo LDH. Quoniam enim eiuſdem altitudinis DL coni ex triangulis LDH, LDE ſunt inter ſe, vt baſes per theoremata in § 4 ſect. 1 hui. Breuiar. & baſis circularis ex DE eſt quadrupla baſis ex DH, eſt etiã ſoliditas coni ex LDE quadrupla ſoliditatis coni ex LDH; at conus ex LDE, per anteced. 2 coroll. eſt æqualis ipſi ſphæræ LHβδ, ergo & eiuſdem ſphæræ ſoliditas eſt quadrupla coni ex LDH. Igitur habes hìc directa demonſtratione, breui, facili, ex antec. pro coroll. probatũ id, quod indirectè Archimedes &c.

Co-

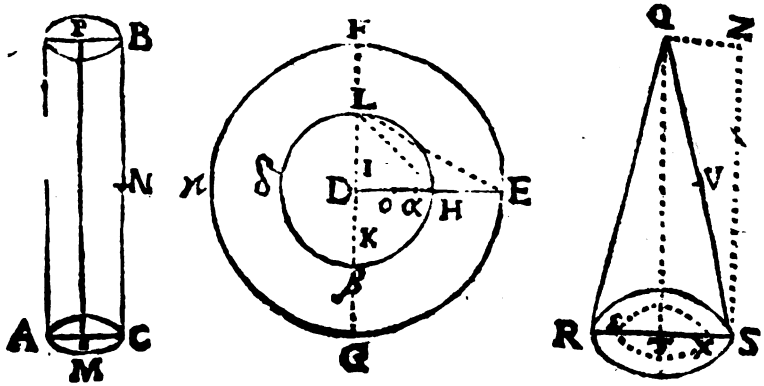
Digitized by Google

COROLLARIVM IV.

Corollarium propoſit. 31 lib. 1 Arch. de ſphęrà, & cylindro expeditum ex anteced. ſcilicet.

Cylindrus habens pro altitudine diametrum ſphæræ, & pro baſi circulum eiuſdem ſphæræ maximum, habet ad eandem ſphæram proportionem ſeſquialteram.

Cuius ſphæræ cylindrus ſit ſeſquialter.

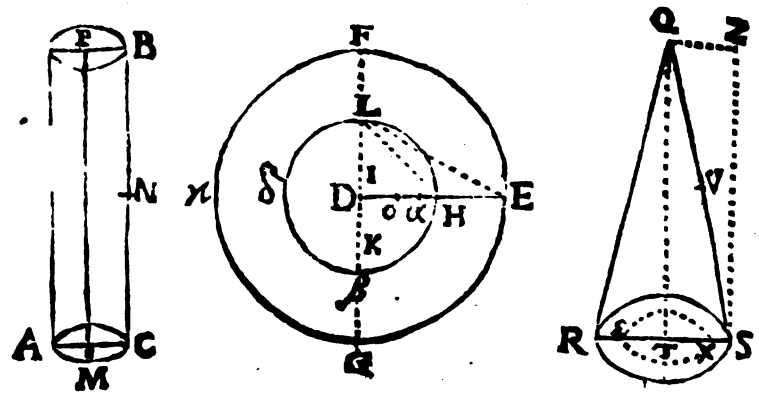


CYlindrus habens pro baſe circulum ſphæræ maximum LHβδ, & pro altitudine ſemidiametrum DL eſt triplus coni ex LDH; ergo cylindrus habens eandem baſim LHβδ, & altitudinem totius diametri Lβ, ideſt DF duplam altitudinē ipſius DL, cum ſit duplus cylindri ſub LDH, continebit ſex conos ex LDH. At per antecedens corollarium conus LDH eſt æqualis quartæ parti ſphæræ LHδ, ergo cylindrus ſub FD (ideſt ſub diametro Lβδ, quæ ipſi FD eſt æqualis) & ſub DH continet ſex quartas eiuſdem ſphęrę; ideſt ſphęram ſemel ex quatuor quartis, & dimidium ex duabus quartis; hoc eſt ſeſquialteram habet ad ſphæram LHβδ proportionem.

COROLLARIVM V.

Cuius coni sphæra sit dupla.

Sphæra ad Conum habentem pro altitudine diametrum eiusdem sphæræ, & pro basi circulum eiusdem sphæræ maximum, habet proportionem duplam.



COnus habens pro altitudine diametrum Lβ, & pro basi circu ũ LH βδ, est duplus coni ex LDH, quippe habens eandem basim, & duplam altitudinem. At conus ex LDH est æqualis quartæ parti sphęræ, per coroll. 3 anteced. ergo conus altitudinis Lβ, & basis LHβδ erit æqualis duabus quartis, ideſt dimidiæ sphæræ, &c.

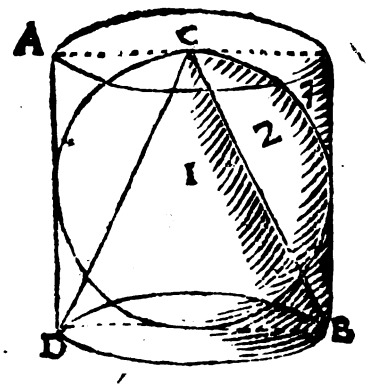
Co-

Digitized by Google

COROLLARIVM VI.

Trium ſolidorum rotundorum elementarium eiuſdem altitudinis, inſcriptiones, ac dimenſiones inter ſe ordinatiſſimæ ex antedictis, iuxta numeros 1, 2, 3.

Conus, & ſphæra in cylindro, eorum proportiones.



QVemadmodũ è quinque generibus ſolidorum elementariũ turrim geometricam cõſtruximus, in coroll. 4, probl. 17, ſic ſaltem trium rotundorũ cõglobationẽ, ſcilicet ſphæræ, & coni cylindro inſcriptorum proportiones, & dimenſiones per ordinatiſſimã progreſſionem numerorum concludamus.

Vides in figura cylindrum AB, conum BCD, & ſphæram, ſolida habentia eandem cum ſphærà altitudinem, & pro baſi communi circulum eiuſdem ſphæræ maximum, & conum, ſphęramq; cylindro inſcripta: eſtq; ex antedictis proportio coni 1 ad ſphæram 2, ſphæræ 2 ad cylindrum 3, & è cylindro in tres æquales partes diuiſo conum auferre vnam, ſphæram duas. Sunt ergo inter ſe in proportione, ac progreſſione naturalis numerorum triadis 1, 2, 3.

SCHOLION I.

Eiuſdẽ cylindri AB ſuperficies eſt ſeſquialtera ſuperficiei ſphæræ. Relege Corollar. 2, problem. 17 anteced.

Gaudeo

Gaudeo finem hic fuctum dimensionum Stereometricarum in trium pulcherrimorum solidorum proportionatissima complexione.

SCHOLION II.

Erit nobis usui pro transformationibus solidorum antecedens corollar. 6, ne putes esse sterilem, licet per se expetendam, in eo theoriam.

SCHOLION III.

Aliter III.

Soliditatem sphæræ metiri.

Scilicet per conuersum antecedentis problematis 26, ducendo semidiametrum in tertiam partem superficiei sphæræ; idem enim euenit: experire, si lubet, saltem in numeris.

SCHOLION IV.

Vniuersalia pro dimensionibus solidorum numero infinitorum, &c. vltra-elementarium.

Quæcunque solida fiunt ex rotatione quorumcunque planorum quantumuis irregularium, habent suas dimensiones ex vnica regulâ aurea Guldini, scilicet ex ductu quantitatis plani in perspheriam signatam à centro grauitatis plani rotati.

Digitized by Google

§IV.

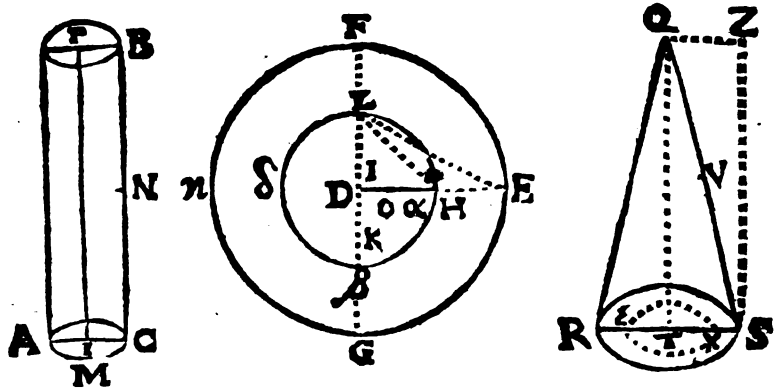
De transformationibus solidorum.

Pleraq; solidorum transformationes quasi corollaria sunt ex §3 antecedenti, vbi de solidorum dimensionibus. Exempla hic accipe in aliquibus sequentibus, atq; ordiemur à perfectissimo solidorum, ideſt à sphærâ.

PROBLEMA XXVII.

Datam Sphæram in æqualem conum transformare.

SVper datæ sphæræ circulo maximo LHβδ erigatur conus ad altitudinem perpendicularem duplicatæ diametri Lβ, scilicet ipsius FG, eritq; ille conus datæ sphęrę æqualis. Quasi coroll. deducitur ex coroll. 2 pro-



blem. 26 in §3 hu. sect. 2, vbi habes sphęrę LHβδ esse ęqualẽ conũ, cuius basis est FEGχ, & altitudo DL. igitur, si (iuxta §5 ad propos. 20. lib. 6 in to. 2 hui. Ærarij, & iuxta corollar. in fine §3, in sect. 1. hu. Breuiarij) fiat vt circulus LH-

βδ

βδ ad circulum FEGκ, ita reciprocè altitudo LD ad alteram altitudinem, prodibit FG duplicata diameter sphęrę. Nam vt circuli LHβδ quadruplus est circulus FEGκ, sic altitudinis DL quadrupla est altitudo FG. ergo (per scholium sub § 3 sect. 1. hu. Breuiarij) coni, alter habens basim FEGκ, altitudinem DL, alter basim circulum sphæræ maximum LHβδ, altitudinem FG, sunt æquales; at alter est æqualis sphæræ LHβδ, ergo & alter; ergo datam sphæram in conum æqualem transtulimus. Quanta facilitate, nouitate, compendio vide in seq. Schol.

SCHOLION I.

AN modus antecedentis problematis 27 apud alium extet, uescio: saltem apud vllum, quos non paucos vidi, non vidi. Nos igitur non egemus tot alijs transformationibus in alia plura solida, quibus aliqui egent, antequam assequantur solutionem propositi problematis. Ac est nostrum hoc conuersum prioris partis problematis apud Archimedem de sphæra, & cylindro, libro secundo.

SCHOLION II.

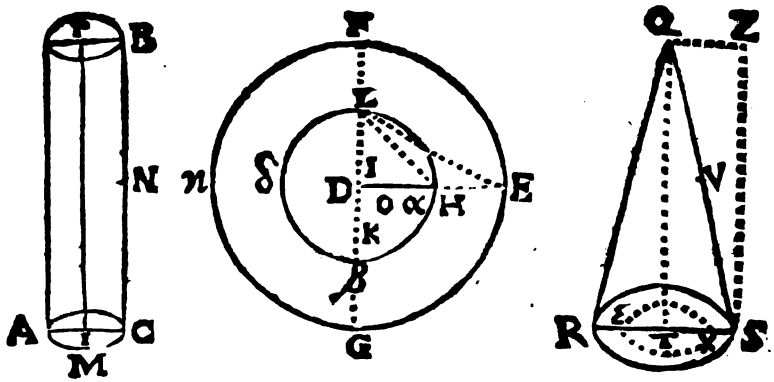
Aliter datam sphęram in conum ęqualẽ vertere.

CIrculus sphæræ maximus duplcetur, per § 8 ad 47 lib. 1. & super eo statuatur conus altitudinem habens diametrum sphæræ. Nam in fig. coroll. 6 problematis 26 anteced. conus DCB, qui est dimidium sphæræ, si fiat super basi duplà ipsius DB, erit duplicatus, ac proinde æqualis datæ sphæræ, &c.

Digitized by Google

PROBLEMA XXVIII.

Datam ſphæram in æqualem cylindrum transformare.



SVper baſe circuli maximi LHβδ datæ ſphæræ excitetur cylindrus ad altitudinem perpendicularem duarum diametri tertiarum, eritq; cylindrus ille datæ ſphæræ æqualis; per problema 25 antec. & coroll. ex eo.

SCHOLION I.

PRoblema 28 proximè antecedens eſt conuerſum ſecundæ partis problematis ab Archimede propoſiti initio lib. 2. de ſphæ. & cylind.

Digitized by Google

SCHOLION II.

Aliter Probl. 28 demonstrare.

QVoniam in fig. coroll. 6 problem. 26 antec. cylindrus AB est sesquialter inscriptæ sphæræ, si cylindrus mulctetur tertiâ parte per ablationem tertiæ partis ipsius AD, reliquum erit æquale sphæræ.

SCHOLION III.

De conuersis problematum 27, 28 antecedentium.

DAtis cylindro, vel cono sphæram æqualem ponere, quæ sunt problemata conuersa antecedentium 27, 28 propositæ ab Archimede initio lib. 2 de sphæra, & cylindro vide inferius à nobis aliter soluta, quam ab Archimedeis, post problemata de transformatione parallelepipedi in cubum, & cubi in sphæram, à quibus demonstrantur, & quasi corollaria deducuntur.

PROBLEMA XXIX.

Dato cono cylindrum æqualem ponere.

Regula vulgata. EX dictis de dimensione coni, & cylindri patent ratio, & demonstratio vulgatissimæ; scilicet super baſe coni construendo cylindrum habentem pro perpendiculari altitudine vnam tertiam partem coni; & contraria ratione, dato cylindro conus æqualis erigitur super baſe cylin-

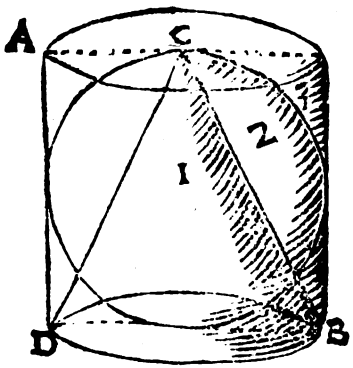
Digitized by Google

cylindri ad triplicatam cylindri altitudinem. Hìc, varietatis gratia, extra vulgatiſſima, ſoluemus problemata propoſitum 29, & ſequens 30.

Finge dati Coni baſim duplam baſis DB, èaq; per problema 3 ſub § 7 ad propoſ. 47 lib. 1, imminuatur dimidio, id eſt fiat circulus pro baſi DB, ſuper quo erigatur cylindrus habens altitudinem æqualem duabus tertijs dati coni; eritq; ille cylindrus dato cono æqualis. Ratio erit communis etiam ſequenti problemati 30. *Altera non per-vulgata.*

PROBLEMA XXX.

Datum cylindrum in æqualem conum transformare.



PVta datum cylindrum eſſe altitudinis duarũ tertiarum ipſius AD. Baſis dati cylindri dupletur, per § 8 ad 47 lib. 1, & ſuper eà excitetur conus habẽs altitudinem totius DA; eritq; ille conus æqualis dato cylindro. Scilicet è ſcholijs ſecundis præcedentium problematum 27, 28. Sunt enim conus, & cylindrus, iuxta præſcripta in conſtructionibus horum 29, & 30 problematum, æquales eidem ſphæræ, ergo & inter ſe.

Digitized by Google

SCHOLION I.

Quæ nos breuitatis gratia præcipimus applicata figuris, abstrahe tu, mi Tyro, in præcepta constructionum vniuersalium, & à nobis hìc potiùs indicata, quàm explicata: concipe animo præsenti, acintento, ne hallucineris.

SCHOLION II, in quo —

— Regulæ vniuersales pro transformationibus solidorum.

Transformationes solidorum sunt vsus Theorematum in § 2, & 3 sectionis 1 hu. Breu. Ac —

1 Solidi (in quod æquale transformandum est datum alterum solidum) basim figura lubita (velut prismatis, siue parallelepipedi, &c.) tibi describe. Tùm fiat vt basis descripta ad basim dati solidi, ita reciprocè altitudo dati solidi ad altitudinem solidi, in quod faciendæ est transformatio, eritq; facta transformatio dati solidi in æquale, iuxta dicta, & demonstrata in Schol. & corollar. in fine § 3 in sect. 1. huius Breuiarij. Huius regulæ habes exemplum in anteced. probl. 27 pro transformationibus solidorum in solida diuersæ figuræ, siue specici. Habes in eadem specie figuræ, velut in parallelepipedis, exemplum figuræ 5 in figuris sectionis 1 huius Breu. vbi reciprocatis altitudinibus, & basibus alterum parallelipipedum AB dimissum est in æquale CD. Habebis & inferius exempla. Pluribus circa hanc 1 reg. non est opus, propter breuitatem Breuiarij.

2 Figura basis dati, ac transmutandi solidi transferatur in æqualem alteram figuram, super qua solidum excitetur eiusdem altitudinis cum dato solido. Sic, per theoremata in § 2 sect. 1. huius Breuiarij, erunt æqualia solida, datum, & id, in quod datum est transformatum.

3 *Est*

Digitized by Google

3 *Est & vsus linearum, præsertim duarum mediarum proportionalium pro transformationibus solidorum, vt videbis inferius. Interim exemplis aliquibus peculiaribus protyronibus secunda hic prædicta regula vniuersalis exponatur in sequentibus.*

PROBLEMA XXXI.

Datum prisma in æquale parallelepipedum transformare.

PRismatis AB (in tabella sectionis 2, figurâ 1) basis in æquale parallelogrammum CD transformetur, per 45 lib. 1, sitque altitudo DG æqualis altitudini BA dati prismatis; eritq; CG parallelepipedum factum æquale dato prismati AB, hoc est prisma in parallelipipedum transformatum. Cùm enim prisma AB, & parallelepipedum CG fiant ex æqualibus basibus eleuatis, seu ductis in easdem altitudines, necesse est sint æqualia, scilicet constituta ex æqualibus constituentibus.

PROBLEMA XXXII.

Parallelipipedo cylindrum æqualem ponere.

FInge facilitatis gratia parallelipipedum CG habere basim CD quadratam. Vertatur ea in circulum, per dicta ad propos. 45 lib. 1 in 1. To. hu. Ærarij; sitque EF, fiantq; altitudines æquales DG, FH, eritq; cylindrus EH æqualis parallelepipedo CG.

Scho-

SCHOLION I.

De cylindro obliquo in parallelepipedum æquale, & conuersim.

Ponetur pariter cylindrus obliquus, verbi gr. (in tabella sect. 1 fig. 3) AC æqualis parallelepipedo AB in fig. 2 eiusd. sect. 1, basi circulari AD translatâ in æquale pentagonum AE, & ad obliqui cylindri AC altitudinem perpendicularem parallelepipedo AB constituto.

PROBLEMA XXXIII.

Pyramidem in conum æqualem transformare.

IN tabella sect. 2, fig. 3, factis æqualibus & basi rectilinea AB, & circulari CD, & perpendicularibus æqualibus altitudinibus FE, GH, erit conus pyramidi æqualis, iuxta theoremata in § 2. Vel eam etiam ob causam, quòd vtrumq; solidum est pars tertia (per theoremata 14, 15 in § 5 sect. 1 hu. Ærarij, & ad prop. 23 lib. 6 § 18, & 19) æqualium parallelepipedi, & cylindri, quæ solida fierent ex eleuatione æqualium basium AB, CD in æquales altitudines perpendiculares EF, GH, ceu sunt in 1, & 2 figura parallelepipedũ CG, & cylindrus FH; ac proinde æqualium tertiæ partes sunt æquales.

PROBLEMATA XXXIV, XXXV.

Pyramidem in prisma, vel parallelepipedum, conum in cylindrum æqualia transferre.

VElut in figuris 1, 2, 3, sect. 2, si altitudines æquales AB, GD, HF, IE, HG persistent, triplo augendæ

ciunt

Digitized by Google

erunt pyramidis, & coni baſes AB, CD. Item ſi priſmatis baſes A, vel B, vel reliquorum quattuor ſolidorum reliquæ CD, EF, AB, CD perſtent æquales, triplo augendæ erunt altitudines perpendicnlares EF, GH pyramidis, & coni. Vtroq; enim modo æquabuntur priſmati, vel parallelipipedo, vel cylindro. Quoniam enim, per theoremata §4, ſec. 1, pyramides, & cylindri æqualium altitudinum ſunt inter ſe vt baſes, & æqualium baſium vt altitudines; igitur pyramis triplicatæ baſis AB, & altitudinis æqualis cum FE, vel æqualis baſis cum AB triplicatæ altitudinis FE, erit tripla ipſius AFB, ideſt æqualis priſmati AB, vel parallelepipedo CG, cuius ipſa AFB eſt pars tertia. Ob eandem cauſam conus altitudine, vel baſi triplus coni CHD, erit æqualis cylindro EH, cuius tertia pars eſt conus CHD.

SCHOLION.

De conuerſis, & alijs ſolidorum transformationibus.

Conuerſa præcedentium problematum licebit facere facilè ex prædictis. Iuxta quæ etiam licebit & alia transformationũ exempla, & varias transformationum combinationes moliri. Adde & exemplum mox ſequens, quod peculiarem, ac diuerſam ab antepoſitis formam, & difficultatem transformationis habet. Ac præmitto ſequens —

— Lem-

LEMMA, ac Theorema.

Si fuerunt quatuor lineæ continuè proportionales, vt est quadratum ex prima ad quadratum ex secunda, ita secunda ad quartam.

VEritatem, & euidentiam propositi Lemmatis in lineis per partes quasi concisis, atq; in numeris expedio. Sint (in fig. 4, sec. 2) quatuor rectæ A, B, C, D, continuè proportionales, ex quarum æqualibus partibus, & particulis conficiantur numeri in eadem proportione A8, B12, C18, D27. Ac vt 8 ad 12, sic 12 ad 18, & 18 ad 27 in proportione sesquialtera, vt 8 in 12 semel cum dimidia sui parte, sic 12 in 18 semel cum dimidia sui parte, & 18 in 27 semel cum dimid. sui, &c. Sit primæ A8 quadratum 64, secundæ B12 quadratum 144. Aio vt quadratum 64 ad quadratum 144, sic esse B12 ad D27.

Quod patet: vt enim quadratum 64 continetur bis cum quarta sui parte in quadrato 144, sic recta secunda B12 continetur in quartâ D27 bis cum quarta sui parte 3.

PROBLEMA XXXVI.

Datum parallelepipedum in cubum æqualem transferre.

SIt in fig. 5, sect. 2. datum parallelepipedum AB cui constituendus sit cubus æqualis. Basis AE, si non sit quadrata, vertatur, per penultimam secūdi, in quadratum, super quo si fingas excitatum parallelepipedum eiusdem altitudinis cum EB altitudine parallelepipedi AB, erunt duo ea parallelepipeda æqualia, per propos. 31 lib.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

æquali constituatur solidum H simile, & similiter positum solido A dato. Et quia si quatuor rectæ proportionales fuerint, sicut prima ad quartam, sic est quod ex primâ solidum ad id, quod ex secundâ simile, similiterq; positum. Igitur solidum A ad solidum H est vt D ad E; hæc autẽ posita fuit vt data B ad C. Dato igitur solido A sub data ratione cõstitutum est simile solidũ H. Quod erat propositum.

SCHOLION I.

Cautiones in præced. probl.

SVper recta ipsi G æquali. *Corrige typographi mendum, & pro G pone F.* Ad solidum H. *quod est super secundâ F. Corrige etiam in nostra tabella fig. 8, & pro S pone G.*

SCHOLION II.

De mirifico Villalpandi instrumento pro augẽdis, vel imminuendis solidis in data proportione.

LIbet saltem indicare mirificum instrumentum (quod longioris esset operæ apponere) iam apud suum Authorem copiosissimè ad praxim, & ad theoricen expositum, vt constet à me non temere fuisse Villalpandi diligentiam reliquis in hoc genere scriptoribus antepositam. Igitur ille in tom. 3. part. 2. de pond. & mensu. li. 1. cap. 5 prop. 23 (præter antecedentes) & sequentibus vsq; ad finẽ capitis, docet exactissimè geometricè, & arithmeticè in figuris, & tabulis fabricam, & vsum instrumenti à se inuenti pro augendis, minuendisq; solidis in datâ ratione, pluribusq; exemplis explicat, & confirmat in variorum metallorum solidis. &c. ac denique formam instrumenti satis amplam à se inciſam exhibet in fine cit. 5 capitis. Egregiũ, ac regium plane opus, quod docta posteritas semper est admiratura. Vide indicatũ à me apud suũ Authorem, ac frùere.

COROLLARIVM, seu PROBLEMA XLVI, & exemplum II.

— In famosa cubi duplatione.

PRoblema id celeberrimum, de quo apud nos habes in antecedentibus tum ad 47 lib. 1, tum ad 13 li. 6. & alibi, circa quod Antiquorum Geometricorum Philosophorum mirifica ingenia ingeniosissimè laborauerunt, tamquam corollarium iam hìc deducitur è proximè antecedenti vniuersalissimo problemate.

Sit (in fig. 9, sec. 2.) cubus datus CL, qui duplo augendus sit ita, vt seruet cubicam figuram, siue qui ad alium cubum constituendum habeat proportionem, quam recta A ad rectam B, scilicet subduplam. Dati cubi CL latus quodlibet CD fiat ad rectam EF, vt A ad B, & inter duas CD, EF duæ mediæ proportionales inueniantur GH, IK; sitq; vt CD ad GH, ita GH ad IK, & vt GH ad IK, sic IK ad EF, & super secunda GH excitetur, per 27 vndecimi, solidum GM simile, &c. solido CL, idest cubus GM; qui erit duplus cubi dati CL; ac demonstrabitur eodem modo, quo in anteced. vniuersali problemate. Nam vt prima CD ad quartam EF, sic cubus super prima ad cubum super secunda GH; at prima CD est ad quartam EF, vt A ad B, idest subdupla, ergo & cubus CL subduplus est cubi GM, hoc est GM duplus constitutus est dati cubi CL.

SCHOLION.

PRoportionali modo agendum erit, sed contrario, pro imminutionibus dati maioris solidi in minus simile. &c.

Pro-

Digitized by Google

PROBLEMA XLVII, & exemplum III —

— In solidis rotundis.

SIt (in fig. 10, sec. 2) conus ABC imminuendus in ratione D ad E. Accipiatur ipsius basis conicæ diametro AC æqualis F, & fiat vt D ad E, sic F ad G; inter F, G inuentis duabus medijs proportionalibus H, I, erit super diametro H excitatus conus, velut KLM, minor ipso ABC in ratione D ad E, iuxta præmonstrata in antecedẽtibus problematis de solidis non rotundis; in quibus vt latera alterius ad alterius latera, sic in rotundis diameter ad diametrum, siue latus quadrati è diametro ad latus alterius quadrati ex altera diametro; iuxta exposita facilè à nobis ex cẽtro grauit. §§ 18, 19. Epil. plan. pro 2 prop. l. 12.

Notandum tamen, atq; addendum pro quantitate altitudinis ipsius KLM determinandà ita vt sit ipsi ABC verè similis, iuxta def. 24 lib. 11, efficiendum vt sint altitudines in proportione diametrorum, ex aliqua praxeon nostrarum ad propos. 12 li. 6. Vt BC ad KM, ita NA ad OL.

SCHOLION.

Problemata de aliorum solidorum elementarium, præsertim rotundorum, auctione, vel imminutione proportionalibus.

QVemadmodum exempla, quæ protulimus de parallelepipedis, & cubis, possunt proportionali modo exerceri in reliquis elementaribus solidis non rotundis, in prismatcis, pyramidibus; &c. seruatà tamen definitione 9 li. 11 de similibus

Digitized by Google

bus solidis; sic & à conis ad cylindros, & sphæras licebit progredi, acceptis diametris pro lateribus solidorum non rotundorum. Itaq; Tyrones signata iam à nobis geometrica vestigia sequantur, nec nos à breuitate abducant.

§ VI.

Pro vsibus, & praxibus facilior alia ratio augendorum, vel minuendorum solidorum in data proportione, non seruatá indiuidualis figuræ similitudine.

Potest enim seruari similitudo saltem in specie figuræ, velut si conus in conum augeatur, sed non in similem, ex def. 24, prisma in prisma, sed non in simile, ex def. 9. Ac tunc negotium auctionum, vel imminutionum in data ratione figurarum solidarum longe facillimum est, sine vsibus, & ambagibus duarum mediarum proportionalium; sed solum habitâ cognitione augendarum, vel imminuendarum in data ratione basium, ex ijs, quæ apud nos habes in 1, & 2 tomo huius Æraryi ad lib. 1, propositiones 45, § 6; ad lib. 6, propos. 1, § 5; prop. 2. § 4, 5; & seruatâ eadem altitudine in figuris vel auctis, vel imminutis. Quæ res percommodè cadit in vsus, & praxes, in quibus nihil refert similitudo indiuidualis figuræ, dummodo vasis figurati capacitas diuisa sit in ea proportione, quæ sit opus. Si enim, exempli gratia, cylindricum vas sit opus imminuere tertiâ parte, & conflare vas cylindricum tertiæ partis capax, satis fuerit basim imminuere tertia parte, ex citatis apud nos; deinde eiusdem altitudinis vas cylindricum conflare super basi imminuta. &c.

Digitized by Google

§VII.

Vſus aliqui militares prædictorum de auctionibus, & imminutionibus ſolidorum indicati.

HAbent viri militares ex anteced. vnde ſcientificè, ac facilè ad praxim augere, aut imminuere poſſint, pro exigentia, ſphæricos globos bellicorum tormentorum, ac pariter augeant, vel imminuant iuxta requiſitam proportionem caua ipſa tormenta. Quoniam enim cylindricæ figuræ eſſe ſolent tormentorum cauitates, accipienda erit diameter baſis, ſiue oris ipſius tormẽti, illiq; linea apponenda in proportione augendi, vel imminuendi tormenti, deinde interponẽdę duæ mediæ proportionales, & ex diametro lineæ proximæ alteri extremę facto circulo, ſuper eo extitandus cylindrus, vel cum ſimilitudine ad datum cauum tormentum, iuxta indicata in prox. anteced. Schol. vel cum eàdem altitudine.

Pariter datà diametro ſphæricæ pilæ æreæ, & inuentà alia diametro v.gra. triplo maiore, inuentis deinde duabus medijs proportionalibus, ſphæra ex diãmetro lineæ proximæ maiori extremæ erit triplo auctior. &c. Exemplis explicanda prædicta permittimus ijs, quibus plus otij, quam nobis ad praxes. Quas ſaltẽ indicamus, ne qui praxibus egent ſcientificè firmatis putẽt ſe à ſcientificis neglectos. Vide exempla applicationum, præſertim militarium in §§ 12, 23, 30 ad prop. 20 lib 6.

Notandum hìc eſt praxes à nobis hìc indicatas, præter facilitatem, habere etiam breuitatem. Fruſtra enim aliqui cylindros, & ſphæras vertunt primò in parallelepipeda, & ipſa parallelepipeda augent, aut imminuunt pro ratione quæſita, ac deniq; rurſus parallelepipeda vertunt in cylindros, & ſphæras auctas, vel imminutas. Satis eſt ab

exemplis noſtris accipere diametros baſium circularium, vel ſphærarum, & operari, vt nuper docuimus.

§VIII.

De diuiſionibus elemẽtarium ſolidorum ad datam rationem, cum vſu centri grauitatis, varia problemata indicata.

DIuiſio dati ſolidi ad datam proportionem eſt quædam ſpecies imminutionis dati ſolidi, poſſetq; hoc caput tamquam corollarium, vel conuerſum præcedentis de auctionibus ſolidorum deduci. Tamen quia nos in hoc capite circa aliqua exempla verſabimur modo diuerſo ab antecedenti, & cum vſu aliquo tam centri grauitatis, quàm aliquorum problematum à nobis de planis in 1, & 2 tomo huius Ærarij expoſitorum, ideo nonnihil hìc breuiter addemus.

PROBLEMA XLVIII.

Datum parallelepipedum ad datam rationem ſecare.

IN figurà 7 ſectionis primæ huius Breuiarij eſto parallelepipedum AB, in cuius baſis latere AH fiat ſectio, velut in E, ad rationem, ad quam velis ſecare ipſum parallelepipedum, & per E fiat ſectio à plano EF parallelo vtriq; E plano AG, HB; erit ſectum AB per EF in ratione ſectæ AH in E. Nam per 1 prop. li. 6, baſes AL, LH ſunt inter ſe vt latera AE, EH, & per 25, & 32 lib. 11

aliter,

Digitized by Google

aliter, ac facilius à nobis demonſtratas in § 4 ſec. 1. huius Breu. ſolida AF, FH eiuſdem altitudinis ſunt inter ſe vt baſes AL, LH.

Aliter.

POtes & aliter ſecare parallelepipedum AB, ſi ad rationem lectæ AH in E feces altitudinem MA in N, & per N planum ducatur parallelum ipſis MB, AI, iuxta ea, quæ habes demonſtrata in theor. 13. 1 ſect. hu. Breu. Aequalium enim baſium parallelepipeda ſunt inter ſe vt altitudines, apud nos.

PROBLEMA XLIX.

Datum cylindrum ſecare ad datam rationem.

PVta (in ead. fig. 7, ſec. 1.) cylindrum AB diuidendum in tres partes ſolidas AC, CD, DB habentes inter ſe datam proportionem. Iuxta quam ſecetur latus FB in C, E, & per C, E fiant ſectiones à plano parallelo baſibus GB, AF, erit in data proportione diuiſus cylindrus, per prop. 13 li. 12 aliter, ac facilè à nobis in § 4 ſect. 1 huius Breu. eſt enim pars cylindri diuiſi ad partem vt ipſius axis pars ad partem, ſi deſt vt partes lateris FB, quod axi parallelum, & æquale eſt. Ac vt FC ad CB, ſic AC ad CG. &c. Cùm enim ſint æquales baſes circulares ſegmentorum cylindricorum, differunt tantum in proportione data eleuationum, &c. in quas ductæ baſes conſtituunt ſolida ea ſegmenta cylindrica.

Pro-

Digitized by Google

PROBLEMATA L, LI.

Prismatum, & Pyramidum facillima proportionalis sectio.

REuise ad propos. 38 li. 1 § 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. & ad propos. 1 li. 6, § 13, 14, 15, 16, vbi geodetica exercuimus, ac planas aliquas figuras variè diuisimus, præsertim triangulares, & pentagonicas. Ex ijs facilis fit etiam partitio prismatum, & pyramidum habentium triangulares, & pentagonicas eas figuras pro basibus. Nam factà sectione vel in prismate à plano secante oppositas bases iuxta datam proportionem, vel in pyramide à plano iuxta proportionem lubitam secante basim vsque ad verticem pyramidis, quoniam segmenta erunt in eadem altitudine, erunt & inter se, vt bases, iuxta § 4, & 5, sect. 1 hu. Ærar.

Licebitq; problemata exercere cum aliqua varietate, ac venustate vel à puncto dato in latere basis, vel intra basim, diuidere in duas, vel tres, vel quinq; æqualia solida. &c. Reuise citata problemata geodetica apud nos, & applica varijs exemplis, quæ nos pro instituta breuitate saltem indicamus (facillima tamen in praxi) ne ea vel neglexisse, vel ignorasse videamur.

§ 9.

Digitized by Google

§IX.

Regula vniuerſalis, & corollarium pro ſolidorum etiam vltraelementarium, ſcilicet rotũdorum omnium numero infinitorum auctionibus, imminutionibus, ſectionibus in datà ratione.

EX antecedentibus peculiaribus exemplis, & è corollarijs in fine § 1, & 9 ſect. huius 2, & è citatis ibi apud nos in fine lib 2 elem & ex ortu ſolidorum rotundorum patet hoc hìc extremum vniuerſaliſſimum corollarium de ſolidis etiam vltraelementaribus, & omnibus rotundis numero infinitis. Nam translatis rotundis ſolidis in parallelepipeda, quibus ex ortu ſuo ſunt æqualia, dum fiunt ex plano rotato, & ducto in viam rotationis à centro grauitatis plani rotati ſignatæ, & ijs parallelepipedis auctis facillimè, imminutis, diuiſis, & mox in ſolida rotunda ſimilia reformatis, iuxta problemata in antecedentibus §§, erunt rotunda ſolida aucta imminuta, ſecta in datà ratione. Quæ hic plurima indicantur, & imbutis iam cognitione antecedentium in hoc Breuiario, & in libris Elem. & noſtris ex ijs etiam ad ſolida deductionibus, indicant quanta copia Stereometrica in hoc Breuiario includatur.

SCHOLION.

Seges theorematum Stereometricorum.

HAbes in hac tota 2 ſectione practicà ſtereometricà plura, & egregia theoremata quaſi corollaria deducta è problematibus;

bus; quæ addita alijs theorematibus sectionis primæ, possint eam ditare; velut, præter cætera, quæ habes in dimensionibus superficiarijs, ac solidis sphæræ, cylindri, coni, & mutuis eorum transformationibus. &c.

---

§X.

CAMPVS Stereometricus.

De solidis etiam non rotundis, & de superficiebus circa ea tam recta, quam obliqua, numero infinitis, & de eorum proportionibus, dimensionibus, transformationibus, diuisionibus, &c. cognoscendis facillimè ex eorum ortu.

EX hactenus theoricè, & practicè antepositis in hoc Breuiario lucem habes, mi Tyro, qua prospicias in campum apertissimum, ac patentissimum infinitorũ numero, ac forma (vt parallelepipeda, & rotunda solida versiformia omittam) prismatum, quorum tot formæ tam obliquæ, quam rectæ concipi possunt, quot fingi possunt bases planæ rectilineæ, mixtilineæ, formarum infinitè diuersarum, è quarum eleuationibus pluriformia prismata gignuntur, quemadmodum & eorum versiformes superficies oriũtur ex eleuationibus linearum versiformium ambientium bases. Quorum solidorum, & superficierum affectiones, præsertim pertinentes ad proportiones inter se, dimensiones, & quantitates, transformationes, &c. habes in promptu ex antedictis exemplis, & regulis in hoc Breuiario de solidis notioribus, quorum affectiones demon-

Digitized by Google

monſtrauimus in theorematibus,& problematibus ex ortu ſuperficierum, & ſoliditatum, è quibus conſtant. Hìc habes quà,& quo in immenſum geometricè poſſis excurrere. Ilicet.



Digitized by Google

Digitized by Google

SECTIO TERTIA

THEORICA, ET PRACTICA BREVIARII STEREOMETRICI, DE SOLIDIS REGVLARIBVS,

Pro Lib. 13, 14, 15 Elem.

ACCESSERE

Compendium demonſtratorium vniuerſaliſſimum,

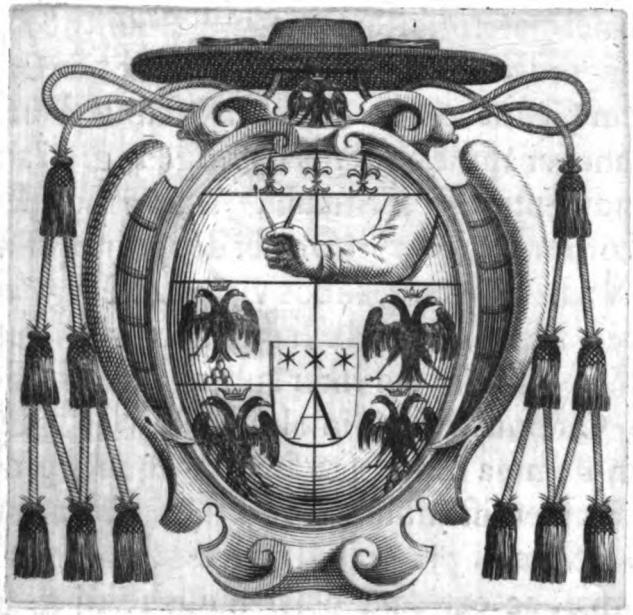
PARALIPOMENON,

PARERGA.

Digitized by Google



Digitized by Google



Illuſtriſs. ac Reuerendiſs. D.
FRANCISCO TEDESCHIO
NOBILI FERRARIENSI,
Ciui Bononienſi, & Patritio Romano, I. V. D. & Protonotario Apoſtolico

ANTONIVS MARIA NELLVS
Perpetuam Felicitatem.

SIngularis beneuolentia, qua (Illuſtriſs. ac Reuerendiſsime Domine) parentem meum Alexandrum, dum viueret, proſequebaris, & amica patrocinia, quibus Authoris huius Aerarij, auun-

Beneficia in Aerarij Authorē.

Digitized by Google

culi mei materni, litterarum ſtudia fouiſti, & apud Eminentiſsimum tuum fælicis memoriæ Cardinalem Gennaſium illi honorificè fauiſti, à me poſtulant, vt apud poſteros hoc erga te grati animi monumentum conſtituam. Tertia hæc ſectio de corporibus *regularibus* tibi debetur, qui à teneris ad ſeniles vſq; annos vitam verè *regularem*, hoc eſt iuxta prudentiæ, ac cæterarum virtutum *regulas* pacatiſsimam inter aulicas curas produxiſti. Circinus erectis in altum cruribus, gentilitium ſtemma Gennaſiæ familiæ, quod pro tua in Eminentiſsimum Cardinalem obſeruantia, tuo ſtemmati præpoſuiſti, iure geometrico potiſsimæ, ac extremæ parti huius tertij geometrici voluminis debetur. Quo ſymbolo, ad Authoris mentem aptiſsimo, indicatur finis princeps geometricarum harum lucubrationum, ſcilicet in cęlo perpetuæ fęlicitatis circulum circinare, fixa in Deo mente, quod rerum omnium centrum, ac beatiſsima quies eſt.

De ſymbolo circini cruribus in cœlum obuerſis indicatur finis propoſitus Authori Aerarij.

Si quid ex huius Authoris Apiarijs ſapuit, aut publicè profuit tibi primo debetur, qui apud Eminentiſsimum Cardinalem Gennaſium effeciſti, vt iuberet ille Authorem huius Aerarij Bononia non abeſſe, vbi occaſio, & pecunia edendis Apiarijs opportunè ſuppeditarunt. Ac Romæ litterarij negotij cauſa diuerſanti Authori Aerarij non ſolum firmiſsima ſtudiorum patrocinia prouidiſti, ſed pro tua in eum benęuola, ac bene-

Digitized by Google

benefica animi propenſione Eminẽtiſsimo Gennaſio ſuaſiſti, vt ſummis à te laudibus deprædicatum ſingularibus humanitatis officijs, & honorificis beneuolentię ſignificationibus exciperet. A quo id tantùm Aerarij Author rogauit, vt liceret ſibi, aulà procul, eruditis in ſeceſsibus

— *ſtudijs florere ignobilis oti;* *Virg. 4. Georg.*

vt cecinit ille.

Scilicet hoc facto ſecutus eſt Author Aerarij exemplum modeſtiæ tuæ, qua, poſt annorum quadraginta probatiſsimam, & ingentibus meritis cumulatiſsimam in te fidem in honorificis, & primarijs munijs apud Eminentiſsimum Gennaſium, poſt grauiſsima negotia cum Summis Pontificibus (quorum etiam procreationibus bis in Eminentiſsimorum Electorum comitijs interfuiſti) cum Eminentiſsimis purpuratis, cum Principibus viris, & cum Prorege Neapolitano fæliciſsimè tractata, plurium Eccleſiaſticorum purpuratorum coniuratis, ac penè armatis precibus vnum te ad honorifica poſcentibus modeſta conſtantia obſtitiſti, ac te poſt aulicos Romanæ vrbis euripos, in pacatiſsimum Bononienſis libertatis finum recepiſti, Deo, tibi, ac domeſticis tuis vacaturus.

Hic iucundum tibi eſt aliquando ſucciſiuis horis nobiliſsimæ familiæ tuæ domeſticos annales euoluere, ac recolere quemadmodum Mo- *Modeſti animi exempla.*

Tedeſcha familia antiquiſſima, et moderna nobilitas.

nachio è Bauaria proaui olim tui diuitijs, ac nobilitate inſignes Ferrariam anno 1428 trāſmearint, ampliſsima prædia coemerint, ad iura primariæ nobilitatis admiſsi fuerint, ac Oppidi olim inter Bononiam, ac Imolam Dynaſtiam obtinuerint, cum primarijs Bononienſibus, ac Ferrarienſibus familijs inſignitis eccleſiaſtica purpura, Senatoria dignitate, Marchionatibus, Comitatibus, ac Dynaſtijs conſanguinitates contraxerint, quales licet hic numerare Ludouiſios, Roſſetos, Albergatos, Sacratos, Montecuculos, Mareſcottos, Blanchinos, Bouios, Caſtellos. Relegis poſt numeroſam annorum ſeriem Franciſcum Tedeſchum Filium Alexandri auunculi tui nuptui accepiſſe Illuſtriſsimam Hyppolitam Mareſcottam patritiam Bononienſem; è duobus autem conſobrinis Alexandri auunculi, & Iohanis parentis tui Stephanum nupſiſſe Illuſtriſsimę Barbaræ Sacratæ Eminentiſsmi Cardinalis Sacrati Sorori, Cæſarem verò Illuſtriſsimæ Camillæ Caſtellæ. Memoras geminas Illuſtriſsimas Montecuculas ſorores geminis Tedeſchis fratribus nuptui traditas, Iuliam Alexandro, Iohanni verò Illuſtriſsimo parenti tuo Iſabellam, ex qua duos, ac viginti filios ſuſcepit, quorum tu ſuperes ætate poſtremus, meritis primarius. Vt alios omittā, Hieronymus germanus tuus anno 1625 nupſit Eliſabettæ Bouiæ matri Marchionis Senato-

Digitized by Google

natoris Blanchini, ac ſorori matris Eminentiſsimi, ac Reuerendiſsimi nunc Cardinalis Ludouiſij Archiepiſcopi Bononienſis, ac Principis. Aloyſius verò, Hercules, Albertus, Horatius duorum alter, illuſtria bellicæ fortitudinis exempla præbuere in bellis Belgicis, Germanicis, Venetis, militaribus præfecturis, ac vita honorificè perfuncti. Tu verò, pacatioris vitæ honoribus, ac dignitatibus auctus, Octauij Germani tui è viuis nuper ſublati geminis Illuſtriſsimis filijs Iohanni, & Iacobo amantiſsimi parentis vices exhibes; in quorum vtroq; illuſtria ſemina, ac ſpes ingentes, præſertim in Illuſtriſsimo Iacobo, auitæ virtutis, ac nobilitatis in ſeram poſteritatem propagandæ animo prouides.

Cæterum honeſtiſsima tui receſſus otia ſolantur in primis Eminentiſsimi, ac Reuerendiſsimi gemini S. R. E. Cardinales, Carolus Roſſettus, & Dominicus Gymnaſius. Quorum alter adhuc in viuis (ac vtinam diutiſsimè, ac feliciſsimè) perſtat, alter è viuis iam pridem abijt. Alterius humaniſsima, & honorificentiſsima conſuetudine felix efficeris, alterius poſthuma memoria bilararis. Quorum immortalia erga te, tuamq; familiam promerita ne vnquam apud te in obliuionem abeant, habes in tuis delitijs breuiaria aliqua heroicarum in vtroq; virtutum. Quæ hìc ego nunc poſteritati tranſmittenda cenſui pro

mo-

monumento animi in te gratiſsimi erga geminos Eminentiſsimos Purpuratos ampliſsimè, ac optimè de te meritos. Breuiar. 1 hoc eſt.

Elogium Eminētiſs. Card. Roſsetti.

Carolus Cardinalis Roſſettus
In magna Britannia apud Reginam Apoſtolicus primum Miniſter,
Archiepiſcopus deinde Tarſenſis,
Et Coloniæ Nuntius extraordinarius,
Tum Epiſcopus Fauentinus,
Demum ætatis ſuæ anno xxix
S. R. E. Præsbyter Cardinalis,
Et de Latere Legatus pro Vniuerſali inter Princeps pace.

Vt amica poſteritas hìc etiam veſtigium aliquod admiretur, ac veneretur ingenij viuidè amœniſsimi, ac verè in Eminentiſsimo eminentiſsimi, appono exemplar, quod habes in tuo myrothecio, Epiſtolæ ab eodem Eminentiſsimo Roſſetto ad Sanctiſsimum, ac Beatiſsimum Summum Pontificem Innocentium Decimum perſcriptæ.

Tuos, Beatiſſime Pater, exoſculor humiliſſimè pedes, &, dum perennem auguror felicitatem, Innocentio quartum, qui iam ſubnaſcitur, annum ex animo gratulor. Toto triennium plaudente orbe inples feliciter, & tot inter minas benè cum Sanctitate tua ſtamus omnes. Quartum, quem inchoat Sanctitas tua, ominamur annum bono alite, id eſt Sanctitate tua ſemper ſoſpite

feli-

Digitized by Google

fælicissimum; vt, qui in cæteris displicent, in Sanctitate tua iam placeant anni plurimi. Vitæ enim tuæ eundem, ac nostræ fælicitatis cursum esse iudex autumo non falsus. Annum Sanctitati tuæ non iam quartum deuoueo, sed, quia Decimus es, vltra decimum viue. Hæc Innocentij laus est, id mei animi votum merito non impar tanto, me si sentiat Sanctitas tua non annos modò, sed & sæcula deprecari. Valeat, &, dum perhumaniter mecum, vt solet, egerit Sanctitas tua, benedices coronæ anni benignitatis tuæ. Fauentiæ, &c.

Plura olim, ac, vt spero, non erubescenda purpuræ Principis illius Ecclesiastici, ab auunculo meo materno prodentur posteritati. Hæ interim hìc scintillæ luminis olim illustrioris, ac amplissimi. Venio ad breuiarium apud te Eminentissimi Gymnasij.

Elogium Eminētissimi Card. Gennasij.

Eminentissimus, ac Reuerendissimus Cardinalis Gennasius, Sacri Cardinalium Collegij Decanus, quem Gregorius XIII vtriusq; Signaturæ Præsidem, Sixtus V Campaniæ Gubernatorem, & Sipontinum Archiepiscopum, Clemens VIII Apostolicum Nuntium apud Hispaniarum Regem, ac paulo post Cardinalem, crearunt. Gennasius heroicarum virtutum Gymnasium, Continentiæ, ac Magnanimitatis in opum contemptu, dum legatione Hispanica perfunctus, sexdecim millia nummorum aureorum à Rege oblata repudiauit; Iustitiæ simul, ac Misericordiæ, dum Piceni prouinciam ab exulum, ac prædonum direptionibus expurgabat, & capitalem sententiam in fontes conscriptam lacrymis obliterabat, extremo

tremo ſupplicio multatorũ orbatis puellis pecunias elargiebatur; Religionis, Pietatis, Liberalitatis, Munificentiæ, quibus duo millia nummûm aureorum ex Eccleſiæ Sipontinæ prouentibus ſepoſuit in ſubſidia ſeruorum ſuorum ægrotantium, & lautè peregrinos inopes excepit, ſacris virginibus, ac puellis etiam de pudicitia periclitantibus pecuniaria ſubſidia ſubminiſtrauit; Carpentoractæ, Galliarum in Vrbe, annuam copioſam pecuniam prouidit in ſacra ſuffragia pro vita functi fratris, atq; aliorum pijs manibus purgatorio igni ſubducendis; Tybertinis Oſtijs Templum, & Xenodochium extruxit, Veliternis Sacellum ſuperlectili pretiosà inſtruxit; in Monte Gargano D. Michaelis templum diuitijs cumulauit, in Oppido Bononienſi ſacrarum virginum cœnobium ampliſſimè ditatum condidit, & dotalem annuam pecuniam octonis puellis nubendis aſſignauit; Romæ collegium totidem iuuenum laureandorum erexit; Palatium deniq; ſuum in Templum, & Sanctimonialium Cœnobium regiè dotatum conſecrauit; ac ſpectatiſſimum ſpecimen præbuit quos in vſus Eccleſiaſtici cenſus impendendi ſint. Ab auro enim ſacro, hoc eſt eccleſiaſtico (quod eſt diuini cultus, & pauperum patrimonium) in otioſa, & pernicioſa expenſo Diuinæ Iuſtitiæ ferrum ad publicas Eccleſiæ calamitates prouocatur.

Tu verò Illuſtriſsime ac Reuerendiſsime Domine, Eminentiſsimi tui Gymnaſij (cui quatuor, ac 30 annis in cubicularia præfectura inſeruiſti) exemplis prouocatus opes tuas inopum, & ſacro-

Digitized by Google

crorum locorum, ac cætuum indigentiæ quàm potes ampliſsimè partiris. Dignus ea, & alia propter cuius virtutibus, & proauis Author Aerarij, ac ego, pro tuis in vtrumq; promeritis, literarium hoc animi erga te grati monumentum rependamus. Quod, enixè, ac humillimè obſecro, ea excipias animi beneuolentia, qua Autho-rem tibi addictiſsimum amplecteris. Te interim Illuſtriſsime, ac Reuerendiſsime Domine, ac Eminentiſsimi tui Gennaſij pios manes humillimè veneror.

Bononiæ Idibus Septembris Anni 1647.

Digitized by Google

Digitized by Google



§ I.

Indicata quæ ad eruditionem, & ornatū quinque corporum regularium pertinent, de quibus in libris Elem. 13, 14, 15.

NE à Breuiarij breuitate discedamus, nec tamen omittamus de more nostro indicare saltem ea, quæ possint Tyronibus condire scueritates Geometricas, reuise quæ habes apud nos in 1. Tom. huius Ærarij ad prop. 46, § 1, & 2; cur hæc corpora regularia dicantur, cur tantum quinq; sint, cur Platonica appellata, cur, & quænam eorum sint singulis elementis attributa; circa eorum compositiones aliquorum Platonicorum hallucinationes. Reuise præterea Apiar. 10, progym. 1, propos. 6, vbi de horum corporū harmonijs, reciprocationibus. &c. Adde Clauium ad finem lib. 13, vbi inter cætera, sunt regulæ inueniendi numerum laterum, & angulorum cuiuscumq; solidi regularis. Vide, recense, ac exige ad trutinam geometricam locum Arist. lib. 3. de Cælo, tex. 66, vbi affirmat: In solidis duæ tantum figuræ replent locum. *Ad eruditionem, & ornatum aduoca ea, quæ symbolica habes ad finem Pierij de hyeroglyphicis Ægyptiorum, de quinq; (seu potius de quatuor ibi) corporibus Platonicis. &c.*

Digitized by Google

§ II.

Libri 13 problemata (quæ ſunt propoſitiones propriæ, ac ſolę de ſolidis regularibus 13, 14, 15, 16, 17,) vniuerſali propoſitione, ac praxi expedire, & conuerſis augere.

LEMMA.

De lineà rectà diuisà iuxta latera quinq; regularium ſolidorum, & iuxta ſphæræ circumſcribendæ diametrum.

1 SVppono, in fine vltimę libri 13 propoſitionis, expoſitionem tam laterum quinque regularium ſolidorum, quàm diametri ſphæræ circũſcribendę. In Clauij figurà, quę 1 hìc appoſita eſt, & aptior, quâ apud alios, accipe conſtructionem: AB diameter ſphæræ, cui ſolida quinq; regularia ſunt inſcribenda; AC ſemidiameter: DB tertia pars diametri: EB quarta pars eiuſdem diametri: AFB ſemicirculus: à punctis C, D, E erectæ perpendiculares ad circumferentiam. Iuncta eſt AF, & connexæ AG, BG, AH, BH; HI obſciſſa eſt latus decagoni eius circuli, cuius ſemidiameter eſt, ſiue latus hexagoni BH, iuxta praxes, quas habes apud nos ad 30. propoſ. li. 6, & ad lib. 4. Connectatur ergo ad I recta BI. GB ſecta eſt (etiam ex noſtris praxibus) in K media, & extrema ratione: BK maius ſegmentum eſt.

Quibus conſtructis, ſunt AG latus Pyramidis, ſiue Tetraedri. (paullo inferius nomina eorum regularium ſolidorum intelliges ex eorum figuris, conditionibus, & conſtructionibus) AF latus Octaedri: BG latus Cubi, ſiue Hexaedri.

BI

Digitized by Google

BI latus Icosaedri. BK latus Dodecaedri, vt demonstratur in ea 18. prop. l. 13. Omisi in figura Clauij iungere BF, quia nihil facit ad meam praxim.

2 In apposita figura hìc secundà sunt sphęrę diameter, & latera longitudine dupla eorum, quæ sunt in antecedenti figurà, estq; sphæræ diameter AB, semidiameter AC, AG latus Tetraedri, AF latus Octaedri, AH latus Hexaedri, AI latus Icosaedri, AK latus Dodecaedri, quæ quinq; solida inscribi ritè possunt in sphæra, cuius semidiameter AC, iuxta definitionem 31. ante lib. 11. scilicet, vt omnes anguli quinque eorum corporum regularium inscriptorũ constituantur in lateribus superficiei sphæricæ. Sectà ergo semel sic rectà AB, habes paratum facillimum compendiũ ad soluenda omnia problemata de inscriptionibus omnium regularium solidorum datorum in data sphæra, pro constructionibus, & pro dimensionibus solidis corporum regularium. &c. vt in seq. vniuersali problemate mox videbis.

SCHOLION.

Quæ in lib. 13 ante propositiones à nobis soluendas ponuntur, non sunt de solidis, sed pro solidis quasi quædam lemmata, quibus nos non egemus pro nostra vniuersali propositione mox apponenda.

§III.

Corollarium de comparatione laterum in corporibus regularibus.

APparẽt in fig. 2 lineà AB sectà ad quãtitates laterũ, ordo, & comparationes eorum, sine necessitate posterioris partis demonstrationis in prop. vltima lib. 13.

Digitized by Google

§IV.

PROBLEMA I, ac vniuersale.

Datà sphæræ semidiametro, inuenire latus solidi regularis inscribendi, aliter, ac facilius, quàm apud Euclidem.

INteruallo semidiametri AC, (in 2 fig.) cẽtro A duc arcum occultum à C etiam vltra P, & ex C seca ductum arcũ ad interuallũ datæ semidiametri velut in P. Aptatà regulà ad AP, & ductà occultà A etiam vltra R, itemq; centro A, interuallo ver. gra. AG, fac sectionem in R, eritq; interuallum GR latus Tetraedri inscribendi sphæræ, cuius semidiameter est interuallum CP. Pariq; ratione inuenies aliorum regularium solidorum latera inscribenda in eàdẽ sphæra semidiametri CP; scilicet interualla FD, HM, &c. pro lateribus Hexaedri, Octaedri, &c.

§V.

PROBLEMA II

Conuersum præcedentis problematis vniuersalis.

Dato latere solidi regularis, inuenire semidiametrum sphæræ circunscribendæ.

SIt in exemplo datum latus Tetraedri. Centro A, interuallo AG, quod est lateris Tetraedri, duc arcum ex G etiam vltra R: ex G fac sectionem in ducto arcu

iuxta

Digitized by Google

iuxtà quantitatem dati lateris, finge esse interuallum GR. Aptatà regulà ad AR, & ductà occultà AR, & interuallo AC factà sectione in P, erit interuallum CP semidiameter sphæræ circumscribendæ Tetraedro, cuius latus est interuallum GR. Pariq; ratione de alijs aliorum regularium solidorum lateribus datis, quibus inuenienda sit semidiameter sphæræ circumscribendæ.

§ VI.

PROBLEMA. III.

Tetraedri solida constructio, praxis, analysis.

1 SOlidas appello cõstructiones, & resolutiones quinque regularium corporum, quia quas alij purè mechanicè exhibent, eę sunt superficierum planarum ambientium corpus solidum; nos ita oculis ipsis exhibebimus, vt Tyrones possint facilè concipere animo compositionem, & resolutionem in partes solidas componentes regulare solidum.

Paullo etiam aliter eas partes solidas nos disponemus, quàm superficies earum planas disponunt aliqui alij. In solidis regularibus construendis, resoluendis, metiendis sequemur ordinem laterum indicatum in § 2, nu. 2. hu. 3 sec.

2 Igitur, Tetraedrum est solidum regulare sub quatuor triangulis æqualibus & æquilateris quæ bases sunt quatuor pyramidum similium, & æqualium, habentium vertices ad commune punctum, quod est centrum Tatraedri, & componentium Tetraedrum, quod habet quatuor angulos solidos, & acutos, sex latera, & duodecim angulos planos acutos. Quale vides hìc in 3 fig. A, sed excauatum, vt vno intuitu videas etiã oppositas partes, & numerum laterum, & angulos solidos, & planos, & bases, quæ laterent oculis sub solido non excauato. *Definitio Tetraedri.*

3 Pro

Digitized by Google

3 Pro partibus verò interioribus solidum componentibus vide appositas, & expositas hìc quatuor pyramides B, C, D, E, omnes inter se similes, & æquales. Quod & demonstro; nam singulæ sunt super basibus quatuor triangulorum æquilaterorum inter se æqualium, iuxta definitionem Tetraedri. Præterea singulæ sub tribus isoscelibus æqualibus; nam latera BF, BG, BH, & reliqua latera in tribus reliquis pyramidibus C, D, E sunt èadem semidiameter à centro cõmuni Tetraedri, & Sphæræ, in qua Tetraedrum describitur; quæ semidiameter pertingit ad inscriptæ figuræ angulos in puncto communi cuspidis anguli, & superficiei sphæricæ, iuxta definitionem 31 de inscriptione figuræ solidæ in sphærà; bases verò eorum isoscelium sunt latera triangulorum æquilaterorum æqualia. Ergo, iuxta defin. 10. lib. 11. sunt omnes illæ quatuor pyramides B, C, D, E similes, & æquales. Quibus iuxta latera communia I, K, G, H complicatis, atq; inter se congruentibus, & cuspides B, C, D, E in commune centrum Tetraedri conferentibus, fit cõpositio, seu cõstructio solida Tetraedri. —

4 — Et; ad praxim in aliqua materia physicà habes in promptu apud nos compendiũ, in § 5 huius 3 sectionis. pro inuentione semidiametri (dato latere Tetraedri) sphæræ circumscribendæ.

5 Habes etiam, ac vides in antecedenti constructione analysim Tetraedri in suas partes componentes.

§ VII.

PROBLEMA IV.

Octaedri solida constructio, praxis, resolutio.

Defin. Octaedri. 1 OCtaedrum est solidum regulare sub octo triangulis æquilateris, quę sunt bases octo pyramidum similium, & æqualium habentium vertices in

in centro Octaedri, & componentium Octaedrum, quod habet duodecim latera, sex angulos solidos rectos, viginti quatuor planos acutos. Quale vides hìc appositum B excauatum, &c. in 4 fig.

2 Pro partibus verò interioribus solidum componentibus vide appositas, & expositas hìc octo pyramides C, D, E, &c. omnes inter se similes, & æquales. Quod eodem modo licet demonstrare, quo demonstratæ sunt similes, & æquales pyramides Tetraedrum cõponentes. Æquales enim habent bases, & sub æqualibus sunt isosceles ex eàdem semidiametro. &c.

3 Pariter pro inuentione semidiametri sphęrę circumscribendæ dato Octaedro, ad praxes physicas habes ex dato latere Octaedri modum in § 5 hu. 3 sect.

4 Resolutio Octaedri patet in expositis Pyramidibus.

§ VIII.

PROBLEMA V.

Cõpositio, praxis, analysis Hexaedri, siue Cubi.

1 HExaedrum, siue Cubus est solidum regulare sub sex superficiebus quadratis habens octo angulos solidos, viginti quatuor planos, omnes rectos, & latera duodecim, ceu vides in appos. cauo C, fig. 5. *Defin. Hexaedri siue cubi.*

2 Componitur è sex pyramidibus, quas hìc expositas vides B, D, E, F. &c, quæ habent bases quadratas, & sunt singulæ sub quatuor isosceles, quorum bina æqualia latera sunt semidiametri à centro sphæræ circumscribendæ dato Cubo vsque ad angulos eiusdem. Suntq; omnes illæ pyramides similes, & æquales ex demõstratione simili eius, quę est in § 6.

3 Similiter, & hìc ad praxes physicas, & constructiones Hexaedri, ex dato eius latere licet elicere semidiametrum sphæ-

sphæræ circumscribendæ, vt in § 5.

4 Patet & analysis in expositis pyramidibus, 5.

§ IX.

PROBLEMA VI.

Compositio, praxis, analysis Icosaedri.

Defin. Icosaedri.

1 ICosaedrum est solidum regulare sub viginti planis triangularibus æquilateris, habens triginta latera, duodecim angulos solidos obtusos, & sexaginta acutos planos, quale vides hic in fig. 6, appositū D, & expositas etiā 20 pyramides E, F, G, &c. quarum bases triāgulares æquilateræ ostendunt (multiplicatis 20. per 3.) triangula acuta 60; anguli verò 12 solidi fiunt à bis senis communibus iuncturis inter H, I, K, L, dum complicatæ pyramides construunt solidum Icosaedrum.

2 Quod ad similitudinem, & æqualitatem 20 pyramidum inter se, & quod ad praxim cōstructionis physicæ, cui seruit inuentio semidiametri in Icosaedro, dato eius vno latere; & quod ad eiusdem Icosaedri analysim, & constructionem, patent hìc omnia per modos similes in §. 5, 6. &c.

§ X.

PROBLEMA VII.

Compositio, praxis, analysis Dodecaedri.

Defin. Dodecaedri.

DOdecaedrum est solidū regulare sub duodecim pentagonis regularibus, habens triginta latera, viginti angulos obtusos solidos, & sexaginta angulos obtusos planos; Quale vid. in fig. 7 E, & eius expositas py-

Digitized by Google

pyramides interiores ipsum componentes F, G, H. Quod ad latera attinet, & angulos, oculo ipso scrutari potes eorum numerum in solido cauo E. Pyramidum componentium Dodecaedrum æqualitatem, praxim ad physicam compositionem, analysim habes per similia ijs, quæ in § 5, 6, &c.

§ XI.

COROLLARIVM.

Pro lib. 13. Elem. de solidis regularibus nostra compendia, & auctaria.

HAbes in antecedentibus constructionibus quinque solidorum regularium breuiter, facilè, ac aliter, quàm apud Eucl. exposita omnia problemata libri 13 solidorum. Nam præcedentes in eo libro propositiones non sunt de solidis, sed quasi lemmata ad problemata de solidis. Quibus nos lemmatibus dum non egemus, compendiosius instruximus Tyrones circa solidorum regularium constructiones, quibus & opem ad praxes physicas, & analyses, & conuersas addidimus; quæ omnia non habet Euclides, sicut nec vsum, ac fructum Tyronibus iucundum hìc sequentem de dimensionibus superficierum, & soliditatum corporum regularium.

§ XII.

PROBLEMA VIII uniuersale.

Dati solidi regularis superficiem metiri.

FAcillima, & expeditissima operatio est, suppositis ijs, quæ apud nos habes in 1. To. huius Ærarij de dimen-

sionibus planarum figurarum, præsertim regularium, ad propos. 32, §. 20. Ad 41, § 2; theor. 1, 2, 3, &c. Dati enim solidi regularis dimensâ vnà è planis regularibus superficiebus, si toties addatur sibi, quot habet planas superficies id solidum, summa conficiet quantitatem totius superficiei solidum regulare ambientis. Applica regulã hanc vniuersalem singulis quibuscumq; regularibus solidis, & vtere præcisione numeraria tu, mi Tyro, ne nos breuitatem in hocce Stereometrico breuiario amittamus.

Finge (in fig. 3) vnum è quatuor triangulis æquilateris Tetraedri A continere, mensuram trium quadratulorum: pro numero quatuor triangulorum conficientium superficiem Tetraedri, quater sibi addita tria conficient 12 quadrata pro tota superficie Tetraedri. Proportionaliter de reliquis regularibus solidis.

§ XIII.

COROLLARIVM.

Pro aliquibus propositionibus lib. 14 Elem. nostra compendia.

HAbes in antecedenti regulà vniuersali compendiũ longe facilius, quàm sint modi aliqui, qui elici possunt ex propos. 2, 6, 14 lib. 14, pro dimensionibus superficierum quinq; omnium corporum regulariũ. Cùm tamen in eo libro elementari desideretur dimensio Icosaedricæ superficiei, sicut in cit. prop. indicantur quantitates superficierum Dodecaedricæ, Octaedricæ, Tetraedricæ, Cubicæ.

Digitized by Google

§XIV.

LEMMA.

Inuenire perpẽdicularem à centro ad baſim dati ſolidi regularis pro dimenſione ſoliditatis quinq; corporum regularium.

ELicitur huiuſce lemmatis regula vniuerſalis partim ex lemmate in §2, partim ex noſtris poriſmatis ad propoſitiones li.4; eſtq; adeo facilis, & expedita, vt nihil magis.

1 Igitur, dato regulari ſolido, ſi ſcire aueas quantitatẽ perpẽdicularis à centro ſolidi (ſiuè ſphæræ ſolido circũſcriptæ) ad vnamquãq; planarum baſium regularium eius ſolidi, accipe per §5 ex dato latere ſolidi quantitatem ſemidiametri ſphæræ ſolido circumſcribendæ, & ex numero quadrato eius ſemidiametri extrahe quadratum ſemidiametri eius circuli, qui circumſcriberet vnam ſuperficiem regularem planam dati ſolidi (iuxta à nobis expoſita ad lib.4. vbi, dato latere regularis figuræ, docuimus in circino proportionum ſtatim ſemidiametrum inuenire circuli circũſcribendi) & reliquus è ſubtractione numerus erit quadratum, cuius radix erit perpendicularis quæſita. Cuius operationis demonſtratio patet è 47 propoſ. li. 1.

2 Finge in exemplo Dodecaedri E, ex dato eius vno latere, te, per §5, elicuiſſe ſemidiametrum ſphæræ Dodecaedro circumſcribendæ, cuius quantitas ſit 6, & quadratum 36. Per dicta ad lib. 4, ex dato latere vnius pentagonicæ ſuperficiei Dodecaedri inueneris ſemidiametrum circuli pentagono circumſcribendi eſſe 3; cuius quadratum 9 ſubtractum ex quadrato 36 dat reliquum quadratum 27, cuius radix eſt perpendicularis quęſita. Nam per-

Digitized by Google

pẽdicularis à centro ad vnam baſim, eo ipſo quod eſt perpendicularis, facit angulum rectum cum ſemidiametro baſis, quæ ſemidiameter ad angulum baſis pertingit: cui recto angulo ſubtẽditur ſemidiameter ducta à centro ſolidi ad angulum ſolidi communem cum angulo baſis. Itaq; fit triangulum rectangulum propoſitionis 47, li. 1. Applica tu, mi Tyro, per ſmaginationem conceptis figuris hæc poſtrema in abſtracto dicta.

§XV.

COROLLARIVM.

Et noſtrum compendium, & auctarium primum ad lib. 14 Elem.

HAbes in proximè antecedẽti lemmate facillimam, & vniuerſalem inuentionem eius perpendicularis in quinque ſolidis regularibus, de qua, & pro qua plures ambages exponuntur in lib. 14 per aliquas propoſitiones; quarum inſtar, atque ad praxim eſſe poteſt hoc antecedens lemma.

§XVI.

SCHOLION.

Hexaedri, & Octaedri à centro ad baſes inuenire etiam aliter perpendiculares.

H*Exaedri quidem C à centro perpendicularem ad baſes eſſe æqualem dimidio cuiuſlibet laterũ, facilè patet. Octaedrũ verò B cùm habeat diametrum iungentem duos oppoſitos angulos rectos ſolidos, & opponatur vtrinq; duobus lateribus,*

(quæ

(quæ hìc ſcribimus mi Tyro, applica oculo, & mente ipſi figuræ) angulum ſolidum rectum conficientibus, ex quantitate vnius lateris quadratè multiplicatà, & geminatà, & compoſitâ fit quadratum maius, cuius radix eſt diameter Octaedri, & radicis dimidium eſt ſemidiameter. Quæ patent pariter ex 47. li. 1.

§ XVII.

PROBLEMA IX,

In quo auctarium ſecundum ad lib. 14 elem. & regula vniuerſalis pro dati corporis regularis ſoliditate metienda, cum vſu Corollar. prop. 7 lib. 12.

VNiuerſalis regula eſt vt, inuenta, per lemma antecedens, perpendicularis à centro ſolidi ad baſes, ducatur in tertiam partem ſuperficiei inuentæ per problema 8 vniuerſale in § 12. Sic enim conſtabit dimenſio ſoliditatis dati ſolidi regularis. Cuius regulę rationem, ſiue demonſtrationem geometricam, in exemplo mox indico.

Inſpice Tetraedrum A. Quoniã eius ſoliditas ex oſtenſis in § 6. (reuiſe figuram Tetraedri, & expoſitas eius pyramides) conflatur ex quatuor pyramidibus B, C, D, E, habentibus vertices in centro Tetraedri, & baſes triangulares æquilateras, &, per theorema 15 in ſectione prima huiuſce Breuiarij, priſma triplum eſt pyramidis habentis eandem baſim & altitudinem cum priſmate (quemadmodum & cylindrus eſt triplus coni eandem altitudinem, & baſim cum cylindro habentis, propoſit. 10. lib. 12, & apud nos aliter, ac breuiter in § 19 ad propoſ. 23 lib. 6) ideo ſi baſis vna Tetraedri ducatur in perpendicularem à centro, ſiue in altitudinem pyramidis vnius ex quatuor,

ex

ex quibus conficitur Tetraedrum, fiet prisma triplum eius pyramidis, pariq; modo de reliquis tribus pyramidibus Tetraedrum conficientibus, quarum tres bases ductæ in altitudinem, siue perpendicularem à centro, producent tria prismata tripla singula singularũ pyramidum; ergo èadẽ perpendicularis à centro ad bases, siue èadem altitudo pyramidum quatuor conficientium Tetraedrum, ducta in quatuor Tetraedri bases conficientes totam Tetraedri superficiem, producet prisma triplum ipsius Tetraedri. Ergo, vt fiat productum æquale Tetraedro, ducenda est perpendicularis à cẽtro, siue èadem altitudo pyramidum Tetraedri, non in totam, sed in tertiam partem superficiei, siue singularum basium, siue totius superficiei Tetraedri. Si enim èadem perpendicularis ducta in totam basim, vel superficiem producit triplum, ducta in tertiam partem basis, vel superficiei producit æquale. Quare constat regula, quæ eodem modo est vniuersalis pro dimensionibus reliquorum regularium solidorum, quæ, iuxta ostensa in eorum compositionibus, & resolutionibus, in pyramides dissecantur. &c

Reposito hìc exemplo quantitatis superficiariæ Tetraedri ex § 12, quæ fit 12 quadratulorum, finge perpendicularem à centro Tetraedri ad basim esse numeri 2, superficiei pars tertia est 4, ergo 2 in 4 producunt prisma continens 8 cubulos conficientes dimensam soliditatem Tetraedri.

Prædictis similem formam applica cæteris soliditatibus metiendis reliquorum corporum regularium. Scientifici, & breuitatem spectantis est vniuersales in aliquo exemplo aperire fontes, quos deinde curiosiores ad singularia deriuent.

§. 18.

Digitized by Google

§XVIII.

SCHOLION.

De Hexaedri, siue cubi alia faciliore dimẽsione.

Licet cubi dimensio & ipsa subeat præcedentem vniuersalem regulam, tamen facilior, & Tyronibus aptior est ea, quæ fit ex ductu basis cubicæ, siue quadratæ, in eius altitudinem.

§XIX.

COROLLARIVM.

Ad librum 14 elementorum auctarium tertium, & compendium indicata de proportionibus superficierum, & soliditatum regularium. &c.

EX anteced. probl. 9 § 17 habes vsum, & fructum theoriarum apud Euclidem circa inuentionem, & quantitatem perpendicularis à centro solidi regularis ad bases. Quæ theoriæ steriles sunt, & parum iucundæ animis Tyronum, nisi condiantur praxibus aliquibus demonstratiuis. Itaq; nostrum hoc auctarium, vsum, & applicationem appone lib. 14 Elem. ditando, & sapidando.

Ex hactenus à nobis expositis, & demonstratis, præsertim circa latera, & dimensiones quinq; regularium corporum facilè deducuntur eorum comparationes, & proportiones inter se, & cum sphæra circumscripta &c. Nam corporibus ijs per præcedentia nostra dimensis, dimensionum numeri inter se comparati ostendunt & laterum, & semidia-

me-

Digitized by Google

metrorum,& perpendicularium à centris,& baſium,& ſuperficierum,& ſoliditatum proportiones,præſertim accedentibus dimenſionibus ſuperficiei, & ſoliditatis ſphæræ, quas apud nos habes facillimas, & nouas, & varias, etiam vltra nouum vſum geometricum centri grauitatis, & præſertim in ſect. 2 antecedente huius Breuiarij Stereometrici.

Itaq; theoremata,& propoſitiones illæ,quę cum pluribus ambagimus verſantur circa eas comparationes in lib. 14, ſunt apud nos corollaria facilè deducenda ex hoc noſtro Breuiario.

§XX.

SCHOLION, in quo

Auctarium quartum, & compendia indicata de transformationibus, auctionibus, imminutionibus, diuiſionibus, &c. ſolidorum regularium.

EX antepoſitis in ſecunda ſectione huius Breuiarij, & ex aliqua propoſitione in hac tertia ſectione de dimenſione regularium ſolidorum, facilè deducuntur eorumdem etiam trãsformationes, auctiones, imminutiones, & ſectiones in data proportione: Nec opus eſt nos extra inſtitutum Breuiarij vagari per exempla individualia circa regularia, quæ proportionali modo transformantur, augentur &c. quo oſtendimus reliqua ſolida elementaria in ſect. 2. transformari, augeri &c. Ne tamen Tyrones etiam in hac parte videamur prorſus deſtituere, ſequentia notentur.

1. *Ex* § 17. *hu. 3. ſect. conſtat ſolidum regulare eſſe æquale priſmati habenti baſes æquales tertiæ parti ſuperficiei ſolidi regularis, & altitudinem lineæ perpendicularis à baſe ad centrum ſolidi. Id priſma transformatur in æquale parallelepedũ, per dicta in ſec. 2. Parallelepipedum transformatur in æqualem cubum, per ibid. dicta.*

Ecce

Digitized by Google

Ecce iam regulare datum corpus transformasti in regulare, nempe in cubum. Quod si in datum regulare solidum transformandus sit cubus, tunc, sine antecedentibus transformationibus dati regularis solidi in prisma, in parallelepipedum, in cubum, habes compendiũ transformãdi solum datum cubum in corpus aliud optatũ regulare.

Itaq; vel dato cubo, vel dato regulari corpore transformato in cubum, vt deniq; habeas latus regularis corporis, in quod transformandus est cubus, vtere probl. 41. sec. 2. similiq; modo quo ibi sphærã dato cubo æqualem inuenimus, sic data, pro latere cub: (ver. grat. in 1 figura tabellæ huius 3 sect.) diametro AB, si velis inuenire latus Tetraedri æqualis Cubo ex latere AB, finge tibi lubitæ magnitudinis Tetraedrum, puta ipsum A tertiæ figuræ, illudq; per hic antedicta transforma in cubum æqualem, velut in ipsum C quintæ figuræ; deinde inuenias quartam proportionalẽ sic: fac vt latus cubi C ad latus Tetraedri A, sic latus AB, ad quartam, èaq; erit latus Tetraedri excitandi æqualis cubo ex latere AB, per theor. 8 sec. 1. Pariqueratione de cæteris regularibus solidis inter se transformandis.

2 Quod pertinet ad eorundem regularium solidorum auctiones, imminutiones, sectiones in data ratione, ea omnes facillimè exercentur, & expediuntur ex indicata transformatione dati regularis solidi in cubum. Cubatum enim solidum regulare augetur, imminuitur, secatur in data ratione, iuxta exempla, quæ habes in 2 sectione huiusce Breuiarij; deinde sic auctum, imminutum, sectũ transformatur rursus in cubum, & cubus ipse transformatur in regulare corpus auctum, imminutum, sectum iuxta datam proportionem, inuenta scilicet quarta proportionali pro latere solidi regularis excitandi, velut habes in antepositio hìc exemplo Cubi translati in æquale Tetraedrum.

Præterea hæc hìc indicata quemadmodũ non passim iacent apud omnes, sic sub pauculis verbis cludunt segetem ingentem exemplorum, quæ in varijs transformationibus, auctionibus, &c. regularium solidorum licebit proferre otiosioribus, quàm nos sumus, & affectantibus prolixitatem, quã nos in hoc Breuiario non profitemur, vt doctus Lector agnoscat apud nos plura in rebus, quàm in verbis.

§XXI.
PROBLEMA decimum, & Exodicum.

Quinq; ſolidis regularibus Regularem vnum circumſcribere.

LOCVS FIGVRÆ, SIVE ICONIS PRO PROBLEMATE 10 EXODICO.

Sequitur demonſtratio, & eius partes in margine indicatæ.

Ecquis

Digitized by Google

ECquis Philosophici huius Ærarij conditori vel extremum aliquem angulum suis ipsius in ædibus abneget? Quis aptior locus, quam Breuiarium breui, & inter solida regularia Regulari? Lubet igitur hìc sub operis finem reponere finem (præter alios honestos in præf. ad 1 To. & in fine § 2 huius Breu. ac alibi expressos) propositũ Authori Ærarij, & sæpe Ouidiano disticho suspiratum: Quæsitum. Datum.

Per mare Chinensem sine me, liber, ibis in orbem.
Hei mihi quòd Domino non licet ire tuo, —

— nisi, quem hìc vides, cartaceo, & atramentato; vt illic scientificè, ac religiosè operetur salutem in superficiaria figurà, & mortuus, vbi solidus, ac viuus non potuit. Si quis Authori etiam hoc posthumum iter inuideat, in paginam coruinos vngues exerceat; si tamen liceat sine vlciscenda eorum iniuria, quorum stemmata gentilitia religiosæ Authoris obumbrant oblationi, eorum alterius ære, alterius iussu hic lineatæ; non solum vt præcipuæ parti epistolæ huius Tertij Tomi dicatoriæ, necessariam hinc, lucem afferat, sed etiam vt longinquæ peregrinationis comitem illum habeant, à quo philosophicũ huncce currum geometricis circulis subrotatum acceperunt. Procũl Corui ab INNOCENTI Columba, quam hìc vides alis in protectionem expansis, ac torquatam Pontificijs Petri clauibus, publicæ paci reserandæ. Constructio solida in superficiariâ figurâ. Resolutio destructoria. Ab absurdè. Confirmatio. A necessario. Ab æquo, & honesto. Cofirmatio altera præcipua.

Aspice igitur hìc, ô quicunq; oculo & tu pacato, nec læuo, nec liuido, nec iconomacho. Conclusio à pari.

Fr. Io. Baptista Riccius Sac. Theol. Doct. Coll. & Mathem. publ. lect. Authoris, & Ærarij studiosissimus.

§XXII.

SCHOLION.

Indicata compendia apud alios pro Stereometricis libris elementaribus.

MAurolycus alia methodo, & breuiore concinnauit ea omnia, quæ prolixius, ac difficilius exposita habentur apud Euclidem lib. 13, & apud Hypsiclem in lib. 14, & 15 Elem.

Præterea Pappus etiam aliter, (ac facilius, vt quibusdam videtur, quàm Euclides) docet, ac demonstrat inscriptiones regularium solidorum in sphæra. Pro Pappo habes etiam apud Clauium ex Pappo faciliora.

Digitized by Google

§ XXIII.

CAMPVS demonſtratorius, in quo —

— Compendioſus, & vniuerſaliſſimus modus indicatus pro demõſtrationibus particularibus vniuerſalizandis, hoc eſt facilè, ac breuiter traducendis ad ſcibilia, & genera vniuerſalia vtriuſq; quantitatis diſcretę & continuæ, abſtractæ, & concretæ, planæ, ac ſolidæ.

De ſolido deniq; fine Authori Ær. propoſito.

1 VNiuerſaliſſimus quidem etiam eſt modus ille demonſtratiuus, quem præcipuè in Epilogo planimetrico, & in antecedenti Stereometrico Breuiario vſurpauimus, ſcilicet à figurarum ortu, & ab vſu geometrico centri grauitatis; ſed hic alterum vniuerſaliſſimum demonſtratorium modum apertè, atq; vniuerſim indicamus, quem in exemplis peculiaribus vſurpauimus ad aliquas propoſitiones præcedentium librorum dè planis, præcipuè in lib. 2, & 6, atq; etiam alicubi in Epilogo planimetrico; vt hìc, in fine Breuiarij de Solidis, appareat quemadmodum plures propoſitiones, non ſolum elementares, ſed aliæ etiam extra elementa de planis facere poſſint ad ſolida; & vt in fine noſtrarum harum geometricarum lucubrationum habeant acutiſſimæ huiuſce Philoſophiæ ſtudioſi hocce quaſi corollarium vniuerſaliſſimum demonſtratorium, in quo quaſi Breuiario verè mirifico infinitæ opes circa theorias vtriuſq; quantitatis clauduntur. Formam demõſtrandi vniuerſaliter de toto genere vtriuſque quantitatis ſubſtituendo numeros non ſolũ pro theorijs diſcretæ quantitatis, ſed & pro continuæ lineis, planis,

nis,ac solidis nos vsurpauimus vniuersaliorem,quàm Antiqui in lib. 5.de proportionibus. Quo in libro est primum apud Antiquos vestigium demonstrandi vniuersaliter de toto genere quantitatis continuæ,substituendo lineas pro planis,& solidis,circa quæ concludit eàdem demonstrandi formà quidquid de solis lineis demonstratum est.

Nota vniuers. dem. l. 5.

Quin etiam, quia, vt initio eius libri prodidimus, proportiones extenduntur etiam ad quantitatem continuam, & discretam, & ad concretam cum varijs materijs physicis, ideo valent demonstrationes illæ geometricæ pro varijs etiam applicationibus.

Nos dum in eo libro 5,vniuersaliter demonstrante,pro lineis substituimus numeros(quemadmodum & in libro 2) vniuersalitatem demonstrandi & faciliorem, & ampliorē assecuti sumus, dum etiam in discreta quantitate demonstramus ea, quæ in continua demonstrabantur.

Pr. terea vt Tyronibus faciliorem demonstrandi modū proponerenus pro lib.7,8,9 Elementaribus,exemplis nostris numerarijs ostendimus quemadmodum pleræque,ac præcipue librorum eorum propositiones ostendi possint in numerarijs vulgatæ Logisticæ notis, sine abstractis formis demonstrandi per puncta locata pro notis arithmeticis.

2 Nostros istos conatus roborarunt mirificè non solum apud antiquos aliqua (licet non plenissimè vniuersalia) vestigia huius formæ demonstrandi, sed in primis ingeniosissimus Maurolycus, qui iustis libris, & ingenti numero propositionum modum hunc vniuersalissimum & ipse prouidit,dum in 2.libro Arithmet.substituit numeros partim, partim lineas pro vtroq; genere quantitatis, & quod seorsim vel de numeris, vel de solis lineis, vel de solis planis, vel de solis solidis demonstraretur ab alijs, ipse vnico demonstrationis complexu in numeris demonstrat simul de toto genere quantitatis pertinentis ad lineas, plana, solida. &c.

Nos verò facilitatem adhuc maiorem Tyronibus in hoc genere demōstrandi exposuimus, positis semper, pro signis

de-

Digitized by Google

demonſtrationum, vulgatis notis arithmeticis loco linearum, quas Maurolycus plerumq; pro quantitate etiam diſcretà vſurpat; ac præterea nos formas ab eo demonſtrãdi vſurpatas, quę ſupponunt varia è libris elementaribus, nos ſimplici expoſitione, atq; inductione per exempla vulgatarum logiſticarum operationum, multiplicationis, additionis, diuiſionis, &c. expreſſimus.

Ac denique elementares propoſitiones traduximus ad vniuerſalitatem, etiam extra vtrumq; genus quantitatis abſtractæ, ad concreta, & applicata omni artium, ac ſcientiarum generi, & ad vſus, propè dixerim, infinitos in noſtro hoc toto, licet contracto, Ærario Philoſophiæ Mathematicæ.

3 Confirmatoria noſtrorum ex Maurolyco, ac alijs accipe. Maurolycus in lib. 2 Arith. propoſ. 1. *Quod de numerorum, linearum, & ſolidorum ductu, ratione, proportione, & ſymmetria, atq; ſimilitudine ratiocinamur, idem de quolibet quantitatis genere demonſtrare, atq; concludere poſſumus.* &: *Quidquid in ſeptimo, octauo, nono de numeris oſtendit Euclides, idem de quantitatibus in genere oſtendere poſſumus. Alicubi tamen pro numeris quantitates rationales ſubſtituendo.* &: *Quidquid in ſecundo, ſexto, & vndecimo elementorum de ductu, & proportione linearum, arearum, & ſolidorum traditur poteſt ad quantitates in genere ſumptas conuerti.* &: *Quidquid decimus elementorum de linearũ, & arearum ſymmetria, & ductu, aut proportione ratiocinatur, poteſt totum ad quodlibet genus quantitatis conuerti.* Concludit: *Omnis geometrica ſpeculatio redigitur ad numerariam praxim.* Scilicet etiam de lineis, de planis, de ſolidis ſimul intelligendo ſingula, quæ in numeris demonſtrantur.

Li. elem. 7, 8, 9 vniuerſaliter.

& 2, 6, 11.

& 10.

In præfatione partis ſecundæ lib. 2. Arith. idem Maurolycus de irrationalibus quantitatibus ſic: *Non per lineas, & areas quemadmodum Euclides (in lib. 10) ſed ſub terminis commenſurabilium, & incommenſurabilium quantitatum, earum conditiones, & proprietates, & colligantias proponemus. Nec facilè fuit elementa huiuſmodi à lineis, & areis ad quantitatem in genere ſumptam transferre, & numerariam ſimul praxim hinc deriua-*

tam

tam ostendere. Mox: *Ordior nouum demonstrandi genus; tantoq; in hac parte præstantius Euclideo, quanto generalis quãtitas dignior, ac purior est primaria Mathematica, quam linea specialis, & conuenientior. Simul per viam hanc, quam in demonstrando assumimus, multa notescent, quæ in decimo elementorum desiderantur.* Vide apud citat. Maurolyc. exempla in praxi, & relege, quæ habes apud nos ex eodem Authore ad li. 5. vbi de vsu numerorum in Geometricis.

Elẽ. Cõ. elem. vniuersal. Apollonius in Conicis elementis aliqua ex parte (scilicet saltem in quatuor simul conicis sectionibus) vsus est modo demonstrandi semiuniuersali, dum eàdem demonstratione aliquas affectiones demonstrat simul in circulo, & tribus reliquis conicis sectionibus.

4 Habent Doctores Geometrici, atq; Auditores ex prędictis amplissimum campum, & modum dũ vel docent, vel discunt vnam aliquam propositionem elementarem, eam eleuandi ab indiuiduo ad genera, & in numeris ostendendi propositionem, quæ, verbi gratia, lineis applicata est etiam de areis, de solidis, &c. Sic enim & ditantur, & iucundantur varietate copiosa propositiones, & cognitiones per genera, quæ siccæ sunt in indiuiduo, vel in specie.

Habes & tu, amice Lector, propositionum fæcunditatẽ elementariam hìc indicatam, etiam abstractam, hoc est etiam circa genus vtriusq; abstractę quantitatis; quemadmodum habuisti à nobis elementariarum earumdem propositionum fæcunditatem concretam, & applicatam varijs vsibus in omni artium, & scientiarum genere. Breuiarium igitur demonstratorium pro numeris, lineis, planis etiam ad solida producendis meritò addidimus de solidis elementaribus nostro Breuiario.

Digitized by Google

In quo, ni fallor, facilè, ſaltem breuiter, vt in Breuiario, ac vtinam etiam ſolidè de ſolidis à nobis eſto geometricè, atq; arithmeticè philoſophatũ Sanè animum ſolidat quòd in hoc Stadio Geometrico publicum bonum, atq; in primis Deum ipſum nobis pro meta (qua conus verè ſolidus eſt) poſuimus. A quo, ad quem, circa quem ſemper verſari felici ſima quies eſt.



§XXIV.

CAMPVS, in quo

De quantitate habente proportionem irrationalem, & materia pro Tomo Ærarij Octauo indicatur.

POst problemata, & theoremata elementaria circa figuras planas, & solidas, quæ habent inter se proportiones rationales, superest, iuxta nostram methodum posteriore loco contemplatio circa incommensurabiles non solum lineas, sed & figuras non solum planas, sed etiam solidas proportionem habentes inter se irrationalem. Interim dum de ijs apparamus nescio quę nostra, si lubitum sit Tyronibus pro ijs, siue (præter ea, quæ sunt apud Euclidem in li. 10 de lineis, ac figuris incommensurabilibus) compendiosius, & vniuersalius discere quæ pertinent ad theorias proportionum irrationalium, videant, & apponant hisce nostris ea, quæ ingeniosissimus Maurolycus demõstrat in parte 2 libri 2 Arithmeticorum. E cuius Authoris præ-

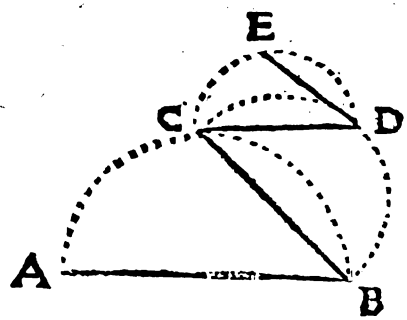
fa-

Digitized by Google

fatione opportunè habes, Amice Lector, citata verba aliqua in proximè antecedenti Compendio demonstratorio vniuersalissimo.

Licebit etiam ex nostris aliquibus antecedentibus, si quis ingenio sit geometricè perspicaci, deducere non nulla spectãtia ad praxim circa incommensurabilia. Exempli causà: quoniam in numeris habes ad propos. 47 lib. 1, § 15 demonstratam incõmensurabilitatem diametri cum costà quadrati, licebit vsum eius proportionis sic educere.

Datis duabus lineis incommensurabilibus, alias quotcunq; in eàdem proportione incommensurabiles in infinitum adstruere ad minores, & maiores terminos.



AB, BC incommensurabiles sint, ideſt AB sit diameter, & BC latus eiusdem quadrati. Super BC descripto semicirculo occulto CDB, & bifariatà semicirculari in D, applicata CD erit pro latere quadrati, cuius diameter est BC. (Iunctà enim AC, esset in semicirculo angulus rectus C sub lateribus æqualibus quadrati. &c.) Rursus super CD descriptà semi-

circulari occultà lineà CED, & bifariatà in E, applicata DE erit latus quadrati, cuius diameter est CD. Ac deinceps in infinitum eodem modo ad minores terminos.

Ad maiores oppositâ via progrediendum erit, datis, verbi gratia, ED, DC progrediendo à costis ad diametros, &c. Hæc satis indicata sunto pro alijs exemplis extra Euclidiana. Remisse ad propos. 20 in 3. To. S 17, de inuentione ex incommensurabilibus lineis etiam superficierum, & solidarum figurarum incommensurabilium.

Interim ingentes materiæ plurium voluminum indicatæ, & contractæ in hosce tres Tomos continent proportiones rationales, quas opto, ac spero probatum iri Lectoribus humanis, hoc est rationalibus.

Christi Domini anno 1646, ætatis mei 65, Kal. Iulijs, Bononiæ.

Digitized by Google

§XXV.

PARALIPOMENON,

In quo geminę Propoſitiones maximi momenti, ac ſæpius in hoc Ærario citatæ, ac ſuppoſitæ.

NE Tyrones, ac alij Mathematicarum ſcientiarum ſtudioſi, (dum noſtræ in hoc Aerario legunt, ac vident in propoſitionibus aliquibus ſingulares, ac non vulgatas affectiones vel parallelogrammorum inter aſymptotos, vel rectæ lineæ ſub angulo recto ſignantis quartas ellipticas, & circulares, quibus demonſtrandis aſſeruimus, ſeu potius ſuppoſuimus aliqua in Analectis ad Apiaria) cogantur fidem pro ſcientia obtinere, ſi quando Analecta in promptu non habeant; neceſſarium duximus hic demonſtrationes quam maximè poſſumus ordinatas, ac breues apponere duarum ſequentium propoſitionum, quæ ob admirandas proprietates, quas produnt, dignæ ſunt non vnà euulgatione.

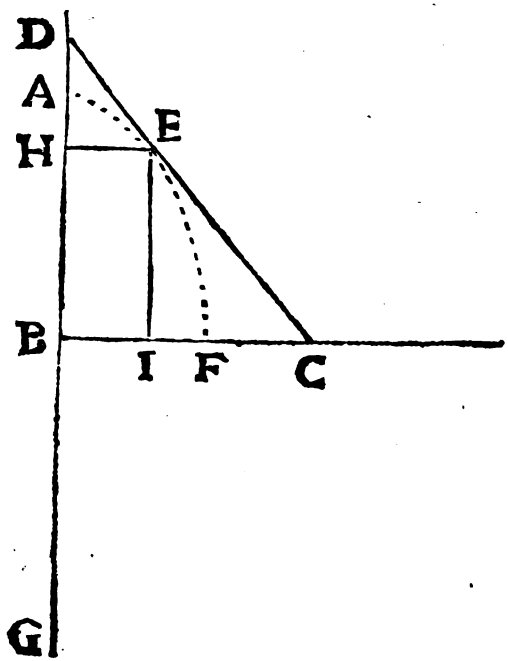
PROPOSITIO I.

Sub angulo recto recta linea ſi moueatur ita, vt eius extrema ſemper ſint in anguli lateribus, ac altero extremo motum incœperit ab angulo donec alterum extremum perueniat ad eundem angulū, ſignabit medio ſui puncto quartam circularem, reliquis punctis inter extrema, & medium ſignabit quartas ellipticas.

Digitized by Google

PROLEMMA.

VEritas huius admirandæ, atq; vtiliſsimæ proprietatis in punctis lineæ motæ ſub angulo recto demonſtrabitur, ac patebit è ſecunda parte eximiæ propoſitionis 21, lib. 1 Conicorum, ſæpius à nobis citata in §§ ad 28 propoſ. li. 6. in 2. To. hu. Æraryj. Et qua, poſt Guidubaldum, vtitur etiam Clauius in lemm. 5. ante Aſtrolabium geometricum. In qua prop. 21 demonſtratur linearum hyperbolicæ, elliptica, circularis affectio, quæſit vt quadrata ordinatim actarum ad axem, (velut ipſarũ BF, HE)



ita inter ſe habeant, quemadmodum rectangula ſub ſegmentis axis intercepta inter verticem ſectionis, & ordinatim actas, habent inter ſe; velut rectangulum (ſeu quadratum) ſub GB, BA ad rectangulum ſub GH, HA. Hoc demonſtrandum eſt conuenire quartæ AEF, &c. præmiſſis tantum concluſioni neceſſarijs. Hæc Tyronibus.

Pro-

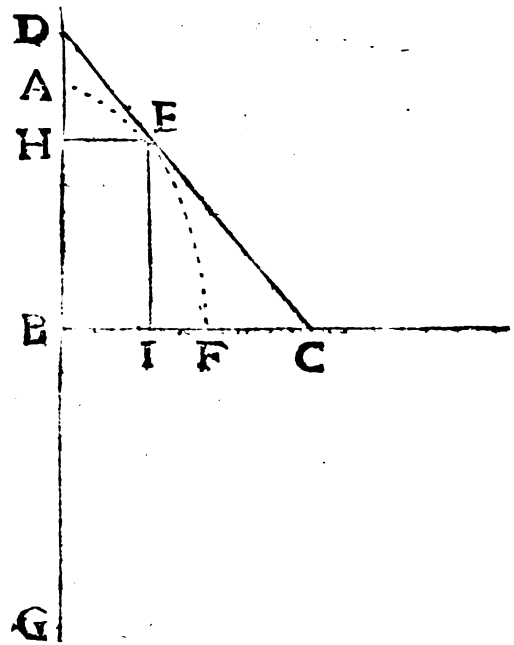
Digitized by Google

PROPOSITIONIS demonſtratio.

SIt igitur angulus rectus CBD, & recta DC mota ſit ſub eo angulo recto ita, vt extremum eius D à B per rectam BD progreſſum ſit vſq; in D, dum alterum extremum C progreditur per rectam CB verſus B,& punctum non medium E eiuſdem rectæ CD ſignarit curuam FE,quam finge etiam perfectam ab E vſq; ad A motu ipſius CD perfecto,cũ extremum C peruenerit ad B, & CD congruerit cum ipſa BD. Dico à puncto E curuam FEA deſſignatam eſſe quartam ellipticam. Duplicetur enim AB, & fiat ellipſeos axis AG, ad quem in H educatur ab E recta EH æquidiſtans ipſi BC, eruntq; BF, HE ordinatim actæ ad axem, iuxtà Eutocij expoſitionem ad definit. 10 l.1 Con. Pariter ab E demittatur EI parallela ipſi HB, eritq; BE parallelogrammum, eiuſq; oppoſita latera, per 34 pri.erunt æqualia inter ſe.

Quoniam igitur angulus externus EIC, per 28 prim.eſt æqualis interno DBC recto, ergo, per 47 pri. quadratum ex EC ærit æquale quadratis ex EI, IC. Rurſus, quoniam recta AG ſecta eſt in æqualia in B, & in inæqualia in H, erit, per 5 ſecundi, quadratum ex alterutrà dimidià GB, BA æquale rectangulo ſub GH, HA, & quadrato ex BH, ſiue ex EI. At EC æqualis eſt ſemiaxi maiori AB, per corollarium noſtrum in § 23 ad propoſ. 28 li.6 in to.2 hu.Ær. (quemadmodum ex eodem corol. DE eſt æqualis ſemiaxi minori BF) ergo quadratum ex EC erit æquale rectangulo ſub GH, HA,& quadrato ex BH, ſiue ex EI;ablato communi quadrato ex BH, ſiue IE, remanent quadratum ex IC, & rectangulum ſub GH, HA inter ſe æqualia.

Quoniam verò in triangulo DCB lateri BD parallela ducta eſt EI, erit, per 2 prop. li. 6, & per 16 lib. 5 permutando, vt DE (ideſt BF ordinatim acta) ad BI,ideſt ad HE,

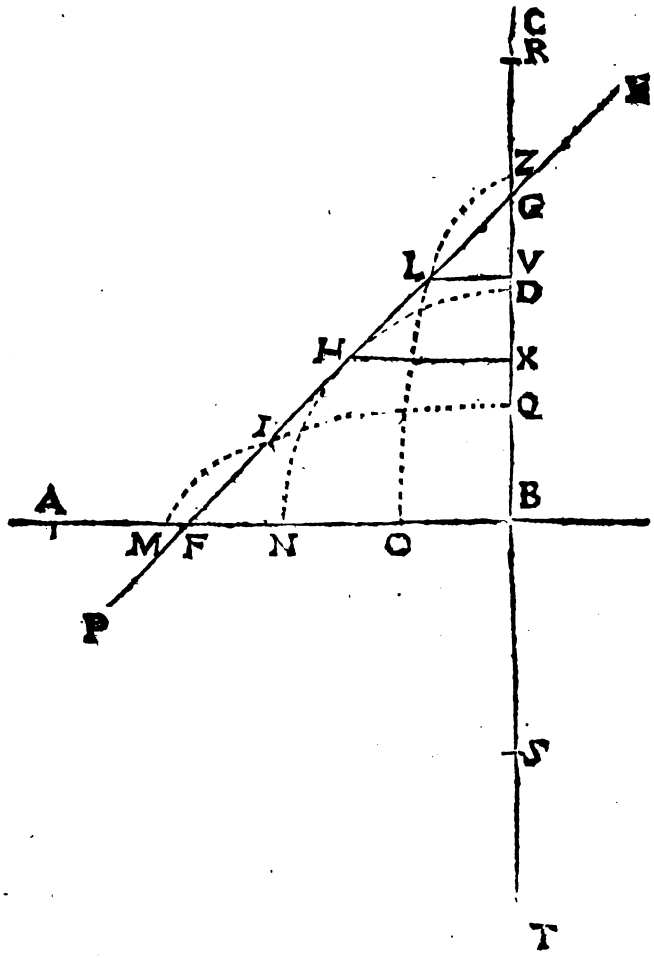


vt EC, ideſt AB ad IC; & per 16 lib. 6, erit vt quadratum ex BF ad quadratum ex HE, vt quadratum ex AB, (ideſt vt rectangulum ſub GB, BA) ad quadratum ex IC, ideſt (per hìc antecedentia) ad rectangulum ſub GH, HA, iuxta proprietatem in 2. p propoſit. 21 Con. demonſtratam de ellipſi, & circulo. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLION I.

Indicata demonſtratio de quarta circulari à puncto medio, &c.

EAdem demonſtratio fiet etiam de quartà ſignatà à puncto medio rectæ CD, ſimili factà conſtructione, ac proinde valet demonſtratio etiam de quarta circulari deſcripta à medio pũcto. Ceu vides in hac noſtra figura, in qua ex puncto quolibet



libet H circularis quartæ eductâ HX parallelâ ipsi AB, si ex H demittatur perpendicularis, seu parallela ipsi XS, ostendetur esse vt ad axem applicatæ HX quadratum ad quadratum ex NB, quæ (per § 23 ad 28 li. 6) æqualis est dimidio motæ FG, ita rectangulũ sub SX, XD ad rectangulum sub SB, BD, idest ad quadratum semidiametri. Quemadmodum pro elliptico puncto L acta est LV ordinatim ad axem, &c.

Non

Non est verò necesse lineam sub angulo recto motam esse tantum tangentem, vt est in figura propositionis antecedentis, sed est etiam secans, in punctis varijs subducta ellipticæ sectioni peractæ, vt habes in hac nostra figura, & docebit te, mi Tyro, experientia veritas, si eam amas.

COROLLARIA eximia ad Theoricen, & praxim.

QVæ in To. 1 hu. Ærarij, § 5 ad definitiones 2, 3, 4 in instrumento Quidubaldi, & in Tom. 2, § 22 ad prop. 28, lib. 6 partim indicauimus, partim siluimus, hìc (vbi iam Tyrones cognitionem habent demonstrationis antecedentis) expressius accipe.

I.

Non solum puncta rectæ motæ (excepto medio) quæ sub angulo recto sunt, sed etiam quæ extra angulum in rectà productà, (veluti in figura, productà LK vtrinq; ad D, & E) puncta omnia describunt ellipticas quartas; non solum extremum D, vt prodidit Quidubaldus, sed & alterum extremum E, & omnia inter O E, sicut omnia inter D N.

II.

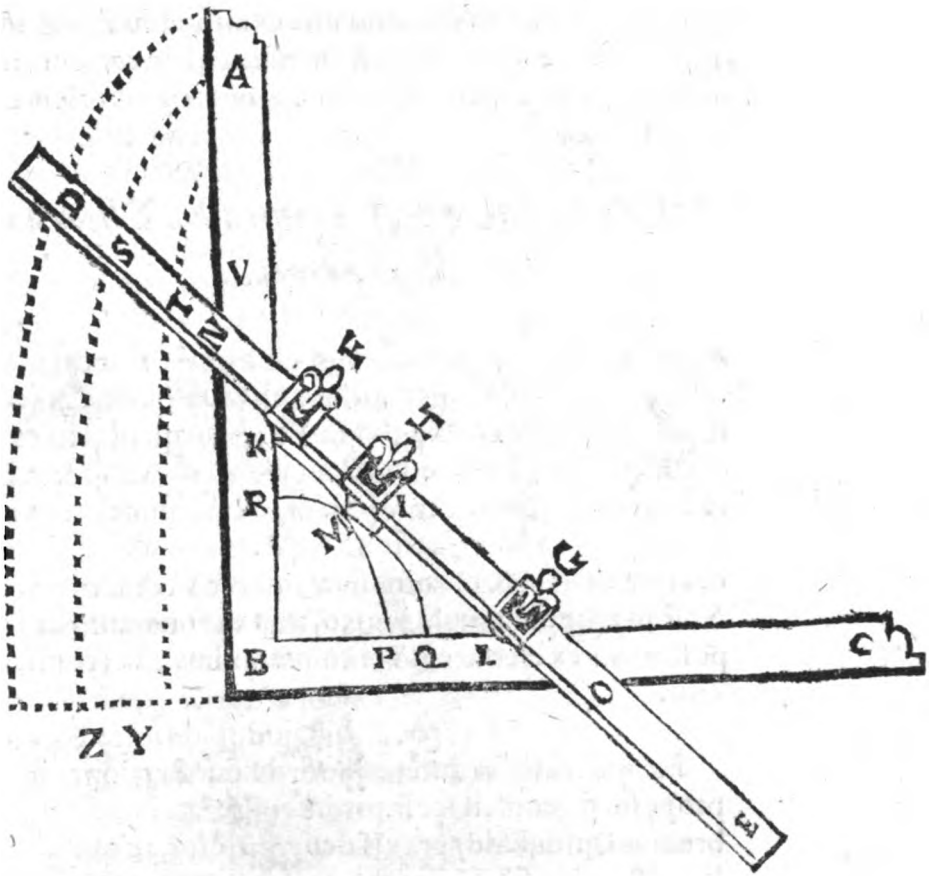
Hic habes compendium ad Praxen dum eodem regulę motu licet describere duas diametraliter oppositas, ac æquales quartas ellipticas punctis pari distantibus interuallo ab vtroq; axe, velut si extrema (vel citra extrema) quælibet alia puncta D, E paribus interuallis distent à normæ lateribus A B, B C.

III.

Quin immo etiam intra angulum rectum puncta æqualiter à medio distantia (vt in altera antec. figurà, I, L æqualiter ab H) describũt æquales oppositas quartas ellipticas MIQ, OLZ.

Pa-

Digitized by Google



IV.

Patent in figura noſtri inſtrumenti conditiones, quas requirit in ſuo Quidubaldus, vt ſcilicet è puncto quolibet O minoris axis BO educta, verb.gr. ipſa OS, ſit æqualis ſemiaxi maiori AB, & ſecet AB velut in N, ac ſit ſegmentum NS æquale ſemiaxi minori BZ. Quoniam .n. iuxta propoſitionem noſtram, OS in fine motus congruit cum AB ſemiaxe maiore, eſt illi æqualis, & in principio motus dum tota OS congruit ipſi CZ, etiam ſegmentum NS congruit ſemiaxi minori, cuius quantitatem determinat ſegmentum ipſum NS, ac proinde recta NS ſemiaxi minori BZ eſt æqualis. Lice-

V.

Licebit iuxta modũ, quo nos expoſuimus demonſtrationem de quarta elliptica intra angulum rectum, inſtituere etiam demonſtrationem de quartis ellipticis extra angulum rectum: v.gr. eductà ex S perpendiculari in V,& altera perpendiculari demiſſa ex S ad ZB in Y. Tunc, per 15 quinti, vt tota OS compoſita ex ON, NS, ad OY cõpoſitam ex OB. BY, ſic NS ad BY; & vt quadratum applicatæ YB, ideſt imaginatæ SV, ad quadratum applicatæ BZ, ſic quadratum (pro rectangulo) ex OS, ideſt ex AB, ad quadratum ex YO, quod eſt æquale rectangulo ſub ABV,& ſub VA. Nam quadrato ex SO æqualia ſunt quadrata ex OY, & ex imaginata YS; item quadrato ex AB (ideſt ex SO) æquale eſt rectangulum ſub ABV, & ſub VA vnà cum quadrato ex VB; ideſt ex imaginata SY; ablato igitur communi quadrato SY, remanent æqualia quadratum ex YO, & rectangulum ſub ABV, & ſub VA. ergo S eſt in ellipſi. Tantum indico, non expono, aut vllas propoſitiones ex elementis vel communibus, vel conicis vix cito.

VI.

Ex indicatis in antecedenti demonſtratione huius 1 propoſit. ſi geometricè ſapis, intelligis quomodo aliter, ac breuius Quidubaldi praxis demonſtretur, ac quę apud illum eſt vnica ſub extremo puncto D, præterea ab alijs etiam intermedijs, iuxta nos, demonſtratiuè peragatur, ac firmetur.

VII.

Ex precedentibus corollarijs conficitur ſumma, & prodit ſequens demonſtrata in antecedentibus —

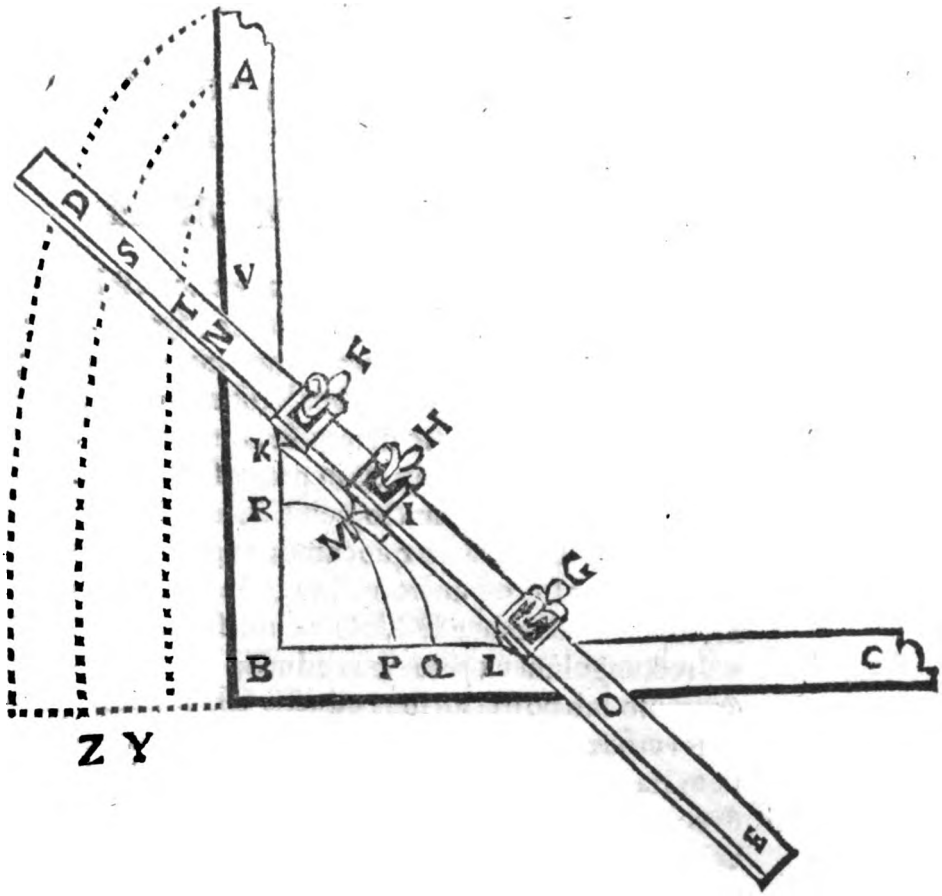
— *Propoſitio vniuerſaliſsima, & Mirifica.*

Recta ſub angulo recto vtrinque in infinitum producta, & ſecans anguli latera, ſi alteto

ſectio.

Digitized by Google

sectionis puncto incipiat moueri ab angulo secus alterum latus, altero secus alterū, donec sistat in eodem angulo, omnibus sui punctis signabit intra, & extra angulum quartas ellipticas, etiam oppositas, & æquales, medio pūcto sub angulo signabit quartam circularem.



F Scho-

Digitized by Google

SCHOLION II.

Relege, quasi corollariorum loco, theorias de triplici supremo linearum genere, quod signat recta mota sub angulo recto, cum vsibus ad scientias, & artes, § 27 ad propos. 28, Tom. 2.

---

§XXVI.

PROPOSITIO II.

Parallelogrammata inter hyperbolen, & rectas asymptotos omnia inter se sunt æqualia.

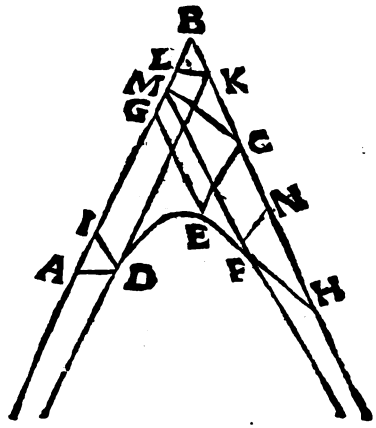
PROLEMMA.

Miraculum in miraculo geometrico est hęc affectio parallelogrammorum inter asymptotos (ideſt semper inter se accedentes nunquã se tangentes lineas) etiam super inæqualibus basibus, nec intra easdem parallelas æqualium. Ac demonstrabitur ope alterius admirandæ affectionis, quæ est in propositione 12. lib. 2. Conic. vbi ostẽditur si à puncto, velut D, in sectione DEF educantur duæ DI, DK in quocumq; angulo ad asymptotos ABH, & ab altero puncto, velut E, educantur ad easdem asymptotos aliæ duæ EG, EC æquidistantes prioribus ID-K, rectangulum ex prioribus eductis IDK esse æquale rectangulo sub posterioribus eductis GEC. Hæc Tyronibus. Erit verò solertiæ geometricæ sequentem demonstrationem ita instituere, vt vnica vniuersali regula demonstres, & comprehendas conbinationes omnes, & casus quorumcumq; parallelogrammorum in infinitum inter sectionem, & asymptotos possibilium. &c.

Pro-

Digitized by Google

Propositionis demonstratio.

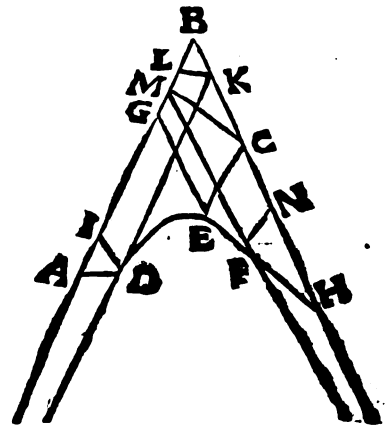


INter hyperbolen DEF, & asymptotos ABH inscripta sint parallelogrammata quæcunque ALKD, FMCH. Quę dico esse inter se se ęqualia. Ex angulis ad sectionem hyperbolicam, velut ex F, & D, educantur asymptotis parallelæ DI, FN, eruntq; parallelogrammata duo IBKD, FMBN laterum oppositorum (per 34 pri. & definitionem parallelogrammi) æqualium, & parallelorum. Quoniam ergo à puncto D in hyperbola eductæ sunt duæ DI, DK parallelæ asymptotis ABH, hoc est duabus ab altero puncto F eductis FM, FN, nempe DI ipsi BN (hoc est ipsi FM) & DK ipsi MB (hoc est ipsi FN) ergo rectangulum ex IDK erit æquale rectangulo ex MFN, per 12 sec. Con. ergo, per priorem partem propos. 14 li. 6, latera ID, DK, hoc est opposita æqualia IB, BK reciprocantur cum lateribus MF, FN, hoc est cum oppositis æqualibus MB, BN, & quidem circa communem angulum B; ergo circa parallelogrāmata BD, BF vt IB ad MB, ita BN ad BK, ergo per 2 partem eiusdem propos. 14. lib. 6, parallelogrammata BD, BF sunt inter sese æqualia. At super eadem basi DK, & inter eas dē

Digitized by Google

parallelas DK, AB parallelogrammum AK eſt æquale parallelogrammo DIB, & ſuper eadem baſi FM, & inter eaſdem parallelas FM, BN parallelogrãmum MH eſt æquale parallelogrammo FB, per 35 pri. ergo & parallelogrammata ALKD, FM CH, per ax. 1, ſunt inter ſe æqualia. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.



EAdem demonſtratione quaſi corollarij loco probata ſunt æqualia etiam DB, MH; & FB, DL; eademq; forma demonſtrationis probabitur, ductis à quocunque puncto E parallelis ad aſymptotos ipſis EG, EC, ipſum EB æquale quibuslibet alijs inter hyperbolen, & aſymptotos.

Scho-

Digitized by Google

SCHOLION I,

In quo Regula vniuerſalis pro demonſtratione ſecundæ huius propoſitionis.

QVæcumque conſtituantur inter hyperbolen, & aſymptotos parallelogrammata, ſi habeãt vnum tantũ latus parallelũ aſymptoto, fiet & alterũ latus (eductum ab angulo in puncto hyperbo es) parallelum alteri aſymptoto, vt exemplum habes in anteced. demonſtratione. Si vero habuerint duo latera parallela vtrique aſymptoto, breuior erit demonſtratio.

Cùm verò quælibet parallelogrammata inter aſymptotos, & hyperbolen habeant vnum ſaltem latus in aſymptoto, non poſſunt non habere etiam ſemper ſaltem latus vnum parallelum aſymptoto, per definitionem parallelogrammi.

SCHOLION II.

Cur propoſitiones huius § 25 antecedentis, cum antecedentibus §§ 23, & 24, repoſitæ ſint inter Stereometrica.

Incommenſurabilium Stereometria.

Rectè finis Ærario in propoſitionibus § 25 antec. impoſitus.

VIdentur prædictorum paragraphorum materia nihil habere cur inter ſtereometrica reponantur, ac extra debitum locum collocata. Sed ſi, amice Lector, relegas, & recolas, animaduertes in § 23 doceri modum vniuerſaliſſimum demonſtrandi, quo planorum veritates etiam ad ſolida eleuantur; & in § 24 incommenſurabilitas linearum etiam ad plana, & ad ſolida tra-

traducitur; vt ibi indicatur, & citatur § 17 ad propos. 20. lib. 6, To. 2 hu. Aerarij. Quibus adde è veteri scholio apud Commandinu in fine vltimæ propositionis libri 10 sequentia. Lineis, & planis incommensurabilibus ostensis, ostendemus etiam solida incommensurabilia. Nam si in quadratis, vel rectilineis, quæ ipsis æqualia sint, solida æque alta constituamus, siue parallelepipeda, siue pyramides, siue prismata, erunt ea inter se vt bases; & si bases incommensurabiles sint, erunt & solida incommensurabilia. *Concludit:* Ex quibus perspicuum est non solum in lineis, & superficiebus esse incommensurabilitatem, sed & in solidis figuris. *Quapropter & nos campum illum non solum planorum, sed & solidorum incommensurabilium indicatum inter nostra Stereometrica reposuimus.*

Solida incõmẽsurabilia cõstituere.

In § verò antec. 25 geminæ propositiones mirificæ, quarum altera solidam sectionem ellipticam coni tot praxibus, & theorijs illustrat; altera verò parens vberrima nobis fuit tot theorematum de superficiebus circa solida conum, & cylindrum, & de eorum etiam solidis proportionibus inter asymptotos, vt habes exempla in 2 To. hu. Aerar. ad propos. 14, 15, 23, &c. quidni sub Stereometria nostræ inscriptione versetur?

Hìc ergo nunc finis esto Ærarij nostri in duabus propositionibus admirandis (si quæ aliæ in vniuersa Geometrica Philosophia) & fæcundissimis, (vt habes crebra exempla in To. 1, & 2 Ærarij) pro ellipticis theoriis, ac praxibus, vsibus, applicationibus; pro superficiebus circa solida aliqua rotunda inter asymptotos; pro gemino nouo modo describendæ hyperboles inter rectas asymptotos. &c.

Par.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

INDEX PRIMVS,

In quo Campi, & vniuerſalia de lineis, & figuris planis curuis, & ſolidis in tribus Tomis Ærarij.

IN TOMO PRIMO.

1.

Definitio 4 lib. 1. ampliata, & additæ praxes, & vſus pluriformium linearum.

2.

Definitio 8 de angulis ampliata, & additi pluriformes anguli.
Item anguli vno plures ſub duabus rectis, & angulus maior duobus rectis.

3.

Figuris rectilineis additæ cylogoniæ, ſiue cauiangulæ, ac earum paradoxa.

4.

Pene omnia problemata Geometricę Philoſophiæ vnicà circini datà, & inuariatà diductione ſoluũtur. To. 1. prop. 12, § 11, & 12 & To. 2. prop. 9. § 19.

5.

Omnifaria tractatio geometrica quadratarum figurarum, prop. 47. § 6, & ſeq. ad § 10.

6.

Compendia è 47 prop. lib 1. ad præcipua problemata, & theoremata Geometricæ philoſophiæ. prop. 47, ante § 18, & ſeq.

7.

Campus Geometricus è 47. prop. pro praxibus diuidendorum, augend. immin. &c. circulorum. ibid. § 22, & ſeq.

8.

Ad praxim dimetiendarum ſuperficierum triãgularium, & figurarum regularium. Prop. 41, §, 1, 2, 3.

9.

Transformationes figurarum etiam irregularium in rectangula prop. 44, § 2, & ſeq.

10.

Ad transformationes, augmentationes imminutiones, proportiones, dimenſiones planarum figurarum. § 6, 7, 8, 9, 10. Propoſ. 45.

11.

Transformationes planarum figurarũ per partium tranſpoſitiones. prop. 41, § 4, 5, 6, ſeq. & propoſ. 44, § 2, probl. 1, 2, 3, & ſeq.

12.

Pro Geodeſia, ſiue diuiſione planarum figurarum problemata, corollaria &c. To. 1. Propoſ. 34, § 6, 7, 8, & ſeq. & Propoſ. 38 § 1, 2, 3, 4, & ſeq. pluribus. & To. 2, Prop. 1, § 10, 11, 12, 13, 14, & ſeq.

Digitized by Google

INDEX I
IN TOMO SECVNDO.

13.
Linearum, angulorum, arcuum, quoruncunq; proportiones inter se nosse circino proportionum. Prop. 1. § 6.

14.
Figurarum rectilinearum auctiones, imminutiones in data proportione. Ibid. § 9.

15.
Inuentiones linearum plurium in eadem proportione. Prop. 2. § 2. prop. 12. § 1, 2, 5, 10.

16.
Instrumentorum Geometricorum, & Astronomicorũ præcipuorum theorice, & demonstratio è 4 propos. li. 6. § 34.

17.
Compendium diuisorium linearum in Harmonica, Gnomonica, & quacumq; alia diuisione. Prop. 10, § 4.

18.
Theorice vniuersalis omnium linearum, & operationum in, & è circino proportionum. ibid. § 6.

19.
Fundamenta totius Geodesiæ in prop. 9, & 10. lib. 6. § 12.

20.
Proportionalitatum plures species, & earum praxes organicæ, & geometricæ. Prop. 10. § 13, & sep.

21.
Tractio propositionis 10 etiam ad sectiones arcuum. § 20.

22.
Numerorum mediorum plurium proportionalium inuentio. Prop. 13. § 11.

23.
Tractio inuentionis linearum proportionalium etiam extra geometricam ad alias proportionalitates. Prop. 13, post § 12.

24.
Tractio propositionis 14 lib. 6 ad superficies curuas circa solida aliqua rotunda. Prop. 14, § 2, & seq.

25.
Eleuatio eiusdem prop. 14 ad solida aliqua rotunda. ibid. § 5, & seq.

26.
Vniuersalissima demõstratio propositionis 14 lib. 6 pro quantitate non solum plana, sed & solidà, & discretà, &c. ibid. § 10.

27.
Eleuatio propositionis 15 lib. 6 ad stereometrica, Prõp. 15, § 3.

28.
Vniuersaliſſimè demonstratæ propos. 16, & 17 de toto genere quantitatis continuæ, discretæ, planæ, solidæ. Prop. 17. § 20.

29.
Libri 12 elem. propositio 2 facta vniuersaliſſima de circulis habentibus proportionem non solum quadratorum, sed similium omnium figurarum super diametris. Propos. 20. lib. 6. § 14.

30.
Planarum figurarum transformationes è 20 propos. lib. 6. § 31.

31.
Tractiones propositionum geometricarum etiam ad numeros. Prop. 20, post § 31, & alibi.

32.
Ampliatio, & vniuersalitas prop. 22. ibid. § 2.

33.
Fundamentum vniuersale constituẽdorum rectilineorum proportionalium. Prop. 22, § 4.

34.
Ampliatio ad numeros, & ad solida propositionis 22, § 8.

Am-

Digitized by Google

35.
Ampliationes propositionis 23, § 7, 9,

36.
Vniuersalis inuestigatio proportionis inter quæcũq; rectilinea. Prop. 23, § 12.

37.
Traductio propositionis 23 lib. 6. ad proportiones superficierum curuarum, & solidorum aliquorum rotundorum. § 16, 17, 18, 19.

38.
Traductio propositionis 25 lib. 6 ad transformationes figurarum etiam non rectilinearum.

39.
Rectilinearum figurarum proportionalium inuentiones, &c. Prop. 25. § 10, 11, 12. &c.

40.
Curuilineorum proportionalium inuentiones. ibid. § 13.

41.
Auctiones, imminutiones, diuisiones planarum figurarum, seruatà similitudine. ibid. § 14.

42.
Traductiones propositionum 28, & 29 lib. 6 ad conicas sectiones, praxes, vsus, &c.

43.
Ex vnica linea quotlibet alias diuidere extremà, & medià ratione. Propos. 30 lib. 6. § 2.

44.
Diuisio in infinitum rectæ extremà, & medià ratione ibid. § 5.

45.
Cãpus Stereometricus ad corpora regularia a lineà proportionaliter sectà. Prop. 30. § 14.

46.
Campus geometricus, & vniuersalis ex vsu propos. 31 li. 6, pro auctionibus, imminutionibus, diuisionibus rectilinearum planarum figurarum, seruata eàdem figurà in totis, partibus, residuis, compositis. § 1, & sequentibus.

IN TOMO TERTIO.

47.
VNiuersalitas libri 5 elem. non solum ad quantitatem discretam, & continuam, planam, curuam, solidam, sed etiam ad omnes artes, & scientias. To. 3. li. 5. § 1.

48.
Conuersa ratio demonstrata vniuersaliter de toto genere quantitatis. li. 5. prop. 19. Schol. 2.

49.
Propositiones aliquæ libri 5 traductæ ad solutionem aliquarum libri septim. li. 5. prop. 25, corollar.

50.
Propositio 24 libri tertij traducta etiã ad curuilinea. ibid. in Schol.

51.
Campi Geometrici, & Traductio libri 3 elem. ad Conica. Post propos. 37, in Appendice, § 1.

52.
Traductio libri 3 elem. ad Stereometriam. Post prop. 37, § 2.

53.
Traductio, & vsus lib. 4 elem. ad militarem architecturam, ad Astronomica. &c. § 1, & in seq. propositionibus eius libri.

54.
Vniuersalia de qualibet figurà regulari inscribenda, & circumscribendà circulo. li. 4, post propos. 16, in Appendice, § 4, & 5.

Digitized by Google

55.
Problema vniuersale pro militari architectura, scilicet: super datà qualibet linea quamlibet regularem figuram excitare. lib. 4, in Appendice, § 6.

56.
Liber 2 elem. traductus ad algebratica, & ad arcana numerorum, variis exemplis, § 1, 8, 9, 13, 14, &c.

57.
Vniuersalissima facta de toto genere quantitatis, etiam solidæ, prima prop. lib. 2, § 5.

58.
Propos. 4 lib. 2 traducta ad omnia genera quantitatis etiam solidæ. Propos. 4. Schol. 3.

59.
Traductæ propos. 12, & 13 lib. 2 ad amplissimos vsus vniuersæ gaometriæ. § 18.

60.
Auctarium propositionum vniuersalium de toto genere quantitatis, ad lib. 2. § 15.

61.
Campus Geometricus circa quadrationes curuilineorum. lib. 2. § 20.

62.
Campi Geometricus, & Stereomctricus, in quibus è lib. 2 elem. compositiones solidorum, & eorum analyses in librum 2. § 20, 21.

63.
Propositiones 35, 36 lib. 1 traductæ ad solida. In Epil. Planim. Post § 1.

64.
Ampliationes propositionum aliquarum de solidis. Epilog. Planim. post § 23.

65.
Campus Quadratorius, in quo legitimæ Geometricæ Philosophicæ Corollaria de numero infinitis quadraturis sphæricarum, & cylindricarum superficierum, triangulorum sphæricorum, circulorum. In Epilog. Planim. § 29.

66.
Regula nostra vniuersalis de solidorum etiam diuersæ speciei basibus, & altitudinibus reciprocis. Breuiar. Stereom. sect. 1. Schol. post theor. 8.

67.
Regula vniuersalis de diuersæ speciei solidis eiusdem altitudinis habentibus inter se basiũ proportionem. sec. 1. § 4.

68.
Regulæ apud nos vniuersales, breues, ac faciles pro peculiaribus, quæ apud Euclidem sunt circa triplicatas proportiones, &c. solidorum similium. ibid. § 6.

69.
Vniuersales regulæ ad praxes etiam geometricè organicas pro cognoscendis proportionibus datorum solidorum etiam non similiũ. Breu. Stereo. sec. 1. Schol. post Theor. 22.

70.
Regula vniuersalissima de proportione solidorum etiam non similium, & vltraelementariũ, ex eorum ortu. sec. 1. § 7.

71.
Regula vniuersalis pro quadrãdis curuis superficiebus. sec. 2. Schol. 2 post probl. 12.

72.
Regula vniuersalis pro inuentione organicà centri grauitatis. Sec. 2. corollar. 5 post probl. 17.

73.
Vniuersalia ad dimẽsionem quarumcumq; etiam irregularium superficierum circa solida rotunda. sec. 2. Schol. 3 post probl. 18.

74.
Vniuersalia pro dimensionibus solidorum rotundorum. post probl. 26 in fine § 4. Sec. 2. Schol. 2.

75.
Regulæ vniuersales pro transformationibus solidorum. Sec. 2. Schol. 2 post

Digitized by Google

post probl. 30, & cor. post probl. 44.

76.

Regula vniuersalis etiam pro solidis vltraelementaribus, scilicet rotundis omnibus transformandis in æquale parallelepipedum. ibid. post probl. 43, 44.

77.

Regula vniuersalis pro solidorum rotundorum auctionibus, imminutionibus, &c. in data proportione. Sec. 2. § 2.

78.

Seges Theorematum Stereometricorum. Schol. post § 9, sec. 2.

79.

Campus Stereometricus de quorumcunq; solidorum, & superficierum circa ea proportionibus, dimensionibus, transformationibus. &c. ex eorum ortu. In fine sec. 2. § 10.

80.

Vnicà vniuersali regulà soluere libri 13 element. propositiones à 12 ad 18 exclusiuè de solidis regularibus. Sec. 3. § 2, 3, 4, 5.

81.

Vniuersale probl. Datâ sphæræ semidiametro inuenire latus solidi regularis inscribēdi aliter, ac facilius, quàm apud Eucl. Sec. 3. § 4.

82.

Vniuersale conuersum antecedentis: dato latere solidi regularis, inuenire semidiametrum sphęræ circumscribendæ. Sec. 3. § 5.

83.

Auctaria, & compendia nostra pro 13 lib. de solidis. Sec. 3. § 11.

84.

Problema vniuersale de solidi regularis superficie metienda. Ibid. § 12.

85.

Pro aliquibus propositionibus libri 14 elem. nostra vniuersalia Auctaria, & compendia. Sec. 3. § 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

86.

Regula vniuersalis pro dati corporis regularis soliditate metiendâ. Ibid. § 17.

87.

Compendia indicata de transformationibus, auctionibus, imminutionibus, dimensionibus, &c. corporum regularium. Ib. § 20.

88.

Campus demonstratorius vniuersalissimus, & compendiosus pro eleuandis propositionibus ad omnia genera quantitatum, discretæ, continuæ, planæ, curuæ, solidæ, abstractæ, concretæ. &c. Sec. 3. § 23.

89.

Campus, & compendia pro quantitate irrationali. &c. Sec. 3. § 24.

INDEX SECVNDVS

Theorematum de figuris solidis.

IN TOMO SECVNDO.

1.

CYlindri recti, æqualium sine basibus superficierū, facti ex gyratione circa asymptoton æqualium rectangulorum, habent inter se proportionem semidiametrorum in basibus. Ac demonstratur ex nouo vsu geometrico centri grauitatis.

tis. Propos. 14, § 5.

2.

Cylindrorum rectorum (isoperimetrorum sine basibus) reciprocantur sicut semidiametri (etiam diametri, & peripheriæ basium). sic etiam soliditates cum altitudinibus. Ib. § 6.

3.

Conorum isosceliũm ex gyratione triangulorum æqualium inter hyperbolen, & asymptoton soliditates inter se sunt vt semidiametri basium, & reciprocè vt altitudines, è nouo vsu centri grauitatis. Propos. 25, § 3.

4.

Sphęræ habent inter se proportionem triplicatam semidiametrorum demonstratam ex vsu geometrico cẽtri grauitatis. Prop. 20, § 18.

5.

Sphæræ inter se sunt vt à diametris cubi, Ib. § 28.

6.

Sphæra Solis (quæ terrà longè minor oculis apparet) est maior terręsphęrà plusquam centies, & quadragies. Ibid. § 30.

7.

Coni, & Cylindri recti eiusdem altitudinis, & basis facti è rotatione circa asymptoton ex æqualibus rectangulis, & triangulis inter hyperbolen, & asymptoton, habent inter se proportionem compositam ex proportione trianguli ad rectãgulum, & ex proportione trientis ad semissem semidiametri basis communis. Prop. 23. § 18.

8.

Omnis conus tertia pars est cylindri eamdem cum ipso basim habentis, & altitudinem æqualem.

IN TOMO TERTIO,

Et in Breuiarij Stereometrici

Sectione prima.

1.

Parallelepipeda æqualium basiũ, & altitudinũ sunt æqualia. theorem. 1.

2.

Prismata æqualium basium, & altitudinum sunt æqualia. Theor. 2.

3.

Cylindri etiam obliqui æqualium basium, & altitudinum sunt æquales. Theor. 3.

4.

Coni æqualium basium, & altitudinum sunt æquales. Theor. 4.

5.

Parallelepipeda, quorum bases, & altitudines reciprocantur, sunt æqualia. Theor. 5.

6.

Cylindri, & Coni, quorum bases, & altitudines reciprocantur, sunt æquales. Theor. 6.

7.

Parallelepipedum ex tribus lineis proportionalibus, est æquale parallelepipedo ex media, &c. iuxta propos. 36 li. 11. Theor. 7.

8.

Solida ex quatuor lineis proportionalibus similia, similiterq; descripta sunt proportionalia. Theor. 8.

Pa-

Digitized by Google

9.
Parallelepipedi ſecti parallelos, &c. ſegmēta sūt inter ſevt baſes. Th. 10.

10.
Cylindri ſecti parallelos baſibus ſegmenta ſunt inter ſe, vt axes. Theor. 11, 12.

11.
Paralllelepipeda ſuper æqualibus baſibus, ſunt inter ſe vt altitudines. Teor. 13.

12.
Conus eſt tertia pars ſui Cylindri. Th. 14.

13.
Pyramis eſt tertia pars ſui priſmatis. Theor. 15.

14.
Coni, & Pyramides eiuſdem altitudinis, ſunt inter ſe vt baſes. In Schol.

15.
Solida parallelep. peda ſimilia ſunt in triplicata proportione laterum homologorum. Theor. 16.

16.
Priſmata ſimilia ſunt in triplicata proportione laterum homologorum. Theor. 17.

17.
Similes pyramides ſunt inter ſe in triplicata proportione laterum homologorum. Theor. 18.

18.
Cyllndri ſimiles habent inter ſe triplicatam proportionē ſemidiametrorum (ſiue diametrorum) in baſibus, ex eorum ortu. &c. Theor. 19.

19.
Coni ſimiles habent inter ſe triplicatam proportionem ſemidiametrorum (ſiue diametrorum) in baſibus. Ex eorum ortu. Theor. 20.

20.
Sphęræ habent inter ſe triplicatā proportionem ſemidiametrorum (ſiue diametrorum) ex earum ortu, etiam ſine vſu geometrico centri grauitatis, &c. Theor. 21.

21.
Si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales, vt eſt prima ad quartam, ita eſt parallelepipedum ſuper prima deſcriptum ad parallelepipedum ſimile, ſimiliterq; deſcriptum ſuper ſecunda. Th. 22.

In Sectione Secunda Breuiarij.

22.
CYlindri ſuperficies ſine baſibus æqualis eſt ſuperficiei ſphæræ in cylindro inſcriptę, at verò cū baſibus eſt ſeſquialtera. &c. Poſt probl. 17, coroll. 2.

23.
Superficies ſpherica eſt æqualis ſuperficiei ſine baſibus ſemicylindri, ſiue cylindri diſſecti iuxta axem, & habentis pro baſe ſemicirculum ſphærę maximum, & pro altitudine duplicatam ſphęrę diametrum. Poſt probl. 18. coroll. 1.

24.
Spneæra eſt æqualis ſemicylindro, ſiue cylindro biſecto iuxta axem habēti pro baſe ſemicirculum, & pro altitudine duas tertias duplicatæ diametri eiuſdē ſemicirculi. Poſt probl. 28, coroll. 1.

25.
Sphæra eſt æqualis cylindro habenti pro baſe circulum ſphære maximū, & pro altitudine duas tertias diametri. Poſt probl. 25, corollar.

26.
Sphæra æqualis eſt cylindro habenti pro baſe circulum æqualem ſphæricæ ſuperficiei, & pro altitudine tertiam partem ſemidiametri eiuſdem ſphæræ. Poſt probl. 36. corol. 1.

Co-

Digitized by Google

27.

Conus habēs pro altitudine ſemidiametrum ſphæræ, & pro baſe circulum æqualem ſuperficiei eiuſdem ſphæræ, æqualis eſt ſphæræ. ibid. coroll. 2.

28.

Conus habens pro baſe circulū ſphæræ maximum, pro altitudine duplicatam diametrum, eſt æqualis datæ ſphæræ.

29.

Sphæra ad Conum habentem pro altitudine diametrum eiuſdem ſphæræ, & pro baſi circulum eiuſdem ſphæræ maximum, habet proportionem duplam. Ibid. coroll. 5.

Duo theoremata aliter, ac facilius, quàm ab Archimede.

30.

Sphæra quadrupla eſt coni habentis pro altitudine ſemidiametrū ſphæræ, & pro baſi circulum eiuſdem ſphæræ maximum.

31.

Cylindrus habens pro altitudine diametrum ſphæræ, & pro baſi circulum eiuſdem ſphæræ maximum, habet ad eandem ſphæram proportionem ſeſquialteram. Coroll. 3, & 4 poſt probl. 26.

In Sectione tertia Breuiarij.

32.

SVb angulo recto recta linea ſi moueatur ita, vt eius extrema ſemper ſint in anguli lateribus, ac altero extremo motum incœperit ab angulo donec alterum extremum perueniat ad eundem angulū, ſignabit medio ſui puncto quartam circularem, reliquis punctis inter extrema, & medium ſignabit quartas ellipticas. Sec. 3. ſub § 25.

33.

Recta ſub angulo recto vtrinque in infinitum producta, & ſecans angulī latera, ſi altero ſectionis puncto incipiat moueri ab angulo ſecus alterum latus, altero ſecus alterum, donec ſiſtat in eodem angulo, omnibus ſui punctis ſignabit intra, & extra angulum quartas ellipticas, etiam oppoſitas, & æquales, medio pūcto ſub angulo ſignabit quartam circularem. Ib. in fine § 25.

34.

Parallelogrammata inter hyperbolen, & rectas aſymptotos omnia inter ſe ſunt æqualia. § 26. &c.

35.

Cylindrus ſphæricè cauus habet cauā ſuperficiem interiorem æqualem exteriori cylindricæ ſine baſibus, § 30.

IN-

Digitized by Google

INDEX TERTIVS

Problematum de solidis in tertio Tomo, & in Breuiarij Stereometrici Sectione 2, & 3.

In To. 3. Breuiar. Stereometr. Sec. 2.

1.
Parallelepipedi, Prismatis, Cylindri soliditates metiri ex eorum ortu. Probl. 19, 20, 21.

2.
Pyramidis, & Coni soliditates metiri. Probl. 22, 23.

3.
Sphæræ soliditatem metiri. Probl. 24.

4.
Altera sphæræ dimensio. Probl. 25.

5.
Tertia sphæræ dimensio. Probl. 26.

6.
Datam Sphæram in æqualem conum transformare. Probl. 27.

7.
Datam sphæram in æqualem cylindrũ transformare. Probl. 28.

8.
Dato cono cylindrum æqualem ponere. Probl. 29.

9.
Datum cylindrum in æqualem conum transformare. Probl. 30.

10.
Datum prisma in æquale parallelepipedum transformare. Probl. 31.

11.
Parallelepipedo cylindrum æqualem ponere. Probl. 32.

12.
Pyramidem in conum æqualem transformare. Probl. 33.

13.
Pyramidem in prisma, vel parallelepipedum, conum in cylindrum æqualia transferre. Probl. 34, 35.

14.
Datum parallelepipedum in cubum æqualem transferre. Probl. 36.

15.
Data liquidorum (aut etiam frugum, ac rerum aridarum, quæ vasis mensurantur) quantitate, cubicum vas eius præcisè capax geometrice cõstituere. Probl. 37.

16.
Datum cylindrum, vel conum in æqualem cubum conuertere. Probl. 38, 39.

17.
Dato cubo parallelepipedum æquale in data altitudine constituere, cum vsu propos. 36 li. 11. Probl. 40.

18.
Sphæram in cubum æqualem transformare, cum vsu geometrico centri grauitatis. Probl. 41.

19.
Dato cubo sphæram æqualem ponere. Probl. 42.

20.
Datis cylindro, vel cono sphæram æqualem construere. Probl. 43, 44.

21.
Dato solido simile solidum maius, vel minus in data proportione constituere. Probl. 45.

22.
Cubum duplare. Probl. 46.

Digitized by Google

23.
Conum in data ratione imminuere. Probl.47.

24.
Datum parallelepipedum ad datam rationem secare. Probl. 48.

25.
Datum cylindrum secare ad datam rationem. Probl.49.

26.
Prismatum, & Pyramidum facillima proportionalis sectio.

In Sectione tertia.

27.
DAtâ sphæræ semidiametro, inuenire latus solidi regularis inscribendi, aliter, ac facilius, quàm apud Euclidem. Probl.1.

28.
Dato latere solidi regularis, inuenire semidiametrum sphęræ circumscribendæ. Probl.2.

29.
Tetraedri solida constructio, praxis, analysis. Probl.3.

30.
Octaedri solida constructio, praxis, resolutio. Probl.4.

31.
Compositio, praxis, analysis Hexaedri, siue Cubi. Probl.5.

32.
Compositio, praxis, analysis Icosaedri. Probl.6.

33.
Compositio, praxis, analysis Dodecaedri. Probl.7.

34.
Dati solidi regularis superficiem metiri. § 12.

35.
Dati corporis regularis soliditatẽ metiri. ib. Probl.9.

36.
Dato Cono altitudinis æqualis diametro basis, solidum cylindricũ sphæricè cauum æquale constituere. Et conuersim. § 29.

37.
Dato cono (in cuius basi diameter sit dupla altitudinis) scaphium cylindricum hæmisphæricè cauũ æquale ponere. Et conuersim. ib.

38.
De dimensione superficierum in scaphis hemisphæricis. Post § 30.

INDEX QVARTVS,

IN QVO

De curuis superficiebus Theoremata, Problemata, Corollaria. Item Corollaria de solidis.

DE CVRVIS SVPERFICIEBVS. &c. *IN TOMO SECVNDO.*

1.
SI parallelogrammorum rectangulorum inter hyperbolen, & rectã asymptoton latus asymptoto parallelum ad distantiam alterius lateris gyrari concipiatur, fient superficies cylindricæ sine basibus, omnes inter se æquales. Prop. 14, § 2.

Re-

Digitized by Google

2.

Rectorum cylindrorum superficies sine basibus productæ à lateribus etiam inæqualibus æqualium rectangulorum sunt inter se æquales. Ibidem. § 3.

3.

Superficies cylindri recti sine basibus producitur, ducta cylindri altitudine in circumferentiam basis. Ib. § 4.

4.

Corollaria in re vasaria pro liquidis. &c. Ibid. § 7.

5.

Conorum rectorum, ac inæqualium altitudinum, quorum latera sunt æqualia, superficies sine basibus, sunt inter se, vt basiũ semidiametri. Propos. 15, § 4.

6.

Superficies sine basibus conorum rectorum factę à triangulis æqualibus inter hyperbolen, & asymptoton, habent inter se proportionem compositam ex lateribus, & è semidiametris basium. Prop. 23, § 16.

7.

Conorum, & cylindrorum rectorum, habentium æquales bases, & altitudines inter hyperbolẽ, & asymptoton, superficies habent inter se proportionem cõpositam ex lateribus, & ex diametro, & semidiametro basis. Ibid. § 17.

DE CVRVIS SVPERFICIEBVS LIB. 3.

8.

REctorum cylindrorum similiũ superficies sine basibus sunt inter se in duplicata proportione semidiametrorum in basibus. Breuiar. Ster. sec. 1, Theor. 23, & aliter 1, 2.

9.

Superficies rectorum similium cylindrorum sunt in duplicata proportione altitudinum. Ibid. Theor. 24.

10.

Similium conorum superficies sine basibus sunt in duplicata proportione quorumlibet trium laterum triãguli gyrati circulariter in ortu cylindricæ superficiei. ib. Theor. 25, & Aliter.

11.

Sphæricæ superficies sunt in duplicata ratione semidiametrorum. Ibidem Theor. 26.

12.

Superficies sine basibus cylindrorum rectorum, quorum latera, & diametri basium reciprocantur, sunt æquales. ib. Th. 27.

13.

Cylindri recti datæ superficiei sine basibus æqualem circulum describere. Sect. 2. probl. 1.

14.

Coni recti datæ superficiei, sine basibus, æqoalem circulum describere. ib. probl. 2.

15.

Dati cylindri superficiẽ in conicam sine basibus transformare. ibidem Probl. 3.

16.

Conicam superficiem in æqualem cyiudricam sine basibus, transferre. ib. Prob. 4.

17.

Cylindri, & coni superficies sine basibus sunt inter se æquales, quorũ latera æqualia sunt, & diameter basis coni dupla est diametri basis cylindri. ibid.

18.

Dato circulo cylindricam, vel conicam superficiẽ sine basibus æqualem inuenire. ib. prob. 5, & 6.

Digitized by Google

19.
Sphæricæ ſuperficiei circulum æqualem ſtatim deſcribere.

20.
Datis cylindricæ, vel Conicæ ſuperficiebus, ſine baſibus, æqualem ſphæricam ſuperficiem facillimè conflare. ib. probl. 8, & 9.

21.
Datæ ſphæricæ ſuperficiei æquales cylindricam, vel conicam ſuperficiſine baſibus, facillimè conflare. ib. Probl. 10, 11.

22.
Triangulo ſphærico, hoc eſt octauæ parti ſuperficiei ſphęricę circulum æqualem deſcribere. ib. probl. 12.

23.
Patallelepipedorum, Priſmatum, Cylindrorum ſuperficies metiri, ex earum ortu. Ib. probl. 13, & 14, 15.

24.
Corollaria ad Sacra. Ibid.

25.
Corollaria ad Architecturam. ibid.

26.
Conicam ſuperficiem metiri ex eius ortu, & cum vſu geometrico centri grauitatis. ibid. probl. 16.

27.
Corollar. milit. pro Tentorijs. &c. Ib.

28.
Sphæricę ſuperficiei dimenſio, ex eius ortu, cum vſu centri grauitatis. Ib. probl. 17.

29.
Sphæricę ſuperficiei cylindricam ſine baſibus æqualem ponere. ibid. poſt probl. 17, coroll. 1.

30.
Cylindri ſuperficies ſine baſibus æqualis eſt ſuperficiei ſphæræ in cylindro inſcriptæ; at verò cum baſibus eſt ſeſquialtera, &c. ib. coroll. 3.

31.
Quanta ſit ſuperficies globorum Lunaris, vel Terreſtris. ib. coroll. 3.

32.
Sphęricæ ſuperficiei dimenſio altera. &c. idid. probl. 18.

33.
Superficies ſphærica eſt æqualis ſuperficiei ſine baſibus ſemicylindri, ſiue cylindri diſſecti iuxta axem, & habentis pro baſe ſemicirculum ſphæræ maximum, & pro altitudine duplicatam ſphæræ diametrum. ib. corollar. 1.

34.
Inuenire quantitatem rotationis, in quam gyrata ſemiperipheria circa diametrum producit ſuperficiem ſphæræ. ib. coroll. 3.

35.
Recta linea peripheriæ circuli æqualis; etiam ſine ſpiralibus Archimedis. ib. coroll. 4.

COROLLARIA DE SOLIDIS

IN TOMO SECVNDO.

38.
Dimenſiones facillimæ ſolidorũ ex antedictis, Auctiones, &c. Prop. 20, § 21.

39.
Corollaria, & paradoxa eximia vniuerſalia Aſtronomica indicata de cœlorum, & cœleſtium ſphærarum inter ſe, & cum terra proportionibus. &c. ib. § 28.

IN

Digitized by Google

COROLLARIA DE SOLIDIS
IN TOMI TERTII.

Breuiario Stereometrico.

40.

DE parallelepipedis,& prismatibus obliquis. Sect. 1. post Th. 4, coroll. 1.

41.

De pyramidibus æqualibus rectis, & obliquis. &c. ib.coroll.2.

42.

De parallelepipedis, prismatibus, cylindris, pyramidibus, conis etiam mixtim æqualibus. ib. Coroll. 3.

43.

Si fuerit reciprocè vt planum ad planum, ita linea ad lineam, solidum ex medijs plano, & lineà, est æquale solido ex extremis plano, & lineà. ib.post Theor.8.

44.

Quanto sol terra sit maior. De comparatis magnitudinibus inter se Planetarum. Ac vsus alij militares præcedentis Theorematis 21 indicati apud nos. Ib. post Theor.21.

45.

Corollar. & applicatio demonstrationum cylindri, parallelep. in liquidis, &c. Ibid.post probl.19, 20, 21.

46.

Corollar.& applicatio dimension.Pyram.Coni, &c.in re militari, & rusticà. Ibid. post probl.22, 23.

47.

Sphæra est æqualis semicylindro, siue cylindro bisecto iuxta axem, habēti pro basę semicirculum, & pro altitudine duas tertias duplicatæ diametri eiusdem semicirculi.Ibid.corollar.post proble.24.

48.

Sphæra est æqualis cylindro habenti pro basę circulum sphæræ maximum,& pro altitudine duas tertias diametri.Ibid.Coroli.post prob.25.

49.

Sphæra æqualis est cylindro habenti pro basę circulum æqualem sphæricæ superficiei, & pro altitudine tertiam partem semidiametri eiusdem sphærę.Corol.1.post probl.26.

50.

Conus habens pro altitudine semidiametrum sphærę,& pro basę circulum æqualem superficiei eiusdē sphęræ,æqualis est ipsi sphæræ.Corollar.2.

51.

Propos.31 lib. 1 Archimedis de sphęra,& cylindro demonstrata directè ex antecedentibus, scilicet: Sphęra quadrupla est coni habentis pro altitudine semidiametrum sphæræ, & pro basi circulum eiusdē sphæræ maximum. ib.Coroll.3.

52.

Corollarium propos.31 lib.1 Arch.de sphærà, & cylindro expeditum ex anteced.scilicet: Cylindrus habens pro altitudine diametrum sphæræ, & pro basi circulū eiusdem sphęrę maximum, habet ad eandem sphęram proportionem sesquialteram. ib.Coroll.4.

53.

Sphæra ad Conum habentem pro altitudine diametrum eiusdem sphęræ, & pro basi circulum eiusdem sphæræ maximum, habet proportionem duplam. ib.Coroll.5.

54.

Trium solidorum rotundorum elemen-

Digitized by Google

mentarium eiusdem altitudinis inscriptiones, ac dimensiones inter se ordinatissimæ ex antedictis, iuxta numeros 1, 2, 3. ib. Coroll. 6.

55.
De famosa cubi duplatione. Problema 46.

56.
De comparatione laterum in corporibus regularibus Sect. 3. § 3.

57.
Pro li. 13 Elem. de solidis regularibus nostra compendia, & auctaria. ib. § 11.

58.
Pro aliquibus propositionibus lib. 14 Elem. nostra compendia. Ib. § 13.

59.
Nostrum compendium, & auctarium primum ad lib. 14 Elem. ib. § 15.

60.
Ad lib. 14 elem. & regula vniuersalis pro dati corporis regularis soliditate metienda, cum vsu Corollar. prop. 7. lib. 12.

61.
Corollaria eximia ad Theoricen, & xim. &c. ib. sub finem § 25.

62.
Corollaria de scaphijs. &c. ibid. § 29.

63.
Scaphium hemisphæricè cauum est sub æqualibus superficiebus, interiore hemisphærica, exteriore cylindrica sine basibus. ib. post § 30.

64.
De dimensione superficierum in scaphijs hemisphæricis. ib.

INDEX QVINTVS

Theorematum de planis.

IN TOMO SECVNDO.

1.
SI duo triangula æqualia habeant vnum latus commune, & in diuersas partes vergant; Recta oppositos angulos connectens à latere illo communi bifariam secatur. Propos. 1. § 17.

2.
In parallelogrammo duę rectę lateribus paralleiogrammi parallelæ, ac mutuò se secantes diuidunt parallelogrammum in quattuor parallelogrammata proportionalia, etiam permutata. Propos. 1. § 18.

3.
In parallelogrammis alterutrum cõplemẽtum est medium proportionale inter parallelogrammata circa diametrum. Propos. 1. § 20.

4.
Si in triangulo rectangulo ex quolibet acutorum angulorum interuallo lateris adiacentis arcus circuli describatur secans basim, & ex pũcto sectionis demittatur perpendicularis in latus prędictum, idem latus erit media proportionalis inter basim trianguli, & segmẽtum lateris contentum inter perpen-

Digitized by Google

pendicularem, & angulum acutũ. Propoſ.2.§ 5.

5.

In circulis concentricis rectę lineę à communi centro ductę, quę ſecant peripherias, proportionaliter à peripherijs ſecantur. Propoſ.2. § 6.

6.

Recta in ſemicirculo à quolibet puncto diametri ad ipſam diametrum perpendiculari, & ab vno terminorum eiuſdẽ diametri ductis pluribus lineis, quæ ſecent circumferentiam, & perpendicularem, ſiue intra, ſiue extra ſemicirculum: illa linea quę tranſit per interſectionem perpendicularis cum circumferentia, eſt media proportionalis inter illam cuiuſuis alterius lineę partẽ, quę continetur inter terminum diametri, & circumferentiam, & illam quę intercipitur inter eundem terminum, & perpendicularem. Propoſ.4,§ 37,

7.

Si in ſemicirculo ex vno terminorum diametri ducatur tãgẽs, & ex altero termino linea ſecas tangentem, & circumferentiam, atq; à puncto interſectionis circumferentię in diametrum demittatur perpendicularis, tota ſecans, diameter, ſegmentum ſecantis intra ſemicirculum, nec non ſegmentum diametri inter ſecantem, & perpendicularẽ, erunt quattuor lineę continuè proportionales, Propoſ.4 § 39.

8.

Si in ſemicirculo recta quępiam ab alterutro termino diametri ad circũferentiam applicata, ſecet perpendicularem quampiam ſuper diametrum eductam, ſitque ſegmentum eius interceptum inter terminũ diametri, & dictam perpendicularem, æquale ſegmento diametri inter eũdem terminum, & perpendicularem quę in ipſam diametrum cadit à pũcto applicatę in circumferentia; eadem applicata, eiuſdemq; ſegmentum inter terminum diametri, & priorem perpẽdicularem erunt duæ mediæ proportionales inter diametrum, & illud eius ſegmentum, quod continetur inter eundem terminum diametri, eandemque illam priorem perpendicularem. Propoſ.4, § 40.

9.

In omni triangulo tres rectæ ab angulis productæ, ac bifariantes oppoſita latera ſecant ſe in communi puncto. Propoſ.4.§ 41.

10.

Si tres lineæ rectæ continnè proportionales ad idem punctum cõueniant, & media ad reliquas ſit perpendicularis; rectæ quæ illarum coniungunt terminos, continebunt angulum rectum. Propoſ.3, & 6. § 2.

11.

Si tres lineæ continuè proportionales ſibi inuicem in terminis eodem ordine ad angulos rectos inſiſtant, quę illarum terminos nectunt duæ rectæ lineę ſe ſe mutuò ſecabunt ad angulos rectos, & in quattuor partes continuè proprtionales. Propoſ.8. § 10.

12.

Si duæ lineæ rectæ ſeſe ita ad angulos rectos ſecent, vt quattuor illarũ partes ſint ordine, & continuè proportionales; tres rectæ, quæ eodem ordine earum terminos coniungunt, & ipſæ ſunt continuè proportionales in ratione partium. Propoſ.8.§ 18.

13.

Si ſint tres lineæ continuè proportionales, & ſuper maxima deſcribatur ſemicirculus, ad quem ex termino diametri applicetur media, ab eodemq; termino diametri ex diametro abſcindatur æqualis minimę; quę connectit terminos medię, & minimę ex diametro abſciſsę, perpendicularis erit ad diametrum, & eadem

me-

Digitized by Google

poteſt, ſimilibus rectilineis, vel circulis, facilè, ac demonſtratiuè cognoſcere quot rectilineis, vel circulis minoribus æqualia ſint ſpatia quantumuis irregularia ab ipſis rerecto in baſim cadat perpendicularis, & rurſum ex angulo recto vnius triangulorum partialium alia perpendicularis in ſuam baſim, conſtituæ erunt quattuor lineæ continuè proportionalis; nempe baſis trianguli totalis, & baſis partialis, nec non duo earumdem baſium ſegmenta intercepta inter perpendiculares, & angulum communem. Propoſ. 8. § 20.

15.

Diameter, & tangens ſunt mediæ proportionales inter ſecantem, & ſegmenta adiacentia, ſiue intercepta intra, & extra peripheriã. &c. Propoſ. 8. § 21.

16.

Inter eaſdem parallelas lineæ mutuò ſecant ſe in eadem proportione. Prop. 10, § 10.

17.

Si ad rectam lineam perpendicularis ducatur, quæ ſit media proportionalis inter ſegmenta lineæ, ſemicirculus circa illam lineam rectam deſcriptus tranſibit per extremũ punctum lineæ perpendicularis. Prop. 13. § 3.

18.

In parallelogrammis omnia complementa eorum, quæ circa diametrum ſunt parallelogrammorum, ſunt reciproca, ſiue habent latera reciproca. Prop. 14, § 8.

19.

In ſemicirculo rectà perpendiculari erectà ex aliquo puncto diametri, & protractà etiam extra peripheriã, omnia rectangula comprehẽſa ſub ſegmentis interceptis inter eundem terminum diametri, inter perpendicularem, & inter peripheriam, ſunt inter ſe æqualia. Prop. 17. § 13.

20.

Si ad diametrum circuli in extremis punctis duę perpendiculares excitentur, & ab eiſdem extremis per vnum, idemq; punctum circumferentię duę aliæ rectæ circulũ ſecantes ducantur occurrentes duabus perpendicularibus, erit rectãgulum comprehenſum ſub vtralibet ſecãtium, & eius ſegmento interiore quadrato diametri æquale. Propoſ 17. § 14.

21.

Si in circulo diametri ſeſe ad rectos angulos ſecẽt, & ab vnius extremo puncto recta ducatur vtcumque ſecans circumferentiam, & alteram diametrum ſiue productã, ſiue non productam; erit rectangulum comprehenſum ſub duobus ſegmentis huius lineæ ductę, quorum vnum inter extremum punctũ prioris diametri, & ſecundam diametrum, alterum verò inter idem pũctum extremum, & circumferentiam interijcitur æquale quadrato intra circulum deſcripto. Prop. 17. § 15.

22.

Quadratum coſtæ eſt æquale rectangulo ſub diametro, & ſemidiametro quadrati. Propoſ 17. § 16.

23.

Si curuę lineę recta ſubtendatur, & quę à linea ad ſubtenſam perpendiculares ducuntur poſſint æquale ei, quod ipſius ſubtenſę partibus contiuetur, ducta linea circuli circumferentia erit. Propoſ. 17. § 17.

24.

Circuli habent inter ſe duplicatam proportionem ſemidiametrorum, ex vſu geometrico cẽtri grauitatis demonſtratam. Propoſ. 20. § 8.

25.

Intra figuram rectilineam, vel circulum deſcriptis minoribus, & inter ſe ſe æqualibus quotcunque capere po-

Digitized by Google

poteſt ſimilibus rectilineis, vel circulis, facilè, ac demonſtratiuè cognoſcere quot rectilineis, vel circulis minoribus æqualia ſint ſpatia quantumuis irregularia ab ipſis rectilineis, vel circulis minoribus non occupata. Propoſ. 20. § 14.

26.

Sphæræ habent inter ſe proportionem triplicatam ſemidiametrorum demonſtratam ex vſu geometrico cẽtri grauitatis. Propoſ. 20. § 18.

27.

Circellus cæleſtis à ſtella polari circa mundi axem, & polum deſignatus longè maior eſt circulo cæli Solaris. Propoſ. 20 § 29.

28.

Sphæra Solis (quæ terra longe minor oculis apparet) eſt maior terræ ſphęrà pluſquam centies, & quadragies. Propoſ. 20. § 30.

29.

In omni parallelogrammo alterũ complementorum eſt medium proportionale inter parallelogrammata circa diametrum. Propoſ. 24 § 2.

30.

Si dati pẽtagoni regularis latera vtrinque producantur donec in angulos coeant, omnia latera ſecantur mutuis geminis ſectionibus ſecũdũ mediam, & extremam proportionem, in quarum ſectionum alterà maius ſegmentum eſt latus pentagoni maioris circumſcribendi, in alterà verò minus ſegmentum eſt latus dati minoris pentagoni, &c. Prop. 30 § 16.

IN TOMO TERTIO.

31.

THeorema de ſphęra planum tangente in puncto, ex propoſit. 2. lib. 3, § 1.

32.

Theorema de lineis ductis à puncto contactus ſemicirculorum, quę omnes ſecantur in proportione ſectæ diametri. Ibid. Propoſ. 31 § 2.

33.

Datis duabus rectis lineis inuenire, ac oſtendere potentiam maioris ſupra minorem. ibid. § 5.

34.

Si duæ rectæ mutuò ita ſecent ſe, vt earum ſigmenta ſint reciprocè proportionalia, circulus ibit per earum extrema. Ibid. prop. 35. § 3.

35.

Si in ſemicirculo ex quouis puncto intra diametrum aſſumpto ad ipſam erigatur perpendicularis, & ab vtroque termino diametri duæ rectę ducantur ſe mutuò ſecãtes intra ſemicirculum in aliquo puncto lineæ perpendicularis: aliæ duæ rectæ ductæ ab ijſdem terminis diametri per puncta, in quibus priores duę, ſecant circumferentiam, ſi producantur, concurrẽt etiam ipſę extra ſemicirculum in idem punctum erectę perpendicularis. Ibid. Propoſ. 36 § 5.

36.

Si in ſemicirculo ab vtroque termino diametri duæ rectæ ducantur ſe mutuò ſecãtes intra ſemicirculum, & ab eiſdem terminis, per puncta in quibus ductæ ſecant circumferẽtiam, ducantur duæ aliæ rectæ concurrentes extra ſemicirculum; recta, quæ coniungit vtrumq; punctum concurſus, erit ad diametrum perpendicularis. Ibid. § 7.

37.

Rectangulũ comprehenſum ſub diametris quadrilaterorum circulo inſcriptoru n æquale eſt duobus rectangulis ſimul, quæ ſub lateribus oppoſitis continentur. lib. 4. Propoſ. 6, § 2.

Digitized by Google

38.
Quadratum circa circulum est dupli quadrati intra circulum. Ibid. Prop. 8. § 1.

39.
Octogonum med. proport. inter quadrata circulo inscripta, & circumscripta. Ib. prop 10. § 2.

40.
Si per idem punctum diametri in rectangulo duæ lineæ ducantur lateribus parallelæ, erit rectangulum sub segmentis diametri comprehensum æquale duobus rectangulis sub segmentis duorum laterū comprehensis. lib. 2. prop. 4 § 10.

41.
Quadratum duplæ quadruplum quadrati dimidiæ lineæ, etiam in numeris ostensum. Ib. § 11.

42.
Theoremata eximia de proportionalitate arithmetica in numeris, & lineis indicata. Singularia etiam in numeris circa pportionalitates harmonicas, & Geometricas comparatas cum arithmeticâ ex 5 propositione elemen. lib. 2. Ibidem propos. 5. § 14.

43.
Si quantitas quælibet in duo segmenta dividatur, id, quod fit ex vtrolibet assumpto segmento in quadratum totius, æquum erit his duobus, scilicet quæ fiunt ex vtraq; sectionum in quadratum reliquæ, & ei, quod fit ex quadrato assumpti segmenti in totam. Ib. prop. 11, § 15.

44.
Si quantitas quælibet in duo segmenta secetur, cubus, qui ex tota æquus erit his, scilicet duobus cubis sectionum, & triplo eius, quod fit ex quadrato vtriusq; in reliquum. Ib.

45.
Si quantitas quælibet in duo segmenta dispescatur, cubus totius æqualis erit his, scilicet duobus cubis segmentorum, & triplo solidi sub tota, & singulis segmentis contenti.

46.
Ex ortu circuli demonstrare duplicatam circulorum proportionme. Epil. Plan. § 19.

47.
Aequalium altitudinum, & basium Pyramis, & Conus æquales sunt solida, ex eorum ortu. Epil. § 33.

Vide, & in ind. 1 theoremata vniuersalissima, & inter Corollaria, & Paradoxa, & Scholia.

INDEX SEXTVS

Problematum de planis.

IN TOMO SECVNDO.

1.
DAtis quibuslibet, & quotlibet figuris rectilineis, quam inter se proportionem habeāt facillimè inuenire. Propos. 1 § 7.

2.
A Trapezio ex pūctis in alterutro duorum laterum parallelorum imperatam partem auferre ad datam proportionem per lineam parallelam al-

Digitized by Google

alteri duorum laterum non parallelorum, modò cadat diuisio intra latus alterutrum parallelum. Propos. 1 § 12.

3.
A dato penetagono etiam irregulari imperatam partem ad datam proportionem auferre per lineam ex angulo deductam, modo diuisio cadat intra basim oppositam angulo, &c. Propos. 1 § 13.

4.
A dato cuiusuis lateris oblati trianguli puncto rectam ducere lineam, quæ ordinatam partem ab ipso triangulo discindat. Propos. 1 § 15.

5.
Intra datum triangulum punctum inuenire, à quo in singulos angulos ductæ lineæ rectæ triangulum ipsum in tria, & inuicem æqualia diuidant triangula. Propos. 1 § 16.

6.
Duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem inuenire in circino proportionum. Propos. 4. Post § 10.

7.
Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire in circino proportionum. Propos. 4 § 11.

8.
E 4 Prop. lib. 6 describere peculiarem regionem, & inuenire veros situs locorum, & inter eà veras distantias. Propos. 4 § 12.

9.
Datæ longitudinis quantitatem cognoscere. Propos. 4 post § 13.

10.
Datam altitudinem (ex eius vmbra) cognoscere quanta sit. Propos. 4 § 14.

11.
Cognoscere quàta sit profunditas quæliber. Propos. 4 § 16.

12.
Latitudines obiectas dimetiri. Propos. 4 § 18.

13.
De latitudinum etiam inaccessarum, & altitudinũ drmensione per duas stationes, & per partem tantum cognitam longitudinis. Propos. 4 § 20.

14.
Altitudines turrium, &c. per normam subcontrariè positam dimetiri. Propos. 4 § 22.

15.
Plana sub montibus latentia, & latentes montium perpendiculares altitudines per normam metiri. Propos. 4 § 23.

16.
Montes aliter metiri per vnicam normæ applicationem. Propos. 4 § 24.

17.
Cognoscere quãta sit altitudo alio modo, quam per Solem, scilicet per speculum. &c. Propos. 4 § 25.

18.
Lunæ à terris distantiam agnoscere per constructionem organicam trianguli geometrici æquianguli triangulo parallactico Astronomico. Propos. 4 § 26.

19.
Solaris diametri magnitudinem semigeometricè coniectari. Prop. 4 § 27.

20.
Solis magnitudinem per scaphia è 4 prop. lib. 6 Eucl. facillimè cognoscere. Propos. 4 § 28.

21.
Solis à terra distantiam metiri è radijs per fenestræ foramen traiectis, op prop. 4 li. 6 Eucl. Propos. 4 § 29.

22.
Scientificam picturam è Philosophia Optica exercere ope prop. 4 lib. 6, & corollarij apud nos primi ex ea. Propos. 4 § 34.

23.
Datis duabus rectis lineis mediã proportionalem inuenire. Prop. 8 § 2.

24.
Datis duabus rectis lineis tertiam mi-

Digitized by Google

norem proportionalẽ inuenire. Propoſ.8 § 3.

25.

Datis duabus rectis lineis maiorem extremam inuenire. Propoſ. 8 § 4.

26.

Tribus datis quartam proportionalem minorem, ac maiorem e coroll. propoſ.8 li.6 adiungere. Propoſ. 8 § 5.

27.

Tribus datis lineis quartam maiorem, vel minorem proportionalem organicè facillimè per normam inuenire, iuxta coroll.propoſ. 8 lib.6. Eucl. Prop.8 § 6.

28.

Duabus datis tertiam proportionalem lineam inuenire organicè per normam. Propoſ.8 § 7.

29.

Duabus mediam proportionalem per normam interponere. Propoſ.8 § 8.

30.

Lineas non ſolum quartam, ſed plures etiam in eadem proportione continuare ad maiores, & minores terminos. Propoſ.8 § 9.

31.

Duabus datis rectis lineis duas medias proportionales in eadem proportione interponere, iuxtà modum Platonis, è coroll.propoſ.8 § 11.

32.

Duabus duas medias, &c. aliter organicè ex Platone. Propoſ. 8 § 13.

33.

Diſtantias (etiam inacceſſas) metiri è corollario 8 propoſ. li.6. Prop.8 § 14.

34.

Totius orbis terrarum diametrum inuenire è corolla, propoſ.8, lib.6. Propoſ.8 § 16.

35.

Ex qualibet lineola, quamuis minima, auferre partem, vel partes imperatas, cum vſu inſtrumenti partium, ſiue apud nos circini proportionum. Propoſ.9 § 4.

36.

Aliter 1. A data recta imperatam partem auferre in circino proportion. li.6 Propoſ.9, § 5.

37.

Aliter 2. Ex Maurolyco datam rectam in partes æquales quotlibet facillimè ſecare, ſiue imperatam partem auferre. Propoſ.9, § 6.

38.

Aliter 3. Ac facilius ſecare demonſtratiuè datam in lubi as partes æquales, ſiue imperatam partem auferre, &c. Propoſ.9 § 7.

39.

Aliter demonſtrare propoſ.10, § 2.

40.

Datam infectam ſecare vt altera ſecta eſt, ex vſu circini proportionum. Propoſ.10, § 5.

41.

Datam rectam ſecare vt altera, &c. iuxta Maurolycum. Propoſ.10 § 7.

42.

In quadrante circuli lineam parallelam ſemidiametro ſimiliter, ac ſecta eſt ſemidiameter, ingeniosè ſecare. Propoſ.10 § 9.

43.

Datam rectam in Arithmetica proportionalitate progrediente per datam differentiam, diuidere geometricè, atq; etiam organicè in circino partium æqualium. Propoſ. 10 § 14.

44.

Datam rectam in propoſita ſpecie harmonicæ proportionalitatis diuidere geometricè, atq; etiam organicè in circino partium æqualium. Propoſit. 10 § 15.

45.

Datam rectam in quinque ſegmenta organicè, & geometricæ concidere cõſtantia tres ſimul proportionalitates, geometricam, harmonicã, arithmeticam, ex vſu 10 propoſ.Eucl. Propoſ. 10 § 17.

Digitized by Google

46.
Inuentio facillima mediæ in harmonica proportionalitate tam organicè, quam geometricè. Propositio 10, § 18.

47.
Datam circularem lineam insectā datæ circulari sectæ similiter secare duplici modo. Propos. 10 § 20.

48.
Aliter primò, quàm Euclides, duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem maiorem, & minorem adiūgere. Propos. 11 § 1.

49.
Aliter secundo, atque alia praxis geometrica pro tertia proportionali. Propos. 11 § 2.

50.
Aliter tertio, tertiam minorē proportionalem, &c. Prop. 11. § 3.

51.
Aliter quarto tertiam maiorem proportionalem. &c. Propos. 11 § 4.

52.
Aliter quinto, sexto, & septimo, tertię proport. inu. Propos. 11 § 5.

53.
Aliter 8 ex lib. 3 Euclid. tertiam prop. &c. Propos. 11 § 6.

54.
Aliter, 9, 10, 11 apud alios tertiā proport. &c. Propos. 11 § 7.

55.
Aliter 1, datis lineis non solum quartam, sed quintam, sextam, &c. in infinitum cōtinuè propor. inuenire ad maiores, & minores terminos. Propositi. 12 § 1.

56.
Aliter 2. Plures rectas lineas in eadem proportione ad minores, & maiores terminos facillimè continuare, seu describere. Propos 12 § 2.

57.
Aliter 3 Plures lineas in eadē proportione continuare ad maiores, & minores terminos. Propos. 12 § 5.

58.
Aliter 4. Quotlibet lineas inter se proportionales ad maiores, & minores terminos continuare. Prop. 12 § 10.

59.
Aliter 5. continuare plures lineas in eadem proportione. Propos. 12. § 11.

60.
Aliter 6. tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire. Propositi. 12 § 12.

61.
Aliter septimo tribus quartam propor. &c. Propos. 12 § 13.

62.
Aliter 8 quartam proport. &c. Propos. 12. § 14.

63.
Aliter 9. 4 proport. lineam inuen. Propositi. 12 § 15.

64.
Aliter 10, quartam proport. &c. Prop. 12. § 16.

65.
Aliter 1. duabus datis rectis lineis mediam proportionalem inuenire. Propositi. 23. § 4.

66.
Aliter 2. duab. med. Propositi. 13 § 5.

67.
Aliter 3. mediam. &c. Describendo semicirculum super maiore datarum. Propositi. 13 § 6.

68.
Aliter 4. mediam proportionem. &c. applicando vtramq; datam in semicirculo. Propos. 13 § 7.

69.
Aliter 5, & 6. med. proport. &c. Propositi. 13. § 8.

70.
Aliter 7, & organicè per circinum proportionum, mediam propor. &c. Propositi. 13 § 9.

71.
Aliter 8, & 9. med. proport. &c. Propos. 13 § 10.

Ali-

Digitized by Google

72.
Aliter 10. med. proportion. &c. Propos. 13. § 11.
73.
Dato medio proportionali, in data linea duo extrema reperire. Oportet autem datum medium dimidia parte datæ lineæ non esse maius. Propos. 13 § 13.
74.
Datis duabus lineis, quarum altera non sit maior dimidio alterius, super datarū maiore construere triangulum rectangulum ita, vt minor datarum sit perpendicularis ab angulo recto in basim deducta. Propos. 13 § 14.
75.
Datis duabus rectis duas medias proportionales attentare, atq; interponere. Propos. 13. § 5 Ibid.
76.
Inter duas datas duas medias proportionales aliter 2, organice inuenire. Propos. 13. § 7 Ibid.
77.
Aliter 3 duas medias proportionales, &c. Propos. 13. § 8 Ibid.
78.
Datis duabus rectis lineis, mediâ, & minore extremâ, maiorem extremâ in Harmonica Proportionalitate inuenire per analogiam ad Geometricam. Propos. 13. § 3 de med. &c. harmonic.
79.
Dato parallelogrammo æquale parallelogrammum, ex vsu prop. 14 describere. Propos. 14. § 1.
80.
Dato triangulo æquale triangulum ex vsu propos. 15 lib. 6, describere. Propos. 15. § 1.
81.
Datum rectilineum quadrare ex 17 prop. apud Eucl. Prop. 17. § 9.
82.
Problema, siue praxis quadraturæ Circuli, ex lib. 6. Prop. 17. § 10.
83.
Curuilineum radiatum quadrare. Propos. 17. § 11.
84.
Dato quadrato æquale rectangulum constituere. Propos. 17. § 12.
85.
Datum triangulum per lineas vni lateri parallelas in quotlibet æquales partes diuidere. Propos. 19 § 3.
86.
Vt recta ad rectam, ita constituere rectilineum ad simile rectilineum. Propos. 20 § 5.
87.
Vt rectilineum ad rectilineum simile, sic facere rectam ad rectam. Propos. 20. § 5.
88.
Dato rectilineo duo extrema proportionalia, & similia adiungere. Propos. 22. § 5.
89.
Proportiones parallelogrāmorum inter se facillime, ac variè inuenire, etiam extra 23 propos. lib. 6. Prop. 23. § 6
90.
Datis quibuscumque, & quotcumque rectilineis, quam inter se proportionem habeant facilè inuestigare ex 23 propos. Euclid. li. 6 Prop. 23 § 12.
91.
Datis duobus rectilineis tertium proportionale constituere in eadem figurarum similitudine. Prop. 25, § 10.
92.
Tribus datis rectilineis quartum proportionale constituere ita, vt bina saltem sint similia. Propos. 25. § 11.
93.
Duobus datis rectilineis medium proportionale (aliter, quam ad prop 24. lib. 6) adiungere in eadem figurę omnium similitudine. Propos. 25. § 12.
94.
Datam rectam lineā in tres partes proportionales diuidere. Oportet autem

Digitized by Google

tem in prima diuisione per inæqualia segmentum maius esse maius duplo minoris segmenti. Propos. 28. § 1.

95.

Data diametro maiore, siue transuersa ellipsis in cono, siue in triangulo è sectione coni secundum axem, inuenire latus rectum, siue lineam applicationis cum deficientia, &c. Propos. 28. § 8.

96.

Datis duabus diametris, siue semidiametris ellipsis nondum descriptæ, & quolibet puncto extra diametros dato, cognoscere an punctum id sit in ellipsi, an extrà. Propos. 28 § 25.

97.

Ad transuersam diametrum hyperboles applicare rectangulum æquale quartæ parti figuræ sub lateribus recto, & transuerso, ita, vt excedat figurà quadratà, ex vsu propositi. 29 lib. 6. ad vius præclaros. Propositi. 29. § 6.

98.

Hyperbolicarum linearum descriptiones variæ. Prop. 29. § 11, Schol. 5.

99.

Hyperbolicam sectionem nouo modo describere etiam asymptoton ad rectam, vel ad, & intra duas rectas angulum facientes. Propos. 29. § 12. Aliter. Ibid. § 13.

100.

Praxis compendiaria geometricè, ac demonstratiuè secandi datam rectà extrema, & media ratione. Propos. 30. § 1.

101.

Praxis secunda demonstratiua ex vnica linea diuisa secundum mediam, & extremam ratione quotlibet alias datas siue maiores, siue minores facilè, ac demonstratiuè secare secundum mediam, & extremam rationem. Propos. 30. § 2.

102.

Datam rectam lineam in infinitum vel imminuere, vel augere ita, vt in omni auctione, vel imminutione facillimè semper fiat sectio medià, & extremà ratione. Prop. 30. § 5.

103.

E circino proportionum expeditissimè datam rectam media, & extrema ratione secare. Propos. 39. § 8.

104.

Data linea pro minori segmento, addere illi alteram pro maiori segmento ita, vt tota composita secta sit extrema, & media ratione. Propos. § 10 & aliter post § 7.

105.

Data recta pro maiori segmento, addere minus conficiens sectionem totius proportionalem. Propos. 30. § 11 & aliter Ib.

106.

Super datà rectà triangulum rectangulum excitare, quod habeat latera in eadem inter se proportione. Propos. 30. § 14.

107.

Ex dato rectilineo imperatam partem in lubita proportione auferre ita, vt in ablato, & residuo seruetur eadem figura dati rectilinei. Prop. 31. § 2.

108.

Dato rectilineo duo æqualia construere lubitæ proportionis, & similia inter se, & ipsi dato. Propos. 31. § 3.

109.

Datum rectilineum diuidere in duo similia dato, & inter se in lubita proportione. Propos. 31. § 4.

110.

Datum rectilineum augere in lubita proportione, seruatà eiusdem figuræ similitudine. Propos. 31. § 5.

111.

Duobus datis similibus rectilineis tertium æquale, ac simile describere. Propos. 31. § 6.

IN

Digitized by Google

INDEX VI.

IN TOMO TERTIO.

1.

DVorum circulorum se mutuo secantium centra inuenire. lib. 4. Prop. 1. § 1.

2.

Centrum in vacuo putei ore inuenire. Ibid. § 3.

3.

Varijs modis inuenire circuli centrum. Ibid. § 4.

4.

Centrum grauitatis inuenire, ad mirifica, &c. Ibid. § 5.

5.

Dati segmenti centrum reperire. Ibid. propos. 25.

6.

Datas rectas quotcunque (quarum tamen maxima sit minor, quam ea, ad cuius similitudinem secandæ sunt) simul similiter, ac altera secta est secare. Ibidem proposit. 31. § 3. numero 1.

7.

Inuenire loca, per quæ motus oculus datam magnitudinē videat auctam, vel imminutam in lubira proportione. Ibid. prop. 33 sub § 4.

8.

Positis duabus lineis, possibile est vni ipsarum linearum aliam adiungere ita, vt illud, quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam, æquale sit quadrato reliquæ datarū. Ib. pr. 36. § 4.

9.

Circa duo triangula communem basim habentia, & angulos ad vertices æquales circulum describere. lib. 4. propos. 5. § 3.

10.

Circa quadrilaterum, cuius duo anguli oppositi sint æquales duabus rectis circulum describere. Ib. pr. 9. § 3.

11.

Probl. 10 lib. 4 ex circino proportionū facillimè expedire. Ib. prop. 10. § 1.

12.

Super data recta è circino proportionum pentagonum regulate facillimè excitare. Ib. propos. 14, § 1.

13.

Dato latere pentagoni regularis, inuenire in circino proportionum semidiametrum circuli pentagono circumscribendi. Ib. § 2.

14.

Pentagonum regulare super data excitare ope circi proportionum. Ib. § 3.

15.

Aliter, ac tertio super data recta pentagonum regulare excitare. &c. Ibidem, § 4.

16.

Super data rectà hexagonum regulare excitare, circulo inscribere, circumscribere. &c. Ib. prop. 15. § 1.

17.

Inuenire latera Hexagoni, Decagoni, Pentagoni eodem in circulo aliter, quàm Euclides. Ib. § 5.

18.

E sectionibus semidiametri inuenire latera triauguli, quadrati, quinquanguli, sexanguli, & decanguli regulari um inscribendorum in circulo, cuius semidiameter secatur. Ib. § 7.

19.

Circulum geometricè demonstratiuè diuidere in grad. 360 ex propositionidus libri 4. Ib. in Appen. § 1.

20.

Chordas arcuum diuisi quadrantis, vel semicirculi traducere in vnam rectā lineam. Ibid. § 2.

21.

Data semidiametro, statim latera omnia figurarum regularium inuenire

Exem-

Digitized by Google

Exempla aliqua extra ſitatiſſima. Ibid. § 4.

22.

Problemata ex theorematis libri 2. propoſ. 5. § 12.

23.

Problemata itē ex theorematibus lib. 2. præſertim ex 4, & 5 prop. in numeris. Modi varij ex imparibus numeris radices quadratas inueniendi. lib. 2 prop. 5. § 13.

24.

Problemata eximia de proportionalitate arithmetica in numeris, & lineis indicata. Singularia etiam in numeris circa proportionalitates harmonicas, & Geometricas cōparatas cum arithmeticà, ex hac 5 propoſitione elem. hu. li. 2. Ib. § 13.

25.

Medium numerum, & med. lin. in arithm. proportion. inuenire. lib. 4. § 14. num. 6.

26.

Tertium num, & tert. lin. in arithmet. proport. inuenire. Ib. nu. 6.

27.

Problematis eximij, ac vniuerſalis ex hac 14 propoſ. indicata ſolutio. lib. 2. propoſ. 14, § 19.

Vide & inter Corollaria, & Praxes, & Paradoxa, & Scholia.

INDEX SEPTIMVS

Corollariorum de planis.

IN TOMO SECVNDO.

1.

TRiangula, & parallelogramma eandem, vel æquales baſes habentia inter ſe ſunt vt altitudines. Propoſ. 1. lib. 6 § 2.

2.

De triangulis inter hyperbolen, & aſymptoton inter ſe æqualibus. Ibidem. § 5.

3.

Figurarum comparatas quātitates noſſe, figuras augere, imminuere in data proportione ex Euclid. Propoſitio. 1. § 8.

4.

In triangulo parallela vni laterum auſert triangulum ſimile. Propoſ. 4. § 1.

5.

Omnia triangula æquilatera, & iſoſcelia rectangula ſunt ſimilia. Propoſit. 4, § 2.

6.

Dato triangulo minus, vel maius ſimile ſtatim conſtituere. Propoſ. 4. § 3.

7.

Triangula in infinitum diuiſibilia. Propoſ. 4. § 5.

8.

Etiam lineæ in infinitū diuiſibiles. Propoſ. 4. § 5.

9.

In omni rectilineo per parallelas fit ablatio, & conſtitutio ſimilis rectilinei. Propoſ. 4. § 7.

10.

Corollar. propugnatorium abſtractionis, & philoſophationis Geometricæ. Propoſ. 4. § 27.

Digitized by Google

11.
De rerum extra positarum quantitate metienda è simulacris intra obscurum cubiculum per foramen fenestræ traiectis. &c. Propos.4.§ 31.

12.
Coroll.ad vsus infinitos in Stereomet.& Machinaria. Propos.4. post §.41.

13.
In triangulo, ductâ vni laterum parallelâ, imperatam partem ex omnibus trianguli lateribus auferre. Propositi. 9.§ 2.

14.
Datum arcum circularem in lubitas æquales partes diuidere. Propositi. 9. § 12.

15.
Datum angulum rectilineum in lubitas, ac æquales partes diuidere. Propos.9.§ 12.

16.
De inscriptione cuiuslibet regularis figuræ in circulo. Propos.9.§ 14.

17.
Dati ex eadē semidiametro arcus quam inter se proportionem habeant. Propos.9.§ 16,& in circino proport.ibid.

18.
Datus arcus quot gratus contineat propositi.9. § 17, & in circino proportionum. Ibid.

19.
Compendium è 10 prop.Eucl. lib.6 pro expeditiffima Harmonicà, Gnomonicà, siue horarià, & quacumq; alia linearum diuisione.

20.
Lineæ spiralis in plano descriptiones per lineas in eadem proportione cōtinuatas.Propos.14 § 4.

21.
Linea in infinitum diuisibilis. Propos. 12.§ 18.

22.
De sectione datæ lineæ in lubitas partes continuè proportionales. Propos. 13.§ 12.de duab. med. proport.

23.
Linea in infinitum est diuisibilis, hoc est non constat ex indiuisibilibus. Propos.15 § 2.

24.
Propositio 16, & eius conuersa etiam ad triangula rectangula traductæ. Propos.16.§ 1.

25.
Corollarium,in quo Praxis è 16 propos. ac vsus geometricus aureæ arithmeticæ regulæ in circulo. Prop. 16.§ 4.

26.
Propos.17, & eius conuersa etiam ad triangula traductæ. Propos. 17.§ 1.

27.
Ampliatio propositionum. 16, & 17 apud Eucl.Propos.17.§ 2.

28.
Datis duobus rectilineis similibus, quā inter se proportionem habeant statim, ac facillimè inuenire in circino proportionum. Propos.20.§ 1.

29.
Datum rectilineum diuidere in partes æquales per lineas duo latera contigua secantes,& reliquis lateribus parallelas; seruatà figuræ similitudine. Propos.20.§ 2.

30.
Datum rectilineum augere, vel imminuere in data proportione,seruatà figuræ similitudine. Propos.20. § 4.

31.
Dato rectilineo simile, similiterq; positum in datâ proportione constituere. Propos.20.§ 5.

32.
Propos. 2 lib. 12. Euel. demonstrata ex Theor.in § 8 ad Propos. 20.§ 9.

33.
Semicirculi, quadrantes, &c. circulorum habent inter se duplicatâ proportionem semidiametrorum. Propos.20.§ 10.

34.
Corollarium vniuersale ad 2 prop. lib. 12.Eucl.Propos.20.§ 13.

Eu-

Digitized by Google

35.
Euclidis 13 proof. lib. 12 ex theoremate in § 18 ad propos. 20 demonstrata. Propos. 20 § 19.

36.
Sphæræ inter se sunt vt à diametris cubi. Propos. 30. § 20.

37.
Dimensiones facillimæ solidorũ ex ad prop. 20 ante § 21 dictis, Auctiones, &c. Propos. 20. § 21.

38.
De physica demonstratione è sonis, & ponderantijs pro circulorum, & similium planorum duplicatà, & sphærarum à diametris, & similium aliquorum solidorum ab homologis lateribus triplicata proportione. Propositi. 20. § 23.

39.
In delineatione geometrica oppidi procul dissiti agnoscere veras mensuras mœniorum, turrium, & areæ totius oppidi prototypi, ad vsus magni momenti militares. Propos. 20. § 27.

40.
Corollaria, & paradoxa eximia vniuersalia Astronomica indicata de cælorum, & cælestium sphæarum inter se, & cum terra proportionibus, &c. Ex dictis ad 20 propos. de duplicata, & triplicata, &c. Propos. 20. § 28.

41.
Aliter tertiò demonstrare etiam ex 23 propositione quadratum, cuius latus sit duplum lateris alterius quadrati, esse quadruplum alterius. Propos. 23. § 8.

42.
Omnes figuræ regulares habentes latera numeri paris opposita parallela, habent inter se proportionẽ ex laterибus compositam. Propos. 23. § 9.

43.
Parallelogramma inter se proportionẽ habent compositam ex proportione basium, & proportione altitudinum. Propos. 23. § 14.

44.
Triangula inter se proportionem habẽt compositam ex proportione basium, & proportione altitudinum. Propos. 23. § 15.

45.
Omnis conus tertia pars est cylindri eandem cum ipso basim habentis, & altitudinem æqualem. Prop. 23. § 19.

46.
Corollaria Geometrica ex 24 propositi lib. 6 Euclid. Propositio 24. § 1.

47.
Duobus datis rectilineis medium proportionale constituere. Prop. 24. § 4.

48.
Ex data linea triangulum laterum proportionalium cõstruere. Prop. 28. § 4.

49.
De duabus intermedijs proportionalibus. Propos. 28.

50.
Semidiametri ellipseos, atq; etiam circuli diameter in vnam rectam iunctæ, & sub angulo recto motę describunt quartas ellipticas, & circulares. Propos. 28. § 23.

51.
Lamellam semiellipticam construere, construendo tubo elliptico ad plura, in primis mirificè conducenti auditionibus. Propos. 28. § 26.

52.
Ad Architecturam, & Machinariam. Propos. 28. § 28.

53.
Vsus eximij descriptionis linearum hyperbolicæ, ac circularis in diaphano pupillari, & pro lineà infinita vltorià. Propos. 29. § 9.

54.
Gemina demonstratio sine conicis de asymptoto hyperbolà ad rectà. Propos. 29. § 14.

55.
De vehementissima vstione non solum ad punctum, sed etiam per lineam infinitam, &c. Propos. 29. § 22.

Digitized by Google

56.
Rectæ lineæ sectæ extrema, & media ratione sunt omnes in eadem proportione. Propos. 30. § 3.

57.
Datæ rectæ duas extremas proportionales adinuenire. Propos. 30. § 12.

IN TOMO TERTIO.

1.
Archimedes vindicatus à calumnia ex ignorantia 4. definitionis. lib. 5. § 5.

2.
Quantitatis finitæ cum infinita non est proportio; & patefacti paralogismi Geometrici. Ibid. § 6.

3.
Infiniti ad infinitum non est proportio, iuxta 4 defin. ibid. § 7.

4.
Corollaria ad propos. aliquas lib. 7. Element. ex expositis in lib. 5. ibid. propos. 25.

5.
Corollaria, & vsus varij definit. 11 indicati. lib. 3. defin. 11, § 3.

6.
Natura in grauiū motibus vtitur 1 propos. lib. 3. Aristoteles elucidatus. &c. Ibidem. Propositio 1. § 2.

7.
Ad Archimedem de Æquipond. Ibidem § 7.

8.
Corollaria ex propos. 27 Ibidem. prop. 27. § 2.

9.
Corollarium de angulo recto, qui insistit quadranti, & Praxis normæ examinandæ. Ibid. Prop. 27. § 4.

10.
Corollaria, & Problemata geometrica de sectione rectarum in proportione datæ sectæ. Ibid. Prop. 31 § 3.

11.
Si duæ rectæ mutuò ita secent se, vt earum figmenta sint reciprocè proportionalia, circulus ibit per earum extrema, prop. 35. § 3.

12.
In quouis triangulo ex tribus angulis si demittantur perpendiculares in latera opposita, sese mutuò secabunt in eodem puncto. Ibid. prop. 36 § 6. Ibid. Post § 7.

13.
De quadraturis superficierum cylindricæ, sphæricæ, & triangulorū sphæricorum. Ibidem post propos. 37. § 3.

14.
Super data recta quadratum excitare ope circini proportionum facilius, quàm per 46 lib. 1. Lib. 4. propos. 9. § 2.

35.
Dato latere pentagoni regularis, inuenire in circino proportionum semidiametrum circuli pentagono circūscribendi. Ibid. Propos. 14. § 2.

36.
Super datā quintidecangulum excitare. Ibid. prop. 16. § 3.

37.
Corollarium ad vsus Astronomicos. lib. in Append. § 3.

38.
Corollarium 1 vniuersale de circumscriptione circuli circa datam quamlibet regularem figuram. Ibidem. § 5.

39.
Corollarium 2 vniuersale in gratiam militarium virorum. Super data qualibet recta quamlibet regularem figuram excitare. Ib. § 6.

40.
Corollaria geometrica. lib. 2. propos. 4 post § 10.

Co-

Digitized by Google

41.
Corollaria eximia de proportionalitate arithmetica in numeris, & lineis indicata. Ib. prop. 14, § 2.

42.
Elementares aliquas propositiones de solidis ampliantia. Epil. sub Schol. 4, § 33.

Vide, & inter probiemata, Theoremata, Paradoxa, & Scholia.

INDEX OCTAVVS

Vsuum, & Applicationum in planis, & solidis.

IN TOMO SECVNDO.

1.
VSus, & Applicatio Defin. secundæ lib. 6. Eucl. pro theorica Stateræ, ac libræ in commercijs, & & iustitia commutatiua. Defin. 2. § 2.

2.
Vsus Proposit. 1. lib. 6 in Geodesia pro figurarum planarum, & agrorum diuisionibus in data proportione. Propos. 1. § 10.

3.
Vsus Prop. 2. li 6 Eucl. in dimensionibus longitudinum inaccessarum. Proposit. 2. § 3.

4.
Vsus, & praxis insueta diuidendi datum angulū in duos æquales. Propos. 3 § 1.

5.
Vsus propos. 4 li. 6 & corollar. ex ea in operationibus Geometriæ practicæ. Prop. 4. § 13.

6.
Vsus propos. 8 lib. 6. & Corollarij ex ea pro facillima inuentione tertiæ, quartæ, mediæ, ac duarum etiam mediarum linearum proportionaliū. Propos. 8. § 1.

7.
Vsus proposit. 9. lib. 6. Euclidis in Geometria practica pro inaccessis distantijs, altitudinibus, profunditatibus metiendis. Propos. 9. § 3.

8.
Vsus, & praxis 11 prop. Eucl. ex circino proportionum pro vniuersæ Musicæ practicę practico compendio in vnicæ lineæ varijs partibus auferendis, seu signandis, &c. & pro modo attēperandi harmonicè fidium instrumenta ope circini, &c. Propos. 9. § 8.

9.
Vsus tertiæ proportionalis ad sectiones conicas, ad horatia, ad speecula vstoria, ad asymptotos, idest lineas inter se magis, ac magis accedentes, nunquam se contingentes, &c. Proposit. 11. § 8.

10.
Vsus quartæ proportionalis in Geometria practica. Propos. 12. § 17.

11.
In Geom. speculatiua vsus med. propor. pro diuisionibus, &c. figuratū. Propos. 13. post § 12.

12.
Item in Geometriā speculatiuā vsus mediæ proportionalis pro transformationibus, & quadrationibus difficillimorum curuilineorum. Propos. 13. Ibid.

13.
In pictura optica vsus insignis mediæ pro-

Digitized by Google

portionalis. Propoſ. 13. Ibidem.

14.

Vſus mediæ proportionalis pro deſcriptione ſectionis conicæ hyperbolicæ, & pro exhibitione aſymptotarum, ideſt linearum rectarum cum linea hyperbolica concurrentium, & in infinitum ſemper inter ſe accedentium, nunquam tamen ſe contingentium. Prop. 13. Ibid.

15.

Vſus mediæ proportionalis pro catoptricis in deſcriptione ſectionis Parabolicæ ad conficienda vſtoria mirifica ſpecula. Propoſ. 13 Ibid.

16.

In Geometria practica vſus mediæ proportionalis pro dimenſione vniuerſi terrarum Orbis, altitudinum, profunditatum, diſtantiarum inacceſſarum, &c. Propoſ. 13. Ibid.

17.

In Gnomonicis vſus med. proport. pro varijs vſibus circa Stylos horariorũ. Propoſit. 13. Ibid.

18.

Vſus theorematum aliquorum de cylindrorum ſuperficiebus, in re vaſaria pro liquidis &c. Propoſ. 14. § 7.

19.

Vſus, & applicatio 14 propoſ. lib. 6 ad ſolutionem eximij theorematis circa diuiſionem arithmeticam. Propoſit. 14. § 9.

20.

Vſus theorem. de conicis ſuperficiebus, in re vaſaria pro liquoribus. &c. Propoſit. 15. § 5.

21.

Vſus 16 propoſ. lib. 6, & praxis inuentionis quartæ lineæ proportionalis in circulo pro praxibus vniuerſæ Geometriæ practicæ. Propoſ. 16. § 3.

22.

Vſus 17 propoſ. apud Euclid. pro inuenienda in numeris, ſiue per numeros, media proportionali, &c. Propoſit. 17. § 8.

23.

Vſus propoſ. 18. li. 6 in Pictura ſcientificà. Propoſ. 18. § 4.

24.

Vſus, ac theorice organicæ picturæ in eodem plano è 18 propoſitione lib. 6 Euclidis. Propoſ. 18, § 5.

25.

Vſus militares, Muſici, Machinarij, Optici, ſeu Pictorij, Geometrici, Aſtronomici è 20 Propoſ. lib. 6 Eucl. Propoſ 20. § 1.

26.

Dato prototypo etiam procul poſito, & inacceſſo ſimilem imaginem in data proportione delineare. Prop. 20. § 4.

27.

Aliter, ac facilius idem problema pictorium abſoluere ex 20 propoſitione quando prototypum, & imago delineanda ſunt in eodẽ plano. Propoſit. 20 § 25.

28.

Vſus Geometrici, Corollaria, Ampliationes propoſitionis 23. lib. 6. Propoſit. 23. § 9.

29.

Vſus propopoſ. 24 lib. 6 in praxi, & demonſtratione ſcientificæ picturę. Propoſ. 24. § 3.

30.

Vſus propoſ. 25 lib. 6 in conſtituendis rectilineis proportionalibus. Propoſ. 25. § 10.

31.

Vſus propoſ. 28 lib. 6 in problemate pulcherrimo. Datã rectam lineam in tres partes proport. diuidere. Ib. § 1.

32.

Vſus 28 propoſ. in ſectione conicà elliptica, ſiue deficiente applicatione, &c. Propoſ. 28. § 9.

33.

Vſus prop. 28 pro inuentione geometricà gemini puncti ex applicatione, ſiue comparatione in ellipſis maiore axe, ad eorum punctorum vſus præclaros. Propoſ. 28. § 18.

De

34.
De Geometrica applicatione cum excessu, quæ ὑπερβολὴ. Id nomen inditum conicę sectioni ab vsu 29propos. lib.6.Ibid.§ 1.

35.
Vsus multiplices, atque amplissimi, ac miræ affectiones lineæ sectæ secundum mediam, & extremam proportionem indicati. Propos.30.§ 13.

IN TOMO TERTIO.

1.
VSus Cosmographicus definit.11 in dimensione terreni ambitus. lib. 3. defin.11.§ 4.

2.
Vsus singularis transformationis parallelepipedi in cubum, pro vase parãdo liquidis, &c. problem. 37, sect.2, Brev.Stereom.

3.
Vsus aliqui militares prædictorum deauctionibus, & imminutionibus solidorum indicati. Ibid.§ 7.

4.
Vsus, & Praxis 8 propositi. in inuentione per chordam semidiametri oris putealis. Ibid.prop.8.Schol.

5.
Vsus 9 Propos. in inuentione poli dati circuli iuxta inuentionem centri, ad styli perpendicularem erectionem. Ibid.prop. 9.Schol.

6.
Vsus opticus propositionis 15.lib. 3. Ib. prop.16.§ 2.

7.
Vsus propositi. 20 in demonstrationepraxis, qua vnicà circini diductione horarium constituitur. Ibid. propos. 20.§ 1.

8.
Vsus propositi. 20 in paradoxis opticis. Ibid.§ 3.

9.
Vsus propositi. 21 in instrumento ad arcus quantumuis maximos ducendos sine centro, pro varijs operationibus Astrolabicis,Gnomonicis,&c. Ibid.prop.21.§ 1.

10.
Vsus propos. 21 in Geom.practicà. Ibidem § 2.

11.
Vsus opticus.Ibid.§ 3.

12.
Vsus Geometrici prop.24.circa curuilinea.Schol. prop. 24.

13.
Vsus varij propos. 25. Ibid. § 2.

14.
Vsus opticus propos.27. Ib.§ 3.

15.
Vsus opticus propos. 31.Ib.Prop.31 § 1.

16.
Vsus varij apud nos Propositionis 31. Ibid.§ 4.

17.
Vsus Astronomicus propositi. 33. Ibid. propos.32.§ 1.

18.
Vsus geometricus propos. 32 in theoremate pro sectione rectarum in eàdem proportione. Ibid.§ 2.

19.
Vsus opticus paradoxicus propositi. 33. Ibid.propos.33. § 2.

20.
Vsus alter opticus paradoxicus propos. 33. Ib.§ 3.

21.
Vsus opticus paradoxicus tertius, propos.33.Ib.§ 4.

22.
Vsus circuli ex 35 propositionibus in Geometria speculatiuà, & practicà, & in Arithmeticà. Ibid.prop. 35.§ 2.

23.
Vsus propos. 36 pro dimensione totius ter-

Digitized by Google

terrarum Orbis. Ibid.prop,36.§ 2.

24.
Vſus alij propoſ.36.Ibid.§ 3.

25.
Vſus Aſtronomicus corollarij propoſ. 15, nempe Planetarum à Terra diſtantias agnoſcere. Lib. 4, propoſit. 15, § 2.

26.
Vſus Catoptricus, hoc eſt punctum vſtionis phyſicæ è ſpærico ſpeculo inuenire ope 15 propoſit. lib. 4. Ibidem § 3..

27.
Vſus Aſtrologicus,hoc eſt Planetarum aſpectus, ac Lunæ phaſes pro influxibns iuxta latera figurarum regularium ex præcedentibus proportionibus in circulo inſcriptarum. lib. 4. propoſ.15, § 2.

28.
Vſus harmonicus inſcriptarum ex præcedentibus propoſitionibus circulo figuratum, atque in primis Harmoniæ cæleſtium circulationum à Planetis ſub Zodiaco ſignatarum veſtigia prodere. Ibid § 9.

29.
Vſus Aſtronnmicus propoſ.16.li.4.cum opportunitate noſtræ methodi. Ibid. Propoſ.16.§ 1.

30.
Vſus Aſtronomicus. Ibid.prop. 16, § 1.

31.
Vſus 4 elementi pro figuris ſolidis. § 7.

32.
Vſus 4 Prop.li.2 Eucl. in inuẽtione quadratorum numerorum, & radicum ex imparibus numeris.&c. lib.2.propoſ.4, § 8.

33.
Vſus propoſit.4 pro demonſtratione Geometricà extractionis radicũ quadratarum. Ib.§ 9.

34.
Vſus 4 prop. in ſolutione theorematis eximij. Ib.§ 10.

35.
Vſus ampliſſimus propoſitionum 12,& 13 in vniuerſa Geometrà practicà. Compendia a nobis organica;& alij vſus. Ib.prop.12, 13, § 16.

36.
Vſus prop.14 lib.2.pro vniuerſa geometria ſpeculatiua, & practica. Ib. § 17.

37.
Vſus Primæ definitionis lib. 2.indicati, § 2, Schol.3.

38.
Vſus logiſticus propoſitionum libri 2. § 4. Schol. 6.

39.
Vſus algebraticus propoſ.4, lib.2.§ 6.

INDEX NONVS

Praxeon in planis, & ſolidis.

IN TOMO SECVNDO.

1.
PRaxis Definitionis ſecundæ lib. 6 in æquipon derantijs Philoſophię Machinariæ. Definit.2.§ 1.

2.
Praxis à data circulari linea imperatam partem auferẽdi. Exemplum in ablatione ſeptimæ partis, ſiue in ſeptuſariatione dati arcus. Propoſ.9 § 10.

3.
Praxis altera perfacilis, ſine ſemicirculis,continuandi lineas in eadem proper-

Digitized by Google

portione ad minores terminos. Propos. 12. § 3.

4.

Praxis duabus datis mediã proportionalẽ inueniendi, demonstrata partim ex prop. 17 lib. 6 apud Eucl. Prop. 17. § 3.

5.

Duabus mediam, &c. cum demonstratione ex 17. Propos. 17. § 4.

6.

Duabus tertiam proportionalem. &c. demonstrata partim ex 17 proposit. lib. 6. § 5.

7.

Conuersam proposit. 13 lib. 6 apud Euclidem exhibere; hoc est: Datæ rectæ lineæ duas extremas proportionales adinuenire, ac describere. Propos. 17. § 6.

8.

Vsus, & Praxis militaris propos. 18. in circino proportionum. Prop. 18. § 2.

9.

Praxis geometrica pro inueniendà proportione composita innititur in constructione, qua vtitur Euclid. dum demonstrat 23 proposit. lib. 6. Additis à nobis duabus alijs praxibus arithmeticis. Proposit. 23. § 3.

10.

Dato rectilineo æqualem circulum exhibere. Propos. 25. § 3.

11.

Dato circulo æquale rectilineum constituere. Propos. 25. § 5.

12.

Datæ ellipsi æqualem circulum exhibere. Propos. 25. § 7.

13.

Dato circulo æqualem ellipsim exhibere. Propos. 25. § 8.

14.

Datis ellipseos diametris, latus rectum, siue lineam inuenire, ad quam facienda est applicatio cum deficientia, &c. Propos. 28. § 6.

15.

Datis ellipseos vtraq; diametro, latus rectum, siue lineam applicationis cum deficientia inuenire. Propos. 28. § 7.

16.

Datis diametro, & linea applicationis deficientis, siue latere recto, describere ellipticam figuram per puncta. Propos. 28. § 10.

17.

Data vtralibet diametro, ellipsen describere. Propos. 28. § 11.

18.

Datis diametro, & latere recto, ellipsim describere. Propos. 28. § 12.

19.

Data diametro maiore, describere ellipsim. Propos. 28. § 13.

20.

Data diametro minore, ellipsim describere. Propos. 28. § 14.

21.

Praxis facillimè per mutuas sectiones rectarum ellipsim describendi, vnà cum indicata demõstratione. Prop. 28. § 17.

22.

Altera praxis geometrica inueniendi eadem gemina puncta applicationis in maiore diametro ellipsis. Prop. 28. § 19.

23.

Praxis geometricè organica facillimo instrumento describendi ellipticas simul, & circulares lineas, datis earum diametris. Propos. 28. § 22.

24.

Super data recta linea aliter eodem regulæ motu ellipsim, & circulum se contingẽtes describere. Prop. 28. § 29.

25.

Lineam applicationis excedentis datæ hyperboles facillimè inuenire. Propos. 29. § 2.

26.

Vsus proposit. 29 libri 6 in rectangulorum applicatione hyperbolicà, siue excedente, &c. Propos. 29. § 3.

27.

Data linea applicationis eum excessu, & latere transuerso, hyperbolen describere. Propos. 29. § 4.

Digitized by Google

28.

Praxis 4 organica, & Vsus puncti applicationis excedentis, in primis pro praxi describendæ hyperboles gemino filo, ad plura, &c. Propos. 29. § 7. & aliter. § 11.

29.

Eodem regulæ motu hyperbolicam, & circularem lineas describere. Propos. 29. § 8.

30.

Lineam iustæ applicationis, siue latus rectum vel datæ, vel describendæ paraboles inuenire. Propos. 29. § 18.

31.

Datâ lineâ iustæ applicationis, parabolen describere. Propos. 29. § 19.

32.

Inuenire focum, siue punctum vsforium, siue ad quod vnum reflectuntur rectæ omnes axi æquidistantes in parabolen incidentes. Propos. 29. § 21.

33.

Praxis 5, & organica describendæ paraboles ex puncto applicationis, &c. seu foco, &c. Propos. 29. § 24.

34.

Describere geometrice parabolen. Propos. 29. § 27.

IN TOMO TERTIO.

35.

PRaxis normæ examinandæ. Lib. 3. propos. 27. § 4.

36.

Praxis organica inueniendi cētrum grauitatis semiperipheriæ. Breuiar. sec. 2. coroll. 4. post probl. 17.

INDEX DECIMVS

Paradoxorum in planis, & solidis.

IN TOMO SECVNDO.

1.

DE finito etiam minimo non solum æquali, sed etiam multiplicater maiore, quàm sit quantum aliquod extēsione infinitum. Prop. 1. § 4.

2.

Etiam per non parallelam vni laterum, triauguli auferre triangulum simile, &c. Propos. 4. § 4.

3.

Paradoxum, & vsus 4 propos. lib. 6, & corollarij apud nos 1 ex ea, pro inuētione linearum tertiæ, & quartæ proportionalium in circino proportionū. Propos. 4. § 10.

4.

Inaccessas altitudines, & latitudines per innaccessas longitudines, & per vnicam mensoris stationem facillimè dimetiri. Propos. 4. § 1.

5.

Datis duabus rectis lineis, media, & minore extrema, maiorem extremam in Harmonica Proportionalitate inuenire per analogiam ad Geometricam. Propos. 13. § 3. de med. &c. harmon.

Pa-

Digitized by Google

6.

Paradoxum in Praxi, (firmatà partim ex 16. propos. lib. 6) tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inueniendi è lib. 13 Eucl. Propos. 16. § 2.

7.

Paradoxum de tribus rectis lineis inter se proportionalibus, quarum mediæ quadratum non est æquale rectangulo sub extremis, contra propos. 17. lib. 6. Propos. 17. § 18.

8.

Praxis propos. 18 lib. 6 geometricè expeditior fit ab Aranea in Apiarijs nostris geometrizante. Propos. 18. § 5.

9.

Paradoxū contra 20 propos. solutum de rectilineis cylogonijs, quæ non videntur habere inter se proportionem duplicatam homologorum laterum. Atque inde alia paradoxa soluta. Propos. 20. § 16.

10.

Rectilinea, & circuli, quorum proportio duplicata laterum, vel diametrorum cognita est, ac nescitur. Et alia paradoxa. Propos. 20. § 17.

11.

Solidi, sphæræ, vel parallelip. propter molem, vel nimiam grauitationem imponderabilis, occultam grauitatem geometricè, sine Mechanicà ponderatione, prodere ex 20. propos. lib. 6. ibid. § 22.

12.

Super quattuor rectis lineis proportionalibus quattuor rectilinea inter se proportionalia sunt, & tamen inter se non similia. Cum vsu in Musicis, & in Ponderosis. Propos. 22. § 6.

13.

Rectilinea plurilatera non parallelogrammata, quæ habent inter se proportionem ex lateribus compositam. Propos. 23. § 10.

14.

Triangula habentia vnum vni æqualem angulum, habent proportionem compositam ex lateribus circa æquales angulos. Propos. 23. § 13.

IN TOMO TERTIO.

15.

Paradoxa, & admiranda 16 propositionis, & corollarij ex ea. Libr. 3. propos. 16. § 1.

16.

Paradoxum singulare ex angulo contactus, quo fit vt angulus rectus ad acutum non habeat maiorem proportionem, quàm angulus semicirculi. &c. Nulla itē proportio anguli acuti cum angulo semicirculi. Ibid. § 2.

17.

Pluriformes anguli contactus, & asymptoton miracula, etiam duarum rectarum linearum semper inter se accedentium, nec vnquam se contingentium, ab angulo contactus. Ibid. § 3.

18.

Ex verbis propositionis 16 patent causæ paradoxorum anguli cōtactus. Ib. § 5.

19.

Lux paradoxis aliquibus angulorum in Apiarijs philosophiæ Mathematicæ. Ibid. § 10.

20.

Est aliquis locus, vbi aspectabili manente, oculo verò translato, aspectabile semper æquale videtur. Ibid. propos. 21. sub § 3.

21.

Est locus, vbi manente oculo, res spectata è loco in locum mutata, æqualis semper apparet. Ibid. prop. 27. sub § 3.

22.

Datis duabus magnitudinibus inæqualibus vnam tertiam componētibus, quis loca inueniat, vnde spectatæ nunc singulæ, nūc simul iunctæ, semper tamen

Digitized by Google

appareant æquales magnitudines? Ib. prop. 31 sub § 1.

23.

Paradoxa de angulis segmentorum circuli. Extrema iuxta se posita. Transitus ab extremo ad extremum sine medio in angulis, & lineis. Ibid. § 6.

24.

Est aliquis locus communis, vnde æquales magnitudines inæquales appareãt. Ibid. prop. 33 sub § 2.

25.

Est aliquis locus communis, vnde inæquales magnitudines æquales apparent. Ibid. sub § 3.

26.

Inuenire loca, per quæ motus oculus datam magnitudinem videat auctam, vel imminutam in lubrica proportione. Ibid. sub § 4.

27.

Punctum æquale superficiei infinitę. Breuiar. Sectio. 3. § 28.

28.

Paradoxa, & problemata ex theorematibus lib. 2 præsertim ex 4, & 5 prop. in numeris. Modi varij ex imparibus numeris radices quadratas inueniendi ex eisd. propos. lib. 2. propos. 5, § 13.

Vide, & inter Theoremata, Problemata, Corollaria, & Scholia.

INDEX VNDECIMVS

Lemmatum in planis, & solidis.

IN TOMO SECVNDO.

1.

Datis quotcunque rectis lineis, vel angulis, vel arcubus, quam inter se proportionem habeant illicò agnoscere in circino proportionum. Propos. 1. § 6.

2.

In triangulo quouis si vni laterum parallela recta agatur, & ex quocunq; puncto illius lateris ad angulum oppositum recta educatur linea, diuidétur linea parallela, & latus illud in easdem rationes. Propos. 10. § 8.

3.

Si sint quotcumque magnitudines, & quæ est media proport. inter minimã, & maximam, ea sit quoque media inter reliquas, illæ magnitudines erunt proportionales ponendo minimam, & maximam extremas. Proposit. 12. § 6.

4.

Si sint quotcunq; magnitudines continuè proportionales, & aliæ quædam in eadem ratione, sitq; vna aliqua posteriorum media inter duas quaslibet priorum, eriam reliquæ posteriores eodem ordine erũt mediæ inter reliquas priores. Propos. 12. § 7.

5.

Ex harmonica Geometricam Proportionalitatem procreare. Propos. 13. § 2. de med. proport. harmon.

6.

Lemma demonstratum ex novo vsu centri grauitatis: Conorum rectorum, ac inæqualium altitudinum, quorum latera sunt æqualia, superficies sine basibus, sunt inter se, vt basium semidiametri. Propos. 15. § 4. Da-

Digitized by Google

7.

Datæ rectæ lineæ aliã adiungere in data proportione per circinũ proportionũ. Prop. 23. § 2.

8.

Si recta linea extrema, & media ratione secetur, apponaturq; ei linea æqualis maiori segmento, tunc & tota recta linea extrema, & media ratione secabitur, & maius segmentum erit ea, quæ in principio recta linea. Et è conuerso, &c. Propos. 30. § 4.

9.

Si Sexanguli, & decagoni eodem circulo inscriptorum latera componantur, composita tota extrema, & media ratione secatur, & maius segmentum, est ipsius sexanguli latus, & è conuerso, &c. Propos. 30. § 6.

10.

Si latus hexagoni secetur extrema, & media ratione, erit maius segmentum latus decagoni inscribendi circulo, cuius semidiameter est latus hexagoni sectum media, & extrema ratione. Propos. 30. § 7.

IN TOMO TERTIO.

11.

DE quadratis æqualibus à lateribus æqualibus, & æqualium quadratorum lateribus æqualibus. Lib. 3. Propos. 14. Schol.

12.

Vnius circuli vnicum tantum est centrum. Ibid. prop. 25. § 1.

13.

Latus pentagoni potest latera hexagoni, & decagoni in eodem circulo. Lib. 4. prop. 15. § 4. 14.

Circulum geometricè demõstratiuè diuidere in gra. 360 ex propositionibus libri 4. Lib. 4. Append. § 1.

15.

Chordas arcuum diuisi quadrantis, vel semicirculi traducere in vnam rectam lineam. Ib. § 2.

16.

Peripheriæ inter se sunt vt semidiametri, vel diametri. Epil. plan. § 19.

17.

Si fuerint quatuor lineæ continuè proportionales, vt est quadratum ex prima ad quadratum ex secunda, ita secunda ad quartam. Brewar. Stereom. sec. 2, ante probl. 36.

Vide, & inter Problemata.

INDEX XII.

Porismatum.

IN TOMO SECVNDO.

1.

DAto puncto ellipsis nondum descriptæ, ac altera diametrorum, alteram diametrum inuenire. Propos. 28. § 24.

2.

Datis duobus rectilineis similibus, inuenire facillimè quam inter se proportionem habeant, etiam sine cognitione duplicatæ proportionis laterum homologorum iuxta 20 lib. 6. Prop. 31. § 7.

IN

Digitized by Google

IN TOMO TERTIO.

3.

DAta semidiametro inuenire in circino proportionum latus trianguli æquilateri circulo inscribẽdi. Lib.4.prop.2.§ 1.

4.

Data semidiametro, inuenire in circino proportionum latus quadrati circulo inscribendi. Ib.prop.6.§ 1.

5.

Dato latere quadrati, inuenire in circino proportionum semidiametrum circuli quadrato circumscribendi. Ibidem propos.9.§ 1.

6.

Data semidiametro, inuenire in circino proportionum latus pentagoni regularis circulo inscribendi. Ib.pr.11.§ 1.

7.

Dato latere pentagoni regularis inuenire in circino proportionum semidiametrum circuli pentagono circumscribendi. Ib. prop.14.§ 2.

8.

Data semidiametro, inuenire in circino proportionum latus Quintidecanguli circulo inscribendi, & dato latere quintidecanguli, inuenire semidiametrum circuli circumscribendi. Ibid. propos. 16. § 2.

Vide, & inter Problemata.

INDEX XIII.

Scholiorum aliquot præcipuorum de planis, curuis, & solidis.

IN TOMO SECVNDO.

1.

DE rectangulis æqualibus reciprocis. Defin.2.§ 3.

2.

Explicata, & asserta quinta definitio lib. 6.Defin.3.4.5.§ 5.

3.

Demonstratio explicatoria, & confirmatoria Theorematis, siue Problematis per defin. 5 lib.6. significati. Definit. 5.§ 2.

4.

Adiumenta praxi facilitandæ circa inuentionem compositæ proportionis aliter etiam à nobis definitæ. Definit. 5.§ 4.

5.

Nodus Geometricus circà veritatem 1. Propos. lib.6. solutus. Fallacia circa figuratum rectilinearum similitudinẽ, ac Theoriæ nodi ad solutionem, & ad lucem pro 25 propositione lib.6. Propos.1.§ 1.

6.

Corollarij de triang. & parallelogr. vt altitudines alia demonstratio geometrica

trica, præter Euclidem. Propos. 1. § 3.

7.

Aliter data rectilinea scire quam inter se proportionē habeant. Prop. 1 post § 7.

8.

De figuris rectilineis, præter triangula, & parallelogrammata augendis, minuendis in data proportione. De rectilineis proportionalibus. Prop. 1. § 9.

9.

De triangulis, & parallelogrammis incommensurabilibus. Propos 1. § 19.

10.

Veritas Euclidianæ 2 propos. lib. 6. etiam in curuis lineis circulorum parallelis, & non parallelis, proportionaliter secantibus latera triangulorum, & cæt. Propos. 2. § 1.

11.

Indicati vsus propos. 2. lib 6 pro inuentionibus linearum proportionalium tertiæ, & quartæ, atq; etiam plurium in eadem proportione. Prop. 2. § 2.

12.

Inaccessas profunditates, & altitudines metiri e 2 propos. lib. 6. Propos. 2. post § 3.

13.

Applicatio, & vsus indicatus 2 propos. lib. 6 Eucl. ad dimensiones vmbrarum globi lunaris, & globi terrestris. Propos. 2. § 4.

14.

Circini proportionum demonstratio è Propos. 4. § 8.

15.

Theoriæ, atq; cautiones circa demonstrationem è 4 prop. lib. 6, ac vsum circini proportionum pro ea facie, in quam chordæ 90 graduum quadrantis translatæ sunt. Propos. 4. § 9.

16.

De inuentione mediæ proportionalis in circino proportionum. Propos. 4. post § 11.

17.

Ampliata Euclidis praxis, & ad militaria traducta. Vegetius, & alij veteres Authores explicati. &c. Propos. 4. § 15.

18.

Vindicatio Aguilonij, & confirmatio factæ ab eo demonstrationis indicata Tyronibus. Propos. 3. § 19.

19.

Pro praxibus aliquibus. Propositio 4. post § 24.

20.

Cōfirmatio hypothesis catoptricæ apud Euclidem pro dimensione per speculæ 4 propos. lib. 6. Propos. 4. post § 25.

21.

De cautionibus, & firmamentis dimensionū per Scaphia, & radios è fenestræ foramine. Propos. 4. § 30.

22.

Astronomica plura problemata è 4 propos. lib. 6. Eucl. Propos. 4. § 32.

23.

Corollarium, & Scholion, in quibus è 4 propos. lib. 6. &c. indicatur theorice præcipuorum mensoriorum instrumentorum Geometricorum, & Astronomicorum. Propos. 4. § 33.

24.

Visionis intra oculum arcana prodita è 4 propos. lib. 6. Propos. 4. § 35.

25.

Fallacia sunt optica experimenta in oculo cadaueraceo (hoc est animalis mortui) etiam conglaciato, vel in oculo viuo, sed morboso, ideſt male affecto ab aliqua corporis ægritudine. Propos. 4. § 36.

26.

Demonstratio praxis (in § 3 ad 12 primi) demittendi perpendiculariem. Propos. 4. § 38.

27.

Proludium duabus medijs rectis lineis proportionalibus inueniendis inter duas datas. Propos. 8. post § 9.

28.

Scholia ad lucem, & cautionem geometricam. Propos. 8. § 12.

Mo-

29.
Modus dimetiẽdi distantias in quodam problemate pro vitandis fallacijs aliter vsurpatus. Propos. 8. § 15.

30.
Innacessas altitudines, & profunditates metiri è coroll. 8 propos. libri 6, Prop. 8. § 17.

31.
Aliter 9 propos. lib. 6. Eucl. exercere, ac demonstrare per ductam parallelam diuidendæ. &c. Propos. 9. § 1.

32.
Remedium, & compendium pro lineis quibusuis lungissimis in vsu circini-proportionum. Propos. 9. § 9.

33.
Circa alia exempla in ablatione tertiæ, quintæ &c. partis à dato arcu. Propos. 9. § 11.

34.
Mixtæ lineæ punctuatæ ab antiquis, & doctioribus Philosophis Geometricis iure ineptæ habitæ sunt solutionibus problematum aliquorum geometricorum. Propos. 9. § 15.

35.
De proportione arcuum similium, & peripheriarum, & vsu circini proportionum. Propos. 9. § 18.

36.
Theorice, & inuentio, & vsus linearum in circino proportionũ prodit ab vsu 10 propos. lib. 6, iuxta nos. &c. Propos. 10. § 6.

37.
Lemmatica de specebus Proportionalitatum pro vsu 9, & 10 propos. lib. 6 in linearum partibus carpendis, siue lineis in partes trium præcipuarum Proportionalitatum diuidendis. Propos. 10. § 13.

38.
De datæ rectæ sectione in data proportionalitate geometrica, Facilius, ac breuius, quam in antecedentibus Problematibus secare datas rectas in qualibet trium proportionalitatum. Pro Apiacis aliqua. Propos. 10. § 16.

39.
Pro praxi organica problemat. aliq. animaduersio. Propos. 10. § 18.

40.
Vsus amplissimi propos. 10 indicati in vniuersa Geometria, & Stereometria. Propos. 10. § 19.

41.
De diuisione anguli vt alter diuisus est. Propos. 10. § 21.

42.
Quantitatem Mathematicam esse in infinitum diuisibilem est per se notum. Propos. 10. § 22.

43.
Ad facilitatem operationis pro demittẽdis perpendicularibus, &c. Propos. 12, post § 2.

44.
Demonstratio praxis continuandi plures lineas in eadem proport. Propos. 12. § 8.

45.
Scholia ad intelligentiam, & confirmationem demonstrationis de continuatione plurium linearum in ead. proportione. Propos. 12. § 9.

46.
Propositio 13 lib. 6 tripliciter locale Porisma est. Propos. 13. § 1.

47.
De duplici conuersione apud nos Problematis: Duabus mediam, &c. Propos. 13. § 2.

48.
De vario, & multiplici vsu linearum mediarum proportionalium apud nos in omni genere Philosophiæ Mathematicæ. Propos. 13. § 12.

49.
Ad facillimam operationem aliquorum antecedentium problematũ. Propos. 13. post § 14.

50.
Euclides ab Apollonij reprehensionibus vindicatus. Apollonius ipse ab Antiquis reprehensus, etiam prolato eius pa-

Digitized by Google

paralogismo in inuentione duarum mediarum proportionalium. Propos. 13.§ 1. de duab.med.proport.

§1.

Duarum mediarum proportionalium inueniendarum occasio, & vsus. Propos.13.§ 2. Ibid.

§2.

De veterum molitionibus, & inuentis circa inuétionem duarum mediarum proportionalium. Recentiorum aliqua non diuersa ab antiquis. Animaduersio in Pappum noua, vel non prorsus vulgata è recentioribus, & à nobis. Propositi 13.§ 3. Ibid.

§3.

Quomodo duæ mediæ proportionales inseruiant duplationi cubi, & in duarum mediarum proportionalium inuentione exemplum ad Aristotelis intelligentiam de Abductione Geometrica. Propos.13.§ 9. ibid.

§4.

Duæ mediæ proportionales iam pridem ex antiquorum inuentis geometricè, ac demonstratiuè inuentæ sunt. Propositi.13.§ 10.Ibid.

§5.

De numeris medijs proportionalibus, & duobus, & pluribus inter duos datos inueniendis. Propos.13.§ 11. Ibid.

§6.

De procreatione Harmonicæ à Geometrica proportionalitate.Propos.13.§ 1. de inu.lin.proport.in Harmon.

§7.

Dato medio, & maiore extremo, inuenire minus: datis extremis, inuenire medium, &c. in Harmonica Proportionalitate. Propos. 13.§ 4.de proport. harmon.

§8.

De inuentionibus extremarum, & mediæ linearum in Arithmetica Proportionalitate. Propos.13.§ 5.de proport. Arithm.

§9.

De inuentionibus extremorum, & mediorum numerorum in Proportionalitatibus Harmonicà, & Arithmeticà. Propositi.13.§ 6. Ibid.

60.

Demonstratio vniuersalissima propositionis 14 pro omni quantitate. Propositi.14.§ 10.

61.

De ampliatione primæ propos. lib 6 ad pluriformia solida. Propositi.14.§ 11.

62.

De ampliatione propos. 34, & 35 lib. 1 etiam ad pluriformia solida. Propositi. 14.§ 12.

63.

De conorum isoperimetris superficiebus sine basibus. Propos.15.§ 3.

64.

Ad facilitatem, & libertatem exercendi propositi problematis in § 6. Propositi. 17 post § 6.

65.

De quadrato medij numeri maiore, quã rectangulum sub extremis in proportionalitate Arithmeticà; minore verò in Harmonicà, &c. Propos.17.§ 19.

66.

Propos. 16, & 17 lib. 6 vniuersalissimè demonstratę de toto genere quantitatis. &c. Propos.17.§ 20.

67.

Hallucinatio, & variatio circa demonstrat.18.propos.lib.6.Propos.18.§ 1.

68.

Ad ornandam eruditè 18.propos. lib 6. Post § 3.

69.

Hallucinatio circa duplicatam, &c.proportionem, &c. Propos.19.§ 1.

70.

Applicationes, & Vsus, &c. 19 propos. lib. 6 rectius ad propositi. 20 translati. Propos.19.§ 2.

71.

De quadrato quadruplo quadrati super dimidio latere excitati. Propos.20.§ 6.

72.

Indicata aliqua de proportione etiam

Digitized by Google

circulorum inter se duplicata ex diametris Propos. 20. § 7.

73.
Hallucinatio vitanda Tyronibus in circulorum inter se proportionibus. Propos. 20. § 11.

74.
Quæstiunculæ curiosæ, ac praxes Harmonicæ Militares, &c. in proportionibus peripheriarum, & circulorum. Propos. 20. § 12.

75.
De quadratura circuli è centro grauitatis in semicirculo. Propos. 20. § 19.

76.
Solutio dubitationis in figura, & exemplo crucis delineatæ in § § 24, 25, ad Propos. 20. § 26.

77.
Figurarum transmutationes ex 20 prop. lib. 6. Propos. 20. § 31.

78.
Imago per instrumentum nostrum scenographicum scientificè delineata, etiam prototypo simillima demonstratur ex 21 propos. lib. 6 Eucl. prop. 21.

79.
Aliter, ac breuius demonstrationem propositionis 22 lib. 6 expedire. Proposit. 22 § 1.

80.
Ampliatio Propos. 22 lib. 6. & eius vniuersalitas. Propos. 22. § 2.

81.
In qua proportione sint rectilinea similia super proportionalibus lineis. Propos. 22. § 3.

82.
Propos. 22 lib. 6 est fons constituendorum rectilineorum proportionalium. Propos. 22. § 4.

83.
Propos. 22 lib. 6 ampliata ad numeros, & solida. Propos. 22. § 7.

84.
Expositio, & constitutio, quibus Euclides vtitur in demonstranda 23 propositione, dissipant hallucinationes circa cópositam proportionem Geometricam, velut laterum in parallelogrammis, &c. Proposit. 23. § 1.

85.
Aliter, ac breuius demonstrare propos. 22 lib. 6, eademq; in numeris demonstrata. Propos. 23. § 5.

86.
Epilogus ad praxes ex 23 propos. præsertim dimensionum superficialium non superficialiter, sed geometricè demóstratas. Propos. 23. § 21.

87.
Aliter, breuius, ac facilius demonstrare propos. 25 lib. 6 elementarem. Propos. 25. § 1.

88.
Indicatus vsus aliquis physicus, ac ciuilis, siue agrarius problematis de transform. rectil. in circulum. Prop. 25. § 4.

89.
Problemata de ellipsi § § 7, 8 ad 25 lib. 6 etiam ad rectilinea vniuersalizare, & in vsum ellipticæ aræ dimetiędæ traducere. Propos. 25. § 9.

90.
Curuilinea proportionalia constituere. Propos. 25. § 13.

91.
De auctionibus, imminutionibus, diuisionibus planarum figurarum, seruata earum similitudine. Propos. 25. § 14.

92.
De problematibus apud Geometras inordinatis, & facta sectione data in tres proportionales, scire in qua proportione sint ex partes. Propos. 28. § 5.

93.
De Geometrica applicatione cum defectantia, quæ Græcis ἔλλειψις. Id nomen inditum conicæ sectioni ab vsu prop. 28 Eucl. § 5.

94.
Praxis ex punctis applicationis, &c. ellipsim describendi. Propos. 28. § 20.

95.
Punctorum applicationis ad axem maiorem ellipsis miræ affectiones, ac vsus ali-

aliqui tantum indicati. Prop. 28. § 21.

96.

Theoriæ, ac philosophationes geometricæ non sine paradoxis, circa operationes partium regulę sub angulo normæ recto motarum. Aristotelis de motus localis generibus vindicatus. Propos. 28. § 27.

97.

Alij modi inueniendæ lineæ applicationis hyperbolicæ, & describendæ lineę hyperbolicæ. Propos. 29. § 5.

98.

Monitum circa effectiones physicas diaphani pupillaris. Propos. 29. § 10.

99.

De tubo optico cum l ête pupillari. Propos. 29. § 11. Schol. 4.

100.

Ad omnes hyperbolas non posse duci assymptotos. Et cur hyperbolę axi coni parallela sit apud nos præcipua. Propos. 29. § 16.

101.

De Geometrica applicatione insta, & præcisa (sine deficientia, vel excedentia) quæ Græcis est ὑπερβολὴ, Vnde etiam nomen Sectioni conicæ. Propos. 29. § 17.

102.

De Vestalium Scaphijs, & Archimedis speculis vstorijs, ac etiam de tubis parabolicis, &c. Propos. 29. § 23.

103.

Cur in sectionibus conicis, & in alijs lineis non rectis spectetus angulorum incidentiæ, & reflexionis æqualitas pénes rectam contingentem. Propos. 29. § 25.

104.

Indicata hallucinatio Vitellionis, & Orontij circa latus rectum, & punctum vstorium in parabola, pro vitando magni momenti errore practico. Propos. 29. § 6.

105.

De Alijs paraboles descriptionibus. Propos. 29. § 28.

106.

De motu proiectorum parabolicè inflexo. Propos. 29. § 29.

107.

De Ellipsi, Hyperbula, Parabole apud nos etiam in numeris medijs proportionalitatum Geometricæ, Arithmeticæ, Harmonicæ. Propos. 29. § 30.

108.

Geometrica philosophatio cum paradoxo dissolutoria oppositionis Arithmeticæ cótra operationem è circino propor. secandi lineam proportion. § 8.

109.

Campus geometricus, & vniuersalis ex vsu propos. 31 pro auctionibus, imminutionibus diuisionibus, &c. quarumcunq; planarum rectilinearum figurarum, seruata semper eiusdem speciei figura in totis, partibus, residuis, compositis, &c. Propos. 31. § 1.

IN TOMO TERTIO.

1.

Proportionum genera, species, denominatores. lib. 5. § 3.

2.

Nostra methodus non patitur difficultates vulgatas definitionis quintæ lib. 5. Ibid. § 8.

3.

Expositio distincta, facilis, ac brevis definit. 5 de in eadem proportione ab æquemultiplicibus. &c. Ibid. § 9.

4.

Index copiæ circa analogias. Ibid. § 19.

5.

Expositio permutatæ proportionis, Ibidem § 13.

6.

Cur in argumentatione à permutando

Digitized by Google

debeant termini esse in eodem genere. Ibid. § 14.

7.

Hæresis de æternitate mundi ex ignorantiâ 13 definitionis lib. 5 male firmata. Ibid. § 15.

8.

Vniuersalitates 4 propositionis. li. 5. propos. 4. Schol. 4.

9.

Ostensiones numericæ valent etiam de proportionibus irrationalibus. Ib. § 1.

10.

Conuersa ratio demonstrata vniuersaliter de toto genere quantitatis. Ibidem prop. 19. Schol. 2.

11.

Vsus, & exempla anticipationis etiam in in Theorematibus. Nostra methodus confirmata. Ibid. propos. 33. § 3.

12.

Expositiones, & rationes 11 definitionis. lib. 3. defin. 11. § 1.

13.

Demonstratio veritatis assertæ in definitione 11 de angulis æqualibus in segmentis, & arcubus similibus Ib. § 2.

14.

Methodi nostræ opportunitas, & necessitas. Ibid. § 5.

15.

De contactu peripheriæ in puncto rectæ, &c. lib. 3 propos. 2. Schol. 2.

16.

Physica demonstratio de contactu circuli, vel sphæræ in puncto. Ib. Schol. 2.

17.

Contactus in puncto intelligendi in abstractione Geometricâ. Ibid. § 3.

18.

Anguli contactus omni acuto minores etiam ad reliquas sectiones conicas præter circulum. Ibid. prop. 16. § 4.

19.

Cauillationes aliquæ contra angulum contactus proponuntur. § 6. Ibid.

20.

Cauillationibus contra angulum contactus respondetur. § 7. Ibid.

21.

Prava aliquorum illatio ex angulo contactus, quod quantitas constet ex indiuisibilibus, repulsatur. Ad rem recolitur abstractio geometrica. § 8. Ib.

22.

Reliquæ aliquæ leuitates contra angulum contactus exulatæ. Ib. § 9. Ibid.

23.

Pro nostra Methodo. Ib. § 11.

24.

Quiformis figuræ descriptio. Ibid. prop. 17. Schol. 1.

25.

Opes geometricæ, ac praxis ditandis, & exercendis contactibus rectarum ad circulos, indicatæ. Ib. Schol. 1.

26.

Confirmatio geometrica de circuli, & sphæræ contactibus in puncto. Ibid. prop. 18. Schol. 2.

27.

Praxis alia inueniendi centri in circulo. Ibid. prop. 19. Schol.

28.

Pro nostra Methodo. Ibid. propos. 20. Schol. 1.

29.

Astronomici obseruatoris astronomicus paralogismus ex abusu 20 propos. Ib. Schol. 2.

30.

Aliter exercere, & demonstrare propos. 25 ex 31 li. 3. Ib prop. 32. Schol. 1.

31.

De angulo semicirculi, quòd sit æqualis recto hallucinationes aliquorum elustratæ. Ibid. § 7.

32.

Aliter Propositionem 33 lib. 1, ac breuiter demonstrare. Ibid. prop. 33. § 1.

33.

Nostra methodus pro agnoscendis circuli admirandis in 35 prop. lib. 3. Ibid. propos. 35. § 1.

34.

Conuersio [illegible] Corollarij primi apud

Digitized by Google

apud Clauium ex 36 propoſ. lib. 3. Ibid. propoſ. 36. § 1.

35.
Pro noſtra Methodo. Lib. 4. Propoſit. 8. Poſt § 3.

36.
De reliquis iſoſcelibus ad inſcribendas alias aliquas figuras nondum inuentis. A nobis aliquid opis, ac opum. Ibidem Propoſ. 10. § 2.

37.
Apud alios inuentio laterum trianguli æquilateri, quadrati, pentagoni, hexagoni, octogoni, decagoni, dodecagoni ex circuli diametro, &c. Ib. § 6.

38.
Vniuerſalitas, vtilitas, & materia pro ſeptimo Æterij Tomo indicatæ partim, in fine 2 elementi. lib. 2. § 1.

39.
Propoſitio 2 li. 2 facta vniuerſaliſſima de omni genere quantitatis etiam ſolidæ. Ib. Prop. 2. § 5, nu. 2.

40.
Propoſitio 3 vniuerſaliſſima etiam ad ſolida. Ib. Propoſ. 3. § 6.

41.
Propoſitio 4 de omni quantitate. Ib. prop. 4. § 7, Schol. 2.

42.
Quadratum duplæ quadruplum quadrati dimidiæ lineæ; etiã in numeris oſtenſum. Ib. § 15.

43.
Auctaria ad propoſitiones aliquas lib. 2. Ib. prop. 11, § 15.

44.
Adiumenta ad praxim 14 propoſ. lib. 2. Ibidem Schol. ſub § 18.

45.
Alter ex per ſe notis expedire Propoſit. 4 lib. 11 Elem. Epil. Schol. 3 ſub § 32.

46.
De ortu Pyramidum, & Conorum inæqualium ex inæqualibus baſibus, vel altitudinibus. &c. Epil. Schol. 3. § 34.

In Breuiarij Stereometrici

SECTIONE I.

1.

NOſtrum compendium pro ſolidorum aliquorum proportionibus, & dimenſionibus facilius etiam, quàm ex vſu geometrico centri grauitatis. Poſt § 1.

2.

Etiam inæqualium cylindrorum, & conorum reciprocationes diametrorum in baſibus, & ſoliditatum cum altitudinibus. Poſt Theor. 5.

3.

Aliter propoſ. 36 lib. 11 Eucl. geometricè demonſtrare. Poſt Th. 7.

4.

Regula noſtra vniuerſalis (pro particularibus apud Euclidem de ſolidis eiuſdẽ ſpeciei) de ſolidis etiam diuerſæ ſpeciei æqualibus, quorum baſes, & altitudines reciprocantur, & conuerſim. Poſt Theor. 8.

5.

De Cylindris, & conis inæqualium altitudinum habentibus inter ſe proportionem vt baſiũ diametri. Poſt Th. 13.

6.

Coni, & Pyramides eiuſdem altitudinis, ſunt inter ſe vt baſes. Poſt Th. 15.

7.

Proportiones inter conum, & cylindrum Poſt Theor. 20.

8.

Quanti momenti ſit, præſertim in ſphæris, proportio inuenta è ſemidiametris, vel

vel diametris, sine vsu centri grauitatis. Post Theor. 11.

9.
Alia theoremata de solidorum non similium proportionibus apud nos. Post §7.

10.
De theorematibus & problematibus circa superficies solidorum, in primis elementarium. §8.

11.
De proportionibus basium inter se in cylindris, conis, parallelepipedis, prismatibus. Post Theor. 35. & Lemma.

12.
Compendium singulare in theoremate de sphær. superfic. Post Theor. 26.

IN SECTIONE II.

13.
DE transformationibus circa solida etiam non rotunda. Probl. 12.

14.
De dimensione superficiei pyramidalis. Post Probl. 16.

15.
Ad circuli quadraturam noui aditus. Post Probl. 18.

16.
Praxes militares è dimensione sphæræ. Post Probl. 24.

17.
Conus habens pro base circulum sphæræ maximum, pro altitudine triplicatam diametrum, est æqualis datæ sphæræ. Post Probl. 26.

18.
Soliditatem sphæræ nosse. Schol. 3. Post Problem. 26.

19.
Datam sphæram in conum æqualem vertere. Schol. 2 Post Probl. 27.

20.
Conum, & cylindrum vertere in sphæram. Schol. 3 post probl. 28.

21.
Cylindrum obliquum, &c. in parallelepi. vertere. Schol. 1. Post Probl. 32.

22.
De variis solidorum transformationibus. Schol. post Probl. 34, 35.

23.
Criticis foueæ geometrica. Post Prob. 36.

24.
De mirifico Villalpandi instrumento pro augendis, vel imminuendis solidis in data proportione. Schol. 2 post Problem. 45.

25.
Problemata de aliorum solidorum elementarium, præsertim rotundorum, auctione, vel imminutione proportionalibus. Post Probl. 47.

26.
Pro vsibus, & praxibus facilior alia ratio augendorum, vel minuendorum solidorum in data proportione, non seruata individualis figuræ similitudine. §6.

27.
De dimensionibus elementarium solidorum ad datam rationem, cum vsu centri grauitatis, varia problemata indicata. §8.

28.
Seges theorematum Stereometricorum. Post §9.

IN SECTIONE III.

29.
INdicata quæ ad eruditionem, & ornatum quinque corporum regularium pertinent, de quibus in libris Elem. 13, 14, 15. § 1.

30.
Hexaedri, & Octaedri à centro ad bases inuenire etiam aliter perpendiculares. § 16.

De

31.
De Hexaedri, siue cubi alia faciliore dimensione. § 18.

32.
Auctarium quartum, & compendia indicata de transformationibus, auctionibus, imminutionibus, diuisionibus, &c. solidorum regularium. § 20.

33.
Indicata compendia apud alios pro Stereometricis libris elemẽtaribus. § 22.

34.
Paralipomenon, in quo geminæ Propositiones maximi momenti, ac sæpius in hoc Ærario citatæ, ac suppositæ. § 25.

35.
Prolema. sub § 25.

36.
Indicata demonstratio. &c. rectæ motæ sub angulo recto. Ibid.

37.
Prolema. Ib. § 26.

38.
Regula vniuersalis pro demonstratione secundæ propositionis. Ibidem Scholior. 2.

39.
Cur propositiones § 25 antecedentis, cũ antecedentibus § § 23, & 24, repositæ sint inter Stereometrica. Ibidem Schol. 2.

40.
Parergon Geometricum, in quo Ergo, siue Conclusio Cyclica Ærarij, & finis subsignatus puncto, quod est æquale circulari superficiei etiam infinitę. § 7.

41.
Formatio gemini solidi caui. &c. Ib. nu. 3.

42.
Dimensio solida scaphiorum. Ib. num. 4.

43.
Transformatio scaphiorum. Ib. num. 5.

44.
De quadraturis infinitis superficierum curuarum extimæ, & intimæ in scaphis. Schol. 1. post § 30.

Plura alia Scholia minoris momenti in vtroq; 2, & 3 Tomo omissa sunt, quæ tu, Amice Lector, vel lege, vel recole.

INDEX XIV

In Epinomen Exodiorum horariorum.

IN TOMO SECVNDO.

1.
Gnomonicæ Philosophiæ Sandalium expositum. Exod. 1. Prop. 1.

2.
Sandalium Gnomonicum, hoc est Horarium vniuersale Zonæ cælestis torridæ facillimè constructu. Ib. Propos. 2.

3.
Hallucinatio Tyronibus patefacta. Ibid. Propos. 2.

4.
Theorię praxeos antecedẽtiũ. Ib. Prop. 3.

5.
Vsus Sandalij gnomonici pro horis ad quamlibet poli eleuationem cognoscendis. Ibid. Propos. 4.

6.
Citharæ horariæ facillima constructio. Propos. 1. Exod. 2.

Ci-

Digitized by Google

7.
Citharæ horarię vsus pro infinitis numero horizontalibus horarijs momento describendis. Pro horis etiam in aqua labente videndis, & audiendis. Pro horis Babylonicis ex Italicis, & pro Italicis ex Babylonicis agnoscendis, & describendis. Astronomicas non signatas vnico filo agnoscere, vel signare. Ibid. Propos. 2.

8.
Vsus præcipuus citharæ, siue horarij horizontalis pro facillima descriptione horarum Astronomicarum, & Italicarum ex Babylonicis, Babylonicarum ex Italicis in muro quocunque declinante, & in plano quocunque inclinato. Ibid. Propos. 3.

9.
Reliqua aliqua circa vsum (in anteced. propos. 3) citharæ horariæ ad horaria in muris. Ibid. Schol. 1 post Propos. 3.

10.
Horarium horizontale comparandum cum quolibet alio instrumento aptissimo ad horaria in quolibet immobili plano describenda. Ibid. Schol. 2 post Propos. 3.

11.
Microcosmi theorica expositio, & facillima constructio. Exod. 3. Propos. 1.

12.
Vsus Microcosmi pro horario vniuersali Astronomico Italico, &c. & vniuersalis, ad horas vbiq; gentium eodem momento cognoscendas. Ib. Propos. 2.

13.
Cautio pro operationibus antedictis in Semestri Hyemali. Ib. Sch. post Prop. 2.

14.
Vsus Microcosmi pro horis Astronomicis, & ab horizonte inchoatis in quocunq; plano declinante, vel inclinato facillimè designandis. Ib. Propos. 3.

15.
Vsus alij non horarij machinulæ nostræ Microcosmicæ indicati. Ibid. Schol. 1 post Propos. 3.

16.
E tabulis longitudinum iuxta nouum, & ingeniosissimum inuentum Claris. Viri Langreni Regij Cosmographi in Belgio, vsum sui Microcosmi optat Author Ærarij ab omni posteritate. Ib. Schol. 2. post Propos. 3.

17.
Ab arcu tèporis Astronomico tela Mortis horaria. Exod. 4 Propos. 1.

18.
Partes instrumenti. Ib. Propositi. 2.

19.
Constructio instrumenti, & vsus. Ibid. Propositi. 3.

20.
Adiumenta pro vsu Arcus ad horas ab horizonte, & à meridiano, & pro eleuatione poli. &c. Ibid. Schol. post Propositi. 3.

21.
Tympani, siue aquarij Authomatis ingeniosissimi, ac simplicissimi horaria operatio. Exod. 5 Propos. 1.

22.
Tympani horarij externum artificium prodere. Ib. Propos. 2.

23.
Interius ingenium Tympani perscrutari. Ib. Propos. 3.

24.
Ingeniosissimam, & facillimam artem exponere, qua, & horarũ numeri perpetuo mutantur, & hora, fine vulgato aliorum authomatum artificio, pulsantur in Tympano horario. Ib. Propositi. 4.

25.
Constructio Authomatis, & recta partium dispositio. Ib. Propos. 5.

26.
Animaduersiones circa causas incommodantes, & earum remedia. Ib. Propositi. 6.

27.
Theoriæ machinariæ, ac Physicæ. Ib. Propositi. 7.

IN-

Digitized by Google

INDICES XV, XVI, XVII.

Locorum Aristotelicorum, & variorum scriptorum expositiones, Moralia, & sacra, &c.

Citati scriptores in 2, & 3 Tomo, præter citatos, & positos in Indice 13 Tomi primi Ærarij.

INDEX XV.

Locorum Aristotel. Auctorum aliorum, &c.

IN TOMO SECVNDO.

1. VEgetius, & alij veteres Authores explicati, &c. li. 6 prop. 4, § 15.

2. Ad propos. 29, li. 6, § 24, 26.

IN TOMO TERTIO.

1. ARchimedes vindicatus à calumnia ex ignorantia 4 definitionis. Lib. 5, § 5.

2. Veteris scholiastæ hallucinatio. Ibidem § 11.

3. Hæresis de æternitate mundi ex ignorantiâ 13 definitionis lib. 5 malè firmata. Ibid. § 15.

4. Vsus contactùs in puncto ad Aristotelis intelligentiam contra indiuisibilia, & pro miraculo geometrico de asymptotis. Lib. 3, prop. 2, § 2.

5. Locus insignis Arist. in Mechan. de remigibus ex 15 propos. illustratus. Ibidem Prop. 15, § 1.

6. Locus Aristotelis insignis elucidatur ex 14 propos. Lib. 2. prop. 14, § 18.

Digitized by Google

INDEX XVI.

Moralia, & Sacra---

---IN TOMO SECVNDO.

1. ETriplici genere geometricę Applicationis Moralia, Propoſ. 29. § 31.

2. Sacra è pentagonicà cuſpi datà figura in gratiam Chinenſium Philoſophorum. Propoſitio 30. § 16.

IN TOMO TERTIO.

3. MOralia circa inuentionem centri in circulo. Lib. 3, prop. 1. § 8.

4. Morales contactùs. Vir bonus circularis, & ſphæricus. Ibid. prop. 2, § 4.

5. Moralia è 15 propoſ. Ibid. prop 15, § 3.

6. Moralia ad 21. prop. Ibid. Prop. 21, § 4.

7. Morale pẽtagonuĩ in circulo, ſiue circa circulum Fortunæ. li. 4, prop. 11, § 2.

INDEX XVII

Scriptorum citatorum in 2, & 3 Tomo, præter citatos in 1 Tomo.

A

Alciatus.
Anonymi varij.
Apiaria Philoſophiæ Mathematicæ.
Ariſtæus.
Aſtronomicus obſeruator.

B

Benedictus Mariottus.
Briſo.

D

Diocles.

I

Iohannes de Rhoias.
Io. Baptiſta Benedictus.
Ioſephus Scaliger.

L

F. Lucas à Burgo.
Langrenus.

M

Menechmus.

N

Nicolaus Tartalia.

O

Ouidius.

P

Philoponus.
Pythagorici.
Peletarius.
Petrus Nonius.
Pierius Valerianus.

S

Serenus.
Sporus.

V

Vegetius.
Vitellio.

IN-

Digitized by Google

INDEX DECIMVSOCTAVVS

Rerum præcipuarum, ac notabiliorum in Tom. 2, & 3 Ærarij.

IN TOMO SECVNDO.

A

ABductio geometrica quænam. Prop. 13 de 2 med. § 9.
Abstractè ab exemplis non est philosophandum, &c. prop. 23, § 1.
Analogia quid differat à medietate. Prop. 10, § 12.
Anguli diuisio in duo æqualia, aliter, quam in prop. 9. lib. 1. propos. 3, § 1.
Apollonij aliqua nutantia in geometricis. prop. 13, de 2 med. § 1.
Archimedis, & aliorum aliqua problemata sine inuentione 2 med. proportionalium essent nugæ. prop. 13, de 2. med. § 10.
Arcus diurni in quacunq; elevatione è Microcosmo. Exod. 3. Schol. 1. Propos. 3.
Arcus mortis horarium, tela lineæ horariæ. Exod. 4. Prop. 1.
Astronomorum præcipua scita circa remotissima cælestia corpora prodeunt à figurarum geometricarum demonstratiua cognitione. prop. 20, § 29.
Authoma horarium ex puluere incluso ineptum. Exod. 5. prop. 6. num. 5.

C

COnicæ sectiones morales, hyperbolæ, parabole, ellipsis. propos. 29. § 31.
Consonantia disdiapason, siue octaua è laminis circularibus sonoris diametrorum in dupla proportione. prop. 20, § 12.
Consonantia nulla peripheriarum in laminis præsic. ibid.
Consonantias oculis percipere. ibid.
Consonantijs varijs fistulas pro fontibus aptare. ibid.
Cubici sepulchri Glauci duplicatio. propos. 13. de 2 med. § 2.

D

DEfinitiones aliquæ demonstratæ. cur. def. 5. § 2.
Diameter in rectangulis è gemino motu eiusdem generis. prop. 28. § 27.

E

ELementa geometrica elevata ad sublimia cælestia cognoscenda. prop. 20. § 28.
Elementarium propositionum propria breuitas, & perspicuitas. propos. 26. § 1.
Eratosthenis epistola Ptolemæo Regi de duarum mediarum inuentione. prop. 13. de 2 med. § 2.
Euclidis laudes. prop. 13. de 2 med. § 1.

F

FIguræ similes quænam. Defin. 1.
Figuræ similiter descriptæ quænam. defin. 1. § 1.
Figuræ altitudo quænam in geometria. def. 4.

G

GNomonicæ Philosophiæ dignitas etiam è sandalio. Exod. 1. prop.

Digitized by Google

H

HElix circa cilindrum est mixta, & cur. prop. 28. § 27.
Horam agnoscere qui possit cæcus, & surdus. Exod. 2. par. 2.
Horas nosse vbiuis gentium in loco peculiari. Exod. 3. ibid.
Horas spectare etiam in planis fluentibus. Exod. 2. ibid.
Horaria horizontalia plura momento describere. Exod. 2. ibid.
Horas ab ortu describere in muro ex horis ab occasu; & conuersim. Exod. 2. prop. 3.
Horarium horizontale plures habet horas, quàm muralia. Exod. 2. Schol. 2. prop. 3.

L

LAtitudines horizontales è Microcosmo. Exod. 3. Schol. 1. prop. 3.
Lemmata ante, & post propositionem principalem ponuntur. prop. 22, § 7.
Lemma quid differat ab axiomate, & petitione. ibid.
Lemma quid, & quotuplex. ibid.
Linea diuisio in partes harmonicas differt à diuisione lineæ in proportionalitate harmonica. prop. 10, § 13.
Linearum duarum mediarum proportionalium inuentionem cur Euclides non tradiderit. Prop. 13, de 2 med. § 1.
Linearum duarum mediarum proportionalium inuentio est theorema, & problema. propos. 13 de 2 med. § 2.
Linearum duarum mediarum proportionalium vsus. prop. 13 de 2 med. § 2.
Linearum duarum mediarum proportionalium problema non est tantum è genere solidorum. propos. 13 de 2 med. § 3.
Linearum duarum mediarum proportionalium negatio pernicioſa. prop. 13 de 2 med. § 10.
Lineæ geometricæ vtilissimæ ciuili vitæ. prop. 28, § 27.

M

MEdietates quot sint, & quæ singulæ. prop. 10, § 13.
Meridianam lineam ducere è microcosmo, Exod. 3. Schol. 1. prop. 3.
Mixtam lineam quænam efficiant. propos. 28, § 27.

N

NIchomedis inuentio duarum mediarum proportionalium optima, et vindicata. prop. 13, de 2 med. § 10.
Numerorum vsus etiam in geometricis demonstrationibus. Defin. 5. § 2.
Numerus medius proportionalis inter duos quadratos. propos. 13, de 2 med. § 11.
Numeri duo medij proportionales inter duos cubicos. ibid.
Numerus medius proportionalis inter vnitatem, et quemlibet quadratum. ibid.
Numeri duo medij proportionales inter vnitatem, et cubicum. ibid.
Numerus quilibet per alium aliquem vnum, ac eundem multiplicatus, et diuisus, est medius proportionalis inter productum, et quotientem. ibid.
Numerus non potest diuidi extrema, et media ratione. prop. 30, § 9.

O

OPtica proiectura Zodiaci in planam. Exod. 1. prop. 3.
Optica proiectura horarij horizontalis in murum. Exod. 2. par. 3.

P

PArabolicæ sectionis quod nam latus rectum. prop. 29, § 26.

Pa-

Digitized by Google

Parallelogrammum dato simile constituere facillimè. prop.24, § 1.
Peripheria è gemmo motu diuersi generis. prop.28, § 27.
Peripheria est linea simplex, cur, et quomodo? prop.28, § ibid.
Pilæ æreæ pro bombardis quantæ materiæ sint conflandæ cognoscere scientificè, ac in facillima praxi. prop. 20, § 22.
Poli eleuationem inuenire è microcosmo. Exod.3. Schol.1. prop.3.
Pondera omnium similium solidorum nosse ex vno. ibid.
Problematum tria genera. prop.28, § 3.
Proportio composita quænam. Def. 5. et § 1, et prop.23. § 1.
Proportio composita etiam è proportionibus maioris, et minoris inæqualitatis. ibid.
Proportionis compositæ denominator quibus modis practicè inueniatur. Defin.5, § 4. et propos.23, § 3.
Proportionis compositæ agnoscendæ modus. ibid.
Proportionis compositæ difficultatibus in praxi remedia. Defin.5, § 4.
Proportionis compositæ differentia à duplicata, triplicata, etc. Defin.5, § 4.
Proportio duplicata, triplicata, etc. est etiam composita; non è contra. Defin. 5, § 4.
Proportionis compositæ altera definitio nostra. Def.5, § 4.
Proportio composita præcipuè è proportionibus diuersi generis. propos. 23, § 1.
Proportionem inter datos numeros modi cognoscendi. prop.23, § 4.
Proportionis compositæ inuenti denominatoris per arithmeticam praxim ratio in § 4, propos.23.
Proportionalitatum decem genera. propos.10, § 13.

Q

QVantitas in abstractione geometrica cur sit diuisibilis in infinitum. prop.10, § 22.

R

REciprocæ figuræ quænam. Defin. 2.
Reciprocationis geometricæ vsus in iustitia commutatiua per æquipondia. def.2. § 2.

S

SAndalij gnomonici descriptio. Exod. horar.1, prop.1.
Sectio lineæ extrema, et media ratione quænam. Def. 3.
Semidiametri inuentio pro plano circulariter incuruando. Econ.1. pr. 2.

T

TOrmenta bellica pro varia proportione geometricè conflare. prop. 20, § 22.

V

VIrtutis medium indicatum, et expositum moraliter in geometricis. § 29, § 31.

Vide plura in Indicibus antecedentibus, præsertim in Scholijs.

Alge-

Digitized by Google

INDEX XVIII.

IN TOMO TERTIO.

A

Algebra è secundo libro elem. ibi, § 1, Schol. 1.

Anguli contactus mira. lib. 3. prop. 16, § 1.

Angulus acutus non habet proportionem ad angulum semicirculi. lib. 3. prop. 16, § 2.

Anguli semicirculi mira. ibid.

Angulus rectus, licet maior, quam angulus semicirculi, non habet maiorem proportionem ad acutum, quam angulus semicirculi. ibid.

Angulus contactus cur vocetur geometricè locus. lib. 3, prop. 16, § 4.

Anguli contactus ad conicas sectiones. ibid.

Anguli etiam non rectilinei apud Euclidem. lib. 3. prop. 16. § 7.

Angulus contactus, & acutus non habent inter se proportionem. lib. 3. ibid.

Anguli contactus non omnes æquales. ibid.

Angulus contactus licet quolibet acuto minor, tamen diuisibilis in infinitum. ibid. § 8.

Anguli contactus numero infiniti simul sumpti non æquant minimum rectilineum. lib. 3. ibid.

Angulus recto maior, qui rectum non superat minima quãtitate anguli acuti. lib. 3. prop. 16. § 10.

Angulus recto æqualis compositus ex angulo, qui minor est recto, & ex angulo, qui minor est omni acuto. ibid.

Angulorum conuenientia in extremis, non in medijs, licet media composita sint ex extremis. ibid.

Anguli mixti non habent proportionem cum rectilineis. lib. 5. def. 4. § 5. nu. 3.

Anticipationis vsus, & exempla etiam in theorematibus. lib. 5 in fine, § 3.

Arithmeticæ præcipuæ propositiones libr. elem. 7, 8, 9 apud nos facilius expeditæ.

Archimedis geometrica vindicatio. lib. 5, def. 4, § 5.

Astrologiæ iudiciariæ vanitas. lib. 4, prop. 15, § 8.

Asymptoti ex angulis contactus. lib. 3. prop. 16. § 3.

Axioma 13 non est apud Eucl. Epil. Schol. 4 sub § 32.

C

CEntri inuentiones variæ. lib. 3. propos. 1, Schol. & ibi cit. & prop. 19. & alibi.

Centri grauitatis, & figuræ differentia. ibid. § 5.

Centri grauitatis vsus geometricus quibus primis principijs nitatur. Epil. ad Lectorem.

Circulus parens linearum proportionalium. lib. 3. prop. 35, § 2.

Circulus regulam auream arithmeticam continet, & demonstrat geometricè. ibid.

Circuli ope agnoscere inaccessas altitudines, latitudines, profunditates. ibid.

Circularis lineæ cũ recta proportiones. lib. 5, def. 4, § 5, num. 4.

Circulus elcuatus producit cylindrum. Append. lib. 3. § 2. num. 4.

Circuli definitio castigatior. Epil. § 24.

Contactus circuli, & sphæræ in planis variè demonstrati, & expositi. lib. 3. prop. 2. & Schol. ad eam.

D

DEmonstrandi modus vniuersalis multiplex. Breu. Stereom. sect. 3. § 23.

Diaphanum sphæricum dilatat angulum

Digitized by Google

lum visorium magis, quàm diaphanum cubicum. Lib. 3. prop. 15, § 2.
Dimensiones planarum, & solidarum figurarum ex propos. 12, & 13 li. 2, § 16.
Distributiuæ iustitiæ abusibus morale solatium è geometria. li. 3. prop. 21, § 5.
Dodecaedri definitio. Breuiar. Stereom. sec. 3. § 20.

E

EVdoxus Author libri 5 elem. Ante libri 5. § 1.
Extrema sine medijs iuxta se posita. ibid. & prop. 31, § 6.

F

FIguræ ad spatium inrer asymptotos non est proportio. Lib. 5. defin. 4, § 6. num. 5, 6, 7, 8, 9.
Fortunæ pentagonum. lib. 4. prop. 11, § 2.
Fortunæ ludicrum. ibid.
Fortunæ rota, & præscriptum, ibid.

G

GNomon geometricus vnde dictus. lib. 2. § 3.
Geometricis alis ritè firmatis opus est euolantibus ad Actronomica, ne fædè labantur, vt aliqui in exemplo. Lib. 3. prop. 2, § 2.
Gnomones numeri impares apud Pythagoricos, cur. Ibid. § 8, nu. 1.

H

HExaedri definitio. Breuiar. Stereom. sect. 3. § 8.

I

ICosaedri definitio. Breu. Stereom. sect. 3. § 9.
Indiuisibilia ostendunt quamlibet cuilibet figuræ comparabilem. Lib. 5. def. 4, § 6, num. 6.
Indiuisibilia sunt contrà defin. 4, li. 5. § 7.
Indiuisibilis recta linea implicat. Epilog. § 20. num. 6.
Indiuisibile in motu est semper in loco maiori se. Epil. § 22. initio.
Indiuisibilium in vsum geometricum traductorum plurima, & maxima damna contra veram Geometricam Philosophiam. Epil. § 22 toto.
Indiuisibilia destruunt
- Certitudinem, & dignitatem Geometricæ Philosophiæ. Epil. § 22. nu. 1.
- Proportiones irrationales. Ib. num. 2.
- Commensurabilia potentiâ, ib. nu. 3.
- Rationalium proportionum fundamentum, num. 4.
- Geometriam de curuis superficiebus. nu. 6.
- Ingenia in paralogismis, &c. num. 7.

Indiuisibilium falsa fundamenta. ib. § 22, num. 4.
Indiuisibilia tanquam arenæ non ferunt pondus demonstratæ veritatis; & erubescendo dolo docent pro solida veritate captare innanes nubeculas. Ib. § 22. num. 7. & in fine 2 partis Epilog. planim.
Indiuisibilia profligata ab ax. 9 li. 1. elem. § 25, & à propos. 35, 36 li. 1. elem. & à pluribus alijs de planis, & solidis. § 27.
Indiuisibilia telas aranearum texunt. Ib. num. 3.
Indiuisibilium fucatum corollarium. Ib. § 28.
Indiuisibilia reiecta à defin. 4. lib. 5 elem. ib. § 29.
Infinitum in quantitate excluditur à defin. 3, & 4 lib. 5. Schol. 2. & § 4.
Infinita figura implicat. lib. 5. defin. 4, § 6.
Infinit i non est scientia. Ibid.

L

LIneæ sectio in Arithmeticâ proportionalitate ex 5 prop. lib. 2. § 14.

Digitized by Google

Linearum æqualium æqualia esse quadrata. Lib.3.prop.14, Schol.
Lineę duę non possunt esse contingentes in eodem puncto. lib.3.prop.16, § 5.
Linea circularis constat è concauo, & conuexo, extremis sine medio recto. Lib.3. Prnpos.31, § 6.
Lineæ inflatæ reiectæ. Epil. § 20, nu. 5.
Luna minor est Sole. lib.3. prop. 32, § 1.

M

Methodi nostræ commoda, vtilitates, &c. lib.5 def.5, § 8, & in fine eiusdem lib.5, § 3. lib.4, defin. 11, § 5.
Multiplicationi similis conflatio parallelogrammi. lib.2. § Schol.1.
Multiplicare, & ducere quantitatem, differunt. li.2. § 2. Schol.2.
Mundi æternitas malè fulta definitione 13 libri 5, § 15.

N

Normæ examen. lib.3.propos.27. § 4.
Numerorum quadratorum, & radicum tabulę ex imparibus numeris cõfectæ. lib.2 § 8, num.2.
Numerorum vtilitas, & certitudo in demonstrationibus etiam de quantitate continuà. Ante definitiones libri 5, § 1.
Numeri valent etiam pro demonstrationibus in proportionibus irrationalibus. Lib.5.prop.4, § 1.

O

Octaedri definitio. Breuiar. Stereom. sect.3, § 7.

P

Pars aliquota quænam. lib.5.def.1. § 2, Schol.2.
Peripheriam ducere per data tria puncta. Lib.3.Prop 25, § 2.
Peripheria eleuata producit superficiem cylindricam. li.3. in Append. § 2. nu.5.
Permutandi argumentatio debet habere terminos in eodem genere. Lib. 5. def. 13, § 14.
Planetarum aspectus ex inscriptione figurarum in circulo. lib. 4. § 1, & ad propos. 15, § 8.
Planetarum consonantiæ apud veteres, & neotericos. Lib.4.prop.15, § 9.
Poli geometrici inuentio. Lib. 3. propos. 9. Schol.
Porismatis exemplum in propositi. 1 lib.3 Elem. post § 8.
Proportionalitatis arithmeticæ eximia proprietas ostensa in propos. 5 lib. 2. § 14, num.2, 4.
Proportionalitatũ triũ sũt ellipsis, hyperbole, parabole. lib.2 § 14, num.3.
Proportio cur non intercedat inter angulos mixtos, & rectilineos. Liber 3. propos.16. § 5.
Proportionum doctrina præmittenda. Libro 4. ibi. § 1, num. 8.
Proportionum variæ materiæ, & copia. Ante definitiones libri 5. § 1.
Proportionis antecedens, & consequens quinam. Lib.5.def.2, 3, Schol.1.
Proportionum genera, species, denominatores. Lib.5.def.3. § 3.
Proportio inter figuras curuilineas, mixtas, & rectilineas. Lib.5.definit. 4, § 5, num.4.
Proportio inter curuas, & planas superficies. Ibid. in fine § 5.
Proportiones irrationales comprehensæ à Def.n.5, lib.5, § 9.
Proportionis permutatæ varia nomina, & formulæ. Lib.5, def.13, § 13.
Proportiones sphæræ, & coni inscriptorum in cylindro. Breu. Stereom. sec.2. coroll.4 post probl.26.
Propositio 2 lib.2 eleuata ad solida. lib. 2, Schol. ad prop.2. & in Appendice num.3.
Puncta physica diuisibilia. Epilog. § 20. num.3.
Pũcta inflata excluſa à Geometricà Philosophia. lb.nu.5.

Quan-

Digitized by Google

Q

QVantitas etiam abstracta non constat ex indiuisibilibus etiã abstractis. Lib.3.prop.2.§ 3.
Quantitatis cõceptus inuoluit diuisibilitatem. Ibid.
Quantitas quomodo producatur ab indiuisibili in concreto. Epilog. par. 2. § 20. num.1, & 2; & § 22 initio.
Quantitatem produci ab indiuisibili, & constare ex indiuisibilibus differunt. epil. § 22. initio.
Quadrata æqualia esse ex æqualibus radicibus. lib. 3. propos. 14. Schol.
Quindecanguli inscriptio in circulo ostẽdit in sphæra armillari distantiam poli Æquinoctialis à polo Zodiaci. lib.4. Propos.16, § 1.

R

REgula geometrica pro dimensione sphæricæ superficiei. Breu. Stereom. sect. 2. probl. 17.
Remiges medij cur magis nauim impellant. Lib. 3.prop. 15, § 1.
Remotiora cur appareant minora viciniorib⁹ æqualibus. Lib. 3.prop.20,§ 3.
Remotiora, & viciniora æqualia quomodo possint apparere eiusdem quantitatis. ibid.& ad prop.31, § 1.

S

SEgmentorum circularium similitudo in quo sit. Lib.3, def.11, § 1.
Segmentorum similium facillima cognitio, inuentio, definitio. Ibid.
Segmentorum circularium similitudo quomodo trahat æqualitatem angulorum. Ibid.
Semicirculi omnes sunt similes. Lib. 3, propos.31, § 8.
Sinus, & chordæ arcuum quadrantis ex lib 4. In append. ad lib.4, § 3.
Solidorum rotundorum, & parallelepipedorum compositio, & resolutio, ad librum 2. In Appendice § 23.
Sol illuminat plusquam hemisphærium terræ. Lib.3.prop.32.§ 1.
Sol terrà maior. Ibid.
Superficies curuæ circa solida rotunda, cui rectangulo sint æquales. Breu. Ster. sect. 2. Schol.2 post Probl.12.

T

TAngens recta superficiem terræ vix. potest duci. lib.3.propos.36.§ 2.
Theoriarum geometricarum veritas non est metienda è physicis experimentis. lib.4.prop.15, § 3.
Terrarum orbis quatuor dimensiones. li. 3.propos 36, § 3.
Tetraedri definitio. Breu. Stereom. sect. 3. § 6.
Transitus ab extremo ad extremum sine medio in angulis, ibid.

V

VIr bonus cur moraliter teres, atque rotundus. Lib 3. prop.2.§ 4.
Vir bonus cur regularis. Ibid.
Vir bonus cur ἄγνως. ibid.
Vmbra terræ conica. Lib.3. prop. 32, § 1.
Visionis punctum in speculo sphærico ex inscriptione trianguli, & hexagoni. lib.4.prop.15.§ 3.

Digitized by Google

INDEX XIX.

Theorematum elementariorum in libris 2, 3, 4, 5, 6,

IN TOMO II, & III.

LIBER II.

Propoſ. 1. Theor. 1.

SI fuerint duæ rectæ lineæ, quarum altra ſecetur in quotcunq; partes, rectangulum ab ipſis contententum, æquale erit rectangulis ab inſecta, & ſingulis ſectæ partibus contentis.

Propoſ. 2. Theor. 2.

Si recta linea ſecetur vtcumque, erunt rectangula, quæ tota, & partibus continentur, æqualia quadrato, quod fit à tota.

Propoſ. 3. Theor. 3.

Si recta linea vtcumque ſecetur, erit rectangulum tota, & vna parte contentum, æquale rectangulo partibus contento, & quadrato à dicta parte deſcripto.

Propoſ. 4. Theor. 4.

Si recta linea vtcumque ſecetur, quadratum totius æquale erit & partium quadratis, & rectangulo bis partibus contento.

Propoſ. 5. Theor. 5.

Si recta linea ſecetur in æqualia, & in inæqualia, erit rectangulum inæqualibus totius partibus contentum vna cum quadrato lineæ, quæ inter ſectiones interijcitur, æquale ei, quod à dimidia fit quadrato.

Propoſ. 6. Theor. 6.

Si recta linea biſecetur, eique in directũ quædam recta adijciatur, erit rectangulum, quod fit ex tota compoſita, & adiecta, vna cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato, quod fit ex dimidia, & quadrata.

Propoſ. 7. Theor. 7.

Si recta linea ſecetur vtcumque, quod à tota, quodque ab vna partium fit, vtraque quadrata æqualia ſunt ei, quod à tota, & dicta parte fit rectãgulo, vna cum alterius partis quadrato.

Propoſ. 8. Theor. 8.

Si recta linea ſecetur vtcumque, rectangulum quater tota, & vna parte contentum, cum quadrato alterius partis, æquale eſt quadrato à tota, & dicta parte, tanquam vna linea deſcripto.

Propoſ. 9 Theor. 9.

Si recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia, quadrata partium inæqualium dupla ſunt & eius quod fit à dimidia, & eius quod fit à linea, quæ inter ſectiones intercipitur quadrati.

Propoſ. 10. Theor. 10.

Si recta linea biſecetur, eique in rectum quædam alia adijciatur; quæ à tota cum adiecta, & ab adiecta fiunt quadrata, dupla erunt quadratorum, quæ fiunt à dimidia, & a compoſita ex dimidia, & adiecta.

Propoſ. 12. Theor. 11.

In triangulis obtuſangulis quadratum, quod fit à latere angulum obtuſum ſubtendente, maius eſt quadratis laterum obtuſum continentium rectangulo bis cõtento, & ab vno latere obtuſum continente, in quod productum perpendicularis cadit, & à linea exterius aſſumpta à perpendiculari ad angulum obtuſum.

Propoſ. 13. Theor. 12.

In acutangulis triangulis quadratum lateris acutum angulum ſubtendentis minus eſt quadratis acutum continentibus

Digitized by Google

tibus rectangulo bis contento, & ab vno latere acutum continente, in quod perpendicularis cadit, & à linea à perpendiculari intus assumpta ad angulũ acutum.

LIBER III.

Propos. 2. Theor. 1.

Si in circuli peripheria duo puncta accipiantur, recta illa coniũgens intrà circulum cadit.

Propos. 3. Theor. 2.

Si in circulo recta quædam linea per cẽtrum ducta rectam non per centrum ductam bisecet, & ad angulos rectos ipsam secabit: & si ad angulos rectos ipsam secet, bifariam quoq; secabit.

Propos. 4. Theor. 3.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se mutuò secent non per centrum ductæ, se bifariam non secabunt.

Propos 5. Theor. 4.

Si duo circuli se inuicem secuerint, non erit ipsorum idem centrum.

Propos. 6. Theor. 5.

Si duo circuli interius se contingant, nõ erit illorum idem centrum.

Propos. 7. Theor. 6.

Si in diametro circuli accipiatur punctum, quod centrum non sit, ab eoq; in circulum cadant rectæ quædã, maxima erit in qua est centrum, minima reliqua, aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum transit remotiore semper maior est. Duæ autem tãtum æquales à puncto in circulum cadent ad vtrasque partes ipsius minimæ.

Propos. 8. Theor. 7.

Si extra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum ducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna per centrum transeat, reliquæ vtlibet; earum quidem, quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima est quæ est per centrum: aliarum verò propinquior ei, quæ per centrum, remotiore semper maior est. At earum, quæ in conuexã peripheriam cadunt, minima est quæ inter punctum, & diametrum interijcitur; aliarum verò, quæ proquior minimæ semper remotiore minor est.

Duæ autem tantum æquales à puncto in circulum cadunt ad vtrasque partes minimæ.

Propos. 9. Theor. 8.

Si intra circulum accipiatur punctum, ab eoque ad circulum plures quàm duæ æquales rectæ cadant, erit acceptum punctum centrum circuli.

Propos. 10. Theor. 9.

Circulus circulũ in pluribus, quam duobus punctis, non secat.

Propos. 11. Theor. 10.

Si duo circuli se interius contingant, recta linea eorũ cẽtra coniungens, si producatur, cadet in contactum circulorũ.

Propos. 12. Theor. 11.

Si duo circuli seſe exterius contingant, recta ipsorum centra coniungens per contactum transibit.

Propos. 13. Theor. 12.

Circulus circulum in pluribus punctis vno non tangit, siue interius, siue exterius tangat.

Propos. 14. Theor. 13.

In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter à centro distant. Et quæ æqualiter à centro distant, æquales sunt.

Propos. 15. Theor. 14.

In circulo maxima est diametrus: aliarũ verò semper quę propinquior est centro remotiore maior est.

Propos. 16. Theor. 15.

Quæ diametro ad angulos rectos ab extremitate ducitur, extra circulum cadit. Et in locum, qui inter rectam lineam, & peripheriam interijcitur, alia recta non cadit. Et semicirculi angulus omni acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

Propos 18. Theor. 16.

Si circulum tangat linea quędã recta, à centro autem ad tactum recta ducatur, erit illa ad tangentem perpendicularis.

Digitized by Google

Propoſ. 19. Theor. 17.
Si recta linea circulum tangat, & à tactu tangenti recta quędam ad angulos rectos ducatur, erit in illa centrum circuli.

Propoſ. 20. Theor. 18.
In circulo angulus ad cẽttum duplus eſt anguli ad peripheriam, quando eandem peripheriam pro baſi habent.

Propoſ. 21. Theor. 19.
In circulo qui in eadem portione ſunt anguli æquales ſunt.

Propoſ. 22. Theor. 20.
Quadrilaterorum in circulo deſcriptorum anguli qui ex aduerſo, duobus rectis æquales ſunt.

Propoſ. 23. Theor. 21.
Super eadem recta linea duæ circulorũ portiones ſimiles, & inæquales ad eaſdem partes non conſtituentur.

Propoſ. 24. Theor. 22.
Super inæqualibus rectis lineis ſimiles circulorum portiones æquales ſunt.

Propoſ. 26 Theor. 23.
In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus peripherijs inſiſtunt, ſiue ad centra, ſiue ad peripherias inſiſtant.

Propoſ. 28. Theor. 25.
In æqualibus circulis ęquales rectæ lineę æquales peripherias auferunt, maioré quidem maiori, minorem autem minori.

Propoſ. 29. Theor. 26.
In æqualibus circulis æquales peripherias ęquales rectæ lineę ſubtendunt.

Propoſ. 31. Theor. 27.
In circulo angulus, qui in ſemicirculo rectus eſt; qui in portione maiore minori, qui in minore maior recto eſt. Inſuper maioris portionis angulus maior recto; minoris recto minor eſt.

Propoſ. 32. Theor. 28.
Si circulum quædam recta tetigerit, & à tactu ducatur recta circulum ſecans, erunt anguli, quos ad tangentem facit, æquales illis, qui in alternis circuli portionibus conſiſtunt.

Propoſ. 35. Theor. 29.
Si in circulo duę rectę ſe inuicem ſecẽt, erit rectangulum portionibus vnius contentum æquale portionibus alterius contento.

Propoſ. 36. Theor. 30.
Si extra circulum punctum ſumatur, ab eoq; in circulum duæ rectæ lineæ cadant, quarum vna circulum ſecet, altera tangat, rectangulum tota ſecante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuam peripheriam eſt, erit æquale tangentis quadrato.

Propoſ. 37. Theor. 31.
Si extra circulum punctum ſumatur, ab eoque in circulum duæ rectæ cadant, quarum vna circulum ſecet; altera incidat, ſit autem quod tota ſecante, & ea parte, quæ inter punctum, & curuã peripheriam eſt, continetur rectangulum, æquale quadrato quod fit ab incidente, tanget incidens circulum.

LIBER V.

Propoſ. 1. Theor. 1.
Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum, æqualium numero, ſingulæ ſingularũ æquè multiplices, quotuplex eſt vna magnitudo vnius totuplices ſunt omnes omnium.

Propoſ. 2. Theor. 2.
Si prima ſecundę æquè multiplex fuerit, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex, atque ſexta quartæ; erit & compoſita, ex prima, & quinta æquè multiplex ſecundæ, atque tertia, & ſexta quartæ.

Propoſ. 3. Theor. 3.
Si prima ſecundæ æquè fuerit multiplex, atq; tertia quartæ; ſumantur autem æquè multiplices primæ, & tertiæ; erit ex æquali ſumptarum vtraque vtriuſque æquè multiplex, altera quidem ſecundæ, altera autem quartæ.

Propoſ. 4. Theor. 4.
Si prima ad ſecundam eandem habuerit proportionem, quàm tertia ad quartã; ha-

Digitized by Google

habebunt & æquè multiplices primę, & tertiæ ad æquè multiplices secundę. & quartæ secundum quamuis multiplicationem eandem proportionem, si, vt inter se respondent, sumptæ fuerint.

Propos. 5. Theor. 5.

Si magnitudo magnitudinis æquè multiplex fuerit, atque ablata, ablatę; & reliqua reliquę æquè multiplex erit, atque tota totius.

Propos. 6. Theor. 6.

Si duę magnitudines duarū magnitudinū æque multiplices fuerint, & ablatæ quædam sint earumdem æquè multiplices, erunt reliquę eisdem aut æquales, aut æquè multiplices.

Propos. 7. Theor. 7.

Æquales ad eandem eandem habent proportionem, & eadem ad æquales.

Propos. 8. Theor. 8.

Inæqualium magnitudinum maior ad eādem maiorem habet proportionem, quam minor; Et eadem ad minorem maiorem habet, quam ad maiorem.

Propos. 9. Theor. 9.

Quę ad eandem habent proportionem, æquales sunt: Et ad quas eadem eandē habet, & illę sunt æquales.

Propos. 10. Theor. 10.

Ad eandem proportionem habentium, quę maiorem habet maior est, ad quā vero eadem maiorem habet minor est.

Propos. 11. Theor. 11.

Quæ eidem eędem sunt proportiones, & inter se eędem sunt.

Propos. 12. Theor. 12.

Si quotcunque magnitudines proportionales fuerint, erit vt vna antecedentiū ad vnam consequentiū, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes.

Propos. 13. Theor. 13.

Si prima ad secundam eādem proportionem habuerit, quam tertia ad quartā; tertia verò ad quartam maiorem habuerit, quam quinta ad sextam; habebit & prima ad secundam maiorem, quam quinta ad sextam.

Propos. 14. Theor. 14.

Si prima ad secundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartam; prima autem quam tertia maior fuerit, erit & secunda quam quarta maior, & si æqualis, æqualis, si minor, minor.

Propos. 15. Theor. 15.

Partes cum pariter multiplicibus eandem habent proportionem; si vt sibi mutuo respondent, sumantur.

Propos. 16. Theor. 16.

Si quattuor magnitudines proportionales fuerint, & permutatæ proportionales erunt.

Propos. 17. Theor. 17.

Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, & diuisæ proportionales erunt.

Propos. 18. Theor. 18.

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, & compositæ proportionales erunt.

Propos. 19. Theor. 19.

Si fuerit vt tota ad totam, ita ablata ad ablatam; & reliqua ad reliquam erit, vt tota ad totam.

Propos. 20. Theor. 20.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ illis numero æquales, quæ binæ, & in eadem ratione sumantur, ex æquali autē prima quam tertia maior fuerit, erit & quarta, quam sexta maior, & si æqualis, æqualis, si minor, minor.

Propos. 21. Theor. 21.

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales quę binę, & in eadem proportione sumantur, fuerit autē earum perturbata proportio, & ex æquali prima maior fuerit quā tertia, & quarta quam sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

Propos. 22. Theor. 22.

Si fuerint quotcunque magnitudines, & alię ipsis numero æquales, quę binę, & in eadem proportione sumantur, & ex æquali in eadem proportione erunt.

Digitized by Google

Propoſ.23. Theor.23.
Si fuerint tres magnitudines,& aliæ ipſis æquales nnmero,quę binę,& in eadem proportione ſumantur, fueritq; earum perturbata proportio, & ex æquali in eadem portione erunt.

Propoſ.24. Theor.24.
Si prima ad ſecundam eandem habuerit proportionem, quam tertia ad quartã, habeat autem & quinta ad ſecundam eandem, quam ſexta ad quartam; habebit & compoſita ex prima, & quinta ad ſecundam eandem proportionẽ, quam tertia, & ſexta ad quartam.

Propoſ.25. Theor.25.
Si quattuor magnitudines proportionales fuerint, maxima, & minima duabus reliquis maiores erunt.

Propoſ.26.Theor.26.
Si prima ad ſecundam maiorem habuerit proportionem, quã tertia ad quartam, habebit conuertendo ſecunda ad primam minorem,quam quarta ad tertiam.

Propoſ.27.Theor.27.
Si prima ad ſecundam maiorem habuerit proporrionem, quã tertia ad quartam; habebit permutando prima ad tertiam maiorem, quam ſecundam ad quartam.

Propoſ.28. Theor.28.
Si prima ad ſecundam maiorem proportionem habeat,quam tertia ad quartã, etiam componendo prima, & ſecunda ad ſecundam maiorem proportionem habebunt, quam tertia, & quarta ad quartam.

Propoſ.29. Theor.29.
Si prima,& ſecunda ad ſecundam maiorem habeat proportionem, quam tertia,& quarta ad quartam, habebit,& diuidendo prima ad ſecundam maiorem proportionem, quam tertia ad quartam.

Propoſ.30. Theor.30.
Si prima,& ſecunda ad ſecundam maiorem proportionem habeat, quam tertia, & quarta ad quartam; per conuerſionem rationis prima, & ſecunda ad primam minorem habebit, quam tertia, & quarta ad tertiam.

Propoſ.31. Theor.31.
Si prima ad tertiam maiorem proportionem habeat;quam ſecunda ad quartã; habebit etiam prima ad tertiam maiorem, quam prima, & ſecunda ad tertam, & quartam.

Propoſ.32.Theor.32.
Si tota ad totam maiorem habuerit proportionem,quam ablata ad ablatam; habebit, & reliqua ad reliquam maiorem,quàm tota ad totam.

Propoſ.33.Theor.33.
Si ſint tres magnitudines,& aliç ipſis numero æquales, habeatque prima priorum ad ſecundam maiorem proportionem, quam prima poſteriorum ad ſecundam, ſecunda verò priorum ad tertiam maiorem habeat quam ſecunda poſteriorum ad tertiam,etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem habebit,quam prima poſteriorum ad tertiam.

LIBER VI.

Propoſ.1. Theor.1.
Triangula, & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter ſe ſunt vt baſes.

Propoſ.2. Theor.2.
Si vni laterũ trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter ſecabit trianguli latera. Et ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint, rectaſectiones coniungẽs reliquo lateri parallela erit.

Propoſ.3. Theor.3.
Si trianguli angulus biſecetur, rectaque angulum ſecans, ſecet & baſim, habebunt baſis partes eãdem proportionem,quam reliqua trianguli latera. Et ſi baſis partes eãdem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera,

quæ

Digitized by Google

que à vertice ad basim ducitur recta linea trianguli angulum bisecabit.

Propos.4.Theor.4.

Æquiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionalia sunt; & latera æqualibus angulis subtensa homologa, siue eiusdē rationis.

Propos.5.Theor.5.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntq; angulos, quibus homologa latera subtenduntur, æquales.

Propos.6.Theor.6.

Si Duo triangula vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntq; angulos, quos homologa latera subtendunt, æquales.

Prropos.7.Theor.7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, & circa alios angulos latera proportionalia habuerint, reliquorum vero vtrunque aut minorem, aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula, & angulos, circa quos latera sunt proportionalia, æquales habebunt.

Propos.8.Theor.8.

In rectangulo triangulo si ab angulis recto ad basim perpendicularis ducatur, quæ ad perpendicularem sunt triangula, & toti, & inter se similia sunt.

Propositio 14.Theor.9.

Æqualium, & vnum vni angulo æqualem habentium parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et parallelogramma, quæ vnum vni angulum æqualem habent, & quorum reciprocantur latera circa æquales angulos, æqualia sunt.

Propos.15.Theor.10.

Æqualium triangulorum, & vnum angulum vni æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et triangula, quæ vnum angulum vni æqualem habent, & quorum latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur, sunt æqualia.

Propos.16.Theor.11.

Si quattuor rectę lineę proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale illi quod medijs continetur rectangulo. Et si rectangulum extremis contentum æquale fuerit medijs contento rectangulo, quattuor illæ lineę proportionales erunt.

Propos.17.Theor.12.

Si tres rectę lineę proportionales fuerint erit quod extremis continetur rectangulum, æquale quadrato, quod fit à media. Et si quod extremis continetur rectangulum æquale fuerit quadrato quod à media fit, erunt tres lineę illæ proportionales.

Propos.19.Theor.13.

Similia triangula inter se sunt in dupla proportione suorum laterum.

Propos.20.Theor.14.

Similia polygona in similia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & homologa totis; & polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.

Propos.21 Theor.15.

Quę eidē rectilineo sunt similia, & inter se sunt similia.

Propos.22.Theor.16.

Si quattuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erunt & rectilinea ab ipsis similia, similiterq; descripta proportionalia: Et si rectilinea similia similiterque ab ipsis descripta proportionalia fuerint, erunt, & ipsæ proportionales.

Propos.23.Theor.17.

Æquiangula parallelogramma inter se proportionem habent ex lateribus cōpositam.

Propos.24.Theor.18.

Omnis parallalogrammi quæ circa diametrum sunt parallelogramma similia sunt toti, & inter se.

Propos.26.Theor.19.

Si à parallelogrammo parallelogrāmum auferatur simile toti, similiterque positum, communem ipsi habens angulū,

circa

Digitized by Google

circa eandem diametrum est toti.

Propos. 27. Theor. 20.

Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, similiter positis ei, quæ à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.

Propos. 31. Theor. 21.

In triangulis rectangulis figura quę fit à latere rectum subtendente æqualis est figuris, quę fiunt à lateribus rectum continentibus, similibus, similiterque descriptis.

Propos. 32. Theor. 22.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad vnũ angulum componantur, ita vt latera homologa sint parallela, reliqua latera in directum erunt constituta.

Propos. 33. Theor. 33.

In æqualibulis circulis anguli eandem proportionem habent, quam peripherię, quibus insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant. Quin, & sectores, quippe ad centra constituti.

E LIBRO XI. ELEMEN.

Theor. 3. Propos. 3.

Si duo plana se inuicem secent, communis ipsorum sectio recta linea erit.

Theor. 4. Propos. 4.

Si recta linea duabus rectis lineis se inuicem secantibus, in communi sectione ad rectos angulos insistat, etiam ducto per ipsas plano ad rectos angulos erit.

E LIBRO XII. ELEMEN.

Theor. 7. Propos. 7.

Omne prisma triangularem basim habens diuiditur in tres pyramides æquales inter se, quæ triangulares bases habent.

Corollarium.

Ex hoc manifestum est omnem pyramidem tertiam partem esse prismatis basim habentis eandem, & altitudinem æqualem: quoniam etiam si basis prismatis aliam quandam figuram rectilineam obtineat, & oppositam ipsi eandem, diuiditur in prismata, quæ triangulares bases habent, & quæ ipsis opponuntur.

Theoremata de solidis pro libris vulgatis elementaribus habes in hoc Ærario etiam vltraelementaria, & de curuis superficiebus circa solida, præsertim rotunda, facilius, & vniuersalius demonstrata, & vsibus in omni scientiarum, & artium genere applicata in Breuiario Stereometrico, in tertij Tomi parte secunda.

Digitized by Google

INDEX XX

Problematum elementariorum.

IN TOMO II, & III.

LIBER II.

Propoſ. 11. *Probl.* 1.
DAtam rectam ſecare; vt quod tota, & vna parte continetur rectangulum, æquale ſit quadrato quod fit ex reliqua parte.

Propoſ. 14. *Probl.* 2.
Dato rectilineo æquale quadratũ conſtituere.

LIBER III.

Propoſ. 1. *Probl.* 1.
Dati circuli centrum inuenire.

Propoſ. 17. *Probl.* 2.
A dato puncto rectam lineam ducere, quę datum circulum tangat.

Propoſ. 25. *Probl.* 3.
Data portione circuli, deſcribere circulum, cuius eſt portio.

Propoſ. 30. *Probl.* 4.
Datam peripheriam bifariam ſecare.

Propoſ. 33. *Probl.* 5.
Super data recta deſcribere portionem circuli, quę capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

Propoſ 34. *Probl.* 6.
A dato circulo portionem auferre, quæ capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo

LIBER IIII.

Propoſ. 1. *Probl.* 1.
In dato circulo, datæ rectæ lineę, quę diametro circuli maior non ſit, æqualem rectam lineam aptare.

Propoſ. 2. *Probl.* 2.
Dato circulo triangulum dato triangulo æquiangulum inſcribere.

Propoſ. 3. *Probl.* 3.
Circa datum circulum dato triangulo æquiangulum triangulum deſcribere.

Propoſ. 4. *Probl.* 4.
In dato triangulo circulum deſcribere.

Propoſ. 5. *Probl.* 5.
Circa datum triangulum circulum deſcribere.

Propoſ. 6. *Probl.* 6.
In dato circulo quadratum deſcribere.

Propoſ. 7. *Probl.* 7.
Circa datum circulum quadratum deſcribere.

Propoſ. 8. *Probl.* 8.
In dato quadrato circulum deſcribere.

Propoſ. 9. *Probl.* 9.
Circa datum quadratum circulum deſcribere.

Prodoſ. 10. *Probl.* 10.
Triangulũ iſoſceles conſtituere, habens vtrumq; qui ad baſim, angulum duplum reliqui.

Propoſ. 11. *Probl.* 11.
Dato circulo pẽtagonum æquilaterum, & æquiangulum inſcribere.

Propoſ. 12. *Probl.* 12.
Circa datum circulum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum deſcribere.

Propoſ. 13. *Probl.* 13.
Dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inſcribere.

Propoſ. 14. *Probl.* 14.
Circa datum pentagonum æquilaterũ,

&

Digitized by Google

& æquiangulum circulum describere.

Propos. 15. *Probl.* 15.

In dato circulo hexagonum æquilaterũ, & æquiangulum describere.

Propos. 16. *Probl.* 16.

In dato circulo quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

LIBER VI.

Propos. 9. *Probl.* 1.

A data recta linea imperatam partem auferre.

Propos. 10. *Probl.* 2.

Datam rectam lineam insectam datæ rectę sectæ similiter secare.

Propos. 11. *Probl.* 3.

Duabus rectis datis tertiam proportionalem inuenire.

Propos. 12. *Probl.* 4.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionem inuenire.

Propos. 13. *Probl.* 5.

Duabus rectis datis mediam proportionalem inuenire.

Propos. 18. *Probl.* 6.

Super data recta linea dato rectilineo simile, similiterq; positum rectilineum describere.

Propos. 25. *Probl.* 7.

Dato rectilineo simile, & alteri dato æquale constituere.

Propos. 28. *Probl.* 8.

Ad datam rectam lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ sit similis alteri datæ. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum est, maius non esse eo, quod ad dimidiam applicatur; similibus existentibus defectibus; & eo quod à dimidia, & eo, cui oportet simile deficere.

Propos. 29. *Probl.* 9.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedẽs figura parallelogramma, simili alteri datæ.

Propos. 30. *Probl.* 10.

Datam rectam lineam terminatam extrema, ac media ratione secare.

Finis Indicis 20, & vltimi.

Problemata de solidis etiam vltra elementaria, & de curuis superficiebus circa solida præsertim rotunda habes in hoc Ærario nouo, & facillimo modo demonstrata, & ad multiplices vsus traducta in Breuiarij nostri Stereomet. sectione secunda, in 2 parte tertij Tomi.

MONITVM.

Quoniam in hoc Ærario sæpissimè citatur quarta Editio Apiariorum cum analectis, sciat Amicus Lector eam editionem extare etiam Venetijs cum aliquot exemplaribus apud Combium bibliopolam.

Re-

Digitized by Google

REGISTRVM
Tertij Tomi Aerarij. &c.

⁂ ✠ ✠✠ ††† A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z
Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Ss Tt Vu Xx
Yy Zz
Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii
A B C D E F G H I K L M N O P
† A B C D E F G ¶ h i kk ll mm nn oo pp

Omnes sunt duerniones, præter ✠✠ Ee P †G, & Pp, quæ sunt terniones, & ⁂ YY, & D, quæ sunt semifol.



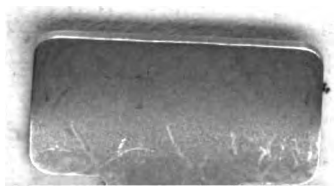
BONONIÆ M.DC.XLVIII.
Ex Typographia Io. Baptistæ Ferronij. Superiorum permissu.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google



Digitized by Google