{BnF

gallica
BIBLIOTHÈQUE
NUMÉRIQUE

Bettini, Mario. Apiaria universae philosophiae mathematicae in quibus paradoxa et nova pleraque machinamenta ad usus eximios traducta & facillimis demonstrationibus confirmata... opus. 1995.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF.Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :
*La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.
*La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

Cliquer ici pour accéder aux tarifs et à la licence

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

*des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés sauf dans le cadre de la copie privée sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.
*des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source Gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue par un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter reutilisation@bnf.fr.

Henry Stengarr. 1671.

APIARIA

VNIVERSÆ PHILOSOPHIÆ MATHEMATICÆ.

IN QVIBVS

PARADOXA.

Et noua pleraque Machinamenta ad vſus eximios traducta,
& facillimis demonſtrationibus confirmata,

ILLVSTRISS. ET EXCELLENTISS. D.

MATTHIAE GALASSO

SAC. ROM. IMPERII COMITI, &c.

A Coll. Tridentino Soc. Ieſu dicata.

OPVS

Non modo Philoſophis Mathematicis, ſed & Phyſicis, Anatomicis, Militaribus viris, Machinariæ, Muſicæ, Poëticæ, Agrariæ, Architecturæ, Mercaturæ profeſſoribus, &c. vtiliſsimum;

Curioſisſimis inuentis refertum, figurarum æreis formis cuſarum numerosá, 557, & ſpeciosá varietate ornatum, & in duos Tomos diſtributum;
Vna cum gemino copioſisſimo Indice altero propoſitionum, altero rerum.

TOMVS PRIMVS.

ACCESSIT AD FINEM SECVNDI TOMI

EVCLIDES APPLICATVS,

Et condítus ex Apiarijs, indicatis vſibus eximijs præcipuarum propoſitionum in prioribus ſex libris Euclideorum Elementorum.

AVTHORE

MARIO BETTINO BONONIENSI E SOC. IESV,
olim in publico Parmenſi Gymnaſio Philoſophiæ Mathematicæ, & Philoſophiæ Moralis Lectore.

BONONIÆ
Typis Io. Baptiſtæ Ferronij cum facultate Superiorum.
Anno ſalutis M.DC.XXXXII.

Bononiæ apud F. Ruſſellum Sibyl. ab Episcopo Corrad. F. S. A. P.

Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

Q.55 T.5

ALIQVA E PLVRIMIS, AC PRÆCIPVIS PARADOXIS,

Et inuentionibus in vtroq; Tomo Apiariorum Philosophiæ Mathematicæ.

I.

CIrcino musica fidium instrumenta harmonicè attemperare, Musicam etiam à surdo doceri. In vnica lineà totius Musicæ compendium. &c.

II.

VNicà circini diductione vniuersam Gnomonicen expedire in horarijs particularibus, vniuersalibus, mobilibus, immobilibus, in instrumento vniuersali ad muralia describenda facillimo, & in quo sphæræ Astronomicæ, atq; Astrolabij compendiũ est ad plurima, præcipuaq; Gnomonica, & Astronomica problemata sine prolixioribus tabulis. &c. III.

SOlis à terris distantiam è radio per fenestrę foramen traiecto facillimè, atque exactissimè metiri.

IV.

ARanea cosmographica, siue horarium vniuersaliſſimum, ac facillimum, quo agnoscas quota sit hora eodem momento vbiq; locorum, ac gentium. Atq; in eo totius Geographiæ compendium.

V.

PIcturam opticè, ac scientificè exercere instrumento facillimo. Picturam naturalẽ erectam cum suis coloribus perfectissimé, ac statim exhibere.

VI.

PEr picturas opticam, & naturalem regionum, & Oppidorum procul positorum veras imagines, proportiones, magnitudines, situs, distantias agnoscere, ac describere. VII.

NOuum diaphanũ sphærohyperboliforme arcanæ à naturà figuræ ad perfectionem omniũ problematum dioptricorum in picturis naturalibus, in visionibus, illuminationibus, vstionibus. &c. Eiusdẽ diaphani facillima descriptio, & constructio per nouũ instrumentum vnico ductu mixtam eam figuram designans.

VIII.

VStorias lineas curuas, rectas, finitas, infinitas varijs modis excitare, ac procul etiã in contrarias partes eodẽ momento eijcere. IX.

AD motum perpetuum aquæ per machinas mirificas adiumenta, & molitiones facillimæ.

X.

MOeniorum, fossarum, fluuiorùm, fretorum, turrium, montium, profunditatum inaccessas altitudines, distantias, latitudines facillimis, ac nouis modis dimetiri; per normam subcontrariè, per duas hastas perpendiculares. &c. XI.

TErrarum orbem per geminas turres in terris, per geminas naues in mari metiri. Tangentem lineã ad terram exactissimè, ac nouo modo ducere pro Terrarũ orbis dimensione. XII.

COnicarum sectionum variæ, ac nouæ, geometricę, atq; organicæ descriptiones ad vsus eximios. Sectio lineæ secundùm mediam, & extremam rationem expeditissima è circino proportionum. Constructio, & demonstratio tubi mirificè conducentis auditioni perfectissimæ. XIII.

OPticæ, atq; arcanæ imaginum deformationes, atq; agnitiones. Iucunda optica spectacula, & fallaciæ. Arcanas notas per specula non vsitata cognoscere.

XIV.

PEr illuminationes refractas, & reflexas tacitè cum absentibus colloqui. Obiecta etiam minima prodigiosè oculo augere. Visionis intra oculum arcana, geometrica. &c. XV.

TErrarum orbem minimà, atq; etiam nullà vi mouere. Grauia quantumuis maxima momento temporis, & breuissimo fune altissimé attollere. Grauia, casura grauioribus in partem casuram additis extollere. Centra grauitatis aliquorum grauium extra ipsa grauia. Vera, & noua ratio pontis circa terram in aere sine fulcro perstantis. &c. XVI.

LVnarium montium è terrà dimensiones. Perpendiculares altitudines, & planicies sub montibus latentes facilé metiri. XVII.

VMbra terræ in medio luminosa, & in eà Sol apparens. Auroram perpetuam efficere in perpetuo Solis ad horizontem accessu.

XVIII.

HOras intra clausum cubiculum geometricè per circinum, & regulam agnoscere. Horaria noctu per faculæ radios construere. Horarium Italicum, & Babylonicum ingeniosè vniuersalia. Vsus horariorum cilindrici, & quadrãtis sine cilindro, stylo, perpendiculo, pinnulis, &c. ad Solem. Atq; in vmbra per radios visuales, aut Solis reflexos. &c. Horas ab horizonte ad omnem poli eleuationem designare in muris, ac sine Astronomicis terminare ope instrumenti facillimi, atq; vniuersalis, in quo & nulli, & omnium eleuationum sunt horizontes.

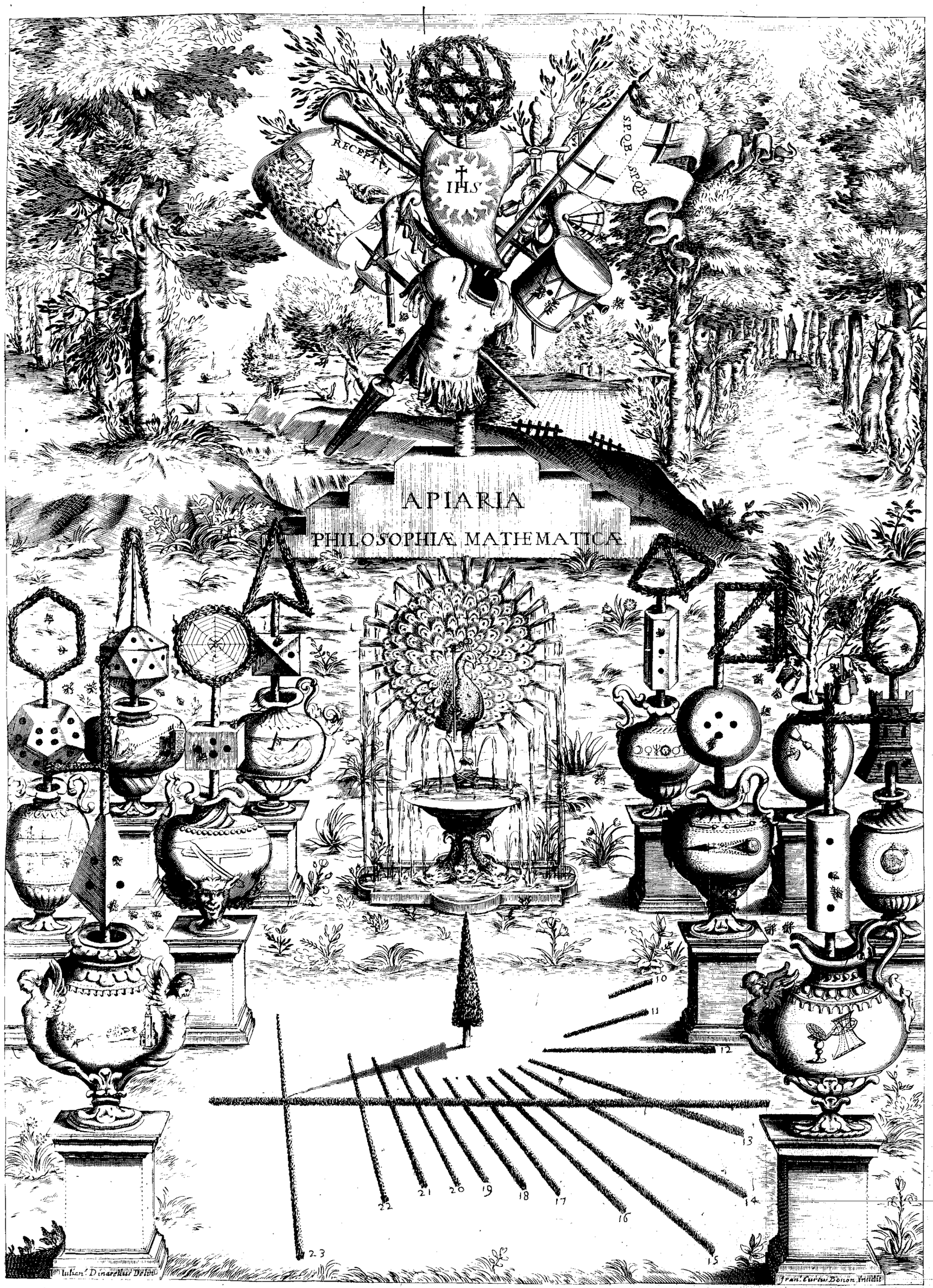
XIX.

ASTronomica paradoxa quãplurima circa eclipses, vmbras, illuminationes, gyrationes, apparentias, distantias, magnitudines, figuras, ortus, occasus cælestium luminarium, Præcipuorum Astronomicorum problematũ correctiones. XX.

APis Geometra. Aranea Geometrizans. Proteus Geometricus. Armamentarium geometricũ. &c. Linearum, angulorum, figurarum, &c. anomaliæ, ac paradoxa. Rectæ lineæ ad rectas semper magis accedẽtes, nec vnquam se contingentes. Earum, atq; aliarum asymptotωn descriptiones. &c. Angulus rectilineus maior duobus rectis. Triangulũ quadrilaterum eteroclitę naturę contra vsitatorum proprietates. &c. Cauiangularum figurarũ monstra. &c. XXI.

NVmerorũ mirificę affectiones, eruditiones, theorię, arcana, praxes ad vsus ciuiles, & militares. Progressiones cum prodigiosis exemplis. Diuinationes arcanę cum iucundis praxibus, ac theorijs. Arithmetica Virgularia, Articularia antiquorum ad sacram, & profanam eruditionem. Logarithmorum, Rhabdologię origines. Multiplicationes sine multiplicationibus per solas additiones. Arithmeticus nodus insignis Martiani euolutus. Quadratos, & cubicos numeros per imparium adpositiones procreare, ac eorum tabulas facilè conficere. &c.

Quamplurima alia vide, Lector, in indicibus ante, & post vtrumq; Tomum.


RECEPTVI
IHS
SPQB
SPQB
APIARIA
PHILOSOPHIÆ MATHEMATICÆ
10
11
12
7
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
2.3
Iulian. Dinarellus Delin.
Fran. Curtius Boson. Sculpsit

Facultas Archiepiſcopalis.

Apiaria Mathematica à ſapientiſſimo Patre Mario Bettino Societatis Ieſu doctè diſcuſſa, prudentiſſimè reſoluta, pro Eminentiſs. & Reuerendiſs. D.D. Cardinali Columna Archiepiſcopo, vidi, & perlegi, in quibus nihil nec deuiũ ab orthodoxa noſtra fide, nec obuium bonis moribus percepi, ſed inoffenſo poſſe decurrere pede iudico. Currant ergo vt in bonum cedant illis, qui abſtruſa Mathematicæ pandere cupiunt. Multa namq; in illis emenſa reperiuntur, quæ antiqui non attigère, pluraq; recentes per illorum iter lapſi præteriere, aliaq; etſi à recentioribus tacta, ſed non ita exactè. Typis igitur mandentur, ne tanta lampas ſub modio contineatur, ſed ſupra montem poſita omnibus longè, latèq; ſplendorem emittat.

Ego D. Octauianus Finatius Clericus Regularis S. Pauli, ſacræq; Bononienſis Pœnitentiariæ Rector.

Facultas Sanctæ Inquiſitionis.

Imprimatur.
F. Paulus Inquiſitor Bononienſis.

Facultas Adm. R. P. Generalis Soc. Ieſu.

Ego Alexander Venturinus in Prouincia Veneta Præpoſitus Prouincialis poteſtate ad id mihi facta ab Adm. R. P. N. Generali Mutio Vitelleſco, facultatem concedo, vt Opus, quod inſcribitur Apiaria Philoſophiæ Mathematicæ, &c. *à Patre Mario Bettino Bononienſi è Societate noſtra conſcriptum, & trium virorum doctorum noſtra Societatis iudicio approbatum typis mandetur. In quorum fidem has litteras propria manu ſubſcriptas, & ſigillo noſtro munitas dedimus. Datum Bononiæ 22. Iulij 1635.*

Locus Sigilli.

Alexander Venturinus.

IVDICIVM
E Censura Religionis in Apiaria.

Pater Christophorus Griembergerus trium in hac Apiaria Censorum primarius in Censura sic scribit. Patris Marij Bettini Apiaria, éaque mathematico melle condíta talia esse iudico, vt, edita in lucem, eum inuentura sint locum apud omnes, quem apud me inuenére, & re ipsa, iureq; suo merentur. Nimirum talis est hæc Bettiniana Mathematica, qualem illi maximè, in primisque desiderant, quibus illa alia vera quidem, & naturalis, séd ieiuna nimium, & macilentior non æquè placet.

Iudicium ex eadem Censura de perspicuitate, ac facilitate in hisce Apiarijs.

IN eiusdem Censuræ paragrapho altero: Apiariorum Author in suis literis ad Censores affirmauit se ita scripsisse, vt etiam à rudioribus queat intelligi. Cui profecto ipsamet scriptio non contradicit. Vix enim maior claritas, præsertim in rebus difficilioribus, desiderabitur.

TOMI PRIMI APIARIA.

Apiarium primum proluforium, in quo Prælogia, & Prælibamenta.

Apiarium secundum, in quo Paradoxa Geometriæ practicæ.

Apiariũ tertiũ, in quo Paradoxa Geometriæ speculatiuæ.

Apiarium quartum, in quo Paradoxa, & admiranda Philosophiæ machinariæ.

Apiarium quintum, in quo Paradoxa, & arcana Opticæ scenographicæ.

Apiarium sextum, in quo Dioptrica arcana.

Apiarium septimum, in quo Catoptrica paradoxa.

Apiaria reliqua VIII, IX, X, XI, XII, nempe Astronomica, Gnomonica, Musica, Arithmetica. Euclidem condítum vide, Lector, in II Tomo.

Ill.^ms et Exc.^ms D.D. MATTHIAS GALASSIUS

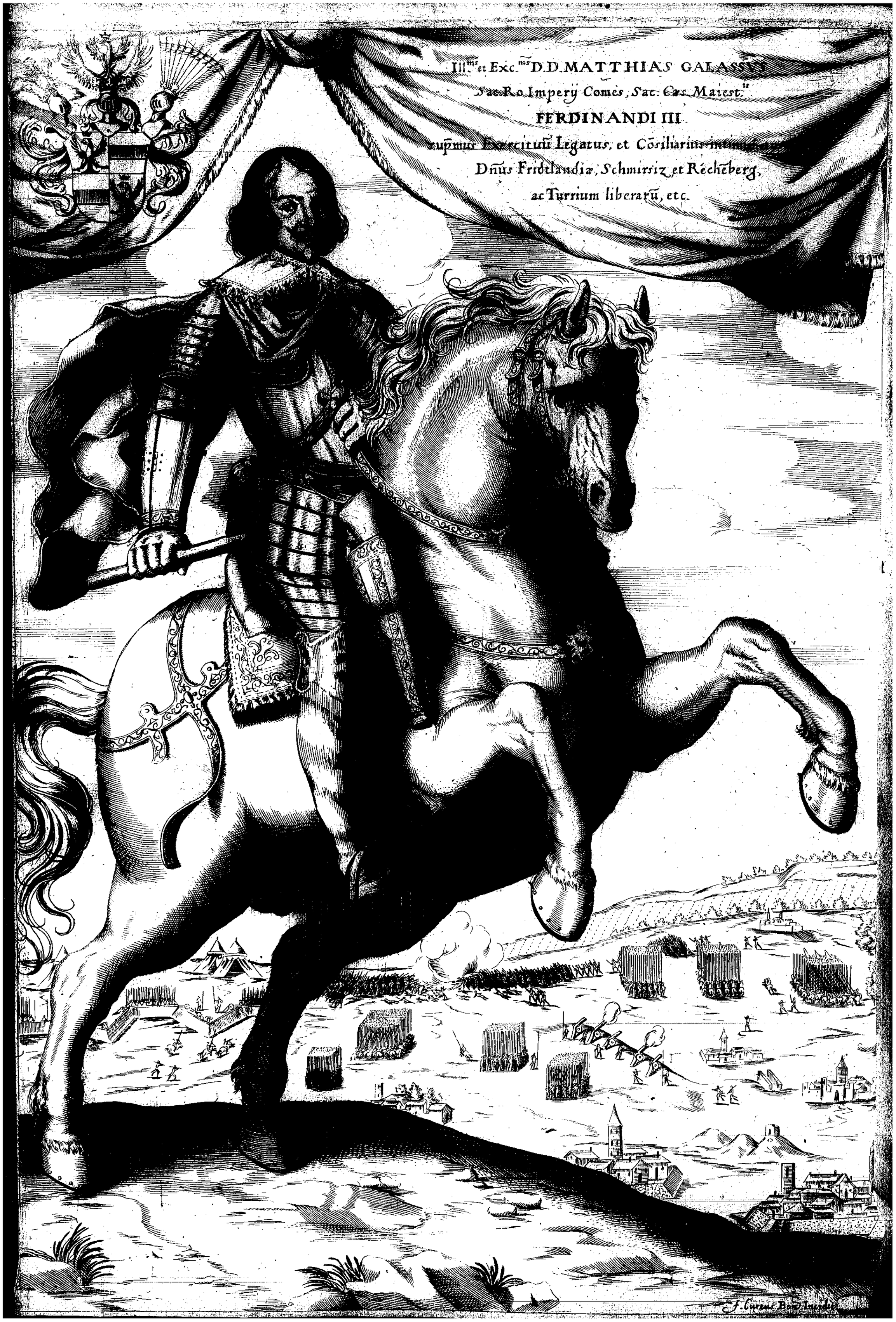
Sac. Ro. Impery Comes, Sac. Cæs. Maiest.^is

FERDINANDI III.

supremus Exercituũ Legatus, et Cõsiliarius intimus

Dñus Friedlandiæ, Schmirsiz et Rechẽberg,

ac Turrium liberarũ, etc.





ILLVSTRISS. ET EXCELLENTISS.

DOMINO, D.

MATTHIAE GALLASSO

SAC. ROM. IMPERII COMITI,

SACRÆ CÆSAREÆ MAIESTATIS

FERDINANDI III.

Supremo exercituum Legato, & Consil.° intimo, &c.
Domino Fridtlandiæ, Schmirſiz, & Rechenberg,
ac Turrium Liberarum, &c. Heroi inclyto

Collegium Societatis IESV Tridenti perpetuam Felicitatem.



TANDEM ergo, MATTHIA fortiſsime, grata mens noſtra, quem diu parturijt, nunc Pallade obſtetricante partum in auras effundit, in hunc vſq; diem grauida, & ad pariendum tardiùs progreſſa, quia beneficij granditate obruta fœtum nõ prius eniti voluit, quàm ad parem meritis gratiam conniſa fuiſſet; nec ante potuit, quàm haſtili ſuo Minerua prægnantis vterum, velut olim terræ gremium pulsáſſet. Quod vbi factum, non olea, ſed hic, quem cernis, liber prodijt, lentè maturatus, ne proſiliret immaturus: litteratus quidem partus, ſed etiam ad arma factus ſcilicet vt ſe parente litterarũ amante natum doceret, & ſicut litterarios clientes decet, ita paludatũ patronum non dedeceret.

Hic ergo ne recèns effuſus in terram fortè inclementiùs excepturam incumbat, vel in liuoris dentes incautus incidat, tuam, Heros mi-

Philoſophiæ mathematicæ Apiaria tuta, ſub clypeo dexteræ Galaſſiæ.

tissime, potentem dexteram non immeritò prensat, vt illius præsidio tectus publico se committat, nil sinistri veritus, si tuá feratur dexterá.

Et quam is aliam præ tuá ambiat? quæ suá vi seu ferreá, seu aureá, hostes domat, amicos ornat: hos in amorem, illos in admirationem rapit, libro etiam, non gladio tantùm delectari solita, vtriusq; amans, vtroq; non indocta: sub qua collocatus nec hostes metuit, quia generosa est, nec splendoris quidquã desiderat, quia perillustris, gloriosa, triumphalis est, eiusq; magisterio magni Principes bellandi artes discere non erubuerunt. Magnorum sanè Ducum nonnemo, qui in pugna ad Nórdtlingam à tuo latere nunquam ferè discesserit, in hastam tandem voces prorupisse fertur: tunc se oculis vsurpásse quod credere non poterat. non esse quòd quemquam pudeat à Gallasso discere, quomodo collatis signis sit dimicandum. Præclarè iuxtà, ac verè. Nam vt Imperatorias virtutes docere posses, prior didicisti, easq; vt ipsis ferè sex, & triginta annis Bellonæ sectator disceres, Patris tui vestigijs insistens, à Musis ad Martem gloriosè defecisti: hac vna in re dissimilis Patri filius, quòd quem sequi statueras, factis egregijs longissimè anteuoláti, quamq; ab ipso veterem nobilitatem imparibus fortunis ægrè sustentatam acceperas, amplis opibus, dignitate, gloriá locupletatam non sine fœnore propagasti, quandô bellis innutritus, non vno saltu, sed per gradus, ordinesq; omnes, ab imo militiæ rudimento ad supremum decus emergens inter Belgas puer, adolescens inter Italos arma tulisti, Vexillifer in Insubria, post Designator: in Bohemia Chiliarchus, & Vigiliarum Tribunus, deinde Legatus vnius legionis, tum huius, aliarumq; non paucarum Dux, porrò equitum Magister, supremus excubiarum, & machinarum Præfectus, deniq; summus Cæsarei exercitus pro Imperatore Legatus, ad id honoris culmen, præclaris facinoribus aditu aperto, euectus es potiùs, quàm admissus, postulato propior, quàm roganti. Hinc illa tibi militandi peritia, quá ex vultu, incessu, motuq; hominum ingenia, vires, animosq; bello aptos, vel ineptos deprehendere: inopiá, fame, frigore tabescentem militem roborare, animare timidum, seditiosum compescere, à signis abire parantem in officio continere potes; hostium consilia inspicere, sustinere irruentes, vagos includere, fatigare, suspensos ducere, incautos opprimere nósti; castra metari, formare aciem, vrbes, arcesq; operibus munire, vel munitas obsidione cingere, arctare, capere doctus es. Quòd enim Ratisbona, & cetera Danubij oppida, situ pleraque, & opere munita Vlmam vsque, & paullò post Konigshofen, ac Hailbrunna cum tota Vuirtenbergensium Prouincià Cæsarem Victorem patentibus portis exceperint auxilio tuo factum est; quòd Schueinfurtum in Franconia; Vueissenburgum,

-- Quæ ferrea in hostes, aurea est in amicos, & --

-- Libri non minus, quam gladij amans, & --

-- Magnis etiã Principibus bellandi Magistra.

Per omnes militiæ gradus ad supremũ euectus Co. Gallassius.

Vrbes, ac Prouinciæ bellica virtute Co. Gallassi expugnatæ, atq; Imperio recuperatæ

burgum, Choburgum, Herbipolis, loca apud eosdem Francos insignia anno nondum elapso se tibi permiserint: quòd Oppenhemium, Creuznach in Palatinatu; Spira, Vuormatia, Hanouia, Moguntia, aliáq; plures ad Rhenum, Mœnumq; vrbes celeberrima, non longo temporis interuallo in Austriacorum fidem concesserint, hortatu, consilio, ductu tuo effectum est. Stabat Schorndorfium, velut Ithaca, præcisá, editáq; rupe suspensum, solis Perseis, Mercurijsque occupandum; sed fame, flammisque obstinationem luit à te euersum, quia Cæsari parére noluit. Stabat Gustaui Vrbs imperij vastati monimentum, Gothici dominatús propugnaculum, sed non operosè tuis artibus, tuoque iussu expugnata, à Gustauo ad Ferdinandos transijt, à te solo tandem æquata conditori suo parentauit. Stat etiamnum Philippi Vrbs arte, & naturà loci perquam munita, hinc Rheno, illinc vallo fossisq; superba velut altera Rheni Numantia, sed tuo consilio, tuorumque, præsertim Bambergeri, & Fernamontij alacritate Austriaco nomini restituta est. Tuis auspicijs taberna Alsatia, eiecto Vueinmarij præsidio, ad deditionem compulsa, Brandeburgum, Fridtlandt, Landtsperga, cum ingenti vi æris: Vchermunda, Gripswaldum, Damgart, Hauelberg, Dámiz, Vuerberschanz, Dómin, aliáq; complures ciuitates, arces, oppida, cùm armatà vi, tum minis, famá, aduentu ad obsequium pertracta sunt: Isedom insula occupata: præter Rhenum, & Mœnum, Danubius, Visurgis, Albis, Viadrus, Nicrus, Hauela, Vuarta, aliíq; minoris venæ fluuij tuá industriá muniti, defensi, hostibus erepti sunt. Apud Lotharingos castra metatus es, sed tanto artificio, vt regij sæpius denunciatam irruptionem tentare non ausi, campo primi cesserint, tibiq; recipiendi tuos spatium dederint. Consedisti ad Vuormatiam, sed laudabili consilio, vt eò loci à tormentis, ponteq; instructior, & ampla messe ditandus munitissimarum vrbium Franchental, Manheim, Asperg, & Haidelberg, obsessores tuos eminus protegeres, simul Saxenhausen liberares, Gustauopolim hosti extorquéres, eumque, impedimentis magnam partem relictis, in suas prouincias pedem referre compelleres. A Panierio Pragæ obsessus es, sed fortissimorum Heroum Schlickij, & Coloredi virtute stipatus, constitutis post mœnia manipulis, qui se mutuis ueri congressibus, perq; apertos platearum aditus, exitusque ire, redire, prout res postulabat, cedere, vrgere, hostem admittere, includere, eminus cominusq; patentiora loca, quibus irruptio timenda erat, oppilare, & pandere possent; ita saluti ciuium, militumque prospexisti, vt hostis inconcussa quietæ Vrbis tranquillitate in ruborem datus, infectá re, discesserit.

Gustauopolis deleta.

Præclarum huius tuæ virtutis trophæum in Nordlingæ campis

In Nordtlingica victoria Co. Galaffi trophæum.

ſtatuiſti, quando inclinatam principiò phalangem, & turbatas alaſiniſtra cohortes tuá manu, vultu, voce reſtituiſti, emotis ordinibus in ſtationem redactis, recentes feſſis ſuccenturiaſti, in tanta hoſtium ſtrage, deletis, vt pleriq; affirmant, ferè duodecim millibus, in fugam actis cæteris, tuorum paucos deſideráſti. Vt primùm Potentiſſimus Hungariæ, Bohemiæq; Rex ſummam rei tibi commiſit, ſummá celeritate copias omnes prælio compoſuiſti, totum diem, noctemq; quá imperando, quá in omnem partem volitando, vbi vbi res exigebat ſubueniſti, hoſtiles modò cuneos diſſolui, ne rurſum coirent obturari, modò cadi, premiq; docuiſti, donec ſtatario milite obtruncato, alijs in fugam effuſis, alijs cum Hornio, Ducum nòn poſtremo, in poteſtatem adductis, Ferdinando III in magis conſpicuo agmine conſiſtenti, & auguſtiſſimo vultu militibus animos addenti Victoriam victor tradidiſti. Iucundum videre fuit, quàm prouidè à tergo ſubſidia collocaueris, quàm ſtrenuè vias, armamentarium, frumentum ſepſeris, Danubium hoſti occluſeris, quàm ſcitè ne qua ex Vrbe fieret eruptio prohibueris, quàm vigili oculo obſeruaueris omnia, quàm generosè tot, ac tanta, vbiq; tibi, tuiſq; præſens, triumphanti ſimilior, quàm pugnanti, Martio vultu, innubi oculo, geſſeris: locorum iniquitatem fortitudine, hoſtium verſutiam prudentiá, patientiá furorem, impetum maturá velocitate fregeris.

Verùm iam olim huic victoriæ alijs in prælijs non minori virtute præluſiſti, quando ad Púnebergam imperante Tillio, cum omni equitatu paludem tranſgreſſus, & hoſtilem equitem nil minus opinantem à tergo adortus, coronâ deinde cinctum ad quattuor millia in deditionem accepiſti: quando non procul Stadtlohniá hoſtem inuadere iuſſus, cùm equos id loci pugnæ inhabiles, paludibuſq; immergendos metueres, ſelectis non amplius mille, & quadringentis peditibus, tanto impetu in aduerſam aciem illatus es, vt certam Victoriæ viam tuo incurſu apertam Cæſareæ litteræ teſtentur. Quibus illa etiam Laurus cruento prælio ad Steinfurtum parta tuæ fortitudini magná ex parte adſcribitur, vbi diſiecto iam equite Cæſareo, redintegratum à te certamen, & herba fuit hoſtibus extorta: in illa dein Friſiæ parte, quæ orientem ſpectat, Nortmannus ad liberandam Krimpenſium vrbem magnis copijs aduectus, à te duabus peditum legionibus de nocte oppreſſus, cæſuſque confirmatur.

Eiuſdem ſtrenuè geſta ad Punebergã, --

--ad Stadtlohniam.--

Cæſarianarum literarum teſtimonia de Victorijs ope Galaſſi.

-- ad Steinfurtum, & --

--in Friſiâ orientali.

Ad hanc bellandi ſcientiam accedit prudentia, quam tu non ſolùm quicquid ageres, dicereſue in conſilium adhibuiſti, ſed etiam adeo ſtudiosè magiſtram auſcultáſti, vt moderandi belli, paciſq; documenta alijs quoq; tradere potueris. Turbas imperij, aiebas, non ferro, ſed

Bellica prudentia, & aurea militaria præcepta Galaſſi.

velut

velut irati æquoris fluctus oleo ſedandas: perduelles quidem vi, & armis ad officium cogendos, in officio tamen amoris nexu continendos: Bonos Principes etiam Patres eſſe, ſeueros videri velle, non ſæuos. Bellum ſi geri neceſſe ſit, ſummis gerendum viribus, atq; vno promendum anno, quod multis promeretur; paucis menſibus debellari poſſe, ſi in multos exercitui ſit proſpectum. Sæpenumero minorem ſumptum feciſſe, qui magnum fecit tempeſtiuè. Bellum vt bellè fiat maturatis opus habere bellandi ſubſidijs, carò nimis comparari quæ ſerò parantur. Legiones, frumentum, arma, equos non vno die naſci, nec in quouis agro. Initio rimam exiguo lapide obſtrui poſſe, quæ poſt neq; montibus, & regnis claudi poſſit. Qui prior in campum benè inſtructus prodierit iam panè vicisſe. Aliorum auxilia expetenda quidem, ſed non ſemper exſpectanda. Felicem illum, qui opem vndiq; ſperare poſſit, feliciorem qui ipſe ſibi ſufficiat, felicisſimum autem qui rebus ſuis, dum ad votum fluunt, ſic conſulet, ac ſi in fundo iam eſſent. Expeditiones bellicas non ex vno die, vel menſe æſtimandas, quòd varia Martis alea faſtos faciat quoſdam, plures nefaſtos. Non ſtatim bellum pro patrato habendum, quando ſemel caſus eſt hoſtis, nec dimittendum militem quamdiu victi ſurgere poſſe videntur. Qui triumphum ante victoriam cecinit, poſt pugnam leſſum, naniamquè cantaturum. Hoſti etiam roganti pacem non mox adhibendam eſſe fidem. Frequenter à victis herbam porrigi, ſub herba ſerpentem; incluſum oleá ferrum, latére: melius pacem dexterá ſanciri, ſi gladium ſiniſtra teneat, quàm ſi vtraq; ſit exarmata. Non ſemper nihil agere Imperatorem quando nihil agit. coquendum diu, ac diligenter, vt, quod exedere non poſſit, hoſtis habeat. Exercitum velut cotem terendo deteri, niſi nouis continuò ſupplementis inſtauretur, manipulum fieri. Ridiculos eſſe, qui legiones imminutas conflando firmare cogitant, ſic turbari, non augeri militem. Veteranum vnum inſtar decem eſſe, quod ex multis rudibus pauci fiant rudiarij. Vt miles pugnare poſſit, dandum quod comedat; inani ſpe lactatum paruam de ſe ſpem facere: ſerenda facta, vt facta metantur. His, aliiſq; id genus præceptis vtebaris ipſe, alios inſtruebas.

Eſt porrò prudens quædam imprudentia, quæ ſcire magis delectata, quàm ſciri, tardam ſe fingit, vt meliùs incedat, gliſcentia mala profundiùs inueſtiget, cautiùs auertat. Huius tu nobile in Boiohemo ſpecimen dediſti, quando lentá celeritate Fridtlandicam defectionem in herba oppreſſiſti. Euocatus ex Sileſia à Vualſtenio, aliis iam fugá ſibi conſulentibus, aliis iam Sacramento perfidiæ adſtrictis, iterum iterumque numquid gereretur teneres, quid ſentires, quo animo eſſes rogatus, non prudenter minùs, quàm fortiter, te quidem tenere, ſed nec

In Fridtlandicà defectione prudentia, & fides Co. Galaſſi pro Imperatore, atque imperio.

cre-

credere, nec capere posse, quod hæc Principi secessio fixa, firmaque sit, impauidus simul, ac prouidus respondisti. Pugnabas interea vt à proposito dimoueres, terrebas magnitudine sceleris, infelici, quem diuinabas exitu, sed irrito conatu. Tandem vbi actum à te agi satis patuit, cumq; ad Aldringerum in Societatem perduellionis trahendum nimis probus sollicitator missus, & eodem ferè momento præter spem, & opinionem supremus legionum Dux ab Imperatore creatus esses, propitio Numine vel carnificinam, vel periurij culpam, quarum altera te certè manebat, hæc etiam terrebat, feliciter euasisti, & quaquauersum acceleratis nuntijs rebellionem his detegendo, illis eximendo, omnibus in verba Cæsaris iurare coactis, flammas, ne in fatale incendium erumperent, protinus extinxisti. Conuicit itaq; tua factionem tarditas, celeritas oppressit, pacauit Boiohemum auctoritas, vtraque Austriacis, insidiatore amoto, cum coronâ vitam seruauit, Suecos simul metu, & admiratione perculit prudentia; è quorum numero Consultorum princeps, auditâ Fridtlandi nece: Hem, inquit, libenter ego nunc videbo, cui nostrum satis ingenij sit futurum, vt cum Gallasso componi queat, si quidem ipsi rerum summa permittatur; nec frustra; magnus enim sit oportet qui tecum committi debeat tam multiplici virtute exornato, non prudenti solùm, sed & forti; qui præ ferro scelus exhorrescis, hostem non vereris, sed nec contemnis; mortem non ambis, sed nec formidas; secundis non inflaris, nec cóncidis aduersis: fortunam æquè sinistram, ac dexteram dextrè ferre pernosti, gloriam aspernaris, & omnem Deo tuo, si tuis licet vti verbis, gloriam quæris: vanos hominum rumusculos (laudent, vituperent) rides, inuidiam frangis, mortem contemnis, minas flocci facis. Tentauit tuam Fridtlandus fidem, non flexit, terrere vultu, gestu, voce conatus est, non perterruit; quia vt illi deficere potius, quám viuere, sic tibi mori potius, quam deficere certum fuit. Ille in Ferdinandi effigiem digitos intendit, tu animum; illum aspectus efferauit, te augusta facies serenauit, vt quem ille confodiendum innuebat, hunc tu prodere cohorreres, Cæsaris vitám tuá redimere malles, pulchrum arbitratus fidem non fallere, pulchrius pro fide, pro Cæsare, pro Imperio mori, & moriendo, si liceret, strenuè pugnare, vt multos Imperij hostes antè neci dares, quàm neci datus occumberes. Profectò quando Praga pulsantibus mania tormentis, iamque hiatu aperto humi fusus post quassatum murum iacebas excubitor velut in statione miles videris ad Panierium dicere voluisse, quod Xerxi Leonidas: Vis vrbem tradi? veni, cape, ingredere, pugna, vince, vel mórere. Macte animi MATTHIA! dum tu pro mœnibus excubas, pro te Calites, & inter hos

Honorificum testimonium etiam ab hostibus de virtute Galassi.

Prägæ propugnator Galassius, Galaffi S. Ignatius.

Ignatius tuus: te Crucifixi Seruatoris effigies, quam pectori appressam sub thorace portas quando in hostem pergis, immunem seruat. Mortem fidenter sperne, quæ cum vita gloriam inuidere potest, inuadere non potest, nisi fortè difficiliùs est Virtuti tuæ mortem, quàm gloriam despicatui habere, qui auram popularem nil nisi mollem Notisilum credis, cuius appendix imber est plerumq; salsus; gloriam quidem immortalem ambis, sed quam Cælum, non fama dabit: satis laudatum arbitraris qui laudanda facere, quàm laudes aucupari malit. Magnos honorũ titulos modestè reiecisti, & supremum belli imperium Imperatoribus tuá sponte ultrò renunciásti, licet prorogarent illi non inuiti quod tu ferebas inuitus, donec tuis Cæsar precibus cessit, teque onere exemit, honore non exuit: laborem minuit, titulos auxit, vt inuidiam ingentem, magnorum scilicet vmbram, gloriosè triumphares.

In hostem cũ pergit Crucifixi Seruatoris effigiem sub thorace gestat Galassus.

Popularis auræ, ac mortalis gloriæ cõtemptor.

Specimina modestiæ Galassicæ. –

Sed magnus non esses, nisi magnorum Virtus Clementia talem te manifestaret. Quicquid enim armis obtinuisti, quòd fieri potuit paruo sanguine, vel nullo tam hostium, quàm tuorum occupásti: & Mantuæ, cetera satis inclementer habitæ, sic consuluisti, vt Vulcano, & Libitinæ aditus in deuictam vrbem clauderetur; Templum certè Magnæ Virginis, cui à Gratia nomen, tua seruauit industria, qui etiam in medio foro attonitos ciuium animos serenásti, iam hìc, iam illic Martium furorem militis stitisti, huc illuc custodes tuendis religiosis ædibus, & aris ablegásti, quo factum vt ex tanto Ducum numero te vnum victi obsidem elegerint.

– Clemẽtiæ, –

Solet autem Clementia Comitatem habere comitem, præsidem ærarij Liberalitatem; hinc est quòd tua, Gallasse, aula totos dies summis, infimisq; patula neminem bonum excludit. Limen viri docti, & religiosi terunt, vestibulum mendici obsident, vt dum de tuá quadrá viuunt alij, sportulas ipsi legant. Et sanè non illiberaliter accipiunt, sed à tuá manu graues ære manus retrahunt, sæpe etiam auro grauidas. Quare illam pupilli, vidua, alijque paupertina tribús esuritores velut vnicam salutis anchoram prensant, & exosculantur. Quantam pecuniæ vim prolixá munificentiá in Lycæi Tridentini bonarum litterarum Doctores, alioſque viros litteratos erogaueris cantata res est. Non verò domi tantùm, sed & militiæ munificus in egenos, pauperiem militum vbi leuare non poteras, saltem mitigasti, de cellá, penuq; annonam sæpe largitus, ne satur esses inter famelicos: diuitias à Cælitibus te accepisse ratus, vt quod profunderes haberes. Rara virtus in milite! qui arma plerumq; fert, vt è bello bellas opes referat: tu arma ferebas, vt pacem ferres; tuis te spoliabas fortunis, tuis viuebas sumptibus; tantum abest vt spolia quæsieris. Nimirum optatissima tibi præda victoria fuit, quam vt parares, iacturam facere non timebas;

– Comitatis, –

– Munificẽtiæ in viros litteratos, Religiosos, inopes, –

ideoque

in primis erga Milites.

ideoque milites ob ſtipendiorum tarditatem exacerbatos monilibus, equis, auro donatos in oſſcio tenere contendebas, paratior aurum perdere, quàm militem cudendæ pacis malleatorem. Tantò arctius tamen eum tibi morum ſuauitate, quam nummis deuinxiſti, quantò comis amor æreis eſt catenis fortior, qui niſi fuiſſet, ne tantum apud militem tui amorem non accendiſſes, tamdiu non conſeruaſſes. Et cur te non amarent? quos tu fratres promiſcuè vocitabas, non inani appellatione, ſed pleno caritatis affectu, quos mira lenitate regebas, quorum ſaluti tam ſollicitè inuigilabas. Tua igitur comitas fecit vt ſe tibi caros eſſe non dubitarent. Et profectò carus tibi fuit quiſquis caros habuit Superos, quiſquis verò hoſtile quid in illos admiſit, iam & tibi hoſtis erat: tunc demum te inclementem expertus, quando Cælitum vindicta clementem eſſe vetabat. Hinc cùm fortè fortuna prædonum verius, quàm militum manum in templo quodam deprehendiſſes cohorruiſti, exarſiſti, & omnes, quò conſcelerati pœnas penderent, actutúm pendére iuſſiſti, digna Lauernæ anathemata. Piè ſimul, & iuſtè! neque enim clemens fores niſi & iuſtus: imò impius ipſe, ſi pius nimis in impios fores. Ad hæc Pietas te docuit non templa ornamentis, opibuſq; compilatis deſpoliare, ſed auro potiùs, & argento ditare, vt, ſicubi ſqualere deſerta inter heterodoxos, vel inter Romanæ fidei profeſſores neglectim haberi, & minùs, quàm par erat, à ſacris veſtibus, aris, miniſtris parata cerneres, non obſcuram cum dolore indignationem præ te ferres. Quare templis, & aris in ſplendorem dandis paſſim tua imploratur largitas, nuſquam ferè non exoratur: inter quæ etiam S. Simonis Tridentini Martyris ſacellum præcipuè tuo auxilio magnificè conſtructum ſenio inductam fuliginem exuit. Ne verò nitentibus ſacris ædibus non ſacra tuorum mentes ſordeſcerent, non modò Curiones illis ſolerti cura lectos adiungere gaudes, ſed etiam alios auitæ fidei magiſtros ex religioſa quadam familia ſex numero, qui ſubditorum mores, & vitam exemplo, doctrina, monitis, ad orthodoxæ legis normam formarent, tuis impenſis alendos iam pridem ſubmittere inſtituiſti. Nimirum patria menti religio altùm impreſſa hæret, quam quanto amore, quanto Nouatorum ſectas odio proſequare toties inſigniter palàm fuit, quoties ſectariorum fana declinaſti, vt illa ſiue ſacris profani myſtæ operarentur, ſiue ſuum de ſuperiore loco verbum ambabus buccis creparent, quantumuis trahente curioſitate, inuitantibus ſocijs, exemplo ſtimulante, ne ingredi quidem volueris vnquam. Vnde mirum non eſt tibi Superos fuiſſe tam fauentes, quorum hoſtem (hæreſin) tam hoſtiliter es perſecutus. Et certè præſens tibi Numen ſæpe adfuit, quando vitam mirabiliter non ſemel prorogauit. Ex alta turri puer in profluentem præceps ieras, & fluctibus longè abreptus tandem fracto

Violatæ Religionis acerrimus vindex.

Veræ Religionis patrocinator.

Falſæ Religionis hoſtis.

vultu

vultu veluti cadauer in littus eiectum iacebas exanimis, sed sacro ad Deipara ara facto tibi restitutus es; integro triduo sanguinem manabas depositus à medicis, cùm sacra veli, quo Seruator in tumulo opertus erat, lipsana te letho iterum eripuerunt. Sanabant Superi, quia, cùm non possent Machaones, à prastigiatoribus, qui se multi sape offerebant, aut superstitiosis artibus curari constantissimè renuebas. Iidem quoq; celerem armis tuis adspirabāt sapè felicitatem. Hærebas enim apud Frisios cùm Germanus in Italiam miles transportandus esset, inde accersitus es à Fridtlādo, & copijs omnibus (dum Imperator exercitus Comes Remboldus de Coll' Alto adueniret) iussu Cæsaris præfectus. Vix eatibi prouincia demandata est, cùm nihil moratus eá etiā nocte iter ingressus Memmingam in Sueuia festinasti, & Supremi Ducis officio grauiter perfunctus collectum militem in Alpes tecum rapuisti. Mox transitum felici, quá polles, dexteritate per Sepontios, Heluetiosque aperuisti, eoq; castellis, operibus, custodijs in reditum communito, Mantuanum agrum milite inundasti priùs, quàm fossores ad perforādos Eridani aggeres iam emissi campum omnem repentino diluuio inundarent. Altero à capta Mantua die citatis equis in Allobroges excitus es, & mox inopinato aduentu tuo Gallorum impetus stitit. Hinc ad Montis Ferrati Casam, vt vocant, ab Hispanis imploratus, cum lectissimo Pannonum, & Germānorum equitatu, aliisq; duodecim legionibus peditum eá festinatione contendisti, & quò Gallos anteuerteres emenso paucis horis tanto terrarum spatio, aduolasti, vt vna nocte tam præstans exercitus è terræ visceribus repente enatus videri potuerit. Sed parum hoc tibi fuisset, nisi eo ipso vespere, licet ex intolerabili profectione nihil recreatus, eorundem rogatu, hostium conatibus exploratis, aciem struxisses eá promptitudine, vt inauditas pugnandi artes à te recèns ostensas nemo non attonitus dilaudauerit. Quid multa? Te Duce fulminatrices Austriacorum aquilæ tam celeri volatu ad Silesios delatæ, tantisq; viribus Panierium ex opportunissimis locis in Brādenburgenses paludes profugientem à Visurgi ad Viadrum insecutæ sunt, vt vix auditæ, nedum eminus visæ terrorem iniecerint, & huc illuc ancipitem, fluctuantemque agitauerint, tandem etiam ad petendam pacem adegerint. Laudatur hæc ab omnibus celeritas, cessatio carpitur, quia causa non omnibus perspecta est. Properè enim occupásse, Virtutis erat; à captis destitisse, necessitatis; quia industria celeritatis mater humanarum viriū, inclusa terminis facultati subest, non voluntati. Industriam verò tuam mirata est Praga, quia te vidit dies, nocteq; mœnibus tuendis intentum. Vidit non semel impransum, incœnatū, licet affectá valetudine, in equum alienis manibus sublatum in ipsam noctem obequitare, propugnacula, excubias lustrare, & omnem mouere lapidem, quò hostiū conatus eluderes. Vidit in Norico Nórdtlinga, Landtsperga, & Verna apud Pomeranios, insula Maizierana apud Tulingos castra, vel cùm acies struenda, vel

Letho diuinitus ereptus.

Exempla mirificæ, ac victricis celeritatis in Co. Galasso.

Bellica Gal. industria.

mu-

munienda forent ſtatiua, temet ordines digeſſiſſe, milites hortatum eſſe, luſtrâſſe ſingula interualla, cãpum proſpexiſſe, uias, riuos, pontes, tumulos, calles, ſyluas, agros tuiſmet oculis èmenſum, ne quid tibi lateret quod aquũ, uel iniquum tibi, hoſtiq; momẽtum afferre poſſet, exploraſſe. Oppidò perſpectam habuit hanc tuam Vualſtenius induſtriam, qui te potiſſimum adiutore magnis omnibus in rebus, &, quod aiunt, pro dexterâ ſuâ uſus, tuâ induſtriâ copias pridem dilapſas collegit, Bohemiã purgauit, tuis auxilijs conatus hoſtium fregit, loca plurima recepit. Vnde mirum non eſt, quòd tantis ornatus honoribus apud Imperatores, Regeſq; maximos eo loco fueris, ut Legationes tibi ſummas ultro, citroq; obeundas imperarent, pleraq; non parui momẽti negotia tuo arbitrio relinquerẽt. Friſijs in tertium uſq; annũ regendis te præficerent, Comite Remboldo in Comitijs tractandæ pacis defuncto, ſupremum Copiarum Ducem crearent, feriendi fœderis plenam poteſtatem traderent, ſuperioribus Imperij prouincijs cum ſumma tam in bellicis, quàm ciuilibus rebus auctoritate Præfectum iubèrent, in Comitum, ut uocant, Imperij ordinem adlectum Toparchijs donarent, ſupremam armorũ poteſtatem, & cum ijs ſuam tuis in manibus ſalutem collocarent: iam quoq; te tot laboribus perfunctum, relicto Legati ſupremi titulo, & ſex milliũ ſalario auctum à Conſilijs intimis ſibi uellent; quia tua ſic Virtus, tua merita poſtulabant. Quæ etiam Potentiſſimus Hiſpaniarũ Rex ſuis litteris, & donato in Sicilia regnis annuo reditu ad ſex millia aureũ numũ æſtimato, ſuũ te fiduciariũ clientem faciendo, una cum Ducis appellatione clariſſimè cõteſtatá, tã liberaliter munerari nõ dubitauit.

Honorifica munia, & munera, toparchiæ ab Imperatoribus, ac Regibus collata in Co. Galaſſum.

Quæ cùm ita ſint, ut eò redeat, unde deflexit oratio, mirabitur fortè quiſpiam nos librarium hoc munus tibi Apiarium Comiti, Philoſopho-Mathematicum magno Militi ſacrare; ſed is mirari deſinet, ſi intelligat apes animantium ferè minimas Viris maximis non ſemel grandia, Hieroni regnum, Platoni eloquentiam, alijs alia portendiſſe. Sunt equidem Muſarum delicia quia floribus amicæ; Marti tamen non inimicæ, quia nonnunquam bellicoſæ, Imperatorem ſuum cateruatim ſequi, ſtare cum ſtante, cum pergente pergere, aliàs pro caſtris excubare, aliàs exploratum excurrere, opus facere, pugnare non indoctæ.

Imperatoria, & Regia Philoſophia Mathematica literarium & ipſa hoc munus offert, — — etiam militi non alienum, — — nec inutile.

Accipe ergo paruum hoc munus, ò magne Heros; & fronte ſerená hæc Apiaria ingrédere, in quibus, niſi fallimur, uidebis multa tuis artibus idonea, tuo probaturus calculo ſcriptoris calamum, tuá experientiá ingenium, tuo exemplo diſciplinam. Exiguum eſt quod offertur donum, ſed non perinde exiguus, quo fertur, affectus: tu permagnum facies ſi animum, quia uires deficiunt, æqui boniq; feceris: tibi glorioſum erit beneficijs ſuperáſſe, nobis tamen non inglorium gratijs agendis impares ſuccubuiſſe; neq; enim magnus eſſes ſi minima tecum Societas æquo Marte certare poſſet. Vale, interq; uictrices lauros humanæ ſatur gloriæ, canus æternæ candidatus tardiùs conſeneſce.

LECTORI BENEVOLO

Petrus Bettinus Bononienſis, Philoſophus, Doctor, & Lector in publico Bononienſi Gymnaſio.

Quæ in hoc primo, & in ſecundo tomo Doctor Bettinus proloquitur poſthuma ſũt ex eius aduerſarijs, in quibus hæc pro Authore Apiariorum, & pro Typographo apparat.

PRO Apiarijs, & eorum Authore gentili, & conciue meo, & pro ipſo Typographo habeo quæ tecum proloquar, Lector beneuole. Pro Authore quidem, & Apiarijs ſunt quæ híc expromam in interpretatione, ac notis ad ſingula verba inſcriptionis, quæ in huiuſce Mathematici Operis fronte propoſita eſt.

APIARIA.

APes, quæ geometricis ſuis cellulis veſtibulum præſtruunt (vt in primo primi Apiarij Prælibamento videbis) inſcriptionem etiam præſignant Operi. Ac licet Prælibamento de Apibus Prælogium de puncto præponatur, tamen quia punctum Mathematicum eſt, *cuius nulla pars eſt*, nihil officit quo minus verè affirmem veſtibulum Mathematicæ huiuſce ſtructuræ ab Apibus aperiri. *Euclid. lib. 1. Elem. def. 1.*

Quæ ſibi Author olim è Mathematicis florarijs mella legerat, & in hæc Apiaria condiderat, tibi etiam, amice Lector, libanda híc nunc apponit. Phyloſophi Mathematici, quibus dapum ſapidiſſimarum copia non deſit, facilè abſtrahunt etiam moraliter, hoc eſt, facilè priuant ſe priuatim ſibi paratis, & ea publicæ vtilitati exponunt. *Vt Apis Author nõ ſibi ſolũ mellificat.*

Sic vos non vobis mellificatis Apes.

Macrobius lib. 1. Saturn. *Apes quodammodo debemus imitari, quæ vagantur, & flores carpunt: deinde quidquid attulere disponunt, ac per fauos diuidunt, & succum varium in vnum saporem mixtura quadam, & proprietate spiritus sui mutant. Nos quoque, &c.* Inferius cætera suo loco ex eo Authore.

Cur Apiaria inscriptio.

Nec pluribus est opus, ingenioſe Lector, tibi explicari cur Apiaria hæc inſcribantur, quorum in primo proſpectu ſtatim myſticè florida ſcena ſe ſe aperit, in qua vides Apes è virentibus, ac florentibus geometricis figuris libantes, & mellificantes, pro aluearijs, in geometricorum corporum concauis ſuperficiebus, in bellicis munimentis, in tubis, in caſſide, in vaſculis pyrrhici pulueris, in tympano, in minoribus bombardis, &c. quaſi tacitè bombilent adſpectantibus hîc floridam, & amænam Mathematicam Philoſophiam nobilioribus ingenijs tum pace, tum bello apparari.

Apiariorum Ordo.

Ordo autem, ac methodus Apiariorum hæc ſunt. Priore loco expediuntur quæ circa quantitatem continuam verſantur, poſteriore quæ circa diſcretam, qualia Arithmetica, & Muſica. Géometriam à terris ſenſim attollit Author, ac ſuſpendit vel in arboreis fauis cum Apibus, vel in aërijs caſſibus cum Araneis. A Geometricis theorijs, ac praxibus circa figuras, & interualla humi repentia fit ex ordine aſcenſus per machinas Mechanicæ Philoſophiæ. Mox per radios viſus, ac lucis attènuatur in Opticis, & euolat ad vſque cælos, ac ſydera in Aſtronomicis, & Gnomonicis hæc Matheſis. In Geometricis, & Arithmeticis à notioribus cæptum eſt, & Lectori captando præmiſſa ſunt practica theoricis. Itaque in priori Tomo habes Geometriam primò practicam, ſecundò ſpeculatiuam. In altero Tomo numerariæ praxes in ſonis præceſſerunt ijs, quæ in puris Arithmeticæ numeris exercentur. Omnia denique in vltimo Tomi ſecundi Apiario cedunt in apparatum multiplicem, & varium mathematicè, ac peripateticè philoſophantibus.

Cur Progymnaſmata in Apiarijs.

Apiariorum partes inſcripſit Author nomine Progymnaſmatum, modeſtiæ cauſa, vt arbitror, quaſi profiteatur hæc eſſe quædam quodammodo tyrocinia, & præludia inuentis abſolutiſſimis apud alios in Mathematica Philoſophia prouectiores.

Griembergeri laudes in hac Apiaria.

Quamquam P. Chriſtophorus Griembergerus poſt ſeriam, & octimeſtrem in hæc Apiaria cenſuram, literis ad Authorem Roma miſſis 17 Ianuarij 1635 optat, & affirmat: *Vtinam quam citiſsimè typis vulgentur, & Apiarijs tam dulcibus frui liceat. Non dubito Apes, præſertim doctiores, illicò aduolaturas. Inueniunt enim ſunt vnde deſiderio ſuo ſatisfaciant.* Hoc tanti viri votum, & ſpes ſupra votum, ac ſpem Authoris ſunt, qui ſua, ſeq; *ſuo modulo, ac pede metitur*, ne mentiatur. Aduolent ſanè Apes doctiores, non quidem libaturæ, ſed allaturæ quod ſapiat, & infeſtos alienis laboribus fucos abacturæ.

Idem Griembergerus amicæ Authoris querelæ, quod doctissimus ille Censor videretur penè singula diù expendere, ac lentam nimis exercere censuram in hæc Apiaria, respondit in citatis literis: *Moram meam V. R. sibi adscribat, non mihi, qui tam pulchra, & tam curiosa è manibus dimittere tam citò non debui.* Consonant prædicta publico testimonio in Censura, quod legeris, opinor, ò Lector, in primis paginis post facultates edendorum horum Apiariorum.

Quantus vir fuerit Griembergerus.

Griembergerum verò cum nomino, amice Lector, virum nomino tantæ auctoritatis, ac doctrinæ in omni Mathematicarum scientiarum genere, vt magnus ille Clauius non sit veritus suarum Mathematicarum lucubrationum pleraſque illius censuræ submittere, quem etiam in suis libris cum laude nominat, cuius aliqua inuenta ipse Clauius posteritati tradidit, & quasi præ suis commendauit. Ad quem ex omnibus literati orbis partibus doctissimi quiq; Mathematicorum suas dubitationes soluendas, & inuentiones excutiendas ttansmittebant. Qui nostri æui alter Archimedes à doctioribus sine controuersia est habitus, quippe qui acutissimis theorijs ingeniosissimas praxes, & mirificas machinationes adiungeret.

Omissæ aliæ laudatorũ virorum laudes in hæc Apiaria.

Parco huc alia aliqua honorifica de hisce Apiarijs testimonia, & elogia congerere, quæ perlegi egomet haud semel in literis gratulatorijs doctissimorum virorum ad Authorem Romà transmissis. Parco, inquam & Authoris, & Censorum encomiastarum modestiæ. Quorum aliqui adhuc viuunt (ac diu peropto) ingenti Mathematicarum, & cæterarum scientiarum bono. Nec egent suo apud nos nomine, quorum eruditissimæ, ac doctissimæ lucubrationes typis iam vulgatæ, ac in dies vulgandæ non patiuntur eos apud vllas nationes esse anonymos.

Hæc igitur Apiaria nec tu, æquè Lector, arbitror arbitrabere contemnenda, quæ commendatissimi viri tantopere commendarunt, & auguror tibi etiam sapient quæ sapientibus sapuerunt.

Ignoscendum si quis humanus lapsus.

Si quis tamen aliquando lapsus fuerit, qui (non arbitror) tam doctos, & tam diligentes Censores fortè fugerit, habent inscriptiones modestæ Progymnasmatum, & Præludiorũm, quo veniam ab æquo, humano, non inuido, non procaci Lectore impetrent, & Horatianum id ingerant:

— Vbi plura nitent, non ego paucis
Offendar maculis, quas aut incuria fudit,
Aut humana parum cauit natura.

Ne temerè damnaris. Diligenter inspicienda singula etiam in figuris.

Illud te monitum, prudens Lector, in primis velim: ne temerè quidquam, ac præceps erroris damnaris in hisce Apiarijs, præsertim in ijs generibus, quorum exiguam cognitionem indeptus fueris. Non modò legito, sed probè etiam intelligito, ac ponderato. Antecedentia, & consequentia prospicito. In ipsismet figuris lineas, numeros, apices diligenter inspicito.

Sic enim fiet (quoniam non temerè quidquam hic delineatum eſt) vt tibi alluceat vnde non reberis, & tuum fortaſſe agnoſcas errorem vbi alienum arbitrabare.

Pro ſtylo Authoris in hiſce Apiarijs.

Circa genus verò dicendi, quo vtitur Author Apiariorum pudet vel vnicum hic verbum apologeticum apponere. Si quis tamen (etiam extra Prælogia) floridam ſemper, & mellitam in hiſce Apiarijs orationem expectat, meminerit hic Authorem agere Philoſophum, non Grammaticum. Imprudentiæ eſt grammaticas anguſtias in rebus grauioribus, ac philoſophicis ita perſequi, vt malis plurimum tibi de materiæ perſpicuitate, quàm vel minimum de ſermonis nitore perire.

Non ſolum hic in Prælogijs, ſed iam pridem etiam in Oratoria, & Poëtica latina elegantia quid poſſit hic Author vulgatum eſt à ſæpius recuſis, ac rediuiuis eius Muſis, quarum proprium eſt ſe comere, atq; exornare. Philoſophiam cultus quidam incultus decet, ac tuetur.

VNIVERSAE, &c.

Qua Mathemata ab Apiarijs reiecta.

NVlla enim veræ Philoſophiæ Mathematicæ ſpecies eſt, in quam ſua hic liba nõ affint. Si qua vero pars eſt, in qua potius vel memoriæ labor, vel manuum induſtria requiratur, quám ingenij vis ad philoſophandum, ac demonſtrandum, omiſſa eſt ab Authore, atq; alijs permiſſa. Sunt enim aliquæ quaſi ancillæ, atq; executrices particulæ Mathematicarum ſcientiarum. Hic verò tantum ea problemata militaria, agraria, pictoria, muſica, &c. in Geometricis, atq; Opticis, Aſtronomicis, Arithmeticis expoſita ſunt, quæ cum praxibus dignas Philoſopho ingenuo theorias exhibeant. Calculatoriam Aſtronomiam, Geographica, Architecturam ſiue ciuilem, ſiue militarem vide apud eos, qui verſati ſunt in ijs praxibus.

Labor irritus aliquorum in architectura militari.

Ac ſané in Architectura militari cùm non minus requiratur vſus bellicus, quàm ſeceſſus theoricus, veritus eſt fortaſſe Author ne ſibi pariter accideret quod M. Tull. lib. de orat. narrat Phormioni Peripatetico accidiſſe. Quem Hannibal cùm Epheſi audiſſet de Imperatoris officio, & de omni re militari copioſiſſimè diſſerentem, affirmauit multos ſe deliros vidiſſe ſenes, ſed qui magis quàm Phormio deliraret, vidiſſe neminem. Putauit nimirum Hannibal par eſſe delictum militem de religione (vt non nemo addit) atq; hominem militiæ inexpertum de re militari diſſerere. Cauit ergo Apiariorum Author ne, ſi vir ipſe nunquam in bellis verſatus, de militaris Architecturæ prouidentijs, ac praxibus præciperet, audiret in ſe veterem paræmiam: *ne ſutor vltra crepidam.*

Iudiciaria procul ab hiſce Apiarijs.

Nugas vero iudiciarias, præiudiciarias præſertim humani animi libertati, & ſcientificæ certitudinis prorſus expertes, ac homine philoſopho indigniſſimas nullas habet Author in ſuis Apiarijs, quippe infenſiſſimus

corum hominum generi, qui eiuſmodi prædictionibus non veritatem, ſed pecuniam diuitum, ac Dynaſtarum captantes, & ſpes humanas publicis plerumq; cladibus, & priuatis fortunarum, ac vitæ diſpendijs cludentes, præclariſſimam Aſtronomicam Philoſophiam in deriſum, & contemptum abiecerunt.

PHILOSOPHIAE.

PHiloſophari, ratiocinari, demonſtrare pro publico Doctoris munere maluit Author in ſuis hiſce Apiarijs, ne nobiliſſimam Philoſophiæ partem Mathematicam ad ſolas fabriles operationes abijcere videretur. Aliqui dum circa Mathemata manus potius, quám ingenium exercent, effecerunt, non ſine iniuria eorum, qui verè Philoſophi Mathematici ſunt, vt homines è vulgo neminem in cenſum Mathematicorum admittant, niſi ſi quem viderint pro ſchola Philoſophica inſtruere fabrilem officinam. Scientifico Mathematico ſatis eſt architectonicè præcipere quæ mechanicus exequatur. Nec tanti eſt vel Philoſophicæ dignitatis, vel temporis nobilioribus theorijs debiti iacturam facere.

Mathematica non fabrilis officina, ſed Philoſophica ſchola eſt.

In hiſce Apiarijs nullas praxes inuenies, Lector, quarum theorice, ac demonſtrationes non exponantur, vel ſaltem non indicentur. Sic in Mechanicis, in Gnomonicis, in Muſicis, in Arithmeticis, atq; alijs Apiarijs cauſæ, ac fontes aperiuntur, à quibus ſcientifica mella in interiorem intelligentiam profluunt. Qui fontes longè ſunt dulciores, quàm riuuli operationum, quibus oculi, & exteri ſenſus irrigantur.

Nullæ praxes ſine theorijs in Apiarijs.

MATHEMATICAE.

QVid ab Apiarijs niſi mella expectes? Humanarum ſcientiarum mella ſunt Mathematicæ, quæ ſua iucunditate ſapidiſſimæ ſunt, ſua certitudine humanæ intelligentiæ famem vnicæ ſolantur, ac ſedant. Cæteræ humanæ Philoſophiæ partes diſceptatoriæ ſunt, quia euidenti certitudine carent, qua Mathematicæ pollent. Quo fit vt humanus animus, poſtquam diu oberrarit per humanarum diſciplinarum encyclopædiam, tandem in ſola Mathematicarum certitudine conquieſcat.

Mathematicæ ſcientiarum mella.

Mathematica certitudo intelligentiã ſedat.

Facilis etiam à Mathematicis ad Moralia, & Theologica gradus eſt. Sunt enim, vt rectè Platonici affirmant, Mathematicæ ſcientiæ purgatoriæ; quippe animum à materia ſenſibili auocant, & ab irrationabilium appetitionum concretione depuratum aptiſſimum efficiunt Theologicis theorijs excipiendis, & moralibus virtutibus exercendis.

Mathematicæ ſunt ſcientiæ purgatoriæ animi, & ſenſibus.

Platonicis addo Peripateticorum Philoſophorum Principem lib. 1. poſter. tex. 25. de certitudine Mathematicarum ſcientiarum: *in Mathe-*

Arist. de certitudine Mathemat.

Idem de abstractione.

Nemo Mathematicè sciens oblatrat in Mathem. Philosophiam.

Mathematicæ triumphãtes, non militãtes.

Eximio ingènij acumine opus est ad Mathematica adyta.

Oculus animæ à solis sciẽtijs Mathemat. recreatur.

maticis verò non est similiter paralogismus, quoniam medium est semper, quod duplex. De hoc enim omni, & hoc rursus de alio dicitur omni. & lib. eodem, tex. 25. de abstractione Mathematica: *neque Geometra fãlsa supponit, quemadmodum quidam asseruere.* Mox: *Geometra verò nihil concludit, eo quod hæc est linea, sed quæ per hæc ostenduntur.* Nemo vnquam Mathematica Philosophia non leuiter imbutus ausus est oblatrare in nobilissimam hanc, & certitudine principem humanæ Philosophiæ partem. Hìc præcipuè diù, multumque ante discendum est, quám contradicendum.

Mathematicæ scientiæ sunt, non militantes, sed triumphantes in eruditissimo otio pacatissimæ veritatis. Earum adyta, & abdita non penetrat nisi acutissimi apex ingenij, hoc est tui persimilis, amice Lector, cui hæc apparata sunt.

Pro innumeris, ac verissimis laudibus, quæ conferri possent in nobilissimam Philosophiam Mathematicam sat mihi fuerit breue id Platonicum enuntiatum, quod memini me olim legere apud Proclum in Comment. ad Euclid. *Oculus animæ, qui ab alijs scientijs obcæcatur, defoditurq;, à Mathematicis solis recreatur, ac reuiresçit.*

Plura, & egregia de nobilitate, vtilitate, iucunditate, admirabilitate, ac cæteris laudibus Mathematicarũ scientiarum vide, Lector, apud Proclum in primis capitibus Comm. ad l. 1. elem. Euclid.

IN QVIBVS PARADOXA.

Tutũ in Mathem. persequi paradoxa.

NVsquam tutius licet in paradoxis versari, quàm in scientijs Mathematicis, scilicet hæc Philosophia tutè persequitur, & aperit admirandas nouitates, quippe nihil vel moralibus præceptis, vel Theologicis oraculis incommodaturas.

Eurycemi aliqua paradoxa.

Eurycemi paucula quædam apud Pappum paradoxa sunt, éaque in solis Geometricis. Hìc tibi, Lector, in omni Mathematicarum scientiarum genere si quid inopinati, aut admirandi præ vulgatis est, exponitur. Ne fucum tibi factum existimes, & speciosas potius esse, quàm veras inscriptiones arbitrere, lege, amabo Lector, in vestibulis vtriusq; Tomi singulos indices Progymnasmatum, Propositionum, Corollariorum, Lemmatum, Scholiorum, Capitum, vt in ijs animaduertas penè omnia esse hìc paradoxa, prçsertim in Geometria speculatiua. Quamquam quid in scientijs Mathematicis, etiam vulgatissimum, non admirandum, & paradoxum est siue in terrenis, siue in cælestibus, siue in Geometricis, siue in Arithmeticis theorematibus, & problematibus versentur? Distantias, altitudines, profunditates inaccessas facillimè, atq; ingeniosissimè dimetiuntur. Immania pondera, atq; adeò vniuersam Terræ molem minima vi amoliuntur, ac dimouent. Spectris Opticis oculos, atque animos in

Inscriptiones orodunt paradoxa.

In Math. omnia paradoxa, & admirãda.

admi-

admiratonẽ, & iucundum quemdam horrorem abripiunt. Catoptricis, & Dioptricis instrumentis geometricé conformatis ignea puncta, & vstorias lineas, quasi Mathematica fulmina è cælo euocata in infinitum eiaculantur. Astrorum, Planetarum, cælorum moles, motus, distantias à terris, & inter se, ac plura alia rerum à nobis remotissimarum abdita penetrant. In Arithmeticis numerorum, in Geometricis linearum, & figurarum prodigiosas affectiones, & mirificas effectiones expandunt. Quorum omnium prædictorum paradoxorum ingentem copiam habes, Lector, in hisce Apiarijs.

ET NOVA PLERAQVE MACHINAMENTA.

SAltem pleraq; híc noua, si non omnia. Vbi propositiones nouæ non sunt curauit Author vel saltem inoui aliquid appositum habeant, vel noua demonstratio, vel noua sit operatio. Etiam in vsitatis videbis híc fermè aliquid inusitati. Deniq; ***vel noua antiquè, vel saltem antiqua nouè.*** Nouitates si quas affectauit Author non id fecit studio priuatæ laudis, sed publicæ vtilitatis gratia, vt hæc lecturi temporis iacturam non facerent, quæ fieret si nihil in hisce Apiarijs præter ea viderent, quæ apud alios doctiores meliora iam præuidissent.

In Apiarijs vel antiqua nouè, vel noua antiquè.

Nouitas nõ ad iactantiam.

Antequam hæc Apiaria nunc demum typis committerentur, ex ijs præcipua aliqua theoremata iam pridem Author euulgarat partim in publicis prælectionibus, partim in selectioribus problematibus sæpius pronuntiatis ab aliquo suorum Auditorum in celeberrima aliqua Doctorum, Nobilium, ac Principum virorum panégyri; partim in scriptis publicè dictatis, & per manus transmissis, partim in priuatis alloquijs cum doctis amicis. Quorum aliquibus quædam, antequam Romanæ censuræ subijcerentur, ita probata sunt, vt lubitum etiam ijs fuerit eosdem ingredi campos, in quibus Author prior versabatur. Quid ageret? Arcere nec libuit, nec licuit quominus nonnemo eorum ad indicatos ab Authore fontes posterior quidem hauriret, sed prior tamen effunderet.

Multifariam euulgata hæc Apiaria antequã typis tradita.

Aliqui posteriores inuẽtione, priores editione.

Quare aliqua in hisce Apiarijs tot ante modis ab ipso Authore iam pridem euulgata videri potuerunt iam publici iuris facta, præsertim ijs amicis, qui libenter, etiam in suppellectili literaria id verbo, ac re vsurpant: ***Amicorum omnia communia.***

Amicitæ prouerbium male ab aliquibus vsurpatum.

At bene, quòd quæ Apiariorum Authot prior inuenerat, etiam prior euulgarat, si non typis, saltem modis modò prædictis. Ac sane oppidò impudens, atq; imprudens fuisset hic Author, si quæ publicè in celeberrimo Gymnasio verbis, & scriptis partim ipse, partim per suos Auditores pronuntiare, atq; inuulgare non esset veritus ibi loci, vbi aderant qui eum palam furti arguere potuissent.

Sed istanc primæ inuentionis laudem nihil moratur Author, atq; alijs,

Publicæ vtilitati, non priuatæ laudi. &c.

ne funem diſcordiæ trahere videatur, lubentiſſimo animo permittit, qui publicæ potius vtilitati, quám priuatæ laudi optat inſeruire.

Plures eſſe poſſunt eiuſdem rei inuentores.

Rectè Griembergerus in cenſura horum Apiariorum: *Puto vnumquemque quæ ſua ſunt ſibi poſſe adſcribere; idemque facere puto poſſe P. Bettinum, & alios. Neq; enim dubito plures eſſe poſſe eiuſdem rei inuentores.*

Authoris Apiariorũ exẽpla ſynceræ fidei in alienis inuentis.

Quantum porrò ab Authoris moribus abhorreat aliena quaſi ſua venditare, exemplo ſint, & quod in ſingulorum Apiariorum poſtremo quoque capite ſolẽne illi eſt apertiſſimè indicare quidquid ſingulare eſt apud alios in eo gẽnere Matheſeos, in quo id Apiarium verſatum eſt; Et præterea ſua etiam aliqua inuenta ſi quando inaudijt incidiſſe in aliquam fortè ſimilitudinem alienæ cuiuſpiam inuentionis, Author es, & eorum inuenta præcipua cum laude nominat, & Lectores apertè ad eorum præ ſuis lectionem adhortatur, ſyncerèq; narrat, quæ ab ijs vel didicerit, vel acceperit meliora. In fidem ſynceræ huiuſce fidei leges, ò Lector, complura loca in hiſce Apiarijs partim citata è cenſura, partim plena laudationum, cúm in alios, tum præcipuè in Griembergerum, Scheinerum, Cyſſatum. &c.

Ac quod attinet ad Griembergerum, ſi, exempli loco, Author Apiariorum Scenographicum id ſuum inſtrumentum non ſolum à ſe inuentum, ſed etiam perfectum affirmaſſet, & Griembergeri literas (quarum verba ſyncerè non ſemel ponit in Apiarijs) priuatim ad ſe datas diſſimulaſſet, ecquis reſciſſet? Potiorem tamen duxit laudem religioſæ ſynceritatis, quám ingenioſæ, vt ita dicam, ſcenographitatis.

Collectiones Mathematicæ apud Pappum.

Pappus antiquorum Mathematicorum eximius volumen ingens edidit cum inſcriptione: *Collectiones, &c.* Si quis ergo ſuas Authori Apiariorum inuidet inuentiones, appellet rerum eximiarum, & nouarum in vniuerſá Mathematicá Philoſophia *Collectiones.* In quibus tamen rectè Macrobius affirmat nec ſuam deeſſe nouitatem, dum ab Apum (ne ab Apiarijs diſcedamus) exemplo paulò ante allato ſic progreditur. *Nos quoq; quidquid diuerſa lectione quæſiuimus committamus ſtylo, vt in ordinem eodem digerente coaleſcat. Nam & in animo melius diſtincta ſeruantur, & ipſa diſtinctio non ſine quodam fermento, quo condítur vniuerſitas, in vnius ſaporis vſum varia libamenta confundit; vt etiam ſi quid apparuerit vnde ſumptum ſit, aliud tamen eſſe, quàm vnde ſumptum noſcatur, appareat. Quod in corpore noſtro videmus ſine vlla opera noſtra facere naturam; alimenta quæ accipimus, quamdiu in ſua qualitate perſeuerant, & ſolida innatant, malè ſtomacho oneri ſunt; at cum ex eo, quod erant, mutata ſunt, tum demum in vires, & ſanguinem tranſeunt. Idem in his, quibus aluntur ingenia, præſtemus: vt quæcumq; haurimus non patiamur integra eſſe, ne aliena ſint, ſed in quandam digeriem concoquantur: alioquin in memoriam ire*

Sua nouitas, & inuentio etiam in collectionibus.

poſſunt,

possunt, non in ingenium. Ex omnibus colligamus, vnde vnum fiat ex omnibus: sicut vnus numerus fit ex singulis. Hoc faciat noster animus, omnia quibus est adiutus, abscondat; ipsum tamen ostendat, quod efficit. Vt qui odora pigmenta conficiunt, ante omnia curant, vt nullius sint odoris propria quæ condiuntur, confusuri videlicet omnium succos odoraminum in spiramentum vnum. Vides quam multorum vocibus chorus constet. vna tamen ex omnibus redditur. Aliqua est illic acuta, aliqua grauis, aliqua media: accedunt viris feminæ, interponitur fistula: ita singulorum illic latent voces, omnium apparent, & fit concentus ex dissonis. Tale hoc præsens opus volo &c. sic Macrobius; vt ex his, & antedictis videas, Lector, quibus iuribus affirmetur in Apiariorum inscriptione id verbum: (Noua pleraque &c.)

AD VSVS EXIMIOS TRADVCTA.

PRimus, ac princeps vsus Authoris animo destimatus est vt hæc Mathesis consecretur, hoc est pietati, ac Religioni ancilletur. Publicis literis iampridem vulgatum est vastissimum Sinarum imperium, atque adeò vniuersas pené totius Orientis nationes mirifico Mathematicarum scientiarum studio conflagrare; ac Iesuitanæ Religiosæ Familiæ lectissimos viros apud Sinas Philosophiæ Mathematicæ docendæ occasione Christianæ etiam fidei scita, & Sacramenta eius regni populis, præsertim Doctioribus viris, & eorum Dynastis aperire. Compererat etiam Apiariorum Author sex priores Euclidis de Geometricis elementis libros ab ijsdem religiosis Doctoribus in Sinensem linguam iampridem esse conuersos. Pro viribus igitur curauit Author, vt Religiosæ suæ Familiæ apud Sinas Doctores in hisce Apiarijs, velut in Mathematicis quibusdam promptuarijs, ad manus haberent, ac circumferrent lectissima in omni Mathematicarum scientiarum genere argumenta, eaque facillimè demonstrata è prioribus ferè sex libris Euclideis. Quibus promptuarijs, sine multorum, & obscuriorum librorum copiá, & dispendio, vterentur ad tam pium ministerium animorum veræ religioni, ac fælicitati traducendorum. Pium hoc Authoris votum amicum Numen secundarit, næ ille maximum operæ suæ pretium acceperit.

1. *Vsus Apiariorum pro vera Religione apud Sinas.*

Sex libri elem. Euclid. sinicè translati.

Penè omnes demonstrationes Apiariorũ è sex lib. Eucl.

Secundus vsus è prçcipuis esto: Religionibus militaribus subsidia Mathematica tum in bello contra publicos veræ religionis hostes apparare, tum in pace nobilissimę Philosophiæ negotium contra otiosam inertiam exponere. Quid æquius, quám religiosum hominem pacatis artibus addictum studia sua vouere religiosæ nobilitati, & sacris heroibus, qui publicæ religioni propugnandæ generosa pectora deuouerunt? Habeant ergo ad metationes, oppugnationes, nauigationes, machinationes, acierum instructiones, & ad alia in hisce Apiarijs, quæ in eorum gratiam phi-

2. *vsus pro Religionibus militaribus.*

losophatus est Author inuenta, & adiumenta Geometrica, Mechanica, Optica, Astronomica, Arithmetica, & alia ita figuris etiam ipsis expressa, vt ea facillimè pacati assequantur, & vtillimè bellatores experiantur.

3. vsus pro publicis Lectoribus Euclidis.

Tertiùs vsus: Ex hisce Apiarijs mella educere condiendo Euclidi, hoc est prouidere, vt publicis Mathematicarum scientiarum Doctoribus hìc non desit vnde ieiunas Euclidis propositiones suis efficiant sapidas Auditoribus, expositis eximijs vsibus, ad quos in hisce Apiarijs Euclideæ illæ propositiones traducuntur. Quam ad rem duodecimum Apiarium in fine 2 Tomi Author adstruxit, quò te, Lector, transmitto.

4. vsus pro publicis celebrãdis problematibus.

Quartus vsus. Quemadmodum Authori scientias Mathematicas publicè olim docenti, & paradoxa conquirenti ad solemniora problemata in frequenti, ac erudito Philosophorum, ac Theologorum consessu pronuntianda, & demonstranda per Auditorum Mathematicorum eximiorem aliquem, se se inde obtulit occasio, & materia horum voluminum conflandorum; ita è conflatis non deerit copia theorematum, ac problematum publicè celebrandorum, ijs præsertim, qui publicè Mathematicas disciplinas profitentur, ac promouent.

Alij vsus plures, ac priuati, morales, eruditi, &c.

Denique vsus quamplurimos alios, & singulares, & singulos videbis, amice Lector, in pené singulis propositionibus, & capitibus, vbi Author theoremata deducit ad varios ciuilis, & militaris vitæ vsus, & ad corollaria etiam moralia, vnde discas non solùm ingeniosi, sed etiam boni viri partes præstare.

Math. Phil. ab Authore applicata, & ornata.

Secessum illum Mathematicarum theoriarum ad ciuilem cõgressum pro viribus Author euocauit, exorauitq; quá licuit, Mathematicam Philosophiam ne vereretur aliquando videri quammaximè de abstractà illà seueritudine in gratiam nobilissimarum, vtillimarum, admirandarum operationum remississe. Mathematicæ Philosophiæ non solum facilè, sed & iucundè docendæ, ac discendæ consultum voluit Author Apiariorum. Qua gratia suas ille Matheses aliquando eruditis, ac moralibus corollarijs quasi quibusdam floreis corollis exornat. Antiquorum, & doctiorum Mathematicorum exemplo, præsertim Procli, cuius vel vnicum commentarium in vnicum, & primum Euclidis elementum instar esse possit quemadmodum mathematica Philosophia, quæ nobilioribus, & amænioribus ingenijs debetur, non solum sit exponenda, sed etiam exornanda. Pythagoricum ænigma Proclus quod affert, etiam tuetur: ***Figura, & gradus, &c.*** dum sæpissimè à geometricis figuris gradum facit ad moralia. Aequum est, vt Philosophi Mathematici geometricè circa cælestia versantes, ductu syderum (ceu tres olim Chaldæi Philosophi, ac Reges) Deum adeant, ac venerentur.

Exemplum à Proclo exornandæ Matheseos.

A figuris ad Deum.

ET

Teſtimonium de facilitate in hiſce Apiarijs.

QVod ad facilitatem attinet (quam ego in Mathematicæ Philoſophiæ Doctore, ac ſcriptore ſummam laudem exiſtimo) quid in ſuis hiſce Apiarijs Author ſit aſſecutus, luculentum, & publicæ auctoritatis pondere gratiſſimũ habes, ò Lector, id teſtimonium, quod prolatum eſt è Religionis cenſura in hæc Apiaria. Id relege in vtriuſq; Tomi veſtibulo.

Curatum vt nemo impendat otioſam lectionem in Apiarijs.

Dum in hiſce Apiarijs Tyronum facilitati conſulitur, & pleraq; omnia è prioribus ſex libris elementarijs Euclidis demonſtrantur, atq; aliæ difficiliores probationes ex alijs vel Euclidis, vel aliorum antiquorum Geometrarum libris omittuntur, id opinor, obtinebit Author vt & à Tyronibus quæ hîc theoremata, & problemata facilius percipiantur, & doctiores lectores, quibus vulgatæ apud alios difficiliores demonſtrationes non ſunt incompertæ, habeant hîc aliquid noui, vel ſaltem aliter, ac faciliús, quam alibi, demonſtrati, ne prorſus otioſam lectionis operam apud hunc Authorem poſuiſſe videantur.

Nihil in Apiarijs ſine demõſtratione ſaltem indicata.

Quod verò pertinet ad demonſtrationes, nihil in hiſce Apiarijs ponitur, cuius demonſtratio vel ab Authore non apponatur, vel ſaltem apud alios non indicetur. Ac, dum demonſtrationes audis intellige, nõ tantum verè Geometricas (quarum ingens numerus eſt in hiſce Apiarijs) ſed etiam phyſicis materijs geometricè probandis applicatas cum eo temperamento, ac venia, quam poſtulat aliquando ab æquis Geometris ipſa materiæ ageometrica difficultas. In Mathematicos Philoſophos, præſertim eos, qui in mixtis (quas vocant) Mathematicæ Philoſophiæ partibus verſantur, iniurius fueris, ſi cũ ijs præcisè geometrico iure ſemper egeris.

Demõſtrationes pro materiæ modo.

Sic Aſtronomi quæ in terræ centro, & Gnomonici quę infra terræ globum operari ſe fingunt, in ſuperficie terræ operantur, ac demonſtrant ſine veritatis, & laudis diſpendio, propter immenſam cæleſtium ſuperiorum globorum à terra ſemotionem, quá fit vt vniuerſa terræ moles puncti gerat inſtar, vt in veſtibulo Noni Apiarij demonſtrat Author.

Demonſtrationibus non officit differentia inſenſibilis in Aſtronomicis, & Gnomonicis.

Nec etiam quia præciſa proportio diametri ad circumferentiam ab Archimede tradita, & demonſtrata non eſt, ideo ab artefactis quotidianis operationibus reijcitur.

—Item in Geometricis.

Quid plura? Exemplum etiam in abſtractis Geometricis accipe. Quadraticem lineam, quæ apud Pappum Alexandrinum eſt, Antiquorum pleriq; omiſſam fecerunt, quod vltimos ſui terminos geometricè ductos non demonſtret. Quia tamen inſenſibilis ea eſt differentia, prudenter, & cum laude Clauius eam lineam cenſuit accerſendam ad abſtractæ Geometriæ præcipua problemata facillimè ſoluenda, & exercenda, vt videre licet ad finem libri 4. elem. Euclidis.

Longè ergo iniquiſſimum erit ea in applicatis, & concretis exigere, ac perſequi, quæ à magnis, & ſapientibus Geometris etiam circa Matheſes abſtractas non ſpectantur. Hæc accipe, amice Lector, non quaſi oppugnatura laudem certitudinis Mathematicæ, ſed propugnatura Mathematicam diligentiam, cum ea in concretis verſatur circa obnitentem ſenſibilem materiam; nè ſcilicet ea exquiras, quæ materia non patitur.

Etiam in Mathematicis q. Epicheia.

Norint Tyrones Mathematici ſe quidem religioſiſſimæ, ſed non iniquæ, aut ſuperſtitioſæ Philoſophiæ candidatos. Nempè ſua eſt etſám Mathematicis Philoſophis pro materiæ natura quaſi quædam Epicheia. *Scimus, & hanc veniam petimuſq; damuſq; vicisſim.* Quod Venuſinus in Poëticis cecinit, in Mathematicis concretis licet vſurpare. Igitur, amice Lector, in Philoſophos Mathematicos concretos eſto (vulgò dixerim) diſcretus.

Pro practicis, & ſpeculatiuis dapes in hiſce Apiarÿs.

Claudo notas ad præcipua inſcriptionis verba in hæc verba vniuerſim. In hiſce Mathematicæ Philoſophiæ Apiarijs habent Organici, & quid, & quî operentur, habent & Philoſophi quæ contemplentur. Vtriq; verò, ac cæteri quicunq; hæc lecturi ſunt, præſertim lectioris literaturæ lectores, habent vbi ſe Authori æquos præbeant, dum ſtudio facilitatis, ac iucunditatis geometricum illum abſtractum quaſi ſquallorem nitidiore quodam cultu induit, & Mathematicam Philoſophiam (quæ hominibus vulgaris iudicij, atq; ingenij pedeſtris quædam ſcientia videbatur) conatus eſt Author Apiariorum quaſi equeſtrem, ac nobilem oſtentare pro vſu equeſtris Nobilitatis.

AVTHORE, &c. BONONIENSI
è Societate Ieſu.

Quibus Author ſua debeat, ac dicet ex animo.

Gratitudo animi erga ſuam Religionem.

Lethali morbo à S. Ignatio ereptus Author.

A Cherubinis morale pro ſcriptoribus.

HOc verò diuino nomine (non ſuo) gloriatur Author, & huic laudes operis vtcumq; ab ſe peracti debere ſe, ac quoſcumque, qui Apiaria cum fructu, ac voluptate aliqua libarint, ex animo profitetur.

Religioni (ſecundùm Deum) quaſi amantiſſimæ parenti acceptum refert quidquid vel amæniorum, vel grauiorum literarum hauſit.

Huic lubens, ac meritò refundit ſtudiorum ſuorum, ſi qui ſunt fructus, & décora. In primis D. Ignatio (à quo ante annos circiter 40 deploratam valetudinem, ac vitam mirandum ſanè in modum recepiſſe ſe agnoſcit) addicit, dicatq; ſe, ſuaq; omnia literaria monumenta pro debito grati animi apud ſeram poſteritatem monumento.

Gemini aurei Cherubini olim ita fuere conflati, vt eſſent mutuis alis in Arcæ Hieroſolymanæ ſacrum propitiatorium cõuergentibus. Eorum exemplo Author Dei Seruatoris, ac Diuorum propitiatorum obſequijs, ac venerationi pennam ſuam ſcriptoriam humillimè conſecrauit.

OLIM

OLIM IN PVBLICO PARM. GYMNASIO Philoſophiæ Mathematicæ &c. Lectore.

Author vulgauit nihil typis quod publicè non docuerit.

HAec etiam verba in inſcriptione poſita ſunt non ad iactantiam, ſed vt videas, amice Lector, quo iure Apiariorum Author Mathematicas haſce lucubrationes publicæ luci exponat. Eo nempe iure, quo eaſdem publicè docuit. Nihil híc à ſuo munere alienum auſus eſt. Nihil adhuc ſiue in Poeticá, & Oratoriá facultate, ſiue in Morali, & Mathematica Philoſophia poſteritati committendum putauit, quod non ſolum priuatim didicerit, ſed etiam è publica Religionis auctoritate publicè docuerit, & publicè ventilandum propoſuerit. Aequum eſt poſteritatem honorificè prehabere, ac modeſtè vereri. Nec quidquid ſtatim in literis libaris illicò poſteritati obtrudendum eſt. Diù non ſolum priuatim diſcendum, ac meditandum eſt, ſed & publicè docendum, ac diſcutiendum eſt, quod ſemel tranſmittendum eſt futurę poſteritati, quæ oculis innumeris, & innocciduis exploratura eſt etiam exploratiſſima. Temeritatis ergo notam ne liuor inſpergat, dum publicus Mathematicæ Philoſophiæ Profeſſor, non ſuo, ſed ſuorum Moderatorum iudicio, ac ſuffragio electus, & comprobatus Mathematicis ſuis commentationibus etiam apud abſentes, & per æuum futuros publicè prodeſſe conatus eſt.

Modeſtia, & reuerentia erga poſteritatem.

Publicè prodeſſe etiam poſt eſſe.

Apiariorum Author etiam abſens prodeſſe optat ſcriptis apud Lectores, qui publicus olim Lector, ac præſens voce ſuis profuit Auditoribus. E quorũ numero lectiſſimum vnum non ſilebo, quo vnicè gloriatur Author, & quem Angelum ſuum appellitat, nempè morum puritate, ac mentis intelligentiâ cęleſtium Intelligentiarum æmulatorem. Is eſt perillustris D. Iohannes Antonius Roccha Regienſis, quem eximij noſtrorum temporum Philoſophi Mathematici qui norunt, omnes (præter eius Modeſtiam) agnoſcunt inter eximios huius æui Mathematicos Philoſophos reponendum.

ET PHILOSOPHIAE MORALIS LECTORE.

NEque ab re, neq; ab inani oſtentatione appendicula hæc eſt; ſed vt videas, Lector, à iure ſuo Authorem Apiariorum non diſcedere ſi quando aliqua moralia mathematicis interponit. Fortaſſe voluit Author ire obuiam querimonijs, quæ apud moralem Philoſophum Senecam ſunt in Epiſtola 88. Exquirit ibi Stoicus etiam á Mathematico Philoſopho (quam æquè non cenſeo) moralem vtilitatem. Habeat ab hoc noſtro in hiſce Apiarijs.

Dum verò affirmat Seneca: *Numerare docet me Arithmetica, &*

auaritiæ commodare digitos. Maluiſſem dixiſſet, non Arithmeticam, ſed abutentem Arithmetica commodare digitos auaritiæ, ceu virum bonum docet Arithmetica digitos commodare Iuſtitiæ.

Sunt verò aliqua in eà Epiſtola, quæ reponenda ſunt inter calumnias contra Philoſophiam Mathematicam, quas calumnias recenſet, & doctè repulſat Ioſephus Blancanus conciuis, & præceſſor, & eiuſdem cum Authore Apiariorũ religioſæ familiæ, in Additamento de natura Mathematicarum ſcientiarum, poſt loca Ariſtotelis Mathematica. Ex quo Authore habes vnde ipſi Senecæ oſtendas quemadmodum Mathematica philoſophia & ſui iuris ſit, nec in alieno ædificet, nec aliena principia, nec precarium habeat fundamentum, ſed proprium, ac nobiliſſimum nempe quantitatem intelligibilem, & à ſenſibilibus deficientijs abſtractam. Quod ſi Senecæ lubeat verbo ludere, ac Geometricam ſcientiam, dum circa ſuperficies philoſophatur, appellare (licet cum modeſta parentheſi: *vt ita dicam*) *ſuperficiariam*, ſuperficiarius iſte iocus eludetur ſolidè, ſi potius Mathematicam Philoſophiam appelles & ſolidam quæ circa ſolida corpora, & cæleſtem quæ circa cæleſtia ingenioſiſſimè verſatur, & mirificè cõtemplatur. Sed hæc in tranſitu. Ad Apiaria redeo, ac pro ipſis deniq; ſic edico:

Vide Proclum egregiè li. 1. c. 6. in Euclid.

QVOD FAELIX, FAVSTVMQVE SIET REIP.
MATHEMATICAE,
ATQ. IPSIVS AVTHORIS RELIGIONI BENE VORTAT,
APIARIORVM AVTHOR
ANNO RELIGIOSAE SVAE FAMILIAE
SAECVLARI PRIMO
MVNVS HOCCE LITERARIVM,
PRISCO DE MORE, SPARGIT PVBLICITVS.

Hactenus pro Apiarijs, & eorum Authore.
At verò —



PRO

PRO TYPOGRAPHO

audi, seu potius lege, Lector, sequentia.

QVam ardui, ac pené desperati laboris huius operis Typographia, & calchographia fuerint nemo facile possit æstimare, nisi qui sit expertus. Verè dixerim, fortasse nullum vnquam opus typis commissum fuisse, quod huic paribus Typographiæ difficultatibus comparandum sit. Quoties characterum columnæ, quas vocant, quoties lineæ columnas intercludentes intercidendæ fuerunt pro varia semper, ac ferè numquam simili figurarum quantitate, ac forma? Quoties destruendæ, reficiendæ, transferendæ characterum series, vt figuris locus pararetur, qui esset aptus Lectoris commodo ita, vt pené numquam egeret vlla paginarum versione ad ea in figuris inspicienda quæ legeret? Quam morosè, atq; attentè conferendi fuere pené singuli apices maiorum literarum typographicarum, vt sine vllo errore consentirent cum literis figurarum?

Difficillima omnium impressio horum Apiariorum.

Summæ omnes difficultates, quæ fingi possunt in typographia postquam in hoc opere superatæ fuerunt, superfuerunt etiam maiores pro calchographia. Nam præter trinam, ac longam singulorum foliorum sub aquis macerationem, & reuiuiscentiam, formæ æreæ sub paginis literatis latentes, sensim, ac cœco tactu singulæ, infinità cum morà, & curà, ita prælocandæ fuerunt, vt à suis quæque spatijs in impressione ne tantillum aberrarent, ac typos obliterarent. Tanta verò figurarum multitudo, ac singulę per centenaria, & myriadas toties iterandæ fuerunt, vt opus fuerit pro solis excudendis figuris quintuplo maiore annorum numero, quám pro characteribus imprimendis.

Nemo sciens, ac sapiens dubitarit libros Mathematicos perscribere, ac typis vulgare longè maioris esse laboris, quám in vllo alio humanarum scientiarum genere, non solum propter argumenti subtilitatem, sed propter ipsas figurarum descriptiones, incisiones, & cum authographis collationes. At verò inter opera Mathematica hoc vnicum, aut præcipuum (quod sciam) est, in quo, præter communes, ac peculiares librorum Mathematicorum difficultates, additi sunt non solum typi lineati, sed pro ligneis etiam æreæ omnes figuræ in tanta extant multitudine, ac varietate, quantam oculis ipsis prodit conflata ex vtroque tomo moles Operis.

Mathematicorum librorum impressiones difficillimæ.

Quibus annis Author implicitus fuit quotidianis, ac materialibus difficultatibus in hoc Opere cudendo, & excudendo, facilé potuisset plura alia volumina in facultatibus facilioribus perscribere. Lectores posteri

quem debent

debent Mecœnatum munificentiæ, ac ipſius Authoris tolerantiæ, quòd opus tam difficilis expreſſionis facillimum iam effectum eſt, ſi quis (ecquem ſperes?) typis, ac forma minore velit id recudere. Nam æreæ omnes figurarum formæ pené nihil attritæ repoſitæ ſunt in Bibliothecâ Collegij Bonon. Soc. Ieſu. Quare ſi quis ſeorſim, ſine vllis figurarum ſpatijs, typis imprimat Capita, Demonſtrationes, &c. quácumq; velit vel minuſculá formá, eodem tempore poterit volumen conflare alterum è figuris ſepoſité cuſis. Placuit interim Authori ſaltem in hac prima impreſſione (licet ſummis cum laboribus) opus ita explicare, vt ſuis quæque locis extarent figuræ, ac Lectoris maiori commodo inſeruirent, & maiori parcerent labori. Sanè in ſingulis paginarum faciebus geminæ illæ ſeries (ſiue columnæ) linearum breuiorum mirificè conferent, vt Lector, ſi quando ſit neceſſe, poſſit eodem tempore dum demonſtrationes legit, ſimul etiam inſpicere figuram, quæ in alia fortaſſe pagina ſit collocata.

Facile recudi poſſunt hæc Apiaria.

Æreæ formæ figurarũ, quæ in Apiarijs vbi nam aſſeruentur.

prouiſum cõmodis Lectorum.

Nam exempli loco, ſi figura ſit in fac. 4. paginá 2, & demonſtratio ſit in fac. 6, paginá 3, factá leui replicatione tantúm ſemipaginæ 3, legere poteris, amice Lector, demonſtrationem in altera columna faciei 6 ita, vt pagina 3 non officiat faciei 4, in qua ſit ipſa figura. Quinimmo vnica figura poſita in facie numeri paris inſpici ſemper poterit, replicatis quotlibet alijs paginis, ceu prædictum eſt. Experire amabo, Lector, ac prouidentiam hanc typographicam amabis.

Qua arte magnam voluminis partem legere liceat ſub vnius figuræ aſpectu.

Curatum nihilominus eſt vt ſemper habeas in promptu, & aperto proſpectu figuras, ſæpius etiam replicatas, vná cum ſuis demonſtrationibus, nec egeas vlla paginarum verſione, vel replicatione. Pro quo commodo factum eſt, vt aliquando aliqua parerga ornatoria à Typographo interpoſita, ſiue appoſita ſint vel initijs, vel finibus Demonſtrationum, vel Capitum, vt ſcilicet figuræ in loca caderent opportuniſſima.

Commodo Lectoris conſultum in locis figurarum.

Tam operoſa diligentia, & profuſæ pecuniarum impenſæ in figuris ære incidendis, & excudendis datæ ſunt honorificentiſſimarum Mathematicarum ſcientiarum nobilitati, & nobilibus Lectorum ingenijs. Lineæ ipſæ figurarum in ære tenuiſſimæ arguũt Mathematicæ Philoſophiæ tenuiſſimum acumen, & nobilem illam abſtractionem indicant, quá ſcientiæ Mathematicæ quám maximè abſtrahunt à ſenſilis mole materiæ, vt intelligibilem quantitatem, & ideales contemplentur figuras.

Habita ratio nobilitatis tã Sciẽtiæ, quam Lectorum in figuris non ligno, ſed ære inciſis.

Ac quoniam de abſtractione loquimur, hortor te, mi Lector, vt in figuris etiam abſtrahas, ſi quando vix ſemel, aut iterum in toto opere ſit neceſſum. Nempè ſi quis aliquando fortaſſe apex, vel lineola nonnulla in figurá præcepto Propoſitionis abſonet. Vtere præcepto: abſtrahe in figurá. Parce etiam, ò Lector, ſi quando Calchographi, dum ſuo parcunt labori figuràs inuersé incidendi, effecerunt, vt aliquá in figurá hebrẽo ritu literæ à dextera in ſiniſtram ſint legendæ. At vero in primis circa —

Figurarum æreárum lineamenta.

Si quando in figura abſtrahendum, &c.

– ERRORES, & Correctionem –

– VErè de libris affirmari poteſt, quod Horatius de hominibus –
– *Vitijs ſine* nullus
Cuditur *&c. optimus ille eſt*
Qui minimis vrgetur.

nemo Horat. ~~nullus~~ naſcitur.

Curatum igitur eſt vt in hiſce Apiarijs typographicos errores præſertim maioris momenti aut nullos, aut (non ſine magna pecuniæ impensà) correctos habeas. Minoris verò momenti, ac veniales, ſi quos incideris, curæ, ac æquitati tuæ, amice Lector, corrigendos permiſimus. Summa in primis diligentia eſt adhibita vt demonſtrationum abecedariæ literæ nuſquam abſonent à literis figurarum.

Quanta cum cura correcta ſint hæc Apiaria.

Ac ſanè ſi libros Philoſophorum Mathematicorum, etiam ſub ipſis Authorum oculis impreſſos víderis, & numerum, ac genera typographicorum erratorum in ijs notaris, affirmabis Apiaria inter emendatiſſima typographica opera Mathematica eſſe cenſenda.

Cætera de quibus præmonitum te voluimus, amice Lector, habes in altero ad te Proloquio in veſtibulo ſecundi Tomi eodem tempore typis commiſſo, ac perfecto, quo primus híc Tomus è typographia prodijt. Vtere, fruere, faue, ac Vale.

Huius dono. An. 1671.



INDEX

Prælogiorum, Prælibamentorum, Progymnaſmatum, Propoſitionum, Lemmatum, Corollariorum, Scholiorum, Capitum In ſingulis Apiarijs Primi Tomi.

IN APIARIO PRIMO.

PVNCTVM

Prælogium I.

Ad Euclidis elementorum geometricorum definitionem primam primi lib. *Punctum eſt, cuius pars nulla eſt. fac.2.*

APIS GEOMETRA

Prælibamentum I. fac.6.

PROPOSITIO I. ſeu lemma.
Area cuiuslibet figuræ regularis æqualis eſt rectangulo contento ſub perpendiculari à centro figuræ ad vnum latus ducta, & ſub dimidio ambitu eiuſdem figuræ. fac.7. col.2

PROPOSITIO II.
Hexagonum capacius eſt quadrato, quadratum triangulo iſoperimetris. fac.8. col.1

SCHOLION I.

SCHOLION II.
Fac.9. col.2.

SCHOLION III.

SCHOLION IV.
Fac.10. col.1.

SCHOLION V.
Fac.10. col.2.

SCHOLION VI.
Fac.11. col.1.

PROPOSITIO III.
Hexagonum, Quadrilaterum rectangulum, Triangulum æquilaterum ſolæ figuræ ſunt inter planas, quæ per ſe ſpatium implent. fac.11. col.1

SCHOLION I.
Eruditiones geometricæ ex Proclo, Pappo, Ariſtotele. fac.13. col.1

SCHOLION II, & — —SCHOLION III.
Modi faciliimi cognoſcendi quantitatem angulorũ cuiuſcumque regularis figuræ ex regulis Antiquorum non paſſim vulgatis. fac.14. col.1

LINEA.

Prælogium II.

In Euclid. elem. lib.1. definitionem ſecundam *linea eſt longitudo latitudinis expers. fac.15.*

ARANEA GEOMETRIZANS.

Siue Tela Geometricarum proportionum.
Prælibamentum II. fac. 18, & 19.

PROPOSITIO I.
In Arancarum tela lineæ sunt multifariam inter se tum proportionales, tum homologæ, seu proportione similes. fac. 20

PROPOSITIO II.
In aranearum tela non solum lineæ, sed figuræ ijs comprehensæ plurifariam sunt inter se similes, & proportionales. fac. 21. col. 1

PROPOSITIO III.
Ex arachnea tela facilius, & vniuersalius, quàm ex Euclide exerceri possunt præcipua problemata proportionum in lib. 6. Elementorum geometricorum proposita. fac. 21. col. 2

SCHOLION.
Cautiones circa præmissa problemata. fac. 22. col. 2

PROPOSITIO IV.
Præcipuæ etiam problemata Geometriæ practicæ humanis vsibus percommoda indicantur in arachnea tela. fac. 23. col. 1

PROPOSITIO V.
Ex arachneæ telæ constructione eximia corollaria geometrica colliguntur. fac. 23. col. 2

PROPOSITIO VI.
Alia item corollaria geometrica ex Araneis. fac. 24. col. 2

SCHOLION.
In quo locus ex Vitruuio insignis de Aranea gnomonica. fac. 25. col. 2
Epilogus, in quo moralia. fac. 26. col. 1

VMBRAE ASTRONOMICAE.

Prælogium III. fac. 27.

PROTEVS GEOMETRICVS,

Prælibamentum III,

In quo Tyrocinia ad circuli quadraturam. fac. 31.

PROPOSITIO I.
Datum triangulum Aequilaterum falcare. fac. 31

SCHOLION.
In quo corollaria ex antecedenti prima propositione ad primam pr. & ad alias propositiones quarti libri Euclidis. fac. 31. col. 2

PROPOSITIO II.
Falcem stellulare. fac. 32. col. 2

SCHOLION.
Fac. 33. col. 2.

PROPOSITIO III.
Stellam lunare. fac. 34

PROPOSITIO IV.
Lunulam radiare, siue in radiatum hexagonum æquale, quasi quemdam in Solem, commutare. fac. 34. col. 2

SCHOLION.
Ad praxim radiationis. fac. 35. col. 2

PROPOSITIO V.
Hexagonum radiatum quadrare. fac. 36

SCHOLION, & Corollarium.
In quibus inuentio mediæ proportionalis non solum è sexto, sed etiam è secundo Euclidis indicatur. fac. 36. col. 2

PROPOSITIO VI.
Quadratum in securim, siue triangulum curuilineum Pelecoides mutare. fac. 37. col. 1

PRIMVM Lemma.
Si fiat parallelogrammum rectangulum ex diametro, & semidiametro dati quadrati, erit id parallelogrammum æquale ipsi dato quadrato. fac. 37. col. 1

SECVNDVM Lemma.
Triangulum Pelecoides curuilineum sub dimidia peripheria, & sub duabus reliquis quartis peripheriæ conuexis eiusdem, vel similium circulorum, æquale est rectangulo contento sub diametro, & semidiametro eiusdem trianguli. fac. 37. col. 2

DEMONSTRATIO Propositionis VI antecedentis. fac. 38. col. 1

ALI-

ALITER.
Ibidem.
SCHOLION.
Fac.38. col.1.
PROPOSITIO VII.
Solidum pelecoides cubare. *fac.38. col.2*

SCHOLION I.
De Proteo stereometrico. *fac.39. col.1*

SCHOLION II.
Ex antecedentibus possibilitas quadraturæ circuli, & pro ea votum. *fac.39. col.2*

IN APIARIO SECVNDO.

PROGYMNASMA I.

De varijs, ac facillimis modis dimetiendi distantias inaccessas ex primo, & 3. lib. Elem. Euclidis. fac.43.

Occasio, vsus, ac methodus nostræ huiusce practicæ Geometriæ. fac.43.

PROPOSITIO I.
Inaccessas distantias dimetri è propositione 26. lib. primi Euclid. *fac.43.*
SCHOLIA.
Ad facilitatem, & cautionem operationis præmissæ, ac sequentium. *fac.44. col.1.*
PROPOSITIO II.
Easdem inaccessas distantias aliter dimetri ex eadem 26. lib.1. *fac.44. col.2*
SCHOLIA.
Ad fallacias vitandas, & corrigendas. *fac.45. col.1. & 2*
PROPOSITIO III.
Inaccessas distantias dimetiri è lib.1. Elementorum Euclid. per triangulum æquilaterum. *fac.46. col.1*
PROPOSITIO IV.
Compendium à scaleno pro æquilatero ad dimensiones, &c. ex 4; & ex 26. primi lib. Euclid. *fac.46. col.2. & fac.47. col.1, & 2.*
SCHOLION.
Fac.47. col.1.
PROPOSITIO V.
Easdem &c. per scalenum è 47. primi Euclid. *fac.48. col.1*
SCHOLION.
Fac.48. col.2.

PROPOSITIO VI.
Easdem è lib.1. per triangulum Isosceles. *fac.48. col.2.*
SCHOLION.
Ad copiam modorum dimensoriorum. *fac.49. col.1*
LEMMA I.
Si super eàdem basi duo triangula constituantur ad easdem partes habentia æquales angulos ad vertices, circulus per angulos ad basim, & per alterutrum ad verticem transibit. *fac.49. col.2*
COROLLARIVM.
Fac.50. col.1.
LEMMA II.
Duorum triangulorum super eadem basi constitutorum, & habentium angulos ad vertices æquales, iunctis rectà verticibus, fiunt quatuor triangula, quorum bina opposita sunt æquiangula inter se. *fac.50. col.1*
COROLLARIVM.
Fac.50. col.2.
PROPOSITIO VII.
Tres simul inaccessas distantias cognoscere, ac metiri è lib.3. Euclidis. *fac.50. col.2*

PROGYMNASMA II.

De varijs dimensionibus montium, perpendicularium altitudinum, & latitudinum sub montibus latentium, superficierum, ac dorsi eorumdem è 1, & 6. lib. Euclid. ad vsum rei agrariæ. De modis eximijs ex eodem 6. inaccessas distantias, atq; etiam vmbras Planetarum dimetiendi. fac.52.

PROPOSITIO I.
Sub montibus latentium planorum distantias facillimè dimetiri pro commercijs agrarijs è lib.1. Euclid. *fac.52. & fac.53. col.1*

SCHO-

ARANEA GEOMETRIZANS.

Siue Tela Geometricarum proportionum.
Prælibamentum II. fac. 18, & 19.

PROPOSITIO I.
In Arancarum tela lineæ sunt multifariam inter se tum proportionales, tum homologæ, seu proportione similes. fac. 20

PROPOSITIO II.
In aranearum tela non solum lineæ, sed figuræ ijs comprehensa plurifariam sunt inter se similes, & proportionales. fac. 21. col. 1

PROPOSITIO III.
Ex arachnea tela facilius, & vniuersalius, quàm ex Euclide exerceri possunt præcipua problemata proportionum in lib. 6. Elementorum geometricorum proposita. fac. 21. col. 2

SCHOLION.
Cautiones circa præmissa problemata. fac. 22. col. 2

PROPOSITIO IV.
Præcipuæ etiam problemata Geometriæ practicæ humanis vsibus percommoda indicantur in arachnea tela. fac. 23. col. 1

PROPOSITIO V.
Ex arachneæ telæ constructione eximia corollaria geometrica colliguntur. fac. 23. col. 2

PROPOSITIO VI.
Alia item corollaria geometrica ex Araneis. fac. 24. col. 2

SCHOLION.
In quo locus ex Vitruuio insignis de Aranea gnomonica. fac. 25. col. 2
Epilogus, in quo moralia. fac. 26. col. 1

VMBRAE ASTRONOMICAE.

Prælogium III. fac. 27.

PROTEVS GEOMETRICVS,

Prælibamentum III,

In quo Tyrocinia ad circuli quadraturam. fac. 31.

PROPOSITIO I.
Datum triangulum Æquilaterum falcare. fac. 31

SCHOLION.
In quo corollaria ex antecedenti prima propositione ad primam pr. & ad alias propositiones quarti libri Euclidis. fac. 31. col. 2

PROPOSITIO II.
Falcem stellulare. fac. 32. col. 2

SCHOLION.
Fac. 33. col. 2.

PROPOSITIO III.
Stellam lunare. fac. 34

PROPOSITIO IV.
Lunulam radiare, siue in radiatum hexagonum æquale, quasi quemdam in Solem, commutare. fac. 34. col. 2

SCHOLION.
Ad praxim radiationis. fac. 35. col. 2

PROPOSITIO V.
Hexagonum radiatum quadrare. fac. 36

SCHOLION, & Corollarium.
In quibus inuentio mediæ proportionalis non solum è sexto, sed etiam è secundo Euclidis indicatur. fac. 36. col. 2

PROPOSITIO VI.
Quadratum in securim, siue triangulum curuilineum Pelecoides mutare. fac. 37. col. 1

PRIMVM Lemma.
Si fiat parallelogrammum rectangulum ex diametro, & semidiametro dati quadrati, erit id parallelogrammum æquale ipsi dato quadrato. fac. 37. col. 1

SECVNDVM Lemma.
Triangulum Pelecoides curuilineum sub dimidia peripheria, & sub duabus reliquis quartis peripheriæ conuexis eiusdem, vel similium circulorum, æquale est rectangulo contento sub diametro, & semidiametro eiusdem trianguli. fac. 37. col. 2

DEMONSTRATIO Propositionis VI *antecedentis.* fac. 38. col. 1

ALI-

ALITER.
Ibidem.
SCHOLION.
Fac.38. col.1.
PROPOSITIO VII.
Solidum pelecoides cubare. *fac.38. col.2*

SCHOLION I.
De Proteo stereometrico. *fac.39. col.1*
SCHOLION II.
Ex antecedentibus possibilitas quadraturæ circuli, & pro ea votum. *fac.39. col.2*

IN APIARIO SECVNDO.

PROGYMNASMA I.

De varijs, ac facillimis modis dimetiendi distantias inaccessas ex primo, & 3. lib. Elem. Euclidis. fac.43.

Occasio, vsus, ac methodus nostræ huiusce practicæ Geometriæ. fac.43.

PROPOSITIO I.
Inaccessas distantias dimetri è propositione 26. lib. primi Euclid. *fac.43.*
SCHOLIA.
Ad facilitatem, & cautionem operationis præmissæ, ac sequentium. *fac.44. col.1.*
PROPOSITIO II.
Easdem inaccessas distantias aliter dimetri ex eadem 26. lib.1. *fac.44. col.2*
SCHOLIA.
Ad fallacias vitandas, & corrigendas. *fac.45. col.1. & 2*
PROPOSITIO III.
Inaccessas distantias dimetiri è lib.1. Elementorum Euclid. per triangulum æquilaterum. *fac.46. col.1*
PROPOSITIO IV.
Compendium à scaleno pro æquilatero ad dimensiones, &c. ex 4; & ex 26. primi lib. Euclid. *fac.46. col.2. & fac.47. col.1, & 2.*
SCHOLION.
Fac.47. col.1.
PROPOSITIO V.
Easdem &c. per scalenum è 47. primi Euclid. *fac.48. col.1*
SCHOLION.
Fac.48. col.2.

PROPOSITIO VI.
Easdem è lib.1. per triangulum Isosceles. *fac.48. col.2.*
SCHOLION.
Ad copiam modorum dimensoriorum. *fac.49. col.1*
LEMMA I.
Si super eàdem basi duo triangula constituantur ad easdem partes, habentia æquales angulos ad vertices, circulus per angulos ad basim, & per alterutrum ad verticem transibit. *fac.49. col.2*
COROLLARIVM.
Fac.50. col.1.
LEMMA II.
Duorum triangulorum super eadem basi constitutorum, & habentium angulos ad vertices æquales, iunctis rectà verticibus, fiunt quatuor triangula, quorum bina opposita sunt æquiangula inter se. *fac.50. col.1*
COROLLARIVM.
Fac.50. col.2.
PROPOSITIO VII.
Tres simul inaccessas distantias cognoscere, ac metiri è lib.3. Euclidis. *fac.50. col.2*

PROGYMNASMA II.

De varijs dimensionibus montium, perpendicularium altitudinum, & latitudinum sub montibus latentium, superficierum, ac dorsi eorumdem è 1, & 6. lib. Euclid. ad vsum rei agrariæ. De modis eximijs ex eodem 6. inaccessas distantias, atq; etiam vmbras Planetarum dimetiendi. fac.52.

PROPOSITIO I.
Sub montibus latentium planorum distantias facillimè dimetiri pro commercijs agrarijs è lib.1. Euclid. *fac.52. & fac.53. col.1*

SCHO-

SCHOLION.
Ad eruditionem antiquam. *fac.53. col.2*
COROLLARIVM Geometricum
Datam lineam ex cultellationibus in quotlibet partes æquales diuidere. *fac.53.col.2*
SCHOLION.
Vsum, & problema antecedentis corollarij vniuersaliora efficere. *fac.54. col.2*
PROPOSITIO II.
Abditas montium perpendiculares altitudines facillimè dimetiri è lib.1. Euclidis. *fac.54. col.2*
COROLLARIVM.
Ex montium cultellationibus turrium inaccessarum altitudines demonstratiuè nosse. *fac.55. col.1*
PROPOSITIO III.
Plana sub montibus latentia, & latentes altitudines perpendiculares montium aliter facillimè dimetiri è lib.6. Euclid. *fac.55. col.2*
SCHOLION.
Fac.56. col.1.
PROPOSITIO IV.
Montes aliter metiri per normam. *fac.56.col.2*
PROPOSITIO V.
Montes aliter metiri per vnicam normæ applicationem. *fac.57. col.1*
I. COROLLARIVM.
Ad vsum ciuilis vitæ, & commerciorum agrestium ex præmissis cultellationibus *fac.57. col.2*
II. COROLLARIVM.
In dorso montis nec fruges, nec domus plures sunt, quàm in plano, &c. Huc erudita veterum loca explicata. *fac.58. col.1*
PARADOXA
Ex præmonstratis.
I.
Agri feracis maior superficies maiorem non affert prouentum, & —
—II.
Minor area tantumdem capit, quantum maior. *fac.59. col.1*
SCHOLION.
In quo præcedentium duorum corollariorum ratio traditur ex recõditiori Geometria. *fac.59. col.1*
PROPOSITIO VI.
Inaccessas distantias dimetiri è lib. 6. Euclidis; ac primò ope mediæ proportionalis facillimè. *fac.59. col.2*
SCHOLION.
Ad certitudinem operationis in præcedenti demonstratione. *fac.61. col.1*
PROPOSITIO VII.
Inaccessas distantias per quadrilaterum demonstratiuè cognoscere. *fac.61. col.1*
PROPOSITIO VIII.
Easdem inaccessas distãtias facilius, ac breuius, quam Gemafrisius dimetimur, & per secundam (non per quartam vt assolet) sexti demonstramus. *fac.62.col.2*
COROLLARIVM I.
Fac.63. col.1.
SCHOLION.
Ad operationis facilitatem. *fac.63. col.1*
COROLLARIVM II.
Turrium, puteorum &c. altitudines, profunditates compendio præcedentis octauæ propositionis dimetiri, ac demonstrare. *fac.63. col.1*
COROLLARIVM III.
De quãtitate Vmbrarum globi terrestris, & globi lunaris ex demonstrationibus præcedentium septimæ, & octauæ propos. *fac.63. col.2*
SCHOLION I.
Ad Astronomicã exactionem, &c. *fac.64. col.2*
SCHOLION II.
Ad Astronomicas refractiones. *fac.65.col.2*
PROPOSITIO IX.
Faciliori, & simpliciori operatione, quàm præcedentibus propositionibus 7, & 8 inaccessæ distantiæ quantitatem expedire. *fac.65.*
COROLLARIVM.
In terram abiectæ dimẽsiones pares sunt dimensionibus è turribus. *fac.66.*
PROPOSITIO X, & XI.
Easdem inaccessas distantias aliter è sexto &c. summa cum facilitate metiri. *fac.67.*
SCHOLION.
Ad certitudinem eximiam præcedentium operationum per decessionẽ in latera. *fac.67.col.2*
PROPOSITIO XII.
Aliter distantias &c. è primo simul, & sexto Euclid. *fac.67.col.2*
SCHOLIA.
Indicantur cautiones vniuersales pro operationibus problematum practica Geometriæ, & hastarum vsus commendatur. *fac.68. col.1*

INDEX.

PROGYMNASMA III.

De dimensionibus non vulgatis latitudinum, altitudinum, longitudinum, profunditatum, & totius sphæræ terrestris. De stereometricis problematis, & duarum mediarum proportionalium inuentione, ac de circuli quadratura. fac.69.

PROPOSITIO I.
Latitudines inaccessas per duas stationes demonstratiuè dimetiri. *fac.69.*

SCHOLIA.
In quibus præcedens Orontij Operatio, & nostra demonstratio perficiuntur. *fac.71. col.1*

COROLLARIVM I.
Monita erudita è censura P.Christophori Griembergeri. *fac.72. col.2*

COROLLARIVM II.
Fac.73. col.1.

COROLLARIVM III.
In quo ex præcedenti demonstratione patet ratio dimetiendi etiam altitudines inaccessas per duas stationes. *fac.73. col.1*

COROLLARIVM IV.
Ad vsus præclaros, præsertim rei bellicæ, Architecturæ, &c. *fac.73. col.2*

COROLLARIVM V.
In apposito exemplo corollarij antecedentis theorica dimẽsionis per duas stationes ex communibus notionibus indicata. *fac.74. col.1*

LEMMA.
Si ad vnum trianguli latus ducta fuerit subcontrariè recta quædam linea, hæc auferet triangulum toti triangulo simile. *fac.75. col.1*

COROLLARIVM, In quo
Paradoxum, quo ampliatur corollarium quartæ sexti Euclidis. *fac.75. col.2*

PROPOSITIO II.
Propositam altitudinem per alterum normæ latus subcõtrariè collocatum dimetiri. *fac.75. col.2*

PROPOSITIO III.
Propositam longitudinem, siue latitudinem item è subcontraria positione lateris normalis, &c. dimetiri. *fac.76*

LEMMA.
Si duo triangula habuerint ad bases inæquales angulos æquales vtrumq; vtriq; erunt ea triangula similia. *fac.76. col.2*

SCHOLION.
Fac.77. col.2.

PROPOSITIO IV.
Inaccessas longitudines, ac distantias dimetiri per quadrantem cum perpendiculo, sine inscriptione (vt assolet) altimetri quadrati. *fac.77. col.2*

PROPOSITIO V.
Inaccessas altitudines per quadrantem præcedenti modo, &c. dimetiri. *fac.78. col.1*

PROPOSITIO VI.
Profunditates ex vsu præcedenti quadrantis dimetiri. *fac.78. col.1*

PROPOSITIO VII.
Terrarum orbem per turres dimetiri. *fac.78. col.2*

SCHOLION I.
Terrarum orbem per naues in mari dimetiri. *fac.80. col.2*

SCHOLION II.
In quo geometrica terrarum orbis altera dimensio. *fac.81. col.1*

PROPOSITIO VIII.
Terreni globi superficiem, & soliditatem dimetiri. *fac.82. col.2*

SCHOLION.
Fac.83. col.1.

COROLLARIVM.
Altitudines, & profunditates ex præcedenti terreni orbis dimẽsione modo non vulgato dimetiri. *fac.83. col.2*

PROPOSITIO IX Indicata.
Homines, & alia extra cubiculum longè posita dimetiri geometricè etiã in tenebris. *fac.83. col.2*

PROPOSITIO X.
Altitudinum dimensio à funambulonibus, è lib. 1. Euclid. *fac.84. col.1*

SCHOLION.
Fac.84. col.1.

PROPOSITIO XI.
Stereometriæ problemata pendentia ex inuentione duarum mediarum proportionalium hactenus pro non solutis habita, iam pridem ab antiquis soluta videri. *fac.84. col.1*

SCHOLION I.
In quo facillimum neotericum instrumentum ad inuentionem, & descriptionem duarum mediarum proportionalium. *fac.84. col.2*

SCHOLION II.
In quo animaduersiones, & cautiones circa circuli quadraturam. *fac.85. col.2*

SCHOLION III.
Circa lineam Quadratricem erudita hallucinationes. *fac.86. col.2*

COROL-

INDEX.

COROLLARIVM.
Pseudoellipticam, siue ouiformẽ figuram ex qua dratrice lineà describere. *fac.88. col.1*

SCHOLION IV.
Fac.88. col.2.

SCHOLION V.
De aliorum vulgatis inuentis circa Geometriam practicam, ac de dimensione catoptricà. *fac.88.col.2*

PROPOSITIO XII.
Geodesia catoptricus vsus philosophicè confirmatus. *fac.89.col.2*

COROLLARIVM Paradoxicum.
Inaccessas altitudines per inaccessas longitudines dimetiri. *fac.90.col.2*

IN APIARIO TERTIO.

PROGYMNASMA I.

De lineis rectis inter se se asymptotis. De conchoide, & rectà asymptotis. De earum descriptionibus. fac. 2.

PROPOSITIO I.
Duas rectas à diuersis punctis ducere, quæ in infinitum inter se accedentes, numquam se contingant. *fac. 3.*

COROLLARIVM.
Plures rectæ à diuersis punctis inter se se asymptoti. *fac.3.col.2*

SCHOLION I.
De innumeris alijs rectis asymptotis fac.4. col.1

SCHOLION II.
Pro Euclide. *fac.4. col.1*

PROPOSITIO II.
Rectæ inter se se asymptoti aliter. *fac.4. col.1*

PROPOSITIO III.
Recta non est asymptotos cum quibusque rectis infra asymptoton. *fac.4. col.2*

PROPOSITIO IV.
Recta asymptotos est rectis quibusque supra asymptoton. *fac.5.col.1*

COROLLARIVM,
In quo paradoxum.
Aliquis semper accedet ad vrbem distantem v.g. decem milliaribus, & tamen distabit semper ab ea vrbe decem minimùm milliaribus. *fac.5.col.1*

SCHOLION.
Fac.3. col.1.

PROPOSITIO V.
Rectas ad rectas asymptotos ab eodem pũcto progredientes ducere. *fac.5.col.1*

COROLLARIVM I.
De infinito in finito. *fac.5.col.2*

COROLLARIVM II.
De die perpetua. *fac.5.col.2*

PROPOSITIO VI.
Lineam conchoiden geometricè describere, quæ cum recta non coincidat, etiamsi semper magis accedat. *fac.6*

PROPOSITIO VII.
Conchois semper magis, ac magis accedit ad rectam, etiamsi numquam possit eam contingere. *fac.6. col.2*

PROPOSITIO VIII.
Conchois, quæ non conuenit cum recta AB, conuenit cum qualibet alia rectà iuxta conchoiden, & rectam AB, ipsi AB quantumlibet proximà. &c. *fac.7.col.2*

PROPOSITIO IX.
Mixtam lineam geometricè ducere, cum qua fiant asymptoti, quæ cum conchili non sunt asymptoti. *fac.8.*

COROLLARIVM.
Pro alijs etiam asymptotis. *fac.8.col.1*

PROPOSITIO X.
Ipsa tamen TY semper magis, ac magis accedit ad suas asymptotos AB, Z, &c. *fac.8.col.2*

PROPOSITIO XI.
Asymptoton, & conchoiden organicè describere. *fac.9.*

COROLLARIVM I.
Conchilis composita est e concaua, & conuexa versus asymptoton. *fac.9.col.2*

COROLLARIVM II.
Duæ mediæ proportionales demonstratiuè inuentæ videntur. *fac.10.col.1*

COROLLARIVM III.
Rectæ lineæ numero infinitæ, quarum aliæ semper magis, quàm aliæ ad rectam quandam accedunt, nec eam tamen vnquam vlla earum poterit contingere. *fac.10.col.2*

SCHOLION I.
Fac.11. col.1.

SCHOLION II.
Fac.11.col.2.

PRO-

INDEX.

PROGYMNASMA II.

De lineis rectà, & hyperbolicà in planà ſuperficie aſymptotis theoremata, & paradoxa cum Geometrica eruditione. fac. 12.

PROPOSITIO I.
Linea Hyperbolica rectam quandam nunquam attingit, etiam ſi ſemper propius accedat. *fac.* 12.

SCHOLION.
Fac. 13. *col.* 2.

PROPOSITIO II.
Hyperbolica linea ſemper magis, ac magis in infinitum accedit ad rectam, quam nunquam poteſt contingere. *fac.* 14. *col.* 1

SCHOLION I.
Ad firmamentum demonſtrationis de acceſſu hyperboles ad aſymptoton. *fac.* 14. *col.* 2

SCHOLION II.
In quo altera, & facillima demonſtratio exponitur de acceſſu hyperboles ad aſymptoton. *fac.* 15. *col.* 1

LEMMA.
Circulis inæqualibus intus ſe tangentibus, ſi ad punctū cōtactùs recta linea tangens ducatur, atq; ab eà extra punctum contactùs demittatur perpendicularis vtrumq; circulum ſecās, erit ſecantis pars intercepta inter rectam tangentem, & inter peripheriam circuli maioris minor, intercepta verò inter tangentem, & circulum minorem erit maior. *fac.* 15. *col.* 1

SCHOLION III,
In quo alia apud nos demonſtrationes præcedētis 2 propoſitionis. *fac.* 15. *col.* 2

SCHOLION IV.
Circa veram menſuram diſtantiæ ſectionis ab aſymptoto. Et pro Apollonio. *fac.* 15 *col.* 2

SCHOLION V.
De pluſquam 360 *aſymptotis apud nos.* *fac.* 16. *col.* 2

PROPOSITIO III.
Aſymptotos, & Hyperbola in concurſu peruenīūt ad interuallum minus quolibet interuallo dato. *fac.* 16.

SCHOLION I.
Fac. 17. *col.* 1.

SCHOLION II,
In quo nonnulla ampliatio 8, *&* 10. *propoſitionum libri quinti Euclid.* *fac.* 17. *col.* 2

PROPOSITIO IV.
Hyperbola non eſt aſymptotos cum qualibet rectà parallela ipſi aſymptoto, quæ ſit infra eandem aſymptoton. *fac.* 18.

SCHOLION I,
In quo diluitur erudita, & paradoxica obiectio. *fac.* 18. *col.* 1

SCHOLION II,
In quo paradoxicus nodus geometricus contra propoſitionem 4. *antecedentem proponitur.* *fac.* 19. *col.* 1

SCHOLION III.
In quo nodi præcedentis ſolutio, & corollaria de aſymptotōn miraculis in angulo contactus latentibus. *fac.* 19. *col.* 2

PROPOSITIO V.
Hyperbola eſt aſymptotos cum qualibet rectà parallelà ipſi aſymptoto, quæ ſit ſupra eandem aſymptoton. *fac.* 20.

PROPOSITO VI.
Hyperbola, quæ non eſt aſymptotos cum parallelis infra aſymptoton, cū parallelis citra aſymptoton eſt aſymptotos. *fac.* 21.

COROLLARIVM.
De aſymptotis in diuerſis planis. *fac.* 21. *col.* 2

SCHOLION I.
De acceſſu aſymptotōn in diuerſis planis. *fac.* 22. *col.* 1

SCHOLION II.
Fac. 22. *col.* 2.

PROGYMNASMA III.

Problemata, & deſcriptiones variæ hyperboles, ac rectæ aſymptotōn. De lateris recti nouis, & facillimis inuentionibus. Eruditio varia conica de angulo aſymptotōn. fac. 23.

PROPOSITIO I.
Hyperboles organica deſcriptio ſupponitur, atq; indicatur. *fac.* 23.

PROPOSITIO II,
Seu LEMMA I.
In hyperbolà ſi ordinatim actæ tamquam mediæ

INDEX.

proportionali inueniatur tertia proportionalis, vt se habebit latus transuersum vnà cum parte diametietis interceptà inter verticem hyperboles, & inter ordinatim actam ad tertiam inuentam, ita latus transuersum ad latus rectum. fac.23.col.2

PROPOSITIO III.
Seu LEMMA II.

Data hyperbola, & eius latere transuerso, latus rectum facillimè inuenire. fac.24.

PROPOSITIO IV

Altera, & facillima recti lateris inuentio in hyperbola. fac.25.col.1

SCHOLION.

In quo praxis antecedētis propositionis vna cum vsu Euclidis Tyronibus enodantur. fac.25.col.2

PROPOSITIO V.

Rectas asymptotos circa datam hyperbolē describere. fac.26.

COROLLARIVM.

Maximi momenti, atq; vsui in conicis. fac.26.col.2

SCHOLION I.

Fac.28.col.1.

SCHOLION II.

Scrupulus Tyroni eripitur circa 16 Vndecimi Euclidis per occasionē in demonstratione corollarij pracedentis. fac.29.col.1

PROPOSITIO VI.

Datis duabus rectis lineis angulum facientibus, hyperbolen geometricè ita describere, vt ad datas sit asymptotos. fac.29.

COROLLARIVM I.

Latus rectum hyperboles etiam non date inuenire. fac.31.col.2

COROLLARIVM II.

Hyperbolam sine cognitione, aut vsu lateris recti describere. fac.31.col.2

SCHOLION I.

Cautio ad vitādum paralogismum in descriptione geometrica Hyperboles. fac.32.col.1

SCHOLION II.

Asymptoti non asymptoti, & Apollonij vindicatio. fac.32.col.2

SCHOLION III.

An asymptoti ad parabolam, & ellipsim? fac.33.col.1

PROPOSITIO VII.

Hyperbolen sine vllis datis facillimè, ac geometricè describere, atq; in vsum asymptoton traducere. fac.34.

SCHOLION.

Fac.35.col.1.

PROPOSITIO VIII.

Datà hyperbolà descriptà geometrico modo praecedentis propositionis 7, circa eam rectas asymptotos describere. fac.35.

SCHOLION.

Fac.35.col.2.

PROPOSITIO IX.

Intra rectas angulum facientes hyperbolam rectis ipsis asymptoton aliter, quam in 6 propos. huius progymnas. describere. fac.36.

SCHOLION I.

Solutio cuiusdam quaestionis de angulo asymptoton, &c. fac.36.col.2

SCHOLION II.

In quo explicationes, & demonstrationes nostra ad antiqua quedā theoremata. fac.37.col.1

SCHOLION III.

De plurimis asymptotis organicè exhibitis apud nos. fac.39.col.2

PROGYMNASMA IV.

De recta, & hyperbolica in conica superficie asymptotis. De curuis inter se se variè asymptotis. De promiscuis asymptotis. fac.40.

LEMMA.

In circulis inaequalibus recta aequales, ex peripherijs demissa perpendiculariter ad diametros, de diametris circulorum maiorum segmentum minus auferunt. fac.40.col.1

PROPOSITIO I.

In conica superficie hyperbola, & recta semper magis inter se se accedentes, numquam tamen coincidentes. fac.41.

SCHOLION I.

Indicatur expeditior demōstratio fac.42.col.1

SCHOLION II.

Solutio nodi tyronici. fac.42.col.1

SCHOLION III.

Ed Euclidis 16, lib. vndec. fac.42.col.2

COROLLARIVM Paradoxicum.

Asymptoti etiā in planis parallelis. fac.42.col.2

PROPOSITIO II.

Hyperbolae concauae cum conuexis numquam coincidentes. fac.43.

SCHOLION I.

Cur sectio secundi coni parallela sit primo. fac.44.col.1

SCHOLION II.

Cur in casus diuisa propositio. fac.44.col.2

SCHO-

INDEX.

SCHOLION.

An asymptoti parabolarum? *fac.45.col.2*

PROPOSITIO III.

Hyperbolæ (non coincidentes probatæ præcedenti proposit.) propius ad se se semper accedunt. *fac.46.*

SCHOLION I.

De vera hyperbolarum inter se distãtia. *fac.46. col.2*

SCHOLION II.

Nodus ex 16 vndecimi Euclidis. *fac.47.col.1*

PROPOSITIO IV

In paradoxis planè paradoxica.

In eodem spatio inter asymptotos non asymptoti, & asymptoto intercedunt. *fac.47.*

SCHOLION I.

In quo nodorũ solutio contrà paradoxa præmisse 4 proposit. non sine paradoxis. *fac.47.col.2*

PROPOSITIO V.

Aliæ asymptoti conuexarum ad concauas, & è contrario. *fac.49.*

SCHOLION.

Quæ sit prima conchilis. *fac.49.col.2*

PROPOSITIO VI.

Asymptoti conuexarum ad conuexas, & concauarum ad concauas; & ad Pappum nonnihil pro nobis.. *fac.50.*

SCHOLION I.

De problematica parte in hoc prog 4. *fac.50.col.1*

SCHOLION II.

Asymptoti hyperbolarum ad hyperbolas apud nos plusquam 360. *fac.50.col.2*

PROPOSITIO VII.

Curuas ad rectas, & curuas ad curuas asymptotos ab eodem puncto progredientes ducere. *fac.51.*

PROGYMNASMA V.

In quo paradoxa angulorum. fac.52.

DEFINITIONES.

Fac.52.

SCHOLION.

Fac.53.col 1.

SVPPOSITIONES Paradoxicæ.

Fac.53.col.2.

PROPOSITIO I.

Angulos lunulares sectionum, licet curulineos, tamen rectilineis æquales demonstrare in figura primæ primi Euclidis. *fac.54.*

PROPOSITIO II.

Aliquis angulus lunularis sectionis, licet componatur ex angulo, qui minor est recto, & ex angulo, qui minor est omni acuto, est tamen recto æqualis. *fac.55.*

LEMMA.

Eiusdem vel æqualium circulorum omnes anguli corniculares cõtactus sũt æquales. *fac.55.col.1*

DEMONSTRATIO—

Propositionis secundæ. *fac.55.col.2*

COROLLARIVM,

In quo vniuersalis propositio circa æqualitatem quorumlibet lunularium angulorum sectionũ cum rectilineis quibuslibet. *fac.55.col.2*

PROPOSITIO III.

Angulus cornicularis contactus recto est maior, qui tamen rectum non superat vlla vel minima acuti quantitate. *fac.56.col.1*

PROPOSITIO IV.

Anguli ad verticem æquales, & inæquales. *fac.56.col.1*

COROLLARIVM.

Pars 2 antec.4 prop.sit vniuersalis *fac.56.col.2*

PROPOSITIO V.

Anguli curuilinei ad verticem oppositi semper æquales. *fac.56.col.2*

PROPOSITIO VI.

Anguli ad verticem omnes inæquales. *fac.57. col.1*

PROPOSITIO VII.

Angulus sistroides contactùs licet duplus anguli minoris quolibet acuto, tamen & ipse minimo quolibet acuto minor est. *fac.57.col.2*

COROLLARIVM.

De omni angulo contactùs concauorum, conuexorum, &c. *fac.58.col.1*

PROPOSITIO VIII.

Anguli lunulares contactùs nullis rectilineis æquantur, *fac.58.col.1*

PROPOSITIO IX.

In angulis extrema conuenunt, media, licet participent de extremis, tamen non conueniunt cum extremis. *fac.58.col.2*

PARADOXA.

Fac.59.col 1.

SCHOLION I.

Ad cautionem in intelligentia præcedentis 9 propositionis. *fac.59.col 2*

SCHOLION II.

Fac.5 .col 2.

COROLLARIVM,

Extrema iuxtà se immediatè posita sine medijs. *fac.59.col.2*

PROPOSITIO X.

In angulis (licet media non conueniant cum extremis, iuxta propos.9. antecedentem) extre-

ma inter se non conueniunt sine medys, Immò extrema constant è medys. fac.60.col.1

PROPOSITIO XI.

In angulis medij compositi cõueniunt cum extremis. fac.60.col.2

PROPOSITIO XII.

Si circulum recta secuerit non per centrum, angulus corniculàris sectionis vna cum angulo segmenti minoris æquales sunt angulo rectilineo ad centrum constituto, & arcui segmenti minoris insistenti. fac.60.col.2

PROPOSITIO XIII.

Anguli continẽtes minores cõtentis. fac.61.col.1

PROPOSITIO XIV.

Angulus rectilineus duobus rectis maior. fac.61.col.1

SCHOLION.

Ad paradoxi firmamentum. fac.61.col.2

PROGYMNASMA VI.

In quo armamentarium geometricum, siue paradoxa triangulorum præsertim cilogoniorum. In hoc progymnasmate, mi Lector, videbis tela multiformia, falces, secures, & similia. Ideo quasi quoddam Armamentarium geometricum aperiemus. fac.62.

DEFINITIONES.

Fac.62.

SVPPOSITIO.

Fac.63.col.1.

PROPOSITIO I.

Triangulum quadrilaterum cilogonium acidoides rectilineum. fac.63.col.1.

SCHOLION I.

Fac.63.col.2.

SCHOLION II.

Paradoxũ contra def. Euclid. fac.63.col.2

PROPOSITIO II.

Triangulum quadrilaterum rectilineum habet angulum externum æqualem tribus internis. fac.63.col.2

COROLLARIVM.

E prima demonstratione prop.2. nostræ præced. aliter demõstrare 21.pr.Euclid fac.64.col.2

PROPOSITIO III.

Triangulum quadrilaterum rectilineum habet tres angulos internos minores duobus rectis. fac.65.col.1

SCHOLION paradoxicum,

In quo cautio ad intelligentiam proprietatis triangulorum ab Euclide demonstratæ propositione 32. pr. fac.65.col.2

PROPOSITIO IV.

Tres interni anguli Trianguli quadrilateri cilogonij duobus rectis sunt minores quãtitate anguli alterutrius, qui fit ex proauctione intra triangulum alterutrius laterum externum angulum comprehendentium. fac.66.col.1

COROLLARIVM I.

In propositionis antecedentis triangulo quadrilatero cilogonio quatuor interni anguli sunt æquales duobus rectis. fac.66.col.1

COROLLARIVM II.

Sex interni æquales sunt quatuor rectis. fac.66.col.2

COROLLARIVM III.

Rectilinea vno latere cilogonia, altero laterum canum angulum conficientium producto introrsum, recuperant quãtitatem angulorum, quã haberẽt, si nõ esset cilogonia. fac.66.col.2

COROLLARIVM IV.

Paradoxum extra leges de quãtitate angulorum externorum in figuris rectilineis.

Cuiuscumque rectilinei vno latere cilogonij producti versus eandem partem lateribus (etiam introrsum producto altero canum angulum conficientium) externi omnes anguli semper sunt æquales 6 rectis, non 4, vt assolet in non cilogonijs. fac.67.col.1

SCHOLION I.

Cautio in 3, & 4 Corollarijs. fac.67.col.2

SCHOLION II,

Cilogoniæ inuehũt metamorphoses ĩ figuras. ibid.

PROPOSITIO V.

Si externus quadrilateri triãguli angulus æquali ab internis interuallo distiterit, erit duplus anguli ad verticem, angulus verò ad verticem erit æqualis reliquis duobus internis. fac.68.col.1

PROPOSITIO VI.

Sin externus propius fuerit interno ad verticem, quàm duobus reliquis internis, erit externus minor, quam duplus interni verticalis; internus verò verticalis maior erit reliquis duobus internis. fac.68.col.1

PROPOSITIO VII.

Si deniq; externus longius abstiterit ab interno verticali, quam à reliquis duobus internis, erit externus maior, quam duplus interni verticalis, internus verò verticalis minor erit reliquis duobus internis. fac.68.col.2

COROLLARIA.

Optica, & geometricè practica è cilogonijs triangulis rectilineis. fac.69.col.1

INDEX.

PROPOSITIO VIII.

Triangulum cilogonium Acidoides quadrilaterum mixtilineum, cuius tres anguli tum singuli, tum omnes simul sumpti quolibet acuto sunt minores. fac.69.col.2

COROLLARIVM.

Prædicti trianguli mixtilinei angulus externus nullam habet cum internis proportionem. fac.70.col.1

PROPOSITIO IX.

Triangulum cilogonium quadrilaterum mixtilineum, cuius tres interni maiores sunt duobus rectis, externus verò minor est internis. fac.70.col.2

PROPOSITIO X.

Triangulum acidoides cilogonium quadrilaterum mixtilineum, cuius duo anguli ad basim vlla vel minimi acuti quantitate minores non sunt duobus rectis, & additi angulo ad verticē simul omnes sunt minores duobus rectis. Externus verò angulus maior est tribus internis. fac.71.col.1

SCHOLION.

Præcedentium duarum propositionum 9, & 10 constructio, & ostenso ex figura simili figuræ primæ primi Euclid. fac.71.col.1

PROPOSITIO XI.

Isosceles cilogoniū quadrilaterum mixtilineum æquale lunulæ in figura primæ pr. Euclid. fac.71.col.2

SCHOLION.

Fac.71.col.2.

PROPOSITIO XII.

Isosceles acidoides cilogonium quadrilaterum mixtilineum, cuius interni anguli sunt minores duobus rectis, externus æqualis internis. fac.72.col.1

PROPOSITIO XIII.

Triangulum curuilineum Pelecoides habet duos æquales duobus rectis. fac.72.col.2

PROPOSITIO XIV.

Triangulum curuilineum Pelecoides habet tres maiores duobus rectis, qui tamen duos rectos non superant vlla vel minimi acuti quantitate. fac.72.col.2

PROPOSITIO XV.

Fac.73.col.1.

PROPOSITIO XVI.

Scalenum mixtilineum æquale falci ex figura primâ primi Euclidis. fac.73.col.1

PROPOSITIO XVII.

Æquilaterum rectilineum æquale falci ex figura prima pri. Eucl. fac.73.col.2

PROPOSITIO XVIII.

Isosceles rectangulū æquale lunulæ habes in nostro Proteo, propos.3. fac.73.col.2

PROPOSITIO XIX.

Isosceles mixtilineum æquale lunulæ ex figura prima primi Euclidis. fac.73.col.1

SCHOLION.

Fac.74.col.1.

PARADOXVM.

Curua rectis æqualia. fac.74.col.2

PROGYMNASMA VII.

In quo paradoxa cilogoniarum figurarum quadrangularum, octangularum, quinangularum, plurangularum, & munimentorum geometricorum. fac.75

PROPOSITIO I.

Cilogonium quadrangulum mixtilineum sex laterum æquale lunula in figura simili 1. pr. Euclid. fac.75.

COROLLARIVM.

De cilogonijs triangulis mixtilineis quatuor laterum, & triangulis mixtilineis trium laterum, & quadrangulis cilogonijs mixtilineis sex laterum inter sese æqualibus in fig. pr. pr. Euclid. fac.75.col.2

PROPOSITIO II.

Si pētagoni vsitati regularis latera vtrinque in directū producantur donec in angulos coeant, fiet quinquangulum decem laterum cilogonium acidoides regulare, cuius cuspides iscoscelia sunt vnde pentagonum vsitatum regulare producitur. fac.76.col.1

COROLLARIVM.

Cilogonium pentagonum regulare habet externos angulos singulos æquales singulis internis angulis pentagoni vsitati. fac.77.col.1

PROPOSITIO III.

Pentagonum cilogonium habet quinque internos angulos æquales duobus rectis. fac.77.col.1

PROPOSITIO IV.

Si hexagoni vsitati regularis latera vtrinq; producantur donec in angulos coeant, fiet sexangulum duodecim laterum cilogonium acidoides regulare, cuius cuspides sunt iscoscelia (scil. æquilatera) vnde hexagonum regulare producitur. fac.78.col.1

PROPOSITIO V.

Hexagonū cilogoniū regulare habet sex angulos cuspidū æquales quattuor rectis fac.78 col.2

COROL-

COROLLARIVM I.
Triangula æquilatera producere, quorum latera in tres partes æquales diuisa sint, sine modis traditis lib.1. in Schol. ad 40, & lib.6. prop. 10. & in Scholijs. fac.78. col.2

COROLLARIVM II.
Hexagonum in æquilatero describere. fac.79. col.1

COROLLARIVM III.
Æquilaterũ in hexagono describere. fac.79. col.2

PROPOSITIO VI.
Si octogoni regularis vsitati latera vtrinq; in directum producantur, donec in angulos coeant, fiet octãgulum sexdecim laterum cilogonium regulare, cuius cuspides isosceliа sunt, quæ (contraria ratione, quam isocelia pentagoni cilogonij) habent angulos ad vertices duplos angulorum ad bases, & à quibus octogonum ipsum vsitatum regulare producitur; & omnes octo anguli interni cilogonij regularis octanguli sunt æquales octo rectis. fac.79. col.2

COROLLARIVM I.
Ex dato isosceles rectangulo octogonum regulare vsitatum producere. fac.80. col.1

COROLLARIVM II.
Super datà rectà octogonum regulare vsitatum construere. fac.80. col.2

SCHOLION.
De alijs cilogonijs figuris. fac.80. col.2

PROPOSITIO VII.
Cilogoniæ figuræ rectilineæ eximunt se à corollarijs, & à regulis, quæ in scholijs ad 32 pr. de quantitate, ac numero angulorum internorũ cuiusuis fig. rectilineæ traduntur. fac.81.

PROPOSITIO VIII.
Cilogoniæ figuræ rectilineæ eximunt se à demonstrationibus, & corollarijs, quæ habentur in 4 lib. Euclid. atq; adeò in vniuersa geometria de quantitate angulorum cuiusuis planæ, ac rectilineæ figuræ. fac.81. col.2

PROPOSITIO IX.
Cilogoniæ figuræ rectilineæ, ac regulares eximũt se à regulis demonstratis de maiori capacitate figurarum isoperimetrarum. fac.82. col.1

PROPOSITIO X.
Cilogoniæ figuræ binangulæ, vnangulæ, nullangulæ plurilateræ. fac.82.

COROLLARIVM.
Vsus cilogoniarum figurarum ad bellica munimenta. fac.83.

PROGYMNASMA VIII.

In quo paradoxa circa æqualitatem, & inæqualitatem figurarum. fac.84.

PROPOSITIO I.
Maiora simul, & minora; siue, Dato triangulo minus triangulum construere, cuius singula latera dati maioris sint maiora. fac.84. col.1

SCHOLION.
Fac.84. col.2.

PROPOSITIO II.
Æqualia simul, & infinitè minora. fac.85. col.1

PROPOSITIO III.
Figuras construere, quarum singula latera singulis alterius latcribus sint æqualia, sed areæ semper in infinitum fiant minores. fac.85. col.1

PROPOSITIO IV.
Parallelogrammorum isoperimetrorum, & habentium singula latera æqualia singulis alterius maiora sunt quæ magis accedunt ad rectangula. fac.85. col.1

SCHOLION.
Parallelogramma etiam non quadrilatera. fac.86. col.1

COROLLARIVM Morale.
Fac.86. col.1.

PROPOSITIO V.
Æqualia simul, & infinitè maiora. fac.86. col.2

PROPOSITIO VI.
Figuras construere, quarum areæ semper sint æquales, latera verò in infinitum semper augeantur. fac.86. col.2

PROPOSITIO VII.
Parallelogramma super eadem, vel æqualibus basibus, & intra easdem parallelas constituta quanto magis à rectangulis recedunt semper in infinitum sunt maiora ambitu, licet areà semper sint æqualia. fac.87. col.1

SCHOLION.
Auctarium ad Problema, & Theorema propositionum 6, & 7 antecedentium. fac.87. col.2

COROLLARIVM I.
In quo Theologicæ quæstionis solutio Scotica, & paradoxica de Angeli extensione à cælis vsq; ad terras, &c. fac.87. col.2

COROLLARIVM II.
Ad Euclidem, & ad praxim Agriculturæ, Architecturæ, &c. Locus etiam geometricus ex Polybio explicatus. fac.88. col.1

COROLLARIVM III.
Ad moralia. fac.88. col.2

SCHOLION.
In quo solutio paradoxorũ huiusce Prog. fac.89.

PRO-

INDEX.

PROGYMNASMA IX,

In quo Paradoxa circa inclusiones, & inscriptiones figurarum. fac.90.

Indicata Eurycemi Paradoxa. fac.90.

PROPOSITIO I.
Contenta maiora continentibus. fac.90. col.2

SCHOLION I.
De inclusis aqualibus ipsis includẽtibus. fac.91. col.1

SCHOLION II,
Geometricè certiora apud aliquos requisita circa prædicta paradoxa. fac 91. col.2

SCHOLION III.
In quo solutio præcedentiũ paradoxorum fac.92. col.1

COROLLARIVM.
Ad 21. pr. Elem. Eucl. fac.92. col.2

PROPOSITIO II.
Inclusa etiam ex ijsdem terminis educta maiora continentibus in qualibet figura regulari, siue irregulari. fac.92.

SCHOLION.
Inscriptionis geometricæ ampliatio. fac.93.

PROPOSITIO III.
In data figura cilogoniam æqualis ambitus cum continente facillimè inscribere. fac.94. col.1

PROGYMNASMA X,

In quo circa lineas, & figuras proportionales inueniendas, describendas, augendas, minuendas, diuidendas aliqua (præter vulgata) facillima proponuntur. Paradoxa item geometrica, & problemata aliqua expediuntur. fac.95.

Euclidis, & nostrum circa figuras, & lineas proportionales consilium. fac.95.

Linearum proportionalium inuentio perfacilis ex lib. 3. Elem. Eucl. fac.96.

PROPOSITIO I.
Duabus datis rectis lines tertiã proportionalem adinuenire. fac.96. col.1

PROPOSITIO II.
Tribus datis lineis quartam proportionalem inuenire. fac.96. col.2

COROLLARIVM I.
De rectãgulis æqualibus reciprocis. fac.96. col.2

SCHOLION I.
Cautio in 1. prop. anteced. fac.97. col.1

SCHOLION II.
In quo ex prædictis notantur, & demonstrantur aliqua pro 14 sexti Euclid. fac.97. col.1

LEMMA I.
Parallelogrãma, quæ vnum angulum vni æqualem habent, sunt æquiangula. fac.97. col.1

LEMMA II.
Si parallelogramma habuerint latera proportionalia circa duos æquales angulos, habebunt & reliqua latera circa reliquos æquales angulos proportionalia. fac.97. col.2

COROLLARIVM II.
Si in circulo duæ secuerint se rectæ, parallelogramma sub reciprocis earum segmentis erũt similia. fac.98. col.1

PROPOSITIO III.
Duabus datis rectis lineis mediam proportionalem inuenire. fac.98. col.2

PROPOSITIO IV.
Datæ rectæ duas extremas proportionales adinuenire. fac.99. col.1

SCHOLION.
Ad facilitatem, & libertatem exercendi propos. anteced. problematis. fac.99. col.1

PROPOSITIO V.
Datis duabus rectis mediam proportionalem inuenire. fac.99. col.2

SCHOLION I.
De inuentione mediæ proportionalis è 2 simul, & 6 lib. Eucl. fac.99. col.2

SCHOLION II.
De inuentione mediæ proportionalis in 6. lib. Eucl. antequam in eodem libro ab Euclide doceatur. fac.99. col.2

PROPOSITIO VI.
In semicirculo si ab altero diametri termino erigatur perpendicularis, siue tangens, & ab al

tero

tero educatur recta secans peripheriam, & occurrens tangẽti, erit diameter media proportionalis inter totam secantem, & inter segmentum intra semicirculum; quemadmodum tangens est media proportionalis inter totam secantem, & inter segmentum extra semicirculum. *fac.* 100.

PROPOSITIO VII.

Duobus datis rectilineis tertium propotionale, ac dato simile adinuenire. *fac.* 101.

SCHOLION I.

Facilior operatio prop. 7. *anteced. fac.* 101. *col.* 2

SCHOLION II.

Fac. 101. *col.* 2.

PROPOSITIO VIII.

Tribus datis rectilineis quartum proportionale adinuenire. *fac.* 102. *col.* 1

PROPOSITIO IX.

Duobus datis rectilineis medium proportionale inuenire. *fac.* 102. *col.* 1

SCHOLION.

Praestat facilitate noster modus ex 1. *prop. modo vsitato ex* 22. *proposit. sexti Eucl. fac.* 102. *col.* 2

PROPOSITIO X.

Datum rectilineum augere, vel imminuere in data proportione secundum datam figuram. *fac.* 102. *col.* 2

COROLLARIVM I.

Ratio diuidẽdi datam figuram secundum datam proportionem. *fac.* 103. *col.* 2

COROLLARIVM II.

Datis duobus rectilineis inaqualibus excessum maioris supra minus inuenire. fac. 103. *col.* 2

PROPOSITIO XI.

In segmentis inaqualium circulorum minoribus semicirculo sagitta segmenti circuli minoris maior est, quam sagitta segmenti circuli maioris. *fac.* 104. *col.* 1

SCHOLIA.

Ad firmamentum, & vsus praecedentis proposit. *fac.* 104. *col.* 2

COROLLARIVM.

Ad locum insignem Aristot. in Mechanicis. *fac.* 105. *col.* 1

PROPOSITIO XII.

In segmentis inaequalium circulorum semicirculo minoribus aequales chordae subtendunt arcus maiores minoris, & minores maioris circuli. *fac.* 105. *col.* 2

COROLLARIVM.

In circulis inaqualibus aequales rectae lineae subtendentes arcus minores semirculo auferunt segmenta inaqualia, maius è minore circulo, minus è maiore. *fac.* 106. *col.* 2

SCHOLION.

Vsus propositionis 12. *antecedentis.* *fac.* 106. *col.* 2

PROPOSITIO XIII.

Pseudoellipsis, siue ouiformis figurae descriptio compendio perfecta, & theoricè explicata. *fac.* 106. *col.* 2

IN APIARIO QVARTO.

PROGYMNASMA I.

De paradoxis, & inopinatis circa motum, & quietem grauium. De motu perpetuo. De admirando motu grauium per lineam spiralem. fac. 3.

PROPOSITIO I.

Graui aliquo casuro, in partem, ad quam casurum est, addere pondus grauius, & non solum id graue non cadet, sed etiam attolletur. *fac.* 3.

COROLLARIVM,

Aristotelis locus de libra in Mechanicis implicatu explicatur. *fac.* 6. *col.* 1

SCHOLION.

Mathematica philosophatio altera circa praecedentem primã propositionem. *fac.* 7. *col.* 1

PROPOSITIO II.

In definitione centri grauitatis ex Pappo paradoxa indicare ad vsum sequentium propositionum. *fac.* 7. *col.* 2

PROPOSITIO III.

Hasta obliquè ad mundi centrum delata obliquè etiam inibi conquiescet. *fac.* 8. *col.* 1

PROPOSITIO IV.

Libra obliqua in centro grauitatis suspensa perstat obliqua. *fac.* 9. *col.* 1

COROLLARIVM.

In quo mechanici apud Aristotelem problematis de libra solutio altera, praeter quae in Coroll. prop. 1. *huius.* *fac.* 9. *col.* 2

PROPOSITIO V.

Paradoxi ab alijs propositi de ponte circa terram in aere suspenso veram rationem assignare, & alia paradoxa prodere.. *fac.* 10. *col.* 1

PRO-

INDEX.

PROPOSITIO VI.

De sphæræ motu, & quiete paradoxum demonstrare. fac.11. col.1

PROPOSITIO VII.

Libræ siue integræ, siue dimidiatæ motus nec perpetuus, nec vllus esse potest circa mundi centrum. fac.12. col.1

PROPOSITIO VIII.

Propositionem septimam antecedentem, indicatà, & solutà fallacià, confirmare. fac.13. col.1

PROPOSITIO IX.

Terræ motus perpetuus. fac.14. col.1

COROLLARIVM.

In quo præclarus Virgilij locus mathematicè, ac in rem sacram explicatur. fac.14. col.2

PROPOSITIO X.

Motum aquæ per machinas perpetuum molitionibus longe facillimis attentare. fac.15. col.1

PROPOSITIO XI.

Grauia, quæ, dum descendunt, attolluntur. fac.16. col.2

SCHOLION I.

Praxes motui grauium liquidorum subijciendo oculis. fac.18. col.1

SCHOLION II.

Ad theoricen admirandi motus grauium per spiralem. fac.18. col.2

SCHOLION III.

De cochleæ cylindricæ vsu perficiendo. De conicæ, ac cylindricæ comparatione. fac.18. col.2

SCHOLION IV.

De angulo eleuationis cochleæ. Ad Vitruuium explicationes, & animaduersiones. fac.19. col.2

PROPOSITIO XII.

In datis loci angustijs ad datam altitudinem grauia per cochleam extollere facillimè. fac.19. col.2

SCHOLION.

Ad praxim. fac.21. col.1

PROPOSITIO XIII.

Aqua imposita per se machinã mouens, & ascendens. fac.21. col.2

SCHOLION I.

Circa praxes. &c. fac.22. col.1

SCHOLION II.

Occasio præcedẽtis machinationis. fac.22. col.2

COROLLARIVM I.

Vsus machinæ præcedentis geminatus ad motum faciliorem. fac.22. col.2

COROLLARIVM II.

Cochleæ cylindricæ, & conicæ per se mobiles aquam attollentes. fac.22. col.2

COROLLARIVM III.

Aqua non solum descendendo ascendit, sed etiam ascendendo descendit in machina propositionis 13 præcedentis. fac.23. col.1

PROPOSITIO XIV.

Ad motum perpetuum vsus, & adiumenta ex machina præcedenti. fac.23. col.2

SCHOLION.

In præcedenti molitione sublatum præcipuum, & commune impedimentum motus perpetui. fac.24. col.1

PROPOSITIO XV.

Aliter indicare, ac expedire machinationem motus perpetui ex præcedenti machina ad horaria perpetua, &c. fac.24.

COROLLARIVM I.

Ex antedictis an ratio aliqua motus perpetui fluuiorum in orbe terrarum? fac.24. col.2

COROLLARIVM II.

Grauæ solida materiæ per se machinã mouens, vt iuxta lineam directionis descendat. fac.25.

PROGYMNASMA II,

De admirandis viribus vectis tum per se, tum in aliquibus machinis considerati secundum tria vectium genera ad maxima pondera exigua vi, vel exiguo tempore attollenda. fac.26.

HYPOTHESES—

— *Propositæ, atq; explicatæ.* fac.26.

PROPOSITIO I.

Obstant aliqua vulgatæ propositioni de terra per simplicem vectem primi generis mouendà. fac.27. col.1

PROPOSITIO II.

Terrarum orbem minimo pondere in minimæ statera mouere. fac.27.

COROLLARIVM I.

Antecedens problema vniuersalius, atque admirabilius efficere. fac.28. col.2

COROLLARIVM II.

Infinita vis in vecte etiam minimo. fac.29. col.1

SCHOLION.

In quo solutio obiectionis mechanicæ contra nos. fac.29. col.1

PROPOSITIO III.

Libræ, ac stateræ theoricen demonstratiuè prodere ad vsum iustitiæ commutatiuæ. fac.29. col.2

INDEX.

LEMMA,
Quod est cõuersa 6. Arch. de aequipõd. fac. 29. col. 2
COROLLARIVM,
De quantitate grauitatis in Aequipondio. *fac. 30. col. 2*
SCHOLIA.
Fac. 31. col. 1.
PROPOSITIO IV.
Prodere vires admirandas vectis primi generis in Glossocomo multiplicati ad datum pondus datà potentià mouendum. *fac. 31.*
SCHOLION I.
In quo theorice alia nostra Glossocomi. *fac. 33. col. 2*
SCHOLION II.
In quo erudita aliqua nõ sine paradoxis. fac. 33. col. 2
COROLLARIVM I.
De vsu Glossocomi. *fac. 34. col. 1*
COROLLARIVM II.
De vectibus in auium volatu, & gressilium incessu. *fac. 34. col. 1*
PROPOSITIO V.
Vires admirandæ vectis secundi generis in machina quadam multiplicati facillimo modo explicare, demonstrare, atq; in vsũ traducere. *fac. 34. col. 2*
SCHOLION.
Fac. 35. col. 2.
PROPOSITIO VI.
Vectis primi generis in vsitatis trochleis est inutilis ad imminutionem ponderis, vel ad augmentum potentiæ, &c. *fac. 36.*
COROLLARIVM I.
In quo dissipati obices, detectæ fallaciæ. *fac. 37. col. 1*
COROLLARIVM II.
In quo ex prædictis soluitur nodus in theoria trochlearum secundum vsum communem vsurpatarum. *fac. 37. col. 1*
COROLLARIVM III.
In quo illustratur locus perobscurus, & soluitur nodus in Mechanicis Aristotelis, ac trochlearum vis augetur ad vsum. *fac. 38. col. 2*
SCHOLION.
Qua cautione dictum sit à nobis vectem primi generis inutilem esse. *fac. 39. col. 2*
PROPOSITIO VII.
Vires admirandæ vectis tertij generis. Ac primo aquam è puteo haurire tempore dimidio breuiore, quàm in vsu communi. *fac. 40.*
SCHOLION.
Geometrica firmamenta. *fac. 41. col. 1*
COROLLARIVM I.
In quo causæ celeritatis, aut tarditis, causæ etiã potẽtiæ imminutæ, aut auctæ in trochleis produntur ex vecte tertij generis. *fac. 41. col. 2*
COROLLARIVM II.
Ad sequentem propositionem. *fac. 42. col. 1*
PROPOSITIO VIII.
In trochleis vsitatis ad facilitatem eleuandorum ponderũ solus vectis secundi generis propriè, ac per se est vtilis *fac. 42. col. 1*
PROPOSITIO IX.
Grauia in dato tempore, licet breuissimo, per datum spatium, licet amplissimum, mouere viribus admirandis vectis tertij generis. *fac. 42. col. 2*
COROLLARIVM,
In quo plane mirificum paradoxum de funis tractorij breuitate pro spatio amplissimo. *fac. 43. col. 2*
EPILOGVS.
In quo index machinarum admirandarum apud priscos, & neotericos Authores. Ex ijs iucunda inuenta indicata. *fac. 44. col. 1*

IN APIARIO QVINTO.

PROGYMNASMA I.

De varijs, & arcanis proiecturis, deformationibus, ac reformationibus imaginum e superficiebus conicis, & Cylindricis. Theoriæ, Demonstrationes expositæ. Errores nonnullorum correcti. fac. 2.

CAPVT I.

Proponuntur dicenda, & eorum vsus multiplices, ac eximij: præmittuntur instituto nostro conducentia ex eruditione Geometrica, & optica. *fac. 2.*

CAPVT II.

Deformationum scenographicarum occasio, ac methodus. De deformationibus è conica superficie; & de reformationibus per eandem catoptricis, & opticis. *fac. 4.*

CA-

CAPVT III.

Imaginē in cylindrica ſuperficie rectè formatam in plano horizontali rite deformare. Corollariū pro horarijs noctu ex facula deſcribendis. fac.7.

CAPVT IV.

Aliter, ac geometricè eandem deformationem efficere. fac.9.

CAPVT V.

Demonſtratio circulorum in deformationibus præcedentibus factorum, & Vitellionis locus inſignis geometricè trutinatus. fac.14.

CAPVT VI.

Reliquæ theoriæ deformationis cylindricæ geometricæ proponuntur, & aliarum ſuperficierum regularium, & irregularium deformationes indicatur, detectis opticis fallacijs. fac.17.

CAPVT VII.

Imaginem è ſuperficie Cylindrica deformatam videre reformatam viſione tum directâ, tum reflexâ in ſpeculo columnari. Mox de reformationibus etiam per ſuperficies irregulares. Preſagium opticum de Eminentiſſimo Cardinali Columna Bonon. Archiepiſcopo. fac.21.

PROGYMNASMA II.

De deformationibus è ſuperficiebus planis, & interciſis, ac per varia ſpeculorum genera. De diſſipationibus, collectionibus, & iucundis fallacijs opticis. Inſtrumentum facillimum ad ſcenographicen exercendam. Paradoxa optica amphiteatralia. fac.24.

CAPVT I.

Deformationes, ac reformationes arcanæ, ac iucundæ imaginum è plana ſuperficie. fac.24.

CAPVT II.

Deformationes, ac reformationes arcanæ in planis interciſis emendatæ; mox iucundæ aliquæ fallaciæ opticæ, præſertim circa atria aliqua, quæ in acceſſu ruere videntur. fac.28.

CAPVT III.

Opticæ, Catoptricæ, Dioptricæ arcanæ diſſipationes, & collectiones. fac.32.

CAPVT IV.

Conſtructio, vſus, ac demonſtratio inſtrumenti facillimi ad omnes operationes ſcenographicæ, ac practicæ perſpectiuæ aptiſſimi. fac.35.

CAPVT V.

Paradoxa, & notæ circa praxes varias, & geometricè præciſiores; circa demonſtrationes, ac theoricen præcedentis noſtri Inſtrumenti pictorij. Corollarium arcanum ad veras oppidorum menſuras è longinquo ſuffurandas. &c. fac.39.

CAPVT VI.

Inſtrumentum ſcenographicum plano pictorio perpendiculare vſu faciliore donatū. fac.44.

CAPVT VII.

Vſus eiuſdem inſtrumenti non amplius perpendicularis, ſed paralleli plano pictorio cum prototypum, & pictura ſunt in eodē plano. Differentiæ, & compendia in hoc vſu. fac.47.

CAPVT VIII.

Demonſtrationes inſtrumenti perpendicularis applicatæ vſui inſtrumēti paralleli. fac.50.

CAPVT IX.

Vſus inſtrumenti ſcenographici paralleli plano pictorio etiam cum prototypum in diuerſo plano eſt. In eo vſu fallaciæ ſolutæ. Arcanum ad organicam facillimam deformationem, & reformationem imaginum. fac.52.

CAPVT X,

In quo paralipomenon opticum paradoxicum, & ad vſum. fac.57.

Paradoxa Amphiteatralia

I.

Propiora non videntur maiora. fac.57. col.1

II.

Remotiora melius videntur. fac.58. col.1

III.

Propiora videntur minora. fac.58. col.1

SCHOLION.

Firmandis antec. parad. geometricè. fac.58. col.2

IN APIARIO SEXTO.

PROGYMNASMA I.

De anguli visorij variâ ampliatione ad res minimas prodigiosè maximas videndas de propinquo. Ac de diaphani hyperboliformis inuentione. fac. 2.

CAPVT I.

Proposita, & præmonita aliqua. Tum à parallelepipedo Diaphano adiumenta exponuntur ad visorium angulum amplificandum. fac. 2.

CAPVT II.

Diaphani sphærici eximiæ vires ad angulum opticum amplificandum geometricè demonstratæ. Circa Diaphanum sphæricum hallucinationes nonneminis. fac. 4.

CAPVT III.

Paradoxum opticum circa Diaphanum sphæricum in rem nostrum demonstratur. Axioma item opticum Euclidis ab oppugnationibus vindicatur. fac. 5

CAPVT IV.

Lemmata, & problemata præmittuntur demonstrationibus geometricis angulum opticum nimium quantum amplificantibus fac. 7.

LEMMA, SIVE PROBLEMA I.

Duas lineas ducere, quæ lineas æquales, & non parallelas iungant, ipsæ tamen sint inæquales, ac parallelæ. fac. 7.

LEMMA, ET PROBLEMA II.

Circa quadrilaterum figuræ lēmatis præcedentis (nempè quod habet oppositorum laterū duo æqualia, & non parallela, & reliqua duo inæqualia, & parallela) circulū describere fac. 8.

CAPVT V.

Anguli visorij per Diaphanum hemisphærio minus dilatatio geometricè demonstrata. Mox corollaria ad theoricen aliquam tuborū opticorum. fac. 9.

CAPVT VI.

Lenticula Diaphana anguli visorij ampliationem, ac vires valdè perficit. Theorice tubulorum opticorum ad minima quasi maxima videnda Vsus pilæ crystallinæ ad idē. fac. 11.

CAPVT VII.

Diaphani altera parte hyperboliformis inuentio, vsus, constructio ex instrumento perfacili, ac geometricè demonstrato. fac. 12.

CAPVT VIII.

Paralipomenon ad firmamentum, & ad praxim Diaphani altera ex parte hyperboliformis. fac. 16.

PROGYMNASMA II.

De perspicillorum, ac tuborum opticorum theorica. Paradoxa, & problemata circa visionis defectus corrigendos, circa illuminationes, vstiones, picturas exercendas modis perfectissimis vltra hactenus inuentos per vsitata Diaphana. fac. 18.

CAPVT I.

Perspicillorum vsitatorum theorice. Perspicillorum hyperbolicorum iuxta nostrū inuentum vsus præcipuus ad visionem corroborandam, & corrigendam. fac. 18.

CAPVT II.

Aliqua paradoxa, & problemata circa visionis defectus geometricè, atq; aliter, quàm ab Aristotile soluta. Telescopij theorice, ac perfectio ex Diaphano nostro hyperboliformi. Vsus aliqui Telescopij non vulgati cum theoricis fac. 20.

CAPVT III.

Circa illuminationes per vsitata Diaphana facitas notata, & cauta aliqua. Hallucinationes correctæ; nodi soluti. Problemata vltima ex illuminatione per Diaphanum hyperboliforme proposita. fac. 23.

CAPVT IV.

Hyperboliformis diaphani vires ad incendia longe maiores, quam parabolici speculi. Diaphanum parabolicum vstioni vehementissimè ineptum. Coni vstorij ad sensum expressio. Linea, seu virga cylindrica vstoria dioptrica infinita. Stratagemata, & paradoxa vstoria ex prædictis. fac. 28.

CAPVT V.

Arcana naturalis pictura per vsitata diaphana

ab alijs tradita corrigitur, ac perficitur per Diaphanum hyperboliforme. fac.33

CAPVT VI.

Corollaria ex antecedenti capite, atq; arcana vtillima tum politicis, tum physicis Philosophis. Spectacula item, ac ludrica iucundissima, & aberroribus emendatissima per hyperbolen dioptricam exhibita. fac.37.

PROGYMNASMA III.

De angulo optico, & de arcanis geometricis visionis intra oculum. fac.40.

CAPVT I.

Oculi, & visionis orthographia. Angulus realis visorius intra oculi humorem aqueum assertus, ac comprobatus. fac.40.

CAPVT II.

Nodi contra angulũ opticum intra oculũ soluuntur, & problemata, atq; arcana optica interna visione geometrice demõstrantur. fac.45.

CAPVT III.

Mirum, ac geometricum naturæ consilium in angulo optico intra oculum ad correctionem fallacis visionis. Inde problemata eximia circa visionem partim soluta, partim soluendis fundamenta præiacta ex foraminis optici variatione. &c. fac.48.

IN APIARIO SEPTIMO.

PROGYMNASMA I.

De hyperboles Catoptricæ inopinatissimis affectionibus : de earum vsibus. De hyperboles non vulgata descriptione. De scutis, catinis, caueis, ouis hyperboliformibus vstorijs; ac de virga conica, siue linea vstoria. fac. 2.

OCCASIO—

— Inuenti conuexi vnum ad punctum reflectentis. fac.2.

SCHOLION.

Cautio circa asserendas vstiones. fac.3. col.2

PROPOSITIO I

Speculo conuexo dispersos radios vnum ad punctum facillimè aggregare. fac.3.

SCHOLION I.

Fac.4. col.1

SCHOLION II.

Fac.4. col.2

COROLLARIVM I.

Ad vsum propositionis faciliorem. fac.5.

COROLLARIVM II.

Paradoxum de speculis planis auersis incidẽtes, ac dispersos radios vnum ad punctum facillimè conuertentibus. fac.6.

COROLLARIVM III.

De radijs diuaricatis in concauum hyperbolicum incidentibus, & reflexis vnum ad punctum, ac de speculo vstorio cõcauo hyperbolico. fac.6. col.2

COROLLARIVM IV.

Radij, seu proiecta incidentia tam in conuexum, quam in concauum oppositarũ hyperbolarum & recta à tendentia ad alterum punctorum ex comparatione, si impediantur, reflectuntur ad alterum oppositum punctum, ad quod non tendebant. fac.7. col.2

COROLLARIVM V.

Inter contrapositas hyperbolas incidentium aliquorum radiorum, siue proiectorum puncta multiplicatæ reflexionis determinare. fac.8.

SCHOLION.

Reflexiones inter contrapositas hyperbolas axem non transcendunt. fac.8. col.2

PROPOSITIO II.

Tubus siue caua hyperboliformis vstoria e radijs centralibus. Hoc est, radios ab vno puncto prouenientes per hyperbolam vnum ad pũctum reflectere. fac.9. col.2

SCHOLION I.

De vsu prædictorum, atq; vniuersè de vsu speculorum ad vstiones. fac.11. col.1

SCHOLION II.

Præstantia hyperboles in Catoptricis, ac dioptricis. fac.11. col.2

PROPOSITIO III.

Hyperbolam ex antedictis describere ad speculum hyperbolicum. fac.11 col.

SCHO-

INDEX.

SCHOLION I.

Ouum hyperbolicum vstorium. Ac primo hyperbolicam ouiformem figuram organicè, ac geometricè describere. *fac.13.col.2*

SCHOLION II.

Oui hyperbolici, & concaui sphærohyperbolici eximiæ proprietates aduſtiones. Corona, & centrum vſtoria, &c. *fac.14.*

PROPOSITIO IV,

Siue Coroll. Primæ propoſit. huius Progymn.

Lanceam, ſeu virgam conicam vſtoriam e conuexo hyperbolico longiſſimè vrētem proiicere. *fac.15.*

COROLLARIVM Paradoxicum.

Linea vſtoria magis, ac magis vrens quò remotius tendit. *fac.16.col.1*

SCHOLION.

Fac.16.col.2.

PROGYMNASMA II.

De Catoptricis parabolicis anulis, zonis, tubis, catinis, ouis. De paradoxicis vſtionibus ex ijs inſtrumentis. De paraboles aliquibus deſcriptionibus ad ſpecula vſtoria, &c. fac.17.

PROPOSITIO I.

Tubus parabolicus vſtorius. Zonæ ſpharica, & parabolica vſtoriæ. Vſtio è ſpeculo concauo ſpharico non fit in centro ſpeculi. *fac.17.*

PROPOSITIO II.

Vſtio vltra omnes catoptricas in centro ſpeculi concaui ſpharici vehementiſſima. Vis puncti vſtorij geminata è parabola. Duo pūcta vſtoria in eàdem diametro. *fac.19.col.1*

SCHOLION.

Cautio pro effectu ſecundi, atq; inferioris puncti vſtorij. *fac.20.col.2*

COROLLARIVM.

Zonæ vſtoriæ vis addita. *fac.20.col.2*

PROPOSITIO III.

Parabolæ deſcriptiones organicæ ad ſpeculum vſtorium conflandum. *fac.21.col.1*

COROLLARIVM I.

Parabolicam ouiformen figuram deſcribere organicè, ac geometricè. *fac.22.col.1*

COROLLARIVM II.

Oui parabolici eximia vſtoria proprietas. *fac.22.col.1*

SCHOLION.

In quo præcedentium parabolicarum deſcriptionum fundamenta geometrica. *fac.22.col.2*

PROPOSITIO IV,

Siue demōſtratio geometrica 3 propoſitionis.

Omnes radij ſolares paralleli, ſiue lineæ ab vna applicatarum incidentes in parabolam, & axi parallelæ, vna cum ſuis reflexis ad punctum ex comparatione &c. ſunt inter ſe æquales. *fac.23.*

CORLLARIVM I—

— *Geometricum ad praxim.* *fac.24.*

COROLLARIVM II—

— *Geometricū ad theoricen cum demonſtratione.* *fac.24.col.2*

COROLLARIVM III.

Ad Geometricam demonſtrationem de vſtione per vſitatam parabolam. *fac.25.col.1*

SCHOLION I.

Fac.25.col.2.

SCHOLION II.

Ad explicationem angulorum incidentiæ, & reflexionis, præſertim in ſectionibus conicis. *fac.26.col.1*

COROLLARIVM IV.

Conuerſa Vitellionicæ propoſitionis, &c. *fac.26.col.2*

COROLLARIVM V.

De incidentibus in conuexum parabolicum. *fac.26.col.2.*

SCHOLION III.

In quo monita ad fallacias vitandas, quæ incidere poſſent in demonſtrationem geometricam 4 noſtræ præcedentis propoſit. *fac.27.col.1*

PROPOSITIO V.

Praxim geometricam deſcribendæ paraboles à Ghetaldo traditam minus operosè, ac pauciorib⁹ lineis expedire. *fac.28.*

INDEX

PROGYMNASMA III.

De alijs deſcriptionibus paraboles ad ſpecula vſtoria. De ſuppellectili multiplici catoptrica vſtoria è conicis ſectionibus, atq; in primis de lineis vſtorijs infinitis. fac. 29.

PROPOSITIO I.
Parabolam aliter organicè, ac demonſtratiuè gemino filo deſcribere. *fac.29.*

SCHOLION.
Additio regulæ ad faciliorem praxim. *fac.30. col.2*

PROPOSITIO II,
Parabolam aliter, & geometricè deſcribere. *fac.30. col.2*

COROLLARIVM.
Mediarum proportionalium vſus pro parabole. *fac.31. col.2*

PROPOSITIO III.
Latus rectum deſcriptæ paraboles inuenire geometrico noſtro modo. *fac.32.*

COROLLARIVM.
Latus rectum parabolæ tertia eſt proportionalis, &c. *fac.32. col.2*

PROPOSITO IV.
Parabolam datæ baſis, etiam minimæ, comburentem, ſeu cogentem radios in vnum ad datam diſtantiam, etiam maximam, demonſtratiuè, geometricè, atque arithmeticè conſtruere. *fac.33. col.1*

COROLLARIVM.
Ex antedictis fabrica etiam tubi, & Zonæ parabolicæ vtilis ad datã diſtantiã. *fac.34. col.2*

PROPOSITIO V.
Catoptricam illuſtratoriam, atq; vſtoriam nouam ſuppellectilẽ indicare, præſertim ad multiplices lineas vſtorias. *fac.34. col.2*

SCHOLION.
In quo cautio circa prædictas vſtiones. *fac.39. col.1*

PROPOSITIO VI.
Etiam in ſpeculis hyperbolicis, & in ellipticis per radios à Sole parallelos fieri vnum ad punctum vſtiones. Inde commoda, animaduerſiones, nodorum ſolutiones, &c. *fac.39. col.1*

PROPOSITIO VII.
Circa Io. Baptiſtæ Portæ Catoptricam lineam, ſeu virgam cylindricam vſtoriam infinitam ſuppoſitiones, & demonſtrutiones indicatæ. *fac.40. col.1*

SCHOLION I.
Fac.41. col.2.

SCHOLION II,
Circa lineas vſtorias Portæ tã dioptricas, quam catoptricas fallaciæ. *fac.41. col.2*

PROPOSITIO VIII.
Geminas ab vno puncto catoptricas vſtorias lineas eodem tempore in contraria proïcere. *fac.42.*

SCHOLION I.
Praxi iuuandæ, ac tutandæ *fac.43. col.1*

SCHOLION II.
Ad fidem, & incrementum propoſiti Paradoxi. *fac.43. col.2*

SCHOLION III.
Dubitationes philoſophicæ de phyſico experimẽto circa lineas vſtorias Portæ; & circa vſtionem in centro ſpherici ſpeculi, &c. *fac.44. col.1*

PROPOSITIO IX.
Spectra catoptrica noua præſertim pro pictura naturali perfectiſſima &c. *fac.45. col.1*

Reliqua vide in Indice primo Tomi ſecundi.

INDEX

RERVM PRÆCIPVARVM,

QVAE IN APIARIORVM

Primo Tomo sunt.

AMICE LECTOR,

VERBORVM compendia in Indicibus, & in Apiario duodecimo. Apiar. Pralog. Prælib. Progym. Cap. Propos. Lem. Coroll. Schol. fac. col. §. Appli. In defin. In hypothes. suppositi. In præf. ad Lect. &c. sunt pro: Apiario, Prælogio, Prælibamento, Progymnasmate, Capite, Propositione, Lemmate, Corollario, Scholio, Facie, Columna, Paragrapho, Applicatione, in Definitionibus, in hypothesibus, suppositionibus, in Præfatione ad Lectorem, &c. Paragraphi, sine §, sunt pro numeris, qui intercidunt aliquando Columnas, præsertim Capitum prolixiorum. In 12 verò Apiario numeri capitales sunt Applicationum ex Apiarijs ad Euclidis Propositiones.

Vt facilius inuenias loca citata in capitibus, vel propositionibus prolixioribus, percurre notas marginales.

Loca, quæ citantur ex præfationibus ad Lectorem, non habent numeros facierum, nisi imaginarios. Igitur pro numero citato numerabis paginarum facies, vt loca citata inuenias.

A

ACidoides triangulum. Apiar. 3. Prog. 6. in definitionibus.
Acus nauticæ mira. Apiar. 1. Prælog. 2. fac. 17. col. 1.
Altitudinum inaccessarum variæ dimẽsiones. Apiar. 2. toto.
Ænigmatis Pythagorici explicatio. Apiar. 1. Prælog. 1. fac. 5. col. 2.
Aequàlia simul, & minora. apiar. 3. progym. 8. Propos. 2.
Aequalia simul, & infinitè maiora. Ib. prop. 5.
Aequilateri trianguli falcatio. apiar. 1. prælib. 3. propos. 1.
Aequilateri trianguli cẽtrum inuenire. apiar. 3. progym. 10. propos. 13.
Aequiponderare & æquidistare à mundi centro inter se differunt. ap. 4. prog. 1. prop. 4.
Aequipondij in statera quantitatem grauitatis nosse. apiar. 4. prog. 2. coroll. post propos. 3.
Aequitas habẽda circa optica scenographica. apiar. 5. prog. 1. cap 4. extremo.
Amphitheatralia paradoxa. ap. 5. prog. 2. c. 10.
Aestatis descriptio. ap. 1. prælog. 1. fac. 4 col. 1.
Aestimatiua tale iudicat obiectum, quale illi obijcitur. ap. 6. prog. 3. cap. 1.
Angelus à cælis ad terras extensus geometricè. apiar. 3. prog. 8. coroll. 1 post propos. 7.
Anguli recti quatuor implent spatium ad quolibet punctum. apiar. 1. prælib. 1. propos. 3.
Anguli datæ figuræ quot rectis æquiualeant, ap. 1. prælib. 1. schol. 2. propos. 3.
Angulus contactùs causa est paradoxorum in asymptotis rectarum ad hyperbolas. apiar. 3. prog. 2. schol. 3. ad propos. 4.
Anguli asymptotum theoriæ. apiar. 3. prog. 3. schol. 2. post prop. 9.
Angulus lunularis duplex. ap. 3. prog. 5. in defin.
Angulus Cissoides. Ibid.
Angulus cornicularis. Ibid.
Angulus pelecoides, Ibid.
Angulus sistroides. Ibid.
Angulorum variæ mixtiones, & cõparationes affectiones, paradoxa. ap. 3. prog. 5. toto.
Anguli ad verticem æquales, & inæquales. Ibid. propos. 4, 5, 6,
Angulorum contactùs mira. Ibid. propos. 3, 7, & corollar. & prop. 8, 9.
Anguli cõtactùs infiniti quolibet minimo acuto sunt minores. Ibid propos. 7. & coroll.
Anguli contactùs nullã habent proportionem cum rectilineis. Ibid. propos. 8.
Angulus trianguli acidoidis externus æqualis tribus internis. ap. 3. prog. 6. prop. 2.
Anguli tres interni trianguli acidoidis minores duobus rectis. Ibid. propos. 3.
Angulos tres internos habere æquales duobus rectis non est proprietãs triãguli secundum quòd ipsum. Ibid. schol. ad prop. 3.

Anguli ſex interni in triang. acidoide æquales quatuor rectis. Ibid. coroll. 2 poſt prop. 4.
Angulorum externorum quantitas paradoxica. Ibid. corollar. 4. poſt propoſ. 4.
Anguli tres interni triāguli acidoidis ſunt maiores duobus rectis. Ibid. propoſ. 9.
Anguli duo in triāgulo pelecoide æquales duobus rectis. Ibid. propoſ. 13.
Angulus rectilineus duobus rectis maior. Ibid. propoſ. 14.
Angulus octogoni regularis continet rectum cum dimidio. apiar. 3. prog. 7. propoſ. 6.
Angulorum quantitas & numerus in figuris patitur exceptiones à figuris cilogonijs Ibid. propoſ. 7. & 8.
Angulus eleuationis cochleæ. apiar. 4. prog. 1. ſchol 4 poſt propoſ. 11.
Angulus opticus intra oculū ap. 6 prog. 3. cap. 1.
Anguli optici realis intra oculum neceſſitas, & rationes. Ibid. & vſus, cap. 3.
Angulum opticum ſupponentia aliqua axiomata. Ibid.
Anguli optici dilatatio è miro naturę conſilio. Ibid. cap. 3.
Angulus eſt diuiſibilis, & indiuiſibilis. Ib. cap. 2.
Anguli incidentiæ, & reflexionis æquales in parab. ellip. hyperbolà, &c. & rationes geom. & phyſicæ. apiar. 7. prog. 2. coroll. 3, & ſchol. poſt prop. 4.
Apiaria, inſcriptio huius operis, cur. In præf. ad Lect. fac. 2.
Apiariorum ordo. Ibid.
Apiariorum horum Mathematicorum varij, atq; inſignes vſus. Ibid. fac. 9. 10.
Apes bellicæ. ap. 1. prælib. 1. fac 6. col. 1, & 2.
Apis Geòmetra. Ibid. fac. 7. col. 1.
Apis aſtrologa. Ibid.
Apis mechanica. Ibid.
Apollonij vindicationes. ap. 3. prog. 2. ſchol. 4 poſt propoſ. 2 & prog. 3. ſchol. 2 poſt prop 6.
Aquæ partes continuatæ affectant æquilibriū, &c. Ap. 4. prog. 1. prop. 13.
Aranea militaris. apiar. 1. prælib. 2. fac. 19. col. 1.
Arachneæ telę ars mira. Ibid.
Aranea Geometrica. Ibid.
Arachneę telę fila multimodis proportionalia. Ibid. propoſ. 1, 2, &c.
Aranea horarij genus apud Vitruuiū. Ib. ſchol. poſt propoſ. 6.
Aranęæ telas texere qd ſit moraliter. Ib. in fine.
Arcana collocutio in tenebris cum diſtāte per literas vmbroſas è diaphano illuminato, &c. apiar. 6. prog. 2. cap. 3.
Archimedes nauim ingētem facillimè mouet. apiar. 1. prælog. 1. fac. 2. col. 1.
Areæ quantitas in figuris petenda eſt ex altitudine earum, &c. apiar. 3. progym. 8. ſchol. poſt. propoſ. 7.
Aſymptoti variæ. apiar. 3, prog. 1, 2, 3, 4 totis.
Aſymptoti nō fiunt ad parabolam, & ellipſim. apiar. 3. prog. 3. ſchol. 3.
Aſymptoti plures organicè exhibitæ. apiar. 3. prog. 3. ſchol. 3. poſt prop. 9.
Aſymptoti curuarum ad curuas. apiar. 3. progym. 4. toto.
Atrij inacceſſi aream metiri è lateribus exterioribus. ap. 2. prog. 3. coroll. 4 poſt prop. 1.
Atria ita picta, vt in acceſſu ruere videantur apiar. 5. prog. 2. cap. 2.
Augmenta figuratum exatancà. ap. 1. prælib 2. popoſ. 4.
Auctiones, & imminutiones perfaciles rectilineorum. apiar. 3. prog. 10. propoſ. 10.
Auguſtana machina. apiar. 4. prog. 1. prop. 12.
Autumni deſcriptio. ap. 1. prælog 1. fac 4. col 1

B

Baculi menſorij conſtructio, & vſus apiar. 2. prog 3 propoſ 1.
Bona externa fallax menſura ſunt hominis. ap. 3. prog. 8. corollar. 3 poſt propoſ. 7.

C

Cauea hyperboliformis vſtoria. apiar. 7. prog. 1. prop. 2.
Centri grauitatis definitio, & paradoxa. apiar. 4. prog. 1. propoſ. 2.
Centra grauitatis innumera in mundi centro. apiar. 4. prog. 1. propoſ. 2.
Cilogoniæ figuræ quę? apiar. 3. prog 6. in definitionibus.
Cilogoniarum figurarum paradoxa, & anomaliæ in Geometria. Ib. prog. 7. prop. 7, 8, 9.
Cilogoniarū figurarum vſus bellici. Ibid. corollar. vltimo.
Cilindrica deformatio è ſpeculo ritè facta ap. 5. prog. 1. cap. 3.
Circinus proportionum. apiar. 3. prog. 10, in initio; & in præfatione apiar. 12.
Circuli inter ſe ſunt quemadmodum à diametris quadrata. apiar. 1. prælib 3. propoſ. 3.
Circuli quadratura theorematica inuenta eſt, non problematica. apiar. 2. prog. 3 ſchol. 2 poſt propoſ. 11.
Circulus iſoperimetrarum figurarum capaciſſima. apiar. 3. prog. 7. propoſ. 9.
Circuli maioris ſemidiameter celerius mouetur. apiar. 3. prog. 10, coroll. poſt prop 11.
Circulum deſcribere, quì alios tangat. apiar. 3. prog. 10. propoſ. 13.
Circulus obliqè ſpectatus apparet ellipſis: ſana interpretatio eius prop. ap. 5. prog 1. cap. 5. extremo.
Circulum deſcribere circa quadrilaterum. ap. 6 prog. 1. cap. 4, lem. 2.
Cochleæ conicæ, & cilindricæ inter ſe comparatæ. ap 4. prog. 1. ſchol. 3 poſt prop. 11.
Cochlearum cōcilarum vſus mirus ad aquam attollendam altiſſimè in anguſtijs loci. ap. 4. prog. 1. propoſ. 12.
Conchoidis lineæ miræ affectiones. apiar. 3. prog. 1. propoſ. 6, 7, 8.
Collectionū mathematicarum, & aliarum ſuæ ſunt laudes, in Præf. ad Lect. fac. 8, & 9.
Color albus olim index mœſtitiæ. apiar. 1. prælog. 3. fac. 27. col 1.
Commenſurabiles magnitudines in ponderibus quæ? apiar. 4. progym. 2 in hypothes.
Concaua diaphana diſgregant radios, cōuexa congregant. apiar. 6. prog. 2. cap. 1.

Concentus planetarum. apiar. 1. prælog. 3. fac. 27. col 2.
Conus eſt circulorum inæqualium aggeratio. apiar. 3. prog. 2. ſchol. 3 ad propoſ. 4.
Copernicanus terræ motus damnatus. apiar. 4. prog. 1. propoſ. 9.
Conica è ſpeculo deformatio. ap. 5. prog. 1. c. 2.
Coni definitio vniuerſalior ex Apollon. apiar. 5. prog. 1. cap. 5.
Conica ſuperficies è circuli ſectore. apiar. 5. prog. 1. cap. 6.
Conum radioſum videndi modus. apiar. 6. prog. 3. cap. 4.
Craticulatio Pictorum. ap. 5. prog. 1. cap. 4.
Crepuſculi matutini deſcriptio. apiar. 1. prælog. 3. fac. 28. col. 1.
Criſtallini humoris figura vtrinq; in oculo. ap. 6. prog. 1. cap. 7.
Cubus, & pyramis locum implent, ex Ariſt. apiar. 1. prælib. 1. ſchol. 1. propoſ. 3.
Cultellatio agri quid ſit. apiar. 2. prog. 2. ſchol. ad propoſ. 1.
Curua rectis æqualia. ap. 1. prælib. 3, & ap. 3. prog. 6. totis.
Curuilineorum quadrationes. ap. 1. prælib. 3.

D

Deformationes è ſpeculis regularibus. ap. 5. prog. 1. cap. 2.
Deformandi modus triplex. Ibid.
Deformatio imaginis per faculam. Ibid. cap. 3.
Deformatio à Sole fallax. Ibid. & cap. 6.
Deformatio imaginũ geometrica. Ibid. cap. 4.
Deformatio obliqua circulos, nõ ellipſes iacit. Ibid. cap. 5.
Deformationes imaginum, vel prototyporum per inſtrumentum ſcenographicum. Ibid. prog. 2. cap. 5, & 9.
Deformationum vſus ad arcana. Ibid. cap. 9 in fine.
Deum geometrizare quid ſit. apiar. 1. prælog. 1. fac. 4. col. 2. & fac. 5. col. 1.
Deſcriptiones Æſtatis, Autumni, Hyemis, Veris. &c. vide ſub literis A, H, V, &c.
Deſcriptiones eclipſium, vide: eclipſes Solis, & Lunæ.
Deſcriptio, atque hypothìpoſis nentium. ap. 1. prælog. 2. fac. 16. col. 2.
Deſcriptio, atque hypothìpoſis phrygiè interſuentium Ibid.
Deſcriptio, ſiue deſignatio celerrima, & facillima loci longinqui. ap. 6 prog. 2. cap. 6.
Demonſtrationes quales apud Mathematicos Philoſophos cõcretos, & abſtractos. in præf. ad Lect. fac. 11. 12.
Diaphani ſphęrici portio minor hemiſphęrio non vrit in centro. ap. 6 prog. 1. cap. 2.
Diaphanum ſphæricum valde amplificat angulum viſorium. Ibid.
Diaphani ſphęrici portio quò minor, eò maius oſtentat obiectũ oculo propiori Ibid. cap. 3.
Diaphani ſphærici paradoxa. Ibid.
Diaphani lenticularis vis ad ampliationem anguli viſorij. Ibid. cap. 6.
Diaphani ſphærici vſus pro tubulis opticis. Ib.
Diaphani ſphærici vſus pro literulis amplificandis, &c. Ibid.
Diaphani pupillaris, ſiue ſphærohyperbolici, &c. inuentio, vſus, conſtructio facillima. Ib. cap. 7. & 8.
Diaphana elliptica, & parabolica inepta viſioni. Ibid. prog. 2. cap. 4.
Diaphana elliptica, & parabolica non prorſus inutilia. Ibid. prog. 3. cap. 3.
Dies perpetua geometricè. apiar. 3. prog. 1. corollar. 2 poſt propoſ. 5.
Dimenſiones varię diſtantiarum inacceſſarum. apiar. 2. toto.
Dimenſionum fallaciæ correctæ. apiar. 2. prog. 1. ſchol. poſt propoſ. 2.
Dimenſionum geometricarum regula vniuerſalis ex Aranea. apiar. 1. prælib. 2. prop. 4.
Dimenſiones ſuperficierum. apiar. 3. prog. 8. ſchol. vltimo poſt prop. 7.
Diuiſiones rectilineorũ. ap. 3 prog. 10. coroll. 1.

E

Ellipſis fit ex obliquà ſectione non ſolum coni, ſed & cilindri. ap. 2. prog. 2, ſchol. poſt propoſ. 5.
Ellipſis variæ deſcriptiones. apiar. 3. prog. 10. prop. 13 in fine.
Erectio inuerſæ naturalis picturæ. apiar. 6. prog. 2. cap. 5, § 4, 5, 6, 7.
Euclidis problemata aliqua libri 6 ſoluta facilimè ex araneâ. apiar. 1. prælib. 2. propoſ. 3.
Eudoxus inuentor aranęæ horarij. apiar. 1. prælib. 2. ſchol. poſt prop. 6.
Eurycemi paradoxa. ap. 3. prog. 9 in principio.
Exercitum ex vno homine exhibere per varia feneſtrę foramina. apiar. 6. prog 2. cap. 6.
Extrema iuxta ſe immediatè poſita ſine medijs. apiar. 3. prog. 5. corollar. poſt prop. 9.
Eclipſis ſolaris deſcriptio. apiar. 1. prælog. 1. fac. 3. col. 2.
Eclipſis lunaris deſcriptio. apiar. 1. prælog. 3. fac. 28. col. 1.
Eclipſim Solis facile videre intra parietes. ap. 6. prog. 2. cap. 6. § 9.

F

Fauorum ſexangula figura vnde nam? apiar. 1. prælib. 1. fac. 7. col. 1.
Figurarum augmenta, imminutiones, &c. Vide augmenta, imminutiones figurarum.
Figuræ mathematicæ ſunt hominum veſtigia. apiar. 1. prælog. 1. fac. 5. col. 2.
Figuræ regularis area, & quantitas vnde dignoſcatur. apiar. 1. prælib. 1. prop. 1.
Figuræ tres, quæ ſolę ſpatium ad punctum implent. apiar. 1. prælib. 1. prop. 3.
Figuræ interciſæ ita pictæ, vt in acceſſu in fruſta concidi, in receſſu componi videantur. apiar. 5. prog. 2. cap. 2. § 7.
Figuræ ſimiles quæ nam. Ibid. cap. 4.
Figuræ denominantur, & definiuntur ab angulis internis. ap. 3. prog. 6. in ſuppoſitionibus.
Figurarum aliquarum plura latera, quàm interni anguli. Ibid. ſchol. 2. ad prop.

Figuræ altitudo vnde petenda? Ibid. prog.8. schol. post prop.7.
Focus in parabola dictum est centrum, ac rectè à Porta. apiar.7. prog.3. schol. post prop.7.
Fruges, & arbores in montibus plus terræ occupant, quam in plano. apiar. 2. prog.2. coroll.2. & in schol.

G

GLaciatio aliquando est causa tumoris. ap. 6. prog.3. cap.3.
Glossocomi machinæ Archimedeæ constructio, ac theoriç. ap.4. prog.2. prop.4, & schol.
Graue casurum, addito grauiori, &c. non cadit. apiar. 1. preg.1 prop.1.
Graue per breuissimam tendit ad centrũ. Ibid.
Grauia quo fine moueãtur. ap.4. prog.1. prop 7.
Grauia, quæ, dum descendunt, attolluntur. ap. 4. prog 1. propos.11, & schol.1, & 2.
Griẽbergeri laudes in præf. ad Lect. fac.2, & 3.

H

HAsta obliquè ad centrum mundi descendens, & obliquè ibi quiescens apiar.4. prog.1. prop.3.
Hexagonum in circulo inscribere ex 1 propos. Eucl. apiar.1. prælib.3. schol. prop.1.
Hexagoni cuspidati constructio. Ibid. prop.2.
Hexagoni regularis angulus continet duos angulos æquilateri. Ibid. prælib.1. prop.3.
Heptagoni angulus quantus. Ibid.
Hexagoni cuspidati sex anguli æquales quatuor rectis. apiar.3. prog.7 prop.5.
Hyemis descriptio. ap.1. prælog.1. fac.4. col.1.
Hyperboles diaphani præsagium è Maurolyco. apiar.2. prog.2. cap.4.
Hyperbole ad rectam asymptotos in plana superficie. ap.3. prog.2,3.
Hyperboles ad rectã asymptoti descriptiones geometricæ. Ibid. prog.3. prop. 6. & coroll. 2. & prop 7. & 9.
Hyperbolæ descriptio etiam sine vsu lateris recti. Ibid. coroll.2 post prop.6.
Hyperboles organica, & geometrica descriptiones. apiar. 6. prog. 1. cap. 7. & in coroll. & schol. apiar.7. prog.1. prop.3.
Hyperbole ad rectam asymptotos in conicà superficie. ap 3. prog.4.
Hyperbole ad hyperbolas asymptotos. apiar.3. prog.4, prop.2, & in schol & prop.3,4.
Hyperbolica linea in diaphanis refrangit radios vnum ad punctum. ap.6. prog 1 cap.7.
Hyperbolica specula conuexa, & cõcaua vsoriã. ap.7. prog. 1. prop 1, & coroll.1, & 3.
Hyperboles præstantia in catoptricis, & dioptricis. apiar.7. prog.1. schol. 2 post prop 2.
Horarium murale ex horizontali describere. apiar.5. prog.2. cap.4.

I

SAncto Ignatio vitam debet Author apiar. in præf. ad Lect. fac.12.
Iguẽ aqua excitare. ap. 6 prog.2. c. 4 extremo.
Incidentiæ angulus angulo reflexionis æqualis. ratio physica. ap.2. prog.3. prop.12.
Illuminatio per diaphana, vt procul dissita in tenebis videantur. apiar.6. prog.2. cap.3.
Imaginũ intercisarum opticæ praxes, ac theoriæ. ap.5. prog.2. cap.2.
Imagines arcanè dissipandi modus, & eas dignoscendi. Ibid. cap.3.
Imaginem prototypo simillimam scientificè delineare. Ibid. cap.4.
Imminutiones figurarum ex aranea. ap.1. prælib.2. prop.4.
Inscribere hexagonum in triãgulo æquilatero. ap.3 prog 7. coroll.2 post prop 5.
Inscribere Æquilaterum triangulum in hexagono. Ibid. coroll.3.
Inscriptiones, & inclusiones figurarum paradoxicę. ap.3. prog.9. toto.
Inscriptionis geometricæ ampliatio. Ibid. prog. 9. schol. post pop.2.
Instrumẽtum ad duas medias proportionales, &c. apiar.2. prog.3. schol. post prop.11.
Instrumentum ad describendam conchoiden. apiar 3. prog.1. prop.11.
Instrumẽti scenographici constructio, & vsus. apiar.5 prog.2, cap. 4, 5, in primis cap. 6. & cap.7, & 9.
Instrumentum ad descriptionem lineæ hyperbolicæ, ac pupillaris diaphani apiar.6. prog. 1. cap.7.
Inuentores eiusdem rei plures esse possunt. in præf. ad Lect. fac.8.
Isoperimetrarum figurarum quantitas patitur exceptiones à cilogonijs. apiar.3. prog.7. prop.9.
Iudiciaria Astronomia damnata. in præf. ad Lect. fac.4, 5.

L

LAcædemon vrbs octo stadijs maior ambitu, quàm Megalopolis, tamen areà duplo maior. ap 3 prog 8 coroll. 2 post prop.7.
Latera maiora, vel minora non arguunt figuræ maiorem, vel minorẽ aream. & è contrar. Ib.
Latitudinum inaccessarum dimensio demonstrata. ap.2. prog.3. prop.1, & in schol.
Latus rectum hyperboles inuenire. ap.3. prog 3. prop.3, 4. & coroll.1 post prop.6.
Libræ suspensæ theoria ex Arist. apiar.4. prog. 1. coroll. post prop.1.
Libra obliqua suspensa è centro gravitatis, & obliquè perstans. Ibid. prop.4.
Libræ nodus, & solutio ex Arist. Ibid. coroll. post. prop.4.
Libræ theorice ad vsum. Ibid. prog.2. prop.5. & in lemmate seq.
Lineæ definitio. ap.1. prælog.2, fac.15. col.1.
Linearum similitudines. Ibid.
Lineę ductu agnouit Apelle Protogenes. Ibid.
Linearum species multiplices. Ibidem. apiar. 5. prog.1. cap 1.
Linearũ miræ affectiones. prog.2. fac.15, col.1.
Linea directionis. Ibid. fac.15. col.2.
Linea helix in cochleà. Ibid.
Lineæ victoriæ. Ibid.
Lineæ directæ, refractæ, reflexæ Ibid.
Lineę sonorę. Ibid.

Linearum vſus in Aſtronomia. fac. 16. col. 1. 2.
Linearum horariarum ſymbola. Ibid. col. 1.
Linea diues apud Martialem quæ? Ibid. fac. 17. col. 1.
Linea formidinis Ibid. col. 2.
Lineæ diuiſio in partes æquales per cultellationem. ap. 2. prog. 2. coroll. poſt prop. 1.
Lineam quadratricem ducere. apiar. 2. prog. 3. ſchol., poſt prop. 11.
Lineæ rectæ inter ſe accedentes, & protractæ nunquã coincidẽtes. ap 3. prog. 1. prop. 1, 2, 5.
Lineæ inæquales, ac parallelæ, quæ æquales, & non parallelas iungunt. ap. 6. prog. 1. cap. 4. lemm. 1.
Linea victoria dioptrica. &c. apiar. 6. prog. 2. cap. 4. § 7.
Lineæ victoriæ catoptricę. &c. Ap. 7. prog. 3. prop. 7, 8, & earum ſchol.
Linearum victoriarum fallacię, ac difficultates. Ibid. ſchol. 2 poſt propoſ. 7. & ſchol. 3. poſt prop 8.
Longitudinum inacceſſarum dimenſiones varię ap. 2. toto.
Lunulę triangulum rectilineum æquale. ap. 1. p. cub. 3 prop. 3.
Lunulæ quadratio. Ibid.
Lunulę triangulũ mixtilineũ æquale. Ibid. prog. 6. prop. 11, & 19.
Lunulę quadrangulum mixtilineum æquale. Ibid. prog. 7. prop. 1.
Luminis ſolaris obliqua proiectio in ellipſim è Vitellione: ſana eius prop. intelligentia. ap. 5. prop. 1. cap. 5.
Luminis plurimum in eodem puncto non videtur ſatis ad viſionem. ap. 7. prog. 3. ſchol. 3 poſt prop. 8.
Luſcioſi cur minutas literas ſcribant. apiar. 6. prog. 2. cap. 2.
Luſcioſi obiecta cur admoueant, ſenes remoueant. ibid.
Luſcioſi cur acutius videant proxima. Ibid.
Luſcioſi cõtractis palpebris cur melius remota videant. Ibid. prog. 3. cap. 3.

M

Machinaria miraculorum effectrix appellata ap. 4. initio ad Lect.
Machinariæ duplex pars. Ibid.
Machina celerrimè attollens datum pondus ad datam altitudinem, breuiſſimum funem attrahendo Ibid. prog. 2 prop. 5. & prop. 7, & 9, & coroll.
Machinę admirandę variæ indicatæ. apiar. 4, in epilogo.
Magię naturalis ludus. apiar. 6. prog. 2. cap. 6 § 5, 6.
Maiora ſimul, & minora. Ibid. prop. 1.
Mathematicæ Philoſophię laudes. in præf. ad Lect fac. 5, 6, 14.
Mathematica ſcientia malè ab aliquibus abiecta in fabrilem officinam in. Ibid. fac 5.
Mathematicæ ſunt antę philoſophiæ. apiar. 1. prælib 1. ſchol. 1. prop. 3.
Mediæ proportionalis inuentio è lib. 2 Eucl. ap. 1. prælib. 3. ſchol. & coroll ad prop. 5.
Mediæ proportionalis vſus in dimenſionibus diſtantiarum, altitudinum, &c. inacceſſarum. ap. 2. prog. 2. propoſ 6. & prog. 3 in dimenſione orbis terrarũ. prop 7. & in coroll
Medias duas proportionales inuenire ope facillimi inſtrumenti. ap. 2. prog. 3, ſchol. poſt prop. 11.
Medię duę proportionales iamolim inuentę ap. 3. prog. 1. coroll. 2 poſt prop. 11.
Medię proportionalis vſus ad parabolam ap. 7. prog 3. coroll. prop. 2.
Meteòra nocturna. ap. 1 pręlog. 3. fac. 28. col. 1.
Militaris Architectura quos nõ deceat. in præf. ad Lect. fac 4.
Montium dorſa, & perpendiculares altitudines variè metiri. ap. 2. prog. 2.
Moſis virgæ vnde vis ad miracula? ap. 1. prælog. 1. fac 5. col 2.
Motum è longinquo inſenſibilem agnoſcere. ap 3 prog 6. coroll. poſt prop. 7.
Motus perpetuus circa mũdi centrum à librà, &c nullus ap 4. prog. 1. prop. 7.
Motus aliquis terræ perpetuus. Ibid. prop. 9.
Motus perpetuus aquę per machinas variè attentatus. Ibid. propoſ. 10, & 14, & ſchol. prop. 15. &c.
Motus perpetus fluuiorum, &c. Ibid. coroll. 1. poſt prop 15.

N

Noctis deſcriptio ap. 1. prælog. 3. fac. 27. col. 2.
Normę vſus ſubcontrariè, &c. ad dimenſiones. ap. 2. prog 3. prop. 2, & lemmate.

O

Obiectum ſphæricè proijcit ſuas ſpecies. ap. 6. prog 1. cap 1.
Obiecta minora apparent, quàm ſint. Ibid. prog. 2. cap. 3.
Octochordum vniuerſi. apiar. 1. prælog. 3. fac. 27. col. 2.
Octogonum deſcribere è triangulo iſoſcele rectangulo ap. 3. prog 7. coroll. 1. poſt prop. 6.
Octogonum ſuper rectà deſcribere. Ibid. coroll. 2.
Oculi anatome optica. ap 6. prog. 2. cap. 1.
Oculi humores, ac pelliculæ interiores ſunt mobiles miro naturæ conſilio. Ibid. cap. 2.
Oculi foramen opticum dilatatur, & conſtringitur, miro naturæ conſilio. Ibid. cap. 3.
Oculi glaciati retina cur obiectum inuerſum excipiat Ibid. cap 3.
Orbis terræ dimenſiones. ap. 2. prog 3 prop 7, & ſchol. 1, & 2.
Ordinatim ad axem applicatę in parabola ſunt mediæ proportionales inter latus rectum, &c. ap. 7 prog. 3. prop. 4.
Ouiformes figuras varias deſcribere. apiar. 2. prog. 3. ſchol. 3 poſt prop. 11. ap. 3. prog. 10. prop. 13. ap. 7. prog. 1. prop. 3 in ſchol. 1. & 2.
Ouiformis figura parabolica geometrica, & organica. apiar. 7. progym. 2 propoſ. 3. in coroll. 1, & 2.

P

PArabolæ deſcriptiones geometricæ, atque organicæ. ap. 7. prog. 2. prop. 3. & in ſchol. & prop. 4. & coroll. 1. & prop. 5. & prog. 3. prop. 1. & 2, & 4.
Parallelogrammorum iſoperimetrorum. &c. maiora ſunt quæ magis accedunt ad rectangula. ap. 3. prog. 8. prop 4.
Parallelogramma etiam pluſquam quadrilatera. Ibid. ſchol. poſt prop 4.
Parallelogramma inter eaſdem parallelas, &c. quanto magis recedunt à rectāgulis ſemper ſunt maiora ambitu, licet ſemper arcā ęqualia. Ibid. prop 7.
Peripheriæ circuli linea recta æqualis quæ? ap. 2. prog. 3. ſchol 2. poſt prop. 11.
Pelecoides fig. ap. 3. prog. 6, in definitionibus.
Pentagoni cuſpidati quinque anguli æquales duobus rectis pluribus modis demōſtrātur. Ibid prog 7. prop. 3.
Pentagoni angulus quantus. apiar. 1. prælib. 1. propoſ. 3.
Perſpicuitas eximia in hiſce apiarijs. In præf. ad Lect. fac. 11.
Perſpicilla ſunt artis pupilla. ap 6. prog. 1. cap. 7.
Perſpicilla quomodo corrigant naturæ defectum. Ibid. prog. 2. cap. 1.
Perſpicillorum hyperboliformium vſus. Ibid.
Philippus Rex eluſus breuitate ſcalarum Melitæorum vrbem non obtinuit. ap. 1. prælog. 3. fac. 29. col. 2.
Picturæ angulatæ. ap. 5. prog. 2. cap. 2.
Picturæ fontes apud Eucl. Ibid. cap. 5.
Picturam exorceri ab ignaro picturæ. Ibid.
Picturam naturalem arcanam exhibere. ap. 6. prog. 2. cap. 5.
Picturā perfectiſſimè ſtatim exercere. Ib. cap. 6
Picturæ naturalis vtilitates. Ibid. cap. 6.
Pictura mira, & nouo inuento expreſſa per diaphanum. &c. ap. 7. prog. 3. prop. 9.
Pythagoras 100 boues imolauit Muſis, inuentà prop. quæ eſt 47. in lib. 1. Eucl. ap. 1. prælog. 3. fac. 29. col. 1.
Pyramidis opticæ ſectio quædam eſt recta pictura. ap. 5. prog. 2. cap. 4. & ap. 6. prog. 3. cap. 2. §. 4.
Polygonorum ſimilium, &c. latera proportionaliter ſecta, & ſecantia, &c. ap. 1. prælib. 2. prop. 5.
Pondus datum datà potentià mouere. apiar. 4. prog. 2. coroll. 1. & 2. poſt prop. 2.
Pondus ad pondus, vt diſtantia ad diſtantiam reciprocè. Ibid. in Hypotes. & lemm. poſt prop. 3.
Pontium circa terram per ſe in aere conſiſtentium vera ratio. ap. 4. prog. 1. prop. 5.
Portus capacitatem metiri è 47. pri. ap. 2. prog. 1. prop. 5.
Profunditatum inacceſſarum varię dimenſiones. ap. 2. toto.
Proiectio orthographica non rectè videtur ſcenographicè. ap. 5. prog. 1. cap. 6.
Propinquiora cur maiora videantur. apiar. 3. prog. 6. corollar. poſt prop. 7.
Propinquiora nō maiora, immo minora longinquis. parad. apiar. 5. progym. 2. cap. 10 prop. 1, & 3.
Proportionalium figurarum inuētio ex prop. 22. lib. 6. Euclidis ap. 3, prog. 10. in initio.
Proportionalium linearum inuentiones perfaciles ex 35, & 36. prop. lib 3 Eucl. apiar. 3. prog. 10, prop 1, 2, 3, 4, 5; corollar. & ſchol. Mediæ, tertiæ, quartæ, duas extremas, &c. proport. inuent. Ibid.
Proportionalium rectilineorum inuentiones perfaciles, medij, tertij, quarti. &c. Ibid. prop 7, 8 9.
Proportio figuræ pingendę ad prototypū qualiter habeatur. ap. 5. prog. 2. cap. 5.
Prototypi longe poſiti magnitudinem ſcire ex pictura. ap 5. prog. 2. cap. 5.
Punctum vniuerſi fulcrum eſt. ap. 1. prælog. 1. fac. 3. col. 1.
Punctorum ſympathia, & amor. Ibid.
Punctum quomodo partes non habeat. Ibid. fac. 4. col. 2.
Punctum Dei ſymbolum. Ibid.
Puncta pro notis arithmeticis Ibid. fac 5. col. 1.
Pupillæ conglobatioris homines cur breuiore ſint viſu, & è contra. ap. 6. prog. 2. cap. 1.
Pupillæ facies anterior ſphæræ maioris eſt portio, & cur? Ibid. cap. 2.

Q

QVadrationes variorum curuilineorū. ap. 1. prælib. 3. toto, præſertim. prop. 6.
Quadrationes figurarum difficiliorum, quàm ſit circulus. Ibid. & in ſchol. 2. extremo.
Quadratum ex totà rectà quadruplum eſt quadrati ex dimidia. ap. 3. prog. 3. prop. 5.
Quantitas in infinitum diuiſibilis. ap. 4. prog, 2. in Hypotheſibus.
Quintidecagoni inſcribendi compendium è 1. prop. Eucl. ap. 1. prælib. 3.

R

RAdiorum decuſſatio non fit intra diaphanum. ap. 6 prog. 1. cap. 2. & prog 3. cap. 3. in 2. coroll. verſus finem.
Radiorum parallelorum proiectio per diaphanum hyperboliformē. Ibid. prog. 2. cap. 3.
Radij etiam obliqui, licet longiores parallelis, vſtorij ſunt theoricè, nō practicè. ap 7. prog. 3. ſchol. 3. poſt prop. 8.
Rectæ aſymptoti ad hyperbolen deſcriptio geometrica. ap. 3. prog. 3. propoſ. 5. & 8.
Reflexiones miræ, ac paradoxicæ à ſpeculis hyperbolicis concauis, & conuexis. ap. 7. prog. 1 præſertim coroll. 4 poſt prop. 1.
Reflexio radiorum ſemper fit ad axem ſpeculi. Ibid. prog. 3. propoſ 6.
Reflexiones fiunt altiores in hyperbola, quàm in parabola eiuſdem coni. Ib.
Reformationum in viſione imaginum deformatarum regula vniuerſalis. ap. 5. prog. 2. cap. 1.
Reformationes deformatarum imaginum per

instrumentum scenographicum. Ibid. Prog. 2. cap. 5, & 9.
Refractio ad perpendicularem in medio densiore. Ap. 6. prog. 1. cap. 1.
Refractio à perpendiculari in medio rariore. Ibid.
Refractio excolorat obiecta Ibid.
Refractio species admouet. &c. Ibid.
Refractio Radiorum egredientium è spherico diaphano eò maior, quo radij sunt remotiores à diametro Ibid cap. 7.
Religioni accepta refert sua studia Author Apiar. in præf. ad Lect. fac. 12.
Remotiora melius videri, quam propinquiora. paradox. Ap. 5. prog. 2. cap. 10. propos. 2.
Remotiora videri maiora propinquis. parad. Ap. 6. prog. 1. cap. 2.
Retina in visione fit parallela obiecto. Ibid. Progym. 3. cap. 2.

S

Scenographice quænam sit species Optices. Apiar. 5. Prog. 1. cap 1.
Sectiones proportionales rectarum in circulis vel concentricis, vel intus se contingentibus Ap. 1. prælib. 2. propos. 6.
Sectiones communes factæ à tertio plano in planis parallelis sunt parallelæ Ap. 3. Prog 4. schol. 3. ad propos. 1.
Senecæ obiectiones in scientias Mathematicas reiectæ. in præf. ad Lect. fac. 13, 14.
Senum visus hebetior à figura pupillæ. Ap. 6. Prog 2. cap. 1.
Sensatio sicut symphonia. Arist. Ap. 6. prog. 3. cap. 2.
Sexãgula figura regularis sola spatium implentium circa idem punctum capacissima est. Ap 1. præl. 1. fac. 7. col. 2.
Solis magnitudinem facillimè coniectari. ap 5. prog 1. cap. 6.
Solidi pelecoidis in cubum mutatio. Ap. 1. prælib. 3. prop. 7.
Species rerum innumeræ in eodem puncto aëris. Apiar. 1. prælog 1. fac. 3. col. 1.
Speculi visus ad distantias, & altitudines inaccessas dimetiendas. Ap. 2. prog 3. schol. 5. post Prop. 11, & propos. 12.
Speculorum species septem. &c. Ap. 5. prog. 1. cap. 1.
Speculorum regularium compendium. Ibid.
Speculorum variorum varia spectra. Ibid. cap. 2.
Specula conuexa è minoribus circulis magis contrahunt, ac magis deformant imaginem Ibid. cap. 3.
Speculi plani visus ad deformationes organicas, & geometricas, & ad reformationes imaginum, &c. Ap. 5. Prog. 2 cap 1.
Speculi concaui additio ad diaphanum lenticulare non efficit radios parallelos. apiar. 6. prog. 2. cap. 3.
Speculo etiam conuexo radios, & projecta ad vnum aggregare. ap. 7. prog. 1. prop. 1. & schol. 2. & coroll. 1.
Speculis etiam planis cogere radios ad vnum. Ibid. coroll. 2.
Spectra varia curiosa catoptrica. Ap. 7. Prog. 3. prop 9.
Sphæræ in plani horizontalis vnico puncto conquiescentis, in circulari caruitate vbiq; cõsistentis vera ratio. Ap. 4 Prog 1. Prop 6.
Spirales circa cochleam plures. Ibid. schol. 3. post Prop. 11.
Statera orbem terrarum mouere. Ap 4. Prog. 2. Propos. 2.
Stateræ theorice ad vsum. Ibid. Prop. 3. & lem. seq.
Stereometriæ problemata exercere sine inuentione duarum mediarum proportionalium. Ap. 1. prælib 3. schol. 1. post prop. 7.
Stylus Philosophicus negligens cultus. &c. In Præf ad Lect. fac. 4.
Superficies septem regulares apud opticos. Ap. 5. Prog. 1. cap. 1.
Subcontraria sectio coni scaleni. &c. Ap. 5. Prog. 1. cap 5.
Subcõtrariè conum secare, vel norma vti quid sit. Ap. 2. Prog. 3 lem. ante Propos. 2.

T.

Tabula ludi genus. &c. eius allegoria, & tropologia. Ap. 1 Prælog. 1. fac. 4. col. 1, & 2.
Thales distantiam nauigiorum à littore metiebatur è 26. prop. lib. 1. Eucl. Ap. 2. Progym. 1. ante prop 1.
Tangentis exactissima constructio pro terræ dimensione. ap. 2. prog. 3. Schol. 2. post propos. 7.
Terra puncti est instar. apiar. 1 prælog 1. fac. 2. col. 2.
Terræ superficies, & soliditas quantę. apiar. 2. prog. 3. prop. 8.
Tertiæ proportionalis vsus pro parab. Ap. 7. prog. 3. coroll. prop. 3.
Texentium descriptio, atq; hypothipoſis. ap. 1. Prælog. 2. fac. 16. col. 2.
Typis non temere omnia, & statim committenda. in præf. ad Lec. fac 13.
Topographia naturalis facillima. ap. 6. prog. 2. cap. 6.
Trianguli æquilateri inscriptio in circulo ex 1 prop. Eucl. Ap. 1. præl. 1. prop. 1. in schol.
Trianguli æquilateri angulus continet duas recti tertias Ibid. propos. 3.
Triangula in radios permutare. ap. 1. prælib. 3. propos. 4.
Triangulorum paradoxa. ap. 3. prog. 6. toto.
Triãgulum quadrilaterũ. ap 3. prog. 6. prop. 1.
Trochlearum communium theorice. apiar. 4. prog. 2. coroll. 2. post prop. 6.
Trochlearum vis in loco Arist. obscuro explicata. Ibid. coroll. 3. post prop. 6.
Trochlearum variè vsurpatarũ vires, ac theorice. Ibid. coroll. 1. post prop 7.
Trochlearum vis, & mira celeritas qua arte augeatur. Ibid. prop. 7, & coroll
Tubolpicilli theorice. ap 6. prog. 2. cap. 2.
Tubolpicillo cur proxima non videantur, & remedium vt videantur. Ibid.

Tubospicilli noua constructio cum vnico vitro hyperboliformi. Ibid.
Tubulorum opticorum minimorũ theorice. Ibid. prog. 1. cap. 5. ac propriè cap. 6.

V

VEctium tria genera. ap. 4. prog. 2. in hypothes.
Vectis vis infinita Ibid. coroll. 2. post propos. 2.
Vectis in auium volatu, & gressilium incessu. Ibid coroll. 2. post prop 4.
Vectis primi generis inutilis ad pondus immi nuendum, & ad potentiam augendam. Ibid. prop. 6.
Vectium trium generum vires theoricè explicatæ. Ibid. coroll. 1. post prop. 7.
Veris descriptio, ap. 1. prælog. 1. fac. 3. col. 2.
Vestalium scapha vstoria. apiar. 1. prælog. 1. fac. 3. col. 2.
Virgilij locus è philosophia machinaria explicatus. ap. 4. prog. 1. coroll. post prop. 9.
Visionis varij modi, quibus deformatæ imagines videntur reformatæ. ap. 5. prog. 1. cap. 7.
Visio fit in puncto, vbi concurrunt radius visualis, & perpendicularis ab obiecto. apiar. 6. prog. 1. cap. 1.
Visionis problemata aliqua geometricè, ac aliter, quam ab Aristotele soluta. Ibid. Prog. 2. cap. 2.
Visio fit per intromissionem. Ib. cap. 6. nu. 10.
Visionis intra oculum arcana geometrica. Ibi. prog. 3. cap. 1, 2, 3.
Visio fit in retina. Ib. prog. 3. cap. 1.
Visionis intra oculum orthographia. Ib.
Visio sub angulo potius, quam in angulo. Ibid. cap. 2.
Visionis comparatio fallax cum pictura per foramen, & lentem. Ibid.
Visionis distinctæ ad propinqua, & ad remota ratio. Ibid.
Visionis rectæ intra oculum demõstratio geometrica. Ibid.
Visio recta fit per similia triangula. Ibid.
Visio fallax sine dilatatione anguli optici. Ibid. cap. 3. fac. 48. col. 2.
Visio non inuersa per diaphana, cur? Ibid. coroll. 3.
Vitæ linea, & paradoxa de ea, & moralia. ap. 1. Præf. 2. fac. 17. col. 1. & 2.
Vmbrarum ope mænia metiri. Ap. 1. Prælog. 3. fac. 28, & 29. col. 2. & 1.
Vmbrarum ope scalarum longitudinum inuenire ad mœnia, &c. Ibid.
Vmbræ gnomonum docent loca, & ordines Solis, ac Lunæ. Ibid. fac. 30. col. 1.
Vmbrarum moralia Ib. fac. 30. col. 2.
Vmbræ terræ dimensio. Ap. 2. Prog. 2. coroll. 3. post prop. 8.
Vrbes in montibus minores, quàm videtur. ap. 2. prog. 2. coroll. post prop. 5.
Vrendi vim habet tantum sexta pars sphærici concaui speculi. ap. 6 prog. 2. cap. 4. & ap. 7. Prog. 2. schol. post prop. 2.
Vstio vehementissima è diaphano hyperboliformi. Ibid. §. 6.
Vstiones per reflexiones non solum à sole, sed etiam ab igne. ap. 7. prog. 1. schol. 1. post propos. 2.
Vstoria lancea. Ibid. prop. 4.
Vstorius tubus parabolicus. Ib. prog. 2. prop. 1.
Vstorius anulus, siue zona. Ibid.
Vstio catoptrica vehemẽtissima in cẽtro sphęrici. Ibid.
Vstio paradoxica è sphærico speculo. Ib.
Vstoria puncta geminata, &c. Ib.
Vstio à Sole vehementior per radios parallelos, ac perpendiculares. Ib.
Vstio è concauo sphęrico speculo ad quartam diametri partem. Ibid.
Vstio à parabola fit ad punctum axis distans à parabolæ vertice per quartam partem lateris recti. ap. 7. prog. 3. prop. 4.
Vstoria supellex varia. Ibid. prop. 5.
Vstiones à radijs parallelis etiam ex hyperbolicis, & ellipticis concauis, &c. Ib. prop. 6.
Vstoria linea catoptrica etiam gemina simul. Ib. prop. 7 & 8.
Vstio in centro speculi sphærici theoricè infallibilis, non practicè. Ib. schol. 3. post prop. 8.

FINIS.

REGISTRVM.

a, b, b 2, b 3, c, c 2, d, d 2, e, e 2, f, f 2, g, g 2.
Ap. 1. A, A 2, B, B 2, C, C 2, D, D 2, E, E 2,
Ap. 2. F, F 2, G, G 2, H, H 2, I, I 2, K, K 2, L, L 2, M,
Ap. 3. N, N 2, O, O 2, P, P 2, Q, Q 2, R, R 2, S, S 2, T, T 2, V, V 2, X, X 2, Y, Y 2, Z, Z 2, ✣ ✣ 2, ✣✣, ✣✣ 2, ✣✣✣.
Ap. 4. Aa, Aa 2, Bb, Bb 2, Cc, Cc 2, Dd, Dd 2, Ee, Ee 2, Ff.
Ap. 5. Gg, Gg 2, Hh, Hh 2, Ii, Ii 2, Kk, Kk 2, Ll, Ll 2, Mm, Mm 2, Nn, Nn 2, Oo,
Ap. 6. Pp, Pp 2, Qq, Qq 2, Rr, Rr 2, Ss, Ss 2, Tt, Tt 2, Vu, Vu 2, Xx.
Ap. 7. Yy, Yy 2, Zz, Zz 2, Aaa, Aaa 2, Bbb, Bbb 2, Ccc, Ccc 2, Ddd, Ddd 2, Eee, Eee 2.

LIBRARII, antequam Tomum tondeant, replicanto pag. 1, & 4, in quibus incisa sunt Apiaria ante inscriptionem, & effigies ante dedicatoriam.

APIARIVM

PRIMVM

PROLVSORIVM.

IN QVO

PRÆLOGIA.

ET

PRÆLIBAMENTA.

PVNCTVM.

PRÆLOGIVM I.

Ad Euclidis elementorum geometricorum definitionem primam Libri Primi.

Punctum eſt, cuius pars nulla eſt.

Horat. in poetica.

Amphora cæpit
Inſtitui, currente rotâ cur vrceus exit?

Moralem agebas Philoſophũ, cur nunc emicas Mathematicus? Quia, ò mi quicunq; hoc miraris, in manu omnipotentis figuli ſumus, qui nos homines, vaſa rationalia, orbe recens condito, è limo terræ olim formauit; & nunc in dies modo in hanc, modo in illam formam fingit, ac pro libito refingit. Cuius velle eſt efficere: cui parére eſt omnia poſſe.

Omnia poſſumus in Dei iuſſu.

Quemadmodum, cùm olim Archimedes nauim trinis inſtructam velis fabricaſſet, quam omnes vnà Syracuſij protrahere nequibant, & Hieron Archimedis præceptoris iuſſu ſolus eam facillimè ſubduxiſſet, fertur Hieron inopinato ſtupefactus euentu pronuntiaſſe: *Profecto ab hac die de quocunq; dixerit Archimedes, illi credendum eſt*; ita & ego pronuntio: *Quidquid iuſſerint qui apud me Dei vices obtinent, parendum eſt.*

Hoc exemplo parendũ.

De Iuſtitia ſuperioribus annis diſceptabam. Nunc Iuſtitiæ lances ad mechanicæ ſcietiæ quæſtiones, & examen, ad grauitatis centra, & momenta expendere iubeor? expendantur. de Prudentiæ officijs præcipiebam. nunc Prudẽtiæ ſpeculum mihi offerunt, vt in eo Mathematicæ Perſpectiuæ prodam miracula? prodantur. Videbor mihi poſthac Iuſtitiam per Prudentiæ ὄργανον contemplari, dum interdum in Aſtronomicis Aſtræam tuboſpicillo ſuſpiciam.

Et in moralibus nõ deeſt locus mathematico.

A morali ad mathematicam Philoſophiam perleuis, immo nulla, eſt immutatio. Moralis Philoſophus, cuius præceptis, ac legibus terrarũ orbis regitur vniuerſus, legalis iuſtitiæ (quæ virtus vniuerſa eſt) virgam dexterà, læuà terræ globum pro ſuo iure fac gerat: en ipſiſſimam Mathematici ſpeciem effinxeris. At merito ſoli Mathematicæ virga quaſi ſceptrum humanarum ſcientiarum reginæ conceditur, cui reliquæ omnes euidentiæ firmitate concedunt.

Mathematico philoſopho moralis non admodũ eſt abſimilis.

Cur virga ſoli mathematicæ cõcedatur.

Eius Virgæ Mathematicæ vſus nunc aliquis immerito mihi delatus Moſaicæ virgæ miracula in animum reuocat, dum ipſam hanc, atq; alias olim ſtudiorum meorũ metamorphoſes mecum ipſe recenſeo. Moſes.n. ab ouium tutelà præſenti Numinis euocatus imperio, ac iuſſus, quam gerebat, paſtoralem virgam in terram abijcere, repente flexuoſum in anguem ceſſiſſe vidit, ac perhorruit. Mox trepidà paſtoris manu ſerpẽs è terrà ſublatus rurſus in virgam eſt reformatus, quà Moſes ex omnium elementorum quaſi coniuratione horrenda euocauit prodigia, & attonito pauore vniuerſam concuſſit Ægyptum. Ego pariter ſylueſtre pedum, quo latinos olim inter paſtores ludebam, & quod in moralis philoſophiæ, ſeu prudentiæ orbem, quaſi ſinuoſum in anguem inflexeram, video nunc iterum in virgam refingi, qua iucundiſſima mathematici theatri ſpectacula, & mira cœlo, terriſq; portenta indicentur.

Moſaicæ virgę metamorphoſes aptiſſima ſtudiorũ meorum dãt ſymbola.

Horum illud primum Euclides nunc proponit, quod eſt in Mathematicæ Virgæ faſtigio, nempe punctum. *Cuius* etſi *nulla pars eſt*, vniuerſi tamen naturæ orbis nulla eſt pars, in qua punctum miriſſima oſtenta non exerceat, & maxima interdum hominum generi beneficia non proferat.

Virgę mathematicæ apex punctum, de quo hìc nũc.

Telluris, & aquarum globum aſpicis? centrum eſt vniuerſi, & puncti habet inſtar præ immensa conditæ naturæ vniuerſitate. *Punctum eſt* (aiunt Seneca, & Plinius maior) *punctum eſt, ò mortales, in quo nauigatis, in quo bellatis, in quo regna diſponitis. Hæc eſt materia gloriæ veſtræ, hæc ſedes: hìc honores geritis, hìc opes cupitis, hìc ad menſuram auaritiæ fines veſtros profertis, vt quam tandem huius puncti portionem defuncti obtineatis? Punctum eſt, in quo tumultuatur humanum genus? punctum eſt, quod inter tot gentes ferro, & igni diuiditur? O quam ridiculi ſunt mortalium termini!*

Puncti miracula —

— In terris, & mari.

Nota hæc ad rerum mortalium cõtemptum.

Sed quam mirum eſt, Auditores ſapientiſſimi, punctum hoc ponderoſiſſimum nullo fulcro ſuffultum in aëre librari? Ratio tanti prodigij à puncto eſt. dum.n. terræ partes ad imum punctum, quod rerum verè centrum eſt, vndiq; coniurato pondere connituntur, tellus ipſa

— In cẽtro terræ.

Cur terra in aëre pẽdula.

Ponderibus librata ſuis immobilis hæret.

Iobi 26. *Appendit, ſiue ſuſpendit Deus terram ſuper nihilum.* quaſi dixerit, ſuper punctum, & centrum mathematicum, cuius pars nulla eſt, quam

dixe-

dixeris: punctum mathematicum orbis vniuerſi eſt baſis, & firmamentum.

Pons in aëre pẽdulus abſque fulcris.

Eadem ab eodem mũdi puncto ratio eſt cur, ſi vis aliqua, licet humanà maior, lateritium pontem ædificaret, qui vniuerſam terræ molem ambiret, pons ille ingens in aëre ſine fulcris vndique pendulo orbe conſiſteret, nec vllam in partem corrueret. Puncto debent & turres aliquæ (qualis quam in meà patrià Gariſendam appellant) mirà arte ita extructæ, vt iam tot ſæculis inclinatæ caſum, ac ruinam minitantes, tamen erectà mole adhuc perſtent; & ludiones pariter, qui per extentos funes modo gradiuntur, modo volitant. Dum .n. grauitatis punctum, & centrum, aut extra baſim, aut extra pedes, aut extra funem in lineà directionis ſe ſe nõ efferat, etiam inclinata, & lapſura non cadent.

In centro grauitatis.

Turres inclinatæ, & funãbulones cur non cadant.

Amant prẽterea inter ſe puncta, quis credat? Non ne vides graue quodlibet quanto cum niſu puncti, ſeu centri grauitatis, quaſi quodam cordis affectu, ad ſibi aſſimile mundi centrum abripiatur? Quos nutus, quas motuum ambages peragat, ſi quando impediatur? fac ad medium vſq;, imumq; terreni orbis punctum altiſſimus aliquis pateat meatus, nunquam à rapido deſcenſu graue cõquieſcet, donec centro centrum, puncto punctum, quaſi amico in oſculo adhæreſcat. Deniq; circa grauitatis hoc punctum, & cẽtrum mechanicarum omnium ſcientiarum præcipuus labor, & admirandæ illæ moles agitãtur.

Punctorum ſympathia, & amor.

Punctorum miracula — In aere.

Iam vero quid aërea, vt ſic dicam, quid ignea puncta commemorem? Tàm blanda, & multiplex colorum venuſtas, tam variæ rerum ad noſtros aſpectus vndequaq; accidentium formæ, ac ſpecies, tam vaſtæ montium celſitudines, tam immenſæ camporum, ac marium planities, tãta ſonorum, ac vocum harmonicè congruentium modulata varietas, in pũcto ab oculis, ab auribus accipiuntur, ab animo ſummà cum animi voluptate percipiuntur. Quis, niſi Philoſophus, facile credat ſenſiles rerum viſendarũ ſpecies in huius aëris, quem ſpiramus, indiuiduo quolibet puncto multiformes, innumeras, perſpicuas, inter ſe diſcretas cõtineri? In quolibet aëris puncto eſt vide infinita rerũ cohors in oculos influat. Quid multa? In pupillæ puncto Perſpectiuæ ſcientiæ ſtructura omnis ſua locauit fundamenta.

Puncta ignea, & vſtoria. Vide ad hæc Vitellion. præſertim lib. 9. & 10.

Ignea ne etiam puncta dixiſti? immo vero & vſtoria. Teſtes Archimedes, & Apollonius, quorum vterq;, vt fama eſt, ſolarium radiorum à ſpeculis reflexione, & vnum ad punctum conſpiratione hoſtiles triremes in aquis concremarunt, & pũcti ope inermes de armatis triumpharunt. Teſtes criſtállina ea vitra, quæ phœbeæ lampadi obiecta, in puncto radiorum poſt refractionem coeuntium ſtatim, appoſito fomite, flammam excitant. Pari fortaſſis arte Veſtales olim inſtrumẽto quodam, quod ſcapham appellabant, in modum rectanguli turbinis excauato æternum illũ ignem è cœlo purum, ac ſyncerum detrahebant. Vrunt ergo lucida ea puncta, quaſi minuta quædam, atq; impartibilia fulmina è cœlo per artem euocata.

Scapha vitreum, atq; vſtorium Veſtaliũ inſtrumentum.

Puncti miracula, & vires in cœlo.

Quid vero eadem in cœlo puncta? plane vniuerſa per vniuerſum ſubinde concient, permutant, ac permiſcent. Quæ prodigia ſingillatim hìc enumerare non eius eſt breuitatis, quam mihi ad præfandum propoſui. Tantum non nihil è multis libemus. Duo cœleſtibus illis in orbibus (vt polos, & alia notiora præteream) puncta maligne latitant, quæ veris vocibus *caput, & caudam draconis* veteres appellarunt Aſtronomi. Eorum alterutrum vbi Luna menſtruis circumacta meatibus attigerit, & rectà Soli vel oppoſita, vel ſuppoſita obſtiterit, ſtatim attonitæ, ac trepidæ gentes ſuſpiciunt

Defectus Lunæ varios, Soliſq; labores, Virg.

cum repente vel noctu Luna, vel diu Sol ecliptici *draconis* viroſo quaſi morſu fauciati, erepta luce, morituri expalluerunt.

Sed hic tantiſper, miſſâ vſitata oratione, inſtinctu ſacro elata mens altum ſpiret, nec vulgari, ſed poëtico, quo decet, ore canat cœleſtia.

Solis eclypſis.

— *Quid hoc? medium diem*
Cinxère tenèbræ. Phœbus obſcuro meat
Sine nube vultu. quis diem retrò fugat,
Agitq; in ortus? vnde nox atrum caput
Ignota profert? vnde tot ſtellæ polum
Implent diurnæ? Sen. Herc. fur.

Miraris, ò neſcio quis apud Senecam? Sol à puncto pauliſper laborat.

Eclypſis Lunæ.

— *Quæ linea Phœben*
Damnat, & excluſo pallẽtem fratre relinquit? Manil.
Atq; èadem toto ſolem cum redderet orbe,
Heu quia nã ſubità perculſa expalluit vmbra? Lucan.

Horretis, hæretis, ò muſæ? Hæret, ac horret etiam ipſa Luna ſub puncto. Geminũ illud aſtrorum decus Draconis nunc capite, nunc caudà ſæuè punguntur, & nimium graues punctorum vires etiam in cœlis experiuntur.

Cardinalia puncta in Zodiaco.

Cardinalia verò, quæ vocant, quatuor puncta in Zodiaco quis Aſtronomicis theorematis vel leuiter imbutus non audijt? ea ſunt vnde annuas temporum vices prouidum Phœbi lumen ad nos reuehit. Primum *Arietis* punctum adijt? ecce tibi Zephyrorum pennis inuectum Ver adeſt,

Punctum Veris.

Quaq; volat vernus ſequitur color: omnis in herbas
Turget humus, medioq; patent conuexa ſereno.
Sanguineo ſplendore roſas, vacinia nigro
Induit, & dulci violas ferrugine pingit.
Auia tunc reſonant auibus virgulta canoris: Claudian.
Vitis agit gemmas: crinitur frondibus arbos:
Frumenta in viridi ſtipula lactentia turgent. Virg. &c.

Quæ anni ſpecies, qui nitor orbis, quæ naturæ

delitiæ mortalibus è puncto referantur!

Punctũ æstatis.

Tertio post mense primos *Cancri* limites Sol idem vix attigit,

Catull. Sen.

Cum grauis exustos æstus hiulcat agros.
Deseruit amnes humor, atq; herbas color.

Tum cœlestis exoritur *Canicula*,

Manil.

Quà subdente facem terris, radiosq; mouẽte,
Dimicat in cineres orbis; fatumq; supremum
Sortitur, languetq; suis Neptunus in vndis,
Et viridis nemori sãguis decedit, & herbis. &c.

Punctum Autumni.

Cum vero Phœbi currus ad tertium Zodiaci punctum euenit, vbi æqua lance lucem, ac tenebras *Astræa* librat, illico

Horat.

— decorum mitibus pomis caput
Autumnus aruis extulit.

Manil.

Et Liber grauida descendit plenus ab vlmo.
Pinguiaq; impressis despumãt musta racemis,

En quam largas opes à puncto natura fundit!

Punctum hyemis.

Post hæc

Virg.

Sæuit hyems: glacie cursus frænantur aquarũ.
Horrida tẽpestas Aquilonibus asperat vndas.

Vnde rerum ille torpor, & tristis inertia? non ne ab eo tempore, ac puncto, quod primum Phœbus insedit in *Capricorno?*

Naturæ sic puncta vices, & tempora mutant.

Puncta temporum.

Tempora inquam, (quæ cœlestium rotationum numerus quidam sunt,) momentis, seu pũctis præterfluentia, nosq; vnà serie tacitè ad mortem euehentia. Punctis viuimus, ac momentis, quæ dum adsunt auolant. in vitâ punctim à tempore ferimur, & furtim ad mortem ferimur.

Nota hæc, ne te fallat tempus.

Quod si quando grauioribus lassata curis mẽs mortalium seria ludis demutet, ac lusoriæ tabulæ vnà cum talis deposcantur, tunc etiam punctis vita, & curæ falluntur: tum crebro talorum iactu ludicræ per inscripta puncta sortes obueniunt fortium earum indices, quas Deus è cœlis in hominum quemq; demittit: vt apositè regius vates vero Numini accinuerit: *in manibus tuis sortes meæ*, seu *tempora mea*, vt alij verterunt: quibus nempe sortibus *in orbe terrarum* diuina *ludit* prouidentia.

Puncta lusoria in talis.

Cæterum vt in punctis etiam lusorijs agamus seria, nec à cœlestibus, vbi punctorum vires mirabamur, repente, ac furtim delapsi videamur, age nunc tantisper huc in eruditorum gratiam apponamus, seu potius παραφρασικῶς exponamus quæ Suidas habet verbo: ταβλὰ, vulgo nunc: *il tauoliero*, ludus olim apud antiquos maioris, quàm nunc apud nos eruditionis. Quã sic euoluo: *Tabula ludi nomen à Palamede ad exercitus Græci delectationem, non sine multâ philosophia inuenti. nam tabula ipsa terrestris hic mundus est. duodenarius vero numerus punctorũ in tesseris, siue talis, Zodiaci signa notat. septem grana, seu tali, septem stellæ sunt planetarum. Turricula vero, per quam tali demittebantur in tabulam, cæli altitudinem refert, ex qua multa bona, & mala omnibus rependuntur.* Hactenus Suidas. Ergo, vt Martialis cecinit.

Eorum tropologia.

Tabulæ ludi astronomica, & moralis allegoria.

quæ — bisseno numeratur tessera puncto

incertas sortes innuebat, quas prisca rebatur superstitio ab astris Zodiaci, atq; à Planetis in homines impluere. Fata punctis affingebant ethnici: at nos verè, ac serio affirmemus, etiam dum ludunt homines, fortuitis talorum punctis moneri bonorum, aut malorum, quæ singuli pro meritis è cœlo sortiuntur; vt malus quisq; timere discat, sperare bonus. Sic igitur vitæ mortalis, & res serias & ferias punctis agitamus. sic elementorum prodigia, sic cœlestium orbium motiones, sic astrorum effectiones de punctis excipimus.

Memẽto hæc dum ludis.

At n. (ingerat quispiam) punctorum aliqua, quæ hactenus memorasti, diuidua, & valde ingentia sunt. sed quæ definit Euclides, inertia sunt, & quorum nullæ sunt partes. Paucis nodum absoluo. Punctum partes non habet mathematicà quadam abductione; sed habet ipsa re, ac physica concretione. Plura de his in sequentibus prælectionibus. Nos interim puncta, vt reuera sunt, & ῥητορικῶς, vt præfantem opportet, dilaudamus; ne vana quadam ostentatione magnificè quasi de nihilo multa eloquamur.

Punctũ quomodo partes non habeat.

Quid si & de pũcto purè mathematico, ac plane indiuiduo aliquid effari non dubitem, quo id etiam vltra elementa, vltra cœlos, & astra sustollam? Est ne aliquid syderibus altius? profecto nihil, nisi Deus. At Dei symbolum punctum est mathematicum, tam exiguum tam immensi. Nam centrum in circulo medium, vt nostis, id punctum est, à quo vno lineæ omnes ad circumferentiam eunt, ad quod vnum omnes à circumferentiâ coeunt, circa quod immotum mobilis aliquando peripheriæ fit circulatio. Quid Deo similius? qui & rerum omnium centrum est, quod vbiq; est, *à quo omnia, & ad quem omnia* quorum idem Deus principium est, ac finis, ac *bonum* illud, *quod omnia*, etiam irrationalia, & insensilia *appetunt.*

Punctum mathematicum Dei symbolũ est.

— Qui tempus ab æuo
Ire iubet, stabiliq; manens, vt centrum, *dat*
cuncta moueri.

Boet.

Lineæ, quæ abiunctæ, ac plures procul à centro circumferentiam attingunt, vnum sunt vbi centrum accessére. Non aliter animus aberrãs à Deo innumeris curis cassò labore dissipatur. Amet vnum, in quo omnia vnum sunt, in quo vno omnia consequetur.

Hoc fac, & viues.

Punctum denique licet id sit, *cuius nulla est pars*, ab eo tamen omnia proficiscuntur, quæ quantitatis, quæ figurarum, quæ corporum mobilibus partibilia sunt. nam *puncti fluxus* (vt aiunt) *linea est*: lineæ ductus ad latera fit superficies: at superficies secundũm aream supernè, vel infernè multiplicata solidum corpus progignit.

Quid punctum, linea, superficies.

Ergo

Platonicę sententię non vulgata interpretatio.

Ergo ab eo, *cuius nulla est pars*, ceu de nihilo, vniuersa prodit Geometria. Ergo punctum tot figurarum, ac molium est parens. An id est, quod aiebat Plato etiam Deum geometrizare? hoc est è nihilo cuncta educere; quemadmodum à puncto tot figuræ, tot corpora. Sed finem orationis affectanti repente immensus dicendi campus aperitur, quid n. quantitatis discretæ, ac numerorum apud antiquos vniuersa series, nisi punctorum infinita sunt agmina? Quorum tam multiplices, tam arcanæ, tam miræ sunt affectiones, rationes, effectiones, vt ad earum vel simplicem, ac primam intelligentiam humanus præ admiratione intellectus extra se abripiatur, & potius à cœlo diuinitus demissæ, quàm in terris humanitus inuentæ videantur. Quæ finis dicendi fieret si vel pauculas hic expromere liberet? Quis numerorum innumeras vires enumeret? Nihil adhuc de puncto dictum est præ multitudine eorum, quæ dicenda hic latent. Sed tam late patentem aditum silentio nunc occludamus, ne dum punctorum numeralium, & discretæ quantitatis admiranda theoremata persequimur, indiscreta, vt vulgo aiunt, & continua nimis proferatur oratio. Quare punctum mathematicum, licet minimum, maximum tamen Dei miraculum iure aliquis appellarit.

Quantitas discreta, & puncta numeralia.

Punctum est maximũ Dei miraculum.

Cui quidem puncto pro meritis & primum Euclides hic locum in Geometria, & nos supremum apicem in virga mathematicà tribuimus. Cuius virgæ si tot in puncto portenta sunt, quæ, rogo, prodet prodigia cum

Virg. eclog.

Terrasq; tractusq; maris, cælumq; profundum

partietur, ac dimetietur? cum elementorum, cœlorum, astrorum loca, motus, figuras, quantitates, lumina, & vmbras perscrutabitur?

Ad tam præclara, & excelsa spectacula hoc anno visenda vos hortor, & prouoco, Auditores nobilissimi. Si nihil aliud à scientijs mathematicis, hoc saltem assequemini, quod est maximum, vt animus vester à sensili materia se se discat abducere, ac turbis procul, securus, ac tutus in arduis diuersari.

Mathematicę fructus egregius.

Pythagoricum ænigma, & monitum de scientijs mathematicis vtillimum erat in hæc verba: *figura, & gradus, non figura, & tres oboli.* Hoc est, à corporeis figuris gradum faciat animus ad æterna, & incorporea. Hic vsus, hic fructus esto mathematicæ theoriæ; non vero tres oboli, aut vile lucellum. Mathematica ingenua, & scientia est, non seruilis, aut mercatorius labor. *figura, & gradus, non figura, & tres oboli.* Ab angulis ad Angelos, immo ad Deum conscendamus.

Pythagorici ænigmatis interpretatio.

Ad sublimem hunc gradum virga mathematica facillime nos diriget, Auditores, si Mosaicæ virgæ sacrum arcanum æmulabitur. Nam, vt hebraicæ produnt antiquitates, tot se prodigijs admirandam virga Mosis ostentauit, quia in inferiori parte, qua illam Moses manu gestabat, tetrangula erat, & tetragrammaton Dei nomen inscriptum gerebat. Haud aliter & nos, Auditores σὺν θεῷ, Deo comite, ac duce Mathematicarum ardua, & mira fidentes, atq; alacres aggrediamur.

Mosaicę virgæ arcanum, & ab eo documentum.

Meminerimus id sæpe, quod est apud Vitruuium de Aristippo Socratico. Qui facto naufragio, cùm eiectus ad Rodienſium littus geometrica schemata descripta in puluere animaduertisset, ad comites exclamauit: *Bene speremus, hominum enim vestigia video.* discamus ergo Mathematicas, Auditores, vt hominum vestigia in nobis appareant. Hic suprema sit linea: & iam in puncto de puncto sileo.

Mathematicę figuræ hominum vestigia sunt.

APIS GEOMETRA.

PRÆLIBAMENTVM I.



Apes in petra, & in clauib⁹ Petri.

PRIMAS fores mathematicorum noſtrorum paradoxorum Apes nobis aperiunt. Nil mirum. Nam Apes hoc æui non ſolum in petra, ſed etiam in clauibus Petri mellificant.

Apes bellicę.

Sed Apes noſtræ non tam mellificæ, quam bellicæ ſunt, & cerea caſtra locant. docebunt enim nos in hoc primo Prælibamento; quemadmodum milites in dato ſpatio, licet exiguo, ita tentoria collocent, vt nihil ſpatij ſuperfluum ſit, ac

Problem. bellicũ ex Apib.

vacet, ſingula tamen tentoria ita amplificentur, vt capaciſſima ſint in toto ſpatio penitus à tentorijs occupato.

Age igitur ab Apibus Apiaria noſtra ritè auſpicemur. de Apibus ſapienter D. Ambroſius (cuius in os olim infantuli Apes Neſtoreo melle dulciorem ambroſiam infuderunt) ea verba pronuntiauit: *cùm ſint infirmæ robore Apes, validæ ſunt vigore ſapientiæ.* Ac Virgilius cecinit fuiſſe aliquos, qui *eſſe Apibus partẽ Diuinæ mentis, & hauſtus ethereos dixère.*

Quis

Quis enim Architectus (inquit Ambr.) eas docuit hexagona illa cellarum indiſcreta æqualitate componere, ac tenues inter domorum ſepta ceras ſuſpendere?

Faui ſexãguli pro ſenis Apũ pedibus.

Audio Plinium, nec audio, cauſam ſexangulæ in fauis figuræ attribuentem ſenis Apum pedibus, dum in fauorum ſtructura neceſſario quodam naturæ mòtu ita pedes exercent in opere, vt bini ſuperiores bina cellularum latera ſuperiora quaſi fornicem quemdam deducãt, medij media latera ceu parietes, infimi deniq; infimum, ac bilaterum cerei hexagoni limen, & pauimentum ædificent. Hæc enim ſonant Pliniana ea verba: *Apum ſexangulæ omnes cellæ à ſingulorum pedum opere.*

Sed altius latet eius ſolertiæ ratio, eaq; non niſi ex abditis Geometriæ adytis euocanda. Eſt enim Apis non ſolum Aſtrologa, dum —

Apis Aſtrologa.

Pluuias ſpeculatur aquas, & nubila cæli,
Et nunquã à ſtabulis, pluuia impendẽte, recedit
Longius, aut credit cælo aduentantibus Euris.

Apis mechanica.

Nec ſolùm Mechanicæ, aut Nauticę rei ſciẽs, dum per aẽrem ventis agitatum volitans

— *ſæpe lapillos*
Vt cymba inſtabilis, fluctu iactante ſubortam,
Tollit, & his ſe ſe per inania nubila librat,

ſed etiam, præter hæc omnia, eximiè Geometra eſt Apis: vt magnus Geometra Pappus Alexandrinus in hæc ferè verba prodidit: *Apis cerea mellis receptacula, quæ græcè κήρια, latinè faui appellantur, omnia æqualia, ſimilia, inter ſe cohærentia, ſpecie hexagona fingunt, idq; ex geometrica quadam prudentia.*

Apũ eximia geometria.

Nam cum tres figuræ ſint locum replentes, Apes illam, quæ ex pluribus angulis conſtat, ad ſtructuram ſapienter delegerunt, vtpote ſuſpicantes eam plus mellis capere, quã vtrauis reliquarum. Quod ſibi ipſis vtile eſt, cognoſcunt, videlicet hexagonum quadrato, ac triangulo eſſe maius, & plus mellis capere poſſe, nimirum æquali materiâ in conſtructionem vniuſcuiuſq; conſumptâ.

Quibus verbis Pappus dum præcipuam, ac propriam demonſtrationem non appoſuit, nobis locum reliquit, in quo geometrici Tyrocinij ſpecimen aliquod proderemus.

Scimus facile hoc negotium confici poſſe, ſi quis propoſitionem trahat ad aliquam è demonſtrationibus, quas Zenodorus apud Theonem Alexandrinũ de figuris iſoperimetris perſcripſit. Sed quæ laus, atq; vtilitas aut factum facere, aut aliena ſuffurari, aut prolixioribus, atq; implicatioribus demõſtrationibus Tyrones delaſſare? Præſertim cum apud omnes non ita paſſim reperiatur Zenodorus, vt libri 6. priores Euclidis, quorum vſũ maxime commendatum volumus, exemplis noſtrarum demõſtrationum ex ijs prioribus elementis vt plurimum deductarum.

Quid ſi quis contra pronuntiatum, quo aſſeritur: *regularium iſoperimetrarum figurarum, quæ plura latera, vel plures angulos habent, ſunt capaciores*, opponat id, quod in Apiario noſtro Geometriæ theorices habetur, vbi de cilogonijs figuris demonſtratur poſſe figuras regulares plurium laterum, & angulorum conſtrui, quæ tamen minus capaces erũt figuris aliquibus iſoperimetris, quæ ſint minus plurium laterũ, atq; angulorum? Nunc ad rem —

Apes igitur in fauis conſtruendis, vt minimum ceræ abſumerent, & plurimum mellis conderent, ſexangulam figuram ſelegerunt, quia ea ſola inter figuras hæc duo ſimul habet, primum vt ſpatium planum circa idem punctum per ſe impleat; ſecundum, vt implentium ſola ſit capaciſſima. Reliquæ autem nõ implent, licet earum aliquæ ſint capaciores hexagona, aut ſi quæ implent, minus eæ ſunt capaces, quàm hexagona.

Sola ſexangula figura regularis & ſpatium implet circa idem punctum, & implentiũ eſt capaciſſima.

Vtramq; proprietatem in hexagono demonſtrandam proponamus.

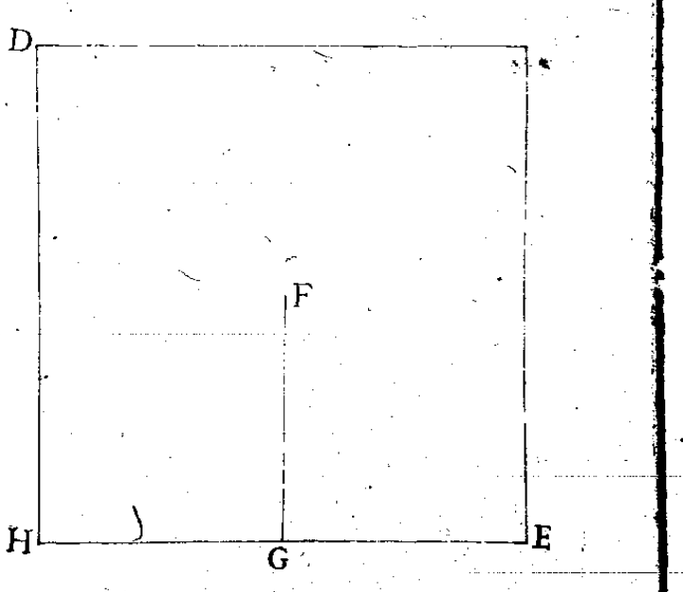
PROPOSITIO I.

Seu

LEMMA.

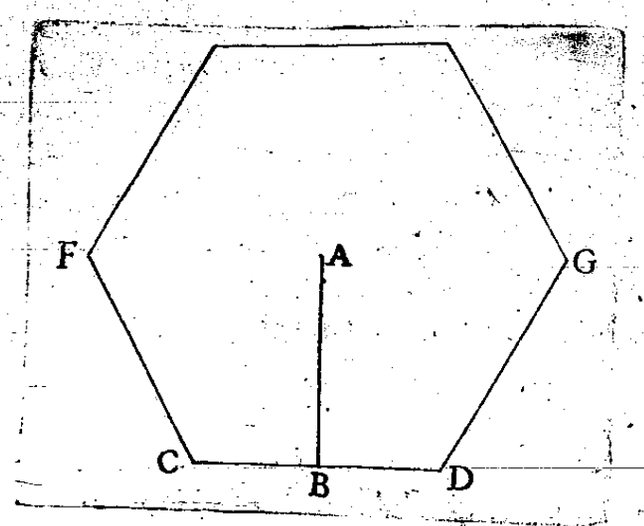
Area cuiuslibet figuræ regularis æqualis eſt rectangulo contento ſub perpendiculari à centro figuræ ad vnum latus ducta, & ſub dimidio ambitu eiuſdem figuræ.

HAbes huiuſce proprietatis demonſtrationem apud Zenodorum de iſoperimetris prop. 2.



Hìc tantum tyronibus explico in exemplis figurarum v.g. in quadrato DE. Eius capacitas eſt æqualis rectangulo contento ſub dimidio eius ambitu, ſeu duobus lateribus v.g. D H E, & ſub perpendiculari FG.

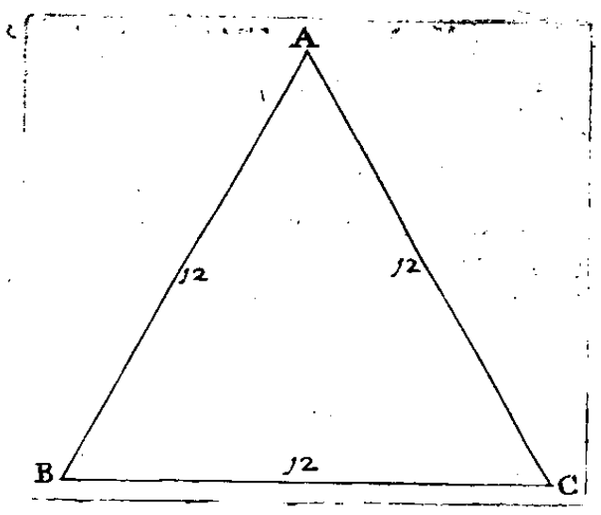
Et capa-

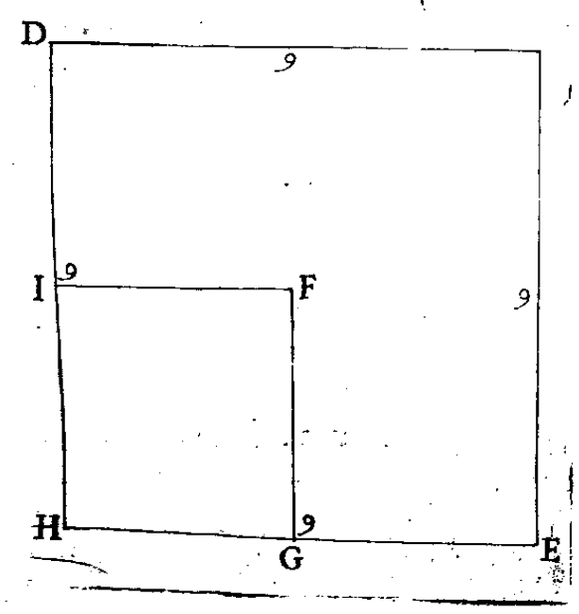


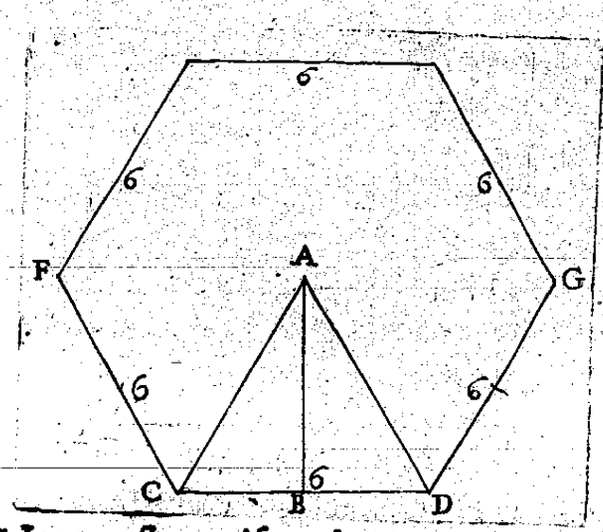
Et capacitas hexagoni FG eſt æqualis rectangulo ſub tribus eius lateribus, ſeu dimidio ambitu FCDG, & ſub perpendiculari AB. cũ ergo probatur rectangulum ſub FCDG, & ſub AB eſſe maius, quàm rectangulum ſub DHE, & ſub FG, idem eſt, ac ſi probetur etiam in iſoperimetris hexagonum eſſe capacius quadrato. Et quoniam idem eſt dimidium ambitus in iſoperimetris, ſatis eſt oſtendere capacioris figuræ perpendicularem eſſe maiorem alterius figurę perpendiculari.

PROPOSITIO II.

Hexagonum capacius eſt quadrato, quadratum triangulo iſoperimetris.







SInt tres figuræ iſoperimetræ v. g. 36 palmorum in ambitu, & ſint regulares, ideſt æquilateræ, atq; æquiangulæ, Triangulum ABC quadratum DE, & hexagonum FG. Dico hexagonum FG capacius eſſe & quadrato DE, & triangulo æquilatero ABC.

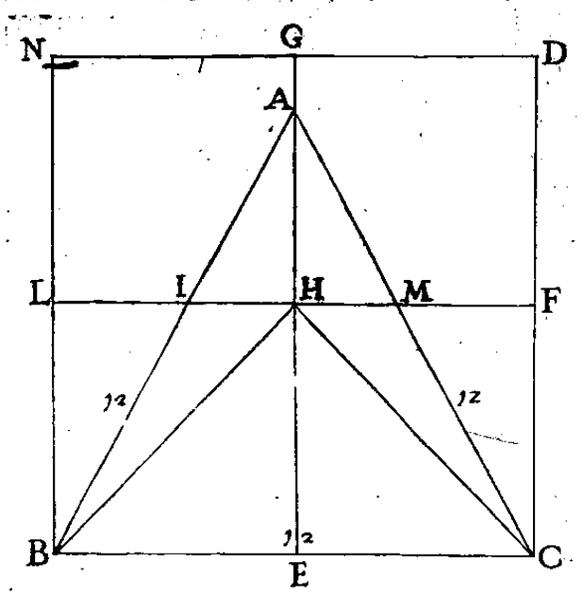
Et primo probo hexagonum capacius eſſe quadrato. In hexagono enim FG à centro A ductis AC, AD, conſtruatur ſuper latere CD triangulum ACD, quod erit æquilaterum, per 15 quarti. Deinde ab eodem centro A demittatur perpendicularis AB ſecans latus CD bifariam in puncto B, per 26. pr.

Rurſus in quadrato DE ducantur à centro F perpendiculares FG, FI ad latera EH, HD, quæ perpendiculares ſecabunt ea latera bifariam in G, & I, ex tertia tertij, &c.

His ita conſtructis, iam è primo tantum Eucl. libro, geometrici tyrocinij exercendi gratia, demonſtrationem conficiamus. Quoniam igitur in hexagono FG triangulum ABC rectangulum eſt, hoc eſt, habet angulũ rectum ABC, qui deinceps eſt ad ductam perpendicularem AB, ex defin. 10. pr. erit per 47. pr. quadratum ſub recta AC æquale quadratis rectarum AB, BC. Cùm ergo latus AC in triangulo æquilatero ACD æquale ſit lateri CD, & ipſum latus CD ſit 6 palmorum, erit & AC ſex palmorum, cuius quadratum erit palmorum 36. cui æqualem ſummam conficient reliqua duo quadrata ex lateribus AB, BC. Latus ergo CB cùm ſit per conſtructionem dimidium totius CD, ideſt, ſit palmorum 3, quadratum ex 3 erit 9. At ſubducto eo, ideſt 9 ex totali quadrato amborum laterum CB, BA, ideſt ex 36, reliquum fit quadratum lateris AB, quod eſt 27, cuius radix, ſeu latus erit numerus maior, quàm 5, minor quàm 6. Erit ergo perpendicularis AB in hexagono quinq; palmorum, & amplius.

Iam verò in quadrato DE, quoniam rectæ FG, IH continent angulos rectos FGH, IHG ex decima, & 29. defin. pr. cùm FG ſit perpendicularis, & IH ſit latus quadrati, erunt prædictæ FG, IH per 28. pr. parallelæ. Item rectæ FI, GH propter eaſdem rationes erunt parallelę, ac proinde per 34. pr. erunt in parallelogrammo FH æqua-

lia latera ex aduerſo FG, IH. At ipſi HG æquale eſt latus HI ex conſtructione, cum ſint dimidia latera eiuſdem quadrati, ergo & latus FG erit æquale eidem lateri GH, quod cum ſit dimidium totius HE 9 palmorum, erit idem GH palmorum 4,&;½, ac proinde etiam FG ipſi GH iam oſtenſa æquàlis, erit & ipſa palmorũ 4 & ½. Sed iam oſtenſum eſt in hexagono FG perpendicularem, AB, eſſe palmorum 5, ac amplius, ergo rectangulum comprehenſum ſub AB,& dimidio ambitu v. g. FCDG, erit maius, quàm rectangulum ſub perpendiculari FG tantum palmorum 4 ½ in quadrato DE, & ſub dimidio iſoperimetro ambitu eiuſdem quadrati. Ideſt tota capacitas, ſeu area hexagoni erit maior, quàm capacitas, ſiue area quadrati, iuxta ſuppoſitum Lemma, quod erat primo de prima hexagoni proprietate demonſtrandum.



Iam ſecundo loco dico, & probo quadratum DE capacius eſſe triangulo æquilatero iſoperimetro ABC. Atq; hìc etiam conſtructionem, & demonſtrationem totam ex pr. Eucl. moliamur. Conſtruatur enim ſuper trianguli ABC latere BC quadratum BD, & diuiſis bifariam lateribus BC, CD in punctis E, & F, fiant duo parallelogramma rectangula BF, FN. Tum à puncto H deducantur ad C, & B rectæ HC, HB.

Conſideretur iam in quadrato BD rectangulum BF, quod cùm ex conſtructione ſit dimidia pars eiuſdem quadrati BD, erit eius capacitas, ex ducto latere FC in CB, ideſt ex 6 in 12, palmorum 72. At quadratum iſoperimetrum DE, ducto vno eius latere in ſe, ideſt 9 in 9, eſt capacitatis palmorum 81, ergo maius eſt quadratum DE rectangulo FB. At idem rectangulum BF capacius eſt æquilatero triãgulo ABC. Nam cum Trapezium BIMC commune ſit rectangulo BF, & triangulo ABC, ſi auferatur id trapezium, remanebunt ex rectangulo BF duo triangula MCF, IBL maiora triangulis AHM, AHI; cum enim inter eaſdem parallelas GE, DC conſtituta ſint duo triangula FCH, ACH, ſi auferatur commune illis triangulum HMC, remanebit triangulum MFC ſuper baſi maiore FC maius, quàm triangulum AHM ſuper baſi minore AH, per ſchol. prop. 40. lib. 1. Eucl. Idem probabitur de triangulis LBI, IHA. Quare remanebit etiam ex prædictis totum rectangulum BF maius, quam totum triangulum æquilaterum ABC. Sed iam oſtenſum eſt quadratum DE capacius eſſe rectangulo BF, ergo idem quadratum DE multo capacius erit triangulo æquilatero, & iſoperimetro ABC, quod oſtenſum eſt eſſe minus rectangulo BF. Ergo à primò ad vltimum, hexagonum FG, quod maius oſtenſum fuerat quadrato DE, longe-maius erit etiam triangulo ABC; quod erat ſecundò de prima hexagoni proprietate demonſtrandum.

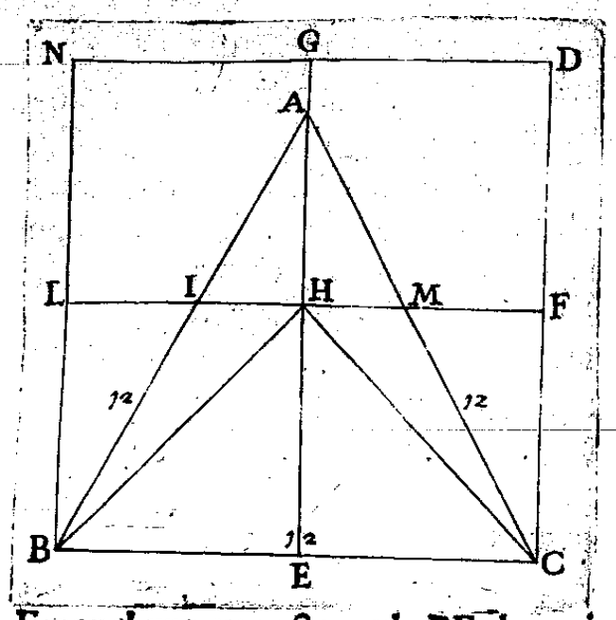
SCHOLION I.

A Centro A hexagoni demittatur perpendicularis AB ſecans latus CD bifariam in puncto B per 26. pr.) *Secabit ea perpendicularis bifariam latus CD, quia efficit duo triãgula ACB, ABD prorſus inter ſe æqualia; ergo CB, & BD erunt inter ſe æquales, ac proinde tota CD bifariam diuiſa in B. Anguli CBA, ABD ad perpendicularem deinceps æquales ſunt per defin. 10. pr. item anguli ACB, ADB æquilateri ACD ſunt æquales, & latus AB commune; igitur reliqui duo anguli CAB, BAD erunt æquales, & reliqua latera AC, AD inter ſe, & CB, BD item inter ſe æqualia, ex 26 pr.*

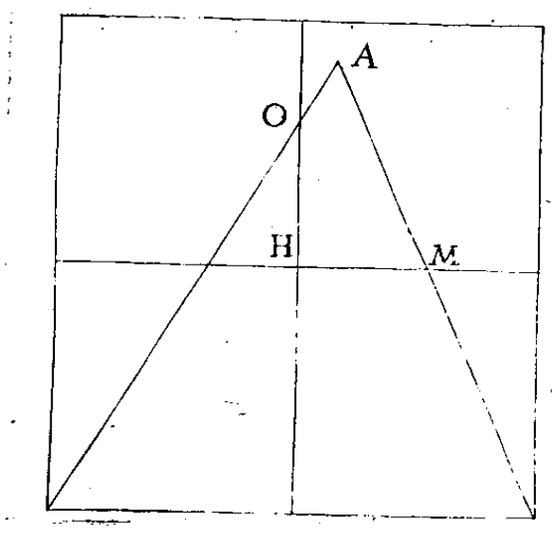
SCHOLION II.

IN quadrato DE à centro F perpendiculares FG, FI ſecabunt latera EH, HD bifariam &c. *Concipe circulum deſcriptum circa quadratum DE, latera EH, HD erunt rectæ in circulo extenſæ non per centrum; perpendiculares verò FG, FI erunt rectæ à centro extenſæ, ſecantes rectas EH, HD ad angulos rectos, vtpote perpendiculares per conſtructionem. Bifariam ergo etiam ſecabunt, &c. ex vi 3. lib. 3. cuius verba, quæ pro nobis faciunt, ea ſunt.* Si in circulo recta quædam linea per cẽtrum extenſa quandam non per centrum extensã ſecet ad angulos rectos, bifariàm quoq; eam ſecabit. *Hæc, vt videas quo iure ad probationem citata fuerit in ſecunda noſtra propoſitione ea tertia tertij.*

SCHOLION III.



REmanebunt ex rectangulo BF duo triangula MCF,IBL maiora triangulis AHM, AHI, &c.) *Obijciat quispiam. Tu supponis ipsam EG transire per punctum A, & fieri duo illa triangula AIH, HMA. Quid si EG secet, v. g. latus IA, & fiat non iam triangulum rectangulum MHA, sed trapezium ex HM, MA, & ex parte sectæ IA, & ex ipsa secante HA? vt hìc vides in appositâ figura trapezium fieri HMAO.*



Ne tibi vllus scrupulus hæreat, accipe vnde tibi possit fieri satis; nempe ex 26. pr. Nam per constructionem rectanguli, seu parallelogrammi ED, in priore figura huiusce scolij angulus CEA est rectus, ergo & alter deinceps, ideſt BEA & ipse rectus est, ac proinde ambo æquales. Item anguli EBA, ECA, vtpote triànguli æquilateri ABC, & ipsi sunt inter se æquales. Ac præterea latera BE, EC, per constructionem sectæ BC bifariam in E, & ipsa æqualia sunt, ergo per 26. pr. etiam reliqui anguli BAE, EAC æquales erunt, ac proinde latus EG, quod bifariam diuidit angulum ABC in duos æquales angulos, transit per punctum A.

SCHOLION IV.

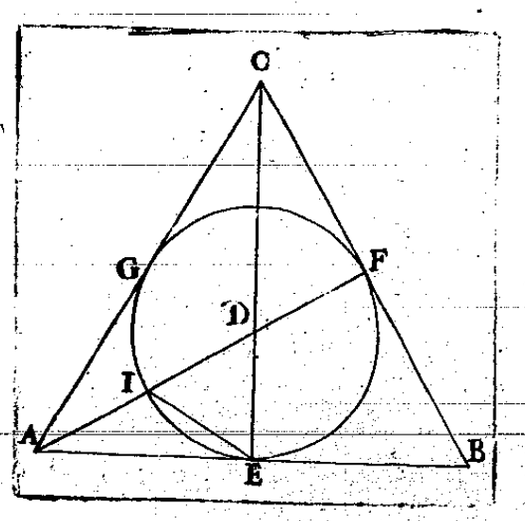
REmanebit MFC super basi maiore FC maius, quàm triangulũ AHM super basi minore AH, &c.) *Primo vnde constat basim FC maiorem esse basi AH? Constat ex eò, quod FC æqualis est ipsi HG, cuius pars est ipsa HA. Secundo, At si vel negem FC æqualem esse ipsi HG, vel dicam latus EG non esse altius perpẽdiculari EA? vnde enim probatum est in constructione siue quadrati BD, siue rectanguli ED latera, siue ND, siue EG altius cadere, quàm verticem A trianguli ABC? ac proinde si quis ex prædictis etiam neget HA esse partem ipsius HG? Etiam hoc, mi Lector, facilè constabit animaduertenti tùm parallelogramma HD, tum deinde ipsam EG esse radicem maioris quadrati, quàm sit perpendicularis AE.*

Duo igitur hìc mihi breuiter firmanda video, ne quis geometricus Tyro quicquam hæreat. Primum, ipsam HA partem esse ipsius HG. Secundum, ipsam FC æqualem esse ipsi HG. Quibus firmatis, nullus erit locus dubitationi, quin basis FC sit maior basi HA.

Quod ad Primum, cùm EG, per constructionem parallelogrammi ED, sit æqualis lateri DC, hoc est lateri BC, siue AC æquilateri trianguli ABC, super cuius vno latere excitatum est quadratum BD; & cùm AC, iam ostensa æqualis ipsi GE, sit latus quadrati maioris, quàm quadratum ex AE per 47. pr. erit pariter & ipsamet GE maior, quàm èadem perpendicularis AE. Detracto ergo communi segmento HE, remanebit HA pars, seu minor, quàm HG.

Ad Secundum, considera latera FD, HG esse parallela per constructionem totius parallelogrammi rectanguli ED, item GD, HF inter se parallela esse, quia parallelæ sunt vni tertiæ, ideſt ipsi BC, cui & LF parallela est, per constructionem parallelogrammi BF; & ND eidem BC parallela est, quia latera sunt eiusdem quadrati BD; ergo parallelogrammum est HD, & latera HG, TD ex aduerso sunt æqualia per 34. pr. At eidem lateri FD æqualis est ipsa FC (quippe ambo per constructionem partes dimidiæ totius lateris DC bifariam secti in F) ergo HG, FC inter se sunt æquales. Sed HG maior basis est, quàm HA, ergo & FC maior basis est quàm èadem HA.

SCHOLION V.



SI tibi, mi Lector, allubeat methodus altera nostræ contraria, & in comparatione triũ figurarum isoperimetrarum inchoandum existimes

à trian-

à triangulo æquilatero, oſtendendo ipſum minus eſſe quadrato, &c. accipe ab eximio ſui temporis (nuper enim exceſſit è viuis) Mathematico Patre Chriſtophoro Griembergero in cenſura meorum horum Apiariorum, inchoatam methodum à trigono æquilatero.

In triangulo æquilatero ABC inſcripto circulo, tota perimeter trianguli ſtatuatur partium 36, debebuntur lateri AB 12, & ſemilateri AE 6, eiuſq; quadratum erit 36. dico quadratum AE triplum eſſe quadrati DE, atq; ideo quadratum perpendicularis DE eſſe 12. Recta enim AF ſecet circulum EFG in I, nectaturq; IE. Quoniam igitur totus angulus CAB eſt $\frac{2}{3}$ vnius recti, erit DAB $\frac{1}{3}$ eiuſdem, eo quod triangulum DEA ſit rectangulum. In triangulo vero iſoſcele DIE reliqui duo I, E ad baſim IE erunt ſimul ſumpti $\frac{4}{3}$, & ſingillatim erunt etiam ipſi $\frac{2}{3}$, atq; ideo omnes tres erunt æquales, & triangulum DIE erit æquilaterum. Cumq; angulus DIE duarum tertiarum æqualis ſit duobus IAE, IEA, & IAE ſit $\frac{1}{3}$, eſt & IEA $\frac{1}{3}$, & propter æqualitatem angulorum IAE, IEA erit latus IA æquale lateri IE. Huic autem ſunt æqualia DI, DE, ergo DA dupla erit ipſius DE, & quadratum DA quadruplum quadrati DE, atq; adeo quadratum AE triplum eiuſdem quadrati DE, &c. *Prædicta Griembergerus. Reliqua deinde proſequenda de quadrato, & Hexagono, vt à nobis demonſtrata ſunt.*

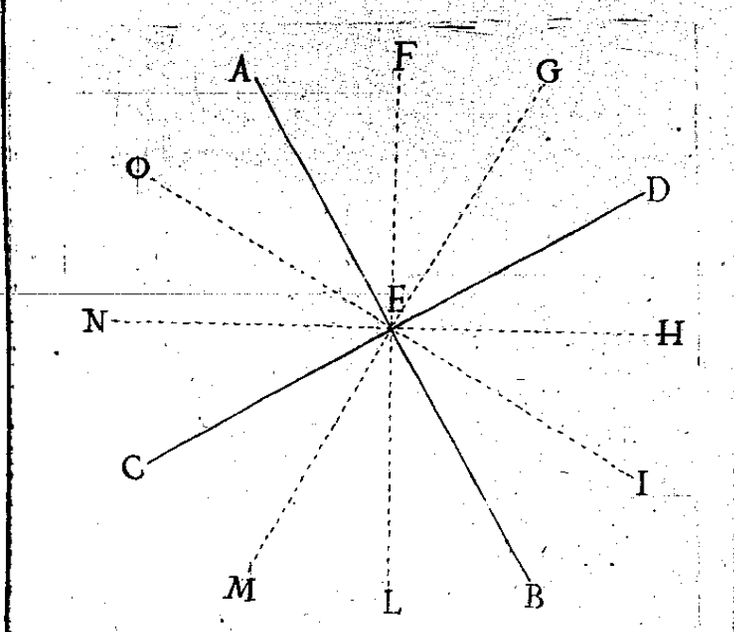
SCHOLION VI.

EX *eodem Griembergero in Cenſura*: Tyrones, in quorum gratiam hæc demonſtratio inſtituitur ex primo lib. ne poſſint aliquid deſiderare, monendi ſunt in quarta figura propoſitionis ſecundæ ipſas EG, vel CD maiores eſſe perpendiculari FG in ſecunda figurà. *Patet. nam quadratum ED eſt ex trianguli latere 12 palmorum, at quadratum DE ſecundæ figuræ propoſitionis ſecundæ eſt ex latere 9 palmorum, cuius dimidium demonſtrata eſt perpendicularis FG.*

PROPOSITIO III.

Hexagonum, Quadrilaterum rectangulum, Triangulum æquilaterum ſolæ figuræ ſunt inter planas, quæ per ſe ſpatium implent.

SEcunda proprietas hexagoni probanda eſt ea, quòd & ipſum hexagonum eſt vna è tribus figuris, quæ ſolæ per ſe, aut inter ſe commiſſæ ſuis angulis implent ſpatium circa idem punctum. Quam proprietatem breuiſſimè ſic probo, ac explico. Sint duæ rectæ AB, CD ſe mutuo ſe-



cantes ad angulos rectos in puncto E. Singuli rectorum angulorum diuidantur in tres partes æquales à lineis F, G, H, I, L, M, N, O è coroll. 3. 32. pr. & Vitellion: prop. 28. lib. pr.

Cùm ergo ex coroll. 2. 15. pr. ſpatium circa quodlibet punctum æquiualeat angulis rectis tantum quatuor; ſiue, non poſſit diuidi in plures rectos angulos, quã in quatuor, omnes illæ figuræ ſuis angulis replere poterunt quatuor rectorum ſpatium, quorum anguli replicati aptabuntur aut rectis, aut rectorum omnibus partibus, v. g. tertijs, in quas ad punctum E ſpatium planum nos diuiſimus. At harum figurarum id ſpatium implentium ſuis angulis tres tãtum ſunt, ſcilicet triangulum æquilaterum, quadrilaterum rectangulum, & hexagonum; reliquæ verò omnes aut non explent, aut excedunt, earum angulis ad id ſpatium applicatis.

Spatium circa punctum æquiualet quatuor rectis angulis.

De quadrilatero rectangulo quidem quod repleat facillimè patet nam cum quilibet eius angulus ſit rectus, quatuor quadrilaterorum rectangulorum anguli ad punctum E compoſiti replent totum id ſpatium.

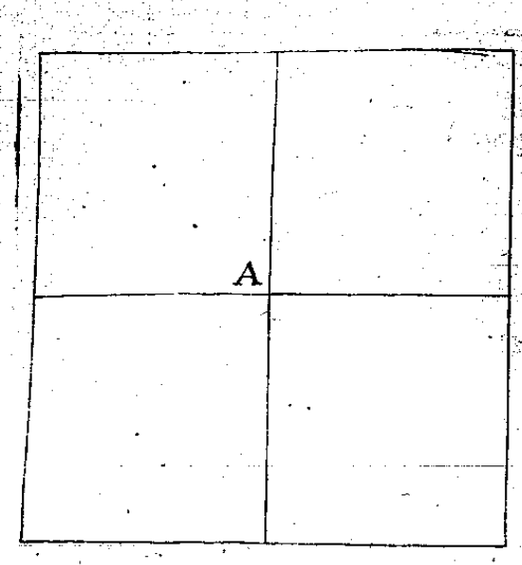
Triangulum æquilaterum, quadrilaterũ rectangulum, & hexagorũ replent ſpatium ad punctum.

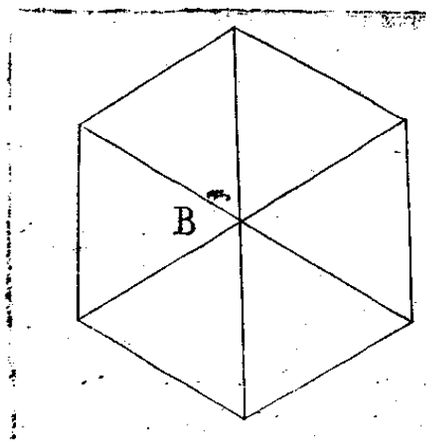
Aequilateri verò trianguli quilibet angulus ex coroll. 3. 32. pr. & ex 15. quarti, cùm duas tertias recti contineat, v. g. FEG, GED. ſexies ergo replicatus circa ſpatium E, totum id ſpatium exhauriet, quod eſt 12 tertiarum.

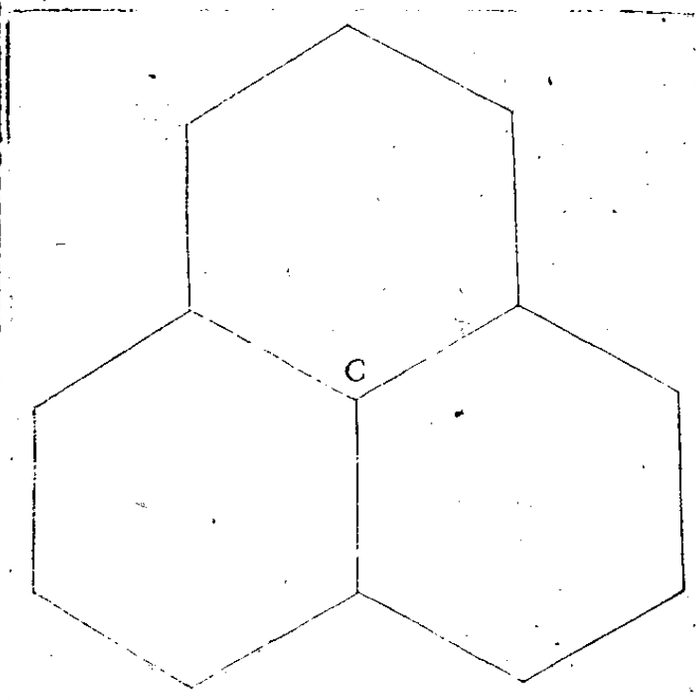
Triãguli æquilateri angulus cõtinet duas tertias recti.

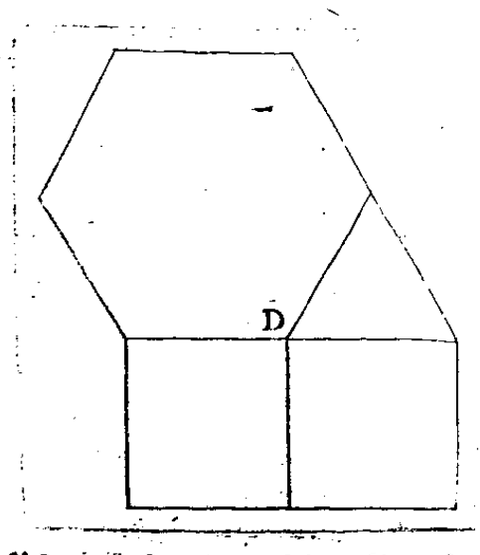
At verò hexagoni quilibet angulus duos æquilateri triãguli angulos continet ex 15. quarti, ideſt continet duas tertias duorum rectorum, ſiue quatuor partes ex duodecim ijs partibus, in quas diuiſi ſunt 4 recti in propoſita figura, v. g. continet quilibet hexagoni angulus angulos, ſiue partes AEF, FEG, GED, DEH; ergo ſi ter tantum replicetur angulus hexagoni, ſiue tria hexagona ſic collocentur, vt ſingula vnum è ſuis angulis coaptent ad punctum E, id ſpatium implebunt.

Hexagoni angulus continet duos angulos æquilateri trianguli.









Prædictorum ſpecimẽ videre licet in figuris. prima quidem A quadrata è quatuor quadratulis, quorum ſingulorum anguli ſinguli è 4 rectis ad A planè, ac plenè congruunt.

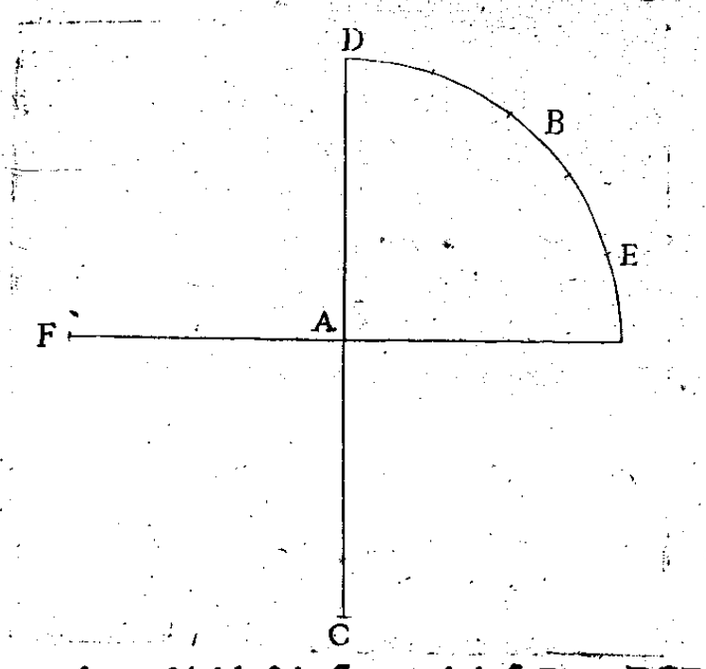
In ſecunda figura B è ſex æquilateris triangulis, & ſenis eorum angulis ad punctum B. In tertia deniq; C è tribus hexagonis in C trinis angulis aptiſſimè conſpirantibus.

Adde & quartam D ſi placet, in qua vides mixtionem prædictarum figurarum ſuis angulis implentium ad punctum D, duo quadrata duobus rectis, hexagonum, & æquilaterum triangulum ſingula vnico angulo, &c.

Reliquæ figuræ, præter tres prædictas, non implent præcisè ſpatium planum. Nam Pentagoni angulus ex coroll. prop. 11. lib. 4. complectitur tres quintas duorũ rectorũ, ſeu quod idem eſt, rectum vnum, & recti vnam quintam partem, Ergo pentagonum, ſeu pentagoni angulus triplicatus circa idem punctum deficit, nec explet, quia occupat tãtum tres rectos, & tres quin-

Figuræ ſpatium non implentes.

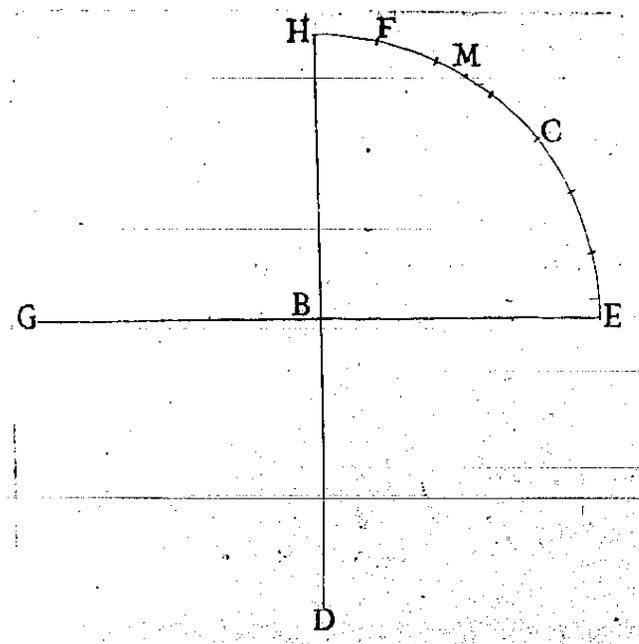
Pẽtagoni angulus cõtinet tres, quintas duorum angulorum rectorum.



tas vnius recti; ideſt in figura ab ipſo B per ECF vſq; ad D, ac ſuperſunt duę quintæ ad explendos 4 rectos, ideſt ſpatium circa punctum A correſpondens arcui DB. Si verò quater replicetur, excedit quatuor rectos quatuor quintis recti, ideſt circa A cõficit totum circulum DBECFD, & prætereà occupat in puncto A ſpatium vltra quatuor rectos correſpondens arcui DE.

Heptagoni quilibet angulus, vt facilè poteſt elici è ſchol. ad 32. pr. obtinet vnum rectum, & tres ſeptimas partes vnius recti, ideſt in figura

Heptagoni angulus continet vnum rectũ, & tres ſeptimas partes recti anguli.



occupat totum rectum angulum DBE, & partem recti ad punctum B correſpondentem arcui EC;

EC; ergo ſi circa idem punctum duplicetur, non implet, ſed deficit à quatuor rectis vno recto, & vna ſeptima, ideſt occupat ab ipſo G per DEC vſq; ad F. Si triplicetur excedit quatuor rectos duabus ſeptimis, ideſt occupat & totum ſpatium circa B, ſeu totum circulum illi correſpõdentem HGDEH, & præterea partem arcùs HM, ſeu angulum illi correſpondentem vltra quatuor rectos.

Eadem ratio contra reliquas figuras multo magis militat, ac oſtendit nullas, præter triangulum æquilaterum, quadrilaterum rectangulum, & hexagonum, ſpatium circa punctum præcisè complere.

Hexagonum ergo eſt è numero trium figurarum, quæ ſolæ planum ſpatium ad punctum ſuis angulis implent, quod erat in ſecunda eius proprietate demonſtrandum.

Ac proinde ſapienter Apes, propter vtramq; proprietatem, quam ſimul habet ſola hexagona inter iſoperimetras figuras, ſcilicet & locum replendi, & ſummæ capacitatis, eam in ſtructuram fauorum ſelegerunt.

SCHOLION I.

Eruditiones geometricæ ex Proclo, Pappo, Ariſtotele.

SEcunda proprietas hexagoni eſt ea, quod & ipſum eſt vna è tribus figuris, quæ &c. implent ſpatium &c.) *E veteribus Authoribus Proclus lib. 3. com. 20. ad coroll. 15. pr. Eucl. tres figuras planum ſpatium implentes numerat; & Pappus in præfatione ad lib. 5. math. coll. Sed neuter rem demonſtrat, aut ſaltem indicat vnde quantitates illæ angulorũ in triangulo æquilatero, quadrato, pentagono, hexagono, heptagono &c. poſſint demonſtrari. Nos, ne Lector egeret vlteriora quærere in noſtro paradoxo, niſi ſolum Euclidem, rationes, & fontes demonſtrationum Euclidis, vnde ea pendent, aperuimus.*

Eruditionis gratia, & vt haurias ad fontes, accipe verba primò Procli, qui à prima orditur origine dum ait: Præſens corollarium (ſcilicet, primum prop. 15. lib. 1. Eucl.) de quo ſermonem habemus, nos docens quòd locus, qui circa ſignum vnum eſt, in quatuor rectos æquales angulos diſtribuitur, illi etiam admirabili theoremati anſam præbuit, quod tria hæc ſola Multiangula totũ, qui circa ſignum vnum eſt, locum replere poſſe oſtendit, æquilaterum nempe triangulum, & quadrangulum, & ſexangulum illud, quod eſt æquilaterum, atq; æquiangulum. Verum æquilaterum quidem triangulum ſexies aſſumptum; ſex ſiquidem binæ tertiæ quatuor rectos efficient. Sexangulum autẽ ter factum; quilibet enĩ ſexangularis angulus vni recto, tertiæq; cius parti æqualis eſt. Quadrangulum verò quater; nam vnuſquiſq; quadrangularis Angulus rectus eſt. Sex igitur æquilatera triangula iuxta angulos coniuncta quatuor rectos complent, nec non tria ſexangula, & quatuor quadrangula. Quoduis autem cæterorum multiangulorum, quomodocumq; iuxta angulos compoſitum fuerit, aut à quatuor rectis deficit, aut quatuor rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros rectis quatuor adæquantur. *Hæc fidem faciunt, mi Procle, Tyronibus, non ſcientiam. Nam vnde probas eas angulorum quantitates? Vnde etiam patet, præter tres prædictas, figurarum reliquas aut deficere, aut excedere quatuor rectos? Sed fortaſſe non erat ibi locus, & ſat erat Proclo indicare, quod alibi demonſtraretur in Geometria.*

Secundò Pappi, qui paullò explicatius, & de non replẽtibus aliquid amplius, quàm Proclus addit: Aequilatera igitur triangula & quadrata, & hexagona abſq; alijs figuris diſſimilibus loca replentibus poſſunt oppoſita ſibi ipſis latera habere communia; hæc enim per ſe ſe locum, qui circa idem punctum, replere poſſunt. Aliæ verò figuræ ordinatæ non poſſunt. Nam locus, qui eſt circa idem punctum repletur tum à ſex triangulis æquilateris, & per ſex angulos, quorũ vnuſquiſq; eſt duarum tertiarum recti, tùm à quatuor quadratis, & quatuor angulis rectis ipſius, tùm à tribus hexagonis, & tribus hexagoni angulis, quorum vnuſquiſq; rectum & recti tertiam continet. Sed pentagona tria minora ſunt, quàm vt poſſint replere locum, qui circa idem punctum conſiſtit, quatuor verò ſunt maiora. *Adde & de non replentibus rationes ab angulorũ quantitatibus, quas non habet Proclus.* Tres quidem anguli pentagoni quatuor rectis minores ſunt, etenim vnuſquiſq; continet rectũ, & recti quintam: quatuor autem anguli maiores ſunt quatuor rectis. At neq; heptagona tria circa idem pũctum conſtitui poſſunt, aptatis inter ſe ſe lateribus. Tres enim heptagoni anguli quatuor rectis ſunt maiores, quod vnuſquiſq; rectum & tres recti ſeptimas contineat. Eadem ratio multo magis accomodabitur ijs, quæ plures angulos habent. &c.

Sed mi Pappe, ſi quis demonſtrationes deſideret quantitatis angulorum ſiue in non replentibus, ſiue in replentibus figuris? Tu tamen, mi Lector, habe à præcitatis duobus Authoribus Proclo, & Pappo, vnde Recentiores omnes hauſerunt.

Ariſt. In ſolidis pyramis, & cubus implent locum.

Hìc, opinor, expectas, erudite Lector, dum Ariſt. textum 66. tertij lib. de cælo corrigere audeamus, vbi philoſ. pronuntiat, in ſolidis duas tantum figuras pyramidem, & cubum implere locum. *Sed id extra rem noſtram eſt, qui non de ſolidis figuris, aut locis, de quibus ibi Ariſtoteles, ſed ſolùm de planis figuris plana loca replentibus diſputauimus. Nec noſtrum eſt criticam exercere cenſuram in tantum philoſophum, quem etiam vt*

eximium

Mathematicæ scientiæ sũt ansæ philosophiæ.

eximium Mathematicum suspicimus. Vtinam peripatetici omnes sui Principis exẽplo prouocati discerent eos, qui se philosophos sine mathematicis scientijs profitẽtur, carere (vt Xenocrates Chalcedonius aiebat) ansis, & adminiculis philosophiæ, quibus ea solidè, ac firmiter apprehẽditur. Ac sanè quæ illa philosophia sit cui Mathematica, hoc est præcipua, & demõstratiua philosophiæ pars desit?

SCHOLION II.

IN figura ab ipso B per ECF, &c. *Ne putes nos vim demonstrationis ponere in ijs diuisionibus angulorum, quarum pleræq; adhuc indemonstratæ latent in Geometria; nos eas angulorum problematicas diuisiones in appositis figuris tantum signauimus, vt etiam Tyronibus ad sensum pateret sensus geometricæ doctrinæ de figuris non replentibus circa vnum pũctum plana spatia. Appositæ igitur figuræ sunt ad ostẽsionem demonstrationis, cuius vis est in quantitatibus angulorum Pentagoni, Heptagoni &c. Quæ quantitates demonstratæ habentur apud Eucl. à nobis citatum. Aut saltem è citatis ibi locis facilè, ac demonstratiuè deducuntur. Eius rei exemplum tibi mox subijciam in sequenti scholio.*

SCHOLION III.

Modi facillimi cognoscendi quantitatẽ angulorum cuiuscunq; regularis figuræ ex regulis Antiquorum non passim vulgatis.

HEptagoni quilibet angulus, vt facilè potest elici è schol. ad 32. pr. obtinet vnum rectum, & tres septimas recti &c.

Non solùm quantitas angulorum heptagoni, sed & aliarum omnium regularium figurarum elici potest è cit. schol. Nam cognito (quod ibi docetur) quot angulis rectis æquiualeant anguli omnes interni cuiuscumq; figuræ rectilineæ, facilis deinde fiet inuestigatio quantitatis singulorum data figuræ angulorum. Accipe præterea sequentes etiam regulas ex Proclo, & è scholijs antiquis ad Eucl.

Ac primò, datâ quilibet figura regulari, si scire velis quot rectis æquiualeant interni omnes anguli datæ figuræ, præter modos in schol. ad 32. pr. traditos, & hunc accipe facillimum.

Modus præter vulgatos, sciendi quot rectis æquiualeant interni omnes anguli datæ figuræ regularis.

Resolue figuram datam in triangula, in quæ potest, & triangulorum numerus duplicatus dabit numerum rectorum angulorum, quibus ea æquiualeat figura. Cum enim singula triangula tres angulos duobus rectis æquales habeant per 32. pr. efficietur vt quælibet figura regularis, tot rectis angulos æquiualentes habeat, in quot triangula potest resolui.

In tot. triangula resoluitur quælibet figura quot habet vel angulos, vel latera, demptis duobus.

At nimis longum sit, inquies, resoluere figuras plurilateras in tot triangula. Accipe & aduid compendiũ, ne cogaris vel vnam lineam trahere. Nam in tot triangula potest resolui figura quælibet, quot habet illa vel angulos, vel latera, demptis duobus. Sic inuenies pentagonum in tria, hexagonum in quatuor, heptagonum in quinq;, octagonum in sex (& sic deinceps de alijs) triangula resolui. Cognito igitur numero angulorum, vel laterum datæ figuræ regularis, detrahe 2, habes numerum triangulorum, hunc duplica, habes numerum rectorum, quibus ea æquiualent.

Quot rectos, aut quotas recti partes cõtineat quilibet angulus figuræ regularis.

Iam secundò, vt inde elicias quot rectos, aut etiam, præter rectum, quotas recti partes cõtineat quilibet angulus datæ regularis figuræ, sic breuiter arithmeticè operare. Primò, pone pro numero diuidendo numerum rectorum, quibus æquiualet ea figura. Secundo suppone pro diuisore numerum angulorum, seu laterum datæ figuræ regularis. Tertio fac diuisionem, & pro quotiente prodibit in numero integro numerus rectorum angulorum, & in fractis (supposito illis diuisore) partes recti denominatæ à diuisore; quos rectos, & quas partes continebit angulus datæ figuræ.

Exemplum esto in proposito heptagono. Scis ergo primò ex prædictis heptagonum posse resolui in triangula 5, dempto binario è septenario numero angulorum, seu laterum. Secundò, duplicato quinario habes 10, quot nimirum angulos rectos ea continet figura. Tertio diuide 10 per 7, prodibit hic numerus pro quotiente 1 3/7. Quilibet igitur angulus heptagoni continet rectum vnum, & tres septimas partes vnius recti. Non absimili ratione inuestigabis idem in omnibus alijs figuris regularibus. Huc igitur nos alluximus cùm in paradoxo diximus facilè posse elici ex 32. pr. quantitatem singulorum angulorum heptagoni. Adde nunc ex vniuersali iam tradita doctrina, etiam omnium regularium figurarum &c.

LINEA

LINEA.

PRÆLOGIVM II.

In Euclid. elem. Lib. 1. definitionem ſecundam.

Linea eſt longitudo latitudinis expers.

DE puncto lineas anno ſuperiore haud oppidò paucas perſcripſimus N. N. A. age nunc ipſa etiam linea nobis pagellarum aliquot literariam ſuperficiem producat. In apice *Virgæ mathematicæ* olim verſati, nunc per virgæ longitudinem rectà delabamur in lineam. Punctum mathematicum elementarius Geometra quaſi quoddam inane nobis in pura negatione per ea verba propoſuit: *Punctum eſt, cuius nulla eſt pars.* At lineam ex oppoſitis compactam partim negante, partim affirmante definitione ſic procudit, vt dicat: *Linea eſt longitudo ſine latitudine*, atq; alijs, quæ latitudinem conſequuntur.

Lineæ mathematica definitio.

Talem ſibi lineam mathematica intelligentia euocatam à phyſicâ materiæ concretione procreauit, dum ſolam in quantitate propoſitâ longitudinẽ áblegit. Qualem adumbrat natura in vmbrarum, & lucis confinio cum ſolares radij per feneſtras in obſcura incidunt cubiculorum. Qualem in aëre quaſi ex aëre net, & labyrintheis orbibus implicitam contexit, dum ruſticis

In foribus tenues ſuſpendit Aranea caſſes.

Similitudines phyſicę linearum mathematicarum.

Quali deniq; ars luſit cum Apellem abſentem Protogenes in ductâ per tabulã lineâ viſum effugiente peruidit. Cæteri mortaliũ de oris præſentiâ, & lineamentis mutuò ſe noſſe conſuerũt, at hì de manuum etiam abſentum lineis inter ſe norunt.

Plin. lib. 35. nat. hiſt. cap. 10.

Porro linearum ſylua ingens in Geometriâ latè, ac variè propaginat, formis, nominibus, affectionibus ad miraculum vſq; inopinatis. Eſt linea (de notiſſimis enim ſileo) hyperbolica, elliptica, parabolica, ſpirica, helica, hyppopeda, ciſſoides, conchoides (paucis expediam) mixta plurifariam, infinitè verſiformis. Quid illæ, quæ in infinitum productæ, ſemperq; annuentes, ac magis, magiſq; ad ſe ipſæ accedentes, nunquam tamen ſe contingunt? Quod quidem παράδοξον licet ſummè præclarum, rarum tamen non eſt inter arcana Geometriæ. Quid illæ linearum, quæ, licet eiuſdem ſint generis, nulla tamen inter illas communis menſura poteſt comperiri? De quibus decimus elementorũ, quemadmodum & de linearum admirandis potentijs, earumq; mutuis proportionibus ſecundus, ac quartus Euclidis libri perſcripti ſunt.

Linearum aliquot ſpecies.

Mira de lineis in Geometria.

At n. mira quidem iſtæc ſunt in lineis, ingeret fortaſſe non nemo; quis tamen horum, aut linearum eſt vſus? profecto nullus, rerum nempe ſteriliſſimarum. O quicumq; ſic pronuntias, facile fueris ex eorum grege, qui temeritatem, & audaciam ignorantiæ gemellas profitẽtur. Ego vero ſic edico, & mox educam, nullam humanarum eſſe ſcientiarum, ac præcipuè Mathematicarum, nullam earum artium, quæ ad vitæ vſum, & ornamenta ſeu pace, ſeu bello neceſſariæ ſunt, in quam linea & ingentes, & miras non proferat vtilitates. In mechanicis naturales grauium, ac mobilium omnium motiones, & requietes an non vnica *directionis linea* dirigit, ac firmat quaſi fidus quidam baculus naturæ prouidentiâ molibus corporum appoſitus? Quid alites per noctem ſuſpenſas in ramis, & immoto quodam in æquilibrio ſomnum ſecurè carpẽtes, neutram vt in partem cadant ſic effulcit, niſi eadem linea directionis? In quâ illæ vt noctu ſuauiſſime conquieſcunt, ita interdiu geſtiunt ſecuræ casùs, & læto garritu Auras, aureſq; mulcent prætereuntium. Linearum helicum ope circa cilindrum conuolutarum efficitur vt grauia dum ſponte deſcendunt, in ipſo (quis credat?) in ipſomet deſcenſu in altum efferantur.

Linea directionis.

Linea helix in cocleâ haurię dis aquis, &c.

Optice vero vniuerſa ecquid aliud eſt niſi viſoriarum ſcientia linearum? In earum illa & directarum, & refractarum, & reflexarum cauſis, & effectis acutiſſime philoſophatur. Linearum illa viribus aliquando aſſequitur vt & per aptam ſpeculorum diſpoſitionem, abdita pateant, & procul abſtantia ſub oculos præſentia proferantur, & quæ aliquando denſi obicis interiectu per rectam lineam videri non poterant, per refractam ibi, vbi non ſunt, videantur. Sic nũmum in imo vaſe latitantem per ſumma infuſæ aquæ cum admiratione perſpicimus.

Linea viſoriç.

Lubet ne in muſicâ ſonoras lineas audiamus? Enim vero in hoc Mathematicæ philoſophiæ genere adeo illæ regnant, vt per muſica inſtrumenta numeroſo ordine protenſę flexanimâ quadam voluptate pectus etiam in contraria percitent, feras ipſas permulceant, res etiam inanimas quodammodo animent. Monogrammæ illę Sirenes, lineares illæ fides ea, quæ fidem ſuperant, operantur. Teſtes

Orpheus in ſylvis, inter delphinas Arion, Virg. Ecl.

Lineę ſonora.

Et —*Thebanæ conditor arcis*—
—Amphion. Amphion .n. Thebea mœnia non ad lineam ædificatoriam extruxit; ſed ad canoras citharæ lineas ſaxa ſponte ſuà in murum coëuntia diſpoſuit. Arion verò marinas tempeſtates, & ſæuos vndarum æſtus parricidà nautarum turbà mitiores harmonicis lineis teſtudinis aureæ tranquillauit. At Orpheus immobiles

Syluas currere, mobiles
Amnes ſtare coegit.
Tenarias etiam ſedes, alta oſtia ditis,
Et caligantem nigrà formidine lucum
Ingreſſus, manes adĳt, regemq; tremendum;
Neſciaq; humanis precibus manſueſcere corda

lyræ chordis, ac lineis mitefecit. Quæ quidem omnia licet poëticè ad voluptatem fi&ta videantur, allegoricè tamen ad veritatem de miris muſicarum linearum viribus edi&ta ſunt.

Linea ęmentaria, & in Architectura, quid ſit, vide Auctores.

Boët.

Virg. Georg.

Gnomonica, & ſcioterica ſpectemus horologia, quibus mortalis æui ſpatia metimur, & in ciuilis vitæ ſocietate tum priuata, tum publica omnia negotia aptè alia poſt alia diſpeſcimus. Stylus, vmbræ, horæ nil niſi ſunt lineæ; quibus quaſi temporis telis furtim, ac lethaliter confodimur; quibus quaſi retibus variè inter ſe complicitis captamur ad mortem. Horariæ illæ lineæ ſcalæ ſunt, & gradus, per quos mors tacitè ad nos ſubit; alæ ſunt expanſæ, quibus vita præpes à nobis perpes auolat. Radij rotarum ſunt, vnde *properat curſibus hora citatis, volucriq; fugà rota præcipitis voluitur ænni.*

Lineę horarię.

Horariarũ linearum ſymbola.

Sed age noſtra etiam ad Aſtronomica voluatur oratio. Quæcumq; in ſublimi illà ſcientià ſuſtollunt animos, & admiratione ſuſpendunt, omnia lineis peraguntur.

Linearũ vſus in Aſtronomicis.

—*Quæ linea Phœben* (addo ego & Phæbum) *damnat*

ad tenebras? Accepiſtis iam anno ſuperiore, Auditores, in prælogio de puncto indicatum à Manilio. Recta .n. linea cum inter Solis, terræ, ac Lunæ centra pertrãſierit, Luna vmbræ terreſtris obiectu tenebratur. Nec minus cùm noſtrum aſpectum, Lunam, ac Solem vna iunxerit linea, aureum Phœbi lumen nobis interdiu ſine nubibus repente ſurripitur. Mitto cæteras cœleſtium rotationum, ac viciſſitudinum lineas. Nonne quidquid ſub Lunà ſpirat ſpiricis Solis lineis vitam debet? Nonne quidquid terrà, mariq; vel tantum vegetat, vel tantum eſt, phœbearum circa terras lineationum partus eſt? Dum ſpiris Sol circa nos gyrat, ac ſe ſe propius ad nos ducit, vnà etiam agrorum vbertatem, frugum prouentum, fructuum maturitatem, aëris temperiem ſecum adducit, gemmas, & metalla ſyderibus æmula in imis vſq; terrarum viſceribus producit. Erit ne igitur qui nullius vſus, ac ſterilitatis lineas damnare audeat, quarũ ope mixta omnia in elementis, atq; ipſamet elemẽta grauidantur?

Eclypſes Lunæ, ac Solis qui fiant.

Cæterum peculiaris, ac præcipuus illæ eſt vſus rectarum, ac perpendicularium linearum apud Geometras, vt moles corporum, atq; interualla dimetiantur, nec adſtantium modo, ac præſentium, ſed etiam à nobis diſſitorum, ad quę nullus omnino ſit acceſſus. Sic in eodem penè veſtigio ſtantes, vel ſaltem breuiſſimæ areæ anguſtijs coërciti, tamen mortalium ſolertiſſimi plana camporum, ac totius terræ ambitum, profunda vallium, ac marium vſq; ad terrę centrum, ardua montium, ac turrium ſub lineas viſuales certiſſimam ad menſuram vocare non dubitarunt. Quin etiam vltrà elementa euolantes cœlis ipſis, ac ſyderibus menſorias lineas applicuerunt, effeceruntq; vt nihil tam arduum, atq; à nobis remotum ſit, quò mathematica linearum dimenſio non pertigerit. Semiaxẽ vniuerſi per certas carpſere partes, & Cometarum, Planetarum, aſtrorum à terris diſtantias, eorũ vmbras, ambitus, moles ad breuiſſimas vnius lineæ particulas, & menſuras, ad minutiſſima calculorum puncta detulere. Deniq; ipſum vniuerſum à terræ centro ad extrema vſq; ſyderum agmina non ingentia volumina, ſed vnica tantum apud Aſtronomos docet, ac explicat linea.

Lineę menſoriæ.

Iam vero artium lanificarũ quantus in lineis labor quaſi lineificarum? Penſa lanea, linea, ſerica, metalla ipſa aurum, argentum tenui filo deducuntur in lineas; & aureo Phryxeæ ouis velleri pene fidem conciliant. Lineæ aliquando nentur. Ac meminiſſe nunc iuuat cùm famulas aliquando viderem vellera digitis, vt ita dicam, lineatim carpentes:

Læua colum molli lanà retinebat amictum,
Dextera tum leuiter deducens fila ſupinis
Formabat digitis: tum prono pollice torquens
Libratum tereti verſabat turbine fuſum:
Atq; ita decerpens æquabat ſemper opus dens,
Laneaq; aridulis hærebant morſa labellis,
Quæ prius in leni fuerant extantia filo.

Catul. in Argon.

Linearum lanearũ deductio.

Lineæ aliquando phrygio opere per ſtamina texta interſuuntur, & Coſmographica ſimulans, aliquando telas —

—*Ars inſignit acu: ſtellas accendit in auro,*
Oſtro fundit aquas, attollit littora gemmis,
Filaq; mentitos ſubtercelantia fluctus
Pene tument; credas illidi cautibus algam,
Et raucum bibulis inſerpere murmur arenis.

Claud. 1. de rap. Proſerp.

Linearũ vſus in ſutoriâ.

Modo è ſericis Bombicum glomulis euoluuntur lineæ, cùm ſcilicet mulieres

Folliculos primum domitant feruẽtibus vndis,
Filaq; deuoluunt nigris fumantia ænis.

Vidas lib. 2. Bomb.

Lineæ ſericæ.

Modo in textrinâ machinâ extenduntur lineæ,

Intenduntq; nurus diſcretas pectine telas
Multifido, radĳſq; ſonantibus intertexunt,
Iactantes dextrà, læuàq; ſequentia fila,
Alterniſq; ſuus pedibus labor additus, atq;
Deſuper acta gemit tereti rota garrula neruo.

Earundẽ vſus in textoriâ.

Videas

Videas prodire

Inde velut nebulas tenues velamina textu
Rara, quibus matres crines, & tempora velant,
Et diuũ in templis prohibent à puluere vultus.

Lineis ergo & vestimur, & ornamur, & contrà temporum munimur iniquitates.

Linea dües apud martialem quæ?

Nec cessat linea dues,

(vt appellat Martialis) non cessant, inquam, serta in filis gemmea, & aurum in lineas attenuatum vestibusq; intextum humana corpora pretiosis decorare ponderibus. An hoc etiam ars discipula magisterium sequitur naturæ, quæ brutarum animantium corpora villoso conuestit pilorum lineamento, & humana velat capita plerumq; flauentibus capillorum lineis aurea poëtarum nemora referentibus?

Lineæ pilorũ, & capillorũ.

Linea, siue acus nautica.

At cur ego diutius memorem animum reiecto iam pridem mihi subijcientem breuissimæ in re nauticà lineæ vires, & prodigia? In nauticà pyxide pertenuis acus, hoc est lineola ferrea magnetici lapidis attactu penè animata suspenditur, ac libratur. Ad huius nutus mortales non dubitant vitam ventis committere, atq; vndosum iter aggredi gracili tabularum limite mortis, vitæq; metas discriminans. Prouinciarum prouentus, regnorum opes lignea turritarum nauium oppida ad nouos terrarum orbes, & ignotas gentes lineæ semidigitalis ductu prouehuntur.

Postquam altum tenuere rates, nec iam amplius vllæ
Apparẽt terræ, cælum vndiq; & vndiq; pontus,

certum in marinà eà vastitate cursum nostrà tempestate, non iam Cynosura, vel Helice, non vlli syderum ordines, vt priscorum æuo, sed breuis admodum, ac pensilis linea dirigit

Eripiunt subito nubes cælumq;, diemq;
Nautarum ex oculis: ponto nox incubat atra?

In tam cœco tenebrarum horrore vnde Pharus? nempe à lineolà, quæ sui collocatione situm orbis, & partes vniuersi quasi digitulus quidam nauticus indicat. Tantus ergo vsus linearum terrà, mariq;, tam admiranda earum etiam in cœlis theoremata, tam insignes vtilitates in artibus ad vitam humanam necessarijs.

De vitæ lineà paradoxa, & moralia.

Quin immo ipsamet vita nihil aliud, quam quædam est linea, ceu mors etiam ipsa est *vltima linearum*. Mira plane vitæ mortalis linea, quæ quò productior, hoc minor est; quanto .n. diutius viuimus, tantò vita supersest breuior, præterità iam emortuà. Spiralis, seu spirantis huius lineæ longitudo non ex eius productione, sed ex bonitate spectatur. Non .n. est bonum viuere, sed bene viuere. Ac diu fuit, non diu vixit qui male vixit. Vitalis ergo linea tempore licet in longũ producta, sine bonitate tamen breuissima est, quasi composita è contrarijs, longitudine .s. & breuitate, dum mali diu sunt, & tamen parum viuunt. Versicolor est vitalis linea, & modo lætitiæ candore nitens, modo tristitià quasi nigricans. Versiformis etiam est. Quorundam .n. vita circularis est, scilicet impiorum, qui in *circuitu ambulant*, & Sampsonis instar excęcati, atq; in catenis molam circumagentis, prauarum appetitionum laboriosissimum circulum redagunt, in ijsdem semper cupiditatibus & hærentes, & irrequieti. Aliorum refractam vitæ lineam videas, nempe incontinentium, & in arduà virtutis semità moraliter claudicantium. Pauci mortalium in vita verè recti, & perpendiculares in neutrum extremorum declinant.

Linea formidinis apud antiquos quæ?

Nihil verò crebrius vitæ lineam interturbat, atq; intercidit, quàm alia quædam linea, quæ ab ipso effectu (mecum Sen. loquitur lib. 2, de irà, cap. 12.) dicta est *formido*. linea ea fuit venatoria pinnis versicoloribus distincta maximos ferarum greges, Ceruos in primis territans, de qua Nemesianus poëta lib. 1. Gyneticorum.

Linea quin etiam magnos circumdare saltus
Quæ posset, volucresq; metu concludere prædas,
Digerat innexas non vna ex alite pennas.
Namq; vrsos magnosq; sues, Ceruosq; fugaces
Terrificant, liniq; vetant transcendere septum.

Perssimili venatione vani terrores hominum vitam exagitant. Mala .n. fortunæ, atq; externa extra nostram potestatem collocata perhorrescimus. quæ hoc ipso nec vera homini mala, nec timenda sunt, quòd extra hominem sunt. Pleriq; omnes tamen homines (ò ninniam imprudentiam, ac miseriam!) ne in non timenda incidant, peccare non timent, quod solum & verè malum, & timendum est. Atq; *idem quod Cerui* (ait Epictetus lib. 2. dissertione 2. ex emendatione doctorum virorum) *quod Cerui facimus: qui dum exterriti fugiunt pennas, alio se vertunt, & quasi ad secura loca, in ipsa retia concedunt; atq; ita pereunt permutantes timenda non timendis.*

Ex eà moralia.

Norma ducẽdæ vitę lineę.

Ergo agite (quod iam agitis sapientissimi, ac moralissimi Auditores) ad rectæ rationis regulam vitæ nostræ lineam semper producamus, vt securè, ac verè viuamus. Ac vos, ò quicumq; hoc anno mathematicæ philosophiæ futuri Auditores (qui tam humano silentio nostram hanc de lineà prolusionem excepistis) vt breui plurimum in mathematicis promoueatis, nolite committere, vt vlla vnquam vobis dies contrà prouerbium abeat sine lineà. De quà nos hactenus iam satis. Hauete.

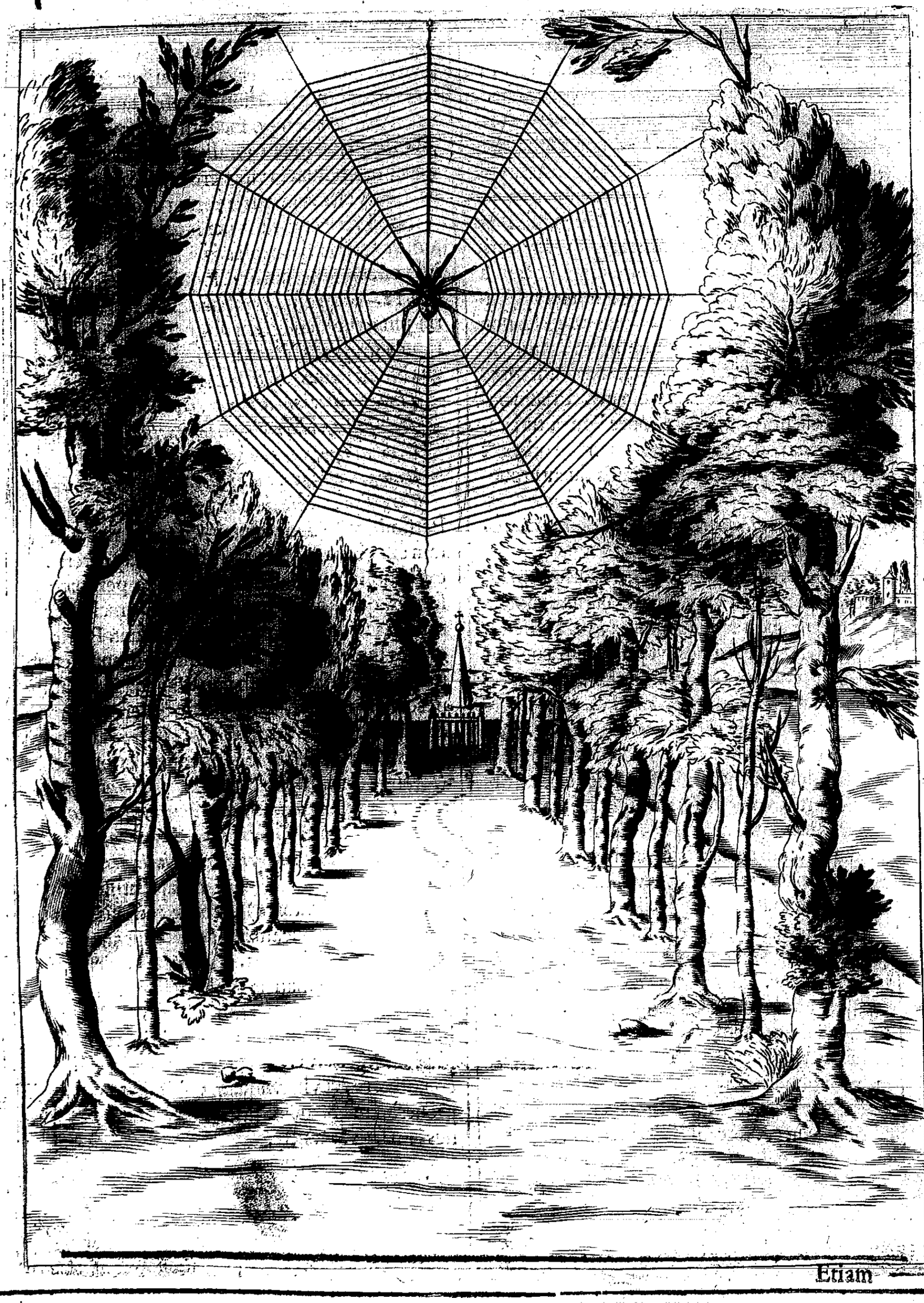
Nulladies sine linea.

ARANEA GEOMETRIZANS.

SIVE

Tela Geometricarum proportionum.

PRÆLIBAMENTVM II.



Etiam

Aranea militaris.

ETiam Aranea poſt Apem geometricè militaris eſt, ſi milites caſtra metari, vel acies diſponere voluerint iuxta lineationes proportionum pleniſſimas (vt in ſequentibus propoſitionibus patebit) quas funãbula illa imperatrix in aëre ducit; & ad militarem ſi quis trahere norit eam artem, qua prædatrix illa aërea vtitur.

Mira induſtria in texturâ telæ Aranearũ.

Mira quippe, ac multiplex eſt Aranearum in texendâ tela induſtria. In orbes expanſa eſt, vt capaciſſima ſit; fila præcipua ſe ſe mutuo ſecant in communi puncto, in quo tamquam in centro Aranea locata æquidiſtet vndiquaq; ab omni plaga, in quam præda inciderit. lineæ minores in orbem innodantur cum maioribus, & centralibus, vt quidquid incidat in retia ſtatim ſentiatur in centro, ad quod omnes eæ concurrunt lineæ, quę aliarum omnium termini ſunt, ac fundamenta. Ælianus lib. 6. cap. 57. *Non modo texendi ſolertiam Aranei præclarè tenent, ac ſimiliter vt Minerua lanificij illa præſes, & ſolertiſſima dea tereti manuum miniſterio, & tenui valent; ſed & naturâ etiã ſunt ad Geometriam eruditi!* &c. vnde: *neque interim Euclide egent geometricis rationibus erudito.* D. Gregorius Nazianzenus: *quis Euclides alioqui lineis, quæ nuſquam ſunt, effingendis occupatus, ac in demonſtrationibus anxiè laborans ingenium Aranearum imitatione conſecutus eſt? Hoc vnum in hoc itaque animalculo laudes, geometricam quandam artem in illo illucere.* Plinius lib. 11. cap. 24. inter plura alia. *Texere Aranea à medio incipit, circinato orbe ſubtegmina adnectens, maculaſq; paribus ſemper interuallis, ſed ſubindè creſcentibus ex angusto dilatans, indiſſolubili nodo implicat.*

Aranęę Euclidi comparatæ in geometriâ.

Geometricam igitur eam ſcientiam, quam in Aranea melius, quàm in Euclide illucere Ælianus, & D. Nanzianzenus affirmarunt, Plinius indicat dum ait telam eam conſtare ex lineis per alias traductis paribus interuallis inter ſe ſe diſtantibus, hoc eſt geometricè: lineis inter ſe ſe parallelis per centrales circunductis. Cui aſſertioni oculorum inſpectio manifeſtè fauet.

Lineę parallelæ in telâ Arachnes.

Ac licet fortaſsè aliquæ circumeuntium linearum non prorſus geometricè parallelæ aliquando videri poſſent; apparet tamen ex vniuerſâ telæ araneaceæ textura ab eo animalculo paralleliſmum linearum affectari. Quemadmodum etiam Apes, vt iam demonſtrauimus, hexagonam in cellis figuram effingunt, licet aliquando minus perfectam, & ad circinum, ac regulam geometricé minus exactam. Conſilium igitur nobis nunc eſt, miſſis cæteris ad geometricam ſcientiam ſpectantibus, quæ in Araneâ laudari poſſent iuxta prædictorum Authorum ſententias, eam tantum hic Geometricę ſcientiam paucis indigitare, quam prodit id animalculum circa proportiones, quæ conſequuntur eam telæ texturam per lineas alias centrales, alias inter ſe ſe parallelas. Nam omnia rationibus, ac proportionibus adeò inter ſe quaſi alludunt, & congruunt, vt ſi Plutarchus, aut quiſpiam alius eorum, qui rationis quædam quaſi veſtigia in animalibus non negarunt, hanc proportionum geometricarum ſcientiam, quam nos in Aranea prodemus, animaduertiſſet, in tanta rationum, ex quibus tela aracnea cõtexta eſt copia, rationis haud inopem Araneam conſtantiſſimè affirmaſſet. At nos in animalculo rationis experte ſummam eam rationem, quæ omnia diſponit in pondere, numero, & menſura, nempe Deum venerabimur.

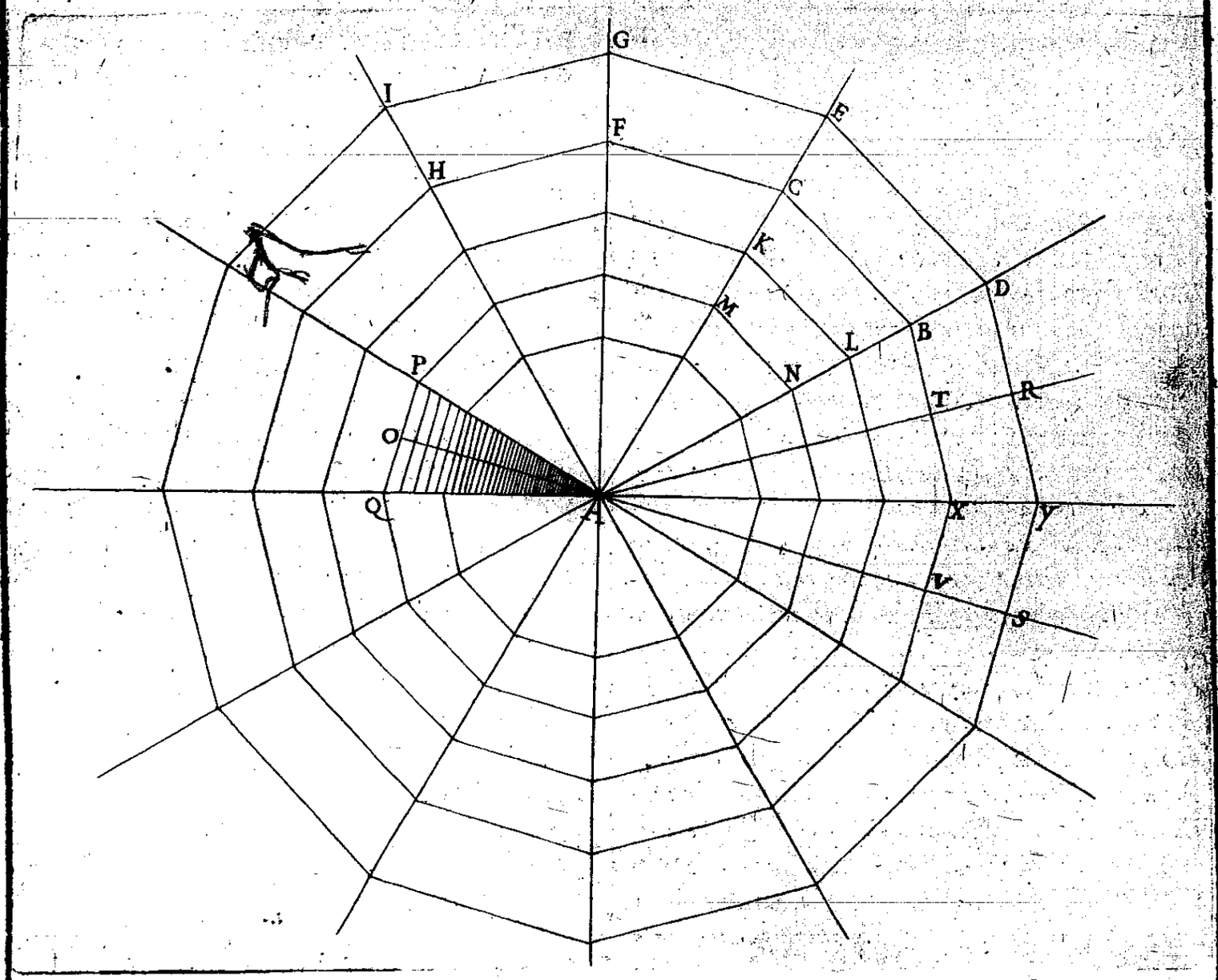
Apologia pro Arachne contra Mineruam in arte textoriâ.

Erit ergo hæc quaſi quædam apologia pro Aracne, qua eam ab antiqua illa iniuria vendicare conabimur, quam olim accepit cum in contentione, ac lite textoriæ artis Mineruæ poſthabita eſt. Demonſtrabimus enim nos propoſitionibus varijs tantam proportionum geometricarum ſcientiam in Aracne, ac eius telâ comperiri, vt Mineruam, & quamcunq; aliam in textoria arte præcellentem longiſſimè ſuperet.



PROPOSITIO I.

In aranearum tela linea ſunt multifariam inter ſe tum proportionales, tum homologa, ſeu proportione ſimiles.



SIt tela, ſeu figura, à cuius centro A eductæ ſint rectæ AD, AE, AG, AI, & reliquæ, ac iunctæ ſint parallelæ BC, DE, CF, EG, FH, GI, & reliquæ plures aliæ minores, ac maiores in orbẽ circũductæ, ceu ſolent Araneæ in ſuis telis.

Conſideretur triangulum ADE. Quoniam baſi DE parallela ducta eſt BC, erunt per ſecundam ſext. vt AB ad BD, ita AC ad CE.

Conſiderentur duo triangula ABC, ADE. Quoniam in parallelas BC, DE cadunt rectæ AE, AD, erunt per 29. pr. æquales anguli externi D, E internis B, C; eſt autem communis angulus ad A, ergo æquiangula ſunt triangula ABC, ADE; ergo per 4. ſexti, vt AB ad BC, ita AD ad DE, & permutando vt AB ad AD, ita BC ad DE; ſic etiam AC, AE, &c. & eædem rectæ ex eadem quarta ſexti homologæ ſunt.

Conſiderẽtur quadrangula ABCF, ADEG. Quoniam in triangulo AEG vt AF ad FG, ita AC ad CE per demonſtrata in ſecunda ſexti. & vt AC ad CE, ita AB ad BD; ergo per vndecimam quinti, vt AF ad FG, ita AB ad BD. Item quoniam per præcedentia ex quartà ſexti, vt BC ad CA, ita DE ad EA, & vt CA ad CF, ita EA ad EG, erunt ex æquo ita BC ad CF, vt DE ad EG. ergo & in quandrangulis latera, & lineas omnes proportionaliter ſectas, & ſimilia earum ſegmenta, & plura alia inuenies. Sic & in pentagonis ABCFH, ADEGI, &c.

Sunt præterea in prædictis omnibus proportionibus antecedentes lineæ antecedentibus, & conſequentes conſequentibus homologæ, ideſt ſimiles ratione iuxta vndecimam definitionem quinti.

Quæ omnia intelligenda ſunt etiam de reliquis omnibus lineis, earum ſegmentis, triangulis alijs minoribus, aut maioribus, de reliquis item quadrangulis, & polygonis alijs omnibus, quæ ſunt in tota tela; quorum latera, & ſegmenta inter ſe comparata inuenies eſſe & proportionalia, & ſimilia, &c. & in ijs probationibus vſurpare poteris alios etiam modos argumentandi alternando, inuertendo, componendo, diuidendo, perturbando rationes, & ſemper nouas proportiones inueniendo in ijs lineis tum inter ſe proximis, tum remotis.

PRO-

PROPOSITIO II.

In aranearum telà non ſolum lineæ, ſed figuræ ijs comprehenſæ plurifariam ſunt inter ſe ſimiles, & proportionales.

CONſiderentur triangula, verbi gratia, ABC, ADE: alterum alteri ſimile eſt, & ſic de cęteris minoribus triangulis intra eaſdem lineas AE, AD, itemq; de alijs intra alias eductas ab A. Similia inquam ſunt bina, & terna, &c. inter ſe, & plura vni ſimilia, & contrà. Demonſtratio patet ex coroll. quartæ ſexti. Lineæ enim ductæ parallelæ baſi triangulorum auferunt triangula partialia ſimilia totalibus.

Triangula ſimilia ex lineis parallelis baſi.

Conſiderentur polygona, vt pentagonum ABCFH, & pentagonum ADEGI, & cætera tum pentagona, tum polygona minora, vel maiora: ea etiam ſunt inter ſe, & plura, & omnia, & vni, & pluribus ſimilia, & ſimiliter poſita. Quod patet ex definitione ſimilium figurarum, quæ dicuntur eæ, quæ ſunt & æquiangulæ, & quæ habent circa angulos æquales latera porportionalia. Sunt vero anguli B, C, F, H æquales angulis D, E, G, F externis interni, tum partiales partialibus, tum totales compoſiti ex æqualibus partialibus, &c. vt in prima prop. huius prælibamenti demonſtratum eſt; & angulus ad A communis eſt; hoc eſt in exemplo, & in figura æquales ſunt ABC, AED; ACF, AEG; ergo & totus BCF toti DEG, &c. per ſecundum axioma. Præterea in eadem prima demonſtratione huius demonſtratum eſt eſſe AB ad BC, vt AD ad DE, & vt BC ad CF, ita DE ad EG, & ſic de reliquis lateribus circa angulos æquales; ergo pentagona illa duo ABCFH, ADEGI, & alia quæcunq; polygona erunt inter ſe ſimilia, &c.

Similes figuræ quæ?

Sunt præterea prędicta triangula & pentagona, & alia omnia eius telę polygona ſimiliter poſita; quoniam & anguli æquales, & latera proportionalia in triangulis, & in vtroque pentagono ſibi ex ordine reſpondent, ac ſe ſe conſequuntur. & ſic de reliquis polygonis.

Non ſolum vero ſimiles in aracnéà telà ſunt figuræ, ſed & proportionales. Cum enim, exempli cauſa, ſint quattuor lineę proportionales AB, AD, BC, DE, quoniam in prima propoſitione huius demonſtratum eſt ex permutatione in triangulis ABC, ADE ita eſſe AB ad AD, vt BC ad DE, ergo per 22. ſexti rectilinea, verbigratia triangula ABC, ADE ſimilia, ſimiliterq; deſcripta à duabus lineis prioribus AB, AD, erunt proportionalia quadrilateris LC, CD ſimilibus, ſimiliterq; deſcriptis ſuper duabus poſterioribus lineis BC, DE.

Quinimò & tetragona tetragonis proportionalia ſunt. exemp. gratia tetragonis ABCF, ADEG ſuper duabus AB, AD ſunt proportionalia tum tetragona minora KB, BE, tum maiorà MB, KD ſuper duabus BC, DE.

Item pentagonis ABCFH, ADEGI, atque alijs polygonis ſuper ijſdem primis duabus proportionalibus lineis AB, AD ſunt proportionalia alia quelibet creſcentia tetragona ſuper BC, DE, velut DM, & alia vlterius protenſa.

Præterea ex 20. ſexti ſimilia ea polygona ſecta ſunt in triangula & numero æqualia, & homologa totis, ideſt, ita eſt quodlibet triangulum in vno polygono ad correſpõdens triangulum in altero polygono, vt polygonum ad polygonum, &c. quæ facilè poſſunt exemplis applicari.

Quare tota ea tela conſtabit ex omnibus & lineis, & figuris inter ſe multifariam ſimilibus, & proportionalibus.

Quod ſi ſpecialem ſcire aueas proportionem earum figurarum, ea erit duplicata laterum homologorum, vt patet ex 19. & 20. ſexti Euclid.

PROPOSITIO III.

Ex Aracnéa telà facilius, & vniuerſalius, quàm ex Euclide, exerceri poſſunt præcipua problemata proportionum in lib. 6. Elementorum geometricorum propoſita.

LIcet in tela ipſà, vel in figura, quæ telæ aracnéæ perſimilis eſt, non tam facile per omnia exequi liceret propoſita inferius in hac propoſitione problemata, affert tamen Aranea in parallelari ſuo illo velo veſtigia, ex quibus figuras, vel inſtrumẽta poſſit ſibi Geómetra parare ex parallelis in directum ductis (non in orbem à linea centrali ad centralem, vt facit Aranea) quibus datam lineam in partes, & proportiones poſtulatas diuidat expeditiſſimis compendijs, quæ ab Euclide non ſunt tradita. Accedamus ad exempla pro hac noſtra tertia propoſitione.

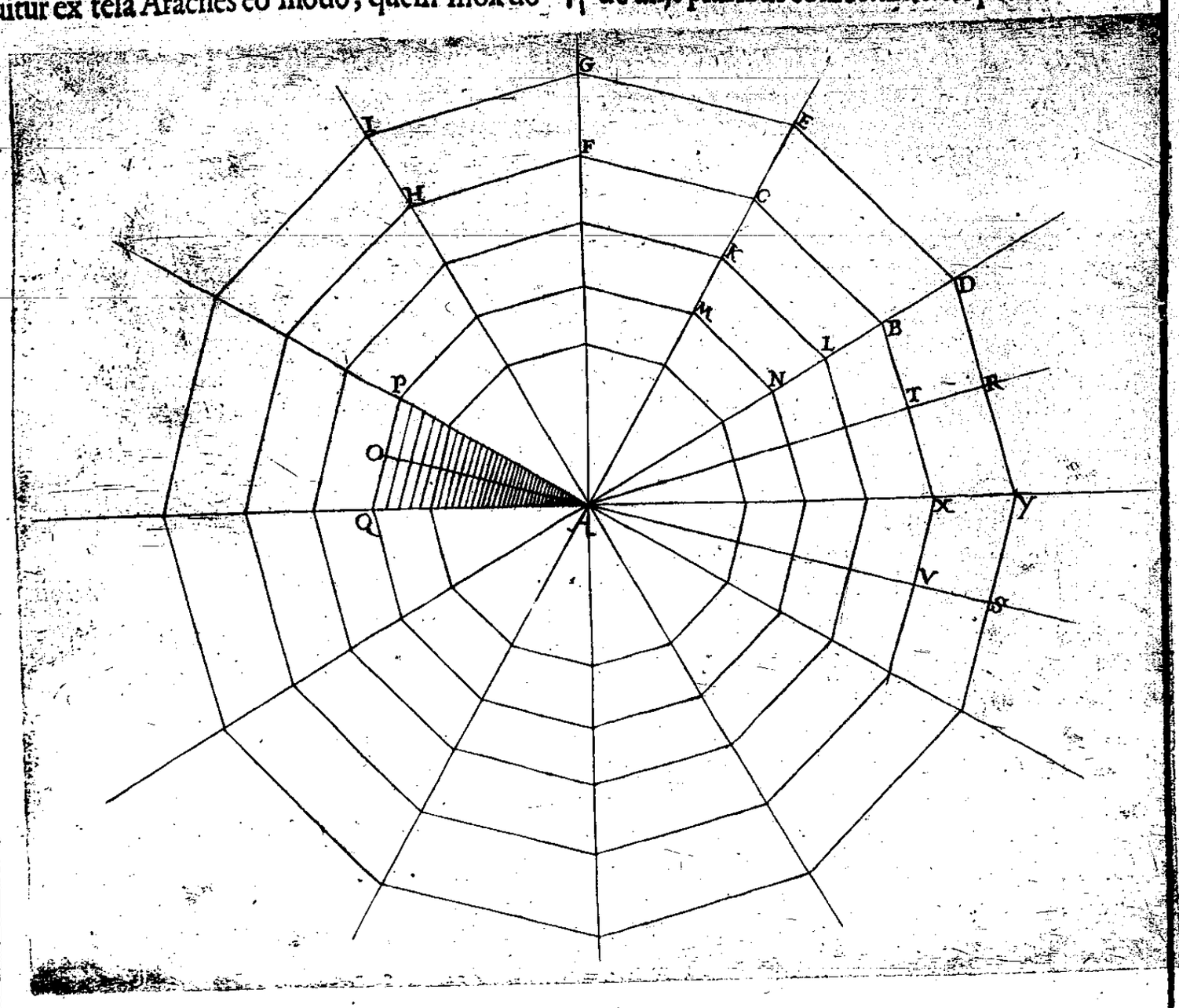
Ex figurà telæ aracneæ à datà rectà imperatam partem auferre.

Propoſitio nona ſexti eſt, in qua docemur à data recta linea imperatam partem auferre, quę exercetur ab Euclide de partibus tantum aliquotis datæ lineæ, & fit per ductum, & diuiſionem alterius lineæ, & per appoſitionem parallelarum, & per alias ambages. Statim expeditur problema, ſi fiat figura ex parte ſimilis eius telæ, quam Aranea geometrizans nos docet. Vide inferius.

Item

Item datam rectam inſectam ſimiliter ſecare vt data altera, &c.

Item propoſitio decima, quæ docet datam rectam lineam inſectam ſimiliter ſecare vt data altera recta ſecta fuerit, per compendium abſoluitur ex tela Aracnes eo modo, quem mox docebo. & e ſolutione ſecundi huius problematis patebit etiam ſoluto prioris. Breuiter, ac leuiter aliqua tantum indicabo, vt ex his, quæ afferam, de alijs pluribus coniectura fieri poſſit.



Exemplum problematis de diuidendâ datâ rectâ, &c.

Si ergo ſit data recta linea, verbi gratia AO in partes 50, ac plures æquales diuidenda, in quot ſcilicet diuiſæ ſint vel AP, vel AQ; alterum eius extremum ponatur in A, & ex A ad P numerata ſint 50 æqualia interualla, alterum vero extremum lineæ diuidendæ ponatur in numeratâ 50 parallelâ, vt in O, erit ipſa AO diuiſa in 50 æquales partes, vt patet ex demonſtratione decimæ propoſitionis lib. 6. Atquè hoc modo erit vnica, breuique opera abſolutum problema propoſitionis decimæ Euclidis lib. ſexto.

Exemplum de auferenda parte ex datâ, &c.

Ex quo ſic ſoluto pendet quaſi per corollarium ſolutio etiam problematis nonæ propoſitionis. Nam ſi ex OA auferenda ſit verbi gratiâ pars 50, facilè apparet (collocatâ ſic lineâ AO, vt eius extrema ſint in A, & in puncto O parallelæ 50 PQ) vtrãlibet extremarum partium verſus A, vel O, immò quamlibet partem in AO eſſe vnam 50, quæ poteſt auferri.

Pari ratione ſi non ſolum aliquota vna pars auferenda ſit, ſed etiam aliquotæ plures, ſeu pars, quæ contineat aliquot aliquotas; verbi cauſa, auferendæ ſint tres 50 ex AO, patet quid agendum ſit ex ſuperioribus, & demonſtratio pendet ex nona ſexti.

SCHOLION.

Cautiones circa præmiſſa problemata.

NOtanda duo ſunt. Primum: linea diuidenda ſit paulo minoris magnitudinis quam ſit altera lateralium AP, AQ, vt extremum O lineæ AO pertingere poſſit ad punctum aliquod rectæ PQ, nec extra eam excedat. Quod ſi ſit eiuſdem magnitudinis cum altera lateralium AP, vel AQ, capienda erit diuiſio alterutrius pro ipſa AO inſecta quaſi iam ſecta eſſet. Secundum: ſuponere nos in tela Araneæ, vt vult Plinius, interualla inter binas quaslibet parallelas eſſe inter ſe æqualia, vt lineæ in æquales partes ex hac ſuppoſitione poſſint diuidi; ac propterea id eſſe commodi in figura, quæ geometricè ficta ſit ad inſtar telæ aracneæ, quòd vt in tela, ſic in figura creberrimæ ac plurimæ ſunt quaſi contiguæ inter ſe parallelæ ducendæ, ceu vides à nobis factum inter AP, AQ, ob id ſcilicet, vt lineæ diuidendæ in partes poſtulatas incidant cum altero ſui extremo facile in aliquam parallelam, ſcilicet in eam, quæ eſt terminus numeri partiũ, in quas poſtulatur diuiſio.

Iam exemplum etiam accipe circa propoſitionem 18. ac problema 6. lib. 6. in quo Geometra docet à data rectà lineà dato rectilineo ſimile, ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcribere. Confer inter ſe modos Euclidis, & eum, quem tibi mox ab Aranea ſubijciam, ac videbis quanto faciliore opere id problema abſoluat, & demonſtratum prudenti Geómetræ proponat Aranea.

A datà rectà dato rectilineo ſimile, ſimiliterq; poſitum deſcribere ex telâ araneæ facilius, quàm ex Euclide.

Nam ſi, exempli gratia, pentagono ABCFH ſit ſimile, ſimiliterq; poſitum deſcribendum pentagonum ſuper AD; ex D erige DE parallelam ipſi BC, ex E ipſam EG parallelam ipſi CF, & ipſam GI ipſi FH; dico pentagonum ADEGI eſſe ſimile, ac ſimiliter poſitũ pentagono ABCFGH, &c. ex definitione ſimiliũ, ſimiliterq; poſitarum figurarum, quæ ſcilicet æquales habent angulos, & latera circa eos proportionalia, &c. Demonſtratio non eſt hic iteranda, ſed videnda in ſecunda noſtra antecedenti propoſitione. Sic ergo expedit problema ſolers Aranea, ſiue maior, ſiue minor ponenda ſit figura ſimilis, &c. figuræ.

Regula vniuerſalis conſtruendarum ſimilium figurarum.

Vnde regulam vniuerſalem elicias conſtruendarum ſimilium figurarum ſic: facto angulo communi vtriuſq; figuræ, menſura ponẽdæ figuræ accipiatur in latere altero anguli communis, tum parallelis cætera latera perficiantur, &c. vt docuimus in proximè antepoſito exemplo.

Hęc ſatis in exemplum. Alia ad tertiam hanc propoſitionem tua, lector, meditetur ſolertia in Araneæ telà.

PROPOSITIO IV.

Præcipua etiam problemata geometriæ practicæ humanis vſibus percommoda indicãtur in aracnea tela.

Regula vniuerſalis in dimenſione interuallorum inacceſſorum ex tela Araneæ.

VIdetur enim Aranea docere nos hãc regulam vniuerſalem in dimẽſione linearum, ſiue longitudinum, atq; interuallorum inacceſſorum, vt ſcilicet propoſitæ inacceſſæ longitudini parallelam aliam minorem, & nobis accommodam obducamus.

Verbi cauſa ſi ſit planum acceſſibile horizontis AD, & longitudo perpendicularis ad horizõtem, ceu turris, ſit DE, cuius altitudinem inacceſſam quæras, facilè poteris eam aſſequi per quamlibet oppoſitarum parallelarum BC, LK, NM, &c. Nam in æquiangulis, & laterum proportionalium triangulis ANM, ADE, vt AN ad NM, ſic AD ad DE. Quoniam ergo ſupponitur poſſibilis cognitio minorum, & acceſſibilium AN, NM, AD, dabitur ex regulâ proportionum cognitio arduæ turris DE, quam optabas.

Atq; éadem erit ratio circa dimenſiones profunditatum, longitudinum horizontalium, latitudinum, &c. Si cãdem DE fingas eſſe vel latitudinem mœniorum intra lineas viſuales AE, AD, vel profunditatem putei, ac vallis infra horizontem AE, &c. dabitur enim nota ipſa DE per quamlibet parallelarum minorum illi obductarum, vt exemplo iam patet.

Praxis augendarum, & minuẽdarum figurarũ ex telâ Araneæ.

Patet etiam praxis augendarum, aut minuendarum figurarum ex ea appoſitione, ac circumpoſitione parallelarum, quam exequitur Aranea in telæ conſtructione, ac nos prodidimus nuper ſub finem præcedenti tertiæ noſtræ propoſitionis. Vides enim triangulum AMN vel augeri in ADE, vel ADE minui in AMN; vides pentagona ABH, ADI vel aucta, vel imminuta in alterum, &c.

Vſus augẽdarum, vel minuẽdarum figurarum pro pictoribus.

Hæc autem ars augendarum, ac minuendarum figurarum cum ad alia, tum præcipuè ad artem pictoriam plurimum conducit; quoniam fictoriarum artium magiſtri ſæpiſſimè figuras habent neceſſe ex datis maiores, aut minores fingere, deformare, variare, &c.

Problemata Geodeſiæ ex tela Araneæ.

Pro Geodeſia etiam habes variarum figurarum varias diuiſiones, ac partitiones proportionales, vt trianguli ADE diuiſi in partes, & ſegmenta proportionalia DC, CL, LM, &c. vt demonſtratum eſt ſub finem ſecundæ noſtræ propoſitionis.

Plura ad alias praxes, poſt indicata hæc à nobis, potes tu extrudere meditando miram eam telam Araneæ.

PROPOSITIO V.

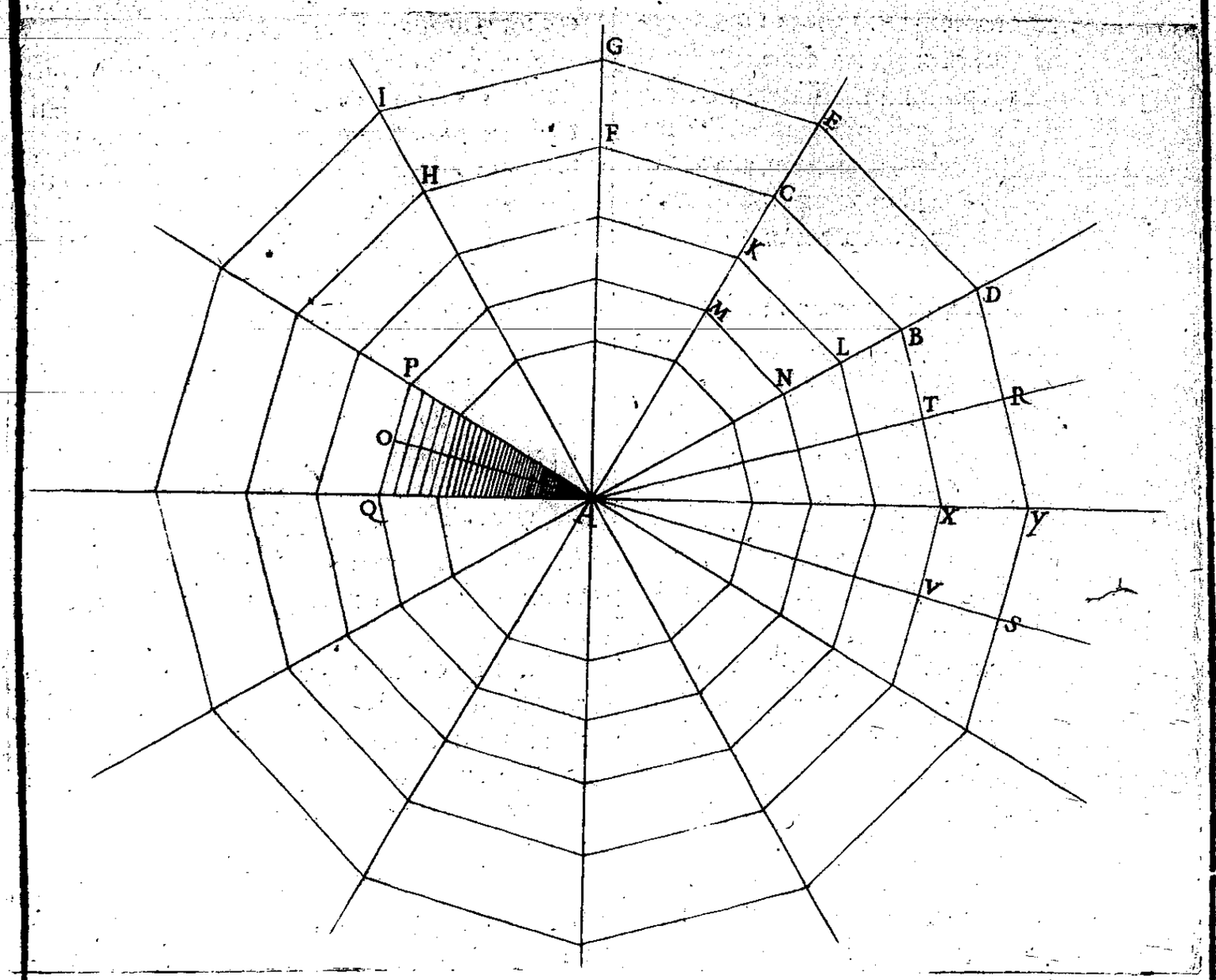
Ex aracneâ telæ conſtructione eximia corollaria geometrica colliguntur.

PRimum corollarium. Si polygona ſimilia, ſimiliterq; deſcripta communem angulum habeant, & ab eo rectæ deducantur ſecantes latera polygonorum, ſecantur eæ rectæ omnes proportionaliter.

Secundum Corollarium. Polygona ſimilia, ſimiliterq; deſcripta in circulis concentricis rectas omnes à communi centro deductas ſecant proportionaliter, &c.

Tertium Corollarium. Polygona ſecantia rectas deductas à communi vel angulo, vel centro, &c. (vt in duobus præcedẽtibus Corollarijs præſcriptum eſt) proportionaliter, habent latera parallela, &c.

Prædictorum trium corollariorum figuræ, ac demon-



demonſtrationes facilé, ac breuiter ex Araneæ tela patére poſſunt ſic. Accipe pro primo Corollario exemplum in pentagonis ABCFH, ADEGI habentibus communem angulum A, à quo rectæ AD, AE, AG, AI ſecantur (vt demonſtratum eſt in prima noſtra propoſitione) proportionaliter in B, C, F, H, & eodem modo à lateribus minorum polygonorum, ſiuè triangulorum in L, K, M, N, &c. Conſtat enim hoc è ſecunda ſexti, quoniam eæ rectæ latera ſunt triangulorum, in quibus ductę ſupponũtur ab Araneá lineæ BC, CF, LK, &c. parallelę baſibus DE, EG, &c.

Ex Araneæ telà polygona communem angulum habentia, à quo rectæ deductæ ſecãt latera polygonorum, ſecantur eæ rectę proportionaliter.

Item in eádem telá pro ſecundò Corollario ex centro communi A deſcripti intelliguntur circuli tranſeuntes per puncta B, C, F, H, &c. & per D, E, G, I, &c. ad quæ puncta ducta ſunt latera polygonorum quaſi inſcriptorũ in imaginarijs ijs circulis, latera inquam BC, CF, FH, &c. DE, EG, GI, & reliqua ſic in orbem; per ea latera traductę rectę ab A communi centro non ſolum circulorum, ſed & polygonorum, ſecantur proportionaliter, ob eandem demonſtrationem è ſecunda ſexti.

Item polygona ſimilia ſimiliterq; deſcripta in circulis concentricis rectas omnes à communi centro deductas ſecãt proportionaliter.

Idemq; verum eſt ſiue illæ rectæ traducantur per angulos polygonorum, vt fit in Araneæ tela, ſiue nõ per angulos, modo latera polygonorum ſint lateribus parallela, vt ſupponitur in Araneæ telá, & vt à nobis oſtenſum eſt in fine propoſitionis quartæ, vbi facillimum modum tradidimus conſtruendi polygonum ſimile, ac ſimiliter poſitum dato polygono.

Nam exempli cauſa ipſæ AR, AS non minus proportionaliter ſecantur in T, & V, quàm reliquæ, quæ per angulos tranſeunt. Quoniam enim per ſecũdam ſexti, vt AT ad TR ita AX ad XY, & vt AV ad VS ita AX ad XY, ergo per vndecimam quinti, vt AT ad TR ita AV ad VS, &c.

Iam quod pertinet ad tertium corollarium, id patet ex conuerſa, ſiue parte poſteriori ſeptimæ ſexti. Cum enim ductæ lineæ à centro, ſiue angulo communi A triangula conſtituant, in quibus parallelæ ~~ductæ ſunt~~ baſibus, vnde fit ſectio proportionalis earum rectarum tanquam laterum triangulorum, conſequenter, per demonſtrata ibi ab Euclide, latera polygonorum, quæ ad ſectiones proportionales adiuncta ſunt, erunt inter ſe parallela. Vide ſecundam ſexti.

Item polygona iuxta præcedentia duo corollaria &c. habent latera parallela.

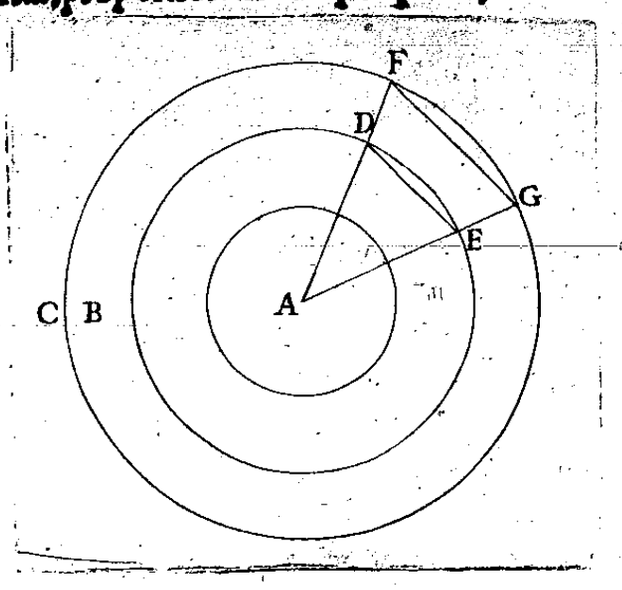
PROPOSITIO VI.

Alia item corollaria geometrica ex Araneis.

LVbet huc duo etiam apponere corollaria valde affinia, & periucunda, quæ quodammodo

modo deducuntur ex præcedentibus corollarijs. Sit ergo. —

— Quartũ corollariũ. In circulis concentricis rectę lineę à cõmuni centro ductę, quæ secãt peripherias, proportionaliter à peripherijs secãtur.

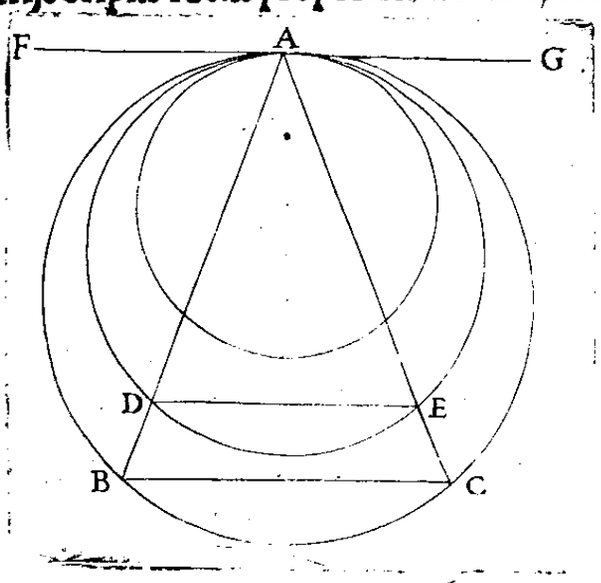


In circulis cõcẽtricis rectæ à cõmuni cẽtro secantes peripherias, secãtur proportionaliter à peripherijs.

Sint concentrici BDE, CFG, &c. A communi centro A ductæ sint AF, AG secantes in punctis D, E, F, G: dico ipsas in ijsdem punctis proportionaliter secari.

Iunctis enim DE, FG. Quoniam in triangulis ADE, AFG latera AD, AE AF, AG, ab eodem centro ad eandem circunferentiam sunt æqualia, per defin. 15. erunt ea triangula isoscelia, & per 5. pr. anguli ad bases erunt inter se æquales. Est autem angulus ad A cõmunis, & per corollarium primum 32. pr. tres anguli cuiuslibet trianguli simul sumpti æquales sunt tribus cuiusq; trianguli simul sumptis, ablato ergo communi A, remanebunt duo reliqui D, & E simul sumpti equales duobus F & G simul sumptis, per axiom. 3. ergo & dimidia erũt inter se æqualia, p axiom. 7. nempè angulus ADE ipsi AFG externus interno, &c. ergo per 28. pr. rectæ DE, FG sunt parallelæ; ac proinde in triangulo AFG latera AF, AG secantur in D, & E (etiam à peripherijs) proportionaliter, iuxta secundam sexti. Quod erat demonstrandum.

Quintum corollariũ. Si duo, vel plures circuli se se intus cõtingant, & à puncto cõtactus producantur rectæ lineæ secantes peripherias, à peripherijs & ipsæ rectæ proportionaliter secãtur.



Contingant se intus ad A circuli ABC, ADE, &c. & ab A deducantur AB, AC, &c. dico ipsas in D, & E secari proportionaliter. Hoc autem demonstrabitur si, vt in præcedentibus, demonstrabitur iunctas BC, DE esse parallelas. Ducatur ergo tangens FG. Quoniam ex 32. tertij angulus FAB, quem recta AB facit ad contingentem FG, æqualis est angulis AED, ACB, qui in alternis segmentis consistunt, erunt per primum axioma, & ipsi AED, ACB inter se æquales, ac propter ea parallelæ sunt BC, DE, & secant proportionaliter in D, & E latera trianguli ACB, &c.

Circulis se cõtingẽtibus, rectæ à contactu productæ, ac secantes peripheras, & ipsæ à peripherijs proportionaliter secantur.

Deniq; loco corollarij vltimi, atq; vniuersalissimi sit notare quantum possint in Geometriâ parallelæ lineæ cùm ad alia plurima, tum præsertim ad proportiones linearum, ac figurarum. Nam quæ hactenus prodidimus mysteria proportionum in Araneæ tela, ea omnia nituntur parallelis lineis, vt vidisti. Sed de alijs viribus parallelarum in Geometria erit nobis alius fortasse campus latior ad scribendum.

SCHOLION.

In quo locus ex Vitruuio insignis de Aranea gnomonica.

QVasi non satis fuerit Araneæ tam sapienter hactenus geometrizasse, astronomicam practicam, siue gnomonicam prater ea nos docet. Nam si telam eius rectè inspicias Æquinoctialis horarij formam quandam expandit. Quò facit id, quod est apud Vitruuium lib. 9. cap. 9. Arachnen Eudoxus Astrologus *dicitur inuenisse. Quem ad locum sapientissimus vir Daniel Barbarus recte sic habet:* Araneæ forma horologium esse poterat, lineis horarijs circulos altitudines solis ostendentes traijcientibus.

Eudoxus inuentor horarij in formàm telę Aracneę.

Itaque si lineæ in Araneæ tela à communi centro progressæ paribus inter se interuallis numerum 24 non excedant, horas astronomicas in plano horarij æquinoctialis possunt signare; ac si aliæ inter se parallelæ (quæ rectæ sunt in orbem circunductæ per 24 lineas centrales) concipiantur vt curuæ, & circulos varios homocentricos conficientes, ea simulabunt parallelos solis à tropico ad tropicum in plano Æquinoctiali, &c.

Æquinoctiale horarium in formam telæ Aracneæ.

Vide vestigium in Clauij Gnomonicis, lib. 2. propos. 50. Merito igitur Aranea suam telam à terra eleuans in aëre suspendit quasi non solum geometrica exercens, verum etiam sublimia, & astronomica tentans.

Exemplũ horarij Aracnei.

Epilogus, in quo moralia.

NOs ergo etiam ab hac Araneæ tela erigamur ad ſublimiora vltra Geometrica, & Aſtrolabica, ideſt ad moralia, & ad Deũ conditorem, atq; inditorem eius ſolertiæ, quam tam miram in tantillo, ac tam vili animalculo geometricè demõſtrauimus. Agnoſce, mi lector, & ò quicunq; compos rationis es, agnoſce, ac venerare ſummum illum rerum omnium artificem, à quo tantum accipiunt artis abiectiſſima animalcula è putri naſcentia, & ſine arte viuentia. Araneæ telà quaſi quibuſdam caſſibus capiaris, ac rapiaris in amorem eius, qui veſtigia tam aperta infinitæ ſuæ ſapientiæ prodit in rebus tam obſcuris, quique maximus etiam in minimis apparet.

Araneæ telà quaſi caſſibus capiatur, & rapiatur animus in Deũ.

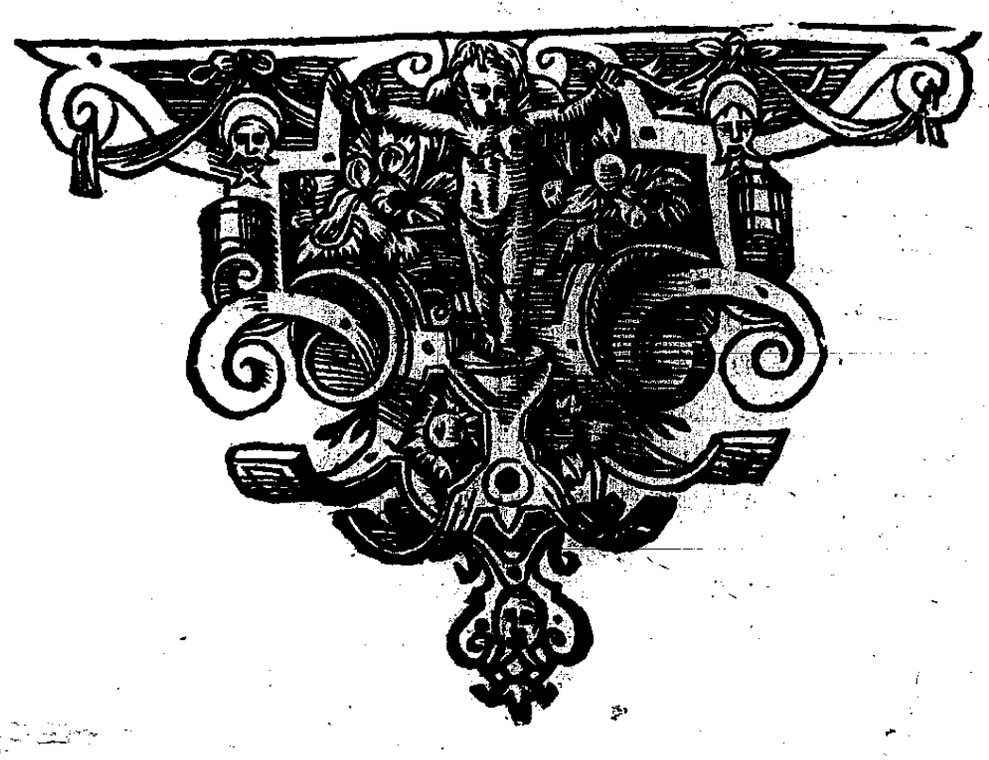
Deus etiam in minimis maximus.

Prouide autem ne in te cadat, mi lector, illud ſacri vatis: *aranearum telas texuerunt*, in quibus nimirum plurimum laboris, parum lucri, nihil eſt roboris. Euiſcerat ſe ſe Aranea, vt leuicula, & minutula præteruolantia intercipiat. Tales ij ſunt hominum, qui rebus, litteris, ac ſtudijs inanibus prorſus addicti, intelligentiam, atque animum atterunt fruſtrà, quem vtilioribus, ac ſolidioribus ornare potuiſſet, ac debuiſſent. Leuia, inania, nihil ſolidi captantia ſunt quæcunque in externæ fortunæ bonis numerantur, opes, delitiæ, honores, quin & ipſæmet artes ad intellectum ſpectantes, ac ſcientiæ Aranearum telæ ſunt, niſi bonis moribus, ac pietate ſolidentur, nec per ſe ſe expetantur, ſed ad id verum, ac ſupremum bonum dirigantur, ſine quo nulla vere ſunt bona, & cum quo etiam quæ mala videntur bona ſunt.

Araneæ telas texunt qui laborant in vanis.

Telæ Aranearum externa bona ſine virtute.

Illuc labores ſuos quicunque non adduxerunt verè miſeri *telas aranearum* ad vanitates captandas *texuerunt*.



VMBRÆ ASTRONOMICÆ

PRÆLOQVIVM III.

NOstras nos etiam nuptias Astreę cum Philomathe bonis auibus hoc ipso quamprimum anno celebraturi, nobilissimi, ac sapientissimi Auditores, nuptialem pompã in vmbris aliquot, præsertim Astronomicis, è Mathematico vestiario depromptis apparabimus. Ac si dixerimus: in amplissimis philosophicæ lætitiæ argumentis pulla peristromata expandemus, & exultantem animum atra in veste prodemus. Quid ni? Plutarcho visum est apud priscos Deorum Sacerdotes album aliquando colorem mœroris indicem extitisse; cur ergo apud nos obuerso ritu nigrores vmbrarum nuptialibus hilarijs hoc tempore importuni videantur?

Mathematicarum nuptiarũ pompa in vmbris.

Albus color olim mœroris index.

Hoc, inquam, tempore an non etiam Farnesiarum nuptiarum regifici apparatus partim nocturnis in vmbris, partim diurnà quidem in luce, sed vmbratiles peragentur? Interdiu suburbana in planitie aduersæ acies equitum, ac peditum infestis, immo festis hastis sine vulnere inter se se occurrent: tympana fausto pulsu, tubæ læto clangore pacatum Martem ad hilaritatem ciebunt: bellica tormenta cum tonitru gratè horrendo sine fulmine fulgurabunt.

Diurna spectacula Farnesiarum nuptiarum.

Noctu vero spectaculis amphitheatralibus oculi, choricis aures concentibus, scenicis fabulis oblectabuntur animi, Tum pyricis sudo sub Ioue ludent simulacris, ac volatili examine (versamur in nuptijs, Poëtis iure suo in orationem tantisper inuolarit) volatili examine facularum per altum aëra lucidas fugas pone signantum, ceu stellularum in cœlos cadentum, tam copioso imbre sursum pluet, vt geminatum diem media in nocte præuideas.

Nocturna spectacula Farnesiarum nuptiarum.

Et nos ergo his exemplis per vmbras mathematicas Astronomicis præibimus nuptijs, vt contemplemur in vmbris illustria.

Quidquid enim eximij mathematica atria recondunt per vmbras mirificè promicat; atq; etiam nuptialium spectaculorum, quæ breuissima oratione modo libabam, simillima in vmbris fert simulacra, vt ne vmbra quidem discrepantiæ inter Astronomicas, ac regias intersit nuptias. Ac illud in rem cedit peropportune quod micãtes planetarum, atq; astrorum globos contemplaturi Mediceos etiam Iouis satellites, Mediceas pilas in cœlo suspiciemus.

Principio igitur ingentem terrai vmbram, dum hoc anno nocturni hospites aliquando ingrediemur, statim ampliſſimum cœlorum theatrum se se nobis ante oculos adaperiet, in quo vno castrorum agmina, musicas choréas, pyrica spectacula intuebimur. Luna syderum Imperatrix peltam argenteam, quasi lucida quædam Amazon, exertans scintillantes astrorum acies cœlo, ceu campo quodam martio, sensim, ac tacitè prouehet, reliquis Planetarum ad instar velitum extra castra, & ordines liberiore cursu, ac sine errore oberrantibus.

In vmbra noctis astrorum agmina.

Astrorum, & cęlestium castrorum chori dum varijs, & contrarijs motibus alij ad occiduas plagas prolabuntur, in ortiuas alij renituntur, nonne strophis, atq; antistrophis poëticas quodamodo choréas in altissima cœlorum orchestra nobis exhibebunt?

Astrorum choreæ.

Quid tacitus ille, atq; eruditis tantum auribus exauditus planetarum, syderumq; concentus? quam apti cœlestium interuallorum toni! quam concinni è dissimilium adsonantijs moduli! quam varij gradus etherearum emodulationum Phrygias, Lydias, Dorias, & quinas cæteras ex ijs permixtas referentium, ac superantium...! Quam suaue vniuersi octochordum! in quo, ceu fidibus canoris, resonant Luna neten, Venus paraneten, parameſen Mercurius, Sol meſen, Mars lychanon, perhypatẽ Iupiter, Saturnus hypaten, cœlum denique stellatum proslambanomenon! Arcanam hanc Astreæ harmoniam nos è veteri Pythagoreorum philosophia sic attemperabimus, vt à geometricâ veritate nõ absonet, quemadmodum in harmonica nostra planetarũ symmetria prodidimus.

Cęlotũ concentus.

In octochordo vniuersi singulorum planetarũ fides, ac soni.

Nec pyrica nocturnis in vmbris etiam ipsis Astronomis deerunt ludicra; stipulæ ardentes, trabes conflagrantes, criniti, barbati, caudati cometæ, dracones volantes, ignes deniq; fatui.

Spectra noctis pyrica.

Sed ignes hos fatuos physicis, quorum sunt iuris, lubentissimi permittemus. Nos in cœlo seria consectabimur. Stellarum errantium, & inerrantium numerum, magnitudines, interualla, figuras, loca, motiones, & plurima alia demonstrabimus. Nec patiemur aut Galaxiam, aut Cometas à iure Matheseos eximi, cum apud nos constet ope tubospicilli eas non esse impressiones in aëre apparentes, & in prima elementa mox euanidas, sed micantium astrorum partim perpetuas, partim temporarias adglobationes. Halones etiam, Pareliæ, Irides tam à Sole diur-

Galaxia, & Cometæ sunt stellarum adglobationes.

næ, quàm à Luna nocturnæ, ac quidquid ab alto verſicoloratũ oculis mortaliũ adblanditur, ſi ſciri, non leuiter aſpectari amat, ſub Mathematicorum (hoc eſt vere ſcientum, ac demonſtrantum philoſophorum) lineas, & angulos opticos concedant oportet.

Ecce autem dum noctis vmbrã philoſophantes nos obtinet, repente —

Eclypſis Lunæ.

Iam Phœbe, toto fratrem cum redderet orbe,
Terrarum ſubitâ percuſſa expaluit vmbrâ.
Luminã quinetiam pallenti ſydera languent,
Et velut elatam Phœben in funere lugent.

At nos lætemur, qui ſcimus pallorem illum non ad Lunæ funus, ſed ad fœnus ingẽs Aſtronomiæ pertinere. Nunquam enim Mathematicæ ſcientiæ, præſertim quæ circa elementares, & cœleſtes globos verſantur, admiranda magis extrudunt, ac magis illuſtrantur, quàm cum Luna, vel Sol eclypſibus tenebrantur; & gemini olli cœleſtes oculi (vt Philoſophus Poeta cecinit)

— *Cùm quaſi conniuent, & aperto lumine rurſum*
Omnia conuiſunt clara loca candida luce.

Aliquorum opinio eclypſes Lunæ exiſtere extra vmbrã terræ.

Nec me latet in his vmbris eſſe non neminem, qui hoc æui, non ſine opticæ ſcientiæ nutu, autumet lunares eclypſes extra telluris vmbram exiſtere. nos tamen mirum id phœnomenon in vmbra poſiti ſuſpectabimus.

Sed fallor? An nobis Aſtronomicà nocte adhuc obumbratis

Nox in diem vergens.

Iam rara micant ſydera prono
Languida mundo? Nox victa vagos
Contrahit ignes, luce renatà:
Cogit nitidum Pposphoros agmen:
Signum celſi glaciale poli
Septem ſtellis Arcades vrſæ
Lucem verſo temone vocant.

Erit ſcilicet cum aliquando ſub noctis vmbram vel primam ſero exorientem, vel extremam primo mane occaſantem, crepuſcula præcipuum Aſtronomiæ ornamentum roſeo lumine luminibus noſtris arridebunt. Ibi dubia diei, noctiſq; de caſtris & ſtatione paulliſper nutabit victoria. Nec quiſquam eo tempore à ſomno diurno forté recens, ac ſitum orbis oblitus, facile ſtatuat oriatur ne dies, an occidat; dum occiduæ plagæ fulgor aureus Auroram ſic ementitur, vt Sol ab occaſu prodire videatur.

Creſpulorum deſcriptio.

In dubia igitur eà crepuſculorum vmbrà nos non dubiè, ſed geometricè, ideſt in clariſſimæ ſcientiæ luce videbimus & ſolis id temporis ab horizonte diſtantiam, & ſummam vaporum in aẽre, atq; adeò ipſius aẽris altitudinem, & crepuſculorum quantitatem rectà ſub polo degentibus bis quotannis continenter vltra ſemimeſtrem; quemadmodum ibidem noctis vmbra quotannis vltra quadrimeſtre anni ſpatium ſine vllà vel creperæ lucis interceſſione prorogatur.

Alicubi noctis vmbra pluſquam quadrimeſtris.

Iam nox, & crepuſcolorum penumbræ nobis, Auditores, in apertum diem ceſſere. In quo tamen mathematicarum vmbrarum non deſit copia; putæ Solis à Luna inter ipſum, terramq; poſitâ noſtris oculis obumbrationes, gnomonicę in ſcaphijs, & cuſpidatis verſiformibus horarijs vmbrarũ inſpectiones, opticæ ſphærarum, & cæleſtium omnium circulorum per vmbras in plana proiectiones. Quibus Aſtronomorum ſolertiſſimi tũrrium, terrarum, cœlorum, planetarum, ſtellarum altiſſimos ordines, immenſos ambitus, immanes diſtantias, vaſtiſſimas diametros, perniciſſimas circinationes, & ſemotiſſima pleraq; alia ſic explorarunt, vt vmbrarum ope plana in tabellà iam liceat aſtris geometricè ludere. Quæ quidem ingenioſiſſima, & apud pleroſq; Aſtronomorum vſitata parum inuenta nos non tã è priſcis, ac nuperis peruulgatis, quã ſeorſim in primis è reconditioris antiquitatis Authoribus Cleomede, Martiano, ac veſtrate Macrobio promulgabimus.

Ex vmbris rerum remotiſſimarum cognitiones.

Lubet ne, ſapientiſſimi Auditores, vnum, & alterum è facillimis (nunc enim tantum proludimus difficilioribus, ac penitioribus) vel leuiter ſaltem indigitemus? lubet opinor, ni me frontium veſtrarum tacitus quidam nutus fefellit. An ergo altiſſimas Ægypti Pyramides cum Thalete Mileſio, an potius cum Vegetio ad ſcalas, & machinas bellicas conficiendas mœniorum celſitudines ex vmbris aſſequamur?

Altitudinem mœniorum ex vmbrà noſſe.

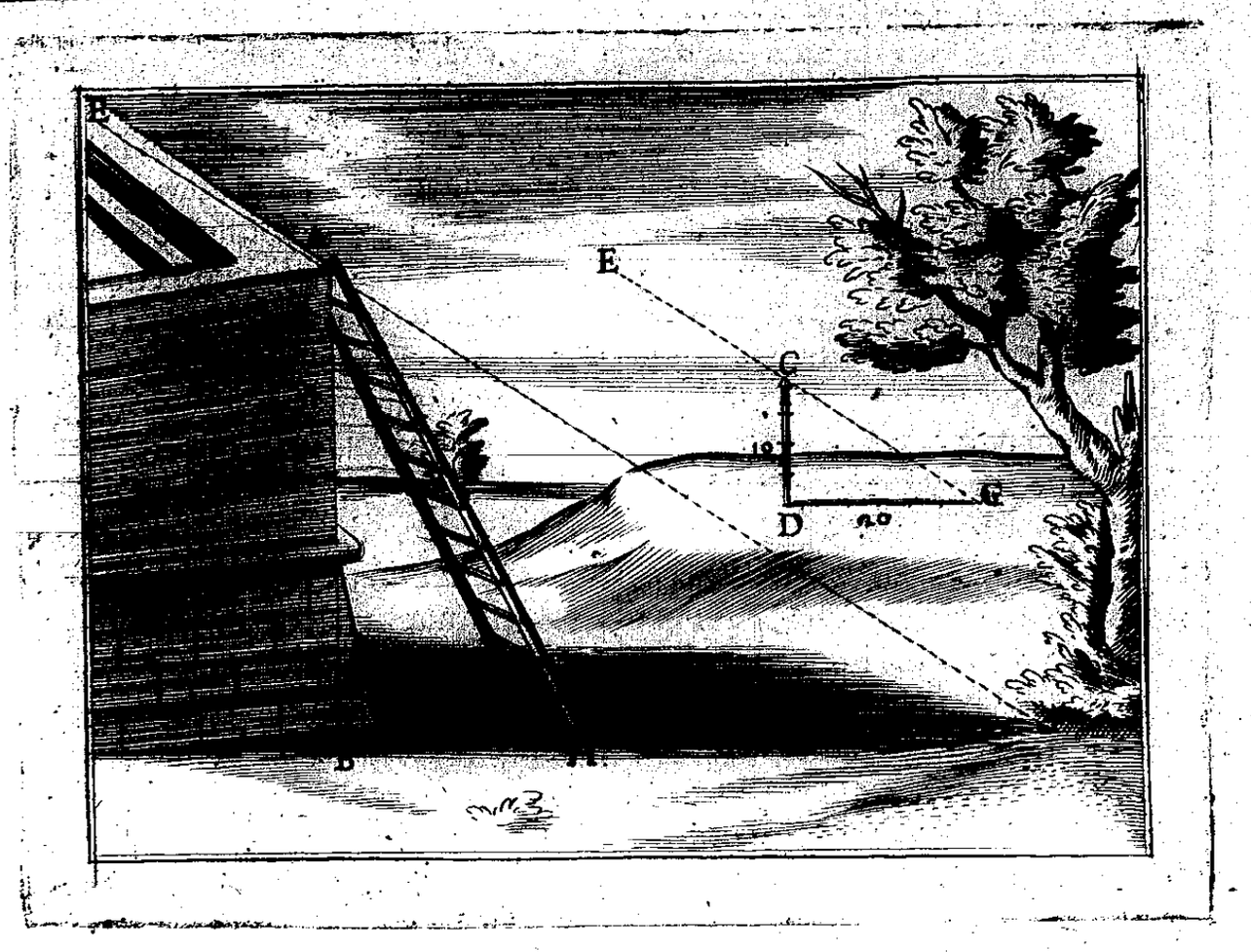
Operatio.

Eſto mœniorum altitudo AB: bacillum in æquales partes diuiſum, ceu decempedam CD, ad angulos rectos in terram defigito: Sol ex E mœniorum, & decempedæ vertices feriat: vmbræ longitudo ſub mœnibus erit BF, ſub decempeda ſit DG. Vmbram DG ad decempedæ partes exigito, vmbram vero BF alterà decempedâ metitor, quam vmbram fingamus denis decempedis protendi. Si ergo binæ, in exemplum, decempedæ, hoc eſt viceni pedes continentur in vmbrà DG, geminatam etiam mœniorum altitudinem vmbra FB, quæ denarum decempedarum eſt, indicabit. Deniq; vmbrã FB fac bipartiaris, atq; ex vmbrà prodentur quinarum erecta mœnia decempedarum. Machinæ igitur mœnia æquaturæ ad quinas erunt decempedas erigendæ.

Demonſtratio.

Ratiocinationis, atq; operationis huiuſce ratio geometrica latet, ſeu potius patet in duobus triangulis ABF, CDG, quorum latera ex vmbris BF, DG, è ſolaribus radijs, ſiue è confinijs lucis, & vmbræ AF, CG, è mœnibus deniq; AB, ac decempedà DC proportione ſibi cõſonant, per quartam libri ſexti Euclideorum elementorum. quæ latera ſunt circa æquales angulos ABF, & CDG rectos per definitionem decimã, & axioma duodecimum, & circa non rectos æquales BFA, & DGC ob arcum eundem circuli, quo ſol

ſupra



ſupra horizõtem eleuatur, è vigeſimà ſextà Tertij, circa æquales deniq; reliquos duos FAB, GCD, è propoſitionis trigeſimæ ſecundæ libri primi primo corollario.

Quid vero de ſcalis bellicis? Rem tibi ſtatim expediet ad ſcientiam, & ad opus penultima primi apud Euclidem, ſcilicet mirifica illa, nec ſatis vnquam laudata Pythagoræ propoſitio, cuius idemmet inuentionem centenà boum immolatione celebrauit. Etenim ſi ſcalas ab inferiore parte H binis, finge, decempedis diſtare velis à mœnibus, binas decempedas in ſeipſas ducito, quinas item decempedas (quæ mœniorum iam comperta eſt altitudo) quadrato in ſe numero multiplicato, mox numeros hoſce quadratos inter ſe addito, & adgegati quadratam, vt vocant, radicem educito, eritq; ea in orthogonio triangulo ABH ſub recto angulo poſitum latus HA, nempè ſcalarum quæſita ex vmbris proceritas, ad quam extructæ armatos milites captam in vrbem immittant.

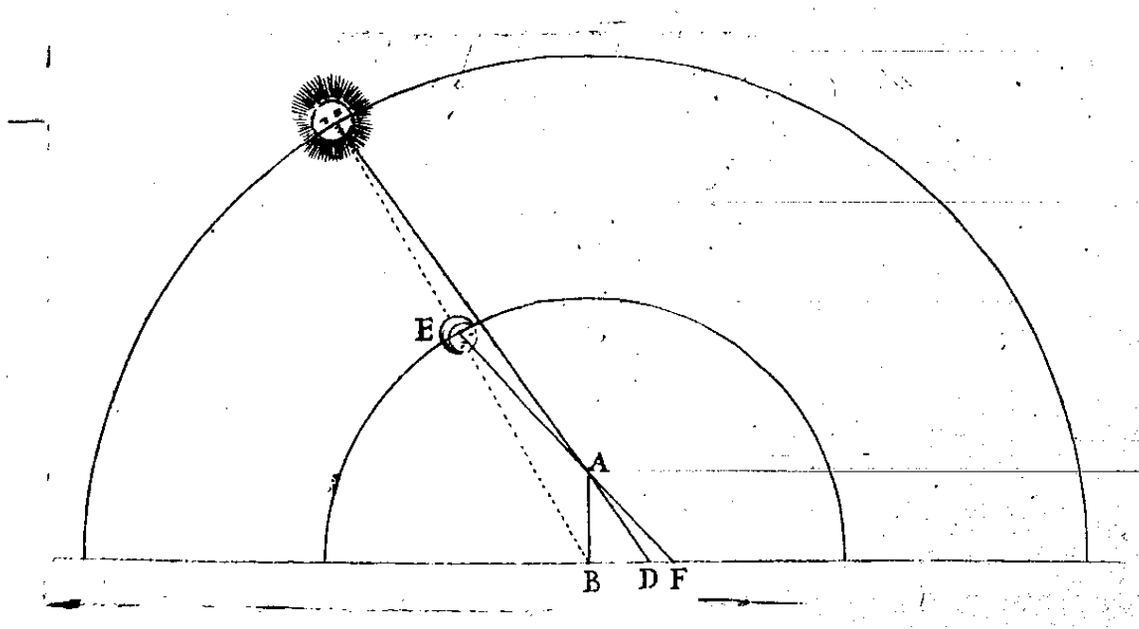
Pythagoras, inuentâ propoſitione penultimâ Euclidis, 100 boues immolauit.

Scalarum longitudinem ad moenia conſtendenda cõperire ex vmbrâ moeniorum.

Geometricam hanc, & non vmbratilem vmbrarum ſcientiam didiciſſet olim Macedonum Rex Philippus, Melitæorum vrbem obtinuiſſet, quam, libro nono Polybius enarrat, eluſus impræuiſa ſcalarum breuitate, non occupauit.

Philippus eluſus breuitate ſcalarum hoſtilem vrbem non obtinet.

Atq; hic quidem vnicus è plurimis; atq; infimis in terris vmbrarum vſus eſto mathematicarum. At verò quam ſublimes in cœlis theoriæ nobis per vmbras patuerunt? Vnicam tantum, ac facillimam de Solis, ac Lunæ locis appono. Quæris vtri principum eorum planetarum remotior à terris in cœlo ſedes debeatur? Has incertæ, ac cecæ mentis tenebras vmbra tibi ſuis adimet tenebris.



Nam

Lunam in cęlo Sole inferiorem ex vmbris cognoſcere.

Nam in plano quopiam horizonti parallelo gnomonem AB ad rectos angulos fac ſtatuas, tum Æquinoctij tẽpore Phębo C in primo Arietis, vel Libræ gradu verſante, ac certos ad gradus circuli meridiani ſupra horizontem eleuato, vmbram BD metieris. noctu vero cùm Luna E ſub eodem ſeu Libræ, ſiue Arietis gradu deferetur, totidem & ipſa partibus in circulo meridiano ſupra horizontem euecta, & ſub Eclypticæ orbe collocata, tunc vmbræ lunaris à gnomone proiectæ quantitatem BF explorabis, quam ſolaris vmbræ quantitate maiorem, licet in nocte, non obſcuré conſpicies.

Omnem verò Aſtronomicæ operationis curam huic experimento neceſſariam tibi eximẽt Ephimerides, in quibus Planetarum quaq; die in cœlis loca certiſſimá ſupputatione proponuntur. Ex hac igitur diſpare vmbrarum quantitate licet pronunties ſolem, cuius vmbra breuior, à terrá remotiorem eſſe, quàm Lunam, cuius eſt vmbra productior.

Huius enuntiationis veritas conſtat, & roboratur opticis rationibus, atque experimentis. Quorũ id tibi perfacile fuerit, ac ſemper obuiũ, vt oculo ad ſignũ aliquod, velut ad C, collocato ita, vt in vna, eàdemq; viſoria linea CB ſigna ſint C, E, B, ſi deinde ex C viſionis radium per A direxeris, radij terminum D in horizonte proſpicies; ſin autem oculo acceſſeris in E, & rurſus per A adſpexeris, proſpectionis terminus fiet F, qui quidem à B ſemper erit, quam D, ſine vlla dubitatione remotior.

Sed iam ne remotior, quam par eſt, fiat etiam orationis noſtræ terminus, plura, & reconditiora de vmbris opportuniori tempori ſeponamus. Nunc enim ab hac vmbrarum copiá nos temporis excludit inopia. Id tantum in epilogum prudentibus animis aduertamus quod horariorum ſolarium in muris notiſſimæ omnibus vmbræ, ceu quædam tacitæ linguę Temporis in has fere ſententias de moralibus vmbris eloquuntur.

Documenta moralia ex vmbris horariorum ſolariũ.

Temporum momenta, & ciuilia negotia, & vitam veſtram nos vmbræ metimur, o mortales. Quin & vita iſtæc veſtra mortis ad vos magis, ac magis laneo greſſu accedentis vmbra quædam eſt. A Solis vmbris ad ſepulcrorum vmbras, nec aduertitis miſeri, tacite properatis. Quidquid extra virtutem aut amatur, aut doletur, vmbræ bonorum, ac malorum ſunt. externa, quæ fortunæ ſunt, nec ſolida bona, nec vera mala ſunt, quæ bonos, aut malos efficere ſuos per ſe nequeunt poſſeſſores. & tamen quam deſperate vitantur! quàm impotenter adpetuntur! Vt Ixion inania nubium ſimulacra pro verà Iunone captatis. Vt Æneas cęcis inferorum in vmbris fruſtra occurſantes vmbras diuerberatis. Nos igitur, Auditores, cum eodem Ænèa monenti Sibyllæ, hoc eſt rectæ rationi obaudiamus, vt in elyſios pacatæ ſecuritatis campos excipiamur.

Hactenus aliqua vt nunc de vmbris aliquibus Aſtronomicis. Iam ſileamus, quandoquidem vmbras decet ſilẽtium, præſertim hoc noſtrum, ne prolixioribus, ac quodammodo verboſioribus vmbris graues videamur humaniſſimo huic veſtro ſilentio, beniuolentiſſimi Auditores.

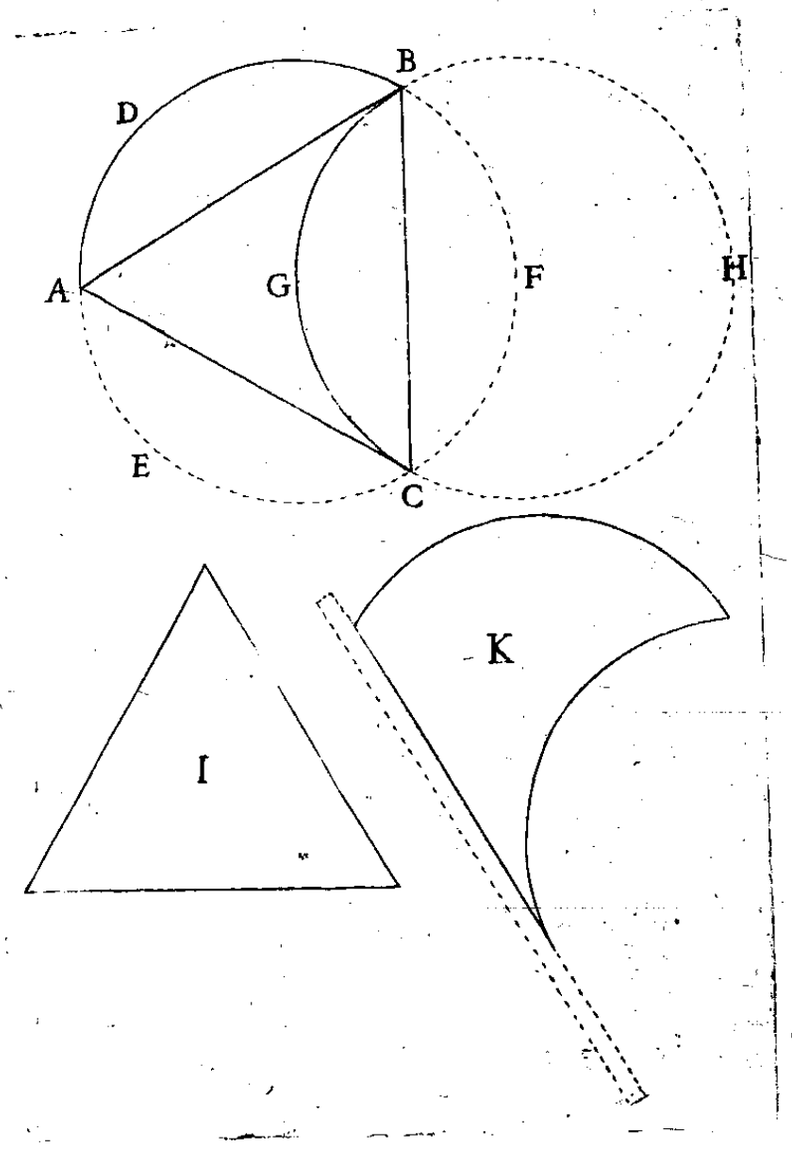
PROTEVS GEOMETRICVS.

IN QVO

Tyrocinia ad circuli quadraturam.

PROPOSITIO I.

Datum triangulum Aequilaterum falcare.



SIt triangulum rectilineum Aequilaterum ABC, quod propositum sit conuertere in curuilineum illi æquale simile falci. Circa Aequilaterũ ABC describatur, iuxta quintam quarti, circulus BDAECF, & alter æqualis BGCH describatur secans priorem per centrum G, signenturq; tantum peripheriarum segmenta manifesta BDA, BGC; dico æquilaterum ABC æquale esse mixtilineo falcato BDACG. Quoniam enim per 24. tert. super æqualibus rectis lineis AB,BC similia æqualium circulorum segmenta ABD, BCG sunt æqualia, si commune triangulum curuilineum ABGC apponatur modo ipsi segmento BCG, modo ipsi ABD, erunt inter se æqualia etiã tota triangula rectilineum ABC, & mixtilineum CADBG. quod erat demonstrandũ. Fiat ergo sectio, & auferatur ipsum BCG, atq; apponatur ad latus AB, eritq; ipsum Aequilaterum I per suarum partium transpositionem tranformatum in falcem K.

SCHOLION.

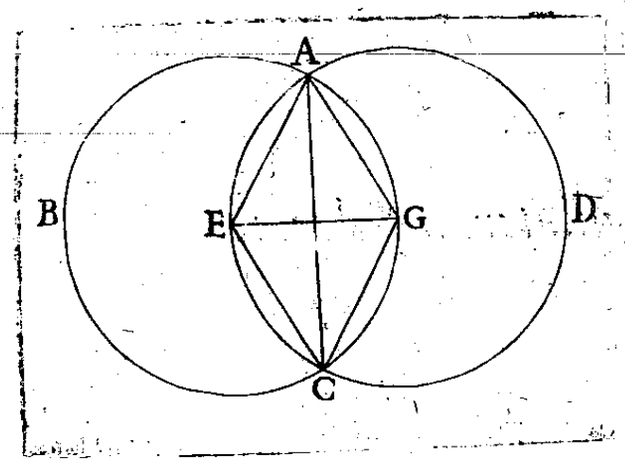
In quo corollaria ex antecedenti prima propositione ad primam pr. & ad alias propositiones quarti libri Euclidis.

I. EX *antecedenti figura, & demonstratione habes ad propositionem secundam libri*

quarti

Inſcribere æquilaterum in dato circulo ex prima propoſitione li. pr. Eucl.

quarti Euclidis modum ex prima pr. inſcribendi æquilaterum in dato circulo. Nam circuli ſe per centra ſecantes interſecant tertiam partem peripheriæ, & ad punctum ſectionum peripheriæ ducta linea (qualis hìc eſt AC) eſt latus Aequilateri circulo inſcribendi. Probatur autem eam lineam eſſe latus Aequilateri tertiam partem peripheriæ, &c.



Nam in appoſita hìc figurà, ductà communi item *diametro ad mutua centra EG, & excitatis ſuper ea iuxta primam pri. duobus Aequilateris infernè, ac ſupernè EAG, GCE; Quoniam duo latera Aequilaterorum AG, GC, item AE, EC ſubtendunt duas ſextas partes circumferentiæ AGCB, vel AECD, vt patet ex decimaquinta Quarti; ipſa ergo AC, quæ duabus illis ſextis vtriuſq; circuli ſubtenditur, tertiam peripheriæ partem ſubtendet AEC, AGC; ac proinde latus idem AC conficiet, ter replicatũ, tria latera diuidentia vtramq; peripheriam in tres tertias æquales per* 28, *& 29 tert. Igitur æqualia erunt latera, quæ æqualium circulorum æquales peripheriæ partes ſubtendunt per* 28. *tert. & conſtituent ſuper AC Triangulum Aequilaterum. &c.*

Deſcribere in dato circulo hexagonum, ex prima propoſitione lib. 1. Eucl.

II. Habes & ad decimamquintam Quarti ex prima pri. modum deſcribendi in dato circulo hexagonum. Nam latera EA, AG, GC, CE ſubtendentia ſextam partem peripheriæ, ſunt latera hexagoni in alterutro circulo inſcribendi. Quin immo, etiamſi non ſint ducta latera prædicta, modo iuncta ſit ſola AC, ex eius bifariatione inuenietur interuallũ pro hexagono inſcribendo in alterutro circulo. Nam ex puncto vbi AC bifariam ſecta fuerit, excitata perpendicularis bifariam etiam ſecabit tertiam peripheriæ partem, ſiue alterutrum arcuum AEC, vel AGC, iuxta doctrinam de ſinubus demonſtratam, quæ eſt huiuſmodi: Recta perpendicularis bifariam ſecans chordam, bifariam ſecat & arcum, & è conuerſo. *Habebis ergo in peripheria à punctis E, A, C terminos duorum laterum hexagoni in circulo inſcribendi. Eàdẽ enim ratione, qua eruditi Geometræ deſcriptionem Octogoni in circulo docẽt è 6. Quarti, ex qua Quadratum deſcribitur in circulo, cuius quadrati bifariam diuiſa latera à perpẽdicularibus dant in arcubus bifariam ſectis puncta laterum Octogoni; non abſimili & nos ratione cùm in primâ primi Euclidis figurâ latus repererimus trianguli æquilateri in circulo inſcribendi, id perpendiculariter bifariatum dat in peripheriâ duplicium laterum figuram, ideſt hexagonum, alia ratione, atq; praxi, præter eam, quam habet Euclidis in* 15 *Quart.*

Perpẽdicularis bifariam ſecans chordam, bifariam ſecat & arcum; & conuerſim.

III. Quin immo habes & hinc compendium ad initiũ problematis 16. *citati libri quarti, dum, ſi velis in dato circulo Quintidecagonum deſcribere, nil eſt neceſſe, vt facit Euclides, primo conſtituere triangulum æquilaterum ſeorſim, tum per ambages ſecundæ eiuſdem libri, inſcribere in circulo aliud æquilaterum priori ſeorſim conſtructo æquiangulum, &c. nam, iuxta præcedentia noſtra ſcholiâ, vno, eodemq; compendio inuenies in dato circulo ſtatim latus trigoni æquilateri, & æquianguli, deinde cætera iuxta Euclidem exequèris.*

Compẽdium è primâ primi ad deſcribendum Quintidecagonũ in dato circulo.

PROPOSITIO II.

Falcem ſtellulare.

I. FAlx reformetur in æquale rectilineum triangulum æquilaterum, quod facile excitabitur ex prima pri. ſuper latere, BC. &c.

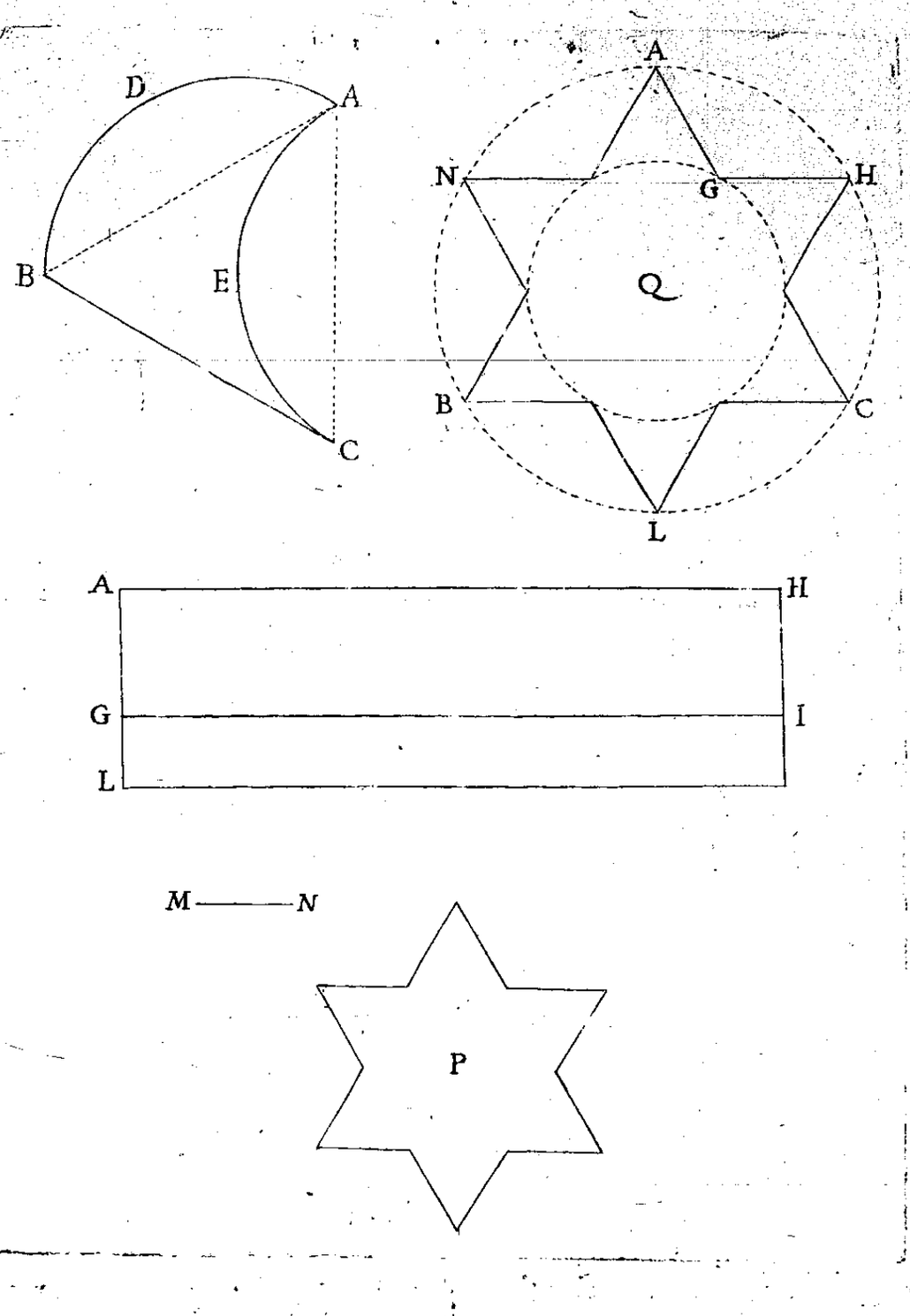
Conſtructio hexagoni cuſpidati, ſiue cylogonij.

II. Conſtruatur hexagonum cuſpidatum, ſiue cylogonium arbitrariæ magnitudinis hac ratione. Ducto circulo occulto ABC, & iuxta 15. quarti ad interuallum ſui ſemidiametri diuiſo in ſex partes æquales, à punctis diuiſionum ducantur rectæ facientes angulos internos cuſpidum, ſiue ad vertices A, H, C, L, B, N, inter ſe æquales, vt docetur 23. primi.

III. Iuxta 42, 44, 45. pri. reſoluatur hexagonum Q in triangula, & commutetur in parallelogrãmum æquale ad datum latus in quouis angulo; verbi gratia, ad latus AG Cylogonij hexagoni Q fiat ipſi hexagono æquale parallelogrãmum GH. Item ad latus GI parallelogrammi GH in angulo IGL, qui ſit æqualis angulo HAG eiuſdem parallelogrammi GH, applicetur parallelogrãmum LI æquale triangulo æquilatero ABC, eritq; per 14, & 29 li. pri. AL vna recta linea.

IV. Inter rectas AG, GL inueniatur, per 13 ſexti, media proportionalis MN. Supra quam, ex 18 ſexti, conſtituatur rectilineum cuſpidatum, ſiue cylogonium P ſimile ipſi Q, ſimiliterq; poſitum. His demonſtratiue peractis, dico figuram ſtellulatam P æqualem eſſe æquilatero triangulo ABC, hoc eſt falci ADBCE. Ratio eſt quia & æquilaterum ABC (ſiue illi æquale parallelogrammum LI) & ſtella P eandem habent rationem ad ſtellam Q, ſiue ad illi æquale parallelogrammum GH.

Nam



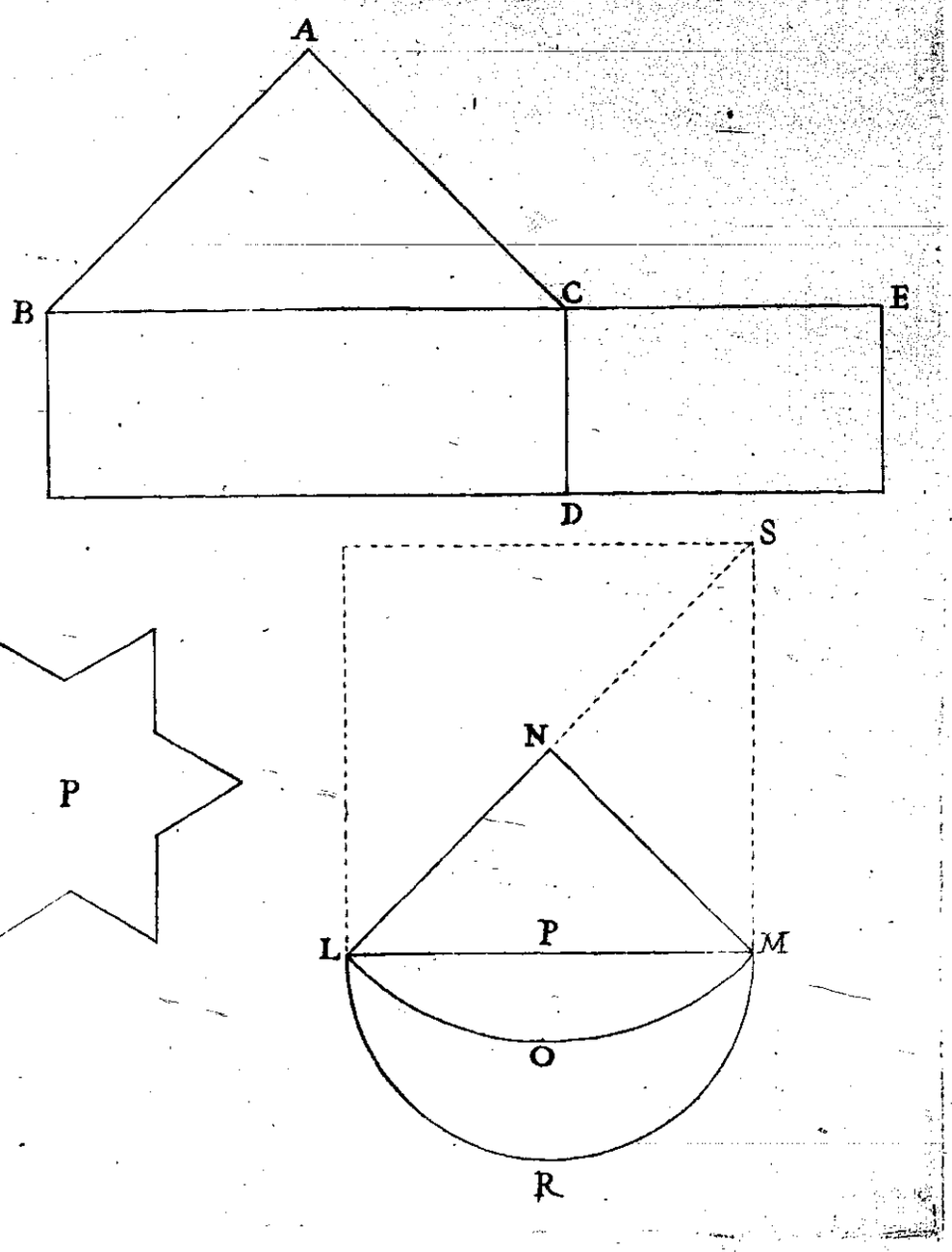
Nam in eiuſdem altitudinis parallelogrammis GH, LI, vt baſis AG ad baſim GL, ita parallelogrammum GH ad parallelogrammum LI, ex prima ſexti. ſunt autem per conſtructionem æqualia parallelogrammum GH, & hexagonum Q, item æqualia parallelogrammum LI, & triangulum ABC, ergo vt GH ad LI, ita Q ad æquilaterum ABC. Rurſus cum ſint tres proportionales AG, MN, GL, erit ex Corollario vigeſimæ ſexti, vt AG prima ad GL tertiam, ita Q polygonum ſupra AG primam deſcriptum ad P polygonum ſupra MN ſecundam ſimile, ſimiliterq; deſcriptum. Cum ergo ex præmonſtratis idem polygonum Q eandem habeat rationem ad æquilaterum ABC, & ad ſtellulam P, erunt ABC, & P inter ſe æqualia, per nonam Quinti.

SCHOLION.

Cilogoniæ figuræ quæ ſint, quæue earum affectiones vide in Apiario noſtro geometrico theorico.

PROPOSITIO III.

Stellam lunulare.



I. FInge tibi triangulum isosceles arbitrariæ magnitudinis rectangulum ABC.

II. Supra latus BC trianguli ABC constitue parallelogrammum BD ipsi ABC æquale, deinde ad CD applica CDE stellæ propositæ P æquale. scilicet, facilitatis gratia, fac DE æquale ipsi LI rectangulo minori figuræ propositionis secundæ antecedentis.

III. Post hæc inter BC, CE, inuenta media proportionalis dabit basim LM trianguli LMN isoscelis rectanguli similis ipsi ABC, & æqualis hexagono P. Quæ omnia demonstrantur eodem modo, quo secundum problema nuper demonstratum est. Quod autem hìc proprium est accipe. Nempe.

IV. Centro N, & interuallo NL, vel NM, fiat quadrans NLOM (angulus enim LNM rectus per constructionem, insistit quadranti, per Scholion ad propos. 27 tertij) deinde diuisa basi LM bifariam in P, & interuallo PM, vel PL describatur semicirculus LRM. Quoniam per secũdam duodecimi, sunt inter se circuli quemadmodum à diametris quadrata; si fingas quadratum excitatum super recta LM, & productam LN euadere in diametrum LS, Quadratum ex LS lateris oppositi recto angulo LMS erit per 47 pri. æquale quadratis ex LM, MS, hoc est, duplum quadrati ex LM, atq; adeo circulus etiam ex LS erit duplus circuli ex LM; ergo semicirculus ex LS æqualis circulo ex LM, ergo quadrans NLOM æqualis semicirculo LRMP. Sublato ergo communi LOMP, remanent æqualia triangulum NLM, & lunula LRMO. At ipsi NLM æquale est, per constructionem, ipsum hexagonum P, ergo stellula in æqualem est lunulam transmutata. &c.

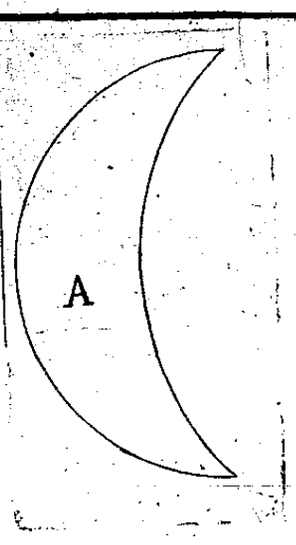
Circuli sunt inter se quemadmodum à diametris quadrata.

PROPOSITIO IV.

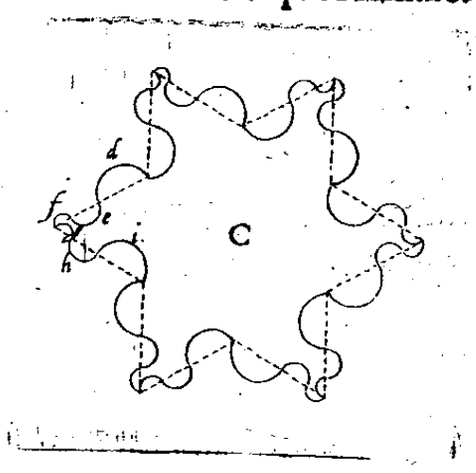
Lunulam radiare, siue in radiatum hexagonum æquale, quasi quemdam in solem, commutare.

I. LVnula A, hoc est illi æquale triangulum isosceles rectangulum NLM in ante-

cedenti

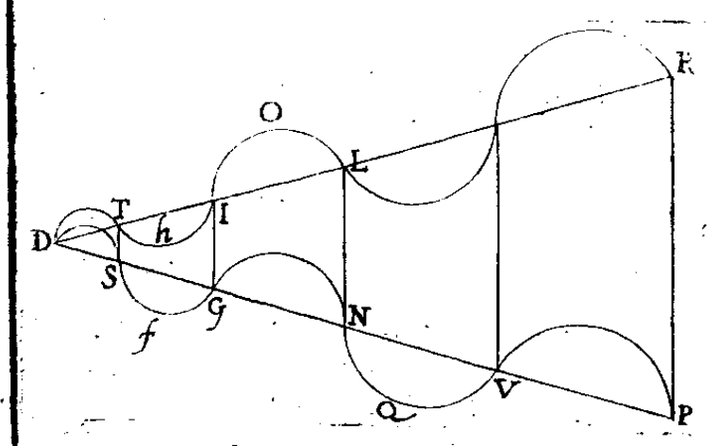


cedenti propositione tertia, remeet in æquale hexagonum ex isosceli bus cuspidatũ, quod erat ibi P, per modos in præcedentibus problematibus traditos; nempe formatis, ac iunctis duobus parallelogrammis, & media proportionali inuenta, &c. vt in antecedenti problemate.



II. Circa ergo hexagoni C (æqualis ipsi Lunæ A) latera occulta describantur hinc inde varia circulorum segmenta (semicirculis minora per praxim in scholio sequenti) minora, & minora versus cuspides, ita tamen, vt sint bina opposita æqualia, ceu vides in D, E, F, G, H, I, &c. eodemq; modo cuspides, siue isoscelia reliqua hexagoni C radientur. Quo facto, dico radiatam figuram C æqualem esse ipsi Lunæ A; est enim ipsa figura C æqualis hexagono cuspidato, immo idem est cum hexagono cuspidato, variatis tantum, ac translatis isoscelibus in radios. In primis ergo probandum est hexagoni C cuspides, siue isoscelia occulta rectilinea æqualia esse radijs compositis ex circulorum segmentis, quod facillimum est.

Isoscelia commutare in radios.

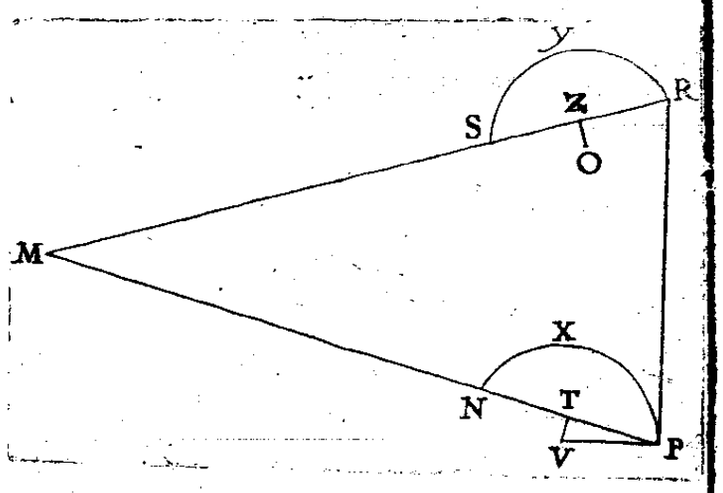


Nam in exemplo vnius radij, ductis ad terminos oppositarum curuarum rectis ST, GI, NL, &c. PR; quoniam per constructionem æqualia sunt segmenta opposita SGF, TIH, si commune spatium interceptum addatur, quod mixtum est sub curua THI, & sub rectis IG, GS, ST, erunt æqualia inter se pars cuspidis rectilinea GSTI, & pars radij IGFSTH; idemq; demõstrabitur de alijs partibus, & segmentis DTS; GO, GL; LQ, LV, &c. Ac idem pariter de reliquis integris cuspidibus radiosæ figuræ C demonstrabitur.

Quoniam igitur in hexagono eodem cuspidato, & radiato area C est communis, & radij sunt æquales cuspidibus, & hexagonum C cuspidatum rectilineum, per tertium antecedens problema, æquale est Lunæ A, erit etiam radiatum idem hexagonũ C æquale eidem Lunæ A. quod erat demonstrandum.

SCHOLION.

Ad praxim radiationis.

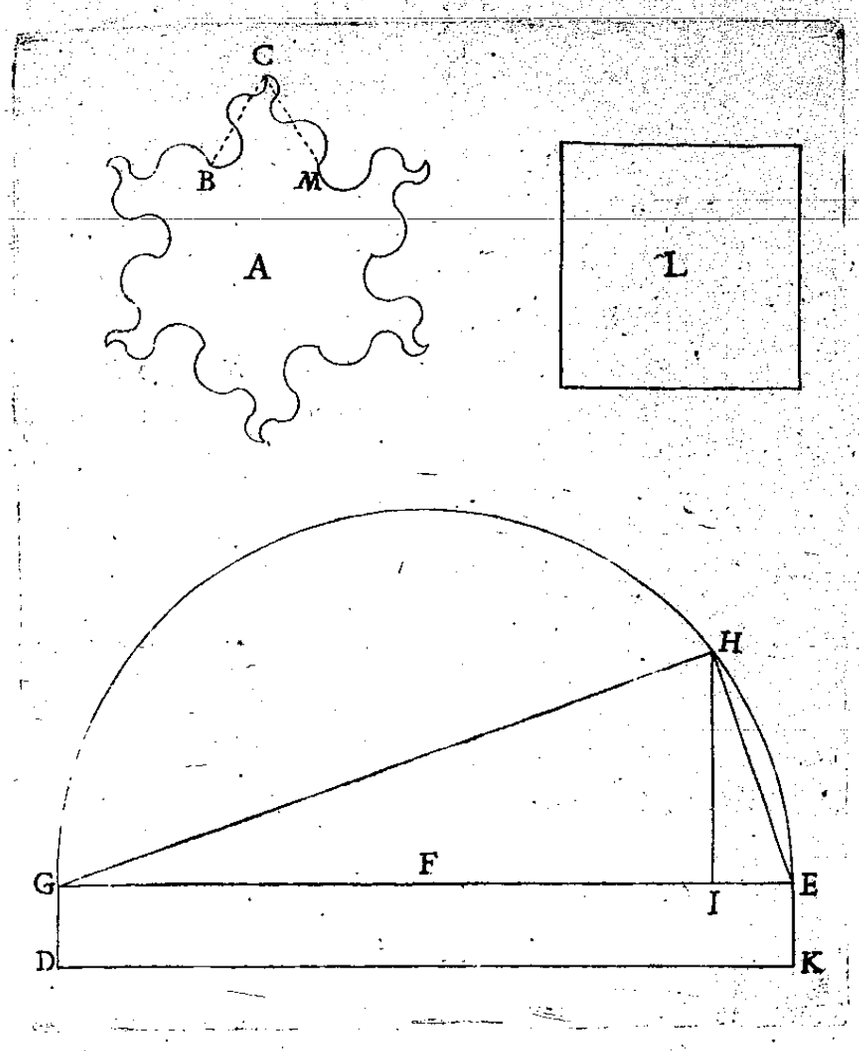


Super RP, PM iunge perpendiculares PV, TV, & ex concursu V, interuallo VP, describe segmentum NXP, quod tanget recta RP in P. *Sic Pater Griembergerus in censura meorum Apiariorum. Eodemq; modo operare super SR sumpta æquali ipsi PN, & bifariatà in Z, & perpendiculari ZO æquali ipsi TV, & interuallo OR duc SY R, &c.*



PROPOSITIO V.

Hexagonum radiatum quadrare.



Radios vertere in isoscelia.

RAdij vertantur in isoscelia rectilinea, ductis scilicet rectis ab apicibus ad radices radiorum, vt exemplum habes in prima hic figura A, si spectes rectas occultas BC, MC, &c. sub radijs; &c. Mox quadratura facillime dabitur vel ex vltima Secundi, vel ex 13. Sexti. Sed quoniã ex ijs propositionibus modi vulgati sunt, vtamur nos non passim vulgato pro hac quadratione.

Hexagonum igitur A (radijs iam in rectilineas cuspides, & isoscelia conuersis, vt nuper dictum est) vertatur in rectangulũ parallelogrammum constructum super vno cuiuslibet cuspidis latere, iuxta 45. pri. sitq; parallelogrãmum DE (vel repone hic LI in figura propositionis secundæ) tũ diuiso latere GE bifariã in F, & facto ibidem centro, interuallo FG, vel FE describatur semicirculus GHE. Præterea transferatur longitudo lateris EK in I, & perpendicularis educta ex I secet semicirculum in H. Deniq; iungatur EH, quam dico esse latus quadrati æqualis hexagono A. Ductà enim GH, quoniam in semicirculo GHE angulus GHE rectus est per 31. tert. erit trianguli GHE latus EH, rectum angulum cum latere HG ambiens, medium proportionale inter basim EG, & inter segmentum EI, quod ipsi EH adiacet, per secundam partem corollarij octauæ Sexti. Ergo per 17. Sexti, quadratum ex EH æquale est rectãgulo ex EG, EI, idest rectangulo DE. At rectangulum DE per constructionem est æquale hexagono A, ergo quadratum ex EH (quod sit L) erit æquale eidem A. quod erat demonstrandum & faciendum, vt radiata figura quadraretur.

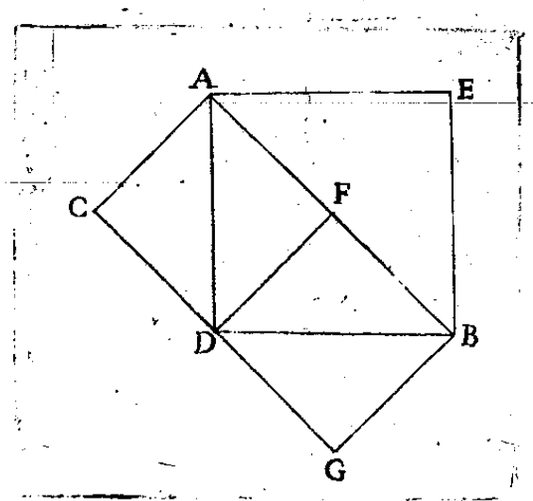
SCHOLION, ET COROLLARIVM,

In quibus inuentio mediæ proportionalis non solùm è sexto, sed etiam è secundo Euclidis indicatur.

NOtandum est cum quadratura sit ex vltima secundi, eam etiam fieri per inuentionem mediæ proportionalis. Nam si reuisas figuram vltimæ secundi, videbis ibi inter latera parallelogrammi, & quadrati, vbi ea iunguntur in semidiametrum, adinueniri mediam quandam lineam perpendicularem sectam à semicirculi circumferentia eodem prorsus modo, qui docetur etiam libro sexto propositione 13. Quare ne mireris, mi lector, quasi falsum paradoxum à nobis dictum in antecedenti quinta propositione, quadraturam hexagoni A fieri posse etiam ex vltima propositione lib. 2. elem. Euclid.

PROPOSITIO VI.

Quadratum in ſecurim, ſiue triangulum curuilineum Pelecoides mutare.



SIt quadratum ED idem, quod L in præcedenti problemate. Cui quadrato Pelecoides triangulum conſtituendum ſit æquale Antequam id exequamur, præmittenda ſunt duo lemmata.

PRIMVM LEMMA.

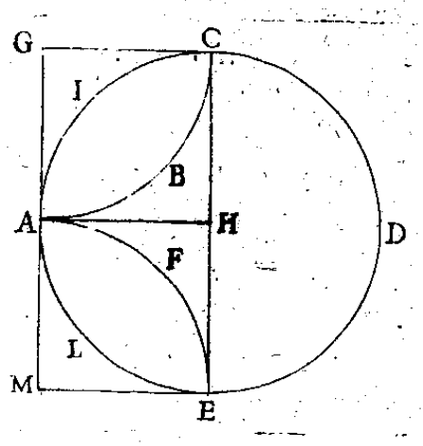
Si fiat parallelogrammum rectangulum ex diametro, & ſemidiametro dati quadrati, erit id parallelogrammum æquale ipſi dato quadrato.

VT in præpoſita figura ex diametro AB, & ſemidiametro AF rectangulum CB; quod dico eſſe æquale quadrato DE. Ducta enim DF parallela ipſi AC erit etiam parallela ipſi BG. Quoniam ergo per 34. pri. diametri AB, AD, DB bifariam diuidunt parallelogrammata DE, CF, FG, erunt æqualia triangula DGB, BFD, DFA, ACD, ADB, BEA. Eſt autem commune ADB, ergo ACD, DGB, BAD, ideſt rectangulum CB æquale eſt ipſis ADB, BEA, ideſt quadrato DE.



SECVNDVM LEMMA.

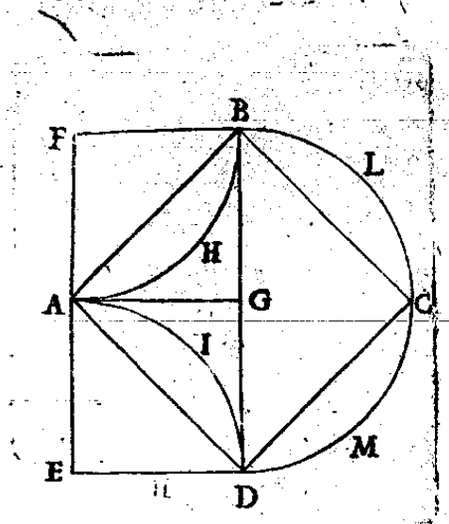
Triangulum Pelecoides curuilineum ſub dimidia peripheria, & ſub duabus reliquis quartis peripheriæ conuexis eiuſdem, vel ſimilium circulorum, æquale eſt rectangulo contento ſub diametro, & ſemidiametro eiuſdem trianguli.



SIt triangulum curuilineum pelecoides ABCDEF ſub dimidia peripheria CDE, & ſub reliquis eiuſdem peripheriæ quartis conuexis CBA, AFE; & ſit rectangulum GE contentum ſub diametro EC, & ſemidiametro CG, dico rectangulo æquale eſſe pelecoides, &c. Nam interuallo HC, vel HE ducatur reliquus ſemicirculus CIALE, & eodem interuallo, ac centris G, & M ducantur quadrantes CBA, AFE. Quoniam enim ſemicirculus CILE reliquo ſemicirculo CDE eſt æqualis, & ex circuli CIALED ſemidiametro HE ducti quadrãtes GCBA, HCIA, MAFE, HALE ſunt æquales, ſi communia auferantur AICB, AFEL, reliqua erunt æqualia AGCI, AHCB, AHEF, AMEL; cùm ergo trianguli curuilinei ABCDEF ſemicirculus CED æqualis ſit areæ partiali CELAI rectanguli GE, & eiuſdem curuilinei trianguli reliquæ duæ partes AHCB, AHEF ſint æquales reliquis partibus AGCI, AMEL eiuſdem rectanguli GE, erit totum pelecoides curuilineum ABCDEF toti rectangulo GE æquale.



DEMONSTRATIO PROPOSITIONIS VI antecedentis.



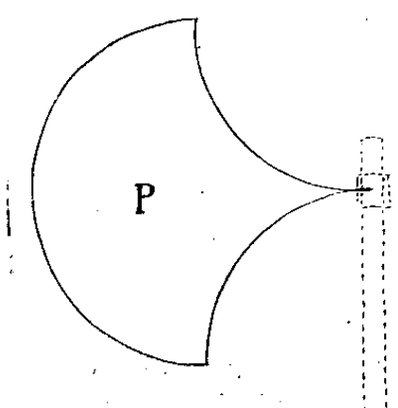
HIs positis lemmatijs, modus vertendi quadratum in æquale pelecoides curuilineum facillimum est, si ex dati quadrati ABCD diametro BD, & semidiametro DE construatur rectangulum EB, & centris F, E signentur quadrantes FBHA, EAID. Quoniam enim per primum lemma quadratum ABCD est æquale rectangulo FD, & per secundum lemma, pelecoides curuilineũ BLCMDIAH est æquale eidem rectangulo FD, ergo quadratum ABCD, & curuilineum pelecoides BLCMDIAH erunt inter se se æqualia.

Aliter.

QVoniam, per 28. tertij, quadrati ABCD in circulo descripti è semidiametro GB æqualia latera çquales peripherias auferunt, & per 24. eiusdem tertij, segmenta ABH, ADI, DCM, CBL sunt æqualia, ergo si ex quadrato ABCD auferantur segmenta ABH, ADI, & transferantur in BCL, CDM, erit ex quadrato conflatum æquale pelecoides curuilineum BLCMDIAH.

SCHOLION.

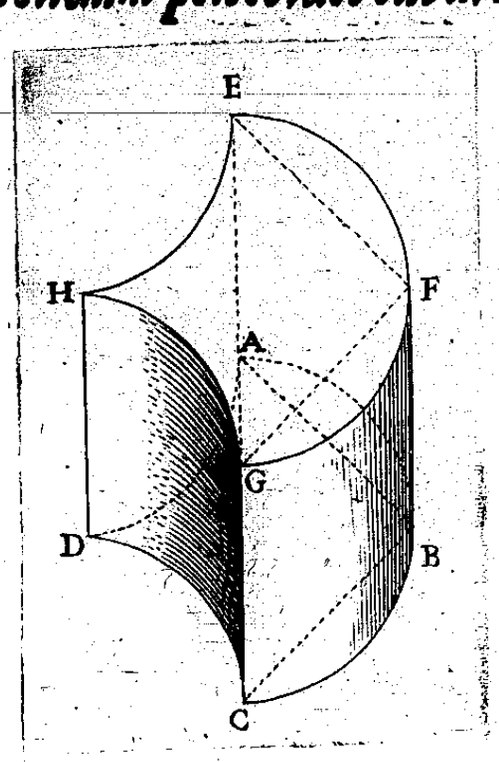
PElecoides quid significet habes suo loco in definitionibus ad paradoxa triangulorum in Apiario nostro geometrico theorico.

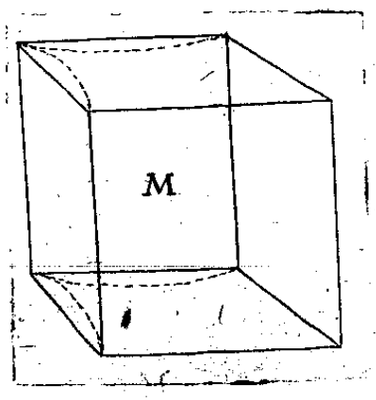


Hic interim satis intelligis ex apposita figurà P.

PROPOSITIO VII.

Solidum pelecoides cubare.





COrollarij loco esse potest hæc propositio stereometrica, quæ facile deduci potest ex antecedentibus. Nam, diuiso bifariam in B semicirculo ABC, & iunctis AB, BC, finge superficiem curuilineam, siue triangulum pelecoides ABCD æqualiter, ac perpendiculariter eleuari ad quantitatem rectæ AB, vel BC. Si deinde fingas secari perpendiculariter solidum pelecoides secundum rectas EF, AB, FG, BC, & solida ea segmenta transferas ad cauas partes, EH, AD, HG, DC, conficietur cubus M æqualis solido dato sub curuis superficiebus, &c. Quemadmodum enim fieret ex superficie pelecoide curuilineà quadratum æquale, iuxta demonstrata in præcedenti propositione, sic & solidum sub quadrato æquale solido sub pelecoide. Solida enim hic à nobis posita sunt per constructionem æqualis altitudinis, idest æqualiter creuerunt secundùm profunditatem æquales ipsæ superficies curuilinea, & quadrata. ergo, &c.

SCHOLION I.

De Proteo ſtereometrico.

Stereometrica problemata exercere ſine ope duarũ mediarũ proportionalium.

AD ſimilem modum præcedentis 7 propoſitionis licet etiam prolixiùs exercere Proteum ſtereometricum, etiam ſine inuentione duarum mediarum proportionalium, quemadmodum exercuimus Proteum geometricum in antecedentibus aliquibus propoſitionibus ſine inuentione mediæ proportionalis. Verbi gratia in prima propoſitione noſtri huiuſce Protei ſi è triangulis falcato, & æquilatero procreentur ſolida eiuſdem altitudinis, & fiat ſectio, ac tranſpoſitio ſolidi ſegmenti ſub curua, & recta in cauam partem trianguli falcati, mutatum erit ſolidum ſub recta, & ſub curuis concauà, & conuexà in priſma ex æquilatero. Quod autem pertinet ad duarum mediarum proportionalium organicam inuẽtionem vide in fine Apiarij noſtri Geometrici practici facillimũ neotericum inſtrumentum.

Problemata geometrica, circa metamorphoſes figurarũ exhibita à nobis in antecedentibus, ſine vſu mediæ proportionalis.

SCHOLION II.

Ex antecedentibus poſſibilitas quadraturæ circuli, & pro ea votum.

PRoteus noſter hic interim cubet donec aliquando veniant annis ſecula ſeris, *in quibus ſe ſe vertat etiam ex quadrato in circulum. Sane in antecedentibus propoſitionibus vertit in rectilinea figuras aliquas à rectilineis magis diſtantes, quàm ſit circulus; quadraturas enim docuit figurarum ſub rectis & curuis conuexis, & cõcauis lineis falcis, ſecuris, lunulæ, radiati Solis, &c. Ac pelecoides quidem figura eſt curuilinea ſub tota circuli peripheria. Quid ni ergo circulus figura multo magis regularis, & vniformis, quàm prædictæ, poſſit quadrari? O! Sed hìc ſit finis de quadraturâ circuli in optantis circulo: O!*

Curuilineæ figuræ circulo difficiliores quadratæ in antecedentibus propoſitionibus.

Figura ſub circuli peripheria quadrata eſt in antecedentibus.



APIA-

APIARIVM

SECVNDVM

IN QVO

PARADOXA

GEOMETRIÆ PRACTICÆ.

PROGYMNASMA PRIMVM.

De varijs, ac facillimis modis dimetiendi diſtantias inacceſſas ex 1. & 3. Lib. Elem. Euclidis.

Occaſio, Vſus, ac Methodus noſtræ huiuſce practicæ Geometriæ.

EVclidis lib. 1. prop. 26. *Si duo triangula &c.*

Proclus ad eam ſic: *Eudemus autẽ in Geometricis enarrationibus præſens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum enim, quæ in mari ſunt, diſtantiam eo modo, quo dicunt ipſum oſtendere, hoc inſuper vti (inquit) neceſſe eſt.* Hæc verba cùm mihi cupiditatem acuiſſent inueſtigandi quanam ratione poſſet quis hac Euclidis propoſitione vti ad inueſtigandam eam diſtantiam nauigiorum, nec apud quemquam id explicatum, aut applicatum reperiſſem, tandem aliqui modi venerunt in mentem, quibus tyronum in geometria ſtudijs vtcumq; prodeſſem. Atq; vt huius propoſitionis vſus latius pateat, atq; etiam ad militaria extendatur; fingamus nos fluuij latitudinem inueſtigare velle, in cuius altera ripa collocatum ſit oppidum hoſtium, ad quod accedere non liceat, & animus ſit pontem è nauibus compactum conficere, per quem tranſitus fiat militibus ad oppidum expugnandum acceſſuris; vt ergo ſciamus quis numerus nauium determinatæ magnitudinis requiratur ad pontem conficiendum diſpoſitarũ, opus erit ſcire fluuij latitudinem. Verſetur etiam exercitus in terreſtri planitie non procul à mœnibus oppidi, quod obſidione, vel vi bellicorum tormentorum expugnare ſit animus; quoniam intra determinatum interuallum à mœnibus non eſt nobis tutum accedere, ne nos tormenta bellica hoſtium cum ſtrage repulſent, & notum præterea nobis eſt quàm longè ferreas pilas eiaculentur noſtra tormenta, ſcire opus eſt an data diſtantia à mœnibus, citra quam hoſtes nos lædere nequeant, ſit tanta, vt ſecundùm eam noſtra tormenta collocata pertingant ad mœnia quatienda, & ad hoſtes clade afficiendos. Hæc igitur, & his ſimilia ad vſum ciuilis, ac militaris vitæ quî ſciri poſſint ex occaſione huius Euclidianæ propoſitionis, ſimulq; qua noſtra arte ex hac eadem propoſitione Thales nauium inacceſſarum diſtantiam perueſtigaret videamus. Dabitur tamen inter hæc occaſio dimenſionum vel plani ſub montibus latentis, vel altitudinis perpendicularis in montibus abditæ ad vſum rei agrariæ, vt videbis. Longitudines etiam, Latitudines, Altitudines, profunditates fermè aut inacceſſas, aut impeditas, aut latentes metiemur, vt, iuxta inſtitutum noſtrum, quæ magis paradoxa ſunt afferamus. Eſt enim difficilior, atq; admirabilior videtur dimenſio rei inacceſſæ, quam ſi poſſis accedere ad eam. Vltimo loco ad Stereometriam practicam, & ad circuli quadraturam aliquid paradoxi non inutilis indicabimus. Porro Geometricarum practicarum dimenſionum vulgatiſſimi pleriq; modi ſunt per triãgula proportionalia è ſexto lib. Euclidis; atnos in gratiam tyronum quærimus primo loco modos aliquos ex primo libro elementorum geometricorum Euclidis, per triangula ſcalena, æquilatera, iſoſcelia; quæ dimenſiones ex primo libro non admodum in vſu ſunt apud Authores. Verum quidem eſt nos notaſſe verbum id in allatis verbis ex Eudemo apud Proclum, cum ait: *hoc inſuper vti &c.* quaſi dicat, ſunt & alij modi. Quare ſecundo loco aliquos modos etiam ex 3. lib. deducemus nouis prorſus inuentis, nec ab alio Authore ante nos, quod ſciamus, vſurpatis. Tertio loco alios aliquosmodos præterea e 6 lib. adhibebimus partim parũ vulgatos, partĩ ab alijs authoribus ſine demonſtratione poſitos, à nobis autem demonſtratos, &c. Poſt hæc practicam geometriam deducemus etiam ad totum terrarum orbem dimetiendum, atq; etiam attollemus ad Cœleſtia, vt videbis, mi lector. Nec vllis nos vſitatiſſimis inſtrumentis Geometriæ practicæ vtemur (quod omnibus eſt ſolemne) niſi forte aliquando normà, circino, regula. Saltem id conſequemur hac noſtra operà, vt Thaletem ab Ariſtotelis incuſatione vindicemus, dum lib. 6. Mor. Nicomac. cap. 7. habet: *Thaletem, atque huius modi homines, &c. ſuperuacua quidem, & admiranda, & difficilia, & diuina cognoſcere aſſerunt, ſed inutilia tamen, &c.* Huc videlicet alludere potuit,

Thales diſtantiam nauigiorum metiebatur per vſum 26. primi lib. Euclid.

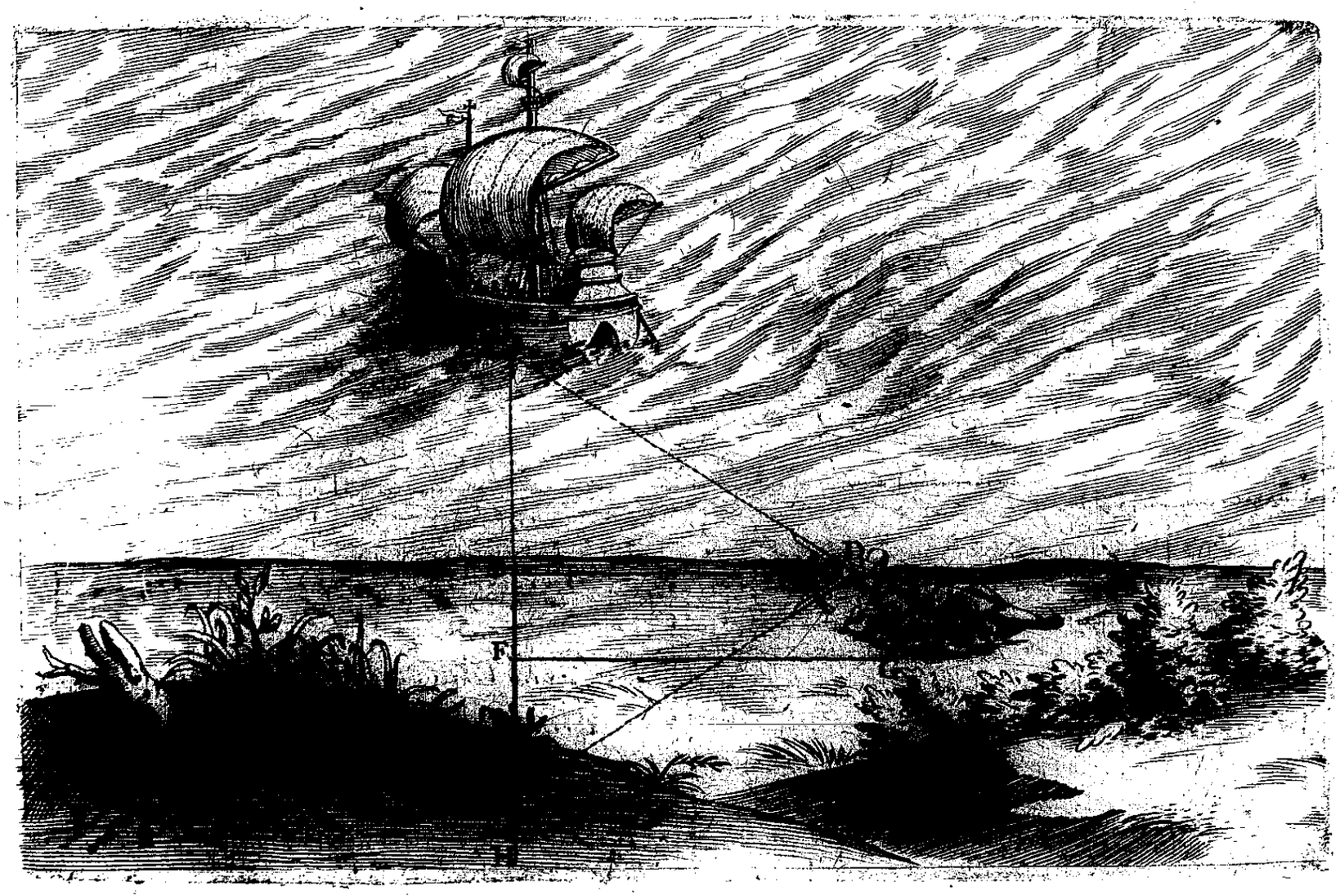
Caſus practici pro militaribus, &c.

Thaletis vindicatio à calumnia quòd inutilia cognoſceret, &c.

tuit, vbi hanc nauigiorum à littore inacceſſam diſtantiam noſſe Ariſtoteles admirandum potius, quã vtile arbitratus eſt. At nos in propoſitis exemplis de ponte, ac bellicis tormentis, atq; in alijs, quæ fingi poſſunt, oſtendemus geometricas haſce propoſitiones (velut etiam pleraq; alia in Mathematicis Theorijs) atq; adeo ipſis etiam vtentem Thaletem, non eſſe ciuilis vitæ vſui parum vtiles, nec eſſe ſuperuacua quærere Mathematicis ſcientijs operam dare. Aduerte, Lector, ideo à nobis in ſequentibus propoſitionibus diſtinctas eſſe Operationes à Demonſtrationibus per inſcriptiones peculiares, vt, ſi quis velit, poſſit tantum legere atq; vſurpare Operationes ſine demonſtrationibus.

PROPOSITIO I.

Inacceſſas diſtantias dimetiri è propoſitione 26 lib. primi Eucl.



Operatio.

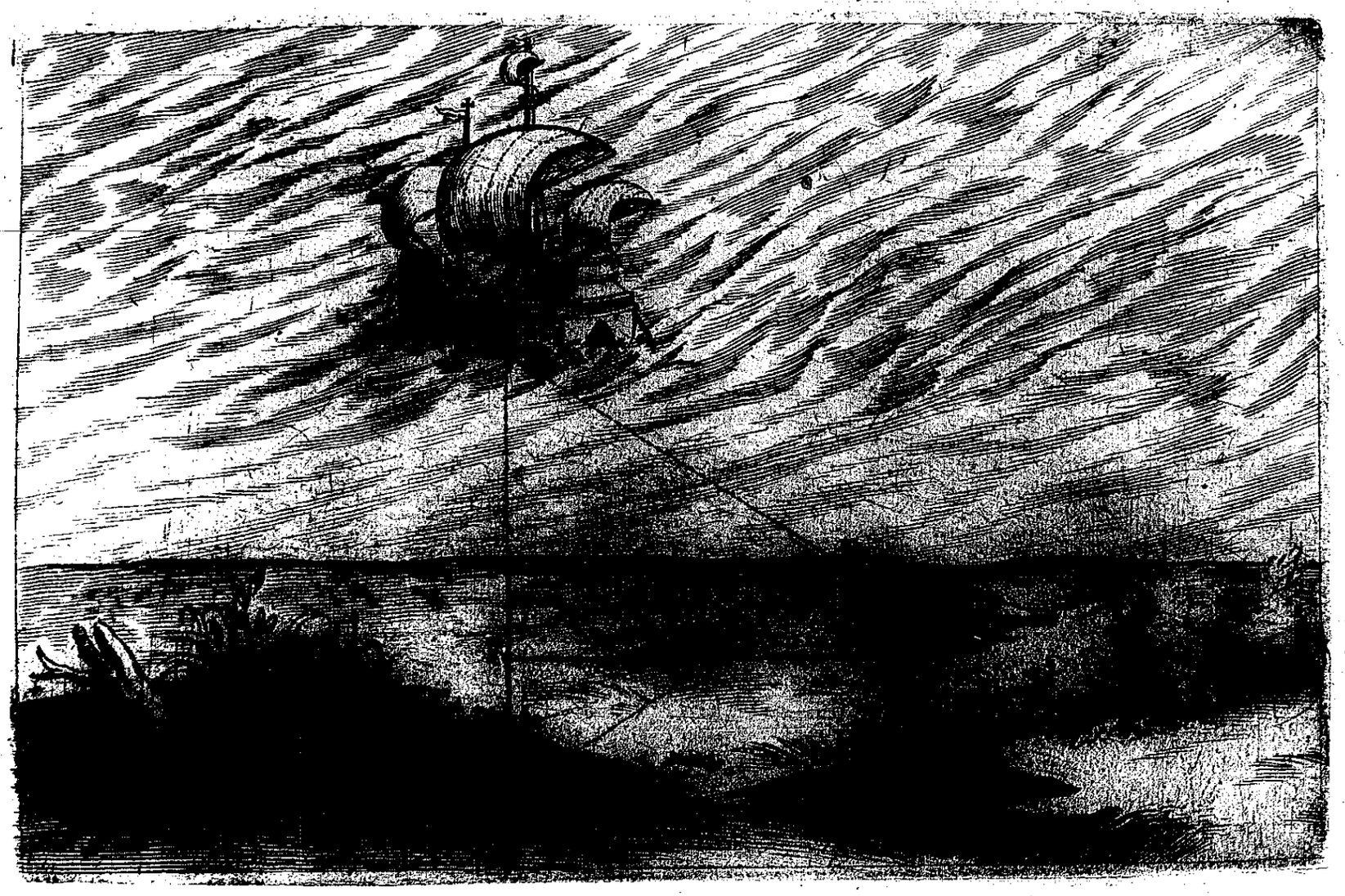
SIt nauis in mari vbi A, & Thales in littore vbi B. Diſtantiam ab A ad B vt ſciret demonſtrari uè Thales ex 26 Euclidis, an ſic conſtructionem fieri iubebat? Recedatur in directum ipſis A, & B per rectam quocumq; libuerit, verbi gratia ab ipſo B etiam vltra C; deinde deſignetur in planicie terræ, vel littoris angulus rectus ope normæ, ſiue excitetur, iuxta vndecimam primi, à puncto B perpẽdicularis lubitæ longitudinis B D. Tum ſumpto in ea puncto ad libitum, vt D, deſignetur angulus BDA ſub BD, & ſub viſuali DA, quæ rectà pertingat ad ipſam nauim A. Deinde eidem angulo BDA æqualis etiam ſignetur ex altera parte angulus BDC, iuxta 23. primi. Dico (Thales loquatur) ſi metiare diſtantiam BC, ſcire te demonſtrati uè etiam quæſitam diſtantiam AB.

Demonſtratio.

NAm cùm BD excitata ſit perpendicularis ad CB, quæ per imaginationem, ex conſtructione, in directam vnicam lineam producta eſt, faciet ex definitione decima vtrinque rectos ABD, DBC. Sunt etiam facti æquales ADB, BDC, & latus commune eſt DB vtriq; triangulo tum expreſſo BCD, tum imaginario ABD; ergo per 26 primi, reliqua latera ſunt æqualia vtrumq; vtriq; nempe oppoſita æqualibus angulis, CD ipſi DA, CB ipſi BA. Ergo diſtantia AB habetur in BC, quod erat demonſtrandum.

SCHOLIA

ad facilitatem, & cautionem operationis præmissæ, ac sequentium:



I. *SI in prima hac operatione, atq; etiam in sequentibus littoris, seu planitiei iniquitas prope punctum B, vel D impedimento sit operationi tuæ geometricæ, recede à puncto B recta, atq; in recessu ab ipso B accipe punctum quodlibet, vt F, vnde educere per planum horizontis possis ad angulos rectos rectam FG, tum ex G operare, vt factum esit in D; sic enim habebis distantiam versus H æqualem distantiæ FA; subtractà deinde BF, remanebit quæsita distantia BA.*

II. *Vt rite designare possis ipsam BH in directũ ipsi A, ita vt vnica recta fiat AH, veteris arte, quã docebimus inferius progym. 2. propositione octaua, nempe fixà hastà in B, & facto recessu ita, vt radius visualis directus in A contingat hastam. Idem intellige de alijs etiam recessibus in sequentibus operationibus.*

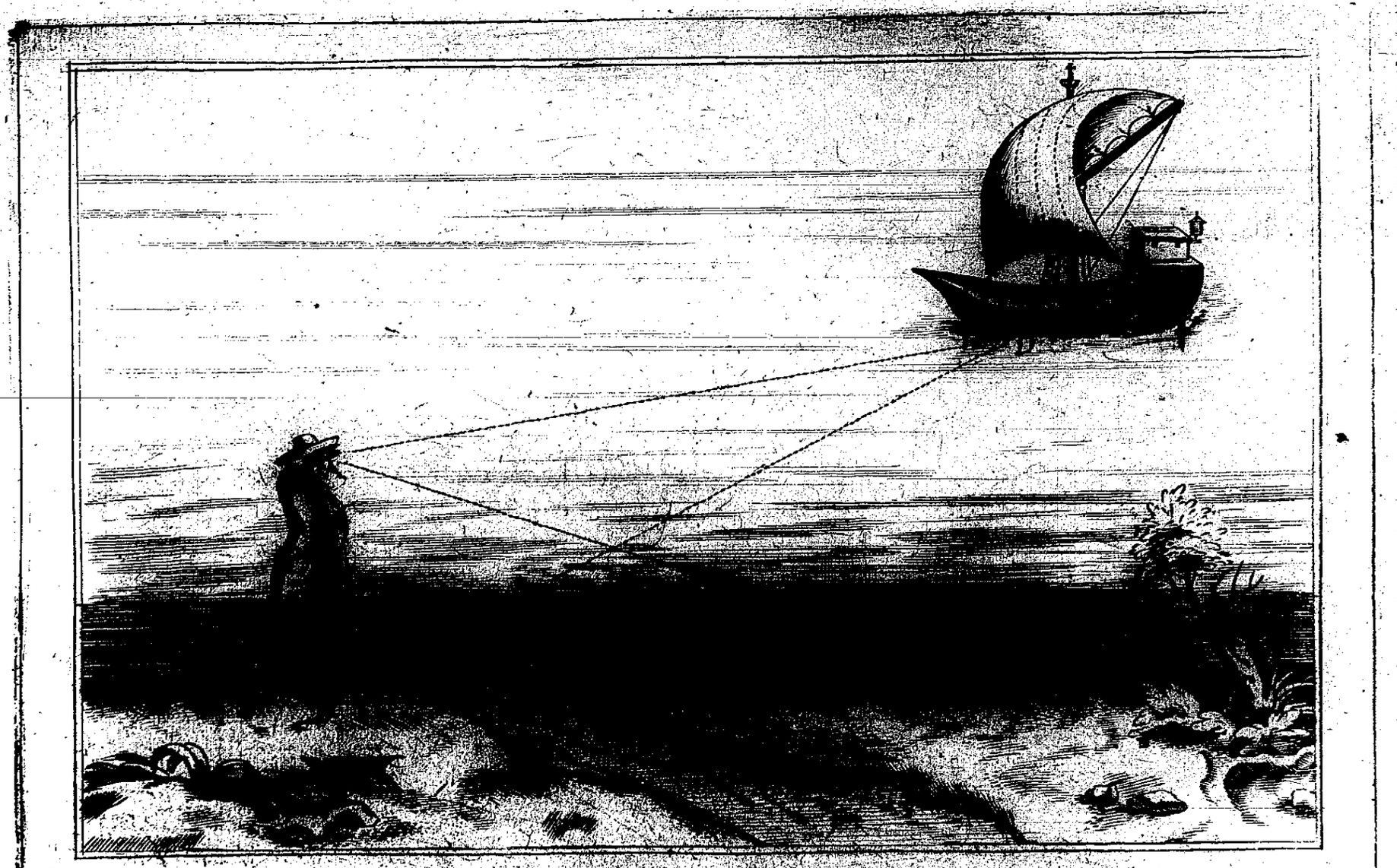
III. *Ad corrigendas fallacias operationum in planitierum inæqualitatibus (vt hìc in figurà fictum est ab incisore sub lineà BC) vide scholia in fine progymnasm. secundi, &c.*

PROPOSITIO II.

Eadem inaccessas distantias alter dimetiri ex eadem 26 lib. 1.

ALio etiam modo idem Thales quasi semimechanicè operabatur, non iam in plano telluris figuram iacentem describendo, sed erecto triangulo, vt vides in figura secunda sequenti. Nempe in littore sit quispiam rectus, & manum ad frontem sic apponat, vt radius visualis radens extremam manum vbi digitus minimus est, simul etiam videat nauim; tum conuersus cum eodem situ, & staturà corporis, ac manu eàdem immotà notet in littoris planitie locum, ad quem cadit extremum radij visualis. Duo enim tunc etiam æqualia triangula fingentur propter eandem demonstrationem 26 primi. Quam tu applicato è supra dictis in prima demonstratione. Anguli ABC, ABD sunt recti propter eandem staturam perpendicularem dimetientis. Idem seruatus est angulus BAC, BAD, & idem latus AB, ergo, &c.

SCHO-



SCHOLIA

Ad fallacias vitandas, & corrigendas.

I. *SCire tamen licet (quod magni momenti est, nec à practicis Geometris animaduersum vidi) in hisce Demonstrationibus ex primo lib. per æqualia triangula (non per similia vt fit ex lib. 6.) secundæ præcedentis propositionis operationem (licet in organicis eiusmodi praxibus pro militibus, &c. geometrica præcisio non requiratur) valde esse obnoxiam fallaciæ in distantia valde magna nauis a littore; tunc enim humani corporis altitudo ad exactam operationem perexigua est. Ideo fieri potest vt oculus mensoris in re valde dissita falli possit, ac videat alias plani partes, quæ propiores oculo sint, quàm sit ipsa res, cuius quæritur distantia, oculus tamen videatur sibi videre rem ipsam, nec percipiat intercapedines intermedias. Quo fit vt basis trianguli in terræ plano designata (quæ putatur æqualis basi trianguli super aquas imaginarij) fallat metientẽ, sicut fallebat in aquis prospicientem, &c. Sic fallitur aliquando oculus in fossis, & amnibus, quorum ripa cohærere videntur; sic de Cælo terræ adhærenti, &c. huius fallaciæ triplex à me remedium accipe.*

Primũ remedium ex priori operandi modo superius explicato, & demonstrato. Scilicet vt eo potius vtaris, quàm secundo, designando in terræ planicie figuram; sed ita vt (reuisæ primam figuram) à puncto B rectà quàm potes commodè, ac longissimè recedas in D.

Secundũ remediũ, vt, si vti malis secundo modo operandi, ascendas vel turrim, vel arborem, si datur copia, & inde notes distantiam inaccessæ rei, tum te, admotâ fronti manu, conuertas ad subiectum terrestre planum, & notes locum ad finem radij visualis, &c. nam hoc vtroq; modo id assequèris vt res longissimè dissita ab optico axe minus obliquè (vt cum Antiquis loquar, quasi per extramissionem ab oculo fiat visio) attingatur, quàm cum defertur ad oculum parum suprà horizonta eleuatum. res vero quò obliquius, eò imperfectius videntur, vt patet ex opticis in fallacijs aspectùs circa magnitudinem, & vbi definitiones afferuntur circa sitùs cognitionem.

Tertiũ remedium pendet ex ijs, quæ afferemus de metiẽdo ex proportionalibus magnitudinibus. ibi melius rem percipies suo loco explicatam. Vide in Scholijs, & Corollarijs post propositiones 6, 7, 8, 9, 10, 11, progym. secundi sequentis. Vide in primis Corollarium post Nonam &c.

II. Nec vacant ab aliqua fallacia tam manùs breuitas, per cuius digiti minoris extremitatem debet produci radius visualis, quàm angulus ad plantam pedis, vnde educitur tertium latus trianguli, qui angulus non est ferme præcisè rectus. Hisce duabus fallacijs expedatum organicum

reme-

remedium eſt, ſi vtaris duobus bacillis, altero perpendiculari ab oculo ad plantam pedis, altero decuſſato, ſecundum cuius longitudinem dirigas radium viſualem loco manus ad frontem, &c.

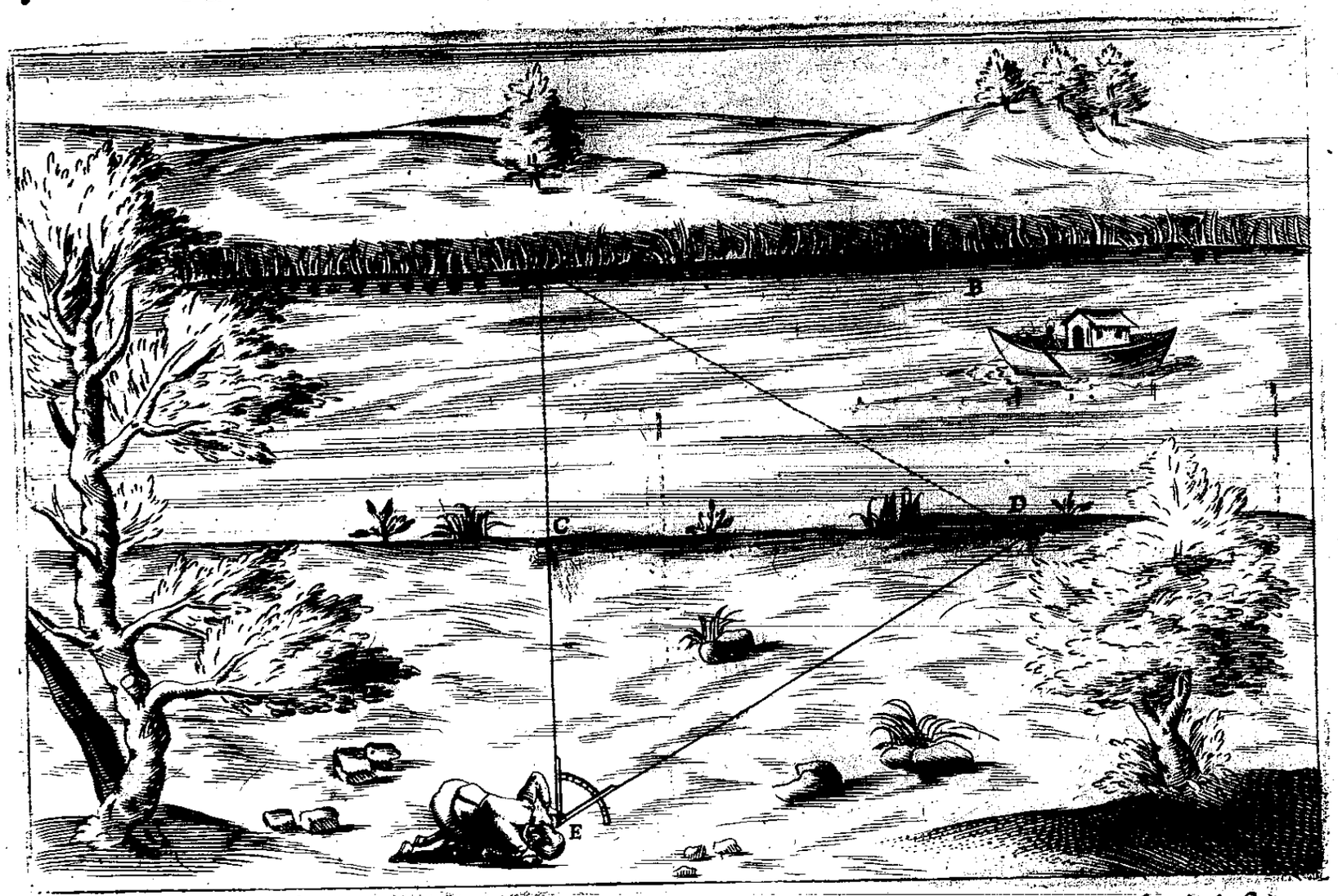
PROPOSITIO III.

Inacceſſas diſtantias dimetiri è lib. primo elementorum Euclid. per triangulum æquilaterum.

Operatio, —

QVę ex diuinatione pendet circa id verbum *Inſuper* à Proclo adductum de Thalete, quaſi dicat, alijs modis extra 26 addebat etiam modos ex 26, quos tibi, Lector, ego iam expoſui. An igitur alius præterea modus inacceſſæ rei diſtantiam diſquirendi ex primo item libro Euclidis excudi poteſt in gratiam Thaletis? quid ni? ſi nempe triangulum æquilat. effingamus hac ratione.

Sint fluuiatiles ripæ AB, CD. Recede quantum lubet ad E. Ibi deſignabis angulum CEF continemtem duas tertias recti, ſeù tertiam partem duorum rectorum, è Schol. poſt Corollaria ex 32. primi. Produc latus EF etiam vltra F, atq; incede iuxta illud, donec in eo punctum inuenias, vt F, in quo, facto angulo EFA æquali ipſi AEF, per 23 primi, videas ex F in vtramq; partem puncta A, & E. Tum metire latus EF, & habebis diſtantiam AE, ex qua, ſubducto ſpatio CE, remanet fluuij latitudo CA inuenta, etiam ſine vſu 26 primi.



Demonſtratio.

CVm enim cuiuslibet trianguli tres anguli ſint æquales duobus rectis per 32. primi, & triangulum AEF duos habeat angulos E, & F ita conſtructos, vt cõtineant ſinguli tertiam partem duorum rectorũ, continebit & reliquus A ipſe etiam tertiam eam partem, quæ reliqua eſt ad complementum duorum rectorum; ac proinde erunt tres anguli A, E, F æquales inter ſe. Erit ergo triangulum AEF æquilaterum, ex Corollario ſextę primi; ergo dimenſum latus EF dat diſtantiam AE, ex qua ſubducto ſpatio CE, quod metiri potes, relinquitur optatũ AC. Etiam ſine æquilatero poteris vti dimidio ſpatio ipſius EF, vt mox.

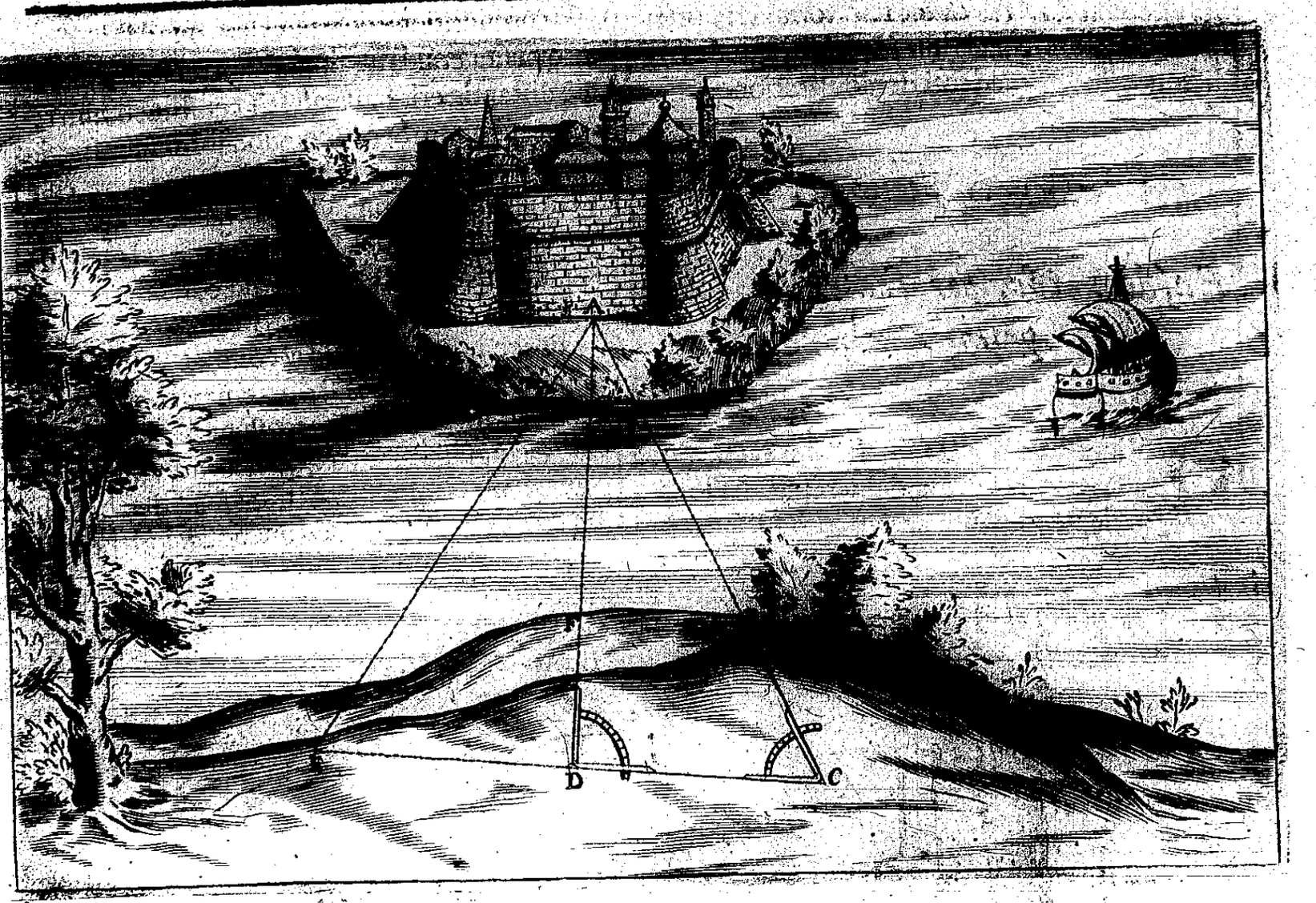
PROPOSITIO IV.

Compendium à Scaleno pro Æquilatero ad dimenſiones, &c. ex 4. & ex 26. primi lib. Eucl.

Operatio.

BReuius adhuc operabere item ex primo libro, ſi ſcalenum rectangulum ſic extruas.

Produ -



Productà rectà AB indirectum vt lubet in C, & facto angulo BCD, qui contineat tertiam duorum rectorum, per prædicta, produc latus rectà ex C tantisper, donec, ad punctum aliquod applicatà normà, videas ex angulo normali recto D in vtranq; partem puncta A, & C. Tum metire, ac duplica CD, ex qua duplicatione habebis longitudinem AC, & ex eà distantiam quæsitam AB, iuxta prædicta.

SCHOLION

COmpendium hoc, quo (mox demonstrabo) ex dimidio, ideſt CD, elicitur totum CE, vel EA, vel AC, mirifice cõferet ad ſequentis propoſitionis quintæ demonſtrationẽ, & ad vſus plurimos propoſitionis 47. *lib.* 1. *Eucl.*

Demonstratio præcedentis operationis.

FInge latus CD productum esse in E, & angulum E factum æqualem ipsi C, vt in tertia propositione, ac proinde exibi demonstratis triangulum ACE esse æquilaterum. Quoniam igitur AD super rectam CE consistens duobus rectis æquales angulos facit ex 13. primi, & angulus normalis CDA rectus est, erit alter, qui deinceps, EDA & ipse rectus. Et quoniam in triangulo CDA duo interni, & oppositi anguli DCA, CAD sunt per 32. pri. æquales externo recto ADE; itẽ interni oppositi DAE, DEA æquales sunt externo recto CDA, & per axioma 12. omnes recti sunt æquales, erũt duo DCA, CAD duobus DEA, EAD æquales; ablatis DCA, DEA (qui per constructionẽ æquales sunt) etiam reliqui duo CAD, DAE erunt æquales, per Axioma 3. Cum ergo duo triangula CAD, DAE habeant duo æquilateri latera AC, AE æqualia, & latus DA commune, & angulos sub æqualibus contentos CAD, DAE æquales, erunt, per quartam primi, etiam baſes CD, DE æquales, et CD duplicata dabit ipsam CE, quæ in æquilatero est æqualis distantiæ AC. Dimensà igitur, & duplicatà distantià CD, & subducto CB, remanebit nota inaccessa distantia BA, quod erat quæsitum, & demonstrandum.

Aliter.

DVo triangula CAD, DAE habent duos angulos CDA ipsi EDA, & EAD ipsi DAC æquales, ex præcedenti demonstratione, & latus DA, quod æqualibus adiacet angulis, commune. Siuè malis: latus AC est æquale lateri AE, quæ ambo latera æqualibus rectis angulis opponuntur. Siuè etiam malis: latus commune est AD, quod opponitur æqualibus C, & E; ergo, pròpter prædictas omnes conditiones, ex 26 primi, etiam reliqua latera æqualia sunt, nempè (reliquis duobus omissis) latera, quæ pro nobis faciunt CD, & DE sunt æqualia in er

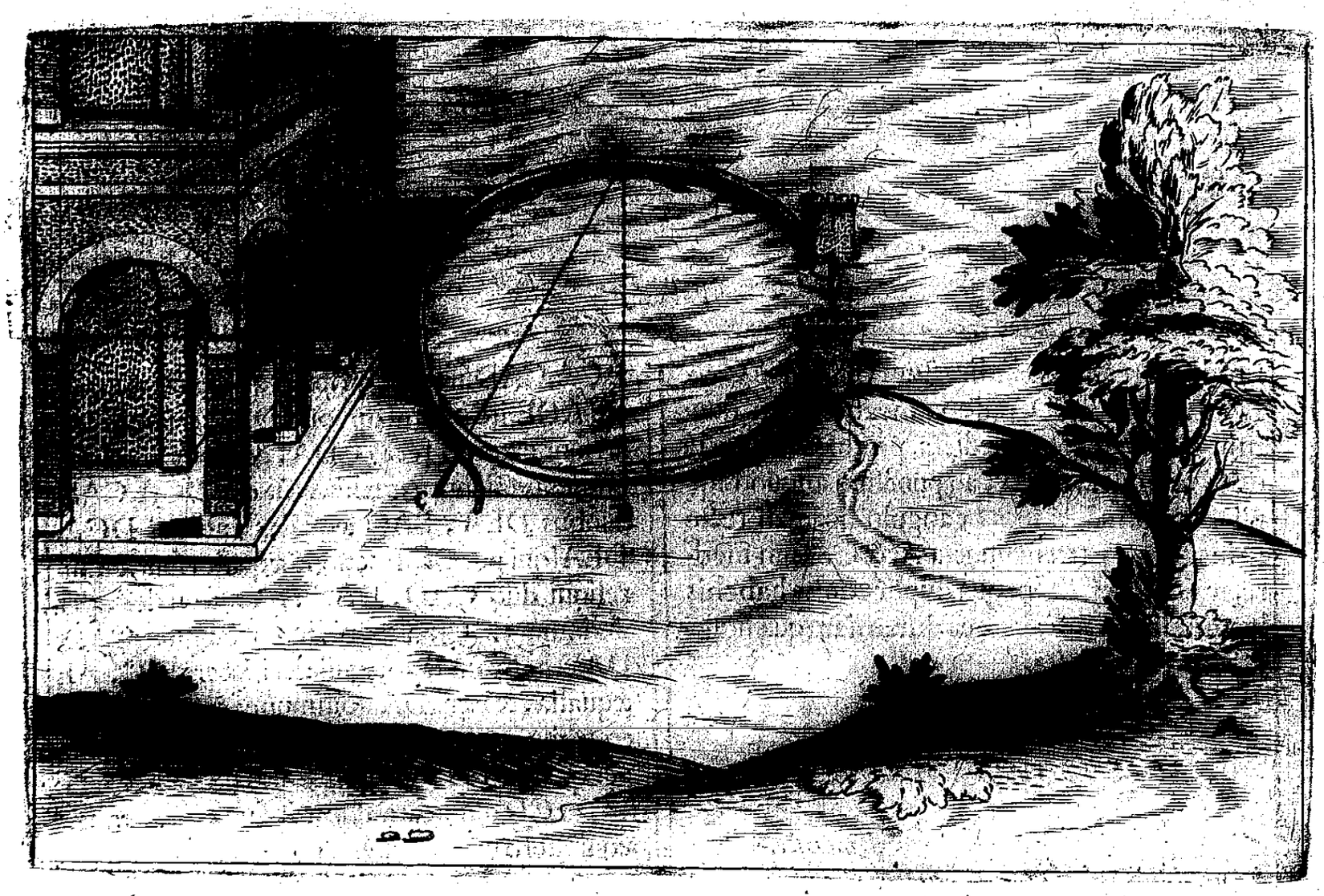
se, hoc est CD est dimidium totius CE, idest ipsius AC. dimensa igitur, & duplicata, &c. vt dictum est in præcedenti demonstratione.

PROPOSITIO V.

Eadem, &c. per scalenum è 47. primi Eucl.

QVinta hæc Scalenum alterum rectangulum constituit, quod discrepat ab altero Scaleno paulo ante posito in antecedēti propositione quarta; primo, quod ibi distantia quæsita erat latus oppositum recto angulo, at hic distantia erit latus alterū constituentium rectum angulum. Secundo, quod ibi demonstratio prodijt ex 4. & 26. primi; hìc vero ex 47 eiusdem primi educetur. Tertio, quod ordine contrario fit hìc constructio. Nam ibi ab angulo æquilateri confecto ibatur ad effectionem anguli recti; hìc vero è contrario fic:

Procede ad angulum rectum ex B donec sub angulo æquilateri (idest duarum tertiarum vniùs recti) vt in C videas inaccessum A. In rectangulo triangulo ABC, ex demonstratis in quarta præcedenti propositione, nota sunt duo latera BC (cuius haberi potest dimēsio) & ipsius duplū



CA, & consequēter nota sunt etiam eorum quadrata. Et quoniam AC opponitur recto angulo ABC, erit quadratum ipsius, per 47. primi, æquale quadratis reliquorum duorū laterū AB, BC. subducto ergo noto quadrato BC ex noto quadrato AC, reliquum etiam tertium fiet notum quadratum, cuius radix dabit lineam, ac distantiam AB quæsitam. Quæ, quasi quædam diameter, potest indicare ambitum hìc designati portùs, & ex ductu semidiametri in dimidium ambitum habebis aream, seu capacitatem ipsius portùs, iuxta ea, quæ ex Archimede nos dabimus inferius in mensuris globi terreni. Habità superficiei aquosæ intra portum dimensione, facile scire poteris quot nauium portus sit capax.

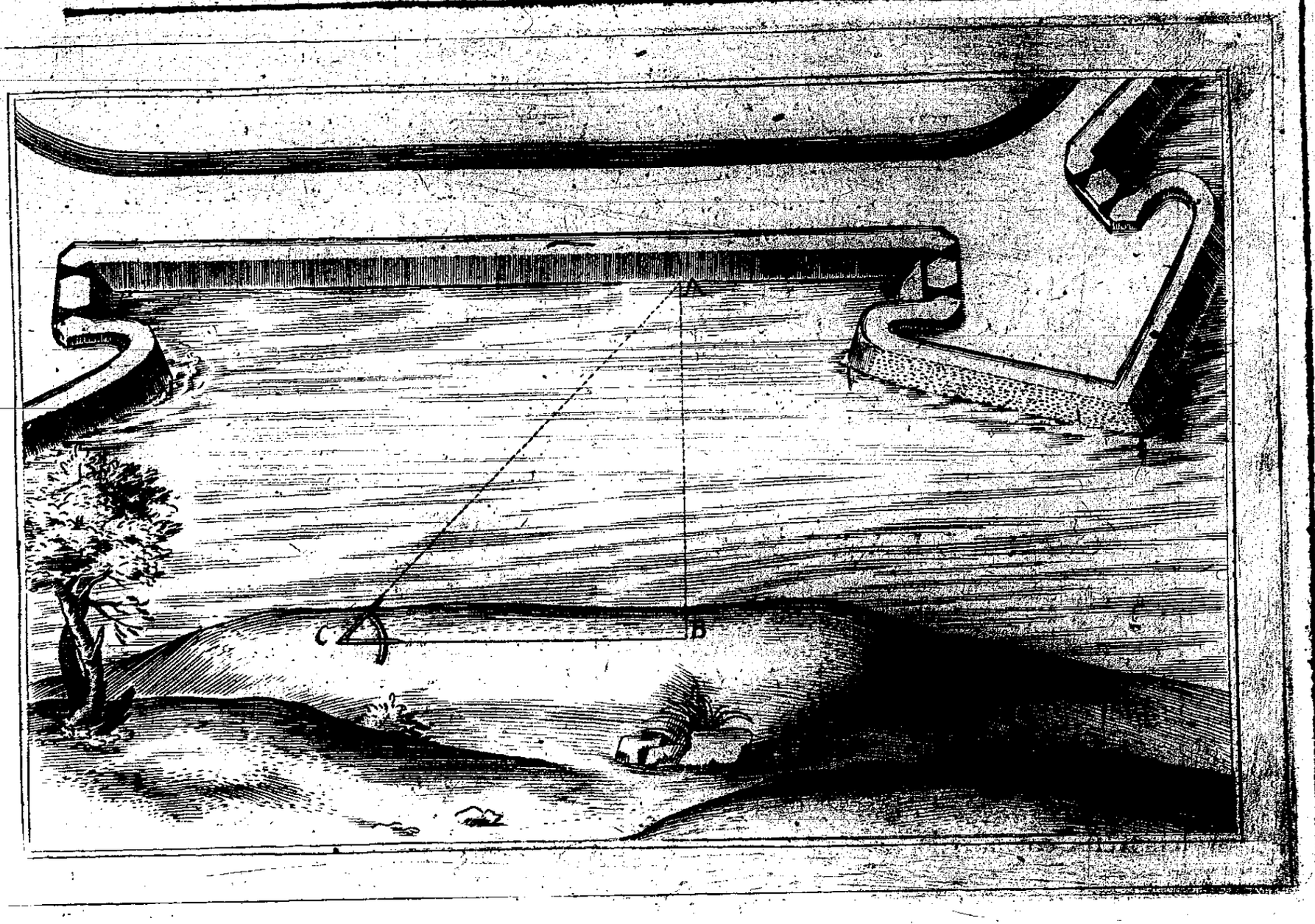
SCHOLION.

EAdem ratione inuestigare poteris latitudinem ostij, ac distantiam turrium EF ipsius portus, vt scias quot naues illapsu pari simul ingredi possint.

PROPOSITIO VI.

Eadem è lib. 1. per triangulum Isosceles.

COnstitutis iam Æquilatero, & Scaleni triangulis, addatur etiam constitutio, & constructio Isoscelis rectanguli sic.



Per angulum rectum, vt nuper, progredere à B donec in C sub descripto dimidio recti angulo videas A; dimensa enim tunc ipsa CB prodet distantiam BA, quæ est fossæ sub mœnibus aqua plenæ, ad vsus expugnationis, &c. nam cum tres anguli A, B, C sint duobus rectis æquales, & B rectus, & C per constructionem semirectus, reliquus A & ipse semirectus erit, ergo per sextam primi, latera AB, BC æqualibus angulis opposita, erunt & ipsa inter se æqualia, &c.

SCHOLION.

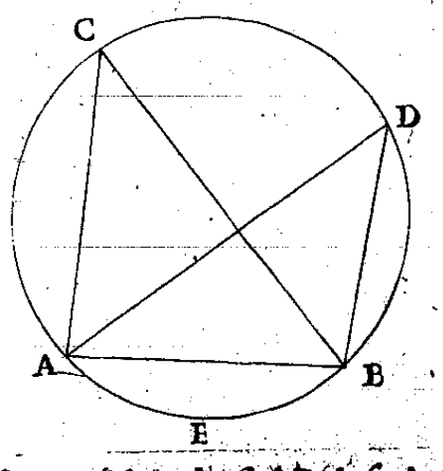
Ad copiam modorum dimensoriorum.

VAria præterea cõstitui possunt Isoscelia, & Scalena pro varia cõstitutione, ac partitione angulorum. Nobis satis visum est nunc tantum exempla afferre in Scalenis, & Isoscelibus rectangulis ob id in primis, vt facilior esset operatio tyronibus in vsu normæ, quæ & ipsa rectangula est.

De dimetiẽdis distantijs inaccessis ope etiam libri tertij Elementorum Euclid.

LEMMA I.

Si super eadem basi duo triangula constituantur ad easdem partes habẽtia æquales angulos ad vertices, circulus per angulos ad basim, & per alterutrum ad verticem transibit.



SInt super eãdem basi AB descripta duo triangula ABC, ABD habentia ad vertices æquales angulos C, & D, & transeat circulus AE BD per angulos ad basim A, & B, & per angulum D ad verticem, dico transiturum etiam per alterum ad verticem C. Cuius rei demonstratio patet ex conuersa 21 tertij in scholijs. Verba

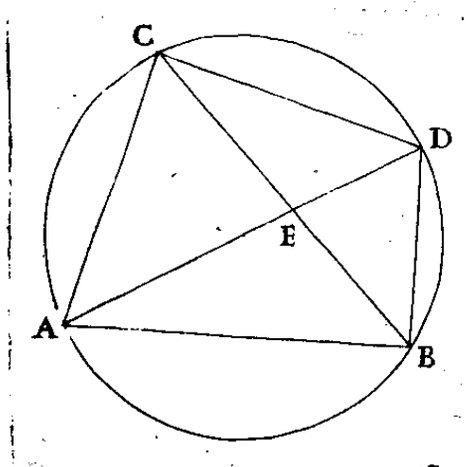
propoſitionis ibi demõſtratæ ſunt hæc: *ſi à duobus punctis quatuor rectæ linæ ducantur, ex ſingulis binæ, quæ ad eaſdem partes contineant angulos duos æquales, circulus per duo illa puncta, & alterutrum illorum angulorum deſcriptus, per alterum quoq; angulum tranſibit* Hìc porro vides à duobus punctis A, B eductas quattuor lineas, binas ex ſingulis, AC, AD, BC, BD ad eaſdem partes, continentes angulos æquales ad C, & ad D per ſuppoſitionem. Quare ductà baſi communi AB, conſtituuntur duo triangula, circa quorum omnes angulos & ad baſim, & ad verticem circulus CAEBD pertranſit. quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

PAtet ex præcedenti propoſitione demonſtratà etiam demonſtratio huius ſemiconuerſæ propoſitionis: *ſi ſuper eadem baſi duo triangula conſtituantur ad eaſdem partes habentia æquales angulos ad vertices, circulus per angulos ad vertices, & per alterum ad baſim deſcriptus, per alterum etiam ad baſim tranſibit* Eadem enim eſt Demonſtratio, &c.

LEMMA II.

Duorum triangulorum ſuper eadem baſi conſtitutorum, & habentium angulos ad vertices æquales, iunctis rectà verticibus, fiunt quatuor triangula, quorum bina oppoſita ſunt æquiangula inter ſe.



SInt ſuper baſi AB triãgula ABC, ABD conſtituta habentia duos angulos ad vertices æquales ACB, ADB, & iuncti ſint vertices rectà CD, dico quatuor triãgulorum CEA, AEB, BED, DEC bina opoſita eſſe æquiangula. Nempe AEC, & BED ſunt æquiangula, item AEB, & CED ſunt æquiangula. Sit enim per præcedens Lemma deſcriptus circulus circa vtrumq; triangulum, ideſt tranſiens per omnes vtriuſq; trianguli angulos. In eodem ſegmento ACDB anguli ACB, ADB ſunt, per 21 tertij, æquales; item in ſegmento CABD anguli CAD, DBC ſunt æquales. Item ad verticem E duo AEC, BED ſunt, per 15 lib. primi, æquales; ergo bina triangula ACE, EDB oppoſita ſunt æquiangula. Vel aliter, ſine ope libri tertij, etiam ſi circulus circumſcriptus non ſit, nec iuncta ſit rectа CD, demonſtratur eadem triangula oppoſita ACE, EDB eſſe æquiangula. Nam, per ſuppoſitionẽ, anguli ACE, EDB ſunt æquales, & CEA, DEB æquales, ergo & reliqui duo CAE, EBD æquales. Quod vero & alia bina oppoſita triangula AEB, CED ſint æquiangula patet eodem modo ex 21 tertij. nam in ſegmento CDBA anguli CDA, CBA, & in ſegmento DCAB anguli DCB, DAB ſunt æquales. Item duo AEB, CED, per 15 primi, ſunt æquales; ergo æquiangula ſunt oppoſita triangula ABE, ECD. Vel aliter. Quoniam AEB, CED anguli ad verticem ſunt æquales, & in alterutro ſegmentorum anguli, verbi gratia CDA, CBA, ſunt æquales, erunt conſequenter reliqui duo BCD, DAB æquales, &c.

COROLLARIVM.

CViuſcumque quadrilateri in circulo deſcripti ductis diametris ſeſe mutuo interſecantibus, fiunt quatuor triangula, quorum bina oppoſita ſunt æquiangula. Propter eandẽ omnino Demonſtrationem.

PROPOSITIO VII.

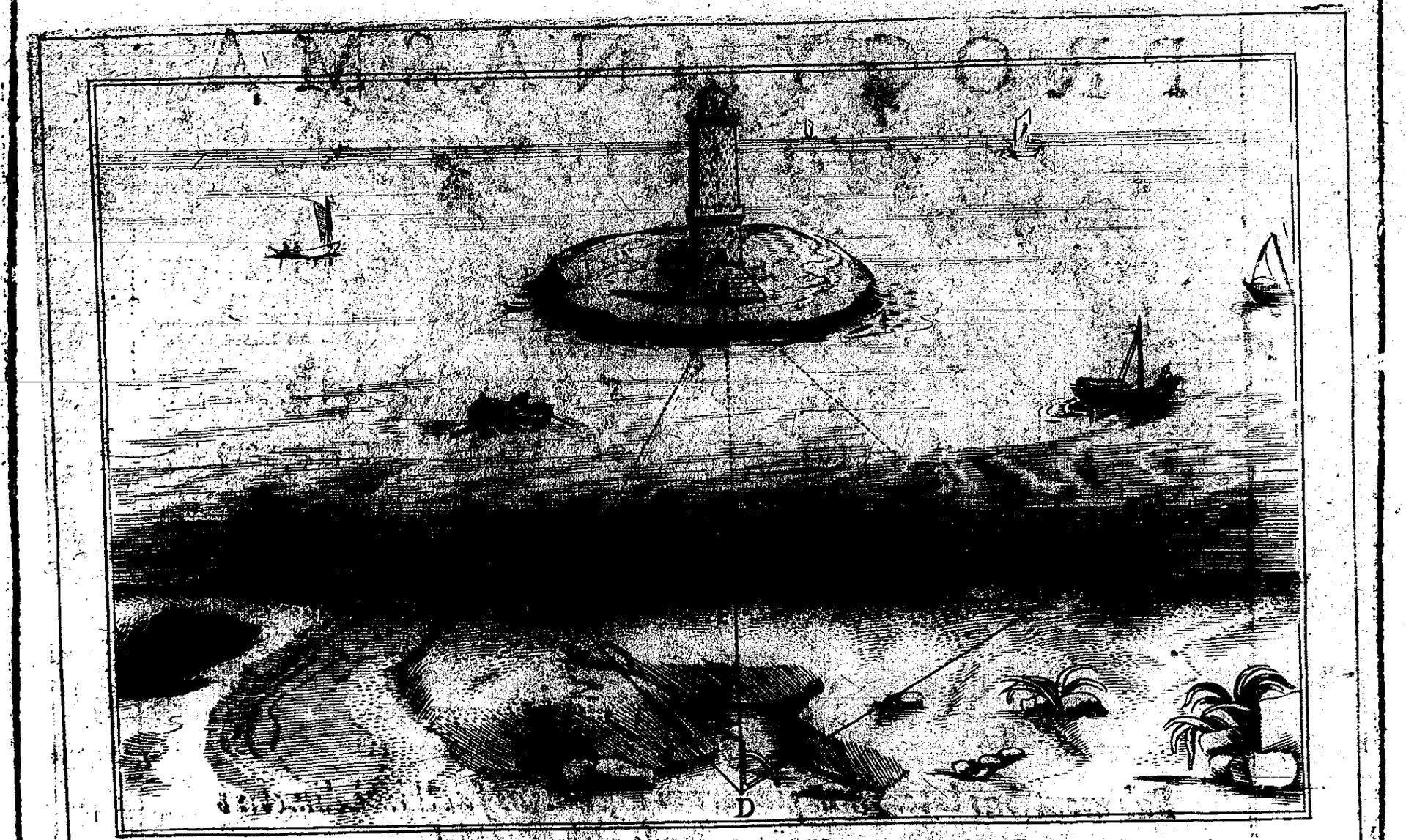
Tres ſimul inacceſſas diſtantias cognoſcere, ac metiri è lib. tertio Euclid.

Operatio —

—DEmonſtrãda ex duobus præmiſſis lemmatibus ſic erit inſtituenda.

Sit littus AB, C turris in marino ſcopulo, diſtantia turris ad menſorem in B ſit BC. Dum ſpectatur ex B in C notetur etiam punctum aliquod in littore in directum, verbi gratia A; ſed ita vt ſub angulo ABC (cuius quantitas notetur) videatur baſis, ſeu diſtantia CA. Recedatur deinde per rectam donec ſub angulo ADC (qui ſit æqualis ipſi ABC) videatur èadem baſis CA, & notetur ſectio quam cum lineà littorali AB,

facit



facit in E radius visualis DC. Denique metire interualla EB, BD, DA, AE, ED. Ex his enim notæ fient simul tres distantiæ inaccessæ BC, EC, AC.

Demonstratio.

IN figura huius operationis super eádem basi AC cõstituta sunt duo triãgula ABC, CDA habentia per constructionem duos angulos B, & D æquales ad vertices, quos iungat recta DB, iuxta secundum lemma. Siue malis ex Corollario eiusdem lemmatis: factum est quadrilaterum ADBC, & ductæ diametri AB, DC se in E decussantes. Concipi deinde potest circa quatuor angulos A, D, B, C descriptus circulus iuxta demonstrationem primi lemmatis, & eius corollarium, vt anguli ad easdem partes oppositorum triangulorum ostẽdantur æquales in ijsdem segmentis.

Quare facta sunt in præcedenti operatione quatuor triangula, quorum bina opposita sunt æquiangula iuxta secũdum lem. Ergo per quartam sexti vt ED ad DA, sic EB ad BC primam distantiam; & vt ED ad DB, sic EA ad secundam distantiam. deniq; vt DE ad EB, sic AE ad EC tertiam distantiam. Sed nota est per dimensiones in plano terræ factas ipsa AD, ergo & BC inaccessa in mari cognoscitur. Sic nota DB cognitam efficit ipsam AC. Ipsa denique DE dat ipsam EC. Quare tres simul inaccessæ distantiæ dimensæ cognoscuntur, quod erat propositum, & demonstrandum.

PROGYMNASMA SECVNDVM.

De varijs dimenſionibus montium, perpendicularium altitudinum, & latitudinum ſub montibus latentium, ſuperficierum, ac dorſi eorumdem è 1, & 6. lib. Euclid. ad vſum rei agrariæ. De modis eximijs ex eodem 6. inacceſſas diſtantias, atq; etiam vmbras Planetarum dimetiendi.

PROPOSITIO I.

Sub montibus latentium planorum diſtantias facillimè dimetiri pro commercijs agrarijs è lib. 1. Eucl.



Ope-

Operatio.

SIt mons ABC, ſub quo latentis planitiei longitudinem AC metiri velis. Ad Montani verticis punctum, verbi gratia B, haſtam BE notę, ac certę menſuræ ſic collocato, vt ea ſit exactè ad libellam horizonti parallela; tum perpendiculum habe cum chorda, quod liberè ad angulum (normæ annexæ vt vides in figura) rectum in altero extremo E haſtæ EB decurrere poſſit, & demittatur ad montis contactum in F. Rurſus ad F parallelã Horizonti haſtam collocato, & perpendiculum ex G demittatur, vel ſubtrahatur, pro vt exigit contactus dorſi montani irregularis; & ſic deinceps gradatim per vices pergito deſcendendo vſq; ad A; numerus enim haſtarum horizonti parallelos per dorſum montis applicatarum dabit in eiuſdem haſtæ menſurà diſtantiam plani ab A vſq; ad D. Quod ſi ex B etiam deſcendendo per oppoſitam partem haſtam gradatim applicaris, vt factum eſt in BA, habebis reliquum diſtantiæ DC, quæ compoſita cum iam nota BA, prodet quæſitam totam diſtantiam AC latentis plani ſub monte. Quod ſic demonſtro.

Demonſtratio.

IMaginemur enim perpendiculares à puncto B, & deinceps per dorſum montis cadentes in rectam AD, ſintq; ipſæ BD, EH, GI. Quoniam omnes perpẽdiculares parallelæ ſunt inter ſe ex 28 primi, & ex definitione decima, quippe quæ ad ipſam AD rectos duos internos BDH, DHE efficiunt, & ſic deinceps EHI, HIG, &c. itemq; parallelæ BD, HE ſunt æquales, nempe demiſſæ ab eadem æquidiſtantia EB ab horizonte AD, erunt per 33 primi, EB, HD non ſolum parallelæ, ſed & æquales. Ac eodem modo probabitur ipſas GF, IH in parallelogrãmo GH eſſe æquales, ac ſic deinceps de reliquis. Sunt autem omnes ſuperiores EB, GF, & reliquæ gradatim verſus A, inter ſe æquales, eádem ſcilicet haſtá per vices replicatá, ergo & omnes inferiores DH, HI, & reliquæ verſus A erunt inter ſe æquales. accepta eſt igitur æqualium partium notarum dimenſio in AD. Nec ſecus notà diſtantià DC per eaſdem partes, & compoſità cum DA, nota dabitur tota AC. quod erat demonſtrandum.

SCHOLION.

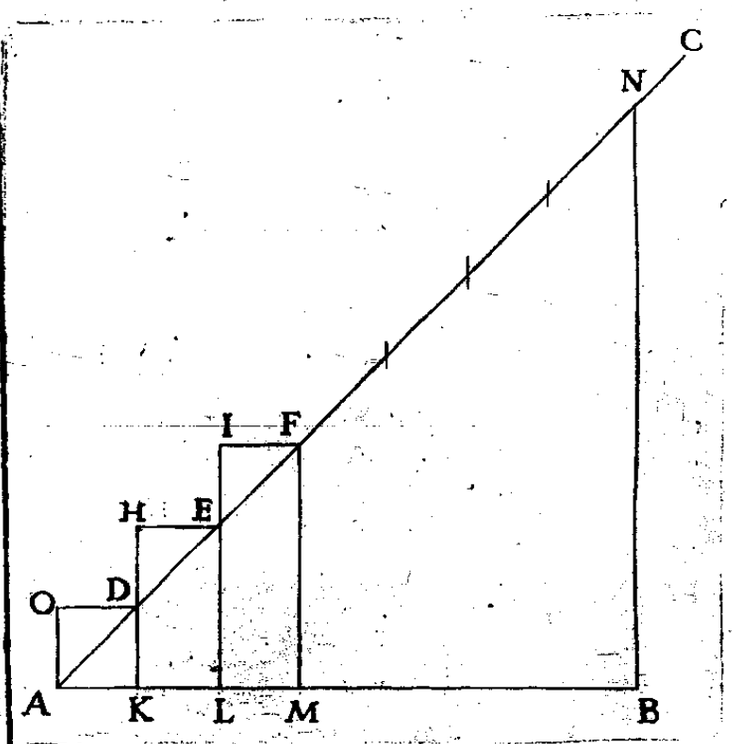
Ad eruditionem antiquam.

Cultellatio quid ſit?

HAnc operationem antiqui cultellationem appellarunt. *Iulius Frontinus vir Conſularis libro de re Agraria:* cultellamus agrum eminentiorem, & ad planitiem redigimus. *metiendo ſcilicet modo non abſimili noſtræ hìc paullò ante poſitæ operationi, vt patet è ſequentibus Frontini verbis naturam in exemplum referentis. Verba Frontini inferius dabimus. Higenus etiam libertus Auguſti in fragmentis:* lineam per metas extendemus, & per eam ad perpendiculum cultellabimus.

COROLLARIVM GEOMETRICVM.

Datam lineam ex cultellationibus in quotlibet partes æquales diuidere.



Datã lineam in quotlibet partes æquales diuidere.

LIcet hinc modum geometricum diſcere datam lineam in quotlibet partes æquales facillimè diuidendi. Sit AB diuidenda in ſeptem partes æquales. Ducatur ex A altera quæpiam linea liberæ longitudinis, quæ ſit AC faciens angulum quemcumq; ad A, tum in ipſa AC, per tertiam primi, ſumantur ſeptem partes æquales lubitæ lõgitudinis, verbi gratia vſq; ad N. Iunctis NB, ex partibus ſumptis educantur rectæ in ipſam AB; quæ rectæ parallelæ ſint ipſi NB, ac proinde etiam inter ſe, & ſecta erit AB in optatas ſeptem partes æquales.

Nam productà LE in I, & factà æquali ipſi FM, productà KD in H ad æqualitatem ipſius

LE, e re-

LE, erectà AO ad menſuram ipſius KD,&c. oppoſitæ LM, IF, quæ parallelas æquales FM, IL iungunt, erunt æquales; ſic oppoſitæ binæ KL, HE, & oppoſitæ binæ AK, OD, &c. æquales erunt. ſed oſtendendm eſt præterea eſſe non ſolum ſingulas inferiores ſingulis ſuperioribus æquales, ſed etiam omnes ſimul inferiores inter ſe ſe æquales. Sunt autem æquales, quoniam omnes ſuperiores OD,HE,IF ſunt inter ſe æquales, vt mox demonſtro. Nam cum prædictæ FI, EH, &c. ſint parallelæ ipſi AB, ſiuè eius partibus ML,LK,&c. erunt etiam inter ſe parallelæ. Cadente igitur AC in parallelas FI, EH, angulus internus EFI æqualis eſt externo oppoſito DEH,per 28 primi.Item angulus externus IEF eſt æqualis interno HDE propter AC, quæ cadit in parallelas alias IL, HK; ſunt autem & latera DE, EF ſecta æqualia, ergo per 26 primi, ſunt æqualia triangula DHE, EIF; & ſic de reliquis. Ergo latera HE, IF, & reliqua reliquorum ſunt inter ſe ſe æqualia. Inferiores ergo partes AK, KL, LM, &c. quæ ſuperioribus OD, HE,IF inter ſe æqualibus ſunt equales,sũt etiam ipſæ inter ſe omnes æquales, per primum axioma. Diuiſa eſt ergo recta data AB in quæſitas partes æquales. Quod erat faciendum.

SCHOLION.

Vſum, & problema antecedentis corollarij vniuerſaliora efficere.

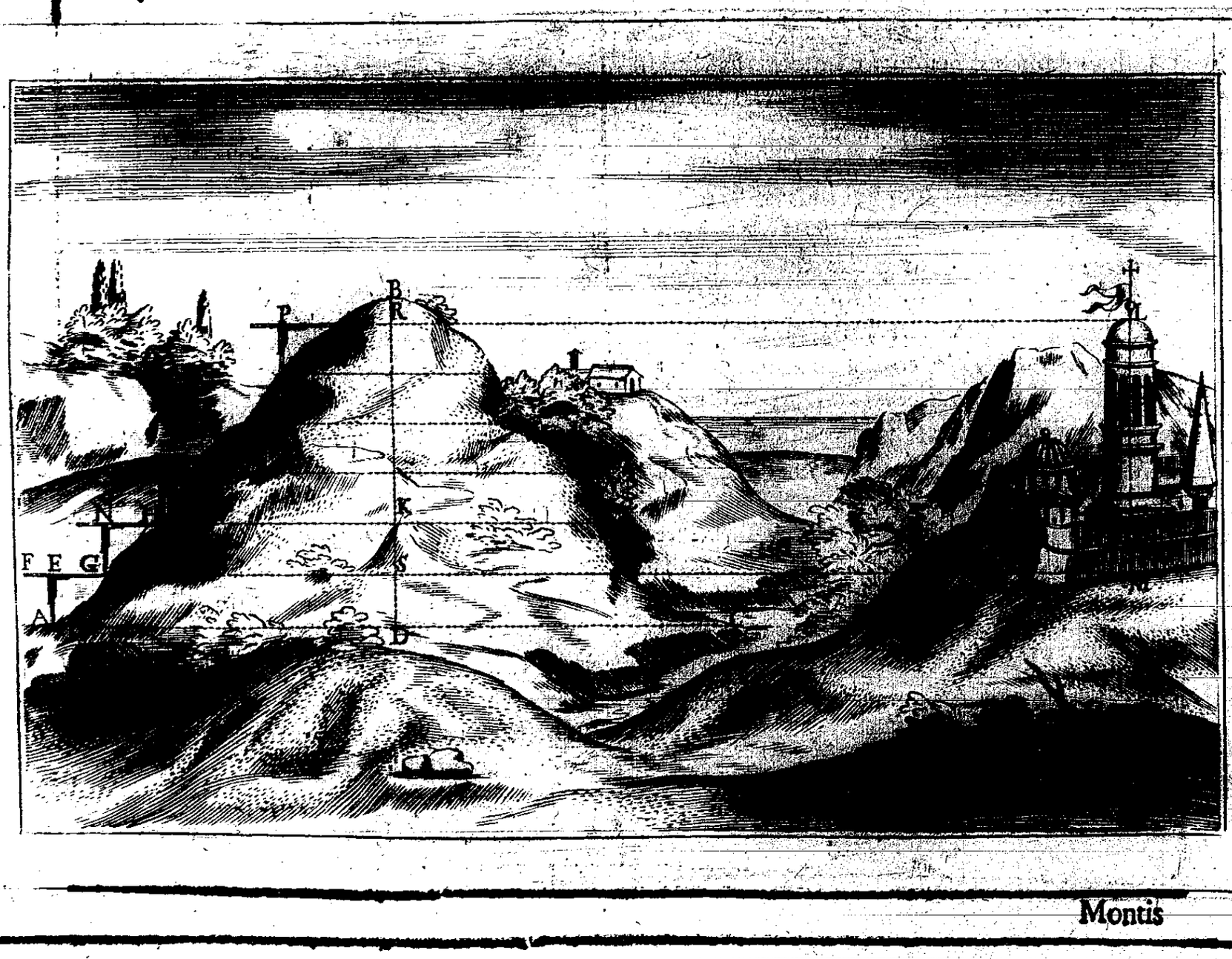
EXemplum huius geometrici problematis datum eſt in parallelis perpendicularibus, quoniam cultellatio, ex qua Corollarium hoc prodijt, facta eſt circa montem ex perpendicularibus. Modo tamen ſint parallelæ, etiam ſi non ſint perpendiculares, iunctis extremis NB, valet problema.

PROPOSITIO II.

Abditas montium perpendiculares altitudines facillimè dimetiri è lib. 1. Eucl.

Operatio, ac Demonſtratio.

SVmpta eſt iam diſtantia plani ſub monte latentis per deſcenſionem, & deductionem parallelarum ipſi plano. Iam inueſtiganda eſt perpendicularis abdita montis altitudo. Id fiet aſcendendo, & perpendiculares quidem horizonti, parallelas verò ipſius montis altitudini replicando ſic.



Montis

Montis ABC perpendicularis inacceſſa, & abdita altitudo BD ſit inueſtiganda. Circa vtram dorſi partem mális, ſiue CB, ſiue AB, in hunc modum operare. Haſtam accipe determinatæ menſuræ, ſi lubeat, qua vſus es in præcedentis propoſitionis operatione, ſitq; ipſa AE, quam ſtatue horizonti perpendicularem; tum ad haſtę verticem E tranſuerſam aliam collocato, quæ faciat ad E angulũ normæ annexæ cum perpendiculo, vt vides in figurà, rectum. Sitq; FG ſecunda hęc haſta talis longitudinis, vt nunc à montis dorſo reduci, nunc adduci ſic poſſit, vt dorſum id cõtingat, pro exigentià dorſalis montanæ irregularitatis. Ergo erectà AE, & ſuperductà FG ad rectum angulum in E, quæ montis dorſum contingat in G, rurſus perpendicularem transfer, & erige in G; & fiat ſecundus contactus in H, & ſic deinceps gradatim aſcende ad B. Nam numerus perpendicularium dabit dimenſionem totius DB, quoties ſcilicet in DB ſit ipſa menſura AE. quod erat quæſitum.

Demonſtratio proportione éadem eſt cum demonſtratione præcedentis operationis. Nam ſi fingas à punctis G, H, &c. produci parallelas, & perpendiculares ad ipſam DB, vt vides in S, K, &c. fiét parallelogrammata, quæ habebunt oppoſita latera ſub vnà, eàdemque menſurà æqualia. Demonſtrationem tu applicato, ne nos quodammodo eadem iterare videamur.

COROLLARIVM.

Ex montium cultellationibus turrium inacceſſarum altitudines demonſtratiuè noſſe.

EA´dem operá, quá montem cultellaſti, ac dimenſus es perpendicularem BD, potes ſcire altitudinem alicuius turris non procul à monte erectæ, ceu hìc Bononiæ in mea patriá, vbi hoc nunc corollarium ſcribo. Quoniã hæc Vrbs ſita eſt ad collium amęniſſimorum radices, ſi quando per pręcedentem propoſitionem ſuburbani alicuius collis perpendicularem altitudinem metiri lubeat, potes eodem tempore eminentiſſimæ, ac celeberrimæ turris, vulgo Aſſellorum appellatæ, altitudinem dimetiri, licet ab ea diſtes, hoc modo.



Finge turrim prædictam eſſe LM; dum ergo per modos præcedentium propoſitionum perticas per dorſum AB ſucceſſiuè collocas (quæ perticæ faciunt angulos rectos in E, N, &c.) oculus tuus iuxta directionem perticæ ſuperioris Horizonti parallelæ ſpectet ſubinde verſus turrim LM, donec aliquando, vt ex P, viſualis linea ad directionẽ PR incidat in ſupremum verticem L; tunc enim ex RS cognitâ per modos præcedentium propoſitionum datur cognita altitudo turris LM; eſt enim parallelogrãmum SL. nam PR, (& proinde tota PL) eſt horizonti, ſiue ipſi SM parallela, itemq; perpendiculares RS, LM ſunt parallelæ. ergo, per 34 primi, aduerſa latera, nempe altitudines RS, LM, ſunt æqualia.

PROPOSITIO III.

Plana ſub montibus latentia, & latentes altitudines perpendiculares montium aliter facillimè dimetiri è lib. 6. Eucl.

Operatio, ac Demonſtratio.

DVæ præcedentes operationes demonſtratæ ſunt ex primo Euclidis. Aliæ non minus ingenioſæ inſtituendæ ſunt, ac demonſtrandæ è ſexto eiuſdem Eucl. libro. Habebunt ſequentes operationes id compendij, vt eàdem opera ſciri poſſint dimenſiones & plani, & perpendicularis infra, & intra montes latentium. Ac prætereà ſine prolixa illá, & ſæpius iteratá haſtæ applicatione, breuì abſoluetur operatio, vt mox docebo.





Ad montis ergo ABC dorſum, cuius & longitudinem AC, & altitudinem DB ſcire optas, protendatur chorda EF innexa palis, ſiue columellis perpendicularibus duabus AE, BF; deinde ex E ſecundùm chordæ longitudinem deſpice in planũ, ac nota vbi radius viſualis EG vnam conficiens lineam cum chorda EF, cõtingit planum, ideſt in G, vt fiat triangulum maius DGF, & in eo minus AGE. Vide quam proportionem habeat in minori triangulo latus GE ad EA, & ad AG, eandem enim habebit chorda GF ad perpendicularem FD, & ad diſtantiam DG. Sine labore igitur aſcenſionis, vel deſcenſionis, & ſine vlla haſtarum ad dorſum montis, vel ad protenſam chordam toties iterandà applicatione, ſolue chordam ex F, eamq; detrahe, ac detrahendo eandem metire; ex ea enim dimenſione proportionalem habebis dimenſionem duûm laterum FD, DG. Cuius rei demonſtratio patet, quoniam duo triangula æquiangula ſunt GEA, GFD.

Eſt enim vtraq; perpendicularis EA, FD, & pro inde anguli GAE, GDF recti ſunt, & angulus internus DFG æqualis externo AEG, &c. intelligenti hæc ſatis. Quod ſi ſcire velis reliquum diſtantiæ à D vſq; ad C, operare circa alterum dorſum BC, vt in BA, &c.

SCHOLION.

CHorda EF vt operationi, ac demonſtrationi geometricæ melius inſeruiat, nempe protenſa iuxta viſualem, ac verè rectam lineam, crebris palis ſuffulta, & alligata fingitur à nobis, vt vides in figura; licet pro demonſtratione habeatur tantum ratio extremorum palorum. Idem intellige in ſequentibus propoſitionibus vbi per chordam fiunt dimenſiones montium, licet ad figurarum venuſtatem, ſiue facilitatem ponantur tantum duo extrema, quibus chordæ alligantur.

PROPOSITIO IV.

Montes aliter metiri per normam.

Operatio.

AD montis radicem operatus, iam verticem conſcende, vt eaſdem dimenſiones & horizontales, & perpendiculares aſſequáre.



Igitur, ſic operare: Protenſá chordá ad A, & B, applica normæ latus alterum ſecundùm chordæ longitudinem ſic, vt cum ea vnam rectam conſtituat; tum oculo ad B appoſito deſpice in ſubiectum planum, & nota ſigmum C, ex quo ad ipſam BD ſit, aut fiat planum CD parallelũ plano EG. Tum metire latus BC. quam enim rationem habebit BC ad reliqua duo CD, DB, eamdem habebit chorda BH ad HF, & ad FB. Idem operare circa dorſum BG, vt totam HG, vel EG notam habeas.

Demonſtratio.

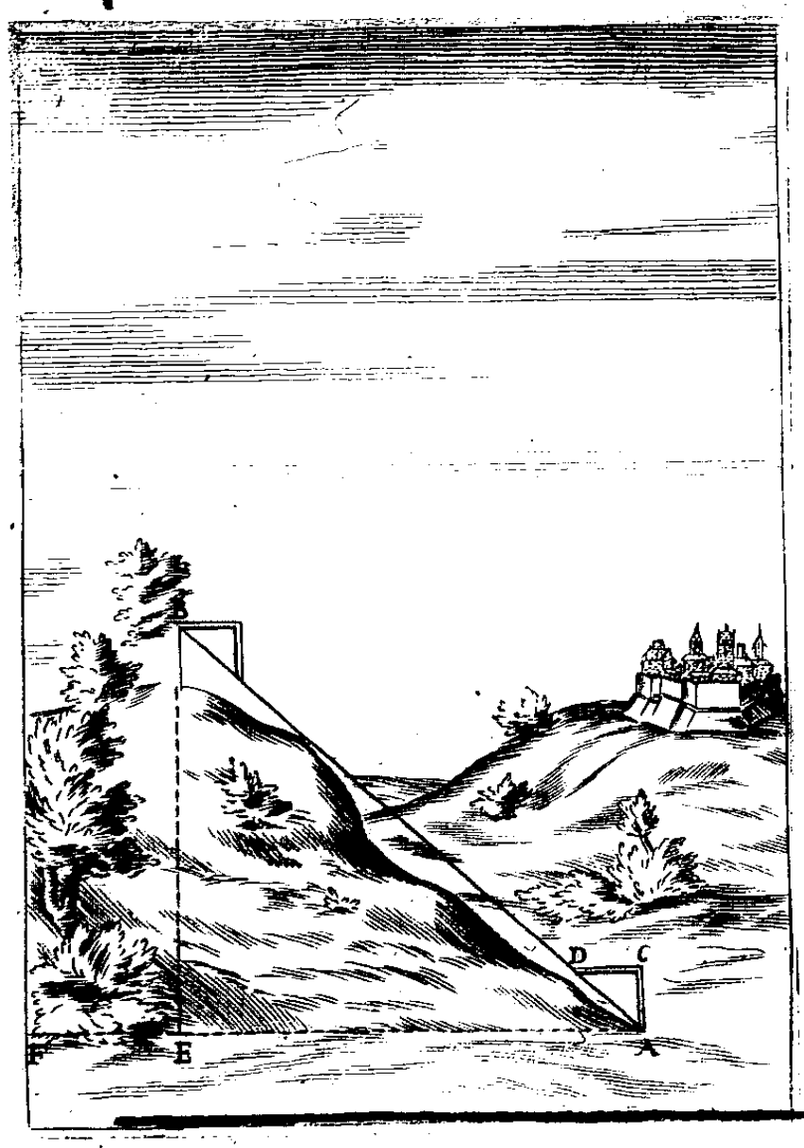
QVoniam in triangulis HFB,& BDC anguli F, & D ſunt recti, propter perpendiculares BF,& BD ad plana parallela EG, DC;& in triangulo minori DBC reliqui duo anguli DCB, CBD æquales ſunt vni recto ; eſt autem & angulus normalis CBH rectus, ſi auferatur communis DBC, remanebunt æquales inter ſe HBD angulus trianguli maioris, & DCB angulus minoris.Ergo & reliqui duo DBC,& BHF erunt æquales. Quare ſunt æquiangula triangula HFB, BDC, &c. Ex quibus conſtat demonſtratio operationis poſitæ in hac quarta propoſitione.

PROPOSITIO V.

Montes aliter metiri per vnicam normæ applicationem.

Operatio, ac Demonſtratio.

E Sexto item libro Euclid. accipe modum hunc non inuenuſtum, & facillimum, vnicà normæ applicatione, vt ſimul & diſtantiam plani horizontalis,& altitudinem perpendicularem montis cõſequáre, poſitâ cognitione, ſeu dimenſione dorſi, vt in præmiſſis alijs operationibus factum eſt. Poteſt fieri hìc etiam montium cultellatio per continuatam normæ applicationem.

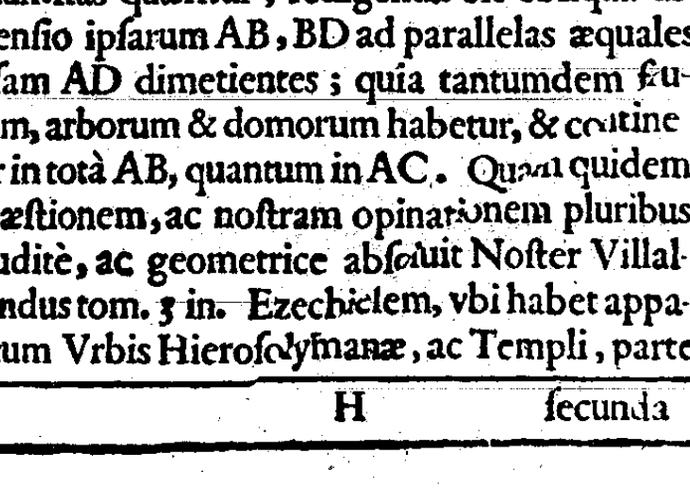


Nam ad protenſam chordam AB applicatâ normâ ACD vel ad partes A, vel ad partes B, quam proportionẽ habet DA ad DC, eamdem habet BA ad AE, & quam éadem DA ad AC habet & AB ad BE. Demonſtratio patet ; nam normę latus AC perpendiculariter erectum ſupponitur, eſtq; parallelum ipſi perpẽdiculari BE, item CD parallelum ipſi AE ; ergo cadens BA in parallelas CA; BE, CD, AE facit angulos alternos CAD,DBE,CDA,DAE æquales in duobus triãgulis ADC,ABE; reliqui vero duo ad C, & ad E ſunt recti,&c. Quare in æquiangulis duobus triãgulis erunt latera circa æquales angulos proportionalia. Idem operabere circa dorſum BF, vt totam AF aſſequáre.

I. COROLLARIVM.

Ad vſum ciuilis vitæ, & commerciorum agreſtium ex præmiſſis cultellationibus.

CVm agrorum in collibus,ſeù montibus venditiones, emptiones, permutationes faciendæ ſunt, in quibus ſoli quantitas ſpectanda eſt non ex quantitate curuæ ſuperficiei,ſed in ordine ad frugum, & arborum prouentum, vel domorum exædificationem, tunc agrorum menſurationes faciendæ ſunt iuxtà præmiſſas cultellationes. Nam licet dorſi curuitas, ſiue illi obtenſa recta linea maior ſit, quàm planum ſub



dorſo in horizonte poſitum; vt in triãgulis ABC, vel CBD circa montẽ ABD fictis latera AB,BD maiora ſunt, per 18 primi, lateribus AC, CD, quia in ſuo triãgulo ſingula maiori angulo, ideſt recto ad C,opponuntur; tamen cum vtilitas,non quantitas quæritur, redigenda eſt obliqua dimenſio ipſarum AB, BD ad parallelas æquales ipſam AD dimetientes ; quia tantumdem frugum, arborum & domorum habetur, & continetur in totà AB, quantum in AC. Quam quidem quæſtionem, ac noſtram opinationem pluribus eruditè, ac geometrice abſoluit Noſter Villalpandus tom. 3 in. Ezechielem, vbi habet apparatum Vrbis Hieroſolymanæ, ac Templi, parte

ſecunda de ponderibus,& menſuris,libro primo, cap. ſexto ; præſertim propoſitione 21. quæ vltima eſt citati capitis. Nos ijs apponemus ſequentia ex vno, atq; altero veterum Authorum, quorum authoritate, ac rationibus noſtra ſententia confirmabitur.

II. COROLLARIVM.

In dorſo montis nec fruges, nec domus plures ſunt, quàm in plano, &c. Huc erudita veterum loca explicata.

FRontinus paullo ante à nobis citatus in ſcholio poſt primam propoſitionem huius ſecundi progym. *Cultellamus agrum eminẽtiorem, & ad planitiem redigimus. Æqualitatem hac ratione ipſa ſeminũ natura monſtrauit. Omnis enim illa ſoli inæqualitas colligi poterit, niſi quod de terrà quid quid naſcitur in aërem rectum exit, & illam terræ obliquitatem creſcendo atterit, nec maius ſpatium occupat, quam ſi ex plano naſcatur.* Polybius hiſtor.lib.9. *Si eas domos conſideres, quæ in ſublime ſunt extenſæ, & in climatibus ſitæ ſic, vt cunctæ ſint æqualiter altæ, manifeſtũ eſt quòd, tectis illarum in vnam planitiem redactis, par ſit, & æqualis diſtantia tam illarum, quæ tumulis ſubiacent, quã quæ ad fundamenta murorum in planitie ſitæ ſunt.* Hæc ille ex occaſione quæſtionis, & ſententiæ quorumdam, de quibus ſic refert : *multi eas Ciuitates, quæ in anfractibus, & collibus refertæ ſunt, plures domos continere putant, quàm eas, quæ in plano ſunt ſitæ. Hoc autem ſic non habet, propterea quod ædificiorum domus non in accliui pauimento, ſed in ſubiecto plano rectè ædificantur.* Habes in citatis hiſce authoribus rationes noſtrę ſententiæ, quas tute prudens animaduerſas, lector, ponderato, ne nos eas pluribus fruſtrà iteremus, ac diducamus.

Ad rei euidentiam vide hanc figuram, in qua iuxta dimenſiones a nobis præmonſtratas per parallelas arbores, ac fruges tam in fundo (vt propriè in re agrarià loquar) quàm in dorſo montis, fit æquorum interuallorum in altum perpendicularis productio. Idem fingito de ædibus in dorſo, vel in fundo montis.

Notanda præ reliquis Frontini ea verba, in quibus fundamentum præcipuum eſt noſtræ ſententiæ : *illam terræ obliquitatem creſcendo atterit*, ſcilicet quid quid naſcitur in dorſo montis. Quaſi dicat: etiam ſi ſpatium montanum inter parallelas (quas vides in figura) immo totum dorſum (vt demonſtratum eſt) montis longius ſit plano illi ſuppoſito, tamen arbores, & domus rectà in altum tendentes occupant plus ſpatij in



dorſo, quàm in plano, quia ſpatium, quod atterunt, in dorſo montis obliquum eſt. Itaq; res eódem récidit, ac idem accidit quod ad prouẽtum, ſiue longiorem montanam lineam, ſiue breuiorem illi ſuppoſitam accipias. Igitur vt commutationes, & emptiones iuſtè fiant inter homines cum agitur de agro montano, exigendæ ſunt ad has noſtras cultellationes ; ne qui montuoſa vel commutat, vel vendit, vel poſſidet putet ſe plus vel dare, vel obtinere quam ſi fundum accipiat, vel habeat minoris dimenſionis. Verum nihilominus eſt, quod ad arbores pertinet, & ad ſemina, arbores in montis dorſo obliquè in altum ſuccreſcente ſitas habere id commodi, vt vicinarum inter ſe ea, quæ altiori loco eſt, poſſit ramos expandere, nec eos implicet cum ramis proximè ſibi ádſitæ inferioris, vnde non nihil amplioris, vt ita dicã, frugiferantiæ proueniat; niſi tamen vmbra eminentioris arboris incommodet ramis, & fructibus adſitæ inferioris. Semina etiam plura in montano dorſo (maiori nempe quam ſubiectum illi planum) ſeruntur, ſed dum perpendicularem omnia enaſcentiam affectant, alia alijs officiunt, & nihil, aut parum ſuperant abundantiam earum frugum, quas minoris numeri ſemina in plano fundo progignerent. Adde, etiam ſi plures ſpicæ in cliuo enaſcerentur, breuiores tamen, & aridioribus granis, propter defectum humoris, & aerem ſcicciorem, prouenire. Non ſic in plano, propter cauſas oppoſitas. Ex quibus hæc duo efferre potes

PARADOXA

I.

Agri feracis maior ſuperficies maiorem non affert prouentum, &

II.

Minor area tantumdem capit, quantum maior.

SCHOLION,

In quo præcedentium duorum corollariorum ratio traditur ex reconditiori Geometria.

VEra ratio e reconditiori Geometria, qua demonſtratur id, quod in præcedenti corollario paradoxum videtur, nempe ab ijſdem arborum truncis rectà, & perpendiculariter e terra ſuccreſcentium maiorem terræ quantitatem occupari in dorſo mõtis, quàm in fundo, ac plano horizõtis



Ratio, inquam, geometrica eſt, quoniam ſectio, quam facit in trunco dorſum montis, eſt obliqua AB, in eodem vero trunco ſectio plani horizontalis eſt CD parallela horizonti, ſiue baſi cylindri, quem refert truncus arboris. Porro ex Apollonio ſectio CD erit circulus, at AB erit ellipſis, vt demonſtrat Serenus. Qui mirũ quid in Geometria patefecit, ſcilicet non ſolum ex obliqua ſectione plani ſecantis latera, & axem coni fieri ellipſin, ſed etiam ex obliqua ſectione cylindri; cum tamen latera cylindri progrediantur inter ſe parallela, latera vero coni coeant in verticis angulum. Ellipſis autem huius maior diameter AB ſuperat, per 47 primi, diametrum circuli in eodem cylindro (vt vides in GI maiori, quàm IH in triangulo rectangulo GIH) maiorem etiam habet aream, quàm ſit area circuli è ſectione CD, & rectangulum circa ellipſin AB maius erit quadrato circa circulũ CD, vt patet ex Archimede prop. 6 Conoid; & Sphæroid. Quare ſi iuxta ea rectangula in dorſo montis circa truncos arborum, & iuxta quadrata in plano horizontali circa eoſdem truncos concidatur mons per imaginationem a ſummo vſq; deorſum, vt in E, & F, &c. diuidetur mons in trapezia ſolida, quæ in inferiori parte habebunt pro terminis ſuperficies terræ quadratas, quibus in parte ſuperiori, vbi dorſum eſt montis, correſpondebunt ſuperficies terræ rectangulæ maiores (per prædicta) ſuperficiebus inferioribus quadratis. Quare nil mirum eſt (ex hiſce) ſi diximus eoſdem arborum truncos maiorem terræ aream occupare in montis dorſo, quàm in horizontis plano. Quo fit vt maior illa ſuperficies, quam habet montis curuitas maiorem afferre non poſſit arborum, ac frugum prouentum, quàm afferat plana horizontis, ac minor ſuperficies.

Non ſolum obliqua ſectio coni, ſed & cylindri. ellipſim efficit.

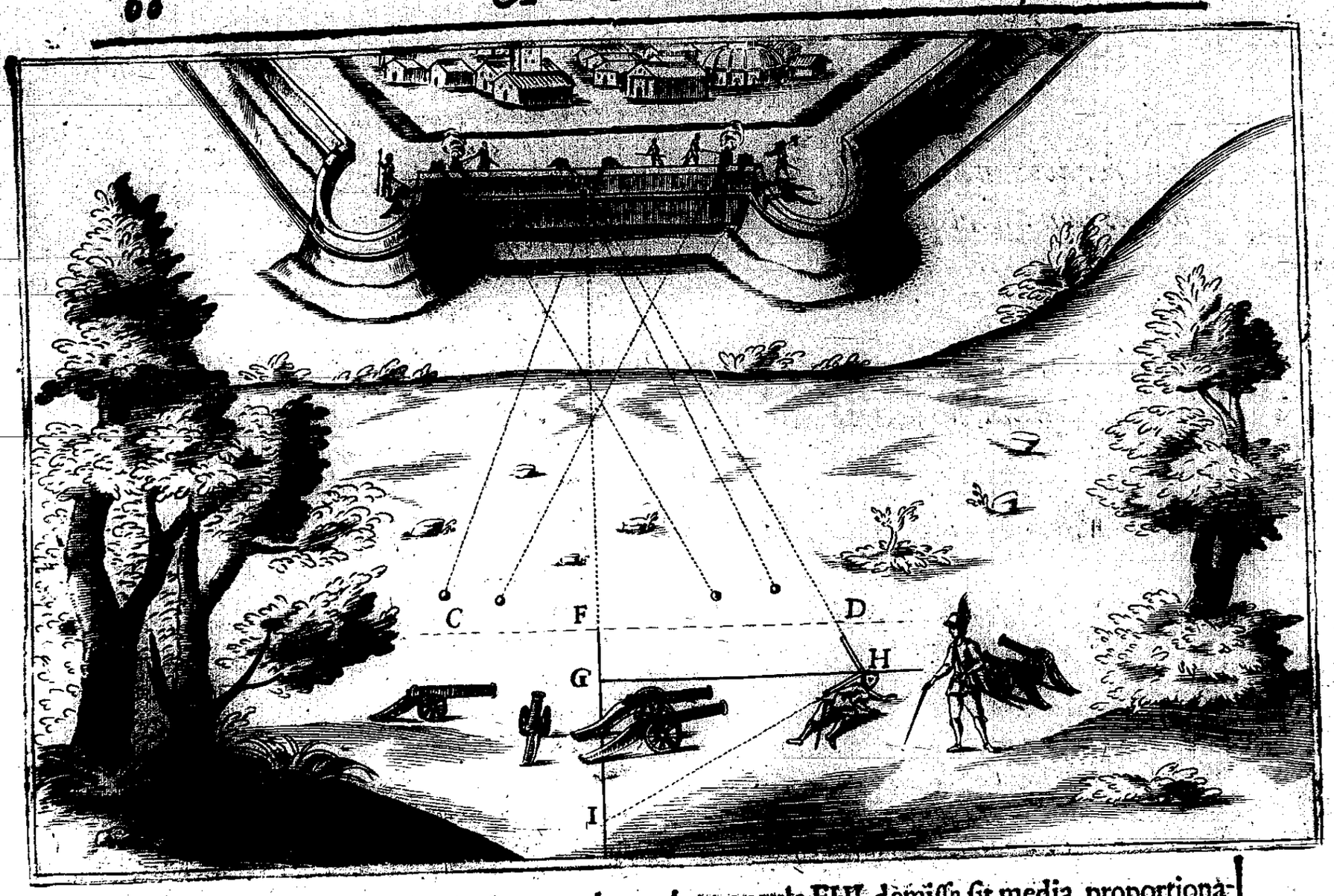
PROPOSITIO. VI.

Inacceſſas diſtantias dimetiri è lib. 6. Euclidis; ac primò ope mediæ proportionalis facillimè.

Operatio.

REdeamus ad verba ex Proclo citata, & repetamus verbulum illud: *inſuper*. An non videtur alluſum etiam ad alios modos, quibus practici Geometræ communiter vtuntur e ſexto libro Euclid. per triangula ſimilia? At in tanta ſylua, & copia paſſim omnibus patente opus eſt noüitate aliqua, vel ſaltem electione, ne iam toties vulgata tantum deſcribere videamur. Ac quoniam omnibus vſitatum eſt in dimẽſionibus diſtantiarum conſtituere proportionalia duo triangula per lineam aliquam alterius trianguli vni laterum alterius ductam parallelam, nos duo triangula ſimilia per mediam proportionalem conſtituimus in hanc formam;

Sint obſeſſi oppidi mœnia hoſtilia AB ad quæ intra ſpatium CD accedere non liceat pro-



pter tormenta bellica, quibus hoſtes accedentem quemcumq; infeſtant, ac lætho ſternunt. Notus mihi iactus eſt meorum tormentorum, at neſcio an iactui æquetur diſtantia inter AB, & CD. igitur in directum puncto alicui notato in pede mœniorum, verbi gratia E, ſi lubeat (nec tamen neceſſe eſt) tantiſper recede ex F in G, & ex G orthogonalem deſigna in plano terræ ad lubitam longitudinem GH: tum ſumptà norma, cuius angulum rectum per rectam GH adducito, & ad oculum in H ſic applicato, vt ſecũdùm dorſum anguli recti normalis videas ex altera quidem parte punctum E, ex altera vero notes in rectà EFI punctum I. Et quoniam notæ eſſe poſſunt nullo negotio rectæ IG, GH, nota etiam fiet diſtantia GE. quota enim pars eſt IG ipſius GH, toties replicata GH dabit diſtantiam GE, atq; etiam diſtantiam quæſitam FE, ſubducta parte GF.

Demonſtratio.

VIde ampliorem demonſtrationem, quam exponemus inferius in progym. 3. huiuſce Apiarij, vbi terreni ambitus dimenſionem inſtituimus per mediam proportionalem; huc enim facit, & propoſitum conficit. Indico hic nunc tantum breuiſſimè. In duobus triangulis totali IEH, & partiali IGH anguls communis eſt GIH, & æquales ſunt duo recti, normalis quidem IHE, ab orthogonali vero receſſu mẽſoris (quaſi à recto angulo EHI demiſſa ſit media proportionalis GH, per Octauã ſexti) rectus eſt factus IGH, ergo reliqui duo IHG, IEH ſunt æquales. Rurſum duo triãgula minus IGH, maius GEH ſunt æquiangula. nam per modò demonſtrata, IHG, GEH æquales ſunt, & IGH, HGE ab orthogonali HG facti ſunt æquales, ergo reliqui duo GIH, GHE & ipſi æquantur inter ſe. ergo triangula IGH, GEH ſunt laterum proportionalium circa æquos angulos, per quartam ſexti. Vt ergo IG ad GH, ſic eadem HG ad GE. Vel aliter.

Quoniam triãgulum EHI habet rectum normalem angulum, à quo in ſubiectam baſim EI cadit perpendicularis HG, erit ipſa HG, per corollariũ octauæ ſexti, media proportionalis inter duo baſis ſegmenta IG, GE; ergo per 17. ſexti, quadratum ex HG erit æquale rectangulo comprehenſo ſub ipſis EG, GI. Multiplica igitur in ſe ipsã HG, & productum partire per ipſam IG, & nota dabitur diſtantia GE; tum ſubductà EF, reliqua fit FE quæſita. quod erat demonſtrandum. Aliter.

Eſt & tertius modus demonſtrandi æquiangula duo triangula IHG, GEH, quo vſi ſumus ſuperius in dimenſionibus inacceſſis vel planorum ſub montibus iacẽtium, vel altitudinum perpendicularium in ijſdem montibus latentium. Nam, qui deinceps ad G, ſunt recti. Item duo reliqui GIH, GHI rectum conficiunt, & normalis EHI etiam ipſe eſt rectus; ſubducto ergo communi GHI, remanent æquales duo EHG, GIH, & conſequenter etiam tertij reliqui HEG, GHI, &c.

SCHO-

SCHOLION.

Ad certitudinem operationis in præcedenti demonſtratione.

POtes triangulum IEH, quod nos in plano terræ deſignamus, erectum perpendiculariter ſupra horizontem conſtituere, accepto ſcilicet baculo perpendiculariter erecto, cuius longitudo ſit altitudo à pedibus menſoris in G vſq; ad oculos eiuſdem in H. Tamen vt certior tibi operatio cedat, ſine fallacijs à viſu cùm maxima eſt diſtantia, vti potes remedio ſecundo in Schol. poſt ſecundam propoſitionem progym. primi, ſpectando ſcilicet puncta E, & I in eleuatione ſupra horizontem altiori quam ſit GH. Ad certitudinem etiam maiorem operationis à nobis vſurpatæ in præcedenti propoſitione per deſignationem trianguli in plano terræ, potes producere magis ipſas FI, & GH in plano, iuxta notata in ſchol. quæ videbis inferius ad decimam, & vndecimam huius. Niſi tamen ex hiſce operationibus, quæ fiunt per triangula ſimilia (quod erat tertium remedium tibi pollicitum in ſchol. poſt ſecundam propoſitionem progymn. primi) cenſeas ſatis prouiſum eſſe, ne vlla intercedat fallacia. Videtur enim ex vi minoris trianguli IGH, in quo propter oculi vicinitatem nullus error apparet, neceſſario elici quarta linea proportione reſpondens, quæ determinata, ac vera longitudinis ſit, etiam ſi oculus in H poſitus circa punctum E procul diſſitum falleretur, immo etiam ſi nec E ſpectaret. prodit enim diſtantia GE ex vi diſcurſus, ac neceſſariæ conſequentiæ à proportione. Si quis tamen adhuc trepidet in his etiam operationibus per triangula ſimilia circa diſtantiam valde magnam, vtatur altero priori prædicto remedio. Vide huc corollarium poſt nonam huius.

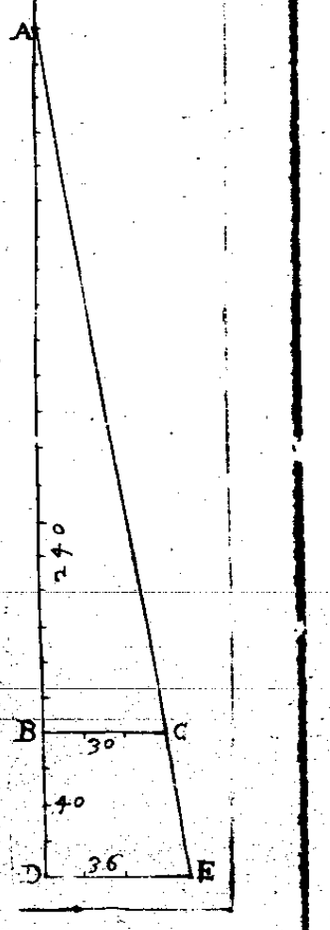
PROPOSITIO VII.

Inacceſſas diſtantias per quadrilaterum demonſtratiuè cognoſcere.

Operatio.

INgenioſſima eſt cognitio inacceſſæ diſtantiæ non iam per triangula, ſed per quadrilateram figuram in terræ plano deſignatam. Gemmafriſius tanti eam fecit, ac ita ſibi ſepoſuit, vt, poſt factam figuræ conſtructionem, demonſtrationem ſibi reſeruarit domi, ac in ſepoſito paucis oſtendendam. At illo iam pridem ante nos vità functo, nec demonſtratione prodita, quid nobis fiet, qui ſcientificas demonſtrationes potius, quam mechanicas operationes perſequimur in Mathematicis? Sine Gemmafriſio tamen demonſtrationem tibi, mi lector, excudemus, quæ quaſi arcanum quoddam inacceſſum non erat fortaſſe ita occultanda. Videri enim poteſt non tam recondita eius inueſtigatio ſolertioribus Mathematicis.

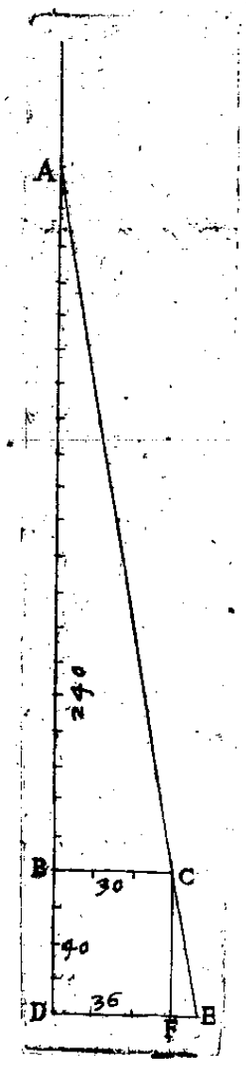
Verba ergo & ſimplex figura Gemmafriſij pro operatione ſunt: *Viſa turri alicuius oppidi, ſi (inacceſſam) diſtantiam eius à te libet inuenire, potes abſq; aliquo ferè inſtrumento mathematico hoc efficere. Elige igitur tibi campum aliquem latum, in quo poſſis huc, & illuc ire, & redire. Et quamuis non fuerit planus, non adeo refert. Accede primum ad turrim ex tuo loco ad ſpatiũ notum ad pedes 100, vel 200, & poſito tibi ſigno aliquo erecto, quod facile à longe videri poſſit, recede ab eo in vtrumuis latus etiam ad certam diſtantiam, ſcilicet 50, vel 100 pedum, atq; hoc ſecundùm rectum angulum à primo puncto: & iterum in tali loco pone ſignum aliquod rectum. Quo facto redi ad primum ſignum: atq; ab eo retrogredere ad certam etiam diſtantiam, quantum ſcilicet placet ea ratione, vt vbi deſiſtas ſignum primum ſit directè intra viſum tuũ, & turrim viſam: ibiq; poſito ſigno tertio, directè hinc ſecundum rectum angulum in latus (vt prius) eo vſq; quo ſignum ſecundum ſit intra viſum tuum, & turrim menſurandam. Iam veſtiga aut per pedes, aut aliquod aliud genus menſuræ, diſtantiam primi ſigni à ſecundo; quæ vocetur diſtantia prima. Item diſtantiam tertij à primo, quæ ſit ſecunda. Demum interſtitiũ tertij à quarto, quod ſit tertia diſtantia. Subduc igitur primam à tertia; reſiduum ſit diuiſor. Poſtea multiplica tertiam diſtantiam per ſecundam, productum diuide per diuiſorem; quod ex partitione huiuſmodi prouenerit, oſtendet diſtantiã à ſigno tertio vſq; ad turrim rectiſſimam. Pro cuius declaratione vide ſequentem figuram. Ibi A turris eſt metienda. B ſignum primum. C ſignum ſecundum diſtans orthogonaliter à primo per 30 pedes, D tertium ſignum diſtans rectà linea retrorſum 40 pedes. E quartum ſignum in latus recedens, & in rectà linea ipſius ſigni ſecundi cum turri diſtans à tertio 36 pedibus. Subduco 30. de 36. reſtant 6. Poſt hæc duco in inuicem 40, & 36, fiunt 1440. Productum hoc diuido per 6. fiunt 240 pedes, quæ eſt diſtantia inter D, & A, turrim. Huius rei demõſtrationem ſi quis requirat mathematicam, me adeat; nam in prõptu habeo, quamuis hic non adjiciam; neq; enim locus hic demonſtrationem, ſed inſtructionem expoſtulat.*



Demon-

Demonſtratio.

AT noſter hic locus, mi Gemmafriſie, in primis demonſtrationem poſtulat. An igitur hæc ſit, quæſtatim proditur, ductà à nobis CF perpendiculari ad DE, ſeu parallela ipſi BD? Nam vides illico triangula partiale EFC, totale EDA, quæ æquiangula ſunt quoniam in factas parallelas BD, CF incidens ipſa DE facit internum BDF æqualem externo CFE. Siue malis: Quoniam quadrilaterę figurę BF anguli quatuor interni ſunt æquales quatuor rectis è Schol. ad 32; & facti ſunt recti FDB, DBC, DFC, ergo & qui deinceps CFE erit rectus per 13. primi, communis vero eſt vtriq; triangulo angulus E, ergo tertius reliquus FCE erit æqualis tertio DAE. Ergo per quartam Sexti, vt EF ad FC, ſic ED ad DA. Qui termini in aurea regula diſpoſiti, vt notum eſt, poſtulant vt ſecundus, ideſt FC (hoc eſt ex Gemmafriſio BD ipſi CF, per 33 primi, parallela, & æqualis) multiplicetur cum tertio ideſt cum ED; & productum, ideſt DA diuidatur per primum, ideſt per FE; quem diuiſorem, ſiue latus FE, vt habeat Gemmafriſius, ipſam BC (ipſi DF æqualem per 33 primi) ſubducit à tota DE. Nos vero quoniam retroceſſimus à B ad D, deniq; poſt operationem, & demonſtrationem confectas, ſubducimus BD, vt quæſita diſtantia BA obtineatur.



PROPOSITIO VIII.

Eaſdem inacceſſas diſtantias faciliús, ac breuius, quàm Gemmafriſius dimetimur, & per ſecundam (non per quartam vt aſſolet) ſexti demonſtramus.

MOdi hactenus à nobis poſiti dimetiendi diſtantias inacceſſas peracti ſunt in terrę plano ab operatore iacente ſupra horizontem. Nunc ad exemplar Gemmafriſij modum tradimus operationis peractæ ab operatore perpendiculari ad horizontem, & deſignante in horizonte lineas tantum aliquas aliquorum interſtitiorum.

AB inacceſſa diſtantia, BC rècеſſus in directum, & in C ſpectator qui ſpectet per D in A. Iam erigatur altera haſta per receſſum latera-



lem

lem in E. Nec eſt neceſſe nobis, vt Gemmafriſio, fieri hunc lateralem receſſum perpendiculariter ad AB, nec iungi vllam rectam ad B, E; ſed ſit liber receſſus ad obliquam lineam, ſi lubeat ex B in E, & nullà iungãtur rectà ſigna B, E. Ex E receſſus fiat in directũ quantumlibet in F, vbi ſpectatio ſit per G in A. Iũgatur recta CF, ſiue ſit perpendicularis (vt apud Gemmafriſium) ſiue obliqua. Deſſignatis ergo in horizonte tribus rectis expreſſis BC, CF, FE, ducatur denique ex B recta expreſſa BH parallela ipſi EF. Quoniam ergo in triangulo ACF baſi AF ducta eſt parallela BH, ſecabit proportionaliter latera AC, CF in B, & H, per ſecundam ſexti. Igitur vt CH ad HF, ita CB ad BA.

Atq; hoc compendio, ſine ſubtractione ipſius BC ex tota AC, & ſine neceſſitate quartæ ſexti, qua omnes vtuntur in hiſce praxibus, vt æquiangula triangula conſtructa demonſtrent; ſine cura, inquam, triangulorũ æquiangulorum (etiam ſi CHB, CFA ſint æquiangula, ſed nos eorum lateribus proportionalibus circa æquales angulos hìc non vtimur) per ſolam ſectionem proportionalèm laterum AC, CF, praxim, & demonſtrationem expediuimus.

COROLLARIVM I.

HAbes eadem opera etiam diſtantiam AF ex quarta ſexti. Nam vt CH ad HB, ita CF ad FD.

SCHOLION.

— Ad operationis facilitatem.

AD facilitatem operationis circa ductum ipſius BH parallelæ ipſi AF potes vti inſtrumento poſito in primis propoſitionibus primi progymnaſmatis huius Apiarij, transferendo quantitatem anguli HCB in locum aliquem ipſius rectæ CF, velut in H. Quod ſi receſſus ex C verſus F ſit ad angulos rectos, tunc ex F verſus C, velut vſq; ad H, accipiatur quantitas æqualis lineæ perpendiculari iungenti latera AC, AF, & eductæ vel ex C, vel ex B. Sed expeditiſſima erit operatio per normã quando C eſt angulus rectus; nam in eo puncto rectæ CF, in quo ex angulo normali fit proſpectus in B, ibi erit terminus, ad quem ex B ducta recta erit parallela ipſi AF.

COROLLARIVM II.

Turrium, puteorum, &c. altitudines, profunditates compendio præcedentis octauæ propoſitionis dimetiri, ac demonſtrare.

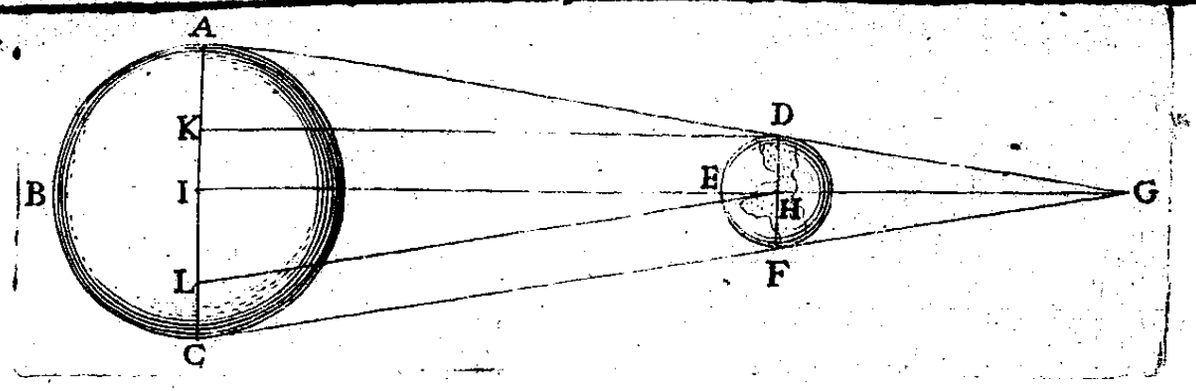


SEcundùm latus turris AB radius viſualis ſuſpectet ex angulo C in oppoſitum D per ſignum aliquod appoſitum propè, vt in E, & ducatur expreſſa CE. cui ex quolibet puncto F lateris CB agatur parallela FG. Quæ, per ſecundam ſexti, ſecabit BC, BD proportionaliter in F, & G. ergo vt BF ad FC, ſic BG ad GD. Si fingas puteum profundum eſſe AB, & os putei DA, & ſecundùm latus vnum interius deſpectes ex D in C, vbi ſit aquæ ſuperficies, & ipſi DC deſignes parallelam IK, habebis trianguli ADC latera DA, AC ſecta proportionaliter in I & K, & vt AI ad ID, ſic AK ad reliquam profunditatem vſq; in C.

COROLLARIVM III.

De quantitate Vmbrarum globi terreſtris, & globi Lunaris ex demonſtrationibus præcedentium ſeptimæ, & octauæ propoſ.

VT practicam hanc noſtram Geometriam etiã ad cœlectia euehamus, & ex Geometria Vranometriam efficiamus, lubet ex præcedentibus ſeptima, & octaua propoſitionibus deducere duos modos, quibus nos vmbras terræ, ac Lunæ facillimè dimetimur, ſuppoſitis terræ,



ac Lunæ diſtantijs à Sole, & cognitis diametris, ſeu ſemidiametris earum, ac Solis.

Sint in figura inſtar corporis ſolaris ABC, & globi terreſtris DEF à Sole illuminati, & proijcientis vmbram DGF, cuius quantitas, ſeu longitudo HG inueſtiganda eſt. Notæ ſint diametri Solis quidem AC, terræ vero DF, & conſequenter ſemidiametri AI, DH. Nota etiam ſit IH diſtantia Solis à terra, vt docetur hæc ſuppoſita in Aſtronomia. Sume in IA ipſam IK æqualem ipſi HD, & iunctis K, & D rectà KD, erit ea parallela ipſi IH, ſiue IG; iungit enim æquales, & parallelas IK, HD. Sunt ergo æquiangula triangula AKD, AIG. Nam angulus A eſt communis, & externus AKD æqualis eſt interno AIG, & reliqui KDA, IGA æquales. vt ergo AK, exceſſus ſemidiametri Solis vltra ſemidiametrum terræ, ad diſtantiam KD Solis à terra, ſic Solis ſemidiameter AI ad totam IG. ſubduc ex tota IG diſtantiam IH Solis à terra, & reliqua fiet HG quæſita vmbræ terreſtris longitudo. Eſt autem in Aſtronomia proportio diametri ſolaris ad terrenam, quæ eſt 5 ½ ad 1, & diſtantia mediocris, ſeu media cẽtri ſolaris à centro terreſtri eſt ſemidiametrorum terræ 1142. Si ergo AK, ideſt 4 ½ dat ipſam KD, ideſt 1142; quid tota AI, ideſt 5 ½? &c. iuxta regulam auream operare, ideſt multiplicando 1142 per 5 ½, & producetum partiendo per 4 ½, & quartus prodibit numerus, ex quo ſubductà diſtantiâ 1142, relinquentur ſemidiametri terræ ferè 254, quæ eſt ipſa HG terreſtris vmbræ proceritas.

Idem intellige proportionali modo de Lunæ vmbrâ. Nam diameter Solis eſt, vt 26 ad 1 ½ diametrum Lunæ, & cum Luua Soli opponitur, ac plena eſt, maxima eius à Sole diſtantia eſt ſemidiametrorum terræ 1247. Vt ergo AK, ideſt 24 ½ exceſſus diametri ſolaris ad diſtantiam KD, ideſt ad 1247, ſic tota AI, ideſt 26 ad totam IG, ex qua ſubduc IH, ideſt 1247, & relinquetur HG, quæ erit, factà operatione iuxta regulam auream, ſemidiametrorum terræ 67, &c.

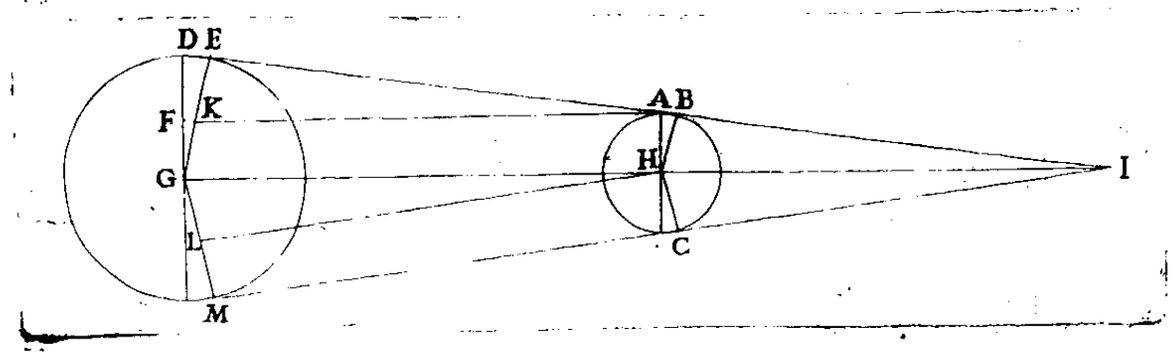
Sin autem lubeat effugere ſubtractionem ipſius IH à tota IG, vtere operatione demonſtrationis octauæ proximè præcedentis.

Nempe ſumptà CL æquali ipſi FH, & iunctà LH. Tunc enim è ſecunda ſexti, vt CL, ad LI, ſic IH ad aliud, & prodibit HG.

SCHOLION I.

Ad Aſtronomicam exactionem, &c.

Scio e placitis Aſtronomicis globi terreſtris (ac multo magis lunaris) partem hemiſphærio maiorem BAC illuminari à Sole DEM; ſed ego in



proxime præcedenti Corollario exemplum poſui quaſi tantum dimidia pars illuminaretur, nè diſcederẽ (propter facilitatem tyronibus) ab exemplo adducto ex Gemmafriſio, qui operationem geometricam, & demonſtrationis conſtructionem fingit in triangulis rectangulis; ſic & ego, vt id exemplum applicarem præclaræ huic aſtronomicæ theoriæ, conſtitui duo triangula æquiangula habentia in F, & in G angulos rectos, vt reuiſere potes in figura Corollarij præcedentis. Quemadmodum autem Gemmafriſij operatio fieri poteſt in triangulis æquiangulis etiam non rectangulis; ità & aſtronomica hæc operatio, vt exactè, ac præciſè ad veritatem aſtronomicam fiat, nulla opus eſt mutatione, aut varietate circa eſſentiam præcedentis Corollarij; ſed tantum ſemidiametri, quæ ad angulos rectos in G, & H conſtituebantur parallelæ, fiant etiam parallelæ ſic: Duc ex B parallelam ipſi HG, & eidem æqualem ſume in K. Per K ducta ſemidiameter GE dum iungit æquales, & parallelas KB, GH, eſt & ipſa parallela, & ex parte GK æqualis ipſi HB. Tũ cætera fiant vt præceptum eſt in Corollario. Vt EK ad KB, ſic EG ad GI, &c. Sunt ſine varietate eadem tres notæ quantitates, ſcilicet earumdem ſemidiametrorum GE, HB, eiuſdem diſtantiæ GH, ſiue illi æqualis, ac parallela

KB, &

KB, & GK æqualis ſumptæ ipſi HB. Ex quibus propter triangula homologorum laterum prodit totalis diſtantia GI, & ex ea vmbræ longitudo HI, quam eamdem omnino hìc intellige cum eâ, quæ prodijt in antecedenti corollario. Quam enim in corollarij exemplo poſui, ea pracisè colligitur ex hìc poſita figurâ, & operatione. Sic & altera corollarij eiuſdem operatio fit, ſumptâ ML æquali ipſi CH, & ductâ LH, quæ eſt parallela ipſi MC, ſecantur trianguli MGI latera MG, GI proportionaliter in L, & H.

SCHO-

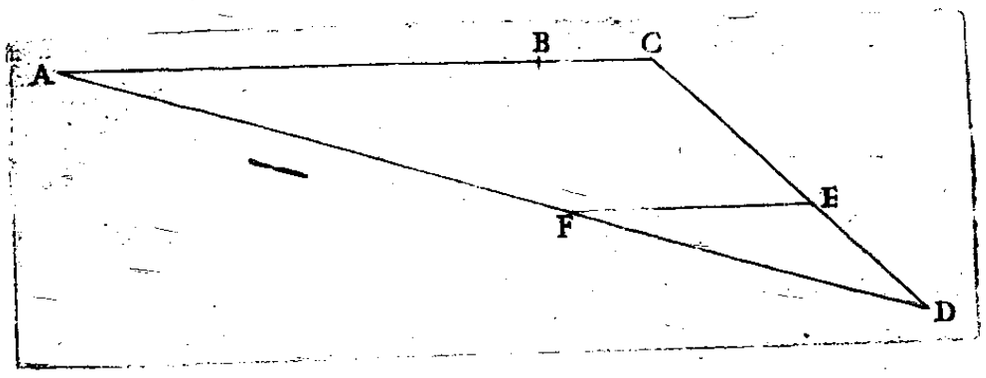
SCHOLION II.

Ad Aſtronomicas refractiones.

VIde apud nos in Apiario Aſtronomico, vbi de refractionibus egimus, ibi enim oſtendimus demonſtrationem de vmbræ terreſtris quantitate nihil pati detrimenti, etiam ſi demonſtrauerimus illuſtrari à Sole propter refractiones multo maiorem partem terræ, quàm hactenus demonſtrarint ij Aſtronomi, qui neceſſariam refractionum doctrinam neglexerunt.

PROPOSITIO IX.

Faciliori, & ſimpliciori operatione, quàm præcedentibus propoſitionibus ſeptimâ, & octauâ inacceſſæ diſtantiæ quantitatem expedire.



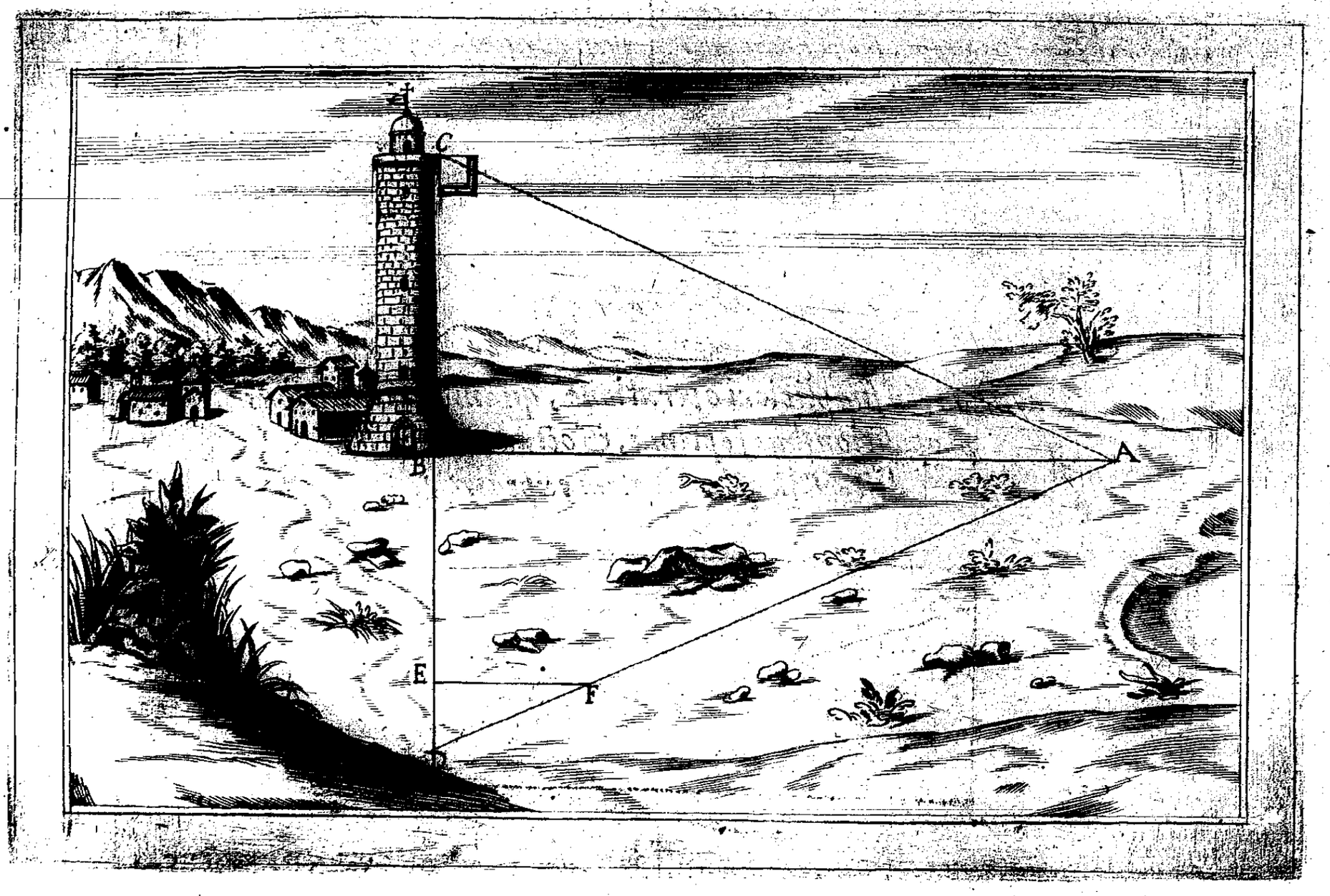
SIne haſtarum erectione, ſine quadrilateri deſignatione, ac ſine receſſibus perpendicularibus in latus, quæ omnia ingeniosè quidem, ſed operosè peragebat Gemmafriſius, ſcire potes diſtantiam AB, ſi facto receſſu, ac deſignatâ in terræ plano rectâ BC, deſignes etiam ipſam CD lubitæ longitudinis, & ad lubitum angulum in C, tum ex puncto quolibet E educas EF parallelam ipſi BC, & in terram proſtratus ſpectes ex D vbi viſualis radius directus in A ſecet ipſam EF; tunc enim vt DE ad EF, ſic DC ad CA. Hoc modo fiet ex operationibus perpendicularibus Gemmafriſij abiectio, ac deſignatio ſimpliciſſimæ figuræ in horizontis plano.





COROLLARIVM.

In terram abiecta dimensiones pares sunt dimensionibus è turribus.



MOdus noster inaccessas distantias dimetiendi per abiectionem in terram, æquialet modo dimetiendi easdem distantias ex edita aliqua turri, qui modus satis vulgatus est apud alios authores; qui tamen in turris vertice egent instrumentis varijs, verbi causa quadrato geometrico, vt docet Orontius, & alij aliter. At nos sine turri, ac sine instrumento geometricè dimensorio idem, quod illi authores, exequimur facilius, ac certius.

Nam èadem distantia AB, quam quis e turris vertice C dimetiretur, pari ratione à nobis accipitur ex D, designatà, & productà perpendiculari BD in plano horizontis non solum ad quantitatem æqualem longitudini turris BC, sed etiam ad maiorem, si lubeat; deinde, iunctà EF, cætera operando, vt prædictum est in antecedentibus.

Demonstratio peti potest etiam ex quarta primi, si CB, BD æquales fiant, recti enim anguli sunt vtrinq; ad B, & latus BA est commune, &c.

Noster hic modus, præter facilitatem, habet etiam certitudinem, de qua inferius leges in schol. ad sequentes decimam, & vndecimam propositiones. Modus autem Gemmafrisij, qui per exiguam bacillorum longitudinem parum potest eleuari supra horizontem, caret nostris hisce compendijs, atq; vsibus. Quod autem hìc dictum est de modis septimæ, & octauæ propositionum antecedentium, intellige etiam de modo sextæ. Nam quanto magis ad angulos rectos in latus recesseris, tanto magis erit æquiualens operatio maiori eleuationi supra horizontem. Qui autem pro sexta nostra huius vtuntur baculo perpendiculariter supra horizontem eleuato, atq; in eius vertice regulam ponunt, ob exiguam bacilli altitudinem carẽt hoc nostro commodo; dum nos possumus per planum horizontis producere rectam in latus quantumcumq; lubuerit. Vide scholion post decimam, & vndecimam huius.

PROPOSITIO X, ET XI.

Eadem inacceſſas diſtantias aliter è ſexto &c. ſumma cum facilitate metiri.



PRopter ſummam facilitatem, ſi nihil aliud, admittendæ ſunt ſequentes propoſitiones, quas tibi, mi lector, ſic excogitaui.

I. AB ſit inacceſſa diſtantia ad mœnia. Retrocede ergo ad angulos rectos ex B quantum lubet vſq; ad C. Inde item ad rectos recede in latus quantum lubet vſq; ad D. ExD ſpectato ipſum A, & notato lineæ viſualis DA ſectionem E ad rectam BC. Quam proportionem habebit EC ad CD, eamdem habet EB ad BA. Nam in triangulis BAE, EDC anguli ABE, ECD per conſtructionem recti ſunt, & duo AEB, DEC ad verticem per 15 primi, ſunt æquales, ergo & reliqui duo BAE, EDC.

II. Quod ſi libenter effugias curam illam ducendi lineas ad angulos rectos, expedies te hac alia ratione. AB diſtantia inacceſſa ſit. Recede in directum à B quantum lubet in C. Duc ipſi BC parallelam vt lubet etiam inæqualem DE. Iunge capita CD. Aſpice ex E in A, & nota vbi ſectio fit in F. hìc etiam æquiangula ſunt triangula CAF, FDE, ex 15, & 29 primi. Nam ad verticem F æquales ſunt CFA, DFE, & CD incidens in parallelas AC, DE facit alternatim æquales BCF, FDE. Item recta AE incidens in eaſdem parallelas alternos æquat CAF, FED. vt ergo FD ad DE, ſic FC ad CA. Detrahe CB, remanet BA quæſita diſtantia.

SCHOLION.

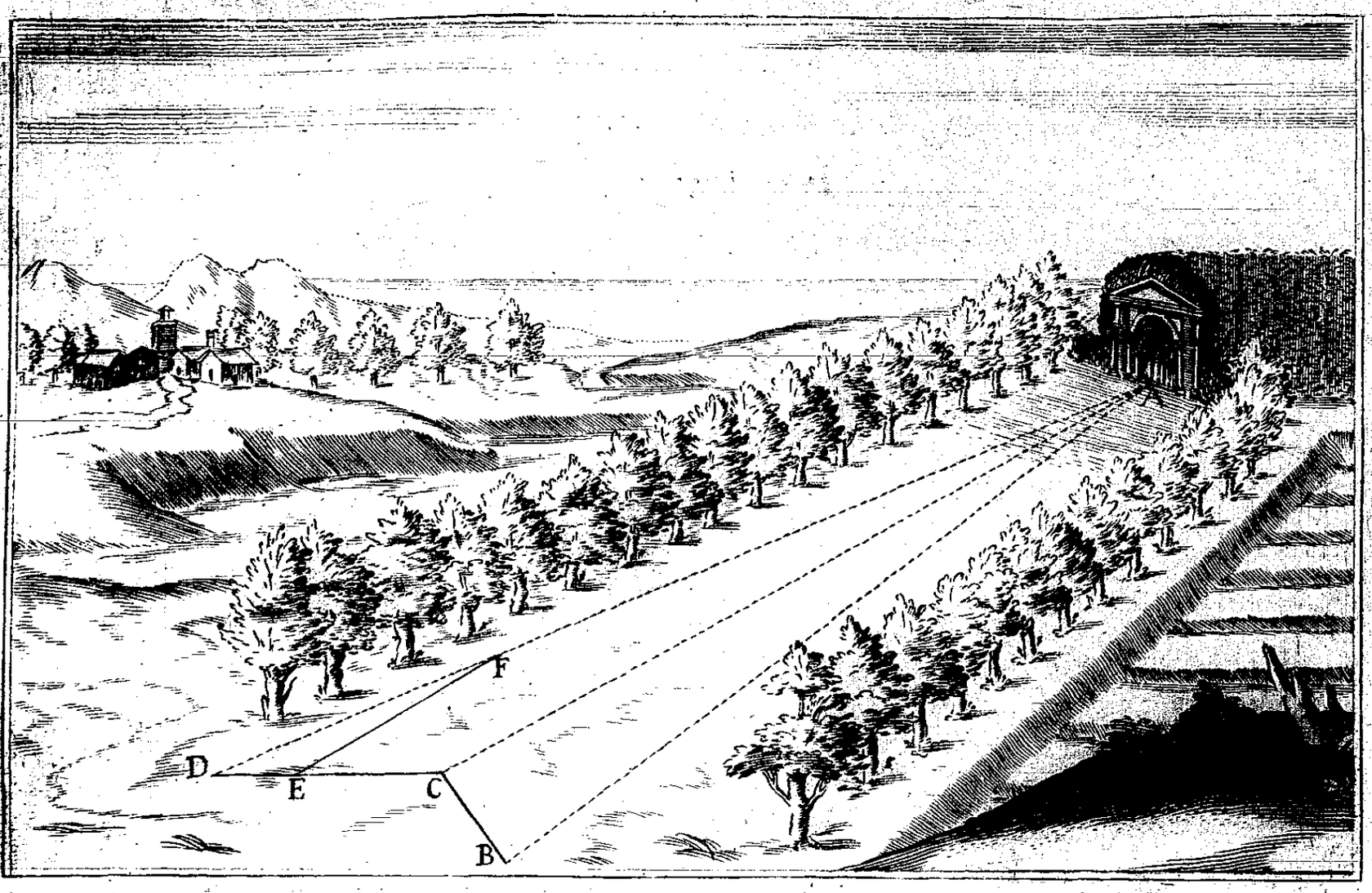
Ad certitudinem eximiam præcedentium operationum per deceſſionem in latera.

HAbes id commodi in hiſce dimenſionibus, quas facimus per deceſſionem in latera, quod ex ea deceſſione laterali occurritur incommodis, & fallacijs, de quibus cautum eſt in ſchol. ad propoſitionem ſecundam progymnaſmatis primi huius Apiarij. Ac quanto maior fuerit deceſſio in latera, eo tutior erit operatio obdicta in citatis ſcholijs.

PROPOSITIO XII.

Aliter diſtantias &c. è primo ſimul, & ſexto Eucl.

QVid ſi poſt deceſſionem lateralem ad angulos rectos nolis recedere vel in rec-



tam, vel in parallelam ipsi distantiæ? accipe sequẽtem modum, in quo exercebis propositiones simul e primo, & sexto Euclid. quas separatim adhibuisti in præcedentibus.

Modus parum vulgatus est. Distantia est AB, decessio ad rectos est BC, spectatio est CA.

Ex C deinde ad lubitum angulum BCD obliquè vnà recede, ac secede per ipsam CD. Ex D specta iterum in A. In quolibet puncto, vt in E fiat angulus DEF æqualis ipsi ECA. siue ducatur parallela EF ipsi CA.

Quoniam triangulorum CAD, DEF angulus D est communis, & E per constructionem æqualis ipsi C, ergo duo reliqui CAD, & EFD sunt æquales. Vt ergo DE ad EF, ita DC ad CA. Cognitâ igitur CA, cognosces etiam distãtiam AB per 47 primi. Nam in rectãgulo triangulo ABC lateris AC oppositi recto angulo B quadratum est æquale quadratis ex AB, BC. Igitur ex notæ AC quadrato subtrahe quadratum ipsius BC, & reliquum erit quadratũ, cuius radix erit AB quæsita distantia.

SCHOLIA.

Indicantur cautiones vniuersales pro operationibus problematum practicæ Geometriæ, & hastarum vsus commendatur.

I. *QVoniam non obuium est passim inuenire plana terrarum sic æquata, vt in eis præpositæ à nobis operationes perfectè, ac geometricè possint exerceri; ideo vt ritè possis operari, finge angulos in plana aliqua tabella, eamq; ad oculum tuum eleua, & horizonti secundùm latitudinem parallelam constitue, & latera, seu lineas visuales dirige virgis, vel bacillis perpẽdiculariter erectis, ac dispositis iuxta easdem lineas visuales. Hisce, ac similibus artibus corrige planorum iniquitatem. Quas artes inuenies apud practicos Geometras, nec eas hìc (quoniam communes sunt) describere consilij nunc nostri est. Tantum te monitũ hìc voluimus ad cautelã, lector beneuole.*

II. *Scientifici est inuenire, præcipere, ac circa vniuersalia versari, quæ nõ repugnẽt executioni. Exequẽtis deinde munus est exerceri curis minutioribus circa modos executionis, & circa indiuiduas correctiones materiæ, in qua exercentur operationes à scientifico præceptæ. Ergo normà, regulà, bacillis per plana dispositis, ac directis ad radium visualem vtere, angulorum quantitates circino trasfer, oculum ad terræ planum applica, & ad latera normæ, seù circini dirige, atque alijs artibus operationes exequere, quas architectonico minutim persequi, ac præcipere non est opus.*

III. *Denique valde notandus est vsus ille hastarum, quem in antecedentibus docuimus, quia ille aufert difficultates, quæ incidere possunt ob inæqualitates planorum horizontalium, dum mensores prostrati peragunt operationes practicæ Geometriæ.*

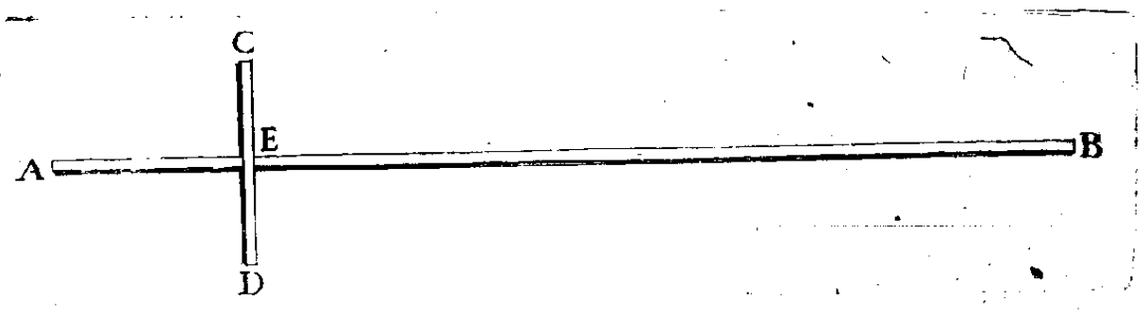
PROGYMNASMA TERTIVM.

De dimensionibus non vulgatis latitudinum, altitudinum, longitudinum, profunditatum, & totius sphæræ terrestris. De stereometricis problematis, & duarum mediarum proportionalium inuentione, ac de circuli quadraturâ.

PROPOSITIO I.

Latitudines inaccessas per duas stationes demonstratiuè dimetiri.

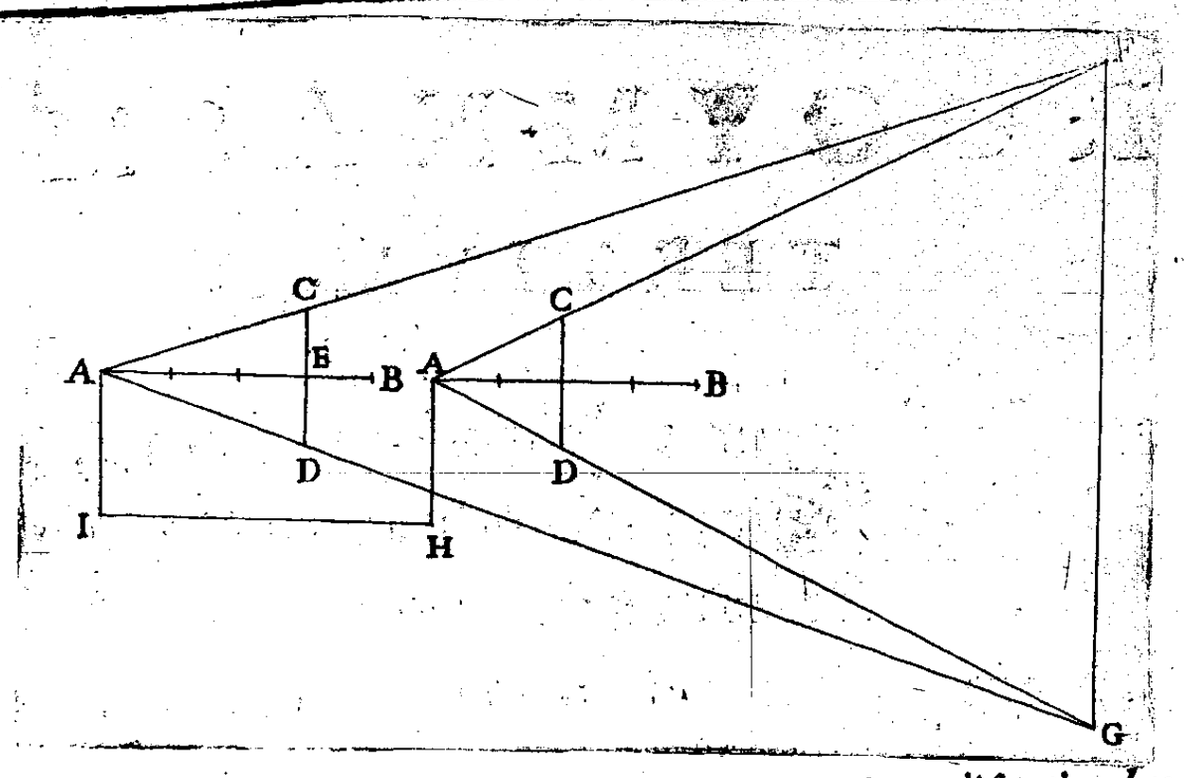
ACcidit plerumq; vt distantia, cuius cognitionem optamus, sit inaccessa non solum in altero eius extremo, vt hactenus ficta est, sed inaccessa sit ad vtrumq; extremum. Quid tum consilij? Orontius praxim facillimam ponit, quam hìc exponere operæ pretium existimaui. cuius tamen demonstrationem nec apud eum, nec apud alium quemquam comperire potui. Quare necesse nobis fuit alienæ praxi nostram apponere demonstrationem, ne tantum aliena vulgata describere videamur. Igitur sic Orontius præcipit.



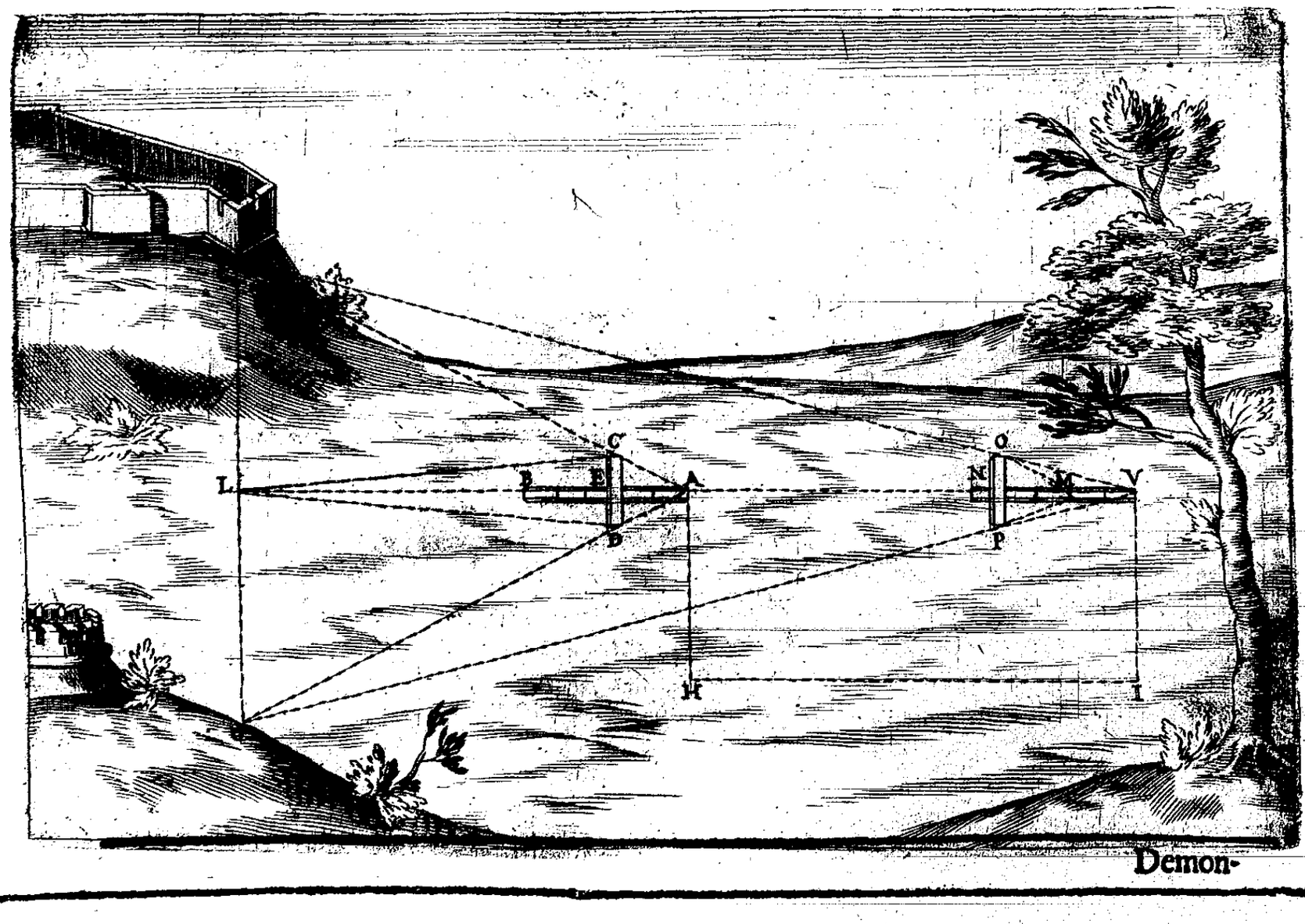
Operatio.

PRæparetur baculus quidam vndequaq; rectissimus, moderatè crassus, liberæ (sed trium ad minus cubitorum) longitudinis, qualem tibi repræsentat AB. Is autem baculus in partes aliquot inuicem æquales liberè distribuatur, vt pote 10, vel 8, aut 6, pro vt commodius occurrerit. Alius rursum baculus fabricetur priori similis, sed tantæ solummodo longitudinis, quanta fuerit vna partium eiusdem maioris AB, cuiusmodi est CD. Hic porro minor baculus in medio scilicet E, tali perforetur industria, vt per foramen E maior baculus AB transire, & idem minor CD vtrinq; retrocedere facile possit, rectos semper cum eodem maiore conficiens angulos, vti præsens figura monstrat.

Sit



Sit ergo primum data inacceſſibilis linea FG. in tranſuerſum plani terreſtris collocata: hanc ſi per datum volueris metiri baculum, ita facito. Moueto baculum minorem CD ſuper quam libuerit maioris baculi diſtinctionem, verbi gratia ſuper ſecundam ab A termino verſus B. poſito deinde oculo ad A, & depreſſo maiore baculo verſus FG menſurandã lineam rectam, cõuertas minoris baculi extrema ad ipſius metiendę lineę terminos, ideſt dextrũ D ad dextrũ G, & ſiniſtrum C ad læuum F. Accedas poſtmodum, vel tãdiu retrocedas, donec per C & D eiuſdem baculi minoris extrema viſualibus radÿs ACF, & ADG vtrumq; metiendæ lineæ terminum ſimul comprehendas. Quo facto, locum ſtationis pedum tuorum H notula ſignabis. Rurſum eundem baculum minorem CD moueto in proximam diſtantiam baculi maioris, ſed verſus A, ſi cogaris ad metiendam lineam accedere; aut verſus B, ſi ab eadem linea retrocedere velis, vt in ſuccedenti deſcriptione figurarum, vbi inter A, & E tres ſunt baculi partes. Et rurſum oculo ad A poſito, accede, vel retrocede quatenus præfatos terminos F, & G lineæ, datæ per eadem extrema C, & D minoris baculi vnico pariter aſpectu comprehendere poſsis. quod dum feceris, huiuſce ſtationis ſecundæ locum obſignato I verbi gratia notula. Quantum igitur erit inter primam ſtationem, & ſecundam, ideſt inter HI notulas, tantam eſſe concludas propoſitam lineam FH. Metiantur ergo HI, & habebitur ipſius FG longitudo. Hæc Orontiꝰ.



Demon-

Demonſtratio.

VT demonſtratio noſtra magis pateat, & ad vitandam confuſionem, finge occultas BL,& OM, MP, ita vt triangulũ OMP æquale ſit triãgulo CAD primæ ſtationis in H, ſintq; inter MN duæ partes baculi AB, vt ſunt inter AE. Quoniam igitur in æqualibus triangulis CEA, ONM anguli CAE, OMN ſunt æquales, reliqui FAV, OMV erunt (ex 13 primi, & ex axiom. tertio) & ipſi inter ſe æquales in duobus triangulis maiore FAV, & in minore OMV; angulus deinde ad V eſt communis ergo & tertius VOM tertio VFA erit æqualis. Item in duobus triangulis FAL, CAE quoniam ipſæ FL, CE ſupponuntur parallelæ (vide ſequens ſcholion poſt hanc demonſtrationem) & anguli CEA, FLA recti (hoc eſt, ex axiom. 10, æquales) ſunt, & angulus ad A eſt communis, ergo & reliqui ad C, & ad F ſunt æquales. Sunt ergo æquiangula triangula CAE (ideſt illi æquale OMN) & FAL. Itemq; æquiangula ſunt, per prædicta, triangula OVM, & FVA. Igitur circa æquales angulos vt VM ad MO, ita VA ad AF, & vt OM ad MN, ita FA ad AL, ac deniq; vt MN ad NO, ita AL ad LF; ergo ex æqualitate (lib. 5. defin. 17. & propoſit. 22) vt VM ad NO, ſic VA ad LF. Et quoniam éadem eſt ſtatura menſoris horizonti perpendicularis VI, AH, erunt latera VA, IH æqualia per 33 primi, quæ iungunt ad eaſdem partes æquales, & parallelas AH, VI. Ac proinde vt VA ad LF, ſic ad eamdem LF erit IH, per 7 quinti.

Atq; hæc éadem demonſtratio iterari poteſt ad alteram partem ita vt ſit quemadmodũ VM ad PN, ſic VA, ſiue HI ad LG. Igitur VM, & OP ſi ſupponãtur per conſtructionẽ Orontij vna ſenarum partium (quidquid ſecus appareat in figura noſtrę operationis vniuerſalis) in quas baculus AB diuiſus eſt, erunt inter ſe ſe æquales eędem VM, OP, per axioma tertium, ac proinde dicendæ erunt etiam æquales IH, FG, quod erat ab Orontio quidem demonſtrandum, à nobis autem eſt demonſtratum. Vide etiam paulo aliter inſtitutam demonſtrationem huiuſce primæ propoſitionis in ſchol. ſequentibus, præſertim numero quarto.

SCHOLIA.

In quibus præcedens Orontÿ Operatio, & noſtra demonſtratio perficiuntur.

IN eiuſmodi latitudinibus inacceſſis dimetiendis ſcopulus quidam latet, quem indicaui in antecedenti demonſtratione, vbi reieci te, mi lector, ad hæc ſcholia.

Atq; in altitudinibus quidem dimetiendis, ſtatim ac CE ſit horizonti perpendicularis, patet eſſe etiam eam baculi partem parallelã turri LF, vnde æquiangula triãgula, & tota demõſtratio ritè procedãt. At in dimẽſione latitudinis FL, vel FG, quę horizonti non eſt perpendicularis, noſter Orontius vnde patefecit nobis OP, vel CD eſſe ipſi FG parallelas? cum tamen ex eare tota vis demonſtrationis pendeat, & probatio æquiangulorum triangulorum, &c.

Præterea quì ſcias VL eſſe vnam rectam? ſine qua probata re demonſtratio non conſtabit.

Quid præterea opus eſt cum Orontio adſtringere particularibus, quæ vniuerſalis fieri poteſt, operationẽ? neq; .n. neceſſe eſt sẽper CD eſſe vnam partium ipſius AB; & ſoli iniquitas non ſemper patitur vt, locatà regulà CD in E, poſſis ex A ſpectare per C, & D puncta F, & G.

Nos igitur Orontianam operationẽ, & noſtram demonſtrationem vniuerſaliores (iaxta figuram) efficiamus, firmemus, perficiamus.

Cæterum vt tyronum facilitati conſulamus, demonſtrationem, quæ vnica fortaſſe longior videri poſſit, in aliquot membra, & numeros diducamus.

I. Acceptis igitur duobus bacillis AB, CD ſeſe ad rectos (ſiue in partibus vbi E, ſiue alibi) decuſſantibus, atq; in eo ſitu, vnde ex A per C, & D videas F, & G. & receſſione facta ad libitum ſpatium ita, vt remotà CD, ſiue OP ab oculo, videas ex V per O, & P èadem extrema F, & G; vt ſcias te ab A in V ſecundam ſtationem rectà receſſiſſe, ſic agito. Recede, ac ſecede in latera donec ex V videas vtrumque punctum ſimul A, & L. Tunc enim VAL erunt in eadem rectà lineà. Ratio eſt quia natura, vt in cæteris, in viſione operatur per breuiſſima, ſi ergo in eàdem viſua linea ſunt puncta V, A, L, ſunt in breuiſſima, quæ duci poſſit inter extrema V, & L; ideſt ſunt in rectà, iuxta definitionem rectæ, quam ex Archimede refert Proclus ad ſextam definitionem primi Euclid. Ergo vna recta eſt VAL.

II. CD, FG ſunt parallelæ; ac ſic demonſtratur. Quoniam ex præcedenti demõſtratione æquiangula ſunt triangula VMO, VAF, itemq; VMP, VAG, ergo vt OM ad MV, ita FA ad AV, & vt VM ad MP, ita VA ad AG, & ex æquo vt OM ad MP, ita FA ad AG; at OM, MP ſunt æquales propter triangula OMN, NPM æqualia ex quarta primi (ſunt enim æqualia latera ON, NP, & latus commune NM, & anguli recti æquales ad N, &c.) ergo & ipſæ AF, AG ſunt æquales: detractis æqualibus CA, DA, remanent æquales CF, DG. Intelligantur iunctæ LC, LD; fient duo triangula æqualia, ex quarta pr. CLE, ELD, propter commune latus EL, & æqualia EC, ED, & angulos ad E rectos æquales, ergo & latera CL, LD ſunt æqualia, & reliqui anguli ad C, ad D, ad L æquales: ſic ex eàdem quarta ſunt æqualia triangula CAE, EDA,

& anguli ECA, EDA æquales. Igitur ex duobus angulis FCL, LCA, itemq; ex duobus GDL, LDA (qui bini per 13. primi sunt æquales duobus rectis) detractis æqualibus LCE, ECA, itemq; LDE, EDA, remanent æquales FCL, LDG, ergo per 4. primi, æqualia sunt triangula FCL, LDG, ac proinde bases habebunt æquales FL, LG, ergo per 40. pri. sunt in eisdem parallelis CD, FG, quod erat demonstrandum in hoc secundo paragrapho.

III. Sunt etiam parallelæ OP, FG. Nam OP, CD sunt parallelæ per 28. pri. ob angulos internos ONE, CEN rectos. At eidem CD demonstrata est in præcedenti numero secundo horum scholiorum parallela etiam ipsa FG, ergo per 30. pri. inter se parallelæ sunt, & ipsæ OP, FG.

Aliter expedire demonstratione primæ huius.

IV. Hisce geometricè sic constitutis, demonstratio primæ præcedentis propositionis huius progymnasm. tertij rectè procedit. Quam sic nunc hìc vniuersaliter, ac paullo aliter, ac fortasse melius, quam antea concludamus. In parallelas CD, FG ca-

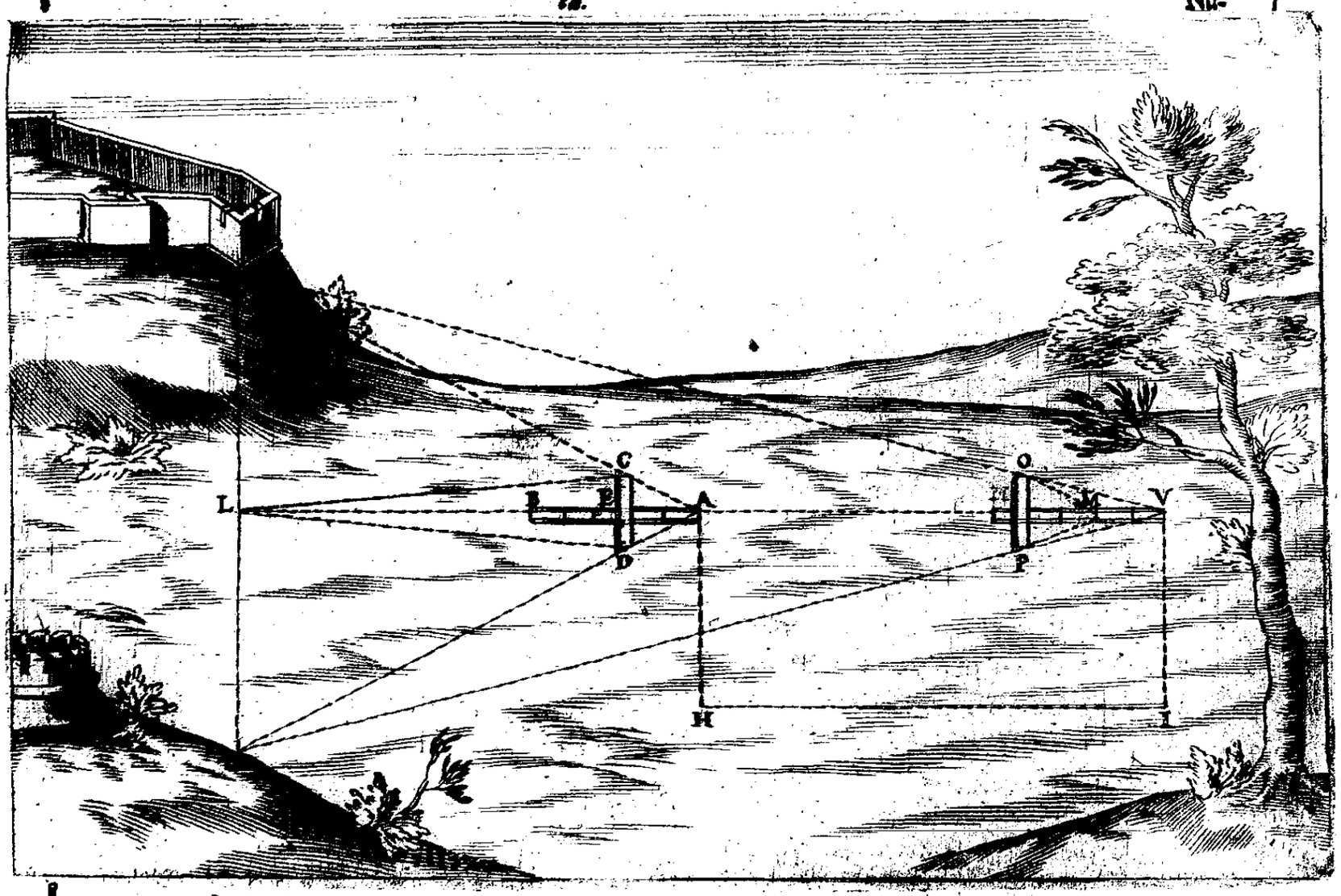
dunt rectæ AF, AG, ergo per 28. pri. anguli externi ACD, CDA sunt internis AFG, FGA æquales, & angulus ad A communis est, & æquiangulæ sunt triangula AFG, ACD, hoc est AFG, MOP. Quare redordiendo, quoniam est VM ad MO vt VA ad AF, & MO ad OP vt AF ad FG, ergo ex æquo vt VM ad OP, sic VA (quæcunq; illa sit siue æqualis, siue maior, siue minor ipsa FG) ad FG. Notæ autem sunt VM, OP, VA, siue HI, ergo & 4 proportionalis FG nota fiet.

COROLLARIVM I.

Monita erudita è censura P. Christophori Griembergeri.

LVbet primi Coroll. loco apponere è censurâ P. Griẽbergeri ad hęc mea Apiaria paucula quæ dã digna, quæ posteris etiã communicentur.

Nu-



Numerus, seu scholion secundum antecedens posset etiam hoc modo inchoari. Quod autem in ijs, quæ secum affert praxis Orontiana sequatur FG, CD, OP esse parallelas, & quidem ex eo, quod baculus maior in vtraq; statione existat in vna, eademq; linea rectâ VAL, & ex eo, quod tum radij AC, VO pertingant ad F, tum AD, VP ad punctum G, demonstrari potest in hunc modum. Anguli enim OVN, PVN sunt æquales, nec non anguli CAE, DAE, immo & his deinceps CAV, DAV, atq; adeo duo FVB, FAV sũt æquales duobus GAV, GVA, estq; latus AV adiacens commune, ergo per 24. VF æqualis est ipsi VG, & AF æqualis ipsi AG. & quia in triangulo isoscele FVG rectâ VL secat bifariam angulum FVG, secabit eadem VL basim quoq; FG bifariam, & ad angulos rectos in L; & quia etiam anguli ad E, N sunt recti, quos eadem VL facit cum baculis minoribus CD, OP, parallelæ erunt etiam tres rectæ OP, CD, FG. &c.

Posset deinde subijci numerus, seu scholion è præcedentibus tertium.

Deinde addi posset scholion aliud; monendo ex hoc colligi.

Difficultates & incommoda baculi mẽsorij Orõtiani.

I. Vsum instrumenti non esse ita facilem, vt apparet. Obseruatio enim non potest fieri nisi in linea, quæ lineam mensurandam secat bifariam,

& ad

& ad angulos rectos, quæ vt habeatur necesse est sæpius operationes reiterare, & rem tentare mutando sæpius stationes.

II. Colligendum, instrumento dicto modo constructo non posse mensurari quamcunq; lineam, quia non semper habetur locus directe oppositus puncto medio lineæ mensurandæ.

Orontianus continetur in radio Astronomico Gemmafrisij.

Post numerum, siue scholion quartum posset moneri hoc instrumentū contineri in radio Astronomico, de quo Gemmafrisius, apud quem radius diuiditur in minutissimas partes æquales, & similiter Transuersarius, cui etiam affiguntur pinnulæ mobiles. quæ si etiam accommodarentur baculo minori in instrumento Orontiano, redderetur multo expeditior, sed non sine aliqua Arithmetica. Vna tamen difficultas tolli facile non potest, quæ etiam radio Frisiano coniūcta est, siquidē vtriusq; instrumenti radius semper dirigendus est in lineam mensurandam perpendiculariter. Prædicta P. Griembergerus.

Difficultas cōmunis radijs Orontiano, & Gemmafrisiano.

COROLLARIVM II.

EX præcedenti nostra demonstratione non solum ignota FG prodijt, sed etiam antecedentes ignotæ AF, & AL patuerunt. Ex præcedenti enim discursu vt VM ad MO, & ad MN, ita VA ad AF, & ad AL; At notæ sunt VM, MO, MN, VA, ergo & AF, AL innotescunt.

COROLLARIVM III.

In quo ex præcedenti demonstratione patet ratio dimetiendi etiam altitudines inaccessas per duas stationes.

PAtet ex præcedentibus operatione, ac demonstratione modus dimetiendi per duas stationes altitudines inaccessas. Quæ res negotium solet facessere tyronibus geometricis. Si ergo imagineris LF esse turrim, & VL esse planum horizontis, cuius pars inaccessa sit AL, facta prima statione in A, & secunda in V, ac reliquis peractis, vt in præcedenti operatione primæ huius, patet ex præmonstratis demonstratio altitudinis LF inaccessæ quidem, sed tamen innotescentis.



COROLLARIVM IV.

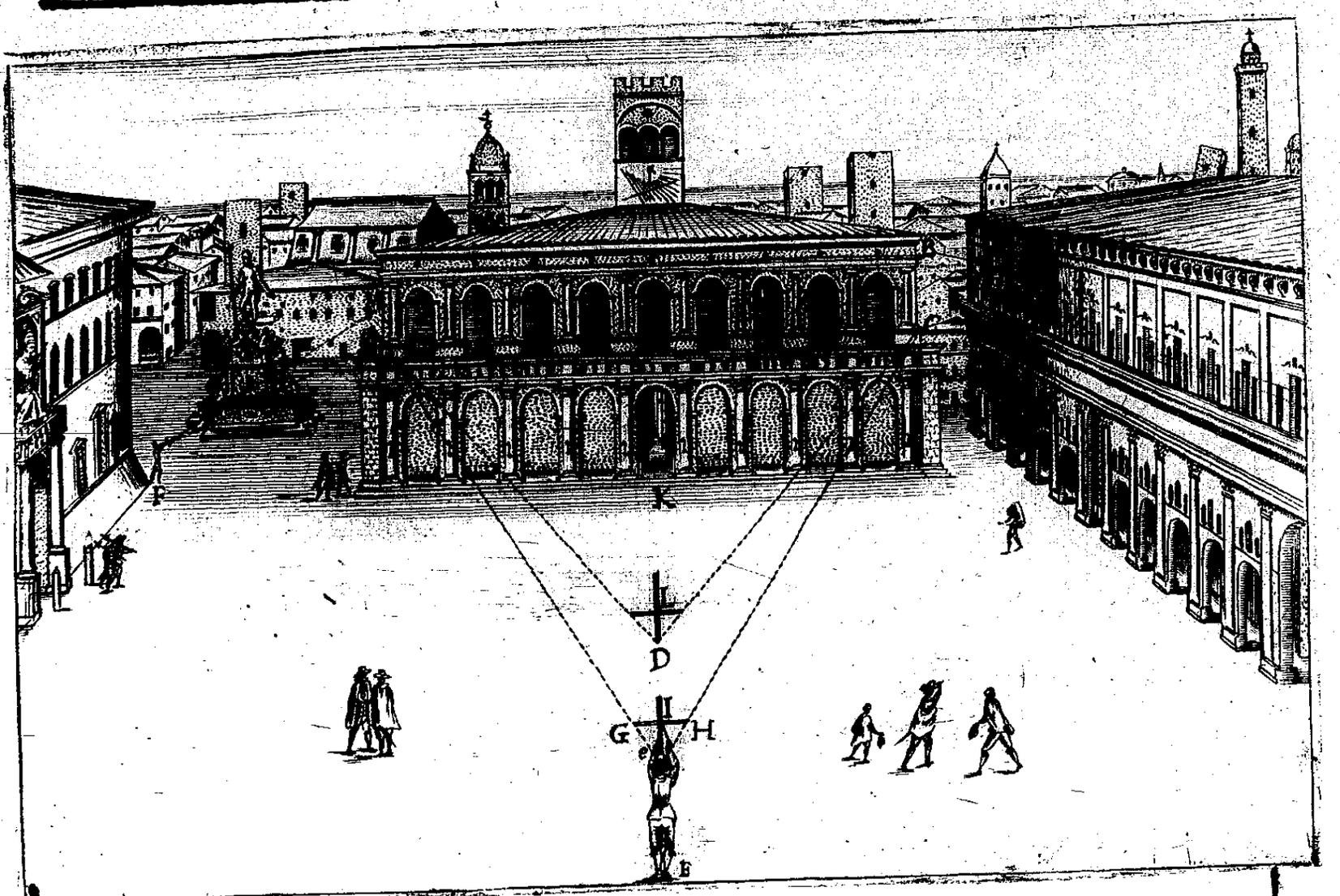
Ad vsus præclaros, præsertim rei bellicæ, Architecturæ, &c.

ERit vsui præcedens operatio primæ antecedentis propositionis cùm ad alia plura, tum ad rem bellicam, ceu si quando suffurari velis de longinquo veras mensuras, & longitudines, seu latitudines hostilium mœniorum. Si quando etiam sit opus scire distantiam duorum propugnaculorum circa mœnia hostilia, nec accedere liceat ad ipsa mœnia. Si quādo velis ad similitudinem inaccessi Palatij murū extruere eiusdem quantitatis pro domo tua, &c.

Quin immo facile fuerit ab exsteriori forma, & quantitate metiri etiam interiorem amplitudinem insignis alicuius, inaccessiq; ædificij, ceu Serenissimi Ducis Parmensis Regiam illam aulam, in qua Theatrum est, quo nunc Europa nullum habet venustius.







Specimen operationis breuiſſimum accipe in ſcenographicà hic appoſità figurà, quæ partem alterã exhibet ſpectandã regiæ Bononienſis platèę, in qua ampliſſima exedra eſt AB memorabilis tum aliunde, tum ex eo quòd fama eſt in ea plures annos captiuum vixiſſe Hencium regem Sardiniæ, Corſicæ, &c. filium Federici II Imperatoris. Si quis ergo Bononiæ hoſpes amplitudinem areæ interioris aulæ AB metiri velit, nec illi liceat aulam ingredi, habet ex antecedenti propoſitione vnde metiatur longitudinem exteriorem AC per duas ſtationes in D, & in E, item metiatur latitudinem AM eiuſdem aulæ per duas ſtationes ex parte F. Nã interualla ſtationum, iuxta prædicta, dabunt quãtitates laterales exedræ AB; quæ quantitates inter ſe multiplicatæ producent quantitatem areæ quæſitam.

COROLLARIVM V.

In appoſito exemplo corollarij antecedentis theorica dimenſionis per duas ſtationes ex communibus notionibus indicata.

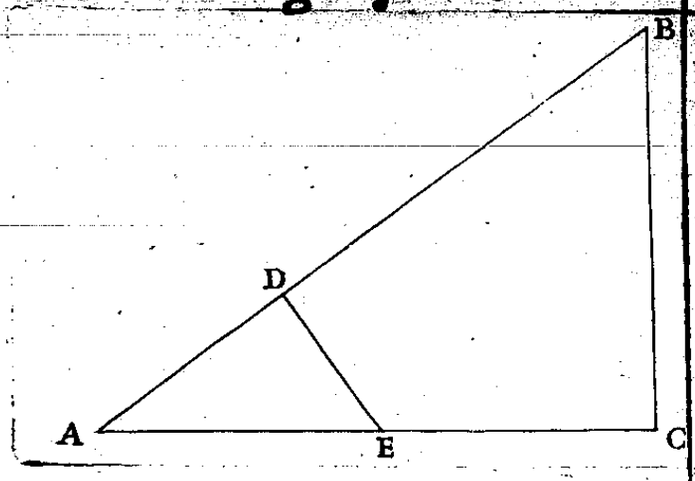
IN gratiam tyronum indico ex communibus notionibus breuiſſimè quidquid geometricè demonſtratum eſt pluribus in antecedenti propoſitione; ne quiſquam ſit, qui facilitatem à nobis maiorem deſiderare poſſit in ijs, quæ ab alijs vel diſſimulata ſunt, vel omiſſa. Suppoſitis ergo ijs, quæ explicata, & demõſtrata ſunt hactenus in antecedenti propoſitione, & in ſcholijs ad eam, facilè patet vnde ſit, quod ſpatium ED poſſit nobis indicare quantitatem intercapedinis AC. nam ex demonſtratis, vt EI ad GH, ſic EK ad AC. notæ verò ſunt quantitates EI, GH; ſed EK nota non eſt, quia ſupponimus inacceſſum eſſe ſpatium DK. fit igitur nota quantitas EK per quantitatẽ ED, quam licet dimetiri. ſcitur enim dimenſa ED quota ſit totius EK ex comparatione facta duarum minorum quantitatum EI, DL. Quantum enim EI ſuperat ipſam DL, tantũdem EK ſuperat ſpatium DK. Quare ſcitur ex exceſſu noto ED tota EK, & ex EK denique tota AC iuxta prædemonſtrata. E'adem hæc theorice applicata inacceſſis altitudinibus per duas ſtationes dimenſis docebit (ſi fingas CK, vel KA eſſe altitudines horizonti perpendiculares) quomodo ED prodat alteram vel CK, vel KA.

Supponimus tamen dimenſiones hìc etiàm factas in eodem plano horizontali, vt rectæ ſint, iuxta expoſita in antecedentib. prop. & coroll.

Afferamus etiam aliquos alios modos geometricarum dimenſionum plenos nouitatis planè paradoxicæ. Sed præmitendum eſt —

—LEMMA.

Si ad vnum trianguli latus ducta fuerit ſubcontrariè recta quædam linea, hac auferet triangulum toti triangulo ſimile.



Rectam in cono ſubcontrariè ducere quid ſit.

IN triangulo ABC ad latus BC recta DE ducta ſit ſubcontrariè, hoc eſt, iuxta quintam primi Conicorũ, ita ducta ſit vt angulum ADE efficiat æqualem angulo BCA, vel angulum AED æqualem ipſi ABC; dico triangulum ADE eſſe ſimile toti triangulo ABC. Quoniam enim angulus ad A eſt cõmunis, & ADE æqualis eſt per conſtructionem ipſi BCA, ergo reliqui AED, ABC erunt æquales. Ac proinde cum ſint triangula ADE, ABC æquiangula, habent, per quartam primi, circa angulos æquales latera proportionalia, hoc eſt, ex definitione prima ſexti, ſunt ſimilia. Vt ergo AD ad DE, ſic AC ad CB, vt DE ad EA, ſic CB ad BA, vt EA ad AD ſic BA ad AC, &c.

COROLLARIVM, IN QVO—

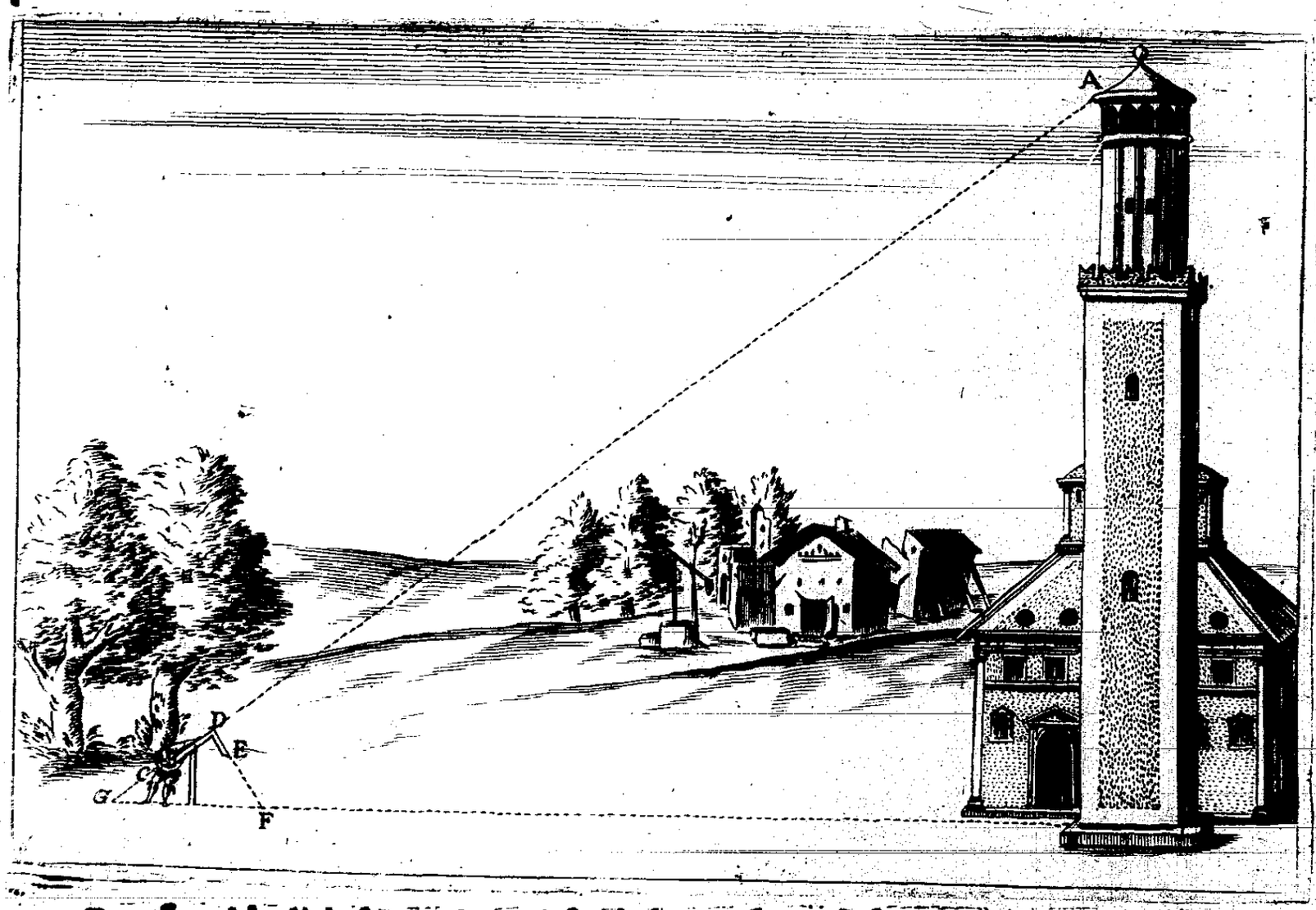
—Paradoxum, quo ampliatur corollarium quartæ ſexti Euclidis.

EX præcedenti theoremate patet à rectæ etiam non parallela vni laterum in triangulo auferri triangulum toti triangulo ſimile. Ex his ergo noſtris theoremate, & corollario ampliatur Corollariũ quartæ ſexti apud Euclid. Ibi enim propoſitio demonſtrata eſt tantum de rectà parallela vni laterum, &c.

Recta etiam non parallela vni laterum in triangulo aufert triangulũ toti triangulo ſimile.

PROPOSITIO II.

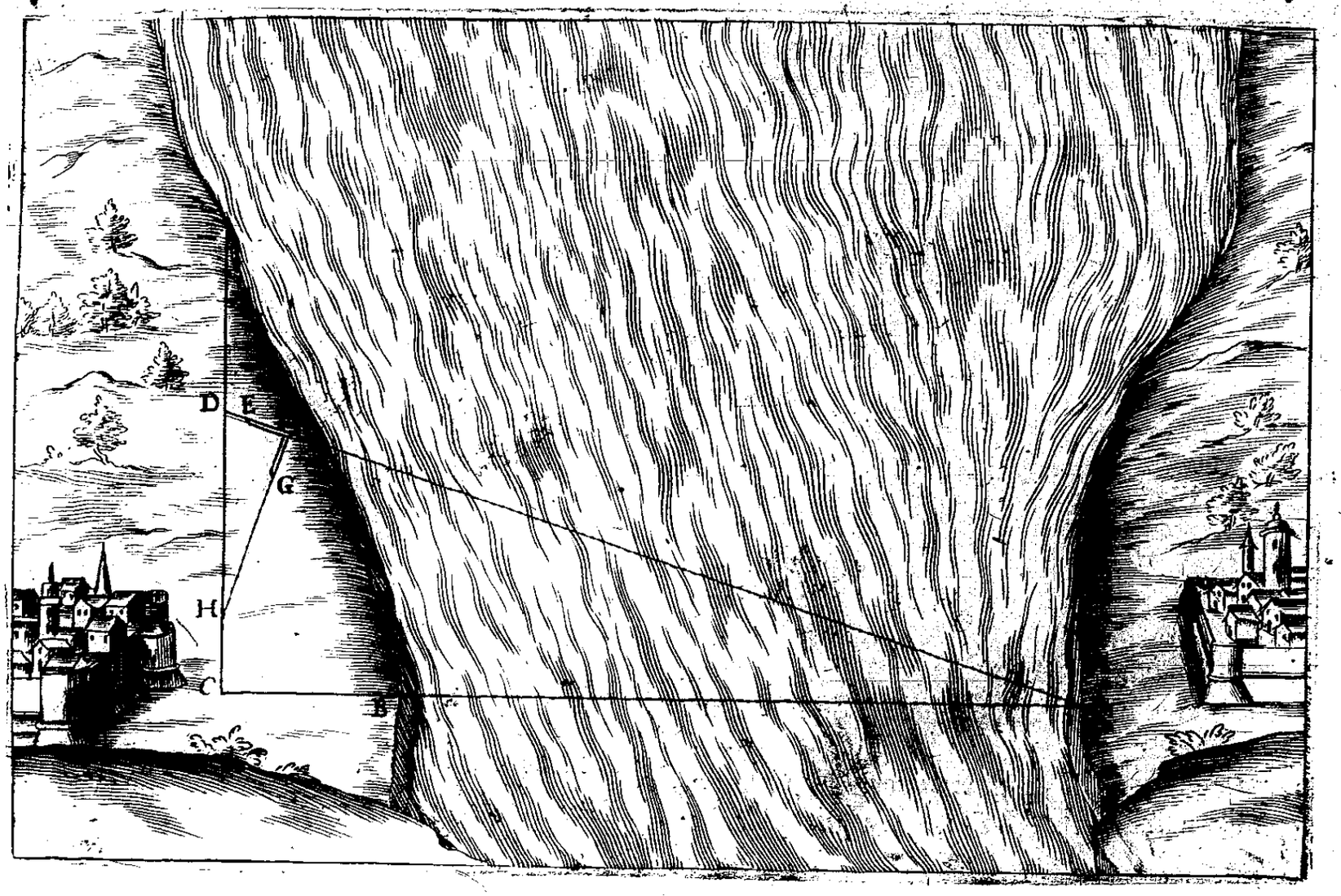
Propoſitam altitudinem per alterum normæ latus ſubcontrariæ collocatum dimetiri.



PRopoſitæ altitudinis AB verticem A ſpectato ſecundùm alterum regulæ latus CD, & ex D ſecundùm DE nota ſignum in F, dico vt GD ad DF, ſic eſſe GB ad BA altitudinem propoſitam, & ignotam. Demonſtratio patet ex lemmate. Anguli D, & B recti, G eſt communis, &c.

PROPOSITIO III.

Propoſitam longitudinem, ſiue latitudinem item è ſubcontraria poſitione lateris normalis, &c. dimetiri.



AB ignota longitudo, ſeu latitudo velut freti apud Seſton, & Abidon in appoſitâ figurâ deſſignati. Receſſus rectâ in C. ex C ad angulum normæ rectũ ſeceſſus etiam vltra D. menſoris proſtrati oculus in D ſecundùm normæ latus EF ſpectet in A, & ex F ſecundùm FG notet in H. dico vt DF ad FH, ſic DC ad CA. Comparando ſimiliter vt in triangulo minori DFH latus minus ad maius, ſic in maiori triãgulo DCA minus latus ad maius, &c. Anguli DFH, DCA recti, D communis, &c. detractâ BC, datur BA quæſita.

Nec ingratum ſperamus futurum tyronibus breue ſpecimen dimetiendi ex vſu quadrantis cum perpendiculo, ſine vlla inſcriptione, ac neceſſitate ſcalæ altimetræ, per geometricam conſtructionem triangulorum ſimilium ex dato latere, & duobus angulis cognitis. Quem modum cum hiſce circunſtantijs quoniam ab alio nemine in Geometria practica vſurpatum vidi, propterea hîc paucis indico. Eſt autem huiuſce praxeos fundamentum ſequens.

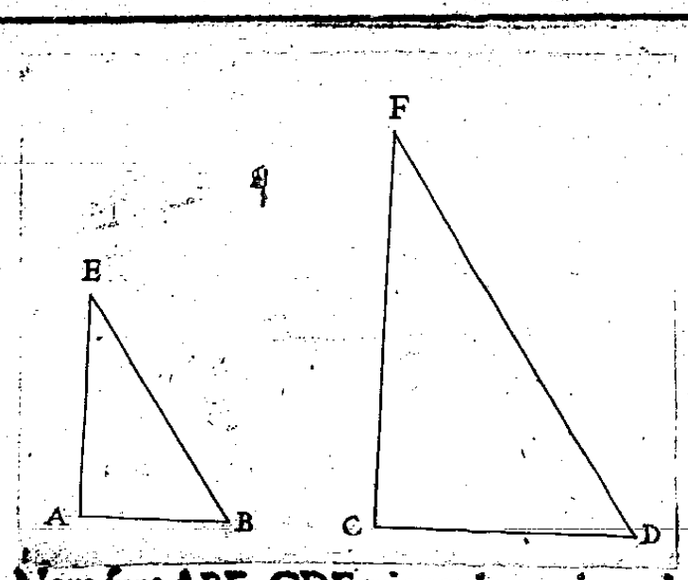
—LEMMA.

Si duo triangula habuerint ad baſes inæquales angulos æquales vtrumq; vtriq; erunt ea triangula ſimilia.

SI baſes habuerint æquales, tunc non tam ſimilia, quam æqualia erunt triangula per 26. primi. Similia autẽ intelligimus iuxta definitionem primam ſexti: *ſimiles figuræ rectilineæ ſunt quæ ſingulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia* Ratio autem propoſiti lemmatis ſtatim patet memoranti quartam ſexti.

Similes figuræ rectilineæ quę nam ſint.

Nam



Nam sunt ABE, CDF triangula æquiangula, propterea quòd, datis angulis A, & C, item B, & D æqualibus, reliqui E, & F sunt æquales ex 32. primi. ergo triãgula ABE, CDF sunt similia.

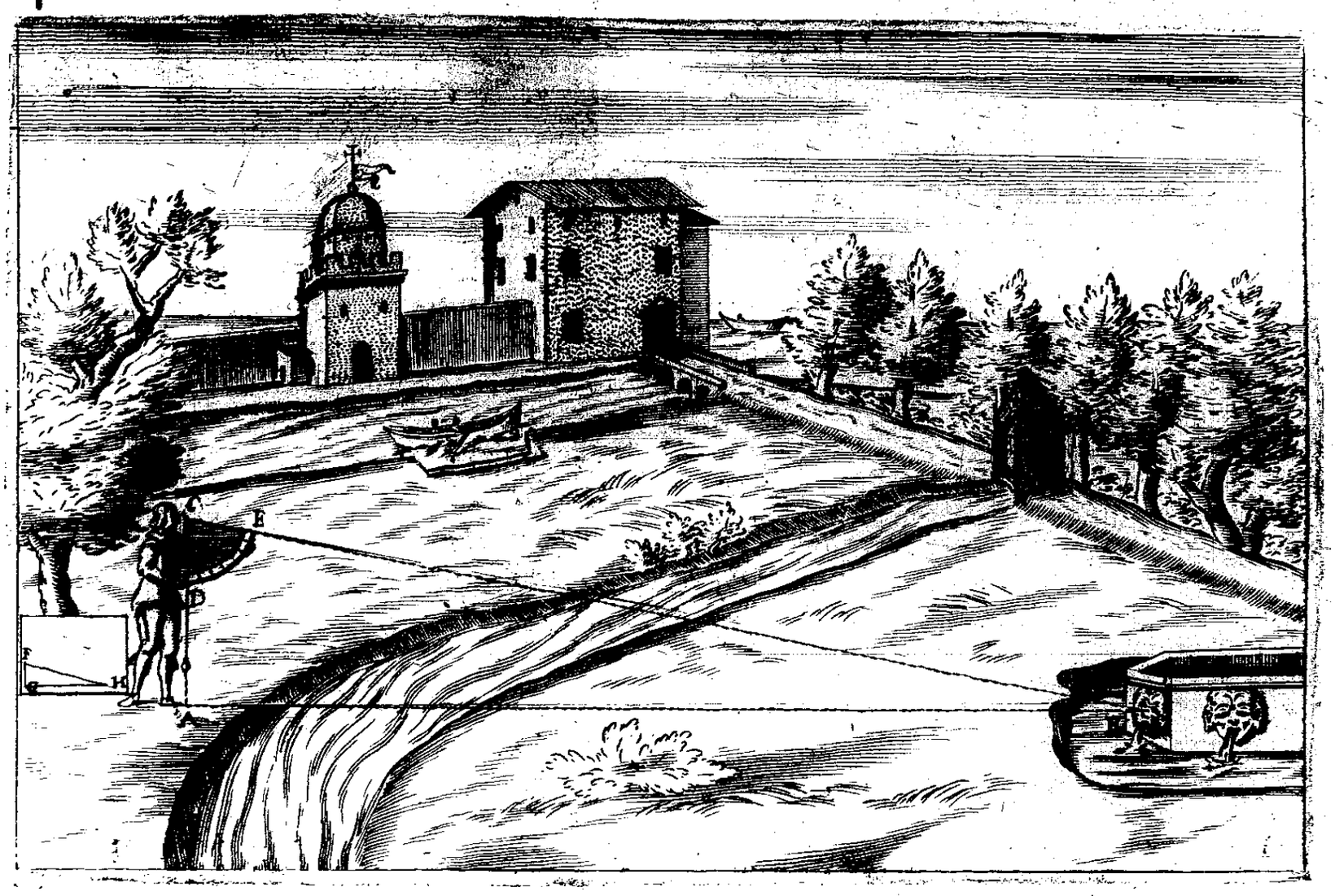
SCHO-

SCHOLION.

Vide in fine Apiarij nostri Astronomici quam vtile sit hoc lemma vna cum altera ibi propositione ad res Astronomicas. Sed hìc iam ad praxes descendamus.

PROPOSITIO IV.

Inaccessas longitudines, ac distantias dimetiri per quadrantem cum perpendiculo, sine inscriptione (vt assolet) altimetri quadrati.

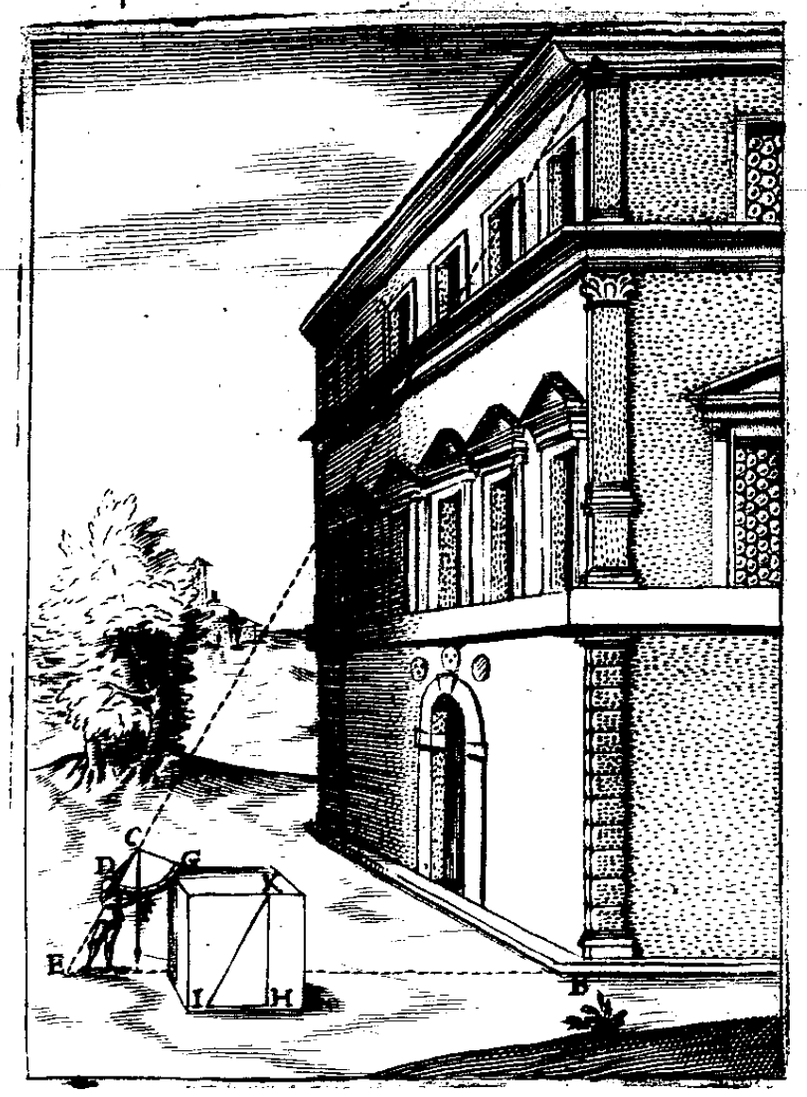


ESto distantia AB, oculus in C spectet iuxta centrum, & latus Quadrantis versus B. perpendiculum è centro Quadrantis secet in D. arcus DE erit quantitas anguli BCA, & angulus ad A est rectus. In pagella seu tabellà aliqua, ductà rectà FG arbitrariæ logitudinis, educ ab vtrolibet extremorum, vt à G, orthogonalẽ GH infinitam; tum fac angulum GFH æqualem ipsi DCE, & vbi sectio fiet in H, ibi erit terminus reliquorum duorum laterum, eritq; triangulum FGH simile ipsi CAB; quia, ex lemmate præcedenti, sunt æquiangula triangula. Quoties ergo FG continebitur in GH, toties altitudo mensoris vsq; ad oculum, hoc est ipsa CA continebitur in AB, ac proinde nota erit proposita longitudo AB in mensuris ipsius CA.

PRO-

PROPOSITIO V.

Inacceſſas altitudines per quadrantem præcedenti modo, &c. dimetiri.

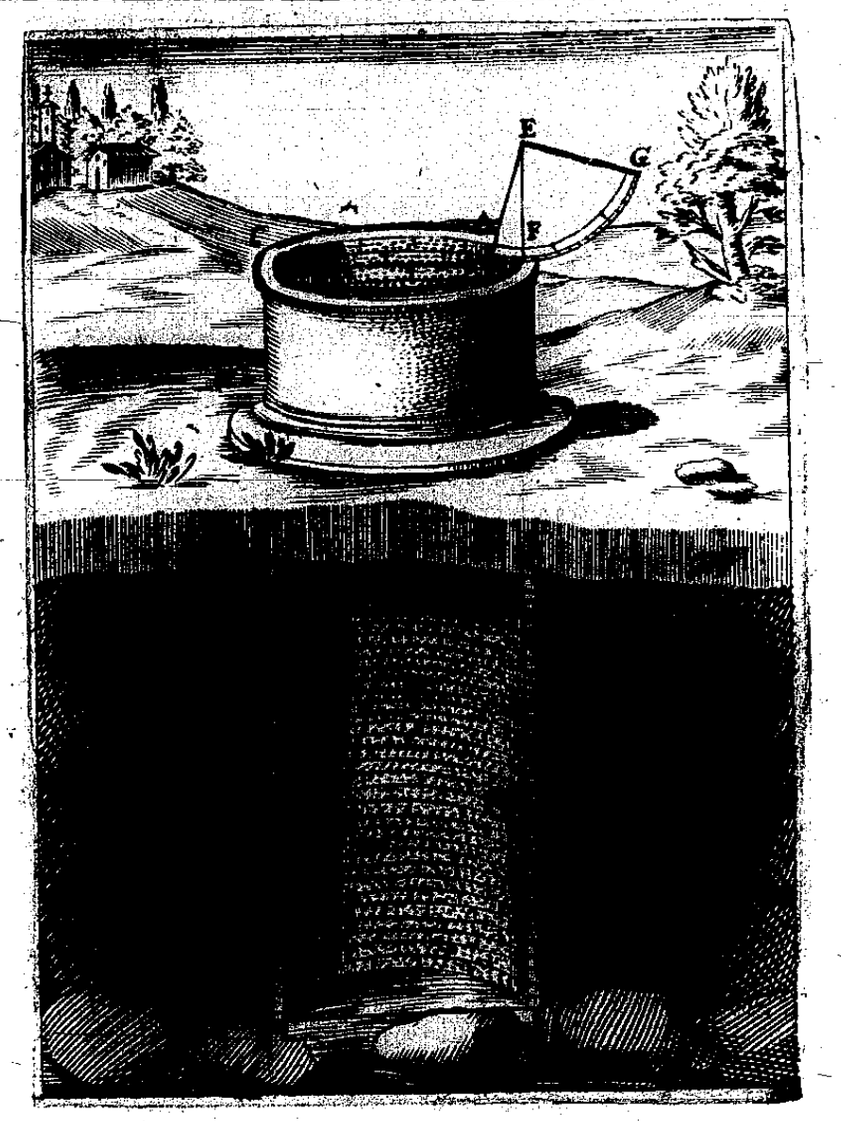


AB altitudo ſpectetur iuxta latus quadrãtis, obuerſo centro C non ad oculum Géometræ, vt in antecedẽti propoſitione, ſed ad verticem A altitudinis dimetiendæ, ſitq; oculus in D Géometræ recedentis quantumlibet à B in E. Quoniam perpẽdiculum CF parallelum eſt ipſi AB, ergo angulus externus FCD æqualis eſt interno A. eſt autem B rectus, ergo ad complementum recti reliquus, qui eſt FCG, æqualis erit reliquo E. Igitur in pagella, ſeu tabellà aliqua conſtrue ad latus arbitrarium HI duos æquales ipſis B, E, vtrumq; vtriq; In ſimili enim triangulo minore HIK geometricè deſignato in pagellà, vt IH ad HK, ſic EB ad BA, &c.

PROPOSITIO VI.

Profunditates ex vſu præcedenti quadrantis dimetiri.

PVtei AB ignota ſit profunditas perpendicularis CB. Centrum quadrantis ad oculum in E conuerte, & per latus EA ſpectato in extremum B. Perpendiculum EF dum ſecat in



F inter parallelas EF, CB facit alternos FEA, ABC æquales, & ad C rectus fingitur à perpendiculari CB, ergo ad complementum recti reliquus, qui eſt FEG, æqualis eſt reliquo BAC. Conſtrue triangulum, ad cuius latus vnum ſint duo anguli æquales ipſis C, & A vterq; vtriq; & proportionali modo operare, vt in antecedentibus. Hunc eundem modum, & hanc praxim vſurpare poteris in profunditatibus vallium inacceſſarum dimetiendarum, &c.

PROPOSITIO VII.

Terrarum orbem per turres dimetiri.

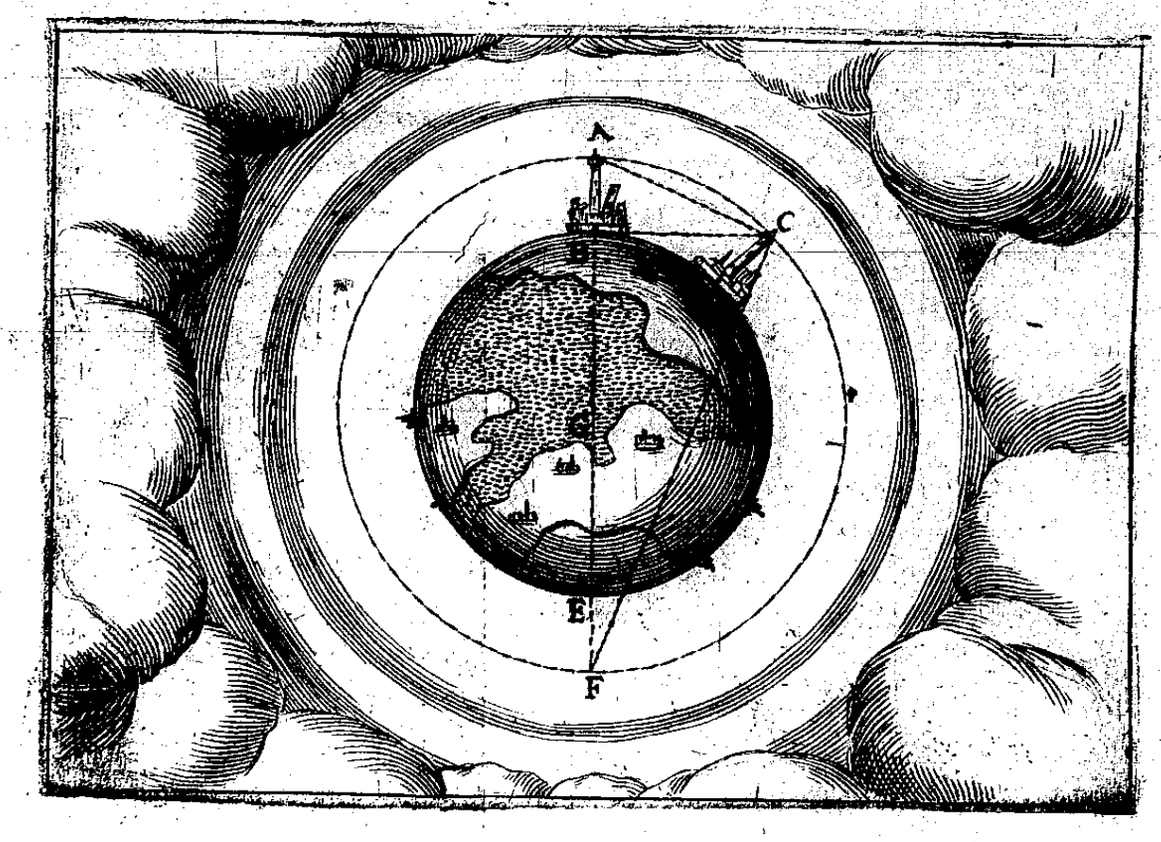
SCimus præclara ab antiquis, atq; etiam à recentioribus circa terræ dimenſionem inuenta paſſim extare, atq; in primis ingenioſiſſimas recenſeri dimenſiones tum olim Erathoſtenis, tum nuper Maurolyci. Sed tamen magni nominis, ac ſapientiæ Authores aliqui aliqua in prædictis terræ dimenſionibus aut geometricè firmiora, aut vſui accõmodatiora deſiderarunt.

At nos, laudatis aliorum inuentis, noſtrum etiam neſcio quid in medium afferemus, quo per mediam proportionalem terrarum, ac marium dimenſionem moliti ſumus. In quo tamen, ac ſimilibus geometricis argumentis, præſertim circa Geographica, & Aſtronomica, illud audien-

dum,

Monitū Plinij ad veniam in dimēſionibus totius terrarū orbis.

dum, ac prorſus imbibendum eſt, quòd prudenter Plinius præmonuit ijs verbis. *In his vna ratio geometricæ collectionis numquam fallacis non poteſt repudiari.* nec ſemper hæc proponuntur vt *vt menſura (id enim velle pene dementis otij eſt) ſed vt tantum aliquando æſtimatio coniectandi conſtet animo.* ſic ille. Veniamus ad propoſitionis demonſtrationē.



Proponatur turris AB, qualis quæ Aſellorum appellatur hìc Bononiæ, quæ turris prodigioſæ altitudinis eſt; ſiue ſit quælibet alia altitudo rei ſupra horizontem eleuatæ, vt ſcopuli, ſeù collis ad maris littora; quæ altitudo per Altimetriam nota ſit, verbi gratia vnius ſtadij, ideſt centum viginti quinq; paſſuum; deinde à turris, ſeù ſcopuli radice B protendatur (per dioptricum aliquod inſtrumentum) viſio planum horizontis ſiue terreni, ſiue marini radens ad rectā lineam iuxtá normæ alicuius directionem eò vſq; donec per dorſa aliquorum collium, ſeu ſcopulorum procul oppoſitorum occurrat in C altitudini eleuatæ (ceu turris alterius) pariter per ſtadiū DC ſitq; ea longitudo linea BC, quæ per vulgatos modos Geometriæ practicę nota fiat in numeris exempli gratia 35 milliar. Italic. ideſt ſtadiorum 280, qualis eſt protenſio moderata viſionis ſupra planum horizontem. Faciliorem paullo poſt aliam, & vſui accommodatiorem operationem in mari per naues dabimus.

Moderata quantitas diſtātię viſionis in horizontali plano.

Igitur terræ diameter BE, quæ cum turri AB in directum eſt poſita, protrahatur per imaginationem extra peripheriam, etiam ipſa ad ſtadij altitudinem EF. Ponamus etiam lineam viſualem CA iungentem ſtadiales altitudines CD, AB; item lineam viſualem, quæ (niſi à terræ curuitate impediretur) iungeret C, & F extremum diametri ſtadialiter extra peripheriam. Deniq; intelligatur peripheria ACF centro terræ concentrica, & tranſiens per ſtadiales vertices A, C, F. His poſitis, & conſtructis, dico notam fieri nobis diametri terræ protenſionem in partibus, in quibus notæ ſunt lineæ AB, BC, ideſt in ſtadijs. Quod ſic demonſtro.

Conſiderentur duo triangula, alterum in altero, ACF, ACB. In triangulo ACF angulus FCA in ſemicirculo ACF deſcripto ab ipſa ſemidiametro AG rectus eſt, per 31. tert. element. In triāgulo etiam ABC angulus CBA rectus eſt ex conſtructione, & ſuppoſitione horizontis plani BC, ad quem eleuata eſt turris AB perpendiculariter, ideſt ad angulos rectos. Cum igitur reliqui duo anguli in vtroq; triangulo æquales ſint vni recto, ex corollarijs 32 pri. & angulus CAB ſit communis vtriq; triangulo, erunt inter ſe æquales reliqui duo AFC, & ACB.

Rurſus conſiderentur iam alia duo triangula contigua ACB, BCF. Angulus ABC, per præcedentia, rectus eſt, ergo & angulus CBF illi deinceps eſt & ipſe rectus, per definitionem 10 pri. Item, per præcedentia, anguli ACB, & BFC ſunt æquales, ergo etiam reliqui duo CAB, & BCF erunt æquales.

Breuius etiam ſic. Ex præcedētibus, in rectangulo triāgulo CFA ab angulo recto ACF in baſim AF perpēdicularis CB demiſſa eſt; ergo, per 8 ſexti, triangula ACB, BCF ſunt ſimilia, ideſt ex definitione 1 eiuſdem ſexti, æquiangula ſunt, & laterum proportionalium, &c. eſtq; BC, per 13, & per coroll. 8 ſexti, media proportionalis inter AB, & BF. Igitur vt ſe habebit AB ad BC, ità & CB ad BF. Cum ergo notę ſint quantitatis latera AB, & BC, nempe AB ſtadij vnius, & BC ſtadiorum ducentorum & octoginta, ſi per regulam auream numerus 280 bis ponatur, hoc eſt pro ſecundo, & tertio numero accipiatur, atq; in ſe ſe ducatur (nec vlla opus eſt diuiſione per primum

mum numerum, qui eſt vnitas) producet quartum numerum, qui erit latus diametrale BF. Vt patet in arithmetica operatione A effectum.

A

1, 280, 280?
78400.

Eſt ergo tota linea, ſeu diameter terræ BE (dempto vno ſtadio EF quod ſuperadditum fuerat) ſeptuaginta octo millium, & trecentorum nonaginta nouem ſtadiorum. Qui numerus medius eſt inter menſuras diametri terræ poſitas in ſtadijs ab Erathoſtene, & Ptolemæo præcepuis Aſtronomis, quaſi pacis inter eos ſequeſter, ac temperata inter vtrumq; ſententia.

Habita iam geometricè, ac demonſtratiuè diametro ſphæræ terreſtris, facile eſt ex demonſtratis ab Archimede tum de dimenſione circuli, tum de ſphæra, & cylindro producere in noſtra ſententia totius terrenæ molis & circumferentiam, & ſuperficiem, & ſoliditatem. Circunferentiam quidem circuli circa terram maximi ſic. ſi diameter in circulo eſt ad peripheriam vt 7 ad 22, ergo & diameter terræ 78399 dabit in eadem proportione ſuam circunferentiam. Sic ergo per auream regulam diſpone, multiplica, & partire, vt vides in operationibus B, & C.

B

78399 | 0|4
22 | 0|0

156798
156798

1724778

C 7|3
0|0

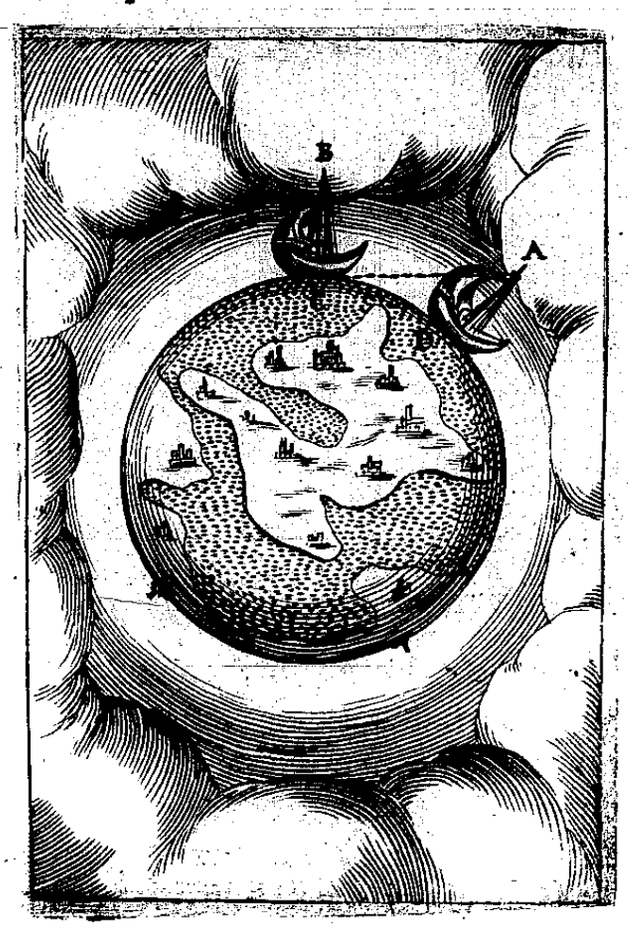
3 4 2 6 4 6
1 7 2 4 7 7 8 } 246396 6/7
7 7 7 7 7 7

Exquibus patet ambitum peripheriæ terreſtris eſſe ducentorum quadraginta ſex millium, & trecentorum nonaginta ſex ſtadiorum, ac ſex ſeptimarum partium vnius ſtadij, ex noſtræ quidem demonſtrationis ratiocinatione.

SCHOLION I.

Terrarum orbem per naues in mari dimetiri.

SI quis forte factæ demonſtrationis conſtructionem, atq; operationem aliam faciliorem, vſuiq; accomodatiorem deſideret, id in mari tranquillo conſequetur per duas naues, & in aquis terram metietur, vt apparet in affecto hic globo è terris, & aquis.



Nam duabus nauibus A, & B eiuſdem altitudinis malos habentibus, & altera, verbi gratia A, iactis anchoris fixà manente, alterà verò, nempe B, recedente, donec in aliqua ſcaphula pene nihil eleuata ſupra maris dorſum ad nauis latus, ſiue ad mali pedem C appareat ſummitas mali nauis alterius A, dabit ipſa C A linea viſualis, ſiue nauium diſtãtia (per vulgatos modos geometriæ praticæ notificata) mediam proportionalem, per quam (ceu per ipſam CB in altera priore figura præmiſſæ demonſtrationis) licebit metiri totũ ambitum globi terreſtris, accomodatis cæteris, & probatis, vt in expoſità paullo ante demonſtratione.

Niſi quod in hac marina operatione operoſior erit ſupputatio per minores menſuras, & partes, vt pote per altitudinem mali nautici, quæ longe minor eſt, quàm ſtadialis altitudo turris, aut dorſi montani, vel ſcopuloſi.

SCHOLION II.

In quo geometrica terrarum orbis altera dimensio.

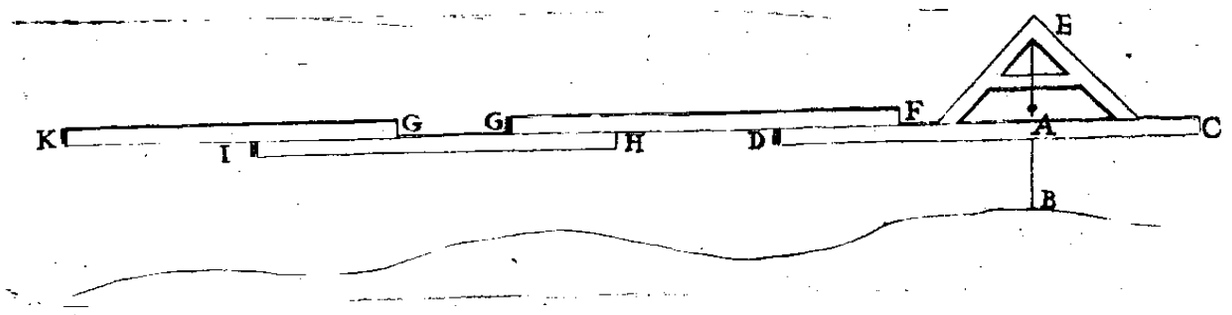
ACcipe, amice lector, è censurâ meorum Apiariorum exactissimam doctissimi Griembergeri dimensionem orbis terrarum, quam ille per me ad te transmisit ex occasione censuræ exercendæ circa meam in antecedenti propositione dimensionem. Scripsit enim, & addidit sequentia.

Propositione septima bene facit Auctor præmittendo Plinium, per ipsum enim peropportunè excusatur vnà cũ reliquis, qui globi terrestris dimensionem ad praxim redigunt. Scio in mensurationibus mechanicis non omnia posse esse verissima; optarem tamen saltem vnam aliquam praxim in dimensione terræ, quæ illa tantum admitteret, quæ sine scrupulo Mathematicus etiam abstractus possit admittere, cuiusmodi non sunt radij visuales, tangentes superficiem maris; non altitudines montium mensuratæ legibus geometricis, non distantiæ locorũ per lineas rectas, assumendo ipsas pro curuis, & his similia alia quam plurima. Vt ergo in hac parte mihi satisfacerem excogitaui sequentem modum, quem Reuerentię Vestræ cõmunicandum existimaui, vt per ipsam, si ita visum fuerit, pluribus, ipsisq; Chinensibus communicetur.

Primo omnium locus huic meæ praxi accommodatus est littus maris ad triginta, 40, vel 50. milliaria extensum, in quo rectà procedi possit secundùm aliquod planum verticale. Neque refert quod procedendo reperiatur aliquantula soli inæqualitas, dummodo non impediat, vt in dicto plano verticali duci possit lineà recta, & ab vno aliquo termino vsq; ad alterum continuari.

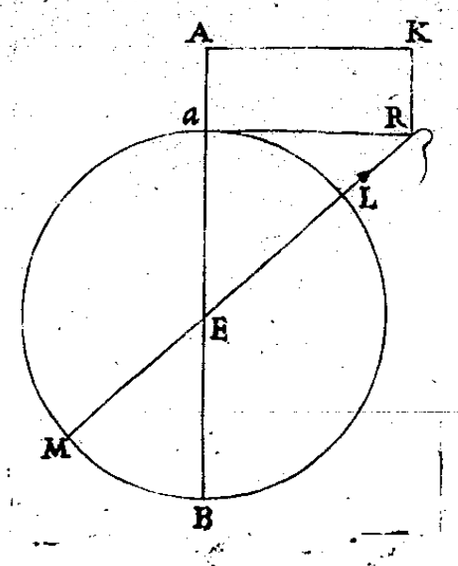
Quo dato, & concesso, procurandum deinde est, vt per aliquem Artificem industrium exigatur muri superficies ad perpendiculum secundùm totam littoris longitudinem, ab vno termino procedendo semper quamdirectissimè vsq; ad alterum. Id quod fieri posse industrij Artifices non facile negauerint, qui id perpendiculo, & regulis, funibus item, & radijs visualibus tam præstant diligenter, vt non circa materiam, sed circa obiecta mathematica versari, atque operari videantur. Neque est quod scrupulosior quispiam de funiculis, radijsq; visualibus in hoc casu male suspicetur eo quod funiculi suo pondere semper aliquantulum circa medium deprimantur; & radij visuales ob varias refractiones subinde à rectitudine deuient, hoc enim non accidit nisi ad partes sursum, & deorsum, non autem ad latera, & sic nunquam deuiant à plano verticali per ipsorum terminos ducto.

Ergo & hoc inter data, & concessa licebit reponere, licebitq; iam vlterius, liberiusq; ad tertiam hypothesim procedere, qua nihil aliud exigimus nisi vt in prædicto muro secũdùm totam eius longitudinem cõcedatur posse duci lineam rectam, vel potius ductam aliquam lineam rectam per vnum punctum continuare quo ad superficies muri erecti admiserit, idq; fiet vt sequitur.



Ad punctum A, quod in principio muri vno, vel altero palmo eminet supra superficiem maris tunc quando mare pacatissimum est, applicetur regula CD, eamdemq; summa cum diligentia ope libellæ E libretur. Et secundùm latus regulę, quod solent appellare lineam fiduciæ, signetur in muro prima recta AD. Deinde superponatur regulæ CD ad partes extremas D altera regula FG, ita vt habeant communem partem FD, signeturq; secunda recta DG, quæ cum AD constituet necessario vnam rectam ADG. Rursus regulæ FG prope partes G applicetur simliter regula HI (quæ potest esse prima AD, eo quod amplius non seruiat) signeturq; alia portio HI, quæ etiam ipsa cõtinuabitur cum rectis AD, DI, immo eodem modo continuabitur prima AD per totam muri longitudinem vsq; ad alium terminum K tam certo, tamq; accuratè, vt in similibus praxibus præcisio maior nec possit sperari, neque debeat. Hęc deniq; recta AK pari studio, pariq; diligentia mensuranda est aliquâ mensurâ notâ, verbi gratia calami decem palmorum, & si opus sit ipsis palmis, & vnius palmi partibus, decimis, centesimis, millesimis, &c. sed quia loco puncti K potest sumi aliud, facile erit totam longitudinem AK definire aliquot calamis præcisè.

Tertiæ hypothesi adijciẽda est deniq; alia quarta æquè facilis, quæue etiam ipsa inter concessa, sine vlla controuersia admitti potest, fitq; beneficiò perpendiculi quod sequitur.



Globus terræ ſit à MBL. circa centrũ E; & AK intelligatur eſſe illa, quam in præcedentibus librauimus in A, & produximus ab A vſq; ad K. Et quia in libratione accepimus punctum A ſuperficie maris altius duobus palmis, ſi diametro B e a intelligatur adiecta a A duorum palmorum, & per a intelligatur ducta a R æqualis, & parallela ipſi AK; erit angulus e a R æqualis recto a A K, & a R tanget circulum maximum ſuperficiei ſphæricæ maris in a. Et quia eiuſdem tangentis a R punctum R poſitione datur, ſi in R ducatur KR perpendicularis ad datam AK, eademq; æqualis ipſi A a, poteſt beneficio perpendiculi non ſolum poſitione dari recta RL intercepta inter punctum R, & ſuperficiem maris, ſed eadem recta R L poterit etiam menſurari accuratiſſimè in palmis, eiuſq; partibus decimis, centeſimis &c. per ea, quæ docentur in Geometria practica. Atq; ita cognitæ erunt in ijſdem partibus tangens a R, & portio RL. & quia quadratum a R, per 36 tertij, æquale eſt rectangulo MRL, & quadratum a R notum fit ex ipſa a R, idcirco notum erit quoq; rectangulum M R L. Notum eſt autem eiuſdem latus RL. Diuiſo igitur quadrato a R per RL, quotiens diuiſionis exhibebit totam MR, demptaq; RL, remanebit quæſita diameter terræ ML.

Vel ſic: loco perpendiculi R L menſuretur quam accuratiſſimè angulus a RL, fiatq; vt AR tangens anguli E, qui eſt complementum anguli R ad a e ſinum totum, ita AR in palmis ad quartam; quartus enim numerus numerabit in palmis ſemidiametrum e a.

Quæſiui quidem modũ continuandi lineam AK per diuerticula, propter impedimenta, quæ in continuatione muri, & rectæ AK poſſunt occurrere, ſed hucuſq; non mihi ſatisfeci. Illud deniq; moneo non eſſe neceſſarium vt murus totus continuetur, interrumpi enim poteſt, & continuari per pilas; immo poſt quam ſignata fuerit aliqua pars linæ AK aliquot calamorum præciſè, priores pilæ poterunt deſtrui, atq; ex materiâ ipſarũ conſtrui ſequẽtes. *Hucuſq; P. Griẽbergerus.*

Cui cum gratias per literas egiſſem, quod vltro mihi ipſe obtuliſſet præclarum hoc ſuum inuentum, quo mea ditarentur Apiaria, recepiſſemq; me poſteris, ipſiſq; Chinenſibus (in quorum præcipue gratiam allaborata ſunt hæc Apiaria, iuxta ea, quæ, lector, habes in præfatione prioris huiuſce tomi) communicaturum, ipſe P. Griembergerus literis 26 maÿ datis reſpondit, præter alia, hæc ſequentia: dimenſiones terræ plures apud plures vidi, eaſq; emendare conatus ſum, ſed nullam ita, vt mihi, & Giometriæ ſatisfacerem, donec eam tangentem ducerem, quam promulgare meo nomine Reu. Veſtra dignatur. Puto mihi non niſi honorificum fore à tanto viro nominari. tantum precor vt id fiat permodeſtè, neq; eſt cur id faciat frequentius. *Tantillum, non tantum virum me appellaſſet, ſi de facie me noſſet vir ille modeſtiæ, ac beneuolentiæ pleniſſimus.*

PROPOSITIO VIII.

Terreni globi ſuperficiem, & ſoliditatem dimetiri.

HAbita terrenæ molis peripheria, ſi quis etiam vniuerſam ſuperficem ſcire aueat, en facile id habeat hìc à nobis, ductà in peripheriam diametro, vt in ſequenti operatione D.

Terræ peripheria, neglectâ exigua fractione $\frac{6}{7}$. 246396 | 30
Diameter terræ. 78399 | 00

221564

D 221564
73188
19711 68
1724772

19,317,200,004.

Vnde, vt patet, globi è terra, & aquis connexa ſuperficies eſt in integris ſtadijs, & quadratis decem, ac nouem mille milliones, trecenti decem, ac ſeptem milliones, ducenta millia, & quatuor.

Deniq; ducta diametro in ſextam partem ſuperficici, prodibit tota ſpheræ terreſtris ſoliditas, vt in operationibus E, F patet.

E 6 | 0
0 | 0

Diuiſio, vnde ſexta pars ſuperficiei terrenæ in quotiente. ++++ zzzz / +9++7zeeeee4 / 6666666666 { 3219533334

Multi-

Multiplicatio 6 partis superficiei terrenæ per diametrum.

```
                3219533334   0/0 | 0/0
                   78399
              ---------------
F          28975800006
        28975800006
        96586000002
     52756266672
  22536733338
  ---------------------------
252,408,193,852,266
```

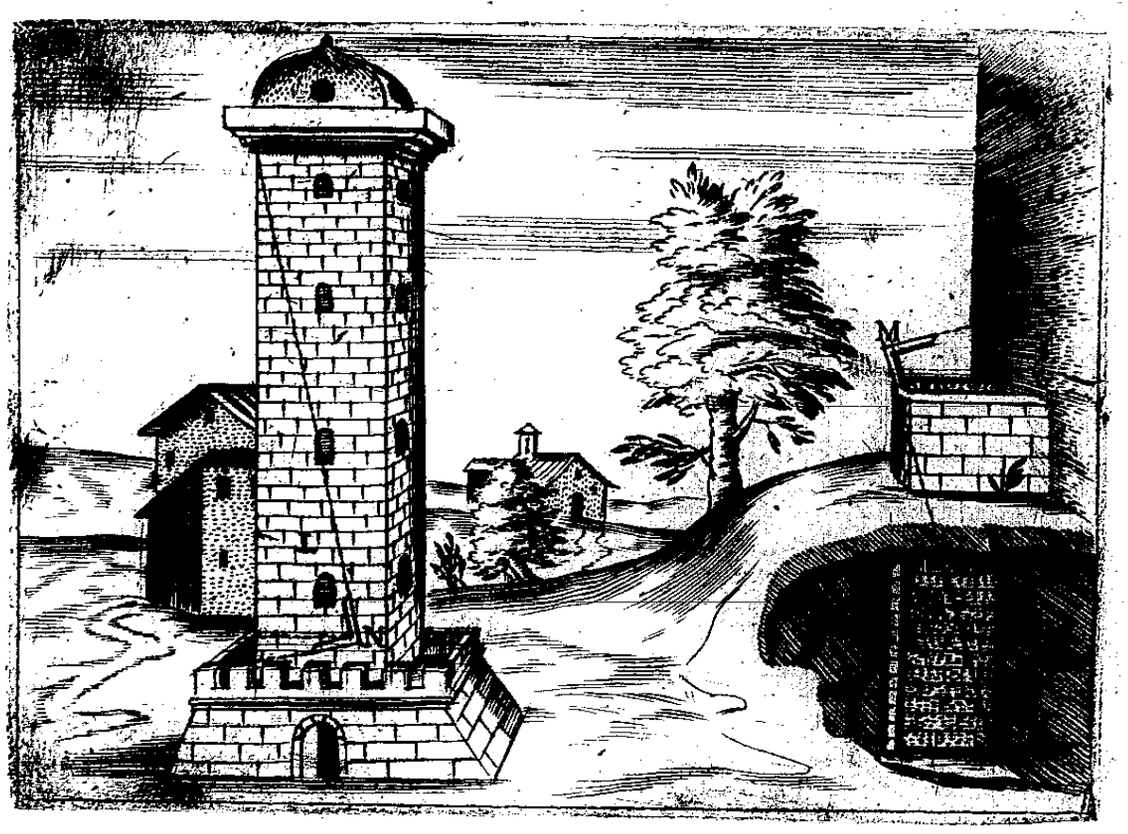
Est ergo quinquaginta ducentorum duûm millionum millionum, quadringentorum octo millium millionum, centum nonaginta trium millionum, octingentorum quinquaginta duûm millium, ducentorum sexaginta sex stadiorum cubicorum (& aliquot particularum stadij, quas neglexímus) tota molis è terra, & aquis conglobatæ soliditas. *Improbum, ait Plinius, ausum, verum tam certa computatione comprehensum, vt pudeat non credere.* Quod si quis forte velit stadia, quorum octona milliare conficiunt, reducere ad milliaria, facile id assequetur per regulam auream. Nobis id nunc non est opus.

COROLLARIVM.

Altitudines, & profunditates ex præcedenti terreni orbis dimensione modo non vulgato dimetiri.

LVbet nunc hìc tantùm indicare ex hac nostra terreni orbis per mediam proportionalem dimensione aperiri non admodum vulgatam, & non iniucundam rationem, qua profunditates, longitudines, latitudines, altitudines, distantias, puta puteorum, vallium, fluuiorum, planitierum, montium, turrium, & aliorum plurium assequi quis possit.

Vt



Vt patet in puteo I, & in turri L, accommodatà normà, vt vides in M, & N, iuxta modum, quẽ tradidimus progym. secundo antecedenti, propositione sexta.

SCHOLION.

Assumpsimus ad calculum terminos Archimedis, in hoc Clauium secuti. Non desunt numeri accuratiores Mathematicis prouectioribus. Nos in hac parte ab vsitatis non discessimus pro tyronibus.

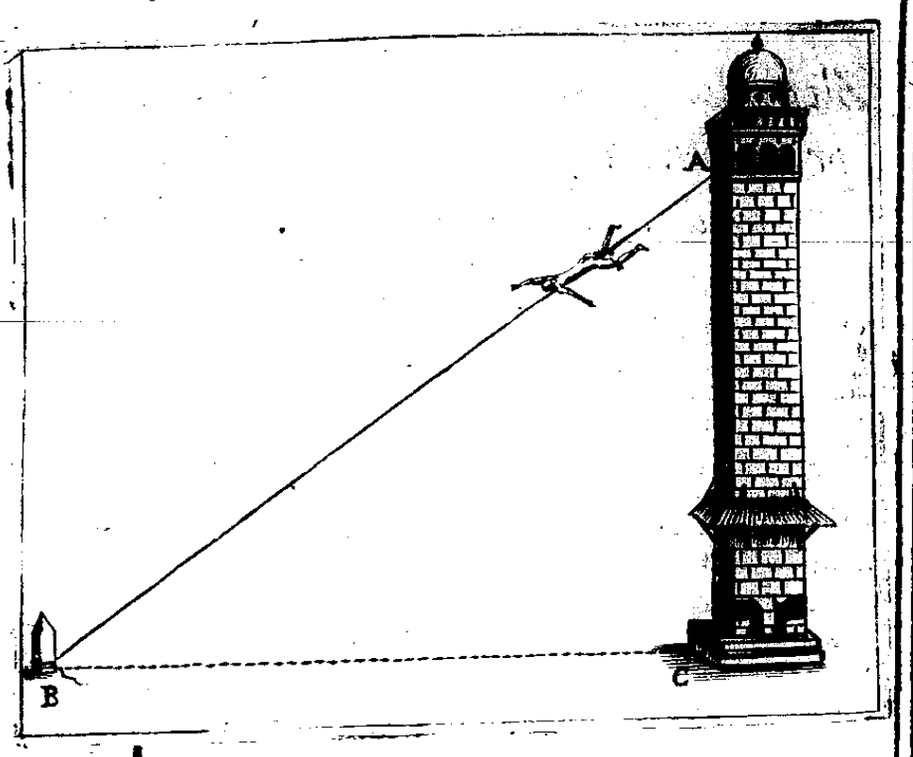
PROPOSITIO IX INDICATA.

Homines, & alia extra cubiculum longe posita dimetiri geometricè etiam in tenebris.

HOc problema verè paradoxicum à nobis per modum corollarij deductum, & demonstratum est post propositionem decimam progym. tertij nostrorum Astronomicorum. Vide in eo nostro Apiario. Hìc indicare voluimus, quia spectat ad geometriam practicam hìc nostram.

PROPOSITIO X.

Altitudinum dimenſio à funambulonibus, è lib. 1. Eucl.



SI fingas funem eſſe AB, & ſciri poſſe diſtantiam BC, quoniam ſcire licet longitudinem funis AB, ac proinde eius quadratum, quod eſt æquale quadratis ex AC, CB; ſubducto quadrato ipſius CB, reliquum fit quadratum, cuius radix eſt AC, per penultimam primi Euclid.

SCHOLION.

QVanto funis AB erit tenſior, tanto erit certior demonſtratio; alioquin AC altitudo aliquantillo longior daretur, quam verè ſit.

PROPOSITIO XI.

Stereometriæ problemata pendentia ex inuentione duarum mediarum proportionalium hactenus pro non ſolutis habita, iam pridem ab antiquis ſoluta videri.

CIrca eam partem Geometriæ practicæ, quæ proprio nomine Stereometria appellatur, quæq; verſatur circa problemata ſolidarum figurarum, illud vnum nobis occurrit ad inſtitutum noſtrum faciens, nempe ad paradoxa promenda, quod & inſtar multorum eſt, nempe cubi duplationem illam ex oraculo famoſam, & alia problemata commutandorum, vel augendorum corporum in data proportione, iam pridem ſoluta eſſe. Quæ quidem problemata quoniam pendent ex inuentione duarum mediarum proportionalium, quibus inuentis omnia ſoluuntur, viſum eſt præſertim neotericis nondum eſſe inuentã rationem, qua demonſtratiuè duæ mediæ proportionales inueniantur; at nobis ſecus videtur propter mox indicanda. Nec iniuriam cuiquam nos facere arbitramur dum, relicta cuiq; ſua ſententia, nos antiquorum inuentis ingenioſiſſimis patrocinamur. Quos æquius eſt vt ſcientiarum parentes vereri, ac tueri, quam ſine neceſſitate impugnare.

Duplatio cubi.

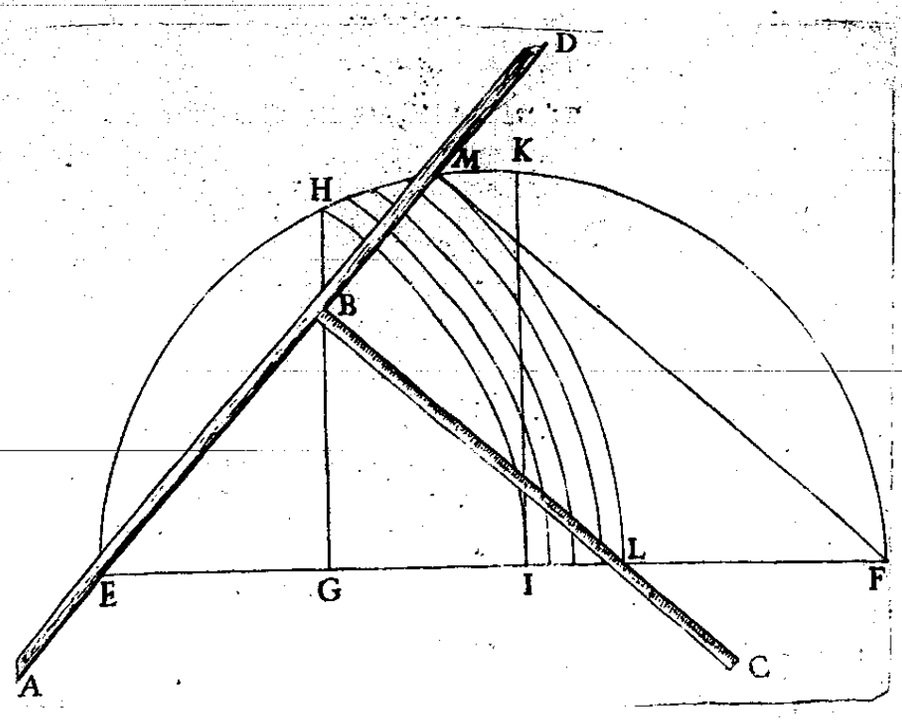
Quoniam igitur duarum mediarum proportionalium inuentio varijs inſtrumentis peracta eſt ab antiquis, quæ inſtrumenta exponuntur partim à Pappo lib. 4. partim ab Eutocio in Comment. ad Archim. de Sphæra, & cylindro, non video cur dubitandum ſit magis de inuentis duabus medijs proportionalibus, quã de ducta aliquà rectà lineà, vel angulo recto deſignato ex regula, & norma, & de ducta peripheria per circinum. Ac ne hìc iteremus alibi ſuo loco à nobis dicta, atq; vt huiuſce noſtræ opinationis fundamentum aliquod videas, mi lector, in exemplo peculiaris alicuius inſtrumenti ab antiquis inuenti pro inuentione duarum mediarum proportionalium, reuiſe inſtrumentum Nicomedis (quo conchilem lineam deſignat) apud nos in noſtris geometricis Theoricis, atq; inibi relege quæ in corollario circa id inſtrumentum poſuimus. Ac vide præterea ſequens ſcholion.

Inſtrumenta pro duabus medijs proportionalibus apud Antiquos.

SCHOLION. I.

In quo facillimum neotericum inſtrumentum ad inuentionem, & deſcriptionem duarum mediarum proportionalium.

VT tamen hic etiam habeas apud nos circa prædicta Stereometriæ practicæ problemata aliquid non admodum vulgatum, viſum eſt nobis apponere facillimum inſtrumentum, & rationem inueniendarum duarum mediarum proportionalium, quibus vſus eſt noſter Villalpandus in Commẽtarijs ad Ezechielem Prophetam, tom. 3. cap. 12. propoſitione duodecima. Latent pleraq; alia ingenioſiſſima eius Authoris Mathematica inuenta in ijs tomis, quæ inuenta digniſſima ſunt eductione in publicam, vulgatamq; cognitionem. Nos igitur putauimus eſſe è Mathematica re publica hìc euulgare pulcherrimum hoc inuentum, quod ibi latet. Supponit autem demonſtratio Villalpandi alias demonſtrationes, quæ videndæ ſunt tomo citato. Problema vero eſt vt ſequentia eius Authoris verba docẽt. **Inter duas rectas datas duas medias beneficio inſtrumenti inuenire.** Fiat ex ære, aut quauis alia mate



ria ſolidà norma A B D C quamaccuratiſſimè conſtructa ita, vt linea ABD ſit recta, & vterq; angulus A B C, D B C ſit rectus, punctumq; B exactè reſpondeat angulo recto D B C, factumq; erit inſtrumentum duabus medijs inueniendis non incommodum, cuius omnem formam vides in figura. Eius vero vſus eſt huiuſmodi. Sint datæ duæ rectæ EF, EG, & circa maiorem EF deſcriptus ſit ſemicirculus EHF, quem perpendicularis GH ſecet in H, & centro E, interuallo EH deſcribatur arcus HI, & rurſum ex I erigatur perpendicularis IK, eritq; EH, vel EI minor quidem, quàm ſecunda ex quatuor proportionalibus, incipiendo à maiori.

At recta EK ſi duceretur, eſſet maior, quàm eadem ſecunda, vt patet ex ijs, quæ ſupra demonſtrata ſunt. Erit igitur vt ſecunda ex quattuor proportionalibus, ſi applicetur ex puncto E ad peripheriam ſemicirculi EHF, neceſſario cadat ad aliquod punctum, quod eſt inter puncta H, K. Quæ applicatio, vt per inſtrumentum fiat, deſcribantur prius centro E vtcumq; aliquot arcus ſecantes diametrum EF, & arcum HK in punctis inter puncta H, K, eiſq; deſcriptis, vt videre eſt in figura, applicetur punctum inſtrumenri B, nempe angulus rectus, perpendiculari GH, & latus BA protendatur per punctum E, idemque angulus B ſurſum moueatur, vel deorſum per rectam GH donec regula AD, quæ interim ſemper protenditur per punctum E, ſecet circumferentiam EHK, & altera regula BC ſecet diametrum EF ijs in pũctis, in quibus eamdem circunferentiam, & diametrum ſecat vnus aliquis arcuum ab initio deſcriptorum, vel certè veriſimile ſit, & ita ſenſus iudicet, ſi per alterum illorum punctorum centro E, deſcribatur arcus, eum tranſiturum eſſe per reliquum punctum. Tali enim in ſitu ſi inſtrumentum conſiſtat, inuentæ erunt duæ mediæ inter datas. Ponamus enim centro E per punctum L, in quo regula BC ſecat diametrum, deſcriptum arcum tranſire per punctum M, in quo circunferentiam ſecat regula AD; dico rectas EM, EB eſſe duas medias inter EF, EG. Ducta enim MF, erunt MF, BL parallelæ, ac proinde triangula EMF, EBL ſimilia; eſt autem triangulo EBL ſimile quoq; triangulum EBG ob perpendicularem BG, quæ in baſim EL cadit ex angulo recto EBL. Igitur omnia tria triangula erunt ſimilia. Quare eadem erit proportio EF ad EM ſiue ad EL (eò quod EL, EM ponuntur æquales) quæ EL, ad EB, ad EG. Atq; adeo inter duas datas inuentæ erunt duæ mediæ, quas inuenire erat propoſitum.

Accipe poſt propoſitionem etiam ſcholion eiuſdem Authoris, & habe in hoc noſtro ſcholio alienum etiàm ſcholion. Scholion Villalpandi. Hoc inſtrumentum vel propterea mihi maxime probatur quod planum, ac ſolidũ, ſimpliciſſimumq; ſit, & in quo nulla mouenda ſit eiuſdem pars. aſſidua enim nos docuit experientia inſtrumenta illa, quorum partes mouendæ aliter, atque aliter aptandæ ſunt, exacta vix fieri poſſe, exactè vſibus deſeruire nulla ratione poſſe. In hoc vero inſtrumẽto non tantum eius fabrica, & examinatio facilis, verum ipſa operatio haud difficilis eſt, éadem vero examinare facillimum erit. Nam conſtituto, vt prædiximus, inſtrumento, notanda in figura tantummodo eſſent puncta M, L, & circini fixo pede in E, alter extendendus vſq; ad M, vel L, & circumducendus circinus, probandumq; num cum reliquo exactè concordet: Hoc enim inuento, iungetur recta EM, quæ duas medias dabit EM, EB; ſi vero non ità exactè reſpondeat circinus, interim applicandum erit inſtrumentum, & reliqua peragenda, vt præfertur.

Inſtrumenti appoſiti pro duabus medijs proportionalibus facile, ac tutum præ antiquorũ inſtrumentis.

Iam vero huic toti optatiſſimo, & ingenioſiſſimo problemati finẽ imponere decreui. Quod ſi ſoluere omnino non potui, certe tamen multo propius accedere conatus ſum, quàm hactenus quòd ſciam vllus. Illud inſuper, ni fallor, præſtiti, vt inter duas illas, difficiles tamen, vias, quibus antiquorum alij medijs quibuſdam curuis lineis, alij mechanicis inſtrumentis duas medias perueſtigarunt, nouas rationes adinueniri, ſi non certiores, attamen expeditiores: quæque pluribus vſibus minori tẽporis iactura, minimaq; erroris ſuſpitione quaſi compendio eſſe poſſint.

Media, & expeditior via, per propoſitũ inſtrumẽtum ad duas medias, &c.

SCHOLION II.

In quo animadverſiones, & cautiones circa Circuli quadraturam.

1. *Suppono Circuli quadraturã, quatenus theorema eſt, iam olim inuentam eſſe ab Archi-*

mede

Archimedis propositio, ex qua demonstratur theoricè circuli quadratura.

mede, qui demonstrat sequens theorema: omnis circulus æqualis est trigono orthogonio, cuius quæ quidem ex centro linea æqualis est vni eorum laterum, quæ circa rectum angulum, perimetrus autem basi. *Trianguli vero quadratio patet ex primo elem. Eucl.*

linea recta, circuli peripheriæ æqualis qnæ.

Idem Archim. in spiralibus propos. 18, 19, 20, *demonstrat quæ nam recta linea sit æqualis circuli peripheriæ, nempe orthogonij trianguli basis, quæ terminatur à tangente spiralem, &c. vt ibi habes. Hæc igitur circuli quadratura theorica non est quæ tot sæculis quæritur, nec ad nostrum institutum pertinet, qui in hoc Apiario geometrica pratica, ideſt problemata, non theoremata, sectamur,*

Circuli quadraturavt problema nondũ demonstrata est.

II. Circuli quadratura pertinens nunc ad nos est problema, quo describantur, ac demonstrentur dato circulo quadratum æquale, & dato quadrato circulus æqualis. *Quare solutio famosissimi huius problematis reducenda est ad operationem organicam; quemadmodum cum ab Euclide lib.* 2. *propos.* 14. *ponitur problema:* dato rectilineo æquale quadratum constituere; *cõstructio, quæ ibi demonstratur, peragitur per regulam, & circinum, quibus instrumentis ibi præceptæ lineæ ducuntur, secantur, semicirculus describitur, & cætera peraguntur, ac demonstrantur spectanti ad executionem propositi problematis.*

Circuli quadratura reducenda est ad organicam operationem.

III. Quoniam iuxta primum suppositum, & iuxta methodum Archimedeam, etiam dato quod recta tangens ad spiralem ritè duci doceretur, tamen non est facile inuenire instrumenta, quibus spirales in plano ritè describantur, quibus ritè peractis, determinaretur recta linea æqualis circuli peripheriæ, & consequenter triangulum circulo æquale, ac triangulo quadratum æquale, constituerentur; ideo videndum est an alia methodo possit inueniri recta peripheriæ æqualis. Quam equidem censerem ab antiquis geometris (quorum inuenta satis admirari non possum) feliciter iam inuentam esse ope inflexæ lineæ, cuius inuentores à Pappo lib. 4 *ponuntur Dinostratus, ac Nicomedes, & quam doctissimus Clauius noster transtulit in finem lib.* 6. *elem. Eucl. si tamen ijdem antiqui. vel neotericus quispiã inuenissent modum, quo ea linea, quæ merito quadratrix appellata est, organicè iuxta requisitam proportionem designari posset.*

Linea antiquorum quadrattix si organice ritè ducatur, factà erit circuli quadratio.

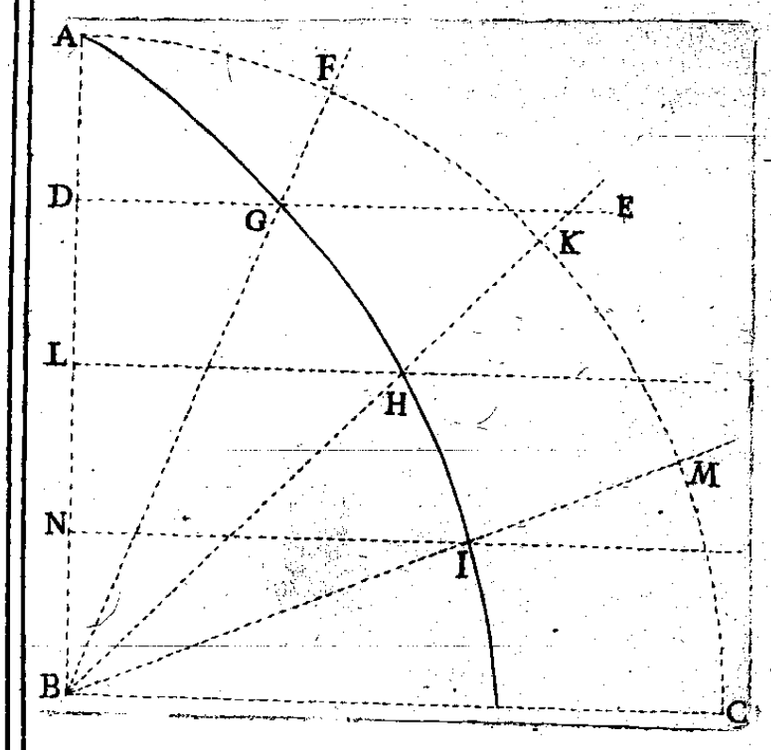
IV. Quemadmodum si iuberer ducere lineam circularem, eamq; ducerem non circini continuato ductu, sed eam conflarem, verbi gratia, ex iunctis extremis semidiametrorum punctis, eo modo luderem operam in Geometria, quoniam incertus essem an partes inter vertices semidiametrorum interceptæ essent à centro æquidistantes, atq; ideo inepta esset ad lineam vllam demonstratiuè, ac certo terminandam; non aliter, ac multo magis in lineis irregularibus, atq; aliter, quam circulares implexis, cauendum est (si demonstratiuè agendum est) ne vel duas medias proportionales pro stereometricis problematibus. vel rectam peripheriæ æqualem quæram aliter, quam per lineas, quæ duci possint continuato ductu instrumentorum, ritè, atq; ad rem compactorum.

Lineæ punctuatim, & non continuo tractu ductæ ineptæ sint ad circuli quadraturam.

V. Igitur, quod initio dicebam, circuli quadratura, & alia problemata ex eà pendentia reducenda sunt pro solutione ad organicam operationem. Hoc compendium terendum est. In hoc inuestigationes ponendæ sunt, nec est necesse ex hoc digredi per longiores excursus ad theoremata, vel ad descriptiones linearum non organicè cõtinuatarum, quibus problemata geometrica geometricè, ideſt demonstratiuè non soluuntur.

SCHOLION III.

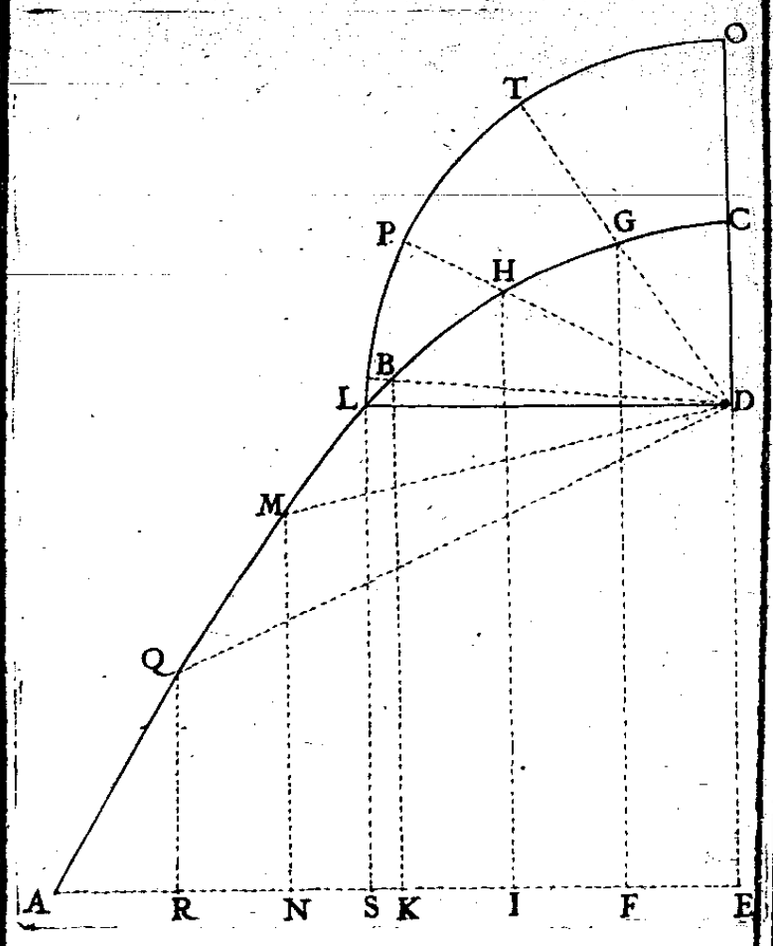
Circa lineam Quadratricem eruditæ hallucinationes.



Lineam quadratricem ducere.

I. Svppono *procreationem lineæ quadratricis iuxta ea, quæ Pappus habet loco citato in antecedenti scholio. Indico hæc tantum in figura. Quadrans est ABC. finge rectam DE parallelam semper lateri BC descendere versus BC, & eodem tempore semidiametrum BF, fixo altero extremo in B, deferri altero extremo circulariter per quadrantem ex A versus C, ità tamen vt semper quotam partem peripheriæ AC secat semidiameter BF, eodem tempore secet recta DE similem partem totius AB. Dum igitur simul præscripto motu deferuntur BF, DE faciunt inter se communes sectiones, per quas ducta linea quædam inflexa ex inuentione Dinostrati, & Nicomedis, appellata est quadratrix ab vsu, &c. sic BF, DE sectiones faciunt modo in G dum BF quartam partem circularis lineæ AC, & DE quartam rectæ AB occupant, modo in H dum dimidias vbi K, & L, modo in I dum tres quartas in M, & N.*

II. *Suppono quæ à nobis demonſtrata ſunt in Apiario noſtro Catoptrico, ſcilicet organicam procreationem ſectionis parabolicæ. Videibi plura. Hìc tantum ad intelligentiam indico ibi demonſtratam operationem in hìc appoſitâ figurâ.*



In quâ ſectio parabolica A B C deſcribitur filo, cuius alterum extremum fixum ſit in D puncto ex comparatione, alterum verò extremum ductum ſit per ordinatim applicatam E A, ità tamen vt dum filum graphio inflexum circunducitur, eius pars ſemper parallela ſit axi EC. ſi malis, vtere regula, ſeu normâ cum filo ad exactiorem operationem, vt docuimus in citatis noſtris Catoptricis. Filum igitur DGF tenſum graphio in G partem FG facit parallelam ipſi EC, idem tenſum, & adductum in H partem IH habet parallelam eidem EC; ſic BK, MN, QR, parallelas ſe habet ad eamdem EC, &c. Finge CD, DL eſſe ad angulum rectum in D, & DL duplam eſſe ipſius DC; fiat DO æqualis ipſi DL, & finge quadrantem LPO occultum, ſi ipſæ DB, DH, DG producãtur vſq; ad peripheriam LPO, erunt inſtar vnius ſemidiametri percurrentis eamdem peripheriam LPO, & ipſæ KB, IH, FG productæ erunt parallelæ ipſi DO, & ſecabunt ſemidiametros in B, H, G. Quare vides in ſectione parabolicâ ALC, partem LC eodem prorſus modo, quo quadratrix lineæ, fieri per communes ſectiones ſemidiametri percurrentis peripheriam quadrantis, & rectæ deſcendentis parallelæ baſi DO. Quid ni ergo pars parabolica LBHGC èadem ſit cum lineâ quadratrice?

III. *Vtinam, mi lector, quadratrix linea Dinoſtrati, & Nicomedis eſſet ſectio parabolica, non ſolum enim ex parabolæ ſectione duæ mediæ proportionales, (vt fecit Menechmus) ſed circuli etiam quadratura eſſent inuenta, adeoq; feliciter, ac faciliter, vt, etiam ſi ſectio parabolica non duceretur, tamen ex proprietate à nobis poſitâ in Apiario noſtro catoptrico (à quâ proprietate manauit deſignatio paraboles hìc paullo ante indicata) tam certo inueniretur punctum determinans baſim lineæ quadratricis, quam facile, ac certum eſt datam lineam bifariam ſecare. Ex qua baſis certa determinatione pendet inuentio quadraturæ circuli iuxta ea, quæ docent Pappus, & Clauius citati.*

Quoniam enim ex demonſtratis à nobis in Apiario Catoptrico rectæ SLD, ECD ſunt inter ſe æquales, detractis æqualibus SL, ED in parallelogrammo SD, remanebũt æquales LD, DCD, eritq; DC dimidia ipſius DL. Quare ad inueniendam quantitatem, ac terminum baſis lineæ quadratricis, ſatis eſſet ſemidiametrũ bipartiri in C. Sed—

— IV Abſurda euidentia non ſinunt nos capi ab hac felici hallucinatione. Quoniam enim, per demonſtrata à Pappo, & Clauio, DL eſt æqualis quartæ parti peripheriæ circuli, cuius ſemidiameter ſit DC baſis Quadratricis, ergo CD, dimidia ipſius DL, eſſet æqualis octauæ parti circuli, cuius ſemidiameter ſit LD. Eſſet ergo circunferentia quadrupla ad diametrum, quod eſt contra demonſtrationem Archimedis, quâ in libello de dimenſione circuli demonſtrat proportionem circunferentiæ ad diametrum eſſe ferè triplã ſeſquiſeptimam. Alia præterea abſurda (quæ, ne ſim prolixus, omitto) euidenter conuincunt parabolam, licet eodem prorſus modo deſignari videatur, quo quadratrix, eſſe tamen à quadratrice diuerſam.

Proportio circunferẽtiæ ad diametrum, eſt fere tripla ſeſquiſeptima.

Parabola licet ſimili modo deſignata, quo quadrarrix, differt à quadratrice, &c.

V. Patet quidem abſurdum nuper poſitum, at non tam facile patet vnde ſit dignoſcenda differentia quadratricis a parabolâ. Dicendum igitur videtur in ſecunda hìc poſitâ figurâ communes ſectiones ſemidiametrorum DL, DB, DH, DG, & parallelarum SL, KB, IH, FG non fieri, vt in quadratrice, per motus proportionales ſemidiametrorum, & parallelarum, iuxta prædicta de ortu quadratricis, ſed communes eas ſectiones pro parabolicâ ducendâ lineâ fieri per motus non proportionales, &c. ità vt non ſit neceſſe quando, verbi gratia parallela FG ſecat quartam partem ſemidiametri LD, tunc etiam à ſemidiametro DT ſecari quartam partem peripheriæ quadrantis. Quare parabola ſemper intra quadratricem cadet, & baſim minorem efficiet, quàm quadratrix. Ac modi à nobis traditi in Apiarijs noſtris Catoptrico Gnomonico, Geometrico theorico, &c. deſignãdæ paraboles per filum ſolum, vel per filum, & regulam, &c. licet progrediantur modo ſimili, quo quadratrix deſignatur; tamen fallaces eſſent ad deſignandam quadratricem, propter nuper allatam rationem de progreſſione per partes proportionales.

Vnde differẽtia quadratricis à parabola?

Deſignatio lineæ quadratricis fit per motus proportionales ſemidiametrorum, &c.

VI. Ex dictis patet etiam hallucinatio eorum, qui pro quadratrice vſi ſunt ſectione elliptica, quæ cùm etiam intra parabolam cadat (iuxta à nobis

Sectio elliptica inepta ẽt

pro quadratrice.

nobis posita in Apiario Catoptrico) multo erit ineptior, quàm parabola, &c. satis est indicare hallucinationes, nec pluribus libenter ego aliena errata reprehendo. Prodesse cupimus, non obesse; prodest autem qui in itinere periculoso indicat cauеas, in quas alij inciderunt, etiam si alienis casibus non insultet.

Prodesse cupimus sine aliorum iniuriâ.

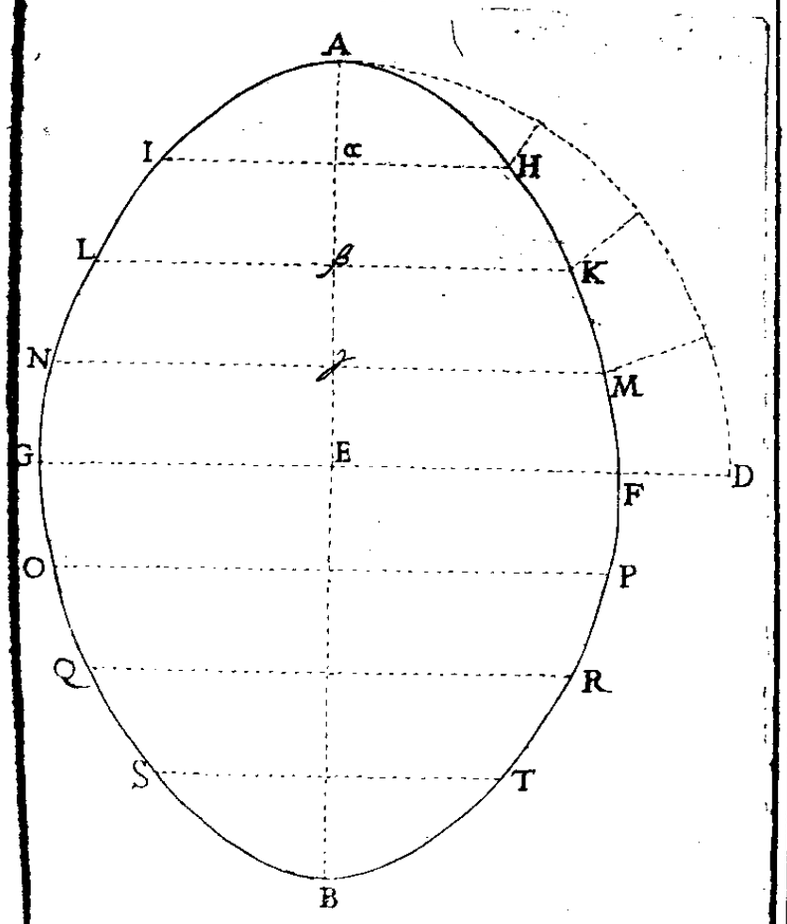
VII. Ex animaduersionibus, & hallucinationibus à nobis positis in duobus hisce extremis scholijs ruunt quæ fallaci nituntur basi, nempe apparent falsæ solutiones problematum eorum, quibus & qualibet figura in circulo inscribitur, & rectilineus angulus in quotlibet partes æquales diuiditur, &c. quæ à falsa circuli quadratura prodeunt.

Problematũ falsa solutio ex quadratrice non præcisè ducta.

VIII. Deniq; mi lector, te moneo in rebus difficillimis, qualia sunt stereometrica, & geometrica problemata in hisce scholijs indicata, spectandũ illud saltem esse, quod quidã indicauit hoc symbolo; Scutum erat, in cuius centro minimũ erat signum, plures sagittæ in scutum coniectæ, ac fixę perstabant, erat inscriptio: propiori; *scilicet præmium, ac laus non semper, ac solum debentur ferienti signum, sed etiam propius signum accedenti. ac ne te interim sine aliquo lucello dimittam, accipe sequens —*

—COROLLARIVM.

Pseudoellipticam, siue Ouiformem figuram ex Quadratrice linea describere.



OCulræ lineæ ducantur omnes, præter solam quadratricem, vt vides in figura. In qua rectæ AB, GD decussent se ad rectos in E, & ductà circulari AD, sit quadrans EAD, iuxta dicta in præcedenti scholio, & citata ex Pappo, & Clauio de ortu, & descriptione lineæ quadratricis. Ducta sit quadratrix AF. Secetur EB in totidem, ac æquales partes, in quot secta est AE, ac per sectiones vtrinq; producantur rectæ HI, KL, MN, OP, QR, ST parallelæ ipsi GD: deinde interuallis αH, βK, γM, EF secentur αI, βL, γN, EG, similiterq; sectæ sint OP vt NM, QR vt LK, ST vt IH, &c. si per puncta terminationum P, R, T, S, Q, O, G, N, L, I designetur, ac producatur mixticurua, vt est pars AHKMF, habebis figuram AKFRBQGL ouiformem ex quadratrice, quod erat faciendum.

Alias pseudoellipses, siue ouiformes figuras ex lineis parabolicà, & hyperbolicà. vide in Apiario nostro Catoptrico Ex circularibus lineis vide in Apiario Harmonico in fine, vbi Sonimetrica.

SCHOLION IV.

AD geometriam hanc nostram practicam, pertinent alia aliqua, quæ habes partim in prælibamentis, partim in theoricà nostrà Geometriâ, verbi causa commutationes, seu trasformationes figurarum, de quibus in Proteo nostro geometrico; augumentationes, atq; imminutiones, partitiones figurarum, de quibus in Apiario geometriæ theoricæ, &c. Sed tamen quia ea problemata versantur circa solam quantitatem, in hoc autem Apiario ponimus ea problemata Geometriæ practicæ, quæ versantur circa materias physicas dimetiendas, ideo hìc omissa facimus, &c.

SCHOLION V.

De aliorum vulgatis inuentis circa Geometriam practicam, ac de dimensione catoptricà.

HAbes per vsus variorum instrumentorum iam pridem vulgatorum varios alios modos vulgatissimos pertinentes ad practicam geometriã apud priscos, & neotericos Authores. Vnus instar omniũ esto doctissimus noster Clauius, qui copiosissimum, & absolutissimum opus edidit Geometriæ practicæ, ex quo (quisquis es lector, qui apud nos sis tyro) fieri possis perfectus Geometra. Non omitto tantum indicare in extremo hoc loco modum dimetiendi propositam altitudinem per speculum horizonti parallelum, in quo proposita altitudo appareat. Qui modus sane ingeniosissimus debetur Euclidi tanquam antiquissimo Authori, apud quem in catoptricis fundamenta sunt Positione tertia, & Propositione prima. Positionis verba sunt: Si speculum collocetur in plano, cui ad

rectos

rectos angulos altitudo aliqua erecta sit, quam rationem habet linea interiecta inter ſpectatorẽ, & ſpeculum ad lineam interiectam inter ſpeculum, & erectam altitudinem, eamdem rationem habere ſpectatoris altitudinem inſiſtentis ad rectos angulos ei plano, in quo eſt ſpeculum. *Propoſitionis vero verba ſunt*: A ſpeculis planis, conuexis, & cauis radij ad æquales angulos reflectuntur. *Res habet aliquid paradoxi, ideo pro inſtituto noſtro ſaltem indicandam cenſuimus in ſequentis propoſitionis extremæ operatione, & demonſtratione.*

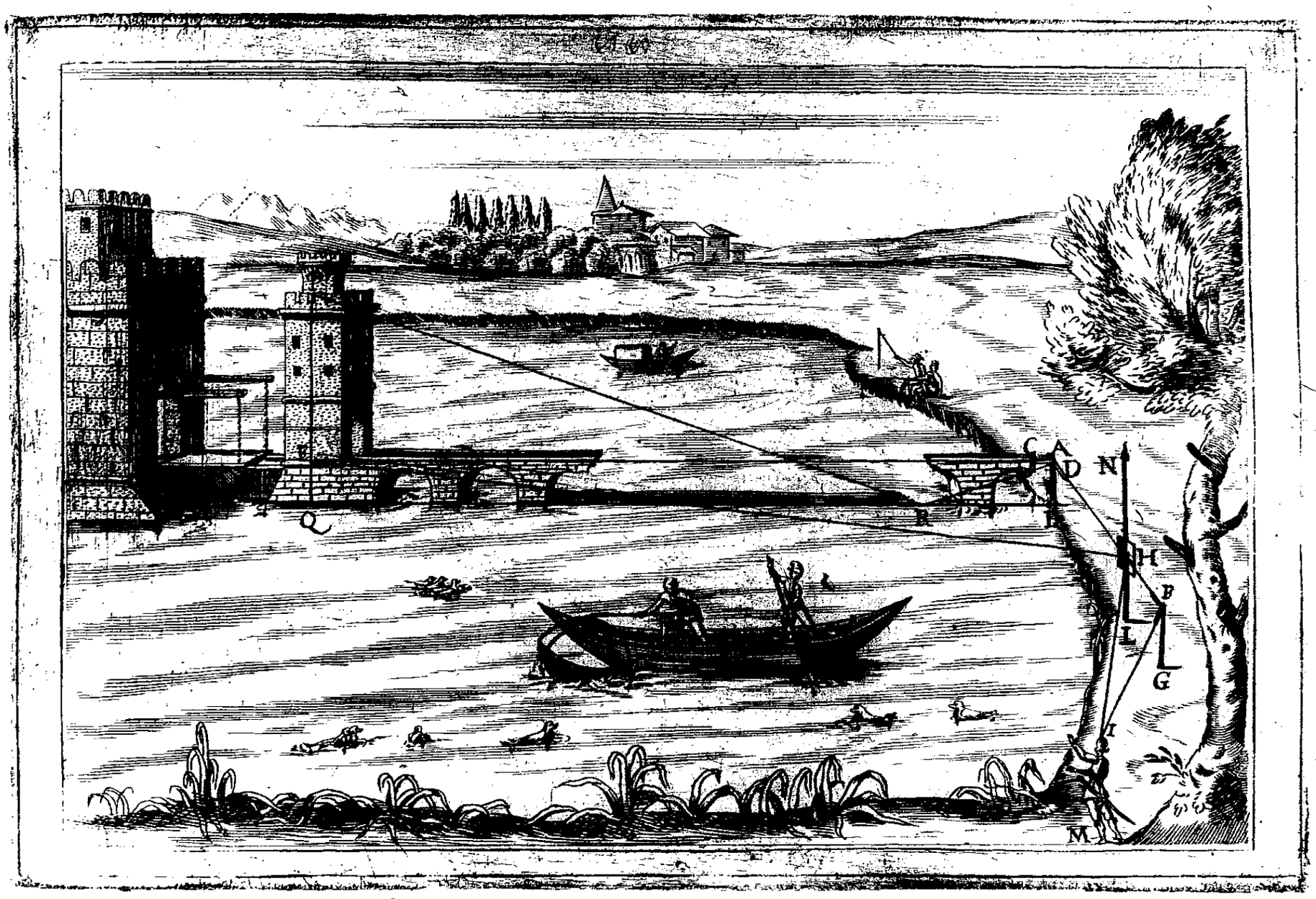
PROPOSITIO XII.

Geodeſiæ catoptricus vſus philoſophicè confirmatus.

QVidquid hactenus docuimus in hoc Apiario circa dimenſiones longitudinum, altitudinum, profunditatum inacceſſarum, intra viſionem directam continetur, dum radijs viſualibus directè protractis vſi ſumus. Nunc extrema hac vnica propoſitione per viſionem reflexam latitudines, altitudines, &c. inacceſſas expediamus.

PRO-

AB



AB bacillus altitudinis ad oculum dimenſoris. ex A normali angulo (normæ ſecundùm latitudinem parallelæ horizonti) ſpectetur iuxta latus AC & punctum E turris PQ, & ad directionem lateris AD erigatur alter bacillus FG æqualis ipſi AB. In lineà viſoria AF figatur perpendicularis haſta NL haud procul ab FG. Locato altero normæ latere in rectà FA, ad alterius lateris directionem ſpectetur ex angulo F ad, & vltra I. In recta FI moueatur ſpectator IM donec in aliquo eius lineæ puncto, ceu in I, videat in ſpeculo ſuſpenſo ex haſta NL vbi linea viſualis AF ſecat haſtam in H, videat, inquam, reflexè partes, & punctum E turris inacceſſæ. Tunc enim vt HF ad FI, ita HA ad AE. ſiue vt LG ad GM, ſic LB ad BQ. ponuntur enim æquales IM, FG, AB, EQ. quas iungunt parallelæ, & æquales imaginariæ in planis imaginariè ductis per IM, FG, per FG, AB, per AB, EQ.

Pro ſpeculo ad inacceſſam, & ignotam altitudinem PQ dimetiendam vſui erit proximi lacùs tranquilla ſuperficies, vt ſpectator ex A videat in R reflexè turris apicem P. Pariter enim vt RB ad BA, ita RQ ad QP.

Demonſtratio pendet ex poſitione, & propoſitione euclidéis in ſcholio ~~ſexto~~ proximè antecedenti. Nam duo triangula AEH, HIF ſunt æquiangula propter angulos normales ad A, & F æquales, & propter angulum incidentiæ EHA æqualem angulo reflexionis IHF, &c. Pariter

5.°

6.

M

æquian-

æquiangula QPR,RAB ob æquales ad Q, & ad A perpendiculariter erectarum PQ, AB, & propter æquales ad R, vt ad H, &c.

Cęterum quia Euclides primã propoſitionem catoptricam de æqualibus angulis incidentiæ, & reflexionis probat ex poſitione tertia; quæ tamen videri poſſit non nemini poſtulare rem non per ſe notam, ſcilicet quam rationem habet IH ad HE, eamdem habere IF ad EA, propterea vlterius in gratiam tyronum philoſophandum eſt ſic. Angulus incidentiæ æqualis eſt angulo reflexionis, quia natura per breuiſſima operatur; at lineæ EHI facientes angulos ad H æquales breuiſſimæ ſunt omnium, quæ duci poſſunt à punctis E, & I ad quodlibet punctum lineæ AF non facientes angulos æquales. Cuius rei demonſtratio geometrica breuis, & ingenioſa habetur præ alijs apud Vitellionem Optices libro primo propoſitione 17. Quare ex præcedentibus habes catoptricæ Geodeſiæ praxim ad altiſſima, & ſuprema phyſicæ, & geometricæ philoſophiæ principia, & cauſas redactam, vt nihil vlterius deſideret in hoc negotio intellectus philoſophicus.

Cur angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis.

COROLLARIVM PARADOXICVM.

Inacceſſas altitudines per inacceſſas longitudines dimetiri.

VSitatum eſt in Geodeſia altitudines inacceſſas metiri per longitudines, ad quas accedere, & quas metiri liceat. At in præcedenti propoſitione propoſitã, ac diſſitã turrim PQ per inacceſſam, vel ſaltem non expeditam laci latitudinem QB dimenſi ſumus. Quod paradoxum exercere licet etiam in antecedentibus pleriſq; propoſitionibus huiuſce Apiarij.



APIARIVM

TERTIVM.

IN QVO

PARADOXA

GEOMETRIÆ SPECVLATIVÆ.

PARADOXA LINEARVM.

PROGYMNASMA PRIMVM.

De lineis rectis inter ſe ſe aſymptotis. De conchoide, & rectà aſymptotis. De earum deſcriptionibus.

Linearũ aſymptoton interpretatio.

VNiuerſa theorica Geometria, vel ſaltem ea Geometriæ pars, quæ circa linearum proprietates philoſophatur, nihil fortaſſe admirabilius habet, quam lineas aſymptotes, hoc eſt quæ licet ſemper magis, ac magis ad ſeſe accedẽtes, nunquam tamen etiam in infinitum productæ, ſeſe contingant, ſibiue congruant. Sat ſcio à Barocio ex varijs Authoribus collectas aliquas aſymptotos, ſed is non tam varias aſymptotos ponit, quam varias aliorum demonſtrationes de eodem genere aſymptotõn. Aliquas antiquorum (vt Nicomedis conchoiden, &c.) inſignes omiſit, nullas nouas, præſertim de ſuo appoſuit, partem problematicam de aſymptotõn deſcriptione (in qua præcipua iucunditas, & fructus) vix in vno genere indicauit.

Plures, ac pluriformes aſymptoti apud nos, quàm apudalios.

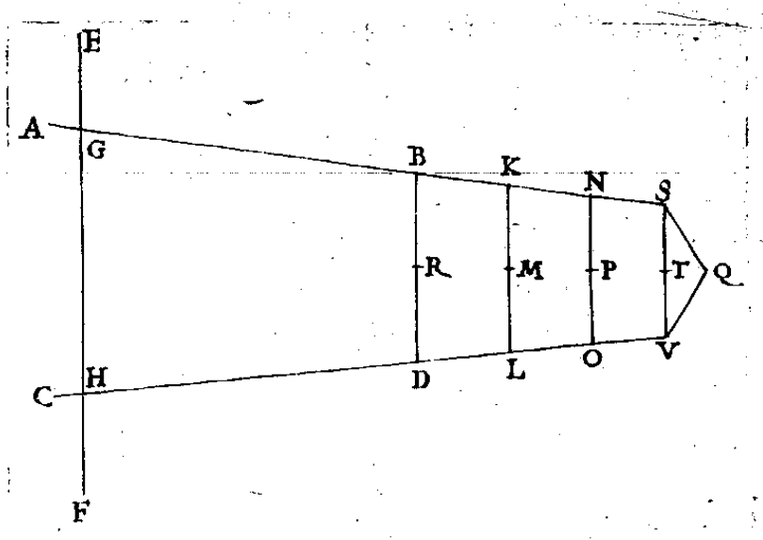
At nos & non vulgatas aſymptotos iam vulgatis addemus, & demonſtrationes facillimas cõdemus, & ſingulis formis noſtrarum aſymptotõn, poſt earum theoricen, deſcriptiones adnectemus. Denique Veterum inſignium Geometrarum, in primis Apollonij, Nicomedis, Pappi veſtigia ita perſequemur, vt tamen etiam Conica (præſertim de concurſu hyperboles cum rectà) ſine Apollonij conicis, deductis ex Eucl. propoſitionibus, demonſtremus.

Argumenti hæc ferè capita erunt: rectæ cum rectis, rectæ cum curuis, curuæ cum curuis aſymptoti, mixtæ, ſimplices, concauæ, conuexæ, ab eodem, & diuerſis punctis, in eodem, & diuerſis planis.

Exordiamur à ſimplicioribus, & facilioribus, nempè à rectis ad rectas aſymptotis.

PROPOSITIO PRIMA.

Duas rectas à diuersis punctis ducere, quæ in infinitum inter se accedentes, nunquam se contingant.



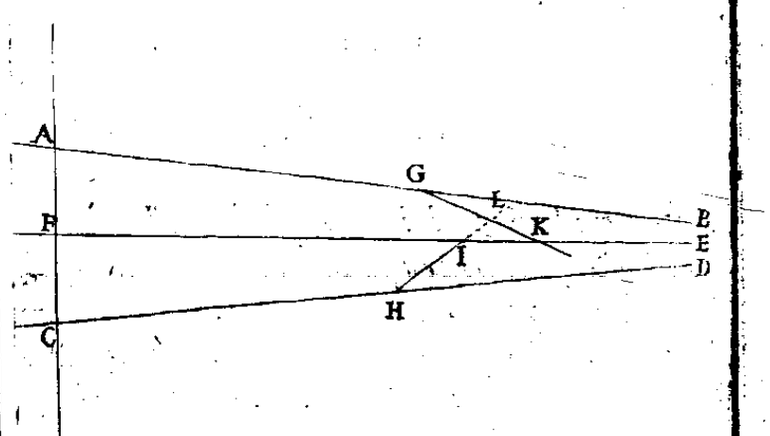
PRoblema exoluemus non vno modo. Ac primò circa duas rectas asymptotos, tum circa plures rectas asymptotos, de quibus innuemus breuiter in Coroll. Sint rectæ AB,CD, in quas tertia EF incidens faciat angulos internos G, H minores duobus rectis, hoc est (iuxta propos. de parallelis lib. 1. & axioma de coincidentibus,vt in paradoxis ad Euclidem dicemus)per constructionem ita ductæ,ac datæ sint, vt conuergant inter se ipsæ AB, CD, & accedãt versus partes B, D; nihilominus affirmo fieri posse, vt AB, CD, etiam si producantur per rectas lineas in infinitum,ac semper magis,ac magis ad sese accedant, nunquam tamen sibi ipsæ occurrant, ac sese contingant.

Nam iungantur ipsæ AB, CD in B, & D rectà BD, quæ bifariam secetur in R, tũ rectà producantur AB quidem in K, CD verò in L, ita vt æquales sint BR, BK, & DR, DL. Iungatur etiam KL, & diuidatur bifariam in M, & producantur BK, DL ad quantitatem spatij KM, vel LM, ac sic deinceps fiant productiones rectarum AB, CD semper magis, ac magis inter se accedentium; si fieri potest, vt sic productæ aliquando in punctum aliquod commune occurrant, ac se contingant, atq; angulum efficiant, sit e.g. in Q. Quoniam igitur iuxta constructionem, & productionem præceptam in antecedẽtibus, etiã ipsa SQ producta,& secta esse debet,& supponitur secta,& producta æqualis ipsi ST,&VQ ipsi VT, ergo in triangulo SVQ duo latera SQ, VQ non erũt maiora tertio SV,quod est absurdum,& impossibile contra 20 primi elem.Eucl. Omnes .n. trianguli duo latera reliquo esse maiora, quomodocunq; sumpta,ibi demonstratur.

Fieri ergo potest vt duæ rectæ etiam in infinitum productæ, atq; ad sese accedentes, nunquam tamen se contingant.

COROLLARIVM.

Plures rectæ à diuersis punctis inter sese asymptoti.

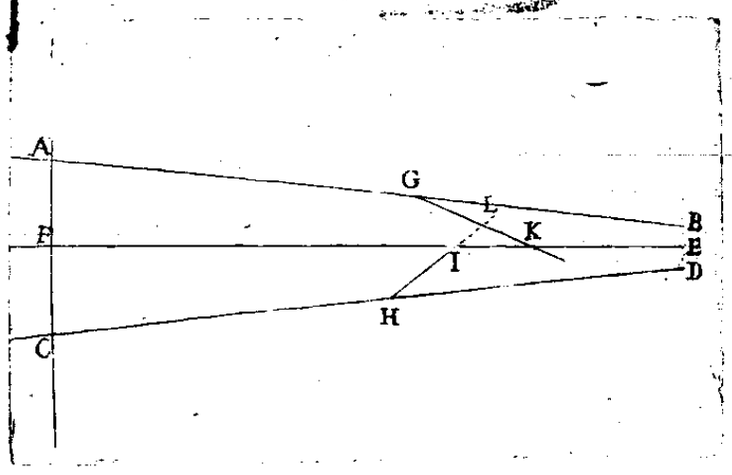


EXpedito problemate circa duas tantum rectas asymptotos, quod iam attinet ad plures rectas semper accedentes, & nunquam se contingentes, quoniam spatium, quod est inter B, & D vertices rectarum AB, CD concurrentium, licet semper magis, ac magis arctetur, tamen semper nonnullum est, & linea secundum latitudinem negat quautitatem, si à puncto vel vno, vel pluribus intermedijs, vt ab E educatur recta EF, ea, & aliæ sic ductæ inter ipsas AB, CD, erunt asymptoti. Nam ipsæ AB, CD, quæ inter se semper accedunt, magis etiam ad FE accedent intermediam. Si enim intermediam contingerent, etiam seipsæ extremæ contingerent; quæ enim vni tertiæ concurrerent, etiam sibi ipsæ concurrerent. Vel si non in eodem puncto, sed in diuersis cum intermedia concurrerent (vt si fingas rectas AG, CH concurrere cum FE in I alteram, alteram in K) tamen productæ GK, HI concurrerent etiam inter se, ac se secarent, velut in L. Igitur è spatio inter BD quęcũq; ductæ ad partes F, erunt asymptoti, &c.

Plures etiam, vltra duas, hac arte ducentur asymptoti, vt fuit propositum &c.

SCHOLION I.

De innumeris alijs rectis asymptotis.



NIhil loquor de quibuscunq;, quæ extra AB, CD ipsis parallelæ duci possunt numero infinitæ, quæq; etiam ipsæ essent inter se, & cum reliquis asymptoti. Hoc enim facilè cuiuis occurrere potest, & facillimæ constructionis est; at non sic de ducendis asymptotis intra ipsas AB, CD, qualis ducta à nobis est ipsa EF. &c.

SCHOLION II.

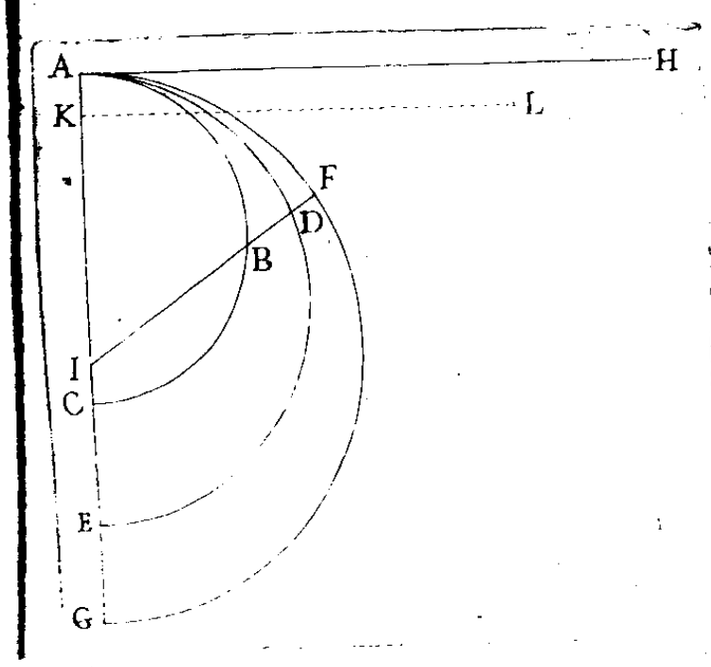
Pro Euclide.

IN paradoxis nostris ad Euclidem ostendemus nihil ex hac nostra propositione offici axiomati affirmanti duas rectas facientes cum tertiâ incidente angulos internos minores duobus rectis productas tandem coincidere &c. Fit enim hìc à nobis productio linearum per partes proportionales. &c.

Nota radicē asymptot.

PROPOSITIO II.

Rectæ inter sese asymptoti aliter.



SVnt qui per circulos se contingentes ducant mixtam quandam recta asymptotō. Nos facilius non mixtam, sed rectam rectæ asymptoton ducemus sic: In communi puncto A se contingant & circuli ABC, ADE, AFG, & recta AH. Ex communis diametri AG quolibet puncto I intra circulum minimum AC educatur recta IF secans ductos circulos, & faciens acutum angulum ad I, vt sine controuersia supponatur conuergere versus rectam AH; atque ab eodem puncto A, plures alij semper maiores circuli ducantur, ad quos producatur in rectum deinceps recta IF, ea sic productā, —

— I. Sēper magis accedet ad AH, quia spatium anguli maximi cōtactus BAH semper imminuetur, estque angulus DAH pars anguli BAH, & angulus FAH pars respectu anguli DAH, & sic deinceps. quare recta IF in D accedit versus AH magis, quā in B, & in F magis, quàm in D.

II. Nunquam continget eādem rectā IF rectam AH. si enim contingeret aliquādo, oporteret vt circulus ille extremus (ad quem producta esset ipsa IF) ante contingeret & ipse rectam AH in altero puncto, præter ipsum A, ac proinde recta circulum tangeret in pluribus, quàm in vno, punctis, cōtra 16. tertij, & eius corollarium. Sic aliæ, atq; aliæ à spatio AC educi possunt rectæ ad rectam AH asymptoti.

PROPOSITIO III.

Recta non est asymptotos cum quibusq; rectis infra asymptoton.

SI ducas rectam secantem KL, & quotlibet alias secantes (siue eæ sint parallelæ cū tangente AH, siue non parallelæ, ac vergentes ad ipsam AH) eis secantibus recta IF producta occurret, ac licet vltimæ AH, atq; alijs supra AH nusquā ipsam AH tangentibus, sit ipsa IF asymptotos, reliquis tamen infra AH siue parallelis, siue ad AH vergentibus non est asymptotos ipsa IF. Ratio est, quia cum IF non ptogrediatur versus AH, nisi per circulorum sectiones, ad pūcta verò sectionum earū, quoniam duci possunt secantes infra AH, sic ductæ coincident ipsi rectæ IF ad punctum commune, vbi ea circulum secabit.

PROPOSITIO IV.

Recta aſymptotos eſt rectis quibuſq; ſupra aſymptoton.

HAec propoſitio à nobis poſita eſt non quaſi aliquid reconditi contineat, ſed quia ex ea mirum ſequens corollarium educitur. Patet autem hæc 4. prop. quia IF ſi non poteſt coincidere viciniori AH, multò minus coincidet remotioribus ſupra AH.

COROLLARIVM,

In quo paradoxum

Aliquis ſemper accedet ad vrbem diſtantem v. g. decem milliaribus, & tamen diſtabit ſemper ab ea vrbe decem minimùm milliaribus.

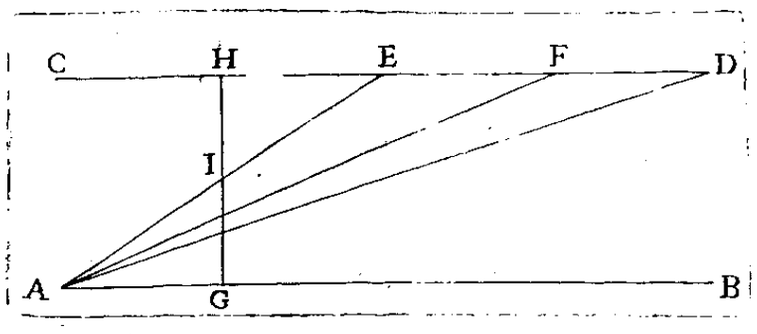
SIt enim ſupra AH diſtans vrbs 10, vel pluribus milliarijs, qui accedet ad eam per rectam IF, accedet ad AH, & conſequenter ad vrbem ſupra AH diſtantem 10 milliar. quia tamen, per antecedentia, nunquam pertinget ad AH, ideo diſtabit ſemper ab vrbe 10 milliaribus, & præterea ſpatio inter F, & AH.

SCHOLION.

VIdebis ſcholia ad 4. ſequentis progym. quæ huc etiam pertinere poſſunt.

PROPOSITIO V.

Rectas ad rectas aſymptotos ab eodem puncto progredientes ducere.



SInt parallelæ AB, CD: ab alterius parallelæ puncto extremo A educantur ad alteram parallelã obliquæ AE, AF, AD, ac plures aliæ vltra D; dico ipſas ſemper magis accedere ad AB, & nunquam ipſi coinciſuras. Rectà enim perpendiculari GH ſecante obliquas, patet primò, quod ad acceſſum attinet, angulum EAB ſemper imminui, & menſuram GI minorem, ac minorem eſſe in alijs angulis FAB, DAB, ſemperq; cõcidi ipſam IG in partes alias, atq; alias, imminuiq;. Quod verò attinet ad nõ contingentiam obliquarũ cum AB, etiamſi ab A infinitæ educantur magis, ac magis imminuentes angulum DAB, patet propoſitio ex ijs, quæ in noſtris Aſtronomicis demonſtrauimus de Aurora perpetuá, vbi figurà vſi ſumus perſimili hîc poſitæ. Si enim vlla recta educta ex A ad ſuperiorem parallelam CD poſſet aliquando coincidere vel in minima ſui parte cum altera parallela AB, ſequeretur vel parallelas coincidere, vel duarum rectarum poſſe eſſe cõmune ſegmentum. Quæ omnia abſurda ſunt contra Geometriæ principia. Vide citatam noſtram Auroram perpetuam.

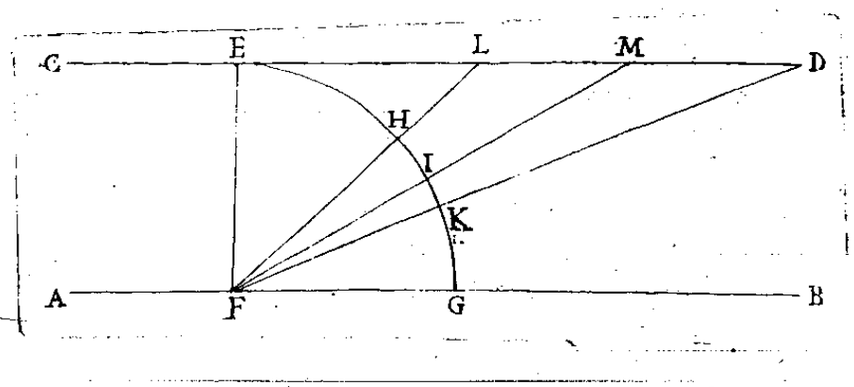
COROLLARIVM I.

De infinito in finito.

VIdes (quod & in citata Aurora innuimus) angulum EAB, ſiue rectæ GH partem IG ſemper magis, ac magis imminui, nec tamen vnquam exhauriri quaſi in finità IG ſit neſcio quid infiniti. Neq; enim vlla obliquarum ab A traductarũ per ipſam CD perpetuò progredientium poteſt in G cadere, propter abſurda ſuperius indicata.

COROLLARIVM II.

De die perpetua.

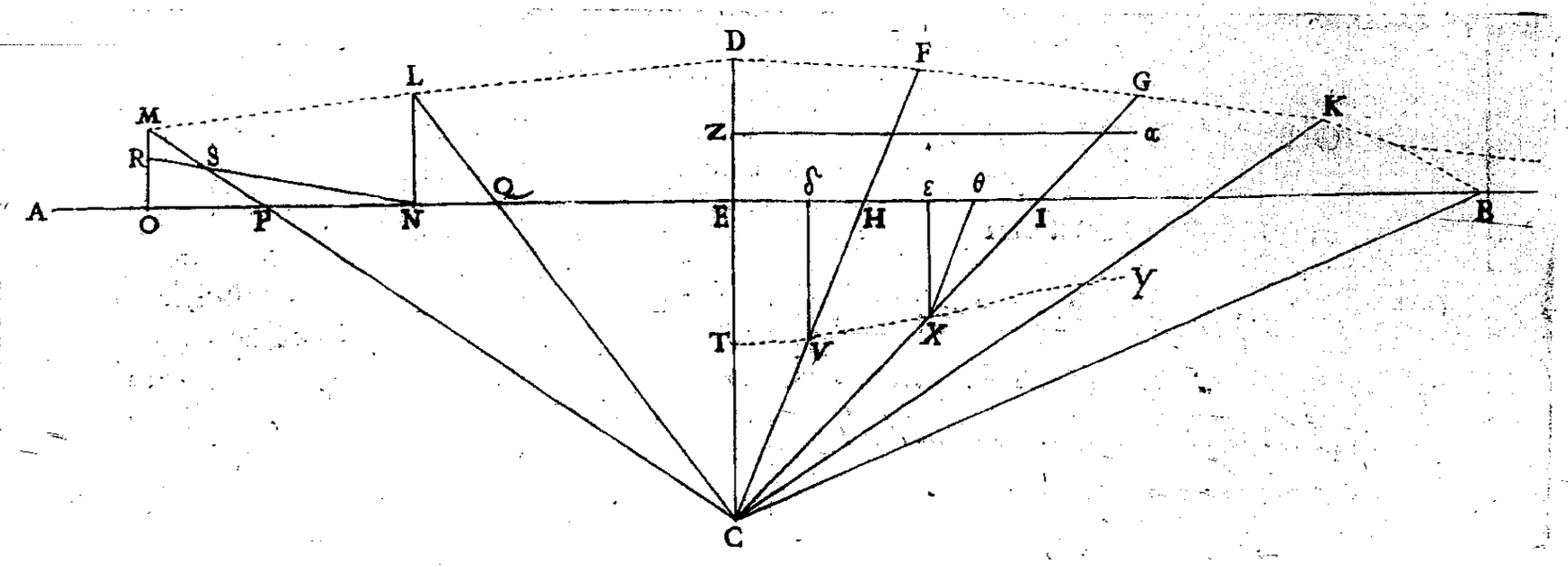


QVemadmodum Auroram perpetuam alibi, ſic & hîc diem perpetuam poſſumus geometricè fingere, ſi fingas AB eſſe lineâ horizontis, CD parallelam horizonti, quæ contingat arcum diurnũ in E, vbi pro meridiei

ridiei linea ſit EF,&EG ſit arcus quadrantis vel antemeridiani, vel pomeridiani. Sol à meridie diſcedens verſus occaſum progrediatur in H, I, K,&c. ſemper in eadem linea cum centro mundi F, & cum Angelo motore progrediente per parallelam ſuperiorem in L,M,D, &c. nũquam Sol occidet, etiamſi ſemper magis, magiſq; accedat ad horizontem ob antedicta & hîc,& vbi de Aurora perpetua.

PROPOSITIO VI.

Lineam conchoiden geometricè deſcribere, qua cum recta non coincidat, etiamſi ſemper magis accedat.



Conchilis Nicomedis ad inuentionem duarum mediarum proportionaliũ.

DE Nichomedis conchili linea ex antiquis Geometris Eutocius Aſcalonita in lib.2. Arch. de ſphæra, & cylindro; & Pappus lib. 4. coll. math. prop.22. Cuius vſus præcipuus(ad quem inuenta)fuit duarum mediarum proportionalium inuentio pro augmento, diminutione, & tranſmutatione corporum in datà proportione. Nos eo vſu omiſſo (quem hîc non quærimus) eius duas,aut tres proprietates, quæ ad aſymptotos ſpectant, paucis indicabimus. Conabimur aliqua facilius demõſtrare, quàm ab Antiquis demõſtrata ſunt, & rationes etiam phyſicas ponere.

Ad propoſitionis igitur huiuſce primæ demonſtrationem ſit cõſtructio, qua conchoiden Nicomedis geometricè ſic educamus. Sit AB recta, quam orthogonaliter ſecet CD in E. Tùm à C educantur aliæ CF,CG,atq;aliæ(quo crebriores eò exactior erit conchoidis deſcriptio) ſecantes eandem AB in alijs punctis, vt in H, I, &c. à punctis ſectionum tantumdem ſingulæ extent ſupra AB,quantum extat ipſa CD, hoc eſt æquales ſint ED, HF, IG, ac deinceps. Denique per vertices D, F, G, & per alios aliarum ad partes B iungatur leniter curuata linea DFGK, quam dico nunquam occurſuram ipſi AB, etiamſi in infinitum ambæ producantur. Quæ quidem proprietas ſine vlla alia geometrica demõſtratione ex conditionibus præmiſſæ conſtructionis patere poteſt; tamen eam etiam ad geometricam demonſtrationem breuiſſimè ſic redigamus.

Productà igitur DFGK coincidat per Aduerſarium ipſi AB, verbi gratia in B. Iungantur CB. Quoniam conchóis DGK, per conſtructionem, incedit ſemper tantúm per vertices linearum à C eductarum, & ſupra AB ad quantitatem ipſius ED extantium (eſt enim conchóis continuatio quædam verticum, &c.) & vertex B ipſius CB, ad quã acceſſit, & per quem incedit conchois, non extat ſupra ipſam AB, ergo linea KB in puncto B non eſt conchois, quæ ex conſtructione tantum incedit per vertices ſuperextantiũ &c. deſtruit ergo aduerſarius ſuppoſitum; quod eſt abſurdum, &c.

PROPOSITIO VII.

Conchois ſemper magis, ac magis accedit ad rectam (etiamſi nunquam poſſit eam contingere.)

SEcunda pars primæ propoſitionis, ſiue malis, ſecunda mira proprietas, ex qua aſymp o i miraculum augetur, indirectà demonſtratione (è primo tantum Eucl. lib.) à nobis demonſtranda eſt, aliter, ac facilius, quam à Nicomede. Educantur ad alteram partem ipſæ CL, CM, per vertices quarum (ad menſuram quæ prædicta eſt de reliquis) ſupra AB extantium incedat conchois DLM. Ac quoniam menſura ſpatij, vt certa ſit, ſumi debet per per-

pen-

pendiculares, demittantur ab L, M perpendiculares LN, MO in ipſam AB. Dico ED maiorem eſſe quam ſit LN, & hanc quàm MO, &c. ac proinde accedere conchoíden ſemper magis, ac magis ad rectam AB.

Quoniã enim in trigono LNQ ipſa LQ maiori angulo N, ideſt recto, & ipſa LN angulo Q, qui minor eſt, per 32 pr. ſubtenſa eſt, erit per 19 pr. LQ maior, quàm LN; at ipſi LQ æqualis eſt per conſtructionem ipſa DE, ergo DE maior eſt, quàm LN.

Quod verò MO, ſit minor, quàm LN indirectè ſic demonſtro. Si nõ eſt minor, vel eſt æqualis, vel maior; non æqualis; nam ſi ſit æqualis, quoniam in triangulis MOP, NLQ anguli ad O, & ad N recti ſunt, & latera PM, QL per conſtructionem ſunt æqualia, latera etiã OM, NL per aduerſarium ſunt æqualia, erunt ex 47 pr. reliqua latera OP, NQ & ipſa inter ſeſe æqualia, ac proinde per 8. pr. erunt etiam duo anguli OPM, NQL ſub æqualibus lateribus contenti æquales. At hoc abſurdum eſt contra 16. pr. non eſſet enim angulus externus interno oppoſito maior. nam angulus OPM æqualis eſt ſuo ad verticem CPN, item angulus NQL æqualis eſt ſuo ad verticem CQE; at CQE externus eſt reſpectu ipſius CPQ in trigono QPC, ergo, &c.

Neq; ipſa OM maior eſt, quàm NL, multo enim maius abſurdum ſequeretur contra eandem 16 pr. Quoniam enim in rectangulis trigonis MOP, LNQ latera MP, LQ oppoſita rectis angulis, per conſtructionem, æquali ſunt, erunt ipſorum quadrata æqualia, & conſequenter per 47 pr. quadrata laterum MO, OP ſimul ſumpta erunt æqualia quadratis laterum LN, NQ ſimul ſumptis. Quoniam ergo ab æqualibus ſumptum eſt maius OM, quam NL, ergo reliquũ OP minus erit reliquo NQ. Abſcindatur ergo ex maiori MO ipſa OR æqualis ipſi LN, & fiat additamẽtum minori OP ita, vt ſit ipſa ON v.g. æqualis ipſi NQ. iungaturq; recta RN ſecans ipſam MP in S.

Quoniam ergo duo triangula RON, LNQ habent duo latera RO, ON, lateribus LN, NQ æqualia vtrumq; vtriq; & angulum O æqualem angulo N ſub æqualibus lateribus, habebunt per 4 pr. & reliquos angulos æquales vtrumq; vtriq;, ſub quibus latera æqualia ſubtenduntur, ac proinde angulus ONR erit æqualis angulo NQL. At in triangulo PSN externus angulus SPO maior eſt oppoſito interno SNP per citatam 16. pr. ergo erit idem angulus SPO maior etiam angulo NQL, qui oſtenſus eſt æqualis ipſi SNP.

Hoc autem prodigiosè abſurdum eſt, & planè contrarium 16. pr. nam, vt in priori caſu demonſtratum eſt, SPO, hoc eſt ad verticem, & internus ipſe CPN eſſet maior externo CQE, qui æqualis eſt ad verticem poſito NQL. Non eſt ergo MO æqnalis ipſi LN, nec maior; relinquatur ergo vt ſit minor, ac proinde conchois minus diſtat à recta AB in puncto M, quàm in L, ac deinceps eodem modo de reliquis, &c.

PROPOSITIO VIII.

Conchois, quæ non conuenit cum recta AB, conuenit cum qualibet alia rectà iuxta conchoíden, & rectam AB, ipſi AB quantumlibet proximá. &c.

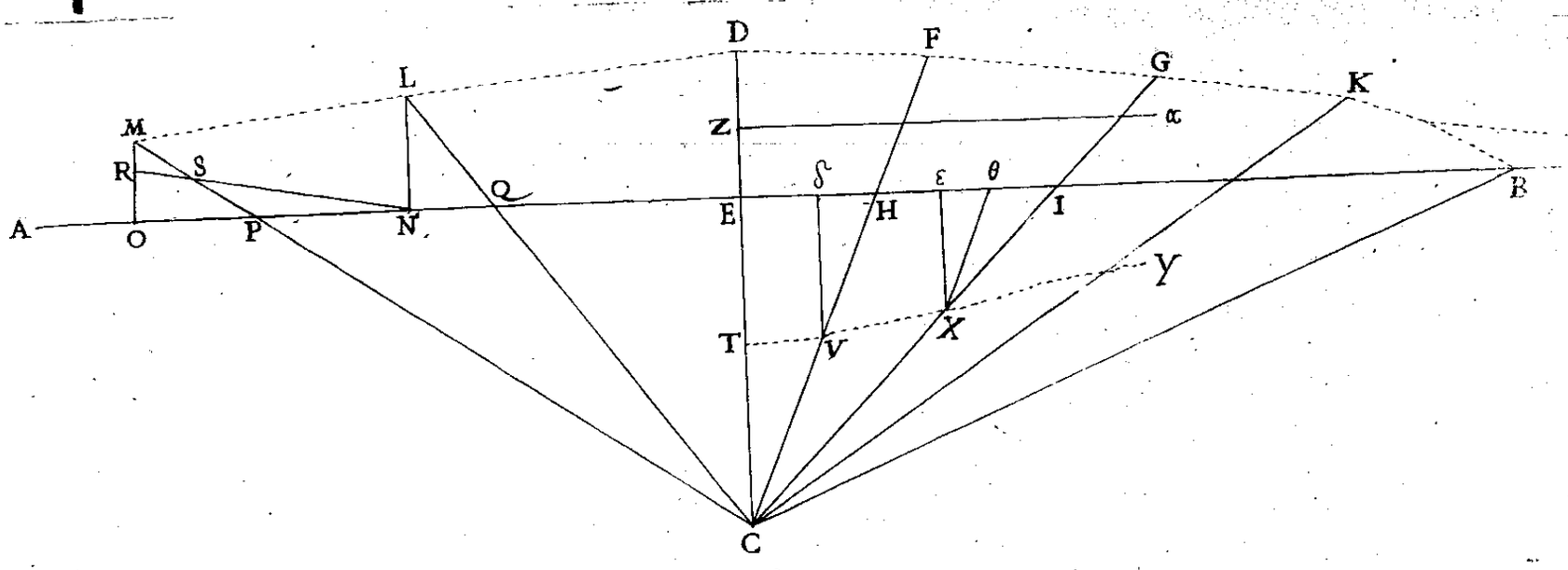
QVemadmodum de angulo contactus demonſtratur non poſſe vllam lineam infra tangentem duci, quæ circulum non ſecet, propterea quòd ſola tangens tangit circulum in vno puncto, nec in pluribus poteſt tangere, & quælibet infra tangentem cadit extra latitudinem anguli contactus, & in circulum incidit, & in duobus punctis circulum ſecat; ſic quoniam ſupra ſolam AB extare debent lineæ illæ, per quarum vertices incedit conchois, aliæ autem rectæ inter cõchoidem, & AB ductæ, ac productæ (ceu Zα) incidãt, neceſſe eſt in aliquẽ verticem eductarum à puncto C, & ſupra AB extantium, ac magis, magiſq; inclinatam, ideò incident in conchoídem ibi, vbi occurrent vertici alicui ſuperextantium &c. Atq; hæc geometricè phyſica quodammodo ſit ratio, ac fundamentum, quo niti debet purè geometrica demonſtratio.

Et quoniam nos aſymptotos quærimus, non autem coincidentes, quales ſunt in hac 8. propoſitione propoſitæ ſupra ipsã AB ductæ, ideò ſat nobis nũc eſto prędictã rationem phyſicam ſatis per ſe perſpicuam de noſtro attuliſſe. Si quis præterea geometricã Nicomedis demonſtrationem optet, videat extãtem apud Authores à nobis citatos in 6. prop. huius progym.

Videamus iam ecquid nobis quaſi auctarij loco ad Nicomedeam conchoiden; quatenus ad aſymptotos pertinet, occurrat.

PROPOSITIO IX.

Mixtam lineam geometricè ducere, cum qua fiant asymptoti qua cum conchili non sunt asymptoti.



FAcillima est propositorum inopinatorum asymptotωn effectio. nam si ex punctis vbi rectæ eductæ ex C secant ipsam AB, vt ex E,H, I, &c. abscindantur æquales ET, HV, IX, & lineá iungãtur pũcta T, V, X, &c. prodibit mixta quædam linea TY, cum qua, vt cum cõchili Nicomedis, erit asymptotos non solum recta AB, sed aliæ quæcumq; rectæ interductæ inter conchílem MDK, & inter AB, modò sint parallelæ ipsi AB, vt ipsa Zα. Atq; hac arte eæ, quæ non essent asymptoti cum conchoide Nicomedeà, vtin præced. propos. probatum est, fiunt asymptoti cum hac nostra mixta TY, quam hinc inde cis, & trans ipsam DC diducere poteris vt conchílem.

Quòd verò nũquam coincidat ipsa TY cum AB, eadem est ratio, & demonstratio à constructione, vt in 7. propos huius progym. Nam semper incedit per easdem mẽsuras linearum, magis quidem, ac magis semper inclinatarum, tamen semper infra, seu citra AB extantium. ex quo patet etiam demonstratio præsentis 9. propos. si enim TY coincidere nunquam potest cum ipsa AB, quæ propior est, multo minus coincidet ipsi Zα, quæ est remotior, ac vltra ipsam AB, ad quam ante accedat oportet ipsa TY, quám ad ipsam Zα, &c.

COROLLARIVM

Pro alijs etiam asymptotis.

PAri etiam ratione quæcumq; infra AB inter ipsam TY ducẽtur parallelæ ipsi AB, erunt quidem asymptoti cum conchili MDK, at verò cũ ipsa TY coincident. Rationes patent ex præcedentibus propositionum in hoc progym. demonstrationibus.

PROPOSITIO X.

Ipsa tamen TY semper magis, ac magis accedit ad suas asymptotos AB, Z, &c.

SIne qua proprietate nihil admirandi haberent vllæ lineæ, quæ sint asymptoti. Paucis autem propositionem geometricè demonstro, atq; aliter quã 7. præced. huius progym. propositionẽ. Demissis .n. perpendicularibus Vδ, Xε, quoniã in triangulis δVH, εXI anguli δ, ε recti sunt, ac æquales, est autem (spectato triangulo HCI) angulus δHV externus maior interno HIC, ergo ex 32 pr. reliquus δVH erit minor reliquo εXI. Fiat ergo per 23. pr. εXθ æqualis ipsi δVH.

Et quoniam in triangulo θXI latus XI opponitur angulo Xθ I, qui externus est, ac maior opposito interno XEθ, latus verò Xθ opponitur angulo I minori quàm θ, ex 32. pr. erit latus XI maius latere Xθ. Igitur quoniam in æquiangulis triangulis δVH, εXθ vt HV ad Vδ, ita θX ad Xε, & permutando vt θX ad HV, ita εX ad δV, est autẽ θX minor quàm IX, hoc est quàm HV (quæ est ipsi IX per constructionem æqualis) ergo & εX erit minor, quàm δV.

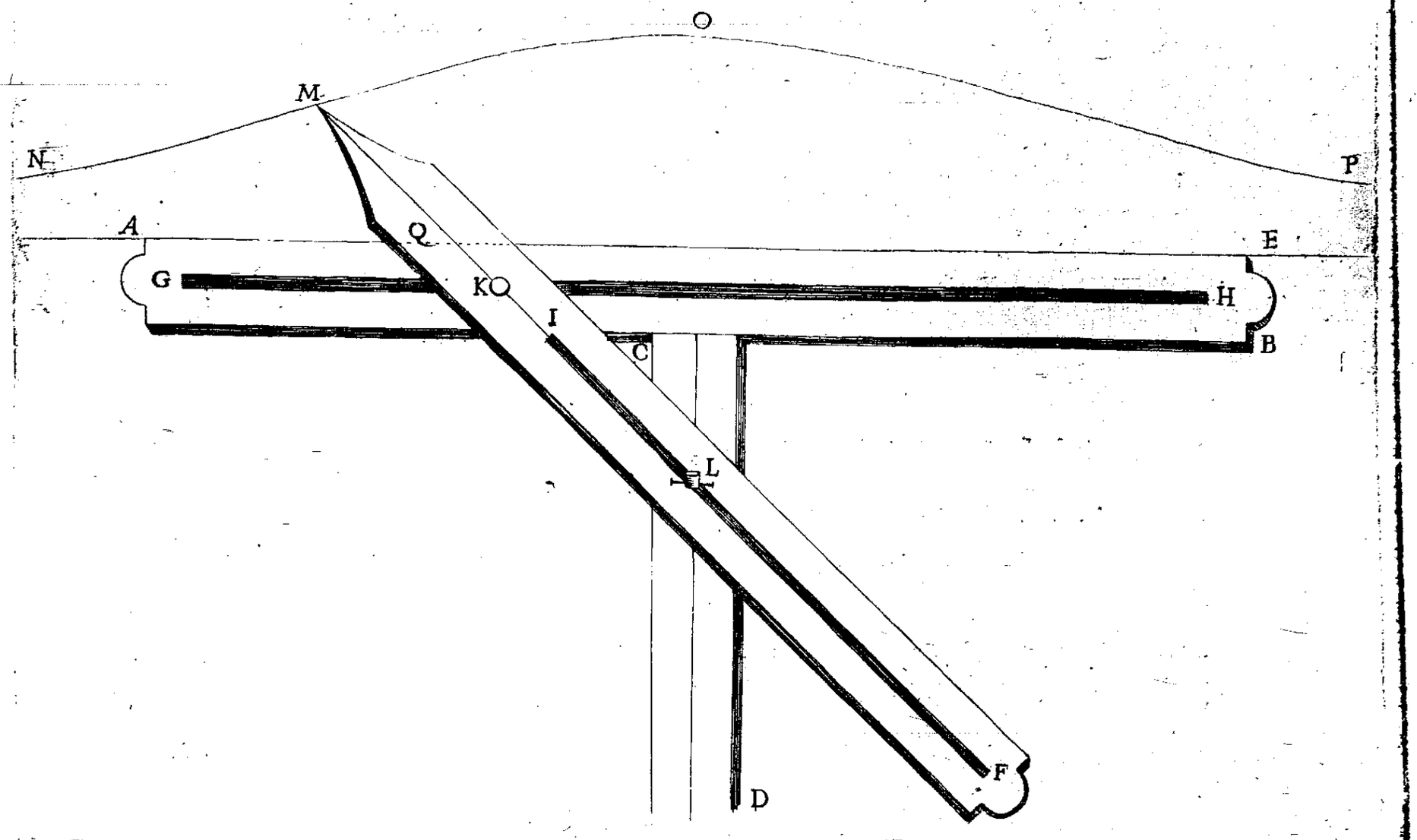
Atq; eodem modo de reliquis, semper descendendo, & ascendendo ad AB, ostendetur perpẽdiculares ductas à singulis punctis ipsius TY minores, ac minores esse, ac proinde TY semper accedere magis ad AB, licet per præ-

ced.

ced. propoſ. nunquam eam poſſit attingere. Quod verò ET etiam ipſa ſit maior quàm V♂ patet aduertenti animum ad triangulum ♂VH, in quo latus VH oppoſitum angulo recto ♂maius eſt latere V♂; eſt autem per conſtructionem ipſi ET ſecta æqualis ipſa VH, ergo V♂ minor eſt etiam quàm ET &c.

PROPOSITIO XI.

Aſymptoton, & conchoiden organicè deſcribere.



QVoniam iucundum, atq; vſui eſſe poteſt cum ad aliud magni momenti (vt inferius videbis in coroll. 2.) tũ in primis ad noſtrum negotium, cõchilem lineam deſcribere, quæ cum recta miraculum id aſymptoton conficiat, ac facillimum eſt inſtrumentum, lubet hîc & fabricam, & vſum inſtrumenti, & figuram ipſam (ob id, de quo inferius in coroll. 1.) vt eſt in græco Eutocij volumine proponere.

Duæ regulæ ſint AB, CD ad angulos rectos in C commiſſæ: ſit tranſuerſa regula MF: canaliculi duo, vnus quidem in regulâ AB ſit ipſe GH; in regula verò MF ſit ipſe IF. In lubito puncto regulæ CD, velut in L, ſit clauiculus fixus, parte latiore extante, ac leuiter premente tranſuerſam regulam MT ita, vt ope canaliculi IF poſſit deſcendere, aut aſcendere circa clauiculum L. In puncto verò K eiuſdem trãſuerſæ MF fixus ſit clauiculus, qui tranſmeare poſſit ſine aberratione per canaliculum GH. Deniq; ſi efficias vt in M ſit quî pingi poſſit, clauiculo K per GH ducto, ac IF circa polum L excurrente, ſignabitur conchois NMOP, quæ erit aſymptotos cũ rectà ductà AE.

Demonſtratio inſtrumenti, atq; operationis eſt, quæ in antec. propoſ. huius progym. Tranſuerſa enim regula MF eſt inſtar ductarum rectarum ex L ſupra rectam AE extantium æquali ſemper menſurà QM.

COROLLARIVM I.

Conchilis compoſita eſt è concaua, & conuexà verſus aſymptoton.

IDeò ex Eutocij græco codice figuram huc attuli, quia in eà apparet inopinatum quid, & paucis notum. Si enim attentè animaduertas conchois in receſſu, ac diuergentia à puncto medio O verſus extrema N, P vertitur è concaua in conuexam ad eaſdem partes, vbi aſymptotos eſt AE. Licebit id tibi, mi Lector, apertius

videre ſi rectam AE valde producas in vtrumq; extremum, tum ex L educas varias rectas extãtes ad eandem menſuram ſupta AE, ac vertices extantiũ iungas conchoíde, apparebit .n. etiam phyſicè ad ſenſum, verſus vtrumq; extremum N,P, conchilem verti in conuexam verſus aſymptoton, & quaſi alteram hyperbolen ſimulare, quæ iuncta ſit cõcauæ verſus O. Experire etiam ductà rectà, quæ extrema N, P iungat; cadet enim partim infra NOP, partim ſupra conchilem vltra N, P productam. Nihilominus tamen ſemper magis, ac magis accedet ad AE; quemadmodum conuexitas, & quaſi gibbus non obſtat hyperbolæ, quin magis, ac magis ex parte conuexà ſemper accedat ad rectam aſymptoton, vt videbis inferius in progymnaſmatibus ſequentibus.

Aſymptoti è rectà cũ compoſitâ ex cõcauâ, & conuexâ.

Itaq; iam prodidimus aſymptotos è rectâ non ſolùm cum conuexa, aut cum concauâ ſeorſim, ſed etiam ſimul cum compoſita è concauâ, & conuexâ.

COROLLARIVM II.

Duæ mediæ proportionales demonſtratiuè inuentæ videntur.

NIcomedes poſt geometricam, & mechanicam deſcriptionem conchoídis, & poſt problema demonſtratum de ducendâ rectâ à puncto dato, quæ duas rectas angulum continentes ita ſecet, vt eius pars inter eas rectas intercepta ſit æqualis datæ rectæ; vtitur deinde conchoidis deſcriptione ad inuentionem duarum mediarum proportionalium, eamq; duarum mediarum inuẽtionem acutiſſimè demonſtrat è ſuppoſita conchoidis rectâ deſcriptione. Quæ mediarum inuentio res maximi momenti eſt in Stereometria, & neceſſaria ad augenda, minuendaq; ſolida in data proportione. Circa inuentionem verò demonſtratiuam duarum mediarum porportionalium nõ minus deſudatum eſt à grauiſſimis Geometris antiquis, quàm circa circuli quadraturam, circa rectilinei anguli diuiſionem in quotlibet partes etiam imparis numeri, & ſi quæ alia ſunt talia in Geometria nondum perfectè demonſtrata.

Cæterum dum mechanicos antiquorum modos deſcribendarum quarumdam linearum, quarum ope duas medias inueniant, apud Eutocium extantes, & eorum inſtrumenta conſidero, præ cæteris hoc Nicomedis inſtrumentum ſimpliciſſimum, facillimum, & tutiſſimum viſum eſt, ac tale deniq;, vnde Geometris non minus conſtare poteſt rectè ductam eſſe conchoídem, quàm conſtat vel lineam rectam regulâ, vel lineam circularem circino eſſe ritè ductam. Quare cum è ductis mechanice rectis lineis, vel circularibus ope inſtrumentorum probè conflatorum Geometræ circa figuras cætera omnia demonſtratiuè concludant; cur etiam, ducta conchoide Nicomedis ex inſtrumento ritè compacto, & vſui non minus, quàm circinus accommodo, non liceat affirmare duarum mediarum proportionalium inuentionem è conchoíde procedentem eſſe demonſtratiuè peractam? Solertioribus ingenijs id attentius conſiderandum permitto.

Quare vides, mi Lector, quanti momenti corollarium ad te deferam, ſi tamen id admittendum cenſeas. Interim ſcire aueo cur non cenſeas, poſita paritate, quam prædixi.





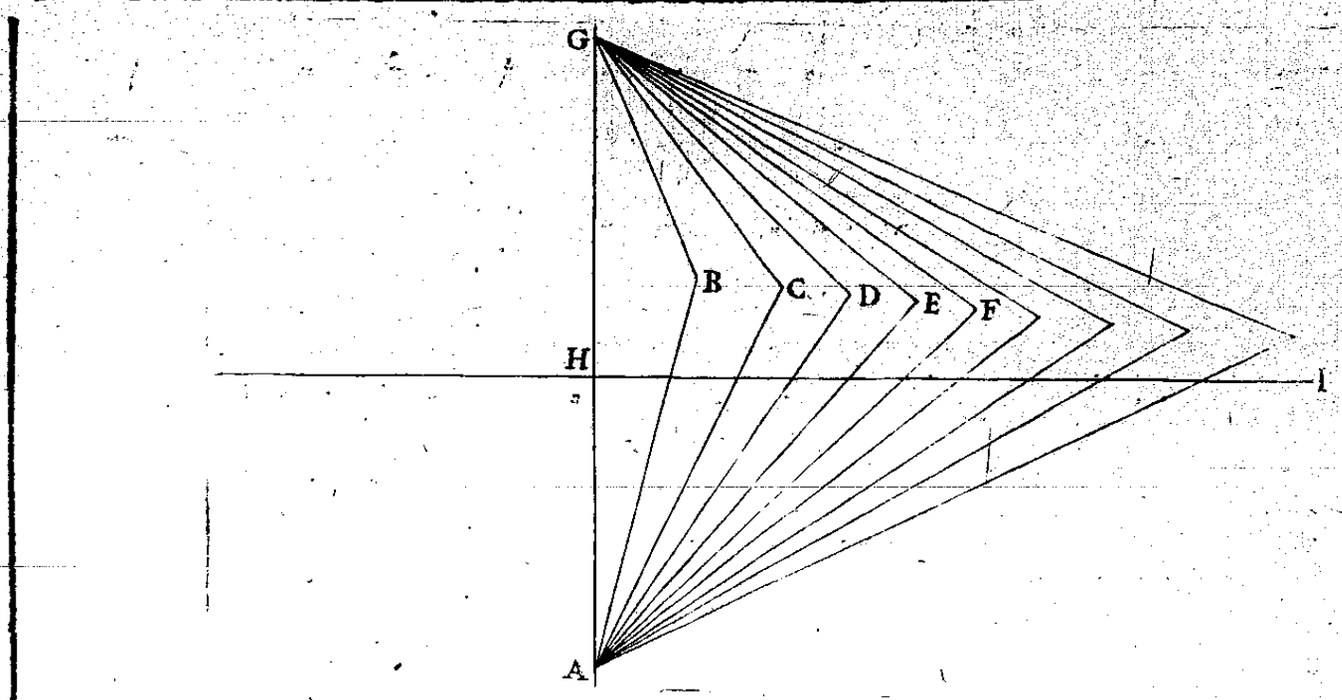
COROLLARIVM III.

Rectæ lineæ numero infinitæ, quarum aliæ ſemper magis quàm aliæ ad rectam quandam accedunt, nec eam tamen vnquam vlla earum poterit contingere.

PEr modum potius corollarij, quàm nouæ propoſitionis hîc pono aſymptotos quaſdam rectarũ ad rectam, quia ſine nouâ demonſtratione deducitur facilè veritas ex antecedentibus demonſtrationibus de conchili ad rectam aſymptoto. Igitur ſi fingas (in fig. ſeq.) ab A rectas eductas iuxta præſcripta de cõchoide, & ad vertices B, C, D, E, F, &c. (per quos deducenda eſſet cõchois) ſi rectas à pũcto aliquo ſuperiore, verbigratia à G deducas, earũ aliæ ſemper longiores magis accedent ad rectam HI, etiam ſi numero infinitæ ſemper longiores deducantur, & tamen eam nunquã contingent. Ratio eſt ab affectione cõchilis, cuius ductum rectæ illæ longiores conſequuntur, nec eam vnquam excedũt, conſequenter cum ea aſymptoto erunt & rectæ illæ omnes, etiam infinitæ, aſymptoti, &c.

Similia alia corollaria rectarum ad rectas aſymptotων deductarum ad ductum hyperpolę aſymptoti (de qua in ſequentibus progymnaſmatis) elici poterunt; quæ quia parùm habent nouæ inuentionis, aut admirationis, ideò tyronibus facilè excogitanda permittimus, ac nos interim hic omittimus.

SCHO-



SCHOLION I.

Vnde dicta conchois.

MIxtam eam lineam à Nicomede conchoiden appellatam arbitror à similitudine conchæ marinæ, quam refert figura Propos. 10. quæ figura conficitur è ductis pluribus rectis lineis à C, & è mixtâ MDK terminante, ac simulante quodammodo supremum conchæ labrum.

SCHOLION II.

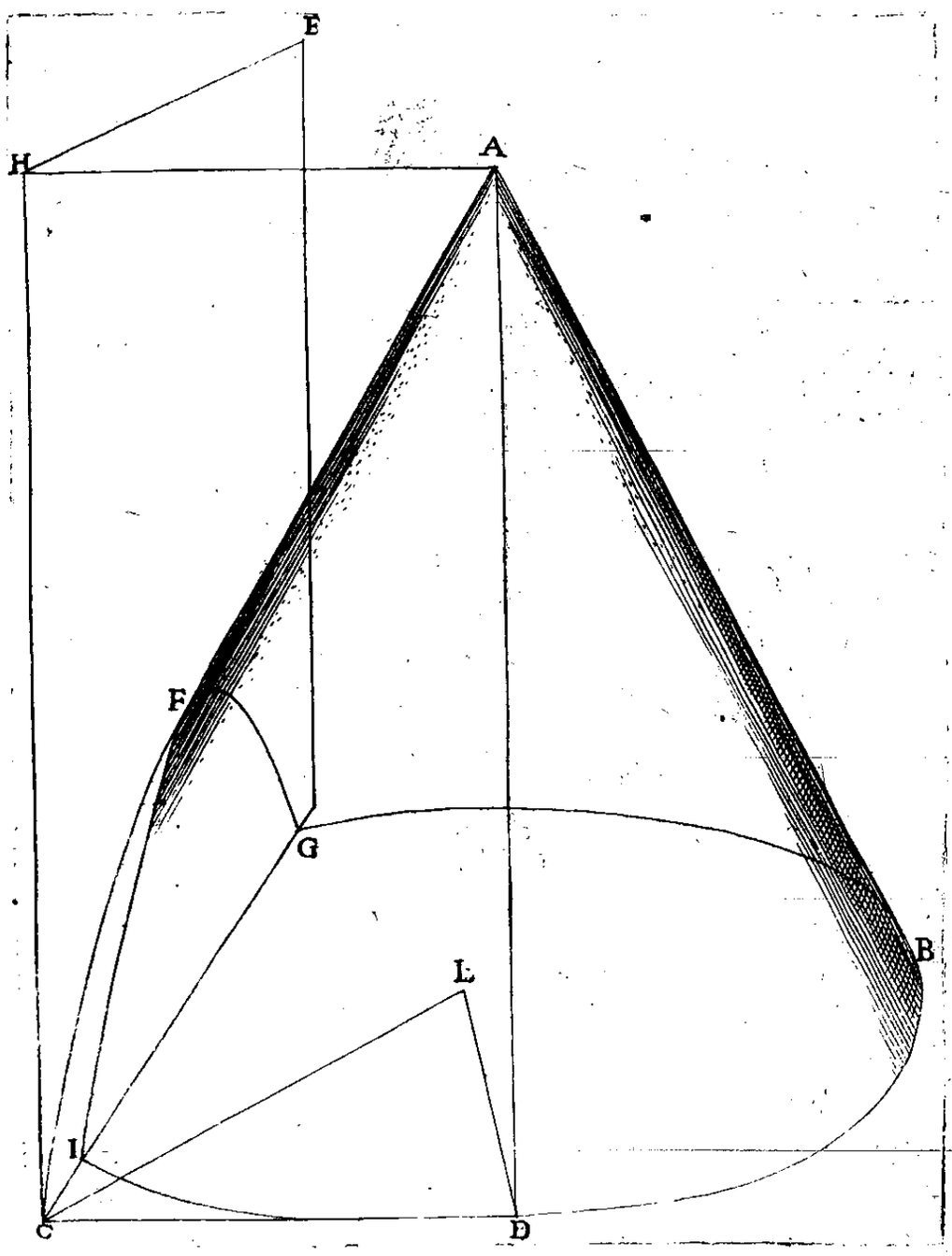
DE aliis conchilibus ad alias asymptotis vide infra in progymnasmate 4, de curuis ad curuas asymptotis, prop. 5.

PROGYMNASMA SECVNDVM.

De lineis rectà, & hyperbolicà in planà ſuperficie aſymptotis theoremata, & paradoxa cum Geometricà eruditione.

PROPOSITIO PRIMA.

Linea Hyperbolica rectam quandam nunquam attingit (etiam ſi ſemper propius accedat.)



DVO demonſtranda ſunt. Primum perpetuus acceſſus : Secundum nullus contactus. Poſſemus tamen ſine imminutione, imó cum acceſſione maioris admirationis, alterum duorum membrorum tanquam ab Aduerſario datum, aut ab Apollonio demonſtratum accipere, atq; ſupponere, vt tanto difficilior alterius appareret probatio; nempè dato ſine cõtrouerſia, & conceſſo ab ijs, qui aduerſari videtur, lineas eas ſemper magis, ac magis accedere, recipere nos tamen demonſtraturos fieri non poſſe vt ſeſe vnquam vſpiam contingant. Tamen vtrunque propoſitionis membrum hic etiam demonſtrabimus, ne ab hiſce noſtris ad aliena diuergere neceſſe habeas perfectam propoſitionis cognitionem aſſecuturus. Apollonius igitur lib. 2. Conic. propoſit. 1. & 14 vtramque propoſitionis partem doctè de more demonſtrauit. nos aliter, nec vno modo, & tyronum intelligentiæ accommodatius, nec à prioribus fermè ſex lib. Eucl. recedentes, propoſitionem noſtram demonſtrabimus.

Ordiamur ab ea propoſitionis parte, quæ negat contactum. Sit igitur conus ABD, cuius latus AD contigat planum CA, quod ſectum fingamus à baſe coni productà, eritq; ea ſectio recta linea CD per 3. vndec. Euclid. Deindè à plano CE ſecentur tum conus ABD æquidiſtanter axi, tum planum tangens CA, erunt in plano ſecante CE communes ſectiones plani ſecantis, & coni linea hyperbolica IFG, iuxta conicas poſitiones Eutocij ad 1. Conic. & 12. pri. Apollonij; erit verò linea recta HC communis ſectio planorum tangentis CA, & ſecantis CE, iuxta citatam 3. 11.

Iam dico curuam FI, & rectam HC in eodem plano CE ſi protrahantur in infinitum, etiam ſi ſemper magis, ac magis ad ſe ſe accedant, nunquã tamen coinciſuras. De non coincidentia ſic demonſtro. Coincidant .n. ſi fieri poteſt, exẽpli gratia, in puncto C. Quoniam Hyperbolica ſectio CFG eſt non ſolum in plano ſecante CE, ſed etiam in coni ſuperficie, per quam ſerpit, ergo punctum C, in quo per Aduerſariũ fit contactus hyperpolicæ FG, & rectæ HC, erit commune non ſolum plano ſecanti CE, ſiue rectæ HC, & plano tangenti CA, ſiue rectæ CD; ſed erit etiam commune baſi conicæ, quæ iuxta 7. diffinitionem apud Apollon. eſt circulus GBD. ergo recta DC eſt tangens in C circulum GBD. At per conſtructionem tangit etiam in D, ergo tangit circulum GBD in duobus punctis D, & C, quod eſt abſurdum, & contra Coroll. propoſit. 2. lib. 3. Euclid. Eademque erit demonſtratio in quocunque puncto lineæ HC ſiue ſupra C, ſiue productæ infra C; ſemper enim in rectà HC quodlibet punctum, ad quod dicatur coire hyperbola FI, erit non ſolum commune planis tangenti, & ſecanti, ſed etiam conicæ ſuperficiei, & per id punctum factà ſectione parallelà baſi conicæ, ſequetur idem abſurdum, quod ſupra.

Aliter.

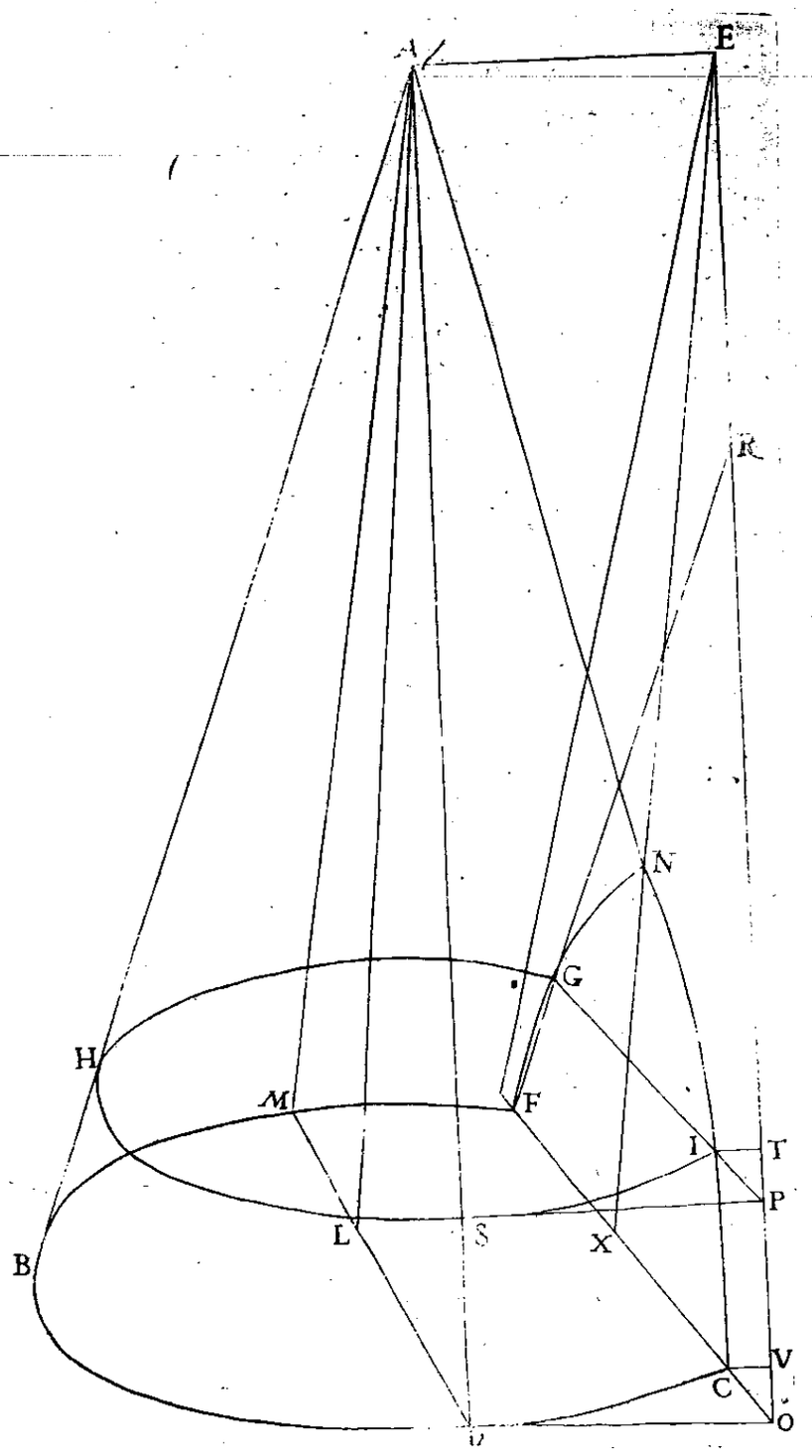
SI FI coincidit cum HC, exempli gratia, in C; educantur à centro L ad D, & ad C punctum coincidentiæ duæ rectæ LD, LC. Quoniam ergo, per prædicta, recta DC contingeret circulum GBD in C, ergo LC eſſet perpendicularis ad CD per 18 tertij, eodemq; modo LD educta ad punctum contactus in D, erit perpendicularis ad eandem CD. ergo ab eodem puncto ad eandem rectam plures, quàm vna, perpendiculares educi poſſent, quod eſt contra demonſtrationem Procli ad 17. primi Euclidis. Nam, ex diffinitione lineæ perpendicularis, anguli ad C, & ad D eſſent recti, & in triangulo LCD eſſent duo Anguli recti, contra 17. primi.

SCHOLION.

SI quis cauillator affirmaret DC eſſe ſecãtem, contradicet ſuppoſito conſtructionis; planum enim, in quo recta CD, eſt tangens; ac proinde (iuxta definitionem rectæ tangentis Circulum) nunquam, quantumuis producta, ſecabit circulum.

PROPOSITIO II.

Hyperbolica Linea ſemper magis, ac magis in infinitum accedit ad rectam (quam nunquam poteſt contingere.)



DEmonſtremus & alteram partem inſcriptionis factæ in 1. propoſitione, nempè de acceſſu aſymptoton. Igitur conus eſt ABC. Baſi FBC facta eſt ſectio parallela à plano parallelo traiecto per GHI. Duo etiam plana parallela ſint, alterum ſecãs conum per axem AL, & per 3. primi conicorum faciens triangulum ADM, alterum ſecans in N, & faciens in conica quidem ſuperficie communem ſectionem hyperbolam FNC, in plano verò tangẽte communem ſectionem lineam rectam EO, itemq; faciens planorum parallelorum ſecantium per CBF, IHG, ſectiones in rectas lineas parallelas (per 16. vndec.) GP, FO. Iungãtur extrema puncta F, & G rectà lineà, donec occurrat rectæ EO in R. Quod autem occurrat vide in Schol. 1. ſequenti. His peractis, dico hyperbolam NC ſemper magis, ac magis accedere ad rectam EO.

Quoniam enim plana parallela MAD, FEO, dum ſecant planum tangens DE, viciſſim etiam ab eo ſecantur, communes ſectiones AD, EO erunt parallelæ, per citatam 16 vndecimi; Item dum plana parallela tranſeuntia per GHI, & per FBC intelliguntur etiam ſecare planum tangens DE, & viciſſim ab eo ſecari, erunt communes ſectiones rectæ parallelæ SP, DO. Ergo in parallelogrammo DP latera oppoſita ſunt æqualia, per 34 primi. Porro in triangulis (vide ſchol. 1. ſequens) FRO, GRP rectæ RF, RO incidentes in parallelas GI, FO faciunt angulos internos externis æquales, per 29. pr. ergo æquiangula ſunt triangula, ergo per 4 ſexti, vt RF ad FO, ita RG ad GP; & permutando, per 16 quinti, vt RF ad RG, ita FO ad GP; at RF, vt totum, maior eſt ipsà RG vt parte, ergo & FO erit maior, quàm GP.

Cum igitur in eodem plano per conſtructionem, extra circulum CBF ſumptum ſit punctum O, & ab eo cadant in Circulum duæ OD, OF, quarum illa ex conſtructione tangens, hæc vero ſecans eſt, erit rectangulum ſub FOC æquale quadrato ex OD, per 36. Tert. Eodemq; modo erit & rectangulum ſub GP, PI æquale quadrato ex PS; at ipſæ SP, DO æquales inter ſe oſtenſæ ſunt, ergo per 1 axioma, & rectangula FOC, GPI erunt inter ſe ſe æqualia; ac præterea, per 14. ſexti, erunt latera, iuxta 6. definit. eiuſdem ſexti, reciproca, hoc eſt vt FO ad GP, ita IP ad CO; at FO demonſtrata eſt maior, quàm ipſa GP, ergo & IP erit maior, quàm CO, hoc eſt hyperbolica linea NIC in puncto C magis accedit ad aſymptoton EO, quàm in puncto I. Eodemq; modo deinceps demonſtrabitur de alijs punctis infra C, ſi NC, & EO vlterius producãtur, quòd ſemper magis accedent ad aſymptoton, quàm puncta ſuperiora.

SCHOLION I.

Ad firmamentum Demonſtrationis de acceſſu hyperboles ad aſymptoton.

QVod FR occurrat ipſi OE patet ex demonſtratis in propoſitione 2 antecedenti. Nam iuxta definitiones 16. & 18 apud Apollonium, axis EX æquidiſtãtes, ſiue ordinatim applicatas FG, GI ſecat ad rectos angulos. ergo angulus FXE rectus eſt, ergo XFR erit minor recto, ex 32. pri. Eſt autem angulus XOE & ipſe minor recto propter planum DE inclinatum ad axem coni, ergo per vndecimum axioma concurrent FR, OE.

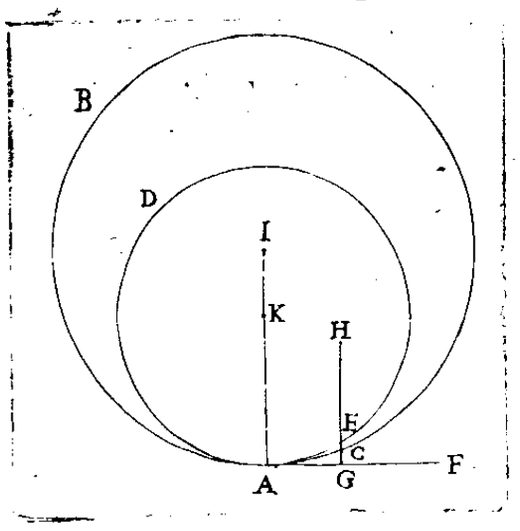
SCHOLION II.

In quo altera, & facillima demonſtratio exponitur de acceſſu hyperboles ad aſymptoton.

LVbet etiam facillimum hìc alterum modum demonſtrandi 2 præced. prop. proponere, atq; exponere accommodatiſſimum figuræ præcedentis propoſitionis ſecundæ, & ex parte dependentem ex demonſtratione eiuſdem propoſitionis. Atq; in primis præmitto hoc —

— LEMMA.

Circulis inæqualibus intus ſe tangentibus, ſi ad punctum contactùs recta linea tangẽs ducatur, atq; ab ea extra punctum contactùs demittatur perpendicularis vtrunq; circulum ſecans, erit ſecantis pars intercepta inter rectam tangentem, & inter peripheriam circuli maioris minor, intercepta verò inter tangẽtem, & circulũ minorem erit maior.



INæquales circuli maior ABC, minor ADE tangant ſe intus in A, & ad punctũ contactùs A ducatur tangens AF, atque extra A, vt ex G, demittatur perpẽdicularis GH ſecans vtrumq; circulum; dico partem ſecantis interceptam inter tangentem, & inter peripheriam maioris circuli, hoc eſt GC eſſe minorem, quam GE interceptam inter AF, & inter peripheriam circuli minoris AED.

Ducta enim à puncto contactùs ſemidiametro AI circuli maioris ABC, & in eá ſumptá ſemidiametro minore AK minoris circuli ADE; quoniam interuallo KA deſcriptus minor circulus maiorem tangens in A, totus cadit intra maiorem, per ſchol. ad 13. Tertij elem. Eucl ideò peripheria AED rectam GH neceſſariò ſecat infra C, vt in E, ac proinde ipſa GE, vt totum, eſt maior parte GC. Circulis ergo inęqualibus intus ſe tangentibus, ſi ad punctum &c.

Quod Lemma demonſtratum facillimæ applicationis eſt ad demonſtrandum in figura præc. prop. 2. ipſam IP longiorem eſſe, quàm CO. Quoniã enim circuli GHSI, & FBDC ſunt circuli inæquales, & ex demonſtratione præcedentis ſecundę propoſitionis, in parallelogrãmo ODSP æqualia ſunt oppoſita duo latera, ſeu tãgentes SP, DO, & ab earum extremis P, & O demiſſæ ſunt ſecantes PG, OF, erit per prędẽs lemma intercepta PI inter tangẽtem SP, & peripheriam minoris circuli ISHG maior, quàm OC intercepta inter tangentem DO, & inter peripheriam maioris circuli CDBF.

Quod ſi dicas circulos CDBF, ISHG non ſe tangere iuxta lemma præmiſſum, reſpondeo pro eodem eſſe, ac ſi ſe tangerent, & S eſſet in puncto D, licet S diſtet à D, modo DO, SP ſint æquales, iuxta demonſtrata in 2. huius; ac propterea valere demonſtrationem iuxta lemma.

Si prætereà obijcias PG, OF non eſſe perpẽdiculares iuxta lemma, quia OE inclinata eſt ad dorſum Coni, & facit angulos EPG, EOF acutos. Reſpondeo ipſas PG, OF eſſe perpendiculares ad tangentes SP, DO, quod pertinet ad inſtitutum noſtrum, iuxtà præmiſſum lemma, licet non ſint perpendiculares ad ipſam EO. Eſt OF parallela diametro DM, quæ facit angulum rectum in D cum ipsà DO. Similiter & PG reſpectu diametri circùli minoris.

SCHOLION III.

In quo alię apud nos demonſtrationes prędecessoris 2 propoſitionis.

ALiter denique demonſtratũ acceſſum aſymptoton vide inferius in progymnaſmatis, vbi de aſymptotis in ſuperficie conica.

SCHOLION IV.

Circa veram menſuram diſtantię ſectionis ab aſymptoto. Et pro Apollonio.

APollonius ſanè lib. 2 Conic. propoſ. 14. diſtãtiam ſectionis NC ab aſymptoto EO mẽſus eſt, vt nos hactenus, ex lineis IP, CO. Quę tamen menſura diſſonat à Canonicis Legibus Geometrię, quę metitur aiſtantias certà menſurà, ideſt ſola linea perpendiculari, quę vnica tantum, breuiſſima, & certa eſt inter quantitates ab ſeſe diſſitas,

Canonica menſura per ſolas lineas perpendiculares.

ex

ex Coroll. 19. Pri. Mensuræ autem per alias lineas non penpendiculares incertæ sunt, quia plures non perpendiculares duci possunt inter duas quantitates, vt vulgatum est apud Geometras. At IP, CO non sunt perpendiculares, propter planum DE inclinatũ, & faciens angulos COE, IPE acutos, &c.

Pro. Apollonio excusatio prima.

Cur autem Apollonius visus est demonstrationem non per perpendiculares instituisse? An excusandus, quòd eximius Geometra tyronibus non scribebat, ac videbat facilè posse demonstrari hac ratione, quam nos nunc subijcimus?

A punctis I, & C educantur IT, CV perpendiculares ad ipsam EO. Quoniam GP, FO parallelæ sunt per constructionem, ergo cadente in ipsas rectà EO, erunt anguli COE internus, & IPE externus æquales, per 28. pri. Item anguli ITP, CVO æquales ad perpendiculares IT, CV; ergo duo triangula TIP, VCO, sunt æquiangula, ergo vt PI ad IT, ita OC ad CV, & vicissim, per 16. quinti, vt PI ad OC, ita IT ad CV; at IP demonstrata est maior, quam CO, ergo & IT erit maior, quàm CV. &c.

Verùm, vt verum fatear tibi, mi Lector, hactenus in hoc 4 scholio indulsimus dubitationi tyronicæ, nunc euoluamus arcanum, quod certò arbitror nõ latuisse mentem magni Geometræ Apollonij, idquè prudens prospexeris in extrema responsione nostra in fine præcedentis scholij 2. Ibi enim ostensum est ipsas PG, OF esse perpẽdiculares, licet non ad inclinatam OE, tamen ad tangentes SP, DO, ergo recta sunt mensura distantiæ asymptoti EO ab hyperbolica NC. distãtia enim plani tangentis DE, & linearum secundùm longitudinem eiusdem plani, qualis est linea OE, sumenda est à rectis, prout demissæ sunt à lineis latitudinis plani, quales sunt lineæ SP, DO. Cum ergo punctum P sit commune ipsis SP, PE, & punctum O ipsis DO, OE, rectè distantia ipsius OE ab hyperbolica NC in ijs pũctis sumpta esß per ipsas PI, OC tamquam perpendiculares iuxta dicta. rectè igitur Apollonius easdem distantias vsurpauit, & nos cum illo.

Pro Apollon. excus. 2.

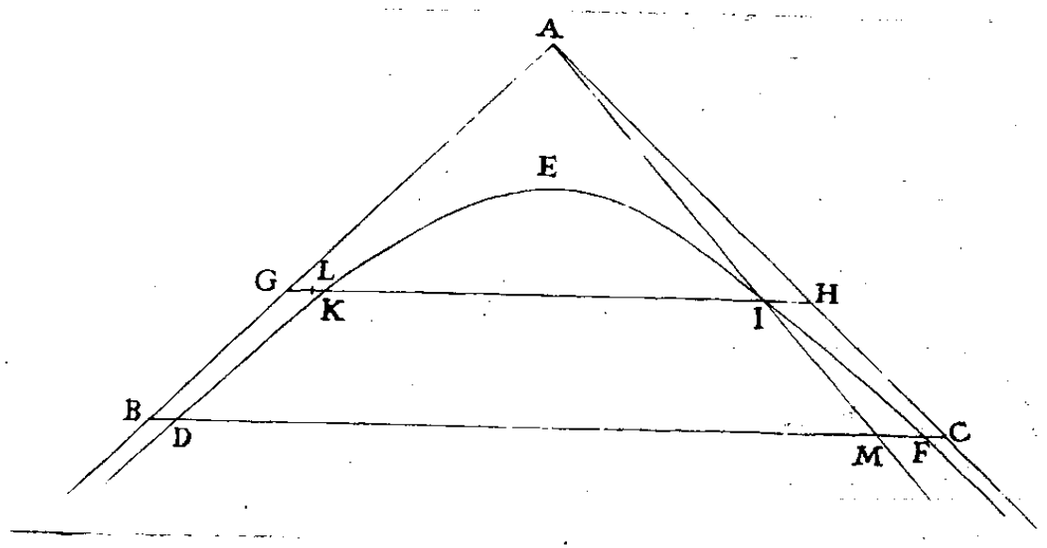
SCHOLION V.

De plusquam 360 asymptotis apud nos.

SPecimen habes plurium quam 360 asymptotων rectarum ad hyperbolas in plano nostri horarij vniuersalis, in quo filum perpendiculi ad singulas solis declinationes deductum cum suis hyperbolis exhibet miraculum hoc geometricum etiam mechanicè. Vide ibi in nostris Gnomonicis.

PROPOSITIO III.

Asymptotos, & Hyperbola in concursu peruenìunt ad interuallum minus quolibet interuallo dato.



HIc etiam non parum nobis laborandum fuit, vt hanc propositionem è solo Euclide, ac sine vlla necessitate recurrendi ad Apollonium, demonstraremus.

Sint asymptoti (in plana superficie iuxta morem Apollonij) AB, AC, hyperbola DEF, ordinatim applicata, & ad asymptotων vtranq; producta GH. Iungatur AI. Datum autem interuallum si sit vel maius, vel æquale interuallo GK, patet ex antecedenti nostra propositione, interuallũ quodlibet inferius, vt BD, inter asymptoton, & hyperbolam esse minus dato GK; at si datum interuallum sit minus, quam GK, sumatur GL æquale interuallo dato, fiatquè per 10. sexti, vt GL ad GK, ita AI ad AM, & per M ducatur ipsi GH parallela BC.

Cadet autem AI producta citra F in M, quoniam per conuersum axiomatis 13. rectæ IA, HA,

HA, quæ conueniunt in A, & faciunt cum IH angulos internos AIH, IHA minores duobus rectis, contraria ratione faciunt angulos MIH, IHC maiores duobus rectis, ex 13.pri. & semper magis dilatantur versus M, & C. ergo MC maior erit, quàm IH; at IH maior est, quàm FC, ex præcedenti 2 nostra propositione de asymptotis, ergo MC multo maior erit, quàm FC, ac proinde punctum M recedit, & cadit citra F.

Iam in æquiangulis triangulis ABM, AGI ex 4 sexti, vt AM ad MB, ita AI ad IG, & vicissim vt AM ad AI, ita BM ad GI, ergo GI minor est, quam BM; at BF est maior quam BM, ergo, ex 8 quinti, GI ad BF minorem habet proportionem, quàm BM. Sed vt BM ad GI (hoc est vt AM ad AI) ita, per constructionem, GK ad GL, & per præcedentem nostram 2 prop. vt BF ad GI, ita GK ad BD, ergo BD, ex eadem 8 quinti, habebit & ipsa minorem proportionem ad GK, quam GL, hoc est ipsa etiã BD minor est, quam GL, ex 10. quinti; ergo ED accessit ad spatium minus dato, &c. & sic deinceps demonstrabitur semper inferius descendendo, & protrahendo ipsas AB, ED. Vide & Eutoc. ad 14 prop. lib. 2. Conic.

SCHOLION I.

VEras autem, ac certas mensuras quantitatum BD, GL metiere, vt demonstratum est Schol. 4. ad secundam propositionem huius progymnasmatis.

SCHOLION II.

In quo nonnulla ampliatio 8, & 10 propositionum libri quinti Euclid.

IN demonstratione citauimus 8, & 10 quinti non tam directè, quam obliquè, apposita propositione ex. *Nos enim non tam ijs propositionibus vtimur, quam ex ijs deducimus vim nostræ demonstrationis. Vulgatus modus probandi ex 10 propositione alteram duarum magnitudinum esse minorem, est quia tertia quæpiam magnitudo ad alteram duarum maiorẽ habet proportionem.*

At nos ex priore parte eius propositionis, quæ sic habet. Ad eandem magnitudinem rationem habentium, quæ maiorem rationem habet illa maior est, *sic inferimus: ergo duarũ, quæ ad eandem minorem habet proportionem, minor est. Cum ergo ad GK ipsa BD minorem proportionem habeat, ex demonstratis, quàm ipsa GL ad eandem GK, rectè intulimus ex 10 propos. ipsam BD minorem esse ipsa GL.*

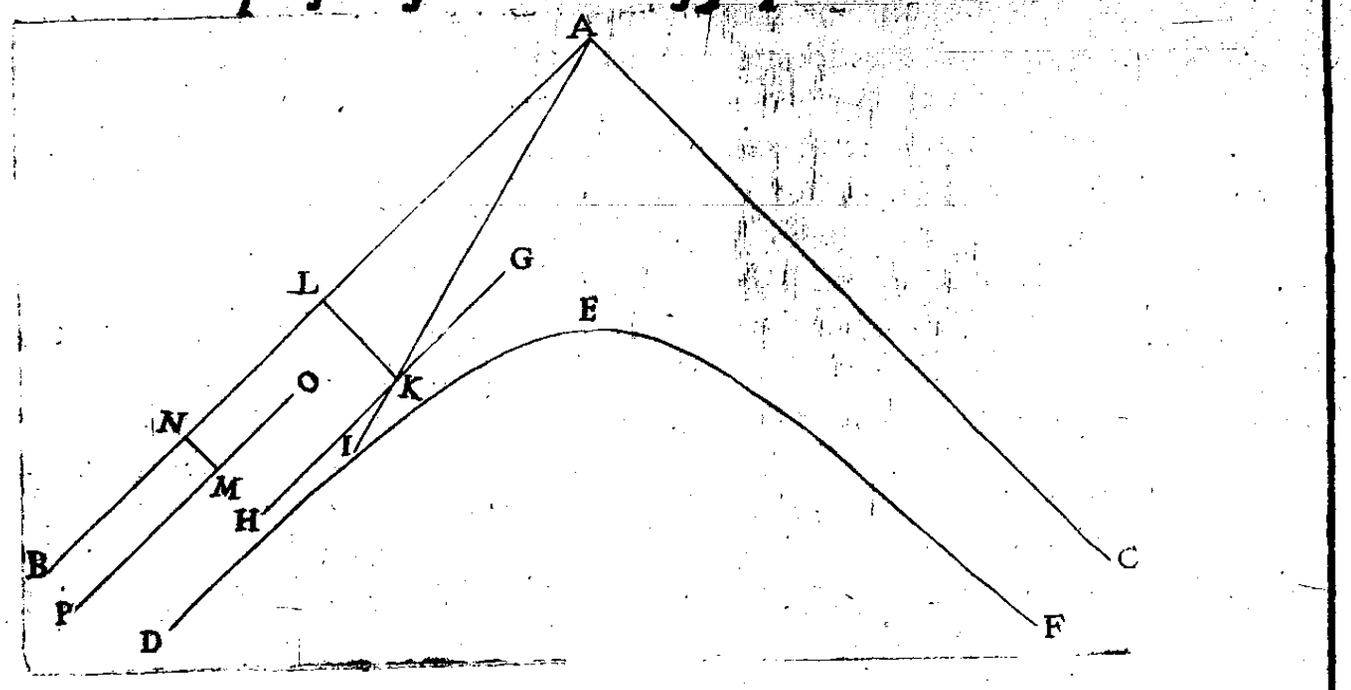
Quare 8 sit Euclid. propositio lib. 5. Inæqualium, &c. *sit ex ea & nostra illata hæc propositio:* inæqualium magnitudinum minor ad eandem minorem rationem habet. & eadem ad maiorem minorem rationem habet, quam ad minorem.

Sit Euclid. 10. eiusdem libri, siue conuersa 8. Ad eandem magnitudinem &c.

Sit & ex ea nostra conuersa: Ad eandem magnitudinem rationem habẽtium quæ minorem rationem habet, illa minor est. *Res, præter demonstrationes geometricas ex Euclide, facilè patet etiam in numeris. Tu te experire, lector: nos interim ad se aduocat* —

PROPOSITIO IV.

Hyperbola non eſt aſymptotos cum qualibet rectà parallela ipſi aſymptoto, quæ ſit infra eandem aſymptoton.



QVarta propoſitio progymnaſmatis antecedentis, quæ fuit de recta, hic 4 eſt de hyperbolà, & aliter demonſtranda, & pluribus ad eruditionẽ de aſymptotis explicanda. Sint ergo aſymptoti AB, AC, Hyperbola DEF, lineæ altera HG ipſi aſymptoto AB parallela, altera AI diuidens angulum BAC ex aſymptotis factum, ambæ progredientes infra aſymptoton AB; dico Hyperbolam ED conuenturam cum GH, & cum AI ſi producantur, ac pariter cum qualibet alia infra AB progrediente. Sit KL diſtantia communis ipſarum GH, AI ab aſymptoto AB, & ſumatur MN ſpatium minus ipſo KL, ac ducatur per M ipſa OP parallela aſymptoto, vel alia diuidens angulum A. Quoniam igitur per præcedẽtem 3 noſtram demonſtrationem Hyperbola ED producta accedit ad ſpatium minus quolibet ſpatio dato, accedet ad ipſam OP diſtantem per ſpatiũ minus dato ſpatio KL, ergo neceſſe eſt prius tranſeat per ipſas AI, GH productas, ac proinde cum ijs concurrat, quod erat demonſtrandum, & pariter de alijs infra aſymptoton demonſtrabitur.

SCHOLION I.

In quo diluitur erudita, & paradoxica obiectio.

Paralogiſmus Briſonis de quadraturâ circuli.

DEmonſtratio huius 4 propoſitionis videtur incidere in paralogiſmum Briſonis circa circuli quadraturam. Quadratum inſcriptum circulo minus eſt Circulo, circumſcriptum circulo maius eſt circulo, ergo quadratum medium inter extrema erit æquale circulo. neque enim fieri poteſt progreſſio à maiori ad minus, ab extremo ad extremum, quin incidatur in medium, ac æquale.

Pari ratione tu vis hyperbolicam lineam, ex eo quod coincidat remotiori, atque extremæ, coincidere etiam, ac prius, intermediæ ac viciniori. Hæ autem argumẽtationes in Geometria falſitatis arguuntur. Nam & in angulo contactus fit tranſitus ab angulo minori quolibet acuto immediatè ad maiore quolibet acuto, nec itur per æqualem; item in angulo ſegmenti ſemicirculi, & minoris ſemicirculo fit tranſitus ab angulo, qui minor eſt recto immediatè ad angulum ſegmenti maioris ſemicirculo, qui angulus eſt maior recto; nec medius vllus angulus æqualis recto attingitur. Vide nos in progymnaſmate de paradoxis angulorum, & ad eas Euclidis propoſitiones libro 3.

Reſpondeo: Aliud eſt aſſerere in terminis, atq; in extremis immediatè ſe cõtingentibus, inter quæ nullum intermediat ſpatium, fieri neceſſario tranſitum ſine medio, qualia exempla ſunt, quæ attuliſti de angulo contactus, & ſemicirculi; aliud verò eſt loqui de terminis, aque extremis, inter quæ ſpatium medium eſt, quale noſtrum exemplum eſt, in quo inter hyperbolam ED, & rectam OP intermediat ſpatium reale, in quo productæ ſunt AI, GH; in hoc enim noſtro caſu valet argumentatio: non poteſt ire Hyperbola ED à ſuo termino, atq; ab extremo, vbi ipſa eſt, ad terminum OP, quin tranſeat per ſpatium reale intermedium, & per rectas ductas per medium id ſpatij, quod verè eſt. Quia ergo non eſt medium inter angulos illos, ideò itur ad extrema ſine medio, at inter noſtros terminos quia eſt medium, non itur quin per medium, & per intermedias lineas. Conſtat igitur demonſtratio.

Quod autem pertinet ad Briſonem, ille circa ſuum caſum non errabat in argumentatione, quia inter quadratum inſcriptum, & inter quadratum

circum-

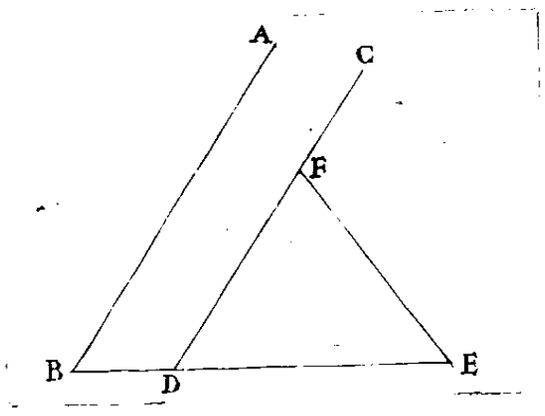
circumscriptum circulo erat vere spatium; sed errabat in applicatione ad medium, quia inter duo illa quadrata circa, & intra circulum multa intermedia fingi poterant quadrata, & non poterat demonstrare illud, quod ipse finxerat, esse id ex intermedijs quadratis, quod esset æquale circulo. Hoc enim est versari (vt ait Arist. de Brisone) circa nimis vniuersalia, & non descendere, atque applicare ad particulare, in cuius probatione vis erat demonstrationis. Errabat Brison bis in genere, tum quia eius argumentatio genericè loquendo non valet in geometricis, vt dictum est, (etiam si in eius casu peculiari valeret) tũ quia non probabat de suo peculiari quadrato medio, quod finxerat.

SCHOLION II.

In quo paradoxicus nodus geometricus contra propositionem 4 antecedentem proponitur.

Linea vni parallelarum occurrens, alteri etiam parallelarum, si producatur, occurrit.

SI *ipsa ED concurrere potest cum ipsis GH, vel OP parallelis ipsi AB, cur non potest occurrere eidem AB? nam* linea vni parallelarum occurrens, alteri etiam parallelarum, si producatur, occurrit. *Quod sic demonstro.*



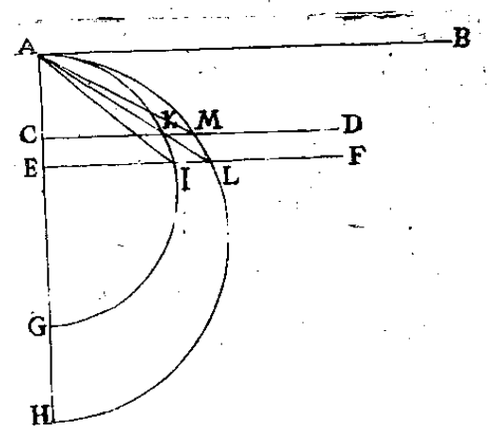
Sint parallelæ AB, CD, & tertia EF, quæ occurrat ipsi DC; dico, si producatur, occursuram etiam ipsi AB.

Ducatur enim BE cadens in parallelas, & in ipsam EF. Quoniam ipsa EF occurrit ipsi CD in F, & iuncta est DE, factumque est triangulum DFE, cuius anguli tres simul sumpti, ex 32. pri. æquales sunt duobus rectis, ergo duo anguli FDE, FED minores erũt duobus rectis. Rursus quoniam in duas parallelas AB, CD, cadit tertia EB, faciet externum angulum FDE æqualem interno, & opposito, & ad easdem partes, nempè ipsi ABE; ergo & duo anguli ABE, FEB erunt minores duobus rectis; ac proindè, per 13 pronuntiatum, ipsæ BA, EF si producantur ad eas partes, ad quas faciunt cum tertia incidente duos angulos minores duobus rectis, sibi mutuo incident.

Eademque erit demonstratio de quibuslibet parallelis, quarum vni tertia incidẽs, si producatur, alijs quibuslibet parallelis occurret; quod erat demonstrandũ. Pari ergo demonstratione patet ipsam ED, quæ occurrit ipsis GH, OP, atq; alijs quibusq; propioribus, ac parallelis ipsi AB, occursuram etiam, si producatur, eidem AB. Nam semper accedit eodem modo non solum ad parallelas infra BA, sed etiã semper accedit ẽt ad ipsam BA, ex propositione 2 antecedenti; ex eo autem accessu occurrit reliquis parallelis infra BA, per 4 anteced. cur ergo non ex eodem accessu occurret etiam ipsi parallelæ AB?

SCHOLION III.

In quo nodi præcedentis solutio, & corollaria asymptotum miraculis in angulo contactus latentibus.



Sint parallelæ AB, CD, EF; sint semicirculi AIG, AMH eccentrici se se contingentes in A, & eorum centra iungat ipsa AH. Quæro ex te, ò qui præcedens lemma in nos construxisti, ac demonstrasti, quæro cur GIA secet parallelas EF, CD in I, & K, non secet autem & tertiam parallelam AB, sed tantum tangat in A? Idem quæro de HLA magis accedente, atque angulum contactus imminuente, ac secante in L, M, nõ secante autem ipsam AB. An non ideò id fit, quia priores duæ parallelæ EF, CD secantes sunt, tertia autem AB est tangens? Implicat autem ex definitione tãgentis, in 3. lib. & ex Coroll. prõp. 2. eiusdem lib. tangentem in pluribus, quàm in vno puncto, ipsi circulo occurrere.

Conus est aggeratio circulorum à minimo in vertice ad maximum in basi.

Idem accidere existimato in hyperbola per conum serpente. est enim conus aggeratio circulorum à minimo, qui est in vertice, ad maiores, ac maiores versus basim excrescentium. sectio autem hyperpolica serpit per sectiones circularum, vt per IL, KM, &c. Quare cum infra AB, (quæ representat planum tangens, in quo est asymptotos) reliquæ parallelæ ED, EF, siue non parallelæ AM, AL, AI, quæ representant plana circulos coni secantia, in quibus illæ sunt; cum, inquam, infra AB reliquæ sint secantes, non est mirum si à Circulis, siue ab hyperbola per circulos serpente secentur, non secetur autem AB, quæ illa tangens est. Cæterum expressius fortasse, ac

aptius nodo soluendo sunt ea, quæ in 1 progymn. de asymptotis demonstrauimus, vbi duas rectas alteram tangentem, alteram secantem, atq; inter se concurrentes, & nunquam sibi occurrentes exposuimus.

Limitatio lemmatis scholij præced.

Interim hìc videas licet lemma scholij præcedentis limitandum esse, vt dicatur: Linea, quæ aliquas parallelarum secat, non necesse est omnes reliquas parallelas secet, nisi omnes eiusdem sint conditionis. potest autem vna (vt hìc suprema AB) esse quidem parallela, sed in plano tangente, seu communis esse sectio plani secantis, & alterius plani tangentis; reliquæ verò parallelæ possunt esse in planis tantum secantibus, ideo ex dictis poterit linea hyperbolica (aut etiam recta, vt demonstratum est in citato 1 progymn.) secare aliquas parallelas, & non secare vnam aliquam, &c.

Linea potest secare aliquas parallelarum, & nõ reliquas &c.

6 Asymptoti ad angulo contactus.

1. Hinc videas licet asymptoton miracula originem ducere ab angulo contactus. nam vt hyperbola non potest secare, aut tangere asymptoton, sic nullus circulorum, & nulla linea per circulos serpens potest secare lineam circulos tangentem. Vt hyperbola semper magis ad asymptoton, sic circuli maiores semper magis accedũt ad tangentem. Sectio, & asymptotos perueniunt ad spatium quolibet minus: angulus etiam contactus in infinitum minuitur (vt & augetur) & quolibet minimo acuto angulo minor semper est. Denique infra asymptoton quecumque recta ducatur non potest non occurrere hyperbolæ, si producatur; pariter inter tangẽtem, & circulum non potest duci recta, quæ non secet circulos, &c. Ex his ergo, quæ angulo contactùs accidunt, demonstrari, ac patère possunt ea, quæ accidunt hyperbolæ, atque asymptotis, ceu nos ex parte demonstrauimus, præsertim in prima propositione.

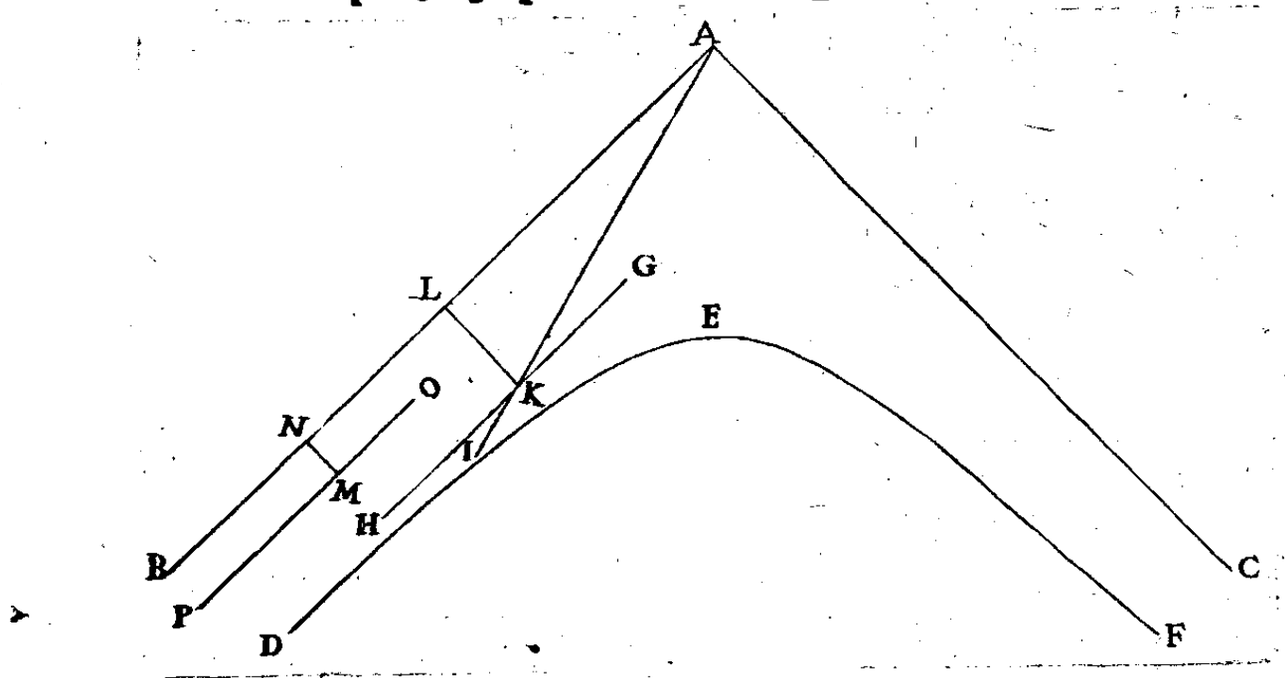
Ex 3. lib. Eucl. demõstrationes pro conicis, conoidibus, cylindro, sphæra.

2. Videas etiã ex lib. 3. Euclid. deduci posse vn de propositiones etiam reconditiores demonstrentur in conicis, & conoidibus, in cylindro, & sphæra; quibus in argumentis tanta cum eruditione, ac laude versati sũt Apollonius, & Archimedes. Cum enim & conus, & cylindrus, & sphæra sólida sint quodãmodo compacta ex circulis; dubium non est plurimas eorum passiones pẽdere à circuli proprietatibus, quarum præcipuæ in lib. 3 ab Euclide demonstrantur. Imò quacunque Euclides de circulo demonstrat, omnia de cylindro (proportione) possent demonstrari, acceptis planis pro lineis, & cylindro pro pluribus circulis circa eundem axem contiguis, siue continuis. Sed hæc solertioribus ingenijs excudenda permittimus, nos interim circa elementa, & tyrocinia mathematica versabimur.

Quæ demonstrat Euclides lib. 3. de circulo demõstrari possunt ex eo de cylindro.

PROPOSITIO V.

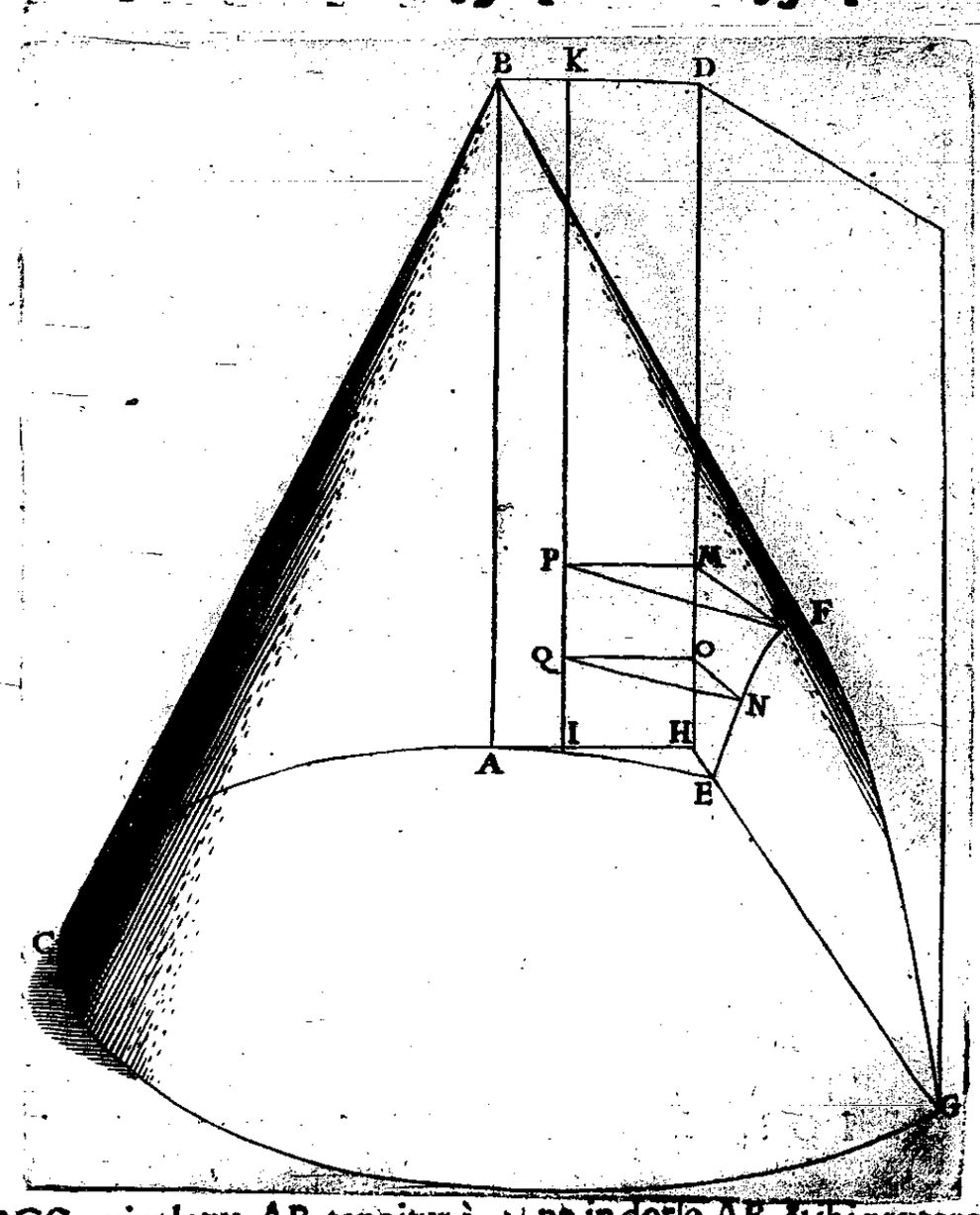
Hyperbola est asymptotos cum qualibet rectà parallela ipsi asymptoto, quæ sit supra eandem asymptoton.



PAtet ex dictis in antecedenti propositione 4. Nam si ED non potest pertingere ad AB, multò minus pertinget ad aliam quamlibet supra, & vltra AB, siue sit parallela, siue angulum faciat ad A.

PROPOSITIO VI.

Hyperbola, quæ non eſt aſymptotos cum parallelis infra aſymptoton, cum parallelis citra aſymptoton eſt aſymptotos.



ESto conus BCG, cuius latus AB tangitur à plano AD. Sit hyperbola EFG. Communis ſectio plani conum hyperbolicè, atq; axi parallelῶs ſecantis, & plani tangentis eſto aſymptotos HD. Deindè in plano tangente AD ducatur ipſi DH parallela IK, ac quæcunq; alia in eodem plano tangente citra aſymptoton HD; dico eas omnes in tangente plano eſſe aſymptotos, quemadmodum in propoſ. 5 antecedenti oſtenſum eſt omnes ductas ſupra aſymptoton eſſe aſymptotos. Demonſtratio huius 6 propoſitionis eadem omnino eſt, ac omnibus illis modis probari poteſt, quibus probata eſt 1 propoſitio huius 2 progymn. de aſymptoto DH. Quemadmodum enim hyperbolica FE conuenire non poteſt cum DH, quia DH eſt in linea, ſeu plano conum tangente, vt dictum eſt in demonſtrationibus 1 propoſitionis; ac neceſſe eſſet coni circulos tangere lineam, ſiue planum tangens in duobus punctis, contra 2 tertij; ſic eadem EF conuenire non poteſt cum IK, vel cum qualibet alia in plano AD tangente deſignatâ, quia eodem modo neceſſe eſſet circulos, ſiue dorſum coni tangere planum AD in duobus locis, nempe in dorſo AB, & ibi præterea, vbi FE conueniret cum IK. Ac linea quælibet ſiue breuior, ſiue longior, modo ſit tangens, planum item ſiue latius, ſiue arctius, non poteſt à circulo tangi, niſi in vno puncto, vt demonſtratum eſt ex 3 Euclid.

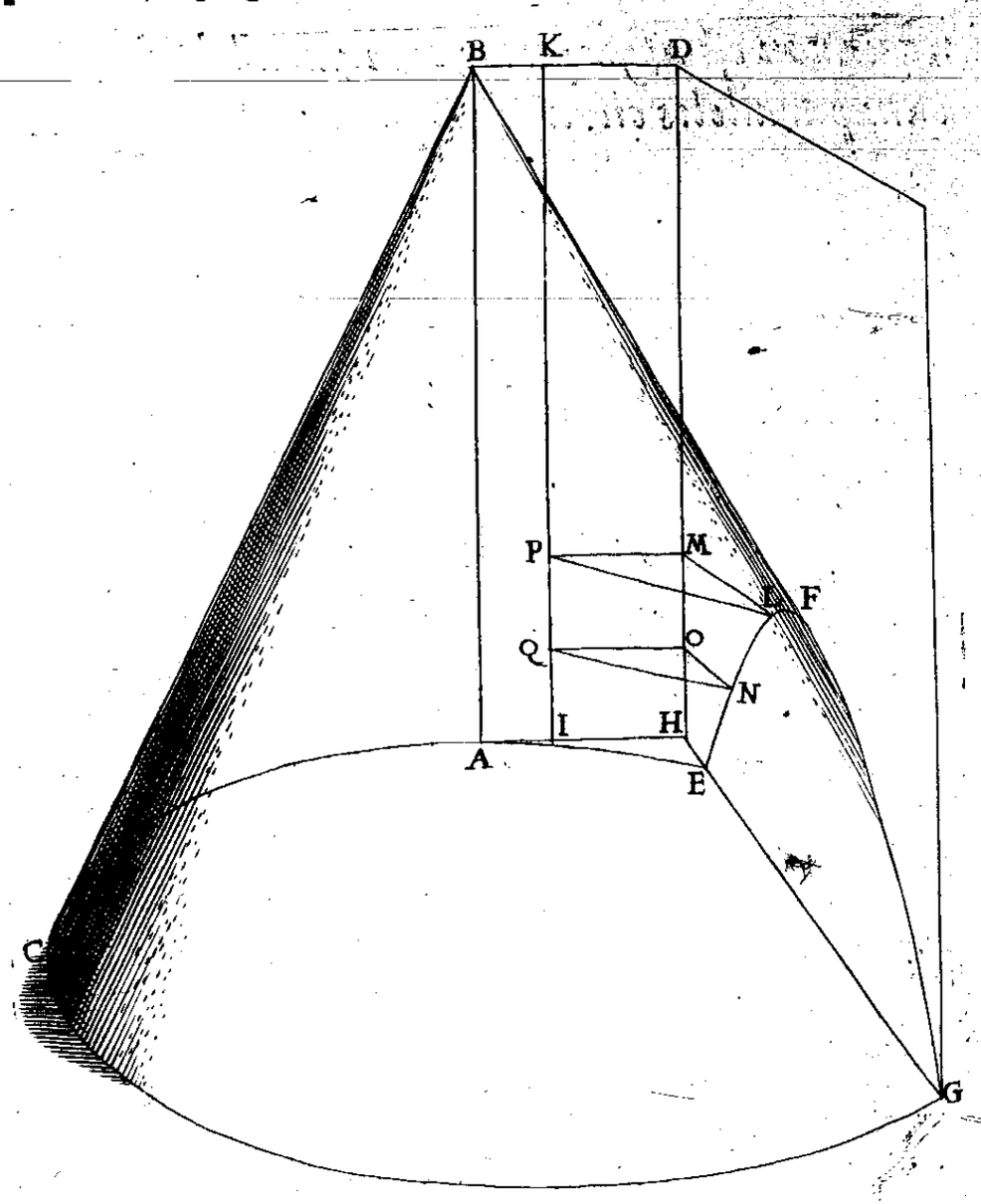
Habes ergo infra aſymptoton HD verſus dorſum coni lineas ductas nō aſymptotos, ſupra, vel citra HD ductas omnes aſymptotos ex demonſtratis.

COROLLARIVM.

De aſymptotis in diuerſis planis.

QVoniam quæcunq; lineæ in plano tangente AD ducuntur citra aſymptoton HD non ſunt in plano conum ſecante, hoc eſt non ſunt communes ſectiones plani conum ſecantis, & plani conũ tangentis, vt eſt ipſa HD; ſed ſunt in planis conum tangentibus in AB, quæ plana cum arctiora ſint quàm latitudo AH plani AD, ideò non pertingunt ad planum ſecans, in quo ſunt & aſymptotos HD, & hyperbola EF; propterea ex his, & ex præcedentibus colligere licet

licet non ſolum in vno plano, vt demonſtratum eſt in quattuor prioribus propoſitionibus, ſed etiam in diuerſis planis fieri aſymptotos, hoc eſt hyperbolen in vno plano, & rectam in alio plano poſitas non conuenire, etiam ſi nihilominus ſemper magis, ac magis ad ſe ſe accedant.



SCHOLION I.

De acceſſu aſymptotωn in diuerſis planis.

QVæ quidem ſemper maior acceſſio ipſius FE in plano ſecante, & ipſius IK in plano tangente, facilè patet ex demonſtratione 2 noſtræ propoſitionis. Nam pono planum tangens à plano ſecante orthogonaliter ſecari, ductis deindè perpẽdicularibus LM, NO à duobus hyperboles punctis ad aſymptoton; Item in plano tangente erectis MP, OQ orthogonaliter ad eandem aſymptoton HD, & productis ad ipſam IK, ac iunctis præterea PL, QN; quoniam, per 2 propoſitionem antecedentem, LM maior eſt, quam NO, & in parallelogrammo PMOQ (per conſtructionem huius 6, parallelæ ſunt HD, IK, & orthogonales ſunt OQ, MP) latera oppoſita PM, QO ſunt æqualia, ſubtendunt autem ipſæ PL, QN angulos per conſtructionem in planis orthogonaliter erectis rectos, erunt, per 47 pr. quadratum quidem PL æquale quadratis PM, ML, quadratum verò QN quadratis QO, ON, ac proindè quadratũ PL maius quadrato QN, &c. ergo FE in N magis accedit ad IK, quàm in L, &c.

SCHOLION II.

QVod de IK idem eodem modo probari poteſt de BA, nõ tam vt eſt in plano tangente AD, quam ſi ſit ſectio in ſuperficie conica. &c. Vide infer. in progymn. 4. huius Apiarij.

PRO-

PROGYMNASMA TERTIVM.

Problemata, & descriptiones variæ hyperboles, ac rectæ asymptotωn. De lateris recti nouis, & facillimis inuentionibus. Eruditio varia conica de angulo asymptotωn.



PROPOSITIO I.

Hyperboles organica descriptio supponitur, atq; indicatur.

APud Apollonium lib. 2. prop. 40 est, quæ Eutocio tribuitur, & apud Pappum lib, 1. collect. prop. 204, quæ per resolutionem, & per compositionem absoluitur, ac docent ij Authores intra rectas hyperbolen describere ita, vt sint asymptoti, &c. at nos aliter, &, si non breuiori, saltem ad vsum fortassis expeditiori via incedemus, & non solùm intra datas rectas hyperbolen, sed & circa datam hyperbolen rectas describemus ita, vt in vtroq; casu describantur asymptoti. Ac primo nunc, datà hyperbolà (quod non faciunt alij) describemus rectas asymptotos. Hanc autem nostram propositionem vt exequamur, ac demonstremus, aliqua supponenda, & aliqua vt lemmata præmittenda sunt.

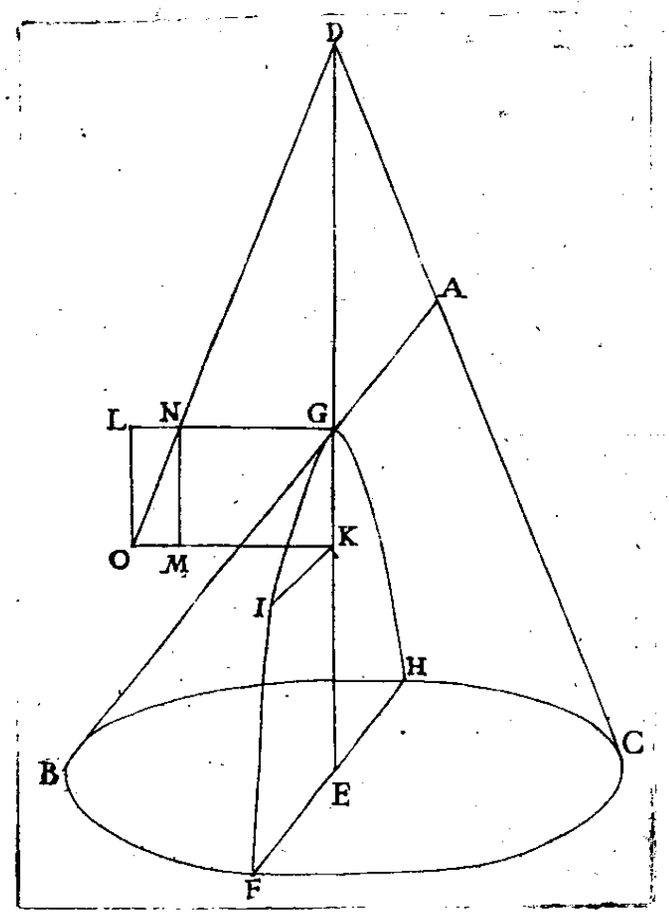
Supponimus hyperboles descriptiones varias, quas in nostris Gnomonicis, dioptricis, catoptricis expositimus tum geometricas, tum organicas. Vt rectas lineas circa hyperbolam asymptotos demonstratiuè ducamus, opus est nobis scire latus rectum iam descriptæ hyperboles. Vide tamen inferius circa finem huius progymn. vbi geometrica ponitur descriptio expeditissima hyperbolæ etiam sine cognitione lateris recti, &c. Hîc tamen pro inuentione lateris recti præmittatur hæc —

—PROPOSITIO II,

Seu —

—LEMMA I.

In hyperbola si ordinatim actæ tanquam mediæ proportionali inueniatur tertia proportionalis, vt se habebit latus transuersum vna cum parte dimetiẽtis interceptà inter verticem hyperboles, & inter ordinatim actam ad tertiam inuentam, ita latus transuersum ad latus rectum.



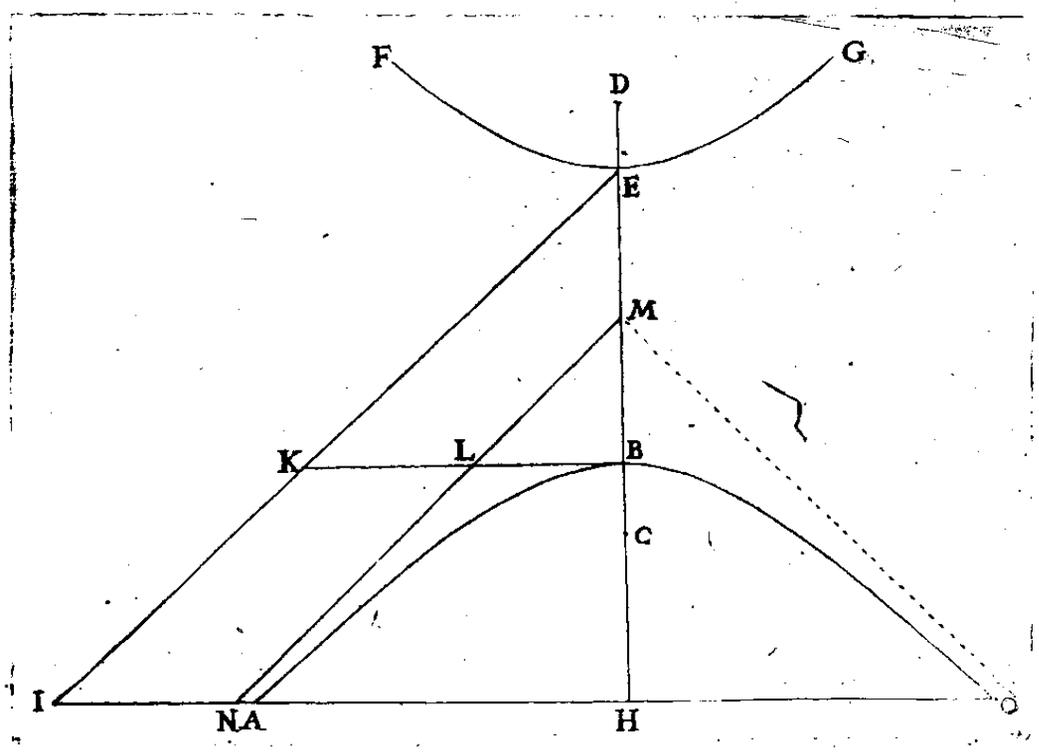
EST hæc propoſitio noſtra quoddam quaſi corollarium vniuerſale ex 12. 1. conicorum. Sint ergo in figura 12. pr. conicorum ea tantum, quæ nobis hîc neceſſaria, conus ABC, latus AC productũ in D, cui occurrat dimetiens DE, ſiue axis hyperbolicæ ſectionis FGH: ordinatim applicata ſit IK, cuius quadrato æquale rectangulum KL excedens figurâ LM ſimili figuræ ex NG latere recto, & GD tranſuerſo, vt demonſtrat Apoll. citata 12. pri. conicorum. His poſitis, patet in triangulis DKO, DGN (quæ æquiangula ſunt ex conſtructione, &c.) eſſe vt DK ad KO, ità DG ad GN; & quoniam IK, per coroll. 17. ſexti, & 12. pr. conic. eſt media proportionalis inter GK (quæ prima proportionalis hîc nunc ponitur) & KO, erit KO tertia proportionalis. Ex quo primo lemmate prodit iam —

— PROPOSITIO III,

Seu

LEMMA II.

Datà hyperbolà, & eius latere tranſuerſo, latus rectum facillimè inuenire.



MIrum eſt ex præced. coroll. quàm facilis nobis fiat in hyperbola recti lateris inuentio. Hyperbola ſit ABO deſcripta è quopiã modorum citatorum paullò ante, prop. primá.

Quæ hyperbola quoniam deſcribitur à nobis ex oppoſitis contrapoſitarum punctis C, D, ſecetur æqualis DE ipſi CB, vt ſit E vertex contrapoſitæ hyperpoles FEG ſimilis ipſi ABO. Fiat igitur vt BH ad ordinatim applicatam HA, ita HA ad HI, iuxtà dicta in præced. lẽmate. Rurſum fiat iuxta idem lemma vt EH ad HI, ita EB ad aliud, ideſt ad BK. ſiue malis facilius ſic; iũgatur IE, & ex B educatur perpendicularis BK; dico BK eſſe latus rectum hyperboles ABC.

Demonſtratio patet ex præced. lem. & coroll. Nam cum IH ſit tertia proportionalis reſpectu ordinatim actæ AH, & æquiangula ſint triangula EHI, EBK, ergo vt ſe habet latus tranſuerſum

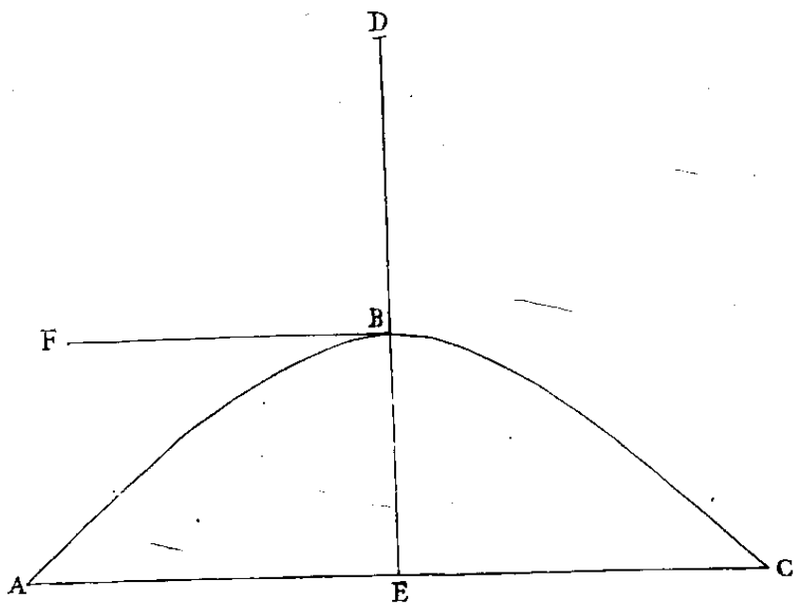
EB

EB vna cum BH intercepta inter verticem B, & inter ordinatim actam AH, ad tertiam proportionalem inuẽtam IH; ita idem latus trãſuerſum EB ad latus rectum BK. Eſt ergo BK rectum latus quæſitum.

Vide huc definitiones in fine demonſtr. 12. pr. conic. & attentè conſidera verba præcedentium noſtrorum lemmatum, in quibus ob lemmaticam breuitatem minutiora aliqua, & facile per ſe nota apud Geometrã lectorem omiſimus.

PROPOSITIO IV.

Altera, & facillima recti lateris inuentio in hyperbola.



MIror modũ hunc, quem mox docebimus à nemine (quem viderim) extra Apoll. vſurpatum, cum tamen facillimè deduci poſſit ex 12 pr. conicor. Sint hyperbolæ ABC, & latus tranſuerſum BD deſcripta, & inuenta, vt in anteced. docuimus; fiat vt rectãgulum DEB ad quadratum EA, ita tranſuerſum latus DB ad aliud, & prodibit BF rectum figuræ latus quæſitum.

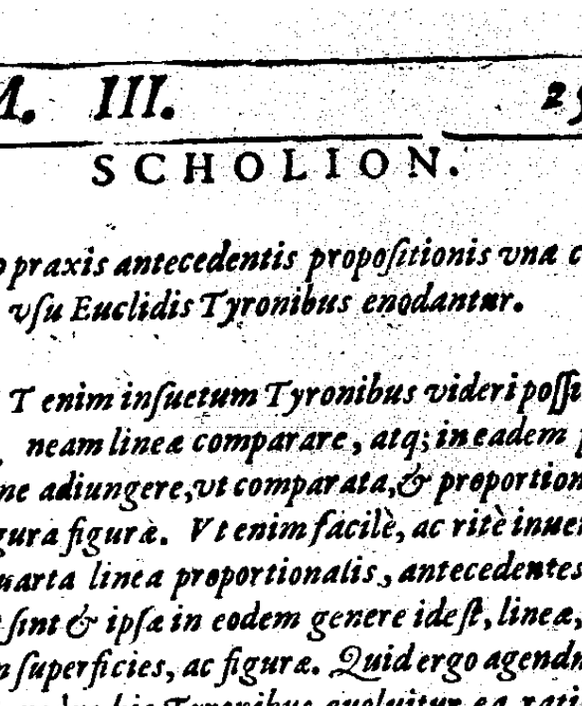
Demõſtratio eſt ex priori parte citatæ 12 pr. Conic. quæ ſic habet: *ſi in hyperbola rectæ lineæ ordinatim ad diametrum applicentur (vt hìc AE) erunt quadrata earum ad ſpatia contenta lineis, quæ inter ipſas, & vertices tranſuerſi lateris figuræ interijciuntur (vt hìc rectangulum ſub DE, EB) vt figuræ rectum latus (FB) ad tranſuerſum (BD.)* Quare ſi geometricus Tyro, ex præceptis, & vſu 12 ſexti, tribus datis rectis lineis (eo ordine poſitis, vt tertia ſit tranſuerſum figuræ latus) quartam proportionalem inuenerit, quod hìc quærit inueniet.

SCHOLION.

In quo praxis antecedentis propoſitionis vnà cùm vſu Euclidis Tyronibus enodantur.

AT enim inſuetum Tyronibus videri poſſit lineam lineæ comparare, atq; in eadem proportione adiungere, vt comparata, & proportionata eſt figura figuræ. Vt enim facilè, ac ritè inuenia tur quarta linea proportionalis, antecedentes op portet ſint & ipſæ in eodem genere ideſt, lineæ, non autem ſuperficies, ac figuræ. Quid ergo agendum? facilè nodus hic Tyronibus euoluitur ea ratione quam ponit Eutocius ad 11 pr. conic. Fingendæ igitur, & componendæ ſunt figuræ inter ſe ita, vt quemadmodum ipſæ inter ſe habent, ſic alterius latus ad latus alterius; tunc enim proportio erit etiam in lateribus, ac lineis.

Modus comparandi lineã lineæ, & in eãdẽ proportione adiungere, vt figura figuræ, &c.

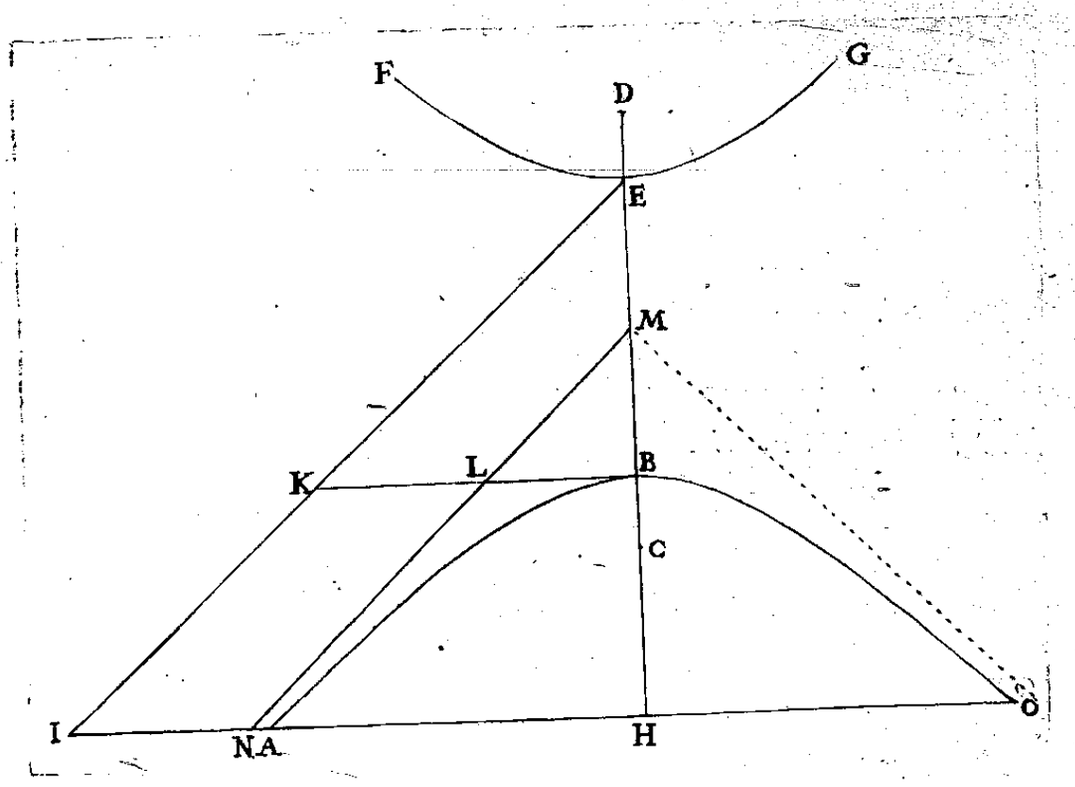


Igitur iuxta 45 pr. Euel. dato rectangulo DEB (ex lateribus in figura præced. demõſtrationis formato, vt vides in huiuſce ſcholij figura), ad vtrumlibet eius latus, vt ad BF applicetur, comparetur, conſtituatur (his enim locutionibus geometricis ſciat Tyro idem ſignificari) alterum rectangulum FG æquale quadrato ex AE figuræ antecedentis. Hæc enim arte erunt in figura huiuſce ſchol. vt linea EB ad lineam BG, ſic in anteced. figurà linea DB ad BF.

Demonſtratio perfacilis eſt. Nam cum EB, BG ſint vna recta linea, itemq; DF, FH ſint vna recta per 14 pr. ob angulos ad F & B rectos ex conſtructione rectangulorum EF, FG; ſint etiam DH, EG parallelæ, ob angulos internos rectos, ſiue æquales duobus rectis, ex 28 pr. ergo erũt figuræ EF, FG conſtitutæ in eiſdem parallelis, ac proinde ex definitione 4 ſexti, èadem erit earum figurarum altitudo. At parallelogramma, quorum eadem fuerit altitudo, ita ſe habent inter ſe, vt baſes, 1 *ſexti; ergo vt EF figura ad FG figuram, ita linea EB, ad BG lineam. Vt ergo EB ad BG in figura huiuſce Scholij, ita in figura præcedẽti BD tranſuerſum ad BF rectum latus. &c.*

PROPOSITIO V.

Rectas asymptotos circa datam hyperbolen describere.



CIrca eãdem figuram 3 propositionis versemur;& fiat quadratum æquale rectangulo ex latere transuerso EB, & ex latere recto BK (ob id enim necesse fuit nobis pręmittere 3 eam propos. siue lemma) hoc est inueniatur media proportionalis inter EB, BK, ac dimidio lateris quadrati inuenti ponatur æqualis BL tangens hyperbolen in B. tum diuisa EB bifariam in M, ducatur ML, ac producatur quantum lubet in N; idemq; ex altera parte hyperboles versus O fiat ex M, dico MN esse asymptoton ipsi sectioni BA. Patet demonstratio ex 1 secundi conic. ex ea enim propos. recta linea, quæ ex sectionis centro (vt hic ex M) ducitur ad terminos lineæ contingentis hyperbolen ad verticem, & potẽtis quartam partem rectanguli sub lateribus transuerso,& recto(qualis est recta BL)est asymptotos cum sectione, &c.

Esse autem BL tangentem patet tùm ex constructione, tùm ex 17 pr. conic. Esse item eandem BL latus,&c. quadrati, quod sit quarta pars rectanguli KBE, patet è schol. ad 20.lib.6.Eucl. Dimidiũ .n. datæ lineæ potest quadratum, quod est quarta pars quadrati ex tota linea. Cùm ergo factum sit quadratum æquale rectangulo KBE,& LB sit potens quartam partem eius quadrati,consequenter poterit etiã eadem LB quartam partem rectanguli KBE Quare cum eadem BL habeat conditiones requisitas, ac demonstratas ab Apoll.citatâ pti.2 conic. vt per eius extremum L duci possit à centro M asymptotos, erit MN per L ducta quæsita ipsi AB asymptotos.

Dimidiũ datæ lineæ potest quadratum, quod est quarta pars quadrati ex totâ lineâ.

COROLLARIVM

Maximi momenti, atque vsui in conicis.

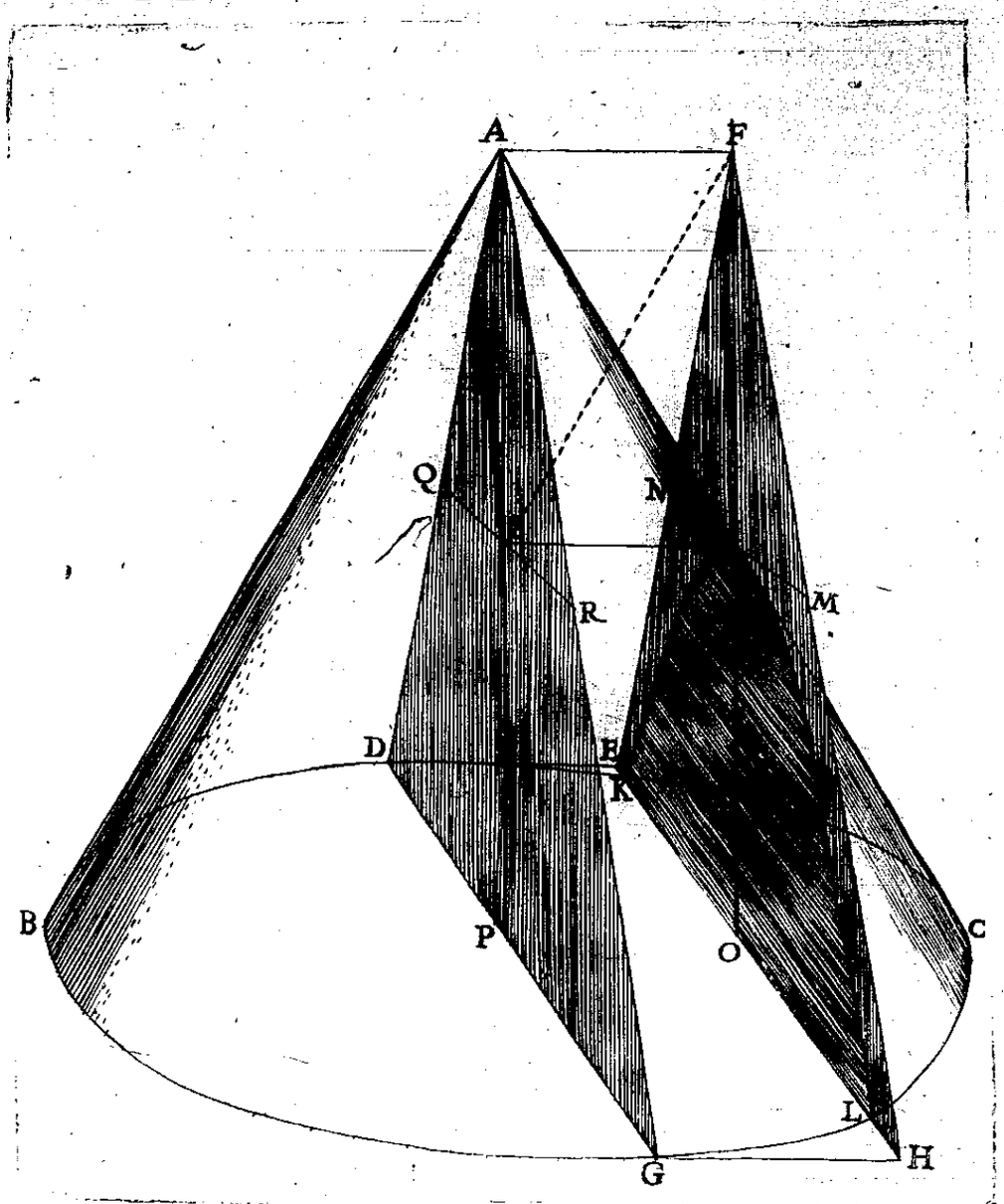
QVoniam Apollonius conos in plana proiecit, aduerte in eadem figura prop. antec. quòd recta potens quartam partem figuræ(vt appellat Apoll.) hoc est recta BL, nihil aliud est, quàm perpendicularis (in cono quidem recto) educta à rectà MH (dimetiente, siue diuidente bifariam triangulum NMO)& producta ad latus MN, si concipiatur triangulum NMO esse id, quod transit per axem coni. Aliter: *recta quæ potest 4 figuræ partem est semidiameter circuli in cono, si concipitur fieri sectio in BL parallela basi NO.* Aliter: *latus quadrati quartæ partis figuræ tangens hyperbolen, &c. (iuxta conditiones pr. 2. conic.) nihil aliud est, quàm distantia axis coni à coni latere, ac superficie ibi, vbi vertex est sectionis hyperbolicæ* siue: *nihil aliud est quàm distantia axis hyperboles à plano tangente conum ibi, vbi est latus trianguli per coni axem transeuntis, & ipsi hyperbolæ paralleli*; vt mox in figurâ, & demonstr. sequenti omnia prædicta videbis.

Recta potens quartam partẽ figuræ,&c. est distantia axis coni à coni superficie, vbi vertex est sectionis hyperbolicæ.

Interim in figura propos. 3. ipsi BM correspondet in cono pars coni intercepta inter lineam, quæ potest quartam figuræ partem ,& inter verticem coni M. Nam M (quod centrum oppositarum est hyperbolarum Apollonio in

defi-

definitionib. ſecundis poſt 16.pr.conic.)eſt correſpondens vertici coni. Deniq; ML aſymptotos recta eſt correſpondens lateri trianguli conum per axem ſecãtis &c. Quæ omnia,licet facilè pateant ex anteced. à nobis demonſtratis, tamen ad maiorem eorum euidentiam, & quoniam magni momenti,atq; vſus erit nobis firmata hæc veritas,demõſtrationem facilem hanc appono.



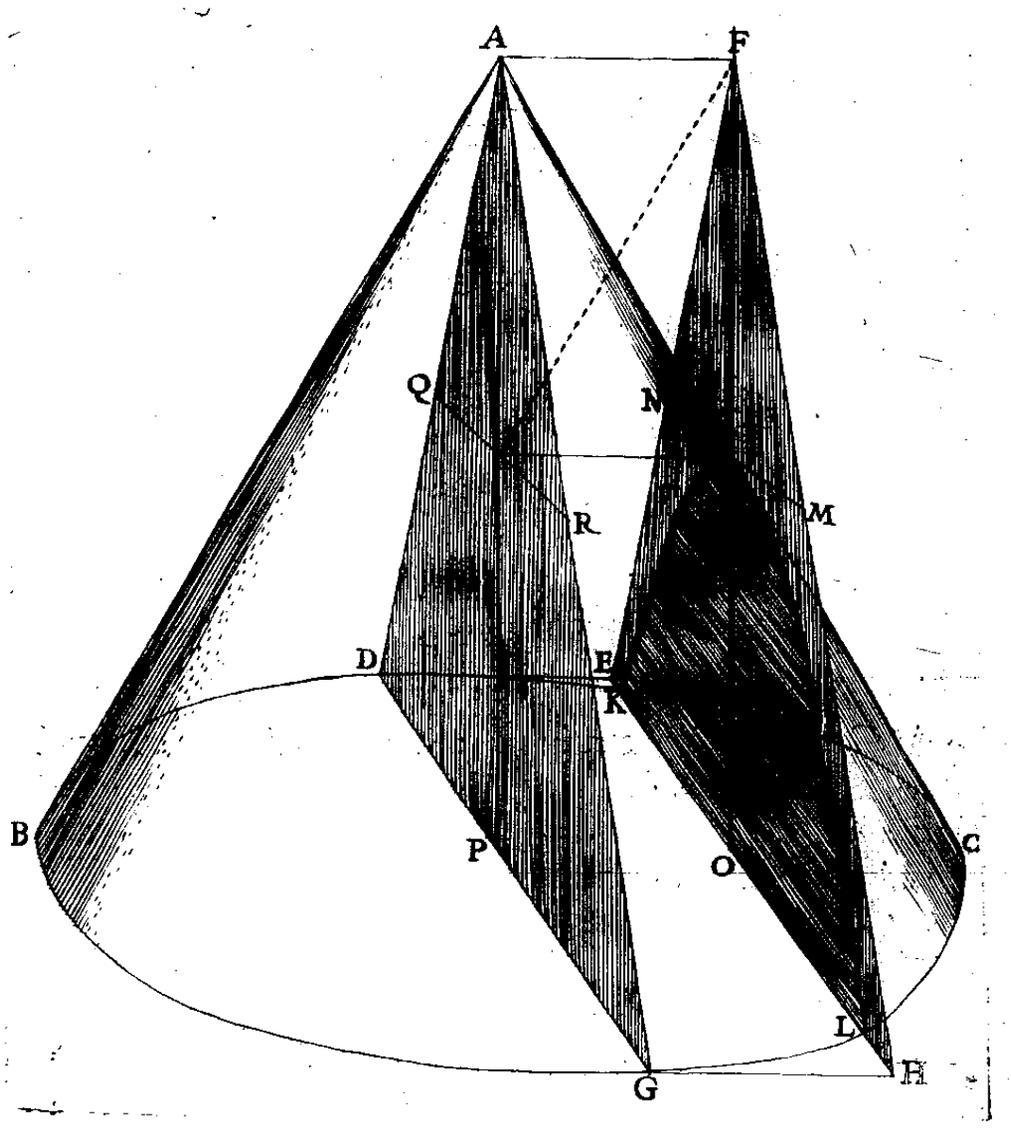
Eſto conus rectus ABC,quem vtrinq; contingant ſecũdum dorſi longitudinem à baſi ad verticem duo plana ADEF, AGHF,contingant,inquam,in GA,DA, vbi communes ſectiones ſunt, ſeu latera trianguli ADG tranſeuntis per axem coni; ſintq; baſis coni, ſeu circulus DBGC, & planorum tangentium latera DE, GH in eodem plano; atq; ipſis DE,GH parallella ſit recta AF, quæ eſt communis ſectio tangentium planorum ad coni verticem. Mox plano quopiam, quod parallelum ſit plano ſecanti conum per axem, ſecentur, & plana conum tangentia,& conus ipſe hyperbolicè per I ad baſim vſq; in EH. erunt in plano ſecante communis ſectio cum cono hyperbole KIL; communes verò ſectiones cũ planis tangentibus rectæ, ſeu latera EF, FH, trianguli EFH;item & baſis EH erit communis ſectio plani ſecantis conum, & circulum, qui eſt baſis coni. Quæ communes omnes ſectiones lineæ ſunt, per 3 vndec. Porrò latera FE, FH,per 1, & 2 propoſ. præcedentis progym. 2, erunt aſymptoti cum hyperbolicis lineis IK, IL, ac proinde recta NM contingens hyperbolen KIL ad verticem I, continebit ex vtraq; parte diametri IO æqualem ei, quæ poteſt quartam partem figuræ, per conuerſam primæ 2 conicor. ideſt tam IN, quam IM poſſunt quartam, &c. Deniq; PA, OF ſint axes coni, & hyperpoles, à quibus axibus paullò poſt demonſtrabo bifariam diuidi triangula DAG, EFH.

His habitis, dico alterutram IM, vel IN eſſe æqualem ipſis vel SI,vel SQ,vel SR diſtãtijs axis coni à dorſo, ſeu latere eiuſdem coni. Quoniam enim rectæ DA, EF, & AG, FH in planis per cõſtructionem parallelis ſunt communes ſectiones parallelæ,ex 16 vndec. & ſeſe tãgunt in A,& in F, anguli DAG, EFH erunt æquales,per 10 eiuſd. vndec. Quoniam etiã in triangulis DAP, PAG duo latera GP, PD (hoc eſt ſemidiametri baſis, ſiue circuli DBGC, per defin. 7 Apoll.) ſunt æqualia, & PA eſt commune, ac ſunt in cono recto anguli GPA, DPA recti, per defin. 8. conic. ideſt æquales,per axiom. 12.Eucli. erunt, per 4 pr. reliqua latera æqualia DA, AG, & anguli DAP, PAG æquales. Exiſtentibus autem per conſtructionem parallelis AF, DE, & AF, GH, itemq; ex citata 16 vndec. AD, FE,& AG, FH, erunt, per 34 pr. in parallelogrammis EA, HA aduerſa latera DA, EF, & GA, HF æqualia, ac proinde cúm æqualibus oſtenſis DA, AG æqualia ſint latera EF,FH vtrumq;vtriq;erunt ex 1 axiom. & inter ſe EF, FH æqualia; eritq; trian-

gulum EFH, vt DAG iſoſceles, iuxta 24 defin. & per 5 pri. ad baſim EH erunt anguli æquales.

Cúm igitur axis OF iuxta defin. 8. conic. ad rectos angulos in O ſit ſupra KL ordinatim applicatam, & cúm in duobus triangulis EFO, OFH ſint duo anguli OEF, FOE, & OHF, FOH ſint æquales vterq; vtriq;, & latus commune FO oppoſitum vni, ſiue vtriq; æqualium OEF, FHO, (ſiue etiam malis latus EF, & latus FH oppoſita rectis angulis ad O æqualia) propterea per 26 pri. erunt & latera reliqua EO, OH, & reliquus angulus EFO reliquo OFH æqualis, & quia æqualium angulorũ DAG, EFH dimidij ſunt anguli DAP, EFO, & PAG, OFH, propterea erunt & ipſi dimidij, per 7. axioma, inter ſe æquales.

Quare ſi ipſis FN, FI, FM accipiantur æquales AQ, AS, AR, erunt & baſes vel totales QR, NM, vel partiales QS, NL, & SR, IM æquales, per 4 pr. hoc eſt diſtantia perpendicularis à vertice hyperboles ad aſymptoton, ſiue recta perpendicularis ad axem, & tangens in vertice hyperbolen, & potens quadratũ æquale 4 parti figuræ (quales ſunt IN, vel IM) erit æqualis diſtãtiæ axis coni à latere coni (quales ſunt SQ, vel SI, vel SR ſemidiametri circuli paralleli baſi DBGC) quod erat demõſtrandum. licet oculos fallat figuræ geometricæ obliquitas.



SCHOLION I.

NE corollaria è corollarijs videamur deducere, in hoc ſcholion conijcimus id, quod facilè proditur ex demonſtratione, & figurà poſitis in anteced. proxi. coroll. Erunt autẽ quæ in antecedenti coroll. & in hoc ſcholio nobis vſui, vbi de deſcriptionibus hyperbolarum tum hìc paullo poſt, tùm in noſtris Gnomonicis pro vniuerſali noſtro horario

Igitur in figura proximè poſita ad angulos oppoſitos iuncta imaginaria SF æqualis eſt ipſi AI. Nam ſi concipias animo quadrilaterum ASIF eſſe in plano ſecante per axes triangula DAG, EFH, quoniam AS, FI ſumptæ ſunt æquales, & parallelæ ſunt in planis triangulorum parallelis, atq; eas coniungunt ad eaſdem partes rectæ SI, AF, erunt, per 33 pri. & ipſæ SI, AF parallelæ, & æquales. Erit ergo parallelogrãmum SAFI. Sũt autem in parallelogrammis rectãgulis duæ diametri æquales, vt patet è ſcholijs apud Clauium ad propoſ. 34 pr. Eucl. Hactenus, quæ in praced. coroll. & in Scholio demonſtrata ſunt rectè habent & intelligenda ſunt in ſectione hyperbolica parallela axi coni.

In parallelogrammis diametri ſunt æquales.

SCHO-

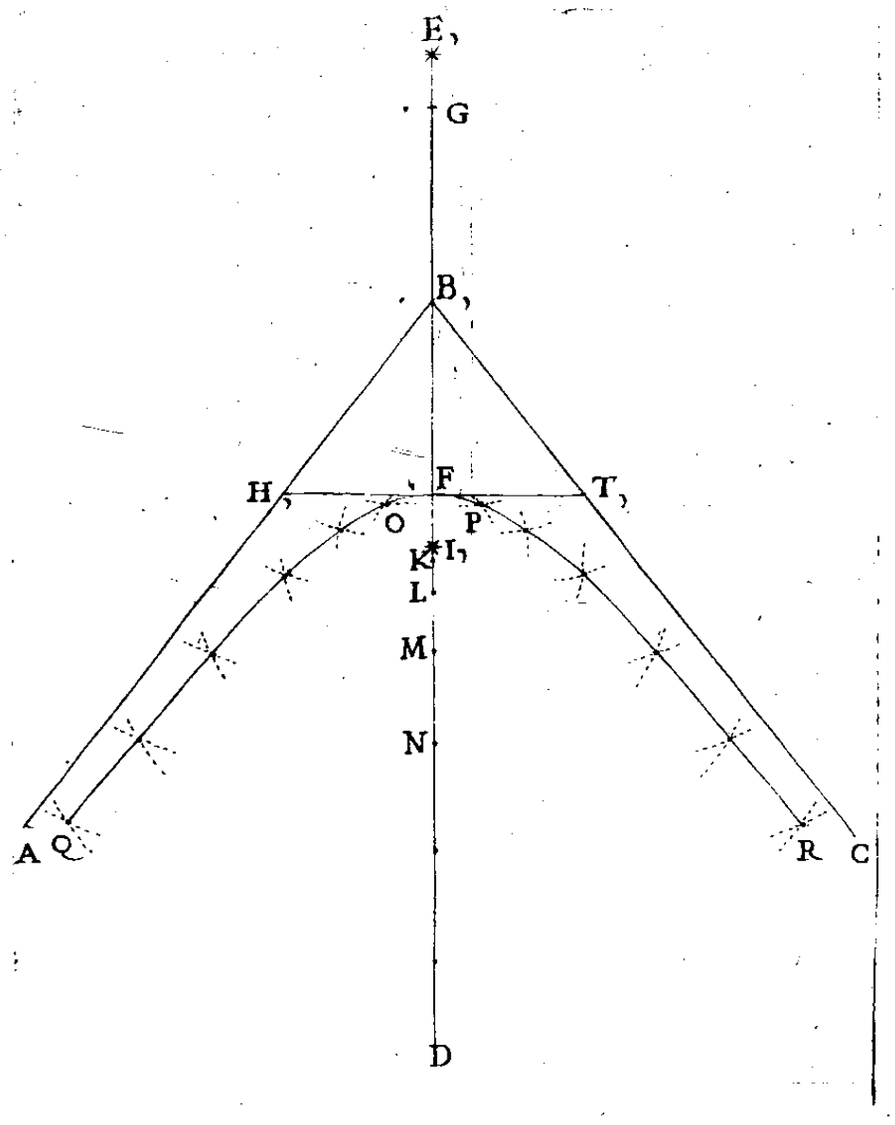
SCHOLION II.

Scrupulus Tyroni eripitur circa 16 Vndecimi Euclidis per occasionem in demonstratione corollarij præcedentis.

SCito, si quis Tyro hæc legis, cum ex 16 vndec. sæpius citatâ concluſimus in antecedenti progymn. & in præcedenti coroll. duas rectas (vt in figura coroll. ipſas AG, FH, & ſi quas alias ibi, aut alibi in caſu eiuſdem 16. nominauimus) eſſe parallelas ob plana parallela, in quibus eæ rectæ ſunt, ſupponendum eſſe fieri eas rectas ex communibus ſectionibus plani tertij ſecantis duo illa plana parallela. Sic nos ſupponimus ea plana parallela, quorum alterum tranſit per axem coni, & alterum ſecat conum hyperbolicè, ſecari à plano conum tangente, v. g. ab AH, & communes ſectiones (quæ rectæ lineæ ſunt ex 3 vndeci.) eſſe & ipſas parallelas, vt AG, FH, ex 16 vndec. Alioquin nos non latet etiam in parallelis planis duci poſſe lineas auerſas, & auias à paralleliſmo. &c.

PROPOSITIO VI.

Datis duabus rectis lineis angulum facientibus, hyperbolen geometricè ita deſcribere, vt ad datas ſit aſymptotos.



HOc problema quod citati omnes cæteri, ac præſertim Pappus, Apoll. Eutocius ſoluunt cũ neceſſitate, atq; vſu lateris recti, nos non ſolum ex inuentionibus noſtris lateris recti, ſed etiam ſine latere recto abſoluemus.

Sint rectæ AB, BC angulum quemcumq; facientes ad B: angulus ABC, per 9 pr. diuidatur bifariam à recta BD, quæ producatur etiam extra angulum ad partes E, deinde accipiatur in BD punctum, vt lubet pro vertice ducendæ hyperboles, vt F, à quo perpendicularis FH educatur vſq; ad rectam BA in H: ſecetur BG ipſi BF æqualis. Tùm interuallo BH, vel BT ſecetur BI (cadit autem I infra F per 47 pr. quoniam BH latus eſt maioris quadrati, quàm latus BF) & ipſi BI æqualis ſecetur ipſa BE,.

Poſt hæc in recta FD infra I ſumantur quotlibet pũcta (quo crebriora, eò exactior erit hyperboles deſcriptio) K, L, M, N, &c. & ſumpto interuallo KF, ex I ſignentur hinc inde arcus, & interuallo GK, ex E ſecentur ijdem arcus in O, P. Itẽq; interuallis EL, EM, EN, GL, GM, GN ex I, ex E ſecẽtur alij arcus, & cætera fiant, vt factũ eſt in FK, GK, & vt alibi docemus in noſtris Gnomonicis, dum cõtrapoſitas hyperbolas deſcribimus prog. 1. cap. 8. Ducta igitur mixta linea QFR per ſectiones O, P, atq; etiam per alias ſectiones iuxta prædicta factas, dico & deſcriptam eſſe

hyper-

hyperbolen QFR intra rectas AB, BC, & præterea ita deſcriptam, vt ſint aſymptoti BA, FQ, & BC, FR.

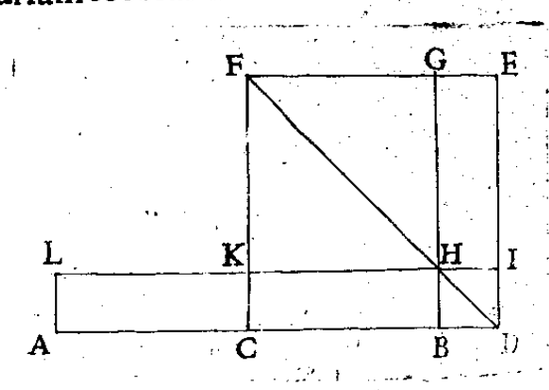
In qua quidem affirmatione duæ ſunt partes, quæ duabus Apoll. propoſitionibus nituntur, atq; ex ijs demonſtrantur, 1 ſecundi, & 51 tertij Conicor. Vt demonſtremus eſſe AB, QF aſymptotos demonſtrandum erit HF poſſe quartam partem figuræ, hoc eſt rectanguli ſub lateribus tranſuerſo, & recto hyperboles. Vt autem demonſtremus QFR eſſe hyperbolen, demonſtrandum erit à nobis peracta ea eſſe, quæ Apoll. requirit, & demonſtrat eſſe propria hyperboles cùm propoſ. 51 tertij ſic pronuntiat:

Si in hyperbola, vel oppoſitis ſectionibus ad axem comparetur rectãgulum æquale quartæ parti figuræ, excedenſq; figura quadrata: & à punctis ex comparatione factis ad quamlibet ſectionem rectæ lineæ inclinẽtur, maior minorem quantitate axis ſuperabit.

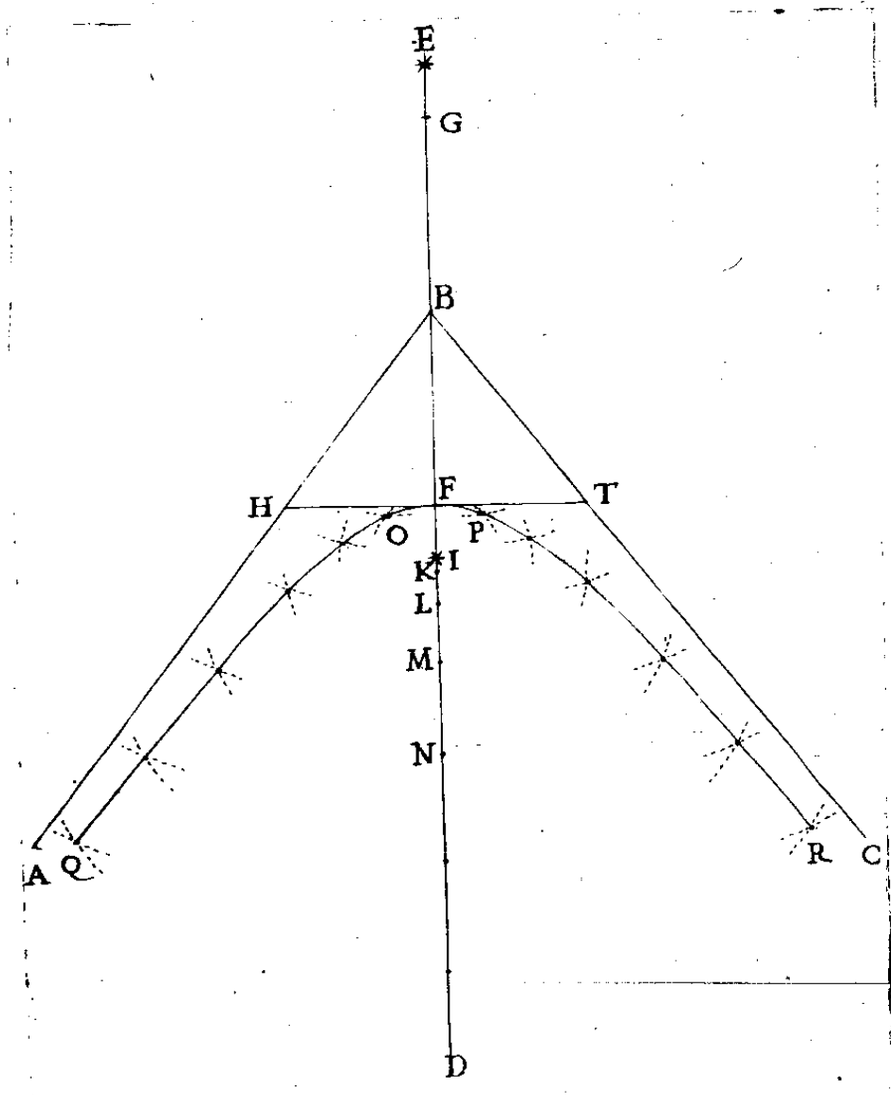
Ac primo quidem FH poſſe quartam figuræ partem, patet ex coroll. paullò ante appoſito poſt prop. 5. Eſt enim FH diſtantia perpendicularis à puncto F axis BD ad latus BA trianguli ABC ſecantis conum per axem, &c. æqualis, ſiue éadem cum recta, quæ poteſt 4 partem figuræ. &c. reuiſe id coroll. & eius demonſtrationem.

Quare linea FQ, ad BA, per 1. 2 conic. erit aſymptotos. Et quoniam ex conſtructione bifariam diuiſus eſt angulus ABC à recta BD, idem continget, ac demõſtrabitur ex altera parte, productã HF in T, ob FT ipſi FH æqualem, vnde BC, & FR erunt aſymptoti.

Quod autẽ ſecundo loco pertinet ad demonſtrationem, qua conſtet QFR eſſe hyperbolen, affirmo 1. iuxta Apoll. citatam 51 tertij, punctum I eſſe factum ex comparatione, ſiue applicatione ad axem rectãguli æqualis quartæ parti figuræ, atq; excedentis figura quadrata. Quod vt facilius pateat, ſeorſim accipiatur in altera figura lateri tranſuerſo recta æqualis AB, quæ bifariam ſecetur in C.



Iam ad cætera peragenda hîc opus erit vſu conſtructionis, ac demonſtrationis, quæ in prop. 29 ſunt apud Eucl. lib. 6. Hic enim etiam quærimus iuxta verba eius propoſitionis, *ad datam rectam (AB) dato rectilineo (ex HF in figura prioris huius propoſit.) æquale parallelogrammum applicare excedens figura parallelogramma, quæ ſimilis ſit parallelogrãmo alteri dato*, ideſt quadrato.



Cæterum quoniam hîc rectilinea, & parallelogramma ſunt quadrata, ideò facilius res expedietur: quin imò eandem ob cauſam nos hîc vtemur propoſ. 6. ſecundi, vt diſcant Tyrones vti etiam per non vſitatas vias propoſitionibus Euclidis. Igitur accipiatur latus quadrati æqua-

lis

lis & quadrato ex dimidia AB, & quadrato æquali quartæ parti figuræ; hoc est accipiatur ex maiore figuræ latus BH, quod oppositum angulo recto æquale habet quadratum quadratis ex BF, & ex HF, per 47 pr. & applicetur ex C ipsi AB in D productæ; erit enim CD maior quã ipsa CB, quoniã in triangulo BFH fig. ma. recta BH, (ipsi CD æqualis) opponitur maiori angulo, quã BF. Tũ describatur CE quadratum super CD, & ductâ diametro DF, ducatur ex B recta BG parallela rectæ DE secãs diametrum DF in H puncto, per quod agatur IK parallela rectæ CD. Item ex A ducatur rectæ CF parallela AL secãs IK productam in L. Igitur per corol. 1. prop. 4. lib. 2. BI, KG, (quæ sunt circa diametrũ FD quadrati CE) erunt quadrata; ideoq; recta DI rectæ DB æqualis. Est autem & KH rectæ CB æqualis, per 34 pr. quare rectangulum AI comprehendetur sub rectis AD, DB, & KG erit quadratum rectæ CB.

Probandum iam est rectangulum AI æquale esse quartæ parti rectanguli sub lateribus recto, & transuerso. quod facilè patet ex 6 secundi. Nam quoniã recta AB secta bifariam est in C, & illi recta BD in rectũ adiecta est, ergo rectãgulũ AI cõprehensum sub tota AB cũ adiecta BD, & adiecta DI, hoc est sub AD, DI vna cum quadrato KG à dimidia CB, æquale est quadrato CE à linea CD, quæ tũ ex dimidia CB, tũ ex adiecta BD componitur, tãquam ab vnà descripto; hoc est facilitatis, ac Tyrocinij gratia, quatuor parallelogrãma AK, KB, BI, GK sunt, per 6 secundi, æqualia quatuor parallelogrãmis KB, BI, IG, GK; ablato ergo communi GK, reliqua fiũt tria AK, KB, BI æqualia tribus KB, BI, IG; at GK, per cõstructionem, est quadratum ex dimidio latere transuerso CB, ergo reliqua tria KB, BI, IG erũt æqualia quartæ parti figuræ (est enim per constructionem quadratũ CE æquale quadrato ex dimidio lateris transuersi, & quadrato æquali 4 parti figuræ) ac proinde etiam tria AK, KB, BI, id est rectangulum AI erit æquale 4 parti figuræ. Applicatum est ergo ad axem, siue ad latus transuersum hyperboles ducendæ rectangulum æquale 4 parti figuræ, excedensq; figurà quadratà, iuxta definit. 6. sexti; quod erat faciendum ex præscripto prioris partis propositionis 51 tertij conicorum, & consequenter in figura maiore punctum I est ex comparatione, siue applicatione, &c. factum.

Iam quod ad alteram partem eiusdem proposit. attinet, ex qua pendet demõstratio, quod mixta QOFPR sit hyperbola, patet ex oppositis punctis I, & E in maiore figura rectas inclinari ad descriptionem hyperboles, quarum maior minorem superat quantitate axis, vt iam sæpius demonstratum est in praxibus ducendę hyperboles, quas habes in nostris Gnomonicis, Dioptricis, & Catoptricis. Illuc reuise.

COROLLARIVM I.

Latus rectum hyperboles etiam non data inuenire.

PAradoxum quoddam geometricum deducitur ex antecedentibus. Nam cum omnes Geometræ adhuc (vt vidi) latus rectum hyperboles inuestigarint, & inuenerint semper ex hyperbola data, nos id latus inueniemus, etiam non datà hyperbolà. Cum enim in fig. ma. præced. propos. 6. ipsa HT sit dupla ipsius HF, ergo è Schol. ad 20 sexti, quadratũ ex HT erit æquale rectangulo sub latere transuerso, & recto hyperboles. Et éadẽ HT erit, per coroll. 17 sexti, media proportionalis inter latera transuersum, & rectum hyperboles. Quare, datà qualibet pro latere transuerso, vt GF, & sectà bifariam, vt in B, si ad punctum vbi bifariam secta est, ducantur rectæ, quæ angulos quoscunq; æquales faciant vt BA, BC, & ab extremo lateris transuersi vbi vertex est ducẽdæ hyperboles, vt ab F, educatur vtrinq; perpendicularis vsq; ad rectas, quæ angulos æquales continent, vt ipsa HT; tum lateri transuerso, & ductæ HT adiungatur tertia proportionalis, erit adiuncta latus rectum hyperboles describendæ.

COROLLARIVM II.

Hyperbolam sine cognitione, aut vsu lateris recti describere.

NEc minus paradoxum hoc est. Nam, vt describatur hyperbole communiter omnes vtuntur puncto ex comparatione facto, id verò punctum obtineri non potest sine applicatione quartæ partis figuræ ad axem excedentis quadrato; quarta autem pars figuræ, hoc est rectanguli sub latere transuerso, & recto, sciri nõ potest sine scientia, & cognitione inuenti lateris recti; quomodo nos igitur sine eo latere recto hyperbolam describemus? Eo nempe modo, mi Lector, quẽ te docui in cõstructione præced. probl. immò & præcedentis modò primi corollarij.

Vides enim, dato latere transuerso GF, & ductis AB, BC, tum iuncta perpendiculari FH, sumptoq; interuallo BH, & applicato in I, statim, sine vlla necessitate lateris recti, inuẽtum esse punctum I, cui contrapositum si addatur E, ex ijs describitur hyberbola, vt iam docuimus alibi, &

nuper in præced. probl. Parili, aut ſimili huic arte in noſtris Gnomonicis, dato tantum axe coni deſcribendæ hyperboles, ſine cognitione, aut vſu lateris recti deſcribimus hyperbolas. Vide ad hoc coroll. etiam inferius propoſ. 7. tertij huiuſce progymnaſmatis.

SCHOLION I.

Cautio ad vitandum paralogiſmum in deſcriptione geometrica Hyperboles.

SI quis careat noſtris hiſce ſubſidijs in deſcriptione geometrica hyperboles, nõ video quemadmodum paralogiſmum, & circulum logicum effugere poſſit, in quem inciderunt aliqui Geometræ. Nam dum eorum aliqui docent hyperbolam geometricè deſcribere, neceſſe habent inuenire latus rectum, vt poſſint ſcire quantitatem rectanguli ſub lateribus tranſuerſo, & recto, cuius rectanguli quartam partem quadrato excedentem poſſint applicare, &c. Latus verò rectũ, quod quærunt ad vsũ deſcriptionis hyperboles doceẽt inuenire ex data hyperbola, quæres in circulum recurrit, & hyperbolam ſupponunt, quã quærunt deſcribere.

Quod abſurdum vt nos effugeremus in deſcriptione geometrica hyperboles intra rectas datas aſymptotos, inuentione recti lateris non egemus iuxta præcedens ſecundum coroll. & iuxta praxim, quam hìc vſurpauimus in præced. probl. & alibi in noſtris Apiarijs, quibus in locis geometricam hyperboles deſcriptionem docuimus. Nam, quòd pertinet ad mechanicas hyperboles deſcriptiones locis toties citatis à nobis exhibitas, nõ eſt mirum nos non egere inuentione lateris recti; in ijs enim deſcriptionibus mechanicis ſumuntur cõtrapoſita puncta ex comparatione ad lubitum. At verò datà iam hyperbolà, vt circa eam deſcribantur rectæ aſymptoti, opus eſt inuentione lateris recti, vt quarta pars rectãguli ſub lateribus recto, & tranſuerſo ducatur ad contactum verticis in hyperbola, &c. vt iã vidiſti in prop. 5. huius progym. Neq; verò ibi nos etiam in circulum incidimus, quoniam ducta illic hyperbola, cuius latus rectum quærimus, non eſt deſcripta ex inuento latere recto, ſed mechanicè ſine vſu lateris recti, vt modo dicebamus. Vide tamen etiam ad hoc inferius propoſ. 7. huius, in qua non mechanicè hyperbolã, ſed geometricè docemus deſcribere etiã nullis datis, vt inde ſine paralogiſmo circulari hyperbolam ex ſe, & per ſe, & ex hyperbola deinde latera tranſuerſum, ac rectum, & latus quadrati æqualis quartæ parti figuræ, & aſymptotos deniq; deſcribamus.

SCHOLION II.

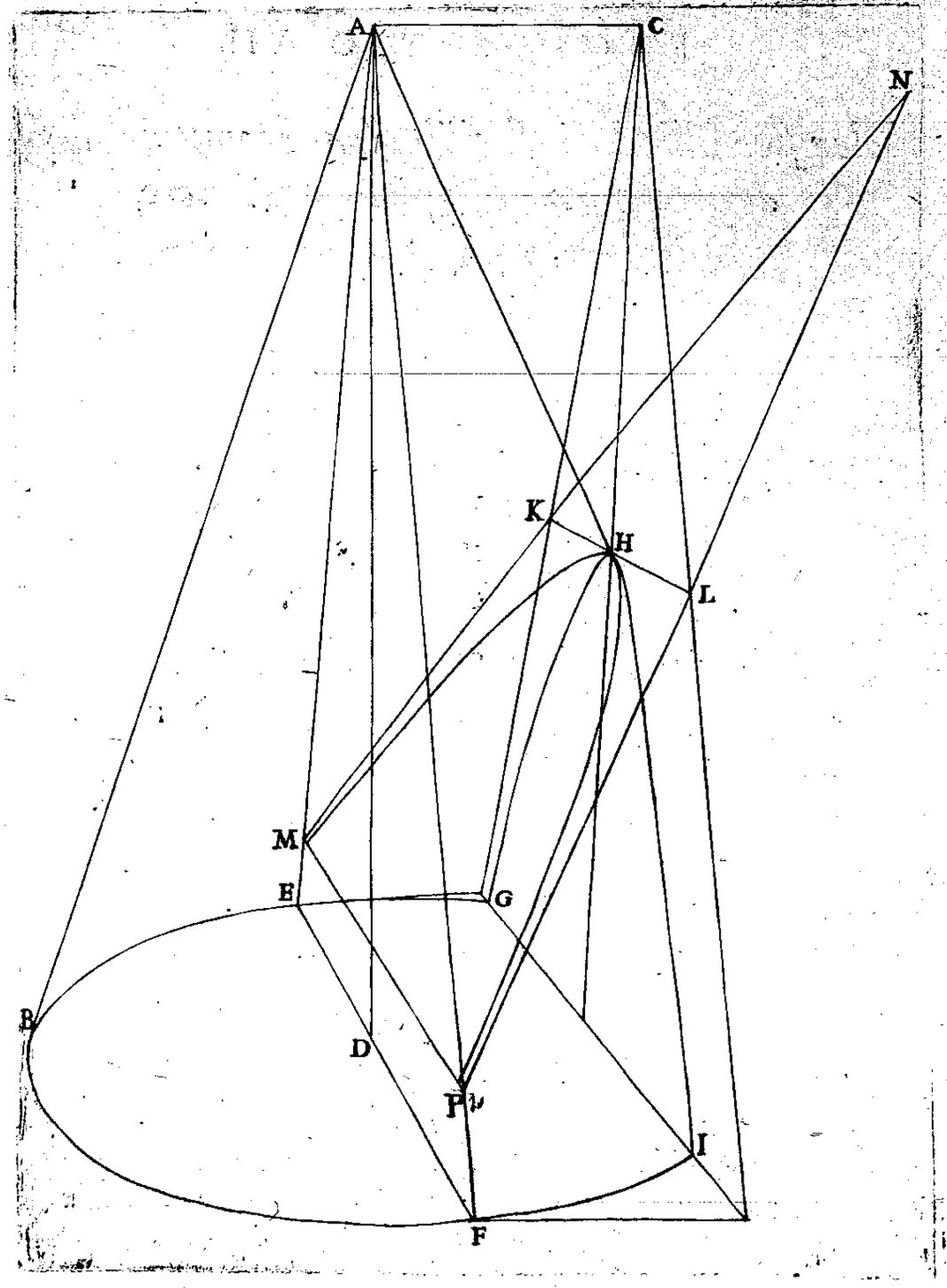
Aſymptoti non aſymptoti, & Apollonij vindicatio.

EX dictis hactenus in hoc progym. circa cõſtructiones aſymptotων, quid ſi ſi opponere fingamus nonneminem) planè ἀδύνατον quidpiam prodeat? Nam conum ABFI ponamus; & eius axem AD, per quem à plano quopiam facta ſectio creet triangulum AEF: ab alio plano ſectus fuerit conus parallelos axi, & facta fuerit hyperbole GHI. Concipe mente duo plana inter ſe parallela tangentia hinc inde conum ſecundùm latera EA, AF. Præterea recta KL, tangens hyperboles verticem, ſit latus quadrati æqualis rectangulo ſub lateribus tranſuerſo, & recto hyperboles; & dimidia alterutra KH, vel HL ſit latus quadrati æqualis 4 parti prædicti rectanguli. Per demonſtrationem corollarij poſt propoſ. 5. huius progym. erit KH, vel HL diſtantia axis hyperboles ab vtroq; plano conum tangente. Itaq; ſi planum ſecans (in quo ſit hyperbola GHI parallela triangulo per axem EAF) fingas moueri circa KL tanquam circa axem, & ſecare conum hyperbolicè quidem, ſed obliquè verſus axem AD, ſecare item plana conum tangentia in AE, AF, erunt ſectiones in cono quidem hyperbola obliqua MHP, in planis verò tangentibus communes ſectiones cum plano ſecante, erunt latera, ſeu rectæ MK, PL. Quibus poſitis affirmo (ait Aduerſarius quiſpiã) ipſas MK, PL eſſe ipſi ſectioni MHP aſymptotos, & non aſymptotos.

Exemplum enim ponamus in HP, & LP, ſunt ea aſymptoti, nam habent conditiones ab Apoll. poſitas lib. 2. prop. 1. eſt enim HL latus quadrati æqualis 4 parti figuræ, latus, inquam, idem, & axis immotus per conſtructionem, vt erat prorſus, & eſt in contactu ad verticem alterius hyperboles GHI, ductaq; eſt (vt ſupponimus ex conſtructione) ipſa PL per extremum ipſius HL ab N centro, vt vocant in conicis definitionibus lib. 1. poſt propoſ. 16. ergo, per citatam Apollonij, eſt LP aſymptotos ipſi HP. Rurſus verò è contrario non ſunt prædictæ HP, LP aſymptoti, nam HP tanget latus AF, ad quod obliqua plani ſectione progreditur. Recta etiam LP ob eandem cauſam tanget in eodem puncto idẽ latus AF; ergo concurrerent HP, LP in punctum commune P, ac proinde non erunt aſymptoti. Sunt autem ex Apoll. ergo Apollonij aſymptoti poſſunt & eſſe non aſymptoti.

Reſpondeo. Qualis qualis ea ſit oppoſitio, facilè ab hoc nodo abſolui Apollonium, ſi eius propoſitionem intelligas cum ea cautione, quam nos expreſſimus in fine Scholij 1. poſt 5 prop. huius, nempe ſi ſectio plani ſecantis planum tangens fiat axi coni parallela, de qua item parallela diſtantia à triangulo ſecante conum per axem ſupponenendum eſt Apollonium intellexiſſe, ne in abſurdum hìc poſitum ab Aduerſario incidat.

SCHO-



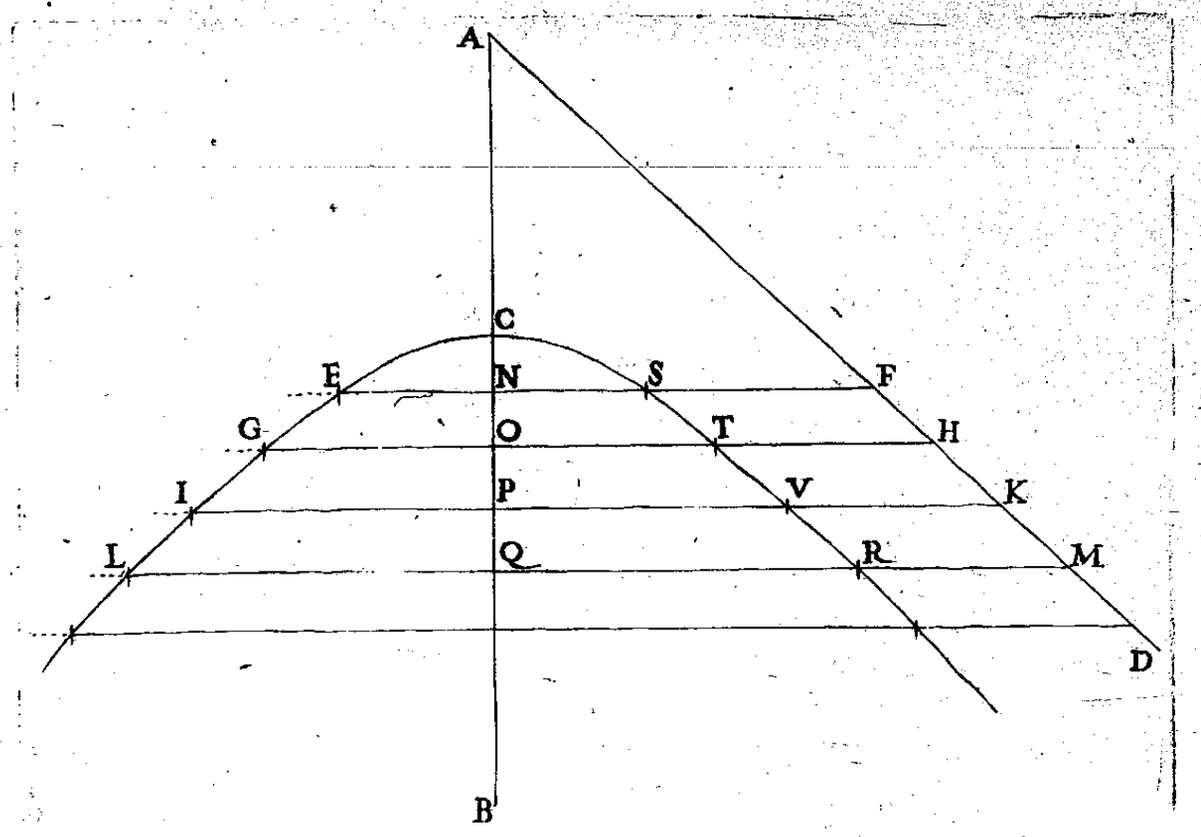
SCHOLION III.

An asymptoti ad parabolam, & ellipsim?

Ex proximè anteced. Scholio Scholion 3, eius corollarium deduci potest, quo respondeas quærenti, fieri ne possint (vt in hyperbola) etiam in parabola, & ellipsi ad rectas asymptoti? negandum enim est fieri posse. Nam quemadmodum hyperbola cùm pergit per conum nõ parallela axi coni, sed ad eum conuergit, & secat conum in latere AF, coincidet plano FC tangenti conum in P, ita quoniam ex definitionibus conicis, & è constructionibus parabolæ, & ellipsis, eæ serpunt obliquè per conum, & parabola quidem incedit v. g. à puncto H parallela lateri coni AB, ellipsis verò ab eodem H obliquè versus, & supra B secat vtrumq; coni latus, propterea vtraq; sectio etiam secat latera AE, AF trianguli secantis conum per axem, & posita eæ sectiones in plano sic obliquè versus axem secante, coeunt cum communi sectione plani secantis, & plani conum tangentis iuxta latus AF. &c. Cætera, erudite Lector, tu tecum animo perscrutare minutim, ac magis per partes. Sat nobis solum indicasse quæ deduci possint ex dictis.

PROPOSITIO VII.

Hyperbolen ſine vllis datis facillimè, ac geometricè deſcribere, atq; in vſum aſymptotωn traducere.



NE in hoc progym. videamur vti tantum descriptionibus hyperboles alibi à nobis vſurpatis, licet hîc præcipua ex parte demonſtratis; ac vt diſcas non ſolùm mechanicè, ſed etiam geometricè, hyperbolas liberè, ac ſine cognitione lateris recti deſcribere, ad vitandum circulum paralogiſticum, de quo Schol. 1. præced. propoſ. accipe nunc hîc etiam modum geometricum, & facillimum non alibi à nobis poſitum (niſi fortè tantum indicatum) hyperboles deſcribendæ per medias proportionales; ceu per medias etiam proportionales docuimus in noſtris Catoptricis parabolam deſcribere. Deducitur autem hic modus ex 17. pr. Apoll. licet paullò aliter, ac difficilior innuatur ab Eutocio ad 21. pr. conic. dato latere recto, quo nos hic non egemus.

Deducatur ergo recta AB, & accipiatur pro vertice hyperboles deſcribendæ arbitrarium punctum C: educatur ex A recta AD angulum acutum faciés ad A maiorem, vel minorem pro arbitrio latioris, aut arctioris hyperboles deſcribendæ. Tum ad axem AB agantur infra C ordinatim quotlibet indeterminatæ (quo crebriores, eò exactior erit deſcriptio) rectæ EF, GH, IK, LM, quas ſecet ipſa AD in F, H, K, M, &c. mox inter ipſas CN, NF media proportionalis NE abſcindatur; inter CO, OH media OG; inter CP, PK media PI; inter CQ, QM media QL, &c. & ipſis NE, OG, PI, QL ſecentur æquales ex altera parte in ordinatim ductis; curua enim vtrinq; deducta per E, G, I, L, S, T, V, R, erit hyperbola. Singulæ enim ordinatim actæ EN vel NS poſſunt quadrata æqualia rectangulis contentis tum ſub parte axis interceptá inter verticem hyperboles, & inter ordinatim actas, vt eſt CN, tum ſub intercept á inter axem, & inter rectam angulum facientem ad extremum lateris tranſuerſi, vt eſt NF, iuxta proprietatem hyperboles in 12. propoſ. pri. conic. alijs verbis expoſitam, & demonſtratam.

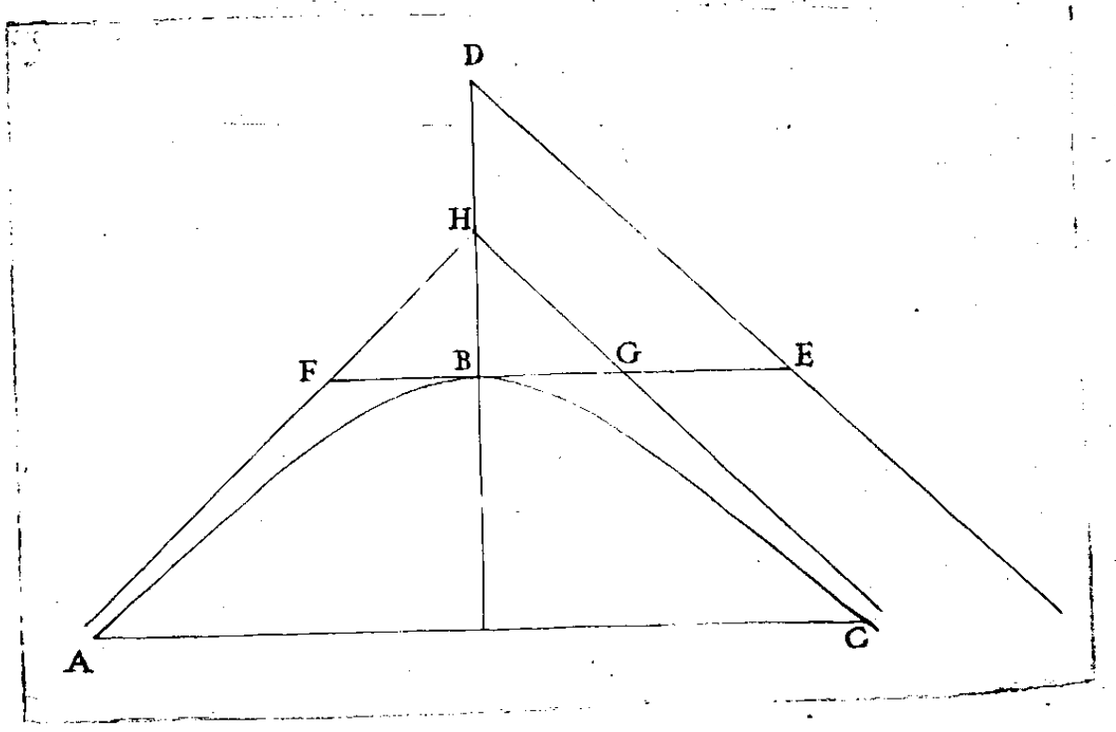
SCHO-

SCHOLION.

FAlsi sunt aliqui arbitrantes modũ prædictum ab Eutocio deduci ex 21 *pr. conic. Nam* 21 *demonstrat quadrata applicatarum, v. g. quadratum ex EN ad rectangulum CQA, (positâ hyperboles basi LQR) ita se se habere, vt rectum latus ad transuersum. quâ propositione nos in anteced. inuentionibus lateris recti usi sumus. Et quoniam Eutocius usus fuerat* 20 *anteced. ad descriptionem geometricam parabolæ, addidit Scholion post* 21, *vt ex proximè antecedenti occasione doceret etiam quì possent hyperbolæ, ac ellipses geometricè designari ex earum ortu, & proprietate, à qua nomina etiam sortiuntur, vt patet in* 12, *&* 13 *pr. conic. Quare si quis affirmet demonstrationem præced. prop.* 7. *à nobis positæ descriptionis hyperboles pendere à* 21. *pr. conic. aberrat à vero. Nihil enim* 21 *ad rem nostram facit, licet possemus ea etiam vti, ne dicam abuti, ad hyperbolas, & ellipses describendas.*

PROPOSITIO VIII.

Datâ hyperbolâ descriptâ geometrico modo præcedentis propos. 7. circa eam rectas asymptotos describere.



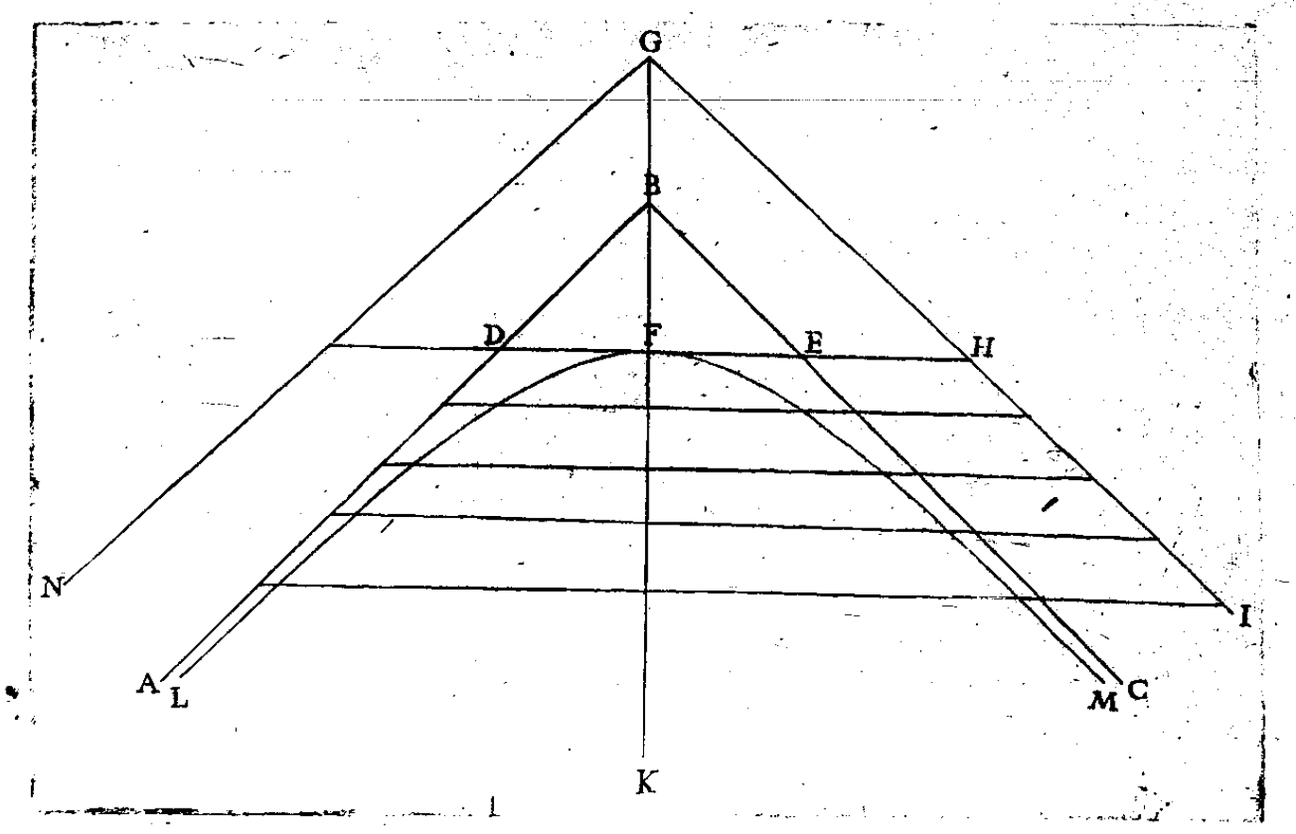
PRoblema hoc vsum ostendet paradoxorum paullò ante in corollarijs positorum. Nam datâ hyperbola ABC præcedenti modo descritâ, quoniam ex ea descriptione prodierunt nota latera transuersum DB, atq; etiam rectum BE, iuxta propos. 3. huius progym. si inueniatur media proportionalis inter ea latera, quæ sit recta FG tangens ad verticem B, & deinde si cætera fiant vt in prop. 5. huius progym. id est transuersum latus bifariam secetur in H, & ex H per F, & G educantur duæ rectæ, erunt illæ asymptoti ad sectionem ex 1 propos. lib. 2. conicorum.

SCHOLION.

IVxta verba propositionis accepimus datam hyperbolam, non abstractè, sed modo præposito descriptam, vt scilicet è sic descriptâ, sciamus etiam latera rectum, & transuersum, &c.

PROPOSITIO IX.

Intra rectas angulum facientes hyperbolam rectis ipsis asymptoton aliter, quàm in 6. propos. huius progymnas. describere.



Fiet hæc descriptio asymptoti hyperboles iuxta descriptionem hyperboles in 7. huius. Sint enim rectæ AB, BC angulum quemcumq; facientes in B; Ex B abscindantur pari interuallo BD, BE; iungatur DE (erunt autem maiori, vel minori interuallo secandæ BD, BE, prout vertex hyperboles requiretur propius ipsi B, vel remotius ab eo) & bifariam diuidatur in F. Ex F perpendicularis educatur, quæ bifariam diuidet angulum B, per 8. primi (sunt enim per constructionem in duobus triangulis æqualia latera BD, BE, DF, FE, & BF commune latus, ergo & anguli æquales, &c.) ac producatur donec secetur BG æqualis ipsi BF. Tum rectis GF, DE tertia proportionalis inueniatur, v.g FH; ex G per H producatur recta vt lubet vsq; ad I, producatur item in directum ipsa GF vsq; (in exemplum) ad K. Ac deniq; reliqua fiant, vt dictum est in 7. propos. huius circa ordinatim ductas, & sectas, & circa descriptionem curuæ per puncta sectionum, qnæ erit hyperbole LFM.

Duo demonstranda sunt, seu potius tantum innuendæ sunt demõstrationes duarum propositionũ. Prima propositio est, LFM esse hyperbolen. Patet hoc ex antecedẽtibus in hoc progymnas. quia GF est latus transuersum, DE est tangens ad verticem sectionis, quæ cum media sit inter GF latus transuersum, & inter latus rectum, inuenta tertia proportionalis FH est quæsitum latus rectum, & singulæ ordinatim actæ ad axem possunt quadratum æquale rectangulo sub intercepta inter F, & inter ipsas ordinatim actas, & sub interceptis inter axẽ FK & inter rectã GI.

Secunda propositio est, sectionem LFM esse asymptoton rectis BA, BC. Patet hęc etiam, quia FE, FD sunt latera quadrati æqualis quartæ parti figuræ, & ipsæ rectæ ductæ sunt à centro B per extrema E, D iuxta 1. secundi conicorum. Confectum igitur est propositum problema, & demonstratum.

SCHOLION I.

Solutio cuiusdam quæstionis de angulo asymptotũ, &c.

IN propositionis proximè positæ figura recta GH I an & ipsa asymptotos est ipsi hyperbolæ? si est, an semper? si non est, quando? & cur? Respondeo, primò, *si recta à puncto G deducta facit angulum BGH æqualem, aut maiorem angulo FBE, erit & ipsa GHI asymptotos sectioni; sin autem,* secundò, *angulus BGH minor est angulo FBE, non erit GH I asymptotos, sed coincidet sectioni. Ratio primæ nostræ responsionis est, quia angulus rectilineus, quem faciunt lineæ continentes hyperbolen, non est minor angulo rectarum asymptotũ, vt demonstratum habetur in vltimo theorematum ex veteribus codicibus appositorũ ad 14 secundi Conicorum. Si ergo angulus BGH, siue totalis NGH,*

non

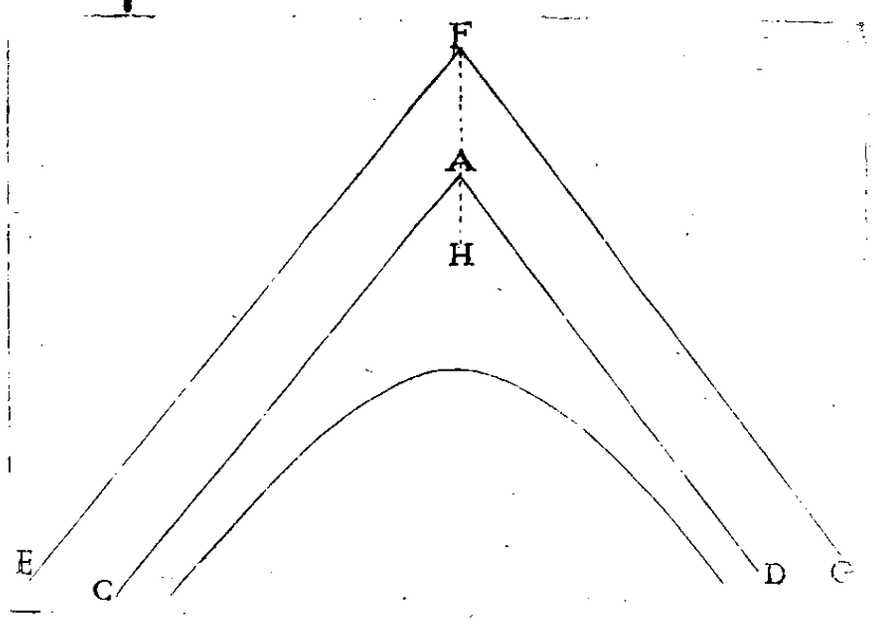
non eſt minor angulo DBE, ergo eſt vel æqualis, vel maior, vt contineat & ipſe ſectionem LFM, nec cum ea coincidat, ac proinde ſint GN, GH productæ aſymptoti ſectioni. Citati verò à nobis antiqui theorematis veritas, vt conſtet, vide ſequens Scholion 2.

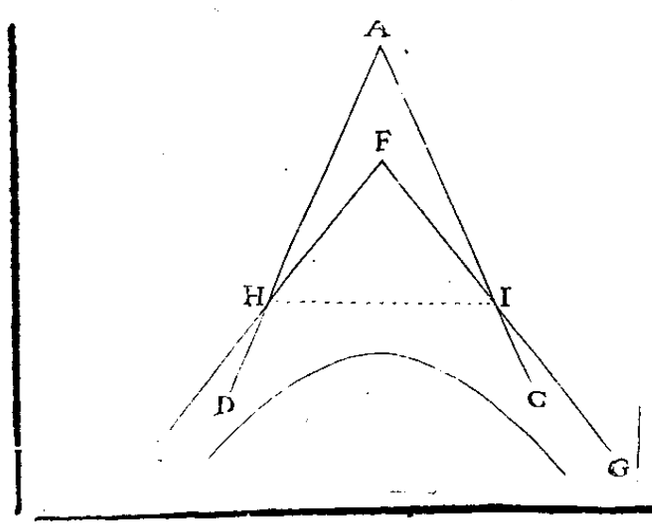
Ratio 2 reſponſionis latet in noſtra demonſtratione quartæ propoſ. progym. 2. de aſymptotis, & in Scholijs ad eam. Nam angulus NGH minor angulo DBE, efficit vt rectæ GN, GH productæ cadant intra rectas BA, BC, & coincidant ſectioni hyperbolicæ.

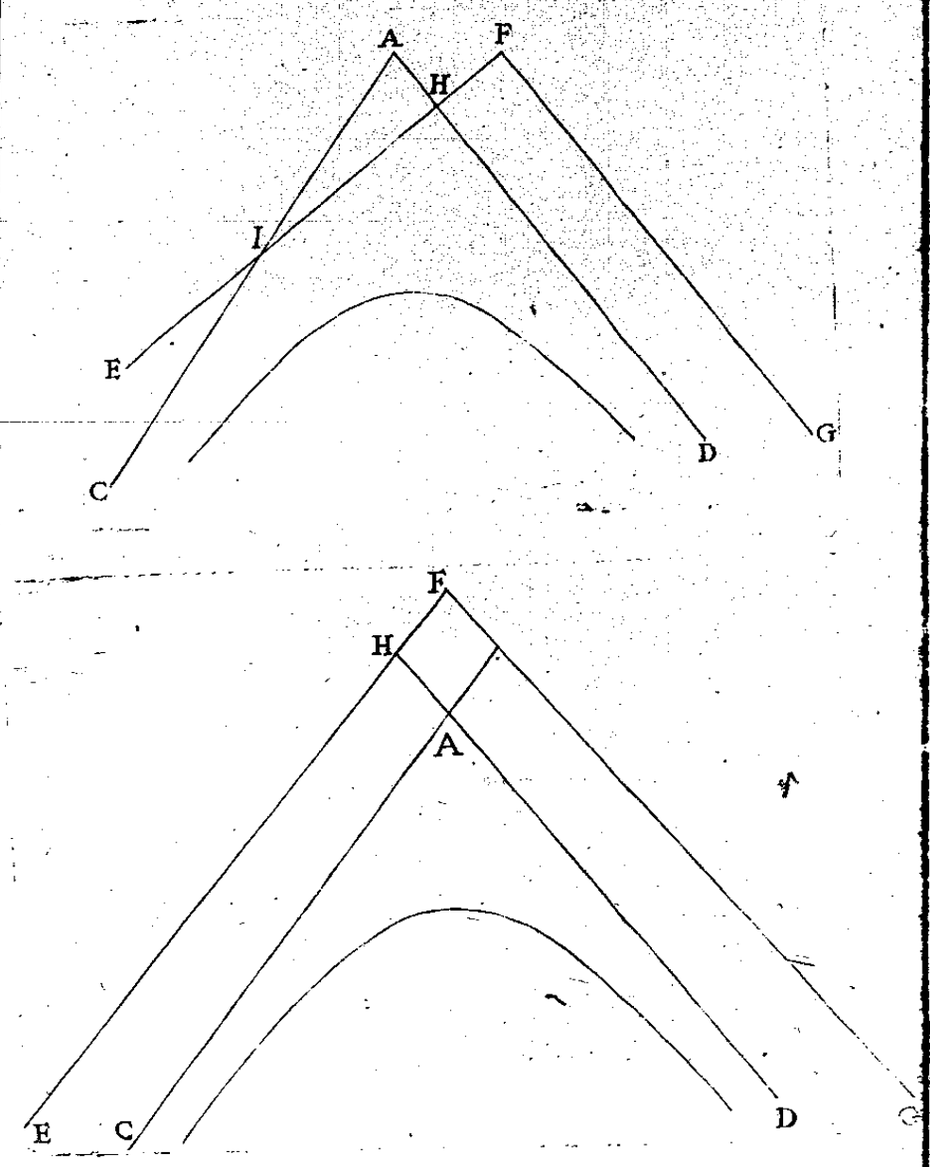
SCHOLION II.

In quo explicationes, & demonſtrationes noſtræ ad antiqua quædam theoremata.

NE cogaris extra nos quærere codicem, aut theorema id antiquum nuper à nobis citatum in ratione primæ noſtræ reſponſionis, ac præterea quoniã id theorema eget aliqua elucidatione, præſertim pro Tyronibus; in eorũ nos gratiam verba, & figuras theorematis hìc ponemus, & elucidabimus, atq; in figuris aliquot literas, & duas tantum lineas punctuatas occultas apponemus ad demonſtrationum euidentiam. Verba theorematis, ac demonſtrationis ſunt: Si eſt angulus rectilineus, qui hyperbolen contineat, non eſt minor angulo hyperbolen continente. &c.





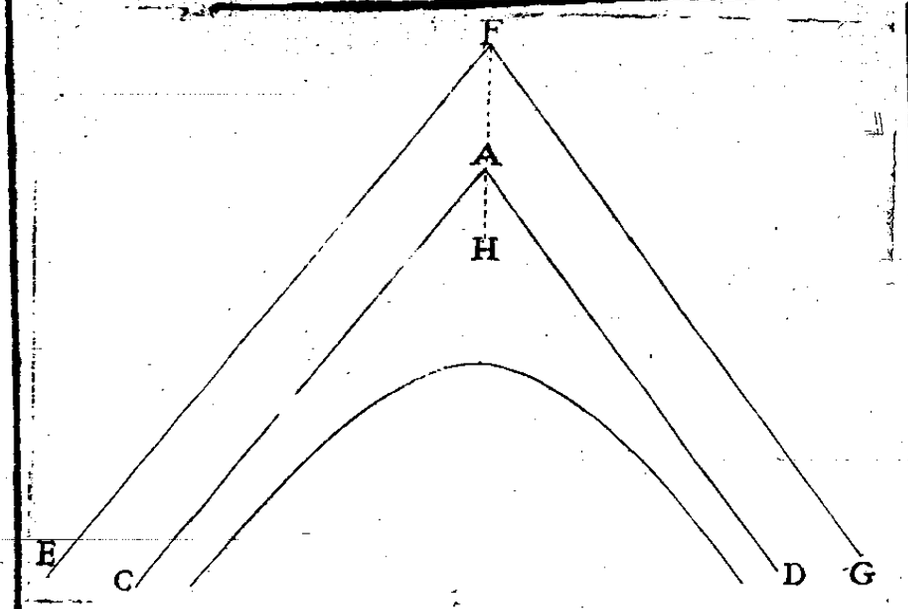


Sit hyperbole *in 1. fi.* cuius aſymptoti CA, AD; aliæ verò aſymptoti ſint EF, FG; dico angulum ad F nõ minorẽ eſſe angulo ad A. Sint enim primum EF, FG ipſis CA, AD æquidiſtantes, ergo angulus ad F non eſt minor eo, qui ad A. Si verò non ſint æquidiſtantes (vt in 2. figura) conſtat maiorem eſſe angulum ad F angulo CAD. Sed in 3. figura angulus FHA eo, qui ad A maior eſt, & qui ad F æqualis eſt angulo FHA. Deniq; in 4 figura angulus, qui ad verticem maior eſt angulo, qui itidem ad verticem conſtituitur. non igitur angulus ad F angulo, qui ad A minor eſt.

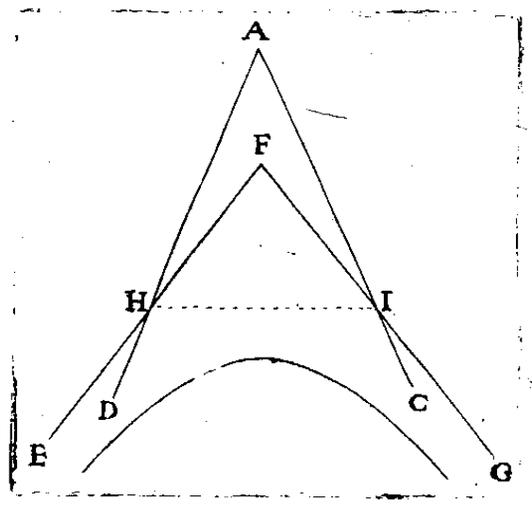
Hactenus theoremata, figuræ, demonſtratio. Eorum author quicumq; fuerit, more veterum, affirmat tantum, nec indicat demonſtrationes elementares, è quibus lectori non admodum in geometricis verſato patere poſſit veritas enuntiationum in demonſtratione poſitarum. Nos igitur etiam in huius demonſtrationis elucidatione tyronibus nõ deerimus.

Ac primò ponit caſus omnes angulorum, qui, præter angulum aſymptotũ, & ipſi ſic hyperbolen contineant, vt aſymptotos efficiant. Caſus autem variæ poſitionis eorum angulorum ſunt: cadant vel ſupra, vel intra, vel extra ad latera aſymptotũ, ſintq; lineæ eos angulos conſtituentes vel vtraq; vtriq; aſymptotum parallelæ, vel neutra, vel alterutra tantum. Secundò poſthæc demonſtratio ſequitur, ad cuius partes, & verba nè geometricè hæreas, accipe à nobis ſequentia.

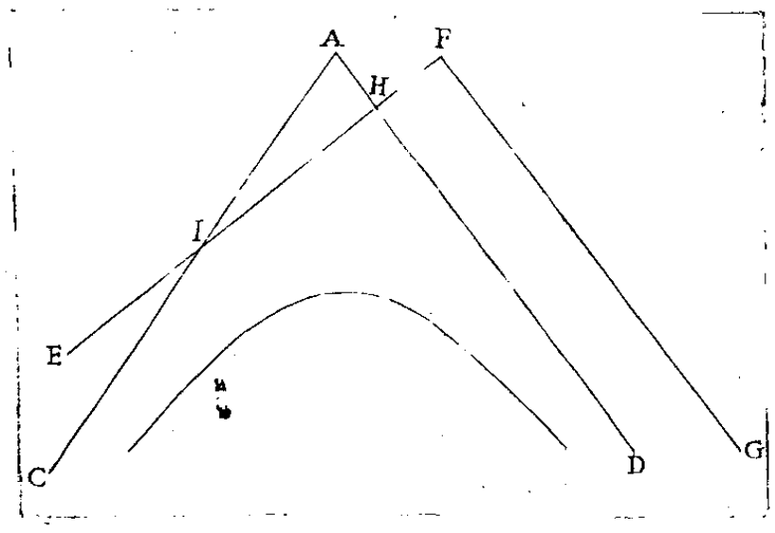
Ergo



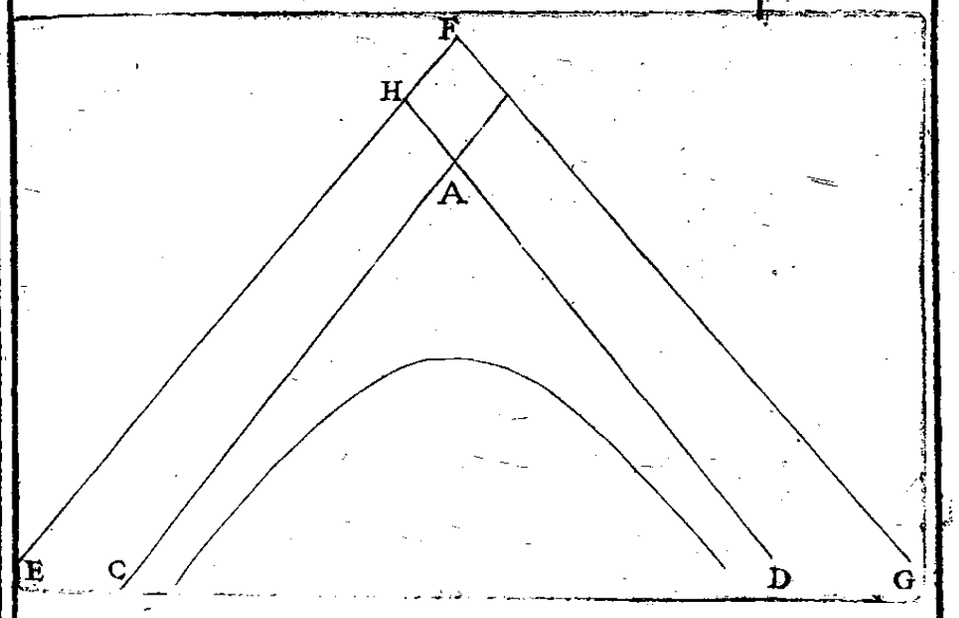
Ergo angulus ad F non eſt minor eo, qui ad A. *Ratio latet in ſuppoſitione poſitâ, quod in 1 figura FE, AC, & FG, AD ſint parallelæ. Si enim sũt, fingere rectam HF ire per vertices, ſeu puncta A, F, ergo, per 29 pr. Eucl. faciet angulos duos partiales internos æquales partialibus duobus internis, ac proinde totus externus A erit toti interno F æqualis. ergo non erit minor angulus F continentium hyperbolen, ſeu duarum aliarũ aſymptotων EF, FG, quàm angulus A aſymptotων, vt ita dicam, primariarum CA, DA.*



Si vero &c. in ſecunda figura conſtat maiorem eſſe angulum ad F angulo CAD, *ſcilicet per 21 pr. Si enim in 2 figura fingas rectà iungi puncta HI, in quibus ſecant ſe AD, FE, & AC, FG, ab extremitatibus baſis HI rectæ HF, IF ductæ in angulum F, (qui eſt intra angulum A) erunt quidem minores ipſis HA, IA, ſed angulum ad F continebunt maiorem angulo A.*



In 3 figura angulus FHA, eo qui ad A maior eſt, *ſcilicet per 16 pr. eſt enim trianguli AIH externus AHF maior oppoſito interno IAH.* Et qui ad F æqualis eſt angulo FHA. *Supponit nimirum Geometra ipſam FG eſſe parallelã ipſi AD, ac proinde rectã HF cadens in parallelas facit angulos alternatim AHF, HFG æquales, per 29 pr. Poteſt ex eadem 29. aliter demonſtrari angulum F eſſe in 3 figura maiorem angulo A. Nam angulus HFG intra parallelas FG, HD internus, & oppoſitus, & ad eaſdem partes æqualis eſt externo IHD, externus verò hic eſt etiam externus reſpectu oppoſiti interni A in triangulo AIH, ergo vt æqualis eſt interno F, ſic maior idem eſt interno A, atque ideo, per 1 axioma, A, qui minor eſt ipſo IHD, minor etiam eſt ipſo HFG.* quod enim minus eſt vno æqualium, minus eſt & altero æqualium.



Deniq; in 4 figura angulus, qui ad verticem maior eſt angulo, qui itidẽ ad verticem. &c. *Vocat angulos A, & F ad verticem, non iuxta 15. pr. vt cõmuniter accipiuntur à Geometris circa punctum, in quo ſe mutuo ſecent rectæ, &c. ſed ad verticem triangulorum angulos hic intelligit. Præterea ſupponit FE, FG non eſſe parallelas ipſis AC, AD, ſed diuergere, ab ijs.*

Demonſtro igitur angulum F maiorem eſſe angulo A ſic. Producto alterutro laterum AC, vel DA, donec in H incidat ipſi EF, quoniam, ex ſuppoſitione, FE, AC non ſunt parallelæ, HE diuergit ab AC, & ſemper magis, ac magis dilatatur ſpatium inter eas magis, ac magis productas: ſi autem eſſent parallelæ, duo anguli interni EHA, CAH eſſent, per 28 pr. æquales duobus rectis; nunc autem, propter prædictam diuergentiam, duobus rectis maiores ſunt; at verò, per 13. anguli DAC, CAH ſunt æquales duobus rectis, ergo, ablato communi CAH, remanet angulus CAD minor angulo EHA, ex axiomate 5. ſi enim ab inæqualibus compoſitis commune, vel æquale auferatur, remanent partes minoris compoſiti adhuc minores relictis partibus maioris compoſiti.

Eodem modo quoniam HD, FG, ex conſtructione ſuppoſitâ, inter ſe diuaricantes ſunt, & propterea anguli DHF, HFG maiores ſunt duobus rectis.

tis, sunt autem EHA, AHF æquales duobus rectis, ablato AHF communi, remanet EHA minor ipso HFG, ergo angulus A minor ipso EHA multo erit minor angulo F. quod erat demonstrandum.

Hac ad eam propos. antiquam à nobis apposita sint elucidationis, & exercitationis tyronicæ gratia. Nam sine vllis demõstrationibus ea propositio de angulo aliarum asymptotωn nõ primariarum, quod scilicet eæ angulum efficiant non minorem angulo primariarũ asymptotωn, sine alijs demonstrationibus tanquam corollarium deduci potest ex demonstratione, & Scholijs ad 4 nostram propos. progym. 2. de asympt. Si enim minor sit angulus angulo asymptotωn, rectæ minorem angulum continentes non sunt asymptoti, sed coincidunt sectioni. Necesse ergo est consequenter eum angulum esse vel æqualem, vel maiorem angulo asymptotωn.

SCHOLION III.

De plurimis asymptotis organicè exhibitis apud nos.

PRaxim insignem antedictorum in hoc progymnasmate vide in nostris Gnomonicis, vbi in plano horarij nostri vniuersalis exhibemus plusq; 360 asymptotos rectarum ad curuas.

Hactenus versati sumus in theorematibus, & problematibus circa asymptotos in plana superficie, nũc breuissimè perstringemus aliqua de asymptotis in conica superficie.

PROGYMNASMA QVARTVM.

De rectà, & hyperbolicà in conica ſuperficie aſymptotis. De curuis inter ſe ſe variè aſymptotis. De promiſcuis aſymptotis.

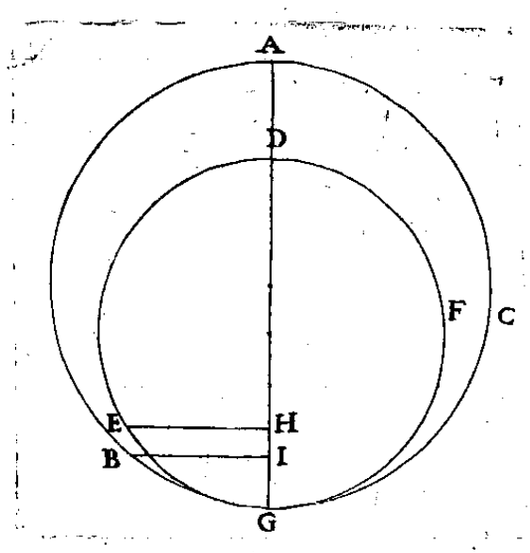
Superſunt adhuc circa aſymptotos conuexarum ad rectas ea aſymptoti, non quæ ſunt in plana ſuperficie conum vel ſecante, vel tangente, vt adhuc oſtendimus, ſed eæ, quæ in ſuperficie conica deſignatæ, ſemper & ipſæ accedentes, non ſe tamen vnquam poſſunt contingere. Quibus demonſtrandis præmittendum, & affirmandum eſt verbis Ariſtotelis quæſtione ſecunda mechan. ſequens —

— LEMMA.

In circulis inęqualibus rectæ æquales ex peripherijs demiſſæ perpendiculariter ad diametros, de diametris circulorum maiorum ſegmentum minus auferunt.

TAntum propoſitionem affert Ariſt. at verò geometricam demõſtrationem non affert. Demonſtrationes geometricas huiuſce propoſitionis, quæ hîc lemmatica eſt, vide apud nos ſuo locò in vltimo progym noſtri huius Geometrici theorici Apiarij. Hîc tantũ lubet indicare quemmodum etiam ex communibus notionibus (vt loquitur, ac ſæpe docet Proclus ad propoſ. lib. 1. Eucl.) patere poſſit veritas huiuſce propoſitionis lemmaticæ.

Intra circulum maiorem ABC deſcribas minorem DEF, qui tangat maiorem in G, & æquales EH, BI deducantur perpendiculariter in lineã diametralem AG vtriq; circulo cõmunem.



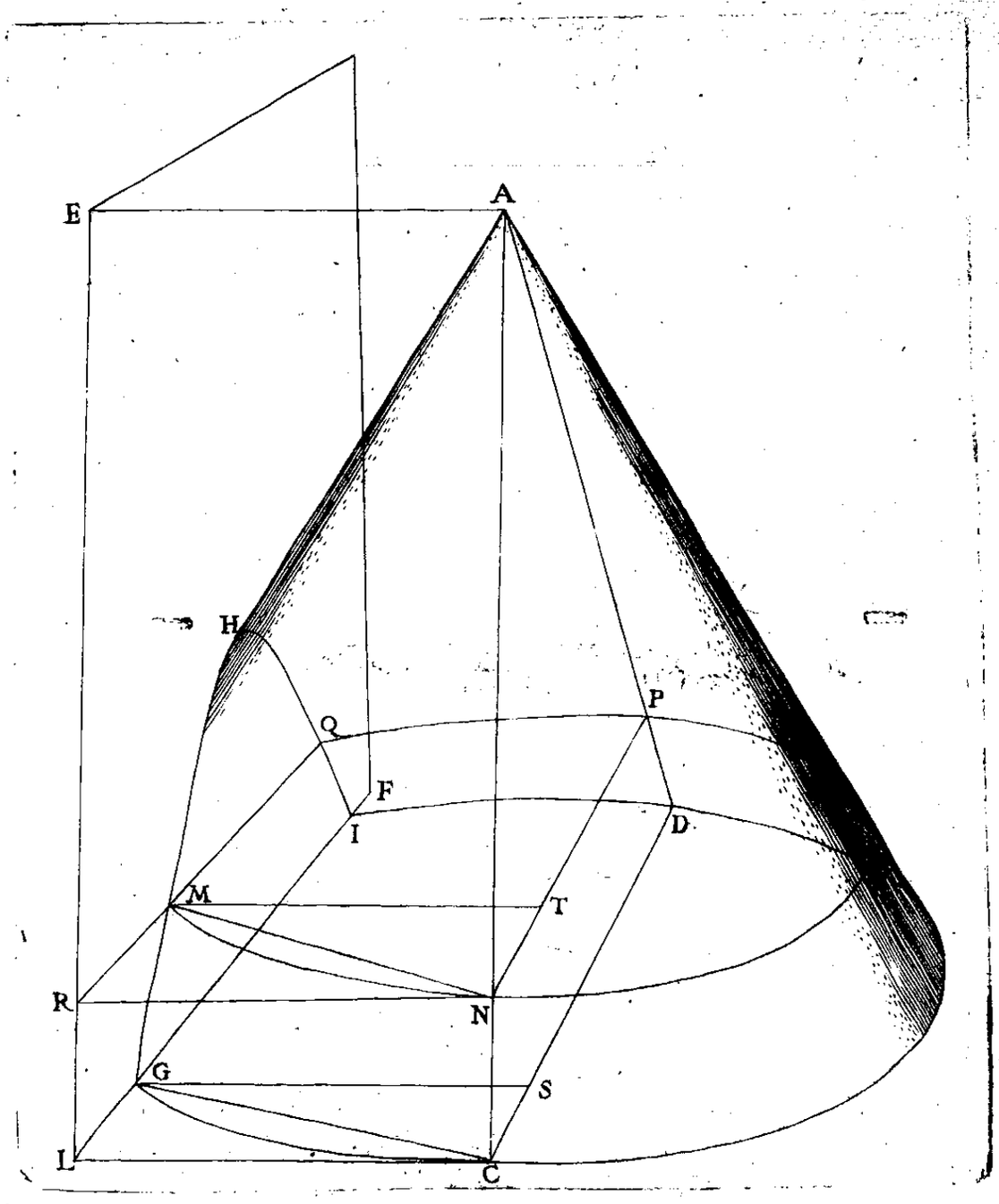
I. Quoniam intra maiorem circulũ ABC cadit totus minor DEF, neceſſario punctum E erit vltra punctum B, & ex E demiſſa perpendicularis ſecabit in H vltra ſectionem in I factam à perpendiculari BI demiſſa ex citeriori puncto B.

II. Minores circuli ſemper ſunt curuatiores, ideò traducunt perpendiculares ad diametros ſemper magis verſus centrum, quám maiores circuli, ac proinde BI æqualis ipſi EH, auferet minus ſegmentum IG. &c.

PRO-

PROPOSITIO I.

In conica ſuperficie hyperbola, & recta ſemper magis inter ſe ſe accedentes, nunquam tamen coincidentes.



ESto conus ABC, planum ſecans per axem ACD, & communem ſectionem faciens in coni quidem dorſo rectam AC, in baſi vero rectam CD. Secundum rectam CA planum tangens conum ſit CE; planum vero ſecans conum parallelos axi ſit EF, in quo ſectio coni ſit hyperbola GHI, & communis ſectio plani ſecãtis cum baſi coni ſit recta LF, cum plano verò tangente ſit linea recta EL. Planum aliud ſecet conum parallelos baſi, & faciat in cono quidem circulum MNBPQ, in plano vero tangente rectam NR, & in ſecante rectam RQ, ac deniq; in ſecante per axem rectam NP. Ab G, & M punctis, in quibus planum FE ſecat circulos GCBI, MNBQ, emittantur perpendiculares GS, MT ad diametros CD, NP. deniq; iungantur rectæ GC, MN.

I. Dico Hyperbolicam HG, & rectam AC ſemper magis ad ſe ſe accedere quanto magis ſit receſſus à puncto H verſus G, & vlterius. Quoniam enim plana CAD, FE ſunt per conſtructionem parallela, & ſecãtur à plano tranſeunte per RNBPQ, ſunt ſectiones NP, RQ parallelæ, per 16 vndec. & propter eandẽ rationem parallelæ ſunt LI, CD; itemque parallelæ ſunt RN, LC, & RL, NC, quia plana parallela CAD, FE, & LCBI, RNBQ ſecant, & ſecantur à plano LEAC. In planis etiam LD, RP rectæ LC, GS, & RN, MT parallelæ ſunt propter angulos rectos internos, qui fiunt à tangentibus RN, LC, & à perpendicularibus MT, GS. ſunt ergo parallelogramma TR, NL, LS, & conſequenter, per 34 primi habent oppoſita latera, & angulos æqualiá. Rectæ igitur MT, GS, quæ ſunt æquales ipſis RN, LC æqualibus, erunt & ipſæ inter ſe ſe æquales.

Quoniam ergo, iuxta lemma huic propoſitioni præcedens, in circulis inæqualibus GCBI, MNBQ rectæ æquales MT, GS ex peripheriarum punctis M, G emiſſæ perpendiculariter ad diametros NP, CD de diametris circulorum auferunt ſegmenta inæqualia, nempè de

diametro circuli maioris ſegmẽtum CS minus, quám ſegmẽtum NT, ergo LG, quæ in parallelogrammo LS eſt ipſi CS æqualis, erit & ipſa minor, quam recta RM, quæ in parallelogrammo RT eſt ipſi NT æqualis.

Igitur quoniam in parallelogrãmo LN rectæ RN, LC ſunt æquales, & recta MR maior eſt quam GL; anguli vero MRN, GLC in parallelogrammis RT, LS oppoſiti angulis MTN, GSC rectis recti sũt, ergo latus MN, cuius quadratum æquale eſt, per 47 pr quadratis laterum MR, RN, erit maius, quám latus GC, cuius quadratum æquale eſt quadratis laterum GL, CL; ergo Hyperbolica HG in pũcto G minus diſtat à recta AC, quàm in puncto M.

II. At vero quòd, licet ſemper accedentes inter ſe ipſæ HG, AC, nunquam ſe contingant, ſic patet. nam cum hyperbola IHG ſit in plano conum ſecante parellelos axi, & AC in plano conum ſecante per axem; ſi ergo fingas HG, & AC aliquando in vnum concurrere, concurrent etiam ipſa plana, in quibus cæ ſunt lineæ, ſed ea plana ſupponuntur parallela, ergo parallela plana poſſunt concurrere, ac ſe ſe contingere, quod habet implicantiam ex ipſa definitione; parallela enim ſunt quæ ſemper æquidiſtantia nunquam ſe poſſnnt contingere.

SCHOLION I.

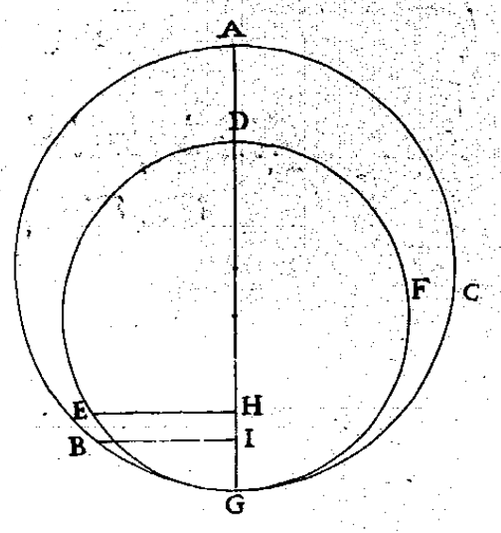
Indicatur expeditior demonſtratio.

QVod attinet ad priorem partem proximè antecedentis propoſitionis, hoc eſt de acceſſu ipſarum HG, AC; poterat expediri ex ijs, quæ in antecedẽtibus progymnaſmatis, præſertim in 1. huiuſce Apiarij demonſtrata ſunt, nempè quod MR ſit iam demõſtrata maior, quam GL, &c. Tamen varietatis, & abundantioris doctrinæ gratia viſum eſt hic aliter ex alio lemmate demonſtrare maiorem eſſe MR, quam GL, &c.

SCHOLION II.

Solutio nodi tyronici.

OBjciet Tyro: lemma (iuxta eius figuram) eſt de circulis inæqualibus, quorum maiorem intus tangat circulus minor; at conus habet circulos ſi æquidiſtantes quodammodo concentricos, ideſt per quorum centra axis coni tranſit. Itaq; circuli conorum nec ſimul ſunt, nec ſe tangunt, ac proindè lemma non congruit cum demonſtratione propoſitionis præcedentis. Reſpõdeo: lemmatis verba non requirũt circulos ſe contingentes, & eccentricos, &c. ſed modo ſint inæquales, & rectæ per



pendiculares ad diametros demiſſæ ſint æquales, valet demonſtratio. Nos vero lemmatis figuram ſic compegimus ex circulis ſe tangentibus, & habentibus diametros in vnà, eàdemque lineà facilioris euidentiæ gratià. reuiſe figuram lemmatis. patet enim in linea diametrali AG ſegmẽtum GI diametri maioris, &c. eſſe partem reſpectu ſegmenti GH diametri minoris, &c. finge igitur in figura propoſitionis circulos GCDI, MNP Q contingere ſe ſe in puncto C, & diametrum NP ſuperpoſitam eſſe ipſi CD, tunc enim idem videbis quod in lemmate.

SCHOLION III.

Ad Euclidis 16. lib. vndec.

PRudenter magnus ille Geometra pronuntiauit: ſi duo plana parallela plano quopiã ſecentur, communes illorũ ſectiones ſunt parallelæ. *Nam plana duo parallela poſſunt ſecari à ſuperficie non plana, quæ nõ faciat in planis ſectis communes ſectiones parallelas. Vides enim in figura propoſitionis antecedẽtis, ſi plana parallela AC D, FE fingas ſecari à ſuperficie conica HABCG, communes ſectiones HG, AC eſſe aſymptotos, ideſt nõ quidem concurrentes in mutuum contactum, ſed tamen ſemper magis inter ſe ſe accedentes, quod eſt contra intrinſecam affectionem linearum parallelarum.*

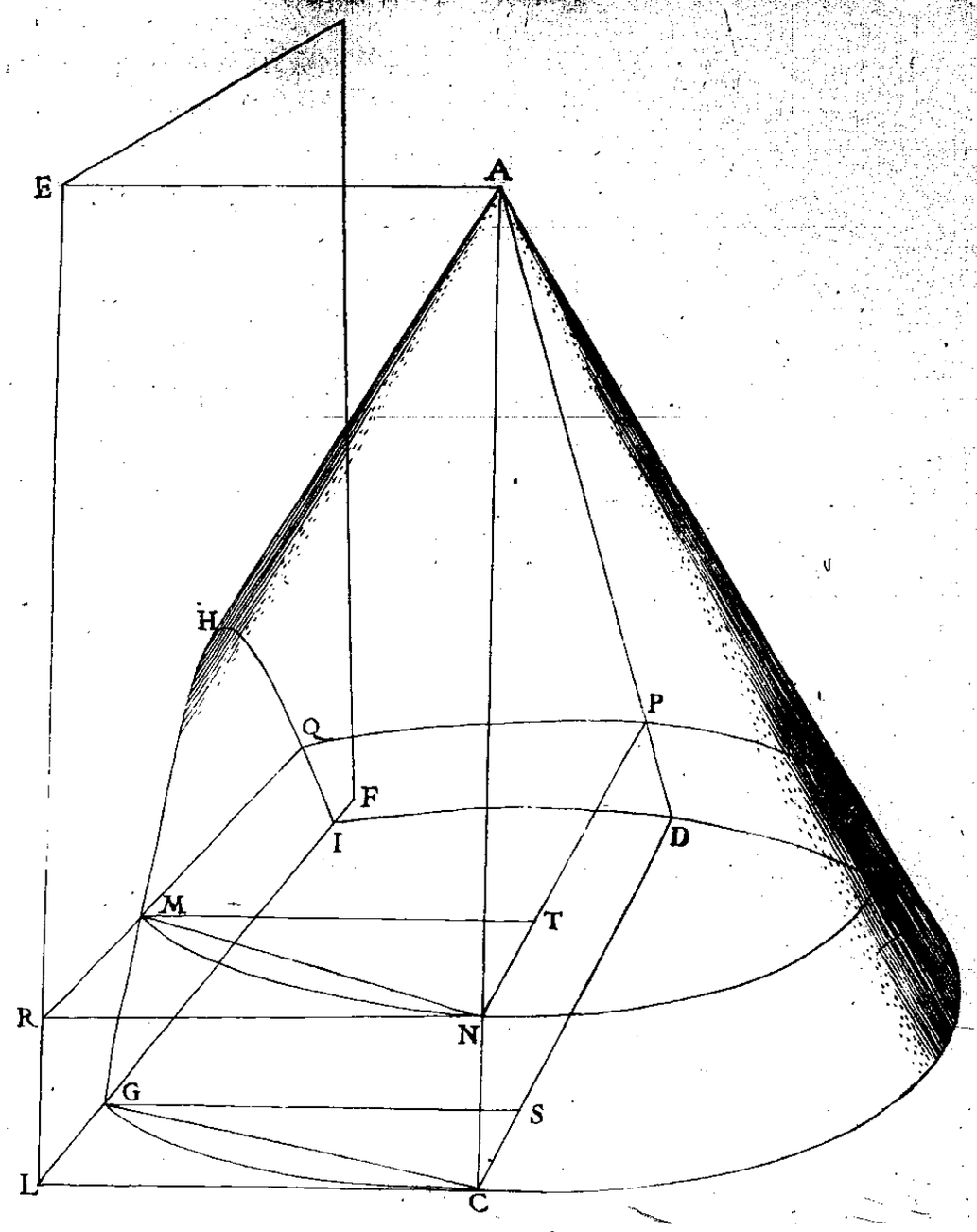
COROLLARIVM

Paradoxicum.

Aſymptoti etiam in planis parallelis.

QVis credat? ſi parallela ſunt plana, quomodo lineæ in ijs eſſe poſſunt quæ magis, ac magis inter ſe ſe accedant, licet non

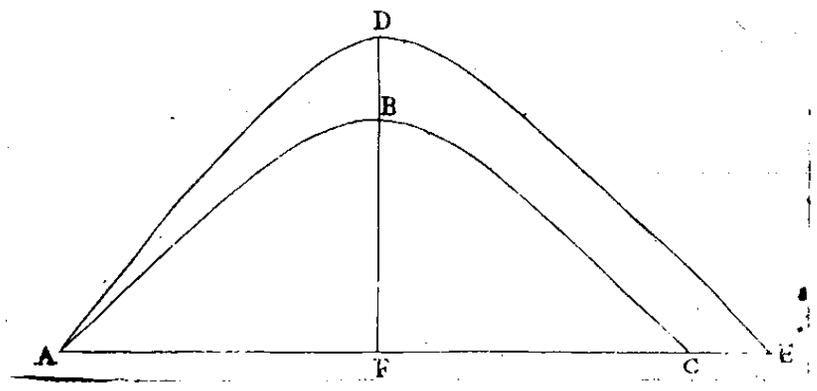
con-



concurrant? Patet tamen paradoxum in figurà præcedentis propoſit. Nam hyperbole HG, & recta AC nõ ſolum ſunt in ſuperficie conica, ſed etiam in planis parallelis CAD, FE, quorum alterum ſecat conum per axem, alterũ ſectionem facit axi parallelam, ſuntq; ſectiones HG, AC communes, & conicæ ſuperficiei ſectæ, & planis ſecantibus. Demonſtratio verò præcedentis propoſitionis valet, ſi conſiderẽtur lineæ HG, AC in planis ACD, FE non minus, quam ſi conſiderentur in ſuperficie conica.

PROPOSITIO II.

Hyperbolæ concauæ cum conuexis nunquam coincidentes.



POſt aſymptotos rectarum ad curuas concauas (ceu ſunt conchiles) & ad curuas conuexas (ceu ſunt hyperbolicæ) tam in planà, quàm in conicà ſuperficie, tã in eodem, quã in diuerſis planis, veniamus iam, rectis lineis dimiſſis, ad curuas cum curuis aſymptotos. Ac, dimiſſis Apoll. & Nicomede, Pappus tantiſper nobis eſt conueniendus lib. 7. collect. prop. 208. & ſeq. cum quo quî nobis conueniat videbis, Lector, in ſequentibus, vbi videbis conuexas ad concauas aſymptotos.

Sit ergo prior hyperbole ABC, & poſterior

ADE, quæ posterior fingatur facta à plano secante vnum, eundemq; conũ parallelœs sectioni prioris hyperboles. Dico ABC, ADE nunquam conuenturas, etiam si in infinitũ protrahantur, & semper magis accedant inter se. De accessu semper maiore in sequent. 3 propos. probabimus, nunc hîc demonstremus de asymptotis.

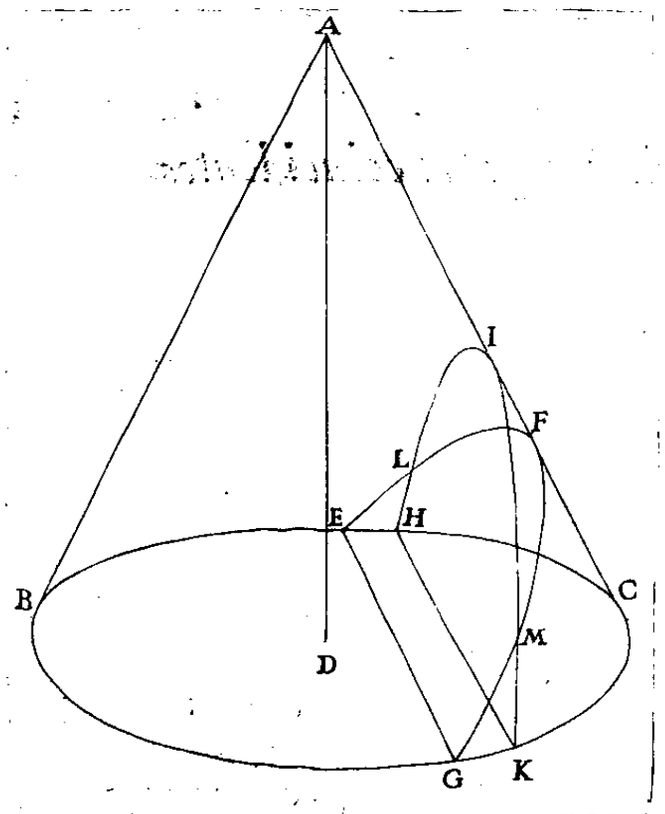
Primus Casus.

COnueniant enim si fieri potest pro primo casu, ad alteram tantum partem, vt in A; & iũgatur ordinatim ad axem recta AC, ac producatur ad E. Hîc Pappus & rectas lineas ipsis hyperbolis circumscribit, & demonstrationem breuiculam illam quidem, atq; acutam habet, sed quæ egeat 8 sec. conic. ex quá 8 itur retro per alias Apoll. propositiones. Nos vt scientiam Tyronibus statim, atq; ex primis principijs indemonstrabilibus, siue ex ipsis definitionbus conficiamus, sic aliter demonstrabimus.

Quoniam DF axis est, ergo ex primis definitionibus apud Apoll. lib. 1. defin. 18. & 13. bifariam in pũcto F diuidit in hyperbole quidem minore ABC ipsam AC, in maiore ADE ipsam AE. Cum ergo ipsæ FC, FE sint æquales eidem AF, ergo erunt, per 1 axioma, & ipsæ inter se æquales, pars FC, & totum FE, contra 1 principium. Non ergo conuenient in alteram partem, vt in A, pro primo casu.

SCHOLION I.

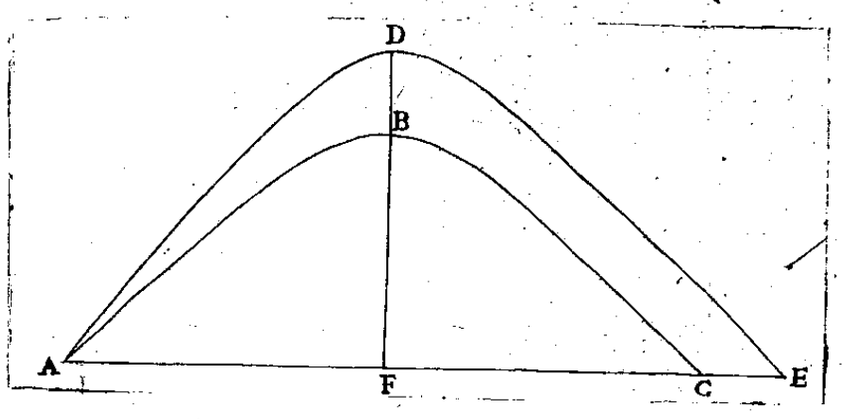
Cur sectio secundi coni parallela sit primo.



IN constructione præcedentis demonstrationis posuimus vtramq; hyperbolam fieri à sectionibus planorum parallelorum. Nam si secus fiat ruet propositio apud Pappum, & apud nos; vt si conus ABC secetur plano obliquo conuerso ad axem AD, tum idem planum secet conũ parallelœs axi AD, hoc est, non parallelœs priori sectioni, auferatq; secundam arctiorem, & interiorem sectionem HIK, nihil dubitationis est, quin sectiones illæ sint coituræ, ac se secturæ, vt exemplum vides in L, M.

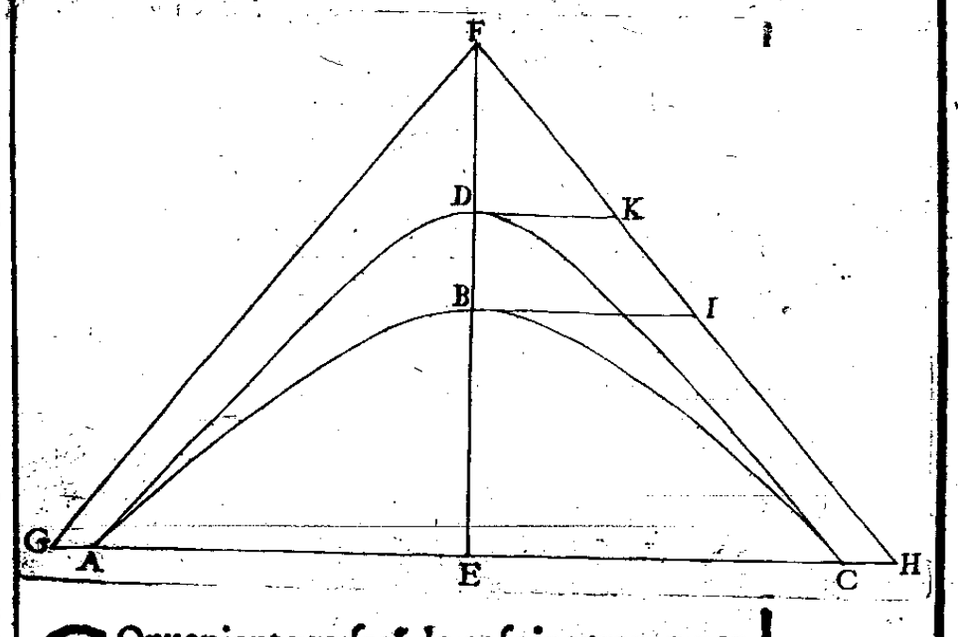
SCHOLION II.

Cur in casus diuisa propositio.



DIximus in demonstr. pro primo casu. *nam Pappus rem expedit velut vniuersaliter, posito quod conueniant geminæ hyperbolæ in alteram tantum partem, vt in A. In quo casu procedit rectè absurdum de partibus, & toto æqualibus. At si quis dicat conuenturas sectiones in vtramq; partem in A, & in E? tunc quæ erit demonstratio? Item si in vtramq; partem cõueniant, ita vt linea, quæ iungat punctum vtrũq;, in quod vtrinq; conueniant, non sit ad rectos ipsi DF? Has igitur ob causas nobis necessarium visum est demonstrationem in tres casus distribuere. quorum primus iam expeditus cum sit, ad secundum, ac tertium deinceps, etiam sine Pappo, eamus.*

Secundus Casus.



COnueniant pro secũdo casu in vtramq; partem, atq; ita è regione vt iuncta AC sit ordinatim acta, & ad angulos rectos ipsi ED; (quæ proinde, ex definitionibus nuper citatis, erit non

solum

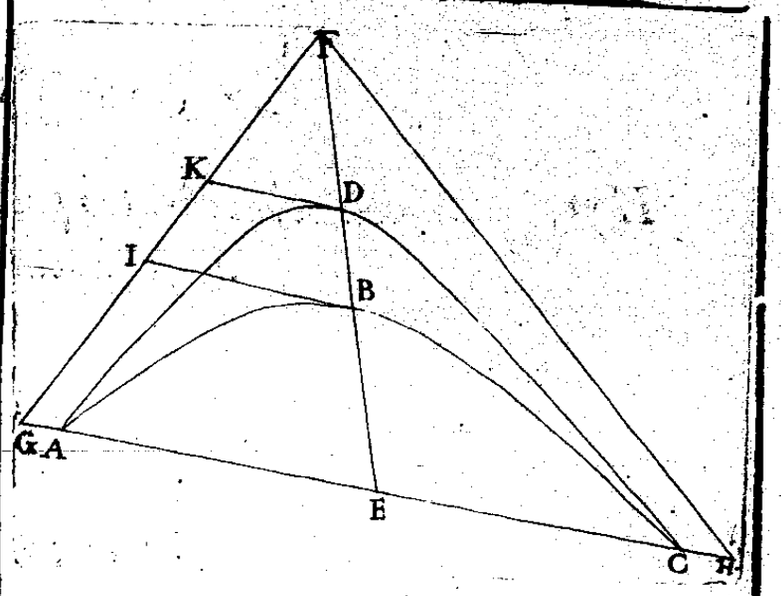
ſolum diameter, ſed etiam axis) tum fiant rectæ aſymptoti FG, FH, ad quas producantur tùm AC in G, H, tum ED in F, iuxta ea, quæ in præced progym. præceſſerũt, in quibus patet axem EF eſſe cõmunem in plano tum ſectionibus hyperbolicis, tum cono, ſiue triangulo ſecanti conum per axem, & ire per coni, ſeu trianguli verticem F. Mox educantur ad aſymptoton FH tangentes BI, DK, quas etiam ex præced. progym. conſtat eſſe quartam partem figuræ, alteram alterius hyperboles.

Quoniam igitur, per 10 ſecundi conic. rectangulum ſub GA, AH, propter ſectionem quidem ABC eſt æquale quadrato ex BI; propter ſectionem verò ADC eſt idem rectangulum GAH æquale quadrato ex DK; erunt, per 1 axioma, ipſa quadrata inter ſe ſe æqualia, & conſequenter erunt etiam, per 8 axioma, latera BI, DK & ipſa inter ſe ſe æqualia. ſunt autem & inter ſe parallela, quia ſunt, per 5 ſecundi conicorum, æquidiſtantes vni, atque eidem AC; & quia angulus CEB ex conſtructione rectus eſt, erunt, per 29 pr Eucl. & anguli IBD, BDK recti. rectæ igitur BD, IK, quæ æquales, & parallelas BI, DK ad eaſdem partes coniungunt, & ipſæ æquales, ac parallelæ erunt, per 33 pr. Eucl. ac proinde, per ſequentem 34, in parallelogrammo BK erunt ex aduerſo anguli D, & I æquales; hoc eſt angulus BIK erit rectus. Cum ergo interni DBI, BIK ſint duobus rectis æquales, erũt, per 28 pr. Eucl. ipſę BF, IF parallelæ, hoc eſt, iuxta definitionem 34, productæ nunquam concurrent; at per conſtructionem concurrunt in F, ergo concurrunt, & non concurrunt, quod implicat. Quare neque ipſæ ſectiones ABC, ADC in ſecundo caſu concurrent in A, & C.

Tertius Caſus.

COncurrant pro 3 caſu in vtramq; partem, non è regione, ſed ita, vt iuncta AC bifariam quidem diuidatur in E ab ipſa EF (quæ proinde ex definitionibus erit tantum diameter, non axis) deinde ducantur aſymptoti FG, FH, & tangentes DK, BI, quæ, per 5 ſecundi conic. ſunt æquidiſtantes ipſi GH.

Ex decima propoſitione ſecundi conic. patet



etiam rectangulum GAH (vt in præcedenti 2 caſu) æquale eſſe quadrato IB, itemq; quadrato KD (vt nuper in 2 caſu) IB, KD eſſe æquales. Patet etiam in 2 caſu, per 5 ſec. conic. ibi citatam, eſſe parallelas eaſdem IB, KD.

Quoniam igitur anguli FIB externus interno FKD, itemque internus FBI externo FDK ſunt æquales, & communis eſt F, erunt triangula FKD, FIB æquiangula, ergo, per quartam ſex. vt IB ad BF, ita KD ad DF, & permutando vt IB ad KD, ita BF ad DF. At IB, KD, per demonſtrata, ſunt quadrata, ſiue latera quadratorum æqualium, ergo & BF, DF erunt quadrata, ſiue latera tetragonica æqualia, pars & totum, quod non poteſt eſſe. Ergo neq; in 3, neq; in vllo alio caſu (qui à tribus præcedentibus diuerſus fingi non poteſt) ſectiones ABC, ADC poſſunt vnquam concurrere, quod erat in 2 theoremate demonſtrandum.

SCHOLION.

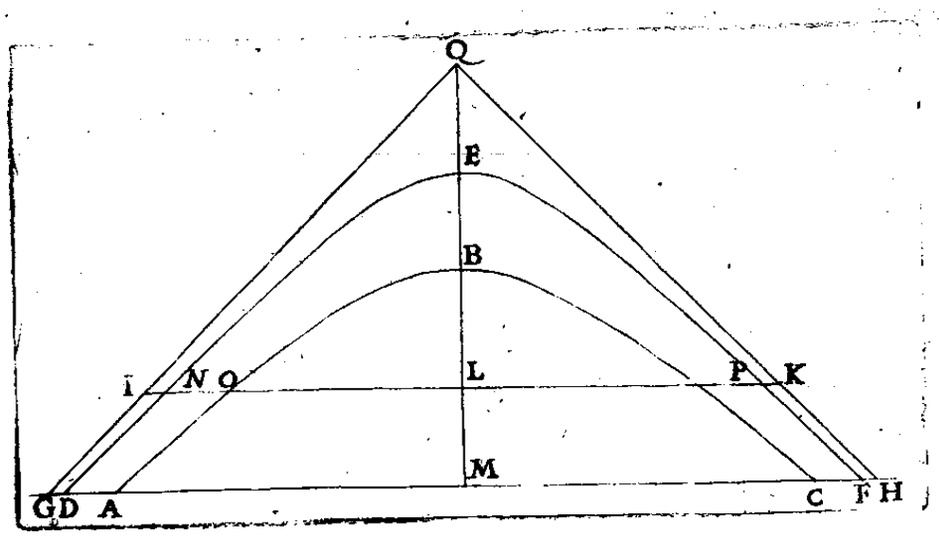
An aſymptoti parabolarum?

Appono tibi, candide Lector, in quo ſolertiæ geometricæ ingenij tui ſeſe exerceat. An quemadmodum in hyperbolis, ita & in parabolis è ſectionibus planorum parallelorum eſſe poſſunt aſymptoti?

An ea, vt mox de hyperbolis, parallelæ in eodem plano magis, ac magis ad ſeſe accedent? An par ratio earum affectionum in non paribus ijs conicis ſectionibus?

PROPOSITIO III.

Hyperbola (non coincidentes probata præcedenti propoſit.) propius ad ſeſe ſemper accedunt.



SEctio interior, ac minor ABC, maior, & exterior DEF ſunto, ordinatim actæ, atq; ad aſymptotos QG, QH protractæ ſint ipſæ GH, IK bifariam in L, & M ſectæ ab axe MQ. In huius theorematis demonſtratione confecta res erit ſi oſtendatur rectangulum NOP æquale eſſe rectangulo DAF.

Hoc autem antequam demonſtretur, prȩmitto ipſam NP minorem eſſe ipsà DF. Cuius rei non tam demonſtratio ex 2, & 4 ſexti, quàm primum principium, ex axiom. 13. indicatur in triãgulis æquiangulis QGH, QIK, in quibus ipſa latera GQ. HQ quanto magis verſus angulum Q conniuent, tanto inter ſe propius accedunt, hoc eſt tanto minus intercludunt ſpatium, ac proinde minor eſt baſis IK baſi GH. A minore autem IK ablatis IO, PK, quæ maiores ſunt ipſis GA, FH, (vt demonſtratum eſt in antecedentibus de acceſſu ſemper maiore ſectionum ABC, DEF ad aſymptotos GQH) multo minor relinquitur ipſa OP, quàm ſit ipſa AF. Poſt hæc affirmo, ac demonſtro NOP rectangulum eſſe æquale rectangulo DAF. Poſſem id ex 5 lemmate Pappi ad 2 conic. ſed ne Tyrones neceſſum habeant Pappum adire, negotiũ conficiemus ex 5. ſec. Eucl. Quoniam enim recta IK ſecta eſt in æqualia in L, & in non æqualia in O, erit quadrato, quod à dimidia IL deſcribitur, æquale rectangulum IOK vna cum quadrato ex OL. Quadrato item ex IL erit, propter eandem propoſ. æquale rectangulum INK vna cum quadrato NL. At quadrato NL, per eandem 5, æquale eſt rectangulum NOP vna cum quadrato OL, ergo quadrato ex IL, hoc eſt rectangulo IOK vná cum quadraro ex OL æqualia ſunt rectangula INK, NOP vnà cum quadrato ex OL.

Eádem prorſus ratiocinatione ex eádem 5 ſec. demonſtratur rectangulo GAH vna cum quadrato ex AM æqualia eſſe rectangula GDH, DAF vna cum quadrato ex AM. Sunt autem, per 10 ſec. conic. rectangula INK, GDH æqualia, item rectangula IOK, GAH, æqualia. ſi ergo ab æqualibus rectangulis IOK, GAH auferantur rectangula æqualia INK, GDH, & communia quadrata ex OL, & ex AM, remanent inter ſe ſe æqualia rectangula NOP, DAF.

Ergo, per 14 ſexti, vt OP ad AF, ita DA ad NO; at OP minor oſtẽſa eſt ipſâ AF, ergo & DA minor eſt ipſâ NO, ac propterea ſectio CBA propius accedit ad ſectionem FED in A, quàm in O; ac deinceps eodem modo quãto magis deſcendunt &c. quod erat demonſtrandum.

SCHOLION I.

De vera hyperbolarum inter ſe diſtantia.

RECTÆ NO, DA acceptæ à nobis hìc ſunt pro diſtantijs, etiamſi non ſint perpendiculares, exemplo veterum, qui ſimiles lineas in antecedentibus aſymptotis hyperbolarum, & rectarum ad dimenſionem maioris, ac minoris diſtantiæ earum vſurparunt. Caue tamen reprehendas Pappum, quaſi veram, & rectam menſuram non acceperit diſtantiæ hyperbolarum inter ſe; nam hìc valent ad excuſationem, & defenſionem Pappi ea, quæ pro Appoll. in antecedentibus protulimus de vera diſtantia hyperboles à rectâ lineâ aſymptoto. Reuiſe ea, & huc applicato.

SCHOLION II.

Nodus ex 16. vndecimi Euclid.

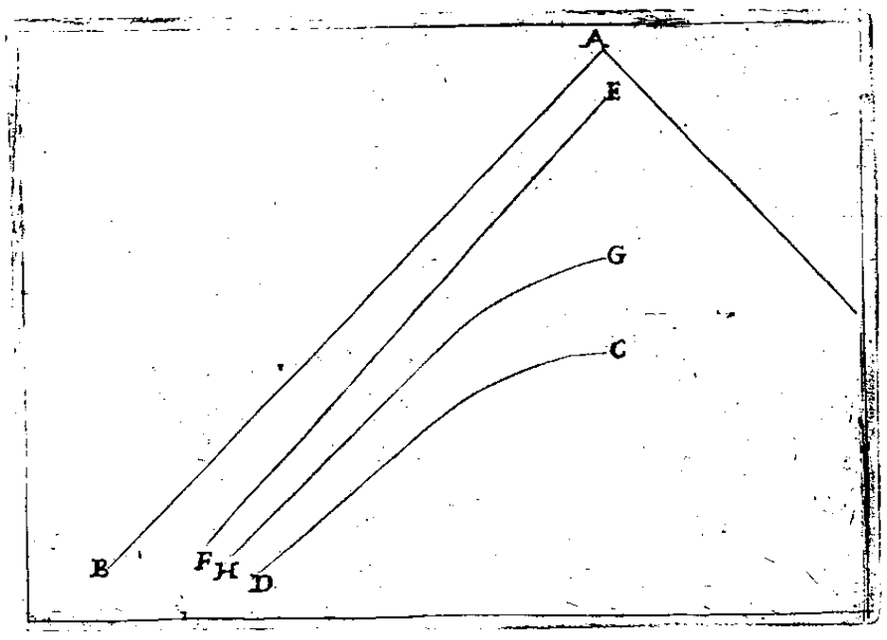
OBijciat Tyro, si sectiones illæ hyperbolicæ asymptoti finguntur factæ à pluribus planis parallelis, ergo non magis, ac magis ad se se accedent, sed & ipsæ hyperbolæ erunt parallelæ ob planorum parallelorum factas, & receptas in eodem plano sectiones, iuxta 16 vndecimi, si duo plana parallela plano quopiam secentur, communes illorum sectiones sunt parallelæ. *Finge igitur plana parallela secari à conica superficie, ita vt hyperbolæ fiant in sectis planis, tum secta plana sibi congruere, atq; alteram minorem hyperbolam intra maiorem designatã apparere in eodem plano. cur eæ sectiones non ibunt inter se se parallelæ?*

Licet hic nodus similis quidem, nõ idem tamen sit cum nodo scholÿ tertÿ ad propositionem 1. huius progymn. vt considranti patebit; tamen eandem habet quã inibi, & hìc responsionem. Propositioni .n. citatæ Eucl. accidit in hac oppositione id, quod alÿs etiam propositionibus eius Authoris accidit ab ijs, qui non animaduerterunt eius elementa versari plurimùm circa rectilinea, & circularia, non circa mixtas aut lineas, aut figuras. Ita que propositio ea Eucl. expressè pronuntiat de superficie plana secãte planum vtrumq; parallelum, non de alia qualibet superficie, præsertim mixtà è curuo, & recto, qualis est conica, quæ secundum longitudinem est latus trianguli, secũdum latitudinem est circularis circumactio eiusdem trianguli. Cum ergo à plana superficie deficiat, nil mirum, si, plana parallela secando, etiam deficiat ab affectione, quam Eucl. demonstrauit prodire à plano, &c.

PROPOSITIO IV

in paradoxis planè paradoxica.

In eodem spatio inter asymptotos non asymptoti, & asymptoti intercedunt.



ENim verò, si hoc concipis animo, Lector, inopinatissimum, ac prorsus ἀδύνατον videtur. figuram tamen inspice, in qua sint asymptoti recta AB, & mixta hyperbolica CD, iuxta pridem demonstrata; interductæ sint rectæ EF, & mixta hyperbolica GH; dico inter asymptotos AB, CD rectã EF non esse asymptoton, esse tamen asymptoton mixtam GH, hoc est, CD productam semper accessuram ad GH, nunquam tamen coincisuram, coincisuram tamen eandem CD cum rectá EF. Paradoxi vtrumq; membrum iam demõstratum est in antecedentibus. Nam cuilibet rectæ infra asymptoton AB coincidit hyperbola CD, per theorema 4, progym. 2. de asymp. At per theorema primum huius progym. eadem CD non coincidet vnquam cum GH. Deniq; ad augmentum admirationis affirmo è citatis demonstr. ac theoremat. si, vt lubet, rectæ plures ducantur, quæ partim secent, partim non secent quotlibet hyperbolas in eodem spatio inter AB, CD ductas, etiamsi ipsæ rectæ hyperbolis, & eidem rectæ plures hyperbolæ coincidant, hyperbolas tamen inter se non coincisuras.

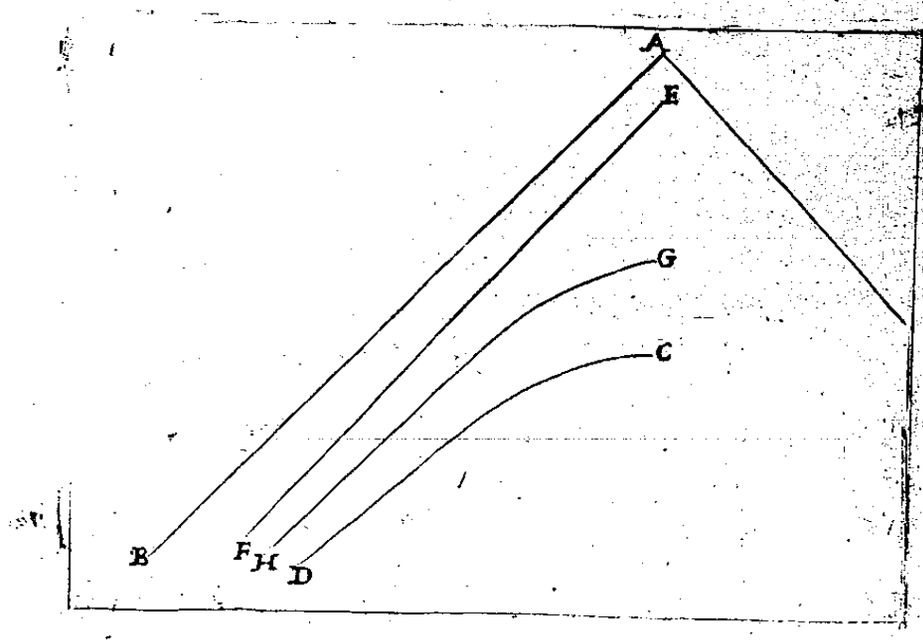
Aggeratio paradoxorum.

SCHOLION I.

In quo nodorum solut. contra paradoxa præmissa 4 propositionis non sine paradoxis.

TVo te gladio iugulo (dices fortasse mihi, ò mi Lector,) nam 1, vt tutè in theoremate 3. progym. 2. de asymp. demonstrasti, CD peruenit ad

spa-



ſpatium quolibet dato minus verſus ipſam AB; ergo dato ſpatio BH, adhuc ad arctius BF, productis mixtis, & rectis, perueniet; ergo cum CD coincidet ipſi EF, ante ſecet oportet intermediam GH. ſi ergo EF non eſt aſymptotos, nec GH erit.

Præterea, ac 2, ex citatis tuis theorematis mixtæ CD, GH coincident ipſi rectæ EF, ergo & coincident inter ſe, aut ſi non coincident inter ſe, nec ipſi EF coincident.

Reſpo. ad 1. cum CD coincidet, ac ſecabit ipſam EF, eandem EF ante ſectum iri ab ipſa GH in puncto, quod eſt ſuperius ipſi puncto ſectionis ab ipſa CD factæ. Ac proinde ipſæ CD, GH, licet ſemper inter ſe propiores, tamen ſemper inter ſe diſtantes, ſecabunt in diuerſis punctis ipſam EF. Non ergo neceſſe eſt, vt, ſi CD ſectura eſt ipſam EF, ſecet ante intermediam GH, ſed CD in inferiori, GH in ſuperiori puncto ſecabunt quidem ipſam EF, non tamen ſe ipſæ contingent, aut ſecabunt. Hinc —

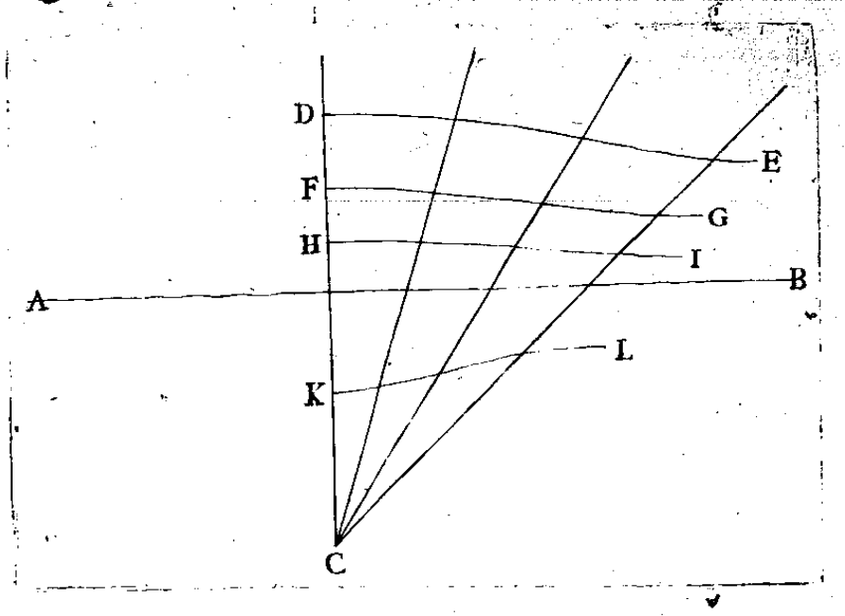
— Ad 2 etiam patet reſponſio. quæ enim eidem coincidunt, etiam inter ſe coincidunt, ſi eidem— rectæ in idem punctum coincidant; at ſi in diuerſis punctis, non eſt tunc neceſſe inter ſe coincidere. Cùm ergo CD, GH non ſecturæ ſint ipſam EF in eodem puncto, quid mirum ſi ſe ipſæ non ſecturæ, aut non tacturæ affirmentur?

Mira tamen videtur ea apathia, quam in eodem ſpatio habent inter ſe lineæ mixtæ eiuſdem— ſpeciei, hoc eſt, hyperbolicæ, vt ductis infinitis hyperbolis per ſpatium inter AB, CD, vereantur, aut refugiant inter ſe conuenire; cum tamen tantam præſeferãt ſympathiam cum quibuslibet rectis interductis per idem ſpatium, vt ſingulæ, atq; omnes hyperbolæ ament contingere, ſeu potius ſecare ſingulas, & omnes rectas interductas, & in eodem ſpatio inter multiplices ſectiones, hoc eſt inter non aſymptotos, fiãt multiplices aſymptoti, fiantq; nullæ mixtarum rectas ſecantium interſectiones. Paradoxa in paradoxis.

Deniq; ſi theorema concipias, non in plano, ſed in cono iuxta figuras aliquas antecedentium progymnaſmatum, dilucidè omnia perſpicies, ac percipies.

PROPOSITIO V.

Alia asymptoti conuexarum ad concauas, & è contrario.



PRæter asymptotos hactenus in hoc progym. ostensas in hyperbolis conuexis ad concauas, siue concauis ad conuexas, habes alias etiam mixtas, quarum plures conuexæ ad concauas, concauæ ad conuexas sunt asymptoti. Sunt autem eæ conchíles variæ. Nam ductæ AB, & ipsi ad rectos CD, & alijs ex C eductis, quæ tantundem supra AB extent singulæ, quantum extat CD, vt dictum est in progym. 1. de conchíli. Productis item per æquales partes, aut sectis æqualibus partibus extãtium supra AB, & per sectiones productis mixtis lineis conchilibus, vt DE, FG, HI, ac deinceps; itemq; infra AB eo modo, quem addidimus nos in citato progym. omnes erunt asymptoti conchíles concauæ ad sequentes conuexas, conuexæ ad antecedentes concauas, vt vides in figurà. Demonstratio est éadem omnium, quoniam inter singulas necesse est intercedat stata pars rectarum, per quarum sectiones procurrunt. Ac semper tamen accedent inter se propter éadem, quæ dicta sunt in conchíli Nicomedis, scilicet ob inclinationem semper maiorem segmentorum, ac partium linearum rectarum inter conchiles interceptarum.

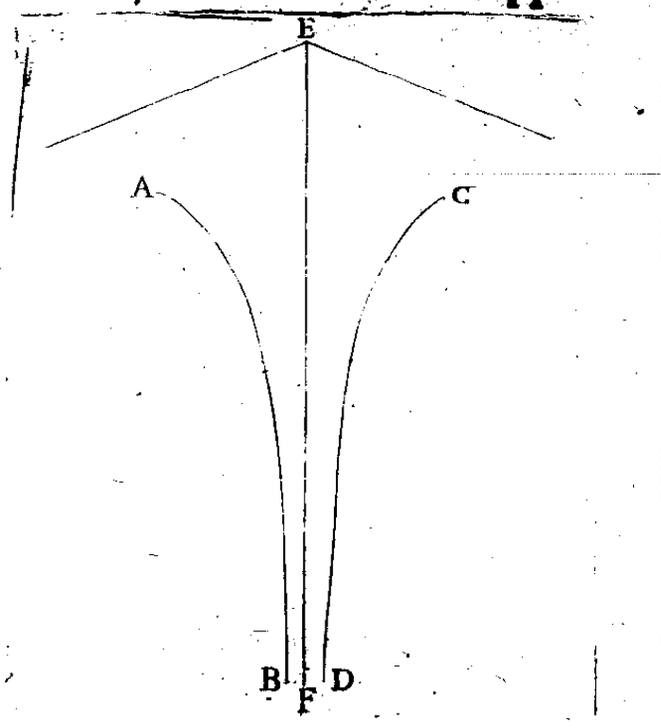
SCHOLION.

Quæ sit prima conchilis.

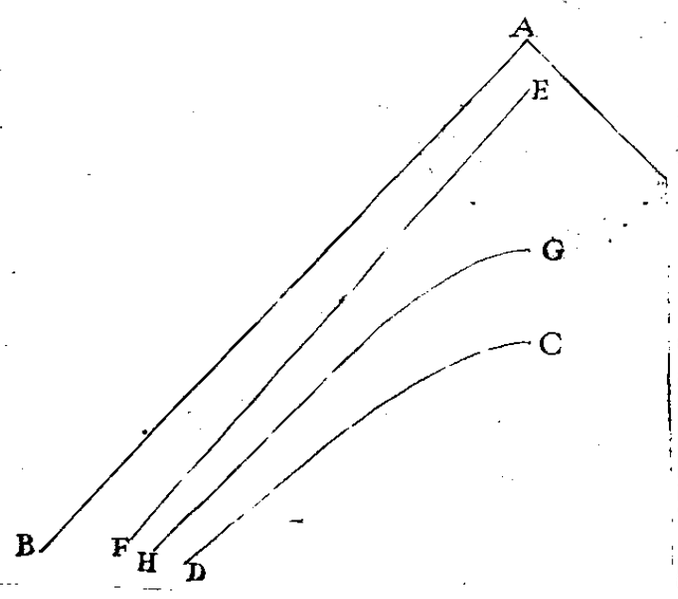
HInc discè cur Nicom. conchílem primam appellet ipsam DE, nempe vt innuat plures alias fieri posse asympt otos ad ipsam AB, immò & inter se, vt modò nos docebamus.

PROPOSITIO VI.

Asymptoti conuexarum ad conuexas, & concauarum ad concauas; & ad Pappum nonnihil pro nobis.



NE tibi desint à nobis vllæ adbinationes asymptotωn in ipsis etiam curuis, post concauas, & conuexas, vide hic etiam conuexarum ad conuexas, concauarum ad concauas asymptotos. Quod ad conuexas ~~ad~~ *cum* conuexis, finge duos conos secundum longitudinem dorsi ad se se inclinatos, quos intermediet planum contingens conorum dorsa. Finge deinde planum aliud secans hyperbolicè tam vtrumq; conum, quàm planum intermedium, erunt in plano secante tres AB, CD hyperbolicæ, EF recta. Ipsæ autem curuæ AB, CD secundum conuexa ad se se accedent magis, ac magis, nec vnquam se contingent ob eas ipsas causas, ob quas hyperbole ostensa est accedens, & tamen asymptotos ad rectam. Deniq; cúm, ex demonstrationibus primi theorem. progym. 2. de asymptotis, AB, & CD accedant semper magis ad rectam intermediam EF, & illi sint asymptoti, etiam inter se accedent, ac erunt asymptoti.



In hoc quidem nostro casu ritè procedit argumentatio Pappi lib. 7. collec. propos. 208. *si vtraq; hyperbolarum ad asymptotos propius accedit, & ad se se propius accedant necesse est*; at nõ valet (vt etiam doctissimus Commandinus animaduertit) in Pappi casu. Reuise hîc figurã propos. 4. huius progym. In ea figura hyperbolicæ CD, GH propius accedunt ad AB, ergo & inter se, inquit Pappus. At si quis dicat ipsas CD, GH semper inter se ire parallelas, etiamsi accedant ad AB? Valeat ergo in nostro casu ea argumentatio, quæ est in figura huiusce 6 propos. de accessu ad eãdem intermediam EF, ad quam accedere non possunt ipsæ AB, CD, quin inter se se prius accedant.

Habes etiam concauas ad concauas asymptotos in conchoidibus, vt in figura prop. 5. præcedentis KL, HI conchiles ambę secundum concauum accedunt ad AB, & illi sunt asymptoti; ergo & inter seſe.

SCHOLION I.

De problematica parte in hoc progymnasmate 4.

HActenus in hoc progymnasmate theoremata. Quod attinet ad problemata, hoc est, ad hyperbolarum circa hyperbolas descriptionem ita, vt asymptoti sint nihil occurit noui præter ea problemata, quæ peculiari progymnasmate, nempè 3. ante hoc 4. exposita sunt. Vtere ijsdem legibus, constructionibus, demonstrationibus, quibus ibi docuimus hyperbolas describere.

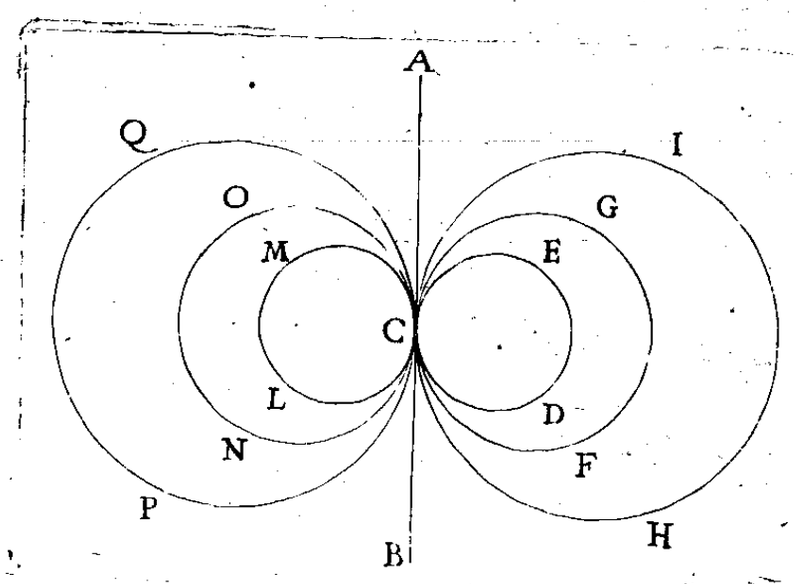
SCHOLION II.

Asymptoti hyperbolarum ad hyperbolas apud nos plusquam 360.

Habes tamen specimen practicum in plano horarij nostri vniuersalis asymptotωn (non solum rectarum cum hyperbolis, vt dictum est in Schol. 5. ad propos. 2. prog. 2.) sed etiam hyperbolarum cum hyperbolis plurium quam 360. Vide caput ibi, vbi mirum hoc habes à solaribus hyperbolis spectaculum. Vide etiam sequens problema.

PROPOSITIO VII.

Curuas ad rectas, & curuas ad curuas asymptotos ab eodem puncto progredientes ducere.



ASymptoti à diuersis punctis ductæ hactenus explicatæ sũt. Indicentur etiam asymptoti ab eodem puncto ductæ, vt factum est in asymptotis rectarum ad rectas in priore prop. progym. 1.

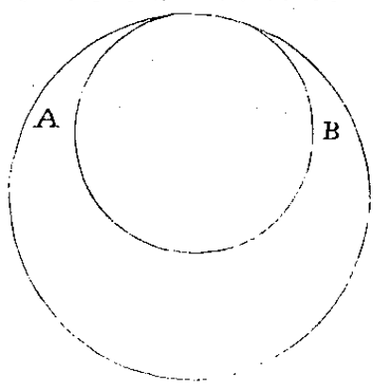
Angulus cõtactus propositum problema statim expediet sic: In ducta recta AB, accipe punctum quodlibet C. Ad id describe circulos sese contingentes, hinc quidem DCE, FCG, HCI; inde verò LCM, NCO, PCQ. Habes ab eodem communi puncto C progredientes curuas hinc inde, & mediam rectam, ac vides circulos hinc inde maiores curuitate sua accedere semper magis non solum ad rectam AB, sed etiam inter se, vt CI accedit magis ad CA, quam CG. itemque eadem curua CI magis accedit ad curuam CQ secundum conuexa, quam CG ad CO, &c. nunquam tamen poterunt conuenire extra C, propter demonstrata ab Eucl. in 16 tertij, & in eius corollario.

Hîc iam finis esto multiformibus nostris lineis asymptotis, ne nos scribendo de asymptotis asymptoton in scribendo faciamus, semper ad finem magis, ac magis accedentes, & nunquam finem contingentes.

Ad linearum paradoxa pertinent lineæ incommensurabiles, de quibus copiosissimè Euclides lib. 10. nos nihil noui, & paradoxi habemus præter demõstrata ab Euclide.

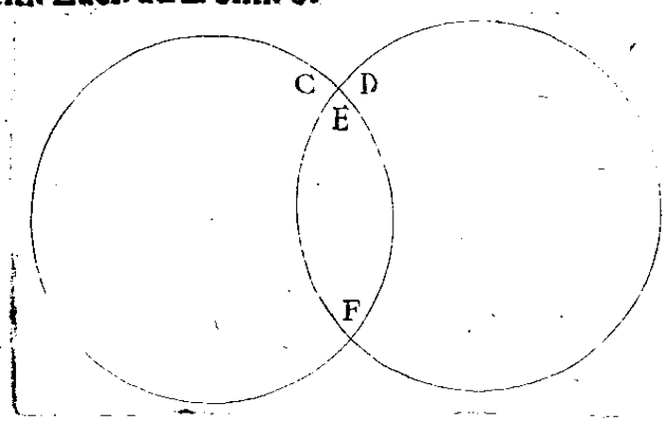
PROGYMNASMA QVINTVM, IN QVO PARADOXA ANGVLORVM.

DEFINITIONES.

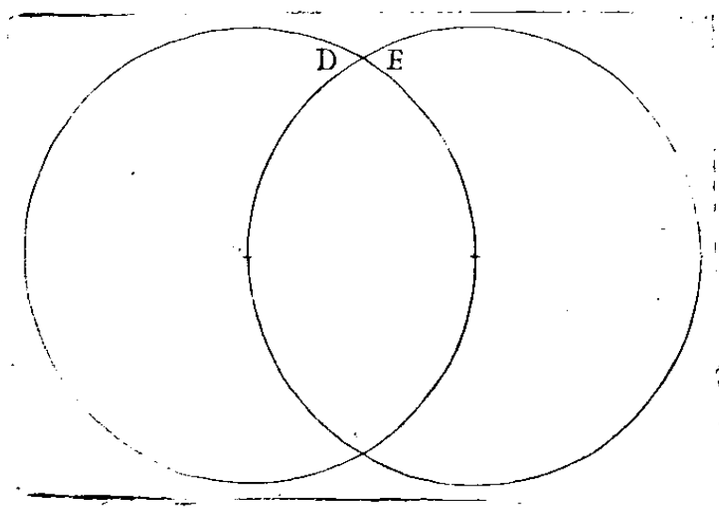


Angulus lunularis.

I. ANgulus lunularis est qui sub concaua, & conuexa lineis circularibus comprehẽditur. qualis est angulus A. ex Proclo lib. 2. in 1 Elem. Eucl. ad Defin. 8.

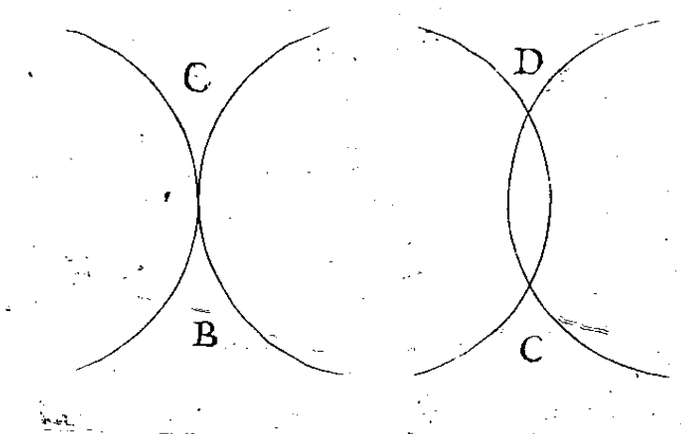


Duplex est: alter à sectione, alter à contactu circulorum, vt A vel B; C vel D.



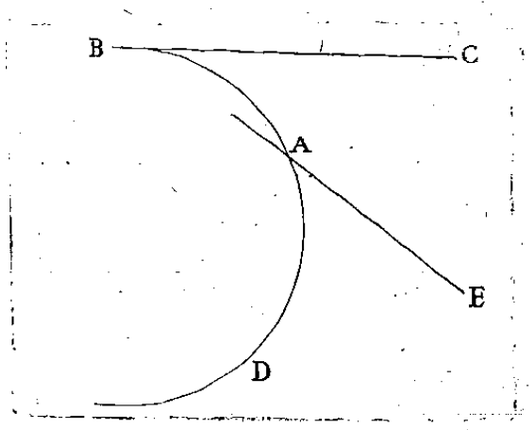
Pelecoides.

II. Angulus (& figura) pelecoides (securi similis) species est lunularium, qui angulus fit duobus circulis per centra se inuicem secantibus, vt anguli D, & E. Proclus lib. 3. in Eucl. com. 25.



Sistroides.

III. Angulus sistroides est, qui fit è duabus circularibus lineis vtrinq; extra cauis. Idem ibidem. Duplex autem est sistroides, alter contingentiæ, qui fit è contactu duorum circulorum, vt alteruter B, vel C; alter sectionis cum circuli se secant, vt C, vel D.



Cornicularis.

IV. Angulus cornicularis est qui fit à recta linea, & conuexà circumferentià, vt in figura ABC contactus, vel DAE sectionis. Idem ibid. Vocetur & idem mixtus, scilicet è recta, & curuà lineis.

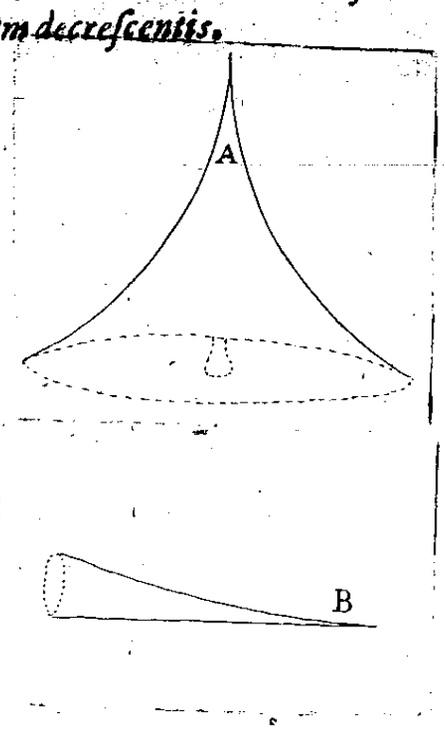
Cissoides.

V. Angulus cissoides (hederiformis) est qui fit è duabus circularibus lineis vtrinq; extra conuexis, quales sunt (in figura 2 primæ definitionis) E, & F. Ex eodem Proclo.

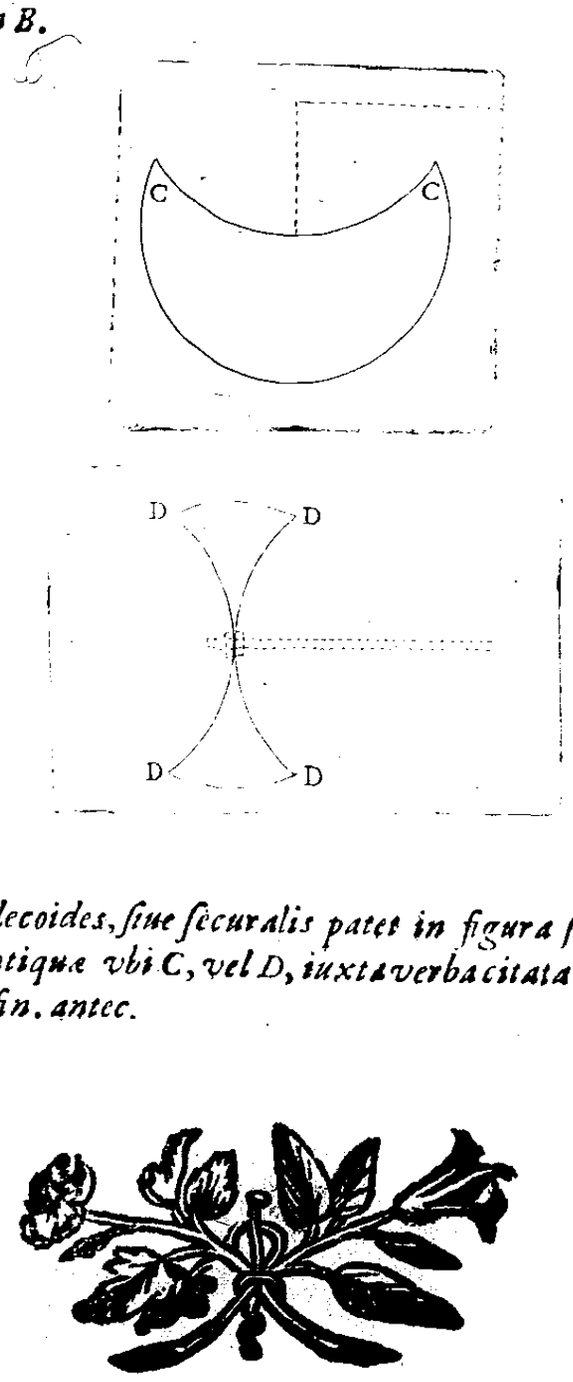
SCHO.

SCHOLION.

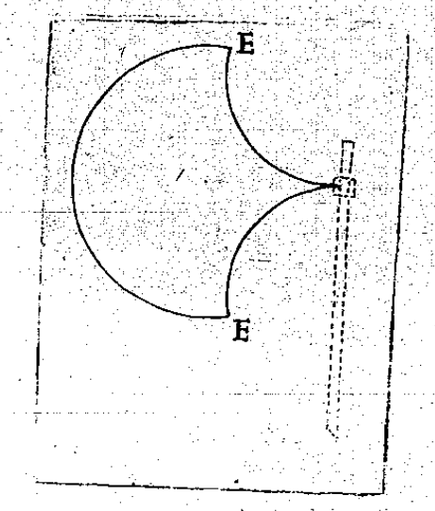
ANgulorũ ea nomina ſunt apud antiquos Geometras, ac deducta ſunt à ſimilitudine rerum, quas referunt ſuis figuris, lunularis cornua Lunæ imitatur, vel citra dimidiam creſcentis, vel vltra dimidiam decreſcentis.



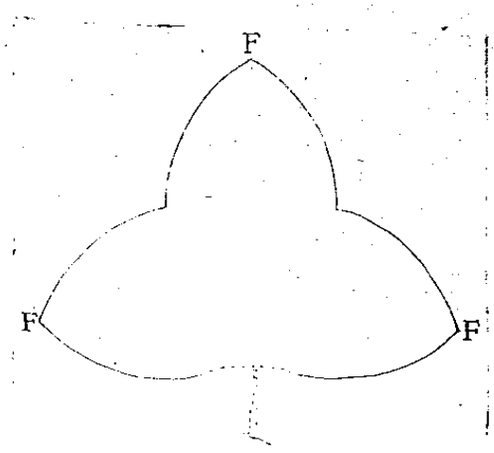
Siſtoridis forte ſiſtrum imitatur, quo vtebantur Aegyptij, ac Cybelei Sacerdotes. Vertex ſiſtri eum angulum refert in A. Corniculatis cornu refert in B.



Pelecoides, ſiue ſecuralis patet in figura ſecuris antiquæ vbi C, vel D, iuxta verba citata Procli defin. antec.



Securales etiam anguli ſunt eum non ſe ſecant circuli per centra, modo ſecuris figura fiat, vt in figura E. &c.



Ciſſoides à Proclo dicitur ob ſimilitudinem anguli, quem hederæ foliæ habent in ſuis cuſpidibus, vt in F.

Suppoſitiones Paradoxicæ.

I. SEmicirculi angulus quouis angulo acuto rectilineo maior eſt. lib. 3. propoſ. 16. Eucl.

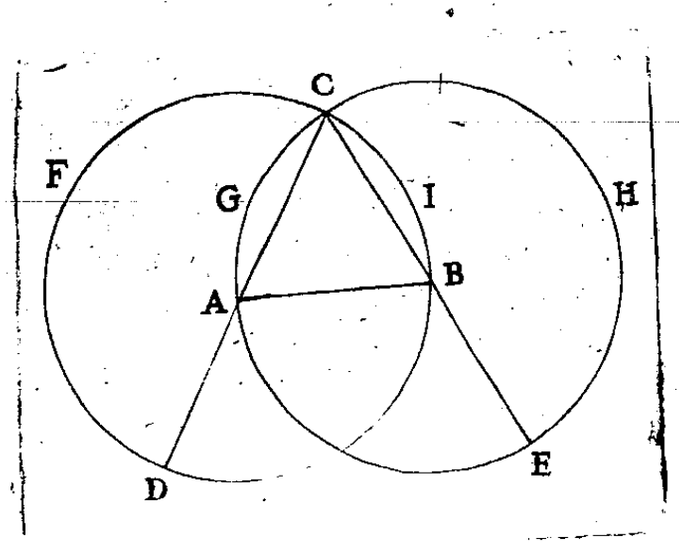
II. Angulus contactus, ſiue corniculatis, quouis angulo acuto rectilineo minor eſt. ibid.

III. Semicirculi angulus, licet quouis angulo acuto rectilineo ſit maior, eſt tamen ſemper minor recto. Ex éadem 16. lib. 3. Eucl.



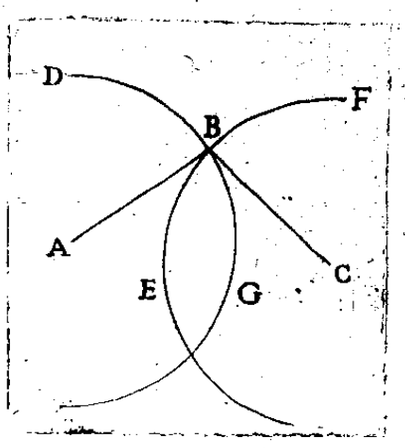
PROPOSITIO I.

Angulos lunulares ſectionum, licet curuilineos, tamen rectilineis æquales demonſtrare in figura prima primi Euclidis.



PRoclus lib. 3. nuper citato in definit. huius Prog. affert proprietatẽ quandã his verbis: *Angulus Peleçoides duabus recti tertijs æqualis eſt.* Hãc tamen eius anguli proprietatem nõ demonſtrauit, quia, vt arbitror, facilè patere poterat ex ipſamet figura primæ demonſtrationis 1. elem. Eucl. At quomodo id? inquies: Accipe. Sit in prima primi ea figura, quæ continet triangulũ æquilaterum ABC duobus circulis per centra A, B ſe inuicem ſecantibus. Vbi vides iuxta Procli definitionem duos anguli curuilineos, ſeu lunulares fieri ab alterutrius circuli mutua ſectione, nempe GCF, ICH. Producantur rectæ CA in D, CB in E. Dico angulum curuilineum v g FCG æqualem eſſe ipſi ACB.

Cùm enim CD, & CE ſint diametri æqualiũ circulorum CFD, CHE, ſecabunt eos bifariam, per defin. 17. pri. ac proinde æqualium circulorũ medietates, ſeu ſemicirculi CFD, CAE erunt inter ſe æquales, per 3. pronunt. ergo & eorum anguli FCA, GCB erunt inter ſe æquales (æquales enim ſemicirculi ſibi congruent, per 8. pronunt. ac proinde lineæ eiuſdem ſpeciei FC, GC, item AC, CB ſibi ipſæ ſuperpoſitæ in idem punctũ, & eundem angulum C planè conuenient.) Si ergo ab æqualibus æqualium ſemicirculorum angulis FCA, GCB auferatur commune ſegmẽtum compréhenſum ſub recta CA, & curua CGA, remanebunt duo anguli FCG curuilineus, & alter rectilineus ACB æquales. At ACB, cũ ſit angulus æquilateri trianguli, continet duas tertias partes vnius recti, per coroll. 3. ex 32. 1. Ergo illi æqualis angulus eſt etiam æqualis duabus tertijs vnius recti. quod erat demonſtrandum.



Demõſtratione iam facta de æquilateri triãguli angulo; ideſt, poſtquam demonſtratus eſt angulus curuilineus lunularis æqualis angulo rectilineo acuto, oſtendatur etiam æqualis obtuſo ſic: Sint rectæ æquales AB, BC facientes angulum obtuſum in B. Interuallis earum deſcribantur duo circuli ſeſe mutuo ſecantes in B. Dico lunularium alterutrum vel DBE, vel FBG eſſe æqualem rectilineo obtuſo ABC. Aequalium enim circulorum anguli ſemicirculi æquales inter ſe ſunt CBE, ABD, & communis eſt angulus mixtus ABE; ſi ergo ABE apponatur ipſi DBA, & ipſi EBC, erit totalis lunularis DBE æqualis totali ABC, ideſt obtuſo rectilineo.

Eadem erit demonſtratio proportione de lunulari æquali recto angulo. Quoniam verò in lunulari, quando eſt recto æqualis, fit inſigne paradoxum, ideò exponatur id ſequenti propoſitione 2.

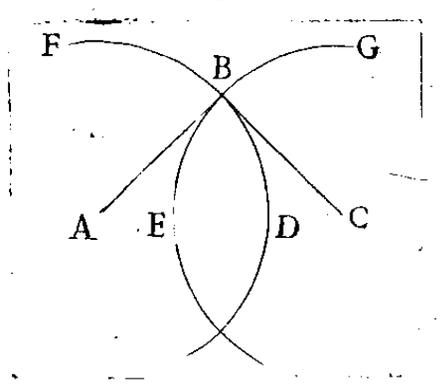
PROPOSITIO II.

Aliquis angulus lunularis ſectionis, licet componatur ex angulo, qui minor eſt recto, & ex angulo, qui minor eſt omni acuto, eſt tamen recto æqualis.

AD conſtituendum angulum rectum ex angulo qui minor ſit recto, profectò eſt opus addere angulum aliquem acutum. Quomodo ergo fieri poteſt vt angulus lunularis aliquis conſtet ex minori recto, & fiat æqualis recto per additionem anguli, qui minor ſit omni acuto? Ad hoc paradoxum oſtendendum præmitto breuiter hoc —

— LEMMA.

Eiuſdem, vel æqualium circulorum omnes anguli corniculares contactús ſunt æquales.



REctæ AB, BC æquales conficiant angulum rectum in B, & diametris AB, BC ducantur æquales circuli ſe ſecantes in B. Quoniam æqualium circulorum ſemicirculares anguli ABD, CBE ſunt æquales, ſi auferatur communis angulus curuilineus EBD, relinquentur anguli corniculares, ſiue contactùs, ABE, DBC æquales.

Vniuerſaliter loquendo, quoniam ex 16 tertij, & ex eius corollario, & ex 17, recta tangens circulum eſt perpẽdicularis ad eius diametrum, & omnes recti ſunt æquales, & eiuſdem, ſiue æqualium circulorum anguli ſemicirculares ſunt æquales, ſubductis æqualibus angulis ſemicirculorum æqualium, remanent æquales reliqui anguli contactus, qui vnà cum angulis ſemicirculorum conficiunt angulos rectos.

Recta tãgens circulum eſt perpendicularis ad diametrum.

DEMONSTRATIO

Propoſitionis ſecundæ.

SIt éadem figura lemmatis. Simili modo quo demonſtratio 2. primæ propoſitionis anteced. oſtendit de obtuſo, addito communi ABE, fiunt æquales lunularis FBE (vel GBD) & rectus ABC. Tamen FBE conſtat ex FBA angulo ſemicirculi, qui, per 3 ſuppoſ. huius, eſt minor quolibet recto, & ex angulo contactùs ABE, qui per 1 ſuppoſ. eſt minor quolibet acuto.

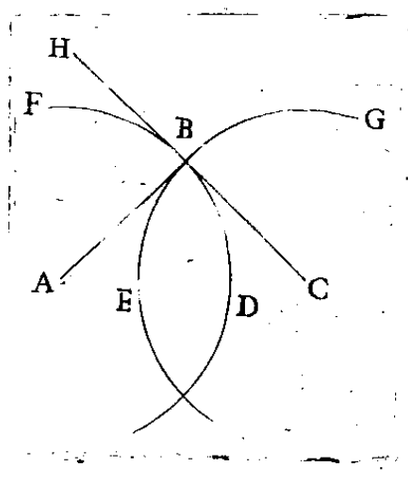
COROLLARIVM.

In quo vniuerſalis propoſitio circa æqualitatem quorumlibet lunularium angulorũ ſectionum cum rectilineis quibuslibet.

SI duo circuli æquales mutuo ſe ſecuerint, efficient alterutrum angulorum lunularium æqualem angulo rectilineo, qui conſtituetur ſemidiametris à centris ad punctum interſectionis adductis.

PROPOSITIO III.

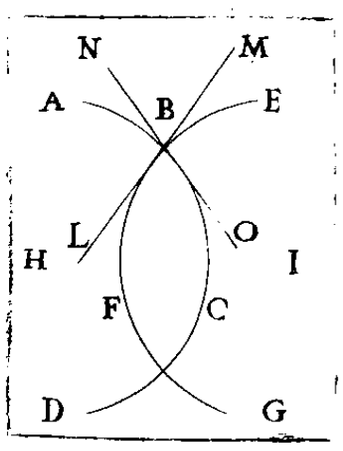
Angulus cornicularis contactus recto est maior, qui tamen rectum non superat vlla vel minima acuti quantitate.



IN figura anteecedentis lemmatis, & propoſit. 2 producatur in H tangens CB. Angulus lunularis FBE recto æqualis eſt, per 2 huius. addito corniculari FBH creſcit ſupra quantitatem anguli recti, vt patet, ac proinde totalis ſub HB recta, & ſub BE conuexa cornicularis, iuxta 3 defin. huius, recto maior eſt. Quoniam autem, per 2 ſuppoſ. huius, angulus FBH eſt quolibet acuto minor, ideo cornicularis HBE licet recto maior, rectum tamen non ſuperat vel minimà, &c.

PROPOSITIO IV.

Anguli ad verticem æquales, & inæquales.



PRopoſitio 15 pri. Eucl. demonſtrat angulos ad verticem æquales eſſe; quomodo ergo vera eſſe poteſt noſtræ propoſitionis ea pars, quæ cõtradicit Euclidi? Et tamen, mi Lector, erit paradoxum in paradoxo, dum nos demonſtrabimus angulos ad verticem inæquales per angulos, ex 15 p. ad verticem æquales. Secent ergo ſe circuli æquales ABCD, EBFG. Dico 1, lunulares ABF, EBC ad verticem oppoſitos eſſe inter ſe ſe æquales. Quoniam enim, per corollarium ſecundæ huius, alteruter lunularium æqualis eſt vni, eidemq; angulo rectilineo, qui conſtitui poteſt è ſemidiametris à centris H, & I ad ſectionem in B adductis, erunt, per 1 axioma, & lunulares inter ſe ſe æquales.

Dico 2. angulum ſiſtroidem ABE eſſe maiorem angulo ciſſoide FBC ad verticẽ oppoſito. Ductis enim LM, NO in B tangentibus, quoniam angulus totalis ſiſtroides ABE maior eſt partiali rectilineo NBM, & eidem NBM æqualis eſt ad verticem oppoſitus LBO, per 15 pr. & idem LBO totalis maior eſt partiali ciſſoide FBC, ergo multo maior erit ſiſtroides ABE eodem ciſſoide FBC. Ac proinde ad verticem D, vbi ſe circuli æquales interſecant, anguli partim ſunt æquales, ſcilicet lunulares, partim inæquales, ſcilicet ſiſtroides, & ciſſoides; quod erat. &c.

COROLLARIVM.

Pars 2 anteced. 4 prop. ſit vniuerſalis.

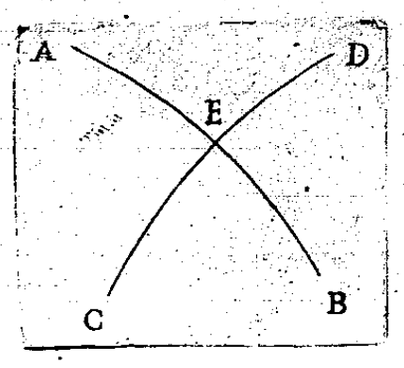
SIſtroidem maiorem eſſe ciſſoide verum eſt non ſolum cùm circuli ſe interſecãt æquales, ſed etiam cum inæquales. Noſtra demonſtratio vniuerſalis eſt, ac per eam demonſtrari poterat hæc paſſio de inæqualibus angulis inſectionibus mutuis etiam inæqualium circulorum.

PROPOSITIO V.

Anguli curuilinei ad verticem oppoſiti ſemper æquales.

PAradoxum videtur cõtradictorium ſaltem ex parte propoſitioni præcedẽti; attamen curuilinei anguli, de quibus in hac 5 prop. loquimur, diuerſæ ſunt ſpeciei à curuilineis anteced. 4. Nam anguli curuilinei propoſitionis huius 5 ſunt ſphærici, ideſt, iuxta primam definitionem in tractatu de triangulis ſphæricis apud Clauium, *quos in ſphæræ ſuperficie duo arcus circulorum maximorum ſe ſe mutuo ſecantes continent*. Anguli verò curuilinei præcedentium propoſitionum ſunt è ſectionibus circulorum in plano.

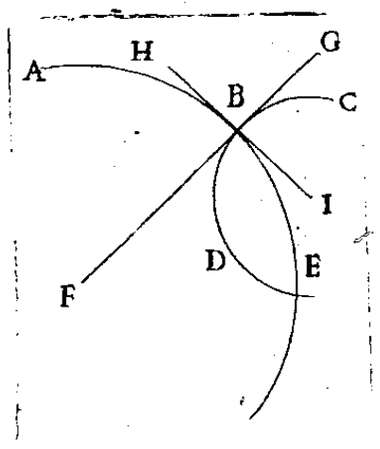
De-



Demôſtrationem huiuſce 5 Prop. vide apud Clauium in tractatu citato prop.6. Vide hic ad E angulos, ac debes concipere curuas AB, CD circa ſphæram &c.

PROPOSITIO VI.

Anguli ad verticem omnes inæquales.



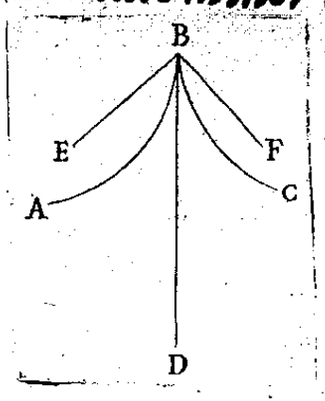
PAtet demonſtratio paradoxica huiuſce 6 prop. quando circuli ſeſe interſecant inæquales. Nam ſiſtroides ABC, per 4 huius, & corollarium eiuſdem, ſemper maior eſt ciſſoide DBE.

Angulus autẽ lunularis maioris circuli ſemper maior eſt lunulari minoris circuli, vt hic ABD maior eſt ipſo CBE. Quod ſic demonſtro. Suppono angulos contactus minoris circuli maiores eſſe angulis contactus maioris circuli, ex Clau. in digreſſ. ad 16. 3. contra Peletarium, & iuxta corollarium ibidem ex Cardano. Ducantur ad mutuam ſectionem circulorum inæqualium tangentes FG, HI. Quoniam angulus rectilineus IBG eſt æqualis rectilineo FBH, per 15. pr. ſi auferatur angulus cõtactus minoris circuli CBG (qui per ſuppoſitum maior eſt angulo cõtactus maioris circuli HBA) à toto GBI, & rurſus ſi à toto FBH auferatur angulus contactús HBA, relinquetur mixtus ABF maior mixto CBI. Item quoniam angulus contactus EBI maioris circuli minor eſt angulo contactus FBD minoris circuli, ſi ipſi ABF addatur FBD, & ipſi CBI apponatur EBI, erit totalis lunularis ABD maior totali lunulari CBE. Sunt ergo in ſectione inæqualium circulorum anguli ad verticem omnes inæquales; quod erat demonſtrandum.

Anguli contactùs minoris circuli maiores ſunt angulis contactùs maioris circuli.

PROPOSITIO VII.

Angulus ſiſtroides contactus licet duplus anguli minoris quolibet acuto, tamen & ipſe minimo quolibet acuto minor eſt.



SIt ex contactu conuexo circulorum inæqualium angulus ſiſtroides ABC, quem dico primò eſſe duplũ anguli minoris quolibet acuto. Ductá enim ad contactũ in B rectà DB, fiunt duo anguli mixti contingentiæ ABD, DBC, qui, cũ ſint circa ſimiles ſemicirculos, ſunt, ex lemmate ſecũdæ huius, inter ſe æquales, ergo totus ABC, qui eſt æqualis ambobus ſimul ſumptis contingentiæ inter ſe æqualibus, erit alterutrius eorum duplus.

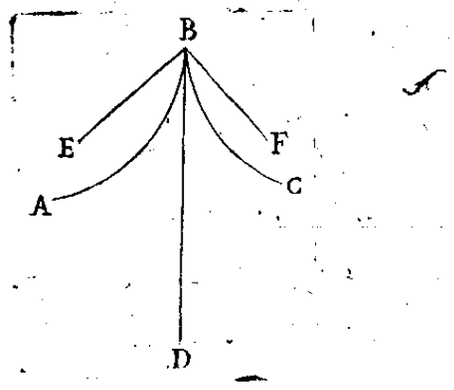
Dico 2 eundem ſiſtroidem eſſe minorem quolibet acuto. Si non eſt minor quolibet acuto rectilineo, conſtituatur ad punctum B angulus rectilineus EBF, qui, per Aduerſarium, ſit vel æqualis, vel minor angulo curuilineo conuexo ABC.

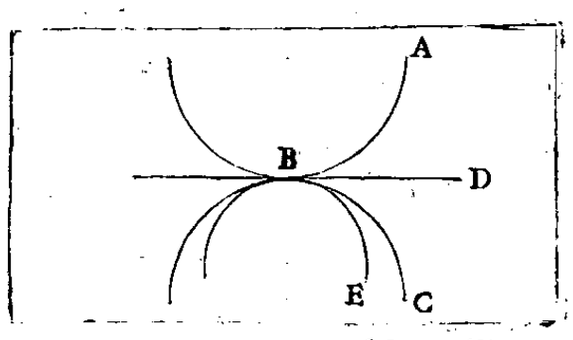
Quoniam igitur recta DB diuidit duos angulos æquales per Aduerſariũ, curuilineum ABC, & rectilineum EBF, conſtituet etiam æquales angulos partiales DBC, DBF; at angulus DBC eſt angulus cornicularis contactus, ergo angulus contactus æqualis eſt rectilineo DBF, quod eſt abſurdum, & contra celeberrimam demon. 16. tertij; eſt enim angulus contactus ſemper minor quolibet minimo acuto rectilineo. Idem abſurdum demõſtrabitur de reliquis partialibus curuilineo DBA, & rectilineo DBE.

Multo verò maius abſurdum ſequetur, ſi ponatur rectilineus EBF minor curuilineo ABC. Oſtendetur enim eádem quà prius ratione angulum aliquem contactùs eſſe maiorem aliquo rectilineo, quod non eſt poſſibile. Cum ergo angulus ABC nec maior, nec æqualis eſſe poſſit, erit minor quolibet rectilineo.

COROLLARIVM.

De omni angulo contactus concauorum, conuexorum, &c.





Auctariũ ad 16. tertij Eucl.

ILlud ex prædictis vniuersale collige, quod auctarium sit ad 16 tert.Eucl.& tibi ad prædicta melius intelligenda,& firmanda sit corollarium.

Omnes anguli contactus etiam curuilinei,&c. quolibet acuto sunt minores.

Omnes anguli contactus etiam curuilinei circulorum vel intra concauum, vel extra secundùm conuexa se contingentium quolibet acuto rectilineo sunt minores. De angulo quidem conuexi cõtactus circulorum iam probatum est in anteced. prop. 7. de ABC.

De angulo vero contactus è concaua, & conuexa peripherijs circulorum patet in apposito schemate, ductá tangente DB, ipsum angulum EBC esse partem anguli mixti contactus maioris EBD,qui & ipse minor est omni acuto,multo magis ergo erit acuto minor eius pars angulus EBC.

PROPOSITIO VIII.

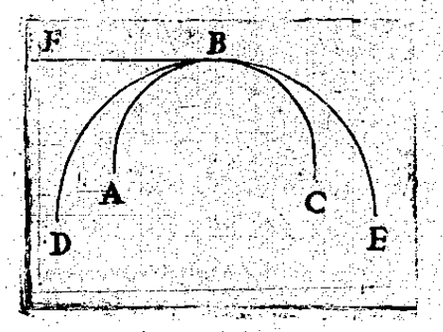
Anguli lunulares contactùs nullis rectilineis æquantur.

Lunulares sectionum æquãtur rectilineis

VIdetur paradoxũ ex contradictione, quam præfert hæ propositio,si comparetur cum prima huius, in qua lunulares æquantur rectilineis;hîc autem negatur æquari lunulares rectilineis.Sed ibi sermo est de lunularibus sectionum,

Lunulares cõtactus nõ æquantur rectilineis.

hîc autem de lunularibus contactùs. Sicut ergo ibi demonstratum est lunulares sectionis æquales esse rectilineis, sic demonstremus hîc breuissimè lunulares contactùs nulli rectilineo æquari.



Sint circuli ita se contingẽtes, vt alter minor ABC intra maiorem DBE secũdùm conuexum contingat concauum maioris in B. Ducatur tangens FB. Quoniam, per 16 tex. totalis cornicularis contactus FBA nulli rectilineo potest æquari, sed quolibet acuto minor est, si auferatur cornicularis partialis FBD, multo magis reliquus partialis,idest lunularis DBA erit minor quolibet rectilineo acuto, ac proinde nulli poterit rectilineo æquari.



PROPOSITIO IX.

In angulis extrema conueniunt, media, licet participent de extremis, tamen non conueniunt cùm extremis.

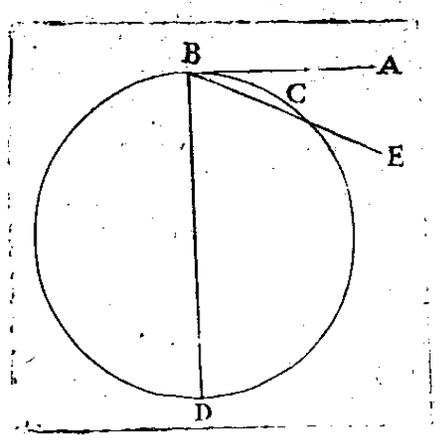
DVo præcipua membra prop. huiusce 9. sunt. Primum de conuenientia extremorum patet, per primam huius. Cum enim tria genera angulorum proposuerimus nobis consideranda, & inter se comparanda,scilicet rectilineorum, & curuilineorum, & mixtorum, qui sub curuis, & rectis lineis sunt, patuit in 1 huius curuilineas lunulares sectionum esse æquales rectilineis.

Secundum membrum Propos. de cõuenientia mediorum cum extremis patet ex 16. & 31. tert. Eucl. Angulus enim cornicularis cõtactus, & anguli segmentorum, qui sub rectis lineis, & sub circularibus conuexis,& cõcauis lineis comprehenduntur, nullam habent proportionem cum acutis, vel cum rectis, vel cum obtusis angulis rectilineis. Nam iuxta defin. 8. quinti, & explicationem eius ibi à Clauio positam, non intercedit inter mixtos angulos, & inter curuilineos æqualitas &c. Reuise demonstr. Eucl. lib. citatas. Quibus suppositis agnosce hîc nunc sequentia —

Inter mixtos, & inter curuilineos angulos nulla æqualitas est.

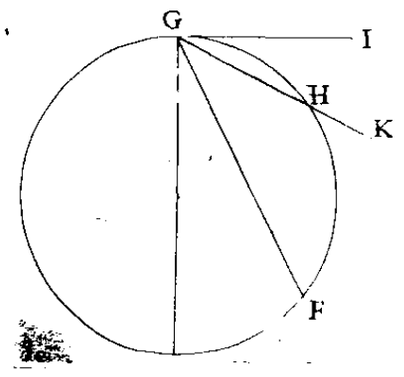
— Pa-

Paradoxa.



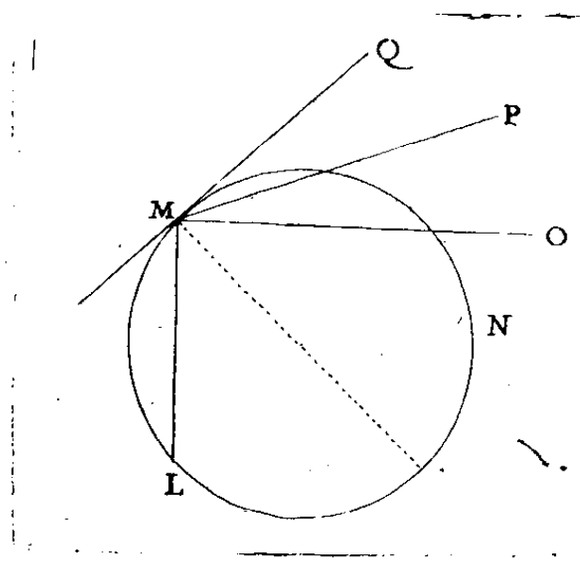
Angulus mixtus semicirculi est minor recto, & quolibet acuto maior.

I. ANgulus cornicularis contactus ABC est pars recti ABD, ideſt, minor recto, non est tamen vlli acuto æqualis, sed quolibet acuto minor, per 16. tert. Angulus mixtus semicirculi DBC est pars recti DBA, ideſt minor recto, nec tamen æqualis est vlli acuto, sed semper maior quolibet acuto, qui comprehenditur sub tangente AB, & qualibet secante, vt EB, quæ semper cadet intra, & infra curuam BC, ac proinde semper angulus DBC erit maior acuto quolibet rectilineo.



Angulus mixtus segmenti minoris semicirculo est minor recto, modo maior, modo minor acuto.

II. Angulus mixtus segmenti minoris semicirculo, qualis est FGH, per 31 tert. est minor recto, nec tamen vlli acuto æqualis, sed modo maior, modo minor acuto. Nam ductâ tangente IG, angulus FGH est minor acuto rectilineo FGI. Idem FGH ductâ secante KG, est maior acuto rectilineo FGK.



Angulus mixtus segmenti maioris semicirculo est maior recto, modo maior, modo minor obtuso.

III. Angulus mixtus segmenti maioris semicirculo, qualis est LMN, est maior recto LMO, per citatam 31 tert. nec tamen vlli obtuso æqualis, sed modo maior obtuso, qui fieri potest ex ductu secantium ad M infra tangentem MQ, scilicet maior est obtuso LMP; modo minor obtuso sub LM, & sub tangente LMQ.

Itaq; nec mixti corniculares contactùs, nec mixti segmentorum anguli æquãtur rectilineis, & consequenter ijdem mixti non conueniunt etiam cum alteris extremis, ideſt curuilineis lunularibus, quia cum lunulares sectionum æquentur rectilineis, per 1, & 2. huius, & mixti per ostensa non æquentur rectilineis, consequenter nec saltem mediatè possunt æquari rectilineis.

Nec mixti cornicularis cõtactùs, nec mixti segmẽtorum æquãtur rectilineis, nec cõueniũt cum curuilineis lunularibus.

SCHOLION I.

Ad cautionem in intelligentia præcedentis 9. propoſ.

IN priore membro præced. 9. prop. dum affirmamus extremos extremis conuenire angulis angulos, nota & intellige verba ibi posita, quæ sunt: Curuilinei, seu lunulares sectionum æquantur rectilineis. *Nam iuxta 8 huius lunulares contactùs nulli rectilineo æquantur.*

SCHOLION II.

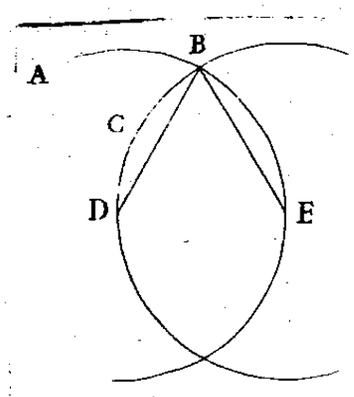
IN fine progymnaſmatis, vbi paradoxa triãgulorum, videbis figuras mixtas conuenire cum extremis, contra quàm hìc anguli.

COROLLARIVM.

Extrema iuxta ſe immediatè posita ſine medijs.

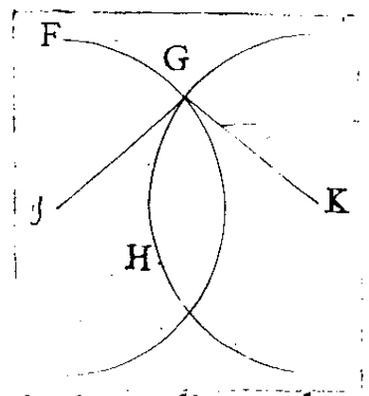
IN præced. 9. prima figurâ angulus contactùs ABC acuto quolibet minor coniunctus est ipsi DBC semicirculi angulo maiori quolibet acuto, sine vllo intermedio, qui æquetur acuto, &c.

PROPOSITIO X.



In angulis (licet media non conueniant cum extremis, iuxta propoſit. 9. antecedentem) extrema inter ſe non conueniunt ſine medijs; Immò extrema conſtant è medijs.

NOn æquantur curuilinei rectilineis, niſi medijs angulis mixtis è curua, & recta. Nam quod attinet ad lunulares ſectionum æquales acutis rectilineis, patet (repoſitis hic figuris ſimilibus figurarum primæ propoſitionis) ABC curuilineum æquari rectilineo æquilateri DBE, ſublato intermedio mixto ſegmẽti CBD.



Quod verò ad æqualitatem lunularis cum recto, patet FGH æquari recto IGK per appoſitionem intermedij communis mixti cornicularis contactùs IGH.

Quod attinet ad æqualitatem lunularis cum obtuſo, patebit lunulares æquari rectilineis obtuſis per appoſitionem mixti intermedij cornicularis ſectionis.

Immò ſi rectè inſpicias, in figuris, vbi æquales ponuntur lunulares rectis, vel obtuſis rectilineis curuilinei, & rectilinei cõponuntur è mixtilineis. Etenim tã lunulares ſectionis, quàm rectus, & obtuſus rectilineus conſtant ex mixtis cornicularibus, & ſegmentorũ. Sic rectus IGK conſtat ex IGH contactùs, & ex HGK ſemicirculi. Item lunularis FGH conſtat ex angulo ſemicirculi FGI, & ex angulo contactus IGH.

PROPOSITIO XI.

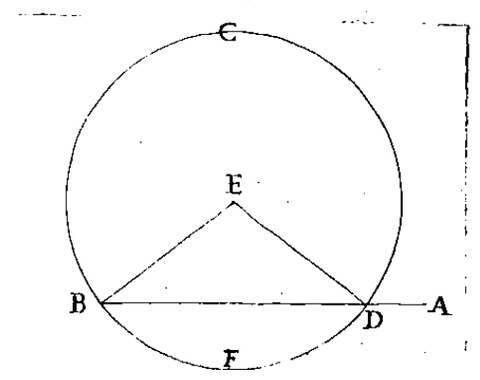
In angulis medij compoſiti conueniunt cum extremis.

VIdetur propoſitio antiparadoxa 9 huius, in qua demonſtratum eſt medios angulos, ſiue mixtos neq; cum rectilineis, neq; cum curuilineis conuenire. Sed ibi ſermo fuit, ac demonſtratio de mixtis ſingillatim ſumptis, id-eſt de vnico mixto comparato cum vnico vel curuilineo, vel rectilineo; hîc verò loquimur de duobus mixtis ſimul ſumptis, eoſq; affirmamus æquales eſſe tum rectilineis, tum curuilineis.

Vnicus mixtus nõ æquatur vnico rectilineo, vel curuilineo. Duo mixti ſimul ſumpti æquantur rectilineis, & curuilineis.

Sic vides in figura ſecundá præced. 10. prop. angulum ſemicirculi FGI vna cum mixto contactus IGH æquales eſſe recto IGK, itemq; angulum contactùs IGH vna cum angulo ſemicirculi HGK eſſe æquales curuilineo FGH. Atque hæc propoſitio vera eſt ſiue ſimul actu compoſiti ſint, ſiue ſeparati duo anguli mixti, qui demonſtrantur æquales vni vel curuilineo, vel rectilineo. Accipe ergo ſequentem propoſ. de mixtis duobus etiam ſeparatis, quos videbis æquales rectilineo.

PROPOSITIO XII.



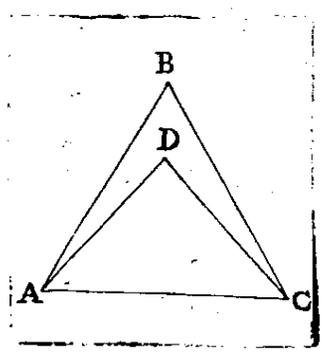
Si circulum recta ſecuerit non per centrum, angulus cornicularis ſectionis vna cum angulo ſegmenti minoris æquales ſunt angulo rectilineo ad centrum conſtituto, & arcui ſegmenti minoris inſiſtenti.

REcta AB ſecet circulum BCD nõ per centrum in punctis D, B, ex quibus punctis ductæ rectæ conſtituant angulum ad centrum E, &c. dico cornicularem ſectionis ADC vna cum angulo ſegmenti minoris BDF (ſeu DBF) æqualẽ eſſe rectilineo angulo BED. Quoniam enim externus ADE, ſiue duo ADC, CDE, ſiue duo EDB, BDF (ſunt enim æquales anguli ſemicirculi CDE, EDF) vna cùm CDA æqua-

les

les sũt duobus internis,& oppositis DEB, EBD, siue ipsi EDB (sunt enim in iscoscele BED æquales ad basim) si auferatur cõmunis BDE, relinquentur æquales duo ADC, BDF ipsi BED. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIII.

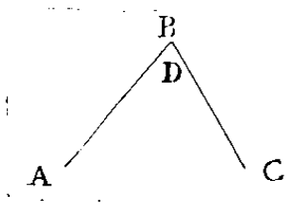


Anguli continentes minores contentis.

HOc paradoxum ad angulos pertinens potest esse loco corollarij, quod colligas è 21 pri.Eucl.ex qua ẽt demonstrationem habes huiu sce nostræ propositionis. Nam ibi demonstratur, si super trianguli ABC quolibet latere AC ab extremitatibus A, & C duæ rectæ AD, CD interius infra B in angulum constitutæ fuerint, eas continere maiorem angulum D, quàm sit angulus B.

Opportunè autem hæc nostra 13. prop. de angulis hunc penè extremũ locum occupat. Ex hac enim occasio, & initium datur nobis ad paradoxa triangulorum non vulgatorum quadrilaterorum,& figurarum curuiangularum.Igitur ad progymnasma circa eas deueniamus, si tamẽ prius addidero paradoxum, pro quo sit —

—PROPOSITIO XIV.



Angulus rectilineus duobus rectis maior.

EVclides defin.8. *Planus angulus est duarum linearum in plano se mutuò tangentium, & non in directum iacentium alterius ad alteram inclinatio.* An non solum intimus ADC, sed etiam extimus ABC sunt inclinationes, &c. quales postulat Euclides? & ADC minor duobus rectis dum ponitur, an non ABC angulus est maior duobus rectis?

SCHOLION

Ad paradoxi firmamentum.

PAter Christophorus Griembergerus in censurà meorum Apiariorum suam ad me sententiam de angulis rectilineis in hæc verba Romà Bononiam transmisit: Euclides in definitione anguli plani nihil aliud requirit, nisi vt in superficie planà duæ lineæ cõueniant ad idem punctum,& non iaceant in directũ,hoc est non constituant vnam lineam continuatam in sua specie. extra enim hunc casum duæ lineæ quæcumq;illæ sint, semper faciunt aliquam inclinationem tam in hanc partem, quam in illam, hoc est siue inclinatio numeretur ab vnà linea versus alteram procedẽdo ad dexteram, siue ad sinistram sursum, vel deorsum, &c. & hoc secundum sententiam Euclidis. Qui si præterea aliquid aliud ad dictã inclinationem requisiuisset, id omnino in definitione insinuare debuisset. Neq; obstat, quod paullo post idem Euclides tres tantum angulorum rectilineorum species definiat rectum, obtusum, & acutum, nempe illos, qui fiunt à linea rectà alteri lineæ rectæ insistenti: si enim verba definitionis anguli obtusi ita accipiantur, vt sonant, non video cur non etiam dicatur obtusus ille, qui est maior duobus rectis, is enim, qui est maior duobus rectis,maior est etiam vno recto. Tunc solummodo quando duæ rectæ sunt vna linea continuata, non inclinantur. Deniq; non video sequi vllũ absurdum, si propositiones Euclidis,in quibus agitur de angulis,absolutè intelligantur etiam de angulis duos rectos excedentibus. Vtriusq; certi generis anguli rectẽ mensurantur per arcum circuli ex ipso concursu linearum descriptum, & inter lineas interceptum. &c. *Hactenus geometrica philosophatio Griembergeri de angulo rectilineo duobus rectis maiore, quæ pro nostra propositionis antecedentis paradoxo firmando mirificè facit. Ab angulis iam ad figuras, &c.*

PROGYMNASMA SEXTVM,

IN QVO

ARMAMENTARIVM GEOMETRICVM,

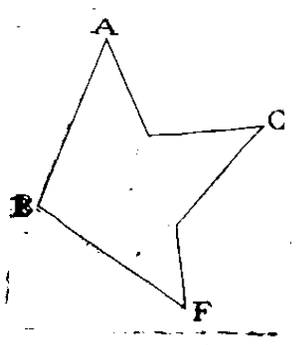
SIVE

PARADOXA TRIANGVLORVM,

PRÆSERTIM CILOGONIORVM.

In hoc progymnaſmate, mi Lector, videbis tela multiformia, falces, ſecures, & ſimilia. ideo quaſi quoddam Armamentarium geometricum aperiemus.

DEFINITIONES.



Cilogoniæ figuræ quæ?

I. FIguræ quædam à Zenodoro apud Proclum in 1 lib. Eucl. comm. 17. appellantur κοιλογωνίαι, hoc eſt cauum angulum habentes, vt in Trapezio ABFC. Sic & in aliquibus ſimplicioribus figuris, vt in triangularibus, &c. vt videbis in ſequentibus propoſitionibus.

Triangulum Acidoides quodnam?

II. Triangula aliqua vocantur αἰχιδοειδῆ, hoc eſt cuſpidis ſimilia, vt patebit in ſequenti 1 propoſitione. &c.

Figura peleco ides quæ?

III. Figura peleco ides, id eſt ſecuri ſimilis, eſt ſpecies figurarum, quæ ſub curuis, & conuexis lineis circularibus comprehenduntur. Pròcl. lib. 3. com. 28. Videbis aliquam inferius, ac vidiſti etiam in vlt. figurà definitionum progy. 5. antecedentis.

Regularis figura quæ?

IV. Regularis figura eſt quæ & æquiangula, & æquilatera eſt.

SVPPOSITIO.

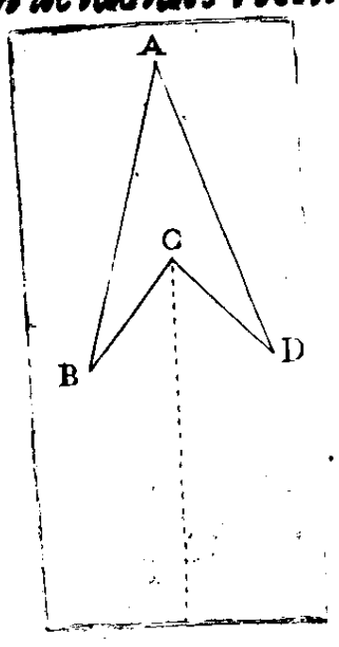
Figuræ ab angulis internis denominantur, & definiuntur.

IVxta Zenodori, Procli, ac veterum aliorum in Geometricà Philoſophia Choriphæorum ſententiam figuræ in Geometria primam ferme denominationem, veram diſtinctionem, ac præcipuam definitionem accipiunt ab angulorum internorum numero. Sic triangula, quadrangula, pentagona, hexagona, heptagona, & poſt hæc alia plura dicuntur, quia tot angulos internos continent, quot ſonant ea nomina figurarũ; licet earũ ſingulæ plures alios externos angulos habere poſſint, productis earum vtrinq; lateribus. Sed nimirum externi extra eſſentiam earum reponuntur; & interni figurarum anguli cenſentur ij ſolum, quorum tres tantum ſpecies definit Euclides, ac ſunt rectus, acutus, obtuſus duobus rectis minor.

Quod ſi, iuxta vltimum præcedentis progymnaſmatis paradoxum, in cilogonijs figuris admittas in cenſum internorum angulorum etiam angulum duobus rectis maiorẽ, nos eas extimas linearum inclinationes non conſideramus in noſtris cilogonijs figuris. Ac proinde ſiue cum Proclo, Zenodoro, &c. ſentias, ſiue ab ijs diſſentias, proprietates, quas in cilogonijs prodemus in vtrauis ſententia veræ ſunt.

PROPOSITIO I.

Triangulum quadrilaterum cilogonium acidoides rectilineum.



ECcum ABCD. Triangulum eſt iuxta ſuppoſitionem de denominatione figurarum ab angulis internis. Tres autem tantum interni ſunt A, B, D, & C eſt externus.

Vides etiam quattuor latera AB, BC, CD, DA.

Cilogonium eſt iuxta 1 definit. Acid ides iuxta ſecundam defin. ac vides figuram cuſpidis ferreæ, quales præfigi ſolent telis, atq; haſtilibus bellicis.

SCHOLION I.

Videbis inferius alia triangula quadrilatera mixtilinea. Hic habes rectilineum, & in ſequentibus eius proprietates.

SCHOLION II

Paradoxum contra def. Eucl.

COrollarium ſit ad vigeſimam definitionem 1 *lib. Eucl. vbi de trilateris figuris. In cuius quidem definitionis explicatione, quomodo quæſo quidam aſſerunt tot eſſe angulos, quot latera in figuris rectilineis, cum apertè conſtet (& latè videbis inferius) ex Acidoizantibus, ſeu ſtellatis poſſe fieri regulares figuras, quæ latera duplo habeant plura quàm angulos?*

In aliquibus figuris plura latera, quàm anguli.

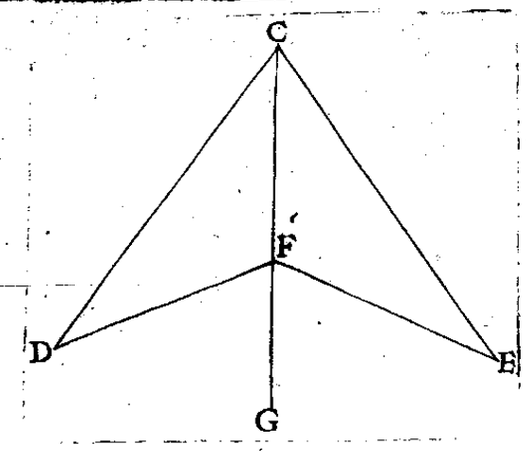
PROPOSITIO II.

Triangulum quadrilaterum rectilineum habet angulum externum æqualem tribus internis.

EVcl. 32. prop. pr. demonſtrat cuiuſuis trianguli vno latere producto, externum angulũ duobus internis & oppoſitis eſſe æqualem. At apud nos externus, ſeu cauus angulus cuſpidiformis trianguli maior eſt duobus quibuſlibet internis, immò & æqualis eſt tribus ſimul internis.

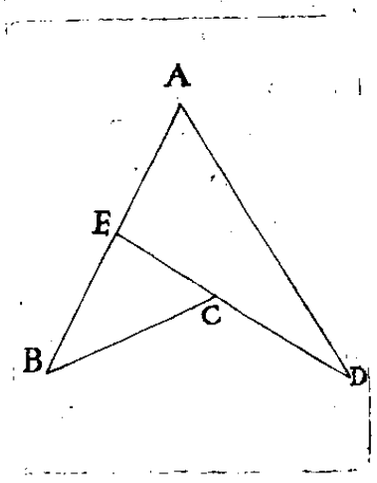
Agedum vtramq; proprietatem breuiſſimè, ac facillimè ita demonſtremus, vt è regularis trianguli demonſtratis apud Eucl. proprietatibus demonſtremus etiam quaſi contrarias in heteroclito Acidoide, & cogamus quaſi hoſtem hoſtis arcana prodere. Modo paradoxico probabimus paradoxum in Acidoide triangulo, ſcilicet angulum externum eſſe tribus internis æqualem, quia in triangulis vſitatis externus angulus eſt tantum duobus internis æqualis.

Sit



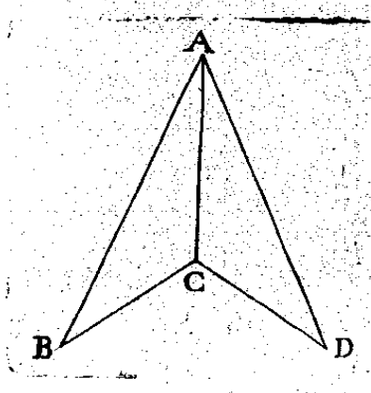
Sit triangulum quadrilaterum Acidoides CDFE. Dico primò angulum eius externum, ſeu cauũ DFE æqualem eſſe tribus ſimul internis. Ducatur enim à puncto C ad punctũ F recta CF, & producatur vt lubet vſq; ad G. Conſiderentur iam duo partialia triangula CDF, CFE. Quoniam igitur trianguli CDF, producto latere CF in G, externus angulus DFG æqualis eſt duobus internis, & oppoſitis FCD, CDF, per 32 pr. & in altero pariter triangulo partiali CFE externus pariter angulus GFE æqualis eſt internis duobus, & oppoſitis FCE, CEF propter eandem citatam propoſ. erit proinde totalis angulus externus DFE æqualis omnibus ſimul angulis quattuor FDC, DCF, FCE, CEF; Athi ſimul omnes conſtituunt tres internos angulos totalis trianguli quadrilateri CDFE; Ergo iiſdem tribus internis æqualis eſt prædictus externus DFE in triãgulo quadrilatero CDFE. quod erat demonſtrandum.

Aliter.



PRoducatur latus DC ad ſectionem, ſeu contactũ lateris AB in puncto E. Quoniam angulus BCD externus æqualis eſt duobus internis oppoſitis CBE, CEB triãguli EBC; itemque externus BEC æqualis oppoſitis internis EAD, ADC trianguli AED, propterea externus BCD erit æqualis tribus internis B, A, D.

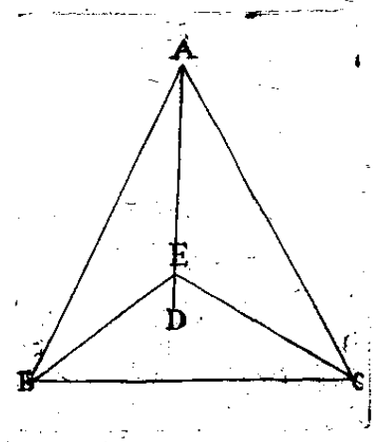
Aliter.



DVcta ſit CA. Circa punctum C tres anguli BCD, DCA, ACB quattuor rectis æquales ſunt, per coroll. 2. 15. pr. Sex item anguli BCA, CAB; ABC, ACD, CAD, CDA duorum triangulorum ABC, ACD æquales ſunt quattuor rectis; ergo æquales ſunt inter ſe tres BCD, BCA, ACD, & ſex ABC, CAB, CAD, CDA, BCA, ACD. Aufer ab æqualibus communes duos angulos BCA, ACD, remanent ergo æquales inter ſe interni BAC, DAC (ideſt totus BAD) ABC, ADC, & externus BCD.

COROLLARIVM.

E prima demonſtr. prop. 2. noſtra præced. aliter demonſtrare 21 pr. Euclidis.

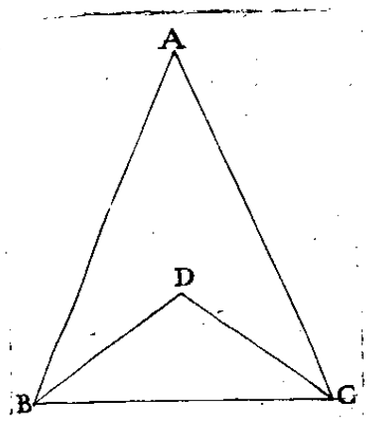


DEmonſtrat Eucl. angulum BEC eſſe maiorem angulo BAC. Demonſtari poteſt etiam, per primam demonſtr. præced. prop. noſtræ, ſi, producta AD per vtrumq; angulum, dicas: Quoniam, per 16. pr. angulus BED maior eſt ipſo BAE, & DEC maior ipſo EAC, ergo totus BEC maior toto BAC.

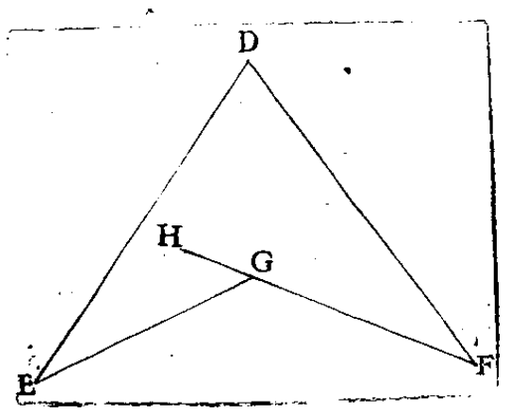


PROPOSITIO III.

Triangulum quadrilaterum rectilineum habet tres angulos internos minores duobus rectis.



EVcl. prop. 32. pr. demonſtrat omne triangulum habere tres internos angulos æquales duobus rectis. At noſtrum quadrilaterum cilogonium acidoides triangulum habet tres internos mĩores duobus rectis. Probari quidem id facili negotio poſſet, ſi ab angulo B ad angulum C duceretur recta linea, quæ vná cum lateribus AB, AC conficeret vſitatum triangulum; tũc enim appareret angulos ABD & ACD eſſe partes duorum angulorum ABC, ACB, qui cum angulo A æquales ſunt duobus rectis; vt patet in figurà ABC. Sed rectiori via nos incedentes geometrico de more aliam ex alia proximè præcedenti demonſtrationem, hoc eſt tertiam hanc è ſecundà eliciemus, ac paucis oſtendemus in altera hîc figurà ex eo, quod angulus externus EGF oſtenſus eſt, per præcedentis 2. propoſ. demonſtrationem æqualis tribus internis, inde etiam confici vt tres interni ſint minores duobus rectis.



Producatur enim alterum duorum laterum conficientium cauum angulum; v. g. latus FG tantillum producatur vſq; ad H. Quoniam ergo recta EG ſuper rectá FH conſiſtens duos angulos facit EGH, EGF, efficiet eos aut rectos, aut duobus rectis æquales, per 13. pr. Ergo eorum alteruter erit pars duorum rectorum, ſeu minor duobus rectis; ac proinde angulus externus EGF erit minor duobus rectis. At ipſi externo EGF per præcedentem demonſtrationem æquales ſunt tres interni anguli E, & D, & F, ergo & ijdem erunt minores duobus rectis. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLION—

—PARADOXICVM.

In quo cautio ad intelligentiam proprietatis triangulorum ab Eucl. demonſtratæ propoſitione 32. pr.

AD 32. propoſ pr. de triangulo habente tres internos angulos æquales duobus rectis, magnus vir Proclus, atque alij veterum aliqui eam eſſe Trianguli proprietatem, ſecundum quam ipſum, ac planè per ſe, aſſeruerunt; atq; eam ob cauſam ab Ariſt. tum alibi ſæpe, tum lib 1 poſter. Analyt. eam in exemplum perfectæ demonſtrationis proponi, dum de ijs diſſerit, quæ immediatè ab ipſa rei eſſentia proſtluunt. Ac addit Proclus: Quemadmodum omni figuræ terminatam eſſe per ſe ac primum ineſt; ita rectilineæ figuræ triangulari internos angulos duobus rectis æquales habere. *Satin' id rectè? Cùm nec ipſi negent Acidoides (nec quiſquam negare poſſet propter definitionem ab internorum angulorum numero deſumptam) eſſe triangulum & quidem rectilineum, licet non tribus, ſed quatuor rectis lineis conſtans; quod tamen Triangulum habet tres internos angulos minores duobus rectis, vt iam demonſtratum eſt.*

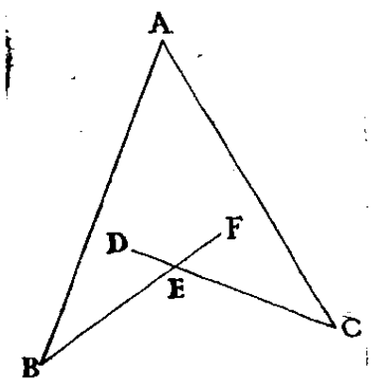
Habere tres angulos internos æquales duobus rectis non eſt proprietas trianguli ſecundũ quod ipſum.

Quemadmodum igitur ſapienter prædicti Authores affirmant haud veram eſſe conuerſam illam, atq; vniuerſalem: omne habens internos angulos æquales duobus rectis eſt Triangulum. *quia & figuræ ex circumferentijs conſtructæ, & aliæ aliquæ curuilineæ habẽt internos duobus rectis æquales, nec tamen ſunt triangula, ſed eorum aliquæ ſunt ſolum binangulæ, vt patebit inferius in ſequentibus, ac proinde limitãda eſt propoſitio, vt intelligatur de figuris non omnibus, ſed ſolùm de rectilineis, quæ quidem rectilineæ, ſi habeant tres internos æquales duobus rectis, omninò ſunt triangula; ſic & ego affirmare cogor, non abſolutè ſumptam valere eam vniuerſalem:* omne triangulum habet tres internos æquales duobus rectis, *niſi limitetur ad ſpeciem tantùm triãgulorum trilaterorum. Sunt enim à nobis propoſita hìc triangula Acidoidea, ſeu cilogonia, quæ tres habent internos minores duobus rectis.*

Non eſt vera cõuerſa. omne habens angulos internos æquales duobus rectis eſt triangulũ.

PROPOSITIO IV.

Tres interni anguli Trianguli quadrilateri cilogonij duobus rectis sunt minores quantitate anguli alterutrius, qui fit ex productione intra triangulum alterutrius laterum externum angulum comprehendentium.



IN triangulo quadrilatero ABC producatur introrsum alterutrum laterum comprehendentium externum angulum BEC, & fiat quartus angulus internus alteruter vel BED, vel CEF; & nunc esto BED: dico tres ABE, ECA, CAB esse tanto minores duobus rectis, quanta est quantitas anguli BED.

Quoniam ex demonstratione præced. posit. tres interni, A, B, C, minores sunt duobus rectis, & æquales sunt externo BEC, & ad complementum duorum rectorum (quos BE consistens super CD facit, per 13. pr. Eucl.) ipsi externo BEC deest reliquus angulus BED; hoc est BEC minor est duobus rectis quantitate anguli BED, ideò eádem anguli eiusdem BED quantitate minores etiam erunt tres A, B, C, qui externo BEC sunt æquales.

COROLLARIVM I.

In propositionis antecedentis triangulo quadrilatero cilogonio quatuor interni anguli sunt æquales duobus rectis.

NAm DEB, vel FEC est complementum duorum rectorum, per antec. prop. ad reliquos tres A, B, C.

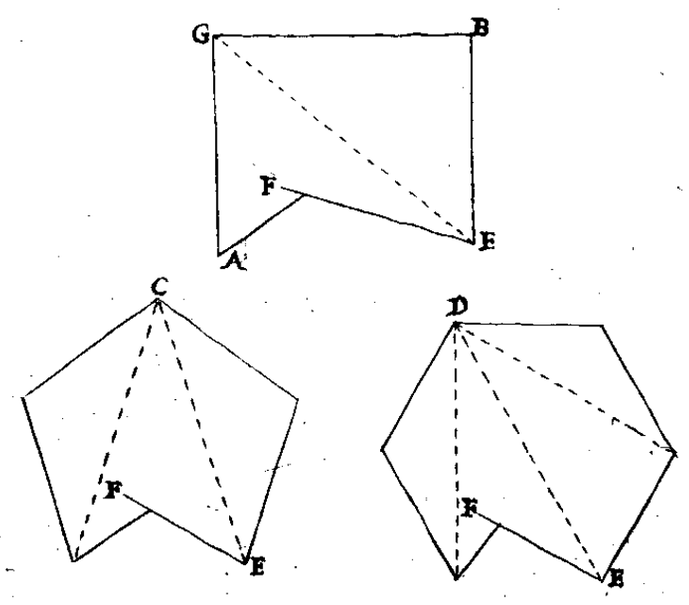
COROLLARIVM II.

Sex interni æquales sunt quatuor rectis.

NAm duo CEF, FED, per 13. pr sunt æquales duobus rectis, & reliqui quatuor DEB, B, A, C sunt æquales 2 rectis, per coroll. 1. antecedens.

COROLLARIVM III.

Rectilinea vno latere cilogonia, altero laterum cauum angulum conficientiũ producto introrsum, recuperant quantitatem angulorum quam haberent, si non essent cilogonia.

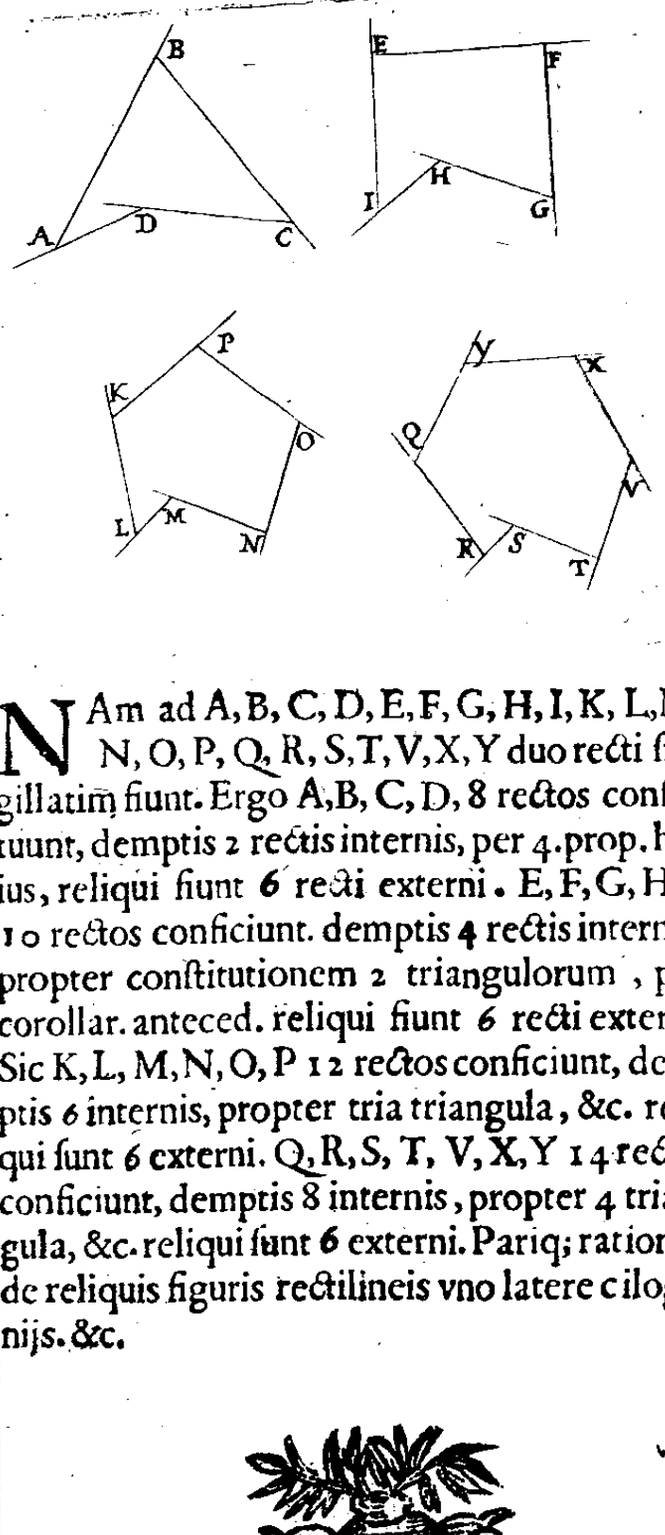


IN hoc corollario fit vniuersalis propositio 4 antecedens, & quod ibi demonstratum est de triangulo, demõstratur hîc de quadrangulis, quinquangulis, sexangulis, &c. rectilineis cilogonijs. Quadrangulum AB, Quinangulum C, sexangulum D cilogonia, productis EF, recuperant quantitatem angulorum æqualium quatuor rectis in Quadrangulo, quinque in Pentagono, sex in Hexagono, &c. nam si eas figuras in triangula diuidas, singula triangula continent internos æquales 2 rectis, etiam cilogonium triangulum, si quod erit in singulis ijs figuris, propter latus introrsus productum, per 4 præced. propos. &c. sapienti pauca. Reuise scholion extremũ Apis nostræ Geometræ in Apiar. 1. prælib. 1.

COROLLARIVM IV.

Paradoxum extra leges de quantitate angulorum externorum in figuris rectilineis.

Cuiuscunq; rectilinei vno latere cilogonij productis versus eandem partem lateribus (etiam introrsum producto altero cauum angulum conficiẽtium) externi omnes anguli semper sunt aquales 6 rectis, non 4, vt assolet in non cilogonijs.



NAm ad A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, V, X, Y duo recti singillatim fiunt. Ergo A, B, C, D, 8 rectos constituunt, demptis 2 rectis internis, per 4. prop. huius, reliqui fiunt 6 recti externi. E, F, G, H, I 10 rectos conficiunt. demptis 4 rectis internis, propter constitutionem 2 triangulorum, per corollar. anteced. reliqui fiunt 6 recti externi. Sic K, L, M, N, O, P 12 rectos conficiunt, demptis 6 internis, propter tria triangula, &c. reliqui sunt 6 externi. Q, R, S, T, V, X, Y 14 rectos conficiunt, demptis 8 internis, propter 4 triangula, &c. reliqui sunt 6 externi. Pariq; ratione de reliquis figuris rectilineis vno latere cilogonijs. &c.

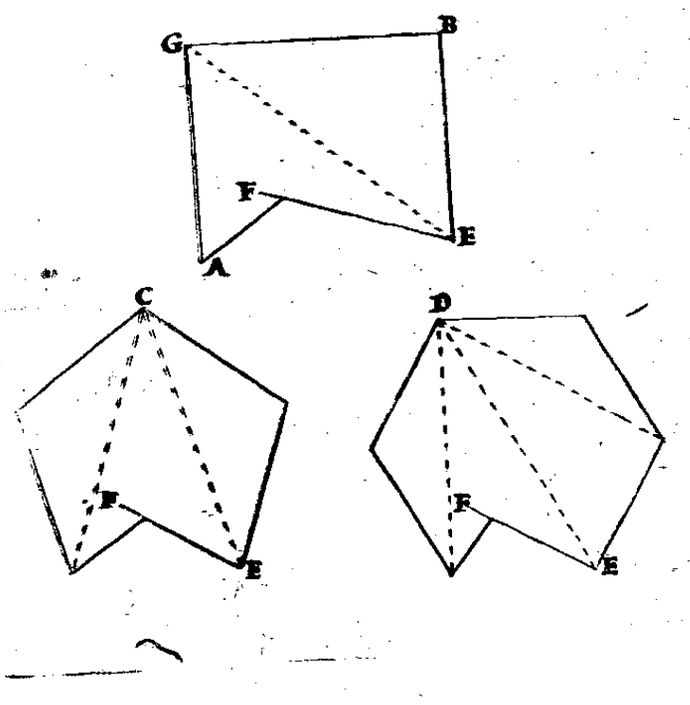
SCHOLION I.

Cautio in 3, & 4 Corollarijs.

Dictum est, ô geometrice Tyro, rectilinea vno latere cilogonia. *Nam non est otium, & pretium operæ persequi rectilinea, quæ habeant plura vno latere in angulum fracta. Tu ex hisce vestigijs longius progredere.*

SCHOLION II.

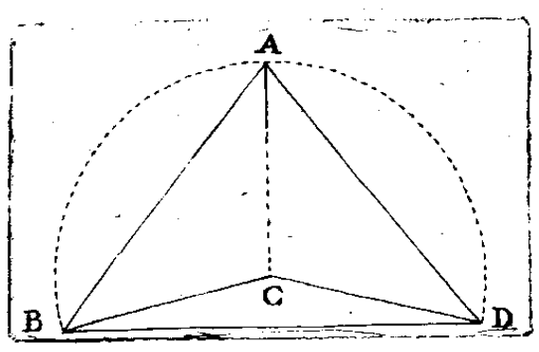
Cilogonia inuehunt metamorphoses in figuras.



Altero laterum cauum angulum conficientium producto introrsum, rectilineæ figuræ augentur numero totidem angulorum, quot laterum sunt. & non amplius Triangulũ est GAFE, sed euasit in Quadrangulum quadrilaterum. Figura GBEFA ex Quadrangulo fit Pentagonum quinilaterum. Pentagonum C fit Hexagonum senilaterum. Hexagonum D fit Heptagonum septilaterum. &c. Sic figuræ rectilineæ, vno latere facto, & angulo introrsum facto à productione vnius fragmenti, transformantur ex antecedentibus in proximè subsequentes. &c.

PROPOSITIO V.

Si externus quadrilateri trianguli angulus æquali ab internis interuallo distiterit, erit duplus anguli ad verticem, angulus verò ad verticem erit æqualis reliquis duobus internis.



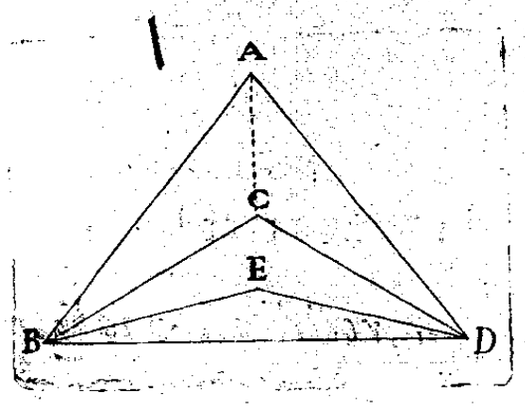
IN quadrilatero triãgulo ABCD, ductâ CA, & BD, externus angulus BCD distet ab internis & A, & B, & D æquali interuallo trium æqualium linearum CB, CA, CD, dico prædictum externum duplum esse verticales BAD. Facto enim per imaginationem centro C, & interuallo trium æqualium semidiametrorum per suppositionem CB, CA, CD, transibit circulus per A, B, D, eruntq; angulus quidem BCD ad centrum, angulus verò BAD ad peripheriam super eadem basi BD; at angulus ad centrum duplus est anguli ad peripheriam, per 29. ter. ergo & BCD duplus erit ipsius BAD. quod erat, &c.

Dico præterea angulum ad verticem BAD æqualem esse reliquis duobus internis simul sumptis ABC, CDA. Duo latera AC, CB, item AC, CD, per suppositionem, æqualia sunt, erunt ergo, per 5. pr. & anguli ad bases æquales, hoc est ABC, CAB, & ADC, CAD; ac proinde totus BAD duobus simul ABC, CDA æqualis. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO VI.

Sin externus propius fuerit interno ad verticem, quàm duobus reliquis internis, erit externus minor, quã duplus interni verticalis; internus verò verticalis maior erit reliquis duobus internis.

SIt angulus externus B C D propior verticali BAD, quàm reliquis ABC, A DC, & ducatur CA ab externi cuspide ad vert icalem, tum ductis BE, DE, fiat BED externus æ quidistans à tribus internis A, & B, & D, vt in antec. propositione 5. Deniq; iungatur ipsa BD. Dico externum BCD minús esse quàm duplum ipsius interni verticalis BAD. Cum enim super trianguli CBD latere BD ab extremitatibus B, D duæ rectæ lineæ BE, DE interius constitutæ sint, continebunt eæ angulum BED maiorem angulo BCD, per 21. pri. at angulus BED per constructionem æquidistans ab internis tribus A, & B, & D, per præced. propos. demonst. est duplus verticalis BAD, ergo angulus BCD, propior eidem verticali, quàm reliquis duobus internis, & minor ipso BED, erit minús, quàm duplus verticalis BAD. quod erat &c.



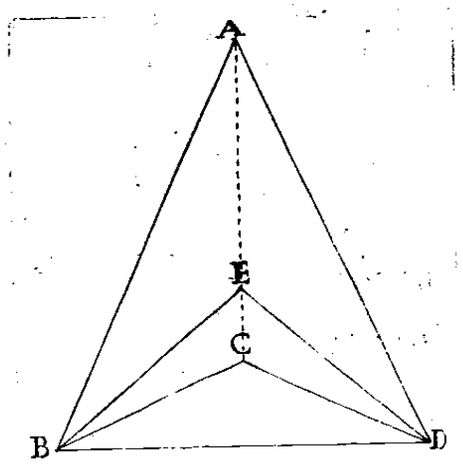
Dico præterea ipsum verticalem internum BAD maiorẽ esse quàm sint reliqui duo interni simul sumpti ABC, ADC. Nam cúm in duobus triangulis ABC, ACD distantia ipsius C ab A, hoc est latus CA, per suppositionem, sit minus quám distantia eiusdem C ab ipsis B, & D, hoc est, quàm latera CB, CD, propterea in triangulo ABC maius latus BC maiorem angulum, idest ipsum BAC, subtendet, & latus minus CA minorem angulum, idest ipsum ABC per 18. pri. itemq; in altero partiali triangulo, propter eandem rationem erit maior angulus CAD angulo DAC: ergo totus BAD maior reliquis duobus ABC, ADC, quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO VII.

Si deniq; externus longius abstiterit ab interno verticali, quàm à reliquis duobus internis, erit externus maior, quàm duplus interni verticalis, internus verò verticalis minor erit reliquis duobus internis.

SIt deniq; externus angulus BCD longius distans ab interno verticali BAD, quàm à reliquis duobus internis ABC, ADC. Ducatur basis BD, vt in superiori figura, & ductæ BE,

DE



DE faciant angulum BED æquidiſtantem à tribus angulis internis A, & B, & D, vt erat in primo caſu. Dico angulum externum BCD maiorem eſſe, quàm ſit duplus ipſius verticalis interni BAD.

Demonſtratio patet ex 21 pri. vt nuper in ſecundo caſu. nam ſuper eodem latere BD maior eſt angulus interior BCD, quàm angulus BED, qui BED per conſtructionem, & demonſtrata, eſt duplus ipſius BAD. pluribus non te moror, mi Lector, in re iam perprobata perſpicuè.

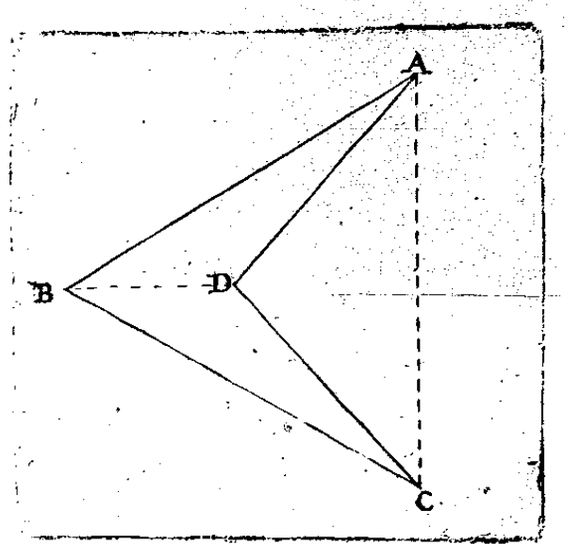
Patet etiam verticalem BAD in hoc tertio caſu minorē eſſe reliquis duobus internis ABC, ADC. ductá enim CA eodem modo probabitur, quo nuper in ſecundo caſu per 8 pr. in triangulis ABC, ACD angulos ABC, ADC eſſe maiores, quàm BAC, CAD, quia commune latus AC, per ſuppoſitionem eſt longius, quàm latera CB, CD (hoc eſt diſtantia per ſuppoſitionem maior eſt ipſius C ab A, quàm à B, & à D) ac proinde totus BAD erit minor reliquis duobus ABC, ADC.

COROLLARIA—

—*Optica, & Geometricè practica è cilogonijs triangulis rectilineis.*

HYpotheſis eſt in opticis: *Quæ ſub maiore angulo ſpectantur apparent maiora.* Dum éadem res modò cominus, modò eminus aſpectatur fingitur triāgulum cilognium rectilineum, quale vides ABCD, oculo oppoſito nunc in B, nunc in D, ac ſpectante magnitudinem AC. Cur ergo éadem AC maior videtur in D, quám in B? hoc eſt cur propinquiora maiora videntur? Item cur quæ propinquant augeri videntur? Nempe quia ſub maiori angulo ſpectantur propinquiora, & propinquantia. Maiorem autem angulum eſſe cauum, ſiue externū CDA, quam ſit internus CBA demonſtratum à nobis habes in intecedentibus propoſit. huius Progym.

Cur propinquiora maiora videantur.



Militaribus viris non parum proderit ſi exercitum hoſtilem longiſſimé diſtātem proſpectēt ita lentè incedentem, ob tormenta, & alia impedimenta bellica, vt vix motus internoſci queat. Nam ſi oculum apponas ad circini caput, & crura cuſpidata obuertas, ac diducas ita, vt ſecundúm ea proſpectes, & quaſi comprehedas ſub angulo hoſtilem exercitum, ſi víderis paullo poſt neceſſe eſſe dilatare angulum circiní, vt eundem comprehendas exercitum, pronuntiabis etiā è longinquo appropinquare hoſtem, qui conſiſtere videbatur. Quare aut abſcedendum, aut pugnam adornandam, ne occupet imparatos.

Quomodo dignoſcatur motus inſēſibilis è longinquo.

Reuiſe præterea figuras, & demonſtrationes noſtras in præcedenti Apiario Geom. Pract. Propoſit. 1. atq; ibi agnoſces in dimenſione oppoſitę inacceſſę latitudinis fingi per duas ſtationes cilogonium triangulum rectilineum. Ceu in hìc poſitā figurà geminę menſurę fient ſtationis in B, & in D. Tum ex interuallo BD eliciatur vera mēſura latitudinis AC, iuxta ſuo loco à nobis demonſtrata.

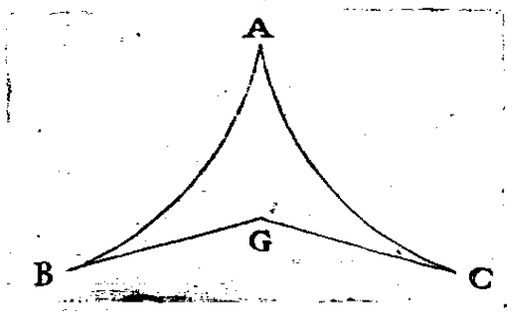
Dimenſiones inacceſſarum latitudinum per triang. cilog rectil.

PROPOSITIO VIII.

Triangulum cilogonium Acidoides quadrilaterum mixtilineum, cuius tres anguli tùm ſinguli, tùm omnes ſimul ſumpti quòlibet acuto ſunt minores.

TRiangulum Acidoides rectilineum quadrilaterum nuper propoſuimus, cuius interni anguli minores ſunt duobus rectis. nunc dabimus triangulum mixtilineum, cuius omnes, & ſingúli minores ſunt etiam acuto.

Sit



Sit trangulum ABGC ſub duabus conuexis BA, CA duorum circulorum ſe ſe mutuo tangenttium, & angulum conficientium in A, & ſub duabus rectis BG, GC angulum facientibus in G, & tangentibus in B, & in C. Dico tres internos A, B, C tum ſingulos per ſe ſumptos, tum binos, tum omnes ſimul eſſe minores quolibet acuto.

Demonſtratio patet. Nam anguli B, & C ſunt corniculares contactùs per cõſtructionem, qui anguli ſunt ſeorſim ſumpti quolibet acuto minores, per 16 ter. Eucl. & ſimul ſumpti ſunt item quolibet acuto minores, per coroll. prop. 7. in præced. progym. Item angulus A eſt ſiſtroides, qui, per 7. Pro. præced. prog eſt & ipſe quolibet minimo rectilineo minor. Quemadmodum verò amplificatis, & multiplicatis, & ſimul ſumptis quotlibet angulis cõtactus, ſemper ſunt ſimul omnes ſumpti quolibet acuto minores; ſic & ſimul ſumpti tres A, B, C erunt omni acuto minores: ex angulis enim quolibet minimo rectilineo minoribus nunquam confieri poteſt angulus æqualis, vel maior illo acuto. Ratio eſt, quia omnes anguli contactus (atq; etiam ſiſtroides A, qui diuiditur in duos mixtos contactus) nullam habent proportionem cum rectilineis, iuxta 9. prop. in præced. progym.

Simul ſumpti quotlibet anguli contactùs sũt vnico quolibet acuto minores.

Omnes anguli contactus nullam habent proportionem cum rectilineis.

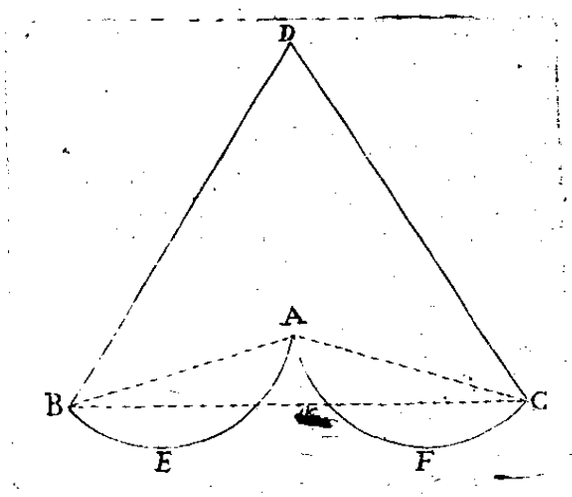
COROLLARIVM.

Prædicti trianguli mixtilinei angulus externus nullã habet cum internis proportionem.

TRiangulum Acidoides rectilineum habet, vt demonſtratum eſt, externum æqualem tribus internis. At triangulum Acidoides prædictum mixtilineum habet externum internis inæqualem. Patet hoc corollarium ex præced. demonſ. in qua oſtẽſum eſt mixtos, & curuilineos angulos contactus nullam habere proportionem cum rectilineis. angulus autem G per conſtructionem, eſt rectilineus.

PROPOSITIO IX.

Triangulum cilogonium quadrilaterum mixtilineũ, cuius tres interni maiores ſunt duobus rectis, externus verò minor eſt internis.



PRoposítionibus 1, 2, 3 huiuſce progym. dedimus triangulum cilogonium acidoides quadrilaterum rectilineum, cuius tres interni minores erant duobus rectis. Hîc damus mixtilineum, cuius tres interni maiores ſunt duobus rectis. Illud per defectum, hoc per exceſſum recedunt ab ſitatorum in triangulis angulorum proprietate. Angulus autem externus, qui in rectilineo erat æqualis internis tribus, hîc in mixtilineo eſt minor.

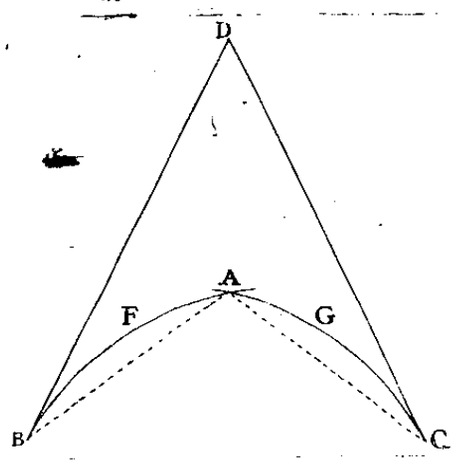
Propoſitio ſtatim patet, facta conſtructione. Nam duobus circulis ſe ſe in A ſecantibus, vel tangentibus, & ex quolibet puncto vtriuſq; B, C eductis duabus rectis lineis ad angulum in D, dico angulos rectilineum BDC, & mixtos DBEA, AFCD ſimul ſumptos eſſe maiores duobus rectis. Iunctá enim occultá BC, quoniam in triangulo rectilineo tres rectilinei anguli CBD, BDC, DCB ſunt æquales duobus rectis, & duo rectilinei DBC, BCD ſunt partes mixtorum DBEA, AFCD, erunt rectilineus angulus vna cum duobus mixtis maiores duobus rectis.

Item ad punctum A iunctis rectis BA, CA, quoniam angulus externus rectilineus BAC, per 2. huius, eſt æqualis tribus internis ABD, BDC, DCA; eſt autem angulus ſiſtroides EAF pars rectilinei BAC, erit ergo minor prædictis tribus internis angulis rectilineis, ac proinde multo etiam minor tribus DBEA, AFCD, CDB. quod erat demonſtrandum.

PRO-

PROPOSITIO X.

Triangulum acidoides cilogonium quadrilaterum mixtilineum, cuius duo anguli ad baſim vlla vel minimi acuti quãtitate minores non ſunt duobus rectis, & additi angulo ad verticem ſimul omnes ſunt minores duobus rectis. Externus verò angulus maior eſt tribus internis.



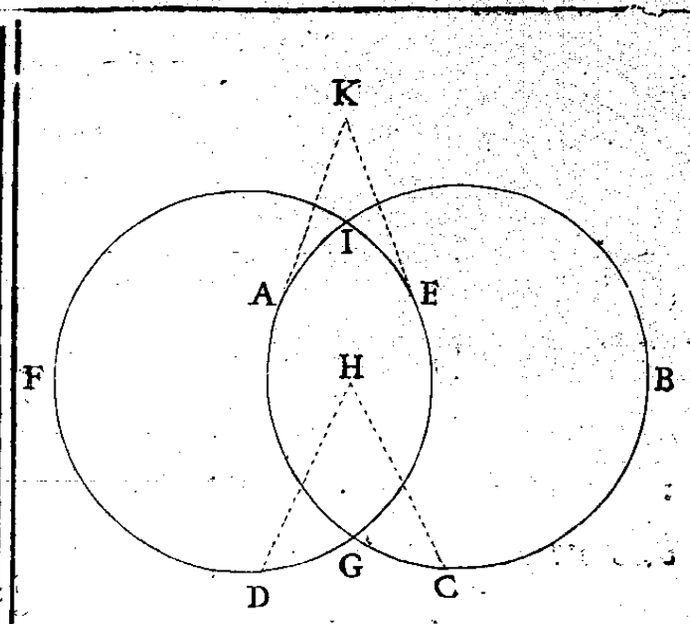
INcipiamus ab externo angulo, & ex ipſa constructione breuiſſimè indicemus veritatem propoſitionis. Duobus enim circulis ſe ſecantibus in A, & eductis duabus tangentibus ex B, & C ad angulum in D; itemq; adductis occultis rectis ex B, & C in A; quoniam rectilineus BAC eſt æqualis internis rectilineis DBA, ACD, CDA; eſt autem BAC pars ipſius anguli ciſſoidis BFAGC, ac ſunt DBFA, AGCD partes ipſorum DBA, ACD, ergo ciſſoides BFAGC erit multo maior tribus AFBD, BDC, DCGA.

Prior deinde pars propoſitionis patet, quia & tres AFBD, BDC, DCGA ſunt minores duobus rectis, & duo ad baſim ſunt anguli corniculares contactus per conſtructionem; ergo tres minores quidem ſunt duobus rectis, ſed tamen duo ad baſim non ſunt minores duobus rectis vllâ quantitate acuti &c. iuxta ſæpius iam dicta.

SCHOLION.

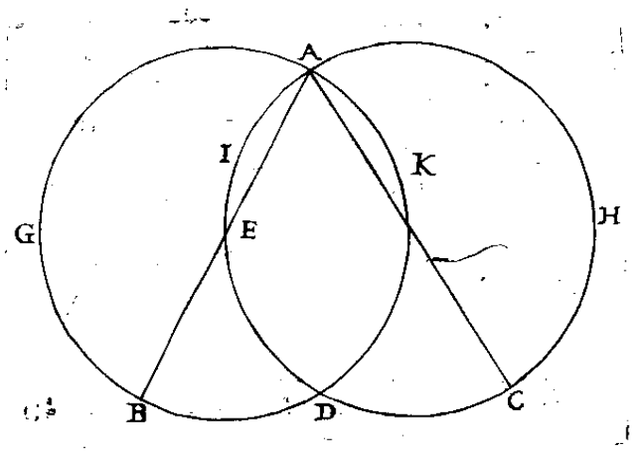
Præcedentium duarum propoſitionum 9, & 10 conſtructio, & oſtenſio ex figura ſimili figuræ primæ primi Eucl.

SEcent ſe circuli duo *ABC, DEF* ſiue per cẽtra, vt vult Eucl. ſiue non, vides in *GDHC*, & in *IAKE* figuras demonſtrationum duarum proximè præcedentium, vt in promptu habeas conſtructionem vtriuſq; figuræ, iuxta præcepta in initio vtriuſque propoſitionis.



PROPOSITIO XI.

Iſoſceles cilogonium quadrilaterum mixtilineum æquale lunulæ in figura prima pr. Eucl.



SEcent ſe duo circuli æquales per centra, vt vult Eucl. atque à puncto ſectionis A deducantur diametri AB, AC; dico acidoides triangulum quadrilaterum mixtilineũ ſub diametris AB, AC, & ſegmentis BD, DC comprehenſum æquale eſſe alterutræ lunulæ AGBDIA, ſiue AHCDKA. Quoniam enim æqualium circulorum ſemicirculi BAG, ACD ſunt æquales, ablato communi EAI remanebunt æqualia triangula mixtilinea EBGAI, & AEDCA. appoſito EBDE vtriq; triangulo, fient æqualia quadrilineum mixtum ABDCA, & luna AGBDEIA. Eſt porro iſoſceles ABDCA propter æquales diametros AB, AC.

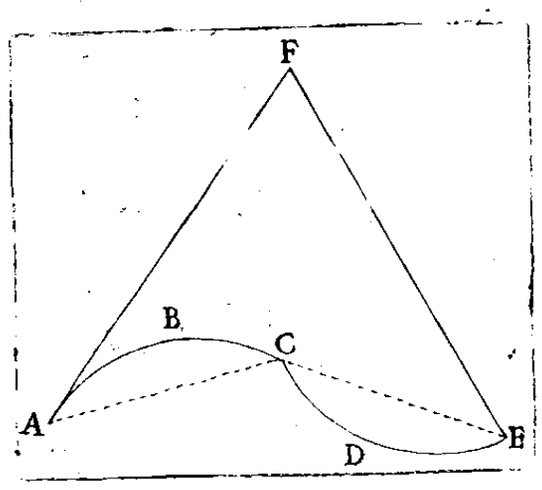
SCHOLION.

TRiãgulorum quadrilaterorum mixtilineorum præcedentium propoſitionum 9, 10, 11 quanto anguli interni ſint maiores, vel minores duobus rectis; & externus quanto ſit maior, vel minor internis patere poteſt, ſi ſubtendas rectas

tas lineas curuis angulum externum conficientibus. Res quoniam facillimæ cognitionis est, ideò tute reuise, Lector, præcedentes figuras, & experire.

PROPOSITIO XII.

Isosceles acidoides cilogonium quadrilaterum mixtilineum, cuius interni anguli sunt minores duobus rectis, externus æqualis internis.



PRopositas hîc conditiones vidimus quidem esse in triangulo acidoide cilogonio quadrilatero rectilineo propositione 1, 2, 3, huius; at in mixtilineo vidimus potius contrarias proposit. 8, 9, 10. Cur ergo hîc nobis videmur contradicere? Vide appositam figuram, in qua sint æqualium circulorum æqualia segmenta, quorum alterum spectet angulum rectilineum verticalem F secundùm conuexum ABC, alterum secundũ concacuum CDE. Subtensis enim occultis æqualibus AC, CE, quoniam æqualium segmentorũ ACB, CED anguli sunt æquales, itemq; anguli rectilinei FEC, CAF sunt æquales per cõstructionem isosceli cilogonij rectilinei, ergo ex altero æqualium rectilineorum angulorum FAC detracto angulo segmenti CAB, & appositio ad alterum rectilineum, factoq; totali angulo DEF, erunt duo curuilinei FAB, DEF æquales tribus FAB, CED (ideſt BAC) CEF, ideſt duobus rectilineis FAC, CEF æquales; at rectilinei FAC, CEF vná cum angulo ad verticem F sunt minores duobus rectis, per tertiã huius, ergo & curuilinei FAB, DEF vná cum eodem F, erunt & ipsi minores duobus rectis.

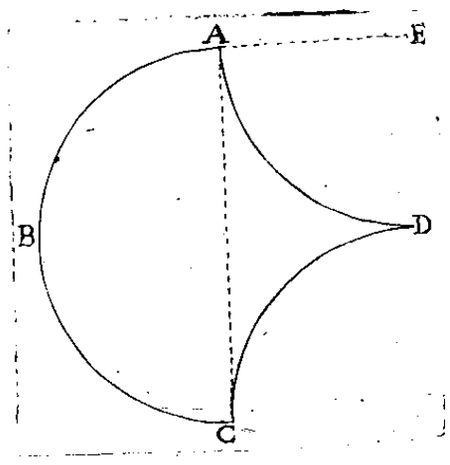
Rursus æqualibus ACB, ECD appositio communi ACD, erit angulus curuilineus BCD æqualis rectilineo ACE; at ACE, per 2 huius, est æqualis internis, ergo & BCD erit æqualis internis AFE, FED, BAF.

Triangulum ergo FABCDE, &c. mixtilineũ habet tres internos minores duobus rectis, & externum æqualem internis. Quæ erant &c.

Hactenus paradoxa triãgulorum cilogoniorum quadrilaterorũ: iam ad paradoxa aliqua triãgulorum etiam non cilogoniorum, nec quadrilaterorum.

PROPOSITIO XIII.

Triangulum curuilineum Pelecoides habet duos æquales duobus rectis.



TRiangula vsitata rectilinea habent tres æquales duobus rectis, at pelicoides triangulum è tribus duos habet æquales duobus rectis.

Sit triangulum curuilineum pelicoides ABCD sub circuli dimidia peripheria ABC, & sub duabus reliquis peripheriæ quartis AD, DC se se in D tangentibus; dico angulos duos A, & C esse æquales duobus rectis, singulos nempe vni recto. Ducatur enim diameter AC. ex A educatur perpendicularis AE, quæ sit pars diametri subtendẽtis quartam AD. Quoniã anguli BAC, & DAE sunt anguli semicirculorum æqualium per cõstructionem, si addatur communis CAD, erunt BAD curuilineus, & CAE rectus inter se se æquales. Eodemq; modo probabitur de angulo ad C.

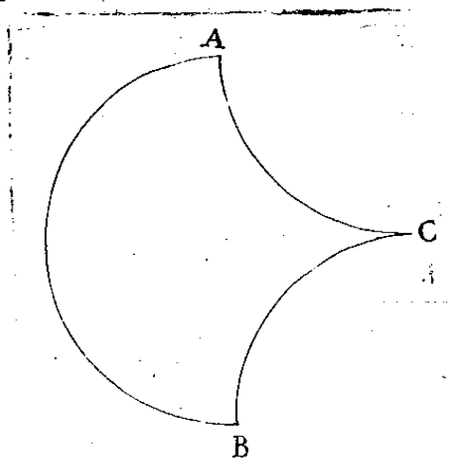
PROPOSITIO XIV.

Triangulum curuilineum Pelicoides habet tres maiores duobus rectis, qui tamen duos rectos non superant vlla vel minimi acuti quantitate.

DVo hîc sunt paradoxa. 1. contra vsitata triangula, quæ habent tres æquales duobus rectis, propositum hîc à nobis triangulum

ha-

habens tres maiores duobus rectis. 2. quomodo, si sunt maiores duobus rectis, non superant eos salt em quantitate minimi anguli acuti?



I Paradoxum patet ex præced. 13. additâ enim quãtitate anguli sistroides contactus C ad A, & B, qui ostensi sunt æquales duobus rectis, necesse est, tres simul A, B, C, esse maiores duobus rectis.

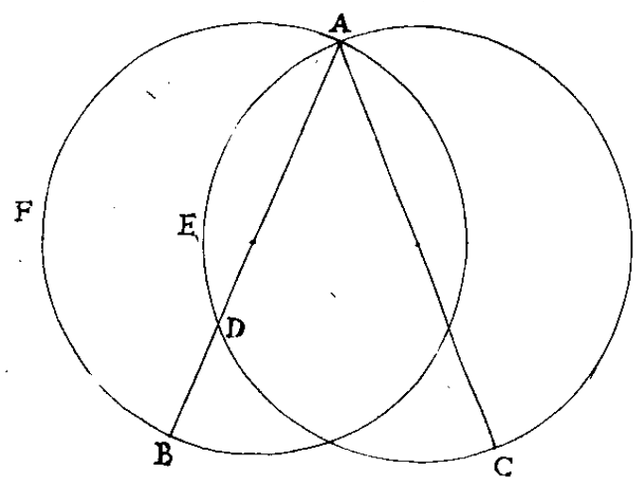
II Etiam paradoxum patet, quia angulus sistroides contactús C est minimo quolibet acuto rectilineo minor, per 7. præced. progym.

PROPOSITIO XV.

HAbes in propositione 6. Protei nostri geometrici quadraturam cuiuslinei pelicoidis.

PROPOSITIO XVI.

Scalenum mixtilineum æquale falci ex figurâ primâ primi Euclidis.



ESt hæc propositio quasi corollarium ex 11. huius, sed huc translata, quia ibi erant propositiones de triangulis cilogonijs, hic verò est sermo de triangulis non cilogonijs. Apparebit quidem veritas propositionis huius, si æqualium circulorum sectio fiat per centra, iuxta 1. Eucl. at si sectionem facias vltra centra, videbis expressius triangulum mixtilineum æquale falci sic: Ductis diametris AB, AC, & ex æqualibus semicirculis ABF, ACDE subducto communi ADE, vides falcem AFBDE æqualem relinqui triangulo mixtilineo ADCA.

PROPOSITIO XVII.

Æquilaterum rectilineum æquale falci ex figura prima pri. Eucl.

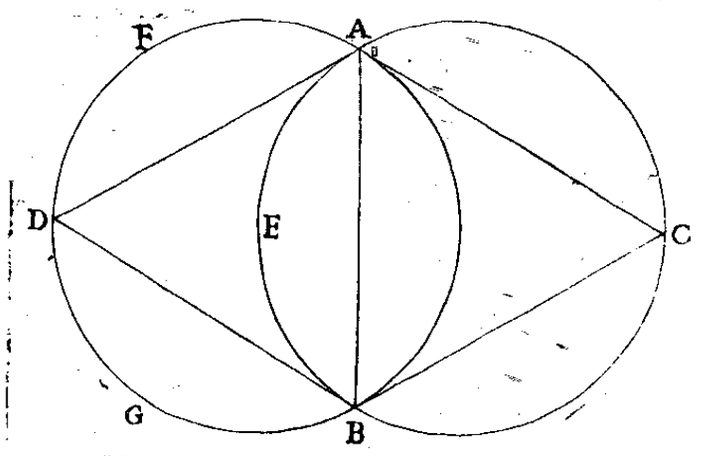
HAbes in 1. propos. Protei nostri geometrici in Apiario primo.

PROPOSITIO XVIII.

ISosceles rectangulum æquale lunulæ habes in eodem nostro Proteo propositione 3.

PROPOSITIO XIX.

Isosceles mixtilineum æquale lunulæ ex figura prima primi Euclidis.



EIdem lunulæ, cui propos. 11 huius demonstratum est isosceles mixtilineum cilogonium æquale hîc demonstrabimus aliud isosceles mixtilineum nõ cilogonium æquale sic: Circulis æqualibus per centra se secantibus, iuxta primam pr. Eucl. iungatur AB ad puncta sectionum, quæ (iuxta lemma ante 1. propos. Protei nostri geometrici in Apiario primo) erit latus æquilaterorum BDA, ACB in vtroq; circulo descriptorum; dico mixtilineum triangulum ACBE esse æquale lunulæ AFDGBE. Quoniam enim, per primam Protei, æquilaterum ABC est æquale falci sub recta BD, & sub curuis DFAEB, & segmentum ABE æquale est segmento BDG, (quippe æqualibus æqualium æquilaterorum subtensis AB, BD) ergo totum ACBE

erit æquale toti AFDGEE, isosceles mixtilineum lunulæ; vt erat demonstrandum.

SCHOLION.

EX propositionibus aliquibus huiusce progym. de triangulorum paradoxis patet conuenire non solum extrema cum extremis, sed media cum extremis, contraquàm fiebat in angulis, vt in eorum paradoxis præced. progym. demonstratum est; & conueniunt deniq; media cum medijs. Itaq; combinationes hæ sunt. 1 *figuræ rectilineæ æquantur curuilineis* 15, *&* 18 *huius, ex nostro Proteo.* 2 *combinatio: mixtilineæ curuilineis æqualia* 11, *&* 19 *huius, & inferius etiam videbis in sequenti progym.* 3 *combinatio: mixtilineæ conueniunt cum rectilineis* 17 *huius.* 4 *deniq; combinatio: mixtilineæ æqualia mixtilineis,* 16 *huius. Ex quibus, & sequentibus in sequenti progym. & antecedentibus in Proteo geometrico habes plurifariam demonstratum hoc* —

— PARADOXVM.

Curua rectis æqualia.

EST enim admiratione dignum quomodo fieri possit, vt curua cõuenire possint cum rectis, atq; inter se se exæquari.



PRO-

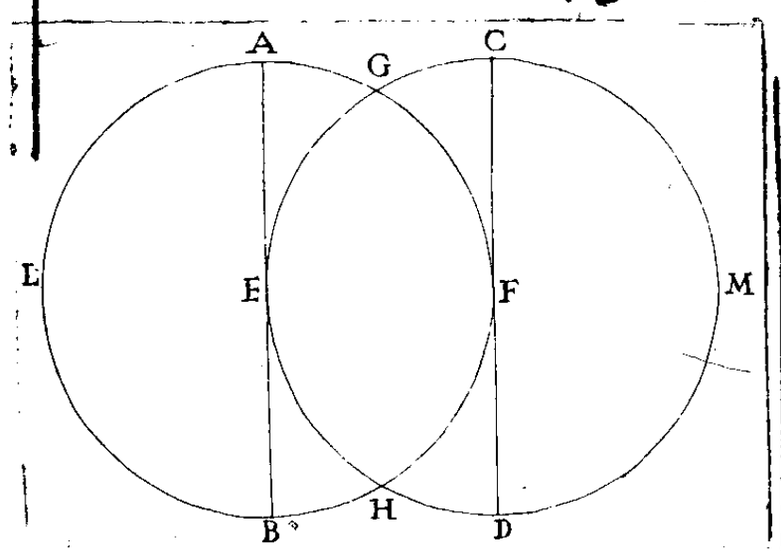
PROGYMNASMA SEPTIMVM.

IN QVO

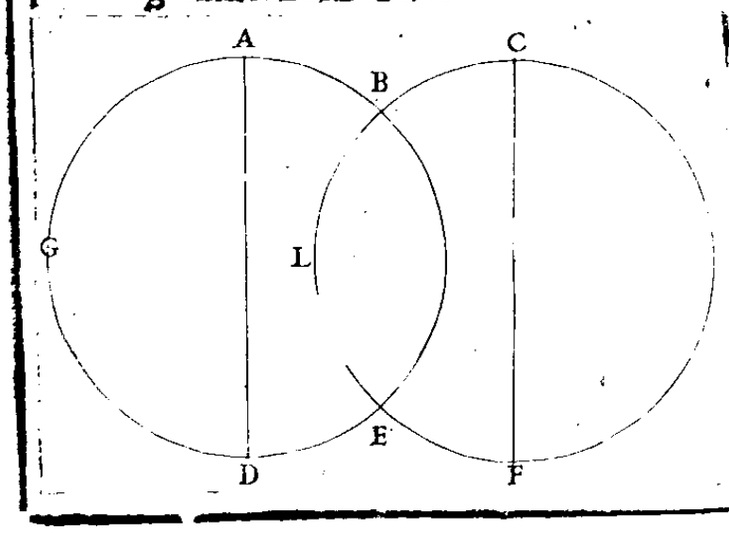
Paradoxa cilogoniarum figurarum quadrangularum, octangularum, quinangularum, plurangularum, & munimentorum geometricorum.

PROPOSITIO I.

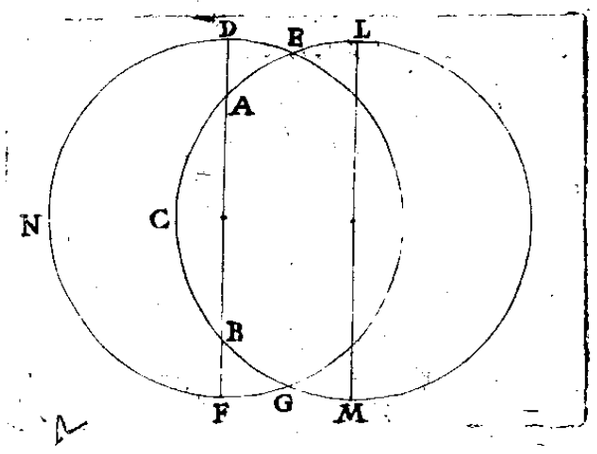
Cilogonium quadrangulum mixtilineum sex laterum æquale lunulæ in figura simili 1. pr. Eucl.



SECENT se duo æquales circuli per centra, & ducãtur diametri parallelæ AB, CD, ac tangentes circulos in E, & F, vbi centra sunt. Dico quadrangulum cilogonium mixtilineum sex laterum comprehensum sub ABHDCGA æquale esse alterutri lunæ, nempe vel ipsi GALBHE, vel ipsi GCMDHF. Patet demonstratio in figura. Nam æqualibus semicirculis CEDF, ALBE si apponantur communia AEG, BEH æquales fiunt figuræ lunula GALBHE, & quadrangulum ABHDCGA.



Quod si æquales circuli secent se non per centra, sed extra centra, vt vides in 2 hîc apposita figura, ductis item diametris parallelis, eodem modo, quo nuper, demonstatur cilogonium quadrilaterum ADEFCBA æquale lunatæ figuræ BAGDEL.

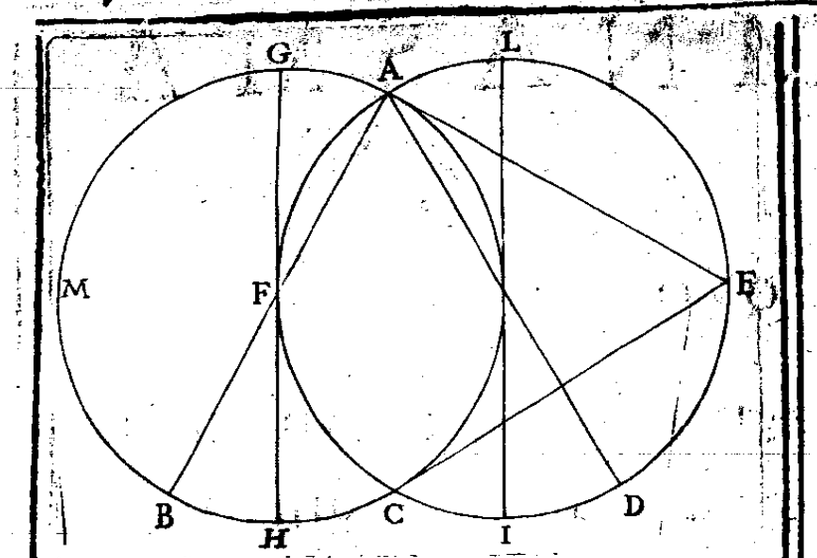


Si deniq; vltra centra, vt vides in 3 figura, detracto communi ABC, & appositis communibus DEAD, BGFB, æquale est cilogonium DELMGFD lunulæ EDNFGC.

COROLLARIVM.

De cilogonijs triangulis mixtilineis quatuor laterum, & triangulis mixtilineis trium laterum, & quadrangulis cilogonijs mixtilineis sex laterum inter se se æqualibus in fig. pr. pr. Euclid.

VIde in figura hîc apposita æqualium circulorum se se per centra secantium trian-



gulum cilogonium mixtilineum quatuor laterum ABCDA, iuxta conſtructionem 11 prop. in progym.præced. Vide item triangulum mixtilineum trilaterum EAFCE, iuxta propoſ. 19. præced.progym. Vide deniq; antecedentis primæ huius cilogonium quadrangulum GHCILAG; quas omnes figuras cum in citatis propoſitionibus demõſtratum ſit ſingillatim eſſe æquales lunulæ AGMBHCFA, erunt conſequenter & ipſæ interſe ſe æquales in fig. pr. pr. Eucl.

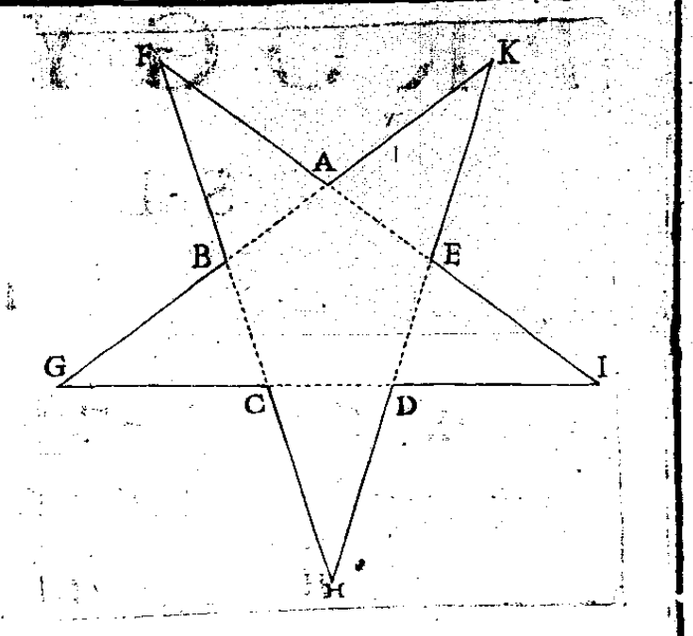
PROPOSITIO II.

Si pentagoni vſitati regularis latera vtrinq; in directum producantur donec in angulos coeant, fiet quinquangulum decem laterum cilogonium acidoides regulare, cuius cuſpides iſoſcelia ſunt, vnde pentagonum vſitatum regulare producitur.

Triangulum iſoſceles, cuius baſis dat latus pentagoni in circulo, habet angulũ ad verticem quintæ partis duorũ rectorum, vtrumuis ad baſim duarũ quintarum, duorum rectorum.&c.

Memento, ex Eucl. prop. 10, & 11. quarti, triangulum iſoſceles, cuius baſis dat vnum latus pentagoni regularis in circulo inſcribendi, habere neceſſario debere inter cæteras eam præcipuè conditionem, vt vterq; eorum, qui ad baſim ſint angulorum, ſit reliqui duplus, hoc eſt, ex coroll. 10. cit. lib. vt angulus ad verticem ſit quinta pars duorum rectorum ſeu duæ quintæ vnius recti, vteruis verò ad baſim duæ quintæ duorum rectorum, ſeu 4 quintæ vnius recti. Hoc præmemorato, ſit pentagonum ABCDE, cuius ſingulà latera protracta ſint vtrinq; ita, vt quinq; cuſpides, atq; angulos effecerint, F, G, H, I, K. Dico quodlibet quinque triangulorum, quæ ſuper ſingula pentagoni latera excitata ſunt, v. g. triangulum FBA, habere conditiones illius iſoſcelis, ex quo Eucl. prop. 11. lib. 4. Pentagonum regulare producit.

Quoniam enim ex regula, quam habes mi



Lector, apud nos in Scholijs ad Apem geometricam de comperiendo rectorum angulorum numero, quibus omnes anguli figuræ cuiuſlibet æquipolleant, Pentagonum in tria reſoluitur triang la, & proinde ſex rectis æquiualentes habet quinq; angulos; &, factà partitione ſex rectorum per quinarium, datur in quotiente angulus rectus vnus, & vnius recti vna quinta, hoc eſt ſinguli anguli pentagoni, v. g. angulus BAE continet vnum rectum, & vnam quintam recti, ad complementum duorum rectorum, quos recta BA efficit conſiſtens ſuper rectam EA in directum actam ad F, per 13 pr reliquæ fient 4 quintæ vnius recti, quas angulus FAB continebit. Atq; idem eadem ratione demonſtrabitur de altero baſis angulo ABF. Cum ergo vterq; ad baſim contineat 4 quintas vnius recti, & tertius ad verticem, ideſt BFA, continebit reliquas duas quintas vnius recti ad complemẽtum duorum rectorum, quibus, per 32. æquales habet angulos quodlibet triangulum. Idem prorſus de reliquis quatuor iſoſcelibus dictum, ac demonſtratum eſto propter eaſdem rationes.

Pentagonum in tria reſoluitur triangula &c.

Pentagoni cuilibet angulus continet rectum, & quintam recti.

Si ergo anguli ad baſim æquales ſunt, vt potè æqualia complementa æqualium pentagonorum ad duos rectos, æqualia etiam ſunt latera, quibus ſubtenduntur, ex 18. pr. Ergo iſoſcelia ſunt quinq; triangula circa pentagonum, & præterea ſunt interſe æqualia propter æquales ad baſim angulos, & æqualia pentagoni latera ijs angulis adiacentia, per 26 pr. Habent deniq; ex demonſtratis angulos ad baſim ſingulos duplos anguli ad verticem, quales habet triangulum iſoſceles, ex quo Eucl. pentagonum regulare vſitatum producit.

Neq; verò dubites, velim, an latera pentagoni regularis vſitati producta in directum, vtrinque coitura ſint in angulos; nam patet ex hac demonſtratione angulos ad baſes ſingulos eſſe complementa angulorum pentagoni minora vno recto, continent enim ſinguli, vt probatum eſt, quatuor ſolùm quintas vnius recti, ac proinde bini ſimul comprehenſi duos rectos non efficiunt,

ciunt; quare rectæ v.g. CBF, EAF coincident ad partes F, iuxta 13. pronunt. Hoc idem propter eandem rationem cautum esto de alijs cilogonijs circa vsitata, &c.

Quod attinet ad alias conditiones in prop. propositas, eæ patent ex definitionibus initio præcedentis progym. Præsertim quod regulare sit propositum pentagonum cilogonium patet ex demonstratione præmissa, in qua anguli cuspidum æquales, & cuspidum latera æqualia inter se se demonstrata sunt.

COROLLARIVM.

Cilogonium pentagonum regulare habet externos angulos singulos æquales singulis internis angulis pentagoni vsitati.

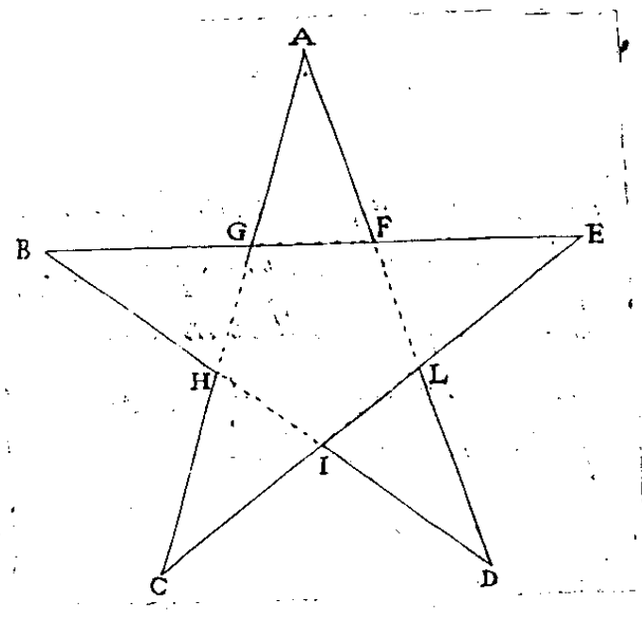
SEcantibus enim se se lateribus vtrinq; productis v.g. EAF, BAK fiunt æquales anguli ad verticem internus BAE, & externus FAK, per 15. prim.

Idem esto iudicium de reliquis, eruntq; externi omnes inter se æquales A, B, C, D, E, vt sint ij, quibus sunt æquales, nempe interni omnes æquales in regulari vsitato pentagono.

Habes ergo regulare æquilaterum, & æquiangulũ pentagonum cilogonium cum propositis in problemate cõditionibus effectum, ac demonstratum.

PROPOSITIO III.

Pentagonũ cilogonium habet quinque internos angulos æquales duobus rectis.



SIt pentagonum cilogonium regulare ABCDE; dico quinq; angulos A, B, C, D, E internos cuspidales esse æquales duobus rectis, & quadruplici via breuiter id demonstro.

I. Quoniam per theorema præcedens ostensum est singulos ad verticem angulos v.g. A esse æquales angulo ad verticem isoscelis producentis pẽtagonum, & angulus ad verticem eius iscoscelis, ex coroll. 10, li. 4, continet vnã quintam duorum rectorum, ac proinde singuli anguli A, B, C, D, E sunt vna quinta duorum rectorum, omnes ergo simul conficiunt duos rectos in quinq; partes diuisos. quod erat demonstrandum.

2. Aliter.

NAm ex 11. 4. Eucl. angulus ad verticem isoscelis pẽtagonum producentis est tertia pars anguli pentagoni vsitati regularis.

Quinq; igitur anguli A, B, C, D, E, & quidiam ostensi sunt per præcedens theorema singuli æquales angulo ad verticem isoscelis pentagonum vsitatum producentis, erunt & ipsi singuli tertia pars singulorum angulorum pentagoni vsitati, ac proinde ijdem A, B, C, D, E simul sumpti erunt tertia pars simul omnium angulorum pentagoni vsitati, ac regularis. At, per nostram regulam, & corollaria, ex 32 pr. anguli omnes pẽtagoni vsitati regularis æquiualent 6 rectis; ergo quinq; anguli A, B, C, D, E erunt tertia pars sex rectorum, nempe duo recti; quod erat dem.

3 Aliter.

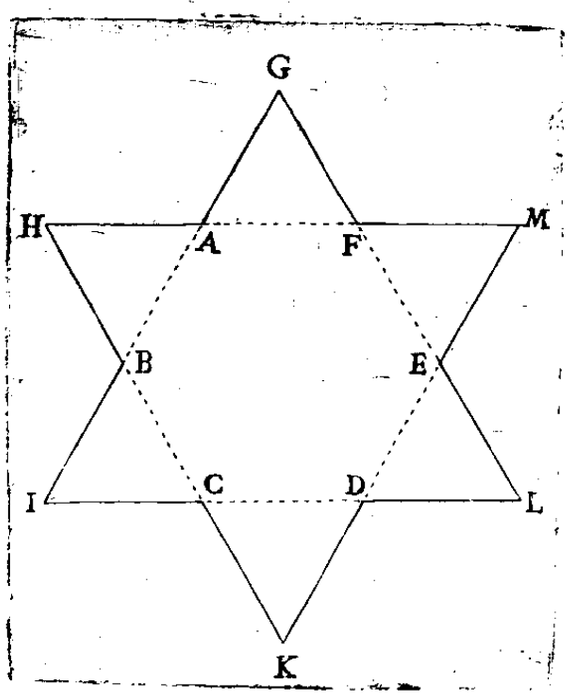
QVoniam triãguli GCE duo anguli GEC, ECG sunt, per 32 pr. æquales externo AGF, itemq; trianguli FBD duo anguli FDB, DBF oppositi interni sunt æquales externo alteri angulo AFG, & reliquus quintus communis, ideſt GFA, complet duos rectos, quibus æquales sunt interni tres anguli A, G, F trianguli GAF, propterea ipsis A, G, F æquales iam ostensi quinq; anguli A, B, C, D, E cilogonij pentagoni, erũt etiam æquales duobus rectis. quod erat &c.

4 Aliter.

QVatuor anguli A, D, C, & CIH, vel DIL sunt, per coroll. 1. propos. 4. progymnasmatis 6. antecedẽtis æquales duobus rectis; & CIH, vel DIL sũt externi æquales alteruter oppositis internis B, & E, ergo quinq; C, A, D, B, E, sunt æquales 2 rectis.

PROPOSITIO IV.

Si hexagoni vſitati regularis latera vtrinq; producãtur donec in angulos coeant, fiet ſexangulum duodecim laterum cilogoniũ acidoides regulare, cuius cuſpides ſunt iſoſcelia (ſeu aquilatera) vnde hexagonum regulare producitur.

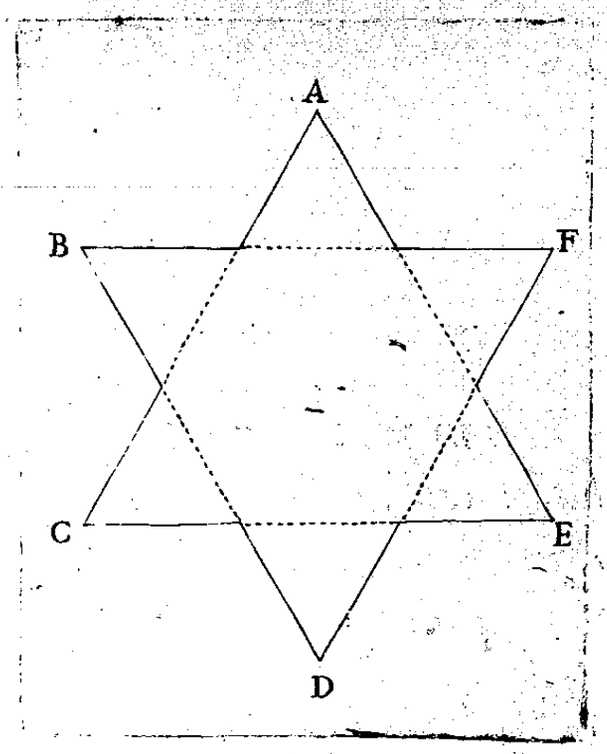


SIt hexagonum vſitatum regulare ABCDEF, cuius latera producta ſint vtrinq;, & coeant in angulos G, H, I, K, L, M; dico, & demonſtro eâdem viâ, quà de iſoſcelibus circa pentagonum, ſex triangula circa hexagonum eſſe æquilatera inter ſe ſe æqualia, à quibus ipſum hexagonum producitur. Nam, per regulam traditam in Scholio ad Apẽ noſtram geometricam, ſinguli anguli hexagoni, v. g. angulus AFE, continent rectum vnum, & vnam tertiam; ergo angulus AFG, qui eſt complementum duorum rectorum (quos facit latus AF cum linea GFE) continebit duas recti tertias. Idem de altero angulo GAF eadẽ ratione demonſtrabitur. Igitur tertius ad verticem ad complementum duorum rectorum in triangulo GAF continebit & ipſe duas recti tertias, ac proinde æquiangulum triangulum GAF æquilaterũ etiam eſt, per coroll. 6. pr. Quæ demonſtratio eadem eſt, ac valet de reliquis quinque triangulis, quæ etiam æqualia inter ſe ſunt, propter angulos iam probatos æquales, præſertim eos, qui ad baſes, & propter adiacentia ijs æqualia latera regularis hexagoni, per 36 pr. Ex ijs verò æquilateris quomodo deſcribatur ipſum hexagonum in circulo habes in 15. quarti Euclidis.

Siguſi anguli Hexagoni cõtinent rectum vnum, & tertiã recti partem.

PROPOSITIO V.

Hexagonum cilogonium regulare habet ſex angulos cuſpidum æquales quatuor rectis.



SIt hexagonum cilogonium ABCDEF; dico ſex angulos ijs literis notatos ſimul omnes quatuor rectis eſſe æquales. Dupliciter id demonſtro. I. quia cùm, per præcedens theorema, ij anguli ſint triangulorum æquilaterorum, & contineant ſinguli duas tertias vnius recti, ſi ſexies replicentur, conficient 12 eiuſmodi partes tertias; at earum tres rectum vnum conſtituunt, ergo 12 conficient quatuor rectos.

II. Quia ex productione illa vtrinq; in directum laterum vſitati hexagoni dum cilogonium efficitur, conficiuntur duo triangula maiora ſeſe interſecantia, nimirũ alterum ACE, alterum BDF, ac proinde cum tres anguli vnius trianguli duobus ſint rectis æquales, ex 32 pr. erunt prædictorum duorũ æquilaterorum ſex anguli, ſeu cuſpides cilogonij hexagoni, quatuor rectis æquales; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM I.

Triangula æquilatera producere, quorũ latera in tres partes æquales diuiſa ſint ſine modis traditis lib. 1. in Schol. ad 40. & lib. 6. prop. 10. & in Scholijs.

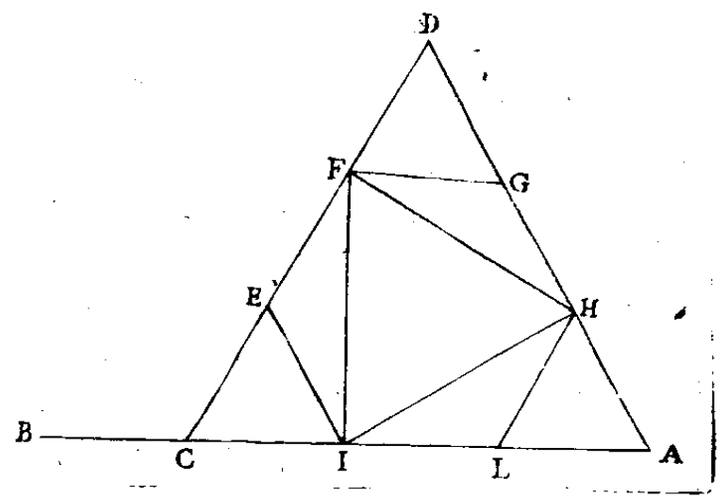
REuiſe hic figuram propoſitionis 4 huius, & ſit vſitatum regulare hexagonum ABCDEF deſcriptum è ſemidiametro. &c. & producantur in directum vtrinq; ſingula latera

di-

diuiſa in tres partes æquales. Per modum corollarij prædicta demonſtratiuè tantùm indico. Æquilatera ſunt, quoniam ex demonſtratis per theoremata præcedentia, ſex minora triangula GAF, FME, ELD, DKC, CIB, BHA ſunt omnia inter ſe ſe æqualia, & æqualia etiam ſunt omnia latera regularis hexagoni ex defin. regularis; inde fit, vt in triangulo v.g. GIL ſi tribus æqualibus inter ſe cuſpidibus AGF, BIC, DLE tria inter ſe æqualia oppoſita hexagoni latera AB, CD, EF addantur, æqualia fiant inter ſe tota tria eiuſdem trianguli latera GI, IL, LG. Idemq; eodem modo demonſtratur de altero triangulo HMK, ac proinde ſunt prædicta duo maiora triangula æquilatera. Habent præterea latera æqualiter tripartita. In latere v.g. GI trianguli GIL partes GA, AB, BI æquales ſunt inter ſe ſe, quia ſunt ſingulæ latera triangulorum GAF, ABH, BIC, quæ æquilatera, & inter ſe ſe æqualia demõſtrata ſunt in præcedẽtibus theorematibus, ex 18, & 26 pr. &c. Quod de latere GI, & partibus GA, AB, BI dictum eſt, idem de ſingulis reliquis lateribus IL, LG, eorumque partibus in eodem triangulo GIL dicendum eſt. Idem etiam eodem modo de ſingulis lateribus trianguli HMK.

COROLLARIVM II.

Hexagonum in æquilatero deſcribere.



EX datà AB abſcindantur tres partes æquales AL, LI, IC, & erigatur æquilaterum, cuius verſus AC, CD abſcindantur ipſi CI, vel AL æquales CE, DF, DG, AH, &c. Iungantur puncta FG, HL, IE, rectis. Factum eſt hexagonum primò æquilaterum propter æquilatera triangula minora ECI, FDG, ALH. Tyroni, ſed Geometræ, ſcribo.

Item æquiãgulum propter æqualia complemẽta ad duos rectos ex angulis trium minorum æquilaterorum extra latera hexagoni productorum, & ex angulis internis hexagoni. Si enim externa complementa vt DFG, LGF æqualia ex æqualibus, ideſt duobus rectis ad F, & ad G abducta ſunt, ergo remanent æquales anguli interni hexagoni, &c.

COROLLARIVM III.

Æquilaterum in hexagono deſcribere.

IVngantur rectis alterni anguli, vt vides FI, IH, HF, ex 4. pr. quia conſtituuntur triangula iſoſcelia æqualium laterum IEF, FGH, HLI, & æqualium angulorum ad vertices E, G, L hexagoni regularis, ergo & baſium æqualium IF, FH, HI.

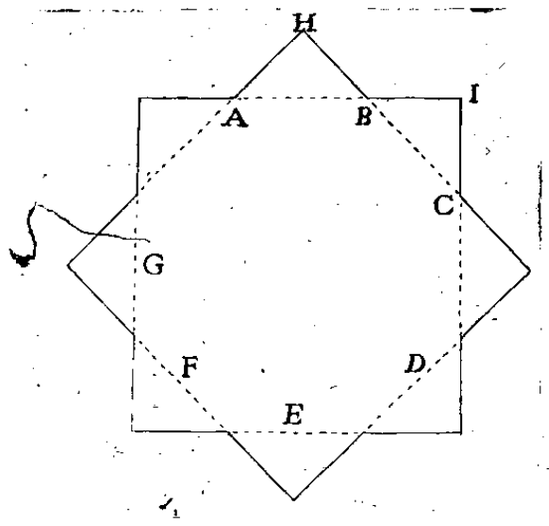
PROPOSITIO VI.

Si octogoni regularis vſitati latera vtrinq; in directum producantur, donec in angulos coeant, fiet octangulum ſexdecim laterum cilogonium regulare, cuius cuſpides iſoſcelia ſunt, quæ (contraria ratione, quàm iſoſcelia pentagoni cilogonij) habent angulos ad vertices duplos angulorum ad baſes, & à quibus octogonum ipſum vſitatum regulare producitur; & omnes octo anguli interni cilogonij regularis octanguli ſunt æquales octo rectis.

PRædictæ omnes conditiones demonſtrari poſſunt ſimilibus modis eorum, quos vſurpauimus adhuc in demonſtrationibus præmiſſis cilogoniorum pentagonorum, & hexagonorum. Itaq; ſatis hic tantum fuerit eas proprietates indicaſſe, ne in ſimilibus hærere videamur. Applica tu, mi Lector, modos ſuperiores demonſtrandi etiam octogono. Addo tantum patere poſſe veritatem propoſitarum proprietatum etiam ex eo, quòd circa octogonum regulare vſitatum duo quadrata excitantur, è quorum cuſpidibus octo recti anguli octogoni cilogonij componuntur, vt vides in ~~appoſita~~ ſequenti figura, & iuxta Clau. lib. 5. Geom. vbi docet ex quadrato conſtituere octogonum. Sicut ergo hexa-

gonum cilogonium producitur à duobus triangulis æquilateris, ita octogonum cilogonium à duobus quadratis.

Quoniam verò non habemus ex Eucl. lib. 4. modum excitandi ſuper data recta octogonum regulare, ideo exiſtimauimus operæ pretium ſaltem pro Tyronibus nos facturos, ſi modum aliquem hîc breuiter exponamus, quo excitari poſſit octogonum regulare vſitatum è triangulis, ſeu è cuſpidibus octogoni cilogonij regularis. Quam ad rem videndum eſt quale ſit id triangulum, ex quo nos octogonum vſitatum regulare creamus, ideſt, quales ſint cuſpides octogoni noſtri cilogonij, vt hinc etiam demonſtremus partem illam propoſitionis, in quà affirmamus cuſpides cilogonij octogoni eſſe iſoſcelia habentia angulum ad verticem duplum anguli ad baſes, ideſt rectum ad verticem, ſemirectos ab baſim.



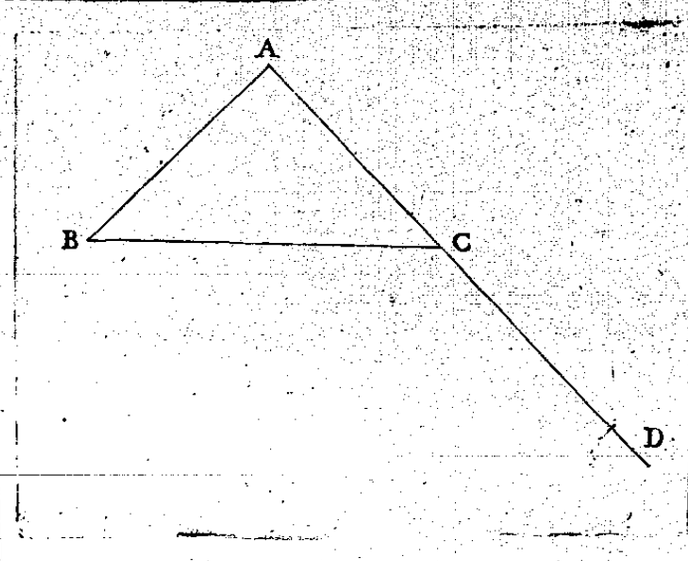
Eſto enim vſitatum octogonum regulare ABCDEFG, cuius latera vtrinq; producta ſint in angulos, & factum ſit regulare cilogonium octogonum 16 laterum; ſi octogonum vſitatum reſoluatur in triangula, dabit 6 triangula, ergo 12 angulos rectos continebit, qui, ſi diuidantur per 8, faciunt pro quotiẽte 1½. Itaq; quilibet angulus octogoni, v. g. angulus ABC, continet vnum rectum, & quatuor octauas vnius recti, ideſt dimidium recti; ergo angulus ABH erit alterum dimidium recti ad complemẽtum duorum rectorum; ſic & de BAH. Ergo H erit rectus; ergo in cilogonio octogono anguli cuſpidum interni ſunt recti, & externi, v. g. HBI, ſunt æquales angulis vſitati octogoni, quia ſunt ad verticem, &c.

Quilibet angulus octogoni cõtinet rectum cum dimidio.

COROLLARIVM I.

Ex dato iſoſcele rectangulo octogonum regulare vſitatum producere.

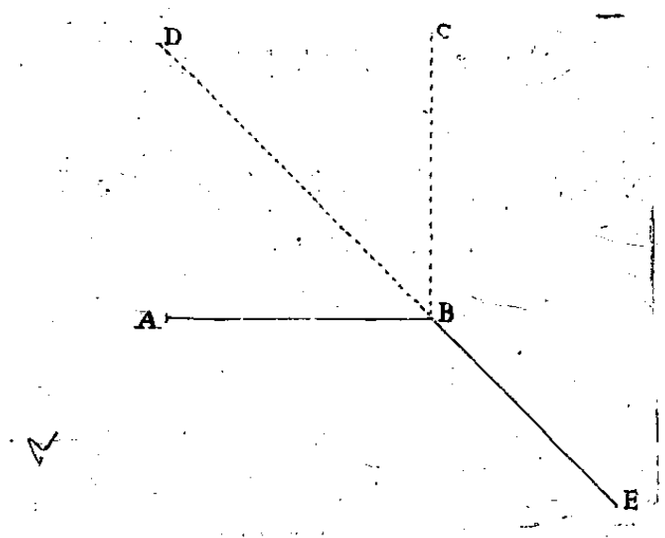
OPeratio perfacilis eſt, ſic: dato enim ABC iſoſcele rectangulo in A, producatur



AC vſq; in D, & abſcindatur CD æqualis ipſi CA, tum per tria puncta BCD tranſeat circulus, in quo conſtruatur octogonum. Demonſtratio patet ex modò dictis in fine propoſ. anteced.

COROLLARIVM II.

Super datà rectà octogonum regulare vſitatum conſtruere.



AD alterum extremorum, v. g. ad B datæ AB erige perpendicularem BC, & rectum angulum ABC diuide bifariam, ac protrahe diuidentem DB, vſq; in E, ſitq; EB æqualis datæ BA. Tum per tria puncta ABE deſcribe circulum, atq; in eo octogonum. Patet dem. ex antedictis.

SCHOLION.

De alijs cilogonijs figuris.

QVæ hactenus meditati ſumus, & expoſuimus circa cilogonias figuras rectilineas, curuilineas, mixtilineas, triangulas, quadrangulas, quinangulas, ſexangulas, octangulas, & earum aliquas effectiones, habe, mi Lec-

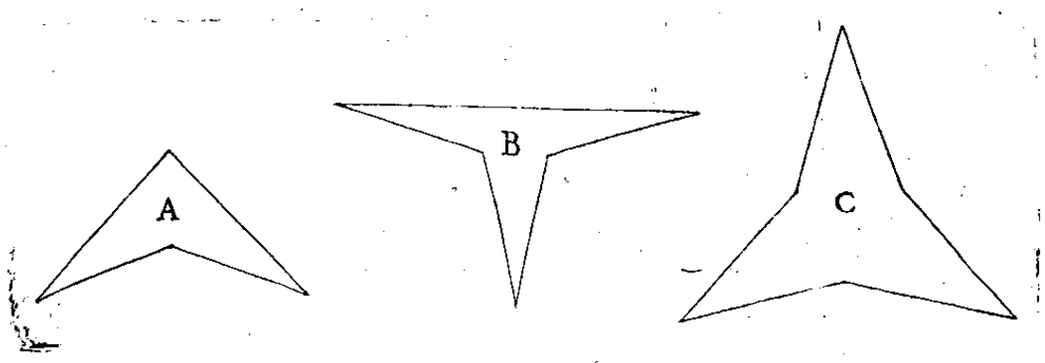
tor, quaſi quadam liba, & proludia ad alias cilogonias figuras, & ad plures, ac reconditiores affectiones earum, quas tu ab ingenio tuo acriori poteris expromere.

Piſcati ſumus in ignoto, atq; ab alijs intentato lacu: da veniam exiguæ prædæ. Nihil ſcripſimus circa heptagonum cilogonium, quia nondum demonſtrata ratione ſit à Geometris conſtruendi vſitati heptagoni.

Accedamus ad alia paradoxa indicanda, quæ quaſi quædam corollaria ſunt è cilogonijs figuris prodeuntia, & aduerſa vſitatis figuris.

PROPOSITIO VII.

Cilogonia figuræ rectilineæ eximunt ſe à corollarijs, & à regulis; quæ in Scholijs ad 32. pr. de quantitate, ac numero angulorum internorum cuiuſuis figuræ rectilineæ traduntur.



QVemadmodum cilogonium triangulum rectilineum ſe ſe eximit (vt vidiſti in antecedentibus) à proprietatibus vſitati trianguli in prop. 32. pr. Eucl. ſic eximit ſe vna cum alijs cilogonijs rectilineis à regulis, ac deductionibus, & corollarijs eiuſdem 32 pr. Exempli gratia, regula eſt. *Omnes anguli figuræ rectilineæ cuiuſuis ſunt æquales bis tot rectis angulis, quota ipſa eſt inter figuras rectilineas.* vel: *bis tot rectis, demptis quatuor, quot ipſa continet latera, ſiue angulos.* Quis enim non videat è figuris cilogonijs, v. g. in triangulo Acidoide, quod ſiue quatuor, ſiue quinq; ſiue ſex, ac plurium laterum ſit, vt vides in A, B, C, cum ſit tamen verè triangulum à tribus internis, ac ſit idem in numero primarum figurarum, ideſt, triangulorum, eſſe quidem & ipſum vnam è primis figuris, nec tamen habere angulos internos æquales bis tot rectis, quota ipſa eſt inter figuras, ideſt; duobus rectis æquales, ſed habere minores?

Quid? cum idem Acidoides quatuor, aut etiam aliquando ſex contineat latera? ergo ex allata nuper ſecunda regula tunc triangulum haberet angulos æquales quatuor rectis, qui numerus remanet ex duplicatis eiuſdem quadri lateri trianguli lateribus, quatuor demptis. Ac proportionali modo à numero quinq; vel ſex laterum, cum tale datur Acidoides.

Nec à numero etiam angulorum éadem valet regula, quia ex duplicatis angulis licet demas quatuor, tamen duorum aliquorum anguſorum quantitas, quæ duobus eſt rectis æqualis, excedit quantitatem trium internorum angulorum in Acidoide.

Ac multo minus eæ leges valebũt in reliquis cilogonijs figuris, quæ latera continent duplo plura, quàm angulos.

Quod attinet ad corollaria poſt 32. pr. tu, Lector, ea confer cum cilogonijs figuris, & videbis excipi cilogonias. Vt hæc tibi conſtent, tecum ipſe in plura diducito quæ nos hîc ſtrictim, & in curſu proponimus, dum arbitramur nos colloqui cum eo, cui Euclidis citatæ propoſitiones, & corollaria in promptu ſint.

Plura huc de alijs regulis afferenda eſſent, ſed inſtar omnium habeto nuper allata, & éx ijs tute progreditor.

PROPOSITIO VIII.

Cilogonia figuræ rectilineæ eximunt ſe à demonſtrationibus, & corollarijs, quæ habẽtur in 4. lib Eucl. atq, adeò in vniuerſa geometriá de quantitate angulorum cuiuſuis planæ, ac rectilineæ figuræ.

NAm cùm figuræ omnes, fractis earum lateribus, Acidoizantes, ſiue cauiangulæ fiunt extrinſecus, omnes earum anguli minuũtur intrinſecus (vt patet reuiſenti ſuperiorum propoſitionum figuras), licet earum latera duplicato numero augeantur. Manet idem numerus angulorum internorum, manet éadem figuræ definitio, & eſſentia ab angulis internis: adeſt

præterea vera regularitas Acidoizantibus, ac cilogonijs figuris, nec tamen in planis figuris ſic per extrinſecos angulos excauatis manet éadem angulorum quantitas, quam habebãt, antequam acidoizarentur. Nil opus eſt hîc luſtrare ſingula è citatis corollarijs ex Eucl. Vide tu, & confer exempla in antecedentibus propoſitionibus de pentagono, hexagono, octogono cylogonijs, &c. Itaq; pronunciata, & corollaria in 4 lib. Eucl. de angulorum quantitate in varijs figuris, vt vera ſint, intelligenda ſunt cum exceptione Acidoizantium, & Cilogoniarum figurarum.

PROPOSITIO IX.

Cilogonia figura rectilinea, ac regulares eximunt ſe à regulis demonſtratis de maiori capacitate figurarum iſoperimetrarum.

Ioſperimetrarum figurarũ regularium non ſemper maior eſt illa, quę plures continet angulos, plura vę latera.

VT alias propoſitionis omittam de iſoperimetris figuris, ſextam præ alijs iugulat Acidoides, quæ eſt huiuſmodi: *iſoperimetrarum figurarum regularium maior eſt illa, quæ plures continet angulos, pluraue latera*. item & primam libri quinti apud Pappum in hæc verba: *Polygonorum ordinatorum, quæ angulos quidem numero inæquales habent, ambitum verò æqualem, illud quod ex pluribus angulis conſtat, ſemper etiam maius eſt.* Nam contra hæc: dato eodem ambitu, ex quo ego tibi fingam v. g. hexagonum regulare vſitatum ſex laterum, mox ex eodem ambitu refingam hexagonum ſtellulatum, ſiue acidoizatum, ſiue cilogonium (qualia habes in anteced. propoſ. figuris) idq; regulare duodecim laterum inter ſe æqualium, & ſex tantum internorum angulorum; tamen hexagonum id duodecim laterum minus capax erit, quàm hexagonum ſex laterum, quia fractis lateribus, & introrſum actis, in area de ſpatio interiore, ac de angulis multum imminuitur.

Reuiſe, Lector, ſuperiores figuras anteced. propoſ. ne hîc eaſdem reponere cogamur.

Circulus iſoperimetrarũ figurarum maxima eſt.

Iſoperimetrarum figurarũ quæ magis accedit ad circulum capacior eſt.

Rurſus, quod ad angulorum multiplicitatem attinet, cum veriſſima ſit propoſitio 13. de iſoperimetris demonſtrata, nempe, *circulum omnibus figuris rectilineis regularibus ſibi iſoperimetris maiorem eſſe*. (quam & Pappus lib. 5. citato demonſtrat etiam abſolutè de regularibus, modò ipſi circulo iſoperimetris) inde eſt, quòd figurarum iſoperimetrarum illa, quæ plures habet angulos, eſt capaciſſima, quippe quæ quo plures habet, etiam habet latiores, quàm ea, quæ minus plures habet (vt patet in Ape noſtra geometrica) ac propterea magis ſemper, ac magis accedit ad circulum.

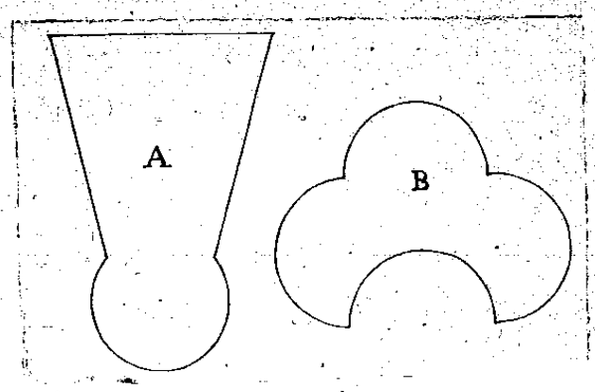
At ſi vſitato alicui quadrato fingam, v. g. iſoperimetrum pentagonum cilogonium, ſeu ſtellulatum, etiamſi hoc plures habeat angulos, quàm quadratum illi iſoperimetrũ, tamen quia per inclinationem laterum, quæ fit ab angulis cauis externis verſus interiorem aream, anguli interni imminuuntur, ac magis à circulo recedunt, quàm anguli recti quadratorum vſitatorum; ideò dari poſſunt iſoperimetræ figuræ, quarum aliquæ plures habeant angulos, & tamen minus ſint capaces, quàm aliæ minus plurium angulorum.

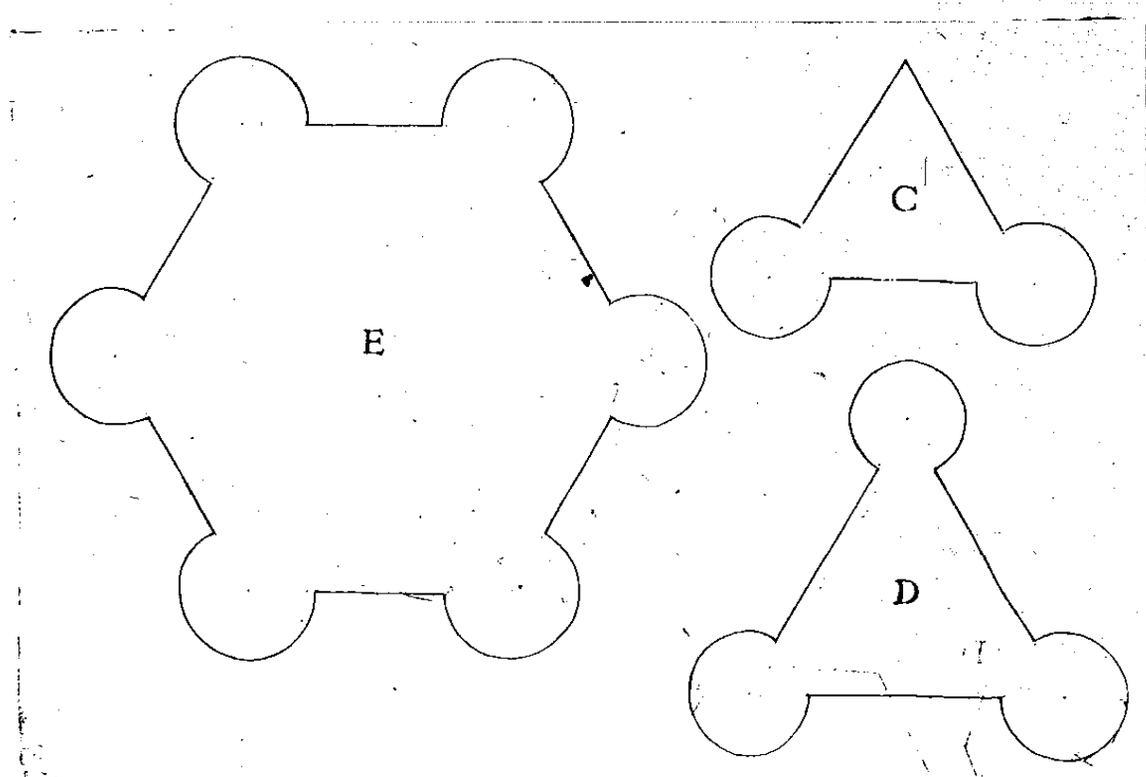
Figuræ, quarum aliquis plures habeant angulos, & minus capaces ſint figuris pauciorum angulorum.

PROPOSITIO X.

Cilogonia figura binangula, vnangula, nullangula plurilatera.

NVlla eſt figura, præſertim rectilinea, quæ minimum tres angulos non habeat, ideo triangula prima ponitur figurarum. At cilogoniæ fig. exhibent etiã binangulas A, vel B, vnangulas C, nullangulas D, atq; etiam nullangulas plurilateras E. Anguli enim ſunt tantum duo rectilinei interni in A, curuilinei in B, vnicus rectilineus in C, nulli interni in D, & in E. plura. his poteris tibi fingere paradoxa, & monſtra è cilogonijs.





COROLLARIVM.

Vſus cilogoniarum figurarum ad bellica munimenta.

VIdes in D, & in E formas bellicæ architecturæ noſtrorum temporũ,& mæniorum munimenta nihil aliud eſſe, quàm cilogonias figuras mixtas è circularibus, & rectis lineis aptiſſimãs ad vrbiũ propugnacula. Itaq; habes à cilogonijs figuris nouam Geometricã theoricam circa munitiones martiales,& practicam geometricam vtillimam muniendis,atq;ornandis vrbibus.Igitur qui Geometrię practicę partem traduxerũt ad vſus munitionũ bellicarum, addant etiam ex forma munitionum theorias haſce noſtras circa cilogonias figuras, & Martem doceant mathematicè philoſophari.

Alij fortaſſe plura inuenient circa cilogonias figuras, nos interim hæc pauca de noſtro. Iam ad alia paradoxa figurarum vſitatarũ progrediamur.



PROGYMNASMA OCTAVVM.

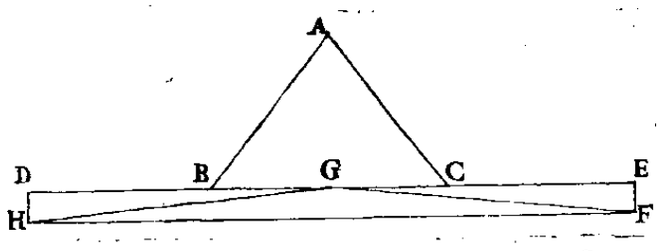
IN QVO

Paradoxa circa æqualitatem, & inæqualitatem figurarum.

PROPOSITIO I.

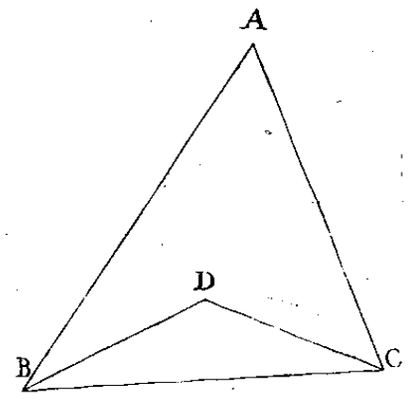
Maiora simul, & minora;
Siue,

Dato triangulo minus triangulum construere, cuius singula latera dati maioris sint maiora.



EXemplum 1 in vsitatis figuris esto ex 41 tertij collec. mathematicarũ apud Pappum. Datum est ABC; producta vtrinque basi, secẽtur BD ipsi BA, & CE ipsi CA æquales, per 44, vel 45 pr. Ad rectã DE applicetur parallelogrammum DF æquale dato triangulo ABC. Sumpto quouis puncto G in linea DE, iungantur HG, GF. Dico triangulũ HGF esse quidem minus triangulo ABC, singula tamen latera minoris trianguli esse maiora singulis maioris. Quoniam enim parallelogrammum DF æquale est per constructionem ipsi triãgulo BAC, & triangulum HGF eandem basim habet, atq; inter easdem est parallelas DE, HF cum parallelogrammo DE, erit triangulum HGF dimidia pars parallelogrammi DF, hoc est trianguli BAC. Præterea quoniam in triangulis DHG, GEF latera maiori angulo opposita GH, GF sunt maiora, quam DG, GE, ac multo magis, quàm partes DB, CE, hoc est, quàm latera illis æqualia BA, AC; propterea erunt trianguli HGF latus quidem HG maius latere BA, latus verò GF maius latere AC, ac reliquum deniq; HF (quod in parallelogrammo DF æquale est ipsi DE) erit vt totum longe maius, quàm pars BC, &c. Igitur construximus triangulũ minus dato triangulo, cuius minoris singula latera sunt maiora singulis alterius maioris.

SCHOLION.



EXemplum 2 *in figuris nostris cilogonijs esse poterit, si velis, datà figura rectilinea, minorem rectilineam figuram statim construere, quæ habeat, non iam singula singulis, sed saltem omnia latera simul sumpta maiora simul sumptis figuræ maioris. Satis est indicare vnum, aut alterum exemplum. Nam dato triangulo ABC, si super vnico latere erigatur triangulum interius, vt BDC, & comparetur cilogonium triangulum ABDC cum totali ABC, erit area cilogonij, vtpote pars, minor quàm area totalis ABC; at latera AB, BD, DC, CA simul sumpta maiora sunt tribus AB, EC, CA simul sumptis ex demonstratis per* 20 *pr.*

Sic in omni alio rectilineo, si super vno eius latere triangulum interius erigatur, statim prodibit cilogonia eiusdem denominationis figura secundùm aream minor alterà datà, secundùm latera maior. Verum igitur est propositũ paradoxum primæ nostræ propositi. maiora simul, & minora, &c.

PRO-

PROPOSITIO II.

Aequalia ſimul, & infinitè minora.

VEritas huiuſce paradoxi patere poteſt in omnibus pene iſoperimetris figuris, in quibus æquales ſunt ſemper ambitus, inæquales autem areæ, ac ſpatia, ſiue ſuperficies ijs terminis circumcluſæ, quoniam minùs capax ſemper eſt quæ magis à circulo recedit, ſicut è contrario ſemper capacior eſt figura inter iſoperimetras, quæ aream habet magis ad circulare ſpatium accedentem, vt demonſtratum eſt à nobis in Ape geometrica, & aliter etiam ab antiquo Authore eruditi libelli, de figuris iſoperimetris, quẽ libellum habes bis apud Clauium, nempe in Commentarijs ad ſphæram Sacroboſchi, & in Geometria practica.

Accipe tamen hîc nunc à nobis exemplum, & demonſtrationem facillimam in figuris non ſolùm v cumq; iſoperimetris, ſed & laterum æqualium ſingulis ſingulorum, &c. vnde propoſitio ſecunda antecedens confirmetur per ſequentem, quæ ſit —

—PROPOSITIO III.

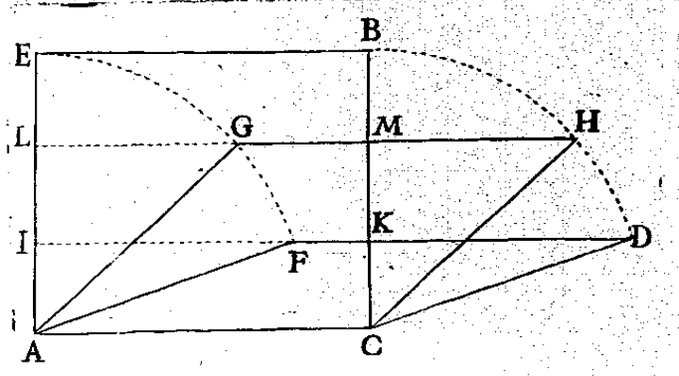
Figuras conſtruere, quarum ſingula latera ſingulis alterius lateribus ſint æquãlia, ſed areæ ſemper in infinitum fiant minores.

HOc problema exoluo, & conſtruo in ſequẽtis theorematis cõſtructione, ac propoſitione lemmatica vnà cum demõſtratione. Sit ergo lemma ſequens, ac —

—PROPOSITIO IV.

Parallelogrãmorum iſoperimetrorum, & habentium ſingula latera æqualia ſingulis alterius, maiora ſunt quæ magis accedũt ad rectangula.

SIt rectãgulum parallelogrãmum AB. Centris A, C ad idem interuallùm ſignentur arcus BD, EF. Ex A, & ex C ducantur parallelę ſecantes ductos arcus ad puncta quælibet, GH, & DF: iungantur rectæ GH, FD, quæ quoniam cum recta cõmuni AC ad eaſdem partes con-



iungunt rectas AG, CH, CD, AF parallelas per conſtructionem, atq; æquales (nempe ad idem interuallum ductas, &c.) ideo & ipſæ GH, AC, & FD, AC ſunt æquales, & parallelæ, per 33 pr. ac proinde parallelogramma ſunt etiam AH, AD. Suntq; éadem parallelogramma inter ſe, & cum parallelogrammo rectangulo AB iſoperimetra, ſiue æqualis ambitús, atq; adeo æqualium laterum ſingulorum. Nam EB, GH, FD inter ſe ſe ſunt æqualia latera, quippe ſingula in ſingulis parallelogrãmis, æqualia eidem communi AC. Præterea AC commune eſt tribus parallelogrammis, & reliqua latera AE, AG, AF, CB, CH, CD ſunt ſemidiametri æqualium circulorum, ergo ſingula ſingulorum parallelogrammorum latera ſingulis, &c. ſunt æqualia, atque adeò ſunt parallelogramma etiam æquilateraliter iſoperimetra, quæ hactenus conſtruximus iuxta priorem partem propoſiti problematis. Dico iam parallelogrammum AH rectangulo AB eſſe minus, & parallelogrammo AH minus etiam parallelogrammum AD, ac deinceps, &c. quod in ſequentibus mox ſic demonſtro.

Sint. n. iuxta conſtructionẽ precedentis problematis, iſoperimetra & habẽtia ſingula latera ſingulis alterius æqualia parallelogramma AH, AD, dico AD (quod magis recedit à rectangulo AB, quàm parallelogrammum AH) eſſe minus ipſo AH, & alia alijs sẽper eſſe minora, quanto recedunt magis à rectãgulo AB. Ac primo quod AD magis recedat à rectangulo AB, quàm AH, facilè patet ex angulis. Nam angulus CAF pars eſt ipſius CAG; at verò angulus ACD totũ eſt reſpectu anguli ACH vt partis. Ergo in parallelogrãmo AD acutior CAF, quàm CAG, per defectũ; obtuſior verò ACD, quàm ACH, per exceſſum recedunt à rectis EAC, ACB magis, quàm anguli GAC, ACH in parallelogrammo AH. Et quoniam per 34 pr. parallelogrammorum anguli aduerſi ſunt æquales, quod demonſtratũ eſt de angulis FAC, ACD, intellige etiam de AFD, FDC comparatis cum AGH, GHC. Itaq; in omnibus, ac ſingulis angulis recedit magis à rectangulo parallelogrãmum AD, quàm AH. Pariq; ratione demonſtrabitur de alijs parallelogrammis in infinitum ſemper compreſſioribus verſus AC, ea

magis à rectãgulo recedere, quàm antecedentia parallelogramma.

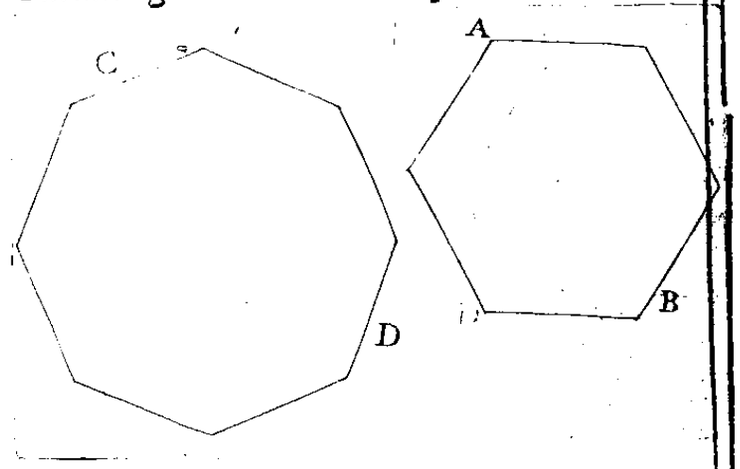
Quod verò fiant etiam semper minora parallelogramma prædicta, quanto magis recedunt à rectangulo, sic demonstro.

Producta DF in I, quoniam ea cadit in parallelas DC,FA,facit internum CDF æqualem externo AFI, item propter parallelas CH, AG facit externum CKD æqualem interno FIA,latus autẽ CD æquale est lateri AF, ergo triangula AIF, CKD sunt æqualia, per 26. pr. ergo parallelogrammum AD,(quod magis recedit à rectangulo AB, quàm parallelogrãmum AH) .i.IC,&c.est pars parallelogrãmi eiusdem AH. Eodemq; modo parallelogrãmum AH, idest LC,est pars ipsius EC,quoniã triangula CMH, ALG sunt ob eandem 26 pr. æqualia, &c. Ac sic de cæteris demonstrabitur, parallelogramma isoperimetra, & habẽtia singula latera,&c. quanto magis recedunt à rectãgulo,semper infinitè fieri minora.quod erat demonstrandum.

Exquibus omnibus, ac singulis in gratiam Tyronum penè minutè, geometricè tamen,demonstratis, constat veritas antecedẽtium prop. 2, 3, 4, in quibus paradoxa per problemata,& theoremata proposita sunt.

SCHOLION.

Parallelogramma etiam non quadrilatera.



NOs in antec.prop. accepimus nomen parallelogrammi in arcta significatione,iuxta definitionem ab Eucl. positam ante lib.1. elem. nempe pro figura quadrilatera, &c. Neq; verò nos latet alias etiam rectilineas figuras angulorum,ac laterum numero parium vltra quadrilateras construi posse, quæ sint parallelogramma; vt sexangulum AB, octangulum CD, & similia, quorum bina opposita latera sint parallela.

COROLLARIVM Morale.

NE abeas, sine strena morali, mi Lector, memento propos. 4 præcedentem veriſſimam esse non solum in mathematicis, vt iam à nobis est demonstratum, sed etiam in re morali. Nam hominis dignitas, ac vera humani animi magnitudo est in rectitudine bonæ voluntatis, bonarum operationum,bonorum morum. Quanto autem homo magis ad hanc rectitudinem accedit, tanto maior est,ac verè felicior; quantoq; magis ab eadem rectitudine recedit, tanto minor semper, atq; infelicior est. Licet omnes homines essent æqualis ambitus in diuitijs,delitijs,scientijs,habitibus ornatiuis, tamen vera eorum differentia in magnitudine, aut minoritate petenda est ex accessu ad moralem rectitudinem, vel è recessu ab ea.

Hominis bonitas, ac vera dignitas non ex ambitu externorũ, sed ex interiori virtute metiendæ sunt.

PROPOSITIO V.

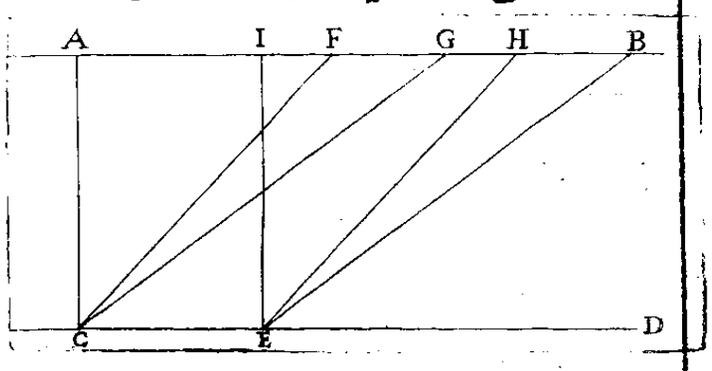
Æqualia simul,& infinitè maiora.

IN propositionibns 2. 3. 4. sermo nobis fuit de æqualitate ambitús,& maioritate,ac minoritate areæ sub eódẽ ambitu. Hîc erit sermo de æqualitate areæ, & maioritate, ac minoritate ambitus. Propositionis huiusce veritas patere potest, ac deduci ex prop. 35, 36, 37. 38 Eucl. elem. pr.

Tamẽ problema, & theorema circa propositum paradoxum huiusce propositionis 5 peculiaribus à nobis exemplis demonstrentur. Sit ergo —

—PROPOSITIO VI.

Figuras construere, quarum areæ semper sint æquales, latera verò in infinitum semper augeantur.



EXemplum propositi problematis iuuat facilitatis, ac tyrocinij gratia ponere in parallelogrammis, quorum alterum sit rectangulũ, quandoquidem etiam propositionẽ 3 exercuimus circa rectangulum alterum. Ac decet terminum, à quo recessus, & ad quem accessus dimetimur maiores, ac minores, esse perfectæ figuræ,ac mensuræ,idest,rectangulæ. Igitur intra ductas parallelas super eádem basi CE (vel

ſuper æqualibus) conſtituantur parallelogramma rectangulum AE, & non rectangula EF, CB, & factum erit id, quod problema propoſitum poſtulat. Nam, per 35 pr. parallelogramma AE, EF, CB ſunt æqualia, & quæcumq; alia ſuper eádem baſi CE intra eaſdem parallelas conſtruantur.

Quod autem latera CF, EH, & CG, EB, &c. ſemper magis augeantur, licet phyſicè, atq; ad ſenſum pateat, nec ab Eucl. in citata 35 prop. proponatur ad demonſtrandum, tamen ad noſtri problematis complementum facilè à nobis demonſtrabitur per ſequens theorema.

PROPOSITIO VII.

Parallelogramma ſuper eádem, vel æqualibus baſibus, & intra eaſdem parallelas conſtituta quanto magis à rectangulis recedunt ſemper in infinitum ſunt maiora ambitu, licet areà ſemper ſint æqualia.

REſumatur figura præced. prop. in qua figurà dico primo parallelogrammum CB magis recedere à rectãguli forma, quàm parallelogrãmum EF. Patet enim angulum ECG vt partem eſſe acutiorem angulo ECF, & angulum CEB vt totum eſſe obtuſiorem angulo CEH, ac proinde parallelogrammi CB angulos partim per defectum, partim per exceſſum magis recedere à rectis, quam angulos parallelogrammi EF; idemq; conſequitur circa oppoſitos angulos eorumdem parallelogrammorum, &c.

Dico ſecundo latus CF eſſe longius latere AC, & CG longius latere CF. Nam in triangulo rectangulo CAF latus CF, opponitur maiori angulo. Item in triangulo CFG latus CG opponitur maiori angulo F, quàm latus CF, quod acuto angulo G opponitur. eſt.n. angulus GFC externus maior angulo oppoſito interno A, i. recto trianguli rectanguli FAC, & quod de lateribus CA, CF, CG demonſtratum eſt, idem valet de oppoſitis in parallelogrammis, per 34 pr. baſis autem eſt cõmunis, & oppoſita latera baſi ſunt, per eandem 34, æqualia, ergo parallelogrammo rectangulo AE parallelogrammum EF eſt ambitu maius, & parallelogrammo EF parallelogrammum EG maius ambitu; & ſic de quibuſcumq; alijs in infinitum, quæ quanto recedunt magis à rectangulo, tanto maiorem ſemper ambitum obtinent.



SCHOLION.

Auctarium ad Problema, & Theorema propoſitionum 6, & 7 antecedentium.

IN authographo manuſcripto erat (quod fortaſſe fugit minus oculatos Typographos) in inſcriptione propoſitionis 6 ſic: Figuras conſtruere, quarum areæ ſemper ſint æquales, latera vero in infinitum ſemper ita augeantur, vt bina binis ſint æqualia, bina binis æqualiter ſint maiora. *Deinde ſub finem propoſitionis 7 ſic erat:* Quod pertinet ad vltimam conditionem in problemate requiſitam, ea patet ex demonſtratis. Nam bina latera CE, FH, & CF, GB, ſunt æqualia binis CE, AI; at bina CF, EH ſunt binis AC, IE maiora æqualiter, ideſt, tanto maius eſt latus CF latere AC, quanto latus EH latere EI, & latera etiam CG, EB ſunt in eádem æqualitate maiora lateribus CF, EH altera alteris comparata. Quod enim demonſtratum eſt de altero ad alterum valet etiam de oppoſito ad oppoſitum, propter 34 citatam. Solutum ergo problema eſt, & ſingulæ conditiones peculiares, atq; adſtrictæ demonſtratæ ſunt in problemate, atq; in theoremate.

COROLLARIVM I.

In quo Theologica quæſtionis ſolutio Scotica, & paradoxica de Angeli extenſione à cœlis ad vſque terras, &c.

SCotus ingenioſiſſimus Theologus dũ quæſtionem agitat theologicam: an Angeli habeant determinatam ſphæram occupationis localis, oſtendit poſſe Angelum extendi à cœlis ad terras vſq;. Nam, ait ille, in figura hîc replicata, finge inter parallelas AB, CD (vel alias quaſcumq; parallelas) in infinitum (ſaltem ad Empyreum cælum vſq;) productas conſtructum parallelogrãmum quodpiam ſuper baſi CE productum eſſe vſq; ad cœlos: cur Angelus qui occupare poteſt aream rectanguli, v. g. AE, non poterit occupare aream totam v. g. parallelogrammi CB etiam ad cœlos producti? cùm area ipſius CB quamtumuis infinitè producti non ſit maior area ipſius AE?

COROLLARIVM II.

Ad Euclidem, & ad praxim Agricultur&, Architectur&, &c. Locus etiam geometricus ex Polybio explicatus

Non valet argumentum, in figuris ab ambitu maiori, vel minori ad aream maiorẽ, vel minorem; nec ab area ad ambitum.

IN hoc octauo Progymnasmate, in quo figuræ aliquæ inter se comparatæ visæ sunt inter se simul æquales, & inæquales, apparet non licere in figuris argumẽtari ab ambitu ad areas, vel ab areis ad ambitus. Neq; enim ex eo, quod areæ sint æquales, etiam ambitus sunt æquales, & contra. Visum enim est alterum ab altero in eádem figura separatum ita, vt aliquæ figuræ & æquales, & minores areà sint maiores ambitu, aliquæ æquales ambitu, sint minores area.

Quare ad 24 pr. elem. in qua infertur duorum triangulorum habentium æqualia duo latera vtrumq; vtriq; alterum triangulum habere basim maiorem, quod habet angulum maiorem sub lateribus æqualibus, si quis inde inferret, ergo trianguli maiorem basim, hoc est, tria simul latera, & ambitum maiorem habentis area etiam maior est: non valeret illatio, ex iam demonstratis.

Item ad 8 pr. in qua ponuntur duo triangula habentia latera, & bases æquales (hic ego nunc abstraho ab æqualitate angulorum) si quis inferret: ergo & duo illa triangula sub lateribus inter se singulatim æqualibus habent etiam areas æquales: malè inferret, ob hîc demonstrata.

Ad praxim ergo agriculturæ vide, Lector, ne quisquam dolosus tibi quasi geometriæ ignaro imponat, si quando agrum empturo, vel commutaturo affirmet agrum obuenire maiorem, quia extremi termini, atq; ambitus sint maiores; itemq; dominum te esse minoris insulæ, nempe perimetrum habentis minorem perimetro alterius; geminas item vrbes totidem domiciliorum esse capaces, quia isoperimetræ sint. Neq; enim agrorum, insularum, regionum, vrbium ambitus spectandi sunt, sed arearum capacitates, quidquid sit de ambitu. Quomodo autem, aut vnde areæ vera capacitas habeatur, & effugiatur fallacia ex ambitu proueniens in Scholio paullò post docebo.

Ex prædictis lucem habes ad insignem locum Polybij, qui & nostram doctrinã illustrat, dum à nobis illustrator lib. 9. sic habet. *Megalopolis ambitu suo quinquaginta fuit stadiorum. Lacædemon quinquaginta octo, & tamen Lacædemon duplo maior Megalopoli. Hoc ignaris mathematum incredibile videatur. Quid si dixero fieri posse vt ciuitas ambitu 48 stadiorum sit dupla ciuitatis 100 stadiorum ambitu? insanum, atq; amens videatur: attamen vtrumq; verũ, & geometrica necessitate demonstratum, falsumq; conuincitur magnitudines vel locorum, vel exercituum ex ambitu metiri.* Addit deinde nonnihil de ciuitatibus in montibus, quæ non sunt maiores (cæteris paribus) ciuitatibus in plano, &c. vide Apiarium nostrũ, in quo geometrica practica posuimus, vbi de dorsi montani dimensione, &c.

COROLLARIVM III.

Ad moralia.

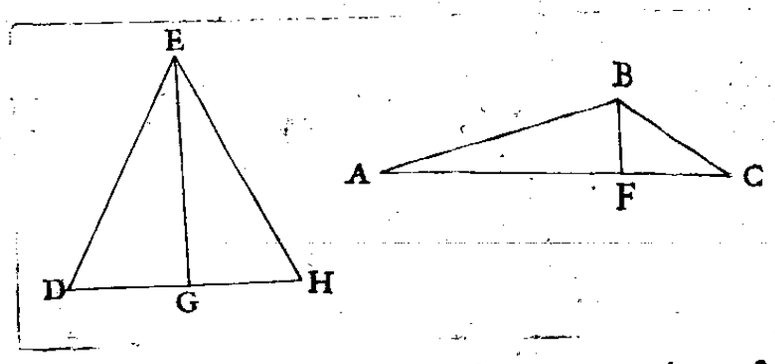
ETiam propositio 7 post theoricen suppeditat nobis aliquid ad praxim moralem, neminus vtilis videatur, quam fuerit 4 propositio. Igitur quemadmodum parallelogrammum non maius est alio parallelogrammo intra easdem parallelas ex eo quòd terminos habeat, atque ambitum ampliorem; ita, cùm hominis verum bonum morale virtus sit, non est quod hominis veram dignitatem, ac fælicitatem ex ambitu exteriori, hoc est ex bonis fortunæ externis metiaris, neq; hominem homini præstare existimes quia sit ditior, nobilior, formosior; hæc enim hominem ambiunt, extra ipsum sunt, & fallacem hominis mensuram exhibent. Ac omnes homines, licet in bonis fortunæ dispares, tamen æquales sunt in vero virtutis bono, atq; in suprema fælicitate. Bonum enim supremum vnum, atq; idem est in omnibus virtute præditis, licet dispari modo, ac mensura participetur. Quapropter fallax est iudicium, ac censura de homine à disparitate bonorum externorum, &c

Homines licet dispares ambitu, idest in externis, pares sunt in virtute.

Fallax mensura moralis hominis ex ambitu fortunarum, vera ex virtute animi.

SCHOLION.

In quo solutio paradoxorum huiusce Progymnasmatis.



Quantitas areæ figurarũ peręda est ex figurarum altitudine, &c.

Altitudo cuiuscumq; figuræ quænã sit.

FIgurarum quantitas quòd ad aream, earum maioritas, ac minoritas, quas vidisti non esse veras, ac petendas ex ambitu, petendæ sunt ex earum altitudine iuxta 4 definitionem sexti elem. Euclidis, vbi habes altitudinem cuiuscunque figuræ rectilineæ esse lineam perpendicularem, quæ à vertice ad basim ducitur. Itaq; duarum figurarum habentium æqualem ambitum ea maior erit, & capacior quod ad areã (exempli gratia, in triangulis ABC, DEH isoperimetris) cuius perpendicularis à vertice ad basim erit maior. Sic quoniã BF minor ponitur, quam EG, ideo area ipsius DEH maior est, quam area ipsius ABC. Nam, vt alibi ad 41, & 42 primi elemen. notauimus, & in Geometria practicà traditur, ex ductu dimidiæ basis in perpendicularem altitudinis habetur quantitas areæ trianguli; ex ductu perpendicularis in totam basim habetur quantitas rectãguli, seu parallelogrammi, quod duplum est trianguli. Vbi ergo maior perpendicularis, data æquali, aut etiam minori basi, ibi maior capacitas. Et quoniam intra easdem parallelas, & super æquali basi parallelogrãma constituta sunt in eádem altitudine, ideo non crescunt in quantitate areæ, licet in ambitu crescant; sicut è contrario, quia parallelogramma isoperimetra recedẽtia a rectangulo decrescunt in altitudine, ideo minorantur in areà. &c

Ex ductu dimidiæ basis in perpẽdicularem altitudinis habetur quãtitas areæ trianguli.

Ex ductu perpendicularis, &c in totam basim habetur quantitas rectãguli, &c. quod duplum est trianguli.

PROGYMNASMA NONVM.

IN QVO

Paradoxa circa incluſiones, & inſcriptiones figurarum.

INDICATA EVRYCEMI PARADOXA.

Eurycemi paradoxa.

VOniam Eurycemi paradoxa aliqua de figurarum intra alias inſcluſionibus extant apud Pappum Alexandrinum lib. 3. Math. collect. à propoſ. 28 per multas ſequẽtes; ideò indicatis tantum ijs, nos, ſi quid apponendum occurrerit, ex noſtris, aut ex non admodùm vulgatis apponemus.

Capita igitur admirandorum paradoxorum Eurycemi ſunt.

I. *Super baſi vnius trianguli conſtruere alterum triangulum interius contentum, cuius duo latera ſimul ſumpta ſint æqualia duobus lateribus exterioribus continentibus ſimul ſumptis alterius trianguli.*

II. *Duo latera ſimul ſumpta inſcripti, ſiue intus erecti trianguli non ſolum æqualia, ſed etiam maiora duobus lateribus ſimul ſumptis trianguli circumſcribentis.*

III. *Non ſolùm incluſa ſimul ſumpta latera ſint includentibus æqualia, vel maiora ſimul ſumptis, ſed etiam ſingula incluſorum latera ſingulis includentium lateribus & æqualia, & maiora ſint; immò & incluſa datam habeant proportionem ad includentia.*

IV. *In quadrilatero tres, aut ſolùm duas conſtituere lineas ſuper vno quadrilateri latere, quæ tres, aut ſolum duæ tribus quadrilateri lateribus ſint maiores. Ac ſimili proportione intra alias figuras plurium laterum erigere figuras, quæ latera pauciora habeant continentibus pluribus maiora. Ac ſi velis etiam ſolummodo æqualia.*

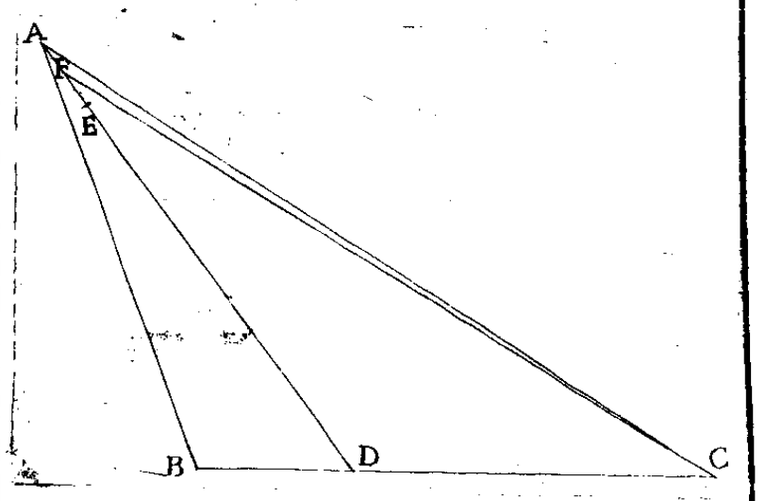
V. *Non ſolum in quadrilatero, aut plurilatero vtcumq; conſtructo, ac liberè irregulari, ſed etiam adſtrictè regulari parallelogrammo conſtitui poſſunt ſuper baſi duæ tribus continentibus æquales, aut etiam maiores.*

Cautiones tamen circa prædicta paradoxa notandæ ſunt, quas ponit Pappus lib. cit. prop. 29, 30, & 34. Ac quod in ijs paradoxis ſummè amabile poteſt eſſe Tyronibus eſt, quòd facillimas habent & conſtructiones, & demonſtrationes.

Sed age iam vnum, atq; alterum ex facillimis exemplum hîc ponamus, in quo aliqua ex propoſitis apud Pappum exempla demonſtrentur. Neq; enim ex eo quòd aliqui aliqua talia exempla ex Pappo adduxerunt, nobis ideò interdictum eſt ex eodem cõmuni omnibus fonte haurire, præſertim cùm ea exempla magis noſtri ſint finis, atq; inſtituti, qui paradoxa mathematica venamur. &c.

PROPOSITIO I.

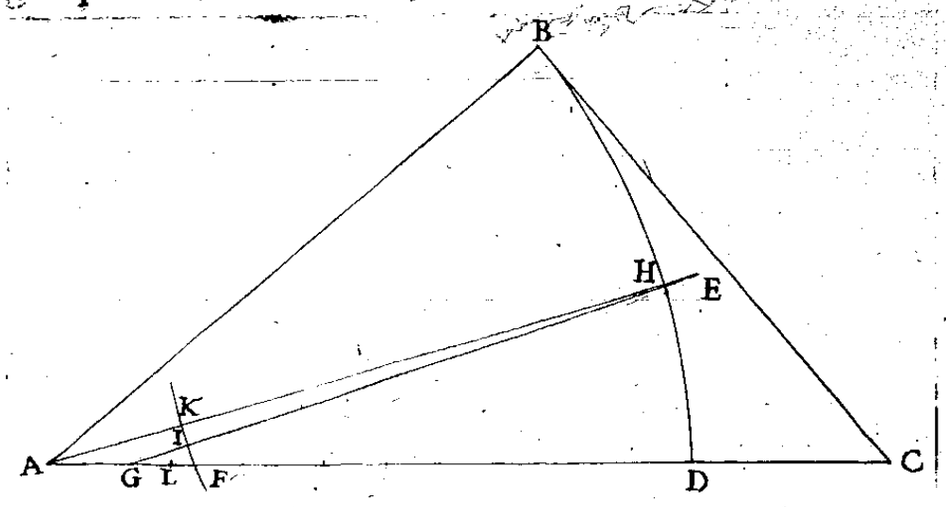
Contenta maiora continentibus.



PRimum exemplum eſto de duobus lateribus incluſis ſimul ſumptis, ac maioribus duobus ſimul ſumptis includentibus. Sit rectangulum (ſiue etiam obtuſangulum) triangulum ABC. Ex D puncto vtcumq; ſumpto in baſi ducatur DA, & quoniam in triangulo BAD maiori angulo B obtuſo latus apponitur maius DA, ex DA ſecetur DE æqualis ipſi BA; ac reliquum ſegmentum EA bifarietur in F, atq; ex F ducatur FC; dico duas DFC incluſas ſimul ſumptas

eſſe

esse maiores includentibus BAC. Nam in triangulo CFA duo latera CF, FA, (id est FE, quod sumptum est æquale ipsi FA per cõstructionem) sunt maiora tertio CA; reliquum autem DE sectum est æquale ipsi BA, ergo composita CFD sunt maiora compositis CAB; continentia scilicet excedunturà contentis.



Secundum exemplum sit de duobus lateribus inclusis, quorum singula singulis includentibus sint maiora. nos & minus operosam constructionem, & emendatam demonstrationem in Pappi codice ex Commandino deducemus. Igitur esto triangulum nec æquilaterum, nec æquicrure basim habens latere minorem, iuxta cautiones à Pappo demonstratas; sed sit ABC scalenũ, cuius basis AC sit maior vtrolibet AB, vel BC. ex A secetur AD æqualis ipsi AB; intra mixtilineum spatium DBC sumatur punctum vtcumq; E, ad quod ducatur AE. sumpto interuallo BC, & centro E secetur basis velut in F. Inter A, & F sumatur quodlibet punctum G, & iungatur GE. dico duas AE, EG inclusas singulas esse singulis includentibus maiores, nempe ipsam AE esse maiorem, quàm ipsa sit AB, ipsam verò GE maiorem, quàm ipsa BC. Nam ab eodem centro æquales ductæ sunt AB, AH, ergo superatur ipsa AB ab AE segmento HE Item interualla BC, EI sumpta sunt æqualia, ergo superatur ipsa BC ab ipsa EG segmento IG.

Quod autem in constructione posuimus à sumpto interuallo BC secari ex E basim in F, patet, quia in posito scaleno supponimus BC esse minimum latus, ac proinde interuallum eius minimi lateris ex E cadet citra A, & secabit ipsam EA (maiorem adhuc ipso latere AB) vt in K; caderq; sectio etiam eiusdem interualli EK citra A in basim, &c.

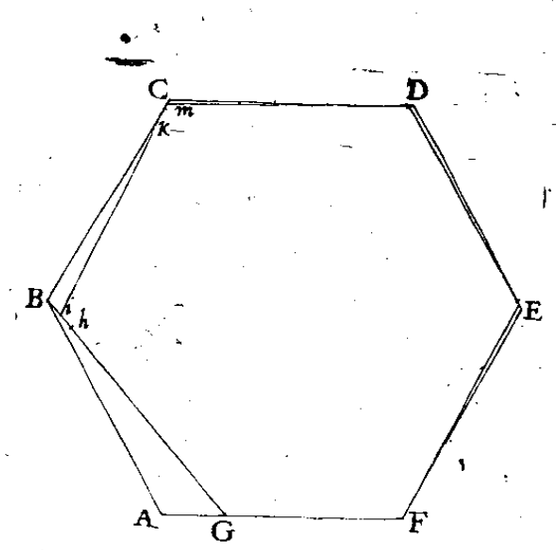
SCHOLION I.

De inclusis æqualibus ipsis includentibus.

LIcet magis admirabile sit inclusa latera esse maiora includentibus, tamen suam etiam habet admirationem inclusa esse includentibus non minora, sed æqualia. Hoc autem paradoxum facillimè fit post constructionem proximè antecedentis secundæ figuræ, in qua si ex H interuallo BC secetur basis, vt inter G, & F in L, atq; ad sectionis punctum L ex H recta quæpiam ducatur, erunt AH æqualis ipsi AB, & HL ipsi BC.

SCHOLION II.

Geometricè certiora apud aliquos requisita circa pradicta paradoxa.



SVnt, qui in plurilaterà figurà putent se ritè aliam inclusam figuram collocasse, cuius latera simul sumpta sint simul sumptis includentis maiora, & sic construunt. Intra sexangulum ABCDEF, ex basis puncto G educatur GB, quæ quoniam in hexagono opponitur angulo maiori, quàm sit rectus, ideo maior est quàm AB; secetur GH æqualis ipsi AB; & reliquum HB, bifarietur in I, ex I educatur IC: secetur IK æqualis ipsi BC, KC verò bifarietur in M, ex M educta sit MD, &c. ac de reliquis eodem modo fiat.

Verum hæc nisi demonstrentur, certitudi-

nem non habent geometricam. Nam eſto GB ſit maior, quàm AB, quia verè maiori angulo, ideſt, hexagoni angulo, qui recto maior eſt, opponitur; at ipſas IC, MD, &c. maiores eſſe ipſis BC, CD vnde probant? quoniam enim anguli hexagoni imminuuntur per adductionem ipſarum GB, IC, MD, &c. (eſt enim GBC pars ipſius ABC, &c.) ideò ipſæ IC, MD, nõ opponuntur angulis hexagoni, ſed minoribus; at quanto minoribus? Itaq; donec conſtructionem iſti ſuã geometrica demonſtratione confirment, nos interim, his omiſſis, contenti erimus inuentis ab Eurycemo, & paullò poſt etiam nos neſcio quid ex noſtris cilogonijs adducemus prorſus inopinatum.

SCHOLION III.

In quo ſolutio præcedentium paradoxorum.

PEndet ſolutio præced. parad. ex 21 pr. elem. Eucl, Ibi enim affirmatur, ſi ab ijſdem terminis, ſiue extremis baſis vnius trianguli duæ interius iungantur in angulum, trianguli incluſi duo erecta latera futura minora lateribus includentibus alterius maioris trianguli. Quo etiam reſpexit Archim. dum in hypoteſibus de ſphæra, & cylindro affirmat incluſa eſſe minora includentibus, nempe ſi latera incluſæ figuræ educantur ab ijſdem terminis baſis communis, ſuper quà erecta eſt includens figura. Eo enim modo fieri non poteſt vt incluſa latera non ſint minora includentibus.

At vero in prædictis Eurycemi paradoxis educuntur incluſæ non ex ijſdem terminis, ex quibus eductæ ſunt includentes, ſed incluſarum ſaltem altera educitur ex diuerſo termino, in prima quidem figura (primæ propoſit. huius) DF ex D, non ex B; in ſecunda verò GE ex G, non ex C.

COROLLARIVM.

Ad 21. pr. elem. Eucl.

AN non 21. pr. Eucl. pars prior poſſet breuiter demonſtrari ex prædictis per communes notiones, ſiue ſuppoſito tanquam per ſe noto axiomate (vt Archimedes fecit) *contenta eſſe minora continentibus*, iuxta expoſitionem, ac ſolutionem à nobis allatam in proximè antecedenti coroll. tertio? Si enim in aliquo triangulo ab extremitatibus vnius lateris duæ interius educantur, & iungantur, propterea illæ duæ lineæ ſunt minores reliquis duobus lateribus trianguli, quia nimirum duæ illæ ſunt contentæ, atq; incluſæ, laterá autem duo trianguli ſunt continentia, & includentia.

Eſt autem per ſe notum contenta eſſe minora continentibus, etiam in inſcriptis figuris, modo ab ijſdem terminis fiat inſcriptio, &c. vt vult propoſitio.

Pars verò poſterior eiuſdem 21. pr. Eucl. de angulo maiori ſub lineis minoribus, &c. probari poteſt ex noſtro Acidoide, vt oſtendimus in antecedentibus progym.

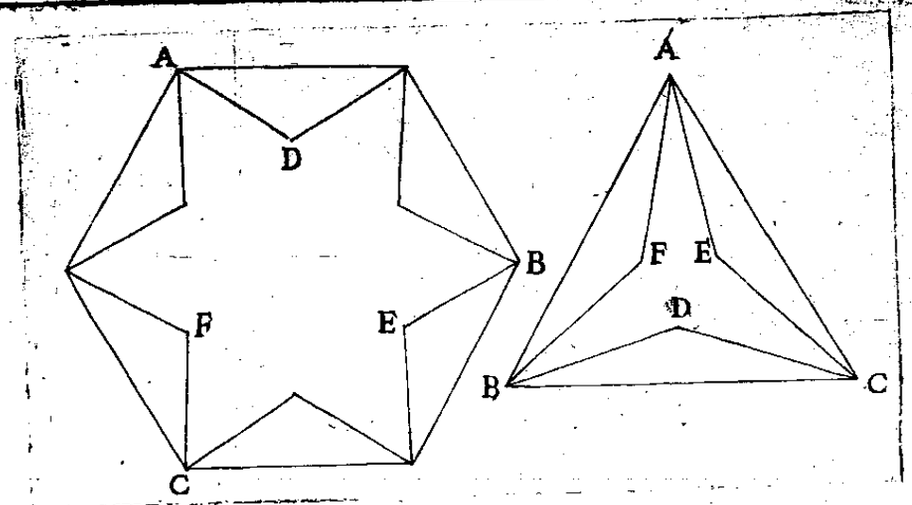
PROPOSITIO II.

Incluſa etiam ex ijſdem terminis educta maiora continentibus in qualibet figura regulari, ſiue irregulari.

CIlogoniæ noſtræ figuræ, præter cætera paradoxa, quæ in Geometriam inuexerunt, vt in progym. 7 de ijs demonſtrauimus, etiam circa incluſiones figurarum ſingulare aliquid habẽt, nempe vt (quod hactenus impoſſibile habitum eſt in vniuerſa Geometriâ) ſi intra figuram vſitatam inſcribatur cilogonia eiuſdem ſaltem generis, ſi non ſpeciei cum includente, etiamſi ab ijſdem terminis fiat inſcriptio, tamen latera incluſæ figuræ ſint ſimul ſumpta maiora lateribus includentibus ſimul ſumptis.

Atq; hoc noſtrum paradoxum nullam (vt Eurycemi paradoxa) exigit cautionem, aut limitationem, ſed vniuerſaliſſimum, atq; illimitatiſſimum, eſt iuxta inſcriptionem huiuſce propoſitionis.

Res



Res adeò facilis, ac patens eſt, vt nulla egeat demonſtratione, ſed ſtatim paradoxi veritas ſe ſe prodat in appoſita figura. Nam dato triangulo quomodocumq; non limitato ad cautiones Pappi, vt æquicrure ABC, & acceptis ſingulis eius lateribus pro baſibus, ſi ex terminis AB, BC, CA cauiangulum, ſiue cilogonium triangulũ BDCEAF deſcribatur, incluſa omnia laterà ſunt maiora includentibus, per 20 pr. quælibet enim duo latera BD, DC, CE, EA, &c. ſunt maiora tertio BC, vel CA, &c. in triangulis BCD, CAE.

Idem paradoxum ob eandem demonſtrationem veriſſimum eſt in qualibet etiam plurilaterá figurà, vt in ſexangula ABC, intra quam cilogonij ſexanguli DEF quodammodo inſcripti, ac verè incluſi latera ſunt maiora includentibus.

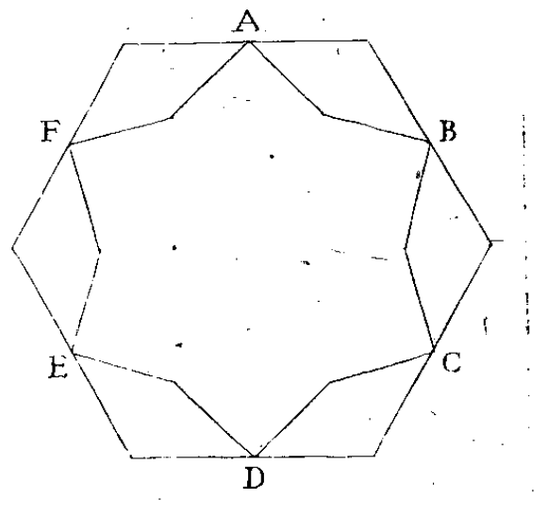
SCHOLION.

Inſcriptionis geometricæ ampliatio.

Quid ſit geometrice figuram inſcribere figuræ.

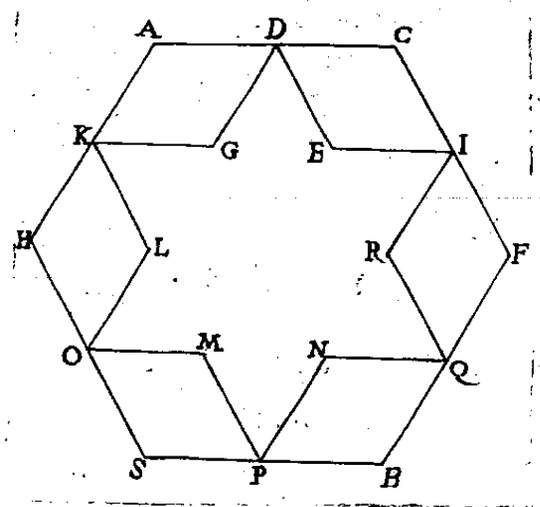
Dixi in fine præcedentis propoſitionis: quodammõ inſcripti, *non abſolutè inſcripti. nam iuxta primam definitionem lib. 4 elem. propriè* figura rectilinea in figura rectilinea inſcribi dicitur cùm ſinguli eius figuræ, quæ inſcribitur, anguli ſingula latera eius, in qua inſcribitur, tangunt. *In inſcriptione autem cilogoniæ figuræ intra vſitatam figuram anguli inſcriptæ tangunt intus angulos circumſcriptæ. Itaq; inſcribi poteſt dici etiam hoc modo figura intra figuram laxatà inſcriptionis ſignificatione, vt comprehendatur etiam cilogoniarum ea inſcriptio, quæ facit ad præſens noſtrum negotium de eductione laterum ab ijſdem terminis, &c.*

Nam quis dubitet etiã cilogonias inſcribi poſſe intra vſitatas figuras iuxta definitionem Euclidis? vt vides hìc ſingula latera circumſcripti ſexanguli tangi à ſingulis angulis A, B, C, D, E, F inſcriptæ cilogoniæ. At nos, vt oſtenderemus planè inopinatum ex cilogonijs, nempe etiam ab ijſdem terminis educta latera, & incluſa eſſe maiora includentibus, coacti ſumus cilogoniam non propriè inſcribere, ſed quaſi inſcribere, iuxta hìc explicata.



PROPOSITIO III.

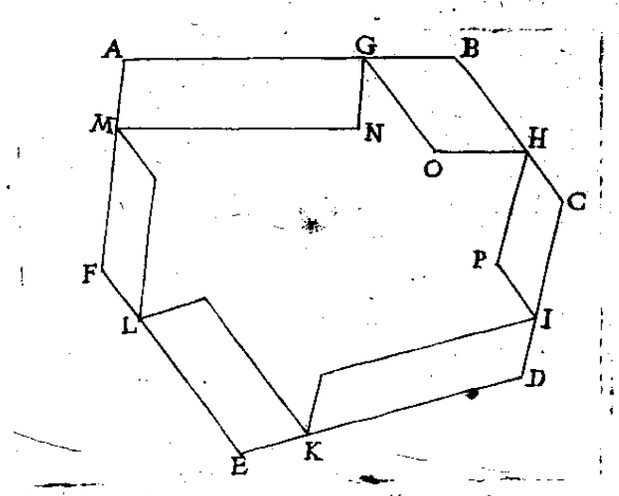
In datà figurâ cilogoniam æqualis ambitus cum continente facillimè inscribere.



QVemadmodum ostendimus cum Eurycemo ex Pappo posse aliqua cõtenta esse, si non maiora, æqualia saltem continentibus; sic etiam, postquam ostendimns cilogonias ab ijsdem terminis inscriptas esse ambitùs maioris ambitu continentis, ostendamus etiam modum, quo cilogonię figurç contentę ambitùs sit æqualis ambitui continentis, idq; in propriè accepta inscriptione. facillimum autem est negotium. Nam datæ cuiuslibet figuræ singula latera ita diuidantur, vt e punctis diuisionum ducantur parallelæ singulis lateribus, vbi eę parallelæ se intersecabunt, ibi conficient angulos externos cilogoniæ inscriptæ æqualis ambitùs cum circumscripta.

Sit AB sexangulum: diuidatur latus AC bifariam vt lubet, ex. gr. in duas partes æquales in D, inde educatur DE parallela lateri CF, item DG parallela lateri AH. Tum ex puncto I diuisi lateris CF educatur IE parallela lateri CA, item ex K diuisi AH educatur KG parallela eidem AC, & sic deinceps ex diuisionibus cæterorum laterum; dico inscriptam cilogoniam DGKLOMPNQRIE esse æqualis ambitùs cum circumscripto sexangulo AHSBFC.

Demonstratio patet ex constructione. Quoniam enim AG, HL, SM, BN, FR, CE singula parallelogramma sunt, ergo, per 34 pr. latera ex aduerso in singulis ijs parallelogrammis æqualia sunt, hoc est, duæ DCI duabus DEI æquales sunt, duæ IFQ duabus IRQ, duæ QBP duabus QNP, & sic de reliquis. Atq; eadem arte constructionis hìc à nobis præceptæ licebit demonstratiuè, ac facillimè in qualibet alia rectilineà irregulari figurà inscribere cilogoniam æqualis ambitùs cum continente.



Vide etiam hanc 2 figuram hîc appositam in exemplum. Intra trapezium enim ABCDEF ex punctis diuisionum inæqualium inscriptum est cilogonium trapeziũ GHIKLM æqualis ambitùs cum circumscripto, propter eandem rationem, ac demonstrationem nuper allatam. Sunt enim conctructa parallelogrãma AN, OB, PC, &c.

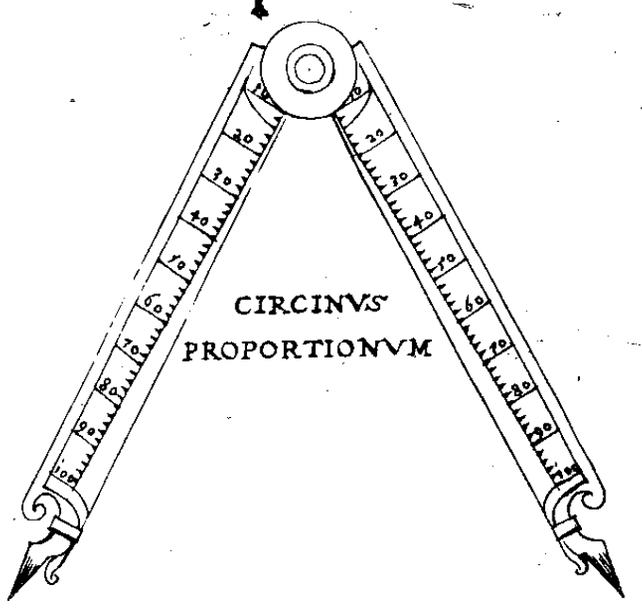


PROGYMNASMA DECIMVM,

IN QVO

Circa lineas, & figuras proportionales inueniendas, deſcribendas, augendas, minuendas, diuidendas, aliqua (præter vulgata) facillima proponuntur.

Paradoxa item geometrica, & problemata aliqua expediuntur.



Euclidis, & noſtrum circa figuras, & lineas proportionales conſilium.

Defenſio Euclidis, cur nõ egerit de inuentione proportionalium figurarum.

MIRATVS eſt nonnemo Euclidem lib. 6. elem. nihil de figuris proportionalibus inueniẽdis docuiſſe, quemadmodũ docuerat de inuẽtione proportionalium linearum. Cui admirationi occurri poteſt pro Euclide, ſi quis affirmet Magnum Geometram in ipſa inuentione linearum proportionalium implicitè docuiſſe etiam inuentionem proportionaliũ figurarum, ſi quis vti ſciat 22 propoſ. ſexti, vt exemplis docuêre aliqui Geometræ. At nos laudato vſu 22 propoſ. ad inuentionem proportionaliũ figurarum, affirmamus eas figuras inueniri poſſe alio etiam modo fortaſſe expeditiori ex vſu primæ propoſitionis 6. libri, additis problematîs de inuentione facillimà linearum proportionalium, non e 6. lib. vt aſſolet, ſed è 3. elemen. Eucl. Ex ijs etiam patebit diuiſio, auctio, imminutio in data proportione figurarum planarum. In gratiam igitur Tyronum, ac pro noſtro inſtituto exercitationum geometricarum, agè hîc nunc rem totam pauculis propoſitionibus in exemplum expediamus.

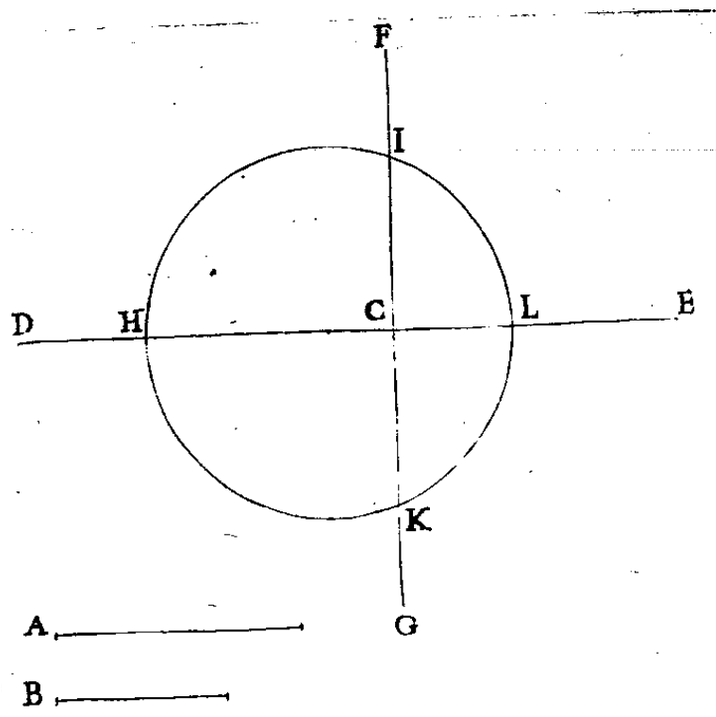
Ex 22. ſexti prodit inuentio proportionalium figurarum.

E propoſit. 1. ſexti inuenire figuras proportionales, &c.

Linearum proportionalium inuentio perfacilis ex lib. 3. elem. Euclidis.

PROPOSITIO I.

Duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem adinuenire.

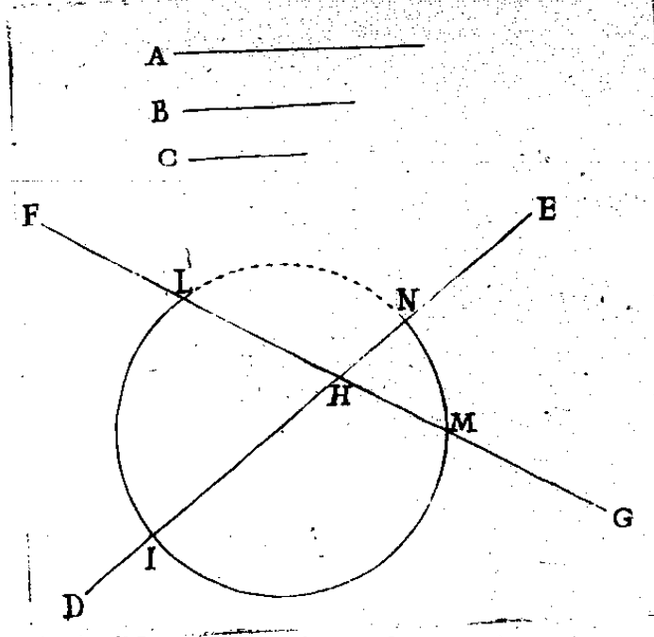


SInt duæ rectæ datæ A, B, quibus tertia est proportionalis inuenienda. Decussentur ad lubitos angulos in C duæ rectæ (quæ sint arbitrariæ longitudinis) DE, FG, & in ipsa CD secetur CH æqualis datæ A, in CF, CG secentur vtrinque CI, CK æquales datæ B. Tum, per 25 ter. & per Scholia ad eam, describatur circulus (erit autem centrum in ipsa DE, per coroll. primæ tertij) cuius peripheria trãseat per tria puncta K, H, I, & secet ipsam CE in L, dico CL esse tertiam proportionalem quæsitam.

Quoniam enim in circulo KHIL duæ rectæ HL, KI se se mutuo secant, rectangulum comprehensum sub segmentis HC, CL æquale erit rectangulo sub segmentis IC, CK, hoc est quadrato ex alterutra IC, vel CK, per 35 tertij. sunt enim per constructionem æquales. Cum ergo tres rectæ HC, CI, CL ita sese habeant inter se, vt sub prima, & tertia, hoc est, sub extremis HC, CL comprehensum rectangulum sit æquale quadrato, quod ab intermedia CI describitur, erunt, per 2 partẽ 17 sexti, tres HC, CI (hoc est ipsis æquales A, B) CL ex ordine inter se se proportionales, ac proinde ipsa CL erit inuẽta tertia proportionalis.

PROPOSITIO II.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.



SInt tres datæ A, B, C, quibus quarta proportionalis inuenienda est ita, vt quam habet proportionem A ad B, eandem habeat C ad quartam. Rectis DE, FG decussatis in H, secentur HI æqualis primæ A, HL æqualis secundæ B, HM æqualis tertiæ C, & per M, I, L ducatur peripheria circuli secantis HE in N, dico HN esse quartam proportionalem quæsitam, ac vt IH ad HL, ita esse HM ad HN.

Est enim, vt in præcedenti demonstratione, rectangulum sub IH, HN prima, & quarta, hoc est sub extremis, æquale rectangulo sub LH, HM secundà, & tertia, hoc est sub medijs. Ergo, ex secũda parte propositionis 16 sexti, rectæ IH, HL, HM, hoc est ipsis æquales A, B, C, & quarta HN sunt proportionales, &c.

COROLLARIVM I.

De rectangulis æqualibus reciprocis.

EX præcedenti problemate de quatuor proportionalibus facillimè demõstratur hæc propositio: *rectangula æqualia sunt reciproca.* Si enim eorum latera ita disponantur vt in circulo MILN æqualium rectãgulorum latera IH, HN, LH, HM disposita sunt; cum ea latera in præcedenti problemate demõstrata sint esse proportionalia hoc ordine: vt IH ad HL, ita HM ad HN, ergo in vtroq; rectangulo antecedẽtes, & consequentes proportionum termini sunt, hoc est in rectangulo NHI est antecedens IH ad HL, & est consequens HN ad HM; item in rectangulo LHM est LH consequens ad IH, & est HM antecedens ad HN, quod est esse ea rectangula reciproca, iuxta defin. 2 sexti.

Rectangula æqualia sunt reciproca.

SCHO-

SCHOLION I.

Cautio in 1 prop. anteced.

Dictum est centrum esse in ipsâ DE, intelligendo factam esse operationem iuxta exēplum figuræ, in quâ decussatio est ad rectos in C. Ad libertatem problematis non requirimus decussationem ad rectos. Ac tunc extra DE reperiatur centrum ducendæ circuli. &c.

SCHOLION II.

In quo ex prædictis notantur, & demonstrantur aliqua pro 14 sexti Eucl.

Vclides prop. 14 sexti demonstrat de parallelogrammis æqualibus etiam non rectangulis, modo vnum vni æqualem angulum habeant, eorum latera circa angulos æquales esse reciproca: demonstrat, inquam, ratione, vt nos, ex 15 tertij de rectangulis.

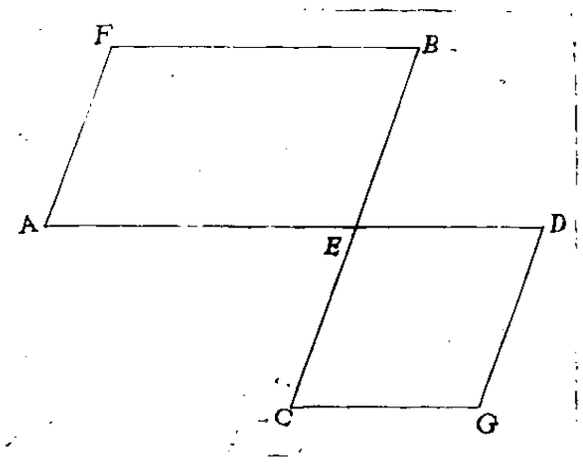
14 sexti aliter demonstrare.

Quare habes in proximè posito corollario vnde possis eam propositionem 14 sexti demōstrare aliter, quàm ab Eucl demonstrata est, modo eam contrahas ad parallelogramma rectangula.

Notandum præterea conditionem eam, quam in 14 sexti Eucl. requirit in ijs parallelogrammis æqualibus, vt scilicet habeant vnum vni æqualem angulum, posse sic aliter proponi, vt dicatur reciproca esse latera æqualium parallelogrammorum æquiangulorum, est enim vera sequens hæc propositio, quæ erit ad secundum paullò post corollarium quoddam quasi —

— LEMMA. I

Parallelogramma, quæ vnum angulum vni æqualem habent, sunt æquiangula.



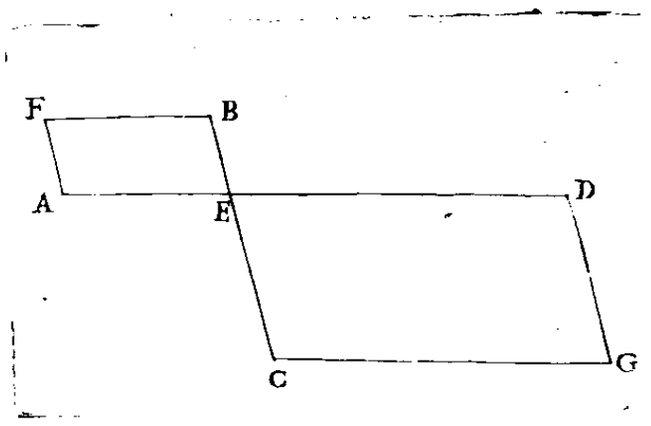
SInt duo parallelogramma rhomboides, & rhombus habētia ad verticem E angulum æqualem; dico ea parallelogramma esse æquiangula, hoc est habere etiam reliquos angulos singulos singulis æquales A & C, B & D & G. Nam, per 34 pr. aduersi anguli DEC, CGD sunt æquales, item BFA, AEB sunt æquales, cum ergo AFB, CGD sint æquales æqualibus ad verticē E, erunt & inter se æquales. Supponimus autem per cōstructionem esse AD vnam rectam lineam ductam, & decussantem se in E cum altera recta BC, & ex earum segmentis facta esse parallelogramma

Cum ergo in parallelogrammo AB latus FB sit, ex definitione parallelogrammi, parallelum rectæ AE, hoc est toti AD, & eidem AD sit parallelum, propter eandem causam, latus CG in parallelogrammo CD, erunt, per 30 pr. latera FB, CG inter se se parallela. Cadente igitur recta BC in parallelas FB, CG, erunt anguli alterni FBC, BCG æquales, per 29 pr.

Sunt ergo ex quatuor rectis in parallelogrammis reliqui duo FAE, EDG æquales, ergo parallelogramma vnum angulum æqualem habentia sunt æquiangula. quod erat demonstrandum.

LEMMA II.

Si parallelogramma habuerint latera proportionalia circa duos æquales angulos, habebunt & reliqua latera circa reliquos æquales angulos proportionalia.



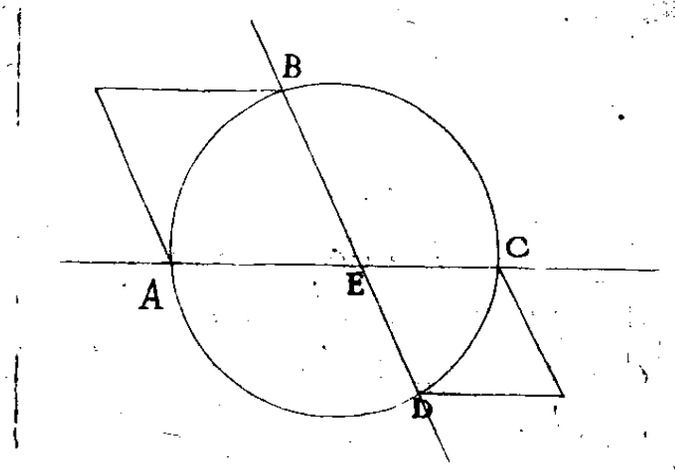
TAntum ad memoriam pro lemmate pono hāc propositionem, & eius expositionem. nam quod ad demonstrationem, ea per se patet. Sit igitur sint duo parallelogramma AB, CD, & circa æquales angulos AEB, DEC sint vt AE ad EB, ita DE ad EC; dico & circa reliquos æquales angulos B, & D esse vt FB ad BE, ita ED ad DG, & circa A & C esse vt EA ad AF, ita GC ad CE. Sunt enim circa reliquos æquales angulos in parallelogrammis, per 34 pr. æqualia la-

tera oppoſita, æqualia, inquam, lateribus proportionalibus circa E. Si ergo circa E ſunt proportionalia, ergo & quæ æqualia ſunt proportionalibus circa reliquos angulos æquales erunt ipſa etiam proportionalia, v. g. BF, FA, quæ ſunt oppoſita, & æqualia ipſis AE, EB, vtrumq; vtriq; item DG, GC oppoſita, & æqualia ipſis CE, ED vtrumq; vtrique.

Circa ergo æquales angulos F, & G ſunt latera inter ſe proportionalia, quippe æqualia proportionalibus. Reliqua tu, Lector, perſequere circa reliquos angulos æquales.

COROLLARIVM II.

Si in circulo dua ſecuerint ſe rectæ, parallelogramma ſub reciprocis earum ſegmentis erunt ſimilia.



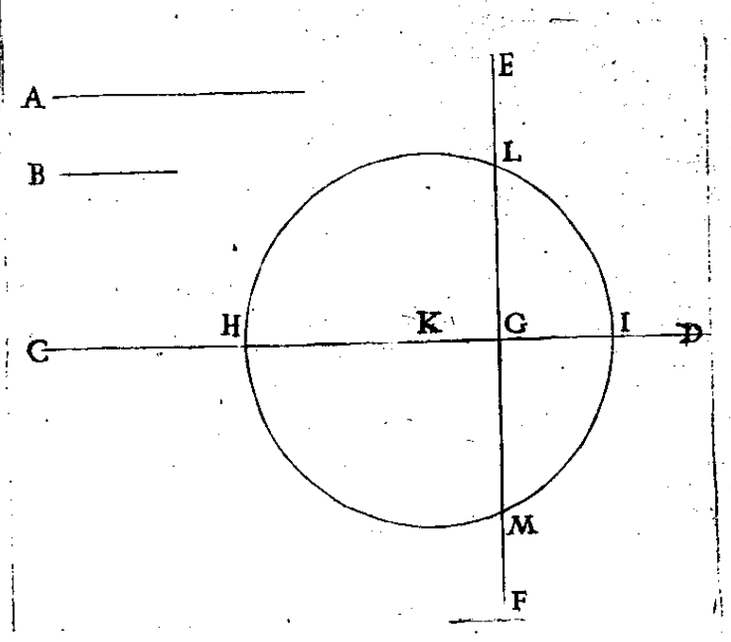
FAcilè elicitur ex antecedentibus. In circulo enim ABCD rectæ AC, BD ſecent ſe in E ad quoſcumq; angulos, dico non ſolum rectangula, ſed abſolutè parallelogramma etiam non rectangula ſub ſegmentis reciprocis AE, EB, & ſub DE, EC eſſe ſimilia, hoc eſt, iuxta definitionem 1 ſexti, habere angulos ſingulos ſingulis æquales, & latera circa æquales angulos proportionalia.

Quod ad angulos quidem attinet, eos eſſe ſingulis æquales patet ex lemmate præced. cùm enim parallelogramma AB, CD habeant angulum vnum ad E vni æqualem, habent & reliquos ſingulos ſingulis æquales.

Quod vero ad latera circa æquales angulos proportionalia cũ, è ſuperiore problemate noſtro inuentionis quartæ proportionalis, ſint vt AE ad EB, ita DE ad EC, ſcilicet proportionalia ſint latera rectanguli AB, & CD circa æquales duos angulos ad E, erunt & reliqua latera circa reliquos æquales angulos proportionalia, per lemma 2 antecedens.

PROPOSITIO III.

Duabus datis rectis lineis mediam proportionalem inuenire.



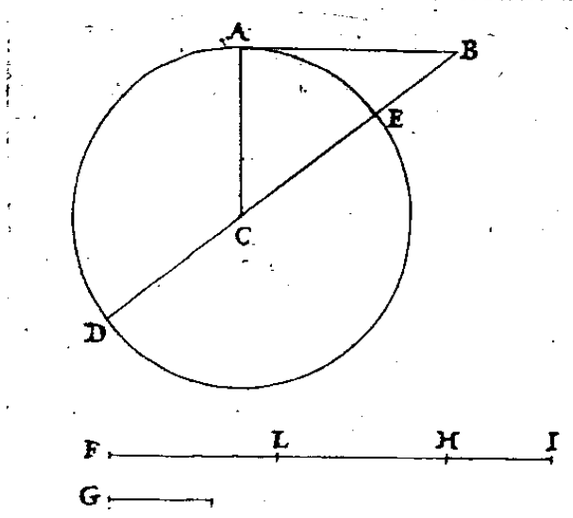
DAtæ ſint A, B, quibus media proportionalis eſt inuenienda. Decuſſent ſe rectæ CD, EF ad angulos rectos in G, & ſecentur æquales GH ipſi A, GI ipſi D, tum totâ GH in K bifariam diuisà, deſcribatur circulus HLIM, qui ſecet EF in L, & M, dico vtramlibet GL, vel GM eſſe mediam proportionalem inter duas HG, GI, & demonſtro, vt factum eſt in ſuperioribus, aliter quàm Euclides in ſua inuentione mediæ proportionalis.

Cùm enim in circulo HLIM recta HI per centrum K extenſa ipſam LM, non per centrum extenſam ſecet ad angulos rectos ex conſtructione, bifariam quoq; eam ſecabit per Tertiam Tertij. Ac quoniam, per 35 tertij, & per ea, quę in prçcedentibus demonſtrata ſunt à nobis, rectangulum ſub extremis HG, GI æquale eſt rectangulo ſub mediis LG, GM, hoc eſt quadrato ex LG, vel ex GM, ergo, per coroll. 17 ſexti, alterutra LG, vel GM erit media proportionalis inter ipſas HG, GI, hoc eſt, inter illis æquales datas A, B, quod erat demonſtrandum.

Linearum proportionalium inuentio hactenus peracta ex 35, etiam ex contigua 36 tertij Euclidis mox peragetur.

PROPOSITIO IV.

Data recta duas extremas proportionales adinuenire.



AB extremo datæ AB excitetur (per 11 pri. & ad eam scholia) ad angulos rectos luoitæ lõgitudinis ipsa AC. Centro C, interuallo CA describatur circulus DAE. Ab extremo B per centrum C ducatur recta BD. Erunt BE, BD duæ extremæ, ita vt quemadmodum EB ad BA, ita BA ad BD.

Nam, ex 36 tertij, tangentis AB quadratum est æquale rectangulo sub DB BE, ergo, per 17 sexti, sunt EB, BA, BD proportionales.

SCHOLION.

Ad facilitatem, & libertatem exercendi proposit. anteced. problematis.

NOn est necesse ipsam BD transire per centrum; sat est ipsam posse à ducto circulo secari, vt patet ex casibus 36 prop. lib. 3. Eucl.



PROPOSITIO V.

Datis duabus rectis mediam proportionalem inuenire.

DAtæ minori G fecetur æqualis HI in maiore FI, & bifariatà FH in L, centro L signetur circulus, qualis DAE. Ab I, velut à B, si ope 17 proposit. tertij ducatur tangens ad circulum, velut BA, ea erit media proportionalis inter datas FI, & G, siue inter illis æquales DB, EB, ex 36 tertij, & 17 sexti.

SCHOLION I.

De inuentione mediæ proportionalis è 2 simul, & 6 lib. Eucl.

QVod in Proteo nostro Geometrico innuimus hic etiam indigitamus cum relatione ad nostrum hic negotium de inuentionibus mediæ proportionalis. Vide amabo, Lector, & confer inter se propositiones 13 sexti, & 14 secundi elem. Eucl. atq; in earum operationibus, ac figuris eumdem prorsus modum inueniendæ mediæ proportionalis peruide.

SCHOLION II.

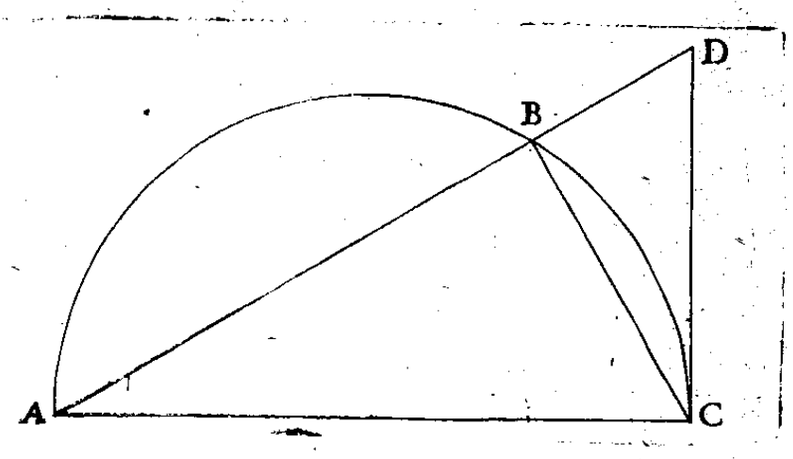
De inuentione mediæ proportionalis in 6 lib. Eucl. antequam in eodem libro ab Euclide doceatur.

HAbes in eodem nostro Proteo Geometrico, & in nostris Catoptricis pro descriptione parabolæ per medias proportionales; habes inquam è corollario proposit. 8. Euclidis modum inueniendæ mediæ proportionalis non passim ab omnibus vsurpatum. & cùm Euclides doceat inuenire mediam proportionalem in propositione 13 eius libri, habes ex 8 propositione vnde illam inuenias antequam ab Euclide inueniendæ, siue inuenta doceatur. *Quod pro nobis paradoxum est.*

Lubet huc de medijs proportionalibus apponere periucundum, ac facile theorema, quod sequitur.

PROPOSITIO VI.

In semicirculo si ab altero diametri termino erigatur perpendicularis, siue tangens, & ab altero educatur recta secans peripheriam, & occurrens tangenti, erit diameter media proportionalis inter totam secantem, & inter segmentum intra semicirculum; quemadmodum tangens est media proportionalis inter totam secantem, & inter segmentum extra semicirculum.

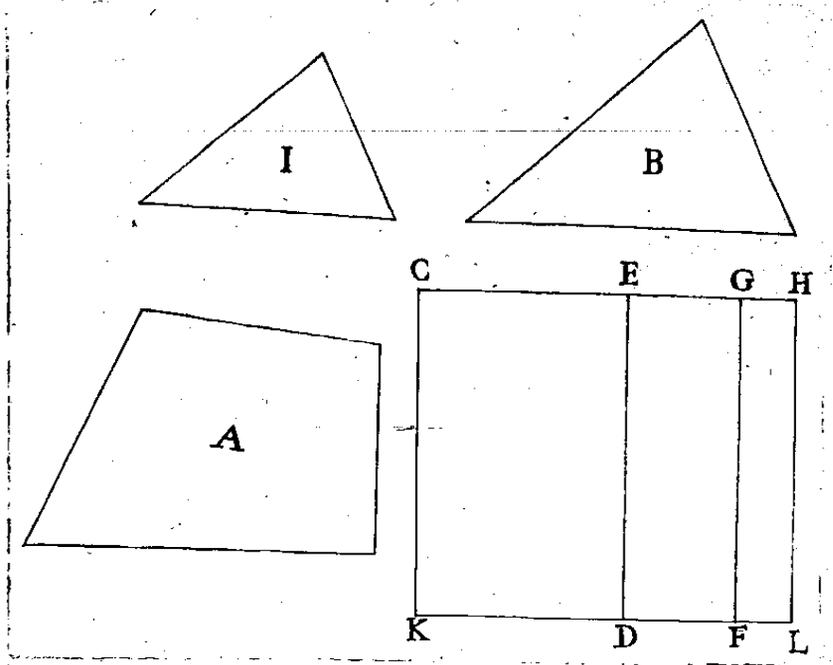


SIt semicirculus ABC, à cuius altero extremo, vt à C, erigatur perpendicularis, siue tangens CD, ab altero verò extremo A educatur recta AD secans in B peripheriam ABC, & occurés perpendiculari CD in D, dico diametrum quidem AC esse mediam proportionalem inter totam AD, & inter segmentum AB intra semicirculum interceptum inter extremum diametri, & inter peripheriam; tangentem verò CD terminatam in D esse mediam proportionalem inter totam AD, & inter segmentum BD extra semicirculum interceptum inter perpendicularem CD, & inter extimam peripheriam ABC.

Demonstratio perfacilis est. nam ex B ad C ducta BC erit perpendicularis; facit enim cum AB in semicirculo ABC angulum, qui, per 31 tertij, rectus est. In triangulo igitur ACD, quoniam ab angulo ACD, per constructionem recto, cadit perpendicularis CB in basim AD, fignat in ea punctum B, ita vt, per coroll. propositionis 6 sexti, vtrumlibet laterum angulum rectum ambientium sit medium proportionale inter totam basim, & illud segmentum basis, quod ei lateri adiacet, nempe latus AC est medium proportionale inter AD, AB, & latus CD medium proportionale inter AD, BD. quod propositum. &c.

PROPOSITIO VII.

Duobus datis rectilineis tertium proportionale, ac dato ſimile adinuenire.



SInt data rectilinea A,B, quibus tertium proportionale ſit inueniendum. Per 45 pr. fiat rectilineo A æquale parallelogrammum CD ad datum quodlibet latus ipſius A, atq; in angulo quocumq;. Mox applicetur ad latus DE parallelogrammum EF æquale rectilineo B; tum duabus CE, EG tertia proportionalis adinueniatur ipſa GH, vel per modos à nobis traditos ex 3. lib. Eucl. vel per 11 ſexti, & comparetur ad GF rectangulũ FH, per citatam 45. pr. cui parallelogrammo FH ſi, per 25 ſexti, conſtituatur æquale rectilineum, vt I, ſimile ver. gr. ipſi B, dico ipſum I eſſe tertium proportionale rectilineum quæſitum, &c.

Nam, vt demonſtratur in 45 pr. CH, & KL ſingulæ vna recta linea ſunt compoſita ex lateribus conſtructorum parallelogrammorum. Cũ ergo, iuxta defin. 4 ſexti, & Scholia ad eam, eadem ſit altitudo parallelogrammorum KE, EF, FH conſtitutorum inter eaſdem parallelas, erũt, per 1 ſexti, inter ſe ſe ea parallelogramma, vt baſes: vt ergo recta GH ad rectas GE, & ad EC, ita parallelogrammum HF ad parallelogramma FE, EK, ergo & parallelogrammum HF erit tertiũ proportionale ipſis FE, EK. Sunt autem per cõſtructionem ſingula rectilinea A, B, I æqualia ſingulis KE, EF, FH, ergo eodem modo, quo parallelogramma, erunt & rectilinea A, B, I proportionalia, hoc eſt I eſt tertium proportionale ipſis A, B, ac factum, per 25. ſexti, ſimile dato B. quod erat &c.

SCHOLION I.

Facilior operatio prop. 7 antec.

SIn autem duobus rectilineis tertium proportionale ſit adinueniendum, quod ſit parallelogrãmum, breuior erit operatio, & demonſtratio.

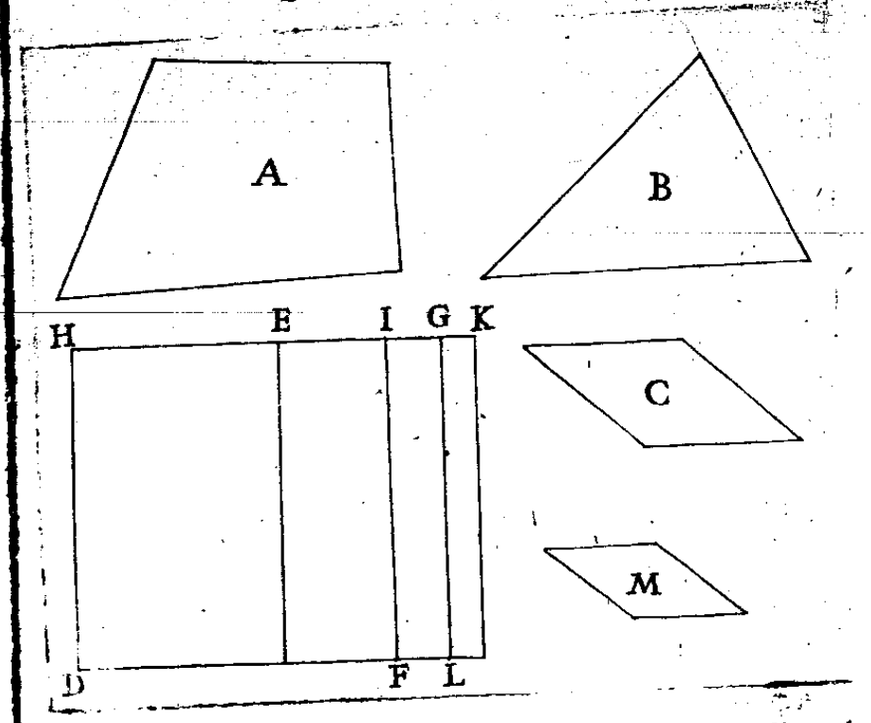
Nam ſtatim ac duobus parallelogrammis KE, EF tertium proportionale FH adinueneris, erit ipſum FH quæſitũ, ſine vlla alia neceſſitate conſtituendi eidem FH vllum rectilineum æquale. Quod etiam in ſequentibus problematis animaduertendum erit.

SCHOLION II.

TErtium proportionale rectilineum potes lubita figura ſimile fingere, modo ſit æquale parallelogrammo FH. Hic nos facilitatis gratia finximus I ſimile dato. Idem intellige in ſequentibus propoſitionibus.

PROPOSITIO VII.

Tribus datis rectilineis quartum proportionale adinuenire.



SInt data tria rectilinea A, B, C, quibus, iuxta præcedentis problematis constructionẽ, fiant æqualia parallelogramma DE, EF, FG in vnum parallelogrammum DE cocuntia; tum ipsis HE, EI, IG inueniatur per antecedentia nostra è 3 li. siue per 12 sex. quarta proportionalis GK, super qua si construatur, & applicetur ad rectam GL parallelogrammum LK & ipsi LK constituatur æquale rectilineum M dato simile, erit hoc quartum proportionale ipsis A, B, C.

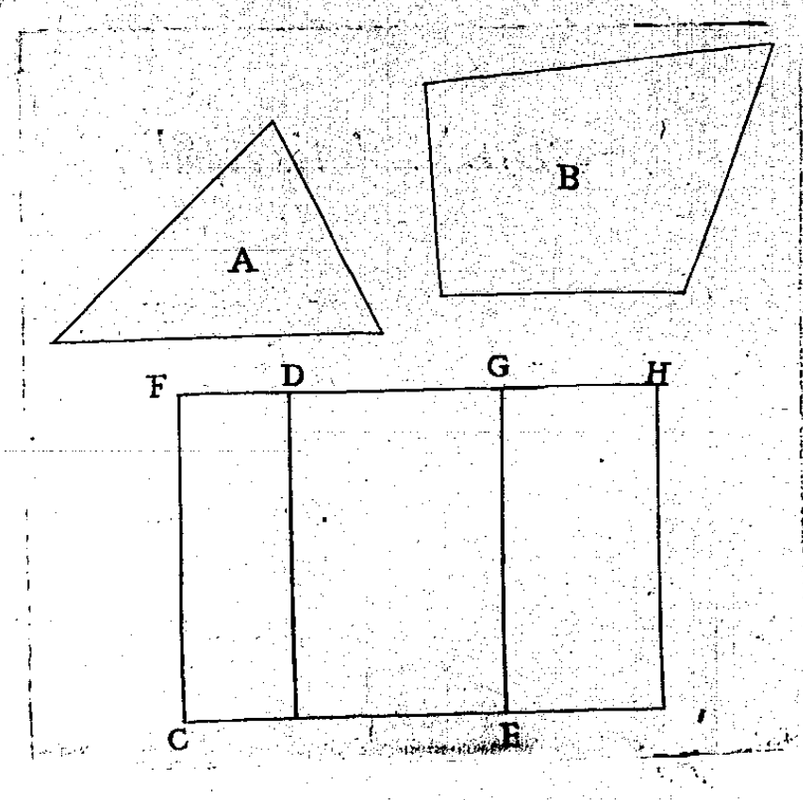
Eadem demonstratio est ex 1 sex. nam vt bases, ita parallelogramma inter se, basis GH est quarta proportionalis per constructionem ipsis HE, EI, IG, ergo & parallelogrammum LK (hoc est M) est quartum proportionale ipsis DE, EF, FG (hoc est ipsis A, B, C.) constructa enim sunt æqualia DE, & A; EF, & B; FG, & C; KL, & M.

Eadem facilitate, atq; arte poteris —

IN PROPOSITIONE IX

Duobus datis rectilineis medium proportionale inuenire.

NAm datis A, B si construas æqualia parallelogramma CD, DF, & inter ipsas FD, DG inuenias per modos nostros antecedentes vel per 13 sex. mediam proportionalem GH,



erit EH medium proportionale inter A, B, & similiter rectilineum quodlibet, quod ipsi EH fiat æquale, erit medium proportionale, &c. Huc applicato per te ipse demonstrationem, seu prop 1 sexti, iuxta prædicta.

SCHOLION.

Præstat facilitate noster modus ex 1. prop. modo vsitato ex 22 prop sexti Eucl.

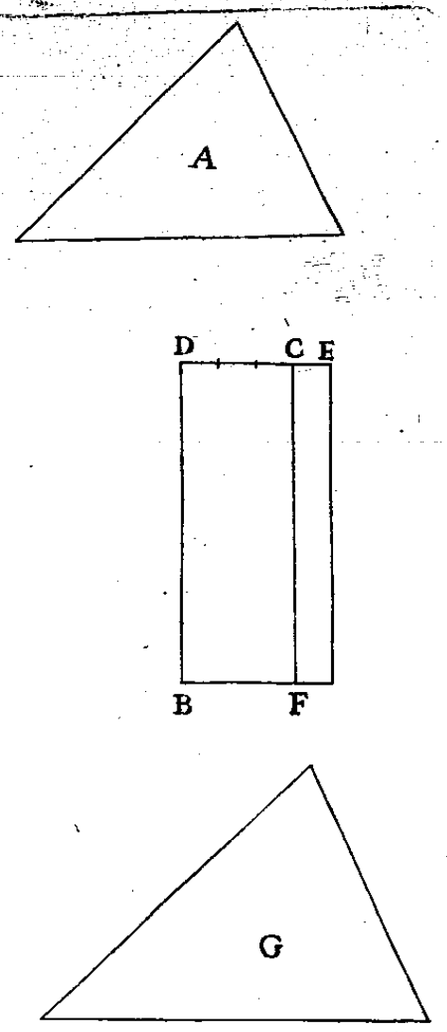
VIdes igitur, nitidissime lector, quanta cum facilitate noster hic modus operandi, ac demonstrandi ex 1 sexti figuras omnes planas inter se proportionales adinueniat. At si iuxta 22 sexti velis demonstrare, aut operari iuxta problemata, quæ in ea prop supponuntur, ert: inter cætera non exigui operis, post inuentas lineas proportionales, rectilinea similia sin itterq; adscripta construere. Quid quid sit, habes à nobis & hunc modum proportionalium planarum figurarum inueniendarum.

Pari cum facilitate nunc accipe augmenta, & diminutiones figurarum in datâ proportione.

PROPOSITIO X.

Datum rectilineum augere vel imminuere in data proportione secundùm datam figuram.

SIt rectilineũ A augendum v.g. tertia sui parte. Super vno ipsius A latere constituatur parallelogrammum, vt BC, æquale ipsi A; tum diui-



diuisá DC in tres partes æquales (iuxta Scholia vel ad 40 pr. vel ad 10 sexti) & productà ad vtramlibet partem vel ad D, vel ad C, ex acceptà CE (quæ sit æqualis vni trium partium æqualium, in quas diuisa est DC) & ex CF si fiat parallelogrammum FE, &c, per 25 sext. constituatur G æquale quidem toti BE, simile verò, similiterq; positum ipsi A, dico G esse A auctum tertia ipsius A parte.

Nam vt CE ad DC, ita EF ad FD, sed CE est per constructionē æqualis tertiæ parti ipsius DC, ergo & FE ipsius DF; addito ergo FE, auctum est DF tertia sui parte. At DF ipsi A, BE ipsi G sunt æqualia, ergo & A in G auctum est tertia sui parte. Atq; hoc modo facta est auctio secundum datam hîc figuram A. Eodemq; modo fiet, ac demōstrabitur auctio facta in quacumq; alia figurà rectilinea, quam malueris, vt in rectangulis, vel non rectangulis, parallelogrammis, non parallelogrammis, &c.

Verum quidem tamen est, si facienda sit auctio tantum ex apposito parallelogrammo, breuiorem esse operationem. Nam appositio parallelogrammo EF ad FD, peractum erit postulatum, nec opus erit præterea vsu 25 sexti ad vlam ipsius BE trāsformationem in rectilineum aliud æquale.

Iam verò vt fiat dati rectilinei imminutio secundum datam proportionem, v. g. imminutio ipsius G, detractâ quartâ parte; fiat ipsi G parallelogrammum BE æquale, deinde in ipsa DE secetur quarta pars CE, & ex C agatur CF parallela ipsi DB, erit BC, siue A ipsi BC æquale, reliquum ex imminuto BE (hoc est ex G) detractâ quarta parte, vt postulabatur, &c.

COROLLARIVM I.

Ratio diuidendi datam figuram secundum datam proportionem.

HInc patet ratio diuidendi datam figuram secundum datam proportionem. Nam si rectilineum transferatur in parallelogrāmum, cuius vnum latus diuidatur secundum datam proportionem, & ex punctis diuisi lateris agantur parallelæ, &c. vt nuper dictum est, erit rectilineum datum, si non in se, saltem in parallelogrāmo æquali diuisum secundùm postulatam proportionem. Ac si velis tùm ablatum, tùm reliquum ex ablato esse similia datis rectilineis, tunc, per 25 sexti transformabis partes diuisi parallelogrammi in rectilinea postulata æqualia, vt DF in A, &c.

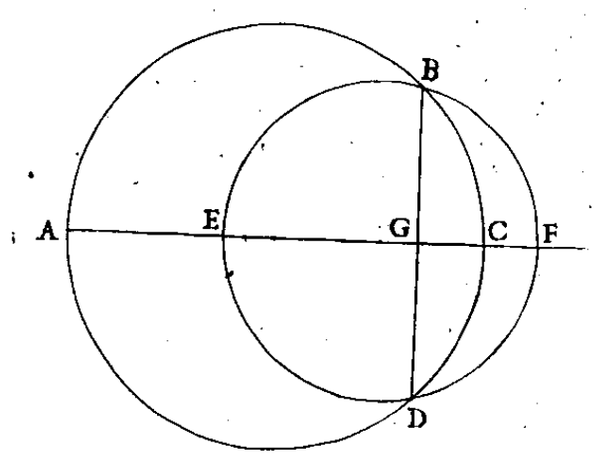
COROLLARIVM II.

Datis duobus rectilineis inæqualibus excessum maioris supra minus inuenire.

EX præcedenti nostrà propositione solues etiam problema, si quis abs te postulet, vt, datis duobus rectilineis inæqualibus, excessum maioris supra minus inuenias. Nam datis, ex. gr. G maiore, & A minore, & constituto parallelogrammo rectangulo BE æquali ipsi G, si ad rectam BD compararis, siue applicaris rectangulum BC æquale ipsi A, erit FE excessus, quo A superatur à G.

PROPOSITIO XI.

In ſegmentis inæqualium circulorũ minoribus ſemicirculo ſagitta ſegmenti circuli minoris maior eſt, quam ſagitta ſegmenti circuli maioris.



A Paradoxo non abſunt hæc, & poſt hanc quæ ſequetur propoſitio, ideò nec abeſt à noſtro inſtituto demonſtrandi paradoxa geometricè. Eſt prętereà vſus vtriuſq; propoſitionis, de quo paullò poſt in ſcholijs, vt non ſolum admirationi, ſed & vſui ſeruiamus. Igitur circuli maior ABCD, & minor EBFD ſecent ſe ita, vt ad eaſdem partes cadant ſegmenta ſemici culo minora BCD, BFD. Iungatur ad ſectiones chorda, ſeu recta BD, quam ad angulos rectos, & bifariam in G ſecet recta producta ad vtriuſq; circuli circumferentiã in A, & in F, erunt, per corollarium primæ tertij, cẽtra vtriuſq; circuli in prędicta AF, ac proinde ex definitione 17 lib. 1. erit in eadem AEF vtriuſque circuli diameter. His præmiſſis, Dico in ſegmentis ſemicirculo minoribus BCD, BFD partem diametri, ſeu ſagittam GF ſegmenti circuli minoris eſſe maiorem ſagittá GC ſegmenti circuli maioris.

Patet, inquiet tyro geometricus, eſt enim GF totum, & GC pars. Patet, mi tyro, fortaſſe phyſicè, ſed nõn geometricè. Vnde enim tibi conſtat geometricè in ſectione mutua inæqualium hic poſitorum circulorum ſagittam ſegmenti circuli minoris, ſiue eius arcum cadere vltrá ſagittam, aut arcum ſegmenti circuli maioris? Ergo vt propoſit. geometricè demonſtremus, ſic geometricè progrediamur.

Quoniam circulus ABCD per cõſtructionem maior eſt circulo EBFD, hoc eſt ex defin. 1 tertij. diameter AC maior eſt diametro EF, ablato communi GC, erit, per 5 axioma, ipſa AG maior duabus EG, CF, ac multo maior erit alterà tantum duarum nempe ipſa EG; ac proinde, per 8 prop. quinti, ipſa AG maior maiorem proportionem habebit ad GB, quam minor EG ad eandem GB.

Quoniam vero ęadem BG, per 13. ſexti, & ſchol. ad eam, eſt media proportionalis inter AG, GC, & inter EG, GF, & eſt vt AG ad GB, ita GB, ad GC, & vt EG ad GB, ita GB ad GF, habet autem AG ad GB maiorem proportionem quàm EG ad eandem GB, ergo & ęadem GB habebit maiorem proportionem ad GC, quàm ad GF, ergo, per 8 quinti, GC minor eſt quam GF; quod erat demonſtrandum.

Atq; hoc modo ex vi demonſt. geometricæ patet ſagittam ſegmenti minoris circuli cadere vltra ſagittam ſegmenti maioris circuli, eſſeq; alteram alterius partem. Aliter etiam hanc propoſitionem demõſtrauimus in noſtris aſymptotis in ſuperficie conicà.

SCHOLIA.

Ad firmamentum, & vſus præcedentis propoſit

1 *DEmonſtratio vim habet quomodocunq; aduerſarius per poſſibilia, ſiue per impoſsibilia contraire nitatur. nam etiam ſi fingat minoris circuli ſegmentum minus eſſe non BFD, ſed eſſe BCD, adhuc maior oſtenditur AG, quam EG ſic: AF per aduerſarium diameter maioris circuli maior eſt, quàm EC diameter per aduerſarium minoris circuli; ablato communi EC, remanent AE, CF exceſſus maioris diametri ſupra minorem, abiectà CF, remanet adhuc exceſſus AE; additâ communi EG, excedet tota AG partem EG, & inde, vt in demonſtratione præcedentis popoſit. infertur etiam maior ſagitta reliqui ſegmenti circuli minoris, quam ſagitta reliqui ſegmenti circuli maioris; ac præterea conſtabit contra aduerſarium non poſſe eſſe BCD ſegmentum minoris circuli.*

Sin autem fingat aduerſarius BFD cadere, & congruere in BCD, multo facilius procedit demõſtratio. Nam ablato communi GC, remanet AG maius, quam EG, vt erat tota AC diameter maior, quam EC diameter, per aduerſarium, minoris circuli.

2. *Ad breuitatem vſi ſumus terminis, ſiue vocabulis, quibus vtuntur Geometræ, vbi de ſinubus, ſiue de ſemiſsibus rectarum in circulo ſubtenſarum agunt*: chorda, ſagitta, arcus, &c. *Vide apud Clauium noſtrum poſt ſpharica Theodoſij, de ſinubus definitiones, & Schol. ad eas definit.*

3 *Propoſitionem adſtrinximus ſegmentis minoribus ſemicirculo. nam in ſegmentis ſemicirculo maioribus res contraria viâ progreditur, nempè ſegmentum ſemicirculo maius maioris circuli ſagittam habet maiorem ſagittâ ſegmenti maioris*

ſemi-

semicirculo in circulo minore, cum sese ij circuli secant. Idem, quod hic, notandum erit, atq; intelligendum in sequenti paradoxo, ac propositione de arcubus, &c.

14 sec. Conicorum aliter demonstrare.

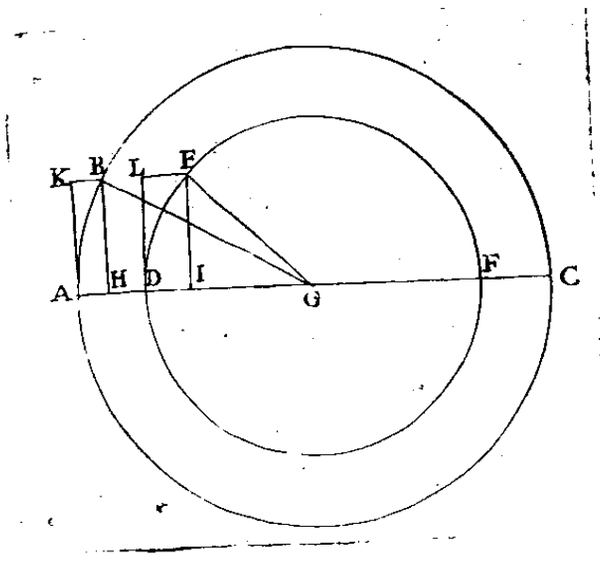
4. *Vsus huius propositionis esse potest, si quis aliter demonstrare velit propositionem 14 secundi conicorum apud Apollonium (vt nos in nostris asymptotis tribus modis ab Apollonij demonstratione diuersis vsi sumus) mirum id scilicet de hyperbolica linea nunquam coincidente cum recta, ad quam tamen semper magis, ac magis accedat. maior enim ille accessus probari potest ex eo, quod inter rectam, & hyperbolen intercipiantur sagittæ segmentorum semicirculo minorum in maioribus, ac maioribus circulis proportionaliter sectis cum antecedentibus minoribus, ac proinde sint semper minores sagittæ succedentium maiorum circulorum sagittis antecedentium.*

De asymptoto apud Orbium demonstratio firmatur ex propnostra.

Erit etiam vsui præcedens nostra propositio ad firmamentum eorum, quæ habentur apud Orontium in libello de speculo vstorio, vbi de asymptoto ad sectionem hyperbolicam. Eius enim Authoris demonstratio geometricè non constabit, nisi prius antecedat hoc nostrum paradoxum, quod ille quasi supponit, non autem geometricè, vt necessum erat, demonstrat.

COROLLARIVM.

Ad locum insignem Arist in Mechanicis.



IVuat seorsum à Scholijs seponere pro corollario vsum insignem præcedentis propositionis ad Mechanicarum quæstionum Aristoteleiarum secundam, vbi quærit, *propter quid maior linea, siue semidiameter circuli maioris celerius fertur in extremo, quã semidiameter circuli minoris? ex quo fit vt libræ maiores minoribus sint exactiores.* Præter cæteras autem rationes, quas ibi Philosophus affert, illa geometrica est, quam sic proponit. *In circulis inæqualibus rectæ æquales ad rectos diametro excitatæ de diametro circulorum maiorum segmentum minus auferunt* sed propositionem hanc geometricam geometricè non demonstrat. Tu ergo, mi Lector, demonstrationem à nobis habes antecedentem. Vt autem res in exemplo, & figurà euidentius pateat, sint circuli maior ABC, minor DEF, & semidiameter maiorem describens, quæ est CB, signarit motu suo arcum AB, semidiameter minoris minor GE arcum DE signarit eodem tempore. motus ille circularis quasi diametralis, & mixtus est è duobus contrarijs, latione, & nisu in rectũ lateraliter ex A in K, ex D in L, si posset, & ex retractione, ac recessione ex K in B, ex L in E, propter G, vbi in centro colligantur illæ semidiametri. Ac quemadmodum sinus recti, siue perpendiculares BH, EI mensuræ sunt arcuũ AB, DE, siue motus recti, quem extrema A, & D, si libera fuissent, confeciissent per tangentes AK, DL, sic sinus versi, seu sagittæ AH, DI mensuræ sunt recessũs à recto, & retractionis à rectis tangentibus AK, DL in B, & E. His positis, affirmat Aristoteles in minoribus circulis fieri maiorem retractionem extremi puncti mobilis semidiametri, quam in maioribus, quia rectæ perpendicularæs BH, EI, per constructionem æquales, auferunt inæquales sagittas; nempè in minori circulo maiorem esse DI, quam AH. Hoc autem iam à nobis demonstratum est in antecedenti propositione. Quare concludit Philosophus, cum motus retractionis præter naturã sit, & iam geometricè pateat semidiametros circulorum minorum, siue libræ minoris brachia, pati maiorem retractionem versus centrum, quam semidiametros maiorũ circulorum, hoc est brachia libræ maioris, ac longioris, consequenter libræ maiores, quarum in brachijs extrema minus retrahuntur, celerius feruntur, & arcus signant suo motu euidentiores, quam libræ minores, &c.

In circulis inæqualib. rectę æquales perpendiculares diametro, de diametro circulorum maiorũ segmentũ minus auferunt.

Motus retractionis præter naturam est.

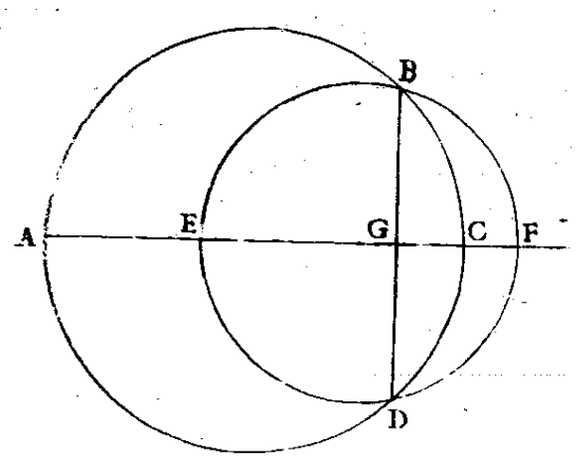
PROPOSITIO XII.

In segmentis inæqualium circulorũ semicirculo minoribus æquales chordæ subtendũt arcus maiores minoris, & minores maioris circuli.

Cur celerius moueatur semidiameter circuli maioris, quàm semidiameter minoris? Libræ maiores minoribus sunt exactiores.

SVppono 3 axioma apud Archimed. lib. 1. de sphæra, & cylindro, quod, emendato textu, est huiusmodi: *Si quando duæ lineæ extiterint in eadem partes cauæ, & habuerint eosdem terminos, & altera alteram intra se complexa fuerit vel totam, vel partes aliquas communes habeu-*

Axioma 1 Archim. lib. de sphæra, & cylindro emendatè propositum.



habentem cum complectente, maior est complectens, quàm comprehensa. Quales sunt super eadem basi BD curuæ BCD, BFD. Vt ergo demõstretur arcum BFD minoris circuli esse maiorem arcu BCD maioris, demonstrandum erit BFD complecti intra se, seu cadere extra ipsam BCD. Quod quidem doctè, ac prolixè demonstratur à nostro Clauio in Schol. ad vltimam sexti, & in lemmate post 6 propositionem lib. 3. sphæricorum Theodosij. nos autem breuissimè, quasi corrollarium ex antecedẽti propositione deducimus, & non vno modo demonstramus sic. Si BFD non cadit extra BCD, ergo duo circuli maior ABCD, & minor EBFD non se secant, quod est contra suppositum in constructione, quæ hîc éadem ponitur cum eà, quam in antecedenti propositione posuimus.

Quid autem est se secare duos circulos inæquales ita, vt ad easdem partes sint segmenta similia, &c. quàm alterius circumferentiam, vt minoris DEBC (quæ in segmento maioris per constructionem est ad easdem partes intra segmentum DAB maius maioris circuli) decussari cum circumferentià circuli maioris, & ire ex C trans puncta B, & D, seu cadere extra BCD? Ex per se notis igitur, ac definitione sectionis patet propositum.

Aliter.

SI BFD nõ cadit extra BCD, ergo vel supra, vel infra. ergo GF non erit maior, quàm GC, sed vel æqualis, vel minor, quod est contra demonstrata in antecedenti propositione.

Omitto alia absurda, quæ & remotiora sunt, & facilè occurrere possunt cõtra propositiones aliquas libri Eucl. tertij de contactu circulorum, &c. nobis enim sat est tantum ex propijs, & intrinsecis, & antecedentibus demonstrasse.

COROLLARIVM I.

In circulis inæqualibus æquales rectæ lineæ subtendentes arcus minores semicirculo auferunt segmenta inæqualia, maius è minore circulo, minus è maiore.

EST enim area segmenti DGBF totum, & includens, area verò segmenti DGBC pars, & inclusum. nam ostensum iam est & sagittam GF esse maiorem sagittà GC, & arcum BFD cadere extra arcum BCD. Minoris ergo circuli segmentum semicirculo minus super eádem basi cum basi segmenti semicirculo minoris in circulo maiore, habet non solum sagittam, & arcum, sed & aream maiorem, &c. estq; segmentum segmento maius, &c. vt initio corollarij huius perpositum est.

SCHOLION

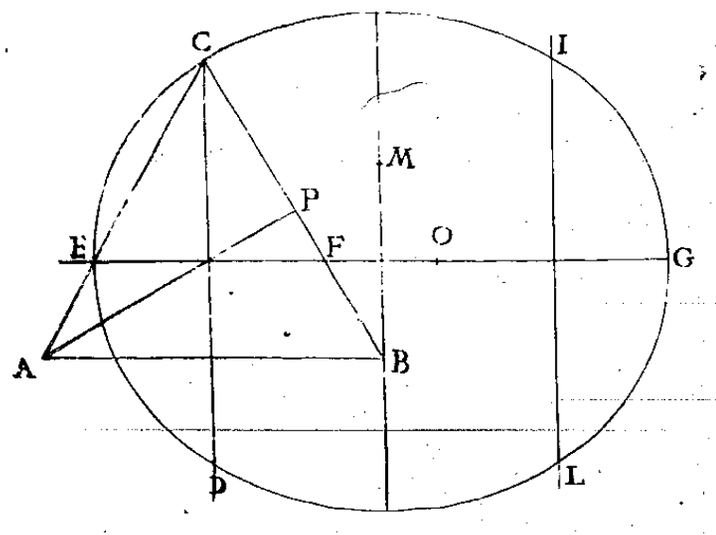
Vsus propositionis 12 antecedentis.

DVodecima proximè posita propositio vsui est ad stabiliendã propositionem 6 libri tertij sphæricorum Theodosij, quemadmodum docet lemma ibi à nostro Clauio positum, quod nos hic vniuersalius posuimus etiam de sagitta, & area, & aliter demonstrauimus.

Propos. 6. lib. 3 sphæricorũ Theodosij firmare.
Lemma Clauij ad 6 tertij spher. vniuersalius, & aliter demonstrare.

PROPOSITIO XIII.

Pseudoellipsis, siue ouiformis figuræ descriptio compendio perfecta, & theoricè explicata.



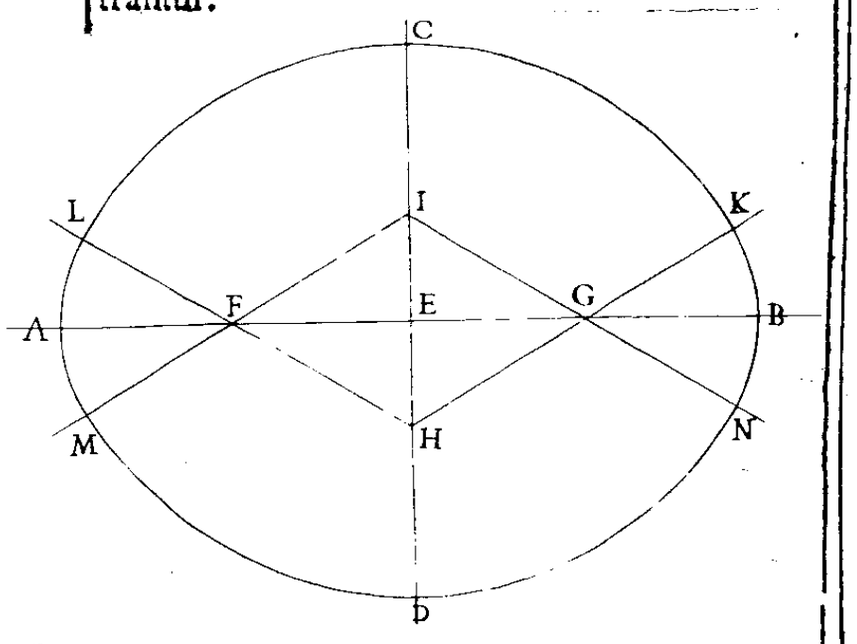
PSeudoellipsim, siue ouiformem quàndam figuram mechanicorum aliqui describunt

modo

modo non apud latinos vulgato, quem hic libet apponere, sed à nobis ad compẽdiosiorem constructionem redactum, & indicatá etiam demõstratione geometrica, vnde figuræ illius constructio, & natura pateat. Non otiosam ponemus operam, quoniam ad plura opera, & instrumenta mechanica creberrimus esse solet vsus eiusmodi figuræ nõ tam ellipticæ, quam è variorum circulorum segmentis conflatæ. Sic igitur aliqui præcipiunt; sit triangulum Æquilaterum ABC, à cuius vertice C demittatur perpendicularis CD secans bifariam latús AB; per centrum trianguli transeat EG parallela lateri AB, secans CB in F, & CA in E. trianguli autem centrum inuenietur, si ex A ducatur perpendicularis AP ad latus CB, vbi enim AP secabit perpendicularem CD, ibi erit centrum trianguli. Post hæc ducatur per B parallela ipsi CD: item ducatur eidem CD parallela, & secta æqualis IL tantundem distans ab angulo B, quantum ab eodem angulo distat ipsa CD. mox centro B, interuallo BC signetur arcus CI, & centro F, interuallo FC ducatur arcus CED. transferantur deinde F in O, B in M, & centro O, interuallo OL ducatur arcus LGI, cẽtro M interuallo ML signetur LD, & perfecta erit figura ouiformis.

Modus inueniendi centrũ trianguli æquilateri.

Tota tamen huius figuræ constructio fieri potest, & facilius, & minori cum apparatu, vt mox docebo, & præterea indicanda erat theorice; aliqua etiam in ipsamet constructione a nobis corrigenda fuerunt, &c. sed nimirum qui purè mechanici mathematicè operari audent sine non vulgari Geometriæ cognitione, præcipuè tunc errant cum aliquid noui se moliri arbitrantur.



Sic igitur breuius operabere. Ducatur AB, & ad rectos eam secans CD in E, tum centro E secentur vtrinq; æquales ad lubitum interuallum EA, EB, item æquales inter se ad libitum interuallum EF, EG, & pro libito etiam æquales EI, EH. Tum ex H, & I per F, & G educantur, & producantur vt lubet HK, HL, IM, IN. centris F, & G, interuallis alterutro FA, vel GB, duc arcus MAL, KBN.

Cẽtris etiam H, I, interuallis vno ex quattuor æqualibus, vt HL, duc arcum LK, & ex I arcum MN, & figura quæsita prodibit.

Notandum tamen futuram figuræ varietatem pro libito, prout puncta F, G accipientur magis, vel minus distantia tum ab A, & B, tum ab H, & I.

Theorice huius figuræ pendet è Scholijs partim ad 37 (quæ pertinent ad 17) tertij elem. Euclidis, partim ad 13 eiusdem libri; vbi fundamenta huius operationis ponuntur: *Si in semidiametro circuli producta punctum vltra centrũ sumatur, circulus ex eo puncto, vt centro, per extremum semidiametri punctum descriptus tanget priorem circulum in dicto puncto extremo semidiametri, totusq; extra eum cadet.* &: *Datis duobus circulis, quorum vnus non sit totus extra alium, circulum, qui vtrumq; tangat describere.*

Circulum describere tangẽtem alium intra, &c.

Est igitur hæc figura compacta è segmentis quattuor circulorum, quorum bini æquales sunt, & maiores quidem circuli minorum conuexa tangunt. non autem fit è secantibus, vt iuncturæ ipsæ peripheriarum sine vlla cauitate (quæ fieret in puncto communi sectionum) læuius, ac venustius per communia puncta contactús cõtinuentur, quasi in vnam vtrinq; compressam peripheriam. Quare interualla FA, GB sunt semidiametri circulorum minorum, quorum segmẽta LM, KN ducta sunt, & semidiametri etiam euadunt eorumdem circulorum ipsæ FL, FM, GK, GN. Quibus productis in H, & I, & vltra centra F, & G acceptis alijs centris H, & I, iuxta citatas propositiones è Schol. &c. duo alij arcus circulorum maiorum ducuntur tangentium minores in L, M, K, N, & arcus LK, MN maiorum cum minorum circulorum arcubus quasi in vnum committuntur in communibus contactuum punctis L, M, K, N.

Alias ouiformes figuras ex linea quadratrice reuise in fine Apiarij Geometriæ nostræ practicæ; item ex lineis parabolica, & hyperbolica vide in Apiario nostro Catoptrico.

Ouiformes figuræ aliæ plurimæ.

Circa vero veræ ellipsis descriptiones varias ex variis Authoribus collectas, auctas, perfectas, geometricas, mechanicas, &c. copiosissimè omnium versatus est noster Aguillonius optic. lib. 6. lemmate 22. Quibus potes & nostra, si digna sunt, apponere, quoniam ijs omnibus, quæ apud Aguillonem, intactis nescio quæ nos etiam pro tyronibus breuiter chartis illeuimus circa varias descriptiones veræ ellipsis, præsertim in Apiario Musico. &c.

Ellipsis variæ descriptiones apud Aguillonium.

APIARIVM

QVARTVM.

IN QVO

PARADOXA:

ET

ADMIRANDA

PHILOSOPHIÆ

MACHINARIAE:

MI LECTOR.

AC TYRO.

Cæterem vilem existimes, dum duobus quarti huiusce Apiarij Progymnasmatis inscriptum nomen: *Mechanica*, seu *Machinaria* ex vulgi sensu interpretaris. Θαυματοποιητικὴ. i miraculorum effectrix hęc sola Mathematicæ Philosophiæ pars ab Antiquis appellata est. Mathematici.n. philosophi hac in parte, quæ ad machinas pertinet, ita versantur, vt naturam arte perficiant, ac vincant, & admiranda ostentent ad theoricen, & ad vsum. Habet hoc singulare, & præcipuum hæc forma Matheseos, vt euidentem vtilitatem habeat coniunctam iucundissimis, atq; ingeniosissimis inuẽtis Geometriæ machinarũ materijs applicatę

Miraculorũ effectrix Mechanica.

Porrò Mechanica, seu Machinaria Philosophia in duas præcipuè partes dispescitur, in alteram, quæ de centro grauitatis, & gravibus agit, & in alteram, quæ de machinis grauia facile attollentibus. Circa vtramq; partem series eorum, quæ nobis occurrerunt, hæc erit. Agemus in 1 Progym. primo loco de motu grauium spontaneo, ac libero ab omni adminiculo, atq; adiutorio artefactarum machinarum; secundo loco de eo motu, qui mixtus sit partim è spontaneo, partim ex artificiali per adiumenta machinarum, qualem videbis motum aliquem perpetuum, aut etiam non perpetuum grauium per spirales lineas in circulis, & in cochleis tum cilindricis, tum conicis euectorum. In 2 Progym. agemus de motu grauium non spontaneo, aut mixto, sed tantum artificiali per machinas etiam minimas nulla per è vi, ac minimo temporis momento attollentes pondera quantumuis maxima. Atq; inter ea plura alia iucunda, & admiranda pandentur. Ad hæc ergo machinaria spectacula nobilissima, & nobilibus tantum ingenijs digniſſima iam accedamus.

Mechanicæ duplex pars.

Partitio, & materia huius Apiarij

Attamen hic præcipue memento, æque lector, abstractionis, & philosophiæ mathematicæ à physicæ materiæ inertià, & obnitentià se se abducentis, & iure suo conquiescentis in admirandis theorijs geometricè philosophicà ratione firmatis, & obiectiuè, vt aiunt, possibilibus, licet aliquando à materia exercẽdà difficillibus. Philosophi enim Mathematici est caput, & ingenium potius, quam manus, & brachia exercere. Itaq; si quando, præcipue in huius Apiarij propositionibus aliquibus, materialiter; ideſt de materiæ pugna aliqua contra theoremata demonstrata dubitaris, ad hoc monitum, & ad exempla veterum Philosophiæ Mathematicæ antistitum recurrito. Parco plura hìc in hanc rem firmandam addere, ne te, Lector æque, plus æquo in vestibulo distineam.

Hic præcipuè abstrahẽdum à materia.

PRO-

PROGYMNASMA PRIMVM.

De paradoxis, & inopinatis circa motum, & quietem grauium. De motu perpetuo. De admirando motu grauium per lineam ſpiralem.



PROPOSITIO I.

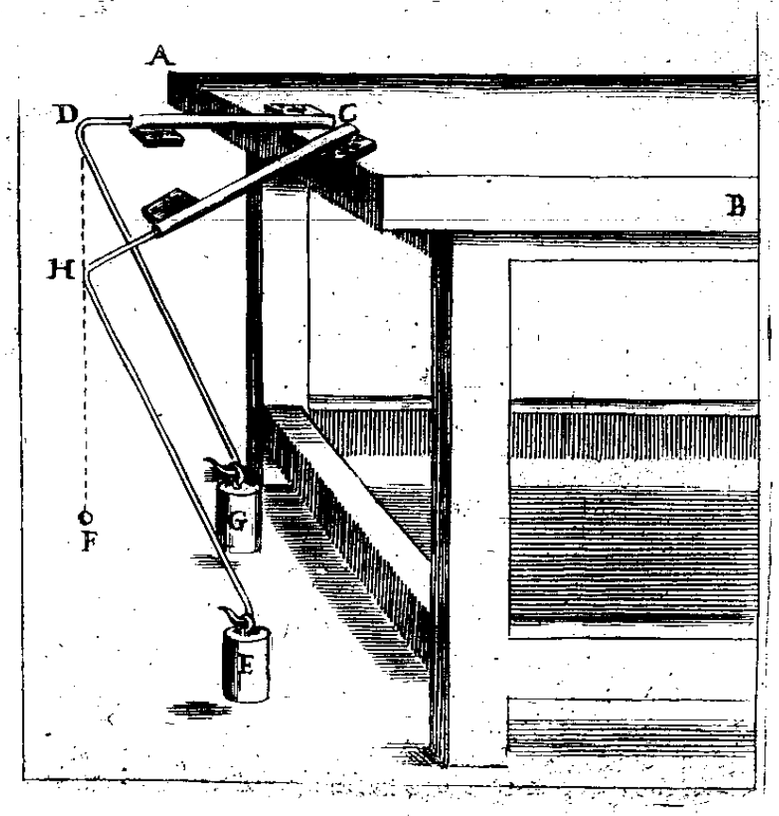
Graui aliquo caſuro, in partem, ad quam caſurum eſt, addere pondus grauius, & non ſolum id graue non cadet, ſed etiam attolletur.



Vb initium primi è noſtris Apiarij, quaſi ſub veſtibulum Horti Mathematici à nobis vtcumq; exculti, Pontificiæ Apes fauſto nobis, vt opinor, omine præuolarunt. Nunc hic etiam Pontificiæ claues Mechanicarum ſcientiarum adyta reſerant, & inopinatum produnt miraculum, cuius allegoriam primus poſt Chriſtum Pontifex Petrus accepit, cum audijt: *Tu es Petrus, & ſuper hanc petram ædificabo Eccleſiam meam, & portæ inferi non præualebunt aduerſus eam.* pontificia enim Maieſtas, ac bonorum cætus —

—*Duris vt ilex tunſa bipennibus* Horat.
Nigræ feraci frondis in Algido
Per damna, per cædes ab ipſo
Ducit opes, animumq; ferro.

Quemadmodum ergo Dei Eccleſia ſemper creuit aduerſis, & Petri claues nulla vnquam inferorum pondera deiecerunt, ſed potius eleuarũt; ita & nos hic in eius Oraculi ſymbolum, ferream clauem, ſeu quodlibet pondus in caſum depronatum proponemus, quod tamen, pondere grauiore in partem caſuram addito, non modo non cadet, ſed etiam attolletur. Petri claues nulla pondera deijciunt.



Igitur in primæ huiuſce paradoxicæ propoſitionis noſtræ prima figura ſit planum AB parallelum horizonti, & ſit quodpiam graue, verbi gratia clauis DC ſuper eódē plano etiam ipſa horizonti parallela, quæ ad partem D ita educta ſit in extremā plani oram, vt lapſura procul dubio ſit; tum infixus ſit in os clauis ad partem D vncus eius conditionis, & ea arte inflexus, vt angulum acutum, atq; immobilem GDC faciat, (de quo angulo tantúm acuto nos in noſtra demonſtratione ſemper loquimur, licet in figurá fortaſſe híc aliquá non expreſſé acutus appareat) habeatq; haſtæ ferreæ DG annexum pondus G; quo fiat vt centrum grauitatis intelligatur, ac ſit ad haſtæ partes extremas inferiores. Iam dico graue, ſeu clauem DC non caſuram, etiamſi annexum habeat pondus grauius ad partem D; quæ clauis ſine eo pondere procul dubio eſſet caſura. Demonſtrationis inſtar eſſe poteſt phyſicum ipſum experimentum. circa quod notandum eſt eò certius id futurum, quo penitiùs ingeretur vncus ferreus in os ipſius clauis. Ad exercendam tamen Geometriam, age propoſitum paradoxum etiam geometricè confirmemus. Nam à vertice D clauis horizonti parallelæ demittatur aut deſignetur per imaginationem recta lineá DF faciens ad D angulum rectum, ac tendens vſq; adcentrum mundi fictum ad partes vbi F; Si ergo, dato per impoſſibile, & non conceſſo, clauis inclinabitur, & cadet, aut ergo à pondere appenſo inclinabitur, & cadet clauis CD per prædictam perpendicularem, aut citra, vel vltra illam. Non per lineam perpendicularē. Nam eſto à puncto D in H per lineam perpendicularem, ſi fieri poſſit, inclinetur à pondere appenſo clauis antequam à puncto C dimoueatur, & cadat.

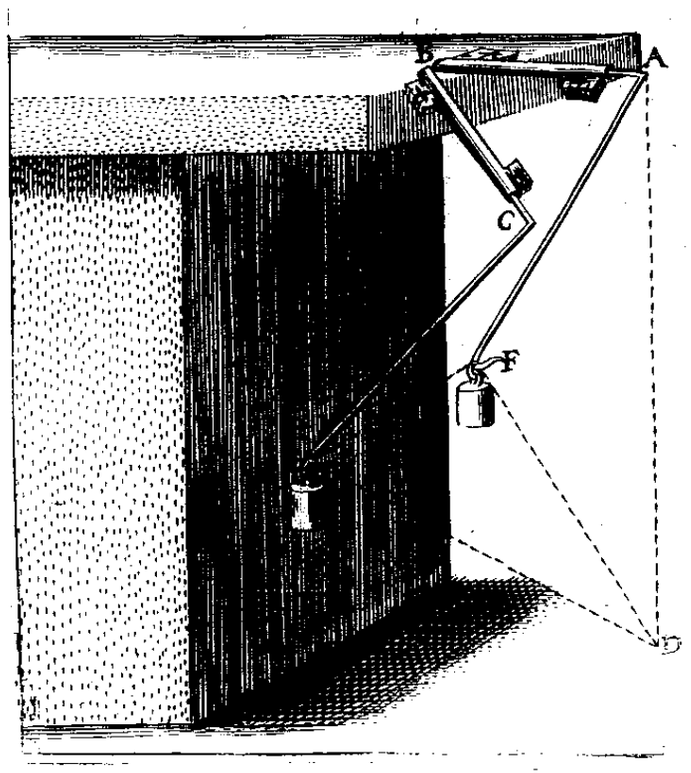
Quoniam ergo in triangulo HDC duo latera DC, & HC ſunt æqualia (eſt enim per ſuppoſitionem éadem ipſius clauis longitudo CD inclinata in CH) erunt per 5 primi anguli HDC, CHD ad baſim DH æquales; eſt autem angulus HDC rectus per conſtructionem, ergo & angulus CHD erit etiam ipſe rectus. Cum ergo perpendicularis FD cadens in duas rectas DC, HC faciat angulos internos, & ad eaſdem partes duobus rectis æquales, erunt prædictæ DC, HC, per vigeſimam octauam primi, parallelæ, hoc eſt nūquam coincident, at coincidunt, vtq; vnitæ ſunt in vno, eodemq; puncto C per conſtructionem, & ſuppoſitionem, ergo rectæ DC, HC non ſunt parallelæ, & ſunt parallelæ, quod implicat. Non igitur inclinabitur, & cōſequenter non cadet clauis DC per perpendicularem DF; quod erat primo loco propoſitum ad demonſtrandum.

Neq; inclinabitur ſecundo, & cadet eadem clauis DC per aliam lineam citra, vel vltra perpendicularem. Quam demonſtrationis 2 partem antequam explico, ſuppono id, quod paſſim experimentis per ſe notum eſt. Nempè naturam etiam in brutis, & in rebus vita, ſenſuq; carentibus ſequi, dum operatur, quam poteſt maximè compendia, & per breuiſſimas lineas ſua obiecta, ſuoſq; fines aſſequi, aut ſi quando impediatur, conari tamen ſemper quam proximè

ſibi

ſibi amicis adſtare. Sic viſiones, & auditiones, & reliquæ à ſemotis quę fiunt ſenſationes, immò (quod ad rem noſtram proprie facit) & ipſæmet grauium motiones per lineas perpendiculares, hoc eſt breuiſſimas, efficiuntur. Nec graue vnquam aliquod videas, etiam impeditum, niti ad deſcenſum, aut vllam in partem nutare, ac moueri, niſi in eam, quæ per breuiſſimam lineam, etiam in eo impedimento, diſtet a mundi cẽtro. Ac ſi ſuſpenſum quieſcat, in breuiſſima pariter linea (quam directionis appellant) conquieſcet. Hoc .n. natura in rebus quærit, vt eæ quamcitiſſimè ſibi ſimilibus, & amicis vnitæ melius conſeruentur; vel ſaltem, impeditæ, quam proximè poſſint ab ijs diſtineantur. Hoc præmiſſo, dico in ſecunda figura clauem AB non inclinatum iri à pondere appenſo per aliam lineam citrà, vel vltrà predictam in præcedentis demonſtrationis fig. perpendicularem DF.

Nam.



Nam clauis AB à pondere appenſo inclinetur per aduerſarium ex A in C extra lineam AD, & propter angulum FAB (qui per conſtructionem in materia ferrea eſt immobilis) ipſum graue inferius F, quod erat in F, recedat in latus ad E. mox ad tria centra, & grauis in F, & grauis in E, & ad mundi centrum, quod ponamus eſſe in D, iungantur rectæ FE, ED, DF, ac fiat triangulum DFE.

Quoniam ergo prædicti trianguli DFE duo latera FE, ED reliquo FD ſunt maiora, per vigeſimam primi, & graue E ſuſpenſum, atq; impeditum in puncto B, vt deſcenderet, & accederet ad centrum mundi D, ſignauit, per aduerſarium, viam ab F per FE, ED, propterea non per breuiſſimam (quæ eſt FD) ſed per longiorem viam deſcendit, quod eſt contra naturã deſcensùs grauium, & contra proximè ſuppoſitum de grauibus breuiſſimas ad centrum lineas affectantibus. Non igitur inclinabitur, nec detrahetur clauis AB extra perpendicularem AD.

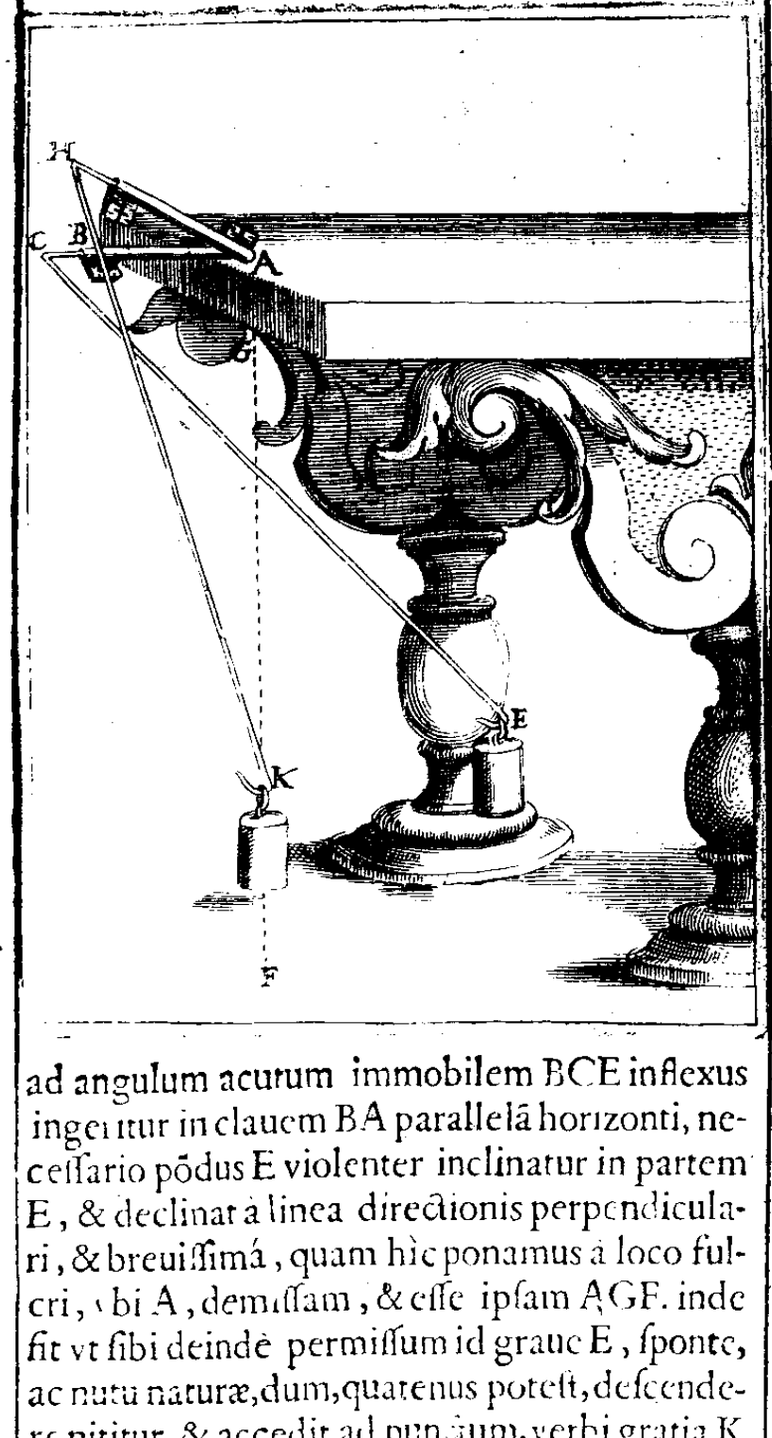
Quod idem etiam probabitur ſi dicatur eandem clauem deſcenſuram in alteram partem contrariam extra perpendicularem; eſt enim éadem vtrobiq; demonſtratio, & implicantia. Itaq; neq; per lineam perpendicularẽ, nec extra perpendicularem clauis in partem degrauantem inclinabitur, aut cadet, etiam addito pondere; quod erat in priori propoſitionis parte ſecundo loco demonſtrandum.

Affirmo præterea tertiò in poſteriori propoſitionis parte non ſolum graue, appenſo pondere in partem caſuram, non caſurum, ſed etiam in partem vbi additum pondus eſt, ſe ſe in altum eleuaturum.

Admirandum hoc enuntiatum lubet nunc, alijs modis prætermiſſis, ea ratione expedire, qua Ariſtot. quæſtione 2 Mechan. probat (licet implicatus valde is locus ſit apud Græcos, & Latinos) de libra, cùm ſupernè ſuſpenditur, & in alteram eius lancem additur pondus, neceſſe eſſe pluſquam dimidiam haſtæ partem aſcendere, cogẽte ad id grauiori pondere, quod quam maximè poteſt deſcẽdere ſemper nititur, & ad breuiſſi-

Graue sẽper nititur ad cẽtrum mundi per breuiſſimam, i per lineam direct.

uiſſimam directionis lineã accedere. Sic enim & in noſtro paradoxo dum in 3 híc figura vncus

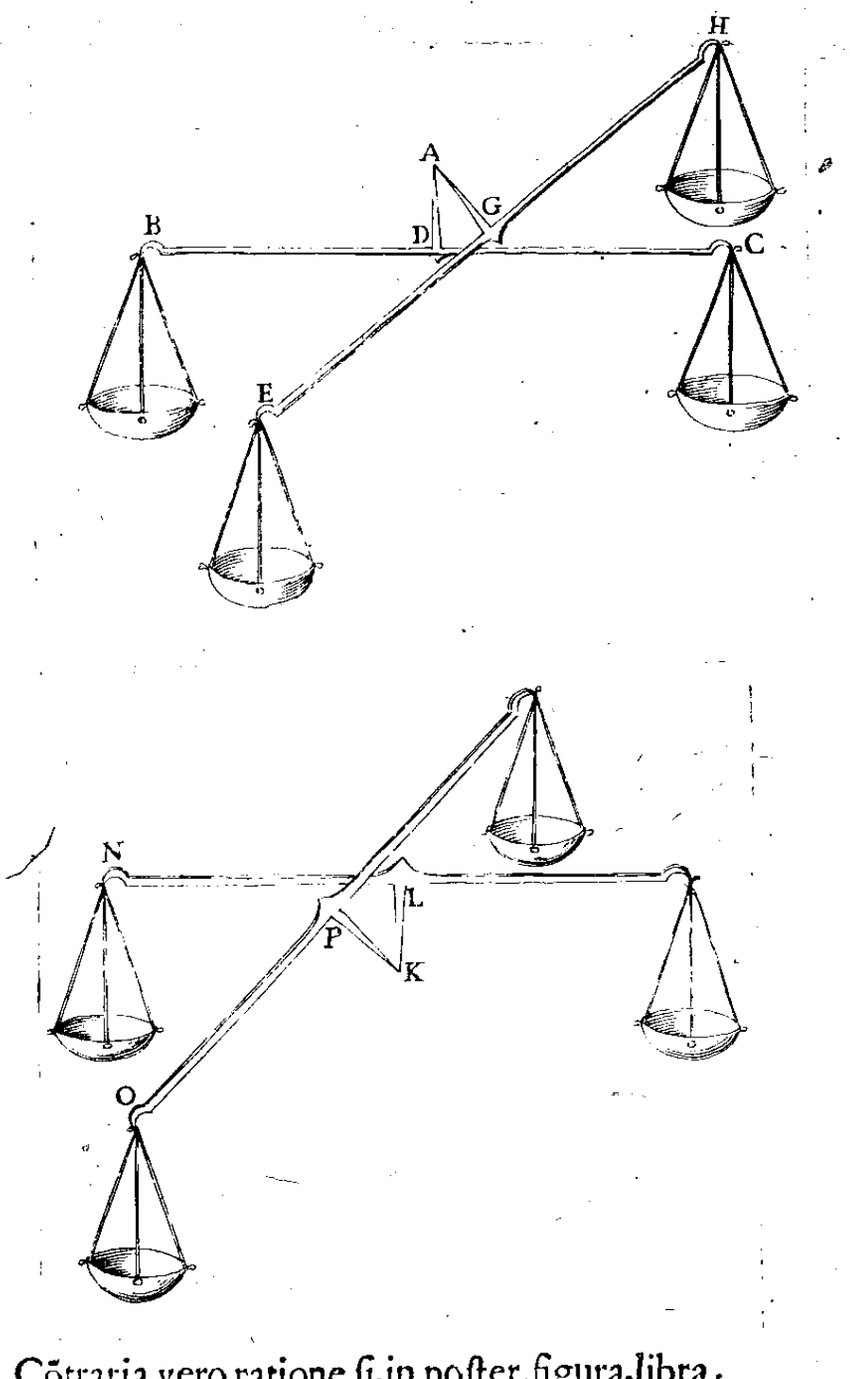


ad angulum acutum immobilem BCE inflexus ingeritur in clauem BA parallelã horizonti, neceſſario põdus E violenter inclinatur in partem E, & declinat à linea directionis perpendicularí, & breuiſſimá, quam hìc ponamus à loco fulcri, vbi A, demiſſam, & eſſe ipſam AGF. inde fit vt ſibi deindè permiſſum id graue E, ſponte, ac nutu naturæ, dum, quatenus poteſt, deſcendere nititur, & accedit ad punctum, verbi gratia K lineæ directionis GF, neceſſarió clauem BA minoris ponderis ſurſum impellat in H; quod erat 3 loco de ſecunda propoſitionis parte breuiter indicandum, ac demonſtrandum.

COROLLARIVM

Ariſtotelis locus de libra in Mechanicis implicatus explicatur.

EX prædictis breuiſſimè, atq; vt arbitror, facillimè, ac aliter, quàm ab Ariſtotele, explicatur implicatus eius Philoſophi textus in Mechanicis quæſtionibus, vbi de libra. Cur ſcilicet ſi, vt in prio. figura ad dext. libra ſit BC horizonti parallela ſupernè ſparto AD ſuſpenſa, & põdus ingeratur in lancem, verbi gratia B, ita vt obliquetur libra deorsũ quidẽ in E, ſurſum verò & D in G, & C in H agantur; cur, inquam, detracto pondere ab E, redit libra ad æquidiſtantiam cum horizonte, & rurſus E ad B, G ad D, H ad C?



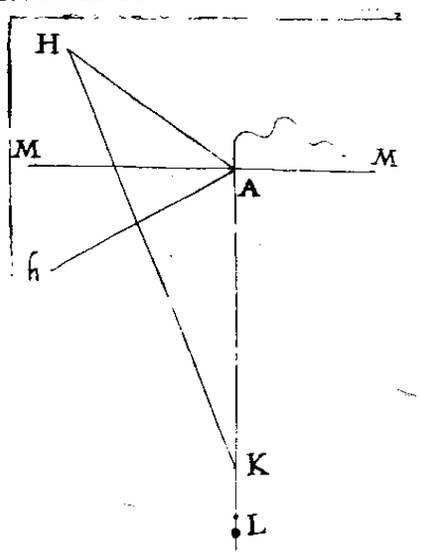
Cõtraria vero ratione ſi, in poſter. figura, libra ſpartum habeat, ſeu lingulam KL, qua ſuſtineatur, & æquilibretur ex parte inferiori K, & pondere degrauetur N in O, ac eat L in P, ſi detrahatur pondus ab O, cur non redit P in L ſimili modo, quo in altero priori caſu, & figurà redibat G in D cúm libra è ſuperiore parte ſuſpendebatur? Nempè quia in hoc ſecundo caſu lingula KP deſcendit, & dum eſt in P eſt in breuiori linea tendente ad mundi centrum, & contra naturæ motionem eſt, vt per ſe ſe aſcendat, hoc eſt à centro recedat, ac redeat à breuiori ad longiorem lineam tendentem ad mundi centrum. at in priori caſu cúm AD in altum à grauiori pondere E ſit coactum aſcendere, & a breuiſſima ad centrum linea diſcedere, remoto pondere ab E, ſponte deſcendit G in D, vt in breuiſſimá lineá quàm poteſt proximè ad ſuum centrum ſuſtentetur; iuxta ea, quæ nos nuper in vtraq; noſtræ demonſtrationis parte demonſtrauimus. Vide aliam rationem apud nos in Corollario propoſitionis 4 ſeq. Vide etiam quæſtionem ſecũdam Ariſtot. in Mechanicis, ſi, præter allatam hic à

nobis rationem, optas eam etiam videre, quam ibi affert Philosophus.

SCHOLION.

Mathematica philosophatio altera circa præcedentem primam propositionem.

NOs ab absurdo geometrico demonstrauimus paradoxum primæ propositionis. P. Christophorus Griembergerus in censurà meorum Apiariorum philosophatur geometricè etiam in sequentem modum. Mihi videtur ratio petenda ex angulo, quem clauis facit cum lineà directionis, ideſt cum perpendiculo educto ex fulcro, cui alterà extremitate clauis innititur. Supponendo grauia libera descendere ratione centri suę grauitatis per lineam directionis, & tunc solum quiescere quando locus fulcri, & centrum grauitatis existunt in eádem lineà directionis.



Ponamus centrum grauitatis totius aggregati ex claue AH, & pondere adiecto esse pũctum K, & angulum AHK esse acutum, iunctamq; esse AK. Angulus igitur HAK poterit esse rectus, obtusus, & acutus. Sit primò rectus, & extremitas clauis A nitatur fulcro A in horizontali MAM, & centrum grauitatis K intelligatur in perpendiculo AL. Clauis ergo HA in hoc casu posita erit horizõtaliter propter rectum MAK; & quia centrum grauitatis totius, nempe K, est in linea directionis AL, & fulcrum A est in eádem, propter impedimentum A, neq; clauis poterit descendere, neq; aggregatum AHK, sed cõquiescet in hoc situ determinato à rectà AK. Idem, & quidem à fortiori, dicendum est de secundo casu, quando angulus HAK est obtusus, tunc enim clauis HA rectius nitetur fulcro, & in eodem hoc casu clauis AH eleuatur supra horizontem AM. Et licet etiam in tertio casu quando angulus HAK est acutus, qualis h AK, clauis vná cum pendere possit subinde non decidere, quia tamen clauis h A tunc nititur obliquè fulcro A, facilius inde auelletur, & consequenter, sublato impedim. liberius decidet.

Atq; ita ex dictis patet quibus in casibus propositum paradoxum experientiæ respondeat, in quibus non. & simul patet quare angulus vnci AHK debeat esse acutus. si enim rectus esset, vel obtusus, angulus HAK non posset non esse acutus, qui hic non seruit, præsertim quando sensibiliter differt à recto. *Hæc Griembergerus.*

PROPOSITIO II.

In definitione centri grauitatis ex Pappo, paradoxa indicare ad vsum sequentium propositionum.

PAradoxis aliquibus circa motum, & quietem grauium iuxta nostram sententiam explicãdis initium dabit Pappi definitio, quam habet in fine proemij in librum octauum collect. Math. éaq; est etiam ipsa paradoxica de centro grauitatis in hæc verba: *Dicimus autem centrum grauitatis vnuscuiusq; corporis esse punctum quoddam intra positum, à quo si graue dependens mente concipiatur, dum fertur quiescit, & seruat, eam quam in principio habebat, positionem, neq; in ipsa latione circumuertetur.*

Definitio cẽtri grauitatis.

Idem Pappus eodem l. in fine primi Problematis addit: *omnia enim, quæ per ipsum* (scilicet centrum grauitatis) *ducuntur planà in partes æquiponderantes corpus diuidunt, neq; vlla conuersionis causa admitti potest, cùm iuxta omnẽ positionẽ partes ipsius æquiponderãtes ex vtraq; parte centri constituantur.* In quibus verbis Pappi —

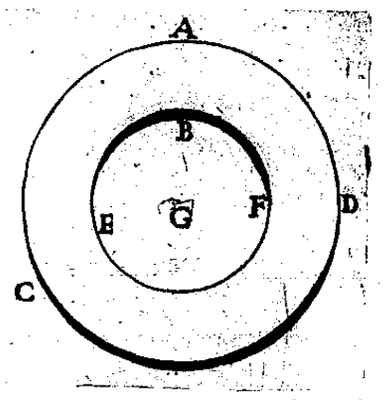
Graue dũ fertur quiescit.

— I. Paradoxum est, graue dum fertur quiescere. Sed rectè intellectum soluit eximias, & paradoxicas aliquas difficultates circa motiones grauium præsertim, appositis verbis ijs extremis, quæ ex primo problemate eiusdem Pappi citauimus.

II. Dum centrũ grauitatis ait esse positũ intra corpus graue, caue intelligas tantũ intra molem, ac quantitatem ipsius corporis grauitantis; sed etiã intellige (& hoc paradoxũ est) extra ipsum quidẽ corpus, intra tamen saltem figuram ipsius corporis, iuxta octauum postulatum, siue axioma Archimedis de æquiponderibus. Ac quis credat centrum grauitatis esse extra ipsum corpus grauitans? Nihil tamen mirum est, si rectè percipias naturam centri grauitatis. Cum enim punctum id sit, quod, iuxta centri definitionem, medium est inter æquiponderantia omnium vndiq; grauitantium partium & aliqua grauia sint curuarum, aut aliarum figurarum intus excauatarũ, vt circuli ACD habentis suam superficiem

Cẽtrum grauitatis extra corpus graue.

Altera definitio cẽtri grauitatis.



ficiem partim intra peripherias ADC, BEF conprehensam, partim non habentis superficiē, sed excauati, & vacui vbi est area BEF. profecto nullum aliud punctum, ac nusquam alibi potest reperiri, à quo,& circa quod æqualiter ponderēt partes omnes intra vtramq; peripheriam conclusæ, nisi punctū G, quod in vacuo BEF, est figuræ vel medium, vel circa medium, & extra ipsas partes grauitantes est.

III. Deniq; ex postremis Pappi verbis intelligere licet partium grauitātium nisum omnem, ac grauitātiam conniti in vnum id cētrum grauitatis, & graue cum vel libere defertur, vel cum quiescit, quoniam non potest omnes simul partes collocare in perpendiculari ad centrum mundi tendente, nequè secundùm omnes simul partes conquiescere in puncto centri vniuersi (si quidem illuc liber pateat aditus) ideo dum defertur, vel quiescit graue quodlibet, ne vlla quodammodo fiat vlli partium grauitantium iniuria, defertur, vel quiescit centro grauitatis in linea directionis, vel in centro mundi collocato; sic enim æqualiter quod ad nisum, & grauitatem omnes partes appropiant breuissimæ ad mundi centrum lineæ, vel ipsi mundi centro.

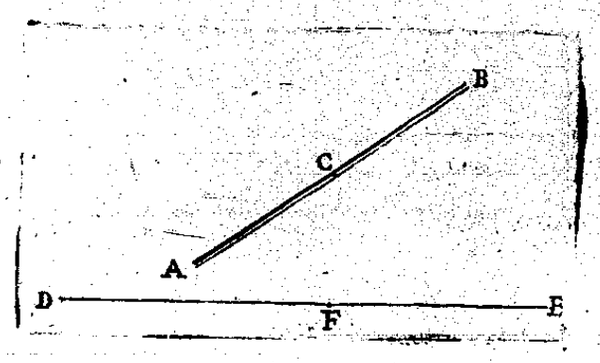
At quis credat (cum mundi centrum à terra occupetur) fieri tamen posse (saltem ex parte rei non repugnare) vt graue aliquod existat, cuius centrum grauitatis sit in mundi centro licet à terra occupato? Ita vt verè liceat pronuntiare grauitatis centra numero infinita posse simul esse in mundi centro à terra occupato, quemadmodū plurimi spiritus immunes à corpore simul esse possunt in eōdem loco, licet arctissimo. Paradoxi huius veritatem paullo post videbis in propositione quinta.

Grauitatis centra numero infinita possunt simul esse in mundi centro à terra occupato

PROPOSITIO III.

Hasta obliquè ad mundi centrum delata obliquè etiam inibi conquiescet.

HIsce præmissis, ac suppositis, soluitur quæstio, quam quasi insolubilem aliqui proposuerunt, nec quidquam certi de ea pronuntiarunt circa descensum ferreæ hastæ obliquæ.



Sit enim hasta ferrea obliqua AB, cuius cētrum grauitatis C, & horizon astronomicus DE per mundi centrum F transiens, quærunt aliqui, demissa oblique hasta AB, cúm ea peruenerit ad horizontem astronomicum quid actura sit? an conuersura se ita, vt extrema A, & B collocet horizonti parallela? Nos respondemus futurum vt hasta AB, & in eodem obliquo situ descensura sit, & collocatura centrum grauitatis C in centro mundi F sine vlla extremorum conuersione, aut collocatione ad paralleliſmum cum horizonte DE. Cum enim is horizon imaginarius sit, nec planum quodpiam sit reale, in quod offensura sit hasta AB ita, vt cogatur se depronare, & collocare iuxta situm ipsius DE (vt scilicet C collocet in F) propterea, quēadmodum in situ obliquo AB immota defertur, sic A infra D per tenuem aēra descēdet, & B supra E extabit, C verò, & F congruent. Ratio nostræ huiusce sententiæ nititur definitione Pappi, quam attulimus de centro grauitatis. Nam si C est centrum grauitatis, ergo in latione deorsùm ipsius AB, erit C in linea directionis, nec partes AB circonuertentur, quia, vt inquit Pappus, nulla est ratio, aut necessitas eius circumuersionis, cum omnes partes (in quocumq; situ sint siue obliquo, siue perpendiculari, siue paralleló horizonti) semper æquiponderent ad C, & C sit in breuissima ad centrum linea. éademq; ratio concludit de collocatione centri C in F, sine vlla conuersione, aut motione extremorum A, & B. Siue enim obliquæ, siue in alio situ sint, æquiponderant circa centrum Mundi F. Quid ergo est necesse vt se moueant? Vide tamen ad maiorem dictorum euidentiam ea, quæ mox sequuntur.

Ratio tertiæ propositionis ex Pappo

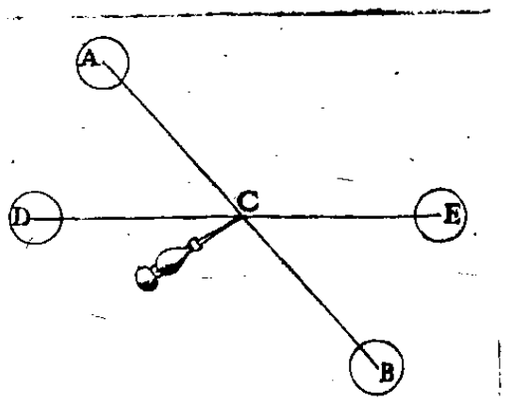


PRO-

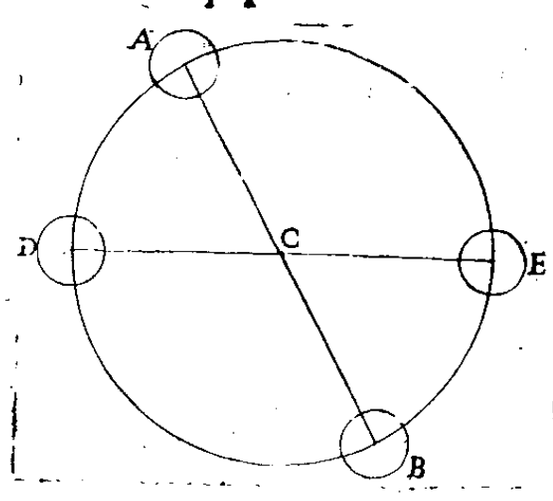
PROPOSITIO IV.

Libra obliqua in centro grauitatis ſuſpenſa, perſtat obliqua.

EX definitione Pappi à nobis explicata confirmatur ſententia cenſentium libram ſuſpenſam in centro grauitatis ſitum eum non mutare (quod ad brachia, & extrema pertinet) quem accipit cum ſuſpenditur. Quod enim de obliquæ haſtæ latione, ac motu dictum eſt, id etiam de ſuſpenſione, ac quiete libræ in centro



grauitatis ſuſtentatæ dicendum eſt. Velut AB libra ex æqualibus ponderibus A, & B, & æqualibus diſtantijs AC, CB conſtans, quæ ſuſtentata in centro grauitatis C, perſtat in eodem obliquo ſitu, in quo erat; & rurſus ſi iaceat horizonti parallela, vt in DE, ſic arrepta, & ſuſtentata ex centro grauitatis C, perſtat vt erat parallela horizonti. Ac de parallela quidem nil mirum videtur, de oliqua vero videtur à ratione alienum libram non demittere A in D, &c. Nam cum A, & B ſint ex ſuppoſitione æquiponderantia, non videtur æquum vt alterum, verbi gratia A, longius à centro mundi diſtet, quam B, ſed ob æquipondium videntur naturæ motu collocanda ea duo extrema in æquali diſtãtia à mundi centro, nempè in paralleliſmo cum horizonte, ita vt A in D deſcendat, B in E aſcendat. Nihilominus noſtra poſitio veritatem ſuam tuetur ob eam rationem, quæ in Pappi verbis latet, & patet ex hypotheſi, quam præmiſimus, nempe AC, BC æquiponderantia eſſe.



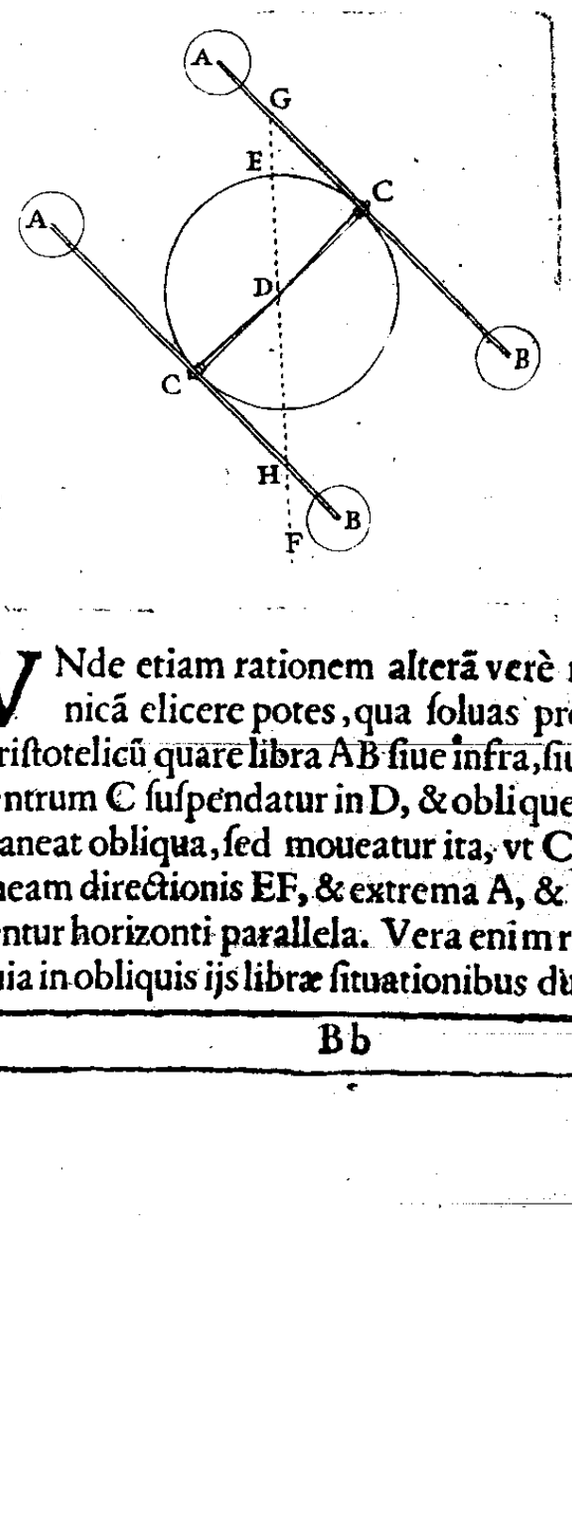
Acutè enim Pappus in 2 noſtra ſuperius poſita ꝓpoſitione citatus, & explicatus quærit quæ conuerſionis cauſa ſit? cũ A, & B æquipõderent. Quoniam .n. B non inclinat per ſe ad E ſurſum, ſed deorſum, grauitat ad mundi centrum, ſi ergo A deſcendat in D, erit id ex eo quod grauitas A vincat grauitatem B, & dum A deſcendet in D, vi quadam cogatur B ſurſum in E. At hoc implicat in ipſa ſuppoſitione; non enim eſſent A, & B æquiponderantia in C, & ad C, ſed A, vel AC eſſet grauius quam B, vel B C. Rationi adde experientiam, quam nos ſæpè auditorum noſtrorum oculis ipſis ſubiecimus. Quid ergo pluribus, atq; inanibus ratiocinijs opus ſit? Ac notandum valde inter ſe diuerſa eſſe æquiponderare, & æquidiſtare à mundi centro. Æquiponderantia enim ſpectatur in æquali vndiq; conniſu partiũ grauitantium ad punctum, quod grauitatis centrũ eſt corporis grauis, poteſtq; ea æquipõderatio fieri etiam ſi grauis corporis extrema non æquidiſtent à mundi centro, quoniam, ſiue æquidiſtent, ſiue non æquidiſtent à mundi centro partes corporis grauitantis, æqualiter tamen ſemper ponderant ad centrum grauitatis, &c.

Nota vim rationis.

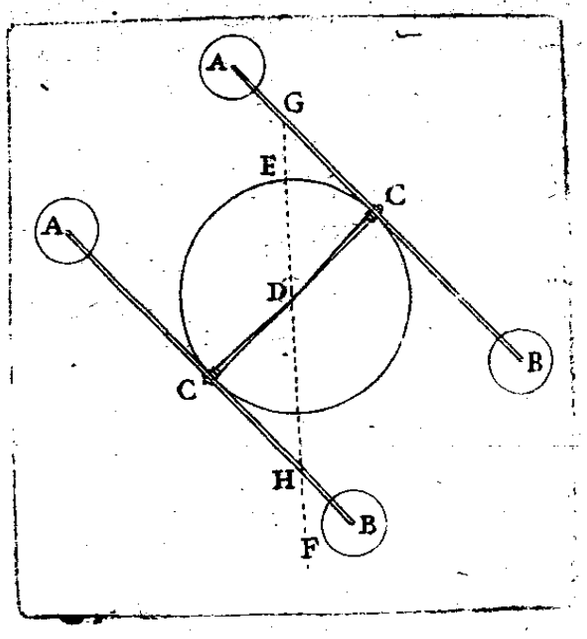
Differunt Æquiponderare, & æquidiſtare à mundi centro.

COROLLARIVM.

In quo Mechanici apud Ariſtotelem problematis de libra ſolutio altera, præter quæ in Coroll. prop. 1. huius.



VNde etiam rationem alterã verè mechanicã elicere potes, qua ſoluas problema Ariſtotelicũ quare libra AB ſiue infra, ſiue ſupra centrum C ſuſpendatur in D, & obliquetur, non maneat obliqua, ſed moueatur ita, vt C eat in lineam directionis EF, & extrema A, & collocentur horizonti parallela. Vera enim ratio eſt, quia in obliquis ijs libræ ſituationibus dùm libra



in D non ex cẽtro grauitatis libere ſuſpenditur, non ſunt extrema æquipõderantia in lineà directionis. Nam ad alterum eorũ extremorum grauium accedit cum ſparto etiam pars aliqua brachij libratis ſpectantis ad alterum oppoſitum extremum. ſic vides extra lineam directionis in obliquatione libræ ſuperioris eſſe non ſolum CB, quod æquiponderat ipſi AC, ſed etiam ſpartum DC, & partem CG brachij ex C verſus A; in inferiori verò, præter AC, eſt etiam extra lineam directionis pars CH vnà cum ſparto. Ac quis non videat AG non æquiponaderare ipſis GB,CD,nec AH,CD ipſi HE? Ratio igitur in libra motionis extremorum ex obliquo ſitu eſt inæquiponderãtia, ſicut ratio immobilitatis in obliquo ſitu eſt æquiponderantia, iuxta exceptiones prædictas, & iuxta notata nu. 3 in fine 2 propoſit. anteced.

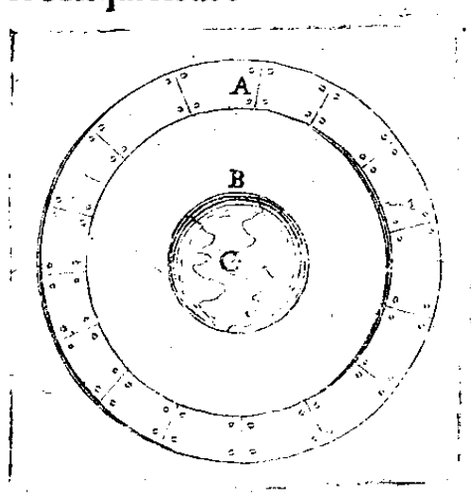
PROPOSITIO V.

Paradoxi ab alijs propoſiti de ponte circa terram in aëre ſuſpenſo veram rationem aſsignare, & alia paradoxa prodere.

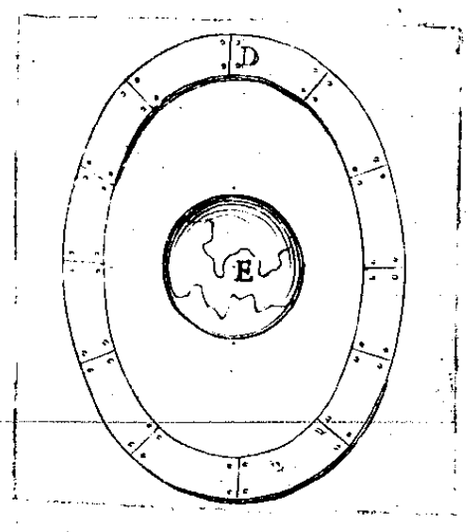
EX conditionibus cẽtri grauitatis iuxta prædicta explicatis vera ratio redditur cur ſi pons circa terram conſtrueretur centro mundi concentricus, ſublatis fulcris, in aere conſiſteret vndiq; pendulus, nec vllã in partem ad terram accederet. Non enim id fieret ex eo, quòd cùm in circulari eo ponte omnes eius pontis partes degrauitantes à mundi centro æquidiſtent, non eſt maior ratio cur ex vna potius parte, quam ex alia deorſum feratur, & ad terram accedat. Nam, quid ſi loco circuli fiat in aëre circa terram ellipſis? Quid ſi figura parabolica vniuerſam terrai ſphæram ſinu ſuo, & quaſi gemmis vlnis complectatur? An non in hiſce figuris propter inæqualem partium diſtantiam a centro mundi, erit ratio cur in terras ex aliqua ſui parte concidant?

Nihilominus affirmo futurũ vt ellipſis etiam illa ingens, aut parabola, aut quælibet alia incuruata linea, quæ in aëre terrã ambiret, pendula in aëre circa terram conſiſteret, ac quod ad ellipſim quidem attinet, ſi ea ex circulo quaſi accilo, ſiue ex oppoſitis partibus compreſſo fieret, ea immota perſtaret omnino, vt perſtabat circulus, ex quo ellipſis efficeretur. Ratio igitur vera prædictorum eſt ex cẽtro grauitatis earum figurarum, quod centrum cùm in mundi centro iam eſſet, non eſſet ratio cur circulus, vel ellipſis ad vllam terræ partem mouerentur. Centrum enim grauitatis eius circuli terram abientis, ac centro mundi concentrici cùm ſit (iuxta explicata de centro grauitatis) intra ipſam circularem figuram, circa quod punctum partes omnes circuli æquiponderant, & cum graue quodlibet ideò moueatur, vt centrum grauitatis in mundi centro collocet, quo ibi collocato, quieſcit; ideo ingens ille circulus circa terram centro mundi concentricus haberet iam centrum ſuæ grauitatis in mundi centro collocatum. Quid ni ergo conſiſtat, & conquieſcat?

Põtis circularis circa terrã, & alterius cuiuſue figuræ non æquidiſtantis à terræ centrum gravitatis quia ibi eſt in mundi centro, ideo pontes illi, ac figuræ perſtãt immobiles in aere ſuſpẽſæ.

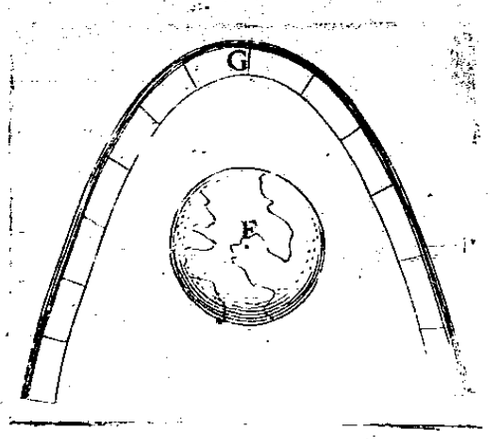


Sic in prima figura circularis pontis A circa terram B centrum grauitatis eſt in centro mundi C.



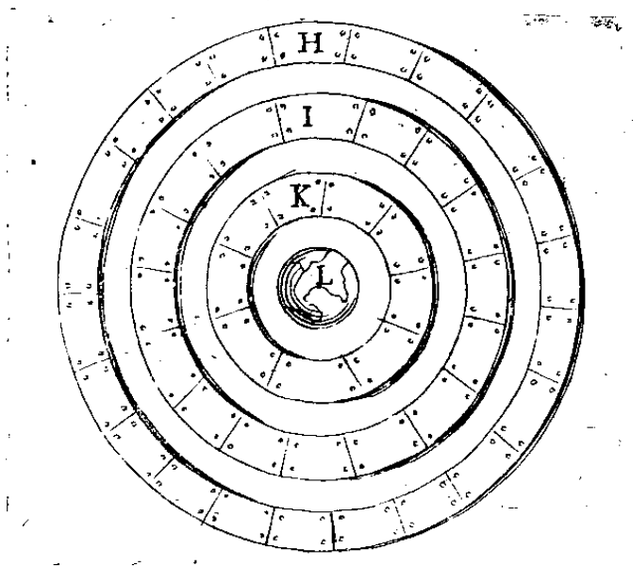
Sic in ſecunda figura elliptici pontis D centrum grauitatis eſt in medio terræ vbi E.

Sic in tertia figura paraboles ingentis G centrum



trum grauitatis erit in F. Quare iuxta dicta in definitione centri grauitatis, si infiniti fierent circuli maiores, ac maiores circa terram omnes mundi centro concentrici, omnium eorum circulorum infinita centra grauitatis simul essent in mundi centro, hoc est æquiponderarent ad, & circa mundi centrum partes omnium eorum cencentricorum circulorum. Sic, vt vides in

Infinita centra grauitatis simul in centro mundi.



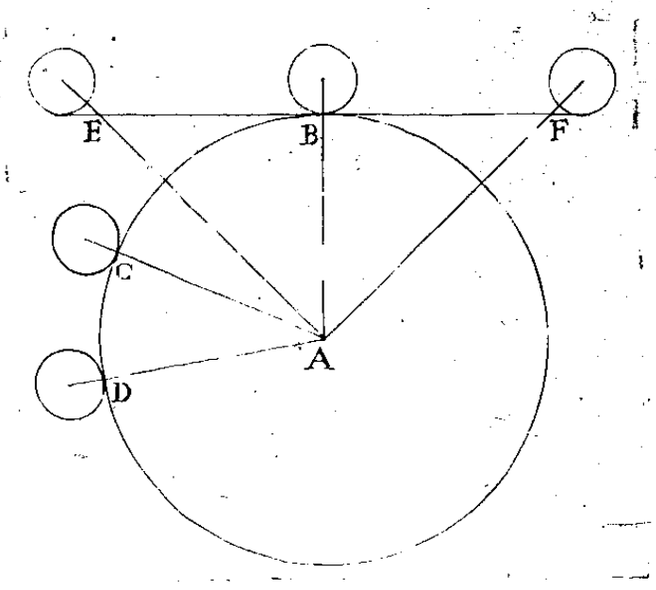
quarta figurà, pontium circularium H, I, K, atq; aliorum plurium terræ concentricorum centra omnia grauitatis sunt in communi pũcto L, quod est centrum grauitatis terræ, ac mundi.

PROPOSITIO VI.

De Sphæra motu, & quiete paradoxum demonstrare.

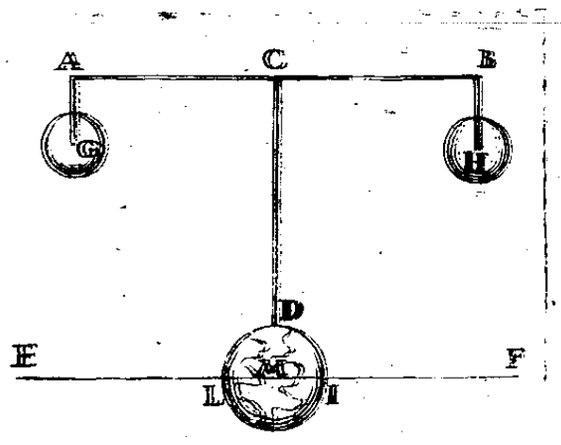
SPhæra posita in conuexo sphæræ (quæ sit mundi centro concentrica) vbiq; atq; in omni puncto consistet, in plano verò tantum in vno puncto conquiescet. Sanè videtur contrarium omnino censendum, nempe in plano, in quo nullum est periculum sphæræ decisuræ, debere eam vbiq; consistere, in circulari verò, & conuexà figurà vbiq; ad casum efficiendum aptissimà nusquam sphæram posse persistere. Nihilominus, mi Lector, perstabit sphæra in conuexo, quia vbicumq; ponatur, centrum suæ grauitatis collocatum habet in breuissima ad mundi centrum linea, hoc est in linea directionis. Nam posito mundi centro A, & sphæra BCD illi concentrica, sphærula siue in B, siue in C, siue in D semper est in semidiametro circuli BCD. Sunt autem omnes eiusdem circuli semidiametri breuissimæ à centro ad peripheriam lineæ, atq; inter se se æquales. At in plano EF ipsa quidem BA perpendicularis est, ac breuissima à centro ad punctum, vbi circulus à plano tangitur, sed aliæ quælibet rectæ à centro A ad partes quaslibet alias plani EF productę vt, AE, AF semper lõgiores sunt quã ipsa AB, per decimam octauam pr. semper enim quælibet ex A ad planum EF producta, præter ipsam AB, opponetur angulo recto EBA, hoc est maximo trium angulorum in triangulo EAB, ac proinde EA excedet ipsam AB. Quod etiam aliter patet, quia cum planum tangens sit tantum in B, extra quod punctum idem planum E B cadit extra peripheriam CB, ergo quælibet ducta ab A ad plani partes extra B producetur extra peripheriam, ac longior erit semidiametro AB.

Sphæra in quo libet puncto conuexi sphęræ mũdi centro concentricæ quiescet, in plano tãtum in vno puncto.

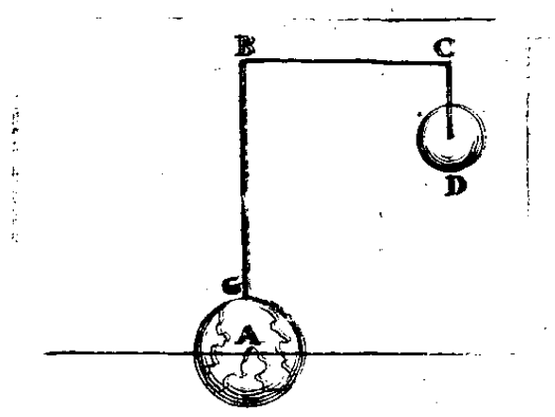


PROPOSITIO VII.

Libra ſiue integra, ſiue dimidiata motus nec perpetuus, nec vllus eſſe poteſt circa mundi centrum.



HÆſére qui motum perpetuum rei grauis circa mundi centrum finxerunt. Sit enim libra AB, cuius ſpartum CD fingatur habere alterum extremũ in D immobile; ſit verò globulus DIL volubilis circa mundi cẽtrum M, & circa axem EF tranſeuntem per cẽtrum mundi M. Quoniam ſupponitur libra in ponderibus G, H æquiponderare, ideo conſiſtet, cùm non ſit ratio cur in alteram potius, quam in alteram partem moueatur, vt ex Pappo in 2, & 4 huius noſtri progymnaſ. primi propoſition. patet. Vide etiam poſt hæc paullò inferius. Iam abſcindatur libræ



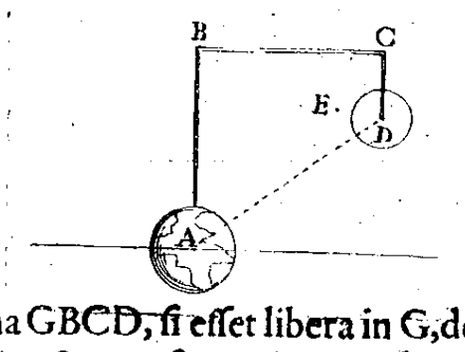
dimidium alterum, velut AC, relinquaturque (vt in 2 hîc poſita figurâ) gnomon GBC. dico libram etiam ſic dimidiatam (hoc eſt gnomonem GBC) permanſuram in eodem ſitu immobilem, in quo erat libra anteà totalis. Et quamuis pondus D videatur degrauare in partem alteram, & gnomonem detrahere, itemq; ſpartum BG (fixum in G) quamuis ſit volubile circa A centrum mundi, ita vt ex hiſce machina GCD prona, & aptiſſima exiſtimetur ad motum etiam perpetuum, cùm in quolibet ſitu circa centrũ A ſemper futuræ ſint prædictæ cauſæ ad motum impellentes; tamen affirmo motum non modo non perpetuum, ſed nullum omnino eius gnomonis futurum.

Ratio noſtræ poſitionis eſt, quia machinæ grauis ex GBCD conflatæ centrum grauitatis (quocumq; ſitu ea mãchina ponatur circa centrum A) ſemper eſt in æquali linea directionis, nec quidquam in vllo ſitu acquirit maioris acceſsûs ad centrum A. Quemadmodum propter eamdem hanc rationem, (non ſolum propter æquiponderantiam, vt dictum eſt) libra AB, in altera priore hìc figura, non moueretur circa vniuerſi centrum M. Cum enim grauia ideò moueantur, vt maiorem acquirant acceſſum ad centrum vniuerſi, & in eo, ſi poſſint, centrum ſuæ grauitatis collocent; ſin autem ita impediantur, vt acceſſum ad mundi centrum motu ſuo acquirere non poſſint, ceſſante aut impedita ratione motus, ceſſat etiam in ijs, & impeditur motus, & tunc ſatis eſt grauibus collocare centrum ſuæ grauitatis in linea directionis, ideſt in breuiſſimà ad mundi centrum, atq; ibi quam maximè poſſunt propè centrum conquieſcere.

Grauia ideo mouentur, vt acceſſum acquirãt ad cẽtrum vniuerſi.

Quod autem gnomon GBC in quolibet ſitu circa A ſemper ſit in eadem diſtantia, patet ex ſuppoſitione materiæ inflexibilis, ceu ferri, vel chalybis, ex qua conflata finguntur brachia, ſeu partes GB, BC, CD.

Eſſe etiam in quolibet ſitu circa A centrum grauitatis machinæ GBCD in linea directionis non eſt ratio dubitandi. Nam ſi qua ſit, ea fortaſſe ſit, quia detracto altero brachio ex libra, centrum grauitatis, quod erat in ſparto, ſiue in gnomonis parte GB, & ſimul etiam erat in linea directionis, quæ congruebat cum ipſa GB, centrum, inquam, id grauitatis mutatum eſt loco, nec amplius eſt in GB, ſed in ponderoſo D, ex quo ad mundi centrum A æqualiter ponderant partes totius machinæ GBCD. At nihil id obſtat. Nam quemadmodum motum eſt loco centrum grauitatis, ita mutata eſt etiam linea directionis; eaq; eſt breuiſſima, per quam machi-



na GBCD, ſi eſſet libera in G, deſcenderet, qualis eſt in 3 figura linea ipſa DA, in quam inclinat, & per quam deponderat centrum grauitatis in D latens.

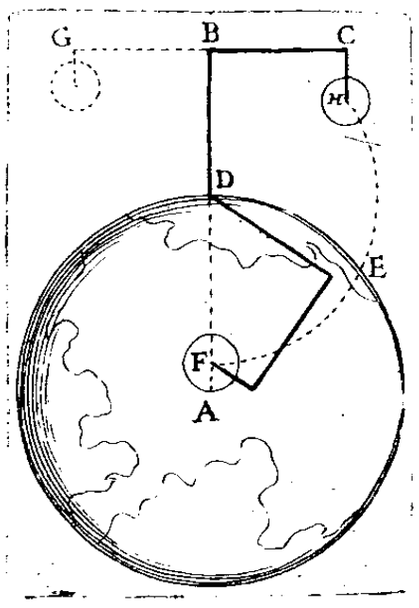
Facto enim centro A, interuallo AD, ſi circulum ducas, erunt eiuſdem circuli æquales ſemidiametri omnes circumeductæ ex A, æquales in quam & inter ſe, & vni eidemq; ipſi AD. Qua-

re,

re etiam gnomon ABCD habet ſemper cẽtrum ſuæ grauitatis in linea directionis, quemadmodũ habebat & libra, ex qua decurtatà factus eſt gnomon. Quod ſi angulus C eſſet flexibilis, ac mobilis, ſolùm ipſum graue D iret, exempli gratia, in E, & inde gnomon totus centro grauitatis deponderans, tamen conſiſteret, quia ſi circum A rotaretur, nuſquam breuiorem, quam ex E acquireret lineam ad A tendentem, quemadmodum, inflexibili exiſtente C, ipſum D nuſquam breuiorem acquirit ipsà DA.

PROPOSITIO VIII.

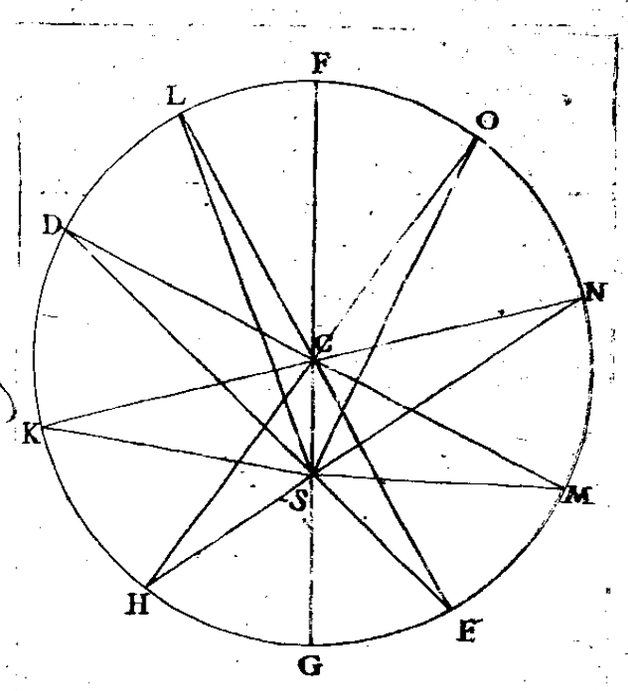
Propoſitionem ſeptimam antecedentem, indicatà, & ſolutà fallacià, cofirmare.



AT enim, poſito mundi centro A, & gnomone ADBC decurtato in D; vel collocato gnomone DBC in terræ ſuperficie, aut etiam libra GC truncatà in B, patet experimentis quotidianis gnomonem DBC caſurum, & cadere verſus E, & ſi in D liberè ſuſpendatur, deſcripturum arcum HEF. Quidni ergo, ſi centrum mundi eſſet D, idem gnomon DBC circulum perpetuum deſcriberet perpetua circũlatione circa D? Reſpondeo. In hoc poſita eſt huiuſce quæſtionis fallacia, quod argumẽtantur aliqui ex ijs quæ accidũt grauibus corporibus in terræ ſuperficie, vel in aẽre ſuſpenſis, ad ea quæ acciderent ijſdẽ grauibus circa mundi centrum collocatis. Suſpenſa enim ea grauia extra mundi centrum, vt gnomon DBC ſuſtentatum, vel ſuſpenſum in D, mouetur ex H in E, & in F, quia in ijs pũctis acquirit maiorem acceſſum ad centrum mundi A, quàm habeat in H. At vero ſuſpenſus idem gnomon in A mundi centro non acquirit maiorem acceſſum ad A propter rationes in antecedenti 7 propoſitione allatas. Quare diſpar lõge ratio eſt grauium in aẽre ſuſpenſorum, vel in terræ ſuperficie adſtantium, à grauibus circa mundi centrum ſuſpenſis; ac propterea non valet éadem vtrobiquè argumentatio.

Fallax argumentatio ab ijs, quæ accidũt circa grauia ſuſpenſa, & circa terrã ad ea quæ accidunt circa centrũ terræ.

Vide, Lector, pro noſtra ſententia etiam Guidubaldum de libra circa dimidium diſputationis prolixæ ad quartam propoſitionẽ, ex quo figuram hic appono, & verba.



Si deniq; centrum C eſſet in centro mundi pondus vbicumq; cõſtitutum manere manifeſtum eſt, vt poſito pondere in D, lineaCD totum ſuſtinebit pondus, cum ipſius ponderis in D horizonti ſit perpendicularis. Pondus ergo manebit. Figura eſt iuxta alias antecedentes apud Guidubaldum, in quibus circulum FKMO fecit varié eccẽtricum mundi centro, vt hìc etiam fingere potes centrum mundi eſſe in S. Graue varié diſpoſitum per circumferentiam deponderat, vel ſuſtinetur varié ab S per lineas LS, DS, &c. per SH, SE, SM, &c. at facto circulo FKMO concentrico cum terræ ſphærà, & conſtituto communi centro C, graue circa C mundi centrum conſiſtet in quolibet ſitu per circunferentiam diſpoſitum, quia in quolibet eo ſitu ponderat per perpendicularem ad C. non ſic ad S, &c. Vide noſtram antecedentem ſextam propoſitionem.

Quæ propter omnia motus grauium perpetuus circa mundi centrum dari non poteſt, ſaltem per modum hactenus poſitum, licet ingenioſiſſimum.

PROPOSITIO IX.

Terræ motus perpetuus.

QVod vero Ars non assequitur in grauibus partialibus Natura perpetuo exercet in totali è terris, atq; ex aquis conflato immẽso globo. Nam terra in perpetuo quodam motu est trepidationis,& in perpetuá centri grauitatis, ac variá mutatione, variáq; ad centrum mundi collocatione. Ratio est, quam noster Villalpandus de centro grauitatis propositione 2 innuit ijs verbis,ac pluribus alijs explicat: *Cui iuscumq; solidi centrum grauitatis suo loco in figura dimoueri potest, cum aliquid additur, vel minuitur, vel cum partes aliarattone constituuntur.* Ac deduci potest ex tertia petitione libri primi Archimedis de æquiponderantibus, aut etiam ex propopositione secunda eiusdem libri. Cúm enim terrarum globus continua patiatur incrementa, vel decrementa in varijs sui ambitús partibus extimis propter generationes, ac corruptiones rerum varias, propter euaporationes, propter moles ædificiorum alibi erectas, alibi ablatas, propter decrescentiam collium à perpetuis alluuionibus torrentium, ac pluuiarum terram è montibus, & collibus in planá deferentium, in primis vero propter fluxus, & refluxus varios Occeani, in quibus moles aquarum immensi ponderis recedunt ab vna parte,& in aliam accedunt; propter ea, & plura alia necesse est centrum grauitatis terreni globi perpetuó mutari,& perpetuó ad mundi centrum accedere, à mundi centro recedere pro varia variati centri grauitatis accessione, & collocatione in mundi centro. Suus ergo non solum cælis, aëri, ac mari, sed etiam terræ motus perpetuus est; at non is, quem Copernicani asserunt, quorum damnata iam opinio est, quæ asserit terram circumlatione moueri ad instar Planetæ. Contra quam, præter cæteros, vide argumenta optima apud nostrum Scheinerum in disquisitionibus Astronomicis, &c. Copiosissimè, ac solidè noster etiã Pineda in Ecclesiasten ad id: *Sol gyrat, &c. terra autem stat*, &c. At motus trepidationis, quem nos híc asserimus nihil quidquam incommodat theologicis assertionibus, aut sacrorum voluminum doctrinæ.

Verum quidem est hunc perpetuæ trepidationis motum in terra esse insensibilem propter immensitatem terrenæ molis. Sed nos hic Mathematica tractamus, quæ certissimà geometricà demonstratione ex antedictis nituntur, quidquid sit de sensibili perceptione, quæ ad physicum pertinet.

Terra in perpetuo motu trepidationis ex perpetua mutatione centri grauitatis.

Motus terræ Copernicanus damnatus.

Neoterici duo scriptoris cõtra motum terræ copernicanum.

COROLLARIVM.

In quo præclarus Virgilij locus mathematicè, ac in rem sacram explicatur.

QVid si Virgilium non raro in suis poematis philosophantem (præsertim in Eclogа de Pollione, in qua Silenum inter syluestres antiquorũ Deos habitum pro sapientissimo inducit canentem complura philosophica) dicamus etiam ad hanc opinionem de terræ trepidatione alluisse? Sanè interpretum nemo singularem hanc, ac dignam Virgilij ingenio sententiam illi attribuit, dum ille canit:

Aspice conuexo nutantem pondere mundum,
Terrasq; tractusq; maris, cælumq; profundum.

Quasi dicat: nato magni Pollionis filio, vniuersi moles dum perpetuo trepidat iuxta math. placita, eo motu videtur quasi gestire (vt inquit Orator: *parietes gestire videntur*) ac præ gaudio nati filij quodammodo exilire. Nutat mundus conuexo pondere, ac terrarum, mariumq; in vnum globum compacta immensa moles mouetur, & trepidat. Cælum etiam profundum, idest altissimum, ipse etiam aer, atq; æther, ipsa athmosphæra terris aquisq; contingua commouentur. Vel alio, modo, ac propius ad rem nostram interpretemur Virgilium, ac dicamus: Nato pusione, qui magnum (vt idem cecinit Virgilius) Iouis est incrementum, magna quædam quasi moles addita est ad eas orbis terræ partes, in quibus Roma est. itaq; terræ globus mouetur, vt mutatum suæ grauitatis centrum in vniuersi centro collocet. Est autem ea terræ motio quidam quasi nutus, & indicatio vniuersis terrestrem globum habitãtibus factam esse magnam accessionem ex ortu magni herois. &c.

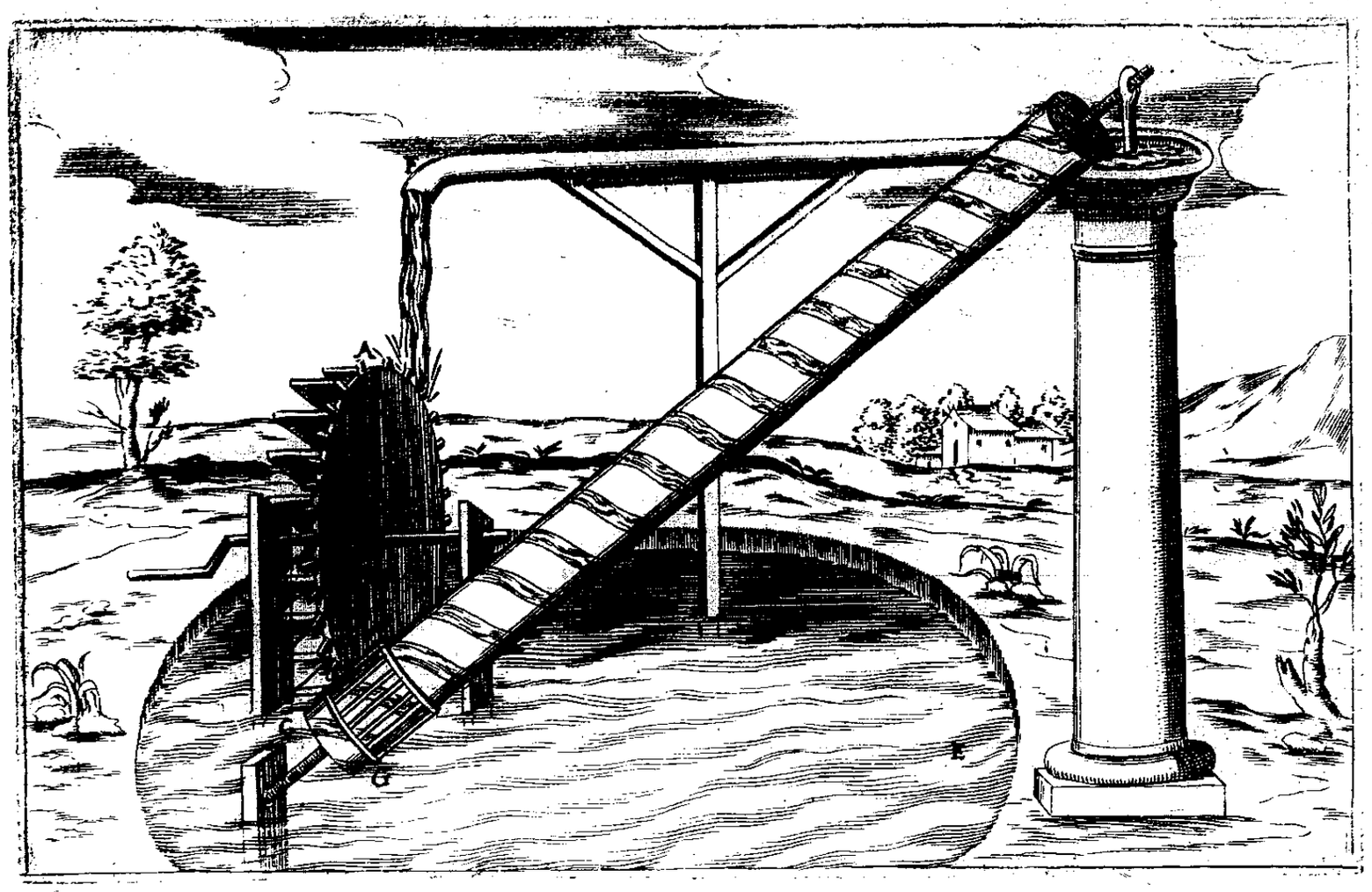
Sed hæc, atq; hisce similia, quæ humana fabricatur adulatio, quanto verius, ac rectius intelligantur de Deo inter homines homine nato? de quo à Sibyllis aliquas prædictiones Virgilius in eam Eclogam transtulit? Atq; hæc de hoc trepidationis motu perpetuo à natura in terris, in aquis, in aëre facto sat sit sic breuiter innuisse.

PROPOSITIO X.

Motum aquæ per machinas perpetuum molitionibus longe facillimis attentare.

MOtus ille grauium circa terræ centrum perpetuus indicatus in 7, & 8 propoſitionibus, etiam ſi fieri poſſet, eſſet tamen inutilis humanæ, ac ciuilis vitæ neceſſitatibus. In hac decima propoſitione motum aquæ perpetuum attentamus per machinas; qui, motus ſi fieret, maximo eſſet vſui, & quæſtuoſa compendia ex eo in vitam humanam redundarent. Vt igitur aliquid circa famoſiſſimam hanc materiam nos etiam ex noſtro ſenſu prodamus, aio (quod attinet ad theoricam quandam conſtructionem ex ingenij geometrici, ac ſcientifici inuentione prodeuntẽ) plures machinas aquaticas conſtrui poſſe, aut ab antiquis ingenioſiſſimè conſtructas facillimo negotio ita poſſe accomodari, vt, fortaſſe, niſi quid obſtet exparte materiæ (à qua Mathematica inuentio abſtrahit, nec culpam ſubit phyſicę imperfectionis) machinæ illę ſemper eádem aquę quantitate in orbem aſcendente, ac deſcendente, perpetuo quodam motu agitentur.

Exem-



Exemplum exhibeamus in miriſſima illa machina cochleæ Archimedeæ per lineas ſpirales aquã haurientis, &(vt in ſequenti propoſitione demonſtrabimus) deuectione pondus impoſitum euehentis. Moueatur rota ABC, & cochleæ GD pes G è ſubiecto lacu GE aquam attollat per ſpiralem, ac volutam circa cilindrum GD. Cum aqua peruenerit ad D, atque effundetur, excipiatur canali, ſeu tubo DF, qui tubus verſus rotam ABC deuexus deferat aquam, atq; effundat in rotam, cuius aquę decidentis vis ſupplebit vices potentiæ mouentis rotam: ac dum rota ab aqua mouetur mouetur & cochlea, & cochlea aquam haurit, atq; attollit, aqua ſublata reuertitur, ac refunditur in rotam, é rota excipitur in lacum. Atq; hoc aquæ circulo machina cochleæ, quæ impetum accepit à motrice potentia an non iam per ſe ſolo aquæ circumitu ciebitur, motuq; rotabitur perpetuo dum aqua è lacu non defecerit?

Pari arte, atq; inuẽto machina Cteſibij, cuius fabricam, & ſimulacrũ habes apud Vitruuium, & aliæ aliquæ antiquorum, ſi fiat vt aqua quam attollunt, refundatur in rotam, quæ machinam moueat, an non poterunt motus perpetui exempla præbere? Sed nos exemplum noſtrum exhibuimus in cochlea tum ob alia, tum præcipue ob duo, quæ mox apponam, quibus ſingulariter in hac machina facilior fit conſtructio, & vſus ad motum perpetuum, quám in alia vlla; præterea q; reijci videtur oppoſitiones præcipuæ, quæ obſtare poſſunt molientibus inuenta pro motu aquæ per machinas perpetuo.

Primò enim ſi fingas, atq; opponas requiri maiorem vim motricem in rota, quám ſit aquæ vis, ac quantitas in rotam decidentis, vt cochlea

pondus aquæ posſit attollere, etiam ſi augeatur vis aquæ dum ſublata in machinam deinde innatæ grauitatis niſu, ac pōdere maiori præcipitatu reuoluta in rotam machinæ motricem. Reſpondeo primò ſingulare eſſe in cochlea vt minor vis ad eius motionem proportione requiratur, quàm in alia vlla machina, duas præcipuè ob cauſas. Prima eſt quia euectio illa per ſpiralem circa cylindrum, vel conum, eſt obliqua, & minus violenta, quám ſublatio aquæ perpendiculariter aſcendentis, vel per vim eiectæ, vt in Cteſibiana machina, & in alijs quibuſdam fit. Secunda cauſa facilitatis ad motum in cochleà eſt à modo peculiari, atq; admirando euectionis ponderum per ſpiralem, dùm cochlea obliqua circumuoluitur; ea enim euectio ita fit, vt pondera ipſa ſuam euectionem iuuent. Nam fit quidam motus mixtus ex continenti quodam deſcenſu ſimul, atq; aſcenſu grauium, quæ grauia dum motu proprio deſcenſum affectant, decurrunt ſponte per ſpiralem, atq; ipſa ſpiralis ex circumuolutione cochleæ pondera decurrentia ſenſim, atq; oblique, ac quaſi furtiuè paullatim attollit. plura inferius in ſequenti propoſit. 11 & in ſchol. 1 ad eam propoſitionem dicemus circa miriſs. hunc motum ſpiralem, &c.

Minor vis requiritur ad motum cochleæ, quàm aliarum' machinarum.

Reſpondeo 2, quod ad aquæ quantitatem, ac vim, cóchlea habet etiam hoc eximiū, ac peculiare, vt in ipſa machina (hoc eſt circa cylindrum, vel conum) poſſint multiplicari volutæ, ſiue tubi ſpirales ita, vt non vnica tantum ſit ſpiralis (quod hactenus in vſu fuit circa cylindricas cochleas) ſed ternæ, quaternæ, ac plures ſpirales circumpoſitæ maiorem aquæ copiam pro numero ſpiralium hauriant, & attollant. Qua de re inferius in ſchol. 2 propoſit. ſequentis vndecimæ. Nunc tantúm ad rem indico quemadmodum aquæ copia poſſit augeri, vt æquare, ac ſuperare poſſit vim potentiæ rotam ABC mouentis.

Notandum eſt vniuerſé circa hunc aquæ circulum per aptas machinas ad motū perpetuum, canales, ac tubos machinarum, per quos aqua influet ſic aptandos, & cum omni cautione muniendos, vt nihil aquę interfluētis, aut defluentis poſſit furtim effluere, atq; effundi. Nam ex ea aquæ effuſione imminueretur non ſolum quantitas, ſed & vis aquæ neceſſaria ad machinam mouendam, & ad motum perpetuandum.

Nota cautionem.

Si tamen, vt in noſtra figurà, aqua, poſt defluxum in rotam diffluat in lacum, nihil aquæ peribit, &c. etiam ſi apertè decidant. E'adem enim aquæ quantitas ſemper refunditur in lacum.

Vide ad motum perpetuum adhuc maiora adiumenta propoſ. 14 inferius in hoc progym.



PROPOSITIO XI.

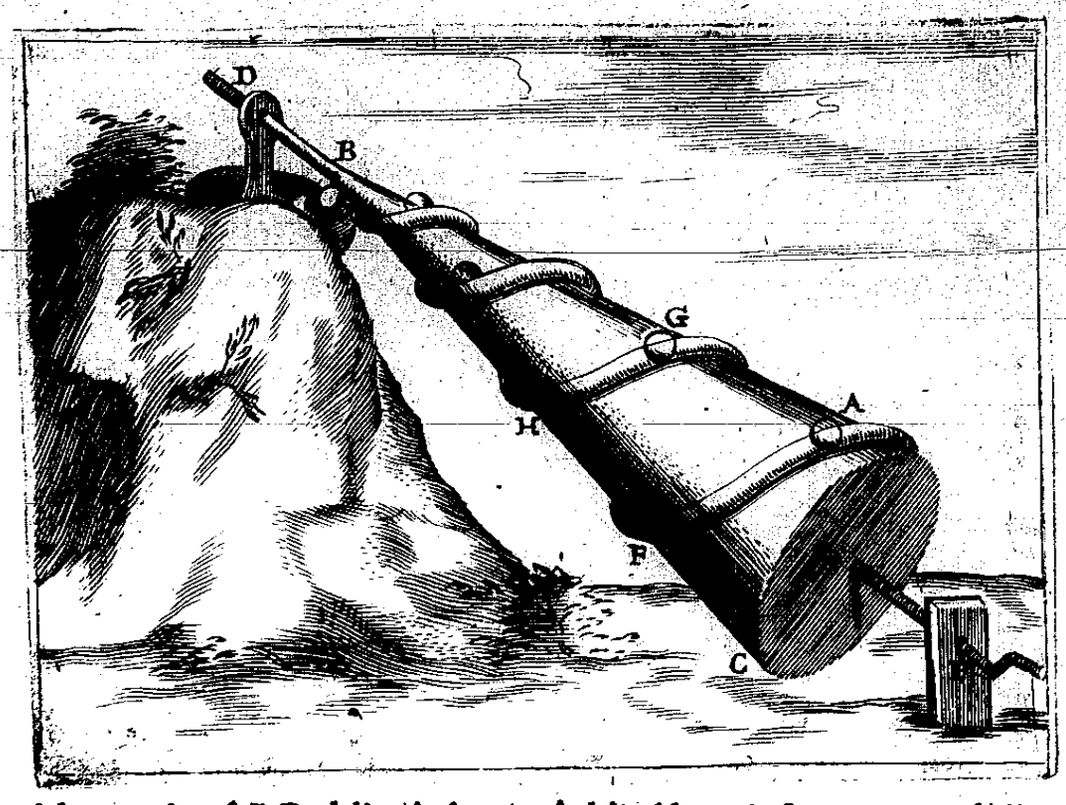
Grauia, quæ dùm deſcendunt attolluntur.

MIra plane proprietas eſt lineæ ſpiralis circa cylindrum ſiue tubi excauati circa machinas cylindricas, quas cochleas appellant. Quas ſi exteriús aſpicias, videas inſtar quoddam ligneæ propoſitæ columnæ, at intus latet arcanū, quod quidem quatenus ad artem mechanicam attinet, quia ſatis iam peruulgatum eſt apud antiquos, & neotericos ſcriptores, præſertim apud Vitruuium ex antiquis; & quia quotidiano vſu vbiq; iam ea machina teritur, ideo in rebus notis nobis non eſt immorandum, nec de eius machinæ cōſtructione, aut vſu quidquam dicendum eſt; ſed tantum indicandum id eſt, quod ad Mathematicum, & ad Geometram pertinet, nempe canaliculos illos, qui intus latent in cylindrica ea machinà, eſſe ſpirales quaſdam lineas, quarum vi efficiatur, vt dum machina circumuoluitur, aqua obliquo quodam deſcenſu ſimul, atq; aſcenſu in altum quaſi furtiuè euehatur. Quam artem, ac ſpiralis lineæ circa cylindricam eam molem aduolutæ miram proprietatem nullus artificum Mechanicorum animāduertit niſi qui mathematicis ſcientijs imbutus ſit.

Lubet autem Parodoxum propoſitum exponere non in cochlea vulgata cylindrica, ſed in noua cochlea conica, cuius Authorem, & vtilitates, atq; alia, quibus conicam ſuperat, inferius in ſcholijs indicabimus. Itaq; vides hic etiam, mi Lector, nos aliquid noui, præter antiquorum inuenta, prodituros.

Porrò dum hoc arcanum Machinariū ſpiralis lineæ Sereniſs. Odoardo Farneſio Parmenſium Duci exponerem quo tempore aliqua de ſcientijs mathematicis ille à me audiebat, vt ipſis oculis pateret motus ille grauium per ſpiralem, qui latet intra vulgatas cochleas, commentus ſum cancellos quoſdam patentes circa coni extimā ſuperficiem ſpiralilinea euolutos, per quos pilæ aliquæ ferreæ, ſiue plumbeæ circumucherentur, dum machina cochleæ conicæ rotatur, eaq; arte appareret quemadmodum pila ipſa, dùm deſcendit, aſcenderet.

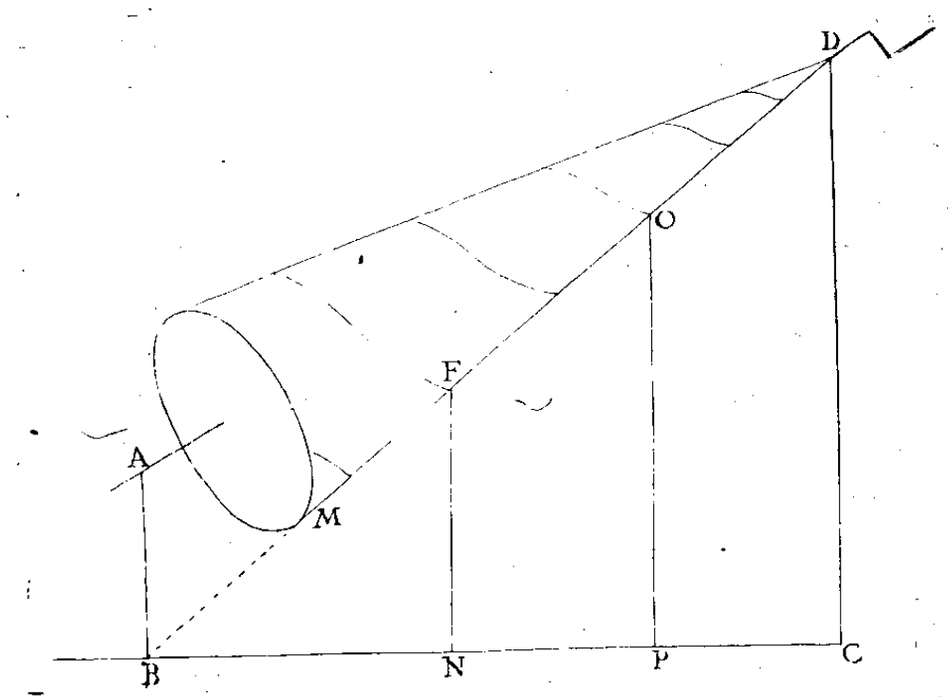
Sit



Sit ergo cochlea conica ABC obliquè ſuprà horizontem eleuata ad eam altitudinem, de qua inferius in ſcholijs. Suffulta ſit in extremis axis vbi E, & D, ac rotari poſſit manu, vel alia vi adhibita vbi E. Imponatur pila in initium cancelli ſpiralis, vbi A, quā ſtatim videbis delabi ſponte ſua in F. Tunc ſuppone ipſi pilæ ad F obicem aliquem, verbi gratia ſtylum aliquem tranſuerſum, tùm cochleā rotatā ex C verſus A, mox pila ſuſtentata ſtylo tranſuerſo in F, delata erit motu cochleæ verſus G, vnde ſi obicem, ſeu tranſuerſum ſtylum detraxeris, rurſus motu ſuo pila delabetur in H, atq; ita per vices interruptas ſi volueris experiri, videbis pilam motu quidem cochleæ ſurſū pelli à latere CB verſus latus AB, ipſam tamen pilam motu proprio ſemper delabi ad latus inferius CB; nihilominus tamen peruenturam ad ſupremas partes B prædicto motu deſcenſionis ſpontaneæ, & eleuationis à machina per ſpiralem ſemiuiolentæ.

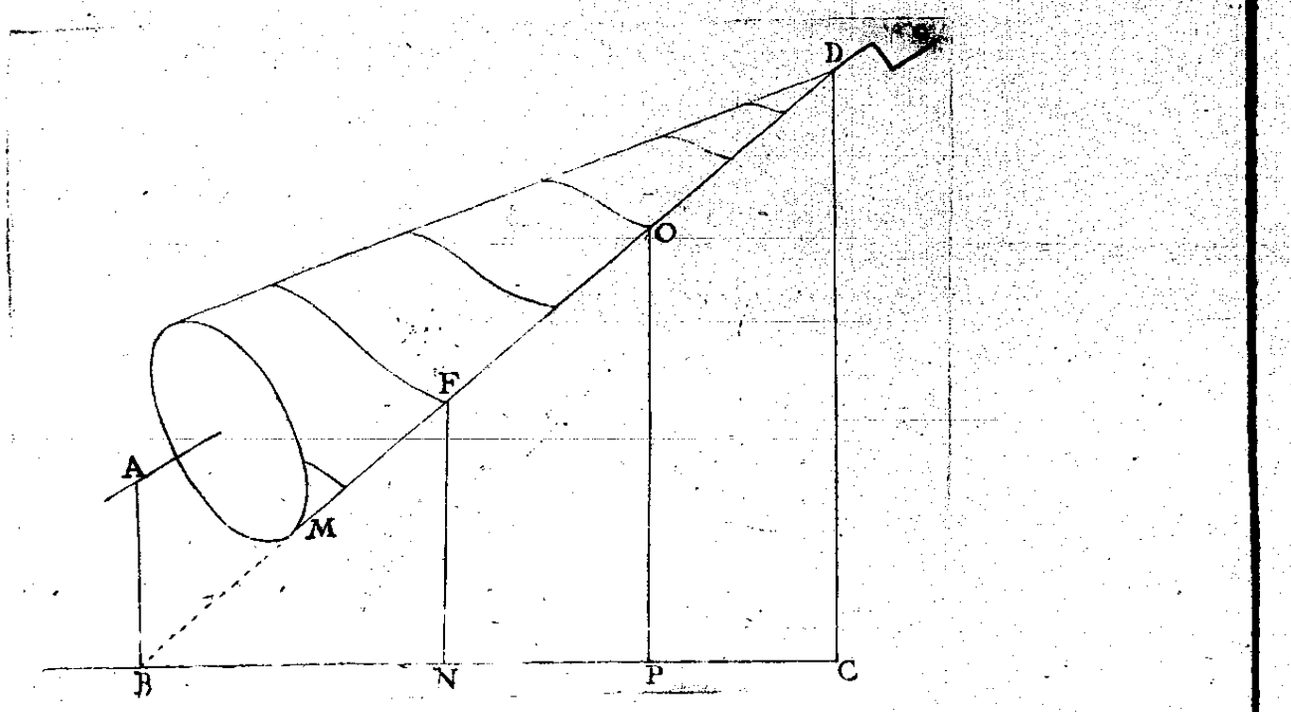
Ac licet vbi phyſicum patet experimentum nulla ſit neceſſitas euidentioris rationis, tamen quia negotium hoc mathemati. é hic tractatur, ideo vt ingenio mathematico ſatisfiat, ſaltem eam propoſitionis partem geometricè demonſtrabimus, quæ iuxta inſtitutum noſtrum plus habet paradoxi, nempe pilam aſcendere in eo naturali deſcenſu. Altera enim propoſitionis pars de pilæ naturali deſcenſu, quæ patet ſenſu, demonſtrationem habet à naturali motu pilæ, quæ ſp̄õte ſua non iret ex A in F, niſi demiſſiores eſſēt partes in F, quā in A, &c.

Sit



Sit ergo figura, in qua machina ABCD ita ſit collocata, vt baſis, ac planum BC ſit horizonti parallelum.

Demittantur perpendiculares FN, OP, & intelligatur latus ipſum DM productum vſq; in B ad planum BC; dico pilam, cum peruenit ad O, tunc eſſe altiorem, quàm cùm erat in F, atq; eodem modo altiorem in D, quam in O, &c. Quoniam enim rectæ FN, OP, DC ſunt per cōſtructionem omnes perpendiculares, hoc eſt faciunt angulos æquales, nempè rectos ad C. P, N, & in triangulis BFN, BOP, BDC angulus ad B eſt



communis, ergo & reliqui CDB, POB, NFB inter ſe ſe erunt æquales; ergo in æquiangulis triangulis vt BC ad CD, ita BP ad PO, & vt BP ad PO, ita BN ad NF, per 4 ſexti; ergo & permutando vt BC ad BP, ita CD ad PO, & vt BP ad BN, ita PO ad NF; ſed BC longior eſt, quam BP, & BP, quam BN (tota nempe ſuis partibus maiora) ergo & CD longior eſt, quam PO, & PO, quam NF. Cum ergo pila delata eſt ex F in O, ex O in D ad altiora puncta aſcendit, quæ puncta ab horizontali plano, atq; adeo à terræ centro per longiores, ac longiores lineas remouentur. Quod erat ſecundo loco demonſtrandum.

Grauia ergo dum per ſpirales lineas in cochleis partim ſuo pondere, partim cochleæ circumuolutione mouentur, deſcendẽdo extolluntur, vt noſtra habet propoſitio. Adde huc paradoxum corollarij tertij propoſitionis 13 huius progymnaſmatis.

SCHOLION I.

Praxes motui grauium liquidorum ſubijciendo oculis.

SEreniſs. eidem Odoardo curaui criſtallinas, ſiue vitreas perſpicuas, & cauas ſpirales fundi circa ligneum cylindrum, vt ipſis oculis pateret etiam mixtus ille motus aquæ deſcendendo aſcendentis. Similem in mondum & P. Griembergerus de ſe ſic affirmat in cenſura à meorum Apiariorum: Ego canalem cochleæ feci tranſparentem, obducendo ipſum lapide ſpecillari, &c.

SCHOLION II.

Ad theoricen admirandi motus grauium per ſpiralem.

QVemadmodum linea ſpiralis, ſiue circa Cylindrum, ſiue circa conum (iuxta ea quæ docet Proclus ad definitiones libri prmi. Euclidis, vbi de varijs linearum formis) non compoſita, ſed mixta eſt è contrarijs; ſic motus pilæ, & grauium per eam lineam eſt mixtus quodãmodo ex contrarijs. eſtq; mirus artis dolus naturam fallentis, dum ſcilicet cochlea quidem ſurſum pilam attollit, pila vero collocata in decliuitate lineæ ſpiralis vi, ac ſponte ſua delabitur obliquè per ſpiralem. Et quamuis verus ille, ac directus ſit pilæ deſcenſus, eſt tamen reſpectiuè, atq; indirectè aſcenſus; nam qualibet puncta lineæ ſpiralis, ad quæ pila delabitur dum cochlea circumuoluitur, ſunt ſucceſsiuè ſemper altiora punctis, per quæ pila deferebatur in motu antecedenti; eaq; ratione fit vt delabendo aſcendat. In alijs machinis pondera attollentibus pondus ipſum non adiuuat machina motionem, ſed tota elatio ponderis prouenit à machina, ac propterea motus ille grauium per alias vſitatas machinas totus eſt violentus, nullam vim (vt aiunt Phyſici) aut adimentum conferente paſſo. At in cochlea ideo pila eleuatur facilius, quia motu ipſa ſuo ſpontaneo deſcendit, conferq; ſuâ delatione ad elationem per cochleam. Sic ars naturam vtiliter fallit, & natura neſciens iuuat artem, &c. Tu plura contemplare circa hoc mathematicum miraculum, mi Lector.

SCHOLION III.

De cochleæ cylindricæ vſu perficiendo. De conicæ, ac cylindricæ comparatione.

COchleæ cylindricæ Authorem affirmant Archimedem, qui (vt aſolet in primis rerum

inuen-

Author cylindricę cochleę Archimedes.

inuentionibus) vnicam tantum ſpiralem cylindro circumpoſuit (atq; adhuc in vſu vulgato eſt vnica tãtùm ſpiralis) licet fortaſſe plures non ignorarit. Poſſet tamen longe vtilior effici cochlea cylindrica, ſi vnico tubo ſpirali alij plures, & quaſi contigui adderentur, pro quorum numero multiplicaretur aquæ quantitas per cochleam aſcendentis, atq; eàdem opera, eodemq; tempore tanto maior aquæ copia hauriretur, quanto plures tubi ſpirales circa eundem cylindrum conuoluti ponerentur. Exemplum à nobis habes duarum ſpiralium circa cochleam cylindricam in figura propoſitionis 10 *antecedentis.*

Plures ſpirales circa vnã cochleam.

Appono tamen notatiunculam P. Griembergeri in cenſura meorum Apiariorum, vbi ille ſic: Si vna ſpiralis totum cylindrum circumſcribat, puto dicendum talem cochleam ſimplicem tantum aquæ effuſuram, quantum plures, & aliquid amplius. plures enim ſpiræ ob craſſitiem, quà nequeunt carere, debent in cylindro occupare plus loci, quam craſſities vnius.

Quod vero attinet ad cochleam conicam, D. Alfonſus Iſæus Mathematicarum eximiè ſciens cochleæ conicæ pluribus ſpiralibus circumuolutæ Authorem Parmæ ſe affirmabat accepta, vt ille mihi narrabat, occaſione apud Portam de curuilineis, vbi volutas quaſdam ponit ab vno pũcto progredientes, ac diuaricantes in orbem, velut aſſolet in vertice capillorum humani capitis.

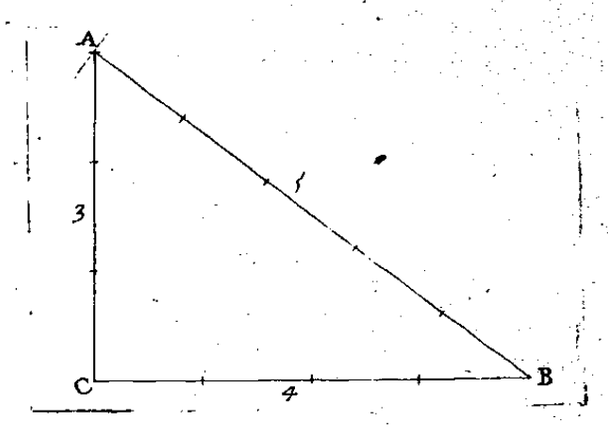
Videtur tamen probabile doctis viris Archimedi non ignotum fuiſſe vſum cochleæ conicæ, ſed eum maluiſſe cylindricam vt ſimpliciorem, ac parabiliorem.

Porro cochleæ conicæ vtilitates aliquàs ego potiores cenſueram, quàm cylindricæ; ſed admonuit me fallaciæ P. Griembergerus in cenſurà meorum Apiariorum, & ſimul edocuit aliqua, quæ ipſe expertus eſt, quæq; ego exiſtimaui tibi, mi lector, hìc prodenda ad publicam vtilitatem. Sic infit: 1 Canalium plural·tas locum habet tam in conicà, quam in cylindricà. Ac tam in cono, quàm in cylindro puto ſimplicem canalem eandem aquam dare, quam multiplex. 2 Quando cochlea vna conica imponitur alteri, receptaculum, ex quo haurienda eſt aqua à ſuperiori debet eſſe profundius. 3 Ego expertus ſum in cono trium ſpirarum integrarum in tertià reuolutione effundi paullo plus $\frac{1}{3}$, & vt tota aqua infuſa effunderetur, opus fuiſſe vt inſuper quartò, & quintò cochlea conica circunduceretur. *Sic Griembergerus.*

SCHOLION IV.

De angulo eleuationis cochleæ. Ad Vitruuium explicationes, & animaduerſiones.

Vitruuius lib. 10. *Cap.* 11 *ſic præcipit cum geometrica eruditione.* Erectio cochleæ ad inclinationem ſic erit collocanda, vti quemadmodum Pythagoricum trigonum orthogonium deſcribitur, ſic id habeat reſponſum, ideſt vti diuidatur longitudo in partes quinq;: earum trium extollatur caput cochleæ, ita erit à perpendiculo ad imas nares eius ſpatium partes quattuor.



Miror ab interpretibus Vitruuij locum hunc nõ explicari. Sic ergo intellige. Sit cochleæ inſtar latus AB in 5 *partes diuiſum, quarum partium tres ſint alitudo perpendicularis AC eleuatæ cochleæ, conſequenter tertium latus, quod eſt planum horizontale interceptum inter cochleæ pedem B, & perpendiculi extremum C, erit* 4 *partium. Eſtq; ea conſtructio Pythagorici trianguli rectanguli, quia quadratũ lateris* 5 *eſt æquale quadratis laterum* 3, *&* 4 *ſimul additis. In conica tamen cochlea ex antedictis, & ex mea experientia poteſt fieri eleuatio etiam maior.*

Vſus Pytagorici trianguli apud Vitruuium pro cochleâ.

P. Griembergerus in cenſura addidit ſequentia: Hæc inclinatio (*Vitruuij*) non competit omnibus cochleis. Conſulendus eſſet Guidubaldus, qui rem aliter definit per angulũ illius trianguli rectãguli, cuius beneficio deſignatur in cylindro linea ſpiralis. ſed quia linea ſpiralis nõ eſt in vna ſuperficie planà, non video quomodo ille angulus poſſit determinare dictam inclinationem.

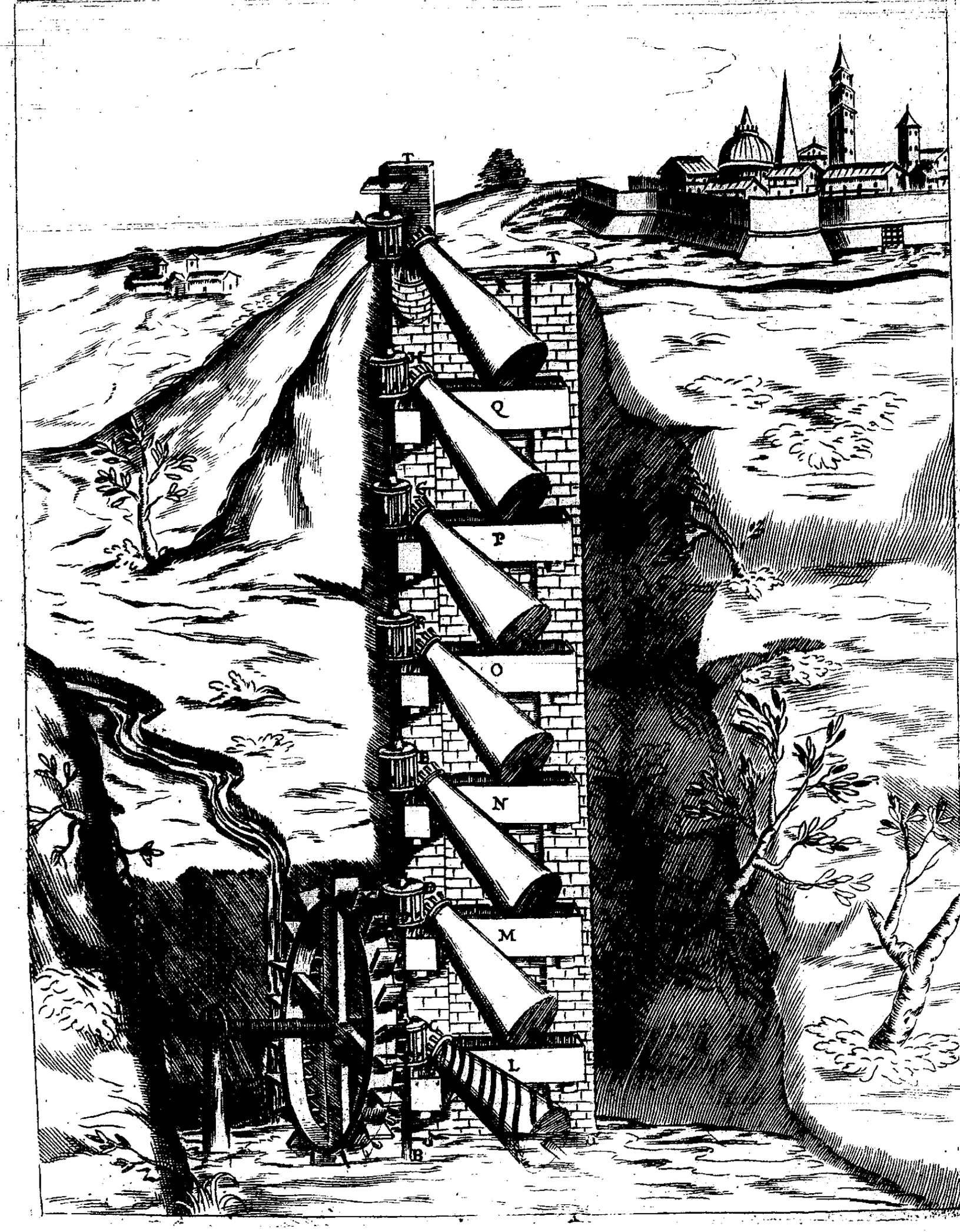
PROPOSITIO XII.

In datis loci anguſtijs ad datam altitudinem grauia per cochleam extollere facillimè.

HÆc propoſitio ita vires cochleæ perficit, vt quæ apud antiquos cedebat Cteſibianæ machinæ, atq; alijs aquas altiſſime attollen-

tibus, nunc omnes alias ſuperet in eleuanda aqua ad infinitam propemodum altitudinem. Difficultatem tamen, atq; admirationem paradoxi propoſiti mirifice auget attenta meditatio propoſitæ machinæ ſiue cylindricę, ſiue conicæ. Nam quo altitudo data fuerit maior, ad quam graue attollendum eſt, eo longior requiritur cochlea, poteſtq; proponi tanta altitudo, ad quam attollendū ſit graue, vt pené in immenſum producenda ſit cochlea, eritq; tūc impoſſibilis propoſiti problematis vſus. Nam quo longior erit cochlea, eo maius ſpatium requiretur, in quo machina obliquè collocetur. Eoq; difficilior erit motio, quo maior fuerit cochlea. Quomodo igitur fieri poteſt, vt ſpatiū nō determinetur, ſed accipiantur quælibet datæ loci anguſtiæ, in quibus collocanda ſit machina ad iuſtum, ac certum eleuationis angulum eleuata; ac præterea in indeterminato ſpatio accipiatur etiā indeterminata altitudo, & poſſint hæc etiam fieri

Nota paradoxum, & in quo admiranda ſit propoſitio hæc 12.



facil-

facillime? Ergo ne in ſummis loci anguſtijs ad ſummam altitudinem grauia per cochleam facillime re ipſa extollentur? Etiam, mi Lector; ac facillima, breuiſſimaq; problematis ſolutio eſt, ſi quid vnquam inaudiſti de machina Auguſtana. Quam nos ad nouitatē, [illegible] hic in conicis (nō in cylindricis, vt Auguſtana in vrbe aiunt, &c.) cochleis ſpectandā exhibemus. Ex cuius explicatione indicata, atq; adeo è ſola inſpectione ſoluitur, ac pro demonſtrato in antecedentibus habetur propoſitum problema. Non enim per vnicā totalem, ſed per plures partiales cochleas etiā minimas, ſi ſit opus, ad vſum propoſitio traducetur. Sic in appoſita figura ſit altitudo quantálibet data ST, ad quā aqua e fluūmine BS eleuanda eſt, idq; inter anguſtias quaslibet datas BS (vel ZS) inter quas per vnicam cochleam, propter nimiam eleuationem aqua non poteſt attolli. Reliqua iam ex Cardano lib. de ſubtilitate applicemus noſtræ figuræ compactæ ex conicis cochleis, eiuſq; authoris verba huc apponamus, quæ ſunt: *columna verſatilis AB. rotaX cum paxillis vertitur à flumine curriculi pro numero cochlearum, gratia exempli C, D, E, F, G, H, K, & cochleæ pro numero vaſorum, & vaſa pro altitudine. Vaſa autem L, M, N, O, P, Q, R fixa in columnis ST. Versà AB, vertuntur in curriculis cochleæ omnes, quarū infima C haurit aquam è ſubiecto flumine, & transfundit eam in vas L, à quo haurit cochlea D trāsfundens aquam in vas M, atq; ita vno motu columnæ AB, C in L, D in M, E in N, F in O, G in P, H in Q, K in R aquam fundunt haurientes è ſubiecti vaſis. R autem transfert aquam per os V in locū deſtinatum* Si ergo prædicta ex arte multiplices & cochleas, & vaſa, ſemper altiores quaſi ſcalas efficies, per quarum quaſi gradus aqua in altitudinem quamlibet miro igenioſæ artis aſtu, ac facili motu aſcendet.

Igitur in datis loci anguſtijs, &c. per cochleas, &c. Quod erat fac.

SCHOLION.

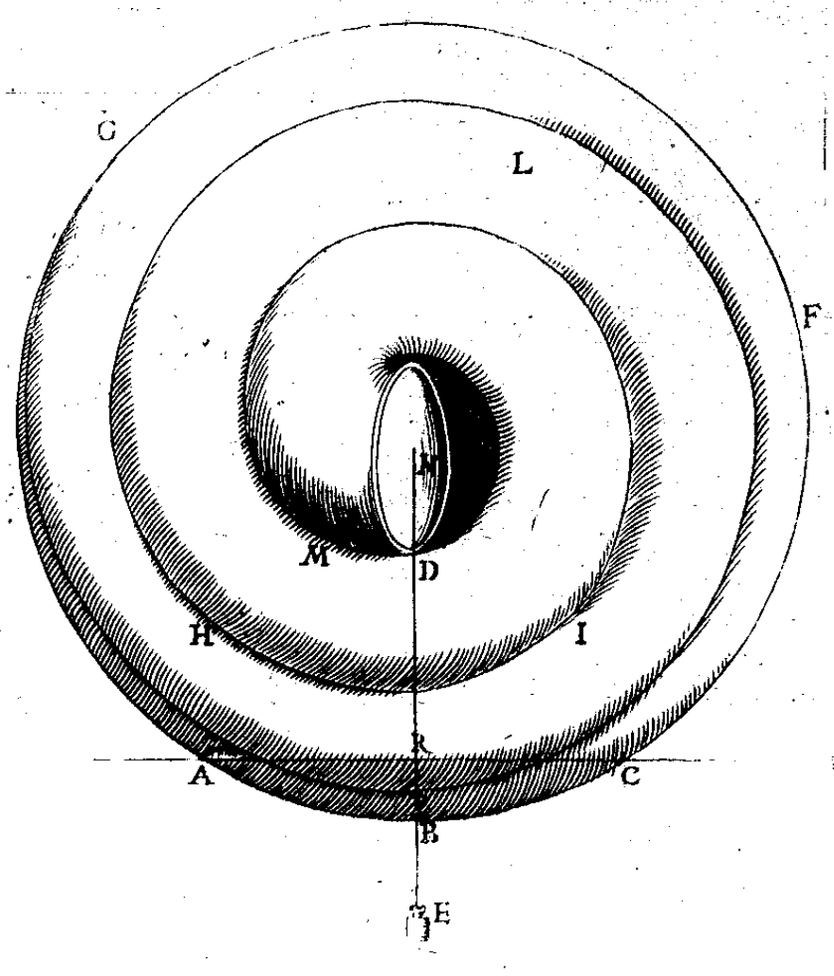
Ad praxim.

P. *Griembergerus in cenſurà:* Hic notandum eſt cochlearum longitudinem debere eſſe tantam, vt inter ipſas locus ſit pro aquarum receptaculis. id quod didici experimento. Cum enim meæ cochleæ longitudinis duorum palmorum, craſſitiei 8 vnciarum, & 3 ſpirarum integrarum cum inclinatione 4 ſcholio antecedētis 11 propoſitionis præſcriptā vellem ſuperponere ſecundam, aduerti inter vnam, & alteram non eſſe locum pro receptaculo.

PROPOSITIO XIII.

Aqua impoſita per ſe machinam mouens, & aſcendens.

Hypoteſes.



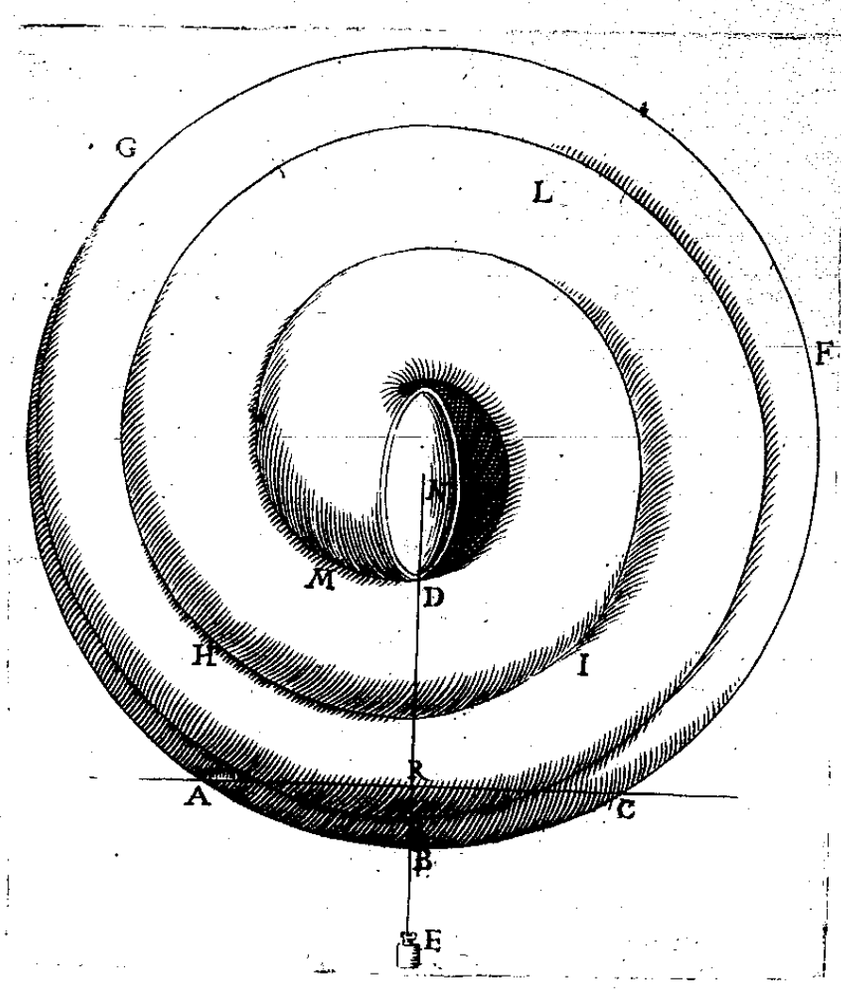
I. AQua ſe accōmodat figuræ vaſis includēris, & ſemper affectat æquilibrium partium extremarum, etiam ſi includatur tubo, incuruato, & habente cornua ſurſum cōuergentia, & alterum cornu latius maiorem aquæ copiam contineat. velut ſi in tubum ABC infundatur aqua, quæ & formam cornicularem accipiet, & partes ad A, & ad C æquidiſtabunt ab horizonte. Patet hæc hypoteſis quotidianis experimentis ex aquæ naturā.

Aqua ſe accōmodat figuræ vaſis, & affectat æquilibriū partium, &c.

II. Centrum grauitatis aquæ (quatenus licet centrum grauitatis in fluidis ponere) ac tubi ab A vſq; ad C, non erit in medio ſupra, & iuxta B, ſed in partibus inter B, & C, quia plures aquæ partes ſunt in parte tubi latiore à B ad C. Patet hæc 2 hypotheſis non ſolum è phyſicis experimentis, ſed etiam è mathematicis demonſtrationibus apud Machinarios Geómetras.

Sit ergo circulus, ſeu rota AFG axem habēs parallelum horizonti. Sitq; in plano eius rotæ circūductus tubus ſpiralis ABCFGHILM, &c. ab arcto ex A ſemper in latum excreſcēs verſus CFG, &c. Permittatur liberè volubilis circa ſuum axem, & ita conſtiterit, vt centrum grauitatis collocarit in lineà directionis DE. Infundatur aqua in os tubi ad A, quæ iuxta 1 ſuppoſi-

tum



tum influxerit, verbi gratia, vſq; ad C, vbi ſit in æquilibrio cum altero aquæ extremo vbi A. Quoniam igitur iuxta 2 ſuppoſitum centrum grauitatis aquæ occupantis partem tubi ab A vſq; ad C erit extra lineam directionis DE in partibus interceptis inter B,& C, grauitabit vnà cum aquà, & tubo ipſa rota, & nitetur ex C verſus B, vt centrum grauitatis collocet in lineà directionis DE, ac proindè partes CFG mouebuntur verſus DE; ſed dum ſic mouetur tubus ACF, &C, verbi gratia, accedit ad DE in B, aqua interim, quæ affectat æquilibrium, confluet, velut in punctum prope F, quod iam deſcenderit vbi C. Rurſus rota in eo ſitu demittet cẽtrum grauitatis verſus lineam DE, & aqua labetur ad æquilibrium & retrahet centrum grauitatis ab ipſa DE,& ſic deinceps dum aquę maior copia recedit à linea directionis, &rota cum tubo accedit ad lineam directionis, fit rotæ motus, & aquæ aſcenſus.& graue ipſum machinam mouet, & per ſe ſe aſcendit. Quod eſt ſingulare in machinis grauia attollentibus.

SCHOLION I.

Circa praxes. &c.

ANtecedentia,& ſequentia aliqua,mi Lector, ſint tibi partim problemata, partim theoremata demonſtr. &c.

SCHOLION II.

Occaſio præcedentis machinationis.

HVius ſce machinationis occaſionem, ac ſemina debeo ingenio D. Alfonſi Iſci, à quo litteras huiuſce inuẽtionis indices accepi die 29 Septemb. ann. 1634. Ad corollaria progrediamur.

COROLLARIVM I.

VSus machinæ præcedentis geminatus ad motum faciliorem.

IN altero,& auerſo rotę plano ſi ponas tubum ſpiralem congruẽtem cum tubo ACFG, &c. habebis vtrinq; quo maiorem aquæ copiam haurias, & aucta quantitate aquæ deponderantis, facilius machina voluetur, ſuperatà omni deponderatione machinæ continentis centrũ ſuæ grauitatis in lineà directionis.

COROLLARIVM II.

Cochleæ cylindricæ, & conicæ per ſe mobiles aquam attollentes.

QVod demonſtratum eſt in rota AFG erit vſui etiam in cochleis, ſiuè cylindricà, ſiuè coñica ita collocatis, vt axem habeant horizonti parallelum, & tubus ſpiralis

circa

circa cochleas ſit ab altero extremo arctiore ſemper in amplius excreſcens. Cylindrica quidem nõ tam attollet, qua deferet aquam è loco in locum in eádem ſemper æquidiſtantià ab horizonte. At cochlea conica attollet aquam è loco demiſſiore in altiorem, dum os arctius tubi circa coni baſim (quæ amplior eſt, & ab axe remotior, ac terræ propior) hauriet aquam inferiorem, & deferet ad alterũ tubi latioris extremum, quod eſt propè axem coni.

COROLLARIVM III.

Aqua non ſolum deſcendẽdo aſcendit, ſed etiam aſcendendo deſcendit in machina propoſitionis 13 præcedentis.

PRopoſitione XI huius progymnaſmatis demonſtratum eſt aquam, & grauia per ſpiralem circa cylindrum deſcendendo aſcendere; quod paradoxum verum etiam eſt in ſpirali in plano. Nam centrum grauitatis aquæ dum citra B eſt in partibus inter BC, ac degrauitat, mouetq; machinam, vtiq; in eo motu machinæ ex B verſus A, aqua & ipſa deſcendit verſus lineam directionis DE; ſunt enim à puncto C ad B partes magis, ac magis demiſſæ. &c

At contrarium etiam paradoxum in hac machina mirifice ſe prodet, modo grauia ſint mollia, ſiue liquentia, vt aqua eſt. Deſcendunt enim etiam dum aſcendunt. Nam centrum grauitatis aquæ, quod in primà ſpirali ABC reſpectu molis aquæ altius eſt, in ſecunda ſpirali HI quæ altior eſt, demiſſius eſt id cẽtrum grauitati propter aquam, quæ per tubum ampliorem diffuſa minus altæ molis eſt. Ac ſic deinceps in tertia ſpirali MD adhuc altiori centrum grauitatis demiſſius eſt in aqua, quám eſſet in aquà eádem poſitá in ſpiralibus inferioribus, atq; in ijs conglobatiori prout tubi ſpirales inferiores minus expanſi ſunt, quám ſuperiores. Finge rectam PB cum aliquo additamento eſſe in partibus inter BC, & ire per centrum grauitatis aquæ in tubo imo; ipſam vero PR in tubo ſuperiori medio ire per centrum aquæ, &c. ſemper enim eæ lineæ minuentur, quò erunt in aqua tubi altioris, &c. Hæc ſat pro indice.

PROPOSITIO XIV.

Ad motum perpetuum vſus, & adiumenta ex machinà præcedenti.

DVm aqua ex ore N effunditur, incidat in pinnulas aliquas in plano rotæ circulariter infixas, & extantes, velut circa H, I, L, &c. Sic enim fiet vt effuſa aqua, verbi gratia, in pinnam I oppoſitam, imprimat vim in eã partem, ac iuuet motum rotę ex I verſus DE. Subiecta ſit aqua, velut ſtagnum, ipſi rotæ ad partes ABC, & tubus ſpiralis à partibus A ſit eleuatus, ac recedens à BC, atq; aſcendens verſus H, &c. ita vt ſtarim, ac aquam hauſerit, & partes ABC ipſius rotæ mouentur per ſtagnum, aqua per tubum fluens vná cum tubo ſit, & moueatur extra ſtagnum. Rota verò habeat extremam oram ABCFG attenuatam quaſi in aciem ſecuris, & ſit materiæ facilè merſatilis, & quæ nullam penè moram patiatur ab aquà ſubiecta dum per eam mouetur.

Itaq; dum primus aquæ hauſtus, per tubũ fluens, & machinam mouens, erit in ſecunda volutà tubi, verbi gratia inter HI, prima pars tubi ABC per aquam ſtagni tranſiens ſecundũ aquæ hauſtũ intromittet, & dum primus hauſtus peruenerit verſus M, ſecundus hauſtus erit inter HI, & eò ipſo momento fiet tertius hauſtus per ABC. Ac ſinguli hauſtus (per præcedentis propoſit demonſtrationem) augebunt, ac faciliorem efficient rotæ motum. Atq; interim machina ſingulos aquæ hauſtus ex ore N ſubindè réuomet in pinnas, & ſtagno reddet. Semper erunt in ſpirali tubo aquę hauſtus aliqui plures, ac plures pro numero volutarum, qui hauſtus machinam mouebunt, atq; interim ſubindé noui hauſtus fient iuxta prædicta. Quid ergo quæris, mi Lector, ad inueniendum (an etiam ad re ipsà efficiendum?) motũ perpetuum per hanc machinam ab aqua ipsà influente, atq; aſcendente mobilem?

Curandum vero in primis, pro praxi, vt tubus ſpiralis inſenſibiliter magis, ac magis amplietur, & aquæ quantitas influens tanta ſit, quę tubi partes implens cornicularem figurã ſemper induat. Quam ad rem multo plures volutæ requiruntur, quam poſitæ ſunt in ſimplici noſtra figura ABCFG, &c.

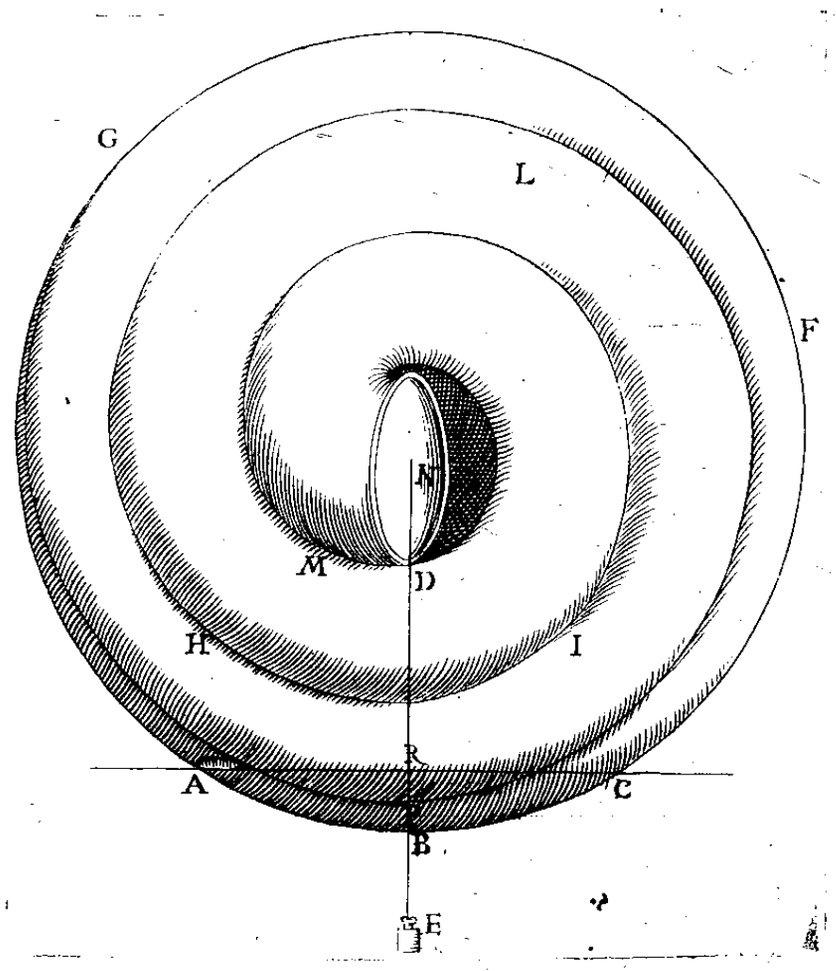
SCHOLION.

In præcedenti molitione ſublatum præcipuum, & commune impedimentum motus perpetui.

IN *machina tubi ſpiralis in plano, præſertim tubi vtrinq; in plana rotà geminati, nulla eſt ea communis, & præcipua difficultas de neceſſaria vi motrice in aqua, quæ omnem machinæ obnitentiã ſuperet, ne motus perpetuus impediatur. Nam hìc ſatis eſt èadem quantitas aquæ per ſe machinam mouentis, & aſcendentis, & relabentis à ſupremo in imum os tubi ſpiralis. Nam illamet èadem aqua etiam non incidens, & ſine præcipiti degrauatione, modo in tubo ſit machinam per ſe mouet, per demonſtrata in propoſitione 13 antecedẽti.*

PROPOSITIO XV.

Aliter indicare, ac expedire machinationem motus perpetui ex præcedenti machinà ad horaria perpetua, &c.



QVid ſi tubus ſpiralis fiat ad modum conchæ ſuperne adapertus, & aqua (ſeu malis, argẽti viui quantitas) ex N effluens defluat per canalẽ, ac refluat in BC? an non circulum ſic peraget perpetuum eádem ſemel infuſá quãritate mobilis metalli, vel aquæ? Itaq; rota horaria infixa axi tranſeunti per N, & motu perpetuo circumacta (iuxta debitam menſuram aquæ, vel metalli ad motum Solis circa terram) horas oſtendet diu, noctuq; ad indicem immotum extra rotam horariam collocatum; vel, vt aſſolet, index mobilis (ad faciliorem machinæ motionem) in axe mobili fixus indicabit horas in parietis orbe notatas.

Motus perpetuus per magnetem.

Sic motus perpetui molitio laudanda eſt quæ ſit vſui. Nam motus perpetuos ſine vſu nos hic nihil curamus. Velut ſtylus magnete illitus, qui per fruſta magnetis circumpoſita, & facies ferrum expellentes obuertẽtia perpetuo motu faſſe agitari poteſt in orbem. &c. Hæc à nobis hìc aliena.

COROLLARIVM I.

Ex antedictis an ratio aliqua motus perpetui fluuiorum in orbe terrarum?

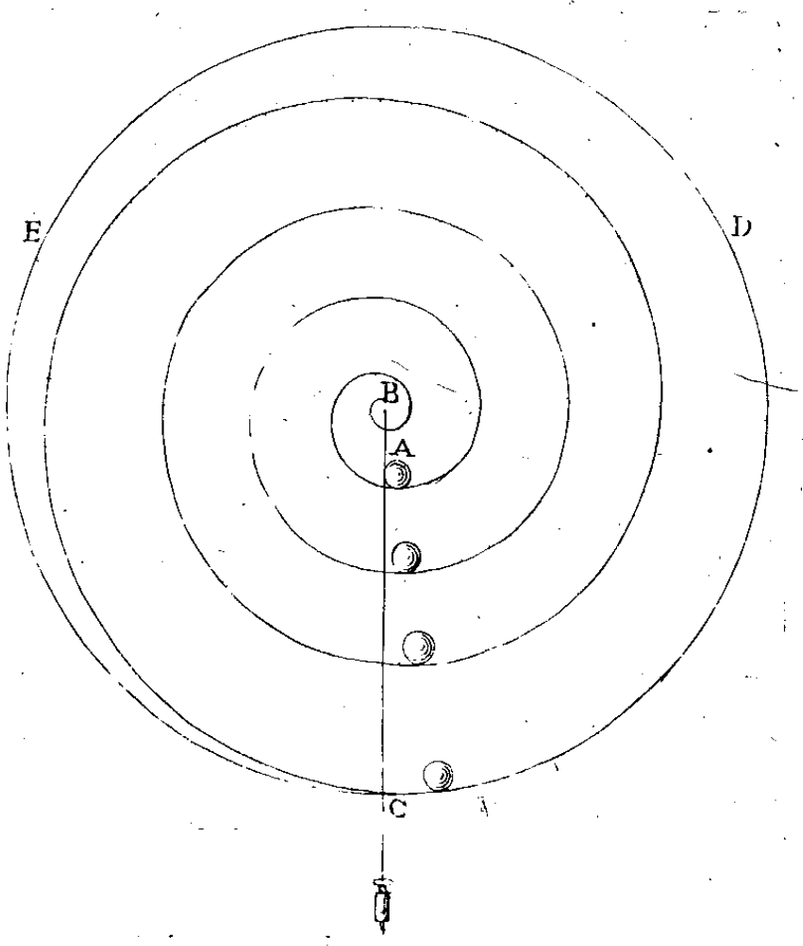
TAntum indico, & paucis propoſitionem expedio. Centrum molis, & centrum gravitatis in terræ globo non ſunt in eodem punćto, quia moles ex aquis, ac terris conſtans magis grauitat ex ea parte, vbi terræ ſunt, circa quas minores marium ſinus funduntur. Dum igitur orbis terrarum centrum grauitatis collocatum

catum continet in centro vniuerſi, partes terreni globi, circa quas maria ampliora affunduntur, ſunt remotiores à centro vniuerſi, ac proindè altiores, quàm reliquæ partes ambitùs terreſtris exiguis aquis affuſi. Sunt etiam ingentes meatus intra terram, per quos aquæ interfluunt. Itaq; dum aqua ex Occeano defluit per ocultos terræ meatus, &, iuxta primum ſuppoſitum, affectat æquilibrium cum alto, ideſt cum ſuperficie ipſius Occeani, aſcendit per venas mõtium (qui, iuxta paullo ante dicta, minus alti ſunt marinâ ſuperficie illis è longinquo correſpondente) & per eorum dorſa effluit in valles, atq; ad terræ partes deuexiores, donec in Occeanum ipſum influat. ex quo rurſus per meatus terræ tranſmittuntur aquæ, atq; illæ rurſus ex montibus in mare confluunt. Atq; hac naturæ mathematicà machinatione an non fit aquarum perpetua in terris circulatio?

An huc è ſacris Eccleſiaſtes cap. 1. num. 7? *Omnia flumina intrant in mare, & mare non redundat. Ad locum, vnde exeunt, flumina reuertuntur, vt iterum fluant.* Locus Eccleſiaſtici explicatus.

COROLLARIVM II.

Graue ſolida materia per ſe machinam mouens, vt iuxta lineam directionis deſcendat.

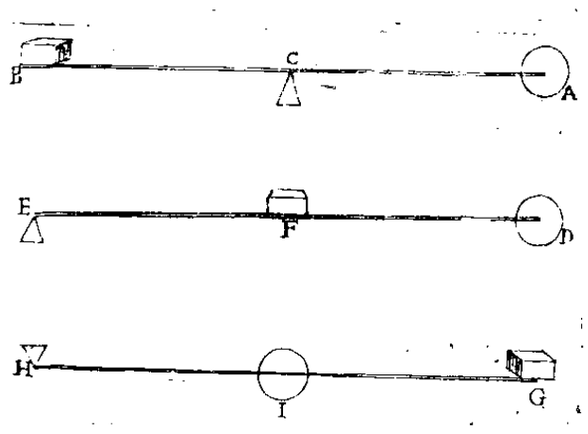


IN grauis fluidi aſcenſu verſatæ ſunt propoſitiones 13, 14, 15 cum ſuis corollarijs. Hocce corollarium eſt de deſcenſu grauis ſolidi, velut pilæ metallicæ A, quæ iuxta ſemitam ſpiralem ſemper magis, ac magis à centro B recedentem dum deuergit à partibus B, & recedit à lineâ directionis BC, transfert centrum grauitatis rotæ CDE extra BC, & dum rota renititur, vt grauitatis centrum collocet in BC, pilà relabitur à linea directionis per ſpiralem in partes inferiores, donec per contrarios, contiguos, & continuatos motus tum rotæ ad BC, tum pilæ ab ipſa BC, circa tamen BC fiat pilæ rotam mouentis deuolutio.

PROGYMNASMA SECVNDVM.

De admirandis viribus vectis tum per se, tum in aliquibus machinis considerati secundùm tria vectium genera ad maxima pondera exigua vi, vel exiguo tempore attollenda.

Hypotheses propositæ, atq; explicatæ.



I. QVod suppono. Tria vectium genera sunt, siue tribus modis vecte vti possumus ad pondera eleuanda. 1 Modus est cum potentia eleuãs in altero extremo est, vt in A, pondus in altero B, hypomoclium intermedium in C. 2 Modus, cum potentia in extremo D, hypomoclium in altero extremo E, pondus intermedium in F. 3 Cum hinc pondus, illinc hypomoclium in extremis sunt in G, & H, potentia mouens intermediat in I.

Tria vectium genera quæ?

Habet etiam rationem hypomoclij quid quid aut suspendit, aut impedit vectem, illiq; magis restitit comparatum cum alio impedimento, quod cedat vectis motioni.

Vectis ratio amplificata.

II. Suppositum. Ar. Mechan. quæst. 3 sic habet: *Quod motum pondus ad mouens, longitudo patitur ad lõgitudinẽ.* & Archimedes post Ar. propositione 6. & 7 de æquiponderantibus: *Magnitudines in grauitate commensurabiles aquiponderant, si permutatim suspendantur in distantijs secundum grauitatis rationem constitutis.* Post hos Guidubaldus propositione 1 de vecte: *Potentia sustinens pondus vecti appensum eandem ad ipsum pondus proportionem habet, quam vectis distantia inter fulcimentum, ac ponderis suspensionem ad distantiam à fulcimento ad potentiam interiectam.* Ideſt breuiter, ac geometricè loquendo: Vt distantia ad distantiam, sic reciproce pondus ad pondus, siue ad potentiam. Vt scilicet iuxta definitionem 2 sexti Euclidis, ex alterutra parte vectis ab hypomoclio diuisi, quasi in gemina figura, sint antecedẽtes, & consequentes rationum termini. Exempli causa in 1 forma vectis, vt AC ad BC distãtia ad distantiam, sic B pondus ad A potentiam. Et similiter etiam ratione in reliquis duabus figuris, vt DE ad EF, sic F ad D; & vt GH ad HI, sic I ad G. Demonstrationes vide in citatis Authoribus, hic enim supponuntur à nobis.

Vt distãtia ad distantiam, sic reciprocè põdus, ad pondus, siue ad potentiam.

Notãda sunt verba Archimedis dum ait: *Magnitudines commensurabiles.* Intellige pondera, quorum grauitates ita se habeant, atq; inter se sint in ea proportione, quæ numeris exprimi possit, vt etiam supponuntur distantiæ habere proportionem inter se commensurabilem. &c. Ac talem supponit Archimedes in ea prop. 6, & de ea proportione tantúm ibi loquitur. Sic & nos de eádem proportione commensurabili in sequentibus, &c.

Magnitudines commensurabiles in põderibus quænam sint?

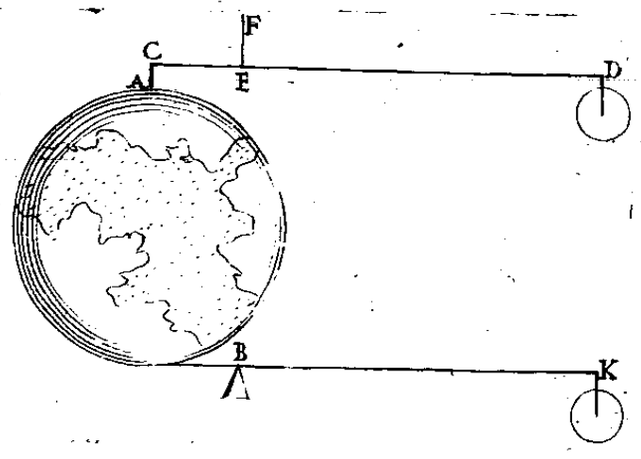
De cõmensurabilibus magnitudinibus intelligenda proportio põderis, ac potentiæ vt distantiarum.

III. Suppositum. Quantitas, licet minima, hoc ipso quòd est quantitas, habet intrinsecam proprietatem diuisibilitatis, scilicet partium extra partes in quantitate existentium. Itaq; quoniam diuisio per se non est adnihilatio, & quantitas semper partibilis est, ideo quantum quodlibet potest, ex parte ipsius quanti, diuidi in partes æquales infiniti numeri, hoc est in plures, ac plures magis, magisq;. Ac licet ab homine ea diuisio in tã minutas partes fieri nequeat, ab Angelo tamen fieri potest, nec ex parte subiecti repugnat.

Quantitas in infinitum diuisibilis.

PROPOSITIO I.

Obstant aliqua vulgatæ propositioni de terra per simplicem vectem primi generis mouendà.



PRoblema admirandum sequentis 2 propositionis proponemus in statera (qualem finge CD suspensam in EF) non in vecte per se sumpto (licet statera sit vectis primi generis) quia si ponatur in simplici vecte primi generis non videtur existere, atq; exerceri posse propter repugnantiam, quam efficeret pondus in altera vectis parte positum, idest ibi vbi deberet esse potentia mouens, loquendo, vt dixi, de vsu vectis primi generis, ita vt hypomoclion sit iuxta B inter terræ molem AB, & potentiam, siue æquipondium K. Pondus enim in K quoniam non ponderabit deorsumà terra, non poterit terram sursum mouere, etiam si addatur aliud quodlibet maius pondus in K,&c. Ratio est, quia pondus K ponderaret versus terrã AB,ac versus vniuersi centrùm.

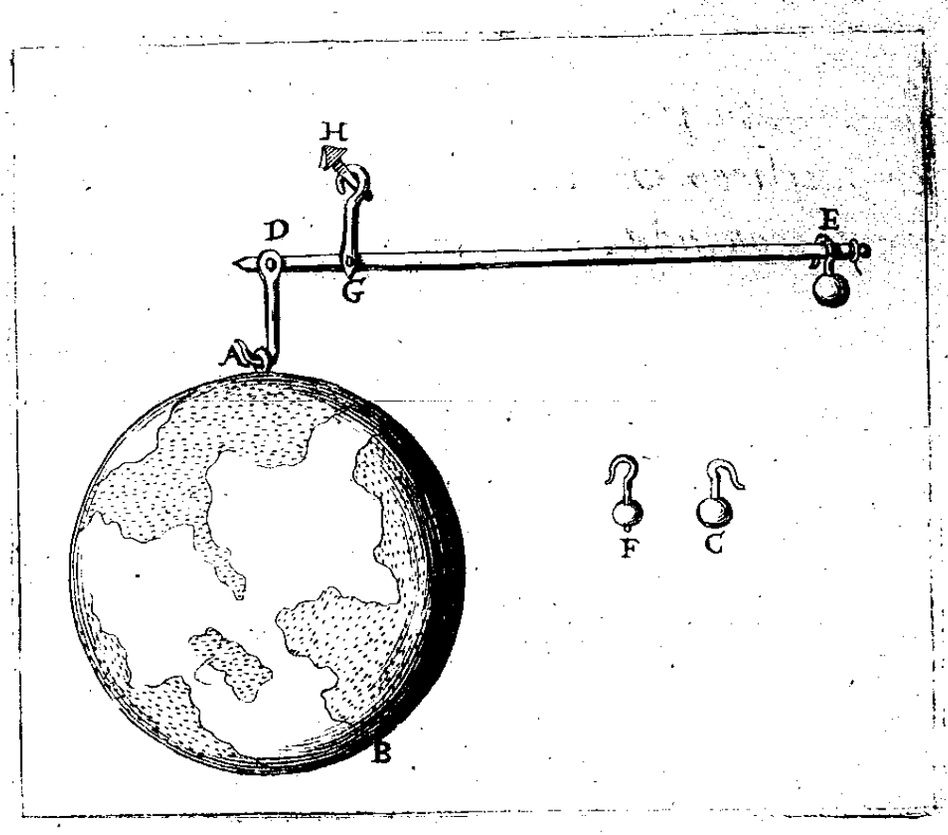
Neq; enim idem eueniret infra terram posito vecte, quod accidit hominibus circa terram habitantibus, dum volunt per vectem primi generis pondus aliquod mouere. Nam quia pondus in altero vectis extremo, vbi locatur potẽtia mouens, degrauat versus centrum terræ, atq; vniuersi, ad quod tendere nititur, ideo attollit pondus positum in altero vectis extremo. At in K si degrauaret, niteretur à terræ, atq; ab vniuersi centro recedere.

Scimus tamen proponi posse problema in vsu vectis 2 generis, ita vt terræ moles interponatur inter hypomoclium,& potentiã, & in K, loco æquipondij, ponatur potentia mouua suspellens extremum K; sed nos volumus, non potentia, sed pondere pondus terræ mouere, nec volumus ex parte mouentis vllam requiri vim à libera viuentis potentia motrice profectam. Ac sane etiam si vectis BK terræ suppositus in infinitum produceretur, tamen aliqua vis adhibenda esset à potentia, quę niteretur suspellere vectis extremum K; quod,siue producto vecte in infinitum, siue pondere quolibet addito, nec sursum, nec deorsum moueretur, quoniam pondus quodlibet in K appensum niteretur in latus, & obliqué versus terram BA, non autem rectá sursum, vel deorsum à centro. Ob hæc igitur vectem simplicem reicimus.

PROPOSITIO II.

Terrarum orbem minimo pondere in minima statera mouere.

STateram verò eligimus ob rationes contrarias rationibus præcedentis 1 propositionis,& ob commodum prædictis oppositum.



Nam ſi ſtateram DE ſuſpenſam fingas in GH, & ſuſpenſam terram in DA, pondus in E niteretur deorſum licet oblique, ſed tamen verſus vniuerſi centrum. Ac ſi tantum ſit pondus, aut in tanta diſtantia (ceu paullo poſt docebimus) vt præponderet, ac moueat extremum E, conſequenter mouebitur AB è loco ſuo. &c. Age iam demonſtrationem breuiſſimam, ac facillimam expediamus.

Sint data tria iuxta verba propoſitionis, terrarum orbis AB, pondus C, ſtatera DE. Sit, exempli gratia, pondus C vnius vnciæ cum dimidia, pondus terræ mille millenarum, ac infinities plurium vnciarum, ſed in exemplum ſtatuamus mille millenas myriadum. Sit Statera DE bipalmaris.

Accipiatur aliud pondus F vnius tantum vnciæ. deinde fiat vt pondus F vnius vnciæ ad terræ pondus mille millenarum myriadum vnciarũ, ita in ſtatera DE diſtantia DG ad diſtantiam GE, quod, iuxta tertium ſuppoſitum, nullam habet ex parte ſubiecti repugnantiam. Tum pondus F ſuſpendatur ex E, erit tunc terra (etiam ſi fingatur extra ſuum locum ſuſpenſa, & verè deponderans) in æquilibrio cum pondere F, iuxta demonſtrationes citatas in 2 ſuppoſito; ideſt pondus F in diſtantia GE tantam vim deponderationis habebit, quantam vim, ac repugnantiam efficiet terra ſuſpenſa in puncto diuiſionis DG, ac renitetur ne moueatur è centro mundi. Poſita ſic terra in æquiponderantia, ſiue in ea pari virium ponderis F, & terræ obnitentiá, ſi accipiatur iam datum pondus C vnciarum ½, & dectrato pondere F, ſi põdus C ſuſpendatur ex E, tunc pondus C prægauabit, & inclinabit deorſum ſtateræ extremum E, iuxta 3 poſtulatum Archimedis lib. 1. de æquiponderantibus. Atq; idem eueniet ſi, iuxta 2 eiuſdem Archimedis poſtulatum, ſuſpenſum teneatur pondus F in E vnius vnciæ, & detrahatur aliquid de terra. Nam per ſe notum eſt cum duo pondera ſunt in æquilibrio, ſi vel alteri addatur, vel alteri detrahatur aliquid, futurum vt alterum deſcendat, & alterum aſcendat. Quoniam igitur ex præmonſtratis vis, ac grauitas dati ponderis C vincet vim grauitantis, ſiue obnitentis terræ, moto E deorſum, ſeu verſus vniuerſi centrum, conſequenter, ac neceſſariò terra ſuſpenſa in altero ſtateræ extremo D è ſuo loco dimouebitur. Quod erat efficiendum.

COROLLARIVM I.

Antecedens problema vniuerſalius, atq; admirabilius efficere.

PRoblema propoſuimus in determinato ponderoſo, & in applicata materia, hoc eſt in terrarum mole, ac globo, vt viderent tyrones in exemplo admirando propoſito id quod nunc vniuerſalis proponi poteſt hoc modo: *datum pondus data potentia (ſiue dato pondere) in data ſtatera mouere.* immo etiam ſic: *datum pondus data ſtatera etiam ſine dato alio pondere, ac ſine data potentia mouere.* Nam datõ quolibet pondere infinitæ ponderationis, ſi efficias vt diſtantia maior in ſtatera ad diſtantiam minorem habeat maiorem proportionem, quàm datum pondus ad aliud, ſola ſtaterę maior diſtantia, & ponderatio poterit eleuare datum pondus. Supponimus .n. ſtateræ vectem eſſe quidem in materia

Datum pondus datà potẽtià, ſeu pondere, in data ſtaterà mouere.

Datum pondus datà ſtaterà ſine data potentia mouere.

Datum pondus ſine datâ potentiâ eleuari non poteſt per ſimplicem vectem.

teria æqualiter protenſa, ſed tamen vtcumq; ponderoſa. Datum autem pondus eleuari ſine datá potentia non poteſt per ſimplicem vectem, propter dicta in 1 propoſitione, immo nec per alias quaslibet machinas, in quibus vectes multiplicati egent aliqua potentiâ, quæ viſua vectem extremum moueat in partem, in quam nec ſponte ſua, ac ſuopte pondere, nec etiam alieno impoſito pondere moueretur.

COROLLARIVM II.

Infinita vis in vecte etiam minimo.

Cautiones ad infinitá vim in vecte. &c

INtellige in vecte accepto, atq; vſurpato iuxta cautiones initio problematis poſitas, nempe vt vecte vtamur in terræ ſuperficie, in qua nitamur pondus etiam infinitum altero vectis extremo attollere, alterum autem vectis extremum, vbi vel potentia, vel æquipondium collocanda eſſent, poſſit deorſum verſus terræ centrum ponderare. Sic enim accepto, atq; vſurpato vecte, quemadmodum infinitè creſcere poſſunt pondera, ſic etiam infinitè creſcere poteſt vis vectis per diuiſionem ad extollentiam. Nullus terminus excreſcentiæ molis, & grauitatis in ponderе, nullus etiam terminus virium, ac diuiſionis in vecte. Tantilla ergo, ac ſimpliciſs. machina inſtar habens lineæ, accedente mathematicâ partitione, ac proportione, quaſi ſupra naturæ vires eleuatur ad infinitam quandam vim contra quantumlibet maxima pondera, etiam ſine pondere, vt hinc, & ex præcedenti corollario iam conſtat.

Problema de dato pondere data potétiâ per vectē mouendo, non eſt inutile.

Ex hiſce præterea patet malè à quibuſdam aſſeri inutile eſſe problema: *datum pondus data potentia per vectem mouere*. Aiunt.n.ob nimiam vectis productionem, quæ facienda eſſet in vſu eius problematis, & ob nimiam machinæ in longum extenſæ grauitatem futurum vt potius impedimentum creſceret, quam quidquam vtile poſſet effici. At hanc oppoſitionem diſſipant hactenus à nobis tradita in problemate noſtro, & in corollarijs. Non enim eſt neceſſe vectem produci, ſed dato quolibet vecte, per ſolam minutiorem, ac minutiorem eius diuiſionem res in problemate propoſita ex parte reicõfici poteſt.

SCHOLION.

In quo ſolutio obiectionis mechanicæ contra nos.

Quã lo ponderoſum habet centrum grauitatis in-

SCimus à Marchione Guidubaldo oſtendi quoties cunq; *ponderoſum habet centrum ſuæ grauitatis infra vectem, vt accidit in ſtatera*, *tunc requiri maiorem vim in potentia mouente*, *ac propterea dum nos in ſtatera diximus*: fiat vt terræ pondus ad æquipondiolum, ſic diſtantia ad diſtantiã in vecte ſtateræ; *quoniã terra in ſtatera ſuſpenſa centrũ ſuę grauitatis haberet infra ſtaterã, ideò plus adhuc ponderaret, ſeu reniteretur contra attollentiã, quàm ſi eſſet èadem terra collocata ſupra extremũ vectis; quapropter nõ futuram æquiponderatiam terræ infra ſtateram cum æquipondiolo in altero extremo vectis, licet ponamus eam æquiponderantiam fieri poſſe eàdem terra, & eodem æquipondiolo collocatis ſuper vtroq; vectis extremo. Sed dubitationi huic facile itur obuiam vel ſuſpendendo æquipondium infra vectis alterum extremum in tanta diſtantia, in quanta tellus ſuſpenderetur infra vectem; vel addendo aliquid ponderis æquipondio vltra id, quod poſuimus in problemate; ſic .n. etiam problema conficeretur, nec quidquam virium imminueretur in vecte ad attollendum data pondera, nec quidquam detraheretur problemati admirabilitatis.* fra vectē, tũc requiritur maior vis in potentia mouẽre.

PROPOSITIO III.

Libræ, ac ſtateræ theoricen demonſtratiuè prodere ad vſum iuſtitiæ commutatiuæ.

PRopoſitio hæc eſſe poteſt loco corollarij, quod facilè deduci poteſt ex antecedentibus. Ac licet theoricа ſtateræ, ac libræ ab alijs fortaſſe conſiderari poſſint, atq; explicari aliter, atq; alios ob fines; nos tamẽ ponemus eam contemplationem ac demonſtrationem, quæ nobis occurrit, ac viſa eſt non inepta expoſitioni eius rationis, ac modi, quibus oſtendatur ſatis fieri iuſtitiæ commutatiuæ in rebus venalibus ponderãdis ad cõmutationem, & humana per commercia diſtrahendis. Licebit ex hiſce noſtris theorijs videre quám meritò in manu iuſtitiæ ſtatera, ſeu libra ponatur. Vt autem propoſitionem expediamus præmittendum eſt breuiſſimum. —

—LEMMA,—

QVod eſt conuerſa 6. Archimedis in 2 noſtro ſuppoſito initio huius citatæ. Eſt autem eius archimedeę propoſ. à nobis facta conuerſio huiuſmodi: *Quæ æquiponderant habent ſe reciproce, vt diſtantia ab hypomoclio ad diſtantiam, ſic pondus ad pondus.* Vide explicationem noſtram in 2 ſuppoſito initio huius Progymnaſmatis. Archimedes ex eadem

Quæ æquipõderant habẽt ſe reciproce vt diſtantia ab hypomoclio ad diſtãtiam, ſic pondus ad pondus.

dem proportione inter ſe habitudinum ponderum, & diſtantiarum intulit æquiponderantiam. Nos ex æquipõderantia elicimus proportionem habitudinum inter ſe tam ponderum, quam diſtantiarum. Demonſtratio autem noſtræ conuerſæ indirecta facillimè patet. Nam ſi aliqua poſſint æquiponderare, & non habere inter ſe, vt habent inter ſe diſtantia ad diſtantiam, ergo falſa eſt Archimedis 6 propoſitio, quæ indefinite, atq; vniuerſaliter aſſerit, ac demonſtratiue oſtendit omnia pondera habentia inter ſe, vt reciprocè diſtantia ad diſtantiam, æquiponderare. Vult enim noſter aduerſarius aliqua pondera non habentia inter ſe vt diſtantia ad diſtantiam, æquiponderare. Eſt vero ſicut æquiponderantia proprietas conſequens tantùm ad reciprocè acceptas habitudines ponderum, & diſtantiarum, nec vllam eſt reperire æquiponderantiam in vecte, niſi ex ea permutatim accepta habitudine; ſic etiam reciprocè accepta proportio diſtantiæ ad diſtantiam, & ponderis ad pondus eſt proprietas illatiuè conſequens ad æquiponderantiam, nec eſt reperire in vecte proportionem diſtantiæ ad diſtantiam permutatim vt ponderis ad pondus, niſi ex æquiponderantia.

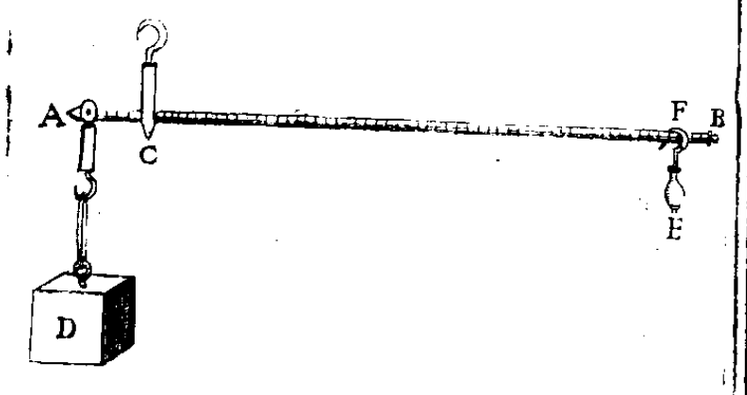
Demouſtratio indirecta lemmatis.

Hoc poſito lemmate, rationes, ac differentiæ libræ, ac ſtateræ in ordine ad ciuilia videtur contineri duabus ſequentibus propoſitionibus. 1. quæ ad libram ſpectat:

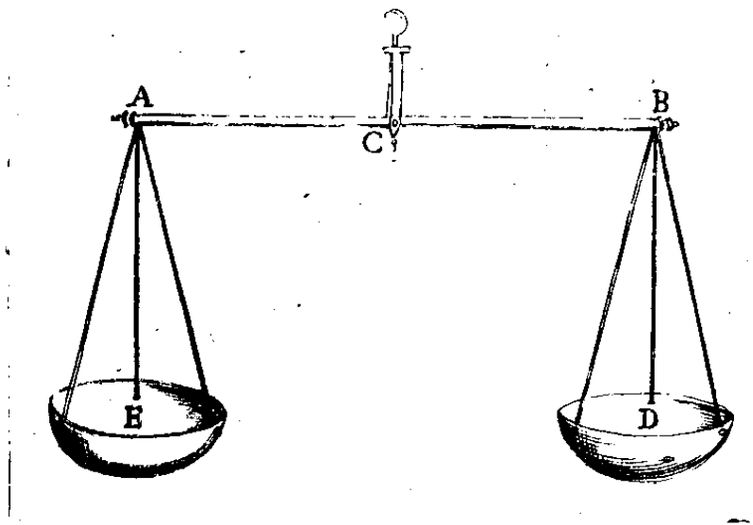
Propoſitio fundamentalis theoricæ in libra

Ignotam in ponderoſo grauitatis quantitatem per æquiponderantiam æqualiter grauium in diſtantijs æqualibus cognoſcere. 2. quæ ad ſtateram attinet. *Ignotam in põderoſo grauitatis quantitatem per æquiponderantiam inæqualium ponderum ex inæqualibus diſtantijs cognoſcere.*

Propoſitio fundamentalis theoricę in ſtaterà.



Demonſtratio eadem eſt vtriuſq; propoſitionis. Eam indicemus primo loco in ſtatera. Stateræ vectis ipſe AB diuiſus eſto in æquales particulas, & ſuſpenſus in diuiſione inæquali in C. datum ponderoſum ſit D appenſum ex A, cuius grauitas quanta ſit ignoratur. Æquipondium E reducatur verſus B donec æquiponderet in F cum dato graui D. Siue malis, exemplum ſic etiã proponatur. Quæratur quantitas verbi gratia 8 librarum in grauitate propoſiti ponderoſi, ſiue ſit quiſpiam, qui ſibi poſtulet rei venalis 8 libras appendi. Æquipondium ex C educatur ad diuiſionem 8 librarum vt in F, & ex A appendatur rei poſtulatæ quantitas, quæ efficiat æquilibrium ipſius D cum E; dico tunc grauitatis in ponderoſo D quantitatem octo eſſe librarum. Quoniam enim D, & E æquiponderant, ergo per antecedens lemma, vt diſtantia FC ad diſtantiam CA, ita D pondus ad pondus E; ſed FC octies maior ponitur quam CA, ergo & grauitas ipſius D octies maior erit, quam grauitas ipſius E, quod vnius libræ hic in exemplo ſupponitur. Octo ergo librarum erit appenſum graue D.



Proportionali modo demonſtrabitur in libra AB ſuſpenſa in medio C, ſi poſtuletur quantitas 8 librarum rei vendibilis, & pondera 8 libras ponderantia ponantur in altera lance, vt in D, in altera vero E ponatur poſtulatę rei tanta quantitas, quæ æquilibrium efficiat ipſius E cum D, demonſtrabitur, inquam, ac facilius, quàm in ſtatera, rem in E eſſe octo librarum. Nam ex æquilibrio infertur proportio diſtantiarum, & ponderum, atq; vt BC ad CA, ſic E ad D, at BC æqualis eſt diſtantia diſtantiæ CA, ergo & pondus E æquale eſt põderi D in grauitate octo librarum.

COROLLARIVM.

De quantitate grauitatis in Æquipondio.

Quãtitas grauitatis æquipondij in ſtatera qui ſciatur?

IN ſtatera (cuius figuram reuiſe) cognoſcitur non ſolum ignota quãtitas grauitatis in ponderoſo D, ſed etiam eadem opera, & per eandem æquiponderantiam proditur, ſi neſciatur quantæ ſit grauitatis æquipõdium E. Eam enim ſemper habet rationem ipſum E ad quodlibet pondus ſuſpenſum ex A, quam diſtantia AC ad aliam quampiam ex C verſus B. Scitur autem quotas ipſius CB particulas contineat ipſa AC, ac per demonſtrationẽ antecedentem totidem erit partium grauitatis æquipondium D. &c.

SCHO-

SCHOLIA.

Semilibra instrumentum non differt à statera.

I. Quoniam aliqua sunt, quæ statera vnco appendi non possunt, vt fruges minores, & similia; ideo aliqui pro statera vtuntur quasi quadam semilibra, quæ hoc tantum differt ab vsitata statera, quod pro vnco habet lancem ab extremo vectis dependentem.

Fraudes in libra, & staterà apud quos Authores?

II. Scio fraudes fieri aliquando tum in libra, tum in statera circà vectem, vel lances, vel aquipondium. Quas fraudes vide apud Aristotelem de libra, & apud Cardanum de subtil.

III. Cum igitur distantia cum distãtia à nobis comparatur, intelligatur cæteris omnibus paribus in vecte, ac sine dolis, & fallacijs.

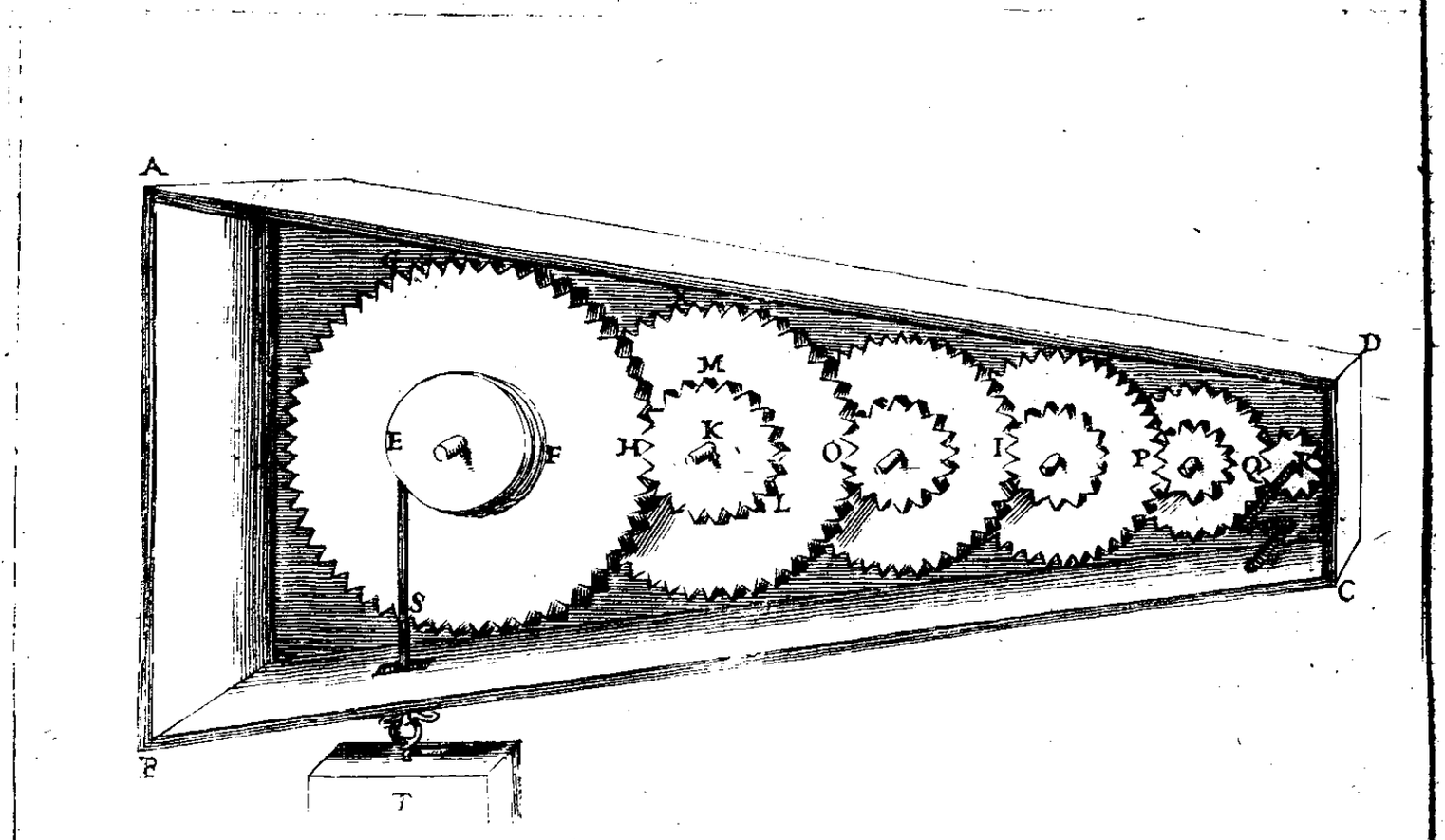
IV. In vsu libræ, ac stateræ quæritur quantitas non grauis rei aut ponderosæ, sed quantitas ponderantiæ, & grauitatis. Potest autem materiæ, ac ret quantitas esse diuersa in eadem quantitate grauitatis. Non aliqua sunt, quæ minori mole tantumdem ponderant quantum in alijs aliquibus grauibus ponderat moles maior. Vt igitur certi aliquid accipiatur in commercijs humanis circa rerum aliquarum quantitates materiales, accepta est earum non moles, sed grauitatis quantitas. Ac nos in nostris hisce propositionibus de libra, & statera propter ea diximus: Quantitatem grauitatis (non grauis rei) venari. *Iam vires admirandas vectis primi generis extra machinas vidimus; videamus etiam in machinis.*

In libra, & staterà proditur quantitas põderantiæ, &c.

Cur in commercijs circa rerum qnantitates materiales accipiatur quantitas nõ molis, sed grauitatis.

PROPOSITIO IV.

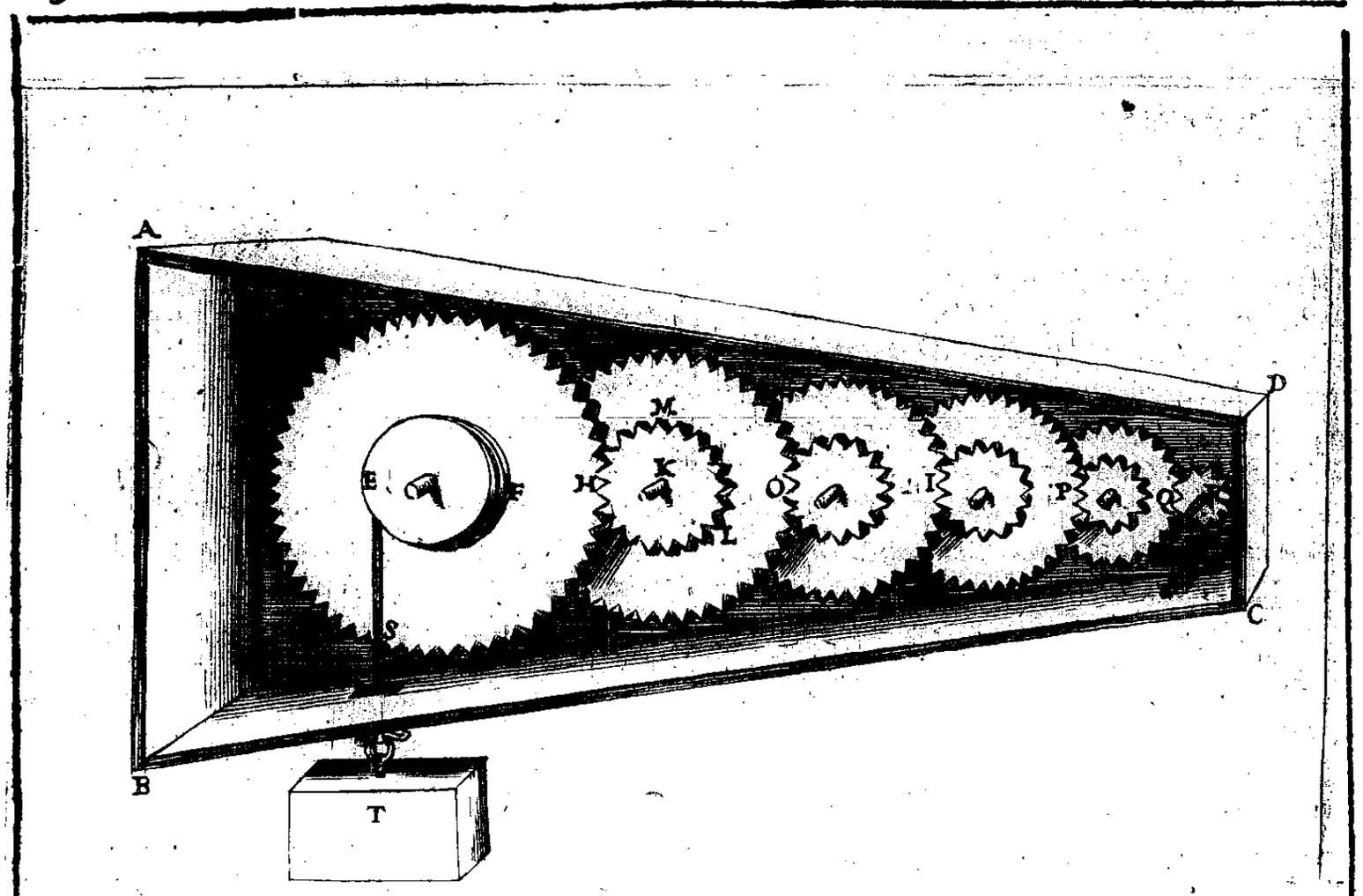
Prodere vires admirandas vectis primi generis in Glossocomo multiplicati ad datum pondus datà potentià mouendum.



Descriptio Glossocomi apud Pappũ.

PAppus lib. 8. machinam quandam sic describit. *Sit dictum ab Herone Glossocomum ABCD: & in eo ad longos & parallelos parietes sit axis EF, qui expedite vertatur. huic autem insertum sit tympanum dentatum radijs quasi dentibus GH habens diametrum duplam diametri axis EF iuxta tempora. fit enim quadratus circa modium ad tantam longitudinem, quanta est tympani crassitudo, in quem tute inseratur; rotundus autem quodammodo vel diminutus ex vtrisq; partibus tympani. Sic igitur ad pondus, quod attrahitur alligati funes. qui arna vocantur, per quoddam foramen, vel potius per sectionem latam in pariete CB ingredientes circa axem EF ex vtraq; parte tympani GH conuoluantur, vertaturq; GH tympanum, & hoc simul vertet insertum axem, qui circa extrema mouetur in digitis æreis, & positus in dictis parietibus ABCD: conuoluti autem funes ex pondere, quod vocatur φορτίον, pondus ipsum mouebunt.* Pollo post: *fiat alius axis K, qui po-*

natur



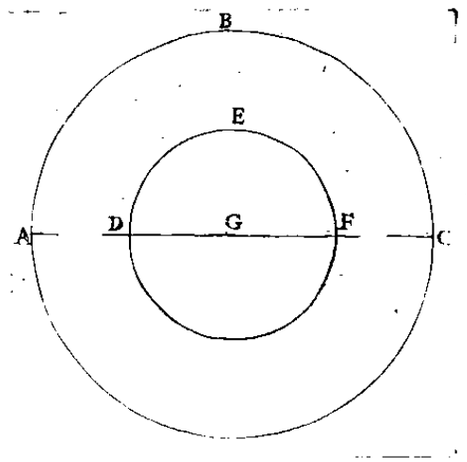
natur parallelus ipsi EF, habeatq; insertum tympanum dentatum ML ita, vt eius dentes dentibus tympani GH congruant. Sed eidem axi ML insertum sit aliud tympanum XO diametrum habens duplam diametri tympani ML. &c.

Atq; eadem serie construantur, & commit tantur alia tympana tympanis, vt vides in I,P,Q. Sit autem R (pro tympano quod vides in figura) vitis, quam vocant, perpetuam, siue helix obliquis dentibus ipsius Q congruens. tum producatur, & inflectatur manubrium ad formam, quæ maiusculum circulum signet, dum mouetur S; sic n. facilius mouebitur helix, quoniam vt docet Aristoteles in Mechanicis, circuli maiores sunt mouentiores, &c. Vel aliter: Producto postremi tympani Q axe, potes eo vti, ac per eum vertere citius tympanum Q, quam vertatur per helicem in R. Motum igitur tympanum, siue rota Q mouet ipsam P, P ipsam I, I ipsam XO, XO ipsam GH, & ad motum ipsius GH mouetur axis EF, cui affixus funis S mouet, ac sursum trahit pondus T. mouentur autem semper à tympanis minoribus maiora tympana antecedentia, dentibus eorum inter se congruentibus.

Hæc quod ad machinæ constructionem, in qua potest fieri etiam quælibet alia proportio diametri tympanorum maiorum ad diametros minorum tympanorum. Nos duplicatam posuimus ad theorices, & demonstrationis facilitatem. Quantam autem vim habeat hæc machina ad datum quodlibet pondus, etiã immensum, data qualibet vi exigua mouendum prodemus sequenti theoria.

Nam tota hæc machina constat ex vectibus primi generis multiplicatis, quorum multiplicatio efficit, vt datum pondus semper à minori, ac minori potentia possit moueri. Etenim singula tympana tam maiora, quã maioribus inserta minora, itemq; axes sunt contigui, seu continui, atq; infiniti quodammodo vectes primi generis. Vt patet in figura geometricà, in qua tympanum maius est ABC, minus tympanum, siue axis crassitudo, DEF; diametri AC, DF habent instar vectium: in centro G est hypomoclion. Pondus dependens ex D requirit in F æqualem potentiam, propter suppositum 2 initio huiusce 2 progymnasmatis positum, & in C potentia erit dimidio minor quam pondus dependens ex D, propter idem suppositum, ponitur enim diameter AC dupla ipsius DF; & vt DG ad GC, ita potentia in C ad pondus ex D, at DG est dimidia ipsius GC, ergo & potentia ipsius ponderis dimidia in grauitatione, seu nisu, æquiponderabit ipsi ponderi. Atq hæc theoria, & demonstratio est primi tympani GH cum axe EF

In Glossocomo tympana vectes sunt primi generis.



in

in Glosocomo. In quo pondus T ex H (ideſt ipſi potentiæ in H) ponderat dimidio minus, quam ex F. Rurſus quia OK duplum eſt ſpatium ipſius KL, pōdus ex O dimidio minus pōderabit, quam ex H vbi tympani antecedentis extremum committitur cū extremo tympani minoris KL inſerti in tympanum XO. ergo pondus ex O quadruplo minus ponderat potentiæ in O, quàm cum pondus eſt in E; & ſic deinceps ex I octuplo minus, quàm in E, quia in tympano I proportio eadem eſt, ideſt dupla antecedentis, quæ erat 4. in P 16, in Q 32 minus ponderabit pōdus quam in E. Eodemq; ordine additis tympanis in eadem proportione ſe ſe habentibus peruenietur ad potentiam, quæ erit minima pars in niſu, & grauitate ipſius ponderis T, & tamen minima ea potentia æquiponderabit, & mouebit etiam exiguo addito niſu ipſum pondus T.

Dato ergo quolibet pondere T, & data exiguà determinatà potentiâ, qua quis velit mouere datum pondus, fiet per tympanorum, ſiue per vectium in tympanis additionem eo vſq; decreſcentia ponderationis, donec datæ potentiæ ſit æqualis ponderatio.

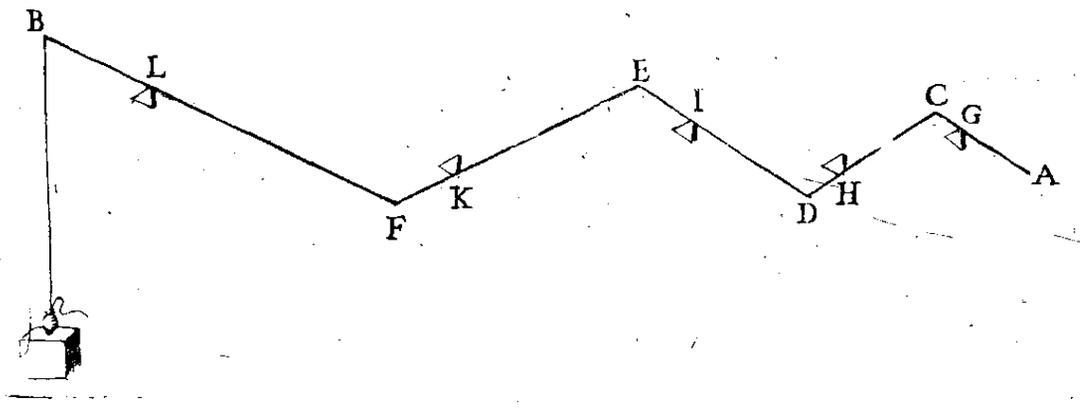
Sic (vt in minoribus numeris, & pondere ponamus exemplum) ſi pondus ſit 64, potentia 2 æquiponderabit ipſi in Q, & addito exiguo niſu ipſum mouebit, tantùm poſitis quinq; tympanis. Nam 64 in E decreſcit in H ad 32, in O ad 16, in I ad 8, in P ad 4, in Q ad 2, ſemper per dimidia antecedentium ex data dupla proportione tympanorum, ſeu vectium maiorū ad minores.

SCHOLION I.

In qua theorice alia noſtra Gloſſocomi.

SI oculo Mathematico inſpicias Gloſſocomum ABCD, eſt in eo ab E vſq; ad Q vectis quidam quater infractus, ſiue quaſi compoſitus ex quinq; minoribus vectibus, qui ad extrema faciunt angulos, & in contraria obnituntur, ac mouentur alternis per adductionem, & per impulſionem, vt ſit in remis aliquando adductis ad pectus, aliquando protruſis; dum ſcaphæ mouentur. Vectes autem hi partiales in Gloſſocomo habēt alternis hypomoclia inferne, ac ſuperne.

Vt



Vt hic vides, ſi fingas potentiā in extremo A, & pondus dependens ex B; ac pro prima rotula, & minima ſit vectis AC, pro 2 CD, ac deinceps pro reliquis rotis vectes DE, EF, FB. ſint autem hypomoclia in ſingulis vectibus diſpoſita ibi, vbi diſtantiæ verſus A duplæ ſint diſtantiarum verſus B. Dum ergo primus vectis AC nititur hypomoclio inferne poſito in G, & potentia in A deprimit extremum A, conſequenter alterum extremum C tremum A, conſequenter alterum extremum C attollitur, & ſimul alterius vectis CD attollit extremum cōmiſſum in C, ac vectis CD quoniam ſuſpellitur, nititur hypomoclio H ſuperne collocato. elevato ergo C, deprimitur D, & in tertio vecte D^E iteratur motus primi vectis AC; in 4 vecte EF iteratur motus ſecundi CD, in quinto deniq; FB moto per depreſſionem in F ſit elevatio ponderis in altero extremo B.

SCHOLION II.

In quo erudita aliqua non ſine paradoxis.

MOuentur ergo alternis contrarijs motibus vectes in circulis, ſiue tympanis, & conſequenter ipſi etiam circuli. Ex quibus contrarijs motibus affirmat Ariſtoteles in mechanicis ſolitos fuiſſe Antiquorum ſacrificulos imponere imperitis, dum ſeriem fingebant ſtatuarum minorum in contrarias partes euntium. Erant n. authomata compoſita, & compacta ex huiuſmodi tympanis ſe ſe per mutuas dentium connexiones, & conniſiones in contraria verſantibus.

Authomata ex circulis in contraria motis.

Pierius lib. 39 de hyerogl. prædictam circulorum per mutuum conniſum in contrariam rationem tranſtulit ad ſignificationem ſuæ olim benevolentiæ in indignationem conuerſæ erga amicum, &c. Perelegans deſcriptio poetica ſic habet:

Symbolum amicitiæ in diſcordiam verſæ.

Non aliter motas concurrere ad oſcula vidi,
Hinc atq; hinc geminæ ſi coiere rotæ.
Fitq; ex concurſu facies contraria primæ.
Machina verſa meo qualis in igne fuit.

Inimica amicitia.

Oscula ergo, & concursus, & quasi collabellationes earotarum (quæ omnia symbola sunt, & causæ deberent esse amicitiæ, atq; concordiæ etiam in motibus) efficiunt contrarias motiones.

COROLLARIVM I.

De vsu Glossocomi.

IN bellis, & in machinis bellicis aeneis nostrorum temporum præcipuus esse potest vsus Glossocomi, quo facillime artolli possint martia ea tormenta in loca editiora, si quando sit opus, &c. & ad alia humanæ vitæ vsui necessaria.

COROLLARIVM II.

De vectibus in auium volatu, & gressilium incessu.

VEctes infracti, seu partiales sunt alarum, digitorum, pedum manuum, brachiorum, tibiarum, fæmorum, &c. quibus facile corpora leuãtur animalium. Alluximus tibi, mi Lector. Tute philosophare ex præcedentibus, atq; inspice cuius generis vectes, & an aliqua ex parte imitantes glossocomum vsurpet natura in animantibus, &c.

Hactenus circa vectem primi generis tum simplicis, tum multiplicati: iam orationem, & contemplationem transferamus ad vectem 2 generis, cum scilicet hypomoclion est in altero extremorum, in altero potentia, pondus inter potentiam, & inter hypomoclion, ac videamus quantum ad eleuanda grauissima pondera valeat id genus, atq; is vsus vectis.



PROPOSITIO V.

Vires admiradæ vectis secundi generis in machina quadam multiplicati facillimo modo explicare, demonstrare, atq; in vsum traducere.

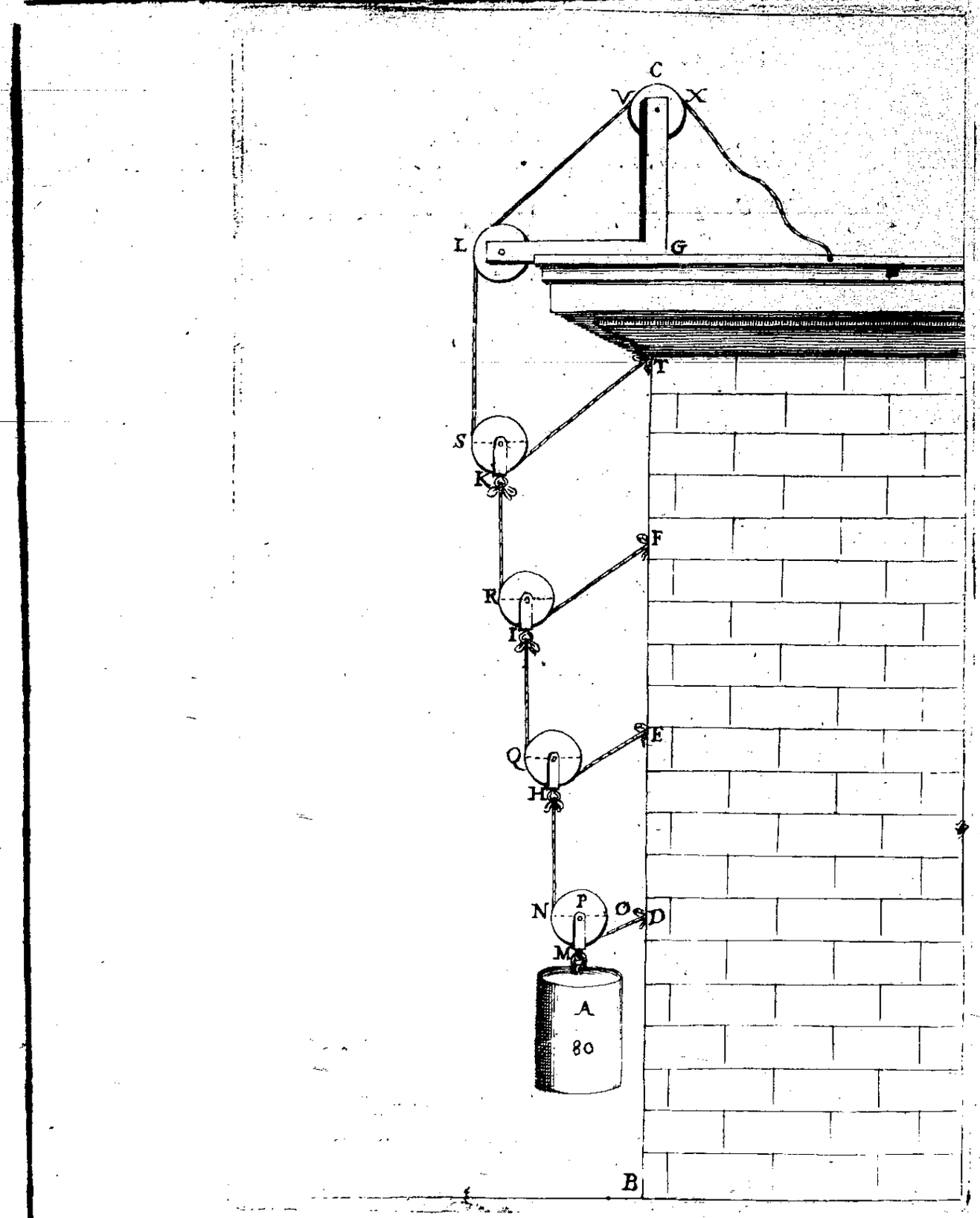
VSus vectis secundi generis esse solet in trochleis. In quibus quomodo imminuatur ponderis grauitatio per vectium multiplicationem viderint alij aliter. Mihi modus, quem mox subijciam in sequenti machina, maxime probatur ob facilitatem theoriæ, quam nos præcipue quærimus, vt pote circa materialia philosophantes. Excogitauimus autem machinam praxi non inutilem, vtillimam in primis theoriæ.

Pondus ergo A (in fig. ad dex.) eleuandum sit, cuius grauitas ab arte philosophicè, ac geometricè sit ita imminuenda, vt à minima possit potẽtia eleuari quantumuis magna moles sit eiusdem A. Erigatur prope A horizonti perpendicularis, ac firmetur solida quæpiã trabs (siue sit murus cum trabe) BC. Atq; in ea certis interuallis affigantur quotlibet (quo plures eo facilior erit ponderis elatio) funes in D, E, F, T, qui trochleas, hoc est orbiculos striatos in suis loculamentis circa axem volubiles ambiant saltem secundum inferiorem semicirculum, & singulorum funium altera extrema affigantur sub trochleis superioribus, vt vides in H, I, K; supremus autem funis T K adducatur ad rotulam volubilem, quæ est in L extremo prominentis trabis LG, & compactæ, solidatæq; ad angulos rectos in G; producatur funis ex L in C ad alterum striatum orbiculum, ac deniq; ex C descendat ad potentiam; quæ pondus A suspensum in M facillimo negotio pertrahet quasi per quattuor vectes; & pondus verbi causa grauitans vt 80 attolli poterit à potentia vt 5 per quattuor tantum trochleas, M, H, I, K.

Ratio, ac demõstratio est, quia in singulis trochleis vectes sunt dimidio semper imminuentes grauitationem ponderis, quod sustinent. Vt in trochlea M vectis est orbiculi diameter NO, & potentia est in extremo N vbi funis sursum adducitur, hypomoclij vero rationem habet alterum extremum O, vnde funis ductus est, atq; in D fixus; pondus deniq; inter vtrumq; extremum affixum est in M non aliter, quam si in P. Vides ergo hic vectem secundi generis. Eademq; contemplatio est in reliquis trochleis H, I, K.

Quoniam ergo pondus ex M dependens, velut in P dimidio vectis locatum supponitur; ergo per 2 suppositum ex Archimede, vt distantia

ponde-



ponderis P ab hypomoclio O ad diſtantiam potentiæ N ab eodem hypomoclio O, ita reciprocé potentia N ad pondus P, at diſtantia PO eſt dimidia diſtantiæ NO, ergo & potentia N eſt dimidia ponderis P, hoc eſt potentia vt 40 in N æquiponderabit ponderi vt 80 in P.

Pondus ergo A 80 ponderat in N tãtum 40. At ſuſpenſum N in H, propter eandem demonſtrationem, ponderabit tantúm 20 in Q; inde ſuſpenſum in I ponderabit tantum 10 in R, inde ſuſpenſum in K ponderabit tantum 5 in S.

Machinam autem hîc poſitam non ſolum ad vſum potes traducere, ſed etiam inuentionem ipſam potes applicare parietibus, turribus, &c. vt ſi pondus eleuandum ſit ad certam turris altitudinem, vt ad C, & fingas pro trabe turrem CB ſtantem, & LG proiecturam turris pinnatam iuxta turris verticem, ac deinde chordas, & trochleas diſponas, vt habes in figura machinæ, &c.

Porro rotulæ L, & C, quæ habent funem ſuperne incumbentẽ nihil addunt potentiæ ad facilitatem eleuandi ponderis. Rationem, & demonſtrationem continet noſtra mox ſequens propoſitio.

SCHOLION.

IN cenſurà P. Griembergerus. Quia D non ſemper idem eſt cum O, ſed aliquando diuerſum, & non ſemper perpendiculariter ſupra O, ideo non eſt ſemper èadem vis potentiæ in N, & D.

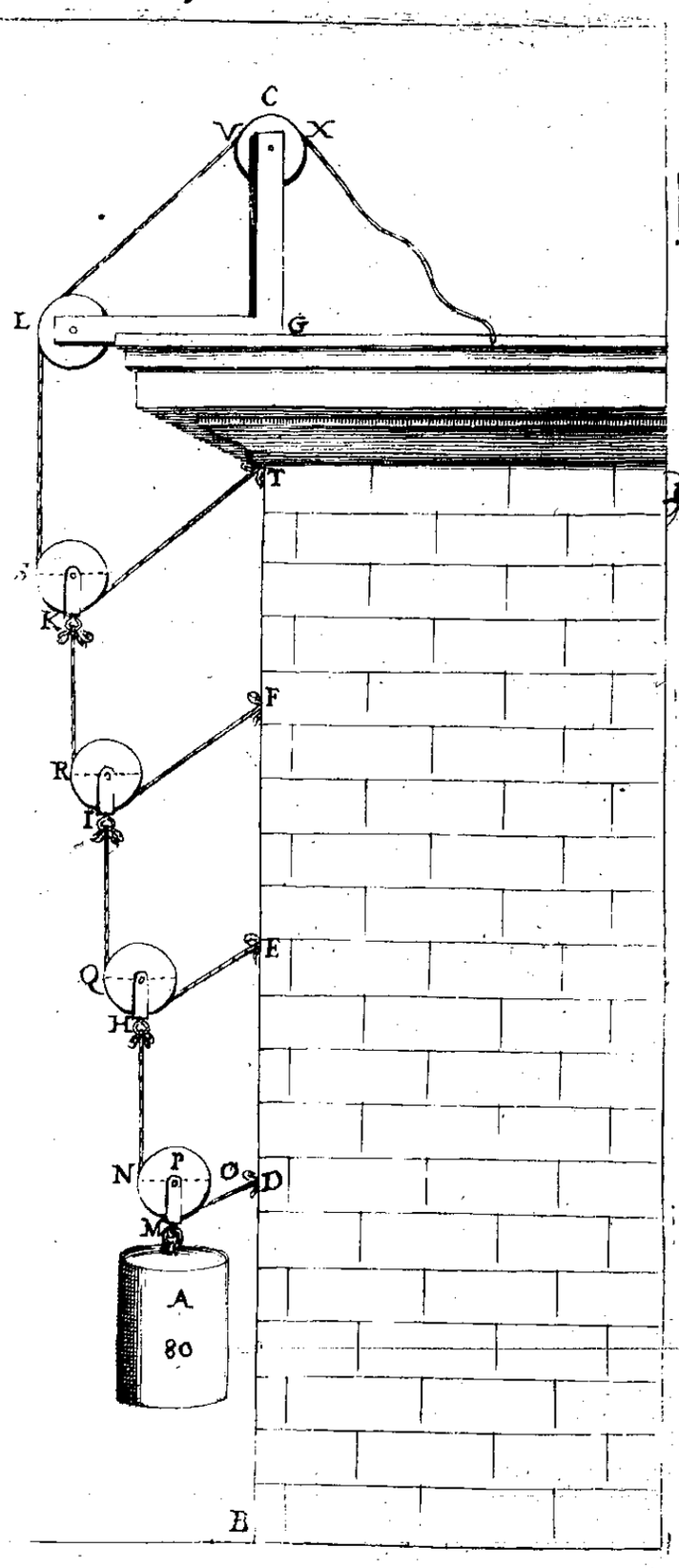


PROPOSITIO VI.

Vectis primi generis in vſitatis trochleis eſt inutilis ad imminutionem ponderis, vel ad augmentum potentiæ, &c.

DEmonſtratio breuiſſimè conſtat ex nun quam ſatis laudata propoſitione à nobis ſuppoſitâ in 2. noſtro ſuppoſito initio huius. Quoniam enim in trochleis vectis, qui diameter eſt orbiculi volubilis, bifariam diuiditur ab axe, ſi vtaris ea diametro ſic bifariatà pro vecte primi generis, hoc eſt ſi ponas in altero eius extremo pondus, in altero potentiam, quoniam ab axe, qui eſt pro hypomoclio, tantumdem eſt diſtantiæ tam ad pondus, quam ad potentiam, ideo erunt etiam æqualium virium, & grauitatis tam potentia quam pondus. Quare potentia nihil de pondere imminuit.

Quoniam ergo (reuiſe hîc fig. prop. antecedentis) in rotulis L, & C pondus ponitur in diametri extremo, vt in V, &c. & potentia in altero extremo, vt in X, non autem in medio, quemadmodum factum eſt in inferioribus quattuor trochleis, ideo in rotulis L, & C diameter habet rationem vectis primi generis, & conſequenter propter demonſtrat. modò poſitam, non habetur earum rotularum ratio in imminutione grauitatis eleuandi ponderis A. Vide etiam circa hanc propoſitionem inferius in Corollario 2. poſt ſeptimam propoſit. in ſequentibus.



CO.

COROLLARIVM I.

In quo diſsipati obices, detecta fallacia.

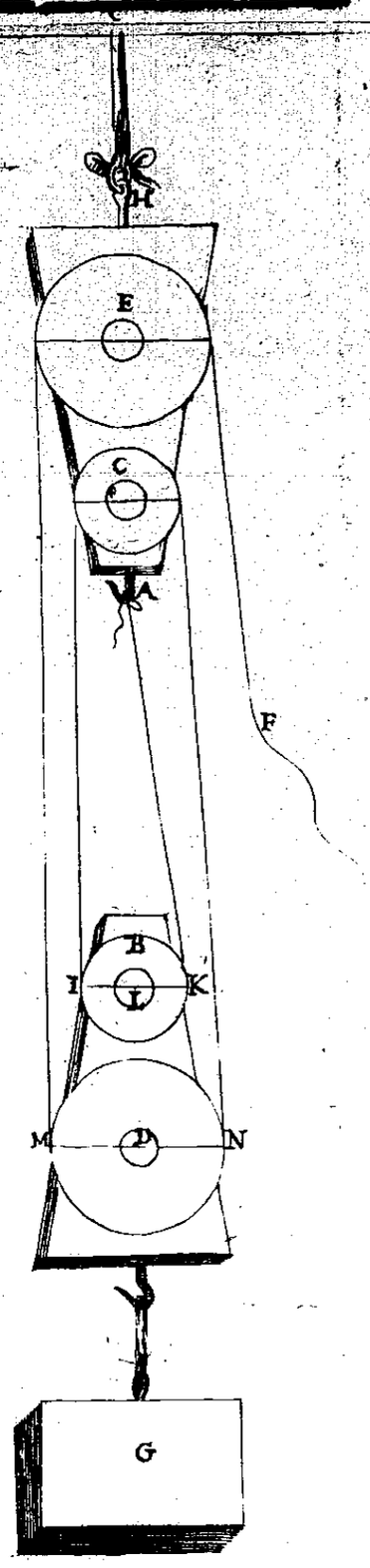
EX hac noſtra 6 propoſitione de vecte primi generis in trochleis vſitatis facile diſſoluas nubes illas, quibus aliqui mechanicarum quæſtionum tum in Ariſtotele, tum extra Ariſtotelem explicatores inuoluti ſunt, dum putarunt in vſu trochlearum ſuperiores trochleas etiam ipſas imminuere grauitatem ponderis, quemadmodum imminuunt trochleę omnes inferiores. Falſum enim eſt; quoniam quemadmodum inferiores trochleę continent vectes ſecundi generis, qui vtillimi ſunt, & imminuentes grauitatem ponderis, vt iam à nobis paullo ante in poſitâ machinâ demonſtratũ eſt; ſic trochleæ ſuperiores continent vectes eos primi generis, qui ex demonſtratis nuper inutiles ſunt in trochleis ad imminuendam grauitatem ponderum attollendorum infra potentiam. Verum tamen eſt motum ipſum tractionis funium faciliorem reddi propter facilitatem motionis, quam habent rotulæ volubiles circa axes. Sed ea facilitas eſt circularis figuræ beneficium ad motum, non autem eſt imminutio grauitatis in podere, &c.

COROLLARIVM II.

In quo ex prædictis ſoluitur nodus in theoria trochlearum ſecundùm vſum communem vſurpatarum.

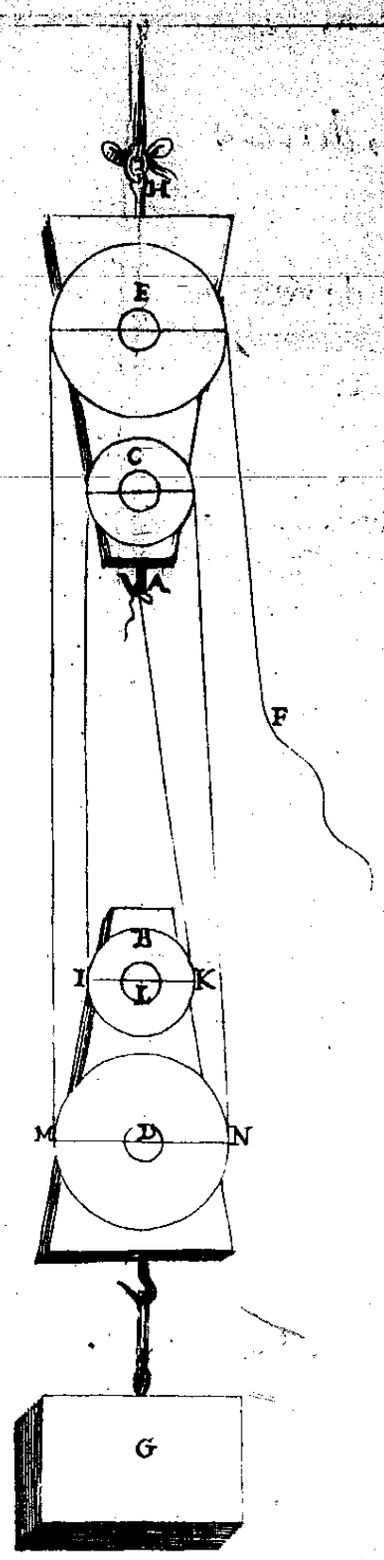
TRochlearum vſus communis eſt, non qualem nos dedimus in machina præcedentis propoſitionis, ſed is, quem vides in hîc poſita machina, in qua funis alterum caput ſuſpenſum eſt in ſuperioris trochleæ inferiori parte, vbi A, tum circumuolutus primæ rotulæ inferiori, inde traductus circa primam ſuperiorem: ex ea ad D, ex D ad E, ac demiſſus in F, vbi potentia trahit alterum extremum ipſius funis, & attollit mira cum facilitate graue G. Sit autem ſuſpenſa in H ſuprema trochlea, &c. In vſu igitur huiuſce machinæ difficultatem aliquam habere videtur theoria imminutionis grauitatis in pondere per multiplicationem rotularum, ſiue vectium in ipſis rotulis inferioris trochleæ exiſtentium.

Nam in inferioris trochleæ prima rotulâ B, poſitâ diametro IK pro vecte, è cuius medio L



deponderat graue G, per iam demõſtrata idem graue G dimidio minus ponderat in extremo I vbi eſt potentia; dum funis I per C circumuoluitur, & deſcendit, atq; ambit rotulam D, grauitas ipſius G dimidiata in I transferri videtur nõ in D, vbi ſecundi vectis dimidium eſt (quemadmodum in noſtra ſuperiori machina nos fecimus) ſed transferri videtur potius dimidiata ea grauitas in extremum M, quo ſcilicet funis ex I adducitur. At ſi in vecte aliquando graue ſit in altero extremorum, non poteſt fieri facilitas motionis ponderum per trochleas. Nam, vt patet ex primo ſuppoſito huiuſce Progym. pondera non poſſunt eſſe in altero vectis extremo, niſi in vectibus primi, aut tertij generis. Illuc reuiſe. At in trochleis per paullo ante demonſtrata vectis primi generis inutilis eſt ad imminuendam grauitatem ponderum per trochleas. Vectis autẽ tertij generis multo ineptior eſt ad eandem imminutionem grauitatis ponderum per trochleas, vt in fine huiuſce libri patebit, vbi

de eo



de eo vecte agemus; & tamen cum pondus attrahitur per M extremum secundi vectis, longe leuius sentitur, quam cum attrahitur per solum antecedentem vectem IK. Quomodo ergo ea facilitas, ac leuitas effici potest, si grauitas, quæ dimidiata est in I transfertur, non in D, vbi debet esse pondus, sed in M, vbi non potest, per prædicta, cõsequi vllam leuitatem in trochleis?

Qnoniam igitur ex propositione paullo ante posita vectes IK, MN in trochleis non possunt esse nisi secundi generis, in quo vectium genere semper pondus grauitat inter extrema, quorum alterum ab hypomoclio, alterum à potentia occupatur, affirmandum necessario est grauitatem illam ponderis G dimidiatam in I transferri per chordas ad secundi vectis MN medium D, atq; ex D deponderare graue ipsum G, quemadmodum deponderat etiam ex dimidio L primi vectis IK. Tunc autem ipsius grauis G grauitas, quæ est in D, dimidiatur in M; vt dimidiata fuit antea ex L in I, per demonstrata in antepositis.

Theoricę nostra facillima trochlearum secundum vsum communem.

Atq; eádem serie semper in dupla imminutione antecedentis grauitatis fit progressio, si plures rotulæ in trochlea inferiori ponantur. Atq; hac ratione nos per indirectam demonstrationem innuimus ex antecedentibus theoricẽ trochlearum secundum vsum communem vsurpatarum; relictis alijs modis apud alios vulgatis.

COROLLARIVM III.

In quo illustratur locus perobscurus, & soluitur nodus in Mechanicis Aristotelis, ac trochlearum vis augetur ad vsum.

QVuod prȩcipuum est in trochlearum theoria, & vsu ab Aristotele perobscurè innuitur in ijs verbis Mechanicarum quæstionum

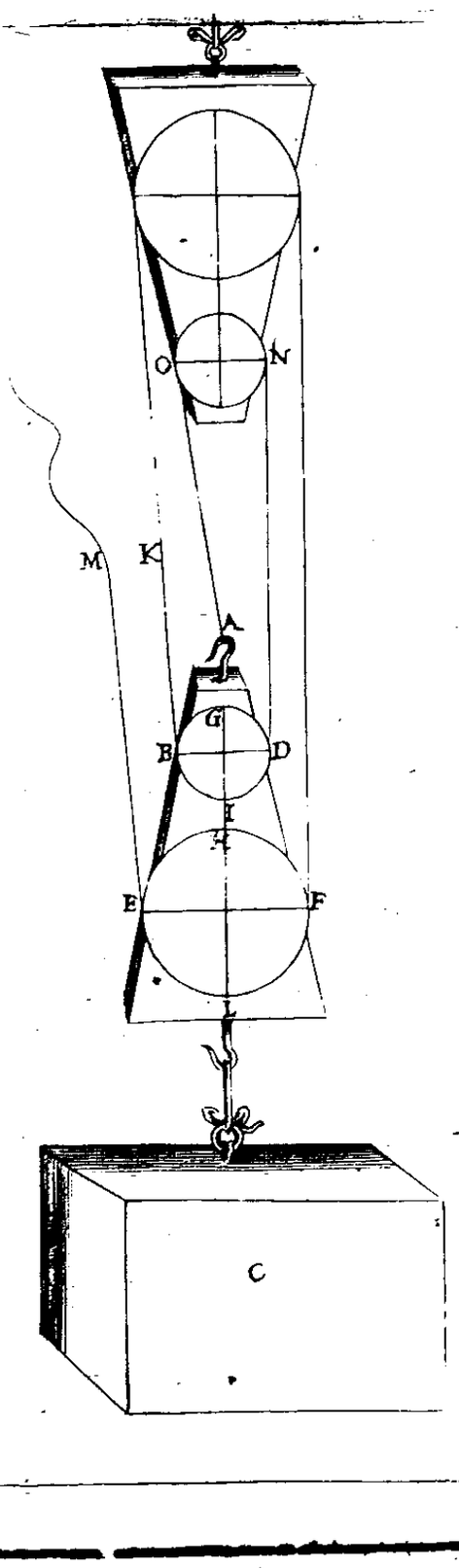
quæstio-

quæstione 18, vbi sic: *Si vna trochlea facilius trahet, & ab vnico tractu multo grauius trahet, quàm facere possit manus, id ipsum duæ trochleæ plusquam in dupla velocitate leuabunt. &c.* Pro: *in dupla velocitate* intellige in dupla leuitate, ad quam consequi potest velocitas.

Sed quid est quod Arist. ait: *plusquam in dupla?* scilicet facilitate, leuitate? &c. An non ex machina nostra, & ex alijs, quę hactenus à nobis dicta sunt circa vectes, qui in trochleis sunt, satis patet in rotulis trochlearum per duplationem distantiæ ad distantiam ab hypomoclio fieri æquiponderantiam potentiæ, ac ponderis, & proinde fieri semper imminutionem grauitatis per dimidiationem, seu duplationem? Cur ergo Arist. affirmat fieri per plusquam duplam? &c.

Funis alterum extremum appensum ex medio inferioris trochleę eleuat pondera plusquàm in dupla proportione.

Interpretes Aristotelis difficultatem eius loci dissimularunt, dum non aduertũt in trochlearum vsu aliquando funis alterum extremum appendi ex medio inferioris trochleę. Cum autem id fit non exiguum compendium acquiritur in trochleis ad pondera leuius eleuanda, quàm in dupla proportione. Quod egregie de more suo demõstrat nobilissimus, ac doctissimus Marchio Guidubaldus de trochleæ propositionibus 5, & 9.



Potẽtia enim in B, siue in K (considerata vnà tantum rotulà inferioris trochleæ, & traiecto fune circa DIB) est non solum dimidia ponderis C, sed etiam tertia pars dum suspenditur trochlea in A, per 5 citatam Guidubaldi. Cuius ibi corollarium etiam est, à singulis funibus DN, AO, BK sustineri tertiam partem ponderis C. Quod si trochlea suspensa tantum esset in D, non in A, tunc excommuni vsu, ac demonstratione, potentia in B, vel K esset tantum dimidia ponderis in C. Cõsideratis autem duabus simul inferioribus rotulis, BGD, EHF, & traiecto fune circa DIB, & circa FLE, potentia in E, siue in M, est quintupla ponderis C, per 9 citatam Guidubaldi. An non igitur dicendum est Aristotelem ad hunc trochlearum vsum respexisse, vt verè dixerit trochleas duas trahere plusquam in dupla proportione? Si quid melius occurrat cuipiam, libenter audiemus.

SCHOLION.

Qua cautione dictum sit à nobis vectem primi generis inutilem esse.

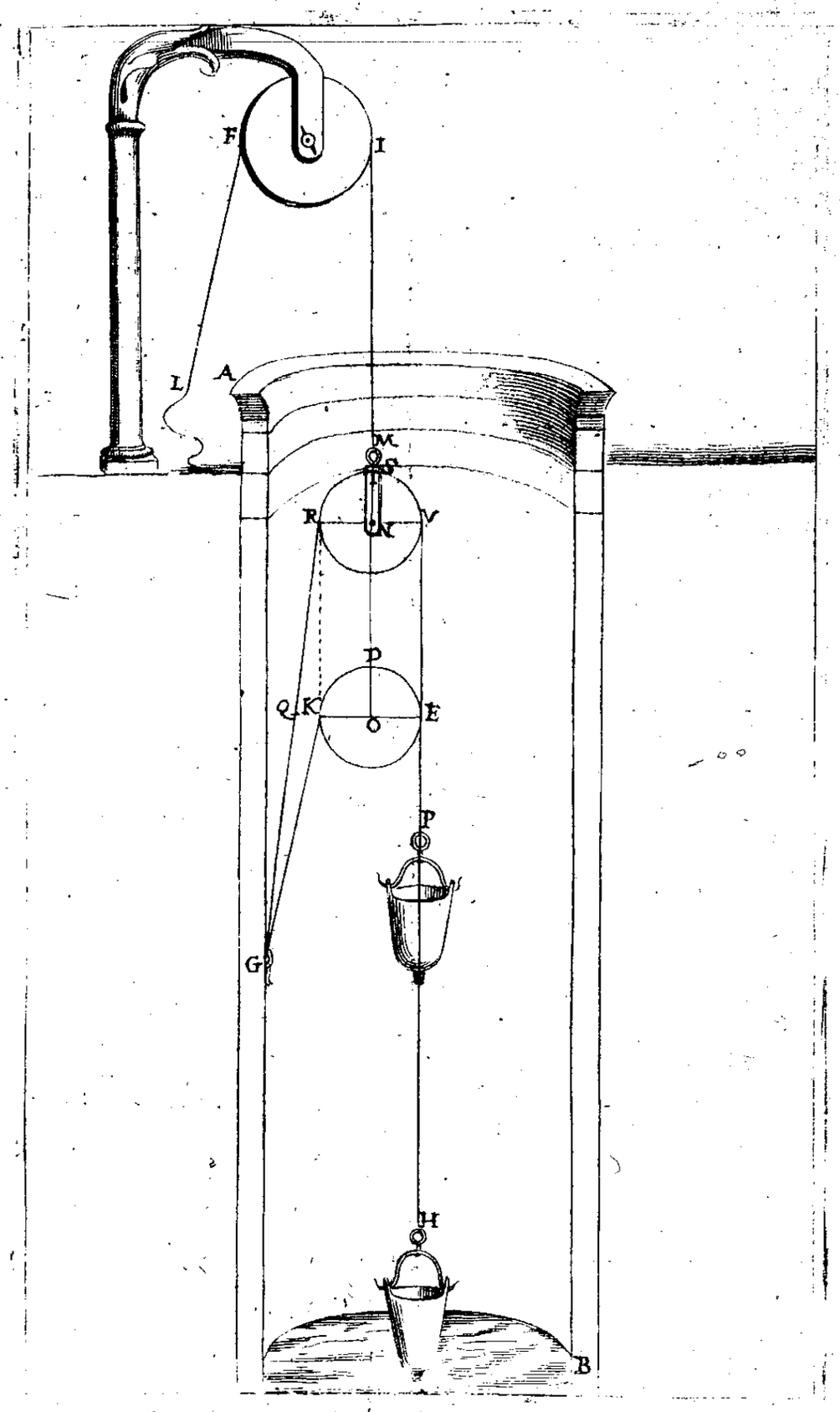
Dictum à nobis est vectem primi generis inutilem, &c. sed cum addito: in vsitatis trochleis. *Quæ scilicet hypomoclion habent in dimidio vectis, & æqualem ponderi potentiam, &c. At si hypomoclion recedat ad partes vectis, vbi pondus est, tunc minor requiretur potentia, iuxta ingenium Archimedis in Glossocomo.*

Atq; hæc satis circa vires vectis secundi generis in Trochleis. Iam ad vsum vectis tertij generis deueniamus, & aliqua de eo non admodum peruulgata, nec inutilia, & paradoxica dicamus, vt pateat non recte sensisse eos, qui vectis id genus inutile arbitrati sunt.

PROPOSITIO VII.

Vires admirandæ vectis tertij generis. Ac primo—

= Aquam è puteo haurire tempore dimidio breuiore, quàm in vſu communi.



GAbriel Arator apud Cardanum lib. 12. cap. 58 de Varietate, problema huic non diſsimile proponit in eleuatione ponderoſi. Quod quidem problema exponit Arator in figura quadam, ſed non demonſtrat, nec explicat naturam, & cauſas inopinatæ huiuſce, atq; admirandæ affectionis. Nos id problema in propoſito hìc exemplo ad vſum traduximus, & mox geometricè demonſtrabimus, vectemq; tertij generis in machina latentem exponemus.

Puteus eſt AB. Intra puteum ad punctum G figatur funis, è cuius extremo H dependeat ſitula, quæ intra aquas putei demergi poſſit quantum ſatis eſt ad hauriendum aquam. mox trochleæ KE circumducatur funis GKEH. Si ergo à potentiâ poſitâ in L ſurſum educatur funis DIFL, dico ſitulam H confecturam duplex ſpatium eius, quod conficietur eodem tempore à trochlea KDE, ac proinde dimidio breuiori tempore aſcenſuram ſitulam, quàm ſi per modum vſitatum adduceretur. Nam ſi, exempli cauſa, requiritur ſpatium temporis, quo dominica ora-

tio

tio recitatur, vt ſitula per modum vſitatum ab aqua adducatur ad os putei, requiretur per hìc poſitam artem ſpatium temporis, quo dimidia tantum oratio dominica recitetur, vt ab aqua ad os putei educatur ſitula à potentia trahente eádem velocitate per artem hìc poſitam, qua velocitate traheret etiam per modum vſitatum.

Igitur, in exemplo, à funeLFIM adducta ſit trochlea ex D in S, atq; eodem tempore ſitula ex H aſcenderit in P, dico ſpatium HP, quod ſitula confecit, duplum eſſe ſpatij DS, ſiue ON, quod trochlea confecit.

Quoniam enim idem funis eſt GDH,& GSP, ſi detrahantur æquales partes KDE, RSV, item communia ſegmenta PE, & ſectæ æquales GK, GQ, remanebit ipſis EV, QR æqualis funis, ſiue ſpatium HP; at EV, KR (ſiue illi æqualis QR, ſi trochleam adductam fingas ex K in Q) ſunt dupla ipſius ON (hoc eſt ipſius DS) ergo & ſpatium HP duplum erit ipſius DS; quod erat demonſtrandum. Et pari ratione procedet demonſtratio in quocunq; ſpatio confecto à trochlea, & à ſitula, Nam ſitulæ ſpatium duplum ſemper erit ſpatio à trochlea confecto, ac proinde cum trochlea ex O, vel ex N adducta fuerit prope I, ſitula ex H, vel ex P eodem tempore per duplum ſpatij aſcenderit etiam ipſa ad os putei.

SCHOLION.

Geometrica firmamenta, &c.

IN gratiam tyronis geometrici, ne hæreat in demonſtratione, indicanda ſunt aliqua, ex quibus patent probationes aliquarum affirmationum. Ac 1 affirmauimus ON æquale eſſe ſpatium ſpatio DS, quia æqualia, immo idem ſunt OD, NS in eàdem trochlea; ergo addito communi DN, erunt ON, DS æqualia. 2 affirmauimus funes ſiue ſpatia EV, KR dupla eſſe ipſius ON, quia EV, KR (quæ iungunt æquales KE, RV, vni eidemq; horizonti, ac proinde inter ſe, parallelas) ſunt & ipſæ inter ſe æquales, ac parallelæ. Itemq; ON, EV; ON, KR propter eamdem rationem ſunt æquales, ergo EV, KR, quæ eidem ON ſingulæ ſunt æquales, sũt ſimul ſumptæ eiuſdem ON duplæ.



COROLLARIVM I.

In quo cauſa celeritatis, aut tarditatis, cauſa etiam potentiæ imminutæ, aut auctæ in trochleis proditur ex vecte tertij generis ad vſum.

IN hoc vſu trochlearum conferentium tantum compendij ad celeritatem tractionis ponderum latet vectis tertij generis. Nam in vecte KE hypomoclion eſt in K, ex qua parte fixus eſt funis in G, pondus autem dependens eſt ab extremo E, potentia autem conſequenter eſt inter K, & E in O, ſiue in D, vnde ſuſpenditur, & attrahitur trochlea.

Porrò quemadmodum in hoc vſu vectis tertij generis pondus acquirit celeritatem in conficiendo ſpatium duplum eius ſpatij, quod eodem tempore conficit potentia, vt patet ex demonſtr. antecedentis 7 propoſitionis; ſic è conuerſo in vſu vectis ſecundi generis per trochleas pondus amittit celeritatem, & potentia conficit ſpatium duplum ſpatij, quod à pondere conficitur. demonſtratio patet ex antecedenti demonſtratione; ſi figuram ibi poſitam concipias inuerſam, & commutes loca potentiæ, ac ponderis, fingaſq; potentiam eſſe in P, & pondus in S. Nam ſi potentia in P progrediatur vſq; ad H, & adducat pondus ex S in D, eadẽ eſt demonſtratio, quæ probat ſpatium PH confectum à potentia eſſe duplum ſpatij SD confecti à pondere. Hinc eſt quod in vſu communi trochlearum imminuitur quidem ponderis grauitatio (vt demonſtratum eſt paullo ante, vbi de vecte ſecundi generis egimus) ſed tamen augetur tarditas motus ponderis, quia ſcilicet potentia eamdem ſeruans celeritatem in tractione, debet conficere duplex, aut in alia proportione multiplex, ſpatium eius, quod conficitur à pondere.

Contraria autem ratione in hoc vſu trochlearum, vbi eſt vectis tertij, generis, augetur quidem celeritas motus ipſius ponderis, ſed tamen imminuitur vis potentiæ trahentis. Nam in vecte KE, vbi potentia ponitur in O, vt ſe habet diſtantia KE ad diſtantiam KO, ita potentia O ad põdus E, ex 2 noſtro ſuppoſito initio huius Prog.; ſed KE eſt dupla ipſius KO, ergo & potentiã in O neceſſe eſt duplicari, vt poſsit æqui ponderare ponderi in E.

Nihilominus tamen vſus vtriuſq; vectis in trochleis vtilitatem magnam affert pro varia, aut etiam contraria neceſsitate, qua quis in attrahendis ponderibus arctatur, & laborat aliquando anguſtijs temporis, ac poteſt potentiam augere, ideſt plures conducere homines attra-

In vecte tertij generis per trochleas põdus & potentia acquirunt celeritatem.

In vecte ſecundi generis per trochleas pondus amittit celeritatẽ, potentia acquirit.

In vſu communi trochlearum imminuitur grauitatio põderis, augetur tarditas motus. cur?

In trochleis vbi eſt vectis tertij generis augetur celeritas moti põderis, imminuitur vis potentiæ. Cur?

Vtilitas vectium ſecundi, & tertij generis in trochleis.

hentes; aliquando non eget tempore, ſed eget multitudine hominum attrahentium, aut non habet vnde ſoluat pluribus ſimul. Deniq; etiam ſi nec tempore indigeat, nec potentiæ imminutione, accidit tamen aliquando vt pondus attrahendum ſit per altiſſimum ſpatium, & tædij plena ſit ea tractionis mora, tunc vtendum eſt noſtra hac arte. Quam olim, memini, ſuadebam Sereniſſimo Duci Parmenſium Odoardo Farneſio (dum à me Math. aliqua, & Moralem Philoſophiam audiret) atq; vt vteretur compendio hìc à me poſito ad hauriendã aquam illam ſalitam, quam magno naturæ miraculo ſua ſponte affluentem habet in altiſſimis puteis inter montes ſuæ ditionis. Hac.n. arte mathematicà futurum, vt multiplicatis tantum hominibus attrahentibus, pauciſſimis diebus longe maiorem ſalis copiam hauriret, atq; conficeret, quam fieri poſſit per vſum communem attrahendorum ponderum, atq; hauriendæ à puteis aquæ.

Aqua ſalita, quæ hauritur à montibus ditionis Sereniſs. Parmen.

COROLLARIVM II —

— Ad ſequentem propoſitionem.

MEmores nos huc reieciſſe Lectorem in fine vltimæ propoſitionis de vecte ſecũdi generis in trochleis, vt eam propoſitionem planè vniuerſaliſſimam efficeremus, hic in loco apponemus propoſitione quæ ex antecedenti corollario elicitur. Cum enim oſtenſum iam ſit in propoſitione 6 huius, in vſu trochlearum ad imminutionem eleuandorum ponderum reſpectu potentiæ vectem primi generis eſſe inutilem, & ex antecedenti primo corollario etiam conſtet á vecte tertij generis non ſolum non iuuari, atq; imminui, ſed & potius augeri difficultatem mouentis potentiæ, nemini dubia eſſe poterit ſequens —

—PROPOSITIO VIII.

In trochleis vſitatis ad facilitatem eleuandorum ponderũ ſolus vectis ſecundi generis proprie, ac per ſe eſt vtilis.

Sequitur —

—PROPOSITIO IX.

Grauia in dato tempore, licet breuiſſimo, per datum ſpatium, licet ampliſſimũ, mouere viribus admirandis vectis tertij generis.

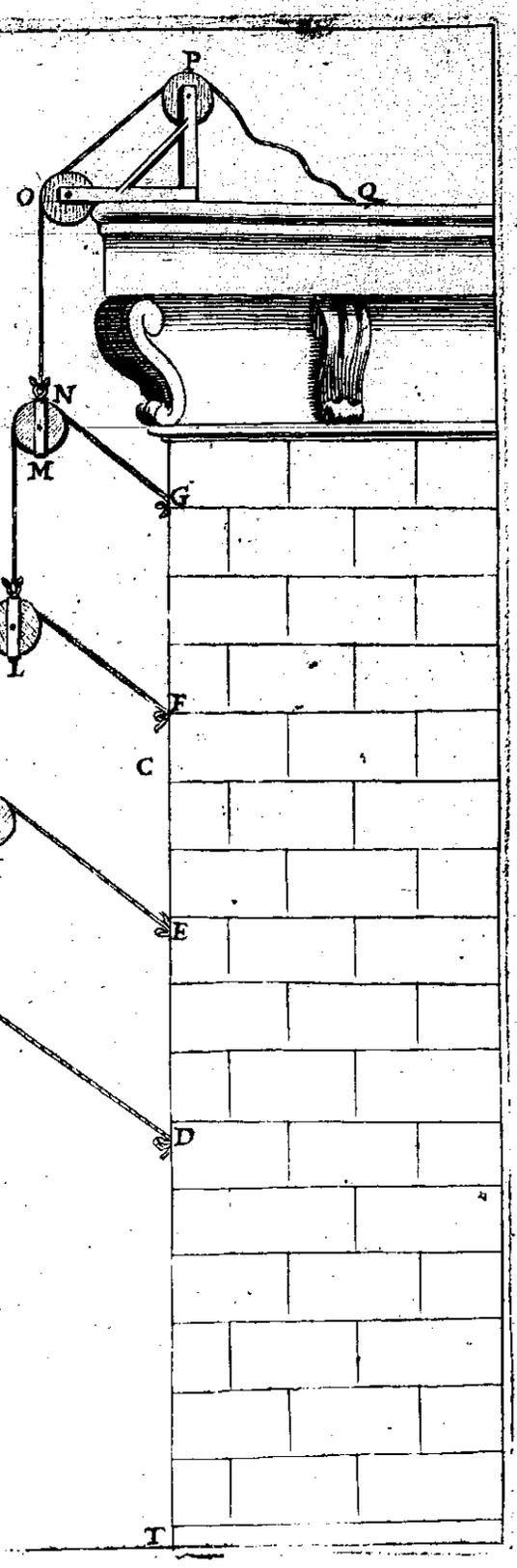
AVdax propoſitio, & nouitate non carens, qua quis profiteatur ſe graue quodpiam per ſpatium quantumuis ampliſſimum in tempore licet breuiſſimo eleuaturum. Datum quidem pondus datá potentiá mouere vſitatum iam eſt per varias machinas apud Mathematicos; at per datum ſpatium in dato tempore? hoc non eſt (quod quidem ſciam) hactenus peruulgatum. Nos tamen hoc problema facillime abſoluemus è 7 antecedenti propoſitione, atq; explicabimus in machina, quæ erit inuerſa eius machinæ, quam propoſitione 5 huius poſuimus, vt ibi facillimo modo explicaremus vires ſec. generis.

Sit ergo pondus A eleuandum, verbi gratia ad turris datam partem, quæ ſit altitudinis 80 perticarum, velut in figura vſq; ad C, & datum tempus, in quo hæc eleuatio facienda eſt, ſit tantumodo mora temporis, quo quinquies Angelica ſalutatio pronuntiatur. Quî fiet vt tam exiguo tempore pondus per tantum ſpatij (80 perticarum) eleuetur? Audi; Sed prius ſupponamus in exemplum, quo tempore ſemel recitatur Angelica ſalutatio potentiam in Q attrahere pondus per ſpatium vnius perticæ. Spatium ergo 80 perticarum (cuius ſummum ponamus in C, vnde verſus T vſq; ad horizontem perticæ 80 pertendantur) bipartire, verbi gratia in D (figuram ſolummodo ad exemplum, non ad rei veritatem inſpice) ex D vſq; ad horizontem demittas funem paullo longiorem dimidio ſpatij, deinde per interualla vltra D, & vltra datum in pariete ſpatium, puta vltra C, affige tres alios funes, vt in E, F, G.

Primo funi DHB ſupponatur trochlea I, quæ in medio ſuperioris partis vbi H ſuſpendatur à ſecundo fune HRE; ipſi autem ſecundo funi, ac pariter reliquis ſupponantur, & in medio ſuſpendantur tres aliæ trochleæ K, L, M ea ſerie, quam vides in figura. Atq; è medio, vbi N, vltimæ trochleæ funis innexus adducatur ad rotulas O, P, & potentia ſit in Q. dico à potentia in Q eo tempore, quo quinquies ſalutatio Angelica recitatur, pondus A attractum iri per ſpatium 80 perticarum.

Quoniam.n. ex demonſtratione 7 antecedentis propoſitionis, pondus A duplum conficit eius ſpatij, quod conficitur à trochlea I, ergo quo tempore pondus A conficit ſpatium 80

perti-



perticarum, trochlea I conficiet ſpatium 40. Et quoniam eadem trochlea I non ſolum habet rationem potentiæ reſpectu põderis A, dum id (iuxta corollarium 1. 7 huius) eſt in vectis extremo B, & potentia trochleæ eſt in medio H, vel I, ſed etiam rationem habet ponderis reſpectu ſuperioris trochleæ K, dum ipſa trochlea I eſt per adductum funem in vectis extremo R trochleæ K, ergo propter eandem demonſtrationem, quo tempore trochlea H conficit ſpatium 40 perticarum, trochlea K conficiet ſpatium 20 perticarum. Atq; eádem ratione procedet demoſtratio circa reliquas trochleas ita, vt trochlea L conficiat ſpatium 10 perticarum, trochlea deniq; M 4 & vltima conficiat ſpatium 5 perticarum eo tempore, quo pondus A confecit ſpatium 80 perticarum. At ex ſuppoſitis, pondus adducitur per ſpatium vnius perticæ à potentia in Q quo tempore ſemel recitatur ſalutatio Angelica, ergo quo tempore quinquies ea ſalutatio recitabitur, pondus A per ſpatium 80 perrticarum erit eleuatum à potentia Q, quod erat faciendum.

Hac eadem arte, dato quolibet alio maiori ſpatio, & dato alio quolibet minori tempore, per multiplicationem plurium trochlearum poterit quiſpiam mathematicorum arcanorum ſciens vniuerſaliſſimum, & admirandum id problema abſoluere. *In dato tempore per datum ſpatium grauia mouere.*

COROLLARIVM.

In quo plane mirificum paradoxum de funis tractorij breuitate pro ſpatio ampliſsimo.

EX prædictis conſtat fieri poſſe, vt per funem vix 5 perticis longiorem (ac per breuiorē etiā, multiplicatis trochleis) adduci poſſit

pondus

põdus, verbi causa hauriri possit aqua ex puteo, cuius altitudo sit spatij 80 perticarum. Quantum.n. vltima trochlea M peragit spatij, nempe 5 perticarum, tantumdem ipsius funis attrahitur à potẽtia Q, & eodem remisso fune 5 perticarum, pondus relabitur per spatium 80 perticarum.

EPILOGVS,

In quo index machinarum admirandarum apud priscos, & neotericos Authores. Ex ijs iucunda inuenta indicata.

Heronis automata.

HAbes Heronis authomata, siue machinas se se mouentes propter latẽtia intus grauia ferrum descendentia. Sed prisca hæc inuenta cedunt authomatibus neotericus, quæ non solum admirationi, aut iucunditati, sed vtilitati plurimũ inseruiunt, quales sunt horariæ machinæ in publicis, aut domesticis turribus. His adde instrumenta aliqua musica per se canonicè resonantia, quorum nonnullum nos prodidimus in Apiario nostro Musico.

Heronis telopeia.

Habes & telopiam Heronis, in quo libro machinarum bellicarum variæ formæ, ac artes traduntur, quibus ingentia pondera in hostes emittuntur.

Habes spectra illa varia, & inuẽta apud item alterum Heronẽ, quæ non tam ex vi ponderum, quàm propter vacuum, aut spiritum inclusum mira, & iucunda præbent spectacula.

Heronis spiritalia.

His adde quæ apud Vitruuium in extremis libris. Nos in hoc nostro Apiario non tam effectiuam, & ad artifices purè mechanicos spectantem, quàm theoricen, & ea, quæ ad philosophos attinent, persecuti simus; licet non omnia sed ea in primis, quæ plurimam admirationis & iuxta institutum nostrum, paradoxi aliquid habere visa sunt.

Machinæ apud Vitruuium.

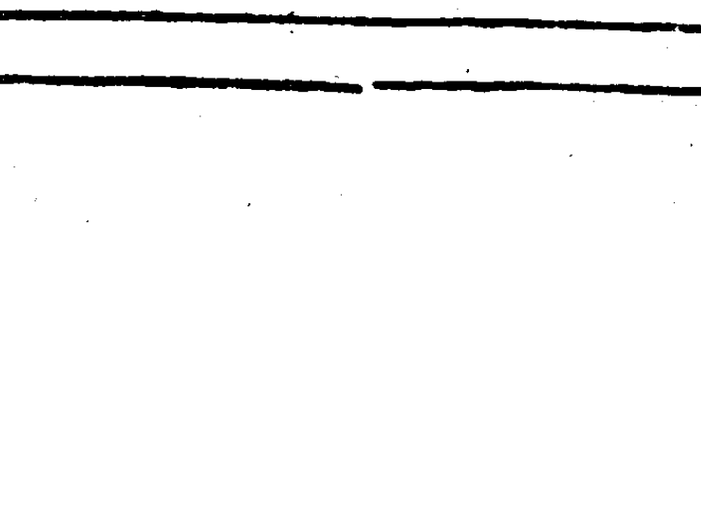
Aduerte, mi Lector, animum ad propositiones 19, & 68 spiritalium Heronis, ex quibus, si sapis, potes statuam conflare, quæ poculum manu porrigat nunquam deficiens, ac tantumdem vini reponens, quantum è poculo haustum sit. Machina vtillima erit, & pietatem addet ingenio peroptanti egenorum litim solari.

Inuentum ex Herone statuæ mirè pocillatricis.

Plurima item ludrica ingeniosa, & admiranda exhiberi possunt in patulis vasis aqua plenis, si finxeris machinulas referentes formam hominum, nauium, &c. & sub earum alteris ferrum, sub alteris magnetica frusta condideris, easq; machinulas supparo fulcieris, vt & supra aquam sustentari, & per aquam excurrere possint. Videbis enim vel inter se incursantes, vel auersas fugientes, &c. prout frusta magnetis inclusa varias facies obuerterint. Aliqua ex his docet Porta.

Authomata per magnetẽ, &c.

Hæc nos tantum indicamus, quia physicæ potius, quàm mathematicæ philosophiæ sunt, ad quam proprie spectantia paradoxa, & noua inuenta persequimur.



APIARIVM

QVINTVM.

IN QVO

PARADOXA.

ET

ARCANA

OPTICÆ SCENOGRAPHICÆ.

PROGYMNASMA PRIMVM.

De varijs,& arcanis proiecturis, deformationibus, ac reformationibus imaginum è ſuperficiebus conicis, & cylindricis. Theoriæ, demonſtrationes expoſitæ. Errores nonnullorum correcti.

CAPVT I.

Proponuntur dicenda; & eorum vſus multiplices, ac eximij. Præmittuntur inſtituto noſtro conducentia ex eruditione Geometricà, & Opticà.

I. CVR duobus hiſce progymnaſmatis inſcriptionẽ fecerimus: *Optica ſcenographica* videlicet Aguillonem libro 7 Optices Nam quæ apud nos in duobus hiſce Progymnaſmatis exponũtur pertinent ad eã Optices, ſiue directæ viſionis partem, quæ proprie à ſcenis deſignandis nomen accepit, ac tertium id projectionis Opticæ genus eſt, quod fit ex iuſto vel oculi, vel luminoſi corporis interuallo. In qua Optices parte copioſé, atq; ingenioſé, vt ſolet, præ cęteris verſatus eſt Illuſtriſſ. Marchio Quidubaldus. Nos vniuerſam illam Optices partem facillimo inſtrumento abſoluimus, quo tyrones Mathematici poſſint vti ad picturam exercẽdam è ſola praxi ſcientiæ Optices; vt videbis ~~cap.~~ ~~extr.~~ progymn.2 huiuſce Apiarij. Sunt alia ad Scenographicen opticam pertinentia, quæ quia pene intacta, & non vulgata ſunt apud alios Authores, ideo nobis eorum aliqua hic explicanda propoſuimus. E iuſto enim vel oculi, vel luminoſi corporis interuallo fieri poſſunt rerum obiectarum deformationes, interciſiones, diſſipationes, reformationes, collectiones, & ſimilia alia, non ſolum opticè directè, ſed & catoptricè, & dioptricè. Quæ omnes ſcenographiæ non ſolum oculis, atq; animo iucundiſſima exhibẽt ſpectacula, & occaſiones præbent eximiarum theoriarum, ſed etiam praxes produnt mirificas, quæ vſui eſſe poſſint in rebus magni momẽti tũ pace, tũ bello, preſertim viris principibus, aut reipublicæ rectoribus, vt ſine vllo vel ſui, vel patriæ detrimento, immo etiã publico cum emolumento poſſint, ſi ſit opus, arcana ſignificare, ac tranſmittere abſentibus, aut ab ijs accipere, idq; palam, ac ſine vlla ſuſpicione, etiamſi in hoſtium manus deuenirent deformatę iuxta inferius tradenda, & confuſæ rerum ignotarum imagines; ignotarum inquam ijs, qui arcanorum Opticorũ ignari fuerint. Chorographiæ, Topographiæ, Proſopographiæ, oppidorum deſcriptiones, literæ occultæ, & alia plura poterunt deformari, atq; occultari, reformari, atq; agnoſcier ijs modis, quos paullo poſt prodam. Ex quibus etiam patebit ratio deſcribendi horarij noctu ex facula, &c.

Senographica optica quæ, & vnde dicta.

Mirificæ praxes in hoc Apiario ad arcana vrillima bello, ac pace.

II. Cæterũ vt quæ à nobis proponenda, & demonſtrãda ſunt in duobus progymn. huiuſce Apiarij facilius, ac rectius intelligantur, præmittenda hic duximus aliqua ex Optica, & Geometrica eruditione quaſi lemmatum loco. Igitur Proclus ad definitionem 4 Euclidis *Plato quidem lineæ duas ſimpliciſſimas, precipuaſq; ponens ſpecies, rectam vtiq; & circularem, reliquas omnes per mixtionem ex his conſtituit.* Paullo poſt: *Quin etim Ariſtoteles Platoni aſtipulatur. omnes ſiquidem (inquit) lineæ ſpecies vel recta eſt, vel circularis, vel ex his mixta. Vnde & motus tres ſunt, rectus vnus, alter circularis, tertius mixtus.* Et in comment. ad propoſitionẽ quintam pr. *Hoc Gemìnus theoremate (nempe 5 primi Euclidis)*

Plato lineas rectã, & circularem ſimplices ponit, reliquas mixtas.

Item Ariſtoteles, qui & motus ſpecies ponit rectum, circularem, mixtũ.

Geminus è propositione 5 pr. Euclid. ostendit tres esse lineas partium similarium, rectam, circularem, helicem circa Cylindrum.

clidis) ostendit quod tres solæ lineæ, & non plures similium partium sunt, recta, circularis, & quæ circa Cylindrum describitur Helice. Et quoniam hæc Platoni, atq; Aristotili contradicere videntur, qui duas tantum lineas simplices posuerunt; addit Proclus solutionẽ in com. ad def. 4 Eucli. *similium quidem partium esse Helicen circa cylindrum, quemadmodum Apollonius quoq; docuit (in libro de cochlea) simplicem autem minimè. Non enim idem esse, quod similium partiũ est, & quod simplex. Siquidem eorum etiam, quæ natura constant similium quidem partium sunt Aurum, & Argentum, simplicia autem nequaquã. Cylindricæ vero Helicis mixtionem ex simplicibus ipsam quoq; generationẽ manifestare. Oritur enim dum recta quidem linea circa Cylindri axem circulariter movetur, signum vero in ipsa recta linea fertur. Duo igitur motus simplices ipsam constituerunt. Quamobrem ex numero mixtarum est linearum, non autem simplicium. Quod enim ex dissimilibus est constitutum simplex non est, sed mixtum.*

Linea simplex differt à linea similiũ partium.

Ortus helices circa cylindrum.

Helix circa cylindrum mixta est.

III. Quid autem sit lineam esse partium similarium explicat in com. ad defin. 7 dum de superficiebus simplicibus sic loquitur. *Lineæ quidem partium similium tres sunt (vt superius dictum est) superficies vero duæ tantum Plana, atq; Sphærica, non autem Cylindrica quoq; siquidem non omnes omnibus Cylindricæ superficiei partes congruere possunt.* Vt possunt in superficie plana, & sphærica. Quare hinc elicere potes lineam partium similarium esse eam, cuius singulæ singulis partibus, atq; omnes omnibus congruere possunt, idest eodem singulæ & omnes se modo prorsus habent. Nos igitur dum in nostris deformationibus lineas regulares quærèmus, intellige simplices, non autem mixtas, & si similarium esset partium. Tyronibus enim laborioſa esset geometrica descriptio, & proiectio in planum Helicis Cylindricæ, etiam si ea linea sit similariũ partiũ. Multo vero magis aliæ mixtæ, &c.

Linea similarium partium quæ?

Quæ lineæ regulares apud nos?

IV. Sed alia est diuisio simplicium, ac regularium superficierũ apud Geometras, alia apud Opticos. Simplices enim, vt audisti duas tantum ex Proclo censent Geometræ, planam, & sphæricam; at apud Vitellionem lib. 1. propos. 118. sic habes: *Omnis linea regularis, quæ vniformis est in qualibet sui parte, aut est circulus, aut linea recta. Circulus vero motu suo facit sphæram; quoniam sphæra est transitus circumferentiæ dimidij circuli. linea vero recta vna motu suo non potest causare nisi pyramidem (idest conum) cum est latus trigoni, vel columnam cum est latus quadranguli: quoniam in omnibus alijs figuris motis, vno latere remanente fixo, est angulus causans diuersitatem formæ in superficie figuræ productæ. non ergo effici superficiem cõuexam, vel concauam regularem.* Libro deinde 5 prop. 8 ex prædictis lib. 1. conficit 7 tantum esse species speculorum, à quibus regularis reflexio fiat. Ex dictis ab eodem Vitellione libro 1 elicitur 7 esse superficies regulares secundum Opticos. nam linea quidem recta motu recto secundum lineæ, vt ita dicam, latera, & latitudinem, dat superficiem planam; cùm vero recta eadem linea est latus trigoni dat conicam superficiem conuexam, & concauam; cum est latus quadrilateri dat cylindricam conuexam, & concauam; circularis vero linea motu facto circa axem dat sphæricam conuexam, & concauam. Ex hisce allucebit tibi, mi Lector, dum caput sequens leges, vbi affirmabimus nos versaturos circa regulares superficies, &c.

Linea regularis quæ apud opticos?

Septem species speculorum, à quibus fit reflexio regularis.

Septẽ superficies regulares apud opticos, & vnde earum ortus?

V. Hactenus porro allata (ex Proclo præsertim) non solum ad propositi, & instituti nostri intelligentiam sunt perutilia, sed etiam per se digna erant ob singularem eruditionem quæ hic haberentur. Circa quæ tamen non desunt mihi dubitationes aliquæ; sed huius loci non sunt, in quo praxes, non disceptationes theoricas quærimus. Tantum memineris velim Aristotelem in Mechanicis, quæstione 1 ostendere motum circularem esse compositum, seu potius mixtum ex recto, & laterali. Ex quo inferre quis possit lineam circularem esse mixtam, non simplicem, eodemq; modo superficiem etiam sphæricã factã à circulari esse mixtam. Sed fortasse dicendum videtur lineas mixtas appellari eas, quę componuntur non ex solis motibus simplicibus; simplices verò quæ vel ex simplicibus solis, vt planæ sunt superficies, vel simplicibus duobus motibus iunctis, vt circularis est linea, quam creant motus rectus in longum, & motus rectus lateralis, siue in latus deferens punctum lineæ extremum, quo signatur peripheria, vt Ar. in mechan. ostendit quæst. citata. Spiralis vero circa Cylindrum, (& si quæ aliæ magis mixtæ, nec similares) fit dum recta extremo sui altero fertur nõ tam circulariter, ac regulariter eodem modo, sed modo, ac motu quodam alio, quam is sit, quo fit linea circularis in se revoluta. Multo vero magis diuersi sũt motus, & modi mixtarum aliarum. Sed hæc purè theoricis permittamus. nos interim ad praxes, geometricè tamen demonstratas, accedamus.

Ex Arist. motus circularis compositus, seu mixtus est.

Conciliatio Aristotelis cũ Platone circa lineas simplices, & mixtas.

Circularem lineam creãt simplices duo motus iuncti.

VI. Sed monitum te, mi Lector, hîc volo, atq; edico me in hisce libris, in quibus arcana hæc optica p deformationes, ac reformationes produntur, ita studiosum futurum perspicuitatis, vt meminerim tamẽ arcana semiarcanè prodenda esse, ac propterea consultò alicubi, post alia exemplis perspicuis explicata, alia, quæ tantum indicanda censebimus, abstractè, ac sine exemplis quasi sub velo innuemus. Nihil tamen erit, quod non satis perspicuum futurum sit attente, ac scienter legenti. Id autem, quod fortasse præ-

cipuum erit, nempe inſtrumentum facillimum, & geometricè à nobis demõſtratum, quo omnia practicæ optices problemata iucundè, ac facilè exercentur, in vltimum locum reiecimus, vt in fine habeas totam pene Opticen in vnius inſtrumenti compendio, & vſu.

CAPVT II.

Deformationum ſcenographicarum occaſio, ac methodus. De deformationibus è Conica ſuperficie, & de reformationibus per eandem Catoptricis, & Opticis.

I. CIrca deformationes, ac reformationes arcanas ſcenographicas imaginum (quas primo loco aggredimur) non inficior inaudiſſe me (non vidi tamen apud alios) ab aliquibus exhibitas alicubi aliquas è cylindrica ſuperficie partim purè mechanicè, partem ex viſitatis praxibus apud Opticos practicos. At nos, qui ſpectaculis practicis vtimur non per ſe, ſed in ordine ad ſcientiã, ac theoricen, age ad methodum, & ad prima principia regularia reuoluamur, vnde praxes, & ſpecies, præſertim regulares, deformationum, ac reformationum prodire poſſunt. Noſtro huic negotio & lucem, & occaſionem attulerunt verba doctiſſimi Maurolyci in fine Photiſmorum, vbi ſic habet: *Cum alie ratio, augmentũ, diminutio, inuerſio ſiue omnimoda, ſiue partialis, ac multiplicatio idoli in ſpeculo apparentis fiat ex forma ſpecularis ſuperficiei, propterea in ſpeculo irregularis formæ, hoc eſt ex pluribus figuris mixtæ fiunt huiuſmodi errores mixtim. Nam cum ſpeculum planum repræſentet idolum æquale, & ſimile rei, & ad æqualem diſtantiam, conuexum diminuit vtrumque ſcilicet idolum, & diſtantiam, & magis conuexum magis diminuit. Concauum vero ſphæricum diminuit, auget, & inuertit omnimode idolũ, & diſtantiam, & eo citius, quo minor ſphæra. Cylindricum conuexum ſecundum celſitudinem non variat dimenſiones, ſicut planum; quia celſitudo in rectum protenditur: ſecundum vero ambitum variat idolum, ſicut conuexum, quia curuatur in ambitu. Item Cylindricum concauum ſeruat ſecundum faſtigium itidem menſuras ſicut planum; per circuitum verò immutat omnia ſicut concauum. Vnde inuerſio idoli fit ſecundum latitudinem cylindri tantum, non ſecundum longitudinem. Vnde talis inuerſio particularis eſt, non omnimoda, ſicut in concauo ſpeculo. Pyramidale vero conuexum facit id; quod cylindricum conuexum, hoc adiecto, quod propinquiora vertici minora facit. Pyramidale concauum facit id, quod Cylindricum concauum, hoc addito, quod in loco ad verticem magis vicino citius alterat, & inuertit, propter minorem ambitum. In formis autem ſpeculorum mixtis, quæ infinitæ ſunt, mixtæ quoq; idolorum variationes, & multiplicationes infinitæ fiunt, &c.* Prædicta ex Maurolyco patent manifeſtis experimentis. Rationes verò earum apparentiarum, ac deformationum videndæ ſunt apud vulgatos Opticos.

Varia ſpectra in varijs formis ſpeculorum.

In ſpeculo plano. In cõuexo ſphærico.

In concauo.

In cylindrico conuexo.

In cylindrico concauo.

In conico cõuexo

In conico cõcauo.

Pyramidale apellat conicum ſpeculum. Appoſitis vitreis phialà, & cyatho inuerſo in aliqua menſa, ſi interius opacentur, habes prædicta deformia ſpectra, nempe in phialæ collo pro Cylindrico ſpeculo, in eiuſdem phialæ ventre pro ſpeculo ſphærico, in cyatho inuerſo pro ſpeculo conico.

In phiala, & cyatho ſpecies regularium ſpeculorum in promptu.

II. Ex hac Maurolyci doctrina elicio aliqua. Primum. Quemadmodum imagines ritè factæ ſpeculis oppoſitæ deformatæ redduntur, ac reflectuntur pro ſpecularis corporis figurà varià; ita ex oppoſito in ſpecularibus ijs corporibus rite formatæ imagines reddentur, ſi deformatæ opponantur iuxta exigentiã variæ figuræ ſpecularis. Secundum. Irregularia corpora, & ſpecula infinita numero eſſe poſſunt, quia infinitæ ſunt formę mixtarum, & irregularium linearum, è quarum ductu fingi poſſunt dictæ corporum irregularium ſuperficies. Vt nos intelligas, rele ge capite antecedenti numeros 3, 4, 5. Maurolycus ergo ſuperficies regulares corporum ſpecularium propoſuit, vt ad certum numerum poneret. Quem nos ſequemur in deformationibus hiſce noſtris. Nam deformationes infinitæ numero fieri poſſunt pro infinitis formis ſuperficierum irregularium. At quia regularium ſuperficierum certus numerus eſt, erit & certus apud nos numerus deformationum, quas docebimus. E regularibus tamen etiam ſuperficiebus aliquas omittemus, è quibus parum arcanæ prodire poſſunt deformationes, aut nimium difficiles propter lineas mixtas in plano deſcribendas, quarum vel ignota, vel difficillima tyronibus eſt deſcriptio.

Infinitæ formæ irregularium ſpeculorũ propter infinitas formas linearum irregularium, &c.

Infinitæ deformationes, &c.

Maurolycus in ſingulis ſuperficiebus regularibus commemorat concauam, & conuexam. Nobis tamen inſeruient præterea eædem ſuper-

ficies

ficies & corpora ſpecularia regularia nũc recta, nunc inuerſa, & horizonti nunc perpenciculariter, nunc parallelœs conſtituta; pro varia enim ſituatione varias efficere poſſunt arcanas deformationes, quas ſaltem indicabimus. At ne ſtatim in ipſo veſtibulo difficultas aliqua poſſit abſterrere tyrones, priore loco docebimus, explicabimus, demonſtrabimus faciliores deformationes, ac reformationes. Abſtractiora, & abſtruſiora, & minus vſui profutura vide ſaltem indicata inferius circa finem capitis 6 huius progymn. primi.

Conicũ ſpeculum è regularibus maximè deformat.

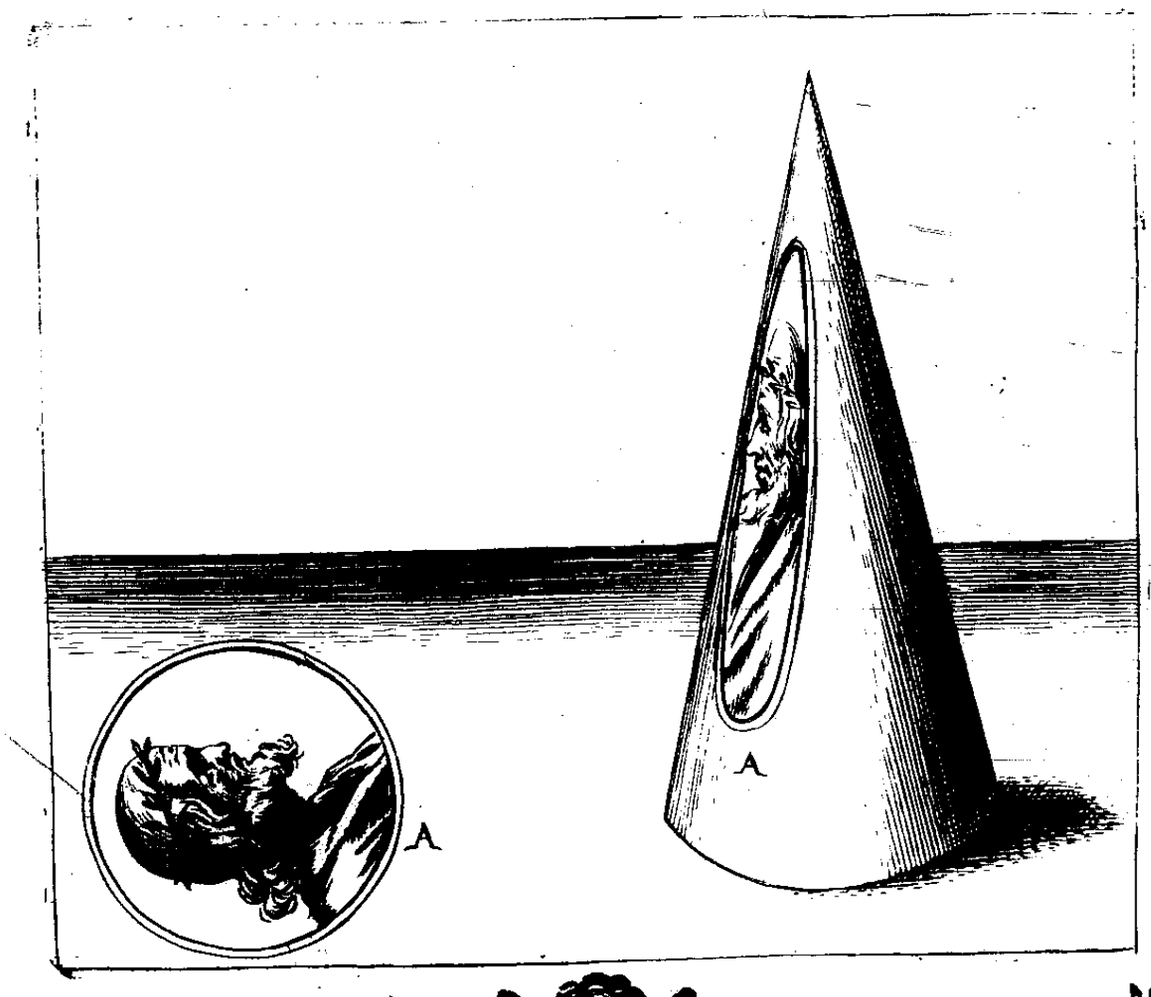
III. E regularibus conica ſuperficies præſtat cæteris ad deformationes perturbatas, & magis arcanas efficiendas. Nam quemadmodum in conico ſpeculo imago non ſolum ſecundum latera deformis apparet (vt in cylindrico ſpeculo) ſed etiam circa partes ſuperiores magis arctatur, quam in cylindro; ita (vt appareat rite formata in ſpeculo conico) erit in plano imago ſecũdum partes à ſpeculo conico remotiores lõge magis deformãda, quàm pro cylindrico. Incipiamus ergo, tãquã à potiori, ac præſtantiori pro noſtro inſtituto, à conica ſuperficie.

Porro triplex fieri poteſt deformatio ex vnaquaq; ſiue regulari, ſiue irregulari ſuperficie; nempe vel meré practica, vel per lumen ſemimechanica, vel deniq; geometrica. E conica ſuperficie deformatio geometrica difficultatem habet à mixtis lineis, & irregularibus iuxta ea, quæ inferius leges num. 7. cap. 6. huiuſce progym. primi. Deformatio per lumen, quam vſurpamus in ſequenti capite circa cylindricam ſuperficiem (vide id caput) difficultatem patitur in conica ſuperficie, præſertim ſi lumen locetur in axe coni, vreret enim verticem conicè incuruatæ papyri, circa quẽ verticem partes coni coguntur in arctum. Quas anguſtias non habet caua Cylindri ſuperficies æqualiter ad baſim, ac ad verticem lata. Supereſt ergo è conica ſpeculari ſuperficie deformatio ad oculũ, & per ipſam operationis experientiam facienda.

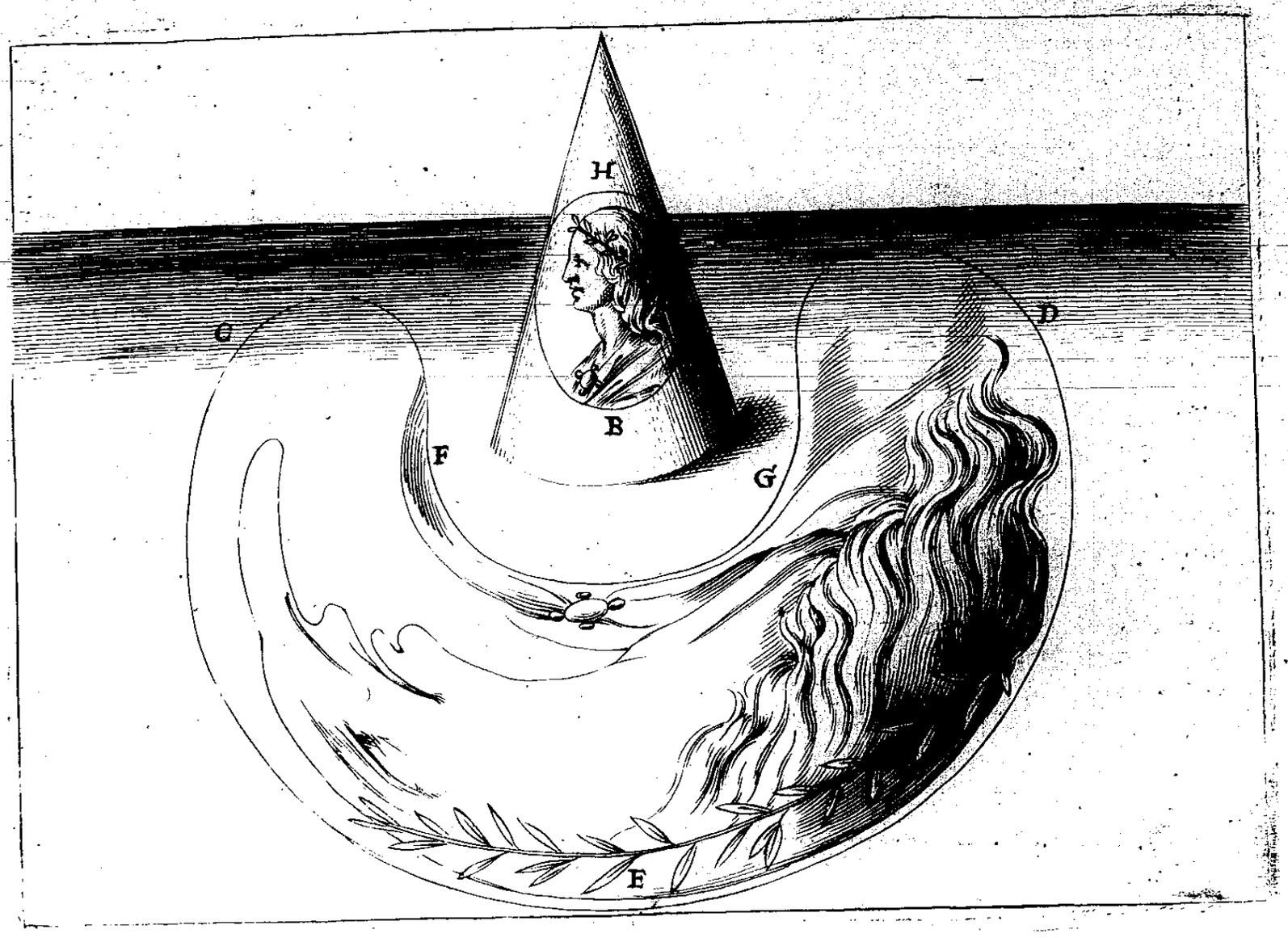
Triplex modus deformãdi, &c.

Quam paucis expediam quippe qui propero libẽtius ad deformationes geometricas, & ſcientificas, quæ ritè, ac facile poſſunt exerceri circa Cylindricas, & planas ſuperficies, vt in ſequentibus capitibus apparebit.

IV. Igi-



IV. Igitur hic nunc aſpice primam appoſitam figuram A, quæ. iuxta citata è Maurolyco, in plano recta, in conicà ſpeculi ſuperficie, vt vides, apparet ſecundum latera oblonga, & ad verticem perarcta. Vt ergo appareat recta in conica ſuperficie vide ſequentem appoſitam figu-



figuram B, quæ in plano diducta eſt ad latera CD, ad verticem E, & ſecundum partes à ſpeculo remotiores multo magis diſſipata eſt, quàm ſecundum partes FG cono propinquiores. Deformaturus ergo in plano quidpiam ſecundum exigentiam conicæ ſpecularis ſuperficiei, id diſſipabis iuxta deformem formam ſecũdæ hic appoſitæ figuræ in plano, atq; inter pingendum eam diſſipationem ſpectabis in ſpeculo conico formam apparentem, eamque donec perfectè formata in ſpeculo appareat, deformabis hinc inde in plano. Sic habes deformationem in plano, & reformationem in cono eádem operá factas.

Figuram deformatã ſine conico ſpeculo ſpectare reformatam.

V. Poteſt etiam ſine ſpeculo conico figura deformata FCEDG ſpectari reformata per viſionem directam, ſi loco coni ſpecularis B appo-

natur papyrus conicè incuruata, & retro adaperta, itemq; loco figuræ HB rectè apparentis in cono fiat feneſtella in dicto cono papyraceo; collocatus enim oculus poſt apertam retro papyrum ad certum ſitum, & ad iuſtam diſtantiam, ſpectabit deformatam FCEDG æquè reformatam, ac ſi eam videret per viſionem reflexam in conico ſpeculo B. Quæ doctrina organicè, atq; ad ſenſum vera eſt, ſi non præcisè geometricè. Vide ad hæc inferius cap. 7 huius Progymn. primi.

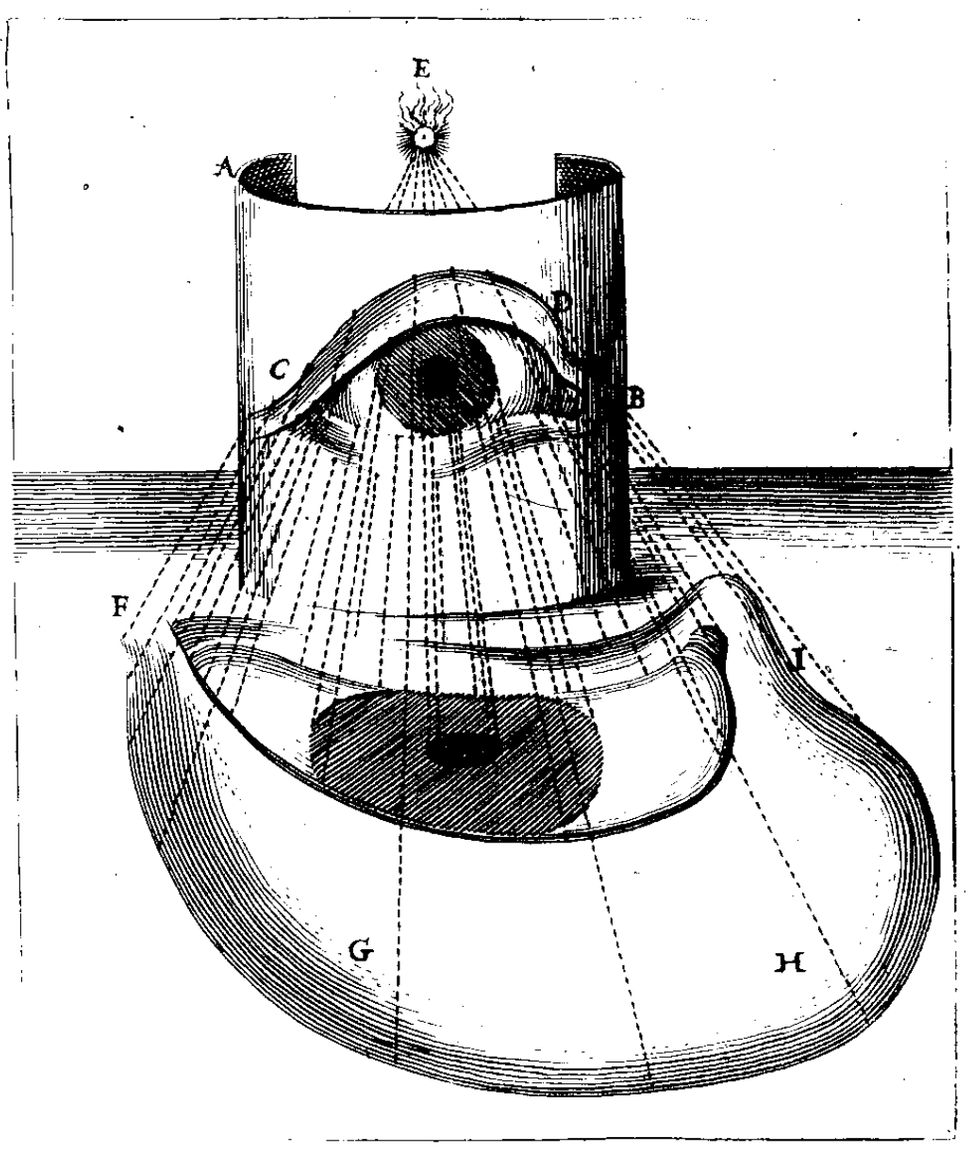
VI. Ex cono vel inuerſo, vel obuerſo ſecũdum cauam ſuperficiem, vel horizonti parallelo aliæ deformationes, ac reformationes fingi poſſunt. Vide in fine capitis 6 huius progym. 2. In primis hiſce capitibus potiora, & faciliora tyronibus proponere libitum eſt.

CAPVT III.

Imaginem in cylindrica ſuperficie rectè formatam in plano horizontali ritè deformare. Corollarium pro horarijs noctu ex faculà deſcribendis.

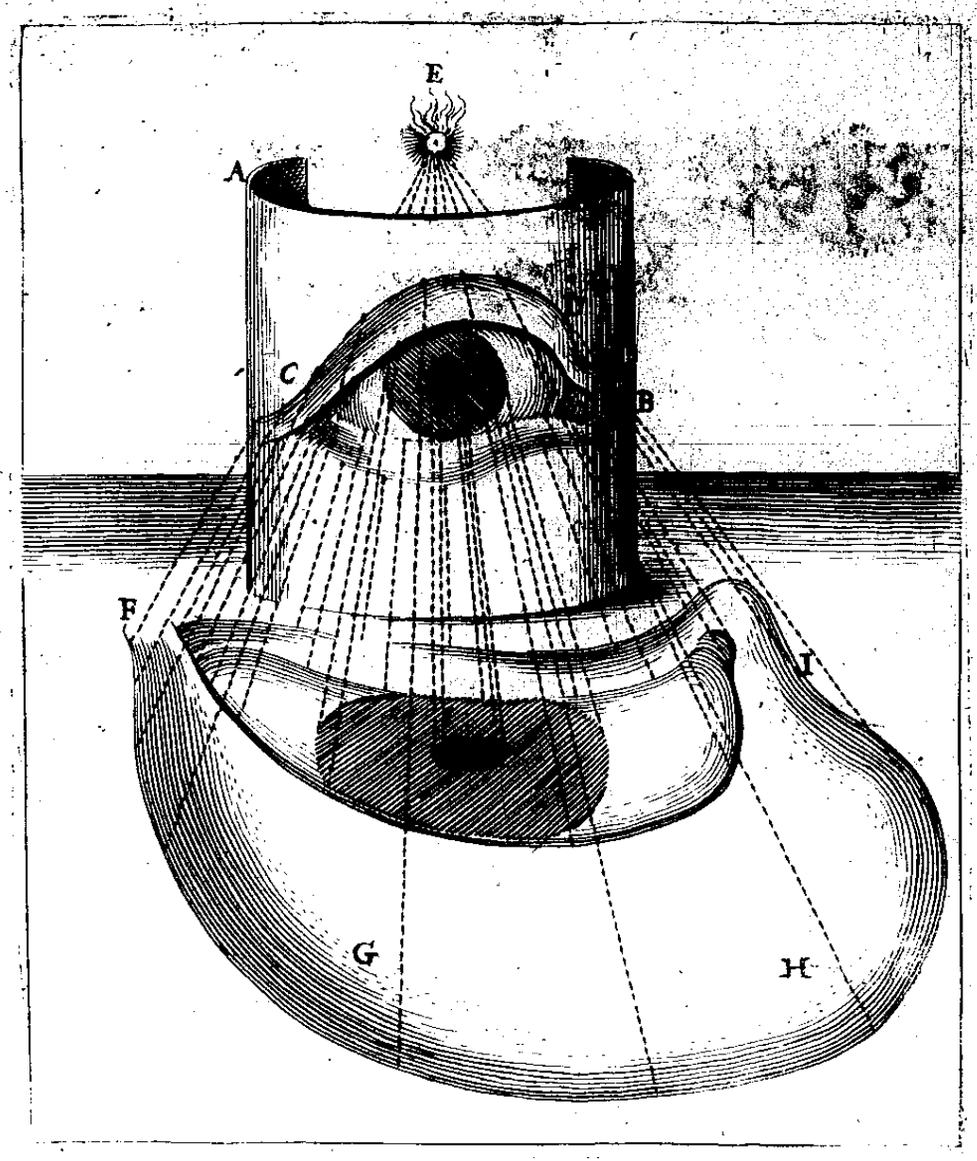
PRopoſitionis verba ſi penè ſingula notentur, quid, ac quibus cautionibus agendum ſit indicant. Nam in faciendà hic deformatione non ſpeculum cylindricum, ſed ſuperficies cylindrica quæritur, in qua effigies aliqua pingatur, & planum non vbilibet, aut quomodolibet collocatum, ſed horizonti parallelum volumus, vt in eo deformatio & maior, & occultior fiat. Deformatio autem à nobis facienda in propoſitione additum habet id aduerbij: *Ritè*, quoniam mechanicæ, aut geometricæ omnes deformationes vt ritè, ac certis regulis fiant, exemplum accipiant neceſſe eſt a naturalibus proiectionibus, ac traiectionibus luminoſorum radiorum. Nos igitur emendatiſſimam deformationem in plano horizontali exhibituri à naturæ, quaſi dicam, arte hic ordiemur.

Telam,



Telam, vel papyrum, vt AB, circa ligneum cylindrum incuruato; in eaq; papyro cylindricè ſic incuruatá imaginem quampiam effinge (vt oculi CD) per quam emendatiſſimam ita, vt adſpectanti appareat eo quamproximé modo, quo appareret emendatè picta in plana aliqua ſuperficie. Neq; verò neceſſum eſt colores in picturam inducere, ſed prima ſat erunt, ac præcipua lineamenta plumbo, vel atramento ſignata. Ideo autem in propoſitione caueé poſitum eſt effigiem ſignandam eſſe in ſuperficie cylindrica, ne quiſpiam erraret dum in plano picturam ſignaret, deinde planum picturà imbutum incuruaret cylindricè; tunc enim effigies ritè picta in plana ſuperficie deformaretur ab ea incuruaturà cylindricá: quæ res noſtro inſtituto multum officeret; volumus enim, poſt deformatam in plano horizontali effigiem, reddere eamdem reformatam, atq; emendatam etiam in cylindrico ſpeculo, vt mox docebo. Non apparebit autem in eo ſpeculo emendata, niſi in cylindrica ſuperficie, vt præcepimus, pingatur emendatè, atq; inde in planum horizontale deformata proijciatur.

Poſt



Postquam igitur imaginem in papyro cylindricè incuruatā pinxeris, eam a ligneo cylindro reuolutam in plana extendito, & acu, vel maiore aliquo stylo secundum lineamenta punctim, & crebrò, quasi cribrum papyrum ipsam perforato. Rursus telam, vel papyrum perforatam ligneo cylindro circumpone, vt curuaturam cylindricam rursus recipiat. Satis autem fuerit si sit papyrus tantæ amplitudinis, vt ambire possit cylindrum ligneum si non per totum circulum rotunditatis, saltem paullo amplius dimidio circuli. Mox educto cylindro ligneo, cauam papyrum cylindricè incuruatam, & perpendiculariter erectam supra planum parallelum horizonti nequaquā lumini Solis opponito (quod male docent aliqui ad hoc negotium de proiecturis per plana perforata, vt inferius in theorijs demonstrabimus, cap. 6. num. 6) sed potius lumen tu aliquod cauæ papyro perforatæ postpono, vt in E. Ex E radij traiecti per foramina oculi CD circumquaq; perforati proijcient in subiectū planum interciſam, ac dissipatissimam quandam formam informem, qualis est FGHI, quam, sublata papyro AB, vix ex vllo vestigio possit agnoscere ille idem, qui eam in papyro effinxerit.

Fallacia cauēda in organica deformatione per lumen solis.

Aduertendum tamen est (vt exactissimè omnia fiant) lumen, quod collocandum est post cauam papyrum, tantumdem ab ea, & in eadem altitudine distare oportere, quanta est distantia, & altitudo oculi visentis emendatam imaginem depictam in conuexo papyri cylindricè incuruatæ. E sequentibus omnia melius intelligentur. Atq; hic perfectissimus deformationis modus est, cui rite facto nullus error subesse poterit, cum naturam magistram in proiectione, ac traiectione luminis sequatur. Memento tamen, æque Lector, in similibus organicis praxibus non requiri scrupulosissimam geometriam. Circa prædictum modum, vt emendatissimus euadat, sequentia notanda sunt.

I. Artis erit non solum signare in plano HF partes interciſas imaginis proiectę iuxta partes prototypi, à quibus proueniunt, sed etiam incuruatè eas producere, atq; inter se continuare, seu mális, inter interruptas partes interponere aliqua alia lineamenta partes ipsas continuantia, siue cum ijs partibus lineamenta ea consentiant, siue dissentiant ab ijs partibus, pro vt ars, & ingenium docebunt in eum præcipuè finem vt imago deformata maxime lateat, nec agnosci possit ab oculo eam in situ directo prospectanti. Præterea colores apte superinducendi erunt, vt eorum etiam varietas non tam inseruiat cum imaginem in situ (de quo paullo inferius dicam) prospicies, in quo emēdata tibi apparebit, quàm vt sub ijs coloribus variè pictis maiorem oculus incertitudinem rei visæ concipiat.

Cõuexa specula è minoribus circulis contrahunt magis obiecta.

II. Quemadmodum (quod ex Maurolyco inferius docebimus) conuexa specula magis incuruata, hoc est ex minoribus circulis conflata, idóla obiecta magis cõtrahunt, sic etiam curua-

tura

tura cylindrica papyri quo erit minorũ circulorum, ac magis recedens à recta, siue à curuatura maiorum circulorum, eo magis radij per eos minores circulos traiecti dissipabunt imaginem, ac eam proijcient in ampliorem deformationem. Quod etiam me docuit experientia in speculis cylindricis Quà de re inferius. &c.

Imago amplius deformata è minori cylindro.

III. Hæc luminis traiectio vt expressior fiat, & vt lumen quam maximè fieri potest præstet debitum officium præsertim obliquè incidens, conducet eam efficere in cubiculo plane obscurato ab omni aëris, ac Solis illuminatione. Tela etiã ipsa, vel papyrus perforata, sit cum crassiori aliqua materia compacta, ne lumen in cauum cylindricum incidens, & per rariorem telam, vel papyrum transparens diluat, ac imminuat luminosas in plano horizontali proiecturas.

Adiumenta ad expressiorem luminis traiectionem pro deformationibus.

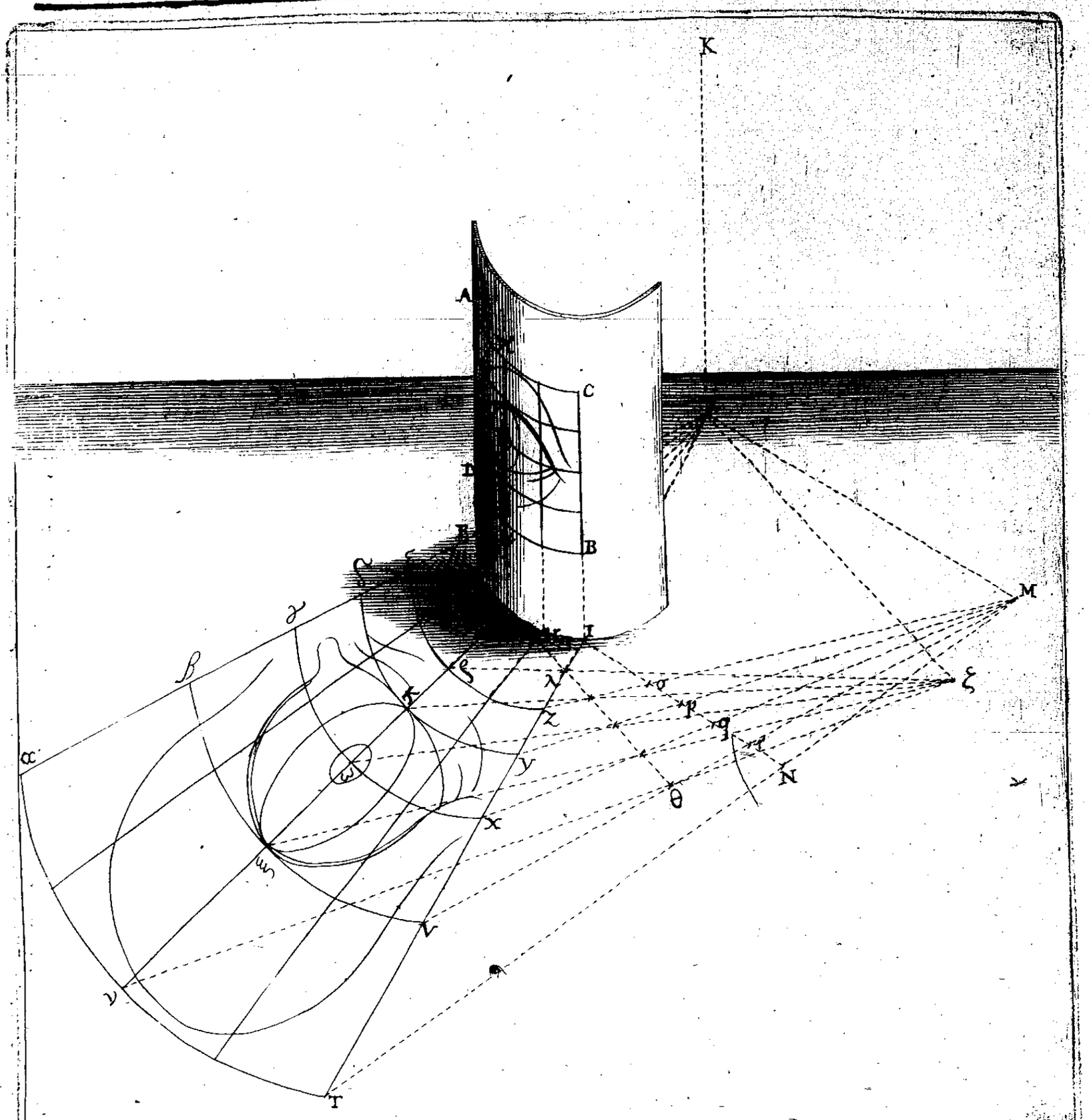
IV. Punctum E, vnde lumẽ progreditur, quo demissius fuerit, & quo vicinius erit cauæ imagini CD, eo fient proiecturæ ampliores, ac magis dissipatæ. Ratio geometrica peti potest ex 21 primi elem. Eucl. Nam distantiæ foraminum inter se in imagine perforata si pro basibus accipiantur, à quorum extremis radij duo luminosi educantur versus E, quo breuiores erunt, ac citius in angulum ibunt, eo amplior erit angulus ijs radijs contẽtus; ac proinde radij producti extra foramina magis erunt diuaricantes inter se, ac basim in plano horizontali ampliorem continebunt, &c.

V. Si pro oculo CDB descriptum sit horarium in cylindricà superficie AB, & extrema linearum horariarũ exiguis foraminibus aperta sint, ac lumen ex E, vbi sit axis cylindri, per foramina traijciatur in planum subiectum horizontale, vel in oppositum parietem, proiecto ea, & deformatio dabit horaria horizontalia, & muralia rectè formata. Idemq; intellige de superficiebus planis, sphæricis, &c. è quibus inferius docentur deformationes. Ab hoc fonte proiecturæ opticæ luminosæ habes in superficie plana horarij nostri vniuersalis horæ 6 Astronomicæ modum describendi horaria noctu ex facula. Vide Apiar. nostrum Gnomonicum. progymnasmate 2, cap. 8. Ibi etiam modus traditus est facillimus horarium describendi in superficie plana, ex qua per lumen fit proiectio sceno grafica; hic verò tantum supponitur in cylindricà superficie, &c.

CAPVT IV.

Aliter, ac geometricè eandem deformationem efficere.

MOdus præcedens deformandæ imaginis, etiam si omnium perfectissimus sit, nec vllis demonstrationibus, aut explicationibus egeat circa informes illas in plano situationes, cùm costet à naturá illuminationis fieri eas proiectiones ijs modis deformatas; tamen quia organicus est, & geometricè scientibus gratiores esse solent modi geometrici, ac geometricis demonstrationibus confirmati; propterea lubet hic ponere è commentationibus quibusdam nostris geometricis aliqua, præsertim circa deformationes, quæ fiunt cùm lumen, aut oculus obliquè spectant circulos cylindricæ imaginis, ac per eos terminantur radij in supposito plano horizonti parallelo.



I. Igitur circa imaginem in papyro cylindricè incuruatà designatam describatur (vt assolent pictores traducturi minores in maiores imagines, vocantq; *craticulationes*) rectangulum AB, cuius latera in æquas partes diuisa iungantur rectis lineis, ac sint plura minora rectangula intra principale rectangulum obducentia in modum retis lineamenta inclusæ imaginis, vt vides in figurà.

II. Papyrus cylindricè curuata erigatur ad angulos rectos supra tabellam, aut telam, in quam proijcienda erit deformatio, ac pruductis perpendicularibus diuidentibus latera AC, DB, notentur in plano subiecto puncta, siue earum perpendicularium extrema E, F, G, H, I. Notetur item punctum, ad quod cadit perpendicularis ab oculo K (posito extra axem cylindricæ papyri, & eam spectante obliquè) in subiectum planum horizontale, sitq; id punctum L. Ex L igitur per puncta notata I, H, G, F, E educantur rectæ mox terminandæ. Nam—

III. Ad eductam LI deducantur ex punctis L, & I duæ perpendiculares, recta quidem LM ipsi LK æqualis, IN vero ipsi IC æqualis. Secetur etiam NO æqualis ipsi CB, & NO in partes æquales totidem secetur in quot secta erit CB. Tum per sectiones O, P, Q, R, & per verticem N ex M educantur rectæ incidentes ipsi IT, notenturq; puncta incidentiarum T, V, X, Y, Z. Interuallis TV, VX, XY, YZ paria numero, & æqualia singula singulis notentur interualla $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\varepsilon$.

IV. Eadem arte quà inuentæ sunt sectiones in IT ex M, ad LG erigantur perpendiculares L ζ ipsi LK, G θ ipsi G $\varkappa$, & $\lambda\theta$ ipsi $\mu\varkappa$ æquales, & vt supra in æquales partes diuidatur $\theta\lambda$, & per

diuisio-

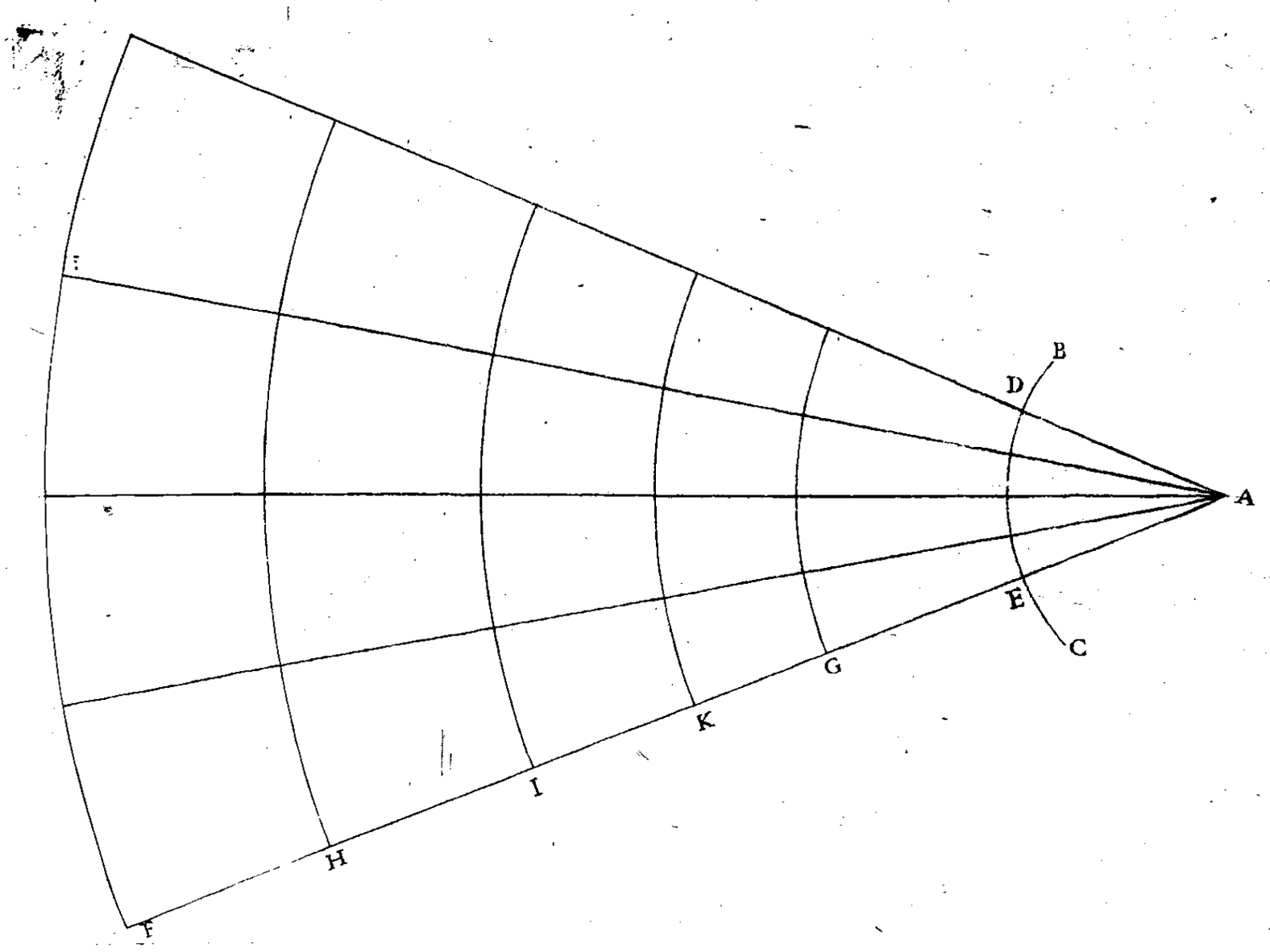
diuiſiones educantur ex ζ rectæ diuidentes G ϛ in ϗ, ξ, ω, π, ρ. Quibus peractis per terna puncta T ϛ α, V ξ β, X ω γ, Y π δ, Z ρ ϗ ducendi erunt arcus circulorum eccentricorum; eritque rete, ſeu rectãgulum AB cum partialibus ſuis rectangulis proiectum, ſeu deſignatum geometricè in plano horizonti parallelo, iuxta proportiones præcisè geometricas. Quare partes imaginis in partibus rectanguli AB erunt etiam in partibus reſpondentibus in plano horizontali ptoportione delineandæ, producendæ, intercidendæ, deformandæ, vt vides in figura. Demonſtrationes paullo poſt dabo.

V. Ha-

V. Hactenus de deformatione geometrica cùm lumen, aut oculus obliquè ſpectat cratem rectangulam circa imaginem cylindricè incurvatam. In quo caſu aliquantò plus operæ inſumendum fuit, vt perfectè ex geometricis demonſtrationibus fieret operatio. Iam vero cùm oculus, vel lumen ponuntur in axe cylindri, deformatio facillimæ operationis eſt. Nam in plano, vbi deformatio facienda eſt, ſumpto pũcto arbitrario, ex eo arcus deſignatur eius circuli, quem ſignat papyrus cylindrica orthogonaliter erecta. Vt in ſecunda hac huius tertij capitis figura ſit arcus BC; atq; ex eo arcu ea pars ſumi tur,

Deformatio obliqua.

Deformatio ex oculo, vel lumine in axe cylindri.



tur, quam occupat latus, quod eſt inferius, & extremum rectanguli circa imaginem ex papyro circumſcripti, ſitq; ea pars DE; tum DE diuiditur in totidem partes æquales, in quot diuiſum eſt latus inferius, aut oppoſitum ſupremum rectanguli circa imaginem in papyro, atq; per eas partes ex A rectæ educuntur, & facto eodem A centro ſignantur circuli concentrici, qui ſecent rectas ex A eductas.

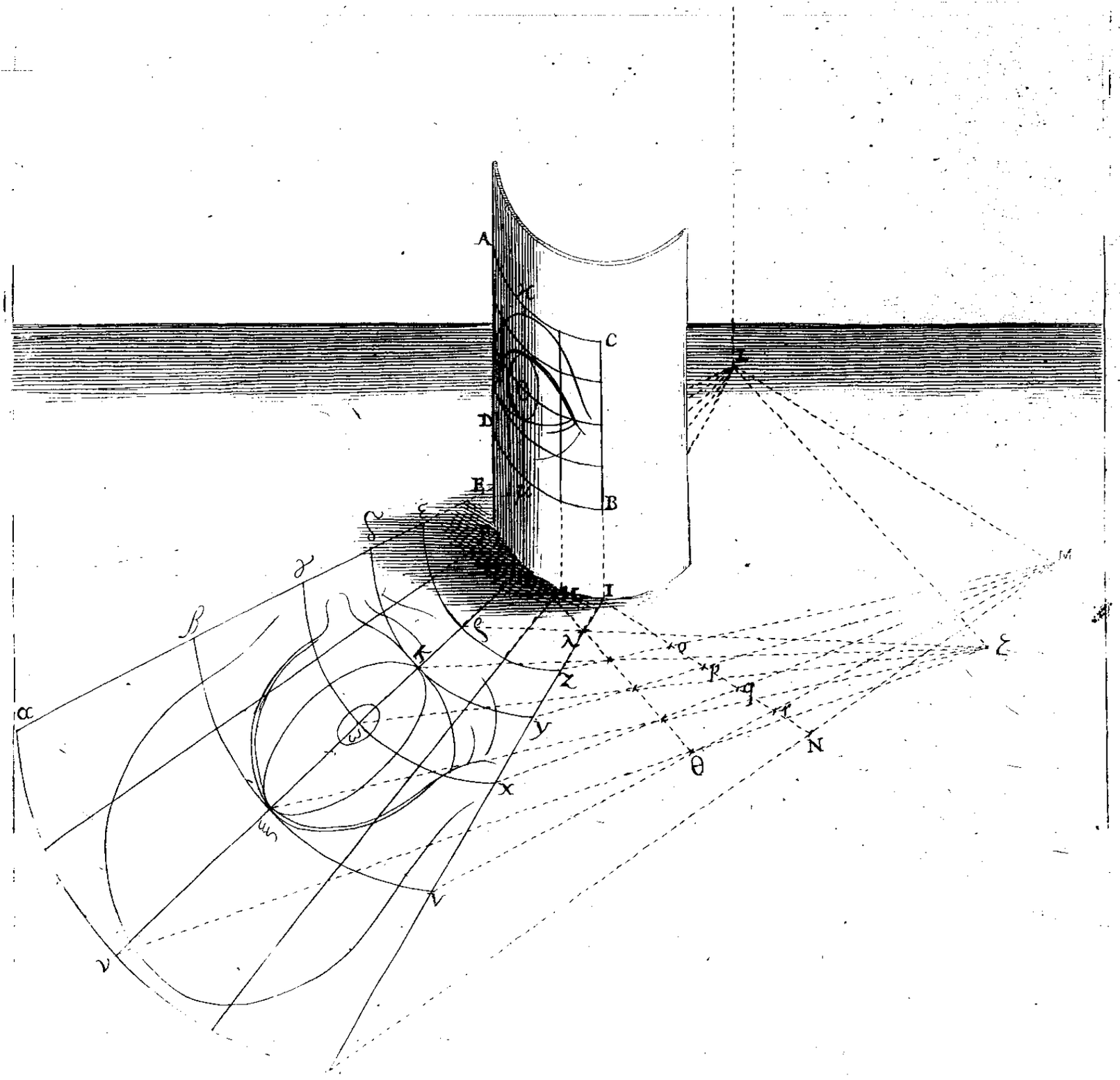
Error molientium mechanicè res opticas.

VI. Cauendum ab errore eſt, in quem facile incidere poſſunt ij, qui res opticas mechanicè tantùm, non autem ſcientificè moliuntur. Putarunt enim aliqui latus, verbi gratia in eadem 2 huius capitis figurà latus EF in totidem partes æquales eſſe diuidendum inter G, & F in quot partes æquales diuiſum ſit latus dextrũ, vel ſiniſtrum rectãguli circa figurã in cylindrica papyro deſcripti; quod falſum eſt. Nam cum puncta circulorum F, H, I, K, G accipienda ſint ex proiecturis, ſiue ex tranſitu, quem faciunt radij corporis luminoſi, ſiue radij viſorij in axe cylindri collocati dum feruntur ad partes æquales, in quas latera perpendicularia craticulæ circa figuram deſcriptæ diuiſa ſunt, ſint autem earum partium æqualium altiores quidem oculo viciniores, demiſſiores verò remotiores, patet ex opticis, ac ex propoſ. 11 quarti Aguillonij, propter inæquales diſtantias, atq; angulos inæquales, partes æquales & videri, & proijci in inæquales. Vide expreſſius ad intelligentiam, & ad praxim num. 8 huius capitis.

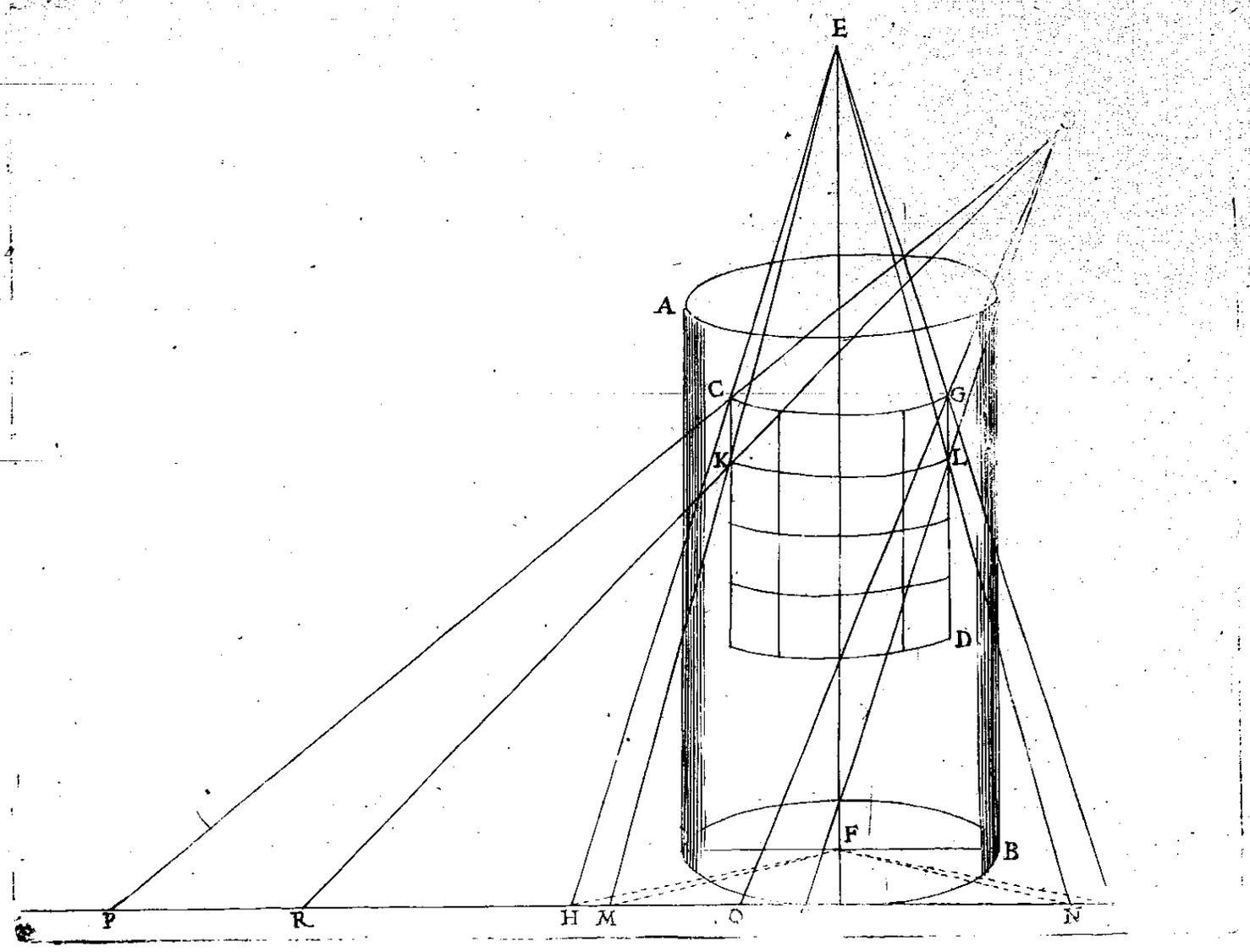
VII. Qua igitur proportione, & qua arte cir-

culorum periphæriæ incipientes à punctis F, H, I, K, G inter se se distare debeant iam habes in figura praxis præcedentis, cum ex obliquo situ oculi compérimus geometricè puncta terna, per quæ circuli eccentrici sunt deducẽdi. Eam ergo artem huc applicabis cùm è situ directo oculi quæres circulorum concentricorum proportionatas inter se se distantias.

Notandum autem est nos in deformatione ex obliquo situ luminis, siue oculi posuisse exemplum eius obliquitatis, quæ minime irregularis est, hoc est nos exemplum posuisse in linea, quæ perpendicularis est ad eam lineam, in qua sint centra omnia eccentricorum circulorum in deformationę ducẽdorum; itemq; nostrum exemplum est cum extremæ duæ rectæ verb. grat. IT, E α in prima figura huiusce capitis tantumdem hinc inde distant à linea recta L ν per centra transeunte. Vide monitum in fine huius capitis. Cum vero alia magis irregularis obliquitas oculi est, tunc tribus rectis sumptis, erunt seorsim in singulis earum signanda puncta ex arte ea geometrica, quam vsurpauimus in signandis T, V, &c. & in ν, ξ, &c.



VIII. Deniq;, vt videas quomodo è situ oculi collocati in axe cylindri fiant circuli concentrici in plano, cui cylindrus est perpendicularis, ex obliquo autem oculi situ fiant eccentrici, vide appositam hìc 3 figuram, in qua cylindricè incuruata papyrus est AB, & rectangulum, seu crates circa designatam imaginem est CD, axis cylindri EF, oculus, seu lumen in E, cuius radij per duo extrema lateris supremi cylindricé incuruati CG proijciunt in subiectum planum duo



duo ſigna H, & I, quæ ſunt extrema ſemidiametri, ſiue baſis trianguli, cuius vnum latus eſt HE, vel IE, alterum latus eſt axis EF, tertium recta occulta, quæ & baſis HF, ſiue FI, atq; id triangulum ſi concipiatur circa axem moueri, baſi ſua deſcribet circulum ex centro F per puncta H, I, &c. Simili ratione radij inferiores ex E tranſeuntes per puncta K, L inferioris ſegmenti craticulæ, circulum per puncta M, N ex eodem centro F deſcribent, &c. eodemq; modo reliqui radij ex E, &c.

IX. At vero ex obliquo ſitu oculi in O radij per extrema C, G cadent in P, Q, per quæ ibit circulus, cuius centrum erit in extremo axis ex O tranſeuntis per medium coni, cuius ſuperficiem efficerent altera rectarum PO, vel QO circumducta circa circulum ſegmenti CG. Rurſus ex O per K, quod eſt punctum inferius ipſo C, recta OR inferior ipſa OP, itemq; recta OS per L tranſiens extra, ſiue infrà ipſam OQ, ſignant puncta R, S, per quæ circulus tranſiens ſecabit alterum circulum ductum per P, Q, cadetque poſterior circulus partim intra, partim extra priorem, vt R eſt intra PQ, & S eſt extra. Ac proinde poſterior circulus eccentricus erit cum priore. Idemq; pariter fiet de reliquis, &c. Hæc autem melius etiam petebunt è ſequenti capite, vt mox probabo.

X. Hic ſemel moneo, cùm in hiſce deformationibus, ac reformationibus nos geometricè vel operari, vel demonſtrare affirmamus, intelige, mi Lector, quatenus hìc ſubiecta materia geometriam patitur: Neq; n. hìc agitur de puris geometricis figuris cum abſtractione mathematicà conſiderandis. Sed operationes organicæ, atq; in materià poſitæ docentur, & quatenus poſſunt geometricè demonſtrantur. Itaque ſat ſcio à nemine adhuc determinatum eſſe punctum præcisè geometricè vnde aut deformari, aut reformatæ videri poſſint imagines, ſed adhibità diligentià poteſt ab Optico Philoſopho ita determinari, atq; ita determinatè acceptus à nobis ponitur, vt organicè, ac Phyſicè nullam ſenſibilem fallaciam aut ſubeat, aut efficiat. Scimus etiam proprium eſſe ſuperficiei planæ vt prorſus èadē imago videatur vel in eà, vel per eam; non ideo tamen negatur etiam conicæ, vel cylindricæ ſuperficiei vt èadem imago appareat ſiue in conuexo, ſiue per concauum perforatum, ac geometricè ſi non præcisè, ſaltem organicè, ac ſine ſenſibili differētia demonſtretur. Non idem rigor exigendus eſt in mixtis, atque applicatis qui in puris, & abſtractis ſcientijs Mathematicis. Hæc ſemel monuerim pro ijs, quæ præceſſerunt in hoc capite, & quæ ſequētur præſertim in cap. 7 circa deformationes, ac reformationes ſcenographicas ad geometricam formam à nobis traductas, ac geometricis ratiocinationibus comprobatas.

Nota, & æquus eſto.

CAPVT

CAPVT V.

Demonstratio circulorum in deformationibus præcedentibus factorum, & Vitellionis locus insignis geometricè trutinatus.

NE fucum vllum facere videamur Geómetris, candidè, ac sine vlla dissimulatione proponamus capita præcipua earum rerum, atq; operationum præcedentium, quæ geometricis ratiocinationibus firmandæ sunt. Cum igitur totum negotium deformationum præcedẽtium geometricarum versetur circa proiectiones laterum craticulæ, siue rectanguli circa, & supra effigiem in papyro cylindrica descripti; & latera quidem secundum longitudinem, siue quæ perpendicularia sunt, proiecerimus in rectas diuaricatas, latera vero secundum latitudinem cratis, quæ sunt incuruata, proiecerimus in circulos inæqualiter inter se se distãtes, atq; in directo quidem oculi situ concentricos, in obliquo vero eccentricos; & cúm prædictarum operationum, atq; affirmationum aliquę faciliores iam pateãt in præcedenti capite; age nunc præcipue illas, aut illam in primis hic seorsim demonstremus, quæ maiorem habere difficultatem, & quasi paradoxum contra oculi experimenta videtur affirmare. Ea autem propositio est, qua affirmauimus in aliqua deformatione designari eccentricos circulos; videntur enim obliqua ea segmenta omnino à circulis in ellipsim, aut aliquam aliam figuram à circulo diuersam deficere; præsertim cum in hac re (vt paullo post videbimus) non nemo princeps in re Optica aliquot sæculis ante nos demonstrationem euulgarit nostræ huic propositioni aduersariam. Res est, mi Lector, cuius pretium sit in Opticis veritatem inuestigare, cúm præsertim vniuersalis etiam sit ad plura alia in vniuersa Prospectiua, quorum veritas, aut falsitas ex verà demonstratione, vel paralogismo híc facto pendére possint.

In obliqua deformatione designantur circuli eccentrici, non ellipses, &c.

Ac I Præmitto coni descriptionem, ortum, & definitionem ab Apollonio positam initio lib. 1 Conicorum, quæ non solum rectos, vt Euclides lib. 11, sed & scalenos conos comprehendit Ea autem est: *Si ab aliquo puncto ad circumferentiam circuli, qui non sit in eodem plano, in quo punctum, coniuncta recta lineą in vtramq; partem producatur, & manente puncto, conuertatur circa circuli circumferentiam quousq; ad eum locum redeat, à quo cœpit moueri, superficiem à recta linea descriptam, constantemq; ex duabus superficiebus ad verticẽ inter se se aptatis, quarum vtraq; in infinitum augetur, nimirũ rectà lineà, quæ eam describit in infinitum productà, voco conicam superficiem.*

Coni definitio comprehendans conos etiam scalenos ex Apollonio.

Specimen accipe in obliquà rectà AB, quam finge manentem in A moueri circa circulum BCD eo modo, quo describit Apollonius, ea producet conicam superficiem ABCD conclusam ad basim circulo BCD, estq; conus scalenus CBAD. Ponamus igitur BCD esse latus vnum cratis, siue rectanguli circa effigiem cylindricè incuruatam descripti, & lumen, siue oculum positum esse in A obliquo aspectu ad circulum BCD, & traiecti radij per B, & D rectà producantur in planum subiectum vsq; ad E, & F, vbi proiectio, & deformatio fiat circuli, seu segmẽti BCD, dico deformationem illam segmẽti BCD proijci in circulũ EGF, etiamsi obliquà sit proiectio. Expediri autem facile potest demonstratio —

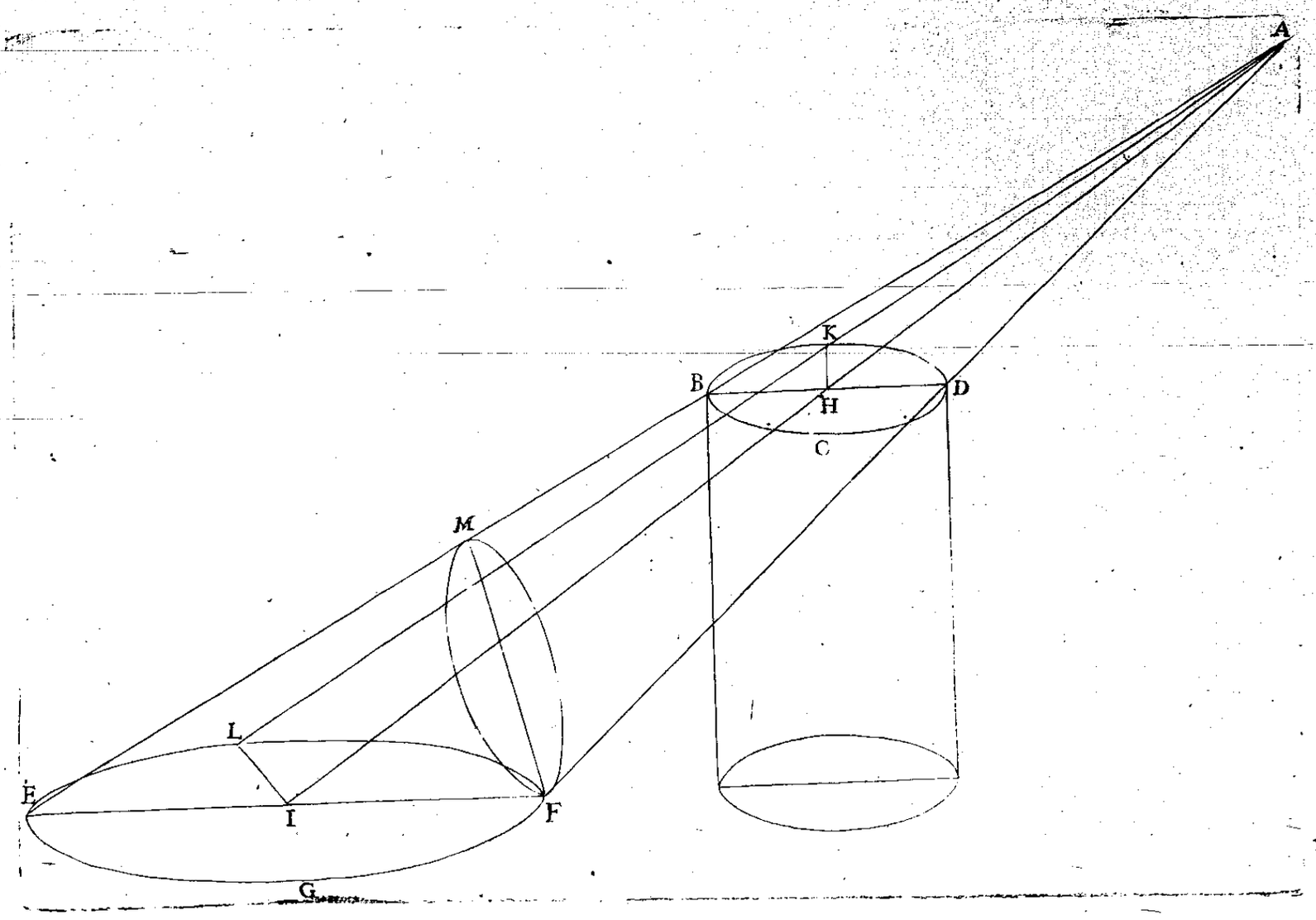
Demõstratio 1 de obliqua deformatione, seu proiectione in circulos.

— II Loco sic. Per constructionem supponitur cylindri circulus BCD æquidistans plano horizontali, in quo proiectio existit EGF. Quoniam igitur productis lateribus AB, BD, coni CBAD sectio fit EGF parallela basi BCD, erit ea sectio, seu proiectio EGF circulus, per 4 pr. conicorum Apollonij. Nec te moueat, quod ea propositio Apollonij eloquatur de sectione facta supra basim, nam èadem est ratio etiam de sectione infra basim, producto cono. Quod vt constet tyronibus, nec egeant Apollonio, en —

Demõstratio secunda.

— III Sic expono demonstrationem ex Euclide. Ducatur axis AI, & per eum imaginemur planum secans tum circulum BCD in B, D, tũm proiectionem EGF in E, F; itemq; aliud planum ductum per axem, & secans vtramq; basim, seu circulum in K, & L. Eæ sectiones factæ in circulo BCD, & in plano horizontalis proiecturæ EGF erunt, ex citatis alibi propositionibus Vndecimi (præsertim in Gnomonicis) lineæ rectæ, & parallelæ, propter plana secta parallela. Igitur in triangulis æquiangulis AHB, AIE, & AHK, AIL, & AHD, AIF, vt AH ad HB, HK, HD, ita AI ad IE; IL, IF, & vicissim vt AH ad AI, ita HB ad IE, HK ad IL, HD ad IF. Ergo, per 11 5, vt HB, HK, HD inter se, ita inter se habent IE, IL, IF; at HB, HK, HD, per constructionem, & suppositionem circuli BCD, sunt semidiametri æquales, ergo & tres IE, IL, IF sunt inter se æquales. Eodemq; modo probabitur de quotcumq; alijs ab I ad EGF adductis eas esse æquales. Ergo, per definitionem 15, EGF circulus est. Atq; hæc demonstratio idem probat de conis etiam rectis. Nos autem in conis scalenis

eam



eam vſurpauimus, quia difficilioris videtur fidei baſes eas obliquas eſſe circulos.

IV. At enim noſtræ huic demonſtrationi (præſertim de obliquo luminis traiectu per pũcta, & foramina circuli, &c.) ex diametro contradicit 38 propoſitio Vitellionis libro ſecundo opticorum, cuius propoſitionis verba ſunt hæc: *Per centrum circularis foraminis radio luminoſo obliquo incidente ſuperficiei dẽſi corporis ſubſtratæ ſuperficiei foraminis; lumen incidens erit figura ſectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiẽ feneſtræ, & ſuperficiem corporis ſubſtrati*: hoc eſt in noſtra figura ſi fingas Solem, ſeu punctum, ac centrum Solis eſſe A, & BCD eſſe circulum in ſuperficie feneſtræ, per quem Solis radij obliquè traijciantur in ſubiectum planum EF, ſiue parallelum, ſiue non parallelum (vt in demonſtratione vtrumq; caſum perſequitur Vitellio) circulo BCD, eſt (vt vult Vitellio) EGF ellipſis, non circulus, &c. Robur demonſtrationis apud Vitellionem hoc videtur eſſe. Si, exempli gratia, ex puncto F (iuxta ea quæ docet lib. 1. propoſit. 102) circulus circumducatur, cuius plano axis AI ſit perpendicularis, quoniam EGF circulari baſi circumductæ non erit æquidiſtans, ergo, per dimonſtrata ab ipſomet Vitell. prop. 103 lib. 1, & ex 9 pr. conicorum Apollon. ſectio EGF non erit circulus, ſed ellipſis.

Vitellionis propoſitio de obliqua projectione luminis in ellipſim

Ratio à Vitellione allata pro ſuâ propoſitione.

V. An ſatis è ſcientia geometrica quidam in Vitellionem inuehuntur, dum aſſerunt falſò ab eo pronutiatum circumduci poſſe circulum circa conum luminoſum obliquè per feneſtram illapſum, qui circulus vel baſi in planum obiectum proiectæ, vel circulo feneſtræ non ſit parallelus? Tentemus nos Vitellionem, quatenus geometrica veritas permiſerit, defendere; nec tamẽ vlla offenſio ex ea defenſione in noſtram demonſtrationem redundabit. Paucis igitur rem expedio, atq; affirmo non omnium eſſe diſpicere quomodo fieri poſſit, vt hæc omnia concordent, ſcilicet & BCD, EGF eſſe circulos, & prẽterea poſſe intercedere tertiam ſectionem, quæ & ipſa ſit circulus, qui tamen duabus prioribus ſectionibus non ſit parallelus; cùm ſectiones non parallelæ baſi conicæ, ac per vtrumq; latus triãguli per axem ductæ, circuli eſſe non poſſint, per. 9 pri. conic; & quomodo deniq; ducto circulo circa conum (vt vult Vitellio, ac fieri poteſt, vt mox oſtendam) inter ſectiones EGF, BCD, ipſa ſectio EFG circulo illi ducto non ęquidiſtãs ellipſis non ſit.

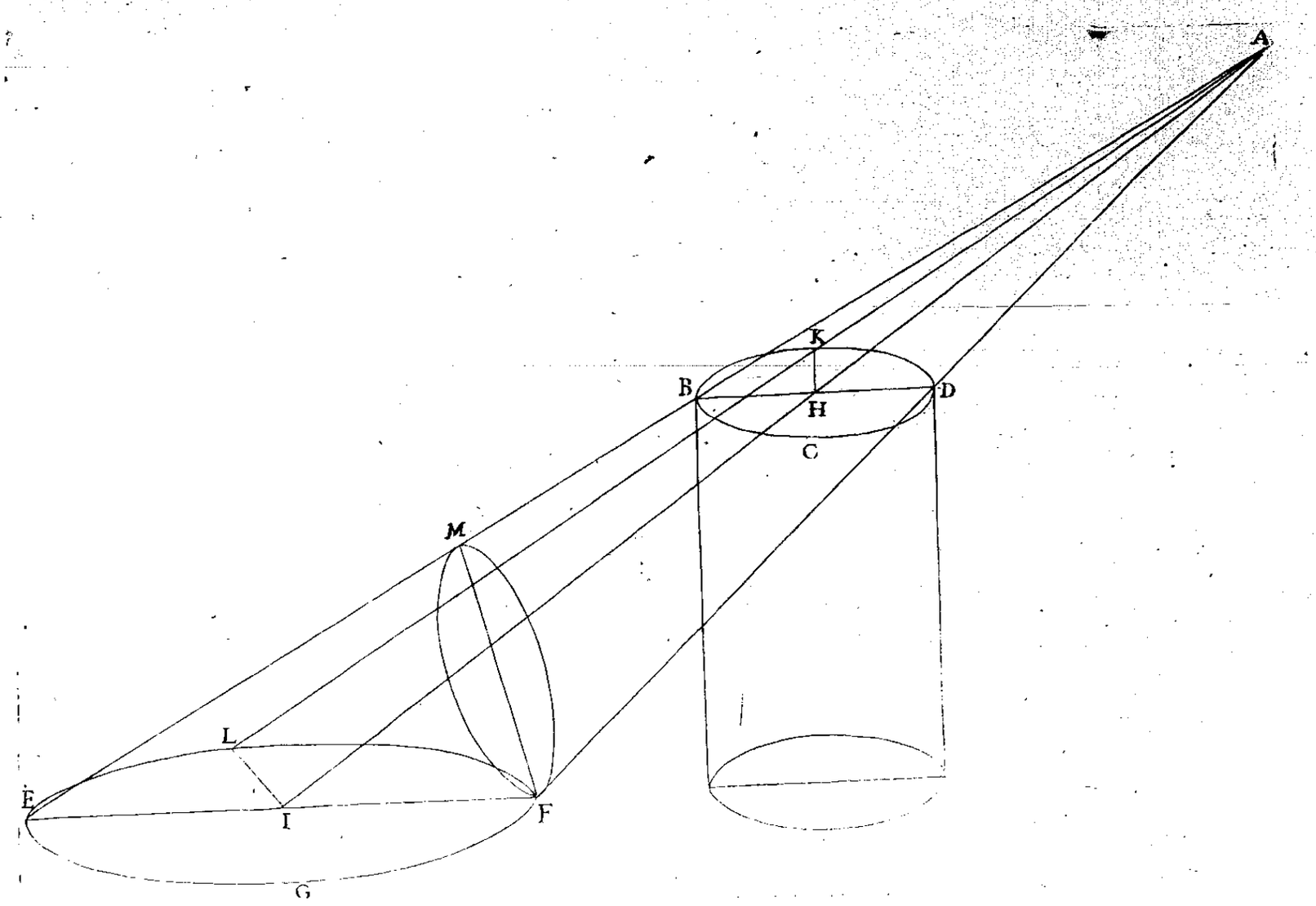
Sectiones nõ parallelæ baſi conicæ, ac p vtrumq; latus trianguli per axem ductæ, non ſunt circuli, ex conici, &c.

VI. Sed nodos omnes abſoluit recta intelligentia, & fida prolatio propoſitionũ 5, & 9 apud Apollonium lib. 1. In quibus affirmat, ac demonſtrat in cono ſcaleno ſectionem fieri poſſe tranſeuntem per vtrũq; latus trianguli per axem ad rectos angulos baſi inſiſtentis, ac prædictam ſectionem eſſe circulum, licet non ſit baſi parallelus, modo ſit ſubcontrariè poſitus, vt ibi explicat. Ac præterea ſectionem non parallelam baſi, &c. non eſſe circulum, niſi tamen ſubcontrariè facta intelligatur.

Sectio coni ſcaleni ſubcõtrariè apud Apollonium, &c.

Ex quibus ab Apollonio demonſtratis patet

primo



primo rectè à Vitellione existimari circulum fieri è sectione non parallela basi, modo eam sectionem intelligat Vitellio cum Apollonio ita fieri, vt sit ex ea sectione circulus subcontrariè positus &c. iuxta 5 pr. conic. Ac proinde non rectè circa hoc reprehenditur Vitellio ab ijs, qui aut parum attentè viderunt, aut parum intellexerunt citatas ex Apollonio propositiones. Patet etiam secundo rectè etiam inferri à Vitellione sectionem EGF, si non sit parallela sectioni circulari, non esse circulum, modò intelligat Vitellio circulum, cui EGF non æquidistat, non esse subcontrariè positum; hoc est, si singas MF esse diametrum sectionis circularis, & angulus AFM non sit æqualis angulo AMF iuxta 9 prim Conic. reuise nos in Apiario nostro Geometrię practicę, vbi vsurpauimus normam subcontrariè pro dimensionibus, &c.

Vindicatio 2.

VII. Ex hisce tamen nihil contra nos. Nam facile patere potest solerti Geometræ solutio, atq; interpretatio propositionis obiectæ contra nos ex Vitellione. Esto enim circulo MF non æquidistet EGF, non inde tamen consequitur sectionem EGF esse ellipsim, per 5 nuper citatam ex Apollonio; ibi enim demõstratur BCD, MF, EGF posse esse circulos, modo MF subcontrariè ponatur. Quod si Vitellio sectionẽ MF faciat nec subcontrariè, nec iuxta reliquas conditiones ab Apollonio requisitas in conis scalenis, tunc non erit MF circuli diameter, sed ellipseos, atq; ex ea nihil inferri poterit ex Vitellionis demonstratione. Et quoniam Vitellio in sua demonstratione dupliceem ponit casum, in quorum vtroq; affirmat, atq; infert EGF semper esse ellipsim, scilicet cùm vel non est parallela ea sectio ipsi circulo BCD, vel etiam cum est parallela; nos in priore quidem casu cum Vitellione conuenimus, sed is casus est extra nostrum casum, in quo sectionẽ EGF supponimus ipsi BCD parallelam; at vero in posteriore casu, hoc est cùm parallelæ sunt EGF, BCD, vt nostra demonstratio assumit, in hoc sane Vitellionem tueri non possumus, sed vniuersè affirmamus in conis luminosis obliquè per circulum traiectis basim illuminationis exceptam plano, quod circulo sit parallelum, esse plane circulum, vt cogit nos affirmare allata à nobis demõstratio. Quod si præterea Vitellio velit (non enim satis aperte constat ex eius demonstrationibus) in cono obliquo posse abscindi conum rectum cum basi circulari, quoniam id fieri non potest (vt norunt versati in conicis theorijs) in hoc etiam Vitellioni non fauemus.

Solutio obiectionis contra nos ex propositione Vitellionis.

Ac memento Lector, cum inferius aliquando inferemus aliquas proiectiones esse ellipses ex eo quod secent vtrumq; coni latus non parallelè circulo, qui est basis coni, id intelligendum esse, ac valere, supposito quód in obliquo conõ sectiones illæ non sint subcontrariæ, &c.

VIII. Ex qua etiam demonstratione facile quiuis Geómetra intelligat quid censendum sit circa propositionem 41 lib. 2 eiusdem Vitellionis, dum affirmat: *per medium quadrati foramnis radio obliquè incidente superficici densi cor*

Animaduersio ad propositionem quadragesimam primam lib. Vitellionis.

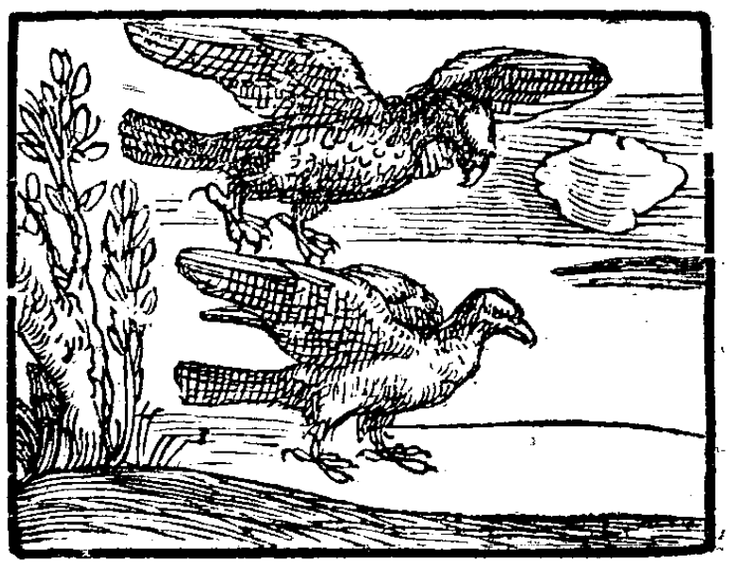
poris

poris ſubſtratæ ſuperficiei foraminis; lumen incidens erit figura altera parte longior ſuis angulis æqualiter arcuatis. Si enim planum(vt videtur) vult eſſe parallelum quadrato foramini,omnino ex 4 ſexti, & ſecundum eundem modũ demonſtrationis allatæ à nobis de obliquá illuminatione, ſeu viſione, concludetur figuram illuminationis eſſe omnino perſimilem figuræ illi, per quam lumen traijcitur, hoc eſt non altera parte longiorem, ſed quadratam ex quadrato foramine, &c.

Circulus obliquè conſpectus apparet ellipſis. Sana eius propoſitionis interpretatio.

Verum quidem eſt ex Opticis (vide noſtrum Aguillonium lib. 4. prop. 66) circulum obliquè conſpectum vt ellipſim apparere; at ab apparentia ad rei veritatem non recte licet argumentari. Eſto ſectiones BCD, EGF adſpectæ obliquè ex A ellipſes videantur, & proiectura ſcaleni coni ita pingatur baſibus, ac ſectionibus parallelis, vt ellipſes, non circuli, conſpiciantur, & oculorum apparentiæ geometrica figura inſeruiat; tamen viſionis fallacia corrigenda eſt geometrica demonſtratione, ac veritate.

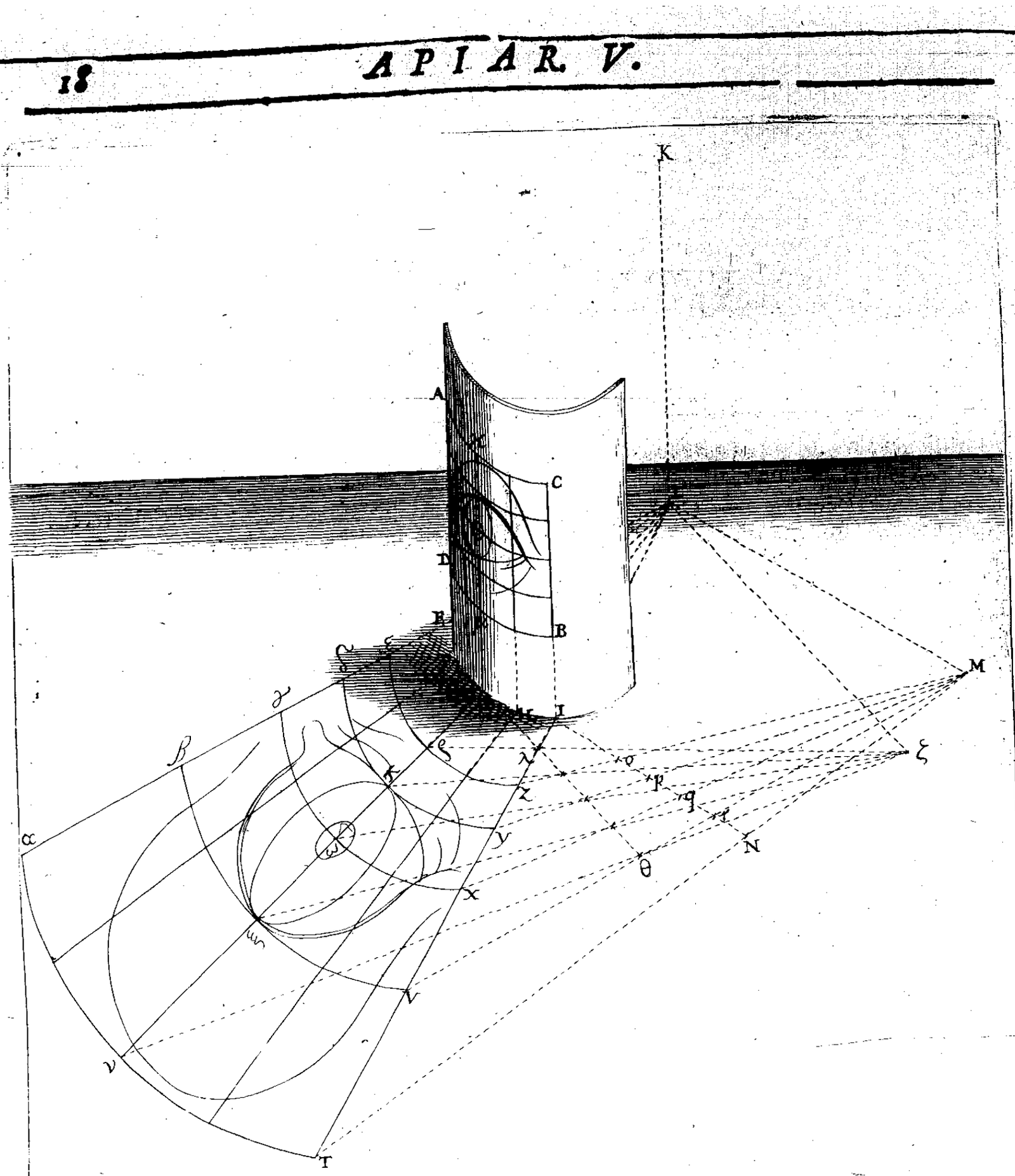
IX. Denique ex hactenus in hoc capite demonſtratis facile conficitur etiam cum directa eſt vel illuminatio, vel proſpectio, vt in figura tertia præcedentis capitis, tunc etiam deformationem laterum circulariter incuruatorum in crate circa figurã fieri per circulos, ob eandem ſcilicet rationem ſectionis parallelæ baſi coni in directà viſione recti, &c. Quomodo autem in directo aſpectu concentrici, in obliquo eccẽtrici ſint ij circuli habes ibidem.



CAPVT VI.

Reliqua theoria deformationis cylindricæ geometricè proponuntur. & aliarum ſuperficierum regularium, & irregularium deformationes indicantur, detectis opticis fallacijs.

I. TRaditis ratione, ac demonſtratione circularis proiectionis, ac deformationis ex lateribus rectanguli circa cylindrum circulariter incuruatis, quòd attinet ad latera rectanguli ſecundũ longitudinem circa figuram in cylindro, ea nos latera primò in rectas proiecimus tam in directa, quam in obliqua proſpectione iuxta figuras primam, & ſecundã capitis 4. Nam



in exemplo 1 figuræ eius capitis hic etiam repositæ ipsa LIT communis est sectio plani transeuntis per KL,& CI,& horizontẽ secantis. Quare, ex 3. 11, recta linea est IT,& eodẽ modo reliquę ex L ductæ. Secundò sunt diuaricantes semper magis, ac magis ex pronũciato 13 Euclidis. Cum enim non sint parallelæ, sed omnes progrediantur ex puncto L, productæ semper magis inter se distabunt, iuxta ea, quæ doctissimus Proclus demonstrat ad id Euclidis pronuntiatum. nec quidquam est, quod obstare possit; nam semper verum est quod Proclus ibi demonstrat in subiecta materia, idest de rectis lineis; quidquid secus accidat lineis mixtis aliquibus, de quibus nec Euclides, nec Proclus loquuntur, quæ mixtæ sunt ab re Geometrarum elementariorum, qui de lineis vniformibus, ac regularibus, recta, & circulari loquuntur pro instituto elementorum geometricorum, vt alibi nos diximus in nostris asymptotis rectarum ad rectas.

Euclidis pronũciatum 13 quomodo intelligendum sit, vt sit extra obiectiones.

II. Inuersio autem ea, & directio in planum facta ex LK in LM, vel L ζ, ad angulos æquales, nempe rectos, verbi gratia K L T, M L T, & K L ν, ζ L ν; quia si fingas radium luminosum, seu visualem ex K per κ produci ad ν, habebis duo triangula omnino inter se æqualia, nempe triangulum K L ν, & triangulum L ζ ν. Nam K L, L ζ æqualia latera sunt per constructionem, L ν est commune, & lateribus æqualibus anguli contenti ζ L ν, κ L ν sunt æquales, ergo per 4 pr. reliquum latus ζ ν reliquo K ν est æquale, & anguli reliqui ad ζ, & K, & ad ν sunt æquales. Itẽ per constructionẽ sunt æquales κ G, G θ, & κ μ, λ θ eodem modo (idest ad rectos in G,) æquidistantes basibus K L, L ζ; ergo quidquid fit in triangulo abiecto L ζ ν, idem omninò

est

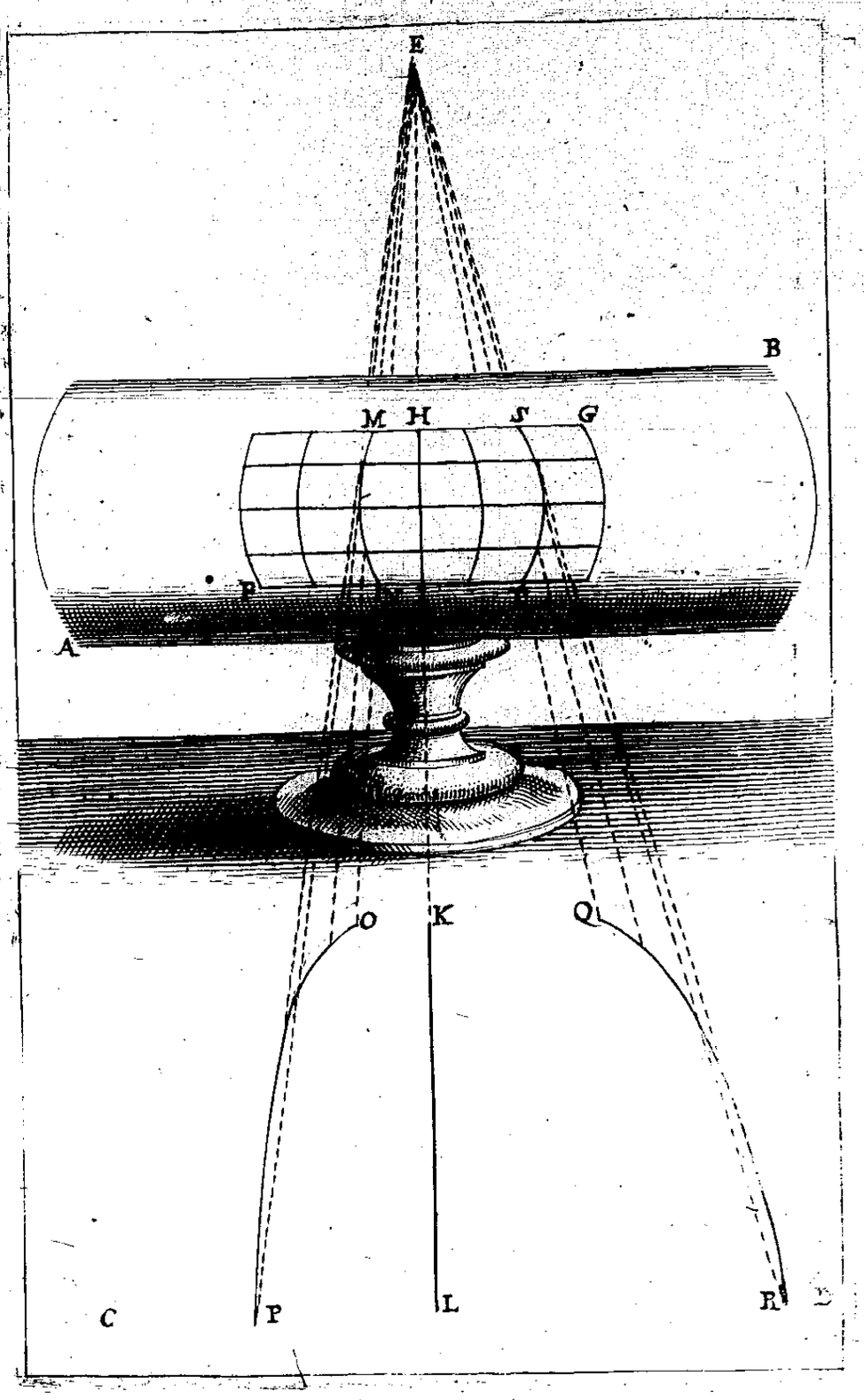
eſt quod fieret in erecto KL v. Abiectum autem eſt in planum, operationis, & commoditatis geometricæ gratia. Idem intellige de triangulis æqualibus KLT, MLT. &c. Reliqua ad theoricen ſpectantia explicata ſunt cap. 3, & 4 antecedentibus.

III. Hæc circa proiectionem, & deformationem geometricam in lineas regulares hactenus factam. Iam circa aliam regularem, quæ fieri poteſt ex cylindro oppoſito ad oculum, vel ad lumen non ſecundùm cõcauum, vt hactenus, ſed ſecundum conuexum, omnia eodem modo operabere, eædemq; erunt operationum demonſtrationes, ac theoriæ. Habes enim ex puncto luminoſo conijciente, ac traijciente radios per conuexum cylindrum proiectiones in lineas vniformes, ac regulares, nempe partim rectas, partim circulares, &c. niſi quod per hanc deformationem, vt in papyro ſit contraria obuerſio ad oculum, ſic circuli proiecti ſitum in plano horizontali contrarium inuerſum obtinebunt. Cæterum ſecunda hæc deformatio in lineas regulares ex papyro conuexa longe minus dilatat proiectiones, quam prior altera deformatio ex papyro cauà, atq; ideo minus apta eſt arcanis opticis. propterea hìc tantum à me paucis, ac ſine figurà, indicata eſt. Circa quam vide paullo inferius appoſitam figuram, atq; in ea vide id, in quo conueniat hæc deformatio cum priore, & in quo diſcrepet.

IV. Prædicta fiunt ex cylindrica papyro erecta orthogonaliter. Tertia deformatio ex cylindro fieri poteſt, ſi cylindrus ſecundum longitudinem, ſiue ſecundum lineas in eo rectas ſit parallelus horizonti, & opponatur puncto luminoſo, ſiue oculo tam ſecundum cauum, quàm ſecundm conuexum. Vtrouis modo ſic oppoſitus, & collocatus cylindrus extra limites eſt noſtræ hìc intentionis. Nam deformationem geometricam tyronibus difficilem efficit propterea, quòd licet latera rectanguli circa imaginẽ parallela horizonti proijciat in rectas, tamẽ latera rectanguli circa imaginem cylindricè incuruata proijcit in lineas quaſdam obliquas, difficiles tyronum deſcriptioni. Circa tamen hanc deformationem 3 ex cylindro hic aliquam lubet indicare fallaciam, in quam incidunt ij, qui deformationes haſce opticas rectè ſe arbitrantur conficere, oppoſitis Soli planis perforatis. Nam —

— V. Eſto cylindrice curuata papyrus AB ſecundum cylindri longitudinem, ſiue axem, parallela plano horizontali CD, oculus, ſeu lumen in E cauæ papyro ita poſtpoſitum ſit, vt in eodem plano ſecante conum luminoſum per axem ſint tam axis coni luminoſi, quam diameter circuli medij HI, qui eſt in crate FG deſcriptà circa figuram. Circulus ergo, ſiue ſegmentum periphæriæ HI ſpectatum ab oculo E vide

Fallacia in efficiendis deformationib⁹ opticis è ſolaribus radijs.



bitur ceu recta quædem linea (vt patet ex Opticis, & demonſtratur apud noſtrum Aguillonium lib. 4, propoſitione 57) atq; etiam in rectam proijcietur, velut in KL, vt demonſtrari poteſt ex propoſitione 91. lib. 6 Aguillonij. At vero reliqua ſegmenta, vt MN, atq; alia obliquè ex E ſpectata, vel illuminata proijcientur etiam obliquè, velut in OP, &c. nec erunt parallela, ſed magis diuaricata ex parte inferiori, ceu vides OP, QR ex MN, ST.

VI. Sin autem ſegmenta MN, HI, ST oppoſita ſint radijs Solis, non ſolum circuli ſegmentum HI, ſed & reliqua MN, ST, &c. proijcientur in rectas, eaſq; inter ſe ſe parallelas. Patet id in experimentis Gnomonicis quotidianis, dum vides ab gnomonibus, columnis, arboribus longo ordine diſpoſitis vmbras abijci parallelas. Cuius rei ratio ab infinita propemodum diſtantia Solis petenda eſt. Atq; hinc (ſit tibi corollarij loco, mi Lector) etiam Cleomedes ingeniosè ſolaris diſci amplitudinem coniectatur, cuius diameter æquetur longiſſimo ſpatio, per quod

Solaris diſci amplitudinẽ coniectari ex umbris arborum parallelis.

arbores, aut columnæ plurimæ rectà diſpoſitæ ſunt; ſi enim eá ſpatij longitudine minor eſſet Solis diameter, vmbras ſaltem extremarũ arborum diuaricatas proijceret, proijcit autẽ omnes parallelas.

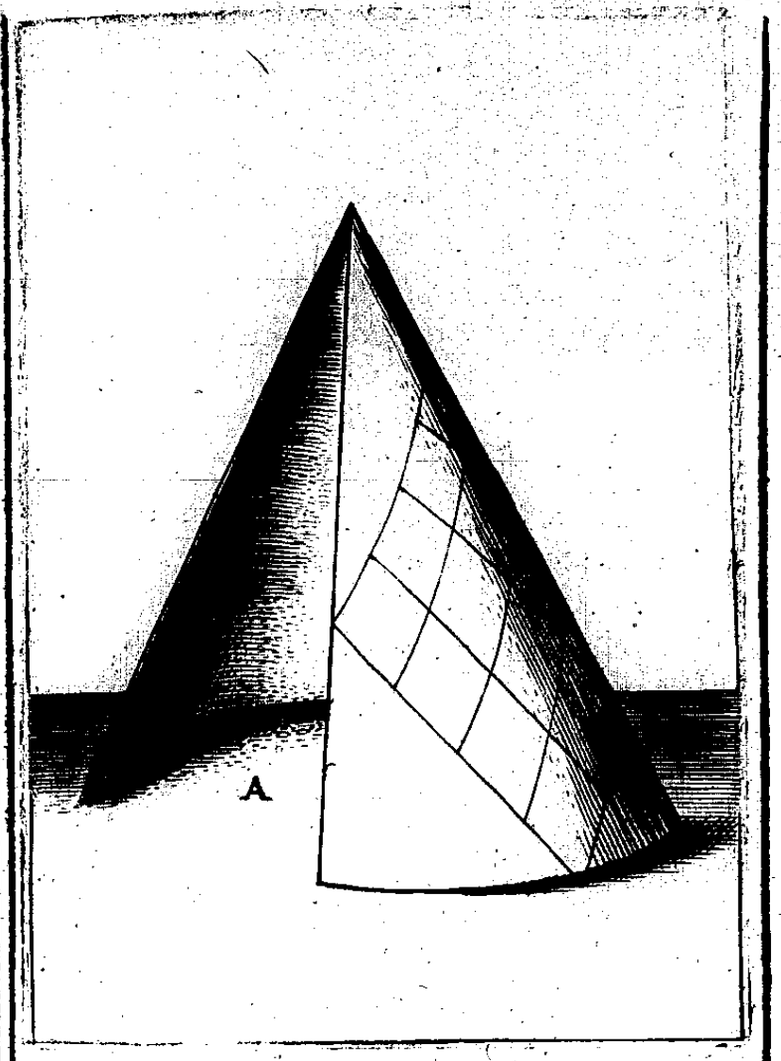
Quare ex prædictis conſtare poteſt non recte deformari formas in papyro pictas, & perforatas ex obiectu papyri ad ſolem; non recte, inquam, ita vt deinde reformatæ videri poſſint ab oculo in determinata diſtantia poſito. Proiectio enim ortographicè facta, ideſt ex infinita corporis luminoſi, vel oculi diſtantiâ, non rectè videtur ſcenographicè, ideſt ex iuxta, & determinata oculi diſtantia; quoniam angulus opticus oculi vicinioris valde diuerſus, ac maior eſt angulo oculi abſtantis longelongiſſimé, per 21 primi; atq; ideo baſis proiectionis, & viſionis ortographicæ arctior & eſt, & videtur, quam baſis proiectionis, & viſionis ſcenographicæ, cæteris paribus. Sed hæc ſatis pro inſtituto tantum indicandi hunc ſcopulum, à quo cauendum opticis tyronibus.

Proiectio ortographica non recte videtur ſcenographicè, & eius propoſitionis demõſtratio.

VII. Conica ſuperficies à vertice ad baſim ſecta in planam quidem reduci poteſt, quoniam è circuli ſectoribus circulariter incuruatis fiunt conicæ ſuperficies; tamen ex papyro caua conicé incuruata, & rectangulum habente circa fictam figuram, proiectiones laterum rectanguli tum ſecundum longitudinem, tum ſecundum latitudinem non fiunt nec in circulos, nec in rectas. Nam ſi in ſuperficie conica figuram, quæ appareat oculo emendata, deſignaris, deinde ſuperficiem illam conicè incuruatam in planam explicaris, & circa deſſignatam imaginem deſcripſeris rectangulum, &c. mox rurſus eam ſuperficiem in conum cogas, latera rectanguli tam ſecundum latitudinem, quam ſecundum longitudinẽ ibunt in lineas mixtas ignotas. Nam latera rectanguli ſecundum latitudinem dùm curuantur conicè, deſcendunt vtrinq; ſecundum extrema, nec curuãtur in circulos parallelos horizontali plano, vt fiebat in curuatura circa cylindrum. Proiecturæ vero laterum rectanguli ſecundum longitudinem, (quæ latera in ſuperficie conicà in planum explicatà erant inter ſe parallela) dum conicè curuantur, ex parte quidem ſuperiori verſus coni verticem ſemper magis inclinantur, & obliquantur propter minores circulos verſus coni verticem; ex parte vero inferiori eædem lineæ ſemper minus obliquantur, dum gradiuntur per maiores circulos verſus coni baſem.

E circuli ſectoribus circulariter incuruatis fiunt conicę ſuperficies.

Vide ſpecimen in oppoſita figurà A, quę facta eſt è ſectore circuli conice incuruato. Eam figuram tibi ſecundum latus cratis exhibemus, vt partim concauum videas, per quod proiectura facienda eſt, partim in conuexo latere perſpicias inflexiones diffformes, quas faciunt cratis



latera verſus coni verticem, & baſim.

Quoniam igitur geometricè facilè deſcribere ignotas eas inflexarum linearum proiecturas non licet, ideo intentatam relinquimus hanc operam tyronibus perdifficilem. Si opponas cono conuexo lumen, proiecturæ fient item in mixtas ignotas lineas, ſed contrario modo antecedenti proiecturæ obuerſas.

Ex cono, qui ſecundum axem ſit parallelus horizontali plano, fiunt deformationes etiam difficiliores, quàm ex cylindro, qui ſit parallelus plano horizontali. Ampliatur enim proiectura ex circulis minoribus verſus verticem coni, præter etiam antedictam difficultatem de lineis cratis ſecundum coni longitudinem incuruatis, ex quibus proiecturæ fiunt in ignotas mixtas lineas. &c.

VIII. Supereſt tandem (præter planam ſuperficiem de qua inferius) è ſeptem regularibus ſuperficiebus apud Catoptricos, vltima ſphærica, quæ ſiue caua, ſiue conuexa, quoniam in planam ſuperficiem redigi non poteſt, & quoniam rectanguli circa effigiem deſcripti latera ſecundum lõgitudinem proijcit in ellipſes, vt numero 5 huius capitis accidebat cylindro, &c. propterea nec híc vſurpatur à nobis ea ſuperficies ſphærica pro deformationibus geometricis; licet rectanguli circa effigiem in ſphærica ſuperficie depictam deſcripti latera ſecundum latitudinem proijciantur in circulos, vt dictum eſt in cylindro erecto ſecundum axem perpendicularem horizonti, &c. Præterea ſphærica ſuperficies non admodum deformat, &c.

Quare omiſſa deformatio è ſphæricà ſuperficie.

IX. Deniq; pro varia inclinatione cylindri

pro-

proijcientur in planum è circulis ellipſes ob prędictas rationes, quia ſcilicet tunc planum horizontale non ſecat conum luminoſum parallelos baſi circulari, &c. Habes igitur in hactenus dictis circa deformationes imaginum ex proiecturis per concaua, & conuexa ſuperficierum cylindricarum, conicarum, ſphæricarum quænam faciliores alijs, & quas ſequamur, quas omittamus, à quibus erroribus caueas.

X. Notandum eſt nos in præcedentibus deformationibus eligiſſe quidem, ob cauſas in antecedentibus capitibus prædictas, præcipue deformationes, quæ è planis, & cylindricis ſuperficiebus fiunt; eam tamē ſelectionem intelligendam eſſe in deformationibus tantum geometricis. Nam quod pertinet ad deformationes organicas ope luminoſi traijcientis radios per appoſitam ſuperficiem, ſciendum eſt eas fieri poſſe eàdem ferme facilitate, qua fiunt organicæ è ſuperficie tum planà, tum cylindricà. Cum enim in organicis deformationibus, quæ fiunt per traiectionem radiorum à luminoſo prodeuntium, non quærantur lineæ vllæ in ſubiecto plano geometricè deſſignandæ, vt requiruntur in deformationibus geometricis; ideo dūmodo notentur in ſubiecto plano termini radiorum per lineamēta imaginis perforatæ traiectorum, & per eos terminos amplietur, ac deformetur imago, ſatis id eſt, ex quacumq; tandem ſuperficie regulari, ſiue irregulari fiat pictæ imaginis in planum ſubiectum proiectio.

Deformationes organicæ per lumen facillimè fiunt è qualibet ſuperficie; non item geometricæ deformationes.

CAPVT VII.

Imaginem è ſuperficie cylindricà deformatam videre reformatam viſione tum directà, tum reflexà in ſpeculo columnari. Mox de reformationibus etiam per ſuperficies irregulares. Præſagium opticum de Eminentiſs. Cardinali Columna Bononiæ Archiepiſcopo.

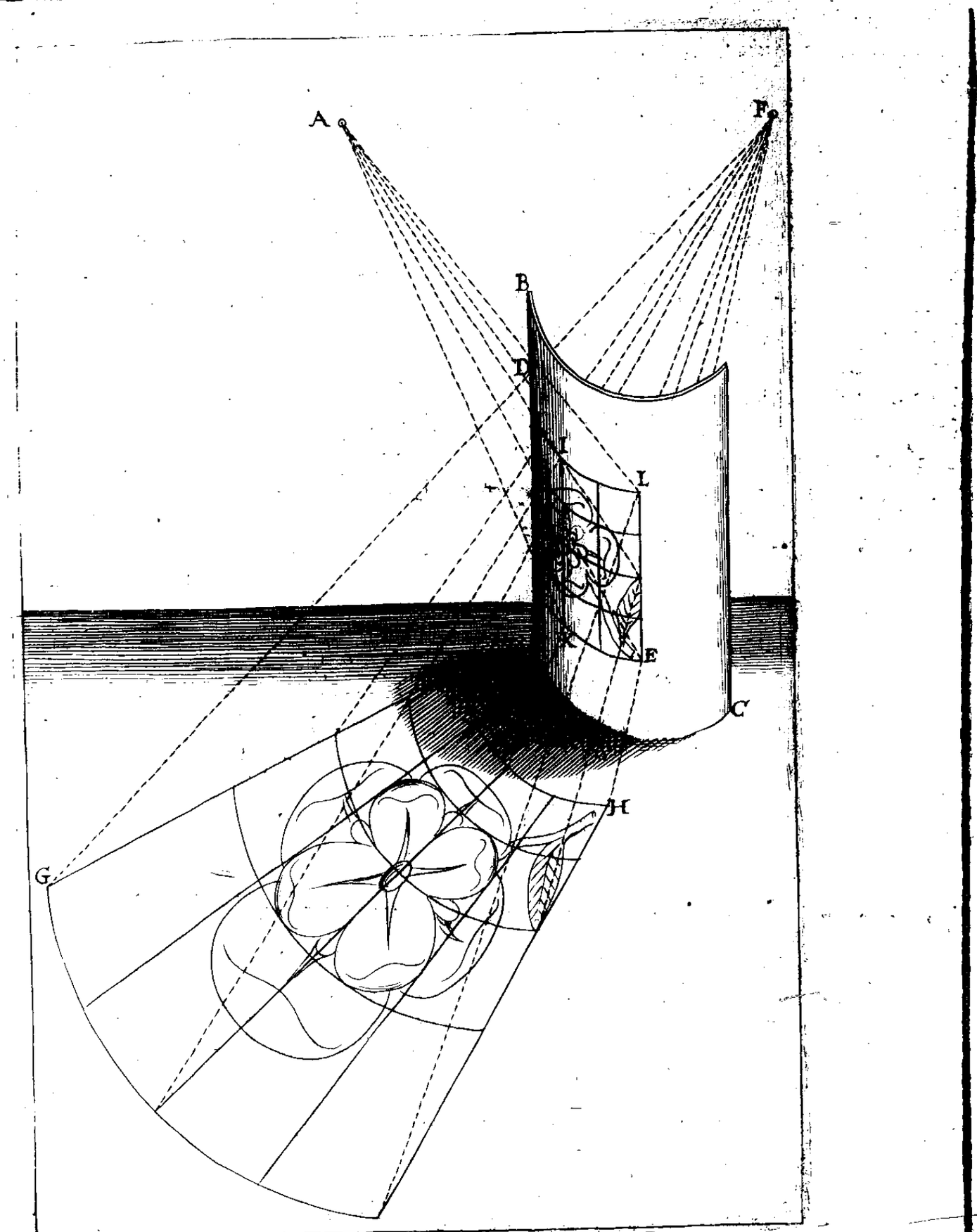
I. QVod ad directam viſionē attinet, paucis rem abſoluo. Nam accipe papyrum, in qua erat imago rectangulo circumſcripta, & ſecundum rectanguli latera incide papyrum ita, vt abſciſſa cum rectangulo imagine, atq; ablatā, pateat feneſtra, & ſpatium inane, quod occupabatur à rectāgulo circa imaginem deſcriptō. Deinde incuruato papyrum cylindricè, ac ritē, mox oculo ad punctum id appoſito, ex quo lumen radios proiecerat per papyrum, videbis ex plano horizontali, atq; in eo ex imagine deformatà reformatam, ac formoſam imaginem eiuſdē magnitudinis, ac ſpeciei, cum quibus picta in papyro conucxa viſebatur ab oculo tantumdem, atq; eodem modo diſtante, &c. vt dictum eſt in cap. 3. Ratio perfacilis, ac pērbreuis optica eſt, quia ſub eodem angulo videtur imago deformata, ſub quo, & ex quo emēdata imago in cylindro proiecta eſt in planum horizonti parallelum, vt mox videbis in figura ſequentis ſecundæ reformationis catoptricæ. Etiam ſine incisa papyro imaginem reformatam videbis (præſertim cum deformatio facta eſt è ſuperficie planà) oculo liberè, atque apertè collocato ad punctum, vnde proiectio, & deformatio facta eſt. Iuuat tamen viſio per inciſam papyrum, vt optici radij, & anguli certioribus, ac firmioribus limitibus imaginem ritè comprehendant. Vide inferius vbi de diſſipationibus.

Quomodo, & quare videatur directa viſione imago reformata, quę deformata ſit è ſuperficie cylindrica.

Alter modus directè videndi reformatū imaginē, quæ deformata ſit cylindricè.

II. Quod attinet ad reformationem per viſionem reflexam, accipe ſpeculum cylindricum eiuſdem omnino figuræ, ac quantitatis, cuius erat papyrus cylindrica, ex qua deformatio facta eſt; tum ſpeculum id cylindricum collocato perpendiculariter in plano horizontali vbi papyrus erecta eſt; mox oculum collocato ante ſpeculum in puncto æque alto, & ab imagine in rectangulo collocatà æqualiter diſtāte, ac diſtabat ab eádem imagine punctum directæ viſionis poſt ſpeculum; inde enim per viſionem reflexam videbis cum iucundà admiratione imaginem in ſpeculo erectam, & emendatam, quam idem oculus videbat ex eodem puncto per directam viſionem in plano ſubiecto inuerſam, ac deformatam. Ratio Catoptrici huiuſce ſpectri

Modus, ac demōſtratio videndi reflexè reformatam imaginem cylindricè deformatam.



geometrica eſt, quoniam in figura, in qua hic vides expreſſam imaginem roſæ, oculus in A ſpectans per viſionem reflexam è cylindrico ſpeculo BC imaginem, ſeu quadrilineum DE, videt ſub ijſdem angulis, ſub quibus ad F collocatus in directa viſione videt idē quadrilineum DE, & proiecturam, deformationemque GH. Quare, cùm quæ ſub ijſdem angulis videtur eiuſdem formæ, ac quantitatis appareant, ideo, vt proiectura GH apparet in DE reformata oculo in F collocato, apparebit etiam in A eidem oculo eodem modo reformata.

Fieri autem eoſdem angulos ad A, qui & ad F, patet ex 8 primi. Quoniam enim triāgulorum exempli gratia AKI, FKI latera IF, IA, & KA, KF æqualia ſunt propter eandem diſtantiam ab IK, & eundem ſitum oculi collocati in A, & F, & latus IK commune eſt, erunt & anguli æquales angulis, præſertim pro noſtro inſtituto anguli duo KAI, IFK. Linearum ex F ductarum poſt cylindrum ſupple per imaginationem eas partes, quæ à ſuperficie cylindrica occultantur. Eadem probatio valet in reliquis omnibus triangulis, quæ ad baſim communem, vel ad æquales baſes ex æqualibus diſtantijs fiunt ex A, & F, atq; adeo totus angulus ſolidus opticæ pyramidis ad verticem A erit æqualis toti ad F. &c.

Neq; vero quidquam refert in triangulis, verbi gratia DAL, DFL baſim non eſſe rectam lineam, ſed partem eſſe peripheriæ, quæ maior eſt chordà peripheriam ipſam ſubtendēte; nam maioritas illa curuæ DIL vltra rectam non dilatat, ac variat angulos æquales viſionis ad A, & F, &c. atq; éadem procedit probatio æquè, ac ſi fieret de triangulis habentibus præter latera, etiam baſim eandem rectilineam. ſunt enim

etiam

etiam anguli curuilinei ad D, & L æquales in vtroq; triangulo vterq; vtriq; &c.

Corollarium ad theoricen, & praxim deformatarum imaginũ, quæ reformatæ videtur in ſpeculo cylindrico.

III. Quaſi corollarij loco ex hac tertia ratione reformatã vidēdi per ſpeculum cylindricum imaginem è ſuperficie cylindrica deformatam patere poteſt ipſa theorice ſpectaculi optici, quo aiunt effici à noſtris aliquibus in Gallia vt in cylindrico ſpeculo appareant aliqua, quæ in plano parallelo horizonti non agnoſcuntur. A nobis autem habes (num. 1 huius capitis) duos etiam alios modos, quibus deformationes è cylindro etiã ſine cylindrico ſpeculo videas directa viſione. Iam vero expeditis deformatione, ac reformatione circa cylindricã ſuperficiem, quę regularis quidem eſt, non tamen ſimilarium partium iuxta dicta cap. 1, facillima iam erit doctrina de deformationibus, ac reformationibus circa ſimpliciſſimam, ac ſimilarem ſuperficiem, ideſt planum.

IV. Hactenus produxeram deformationes, & reformationes opticas è ſuperficie, atq; in ſpeculo columnari cap. 3, & 4, & hoc ſeptimo huiuſce progymnaſmatis. Roſam, & oculum in cylindro exhibueram pro argumento, in quo verſabar, ideſt optico, & pro tempore, quo hæc ſcribebam, ideſt verno, & roſarum feraci. Paucis poſt menſibus fama pertulit præcellētiſſimum Dominum Hieronymum Columnam ſacra purpurà donatum, & paullo poſt Eccleſiæ huic Bononienſi Archiepiſcopum aduentare. Sane optica ſcientia præuidit in tempore ac præſignauit fauſta hæc meæ patriæ omina. Dum ergo, mi Lector, apud nos in ſpeculo columnari vides oculum, proſpice animo in Eminentiſſimo Cardinali Columnà paſtoralem prouidentiam, & ex hiſce noſtris opticis reformationibus agnoſce futuram ſaluberrimam animorum, ac morum in Bononienſi Eccleſiá (ſi qua forte deformatio fuerit) reformationem. Agnoſce, dū roſam in ſpeculo columnari vides, ſacram Antiſtitis noſtri purpurā, & lectiſſimam in eo erga ſuum populū charitatis roſam. Agnoſce in eodē ſacro heroe Columnà quaſi columnare quoddam ſpeculum, in quo mirificè appareāt, ac ſplendeant præcipua lumina earum omnium virtutum, quæ in ſacro Principe purpurato, & in optimo animorum Paſtore requiruntur. In hoc fauſto præſagio optico finis eſto prioris Progymnaſmatis. Iam ad—

Opticum præſagiū in laudē Eminentiſſimi Cardinalis Columnæ.

PRO-

PROGYMNASMA SECVNDVM

De deformationibus è ſuperficiebus planis, & interciſis, ac per varia ſpeculorum genera. De diſſipationibus, collectionibus, & iucundis fallacijs opticis. Inſtrumentum facillimum ad ſcenograficen exercendam. Paradoxa optica Amphitheatralia.

CAPVT I.

Deformationes, ac reformationes arcanæ, ac iucundæ imaginum è plana ſuperficie.

QVoniam deformationes, ac reformationes imaginum è plana ſuperficie multo faciliores ſunt, quam e cylindrica, atq; ex antedictis facillime intelligentur, ideo accipe hîc vnicam tãtum figuram, in qua omnia ſimul videas, & intelligas, quę circa plana dicturi ſumus. Neq; enim velim arbitrentur tyrones in deformationibus geometricis figurarum è planis ſuperficiebus, tot linearũ implicationes eſſe ducendas (cum pauciſſimæ admodum, ac facillimæ ducendæ ſint, vt videbis) ſed implexiones eæ in figura hîc poſitâ ideo factæ ſunt, ne plures multiplicaremus ſeorſim figuras; cùm præcepta omnia, & operationes huiuſce capitis vnicâ figurâ non difficile comprehendi, atq; ex vnica percipi facile poſſent.

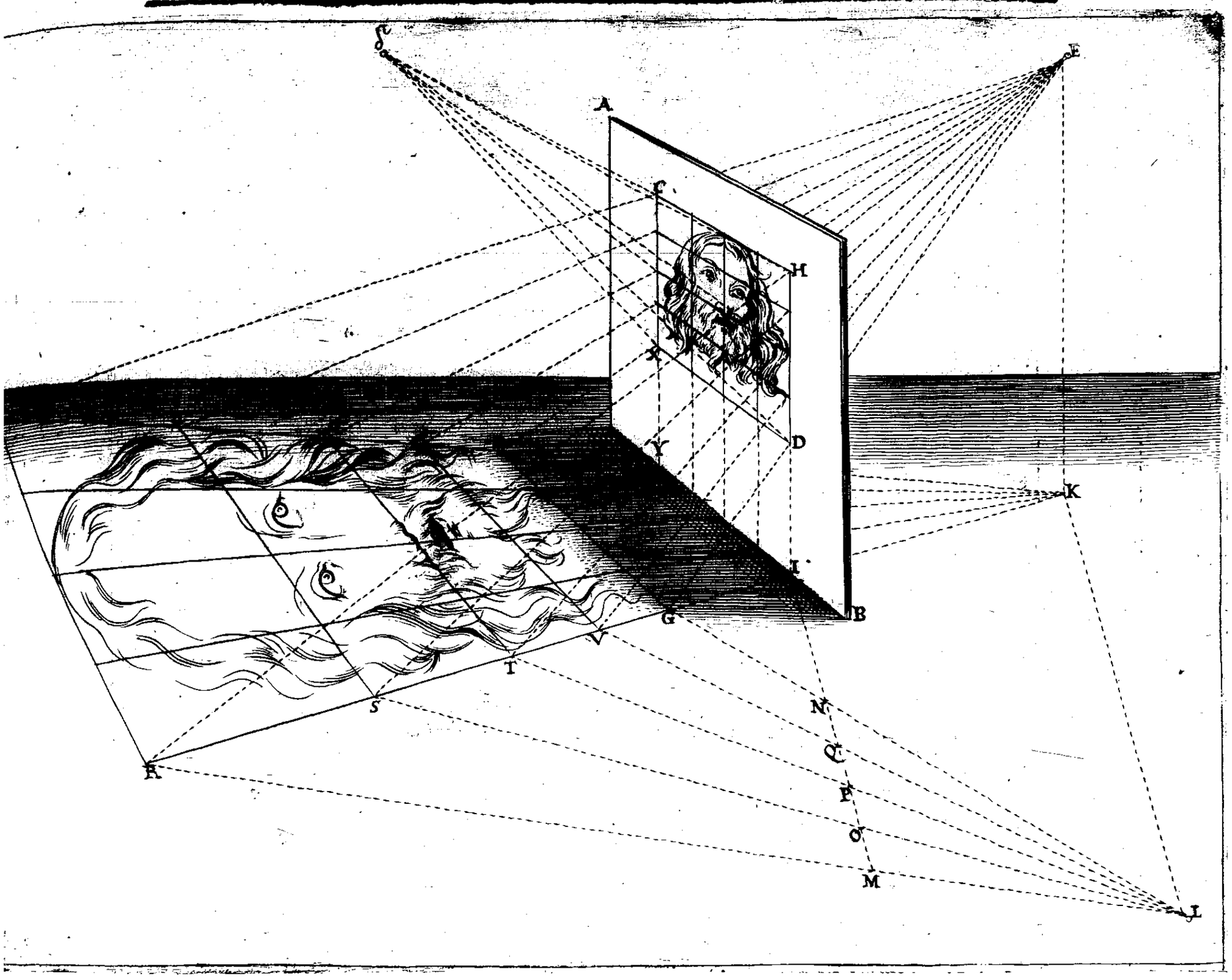
Modus organicus deformandi imaginem è planâ ſuperficie.

I. Si ergo in planâ ſuperficie AB orthogonaliter erectâ deſſignetur imago ſpatium occupans, verbi gratia, CD, & perforetur circa lineamenta; tùm ex E poſtpoſitum ſit lumen, traijcietur lumen, ac proijcietur figura in deformationem ſpatij FG.

Modus geometricus deformãdę imaginis è planâ ſuperficie.

II. Sin autem geometricè malis operari, deſcripto rectangulo CD circa imaginem, ac diuiſo in minora rectangula, &c. producatur vtrumq; laterum extremorum perpẽdicularium HD ad imum I, & C X ad, Y, tum ex K, vbi terminus eſt perendicularis ab E demiſſę, ducantur KI, KY, & producantur quantum feret ſpatium plani, in quo deformatio facienda erit. Poſtea, vt dictum eſt in cylindricâ deformatione geometricâ, rectæ EK, HI abijciantur in planum, ſintq; KL, IM perpendiculares ad productam KR, & ſint æquales EK, KL, & HI, IM, abſcindaturq; MN ipſi DH æqualis, atq; in partes æquales totidem diuidatur, in quot diuiſa eſt DH, ductis deinde rectis ex L per ſectiones M, O, P, Q, N, notentur in IR incidentiæ R, S, T, V, G. Pariter in ipſa YF ſumatur YZ æqualis ipſi IG, ac deinceps totidem partes proportionalibus interuallis ſumantur vſq; ad F, quot ſunt in ipſa IR, iunganturq; rectæ RF, Sα, Tβ, Vγ, GZ. Deniq; diuidatur IY in partes æquales totidem, in quot diuiſum eſt alterutrum laterum CH, vel XD, atq; ex K per eas diuiſiones ducantur rectæ, quæ diuident in partes æqualiter proportionales ipſas rectas GZ, Vγ, Tβ, Sα, RF, eritq; rectangulũ CD ritè, atq; exactè geometricè deformatum, ac proiectum in rectilineum FG, in cuius partibus deſcribes, diſſipabis, ac deformabis imaginem ſecundum eam proportionem, quam habet ad partes imaginis ritè deſſignatæ intra CD.

Secũdus modus hic geometricus, vt vides, mi Lector, ſequitur præcisè deformationẽ naturalẽ ex proiecturis à lumine, &c. ideo tutiſſimum eſt



ab omnibus erroribus, in quos impegerunt ij, qui geometricè deformantes figuram aliquam, eam producunt per partes æquales, cum tamen per inæquales diffipanda ſit, vt dictum à nobis eſt ex optica ſcientia cap. 4. num. 6. præcedentis Progymnaſmatis. Prætereà operationes multiplicant non neceſſarias aliquas, aliquas non exactè ad normam geometricam, vel ad naturam opticarum proiectionum. Sed omiſſis aliorum, ſi qui ſunt, erroribus, nos interim fruamur noſtro hoc modo ex natura in artem deducto.

Errores aliquorũ in deformationib⁹ geometricis è plana ſuperficie.

III. In hac autem operatione, ac deformatione geometricà potes expeditè magis, ac minus operosè operari etiam ſic. Circũſcripto rectangulo circa imaginem in papyro, non eſt quòd pro hac deformatione geometricà ex plana ſuperficie, ipſam papyrum ortogonaliter erigas, & oculi ex E perpendicularẽm altitudinem metiaris, & alia aliqua vſurpata in Optica luminis traiecturà perſequaris; ſed tantum in plano tabellæ, ſiue telæ, ſiue cartæ, in qua facienda eſt deformatio, duc rectam æqualem lateri rectanguli alterutro ſeu CH, ſeu XD, fitq; ducta YI, & ſuper eà erige iſoſceles YKI ad diſtãtiam collibitam pro vt oculũ deinde eleuatũ, ac proſpectantem propiùs, aut longiùs diſtare volueris à plano AB. Producantur deinde latera KY, HI verſus F, R, tum deducta perpendiculari ex I, &c. vt prædictum eſt, transfer ex rectangulo latus DH in NM, &c. ex K vero perpendicularem verſus L deduc quantùm volueris oculum erigi ſupra horizontẽ. Ducta GZ diuidatur in partes æquales, vt CH, vel XD. Cætera deinde operare ex L, per M, O, P, &c. vt prædictum eſt. In appoſitâ autẽ hîc figurâ ductæ ſunt EF, EZ, &c. ER, ES, ET, EV, EG, vt in traiectione luminis, ac proiectione opticà videas quàm geminè illi correſpondeat geometrica deformatio ex L.

Cõpendium deformationis geometricæ è plana ſuperficie.

Quod vero pertinet ad alias lineas ex d ad rectangulum CD deductas, eæ pertinent ad reformationem deformatæ imaginis. Quæ reformatio (ſeu viſio imaginis reformatæ ex deformatâ) ijſdem artibus proportionaliter erit inſtituenda hîc, quibus explicata eſt de cylindri

Modus videndi directè reformatã imaginem quæ deformata ſit è ſuperficie plana.

cà ſuperficie. Nam deformatio FG reformata videbitur ex E ſine vlla interpoſitione papyri planæ AB, vel etiam perfectius videbitur cum eiuſdē papyri interpoſitione, atq; abſciſſo rectangulo CD; vel deniq; ablatà papyro, videbitur per exiguum quodlibet foramen prope E, modò pyramidis opticæ angulus ad E perfectè, ac præciſe per id foramen traijciat lineas, & latera in extremas partes, ac latera proiecturæ FG. Alij partem plani, in quo proiectura eſt, verbi gratia verſus K attollunt, & ex ea parte pla-

Spectaculum iucūdum per foramē, vnde reformata videtur imago, &c.

ni elati ſpectandam emendatam exhibent imaginem. Vſus, & ingenium alias ad hanc rem artes docebit ſolertem opticum. Hinc aliqui tabellam (in quà deducta eſt deformatio) arculà aliquà includunt, & ad arculæ latus rimulam aperiunt, per quam appareat reformata pictura, quæ ſpectata in arca directo aſpectu deformis, atq; ignota apparet. Hanc artem habes in appoſita figura, in qua imago recta A deformata eſt, & incluſa arcula BC, ſpectaturq; reformata per rimulam D.

Auc-



Auctior eſt deformatio ad partes E propter cautiones, de quibus in progymnaſ. 1. huius Apiar.

Modus vidēdi reflexè reformatā imaginem, quæ è plano ſit deformata.

V. Reformatio imaginis in priore figurà fiet etiam catoptricè, ſi collocetur planum ſpeculum perpendiculariter in Y1 loco erectæ papyri AB; oculo enim collocato in oppoſita parte, & tantumdem diſtante ex δ, quantum diſtat ex E à rectangulo CD, apparebit prorſus éadē emendatiſſima imago, vt proportione accidit in cylindrico ſpeculo &c. Eadē hìc demonſtratio fieri poſſet, quæ facta eſt numero 2 capitis præcedentis; ſed lubet aliam demonſtrationem indicare ingenioſiſſimam, ex qua pulcherrima pendent corollaria.

Demōſtratio ingenioſa, è Maurolyco p præcedēti reformatione.

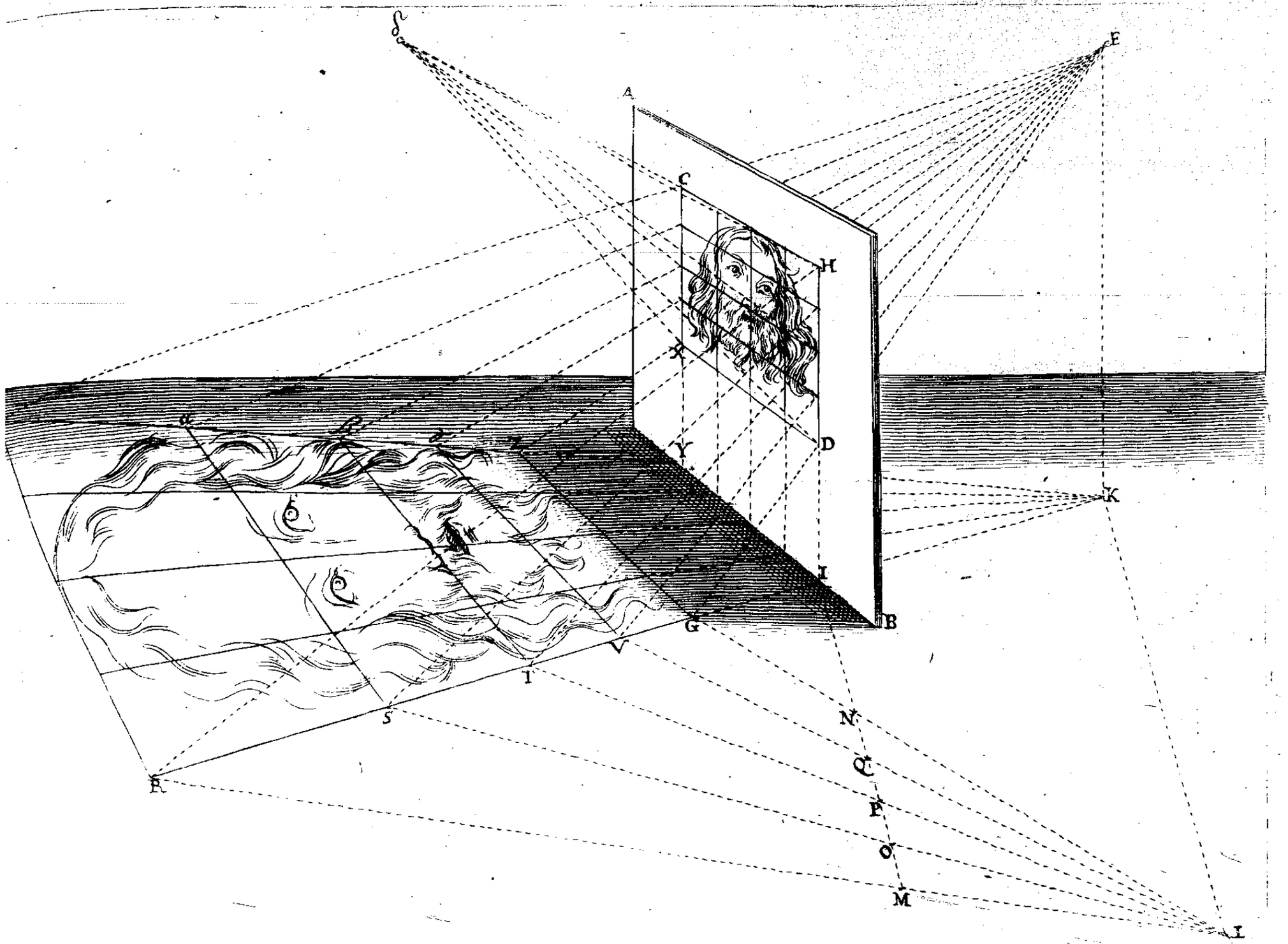
Apud Maurolycum eſt theorema 28 photiſmorum. Verba propoſitionis ſunt: *ſpeculum planum à lucido quolibet illuminatū eoſdem reflectit radios, quos idem lucidum ad eundem reſpectu ſpeculi ſitum per ipſum ſpeculū tanquam foramen proiiceret.* Concipe igitur animo rectili neum FG, ſiue in eo deformatam imaginem illuminatam, ſeu luminoſum quidpiam radioſa ſui ſimulacra emittere in ſpeculum AB. Iuxtà citatam propoſitionem radij, qui irent ad punctum E, ijdem ibunt ad angulos æquales in δ, ac proinde ex δ ſub ijſdem radijs, & angulis videbis imaginem in CD, ſub quibus eandem videres ex E.

Modus vidēdi directè, & reflexè reformatam imaginem, &c. in plano orthogonaliter ad horizontē erecto.

VI. Idem ſpectrum fiet non ſolum in plano horizonti parallelo, ſed & orthogonaliter ad horizontem erecto, vt ſi ſuſpendas ex pariete deformationem FG, tùm ſpeculum parieti orthogonaliter apponas ad ſuperiorem partem rectanguli ſuſpenſi, verbi gratia ſupra, & vltra ZG; ſpectabis enim extra ſpeculum directà quidem viſione ipſam FG in pariete deformatam ſub angulo (qui iuſto maior erit) pyramidis opticæ directæ; ſpectabis vero ex eodem ſitu, ac puncto in ſpeculo per reflexam viſionem eandem FG emendatam.

VII. Ex antedictis notanda eſt vniuerſalis

regula



Regula vniuersalis circa reformationes.

regula circa reformationes. Nam vt dictum eſt in reformationibus per cylindrum, & per planam ſuperficiem, ſi è ſitu, ac puncto, è quo facta eſt à luminoſo corpore proiectio, ſpectetur imago deformata, ſpectetur inquam per feneſtellam factam in ea ſuperficie ex qua facta eſt proiectio, & ea feneſtella ſit facta iuxta extremas oras abſciſſæ imaginis in ſuperficie mixta, ſeu ſimplici, &c. apparebit reformata imago quælibet, quamuis deformata fuerit è ſuperficie quantumuis irregulari. Ratio eſt ob eundem

Ratio geometrica regulæ præcedentis vniuerſalis.

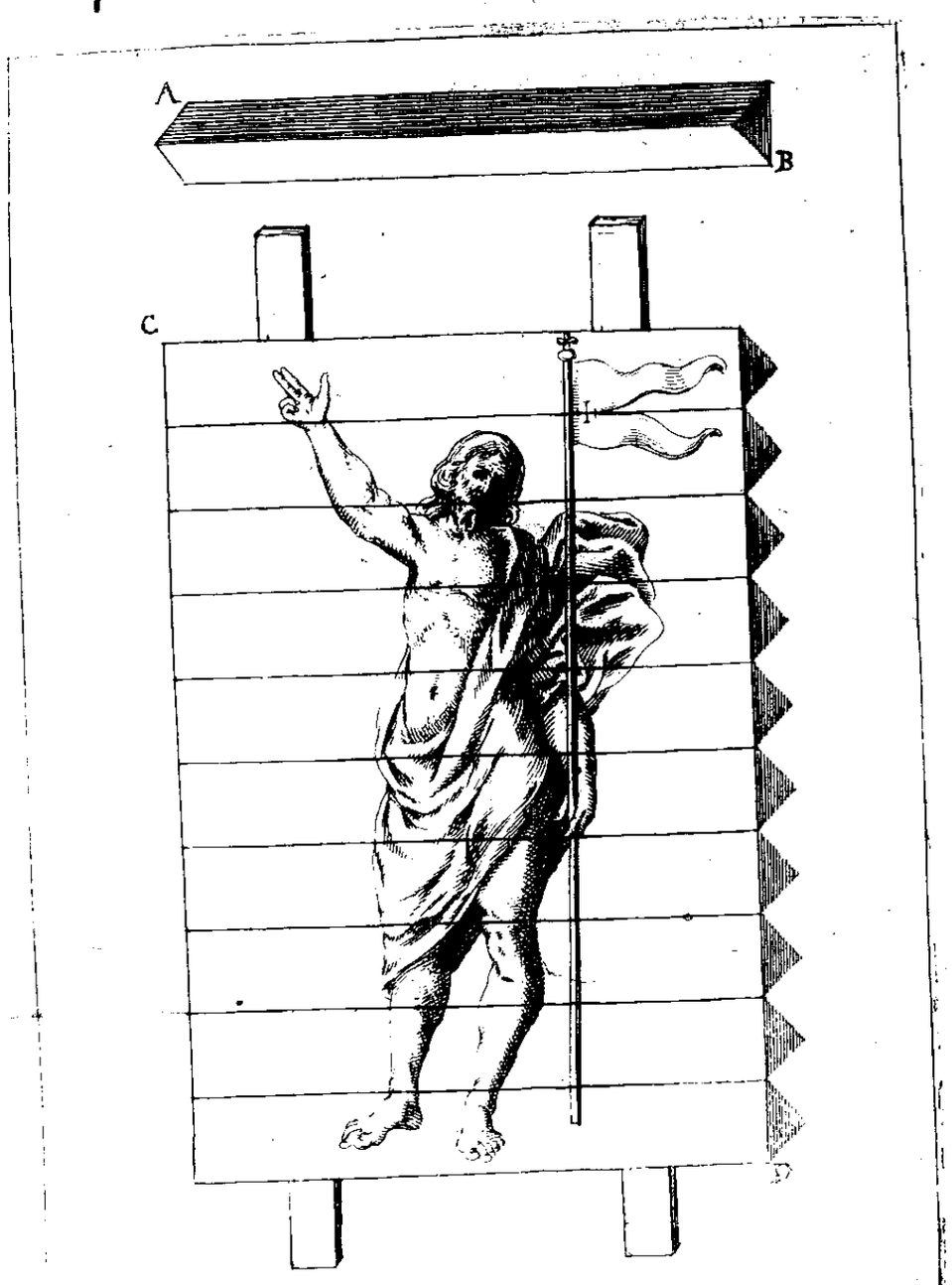
omnino angulum opticum, qui fit ad oculum in eo ſitu, in quo factus eſt angulus radioſus optico vndiquaq; æqualis. Vt ergo ſub eodem angulo radioſo erant imagines tum deformata in plano, tum reformata in ſuperficie irregulari, ſic eodem modo apparebunt, ideſt ſub angulo optico eadem videbuntur deformata, & reformata imago; ideſt quæ deformata apparet oculo ſpectanti directe, vel extra ſitum, & punctum, vnde facta eſt proiectio, ea imago apparebit reformata in puncto, vnde deformata fuit.

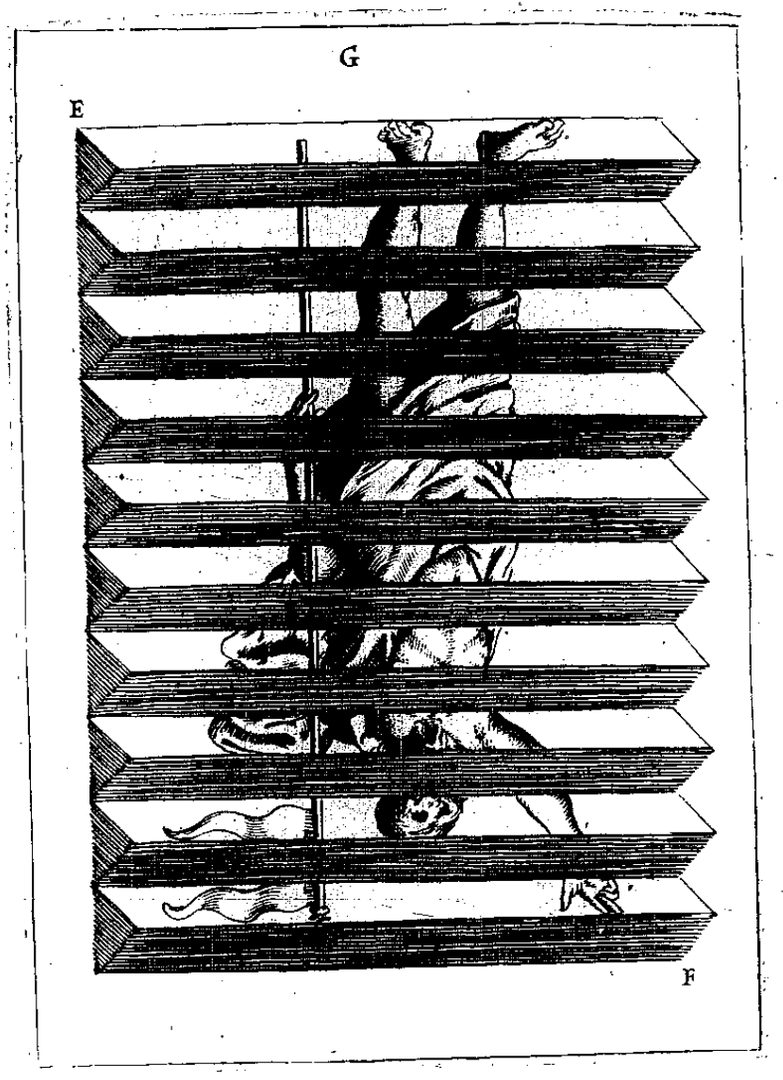




CAPVT II.

Deformationes, ac reformationes arcanæ in planis interciſis emendatæ Mox iucunda aliqua fallacia optica, præſertim circa atria aliqua quæ in acceſſu ruere videntur.





Praxis deformationis, diſſipationis, viſionis reformatæ catoptricè ex púcto determinato.

I. CIrca deformationes in planis interciſis aliqui modum vnum, eumq; non ab errore immunem, vt inferius videbis, poſuerunt; nos alios addemus, & mechanicum inuentum ad geometricos limites redigemus. Principio priſmata lignea formentur ſimilia, & æqualia omnia, inter ſe, quorum aduerſa duo plana ſint iſoſcelia, vel æquilatera triangula, quale priſma eſt AB in 1 hìc oppoſità figurà. Numerus priſmatum augendus erit pro exigentia imaginis pingendæ, vel deformãdæ in planis eorum priſmatum, vt mox. Nam ea priſmata ſupra duas regulas ita collocentur, ac firmentur, vt eorum vertices angulares tangant regulas, baſes vero contiguæ conficiant planum emendatiſſimum, vt vides CD. Hæc communia ſunt cum aliquorum præceptionibus. Poſt hæc nos ſic diuidimus. Nam —

—II. Imago ex faciendà hic deformatione vel videnda eſt in determinato puncto, vel in non determinato, ſi in determinato, deformetur in plano CD modis à nobis antea poſitis, præſertim de ſuperficie plana, ex qua fiunt deformationes, ſiue organicè, ſiue geometricè. Poſt hanc deformationem addatur & alia huiuſce capitis propria, quæ non tam deformatio, quam plani, in quo figura eſt, diſſipatio quædam graduata eſt. Nam ſingula priſmata iam ſignata lineis deformatæ imaginis inclinentur in latus ordinatim in modum graduum, qui in ſcalis, &c. Specimen, quod hìc damus in ſecundà figurà EF, eſt iuxta cõſueta præcepta Mechanicorum, ſcilicet interciſio imaginis, quæ rectè formata fuerit in CD, ſed iuxta noſtram emendationem ſupponenda eſt deformata in CD, poſtea interciſa in EF. Oculo igitur vltra G collocato in eo puncto, ex quo facta eſt deformatio, imago, quæ & deformata, & interciſa eſt, apparebit & refor-



reformata, & in vnam compacta. At hanc reformationem, ac visionem hîc præcipuè non quærimus, sed catoptricam in primis, vt videas in speculo id, quod oculo extra speculum spectanti nusquam appareat.

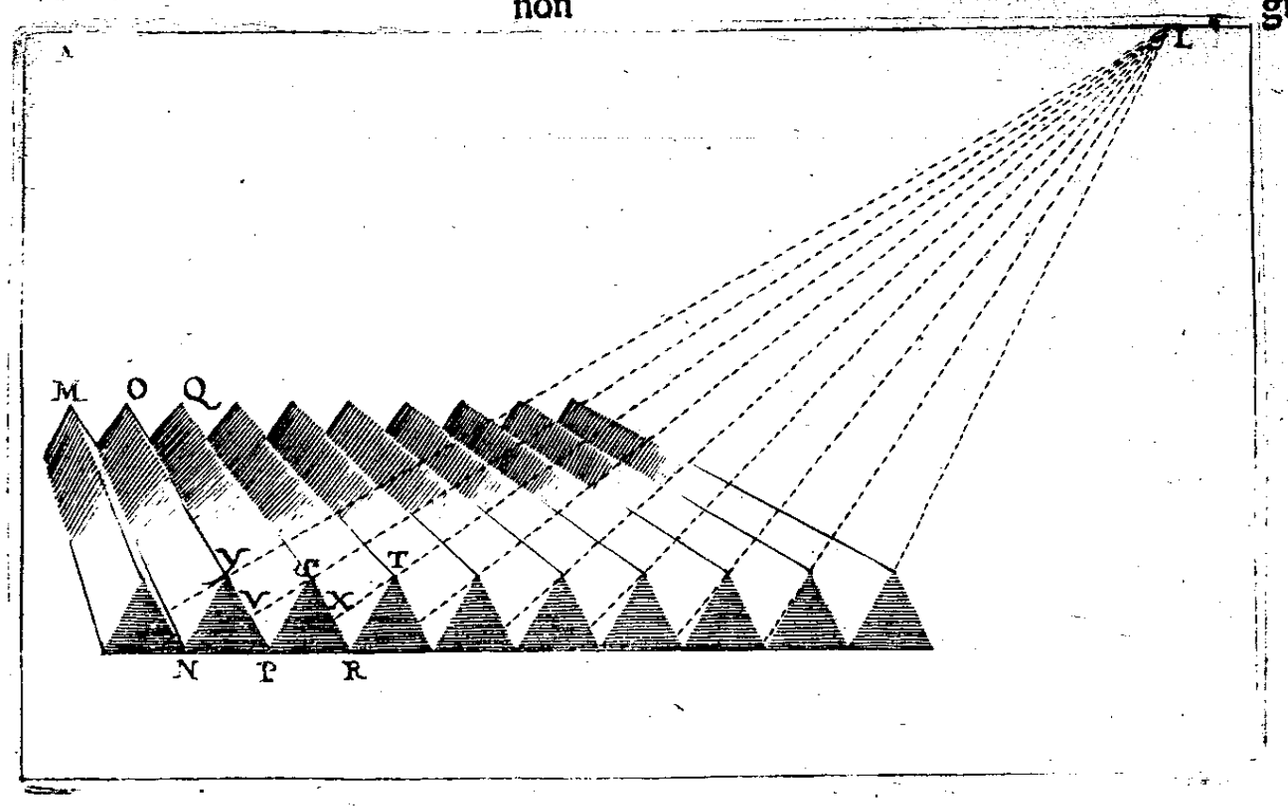
III. Etenim si planum, in quo sunt prismata intercisa, de pariete suspenderis, & ad pedes supremæ, ac deformatæ imaginis speculũ collocaris, velut vides in tertia figurà ad PN, oculum verò versus partes inferiores infra caput deformatæ imaginis collocaris, velut infra HL, in puncto, quod determinatè oppositum est puncto, ex quo deformatio facta est; videbis quidem libera visione prismatum latera nullis imaginum lineamentis picta, sed visione reflexa videbis ex eodem puncto in speculo imaginem emendatam, vt habes in MN.

IV. Hæc circa deformationem, dissipationem, visionem ex puncto determinato. At vero si velis imaginem libere ex vario situ videre, non erit necesse ipsam prius deformare, sed sat erit in planis prismatum rite formatam deinde intercidere, ac dissipare, inclinatis prismatibus versus partes EG (in figura 2 antecedentium.) vbi speculum collocandum erit; sic enim fiet vt quemadmodum imagines quælibet ritè in pla-

Visio reflexa reformatæ imaginis è dissipata non in puncto determinato.

nis formatæ apparēt in vario ſpeculi ſitu emendatæ, maiores tamen, aut minores pro varia ad ſpeculum acceſſione, ſic etiam ex priſmatibus inclinatis appareat in ſpeculo imago, quæ apparebat in planis priſmatum efformata. Atq; hæc communis aliquorum ars eſt in deformatione imaginum per plana interciſa. In qua tamē arte non video animaduersū eſſe ab vllo neſcio quid, nempe fieri ſemper apparentiam imaginis in ſpeculo diuerſam ab ipſa imagine, ac proinde modum hunc aliquo errore nō carere, nec iuſtè reſpōdere imaginem in ſpeculo imagini in priſmatibus. Nam dum priſmata inclinantur, antecedentium dorsà officiunt parti picturæ, quæ ſignata

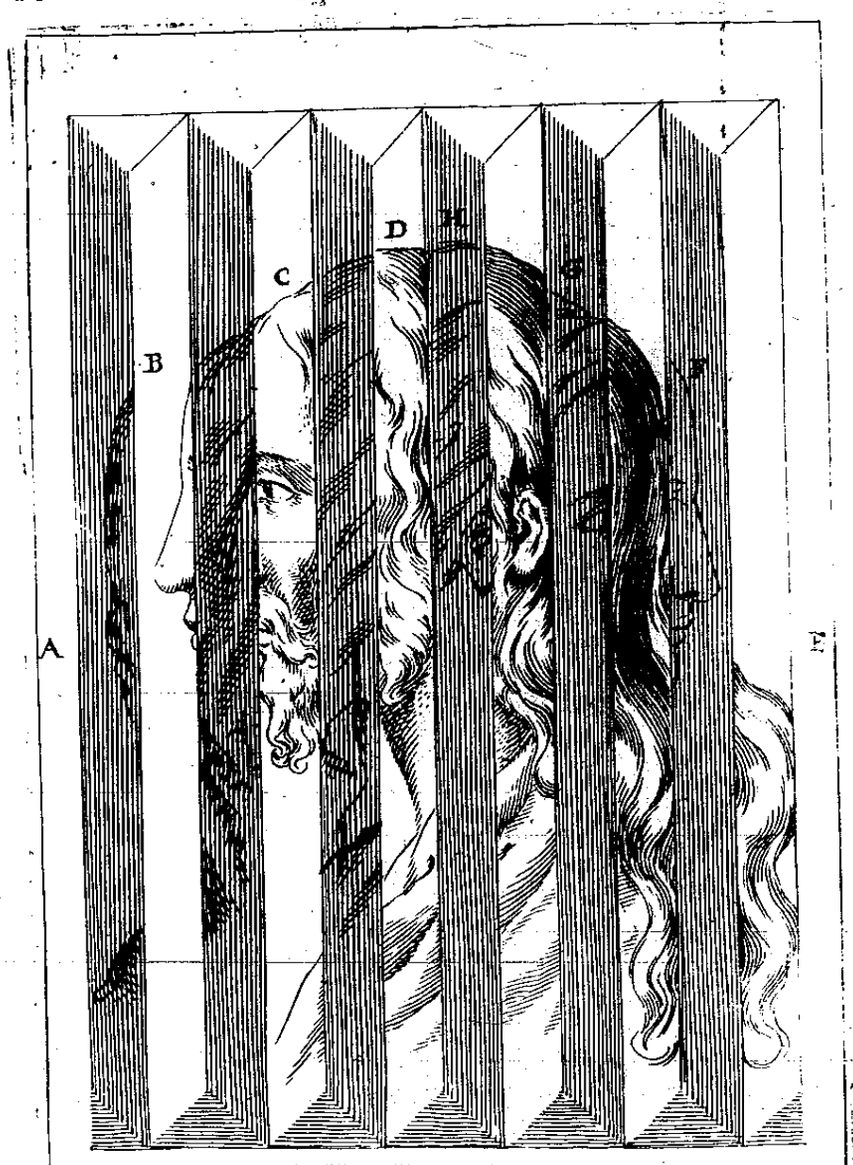
Errores in aliquorum arte circa deformationē imaginū per plana interciſa.



gnata eſt in planis priſmatum conſequentium. Quemadmodum vides in quarta figurà geometricè, ſi fingas ad partes L ſpeculum collocatum, priſmatum inclinatorum picturatæ facies MN, OP, QR, & reliquæ impediuntur ab antecedentibus, ne totam picturam, qua ſingulæ illitæ ſunt, tranſmittant per ſpecies intentionales ad ſpeculum verſus L; tantúm enim ea facierum, ac picturæ pars tranſmittit ſpecies ad L, quæ lineas rectas (per quas natura operatur) non impeditas dirigere poteſt ad L. Quare ſi rectæ ducantur ex L ad S, T, &c. & producantur velut in V, X, &c. partes tantum YV, SX ſpectari poterunt in ſpeculo L ab oculo versùs, & vltra A, vel alibi (dummodo poſt dorſa priſmatum inclinatorum) collocato, in quo ſcilicet ſitu ex communibus præceptis, & arte circa opticū hoc inuentū, non poſſit videri picta imago, niſi inſpeculo.

Animaduerſiones pro Emendatiſſima diſſipatione, deformatione, reformatione.

V. Prudentiæ deinde erit, ac ſolertiæ i priſmatum inclinatorum dorſa nullam imaginem in ſe pictam habentia vniformi colore aliquo illinire, ceu nigro, vt planum quoddam continuatū referant, & aliqua inſcriptione, vel epigrammate inſcribantur ad rem ſpectante, quæ in ſpeculo appareat, ceu nos finximus, ac vidiſti in 3 figurà, cuius rectangulum NH ſimulat ſepulchralem lapidem cum epigraphe: *ſurrexit, non eſt hic: vide illum per ſpeculum in ænigmate.* In ſpeculo autem MN Chriſtus à morte rediuiuus apparet. 2, quoniam imagines in ſpeculis ex interciſione illá priſmatū apparere ſolent quaſi virgatæ, artis erit imaginem aliquam in priſmatibus pingere, cui non abſonent apparentes illæ quaſi lineæ; vt ſi vel auem coloribus variegatam, vel veſtem polymitam fingas, in quibus picturis colorum variorum confinia coincidant apparentibus ijs lineis. &c.

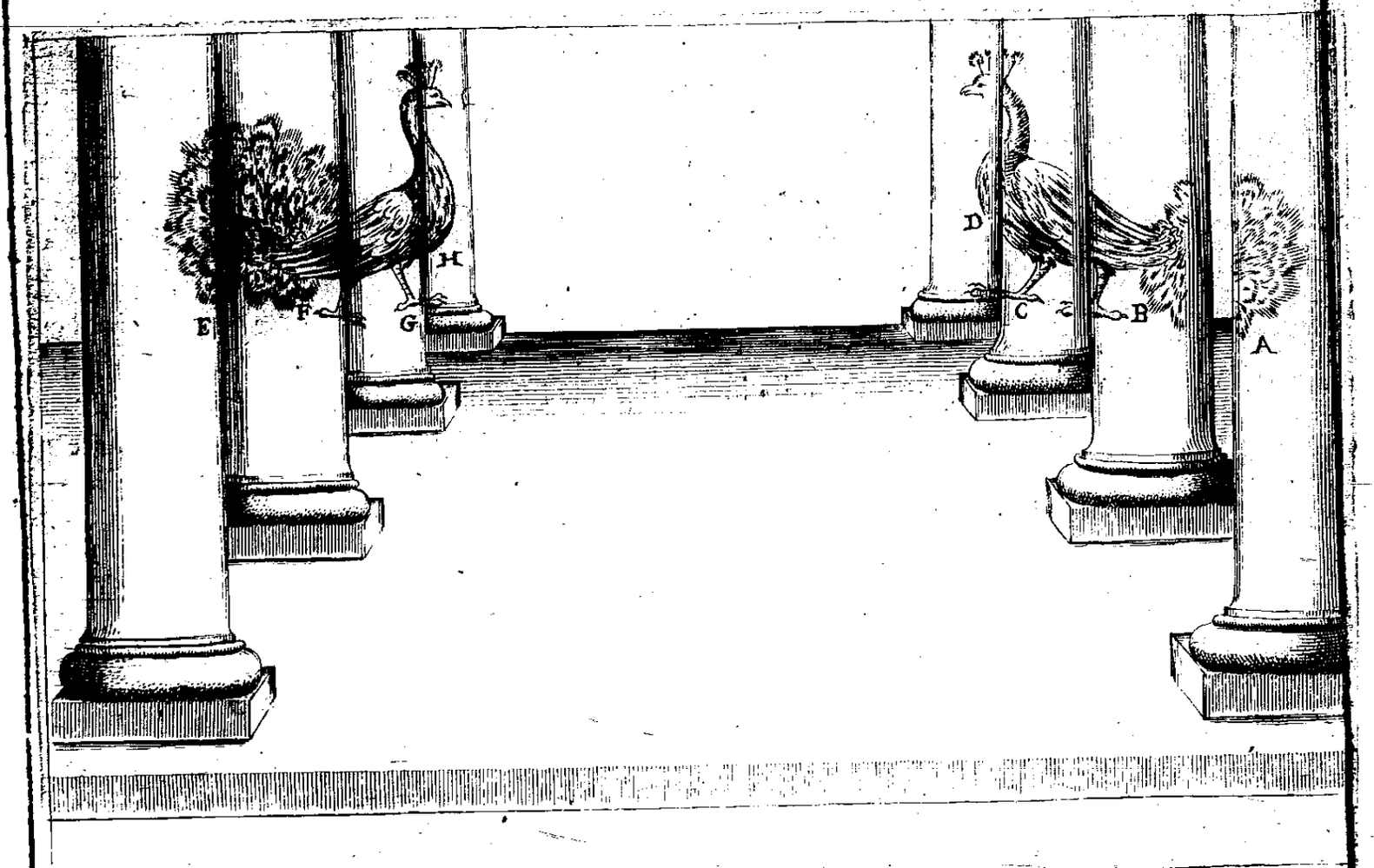


Corollarium de angulatis figuris, &c.

VI. Ad hanc artem ſpectant angulatæ illæ, ac pictæ tũbulæ, quæ ex obliquo aſpectu vtrinq; referunt mutatas imagines; ceu in appoſitá figurá 5 oculo ſpectanti ex A facies ipſæ B, C, D &c. referunt imaginem vnam ex ijs ſuperficiebus compoſitam velut Chriſti Saluatoris; ex E vero alteram referunt plana F, G, H, &c. velut Deiparæ virginis. Atq; illud accidit in obliquis hiſce aſpectibus imaginum interciſarum, quòd in acceſſu ad eas, dilatatis opticis angulis, & directo recto aſpectu ſpectatæ quodam cum motu diſſipari magis, ac magis, atq; euanaſcere videntur; quæque à longe aliquid videbantur, propè conſpectæ lineamenta quædam inutilia videntur.

Figuræ, quæ acceſſu, vel receſſu componi, vel lacerari videntur.

VII. Huc pertinent picturæ, quarum partes deſſignatæ, ac diſtributæ per columnarum latera procul certũ ad punctum ſpectatæ apparent emendatæ, dum autem accedis, & porticum ſubis diſſipantur, ac diſparent imagines, ipſæq; columnæ moueri, & porticus ruere videntur.



Specimẽ habe in figura hic appoſitâ, in qua columnæ A, B, C, D è ſitu propiore ſpectatæ diſſipant, atq; intercí dunt imaginem, quæ ſpectata è ſitu remotiore apparet in columnis E, F, G, H continuata; ſcilicet propter angulum opticum illic maiorem, hìc minorem, &c.

VIII. Claudam caput hoc mira, & iucunda, fallacià quam referunt picturę ita deſſignatæ, vt non tam diſſipatæ ſint ſecundùm ſuperiora præcepta, quàm diſſipari, ac deformari acceſſu ipſo videãtur, & horrorem inanem incutiant opticas fallacias ignoranti. Res eſt digna, quam Principes viri & norint, & fingant in ſuis ædibus hortenſibus, quò animi leuandi gratia vel ipſi aliquando concedere, vel hoſpites adducere ſolẽt. Rem Aguillonius noſter lib. 4. propoſ. 142 ſic ediſſerit: *Statue tibi ædem, cuius in primis partem imam parietes toto ambitu cingant crebris angulorum flexibus infracti: ex his deinde fornix aſſurgat totidem angulis curuatus, qui in progreſſu in alias, atq; alias planarum partium commiſſuras diſtrahantur: tum finge in ſingulis partibus planis columnas ſingulas, quarum pars ſuperior ſupra parietes in fornicis ſuperiecti inclinatas partes procurrat, eo tamen modo, vt in ædis limine ſtantibus columnæ omnes appareant rectæ; id quod hac ratione effici facile poteſt, ſi angulorum omnium vtraq; linea aſpectu recto velut è diametro oculis obijciatur: cæteri deniq; ordines, qui columnis imponentur, ita per ſingulorum planorum inclinationes duci intelligantur, vt qui ex eodem ædis limine in altum ſuſpiciunt, eos inferiorum partium ſeriem proſequi arbitrentur. Rebus ita comparatis, illud eueniet profecto, vt ædem deinde incitato gradu ingredienti tibi omnes eæ columnarum partes, quæ ſupra parietes in fornicem excurrũt, prorsùm aliæ, aliæ retrorsùm labi, ac ipſi etiam ſuperiores ordines partiter diffracti inopinatà ruinà decidere videantur, & caſu te elidere repentino. Nimirum qui ex ædis limine ſpectati anguli rectarum linearum ſpeciem mẽtiebantur, alio de loco inflexi eſſe deprehendũtur, quo fit vt quæ ſtare ante credebantur mox, ſoluta compage, ruere ſubito omnia exiſtimentur.* Hæc Aguill.

Atria, quæ in acceſſu ruere videntur.

ſupra

CAPVT III.

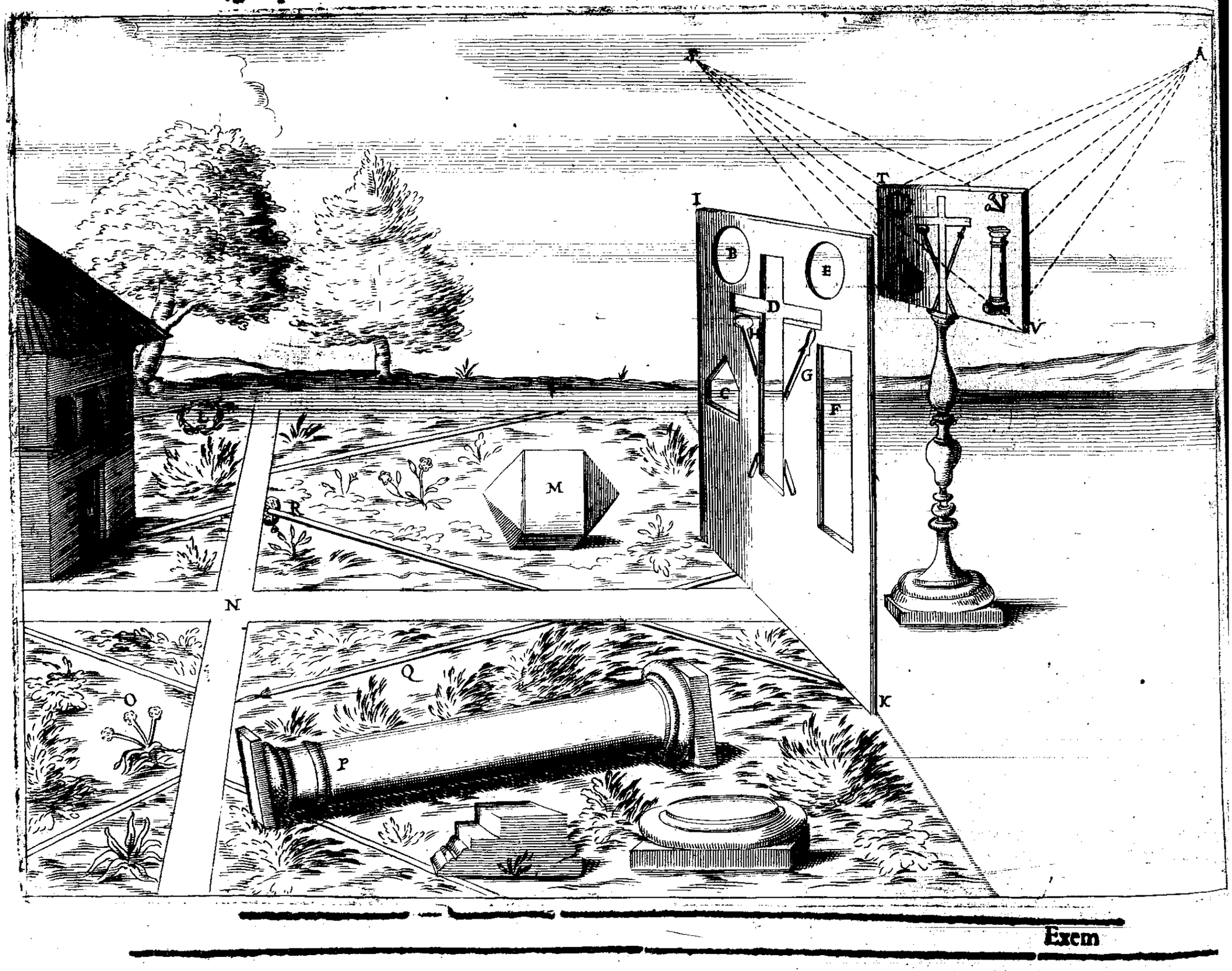
Optica, Catoptrica, Dioptrica arcana dissipationes, & collectiones.

I. HActenus arcana prodidimus, quæ præcipuè fiunt per proiectiones pictæ imaginis in formam informem, & deformiter excrescentem. At hìc nobis mens est res pictas non tam proijcere, ac producere, quàm ita diducere, atq; in partes dissipare, vt vix appareant, aut vix ab oculo notentur, ex arte tamen optica ita vnum ad punctum collectæ, & compositæ appareant, vt specioſi aliquid oculis subijciant.

Hoc autem organicè, non purè geometricè efficiemus, atq; à simplicioribus, hoc est à planis superficiebus, ad facilitatem tyrocinij, producemus exempla.

II. Papyrum igitur accipe, eamq; nulla imagine pictam maiusculis foraminibus, siue rimulis, ac fenestellis intercidito, in eam tamen formam, ac ordinem disposítis, in quibus optas res dissipatas deinde apparere oculo prospectanti. Tum lumen extra papyrum ita collocato, vt traiecti radij in subiectum aliquod planum directo, siue obliquo situ proijciãtur. Quanto magis distiterit id planum, fient in eo bases luminosæ pyramidum, siue conorum radiosorum tanto inter se distantiores, ac magis, magisq; dissipatæ; quarum basium spatia terminis occultis signẽtur, & in ijs spatijs pingantur aliqua, quæ licet separata sint, tamen inter se consonẽt, & in vnum aliquid conspirent. Ea tamen, quę in basibus luminosis designata fuerint poterunt quasi continuari, & quodammodo occultari interpositis varijs parergis.

Praxis ad dissipationes arcanas.



Exempli cauſa ſi fingas in appoſita hic figura lumen è puncto A traiectum per foramina B, C, D, E, F, G, H erectæ papyri, vel plani IK, & per ea foramina baſes luminoſas incidiſſe in L, M, N, O, P, Q, R. In quibus ſpatijs in ſcriptæ figurę habent appoſita ea parerga, quæ hic vides eſſe quaſi præcipua, referentq; hortum vna cum domo, &c. Atq; hæc quidem ad proiectionem, ſiue diſſipationem pertinent.

Praxis ad collectiones, & viſiones arcanas directas.

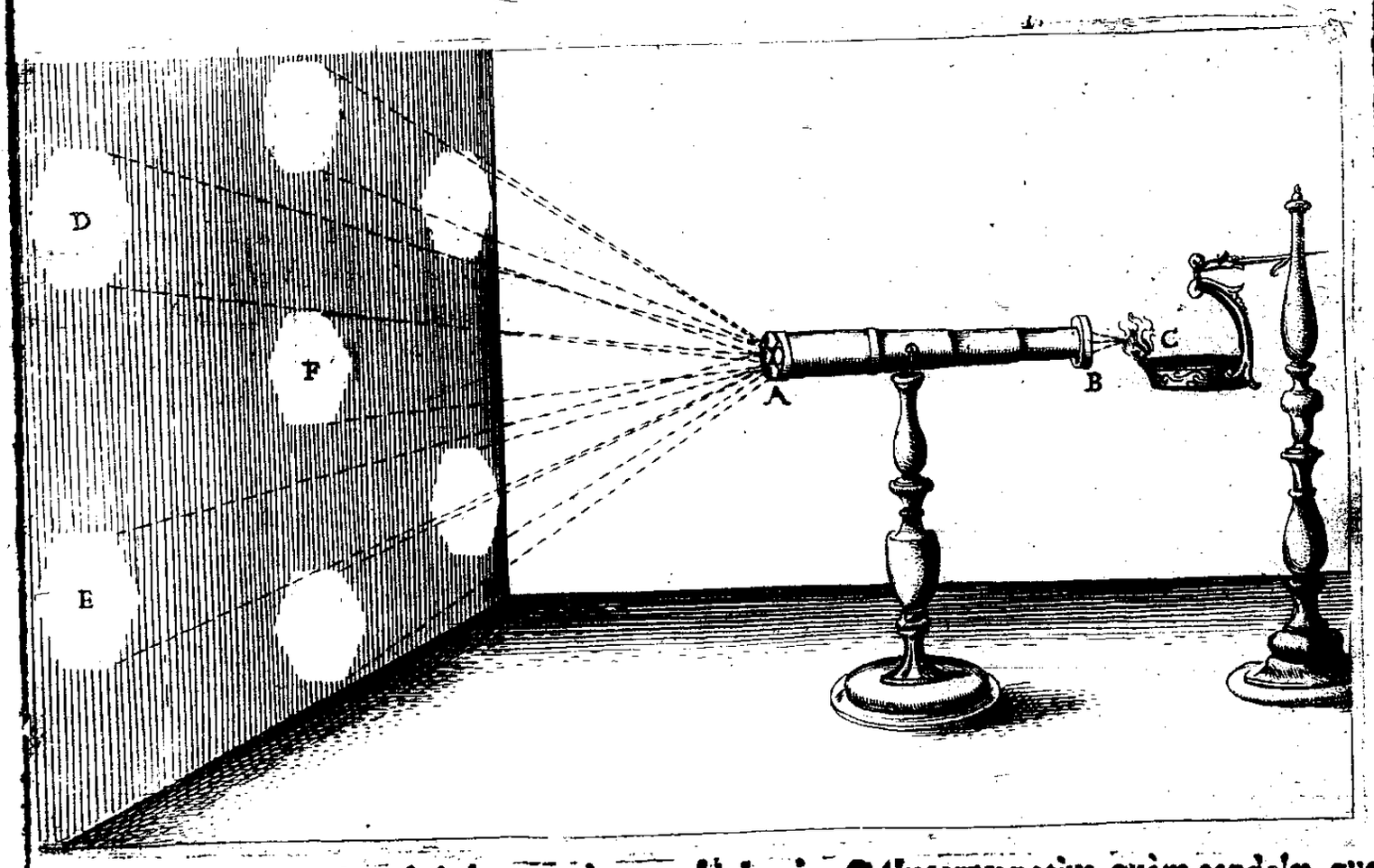
III. Quod vero ad arcanam collectionem attinet, ideſt circa artem opticam diſperſa ea vno ex puncto videndi ita, vt quidquid eſt extraneum, vel interpoſitum non videatur, ſed appareant quaſi in vnum collecta ſolummodo ea, quę amico arcanè velis indicare; ſi opticè ex directa viſione ſic operabere. ſublato lumine A, & immotâ papyro IK, vel repoſitâ (ſi ſublata fuerit) in eundem omnino ſitum, in quo erat cum per eius foramina facta eſt traiectio, & proiectio luminis, oculum ibi præcisè collocato, vbi erat facula in A. Ex eo enim puncto ſpectanti tibi per foramina papyri obijcient ſe ſe viſenda tantummodo ea, quæ deſſignata fuerint in areolis L, M, N, O, P, Q, R; at vero cætera interpoſita, & ſignata extra eas areolas latebunt, nec oculo turbas facient ſeorſim ea tantum ſpectanti, ac tegenti, quæ in areolis ſunt arcana. In exemplo figurę fiet ex horto electio præcipuorum inſtrumentorum paſſionis Chriſti Domini, ſpectabiſq; ex A ſpineam corollam in L, ſepulchrum in parte ſolidi M, crucem in quadriuio N, tres clauos in floribus O, columnam in P, lanceam in Q, arundinem cum ſpongia in R.

Praxis ad reflexam viſionem, & collectionem arcanam.

IV. Poteſt eadem diſperſorum, & arcanorum collecta viſio fieri 2 modo, ſcilicet catoptricè. Nam ſi ſpeculum collocaris poſt papyrum perforatam, per cuius foramina facta fuerat luminoſa traiectio, & mox oculum è rigione ſpeculi poſueris in tantâ à ſpeculo diſtantiâ quanta faculæ in A ab eodem, &c. videbis in ſpeculo eadem paſſionis dominicæ monumenta, cæteris omnino non viſis, vt exhibet figura ſpectanti ex S in ſpeculo TV. Ratio autem cur eodem modo videantur in ſpeculo ex S, quo ſine ſpeculo ex A, pendet ab antedictis de reflexione eorundem radiorum, qui traijcerentur ſi fingeres ſpeculum TV eſſe planum perforatum. &c. Vſus te docebit, mi Lector, aliqua fortaſſe paullo aliter ſpectari re ipſa, quàm ficta ſunt in figura. In qua venuſtati, & oculo aliqua data ſunt, & primis inuentionis rudimentis condonãda. &c.

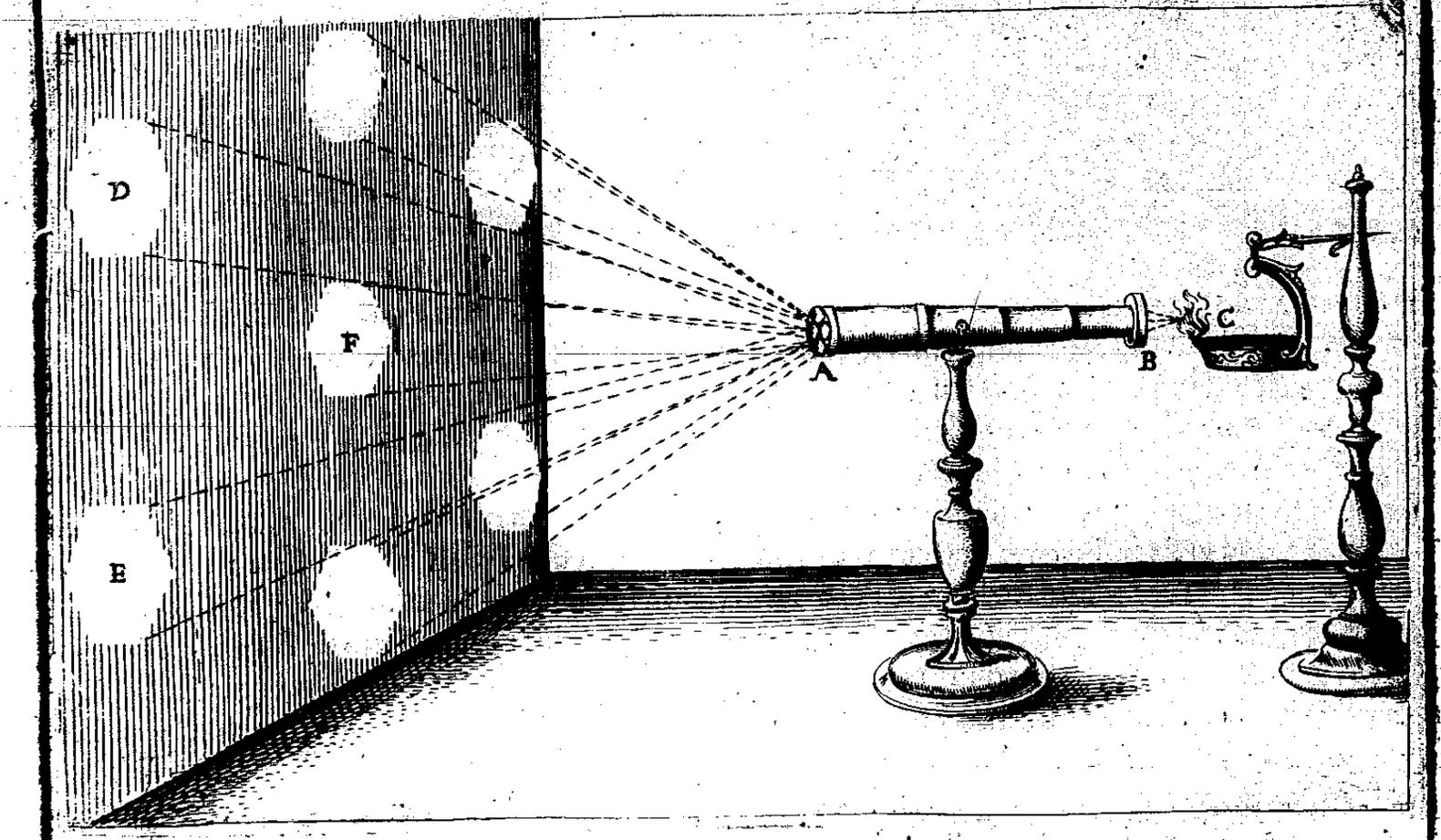
V. Diſperſiones, & collectiones arcanæ prædictæ fieri poſsũt etiam 3 modo, ſcilicet dioptricè iuxta ingenioſam eam artem, quam alicubi vſurpatam inaudiui. Vide veſtigia, & indicia in appoſita hìc 2 figura.

Tubus



Praxis pro refractis diſperſionibus, & collectionibus arcanis per lumẽ, & viſum.

Tubus AB habet ad os A inſertum vitrum læuatum in plura plana, qualia ſolent perpicilla fingi, quæ oculis appoſita rem vnicam ſpectandam oculis exhibent velut multiplicatam pro numero planorum, in quæ diaphanum vitreum complanatum, & configuratum eſt. Os autem B apertum, ac ſine diaphano vllo eſt. Appoſito lumine C (lucernæ potius, quàm candelæ, quæ decreſcendo luminis appoſiti puncta variat) radij per tubum traiecti, & in diaphanum A incidentes, ac refracti egrediuntur, & diſperguntur iuxta ſitum planorum externorum diaphani A, ac proijciunt in oppoſitum parietem areolas luminoſas D, E, F, &c. iuxta figuram, & numerum



planorum diaphanorum. Notatis occultè areolis, & ſublato lumine, pinguntur in ſpatijs areolarum, quæ lubita ſunt, & interſertis parergis vniuntur inter ſe, &c. ſpectanti extra tubum apparet pictura in pariete multiformis, at ſpectanti per tubum tantùm apparent quæ picta ſunt in areolis luminoſis D, E, F, &c. Sic habes diſperſionem, & collectionem etiam dioptricam, præter opticam, & catoptricam à nobis poſitas num. antecedenti quarto. Noſtra proiectio, ac diſſipatio in figurà priore eſt arcana magis ex eo, quod in plano eſt horizontali, in quo propter obliquitatem incidentium radiorum luminoſorum, ſeu viſualium, fiunt magis deformatæ res pictæ, quàm in pariete rectà oppoſito, vt hic habes dioptricè.

Diſſipatio in horizôtali plano magis arcana eſt, quâ in pariete.

VI. Notandum eſt in præcedentibus omnibus diſſipationibus, & collectionibus, vt luculentius & ſignentur, & appareant eæ formæ, ac ſpectacula, conducere valde cautiones eas, quas in priori progym. huiuſce Apiarij tradidimus circa deformationes per lumen proiectum, & traiectum, ſcilicet obſcurare cubiculum, aut ſaltem in primis ipſum lumen traijcere per capſulas aliquas, ſiue per tubulos, ſiue per alia quæpiam, quæ ſpatium inter luminoſum, & inter parietem, ſeu papyrum, ſeu ſaltem inter diaphanum & inter oculum interpoſita obſcurent. &c.

Animaduerſiones ad prædictas praxes melius efficiendas.

VII. At circa diſſipationem, & collectionem dioptricas dubitarit quiſpiam, ac miretur fortaſſe cur ſingula, quæ in vna quaq; areola D, E, F, &c. deſſignata ſint, non appareant oculo multiplicata pro numero arearum, vt aſſolet in ſpecillis plurium ſuperficierum? Cur verbi grata D ſpectatum per diaphanum A non multiplicet oculo totidem ſui ſimulachra quot numero ſunt areolæ D, E, F? &c. Reſpon. eſſe quidē punctum citra C, in quo collocatus oculus videat ſingula obiecta multiplicata, atq; id pūctum ibi eſt, quo confluunt refracti plurimi radij ſpecierum, ſiue ſimulacrorum proueniētium à ſingulis obiectis in omnia ſimul plana diaphani A; at vero in remotione oculi à diaphano, puta in punctum C, non confluunt, ac pertingunt radij à ſingulis obiectis, velut à D, miſſi, & tranſmiſſi, & refracti per omnia plana diaphani A; & ſic de radijs, ſiue ſimulacris ab E, ab F in A tranſmiſſis. Adde etiam obliquitatem planorum aliquorum in diaphanò A, pro varia elongatione oculi à diaphano, obſtare quominus excipiant ſpecies à ſingulis obiectis immiſſas. Ver. gratia in magna elongatione luminis, poſiti in C, ab A, quoniam latius profunduntur, ac diffunduntur in oppoſitum parietem areolæ luminoſæ, non poterunt deinde ſimulacra in ijs areolis picta, verb. gr. non poterit pictum quidpiam in areola D, ex D ire in plana paullum auerſa ab areolà D. &c. Si ergo fiat acceſſio ad parietem oppoſitū, in quo facienda eſt diſſipatio, & popius admoueantur tum diaphanū A, tum oculus citra C, videbis in certo ſitu, ac puncto obiecta D, E, F, &c. ſingula toties multiplicata quot ſunt in A plana. Quare in diſſipatione hac dioptrica per lumen, facienda eſt elongatio non mediocris tum luminis C à diaphano A, tum diaphani à plano ſuppoſito, ſiue oppoſito, ne fiat ea turbatio, & miſcela multiplicatorum obiectorum, dum oculus diſſipata colligere tentat. Prædicta omnia, præſertim circa tam theoricē, quàm praxim huius per diaphana diſſipationis, conſtare tibi etiam poterunt facillimis experimentis, ò mi Lector.

In dioptricâ diſſipatione elongatio facienda eſt luminis à diaphano, diaphani à plano

In collectionibus dioptricis cur, ac vbinam ſingula obiecta non appareāt oculo multiplicata?

PROGIMNASMATIS SECVNDI PARS POSTERIOR, ET POTIOR.

De scientifica picturà opticè, ac demonstratiuè exercendà.

Poterat hìc esse tertium Progymnasma, nisi argumenti quædam similitudo manum à diuisione auocasset. Hìc enim per compendium organicum exercentur quæ hactenus pædocta sunt in præcedentibus, licet & alia pleraq; de quibus in sequentibus.

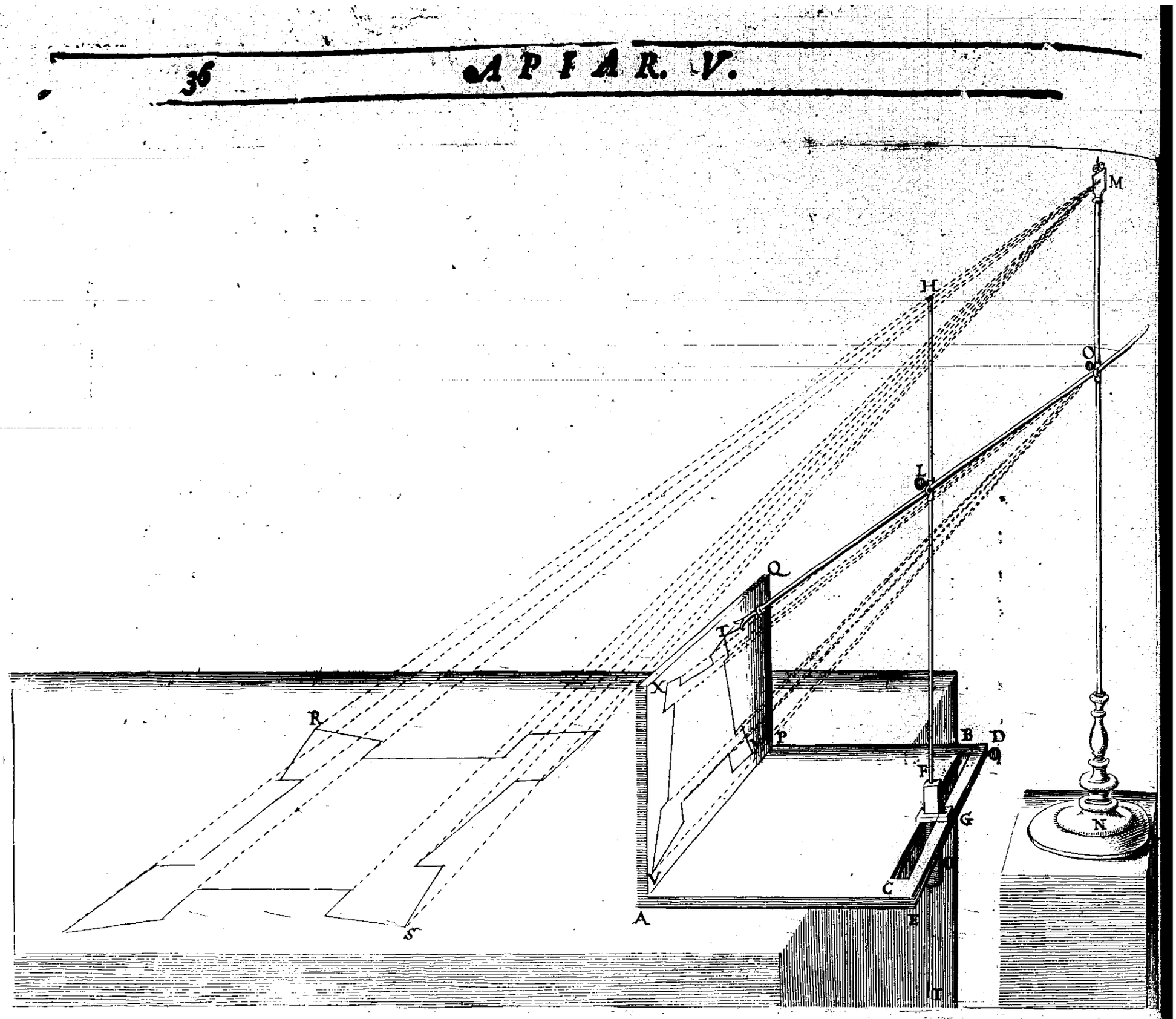
In Apiarijs 6, & 7 sequentibus discès picturã è speculis catoptricam, & per diaphana dioptricam non tam ab arte, quàm à naturà; hìc, Lector, exercebis picturam opticam è visione directà, & à demonstratione scientificà.



CAPVT IV.

Constructio, vsus, ac demonstratio instrumenti facillimi ad omnes operationes scenographicas, ac practicæ perspectiuæ aptissimi.

LIPrecedentes propositiones docuerunt te, Amice Lector, rite pictas, at formosas imagines deformare, & deformatas, seu dissipatas non quidem reformare, sed quasi reformatas è situ determinato videre. Nunc breuissimo compendio instrumenti facillimi docebere non solum deformare, sed reformare, abiectas erigere, erectas abijcere, denique obiectis quibuslibet formis conformare geometricè, ac signare similliimas figuras. Breuissimè, ac verissimè dicam: hic quemcunq; pingendi etiam ignarissimum docebimus perfectissimè ita pingere, vt naturam ars æquet, ac falli non possit euidentissimæ demonstrationis firmata præsidio.



II. Scio equidem non defuiſſe qui aliqua inſtrumenta molirẽtur ad vſum practicæ Optices, quę ex determinata,& moderata oculi ab obiecto diſtantià docet in primis erigere obiecta in planis abiecta. Sed cùm eorum pleriq; (intacta aliorum exiſtimatione ſi qui fuerunt, qui ſcientifice in hac parte verſati ſunt) geometriæ ignari eſſent, in errores eos inciderunt, quos,& mihi nec otium eſt, nec propoſitum hìc recenſere, & alij iam pridem prodidere. Præterea ſi quis eorum fuit, qui aliquod inſtrumentum inuenerit, ex quo liceret operari ſine errore, nullam tamen demonſtrationem appoſuit, qua ſcientificis ingenijs fieret ſatis,nec vniuerſalia ea fuere inſtrumenta ad omnes practicæ perſpectiuæ operationes,& in vnica tantum eorum operatione nimium operæ, ac moræ impenditur. Nos igitur quatenus per tenuitatem ingenij, atq; induſtriæ noſtræ nobis licuit, neſcio quid compegimus, quo, ni fallimur, prædictis incommodis obuiam itum eſt. Priore loco conſtructionem inſtrumenti, poſteriore vſum in rebus ex vſu futuris trademus, ac deniq; operationibus ex eo inſtrumento geometricam demonſtrationem apponemus.

Conſtructio inſtrumenti noſtri ſcenographici.

III. Eſto plana quæpiam tabula AB, in cuius altero extremo BC ſit rimula, ſiue canalis, ſiue regula ſit appoſita DE, quæ clauis ſtriatis, ſiue alia arte conſtringi poſſit verſus BC, vel dilatari pro vt opus fuerit, ceu clauum vides ad D. Inter tabulæ extremum BC,& regulam DE excurrat ligneus perpendicularis tubulus FG, in quem inſerta ſit ferrea virga HI, quæ per tubulum ligneũ mobilis ſit tam ſurſum ad partes H, quam deorſum ad partes I, firmari tamen poſſit clauo ſtriato, vt in G. Vertex virgulæ H, ſi lubet, ſphærula minima ſit. Anulus mobilis L annectatur, cum lamellà, quæ excurrere poſſit per virgã HI. Circa conſtructionem lamellæ L inferius num 8 exactiora trademus. Haſta MN ad horizontem perpẽdicularis erecta ſit, & ſolido pede N ſtatuatur parallela virgæ HI, habeatq; lamellam, & anulum in O ſimiles ipſi L, qui ſiſtantur, & conſtringantur ſtriatis clauiculis, quos vides prominentes in L, & O. In M ſit pinnacidium perfo-

ratum,

ratum, ad inſtar eorum pinnacidiorum, quæ apponi ſolent extremis dioptræ in Aſtrolabijs. Ad oppoſitam alteram tabulæ partem extremam AP ſint foramina, ſiue canaliculi, rimulæ, aut his paria, in quæ poſſint ingeri, ac locari aptè papyrus, ſiue tabella alia, in qua ſignanda erit figura, & ſpecies rei obiectæ pingendæ pro vario inclinationis, abiectionis, eleuationis ſitu, quem vſus, & inſtitutum optici operatoris exegerint. Nos facilioris exempli, & vſus gratia planam tabellam AQ tabulæ AB ad rectos angulos inſiſtentem finximus. Paretur denique ſtylus neceſſariæ ad opus longitudinis, in cuius extremorum alterum ingeratur plumbum, ſiue quid aliud, quo puncta, & lineamenta pingendæ figuræ in tabella AQ deſſignari poſſint. Hiſce paratis, atq; aptatis, ad inſtrumenti vſum veniamus.

Vſus prædicti inſtrumenti.

IV. Qui quidem vſus vniuerſalis erit, ſiue abiecta erigere, ſiue erecta abijcere, ſiue prototypis ſimilia velis deſſignare. Ac quod facilitatis gratia in exemplis ponemus de punctis angularibus pingendis, intellige etiam de continuatis tractibus linearum cuiuſcumq; formæ in picturà. &c. vide cap. ſequens 5, num. 1. Sit enim in planitie quapiam munitum oppidũ RS, quod ex determinato ſitu, atq; altitudine oculi, vt ex M, proſpicias, & in accliui aliquo loco percommodè deſpicias. Colloçatá igitur haſtá NM in loco vnde fit proſpectio per pinnacidium in M, deinde tabulas AQPC ſic collocato, vt AQ non officiat vlla ex parte pyramidi opticæ RMS. In virgula HI orthogonaliter èrectà, & parallelà haſtæ MN lamella, & anulus mobilis adducantur, vel deducantur, ac firmentur loco apto, vt, pro deductione, vel eleuatione virgulæ HI poſſint puncta omnia ſignari in tabula AQ reſpondentia punctis oppidi RS. Sit ergo, exempli causà, is anulus firmatus in L. Ad diſtantiam ergo HL collocetur, ac firmetur in haſta MN alter anulus mobilis, velut in O.

Praxis ex prædicto inſtrumẽto erigendi in plano perpendiculari effigiẽ oppidi abiecti in horizonte.

V. oppidi ergo RS abiecti, & oculo in M quaſi deformatè ſe oſtentantis erectionem in plano perpendiculari AQ aggreſſurus; virgulam HI lateraliter verſus E, vel D moueto, nempe deducendo per rimã CD tubulum ligneum GF, donec ipſa HI incidat in radium tuum viſualem ex M deductum in punctum aliquod viſi oppidi, vt in R. tunc tubum FG ope clauiculi ſtriati D conſtringito, ac firmato inter BC, DE; mox virgulam IH per tubum GF ſuſpelle, vel demitte vſq; dum vertex H incidat in eundem ipſum radium viſualem MR, & virgam HI firmato, & contringito clauo ſtriato in G. Sint ergo in eadem linea viſuali oculus M, vertex H, punctum R. Mox per verſatiles anulos O, & L ſtylum traijcito, ac in tabella AQ punctum T ſignato. Eodem modo per CD traducito tubũ GF dum IH intercipiat radium alium ex M (verbi cauſa) in S profuſum; demitte HI per tubũ FG, vt vertex H ſit in eodem radio MS, ſtylum per O, & per L traijcito, & ſignato V. Ac ſic de cæteris punctis ad quæ radius viſualis deferetur. Eritq; ex abiecto RS erectum oppidum TV, ſi puncta angulorum figuræ oppidi (qualia nos in figurà hìc poſita propoſuimus ad facilius tyrocinium) iungantur rectis lineis.

Corollarium pro deſcriptione horarij muralis ex horizontali. &c.

VI. Habes ex operatione antecedenti modum facillimum ex hoc noſtro inſtrumento deſcribendi horarium murale ex horizontali, vt docetur à nobis etiam fine inſtrumento ex arte, ac ſcientia optica ſcenographica progymn. 4. Gnomon. cap. 6. in vſibus horarij horizontalis; iuxta tamẽ cautiones poſitas ibi à Guidubaldo, & in fine huius capitis à Griembergero. Habes etiam ex antedictis modum erectæ figuræ abijciendæ in planum horizontale, vt ſi fingas AQ prototypam eſſe figuram erectam, ex qua fiat abiectio in RS, &c. Ex hac arte habes vſum transferendi RS non ſolum in planum perpendiculare AQ, ſed etiam in parallelum horizonti.

Corollarium pro erectâ figura obijciẽda. &c.

Quoniam autem præcipuus, ac iucundiſſimus vſus eſt huiuſce noſtri inſtrumenti non ſolum in abiectorum erectionibus, & erectorum abiectionibus, ſed in primis in eo practicæ opticæ genere, quo figura refert prototypi non ſolum imaginem, ſed etiam ſimilitudinem, ideſt cùm figura eundem omnino ſitũ & partium, & totius habet cum obiecto, eſtq; illi prorſus proportionalis, atq; ſimillima, ceu perfectiſſima requirit pictura; Ideo poſt deformationes, ac reformationes, afferamus etiam exemplum in conformationibus imaginum cum prototypis.

Similes figuræ rectilineæ ſũt quæ ſingulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia.

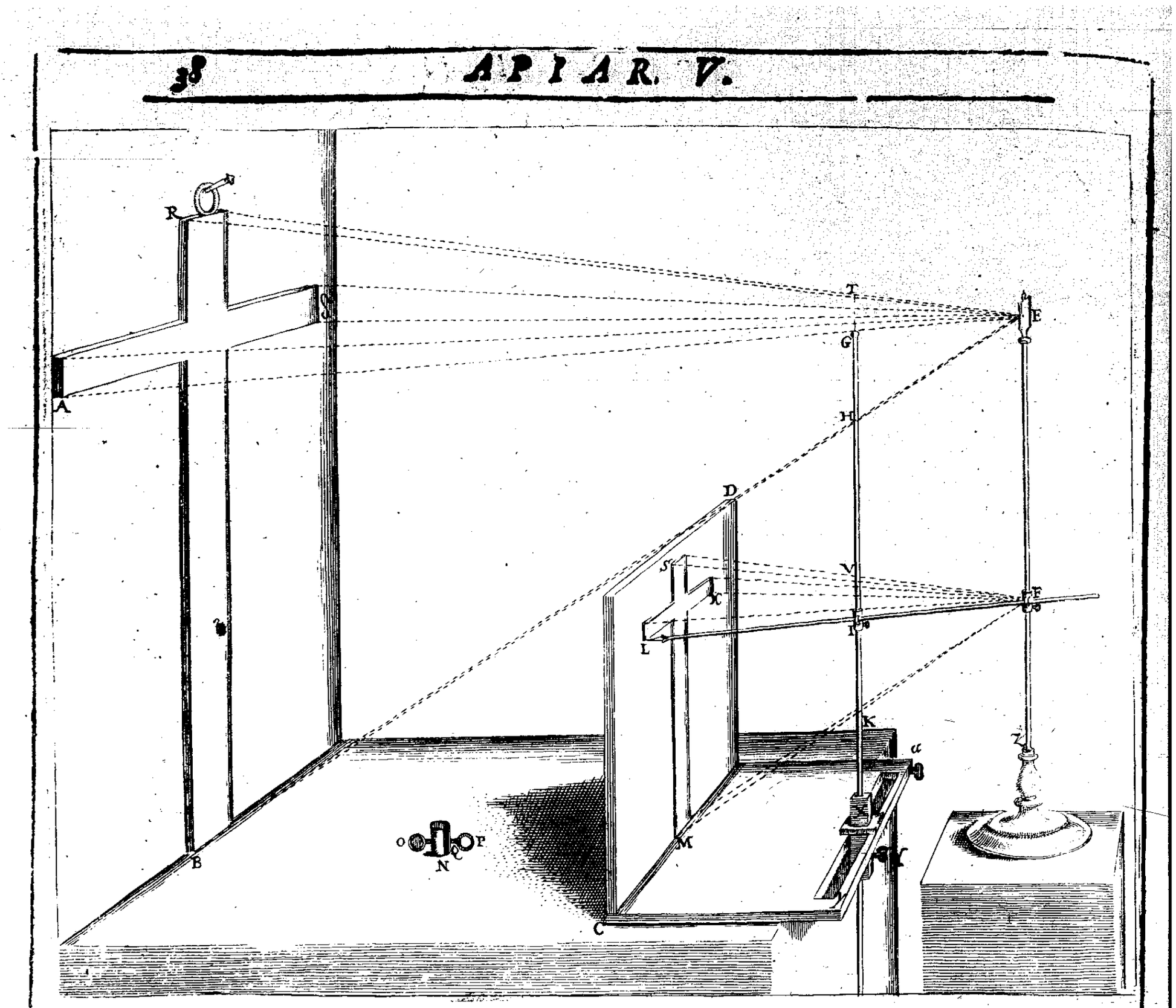
VII. Supponenda vero eſt definitio 1. lib. 6. Element. Eucl. *Similes figuræ rectilineæ ſunt quæ ſingulos angulos æquales habẽt, & latera circa æquales angulos proportionalia.* Præterea ſcire licet in obiectæ rei viſione fieri, aut concipi radioſam quandam pyramidem, cuius baſis ſit vt TXVY, vel RS, vertex ad oculum M, vel in O. Tabella autem in qua pictura fit, eſt ad inſtar plani pyramidem opticam ſecantis parallelòs baſi, ſiue obiecto, ac prototypo, vt inferius patebit. Sin autem ſimilitudo non quæratur, ſed tantum obliqua quæpiam deſſignatio rei viſæ, ſectio fingitur baſi non parallela, vt in antepoſitis exemplis, in quibus obiecta finguntur vel abiecta, & picturæ erectæ, vel erecta obiecta & picturæ abiectæ.

Pro ſectione imaginariâ variè factâ pyramidis opticæ varia eſt picturâ.

VIII. Exemplum igitur perfacile ſcientificæ, ac perfectiſſimæ picturæ ex optica praxi per noſtrum inſtrumentum eſto in ſequenti appoſita ſecunda figurâ.

In qua vide ante cætera (quoniam magni refert ad vſum inſtrumenti) canaliculum

ONP,



ONP, quem ex parte apertũ exhibuimus, vt videas in Q clauum intra cauũ canaliculi retusum, circa quem moueri possit anulus P etiã quando canaliculus circa hastam est firmatus à clauo striato O. Ad vsum ergo accedamus. Fingę crucem AB perpendicularem ad horizontem, ac tibi obiectam, vt ei perquamsimillimum simulacrum pingas in tabella CD. Quam tabellam proinde ante omnia statue parallelam ipsi AB. Atq; hoc primum, atq; vniuersale præceptũ esto in ijs omnibus picturis, in quibus non abiectiones, aut erectiones quæruntur, sed conformatio figuræ quæritur cum prototypo. Itaq; si prototypum abiectum, aut inclinatum fuerit, tabella, in qua pictura fingenda est prototypo proportione congruens, etiam ipsa abiecta, vel inclinata statuatur, ac parallela situi, & collocationi prototypi. In nostro igitur exemplo sint vtraq; AB, CD horizonti perpendiculares, & inter sę se parallelæ. Post hæc, cætera omnia exèquere vt in antecedenti figura docuimus, oculo statuto ad E vbi pinnacidium eleuatum sit, vt libuerit, & collocato canaliculo in F ad distantias æquales EF. GI, sublato, aut delato vertice G tùm in T, tùm in H, per quæ puncta radij visuales profundantur in R in A, in B &c. Traiecto deniq; stylo per FI, FK, FV, &c. & signatis L, M. &c. Eádemq; ratione operabere circa alios angulos crucis prototypæ, translatis eorum punctis in tabellam CD, & iunctis ad ea puncta rectis lineis. Quibus in hunc modum exactis —

Vsus instrumẽti nostri sciographici per imagine, quæ similis sit prototypo.

— IX. Demonstrationem geometricam mox addo, qua firmẽtur vniuersaliter operationes hactenus à nobis præceptæ circa conformationem figuræ cum prototypo ex hoc nostro instrumento. Eamq; demonstrationem facilitatis gratia exponam in figura, & exemplo hoc secundo circa quaternas tantum lineas RE, EB, SF, FM in duobus triangulis, pro quibus concipienda sunt duæ pyramides opticæ REB, SFM. Atq; id, quod demonstratum fuerit circa quaternas prædictas lineas, applicari poterit cæteris lineis prædictarum pyramidum, & consequenter de totis ipsis pyramidibus facta intelligetur demonstratio. Demonstratis etiam angulis REB, SFM æqualibus, probatum erit deformationes, ac reformationes, hoc est abiectiones, & erectiones rite esse factas, cum sub eodem angulo, siue

Demõstratio nostra geometrica facillimæ constructionis, & vsus instrumenti prædicti.

sub

ſub æqualibus angulis conſtiterint, iuxta demonſtrata in deformationibus, & reformationibus antecedentium capitum, &c.

Nunc igitur præcipue affirmo in picturà, & conformatione huius ſecundæ figuræ, pictam crucem SLM eſſe prorſus adſimilem ipſi prototypæ ARB. Quoniam enim per conſtructionem & parallelæ ſunt, & æquales ipſæ GI, EF, & quantus eſt deſcenſus verticis G vſq; in H, & aſcenſus vſq; in T, tantus etiam eſt ſtyli exI in V, & in K, ergo erunt equales TV, EF; & per 33 pri. ipſæ ET, FV erunt parallelæ, & æquales. Igitur cadens TK in TE, VF facit, per 28 pr. externum angulum KVF interno HTE æqualem; ideo triangula HTE, KVF, quæ habẽt duo latera vtrũq; vtriq; æqualia, KV, HT, & VF, TE, & angulum T angulo V ſub æqualibus lateribus contentum habent æqualem, erunt per 4 pr. æqualia.

Quoniam etiam in triangulo ERB recta TH per conſtructionẽ parallela eſt baſi RB, vt pote ambæ perpendiculares horizonti, itemq; in triangulo SFM propter eandem rationem recta VK eſt parallela ipſi SM; ergo angulus externus ETH interno ERB, & ipſe EHT ipſi EBR eſt æqualis, angulũſq; E cõmunis eſt, ac proinde triangula ETH, ERB ſũt æquiãgula; pariq; ratione æquiãgula ſunt FVK, FSM. Ergo, per 4 ſexti, habẽt etiam circa æquales angulos latera perportionalia; ergo iuxta definitionem Sexti citatam in numero 7 huiuſce capitis, ſunt ſimilia triangula ERB, ETH, item FSM, FVK Ergo, per 21 Sexti, etiam triangula ERB, FSM (quæ æqualibus rectilineis ETH, FVK ſunt ſimilia) ſunt inter ſe ſe ſimilia. Eodemq; modo demonſtrabimus reliqua omnia triangula, quorum vertices ſunt in E & in F, & baſes in vtraq; cruce, eſſe ſimilia, ac proinde tota pyramis optica ex E toti pyramidi pictoriæ ex F erit ſimilis; eruntq; alterius partes homologæ alterius partibus &c. nempe baſis, ſiue crux RB baſi, ſiue cruci SM ſimilis. Ac, vt ER ad RB, ita FS ad SM, ergo vt ER ad FS, ita RB ad SM, &c.

Quæ ratio eſt perfectiſſimæ, ac ſcientificæ picturæ. Alias demonſtrationes vide in cap. ſequenti, & praxes aliquas in inſtrumento accommodatas præciſioni geometricæ demonſtrationis.

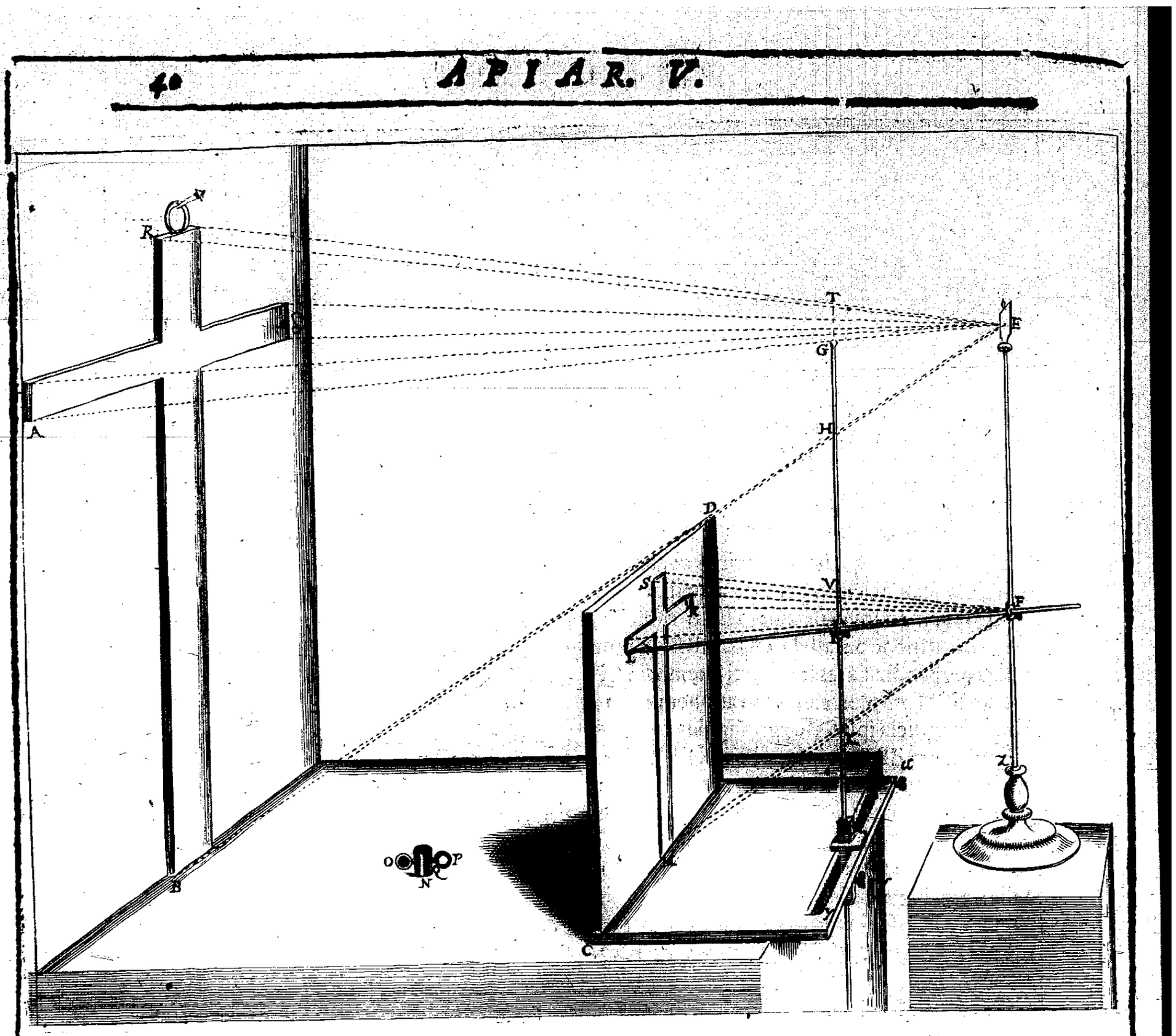
X. Cautiones, quas num. 6 huius capitis indicaui ex P. Griembergero, ſunt iuxta cautiones ibidem à me citatas ex Guidubaldo. Griembergerus ergo in literis 20 Aug. 1635 ad me, poſt cenſuram ſic monet: *Circa vſum inſtrumenti ſcenographici Veſtræ Reuerentiæ illud inſinuo quod nuper occurrit. Recte quidem reminiſcor Reu. Veſtram inſtrumento ſuo ex vno horologio alia deſcribere, idq; fieri poſſe non dubito ſaltem in planis parallelis, in quibus proſpectiua ſemper deſignat figuras ſimiles, vbicumq; ponatur oculus. Vt autem ex horologio verbi gratia horizõtali delineetur aliquod verticale, videtur oculus, atque adeo punctum, quod in inſtrumento obit vicem oculi, collocandum in extremitate ſtyli Horologij prototypi. Secus enim ex vero pſeudohorologium conſtrueretur. Si enim radius viſualis ſtatuatur extra extremitatem ſtyli ipſius prototypi, non videtur deſcribi horologium verum in alio plano prototypo non parallelo.* Sic P. Griembergerus.

CAPVT V.

Paradoxa, & Nota circa praxes varias, & geometricè preciſiores; circa demonſtrationes, ac theoricen præcedentis noſtri Inſtrumenti pictorij. Corollarium etiam arcanum ad veras oppidorum menſuras è longinquo ſuffurandas &c.

I. HAbes in vſu ſcenographici noſtri inſtrumenti id, quod noſtri eſt inſtituti proprium, nempè inſigne paradoxum. Scilicet pingere dum non vides quod pingis. Nam in exemplo figuræ 2 capitis proximè antecedentis dum oculus ex E intentus eſt in prototypum, manus inter SL ducit graphium per tabellam iuxta directionem puncti G occultantis radios viſuales. Habes tamen in hoc inſtrumento rationem pingendi etiam cum animi, & oculi aduerſione ad picturam, ſi velis pingere iuxta exempla in ſuperiore capite tradita, ſcilicet per puncta præcipua; tunc enim haſta GK firmatur identidem in tubo X vite Y, & ſpectantur loca, ad quæ pũctim impellitur haſta FL. At vero dum pictura fit per continuatos tractus graphij L per tabellam,

Pingere dum non videtur quod pingitur.



Iam, tunc haſta nunquam firmanda eſt in tubo X, ſed habenda eſt libera ab inpreſſione ex V, vt facile poſſit excurrere ſurſum, ac deorſum pro vt manus pingentis ducet per tabellam haſtã LI. Ac ne vllum ſit impedimentum, aut renitentia, vides prouiſum eſſe ita, vt quilibet motus in quamcunq; partem poſſit exerceri in longum, latum, &c. Nam & haſta GX liberè permeans per tubum X, & anuli I, F gyratiles iuxta artem traditam in cap. antecedenti, num. 8, expeditum faciunt motum ſurſum, ac deorſum, addito deinde vt etiam haſta EZ ſit inſerta, & gyratilis in Z, nullum eſt impedimẽtum quo minus graphium ad dexteram, & ad ſiniſtram verſus L, & verſus partem contrariam moueri poſſit. Sic in motibus tranſuerſalibus, circularibus &c. nam nullum eſt punctum in prototypo, ad quod radij viſuales directi non intercipi poſſint à vertice G, & conſequẽter omnia pingi poſſunt etiam à vertice L, qui mouetur iuxta motũ ipſius G. Expediet pinnulam E vel gyratilem facere, vel (quod eſt facilius) pro pinnula ponere vel apicem, vel globulum etiam in E, vt eſt in G. Sic enim fiet vt gyratio facta in Z non immutet, aut impediat directorium radiorum viſualium in E. Itaque dum, iuxta prædicta, continuatis tractibus pingis in tabella, oculus ſemper intentus eſt in prototypum, & pingis picturam, quam non vides dum pingis, ſed pictam poſt vides cum iucunda huiuſce paradoxæ operationis admiratione.

Pro pictura cõtinuatis tractibus, &c.

II. Inſtar ſecundi paradoxi eſſe poſſit etiam quòd inopinatus hic modus pingendi non videndo picturã tam ſimplici inſtrumẽto exerce tur, vt hoc ſit ab ignaro picturæ picturã exerceri vnius, aut alterius haſtæ ductu. Nam inſtrumentum pictorium penè totum eſt in inuentione, atq; motu haſtæ GK. Haſta enim vbi pinnula eſt E, & graphium ſunt tãtum vel ad directionem certam radiorum viſualium, vel ſunt id, ſine quo colores in tabula duci non poſſunt; at vero Ars directiua picturæ tota eſt in directione G, & motu haſtæ GX. Poſſit qui velit haſtas GK, EF bifidas efficere, atq; eas crebris foraminibus perforare paribus inter ſe interuallis diſtantibus, & cláuiculos cylindricos ingerere in foramina imobiles, &c. mox graphium conformare ad ſimilitudinem regulæ tranſuerſalis in inſtrumento Nicomedis pro ſignanda conchíli linea.

Picturã exerceri ab ignaro picturæ.

Reuiſe

Reuiſe Inſtrumentum id apud nos in 1 progym. Apiarij noſtri Geometr. ſpeculat.

Si ergo finxeris regulam, quæ in medio per longum perpetuà rimulà ſit excauata, & circunducatur per clauos in haſtarum foraminibus infixos, habeatq; èadem regula in extremo verſus tabellam pictoriam infixum id, quo lineamenta ſignentur, ſic pinges ritè etiam ſine vſu canaliculorum ONPQ, &c. Eruntq; radij viſuales, & graphium ſemper in eodem plano ad horizontem perpendiculari, & mouebuntur non circa virgas, ſed circa earum axes geometricè conceptos; vt ex hiſce præciſionibus etiam in materia habeas operationem, & demonſtrationem verè geometricam. Vide in fine huius capitis. Hìc interim notato vitē in Y ſeruire etiam ne tubulus poſſit vel aſcendere, vel declinare in latera dum Y premit inferius regulam γα.

Nec te fallat figura, in qua inſtrumentum habet maiorem formam, quam vt videatur poſſe eſſe vſu perfacilis. Nam in figura voluimus omnes inſtrumenti partes palam facere. At in vſu partes infra Z erunt in infimo horizōte inter pedes pictoris, & tabella CD erit demiſſior, haſtæ GK, EZ inter ſe proximè diſtantes; minoris etiam diſtantiæ erit intercapedo inter CY, ſed tanta ſolum, quanta ſit opus manui tractanti haſtam ſcriptoriam inter LI. tubulus X gracilior cum additis firmamentis tam tubulo, quàm tabellæ horizonti parallelæ, ne nutet; & cætera alia talia, quæ in vſu faciliora fient, quàm apparere poſſint in figura.

III. Inuentū autem à nobis præcipuè inſtrumentum hoc eſt pro exercenda pictura circa obiecta procul diſſita, & poſita extra tabellam pictoriam CD. Ita vt ſit vſus præcipuus in prototypis transferendis in formam minorem è plano in planum, quæ ſint parallela. Quod ſi lubeat prototypum minus transferre delineando in formam maiorem applica tabellam CD propius plano, verbi gratia parieti vbi RB, & transfer haſtam LF in GE, & radij viſuales dirigantur per FI; tunc enim facta ea commutatione, dum oculus ſpectabit prototypum minus SLM, manus pinget figuram RAB. Quanquam pro hac operatione pingendi, ſeu transferrendi minus in maius faciliora docebimus inferius in ſequentibus capitibus, vt ea traductio fiat in eodem plano.

Pro trāslatione prototypi minoris in formam maiorē.

Pro imagine pingenda, quæ ſit æqualis prototypo facilis erit operatio ſi fiat pictura in eodem plano, in quo ſit prototypum, verbi gratia ſi ampliata ſit tabella CD, & in parte tabellæ ſuperiori ſit prototypum. Erunt enim in eodem plano ſub ijſdem angulis æquales baſes in prototypo, & in pictura.

Pro imagine prototypo æquali.

IV. In altera priore figura capitis antecedentis habes formam deformandi formoſa, & reformandi deformia. Oppidum enim RS (reuiſe eam figuram) quod ex M apparet oblongæ figuræ, reformatur eleuatum in tabellam AQ & apparet iuſtioris figuræ, appareret etiam formoſius, ſi planum AQ fuiſſet inclinatum aliquantulum verſus partes oppidi RS ita, vt haſta pictoria conſtitueret angulos æquales internos ad baſes delineatas picturæ, hoc eſt axis opticus ex O caderet perpendicularis in mediam picturam.

Ex inſtrumento ſcenographico reformatio deformium.

Pro deformationibus varijs ſatis eſt planum pictorium CD (in appoſita hìc figurà) conſtituere non parallelum prototypo, ſed variè inclinatum; nam pro varia opticæ pyramidis ſectione variantur picturæ.

Facilis vſus inſtrumēti ad deformādum.

Nequè verò exiſtimes deformem eſſe picturam cum facta eſt in plano, quod quidem ſit parallelum prototypo, ſed tamen prototypum non ſit planum, ſed verbi gratia ſit corpus aliquod ſolidum, vel cauum, vel variè prominens.

Similis prototypo pictura eſt etiam cum id ſolidū, hæc in plano. &c.

Nàm quoniam ſolida, caua, conuexa procul viſa apparent oculo quaſi plana, & ſub angulis, ſub quibus planè viderentur ſi eſſent plana, ideo ſub ijſdem angulis ritè pinguntur in plano à noſtro inſtrumento.

Atque hæc ſint paralipomena ad perfectionem & facilitatem pro vſu inſtrumenti.

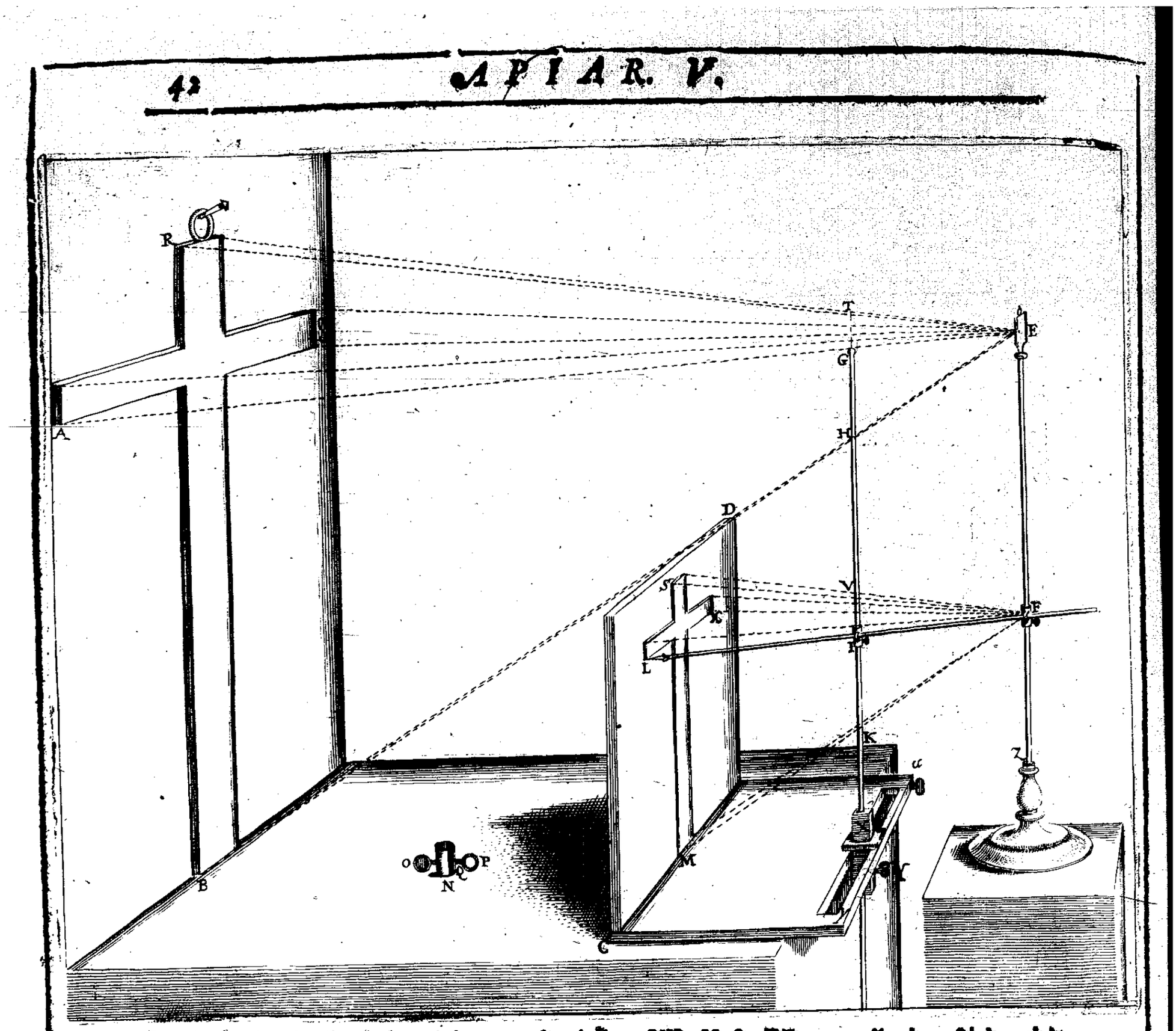
V. Iam vero loco paralipomeni pro theoricis & pro demonſtrationibus animaduertas velim theſaurum practicæ optices in pingendo latére apud Euclidem lib. 6. propoſ. 18, quæ eſt: *ſuper datà lineà dato rectilineo ſimile, ſimiliterq; poſitum deſcribere.* Cuius problematis praxim vides in figura vbi Crux. Nam ſuper radioſa linea, verbi gr. ER, ponis in ET rectilineum ETH ſimile, ſimiliterq; &c. rectilineo ERB, dum apice G ſignas ipſam TH parallelā ipſi RB, fiuntq; anguli ETH, ERB, & EHT, EBR æquales, &c iuxta conſtructionem, & ſcholia, quæ reuiſere potes apud Euclid. ad citatam propoſ. Sic ſuper FS ponitur FVK ſimiliter, ac ſimile ipſi FSM &c. Æqualibus autem demonſtratis in antecedēti capite ipſis ETH, FVK, quibus ſimilia ſunt, per ibidem demonſtrata, ERB, FSM, conſequitur eadem concluſio, quæ ibi de ſimilibus inter ſe RAB, SLM.

Quæ propoſitio Euclid. fōs ſit practicæ optices?

Propoſitionis 18 lib. 6 Euclpraxis ſcenographica apud nos.

Aliter habes hic etiam applicatam propoſitionem 24 ſexti *omnis parallelogrammi, quæ circa diametrum ſunt parallelogramma ſimilia ſunt toti, & inter ſe.* Nam in rectilineo ERB concipienda ſunt duo latera oppoſita parallelos, alterum ipſi RB, alterum ipſi RE. Eſt igitur triangulum ERB dimidium parallelogrammi, cuius diameter eſt latus EB. Similiter philoſophandum eſt de ETH. Igitur circa cōmunem diametrum EB parallelogrammata, ſiue geminata triangula ERB, ETH ſunt inter ſe ſimilia. Deinde reliqua adde, velut in duabus præcedenti-

Vſus ſcenographicus propoſitionis 24 ſexti Euclid.



bus demonſtrationibus in hoc, & in antecedenti capite; vt cõficias: ergo RAB, SLM sũt ſimillimę.

Animaduerte demonſtrationes, quæ à nobis facilitatis gratia factæ ſunt circa triãgula ERB, FSM, ETH, FVK, quæ ſunt in eodem plano cartaceo figuræ, ac baſes habent perpendiculares RB, SM, TH, VK, valere etiam in reliquis triangulis tranſuerſis pyramidis opticæ; &c. quorum baſes variè inclinatæ ſint. Nam ſemper concipienda ſunt triangula maiora, & minora ſimilia tamquam in eodem plano aëreo. &c.

VI. Agnoſce in punctis E, F duo centra immobilia, ex quibus per graphium FL, & per lineas viſuales ER, &c. fiunt quaquauerſum, ac ſignantur motus proportionales in planis parallelis prototypi, & picturæ; fiuntq; ad E, & F anguli bini, ac bini ſemper æquales. Quæ non tam demonſtranda ſunt, quàm corollarij loco deducuntur ex demonſtrationibus iam factis, in quibus habes proportiones laterum, ac baſium in triangulis ERB, FSM, & æquales angulos ad E, F, &c. & ſimiliter in cæteris omnibus triangulis maioribus, ac minoribus æquiangulis, interſeq; ſimilibus.

VII. Haſta EZ, qua reliqui practici optici vtuntur tãtummodo ad certum punctũ opticum in E, apud nos eſt pars conſtituens inſtrumentum ſcenographicum. Nam in F continet graphium FL ſemper parallelum radijs viſualibus ex E, & conſequenter operatio ſemper fit proportionalis per lineas parallelas. Dum etiã opus eſt graphium FL ſurſum eleuare, tunc punctum F inſtar eſt hypomoclij, vt quaſi vecte LF facillimè eleuetur haſta GK ſurſum ex G in T, ex I in V, &c.

VIII. Potes ex SLM ſcire magnitudinẽ prototypi. Nam ex antecedẽtibus, vt quælibet linea viſualis, vel diſtantia haſtæ EZ à prototypo ad ipſum prototypum, ita diſtantia eiuſdem haſtæ EZ ad picturam. metire diſtantias, & picturam, & habebis magnitudinem prototypi.

Modus agnoſcendæ magnitudinis prototypi procul poſiti.

Corollarium hoc magni momenti eſt in re bellica. Nam in priore fig. cap. anteced. (reuiſe eam) ſi planum pictorium AQ, in quo eleuatum eſt oppidum, fiat horizonti, ac prototypo oppido RS parallelum, ac deinde ſcias diſtantiam loci, in quo pingis, ab oppido RS, prodit ſtatim arcanum, & ex menſuris picti oppi-

Vſus in re bellicà prædicti modi.

duli

duli in plano pictorio habes veras proportionatas menſuras oppidi prototypi. Vt enim diſtantia ab N vſq; ad picti oppi baſes, ac menſuras, ſic diſtãtia nota ab eodem N ad baſes veras prototypi oppidi; & vt diſtantia ad diſtantiam, ſic baſes, ac menſuræ oppiduli picti ad baſes, ac menſuras oppidi prototypi. &c.

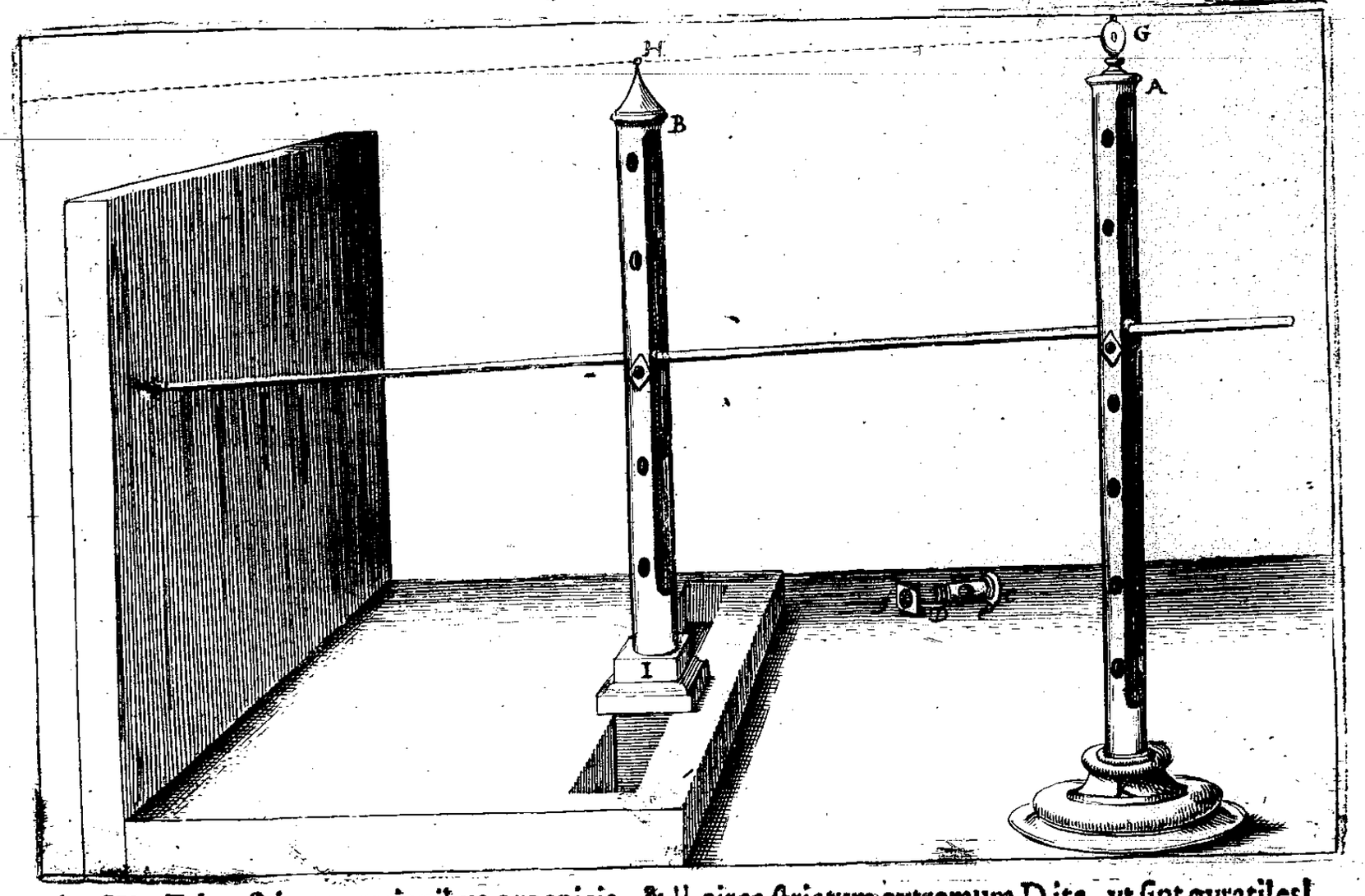
Hinc etiam poteris ſcire, ac proponere tibi proportionem, quam velis pingendæ figuræ ad prototypum. Nam vt diſtantia ad diſtantiam, ſic erit pictura ad prototypum, per ſæpius alia demonſtrata à nobis in hiſce Apiarijs ex argumentationibus à 5, & 6 libris Elem. Euclid.

Modus ſciendi. & proponẽdę ſibi proportionis fingendæ figuræ ad prototypum.

Satis hæc nunc corollarij loco hic indicare.

Hinc

IX. Etiam



IX. Etiamſi in operationibus organicis, & in vſu noſtri inſtrumenti plano pictorio perpendicularis nihil referat ad sẽſum vtrum radius viſualis, & graphium ſint in eodem plano præciſe geometricè, eodem, inquam, plano perpendiculari ad horizontem, itemq; ad ſenſum non referat an graphium voluatur circa haſtas, & non præcisè circa haſtarum axes geometricè conceptos; iſq; ſit mos etiam apud eximios Mathematicos in organicis operationibus facilitatem vſús adſpectare; tamen vt Philoſophis Mathematicis etiam religioſis, ideſt puritatem, & præciſionem geometricam abſtractam conſectantibus, fiat ſatis, lubet hic breuiter indicare in figuris quàm facili negotio haberi poſſit operatio præciſiſſima.

Vſus inſtrumenti ſcenographici præciſiſſimè geometricus.

Vtraq; haſta eſt A, B, cylindricæ, bifidæ, ac perforatæ, vt indicatum eſt num. 2 huius capitis. Ibi pro graphio bifidam regulam, ſiue haſtam indicauimus, hic ſtylum in haſta cylindrica retinemus, qualem adhuc dedimus in antecedentibus figuris, ſed clauiculum CD hìc ponimus, qui ingeratur geminatus in foramina vtriuſq; haſtæ bifidæ, habeatq; vterq; clauiculus in medio foramen E, per quod ingeratur graphium. Firmabuntur vero clauiculi intra haſtas vite F circa ſtriatum extremum D ita, vt ſint gyratiles intra, foramina haſtarum, ſed extra foramina elabi non poſſint.

In hanc formam aptato inſtrumento, fiet vt & radij viſuales per G, H, & graphium per E poſitum in axe haſtarum, ſemper moueantur ſiue ſurſum, ac deorſum, ſiue ad latera ſine receſſu ab axe, & ſint ſemper in eodem plano perpendiculari ad horizontem, ac dum haſtæ ipſæ mouebuntur altera in tubo I, altera in pede K iuxta dicta in antecedentibus, fiat gyratio & haſtarum, & graphij, & radiorum viſualium circa axem præciſe, immo circa idem punctum indiuiſibile axis. Vide ex noſtris imperfectis perfecta profecta à P. Griembergero cap. ſeq.

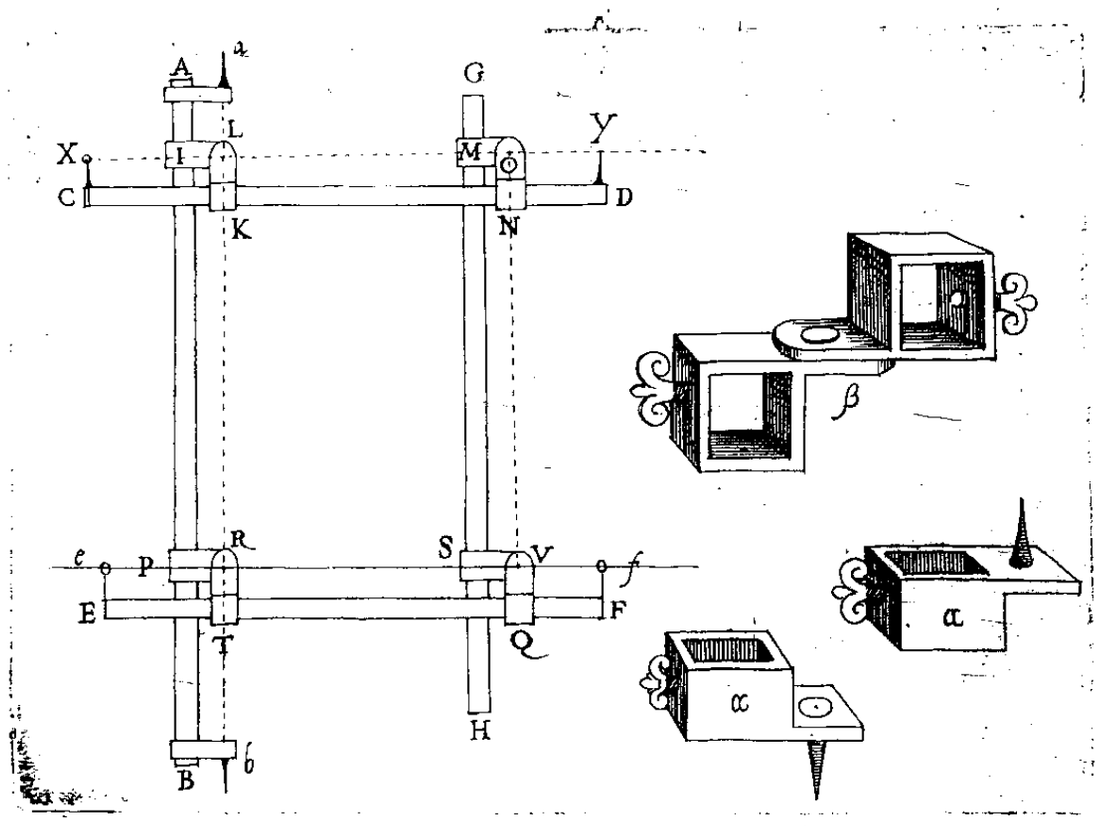
CAPVT VI.

Instrumentum scenographicum plano pictorio perpendiculare vsu faciliore donatum.

I. SCenographicum instrumentum, quod tibi hactenus, mi Lector, expressimus difficultatem habet aliquam ad lineas pictrices expeditè ducendas propter hastam anteriorem interceptam inter angustias, & rimulas tabellæ pictoriæ ita vt, facilius interrupta, & discreta puncta signaris, quam lineas continuas duxeris. Huic difficultati obuiam ijt felici euentu ingenium, & industria P. Griembergeri, qui ex occasione censuræ in mea Apiaria, instrumentum meum pictorium ad facilitatem, & perfectionem redegit, quam hìc tibi, mi Lector, mox ipsius Griembergeri verbis expono depromptis ex literis Bononiam ad me Roma missis die 26 Maij, & 22 Iunij Anno 1635.

Tentando inueni instrumentum V. R. facilius effici posse. Hastam directoriam, quæ mouetur in transuersum abstuli, atq; adeo illam instrumenti partem, quæ videbatur operationem remorari. Cursores meo modo, vt inferius videbit, adieci, & quatuor tigillis parallelogrammum constituentibus opus absolui. Curani vt & radius visualis, & radius scriptorius vterq; ex suo puncto egrederẽtur, & vtrumq; punctum existeret in vnà lineà rectà, nempe in axe, circa quem parallelogrãmum perpetuò circunducitur.

Vbi



Vbi α est forma cursorum, & axium, circa quos monetur prima hasta. Vbi β est forma cursorum, quorum beneficio formantur diuersa parallelogramma.

In instrumento hìc ruditer expresso loco secundæ hastæ, qua vtitur V. R. est tigillum GH, quod cum primà hastà AB, & cum duobus tigillis transuersis CD, EF perficit parallelogrammum. Hasta AB transit per quadrata foramina cursorum I, P. Hasta GH per foramina cursorum M, S. Tigillum CD per cursores K, N, & EF per cursores T, Q. Duo cursores I, K mouentur circa clauum L. Duo M, N circa clauum O. Duo P, T circa R, & duo S, Q circa V. Et hæc quatuor centra L, O, R, V in vsu instrumenti terminant perpetuò parallelogrammum. Ex quibus L, & R quiescunt, duo verò O, V, describunt circa L, R circulos. Vt autem L, R semper maneant, necesse est in hastà AB facere duas prominentias Aa, Bb, & illic figere duos axiculos a, b, qui existant in rectà lineà cum rectà incedente per centra L, R. Pro radio visuali excito tabellã perforatam in extremitate C, & in alterà extremitate stylum erigo ita, vt rectà ducta per foramen X, & per extremitatem stylii Y transeat per rectam ab directè suprà centra L, O. Denique; pro radio scriptorio in duabus tabellis erectis ex EF facio duo foramina circularia secundum crassitiem radij scriptorij ita, vt etiam linea recta, & ducta per cẽtra foraminum e, f directè deferatur supra centra R, V, & insuper transeat per axẽ ab.

II. Mox addit ea, quæ admirandam efficiãt in tantæ doctrinæ, & ætatis viro beneuolentissi-

O, V,

mam

mam modeſtiam. *Queſo Reu. Veſtra mihi ſignificet liceat ne ſic à me conſtructum inſtrumentum alijs communicare? Curabo enim Reu. Veſtræ penitus ſatisfacere.*

In literis etiã citatis 26 Maij, 1635 ſibi ſimilis, ideſt ſemper beneuolus, & modeſtus ſic ſcribit: *Potuiſſem nuper hoc ipſum Bettinianum inſtrumentum mittere ad Imperatorem, ſed id facere ſine licentiâ Reu. Veſtræ nolui. Mallem habere eam licentiam, quam Reu. Veſtra daret ſi quàm primum Apiaria in lucem daret.*

Aliquorum modeſtia circa inuenta, & demonſtrata per occaſionẽ acceptam ex inuentis ab Authore Apiariorum.

Similem Griembergeri modeſtiæ expertus ſum modeſtiam alterius viri dum olim Parmæ per vrbis mœnia ſimul graderemur, atq; ille (verbo ipſius vtar) veniam à me modeſtiſſimè peteret tranſmittendi ad ſuum Mecenatem aliqua edenda quæ partim demõſtrarat, partim inuenerat circa ſectionum conicarum aliquas proprietates, & vſus occaſione accepta propoſiti à me problematis de proprietate à me animaduerſa circa incidentes parallelas in ſectionem conicam parabolicam, & indicatis à me viſibus organicis aliquot propoſitionum Apollonij.

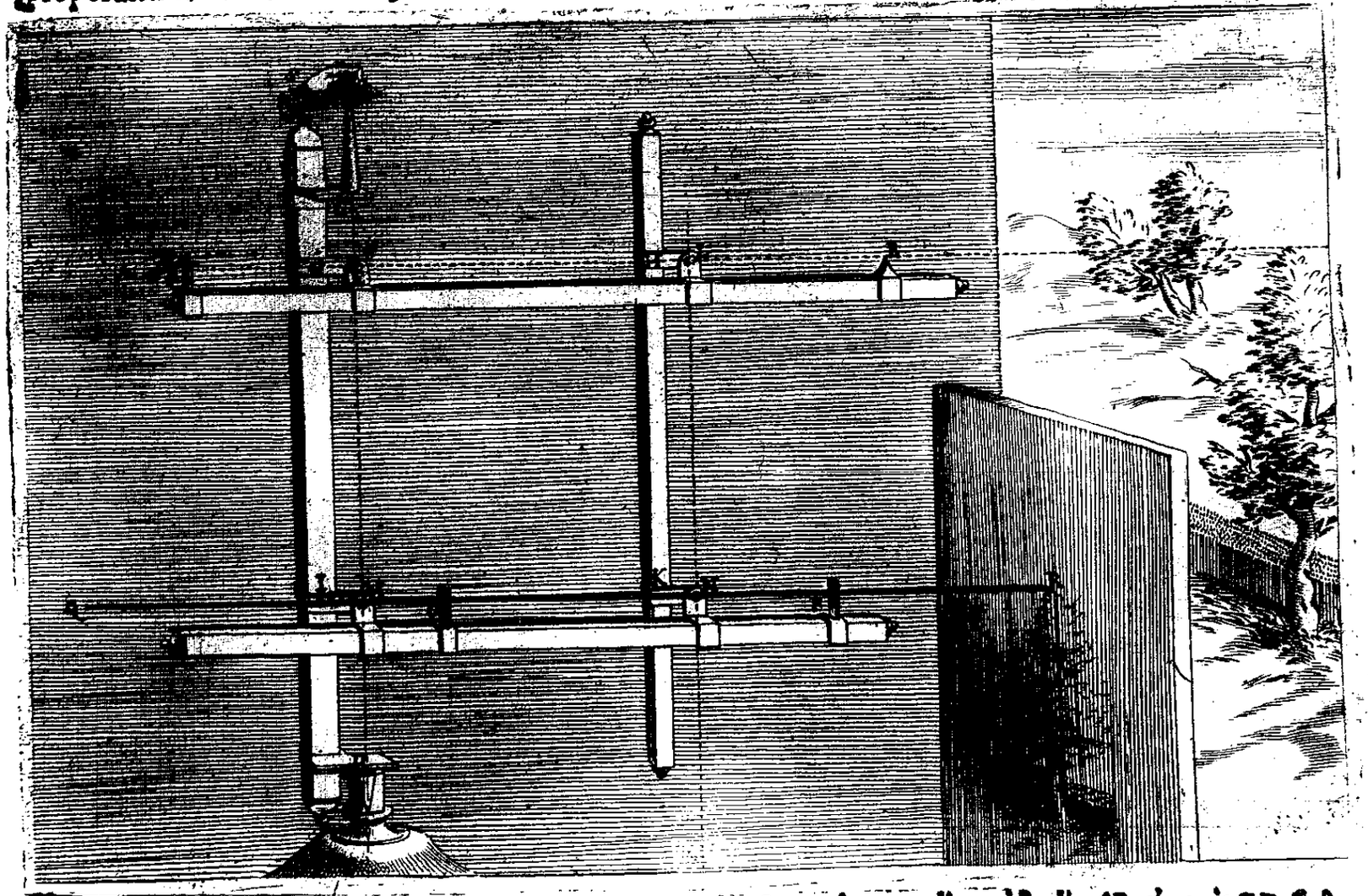
Reſpondi (quemadmodum & nuper Griembergero) licere cuiq; ſuis vti etiam ſi inuentis ex aliena occaſione; nodo mihi etiam liceat meis vti, etiam ſi circa eadem aliqua à nobis indicata aliqui poſt nos verſari, atque haurire ab ijſdem fontibus voluerint, & ante nos ea edere properarint. Sane mihi ſemper honorificum duxi vt eximij viri dignarentur noſtra rudimenta non ſolum videre, ſed etiam perficere, atque amplificare.

Demonſtrationes, ac theoricen applicato poſitæ hìc formæ inſtrumenti ex antecedentibus proximè duobus capitibus.

III. At vero cum per literas rogaſſem P. Griembergerum, vt mitteret ad me figuram paullo expreſſiorem inſtrumenti, miſit hanc, quam tibi, Lector, hìc contractiorem mox obijcio viſendam; additis literis 20 Auguſti 1635, ex quibus hæc accipe verba: *Vt poſtulationi Reu. Veſtræ ſatisfacerem conatus ſum totum inſtrumentum ſcenographicũ ea induſtria delineare ſcenographicè, quà potui. Et quia figura ipſa ſeipſam ſufficienter explicat, putaui non niſi pauca adſcribenda.*

Proſpectum hortenſem, & arboris picturam, exẽpli, & venuſtatis gratia, ego appoſui. Mox in fine epiſtolæ idem Griembergerus ſic: *Puto iam per me amplius non ſtabit quominus Bettiniana vtriq; mundo exponantur. ſtat autem ex parte Reu. Veſtræ id vt citius fiat.* Quod ſcribit de vtroq; mundo, intelligit de orbe nouo orientali, præſertim de Imperio Chinẽſi, in quo noſtræ Soc: homines ex occaſione Mathematicarum ſcientiarum veram religionem eos populos docent, &c. iuxta ea, quæ habes in ſcripto ad te, Lector, proloquio ante 1 hunc Tomum. Accipe figuram inſtrumenti à Griembergero miſſam.

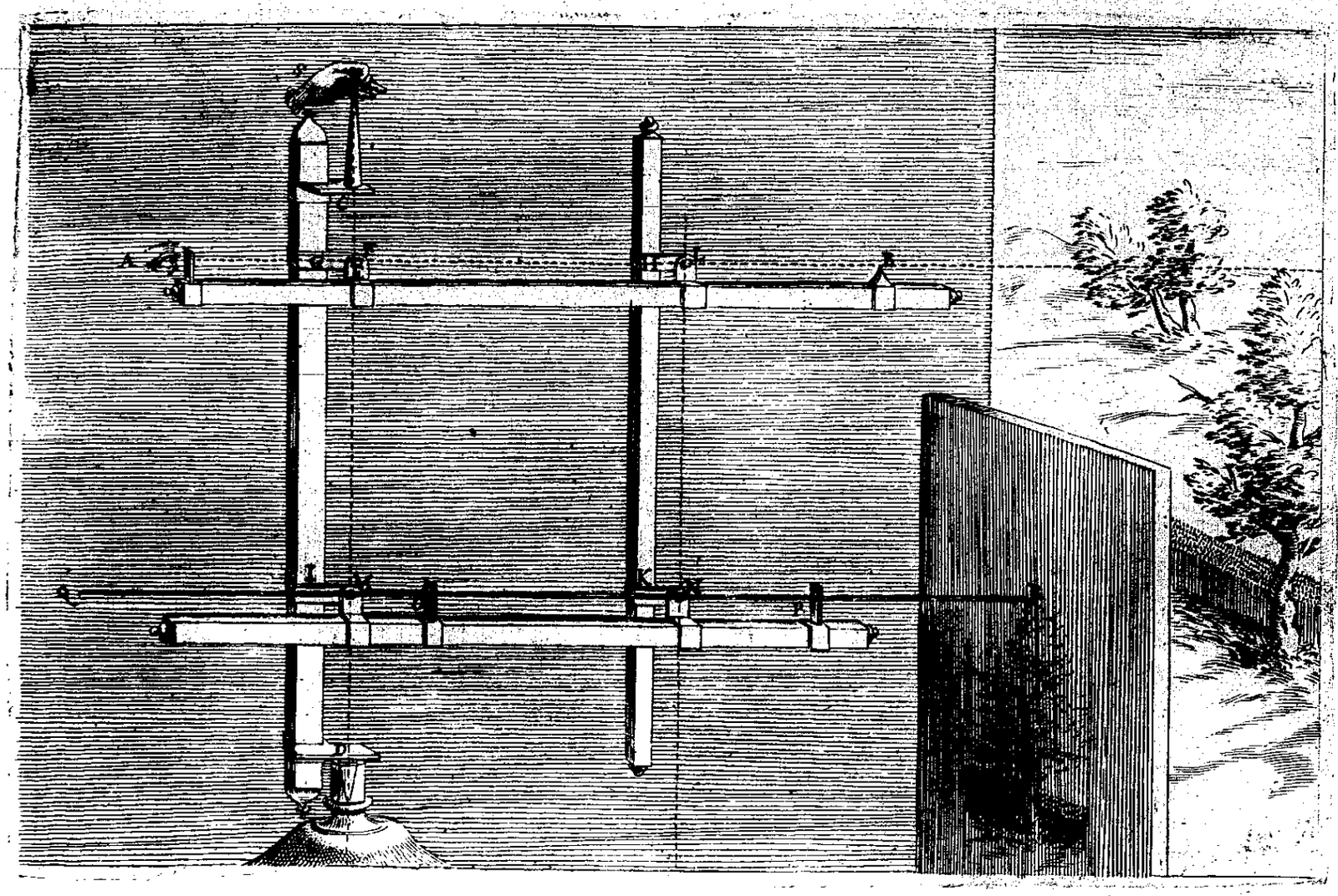
Cui hanc epigrahen ille ſubſcripſit:



R. P. Mario Bettino C. G.

SI omnia recte fiant, eo videlicet modo, quo hìc tota inſtrumenti conſtructio ſatis clare oculos ponitur, radius viſualis AB, & axis CD ſecabunt ſe perpetuo in puncto E, & quidem directè è regione centri F. curſores autem G, H, I, K firmabuntur tunc ſuis cochleis cum ad quatuor centra

oculos



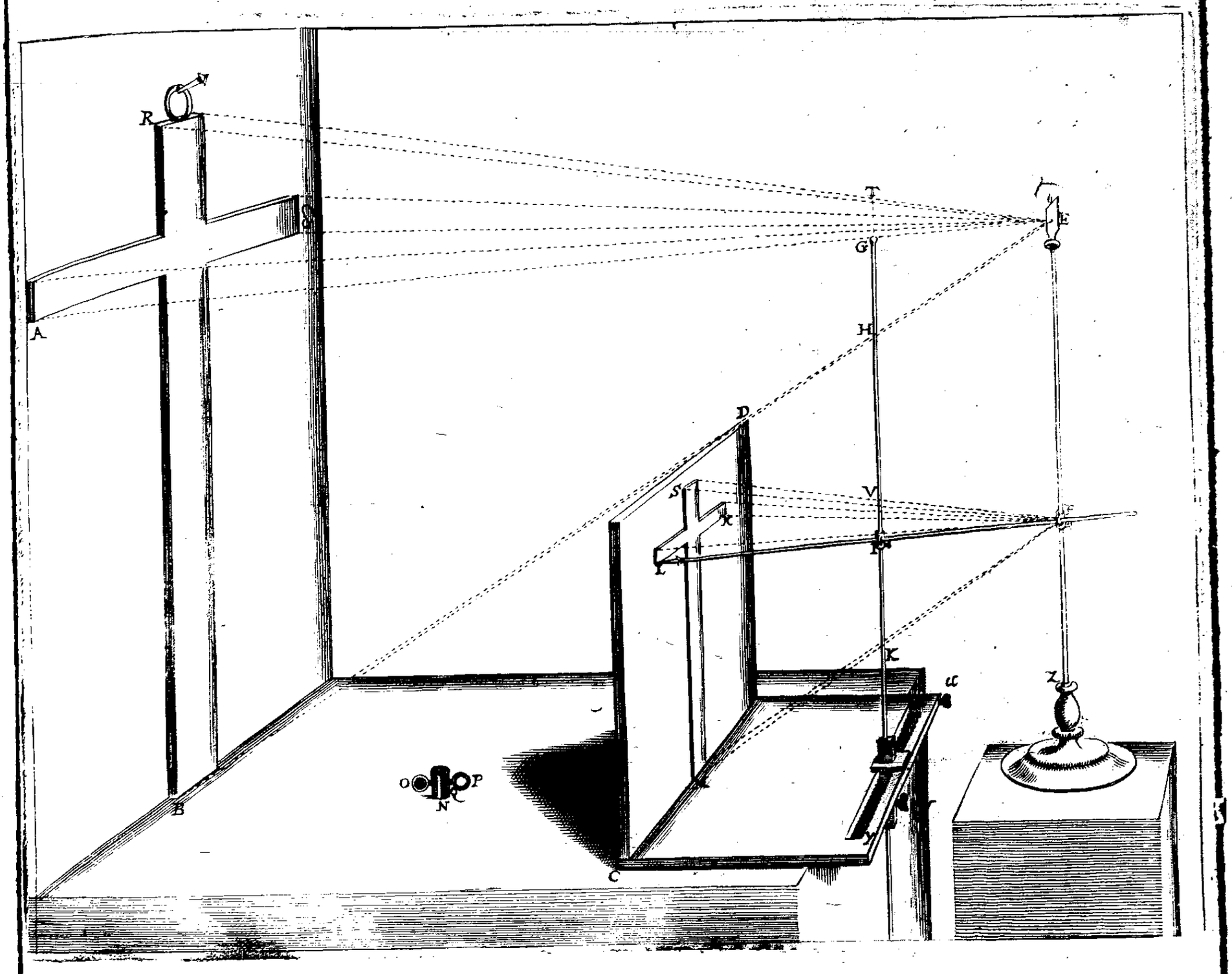
tra quatuor curſorum mobilium formatum fuerit perfectum parallelogrammum FLMN. Deniq; foramina OP, per quæ producitur, reducitur q; graphium QR, ita debent eſſe diſpoſita, vt etiam linea QR ſe mutuò interſecet cum axe CD directè è regione centri M.

Licet ingeniosè P. Griembergerus cuſpidatos effinxerit in priore huius capitis figurà curſores *α α* (qui ſunt C, D in repoſità hìc poſteriore fig.) vt in vſu inſtrumenti (quod ego arbitror) altera cuſpis, ſiue extremũ ſuperius axis CD ſiniſtræ S (quam ego appoſui) digitis attineatur, & intra eos liberè circunuerſetur, altera vero cuſpis inferior D leuiter infingatur, & verſatilis ſit in mẽſa, ſeu plano, ſuper quo ſit erecta tabella perpendicularis, in quà pictura fingenda eſt, vt in R; tumen ſuſtentando perpẽdiculariter inſtrumento, ac liberè gyratili ſuppoſui ego cylindrum ſolidioris materiæ latiorè baſi firmatum, & excauatum, vt vides ad D.

Fruere, mi Lector ingenio, & induſtrià doctiſſimi, ac modeſtiſſimi viri Griembergeri, qui cum plura haberet apud ſe à ſe mirifice inuẽta, maluit tamẽ alienis, inuẽtis, & alienis laudibus inſeruire.

CAPVT VII.

Vsus eiusdem instrumenti non amplius perpendicularis, sed paralleli plano pictorio cum prototypum, & pictura sunt in eodem plano. Differentia, & compendia in hoc vsu.



I. HActenus constructio, & vsus nostri scenographici instrumenti erecti, ac perpendicularis. Nunc constructionem,& vsum doceo eiusdem instrumẽti plano pictorio paralleli.

Vt igitur ex erecto abijciatur, mecum vnà, Lector, intuére figuram, in qua Cruces. Vides totam vim positam esse in constituendo parallelogrammo perpetuo, licet mobili ex FE, GI, EG, FI. Nam ex ipsarum, verbi gratia EA, FL alligatione factà in G, & I immobiliter mobilibus per ipsam IG æqualem, ac parallellam ipsi EF, motus proportionales procedunt circa prototypum, & picturam.

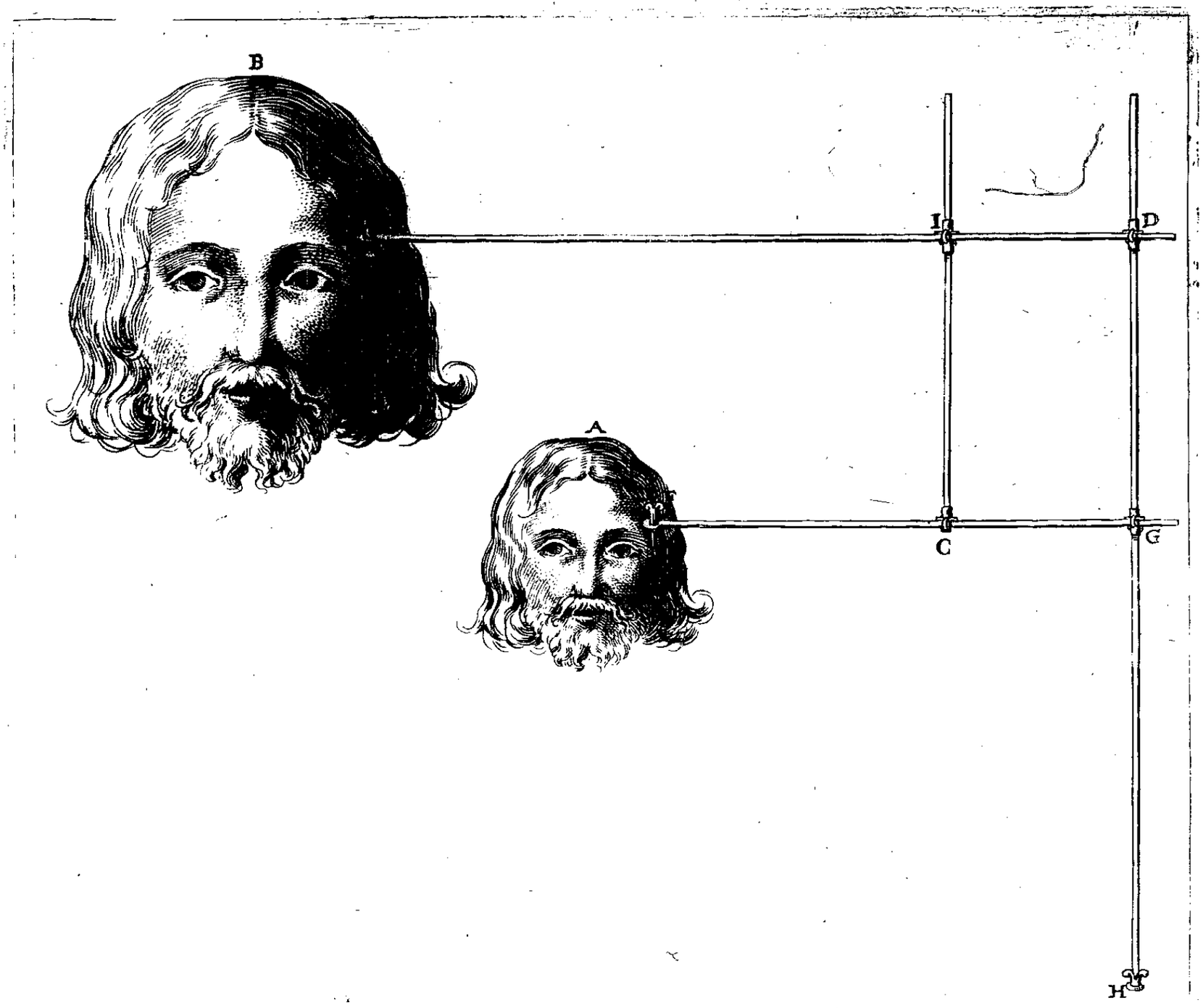
Igitur pro radio visuali EA addenda erit in parallelo instrumento hasta secunda. Quoniam autẽ EA, FL, si sint in eodem plano, non possunt ex cẽtris E, F efficere motus proportionales circa prototypum, & in pictura, nisi cum cuspides L, A feruntur sursum,ac deorsum, cum verò eędem EA, FL ducendæ sunt in latera,non habent in eodem plano centrum, ex quo fieri possint motus proportionales,ideò pro parallelo instrumento ad motus obliquos proportionales opus erit addere tertium centrum fixum in alterutra hasta TX, vel EZ, verbi gratia in Z. Sic enim mota EZ circa cẽtrum Z mouebit motibus proportionalibus ipsas AE, LF fixè mobiles in G, E, I, F; eruntq; proportionales, verbi gratia, Aδ, Lϰ, modo tamen sint in vna, eàdemq; recta linea ZLA, Zϰδ; &c.

Circa

Circa centrum Z puncta F, E quasi in semidiametro EZ proportionaliter feruntur, vt patet ex corollarijs nostris post Araneam geometrizantem, vbi demonstratum est semidiametros ex communi centro circulorum cõcentricorum ductas secare arcus proportionales, sub quibus rectæ subtensæ sunt & ipsę proportonales.

Pariter puncta LA concepta in altera semidiametro, quæ iungeret centrum Z, & eadem puncta L, A, & x δ, mouebuntur motibus proportionalibus, vt patet ex demonstrationibus capitum duorum præcedentium, presertim ex eà, quæ bases proportionales RB, SM ostendit quasi latera parallelogramorum circa eandem diametrum. Inferius hanc theoricen apertius in loco videbis. Interim porro pergamus, & paucis expediamus reliquam constructionem in hoc instrumento parallelo.

II. Itaque



II. Itaque sit in tabulæ alicuius maioris plano designata quæpiam imago A, quam libeat in maiorem formam minori perquasimillimã trãsferre, qualis est B.

Picturę propositę aptetur instrumentum CD, vti vides in figura altera hic appositа, in qua agnosce instrumentum, & instrumenti partes in superiore capite traditi. Nam hasta DE est instar radij visualis, qualis erat in figura altera antecedenti radius AE. Hasta FG erat stylus graphicus. DH est pro hasta mobili, è cuius vertice radij visuales ad prototypum ferebantur. CI est pars hastæ, quæ in antecedenti figurà erat per tubulum mobilis, eiusque vertex adducebatur ad radios visuales intercipiendos. In H fixa hasta est clauo striato. Ac reliquæ hastæ CI, FG, ED compactæ sunt inter se eo modo, quo hasta styli pictorij trãsuersim erat acta in antecedentium figurarum instrumento. Nempè, vt vides in appositа figura anuli, & canaliculi mobiles (quales in antecedenti capite descripsimus) sunt in punctis, seu partibus I, D, C, G; & canaliculos intellige quidem firmatos striatis clauis æqualiter extantibus, qui non apparent in figura, quoniam finguntur sub partibus I, D, C, G perpendiculares plano pictorio & inter se se æquales, vt instrumentum æqualiter parallelum sit ipsi plano. Hastæ indeterminatæ sint, vt quantum opus fuerit, ac libitum, produci possint ad partes E, F, & instrumentum

pien-

amplia-

ampliari possit pro exigentia. Sint ED,FG trajectæ per anulos mobiles canaliculorum firmatorum circa I,C, D,G.

In anulis verò mobilibus sint immobiliter insertæ hastæ, ac firmatæ clauiculis aliquibus, vel cuneolis, vt vides in I, C, D, G. Sit exactum parallelogrammum CD, vt præcipiebatur in antecedentibus capitibus pro instrumenti perpendicularis vsu. In F sit cuspidatus aliquis clauiculus,qui planum non quidem attingat, sed propè radat,& per lineamenta figuræ A possit meare. In E vero sit graphiolum attingens planum, quo imago B possit dessignari. Sint ad facilitatem demonstrationis, & ad euidentiam operationis latera ED, DH æqualia, & sint in eadem recta linea tria puncta E, F, H,(cuius rei necessitatem inferius vide)& cõsequenter,per 24 sexti, sint etiam æqualia inter se FG, GH.

Peracta operatione,instrumentum iuxta prędicta compactum,facillimè poterit in simplices hastas, ac lineas destrui, ablatis clauiculis, & eductis hastis ex I, D, C,G,vel etiã, sine destructione,poterit ita compactum complicari, & in formam quasi linearem redigi, arctatis angulis, D, C, & amplificatis I, G, vt quattuor hastæ in vnum inter se congruant, ac deniquè, refixo pede H, sine impedimento possit circumferri.

In instrumento perpendiculari pauciora sunt cętra, & hastæ.

III. In hac secũda instrumenti paralleli constructione vide, Lector, differentias aliquas respectu eiusdẽ perpendiculariter antea cõstructi.

Nam 1 pro vnica, & simplici hasta, quæ in perpendiculari picturam dirigit, & efficit, hìc opus sunt minimũ hastæ quattuor. 2 pro duplici centro imbi, tria hìc centra sunt necessaria.

IV. Iam vero peracta constructione, instrumenti vsus est, qui sequitur. Nam appositâ dextera ad graphium in E, & oculo aspectãte cuspidem in F, dũ E a manu mouetur vide vt F pictæ imaginis A lineamenta supermeet, atq; interim graphium E similia lineamenta, & imaginem maiorem similem minori A dessignabit siue per puncta inter se diuisa, siue per ductus continuatos, & per lineas plurifariam mixtas. Hìc etiam in vsu paralleli instrumenti quædam est, eaque maximi momenti differentia. Nam ideo exemplum dedimus deducendi maiorem ex minori figura, vel contra, quia instrumentum sic parallelum plano pictorio non potest in eodem plano pingere imaginem æqualẽ prototypo; quod tamen poterat, vt ostendimus, dum vsurparetur à nobis in antecedentibus capitibus perpendiculariter. Ratio huiusce defferentiæ est, quia etiam si graphium, quod est in E puncto maioris faciei, retrahatur versus I ita, vt tantumdem distet E ab I, quantum in inferiori hasta distat F à C, & tunc motus cuspidum F, & E æqualiter distantium à centris D, & G circa èadem centra essent æquales; tamen earundem cuspidum motus à tertio cẽtro H essent inæquales, quia cuspis F inferioris hastæ, vtpotè propior cẽtro H, quam cuspis E superioris hastæ remotioris ab eodem centro H, describeret circulum minorem circulo descripto ab hasta remotiore; sicut in ipsa DH motâ circa centrum H, non æqualibus, sed proportionalibus motibus mouentur G, & D.

At vero in figura instrumenti perpendicularis, vbi Cruces (reuise) si fingas planũ pictorium CD productũ in altum,in eoquè geminas cruces esse dessignatas ex centris E, & F, quoniã vtraq; crux in plano est parallelo ipsi EZ, idest per constructionem æqualiter distat ab eadẽ hasta EZ crux inferior picta iuxta directionem superioris sub radijs visualibus ex E,ita vt semidiametri quaquauersum æquales inferiores superioribus progrediãtur ex vtroq; cẽtro E, & F, & circa ea moueantur æqualibus motibus sub æqualibus angulis ad vtrumq; centrũ; consequenter æquales lineationes fient in eadem pictoria tabella, eritq; imago ex F æqualis imagini ex E.

Demonstratio geometrica imaginis pictæ æqualis prototypo, &c. per instrumentum perpendiculare.

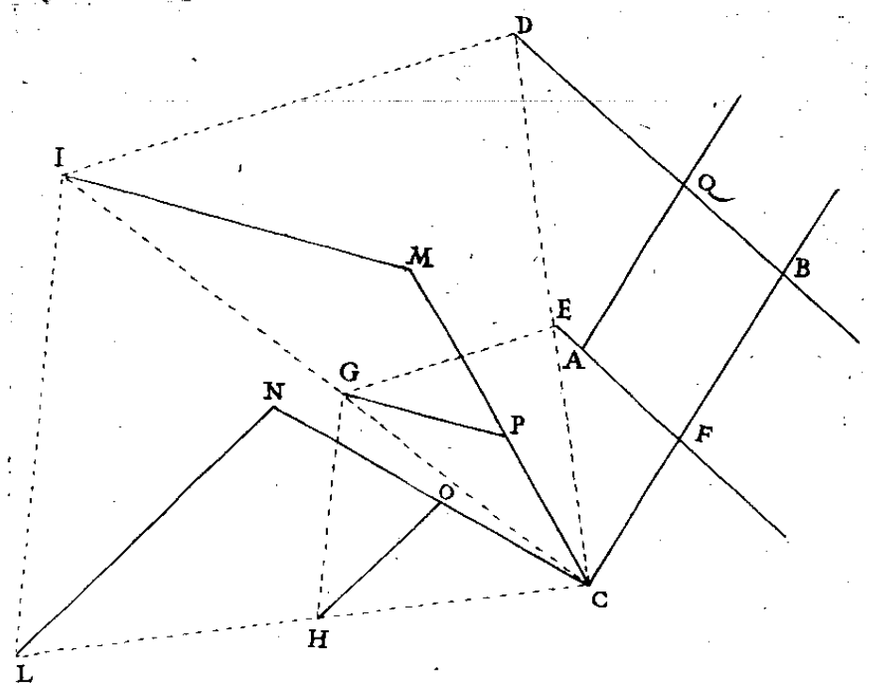
Sed aliter, ac geometricè pro instrumento nostro perpendiculari. Quoniam in demonstratione 1 in fine cap. 4. ostensa sunt æqualia triangula ETH, FVK, & ab E, & F æquales sunt superiores cum inferioribus distantiæ, per constructionem, & appositionem tabellæ pictoriæ parallelæ ipsi hastæ EZ; quoniam etiam, propter æquiangula triangula, vt FV ad FS, ita ET ad quartam lineam productam vsq; ad alteram imaginariam crucem in eádem tabella, quæ sit basis opticæ pyramidis ab E; Idest si, exempli gratia FV est dimidia ipsius FS, etiam ET dimidia est quartæ lineæ æqualis ipsi FS; & vt VK ad SM, ita TH ad secundam Crucem in eodem plano; nempe cruces geminæ in eádem tabellá eandem habent proportionem ad æquales TH, VK; ergo geminæ illæ cruces erunt inter se æquales, per 9 quinti.

Demonstrationem tu, mi Lector, ex indicatis à nobis fontibus latius diffundas licet, si lubet.

Instrumẽtum perpendiculare imaginẽ prototypo æqualẽ potest pingere, &c. non item instrumentum parallelum.

CAPVT VIII.

Demonstrationes instrumenti perpendicularis applicatæ vsui instrumenti paralleli.



I. VSus igitur hic instrumenti paralleli circa imagines non æquales, sed proportionales, vt aliqua demonstratione firmetur, nihil opus est noui quidquam moliri; sed tres nostræ demonstrationes, factæ in superioribus capitibus circa vsum instrumenti perpendicularis, hic tantùm applicandæ sunt. Atque, vt geometricæ ratiocinationes aptius fiant, inspice geometricam figuram.

Sit instar instrumenti IG fig. antec. parallelogrãmum geometricũ AB, & pro hasta HD fit recta BC fixa in C, in eadem linea sint D, E, C, & æqualia latera DB, BC, & EF, FC, quãdoquidem etiam in instrumento æqualia posita sunt ED, DH, & FG, GH. deniq; picta facies minor in A intelligatur quasi sub figura rectilinea CEGH, & quasi sub CDIL maior facies B. Igitur parallelogrammum AB (cuius extrema attingunt in E, & D) ita adducatur, vt breuioris, atq; inferioris lineæ AF extremum E attingat in G, superior linea attingat in I, iunganturq; in vnam rectam puncta C, G, I. Rursus adducatur parallelogrammum ita, vt lateris inferioris extremum attingat in H, lateris superioris extremum attingat in L, & iungantur in rectam puncta C, H, L; iungantur deinde rectæ EG, GH, & DI, IL, dico CDIL esse similem, similiterque positam figuræ CEGH.

II. Sed antequam demonstrationes aggrediar indicare, indico tertiam, siuè quartam differentiam instrumenti paralleli. Nam vt vidisti in apparatu, & vsu modo posito instrumenti ad demonstrationes paulo post apponendas, necesse est verticem parallelæ vtriusq; hastæ superioris, & inferioris esse in vnà, eàdemq; rectà linea cum tertio centro, vt in vsu instrumenti paralleli operatio, ac demonstrationes legitimæ sint. A qua cõditione liberum erat idem instrumentum dum eo perpendiculari vteremur in capitibus 4, & 5 antecedentibus.

Instrumenti perpendicularis vsus hic etiã liberior, quam paralleli.

Igitur, quod ad demonstrationes attinet, hic primo loco ponatur ea, quæ reliquarum aptissima videtur concipiendæ theoricæ vsûs istius secundi. Inspice geometricam figuram, in qua instrumentum ante perpendiculare agnosce in parallelogrammo AB. nos in cap. 5, num. 5, iuxta alteram priorem ibi indicatam demonstrationem, ponebamus figuram prototypo similem, super duarum parallelarum superiore, ac maiore, quæ hic esset tertio cẽtro opposita; hic autem fit super rectà, in qua est tertium centrum, cum verticibus duarum parallelarum tertio centro oppositarum, ideſt ibi super rectis BD, vel FE; hîc autem ponenda est similitudo, ac proportio super imaginaria rectà CD, quæ iungit tria puncta C, E, D.

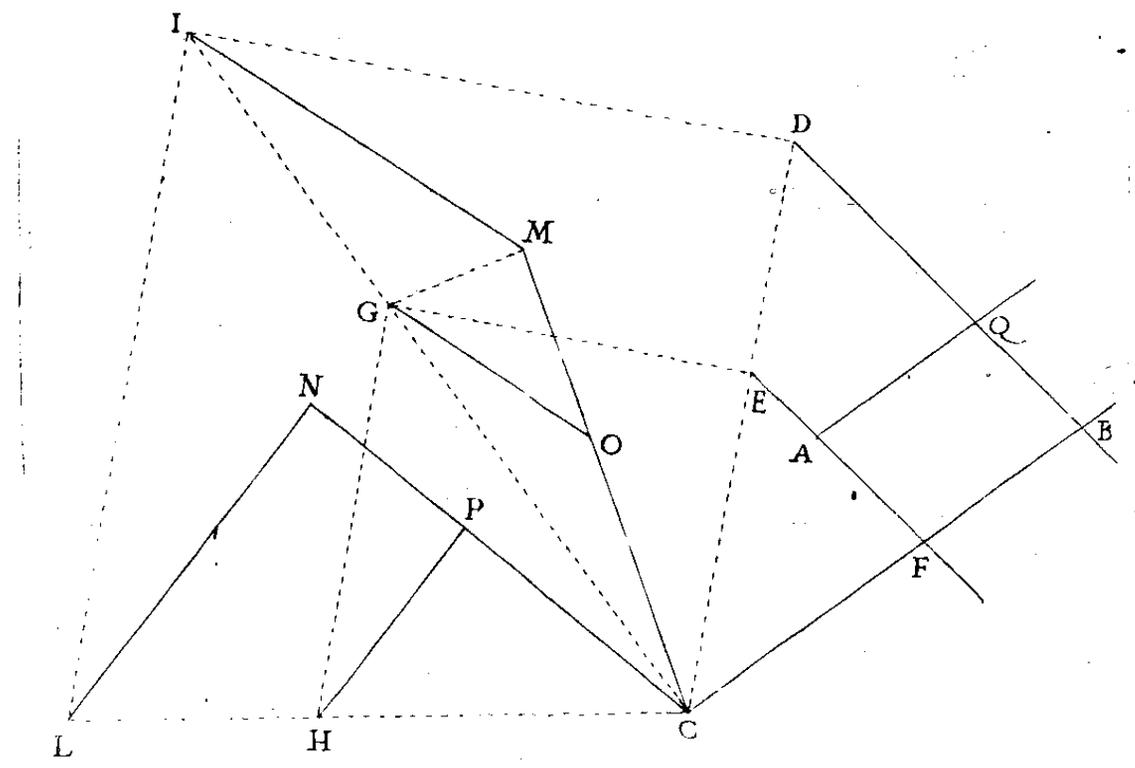
III. Igitur, quoniam in triangulo CDB parallelæ sunt per constructionem DB, EF, ergo, per priorem partem secundæ sexti, latera DC, CB proportionaliter secta sunt. Rursus in triangulis ICM, itemq; in LCN parallelæ sunt IM, GP; itemq; LN, HO, ergo & latera IC, MC, itemq; LC, NC proportionaliter secta sunt. est autem vna, éadeq; recta BC, MC, NC, ergo per 11 quinti erunt in eadem proportione secta latera DC, IC, LC in trianguulis DCI, ICL, ergo

per

per posteriorem partem 2 sexti rectæ ID, GE, itemq; IL, GH erunt parallelæ; ergo erunt triangula CEG, CDI, itemq; CGH, CIL æquiangula, & consequenter, per 4 sexti, habebũt circa æquales angulos latera proportionalia. Ergo vt CE ad EG, ita CD ad DI, vt EG ad GC, ita DI ad IC, vt CG ad GH ita CI ad IL; ergo ex æquo, vt EG ad GH, ita DI ad IL, ac deniq; vt GH ad HC, ita IL ad LC; ergo rectilinea CEGH, CDIL habent circa æquales angulos latera proportionalia, ergo, iuxta deffinitionem 1 sexti, inter se sunt similia. Accipiantur ergo pro rectilineo maiore maior effigies, pro minore minor, ad cuius minoris effigiei singula puncta dum in hastæ minoris extremo fixa pictoria cuspis adducitur, cunc stylus siue graphium in hastæ maioris extremo proportionaliter designat puncta singula maioris effigiei. estq; sic pingere ponere super rectà simile, similiterq; &c. iuxta 18 sexti; idq; hîc in eodem plano, quod fecimus in diuerso plano in vsu priore instrumenti perpẽdicularis.

IV. Cæterum geometrica eximenda est dubitatio quærenti fortasse cuipiam in figura proximè positâ, moto parallelogrammo AB, & adducto E ad G, ad H, &c. cum anguli F, & B mutentur, tentur, vt patet in P, M, O, N, & parallelæ quidem perseuerent inter se GP, IM, HO, LN propter parallelogrammum AB (quod intelligitur etiam inter GP, IM, HO, LN interpositum, sed figuræ simplicioris gratia omissum est) vnde nam constet extrema G, I, itemq; H, L esse semper in recta linea cum C? Hoc enim supposuimus, & ex eo finximus latera IC, LC secta proportionaliter. Facile nodum soluimus, ac respondemus 1 puncta IGC, itemq; puncta LHC esse semper in vnà rectà, quomodocumq; recta CB circa C, & reliquæ duæ parallelæ BD, FE moueantur circa puncta A, F, B, Q. Fingamus enim ex æqualibus lateribus IM, MC, & ex GP, PC compleri quadrata, erunt æquiangula quadratum minus ex GPC, & maius ex IMC, & circa angulos æquales habebunt latera proportionalia, nempè habentia inter se proportionem æqualitatis, ergo erunt quadrata illa duo inter se similia, nec non & similiter posita, communemque angulum habebunt ad C; ergo, per 26 sexti, erunt circa eandem diametrum IGC. Eodemque modo procedet demonstratio circa LHC, &c.

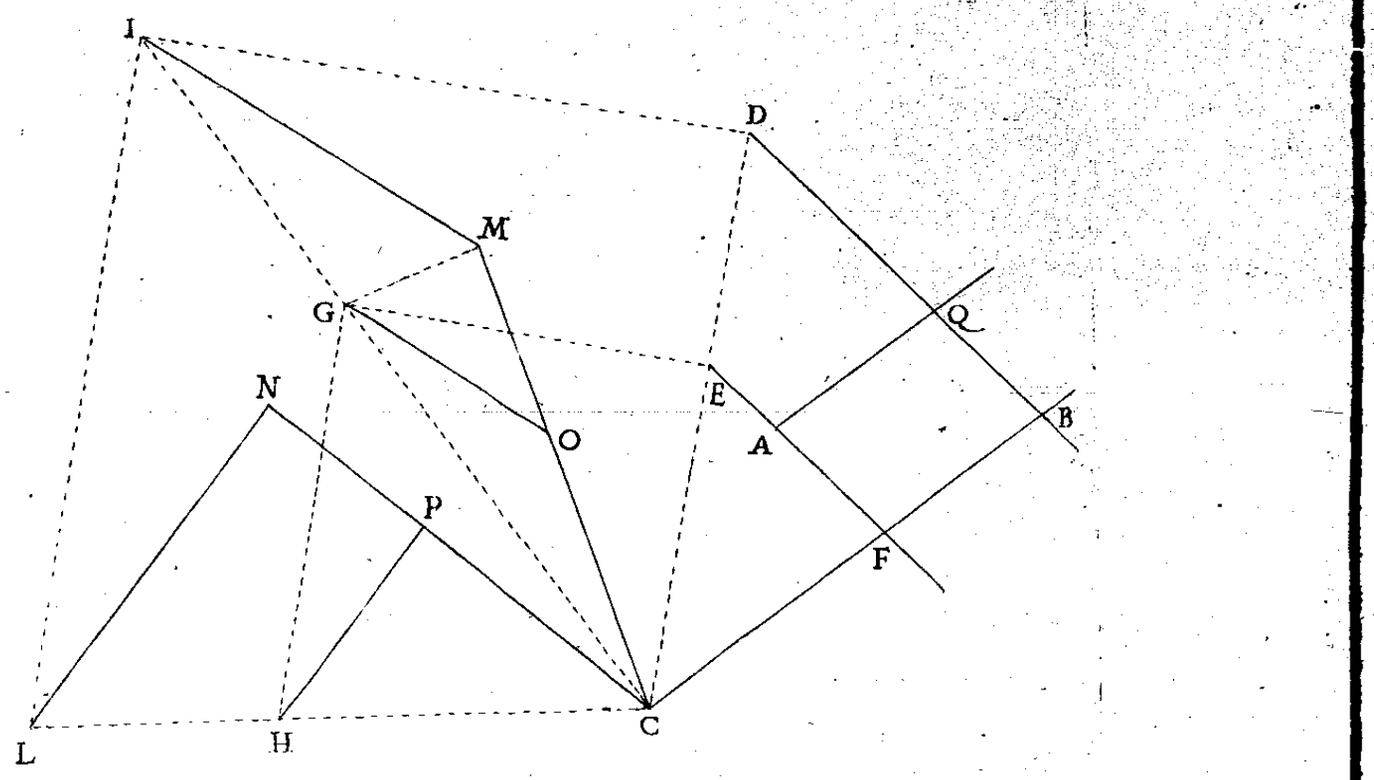
V. Sed



V. Sed & in alterâ hîc positâ geometricâ figurâ, vbi DB, CB non supponuntur æquales, nec EF, FC; tamen si fuerint semel in vna recta DEC, in quolibet motu instrumenti AB erunt semper extrema E, & D in vnà rectà; hoc est FE, OG, &c. sunt æquales, iunctà IC; habent enim, iuxta 9 quinti, eandem proportionem ad eãdem BD, quæ translata est in MI.

Nam vt CF ad CB, hoc est vt CO ad CM; ita FE ad BD, hoc est OG, ad MI. Tantum indico neruum demonstrationis, ne sæpius iterentur eædem formæ argumentandi è 5, & 6 in alijs problematîs, & theorematîs huiusce nostri operis mathematici vsurpatæ. Sic iunctà LC, demonstrabitur PH æqualis, siuè éadem cum EF. &c. Idemq; intellige de alia qualibet mutatione instrumenti AB. Quæcumque enim parallela ex F, O, P educta ad vnam rectam iungentem C cum extremo altero basis trianguli maioris, erit semper èadem cum FE.

Aliter etiam. Iunctà GM, quoniam circa æquales angulos COG, CMI latera CO, CG. & CM, MI sunt proportionalia, ergo per 6 sexti æquiangula sunt triangula, & CGO æqualis est angulo CIM, &, per 29 pri. anguli OGM, GMI sunt æquales, & IGM est communis, ergo spa-



tium CGO, OGM, MGI est duorum rectorum, per 32 pri. ergo per 14 pri. in directum sunt CG, GI. Tu, Lector, latius explica etiam hanc demonstrationẽ, cuius vis est in spatio ad punctum G circa rectam MG, quod æquatur tribus angulis trianguli MGI.

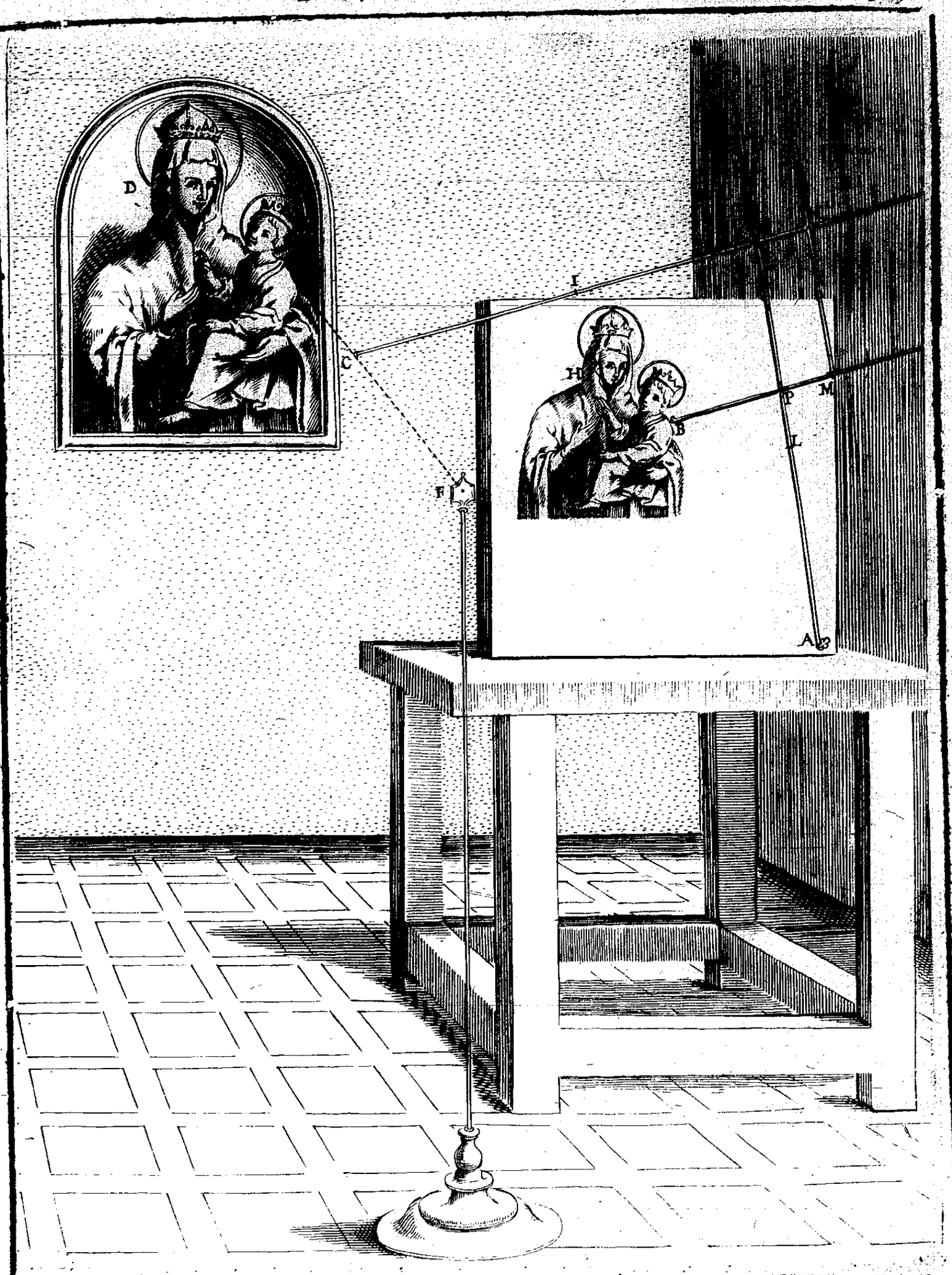
VI. Indicemus etiam in hàc eàdem figurà applicatas parallelo instrumento reliquas duas alias demonstrationes ex tribus, quas posuimus cap. 4, & 5 anteced. Æquales, ac parallelæ AF, QB ex centris, & circa centra F, B faciunt motus æquales in A, & Q. At D ex centro B facit motus proportionales ipsi Q. Item E ex centro F facit proportionales ipsi A; ergo, per 21 sexti, motus punctorum D, & E, qui motus sunt proportionales æqualibus motibus ipsorum Q, & A, sunt inter se proportionales, & similes ex centris B, & F. Atq; hæc circa motus sursum, ac deorsum ipsorum E, & D. Circa motus verò ex centro C, qui sunt laterales, iam patet circa cẽtrum C sicut F, & B mouentur proportionalibus motibus, sic esse & proportionales motus laterales in E, & D respectu rectæ C D. Nam ad cẽtrum C semper sunt anguli æquales, sub quibus intercipiuntur similes arcus, &c. iuxta corollaria ex Aranea nostra geometrizante, &c. Deniq; demonstratio de similibus parallelogrammis circa eandem diametrum hic similiter valet, si circa CD compleas parallelogrammata ex CFE, ex CBD. Sic circa CI ex COG, ex CMI, &c. Figura igitur maior delineata ex D similis est designatæ ex E. &c.

CAPVT IX.

Vsus instrumenti scenographici paralleli plano picterio etiam cum prototypum in diuerso plano est. In eo vsu fallacia soluta. Arcanum, ad organicam facillimam deformationem, & reformationem imaginum.

I. IAm nihil vlterius reliqui est, quod desiderari possit ab instrumento scenographico ad picturam opticè exercendam summa cum facilitate, ac perfectione, siue prototypum sit in eodem, siue in diuerso plano, siue maiorem, siue minorem, siue æqualem prototypo picturam efficere velis, vt hactenus theoricè, ac practicè vidisti, mi Lector.

Tamen ad abundantiam, & varietatem aliquam lubet hìc tibi paucis in figurà indicare vsum eiusdem instrumenti ex perpendiculari parallelos abiecti pro pictura exercenda etiam cum prototypum est in diuerso plano ab eo, in quo fit pictura. Quam ad rem præcipuus est

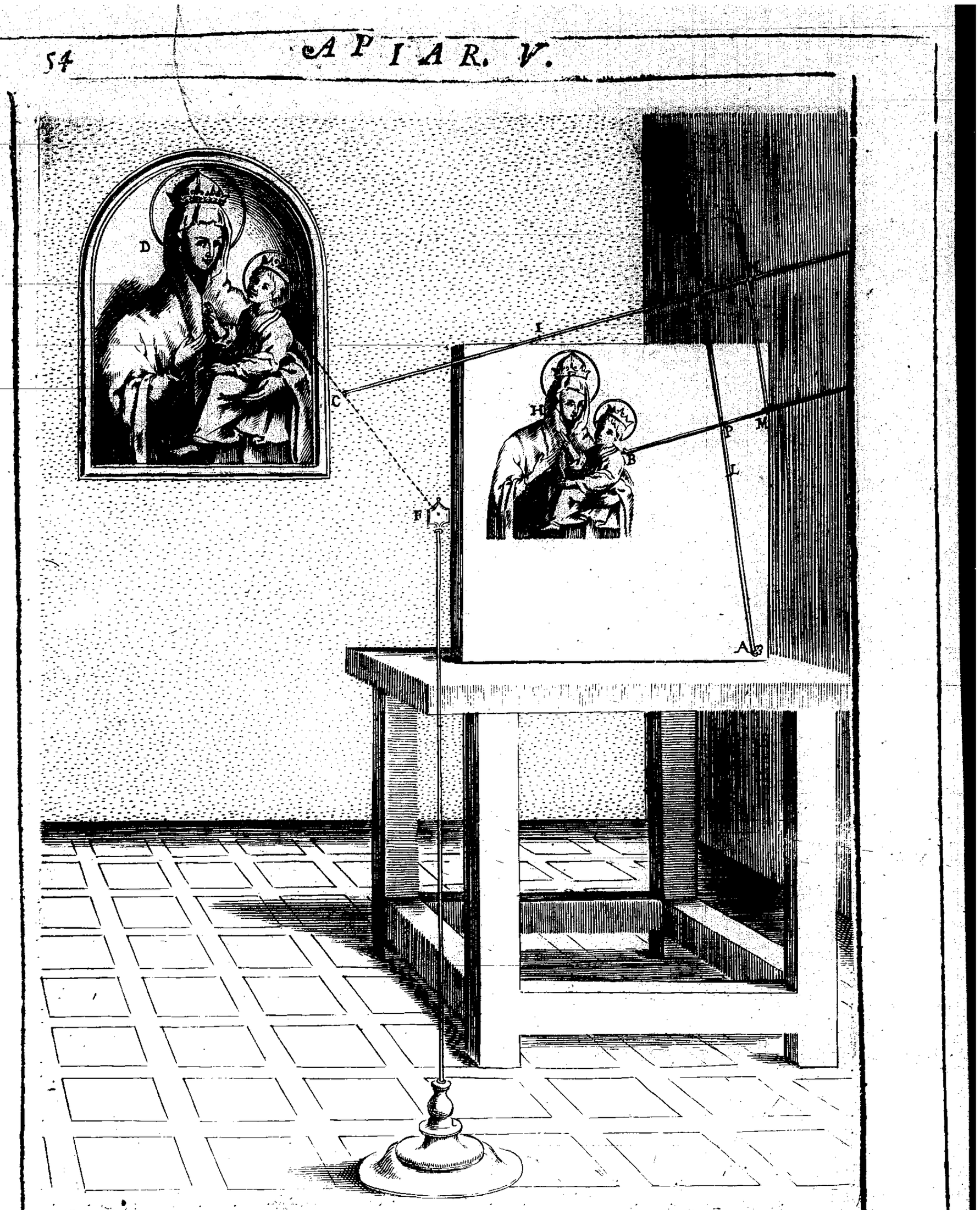


(vt vidisti) vsus nostri scenographij perpendicularis.

Inspice ergo appositam figuram, in qua pono, varietatis gratia, tria centra non, vt habebat figura (vbi geminæ sunt effigies Christi seruatoris cum cæsarie de more Nazaræorum) in secundà hastà ad dexterã, sed in priore hastà, ceu vides hic ipsam GA integram, ipsam verò NM truncatam in M. Quinimmo contraquàm in vsu antecedenti, non sunt A, B, C in vnà rectà, sed C excedit. Quem abusum hic ponimus ad vsus eximios, vt inferius videbis.

II. Sit ergo prototypum DE ad, & post latus tabellæ pictoriæ, sitq; contra prototypum commodé ad oculum collocata hasta horizonti perpendicularis cum pinnacidio dioptricè in F.

Appositò ergo, oculo ad F, & dextrà ad graphium in B, instrumẽtum BG ita moueto, vt vertex C, dum continuato ductu intercipit radios visuales ex F ad singula prototypi CE pũcta delatos, continuato etiam ductu graphium dessignet in tabellà effigiem. Quæro exte, mi Lector, an ea effigies, ac pictura erit ipsa HB, quæ simillima est ipsi DE? Affirmas? Ratio an afferri



poteſt ex bina noſtra demõſtratione geometricà in antecedentibus capitibus poſitâ? Nam ſi rectam iũgas ad A,B,eamq; producas ad ſectionem lateris CG, verbi gratia in I, punctum I ſignaret in eodem plano, in quo eſt effigies HB.

Effigies autem ab I ſignata non videtur futura abſimilis baſi pyramidis opticæ, quæ ſecatur à cuſpide C ad radios viſuales adductà. Nam GC inſtar eſt radij viſualis vſq; ad prototypum (velut in eà figurà capitum antecedentium, vbi geminæ cruces) ſunt radij ad crucem maiorem producti; IG eſt inſtar ſtyli, ſiue graphij cum haſta ſignãtis in tabella pictoria imaginem prototypo ſimillimam, vt ibi demonſtratum eſt, cap. 4. Differunt enim ibi tantum ſecundum longitudinem maiorem, & minorem haſta graphij, & radius viſualis, & proportionatis motibus feruntur, ſignantq; proportionatas, & ſimillimas figuras. Porrò pyramidis opticæ habentis verticem in F, & baſim in prototypo DE ſectio facta à cuſpide C eſt parallela baſi DE, propter ſcenographicum inſtrumentum per conſtructionem factum parallelum tabellæ pictoriæ, quæ poſita eſt parallela prototypo; ergo effigies à C ſignata

erit

erit etiam ipſa ſimillima prototypo; ergo HB, & DE, quæ ſimiles ſunt ſimilibus in I, & in C, ſunt etiam inter ſe perſimiles; etiam ſi tria puncta C, B, A non ſint in eádem rectà.

III. Ne te fallat fallacia, mi Lector, confuge ad theorias, quas circa inſtrumentum noſtrum perpendiculare in antecedentibus capitibus expoſuimus. Iuxta quas fallacia híc eſt dum affirmatur effigiem ab I factam eſſe ſimilem factæ ab C. Nam circa centrum G mouentur quidem I, & C motibus proportionalibus ſurſum, ac deorſum, ſed circa idem centrum G non mouentur etiam proportionalibus motibus lateraliter, vt fit in noſtro inſtrumento perpendiculari. Hic ex centro A mouentur I, & C lateraliter motibus non proportionalibus, quia non ſunt in vna recta, fiuntq; ad centrum A anguli GAB, GAC inæquales, qui non intercipiunt ſimiles arcus ſub CG, BP &c. iuxta theoricas in antecedentibus capitibus, præſertim ex corollarijs Araneæ noſtræ geometrizantis.

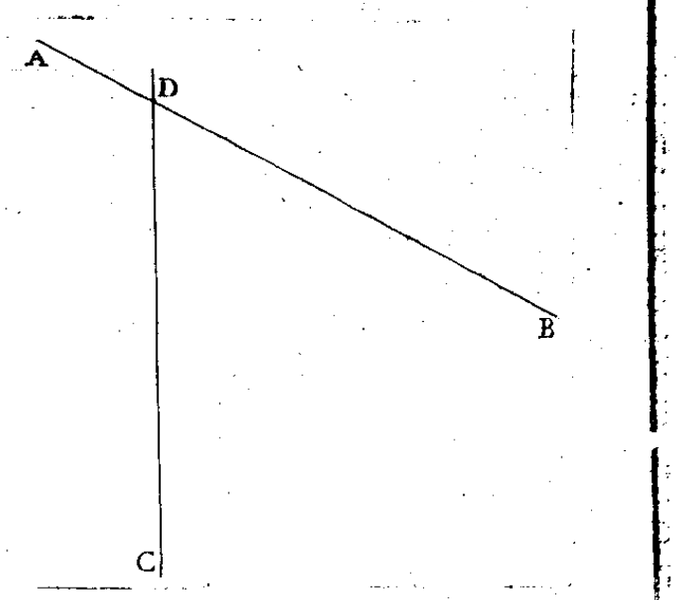
Igitur ex vſu inſtrumenti parallelos hic abiecti affigies factæ ab I, & C non ſunt ſimiles, niſi partialiter, quatenus habent aliqua lineamenta ex motu ſurſum, ac deorſum circa centrum G. Fallax ergo eſt argumentatio &c.

IV. Quid ergo? effigies HB perſimilis ipſi DE vndè híc facta eſt? Expedio te paucis. Iunge in vnã rectam puncta C, B, & vide locũ ipſius GA, in quem cadit iuncta recta, qui erit L. Igitur ex centro L facta eſt HB ſimillima ipſi DE. Demonſtrationes iam habes in antecedentibus.

At vero ex centro A fieret à cuſpide B alia pictura diuerſa ab HB, quæ eſſet ſimilis prototypo ſignato à puncto I. ſunt enim in vna, eademq; recta tria A, B, I.

Quas ob res vides, mi Lector, quàm verè à nobis pronuntiatum ſit initio huiuſce capitis vſum hunc paralleli inſtrumenti pro pictura exercenda quando prototypum eſt in diuerſo plano à pictura, non eſſe in præcipua laude inſtrumenti ſcenographici, niſi cum perpendiculariter vſurpatur, vt à nobis factum eſt in primis capitibus de hac ſcenographiã organicã. Vſus enim ille perpendicularis & ſimplicior, & expeditior videri poteſt ſine pluribus requiſitis ad conſtructionem, & ad vſum in eodem Inſtrumento parallelo &c.

V. Ne tamen operam perdidiſſe videamur, habes ex hac irregulari diſpoſitione inſtrumenti, in quo tria puncta A, B, C non ſunt in eadem rectà, occaſiones pingendi imagines prototypo abſimiles. Nam imago facta à B ex motu circa A, & ex indice in C; item ſi pro graphio in B, vel in C, ponas illud in I, & index perſtet in C, item ſi in haſta BM indicem, & graphium ponas; ac deniq; ſi varias alias commutationes, luxationes in inſtrumento, & ipſius inſtrumenti partibus efficias, varias deformationes figurarum, etiam arcanas, efficies, quas etiam reformare, & quaſi ignotas lineationes ad ſua prototypa redigere poteris pro varijs vſibus magni momẽti. Exemplum ſequens à nobis accipe arcanæ deformationis, & reformationis in vſu duarum tantum haſtarum.



AB, CD mobiles ſint circa centrum D; ipſa [illegible] circa centrum C fixum in plano in [illegible] deformationes, & reformationes iunt fa[illegible] Per eas haſtas ita commiſtas, vt libita ſit [illegible] ipſius BD ad DA, quanto tamen maior fuerit BD, quàm ipſa DA, tanto deformatio erit arcanior. Index ſit in A graphium in B. Sub A ſit imago rite, ac perfectè facta, & ſub haſta DB ſit ampla pagina, in qua facienda eſt deformatio. Dum igitur index A iuxta motus centrorum in D, & in C percurrit lineamenta imaginis rectè formatæ, eodem momento eandem formoſam imaginem deformiſſimam, & inuerſam pinget graphium B ita, vt nihil repreſentetur certi, & cogniti ex lineamentis tenerè exorbitantibus, quæ oculo ſe ſe oſtentabunt in pictura facta ab ipſo B.

Exemplũ deformationis per ſcenographium.

VI. Alia inuenta tu, mi Lector, ex hoc noſtro exemplo molire. Ab hoc facillimo, ac ſimpliciſſimo habes hic interim duo magni momenti, quæ ſumma ſunt totius doctrinæ, quam in hoc Apiario ſcenographico tradidimus circa arcanas deformationes, ac reformationes imaginũ. Nam 1 pro operoſis illis, vel organicis, vel geometricis deformationibus, quas in priore huiuſce Apiarij progymnaſmate, & in aliqua parte etiam ſecũdi huiuſce progymnaſmatis expoſuimus, ecce tibi nunc breui, ac facillima opera formoſam imaginem ſub A deformas per B.

2. Si data ſit tantumodo deformatio facta à B, ſtatim illam reformabis, & arcanas illas ignotas lineationes ſtatim ad ſuum perfectum prototypum rediges, ſi indicem ponas in B, & graphium in A ita, vt dum index percurrit deformes lineationes ſub B, tũc A ſignet formoſam imaginem & interpretetur arcanum, quod ſub B latebat. Quo genere reformationis nihil facilius deſiderari

Modi fingẽdi deformatas figuras facillime per ſcenographium.

Scenographium dat compendia facillima pro deformationibus, & reformationibus exorſis initio huius Apiarij.

rari poteſt, atq; aufert impenſas, & operationes plurimas, quibus opus eſt vt per ſpecula variarum figurarum, vel per alios modos fiant reformationes a nobis traditæ in antecedentibus huiuſce Apiarij ante doctrinam de inſtrumento noſtro ſcenographico. Facillima hæc ratio reformandi incognita deformia eſt iucundiſſimi arcani, & ad ſignificanda quæcunq; velis amico abſenti, qui huiuſce artis vna tecum ſit conſcius. Si enim habeat inſtrumentum ABC, & norit rectã collocationem cartæ ſub B, ſcilicet ſitum in quo iacebat, & iuxta eum reponat deformationem ſub B, dabit A formam reformatam ſiue litterarum, ſiue perſonarum, ſiue oppidorum latentium ſub deformibus lineationibus. Parco addere plura, quę vſus te docebit, mi Lector, ad deformationes faciendas etiam magis arcanas, quàm quæ à nobis hîc poſitæ ſunt.

Vſus reformationum arcanus ad ſignificanda abſentibus clam lubrica.

VII. Ex dictis hactenus circa ſcenographicum inſtrumentum parallelum plano pictorio pores, mi Lector, vltimi corollarij loco elicere theoricen vulgari cuiuſdam parallelogrammi ſcenographici cum curſoribus, quod multis ante annis ex Belgio adductum vidi ego apud Sereniſs. Odoardum Parmæ &c. Ducem, dum Princeps ille doctiſſimus à me Moralem Philoſophiam, & aliqua è Mathematicis ſcientijs audiret. Quamquam, vt nunc memini, Belgicum illud inſtrumentum non parum diſcrepat in cõſtructione, ac forte etiam in vſu à noſtro ſcenographico parallelo.

At ecce ſeptimo poſt anno, quàm hęc ſcripſerã, inaudiui à P. Scheinero ſolertiſſimo inuentore rerum nouarum in ſcientijs Mathematicis Romæ proditum pantographicum inſtrumentum. Curaui exemplar ad me tranſmitti. Belgicum à Schinerico differebat tantũ, quòd illud purum erat parallelogrammum, hoc latera extra parallelogrammum habebat extãtia, & præterea in Belgico erant curſores, in miſſo Romà pro Scheineria latera erãt crebris foraminibus perforata. Paullo poſt Romæ prodijt libellus, in cuius initio narrat P. Scheinerus occaſionem inuenti à ſe Pantographij. Gratulor Authori, ac te hortor, mi Lector, vt apud eum plura, & meliora videas, quàm hîc apud nos; præſertim pro vſu ſcenographij noſtri plano pictorio paralleli; pro quo etiam ditando facere poſſunt aliquæ theoriæ, ac praxes poſitæ in doctiſs. P. Scheineri libello.

P. Griembergerus in literis 20 Maij 1635 Romà Bononiam ad me: *Adieci non ita pridem inſtrumento Pantographico Scheineri curſores, quibus, ſine perforationibus laterum parallelogrammi, accomodetur diuerſis proportionibus; & quia videbatur res non male ſucceſſiſſe, tentaui transferre eoſdem curſores in inſtrumentum delineatorium Reu. Veſtræ.* Quod & præſtitit, vt vidiſti, Lector, in capite 6 huius progymnaſmatis.

P. Griembergerus in cenſura meorum Apiariorum ad rem ſic: *Niſi fallor, rem faceret multis gratã P. Bettinus ſi quæ fuſius à Scheinero ſunt tradita, ſuo modo, hoc eſt clarè, ac breuiter trãderet.* Ego vero, mi Lector, cenſeo mihi tutius venerari ea, quæ P. Scheinerus copiosè, ac doctè pro doctis perſcripſit, nec ea meo ſtylo abijcerè ad tyrones, quibus mea hæc qualiacunq; appono Apiaria.

CAPVT X.

In quo—

— Paralipomenon Opticum paradoxicum, & ad vſum.

Vſus Paradoxorum huius capitis.

PAradoxa ſequentia ſpectantia ad viſionem, & illuminationem directam, præſertim in Amphitheatris factam poſcũt ſibi locum in hoc potius Apiario, quàm in alijs duobus ſeq. Apiarijs, in quibus propriè circa viſionẽ, ac illuminationem refractam, & reflexam problemata, & theoremata demonſtrantur. Non omittenda cenſuimus hæc paradoxa non ſolum ob nouitates, quas produnt, ſed etiam quia vſui eſſe poſſunt ſpectaculis Amphitheatralibus illuminandis, ac videndis. Vocare potes hæc —

—Paradoxa Amphitheatralia.

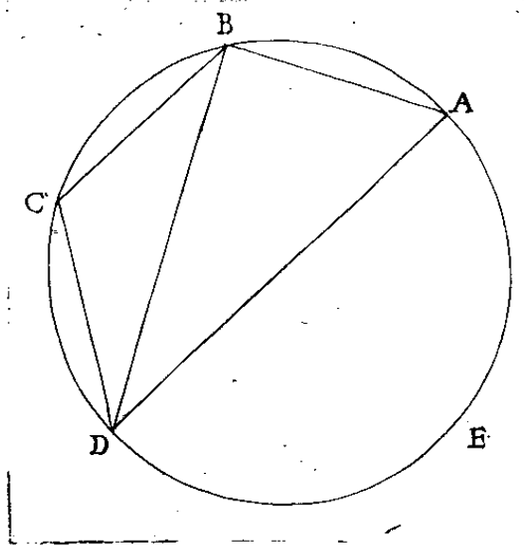
I.

Propiora non videntur maiora.

COmmune axioma eſt, atq; adeo conceſſum ab omnibus in viſione directa, quæ propiora ſunt maiora apparere, quippe quę ſub angulo maiori videntur, ex 21 pri. Eucl. At nos hîc demonſtrabimus, etiam in directa viſione, propiora non videri aliquando maiora. Scimus in viſione refracta (vt prodidimus in dioptricis noſtris cap. 1, & 2 &c. Prog. 1.) paradoxum hoc noſtrum eſſe veriſſimum, & per diaphanã ſphæram obiectum trãſparens ſemper maius videri, quo remotius intra debitam diſtantiam eſt, & quò propius, eò minus videri; ſed nil mirum id accidere in refracto genere viſionis, vt ibi demonſtratum eſt; at in directa quî fieri poſſit?

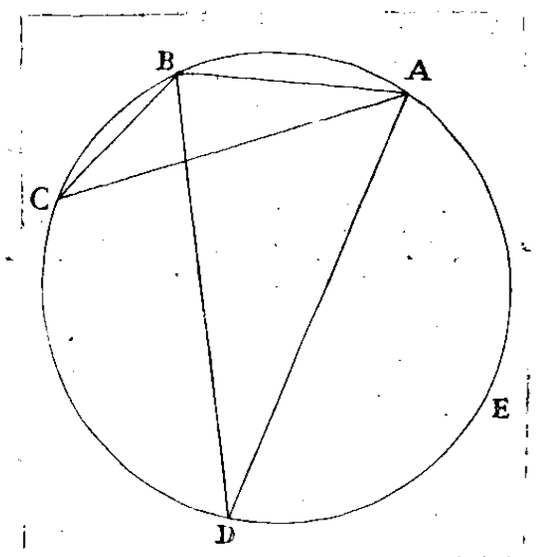
In refracta viſione obiectũ remotius videtur maius. &c.

Et in directa viſione aliquando obiectum remotius videtur maius.



nempe ſic. ſit Amphitheatrum ABCDE, & vnum idemq; obiectum eiuſdem quãtitatis AB, quod circũferatur per peripheriam amphitheatri, ſitq; aliquando in BC; oculus vero immotus perſiſtat in determinato peripheriæ puncto, vt in D; dico idem obiectum dum eſt in BC propius oculo D non viſum iri maius, quam cum eſt in AB remotius. Cum enim, per 27 tert. anguli qui in æqualibus, vel eodem circulo æqualibus peripherijs inſiſtũt ſint æquales, & per 28, æquales lineæ æquales auferant peripherias, erunt anguli ADB, BDC, ſub quibus obiectum modo remotius, modo propius videtur, æquales; æquales enim rectæ (hoc eſt vnum, atq; idem obiectum AB, BC) æquales peripherias auferunt, quibus anguli optici inſiſtunt. Quæ autem ſub æqualibus angulis videntur apparent æqualia, per commune axioma; ergo BC etiam appoſitum oculo propius, non maius, ſed æquale videbitur ſibi ipſi, etiam cum remotius eſt in AB; quod erat demonſtrandum.

Aliter.

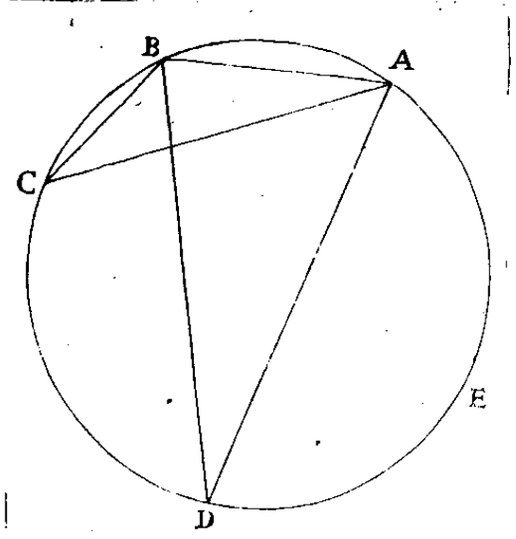


NOn iam moto obiecto, & immoto oculo, vt ſuperius factum eſt, ſed contraria ratione, immoto obiecto AB, & moto oculo circa peripheriam amphitheatralem ita vt, nunc in C, nunc in D ſpectando, faciat angulos opticos ADB, ACB; dico pariter idem obiectum AB oculo propius admoto ad C nõ viſum iri maius quàm cum remotius eſt ab oculo in D. Nam in eodem ſegmento BCDEA, per 21 tert. anguli ADB, ACB ſunt æquales, ergo, &c. vt ſuperius demonſtratum eſt.

II.

Remotiora melius videntur.

EST inſtar corollarij ex gemina præcedenti demonſtratione. Nam quæ in ſitu directiori videntur melius, ac diſtinctius videntur, ac quæ in obliquiori confuſius, quia ſub obliquis angulis, & ſcalenis triangulis viſorijs inæqualiter apparent partes rei viſæ, remotiores ſcilicet aliquæ, & indiſtinctæ magis; ſub directis autem angulis, & iſoſcelibus triangulis viſorijs apparent rei partes æqualiter diſtantes hinc inde cir-



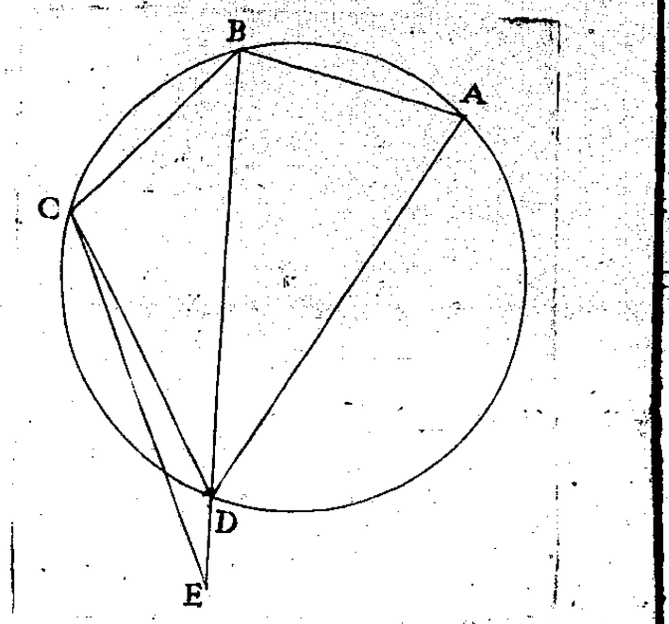
ca axem opticum. Oculus igitur in D licet remotior ab obiecto AB, quia tamen id ſpectat in oppoſitione directiori, & in triangulo æqualium laterum, diſtinctius ſingulas eius partes, ac perfectius videbit, licet res remotiores minores, ac minus diſtinctæ apparere conſuerint.

III.

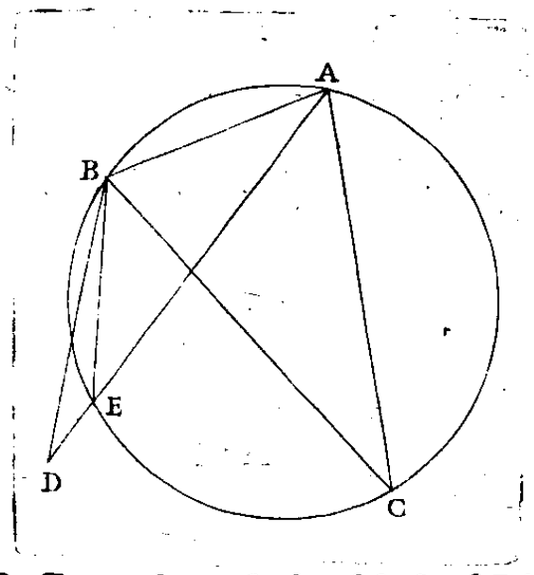
Propiora videntur minora.

PROpiora diximus in 1 paradoxo non apparere maiora; hîc inopinatum magis affirmamus, non modo non maiora, ſed minora etiam apparere.

Accipe exemplum primo in oculo perſtante in D, & obiecto circa peripheriam amphitheatri circumlato ab AB in BC, &c. Dum obiectum propius eſt in BC recedat in directum oculus aliquantulum extra peripheriam in E quantum ſatis eſt, vt verum ſit obiectum BC eſſe propius oculo in E, quàm ſit obiectum BA oculo in D; Aio BC ſub angulo BEC minus viſum iri, quàm ſub BDA, eſt enim angulus CED internus in triangulo DCE, & angulus CDB (qui per 27, & 28 tert. eſt æqualis ipſi BDA) eſt externus, qui, per 16 pr. maior interno eſt. obiectum igitur quod ſub æqualibus angulis ADB, BDC æqua-



le videbatur tam remotius, quam propius, nunc ſub minori angulo CEB minus videbitur, licet ſit propius in BC, quàm in BA.



II. Exemplum eſto in obiecto AB immoto, & oculo per circumferentiam moto modo in C, modo in E. Si recedat paullulũ ex E in directum extra peripheriam in D iuxta veritatem cautionis poſitæ in receſſu prioris exempli, apparebit tunc obiectũ ſub angulo BDA minus, quàm ſub C, licet oculo in D ſit propinquius, quàm in C. Demonſtratio eſt, quia angulus D minor eſt externo E, qui per 21 tertij, æqualis eſt ipſi C.

SCHOLION.

Firmandis anteced. parad. geometricè.

OBiectum ſub angulis aut ad peripheriam, aut in eodem ſegmẽto æqualibus, aut etiam ſub minore angulo extra peripheriam ſpectatum, fieri propius oculo, præterquam quod ſupponitur, & res in experimentum traduci poteſt, geometricè etiam conſtare poteſt, ſi aduerteris tunc fieri propius cum latera anguli, ſub quo ſpectatur obiectum, magis à centro recedunt. Nam, per 15 tertij, in circulo maxima linea eſt diameter, aliarum vero propinquior centro remotiore ſemper maior.

APIARIVM

SEXTVM,

IN QVO

DIOPTRICA

ARCANA.

PROGYMNASMA PRIMVM.

De Anguli visorij varià ampliatione ad res minimas prodigiosè maximas videndas de propinquo. Ac de diaphani hyperboliformis inuentione.



CAPVT I.

Proposita, & Pramonita aliqua. Tum à parallelepipedo Diaphano adiumenta exponuntur ad visorium angulum amplificandum.

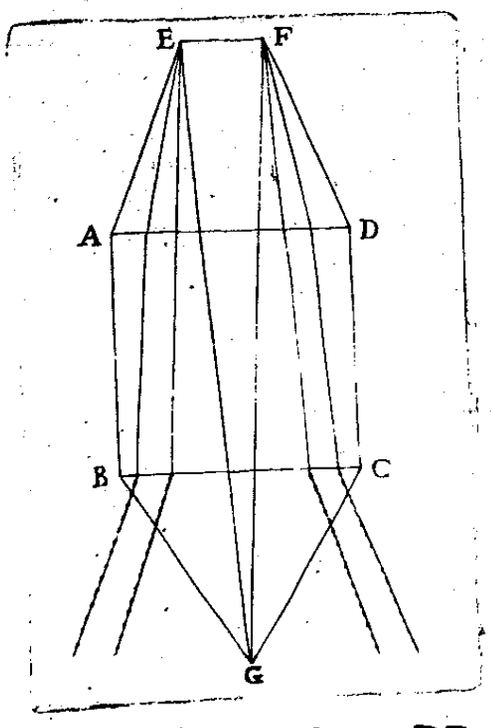
Dioptrices arcana, & prodigia vniuersa (præsertim quæ apparent per neoterica Diaphana) prodentur, atq; augebuntur à nobis per exquisitam inquisitionem anguli optici partim extrinsecus à Diaphanis dilatati, partim intrinsecus in oculo abstrusè delitescentis. Addemus etiam inuentum nostrum circa Diaphanum semicirculare, atq; hyperboliforme, quo & apud veteres vulgata dioptrica spectra perficientur, & noua extrudentur.

Pauca veteres de refractione.

Porro perpauca veteres de refractione, siue de ea Optices parte, quæ Dioptrice appellatur, perscripsere. Ideo nobis laboris non parum relinquitur ad huius Apiarij problemata aliqua demonstranda. Ac primo loco prosequemur inuentionem aliquorum adiumentorum non passim vulgatorum, quibus visui quamlibet minima obiecta de proximo, ceu maxima se se ostentent. Deinde ad alia in propositionis inscriptione progrediemur. Progrediemur, inquam, gradatim, & per quandam solidarum figurarum in alias metamorphosim, à parallelepipedis in sphæras, à sphæris integris in sphærarum sectiones, ab his in lentes, ac demum à lenticulari figura ad hyperbolicã arcanam figuram; vt paucis videamus quemadmodum minima prope oculum appositа sub maximo visorio angulo, & per plurimos radios, ex arte Dioptrices, præsertim neotericá, sub aspectum percommodè proueniant; atq; ex ijs præclara plura alia, circa vstionis, picturæ, ac visionis arcana deducantur. Suppono autem híc quod apud alios, & apud nos etiam in Apiario nostro Astronomico reperies, scilicet quid sit refringi à perpendiculari, vel ad perpendicularem, & similia, quæ illic vise. Nunc igitur quod attinet ad potiorem partem inscriptionis propositæ ante hoc caput, sit pro parallelepipedo Diaphano ipsum

Methodus, & gradus huiusce dioptrici Apiarij.

AB-



ABCD. Sit obiectum minimum EF; cuius tamen ſenſibilis magnitudo proponitur in figura commodioris exempli gratia: Sit oculus in G.

Quodlibet punctum obiecti ſphæricè proijcit ſuas ſpecies.

Ac quoniam vnum quodq; punctum obiecti EF vndequaq; eiaculatur ſuas ſpecies, (ſiue illæ ſint lumẽ, ſiue quid aliud) vt pariter de luminoſo demõſtratur ab Opticis; Vitellione lib. 2. Optic. Theorem. 17. Ab Authore perſpectiuæ communis lib. 1. concluſione 3. A noſtro Aguillone Optic. lib. 5. propoſ. 3. A Maurolyco lib. 1. Photiſmorum, theorem. 1. Docetq; id experientia, quia, vndecunq; tam obiectum viſibile, quam luminoſum ſpectentur, vtrumq; per ſuas ſpecies, ſiue per ſuum lumen ſe ſe oculo appropiat. Ideo fingamus nunc obiectum EF ſua illa ſpecierum circulari profuſione ita Diaphanũ AC perfundere, vt totum affi ciat, ac impleat. Quod re ipſa præſtatur in Diaphanis minimis, de quibus propriè nos hîc intelligendi ſumus, ad vſum noſtræ propoſitionis per minimos tubulos, vt in fine 5 capitis videbitur.

Si tamen malis obiectum videri tantúm per partem Diaphani, nil refert, nec quidquam incommodat demonſtrationi, quæ proportione eſt èadem etiam in viſione ſub parte Diaphani.

Refractio admouet p diaphana ſpecies obiecti propiꝰ oculo.

Progrediãtur ergo ſpecies obiecti per totum diaphanum aẽre denſius ad oculum G; videbitur EF maius, quàm ſit, ex vi refractionis admouentis per diaphana ſpecies obiecti propius oculo, atq; ex ea propinquitate angulum viſorium dilatantis. Vide demõſtrationes apud Alhazenum Arabem Optices lib. 7. nu. 39; Vitellionem lib. 10. prop. 31. Authorem perſpect. Cõmun. part. 3. propoſ 20. Maurolycum Diaphanorum lib. 1. theorem. 1. Atq; eò ſemper maius videbitur obiectum per Diaphanũ, quo ſpecies obiecti oſtentabunt illud propius ſummitati Diaphani. Maurolyc. ibidem.

Obiectum eò ſemper maius videtur per Diaphanum, quò ſpecies obiecti oſtentant illud propius ſũmitati Diaphani.

Et quoniam EF apparere neceſſe eſt ibi, vbi fit concurſus radiorum viſualium GB, GC cùm perpendicularibus AB, DC per Diaphanum AC tranſmiſſis ab obiecto EF, vt demonſtrarunt Alhaz. lib. 7. nu. 18. Vitellio lib. 10. prop. 15. Auth. perſpec. commun. part. 3. propoſ. 4. (ex qua re demonſtrata mira accidunt phœnomena rerum viſioni directæ inacceſſarum, de quibus nos in noſtris aſtronomicis; vt Sõl ante ortum, & poſt occaſum viſus, &c. res in fundo vaſis viſa, etiam interpoſito latere vaſis inter rem, & oculũ &c.) Ideo videbitur EF ſub angulo BGC, qui longe maior eſt (totum reſpectu partis) angulo EGF, ſub quo ipſum EF per directam viſionem videretur.

Obiectum apparet ibi, vbi fit concurſus radiorum viſualium cum perpẽdicularii ab obiecto tranſmiſſa per Diaphanum.

Nunc igitur ad rem præſentem, cæteris paribus quò propius ipſi Diaphano, ac baſi ipſi, ſub qua in Diaphano obiectũ videtur, oculus admouebitur, rem videbit maiorẽ; quia propiora ſub angulo maiori videntur. Demonſtrationem docet, præter alios, noſter Aguillonius lib. 4. Opticorum, Lemmate 1. Nos tamẽ in paradoxis amphiteatralibus in fine Apiarij antec. Scenographici oſtendimus propiora etiam minora aliquando videri. Illuc reuiſe. Nũc igitur per hoc primũ Diaphanum cubicum AC magnam hic obiecti ad viſum amplitudinem lucrati ſumus.

Propiora ſub angulo maiori videntur.

Attamen ſpecies ipſius EF à rariori medio, ideſt ab aẽre tranſeuntes, & ingredientes denſius, ideſt criſtallum Diaphanam AC, frangũtur quidem ad perpendicularem, iuxta demonſtrationem explicatam apud Alhazenum lib. 7. nu. 4. Vitellionem lib. 2. prop. 43. Authorem perſpec. commun. lib. 1. prop. 15, & alios; ſed tamen ijdem ſpecierũ radij egredientes ex AC iterum in aẽrem, à denſiori ad rarius medium, refrãguntur à perpendiculari; vt docent, ac demonſtrãt nuper citati; præſertim Vitell. propoſ. 45. lib. 2. & propoſ. 4. lib. 10. Perſpectiua commun. propoſ. 16, lib. 1. ita vt (quemadmodum ruditer oſtendit figura in alijs radijs punctuatis, qui ſine literis ſunt, præter extremos EABG, FDCG) diuaricent, ac diuergant iuxta acceptas inclinationes in Diaphano, & à Diaphano verſus B, & C, ac rari admodum ad oculum G pertingant; propterea Vitell. lib. 2. propoſ. 48. demonſtrat à planis Diaphanis fieri non poſſe omnium radiorum ad vnum pũctum refractionem, propterea res in refractione, præſertim per parallelepipeda Diaphana, excoloratiores, ac minus expreſſæ videntur. Quæ alia etiam ratio eſt, præter eam, quam affert Vitellio lib. 10, prop. 10. Propterea à Diaphanis parallelepipedis ad Solis radios ignis nõ excitatur; qui tamen à conuexis accenditur. Vitell. lib. 10. prop. 48. Perſpectiu. commun. par. 3. propoſ. 16. Maurolyc. Diaph. l. 1. theor. 24. &c.

In medio rariore fit refractio à perpendiculari.

A planis diaphanis fieri nõ poteſt omnium radiorũ ad vnum pũctũ refractio.

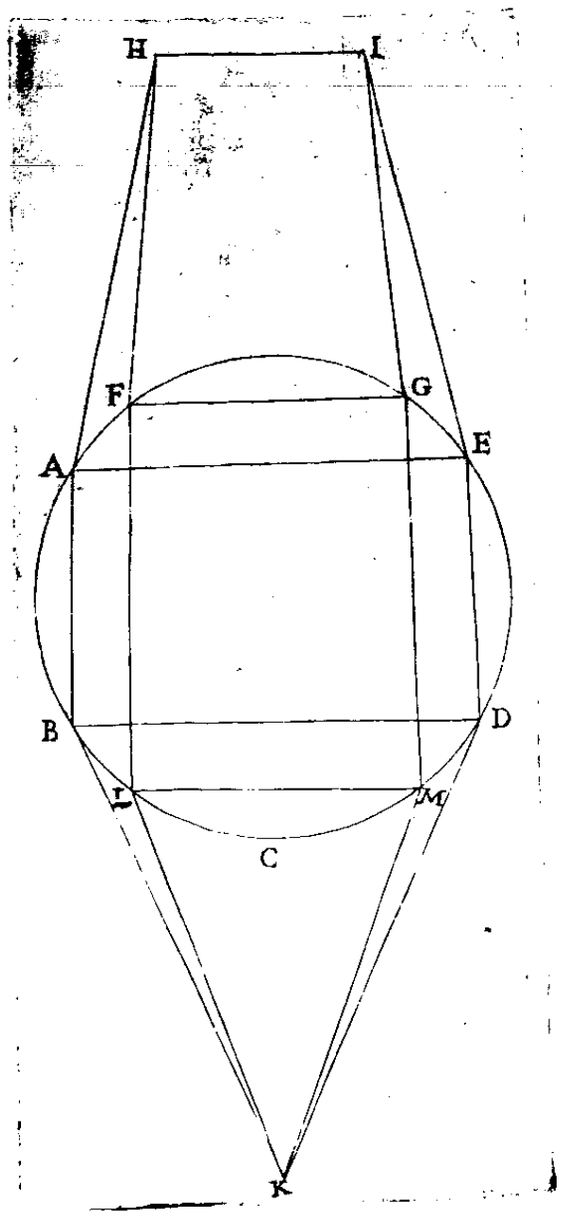
Obiecta per refractionem excolorata, cur appareãt.

Cur à Diaphanis parallelepipedis non excitetur ignis ad ſolẽ

Videndum igitur eſt an ad obiecti EF perſpicaciorem viſionem, immo & ad anguli viſorij maiorem aplificationem lucrari aliquid prę terea poſſimus à mutatione figuræ.

CAPVT II.

Diaphani ſpharici eximia vires ad angulum opticum amplificandum geometricè demonſtrata. Circa Diaphanum ſphaericum hallucinationes nonnemini.



SIt pro parallelepipedo ſphæricum Diaphanum, quaſi deſcriptus circulus ABCDE circa rectangulum altera parte longius FGMI, per Schol. ad 25, & conuerſ. 22. tertij.

Sit obiectum HI, oculus vbi K ad oppoſita latera minora FG LM. Radij ſpecierum HA, IE refracti ad perpendicularem in ingreſſu vbi A, & E, in egreſſu vbi B, & D refracti à perpendiculari, non tamen omnes diuaricantes verſus B, & D, ſed plurimi conuergentes ad partes oculi K iuxta inclinationes ad diametrum, quas inclinationes accipiunt in Diaphano ſphærico. Vnde fit vt ad punctum præcipuum, vbi plurimi eorum vniuntur, fiat accenſio per ſphæricas, & lenticulares criſtallos Soli oppoſitas. Vide paullo ſuperius citatas demonſtrationes ſub finem præcedentis capitis.

Apparet ſtatim in ipſa figura excedi terminos rectilineos plani Diaphani, ac propterea obiectum HI habere vltra terminos F, G, puncta A, E, ad quæ proijciat ſuas ſpecies tamquam in baſim latiorem. Ac nota nos hic ſupponere obiectum, & oculum eſſe in ea à ſphæra diſtantia, vt radij HA, IE, vel ſaltē KB, KD ſint contingentes. Quod ſi obiectū, & oculus ſint in ea vicinitate ad ſphæram, vt HF, IG, KL, KM ſint ductum circulum contingentes, recedatur donec & obiectum HI ſuis radijs vltra puncta FG pertingat velut ad A, E, & viſus vltra L, M, ad B, D. Statutis ergo obiecto, & viſu in tali diſtantia, dilatantur in ſphæra vtrimq; baſes, & anguli tum ex parte obiecti, tum ex parte oculi.

Dilatatio anguli viſorij p ſphæricū diaphanum vnde fiat?

Eſt enim recta AE maior, quàm ipſa FG, per 15, tert. Elem. Euclid. vtpote in circulo propinquior centro. & propter eamdem rationem ipſa BD ſuperat longitudine ipſam LM; atq; ita ſuperat, vt angulum viſorium in K (id, quod eſt præcipuè à nobis quæſitum, vt obiecta videantur maiora) dilatet, ſitq; maior angulus BKD, quàm LKM. Nam ſi non maior eſt, vel eſt æqualis, vel minor. Sit ergo æqualis, & ſub vno angulo videantur rectæ BD, LM; & latus ſeu linea vna recta iungat puncta B, & L. Ea linea, per ſuppoſita, eſt tangens in B. Quid ergo? an etiam in L tanget? at eſt contra Coroll. 2 tert. Recta enim tangens, in vnico tantum puncto tangit circulum. An ſecabit in L? ergo non eſt tangens in B. Nam ex definitione 2 eiuſdem lib. tangens eſt quæ nuſquam circulum ſecat. Eadem abſurda conſequētur ſi dicas angulum BKD eſſe minorem ipſo LKM. Erit ergo maior. Hæc èadem demonſtratio poteſt cogere ad aſſenſum ſi quis peruicaciter negaret ipſam AE non eſſe ita maiorem, quàm ipſa FG, vt angulum dilatet, & plures ab obiecto ſpecies admittere poſſit, poſito (vt prædictum eſt) obiectum eſſe in tali diſtantia ab FG, vt facto circulo, tangentes fieri poſſint ad A, & E. Cæterum quod pertinet ad partes verſus oculum in K, creſcūt quidem baſis, & angulus ad verticem, vt probatum eſt, trianguli viſorij, oculo in prædicto ſitu immoto; tamen vt etiam oculo ſe mouenti creſcat angulus viſorius, accedat oportet ad ſphæram, ex qua acceſſione illud mirum, & paradoxum eueniet (quod ſequenti capite demonſtrabo) vt imminutà baſi, tamen angulus viſorius creſcat.

Eius apparentiæ, ac dilationis geometrica demonſtratio.

Ad figuram ergo reuertamur, in qua etiam apparet ipſius ſpecies obiecti HI per curuam

ſuperficiem LCM verſus aſpectum K accedere multo magis ad oculum, quam cum in plano parallelepipedo Diaphano tantum deferebantur ad ſuperficiem planam, ac remotiorem LM. Cuius rei demonſtratio patet ex 8 tertij. Sumpto enim puncto K extra circũferentiã circuli, lineæ viſuales cadẽtes in curuam LCM, à punctis L, & M verſus C, ſemper breuiores fiunt &c. Ex qua breuitate, ac maiori vicinitate ad oculum K, annõ neceſſe eſt magis expreſsè, ac perfectè ipſum obiectum HI videri?

Vbi plurimũ lucis, ibi obiectum euidentius.

Adde præterea ob confluentiam radiorum complurium, vt ſub finem capitis præcedentis docent citatæ demonſtrationes, verſus K, fieri multo perſpicatiorem, & perfectiorẽ viſionem obiecti; vbi enim plurimum lucis, euidentior fit obiecti viſio.

Obiectũ quãto magis intra radiorum congreſſum, remouetur à ſphæra Diaphana, tanto ſub maiori angulo apparet.

Adde etiam ad anguli optici BKD, & ad obiecti etiam HI amplitudinem multo maiorem, quod obiectum HI quanto magis à ſphæra Diaphana remouebitur (citra tamen radiorum congreſſum, qui fit ad determinatum præcipuum punctum vbi à Sole fit vſtio) tanto ſemper ſub maiore angulo maius videbitur, vt demonſtrat Maurolycus lib. 1. Diaphan. theor. 15. Vide huc etiam experimentum in demonſtratione 43 decimi Vitellionis.

Paradoxum. Remotiora maiora videtur.

Hinc proditur paradoxum. Repugnare videtur axiomati, ſiue propoſitioni opticæ ſatis vulgatæ, ac demonſtratæ: *remotiora minora videntur.* ſcilicet propter anguli viſorij ſemper maiores anguſtias ad res remotiores. Sed nimirum refractio etiam in hoc id efficit per ſphæricum Diaphanum, quod directa viſio non poteſt.

Ex citatà modo demonſtratione Maurolyci, & ex eiuſdem lib. 1. præcedentibus 12, & 13 arguuntur fallaciæ propoſitiones 2 libri 1, & 19 & 20 libri 2. Io: Baptiſtæ Portæ de refractione, qui ſupponit radios, verbi gratia AB, ED ſecare ſe intra ſphæram Diaphanam; at Maurolycus demonſtrat nullos quantumuis conuergentes intra ſphærã non ſolum ſe ſecare, ſed nec ſe poſſe contingere donec ſphęrã egrediantur. Eidem Maurolyco affirmanti, ac demonſtranti maius videri obiectũ, quò remotius &c. vt prædictum eſt, fauet etiam experientia, præſertim circa obiecta, quæ Diaphanà ſphærulà ſint minora, de quibus nos hic ad rem noſtram. Portæ experientia propoſitione 2 libri pr. eſt circa radios parallelos prouenientes à Sole, qui ſphærulà Diaphanà longe longe maior eſt. Nihilominus & contra eam Portæ experientiam perſtat citata 12 Maurolyci demonſtratio, quæ propriè de parallelis radijs concludit.

Io. Baptiſtæ Portæ hallucinatio.

Intra Diaphanum ſphæricũ radij non ſe poſſunt ſecare.

Ex ijſdem 12, & 13 Maurolyci, portio ſphæræ criſtallinæ minor hemiſphærio non vreret in centro, &c neq; enim radij refracti ad centrum concurrerent, vt Vitellio lib. 10. prop. 48. putat ſe domonſtrare ex theor. 72. lib. 1. Quin immo nec ſe tangunt radij refracti, niſi extra totam diametrum conuexi diaphani, ex demonſtratis à Maurolyco.

Portio ſphæræ criſtallinæ minor hemiſphærio non vrit in centro.

Hallucinatio Vitellionis.

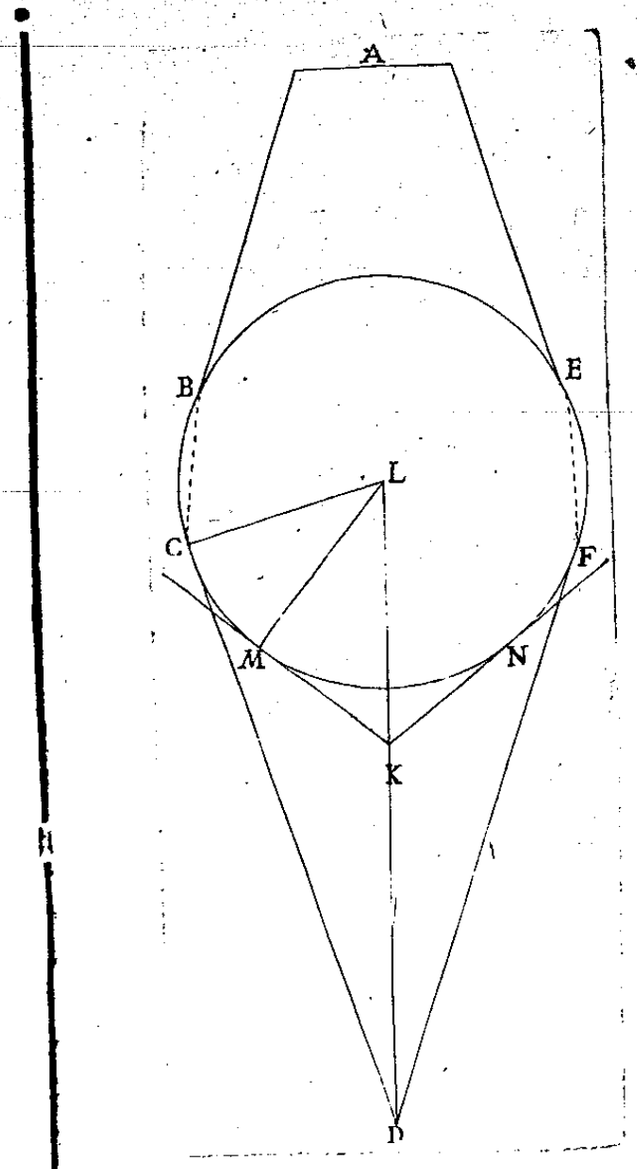
CAPVT III.

Paradoxum opticum circa diaphanum ſphæricum in rem noſtram demonſtratur. Axioma item opticum Euclidis ab oppugnationibus vindicatur.

AC Maurolycus quidem tantum ex obiecti à Diaphano ſphærico remotione apparentem eiuſmodi obiecti magnitudinem augeri demonſtrauit. Ego vero hic addam nunc alterum paradoxum plane admirandum, atq; inopinatum non ex obiecti elõgatione, ſed ex oculi ad Diaphanam ſphæram acceſſione. Aio igitur quanto oculus propior (ſeruata neceſſaria diſtantia, ne ſenſoriũ ſit ſupra ſenſibile) fiet ſphæræ Diaphanæ ita, vt extremi radij viſorij eam contingant, futurum vt, licet ſub minori ſphæræ parte, maius tamen ſemper videat obiectum.

Oculus quò propior ſphęræ Diaphanæ, eo maius obiectum videt ſub minori ſphæræ parte.

Sit



Sit enim vbi A obiectum visibile, quod radijs profusis à B ad C, ab E ad F, trãspareat sub sphęræ parte CF, in quibus terminis ab oculo D radij DC, DF sphæram contingunt. Deinde oculus à situ D accedat ad sphæram, & collocetur in situ K ita, vt inde radij KM, KN cõtingant sphęram in punctis M, & N, situq; MN pars, ac minor segmento CF, vt etiam demonstratur ab Euclide in optic. theor. 24. Dico nihilominus obiectum A oculo collocato in K longe maius visum iri sub MN, quam sub CF.

Prædicti paradóxi demonstratio geometrica.

Ducãtur enim semidiametri LC, LM ad contingentes DC, KM, & iungatur recta DKL, in qua sint oculus tum in D, tum in K, & centrum L. Quoniam vtriusuis trianguli DLC, KLM tres anguli simul sumpti æquales sunt tribus alterius simul sumptis, per corollarium primum 32 pr. & anguli DCL, KML æquales sunt, vt pote ambo recti, per 18. tert. anguli vero CLD, MLK inæquales sunt, hoc est MLK pars est, ac minor ipso CLD, erunt & reliqui duo CDL, MKL, inæquales, hoc est MKL maior ipso CDL. Et si aueas scire, erit, per axioma 17, angulus DLC æqualis ipsi LKM, & angulus LDC æqualis ipsi KLM. Atq; idem, eodemq; modo probare licet de altera parte LKN respectu alterius partis LDF in totalibus angulis MKN, CDF. Totus ergo angulus K maior est toto D, ac proinde obiectum in K sub maiori angulo maius apparebit (per suppositionem 5. Euclid. in optic.) licet sub basi minori MN; quàm in D, licet sub basi maiore CF. Quod erat demonstrandum; & est admirandum.

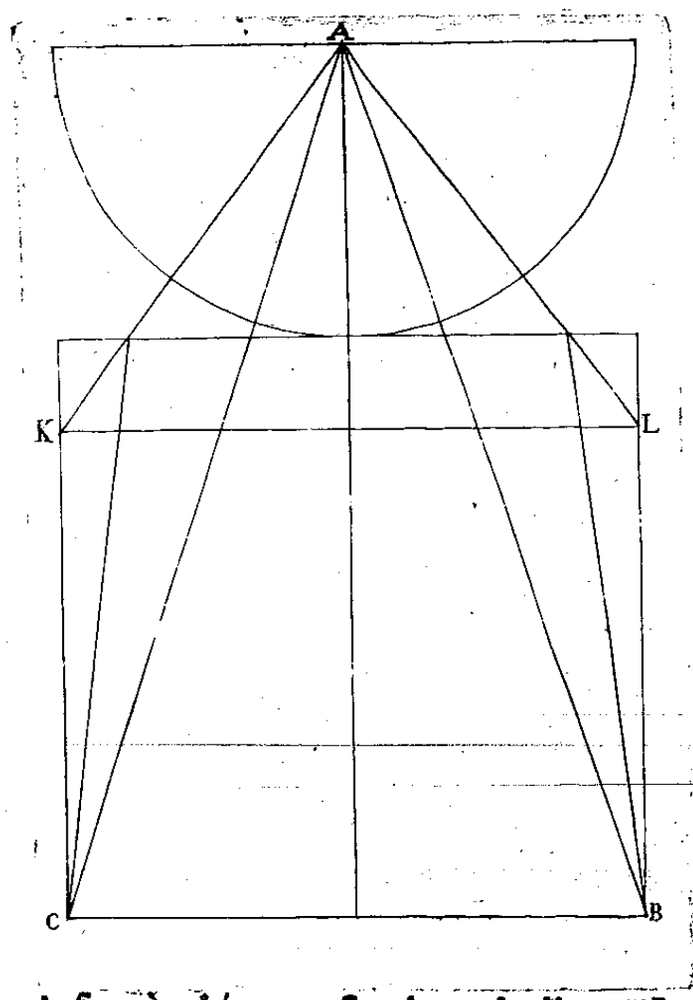
Sub maiori diaphanæ sphæræ parte minus obiectum videtur.

Vide, amabo, quã paradoxica sit sphæræ, aut rei per sphæram visio. Res plana visui directè oppósita, quo remotior eo minor apparet, quo propior maior. Eucl. opt. theor. 5. & 55. Quia in recessu arctatur, in accessu augetur angulus opticus. At sphærà oculis oppositâ, etiam si oculi angulus in recessu arctetur, tamen maior semper pars sphæræ spectatur, & tamen sub maiori sphæræ parte minus obiectum videtur. Et contra, etiam si in accessu oculi ad sphæram augeatur angulus, tamen minor semper sphæræ pars spectatur, & tamen sub minori sphęræ parte maius obiectum spectatur. Euclid. optic. theor. 24.

Vis (vt prudens vides) huiusce hic demonstrati paradoxi est in visorij anguli ampliatione, licet basis arctetur. Necesse enim est cuiuscunq; tandem quãtitatis sit quod spectatur, etiam si minus alio, sub maiori angulo spectatum maius apparere, quàm id, quod sub minori, etiam si re ipsa sit alio maius. &c. per hypotheses quartam, quintam, & sextam Opticorũ Euclidis, quas reliqui omnes, qui sapiunt, sequuntur. Ac noster Agullonius opticorum lib. 4 propositione 10 ea Euclidis axiomata etiam demonstrat. item & lib. 3. prop. 8.

Io. Baptistæ Portæ hallucinationes.

Huius primi principij etiam vim: *quæ sub maiori angulo spectantur apparent maiora*, Io. Baptista Porta minus vt videtur, quam par erat, assecutus, vnus omnibus philosophis opticis contraire per deuia, & à veritate auia frustra conatus est; falsus argumentatione à verà rei quantitate ad apparentem. Itaq; lib. 1. de refract. posf. 11 perperam concludit in eius propositionis figurâ 2 hìc appositâ dum ait: linea KL non



est

est maior ipsa CB, ergo nō videtur maior, etiam si videatur sub maiori angulo kAL. Dum vero addit secuturum vt sub duplo maiori angulo res duplo maior appareret contrà experientiam, non animaduertit consecutionem eam veram, quidē esse in circulari cauà linea ab oculo tamquam centro vndiq; æquidistante, sed falsam in rectà lineà circularem illam subtendente; æquales enim partes extremæ in recta linea sub minoribus angulis deferuntur ad oculū &c. Quam ad rem vide Anguillon. lib. 3. optic. prop. 9.

Idem Porta lib. 5. qui est de visionis accidentibus, prop. 1. rursus contra Euclidem dum stat sibi ipse obstat. In 2 enim figura eius propositionis ipsemet fatetur de obiecto circulari propius oculis admoto minorem partem videri, quàm cum est remotius; attamē minorem illam, & oculo viciniorem partem ostentare oculo maius obiectum, quàm cum maior obiecti pars remotè spectatur. Causam ille refert in vim solius refractionis radios (& consequenter angulum visorium, ò mi Porta,) visorios dilatantis.

Vera tamen ratio est à propinquitate obiecti, quà fit non solum in refractà, sed etiam in directà visione, vt angulus opticus augeatur. Vide Aguillon. lib. 4. Lem. 1. Pendet à 21 primi Euclid.

CAPVT IV.

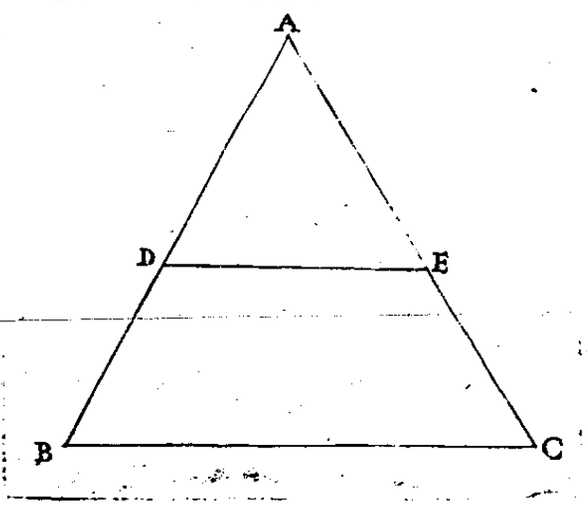
Lemmata, & problemata præmittuntur demonstrationibus geometricis angulum opticum nimiumquantum amplificantibus.

EX demonstratis igitur 2, & 3 præcedentibus capitibus patuit & ab ampliatione basis curuę tum versus obiectum plures species admittentis, tum versus oculum dilatātis angulum visoriū, & à curuitate figuræ sphæricæ rem oculo admouentis, & à concursu plurium radiorum, & à remotione oculi ad sphæram, etiam si minor eius pars videatur; patuit inquam ex his factam esse longe maximam accessionem ad visionis expressionem, & ad angulum visorium, ac proinde etiam ad maximam minimi obiecti apparentiam.

Videtur tamen, præter prędicta, magis adhuc posse angulus visorius dilatari, vt maior adhuc appareat res oculis obiecta. Quam ad rem præmitto sequentia problemata.

LEMMA, SIVE PROBLEMA I.

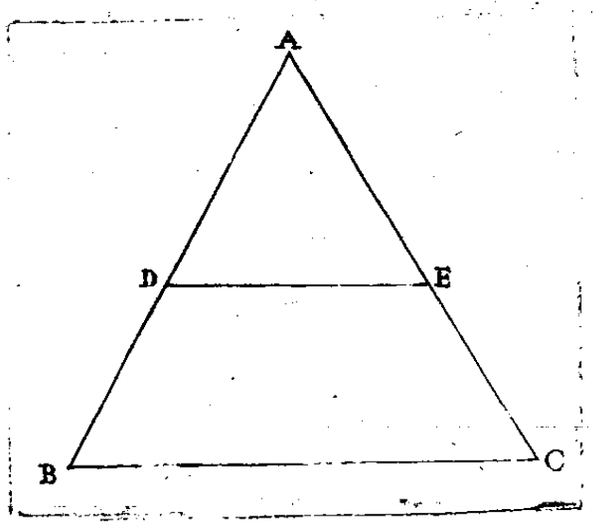
Duas lineas ducere, quæ lineas æquales, & non parallelas iungant, ipsæ tamen sint inæquales, ac parallelæ.



Fiat triangulum siue æquilaterum, siue isosceles ABC, & cētro A abscindantur æquales vtrimq; AD, AE, & per D, & E ducatur ipsa DE; dico 1 ipsas DB, EC ab ipsis DE, BC interceptas, esse æquales, per axioma 3, & definitionem 24. nam ab isosceli s æqualibus lateribus AB, AC detractæ sunt æquales AD, AE, ergo remanent æquales DB, EC.

Dico 2 easdem DB, EC non esse parallelas, per axioma 3. nam in triangulo ABC anguli interni DBC, ECB sunt minores duobus rectis. Dico 3 ipsas DE, BC esse parallelas. Nam, per 7 quinti, æquales AD, AE ad æquales AB, AC

cam-



eamdem habent rationem, estq; vt AD ad DB, sic AE, ad EC. ac proinde latera AB, AC sunt proportionaliter secta in D, & E. Eapropter, per 2 sexti, sunt DE, BC parallelæ.

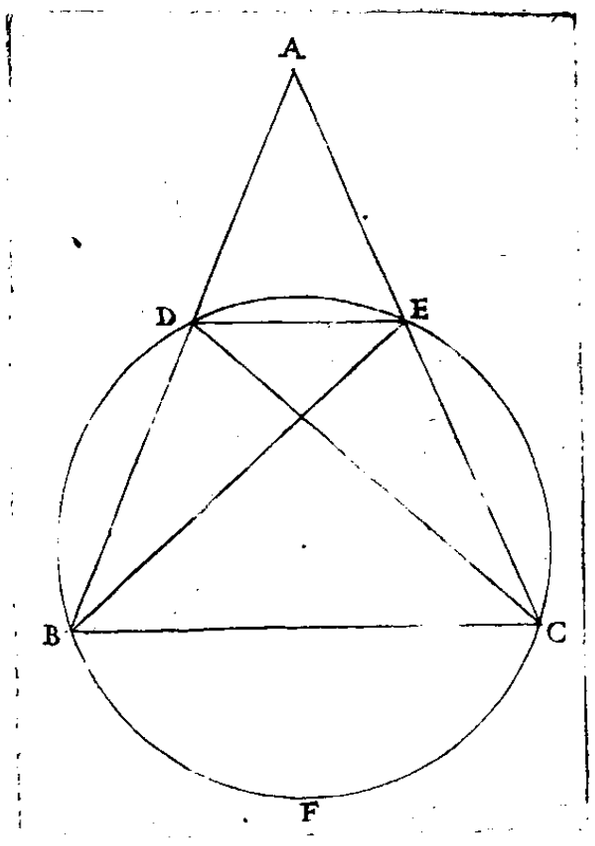
Dico 4 easdem DE, BC esse inæquales, hoc est DE esse minorem ipsâ BC. Quod etiam si physicè apertum sit, tamen etiam geometricè demonstrandum est. Idq; cum possimus variis modis, placet præ alijs è 6 Eucl. sic. In triangulo ADE anguli ad basim ADE. DEA, per 29 pri. æquales sunt duobus DBC, ECB trianguli ABC, propter duas AB, AC, quæ cadunt in parallelas DE, BC, & angulus A est communis; ergo æquiangula sunt triangula ADE, ABC, &, per 4 sexti, latera habent proportionalia circa æquales angulos. ergo vt AB ad BC, sic AD ad DE, & permutãdo vt AB ad AD, sic BC ad DE; at AD est minor ipsâ AB, ergo & DE minor est ipsâ BC. Duæ igitur lineæ ductæ sunt, quæ lineas æquales, & non parallelas iungunt, ipsæ tamen sunt inæquales, ac parallelæ; quod erat fac.

SCHOLION.

Quo egebimus in seq; 2 lem. Anguli BDE, DEC sunt æquales, per 5 primi; nempe sub basi isosceli DAE, per constructionem.

LEMMA, ET PROBLEMA II.

Circa quadrilaterum figura lemmatis præcedentis (nempe quod habet oppositorum laterum duo æqualia & non parallela, & reliqua duo inæqualia, & parallela) circulum describere.



Sit quadrilaterum DBCE figuræ præcedentis lemmatis. Circa quod circulus BFCE describatur per tria puncta, siue angulos B, C, E, ex quinta quarti; qui quidẽ circulus tanget etiam reliquum quartum angulum D, idest, ex definitione 6 quarti, circulus circa propositum à nobis quadrilaterum erit descriptus. Quod sic demonstro. Ductis enim rectis BE, CD, quoniam à duobus punctis B, C deductæ sunt quatuor lineæ BD, CD, BE, CE, quæ lineæ è singulis punctis B, C constituunt ad easdem partes duos angulos BDC, BEC æquales (vt mox demõstrabo), ideo per demonstrata in scholijs ad 21 tertij, circulus BFCE, qui per duo puncta B, C, & per angulum CEB descriptus est, per alterum quoq; angulum BDC transit.

Angulos autem BDC, BEC esse æquales facilè sic demonstro. Quoniam, per scholion præcedentis lẽmatis, anguli BDE, DEC sunt æquales, & in duobus triangulis BED, DCE latera prædictos æquales angulos comprehendentia sunt æqualia vtrumq; vtriq;, nempe DB, EC, per præcedens lemma, & DE est commune, erunt per 4 pr. & bases BE, CD, & reliqui anguli DBE, DCE, DEB, CDE æquales. ex æqualibus ergo totalibus BDE, DEC detractis æqualibus partialibus DEB, CDE, relinquuntur, per 3 axioma, æquales duo BDC, BEC. Quæ sola relinquebatur conditio ad demonstrandum circulum descriptum per BCE iturum per D, &c. ex citato scholio ad 21 tertij.

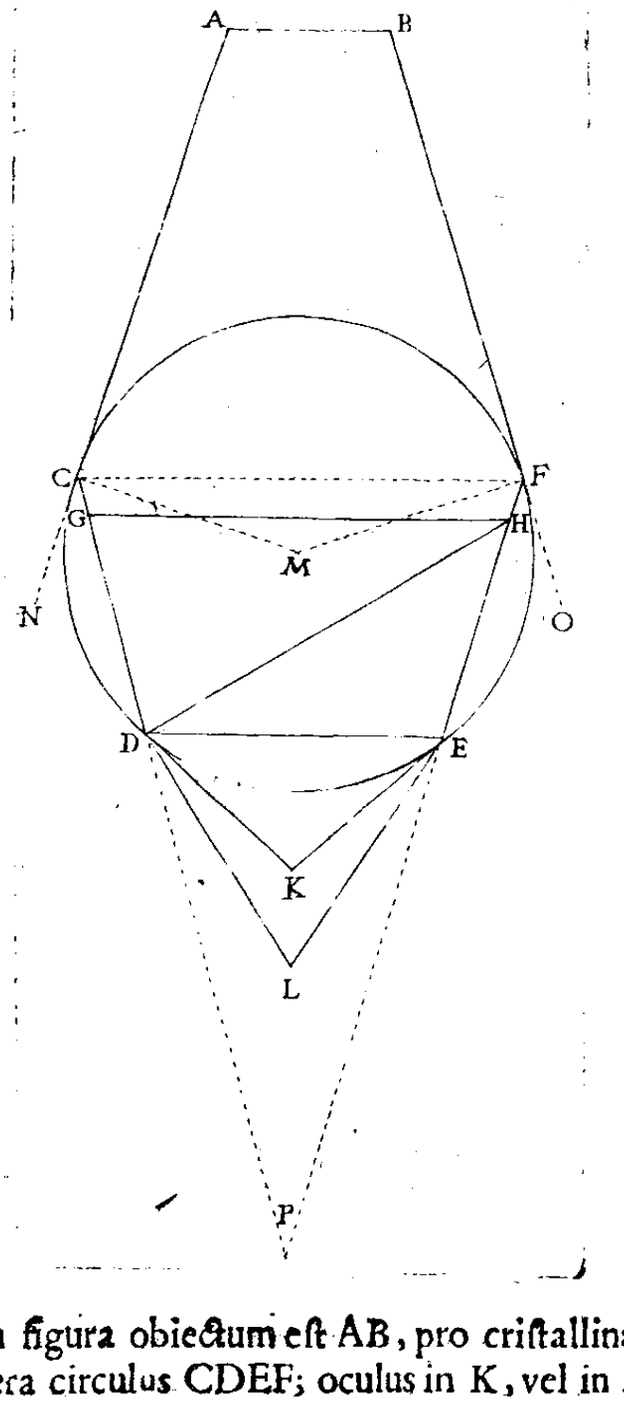
COROLLARIVM.

EX hoc ſecundo lemmate inferre licet alio etiam modo quàm probatum ſit in primo lemmate, ipſas DE, BC, eſſe parallelas. Nam cum DB, EC, æquales per primum lemma, in eodem circulo æquales arcus auferant, per 28 tertij, & rectæ DE, BC æquales eos arcus intercipiant, ſunt rectæ DE, BC parallelæ, per demonſtrata in ſcholio ad 27 tertij.

CAPVT V.

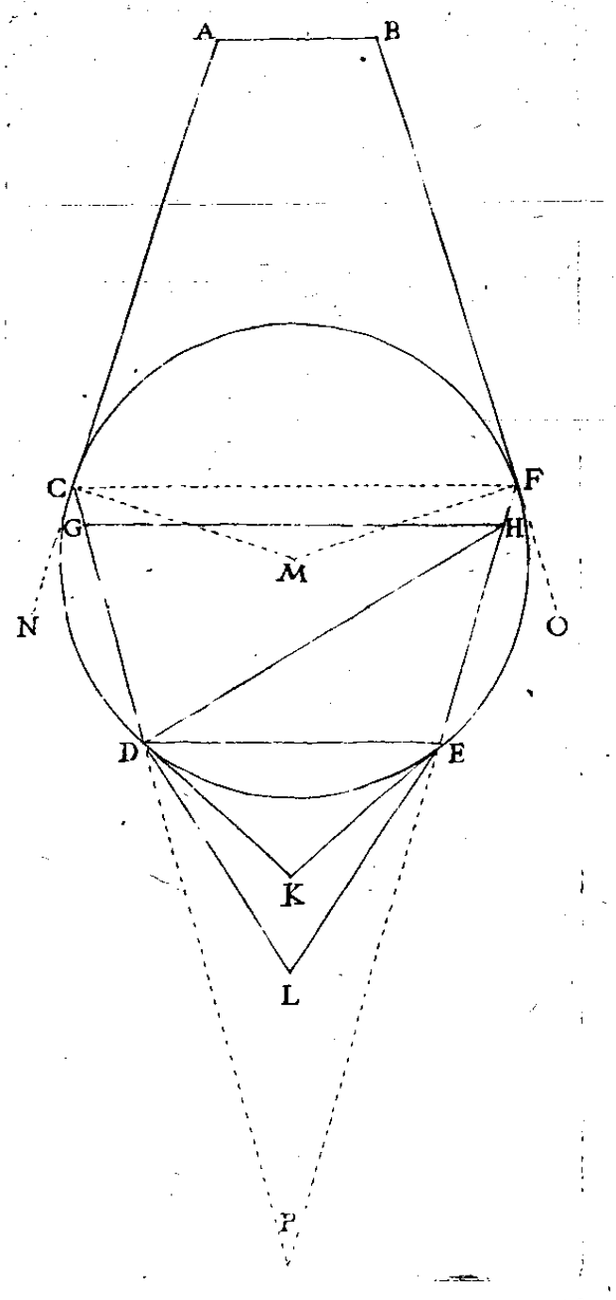
Anguli viſorij per Diaphanum hemiſphærio minus dilatatio geometricè demonſtrata. Mox corollaria ad theoricen aliquam tuborum opticorum.

VEnio nunc ad conſtructionem figuræ, in qua ex præmiſſis lemmate geometricè demonſtrabo quanam arte angulus viſorius, præter augmenta accepta in 1, 2, ac 3 capitibus, dilatari adhuc magis poſſit in obiecti per ſphæram Diaphanam viſione.



In figura obiectum eſt AB, pro criſtallina ſphæra circulus CDEF; oculus in K, vel in L. Iuxta theor 2 Diaphan. Maurolyc. & Coroll. 1, ex eo theor. accipiantur duo extremi radij ſpecierum ab obiecto tranſmiſſarum, ideſi duæ rectæ tangentes AC, BF æqualis inclinationis, & refractionis in C, & F; qui etiam ſint cõuergentes intra ſphæram ad eam lineam, quam concipimus ab obiecto AB tranſire per circuli centrum irrefractam. Magis deinde, ac magis ipſæ CD, FE in anguſtum æqualiter eant ad D, & E, ſintq; æqualiter a centro diſtantes, & cõſequenter, per decimam quartam tertij, æquales. Secentur deinde ex æqualibus CD, FE æquales GC, HF. tum ad puncta G, & H ſectionum, & ad D, & E iungantur rectæ GH, DE, quæ erunt parallelæ, per 1, & 2 lemmata præcedentis capitis. Nam productis rectà ipſis CD, FE donec angulum faciant extra circulum in P, fiet triangulum CPF, quod erit iſoſceles. Si enim concipias duci à centro M occultas MC, MF, & iungi rectam CF, produci etiam tangentes AC, BF ad libitum vſq; in N, O; quoniam ex rectis angulis MCN, MFO auferuntur æquales anguli refractionis NCG, OFH, & propter æquales ab eodem centro M ad eamdem circunferentiam, triang. CMF eſt iſoſceles, habẽs ad baſim æquales ang. MCF, MFC; ijs ergo additis ad æquales GCM, MFH, fiũt totales anguli DCF, EFC æquales, ergo triangulum CPF eſt iſoſceles. Cuius latera, quoniam iuxta primum lemma, ſecta ſunt proportionaliter in D, & E, in G, & H, æqualibus nempe ſumptis CD, & FE, CG, FH, ergo, per 2 ſexti in 1 lemmate citatam, erũt rectæ CF, GH, DE parallelæ.

Item ſi, ex 2 lẽmate, concipias deſcribi circulum per quattuor puncta, & angulos quadrilateri GD, EH, patet ex corollario eiuſdem 2 lemmatis rectas GH, DE eſſe parallelas, quippe intercepturas arcus æquales circunſcripti circuli, &c.



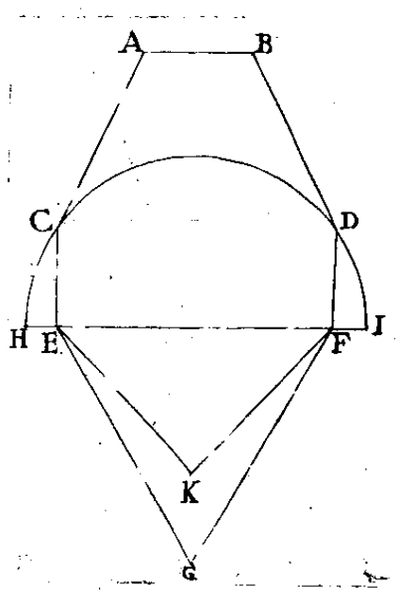
Peracta, ac demonſtrata hac conſtructione, dico, ſi obiectum ſpectetur refractũ in baſi GH, multo maius viſum iri, quam ſi ſpectetur (ſeruata pari diſtantia oculi in K, vel in L ab DE, & ab GH,) ſub baſi DE. Nam GH maior eſt, quam ipſa DE. Quod quidem (vt dicebamus etiam in 1 lemmate) phyſicè per ſe patere videtur, tamen etiam geometricè pro inſtituto eſt demonſtrandum.

Ac 1 ex dicto 4 primi lemmatis. Nam in iſoſcele GPH quoniam DE demonſtrata eſt parallela baſi GH, & ſecta ſunt latera proportionaliter, & æquiangula duo ſunt triangula PDE, PGH, &, iuxta citatum lemma, vt PD pars eſt minor, quàm tota PG, ſic DE minor eſt, quàm ipſa GH. Sed 2 —

— Aliter. —

IDem hîc etiam demonſtro ex 2 Euclidis, iunctà DH. Quoniam enim, per conſtructionem, ac ſuppoſitionem, rectæ GD, HE declinãt à recto angulo æqualiter, vt in iſoſcele GPH faciant angulum ad L, erit vterq; ad baſim angulus DGH, GHE acutus, & conſequenter qui deinceps eſt ad GHE, ideſt angulus GHF, erit obtuſus. & cadente FE in probatas parallelas GH, DE, internus DEH (qui externo GHF, per 29 primi, eſt æqualis) erit & ipſe obtuſus. Cum ergo, per 13 ſecundi, in triãgulo DHG quadrata, quæ fiunt à lateribus acutum angulum DGH comprehendentibus, maiora ſint quadrato lateris DH acutum eundem angulum ſubtendentis; & rurſus cum in triangulo DHE quadratum lateris DH angulum obtuſum DEH ſubtendentis maius ſit quadratis, quæ fiunt à lateribus obtuſum eundem angulum comprehẽdentibus, multo ergo maiora erunt quadrata rectarum circa acutum G, quàm quadrata rectarum circa obtuſum E, hoc eſt eorum quadratorum radices, ſeu latera, & rectæ lineæ DG, GH maiores erunt rectis DE, EH; ablatis ergo æqualibus, per conſtructionem, & lemma primum, DG, EH, remanebit, per quintũ axioma, recta GH maior, quàm ipſa DE. quod erat demonſtrandum.

Si ergo in pari diſtantia, qua oculus diſtat ab ipſa DE, locetur ad ipſam GH, videbit ſub baſi maiore GH (& conſequenter ſub angulo maiori) maius obiectum. Quare vt augeatur angulus viſorius vltra præteritas omnes adauctiones, minuatur ſphæra Diaphana, & fiat ſegmentum hemiſphærio minus, quale vides hic in alterà



figurà HCDI, per quod tranſmiſſæ ſpecies obiecti AB ſpectantur ſub baſi HI, ſiue EF multo maiori, quam ſi ſpectarentur per completam ſphæram, iuxta iam demonſtrata.

Præter hæc omnia, cùm ſpecies ſuo principio propiores ſint robuſtiores & per media ampliora, & dẽſiora traiectæ magis, ac magis debiliten tur, ablatà Diaphanæ ſphæræ maiori parte, dum ſpecies tantum per ſectionem hemiſphærica minorem tractæ accipiuntur in E, & F, fortiores multo propè ſuum principium ad vicinum oculum accedunt, ac minus quaſi attritæ in minori denſioris Diaphani quantitate. quo fit vt viſio expreſſior, & euidentior fiat. Præſertim cum oculus in hac figura imminuta perfacilè, ac per commodè poſſit ad baſim viſoriam accedere, velut ex G in K, & angulum viſorium ex eo acceſſu etiam amplius dilatare, per 21 pr. Euc.

Adiumenta (præter anguli optici dilatationem) ad viſionem expreſſiorem.

Ex

Corollaria ad theoricen aliquam tubulorum, ac tubospicillorum maiorum.

Ex hic demõstratis practici, qui tubulos opticos concinnant, quibus nostrarũ harum demonstrationum praxes exercentur, cristallinæ sphæræ segmentum simile huic nostræ figuræ conficiunt, & oculo proximum apponunt.

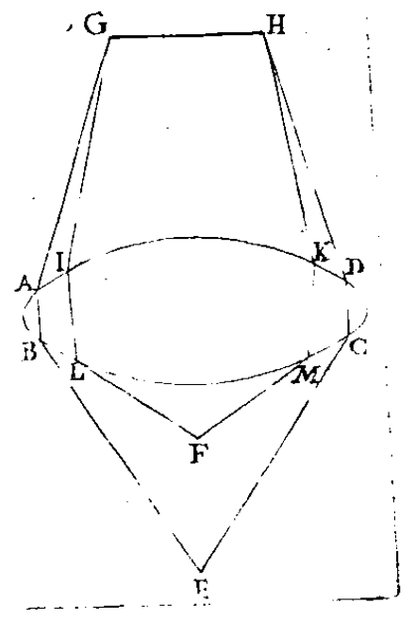
Ex hac eadem figura pẽdet Theoria vitri superioris ab oculo remoti, quo vtuntur optici in tubospicillis maioribus ad longissimè dissita spectanda. Est enim id vitrum portio sphæræ maximæ, quæ altera ex parte conuexi ratem habet parum sensibilem, à quà tamen figura sit refractio, & confluentia plurium radiorũ ad vnum punctum extra partem vitri planam. Sed de his aliqua clarius cap. 9 inferius.

CAPVT VI.

Lenticula Diaphana anguli visorij ampliationem, ac vires valdè perficit. Theorice tubulorum opticorum ad minima quasi maxima videnda. Vsus pilæ cristallinæ ad idem.

IN compendio quidem præcedẽtis cap. 5 basim visoriam, secto, & imminuto Diaphano sphærico, ampliauimus; at id compendium non est sine aliquo dispendio. Nam ex parte Diaphani versus oculum deest ea curuitas, quæ facit plurimum ad plurium radiorum ex ea curuitate confluẽtiam in angulũ, & punctum vnum, & ad obiectũ oculo magis admouendum, & perspicacius videndum, vt capite 2 dictum est. Ne igitur, additis cæteris, etiam hoc commodo careamus, fit —

— Progressio quarta, & quarta figuræ metamorphosis, in qua proximi capitis quinti figura geminatur, & proponitur lenticularis figuræ Diaphanum è duabus sectionibus hemisphærio



minoribus conflatum. quod fit hic figura ABCD: oculus remotior in E, propior in F radijs visualibus (vt antiquorum de more loquar arbitrãtium visionem fieri per extramissionem, &c.) tangens lentem in punctis L, M. Sit obiectum pro minimo suppositum GH, à quo radij GA, HD, GI, HK in ingressibus A, I, K, D, & in egressibus ad puncta B, L, M, C refringantur &c. Hic penè omnia habentur compendia ad anguli visorij ampliationem, & obiecti ad oculum excrescentiam, & ad visionis perspicuitatem, quæ à dioptrica adhuc vsitatà scientia haberi possunt in visione propinqua minimorum. In sequenti tamen capite noui aliquid ad prædicta omnia nos addemus.

Nunc igitur, addito conuexo BLMC admouente species, & faciente radiorum confluxum ad oculum, omnia simul præcedentia visoria commoda conspirant in cristallinam lẽticulam. Quæ commoda hic enumerarem, nisi enumerata in superioribus capitibus hic viderer iterare. Hactenus demonstrata in antecedentibus capitibus hic etiã in hac lenticulari figura vel agnosces, vel eidẽ facile applicabis, Lector prudens, ac solers.

Lenticulis etiam (præter segmenta sphærarum) vtuntur artifices opticorum aliquorum tubulorum ad vsum propositi à nobis problematis; quamuis illi ab experimentis, non à scientia operentur.

Porro præmonstratis adiumentis accedit & id extrinsecum à tubulo ipso, quod radij lucis admissi intra tenebras tubuli euidentiorem obiecti per species visionem efficiunt, vt in cubiculis obscuris radij solares per rimulas traiecti (siue res radiatæ) expressius cernuntur. Maurolyc. Photismorum lib. 1. theorem. 24.

In tubulis opticis vitrum ab oculo remotius nihil iuuat ampliationem anguli visorij.

Vitrum vero planum, quod in alterum tubulos ab oculo remotius ingeritur, tantum id operatur, vt lucem intra tubulum transmittat necessariam ad obiecta minutula videnda, quæ intra tubulum conijciuntur. Vera nos affirmare facile constabit tum reponenti quælibet alia vitra (modò læuia sint, & pellucida) quæ omnia omnino idem operari experti sumus; tum animaduertenti obiecta intra, non extra id vitrum ap-

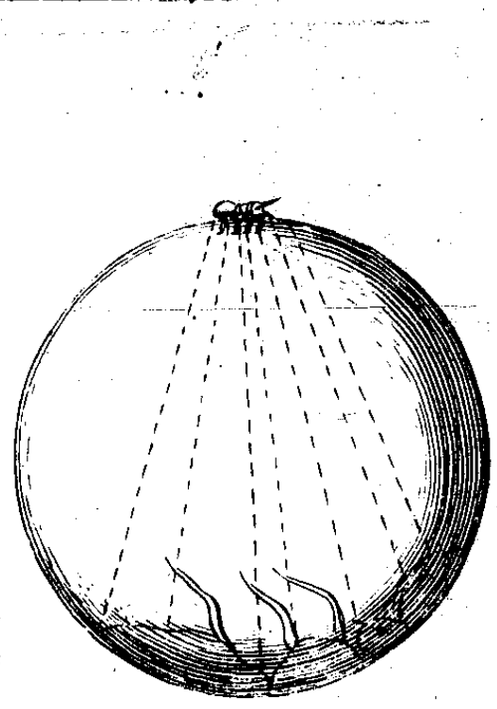
poni, atq; apparere oculo per lenticulâ, ſiue per ſphærulæ ſegmentum ſpectanti, &c.

Sane per id exiguum opticum inſtrumentum dum in minimis animalculis è putri materia repente quaſi caſu productis tanta motionum, colorum ac partium penè inuiſibilium multitudo, diſtinctio, varietas apparent, inſpectantis animum rapiunt in ſummam admirationem infinitæ Dei omnipotentiæ, ſapientiæ, ac bonitatis, quaſi ludentis in orbe terrarum, & maximum ſe vel in minimis prodentis. Veneremur, amemus, gratias agamus, obſequamur etiam ad delicias nos amanti maximo, atq; optimo parenti.

Diuina ſapientia maximam ſe in minimis oſtendit.

Non omittam interim, antequam vlterius ad inſtrumentum magis arcanum progrediar, ingratiam tyronum indicare Diaphanum vulgatum illud quidem, ſed in quo non vidi animaduerſum ab vllo philoſophorum opticorum fieri hanc rerum minimarum perſpicuam, & amplificatam viſionem ſumma cum ſimplicitate, ac facilitate, ita, vt nec tubuli conſtructione, nec vitrorum duplatione, nec diſtantiæ proportionatâ quantitate anxiè ſis torquendus. Accipe igitur pilam criſtallinâ iuſtæ magnitudinis, quæ facile parabilis eſt, & circa eius conuexum, vt lubet minuta quælibet apponito, vel affigito, tum ex oppoſita parte oculum prope propius admoueto, videbis non iam minuta, ſed magna, & in minimis viſibilibus minima etiam inuiſibilia perſpicies. Specimen habes in appoſitâ figurâ. Sed ad noua magis, atq; arcana te prouoco, mi Lector, in ſequentibus capitibus. Qui aliqua

Pilæ criſtallinę vſus adminima ceu maxima perſpiciendâ.



ſpeculati ſunt circa Criſtallinas pilas, ea, quæ vtilia ſunt, omiſerunt. Scito interim præter prędictum vſum pilæ criſtallinæ à nobis poſitum, præcipuam etiam eſſe earum pilarum vtilitatem in legendis minutiſſimis literis, quas perſpicillia, vel lentes ſatis dilatare nequeunt. Itaq; ſi pilam criſtallinam pene ad contactum literarum admoueas, etiam oculo ſemoto, apparent immanis magnitudinis eæ literæ, quæ viſioni liberæ videntur indiuiſibiles atomi.

Eiuſdem pilæ vſus pro legendis literulis.

CAPVT VII.

Diaphani altera parte hyperboliformis inuentio, vſus, conſtructio ex inſtrumento perfacili, ac geometricè demonſtrato.

HAc progreſſa tenus noſtra ſit Dioptrice ex vſitatis figuris ad res minimas ſub angulo maximo quam perfectiſſimè perſpiciędas. Iam noua (licet in natura, vt mox dicam, veterrima ſit) prodeat in artem, & in vſum mixta quædam figura, quâ fiat vt, ſi minus angulus opticus vltra prędmõſtratas adhuc ampliationes excreſcat, ſaltem viſio fiat adhuc multo & clarior, & diſtinctior, adductis nempe omnibus radijs refractis ad vnum punctum, à quo plurimi in figuris tum planis, tum curuis vſitatis diuergunt.

Clariorem viſionem intellige cùm in maiori lumine res videtur; diſtinctiorem verò cum plures rei particulæ ad oculum attingunt.

Igitur, vt propoſitum myſterium euoluam, accipe ſequentia. Viſio eſt naturalis quidam vſus dioptrices, & natura vtitur criſtallino humore quaſi verè criſtallino quodam Diaphano, vt rerum ſimulacra per id tranſmiſſa in retinam, ibi ab anima percipiantur, & quaſi legantur. Neq; enim dicendum eſt viſionem in vllo vel humorum, vel vlla pellicularum ante retinam fieri, quoniam ea omnia ſunt Diaphana, quorum natura eſt vt non terminẽt, ſed vltra ſe tranſmittant lucem, & rerum imagines; ſola vero retina prima poſt alios humores, & pelliculas, eſt quæ ſua denſitate terminare poteſt ſpecies obiectorum tranſmiſſas per oculi antepoſitos humores,

In oculo vſus Dioptricus criſtallini humoris.

Viſio fit in retina.

& tu-

& tunicas Diaphanas. Non ſecus accidit (vt inferius dicam) ſi quando lente criſtallina in obſcuro conclaui rerum extra poſitarum picturæ per anguſtum foramen in oppoſitam tabellam cum lumine transfunduntur.

Cùm igitur criſtallini humoris in oculo figurã apud perſpicaciores Anatomicos ſcriptores attentè contemplarer, animaduerti non vndiq; ſphæricam, aut lenticularem eſſe, præſertim à parte poſteriore ſpectante verſus retinam. Videbatur ex ea parte ab irregulari quadam linea cingi. Nec vero dubitabam irregularem, ac mixtam eam figuram haud temerè pupillę à natura inditam eſſe, ſed vt viſio quamperfectiſſimè (vt ſemper in omnibus perfectionem affectat natura) fieret; fieri autem perfectiorem viſionem quo (cæteris paribus) plures lucis, ac ſimulacrorum radij vnum ad punctum, & angulum opticum conſpirent. Eas ob cauſas inceſſit cupido diſcẽdi cuius nam generis ea eſſet linea, quæ poſteriorem pupillæ partem terminaret, & à qua fieri oporteret vt radij refracti poſt criſtallinam pupillam irent aut omnes, aut pleriq; omnes in vnum.

Figura poſterioris partis criſtallini humoris ad perfectiſſimam viſionem.

Perfectiſſima viſio cum omnes radij ſimulacrorum confluunt ad vnum punctum.

Maurolyc. Diaph. lib. 1. theor. 18. demõſtrat *parallelorum radiorum intra perſpicuum orbem à centro inæqualiter diſtantium remotiorem poſt refractionem extra ſphæram cum axe propius ſphæræ cõcurrere, quam reliquos.* Vide & Corollarium eius theorematis. Quin immo demonſtrationem vniuerſalẽ facere licet etiam de radijs nõ parallelis. Nã ſemper maior eſt refractio radiorum egredientium qui à diametro ſunt remotiores, ijq; prius concurrũt, quam viciniores, ac reliqui pariter deinceps. Igitur licet circularis linea orbis Diaphani multos ad vnum punctum radios cogat, plures tamen vltra, citraq; ad varia puncta propiora, & remotiora feruntur; ideo natura nec ſphæricam, nec lenticularem vtrimq; fecit pupillam. Opus ergo fuit Diaphani ſuperficiem poſteriorem ſic figurare, vt in egreſſu radij refracti remotiores quidem minus, propiores vero magis refringantur, vt & illi deſcendant, hi aſcendant ad intermedium punctum, ad quod reliqui intermedij confluunt.

Maior eſt refractio extra Diaphanam ſphæram radiorũ remotiorum à diametro, &c.

Cur natura ſphæricam vtrimq; pupillam nõ fecerit.

Porro ab alijs demonſtratum eſt in paralipomenis ad Vitellionem ſolam hyperbolen, aut illi proximam lineam eſſe, quæ refractiones metitur, quæq; radios ſiue parallelos, ſiue ab vno puncto progreſſos, & per medium denſius traiectos vnum ad punctum extra Diaphanum coadunet. Vide inferius notandum ſecundum in cap. 3 ſequentis progym. 2.

Sola hyperboliformis linea radios refractos vnum ad punctum cogit.

Quibus ſuppoſitis, cùm idem ſit naturæ conſilium in refractione per criſtallinam pupillam oculi, quod eſt in alijs refractionibus per media denſiora, an non dicendum eſt criſtallini humoris poſteriorem faciem eſſe hyperbolicam, ſiue hyperboliformem? Cui ſententiæ fauet authoritas neotericorum aliquorum Opticorum, atq; Anatomicorum, fauet figuræ conformatio, fauent experimenta, fauet naturæ ratio, ac finis, quem prædixi, fauet deniq; in catoptrici noſtri Apiarij principio geometrica demõſtratio, qua probatur hyperbolici conuexi proprium eſſe omnes radios in idẽ incidentes, ac directos ad focum concaui, reflectere vnum ad punctum. Itaq; cõuexum hyperbolicum tam catoptricum, quàm dioptricum vnitiuum eſt omnium radiorum vnum ad punctum.

Criſtallini humoris pars poſterior hyperboliformis.

Arcanum hoc altera ex parte hyperboliformis pupillæ aliquibus olim Parmæ celabam, ac tantum vulgabam Diaphanum pupillare maximo vſui futurum in philoſophià dioptricà. Opinione aliqui falſi ſunt dum putarunt pupillam vtrimq; ſphæricam eſſe Quæ figura obnoxia eſt incommodis lenticularium Diaphanorum, de quibus inſequentibus. &c.

Itaq; vt, præter hactenus à nobis in ſuperioribus capitibus inuenta adiumenta optica, fiat viſio longe perfectiſſima, naturæ ſolertiam in humoris criſtallini figurà imitemur, & criſtallinum Diaphanũ anteriore parte depreſsè ſphæricum, poſteriore hyperbolicum, & paullum circa medium protuberãs effingamus, quale tibi exhibet hic poſita figura criſtallini humoris à latere viſendi.



Perſpicilla pupillam artis vocat maurolycus.

Hoc dioptricum inſtrumentum nos potius, quam Maurolycus perſpicilla, vere *pupillam artis* appellemus, ex qua habetur non ſolum angulus viſorius maximus, & radiorum complurium affluxus ad vnum punctum, vt hactenus in capitibus antecedentibus; habetur, inquã, non ſolum plurium, ſed omnium radiorum ad vnum concurſus, vt in maxima lucis abundantia res oculo per Diaphanum apparentes euidẽtiſſimè videri poſſint. Quo quidẽ inuẽto, & parato inſtrumento, haud ſcio an ab humano ingenio quicquam perfectius excogitari poſſit ad ſummam viſionis energiam per Diaphana.

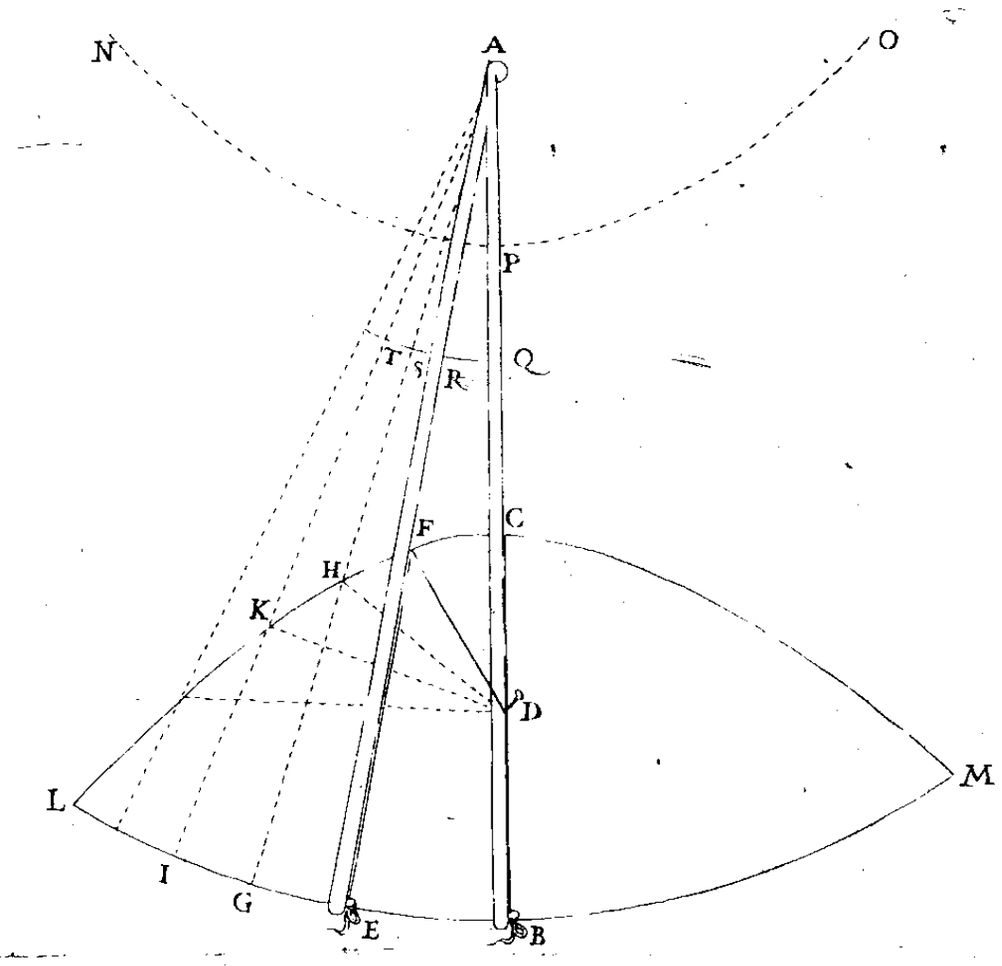
Ac licet præciſe hyperbola non ſit, tamen ad praxes eorum, quæ in ſequentibus capitibus tradentur, ſatis eſt nobis lucrari quaſi infinitã (ſi non omnimodam) radiorum multitudinem, qui ad vnum confluant punctum, qui in ſphærico Diaphano

phano diſperguntur. Geometrica inuenta materijs applicata præciſam geometriam (quæ in abſtractis requiritur) non requirunt, ſed vſum, ac facilitatem, modo ſenſibilia incommoda non ſequantur. Plura hìc omitto exempla organicarum inuentionum à magnis Geometris. Videe apicem ingeniorum Mathematicorum Archimedem, qui in circuli dimenſione calculos vſui accomodatos eſt ſecutus, cum tamen accuratiores non ignoraret, ac prudenter cenſeret non eſſe reijciẽda inuenta in applicatis ſcientijs Mathematicis dum aliquid exigui detrimenti patiuntur circa præciſionem abſtractam geometricam. Plura inferius. Inuentionem noſtram habes pupillaris Diaphani à figura, & natura pupillæ. Adde tũ perfectiora, & tuas tu praxes appone noſtris theorijs, ò Lector.

In organicis inuẽcionibus non eſt neceſſaria geometrica præciſio.

Nunc ad aliud noſtrum inuentum accedamus, nempe ad inſtrumentum ſimpliciſſimum, ac facillimum, quo mixta figura pupillaris Diaphani vno quaſi tractu deſignetur.

CONSTRVCTIO, ET OPERATIO.



SIt regula AB ita apta, vt in vtroq; eius extremo pateant exigua duo foramina in directum diſpoſita ipſi rectæ aciei, quam lineam fiduciæ vocitant. In foramen A acus, ſiue clauiculus figatur, circa quem regula ſit mobilis. Ad foramen B filum alligetur, quod productum ſecus regulam poſſit replicari, & affigi acu in puncto D, quod erit punctum ex comparatione hyperboles deſcribendæ. Et quoniam pupillæ figura conſtat (vt proditum eſt in antecedentibus ex Anatomicis, & Opticis) è peripheria magni circuli, quo remotius centrum A accipietur, & regula erit productior, curua linea LBM erit pars peripheriæ maioris, & ad planam magis accedet; conſtat præterea figura pupillæ ex quaſi hyperbola curuatiori, & protuberante; ideo quo remotius à vertice C per filum replicatum accipietur punctum D, dabit minoris hyperboles minus expanſam, & incuruatam magis figuram. Acceptis ergo geminis graphijs, alterum fige in foramen B, alterum interpone inter filum replicatum in C, tum ſenſim læua manu deduc cum graphio inferiore regulam ex B in E, ac eodem tempore graphio ſuperiore filum ad regulam premendo, ſenſim dextrà filum cum regula ex C in F deducatur, ac ſic deinceps inferius in G, in I, ſuperius in H, in K progredere. Inuersá deinde regulà in oppoſitum latus, idem operare à B, & C verſus M, commutatis manibus, ſi ſit opus, & commode magis àccidat, dextrà inferius, ſiniſtrà vero ſuperius graphium deducendo. Qua operatione peractà, dico deſcriptam eſſe vnà, eádemq; operà figuram pupillarem conſtantem è peripheriæ, ac hyperboles partibus, hoc eſt ſimul ſignatas eſſe lineam circularem LBM, & hyperbolicam LCM. Ac quod attinet quidem ad circularem patet ex eodem centro, & ijſdem ſemidiametris æqualibus AB, AE, AG, AI, iuxta circuli definitionem.

Pro hyperbola vero—

— *Demonſtratio* —

PEtēda erit è 51 tertij Conicorum Apollonijà nobis in Apiario Geom. ſpeculat. (memineris, Lector) vſurpatà vbi de Aſymptotōn problematis. Eam iam olim Parmæ nonnemini recolendam, & ponderandam tamquam abditum theſaurum aperui (ac tibi nunc, mi Lector, iterum hìc aperiam) vnde organicæ, ac geometricæ praxes non vulgatæ deducantur, vt habes apud nos in ſequentibus Apiario hoc noſtro Dioptrico, in Catoptrico, Gnomonico, &c. Quoniam ergo éadem ſemper fili longitudo, variatis tantum punctis reflexionum, circumducta eſt in circularis, & hyperbolicæ lineæ deſcriptione, demonſtrandum à nobis eſt regulæ AB circumductæ circa centrum A partes interceptas inter peripheriam LBM, & inter hyperbolam LCM vnà cum filis DC, DF, DH, &c. eſſe inter ſe ſe æquales. Nempe fila DFE, DHG, DKI, &c. iuxta directionem regulæ AB ex centro D deducta, & diſpoſita, eſſe debere inter ſe ſe æqualia. Quam ad rem præmittenda eſt —

— Propoſitio, & affectio geometrica abſtracté vniuerſalis, ac demonſtranda, quæ eſt huiuſmodi:

Lineæ incidentes in concauam hyperbolam rectà tendentes ad punctum ex comparatione contrapoſitæ hyperboles, & interceptæ inter peripheriam ex puncto ex comparatione contrapoſitæ tamquam ex centro ductam, vna cum ſuis reflexis ad punctum ex comparatione eiuſdem hyperboles, ſunt inter ſe ſe omnes æquales.

Finge A eſſe punctum ex comparatione contrapoſitæ hyperboles, quæ ducta ſit NPO, ſitq; AP æqualis ipſi CD. & quoniam per 51 tert. Conicorum Apollon. maior, verbi gratia AF, minorem FD ductarum linearum à pūctis ex comparatione A, & D ad ſectionē LC, ſuperat quantitate axis PC; ſecentur ex A ipſi PC æquales AQ, AR, AS, AT, &c. Incipiamus igitur ab IK, KD, quas eſſe æquales duabus GH, HD, & reliquas EF, FD; BC, CD &c. omnes eſſe inter ſe æquales ſic demonſtro. Maior AK minorem KD ſuperat quantitate AT, vt prædictum eſt, ſublata ergo AT, remanent æquales TK, KD, additá communi IK, ſunt æquales IT, & IKD. Rurſus AH ſuperat ipſam HD quantitate AS, quà ablatà, remanent æquales SH, HD, additá GH, fiunt æquales GS, & GHD. Sic de reliquis ER, & EFD; BQ, & BCD. At AI, AG, AE, AB ab eodem centro æquales ſunt, & ablatis æqualibus AT, AS, AR, AQ, remanent æquales IT, GS, ER, BQ, ergo etiam illis æquales oſtenſæ IKD, GHD, EFD, BCD ſunt & ipſæ inter ſe æquales. Quod erat demonſtrandum, & de quibuslibet alijs à circumferentia verſus A tendentibus, & incidentibus in hyperbolam, ac reflexis ad D demonſtrabitur.

Nos igitur eádem fili quantitate incidētium, & reflexarum rite hyperbolam deſcripſimus, in qua prædictam linearum affectionem demonſtrauimus.

COROLLARIA.

I. VTi potes hoc organico modo etiam ad deſcriptionē ſolius hyperboles, vt docuimus in deſcriptionibus vniuerſalis noſtri horarij. Hic tamen modus organicus nunc hìc à nobis inuentus, & alijs quibuſdam amicis oſtenſus, propriè ac præcipue facit ad vnà, eademq; opera deſcribendam figuram pupillarem conſtantem ex parte peripheriæ, & ex parte hyperboles, vt nulla pars in regula ſit, quæ vacet ab opere, altero extremo (vt fit in circino) fixo ad centrum, altero peripheriam deſignāte, ac medijs eiuſdē regulæ partibus ex filo hyperbolam ducentibus.

II. Ductis rectis lineis, ac baſibus (quas hìc occultas tibi Lector intelligendas relinquimus) à punctis T, S, R, &c. ad D, vides deſcriptam hyperbolem per vertices K, H, F iſoſceliorum DKT, DHS, DFR. Nam latera TK, KD; & SH. HD; & RF, FD bina ſunt demonſtrata æqualia. Per vertices iſoſceliorū deſcriptio hyperboles.

III. Ad vſum ergo propoſitum de conflatione Diaphani pupillaris ex deſcriptà ſic à nobis mixtà figurà ſignetur hyperbola in materia aliqua ſolida ferrea, ærea, & abſciſſis partibus, quæ cadunt extra hyperbolam, ad eius normam excauetur vas aliquod in materia, quæ vitrum ex fornace iniectum ſuſtinere poſſit. Vas ergo dimidia plus parte ſui ſit hyperbolice excauatum, reliqua ſui parte ſit figuræ amplioris ſphæricæ. Vitrum inijciatur, quod ſtatim ac frigefactum, & in effigiem mixtam è ſphæra, & hyperbola conformatū fuerit, extrahatur è vaſe vel fracto, vel adaperto, ac hyperboliformiter læuetur, atq; expoliatur. Sic ab arte aſſecutus eris Diaphanum perſimile pupillæ naturalis, quo mira, & præclara (vt in ſequentibus Progymnaſmatis docebimus) peragentur. Itaq; vide, ò Lector, factas hactenus dioptricas metamorphoſes ad anguli optici amplificationē è cubo in ſphęram, è ſphæra in hemiſphærium, ex hemiſphærio in lentem, è lente in pupillare Diaphanum compoſitum è circulari, atq; hyperbolicà figurà.

SCHO.

SCHOLION.

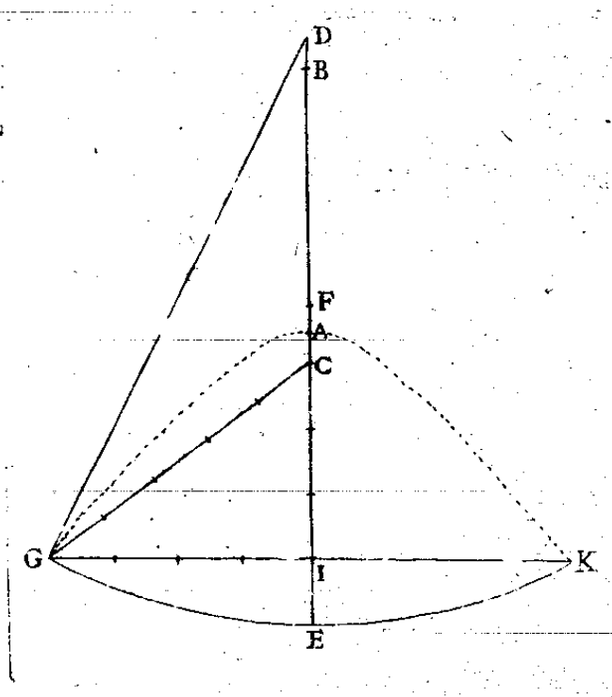
Vide modum alium describendæ hyperboles apud nos in catoptricis, vbi de hyperbola catoptrica proprietatem aliquam valde miram prodidimus.



CAPVT VIII.

Paralipomenon ad firmamentum, & ad praxim Diaphani altera ex parte hyperboliformis.

IN censura meorum Apiariorum, & in litteris P. Griembergeri Bononiâ huc ad me Roma missis die 2 Febr. & 20 Maij, & 10 Iunij 1635 aliqua sunt, mi Lector, quæ te cõfirment, & quasi manu ducant ad admittendum, & in vsum faciliorem traducendum nostrum Diaphanum pupillare, hoc est sphærohyperboliforme. Verba cẽsuræ, ac Griembergeri, quæ pro me, immo pro te, mi Lector, sunt: *Noua, & ingeniosa sunt quæ de lẽte pupillari, & sphærohyperbolicà asserit. Id, quod verè geometricum est placuit summopere, noua scilicet, & facillima hyperbolarũ descriptio, quam partim hìc, partim alibi tradit. &c.* In literis vero 2 Februarij sic: *Id, quod mihi addit animos ad aliquid tentandum circa fabricam Diaphani sphærohyperbolici est, quòd dubitari non debeat, naturalem figuram humoris cristallini debere esse reliquis præstantiorem, sitq; admodum verisimile eandem figuram non solum inseruire visioni, sed alijs etiam operationibus similibus. Cæterum quam natura non determinauit quis facile definierit? Imitanda tamen est quoad fieri potest. Scio ipsam amare operationes facillimas, neq; libenter se se intricatis intricare. Tentemus ergo & nos in fabricà lẽtis sphærohyperbolicæ constructionem non absimilem: & quidem à praxi P. Bettini longius non recedamus, quæ vnà, eàdemq; operà beneficio regulæ, & fili & sphærica curuitas, & Conoidalis describitur.*



Pro diametro basis circularis, quæ portioni sphæræ, & Conoidis debet esse communis, assumo rectam GK, eamq; seco bifariam in I, & ex perpendiculari ID sumo IB duplam ipsius IG, & IC trium partium, qualium recta GI est 4, & sic recta GC est necessario partium 5, èademq; aqualis

rectæ

rectæ CD. 3 enim ex 8 relinquunt 5. Atq; hoc modo determino in axe IB puncta ex comparatione facta C, D. vertices vero A, B sic reperio. Ipsi DG facio æqualem DE, & EF æqualem ipsis GC, vel DC, & CF diuido bifariã in A, vbi est vertex hyperbolæ describendæ. vertex autem B sectionis oppositæ habetur si ipsi AC fiat æqualis BD, vel AB æqualis ipsi FD.

Porro longitudo regulæ mobilis circa centrum D est DE, longitudo fili CG, vel EF, vel EAC. & vnus terminus fili figitur in C, alter in extremitate regulæ mobilis in E. Atq; ita ex circunductione regulæ punctum E describit curuitatem sphæricam GEK, & graphium, (quod filum semper extendit lineæ fiduciæ eiusdem regulæ) describit hyperbolen GAK. Quæ meo iudicio neq; obtusa est nimium, neq; acuta, & similiter videtur se habere curuitas GEK.

Sed hac de re expecto iudicium Reu. Vestræ. Nollem tamen molestus esse Reu. Vestræ, quam scio serioribus satis esse occupatam.

Vere affirmat seriora esse studia sacrarum literarum, quibus publicè in Ecclesia è differendis iam annis aliquot operam impendo. Philosophia enim humana intellectui, diuina etiam volũtati prodest; illa scientiam parit, hæc conscientiam pascit, ac sedat.

In literis 26 Maij sic: *Mihi quidem figura non displicet eo ipso, quòd oculi cristallino sit persimilis. Vtrum vero satis sit ea figura cyclohyperbolica, quam misi, mihi non constat, qui genuinam nunquam viderim.* Responderam enim literis Februarijs inspiciendam esse formam naturalem cristallini glaciati, quæ forma non mutata sit vel ab intrinseca, vel ab extrinseca aliqua affectione, vel læsione. Præterea reuisenda ea (ad quæ etiam te hortor, mi Lector) quæ inferius habentur in secundo Progymnas. cap. 3 ante medium, Not. a, vbi præscribitur forma optima pupillaris. &c.

Deniq; in literis 10 Iunij sic: *Pro formâ pupillari aliquid cæpi elaborare, licet pupillam tangere non liceat.* Paullo post in ipsa pupillaris Diaphani molitione circiter octogenarius (vt audiui) clausit pupillas in mortẽ vir immortalitate dignissimus. Interim hactenus tentatis à tanto viro fruere tu, mi Lector, &, appositâ tuâ indusriâ, confice quod affectum est.

PROGYMNASMA SECVNDVM.

De perſpicillorum, ac tuborum opticorum theoricà. Paradoxa, & problemata circà viſionis defectus corrigendos, circa illuminationes, vſtiones, picturas exercendas modis perfectiſſimis vltra hactenus inuentos per vſitata Diaphana.

CAPVT I.

Perſpicillorum vſitatorum theorice. Perſpicillorum hyperbolicorum iuxta noſtrum inuentum vſus præcipuus ad viſionem corroborandam, & corrigendam.

IAm pars illa noſtræ Dioptrices abſoluta eſt, quæ eſt de viſione ampliſſima, perfectiſſima, & prodigioſa minimorum. Reliqua eſt altera pars de adiumẽtis, quæ ex hoc noſtro pupillari Diaphano promanãt ad ſenilem viſionem corrigendam, & corroborandam; ac deinde de vſu eiuſdẽ Diaphani pupillaris ad illuminationem, vſtionem, ad picturam, & ad alia præclara vltra hactenus inuenta inſtrumenta pro ijs operationibus.

Ac quod attinet ad viſionem corroborãdam, & reſtaurandam, fiant inpoſterum aliqua perſpicilia pro ſenibus non iam ſolum lenticularia, ſed quæ pupillæ naturalis figuram imitentur; incredibile dictu eſt quanto euidentius, ac diſtinctius, (quàm per vſitata perſpicilla) in tanta radiorum omnium per hyperbolẽ ad vnum affluentià res obiectas perſpicient ſenum oculi. Quam ad rem, immo & ad omnia naturæ conſilia inueſtiganda lege, amabo, Maurolyci Diaphanorum lib. 3. præſertim vbi de conſpicilijs. Magnus enim ille vir, vt alibi ſemper, ſic ibi mirificè ac geometrice, ex oculi & pupillæ figurà (quæ proprie ad Geometram Philoſophum ſpectat) demonſtrat, & veras rationes euoluit eorum, quæ & à natura in viſione per oculum, & ab arte per conſpicilia perficiuntur. Ex quo authore aliquas tantum concluſiones apponam ab eo demonſtratas, e quibus tibi alluceat ad vſum, quem afferre poſſit viſionis defectibus emẽdandis noſtrum hoc mixtum ſub circulari, & hyperbolica ſuperficie dioptricum organum.

Sed tyrones hic præmoneo vt ſi quid in hoc 2 Progymnaſmate circa viſionem minus aſſequantur, pergant tamen, ac Progymnaſma 3 perlegant; futurum enim vt ex ijs, quæ in Progymnaſmate 3 propriè, ac ſuo loco de viſione docentur, clariſſima fiant ea, quæ initio huius 2

Progymnaſmatis de viſione innuuntur, & quaſi per corollaria deducuntur. Noſtros enim libros ſic diſpoſuimus, ac nexuimus, vt non ſolum conſequentes egeant antecedentibus, ſed etiam à conſequentibus non parum redundet vtilitatis ad antecedentes.

Vt igitur ad rem hic noſtram redeamus, ſcire licet ex Maurolyco quòd ſicut radij viſuales per Diaphanum vtrimq; conuexum tranſmiſſi citius in anguſtum coeunt, ita per vtrimq; concauum traiecti magis dilatantur. Figura ergo conuexa congregat, concaua diſgregat vt vides in figuris appoſitis A, B. Prætereà in conuexo conglobatiori, quale eſt minoris ſphæræ, ad minus ſpatium couiuntur fracti radij, cõtra in Diaphano concauo minoris ſphæræ ratio eſt quia in curuatiorem ſphæram obliquiores cadunt radij, & cõſequenter magis refracti ad ſpatium propius Diaphano, &c. & contra in cauo. Hinc qui conglobatiorem ſortiti ſunt pupillam breuiore ſunt viſu præditi; qui vero expanſiorem pupillæ faciem, hoc eſt de maiori ſphæra ſumptam habẽt; ijs expanſiores radij ad longius ſpectandum feruntur, concurſu iam protelato. In ſenibus humoris remiſſio remittit nonnihil in pupillà tumoris, vnde protelato viſualium radiorum concurſu, viſiuam quoq; virtutem protelari neceſſe eſt. Conſpicilia naturæ defectum corrigunt, ſcilicet figuræ defectum in pupillá compenſando figurá vitri. Ergo conuexa, quæ diſgregatos radios, & longius coeuntes congregant, & ad breuius ſpatium coadunant, ſenibus proderunt; concaua vero proderunt pupillæ nimium conglobatæ, &c.

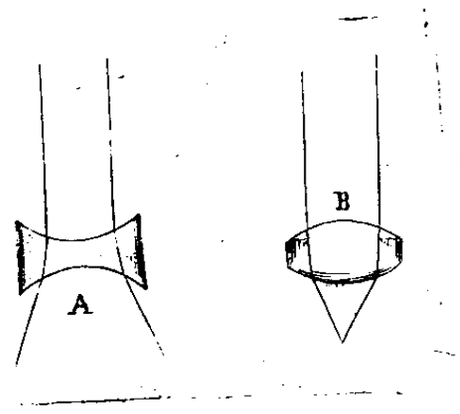


Figura conuexa Diphani congregat radios; cõcaua vero diſgregat.

Cur qui conglobatiorem habent pupillam breuiore ſunt viſu, & cõtrà?

In ſenibus ratio viſionis hebetioris à figurá pupillæ.

Perſpicilia quomodo corrigant naturæ defectum.

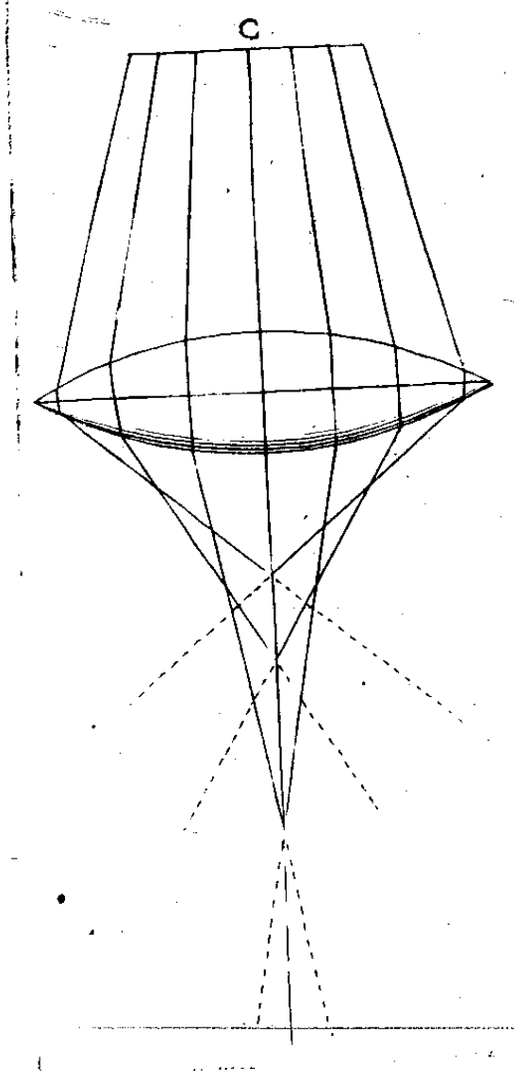
Conſpicilia hyperboliformia ſenibus, &c. vtilia.

Ratio prædicti vſus, &c.

Merito igitur à nobis pronuntiatum eſt conſpicilia in pupillæ figuram formata ſenibus, & quibuſcunq; laborantibus viſionis defectione, qua ſenes laborant, valdè profutura ob figuræ conuexitatem remedium afferentem oculis remittentibus (vel ætate, vel alio ex morbo) aliquid conuexitatis in pupilla, & in oculi exteriore figurà. Quæ ratio communis eſt vſitatis conuexis conſpicilijs.

Sed alia propria quædam ratio eſt in noſtris hiſce pupillaribus (vt ſic appellem) perſpicilijs à figurá hyperbolicà partis poſterioris. Qua fit vt non ſenibus modo, ſed quibuſcunq; qui conſpicilijs conuexis vtuntur, mirifice profutura ſit vitrea hyperbole ad viſionem & clariſſimam, & diſtinctiſſimam. Nam cum radij (vt conſtat ex demonſtratione 18 Maurolyci citata in præcedenti Progymnaſmate, & factà à nobis vniuerſali ſphærica Diaphana ingredientes inæqualiter deinde refringantur præſertim in egreſſu, & refracti, qui remotiores ſunt propius ad ſphæram, ſeu lentem coeant cum axe, & ſic deinceps magis, ac magis remotè axem interſecent pro vt minus, ac minus ab axe remoti refringuntur in exitu; inde fit vt res oculis apparẽtes per varias illas interſectiones minus diſtinctæ appareant, & oculus conſtiturus etiam in puncto viſionis quam fieri poſſit commodiſſimo, tamen accipiat aliquos radios poſt punctum, & angulum, ſub quo videt, longius cocuntes, ad aliquos non pertingat ante punctum, & angulum, ſub quo videt, coeuntes; quin immo ſpecies delatæ à radijs ante punctum viſionis coeuntibus partim diſperguntur, partim inuerſæ proueniunt (nempe poſt radios decuſſatos) & erectas perturbant; ſpecies vero delatæ à radijs longius poſt viſionis punctum coeuntibus informes, & diluto quodam lumine vniformes, atque indiſtinctæ quaſi nullæ (nempe extra locum ſui concurſus) apparent. Vide figuram appoſitam C.

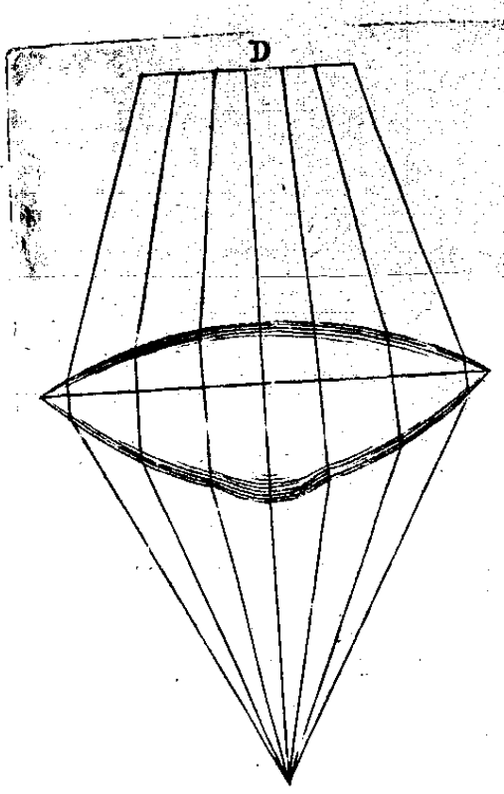
Ratio altera præcipua, & propria vſus hyperboliformium cõſpiciliorum pro ſenibus, &c.



Quas omnes ob cauſas viſio, quę per communia, & vſitata perſpicilia fit, licet multum opis accipiat ab arte, habet tamen vnde poſſit perfici ſublatà radiorum non paucorum implexione,

& confuſione. Hanc autem confuſionem tollere, ac viſionis perfectiſſimam diſtinctionem à nullis alijs Diaphanis accipere poteſt, quàm à noſtris criſtallinis pupillis, quarum forma poſterior quaſi hyperbolica cùm omnes parallelos radios extrinſecus aduenientes ita refringat in exitu, vt ad vnum omnes punctum, & angulum conueniant, omnes etiam æque deferunt obiectorum ſpecies, nec vllæ poſt viſionis punctum inuerſæ, nullæ ante viſionis punctum diſſipatæ, dilutæ, atq; euanidæ accidunt, ſed omnes pariter in ſuo nitore, ac vigore, & vnico in puncto, & angulo, ſub quo perfectiſſime diſpiciuntur, apparent. Vide appoſitam figuram D.

Qua quidem re nihil eſt quod vlterius optari poſſit ad viſionem clariſſimam, & diſtinctiſſimã, De angulo, & baſi, & puncto viſorijs vide plura cap. 1, 2, &c. Progymn. 3. ſequentis.



CAPVT II.

Aliqua paradoxa, & problemata circa viſionis defectus geometricé, atq; aliter quã ab Ariſtotele ſoluta. Teleſcopij theorice, ac perfectio ex Diaphano noſtro hyperboliformi. Vſus aliqui teleſcopij non vulgati cum theorijs.

EX prædictis licet ſoluas quaſi per corollaria quæſtiones aliquas, quas Ariſtoteles in problem ſectione 31 eorum quæ ad oculos pertinent, quæſtione 8, 15, & 26. ſoluit. Soluere, inquam, eas licet aliter (& mathematicè, hoc eſt geometricè, atq; opticè) quàm eas ſoluit Ariſtoteles. Cuius eximij Philoſophi rationes non hìc improbamus, ſed tantum noſtras etiam addimus ex oculi figura (quæ ad mathematicum Philoſophum pertinet) petitas.

Quærit ergo 1 in quæſtione prima, & 15 ſic. *Quamobrem qui cognomen luſcioſi habuerunt, literas minutas ſcribere conſueuerunt? mirum enim vt qui obtuſis ſunt oculis rem faciant, quam eorum facere intereſt, qui acumine valeant oculorum.* Solutio noſtra eſt, quia luſcioſis oculi, pupillæ, criſtallinus humor ex anteriori parte nimis curua ſunt (tali enim oculi figura prædicti, etiam ſi iuuenes, longe poſita non diſpiciunt, quos Ariſt. luſcioſos, μύωπας appellat) vnde fit vt rerum remotarum radij ex figuræ nimia curuitate in oculo nimis prope (ob prædicta ex Maurolyco) pupillæ fundum in angulum coeãt, vnde ad retinam, vbi fit viſio, baſis viſoria, ſeu pictura ſimulacrorum nimis diſperſa, & euanida pertingit, nec fieri poteſt clara & expreſſa viſio. Vt ergo & videant, & ſcribant etiam minutiſſima, propius oculos admouẽt obiectis, aut tabellis, ex qua vicinitate fit vt radiorum concurſus producatur intra oculum, & angulus viſorius in eo ſitu aquei humoris fiat, vnde baſis viſoria proportionata viſioni ad retinam pertingat. Cuius rei ratio pendet in primis ex theorematis 16, 17, & 20 lib. 1. Diaph. Maurolyci. ibi enim demonſtratur quòd, quoniam obiectorum propius ſphæræ criſtallinæ admotorum refracti radij per ſphæram meantes in amplum eunt, ideo egreſſi, ac refracti poſt ſphæram longius coeũt, atq; eo longius quò ſphæra maior eſt. Cum verò obiectum eſt remotius, vel ſphæra minor, radij per ſphæram meantes in anguſtum eunt, & in egreſſu refracti propius coeunt in angulum, vt patet in figura appoſita. In qua obiectum idem nunc longius, nũc propius ſphæræ appoſitum in A, & in B, facit iuxta prædicta refractionem radiorum intra ſphæram nunc in amplum vt in CD, EF, nunc in arctum vt in GH, IK, atq; exinde coeunt radij ad axem in angulum poſt ſphæram vel in L, vel in M propius, aut longinquius. Igitur luſcioſi non ſimpliciter videndi

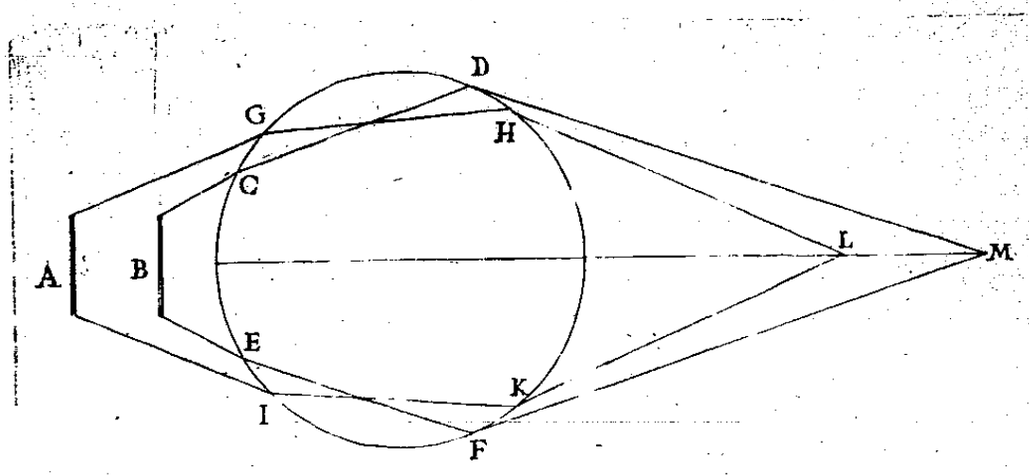
Obiecta propiora ſphærico Diaphano tranſmittunt radios refractos magis diuaricatos, & longius coeuntes.

Obiecta remotiora contraria prædictæ ratione refrangunt radios, &c.

Luſcioſi acutius vidẽt proxima. &c.

Ratio mathematica cur luſcioſi minutas literas ſcribat

acumi



nimium carent, sed ad remota caligant, acutè autem vident proxima, ob prædicta.

Cur senes obiecta remouent, & lusci admouẽt, &c. Ratio mathematica.

Quærit 2 Aristoteles quæst. 26. his verbis. *Quam ob causam cum & senex, & luscus per imbecillitatem parum oculis valeant, alter proxime admouet, si quid inspicere vult, alter procul abducit?* Respondemus nos iuxta prædicta in 1, & 2 cap. huius Progym. remotionem obiecti in senibus id efficere, quod facerent conspicilia conuexa, admotionem vero obiecti efficere in luscioſis id, quod facerent conspicilia concaua. Nam in senibus parum curua pupilla nimium producit angulum visorium, ita vt retina breuissimam basim accipiat, in qua obiectum non percipiatur. Efficiendum igitur est vt radij ad spatium breuius post cristallinum hũmorem propius angulum faciant, & consequenter basis visoria in retina amplietur. Id vero fit, iuxta cita theoremata præsertim 20, remouendo obiectum, vt radij per cristallinum humorem in angustum meantes, egressi propius in angulum coeant, & commoda fiat visio in retina. At luscioſi vt videãt, propius admouent, vt ex ea vicinitate radij per cristallinum trãseuntes, & in amplum euntes, egressi longius eant in angulum, & corrigant breuitatem coni radioſi, quam breuitatem efficit nimia pupillæ cuiuitas. Reuise antecedentem figuram. Ambo igitur, (senes, scilicet & luscioſi) oculis laborant, sed contrario defectu, senes parum vident, vicina præsertim; luscioſi remota non vident, ergo illi remouẽt, hi admouent, vt contrarijs obiecti situationibus contrarios morbos, siue contrarios conos opticos corrigant, senes nimis productum breuiando, luscioſi nimis breue producendo. Sed de visione, & vero, formali, expresso angulo visorio vide cap. 1. & 2. Progym. sequentis.

Senes, & luscioſi contrario defectu laborant, &c.

Item ex dictis cap. præcedenti potest patére vniuersa theorice tuboſpicilij, siue telescopij, quo remotissima perspiciuntur. Cui theoricæ conducentia quædam præmittenda, & præmissis cap. 1 huius Progym. addenda sunt ex Maurolyco l. 3. Diapha. circa oculi, ac pupillæ anteriorem faciem, & curuitatem. Affirmat ergo, & ex fine à natura intento confirmat oportuisse quidem pupillam globosam esse, non tamen sphæricam (intellige sphæræ minoris partem) sed compressam (ideſt partem sphæræ maioris, vt in lentibus maioribus); sic fieri, vt visuales radij in anteriorem pupillæ faciem cadentes, & per profundum humoris glacialis delati absq; cõgressu, hoc est ante coincidentiam, in suomet situ ad opticum neruum deferantur. (nos tamen aliter sensimus, & videbis Progymnasmate 3 huius Apiarij) specie inq; in sua positione repræsentent. Tum paullo post: *pupilla, siue cristallinus humor, est anteriori facie planiori, ideſt minus curuà, quàm posteriori, vt scilicet esset directioribus radijs exposita, vt potè ijs, qui per vueæ foramina ingressi sub eius opacitate magis illucescentes, clarius exprimerent spectatæ rei formam. nam posterior facies non indiguit tali planitiei latitudine, vt quæ per exiguum vitrei humoris spatium radios ad opticum neruum erat transmissura.* Quibus sic habentibus vnà cum prædictis cap. precedenti, facile potest innotescere quę sint munia vtriusq; vitri in tuboſpicilio. Nam quod ad vitrũ anterius, siue ab oculo remotius, & in vertice tubi collocatum versus obiecta, id sphęrę magnæ conuexa portio est ex parte spectante ad obiectum, est vero id vitrum planum ex parte spectante versus oculum. Idem efficit quod lens vtrinq; conuexa, nisi quod radij post refractiones egressi è plana superficie conueniunt cum axe post maiorem distantiam, quàm si egrederentur magis refracti post curuam superficiem. Igitur planius est id vitrum, siue maioris est sphæræ pars, vt plures radios, præsertim parallelos admittat, quos collectos refringit, & transmittit ad angulum ampliorem (vt cap. 5 & sequentibus Progymnasmatis antecedentis demonstratum est) faciendum, ad quem plures eorum non irent, nec cum axe conspirarent, nisi interciperẽtur Diaphano eo vitro. Verum quoniam in hoc emolumẽto collectionis multorum radiorum ab obiecto remotissimo transmissorum duo sunt dispendia, scilicet implicatio, ac mutua perturbatio tot radiorum altius, inferius, & varijs in partibus axem interſecantium, vt dicebamus cap. antecedenti. Item dum oculus angulo extremo eorum radiorum apponitur, perturbatum videt, & indistinctum obrectum non solum

Pupillæ facies anterior est portio sphæræ maioris, & Cur.

Telescopij, siue tuboſpicilij theorice.

Theorice vitri ab oculo remotioris in telescopio.

Theorice vitri vtrimq; cauin tuboſpicillo.

ſolum propter eam radiorum multiplicem implicantiam, & interſectionem, ſed etiam quia fortaſſe ſic ad angulum inclinati, & intra oculum per criſtallinum humorem tranſmiſſi etiam intra oculum faciunt angulum viſorium remotè nimis à retinà, vnde fit vt aptè in retinà fieri non poſſit viſio. Ac propterea remedium apponendum fuit, quod apponitur luſciosis à conſpicilijs concauis. Itaq; vitrum alterum tuboſpicilij inferius, & ad oculum ſpectans eſt vtrinq; cauum. 1, vt, refractione factà radiorum, qui per id tranſmiſſi, poſt egreſſum refringuntur à perpendiculari, magnam partem diſſipentur, & diſiecta ea radiorum conſpirantium multiplicitate, atq; interplicantiá, res ſub ſimplicioribus radijs videantur diſtinctiores, licet minores. 2, vt conus radioſus producatur aliquantulum, & poſt criſtallinum humorem pertineat aptè ad viſionem verſus retinam. Primum igitur vitrum conuexum colligit, dilatat & quaſi propius admouet obiecta, ſecundum concauum diluit, diſtinguit. &c. Quæ omnia patent ex ante perſcriptis tum in hoc, tum in cap. antecedenti, ac melius patebunt in figura mox hìc apponenda, atq; etiã ex Progym. 3 ſequenti, vbi de arcanis viſionis.

Opacitas interior tubi ad quid?

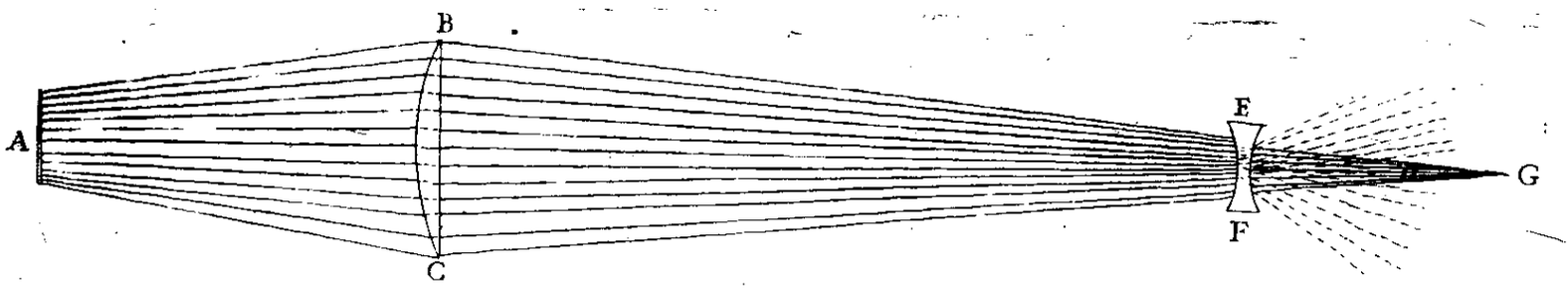
Opacitas vero tubi iuuat ad clarius vidēdum, vt dicebat paullo ante Maurolycus de radijs intra vueam, &c.

Certa proportio inter duo vitra Teleſcopij.

Verum quidem eſt interduo illa vitra tubi requiri quãdam proportionem, vt ſcilicet minus curuo minus cauum, magis curuo magis cauum aſſocietur. Sed hæc proportio, de qua alij, & nos aliàs, nihil nunc ad nos facit, qui tantum ex prædictis corollarij loco breuiter indicamus quomodo teleſcopij pateat theoria circa vſum vitrorum in eo inſtrumento, vt remotiſſima diſpiciantur. Vide hic interim, atq; applica tute prædicta in appoſita figura.

conuexum.

In



In qua ab obiecto A radij per refractionem coguntur in vnum à ſemilente Diaphana BC, & qui irent in angulum, ver. gr. ad D, propter interpoſitum Diaphanum vtrinq; cauum EF ita refringuntur, vt in egreſſu progrediantur à perpendiculari, & partim diſſipentur, ac denſitas eorum quaſi diluatur, partim eant in angulum longius in G. Atq; hæc hìc nunc ſatis ex dioptricis principijs ad innuendam breuiter theoricen teleſcopij. Porro pendet etiam ex præmiſſis, & ex citatis theorematis, præſertim 20 lib. 1 Diaphanorum Mauroly. ſolutio problematis: Cur, ſi teleſcopium in eà vitrorum diſtantia, in qua remotiſſima videntur, conuertas ad alia obiecta parum diſtantia, nulla prorſus cernantur? experimento nos didicimus remedium à tubi productione, qua fit vt prope poſita (in ea tamen diſtantia poſita, vt ſine tubo non diſpiciantur) admoto, atq; interpoſito tubo & maxima, & diſtinctiſſima conſpiciantur. At vnde id incommodum, & id remedium? Supponendum interim eſt vitrum cauum ſemper collocandum eſſe in ea diſtantia à conuexo, in qua verticem coni radioſi per conuexum tranſmiſſi excipiat, vt proximé poſita prodit fig. Cum igitur ita diſpoſita ſunt, & eo inter ſe interuallo diſſita vitra, vt per vtrumq; remotiſſima perſpiciantur, radij qui in tãta diſtãtia pro parallelis haberi poſſunt, ingreſſi cõuexum vitrum, & in anguſtum meantes, poſt refractionem factam, in egreſſu citius, ſiue ad breuius ſpatium concurrunt in angulos, quàm cum teleſcopium obuertitur ad res vicinas, ſeruatá eadem vitrorum diſtantiá. Nam obiectorum prope poſitorum radij conuexum vitrum ingreſſi, & per id in amplum meantes, poſt refractionem, in exitu penè paralleli progrediuntur, & ad ſpatium longius in angulos coeunt, ſub quibus obiectũ videndum eſt. Itaq; tunc vitrum cauum excipit non verticem coni radioſi per conuexum tranſmiſſi, ſed ſecat latum conum, & radios diuertit ab inclinatione ad angulum, ac tunc ipſe oculus cauo vitro appoſitus idem patitur, quod diximus pati ſenes, qui, propter productum nimis conum opticum intra oculũ, non vident præſertim ea, quæ prope ſunt poſita. Si ergo producatur tubus, & cauum vitrum remoueatur, ac ſiſtatur ad verticem coni radioſi, quod idem eſt, ac ſi (vt dictum eſt de ſenibus ex Ariſtotile) remoueatur oculus ab obiecto, tunc ad vitrum cauum oculo appoſito res apparebunt, atq; etiam ſub angulo viſorio rectè ſituato intra oculum ſpectari poterunt per tubum ampliſſima, & diſtinctiſſima ea obiecta, quę propè poſita non viſebantur.

Cur proxima Teleſcopio nõ videtur?

Remedium.

Ratio ex prædictis cur in aere vapido Teleſcopium producendũ.

Ex dictis patet etiam ratio experimenti, quo nos didicimus tuboſpicillum ſolito magis producendum cum aërem vapores occupant, vt remota obiecta rite poſſint videri.

Cæterum an non longè perfectius conſtitui poſſet id teleſcopium, quàm adhuc in vſu eſt, ſi

pro

Hyperboliforme Diaphanũ perficit tubospicillum.

pro conuexo vitro, cristallinam hanc nostram pupillam apponas conflatam ex conuexo ampliori in anteriore facie, exq; hyperbolica sectione in parte posteriore? Cum enim, vt dictum est, conuexum vitrum in tubo ponatur ad plures radios & colligendos, & cogẽdos in angulum, inquam, latiorem, vt sub eo res maiores videantur, an non patet per antecedentia à nulla alia fig. magis, quàm ab hac nostra pupillari & angulum opticum dilatari, & pariter plures radios colligi, atq; ad vnum (non ad varia, vt per alia Diaphana conuexa) coadunari? Quod si cauum etiam vitrum opporteat addere, id non requiretur, vt dissipet radios aliquos, qui se se, atq; alios in varia intersectione ad varia puncta intersecent, atq; interturbent (neq; enim vlli tales transmittuntur post refractionem à nostra hyperbole) sed vt fortasse vel coni radiosi verticem paullum producant, quo cono per oculi pupillam trãsmisso post angulum opticum, in apta distantia fiat apta visioni basis in retina; vel vt omnium radiorum ad vnum pũctum nimiam addẽsationem visioni fortasse offecturam quasi rarefaciat, dissectis aliquibus radijs, & à perpendiculari abactis. &c. dixi: si oporteat addere vtrinq; cauum. nam ex dictis patet etiam solum hyperboliforme per amplum Diaphanum amplificaturum obiecta remotissima, & traductum ad oculum pro visione perspicuá, & perfectissimá, &c. Nostrum igitur hoc pupillare dioptricũ visioni adhuc, per antecedẽtia capita, profuit ad res vicinas minimas tamquam prodigiosè maximas videndas, ad conspiciliorũ senilium, & ad telescopij pro longinquis obiectis supremam perfectionem. Reliqua de visione in Progymn. tertium reijciamus, & nunc iam à visione ad illuminationem gradum faciamus.

Hyperboliforme Diaphanũ valde magnũ etiam sine vitro vtrinq; cauo solum efficit, ac perfectius, quod tubospicillum.

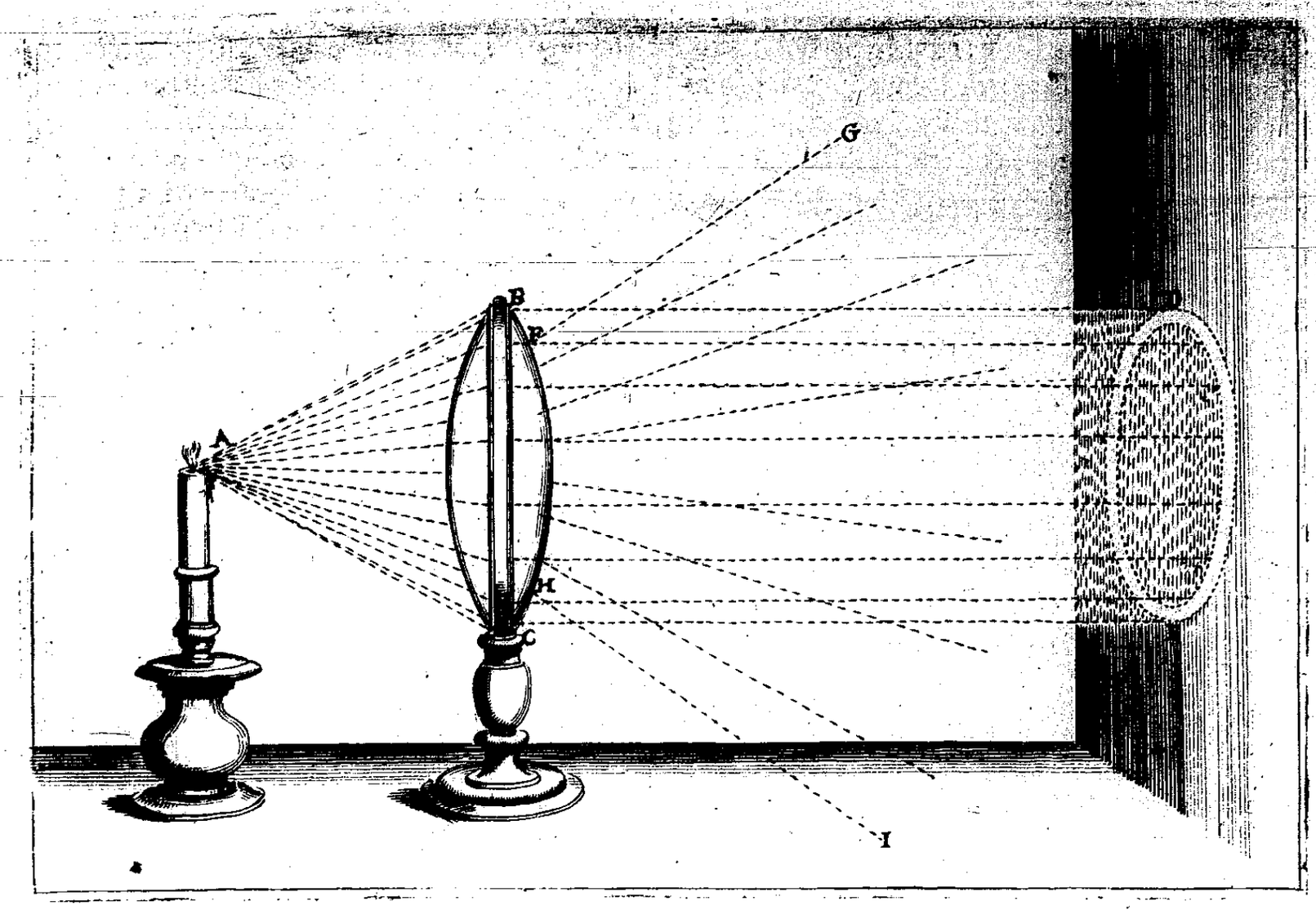


CAPVT III.

Circa illuminationes per vsitata Diaphana factas notata, & cauta aliqua. Hallucinationes correcta, nodi soluti. Problemata vtillima ex illuminatione per Diaphanum hyperboliforme proposita.

QVod igitur spectat ad illuminationem, duplex per dioptricam hanc nostram pupillam fieri potest illuminatio, nempe vel à puncto illuminante, quod per Diaphanum radios traiectos extra Diaphanum emittat parallelos, vel ab obiecto valde amplo, aut, si non amplo, saltem remotissimè collocato, vnde radij verè, vel quasi paralleli proueniant in Diaphanum, & per illud traiecti extra cogantur in punctũ vnum maximæ illuminationis. Nos hic præcipuè loquemur de illuminatione, quæ prouenit à radijs egredientibus extra Diaphanum parallelῶs.

Quoniam autem ex demõstrationibus Maurolyci citatis à nobis in capitibus antecedentibus, radij egredientes ex Diaphanis sphæricis, siue lentibus vsitatis, quanto sunt ab axe remotiores, eò magis refranguntur; ideo vsitata lenticularia Diaphana si ad appositam aliquam faculam ita constituantur, vt radij extremam lentis oram egredientes proijciantur paralleli, reliqui inferiores, atq; interiores, quoniam eo minus semper refringuntur, quo sunt axi propiores, ideo proijcientur extra lentem diuergentes, & parallelos radios intersecantes, vnde fit vt discus luminosus à lente profusus in planum aliquod oppositum multùm de lumine remittat, ac longe dilutior appareat, quàm si omnes radij conspirantes irent paralleli, & lumine densiori affunderent obiecta lenti oppositæ. Vide appositam



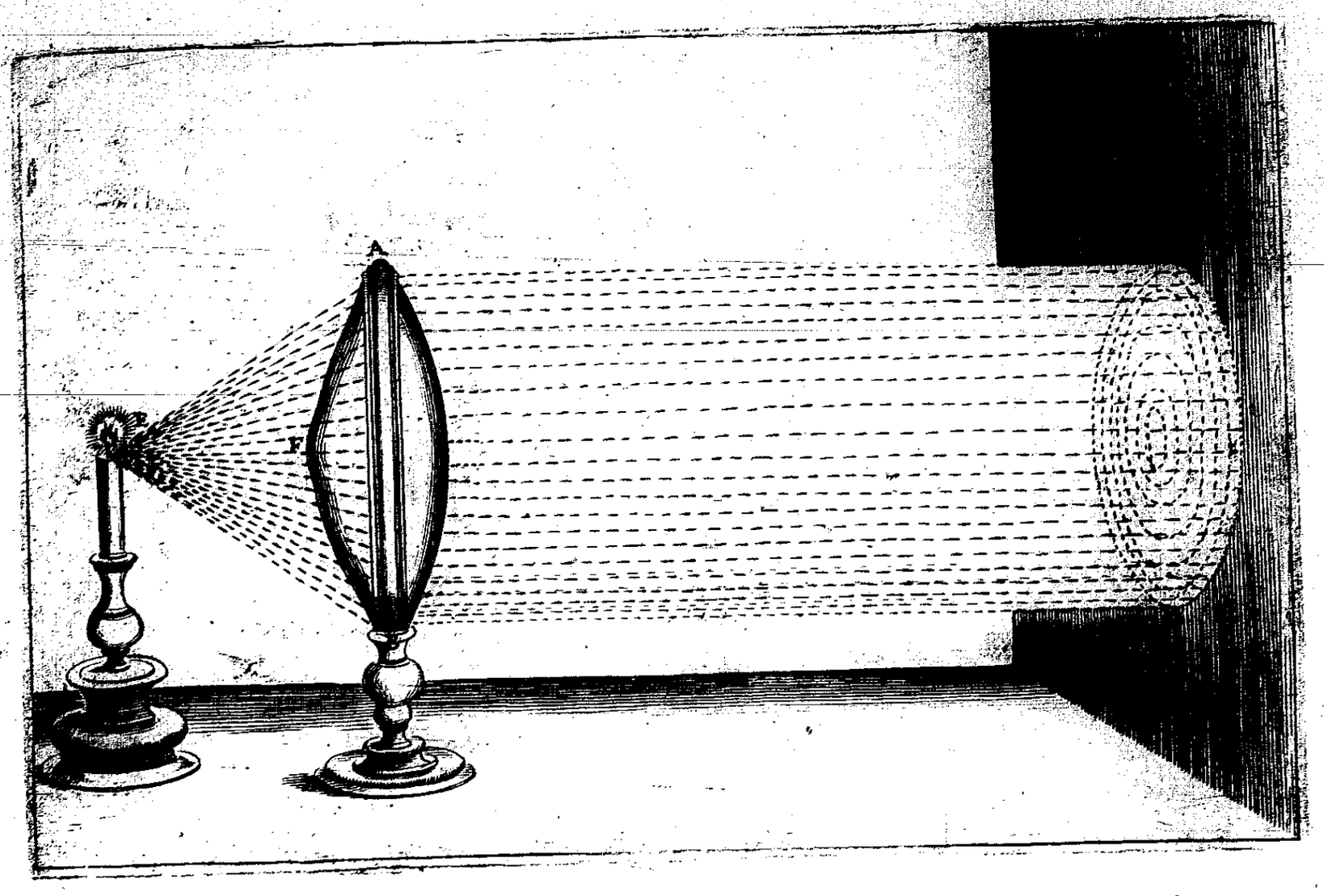
positam figuram, in quà facula est apposita ad eam distantiam in A, vt extremi, ac supremi radij AB, AC refringantur in parallelos BD, CE. Reliqui, velut Fquoniã, per citata ex Maurolyco, minus refringitur quam BD, ideo procedet ad partes G; & sic reliqui diuaricati effundẽtur. Ex qua effusione discus DE plurimo lumine priuatur. Hoc incommodo ad illuminationem caret dioptricum nostrum hyperboliforme. Nam, apposita facula ad partem hyperboliformen in-ra distantia, vnde supremi radij egredientes proijciantur paralleli, reliqui etiam intermedij omnes paralleli profunduntur. nam radij pro inclinatione, ac refractione, quam habent variam, maiorem, ac minorẽ in ingressu, varié etiã inclinantur, & refringuntur proportione correspondenti in egressu. Quoniam vero hyperbolicum dioptricum ex dictis in antecedentibus (præsertim cap. vltimo Progymn. primi huius Apiarij) eam varietatem inclinationum, & refractionum in radijs ad vnum punctũ progredientibus (cùm in vsitatis lentibus propter varias inclinationes, & refractiones radij egrediantur, & concurrant ad varia puncta, vt dictum est cap. 1. huius, & dicetur in capitibus sequẽtibus) ideo correspondent etiam ex altera parte inclinationes, & refractiones proportione ita dispositæ, vt singuli radiorum ab vno, eodemq; puncto in faciem hyperboliformem incidentiũ, & ingredientium refringantur, & egrediantur inter se se paralleli. Quemadmodum enim à Sole radij paralleli per hyperboliforme Diaphanum in vnum omnes punctum confluunt, sic à puncto luminoso ijdem radij per idem Diaphanum refluunt paralleli, ceu vides in secunda figurá ad dexteram, in qua hyperboliforme Diaphanum AB radios, quos ab CD, velut à Sole acciperet parallelos, & ad vnicum punctum E omnes transmitteret, ex vi refractionum, quas accipiunt à mirà naturà superficiei hyperboliformis AFB, eosdem ab E per AFB idoneè refractos emittit parallelos in CD.

Itaq; concipiendus est conus radiosus AEB quasi solidus, & conflatus è pluribus interioribus minoribus, ac minoribus superficiebus conicis luminosis, itemq; AD radiosus cylindrus concipiendus est quasi solidus conflatus è pluribus interioribus minoribus superficiebus cylindricis luminosis, quæ conspirant omnes in discum luminosissimum CD.

At si appositam priorem hîc figuram reuiseris, in eà videbis vnicam tantum superficiem cylindricam luminosam BE; reliquæ interiores effunduntur ab angusto in latum, vt GF, HI, & lumen dispergunt extra discum luminosum DE.

Iam vero notanda sunt aliqua. I, corollarium 1 ex toties citato theorem. 20 Maurolyci; quod corollariũ sic habet *Radij ab vno puncto ad sphæram confluentes intra sphæram fracti nunc in angustum confluentes, nunc in amplum, nunc paralleli (per sphæram) procedunt: paralleli vero, qui extra proueniunt, ad sphæram progredientes semper in angustum fracti contendunt.* Sed omnes,

etiam



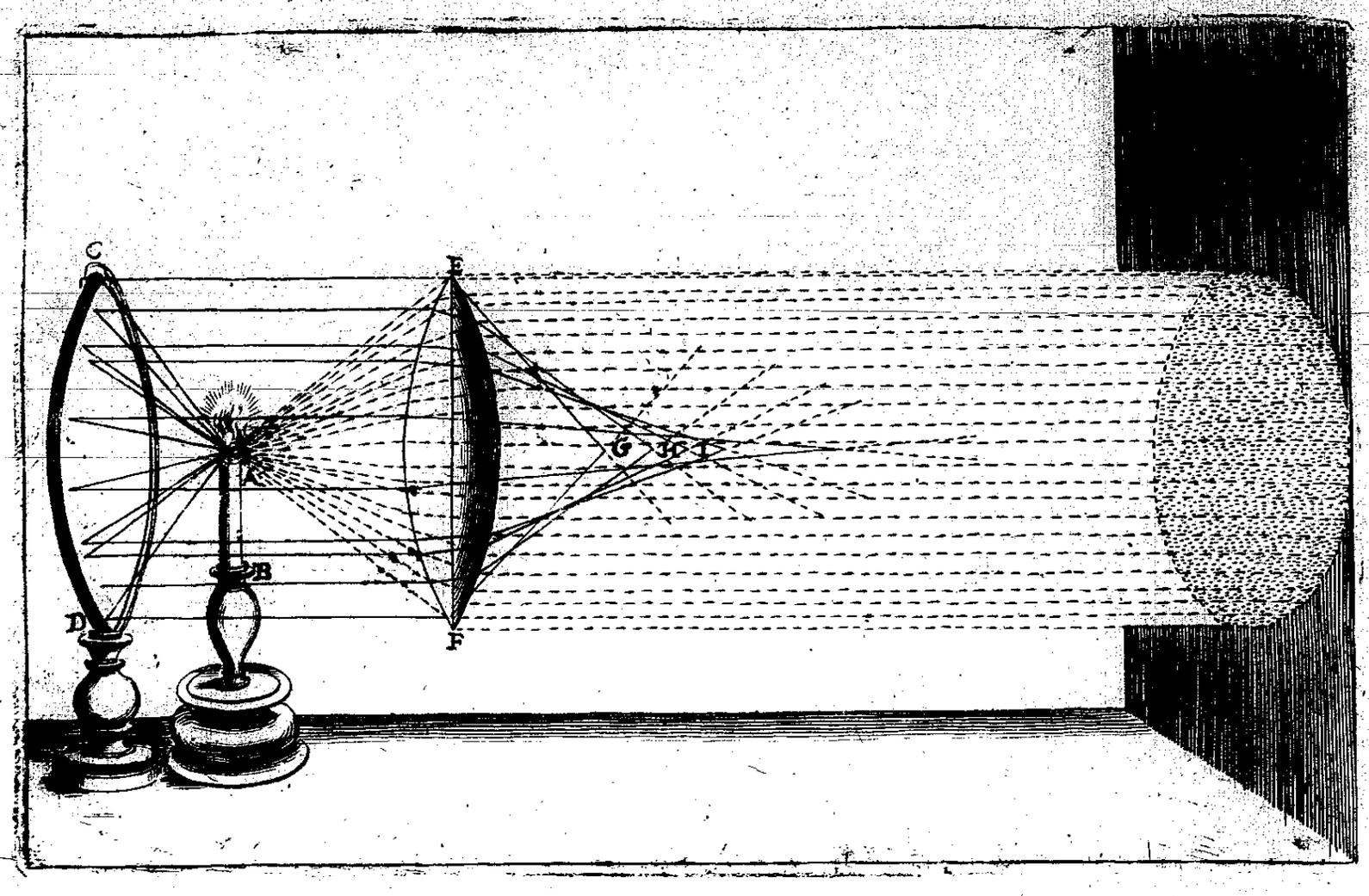
etiam in amplum, ſphæram exeuntes, ſemper in-arctum conueniunt.

Superficies Diaphani hyperboliformis quæ nam obtuſior, quæ acutior eſſe debeat?

Iuxta hoc corollarium, 2 notandum quod ab alijs demonſtratum eſt in paralipomenis ad Vitellionem, ſuperficiem hyperbolicam, quæ co actura eſt ad vnum punctum radios in anguſtum confluentes intra ſphæram debere eſſe paullo latiorem, ſiue obtuſiorē eà, quæ cogit ad vnum punctum radios intra ſphæram parallelos, eam verò quæ cogit ad vnum punctum radios in amplum confluentes intra ſphæram, paullo eſſe acutiorem eà, quæ parallelos cogit, &c. Quare cum nos hic agamus in primis de illuminatione, quæ fiat ab vno puncto luminoſo tranſmittente radios in Diaphanum, & eos emittentes parallelos, quoniam iuxta corollarium citatum Maurolyci radij illi extra paralleli, intra Diaphanum, ac per Diaphanum confluunt in anguſtum verſus punctum illuminans; ideo pupilla noſtra criſtallina ſic erit ex parte altera efformanda, vt paullo obtuſiorem hyperbolen æmuletur. Sic enim parallelos à Sole in ſe diu, ac noctu à Luna proueniētes radios perfectius, & præciſius ad vnum omnes punctum coget, itemq; vice verſa ab vno puncto illuminante progrediētes in parallelos porrò procul omnes emittet, vt clariſſima, & nitidiſſima fiat (vltra alia omnia dioptrica inſtrumenta) illuminatio, & in tenebris arcana, & mira fiant, ac videantur, ceu paullò poſt docebo.

Hallucinatio cōbinantium cum lete ſpeculum concauum, &c.

3 Notandum falli vehementer eos, qui putarunt illuminationem per lentes parallelorum radiorum vehementer augeri, ſi fax, quæ ad punctum concurſus apponitur, ſit etiam conſtitura in centro vſtorio ſpeculi concaui, tunc enim (aiunt) è reflexione radiorum à ſpeculo parallelorum in lentem incidētium geminatur lumen, & vis radiorum parallelorum augetur, vt fortiores, ac productiores progrediantur ad illuminationem remotiorem, & euidentiorem. Cui opinioni & ratio optica, quam mox promam, & experimenta à nobis facta repugnant. Experti enim ſumus eà faculæ interpoſitione, licet rite factà, inter ſpeculum concauum, & lentem, lumen procul in terminū aliquem à radijs parallelis proiectum turbari, & quodammodo turpari; remoto verò vel ſpeculo, vel lente, obiecta clarius, ac nitidius procul illuſtrari ab altero tantum inſtrumēto vel catoptricè, vel dioptricè ſeorſim per vices. Ratio vero eſt ex effectu, quem vides in ſequenti figurà.



In qua ſunt facula AB, ſpeculum CD, lens EF. Vt ergo radij ab A ad lentem progreſſi emittuntur foras paralleli, ſic paralleli à ſpeculo in lentem incidentes per eam confluũt in arctum, & extra prope lentem coguntur ad pũcta G, H, I, &c. iuxta corollarium è Mauro lyco citatum. In hac igitur illuminatione hallucinatio eſt eorum opticorum Philoſophorum, qui non viderũt parallelos à ſpeculo reflexos nõ vniri radijs parallelis à lente proiectis, ſed ire non procul inſections, decuſſationes, addenſationes, & officere, atq; implicare denſiore lumine lumen parallelorum à lente proiectorum.

At enim noſtræ proiectioni radiorum parallelorum, quam moliti ſumus ex hyperbolica pupillæ figurà, immo cuicunq; parallelorum radiorũ emiſſioni per quodlibet aliud inſtrumentum dioptricum, videntur officere non nihil aliqua verba in citato Maurolyci Corollario. Nam affirmat & parallelos extra ſphæram meare per ſphæram in anguſtũ, & extra confluere in punctum, & conſequenter contraria ratione dicendum eſt eos, qui à puncto extra ſphęram progrediũtur ad ſphęram, per eam meare in amplum, & exire parallelos. Affirmat tamẽ deinde Maurolycus omnes radios etiam in amplum meantes per ſphæram, egreſſos ſemper in arctum conuenire ad varia puncta. Quomodo igitur poſſunt exire à ſphęrà vlli radij qui paralleli progrediantur? Reſpondeo intelligendũ Maurolycum de receſſione à ſphæra, vel acceſſione ad eam ita moderata, ac determinatà, vt quemadmodum dum punctum illuminans valde recedit à ſphæra efficit vt radij per ſphæram eant in arctum, & egreſſi propè ſphæram in angulum conueniant, ſic dum idem punctum illuminans per aliquod ſpatium accedit ad ſphærã, efficiat vt radij per ſphæram eant in amplum, & poſt ſphæram, valdè procul, tamen conueniant in angulum. Negare vero non poteſt acceſſum puncti luminoſi fieri poſſe maiorem ad Diaphanum ſphæricum, & ad talem diſtantiam, vt radij meantes per Diaphanum, licet in amplum eant, tamen fiat in egreſſu talis refractio aliquorum, vt exeant paralleli. Quin immo tanta fieri poteſt acceſſio puncti luminoſi ad ſphæram Diaphanam, vt radij per eam adeo in amplum eant, vt etiam egreſſi non ſolum non paralleli, ſed diuaricantes progrediantur. Cuius rei experimẽtum & nobis iam conſtat qui pro vario luminis acceſſu ad lentem effecimus plerumq; vt diſcus luminoſus modò æqualis, modò maior ipſa lente fieret. Deniq; licet Maurolyci doctrina ex parte vigeat circa illuminationes per lentes Diaphanas vulgaras; & vſitatas, tamen nihil conficit circa ignotum ipſi Maurolyco ſemhyperbolicum Diaphanũ, propter à nobis antedicta. Iam vero vt vſum aliquem videas ad arcana, & vtilia priuatim, ac publicè, pupilla noſtra dioptrica vnicè, ac perfectiſſimè ſoluet ſequẽtia problemata.

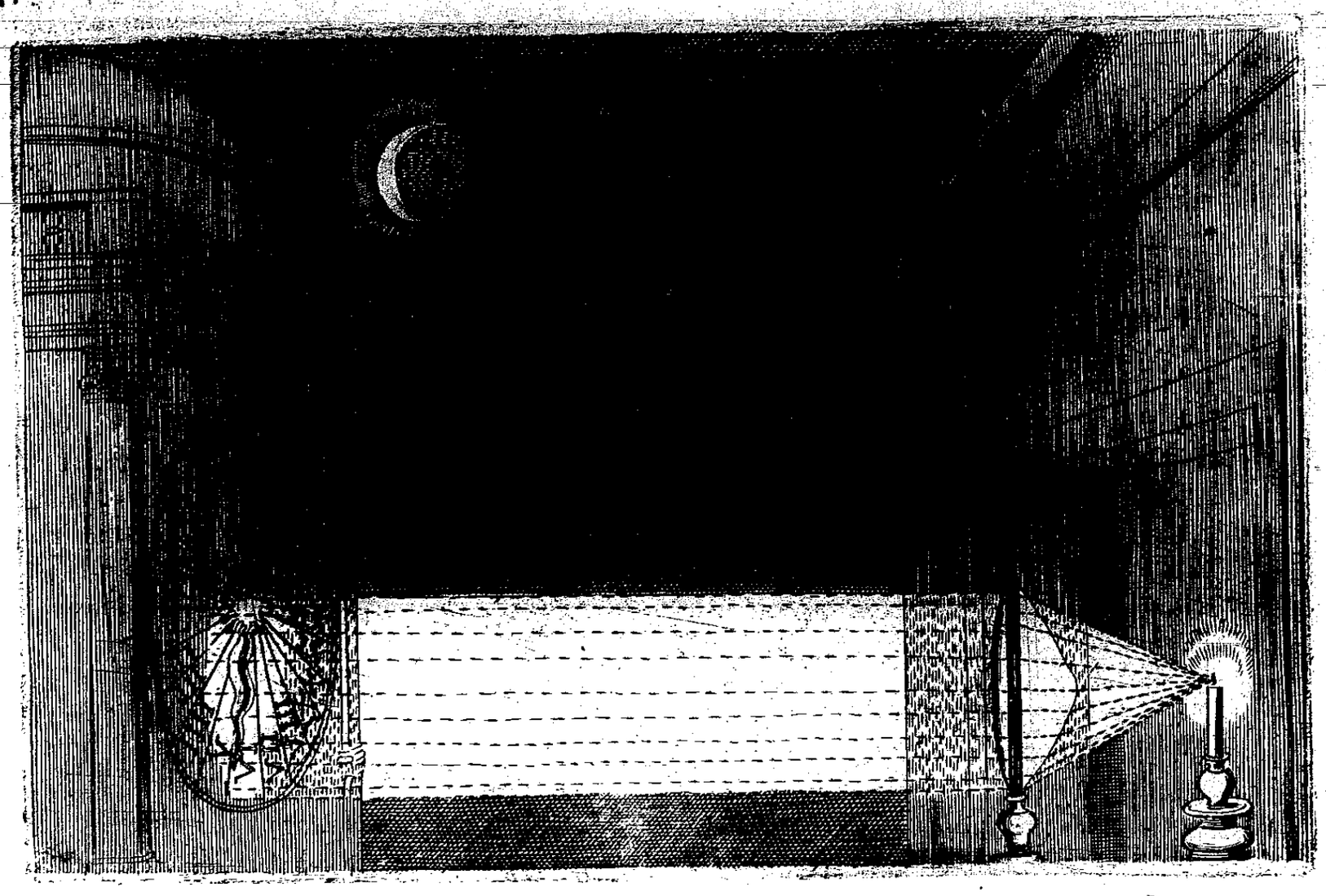
Nodi apud Mauroiycum ſolutio.

I. Si noctu procul diſſita videre ſit opus, verbi gratia, ſi neſcias quota ſit hora, idq; ſcire interſit negotiorum priuatorum, vel publicorum, nec præ tenebris nocturnis videre poſſis indicem mobilem in diſſito turris pariete notantem lineas horarias. Item ſi proſpicere ſit neceſſe, atq; explorare procul prætereuntes. ſi quid rerum vel ſit, vel agatur procul in occulto aliquo

Modus in tenebris nocturnis videndi longe poſita, &c.

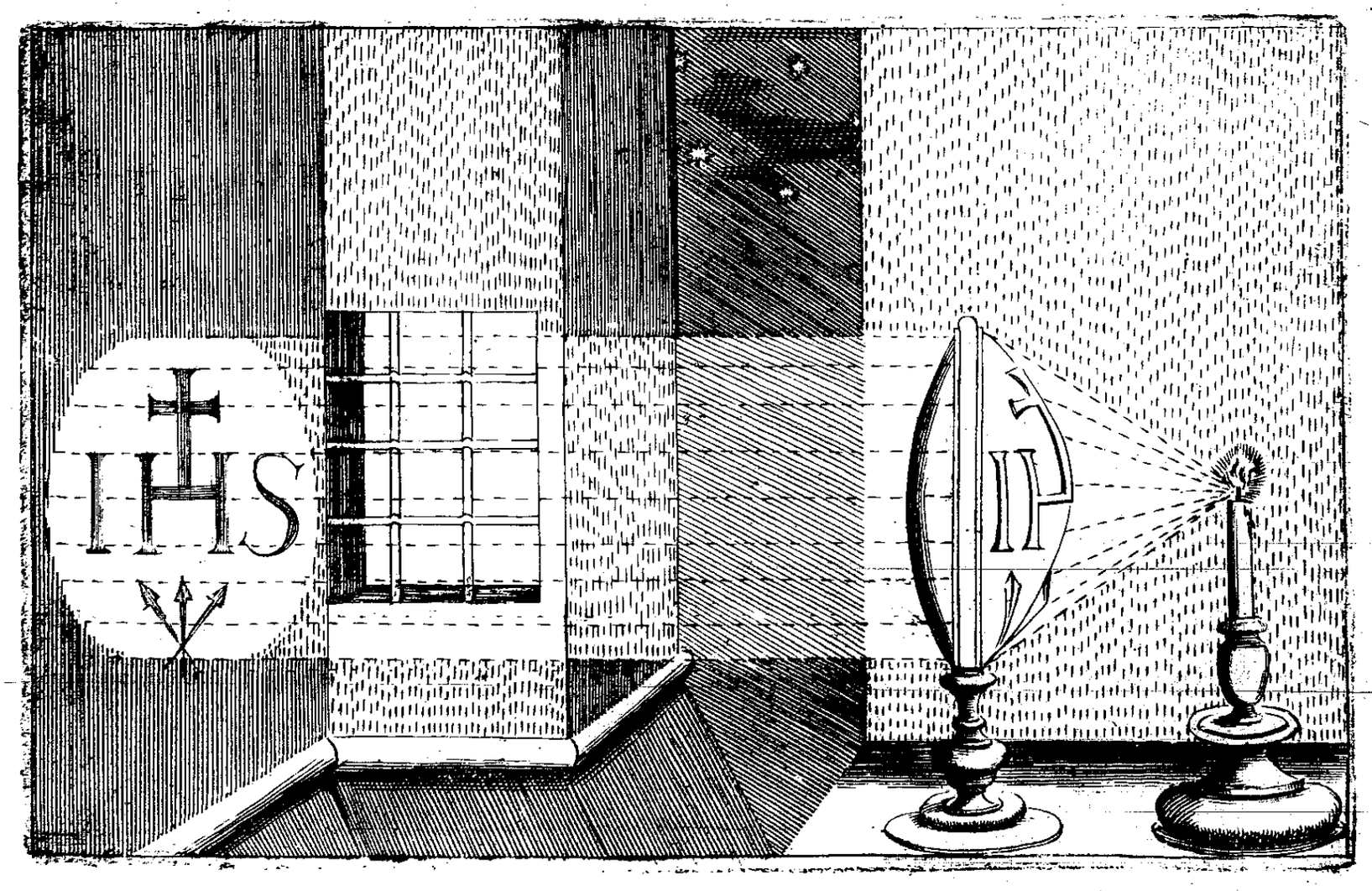
loco,

loco, velut in cubiculo, cuius fenestra aliqua sit aperta; appone faculam ad partem nostræ pupillæ vbi hyperbolica est, & in distantia puncti concursus (quam docebit te praxis, & nos inferius, vbi de vstione) inde enim radij per pupillam traijcientur, atq; eijcientur paralleli omnes tanto cum lumine, ac splendore in rem procul obiectam, vt quidquid optas, licet lõge positus, clarissimè, ac distinctissime sis visurus, atq; agnoturus. En specimen inspectionis nocturnæ horarum procul dissitarum, sed cæ concipiendæ sunt animo longe longius abstantes, quam ipsa hic apposita prodit figura.



Modus illuminandi longissime dissita, &c. vt quis à lumine remotissimus literas perlegat &c.

II. Si hominibus aliquibus procul dissitis, intra clatros ferreos detẽtis, omni ope luminis destitutis, eo tamen egentibus vt literas legant, aliquid pingant, quidlibet aliud, quod valde sit illis opus, operentur; eádem arte, qua in proximo primo problemate lumen illuc eiaculabere, & clarissimam facem cæcutientibus ipse amotus admouebis.



Arcanus modus pingendi literas, & tacite noctu colloquendi cum abſente ìnacceſſo ope luminis p hyperboliforme Diaphanum.

II. Illud vero mirum eſt vt etiam cum abſente tacitis notis loquare, & clam noctu quæ velis cuicunq; velis in magnà diſtãtià ſignifices. nam ſi pupillaris Diaphani alterutram, vel vtramq; faciem notis, ac literis magnis, & craſſioribus obducas è materia, quæ ſine Diaphanæ pupillæ detrimento detrahi deinde poſſit, verbi gratia, argilla, cerà, &c. lumen parallelorum radiorum, quaſi cylindrus radioſus, proijcet baſim circularem, vel ellipticam in oppoſitum procul parietem, vel obicem alium, in qua baſi, ſeu diſco luminoſo partes notis, ac literis ſignatæ minus luminoſæ, ac quaſi adumbratæ apparentes cerni, legiq; facillimé poterunt ab eo, cui eas notas traijcis, præſertim ſi nec procul, nec in ſitu incõmodo verſetur. In proxinè antec. figura vides ex lente ſubumbroſum procul pingi nomen ſalutiferum, ſub quo noſtra militat Societas. Merito id nomen in diſco luminoſo apparet quaſi nocturnus quidam Sol, vnde veræ ſalutis lumen hominum generi affulſit in tenebris vitiorum iacenti. Igitur vbi nomen IESV luminoſum apparet, ibi ſi ex dicta arte efficias vt appareãt aliquæ aliæ literariæ notæ, poterunt eæ legi ab incluſo intra vicinam feneſtram, vt vides in figura.

Ratio præſtãtiæ Diaphani hyperboliformis in illuminationibus parallelis. &c.

Hæc & his perſimilia in tenebris hominibus procul diſſitis ab procul diſſitis per lumẽ parallelum noſtra pupilla longe præſtantius præſtabit, quam vlla alia vel catoptrica, vel dioptrica inſtrumenta. Quoniam enim in magna diſtantia vehementi, ac plurimo lumine eſt opus, non aliunde plus luminis accipere, ac vehementio-res radios parallelos proijcere quiſquam poterit, quam è noſtro hoc inſtrumento, cui propterea merito tamquam prototypo accepta referenda eſt ſicut perfecta, & abſoluta ſolutio, ſic & origo præcedentium, atq; aliorum dioptricorum problematum.

IV. Addo circa illuminationem non parallelam, ſed ad vnum punctum. Problema, quod hìc ponam à ſola noſtra pupilla, aut à nulla alia dioptricà figura vtiliter, ac vere peragi poterit, cùm mihi nemo facile perſuaſurus ſit, vt cogi poſſit ad vnum punctum per alias lentes tãtum luminis, quanto eſt opus ad id quod nunc propono. Si enim noctu deſtitutus ſis lumine Lunæ, ac facis cuiuſcunq; ſed opus tamẽ habeas vel literas, ac librum legere, vel horas videre ſignatas in automate portatili, vel quid ſimiliter vtile operari neceſſe ſit ad vitę vſum, quid agas? Si ſaltem ſtellæ alluceant, vel Planeta quiſpiam conſpicuus, obuerte aſtro prælucenti faciem circularem pupillæ vitreæ. Quid ni auſim affirmare radios per dioptricum id noſtrum organon ingreſſos, & in egreſſu refractos ad alterã faciem hyperbolicam, atq; in vnum omnes punctum lucidiſſimum confluentes quaſi faculam tibi præbituros, qua minutiſſima quæq; clariſſimè videas, ac diſtinguas? Haud ſcio an ſatis huic vſui futurum ſit aliud quodpiam inſtrumẽtum. Certe ars humana ope Dioptrices nõ poterit lumen euidentius ex aſtris noctu detrahere, ac robuſtius efficere, quàm per hyperbolen hanc Diaphanam.

Etiam ad lumẽ aſtrorum vſui eſt vnicè hyperbolicũ Diaphanum.

CAPVT IV.

Hyperboliformis Diaphani vires ad incendia longe maiores, quàm parabolici ſpeculi. Diaphanum parabolicum vſtioni vehementiſſima ineptum. Coni vſtorij adſenſum expreſſio Linea ſeu virga cylindrica vſtoria dioptrica infinita. Stratagemata, & paradoxa vſtoria ex prædictis.

Vbi plurimũ lucis pluri mũ & caloris, &c

AB illuminatione ad vſtionem veniamus, qui effectus per ſe conſequitur ad vehementem illuminationem. vbi enim plurimum lucis ibi & plurimum caloris eſt etiam vſq; ad incenſionem pro denſitate, ac multitudine radiorum maximà. Maurolycus in fine lib. 3. Diapha. in hæc verba diuinat, & quaſi vaticinatur de pupilla noſtra vſtoria, *ſicut in libro de ſpeculis comburentibus, quem à Ptolomæo compoſitum nonnulli opinantur, doctrina traditur fabricandi ſpeculum, quod radiorum facto in vnum punctum concurſu, ad comburendum ſit efficaciſſimum,*

cuius

Maurolyci diuinatio de hyperbolico Diaphano.

cuius forma fingitur à parabola, quę est in vna conicarum sectionum, de quibus Apollonius: ita fortasse liceret fabricare ex vitro, christallo, alioue perspicua lapide cōuexum talis figuræ diaphanum, per quod fracti radij in vnum punctum congressi, efficacissimi essent ad ignis generationem. Sed hoc quoniam plus curiositatis, quam necessitatis habet, perspicacioribus ingenijs perscrutandum relinquo. Planè diuinasti, mi Maurolyce. nostra dioptrica pupilla est id conuexum. Conuexum, inquam, figuræ hyperbolicæ, per quod radij fracti eam ad vnum pūctum vnionem, & efficaciam consequuntur, quam tu optabas. nec hoc plus curiositatis habet, quàm necessitatis, quoniam ad rei, præsertim bellicæ, vsus quamplurimos facit, vt inferius in hoc cap. docebo.

In posterum igitur non habebit sectio parabolica vnde se solam iactet inter conicas sectiones plurimum & luminis, & ignis vnum in locum ex omnibus sui partibus conglobare; nā ad hos, & ad plures alios effectus partim dictos in antecedentibus capitibus, partim in sequentibus dicendos hyperbolica sectio ipsam parabolam superat.

Prestantia hyperbolici Diaphani vltra parabolicū speculum.

I. Parabola ignem efficit à solis radijs parallelis incidentibus, & ope faculæ ad pūctum concursus applicatæ solum parallelos reuerberat; at nostra hyperbole tum parallelos, tum ab vno puncto venientes vnum ad punctum cogit, atq; etiam ab vno puncto tum parallelos, tum conuergentes ad vnum punctum regerit, vt prędictum est ex demonstratis in Paralypom. ad Vitellion. Reuise superiora Progym. 1. cap. 7, & Progym. 2. cap. 3, not. 2.

II. Speculum vstorium parabolicum incommodat suà figura ipsimet vstioni, ad quam factum est. nam reflexio radiorum in parabola ita fit, vt & res vrenda, & manus fomitē apponēs interponantur inter solem, & sinum parabolæ, quo fit vt radij solares vstorij impediantur, ne incidant, ac reflectantur in punctum vstorium. At cum post dioptricam nostram pupillam rādij refracti vrant, inter vstile, atq; inter solem nihil officiens vstioni, sed efficiens vstionem, nempe ipsum Diaphanum, interijciur.

Multo magis vitrū sphæricum.

III. Multo vero magis dioptricum hoc nostrum hyperbolicum præstat in vstione speculis sphæricis concauis non solū ob prædicta omnia de parabola speculari, sed etiam quia specula sphærica longe minorum virium sunt ad vstionem, quàm parabolica. Nam in concauis sphæricis non omnia puncta, ad quæ radij paralleli solares incidunt, faciunt ad vstionem, sed tātum

Tantum sexta pars sphærici cōcauī speculi vim habet vrendi.

sexta sphæræ portio vrendi vim habet catoptricam, vt docent qui de his latius perscripsére; quin immo nec in sexta ea sphęræ portione concauà omnia puncta reflectunt radios ad idem punctum, sed variæ circa diametrum, quasi circa axem, fiunt pyramides, & coni vstorij alij alijs etiam lōgiores, & graciliores, & variarū basium, & varijs verticibus ad varia diametri pūcta constitutis. Quæ vide demonstrata à Maurolyco Photismorum lib. 1. theor. 30, 31, 35. Vide & scholion Clauij ad theor. vlt. lib. 1. Diaphanorum eiusdem Maurolyci. Quibus omnibus incommodis, ac detrimentis caret pupilla crystallina, vt præmonstratum est in antecedentibus capitibus. Quare hyperbole dioptrica longe antistat in vstione sectionibus quibuscunq; alijs catoptricis etiam ipsi parabolæ, quæ sibi adhuc semper vindicauit principatum vstorium inter alias quascunq; vrentium figurarum.

Notādum tamen in nostris Catoptricis vstorijs (vbi, præter alia paradoxa, docemus vstionem efficere per radios refractos à speculis nouarum figurarum) ibi à nobis auferri prædicta omnia incommoda etiam in parabolis. illuc te prouoco.

Sed forte Io: Baptista Porta se se nobis pro parabola oppugnatorem opponit, atq; affirmat *parabolam crystallinam omnium vehementissime ignem accendere*. Quare conuexum illud Diaphanum vehementissimum ad vrendum, de quo diuinationem protulit Marolycus, non est, vt nos affirmamus, hyperblicæ, sed parabolicæ figuræ, vt affirmat Porta. Verè affirmat tantum, & nihil demonstrat. Quin immo si suæ propositionis fundamenta demonstratiua, (quæ tamen recondita valdè sunt) inuestigare tentasset, eam nunquam protulisset. nam in Paralipomenis ad Vitellionem cap. 4. nu. 5. ab alijs fusè, doctè, geometricè demonstratum est nec ellipsim, nec parabolam, nec aliam quamuis conicarum sectionum, præter hyperbolen, aut illi simillimam lineam, qualis est in posteriori facie crystallini humoris ocularis, cogere radios omnes refractos ad vnum punctum. Ac proprie parabolam nec se se ad certos angulos (quod est necesse) accomodare in refractionibus, & nimis præcipitare, ac frangere radios laterales extremos è diaphanis exeuntes, nec eos ad vnum punctum vnà cum alijs dirigere. Vide ibi demonstrationes, ne nos hìc aliena iam vulgata describamus. Quibus habitis, cognitis, suppositis, demonstratis, *non parabola* (ò Porta) *sed hyperbola crystallina est, quæ omnium vehementissimè ignem accendit.*

Diaphana elliptica, & parabolica inepta vstioni, &c. præter sola hyperboliformia.

IV. Quod si conum vstorium, & quantum eius vertex à basi crystallinæ hyperboles distet etiam ad sensum agnoscere, ac videre velis, modum docet Maurolyc. in lib. 3. Diaphan. quem modum ab exemplo Maurolyci de conspicilijs poteris trāsferre ad conum quemlibet vstorium siue per reflexionem in speculis concauis sphæricis, & parabolicis, siue per refractionem in Diaphanis figuras habentibus, quæ transmittā

Quæ incommoda parabolici Diaphani.

post

Modus vidēdi conum radiosū fiuc̄ post Diaphana, siue ante specula vstoriā.

post se radios conuergentes. Ergo ille: *porro conus ille radiosus, quem solaris lux per conspicilio-rum vitrum transmittit, euidentius apparet ad solis radios intra ædium opacitatem receptos. ibi enim lux obumbratione tecti expressius discriminatur, cùm opposita iuxta se constituta melius discernātur. Quod si puluis, aut vapor aliquis, aut fumus in radios subeat, adhuc conus ille luminosus serior se se visui offeret. Illa n. pulueris, vaporis, fumi ve densitas efficacius susceptam lucem reuerberat, & conum dictum, qui è spissiore lumine coaugmentatur, à circumstanti differre facit.*

V. Iam priori parti verborum Maurolyci positorū initio huiusce capitis satis est factum, dum vehementissimum dioptricum vrens, quod ille author diuinabat, nostrum hoc esse pupillare Diaphanum ostendimus. Satis etiam faciendum est alteri parti, ac paucis per varia problemata tantum indicandum est quātum in se, non dubitatis, vt asserit Maurolycus, sed vtilitatis habere possit cristallina pupilla vstoria. In rebus enim bellicis, etiamsi omni prorsus copia ignis elementaris destituare, habes ex hoc instrumento vndequaque tutius, atq; efficacius ignem è cælo in hostes deuoces. nam si segetes hostiles incendere lubeat, nil opus erit stratagemate Sampsonis alligantis faces ad caudas vulpium, easq; in segetes immittentis, sed per pupillas cristallinas Soli oppositas tātum virium vstoriarum aggregabis, vt vel segetes etiam madidas incendere possis; quin immo arbores, syluas, domorum valuas, tigna, & alia plura ingenti poteris incendio inuoluere.

Vsus bellici Diaphani hyperbolici.

Multo vero facilius, deficiētibus vstorijs restibus, tormenta minora, & maiora bellica explodes, applicato cristallinæ pupillæ vstorio puncto ad exiguum foramen dorsi tormentarij, vbi fomes, ac pyrithicus puluis prima concipit, & corripit incendia.

Quid si in eádem elementaris ignis inopiá cuniculis hostiles arces, atq; adeò vrbes ipsas euertere lubeat? Modo enim pateat prima cuniculi subterranei semita puluere pyrhico aspersa, ad quam vstorium pupillæ punctum possit pertingere, dicto, & cogitatione citius serpet incendium in munimentorum, ac molium inaccessarum, atq; inexpugnabilium ingentem, ac horrendam ruinā. Sic naues, & pontes ligneos efficies igneos per vstionem è nostro hyperbolico Diaphano collocato ad eam distantiam, ex qua possint vlla alia vstoria machinamenta, ac dioptrica ignem accendere. Ac per nostram Diaphanam pupillam incendium non solum vehementius, sed etiam citius efficies, quam possint alia instrumenta, quibus non omnes radij coguntur vnum ad punctum.

Citius, ac vehemētius incendium per hyperbolicū, quā per aliud Diaphanum.

Quid si prædicta omnia facinora moliri velis ita, vt nullam tui suspicionem cieas? Immo, etiam te absente, vt prædicta hostibus damna, sine cuiusquam præsentis operà, inferas; adde: vt quodammodo vaticinari, aç prædicere valeas certá horá futurum incendium, & auctoritatem tibi contra hostes pro publica re, ac bono concilies, id age quod mox dicam. nam, cognita distantià, ad quam pupilla tua cristallina vrit (quæ distantia mechanicè ad vsum cognoscitur iis modis, quos nuper è Maurolyco attuli de videndo conо vstorio) ad eam distantiam noctu occulto aliquo in loco collocabis, ac fistes immobilem pupillam dioptricam ita, vt facies hyperbolica obuersa sit rei vrendæ, altera vero facies circularis obuertatur, & eleuetur ad punctum aliquod paralleli, per quē, Sol sequenti proxima die deferetur, sitq; id punctum, & ea Solis altitudo vel meridiana, vel circa meridianam, vt vehementiores radij cristallo incidant. Facilius operabere, si interdiu liceat Diaphanū collocare, ac Soli opponere in ea ipsa horà, qua velis incēdium fieri sequenti die. Quod si nequeas, poteris tamen è Gnomonicis, verbi gratia ope quadrantis horarij, vel alià ratione astronomicà facile scire quantam ab horizonte altitudinem Sol obtenturus sit qualibet hora, præsertim meridiana, pro eo tempore, ac die, quo vstorium stratagema moliris. Ad eam ergo altitudinem rite collocatá, & obuersá pupillá cristalliná, sine cuiusquam ope, atq; opera, vel præsentià, sublatis castris, quasi obsidionem præ desperatione solueris, cum Sol ad gradum, quem pupilla cristallina respicit, peruenerit, cuniculi, pontes, & similia ignem quasi sponte concipient cum ingenti admiratione, clade, atq; horrore hostium, qui arcanæ, atq; inopinatæ conflagrationis causas ignorabunt. Ac multo maior fiet admiratio cum viderint incendium id extitisse præcisè ad horam prædictam, sine cuiusquam præsentià.

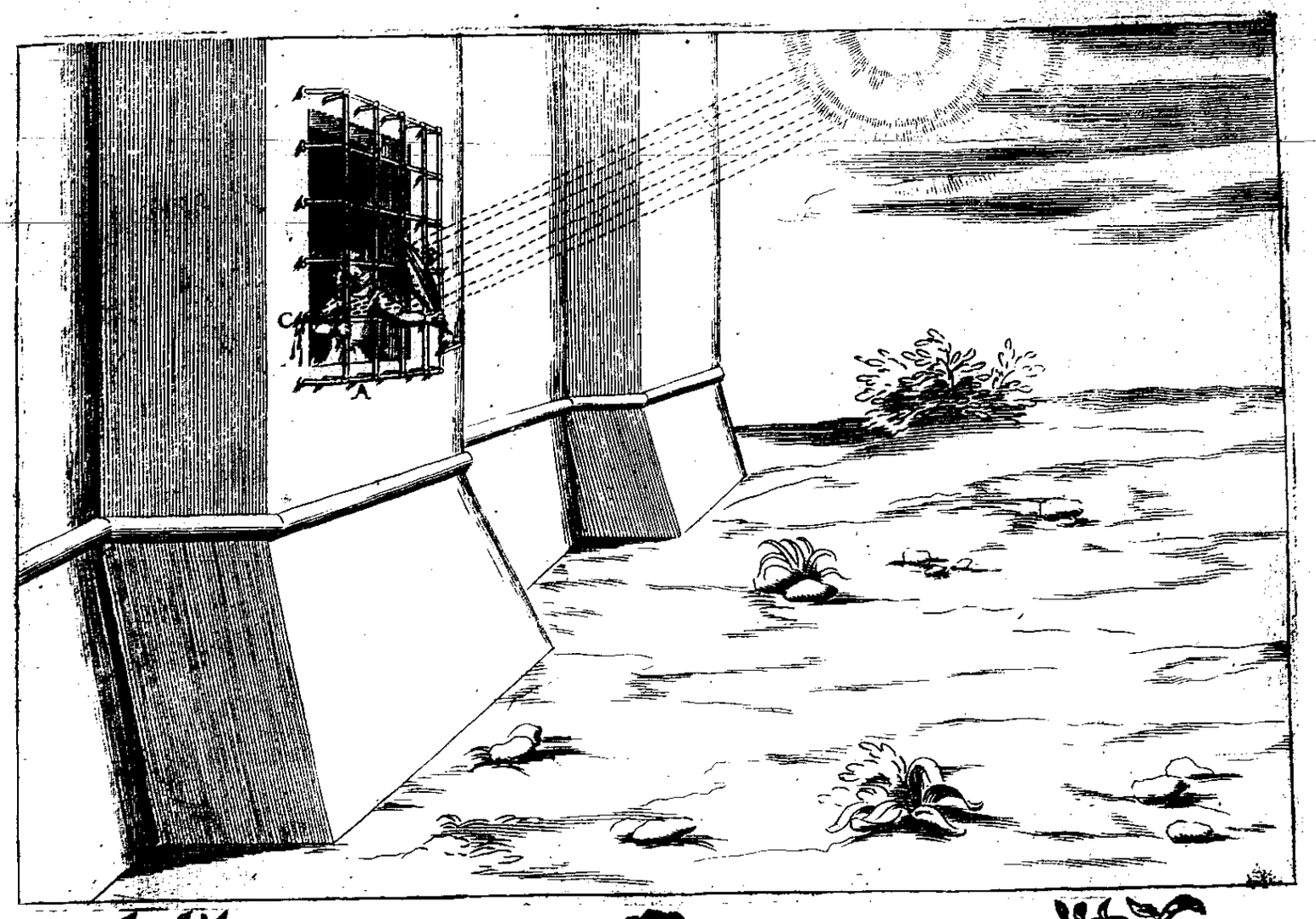
Diuinare futurum incēdium.

Stratagema dioptricum

VI. Quid plura? tantæ ad vstionem efficaciæ hoc hyqerbolicum est Diaphanum, vt non solum ligna, & materias alias vstioni aptas incendere possit, sed etiam plumbum, stannum, & similia metalla possit colliquare, ceu vides in ad dexterā figurá carcere detētum A sibi libertatem clam accurare, dum Diaphanum hyperbolicum B Soli opponit, & plumbeas compages éliquat in C, quibus ferreæ crates extra parietes firmantur, vt educto ferro, liber euadat ille, qui Mathematicorum arcanorum sciens, quasi philosophaturus, dioptricum instrumentum impetrarat Dignus qui tam liberalibus erat scientijs imbutus liber euaderet. Dubitas de tanta vi, & efficacia dioptrici hyperbolici? audi, & fidem vel inuitus exhibe. Vidi ego per vsitatas specula sphærica liquari plumbum ad reflexos hebi radios, & tamen, vt dictum est in antecedentibus capitibus, & demonstratum habetur apud

Ope Diaphani hyperbolici ferreas carceris fenestras eludere.

Catop-

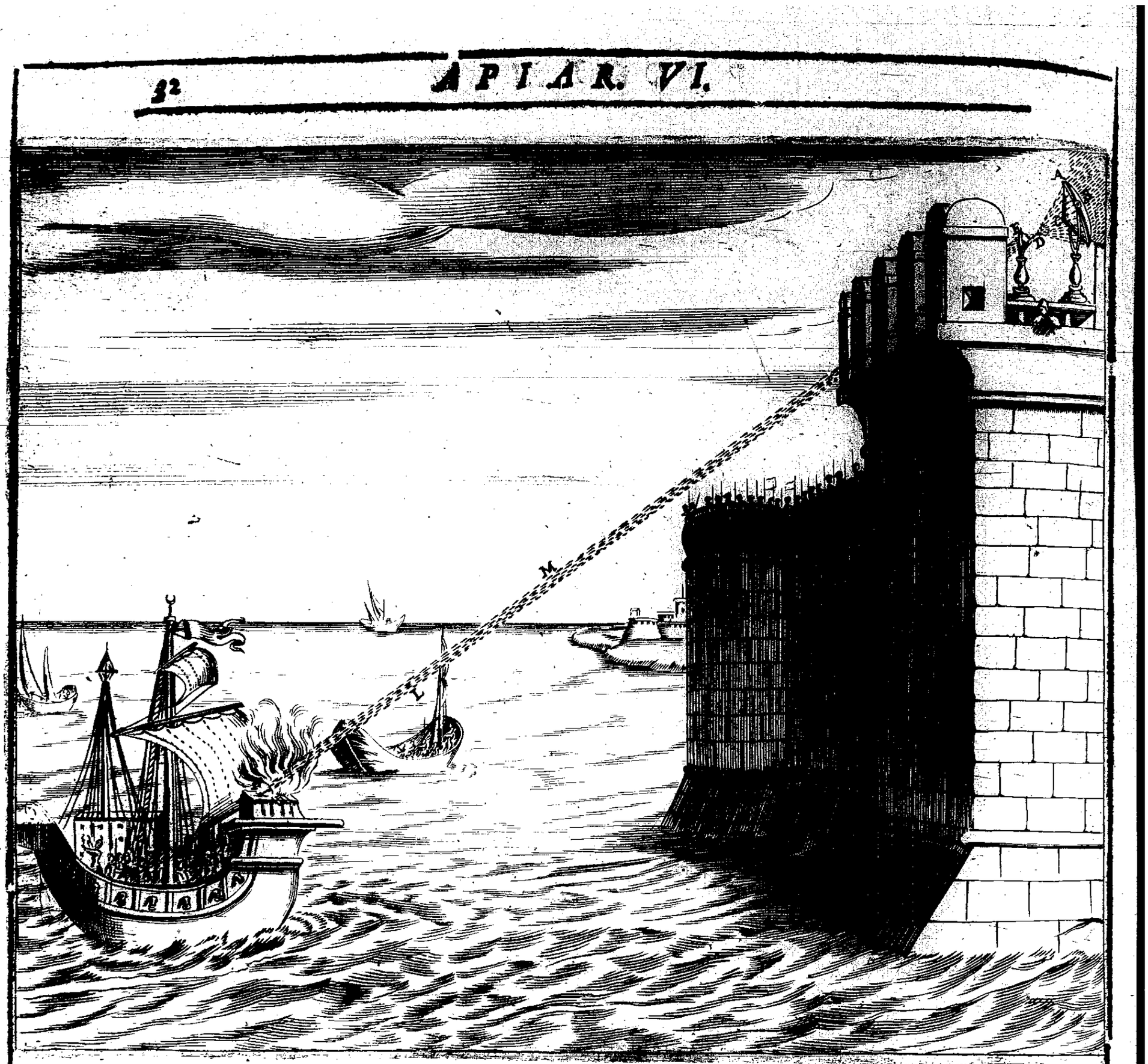


Catoptricos, pauci ſunt radij, qui vnum ad punctum conſpirant in reflexionibus, quæ à ſpeculis ſphęricis. Quid ergò affirmãdum de hyperbolico Dioptrico, per quod refracti omnes radij vnum ad punctum confluunt? auſim affirmare ab hoc noſtro inſtrumento fuſilia quęq; duriora metalla liquatum iri non minus, quam ab ipſo igne. Sed prædicta omnia præſtantius efficies per lineam, ſeu virgam, vſtoriam ſequentem.

Linea dioptrica vſtoria.

VII. Puncta vſtoria parum procul à lentibus etiam maioribus vrunt; at vſtoria virga in diſtantia indefinita vrere poterit. Fuit nonnemo, qui in ſuis Dioptricis vſtoriam Io: Baptiſtæ Portę lineam, ſiue virgam, fieri poſſe arbitratus eſt per combinationem vulgatarum lentium cauæ, atque conuexæ. Sed nos id efficiemus per duo conuexa pupillaria veré, ac perfectè ita, vt omnes parallelæ ſint radioſæ lineæ, non autẽ tantúm aliquę, ac reliquę ſe decuſsantes, & diuaricantes, vt in vſitatis Diaphanis lenticularibus; efficiemus, inquam, vſtoriam virgam iuxta inuentionem Portæ ab eo ſubobſcure traditam l. 17. c. 17, & 19. Vide in fine Apiarij noſtri Catoptrici fallaciam Portæ, exiſtimantis dioptricam vſtoriam lineam fieri poſſe per vſitata Diaphana, quę ſolũ per hyperboliformia poteſt fieri. Vide ibidem noſtri Griembergeri dubitationes circa lineas vſtorias iampridem etiã ab ipſo è veſtigijs Portæ compertas.

Hìc pompam non facimus noſtræ applicationi lineæ vſtoriæ dioptricæ à Porta excogitatæ in Diaphanis huic negotio ineptis. Nam è Diaphanis ſolum noſtrum pupillare hyperboliforme omnes radios & cogit ad vnum punctum, & omnes à pũcto vſtorio cogit in parallelos: vſitata Diaphana & paucos excipiunt, & penè omnes diuaricatos diſpergunt, nec in lineam vnam cogunt. &c. Qui harum rerum ſcientes ſunt plura hìc videbunt, quæ nos conſultò omittimus, quippe quaſi in tranſitu vſtoriam hanc dioptricam mirificam lineam, ſeu virgam tantúm indicantes. Vide vſtoriam aliam infinitam lineam in noſtris Catoptricis, cui conficiendæ conducit ibi poſita demonſtratio geometrica præciſior, quàm hìc, vt ad perfectiora ſemper, mi Lector, te perducamus.



Sphærohyperbolicum Diaphanum alterum A valde magnum ſit, excipiens ex parte ſphærica B radios à Sole parallelos, eoſq; omnes per alteram partem C, vbi figura eſt hyperboliformis, cogens in punctum vſtorium D. Alterum Dioptricum pupillare E ſit perexiguum, & hyperboliformem faciem obuerſam habeat verſus punctum vſtorium D, quod ſit vtriq; Diaphano A, E commune, longiùs diſtans à maiore Diaphano A, propiùs à minore E, pro vt vtriuſq; vis vſtoria, & forma exigunt. Sic etiam præcipit Porta collocanda duo ſpecula Soli obuerſa, &c. vt videbis in noſtris Catoptricis, &c. vultq; alterum magnum, alterũ perexiguum, vt nos hîc duo Diaphana, &c. Radij ergo, qui à puncto vſtorio D diuaricati ſpargerentur, ſtatim prope idem punctum D excipiuntur à lenticula minore in faciem hyperboliformem, & in arctum omnes coacti egeruntur paralleli in vnã tenuem lineam, ſeu virgam cylindricam, quæ vſtoria erit in qualibet ſui parte vſque ad extremas, quantumcunq; poterit protendi non attrita ab aëre circunfuſo. Parallelos radios regeri à pũcto vſtorio per Diaphanum hyperboliforme, & plurimos radios addenſatos, & coactos in eaſdem vnius loci anguſtias vim habere vrendi demonſtratum habes tum in antecedentibus capitibus, tum ex parte in experimentis vulgatarum lentium diaphanarum, &c. Hîc ergo vides vſtoriam lineam, ſiue tenuem cylindrum luminoſum EF ex dẽſiſſimis parallelis radijs, tranſeuntem per rimam H, (ad occultandam artem, & ad tutamen lentium à telis hoſtium) & vrentem naues in F; ſicut vreret in qualibet alia ſui parte vt in L, M, &c. vbique enim copia luminis addenſati vim habet vrendi.

Porro Diaphanum maius A ita Soli obuertatur, vt eius radios directè accipiat, & vtrumque Diaphanum A, & E parallela conſtituantur. quamuis enim Diaphanum E (modo punctum vſtorium contineat in D) variè circunuerti poſſit, & in varias partes iácere poſſit lineam vſtoriam HF, tamen non omnes excipiet radios à D, niſi cum erit parallelum Diaphano A. Loco

lentis

lētis maioris ſi lubeat collocare tubum parabolicum,(de quo in ſeq.Ap.Catoptrico)ita vt pūctum vſtorium(vt hìc) commune ſit etiam puncto D Diaphani minoris, idem efficies, &c. Sed nos hìc lineam vſtoriam puré dioptricam, iuxta inſtitutum huiuſce Apiarij, docemus.

VIII. Sed lubet ne prædicta éadem omnia, & plura per paradoxum efficere? verbi gratia aqua ignem excitare? Hìc apte canas Ouidianum illud.

Omnia iam fient, fieri quæ poſſe negabam:
Vnda dabit flammas. &c.

Aqua ignem excitare.

Quid ni? Vide igitur an pupillaris figuræ criſtallinum,aut vitreum vas intus cauum conficere poſſis (ceu plura alia variarum figurarum caua vaſa conficiuntur) idq; vas diaphanum pupillare impleas aquà: nam radij per diaphanam aquam pupillari figurà incluſam refracti efficient idem incendium, quod efficerent per ſolidum vitrum, aut criſtallum, vt patet experientia in Diaphanis ſphæricis aqua expletis. Io: Baptiſta Porta lib.17 cap.19 dum ait per refractionem poſſe longiſſimè ignem accendi, & artem in eo eſſe vt refractæ lineæ proijciantur in parallelas, eamq; proiecturam cap.17.aperte vocat lineam vſtoriam, quæ nec linea dici nec vſtoria eſſe poteſt niſi ex denſatione parallelarum,&c.merito ſibi inuentionem adſcribit vſtoriæ lineæ, ſaltem catoptricæ; nam dioptrica nequit per vſitata Diaphana, vt ipſe arbitratus eſt. Vide nos in fine Apiar. Catoptr.

Io: Baptiſta Porta inuentor lineę vſtoriæ.

Alia tu, mi Lector, problemata licet addas prædictis, & Mathematica inuenta ad publicārū rerum vtilitatem traducas. Vide etiam in ſeq; Apiar. vbi de ſpeculis hyperbolicis agimus, vt ſectionem hyperbolicam neq; in dioptricis, neq; in catoptricis adeo negligēdam quiſquam arbitretur, quemadmodum adhuc à Veteribus omiſſa eſt. Reuiſe ad praxim prædictorum notandum 2, cap.3 huius 2 Progym.



CAPVT V.

Arcana naturalis pictura per vſitata Diaphana ab alijs tradita corrigitur, ac perficitur per Diaphanum hyperboliforme.

I. DIaphanum pupillaris figuræ quid præ alijs Diaphanis poſſit in directæ Optices praxi,ſiue in Scenographica,& in arcana naturali picturà iam breui quaſi oculorum coniectu videamus. Vulgatum modum, quo rerum extra cubiculum poſitarū ſimulacra per anguſtum clauſę feneſtrę foramen traiecta in oppoſito pariete obſcurati cubiculi viſuntur, aliqui Io: Baptiſtæ Portæ acceptum inerudite referunt. Nam ante ipſum ab alijs & notatus, & vſurpatus fuerat. Apud Danielem Barbarum,inſignis eruditionis virum in omni genere ſcientiarum, præſertim Mathematicarum,abditam hanc ſimulacrorum picturam ante alios, quos viderim,euulgatā, immo & perfectam inuenies parte 9 cap. 5.practicæ Optices, ſiue Scenographices, quam

Italicè perſcripſit. Ibi enim non ſolum obſcura rerum ſimulacra, & quaſi vmbras, ſed res expreſſas, & ſuis coloribus euidentiſſimè imbutas in oppoſitum planum, quodam quaſi ſolis penicillo pictas excipere docet vernacula oratione pura, & electa. Permitte mihi, mi Lector, ad arcanum hoc quaſi arcanè prodendum, vt rem tibi ipſius Authoris verbis ſine latinâ interpretatione hic exponam. Erit opinor exteris nationibus, & poſteris non iniucundum breue hoc monumentum, ac ſpecimen Italicæ linguæ, ſiue latinæ corruptæ, qualis ea fuerit hoc noſtro euo.

Arcana, mira, iucunda pictura dioptrica

Con mirabile diletto la natura ne inſegna la proportionata digradatione delle coſe, & ci aiuta in ogni modo à formare i precetti dell'arte. Per il che douemo eſſere diligenti oſſeruatori di quella in ogni occaſione. Ma per hora io toccherò vna belliſſima eſperienza intorno alla Perſpettiua. Se vuoi vedere come la natura pone le coſe digradate, ne ſolamente quanto à i cõtorni del tutto & delle parti, ma quanto à i colori, & le ombre, & le ſimiglianze, farai vn buco nello ſcuro della fineſtra della ſtanza di doue vuoi vedere, tanto grande quanto è il vetro d'vn occhiale Et piglia vn occhiale da vecchio, cioe che habbia alquanto di corpo nel mezzo, & non ſia concauo come gli occhiali da giouani, che hanno la viſta curta. & incaſſa queſto vetro nel buco, ſerra poi tutte le fineſtre, & le porte della ſtanza, ſi che non vi ſia luce alcuna, ſe non quella, che viene dal vetro, piglia poi vn foglio di carta, & ponilo in contra il vetro tanto diſcoſto, che tu veda minutamente ſopra il foglio quello, che è fuori di caſa, il che ſi fà in vna determinata diſtanza più diſtintamente, il che troueraì accoſtando, ouer diſcoſtando il foglio dal vetro, fin che ritroui il ſito conueniente.

Quiui vederai le forme nella carta come ſono, & le digradationi, & i colori, & le ombre, & i mouimenti, le nubi, il tremolar dell'acque, il volar de gli vccelli, & tutto quello che ſi puo vedere. A queſta iſperienza biſogna che ci ſia il Sole chiaro, & bello, perche la luce del Sole hà grande forza in cauar le ſpecie viſibili; come con tuo piacere ne farai la iſperienza, nella quale farai ſcielta di quelli vetri, che fanno meglio, & ſe vorrai cuoprire il vetro tanto, che vi laſci vn poco di circonferenza nel mezzo, che ſia chiara è ſcoperta, ne vederai ancora più effetto. Vedendo adunq; nella carta i lineamenti delle coſe, tù puoi con vn penello ſegnar ſopra la carta tutta la Perſpetiua, che apparirà in quella, & ombregiarla, & colorirla teneramente, ſecondo che la natura ti moſtrerà, tenendo ferma la carta, finche hauerai fornito il diſſegno.

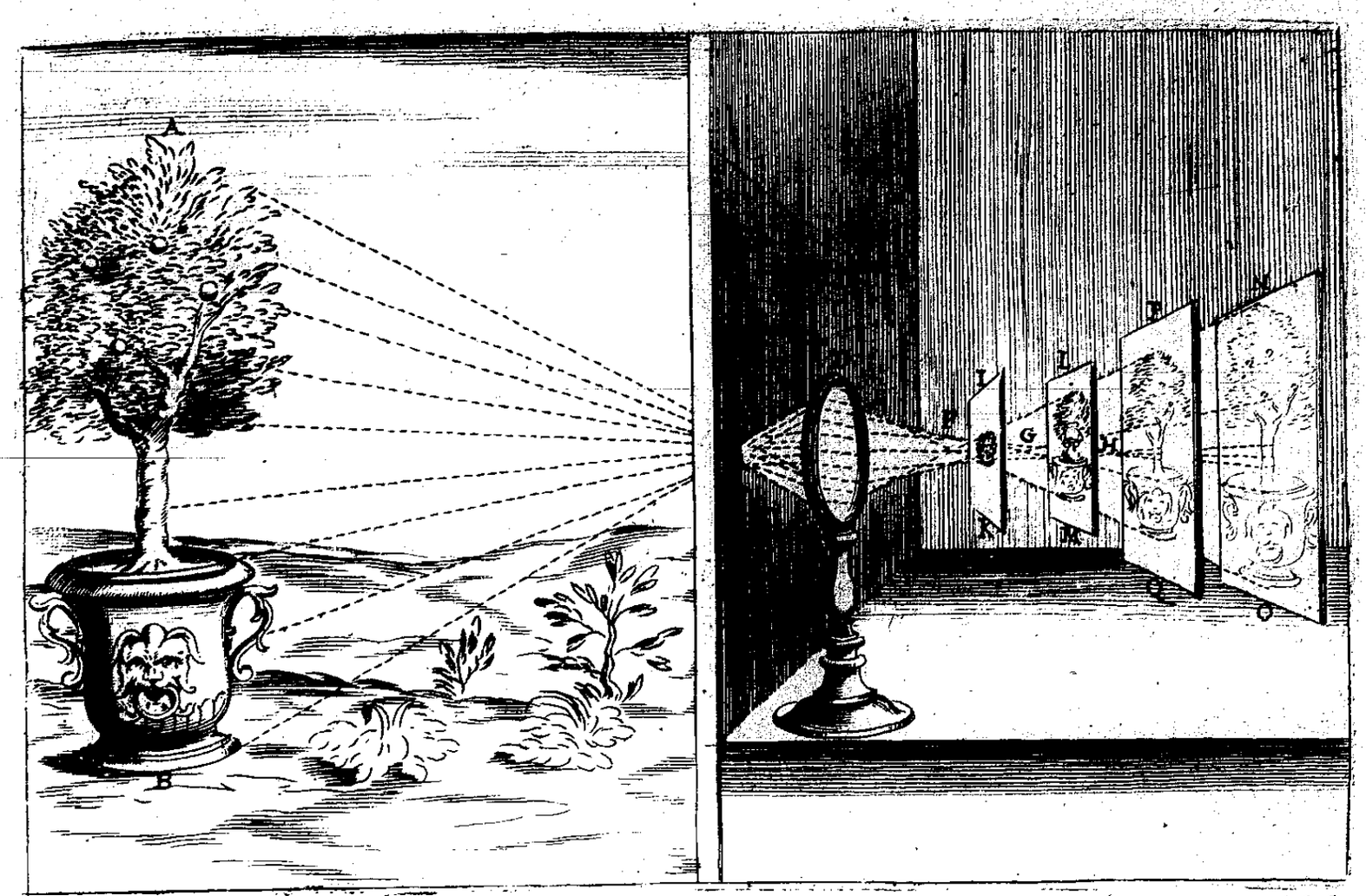
II. Quibus ante tua euulgatis, non erat, ò Porta, quod (quaſi apud te ſolum reconditum eſſet) ita ſcriberes: *Nunc autem enuntiabo quod adhuc ſemper tacui, tacendumq; putaui. Si criſtallinam lentem foramini appones, iam iam omnia clariora cernes, vultus hominum deambulantium, colores, veſtes, actus, & omnia, ac ſi propius ſpectares, videbis, tam maximà iucunditate* (tuus Plautus, ò Porta, cuius comędias Italicè vertiſti, non ſic loqueretur) *vt qui viderint nunquam ſatis mirari poſſint.* Plura ſpectantia ad hiſtoriã huiuſce phęnomini (quod hic à nobis ſupponitur, atq; ideo tantum innuitur è fontibus) ſi quis optat, videat, præter cęteros neotericos, noſtrum Scheinerum de oculo lib. 3. part. 1. cap. 2; & ſeq; In hac ergo naturali iucundiſſima pictura (quæ ſeminarium eſt reconditarum rerum in practicis, ac theoricis philoſophijs, vt ex parte inferius videbis) quæ non niſi per Diaphana coloratur, aliqua deficiunt, quæ a nullis alijs Diaphanis, niſi ab hyperbolico noſtro haberi poſſunt. Nimirum quemadmodum internæ picturæ, quæ per viſionem in oculo fit (vt in ſequenti ~~cap.~~ oſtendam) natura prouidit criſtallinâ ſemhyperbolicâ pupillâ, ſic & nos huic externæ picturæ prouidimus indicio, ac magiſterio naturæ, vt commodiſſimè, ac perfectiſſimè ad votum omne perficiatur.

III. Primo igitur, dum ſpecies, ac ſimulacra rerum exterarum per criſtallinas vulgatas vel pilas, vel lentes traijciutur, ac transferuntur in oppoſitum album paginæ folium, pictura appareret inuerſa, & ſpectaculi iucunditatem, ac venuſtatem ex diſſimilitudine, & inordinatione ſitus reſpectu prototypi valdè minuit, ac perturbat; nec erigi, nec erecta apparere poteſt in ſitu naturali, niſi vel per interpoſitionem aliorum Diaphanorum, vel per oppoſitionem ſpeculorum, vt alij docuerunt. Secundo, ſunt certi fines diſtantiæ à lente, quos vltra, citraq; nequit in folio apparere pictura; nam permodico vel acceſſu perturbatur, vel receſſu euaneſcit. At ſi noſtra vtáre pupilla, ea tibi per ſe ſolam picturam erectam, & euidentiſſimam exhibebit etiam in minoribus, aut maioribus ijs diſtantijs, in quibus per alià Diaphana diffipatur, ac deturpatur. Quæ ſic explico. In appoſita figurà obiectum eſt AB, à cuius partibus radij (qui ſimulacra obiecti deferunt) tranſmiſſi, ac decuſſati per foramen C cadunt in lentem DE, per quam refringuntur variè, ac rurſus decuſſantur alij diametro propius in F, & G, alij remotius in H. Sit planũ LM conis radioſis interpoſitum eo loco, (velut inter G, & H) in quo baſis fiat referens obiecti picturam temperatius illuminatam, & confuſam minus, quam alibi. Scilicet propius admotum planum IK inter F, & G confuſam excipit picturam propter radiorum varias addenſationes, decuſſationes, ſimulacrorum, & partium varijs in locis permixtiones, &c. vt in antecedentibus capitibus ſæpe dictum eſt; planum vero NO nimis remotum picturam penè nullam excipit, aut ſaltem pictu-

Incommoda circa dioptricam picturam per vulgata Diaphana.

Remedia prędictis incommodis per hyperbolicum Diaphanum.

ram,

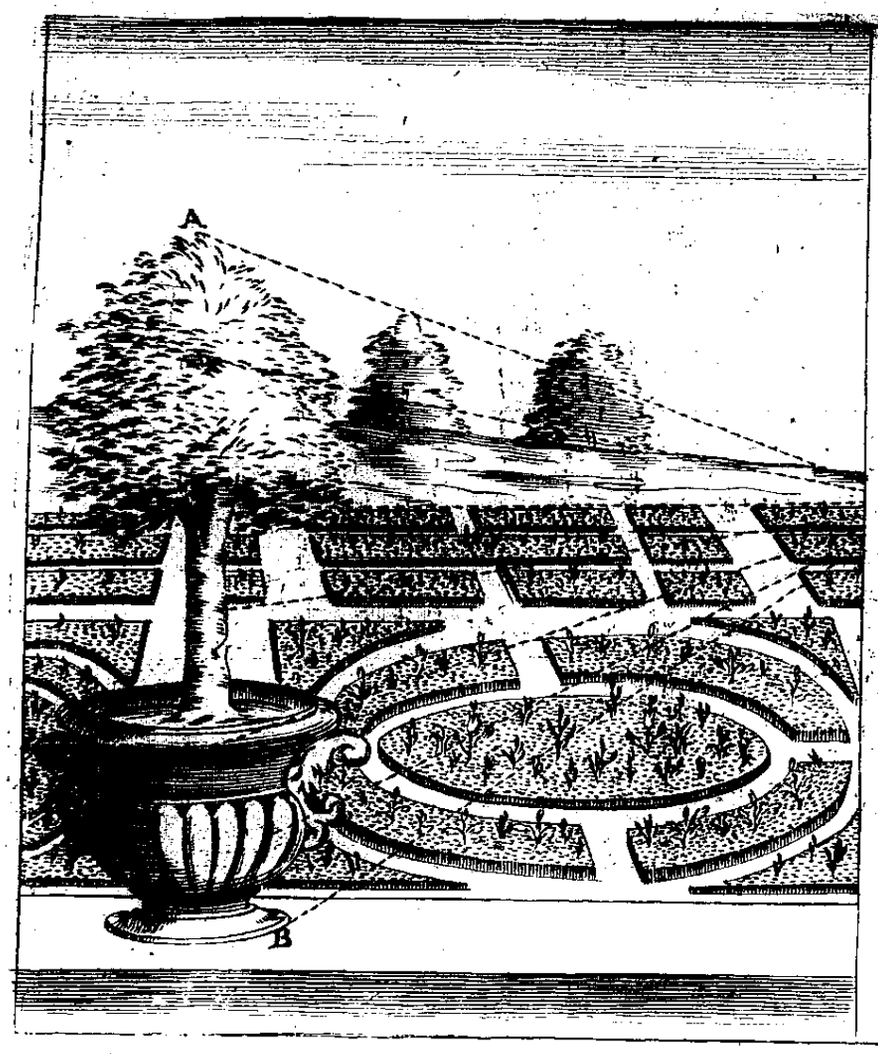


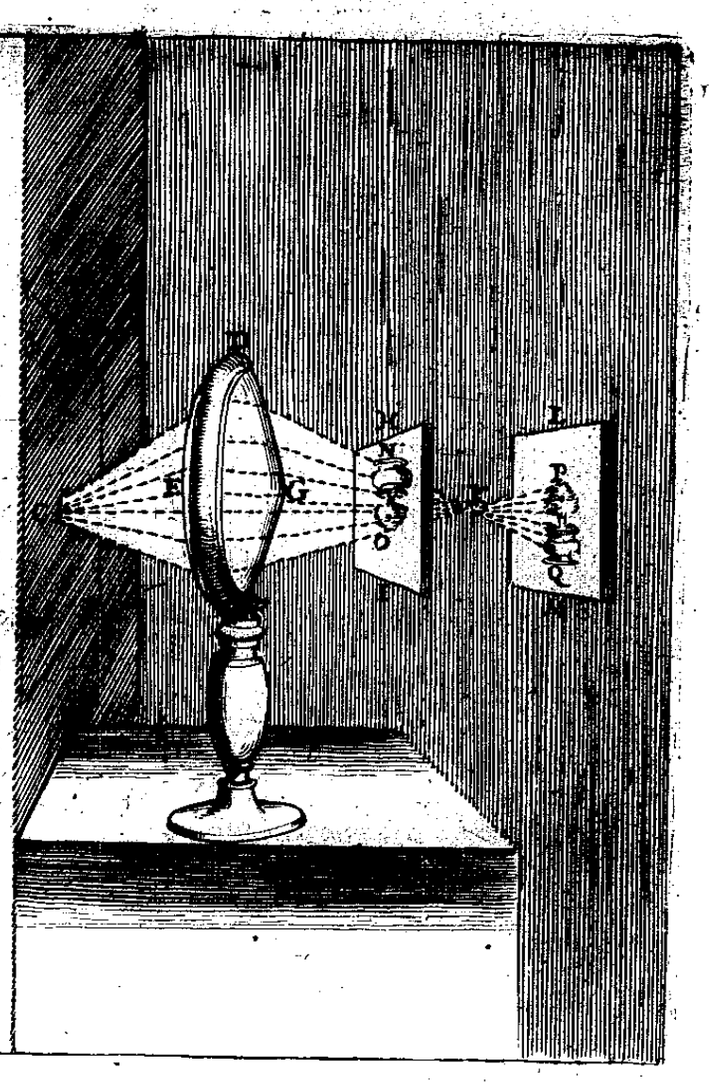
ram, seu lucem quamdam valde dilutam, quia, post factas omnium conorum radiosorum decussationes, vides radios ita dispergi, vt valde inter se dissiti pertingãt ad planum NO, ac proinde simulacra, & pictura obiecti dispergantur, ac dissipentur.

IV. Ac notanda. 1 si pictura in plano NO apparere posset (nulla enim penè apparet) visum iri situ recto, & erecto, quia quemadmodum in LM (multo magis in IK) ante decussationem vltimam radiorum primariorũ in H (si distincte apparere posset) appareret partim inuersa, partim erecta propter radios partim decussatos, partim nondum decussatos (velut in picturis IK, LM vtcumq; apparet) sic post H tam in NO, quàm in PQ deberet apparere recta pictura propter radios omnes iam decussatos. 2 Notandum; In æquali distantià vtrinq; à basi, ac plano LM (vbi pictura melius, quam alibi apparet) vt in planis IK, PQ æqualiter ab LM distãtibus, inæqualiter pictura turbatur, ac euanescit, nempe magis in PQ quã in IK. Ratio est ab inæquali radiorum refractorum post lentem concursu, ac decussatione ad varia puncta F, G, H; atq; inde fit vt basis radiosa in plano PQ dispersa magis, ac dilatata sit, quàm in plano IK, licet vtrumq; ab LM æquidistet. Nam quanto remotior est decussatio à plano, eò maiorem in plano efficit basim. Itaq; quoniam punctum decussationis F remotius multo magis est à plano PQ, quam à plano IK, maiorem basim expandit in PQ quam in IK, & pari ratione de reliquis. 3, Quando per secundam lentem crystallinam fit specierum erectio in papyro, lens ea crystallina ibi collocatur vbi species dilutæ, & quasi euanidæ deberent erectæ oculo apparere, nempe post vltimam decussationem radiorum omnium refractorum post primam lentem. Collocatur enim lens secunda, verbi gratia in loco plani PQ, vel NO, vbi radios late diuaricantes adgregat, addensat, & antequam rursus decussentur trãsmittit in papyrum, vbi pictura erecta (quæ sine secunda lente non apparebat) densa iam in luce ac iunctis coloribus apparet. Vide specimen in figura, quam in sequenti § 5 paullo post explicabo.

V. Itaq; (iuxta nuper explicata) in pictura per vulgatas lentes crystallinas facta quia non fit post refractionem concursus omnium radiorum ad vnum punctum, sed ad inæquales à lente distantias, ideo in papyro simulacra vel accessu ad lentem turbãtur, vel recessu, ob inæquales, ac dispersas bases, euanescunt, ac proinde naturalis ea pictura vnicum habet medium quemdam locum in distantià, in qua apparet, sed inuersa; vt vero erecta appareat opus est lentes multiplicare; quando deniq; apparet, semper minus luculenta apparet, quam posset apparere, quia varietas decussationum, atq; inæqualitas distãtiarum à lente multos radios dispergit, quibus pictura expressior fieret. At conuersa ratione ostendam nunc picturam factam per nostrum semhyperboliforme Diaphanum, quia (vt prædictum est in alijs capitibus) concursus fit radiorum, & simulacrorum ad vnum punctũ; ideo 1 nunquam perturbari, solum in aliquo situ posse euanescere; 2 duo habere loca, in quibus perfectissimè appareat; 3 non egere alio Diaphano, vt erecta

Quibus; ac quot rationibus præstet cæteris Diaphanis hyperboliforme prodioptricâ picturâ.





appareat; 4 vbi apparet siue inuersa, siue erecta longe perfectiorem apparere, quàm cum apparet per vsitata aliorum Diaphana. Singula expedio, & in appositâ figura patefacio. Nam ab obiecto AB transmittuntur radij per foramen C in Diaphanum DEFG simile cristallinæ pupillæ, quæ in oculo est, cuius Diaphani posterior facies DGF hyperboliformis radios vniformiter omnes è Diaphano egredientes cogit ad vnum in K, estq; planum HI, in quo nitida, & expressa, sed euersa, apparet pictura.

VI. Igitur 1 si accedas vel versus G, vel recedas versus K nunquam perturbabitur pictura, quia vbiq; simulacra ordinata proportione distant à Diaphano, & partes picturæ partibus obiecti ex ordine alia extra aliam correspondent; nullæ enim ex inæquali distantia factæ decussationes radios, & simulacra, & eorum partes interturbant, atq; implicant; nisi quòd, si nimium accedas versus G, propter radios magis inter se disgregatos, pictura, licet ordinata, leuiter, aut nullatenus apparebit; sin autem nimis ad K recedas, sub nimis arctatâ basi vix poterit distincta suis in partibus pictura videri. 2. Quemadmodum in plano HI perfectè apparet pictura, sed euersa sub basi NO, ita in plano LM perfectè apparebit, & erecta, post decussationem in K, sub basi PQ æquali ipsi basi NO; suppono enim plana HI, LM æquidistare à decussationis puncto K, vbi anguli ad vertices oppositi æquales in æquali distantia æqualia triangulorum æqualium latera, & bases habent. Ac multo melius

in PQ apparebit pictura erecta, quám cùm in picturis, quæ per vsitata Diaphana fiunt, secundæ lentis beneficio eriguntur simulacra; per vsitata enim aliorum Diaphana fit erectio in plano à decussatione radiorum distante longius, quàm distet nostrum planum LM. Nam in vsitatis aliorum Diaphanis, post decussationem factam à prima lente, interponenda moles est secundæ lentis, quæ distet non parum à puncto decussationis, vt basim radiosam excipiat; deinde radij post secundam lentem suum & ipsi spatium postulant, per quod à disgregatione sensim conuergant in basim erectæ secundæ picturæ. quis autē dubitet radios per binas duarum lentium refractiones, & in maiori distantia debiliores effici, atq; ex eo picturam euadere minus expressam? Different igitur inter se valde in expressione, ac nitore picturæ, tam euersa, quám erecta, factæ per alia vsitata Diaphana, & erecta longè imperfectior erit, quàm sit euersa. At in plano LM erecta pictura penè nihil habet, quo, nisi in ipsa erectione, differat ad sensum in nitore, ac venustate à pictura euersà, & æquali, quæ fit in HI.

Pro erigendâ inuersa picturâ dioptricâ nil opus est secundo Diaphano in vsu hyperbolici.

VII. Consequitur 3 ex dictis, idest satis esse ad erectionem picturæ Diaphanum vnicum pupillare. nam post conuergentiam radiorum vniformem, & cōmunem omnium decussationem in K, radij fundūtur æqualiter in basim PQ erectam æqualem basi NO, non autem laxe dispergantur inæqualibus, atq; amplissimis basibus. ceu vidisti in altera priore huius capitis figura

ita

ita, vt opus sit secunda lente, quæ nimis dispersos radios colligat, bases arctet, &c. vt dictum est in 3 notando. 4 deniq; quod proposueram exponendum de semhyperbolico nostro Diaphano in secunda antecedenti figura, patet ex 2 numero paullo ante explicato. Quas ob res cristallinum Diaphanum pupilliforme in arcana hac naturæ per artem dioptricam pictura & caret omnibus incommodis aliorum Diaphanorum, & compendia omnia, atq; auxilia exhibet, quæ optari possint ad picturæ omnimodam venustatem. Sane affirmare non dubitarim futurum vt ope huiusce nostri Diaphanetes extra obscurum cubiculum positas, & à Sole illustratas, introq; per exiguum foramen admissas in oppositа papyro tam expressas etiam in minimis partibus & coloribus, & lineamentis peruideas, vt statim nosse possis, ac distinguere vestes, motus, facies prætereuntium.

CAPVT VI.

Corollaria ex antecedenti capite, atque arcana vtillima tum politicis, tum physicis Philosophis. Spectacula item, ac ludicra iucundiss. & ab erroribus emendatiss. per hyperbolen dioptricam exhibita.

1 Corollarium. Clam incluſus videt in pictura quæ extra fiunt.

I. EX arcana præcedenti pictura licet scire quid extra cubiculum agatur in vijs, ac plateis, in campis, in mari, etiam si clausus in cubiculo, nec vlli visus sis, nec vllum è fenestra videas. Nec solũ interdiu sub Sole, sed noctu etiã hæc fieri possunt, dummodo accensæ faces res ipsas illustrent, quas res intra cubiculi tenebras lumen ipsum traiciet. Possis hac arte narrare quæ quis fecerit, etiam si adeò occulta putẽtur, vt nemini mortalium patere posse videantur. Præsertim in magistratu positus si aueas scire, atq; interfit publico bono aliqua clam cognoscere, vides quantum in rem politicam pictura hæc profit. Quid si —

2 Corollarium. Allocutio tacita per picturam naturalẽ arcanam.

II Alicui carcere detento, & huiusce arcani phænomini conscio aliquid significare etiam noctu clam omnibus velis? feriat te Sol, vel illustrent te faces, ac tu nutibus, quorum ars copiosè tradita est ab aliquibus, seu potius digitationibus varijs (iuxta nostram Chirologiam, quam exposuimus in reformata veterum logistica digitaria) digitorũ inquam varijs conformationibus manus exerce; nam singula ea signa, & gestus videbit in chartà oppositа qui carcere clausus fuerit, ac post fenestræ foramen per diaphanum nostrũ pupillare distinctè admittet, agnoscetq; dummodò facillimam eam per digitos locutionem tecum vnà conscierit.

3 Corollarium. Historiæ ignaro Historiam facetissimè effect.

III. Pictoriæ etiam quilibet ignarus habet hinc vnde non tam discat, quàm quasi peritus eam artem, quam nunquam didicerit, exerceat, colores in papyro stabiles apponendo ijs persimiles, qui per Diaphanum in oppositо plano apparent. Eritq; ea pictura & minuta, & prototypo simillima. Quanti vero est fieri ex inopinato eximium repente pictorem? Sed —

4 Corollarium. Locorum veram, & naturalem descriptionem repentinà pictura exhibere.

IV Ad rem geographicam, chorographicam, topographicam, arcium, munitionum, vrbium, regionum locorum situs, distantias, & plura transferenda in tabulas ita, vt sunt præcisè, ac verè in re ipsa, quàm facile, quam magni hoc est momenti compendium? Loca quę per pupillam cristallinam in plana mobilia traijcientur, tam graphicè, ac venustè lineata se se ostentabunt, vt veram cosmographiam, idest ornatissimam, ac mundissimam mundanorum locorum descriptionem, quasi quadam in mappa pictu ratam, non sine iucundissimo spectaculo, præferant. An —

5 Corollarium. Ludus magiæ dioptricæ, ac naturalis.

V Ludere lubet in hoc naturæ ludo? Quid ni? Si quãdo per eruditam opticam hanc Eutrapeliam vel te, vel hospitem post conuiuium exhilarare collibeat, habes hic detectam artem qua (vt noster narrat, ac describit Aguillonius) *plebem imperitam circunuenire solent vani quidam præstigiatores, qui vt se Necromantiæ peritos ostendant, cuius vix nomen sciunt, iactant se posse Dæmonum spectra ab inferis euocare, & adspectantium oculis sistere. Introducunt illi curiosos rerum occultiorum in obscurum conclaue, quò nullum omnino lumen adspirat, nisi tantillum, quantulum exilis vitri orbis immittit. Ibi, silentio seuerè indicto, simulatisq; misterijs rerum, & verborum, atq; adeo expectatione ipsa Dæmonem mox affuturum denuntiant. Interea clanculum de eorum sodalibus vnus Dæmonis personam induit, quais vulgo pingi solet, vultu horrido, ac monstroso, cornibus è fronte surgentibus, lupina pelle, & cauda, manicis, calceisq; vngulatis; tum is foris meditabundus eo obambulat loco, ex quo*

suus

ſuus & color, & figura per vitreum orbem in conclaue transfundi poteſt. Rebus ita callide comparatis, ſilentium ſeuerius imperatur, quaſi proditurus quiſpiam ſit è machina Deus. hìc pallere alij, alij ſudare metu rei euenturæ. Perfetur charta cea tabula, opponiturq; radio luminis in conclaue imiſſi. Prodit in ea Dæmonis ſimulacrum obambulantis ſpecie, cernunt timidi, intuentur, contemplantur. Ita rudes illi homines vt vmbram videant hiſtrionis, operam perdunt, & pecuniam, nihilò profectò infantibus doctiores,

—— Qui credunt ſigna omnia àhena
Viuere, & eſſe homines, &c.

6 Corollarium.

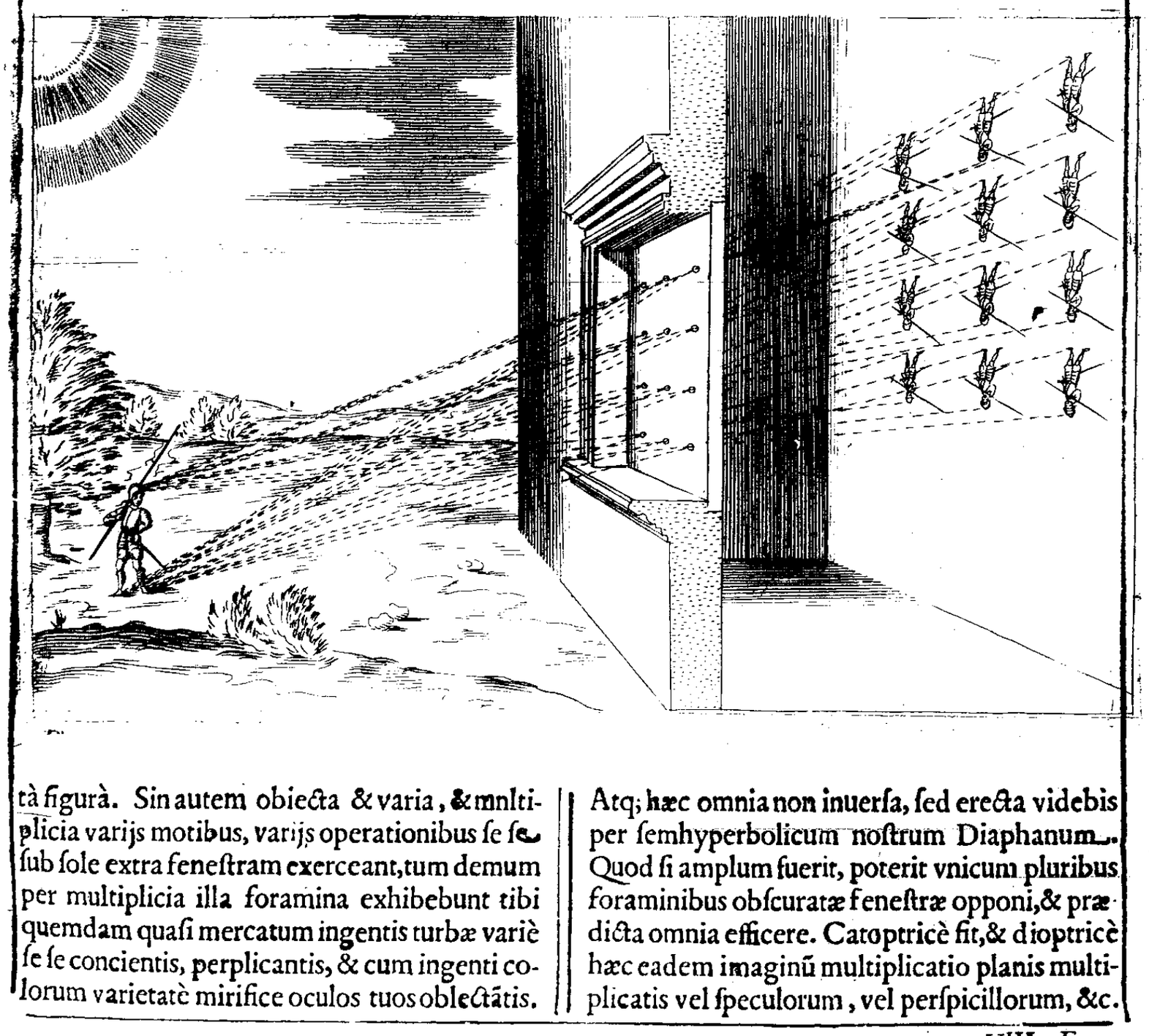
VI. His adde illa ex Porta quaſi portenta per authomata, & machinulas, quæ ſic enarrat: *Nunc pro coronide adnectam, quo magnatibus ingenioſis, & ſtudioſis nihil fuerit viſu iucundius. Vt in obſcuro cubiculo obiectis albis linteis venatus, ſympoſia, hoſtiles acies, ludos, & omnia, quæ volueris, ita clarè, perſpicuè, & affabrè videri contingat, ac ſi præ oculis eſſent. ſit è regione cubiculi, vbi id demõſtrare conaberis, planum aliquod ſpacioſum, quod poſſit liberè à Sole illuſtrari, in eo ex ordine arbores accomodabis, ſic ſyluas, montes, & flumina, ſic animalia vera, vel arte conficta ex ligno, aliaue materie, intus pueri conſuti ſint vt in comædiarum actibus interponere ſolemus; Ceruos, apros, rhinocerotes, Elephantes, Leones, & alia, quæ volueris animalia effinges: inde paulatim è latibulis egredientia in planum apparent, accedit venator cum venabulis, retibus, aliſq; neceſſarijs, & venationem ſimulat. adſint ſonitus buccinarũ, tubarum, & cornuum. qui enim in cubiculo adſunt, arbores, animalia, venatorum vultus, & reliqua conſpicient, vt neſciant an vera, an præſtigia ſint. Euaginati enſes intro per foramen lumen iaculantur, vt ferè terrorem incutiant. Admirantibus amicis multoties eiuſmodi ſpectaculum præbuimus, taliq; illuſione gaudentibus, quos naturalibus rationibus, & optices vix ab eorum opinionibus remouere valuimus, etiam artificio aperto.*

In obſcuro cubiculo viſenda obijcere prælia, venationes, ſympoſia, &c.

VII. Sed vin' exercitum ex vno homine videre, & prædicta ludrica amplificare, ac multiplicare etiam minori cum apparatu, ac numero machinarum, vel rerum videndarum? Multiplica in feneſtris obſcuratis foramina. nã idem obiectum per totidem foramina toties replicatum apparebit in oppoſita papyro, & ex vno membra, corpora multiplicia cum iucunditate admirabere, quaſi quemdam exercitum per ordines ſuos diſpoſitum paribus armis, pari corporum habitu moueri. En ſpecimen in appoſitã

7 Corollarium.

Ex vnico homine exercitũ exhibere.



tà figurà. Sin autem obiecta & varia, & multiplicia varijs motibus, varijs operationibus ſe ſe ſub ſole extra feneſtram exerceant, tum demum per multiplicia illa foramina exhibebunt tibi quemdam quaſi mercatum ingentis turbæ variè ſe ſe concientis, perplicantis, & cum ingenti colorum varietatè mirifice oculos tuos oblectãtis. Atq; hæc omnia non inuerſa, ſed erecta videbis per ſemhyperbolicum noſtrum Diaphanum. Quod ſi amplum fuerit, poterit vnicum pluribus foraminibus obſcuratæ feneſtræ opponi, & prædicta omnia efficere. Catoptricè fit, & dioptricè hæc eadem imaginũ multiplicatio planis multiplicatis vel ſpeculorum, vel perſpicillorum, &c.

VIII. Er-

8 Corollarium.

Hallucinatio putatium sciri magnitudines veras rerũ extra fenestram dum ea rum rerum simulacra traijciuntur per Diaphana.

VIII. Errant qui ex hoc modo picturæ naturalis, quæ per Diaphana perficitur, putant pro Geometriâ practica elici posse rerum extra fenestras positarum magnitudines, atq; distantias ex pictâ basi quæ in papyro apparet, & ex eiusdem basis distãria à fenestris. Nam per dioptrica Diaphana foramini opposita bases rerum in papyro vltra verum amplificãtur, nec suis prototypis sũt proportionales, vt facilè patet in Dioptricis etiam leuiter versato. Itaq; sine Diaphanis rite fit ea dimensio, vt docuimus nos in problemate, quod è radijs per foramen fenestræ intra cubiculum admissis elicit Solis vel diametrum, vel à terrâ distantiam. Id vide in Apiarijs nostris Astronomico, & practicè Geometrico.

9 Corollarium.

Solarem eclipsin videre, ac metiri in plano fenestræ opposito, per foramen, &c.

IX. Nec tamen à re hac nostra prorsus abfuerit saltem indicare quî liceat Solis eclipsim per foramen fenestræ in opposito plano videre, ac metiri; quod docet Gẽmafrisius in libello de radio astronomico c. 18. nisi quod nostra hæc pictura (ne erres) non requirit Solem ad foramen (sic enim euanesceret pictura) sed ad res extra fenestram positas.

10 Corollarium.

Visio per intromissionem fit &c.

X. Habent hîc Philosophi optici argumentum, quo asserant visionem fieri non per extramissionem radiosam, sed per introadmissionem in oculum simulacrorum, seu specierum res extra positas repræsentantium. Mitto omnes alios Philosophos hanc sententiam asserentes, qui passim obuij sunt, tantùm indico vnum, cuius ingenio, atq; eruditioni fit iniuria, si latere permittatur. Is est noster Villalpandus tom. 2. in Ezechiel. part. 2. lib. 2. Isagog cap. 5 Vide ib. & seq. capita de Opticis. Quia latẽt eius Authoris pleraq; insigna opuscula mathematica inter ingentes illas machinas Hierosolymani templi, & à studiosis plerisq; rerum sacrarum non facilè intelliguntur, à studiosis vero rerum Mathematicarum plerisq; non animaduertuntur, quippe scrutãtibus res Mathematicas apud Mathematicos, non autem apud interpretes literarum sacrarum; ideo libenter, cum occasio incidit, eum Authorem Mathematicis Philosophis euulgare non omitto.

11 Corollarium.

Ratio præcipua expositæ à nobis naturalis picturæ.

Quibus præcipuè problemata huius capitis.

XI. Deniq; Pictura hęc, quam superiori proximo cap. proposuimus, si quidem fiat modo à nobis emẽdato, & tradito per Diaphanum semhyperbolicum, ipsissimam effert imaginem visionis intra oculum. Cuius rei gratia præcipuè à nobis emendata, & exposita est, non autem vt prædicta nuper problemata eliceremus, quæ non tam scientificis Mathematicis à nobis exposita sunt, quàm ijs ingenijs, quibus Mathematicæ scientiæ desipiunt, nisi eiusmodi embammatîs condiantur. Ad modum ergo, quo fit visio, hoc est ad præclarissimum omnium arcanorum naturalium breuiter, ac iuxta nostram sententiam perlustrandum, atq; illustrandum sequens 3 Progymnasma vocat te, mi Lector.

PROGYMNASMA TERTIVM.

De angulo optico, & de arcanis geometricis visionis intra oculum.

CAPVT I.

Oculi, ac visionis orthographia. Angulus realis visorius intra oculi humorem aqueum assertus, ac probatus.

SI nulli esset vsui dioptricum semhyperbolicum, præter hũc solum, quo verum, & emendatum modũ visionis expromit, laboris atq; inuentionis magnum vel id vnũ esset pretium. Alij, sat scio, visionem, quî fieret, didicerunt ex traiectione simulacrorum per Diaphana, &c.

Iure docet pupilla cristallina modum visionis per pupillam in oculo.

At nemo iure magis suo, quàm nos, hanc similitudinem prosequatur, qui à picturà externà, quæ fit per pupillam cristallinam, gradum facillimè facimus ad picturam quæ intra oculum fit per cristallinum humorẽ eádem figurà præditum, qua dioptricum externum nos effinximus. Præterea qui visionis modum tradiderunt ex modo picturæ, quæ fit in papyro per cristallinas vel pilas, vel lentes figuræ circularis, cum viderent eam inuersam fieri, & eodem etiam modo in oculo rem geri arbitrarentur, non habuerunt vnde sibi, & alijs satis & facerent, & explicarent quomodo non etiam in oculo res inuersæ apparerent. rursus dum animaduertunt radios inter papyrum, & lentem interceptos ire quidem in angulum, sed in angulum, qui fieret post papyrum, non dubitarunt in visione, quæ intra oculum fit, id sustollere, quod maximè ab Opticis quæritur, & quod est præcipuum fundamẽtum veteris, veræq; Optices Philosophiæ, angulum, dico, visorium penitus à visione abstulerunt. Atqui non sine euidenti demonstratione ab antiquis magni & ingenij, & eruditionis viris discedendum est. estq; non minoris ingenij, ac solertiæ antiquorum in scientijs Antistitum sententias ab oppugnationibus vindicare, quàm noua contrà antiquos, nulla necessitate compellente, procudere.

Ab antiquis nõ discedendum sine euidenti demonstratione.

Ingeniosi est scire tueri antiquos doctores.

Nos igitur, sine alienarum inuentionũ reprehensione, modum hic ostendemus facillimum, quo & res obiectæ, non inuersæ, sed erectæ in oculo pinguntur, & angulus visorius verè, ac reapse intra oculum effingitur, sub cuius quantitate, ac situ res variam sui aut magnitudinem, aut positionem ostentant.

Visio fit in retina.

Suppono I visionem intra oculum in retinatunicà fieri, quod ab alijs prolixé, erudité, ac firmissimis experimentis, & rationibus demonstratum est; in primis à nostro Scheinero in libro de oculo.

Contra negãtes visionem in retinà.

Quod pertinet ad ea, quæ obijcere possent si qui contrariæ sint sententiæ, tyro perstet in analogia visionis cum exemplis, quę vidit apud nos, ac videbit in reliquo hoc Apiario circa illuminationes per foramina, & lentes in oppositam papyrum. Idem enim celebrat intra oculum natura quod & per artem dioptricam in obscuratis conclauibus. Ac quemadmodum non obstat papyro candor natiuus quo minus recipiat expressos in se omnes obiectorum colores, etiam candidum, qui omnino sit simillimus natiuo ipsius papyri; sic nec retinæ obstat suus aliquis color, præsertim temperatus vt, facilé saltem graduales differentiæ similis coloris percipiantur; quemadmodum tactùs sensationi non obstãt natiuæ in eo temperatæ qualitates. &c. Qui visionem asserunt fieri in ipsa pupilla, siue cristallino humore non aduertunt ipsum etiam cristallinũ esse in quodã quasi subopaco semalbidum, ad quem modum & artefacta Diaphana se se ostentant, licet perspicua, & pellucida. &c. Videbis expressiora inferius, ac recole antecedentià de picturà naturali. &c. Suppono, non disputo, ac tantum innuo suppositi aliqua funda-

menta,

menta, & firmamenta apud alios, & apud nos.

Necessitas basis visoriæ in retinâ.

Sane, nisi quis totius Philosophiæ partes, nempe etiam Mathematicam pernorit, haud satis in oculi visione philosophicè perspiciet. Quibus enim rationibus, vt inferius videbis, explicari potest recta, ritè facta, & proportionata visionis intra oculum operatio ita, vt visionis (siue trianguli visorij) basis obiecto fiat simillima, ac rectè illud in oculo pingat, nisi excipiatur aliquo terminante, ac variè flexili pro exigentia similitudinis cum obiecto? Quarum rerum neutra cadere potest in humorem cristallinum, ideo à naturâ diaphanum, vt per id, ceu per artis diaphana, traijciantur, ac refringantur seu lumen, seu species ad arcana ea visionis, quæ inferius tibi prodet, amice Lector, Philosophia opticè Mathematica.

Diaphanum ad transmittēdū, non ad terminandum.

Experimenta pro visione in retinâ.

Sed controuersiam auferunt experimenta, præsertim apud nostrum Scheinerum non solum in libro minore de oculo, sed etiam in tomo maiore de maculis solaribus.

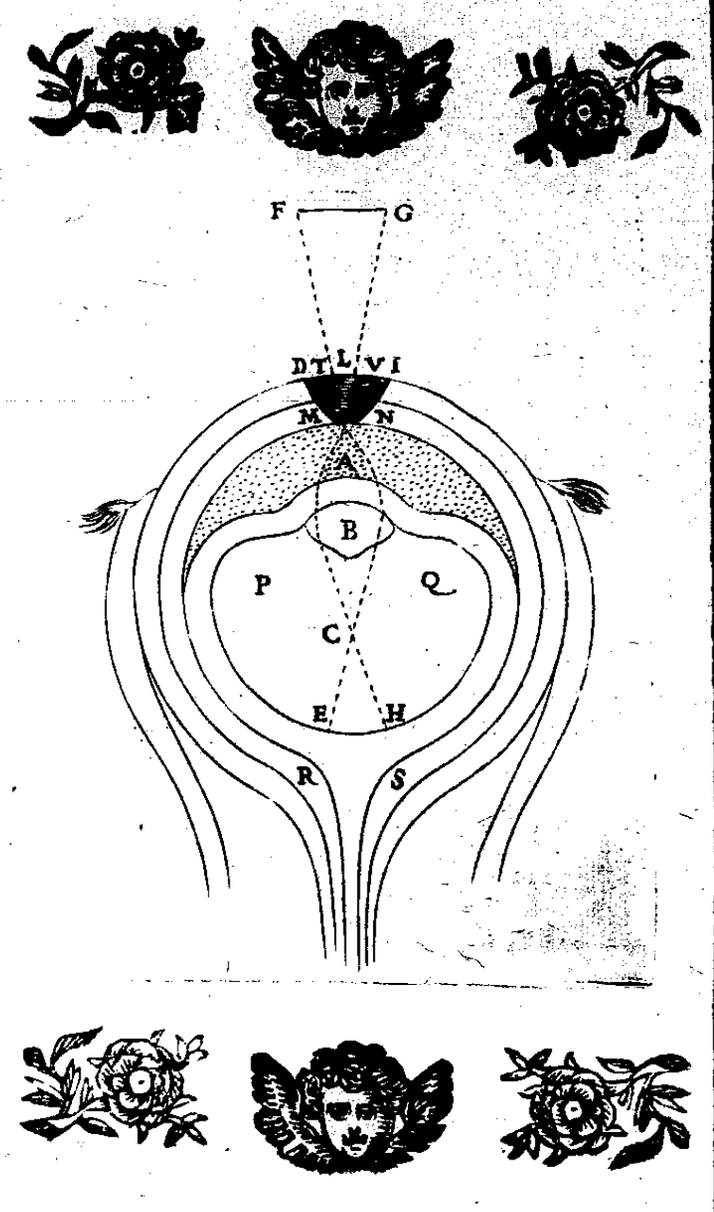
Fit decussatio radiorum ab obiectis infra corneam.

Suppono II fieri visionem (intellige de rectâ, & libera ab interpositis Diaphanis, siue foramine) semper cum decussatione radiorum ab obiectis intra, & infra corneam ad imum foramen tubi optici, nisi ex accidenti alteretur. Vide in fine hujus progymnasmatis. Vide etiam inferius textium suppositum, vbi oculi structura, & foraminis optici locus. Non secus cum quis videt aliquid oculo apposito ad exiguum foramen, per quod radij obliqui specierum, aut Solis rectà tendunt in partes contrarias, & decussantur. Quæ experientia, cum non sit de visione liberà, vsurpari tantum potest pro similitudine visionis, quæ fit infra corneam, vt à nobis hìc vsurpatur; alioqui falleret, si vsurparetur quasi argumentum decussationis ad extimam corneam in visione liberà; neq; enim visio libera est ab interposito medio, quæ videt obiecta decussata per foramen paginæ, vel cuiuslibet interpositi plani. &c.

Anatome optica oculi.

Suppono III structuram, & iconem oculi secti per axem, quã tibi damus hìc ex Anatomicà Andreæ Vessalij ita tamẽ, vt cristallinum humorem paullo altiorẽ iuxta neotericorum diligẽtiam posuerimus versus pupillam, & posteriorem eiusdem cristallini faciem hyperbolica linea vtcunq; terminauerimus. In qua oculi figurà tres tantum humores, & duas tunicas pro instituto hic nostro notamus; cætera ijs relinquentes, qui oculi anatomen, & singularum partium officia, & causas prosequuntur.

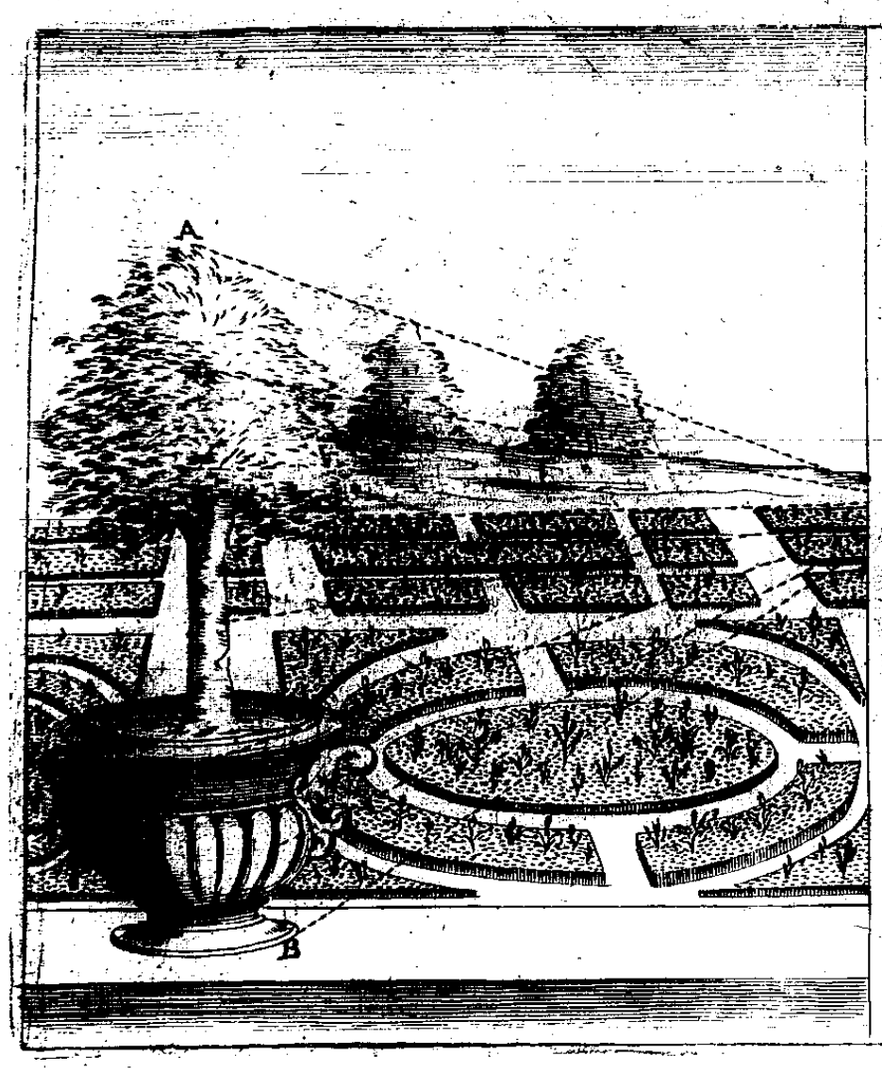
Vbi A humor vueus nigricans: B cristallinus, qui & pupilla appellatur ab aliquibus Opticis

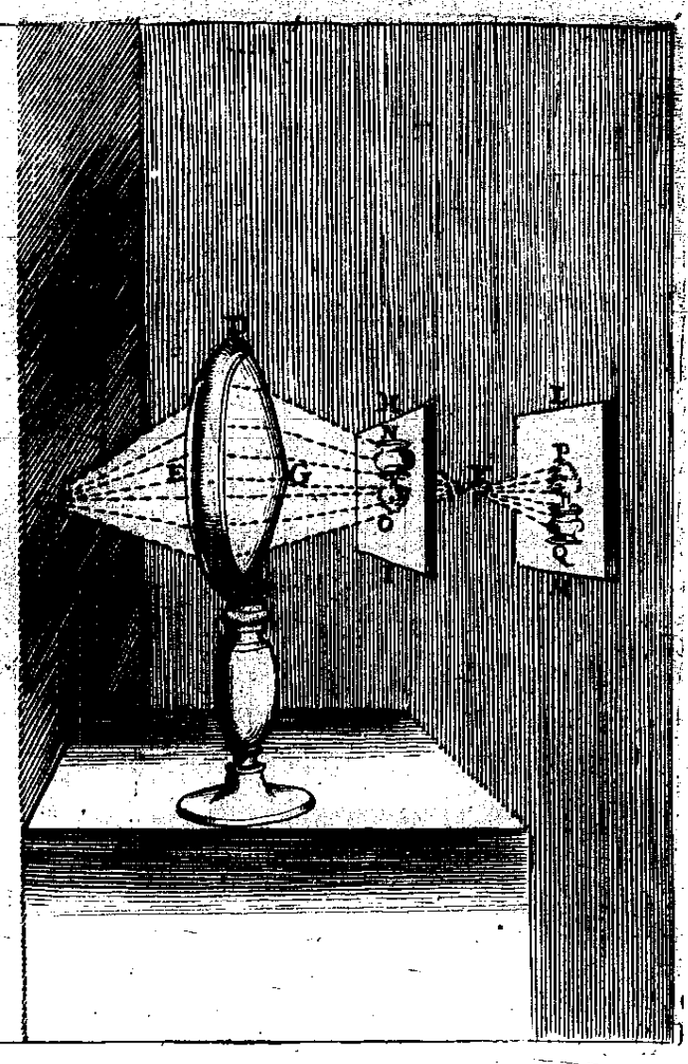


cruditissimis: PCQ spatium, in quo humor aqueus: DI tunica cornea: EH retina. Intra DM, IN tubus, siue foramen opticum, quod constat ex partibus diaphanis tunicarum cingẽtium oculum, & dilatatur, vel constringitur prout opus est ad maiora, vel minora obiecta, vel lumen, &c. Vide inferius caput vltimum.

Visionis intra oculũ orthographia.

Igitur visionis canonica hæc est: ab obiecto FG radij ad corneam delati decussantur infra MN post opticum foramen vel angustius TV, vel ampliatum DI, vt prædictum est, &c. Inde radij per vueum, & tunicas varias refracti deferuntur ad cristallinum, per quem humorem traiecti, & refracti, atq; egredientes rursus in amplo aquei humoris spatio conuergunt in angulum, & post secundam decussationem factam in C, basim ad EH in retinà efficiunt. Cuiuscunq; tandem densitatis, atq; inter se proportionis humores illi sint, præsertim aqueus siue densior, siue rarior cristallino ponatur, nullus tamen Opticorum negat radios saltem plerosq; (at nos ex vi hyperbolicæ figuræ omnes affirmamus) inter se conuergere dum in retinam feruntur. Vides in oculo picturam interna perfimilem picturæ externæ, quam cap. 5 Progymnasmatis præcedentis dedimus in 2 figurà ex nostro Diaphano hyperboliformi. reuise eam figuram hìc repositam, & confer cum hic positâ oculi structurâ.





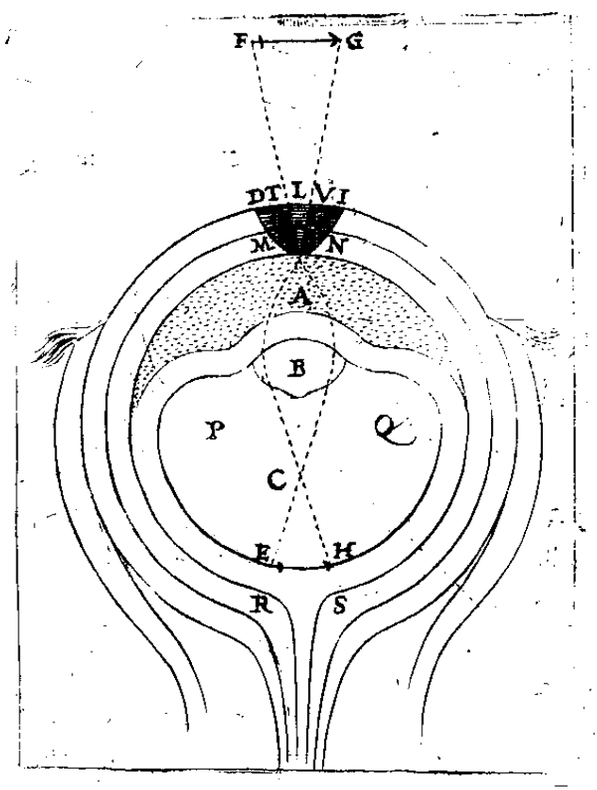
Pictura per visionem intra oculum.

Nam in figura maiore A B est in figura oculi obiectum F G. Pro foramine C fenestræ, vbi fit prima decussatio, habes ad A decussationem. Pro Diaphano D E F G pupilla est B. Inter Diaphanum dioptricum, & foramen interpositam obscuritatem cubiculi æmulatur nigror vuei ab L ad A, vt euidētiores radij per medium contrarium excipiantur, ac transmittantur. Pro 2 decussatione radiorum in K post Diaphanum in aëre factá habes in aqueo decussationem C; pro papyro deniq; L M retinam E H. In papyro autem, & retinà apparet pictura erecta; & sicut in plano H I euersa fit, sic res euersæ apparerent in oculo, si retina interciperetur inter B crystallinum humorem, & inter decussationem C. Patet in hac nostra visoriá orthographia ad punctum decussationum C (quasi corculum opticum) ille angulus visorius E C H ab antiquis olim extructus, sed haud palàm proditus, ab aliquibus neotericis nulla cum antiquorum veniá destructus, à nobis tandem restauratus. Qui angulus est quasi fundamentum, sine quo nulla optica implicatiora problemata solui possunt (immò tota Optica Philosophia nutat, & corruit) vt in aliquibus exemplis inferius patebit. Hic angulus opticus ne corruat in posterum, sequētibus fundamentis sic nunc fulciatur.

Angulus opticus in oculo.

Rationes pro angulo optico reali intra oculum.

Angulum ergò realem fieri intra oculum ex decussatione radiorum opticorum in aqueo humore antequam basis fiat in retinà, affirmo, & confirmo. 1 quia sine eo angulo multa, &



grauia sequuntur inecōmoda, & absurda optica, & Physica. 2 quia nullum ex eo angulo reali sequitur incommodum, quod obijci possit. 3 quia ex eo commoda, & facilia omnia fiunt in Opticis; ad quæ, commoda, & necessitates opticas angulus est præcisé necessarius.

Quibus omnibus præmitto probandis id vnum, quod in omnium sententià concessum est tamquam per se notum, scilicet non fieri vnquam rei obiectæ per simulacra, seu per species picturam, atq; imaginem tum euersam erectæ, tum erectā euersæ sine decussatione radiorum ab obiecta re prouenientium. Patet

Obiectorum species erectę non euertuntur, euersæ nō eriguntur nisi per decussationem.

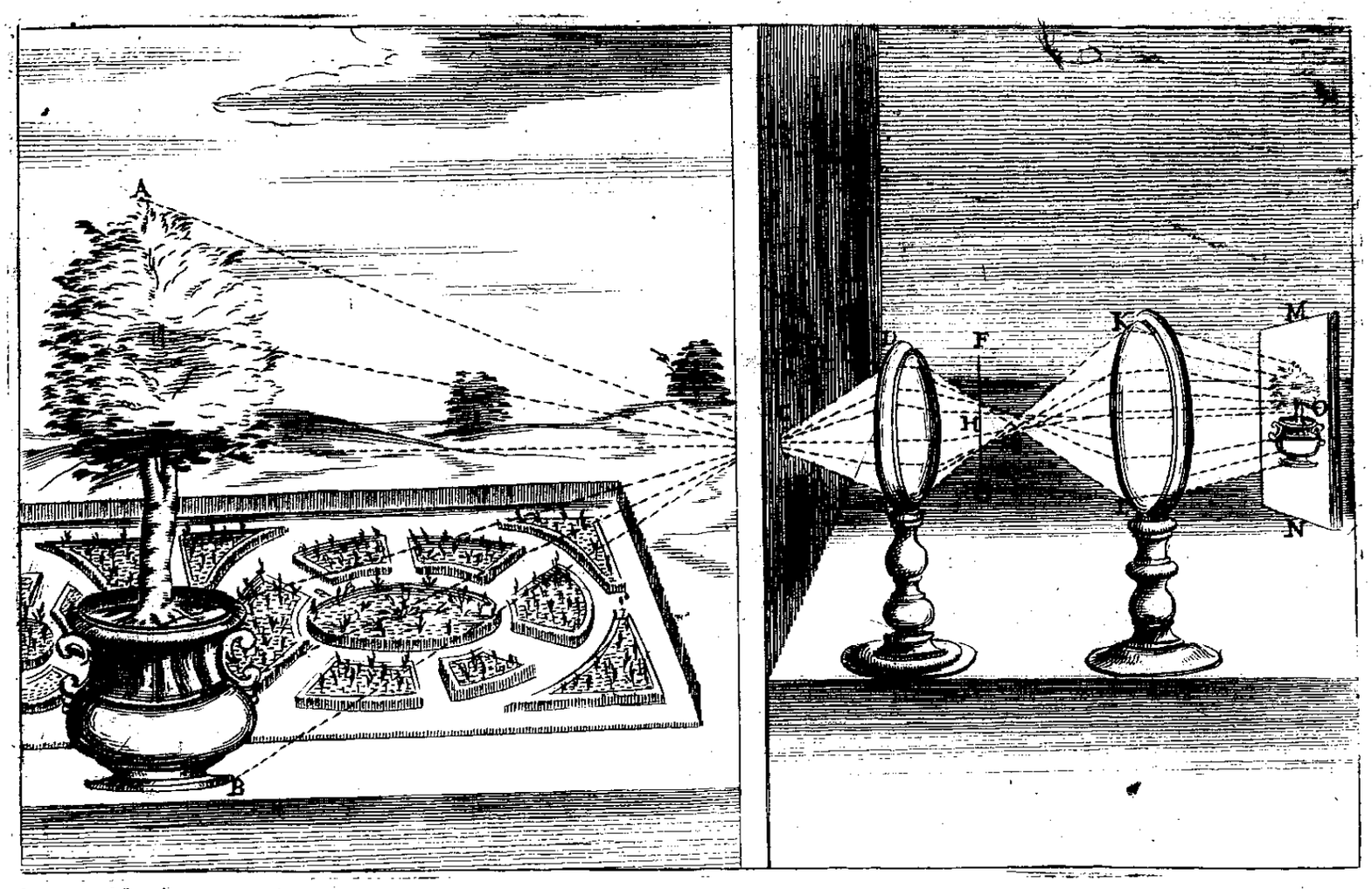
in

in viſione,& illuminatione directà,in Catoptricis, & Dioptricis. Nos tantum exemplum apponamus ex Dioptricis, in quibus nunc verſamur. Nam cum obiectorum ſimulacra per exiguum foramen feneſtræ admiſſa, & per lẽtem traiecta in papyrum cadunt inuersè picta, id euenit ob decuſſationem radiorum factam in contrarias partes ad anguſtias foraminis. quẽadmodum etiam Solis imago, ac Lunæ inuerſæ apparent in ſubiecto ſolo, vel obiecto pariete, dum Eclipſis ſolaris notatur è feneſtræ rimulà, vel foramine.

Eclipſim ſolarem in obiecto plano per foramen trajectam ſpectare.

Porrò etiam euerſæ imaginis erectio & ipſa fit per decuſſationem. Quod patet quando per vſitatas duas lentes, ſeu per ſecundam lentem pictura rerum in papyro euerſa erigitur. Ponitur enim ſecunda ea lens criſtallina poſt decuſſationem factam, atq; interiectã inter vtramq; lentem, vt docet, & cogit fateri experientia. Itaq; ceu ad foramen feneſtræ fit prima decuſſatio, cuius radios lens prima cũ ſuis coloribus cogit in papyrum,& euerſam pingit imaginem;ſic erectam pingit longius à foramine ſecunda lens poſt,& ob alterã factã decuſſationẽ.

Por- Sic



Sic vides in exemplo híc appoſitę figurę radios AE, BD &c.ex obiecto AB prouenientes, & ſe ſe decuſſantes ad C, & progredientes ad partes contrarias in lentem primam DE,deinde refrãgi eos radios, & cadere in planũ quod fingas eſſe FG, in quo ad H pictura neceſſario euerſa eſſet, ob radios ex decuſſatione in contrarias partes delatos. progrediuntur deinde, & conuergunt ad angulum, & decuſſationem ſecũdam in I, poſt quam collocata lens ſecunda KL radios eos excipit, & refrangit ad ſecundum planum M N, in quo ad O pictura erecta fit. Radius enim ex puncto A, qui propter primam decuſſationem C, iuerat in partẽ contrariã ad E, & inde verſusH, rurſus, propter ſecũdam decuſſationẽ,redijt in partem ad K, & inde ijt verſus O,vbi reſtituit ſimulacrum in partem reſpondẽtem ipſi A. Paria intellige le radio ex B per C, D, I, L verſus O delato.

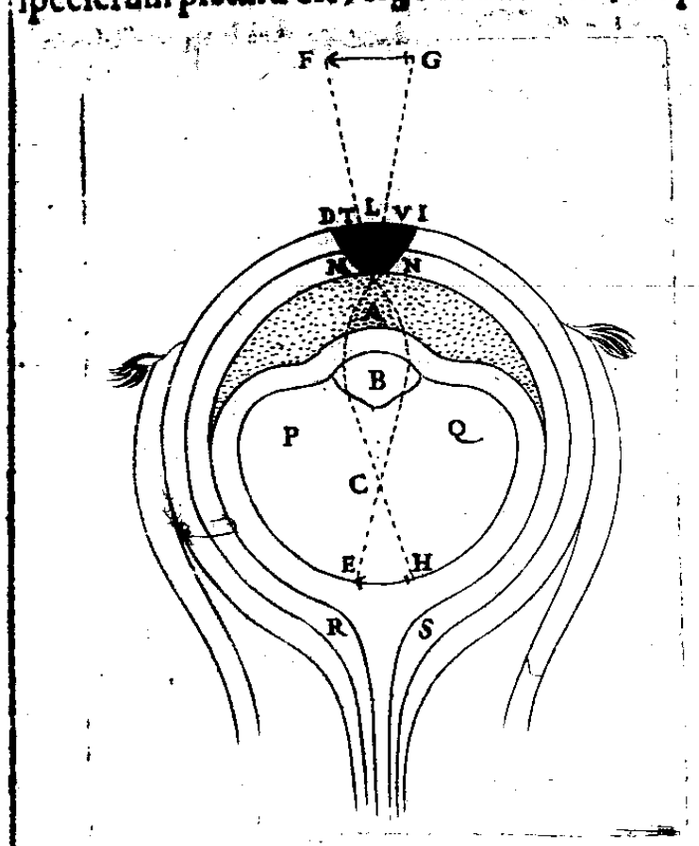
Quo fundamento (ſcilicet de euerſione, & erectione imaginum factà tantum per decuſſationes) prælocato, probo iam intra oculum poſt criſtallinum humorem fieri angulum realem ex decuſſatione radiorum deferentium ſimulacra obiectorum in retinam : & probo —

— I. Nam(in figura lecti oculi) obiecti FG pictura poſt, atq; infra MN euerſa eſt propter decuſſationem factam inter MN; at in retinà erecta eſt vbi EH, & repræſentat viſoriæ potentiæ obiectum erectum, ergo ea erectio non potuit fieri, iuxta præmiſſum fundamentum, niſi per aliam decuſſationem, quæ erit poſt criſtallinum B,ob radiorũ conuergentiam factam à refractione, ac figura eiuſdem criſtallini. At ea decuſſatio ſecunda fieri nequit niſi per angulũ alterum intrà oculũ; &c. ergo, &c An dices picturam EH ſine decuſſatione in C eſſe quidem inuerſam,ſed repræſentare obiectum FG erectum? At contra eſt —

— II. Tale iudicatur obiectum ab æſtimatiuà, quale illi repræſentatur, & apparet in eius ſimulacris intra oculum delatis. Inde tot

Vis æstimatiua tale iudicat obiectum, quale illi repræsentatur.

fallaciæ visùs in visione directà, reflexà, refractà, circa quas fallacias versatur non minima pars Opticæ Philosophiæ. Si ergo EH euersa specierum pictura est, ergo iudicabitur, & apparebit obiectum FG euersum; apparet autem, vt vere est, erectum, ergo pictura euersa EH repræsentabit erectum obiectum FG; & contraria ratione, cùm pictura erit recta, & erecta repræsentabit, & iudicabitur per eam ab æstimatiuâ inuersum obiectum. Quo quid absurdius dici potest? & quid magis inuersum, aut contrarium rationi? quid magis repugnans naturę specierum, naturæ picturæ, ac similitudinis? expressa enim implicantia est similitudinem esse posse rei dissimilis, & contrariæ repræsentatiuam. Natura igitur, quæ per se, & per artem docet obiectũ rectè repræsẽtare (dùm fit repræsentatio inter repræsentatum, & repræsentans similia) repræsentabit obiecta in oculo per dissimilia, Immo per contraria; & erecta ostendet in euersis, euersa in erectis? Vt igitur absurda hæc, & in omni alio genere picturæ impossibilia, non asserantur in sola maximi momenti, & perfectissimâ visionis intra oculum picturâ, confugiendum est ad secundam decussationem, & ad angulum opticum ECH, quo fit vt pictura, quam prior decussatio inter MN euerterat, secunda C rursum erigat, eáq; ratione prototypo pictura congruat.



Similitudo nõ potest esse repræsentatiua rei dissimilis, & contrariæ.

Necessitas anguli optici intra oculum.

III. Nisi angulum, quem dedimus visorium intra oculum admittas, euertis fundamenta solidissima, quæ antiqui optici substruxerunt opticæ Philosophiæ, ac quæcunq; alia, quæ ab ijs pendent. neq; enim illi axiomata supposuissent sequentia.

Antiqua axiomata de angulo Optico.

Quæ sub maiori angulo videntur, maiora apparent, quæ sub altiori altiora, quæ sub æquali æqualia; denique, tanta res æstimatur, quantus est angulus, sub quo videtur. Quæ omnia cùm iuxta nostrum angulum secundæ decussationis verè, ac propriè dicantur, quid est quod quasi fictè dicta, & pronuntiata de angulo, qui nullus sit, interpretére; nullâ necessitate cogente hanc ab antiquis discessionem?

Angulum Opticũ intelligi nõ ad, sed intra oculum.

Antiquos vero intelligendos esse de angulo non extra oculum ad corneam, aut intra ad foramen opticum, sed de post crystallinum nemo dubitarit, qui legerit apud nos ea quæ habentur capite extremo huius Progymnasmatis tertij vbi videbis aliquando non fieri decussationem ante crystallinum ob ampliationem factam foraminis optici. Antiqui ergo intelligendi sũt de angulo certo, ac perpetuo post crystallinum humorem. &c.

Cur spatium inter crystallinum, & retinam.

IV. Ac sane, cùm crystallinus humor extra centrum oculi (vt patet in Anatome) adeo vergat versus corneam, vt pars oculi longe maior dimidiâ relinquatur aqueo humori, ad quid tantùm spatij inter crystallinum, & retinam, nisi vt radijs ex refractione crystallini conuergentibus sit locus se se decussandi antequam ad retinã perueniãt? in quâ deinde basim visoriam, siue obiecti picturam describãt; præsertim cum figura posterioris partis crystallini humoris, quæ ex antedictis est hyperbolides, cogat radios in conum breuiorem, quam lentes sphæricæ. Radij enim (qui prope axem è sphæricis Diaphanis quasi paralleli procul valde tandem in angulum conueniunt) ab hyperbole refranguntur magis, & ad spatium breuius coëunt; vt patet ex citatis Paralipom. ad Vitellionem. Tanto igitur facilius poterunt in tanto spatio aquei humoris post tantillum globulum crystallinum fieri per hyperbolen & breuior conus radiosus, & anguli ad verticem æquales, post quos, & sub quibus pictæ basis, & offectæ retinæ sensatio, idest visio, celebretur.

Figura hyperbolides facit post Diaphanum, conum radiosum breuiorem.

CAPVT II.

Nodi contra angulum opticum intra oculum ſoluuntur, & problemata, atq; arcana optica in interna viſione geometricè demonſtrantur.

I. POſito angulo reali optico intra oculum, non ſolum prædicta, vel vlla alia non ſequuntur incommoda, ſed incommodis omnibus, ac difficultatibus, quas obijcere quis poſſit, fit ſatis, & ea quæ alios torquent, facillime ab hac noſtra poſitione abnodantur. Quid enim te angit? An id? Si viſio fit in angulo, cum angulus ſit commune punctum, atq; indiuiſibile, in quod duæ, vel plures lineæ coeunt, fiet ergo viſio in indiuiſibili, at ſpecies obiectorum cum repræſentare debeant obiecta, quæ quantitatem habent, etiam ipſæ extenſæ ſint opportet; quomodo ergo in indiuiſibili angulo poterunt ſuum obiectum repræſentare? Ariſtoteles 2 de anima tex 123 optimè affirmat ſenſationem eſſe ſicut ſymphoniam, quæ tota in proportione eſt poſita. Proportio vero ex definitione 5 lib. Eucl. non eſt niſi inter ea, quæ ſunt eiuſdem generis. Si ergo angulus, quo fit viſio, eſt indiuiſibilis, & ſpecies diuiſibilis, vel ſi ſpecies ſit cũ angulo indiuiſibilis, obiectum vero diuiſibile, quæ apta fieri poterit ſymmetria, ſiue ſenſatio, ac viſio? Tollendus ergo eſt angulus opticus tamquam viſionis impedimentum.

Reſatio eſt ſicut ſymphonia, quæ tota eſt in proportione. Ar.

Anguli duplex acceptio

Reſp. ſi meminiſti quæ de anguli eſſentia, & varia acceptione in geometrici Apiarij noſtri ſcholijs perſcripſimus, non hærebis in angulli optici anguſtijs, quas tibi fingis. Nam angulus notat ipſarum linearum ad vnum punctum inclinationẽ, atq; concurſum, notat etiam ſpatium interceptum ſub eà linearum inclinatione. Priore modo indiuiſibilis eſt, poſteriore diuiſibilis, ac diuiditur à Geómetris in quotlibet partes æquales paris numeri; licet nõdum demõſtratum ſit quemadmodum geometricè etiã in quotlibet æqules imparis numeri diuidi poſſit, niſi quod tantum in tres diuiditur rectus per æquilaterum, vt norunt geometrę. Vide Proclum lib. 3. ad propoſ. 9. Eucl. & Vitel. lib. 1. p. 28. Angulus etiam vel maior, vel minor altero datur, & cætera de angulo pronuntiantur, quæ de rebus quãtis, ac diuiſibulibus. Cum dicimus ergo fieri viſionem in oculo per angulum, ſiue in angulo, intellige fieri in angulo poſteriore modo accepto. Non igitur in indiuiſibili vertice anguli, nec tam in angulo, quam ſub angulo, ſiue malis, in baſi oppoſitâ ipſi angulo, fit viſio.

Angulus indiuiſibilis, & diuiſibilis quis.

Anguli diuiſibiliquotlibet Partes æquales imparis numeri nondum inuenta.

Viſio fit non tã in angulo, quam ſub angulo, &c

II. Opponis: hoc ipſum eſt quod optabam. Si enim in baſi, non in vertice anguli fit viſio, & baſis hæc in retinâ pingitur, ergo nullus eſt in oculo angulus opticus, ſed tantum concipitur animo poſt retinam, atq; oculum futurus, ſi radij optici producerẽtur poſt retinam donec, nulla interceptà baſi, coirent in punctum anguli. Reſp. Reuiſe, ſi vis, figuram viſionis in oculo (poſitam ad fin in cap. antec.) tu enim angulum accipis, qui fieret nullà præuià decuſſatione ante retinam, & baſim intelligis, quæ in oculo præcedat angulum, qui fiat poſt retinam. At nos oppoſitũ omnino accipimus, angulum nempe, qui poſt decuſſationem in humore oculi aqueo fit, & præcedit baſim, quæ in retina fit. Is igitur angulus in 1 figurâ oculi cap. præced. eſt ECH, ſub quo in baſi diuiſibili EH fit viſio. Quam baſim decuſſatio angulosa præcedat neceſſe eſt, vt erecta pictura, & viſio recta fieri poſſit, quemadmodum præmonſtratum eſt.

Quem angulum, & quam baſim viſionis nos intelligamus.

III. Si viſio fiat in baſi poſt decuſſationem, nulla erit viſio. nam, vt docet experientia picturæ à foramine per lentem in papyrum proiectæ in obſcuro cubiculo, à qua pictura ſumptus eſt viſionis in oculo paralleliſmus, ſi papyrus à lente, vel lens à papyro ita remoueantur, vt excipiat papyrus radios poſt punctum concurſus, ſiue decuſſationis, euaneſcit pictura; ſic etiam in oculo. Reſp. In cap 5 Progym. 2. antecedentis habes vnde tibi hunc ſcrupulum eximas. nam erras dum ab effectu ſphæricæ lentis in hoc genere argumẽtaris ad effectum, qui fit in oculo à criſtallino humore nõ vtrimq; ſphærico, ſed poſteriori ex parte q. hyperboli co. Si criſtallinus humor eſſet lenticularis, atq; vtrimq; ſphæricæ figuræ, picturam pariter in oculo diſpergeret propter decuſſationes radiorum varias non ad idem punctum, &c. vt cap. citato prædictũ eſt; at propter hyperbolicum dorſum poſterius, cogit omnes radios ad vnam decuſſationem, & ſub angulis ad verticem æqualibus fit perfecta in baſibus æqualibus pictura, & viſio. Vide citatum caput.

Fallacia per Lelliſmi picturę per foramẽ & lenticulare Diaphanum cum viſione, &c.

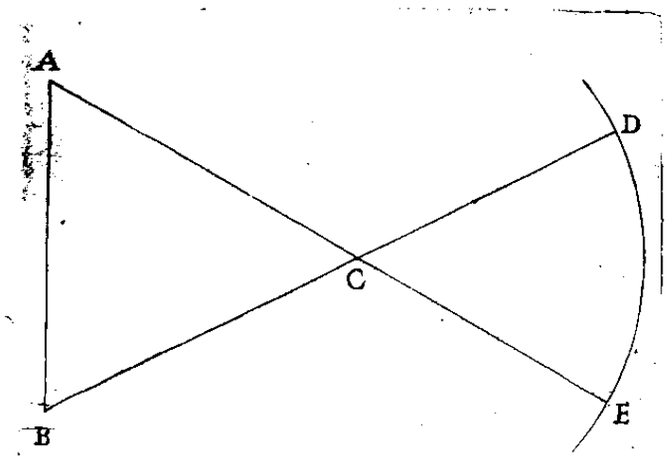
Neceſſitas criſtallini humoris hyperboliformis pro expreſsa viſione.

IV. Obijciam ego potius nunc circa modum viſionis vnũ, quod difficultatem faciat in omni ſententia, præſertim eorum, qui retinæ viſionem adſcribunt. Si enim, vt nos affirmauimus, & confirmauimus, viſio eſt in pictura baſis ſub angulo, ſiue poſt angulum opticum quæ pictura, & baſis retinâ excipitur, cùm reti

na

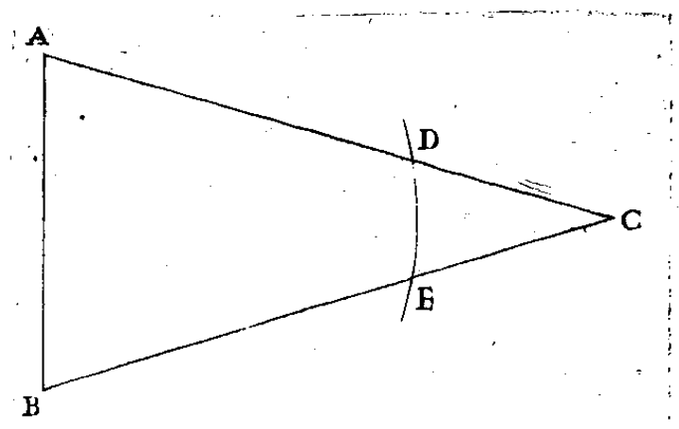
na iuxta oculi figuram, rotunda, & caua ſit, ſequitur viſionem, præſertim rerum planarum, obliquarum, conuexarum, &c. perperam fieri. Nam pictura (vt & Scenographici, & nos oſtendimus in inſtrumento noſtro ſcenographico) ſi recta ſit, & in omnibus ſimillima prototypo, nihil aliud eſt, quàm quædam ſectio coni viſualis parallela baſi eiuſdē coni, ita vt ſectio ipſa, ſeu pictura, ſit proportionalis prototypo, ſiue obiecto, quod eſt baſis coni viſualis; at in pictura interiore oculi, quæ fit in retinà poſt factam decuſſationem, & angulum noſtrum opticum, baſis picta in retina non poteſt eſſe proportionata baſi externæ, ſiue obiecto, ac rei viſæ; quippe in retina baſis ſemper curua, & caua eſt, obiectum vero plerumq; planum, conuexum &c. inter rectas verò, & curuas eas baſes nō eſſe proportionem facile patet. Ac geometricè indicari ſaltem hìc poteſt in figurà, in

Pictura recta eſt quædam ſectio coni viſualis parallela baſi, &c.



qua obiectum ſit AB. Omitto priorem decuſſationem, quæ fit infra corneam ad foramen opticum facilitatis, & ſimplicioris figuræ gratià, & pono tantum ſecundam ad C, vbi angulus viſorius eſt ECD factus à decuſſatis radijs AE, BD; eſtq; in retinæ curuitate baſis, & pictura ſimulacrorum ab obiecto & ipſa curua. Aio inter ipſas duorum triangulorum ABC, CDE baſes AB. DE non eſſe proportionem, ac proinde ipſius AB picturam, & viſionem factam in DE falſam, ac diſſimilem obiecto futuram. Nam etiam ſi duorum triāgulorum anguli oppoſiti verticales BCA, ECD ſint æquales, reliqui tamē non ſunt æquales. nam ad A, & B ſunt rectilinei, ad D vero, & ad E ſunt mixti è recta, & curua lineis. At inter rectilineos, & mixtos angulos nulla eſt proportio, nec inter ſe vnquam poſſunt æquari; vt eruditè, ac doctè demore docet Proclus ad definitionem octauam, & ad propoſitionem 23 lib. 1. Euclidis; & facile poteſt elici, ac demonſtrari ex 16 tertij Eucl. Cum curuilineis quidem angulis, qui conflantur ex vtraq; lineà curuà, & quos vocāt lunulares, habent rectilinei proportionem, vt idem Proclus facillimè demonſtrauit ad petitionem quartam Euclidis. At cum mixtis angulis, qui conflantur ex altera linearum curua, ex altera recta, & quos corniculares appellant, nullam habent proportionem rectilinei anguli. Reuiſe noſtra paradoxa angulorū in Apiario 3. Quare cúm triangula ABC, CDE non ſint æquiangula, & præterea baſes oppoſitæ AB, DE non ſint parallelæ, non licebit inferre, iuxta 4 pr. lib. 6, latera eorum triangulorum eſſe proportionalia, vel homologa eſſe latera, quæ æqualibus angulis ſubtenduntur; hoc eſt baſes AB, DE non erunt veré ſimiles, licet ad ſenſum ſimiles videri poſſent. Non ergo in DE ritè repræſentabitur obiectū, ac viſio fallax efficietur ſub angulo noſtro viſorio.

Reſp. non eſſe quod hæc nobis ita obiecta quis putet, quaſi hunc nodum nobis innectat angulus noſter opticus; ſed impetit hæc difficultas omnes etiam alios, qui viſorium angulum aut deſtruunt, aut fieri fingunt poſt retinam. Nam, vt patet in hac altera figura, fiēto



etiam triangulo viſorio ABC ita, vt angulus C fingatur futurus poſt retinam curuam DE; quoniam nec anguli mixtilinei CDE, CED poſſunt eſſe æquales angulis rectilineis CAB, CBA, nec triangula CDE, CAB ſunt æquiangula, propterea non erunt etiam homologæ baſes DE, AB, licet oppoſitæ eidem angulo C. Quid ergo reſpondebunt, ne viſio impropportionata, & fallax fieri videatur?

V. Sciendum igitur à prouidentiſſimo Naturæ Authore huic incommodo prouiſum eſſe, datà oculo facilitate, quà eius humores, ac pelliculæ, præſertim retina, pro libito, atq; vſu animantis contringi, dilatari, protrudi, retrahi poſſint, vt Anatomicorum, & Opticorum neotericorum authoritas, & experientia, & ratio ipſa docent. Ac quod quidem attinet ad ipſam rationem, hìc tibi ſaltem vnicam indico. Quidam ſunt, qui & diſtantia, & propinqua oculis in eodem loco perſtantibus diſtinctè vident. id illi conſequi non poſſunt, niſi vel acceſſu, vel receſſu retinæ, ac vitrei humoris poſt criſtallinum compreſſione, vel ampliatione. nam (vt probatum eſt cap. 2 Progym. 2 antecedentis ex demonſtratis à Maurolyco lib. 1. Diaph. theorem. præſertim 20.) longe poſitarum rerum radij poſt Diaphanum conuergentes propius

Oculi humores, ac pelliculę ſunt mobiles.

Ratio eius mobilitatis.

Inter rectilineos, & mixtos angulos non eſt proportio. Proclus, &c

Demōſtratio ex 16 Tert. Euclid.

Inter rectilineos, & curulineos angulos eſt proportio.

cocunt,

Ratio visionis distinctæ ad remota.

coeunt, quam radij rerum propinquarum. Oculus igitur qui remota distinctè videt, excipit radios ab obiecto per cristallinum transmissos, & in vitreo humore decussatos in angulum ad certam distantiam à retina, in qua basis radio si simulacrorum fiat quantitatis, & coordinationis, & densitatis, quæ sint visioni proportionatæ. Idem vero oculus in eodem loco propinqua distinctè videns, cum ex ea obiecti propinquitate radios excipiat longius post cristallinum humorem coeuntes in angulum, qui multo propior sit retinæ, quàm erat angulus opticus rei longinquæ, ac propterea in retinà fiat basis nimis arcta, & res minutè nimis repræsentans, quippe quæ sit extra quantitatem visioni debitam; si nihilominus oculus non minus distinctè obiecti id propinquum videt, quàm aliud remotum, necessario facta est retinæ ab angulo visorio recessio, & acceptum est iustum interuallũ, ex quo basis amplior simulacrorum picta sit in retinà. Quare retina vel in longinquis ad cristallinum accedit, vel in propinquis à cristallino recedit, & in visione longinquorum premit ipsum humorem aqueum a tergo versus ~~retinã~~, in visione vero propinquorum eundem aqueum humorem ad latera elipticé comprimit, oculis in eodem loco ad contuendum perstantibus.

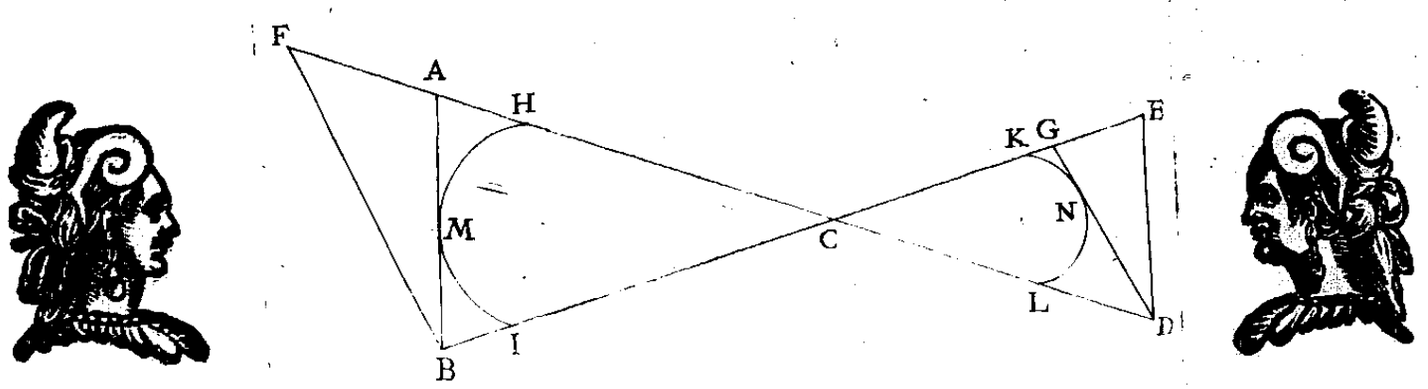
Oculo in eodem situ retina accedit ad cristallinum in longinquis, recedit in propinquis.

Ratio visionis distinctæ ad propinqua.

VI. Ex probato igitur retinæ motu vides quid responderi possit oppositioni. Nam retina pro varia obiectarum rerum figuratione, ac situ se se mouet, ac fingit, & quam maximè se se obiecto parallelam, & persimilem adformat. Idq; habet ex naturæ prouidentia, vt recta, &, sic dicam, iusta fiat visio, conformatà geminà opticà pyramide, siue gemino triangulo proportionalium, & homologorum laterum. Itaq; videre licet in appos. hic figurà ipsi plano AB rectà oppositio post angulos æquales ad C, parallelam, & planam conformari retinæ figuram DE, obliquo FB obliquam GD, concauo HMI concauam KNL. Eodem modo intellige conuexo obiecto conuexam, mixtiformis deniq; figuræ obiecto mixtiformem retinam adfingi. Sic enim necessitas iustæ, ac rectæ visionis postulat, ne absurdissimè affirmare cogaris picturà solummodo curuà & planum, & conuexum, & obliquum, & rectum, & mixtarum figurarum, ac situationum prototypum recte posse repræsentari, reclamante Geometrià vniuersà, Picturæ arte, ac Naturà.

Retina in visione fit parallela obiecto.

Visio recta fit per similia triangula.



Geometrica demonstratio visionis in oculo.

VII. Geometricè igitur congruentem, ac demonstratam visionis picturam sic accipe in hic figurà. Quoniam sunt parallelæ AB, DE, vel FB, GD, & in eas cadunt decussatæ FD, BE, alterni anguli BFC, CDG, vel BAC, CDE, item FBC, CGD, vel ABC, CED sunt æquales, item ad verticem æquales, triangula ergo proportionalium, & homologorum sunt laterum, ideſt antecedens, siue consequens BF, vel BA, antecedenti, siue consequenti DG, vel DE sunt similia, picturæ nempe prototypis. Item aliter. Vt CB ad BA, vel ad BF, sic CE ad ED, vel CG ad GD, ergo & permutando vt BC ad CE, sic BA ad DE, & BF, ad DG, similia nempe inter se, ac proportionalia. Idem intellige pari modo argumentando geometricè de cauis basibus HMI, KNL. Nam quamuis anguli mixtilinei CHM, & CLN; item CIM, & CKN nõ sint æquales, quia minoris circuli segmentum KNL (vt pote magis curuum, quàm HMI) angulos cum rectis lineis CK, CL maiores efficit, quàm segmentum minus curuum HMI cum rectis CH, CI, quippe HMI magis ad planam figuram accedit, quàm KNL; nihilominus tamen propter angulos æquales ad C, sunt etiam curuæ HI, KL homologæ, vt demonstratur à Clauio nostro in Schol. ad propositionem 22. lib. 3. Euclid. Fit ergo in visione pictura interna in retina, quæ est vndequaque proportionata, & simillima rei extrinsecus oculo obiectæ, &c. Demonstrationes etiam intellige in visione rerum conuexarum, & mixtarum figurarum cum recta fit, & emendatissima visio, de qua nos hactenus demonstrauimus.

CAPVT III.

Mirum, ac geometricum naturæ consilium in angulo optico intra oculum ad correctionem fallacis visionis. Inde problemata eximia circa visionem partim soluta, partim soluendis fundamenta præiacta ex foraminis optici varietate. &c.

AT enim propter refractiones factas linearum radiosarum per oculi humores (præsertim per cristallinum) progredientium angulus opticus ampliatur, quia ampliatur etiam alter angulus antecedens, qui est cum visorio ad verticem. Si ergo pictura in retina est homologa basi eius trianguli, quod extra oculum próducitur, ideſt si est persimilis obiecto externo, quod apparet sub angulo ex refractione ampliato, tunc falsa erit, ac dissimilis pictura; nam obiectum maius apparet sub angulo ampliato, quàm verè sit, & pictura simulacrorum obiecti in retinà est ex vi æquiangulorum triangulorum similis, atq; homologa obiecto apparenti, non autem obiecto vero, ergo non repræsentat congruè, ac verè obiectum, sed repræsentat maius. Neq; igitur per tuum illum angulum opticum (dixerit quispiam) aut per tuas illas geometricas proportiones, ac demonstrationes assecutus es visionem ab errore vacantem, vt profitebaris.

Resp. & hoc ipsum mihi ipse obieci, quod alijs omnibus, immo in ipso toto visionis directæ genere difficultatem nõ modicã habeat; ex cuius tamen obiectionis solutione mirũ naturæ consiliũ appareat, vt picturę interioris in retina quantitas sit proportionata veræ quantitati rerũ extrinsecus apparentiũ. Nam quod ad visionem ipsam generatim pertinet: An non visio semper est fallax, cum omnia videantur per refractiones factas in humoribus diaphanis oculorum, & consequenter appareant sub angulis maioribus, quam postulent veræ rerum magnitudines, si sine refractionibus adspicerentur? omnia igitur videntur maiora, quàm sint. Nihilominus tamen Optici & affirmant, & probant: *res omnes minores semper apparere, quàm sint reipsà.* & ratio est, quia maior est magnitudinum spectatarum inter ipsas proportio, quam angulorum, sub quibus illæ spectantur; nec enim æqualibus, verbi gratia, partibus rei oppositæ conspectis æquales respondent anguli, sub quibus conspiciuntur. partes enim laterales, ac remotiores ab oculo, licet æquales reliquis, tamen sub minoribus angulis apparent. Vide demonstrationes, præter cæteros, in nostro Aguill. lib. 3. propos. 12, & ibidem consect. 2. & lib. 4 consectar. 1. post propositionem 11. item eodem lib. 4 vbi de fallacijs distantiæ, situs, &c. & Eucl. Opt. theor. 7. Quomodo ergo nobis conuenit cum reliquis Philosophis Opticis, si maiora nos, illi minora omnia videri, quam sint, affirmamus? Quomodo vero poterimus vindicare Naturam à perpetua visionis fallacia?

Res omnes minores semper apparent, quam sint re. ipsa.

-- Et ratio, ac demonstratio optica.

Vt igitur omnia soluantur, & concilientur, cũ Optici Philosophi affirmant omnia semper minora apparere, quam sint, ne putentur errorem inducere in visionis vniuersæ naturam, & exercitiũ, intelligẽdi sunt de visione inchoata, seu partiali spectatà secundum lineas non refractas, sed rectas, quales sunt quæ ab obiectis proueniunt ad oculi corneam; at vero si visio perfecta, & totalis consideretur, hoc est si lineæ radiosæ accipiantur, quæ simulacra obiectorum intra oculum deferunt, & quæ non rectæ, sed refractæ infra corneam per oculi humores vsq; ad retinam progrediuntur, nemo tunc negare possit angulum opticum intra oculum ex refractionibus illis dilatari. Ex quo mirum, ac prouidum naturæ consilium videas in visionis exercitio. Nam, cum ex prædictis, obiectorum partes maiorem inter se rationem habeant, quàm anguli, quos continent recta ab ipsis ad oculum productæ, natura vt huic errori, atq; incommodo iret obuiam, effecit vt rectæ illæ per varias refractiones intra oculum factas dilatarentur ad eam proportionem, quę angulum opticum conficeret tantæ magnitudinis, quantam postulant partes obiectorum, & tota ipsa obiecta, vt sub quantitate appareãt verè, ac perfectè proportionatà, siue homologá illi quantitati, quam eadem obiecta habent re ipsà Itaq; tantum abest vt angulus noster opticus ex refractione, præsertim per cristallinum, dilatatus habeat basim in retinà non homologam basi, seu quantitati rerum extrinsecus obiectarum, vt sine eo angulo, præsertim fic dilatato, visio esset rebus nec proportionata, & fallax. Basis ergo optica, siue simulacrorũ pictura in retinà, dùm sub dilatato aliquantulum angulo per refractiones est homologa basi externæ ab obiectis apparenti sub æque dilatato angulo, qui est ad verticem nostro an-

Quomodo intelligendum res minores iusto apparere.

Mira Dei prouidentia in dilatatione anguli Optici per refractiones.

Sine angulo optico dilatato per refractiones visio esset fallax.

gulo viſorio; inde fit vt pictura ea interna non tam apparentes, quàm, vt verè in ſe ſunt, res ipſas prouidè, ac ſapienter repræſentet, & per refractiones corrigat eam deficientiam, quàm obiecta per inæquales æqualium partium angulos in oculum inuecherent. Verum quidem eſt per artefacta Diaphana eo vſq; angulum opticum dilatari (quod in Prog. primo huiuſce noſtræ diſſertationis dioptricæ demonſtrauimus) vt res longe maiores appareãt, quam ſint; ſed nos hic locuti ſumus de ea tantum refractione, quæ ſine arte in oculo fit à natura; cui ab infinitæ ſapientiæ Opifice inditum eſt, vt per proportionatas humorum denſitates, ac per varias refractiones dilatetur angulus opticus ad eam quantitatem, ſub qua vera rei extrinſecus obiectæ quantitas percipiatur, nec perpetuo errore viſio circa rerum quantitates fallatur, cum ingenti animantis incommodo circa plurima vel ad artes, vel ad vitam neceſſaria.

Anguli viſorij dilatatio per refractiones fit à Diuina Sapientia in debitâ menſurâ.

Nec eſt quod mihi tot genera fallaciarum ingeras, quas Optici demonſtrant in viſione directa; nam eæ aut perpetuæ non ſunt, aut ex accidẽti, aut ex arte naturam fallente proueniũt, aut deniq; circa communia quædam accidunt, quæ tamen vel alio ſenſu, præter ſenſum viſus, vel rationis ratiocinio corrigantur. At vero angulum opticum ſemper minorẽ eſſe, quam vera rei, quæ ſub eo ſpectatur, quantitas poſtulat? cum tamen propterea efficiatur is angulus vt ex eius quantitate naturali, ac nullo ex accidenti alteratà, viſæ rei quantitas proportionaliter quidem, ſed verè æſtimetur; vnde nam quæſo perpetuam hanc in vniuersà omnium animantium viſione fallaciam corrigas? Tactu? verbi cauſa pronuntiaris quantitatem aliquam viſam eſſe bipalmarem, quia ſemel replicatus palmus illi coæquatur. quid ſi ad obiecti contactum (vt ferme fit) non liceat, aut libeat aditus? præterea quî ſcis (quod ad oculum attinet) palmi ipſius præcisè viſam quantitatem? Diceſne ſciri (ſi tamen non vulgaris Philoſophus opticus fueris) eſſe paullo maiorem, quàm videatur? At quanto? Non habes profecto vnde determinatam vllam rei, ac veram quantitatem agnoſcas; ſed tantum res metieris, ac noſces ex viſa, ideſt ex minori quantitate, (atq; ea ignota, & incerta quanto ſit minor) quam in ſe ipſæ ſint. Quamobrem vt hiſce te ab incommodis, & alogijs expedias vna mecum ſic ſtatue: ceu natura prouidit in oculo angulum opticum, vt res euerſæ intra oculum admiſſæ, poſt radiorum decuſſationem, & poſt eum angulum opticum erectæ pingerentur, ac dignoſcerentur in retina; ſic etiam voluit baſim opticam, ſiue picturam ſimulacrorum in retina ad certam moderationem ſub dilatato angulo optico ex refractionibus creſcere, vt rerum quantitas vera ſub apparenti agnoſceretur. Quo conſilio natura etiam occurrit incommodo, quo cæleſtia per externam in æthere, atq; aëre factam refractionem viderentur minora. Vide in noſtris Aſtronomicis refractionibus poſt Optica.

Fallaciarum in viſione directâ rationes, & correctiones.

His ergo te anguſtijs eximit Natura dum per refractiones tantum efficit angulum, quantum poſcit rei viſæ quantitas, vt ſine errore cognoſcatur. Ex retinæ, atq; humorum, qui ſunt in oculo, motu aſſerto à nobis præcedenti capite an non aliter ſolui poſſit, quam ſoluat Ariſtot. id, quod ſect. 31 problem. 16 quærit de luſcijs? qua de re etiam problem. 8. & 15 legendus eſt. Eſto vigeant, ac valeant rationes ab eximio Philoſopho ibi poſitæ, ecquis tamen prohibet hanc noſtram opticam apponere? Quęrit ergo cur luſcioſi, qui remota obtusè vident, contractis palpebris ea melius videant? An quia ea conſtrictio retrudit introrſum criſtallinum humorem, & baſim viſoriam, ſiue angulum opticum admouet retinæ? An non etiam quia ſine eà palpebrarum conſtrictione fieri nequit retinæ appulſus verſus criſtallinum humorem? facta autem mutua acceſſione criſtállini, & retinę phantaſmatibus picta baſis (quæ quidem poſt angulum opticum apta ſit diſtinctæ viſioni) excipitur in retinà, ad quam ea baſis ſic apta viſioni diſtinctæ non poterat antea pertingere, quia ex figura nimis curuà oculorum in luſcioſis decuſſatio, & angulus opticus fiunt nimis prope poſt criſtallinum humorem.

Ratio noſtra circa ſolutionem problematis Ariſtotelici de luſcioſis.

Deniq; quoniam infinitum eſt ſingularia perſequi, accipe in fine dioptrici huiuſce Apiarij mathematicè philoſopica lumina, vnde te te eripias tenebris omnibus, quibus inuolui neceſſe eſt eos, qui poſt criſtallinum humorem angulum opticum abnegant.

Nota fundamẽta pro eludendis obiectionibus.

Quemadmodum in præcedentibus dictum eſt naturæ prouidentiam feciſſe mobilem retinam, & alias tunicas, atq; humores in oculo ad ea præſtanda, quæ in hoc, & præcedenti capite legiſti, mi Lector; ita prouiſum eſt à naturà, vt foramen opticum (de quo in antecedentibus) ante criſtallinum humorem dilatari, & conſtringi poſſit, immo & neceſſario aliquando debeat propter aliquam è ſequentibus cauſis, ſcilicet vel ob nimium aliquẽ fulgorem ab obiecto, aut medio prouenientem; vel ob niſum aliquem oculi & virium oculum mouentium, ſi quando ad minutiora, vel ad valde diſſita opus ſit intentione, atq; intenſione non vſitatà; vel ob radios proxime ante oculum decuſſatos, ac progredientes per tubulum opticum cum diuergentia, & diuaricatione; vel deniq; ob aliquam præternaturalem alternationem factam in oculo à morbo, & ægritudine

Cauſæ dilatationis, aut cõſtrictionis in foramine optico.

Angulus opticus corrigit fallacias viſionis, ne res aut inuerſæ, aut maiores iuſto videantur.

alıqua; præſertim ſi oculus emortui animantis non glaciatus, aut etiam glaciatus accipiatur. In emortuo enim oculo fiunt humorum, & foraminis optici varietates, atq; alterationes, quæ oculum dimouent ab eo ſtatu, in quo erat dum viueret, cóncidunt humores, cõſtringitur foramen opticũ, contrahuntur tunicę, &c. Contraria ratione glaciatio circa humida aliquando per accidens eſt cauſa tumoris, propter antiperiſtaſim. Nam vapores, ac ſpiritus reliqui aliqui calidiores adhuc in oculo latentes dum recens extractum eſt animanti, obſepti repentinà glaciatione conglobantur, & roborati tumeſcunt, & oculum, & foramen ipſum opticum diducunt, ac dilatant.

Glaciatio aliquãdo eſt cauſa tumoris.

Ex qua tubuli, & foraminis optici dilatatione id efficitur, quod expreſſum habes apud nos in figurà 1 Schol. 2 propoſ. 3 Progy. 3 Apiarij Aſtronomici; nempe ob foramẽ opticũ ampliatum radij (qui decuſſarentur in ipſis anguſtijs foraminis, ſi foramen eſſet in ſuis naturalibus anguſtijs) infra, & vltra foramen progreſſi incidunt, ante vllã decuſſationem, in humorem criſtallinum, p quem etiam ſine decuſſatione progreſſi, deinde poſt criſtallinum egreſſi decuſſantur in angulum opticum ante retinam. &c.

A prædictis ergo cauſis accipe conſecutiones, & corollariã;

Non valẽt argumenta ab oculo non ſano, vel mortuo. &c.

I. Non eſt tutum argumentari ab experimentis in oculo vel non ſano, vel mortuo ad ſani, & viui oculi paſſiones, & effectiones, quia ex dictis non ſani, vel mortui oculi plures alterationes fiunt.

In Diaphanis non fit decuſſatio.

II. Hallucinaretur ſi quis arbitraretur radiorum decuſſationem fieri vllam in Diaphanis, contra ea quę demonſtrantur à Maurolyco in Photiſmis, quò te, mi Lector, reijcio. Per Diaphana enim denſiora progrediuntur radij ſemper diducti (amplificant enim res ea Diaphana) nunc paralleli, nunc aliquantulum vel conuergentes, vel diuergentes pro varià Diaphani formá, & diſtantiá obiecti à Diaphano. Decuſſationes vero fiunt tantum vel ante, vel poſt Diaphana, &c. Reuiſe Progymn. 1 huius Apiarij, & eius figuras. in primis ad rem caput 3 ante medium, Notando 1, Progym. 2.

Cur viſa poſt Diaphanũ nõ appareant inuerſa.

III. Si quando accidat vt oculus apponatur poſt Diaphanum ibi, vbi obiectum inuerſum apparere deberet, nempe poſt decuſſationem, & tamen erectum appareat, tunc recurrendum eſt ad dilatationem foraminis optici ob aliquam, vel omnes è prædictis cauſis; vnde fit vt obiectum inuersè delatũ per ampliatum foramen opticum, ſine alià decuſſatione ante humorem criſtallinum, mox poſt criſtallinam pupillã patiatur decuſſationem anguli noſtri optici, & erectum deferatur in retinam.

Cur in oculi glaciati retinâ inuerſum appareat obiectum.

IV. Ob eandem optici foraminis dilatationem fieri fortaſſe poteſt vt luminoſum aliquod erectum obiectum oppoſitum oculo glaciato videri poſſit in retina inuerſum, quia vnicam tantum decuſſationem paſſum fuerit poſt criſtallinam pupillam, priorem verò alteram decuſſationem ad foramen opticum effugerit ob tumorem, & ampliationem factam ex congelatione iuxta prædicta.

Foramẽ opticum eſt effugium ad veritatem.

Itaq; habes à nobis mobile, ac nobile foramen opticum, ad quod confugias, & per quod effugias ad veritatem, ſi quando te ſophiſmata inſectentur.

Hactenus de tubulis opticis ad minima ſub angulo maximo perſpicienda, & de pupillari Diaphano ad mira præſtanda, & ad viſionem corrigendam. Sectionem itaque vnicam hyperbolicam in dioptricis, vt potuimus, illuſtrauimus. Reliqua de hyperbole non vulgata dicentur in noſtris catoptricis. Nunc antequam te ab his noſtris dioptricis dimittam, —

— *Lector,*

MOnitum te velim poſſe fieri alia plura Diaphana, quæ figuras habeant aliarum ſectionum conicarum, verbi gratia, quæ ſint parabolica, & elliptica, quibus aliquatenus vti poſſis ad ea vtcumq; præſtanda, quæ hucuſq; de hyperbolico Diaphano diſputauimus, ac demonſtrauimus. Scito etiam parabolam, & ellipſim dioptricam non cogere omnes radios ad vnum punctum, vt prædictum à nobis eſt in antecedentibus, & patet in paralipomenis ad Vitellionem, propter eas cauſas, quæ inibi afferuntur; tamen cum ſphærica Diaphana, quæ nec ipſa radios omnes ad vnum punctum adigunt, nihilominus tamen viſiones, picturas, &c. ſatis vehementes, atq; euidentes efficiant, quid ni etiam curuitates parabolicæ, atq; ellipticæ paria, & fortaſſe meliora ſphæricis poſſint? Nos igitur eas ſectiones conicas hìc omiſimus, non ex eo quod ignoraremus eas etiam aptas aliquatenus eſſe dioptricis effectionibus, ſed tantum hyperbolicam, ſeu potius mixtam è circulari, atq; hyperbolica ſectionibus figuram ſelegimus, quia perfectiſſima in vno quoq; genere perſequenda, & ſeligenda ſunt. Hanc vero pupillarem figuram præ omnibus Diaphanis ad miros prædictos effectus principatum obtinere nos docuerunt & ipſa natura, quæ eam in oculis poſuit, & rationes, ac demonſtrationes, quas hactenus expoſuimus, quæq; Diaphanum pupillare roborarunt, atq; eluſtrarunt.

Diaphana elliptica, & parabolica non prorſus inepta.

APIARIVM

SEPTIMVM.

IN QVO

CATOPTRICA

PARADOXA.

PROGYMNASMA PRIMVM.

De hyperboles catoptricæ inopinatiſſimis affectionibus. De earum vſibus. De hyperboles non vulgatâ deſcriptione. De ſcutis, catinis, caueis, ouis hyperboliformibus illuſtratorijs, vſtorijs; ac de virga conica, ſiue lanceâ vſtoriâ.

Occaſio inuenti conuexi vnum ad punctum reflectentis.

VO tempore Sereniſſima Margarita Medicea nuptui ducta eſt Sereniſs. Odoardo Farneſio Parmæ, &c. Duci, in nuptialibus hilarijs Parmæ omnes artes, prçſertim liberales, atq; in primis Poëtica, ſuas opes explicuerunt, & pro viribus varia ſpectacula, & munera nuptialia protulerũt. Quid ergo? mathematica opulẽtia nihil ne regijs nuptijs dignũ efferret? præſertim cum Sereniſs. Sponſus Mathematicas ſcientias partim ab alijs, partim etiam à nobis auditas egregiè percalleat. Immo verò munus plane nuptiale vtriq; ſponſo, præſertim nouæ nuptæ, noſtra obtulit hæc Matheſis, nempe nouum quoddam, ac mirum è ſciẽtia catoptrica ſpeculum, quod & ſcutum eſſe poſſit chalybeum pro Sereniſs. Sponſo, ſi belli neceſſitas aliquando poſtularit.

Occaſionẽ verò paradoxici huiuſce ſpeculi nobis præbuit ſcutum gentilitium Mediceæ Sereniſs. Familiæ, in quo cúm adhærentes pilas contemplarer, venit in mentem dubitatio, & quæſtio, fieri ne poſſet ſcutum aliquod tali forma conuexum, vt pilæ è vario ſitu coniectæ in diuerſa conuexi puncta, deinde reſultarent, ac reflecterentur vnum ad punctum? Res impoſſibilis videbatur memoria recolenti ea, quæ in ſcientia Catoptrica demonſtrantur circa reflexiones incidentium in ſpecula, plana, & conuexa. Euclid. Catoptr. theorem. 4. *Radij à planis, conuexiſque ſpeculis reflexi neque mutuo concurrent, neque erunt parallcli.* Hærenti, atq; adeo auertenti ſe animo à re in catoptricis habitâ pro impoſſibili, recurrit in memoriam conuexum Diaphani hyperboliformis, de quo in Anteced. Apiarijs, ac fortaſſe fieri poſſe vt quemadmodum dioptricũ refractos, ita & catoptricum conuexum hyperbolicum radios reflexos vnum ad punctũ cogeret; mox conicas ſectiones perſcrutanti occurrerũt propoſitiones inferius ex Apollonio citandæ, quas libro tertio circa hyperbolarum proprietates aliquas olim videram, & Parmæ aliquibus relegendas, & attentius conſiderandas oſtenderam. Earum ope vidi poſſe fieri, ac demonſtrari ſcutum, ſeu ſpeculum chalybeum, cuius non ſolum concauum, ſed & conuexum incidentia

Radij reflexi à planis, & conuexis ſpeculis diuaricantur.

ſolum ẽ ea

è vario ſitu vnum ad punctum reflecteret; extra, aut etiam contrà omnium opinionem, qui catoptrica quælibet alia arcana compererunt. Quoniam igitur nuptialis annus amicæ paci dicatus pro regia ſponſa ſpeculum potius poſtulat, quàm ſcutum bellicum. Incipiamus à ſpeculo, deinde de ſcuto corollarium ad propoſitæ rei faciliorem vſum conficiamus. Quinimmo vnà, eàdemq; opera ſcutum è chalybe conflatum, & expolitum proponamus, quo non ſolum in bello ad protectionem, ſed etiam in pace pro ſpeculo ad ornamentum vti poſſis, mi Lector. A lumine propoſitionem, ac demonſtrationem noſtri paradoxi exordiamur.

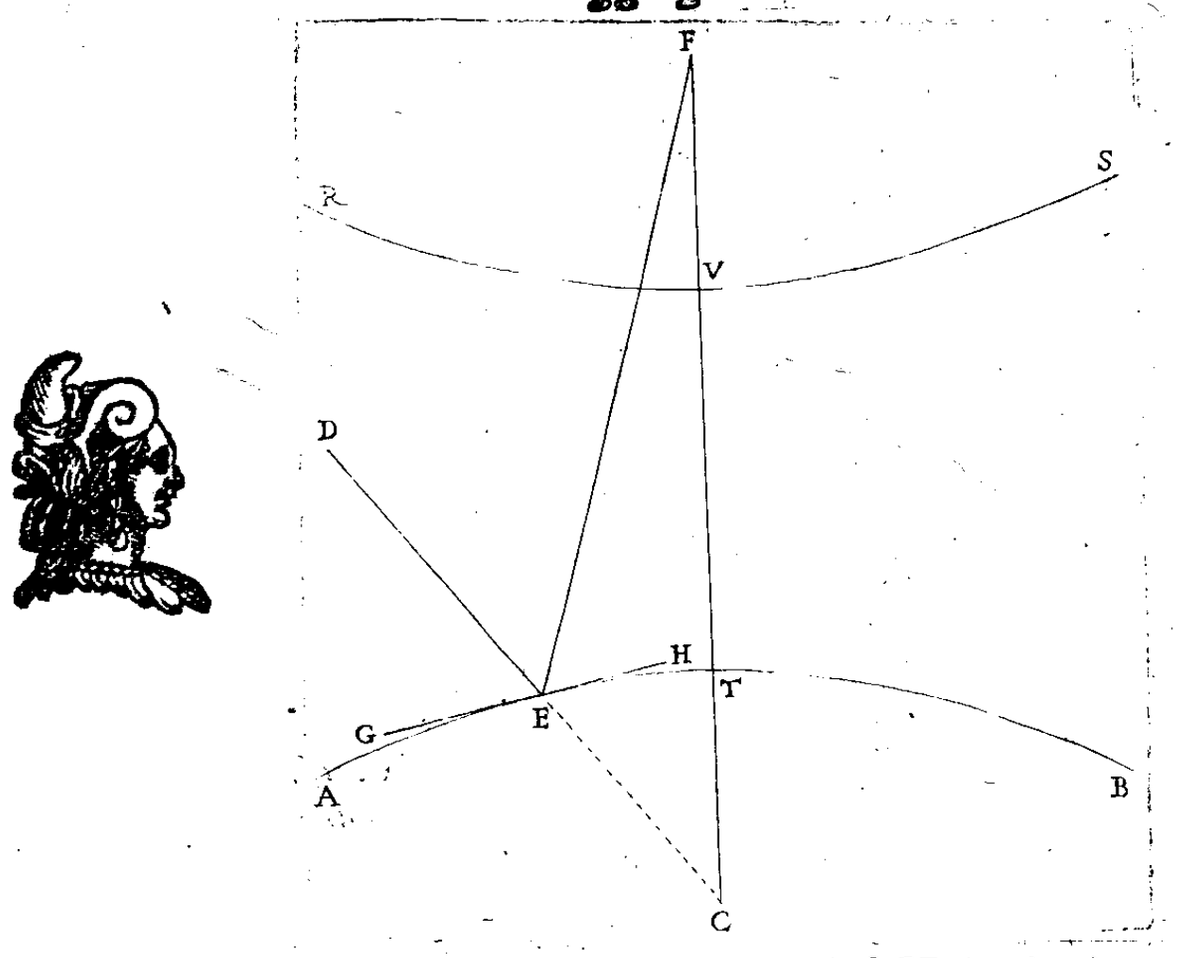
SCHOLION.

Cautio circa aſſerendas vſtiones.

IN veſtibulo te moneo, Lector, vt pro nobis præuideas ſcholion poſt propoſitionem 5, *& tertium ſcholion poſt* 8 *propoſ. prog.* 3. *huius Apiarij; ne nos in eoſdem ſcopulos illidas, ad quos aliqui alij naufragarunt circa veritatem vſtionum.*

PROPOSITIO I.

Speculo conuexo diſperſos radios vnum ad punctum facillimè aggregare.



SIt conuexum figuræ hyperbolicæ AB. Sit punctum ex comparatione in C, radius incidens DE ita directus ad punctum C, vt rectà ad illud iret, niſi à conuexo impediretur in E. Dico eum radium, & quemcunq; alium incidentem in quodlibet aliud conuexi hyperbolici punctum, & rectà ad C ſpectantem reflexum iri à conuexo in vnum, & idem commune omnibus punctum axis contrapoſitarum (qui fingatur eſſe ipſe FC) vt in F, quod eſſet alterum punctum ex comparatione in contrapoſita hyperbola RS.

Ducatur enim ad punctum incidentię E tangens GH. Quoniam angulus DEG eſt ad verſi CEH, erit etiam, per 15 pri. eidem ... eidem CEH eſt æqualis etiam ... HEF, per 46 Tertij Conicorum Apollonij (faciunt enim à punctis F, C contrapoſitara ... rectæ FE, CE angulos æquales ad contingentem) ergo angulus incidentiæ DEG, & reflexionis HEF ſunt æquales, ac proinde radius reflexus cadet in F, iuxta regulã opticam à nobis explicatam inferius proygm. 2 huius Apiarij prop. 4 ſchol. 2. Eodemq; modo demonſtrabitur de alijs quibuſcumq; incidentibus in conuexum, & rectá tendẽtibus ad C, ſed reflexis à puncto incidentiæ. Quare veriſſimum, ac probatiſſimum eſt propoſitum à no-

bis paradoxum de aliquo genere cõuexi (nempe hyperbolici) à quo disgregati radij vnum ad punctum congregentur. Finge ergo alterutram hyperbolarum AB, vel RS circumuerti circa axes CT, vel VF, & dabunt scuta, & specula bina hyperbolica. Vide sequentia corollaria, &c.

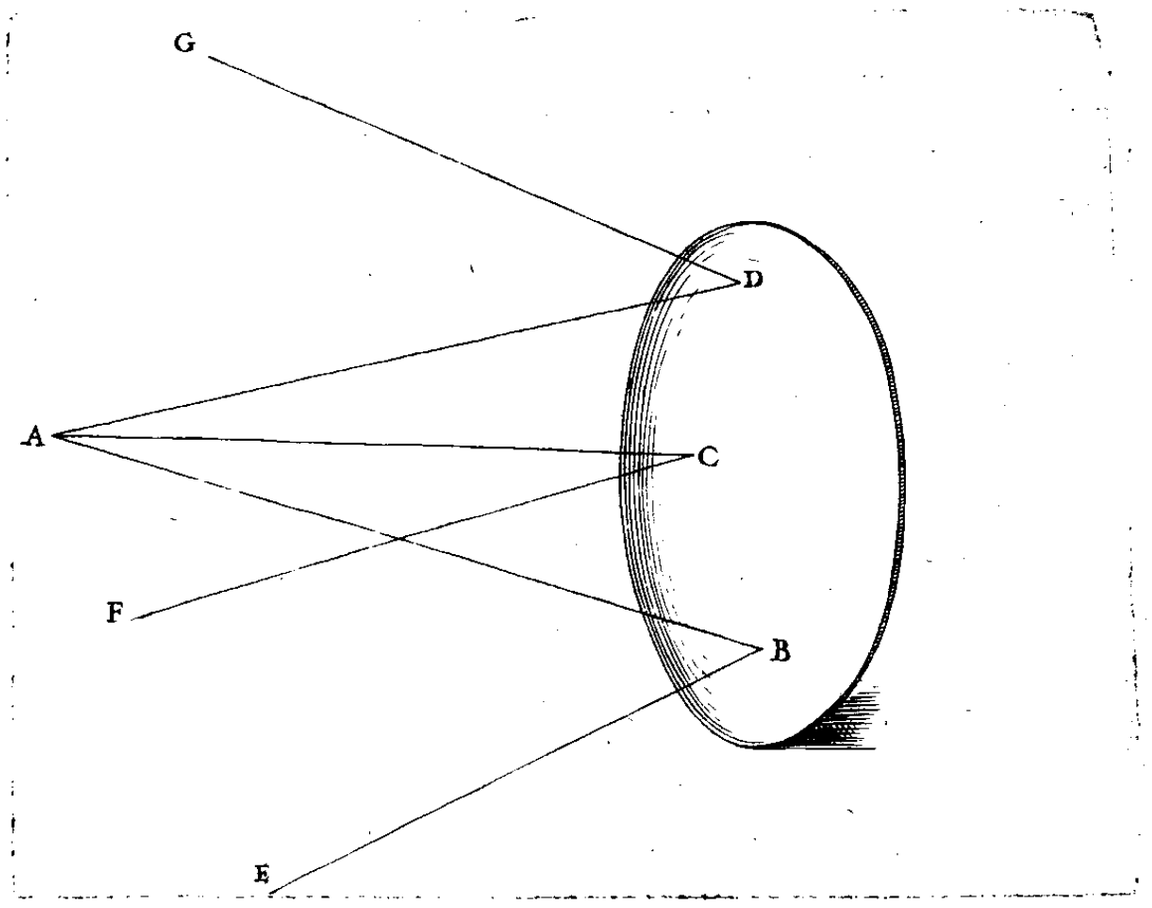
SCHOLION I.

Præmissam propositionem, quam ego priuatim corã amicis mathematicis demonstraram, ac deinde meus quidam Auditor publice in erudito, ac frequenti consessu pronuntiauit, hìc tibi, Lector (ceu etiam in Apiar. 5, & 6 partim circa scenographicum nostram instrumentum, & circa exhi-

ca diaphanum hyperboliforme) reiectis parergis, paullo castigatiorem exhibẽdam censui, non tam vt posteris nuptialem hanc mathematicam strenulam transmitterem, quàm vt hìc fundamentum haberes ad virgam conicã vstoriam, de qua in fine huius primi Progymnasmatis. Interim eius coni gracilis vstorij specimen in amplioribus conis luminosis habes in figura paradoxi corollarij 2 post primam hanc propositionem.

SCHOLION II.

IN inscriptione propositionis positum est verbum id: facillime, *scilicet quia etiam è conuexis alijs, velut è sphæricis, &c. potest fortasse fieri reflexio aliqua vnum ad punctum, vt si fingas*



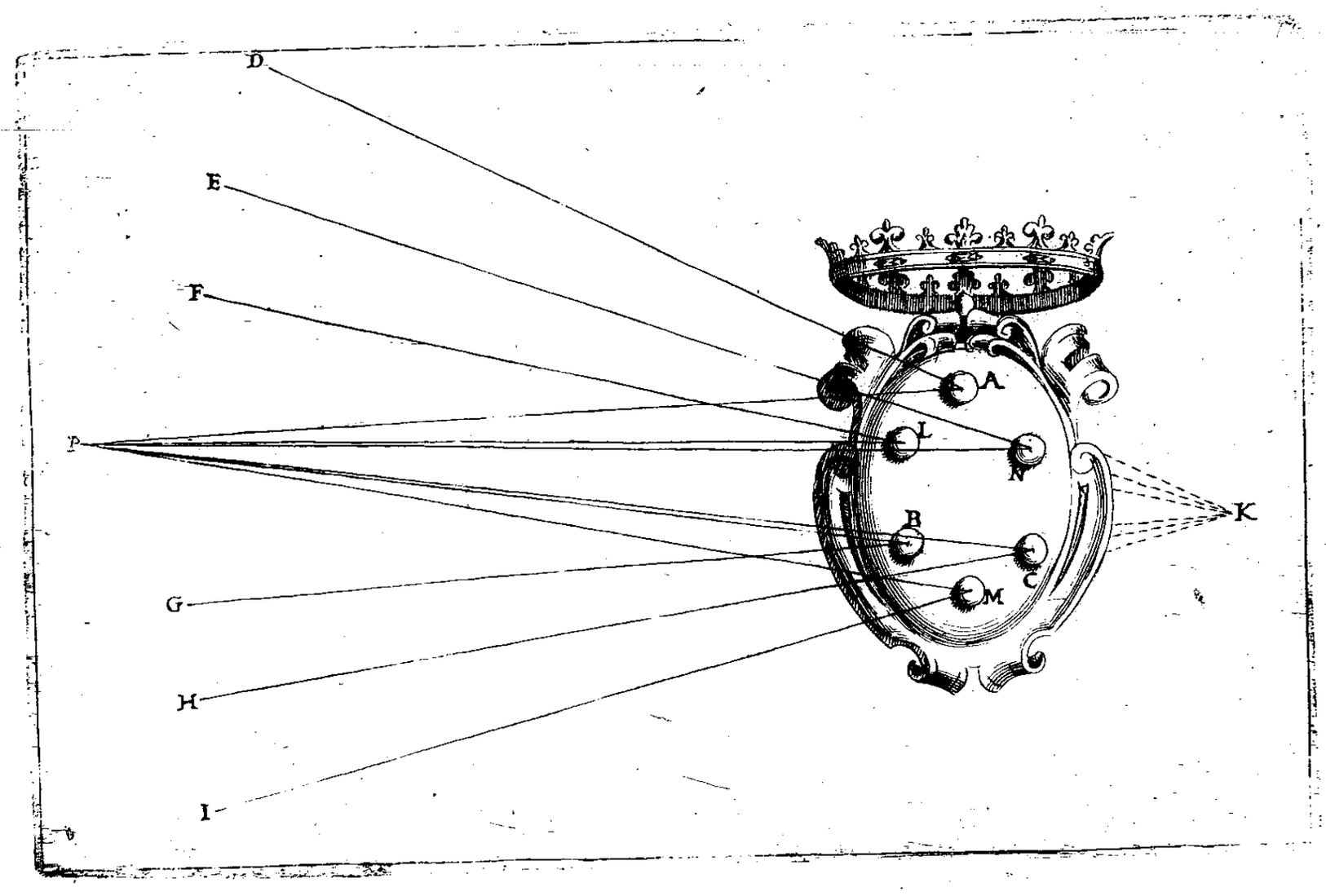
gas ex A effundi lumen in varia puncta B, C, D, quod lumen mox resultet in E, F, G; si dicas conuerso modo ex E, F, G proiecta lumina resultare in vnum A; etiamsi id concedam; tamen quàm incertum erit, & quantæ difficultatis (ac forte impossibilitatis) erit inuenire ad quam directionem ex E, F, G lumina, vel proiecta sint disponenda, & conijcienda, vt resultent in A? At si conuexum sit hyperbolicum, statim ex quolibet situ ad directionem versus punctum ex comparatione resultant lumina, & proiecta omnia in contrapositum punctum alterum ex comparatione.

PORRO cum Euclides negat radios reflexos in planis, conuexisq; specula posse coire in vnum, intelligendus est de progredientibus ab vno puncto, & in diuersa incidentibus, &c.

Radij incidẽtes in plana, & conuexa specula nõ reflecti ad vnũ punctum, quo modo intelligendum sit.

COROLLARIVM I.

Ad vſum propoſitionis faciliorem.



SPeculum hyperbolicum conuexum fortaſſe facilſiorem propoſitionis effectũ conſequetur, ſi eo tanquam ſcuto vtamur, & problema exerceamus circa ſtemma gentilitium Mediceorum, vnde nobis occaſio tam inopinatæ inuentionis aperta eſt.

Sit ſcutum A B C hyperbolicæ figuræ, & à punctis D, E, F, G, H, I rectà ſpectantibus in K punctum ex comparatione (quod facilè proſpici poterit, ſi valde procul poſt concauum hyperbolicum fuerit, hoc eſt ſi ſcutum, non admodum amplum, fuerit pars valde amplæ hyperboles) proiectæ ſint pilæ A, L, B, M, C, N, neceſſario, propter nuper demonſtrata ex Apollonio, eæ pilæ reflectentur in vnum, & idem punctum P, quod eſt ex comparatione in contrapoſita hyperbola. Quare ſi pro exemplo militari ſenos milites fingas ex genere Lyncei illius (poëticè in Farneſijs nuptijs ludere liceat) qui viſu trans parietes penetrabat, atq; ij milites ſic diſponantur in D, E, F, G, H, I, vt omnes collineẽt oculis poſt ſcutum ad K, & ex adductis baliſtis pilas eò verſus iaculentur in ſcutum, reſultantes pilæ omnes vnum aliquem in P collocatum inopinato ictu ferient. Quaſi ſcutum id hyperbolicum conuexum ſit inſtar ſcuti alicuius magici, quo & amici protegantur ab hoſtibus, & hoſtes ipſi à ſuis vulnerentur. Hanc autem ſcientificam, & honeſtiſſimam artem magicam reconditæ proprietates conicarum ſectionum docent, efficiunt, ac demonſtrant, vt nuper à nobis præſtitum eſt. Ac quod in exemplo poſitum eſt de ſenis punctis in ſcuto Mediceo intellige de quolibet puncto in toto ſcuto, reſpectu directionis ad K. Itaq; quemadmodum concaui parabolici puncta omnia incidentes parallelas reflectuntur ad vnum, ſic habes à nobis conuexum hyperbolicum, cuius omnia puncta poſſunt res proiectas, & directas ad pũctum ex comparatione reflectere vnum ad punctum oppoſitum. Quare etiam hyperbola ſiue conuexa, ſiue concaua (vt inferius videbis) non minoris eſt admirationis, & efficaciæ in catoptricis arcanis Mathematicis, quàm ſint parabola, & concaua reliquorum ſpeculorum. Vide inferius de ouo hyperbolico vſtorio. &c.

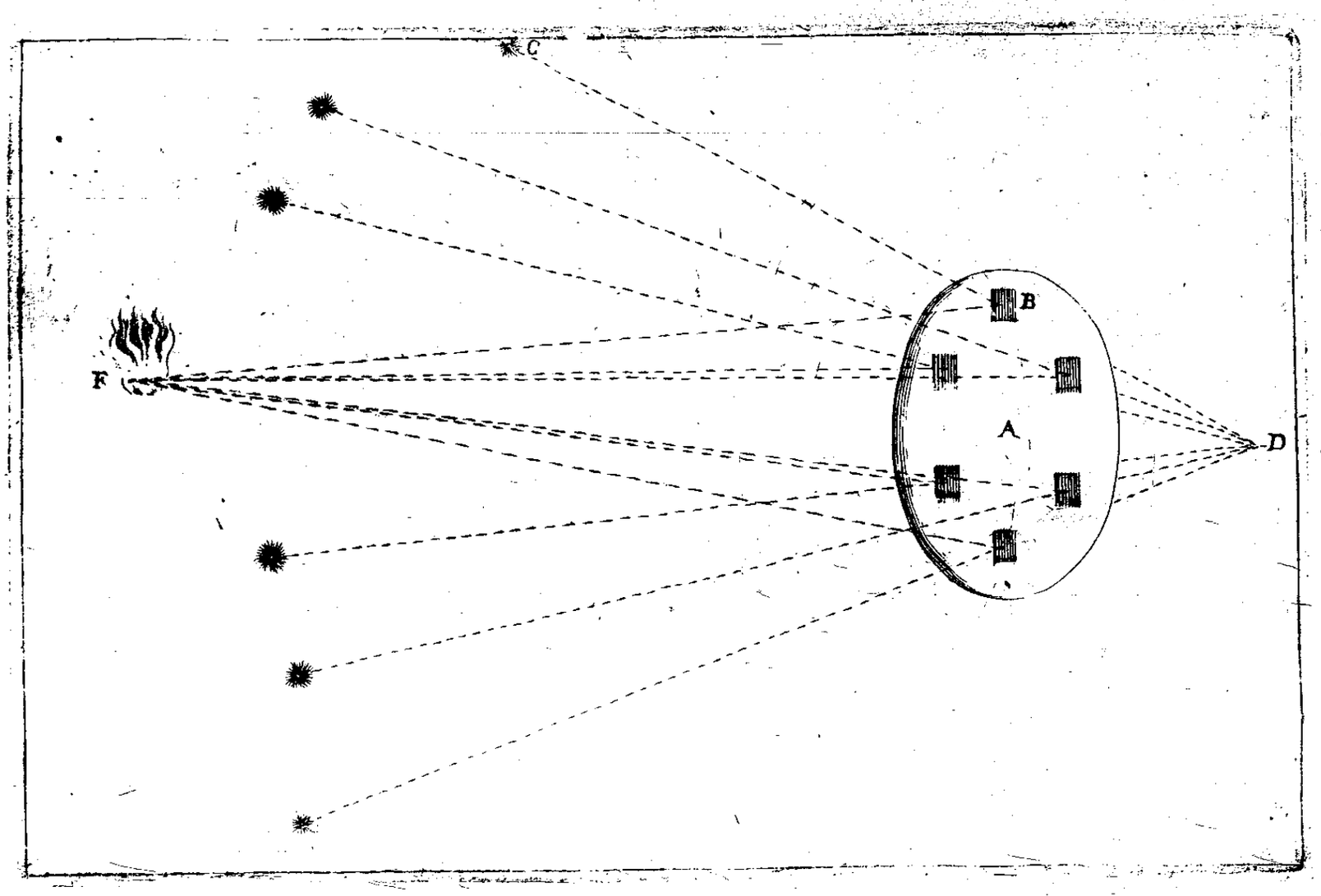
Scutum catoptricũ protéges, & vulnerans.

Hyperbola tã cõuexa, quàm concaua non tã efficax ad vſtionẽ, quam parabola.

COROL-

COROLLARIVM II.

Paradoxum de ſpeculis planis auerſis incidentes, ac diſperſos radios vnum ad punctum facillimè conuertentibus.



INtellige non de omnibus radijs, ſed de quibus mox in conſtructione ſequenti. Inſpice appoſitæ hìc figuræ ſcutum A. Circa cuius ſuperficiem conuexam hyperbolicam diſponantur varia tangentia ſpecula plana. Sint in vna, eádemq; rectà lineá primo punctum ex comparatione intrà concauum, ſecundo punctum vbi à plano ſpeculo contingitur conuexum hyperboles, ac tertio punctum vbi collocatum eſt luminoſum, vnde prouenit radius incidens in conuexam hyperbolen; vt hìc vides B ſpeculum planum, & in eadem linea ſunt puncta C, B, D. Atq; eàdem ratione alia plana ſpecula circa conuexum hyperbolicum diſponantur cum prædictis conditionibus; patẽtiſſimum eſt, etiamſi ſpecula ea plana propter ſuperficiei hyperbolicæ conuexitatem futura ſint inter ſe ſe auerſa, radios tamen in ſingulis ſpeculis, ſaltẽ eos, qui recta tenderent in D, reflexum, & conuerſum iri omnes, & maximam luminis copiam coacturos in pũctum oppoſitum, quod eſt in F, propter angulos æquales, quos ad ſpecula contingentia efficerent, vt paulo ante demonſtratum eſt. Quod ſane mirum, ac paradoxum eſt. Quis enim exiſtimaſſet fieri poſſe vt radij incidentes in plana ſpecula inter ſe ſe auerſa, cogantur vnum ad punctum, & non potius magis, ac magis diſpergantur? hæc poteſt hyperbole.

COROLLARIVM III.

De radijs diuaricatis in concauum hyperbolicum incidentibus, & reflexis vnum ad punctum, ac de ſpeculo vſtorio concauo hyperbolico.

QVoniam inuſitatum non eſt, nec inopinatum radios in concaua aliqua incidentes reflecti vnum ad punctum; ac præterea facillimè deduci poteſt ex præmiſſis noſtris duobus paradoxis; ideo per corollarium breuiter tantum indicabimus quemadmodum radij aliqui in hyperbolicum concauum incidentes (vt in ſpeculis concauis parabolicis, ſphæricis, ellipticis iam vulgatum eſt) reflectantur ad vnum punctum. Nam quod

attinet

attinet ad hyperaolam dioptricam cogentem radios omnes ad vnum punctum, habes id arcanũ in Apiario noſtro Dioptrico. Vide etiam in hoc Progymnaſmate inferius ouũ vſtorium hyperbolicum, &c. Interim ſi in appoſita hic

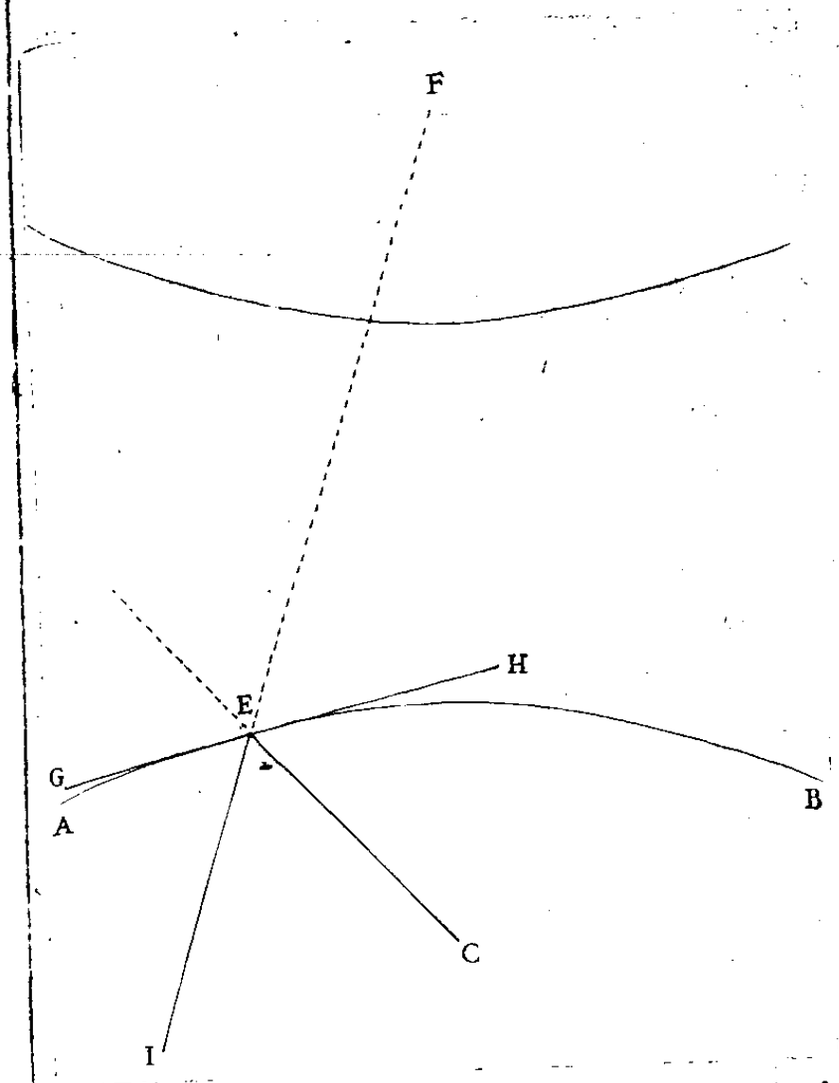


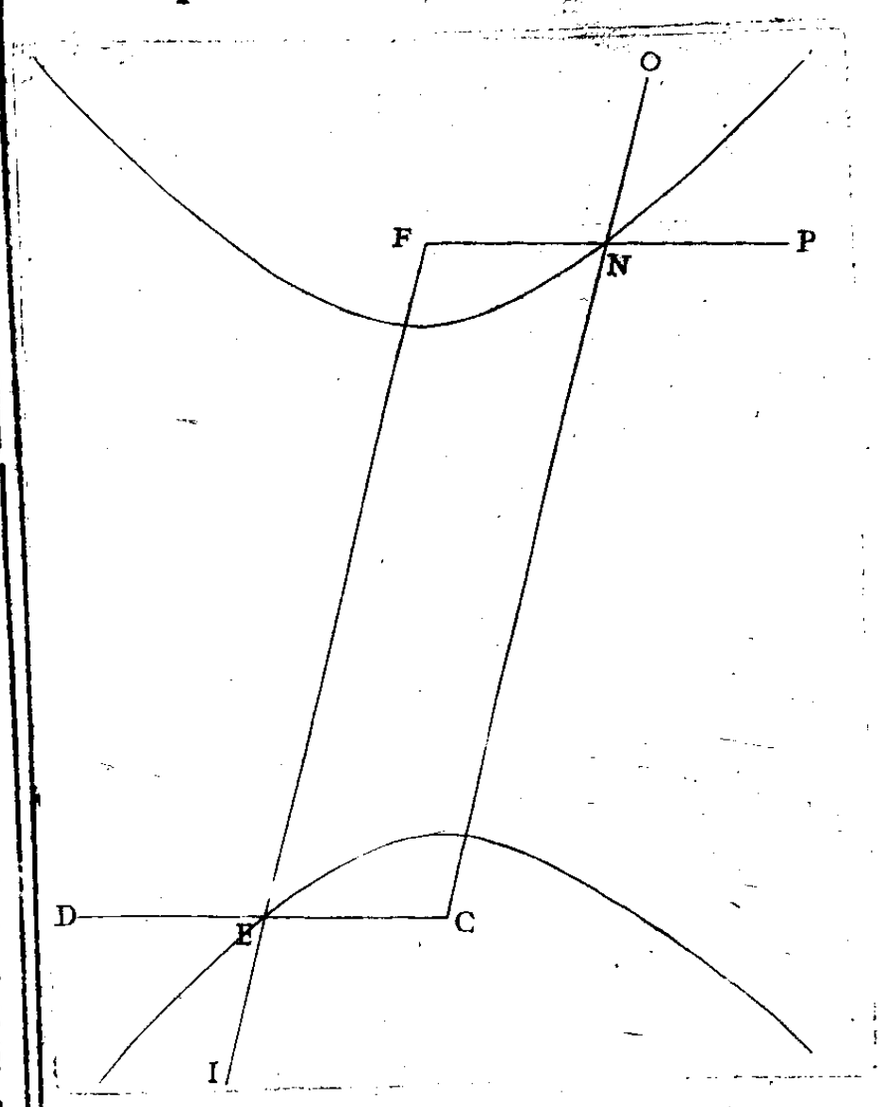
figura fingas radium reflexum EF produci ad partes inferiores in I, ille, ac alij quicunq; radij, qui rectà tenderent in pũctum oppoſitum F, incidentes in concauum hyperbolicũ AB, reflectentur in alterum pũctum ex comparatione C, vt vides radium IE directũ verſus F, reflecti ex E in C. Sunt enim ad contingentẽ GH anguli GEI, CEH ęquales demõſtrandi eo modo, quo in antecedenti prima propoſitione vſi ſumus. Nam GEI eſt ad verticem ipſi FEH, qui æqualis eſt, ex Apollonio, ipſi HEC, &c. Ac pari ratione de quibuſq; alijs incidentibus, nec axi parallelis, ſed concurrentibus verſus F.

Reflexiones proiectorum melius fiunt in conuexo, radiorum melius in concauo.

Animaduertendum autem ad praxim eſt proiectorum reflexiones ad vnũ melius cõceſſuras in conuexo, radiorum verò ſolarium reflexiones ad vſtionem melius in concauo hyperbolico. Vide ſcholion 1 ſequentis 2 propoſitionis. Ex hactenus proditis de hyperbola prodit etiam mira proprietas circa contrapoſitas hyperbolas, & fieri poteſt ſequens vniuerſalis Propoſitio, ſeu —

—COROLLARIVM IV.

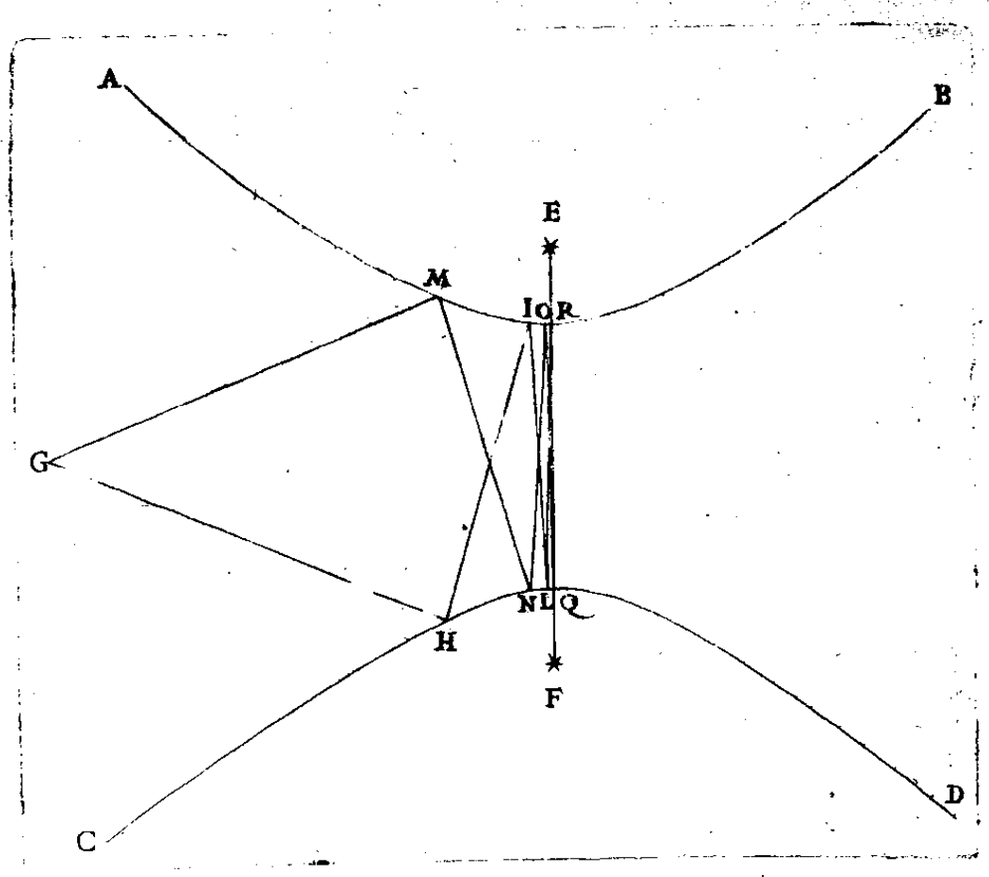
Radij, ſeu proiecta incidentia tam in conuexum, quàm in concauum oppoſitarũ hyperbolarum, & rectà tendentia ad alterum punctorum ex comparatione, ſi impediantur, reflectuntur ad alterum oppoſitum punctum, ad quod non tendebant.



VIdere licet in figura lineas, ac radios in conuexa incidentes DE, PN tendentes in oppoſita DE in C, PN in F, impeditos in E, & in N reflecti ad oppoſita, DE quidem in F, PN vero in C. Item radios in concaua incidentes IE, ON tendentes in oppoſita, IE in F, ON in C, impeditos reflecti ad oppoſita puncta, ad quæ non tendebant, IE quidem ex E in C, ON vero ex N in F. Quæ omnia ex æqualitate angulorum iam ſatis demonſtrata ſunt in antecedentibus, & partim conuerſiones, partim corollaria ſunt antedictorum.

COROLLARIVM V.

Inter contrapoſitas hyperbolas incidentium aliquorum radiorum, ſiue proiectorum puncta multiplicata reflexionis determinare.



SInt contrapoſitæ AB, CD; puncta ex comparatione E, F; luminoſum in puncto G, cuius radij duo centrales GH, GM rectà ſpectantes in F, & in E, incidant in H, & in M conuexarum hyperbolarum. Radius GH impeditus in H ne eat rectà ad F, reflectetur vt' eat recta in E, at impeditus in I puncto interpoſito rectà inter H, & E, reflectetur recta verſus F; impeditur in intermedio L, inde redit verſus E, &c. Sic ex G in N, N, O, &c. donec reflexio fiat perpendiculariter vltro citroq; per axem EF inter puncta Q, R. Multiplicium igitur iſtarum reflexionum puncta ſunt ità diſpoſita, vt bina ſibi in directū reſpõdeant, & habeant pro tertio puncto, ſiue pro termino in directum poſito, alterum punctum ex comparatione, in ipſo vero axe habeant pro termino vtrunque punctum ex comparatione; Rationes patent ex prædictis, quia impediti radij ne ad alterum punctorum ex comparatione pertingant, verſus alterum reflectuntur. Eæ vero reflexiones tales fiunt ob angulos æquales ad contingentes, vt iam probatum eſt. Mechanicè ſtatim ea puncta reflexionum ſignabis ibi vbi regula ſecabit ſectionem alterutram hyperbolicam, dum eódem tempore incedet éadem regula, ſeu tanget alterutrum punctorum ex comparatione, & pũctum vnde prouenit vel prima progreſſio, vel proxime præcedens reflexio. Sic applicatà regula ad G, & F, ſecabis in H; ad H, & E, ſecabis in I; ad I, & F, ſecabis in L, &c. Admaiorem vſus facilitatẽ applicentur proiectis hæc éadem, quæ de illuminationibus dicta ſunt.

SCHOLION.

Reflexiones inter contrapoſitas hyperbolas axem non tranſcendunt.

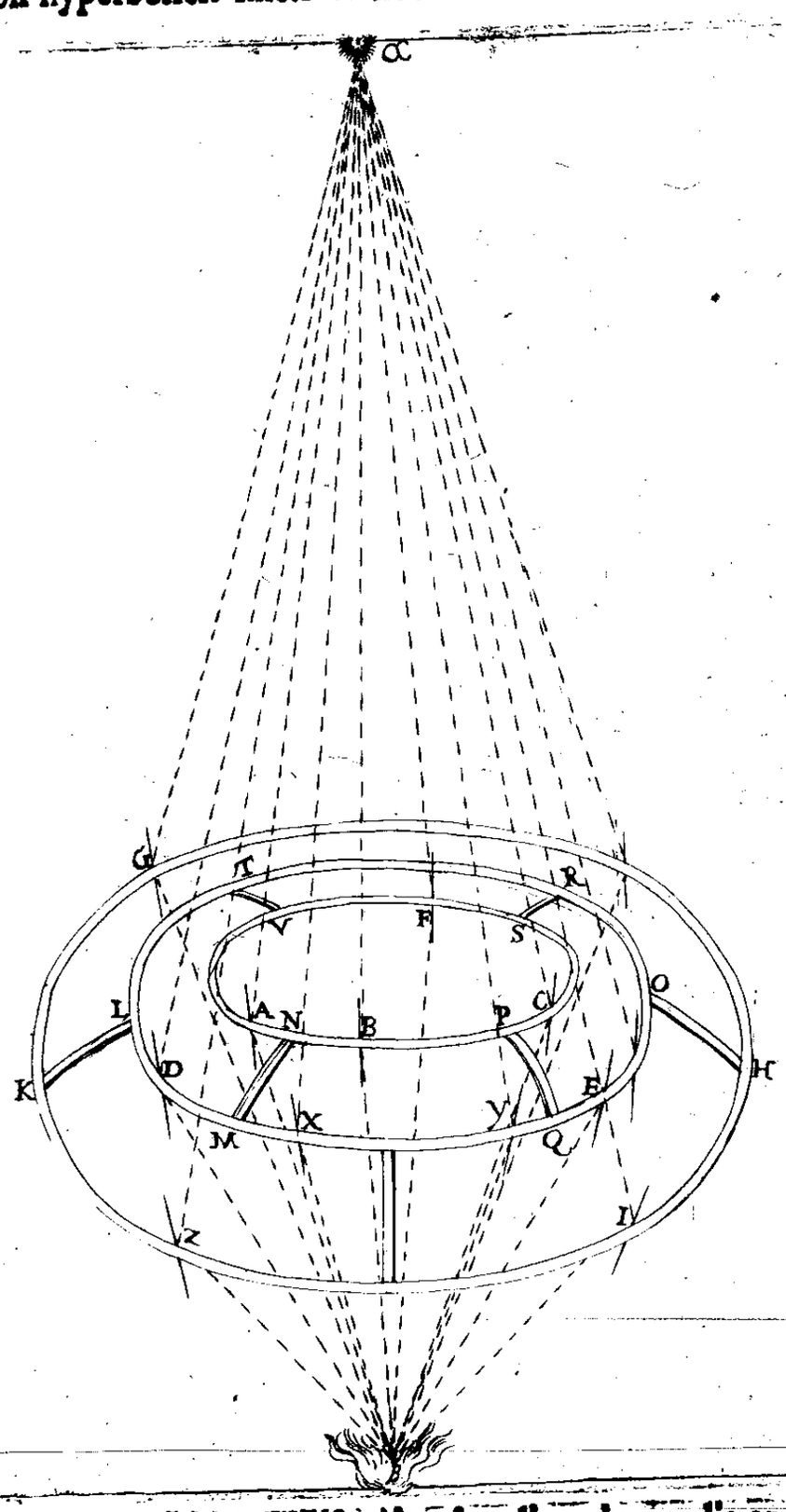
DIxi reflexiones inter conuexa hyperbolarum multiplicandas donec in axem incidant, & finiantur in eo. Nam non eſt quod quiſquam arbitretur futurum vt axem tranſcendãt; cum enim anguli incidentiæ ſemper maiores fiãt quanto incidentiæ progrediuntur magis verſus axem, fient ſemper maiores etiam anguli reflexionis, donec vterq; incidentiæ, ac reflexionis angulus rectus fiat in axe, extra quem non fiet vlterior progreſſio ad partem alteram, quia recederent inclinationes linearum reflexarum à tendentiâ in puncta ex comparatione, quod eſt contra demonſtrationem, & corollarium 3; non ſecus ac ſi quis abſurde affirmaret reflexiones poſſe fieri Ex Q in O, ex O in N, ex N in H, ex M in G, &c. contra demonſtrata.

PRO-

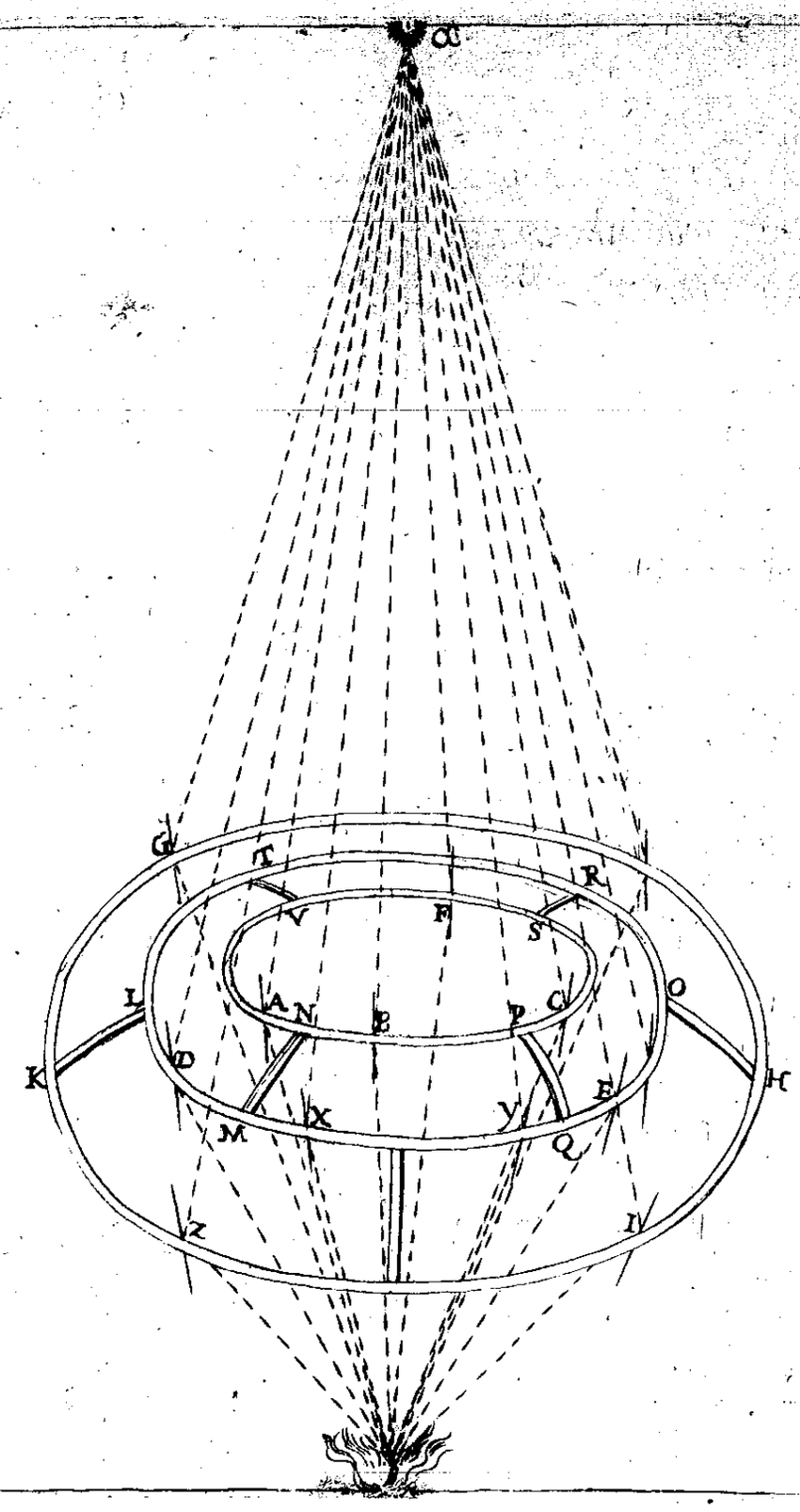
PROPOSITIO II.

Tubus, siue cauea hyperboliformis vstoria è radijs cētralibus. Hoc est Radios ab vno puncto prouenientes per hyperbolam vnum ad punctum reflectere.

HActenus à varijs punctis prouenientes, ac diuaricatos per hyperbolā in vnum coegimus, nunc etiam ab vno progressos ad vnum reflectemus modo sequenti. Circa superficiem hyperbolicam (quale scutum est hyperbolicum, quod propositione 1 finximus) circulares, siue mixtæ lineæ in formam circulorum è filis, aut laminis ferreijs, similisue materiæ, circumducantur, quorum quasi commune centrum sit vertex toli hyperbolici. lineæ illæ circumductæ distēt inter se intervallis eius quantitatis, quæ necessaria fuerit ad commodiorem effectum nostræ propositionis. Iungantur etiam, ac firmentur inter se peripheriæ illæ transuersis filis ferris, ac deniq; subducta hyperbolicā superficie, ꝓstet quasi cauea quædam ferrea formæ hyperbolicæ. Tum specula plana ità aptentur, ac disponantur per peripherias illas ferreas, vt sint instar linearum ad angulos rectos secantium lineas, quæ superficiem hyperbolicam tangerent; sitq; idem, & commune punctum sectionis, & contactus, in quo specula illa prædicto ritu, ac lege disposita fuerint. His enim peractis, radij progredientes ab alterutro punctorum ex comparatione quasi è centro, atq; incidentes in plana specula hyperbolicè disposita (ij saltem radij, qui in puncta sectionis, seu contactus inciderint) ad alterutrum punctorum ex comparatione reflectentur.

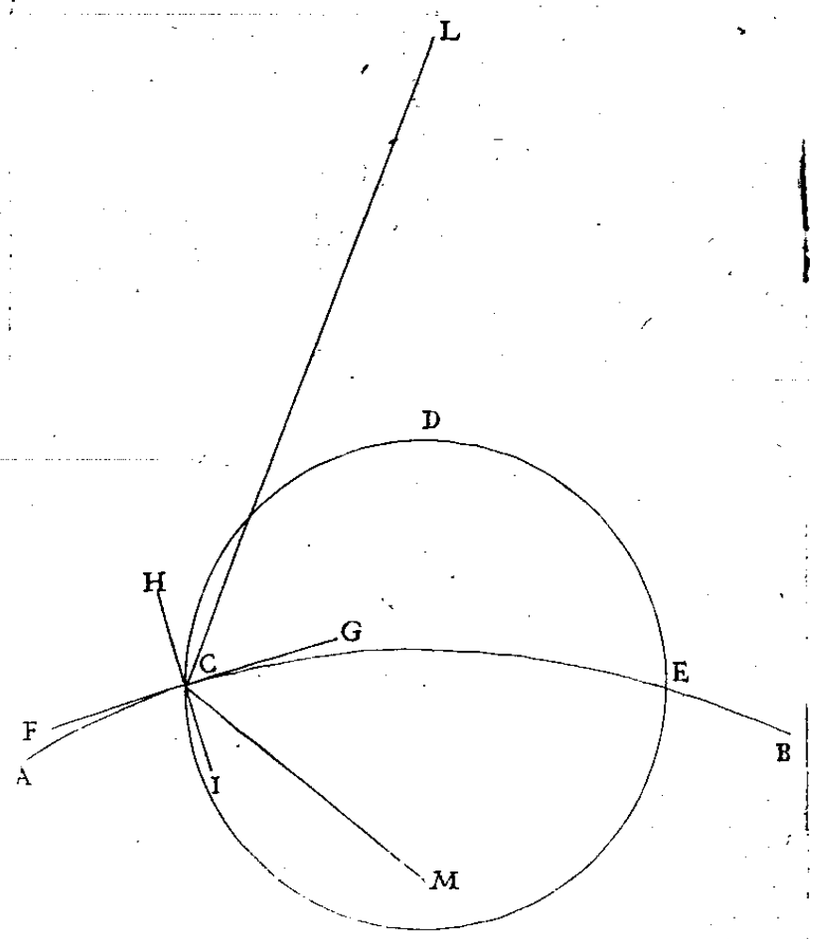


Vide vestigium aliquod leue in figurā, in qua exhibentur tres tantum peripheriæ, siue mixtæ lineæ inæqualis ambitus, ABC, DER, ZIH, quæ concipiendæ sunt extra planum.



disposita in formam conuexi hyperbolici, ita ut minor peripheria altior sit maiore. Iunctæ sunt, ac firmatæ transuersarijs K L, M N, O H, P Q, R S, T V, &c. Speculorum planorum instar habent rectæ illæ breuiusculæ dispositæ ad punctа G, D, Z, A, X, B, F, Y, Z, C, E, &c. dispositæ, inquam, iuxta nuper præcepta de disponendis planis speculis per ambitus illos ABC, DER, GIH, &c. Punctum α, est punctum ex comparatione contrapositæ hyperboles, quod concipiendum est quasi perpendiculariter imminens tribus illis peripherijs. Ab α ceu corpore luminoso, quasi à centro radij centrales incidentes in puncta dispositorum specolorum reflectentur ad β punctum alterum ex comparatione. Erit etiam ea cauea instar hyperboliformis tubi vstorij longe extra se vrentis, si, commutatis contrapositis punctis, fingas β esse corpus luminosum, à quo radij centrales in dispositа plana specula incidentes, reflectantur extra caueā lōge vsq; in α, ibiq; vstionem faciāt.

Ad demonstrationē breuissimè innuendam sit altera hic (ad dext.) figura, in qua hyperbolica linea AB stat pro superficie cōuexa scuti, siue toli hyperbolici, sitq; vna è peripherijs circumductis ipsa CDE. Recta tangens hyperbolen sit FG, quam ad rectos secet ipsa HI repræsentans speculum collocatum iuxta præcepta nuper in constructione prioris figurę huiusce propositionis, vt sunt in altera priore figura rectæ, seu specula collocata ad X, Y, Z, A, D, G, C, F, E, I, &c. Puncta ex comparatione hyperbolarum contrapositarum sint L, M. Dico ex L prouenientem radium LC reflexum iri in M; & pariter alios quoslibet radios ex L incidentes in specula dispositа per ambitum CDE iuxta præcepta paullo ante, reflexum omnes iri in M. Quoniam enim per constructionem anguli HCG, GCI recti sunt, hoc est æquales, per axioma 10, item ex citato in antecedentibus Apollonio anguli LCG, GCM sunt æquales, his ergo ablatis, remanent æquales HCL, ICM, angulus



lus nempe incidentiæ,& reflexionis,ac proinde recta LC reflectetur ex C in M, &c. Eodemq; modo de cæteris, &c.

SCHOLION I.

De vsu prædictorum, atq; vniuersè de vsu speculorum ad vstiones.

Reflexiones vstoriæ non solum à sole, sed etiam ab igne noſtrate.

EXperientia me docuit in sphæricis speculis metallicis ignem excitari non solum à radijs solaribus reflexis, sed etiã ex oppositâ flammâ, quæ per speculum ad appositos carbones extinctos reflexa magno cum stridore accẽdit carbones. Ea res effecit vt statuerẽ apud animum meum catoptricas vstiones non posse, nec debere semper fingi ad Solem, sed pro Sole satis esse vehementem flãmam debito loco collocatam. Itaq; etiamsi in prædictis noſtris inuentis, & in ijs, quæ inferius ponentur in triplici sectione conicâ, si quando per Solem vstiones difficiles, vel prorsus impossibiles videri possent, poterunt tamen effici collocatâ flammâ in punctis, in quibus singitur Sol collocatus pro qualitate, & quantitate figuræ, ac vasis vstorij. Sic enim inuentorum vstoriorũ vsus fiet probabilior, ac facilior. Nam incendium, quod facit flamma reflexa per sphærica specula, efficiet etiam reflexa per alia genera speculorum, quæ à nobis & demonstrata sunt, & demonstrabuntur apta vstionibus.

SCHOLION II.

Præstantia hyperboles in catoptricis, ac dioptricis.

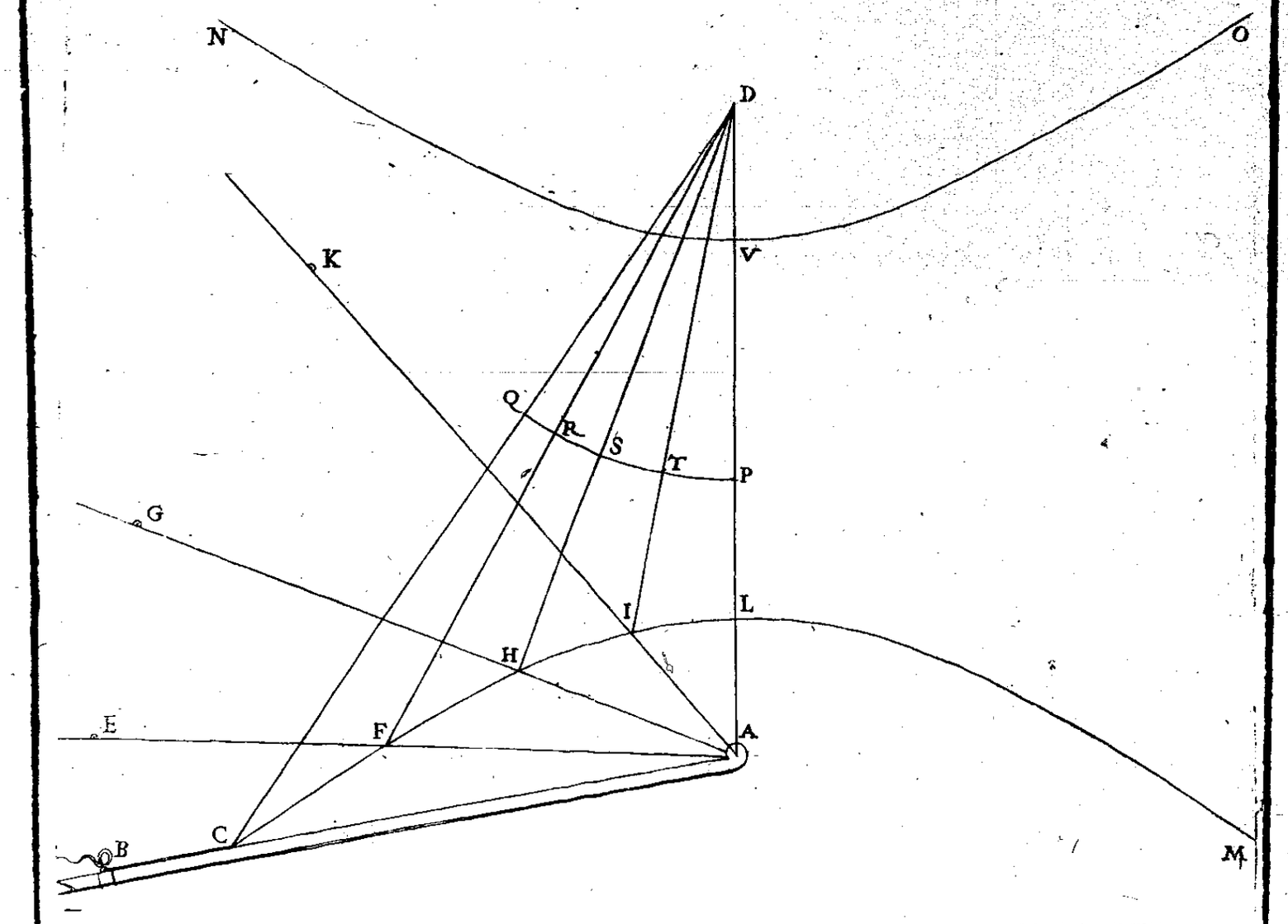
EX hactenus dictis apparere potest hyperbolam, quæ hactenus in dioptricis, & præsertim in catoptricis tanquam parum vtilis præ parabola, & spherico speculo, neglecta iacuit apud veteres, fortasse magis mira operari, quàm reliquæ sectiones conicæ, vt specimen aliquod iam habes à nobis in prædictis, & videbis in fine huius pr. Progymnasmatis, vbi de virga conica vstoriâ. Plura, mi Lector, tuo ingenio relinquimus, & meliora inuenta, quibus nos præluximus pauculis hisce catoptricis hyperbolicis, seu saltem proluſimus. Aade ad commendationem hyperboles ea omnia, quæ iam prodidimus in dioptricâ noſtra hyperbolâ, ac vide alia vasa hyperbolica vstoria inferius in vstoriâ noſtrâ suppellectili. Nunc ad constructionem organicam hyperboles progrediamur.

PROPOSITIO III.

Hyperbolen ex antedictis describere ad speculum hyperbolicum.

Hyperbola in dioptricis, & in catoptricis miriora operatur, quam reliquæ sect. conicæ.

MOdus, quem hic trademus, saltẽ aliquid varietatis habet, ac fortasse etiam facilitatis aliqua ex parte maioris, quàm alij per duo fila, per filum, & regulam, &c. quos modos docuimus in vniuersalibus, & in horizontalibus noſtris horarijs, & in dioptricâ hyperbola, siue in descriptione pupillaris figuræ. Reuise ea loca, nè èadem hic sine nouitate atq; additione saltem aliqua iterare videamur. Hic nec verticem, nec axem determinamus, sed tantum geminum punctum, vt lubet, accipimus. Atq; ob id præcipue praxim hanc hoc loco indicamus, quod speciem refert præcipui paradoxi ex ijs, quæ tradidimus de hyperbola catoptrica, nempe ab ipsa deuaricatos radios per contexum aggregari vnum ad punctum.



Itaq; regula ſit AB circa A fixè gyrabilis: ex altero pũcto, vt lubet ſumpto, D filum pendeat, & annectatur extremo regulæ in B, quæ quidem regula deducẽda erit eo magis infra C, & filum magis producendum, quo productiorem hyperbolen deſcribere cogitabis. Ergo ſiniſtrà manu extremum regulæ B incipe conuoluere verſus E, & graphio in dextrà filum ad regulam preme, ſenſim id deducendo ſecus regulam verſus C. Cum regula erit in E graphio deduxeris filum in F, ſic regula ſemper aſcendente in G, in K vſq; ad D, graphio filum deſcendet in H, I, L, & hyperbolam CFHIL ſignabit, deſcendendum erit deinde ad partem dexteram verſus M, & mutatis manuũ munijs, dextrà manu extremum regulæ D deduces verſus M, eodemque tempore graphio filum ita continebis dextrorſum ad regulam, vt ſenſim aſcendat graphium verſus alterum extremum mobile regulæ, atq; vnà producatur filum extra conuexum hyperboles, dum regula intra concauũ videtur excreſcere verſus M, ſimili ſcilicet modo, quem vides expreſſum in hyperbolæ partibus LC; ceu ſi fingas abs te hyperbolam deſcribi ex L deſcendendo verſus C. Quod ſi in hyperboles partibus LM deſcribendis nolis deſcendere, transfer regulam primo in M, inde verſus L aſcende, vt factum eſt ex C verſus idem L. Prouide ne filum, cum geminatum fuerit in L, ſuperet, aut æquet regulę longitudinem. Opportet enim, iuxta citatam à nobis in alijs praxibus deſcribendæ hyperboles 51. tertij Conicorum, ipſam LA minorem eſſe reliqua LD quantitate axis LV. &c.

DEMONSTRATIO PRÆMISSÆ praxeos.

VIdes hyperbolam deſcriptam eſſe ab eadem fili longitudine, partim tamẽ quaſi ex lineis incidentibus in conuexum, partim à conuexo reflexis ad D.

Quare demonſtrandum eſt lineas incidentes in hyperbolæ conuexum, & tendentes ad punctum ex comparatione A (à quo puncto tanquam centro prædictæ incidẽtes tanquam ſemidiametri eſſent æquales, ceu vides in figura eãdem ſemper regulæ longitudinem à centro A ad B, E, G, K, D;) tales, inquam, incidentes lineas vnà cum ſuis reflexis ad punctum ex comparatione contrapoſitæ, omnes eſſe inter ſe ſe æquales; hoc eſt in figura ipſas BCD, EFD, GHD, KID, DLD, &c. eſſe æquales. Propoſitio, & affectio geometrica abſtractè vniuerſalis, ac demonſtranda hæc eſt: *Lineæ incidentes in conuexum hyperbolicum & rectà tendentes ad pũctum ex comparatione (à quo tanquam centro ductæ eſſent inter ſeſe æquales) vnà cum ſuis reflexis ad punctum ex comparatione cõtrapoſitæ ſunt omnes inter ſeſe æquales.* Similem proprietatem de incidentibus etiam

in concauum hyperboles, & reflexis ad punctum ex comparatione intra concauum in descriptione pupillaris figuræ in antecedentibus nostris dioptricis demonstrauimus ex 51. tertij Conicorum. Ex eadem Apollonij propositione hîc etiam demonstrabimus propositam proprietatem de incidentibus, & reflexis circa conuexum hyperbolicum.

Nam finge contrapositam hyperbolam esse NO. & quoniam, per 51 tertij Conicorum, maior DL minorem LA superat quantitate axis LV, ea quantitas ex D secetur circulari sectione à P ad Q in reflexis lineis. Quoniam igitur per demonstrationem nostram in descriptione figuræ pupillaris, & per corollarium inibi 2. ipsæ CQ, CA sũt æquales, addità communi BC, erunt BA, BCQ æquales, sic FR, EA æquales, ergo EA, EFR æquales; At BA, EA sunt æquales semidiametri à centro A, ergo & BCQ, EFR sunt æquales, additis sectis æqualibus DQ, DR, erunt BCD, EFD æquales. Eàdem ratione ostendetur de sequentibus GHD, KID, DLD. Sunt ergo incidentes in conuexum vnà cum suis reflexis, &c. omnes inter se æquales; quod erat demonstrandum. Quare rectè nos eandem fili longitudinem vsurpauimus, & hyperbolam ritè descripsimus, quandoquidem in eius conuexo affectio prædicta incidentium, & reflexarum demonstrata ad vsum deducta est in hac nostra hyperboles descriptione.

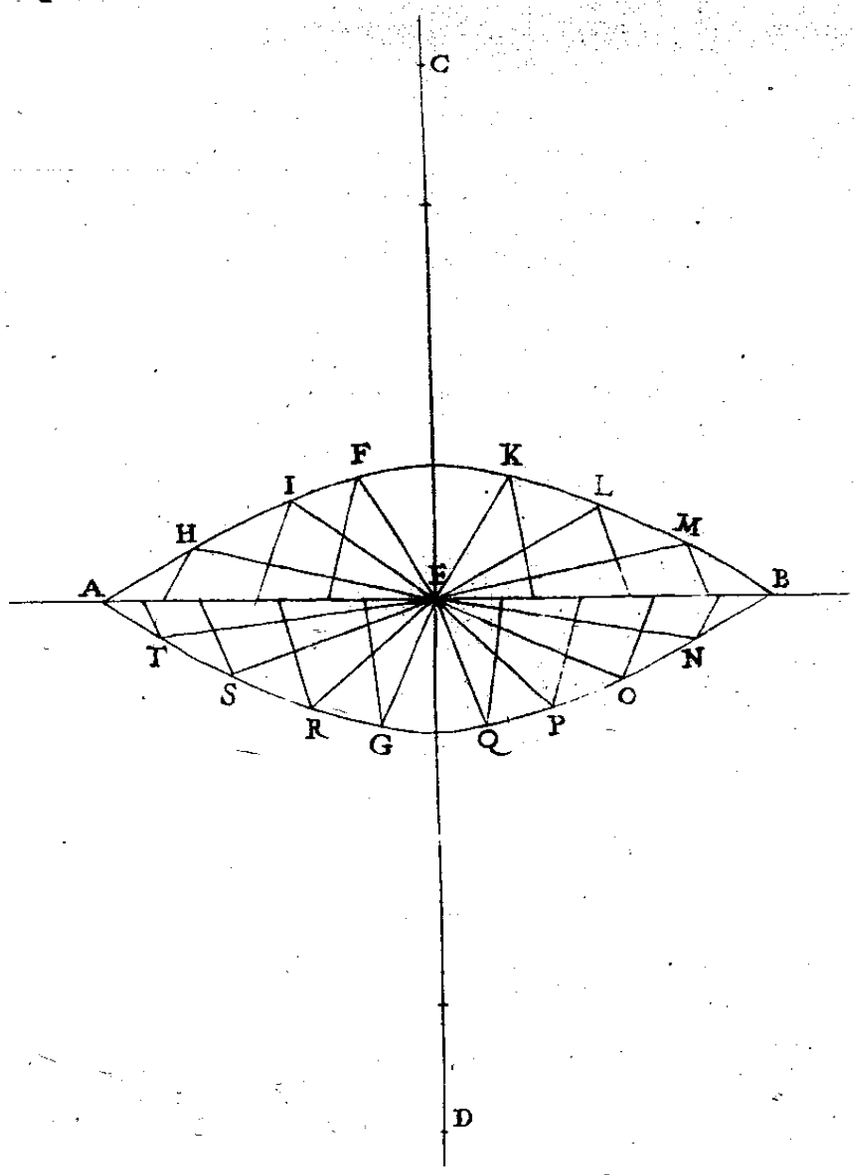
Hìc ergo potes agnoscere specimen paradoxi de catoptrica hyperbola, quod paradoxum proposuimus in antecedentibus, corol 4. prop. 1. huius; nempe regulam esse instar radiorum incidentium in conuexum hyperboles, ac tendentium in A ex B, E, G, K, D, & filum esse pro radijs reflexis in oppositum punctum D ex C, F, H, I, L.

Fiat ergo vel prædicto modo, vel alio quolibet ex dictis à nobis alibi (præsertim in paralipomeno ad nostras assymptotos, vbi Geometrica expedita ratio ponitur describendæ hyperboles) sectio hyperbolica in solidiore materia, ceu ferro, aut alià, ad cuius figuram circa axem gyratam excauetur vas, in quod conijciatur materia apta speculo efficiendo. De qua speculi materia Oroncius, Io. Baptista Porta, & alij minutiora perscripsere &c.



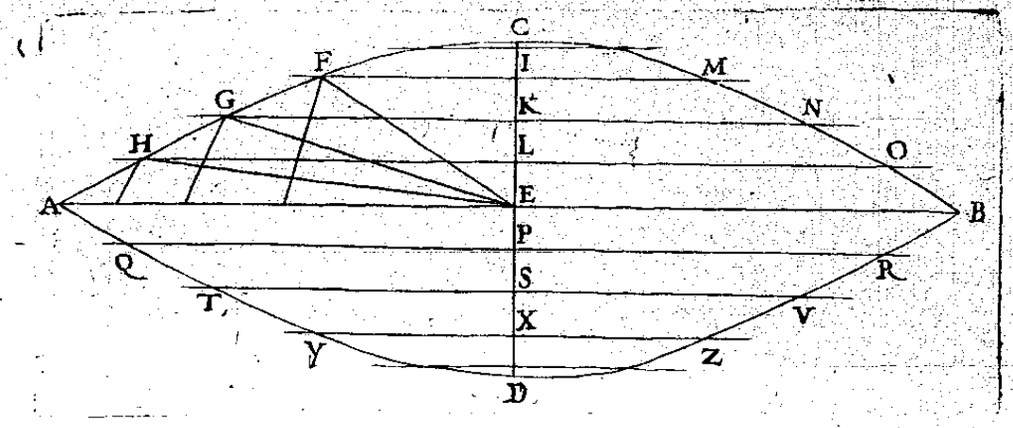
SCHOLION I.

Ouum hyperbolicum vsorium. Ac primo hyperbolicam ouiformem figuram organicè, ac geometricè describere.



Recta AB, CD decussent se ad rectos in E & constitutis punctis ex comparatione, siue vsorijs contrapositarum in C, & in E, ac, translato spatio EC in ED, sit etiam D punctum ex comparatione cõtrapositæ hyperboles inferioris. Deinde si vtaris modo organico nuper supra posito (siue alio quouis in nostris geometricis, & dioptricis) altero fili extremo fixo in C, & regulà in E fixà describe sectionem AFLB, donec vtrumq; sectionis extremum perueniat ad rectam AB. Mox refixo fili extremo ex C, & fixo in D describe alteram sectionis partem AGPB coincidentem in èadem puncta A, & B, ceu vides, quasi per fila circumducta, & inflexa iuxta directionem ad puncta C, & D, designatam ouiformem figurã hyperbolicã AHIFKLMBNOPQGRST. Vide modum per sola fila in nostris gnomonicis, vbi de terminandis lineis horarijs in horologio nostro vniuersali.

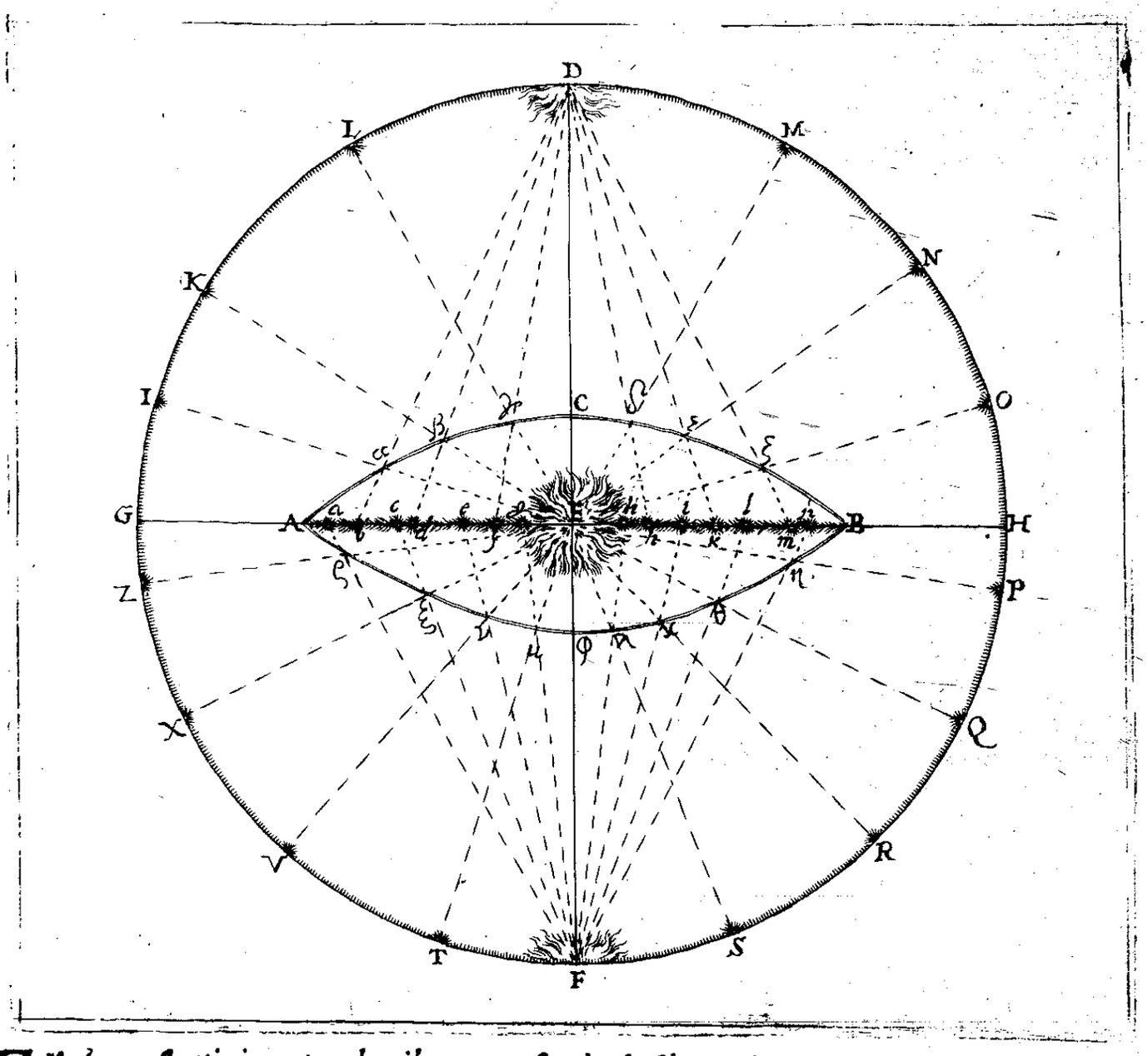
Sin autem lubeat minus organicè, ac quasi solũ geometricè eandem hyperbolicam fig. describere, secetur (in seq. fi.) EC in quotlibet partes aquales, & in totidem reliqua ED; per sectiones ducan-



ducantur parallela ipsi AB, ac modo supradicto in præcedenti altera figura, termini fiant in F, G, H, & ipsis IF, KG, LH sumantur æquales IM, KN, LO, PQ, PR, ST, SV, XY, XZ, & per terminationum puncta ducatur leniter curua quæ dabit eãdem uiformem fig. hyperbolicam.

SCHOLION II.

Oui hyperbolici, & concaui sphærohyperbolici eximiæ proprietates aduſtiones. Corona & centrum uſtoria, &c.



EX demonſtratis in antecedentibus propoſitionibus duæ quaſi corollarij loco eliciuntur eximiæ oui hyperbolici proprietates. Nam ſi fingas lineã, ſiue arcum hyperbolicum ACB circumagi circa chordam AB, ſiue ſuper polis AB axis per E punctum ex comparatione tranſeuntis, deſignabit ſuperficiem hyperbolicam in formam oui, cuius proprietas eſt, quod radij exeuntes in orbem undiq; à quolibet puncto axis AB, & rect à tendentes ad puncta D, F contrapoſitarum hyperbolarum, reflectentur omnes ad medium eiuſdem axis punctum E, in quo vehementiſſima fiet uſtio. Sic vides in exemplo, vbi ſunt minuſculæ litteræ abecedariæ latinæ, radios egreſſos è punctis a, b, c, d, e, f, g, H, i, K, l, m, N, ac tendẽtes partim ad D, partim ad F, reflectiones ad E, ceu ſũt baE, dβE, fγE, hδE, KεE, mζE, NηE, LθE, iκE, Hλ E, gμE, eνE, cξE, aρE.

Quod ſi fingas circularem circumferentiam ire per D, & F, & circa polos G, H axis AB utrinque producti gyrari, producetur ſpherica ſuperficies, è cuius concaui quolibet puncto egreſſi

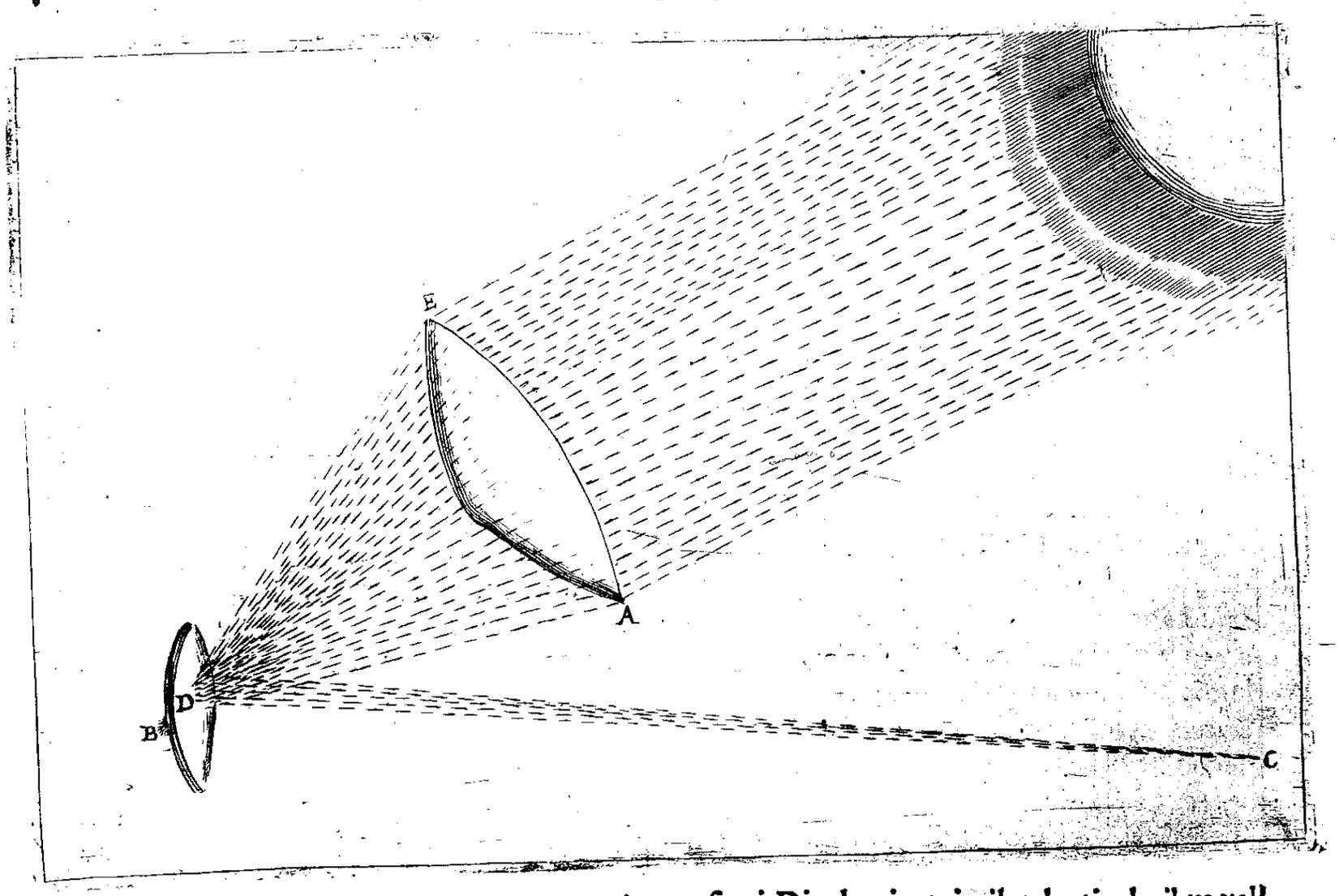
greſſo radij, qui recta irent ad E, omnes à concaua hyperbolici oui ſuperficie reflectentur in D, & F, fietq; in concauo ſpherico peripheria vſtoria tranſiens per D, F, cuius centrum etiam ipſum vſtorium erit in diametri, ſiue axis, medio E. Sic vides directos, & refractos IαD, KβD, LγD, MδD, NεD, CζD, PηF, QθF, RιF, SλF, TμF, VνF, XξF, ZρF.

Vide alias ouiformes figuras apud nos è quadratrice linea, e ſegmentis circulorum (præter ellipſes) e parabolicis, &c. in Geometria noſtra practica, in Sonimetria, in hoc Apiario, vbi de parabola catoptrica, &c. Vide etiam in ſequentibus progymnaſmatis vſtoriam ſupellectilem, ad quam ſpectat ouum hoc hyperbolicum vſtorium.

PROPOSITIO IV.

Siue corollarium primæ propoſitionis huius Progymnaſmatis.

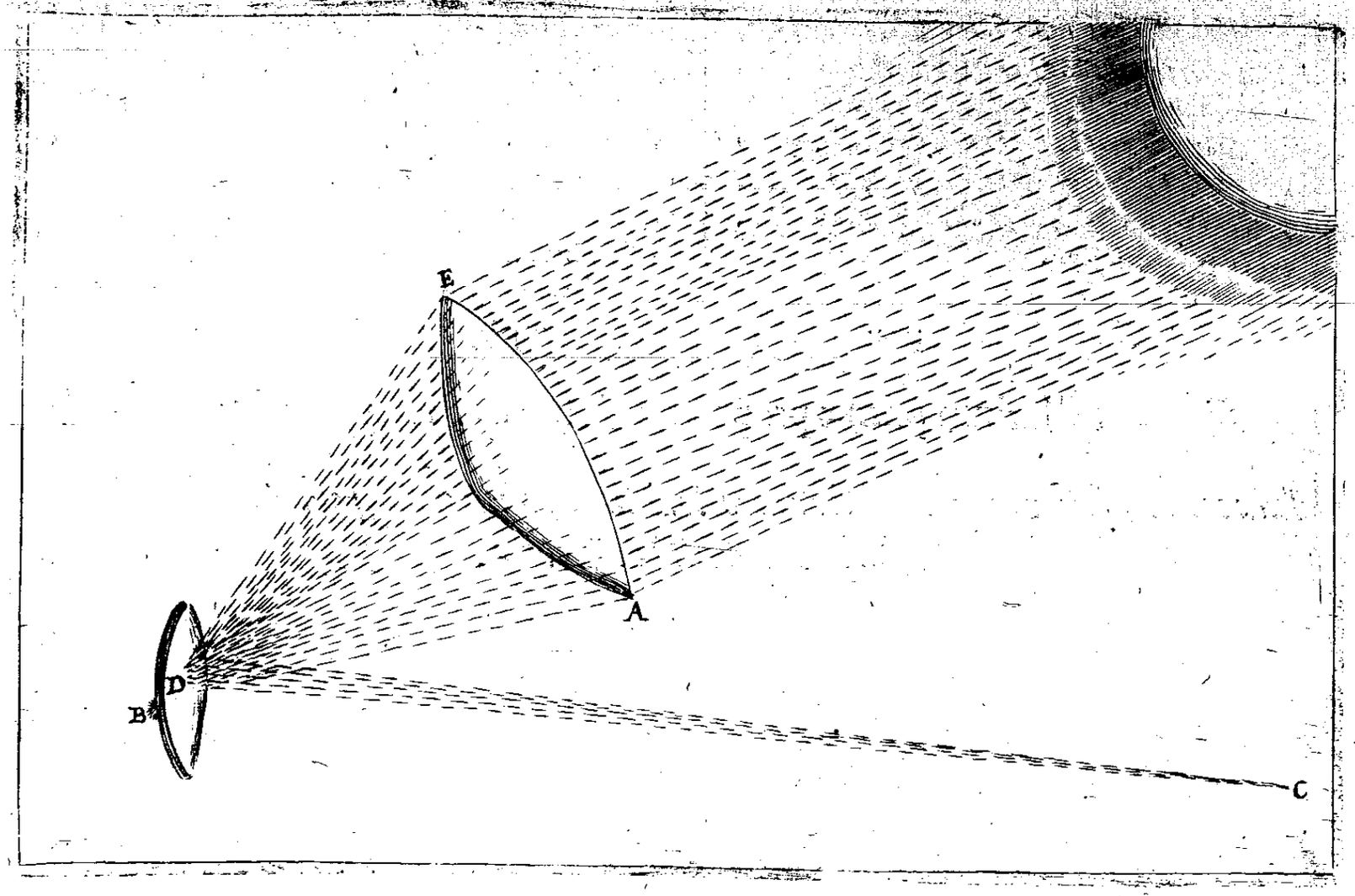
Lanceam, ſeu virgam conicam vſtoriam è conuexo hyperbolico longiſſimè vrentem proijcere.



IN 3 Progymnaſmate huius Apiarij catoptrici, propoſitione 4 proijcimus conum luminoſum longiſſimum è baſi perarctà concaui parabolici, cuius coni vertex tantum vſtorius, ſiue perilluſtratorius eſt. Hic conicam virgam in qualibet ſui parte longiſſime vrentem videbis. Ac quemadmodum Io: Baptiſta Porta docet lineam, ſiue cylindricam virgam vſtoriam tum dioptricam (de qua in antecedenti Apiario) tum catoptricam, de qua in fine huius Apiarij; ſic fieri poteſt linea, ſiue gracilis conica virga vſtoria in qualibet ſui parte, quemadmodum cylindrica Portæ. Sed cylindrica infinita eſt, conica virgula longiſſima quidem eſſe poteſt, ſed tamen ad determinatum ſpatium finita.

Vtamur dioptrico noſtro ſphærohyperboliforini pupillari AE, cuius etiã loco vti poteris vſitatis Diaphanis maioribus lenticularibus, vel ſpeculo maiori ſphærico, atq; alio quopiam inſtrumento ſiue dioptrico, ſiue catoptrico conficiente punctum vſtorium. Nos omnium Diaphanorũ nobis notorũ perfectiſſimo, & à nobis explicato vtimur. Fiat hyperbolicum ſpecillum æreum, &c. cuius puncto B ex comparatione, ſumpto prope propè concauum, correſpondeat alterum contrapoſitæ hyperboles ad datam longiſſimã diſtantiam in C. opponatur conuexũ D radijs concurrẽtibus inter AD, ED ita, vt punctum ex comparatione B congruat cum loco, in quo radij concurrentes, ſi non impedirentur, facerẽt pũctum vſtorium. Igitur impingentes radij in conuexum hyperbolicum, ac recta tendentes in punctum B reflectentur omnes ad C, iuxta demonſtrata propoſitione 1, &

coroll.



coroll. 1. & 4 huius ex Apollonio.

Ac quoniam basis conuexa hyperbolica exigua D excipit concurrentes radios omnes ibi, vbi in angustum coacti sunt prope punctum B, ideo totus conus radiosus amplior ABE densatus ad D reflectitur in conum gracilem, siue virgam conicam DC compactam ex infinitis densatis radijs semper magis, ac magis inter se se arctatis versus verticem C. Quæ virga conica cùm in qualibet sui parte plurimum densati luminis contineat, quale scilicet circa punctum B vreret, quid ni etiã in qualibet sui parte virga sit conicè vstoria? Quam non est difficile deducere ex demonstratione, & corollarijs, & scholijs, & figuris pri. propositionis huius Progym. Quæ enim ibi demonstrata, & exposita sunt in luminibus, & in proiectis incidentibus in conuexum hyperbolicum, & rectà tendentibus ad pũctum ex comparatione, & reflexis ad focum contrapositæ hyperboles, ex maioribus etiam ad minora translata, & applicata, vt hìc vides, efficiunt quod hìc propositum est.

COROLLARIVM.

Paradoxicum.

Linea vstoria magis, ac magis vrens, quò remotius tendit.

PRofecto inopinatum est corollarium, & contra consuetam passionem, proiecti luminis, quod semper magis, ac magis debilitatur, quo remotius tendit.

At in virgà conicà vstorià DC, cùm, ex prædictis, radij luminosi semper inter se arctiores fiant, quò propiores fiunt vertici C, ideo semper plus luminis addensant in loco arctiore, & (cæteris paribus) plus virium habent vstoriarum, magisq; vrunt partes à basi vstoria remotiores, quàm basi vstoriæ propiores; atq; vstorius hic gracilis conus quanto versus verticem fit gracilior, tanto semper est vrentior. Deniq; conum ABE tantúm inuertice D vstorium videscogi in conũ DC ex omni parte vstorium.

Vide, Lector, inferius Prog. 3. prop. 7. & in 3 schol. circa lineas vstorias quæ promimus è nostro Griembergero.

SCHOLION.

QVo tempore publicè olim Parmæ pronuntiata sunt ab Auditore meo quæ initio huius progymnasmatis perscripsimus de scuto hyperbolico, corollarÿ loco etiam tunc deduximus hæc quæ hìc apposuimus de gracili cono vstorio; ac tunc Parmæ Serenissimo sponsum, & scuto, & virga vstorijs armauimus. At vero cum publicum id problema literis, ac posteritati commisimus, lubitum fuit à scuto lanceam seponere in postremum hunc huiusce primi progym. locum, vt in fine aliquid haberet, quod aculeum relinqueret.

PRO-

PROGYMNASMA SECVNDVM.

De catoptricis parabolicis anulis, zonis, tubis, catinis, ouis. De paradoxicis vstionibus ex ijs instrumentis. De paraboles aliquibus descriptionibus ad specula vstoria, &c.

PROPOSITIO I.

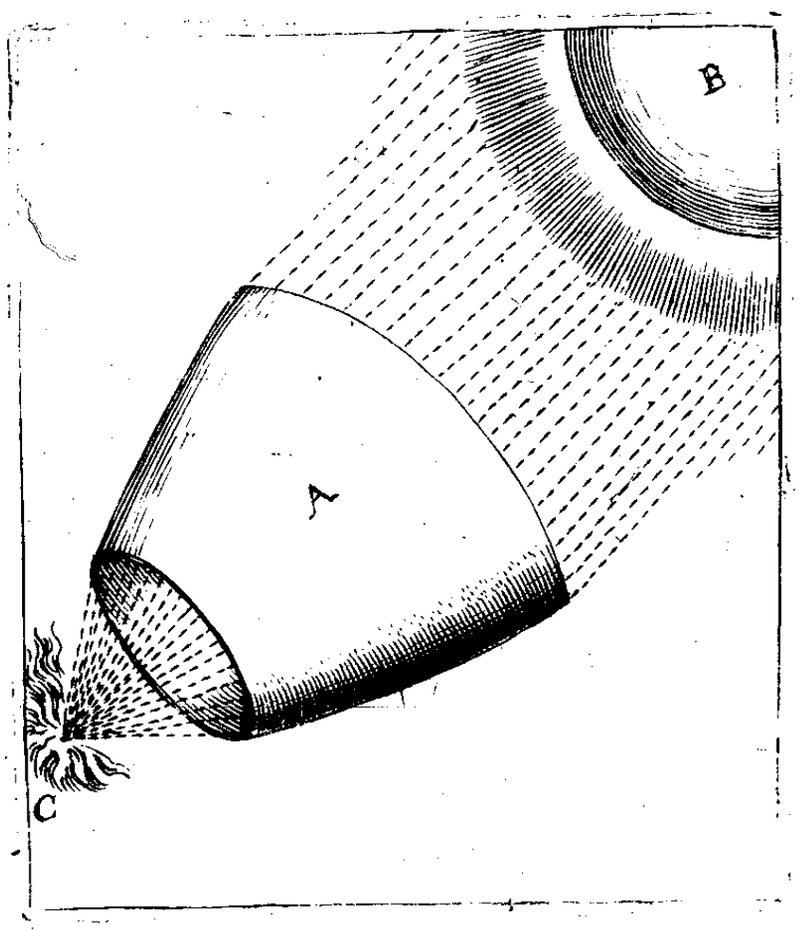
Tubus parabolicus vstorius. Zona spherica, & parabolica vstoria. Vstio è speculo concauo spherico non fit in centro speculi.

ANtequam proponam inuenta quædam nostra de vstione catoptricà per parabolam vltra hactenus inuentas vehementissimà, quà & in speculo parabolico puncti vstorij vis geminatur, & eodem tempore in sphærici speculi centro, & extra centrum fiunt vstiones; supponenda & præmittenda quædam sunt.

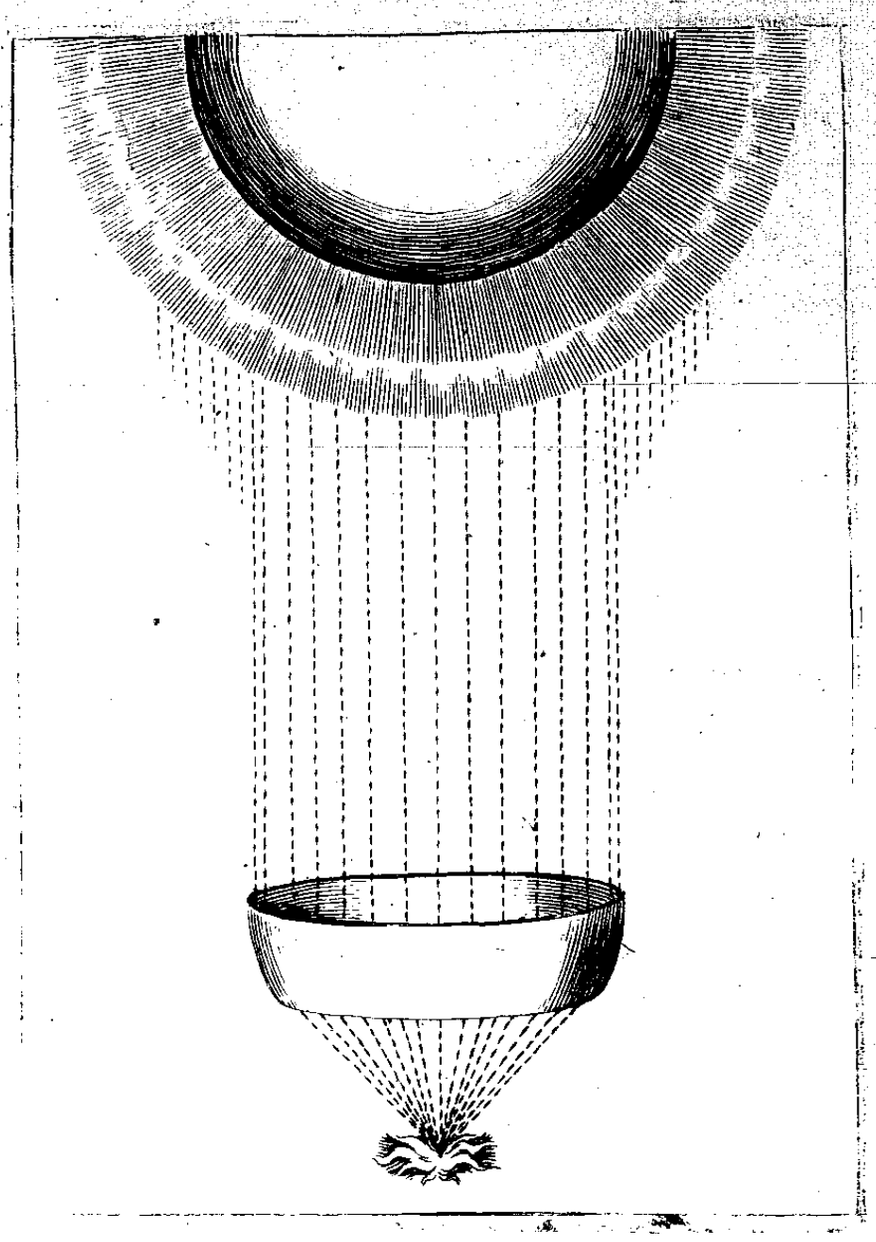
Tubus vstorius parabolicus ad vstiones longinquas.

Suppono igitur speculum parabolicum vstorium, vt rectius vstionem efficiat, effingendum non esse iuxta vulgatum modum, sed efformandũ, truncata parte, quæ spectat ad verticem, ita vt speciẽ tubi oblongi excauati referat, & Solis radios altero ore latiore exceptos per alterum os arctius post se se eijciat.

Tubi parabolici formam fusoriã lapideam faberrimé factam hìc Bononię in nostro Coll. posterorum commodis asseruaui. Ex nostra eà formà vide hìc in appositа figura tubum parabolicum vstorium, A Solem B, punctum C, in quod conspirant, & vniuntur radij. Eius vero formæ fuisse parabolica vstoria specula antiquorum, præsertim ea, quibus appositis naues aiunt conflagrasse, necesse est, vt facilius incendium efficere possent etiam ad amplissimum interuallum, appositis lenticulis extra os arctius tubi parabolici, iuxta ea, quæ indicantur à nobis in nostris dioptricis vbi de linea indefinità vstorià, & inferius de lineà catoptricà vstoria infinità videbis.



II. Huius tubi, si quis aduertat, inuẽtionem innuit Porta lib. 17. cap. 16 Magiæ naturalis, & noster Griembergerus specimen aliquod prodidit in imagine præfixa problemati de speculo elliptico vstorio ab se ingeniosissimè inuento. Qua quidem in imagine videre est in turris vertice suspensum vstorium quoddam instrumentum, quod speciem quãdam habet quasi cylindri excauati radios post se longissimè vnum ad punctum transmittentis.



Nos igitur in eius tubi parabolici inuẽtione non admodum moramur, sed eam tantum supponimus tanquam necessariam nostro paradoxo explicando, & ad vsum traducendo.

III. Similem huic tubo (quod ad inuentionem) zonam, siue anulum vstorium è truncato speculo sphærico accipe in apposita figura, cui addo Portæ verba de more perobscura, & fortasse à typographis mendosa. *Quod paucis animaduersum est, scito speculum concauum in medio sui puncto vsq; ad latus hexagoni supra speculum comburere vsq; ad quartam sui partem, ab hexagoni latere vsq; ad tetragonum extra speculum ex inferiore sui parte. Abscindatur ergo pars illa semicirculi fascia, & perpolita Soli opposita longe à se ignem eiaculatur retro ipsam.*

Zona, siue anulus vstorius.

Vstio à sphærico paradoxica.

Hauserit opinor Porta suæ huiusce vstoriæ zonæ inuentionem ex anulo illo vstorio parabolico, quem fingit Orontius in fine sui libelli de speculo vstorio. In quo quidem anulo, siue zona parabolicà vestigium primum agnoscas præmonstrati, ac præsuppositi à nobis tubi parabolici. Quod igitur ad Portæ zonam sphæricam attinet, ingeniosé id quidem inuentum est, sed parum efficax ad vstionem propter radios à varijs zonæ circulis ad varia puncta concurrentes, vt assolet, ac edictum alibi à nobis est in sphæricis speculis. Nos tamen roborabimus zonam vstoriam sphæricam eádem opera, quà vstionem parabolicam geminabimus.

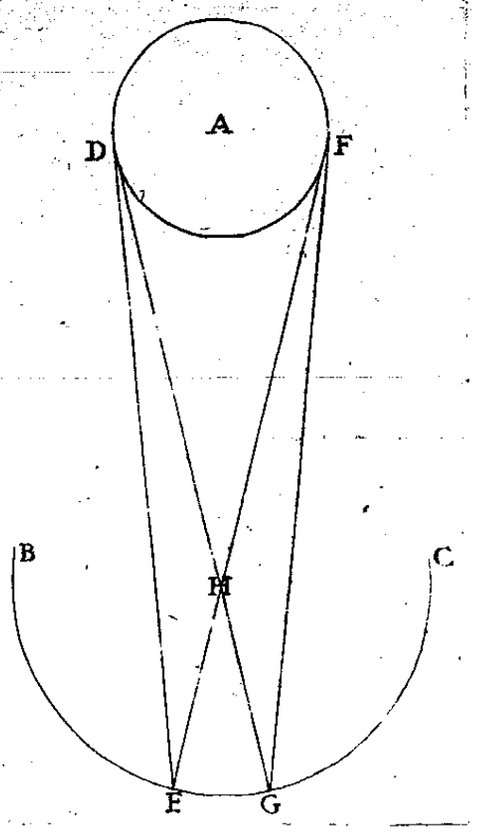
IV. Quod vero pertinet ad vstionem è speculo sphærico, non fit, vt putarunt antiqui, in centro speculi, sed ad quartam diametri partem, vt patet ex neotericis Opticorum experimentis, ac demonstrationibus. Ac sane si ea vstio à solaribus radijs se se in oppositi speculi centro decussantibus, & ab eiusdem speculi periphæria in idẽ centrum reuerberatis fieret, profecto esset vehementissima, & puncta plurima vstoria in vnum conglobarentur, vt in sequenti propositione 2 ex nostro inuento docebimus. At radij Solis, non transuersales accipiendi sunt, sed quasi paralleli, quia natura semper per compendia operatur, & transuersales radij longiores sunt parallelis, quippe in eodem triangulo maioribus angulis oppositi, vt patet in fig. priore ad dext. in qua Sol A, speculum concauum sphæricum BC, radij quasi paralleli DE, FG; transuersales vel DG in triangulo DEG, vel EF in triangulo EFG. In triangulo enim DEG quoniam radius DG transit per speculi centrum H, faciet angulum HGE semicirculi recto minorem, ex 16, & 31 tert. at angulus DEG maioris segmenti erit recto maior per eandem 31. Ergo DG, qui maiori angulo subtenditur, productior radius est,

Vstio è speculo cõcauo sphærico fit ad quartam diametri partem.

Sol vehementius vrit per radios parallelos, seu perpendiculares, quam per obliquos.

Ratio Physica, & geometrica.

quám



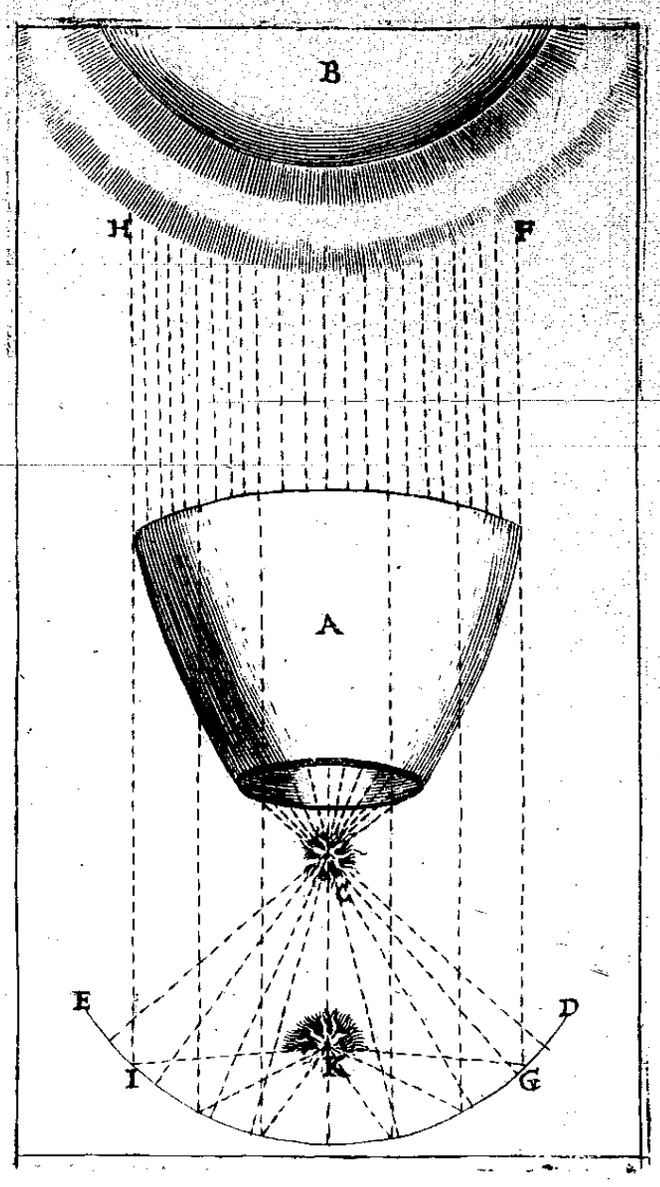
quam DE. pari ratione in triangulo FEG demonſtrabitur FE longior radio FG.

PROPOSITIO II.

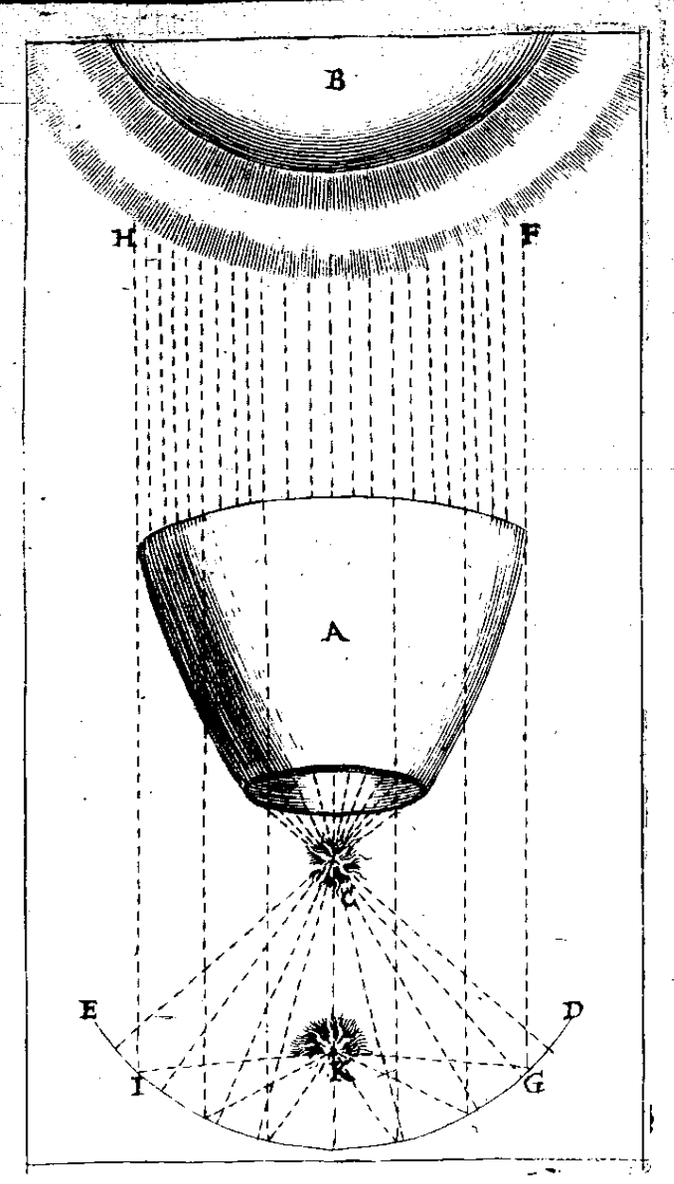
Vſtio vltra omnes catoptricas in centro ſpeculi concaui ſpharici vehementiſſima. Vis puncti vſtorij geminata è parabolà. Duo puncta vſtoria in eadem diametro.

ARtis fuerit ita ſolares radios colligere, vt collecti ſeſe mutuo omnes in ſpeculi cẽtro decuſſent, & in cauam ſphæricam ſuperficiem tanquam diametri omnes incidẽtes rurſus ad angulos vtrinq; æquales regerantur, & ſe interſecent in eodem centro, vt vehementiſſima fiat exuſtio. Sic autem fiet.

Accipiatur tubus parabolicus A, (in figura ſecunda ad dexteram) eius figuræ, ac formæ, quam in antecedenti propoſitione præſcripſimus, & os tubi latius ritè ſoli B opponatur, tum ori anguſtiori (è quo radij ſolares egreſſi coguntur in vnum) opponatur ſpeculũ cõcauum ſphæricum ED, ſed ita vt punctum C, quod centrũ eſt ſphærici ſpeculi plane, atq; omnino congruat cum puncto vſtorio tubi parabolici. Facto ergo puncto communi C, ad quod & radij per tubum collecti omnes concurrunt, & quod ſpeculi etiam ſphærici centrum ſit, radij



illi omnes, poſt decuſſationes mutuas in contrarium rectà dilapſi cadent in cauum DE, & ſinguli, quoniam per centrum tranſierunt, facient vtrinque angulos æquales ſemicirculorum (quod non ſolum ex 43 pri. Vitell. ſed etiam ex ijs, quæ apud nos in paradoxis angulorum, vbi de æqualibus angulis ſemicirculorum &c. & ex defin. 17. lib. 1. Euclid. demonſtrari poteſt) hoc eſt angulos incidentiæ angulis reflexionis æquales; ac proinde replicabuntur in ſe ipſos, & rurſus per C ſe ſecabunt. Ex qua ſecunda ſectione, atq; concurſu ad idem punctũ C efficitur id primo, vt vis puncti vſtorij C (quod fit à parabolico ſpeculari tubo A) geminetur per iteratam eorundem radiorum reflexionem è ſpeculo ſphærico. Ac quemadmodum prima radiorum à parabola interſectio vim vrendi habebat, ſic & à ſpeculo ſphærico ſecunda interſectio eorumdem omnium radiorum ſuam, ac ſecundam etiam ipſa vim vrendi habeat neceſſe eſt ex concurſu tot radiorum in vnum. Nam ſi paralleli radij incidentes in cauum ſpeculi ſphærici, licet non omnes, ſed tantum pauci aliqui (vt patet ex 30, 31, & ſeq. Photiſm. Maurolyci) reflectantur ad idem punctum, vrunt tamen in eo; quanto magis fiet vſtio, incidentibus omnibus reflexis ad idem punctum iam in actu vſtionis poſitum?



Itaq; secũda intersectio in C facta à secũda reflexione sphærici ED, licet radios fortasse debiliores habere dicatur, quàm prima intersectio in eodem puncto C facta à parabolico A; tamen ea debilitatio iuuatur, & compensatur à termino, idest à puncto C iam posito in actu calefactionis, & vstionis; nec est necesse reflexos à sphærico radios laborare circa dispositiones contrarias, si quæ essent vel in aere, vel in materia vrẽdà in puncto C, vincendas. Experimentum maiorum erit virium, quo speculũ erit sphæræ minoris pars, vt eius centrum minus distet à puncto vstorio speculi parabolici.

Si loco tubi parabolici lente dioptricà (præsertim hyperboliformi, de qua in nostris dioptricis) vtáris, & eius punctum vstorium in centro speculi loces, idem, quod supra, efficies. Sed vstorium hoc punctum esset mixtum ex dioptrico, & catoptrico. Nos hic tantum catoptrica persequimur.

Quoniam in cauum ED cadunt radij non solum ij, qui tubo A intercipiuntur, & diametrales fiunt ex arte paullo ante demonstrata, sed etiam alij extra tubi angustias ab amplitudine Solis defluũt paralleli vt FG, HI, &c. ij etiã ex G, & I, &c. reflectentur. At si concipias ea puncta G, vel I, &c. circumagi, fient circuli, à quorum peripherijs reflectentur ad angulos inter se se æquales omnes ij radij vnum ad punctum circa quartam partem diametri, &c. vt demõstratum est ab Opticis. Vide pro prædictis Maurol. à theor. 30. per sequentia in Photism. Quare cum ex plurium radiorum reflexione, & confluxu ad, vel circa ipsum K plurimum lucis aggeretur, calor etiam, & ignis existet, vt in alijs punctis vstorijs assolet. Absolutæ igitur sunt omnes paradoxi, seu propositionis partes.

Vide in fine huius Apiarij vsum sphærici prædicti speculi reflectentis ad centrum, &c. pro spectris, & picturis naturalibus, &c.

Vsus speculi cõcaui sphærici ad centrũ reflectentis pro spectris, & picturã. &c.

SCHOLION.

Cautio pro effectu secundi, atq; inferioris puncti vstorij.

Specula sint inter se eius proportionis, ac magnitudinis, vt parabolicum A minimum intercipiat eorum radiorum parallelorum, qui cadentes in ED reflectuntur ad quartam diametri partem. Sit ergo A quàm fieri potest (sine detrimento effectus in C) minus sexta parte peripheriæ ex ED. nam intra eam sextam partem incidentes, & ex eà reflexi vrunt, iuxta Opticorum scitum, quod citauimus etiam ex Porta propos. 1. antec. huius 2 progym.

A sexta parte speculi sphærici reflexi radij vruns.

COROLLARIVM.

Zonæ vstoriæ vis addita.

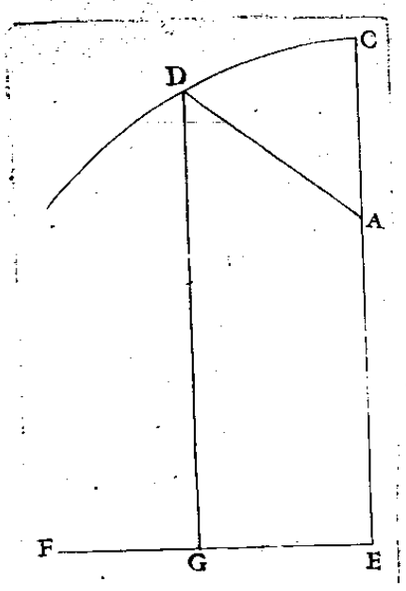
HInc habes vnde zonæ illius vstoriæ, quã à Porta proposui, vim saltem adstruas, si non augeas. Nam ex prædictis radij ab ea zona reflexi nõ videntur tàm certò (vt astruit Porta) confluere in vnum punctum, ac præterea reflexio fit ab ambitibus pauciorum circulorum, quàm ij sint, à quibus radij ad puncta diametri reflectuntur è sexta parte vstorij speculi sphærici. Quas ob causas debilior videtur futura ea radiorum à zona confluxio. Si ergo ad verticem pyramidis radiosæ ponatur centrum suppositi alterius speculi sphærici, fiet (vt dictum est de tubo parabolico) radiorum per punctum centrale transeuntium incidentia in cauũ sphæricum, & ex eo diametrales reflexiones regerent radios in idem punctum, vt sic geminatũ, & roboratum possit vim vstoriam præstare.

Iam vero antequam vstoria plura alia vel breuiter saltem indicemus, problemata quædam apponamus, quibus fabricam speculi, ac tubi parabolici adstruamus, vt nostrum istuc qualecunq; excogitatum de vstione catoptricà vehementissimà non mera cogitatio, & phantasticum quidpiam videatur, sed in opus, cum libuerit, traducatur.

PRO-

PROPOSITIO III.

Parabolæ deſcriptiones organicæ ad ſpeculum vſtorium conflandum.

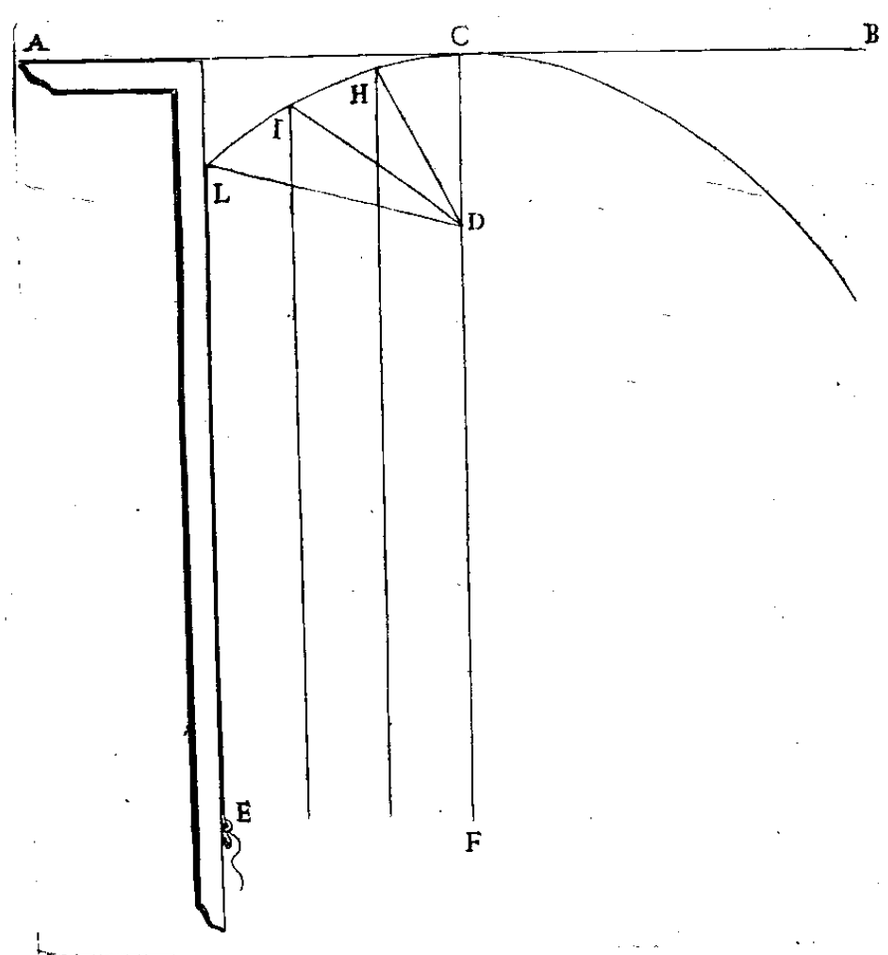


PRiore loco organicam operationem trademus, poſteriore demõſtrationes operationis, corollaria, ſcholia, &c. in paralipomenis ad Vitellionem parabolam filo deſcriptam ſic habes. *Proponatur A focus, C vertex, vt AC ſit axis; is continuetur in partes A in infinitum vſq; aut quouſq; parabolen placuerit deſcribere. Placeat vſq; in E. Acus ergo in A figatur, ab ea ſit nexum filum longitudine AC, CE. Teneas manu altera caput alterum fili E, altera graphium cum filo extende vſq; in C. ſit etiam ad CE erecta perpendiculariter EF. Igitur graphio C, & manu altera E diſcede æqualibus interuallis à lineâ AE ſic, vt manus altera, & fili caput ſemper in EF maneat, filumq; DG ſemper ipſi AE parallelon; via CD, quam graphio ſignaueris, erit Parabole.* Hanc operationem (quemadmodum etiam in deſcriptionibus hyperbolæ, & ellipſis monuimus) facilius, ac ſimplicius perficies, ſi regulam, vel normam cum filo adhibeas, & ſic opereris.

Deſcriptio parabolicæ ſectionis ope fili.

Ductâ rectâ AB, applica regulæ verticem orthogonaliter, ſeu potius alterum normæ latus applica ad dictã AB in quo lubuerit puncto, vt primo loco in C, & filum ex altero capite fixũ ſit in foco, ſeu puncto vſtorio (quod Geometris eſt pũctum ex comparatione, &c.) ſitq;

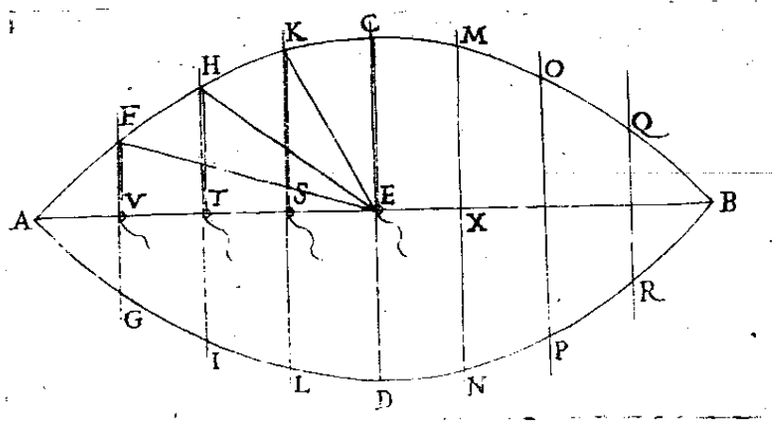
Deſcriptio parabolicæ ſectionis ope fili, & regulæ.



ſitq; id punctum D; ex altero vero capite ſit filum annexum capiti inferiori E normę primo loco poſitæ in FC, & ſemper filum normæ adhęreat, ſitq; primo directum ex F vſq; ad C, & ex C replicatum ad D. graphium interpone ad C: remoue deinde continuato ductu, & ſenſim alterũ normæ latus ſecus lineam AB, & graphio filum ad regulam premendo, ac ſecus eam deſcendendo ſignabis curuam parabolicam CHIL. Hac operationis ſerie ſine vlla neceſſitate deſſignandi aut latus trãſuerſum, aut baſim parabolæ liberum tibi erit parabolam hinc inde deducere ad quamlibet amplitudinem, ac longitudinem, donec regulæ, ſeu potius fili longitudo abſumatur, & graphium deſcenderit ad infimũ vſq; regulæ pedem. Prædictis modis deſcriptã parabolicam ſi circa axem CD circumuerti fingas, ea dabit vas, quod, in apta materia læuatum, fiet ſpeculum parabolicum.

COROLLARIVM I.

Parabolicam ouiformem figuram describere organicè, ac geometricè.



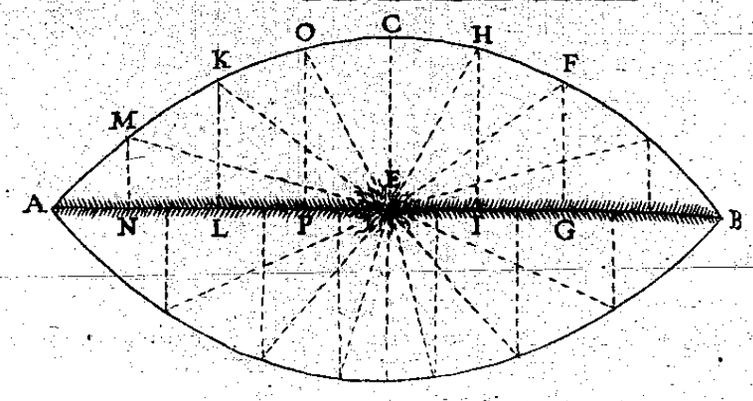
REctæ AB, CD decussent se ad rectos in E, sitq; AE dupla ipsius EC, & accipe filum longitudinis EA, cuius extremo altero fixo in E, operare vt in præcedenti 3 proposit. præceptum est, additis etiam, vt ibi dictum est, regula, vel norma. Cum igitur partem paraboles describeris in superiori parte hinc inde ex C vsque ad A, & ad B, idem operare ex inferiore etiam parte citra AB deducendo parabolicam ADB, vt vides idem filum circumductum EFV, EHT, EKS, &c.

Sin autem lubeat semigeometricè eandem figuram describere, facta decussatione, & decurtatione rectarum AB, CD, diuidatur EA in quotlibet partes æquales, & in totidem etiam EB. Per diuisiones ducantur ipsi CD parallelæ FG, HI, KL, MN, OP, QR, &c. deinde fili vtroque extremo fixo in E, & duplicato ipso filo in EC, mox altero fili extremo translato modo in S, modo in T, modo in V, terminationes fiant graphiolo, siue plumbagine in K, H, F, &c. deinde circino transferantur interualla EC in ED, SK in SL, XM, XN; & sic reliqua interualla TH, VF in reliquas correspondentes parallelas transferantur, ac vertices A, F, H, K, C, M, ac cæteri iungantur linea leniter, & graphicè incuruatà, quæ dabit ouiformem parabolicam figuram.

COROLLARIVM II.

Oui parabolici eximia vstoria proprietas.

SI iuxta ouiformem parabolicam fig. in præcedenti corollario descriptam fiat cõtinuata in orbem superficies; verbi gratia, fac-



to axe AB, & polis A, & B, si intelligatur curua ACB in orbem circũuolui, signabit ouum parabolicum intus vacuum, cuius centrum, siue medium axis punctum E, erit punctum vstorium, ad quod confluent omnes radij perpendiculariter progressi à quibuslibet punctis axis AB; vt vides in appositá figurà à punctis N, L, P, I, G, &c. incidentes in M, K, O, H, F omnes reflecti in E. Sed vide ad hanc rem sequentis 4 propositi. demonstrationem. Vide etiam inferius vstoriam supellectilẽ, ad quam spectat ouum hoc parabolicum. Vide præterea varias alias descriptiones ouiformium figurarum ex alijs pluriformibus lineis in alijs nostris Apiarijs.

SCHOLION.

In quo præcedentium parabolicarum descriptionum fundamenta geometrica.

PRædictarum praxeon geometricam demonstrationem dum moliter, animaduerti fundamentũ operationis, & probationis in eo situm esse, vt supponatur hæc propositio: lineæ ab vna applicatarum in parabolam incidentes, & axi parallelæ vna cum suis reflexis ad punctum in axe distans à vertice paraboles per quartam partem lateris recti, sunt inter se æquales. *Quæ propositio à me animaduersa fons fuit, vnde mihi affluxere antecedẽtia, & sequentia problemata, theoremata, corollaria, scholia ad parabolæ vstoriæ constructionem, quinimo & ad alia circa ellipses, & hyperbolas ope etiã propos. 51, & 52. lib. 3. conic. Apollon. vt suis locis videre apud nos licet in hoc Apiario, & in alijs, vbi de linearum horariarum terminationibus, vbi de pupillaris figuræ constructione, & de sectionum conicarum varijs descriptionibus organicis, & geometricis egimus. Et quoniam bonum est communicabile, cum eandem hanc parabolæ proprietatẽ, & aliqua alia ex prædictis euulgassem, & aliquibus Parmæ problema hoc de parabola demonstrandum proposuissem, ijs etiam apertus est campus ad aliqua circa parabolæ descriptionem, & ad alias proprietates linearum in sectiones conicas incidentium, &c.*

Eximia proprietas parallelarũ axi, & incidentium in parabolam ab Authore Apiariorum primo animaduersa.

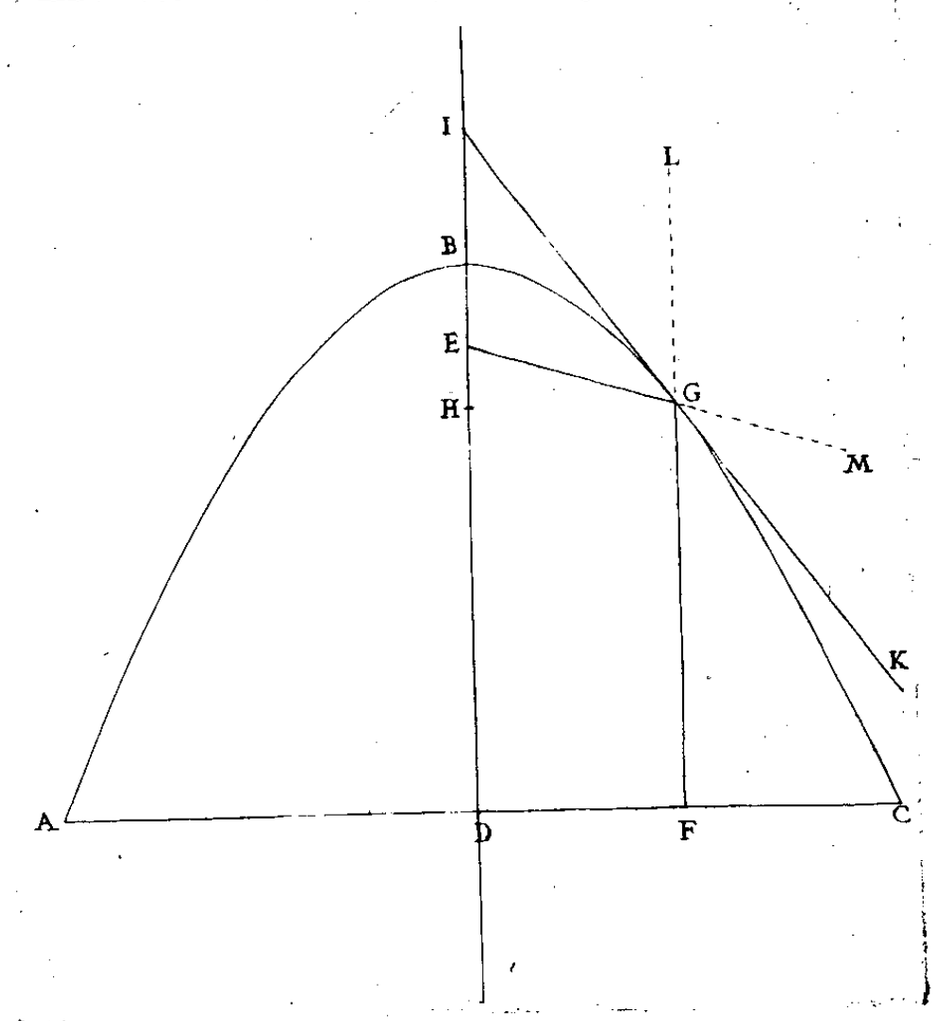
Ea proprietas fons fuit Authori Apiariorum ad plura circa sectiones conicas.

Geometrica tamen noſtra demonſtratio, quã mox in 4 noſtra propoſit. exponemus, viſa eſt hoc ſaltem cõmodi habere quòd breuiſſima, & facillima eſt habita earum, quas aliqui olim Parmæ noſtro hortatu excuderant, ac præterea ſcopulum, in quem non nemo impegerat, vitauit. Vide ſcholion 3. ſequentis 4 propoſitionis. Nos igitur aliena ſuis authoribus permittamus, & noſtra qualiacunq; proponamus. Eſt ergo—

—PROPOSITIO IV—

Siue demonſtratio geometrica tertiæ propoſitionis.

Omnes radij ſolares paralleli, ſiue linea ab vna applicatarum incidentes in parabolam, & axi parallela, vnà cum ſuis reflexis ad punctum ex comparatione &c. ſunt inter ſe ſe æquales.



SIt parabola ABC, axis DB, punctum in axe diſtans à vertice paraboles per quartam partem lateris recti eſto E, ab ordinatim applicata DC ſit incidens recta FG, & reflexa ipſa GE. Dico ipſas FGE, & DBE, atq; alias quaſcunq; rectas incidentes ex AC parallelas ipſi DB, & reflexas ad E omnes eſſe inter ſe ſe æquales.

Ducatur ex G ordinatim applicata GH, & interuallo BH ſecetur æqualis ipſa BI in axe extra parabolam producto. Quoniam ergo BH, BI per conſtructionem æquales ſunt, ſi addatur communis BE, erunt æquales HBE, & EI. At EG eidem EI æqualis eſt, vt pote ambæ ductæ ab eodem centro E ad eandem circumferentiam tranſeuntem per puncta I, & G (vt à Marino Ghetaldo prop. 7 de parabola demõſtratum eſt ex 8 prop. lib. 2. Euclid.) ergo èadem EG æqualis erit duabus HBE.

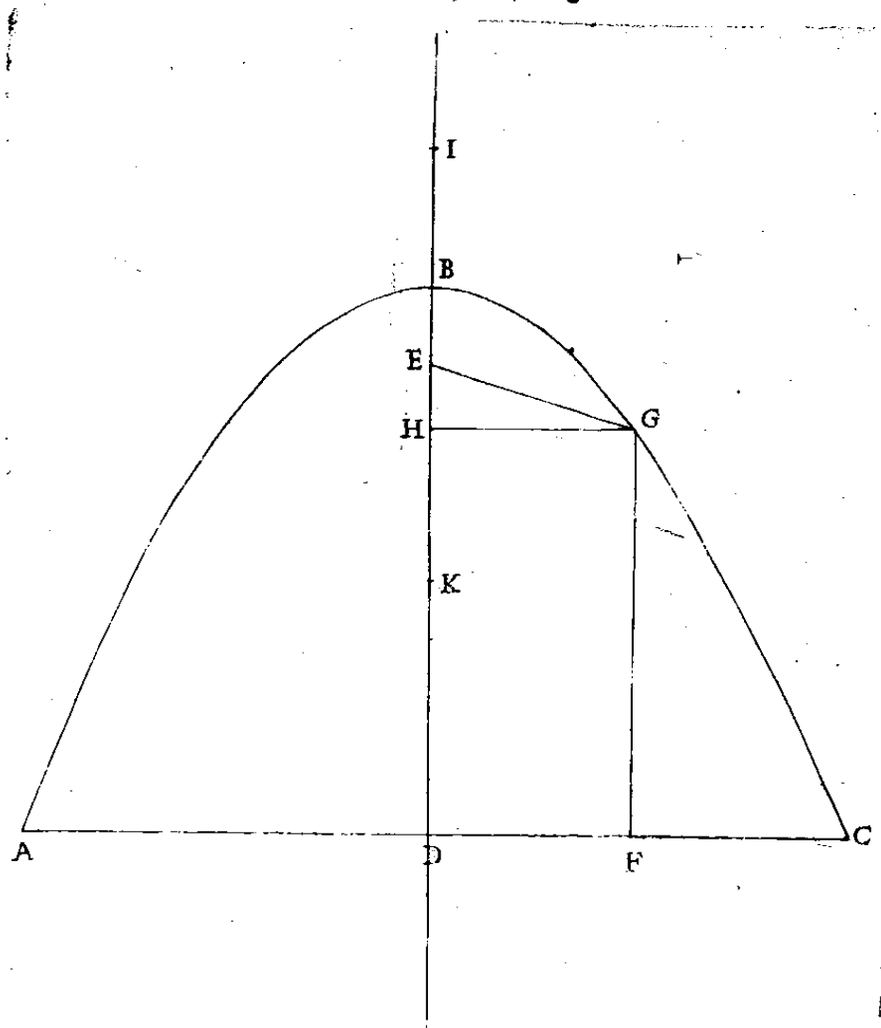
Quoniam vero applicatæ HG, DC ſunt parallelæ non ſolum ex definitione ſecundarum 12. Apollonij, ſed etiam ex 28 primi (faciunt enim cum axe angulos internos rectos) atque etiam ipſæ HD, GF ſunt per conſtructionem parallelæ, erunt in parallelogrammo DG latera HD, GF oppoſita æqualia, per 34 primi. Æqualibus ergo iam oſtenſis HBE, & EG ſi addãtur æquales DH, FG, erunt compoſitæ ex rectis, & reflexis, ac totæ DBE, & FGE æquales. Quod erat demonſtrandum.

Eadem

Eádem ſemper ratione oſtẽdetur quaſcunq; alias à baſi AC incidẽtes vna cum ſuis reflexis ęquales eſſe eidem DBE; quare inter ſe omnes erunt æquales. Hinc ergo patet ratio operationis per filum etiam cum regãlà, cuius éadem longitudo partim directa, & axi parallela, partim reflexa ad idem punctum, hinc inde deducitur.

COROLLARIVM I.

— Geometricum ad praxim.



Eximia proprietas teflexarum in parabolà.

EX hac noſtra demonſtratione colligere, ſeu potius formare licet propoſitionẽ, ac theorema hoc aliud vniuerſale: *ſingulæ lineæ à quolibet puncto paraboles reflexæ, ſeu ductæ ad punctũ ex comparatione ſunt æquales parti axis interceptæ inter ordinatim applicatam ad punctum reflexionis deductam, & inter verticem paraboles vnà cum parte reflexa ex eodem vertice paraboles ad punctum ex comparatione.*

Quæ propoſitio probari poteſt eodem modo, quo in priori parte demõſtrationis demonſtratum eſt reflexam GE æqualem eſſe parti axis interceptæ inter applicatam GH, & verticem B vnà cum reflexa ab eodem B ad focum E. Ex hoc corollario demonſtrationem habes praxeon, quæ tradentur propoſitione 5 huius progymn. & propoſ. 1 progymnaſmatis ſeq.

COROLLARIVM II.

— Geometricum ad theoricen cum demonſtratione.

Eximia proprietas ſecti a xis in parabolà.

QVin etiam tertium vniuerſale hoc accipe theorema. *Si interuallo cuiuslibet reflexæ, ſiue interuallo à puncto ex comparatione ad punctum, vbi applicata occurrit parabolæ, productus extra parabolam axis ſecetur vtrinq; rectangulũ ſub partibus axis interceptis inter applicatam, & inter factas ſectiones, eſt æquale rectangulo ſub latere recto, & ſub parte axis intercepta inter verticem paraboles, & inter prædictam eandem applicatam.* In figura antecedentis 4 propoſitionis interuallo EG ſecetur vtrinq; axis in I, & in K, dico rectangulum ſub KH, HI æquale eſſe rectagulo ſub HB, & ſub latere recto, ſiue ſub quadrupla ipſius BE. Nam ſi intelligatur circulus tranſiens per puncta I, G, K, perpendicularis GH, per 13 ſex. & ſchol. eſt

media

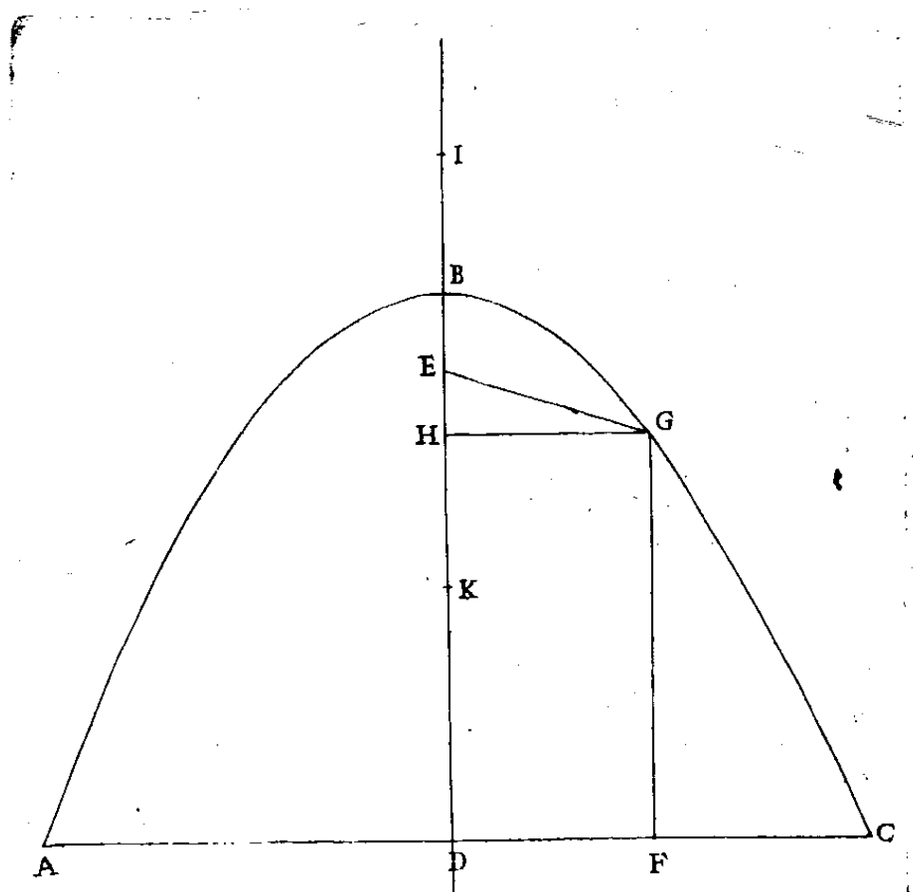
media proportionalis inter diametri ſegmenta KH, HI, hoc eſt per 17 ſext. quadratum ex HG eſt æquale rectangulo ex KH, HI; at idem quadratum HG eſt æquale rectangulo ex HB & ex quadrupla ipſius BE, ſiue ex latere recto, per demõſtrata ab Apollon. lib. 1. conicorum. Ergo rectangula tum ſub KH, HI, tum ſub HB, & ſub quadrupla ipſius EB, ideſt ſub latere recto, ſunt æqualia.

COROLLARIVM III.

Ad Geometricam demonſtrationem de vſtione per vſitatam parabolam.

ADmiranda illa proprietas ſpeculi parabolici, qua viſum hactenus eſt ſpecula- alia omnia ſuperare, & ad quam vnam ſecti parabolica videtur à natura eſſe inſtituta; ſcilicet parallelos omnes à Sole radios in quodlibet punctum parabolici ſpeculi incidentes reflecti & conſpirare in vnum punctum ad vehementiſſimum incendium efficiendum, hæc in quam omnia deduci, ac demonſtrari poſſunt ex ſuperiori noſtra demonſtratione ſine vlla neceſſitate 35 primi Apollon. qua omnes alij vtuntur, ac nituntur. Itaq; accipe 4 etiam hoc theorema vniuerſale. *In parabola omnes reflexæ ad punctum in axe diſtans à vertice parabolę per 4 partem lateris recti, faciunt ad contingentes angulos æquales cum ſuis incidentibus axi parallelis.* Vt in parabola ABC ſit reflexa ad pũctum vſtorium E ipſa GE, & incidens axi parallela FG, & interuallum ex B ad H (quo caderet ordinatim applicata ex G) translatum ſit in BI. Quoniam, ex 8 ſecundi Euclidis, demonſtratum eſt à Ghetaldo propoſitione 7 de parabolà

In parabola reflexę ad pũctum vſtoriũ vnà cum ſuis incidentibus faciunt angulos æquales, &c.



rabolà, rectas EG, EI æquales eſſe, ſi iungatur recta IG (quæ per 33 pr. Apollonij, & 6 Orontij de ſpecul. vſtor. erit, ſi producatur, contingens in G) factum erit triãgulum iſoſceles EIG, cuius ad baſim anguli EGI, & EIG ſunt æquales. Et quoniam éadem IG cadit in parallelas ID, GF facit etiam externum FGK interno EIG æqualem, ergo & ipſi anguli FGK incidentiæ, & EGI reflexionis ſunt æquales. Atq; eódem prorſus modo demonſtrabitur de quibuſcunq; alijs incidentibus, & reflexis. Ex quo patet radiorum omnium vnum ad punctum reflexio. Ad cuius rei euidentiam videbis paullo poſt ſcholion ſecundum.

SCHOLION I.

HAnc proprietatem, quam non Apollonius, ſed Optici oſtendunt in parabolà, ſcilicet axi parallelas, & earum reflexas continere angulos æquales ad contingentem; Apollonius ipſe tantum in alijs duabus ſectionibus conicis, ideſt in hyperbola, ſeu potius in contrapoſitis hyperbolis, & in ellipſi oſtendit de ductis lineis rectis à punctis ex comparatione ad contingentes. Apol-

Etiã in Ellipſi, & in hyperbola incidentes & reflexę, quę faciunt angulos æquales, &c.

lonij propositio est 48 lib. 3. conicorum; quæ nititur 21 tert. Euclidis. Ostendit enim Apollonius angulos earum linearum ad cõtingentes esse in eodem segmento, ac proinde æquales.

SCHOLION II.

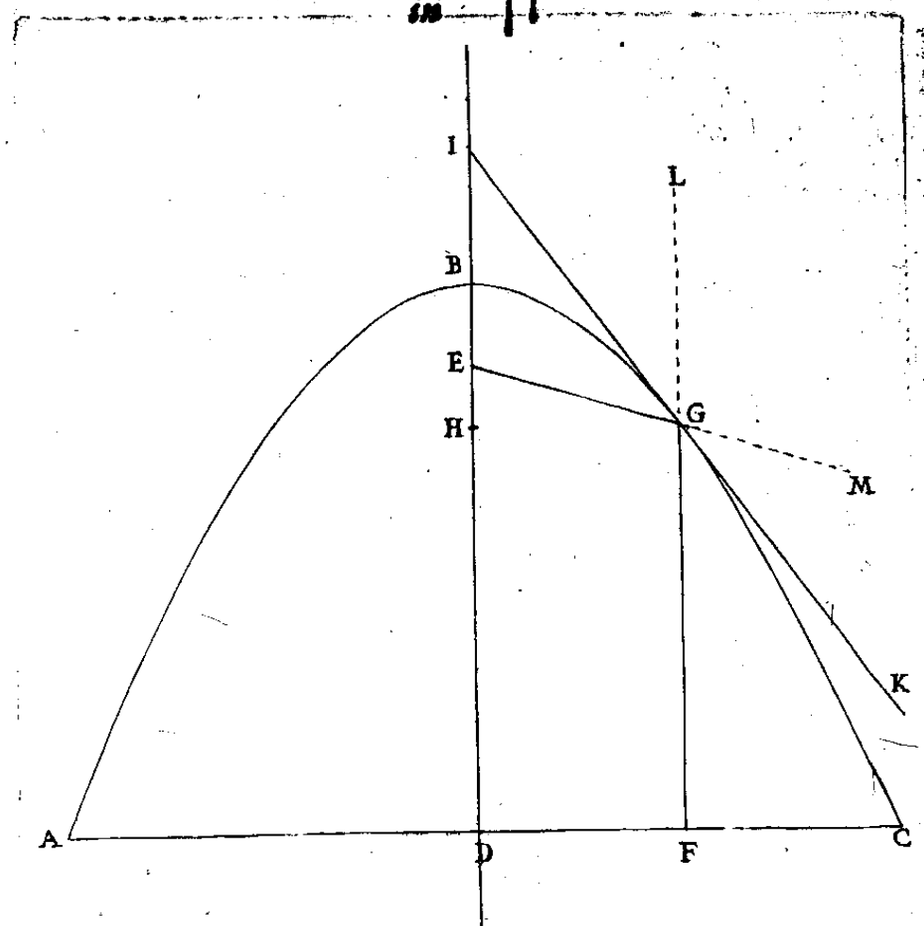
Ad explicationem angulorum incidentiæ, & reflexionis, præsertim in sectionibus conicis.

Optici angulos (tyrõnibus hæc explico) incidentiæ, ac reflexionis sumunt (præsertim in specul is sectionum, siue linearum, ac superficierum irregularium, qualis parabolica est) penes lineam rectã, quæ sectionem contingat, cum qua & lineæ incidentes in speculum, & reflexæ intelligũtur angulos efficere ad id punctum, vbi recta sectionem, seu speculum contingit.

Præterea idem est reflexas lineas ab vno puncto eductas efficere angulos reflexionis æquales angulis incidentiæ (quæ incidentia fiat à lineis incidentibus etiam ex varijs punctis) ac si diceres, incidentes reflecti omnes ad idem punctum.

Anguli incidentiæ, & reflexionis æquales in speculis non planis sumuntur penes cõtingentem ipsum speculum, &c.

Incidentes, & reflexas facere angulos æquales idem est, ac reflecti ad idem punctum, &c.



Nam exempli gratia in fig. præcedenti, quotlibet lineis axi DB parallelis incidentibus in parabolicæ ABC quotlibet puncta, si probandum est eas incidentes reflecti, & coire in E, cùm omnis reflexio, & incidentia fiat ad angulos æquales (iuxta opticum axioma etiam ab Opticis demonstratum) quia per æquales angulos fit operatio breuissima à naturâ, vt habes in Apiario geometriqæ practicæ prop. extrema; dum demonstratur eductas ex E facere ad contingentem angulos reflexionis (singulas vnà cum suis incidentibus) æquales angulis incidentiæ, pariter demonstratur incidentes reflecti omnes ad idem E. Cùm igitur in parabolà tũ paralleli omnes radij incidentes, tum reflexi angulos incidentiæ faciant æquales angulis reflexionis, consequenter reflectuntur ad vnum, & idem punctum; quod in nullis alijs speculis, præter parabolica (loquendo de incidẽtibus parallelis axi) accidit, vt patet ex Vitellione in catoptricis, & ex Maurolyco, &c.

Ratio physica, & geometrica æqualitatis angulorum incidentiæ, & reflexionis.

COROLLARIVM IV.

Conuersa Vitellionica propositionis, &c.

INcidentes à puncto E in cõcauum parabolicum reflecti parallelas axi, vt est EGF, patet, quia conuersa est propositio propositionis à Vitellione demonstratæ, optic. l. 9. prop 42, 43, & à nobis coroll. 3. anteced.

COROLLARIVM V.

De incidentibus in conuexum parabolicum.

REctà productis FG in L, & EG in M, anguli IGL, MGK sunt æquales, quia sunt ad verticem ipsis EGI, KGF ostensis æqualibus

bus in coroll. 3. prop. 4. huius. & ſicut incidẽtes in concauum parabolicum, & axi parallelæ reflectuntur ad punctum ex comparatione, ſic incidentes in conuexũ, & axi extra verticem parabolæ producto parallelæ, reflectuntur in directum ipſi puncto vſtorio, vt vides ipſam LG incidentem reflecti in M in rectà ad E.

Prætereà ſicut à puncto ex comparatione incidentes in cauũ reflectuntur axi parallelæ, ſic rectà tendentes ad punctum ex cõparatione, ac incidentes in conuexum reflectuntur axi parallelæ. Quæ omnia patent ex demonſtratis tum hìc, tum in coroll. 3. quartæ propoſitionis huius ſecundi progymnaſmatis; eruntque vſui nobis pro lineis catoptricis vſtorijs infinitis in fine huius Apiarij.

SCHOLION III.

In quo monita ad fallacias vitandas, quæ incidere poſſent in demonſtrationem geometricam 4. noſtræ præcedentis propoſitionis.

SIt pro tyronibus geometricis etiam hoc ſcholion ad ſcopulos aliquos vitandos, in quos impingere aliquis poſſit in demõſtratione propoſitæ, ac demonſtratæ à nobis propoſitionis 4, quæ eſt de incidentibus, ac reflexis inter ſe ſe æqualibus. Erit & hoc idem ſcholion ad rationes aliquas indicandas inſtituta ſic à nobis noſtræ demonſtrationis. Ac 1, quoniam vis, ac fundamentum præcipuum demonſtrationis eſt in æqualitate oſtendenda (in anteced. figura) duarum EG, EI, &c. Ea duarum EG, EI, ac ſimiliũ æqualitas à Vitell. Orontio, Ghetaldo, atq; alijs probata eſt tantùm ex 8. ſecundi. Probatis vero æqualibus EG, EI, patet æqualitas angulorum EIG, EGI ad baſim iſoſcelis, & angulorum EGI, FGK, vt vidiſti in corollario 3. propoſit. 4. noſtræ anteced. Quod ſi quis vellet probare ipſas EI, EG eſſe æquales ex eo, quòd prædicti Authores probarunt angulos EIG, EGI, FGK eſſe æquales, in paralogiſmum incideret, & circulum in geometria ἀγωμέτρητον efficeret, probaret enim idem per idem. Vnde enim probarunt ij Authores angulos eos eſſe æquales, niſi ex æqualitate laterum EI, EG probatâ, per 8 ſecundi? ſi quis ergo laterum æqualitatem cõcludat ex æqualitate angulorum ab ijs Authoribus probata, cum anguli ſint ab ijs Authoribus probati æquales propter probata latera æqualia ex 8. 2. probabit latera eſſe æqualia, quia ſunt æqualia. Quod abſurdum vt nos vitaremus, probatam æqualitatem laterum EI, EG ab alijs ex 8. ſecundi Euclidis ſuppoſuimus, & inde linearum axi parallelarum incidentium, & reflexarum vtranq; proprietatem ab Apollonio non proditam in parabolà demõſtrauimus, nempe & omnes ad vnum punctum reflecti, & eſſe æquales omnes incidentes axi parallelas vnà cum ſuis reflexis.

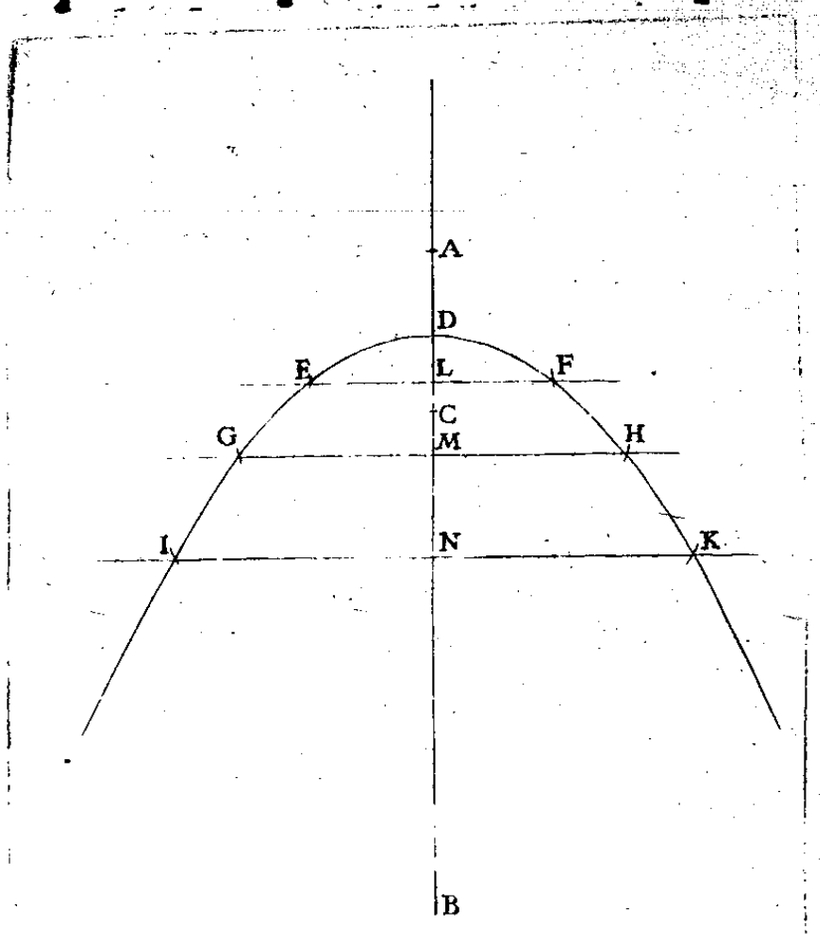
Naufragium geometricum aliquorum in demonſtratione propoſit. 4. anteced.

II. Vnum tantum caſum poſuimus in noſtra demonſtratione, nam plures afferre ſuperfluũ eſt. Eadem enim demonſtratio vniuerſaliter probat de incidentibus in puncta lateris parabolici, ſiue ea puncta ſint infra, ſiue ſupra, ſiue in directum ad punctum E in axe vſtorium.

III. Etiam ſi (ne tibi, Lector, opus eſſet videre citatum Ghetaldi problema) ex 8 ſecundi facillime (quod & feceramus) demõſtrare poſſemus ipſas EG, & EI, ſiue HBE eſſe æquales, tamen ad breuitatem demonſtrationis maluimus tantum citare id, quod rectè ab alijs demonſtratum eſt, vt ſolemne eſt in caſtigatis demonſtrationibus. Itaq; ſi quis ex 8. ſecundi demonſtraret rectas EI, EG eſſe æquales iam factum à Vitellione, Orontio, Ghetaldo, & ab alijs reficeret. Hæc voluimus te Lector, præſertim ſi tyro ſis, in hoc ſcholio monitum ad prouidentiam, ac ſolertiam tuam acuendam in demõſtrationibus geometricis conficiendis, vt appareat nos quacunque poſſumus ope optare, atq; eniti prodeſſe Mathematicarum acutiſſimarum ſcientiarum ſtudioſæ iuuentuti.

PROPOSITIO V.

Praxim geometricam describendæ paraboles à Ghetaldo traditam minus operiosè, ac paucioribus lineis expedire.



DVm ingeniosissimã Ghetaldi praxim attentius intueter, visum est problema id expeditius fore si in axem extra parabolam productum nullæ aliæ sectiones transferrentur, præter distantiam puncti vstorij à vertice paraboles; immo si axis tantum extra educeretur ad distantiam eius puncti, ac reliqua fierent, vt mox dicam.

Ducta sit recta AB, & in ea sumatur punctum C, quod erit vstorium in parabola, & quo libuerit remotius fieri à parabolà vstionem, sumendum erit C eò remotius ab A. Diuidatur AC bifariam in D, quod punctum erit vertex parabolæ. Tum ipsam AB perpendiculariter secantes infra D deducantur quotlibet EF, GH, IK. Mox sumpto ex A interuallo ad primam sectionem, hoc est AL, transferatur alterũ circini crus in C, & ex C signentur in prima linea vtrinq; sectiones E, F. Item interuallo AM, ex C notentur H, G. Interuallo AN, ex C secẽtur I, K, ac deinceps, & per puncta tam D, E, G, I, quàm D, F, H, K deducatur linea parabolica. In qua praxi vides in solis lineis ordinatim applicatis ad axem per figuram simpliciorem expediri negotium.

Demonstrationem habes apud nos in corollario 1 post propositionẽ 4. huius progymnasm. Interualla applicatarum infra verticem paraboles, quæ interualla Ghetaldus replicarat in axe etiam vltra verticem producto, & in eo supra D sumebat singula interualla ex C, ego eadem interualla ex A infra D sumo, & ex C in applicatas vtrinq; transfero. Elige vtrum malis, ò Lector, horũ duorum modorum, prout alter magis arriserit. Si nihil aliud, saltem varietatem, & facilitatem aliquam attulimus.

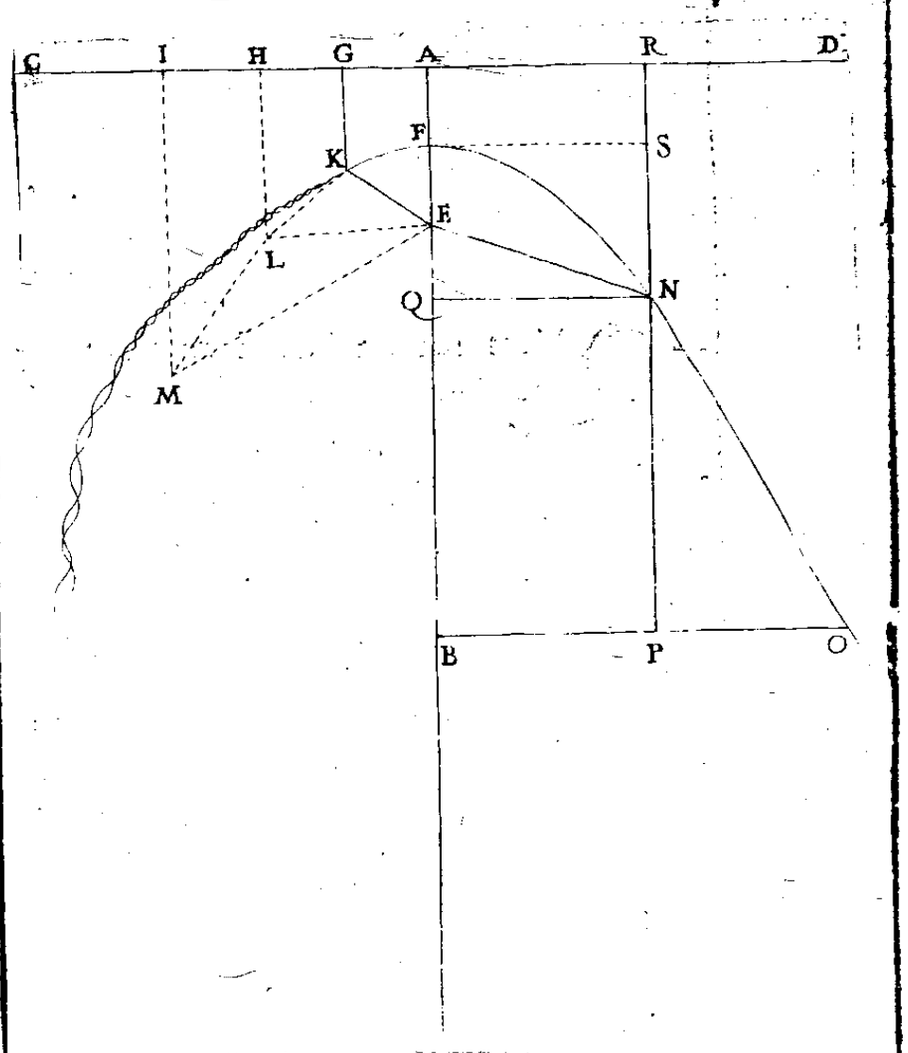
PROGYMNASMA TERTIVM.

De alijs deſcriptionibus paraboles ad ſpecula vſtoria. De ſupellectili multiplici catoptricà vſtorià è conicis ſectionibus, atq; in primis de lineis vſtorijs infiintis.

PROPOSITIO I.

Parabolen aliter organicè, ac demonſtratiuè gemino filo deſcribere.

MOdo perſimili eius, quem habes in noſtra deſcriptione vniuerſalium horologiorum vbi per filum hyperbolen deſcripſimus, hìc etiam parabolam deſcribemus. Modo in quam ſimilì, non eódem. Nam ibi vtrunque filum fixum eſt in oppoſitis punctis ex comparatione, at hìc alterum filum ad varia puncta deducitur.

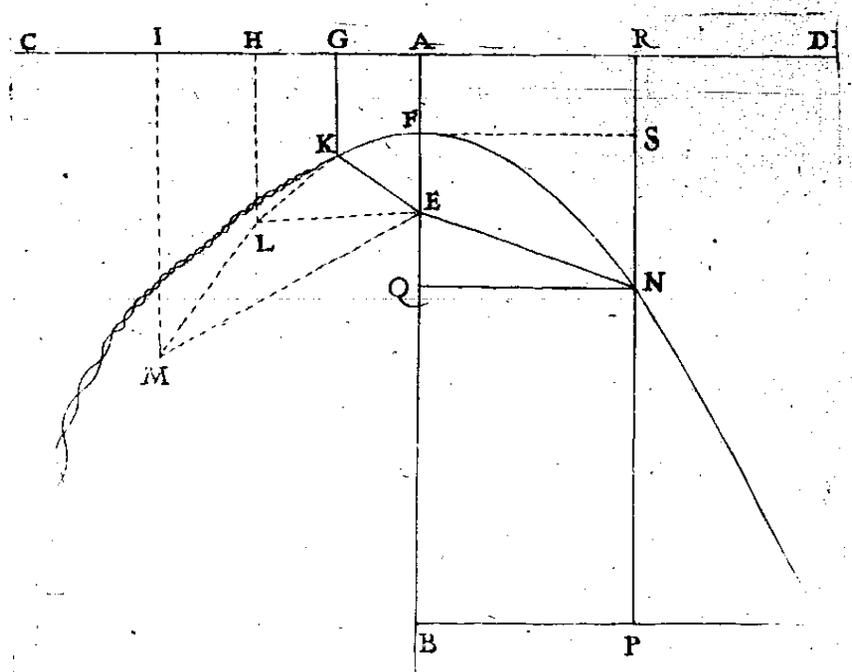


Operatio.

DEſcripturus ergo parabolam deduc rectam AB pro axe, cui tranſuerſa fiat ad angulos rectos ipſa CD. Sume vt lubet punctum vſtorium in E, & ſpatium AE diuide bifariam in F, vbi vertex erit paraboles. Duo fila lubitæ longitudinis accipe: alterius vnum extremum immobile figito in E, alterius in A, vnde tamen moueri poſſit. àffixo igitur altero filorum in E, altero in A, vtrunq; filum quaſi in vnam chordulam contorqueas, ac iungas vſq; in F ita, vt partes filorum æquales congruant æqualibus ſpatijs, ac lineis EF, AF, & communis filorum, ac linearum iunctura primo ſit F. Mox fila reuoluito, ac replicato per breuem aliquam eorum quãtitatem, fiatq; additio partium æqualium vtriuſq; fili. Tum alterius fili extremum mobile transfer ex A per rectam AC in G, ac leuiter vtrunq; filum intendens fac GK filum ſit parallelum ipſi AB. Nota deinde punctum iuncturæ ſecundæ K, quod punctum erit in parabola. Pari ratione replicatis, rurſq; additis ex vtroq; filo partibus æqualibus, & progreſſione facta ex G in H, ex H in I, ſemper cum parallelìſmo ad AB, notabis iuncturas extenſi, atq; extenti vtriuſq; fili in L, M, &c. quæ puncta omnia erunt in parabola, ac per ea ducenda erit ſectio parabolica. Idemq; efficies ex altera parte progrediendo per ipſam AD. Simili ergo modo eius, quem docuimus in horarijs vniuerſalibus vbi hyperbolas per fila deſcribimus, vtrunq; filum contortum ſenſim deducendo diſſoluas; ſic enim cõtinenter fiet æqualium partium additio dum tenſa fila diſſoluuntur: vt vides in figura.

Demon-

Demonſtratio=



QVam tantum (quaſi corollarij loco) indicare ſat fuerit. Deducitur ex demõſtratione, & ex corollarijs à nobis ante hæc poſitis in progym. anteced. præſertim ex corollario primo.

Sit in figurà pars parabolæ deducẽda FNO, recta incidens ſit PN, reflexa NE, applicata NQ: producatur PN axi parallela vſq; ad R punctum in ipſa CD; dico NE, NR eſſe æquales, ac propterea æqualia fila deducta, & diducta iuxta regulas traditas in præcedenti problemate, ſemper angulum ſeu punctum iuncturæ commune, vt eſt N, efficere in parabola. Nam, per corollarium 1 quartę noſtræ in antecedenti progymnaſmate, reflexa NE æqualis eſt parti axis interceptæ inter applicatam NQ, & inter verticem F vná cum interceptá pariter inter verticem F, & inter pũctum vſtorium, ideſt parti axis, quæ eſt QA; ſunt enim EF, FA, per conſtructionẽ problematis, æquales. At eidem QA æqualis eſt NR (in parallelogrãmo enim per conſtructionem facto QR latera oppoſita ſunt æqualia) ergo NE, NR ſunt inter ſe æquales. Quod erat demonſtrandum, & quod eodem prorſus modo de alijs reflexis ex citato corollario demonſtrari poteſt.

SCHOLION.

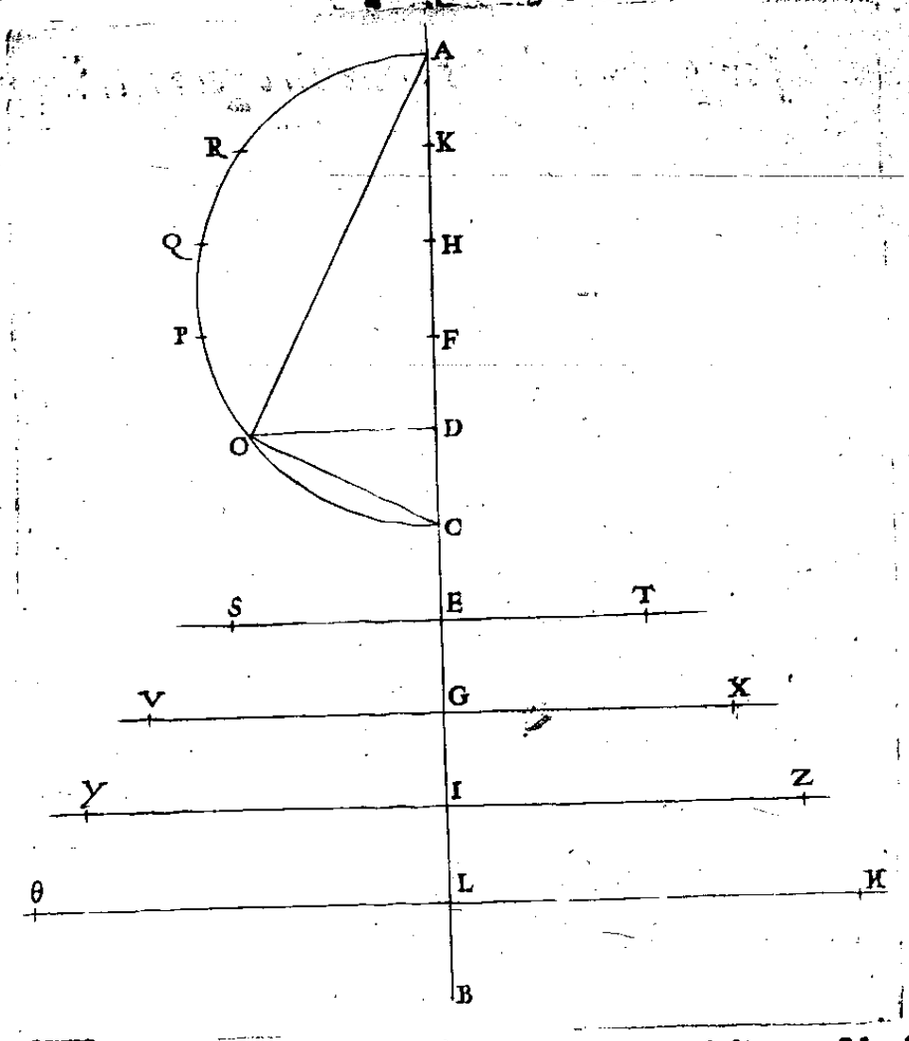
QVemadmodum in propoſitione 3 anteced. progymn. modum organicum deſcribendæ per fila paraboles faciliorem, & expeditiorem in praxi reddidimus, appoſitâ regulâ ſolidioris materiæ; ſic & in antecedenti acquiri vide an poſſit aliquid adminiculi, & facilitatis ſi, pro altero filo progrediente per ipſam CD, vtaris regulâ, &c. Hæc, & plura his ſimilia relinquimus tuæ, Lector, ſolertiæ.

PROPOSITIO II.

Parabolen aliter, & geometricè deſcribere.

ALiorum aliquas pulcherrimas praxes, præſertim Ghetaldi, ac mei Maurolyci tibi, mi Lector, apud ſuos authores legendas, & excutiendas permitto. Noſtrã n eſcio quan hic accipe.

Operatio.



DEscripturus igitur parabolã duc rectam AB, in qua punctum verticis parabolæ determinetur vt lubet C, & pro latere recto, siue linea iuxta quam possunt ordinatim ad diametrum applicatæ, sit quantitas lineæ CA iuxta quantitatem, siue amplitudinem paraboles, quam moliris. Centro C secentur vtrinq; æqualia interualla CD, CE, CF, CG, CH, CI, CK, CL, &c. Deinde interuallo CA bifariam diuiso, ex ea bifariatione tanquam semidiametro ducatur semicirculus AOC. Applicatà normà ortogonaliter ad sectiones D, F, H, K, fiãt in semicirculi peripheria sectiones O, P, Q, R. Deniq; per E, G, I, L, educantur ad rectos rectæ lineæ. Accepto igitur circino, interuallum CO transferatur vtrinq; in ES, ET; interuallum CP transfer in GV, GX; CQ in IY, IZ; CR in LΘ, LN. &c. quo plures fuerint sectiones in ipsa CA, eo plura interualla habebis, & eo plures lineas ordinatim applicatas ad CB terminandas. Per terminos igitur C, S, V, Y, Θ, T, X, Z, N, &c. linea ritè, ac leniter deducatur, eritq; descripta parabola, seu prædicta puncta, & termini erunt in parabola.

Demonstratio.

SI in semicirculo APC ex terminis A, C ducantur rectæ (vt AO, CO) ad puncta O, P, Q, R, fient ad ea anguli recti, per 31 tert. & si intelligantur ab ijs punctis, siue angulis rectis, vt ab O, perpendiculares, vt OD, demissæ ad D, F, H, K, erit, per coroll. prop. 8. sexti vtrumlibet laterũ rectũ angulum ambientiũ medium proportionale inter totam basim, & illud segmentum basis, quod ei lateri adiacet, vt CO media proportionalis inter CD, CA. ergo & ipsa ES secta æqualis eidẽ CO erit & ipsa media proportionalis inter CD (hoc est inter æqualem illi sectam EC) & inter CA, quæ sumpta est pro latere recto. Ergo, per 17 tert. quadratum ipsius SE æquale est rectãgulo sub EC, & sub latere recto CA. Quare secta est ritè, ac rectè applicata est ipsa ES. Sic de cæteris, iuxta proprietatem parabolæ demonstratam ab Apoll. lib. 1. prop. 11. de applicatis; quarum quadrata æqualia sunt rectangulo sub latere recto, & sub parte axis interceptà inter verticem parabolæ, & inter applicatam.

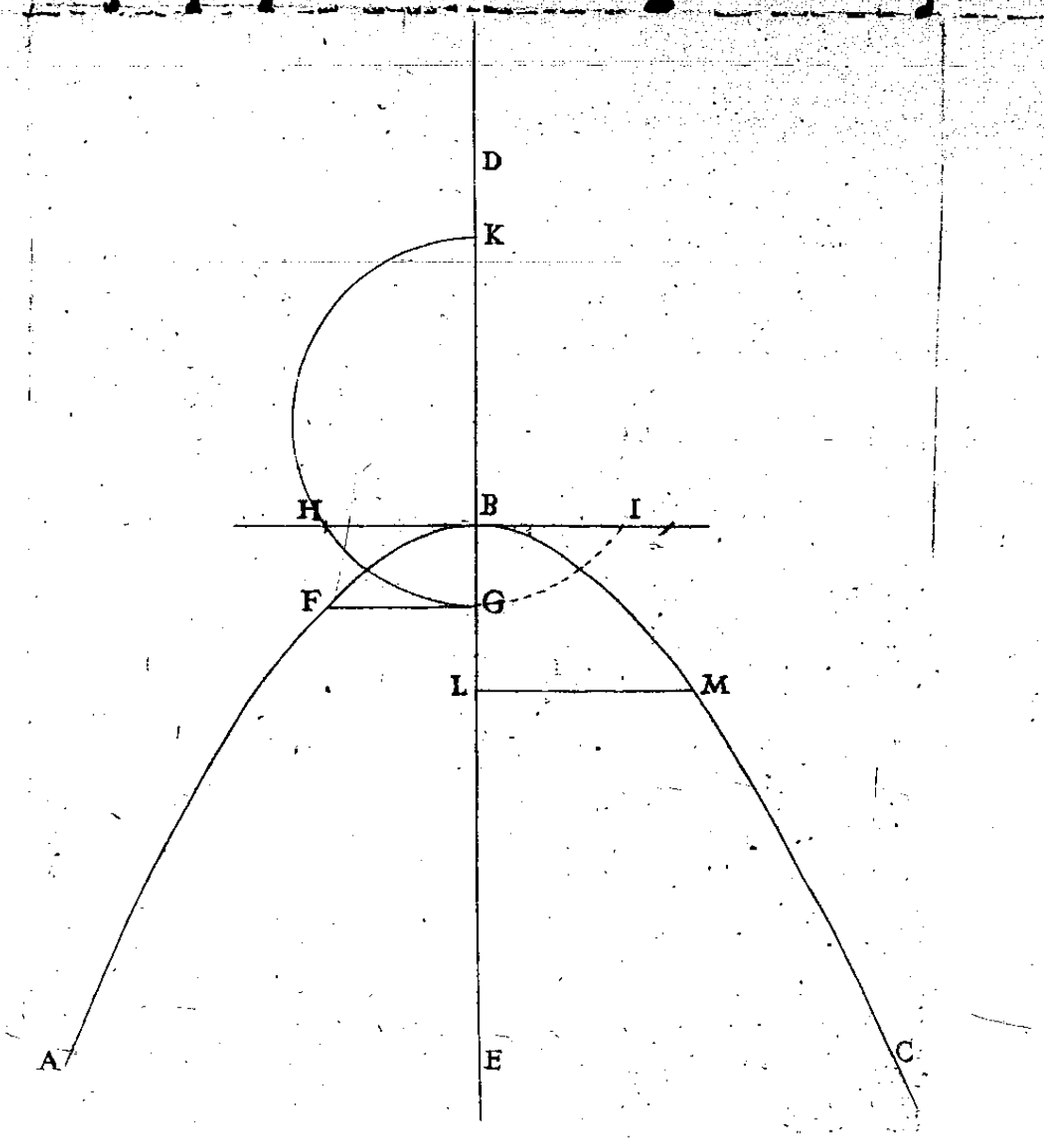
COROLLARIVM.

Mediarum proportionalium vsus pro parabolà.

DEscriptio parabolæ, vt patet ex præmissis, est vsus quidam inuentionis mediarum proportionalium.

PROPOSITIO III.

Latus rectum descriptæ paraboles inuenire geometrico nostro modo.



ERit hæc propositio 3. quasi lemma ad sequentem 4. vt antecedens 2. est quasi lemma huiusce 3. ac sequentis 4. vt videas more geometrico fieri quasi catenam propositionum. Ex præcedenti ergo descriptione paraboles deduci potest inuentio lateris recti, siue eius lineæ, iuxta quam possunt ordinatim applicatæ in data parabola. Quam inuentionem alij aliter tradunt, nos vero facillimè sic: Sit data parabola ABC, cuius latus rectũ ignotum quæritur geometricè. Ducatur, & producatur axis EBD, vt lubet, seu quantum necesse fuerit. Deinde ordinatim applicetur quæcunq; libita fuerit, vt FG. Verticem B tangens ducatur HI, in qua secentur vtrinque BI, BH singulæ æquales ipsi FG. Per tria pũcta H,G,I, ex 25. tertij, fingatur duci circulus, ac manifestus saltẽ semicirculus GHK, qui secet rectam GD in K. Dico BK esse latus rectũ. Nam HB, per coroll. prop. 8. sext. & per 13. eiusdem, est media proportionalis inter GB, BK; ergo & FG inter GB, BK, hoc est quadratum ipsius FG est æquale rectangulo sub GB, BK. Pari ratione quælibet aliæ applicatæ maiores, aut minores ipsã FG, vt LM, ostendentur mediæ proportionales inter LB, & BK. Quare cũ iuxta varietatem applicatarum varietur etiam quantitas axis intercepta inter verticem, & applicatam, maneat vero inuariata tertia proportionalis BK, quod est esse eam, iuxta quam (scilicet inuariatam, ac semper eandem) possunt eæ, quæ variæ sunt quantitatis ordinatim ad axem applicatæ, ideo BK latus rectum inuentum erit, quod quærebatur.

COROLLARIVM.

Latus rectum parabolæ tertia est proportionalis, &c.

EST igitur inuentio lateris recti inuẽtio tertiæ proportionalis, quam ex 11. sext. & è schol. ad eam docent alij aliter; at nos prædicto modo commenti sumus, iuxta tradita à nobis in 1 Apiarij Proteo, & in Ap. 3. prog. 10.

PROPOSITIO IV.

Parabolam datæ baſis, etiam minimam, comburentem, ſeu cogentem radios in vnum ad datam diſtãtiam, etiam maximam, demonſtratiuè, geometricè, atque arithmeticè conſtruere.

POſt generatim dicta, & demonſtrata de parabolæ proprietatibus,& conſtructionibus varijs, deſcendamus iam ſpeciatim ad aliqua quæ paradoxa ſunt. Ac ſanè audax noſtra propoſitio eſt, quæ indeterminata eſt, ac duo quaſi extrema cõnectere nõ veretur, nempe parabolam minimam, vnionem radiorum, atq; vſtionem diſtantiſſimam. Res tamen geometricam,& arithmeticam veritatem, vt videbis; retinebit, licet fieri fortaſſe poſſet, vt materia aliquid implicaret, à qua demonſtrationes, & problemata mathematica abſtrahunt, quamuis in ea operentur.

Propoſitum problema, vt facilius ſoluatur, explicanda ſunt aliqua, & vt facilius ad vſum traducatur, numeris ferè peragẽda erit architectatio. Sed rem prius abſtractè, ac theoreticè proponamns, mox in figura applicatam videamus.

I. igitur hîc duo ſunt cognita, Primum amplitudo baſis, ſiue quaſi diameter oris parabolici ſpeculi, quod molimur, quæ diameter, nihil aliud eſt, quàm linea, quæ dupla eſt maximæ applicatarum linearũ ad latus parabolæ tranſuerſum. Secundum cognitum eſt vſtionis à paraboles vertice diſtantia, quæ, cùm ex Vitell Orontio, Ghetaldo, &c. fiat in puncto trãſuerſi lateris, ſiue axis parabolæ, quod diſtat à parabolæ vertice quartã lateris recti partem; conſequenter Tertium etiam cognitum erit latus ipſum rectum parabolæ, quod erit quadruplum datæ diſtantiæ, & quo mox egebimus in ſolutione, ac operatione propoſiti à nobis problematis.

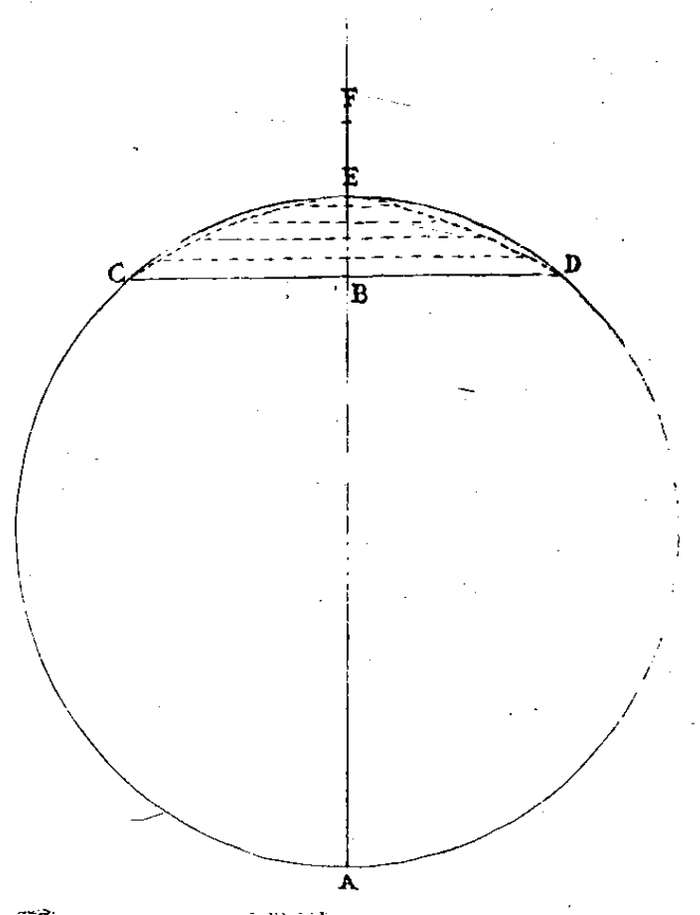
Vſtio in parabola fit ad pũctum axis diſtans à parabolæ vertice quartam partem lateris recti.

II. Quoniam ex prædictis aperta nobis eſt cognitio quantitatis nõ ſolum lateris recti deſcribendæ paraboles, ſed etiam maximæ lineę ex applicatis, quæ eſt dimidium baſis conſtruendæ paraboles; poſt duo ea cognita ignotum quod quæritur eſt ipſius axis quantitas, & extremum ad quod ducenda ſit maxima applicatarum ita, vt ſectio, ſeu curua linea tranſiens per vertices tum axis, tum maximæ applicatarum vtrinq; ad axem deductæ, ac geminatæ, ſit linea parabolica, quæ vſtionem efficiat ad propoſitam diſtantiam. Hoc porro nihil aliud eſt, quàm quærere tertiam proportionalem, ad quam ea linea applicata, quę eſt dimidia amplitudinis conſtruendæ parabolæ, ita ſe habeat, quemadmodum ad applicatam ſe habet latus rectum parabolæ conſtruendæ. Nam ex prędictis antecedentibus demonſtrationibus, & corollarijs, quælibet ordinatim applicatarum eſt media proportionalis inter latus rectum, & partem axis interceptam inter applicatam. & inter verticem paraboles.

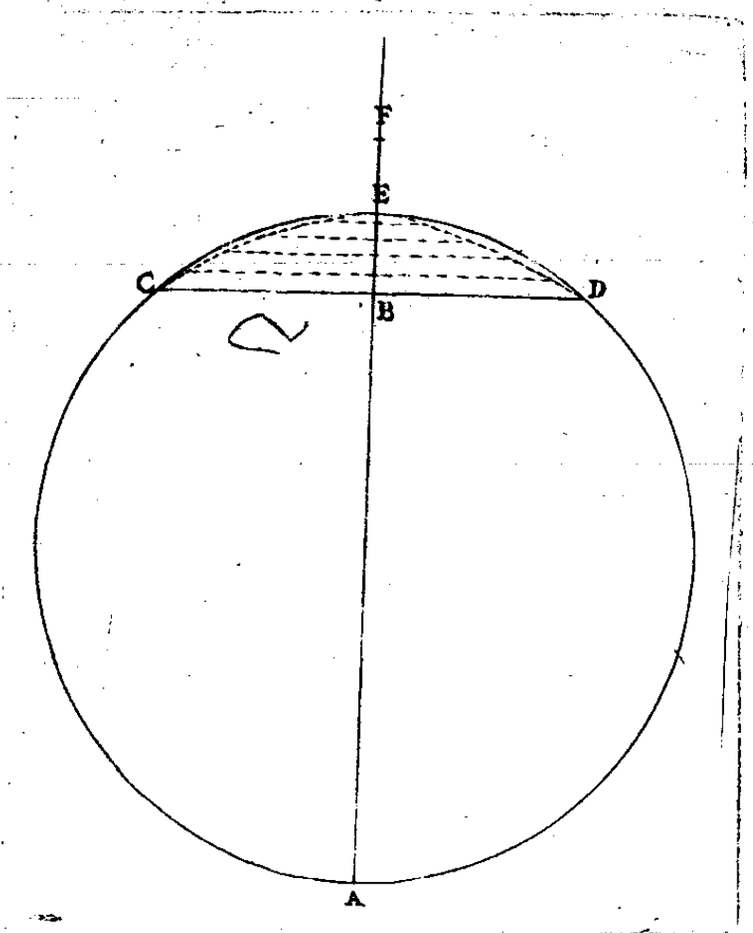
Quælibet ordinatim applicata in parabola eſt media pportionalis inter latus rectum, & parte axis interceptam inter applicatã, & inter verticẽ parabolæ.

III. quæritur ergo quãtitas axis, quæ reſpondeat in proportione dimidię baſi paraboles extruendæ, qua axis quantitate habitâ, facillimum deinde erit notitiam aſſequi cæterarum minorum applicatarum, per quarum vertices ſectio parabolica ritè, ac minutim deducatur.

Si diſtantia, item q; baſis parabolæ ſint eius moderationis, ac quantitatis, vt Geometriam ſolam ſine numeris admittant, facile ſic geometricè operabere, iuxta noſtrum modum inueniendæ pro parabolà tertiæ proportionalis traditum in proximè antecedenti propoſitione 3. Sit diſtantia puncti vſtorij data aliquot palmorũ: accipe pro latere recto quadruplam



datæ diſtantiæ, quæ ſit recta AB. Baſis deſcribendæ parabolæ data ſit linea CD perpendiculariter ducta per B, & inibi bifariata. Mox per tria puncta A, D, C ducatur circulus, tum AB producatur rectà donec cauæ occurrat peripheriæ in E; dico rectã BE eſſe eam partem axis, quæ in conſtruenda quæſitâ parabolà intercipietur inter verticem, & inter baſim parabolæ, hoc eſt, eſſe, iuxta præmiſſa, ipſam BE tertiam proportionalẽ, ac eſſe vt latus rectum AB ad applicatam BC, ita BC ad ipſam BE. Cuius rei demonſtratio repetenda eſt è propoſitio-



sitione 3 nostra præcedenti de inuentione lateris recti.

IV. Iam vt ex E ad C, & ad D linea parabolica deduci possit, inueniantur, ac terminentur inter BF aliæ applicatæ ad EB, trãslato EB in EF, & vtroq; spatio per æqualia interualla diuiso, & inuẽtis medijs proportionalibus iuxta propositionem 2. huius tertij progymn. de descriptione paraboles per medias proportionales; vel operare, si lubet, alio aliquo ex ijs modis, quos tradidimus, ac demonstrauimus in organicis antecedẽtibus descriptionibus lineæ parabolicæ per fila, & regulam.

V. At verò si & parabolæ vstoriæ basis propositа sit minima, & distantia vstionis maxima, res deducenda sic erit ad numeros, & ad mensuras minimas eiusdem generis, Sit distantia, ad quam vrere debet extruenda parabola, exempli gratia 50 datarum mensurarum, & basis parabolæ præfiniatur 4 earundem. Distantia quadruplicetur, vt habeatur latus rectum, quod erit 200; & basis dimidium (quod erit maxima applicatarum construendæ parabolæ) erit 2. Quæratur ergo (iuxta paullo ante dicta geometricè) tertius numerus proportionalis per auream regulam, & sit vt 200 ad 2, ita 2 ad quartum numerum, qui dabit numerum mensurarum, seu partim̃ eius generis, in quo sunt tres antecedentes; eritq; is numerus qnantitas axis intercepta inter verticem, & applicatam 2. ergo multiplicentur inter se 2 & 2, & per productum partire 200. quotiens, qui prodibit, erit quod quæritur.

Habita ergo basi, axe, & latere recto paraboles, vt in numeris etiam habeas reliquas applicatas inter basim, & verticem, per quarum applicatarum vertices deducenda erit parabola, sic breuiter operare. Accipe partem axis paullo minorem eà, quæ intercepta est inter verticem parabolæ, & inter basim, & eius partis numerum multiplica per numerum lateris recti, producti numeri radix quadrata dabit applicatam determinatam, per cuius verticem ibit parabola. Ratio est ex iam dictis, & probatis ab Apollonio de quadrato applicatæ, quod est æquale rectangulo, &c. ergo ex tabulis radicum quadratarum habere poteris numeros applicatarum minorum, ac minorum versus verticem paraboles, per quarum applicatarum duplicatarum vertices incedat linea parabolica. Quam si in materia solida designaris, & cætera, vt dictum est in fabrica speculi vstorij, operatus fueris, habebis parabolam, ac speculum parabolicum, licet minimum, ad maximam nihilominus distantiam radios vnum in punctum reflectẽs; quod erat in paradoxo propositi onis huiusce 4. propositum.

Per radices quadratas inuenire in parabola ordinatim applicatas. &c.

COROLLARIVM.

Ex antedictis fabrica etiam tubi, & zonæ parabolicæ vrentis ad datam distantiam.

EX his, & prędictis alijs omnibus descriptionibus paraboiarum licebit tibi, mi Lector, fabricam moliri etiam tubi, seu zonæ parabolicæ ad datam distantiam vrentis.

PROPOSITIO V.

Catoptricam illustratoriam, atq; vstoriam nouam supellectilem, indicare, præsertim ad multiplices lineas vstorias.

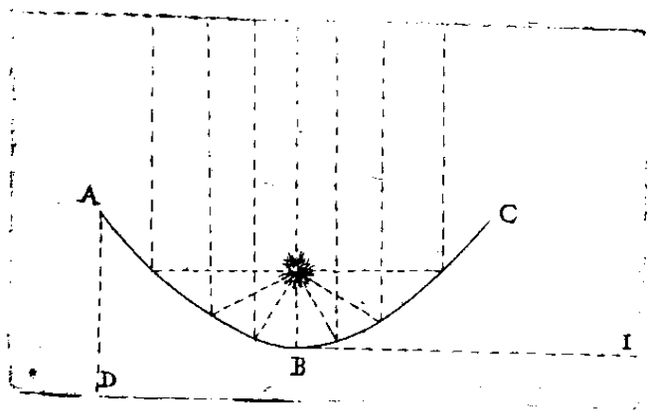
ANtiqui circa specula vstoria ita versati sunt, vt tantum sphæricum, & paraboli-
eum posteritati tradiderint. Io. Baptista Porta ex varijs segmentis eorum specu-
lorum vsto-
riam supellectilem non parum auxit. Nos non solum parabolicam, & sphæricam, sed hyperbolicam, & ellipticam catoptricam; nec solum segmenta, sed vasa integra multiformia vsto-

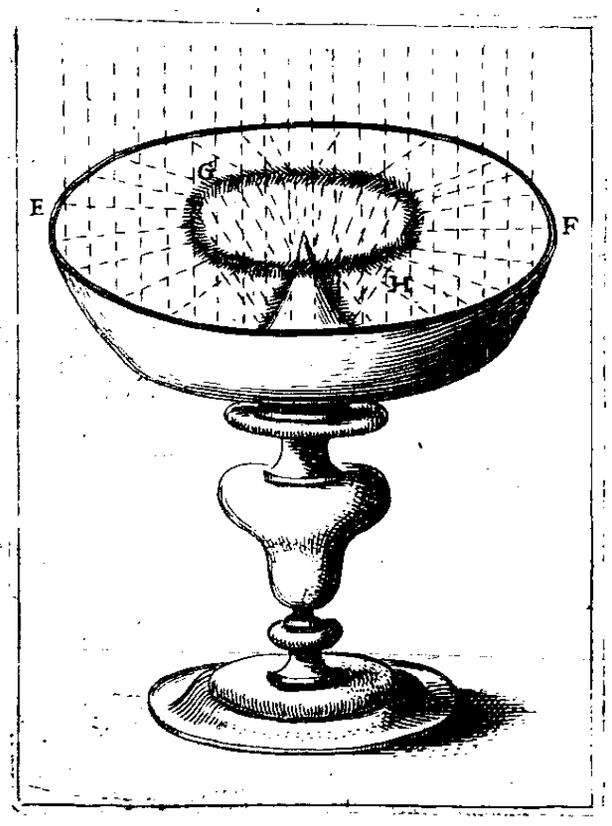
ria

ria hic apponemus, præter vſtoria alia inſtrumenta, quæ non ſolum in antecedentibus catoptrici huiuſce noſtri Apiarij, ſed etiam in muſico Apiario prodidimus, in quo, poculum paradoxicum ellipticum vſtorium eſt à pluribus ad vnum punctum, & tubus item ellipticus extra vtrumq; os tubi vſtorium. Atq; hæc noſtra vaſa efficient non ſolum (vt hactenus antecedentia) puncta vſtorià, ſed multiplices etiam vſtorias lineas rectas, & curuas.

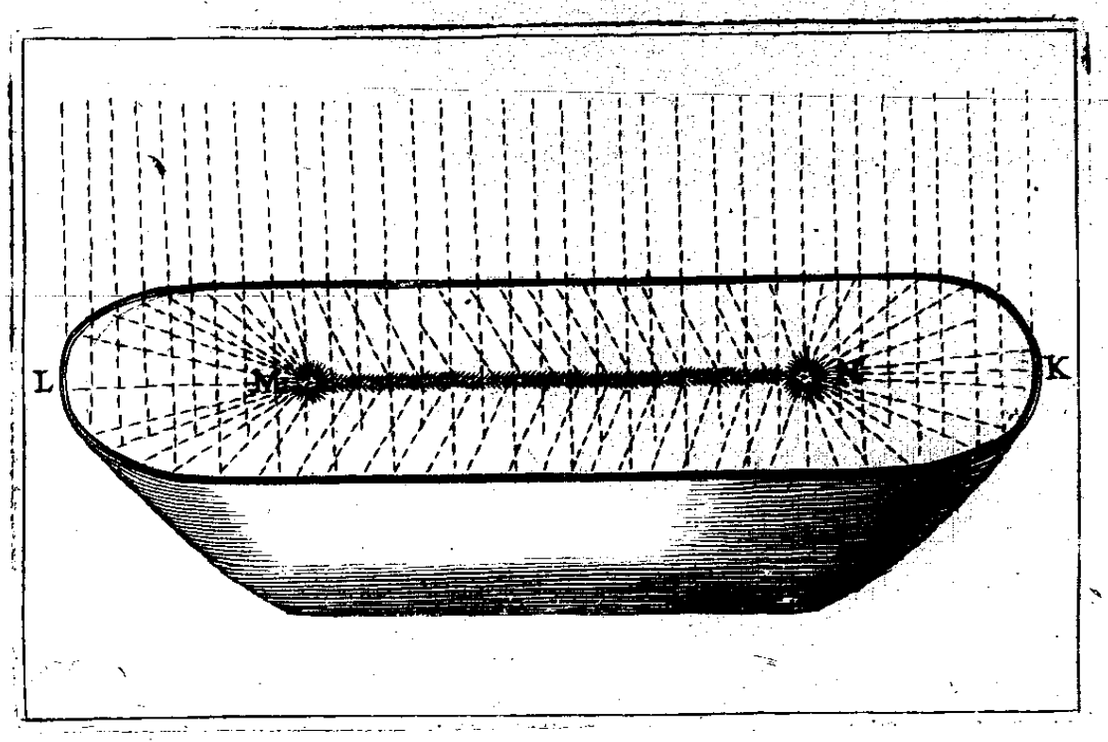
Variæ lineæ vſtoriæ.

II. Hic memineris etiam velim quod in citatis locis, & in antecedentibus huiuſce Apiarij monuimus, nos prodere vſtoria vaſa, quæ non ſolum ad Solem, ſed quæ ſaltem igne admoto per igneorum radiorum reflexiones ad aliqua puncta vehementiſſimas, ita lumen augeant, vt aptam materiam inflamment. Præter igitur anulos, zonas, tubos parabolicos, & ellipticos, & oua parabolica, & hyperbolica, & ſcuta tam conuexa, quam concaua, & caueas hyperbolicas, accipe ſequentia, in quibus primum locum dabimus parabolicis, quia ea non ſolum ex admotis facibus, ſed etiam è ſolo Solis lumine vrere poſſunt vehementiſſimè. Nihil hic demonſtrandum, quia ſunt corollaria demonſtrationùm antecedentium. Sat ergo erit figuras indicare. Quarum —

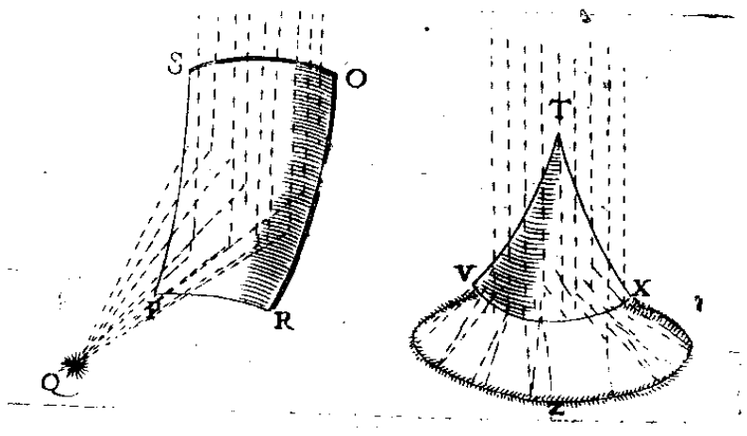




—, III, — Prima, quã vides, parabolicum planum, ſiue ſectio vſtoria eſt ABC, quæ, ſi circa AD eam moueri fingas, dabit poculum El vrens in corona GH.

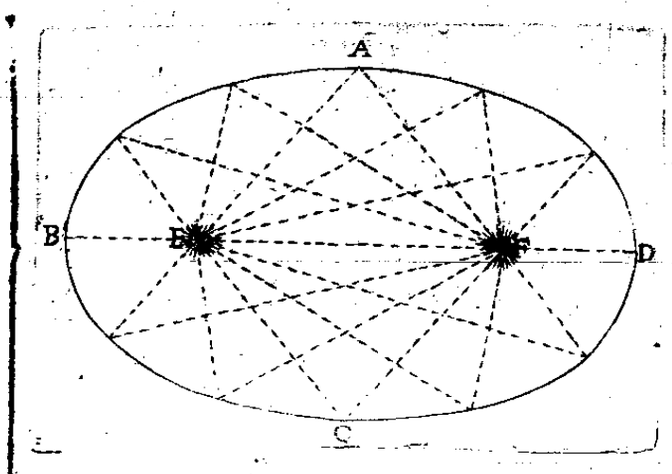


Rurſus in 1 fig. ſi planum ABC ducatur per rectã BI, prodibit concha LK vſtoria per lineã MN, circa cuius extrema quaſi centra ducta ſit in ſemicirculum alterutra pars AB, BC, fietq; vehementior propterea vſtio in extremis M, N, quam in intermedia vſtoria linea MN. Pocula, & conchę noſtræ non liquorem, ſed ignem affundunt. Adde ſegmenta duo tubi parabolici vſtorij, quòd paullo ante in 2 progym. exhibuimus. Alterum ſegmentum ſit ex inciſa per longum parte tubi parabolici, eritque



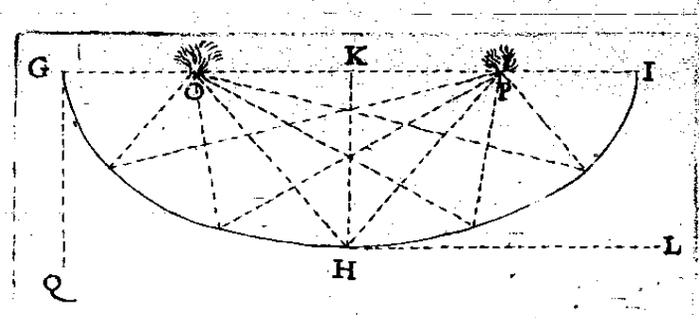
quaſi tegula vſtoria OP vrens extra, & infra ſe in Q. Cuius latus alterutrum curuum OR, vel SP, circumactum ſecundùm conuexum dabit conum TVX parabolicũ circumquaq; ex concauo vſtorium in orbem VZX infra ſe.

IV. Hactenus vſtoria ad vnum punctum per vnam lineam, per vnam coronam; accipe vſtoria ad duo, ſiue ad reciproca puncta per duas lineas, per duas coronas vſtorias; erunt autem elliptica. Et quoniam duabus reliquis ſectionibus conicis hyperbolæ, & parabolæ in progy. huius Apiarij antecedentibus ſua oua vſtoria attribuimus, hic accipe ſectionem ellipti

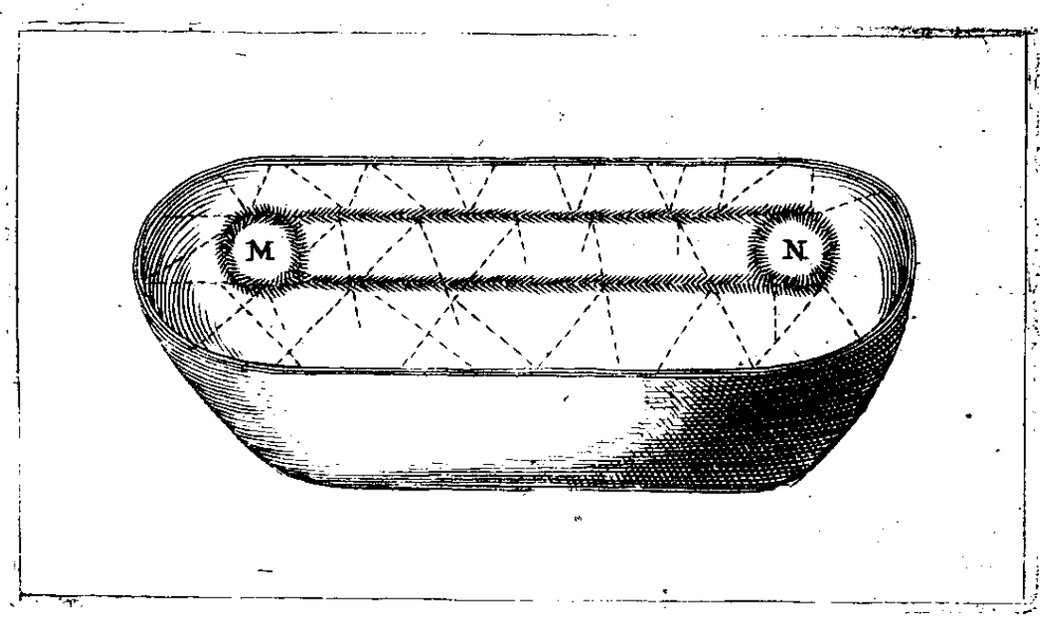


cam ABCD, quæ circà axem BD circumducta conficiet verè ouum ellipticum, in cuius axe alterutrum punctorum ex comparatione E, vel F illustratum, ac flammatum lumen, ac flammam

mam per reflexiones radiorum centralium iterabit in alterutro puncto ex comparatione, iuxtà ea, quæ demonstrata iam habes ex 48 tert. Conic. in Apiario Musico, & Sonimetrico. Post ouum ellipticum vstorium, finge semipla-

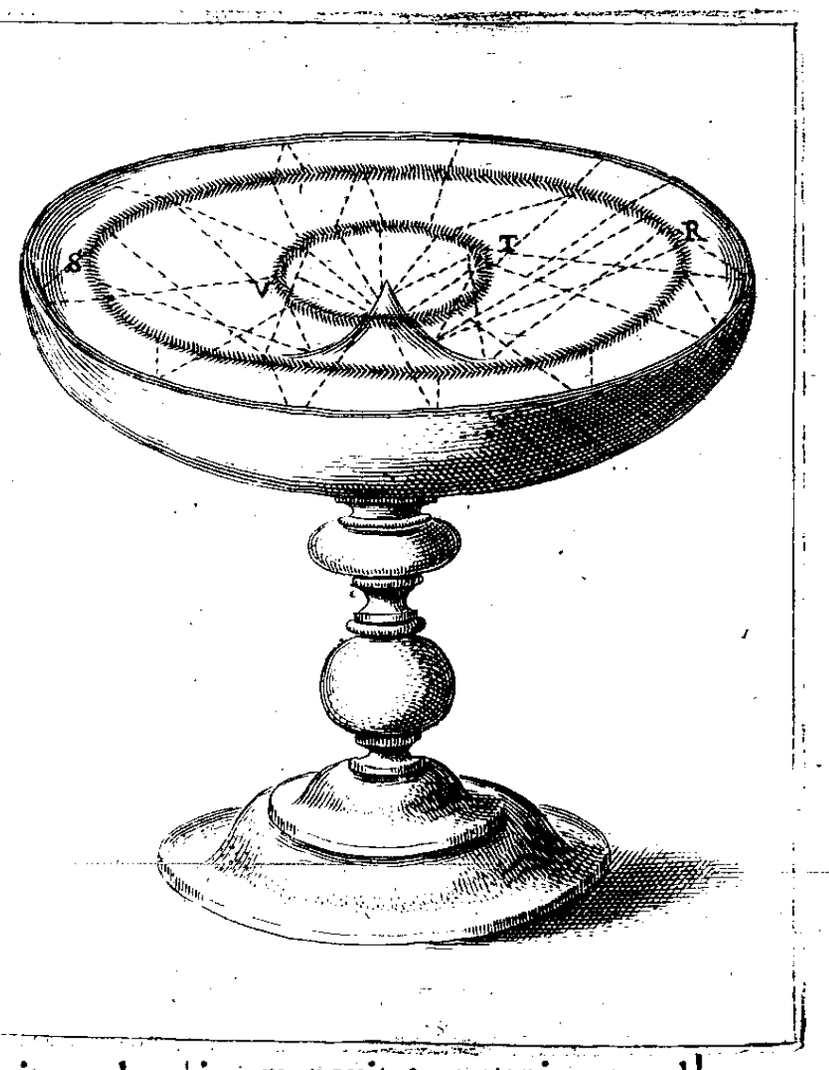


num



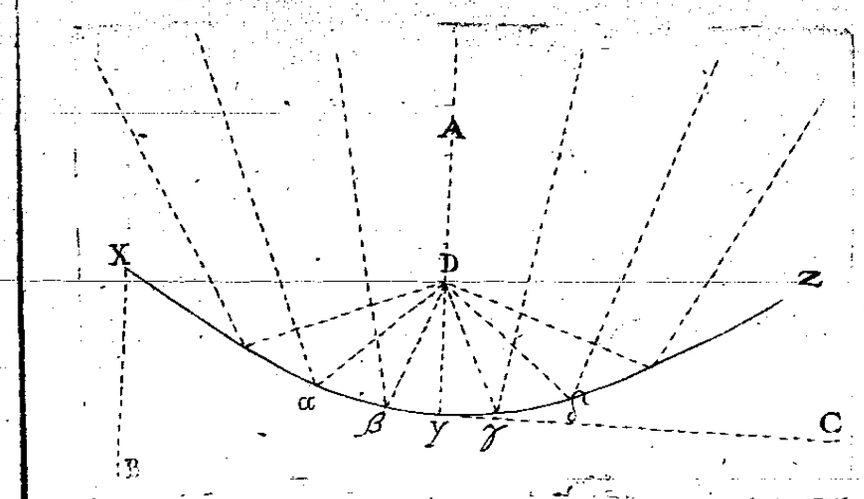
num ellipticum GHI, ex cuius ductu per rectam HL prodit concha MN vstoria in duabus cõtinuatis lineis, quas figuræ GHI vstoria duo puncta OP procrearunt. Duobus etiam circellis vstorijs M, N clauduntur vstoriæ lineæ, si fingas ad vertices vstoriarum linearum planum GHI circumagi circà perpendicularem KH; puncta enim duo vstoria O, P conficient in conchà circellos vstorios M, N ad extrema duarum vstoriarum linearum, & latus GH, vel HI complebit, & claudet vtrinq; concham ellipticam vstoriam. Idem planum GHI actum in orbem circa GQ producit ellipticum poculum vstorium cum duabus vstorijs coronis SR, VT, &c.

V. Post parabolica, & elliptica vstoria supersunt hyperbolica. Vides (in fig. 1. col. 1. pag. 37.) ex hyperbolicâ sectione XYZ circũacta circa AY fieri vas vndiq; reflexis radijs à Sole diuaricatis, &c. (vt in primo huiusce Apiarij progy. demonstrauimus) vrens in puncto D. Idem planum hyperbolicum ductum iuxta rectam YC dat concham vstoriam in linea factà à D; & circumactum idem plannm circa XB dabit poculum vstorium in corona facta à D. figuras hic nõ pono, quia parum differũt à parabolicis, &c.



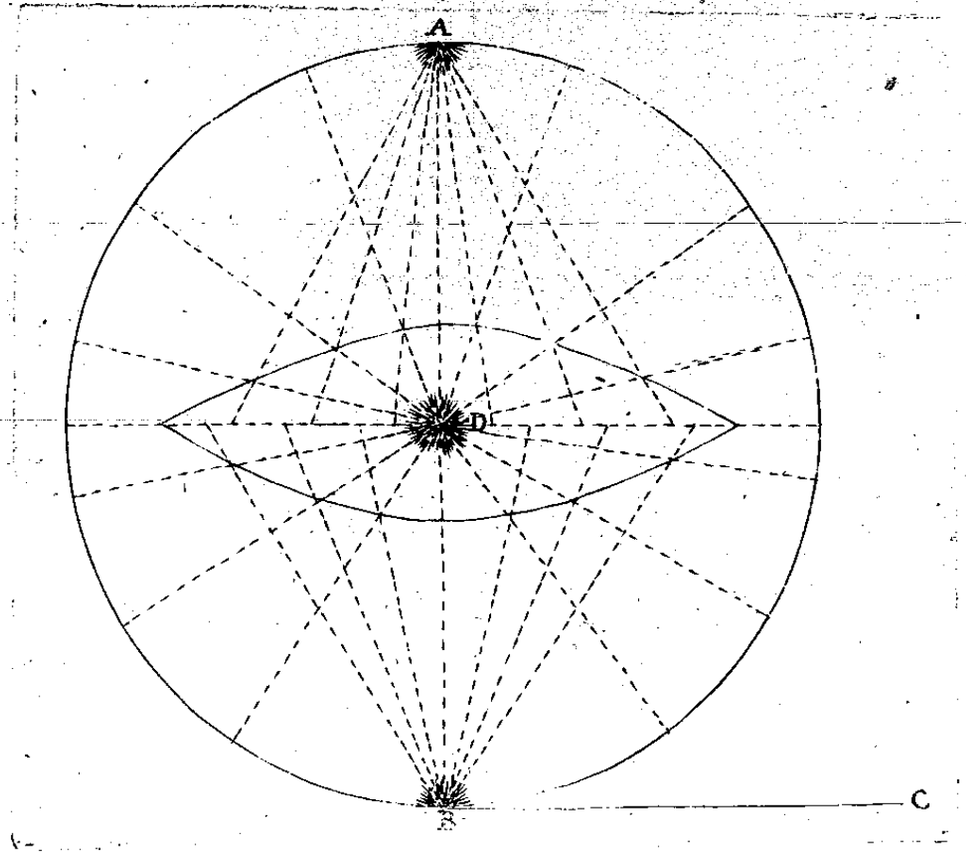
Igitur ad maiorem nouitatem veniamus ad

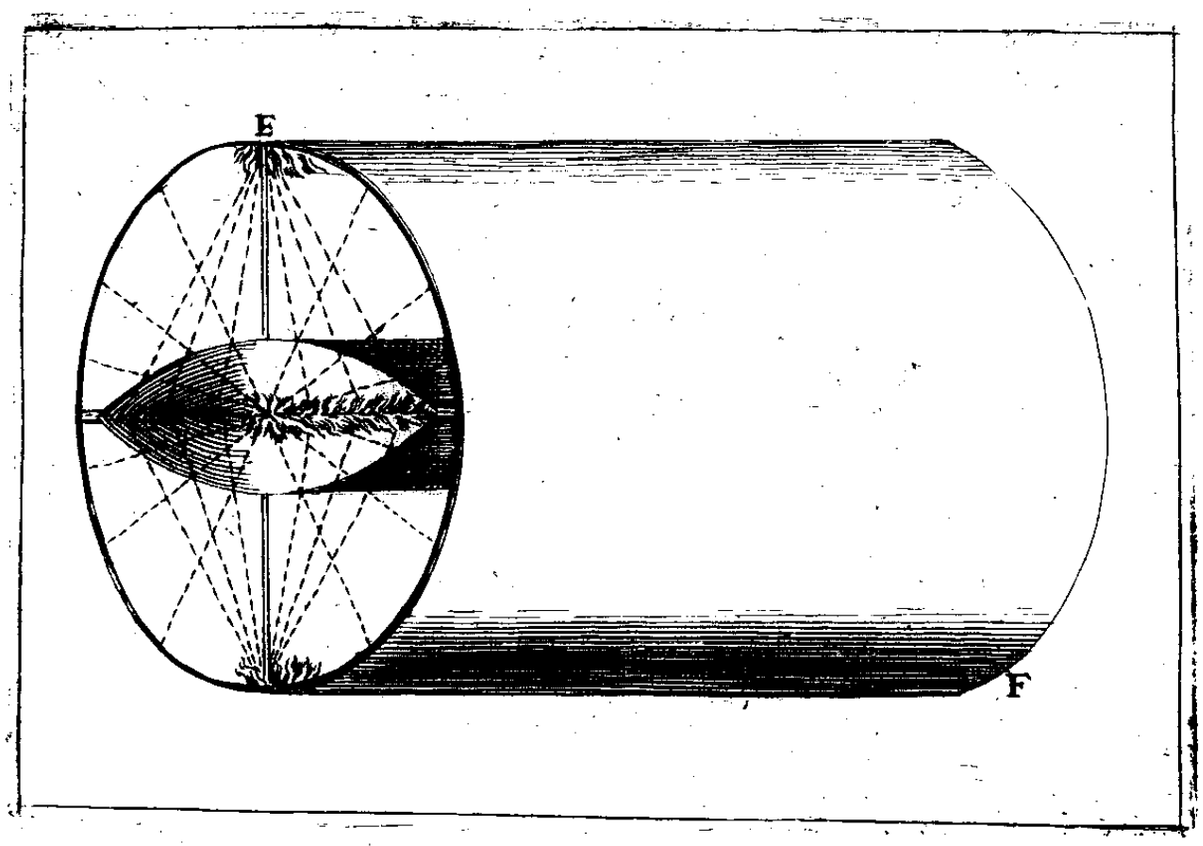
sphæ-



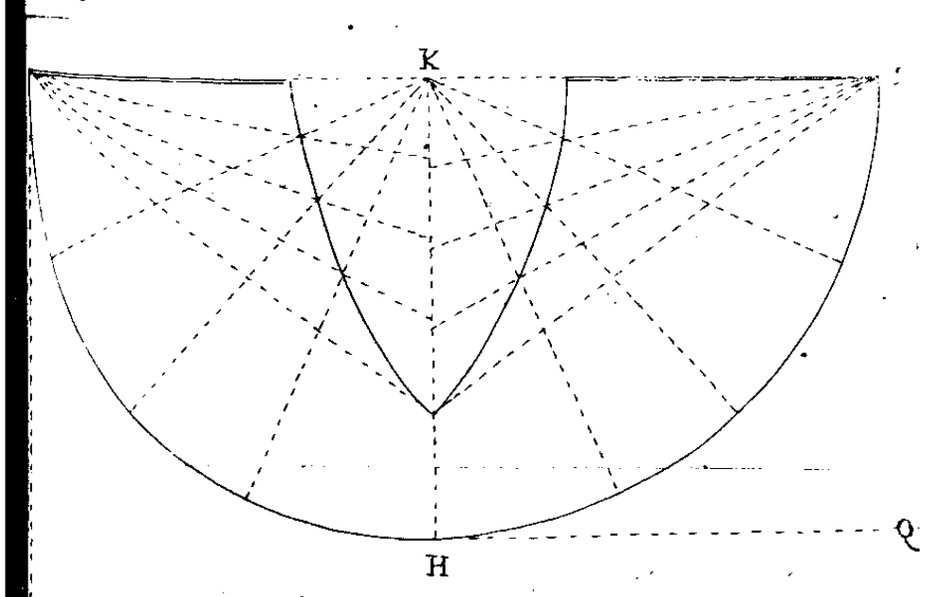
sphærhyperbolica vasa, in quorum vel vnico tres aliquando circulares, ac centrales vstiones fieri possunt.

VI. Oui sphærhyperbolici vstorij in antecedentibus demonstrati planum (in 1. fig. col. 2. pag. 37) hic reponatur AB, quod iuxta rectam BC ductum producet cylindrũ, seu columnam, in qua tres erunt lineæ vstoriæ factæ à punctis

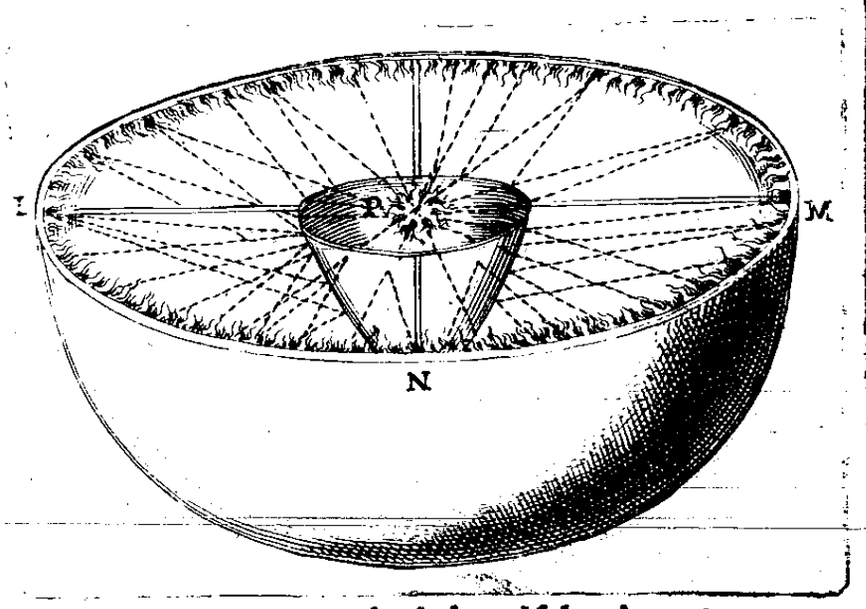




vstorijs A, D, B, ceu vides in cylindro proximè anteced. EF.



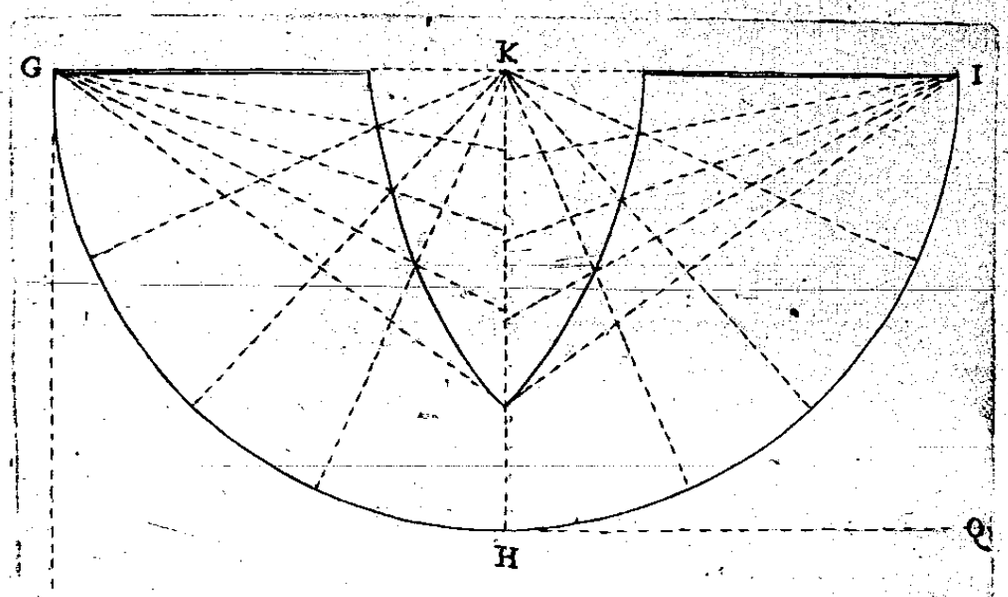
Semicirculare vero planum GHI si agatur



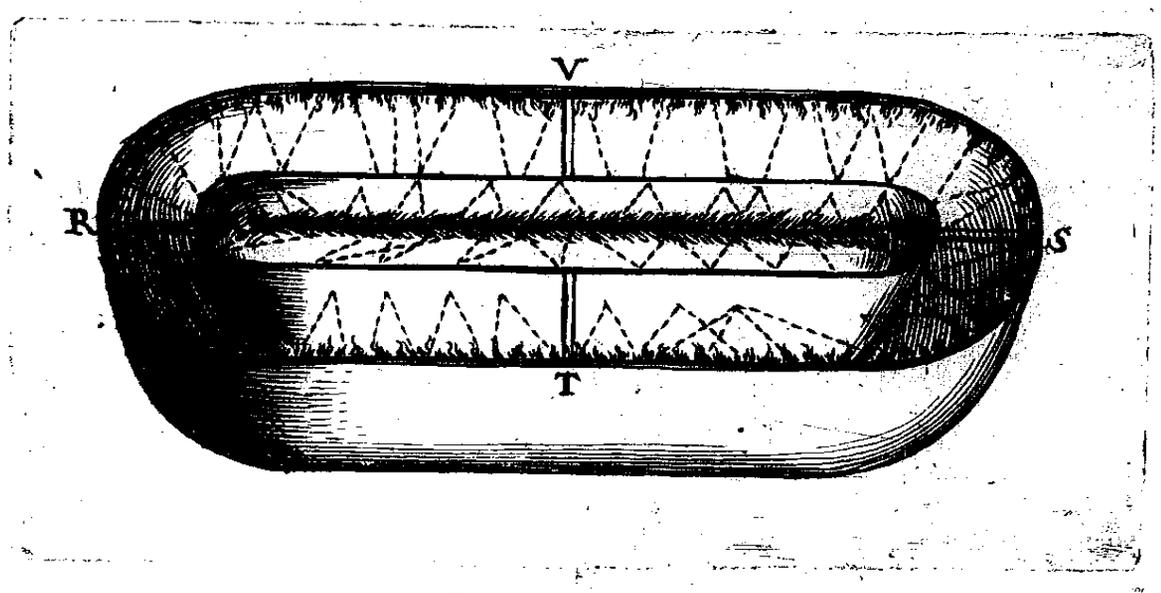
in orbem circa KH producit hemisphærium LM vstorium in corona LNM factà à punctis G, I, & vstorium in caui hyperbolici centro P.

in

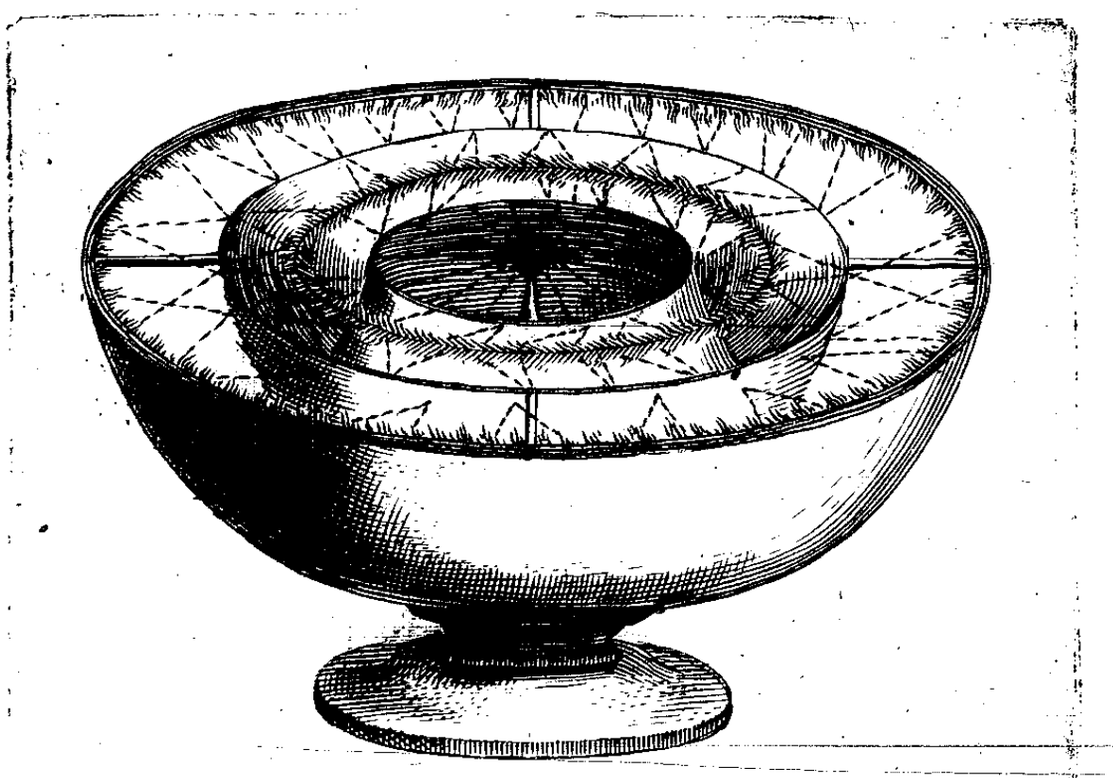
Rursus



Rurſus planum idem GHI ducatur iuxta HQ, & in initio, & fine ductionis circa KH agatur || tur in ſemicirculum alterutra pars GHK, KHI, prodibit concha RS vrens in curua extrema ora



ora RTSV, & per rectam XZ in cauo hyperbolico. || Denique idem planum GHI circa GY circumactũ dat poculum pluricauum, & anfractuo-



tuoſum in duplici corona, & in vno communi cẽtro vſtorium, quale habes in extrema hic figura, || gura, &c. Adde huc cætera vſtoria à nobis in hoc, & alijs Apiarijs.

SCHOLION

In quo,

Cautio circa prædictas vstiones.

PRouidenter à nobis positum est id verbum: Illustratoriam, &c. *in inscriptione præcedentis propositionis. Nam, si radiorum concursus, qui vel ad vnum punctum, vel ad vnam, aut plures lineas fiunt in prædictis superficierum motibus, non sint radiorum tam multorum, vt verè vstionem efficere possint, ad minimum sunt concursus efficientes puncta, vel lineas perillustres, & calefactorias.*

Qui sine hac nostra cautione prædicta puncta, & lineas tanquam verè, ac semper vrentes moliuntur, fallaciam non effugiunt. Neq; enim ad vstiones per concursum radiorum satis est multum, sed plurimum lucis in ijsdem vel puncto, vel lineà requiritur. Nostra hæc cautio intelligatur circa vstoria etiam alibi à nobis posita.

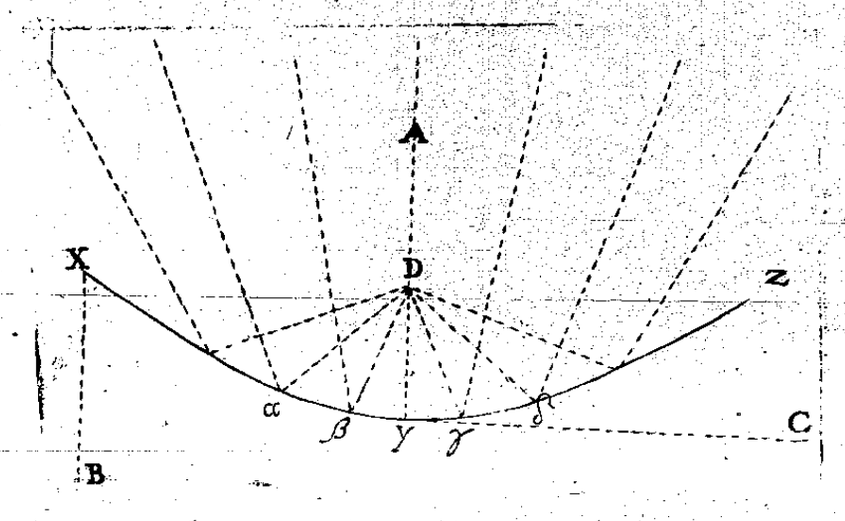
PROPOSITIO VI.

Etiam in speculis hyperbolicis, & in ellipticis per radios à Sole parallelos fieri vnum ad punctum vstiones. Inde commoda, animaduersiones, nodorum solutiones, &c.

I. EXempli gratia in numero 4 præcedentis 4 propositionis finge vas ellipticum ex motu figuræ ellipticæ GHI circa rectam perpendicularem KH; Item vasa elliptica, quæ fient si ouum ellipticum (factum ex plano elliptico ABCD in anteced. propos.) truncatum sit à lineà, quæ secet ad angulos rectos diametrum transeuntem per EF.

Item numero quinto vas productum ex motu hyperboles XYZ circa YA; Item numero 6 semiouum hyperbolicum P; omnia ea vasa, seu specula, & alia illis non absimilia licet elliptica, vel hyperbolica, quid ni ex radijs à Sole parallelis incidentibus circulariter in ea vasa, & ad angulos æquales reflexis non possint & ipsa ad vnum aliquod punctum diametri, siue axis vrere?

Nam licet, exempli gratia, in vase hyperbolico ex figura XYZ num. 5 propositionis præcedentis, radij paralli (vel ut in sphærico speculo concauo accidit, ac demonstrat Maurolycus in photismis, theor. 31, & 32) à Sole incidentes



in α, β, γ, δ, &c. reflecterentur non omnes ad punctum vnum, verbi gratia in D, sed ad varia puncta, in quibus secarent axen YA; tamen si, singulos eorum radiorum circa axem vna cum suis reflexis concipiamus, conficient peripheriam, à cuius punctis omnes radij solares reflectentur propter angulos æquales ad idem punctum axis, vt pariter docet de sphærico Maurolyc. citat. lib. theor. 30, & corollario 16.

Ac quamuis non omnes radij paralleli reflectantur ad idem in axe punctum, tamen ob punctorum vicinitatem, & angustias loci, in quo, & circa quem puncta lucis physica tam multa, & crebra conueniunt, maxima, & intensissima in eo fit illuminatio, & consequenter calefactio, vt transmutato aëre, existat ignefactio. Quod & de sphæric. Maurolyc. theor. 35. Idem intellige de prædictis vasis ellipticis, &c.

II. Notandum est nos in hoc nostro paradoxo effugere angustias illas omnes, quibus arctari necesse est eos, qui vel pro hyperbolico concauo admittunt tantum radios à sole diuaricatos, & magis, ac magis conuergentes versus hyperbolam; vel etiam eos, qui pro elliptico speculo admittunt, ingeniosè illi quidem, tantum radios centrales, sed tamen non sine conditionibus ad vsum perdifficilibus. Quid si in immensa Solis à terris distãtia radij non paralleli, propter insensibilem differentiam, accipiãtur pro parallelis; & in speculis hyperbolicis non diuaricantes, in ellipticis non centrales, sed tantũ paralleli radij dicantur post reflexionem ignem accedere? quemadmodum in sphæricis speculis non transuersi per speculi centrum, sed paralleli vrunt, propter rationem, ac demonstrationem à nobis traditam propositi. 1. progymnas. 2. huius Apiarij. Quæ demonstratio ibi posita militat etiam cõtra nõ parallelos radios in hyperbolicum, & ellipticum incidẽtes. Ac quoniam dubitare quispiam posset an eæ parallelorum radiorum reflexiones necessario fierent ad diametros, siue axes; quæ dubitatio tollenda etiam videtur in omni alio genere specularum vstoriorũ, quemadmodum implicare non videtur si fiat (etiam si ad angulos æ-

Vitatæ Angustiæ admittentium tantum radios diuaricaros à Sole in cũcauum hyperbolicum.

Item admittẽtium tantum centrales in ellipticum, &c.

quales

quales) reflexio non ad axem; ideo magnopere notandum est, quod doctiss. Maurolycus demonstrat in fine theorematis 27. photismorum, & in sequenti secundo corollario; scilicet reflexiones eas, præsertim quæ fiunt in speculis circularibus, fieri in plano, in quo sunt radius directus, ac reflexus, & præterea centrum ipsū, & ipse axis, siue diameter circulorum, à quibus fiunt reflexiones per angulos çquales in speculo vstorio. Sic ergo vides dum nos vasa vstoria fingimus ex circumactione lineæ curuæ circa diametrum, siue circa aliam quamlibet lineam tamquam circa axem, inde effici, vt axis ille sit communis sectio planorum, in quibus sunt tum radij paralleli incidentes, ac reflexi vndequaque in orbem, tum ipse axis, in quo se mutuo plana illa intersecant.

In eodem plano sunt radius directus, reflexus, diameter, centrum circulorū reflectentium, &c.

Reflexio semper fit ad axē speculi.

Reflexio igitur indubitata fiet semper ad axem ob hæc hîc indicata, & à Maurolyco in Photismis citatis demonstrata.

Reflexiones fiūt altiores in hyperbola, quā in parabola eiusdem coni.

III. Scire licet reflexiones, & intersectiones radiorum parallelorum ad axem altiores futuras in hyperbola, quam in parabola, si eæ sectiones conicæ accipiantur respectu eiusdem coni.

Ratio.

Ratio est, quia quo curua conica sectio erit magis accedens ad rectam lineam, radij paralleli, & quodammodo perpendiculares facient reflexiones in angulis incidentiæ, & reflexionis maioribus, & magis ad rectos accedentibus, ideo reflexus radius erectior erit. Quo verò linea conicæ sectionis erit magis à recta recedens faciet radiorum reflexiones ad angulos minores, & consequenter inclinatior erit radius reflexus. At hyperbola magis accedit ad rectam, quàm parabola, & parabola magis quàm ellipsis, ergo constat nostra assertio. Quam etiam ipsa experientia confirmabit. Cæteris ergo paribus, ex radijs parallelis longius vret hyperbola, quàm parabola, & parabola quam ellipsis. Ellipsis verò præclaros vsus etiam habebis (præter hîc positos in vstionibus) in Sonimetria apud nos in Apiario 10.

Hyperbolica sectio magis ad rectam accedit, quā parabola, hæc quam Elliptica, &c.

PROPOSITIO VII.

Circa Io: Baptistæ Portæ catoptricam lineam, seu virgam cilindricam vstoriam infinitam suppositiones, & demonstrationes indicatæ.

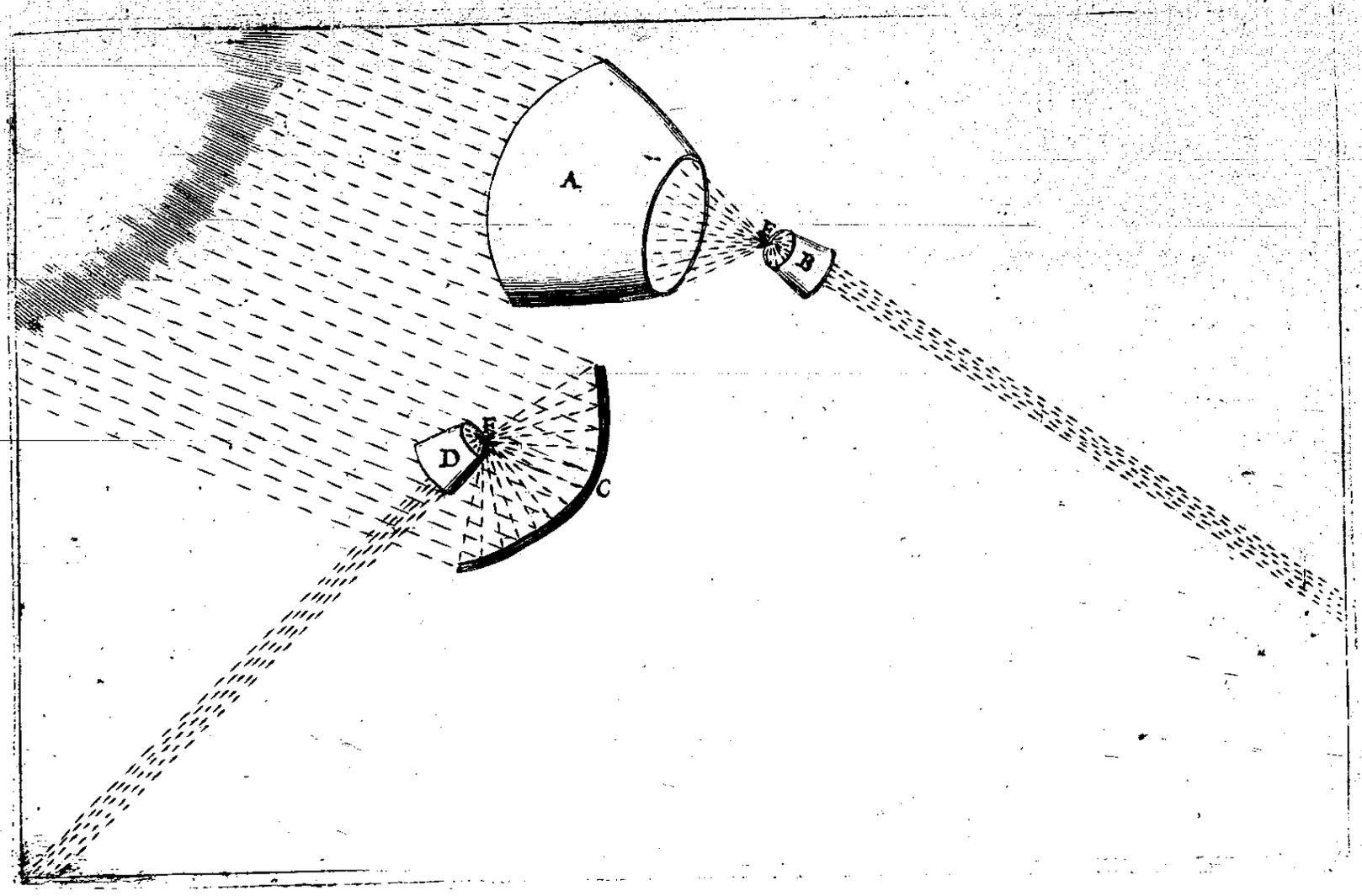
PAter Christophorus Griēbergerus quemadmodū in figura problematis de speculo vstorio elliptico à se inuento prodidit etiā inuentionem parabolici tubi post se vrentis; sic etiam iampridem diuinarat è verbis Portæ vstoriam lineam, sed à se neglectum id inuentum mihi significauit, propter aliquas difficultates, quas ex eius literis schol. 3. inferius leges. Interī, mi Lector, vt Portæ applaudamus exultanti, & eius quasi verba vsurpemus, sic habe.

Ventum est ad extremum miraculorum vstoriorum, quæ fieri, & cōfirmari possent à sciētijs mathematicis, quia hîc habet intellectus præcisam demonstrationē geometricam in figurà parabolica circa infinitam lineam, siue cilindrum gracilem vstorium à Io. Baptista Portà inuentum; cum adhuc in dioptricis vel à Porta admiranda hæc vstio fallaciam (vt inferius videbis) suppositurit, vel à nobis aptis diaphanis applicata demōstrationē, ac perfectionem tātum eam sit assecuta, quam materia pati potuit. Ac licet circa hoc argumentum de lineis catoptricis vstorijs nobis non pauca suppetāt, quæ facilé possemus expromere, tamē nostro de more iam vulgata omittemus, & si quid paradoxi occurrerit, admittemus, & alienas fallacias ad tuā, mi Lector, cautionem indicabimus perquam breuiter. Itaq; suppono ea, quæ Io: Baptista Porta locis citatis à nobis, vbi de dioptrica linea, dixit, non edixit, & si quæ alia alij circa idem Portæ inuentum philosophati sunt. Hîc verba Portæ reponenda non sunt; tu ea vise apud ipsum Authorem, mi Lector.

Iuxta Portæ sententiam, si non iuxta expressa verba, habes hîc in appositā figurà tubum parabolicum A maiorem conflatum ex preceptis, & demōstrationibus in hoc Apiario catoptrico antecedentibus; habes & alterum parabolicū tubulum B minusculum ijsq; tubi ambo sic ad solem obuersi, & inter se se aduersi sunt, quemadmodū habes iam in dioptricis nostris duo illa sphærohyperboliformia diaphana lineam vstoriā efficientia. Ibi ars verbis prodita hîc tantum in figura indicatur, quia circa sup posita versamur.

Sic & in 2 figura non iam tubus, siue speculum truncatum parabolicum, sed integrum est C, quod radios solares reflectit, non post se, & à sole, vt in altera priore figurà ipsum A, sed ante se reflectit, & ad ipsum, seu contra ipsum Solem. In D est tubulus, qualis erat in altera figura ipse B. Puncta vstoria maioris, ac minusculi vasorum parabolicorum inter se congruunt; & iuxta Portæ doctrinam collectos à sole parallelos radios, & per maiorem hyperbolam reflexos, ac pariter collectos ad punctum vstorium (quod Porta speculi centrum vocat, propter inferios dicenda in scholijs) excipit minor truncata parabola, & vt vult Porta in dioptrica linea, proijcit parallelos, &c. vt iam habes in Dioptrica vstoria virga cylindrica, &

in



in conicà vſtoria apud nos in antecedentibus. Suppono parabolicos trũcatos hìc tubos conflatos eſſe ad pręſcriptum in antecedentibus in hoc Apiario, ita nimirum, vt vſtorium punctum à radijs reflexis ſit extra tubum. Porro tubulus minuſculus parabolicus excipit à puncto vſtorio radios incidentes, eoſq; reflectit in parallelos, qui quoniam ab anguſtijs minuſculæ parabolæ profluunt, ideo denſati, & continentes in gracili cylindro totam quantitatẽ, ac vim ampliſſimæ lucis acceptæ à maiori parabola, hoc eſt vſtorij (vt punctum eſt vſtorium vnde promanant) proferuntur indefinitè. Hæc circa conſtructionem.

Quod attinet ad præciſam geometricã demonſtrationẽ, quoniã ea partim ab alijs antiquis Authoribus perſcripta eſt, partim colligitur ex ijs, quæ illi demonſtrarunt; ideo indicandi tantum ſunt Authores, nempe Vitellio, Orontius, Marinus Ghetaldus. Reuiſe præterea Corollaria, & ſcholia noſtra ad propoſitionem 4 ſecũdi Progymnaſmatis Apiarij huius Catoptrici. Ex quibus patet, ac demonſtratum eſt radioſas à Sole lineas axi paraboles parallelas, & incidentes in concaua, velut maiorum hìc parabolarum A, vel C, reflecti omnes ad punctum E, vel F. Quod vero incidentes à punctis E vel F in minuſculæ paraboles concauum reflectantur axi parallelę demonſtratum eſt per conuerſam demonſtratæ propoſitionis de parallelis incidentibus in maiorẽ parabolam, & ad vnum punctum reflexis; vt habes in corollario noſtro 4 poſt propoſitionem 4 ſecũdi progymnaſmatis in hoc Apiario.

SCHOLION I.

DVm Porta docet ſpeculum, ac lentem minuſcula eſſe collocanda ad centrum, ſiue prope centrũ ſpeculi, ſiue lentis maioris, præter alias interpretationes, an non rectè vocat in parabola focum, ſiue punctum vſtorium, nomine centri, ſi recolis, ò mi Lector, modum eum, quem habes apud nos in antecedentibus, vbi docemus deſcribere organicè parabolam circunducto ad latera filo, cuius alterum caput in foco fixum eſt, quaſi in centro, à quo quaſi per creſcentes diametros ambitus laterales parabolici deſignantur?

Focus in parabola rectè centrum dicitur à Porta.

SCHOLION II.

Circa lineas vſtorias Portæ tam dioptricas, quàm catoptricas fallaciæ.

DIſtinguendum valde eſt in hoc negotio inter punctum vſtorium, & inter lineam vſtoriam; quorum illud efficitur à maiori, hæc à minuſculo ſiue ſpeculo, ſiue Diaphano. Ad pũcta vſtoria ſunt aptæ lentes vſitatæ, ac ſpecula etiam ſphærica, vt docet experientia, etiã ſi iuxta demonſtrationes opticas ea inſtrumenta non cogant niſi admodum paucos radios circa ider-

punctum. Multo vero aptiora ſunt ad pũcta vſtoria tam Diaphana, quàm ſpecula ſi ſint ex ijs ſectionibus, quas in antecedentibus huius Apiarij, & in noſtris Dioptricis oſtendimus vel omninò omnes, vel penè omnes radios cogere ad vnũ punctum. At vero circa lineas vſtorias efficiendas non ſic habet negotium. Nam eas lineas efficere non poſſunt niſi ea Diaphana, vel ſpecula, quæ parallelos radios acceptos cogunt omnes ad vnum punctum. Ratio eſt, quia ea ſola inſtrumenta radios à puncto vſtorio acceptos trajiciũt, vel reflectunt omnes inter ſe ſe parallelos. Quod efficere apta ſunt ſolummodo Diaphanum ſphærohyperboliforme, & ſpeculum parabolicum, ex demonſtratis in antecedentibus. Reliqua Diaphana, & ſpecula, præſertim vſitata, ceu ſunt ſpharica, radios ab vno puncto aceptos non projiciunt ſiue refractos, ſiue reflexos inter ſe verè parallelos niſi admodum pauculos per aliquod ſpatium vtcumque inter ſe conuergentes, cæteros verò omnes radios, ac pene omnes abijciunt, diſſipant hinc inde, ac diſgregant inter ſe, ac proinde luminoſas pene omnes partes auertũt à vi accepta in puncto vſtorio, & amouent ab anguſto illo calle lineæ, ſiue cylindri gracilis, in quo, vt ſit vſtorius, neceſſe eſt ſit plarimũ luminis addenſati. Itaq; vt patet in quotidianis experimentis, diaphana, & ſpecula vſitata (præſertim minuſcula) cylindros ad ſummum illuſtres, ſed non vſtorios projiciunt.

Non omnia Diaphana, vel ſpecula apta ſunt efficiendis vſtorijs lineis Portæ.

--- Quæ ſint, Quæ non.

Rationes.

Fallaciæ Portæ.

Quas ob cauſas Io: Baptiſta Porta fallaciam incidit dum putauit, fieri poſſe lineam vſtoriam dioptricam à diaphano minuſculo formæ vſitatæ ſpharicæ, licet vſtorium punctum fiat à maiori ſpharico ſiue diaphano, ſiue ſpeculo. Dum etiam ad lineam catoptricam efficiendam affirmauit indiſtinctè Porta non refere vtrum ſpeculum ſit ſphæricum, vel parabolicum, fallacem experietur Porta experiẽtiam, & præcedentes noſtras rationes inueniet non fallaces. niſi forte quis benignè interpretetur verba Portæ quaſi affirmantis de ſpeculo maiori (à quo punctum vſtorium efficitur) quod poſſit eſſe etiam ſphæricum.

Lineæ vſtoriæ à pũctis vſtorijs Diaphanorum, vel ſpeculorum vſitatorũ minus efficaces.

At hìc etiam notandum eſt. Dum lineæ vſtoriæ efficiuntur à minuſculis ſiue Diaphanis hyperboliformibus, ſiue ſpeculis parabolicis, atq; eæ lineæ vſtoriæ ortum habẽt à punctis vſtorijs, quæ efficiuntur à Diaphanis, ſiue ſpeculis vſitatis maioribus, eæ vſtoriæ lineæ erũt multo minorum virium vſtoriarum, quàm cum progrediuntur à punctis vſtorijs, quæ efficiantur à Diaphanis hyperboliformibus, & à ſpeculis parabolicis maioribus.

Ratio.

Ratio eſt quia maiora hæc Diaphana hyperboliformia, & ſpecula parabolica ſola ſunt quæ totum quod accipiunt à Sole luminis cogunt in vnum punctum, quod longe maiorem vim habet, & maiorem lucis quantitatem, quàm puncta effecta à Diaphanis, & ſpeculis maioribus vſitatis, à quibus plurimum luminis diſpergitur, & auertitur à puncto vſtorio.

Author tantũ perfectiſſimas vſtorias lineas exhibet.

Nos exempla tantum exhibuimus linearum vſtoriarum perfectiſſimarum à Diaphanis, & ſpeculis tã maioribus, quàm minoribus, quæ omnes radios & cogunt vnum ad punctum, & ab vno puncto omnes ejiciunt parallelos.

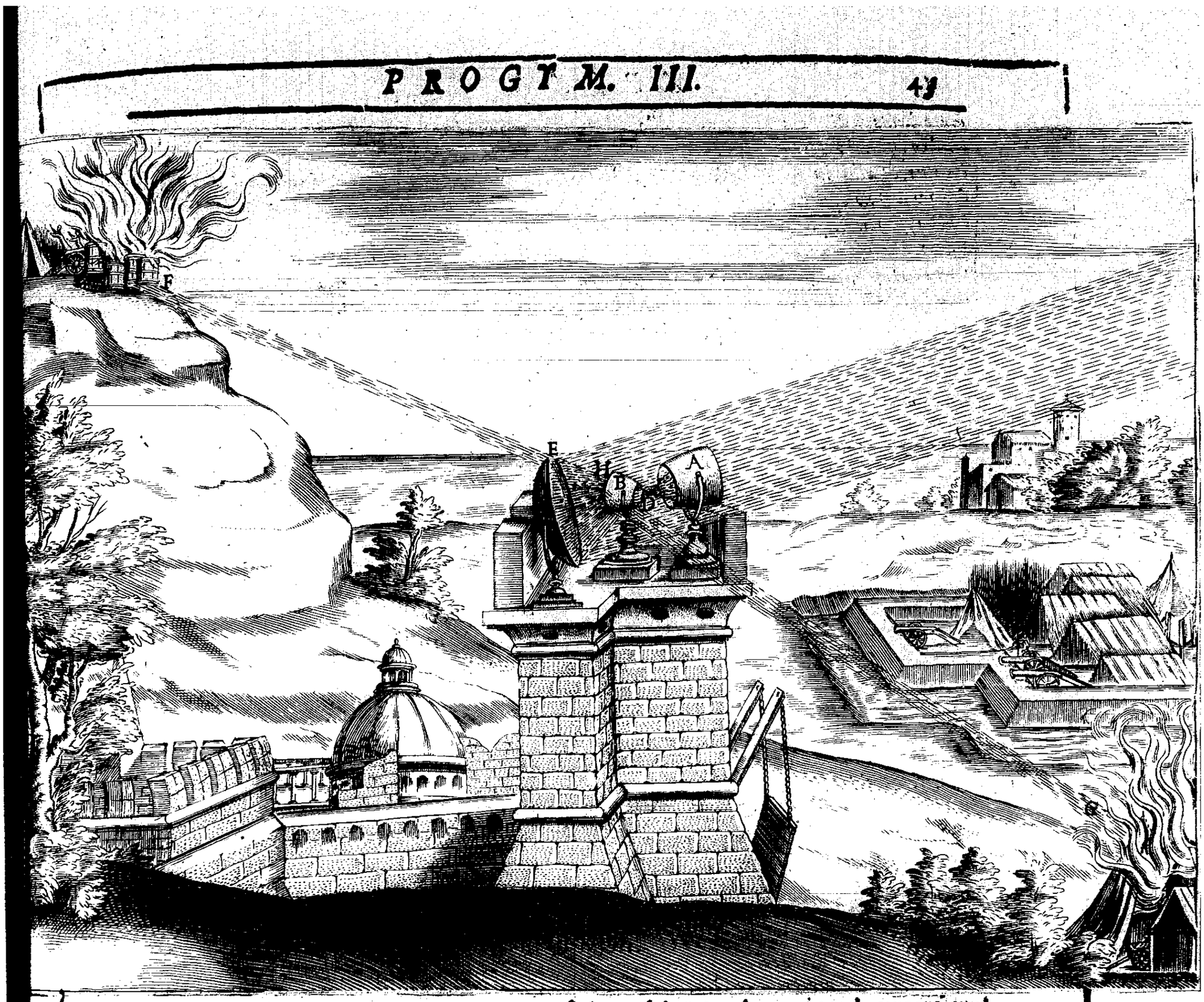
PROPOSITIO VIII.

Geminas ab vno puncto catoptricas vſtorias lineas eodem tempore in contraria projicere.

OMiſſis cæteris, quæ meditanti occurerũt, vnum hoc tantum paradoxum ex inſtituto hìc pono, ac breuiter expono.

Iungantur (hìc in fig. addext.) duarũ præcedẽtis propoſitionis figurarũ maiores parabolæ altera tubus A, altera ſpeculũ C Soli obuerſa, & ita inter ſe aptata, vt puncta vtriuſque vſtoria congruant in D. Interponatur minuſculus parabolicus tubulus B ita circa verticem truncatus, vt punctum eius vſtorium ſit aliquantulum interius prope D, vbi eſt os minus tubuli; qui tubulus & ipſe ita collocetur, vt eius foculus cõgruat cum focis maiorum parabolarum. Circa D punctum quaſi triuſtoriũ, veluti circa centrum, moueatur, & obliquetur tubulus B. Radij ergo ex A coacti in D reflectentur per concauum tubuli, iuxta demõſtrata in antecedẽtibus, paralleli in cylindricam virgam vſtoriam infinitam EF profluẽtem è tubuli maiore ore H. At vero radij è ſpeculo C reflexi, & conſpirantes in D, impediti à conuexo tubuli B reflectentur in parallelos denſati, & cylindricam alteram vſtoriam infinitam lineã DG conficient ad partem alteram contrariam, hoc eſt profluẽtem à conuexo ad partes oris minoris D. Cuius quidem rei demonſtrationem habes, mi Lector, in corollarijs, præſertim 5 poſt propoſitionẽ 4 huius progymnaſmatis. Propoſitio ibi demonſtrata eſt: parallelas axi extra verticem paraboles educto, atq; incidentes in conuexum parabolicum reflecti in directum ipſi puncto vſtorio. Cuius conuerſa eſt, quæ hìc

pro



pro nobis facit, nempe rectas rectà tendentes ad punctum ex comparatione (quales sunt hîc radij conspirantes ex C, ac tendentes in D) atq; incidentes in conuexum reflecti parallelas axi; quales hîc sunt radij DG. Geminas ergo ab vno puncto, &c. quod erat faciendum, ac demonstrandum. Ac vides obsessos in oppido ope nostri paradoxi vrere in F loco armamentarij hostilis, vbi pyrrhicus puluis asseruatur, in G vrere partem victualium pro castris obsidentium. Ita gemina clade momento eodem oppositis in partibus & in munitione montana, & in tentorijs campestribus hostes ab igne Mathematico fulminantur.

SCHOLION I.

Praxi iuuandæ, ac tutandæ.

QVemadmodum in dioptrica linea antecedentis Progymnasmatis animaduertimus, hìc etiã ex obliquatione minuscula parabolæ DB amittentur tum in concauo, tum in cõuexo non pauculi radij, à quibus lineæ vstoriæ destitutæ non nihil virium amittunt. Ideo vt quam minimum amittant, & vt quam maxime possint sint vstoriæ, nec eludat praxim experientia, tutissimum fuerit, quod attinet ad maiora siue Diaphana, siue specula, ijs tantum vti, quæ omnes radios, & plurimum lucis cogunt in materiam lineæ vstoriam, iuxta, & propter iam dicta in scholio 2 propositi 7 antecedentis.

SCHOLION II.

Ad fidem, & incrementum propositi Paradoxi.

VEritas de duabus lineis vstorijs ab vnico puncto constat sibi. Nam verè vnicum tantum punctum vstorium est in D à parabola maiore A. Ab altera C radij confluunt quidem, sed non efficiunt punctum vstoriũ, quod & ipsum esset intra concauum tubuli B, nisi à conuexo impedimẽtum opponeretur, quasi liceat etiam affir-

mare lineam alteram vſtoriam à nullo vſtorio puncto effundi. Mirus tubulus B ſic à nobis collocatus, vt nihil in eo, ſiue in cõcauo, ſiue in conuexo vacet ab efficienda, & proïcienda vſtione. Vndiq; ſpirat, expirat, vomit incendia. Partus vſtorios non ſolum ab inteſtino, ſed etiam ab externa cute profundit. Sed vtinam, vt vipera, vitam cum partu non emittat.

Etenim metallum tubuli B ſit ne ferendis tam vehementibus incendijs viderint ij, qui mathematicas theorias, ac demonſtrationes abſtractas expendunt in ſenſibili materiâ; &, vt Lucina, opem ferant laboranti luciferæ, ac flãmiparæ parabolaminuſculæ.

SCHOLION III.

Dubitationes Philoſophicę de Phyſico experimento circa lineas vſtorias Portæ; & circa vſtionem in centro ſpharici ſpeculi, &c.

EX propoſitionibus, & corollarijs noſtris de proprietatibus aliquibus linearum in parabolam incidentium hactenus geometricè, ac theorematicè confirmauimus lineas vſtorias Portæ. Quoniam autem Philoſophum candidè agere, ac veritatis amantem eſſe oportet, peractis iam partibus theorematici Geometræ, nunc iam partes Phyſici Philoſophi aſſumamus; cuius eſt inuẽta Mathematica traducere ad vſus ſenſibiles in phyſica materia, & problemata potius, quã theoremata perſequi. Circa ergo experimentum phyſicum linearum vſtoriarum eſt locus non leuibus dubitationibus, quibus vi maius pondus addatur, lubet hìc apponere verba doctiſſimi Chriſtophori Griembergeri ex literis ipſius hac de re ad me non ſemel miſſis ex occaſione cenſurę meorum Apiariorum.

Igitur in literis Romà 26 Maij Anno 1635 ad me miſſis hæc habet: De linea vſtoriâ Portæ admitto V. R. demõſtrationem geometricam. Sed circa effectum phyſicum dubito per ſimilia. Nam combuſtionem fieri poſſe in centro ſpeculi ſphærici demonſtrat Vitellio. Neque enim dubium eſt ad centrum illud ſpeculi concurrere infinitos Solis radios, nempe tot quot duci poſſunt lineę rectę à toto Solis Hemiſphęrio ad illud ipſum centrum. Cum igitur huiuſcemodi radij omnes vltra centrum protracti incidant ſuperficiei ſpeculi perpendiculariter, quis neget eoſdem ad idem centrum reflecti, immo quis non inde geometricè concludat eodem in centro fieri conbuſtionem? Experientia tamen non aſſentitur, ſed docet fieri citra quartam partem diametri. Vnde patet, præter congregationem radiorum, aliquid aliud requiri ad conbuſtionem, atq; ego quidem puto idem requiri in vſtoriâ lineâ rectâ.

Dubitationes P. Griembergeri circa vsũ lineæ vſtoriæ Portæ.

Theoreticè deberet fieri vſtio in cẽtro ſpeculi ſphærici.

Itaque non ſatis eſt geometrica demonſtratio in materia Phyſica, in qua ſæpè latent aliqua ignota, quæ fallunt eos, qui experimenta moliuntur. Prædicta P. Griembergerus mihi reſpondit affirmanti eſſe in promptu ex noſtris catoptricis demonſtrationem geometricam pro lineâ vſtoria Portæ cogentis in arctam ſemitam prope infinitos radios parallelos. At vides, amice veritatis Lector, rectè à doctiſſimo illo viro dubitari non ſatis eſſe ad ignitionem plurimum luminis, ſeu radiorum (in arctum etiam punctum) concurſum, & aggregationem.

Non videtur ſatis ad vſtionẽ plurimum luminis in arctum cogere.

Rurſum ego 15 Iunij eiuſdem Anni reſcripſeram eidem Griembergero, nil mirum eſſe nullam fieri vſtionem in centro ſpeculi ſpharici, quia illuc irent tranſuerſi à Sole radij, fieri vero à radijs perpendicularibus, ac parallelis ad quartam diametri partem, quia natura efficacius operatur per breuiſſima; breuiſſimos vero eſſe radios perpendiculariter parallelos, longiores tranſuerſos. At Griembergerus remiſit quæ ſequuntur.

Ego radios eſſe parallelos, Solemq; per huiuſmodi radios agere non nego, eos tamen non puto eſſe ſolos actiuos, immo vero puto illos inter alios eſſe naturaliſſimos, & maximè effectiuos, qui diffunduntur ſphæricè, & alios etiam eſſe qui conuergant; ſiquidem iuxta communem ſententiam tot ſunt radij quot duci poſſunt lineæ rectæ ab vno puncto luminoſi ad quotcumq; puncta propoſita, ſeu tot radij quot ſunt lineæ rectæ, quæ ab vno aliquo puncto duci poſſunt ad quodlibet, & quotcumque puncta corporis luminoſi. Quo poſito, dubitari non poteſt verè, & realiter infinitos radios ſolares conuenire poſſe ad quoduis punctum aëris, atque adeo ad centrum alicuius ſpeculi ſphærici. Quæro igitur, 1 cùm in eo puncto ſit infinitorum radiorum vnio, cur ibidem, & quidem immediatè, non fiat vſtio? 2 cum hi ijdem radij vltra illud centrum protracti neceſſario ſpeculo incidant perpendiculariter, ideoq; perpendiculariter reflectantur, atque adeo iterum in eodem cẽtro vniantur, cur non etiam iſti radij reflexi in eodem centro aliam cauſent vſtionem? Certe ſaltem in priori caſu etiam iſtæ lineæ ſunt omnium breuiſſimæ, cum ſingulæ ſint rectæ. Præterea nõ exiſtimo R. V. negaturam non ſolum in vno puncto axis fieri combuſtionem, ſed focum iſtum in ſphærico ſpeculo habere latitudinem, & tamen non eſt veriſimile omnes illos radios incidentes, & reflexos eſſe æquales, qui tamen deberent eſſe æquales, ſi ad combuſtionem ſolum concurrunt breuiſſimi, &c. In radijs tamen immediatis, & ad vnum punctum immediatè à Sole

Non ſolum paralleli à Sole radij, ſed etiam obliqui ſunt effectiui.

Rationes P. Griembergeri cur in cetro ſphærici ſpeculi debeat fieri vſtio.

adue-

aduenientibus non videntur habere locum lineæ breuiſſimæ, vel non breuiſſimæ, eo quod aliæ, atq; aliæ eſſe non poſſint; & tamen experientiâ conſtat illic non fieri combuſtionem, licet reuerâ ſit radiorum vnio, atq; adeo talis, qualis in ſpeculo parabolico, per reflexionem nempe ad idem punctum. Cum igitur vtrobiq; ſit infinitorum radiorum, vel certè ſufficiẽtum vnio ad vnum punctum, vnde fit vt in vno fiat vſtio, in altero non? Quid ſi præter vnionem requiratur aliquid aliud?

Da operam, amice Lector, præſertim tyro, vt penitus intelligas quæ doctiſſimi viri, hoc eſt Griembergero adſimiles, philoſophantur, nec temerè aſſurgas ad ea reflellenda, quæ leuiter, & curſim legeris, nec tamen leuiter, & curſim ſcripta ſunt. Nos diſcere potius, quàm impugnare aliena exoptamus; & ſi quæ à doctis viris didicimus libenter publico bono exponimus. Habes in hoc ſcholio vnde ingenium exerceas.

PROPOSITIO IX.

Spectra catoptrica noua, præſertim pro picturà naturali perfectiſſima, &c.

Authores, apud quos varia ſpectra caroptrica.

SPectra catoptrica vulgata ſunt apud Euclidem, Ptolemæum, Allhazenum, Vitellionem, Portam, &c. de imaginibus, ac ſimulacris, quæ ope ſpeculorum vel planorum, vel ſphæricorum videntur vel in luce, vel in tenebris, multiplicatæ, volantes, in aẽre pendulæ, ſibi ipſis obuiæ; ac plura eiuſmodi alia. Si, præter vulgata illa, velis etiam paradoxa catoptrica iuxta noſtrum inſtitutũ in noſtro hoc Apiario, indico tantum vnde apud nos ea prodire poſſint. Nam ſi vtaris ſpeculis conicis, vel cylindricis, parabolicis, vel hyperbolicis tã concauis, quàm conuexis (de quibus nos in noſtris Scenographicis, & in noſtris hiſce Catoptricis) habebis ea omnia, quæ à citatis Authoribus indicantur, & prẽterea imagines ridiculé deformes, ac pluriformes, quibus viſis in obſcuro aliquo cubiculo riſum, atq; horrorẽ adſtantibus quaſi præſtigiator incutias. Poſſem hîc varias eorũ ſpectrorum figuras typis æreis expreſſas apponere, ſed nec operæ, nec otij pretium eſt. Tute hîc indicata experire. Hîc, atq; alibi in hiſce noſtris Apiarijs vides, Lector, nos nõ ſolum non affectare multitudinem, aut iterationem rerum minutarum, ſed etiam omittere quamplurima, quæ ad nos proprié ſpectant, & totum noſtrum hoc opus ornare magnopere poſſunt. Claudo Apiarium hoc catoptricũ cum noſtra quadam machinatione ad efficiendam, & videndam perfectiſſimam picturam (aliter hîc quàm docuimus in Apiario Dioptrico) cum ſuis coloribus in obſcuro cubiculo, in quo tantúm pateat foramen, per quod traijciuntur ſpecies rerum extra cubiculum ſolaribus radijs affiatarum. Nam ſi ad id foramen apponatur exiguũ Diaphanum hyperboliforme, hoc eſt figuræ pupillaris, iuxta dicta in noſtro Apiario dioptrico, & poſt Diaphanum ponatur ſpeculum concauum ſphęricum habens centrum in puncto, ad quod confluunt ſpecies per Diaphanum tranſmiſſæ, reflectentur omnes à ſpeculo ſpecies in cẽtrum, & poſt id apparebunt (non inuerſæ, vt poſt punctum vſtorium Diaphani) erectæ in pariete, vbi eſt foramen, ac tam expreſſæ, quàm nequeunt fieri expreſſiores per modum vllum alium catoptricum; (per dioptricum enim ex lẽtibus fiunt expreſſiores, vt nos in Dioptricis, &c.) quia noſter hîc modus omnes omnino radios & excipit per Diaphanum hyperboliforme, & omnes pariter reflectit per ſpeculum, iuxta propoſitionem 2 Progymnaſ. 2 huius Apiarij Catoptrici. Reuiſe ibi figuram, & ex proportione huc applica. In alijs picturis catoptricis pauci admodum è plurimis radij ad idem punctum reflectuntur, vt habes à nobis demonſtratum in antecedentibus noſtris Catoptricis. & Dioptricis. Vt autem in vſu facilior exiſtat hæc noſtra pictura, poteris ſpeculum circumuertere, & obliquare circa pũctum centrale, vt rerum ſimulacra appareant ſeorſim à foramine parietis, ſine vllo impedimento poſt punctum centrale erecta, & in perfectà ſcenographià. Quem vſum tranferre potes etiam ad rectam deſignationem regionum, oppidorum, &c. procul abſitorum.

Mira, & nouo inuẽto expreſſa catoptrica pictura.

Catoptricum ſpeculorũ vſum ad dimetiendas inacceſſas altitudines reuiſe in fine Apiarij noſtri Geometriæ practicæ.

FINIS

PRIMI TOMI.

In Tomo ſecundo theoriæ Aſtronomicæ, praxes Gnomonicæ, iucunditates Muſicæ, miritates Arithmeticæ vnà cum Euclide applicato aduocant te, amice Lector.

APIARIA

VNIVERSÆ PHILOSOPHIÆ MATHEMATICÆ,

IN QVIBVS

PARADOXA,

Et noua pleraque Machinamenta ad vſus eximios traducta,
& facillimis demonſtrationibus confirmata,

ILLVSTRISS. ET EXCELLENTISS. D.

MATTHIAE GALASSO

SAC. ROM. IMPERII COMITI, &c.

A Coll. Tridentino Soc. Ieſu dicata.

OPVS

Non modo Philoſophis Mathematicis, ſed & Phyſicis, Anatomicis, Militaribus viris, Machinariæ, Muſicæ, Poëticæ, Agrariæ, Architecturæ, Mercaturæ profeſſoribus, &c. vtiliſsimum;

Curioſisſimis inuentis refertum, figurarum æreis formis cuſarum numeroſá, & ſpeciosá varietate ornatum, & in duos Tomos diſtributum; Vna cum gemino copioſisſimo Indice altero propoſitionum, altero rerum.

TOMVS SECVNDVS.

ACCESSIT AD FINEM HVIVS SECVNDI TOMI

EVCLIDES APPLICATVS,

Et condítus ex Apiarijs, indicatis vſibus eximijs præcipuarum propoſitionum in prioribus ſex libris Euclideorum Elementorum.

AVTHORE

MARIO BETTINO BONONIENSI E SOC. IESV,
olim in publico Parmenſi Gymnaſio Philoſophiæ Mathematicæ, & Philoſophiæ Moralis Lectore.

BONONIÆ
Typis Io. Baptiſtæ Ferronij cum facultate Superiorum.
Anno ſalutis M.DC.XXXXII.

ALIQVA E PLVRIMIS, AC PRÆCIPVIS PARADOXIS,

Et inuentionibus in vtroq; Tomo Apiariorum Philoſophiæ Mathematicæ.

I.

Circino muſica fidium inſtrumenta harmonicè attemperare. Muſicam etiam à ſurdo doceri. In vnica linea totius Muſicæ compendium. &c.

II.

VNicà circini diductione vniuerſam Gnomonicen expedire in horarijs particularibus, vniuerſalibus, mobilibus, immobilibus, in inſtrumento vniuerſali ad muralia deſcribenda facillimo, & in quo ſphæræ Aſtronomicæ, atq; Aſtrolabij compendiũ eſt ad plurima, præcipuaq; Gnomonica, & Aſtronomica problemata ſine prolixioribus tabulis. &c. III.

SOlis à terris diſtantiam è radio per feneſtræ foramen traiecto facillimè, atque exactiſſimè metiri.

IV.

ARanea coſmographica, ſiue horarium vniuerſaliſſimum, ac facillimum, quo agnoſcas quota ſit hora eodem momento vbiq; locorum, ac gentium. Atq; in eo totius Geographiæ compendium.

V.

PIcturam opticè, ac ſcientificè exercere inſtrumento facillimo. Picturam naturalẽ erectam cum ſuis coloribus perfectiſſimé, ac ſtatim exhibere.

VI.

PEr picturas opticam, & naturalem regionum, & Oppidorum procul poſitorum veras imagines, proportiones, magnitudines, ſitus, diſtantias agnoſcere, ac deſcribere. VII.

NOuum diaphanũ ſphærohyperboliforme arcanæ a naturâ figuræ ad perfectionem omniũ problematum dioptricorum in picturis naturalibus, in viſionibus, illuminationibus, vſtionibus. &c. Eiuſdẽ diaphani facillima deſcriptio, & conſtructio per nouũ inſtrumentum vnico ductu mixtam eam figuram deſignans.

VIII.

VStorias lineas curuas, rectas, finitas, infinitas varijs modis excitare, ac procul etiã in contrarias partes eodẽ momento ejicere. IX.

AD motum perpetuum aquæ per machinas mirificas adiumenta, & molitiones facillimæ.

X.

MOeniorum, foſſarum, fluuiorum, fretorum, turrium, montium, profunditatum inacceſſas altitudines, diſtantias, latitudines facillimis, ac nouis modis dimetiri; per normam ſubcontrariè, per duas haſtas perpendiculares. &c. XI.

TErrarum orbem per geminas turres in terris, per geminas naues in mari metiri. Tangentem lineã ad terram exactiſſimè, ac nouo modo ducere pro Terrarũ orbis dimenſione. XII.

COnicarum ſectionum variæ, ac nouæ, geometricę, atq; organicæ deſcriptiones ad vſus eximios. Sectio lineæ ſecundùm mediam, & extremam rationem expeditiſſima è circino proportionum. Conſtructio, & demonſtratio tubi mirificè conducentis auditioni perfectiſſimæ. XIII.

OPticæ, atq; arcanæ imaginum deformationes, atq; agnitiones. Iucunda optica ſpectacula, & fallaciæ. Arcanas notas per ſpecula non vſitata cognoſcere.

XIV.

PEr illuminationes refractas, & reflexas tacitè cum abſentibus colloqui. Obiecta etiam minima prodigioſè oculo augere. Viſionis intra oculum arcana geometrica. &c. XV.

TErrarum orbem minimà, atq; etiam nullà vi mouere. Grauia quantumuis maxima momento temporis, & breuiſſimo fune altiſſimé attollere. Grauia caſura grauioribus in partem caſuram additis extollere. Centra grauitatis aliquorum grauium extra ipſa grauia. Vera, & noua ratio pontis circa terram in aere ſine fulcro perſtantis. &c. XVI.

LVnarium montium è terrâ dimenſiones. Perpendiculares altitudines, & planicies ſub montibus latentes facilé metiri. XVII.

VMbra terræ in medio luminoſa, & in eâ Sol apparens. Auroram perpetuam efficere in perpetuo Solis ad horizontem acceſſu.

XVIII.

HOras intra clauſum cubiculum geometricè per circinum, & regulam agnoſcere. Horaria noctu per faculæ radios conſtruere. Horarium Italicum, & Babylonicum ingeniosè vniuerſalia. Vſus horariorum cilindrici, & quadrãtis ſine cilindro, ſtylo, perpendiculo, pinnulis, &c. ad Solem. Atq; in vmbra per radios viſuales, aut Solis reflexos. &c. Horas ab horizonte ad omnem poli eleuationem deſignare in muris, ac ſine Aſtronomicis terminare ope inſtrumenti facillimi, atq; vniuerſalis, in quo & nulli, & omnium eleuationum ſunt horizontes.

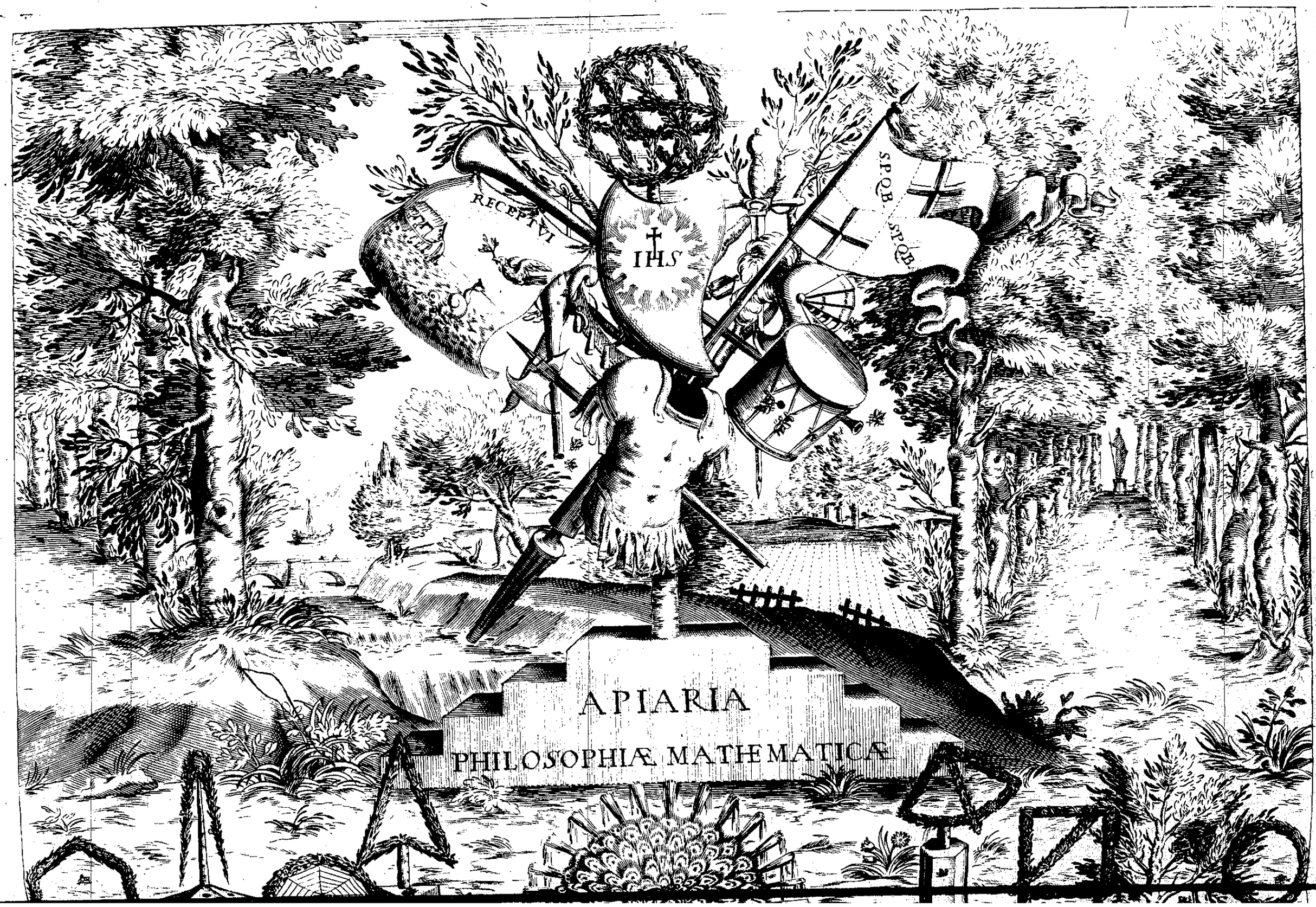
XIX.

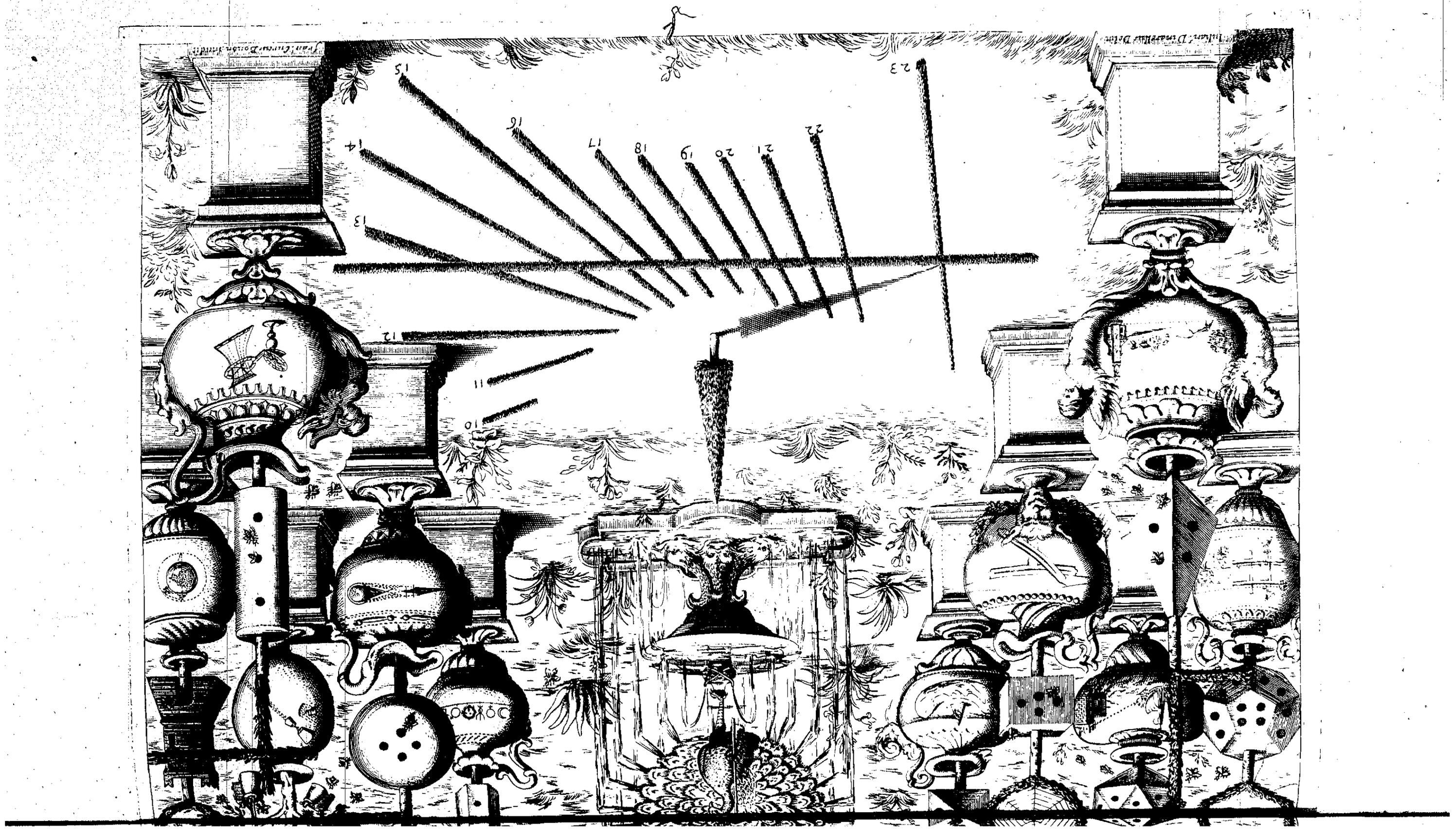
ASTronomica paradoxa quãplurima circa eclipſes, vmbras, illuminationes, gyrationes, apparentias, diſtantias, magnitudines, figuras, ortus, occaſus cæleſtium luminarium. Præcipuorum Aſtronomicorum problematũ correctiones. XX.

APis Geometra. Aranea Geometrizans. Proteus Geometricus. Armamentarium geometricũ. &c. Linearum, angulorum, figurarum, &c. anomaliæ, ac paradoxa. Rectæ lineæ ad rectas ſemper magis accedẽtes, nec vnquam ſe contingentes. Earum, atq; aliarum aſymptotων deſcriptiones. &c. Angulus rectilineus maior duobus rectis. Triangulũ quadrilaterum eteroclitę naturę contra vſitatorum proprietates. &c. Cauiangularum figurarũ monſtra. &c. XXI.

NVmerorũ mirificę affectiones, eruditiones, theorię, arcana, praxes ad vſus ciuiles, & militares. Progreſſiones cum prodigioſis exemplis. Diuinationes arcanę cum iucundis praxibus, ac theorijs. Arithmetica Virgularia, Articularia antiquorum ad ſacram, & profanam eruditionem. Logarithmorum, Rhabdologię origines. Multiplicationes ſine multiplicationibus per ſolas additiones. Arithmeticus nodus inſignis Martiani euolutus. Quadratos, & cubicos numeros per imparium adpoſitiones procreare, ac eorum tabulas facilè conficere. &c.

Quamplurima ália vide, Lector, in indicibus ante, & poſt vtrumq; Tomum.


RECEPTVI
IHS
SP.QB. SP.QB.
APIARIA
PHILOSOPHIÆ MATHEMATICÆ



Facultas Archiepiſcopalis.

Apiaria Mathematica à ſapientiſſimo Patre Mario Bettino Societatis Ieſu doctè diſcuſſa, prudentiſſimè reſoluta, pro Eminentiſs. & Reuerendiſs. D.D. Cardinali Columna Archiepiſcopo, vidi, & perlegi, in quibus nihil nec deuiũ ab orthodoxa noſtra fide, nec obuium bonis moribus percepi, ſed inoffenſo poſſe decurrere pede iudico. Currant ergo vt in bonum cedant illis, qui abſtruſa Mathematicæ pandere cupiunt. Multa namq; in illis emenſa reperiuntur, quæ antiqui non attigère, pluraq; recentes per illorum iter lapſi præteriere, aliaq; etſi à recentioribus tacta, ſed non ita exactè. Typis igitur mandentur, ne tanta lampas ſub modio contineatur, ſed ſupra montem poſita omnibus longè, latèq; ſplendorem emittat.

Ego D. Octauianus Finatius Clericus Regularis S. Pauli, ſacræq; Bononienſis Pœnitentiariæ Rector.

Facultas Sanctæ Inquiſitionis.

Imprimatur.
F. Paulus Inquiſitor Bononienſis.

Facultas Adm. R. P. Generalis Soc. Ieſu.

Ego Alexander Venturinus in Prouincia Veneta Præpoſitus Prouincialis poteſtate ad id mihi facta ab Adm. R. P. N. Generali Mutio Vitelleſco, facultatem concedo, vt Opus, quod inſcribitur Apiaria Philoſophiæ Mathematicæ, &c. *à Patre Mario Bettino Bononienſi è Societate noſtra conſcriptum, & trium virorum doctorum noſtræ Societatis iudicio approbatum typis mandetur. In quorum fidem has litteras propria manu ſubſcriptas, & ſigillo noſtro munitas dedimus. Datum Bononiæ* 22. *Iulij* 1635.

Locus Sigilli.

Alexander Venturinus.

IVDICIVM
E Censura Religionis in Apiaria.

Pater Christophorus Griembergerus trium in hac Apiaria Censorum primarius in Censura sic scribit. Patris Marij Bettini Apiaria, éaque mathematico melle condíta talia esse iudico, vt, edita in lucem, eum inuentura sint locum apud omnes, quem apud me inuenére, & re ipsa, iureq; suo merentur. Nimirum talis est hæc Bettiniana Mathematica, qualem illi maximè, in primisque desiderant, quibus illa alia vera quidem, & naturalis, sed ieiuna nimium, & macilentior non æquè placet.

Iudicium ex eadem Censura de perspicuitate, ac facilitate in hisce Apiarijs.

IN eiusdem Censuræ paragrapho altero: Apiariorum Author in suis literis ad Censores affirmauit se ita scripsisse, vt etiam à rudioribus queat intelligi. Cui profecto ipsamet scriptio non contradicit. Vix enim maior claritas, præsertim in rebus difficilioribus, desiderabitur.

TOMI SECVNDI APIARIA.

Apiarium octauum, in quo Paradoxa Astronomica.
Apiarium nonum, in quo Gnomonica.
Apiarium decimum, in quo Musica, & Sonimetrica.
Apiarium vndecimum, in quo Arithmetica paradoxa, & arcana.
Apiarium duodecimum, in quo Euclides ex Apiarijs conditus, & aranea cosmographica, siue horarium paradoxicè vniuersalissimum.

AMICO LECTORI

Petrus Bettinus, Philoſophus, Doctor, & Lector in publico Bononienſi Gymnaſio.

PRæter ea, quæ tecum, Amice Lector, prolocutus ſum ſub initium Tomi prioris pro Apiarijs, & eorum Authore, paucula quędam ſuperſunt ſpeciatim ad ſecundum hunc Tomum ſpectantia.

Cur Apiaria in duos Tomos diſtributa.

Cur in duos Tomos Apiaria diſtributa ſint duplex è prędipuis cauſa extitit. Prior ipſa totius operis moles, quæ incommodatura videbatur tuis, ò Lector, vſibus. Facilius enim volumina minoris, & æquioris molis pertrectantur, & circumferuntur. Altera cauſa eſt ab ipſo huius Tomi argumento, quod quaſi genere, ac loco differt ab Apiarijs Tomi prioris. In quo circa ſubtilia quidem in Geometricis, & ſublimia in Machinarijs, & illuſtria in luminoſis verſatus eſt Author, ſed in hoc ſecundo altius in Aſtronomicis, & in ipſos lucis fontes Planetas, & Aſtra euectus eſt. Et præter eas Mathematicæ Philoſophiæ formas, quæ in quantitate continua ingeniosè laborant, & mirificè contemplantur, híc etiam quantitatis diſcretæ prodigioſas affectiones in Arithmeticis, & harmonicos numeros habes in Muſicis.

Pro Apiar. Gnomonico.

In primis circa Gnomonica, quæ in hoc 2 Tomo, memento, Lector moniti, quod à me traditum eſt in Præloquio Tomi prioris, ſcilicet ne facilè iniquè cenſeas, & vt Mathematicam abſtractionem, ſi ſit opus, exerceas circa figuras ſi ſemel fortaſſe videris puncta aliqua, vel lineolam, quæ, inciſorum vitio, vndiquaq; præceptis non congruant. In rotulis pro arcubus diurnis ſigna Zodiaci videbis ita expoſita, vt verè ſunt in hemiphærio diurno. Amat Author in ijs rotulis ſubijcere tuis oculis, ò

Lector, in primis quantitates, excreſcentias, imminutiones ſemidiurnorum arcuum pro ſignis, in quibus eæ varietates contingunt. Quod ſi etiam vti velis pro horarijs, poteris facilé ſine errore, ſi pro ſigno Zodiaci, cuius partem indicat vmbræ vertex, exempli gratia, infra æquinoctialem, intelligas oppoſiti ſigni gradum adſimilem, in quo ſol meat ſupra æquinoctialem. Paria intellige ſi quando in aliquo horario Gnomonici Apiarij videris Zodiaci ſigna ſignata non de more horariorum vulgato. Tamen pro tyronibus, vt plurimum, ſigna oppoſitè geminata videbis in planis horarijs noni Apiarij. In vſu horarij vniuerſalis circa 2, & 4 ſitum memento verbi ab Authore vſurpati: *vt horis abundes tum Sol ante ſextam à media nocte exurgit.* Poſita ibi ſunt exempla in eadem vmbræ quantitate, & abſtractum eſt animo in figura à poli vltra 45. gr. eleuatione, quam requirit ibi exhibita vmbræ longitudo. Prædicta in exemplum accipe, vt videas nihil ſine cauſa poſitum in hiſce Apiarijs.

Quæ ſequuntur addita sũt ab amico Doctoris Bettini, & Authoris Apiariorũ.

In Apiario Aſtronomico paradoxum de vmbris ſingulare, ac nouũ.

Videbis in Apiario 8 Aſtronomico, progymnaſmate 2, ſcholion poſt propoſitionem 7, in quo Author pro inſtituto innuit paradoxum planè nouum in refractionibus circa vmbras proiectas à Sole, ac Luna vaporatis. Pro explicando, & aſſerendo eo paradoxo, ne cui neceſſarium ſit aliquid extra hoc volumen exquirere, aliqua carpenda exiſtimaui tum ex epiſtola 22 ab Authore citata in eo ſcholio, tum è reſponſione Clariſſimi viri Fortunij Liceti primarij nunc Phyſicæ philoſophiæ Lectoris in hac antiquiſſima, & illuſtriſſima Bononienſi Academia.

Paradoxi expoſitio, & ratio.

Inſcriptio eſt: *de latiori vmbra ducta ex eodem opaco mane, & veſpere, quàm meridie.* Deinde Cl.V. P. Gaſſendus affert organicas à ſe factas obſeruationes circa Solem, & Lunam, & affirmat compertum à ſe vmbras ab vtroq; planeta propè horizontem latiores proijci, quám ab elatioribus, & circa Meridianum. Cum tamen manifeſtum ſit maioris molis apparere planetas ob refractiones vaporoſas horizontales, minores verò dum extra craſſiores vapores verſantur in loco altiori; nec dubitet quiſquam Opticorum, manente eadem opaci corporis quantitate, à luminoſo maiore arctiorem, & graciliorem vmbram proijci, à minore verò latiorem.

Tres deinde affert eius paradoxi rationes Gaſſendus, quarum tertia præ ceteris probatur, & eruditè confirmatur à cl.v. Fortunio Liceto. Fundamentum præcipuum petitum eſt ex Opticis Franciſci Aguillonij (eiuſdem cum Authore Apiariorum religioſæ familiæ) lib. 5. defin. 7, & 14. Ex quo Authore apparet duplex lumen (præſertim à Sole) in aëre apparere, alterum primarium ab ipſo planeta, ſecundarium alterum, ac reflexum à primario. *Etenim lumen ſemper repercutitur* (ait Ar. 2. de an. t. 80.) *non enim fieret vbique lumen, ſed tenebræ extra locum à Sole illuſtratum.* Cum igitur Sol altior eſt extra vapores lumen purius, ac fulgentius emittit, & corpora opaca lumen intercipientia vmbram iaciunt,

quæ

quæ à proximi luminis primarij fulgore ſecundarium, & reflexum excipit, & circa extrema quaſi atteritur, ac proinde (licet à Sole extra vapores apparenter minore) arctior efficitur. Cum vero planeta verſatur in vaporibus horizontalibus, tunc lumen à Sole primarium propter refractiones debilitatur (vt patet ex Alhazeno lib.7.c.7.prop.38,& Vitellione lib.10.prop.10.) nec fulgorem habet vehementem, qui ſecundarium, ac reflexum lumen efficiat, atque atterat extrema vmbrarum. Qua propter, licet maiorem tunc ſe ſe oſtentet Sol, vmbram tamen latiorem iacit ex eodem opaco, ex quo altior arctiorem emittebat.

Hactenus ex clar.V.V.Gaſſendo,& Liceto ſingulare in refractionibus Aſtronomicis paradoxum.

Authoris Apiariorum paradoxa è paradoxo.

Ex quo vlterius progreſſus Author Apiariorum corollarium item paradoxicum eduxit, nempè à Sole, ac Luna ob refractiones effici vmbras non ſolum latiores, ſed & conſequenter longiores, contra eos, qui, ob refractiones, ita terræ vmbram decurtant, vt velint ad Lunam eclipſandam non poſſe pertingere.

Locus Virgilij è paradoxo explicatus.

Hinc locũ Mantuani Poetæ: ***maioreſq; cadunt altis de montibus vmbræ***, dum de ſerotinis loquitur, Sole horizontales vapores ineunte, interpretari licet non è vulgo, vt intelligat maiores non ſolum longitudine, ſed & latitudine, ob prædicta.

Poſſis & alterum paradoxicum corollarium ex antedictis affirmare, quo confirmentur ea, quæ habet noſter híc Author in Aſtronimicis prog.5.prop.9.vbi demonſtrat, Sole verſante in 45.gr.altitudinis, vmbras eſſe, non æquales, vt vulgo aſſeritur, ſed minores ſuis gnomonibus. Si enim Sol altior, & extra craſſiores vapores vmbras efficit graciliores, ergo & breuiores, & decurtatis mucronibus à lumine ſecundario, & reuerberato. Duplex igitur cauſa eſt cur in g.45. vmbræ ſint breuiores gnomonibus, tum quia ob refractionem nonnullam Sol paulo altior apparet eo g.45.vt docet Author Apiariorum progymn.& propoſ.citatis; tum quia in ea eſt altitudine, vt extra craſſiores vapores fulgorem euibret, qui vmbras ſecundario lumine atterat, & accídat. Hinc ſi quando ex vmbris altitudines turrium metiare ſub Sole in 45.g. verticalis, memento nonnihil addere ipſis vmbris, vt veras turrium altitudines aſſequare. Denique quod attinet ad —

Duplex ratio vmbræ ſuo gnomone breuioris ſub Sole in gr. 45 alt.

Correctio altimetriæ ex vmbris.

— ERRORES —

Tomus etiam ſecundus correctus à mendis typographicis.

— HIc etiam, præſertim maioris momenti, vt in priore Tomo prædictum eſt, aut nullos, aut correctos habes; minoris momenti, ſi quos incideris, tu, Lector, corrige, ac vale, vt Apiarijs etiam Tomi huiuſce ſecundi perfruare.

INDEX

INDEX

Progymnasmatum, Propositionum, Corollariorum, Scholiorum, Lemmatum, Capitum, quæ in singulis Apiarijs Secundi Tomi.

IN APIARIO OCTAVO.

PROGYMNASMA I,

Quod versatur circa hypotheses. fac. 2.

PROPOSITIO I,
In qua hypotheses innuuntur pertinentes ad intentionem nostram, & ad materiam huiusce Apiarij Astronomici. fac. 2.

PROPOSISIO II,
In qua hypotheses aliquæ ex dioptricis. fac. 3.

PROPOSITIO III.
Quantitatē refractionum Astronomicarum tum in aquis per scaphia, tum in aere per tabellas refractionum ☽, ☉, & ✶ ✶ prodere. fac. 4.
Tabula refractionum solarium. fac. 5. col. 1
Tabula refractionum Lunæ. fac. 5. col. 2
Tabula refractionum fixarum stellarū. fac. 6. col. 1

SCHOLION.
Ad expeditiorem praxim pro præcedenti propositione per vnicum vnius verticalis quadrantem. fac. 6. col. 1

PROPOSITIO IV,
Vsus, & cautiones circa prædictas tabellas, modi etiam aliqui eas conficiendi apud alios, apud nos etiam indigitantur. fac. 6. col. 2

PROGYMNASMA II.

De paradoxis ex refractione circa ęlipses vsitatas, aut prodigiosas cælestium luminarium, circa vmbras, & illuminationes ab ijsdem luminaribus in aere, ad terram, ad Lunam, &c. fac. 8.

PROPOSITIO I.
Vmbram terræ simul calathoiden, & conoiden è conis aduersis, & auersis prodere iuxta Opticum experimentum cautè ad terræ vmbram translatum. fac. 8.

PROPOSITIO II.
Eclipses lunares, in quibus conus vmbræ terrestris à primis radijs terram amplectentibus effectus ad Lunam non pertingat, & Luna perigæa minorem vmbram subeat, apogæa maiorem. Luna item in axe vmbræ terrestris posita, quæ tamen tota clarissimo Solis lumine perfundatur. &c. fac. 11. col. 2

PROPOSITIO III.
Ex refractionibus horizontalibus altitudinem aëris radios solares refringentis coniectari. fac. 12. col. 2

PROPOSITIO IV.
Maiorem terræ partem, quam antiqui Astronomi asseruerint, à Sole illustrari, ac quota ea sit. fac. 14. col. 1

PROPOSITIO V.
Luna obscuratur ab vmbra terræ, quod non nemo negare ausus est paralogisticè. fac. 15.

PROPOSITIO VI,
Vmbram terræ non decurtari ex refractionibus. fac. 16.

COROLLARIVM,
In quo paradoxum ex antecedentibus. Crescunt in terrà termini illuminationis, nec tamen vmbra decrescit. fac. 17. col. 2

PROPOSITIO VII.
Lunam nō eclipsari ab vmbra vlla aeris terram ambientis, nec vllam talem vmbram subire

calculum eclipsium Aronomicarum. fac.17.

SCHOLION.

A refractione vmbræ etiã maiores. fac.19.col.2

PROPOSITIO VIII.

Lunam, dum eclypsatur non subire spatia illuminata à radijs Solis refractis. Etiam in contrarijs circa refractiones sententijs nihil incommodatur eclipsibus lunaribus. fac.19.

PROPOSITIO IX.

Eclipses lunares, in quibus circa orbem terræ sub eodem circulo habitantibus appareant eodem tempore supra, & infrà eundem horizontem, siue supra oppositos horizontes Sol, & Luna obscurati. fac.21.col.1

COROLLARIVM,

In quo modus traditur facillimus sine tabulis inueniendi quantitates refractionum horizontalium Solis, ac Lunæ eodem tempore in oppositis horizontibus. fac.22.col.2

PROPOSITIO X.

Eclipses Solis centrales, in quibus Sol, licet totus sub Luna latens, tamen ex parte appareat. fac.23.col.1

COROLLARIVM I.

Luna tunc maximè à Sole illustratur cum obscura est. fac.24.col.2

SCHOLION,

In quo circa paradoxum alterum cautio. fac.25. col.1

COROLLARIVM II.

Terra minimè illustratur cum maximæ sunt luces in trop. ♋, maximè cũ minimæ in trop. ♑. fac.25.col.2

PROPOSITIO XI.

Singulis penè momentis varias cælestium luminarium eclipses existere. Mox de tubo dioptrico antiquorũ, & de cometis insignia. fac.26.

PROGYMNASMA III.

Cælestium luminarium veræ refractiones, & altitudines. Eorundem magnitudines, ac distantiæ à terrà variè, ac facilè inuestigatæ. Antiqua Zodiaci diuisio, marinæ profunditatis dimensio correctæ. De hydrologijs. De scaphijs. Varij modi polarium altitudinum inueniendarum. Plura paradoxa. fac.28.

PROPOSITIO I.

Ingeniosi duo Veterum modi cælestium refractionum inuestigandarum cautionibus suffulti, & à scripturæ mendis vindicati. fac.28.

PROPOSITIO II,

Solem in vero meridiano positum agnoscere ex linea meridiana emendatè à refractionibus designata. fac.30.col.1

SCHOLION,

In quo vsus thermoscopij ad rem Astronomicam (præsertim pro refractionibus) à nobis traductus ostenditur. fac.31.col.1

PROPOSITIO III.

Modus diuisi ab Aegyptijs Zodiaci. Inde hydrologij emendati facillima constructio, & modi aliquot inueniendarum horizontalium refractionum. fac.32.col.1

SCHOLION I,

In quo aperitur occulta fallacia hydrologij Aegyptij emenaata in hydrologio à nobis posito. fac.34.col.1

SCHOLION II.

In quo proditur modus fallacis hydrologicæ demonstrationis à Neotericis vsurpatæ circa profunditates marium inuestigãdas. fac.34. col.2

PROPOSITO IV.

Refractiones Solis, Lunæ, stellarum &c. in qualibet regione, in qualibet aëris alteratione, in qualibet Solis altitudine, quolibet momento, facillimà geminà ratione metiri. fac.35.col.1

COROLLARIVM,

In quo Gnomonicum Paradoxum.

Horas compendioso opere venari ex quadrante, in quo nullæ horariæ sint lineæ. fac.36.col.2

PROPOSITIO V.

Solis, Lunæ, &c. altitudines veras, & completas per tabulas refractionum, & parallaxeon, atq; etiam sine tabulis quolibet momento per antecedentem nostram 4 propositionem inuenire. fac.37.col.1

COROLLARIVM I.

Sol ante, ac post meridiem in meridiana est altitudine, in meridie meridianam excedit altitudinem. fac.38.col.1

COROLLARIVM II.

Vera luminarium loca in cælo ab Astronomis haberi non possunt, nisi nostra 5 propos. antecedenti vtantur. fac.38.col.1

PROPOSITIO VI.

Modi aliqui inueniendæ eleuationis Poli. fac.38. col.2

OBSERVATIONES—

— *Stellarum quarundam circumpolarium Geggingæ propè Augustam Vindelicorum habita*

pro

pro inquirenda illic Poli altitudine. fac.39. col.2

PROPOSITIO VII.

Elevationes polares preced. propos. corrigere, & exemplum emendatum tradere modi facillimi quotidie inveniendi elevationem poli. fac.40. col.2

COROLLARIVM I.

In quo paradoxa circa stellarum circulationes, & ☉ declinationes. fac.41.col.2

COROLLARIVM II.

Cur poli altitudo quæsita per solstitia minor inveniatur, quam quæsita per stellas, præsertim circumpolares? fac.42.col.1

COROLLARIVM III.

Vnde varietas elevationum polarium in tabulis? earumdem tabularum correctio. Necessitas denique, ac veritas refractionum Astronomicarum. fac.42.col.2

PROPOSITIO VIII.

Magnitudines Solis, ac Lunæ, eorum à terris distantiam, & ambitum calorum vtriusq; Planetæ ex antiquissimis inventis vna cũ nostris animadversionibus prodere. fac.43.col.1

PROPOSITIO IX.

Fallacia à refractionibus in diametris ☽, ac ☉ acceptis per operationes antiquissimas Astronomicas præcedentis propositionis. Indicatæ correctiones per Astronomorum posteriorum inventa nostris cautionibus suffultæ ob refractiones. fac.46.col.1

PROPOSITIO X.

Noster modus facillimus accipiendi diametros, ac distantias calorum, & Planetarum ☉, ac ☽ ex radijs per fenestræ foramen traiectis. &c. fac.47.col.2

COROLLARIVM.

Homines, & alia extra cubiculum longè posita dimetiri geometricè etiam in tenebris, &c. fac.50.

SCHOLION I,

Quod est circa corollarium antecedens geometricè facilitandum. fac.50.col.1

SCHOLION II,

In quo firmamenta, & cautiones præsertim circa constructionem demonstrationis in propos. 10 exactissimè, ac facillimè exercendam fac.51.col.1

SCHOLION III.

Certitudo operationis per foramen fenestræ, quasi per dioptram. &c. fac.51.col.2

PROPOSITIO XI.

Geometricè investigare solarem diametrum. fac.52.col.1

COROLLARIVM I.

Vmbra terrena longitudo geometricè. fac.53. col.2

COROLLARIVM II.

Solis à terrà distantia geometricè. fac.53.col.2

SCHOLION I.

Analogia figuræ geometricæ ad radium astronomicum cum demonstratione indicatà, &c. fac.53.col.2

SCHOLION II.

Hypothesis est apud nos diameter ☉. fac.54.col.2

PROPOSITIO XII.

Aliter, ac facillimè per scaphia expedire distantiam Solis à terra, non sine ope Aranea nostræ in primo Apiario geometrizantis. fac.54

SCHOLION I.

In quo præstet modus per scaphia modo per foramen fenestræ. &c. fac.54.col.2

SCHOLION II.

Cur prætulerimus, & in quo præstet modus per foramen fenestræ modo per scaphia. fac.55. col.1

SCHOLION III,

Aequi simus erga Astronomos. fac.55.col.2

SCHOLION IV.

Fac.55.col.2.

PROGYMNASMA IV.

De apparentibus quantitatibus' & figuris, & motibus cælestium luminarium, & circa ea paradoxa. fac. 56.

PROPOSITIO I.

Diametri cælestium luminarium minores, & maiores veris apparent propter refractionem. Locus apud Vitellionem correctus. fac.56.

PROPOSITIO II.

Conciliata antecedentis paradoxi partes oppositæ. Circa Maurolyci demonstrationem de rebus per refractionem minoribus. Explicata aliqua. Paradoxum paullo post explicandum hic indicatum. fac.58.col.1

COROLLARIVM,

In quo curiosa quæstiuncula, oculo in Lunâ collocato, & despectanti terra maior ne, an minor appareret, quàm deberet? fac.59.col.1

PROPOSITIO III.

Cælestia luminaria propter refractionem apparent elliptica figura, præsertim propè horizontem. fac.59.col.1

COROLLARIA,

In quibus paradoxa, & Veterum Authorum correctiones, & solutiones nodorum, proble-

matumq. epicorum iucundorum. fac. 60. col. 1.

SCHOLION.

Qua cautione locuti, & intelligendi simus circa refractiones in hoc 4. progymn. fac. 62. col. 1

PROPOSITIO IV.

Trepidationes, ac scintillationes cælestium luminarium fiunt ex refractione, iuxta doctiorum sententiam. fac. 62. col. 2

PROGYMNASMA V.

Paradoxa circa ortus, occasus, gyrationes, &c. cælestium luminarium: circa vmbras gnomonicas, &c. De Aurora perpetua &c. fac. 63.

PROPOSITIO I.

Sol antequam oriatur, & postquam occidit appareret etiam sine refractione, apparet etiam per refractionem dum infra horizontem est circiter 50 milliaria Astronomica, etiamsi tunc ex refractione non eleuetur nisi circiter 35 milliaria Astronomica. fac. 63. col. 1

PROPOSITIO II.

In sphæra nostrâ oliquà Sol ante Æquinoctium vernum, & post Æquinoctium Autumnale efficit Æquinoctium. In sphæra rectâ nunquam efficit Æquinoctium. fac. 64. col. 2

PROPOSITIO III.

In omni sphæra ante, & post vtrumq. Æequinoctium Sol oritur, atq; occidit in Æquinoctiali circulo. Latitudines horizontales, & ingressus Solis in signa apparentes sunt, ac fallaces. fac. 65. col. 1

PROPOSITIO IV.

Singulis diebus Sol in pluribus parallelis defertur. Inde corollaria circa vmbras. fac. 66. col. 1

PROPOSITIO V.

In sphæris obliquis arcus diurni brumales proportione sunt maiores, quàm æstiui; atq; in omni sphæra longiores, quam in tabulis ponuntur. fac. 66. col. 2

PROPOSITIO VI.

In sphæra recta vterq. polus eodem temporis momento & supra horizontem eleuatur, & infra horizontem latet. Innumeros etiam Soles eodem momento propter refractiones apparere. fac. 67. col. 1

PROPOSITIO VII.

Vel exigua refractio non solum quantitatem diei, sed numerum dierum augere potest. fac. 67. col. 2

PROPOSITIO VIII.

Auroram perpetuam in perpetuo Solis ad horizontem accessu in qualibet sphæra efficere. fac. 68.

COROLLARIVM.

Diem perpetuam efficere. fac. 69.

PROPOSITIO. IX.

Vmbræ Gnomonibus æquales sunt, Sole non in 45 gr. (vt communis est opinio) sed infra 45 gr. altitudinis versante. Inde correctiones ad vsum Altimetriæ. fac. 69. col. 2

PROPOSITIO X.

Fallacias ab vmbris gnomonum in vsu sciothericorum horariorum prodere, ac ex parte corrigere in aliquibus horarijs. fac. 70. col. 2.

PROGYMNASMA VI.

Paradoxa, & noua phænomena in Luna, siue de montibus in Luna per tubum dioptricum apparentibus. Varia eorum montium dimensio. fac. 72.

PROPOSITIO I.

Phænomena per tubum dioptricum spectata non cogunt asserere montes, ac valles in Lunæ facie. Nodi optici circa Lunam solutio. fac. 73. col. 1.

COROLLARIA.

Fac. 75. col. 1.

SCHOLION.

Non sunt hæ apud nos logomachiæ, vel tautologiæ. fac. 75. col. 1.

PROPOSITIO II.

Lunæ peripheria perfectè circularis est, atq; homogeneæ densitatis. fac. 75. col. 2.

PROPOSITIO III.

In Lunæ peripheria si essent partes, quæ valde vel supra alias extarent, vel ab alijs densitate valde differrent, per tubum dioptricum sese proderent. fac. 76. col. 2.

PROPOSITIO IV,
Et Paradoxum.

Suppositos in Luna montes triplici modo è terra dimetiri. fac. 78. col. 2.

SCHO-

SCHOLION.
Comparatio duorum è tribus modis præcedentis demonſtrationis. *fac.* 80. *col.* 1.
COROLLARIVM.
Tyronibus eximens laborem ſinuum, tangentuum, & ſecantum.&c. *fac* 80.*col.*2.
SCHOLION.
Ampliatio 4. *&* 26. *propoſ. Eucl. lib.* 1. *ad vſus Aſtronomicos.* *fac.*81.*col.*1.
EPILOGVS.
*Fac.*81.*col.*1.

IN APIARIO NONO.

PROGYMNASMA I.

De vniuerſæ Gnomonices, ac horariorum vniuerſalium in vno facillimà conſtructione per vnicam circini diductionem demonſtratam. De hyperbolarum ſolarium deſcriptionibus tum organicis per fila, tum geometricis è conicis.&c. fac. 2.

CAPVT I.
Propoſitum noſtrum, & inuenta noſtra gnomonica in hoc Apiario indicantur; præſertim vnicà circini diductione vniuerſam Gnomonicam expedire. *fac.*2.
CAPVT II.
Præcipuum Gnomonices, & Aſtronomicarum obſeruationum fundamentum, nempe paradoxum de terræ nihilo geometricè demonſtratum,&c. *fac.*3.
CAPVT III.
Senis parallelis duodena horaria vniuerſalia deſcribere, ſed ſeorſim horarum duodecimæ, ac ſextæ Aſtronomicarum. *fac.* 5.
CAPVT IV.
*Theoriæ praxeos præcedentis indicantur; & geometrica demonſtratio de ſtylo expeditur. fac.*7.
CAPVT V.
Compendium ad propoſitorum horologiorum vniuerſalium conſtructionem vnicà circini diductione geometricè demonſtratum. Et de ſtylo ſingulare notandum. *fac.*8.
CAPVT VI.
Solis parallelos per denos ſignorum Zodiaci gradus in polarium planorum horolabijs geometricè deſcribere. *fac.*9.
CAPVT VII.
Proximæ præcedentis praxeos theorice. *fac.*11.
CAPVT VIII.
Compendium geometricum, & organicum deſcriptionis geometricæ hyperbolarum ſolarium ex conicis theorijs. *fac.*12.
CAPVT IX.
Characteres ſignorum Zodiaci; ſemicirculum eleuationum poli ad plura conducturum deſcribere; & horologij vniuerſalis 6 *horæ theoria.* *fac.*13.

PROGYMNASMA II.

De multiplici vſu horarij noſtri vniuerſalis ad horas, ad aſymptotos, ad poli altitudines, ad arcus diurnos, ad meridianæ deſcriptiones, ad horaria noctu per faculam, &c. fac. 16.

CAPVT I.
Regulæ ad vſum horarij vniuerſalis horæ duodecimæ. *fac.*16.
CAPVT II.
Horas Aſtronomicas conuertere in Italicas, & Babylonicas etiam ſine vſu tabularum, ope ſolius noſtri horarij vniuerſalis. Theoricè indicata. *fac.*20.
CAPVT III.
Aſymptotos, hoc eſt lineas ſemper magis ad ſeſe accedentes, & nũquam ſe contingentes, tũ curuas cum rectis, tum curuas cũ curuis plures, quam 720 *in plano noſtri horarij exhibere.* *fac.*21.
SCHOLION.
Ad praxim facillimam demonſtrati problematis. *fac.*22.*col* 2.

INDEX.

CAPVT IV.

Datâ horâ Astronomicâ, & Solis parallelo, poli altitudinem vbiq; gentium illico deprehendere ex nostro horario ad Solem; atq; etiam extra Solem, datâ horâ veri ortus solaris. fac. 24.

CAPVT V.

In qualibet poli elevatione paradoxa, & quantitates arcuum diurnorum, & nocturnorum, quota hora Sol oriatur, sit in meridie, occidat, & alia per magni vsus vnicâ fili sectione, vel regulæ applicatione in plano nostri horarij pro toto anno agnoscere. Corollarium præterea vniuersalissimum, & insigne circa latitudines horizontales. fac. 26.

CAPVT VI.

Lineam meridianam (etiam Æquinoctialem) datâ horâ, vel loco Solis, ex plano nostri horarij meridiani in dato quolibet plano designare. Solis altitudinem ex horario nostro in quolibet momento comperire. fac. 29.

CAPVT VII.

Vsus horarij nostri vniuersalis pro horario vniuersali horæ sextæ. fac. 30.

CAPVT VIII.

Vsus eiusdem horarij nostri horæ sextæ in inuentione non innenusta, & pro horarijs horizontalibus, & muralibus noctu ex facula facillimè describendis. fac. 31.

PROGYMNASMA III.

De vsu nostri horarij vniuersalis pro instrumento vniuersali ad describenda horaria muralia, horizontalia, &c. De eódem pro vsu plurium simul horariorum vniuersalium Astronomicorum, Italicorum vniuersalium, Aequinoctialium vmbratorum, &c. fac. 34.

CAPVT I.

Ex horario nostro vniuersali instrumentum construere ad horaria muralia describenda. fac. 34.

CAPVT II.

Vsus instrumenti, ac primo pro horis Astronomicis describendis in muris, & in horizonte vnà cum Solis parallelis. Variæ etiam artes designandæ lineæ meridianæ, &c. fac. 39.

CAPVT III.

Theoria, & demonstrationes proximè antecedentium duorum capitum. fac. 42.

CAPVT IV.

Horas ab occasu, vel ab ortu Solis ad quamlibet poli altitudinem facillima omnium ratione in muris, & horizonte ex nostro instrumento per se terminatas describere, atq; ex ijs parallelos Solis notare. &c. fac. 44.

CAPVT V.

Theoriæ descriptionis præcedentis horarum ab horizonte. Horizontis peculiaris ignoratam elevationem inuestigare. Descriptio horarum inæqualium, & ab horizonte per arcus diurnos. De stylo. Examen ritè descripti horarij in muro. fac. 47.

CAPVT VI.

Eiusdem instrumenti vsus varij, atquè insueti, præsertim pro horario gemino simul (immò, & duodeno) vniuersali Astronomico. pro horarijs Aequinoctialibus horas in vmbroso plano indicantibus. fac. 50.

CAPVT VII.

Vsus nostri eiusdem instrumenti pro vniuersali horario Italico, & Babylonico: pro varijs problemzteis Astronomicis; in primis pro qualibet poli elevatione inueniendâ ex horis ab horizonte, & ex plano, in quo nullæ sint horæ, immò etiam, nullis datis horis. fac. 55.

COROLLARII Loco

Modus etiam in rotulis horarum immobilibus vertendi horas Astronomicas in Italicas, vel Boëmicas. fac. 57. col. 2

PROGYMNASMA IV.

De Horizontalium horariorum geometrica descriptione omnium facillimà. De vsibus, ac theorijs eorumdem non vulgatis. fac. 60.

CAPVT I.

Vnica circini diductione horarium horizontale astronomicum construere; puncta pro semissibus, & quadrantibus, ac pro lineis Italicarum horarum ducendis inuenire. fac. 60.

CAPVT II.

In quo præmissarum operationum demonstrationes partim indicantur apud Gnomonicos, partim nostræ apponuntur, vna cum corollario maximi vsus in Gnomonicis. fac. 61.

CA-

CAPVT III.

Lineas Astronomicarum, Italicarum, Boëmicarum horarum deducere, facillimè terminare, ac diuidire vel arcubus diurnis, vel latitudinibus horizontalibus ex horario nostro vniuersali. Additis aliquot theorijs, &c. fac.66.

CAPVT IV.

Sine vsu acus magneticæ varia collocatio Astronomica horarij horizontalis. Vsus eximij, præter vulgatos, & paradoxa iucunda in vsu eiusdem horarij. fac.70.

CAPVT V.

In dato horario horizontali demonstratiuè inuenire ignorata centrum horarij styli locum, styli quantitatem, & poli eleuationem. Tum paradoxa aliqua de horarijs horizontalibus. fac.72.

CAPVT VI.

Cur aliqua horaria fieri nequeant vniuersalia? Qua arte horaria aliqua horizontalia astronomica euadere possint vniuersalia. fac.74

CAPVT VII.

In horarijs mobilibus quantitas horarum variatur etiam sub eodem Solis parallelo. Inde alia paradoxa de augmento, vel defectu vnius diei in orbis terræ circuitu, &c. In id veterum Authorum loca explicata. fac.76

PROGYMNASMA V.

De horis pernoscendis geometricè extra Solem. De vsibus insuetis quadrantis, & Cylindri horariorum. De vmbroso, & vniuersali Italico, & pluribus alijs horarijs in scriptorià machinulà. De Catoptrico vsu horariorum, &c. fac.79.

PROPOSITIO I.

Data Solis altitudine, horam extra Solem, ac sine horario geometricè per circinum, & regulam inuenire. fac.79.

PROPOSITIO II.

Datà horà, Solis altitudinem extra Solem, &c. comperire. fac.80.col.1

COROLLARIVM I.

Correctio fallaciarum ex refractionibus, &c. fac.80.col.2

COROLLARIVM II.

Constructo tabellarum altitudinum Solis sine fallacijs. fac.81.col.1

COROLLARIVM III, In quo

Plura gnomonica corollaria. fac.81.col.1

SCHOLIA.

Fac.81. col.2.

PROPOSITIO III.

In quadrante horario nosse horam, & Solis altitudinem sine vsu pinnularum, siue dioptræ, sine vsu styli, sine perpendiculo, gemma, &c. fac.82.

PROPOSITIO IV.

Prædicto modo data Solis altitudine, scire in quadrante horario extra Solem quota sit hora. fac.82.col.1

COROLLARIA Gnomonica,

Fac.82. col.2.

PROPOSITIO V.

In cylindrico horario nosse horam sine cylindro, siue columellà, sine stylo, &c. fac.83.col.1

SCHOLION.

Fac.83. col.2.

PROPOSITIO VI.

Data Solis altitudine, scire in horario cylindrico extra Solem quota sit hora. fac.83.col.2

COROLLARIA Gnomonica.

Fac.83. col.2.

SCHOLION

Protheoria. fac.83.col.2

PROPOSITIO VII.

Cõstructio facillima plurium simul horariorum, præsertim vniuersalium, Italicorum, & Boëmicorum. fac.84.

PROPOSITIO VIII.

Aliena incommoda in horarijs aliquibus sublata, nostra commoda, & paradoxa iucunda indicata. fac.85.col.2

PROPOSITIO IX.

Theorice præcedentium vniuersaliũ horariorum ab horizonte inchoantium. fac.86.

SCHOLION.

De cylindrico horario calamario, atramentario, &c. fac.87.col.1

PROPOSITIO X.

Ingens copia gnomonicarum inuentionum. Nonnihil de magnete. fac.87.col.1

PROPOSITIO XI,

Horaria dioptrica, & catoptrica. Machinæ perpetuo motu diù, noctuq; Solis cursum sequentes, ac per horas dimetientes. fac.87.col.2

PROPOSITIO XII.

Horariorum non catoptricorum vsus catoptricus. Apiarium gnomonicum clauditur monito morali. fac.89.

IN APIARIO DECIMO.

PROGYMNASMA I.

Musicæ Matheseos epitome. De surdo, ac muto musicas consonantias docente,& musica instrumenta attemperante. De vniuersi harmonicà dimensione. De harmonià Planetarià, elementaria,& metrica. fac. 3.

PROPOSITIO I.
Vnicà lineà epitomen harmonicæ Matheseos indicare. *fac.* 3.
SCHOLIA
Ad cautiones, & firmamentum circa prædicta. *fac.* 7.
PROPOSITIO II.
Etiam à surdo, & practicæ musices ignaro monochordum,& musica alia instrumenta posse ad exactissimas consonantias attemperari. fac. 8.
COROLLARIVM.
De muto cantum docente. *fac.* 10. *col.* 1
SCHOLION
Ad facilitatem, & compendium diuidendi monochordi. *fac.* 10. *col.* 1
PROPOSITIO III.
Mundi visibilis, atq; adeo Vniuersi harmonica dimensio. *fac.* 10. *col.* 2
SCHOLIA
Ad pleniorem eruditionem, ac fidem, & ad complementum præcedentis 3 *propositionis.* *fac.* 12. *col.* 1
COROLLARIVM,
In quo discrepantium Astronomorum circa ordinem Planetarum concordia ponitur ex antecedentibus Scholijs; & antedicta omnia explicantur in figura restaurati mundani systematis. *fac.* 14. *col.* 2
PROPOSITIO IV.
Hebdomadariam Planetarum harmoniam restaurare. *fac.* 15. *col.* 2
SCHOLIA,
In quibus, præter alia, tabellæ dominij Planetarum (per hebdomadæ dies,& diei horas) castigantur. Dies Mercurij est Veneris, Veneris est Mercurij, iuxta veram Astronomiam. *fac.* 17. *col.* 2
PROPOSITIO V.
Harmonia elementorum ad eruditionem seriam, & sacram. *fac.* 19. *col.* 1
SCHOLION.
De Harmoniâ temporariâ. *fac.* 20. *col.* 1
PROPOSITIO VI.
Octaedri, & Hexaedri, seu Cubi harmonia ad eruditionem moralem. *fac.* 20. *col.* 1
SCHOLION.
In quo innuuntur solidorum regularium apud alios harmoniæ. *fac.* 21. *col.* 1
PROPOSITIO VII.
Metrica arcana harmonia. *fac.* 21. *col.* 1

PROGYMNASMA II.

De quæstionibus, problematibus, theorijs, & inuentionibus ingeniosis musicis, & circa musica instrumenta. De Sonimetriâ, & instrumentis, & ædium formis auditioni,& harmoniæ mirificè conducentibus. Lemmata de varijs ellipseos descriptionibus pro auditorijs instrumentis, ædibus, &c. Corollaria de ellipticis illustratorijs,atq; vstorijs instrumentis. fac. 23.

PROPOSITIO I.
Cur fides circa medium pulsatæ facilius cedant, quam circa extrema, rationem geometricè demonstrare. *fac.* 24. *col.* 2
COROLLARIVM I.
Geometricè demonstrare quantitatem, qua fides pulsata prope extrema productior fit, quàm propè medium. *fac.* 25. *col.* 1
COROLLARIVM II.
Triangula lateribus æqualia, inæqualia areis; æqualia areis, inæqualia lateribus fac. 25. *col.* 1
COROLLARIVM III.
Inæqualium isoperimetrorum triangulorum differentiam nosse. *fac.* 25. *col.* 2
SCHOLION I.
In quo repulsio fallaciæ. *fac.* 25. *col.* 2
SCHOLION II.
Ad eruditionem opticã ex prædictis. fac. 25. *col.* 2
PROPOSITIO II.
Circa musica instrumenta, eorum genera, partes, figuras, de plectris, de tactibus &c. breues aliquot theoriæ ad eruditionẽ,& vsũ. fac. 26. *col.* 1

PRO-

PROPOSITIO III.
Inuentiones, ac praxes harmonicæ periucundæ, præsertim de instrumẽtis tibiarum, ac fidium per se harmonicè consonãtibus. fac.29.col.2
PROPOSITO IV.
Curiosas aliquot musicas quæstiones soluere non è vulgatis. fac.31.col.1
COROLLARIVM,
In quo concordia posteriorum Musicorum cùm Antiquis, & Antiquorum inter se, & consonantiarum musicarum ingens asseritur copia. fac.32.col.2
PROPOSITIO V.
Ex aliquibus problematis musicis Aristotelis corollaria aliqua melopæia, siue poetica, moralia, politica educere. fac.33.col.1

SONIMETRICA.
Fac.35.
LEMMA,
seu
PROPOSITIO VI.
Ellipseos descriptiones organicæ, ac geometricæ. fac.36.col.1
COROLLARIVM I.
De Isoperimetris ex ellipsi, & ad ellipsim. fac.37.col.1
COROLLARIVM II.
Propos.7.pr. Elem. Euclidis per fallaciam traducitur ad descriptionem Ellipsis. fac.37.col.2

PROPOSITIO VII.
Tubum ellipticum auditioni mirificè conducentem construere. fac.38.col.1
COROLLARIVM I.
De auditione animantium, & instrumentis ad sonum è longinquo perfectissimè concipiendum. fac.39.col.1
COROLLARIVM II.
Tubus ellipticus vsorius. fac.39.col.2
PROPOSITIO VIII.
Theatra elliptica scenicis Eloquijs aptissima. fac.40.col.1
PROPOSITIO IX.
Ellipticus fornix aptis. harmonicis plurium vocibus vnum ad punctũ percipiendis. fac.41.col.1
COROLLARIVM I.
De figura ellipticà, in qua à pluribus ad vnum, & ab vno ad plura puncta fiant reflexiones. fac.41.col.2
COROLLARIVM II.
Speculum ellipticum à pluribus ad vnum punctum vrens. fac.42.col.2
PROPOSITIO X,
Siue.
Paralipomenon,
In quo descriptiones inuuntur trium conicarum sectionum è lib.6. Euclid. & sectiones ipsæ thoricè inter se comparantur. fac.42.col.1

IN APIARIO VNDECIMO.

PROGYMNASMA I.

De Algebræ fundamentis in Euclide. de logisticæ antiquissima origine. De notis Arithmeticis variarum gentium, earum origine, lectione, scriptione cum vsu aliquo prodigioso. De veteri Chironimia. De arcana chirologia. Eruditiones, nodi, ænigmata, loca Authorum sacrorum, profanorum illustrata, & castigata. fac.2.

CAPVT I.
Apiarij Arithmetici argumentum, necessitas, vtilitas, forma. fac.2.
CAPVT II.
Quid sit, & quotuplex numerus. Algebræ fundamenta in Euclide. Logisticen inuentum esse non semipriscorum Arabum, sed antiquissimorum Arithmeticorum. fac.3.
CAPVT III.
Numeriæ notæ variæ apud varias gentes: & coniecturæ, de originibus earum. fac.4.
CAPVT IV.
Recta numerarias notas legendi, ac numerum etiam auditum excribendi ratio sancitur, & eruditis exemplis illustratur. fac.6.
CAPVT V.
Logisticæ Chironomicæ ad Arithmeticas operationes vsus. Eius artis pars explicata, & insignibus veterum scriptorum locis firmata sontra quorumdam in eà errores. fac.8.
CAPVT VI.
Reliquæ partes antiquæ chironomiæ proponuntur

INDEX.

& ab erroribus recẽtiorum authoritate antiquorum vindicantur. fac. 11.

CAPVT VII.

E Chironomica veterum arithmetica à nobis restaurata locus in Irenæo explicatur, & Plinij de Numa Statua eruditio chironomica euoluitur. fac. 13.

CAPVT VIII.

Ex Arithmetica chironomia deducitur arcana Chirologia. Tum nodus Gordianus in Martiano soluitur, & Senecæ lux affertur. fac. 14.

PROGYMNASMA II.

De Additione, & Subtractione analyticis, earum præstantia præ vulgatis compositorijs. De earum, atq; adeò de Logisticarum operationum theorijs, ac demonstrationibus. Vsus earumdem varij, atq; eruditi. Gryphi euoluti. Numeri plures iminuti eandem tamen summam semper conficientes. &c. fac. 16.

CAPVT I.

Additio in primis resolutoria, seu analytica docetur, ac circa Additionem notanda. fac. 16.

CAPVT II.

Probationes Additionis ex antecedontibus, item theoriæ. Mox paradoxa circa ordinem collocationis figurarum Arithmeticarum ad Additionem. fac. 18.

CAPVT III.

Additionis vsus aliquot eruditi, ac iucundi. fac. 20.

CAPVT IV.

Leges subtractionis præsertim analyticæ. fac. 21.

CAPVT V.

Reliqua notanda circa subtractionem. Præstantia analyticæ methodi in subtractione, atq; in additione supra vulgatam compositoriam. Theoriæ. Probationes. fac. 24.

PROGYMNASMA III.

De multiplicationibus analyticis, syntheticis, obliquis, antiquis, & antiquatis, per partes, per decuffationes, per crates, per solas additiones. De adiumentis, & compendijs multiplicationum ab arcanis affectionibus numerorum, & à miris progressionibus geometricarum proportionalitatum. De numeris circularibus, de non crescentibus per multiplicationem. Interposita paradoxa, theoremata, problemata militaria, agraria, &c. Rhabdologiæ, & Logarithmorum fontes indicati, &c. fac. 27.

CAPVT I.

Multiplicationis definitio discussa. Multiplicationi adiumenta præmissa. fac. 27.

CAPVT II.

Modi aliquot ingenioſi multiplicandi numerum monadicum per monadicum etiam sine multiplicatione. fac. 30.

CAPVT III.

Multiplicationes plurium figurarum per plures analyticæ, syntheticæ, obliquæ. fac. 32.

CAPVT IV.

Multiplicationes numerorum datorũ per eorum partes, etiam sine vsitata additione post factam multiplicationem; item per mutationem multiplicãtis in alium numerũ. Earum operationum paradoxicarum demonstrationes, & adiumenta indicata, theoriæ expositæ. fac. 34.

CAPVT V.

Ingenioſæ multiplicationes per decussationes facilitate, ac theorijs à nobis donatæ. fac. 37.

CAPVT VI.

Electæ multiplicationes per crates etiam sine multiplicatione factæ, vtilitati non minus, quam iucunditati accommodatæ, interpositis theorijs, ac paradoxis. fac. 40.

CAPVT VII.

Rhadologiæ, seu virgulariæ Logistices origo, & vsus aliquis apud alios non vsitatus e multiplicationibus per crates antecedentis capitis, ac è tabella Pythagorica. Logisticæ Antiquorum multiplicationis exemplum è veterum monumentis. Modus logisticæ multiplicationis

nis omnium facillimus, ac ſimpliciſſimus, ex quo etiam patet theoria vniuerſæ operationis multiplicatoriæ. fac.43.

CAPVT VIII.

Compendia multiplicationis logiſticæ, præſertim è miris, ac iucundis aliquorum numerorum proprietatibus. fac.47.

CAPVT IX.

Per ſolam additionem numeros quantumuis maximos inter ſe multiplicare; vnde multiplicationis etiam theoria elucet. Item proportionalium numerorum è ſola additione multiplicatio; vnde logarithmorum origo à nobis detecta. Multiplicationis vſus, & probationes, præſertim è nō vulgata nouenarij proprietate. fac.50.

PROGYMNASMA IV.

De compendijs, & de adiumentis longè facillimis inueniendi numeri partitoris pro diuiſionibus. De analyticis ſimul, & ſyntheticis operationibus in diuiſione. Mirificæ circa diuiſionem theoriæ, praxes bellicæ. &c. De proſthafereſi, &c. Regula aurea proportionum geometricé demonſtrata. Proportionum compendia. De radicum extractionibus, & de miris imparium proprietatibus ad numeros quadratos, & cubicos per ſimplicem additionem procreandos. Prodigia, & compendia etiam pro commercijs é proportionalitate Arithmeticá. &c. fac. 54.

CAPVT I.

Diuiſioni quam ſint accommodatæ operationes Progymnaſmatis antecedentis analyticæ. Diuiſionis definitiones, & prima exempla cum adiumētis à nobis per operationes ſyntheticas. fac.54.

CAPVT II.

Exempla diuiſionis mixtæ ex operationibus analyticis, & ſyntheticis. Compendia diuiſionis. Mirificū, & non vulgatum compendium apto diuiſori ſtatim inueniendo. Diuiſionis theoria, ac probationes peracutæ, ac certæ. fac.57.

CAPVT III.

Egregia theoremata, & problemata curioſa ad diuiſionem ſpectantia. fac.61.

CAPVT IV.

Regulæ aureæ, ſiue proportionum canones, qui quidem ad noſtra Apiaria neceſſarij. Demonſtratio eiuſdem regulæ. Proportionum compendium in tabella Pythagorica. fac.64.

CAPVT V.

Radicis, ſiue lateris quadrati extractio, probatio, demonſtratio Geometrica, & Arithmetica. *Modus eximius numerorum quadratorum facillimè procreandorum.* fac.65.

CAPVT VI.

Numeros quadratos, atq; in primis cubicos per ſolas additiones procreare e recondita imparium numerorum proprietate. Additis compēdijs eximijs è progreſſionum miris affectionibus, atque indicatis demonſtrationibus. fac.68.

CAPVT VII.

Eximia proprietas imparium numerorum pro quadratis, & radicum pro imparibus producendis. Appoſitæ theoriæ. De radicibus erudita pro Algebraticis. Ex hoc, & antecedenti capite compendia per ſimplices additiones conficiendi tabulas quadratorum, & cubicorum numerorum. fac.71.

CAPVT VIII.

Corollaria, & problemata prodigioſè paradoxica ad theoricen, & ad praxim ſoluta. In fine indicatio vnde ex antiquis problemata Algebratica etiā ſine Algebra ſolui poſſint. fac.74.

PROGYMNASMA V.

Vſus logiſticorum elementorum circa varias, & arcanas diuinationes Arithmeticas theorijs illuſtratas, demonſtrationibus firmatas. Additis, & ſolutis curioſis aliquot arithmeticis quæſtiunculis e veterū penu. fac. 77.

PROPOSITIO I.
Quot in Crumena quis habeat nummos per numeros diuinare. *fac.77. col.1*

PROPOSITIO II.
Præcedentis primæ, & ſequentis tertiæ propoſitionum theoricen indicare. *fac.78. col.2*

PROPOSITIO III.
Conceptum in alieno animo numerum diuinare. *fac.79. col.2*

PROPOSITIO IV.
Diuinare numeros, qui reliqui ſint poſt factas ſubtractiones ignotorum numerorum ab ignotis numeris. *fac.80. col.2*

PROPOSITIO V.
Prædicti problematis demonſtratio geometrica, & arithmetica, & quæſtiunculæ cuiuſpiam theoria. *fac.82.col.1*

PROPOSITIO VI.
Tribus perſonis tres res appoſitas habentibus quam rem queq; perſona clam vel tetigerit, vel ſibi aſſumpſerit diuinare. *fac.83.*

PROPOSITIO VII.
E numero furium quis rem quāpiam ſuffuratus ſit diuinare. *fac.84.col.2*

PROPOSITIO VIII.
Præcedentis proximæ diuinationis de furto theoriæ à miris proprietatibus, & compenaijs numeri quinarij. *fac.85. col.2*

PROPOSITIO IX.
Anulo inter plures perſonas appoſito, diuinare, & quis, & quo digito, & quo digiti articulo anulum clam ſurreptum geſtet. *fac.87. col.1*

PROPOSITIO X.
Theorice anularis diuinationis paucis indicata. *fac.87. col.2*

PROPOSITIO XI,
Diuinatio vulgata, & vulgaris quaſi per omiſſionem indicata. *fac.88. col.1*

QVÆSTIVNCVLÆ I, ET II
De mercibus Hebræorum ex vſura cum mercibus Chriſtianorum coemptis, & per artem numerariam eijciendis. Item de diuinatione ad votum facienda. *fac.89. col.1*

QVÆSTIVNCVLÆ III, IV, V
Ex Beda à mendis vindicatæ. De duobus fratribus ſingulas ſorores habentibus; de lupo, & capra, & faſciculo cauli; de viro, & muliere ponderantibus plauſti pondus onuſti. *fac.90. col.1*

Reliqua vide in Indice 1, Apiar. 12, vbi Euclides applicatus.

INDEX

RERVM PRÆCIPVARVM,

QVAE IN APIARIORVM

Secundo Tomo sunt.

Verborum hìc eadem compendia sunt, & interpretationes, quæ in Prologuio sunt Indicis rerum Tomi prioris. Illuc reuise, Lector.

A

A Chazi regis horarium, in quo prodigium vmbræ relabentis, describitur. Ap. 12. in epil. prop. 2. circa medium, & sub finem.
Additionis logisticę definitio. ap. 11. Prog. 2. c. 1.
Additio resolutoria. Ibid.
Additio compositoria. Ibid.
Additionis leges, exceptiones, notanda, &c. Ib.
Additionis probationes, ac theoriæ. Ib. cap. 2.
Additionis miræ aliquæ affectiones in aliquibus numeris. Ibid. cap. 3.
Ænigma de Nilo apud Heliodorum arithmeticè explicatum. Ibid. prog. 2. cap. 3.
Æquinoctium ante, & post æquinoctium Ap. 8. prog. 5. prop. 2.
Æquinoctium nũquam est in sphęra recta. Ib.
Æquinoctialis linea vmbrosa in horarijs fallax. Ib. prop. 4.
Æquinoctialis lineæ cum meridiana sectio in muris variè obliqua, & cur. Ap. 9 prog. 3. c. 2.
Æquinoctialem lineam statim signare in plano horizontali, & murali. Ib.
Æquinoctialis horarij vsus insuetus. Ibid. cap. 6.
Æquinoctialem lineam in horizontali horario secare punctis horarum, & semissium. Ibid. prog. 4. cap. 1.
Æquinoctialis horarij vsus apud Sinas ap. 12, in epilogo prop. 2.
Æquinoctiale horariũ fuit, in quo miraculum Ezechiæ exhibitum &c. Ibid.
Æquinoct. horar. antiquissimum omniũ sciotericorum. Ib. sub finem.
Aer vapidus vmbram aliquã iacit. Ap. 8. prog. 2. prop. 1.
Aeris refractorij altitudo. Ib. prop. 3.
Aer vapidus circa terram ineptus eclipsibus lunaribus. Ibid. prop 7.
Agri euangelici fructus trigesimus, sexagesimus, centesimus è chironomia moraliter. ap. 11. prog. 1. cap. 5.
Algebra quid sit. Ibid. cap. 2.
Algebræ fundamenta, & origo ex lib. 2 Eucl. Ib.
Algebra est regula quadraturæ; & cur. Ib. Prog. cap. 7.
Algebra docet radices eruere. Ibid.
Algebratica aliqua problemata etiam sine regulis algebraticis solui possunt è miris aliquorum numerorum proprietatibus. Ibid. cap. 7 in fine.
Angulus elcuationis astri. Apiar. 8. progym. 1. propos 2.
Angulus refractionis à perpendiculari, & ad perpendicularem Ibid.
Anguli refractorij quãtitatem quinam, ac quibus modis doceant. Ib. prop. 4.
Anguli recti expedita cõstructio per circinum proportionũ. Ap. 12. elem. 1. Eucl. Applic. 5.
Anguli partitio per circinum proportionum. Ibid. applic. 47.
Animalium aliquorum aures è segmentis ellipticis cur? Ap. 10. prog. 2. corollar. 1. post prop. 7.
Anularis iucũda, & mira diuinatio cum theorijs, &c. Ap. 11. prog. 5. propos. 9, & 10.
Apotome in musicis quid. apiar. 10. progym. 1. prop. 1.
Aquæ quantitas impar effluit è vase in paribus temporis spatijs ap. 8. progym. 3. scol. 1. post prop. 3.
Aquatica horaria ap 9. prog. 5. prop. 10.
Aranea cosmographica. Ap. 12. in epilog. prop. 1. & sequ.
Arcus diurni brumales proportione sunt maiores æstiuis in sphærà obliquà. ap. 8. prog. 5. prop. 5.
Arcus diurni sunt longiores, quàm in tabulis Astronomicis ponuntur. Ib.
Arcuum diurnorum, & nocturnorum quantitatem statim inuenire. ap. 9. prog. 2. cap. 5.
Arcum imperatum è peripheria auferre per circinum proportionum. apiar. 12. elem. 6. applic. 28.
Arcum in data proportione diuidere per circin. proport. Ibid.
Arenarum numerus vniuersum implentium. Ap. 11. Prog. 1. cap. 4.
Arithmetica quid sit. Ibid. cap. 2.
Arithmeticæ præconia. Ibid.

Arithmetica apud Martianum surrectis digitis in num. 717. Iouem tacitè salutat. Ænigma id explicatum. Ibid. cap. 8.
Armillare instrumentum antiquum etiam ante Tychonem. ap. 8. prog. 3. prop. 7.
Asymptoton plurimarum exhibitio organica. Ap. 9. prog. 2. cap. 3.
Astronomi sine errore suas obseruationes faciunt in terræ superficie pro centro, &c. Ibid. prog. 1. cap. 2.
Astronomica collocatio horarij horizontalis, etiam sine magnete. Ib. prog. 4. cap. 4. initio, & in fine.
Astronomica collocatio instrumenti pro horarijs in muro signādis. Ibid. prog. 3. cap. 2. & cap. 6.
Augiæ boum problema. Apiar. 11. progym. 4. cap. 7.
Aurium iudicio standum in musicis. Apiar. 10. prog. 1. schol. post prop 1.
Auroram perpetuam in perpetuo Solis motu efficere. ap. 8. prog. 5. prop. 8.
Austro flante res cur maiores appareant. Ibid. prog. 4. prop. 1.
Authorum varietas indicata, quibus vsus in apiar. &c. Ap. 12. in fine.

C

Catoptricus vsus horariorum non catoptricorum. ap. 9. prog. 5. propos. 12.
Calamariæ thecæ vsus pro pluribus simul horarijs Ibid. prop. 7. & schol. post prop. 9.
Cæcus instrumenta musica quì ritè pulset, &c. ap. 10. prog. 2. prop 4.
Centenarium èadem digitorũ inflexio in dextrà ostentat, quæ in sinistrà denarios; non quæ millenarios. ap. 11. prog. 1. cap. 5.
Centupli euangelici moralia è Chironomia. Ib. cap. 5.
Centrum horarij horizõtalis ignoratum inuenire. ap. 9. prog 4. cap. 5.
Circuli horarij omnes sunt secantes in sphæra rectà, & parallelà, in obliquà partim secantes, partim tãgentes, &c. Ibid. cap. 5. & prog. 5. prop. 9.
Chromaticum genus musicæ. ap. 10. prog. 1. prop. 1.
Chironomia Arithmetica quid sit. ap. 11. prog. 1. cap. 5.
Chironomiæ duplex species. Ibid.
Chironomię veteres canones restaurati ad veritatem. Ibid. cap. 5, 6, 7. &c.
Chironomia etiam ad artus corporis, & explicata. Ibid. cap. 6.
Chirologia arcana explicata. Ibid. cap. 8.
Chirographia arcana hieroglyphica. Ibid.
Circini vnicà diductione vniuersam Gnomonicen expedire. ap. 9. prog 1. cap. 1.
Circini vnicà diductione cõstruere horarium vniuersale. Ib. cap. 5. ——
—— & horarium particulare horizontale. prog. 4. cap. 1.
Circini proportionũ constructio. ap. 12. sub finem præfat. ad Lect.
Circini proportionum demonstratio è 4. prop. lib. 6. Encl. ap. 12, elem. 6. Applicat. 17.
Cilindri horarij vsus sine colu mella, sine stylo, &c. ap. 9. prog. 5. prop. 5.
Circulus cur sit nota zifræ arithmeticæ? ap. 11. prog. 1. cap. 3.
Cyatorum harmoniæ ap. 10. prog. 2. prop. 3.
Claudiani locus astronomicè explicatus. ap. 9. prog. 4. cap. 7.
Cœli è quorumdam sententia tenues, ac fluidi. ap. 8. prog. 3. prop. 10 in fine.
Cœli solaris ambitus. Ib. prop. 8.
Cœli lunaris ambitus. Ib.
Cœli dimidium semper videtur. ap. 9. prog. 1. cap. 8.
Cœlorum harmonia, & concentus physicus ecquis? ap. 10. prog. 1. prop. 3. & in schol.
Colũbarum numerus prodigiosus, &c. ap. 11. prog. 4. cap. 7.
Cometæ quid verè sint compertum est tubo dioptrico. ap. 8. prog. 2. prop 11.
Cometæ conglobationes sunt stellarum. Ibid.
Combinationum arithmeticarum quæstiunculæ curiosæ, ac iucundæ ap. 11. progym. 5 quæst. 3, 4, 5.
Conicarum sectionum vsus præcipui. ap. 10. prog. 2, post prop. 5 in proloq. ad Lectorem, & in fine prop. 7.
Conicarum trium sectionum nomina vnde? Ib. prog. 2. prop. 10.
Conicarum trium sectionum comparationes, ac theoriæ. Ibid.
Consonãtiæ omnes ex proportione multiplici, vel superparticulari. Ibid. prog. 1. propos. 1. & prog. 2. propos. 4.
Consonantiarum partitio. Ibid. prog. 1. prop. 1.
Consonantia quid sit. Ibid.
Consonantiarum explicationes. Ibid.
Cõsonãtiæ imperfectiores quænã. Ib. fac. 4, & 5.
Consonantiarum numerus ampliatus. Ib. prog. 2. prop. 4, & corollar.
Consonantia omnis è sonis habentibus proportionem, Aristotelis sententia explicata. Ibid.
Coronæ aureæ adulteratæ problema, ab Archimede solutum, à regulà aureà pendet. ap. 11. prog. 4. cap. 4.
Cubi harmonia, & moralia. ap. 10. progym. 1. prop. 6.
Cubicos numeros procreare per imparium additiones. ap. 11. prog 4. cap 6.
Cubicos procreare per multiplicationem quadratorum in suas radices. Ib.

D

Declinatio acùs magneticæ varia pro varietate horizontium. ap 9. prog. 3. cap. 2.
Descriptiones trium conicarum sectionum ex Eucl. ap. 10. prog. 2. prop. 10.
Diaphana aliqua propter figuram res imminuunt. ap. 8. prog. 4, schol. post prop. 3.
Diameter cæli lunaris. Ib. prog. 3. prop. 8.
Diameter Solis. Ib.
Diametri solaris quantitas geometricè inuestigata. Ib. prop. 11.

Diametri cæleſtium luminarium maiores, & minores veris apparent propter refractionem. Ratio, & explicatio paradoxi. Ib. prog. 4. prop. 1. & 2.
Diatonicũ genus muſic. Ap. 10. prog. 1. prop. 1.
Diapente Ibid.
Diapaſon conſonantia cũr omnium optima? Ibid. prog. 2. prop. 4.
Diapaſondiapente. Ibid.
Diateſſaron. Ibid. prog. 1. prop. 1.
Diapaſon conſonantiæ explicatio. Ibid.
Dieſis in muſic. quid. Ibid.
Diem perpetuam in perpetuo ſolis motu efficere. Apiar. 8. prog. 5. coroll. poſt prop. 8.
Digitus medicus quis? Ap. 11. prog. 1. cap. 5.
Digiti vermiculati Arithmeticæ apud Martianum quid ſint. Ibid.
Dimenſiones rerum abſentium in tenebris per foramen feneſtræ. Ap. 8. prog. 3. corollar. propoſ. 10.
Dimenſio harmonica vniuerſi. Apiar. 10. prog. 1. prop. 3, & in ſchol.
Diophantes Alexandrinus arithmeticarũ proprietatum, & admirandarum eius ſcientiæ rerũ egregius ſcriptor. Ap. 11. prog. 4. cap. 7.
Dioptra quod nam ſit inſtrumentum. Apiar. 8. prog. 1. prop. 1.
Dioptrica Aſtronomia quæ apud nos. Ibid.
Diſdiateſſaron, & diſdiapente cur non ſint conſonantiæ. Ap. 10. prog. 2. prop. 4.
Diſdiapaſon. Ibid.
Diſpoſitio rerum ita, vt ad certum numerum vel abijciantur, vel retinẽtur. Ap. 11. prog. 5. quæſtiunc. 1, & 2.
Diſſonantiarum acutiſſima ratio ex Boetio. Ap. 10. prog. 2. prop. 4.
Diſtichon innumeris conſtans pedibus. Apiar. 11. prog. 2. cap. 3.
Dithyrambi cur olim cum ſtrophis. Apiar. 10. prog. 2. prop. 5.
Dorius Ibid. prog 1. prop. 1.
Doliorum harmoniæ. Ibid prog. 2. prop. 3.
Dorij modi harmonici commendatio. Ibid. prog. 1. prop 3 in fine ſcholij.
Dramata olim cum cantu Ibid. prog 2. prop. 5.
Diuerbijs tragicis cur non abſonet cãtus. Ibid. propoſ. 5.
Diuinationes arithmeticæ apud quos etiam ſerios Authores? Ap. 11. progym. 5. ante prop. 1.
Diuinationes nummorum in crumenà. Ibid. propoſ 1.
Diuinationes concepti animo numeri. Ibid. propoſ 3.
Diuinatio numeri reliqui è ſubtractione ignotà. Ibid prop. 4.
Diuinatio perſonæ, quæ aliquam rem ex appoſitis tetigerit, vel aſſumpſerit. Ibid. propoſ. 6.
Diuinatio furis, ac rei ſuffuratæ ex adſtãtibus. Ibid. prop. 7.
Diuinatio anuli ſurrepti, qua manu, quo digito, articulo, &c. Ibid. prop. 9.
Diuinatio è diſpoſitis rebus conceptæ animo, vel contactæ, iubendo numerationem ab vnà, &c. Ibid. prop. 11.
Diuiſionis definitiones. Ap. 11. prog. 4. cap. 1.
Diuiſoris apti ſtatim inueniendi mirum compendium: & theorica. Ibid. cap. 2.
Diuiſionis compendia. Ibid.
Diuiſionis probationes. Ibid.
Diuiſionis theoricæ. Ibid.
Diuiſio eſt proportionata ſubtractio. Ibid.
Diuiſor, & diuiſus numerus ſunt proportionales quotientibus conuerſo ordine. Ib. cap. 3.
Diuiſio continet in ſe varias, & egregias proportiones inter diuiſores, & quotientes, &c. Ibid.

E

Echometria ſonimetriæ ſpecies. Apiar. 10. prog. 2. in proloquio ad Lectorem, poſt propoſ. 5.
Eclipſes Lunæ altioris breuiores, demiſſioris longiores. Apiar. 8. prog. 2. prop. 2.
Eclipſes Lunæ, in quibus terræ vmbra ad Lunam non pertingat. Ibid.
Eclipſes Lunæ non fiunt ab aere vapido circa terram. Ibid. prop. 7.
Eclipſium Lunarium varij colores vnde. Ibid.
Eclipſes lunares Sole, ac Lunà ſupra horizontem apparentibus Ibid. prop. 9.
Eclipſes Solis centrales, in quibus Sol ſub Lunà tamen apparet. Ibid. prop 10.
Eclipſes centrales eę ſunt, in quibus Sol ſub Lunà totus. Ibid.
Eclipſes variæ cęleſtium luminarium ſingulis penè momentis. Ibid. prop. 11.
Elementorum varia harmonia. Ap. 10. prog. 1. prop. 5.
Elementa qualitatis ſonum vt in organo immutare quid ſit in ſacris. Ibid.
Elliptica ſectio quæ? Ap. 8. prog. 4. prop. 3.
Ellipſis quomodo vt circulus appareat. & ratio. Ibid. corollar. poſt prop. 3.
Ellipſis maior diameter quomodo appareat minor. Ibid.
Ellipſis deſcriptiones organicæ, ac geometricæ. Ap. 10 prog. 2. prop 6.
Ellipſis deſcriptio è fallacia circa 7 prop. lib. 1. Eucl. Ibid.
Enharmonicum genus muſic. Ap. 10. prog. 1. propoſ. 1.
Euntes verſus occaſum dies habent longiores, ad ortum breuiores. & ratio. Ap. 9. progym. 4. cap. 7.
Examen an rite deſcriptum ſit horarium in muris, & in horizonte. Ibid. prog. 3. cap. 5. & prog. 4. cap. 3, etiam in fine.

F

Fidium harmonicarum nomina priſca, & ſemipriſca. Ap. 10. prog 1. prop. 1.
Fides pulſatæ circa mediũ cur facilius cedant, quàm circa extrema? Ratio geometrica. Ib. prog. 2. prop. 1.
Fides vniſona non pulſata cur reſonet alteri pulſatæ. Ibid. prop 4.
Figura, ſiue nota èadem arithmetica valorem

variat pro loci varietate. Ap. 11. progym. 1. cap. 4.
Figuræ regularis numerum laterum ſtatim inuenire. Ap. 12. Elem. 4, applicat. 12.
Fontes harmonici. Ap. 10. prog. 2. prop. 3.
Fratres terni tranantes ſorores illæſas. Ap. 11. prog 5. quæſt. 3.

G

GAmmare manum quid antiquis? Ap. 11. prog. 1. cap 5.
Genera muſica quæ, & quot. Ap. 10. prog. 1. propoſ. 1.
Geſtus poculũ poſcentis apud Quintilianum è chironomià explicatus quid numeri ſignet. Ap. 11. prog. 1. cap. 6.
Gnomonicæ Philoſophiæ partes. Ap. 9. prog. 1. cap. 1.
Gnomonici ſine errore ſuas operationes peragunt in terræ ſuperficie pro ſitu extra terram, &c. Ib. cap. 2.
Gnomonica peragũtur circini vnicà diductione. Ibid.
Gnomonicę praxes pẽdent ex Opticis. Ib. cap. 4.
Grauibus tribus æquiponderare rebus plurimis variæ grauitatis. Ap. 11. prog 4. cap. 7.

H

HAlieutica cithara, ſiue hexachordum. Ap. 10. prog. 1. in ſchol. poſt prop 4.
Harmoniæ vniuerſæ compendium in vnicà lineà. Ibid prop. 1.
Harmonia vniuerſi. Ibid. prop. 3, & in ſchol.
Harmonicæ conſonãtiæ in verborum metricà collocatione. Ibid. prop. 7.
Harmonicæ praxes, & inuentiones variæ. Ibid. prog. 2. prop. 3.
Harpæ ſyſtema proditum. Ib. prop. 2, in fine.
Harpichorda autophona ab aquis, põderibus, chalybe contorto, &c. Ibid. prop. 3.
Heptachordum à Terpandro inuentum. Ibid. prog. 1. in ſchol. prop. 4.
Hexachordum minus, & maius. Ib. prop. 1.
Hydrologia priſcorum. Ap. 8. prog 3. prop. 3.
Hydrologiorum incommoda Ib. prop. 9.
Hydrologij facillimi, ac fidiſſimi conſtructio, & cautio, &c. Ib & in ſchol. 1 poſt prop. 3.
Hyparchi dioptra. Ibid. progym. 3. ſchol. 3 poſt propoſ. 10.
Horaria vniuerſalia plura, quàm 12. Apiar. 9. prog. 1. cap. 3.
Horaria vnde denominentur. Ib.
Horaria aliqua cur vniuerſalia. Ib.
Horarij horæ 12, vel 6 Aſtronomicæ deſcriptio geometrica. Ib.
Horarium planum æquidiſtans axi mũdi ſecat hyperbolicè conos ſolares Ibid. cap. 7.
Horarij horę 12 vſus varij ad horas. Ibid. prog. 2, cap. 1.
Horarij horæ 6. Ibid. cap. 7. & cum venuſta inuentione. cap. 8, & prog 3. cap 6.
Horarij horizontalis deſcriptio ex facula. Ibid. prog 2. cap. 8.
Horaria duodena aſtronomica vniuerſalia in eodem inſtrumento, & eorum vſus. Ibid. prog. 3 cap. 6.
Horarium Italicum, & Babylonicum vniuerſale. Ib. prog. 3. cap. 7. & prog. 5. prop. 7.
Horaria omnia particularia ſunt ex parte vniuerſalia. Ibid.
Horaria immobilia ſunt certiora mobilibus ſub eodem parallelo. Ibid. cap. 7.
Horarium murale ex horizontali deſcribere. Ibid. prog. 4. cap. 4.
Horaria geographica. Ibid. prog 5. prop. 10.
Horaria ad Lunam, & ſtellas. Ib.
Horaria viridantia Ib.
Horaria perpetui motus. Ibid. prop. 11.
Horaria dioptrica. Ibid.
Horaria catoptrica Ibid.
Horariorum variæ formæ. Ibid.
Horarium Geographicum vniuerſaliſſimum. Ap. 12, in Epilogo prop. 11.
Horarij Geographici vniuerſaliſſimi conſtructio. Ibid. in Epilogo, prop. 3. & eiuſdem perfectio prop. 7.
Horar. geogr. vniuerſaliſſ. vſus, etiam inſuetus. Ib. prop. 4, & 5.
Horologia, vide; horaria.
Horizontalem lineam in muro ſignare. Ap. 9. prog. 3. cap. 2, & 4.
Horizontes infiniti in noſtro inſtrumento horario. Ib. cap 4.
Horizontis diameter ſecat ad angulos rectos verticalem. Ib. cap. 5
Horizon horarius in inſtrumentis horarijs ad quam eleuationem ſit agnoſcere. Ib.
Horizontalia horaria præſtant muralibus. Ib. prog. 3. cap 7.
Horizõtale horarium in ſphærà parallela idem eſt cum Æquinoctiali horario. Ib. progym. 4. cap. 5.
Horizontale in ſphærà rectà idem eſt cum horario horæ ſextæ Aſtronomicæ. Ib.
Horizontalia aſtronomica horaria fieri nequeunt vniuerſalia. & cur. Ib cap 6.
Horizontalia horarum ab horizonte nec ipſa vniuerſalia. & cur. Ib.
Horizontalia aliqua aſtronomica quomodo euadere poſint vniuerſalia. Ib.
Horas noſſe ex quadrante ſine lineis horarijs. Ap. 8. prog. 3. corollar. poſt prop. 4.
Horas aſtronomicas conuertere in horas ab horizonte. Ap. 9. prog. 2. cap. 2. & egregiè prog. 3. cap. 7. in corollar.
Horas ortùs, occaſùs, meridiei ſtatim inuenire. Ap. 9. prog. 2 cap. 5. & prog. 5. in corollarijs propoſitionum 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Horas Aſtronomicas facillimè in muro deſcribere. Ap. 9. prog. 3. cap. 2.
Horas Italicas, & Babylonicas ab vtroque horizõte facillime in muris deſignare. Ib. cap. 4.
Horæ aſtronomicæ ſunt circunductio meridiani per quindenos Æquinoctialis gradus. Ib. cap. 5.
Horæ Italicæ, ac Babylonicæ ſunt circunductio horizõtis per quindenos gradus Æquinoctialis. Ib.

Horarum Aſtronomicarum termini ſunt tropici, ſiue maximæ Solis declinationes. Ib.
Horarum ab horizonte termini ſunt amplitudines ortiuæ in ſphæris obliquis. Ib.
Horas inæquales in muris deſcribere. Ib cap. 5.
Horas etiam in vmbrato horario Æquinoctiali agnoſcere. Ib. prog. 3. cap. 6.
Horæ ſextæ lineam ſecare punctis pro horis ab horizonte. Ib. prog. 4. cap. 1.
Hora duodecima ab horizõte per quod punctum ducenda ſit in omni eleuatione in horizontali horolog. Ib. prog. 4. cap. 3.
Horis ab ortu indicare horas ab occaſu. Ibid. prog. 4. cap. 4.
Horę matutinæ in horizontali cur anticipent, veſpertinæ morentur. Ib. prog. 4. cap. 4.
Horæ longiores euntibus ad occaſum, breuiores ad ortum. Ib. cap. 7.
Horam geometricè per regulam, & circinum extra Solem inuenire. Ib. prog. 5. prop. 1.
Horã noſſe in quadrante extra Solem ex data Solis altitudine. Ib. prog. 5. prop. 4.
Horam noſſe in pagellà horarij cilindrici extra Solem. Ib. prog. 5. prop. 6.
Horarum inæqualium duplex genus. Ap. 10. prog. 1. in ſchol. poſt prop 4.
Horas inæquales deſcribere in horario æquinoctiali. Ap. 12. in Epilog. prop. 2, in fine.

I

Iani ſtatua digitis arithmeticè inflexis; & explicata. Ap. 11. prog 1. cap. 7.
Icoſichordum. Ap. 10. prog. 1. prop. 1.
Iouis perigæi diſtantia harmonica. Ib. prog. 1. prop. 3.
Imparium numerorum reconditæ, & eximiæ proprietates ad procreationem quadratorum, & cubicorum numerorum per ſolas additiones. Ap. 11. prog. 4. cap. 6, & 7.
Inſtrumentorum muſicorum theoriæ, genera, partes, figuræ. Ap. 10. prog. 2. prop. 2 totà, & prop. 3.
Inſtrumentorum muſicorum formæ, figuræ variæ, ac differentiæ. earum theoriæ. Ibid. num. marg. 10, & 11.
Inſtrumentorum muſicorum variæ nouæ inuentiones. Ib, prop. 3.

L

Latitudines horizontales apparentes, & fallaces. Ap. 8. prog. 5. prop. 3.
Latitudines horizontales facillimè inuenire. Ap. 9. prog. 2. cap. 5.
Latitudines horizõtales termini ſunt linearum horariarum. Ib. prog. 4. cap. 3.
Laut nomen vnde? Ap. 10. prog. 2. prop. 2. num. margin. 3.
Lectio arithmeticarum notarum ſummà facilitate donata. Ap. 11. prog. 1. cap. 4.
Lens criſtallina vmbram aliquam efficit ob aliquam opacitatem. Apiar. 8. progym. 2. prop. 1.
Leonardus Garzonius noſtræ Societatis primus omnium copiosè philoſophatus eſt de magnete. Ap. 9. prog. 5. prop. 10.
Lineæ horarum aſtronomicarum, & ab horizonte binæ inter ſe parallelæ in horario horizontali. & cur. Ib. prog. 4. cap. 2. in fine.
Lineas horarum Aſtronomicarum, & ab horizonte deducere, ac terminare tropicis in horario horizontali. Ib. cap 3.
Lineæ horariæ à meridiano, & ab horizonte ſecant ſe mutuo in Æquinoctiali. & cur. Ib.
Lineæ horarum Aſtronom. & ab horizonte quænam mutuo ſe ſecent in ſingulis punctis Æquinoctialis. Ib.
Lineæ ſextę aſtronomicæ puncta, & in ijs quarumnam horarum ab horizonte mutuę ſint ſectiones. Ib.
Lineæ horarum ab horizonte quænam, & in quanam aſtronomicà mutuo ſe ſecent. Ib.
Linearum horariarum ab horizõte vnde poſſint dignoſci æquales diſtantiæ à ſexta aſtronomicà. Ib.
Lineæ in partes æquales diuiſio per circinum proportionum. Ap. 12, Elem. 1. applicat. 48.
Linearum in data proportione ſectio per circinum proportionum. Ib Elem. 6 applic. 28.
Lineæ imperatam partem auferre per circinũ proport. Ib.
Linearum proportionalium compendioſa inuentio per circinũ proport. Ib. Applic. 34.
Lineam tertiã proportionalẽ per circinũ proport. inuenire. Ib.
Lin. quartam proport. per circini proport. &c. Ib.
Lin. med. proport. per circinũ proport. Ib.
Lineæ ſecundum mediam, & extremam rationem mirifica ſectio per circinũ proport. Ib. Applicat. 59.
Lituus, &c. vide : tuba ductilis.
Logarithmorum origo detecta. Mirum eorum inuentum. Quid ſint. &c. Ap. 11. prog. 3. cap. 9.
Logiſtica quid ſit. Ib. prog. 1. cap. 2.
Logiſtica inuentum antiquiſſimum. Ib.
Ludi arithmetici ad Additionem, &c. Ibid. prog. 2. cap. 3.
Luna inter vmbram terræ affuſa Solis lumine. Ap. 8. prog. 2. prop. 2.
Luna obſcuratur ab vmbra terræ. Ib. prog. 2. propoſ. 5.
Luna, dum eclipſatur, non ſubit ſpatia illuminata à radijs Solis refractis. Ib prop. 8.
Luna cum incipit eclipſari primo pallet, ſeu rubet, &c. Ib.
Lunam ambiri à corpore vapido. Ib prop. 10.
Luna cum obſcura eſt tunc maximè à Sole illuſtratur. Ib. corollar. 1.
Luna nunquam illuſtratur minus, quàm cum eſt plena. Ib. in ſchol.
Lunæ altitudo per tabulas refractionum, & parallaxeon, & ſine tabulis, &c. Ib. prog. 2. prop 5.
Lunę à terris diſtantia, &c. Ib prop 8.
Lunæ magnitudo. Ib.
Lunæ horaria horizontalia in quo ſint certiora ſolaribus. Ib. prog. 5. prop. 10.

Lunæ nec montes, nec valles vllæ necessariò ponuntur ex phçnomenis per tubum. Ibid. prog.6. prop.1.
Lunæ phœnomena per tubum saluantur per partes densiores, & rariores. Ib.
Luna non est Soli speculum, nec Solis reflectit simulacrum. Ib.
Lunæ periphæria pfectè sphærica. Ib. prop.2.
Lunæ primæ, vel extremę pars tenebrosa spectanda non exhibet puncta luminosa. Ib.
Lunę montes apud aliquos altitudin. perpendicular.4 milliar. Italic. Ib. prop.3.
Lunę periphęria si montes haberet, spectarentur per tubum opticum. Ib.
Lunę non plenę pars illuminata cur elatior, quàm vmbrosa videatur. Ib.
Lunæ suppositos montes metiri è terrà tripliciter. Ib. prop 4.
Lunæ diameter quanta. Ib.
Lunæ horarium horizontale. Apiar.9. prog.4. cap.4.
Lunæ apogeæ distantia harmonica. Apiar.10. prog.1. prop.3.
Lupus, capra, & fasciculus cauli tranantes incolumes. Ap.11. prog.5.quæst.4.

M

MAgaglianicum iter circa orbē terrarum, & in eo miræ historiæ explicatio. Ap.9. prog 4. cap.7.
Magnetica vis etiam in lateribus concoctis. Ib. prog 3. cap.2.
Magnetica problemata, & theoremata de magnete Leonardi Garzonij. Ibid. progym.5. prop.1c.
Maris profunditas inuestigata fallaciter. Ap.8. prog.3. schol.2. post prop.3.
Mars olim à Luna eclipsatus. Ibid. progym.2. prop.11.
Martis media distantia harmonica. Apiar.10. prog.1. prop.3.
Melopeiæ definitio. Ib prog.2. prop.5.
Merces Hebreorum abiectæ, Christianorum incolumes è certi numeri ordine, &c. Ap. 11. prog.5. quæst.1,2.
Meridianæ lineæ designatio, fallaciæ, correctiones. Ap.8. prog.3. prop.2.
Meridiei hora vera quì sciatur. Ib. progym.3. prop.4.
Meridianam lineam statim designare in plano horizontali, & murali. Ap.9. prog.2. cap.6. & prog 3. cap.2.
Meridiana linea in muris semper est perpendicularis; & cur. Ib. prog.3. cap.2.
Mercurij perigæi distantia harmonica. Ap.10. prog.1. prop.3.
Metrica harmonia. Ib. prop.7.
Modi musici quinam, & quot. Ib. prop.1.
Monochordi diuisio in genere diatonico. Ib. prop.1. totà theoricè; practicè prop. 2. & compendiosissimè in schol. prop.2.
Montium in terra perpendicularis altitudo vix 1 milliar. Ital. Ap.8. prog.6. prop.3.
Moralia è musicis. Ap.10. prog 2. prop.5.
Musicæ theoricæ species duæ. Ib. in proloquio ad Lect.
Musica mathesis circa quæ versetur. Ib. prog. 1. prop.1.
Musicę demõstrationes apud quos? Ib. prop.1.
Mutus musicus. Ib. corollar. post prop.2.
Musica philosophia triplex. Ib. prog. 2. prop.1.
Musicæ quæstiones, & problemata. Ib. prop.4.
Multiplicationis definitio, ac differentiæ. Ap. 11. prog.3. cap.1, & 9.
Multiplicationis compendia per tabulas Pythagoricas, &c. Ib.
Multiplicationis numerorum monadicorum modi, & compendia merifica. Ib. cap.2.
Multiplicatio sine multiplicatione. Ib.
Multiplicatio { Analytica. / Synthetica / Obliqua } Ib. cap.3.
Multiplicatio { Per partes / à ripiego } cap.4.
Multiplicatio { Per decussationes varias. ca.5. / Per crates varias. cap.6. / Per simplices additiones. ca.7. }
Multiplicationis demonstratio, & theorice. Ib. cap.4, & 7.
Multiplicationis modi aliqui è lib.2. Eucl. Ib.
Multiplicatio non per suum multiplicantem. Ib. cap.4.
Multiplicationis summa sine Additione. Ib.
Multiplicatio per decussationes facilitate donata. Ib. cap.5.
Multiplicationis per decussationes theorice. Ibid.
Multiplicationes sine multiplicatione. Ibid. cap.6.
Multiplicationis per crates modus facillimus, & inusitatus. Ib. ad finem capitis.
Multiplicationis ordo variari potest, modo èadem summa colligatur. Ib. cap.7.
Multiplicationis apud antiquos modus, & exemplum. Ib.
Multiplicationis modus simplicissimus, ac facillimus. Ib.
Multiplicationis compendia. Ib. cap.8.
Multiplicatio numeri quātumuis maximi per solam additionem. Ib. cap 9.
Multiplicatio est proportionata additio. Ac theorice. Ib.
Multiplicationis probationes. Ib.
Multiplicationis vsus in re bellica, & in Geom. pract. Ib.

N

NIlus quomodo Ægyptijs annus dicatur, ac sit arithmeticè explicatio. Ap.11. prog.1. cap.3.
Normæ constructio, & examen. Ap.12. Elem. 1. applicat.5.
Nouenarij numeri abiectio cur fiat in diuinationibus aliquibus arithmeticis. Apiar.11. prog.5. prop 2.
Numerus vnde dictus? Ib. prog.1. cap.2.
Numeri definitio. Ib.
Numerorum species. Ib.

Numerariæ notæ olim puncta, deinde lineæ. Ib. cap. 3.
Numerariarum notarum aliquarum forma vnde? Ib.
Numerariæ notæ vulgatæ à quibus populis prodierint. Ib.
Numerariæ notę sunt hieroglyphicæ. Ib.
Numerariæ notę more hebręo à dextra in sinistram ordinem habent. Ib.
Numeri primi, compositi, primi inter se, compositi inter se Ib. prog. 3. cap. 4.
Numerorum aliquorum mirę proprietates. Ib. cap. 8.
Numeri vndenarij mirę proprietates pro multiplicatione. Ib.
Numerus digitus, & numerus articulus qui, & vnde? Ib. cap 5.
Numerorum proportionalium miræ multiplicationes. Ib. cap. 9.
Numerus etiam impar duplicatus gignit parem. Ib. prog. 4. cap 7.
Numerus prodigiosus columbarum dispositarum in 100 gradibus scalæ iuxta progressionem geometricā minimā, idest duplam. Ib. cap. 8.
Numerus idem proueniens è varijs summis. Ib. prog. 5. prop. 4.
Numerus quilibet siue par, siue impar duplicatus parē producit numerum. Ib. prop. 8.

O

Octaedri harmonia. Apiar. 10. progym. 1. prop. 6.
Octochordi temperatio musica à surdo. ib. prop. 2.
Oculus intra diaphanum videt res extra diaphanum minores, & remotiores. Apiar. 8. prog. 4. prop. 1.
Ordo collocationis in additione logisticâ. Ap. 11. prog. 2. cap. 1.

P

Parallaxis quid. Ap. 8. prog. 1. prop. 1.
Parallaxis penè nulla Planetarum altiorum. ib. prog 1. prop. 5.
Parallaxis exemplum, & vsus ad Lunæ à terris distantiam. ib prop. 9.
Paralleli vmbrosi in horarijs sunt fallaces. ib. prog. 5. prop. 4.
Pequini vera polaris altitudo. Ap. 12, in Epilogo, prop 9.
Perpendicularis lineæ erectio per circinum proportionum. Ap. 12. Elem. 1. applicat. 49.
Pythagoreorum harmonica dimēsio vniuersi. & eius deficientia. Ap. 10. prog. 1. prop. 3. in schol.
Planetarum harmonia quęnam apud nos. ib. prop. 1.
Planetarum ordo, & gyrationes apud priscos, & neotericos. ib. prop. 3 in schol.
Planetarum hebdomadaria harmonia. ibid. prop 4.
Planetarum nomina cur, & quo ordine diebus imposita. ib.
Planetarum ordo hebdomadarius correctus. ib. in schol.
Plinij locus, & historia paradoxica explicata. Ap. 9. prog. 4. cap. 7.
Pneumatica horaria. ib. prog. 5. prop. 10.
Poculum ellipticum vstorium. Ap 10. prog. 2. corollar. 2 post prop. 9.
Poli eleuationē inuenire varijs modis, ac emēdatè Ap. 8 prog 3. prop. 46, & 7.
Poli altitudo quæsita per solstitia minor inuenitur, quàm per stellas, &c. & ratio. ib. coroll 2 post prop. 7.
Poli eleuationes varię apud variorum tabulas, & cur? ib coroll. 3 post prop. 7.
Poli eodem tempore supra, & infra horizontem. ib prog. 5. prop. 6
Poli altitudinem inuenire. Ap. 9. prog 2, cap. 4. & prog. 3. cap. 7. sub. finem.
Poli elevationem ignoratam inuenire in horario horizontali. ib prog. 4. cap. 5.
Plectrorum theorię, & eruditiones. Ap. 10. prog. 2. prop. 2. num. margin. 9.
Polygoni latus circulo inscribendi ope circini proportionum inuenire. Ap. 12. Elem. 4. applicat. 12.
Polygonū facile per circinum proportionum circulo circumscribere. ib.
Pōdera excedentia vires nauiculę tranata. &c. Ap. 11. prog. 5. quęst 5.
Principum animi similes arithmeticorum digitis, quid sit. ib. prog 1. cap. 6.
Progressionum arithmeticarum, & geometricarum problemata prodigiosa. ib. prog. 4. cap. 7.
Progressionis geometricę summam facile cōficere. ib.
Problemata musica aliqua Aristotelica explicata. Ap. 10. prog. 2. prop 5.
Problemata varia soluta per diuisionem. Ap. 11. prog. 4. cap 3.
Problemata arithmetica iucunda, & curiosa. ib. prog. 4. cap. 7.
proportionalitatis geometricę proprietas mira pro multiplicatione. ib. prog. 3. cap. 9.
Proportionalitatis arithmeticę proprietates eximię. ib prog. 4. cap. 6, & 7.
Proportionalitates geometricas continuandi traduntur duo modi. ib. cap 7.
Proportionalitatum geometricarum proprietates aliquę. ib.
Prosthaphęresis quid? Mirum eius inuentum. ib prog. .. cap. 3.
Proportio diuina quæ. Ap. 12. Elem. 6. Applicat. 59.

Q

Quadratorum numerorum procreandorum mirifica proprietas, & compendium. Ap. 11. prog 4. cap. 5.
Quadrati numeri per multiplicationes in suas radices cubicos creant. ib. cap. 6.
Quadratorum numerorum productiones per imparium additiones. ib. cap. 7.

Quadratus numerus cum ſua, & ſequenti radice coniunctus efficit ſequentem quadratum. ib.
Quadratus coniunctus cum impari ſequente facit quadratum ſequentem. ib.
Quadratus numerus coniunctus cum duplo ſuæ radicis, & vnitate facit quadratum ſequentem. ib.
Quadratos numeros conficere etiam ſine additionibus, per ſolas ſimplices, ac naturales numerorum expoſitiones. ib.
Quadrantis horarij vſus per ſolam pagellam, ſine pinnulis, ſine perpendiculo, &c. Ap. 9. prog. 5. prop. 3.
Quotienti inueniendo compendium à tabellà Pythagoricà. &c. Ap. 11. progym. 4. cap. 1.
Quotienti inueniendo tabellam conſtruere, etiam ſine Pythagoricà. ib.
Quinarij numeri pares, vel impares multiplicantis miræ proprietates. ib. prog. 5. prop. 8. propriet. 1, & 3.

R

Radicis quadratæ inueniendæ regulę perfaciles. ib. prog. 4. cap. 5.
Radicis extractæ probatio demõſtratiuè confirmata. ib.
Radicis extractæ theorice. ib.
Radix èadem reſpectu terminorum variorum varia ſortitur nomina. ib. prog 4 cap. 7.
Rhabdologia è cratibus arithmeticis. ib. prog. 3 cap 7.
Rhabdologię vſus in multiplicatione ſine multiplicatione. ib.
Rhabdologiæ vſus à tabula Pythagoricà facilior, quàm per virgulas. ib.
Reflexiones ad angulos æquales per breuiſſima geometricè demonſtratæ. Ap. 10. prog 2. ſchol. 2. poſt prop. 1.
Refractionum fallacias in horarijs corrigere. Ap. 9. prog. 5. coroll. 1. poſt prop. 2.
Regulæ aureæ, ſiue proportionum canones, & demonſtratio, Ap. 11. prog. 4. cap 4.
Reſolutoriæ ſubtractio, & multiplicatio mirè conducunt diuiſioni. ib. cap. 1.
Refractio etiam auget vmbras, non ſolum minuit. In Præf. ad Lect. fac. 2. & 3. & Ap. 8. prog. 2. ſchol. ad prop. 7.
Refractio ad perpendicularem Ap. 8. prog. 1. prop 2.
Refractio à perpendiculari. ib.
Refractionum aſtronomicarum quantitatem metiri er in aquis per ſcaphia. ib prop 3.
Refractionum Solis, Lunæ, ſtellarum tabellæ. ibid.
Refractionum varietas vndenam. ib. prop. 4.
Refractionibus aptus aer quinam. ib.
Refractionum neglectarum incommoda. ib.
Refractiones horizõtales docent altitudinem aeris refringentis radios ſolares. ib. prog. 2. prop. 3.
Refractionum horizontalium quantitatem facillimè ſine tabulis inuenire. ib. corollar. poſt prop. 9.
Refractiones Lunæ inueſtigãdi duo veterum modi. ib. prog. 3. prop. 1.
Refractiones horizontales per hydrologia inueſtigare. ib prop. 3.
Refractionum facillima præ alijs diuiſio. ib. prop 4.
Refractio ampliatoria aliquando imminuit obiecta. ib prog. 4. coroll. poſt prop. 3.
Refractio etiam exigua quantitatem, & numerum dierum auget. ib. prog. 5. prop. 7.

S

Saturni perigæi diſtantia harmonica. Ap. 10 prog. 1. prop. 3.
Scaphiorum vſus ad diametrum Solis, &c. Ap. 8. prog. 3, prop 8.
Scaphiorum incommoda. ib. prop. 9.
Scintillatio, ac trepidatio cæleſtium luminarium ex refractione. ib. prog. 4. prop. 4.
Scriptio arithmetica facillimè peracta. Ap. 11. prog. 1. cap. 4.
Scriptio arcana è notis arithmeticis. ib. cap. 8.
Sectio diuina. Ap. 12. Elem 6. Applicat. 59.
Semiditonus. Ap. 10. prog. 1. prop. 1.
Semitonus. ib.
Sinuum, tangentum, ſecantum inſtar compendium noſtrum geometricum. Ap. 8 prog. 6. prop. 4.
Syringis antiquæ deſcriptio. Ap. 10. prog 2. prop 2. num marg. 7.
Syſtema mundi antiquiſſimum noſtro ſeculo reſtauratum. ib. prog. 1. in corollar. poſt prop. 3.
Solidorum quinq; regularium harmoniæ. ib. ſchol. poſt prop. 6.
Sol maior vmbram etiam latiorem, & longiorem iacit, non ſolum graciliorem. &c. in Præf. ad Lect. fac. 2, 3.
Solis altitudo certa, & immunis à fallacijs refractionũ quomodo habeatur. Ap. 8. prog. 3. prop. 4.
Solis altitudo ac Lunæ per tabulas refractionum, & parallaxeon, & ſine tabulis, &c. ib prop 5.
Solis verum locum in cælo inueſtigare ex Tychone. ib. coroll. 2 poſt prop. 5.
Sol in ſolſtitio, præſertim hyberno, maiorem refractionem patitur, quàm ſtellæ circumpolares. & cur? ib coroll. 2 poſt prop. 7.
Solis à terra diſtantia. ib. prop 8, & coroll. 2 poſt propoſ 11. Eadem per ſcaphia. ibid. prop. 12. Eadem per foramen feneſtræ. ib. prop. 10.
Solis magnitudo. ib.
Sol in ortu aliquando quaſi conſiſtens, vel celerior, vel tentior. ib. prop. 9.
Sol ſpectatus è profundo puteo maior appareret, propter vapores. ib. prog 4 prop. 1.
Sol ellipticæ figuræ apparẽs, & cur. b. prop. 3.
Sol cur ſecundum altitudinem cõtractior appareat, quàm ſecundum longitudinem. ib. coroll poſt prop. 3.
Sol etiã ſine refractione apparet ante ortum, & poſt occaſum. ib. prog. 5. prop. 1.

Sol dum eſt infra horizontem quaſi milliar. 50. apparet ſupra, &c. ib.
Solis ingreſſus in ſigna ſunt apparentes, & fallaces. ib. prop. 3.
Sol quotidie in pluribus parallelis. ib. prop. 4.
Sol eodem tempore in oppoſitis pluribus horizontibus. ib. prop. 6.
Solis declinationes tropicæ inter ſe inæquales. ib. coroll. 1 poſt prop. 7.
Solis declinationes ab Æquatore. Ap. 9. prog. 1. cap. 6.
Solis parallelos pro horarijs deſignare geometricè. ib. prog. 1. cap 6, & 8, & ——
—— organicè p fila è conicis theorijs, &c. ib. cap 8.
Solis circa terrã circulationes conos alterum radioſum, alterum vmbroſum efficiunt. ib. cap. 7. & prog 2 cap. 3.
Solis ingreſſus in ſigna. ib. prog 1. cap. 9.
Solis altitudinem inuenire. ib. prog. 2. cap. 6. etiam extra Solẽ prog 5. prop. 2. & prop. 3.
Solis ortiua, meridiana, occidua hora in horizontali. ib prop. 4. cap 4.
Solis, & Lunę horarij horizõtalis vſus èodem momento. ib.
Solis altitudinem geometricè per regulam, & circinum comperire ex datà horà. ib. prog. 5. prop. 2.
Sol cur Planetarum Medius? Ap. 10. prog. 1. prop 3. & in fine ſchol.
Sonimetrię ſpecies tres. ib. prog. 2. poſt prop. 5 in prooloquio ad Lectorem.
Sonimetrica quæ ſpecies ſit muſicæ. Ap. 10. in præf. ad Lect.
Sortitio ex arte pro rebus diſpoſitis, & ad arbitrium vel abijciendis, vel retinendis, quaſi fortuitò, &c. Ap. 11. prog. 5. Quæſtiuncula 1, & 2.
Stella in Sole olim viſa quaſi macula. Ap. 8. prog. 2. prop 11.
Stella in Lunæ cornu inferiori nuper viſa. Ib.
Stellarum circulationes eccentricę quomodo? Ib. prog 3. coroll 1 poſt prop. 7.
Stellæ, ac Planetæ etiam in aere purgato apparent minores, quàm ſint. Ib prog. 4. prop. 1.
Stellæ omnes non apparent rotundæ, vt affirmat Vitellio. Ib. coroll. poſt prop. 3.
Stellæ in quolibet ſitu cæli, atq; in eàdem aeris ſerenitate apparent eiuſdem magnitudinis. Ap 9. prog. 1. cap. 2.
Styli longitudo eſt diſtãtia plani horarij à terrà. Ap. 9. prog. 1. cap. 4.
Styli longitudo in horario vniuerſali horæ 12, vel 6, &c. eſt ſpatiũ trium horarum in lineà æquinoctiali Ib
Styli longitudo èadem variè translata conficit horarium vniuerſale Ib.
Styli ſitus, & examen in muris, & in horizonte. Ib. prog. 3. cap. 5. & prog 4. cap. 4.
Styli amiſſi longitudinem in muro, & in horizonte reponere. Ib. Et prog. 4, cap. 5.
Styli locus in horario horizontali coincidit in punctum horæ 12 ab occaſu in meridiana tunc tantum, quando elcuatio poli eſt grad. 45. Ib. prog. 4, cap. 1. in fine.
Stylus in horarijs horizõtalibus obliquæ ſphæræ linea eſt media proportionalis, &c. Ibid. cap. 2 Et cap. 5.
Stylo infinito indicare horas, &c. Ib. cap. 4.
Stylus in horizontali eò minor, quo maior poli elcuatio. Ib. cap. 5.
Stropharum harmonia. Ap. 10. prog. 1. prop. 7.
Strophæ conueniunt potius choris, quàm diuerbijs. Ib. prog. 2. prop. 5.
Subtractionis definitio, leges, &c. Ap. 11. prog. 2. cap 4.
Subtractio analytica. Ib. & cap. 5.
Subtractionis genera, caſus, exceptiones, praxes. Ib. cap. 4.
Subtractio per ſolas additiones. Ib.
Subtractionis notanda. Ib. & cap. 5.
Subtractionis theorice, ac probatio. Ib. cap. 5.
Surdus muſicã docens. Ap. 10. prog. 1. prop. 2.

T

TAbulæ refractionum Solis, Lunæ, ſtellarum. Ap 8. prog. 1. prop. 3.
Tabula altitudinum aliquot ſtellarum circumpolarium Ib. prog. 3. prop. 6.
Tabella declinationum ecliptice per denos ſignorum gradus. Ap. 9 prog. 1. cap. 6.
Tabella ingreſſus Solis in ſigna zodiaci. Ib. cap. 9.
Tabulas altitudinum Solis ſine fallacijs conſtruere. Ib. prog. 5 coroll. 2. poſt prop. 2.
Tabella dominij Planetarum correcta. Ap. 10. prog. 1. ſchol. poſt prop. 4.
Tabella valoris notarum arithmeticarum pro locorum ordine. Ap. 11. prog. 1. cap. 4.
Tabellæ quatuor chironomicæ cum iconibus emendatis inflexionum digitariarum. Ibid. cap. 5, & 6.
Tabulæ numerariæ pythagoricæ conſtructio, vſus, variæ formę. &c. Ib. prog. 3. cap. 1.
Tabella proportionum pythogorica. Ib. prog. 4. cap. 4.
Tabellæ initium pro radicibus, & quadratis, & cubicis. &c. Ib. cap. 7.
Tabella compendiaria pro diuinatione perſonæ, ac rei attactæ, &c. Ib. prog 5. prop 6.
Tabula longitud. & latitud. ciuit. In fine Ap. 12.
Tactuum in fidibus theoriæ, ac praxes. Ap. 10. prog. 2. prop. 2. num. margin. 4, & 5.
Theatrorum, & fornicum ellipticorum vſus ad theatra, ſcenas, harmoniam. Ibid. prop. 8, & 9.
Temporum harmonia. Ib. prog. 1. ſchol. poſt prop. 5.
Theologicæ cõtrouerſiæ ſolutio aſtronomica. Ap 9. prog. 4. cap. 7.
Theoriæ Gnomonicæ. Ap. 9. prog. 1. cap. 4, 5, 7, 8. prog 2. cap. 2. prog 3. cap. 3, 5, 7. prog. 4, cap. 2, 3, 5, 6, 7. prog. 5. prop. 1, 2, 4 in ſchol. prop. 5 in ſchol. prop 9.
Theoriæ, ac rationes variarum diuinationum Arithmeticarum. Ap. 11. prog. 5. prop 2, 5, 6 in fine, 8, 10.
Thermoſcopij conſtructio, & vſus non vſitatus. Ap. 8. progym. 3. in ſchol. prop 2.

Ternarij numeri proprietas in multiplicatione. Ap. 11. prog. 5. prop. 2.
Terræ pars maior illustratur à Sole, quàm Astronomi antiqui asseruerunt. Ap. 8. progym. 2. prop. 4.
Terra minimè illustratur cùm maximi sunt dies, maximè cum minimi. Ib. coroll. 2 post prop. 10.
Terrestris globi diameter. Ib. prog. 3. prop 8.
Terra appareret maior, quàm sit oculo in Luna collocato, & despectanti. Ib. progym. 4. coroll. post prop. 2.
Terræ nihilum geometricè demonstratum. Ap. 9. prog. 1. cap. 2.
Terræ soliditas quanta sit numeris exposita. Ap 11. prog. 1. cap. 4.
Tetrachordi tria genera. Ap. 10. prog. 1. prop. 1.
Tibiarum theoriæ. Ib. prog. 2. prop. 2. num. marg. 7.
Tonus maior, & minor. Ib. prog. 1. prop. 1.
Triangulorum rectilineorum problemata ad duo reuocari possunt. Ap. 8. prog. 6. prop. 4.
Triangula lateribus æqualia, inæqualia areis, & contrariâ ratione. Ap. 10. prog. 2. coroll. 2 post prop. 1.
Trichordi harmonia, &c. Ib. prog. 1. schol. post prop. 4.
Tropicos in muris signare. Ap 9. prog 3. cap. 2, & 4.
Tropicos, & signa zodiaci varijs modis facillimis notare in horario horizontali. Ib. prog. 4. cap. 3.
Tubæ ductilis theoriæ. Ap. 10. prog. 2. prop. 2. num. marg 8.
Tubi elliptici constructio auditioni conducentis. Ib. prop. 7.
Tubus dioptricus Antiquorum. Ap. 8 prog 2. prop. 11.
Tubus ellipticus vstorius. Ap. 10. prog 2. coroll. 2. post prop. 7.

V

VEneris astrum cur semper rotundum appareat, licet, vt Luna, aliquãdo sit ex parte illuminatum. Ap. 8. prog. 6. prop. 3.
Veneris perigeæ distantia harmonica. Ap. 10. prog. 1. prop. 3.
Venus Mercurio inferior, & superior. Ib. in coroll post prop. 3.
Veritati, & Principi locus aptus. Ib. progym. 2. prop. 8.
Verum è falso. Ap. 12. in Epilog. prop. 6.
Virgularia arithmetica: vide Rhabdologia.
Virtutes frustra sperantur nisi à Domino virtutum. &c. Ap. 11. prog. 5. prop. 7.
Virgilij locus astronomicè non è vulgo. Præf. ad Lect. fac. 3.
Visio fit in cõcursu radij visualis cum perpendiculari ab obiecto in diaphano. &c. Ap. 8. prog. 4. prop. 1.
Vitellionis mendum correctum. Ib. prog. 3. prop. 1.
Vmbræ suo gnomone breuiores in grad. alt. Solis 45. ratio duplex Præf ad Lect. fac. 3.
Vmbra terræ calathoides, & conoides. Ap. 8. prog. 2. prop. 1.
Vmbra terræ inciditur, sed non decurtatur ex refractionibus. Ib. prop 6.
Vmbræ terrestris Lunam eclipsantis quantitatem inuestigare. Ib. prog. 3 prop. 11.
Vmbræ terrestris longitudo. Ib. coroll. 1 post prop. 11.
Vmbræ gnomonibus æquales, Sole infra 45 grad. altitudinis. Ib prog. 5. prop 9.
Vmbrarum à gnomonibus fallaciæ in scioterijs horarijs. Earum correctiones, &c. Ibid. prop 10.
Vmbra vnici styli signat horas in duobus horarijs eodem temporis momento. Apiar. 9. prog. 3. cap 6.
Vmbrosi horarij mobilis, ac vniuersalis inuentio, & vsus. Ib prog. 5. prop 7.
Vocum musicarum nomina prisca, & semiprisca. Ap 10. prog. 1. prop. 1.
Vox èadem cur cum alijs longius audiatur, quàm sola. Ib. prog. 2. prop. 5.

Z

ZOdiaci diuisio facta ab Ægyptijs, & correcta. Apiar. 8. prog. 3. prop. 3.

FINIS.

REGISTRVM.

a, c, d, d 2, e.
Ap. 8. A, A 2, B, B 2, C, C 2, D, D 2, E, E 2, F, F 2, G, G 2, H, H 2, I, I 2, K, K 2, L.
Ap. 9. A, A 2, B, B 2, C, C 2, D, D 2, E, E 2, F, F 2, G, G 2, H, H 2, I, I 2, K, K 2, L, L 2, M.
Ap. 10. A, A 2, B, B 2, C, C 2, D, D 2, E, E 2, F,
Ap. 11. G, G 2, H, H 2, I, I 2, K, K 2, L, L 2, M, M 2, N, N 2, O, O 2, P, P 2, Q, S, S 2, T, T 2,
Ap. 12. ¶, V, V 2, X, X 2, Y, Y 2, Z, Z 2, Aa, Aa 2, Bb, Cc, Cc 2, Cc 3.

LIBRARII, antequam Tomum attondeant, propter amplitudinem figurarum, replicanto pag. 66, 68, 70 in Apiar. 9.

APIARIVM

OCTAVVM,

IN QVO

PARADOXA

ASTRONOMICA:

PROGYMNASMA PRIMVM,

Quod versatur circa hypotheses.

PROPOSITIO I.

In qua hypotheses innuuntur pertinentes ad intentionem nostram, & ad materiam huiusce Apiarij Astronomici.

Abusus nominis in dioptris Astrolabiorum.

DIoptras vocãt in Astrolabijs trãsuersas, ac mobiles diametros, in quarum extremis pinnacidia perforata sunt, per quæ fit prospectus in corpora cælestia. Sed abusus est nominis, quoniam prospectus ille, quatenus fit per ea foramina, est directus, non refractus. At nos hîc astronomica persequemur in primis quatenus sublimia, & cælestia luminaria quasdam affectiones patiuntur, quasdam operantur effectiones, quæ proueniunt ad oculos nostros per radios non directos, nec reflexos, sed per refractos in aere vapido, qui cúm densior sit ethere, ideò refringit, ac variat tendentiam radiorum, quos Planetæ, ac stellæ ad oculos nostros emittunt. Itemq; Astronomiam hîc docemus quatenus corpora astronomica patiuntur refractionem per organa cristallina, seu vitrea, vt ea sunt quæ tubospicillum in cælo nobis nunc aperuit. Hanc partem, missis cæteris in Astronomia, selegimus, quia partim neglecta est ab antiquis, partim ijs ignota, & ab vno, aut altero tantum Neotericorum Astronomorum proposita est, præbetq; nobis occasionem tum veterem Astronomiã maxima ex parte reformandi, tum nouam excolendi, ac ditandi, sine iteratione tamen, aut vsurpatione eorum, quæ apud vnum, aut alterum Neotericorum in hoc genere innuuntur; nisi si quæ aut ad veritatem reuocanda fuerint, aut alia aliqua è veterum Astronomorum, atq; Opticorũ fontibus proueniant, apud quorum communes, ac puriſſimos fontes nobis visum est satius, quam aliunde haurire.

Astronomia hæc nostra dioptrica est.

Dari porrò Astronomicas refractiones patebit demonstratiuè ex ijs propositionibus, quas inferius ponemus in libris hisce nostris Astronomicis. Ac sanè mirum est antiquos magnifecisse diuariationem illam, quæ per parallaxen fit, dum Planetæ aliqui oculo spectanti, & collocato in superficie terræ apparent sub demissiore loco Firmamenti, quám apparent spectanti ex terræ centro, cúm tamen differentia illa sit aliquot perpauculorum minutorum; differentia verò, quam facit refractio, qua Planetæ, atq; astra apparent in altiori loco, quàm sint, sit longe maior parallaxi, hoc est (præcipuè propè horizontem) ad minimum fit minut. 34, aliquando alicubi vnius gradus, & amplius. Ex quo apparet necessarium omninó esse in Astronomia rationem habere refractionum cælestium, cúm eæ faciant alterationem, & varietatem magni momenti, ex qua varietate neglectà non pauca in Astronomia nutant, correcta verò refractione, pleraq; omnia in Astronomicis firmantur.

Cælestes globi patiuntur maiorem diuariationem à refractionibus, quàm à parallaxi.

Neglectę Astronomiæ dioptricæ incommoda.

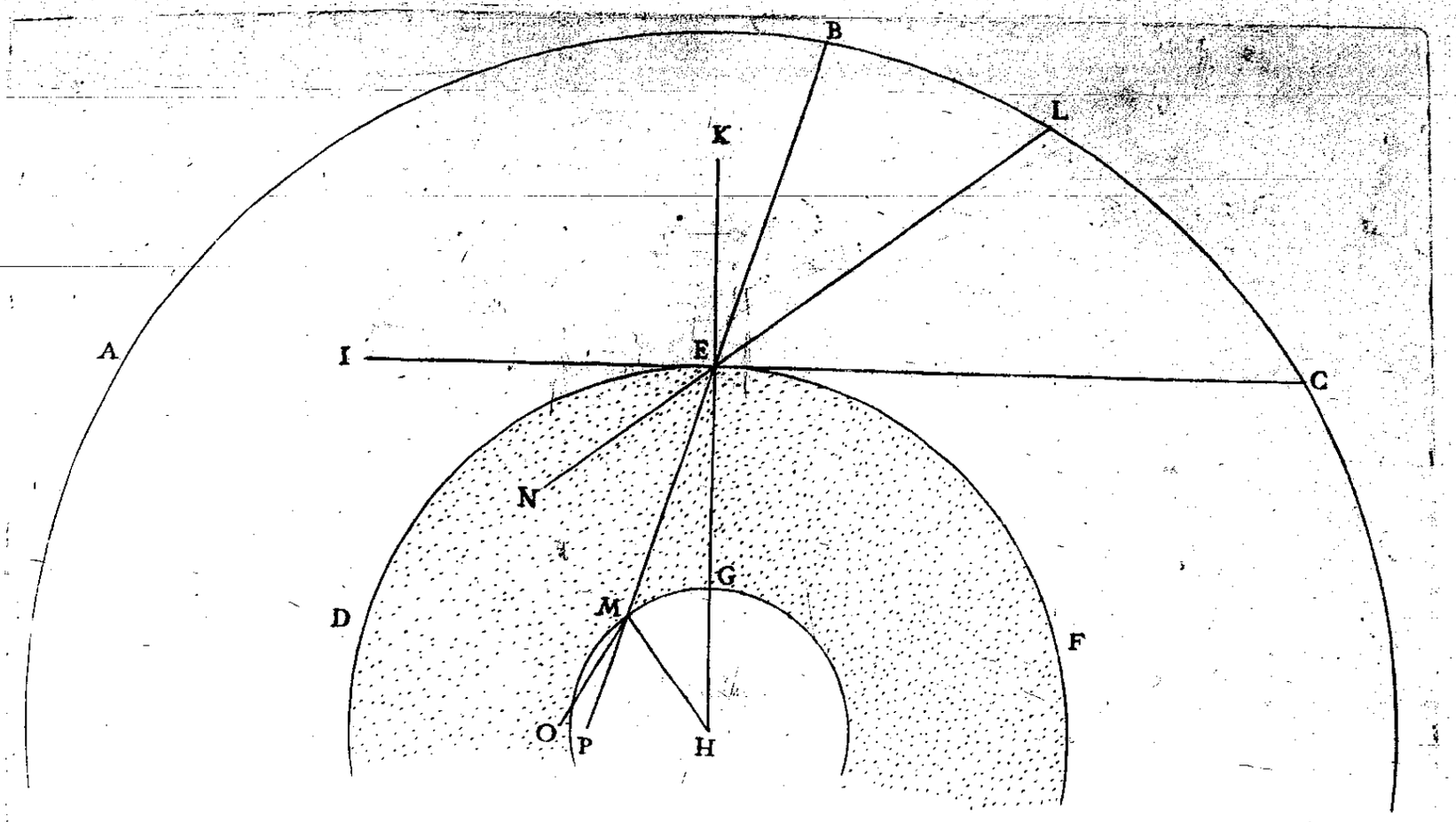
In nostris hisce astronomicis parallaxen aliquando tantúm indicamus, & correctiones ex ea factas supponimus, quia ea non spectant ad dioptricam Astronomiam, in qua nos hîc versamur. Parallaxis autem accidit, etiamsi visio directa fiat versus Planetas terræ propinquiores. Præterea parallaxis non fit circa altiores planetas & sydera, corpora verò omnia luminosa astronomica refractionem patiũtur, dum ex æthere per aërem densiorem, ac diaphanum ad nostros oculos perueniunt.

Cur omissa à nobis parallaxis tantum indicata, & suppositа.

PRO-

PROPOSITIO II.

In qua hypoteſes aliquæ ex Dioptricis.



QVoniam in ſequentibus quamplurima non facile, præſertim à Tyronibus, intelligi poterunt, niſi quædam maturè prçponantur, ac ſupponantur, ideo de more geometrico, poſt poſitionem in 1 propoſitione eorum, quæ quaſi ad definitiones pertinent, hîc ponamus, & indicemus ſaltem quaſi axiomata aliqua, quæ in Dioptricis explicata, vel demonſtrata habentur. Ponamus, inquam, ea ſolùm, quæ ad præſens negotium faciunt, & quæ viſes hîc in exemplo pertinente propriè ad aſtronomica, & corpora ſphærica. Sit ABC pars circuli verticalis in cælo, in quo circulo concipitur eſſe corpus Planetæ, ſiue aſtri. Sit DEF pro conuexo ſphæræ aëris refringentis radios ab aſtro prouenientes, & corpus interceptum inter EG ſit denſius, quam intercepta ſpatia tum inter EB, tum inter GH. tangens in E ſit IC. perpendicularis KE producta vſq; ad centrum H. Radius LE eſt incidens, qui ex Alhazẽo, & Vitell. lib. 10. prop. 4. propter medium denſius refringitur in E verſus perpendicularem EG, & procedit, verbi gratia, in M, iret autem irrefractus in N, eſtq; EM linea refractionis. Rurſus progreſſus radius incidentiæ primò refractus patitur in M ſecundam refractionem; quæ, quoniam eſt à medio denſiore in rarius, fit per citatos authores ibid. recedendo à perpendiculari MH, eſtq; ſecunda linea refractionis MO, iret autem EM directè in P.

Refractio ad perpendicularem.

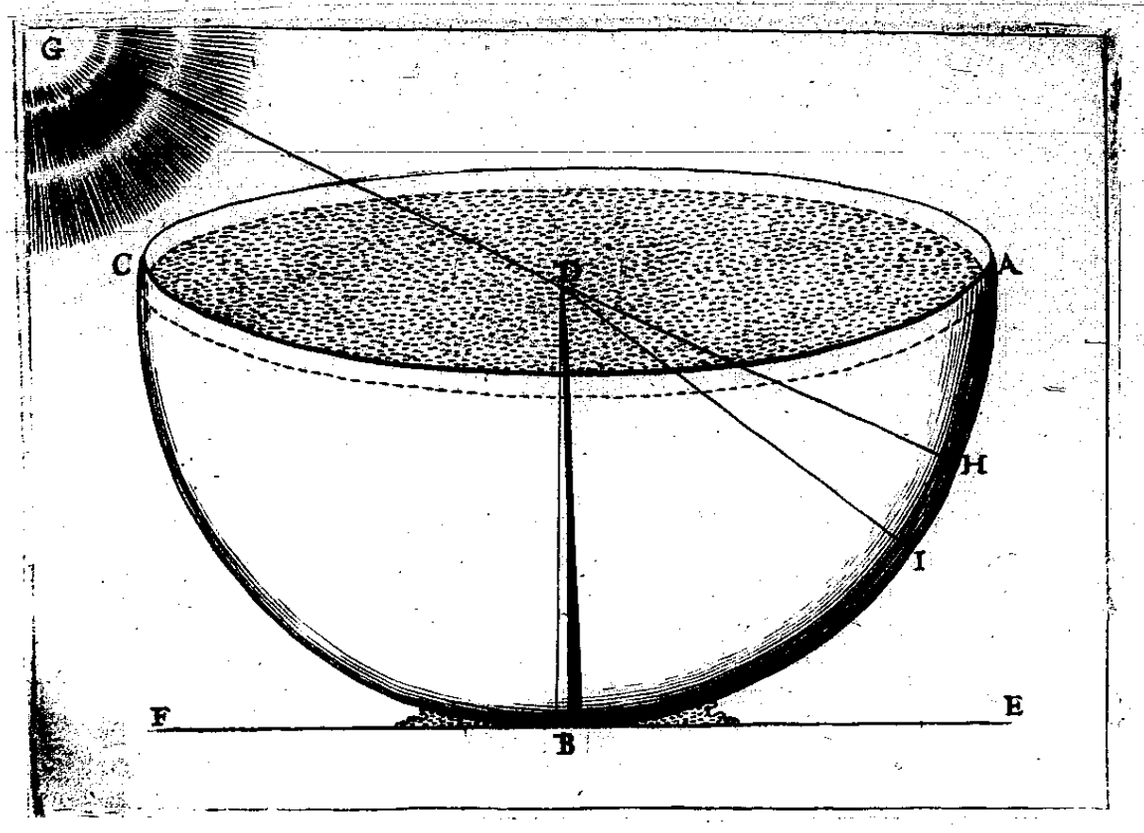
Refractio à perpendiculari.

Iam quod ad angulorum hîc poſitorum, ac nobis neceſſariorum definitiones, angulus CEL vocetur angulus eleuationis aſtri ſupra planum horizontale, ſiue horizonti parallelum CI. Angulus MEN, & qui illi ad verticem, nempe LEB, ſunt anguli refractionis ad perpendicularem, quemadmodum à perpendiculari angulus refractionis eſt OMP. Angulus KEL, & qui illi ad verticem NEG, vocentur anguli inclinationis iuxta aliquos, præſertim iuxta Maurolycũ diaph. lib. 1. theo. 10. Sic in concreto Tyrones facilius percipiẽt haſce definitiones per appoſita exempla in figuris, quàm abſtractè loquendo; vt cum definitur angulus refractionis à Vitell. lib. 10. def. 10. *angulus refractionis dicitur angulus, quem continet linea refractionis cum linea incidentiæ trans corpus diaphanum, à cuius ſuperficie fit reſractio in continuum protracta.* Hæc enim, & ſimiles aliæ definitiones linearum, & angulorum ſpectantium ad Dioptricen elici poſſunt ex hîc à nobis poſitis.

Angulus refractionis.

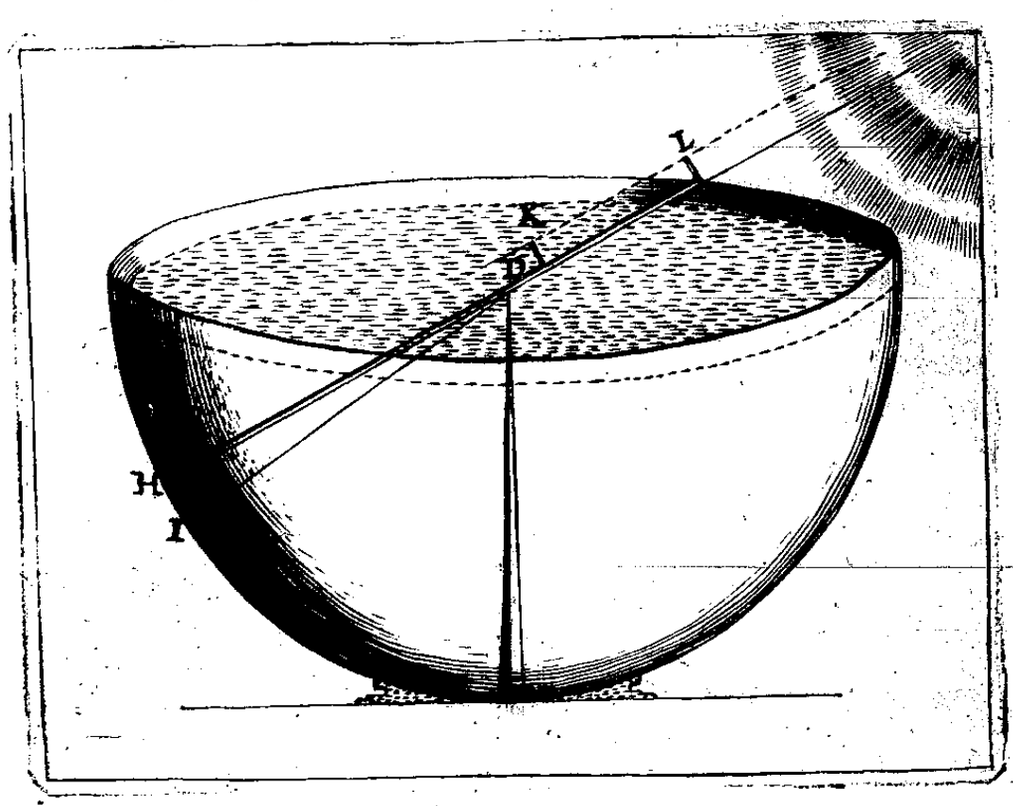
PROPOSITIO III.

Quantitatem refractionum Aſtronomicarum tum in aquis per ſcaphia, tum in aëre per tabellas refractionum ☽ ☉, & ✶ ✶ prodere.



QVoniam ad ea, quæ inferius dicentur tam circa gnomonica, quam circa aſtronomica prȩcipua problemata correcta ex refractionibus, ſupponentur, atq; vſui erunt quæ in hac 3 propoſitione ponuntur; ideò, quod attinet ad refractiones in aquis ab vmbra factas, accipe modum facillimum, quo ad ſenſum videas naturalem hunc effectum. Eſto ſcaphium hemiſphæricum ABC, qualia ſunt quorum vſus eſt ad horas inſpiciendas; ſtylus, qui & ſemidiameter, DB exponatur Soli iuxta ſitum perpẽdicularem ad horizõtem FE. Sol G dum radijs feriet in D, iaciet vmbram DH. mox imple aquà ſcaphium, & videbis vmbram refringi, atq; inferius ire in I verſus perpendicularẽ DB. Quod ſi ſcaphiũ crebris verticalibus fuerit ſignatũ, & verticaliũ quadrãtes, ceu AB, cõſuetis gradibus diuiſi fuerint, gr. vel minuta intercepta inter HI dabunt quantitatem anguli refactionis HDI. Atq; eádem ratione ad ſenſũ videbis in ſingulis Solis ſupra horizontẽ eleuationibus variari quãtitates angulorũ refractionis; ſemperq; fieri minores refractionis angulos, quo altior Sol extiterit; ac vice versà poſt meridiem videbis in quadrante CB ſemper augeri angulos refractionis magis, ac magis, quó Sol magis ad horizontem fuerit deuexus. &c.

Inſpectio refractionum vmbræ in aquis.



Verum

Quãtitas anguli refractionis in aquis &c.

Verum dum vmbra ſtyli refracta inferius cadit, vt eodem memento habere poſſis directionem radij ad ſuum locum in verticali, operare ſic. Sit vmbra DI refracta in ſcaphio aquà pleno; accipe ſtylum, in cuius parte duo aliqua tubercula (lutea, cerea,) æqualis altitudinis perpendiculariter erige, vt ſunt K, L, eamq; ſtyli partem Soli opponito, & ſtylum ad contactum in D verſus H ita demittito, vt vmbræ ipſius L longitudo congruat, & coincidat cum longitudine K, velut aſſolet in inſpectione horarum per quadrantes, &c. Itaq; vbi ſtyli acumen tanget, nempe in H, arcus interceptus inter H, & inter I (vbi vertex vmbræ in aqua refractæ) videatur quantus ſit, iuxta dicta à nobis in Gnomonicis, ex inſtrumento partium, vel ex quadrantibus diuiſis; eáq; ratione quolibet momento licebit tibi refractiones aſtronomicas inſpicere, ac metiri ex arcubus verticalium, atq; azimutalium circulorum in ſcaphio etiã per mathematicam phantaſiam inſcriptorum.

At verò circa quantitates refractionum aſtronomicarum in aëre, accipe hîc à Tychone tres tabellas, in quibus refractiones ſunt trium generum maximè notabilium globorum cæleſtium, nempe Lunæ, Solis, ac Stellarũ ad ſingulos eleuationum gradus.

Tabula refractionum Solarium.

Alt.	Refract.		Alt.	Refract.	
O			O		
G.	l.	ll.	G.	l.	ll.
0	34	0	23	3	10
1	26	0	24	2	50
2	20	0	25	2	30
3	17	0	26	2	15
4	15	30	27	2	0
5	14	30	28	1	45
6	13	30	29	1	35
7	12	45	30	1	25
8	11	15	31	1	15
9	10	30	32	1	5
10	10	0	33	0	55
11	9	30	34	0	45
12	9	0	35	0	35
13	8	30	36	0	30
14	8	0	37	0	25
15	7	30	38	0	20
16	7	0	39	0	15
17	6	45	40	0	10
18	6	30	41	0	9
19	6	15	42	0	8
20	6	0	43	0	7
21	5	45	44	0	6
22	5	30	45	0	5

Tabula Refractionum Lunæ.

	Refr.			Refr.			Refr.	
G	l.	ll.	G	l.	ll.	G	l.	ll.
0	33	0	15	8	0	30	1	45
1	25	0	16	7	30	31	1	30
2	20	0	17	7	0	32	1	20
3	17	0	18	6	30	33	1	10
4	15	20	19	6	0	34	1	0
5	14	10	20	5	30	35	0	50
6	13	50	21	5	0	36	0	45
7	12	45	22	4	35	37	0	40
8	12	0	23	4	10	38	0	35
9	11	20	24	3	45	39	0	30
10	10	45	25	3	20	30	0	25
11	10	10	26	3	0	41	0	20
12	9	35	27	2	40	42	0	15
13	9	0	28	2	20	43	0	10
14	8	30	29	2	0	44	0	5
15	8	0	30	1	4	45	0	0

Tabula Refractionum Fixarum Stellarum.

Alt. G.	Refract. M.	S
0	30	0
1	21	30
2	15	30
3	12	30
4	11	0
5	10	0
6	9	0
7	8	15
8	6	45
9	6	0
10	5	30
11	5	0
12	4	30
13	4	0
14	3	30
15	3	0
16	2	30
17	2	0
18	1	15
19	1	30
20	0	0

SCHOLION.

Ad expeditiorem praxim pro praecedenti propositione per vnicum vnius verticalis quadrantem.

DIxi in praecedenti 3 proposit. signandum esse scaphium crebris verticalibus, &c. vt statim scaphium in quocumq; situ exciperet vmbram à stylo in aliquo quadrante gradibus diuiso. Sed tamen operosum fuerit tot verticalium quadrantes gradibus diuisos in scaphio praesignasse Vt huic operae, ac labori parcas, ô Tyro, sat fucrit vnicum quadrantem signasse, ac diuisisse. Quem ita soli opponas, vt in eodem plano sint radius, vmbra, quadrans, &c. Alicuius quidem morula fuerit ita scaphium obuertere, vt vmbra excipiatur praecisè à linea vnici quadrantis; sed tamen longe expeditissima operatio haec est, si comparetur cum morosissimâ delineatione, ac diuisione plurium verticalium.

PROPOSITIO IV.

Vsus, & cautiones circa praedictas tabellas, modi etiam aliqui eas conficiendi apud alios, apud nos etiam, indigitantur.

NE fortè arbitreris, mi Lector, tabellas prępositas ita certas, atq; vniuersales esse, vt ex ijs semper, vbiq; ac tutò accipi possint quantitates refractionum ad rerum Astronomicarum vsum, necessariò hìc ponenda sunt aliqua, quæ te ab errore auertant. Ac nos hìc eas posuimus, vt habeas in exemplo modum, quo vti poteris in correctionibus præcipuarum operationum Astronomicarum. Nam in fine etiam huiusce propositionis indicabimus vbi modos habere possis, quibus liceat in quauis regione construere tabellas peculiarium refractionum, quibus deinde constructis vtaris eo modo, quo nos docebimus licere vti exactissimis tabellis Tychonis. Necessitates autem, vtilitates, & cautiones circa eas tabellas nemo melius ponere potest, atq; exponere, quam ipse Author.

Tycho igitur post tabellam refractionum solarium addit sequentes notas *Hac refractionum ad Solem visui se se insinuantium tabella exigua quidem, sed magno, ac diutino creberrimarum observationum labore comparata exhibet differentiam, qua Sol in nostro Climate refractè altior in circulo Verticali apparet, quàm reuerà est. Et licet haec satis fideliter è multis animaduersionibus inuicem collatis continuata sit, easq; refractiones, quae cælo sereno vt plurimum oboriuntur, sedulo praesiniat; tamen quia non semper èadem est aëris puritas, fieri potest, vt ha interdum dimidio scrupulo, aut fortè etiam integro proximè cis, vel vltra se exhibeant, idq: praesertim in primis circiter 20 altitudinis partibus, cùm Sol decliuior vaporum impedimentis, & diuersitati magis obnoxius est. Ideoq; priorem tabellae columnam saltem ad ipsa minuta, vel horum semisses, aut ad minimum quadrantes construxi, eò quod subtilior illic scrupulositas otiosa, & irrita foret. In altera verò, vbi is eleuatior exhalationibus terrestribus minus impeditur, paulò exactiorem in denis, aut etiam quinis scrupulis secandis limitationem adhibui. Accidere etiam potest vt haec ipsa in diuersis horizontibus paulò aliter se habeant, ob aëris non vbiq; eandem naturam, ac temperiem. Ideòq; hac scrupulosius indicasse superuacaneum duxi: spero nihilominus hanc ipsam tabellam refractiones Solis, vt vt latiori indicatione, ita tamen exhibere, vt nihil, quod in limpidiore aëris puritate obseruationi sensibiliter incommodet, desideretur.*

Varietas refractionũ ob varias aëris refractiones.

Qualis aer esse debeat ad experimenta dioptricæ Astronomiæ.

Oportet enim aurę constitutionem esse serenissimam, & defæcatissimam quando huius rei experimentatio instituitur. Medium verò, quo ea dexterius perficiatur, deinde dabimus. Reduxi autem refractionum vltimum terminum ad quadrantis circuli medietatem, si quidem circa hunc limitem admodum attenuatæ, imò insensibiles hæ euadant, & postea prorsus euanescant.

Post tabellam refractionum Lunarium idem Tycho sic.

Superius cũ de Sole ageremus, ostensum est eum refractè, & altiorem, quàm reuera est, apparere in decliuiori præsertim situ, opticis rationibus, propter vapores Horizonti, etiam aëre apparente purissimo, obuolantes, sic postulantibus. Idem etiam in Luna fieri nos crebra docuit experimẽtatio, nec etiam admodum dissimili refractionũ, quo ad sensus quantitatem, quæ in circulo altitudinis sensim extenuata dimidium quadrantem non excedit, vti neque in Sole.

Ex eodem Tychone circa refractiones stellarum accipe sequentia. *Quemadmodum Solis refractiones in circulo verticali exhibentur, quæ videlicet contingunt ob vapores, qui terram etiam tunc, cũ aër defæcatissimus putatur, circumstãt, & sydera omnia in decliuiori situ paulò altius ad intuitum, quàm reuera sit, eleuari faciunt: sic quoq; in stellis ipsis tam fixis, quam erraticis, hoc refractionis impedimentum se se non obscurè insinuans haud prætermittendum venit. Operæpretium itaq; duxi in stellis quoq; huius refractionis rationem habere. Quà neglectà, earum obseruatio ipsi cælo congrua, præsertim quando horizonti propius accedunt, constitui nequit, nec etiam certi aliquid, quò ad planetarum apparẽtias, hinc deriuare conceditur.*

Neglectæ refractionis grauia incómoda in Astronomicis.

Collatis autem plurimis præcedentium aliquot annorum hac in parte animadùersionibus, deprehendi refractiones, quæ in stellis conspiciuntur, 4 ½ minutis, quàm proximè in quauis consimili altitudine, solaribus minores euenire, adeò vt ad 20 altitudinis gradum, quando Sol totidem minuta refractè exhibet, in stellis hæc visus per vapores intermedios aberratio planè insensibilis euadat, nec in altiori situ vllum notabile obstaculum suggerat. Ordinaui igitur appositam tabellam eo modo, vt in quibusuis singulis gradibus altitudini competẽtibus refractionum minutis 4 ½ ab ijs, quæ superius in Sole annotauimus, deficiant. Existimo insuper has fixarum refractiones Planetis quoq; non inconuenienter applicari posse, vix perciptibili intercedente differentia, nisi quod Luna, ijs, quas circa Solem exposuimus, vel fortè his aliquanto maioribus, ob vicinitatem, obnoxia sit. Cætera quæ illic de harum refractionum, pro variatione puritatis Aurę, & Horizontum diuersitate, paulò aliter immutari indicauimus, & hìc pariter intelligenda veniunt.

Apud quo Authores modi cognoscẽdi angulũ refractionis astrorum, sine tabullis, &c.

Si quis autem tabulis careat, sunt aliqui modi à Veteribus, & Neotericis Authoribus proditi, quibus venire possis in cognitionem quantitatis anguli refractionis, quem angulũ efficit astrum radijs suis ad punctum, per quod radius ingreditur in aërem vapidum, ac repræsentat ipsum astrum vel extra debitum locum, vel vltra debitam quantitatem. Vide igitur Vitell. lib. 10. prop. 8. licet ille Author refractiones metiatur ex aëre in aquam, & in vitrum, & ex aqua, & vitro in aërẽ, non solum quia in eo lib. 10. agit in genere de visione, & illuminatione per refractionem, sed etiam fortasse vt in aqua, & vitro exemplum exhiberet eius refractionis, quæ proportionaliter fit ex æthere in aerem, quemadmodum & nos fecimus in scaphijs prop. 3. anteced. &c. Itaq; modi refractionum inueniendarum ex æthere in aërem, qui magis, ac propriè ad rem nostram Astronomicam spectant, duo docentur, explicantur, demonstrantur à Tychone progym. Astron. tom. 1. pag. 93. 94. Quorum alter est per quadrantem Azimutalem, &c. alter per instrumentum Armillare. &c.

Apud Vitellionem.

Apud Tychonem.

Sed exactissimè, copiosissimè, atq; ingeniosissimè, vt solet, noster Scheinerus in Sole elliptico illustrato plures modos ponit à cap. 46 vsq; ad 53 exclusũ. Suntq; ex eclypsibus Lunæ (qui modus traditur etiam ab alijs in Paralepomenis ad Vitellionem) ex veris horis ortus, aut occasus Solis, ex apparentibus horis ortus, & occasus, ex elliptico Sole &c. Vide ipsum Scheinerum locis citatis.

Apud Scheinerum cum laude.

Denique nos aliquos alios perfaciles modos perscrutandarũ refractionum cælestiũ dabimus in sequentibus inferius. Vide ibi, vnde etiam habebis modum conficiẽdi tabellas refractionũm quolibet tempore.

Apud nos.

PROGYMNASMA SECVNDVM.

De paradoxis ex refractione circa eclypſes vſitatas, aut prodigioſas cæleſtium luminarium, circa vmbras, & illuminationes ab ijſdem luminaribus in aëre, ad Terram, ad Lunam. &c.

PROPOSITIO I.

Vmbram terræ ſimul chalathoiden, & conoiden è conis aduerſis, & auerſis prodere iuxta Opticum experimentum cautè ad terræ vmbram translatum.

I. PRoditurus aliqua paradoxa circa eclypſes, in primis Lunares, ex refractionibus, hîc præmitto aliqua etiam paradoxa ex refractionibus profutura dicendis circa eclypſes Lunæ. Quæ quidem hîc paradoxa circa vmbram terræ, & inferius circa Lunæ eclypſes, an abſolutè à nobis aſſerantur, an conditionaliter, an potius vtroq; modo, explicabimus poſt vindicatas eclypſes Lunæ ab abſurdis ex refractionibus.

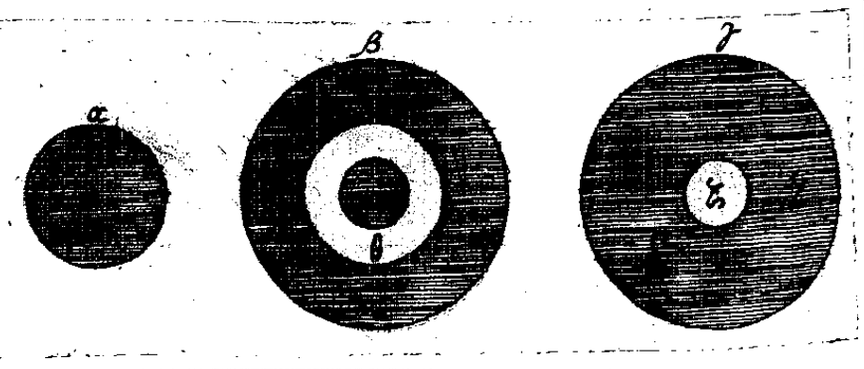
Suppono igitur ex Cleomede lib. 2 *circularis inſpectionis ſublimium*, vbi de Lunæ defectu, itemq; ex opticis, atq; inter Recentiores ex noſtro Aguil. lib. 5. prop. 73, & 74, tunc ab opaco corpore ſphærico proijci, ac terminari vmbram in modum metæ, ſiue coni, quando ſphærã illuminans maior eſt illuminatã, contrariã verò ratione vmbrã in modũ calathi abire in infinitum, ac ſemp magis ac magis dilatari, quãdo illuminans minus eſt illuminato. Quæ cùm ſint firmata experimentis, & demõſtrationibus, & cùm conſtet etiã ex Aſtronomicis Solem terrã eſſe longè maiorẽ, ac propterea terræ vmbra conum imitetur neceſſe ſit, quî fieri poteſt vt éadem terræ vmbra ſit etiam calathoides? quî fieri poteſt vt éadem terræ vmbra cùm ſit terminata (conus enim ad verticem terminatur) tamen etiam in latitudinem ſemper excreſcat, & conſequenter interminata ſit, iuxta definitionem vmbræ calathoides? Præterea quis credat conciſam terræ vmbram in conos inter ſe ſitu tam diuerſos?

Quando vmbra conoides?

Quando calathoides?

II. Omnem dubitationem auferet, & omnia tibi conciliabit, mi Lector, experimentum, quod tibi ex inſtrumento dioptrico ſubijcio. Acceptà enim lentè criſtallina, & altero eius conuexo ita per ſuperinductam opacam aliquam materiam obſcurato, vt limes, & ora lentis extrema ad latitudinem libitã intacta, & pellucida relinquantur, quò radijs ſolaribus peruius, ac liber ſit traiectus, expertus ſum, ſi lentẽ inter Solem, & inter planum ſoli oppoſitum interponam ita, vt & planum, in quo fit experimentum, & lens, & Sol quaſi tria parallela plana ſint, ſi præterea lẽtem valde (iuxta tamen experimenti exigentiam vſu ipſo prodendã) remoueam à plano, in eo plano

Nota experimẽta Authoris dioptrica, & paradoxa.

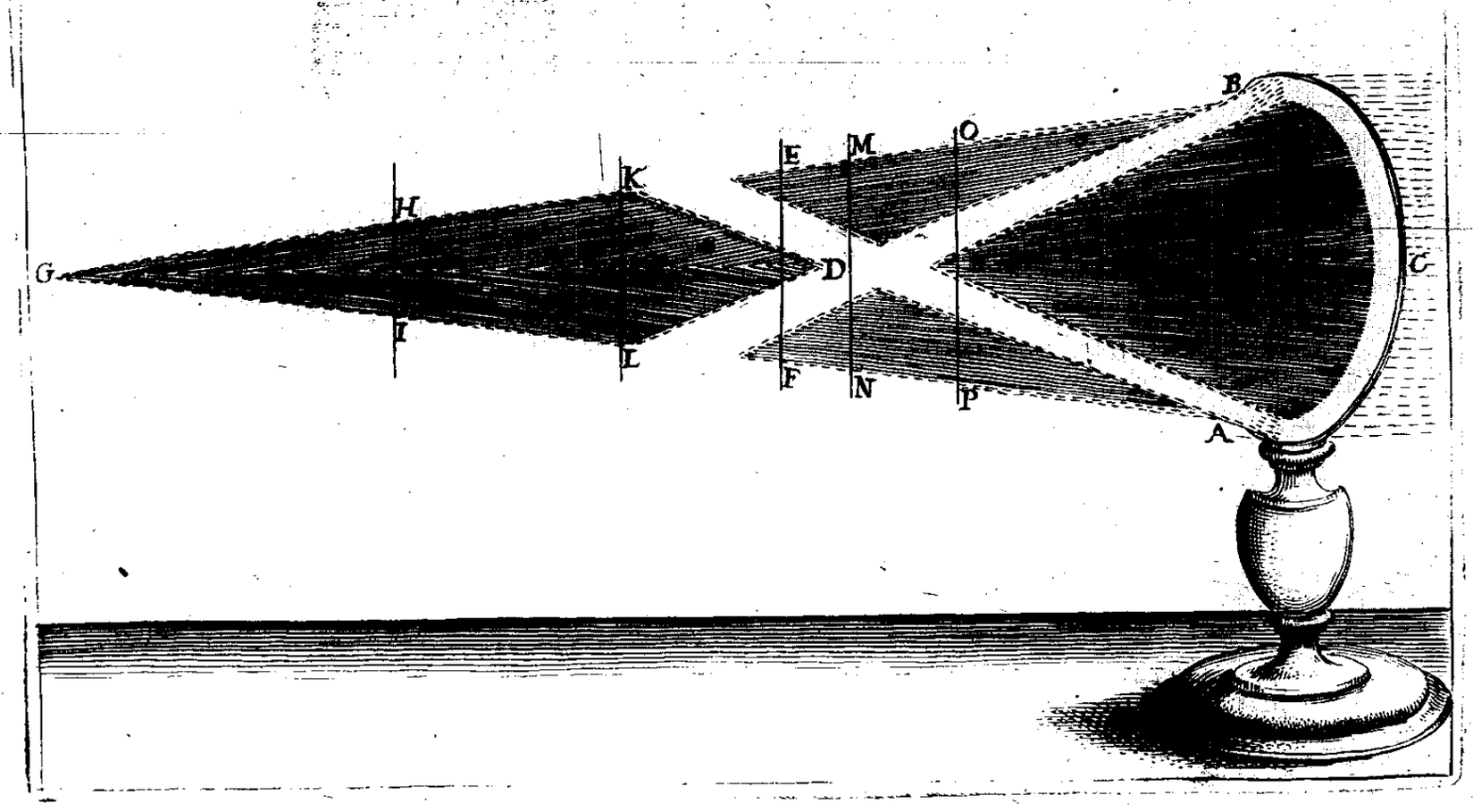


videri 1 diſcum vmbroſum (vt in α) paulatim excreſcentem, dum paulatim lentem plano propius admoueo; 2 deinde duos apparere diſcos vmbroſos (vt in β) interiorem circumductum luminoſo orbe, & decreſere lumen & vmbram interiorem, exteriorem verò amplificari; 3 diſcum

cum apparere totum luminosum, vmbrà tamen circumdatum (vt in γ) ac mox 4 apparere rursus geminum discum vmbrosum luminosa orbita interceptum (vt rursus in β) sed contraria ratione quàm in β, magis, magisq; augeri tam discum vmbrosum interiorem, quám orbitam luminosam, quó propior plano fit cristallina lens.

III. Harum apparentiarum figuram, vt licebit, in plano híc conabor exhibere, similem solido cono, quem censeo fieri in aëre, & constari ex vmbris, & luminibus à lente partim opacata, partim pellucida prouenientibus, & intercisis à varia accessione plani oppositi cristallinę lenti, ac Soli.

III. Ha- Lens



In specimen paradoxicorũ experimentorum.

Lens est ABC pene tota obscurata relicto tantũ limbo pellucido BCA. Ea lens opposita Soli eius radios non transmittit nisi per limbum pellucidum, qui radij dum in ingressu, & egressu refringuntur, eunt in vnum, ac, se se decussantes in D, procedunt in contrarias partes E, F, suoq; illo traiectu, ac processu intercidunt vmbram totalem conicam BGA, quam efficit, ac proijcit corpus lentis, præsetrim ex ea parte, in qua est opacatum.

Quidquid autem intra seriem, ac terminos laterum GKMB, GLNA in directum opponitur radijs directis corporis solaris, priuatur luce, atq; inumbratur, nisi quòd propter refractionẽ interijciuntur obliquæ illæ duæ illuminationes AK, BL. Finge iam pro varijs illis accessibus ad lentem (de quibus nu. 2 huius prop.) vario situ opposita esse plana HI, EF, MN, OP.

In 1 plano HI fit prima apparentia disci tantùm vmbrosi, ac semper crescẽtis propter latera coni vmbrosi versus KL se se diuaricantia.

In 2 plano EF incipit secunda apparentia disci interioris vmbrosi decrescentis versus cuspidem D factam à decussantibus se luminibus AK, BL, eodemq: tempore, atq; in eodem plano EF discus vmbrosus minor coronatur circulo luminoso, & lumen ambitur ab vmbra secunda exteriore, quia vides conum partialem vmbrosum KDL intercipi, atq; ambiri à luminosis areis, & ab vmbris inter E F.

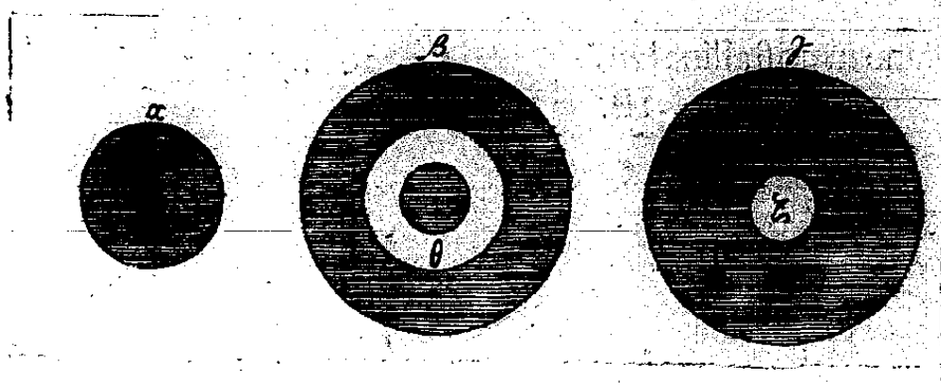
Tertia porrò apparẽtia incipit in plano MN, pergitq; vsq; versus OP, apparetq; tunc discus luminosus vmbra circumdatus, quia vbi D lux est refracta inter conicos duos vertices oppositos vmbrosos, & ad latera vbi M, & N vmbræ sunt.

Quarta deniq; apparentia similis secundæ, sed contraria ratione procedens, fit in quarto plano OP. Vltra D versus G apparent in plano res contrario situ, atq; inuersæ, quæ citra D versus AB apparebant in plano erectæ, scilicet propter proiecturas luminum se decussantium, & in contraria euntium ex A in K, & ex B in L.

IV. Cæterum antequam exemplum ex lente ad terræ vmbram transferam, vt applicatio sine errore fiat, dstinguendæ sunt duæ vmbræ, quæ in lentis experimento visuntur. Nam vmbræ illæ laterales EDB, FDA non fiunt à parte lentis obscurata, sed fiunt à lateribus, atq; ab extremis oris ipsius lentis. Quod vt tibi constet certissimo experimento, scito me adstantibus viris in re mathematica pereruditis ostendisse, dum Soli lentem totam perspicuam, & pellucidam opponerem, apparere solitum discum luminosum modo crescentem, modo decrescentem etiam in contrarias partes pro vario accessu, vel

 recess-

receſſu lentis,& put lumina refracta iungebãtur in vnum ante, vel poſt decuſſationem. Atq; huiuſce apparétiæ terminum pono inter KL,&BA. Vltra enim KL verſus G omnia ibant in diſcum totum vmbroſum & decreſcentem. Intra ergo KL, & BA ex criſtallina lente tota pellucida, nec vlla in parte obſcuratá apparet in planis ſuppoſitis diſcus luminoſus, ſed tamen ſemper vm-



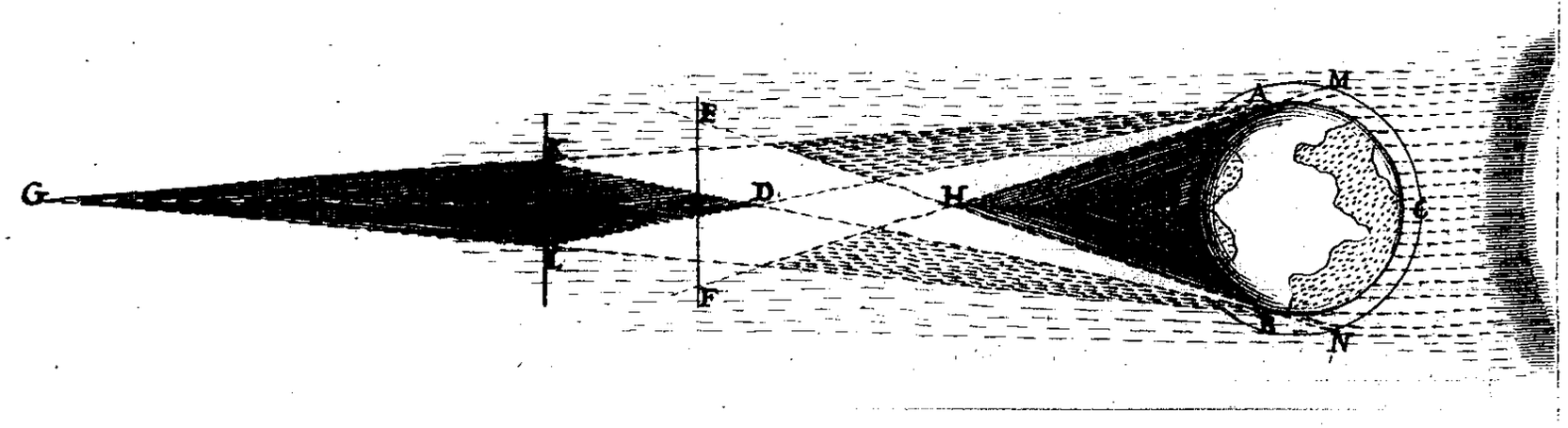
Lens criſtallina ob aliquã opacitatẽ vmbrã aliquam efficit.

vmbra circumdatus, vt in γ num. 2 huius prop. Cum ergo lens prorſus pura ſit,nec obfuſcata ab vlla densà materià, non poteſt vmbra γδε prouenire niſi ab ipſo lentis corpore,quod licet pellucidum ſit, tamen habet aliquam opacitatem, & aliquatenus terminat etiam viſum ita, vt ſpeculi etiam vices obſcurioris gerat, ſi experiri lubeat. Quod ſi diaphanum eſſet tam tenue, vt penè nihil haberet opaci, ac terminãtis, nullam viſibilem vmbram iaceret,ſed totus diſcus γδε eſſet luminoſus, vel ſaltem ζ non eſſet vmbratus à γδε. Adde quod radij luminoſi per refractionem coacti ad medium ζ vmbroſi diſci γδε,permittunt vmbram in ſpatio γδε,quam vtique tollerent ſi non refracti recta traijcerentur per totum lentis corpus. Aſſertionem autem meam de vmbrà ex lentis corpore confirmabat, quòd ſtatim ac planum aliquod circulare ligneũ, vel papyraceum (quod ipsà eſſet lente aliquãto minus) lenti ipſi apponerem, ſtatim, immotà, atq; inuariatà vmbra γδε,apparebat in medio diſci luminoſi vmbra ſecunda eiuſdem figuræ, cuius erat planum lenti appoſitum, vt vidiſti in βθ, & mox remotà papyro à lente,abibat vmbra minor media, dia, ac totum ſpatium intermedium fiebat iterum luminoſum, vt eſt in ζ.

V. Tycho præcipit(vt iam vidiſti,Lector,progym. 1 huiuſce Apiarij) aërem ſeligendum puriſſimum.Puriſſimus autem aër longè tenuior eſt puriſſimà qualibet aquà elementari, nec rationem habet opaci, aut viſum terminantis, ſed totus pellucidus, tenuiſſimus, & inuiſibilis cum ſit, nullam poteſt vmbram iácere. Aër vaporibus denſioribus, atq; opacis occupatus vmbram iacit, ſed tunc vel propter denſitatem nimiam vaporum non eſt pellucidus,ac diaphanus, ac proinde refractioni non eſt aptus, vel ſi ſit occupatus rarioribus vaporibus, qui diaphaneitatem eius non impediant, tamẽ vmbram tenuem proijciet. Sed nos, vt extra controuerſiam ſimus,& vt in negotio nobis propoſito circa refractiones Aſtronomicas perſiſtamus, aërem ſumimus, qui Tychoni, & ſapientibus aptiſſimus eſt ſtabiliendæ quantitati refractionum, qui cùm ex prædictis non ſit aptus efficiendæ vmbræ,ſi experimentum lentis transferre velimus ad terræ vmbram interceptam intra refractiones circa terram (ſi quæ ſint)en figuram ſequentem fingemus.

Aer vapidus vmbram ẽcit.

VI. In



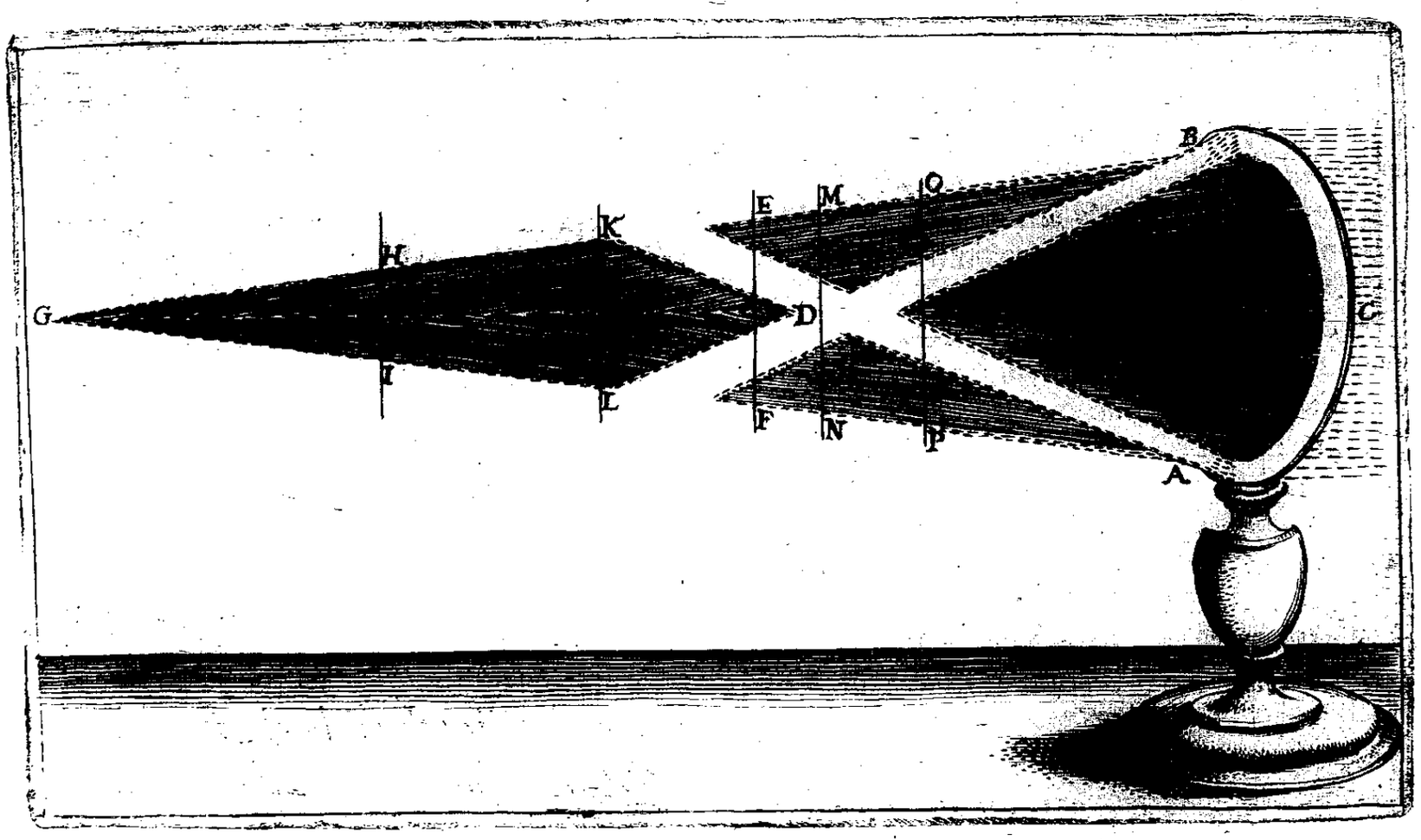
VI. In qua, per analogiam ad lentem, finge terram ſolaribus radijs afflatam eſſe lentis criſtallinæ partem obſcuratam, aërem vero circa terram pellucidum, & extremos ſolares radios refringentem, finge eſſe limbum pellucidum ABC. Quoniam autem ex paulò ante affirmatis,

Experimentū Paradoxorū Dioptricorum trāslatum ad Astronomica.

& cōfirmatis ab aëre, siue limbo tenuissimo, & inuisibili, & purgatissimo nulla iacitur vmbra, ideo ad latera inter EA, & FB nulla vmbra fingenda est, vt in figura lētis sūt EDB, FDA; sed erit lumē radiorum partim refractorum, partim directorum. Porrò si solarium radiorum refractio circa terram per aerem vaporosum ita fiat, vt refracti radij non impediti progrediantur, proportione reliqua omnia in vmbra terræ accident, quæ accidere vidimus in experimento lentis.

Itaq; si vmbram AGB pro terrestri accipias, pars vmbræ inter KL, & inter D, siue potius inter rectam EF intercepta calathoidωs procedit, & in plano EF crescit ex basi minori in maiorem ad partem contrariam lenti, siue terræ ABC, dū lens retrahitur. Licet in hoc deficiat ab vmbra calathoide, quod in infinitū nō dilatatur à basi minori ad maiorem. Sed hoc est extra essentiam figuræ, à qua ea vmbra denominatur. Calathū enim (vt in superioribus partibus columnarum simulantur calathi statuarum capitibus impositi) simulat suo processu pars vmbræ inter EF, & KL intercepta. Deniq; coni KGL, KDL auersi, coni verò KDL, BHA sunt aduersi. Quæ omnia ex optico experimento non solum lentis, sed etiam pilæ cristallinæ partim opacatæ, &c. (proportione vt in léte fecimus) exposita, emendata, & comprobata sunt.

VII. Non



VII. Non omittendū videtur in lentis figura vmbram DKGLD fieri tum à lentis corpore, seu parte diaphana, tum ab obscurata, quod experimento sic didici. Nam cum lentem plano apponerem in distantia ab AB ad HI, nec vlla re lens obfuscaretur, iaciebat in HI discum mere vmbrosum, sin autē lenti aliquid obfuscans opponebā, tunc vmbra in HI intendebatur, ac nigerrima fiebat. At verò in terræ figurà vmbra DLGK non potest esse nisi à terrà, nec vllo modo ab aëre ABC, propter prædicta, & inferius dicenda.

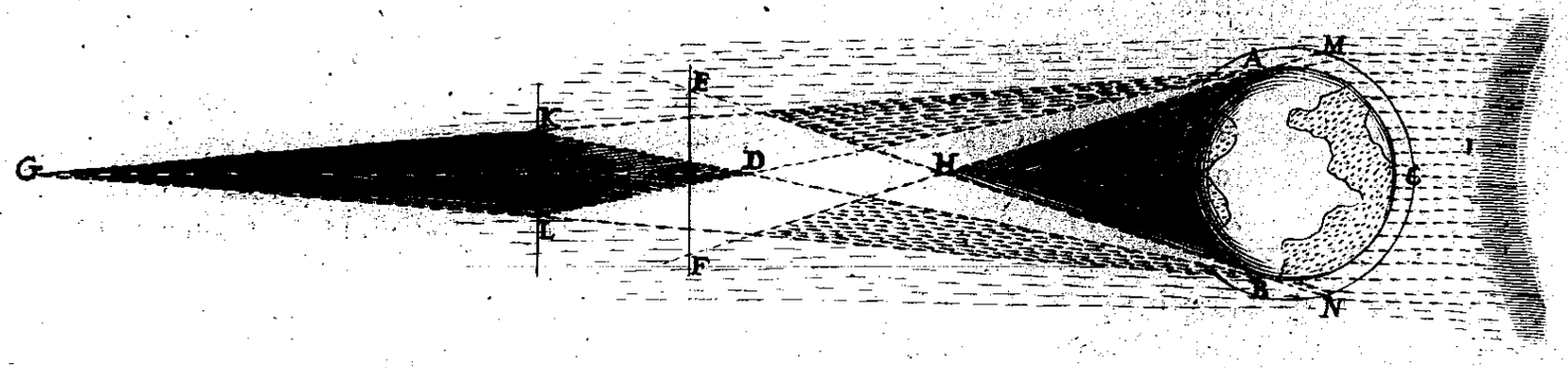
PROPOSITIO II.

Eclypses Lunares, in quibus conus vmbræ terrestris à primis radijs terram amplectentibus effectus ad Lunam non pertingat, & Luna perigæa minorem vmbram subeat, apogæa maiorem. Luna item in axe vmbræ terrestris posita, quæ tamen tota clarissimo Solis lumine perfundatur. &c.

I. SCitum apud Astronomos est id, quod Cleomedes rectè affirmat lib. 2. de Lunæ defectu his verbis: *Luna sublimissima quidem deficiens (vt obseruatum est) celerius comparet, humillima autem serò. Nam cum sublimissima*

Breuiores eclypses Lunę altioris, demissioris longiores.

Ratio.



defecerit, vmbræ angustias permeet necesse est, tũ breuissimo temporis curriculo euadit. Cum porrò humillima amplissimam terræ vmbram subit, & tum diutius in defectu perdurat necessario. Hæc confirmãtur & calculis eclypsium, & prædictionibus durationis earum, quibus prædictionibus euentus rei semper respondet, & præterea sensu ipso patere possunt in 3 figura præcedentis propositionis. Nã si conũ vmbrosum BGA cõcipias animo nõ interciſum à refractionibus luminosis, sed continua figurà productum, quis non videat Lunam, quo terris est vicinior, subituram in partes coni versus basim AB latiores, quò verò à terris remotior, subituram in partes versus cuspidem G arctiores?

II. Cæterum præter prædicta vulgata, & vsitata, nos addimus paradoxa, quæ sic explicamus in figurà. Nam si à radijs refractis intercidatur vmbra, & Luna subitura vmbram vbi KL fiat magis perigæa, & subeat conum KDL, patet quãto magis accedit versus tellurem, tanto semper arctiores vmbrę partes vsq; ad D subituram, ac proinde magis perigæam minus moraturam in arctioribus vmbræ partibus. Contraria verò ratione si Luna perigæa sit in D, & fiat magis ac magis apogæa versus KL, manifestum est eam semper magis apogæã vsq; ad KL maiorem vmbram versus basim KL subituram, ac proinde diutius sub vmbra duraturam contra consuetas eclypses, & earum calculos. Præterea vmbræ terrestris conus non interciſus, ac primus, qui fit à refracto vtrinq; lumine Solis, & à radijs primò terram amplectẽtibus, conus inquam AHB non pertinget ad Lunam, ipsa tamen sub vmbra terræ DKGL eodem tempore in eclypsi latebit. Esto enim conus KGL ad Lunã pertingat, is tamen à primis radijs refractis, & terram amplexis non fit, sed ab alijs directis, & extremis, & remotioribus vltra partes A, & B, de quibus nos in hoc nostro paradoxo non loquimur.

Vmbra terræ ad Lunam pertingens simul, & non pertingens.

III. Deniq; si Luna sit in axe vmbræ terrestris totalis AGB, & partes subeat inter D, & H vbi refractæ radiosæ, atq; addensatæ illuminationes Solis se se geminant, atq; intendunt, ibi Luna & dẽsiori lumine perfundetur quasi directè à Sole illustretur, & per refractos eos radios aspectabitur à Sole (ceu nummus in aqua) nihil impediente tumore terrę intercepto, vt nihil impediunt visionem nummi in aqua positi latera vasis intercepta inter oculum, & nũmum. &c. Quæ erant breuiter exponenda.

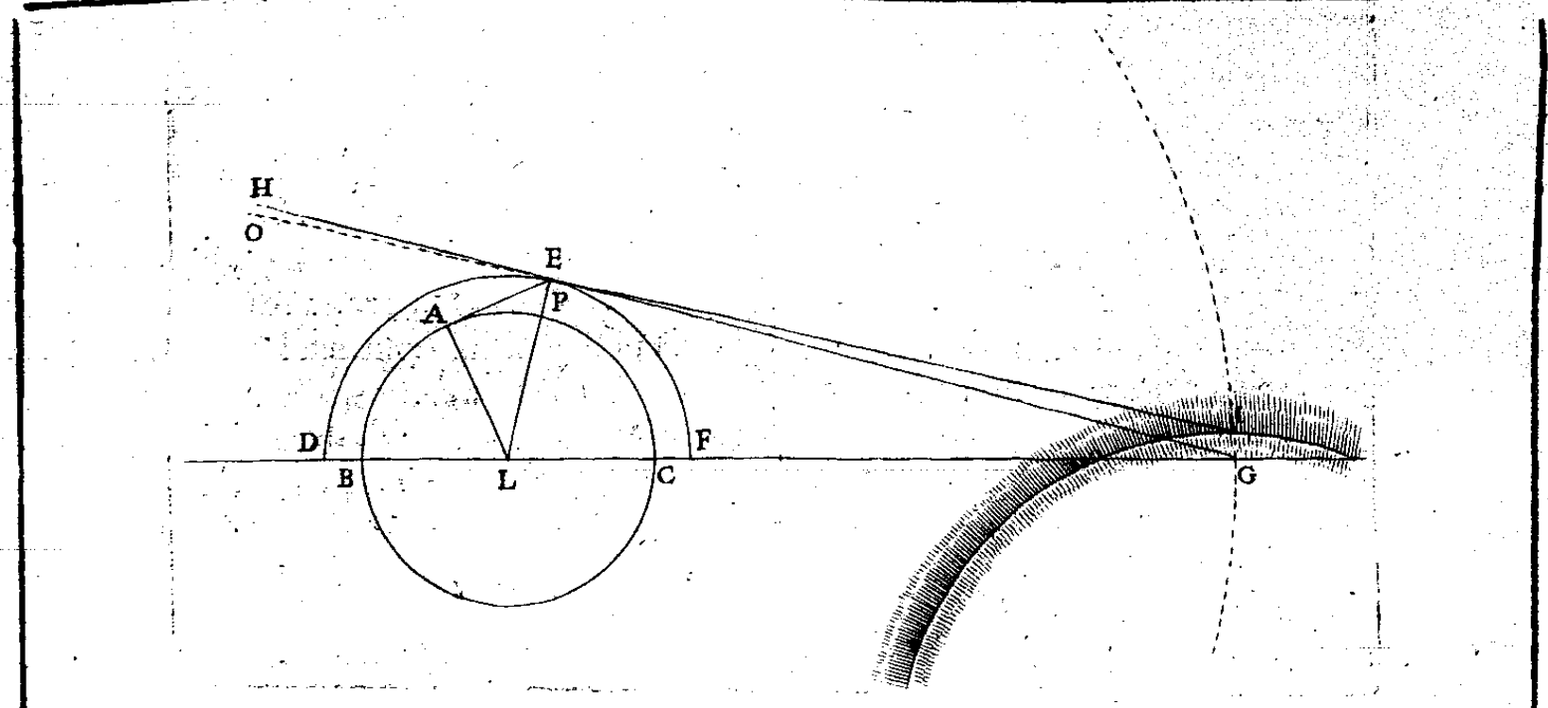
Luna simul in vmbra terræ, & in lumine Solis.

PROPOSITIO III.

Ex refractionibus horizontalibus altitudinem aëris radios solares refringentis coniectari.

IN hac nostra propositione, mi Lector, non tam absoluté, quám in ordine ad defensionem lunarium eclypsium (vt inferius videbis) aëris refractorij altitudinem quærimus. Atq; ad hoc nostrum negotium egemus non quibuslibet refractionibus, quæ in prima Solis supra horizontem eleuatione fiunt, à quibus vmbræ terrestris quantitas secundum aliquos (de quibus nos inferius) circumscribitur, ac definitur. Nec sumus nescij difficillimum esse præcisionem quandam geometricam adhibere, ideo in propositionis inscriptione affirmauimus nos coniectari, scilicet quantum materia ipsa pati potest geometricam demonstrationem.

Et quoniam refractiones etiam horizontales suam habent latitudinem, vt quàm fieri potest certissima viâ incedamus, accipiamus determinatè omnium horizontalium refractionum maximam, quæ fiat à primo solaris verticis radio cùm primùm supra horizontem emergit, & primam



mam, ac minimam altitudinem ſupra horizontem primus is Phębi radius obtinet, eſtq; ex tangente conuexum aëris refringentis factus radius aërem ſecans, & ad oculum in terræ ſuperficie collocatum pertingens, ac tangens ipſam terræ ſuperficiem. Ad applicationem explicatiorem veniamus.

Sit ergo terræ globus ABC, ſphæra aëris ſolares radios refrigentis DEF, horizon aſtrouomicus ſit DF ad Solem in G pertingens. Finge primum ſolaris verticis radium, ſiue planum GH tangens in E: Sol ita verticem incipiat eleuare, vt primus eius radius, qui in GH erat tangens, & vltra E rectá progrediebatur (ac proinde nullam ſectionem, aut refractionem in E faciebat) paullulum eleuatus, v. g. ad primum minutum, ſit iam IE, & in E refractionem paſſus incidat ad A oculum, & ibidem terræ ſuperficiem contingat. Ex L centro educantur LA, LE.

Quoniam igitur angulus HEL ex 16 tertij, & eius corollario, rectus eſt, & angulus HEO ad verticē eſt ipſi GEI angulo eleuationis radij ſupra horizotem, qui angulus per conſtructionem eſt vnius minuti primi, erit & ipſe HEO 1 min. per 15 pr. Angulus verò refractionis maximæ horizontalis OEA ex 2 tabellà propoſitionis 3 progym. pr. huiuſce Apiarij Aſtronomici, eſt 34 primorum minutorum, & conſequenter in triangulo ALE, angulus AEL reliquus ad complementum recti erit grad. 89, & 25 min. angulus verò LAE, ex 16 tert. & eius corollario, rectus eſt, ideſt gr. 90, ergo reliquus ALE ad complementum duorum rectorum erit 35 minutorum primorum. Cum ergo in rectangulo triangulo ALE, latus AL, quod eſt terræ ſemidiameter, ſit notæ mēſuræ, & notæ ſint quātitates ſingulorum angulorum, nota etiam fient reliqua duo latera EA, EL, iuxta propoſ. 2 apud noſtrū Clauium in triangulis rectilineis. Et quoniam per ea quæ apud eundem Authorem habentur in initio de lineis tangentibus, & ſecantibus, poſito latere AL pro ſinu toto, latus AE eſt tangens anguli L, latus vero LE eſt eiuſdem ſecans, ſi ex tabulis ſinuum apud eundem Clauium accipias ſinum totum tantummodo 100000, abiectis duabus prioribus Zifris è ſinu toto in tabulis poſito, inuenies anguli L minut. 35 ſecātem eſſe 100005, abiectis item duabus prioribus notis numeri inuenti in tabulis ſecātium iuxta monitum in fine earum tabularum. Semidiameter autem terræ iuxta Recentiorum certiores obſeruationes (terræ diametrum nos requirimus breuiſſimam, ob dicenda inferius) eſt milliariorum 3035 $\frac{5}{11}$. Notum igitur eſt latus AL & in partibus ſinus totius, & in milliaribus, latus verò LE notum eſt in partibus ſecantium.

Si ergo per regulam auream ſic diſponas, ac dicas: Si AL, quatenus ſinus totus 100000, dat milliaria 3035 $\frac{5}{11}$, quid dabit ſecans LE inuenta partium 100005? multiplica tertium numerum per ſecundum, & productū partire per primum numerum, ac prodibit quartus numerus in milliarijs 3035 $\frac{666050}{1080000}$, quæ eſt quantitas in milliarijs (cum appoſitis fractionibus) rectæ LE, quæ continet vnà cum terræ ſemidiametro etiam altitudinem aëris refractorij. At nos quærimus tantum eius aëris altitudinem. Subducatur igitur ex tota LE ſemidiameter PL; & quoniam numeri integri tā ipſius AL, quàm ipſius LE ijdem ſunt, ſubducatur fractus ipſius AL, ex fracto ipſius LE, hoc eſt $\frac{5}{11}$ ex 666050, & remanent fractiones $\frac{18364505}{120000000}$, quæ ad notiores menſuras, & aptiores pro milliarijs redactæ conficiunt paſſus 151, quæ ex præcedenti geometrica ratiocinatione eſt aëris radios ſolares refringentis altitudo minima, ſcilicet cum aër eſt purgatiſſimus; variatur autem pro aëris varietate &c. iuxta Tychonicas tabularum cautelas.

Aëris refractorij minima altitudo.

Noſtra hæc aëris minima altitudo, etiamſi perexigua fortaſſe videatur, tamen ſic mire facit ad negotium, quod inferius exercebimus in patrocinio lunarium eclypſium iuxta veterem Aſtronomorum ſententiam, & calculos. Nonnulli non eleuant aërem refringentem vltra dimidiū mil-

liarium

liariũ Germanicum, & eum terminant montium verticibus. Quidquid ſit, nos è ſuppoſitis, & ex datis latitudinẽ verticis ſolaris ſupra horizontem ad minutũ 1, & ex angulo maximæ refractionis Tychonicæ min. 34 coniecturam noſtram demonſtrauimus. Atq; ex hiſce hypotheſibus geometrica demonſtratio ritè, ac ſuo cum rigore proceſſit, præſertim acceptà EA pro tangente, vt alij etiam accipiũt, nempe vt noſter Scheinerus in ſole elliptico illuſtrato cap. 56. concl. 2. in exemplo figuræ, & aliqui alij. Quanto autem demiſſior eſt ille aër tãto ad negotium noſtrum erit aptior, ac propterea libentiſſimo animo ferimus eam demiſſionem à nobis geometricè productam.

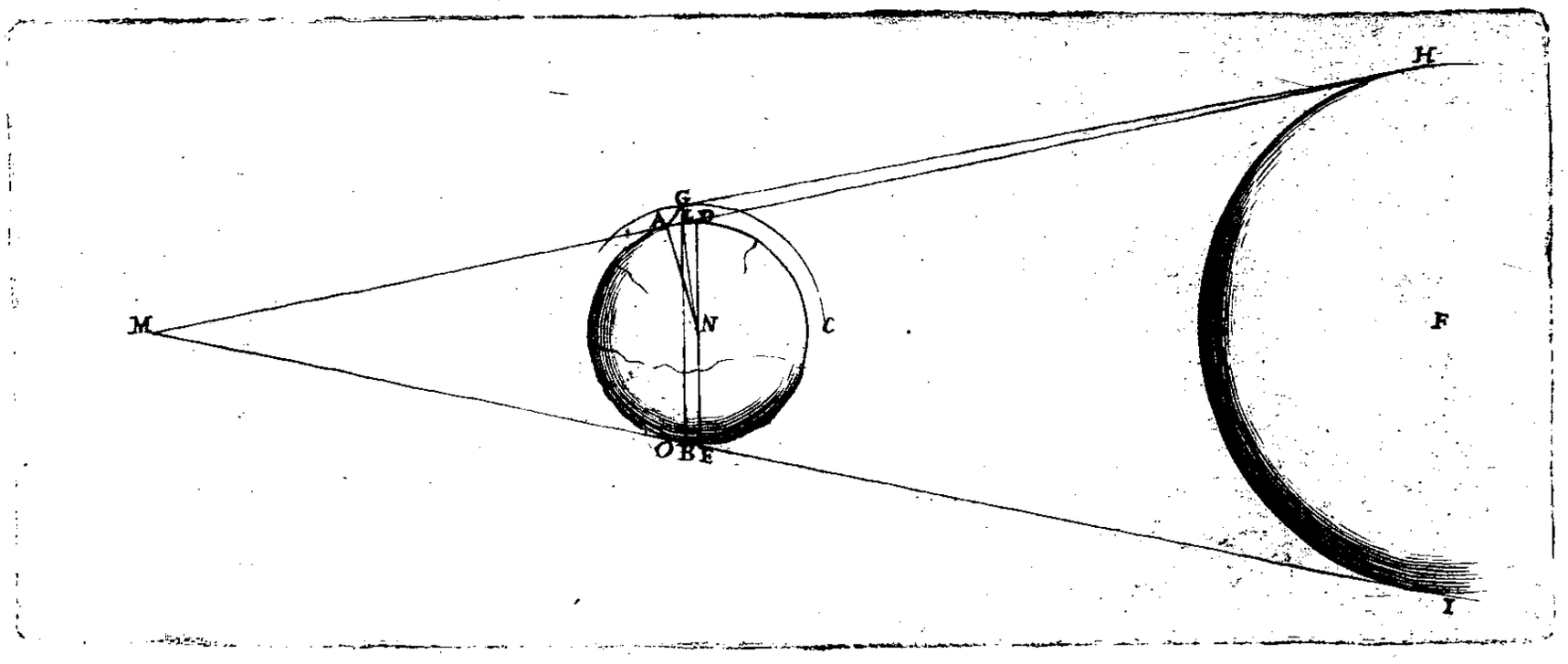
PROPOSITIO IV.

Maiorem terræ partem, quàm antiqui Aſtronomi aſſeruerint, à Sole illuſtrari, ac quota ea ſit.

ORbis terrenus montibus aſperatus eſto ABC, cuius pluſquam hemiſphærium ACB vltra diametrum DE illuſtratur à Sole F; ſitq; terminus illuſtrationis iuxta antiquos Aſtronomos poſitus BL, ſitq; à nobis producta BL vſq; in G punctum aëris radios refringentis. Eſt autem LG inſenſibilis differentia propter exiguam aëris refractorij altitudinem à nobis præcedenti prop. demonſtratam.

Porrò antiqui Aſtronomi, nulla habità ratione refractionum, lumen rectá educentes ex H in L, ex I in B, vmbram efficiunt LMB. Cæterum cum radius extremus ſolaris HG, ſiue HL (eſt enim intenſibilis omninò diſtantia LG) feriat aërem refringentem in G puncto, radius ille refractus in G iaciet lineam refractionis GA vltra terminum L, idemq; accidet ex altera parte terræ vbi B.

Quod ſi ſcire aueas quantum excedat quantitatem terræ à Sole illuſtratæ hæc noſtra per refractiones ampliata illuſtratio, facilè id ſcies ex præcedentis propoſitionis demõſtratione. Nam eductis ex N centro rectis NL, NA; quoniam per anteced. prop. demonſtrationem angulus ANL (quem pono pro angulo ANG, cùm inſenſibilis diſtantia ab L ad G nullam faciat differentiam) eſt min. 35 primorum, ac proinde totidem minutorum eſt & arcus ſubtenſus AL; ſingulis verò ijs minutis ſingula aſtronomica milliaria reſpondent; propterea erit pars terræ à refractionibus horizontalibus illuminata 35 milliariorum Aſtronomicorum vltra terminos illuminationis poſitos hactenus ab Aſtronomis. Et quoniam etiam arcus LD, iuxta veteres Aſtronomos, eſt 15 milliariorum aſtronomicorum, ſi



Quãtitas terræ illuſtratæ à Sole vltra terræ hemiſphærium è ſententiâ noſtrâ.

ſi ſimul componas, & efficias totum arcum AD, erit ille 50 milliariorũ Aſtronomicorũ. Itaq; à Sole illuſtratur vltra terræ hemiſphærium quantitas ſpatij 50 milliar. aſtronomicorum &c.

Si Veterum demonſtrationes videre lubeat circa quantitatem terræ vltra hemiſphærium, quam illuminat Sol, vide Alhazenum in doctiſſimo libro de crepuſculis prop. 5. & ex eo Vitell. lib. 10. prop. 59; & Petrum Nonium de crepuſculis à Clauio noſtro illuſtratum prop. 5.

PROPOSITIO V.

Luna obſcuratur ab vmbra terræ; quod non nemo negare auſus eſt paralogiſticè.

PAtrocinium aſſumimus eclypſium, præſertim lunarium, hoc eſt rei in tota Aſtronomia præclariſſimæ, ac mirificæ, è cuius præſtantia tantum admirationis, ac venerationis prouenit erga Aſtronomos, atq; Aſtronomiam, vt eam non humanã, ſed quaſi diuinam ſcientiam, & Aſtronomos viros propè Diuinos appellare non dubitarint aliqui, dum eos ante tot ſæcula diuinantes, ac prædicentes audiunt eclypſium tempora, durationes, momenta, & alia circa eas minuta tam certò, ac nunquam fallente calculo, atq; euentu, quàm ſi præſentes eſſent, atq; inſpicerent ſeræ poſteritatis arcana inacceſſa, & ſcientiam ſuam mortales vltra ſæcula immortalia protelarent. Aſtronomicæ huic gloriæ, ac triumpho aliqui, nullà coacti neceſſitate geometricæ, aut vranometricæ ratiocinationis, aliqua oppoſuerunt, quibus ſubruẽdis vtillimę ſunt propoſitiones hæ noſtræ in hoc 2 progym. antecedentes; ſequentes etiam propoſitiones poſſunt eſſe ceu propugnacula, quibus aduerſa infirmentur, & noſtra, quæ antiquorum omnium Aſtronomorum communis ſententia, & cauſa eſt, confirmetur. Hanc, vt ſpero, apud æquos Lectores, & apud poſteritatem inibimus gratiam beneuolentis animi, & operæ allaborantis in patrocinium, & vindicationem rei, qua nihil Aſtronomia vniuerſa, nec cæteræ humanæ ſcientiæ proferre poſſunt admirabilius.

Exſtitere igitur qui non dubitarunt contra omnes Aſtronomos aſſerere Lunã non obſcurari ab vmbra terræ. Profecto nobis multo magis licebit ſine cuiuſquã iniuriá cum omnibus Aſtronomis aſſerere Lunam obſcurari ab vmbra terræ. Hanc autem propoſitionem affirmamus non ſolum propter auctoritatem omnium Aſtronomorum id affirmantium, & propter calculos ex motibus Solis, & Lunæ in id ſemper conſentientes, & propter tot ſæculorum nunquam fallentem experientiam; ſed etiam propter rationes aliquàs alias, quas hìc tibi, Lector, ex Cleomede ſemimẽdosè impreſſo lib. 2, vbi de vmbræ defectu, apponimus.

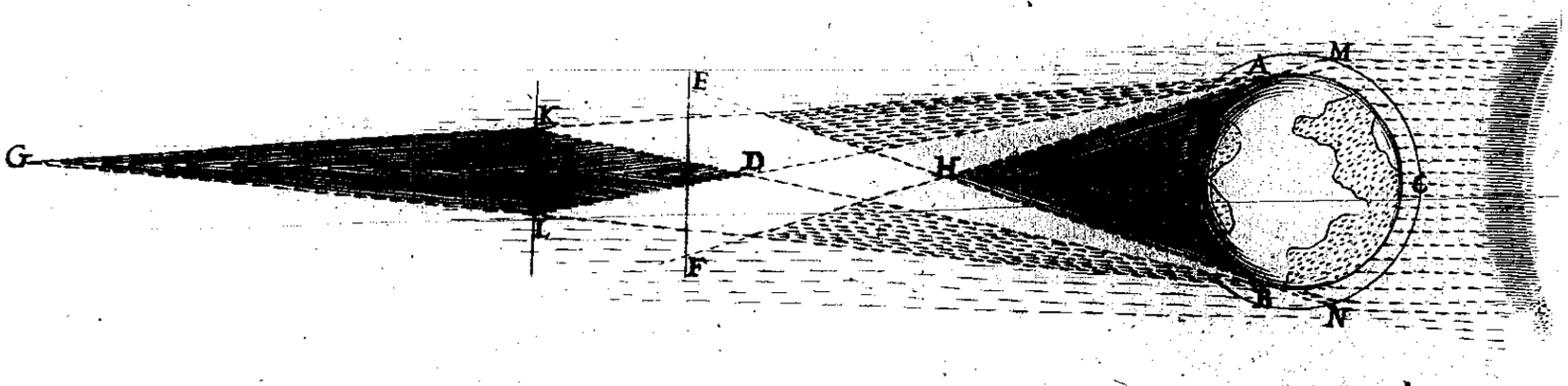
Rationes veterum quòd Eclypſes lunares fiunt ab vmbra terræ.

Quod Luna in terræ vmbram incidat, neq; alio pacto deficiat, ab eis quæ apparent nobis par eſt intueri. primum namq; in ipſo deficit plenilunio cum demum potuerit duntaxat vmbræ incidere Soli aduerſa: 2 cum perfectum defectum admiſerit, cernuntur eius partes ad vmbram conuerſæ primum obſcurari, quod ipſi tum occurrant vmbræ. Cum ad ortum Luna inuehatur motu cæli contrario, vmbra verò ab ortu in occaſum ſemper delata. Rurſus poſt defectum incipit efferri partes primas habens elatas ad ortum conuerſas, nam neceſſe eſt quæ primæ partes vmbram offenderint, Lunæ primas operiri, qua porrò primæ poſt occultationem apparent. Rurſus cum in parte deficit, ſi à ſeptentrione in Auſtrum ſe recipiat, id patiuntur ad meridiem conuerſæ partes, quæ primę obſcurentur neceſſe eſt. hę namq; inter eundum præcedentes in vmbræ congreſſũ veniunt, & proinde occultantur. At quæ ad ſeptentrionem conuerſæ ſunt, vmbram effugiunt, planèq; deuitant. At cum ab Auſtralibus partibus ad ſeptentrionem ſcandit, partialem defectum admittit, cum Soli fuerit aduerſa, nec-dum tamen centrum ad ſigniferi medioximum, & Solis centrum habens, quæ ſeptentrionem ſpectant eius partes deficiunt, quæ præcedentes vmbræ immerguntur; at quæ ad meridiẽ partes apparent. Hæc omnia nobis obiecta oculis propè inſiſtit quod Luna vnam, & eandem habeat defectùs cauſam circumlapſum, quo terræ vmbræ circumillabitur, ab ipſaq; obſcurata ſolarium radiorum iaculatione priuatur.

A Cleomede acceperunt prædictas rationes cæteri omnes poſteriores Authores, qui in ſuis aſtronomicis tractationibus probarunt Lunam eclypſari ab vmbrà terræ. Addit idem Cleomedes alias ibidem rationes à modo illuminationis Lunæ, & à phaſibus eius. &c. quas ibi vide. Nos hìc aliquas prædictas appoſuimus ex fonte antiquiſſimo.

PROPOSITIO VI.

Vmbram terræ non decurtari ex refractionibus.



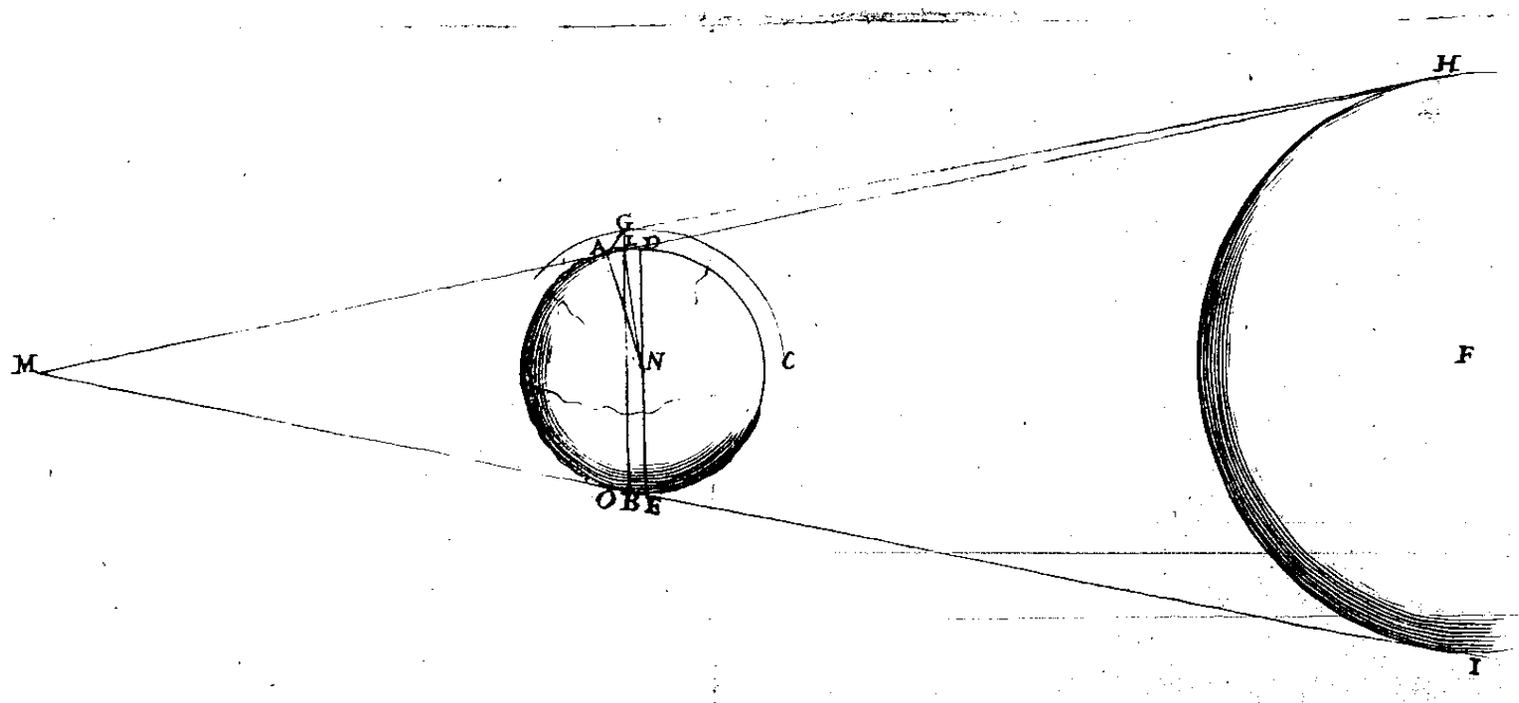
MAnifeſtum eſt (affirmant qui vmbram terræ ex refractionibus radiorum ſolarium decurtant) radios refractos in aëre vapido ABC circa terram affuſo, & in punctis A, B terram contingentes, ſi non refringerentur in M, & N, ſed rectà procederent, effecturos vmbram productiorem v. g. MKGLN; ſed quia refringuntur in M, N, & à directo declinantes demittuntur ad contactum in A, & B, ideo neceſſariò, & conſequenter vmbram breuiorem AHB ſuis terminis efficiunt.

Ac ſanè apud nos etiam hæc ſententia videtur aſſerta in antecedentibus propoſitionibus 1, & 2 huius progym. indicatq; nos etiam eiuſdem eſſe ſententiæ figura hîc repoſita ex 1 huius progym. propoſitione.

Sed facillima eſt huiuſce oppoſitionis abſolutio. Nam iuxta noſtram demonſtrationem 3 antecedenti prop. poſitam, exigua eſt aëris radios phæbeos refringentis altitudo, atq; etiam è ſententia decurtantium vmbram terreſtrem aër refractorius faſtigijs montium terminatur. Itaq; ſe ipſimet implicant, qui aſſerunt radios refractos progredi ad terræ contactum, & ad vmbræ terreſtris decurtationem, & ſimul affirmant aërem refractorium non egredi vertices mõtium, vel ad ſummum extendi ad quantitatem altitudinis dimidij milliarij; hoc enim eſt affirmare radios refractos in altitudine montibus æquali ſtatim inflecti ad valles, atq; intra montes incidere, nec vlterius progredi.

Sed

Radius



Radius HG refractus in vertice montis G (vbi terminus eſt aëris refractorij) incidit in valles, & in dorſa montuoſæ terrenæ ſuperficiei v.g. vbi A, propterea impeditur ne vlterius progre-

val-

gre-

grediatur ad vmbram terræ decurtandam, ſed reflectitur, deſſipatur, & quodammodo immoritur inter eas terræ, montium, conuallium crepidines, & cauitates, præſertim ſi non ſit tangens terram, ſed ſit ſecans in A. Vnde autem probari poteſt nobis negare lubentibus ipſam GA eſſe tangentem? Ac finge etiam eſſe tangentem, & incidere in vaſtiſſimam, & æqualiſſimam terræ planitiem, tamen dum progreditur à contactu incidet tandem tandem in oppoſitos montes, qui planitierum terreſtrium termini ſunt, nec vlterius in rectum ibit, vt terræ vmbram intercidat, quemadmodum fieret in figura hîc priore ex 1, huius progym. propoſ. in quâ figurâ refracti radij ex A, & B vmbram decurtant in H.

Qua cautione affirmarũ ſit à nobis vmbrã terræ decurtariã refractionibus.

Nos verò prop. 2. num. 6. & prop. 2. num. 2. huius 2 progym. paradoxum poſuimus non abſolutum, ſed conditionatum cum particula: *ſi ſolarium radiorum refractio talis fiat, vt &c.* non quòd re ipſa ſic fieri arbitremur in ordinariâ, etiam refractâ, illuminatione terræ à Sole, ſed quod fieri poſſet, ſi vel terra eſſet omninò leuigatæ curuitatis, nec montibus aſpera, & vallibus concaua, &c. vel aër ipſe refractorius ad eam altitudinem exurgeret, vnde refractio radiorum extra montium cacumina ita fieret, vt vmbram quidem ab Aſtronomis antiquis poſitã poſſent intercidere, ſed tamẽ ſine præiudicio eclypſium iuxta calculos antiquos. Qua de re plura inferius.

Quare nulla eſt ex refractionibus neceſſitas decurtandi vmbrã terræ à Sole illuminatæ, atq; ex eo eclypſibus Lunaribus incommodandi.

COROLLARIVM.

In quo Paradoxum ex antecedetibus.

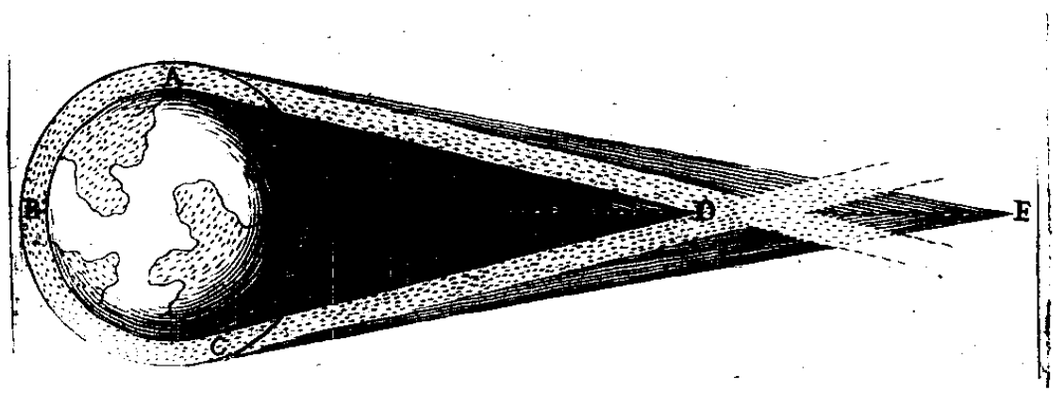
Creſcunt in terrà termini illuminationis, nec tamen vmbra decreſcit.

Vltra terminos antiquos illuminatio terræ non decurtat vmbrã ab antiquis poſitam.

SI componas inter ſe 4 anteced. propoſ. huius progym. 2 cum hac 6 cõficies paradoxum. Nam in 4 demonſtratum eſt vltra terminos illuminationis ab antiqua Aſtronomia poſitos illuminari terram, in hac 6 probatũ eſt vlteriorem illam illuminationem (quod planè admirandum eſt) non efficere vmbram terræ breuiorem, cum tamen conſuetum ſit in globis illuminatis tanto breuiorem ex neceſſitate vmbrã exiſtere, quanto maior pars globi radijs ſolaribus illuſtratur, vt patet ex vulgatis opticis demonſtrationibus apud Vitell. &c. ſed paradoxum ſe tuetur ijs, quæ probata ſunt in hac 6 præcedenti.

PROPOSITIO VII.

Lunam non eclypſari ab vmbra vlla aëris terram ambientis, nec vllam talem vmbram ſubire calculum eclypſium Aſtronomicarum.



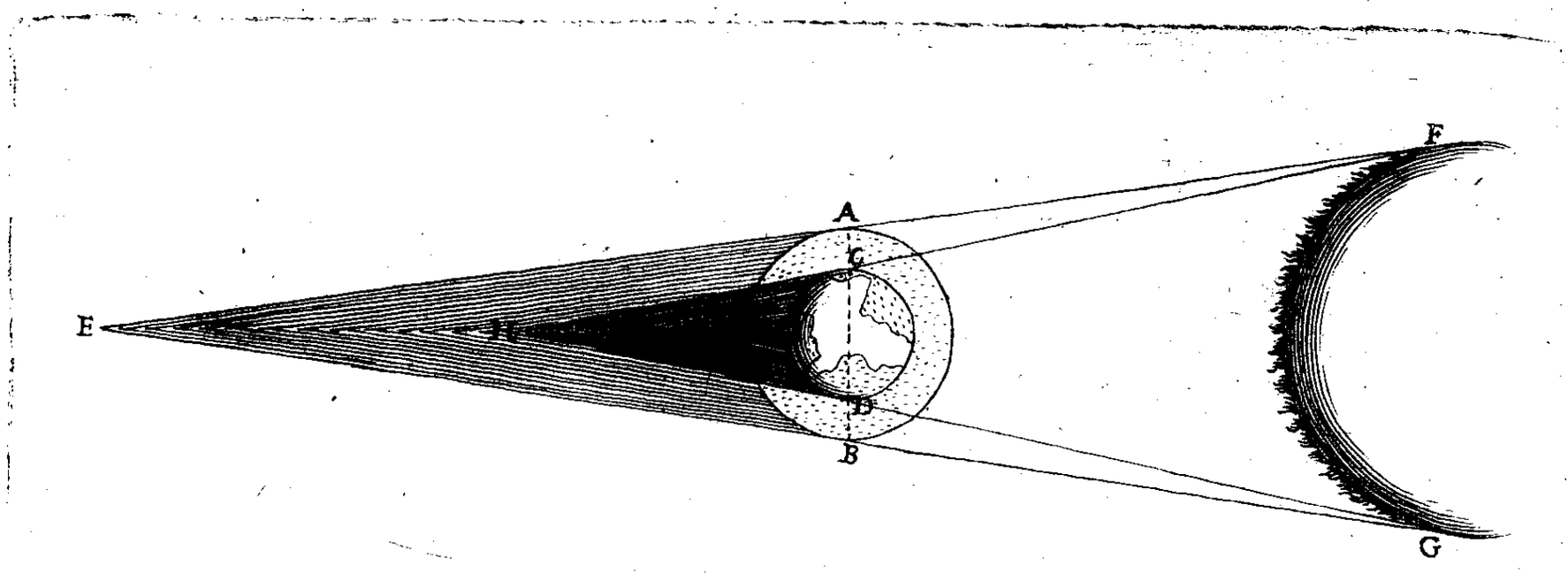
CVm appareret, decurtatà vmbrà terræ, vt aliqui fingebãt, non poſſe calculos Aſtronomicos conſtare, qui vmbram terræ ad Lunam pertingentem, & vlterius etiam progreſſam ſupponunt, ac talis eſſe non ſolum longitudinis, ſed & latitudinis, quæ poſſit efficere phaſes illas eclypticas tam certis ſupputationibus comprehenſas; confugerunt ad aërem circa terram, atq. affirmarunt vmbram, quæ ſub Aſtronomorũ calculos cadit, eſſe nõ telluris (niſi in medio) ſed aëris terrã ambiẽtis. Sic vides in figura à terræ globo ABC vmbrã conicam obſcurã ADC proijci, & vt aliqui volũt, ab aër refractorio circa terram iaci conum ſubobſcurũ AEC. Atq; ita fit totalis conus vmbroſus, cuius media pars obſcurior eſt à terræ vmbra. Loquuntur autem, qui hæc fingunt, de vmbra aëris circa terram refringentis radios ſolares; nam ijdem affirmant vmbram illam eſſe ab aëre, cuius altitudo circa terram non ſit montibus elatior, ac non ſit niſi dimidium milliarij,

Rationes cõtra vmbram ab aëre refractorio.

quam menſuram attribuerant, vt in præcedenti 6 propoſ. diximus, aëri ipſi refractorio.

At is aër nullam vmbram poteſt efficere, propter ſummam tenuitatem, aut adeò raram vmbram, vt vmbra vmbræ ſit potius, quàm vera vmbra, quæ poſſit obſcurare Lunam, vel quidquam aliud. Vide quæ de hac re confirmauimus prop. 1. huius progym. vbi exemplum lentis ad terræ globum, & ad aërem ambientem tranſtulimus. Neq; enim ſi vitrea, vel criſtallina, vel aquea diaphana iaciunt aliquam vmbram, ideo etiam aër, præſertim pellucidus, ac purgatus, à Tychone pro refractionibus electus, vmbram iaciet. Quinimmò quia diaphana criſtallina terminant aliquatenus viſum, ac lucem, ſuaq; denſitate vmbram poſſunt efficere, contraria verò ratione, qnia aër nec viſum, nec lucem terminat (loquor ſemper de refractorio, ac purgatiſſimo) nec denſitatem vllam habet opacam, propterea nullam viſibilem vmbram poteſt iácere. Patet experimento nos in aëre poſitos, ac ſpirantes nullo modo in maxima eius altitudine, ac quantitate inumbrari, cur ergo inumbret quæ extra ſe ſunt poſita? vt Lunam, &c.

Verum quidem eſt aërem infectũ exhalationibus, qui eſt ſupra, & vltra aërem refractorium, quiq; athmoſphæram conficit, propter nubes, & denſiores vapores poſſe vmbrã iácere; ac de hoc ſi eſſet



Rationes cõtra vmbram ab Athmoſphæra.

ſi eſſet ſermo, aliqua ex parte aſſentiremur, ſed tamen tunc etiam exurgerent difficultates.

Nam cum ex Alhazeno, Vitell. ac præcipuè ex Petro Nonio de crepuſculis prop. 6. athmoſphæra ſit alta milliar. 43 ¾, ſi athmoſphæræ vmbram velis eſſe effectricem lunarium eclypſium, vmbræ conus, ampliatà baſi vltra terræ ambitum, vt hic in figura AB, vltra CD, ampliabit & quantitatem longitudinis ex H in E, & latitudinis longe vltra eos terminos, quos in vmbra terræ ponunt, ac ſupponunt Aſtronomi, & ad eclypſium calculos redigunt. Inde fieret vt fallaces eſſent eclypſium lunarium prædictiones, præſertim circa tempus, quo inciperent, perdurarent, deſinerent.

Vide Opticos, & è Recentioribus noſtrum Aguill. lib. 5. prop. 48, 49, 73, 74, &c. vnde deducitur, manentibus in eádem diſtantiá globis luminoſo, & illuminato, ſi augeatur globus illuminatus, produci vmbram, ampliari, &c æquè ac ſi factus eſſet acceſſus illuminantis ad illuminatum, ſine vllo illuminati augmento.

Neq; verò illuc confugias, vt dicas inſenſibilem eſſe differentiam AC, &c. Nam eſto, inſenſibilis eſſet in altitudine aëris refractorij parum alti, tamen athmoſphæræ altitudo milliar. 43 ¾ geminata in AC, DB, hoc eſt latitudini inter CH, HD additâ quantitate 84 ferè milliariorum ex vtráq; latitudine AC, DB, erit ſenſibiliter maior, & productior vmbra AEB, quàm CHD. Cúm autem calculi Aſtronomici ſupponant vmbram CHD eſſe eam, à qua incipit, & conficitur, ac deſinit Lunæ eclypſis, ſit autem ex aduerſario vmbra AEB, patet turbatum iri calculum. &c.

Præterea ſiue de aëre refractorio dimiſſiore, ſiue de athmoſphæra altiore ſit ſermo, vmbræ ambarum earum aëriarum ſphærarum non ſunt aptæ, quæ ſufficiantur pro vmbrà terræ, atq; eius quantitate, ex qua Aſtronomi lunares eclypſes, earumq; quantitatem ſine errore pronuntiant. In aëre enim ſiue altiori, ſiue demiſſiori, denſiori, aut rariori diſtinguẽda eſt ipſius aëris ſubſtantia à vaporibus, & exhalationibus, quæ in ipſo aëre ſunt. Quemadmodum aër purus per ſe ſpectatus, propter ſummam tenuitatem (vt ante hæc dictum eſt) effugientem lynceos etiam oculos, non poteſt habere rationem terminantis, & inumbrantis, ſic ratione contraria vapores, & exhalationes, præſertim craſſiores opacitatem, terminationemq; habent, & vmbras proijciunt. Si ergo vmbram aëris accipias, ea verè nõ aëris, ſed vaporum, & exhalationum aëreà ſphæra inclu-

inclusarũ vmbra est. Ac quoniam vapores, atq; exhalationes modo plures, modo densiores, modo altiores motionis incertæ sunt, incertæq; temperiei, inde fit vt aëris athmosphærici, atq; etiam refractorij altitudo, quãtitas, raritas, densitas pro temporum perpetuà mutatione mutentur, & consequenter vmbræ etiam quantitas, longitudo, latitudo, perpetuo mutabuntur. Quare vmbra ea non certæ (vt terræ vmbra est) sed vagæ, incertæq; semper erit quantitatis, nec apta ad certas calculi astronomici præcisiones, ac prædictiones, falleretq; ac fidem eriperet diuinatrici Astronomorũ gloriæ circa eclipses lunares. Inane igitur effugium est (cùm terræ vmbram ita decurtaris, aut intercideris, vt eclipsibus lunaribus efficiendis per te sit inepta) ad aëris siue refractorij, siue athmosphærici vmbram vel nullam, vel anomalam confugere, &c.

Eclipses lunares incertę ab vmbrâ siue aëris, siue Athmosphæræ.

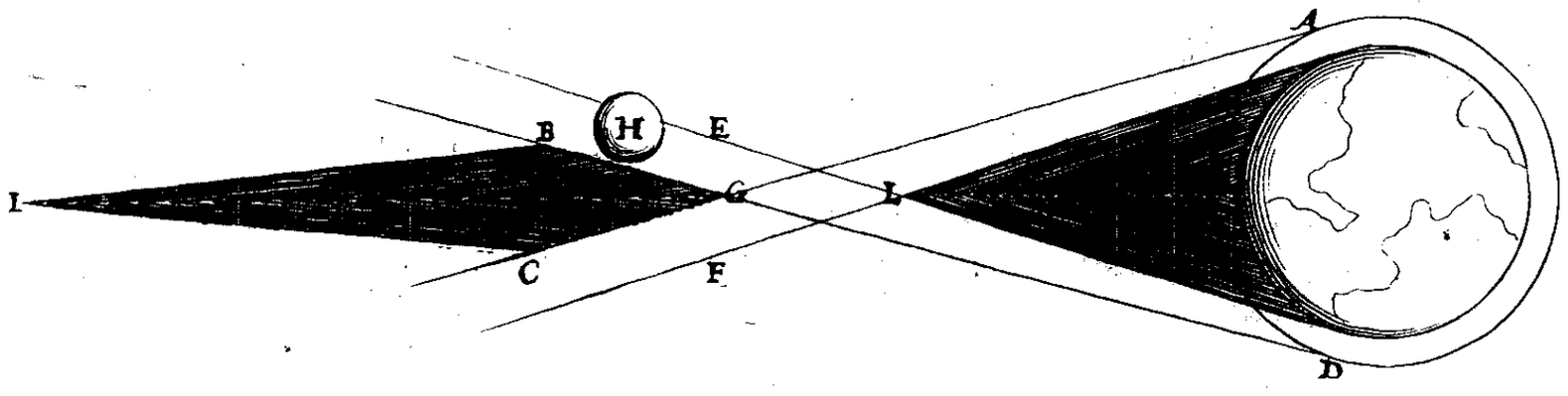
SCHOLION.

A refractione vmbræ etiam maiores.

QVid si affirmem terræ vmbram à Sole vaporato nõ solum non accìdi, sed & dilatari, & produci? licet parũ ad sensum, tamen ad verum, & pro eclipsibus, &c. Pro nobis relege paradoxum astronomicum, ac dioptricum expositum in præfat. huius 2 Tomi, ad te, mi Lector, ex ep. 22 ad Cl. V. Fortunium Licetum.

PROPOSITIO VIII.

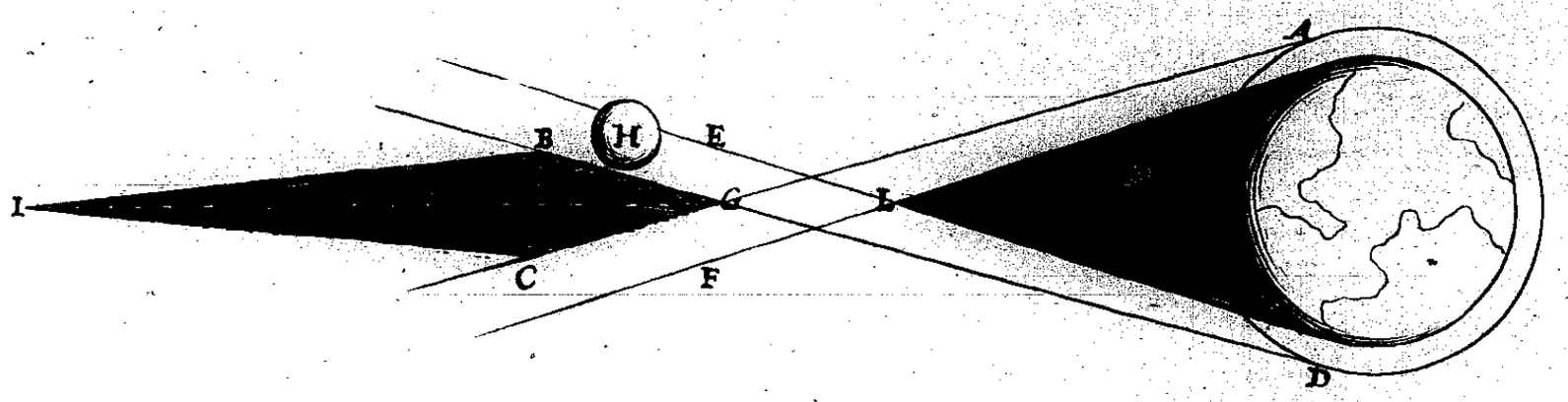
Lunam, dum eclipsatur, non subire spatia illuminata à radijs Solis refractis. Etiam in contrarijs circa refractiones sententijs nihil incommodatur eclipsibus Lunaribus.



POnamus hîc figuram iuxta experientias à nobis ex lente cristallina factas emendatam, & vmbræ terrestri applicatam. Quod ad priorem propositionis partẽ attinet, qui refractiones in longissimè distantibus regionibus metiri conati sunt ex obseruatione eclipsium Lunę, affirmant partes regionum vmbræ terrestris inter AB, CD interceptarum (quas regiones nos ab omni vmbra puras facimus ob dicta prop. 1. hu. progym. 2) puta spatia BE, CE, per quæ, vt ipsi aiunt, multo latiùs dispergitur lux Solis refracta, & in medio per meram vmbram BGC sunt excauata, esse ea spatia BE, CF locum, per quem Luna transit, dum eclipsatur. Cui sententiæ manifestæ repugnant eclipsium lunarium experientiæ.

I. Si Luna H subit spatium BE illuminatum à refractionibus Solis, ergo Luna proximè subitura meram vmbrã BGC, & mox eclipsanda, apparebit intensissimè illuminata, ac magis quàm in vlla alia oppositione ad Solem extra terræ vmbram. Ab experiẽtijs enim, quas prop. 1 attulimus, & ab ipsà naturà refractionum radiosarum patet clarissimum lumen futurum inter BE, CF; nam propter refractorum radiorum adgregationem densius, & luculẽtius erit ibi lumen, quam alibi à directis Solis radijs. At experimenta cõsuetarum eclipsium lunarium ostendunt Lunam cum prope prope eclipsanda est, non tunc maximè illustrari, sed paulatim incipere ruborem, aut pallorem quẽdam induere, tùm deniq; prorsus inumbrari, ac denigrari à merà vmbrà terræ.

Luna cum incipit eclipsari primò rubet, seu pallet.



II. Quoniam iuxta ea paradoxa, quæ à nobis posita sunt prop. 2, nempe Lunam perigeam minus inumbrari, siue vmbram minorem subire, apogæam magis vmbrari; velut in figurâ si Luna H subeat vmbram magis versus G, vel si oppositè à partibus G versus BC, tũc apogæa maiorem in BC, perigæa minorem versus G vmbram subibit; propterea qui asserunt tãquam certam interciſionem vmbræ terrestris à radijs refractis, necesse est asserant etiam futuras breuiores in duratione eclipses Lunæ perigææ, longiores apogææ; contra quam assertionem tot sæculis confirmata experientia eclipsium lunarium, & calculorum astronomicorum reclamat apertissimè.

At enim hæc secũdùm nostras propositiones antecedentes non videntur absurda, quę 2 prop. comprobauimus. Respondeo nos ibi locutos de possibilibus eclipsibus paradoxicis, si refractiones admitantur, &c. iuxta cautiones in fine propos. 6. huius; non autem de eclipsibus, quæ quotannis fiunt.

Quod si quisquam est, vt non nemo est, qui velit Lunam incedere per spatium BE, atq; is, vt effugiat nostras hasce difficultates, mutatà sentẽtiâ, affirmet Lunam subire vmbram infra, siue vltra B, & C versus I, tunc is destruet suum negotium, quod molitur, nempe è spatio BE, vel CF illuminato à refractionibus, dum id Luna trãsit, metiri quantitates refractionum. Nam vltra B, & C versus I sunt ipsius vmbræ latera BI, IC circumfusa lumine Solis directo, nec ibi spatium est, vel quantitas illuminationis refractæ.

Siue decurtent, siue non vmbram terræ radij refractorij, non officitur eclipsibus, &c.

Quod autem attinet ad alteram, & posteriorem propositionis partẽ, hactenus tutati sumus eclipses lunares affirmando, & confirmando non ita fieri reipsa refractiones, vt radij progrediantur ad terrestris vmbræ decurtationem; nunc absolutè, etiam datâ quamtumuis magna refractorij aëris altitudine, ac datis refractionibus vmbram terræ decurtantibus, ostendemus nihil esse necesse, vt ex ijs etiam admissis quidquam detrimenti respublica ecliptica patiatur. Perfacilis huius rei est in figura hîc appositа huius propos. ostensio, & expositio. Cum enim ex demonstratis in paralipom. ad Vitell. vmbra terræ si per refractiones decurtetur, priorem conum ALD ad sũmum non extendat vltra 43 semidiametros terrę; tota autem vmbra ABICD ex demonstratis apud astronomos extendatur ad semidiametros terrę 268, dicẽdum est refractiones, & spatia vmbrę ab ipsis refractionibus illuminata, fieri valde prope terram, & post BC protendi (ne te fallant figuræ angustiæ, atq; ametriæ) tantum vmbrę spatium, quantum abundè sit, vt intra terminos coni BIC Luna perigæa, media, apogæa subeat eclipses, & omnia circa eam accidant, quæ ab antiquis Astronomis certissimà semper fide pronuntiatà sunt.

Quid igitur necesse est propter refractiones paradoxa impossibilia inuehere, quæ calculos astronomicos eclipsium lunarium euertant, & contra solemnes lunarium eclipsium experientias frustra pugnent? Hoc, quem ponimus, modo, siue refractiones vmbrã decurtantes admittas, siue neges, etiamsi paradoxa à nobis posita admittas (quæ, vt dixi, de possibili, non de facto loquuntur) nullum in vlla sententia incommodum accidit eclipsibus lunaribus. & latitudo vmbrę inter latera BI, IC, etiam factis refractionibus inter BA, CD, éadem perseuerat, quæ antiquis Astronomis cognita fuit, éaq; calculos astronomicos certissimos subit eodem prorsus modo, quo subiret etiam, nullis datis refractionibus; sic ergo conciliantur omnia, & vindicantur antiqua, & nouitia incommoda reijciuntur. Si putant aliqui sibi licere contra omnes Astronomos pugnare, ac doctrinã omnium eclipsium lunarium subruere, profecto nobis & honestius est, & æquiorem posteritatem iure nobis polliceniur, dum certissimam hanc, & glorioſissimam partem diuinatricis Astronomiæ tot sæculorum

calcu-

calculis. & experimentis ſancitam, ſartam, tectamq; tueri pro viribus conati ſumus.

In eclipſibus lunaribus varij colores vnde?

Quod autem in eclipſibus Lunaribus varios Lunæ colores in auxilium aduocant aliqui, vt inde comprobent Lunam ab athmoſphæræ vmbra eclipſari, eamq; athmoſphæricam vmbram ſubire calculos aſtronomicos ad eclipſium lunarium prædictiones; nihil agunt. Nam fateor equidem varios eos colores in Luna prouenire ex vmbris vaporum, & exhaltationum variarum in aëre conſiſtentium, ſed vt eæ vaporationes variant denſitatem, altitudinem, ſitum, &c; ſic varios etiam mutant colores in varijs eclipſibus, nec certi aliquid in ſe habẽt, aut tribuere poſſunt aëri, vt vmbram iaciat in Lunam, quæ vmbra ſit apta calculis aſtronomicis ad certas eclipſium lunarium prædictiones propter rationes antea in anteced. propoſ. prædictas.

Quas omnes ob res Luna non ſubit ſpatia refractionum, & à refractionibus nihil incommodi, etiam in contrarijs ſententis, prouenit eclipſibus lunaribus, vt erat propoſitum in hac 8 propoſitione.

PROPOSITIO IX.

Eclipſes lunares, in quibus circa orbem terra ſub eodem circulo habitantibus appareant eodem tempore ſupra, & infra eundem horizontem, ſiue ſupra oppoſitos horizontes Sol, & Luna obſcurati.

ADmirandæ huius hîc à nobis poſitæ Lunaris eclipſis partem aliquam etiam antiquis notam ex antiquis prodemus, partem aliquam antiquis ignotam è nouis, & noſtris promemus. Quod igitur Eclipſes lunares fiant, in quibus Sol nitens, & Luna obſcurata eodem momento ſupra horizontem viſantur, accipe nunc hîc ab auctoritate, à teſtimonio, & à rationibus Veterum.

Cleomedes lib. 2 meteor. vbi de Lunę defectu ſic habet: *aiunt nonnulli Lunæ defectus viſos, ambobus luminaribus ſupra finientem conſpicuis.* Miror aliquos adeo chronologiæ ignaros, vt putarint Cleomedem mutuã hanc propoſitionem à Plinio accepiſſe, qui multis annis longe poſterior fuit Cleomede, à quo Plinius tranſtulit quæ ſequuntur: *Quanam ratione cum Solis exortu vmbra illa hebetatrix ſub terra eſſe debeat, ſemel iam acciderit, vt in occaſu Luna deficeret, vtroq; ſuper terram conſpicuo ſydere.* Non ſolum autem ſemel, ſed etiam quotieſcumq; fiunt eclipſes lunares ſub ortum, vel occaſum Solis, poteſt vtrumq; luminare apparere ſupra horizontem eodem tempore. Ratio autem huiuſce phænomeni facillima eſt ex refractionibus horizontalibus. Audiamus Cleomedem.

Eclipſes Lunæ, Sole, ac Luna ſupra horizontem, &c —— Ex Cleomede. ——

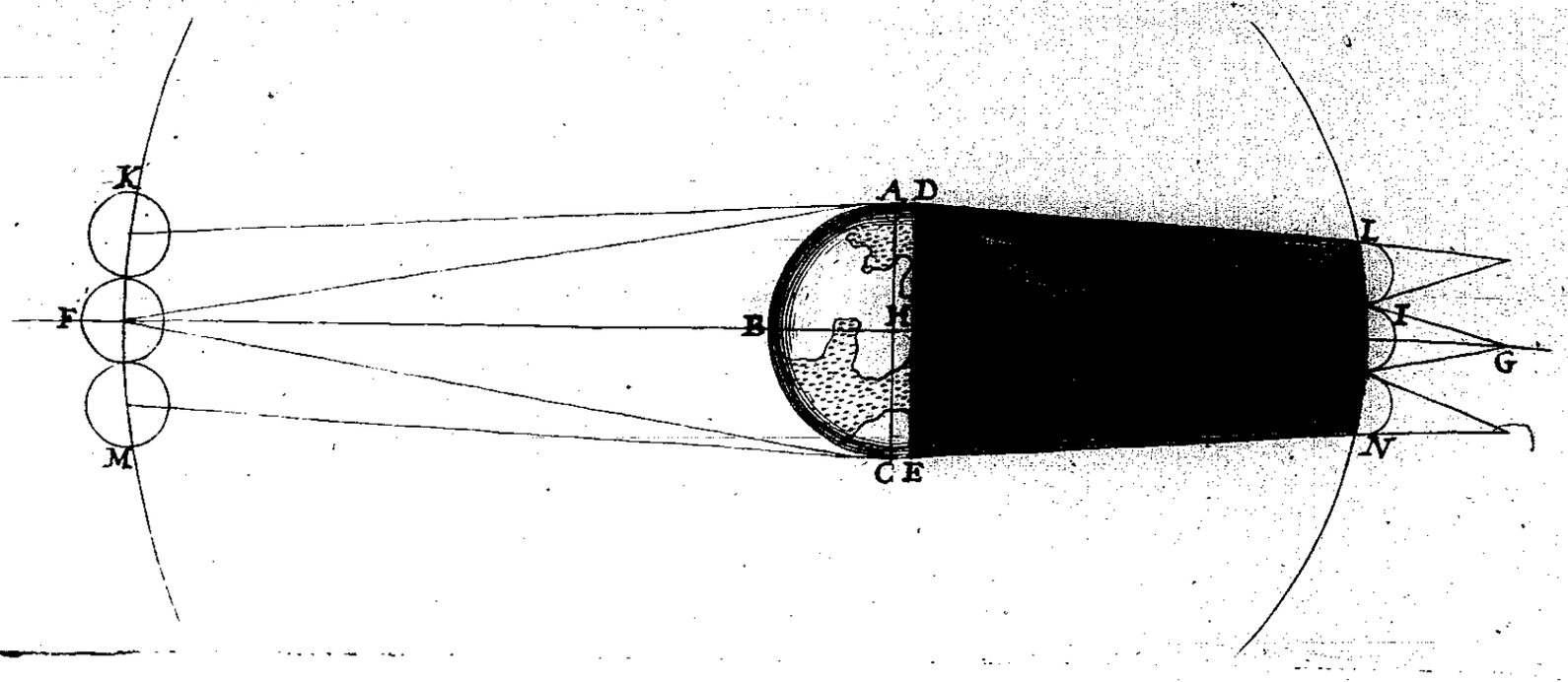
—— Ex Plinio.

Cum multæ, ac variæ in aëre vim agnatam cõſiſtendi habeant affectiones, impoſſibile non fuerit, cum iam Sol occiderit, ſubq; finiente fuerit, viſionem nobis incidere tanquam necdum inciderit, & nube craſſiore exiſtente in occaſu, & luce perfuſa à ſolaribus radijs, ſoleq; nobis viſionis remittente imaginem, vel à Sole ita fieri poteſt. Talia ſi quidem multa in aëre viſione concipiuntur, præſertim in Ponto. Videtur velle non Solem, ac Lunam, ſed eorum ſimulacra catoptricè in vaporibus craſſioribus tanquam in ſpeculis repræſentari. Itaq; aptius, & dioprricè ſequitur, & cõcludit: *poteſt porro etiam effectus ab oculis radius* (loquitur iuxta veterum ſententiam) *madidum, & humectiorem nactus aërem, perfringi, ſolemq; aſſequi iam ſub finiente occultum.* Affert deinde exemplum dioptricum vulgatum de nũmo in aquam demerſo, ac viſo in aquæ ſummo, &c. Ac quod affirmat circa Solem fieri ex refractionibus in aëre horizontalibus, idem intellige de Luna ſub terræ vmbrá iuxta horizontem occultatà, quæ ſic occultata vna cum vmbra per refractiones apparere poteſt ſupra horizontem, v. g. occiduum, eodem tempore, quo Sol ſupra orientalem.

Ratio ex refractionibus à Cleomede.

Quod ad reliquam propoſitionis partem, de qua nihil antiqui, facilis eſt eius ſuaſio, atq; ijſdem prorſus rationibus comprobatur, quibus probata eſt pars propoſitionis antiquis cognita. Dum enim luminaria ſunt in plano horizontis aſtronomici oppoſita; quemadmodum vapores ex parte ad nos vergente ſupra horizontem exaltant Solem, ac Lunam; ſic & vapores ex parte à nobis auerſa infra horizontem demittunt vtrumq; aſtrum, & omnes qui habitant ſub eodem circulo parallelo ipſi meridiano, ſunteq; alij ſub alijs poſiti, vident eclipſen eandem Lunæ, atq; vtrumq; luminare Solis, ac Lunæ ſupra ſuos (quorum alij alijs oppoſiti ſunt) horizontes.

Sit



Exemplum eclipsis lunaris Sole, & Lunà in oppositis horizontibus.

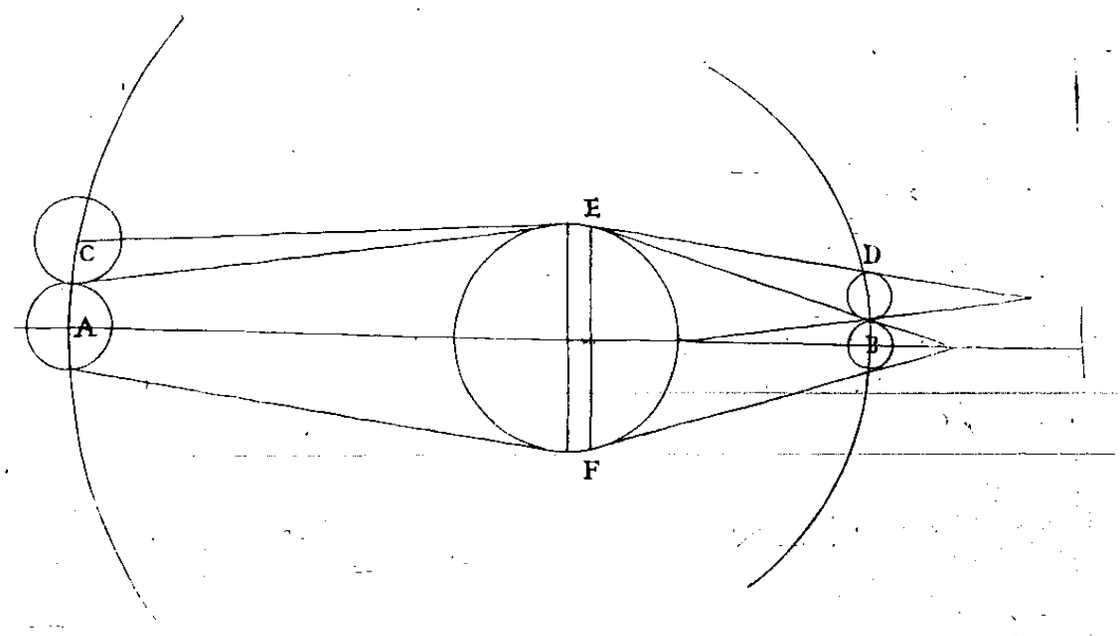
Sit terra illuminata vltra hæmisphærium ABC vsque ad DE. AC meridianus, DE circulus illi parallelus. Qui ergo habitant sub eodem circulo D E, atque oppositos habent horizontes in D & E, dum illis eclipsis fit Lunæ centralis, atq; horizontalis, ita vt linea horizontis astronomici FG transeat per centra Solis F, terræ H, Lunæ I; quoniam vapores in oppositis horizontis partibus F, & G eleuant, ac remouent vtrũq; luminare supra, & infra horizontem in K, & M, & L, & N; ergo incolæ in D, & E, qui propter tumorem terræ non viderent vtrumque luminare, aut saltem alterum tantum viderent in horizonte astronomico, propter refractionis sufficientem quantitatem, atq; eleuationem possunt videre lunarem eclipsim eodem tempore. Incolæ quidem D videbunt in KL, incolæ verò E in MN.

Ac quod mirissimum est, idem quod accidit in oppositis punctis D, & E circuli DE, accidit eodem tempore in omnibus oppositis punctis eiusdem circuli DE circa terrarum orbem; ita vt lunaris centralis horizontalis eclipsis appareat extra horizontem in orbem eodem tempore infinitis spectatoribus circa terram &c. quod erat ostendendum.

COROLLARIVM,

In quo modus traditur facillimus sine tabulis inueniendi quantitates refractionum horizontalium Solis, ac Lunæ eodem tempore in oppositis horizontibus.

VBicumq; locorum contingat tibi, mi Lector, videre eclipsim, qualem præcedenti propos. legisti, quoniam eo tempore vera loca Solis, ac Lunæ sunt in horizonte, accipe quadrantem mechanicum, & metire apparentes eleuationes eorum luminarium supra horizontem, sed quoniam parallaxis ostendit planetam in inferiori loco, quàm sit, adde eleuationi refractoriæ quãtitatem parallaxis siue solaris, siue lunaris ex tabulis apud Tychonẽ ibi, vbi habet tabellas refractionũ; quo facto habebis arcuum AC solaris, BD verò lunaris refractionis quæsitas quantitates. Idemq; fieri potest infra A, & B, immò in orbem per circulum EF circa puncta A, & B, à quibus pro varietate vaporum



variæ

variæ refractionum quantitates comperientur.

Sin autem eclypſis lunaris ita fiat, vt non vtrumq; ſed alterum tantum appareat luminare ſupra horizontem dum veré eſt in horizonte, ideſt dum eſt verè centralis, & horizontalis Lunæ eclypſatio, operabere circa luminare alterum, quod tunc videbis, eo modo, vt prædictum eſt, & conſequére refractionis horizotalis quantitatem, &c. Atq; hac ratione ſine tabulis refractionum habebis horizontales refractiones.

PROPOSITIO X.

Eclypſes Solis centrales, in quibus Sol, licet totus ſub Luna latens, tamen ex parte appareat.

In cétralibus eclypſibus Solis totus occultatur.

I. SVppono in centralibus eclypſibus Solis totũ Solem à Luna occultari, ſiue vtrumq, luminare, ſiue alterum tantum ſit apogæum, ſiue ſit perigæum, ſiue in medijs ſint diſtantijs, deniq, in quacumq; ſint inter ſe, vel ad terram diſtantia. Huius ſuppoſiti experientias per longam ſeculorum ſeriem in omnibus centralibus Solis eclypſibus ab orbe cõdito factas vide in Paralipom. ad Vitell. Quod ſuppoſitum commune eſt apud omnes Aſtronomos tum ob alia, tum ob id, quód Lunæ diameter apparens in quocumq; ſitu ſemper maiorem ſe ſe oſtentat, quàm diameter apparens Solis in quocumq; ſitu, licet vera Solis diameter sẽper maior ſit vera Lunæ diametro.

Ratio dicti.

II. Suppono (ne putes noſtrum hoc aſtronomicum paradoxum eſſe merum animi noſtri figmentum) id, quod à Cleomede, lib. 2. cap. de Lunæ propinquitate ad terram poſitum eſt, dum ſic ſcribit: *Antiqui nonnulli in defectibus perfectis cenſuerunt in recta linea vnà fieri luminarium centra, circumcircaq; apparere orbitam vndiq; habentem Solis.* Proclus Diadochus in hypotypoſi Aſtronomicarum poſitionum ad Ptolomæi Almageſtum, cap. 3 de Lunà, paullò poſt dimidium ſic ſcribit. *Soſigenes narrat peripateticus in eis, quæ de reuolutionibus inſcripſit, Solem in perigæis eclypſibus factis ſpectari non totum in anteriora procurrentẽ, ſed in extremis circumferẽtiæ ipſius circulum Lunæ euadere, ac minimè impeditum lumen dare.* E Recentioribus noſter Clauius com: in 4 cap. ſphæræ Ioa: de Sacroboſco, in digreſſione de eccentricis, & epicyclis nu. 3 ſic habet: *Romæ anno 1567 circa meridiem conſpexi eclypſim, in qua Luna, & ſi inter viſum, ac Solem interijciebatur, non totum tamen Solem obſcurabat, ſed (quod nunquam fortaſſe aliàs euènit) relinquebatur in Sole circulus quidam exilis vndiq; totam Lunam ambiens.*

Exemplum (præter vetera) centralis eclypſis Solis extra Lunæ orbem extremum apparẽte.

III. Loco notandum ex verbis poſitorum hîc nu. 2 Auctorum patere Solem ipſum ſpectatum eſſe circa Lunam, non autem halitus aliquos, vel alia quępiam corpora à Sole illuſtrata. Ac nos in noſtræ huiuſce propoſitionis inſcriptione ſupponimus, ac volumus verè Solem ipſum poſſe ſpectari (ſcilicet ex parte, ſiue ſecundum periphæriam aliquantenus exſtantem) etiam in centralibus eclypſibus Solis. Quomodo autem quæ nos volumus, & quæ retulimus ex Authoribus num. 2, non repugnent reliquis Aſtronomis, qui demonſtrant in centralibus eclypſibus Solem penitus poſt Lunam latere; & qua ratione Aſtronomi omnes inter ſe (ac nos cum illis) conciliari poſſint, mox docebo.

IV. Poſito igitur quód velimus Solem poſſe aliquando ſpectari, & poſito quòd ſpectatus aliquando ſit in centralibus eclypſibus, profecto Sol ille, ſiue circulus ille Solis luminoſus circa Lunã non poteſt ad oculos noſtros prouenire per viſionem directam. nam per 1 ſuppoſitum latet totus Solis diſcus ſub diſco Lunæ. Neq; per viſionem catoptricam, ſiue reflexam. nam eà nunquam fit, niſi obiectum, & oculus ſint citra ſpeculum, ſiue citra ſuperficiem, quæ ipſas ſpecies rei viſæ reflectit ad oculum; nec fieri poteſt cum corpus reflectens eſt inter obiectum, & oculum. in eclypſibus autem ſolaribus ſiue Luna, ſiue quid aliud velis fingere, vnde fiat reflexio ſpeciei ſolaris ad oculum, ſunt interpoſita inter Solem, & inter oculum; quare nulla fieri poteſt Solis ad oculum reflexio. Reliqua igitur eſt 3 ſpecies viſionis dioptrica, ſiue refracta, per quam apparere aliquando Solis extremam oram circa Lunam in centralibus eclypſibus ſic explico.

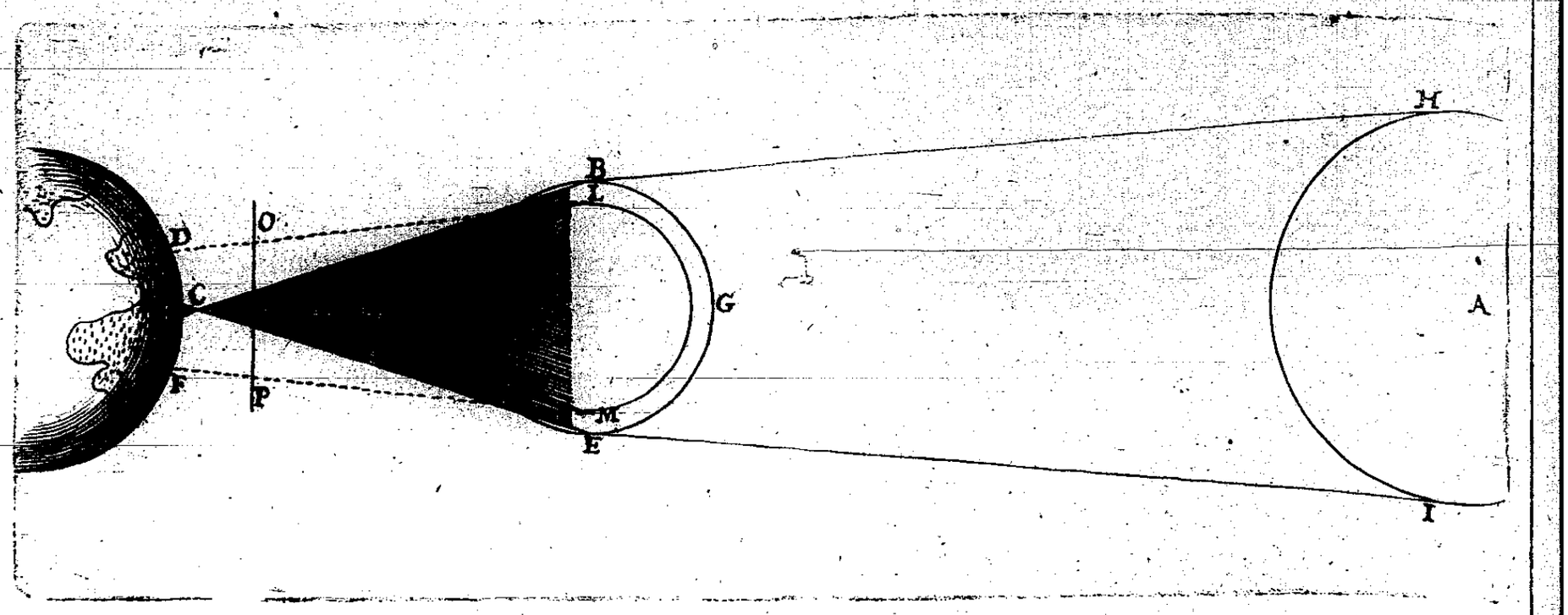
Per ſolam refractionem apparere Solem etiam occultatum à Luna.

V. Quemadmodum in eclypſibus lunaribus proprer aẽrem, qui terram ambit, & ſolares radios refringit, oſtendimus intercidi poſſe vmbram terræ à radijs refractis exmplo lentis in medio fuſcatæ, & in extremis pellucidæ; ſic dicendum eſt eſſe circa Lunæ corpus elementum, ſiue corpus aliquod tenue quidem, ſed tamen reliquo æthere denſius, quod afflatum radijs Solis poſt Lunam latentis ita aliquando refringat Solis radios ad oculos intuentium, vt Solis extremi ſpeciem viſibilem efficiat. Sunt qui cenſeant extremas Lunæ partes eſſe pellucidas, poſſetq; affirmari Solem per eas ad oculum refractè trãſmitti. ſed ne quid incommodi accidat diametro lunari, quam neceſſe habemus non decurtare, vt Solem totum tegat, hanc nos opinionem non admittimus, ſed potius tenue, pellucidum, & ethere denſius elementum, ſiue corpus circa Lunam admittimus, ita tamen tenue, vt, quemadmodum puriſſimus aẽr circa terram, non ſit viſibile, nec eius veſtigiũ diſpicere poſſis etiamſi Lunã tuboſpicillo inſpicias; ac propterea (iuxta

Circa corpus Lunæ aër vapidus, & refractorius radiorum ſolarium.

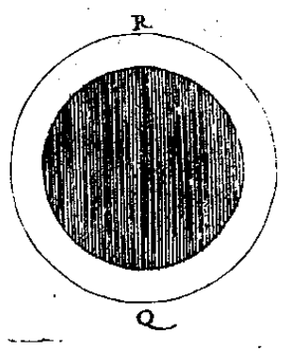
Extrema Lunæ ora non eſt pellucida.

dicta



dicta prop. 1 huiuſce 2 progym. vbi exemplum lentis ad aërem circa terram transferimus) nullam efficere vmbram poſſit.

Sint in eádem lineâ centra Solis A, Lunæ BE, oculi C in ſuperficie terræ DCF, & ſit coni vmbroſi à Luna proiecti vertex ad C terminatus. Radij Solis extremi, qui ex H, & I, poſt contactum in B, & in E, rectà procederent, & vmbram vltra C producerent, propter regionem BGE, ſiue orbitam pellucidam circa Lunam, ijdem radij refracti in B, & in E, decurtant, & terminant vmbram in C, ibiq; oculo collocato extremam Solis orbitam oſtentant, quam in vmbrà poſitus oculus non poſſet videre. Ac quemadmodum (iuxta explicata in exemplo lētis propoſ. 1 huius progym.) ſi fingas plano OP intercidi conum vmbroſum, videbis in eo plano diſcum ſimilem diſco RQ, quem hîc exhibet altera figurà in medio vmbroſum, & in extrema ora luminoſum.



Pari ratione, ſi ita & inter ſe, & ad terram diſpoſita ſint luminaria Solis, ac Lunę vt vmbræ lunaris vertex C pertingat ad terræ ſuperficiem, & accidat ad oculos ſpectantum centralem eclypſim Solis, tunc oculi videbunt diſcum ſimilem diſci QR; ac licet Sol verè totus lateat poſt Lunam oculo ſpectanti in C, tamen propter refractionem videbitur orbita Solis extrema luminoſa. Tyronibus in figura expoſuimus hæc, quæ doctis Aſtronomis per ſe patent ſine longo verborum ambitu. Vides, tyro, à diametro Lunæ apparenti BE ita occultari totum Solem, vt ſi radij extremi ex H, & I irent ad contactum corporis lunaris in L, & M, vmbram producerent, & ampliarent per rectas LD, MF, eſſetq; oculus C totus in vmbra, nihilq; Solis videret. Videt tamen propter contractam vmbram modo ſupradicto. &c.

VI. Obſtare nobis quiſpiam fortaſſe ſic auſit: ſi per refractionē extrema Solis videri aliquando poſſe aſſeris in centralibus eclypſibus, cur non ſemper ſic videtur Luna Sole coronata, cùm per corpus illud tuum tenue, ac pellucidum circa Lunam radij ſolares ſemper refringantur? Reſp. ſi fingas Lunam BGE lentem eſſe, qualem exhibuimus propoſ. 1 huius, & eam à plano OP magis, vel minus remoueas, maiores, vel minores diſcos vmbroſos luce coronatos in eo plano videbis; ſed quoniam oculus non eius amplitudinis eſt, cuius eſt planum OP, in quod excipi, & quo concidi finximus conum vmbroſum Lunæ, ideò ſolummodó circa punctum C ad verticem coni, ac non alibi licebit oculo extrema Solis circa Lunam videre. Oppoſitio diſſoluta.

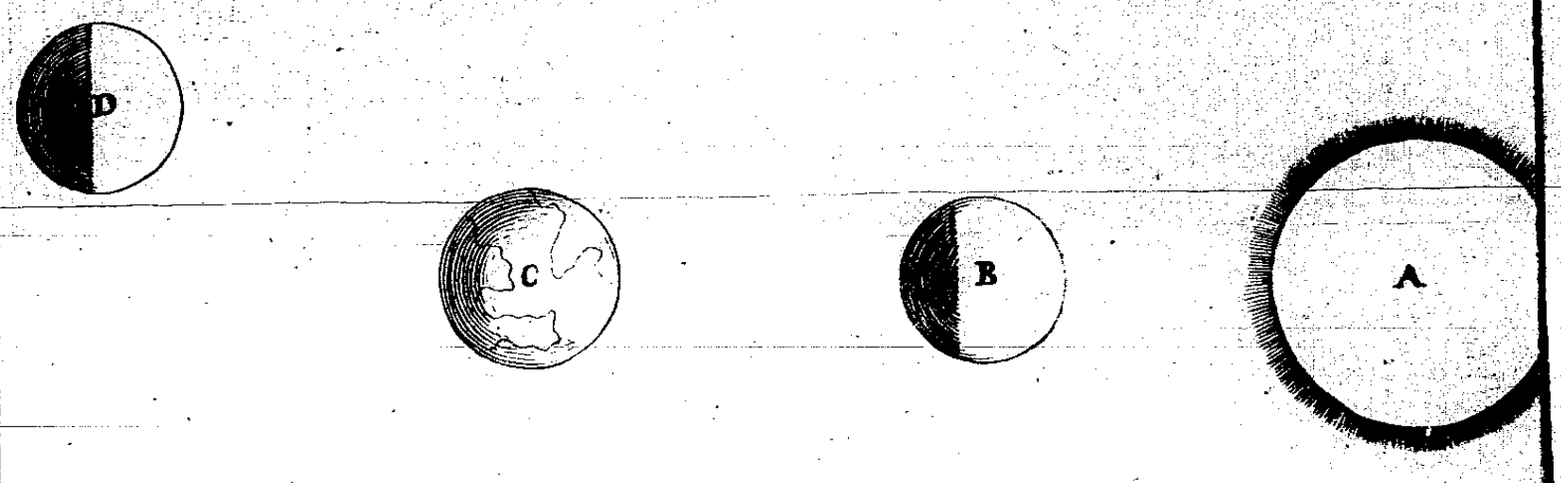
Notandū eſt quotieſcumq; Aſtronomus prædicet centralem futuram eclypſim, non tamen inde ſemper ſequuturum, vt meræ vmbræ ſint futuræ, ac nihil quidquam Solis ſub Luna, ſeu poſt Lunam penitus latitantis cernatur. Non enim omnes centrales eclypſes, propter refractiones, Solem totū oculis auferunt, ex prædictis.

COROLLARIVM I.

Luna tunc maximè à Sole illuſtratur cum obſcura eſt.

SVpponenda duo ſunt. I ex opticis: *ſphæroides luminoſum maius è propinquo ampliorem partem opaci irradiat, quàm è remoto.* Vide è Recent. noſtrum Aguill. lib. 5. propoſ. 48. II ex Aſtronomicis, Lunam Sole minorem eſſe, ac fieri propinquiorem Soli quanto magis properat ad

Sygi-



sygiziam, siue ad coniunctionem cum Sole, in qua deinde coniunctione fiunt aliquando eclypses solares; contra verò esse à Sole remotiorem quanto ad oppositionem, & plenilunium accedit, vt vides in fig. in qua Sol A, Luna B obscura inter Solem A, & terram C, & éadem Luna plena in D, inter quam, & Solem terra C intercedit; manifestum enim est eam, cúm ex D properat ad B, ire propius ipsi A toto spátio intercepto inter D, & B.

Igitur ex 1 suppositio Sol A ampliorem partem Lunæ irradiat in B, quám in D. Adde præterea etiam refractionem solarium radiorum, quam in antecedenti propositione demonstrauimus necessario fieri, vt soluantur phænomena visi Solis in centralibus eclypsibus solaribus, ex qua refractione adhuc maior pars Lunæ illustratur, quemadmodum etiam de terra ostendimus prop. 4. huius. Ac multo maximè viget huiusce paradoxi doctrina in illuminatione Lunæ, quæ longe minor, quám terra est.

SCHOLION, in quo

Circa paradoxum alterum cautio.

Luna cum plena est minus à Sole illustratur. &c.

NOster Aguillon. loc. cit. ingeniosè habet paradoxum alterum, quod consequitur ad illuminationem Lunæ in D, aitq; Luna nunquam illustratur minus, quàm cum est plena. *Patet ex conuersa citatæ opticæ prop. in primo suppositio anteced. coroll. & è 2 suppositio. Sed animaduertendum est veritatem, seu potius dignitatem eius paradoxi ex parte imminui à refractionibus à nobis circa Lunam positis præced. propos. Cum enim per eas refractiones maior pars Lunæ in oppositione D illustretur, quàm simpliciter illustraretur per solam directam illuminationem à solaribus radijs factam, ideò ad præcisam veritatem cognoscẽdam,*

Qua cautione verum sit id paradoxum.

ratio habenda est refractionis, ex qua refractione Zona luminosa circa Lunam plenam circumextenditur, & amplius de Luna illustratur, quàm supponit id paradoxum. Semper tamẽ minus illustratur in D, quam in B, etiam computatis refractionibus.

COROLLARIVM II.

Terra minimè illustratur cum maximæ sunt luces in trop. ♋, maximè cum minimæ in trop. ♑

VTrumq; hoc paradoxum pendet è gemino paradoxo, quod hîc suppono in Astronomia demonstratum. Scilicet: Sol in ♑ terris est quamproximus, in ♋ quamremotissimus, licet ibi propter lucis breuitatem, & propter obliquitatem radiorum frigora non superet; hîc verò propter luces longiores, & propter magis directos radios, atq; in seipsos reflexos calorem maximè augeat. Ratio vna asserendæ remotionis æstiuæ, & propinquitatis hybernæ Solis est, quia, ex Astronomicis phænomonis, Sol hybernus maior apparet, & est in sui motus circularis perigæo, æstiuus minor apparet, & est in apogæo.

Sol æstiuus à terris remotiss. hybernus terris proximus.

Quibus habitis, patet vtrumq; nostri huiusce corollarij paradoxum, præsertim addita etiam refractæ illuminationis quantitate. Nam cum eo maior pars globi terrestris à Sole illustretur, quò terris Sol propior est, & eo minor quò remotior, iuxta citatam in 1 coroll. propos. opticam; hybernus autem Sol cúm sit perigæus, æstiuus apogæus, ergo constat veritas vtriusq; paradoxi à nobis in hoc 2 coroll. positi.

PROPOSITIO XI.

Singulis panè momentis varias cælestium luminarium eclypſes exiſtere; mox de tubo dioptrico Antiquorum, & de cometis inſignia.

Mirum phænomenon per tuboſpicillũ.

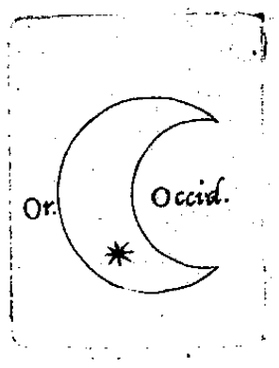
I. HIuiuſce tã vniuerſalis prop. veritas nobis innotuit dioptricè, ſiue per eam refractionem, quæ in tuboſpicillo Aſtronomico ad oculos noſtros efficitur. Si enim in parte tubi ſuperiore, qua cælum ſuſpicit, vitrum opponas raro colore ſuffuſum, ac ſubrubens ita, vt auertat ab oculo vehemẽtem illum fulgorem radiorum ſolarium, videbis in vaſto æthere quaſi ſuſpẽſos, & quadammodo per inane vagãtes multiplices, ac nigricantes cæleſtium luminarium globulos, quorum inferiores dum ſuperioribus ſupponuntur in eȣdem linea cum Sole, quid, niſi ereptionem ſaltem aliquam ſolaris luminis patiuntur? Ac ſolares quidem eclypſes ſaltem partiales toties fiunt, quoties globulus aliquis etiam minorum planetarum ſub ipſo Sole ſpectatur.

II. Harum multiplicium eclypſium cognitionem acceperunt tam antiqui, quàm recent. Aſtronomi etiam ſine tuboſpicillo per ſolam oculorum viſionem directam, & lynceam aſtromicam inſpectionem. Plurima exempla vide in Paralip. ad Vitell. Hîc tibi vnum, atq; alterum appono. En pro 1 exemplo quaſi maculæ in Sole antiquis etiam cognitæ. Nam in vita Caroli Magni ſic habetur: *ſtella Mercurij 10 kalem. April. viſa eſt in Sole quaſi parua macula nigra: tamen paulò ſuperius medio centro eiuſdem ſyderis: quæ octo dies* (ſic retineri poteſt lectio, vt in ſcriptura ea eſt, ob dicenda inferius) *à nobis ita conſpecta eſt. Sed quando primum intrauit, vel exijt nubibus impedientibus non potuit adnotari.* Corrigendus annus, qui fuit 808, item corrigendus dies menſis, qui fuit 16 Kal. Apr. vt phænomenon conſentiat cum tabulis aſtronomicis emendatis præteritorũ ſæculorum. Pro 2 exemplo exemplum habebis nuperrimũ paullò poſt id, quod adducitur ex Ariſtotele lib. 2. de cælo cap. 12 *Lunam enim vidimus cum bifariam itet diuiſa eſſet, vt altera ex parte obſcuraretur, ex altera luceret, ſenſim congredi cum ſtella, quæ Martis dicitur, & eam quidem cum obſcura illius parte occupata fuiſſet, ex parte illius lucidà emergere.* Litteris nuper Olyſiponà miſſis, accepi hoc ipſo anno 1629, die 1 Ianuar. in Lunæ cornu inferiori ſtellam dies minimum duos (reliquos ſub nube latuit) publicè conſpectam. Schema erat eius modi, quem vides in appoſitâ figurâ, cùm Luna in primo ſextili aſpectu verſaretur. Hîc nihil opis haberi poteſt ab ephimeridibus; quis

Stella in Sole ab antiquis viſa quaſi macula.

Stella antiquitus viſa ſub Luna.

Etiã & noſtro ſæculo ſtella in Lunæ cornu inferiori.



enim Planeta Lunà inferior eſt, qui ſupponi Lunæ potuerit, & tam fixè cum ea hærere? niſi fortè metheorologica quæpiam impreſſio fefellit oculos ſuſpectantium.

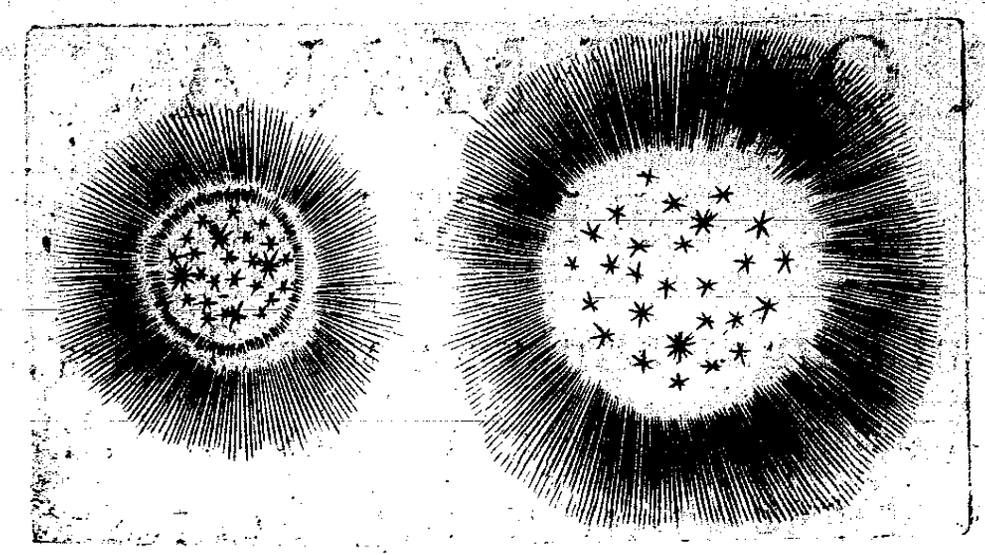
Ex hoc admirando phænomeno Olyſiponæ in Luna ſpectato habes fundamentum retinendæ lectionis veteris in phænomeno de ſtella Mercurij in Sole viſa tempore Caroli Magni per octo dies, non autem octoties, ſiue octies, vt aliqui voluerunt. Nam quemadmodum in Luna hæſit quodcumq; fuit aſtrum aliquot dies, quidni & Mercurius in Sole? Si tamen Mercurius fuit; ex eo enim quòd per calculos ſciri potuerit tunc fuiſſe coniunctionem Mercurij cum Sole, non ſequitur neceſſario eum ita ſub Sole fuiſſe, vt nuſquam exorbitaret, eſſetq; infra Solem quidem, ſed non ſub Sole intra eundem angulum viſorium cum Sole comprehenſus. Celerrimus etiam Mercurij curſus non patitur ex calculis eum vltra 6, vel 7 horas ſub Sole incedere. Ergo retẽtâ lectione: *per octo dies*, dicendum eſt ſimile id phænomenon fuiſſe huius recentiſſimi de aſtro in Luna.

Porrò, quod ad antiquos attinet, quanam ratione prædicta, & alia difficiliora phænomena, quæ acutiſſimam videndi aciem requirunt, inſpicere potuerint, dubitationem aufert non ſolum quòd à Porta narratur de Ptolçmei dioptrico inſtrumento ad longiſſimè diſſita perſpicienda, vt alibi etiam ſcripſimus; ſed in primis id, quod apud Cyſſatum noſtrum leges cap. 7. operis de cometis (de quo opere inferius) qui ex occaſione antiquæ obſeruationis acutiſſimæ circa cometas, hęc ſcribit in fine nu. 3. *Fuiſſe vſum tubi optici antiquis etiam Aſtronomis familiarem teſtatur liber vetuſtiſſimus in Bibliotheca celeberrimà Monaſterij Scheurẽſis ſcriptus ante 400 annos; quo in libro inter cætera Schemata etiam Aſtronomus per tubũ opticum in cælum intentum ſydera contemplans viſitur.* Sed ad præcipuum

Ptolomæi tuboſpicillum.

Tuboſpicilla inuentum eſſe antiquum ante noſtra ſæcula.

caput



caput huiuſce noſtræ propoſitionis XI de pluribus eclypſibus reuertamur.

Cometæ ſunt adgregationes ſtellarum, ex obſeruat. neotericis.

III. Multo magis accidunt eæ luminarium variorum eclypſes, ſi quãdo Cometę aliqui prodeunt, qui cùm (ex demonſtrationibus, & obſeruationibus noſtri Cyſſati Mathematici in Academia Ingolſtadienſi) ſint quædam cæleſtium globorum adgregationes, ſine dubio ſuâ denſitate, atque amplitudine officiunt, & eripiunt Solis lumen globis cæleſtibus, qui ſub ipſis gradiuntur. Vide libellum Cyſſati de cometa, qui ſub finem anni 1618, & initium 1619 fulſit, præſertim cap. 6 vbi, inter cæteras, has quas hìc vides duplices figuras eius cometæ ponit. In quibus figuris prout paullatim ſtellæ cometam conficientes diſſipabantur, augebatur orbis, ſeu nucleus interior. vide & cap. ſeq. 7 eiuſde Cyſſati.

Eius ſanè Authoris diligentiam, & obſeruationes nemo ingenuè philoſophus carpere, vel damnare poteſt. Cui debent Aſtronomi plurimùm tanquam primo, & apertiſſimo aſſertori Cometarum in ius Aſtronomiæ, qui admiranda illa ſpectra liberauit è carcere anguſto athmoſpheræ, atq; à turbà inferiorum halituum, ac vaporum metheororum. Neq; enim Cometæ (qui & ſtellæ) metheóra ſunt, niſi quatenus nomine metheororum (vt Cleomed. inſcripſit ſuos libros Aſtronomicos) verè ſublimia cæleſtia corpora compellantur, & quatenus etiam addenſationes illæ globorum ſydereorum in Cometis vel poſt tempus aliquod dilabuntur, vel in ſublimiſſima extra viſum mortalium eripiuntur. Sane hoc per dioptricam viſionem inſpecto phænomeno in cometis, multæ definitæ ſunt quæſtiones, quæ tot ſæculis mortalium ingenia torſerunt. Hoc inuentum Cyſſati cum perpaucis eſſet cognitum, ego & priuatim, & publicè verbis, & nunc etiam ſcriptis poſteritati promulgare geſtio, quippe qui libens veritates non vulgares mihi cognitas in aliorum etiam cognitionem produco.

Definitæ plures quæſtiones circa cometas, quæ ſydera, &c.



PROGYMNASMA TERTIVM.

Cœlestium luminarium veræ refractiones, & altitudines. Eorundem magnitudines, ac distantiæ à terrà variè, ac facilè inuestigatæ. Antiqua Zodiaci diuisio, marinæ profunditatis dimensio correctæ. De hydrologijs. De scaphijs. Varij modi polarium altitudinum inueniendarum. Plura paradoxa.

Hoc Progymnasma versatur circa præcipuas operationes, ac problemata Astronomica corrigenda, quorum vsus in Astronomicis, & Geographicis, & Gnomonicis est magni momenti, & creberrimus, quæq; fundamenta præcipua sunt reliquorum plurium ex hisce consequentium, quibus correctis, videbunt Astronomi quàm vtilem in ijs & nos, & qui hæc nostra lecturi sunt, posuerimus operam, in gratiam præcipuè Tyronum Astronomicorum.

PROPOSITIO I.

Ingenioſi duo Veterum modi cæleſtium refractionum inueſtigandarum, cautionibus ſuffulti, & à ſcripturæ mendis vindicati.

I. Modus inueſtigãdę refractionis aſtronomicę ex Alhazeno.

Circa Lunæ refractiones, vt eas dari demonstret Alhazen lib. 7 opt. cap. 3. prop. 15, sic subobscurè scribit. *Præterea potest experimentari diaphanitas corporis cæli per experimentationem Lunæ. Nam cum æquaueris locum Lunæ in aliqua horâ propè ortum eius, & post in nocte nota, & in loco noto verificaueris locum eius à polo mundi, deinde posueris instrumentum horarum in illa nocte ante ortum Lunæ, & scieueris altitudinem Lunæ, & obseruaueris Lunam vsq; ad ortum eius, & perueniat tempus in instrumento ad minutum idem eiusdem horæ, quod habet Luna, & obseruaueris altitudinem Lunæ, quam habet in illa horâ à vertice capitis, & obseruaueris vt instrumentum elevationis sit diuisum per minuta, & minora minutis, si possibile est, tunc inuenies distantiam Lunæ à vertice capitis in illa hora per instrumentum minorem spatio remotionis à vertice capitis in illa horâ per computationem.*

Duo circa hunc modum Alhazeni notanda sunt, vt rectè intelligatur, & fallacia euitetur.

I. Quod ait de instrumento horarum, non est intelligendus Author de horario vllo scioterico etiam nocturno ad Lunæ lumen. Nam cum Luna propter refractionem anticipet locum altiorem ab horizonte, & consequenter suis radijs ex altiore loco directis in stylum horarij efficiat vmbram breuiorem, atq; ex eo horam etiam in horario anticipet, erit hora in horario scioterico non vera, sed apparens, & anticipata ex altitudine Lunæ apparente, & anticipatâ supra horizontem. Ideo hora ea horarij non consentiret

Verba Alhazeni nõ sunt de horario scioterico.

cum

cum vera Lunę hora inuentà per calculationem, iuxta dicenda inferius prop. 4. huius progym. Si ergo videndum ſit an Luna per refractionem altior appareat, & vltra verum locum ſupra horizontem, opus eſt vt cùm Luna peruenerit ad ſtatutam horam ex calculatione, & eodem momento horarium aliquod mechanicum, non ſciotericum, conſentiens cum calculatione peruenerit ad eandem veram horam; tunc accipiatur altitudo Lunæ ſupra horizontem, quam cum videas eſſe maiorem verà altitudine per calculos, pronuntiabis Lunam propter refractionem apparere altiorem, quam verè ſit. De his etiam inferius plura nos agemus vbi de ſciotericis, & de pertinentibus ad vmbras ex refractionibus.

—Sed de horario mechanico. ac de quo mechanico.

II. Notandum eſt circa verum locum Lunæ, veram eius horam per calculos, &c. intelligendos eſſe eos calculos ita eſſe factos, vt refractionum lunarium fallacia non ſe ſe in eos congeſſerit, quæ vel non animaduerſa, vel neglecta fuerit. Supponendum igitur eſt acceptam eſſe Lunæ altitudinem in tanta ſupra horizontem altitudine, vt ſit extra veram refractionem. Nam cum (vt dicemus in 3 prop. huius tertij progym.) ad cognitionem veri loci requiratur ante cognitio veræ altitudinis, ea altitudo accipienda eſt cum immunis eſt à refractione, vel emendanda per detractionem refractionis. Alioquin fallax eſſet circulus, ſi refractiones, & apparentem locum aſtri vltra debitum gradum ſupra horizontem velles cognoſcere ope calculorum, qui in ſe concluderent eaſdem refractiones, nec vlla appareret differentia inter altitudinem per quadrantem, & inter altitudinem per calculos inuentas. Atq; hæc circa modum Alhazeni in refractionibus Lunæ.

Pro veris calculis admittenda eſt altitudo Lunæ immunis à refractionibus.

Modus ſecundus eſt apud Vitell. circa eandem Lunam per armillas, lib. 10. opt. propoſ. 49, in hæc verba. *Similiter quoq; accidit in Luna. Si enim aliquis per tabulas æquauerit locum Lunę in aliqua hora prope ortum eius, & habeat latitudinem eius, & diſtantiam à polo mundi notam: & itē æquet ipſam pro tempore mediæ noctis, & ſciat latitudinem eius, & diſtantiam à polo mundi Si itaq; inueniatur locus Lunæ per armillas tempore ortus ſui, non accidit diuerſitas inter computationem per tabulas, & experimentationem per inſtrumentum. Inuento vero loco Lunæ per armillas dum eſt in meridiano circulo, erit diſtantia Lunę à Zenith capitis inuenta per inſtrumentum cum latitudo Lunæ eſt meridiana, maior, & cum eſt ſeptentrionalis, minor verà diſtantiâ eius à Zenith capitis inuentà per computationem ſtellarum.*

Secūdus modus ex Vitell.

Circa hunc modum dubitatio me angit, quomodo verum ſit non futuram diuerſitatem inter computationem per inſtrumentum armillare, & inter computationem per tabulas cùm Luna occupabit horizontem. Nam cum Luna occupat horizontem, & ad eam in eo loco poſitam accommodantur armillæ, tunc Luna non eſt in vero loco, ſed in elatiori per refractionem, eſtq; tunc verè infra horizontem cum apparet per refractionem in horizonte. Tabulæ igitur, quæ indicant verum Lunæ locum, ideſt eam eſſe ad huc ſub horizonte, quo modo conſentire poterunt cum inſtrumēto armillari, quod eam oſtentat in horizonte, ſupra quem dum apparenter oritur, armillæ ad 90 gradus diſtantiæ à Zenith accommodantur?

Dubitatio circa modum Vitellionis

III. Corrigenda eſt mendoſa ſcriptura, quæ librariorū, vt arbitror, vitio poſita eſt ibi vbi ait: *Inuento vero loco Lunæ per armillas dum eſt in meridiano circulo, erit diſtantia Lunæ à Zenith capitis inuenta per inſtrumentum cum latitudo Lunæ eſt meridiana, maior, & cum eſt ſeptentrionalis minor verà diſtantiâ eius à Zenith capitis inuenta per computationem tabularum.* Contrarium enim omnino dicēdum eſt, ſcilicet Lunam in partibus meridionalibus poſitam, quoniam eſt propior horizonti, & conſequenter magis obnoxia refractionibus, appariturā ſupra horizontem in gradu altiore, & ex conſequenti diſtantiam ab eo gradu apparentis eleuationis vſq; ad Zenith minorem futuram; contraria verò ratione cùm Luna citra eclypticam eſt ſeptentrionalis, vtpote elatior ſupra horizontem, minus patitur a refractionibus, & cum non oſtentet arcum eleuationis maiorem iuſto, erit conſequenter diſtantia à gradu eleuationis ad Zenith maior; intellige proportione habitā diſtantiarum ad ſuas eleuationes; ſcilicet ſeptentrionalis Luna non minuit, aut parum minuit diſtantiam à Zenith ad gradum eleuationis, cum verò eſt Auſtralis, minuit &c. Hæc vera eſt & correctio, & interpretatio eius loci. Nam ſi intelligas diſtantiam a Zenith ad Lunam ſeptentrionalem, vel in eodem meridiano, nugatoria enuntiatio eſt, & ſatis per ſe nota, cum nemo tam habetis ſententię ſit etiam in primis elementis Aſtronomiæ, quin videat Lunam Auſtralem vergere magis ad horizontem, quàm ſeptentrionalē, & conſequenter diſtantiam à Zenith ab Auſtrali maiorem eſſe diſtantiā à ſeptentrionali. Eaq; differentia diſtantiarum non ex refractionibus prouenit, ſed à loco Lunæ citra, vel vltra eclypticam magis, aut minus à Zenith diſtante. Vitellio autem probaturus erat refractiones dari ex ea differentia. Sed nec poteſt id probare ex ea parte, in qua dicit diſtantiam Lunæ à Zenith maiorem eſſe per inſtrumentum, quàm per tabulas inuentam. Quí pote? Nam ſi maior eſt per inſtrumentum inuenta diſtantia, ergo non ſolum Luna non patitur refractiones, ſed nec apparet in vero loco, in quo deberet conſentire cum tabulis. Hoc igitur non ſolum non eſt probare dari refractiones, quæ aſtrum exaltent plus

Mendum in ſcripturā Vitellionis correctum.

Mēdum alterum Vitellionis.

iuſto, ſed aſtrum neq; aſcendere ad debitam diſtantiam ſupra horizontem, quod & falſum eſt, & extra rem, etiamſi non eſſet falſum.

Modus inueſtigãdi refractiones Lunæ iuxta noſtram coniecturam.

Fortaſſe poſſent Lunæ refractiones inueſtigari per armillas modo ſimili eorum, quibus inueſtigantur per circumpolares ſtellas, vel per vtrumq; ſolſtitium, vt docebimus in poli eleuatione inueniẽda; ſi nimirum accipias Lunæ tum Auſtralis, tum Boreális ſummas vtrinq; declinationes ab Eclyptica. nam inuenies borealem Lunam diſtare magis ab eclyptica in meridiano, quam diſtet éadem Luna cum eſt Auſtralis in eodem meridiano; hoc autem ex eo eſt, quod auſtralis propter refractionem exaltatur magis verſus eclypticam, quàm par eſt, atq; ita minus ab ea videtur diſtare, quám cum eſt ſeptentrionalis, & in eà eleuatione, in qua minus pati poteſt à refractionibus.

Modus Alhazeni, & Vitellionis, &c. ampliatus.

Vterq; autẽ modus tam per armillas, quam per horarium vſurpatus hîc ab Alhazeno, & à Vitell. circa Lunam, vſurpari etiam poteſt circa refractiones ſtellarum, & Solis. Nam quod ad horarium attinet, ſi ſcias veram horam per tabulas ad certam ſtellæ eleuationem, & cum verà illa horà calculatà conſentiat horarium mechanicum, inuenies cõdem momento, acceptá ſtellæ altitudine ſupra horizontem, eam eſſe altiorem, quam indicent tabulæ. Sed paullò poſt expreſſius in praxi circa Solis refractiones hæc, & alia intelliges inferius.

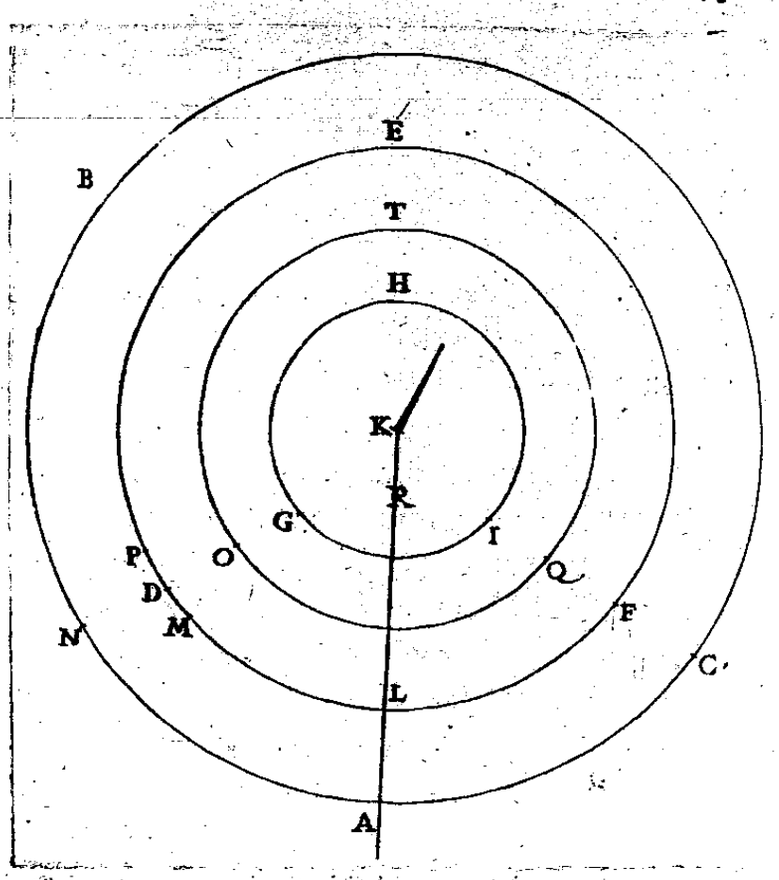
PROPOSITIO II.

Solem in vero meridiano poſitum agnoſcere ex linea meridiana emendatè à refractionibus deſignata.

VSus huius propoſitionis nobis proximè futurus in re maximi, ac præcipui momenti circa cæleſtes refractiones cogit nos vt eam hîc abſolutam, atq; emendatam breuiter exponamus, etiamſi pertinere videatur ad Progym. 5 huiuſce Apiarij Aſtronomici, quo in loco ſunt correctiones ſciotericorum, & gnomonicorum à refractionibus.

Pendet autem modus, quem hîc trademus, & cognitio hæc Solis verum meridianum attingentis, à deſignatione non fallaci lineæ meridianæ, quam dum aliqui ſupponunt (in inuenienda refractionum quantitate) nec docent modum eam emendatè deſignandi, nihil agunt, & a fallacijs immunes non ſunt.

Nos in noſtris Gnomonicis pluribus modis docuimus è plano noſtri horarij vniuerſalis ducere quolibet momento lineam meridianam. Hîc nunc alium modum ponemus ex Vitruuio antiquiſſimum deſignandæ meridianæ, qui paſſim habetur exactiſſimus inter geometricos, ac facillimus. Nos tamen in eo fallaciam à refractionibus prodemus, ac docebimus quemadmodum ab omni fallacia emendari poſſit.



Deſcribuntur plures concentrici ABC, DEF, OTQ, GHI, &c. ante meridiem notatur vmbra proiecta è ſtylo in K erecto, dũ attingit aliquam periphæriam, v. g. in F. Item poſt meridiem cum in alio puncto eiuſdẽ circuli, vt in D, éadem vmbra ſignat; ac mox diuiſo ſpatio DF bifariam in L, ducta per KL recta linea KLA habetur pro vera meridiana.

Deſignatio lineæ meridianæ ex Vitruuio.

Cæterum ſi refractionum varietatem conſideres, ſubeſſe poteſt fallacia. Nam, ſit v. g. Sol altus 25 gr. ſupra horizontem ante meridiem: ſit idem Sol in verticali diſtante ver. gr. 15 gradibus à meridiano, dum vmbra attingit in F, facta deinde aëris mutatione ob vapores vel denſiores, vel rariores &c. tum Sol cum poſt meridiem erit in verticali aliquo diſtãte magis, vel minus quam 15 gr. à meridiano propter refractiones poſt meridiem factas maiores, vel minores, apparere poteſt in altitudine gr. 25, & ſimul vmbra ſtyli ſignare circulum DEF in alio puncto circa, vel vltra D. Vt autem ſignet in D neceſſe eſt Solem eſſe in verticali tantumdem diſtante à meridiano, quantum diſtat F. Quemadmodum igitur diuiſo ſpatio DF bifariam, datur vera meridiana, ſic diuiſa ſpatia vel PF, vel MF dabunt fallacem meridianam citra, vel vltra L declinantem à vero meridiano.

Fallaciæ in prædicto modo.

Quapropter hæc ſumma ſit cautionis in ducenda meridana per eam diuiſionem concentricorum, vt cum videris ab vmbrà poſt meridiem

Correctio prædictarum fallaciarum.

diem attingi eundem citculum v. g. DEF in aliquo puncto, vt in D, scias eo momento eandem esse aëris constitutionem, quæ erat cum vmbra tangebat in F ante meridiem; signum enim erit tum Solem esse post meridiem in verticali tantumdem à meridiano, & ab occiduo puncto distante, quantum ante meridiem (cum vmbra fiebat in F) distabat à meridiano, & ab ortiuo puncto. Cum ergo vmbræ apex attigerit rectam KLA hisce cautionibus ductam, tunc Sol præcisè attinget meridianum. Quod si factà aëris mutatione, & variatà ob vapores refractione, circunferentia DEF ab vmbra tangatur, fallax erit id punctum ob prædicta. Vnde ergo sciri poterit an facta sit aliqua aëris mutatio, an nulla? Id paullò post in Scholio docebo, mi Lector, ne hanc propositionem diuerticulis nimium producamus.

Etiam in fallacibus altitudinibus Solis non fallacem meridianam designare.

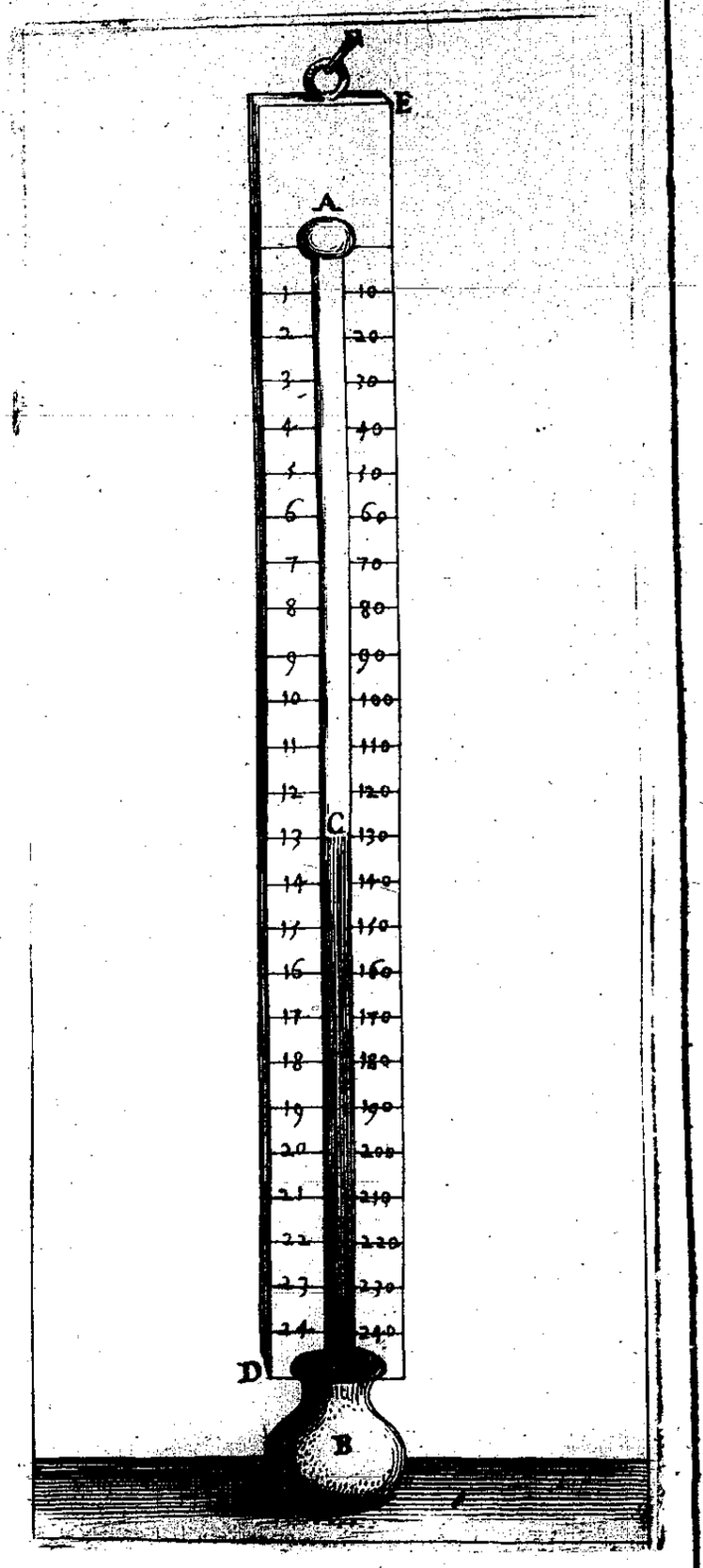
Notandum, ad emendatam meridianæ ductionem nihil referre etiã si Sol sit in altitudinibus apparentibus ob refractiones cum signat in F, & in D; modo enim cætera fiant cum cautionibus prædictis, fiet inter F, & D emendata bipartitio pro meridiana non secus, ac si Sol sine refractionibus signaret ante, & post meridiem alia duo puncta in eodem, vel alio ex ijs concentricis circulis. Nam modo D, & F signentur à Sole in verticalibus æquidistantibus ab ortu, & occasu, etiamsi appareat altior, quàm verè sit, apparentia ea refractoria nil officit.

SCHOLION.

In quo vsus thermoscopij ad rem Astronomicam (præsertim pro refractionibus) à nobis traductus ostenditur.

HActenus qui non nihil scripsere de vsu thermoscopij continuerunt id instrumentum intra eos terminos, vt totum comparatum putauerint ad solas aëris in rarefactione, vel addensatione mutationes indicandas. Nos vlterius traducemus etiam ad refractiones Astronomicas tacitè inueniendas, vt paullò post disces. Breuitatis autem gratia constructionem thermoscopij vix indicabimus, quia supponimus apud alios vulgatam. Si quis tamen nullam eius instrumenti cognitionem habuerit ille sibi satis habeat sequẽtia.

Qualẽ olim videram curaui mihi vitreã ampullã collo, seu tubulo gracili, atq; oblongo, vt est AB, in quam infundi iussi aquam vi ignis sublimatam, perfectissimè defæcatam, atq; ettenuatam, ne hyeme præ frigore conglaciaret; quæ aqua in Vernà, vel Autumnali aëris temperie descenderit per tubulum versus C ad dimidiam ferè partem, vt lucus vacuus inde vsq; ad A supersit cum in hyeme ascendet aqua versus A. Tabellæ per gradus, atq; æquales partes diuisæ DE annexui tubulum cum ampulla, vt in ijs diuisionibus minutissimis dignosci possent etiam in clauso cubiculo mutationes etiam minimæ aëris. Cum enim aër à frigidioribus vaporibus incipit occupari, statim aqua incipit ad gradus superiores ascendere, cum verò à calidioribus exhalationibus afficitur, descendit aqua ad gradus inferiores, tantoq; magis descendit, vel ascendit quanto vaporum calidiorum, vel frigidiorum maior vis est, & copia.



Huiusce facillimi, & iucundissimi instrumenti (quod thermoscopium aliquibus licuit appellare) vsus esse potest non solum ad instantes pluuias, serenitates, frigora, calores, & similia etiam in abdito cubiculo præcognoscenda, & tanquam ex adyto prædicenda; sed in primis ad rem nostram, idest ad cognoscendam etiam refractionũ factam, vel mox futuram aliquam varietatem. Variato enim aëre ob variatos vapores, quorum qualitatibus afficitur, & quasi inficitur, consequitur ad eam vaporum, atq; aëris varietatem varietas

etiam

etiam refractionum maiorum, vel minorum circa Solis radios, consequitur varietas apparentium eleuationum, vel depressionum astri supra horizontem, &c. Vt ergo certus sis in figura prop. 2 anteced. puncta F, D ante, & post meridiem signata esse non solum ad æquales altitudines (quod est necesse, cùm umbræ à stylo ad eundem circulum sint æquales) sed etiam esse in parallelis æquidistantibus ab ortu, & occasu, ac proinde etiam à meridiana, hoc est, vt certus sis ab omni fallacia mutati aëris, & variatarum refractionum (quibus anticipari, vel postponi posset umbræ vertex pertingens ad concentricum circulum citra, vel vltr. verum punctum) inspice thermoscopium cum Sol ante, & eum post meridiem iacit umbram ad eandem circulum concentricorum; si enim vtroq; momento aqua thermoscopij fuerit in eodem gradu, ac minuto, tunc, ob dicta in propos. anteced. certus eris, quantū fieri potest ab humana industria, Solem esse in æqualibus altitudinibus verticalium æquidistantiū à meridiano. Sin aqua gradum mutarit, differ designationem meridianæ in alium atq; alium diem, donec semel iuxta cautiones antedictas ducere possis lineam emendatissimam meridianam, quæ, cum eam umbra styli attinget, indicet Solem esse in vero meridiano. Vnde postea præclari vsus extent astronomici, de quibus in sequentibus.

Nouus vsus thermoscopij ad exactam, & emendatissimam meridianæ designationem.

In sequēti propos. 3 docebimus constructionem hydrologij facillimi, ac simplicissimi, cuius vsus (præter eum, quem ibi docebimus) esse etiam possit ad indicandas aëris mutationes dum styli vertex in hydrologio ascenderet, vel descenderet cū aqua, etiamsi ea per tubum non defluat. Sed opus esset pro vsu hoc, vt hydrologium esset molis minimæ, atq; aquæ minimum contineret, in cuius aquæ quantitate minori, ac minori facilius ad sensum fiunt mutationes per addensationem, vel rarefactionem pro varia aëris mutata qualitate.

PROPOSITIO III.

Modus diuisi ab Aegyptijs Zodiaci. Inde hydrologij emendati facillima constructio, & modi aliquot inueniendarum horizontalium refractionum.

MAcrobius in somn. scip. lib. 1 cap. 21 modum refert, quo Ægyptiorum Astronomorum prisci Zodiacum in duodenas æquales partes diuiserunt, quem hîc apponere operæ pretium erit non solum ob ingeniosam, & non vulgatam eruditionem, sed etiam quia non nullius vsus esse potest ad horizōtales refractiones inueniendas. Est autem species quædam hydrologiorū, de quorum etiam alio vsu inferius dicemus vbi de diametris cælestium luminarium. Macrob. ergo satis mēdosè impressus ita narrat: *Duobus vasis æneis præparatis, quorum alteri fundus erat in modum clepsydræ foratus, illud quod erat integrum vacuum subiecerunt, pleno aquæ altero superposito, sed meatu ante munito: & quamlibet de infixis vnam clarissimam stellam lucidius notabilem orientem obseruauerunt. Quæ vbi primum capit emergere, mox, munitione subducta, permiserunt subiecto vasi aquam superioris influere: fluxitq; in noctis ipsius, & secuti diei finem, atq; in id noctis secundæ quamdiu èadem stella ad ortum rursus reuertitur: quæ vbi apparere vix cæpit mox aqua, quæ influebat, amota est. Cum igitur obseruatæ stellæ itus, ac reditus integram significaret cæli conuersionem, mensuram sibi cæli in aquæ de illo fluxu susceptæ quantitate posuerunt. Hac ergo in partes æquas duodecim sub fida dimensione diuisa: aliā duo huius capacitatis procurata sunt vasa, vt singula tantū singulos de illis duodecim partibus ferrent: totaq; rursus aqua in vas suum pristinum, foramine prius clauso, refusa est: & de duobus illis vasis capacitatis minoris alterum subiecerunt pleno, alterum iuxta expeditum, paratumq; posuerunt. His præparatis nocte alia in illa iam cæli parte, per quam Solem, Lunamq; & quinq; vagas meare diuturna obseruatione didicerant, quamq; postea Zodiacum vocauerunt, ascensurum obseruauerunt sydus, cui postea nomen Arietis indiderunt. Huius incipiente ortu, statim subiecto vasi superpositæ aquæ fluxum dederunt. Quod vbi completum est, mox eo sublato effusoq; alterum simile subiecerunt, certis signis obseruatis, ac memoriter annotatis inter eius loci stellas, quæ oriebantur, cum primum vas est impletum: intelligentes quod eo tempore, quo totius aquæ duodecima pars fluxit, pars cæli 12 conscendit. Ab illo ergo loco, quo oriri incipiente, aqua in primum vas cæpit influere, vsq; ad locum, qui oriebatur cum idem primum vas impleretur, duodecimam partem cæli, id est vnum signum esse dixerunt. Item secundo vase impleto, & mox retracto illo, simile quod olim effusum parauerāt, iterū subdiderunt, notato similiter loco, qui emergebat, cum 2 vas esset impletum, & à fine primi signi vsq; ad locum, qui ad 2 aquæ finem orieba tur, secundum signum notatum est. Atq; ita vicissim vasa mutando, & per singulas influentis aquæ partes singulos sibi ascendentium cæli partium limites annotando, vbi, consummata iam omni per 12 partes aqua, ad primi signi exordia peruentum est, sine dubio iam diuisas, certisq; sibi obseruationibus, & indicijs annotatas duodecim cæli partes tantæ compotes machinationis habuerunt;*

Zodiaci prisca diuisio ex Macrobio.

runt. quod non nocte vna, sed duabus effectum est; quia omne cælum vna nocte non volvitur, sed per diem vertitur pars eius media, & medietas reliqua per noctem. Nec tamen cælum omne duarum sibi proximarum noctium diuisit inspectio, sed diuersorum temporum nocturna dimensio vtrumq; hæmisphærium paribus aquæ vicibus annotauit.

Hactenus Macrob. Hanc porrò hydrologicam artem, detractis aliquibus difficultatibus, traducere poterit quicumq; voluerit ad vsum inueniendarum refractionum horizontalium sic. Arcus semidiurnus (vide facillimum modum in nostris Gnomon. progym. 2.) sciatur eius diei, quo horizontalis refractio quæritur. Tum pro quantitate eius arcus semidiurni seponantur vasa, in quæ aqua diuisa est, quæ fluxerat toto eo tempore, quo facta est circumuolutio cæli, atq; astri ab eodem puncto horizontis ortiui, vel occidui in idem punctum. v.g. si arcus semidiurnus sit septem horarum, quoniam tota aqua in 12 vasa, & totidem æquales partes diuisa est, seponantur tria vasa, & diuidatur vnius vasis aqua in duas partes æquales. Nam cum tota aqua contineat vnam cæli circumlationem per horas 24, singula vasa è duodenis continebunt duarum horarum aquam. Itaq; cum Sol in meridiana eleuatione est, permittatur fluxus aquæ è vasis tribus, atq; ex vnius dimidio, quibus vasis euacuatis Sol in plano horizontis occidui esse deberet, iuxta quantitatem arcus semidiurni, cum autem refractiones patiatur, extabit Sol adhuc supra horizontem occiduum. Accipiatur ergo per quadrantem altitudo Solis supra horizontem, eritq; ea altitudo differentia inter veram, & apparentem Solis altitudinem, hoc est, refractionis horizontalis quantitas. In hisce tamen Veterum hydrologijs incommodant, & fallere possunt aliqua, de quibus in Schol. post hãc propos. dicemus.

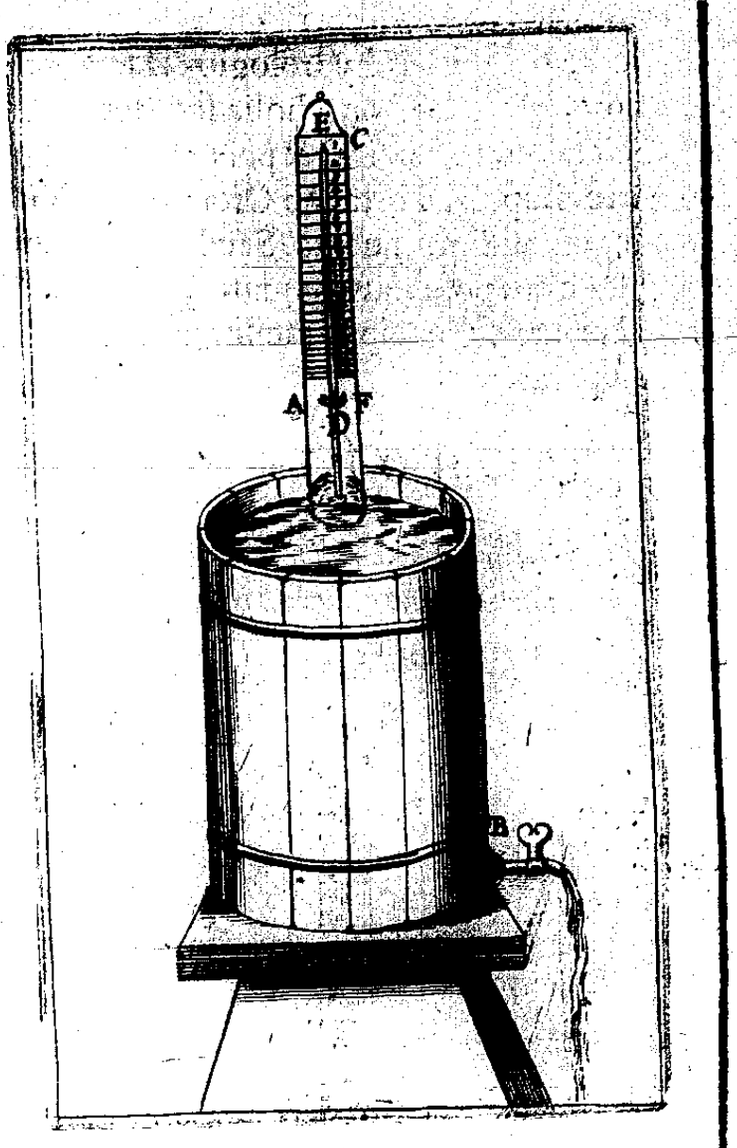
E priscis hydrologijs noua inuentio refractionũ.

Fallacia prisca hydrologia.

Operosioris etiam operæ, atq; impensæ est vsus ille tot vasorum, & aquæ in tot partes diuisio; ideo vt fallacijs, & hisce incommodis eamus obuiam, lubet huc apponere constructionem hydrologij fidissimi, & facillimè parabilis.

Constructio fidissimi hydrologij.

Esto vas ligneũ, vel alterius materiæ, AB, cuius lateris pars producta in longũ sit AC. tubulus vnde aqua defluere possit sit vbi B: est virga ferrea, vel lignea recta, & perpendiculariter erecta DE, atq; infixa in supparo vbi D. cancellus siue arcellus ADF contineat intra se eam virgam ita, vt euagari nequeat extra latitudinem lateris, siue asserculi AC. Infundatur ergo aqua in vas AB, & dum, aperto tubulo B, incipiunt tam aqua defluere, quam virga DE descendere, fiant diuisiones horarum exactissimæ in AC, v. g. horarum saltem maximi arcus semidiurni in ea regione, in qua huiusce horologij vsus futurus est. Adhibita tamẽ cautione Scholij sequentis.



Cum ergo scire optas horizontalẽ occiduam refractionem, fac aqua descendat donec index DE peruenerit ad vltimum horæ momentum arcus semidiurni notati in AC, tum obstructo B, ne aqua defluat amplius, accipe altitudinem Solis supra horizontem, &c. vt prædictum est in vsu hydrologiorum veterum.

Praxis pro horizontalibus refractionib' ex hydrologio neotero.

Ortiuam etiam refractionis quantitatem scire poteris, si à dimidia nocte incipiat aqua defluere vsq; ad quantitatem arcus semidiurni pro eo tempore, quo refractionem venaris. Quantum enim extabit Sol atq; anticipabit ortum supra horizõtem, ea erit ortiuæ refractionis quantitas. Quod autem pertinet ad præcisum punctum meridiei, à quo pendet præcisa quantitas arcus semidiurni, & præcisus horarum numerus in AC, videnda erit stili alicuius horizontalis vmbra cum meridianam lineam emendatam ex præcedenti nostra propos. attingit. Circa punctum mediæ noctis præcisum, id habetur, diuiso arcu nocturno in duas æquas partes. Porrò in AC necesse erit annotare non solum integra horarum spatia, sed dimidia, quartas partes, & minutiores etiam, vt pro varietate semidiurni arcus haberi possit præcisus horarum numerus, ac signari possit ab indice DE.

Scimus id, quod per hydrologia nunc hîc docemus, fieri posse etiam per horologia vsitata, in quibus puluis descendit, vel per Authomata, in quibus per indices notantur horæ in circulo

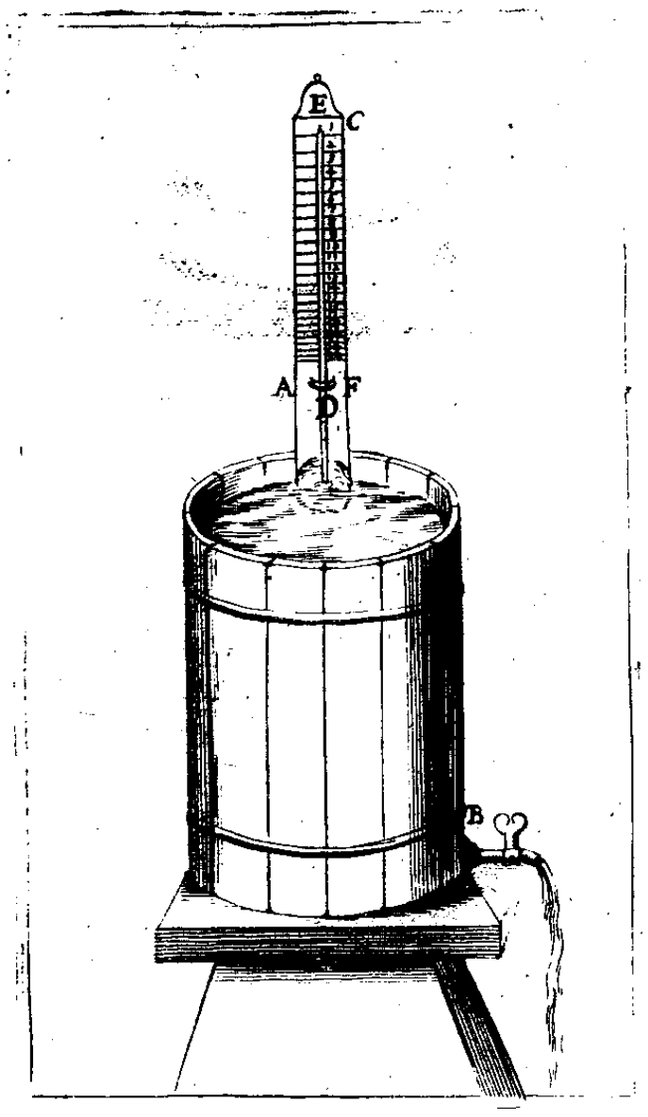
Cur prædictum hydrogium præ vſitatis horarijs electum.

ſignatæ; ſed conſultò corrigenda Ægyptica hydrologia putauimus hydrologio & faciliore, & certiore. Vide, Lector, ſcholia ſequentia.

Scimus etiã aquatica, & pneumatica horologia à Io. Baptiſta Porta, ab Orontio, & à Vitruuio ingenioſiſſimè inuenta. Sed hydrologium, quod hîc nos poſuimus, omnium eorum Authorum inuenta ſaltem ipsà facilitate, ac parabilitate ſuperat.

SCHOLION I,

In quo aperitur occulta fallacia hydrologij Aegyptij emendata in hydrologio à nobis poſito.



In paribus temporum ſpatijs impar aquæ quãtitas effluit.

EXperimentis patet ex eodem vaſe per eundem canaliculum aquam velocius deſcendere atq; effluere, quo maior aquæ copia in vaſe fuerit. Itaq; eàdem horà, ſiue horæ parte, ex B aquæ maior vis, & quantitas effundetur dum vas AB aquà plenum eſt, quàm cum plenum non eſt, atq; eodem tempore ſemper minus aquæ defluit per plenum tubulum B, quo aquæ copia minor fuerit. Ideo in noſtro hydrologio ſpatia horarum in AC non ſunt æqualia, ſed ſemper magis, ac magis decreſcunt.

Hoc poſito, cum Aegyptij aquam, quæ in integra cæli circulatione deſcenderat, in 12 partes æquales per 12 vaſa diuiſam diſtribuerent, quo tempore vnius vaſis aqua defluxit, ex horizonte aſcendit pars cæli maior duodecimà. Nam etiamſi aqua vnius vaſis duodecima pars aquæ totius fuerit, tamen ea ipſa aqua à reliqua diuiſa deſcendit lentius per idem foramen, quàm cum vnita erat reliquæ moli totius aquæ. Eidem fallaciæ obnoxius eſſet modus hydrologij, more Aegyptiaco vſurpati, dum in præced. propoſ. horizontales refractiones aliquis tentaret agnoſcere. Ideo pro Aegyptio hydrologio aliud nos appoſuimus, cuius latus AC cũ per inæqualia ſpatia (ad æquales inter ſe horas mechanici fidiſſimi horarij) ſemper minora diuiſum ſit, propter inæquales aquæ partes per æqualia temporis, horarumq; interualla deſcendẽtes, quantumcumq; aquæ inæqualiter qualibet horà deſcenderit, ſemper tamen non fallaces horarum notæ in AC ſignatæ ab indice DE bona fide produntur.

SCHOLION II,

In quo proditur modus fallacis hydrologicæ demonſtrationis à Neotericis vſurpatæ circa profunditates marium inueſtigandas.

Marium dimenſio.

EX dictis paullò ante, q. per coroll. patet fallacẽ eſſe menſuram profunditatis marium, quæ à Leone Baptiſta Alberto ponitur in lib. de architectura. Is enim Author, vt laborem auferat nautis dimetiendi longitudinem funis demiſſi in profundiſſimam quampiam maris altitudinem, ſic ratiocinatur. In mare aliquod non admodum altum demitte funem donec plumbum ex eo ſuſpenſum attactu fundi dilabatur, & ſupparum annexum eiuſdem funis extremo emergens referat funem ad ſummam maris, atq; eódem tempore quo demiſſus eſt funis vſq; ad maris fundum fac defluat aqua more hydrologiorum antiquorum è vaſe in vas ſubiectum. Rurſus eodem modo perſcrutaturus profunditatem maris alterius altiſſimi, aperto vaſe, & aqua defluente, deſcendat momento funis, donec (vt prædictum eſt) ſimili ratione, demiſſo plumbo, remeet ad maris ſuprema. Tum per aureã regulam dic: ſi in priore maris dimenſione aquæ quantitas, v. g. ponderata librarum 20, habet ſibi correſpondẽtia 200 bracchia funis demiſſi, quot brachiorum erit funis in ſecũda, & poſteriore maris dimenſione, cui, v. g. 30 librarũ aqua reſpondet?

Cæterum falſa eſt ratiocinatio, quia paribus, & æqualibus aquæ menſuris, ac partibus non reſpondent pares, atq; æquales funis menſuræ, ac partes. Nam, quemadmodum dictum eſt in præcedenti Scholio, dum tota aqua in vaſe eſt ſuperiore, atq; incipit defluere, quo tempore prima aquæ libra defluit, & illi, e. g. reſpondent 100 bracchia funis in mare demerſi, æquali tempore non defluit integra ſecunda libra aquæ; ſed quia lentius, ob dicta in Scholio, ſemper magis deſcendit aqua, quo minor aquæ copia in vaſe eſt ſuperiore, ideo ad deſcenſum integræ ſecundæ libræ aquæ ſicut plus temporis requiritur, quàm in deſcenſu prioris libræ, ſic etiam maior pars funis correſpondet ipſi ſecundæ libræ, quàm primæ, ac deinceps ſemper,

maior

maior tertiæ, quàm ſecundæ. Si ergo, e.g. 6 vncijs aquæ correſpondẽt 3 brachia funis demerſi, 12 vncijs aquæ nõ ſolũ 6 brachia funis (vt per aureæ regulæ arithmeticam operationem cõficeretur) ſed plus quàm 6 brachia correſpondent. Vnciæ enim poſteriores, quò minor eſt aquæ copia, quæ deſcendit, lentius deſendunt, ac proinde in earum deſcenſu maiores, ſeu plures funis partes demerguntur, quam eum vncijs antecedentibus. Ac multo maior fiet variatio, ſi pro menſura maris altioris maior copia defluentis aquæ aſſumatur; tunc enim in initio multo velocius deſcenderet, quàm cum minor erat aquæ copia pro menſura maris minus alti.

Itaq; compẽdium ia per auream proportionum regulam cùm fallax ſit in hoc negotio, nihil ſuper eſt aliud remedij niſi, vt ſine vllis hydrologijs, quemadmodum in dimenſione marium parùm altorum mẽſuratur funis ad fundum vſq; demiſſus, ſic etiam funis, licet longiſſimus, menſuretur, qui demerſus fuerit in altiſſima maria.

PROPOSITIO IV.

Refractiones Solis, Lunæ, Stellarum &c. in qualibet regione, in qualibet aëris alteratione, in qualibet Solis altitudine, quolibet momento, facillima gemina ratione metiri.

Veterum inuenta non temerè damnanda.

ENim verò veterum inuenta non tam facilè, ac temerè, vt aliqui aſſolent, damnanda, & reicijenda ſunt, quaſi minus præciſa, & ipsà antiquitate iam obſoleta. Exemplum luculentum haberi poteſt in hac noſtra 4 prop. quæ ortum ſuum agnoſcit, ac debere ſe fatetur illi modo inueniendarum refractionum Lunæ, quem modum 1 propoſ. poſuimus ex Alhazeno. Ex eius enim modi occaſione, & contemplatione non ſupinà nobis occaſio emicuit huiuſce 4 propoſ. qua nulla vel vniuerſalior, vel maioris momenti haberi poteſt in argumento, ac materia refractionum Aſtronomicarum. Cum autem quamlibet aëris alterationẽ affirmamus, eã intellge, per quam non impediatur traiectus ſolarium radiorum ad viſum noſtrum. Quamlibet etiam Solis altitudinem intellige, quæ obnoxia ſit refractionibus. Adhùc vel tantum per tabulas (quæ vniuerſales eſſe non poſſunt) vel tantum horizontales refractiones Solis metiri docuimus; nunc hìc & ſine tabulis, & ſine vlla limitatione, refractionum cognitionem ita docemus, vt ſingulis diebus in ſingulis aëris mutationibus, in ſingulis regionibus tabellas refractionum Aſtronomicarum quilibet poſſit componere. Sed antequam propoſitionis praxim explico, ——

Altitudines Solis non fallaces, & ſine refractionib⁹ qua arte habeantur.

—— I Suppono altitudines Solis, Lunæ, ſtellarum ad ſingulas horas, & horarum partes haberi poſſe in calculis, ac tabulis Aſtronomicis eméndatiſſimas ab omni refractione. Nam ij calculi, ac tabulæ confici poſſunt, ac debent via geometricà, quæ in figuris geometricis accipit Solem præciſè in veris locis altitudinum, non autem in apparentibus per refractionem. Vide ſpecimen huiuſce rei facillimum in fine noſtri Apiarij Gnomonici, progym. 5. præſertim propoſitione 2, & in eius corollarijs. vbi ex hora vera mechanicà directà ex vero meridiano elicitur geometrica Solis altitudo Quemadmodum alij conficiant tabulas, & calculationes altitudinum Solis, quæ vacent à fallacijs refractionum, viderint ipſi. nos gemetricè, ac demonſtratiue id aſſequimur in citatis noſtris Gnomonicis, vt ibi videre potes, mi Lector. Ex hoc primo ſuppoſito videant ſaltem à longe Tyrones Aſtronomici quàm certis fundamentis nitatur propoſ. hæc 4, neue ſuſpicentur fallaciam ſubeſſe, dum vſurpamus altitudines Solis ex tabulis, ex quibus per refractionem apparentes Solis altitudines corrigamus. Subeſſet fallacia, ſi nimirum ipſę altitudines in tabulis poſitæ eſſent non immunes à refractionibus. Hoc enim eſſet vel le corrigere à refractionibus altitudines Solis per eas altitudines, quæ non eſſent ipſæ à refractionibus correctæ.

Vera hora meridiana qua arte haberi poſſit.

II Loco ſuppono haberi poſſe veram, & præciſam horam meridianam, ſiue horam primam à meridie inchoatam, cum ſcilicet Sol verè, ac præcisè, non apparenter, eſt in circulo meridiano. Eius rei artem, & emendatam lineæ meridianæ deductionem, ex qua pendet eius meridianæ horæ præciſa cognitio, habes iam in propoſ. noſtra 2 huius Progym. Atq; hæc Solis in meridiano collocatio vera, & præciſa eſſe poteſt, etiamſi Sol in eo circulo non veram, ſed apparentem occupet altitudinem.

Quibus admiſſis, nos hìc iam operabimur vniuerſaliter circa refracticnes Solis, Lunæ, ac ſtellarum perſimili rationè, quà Alhazenus operatus eſt circa ſolas Lunæ refractiones.

Modus cognoſcẽdæ refractionis ſolaris.

I igitur modus cognoſcendæ quantitatis refractionum ſit apud nos hic. Cùm Sol verum occupat meridianum, tunc horam 1 ſingnato in mechanico aliquo horario emendatiſſimo, ac fidiſſimo, qualia ſolet exquiſita quorumdam artificum diligentia, & patientia extundere, ſuccedantq; ſibi horæ in gyrum more aſtronomico vſq; ad mediam noctem, atq; inde rurſus ad meridiem, in quo puncto licebit emendare horarium ſi quid peccarit. Poſt hoc quotieſcumq; ſiue ante, ſiue poſt meridiem (loquimur de Sole)

in dato momento quantitatem refractionis ſcire optas, accipe Solis eo temporé verticalem altitudinem per quadrantem maiuſculum continentem vna cum integris gradibus etiam minuta quàm fieri poteſt minima. Cognitâ Solis ſupra horizontem eleuatione, inſpice tabulas altitudinum Solis ad ſingulas horas pro eleuatione poli eius regionis, ac vide in ijs tabulis quanta ſit in data hora (quam ſcilicet horam antea dideris ex horario mechanico iuxta prædicta exacto) Solis altitudo. Differentia igitur (quæ propter apparẽtem Solis eleuationem erit nonnulla) inter altitudinem acceptam per quadrantem, & inter altitudinem ex tabulis, erit quantitas refractionis ſolaris in dato momento.

Modus alter facilior ſolaris refractionis inueſtigãdæ.

II. Modus Quod fit per tabulas (ſalteu circa refractiones Solis) confieri etiã poteſt per quadrantem horarium, cuius inſtrumenti copia facilior eſt & ad vſum, & ad intelligẽtiam pro ipſis Tyronibus. Nam aſſumpto quadrante horario (quaſi ſcrutari velis horam ad Solem) vide ſub Sole in limbo ipſius quadrantis quotus gradus, ſiue minutum altitudinis ſolaris ſignetur à filo perpendiculi. Deinde quære quota ſit hora iuxta horariũ mechanicum exactiſſimum, & exactiſſimè directum ad verum tempus meridianum acceptum iuxta emendatam in antecedentibus lineam meridianam. Mox in horarij quadrante extra Solem colloca nodulum in filo perpendiculi mobilem ad Solis parallelum, & nodulum cum filo adducito ad lineã horæ datę per emendatiſſimum horologium mechanicum, tũc enim ſi notaueris gradum, vel minutum, quod in limbo quadrantis à filo ſignatur, & acceperis differentiam inter hãc Solis altitudinẽ extra Solem in quadrante ſignatam, & inter altitudinem in eodem quadrante ad Solem notatam, ea differentia erit quãtitas refractionis Solaris quæſita.

Hac arte in ijs etiam regionibus, vbi obliquiſſima ſphæra eſt, & Sol in vtroq; etiam ſolſtitiali meridiano refractiones patitur, meridianas refractiones inuenire poteris. Nam cùm in mechanico horario hora 1 eſt à meridie, cum quaritè conſentiat ſtyli vmbra, quæ emendatam lineam meridianam attingat, apparebit tunc accepta per quadrantem meridiana Solis ſupra horizontem altitudo maior, quàm ea ſit, quam indicant tabulæ pro ea regione. &c.

Hac eadem arte, confectis non fallacibus tabulis altitudinum Lunæ, vel ſtellarum ad quamlibet horam, vel horæ quodlibet minutum, ſcire poteris, quotieſcumq; ac vbicumq; libuerit, refractiones lunares, ac ſtellares.

COROLLARIVM,

In quo

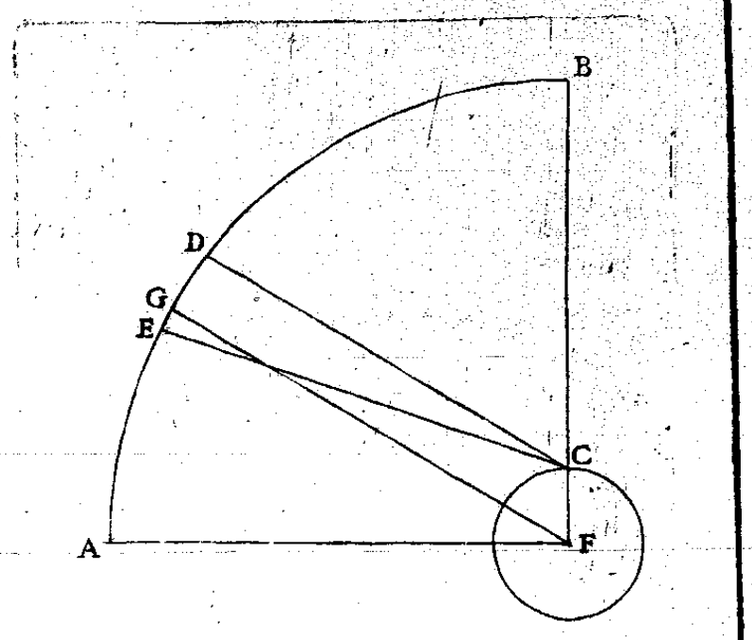
Gnomonicum paradoxum.

Horas compendioſo opere venari ex quadrante, in quo nullæ horariæ ſint lineæ.

COnfectis tabulis altitudinũ Solis ad quamlibet horam, eſt deinde valde operoſum horas in quadrantem horarium transferre, & per puncta in eo ſignata ducere vel partes periphæriarum, quarum centra remotiſſima ſunt extra quadrantem, vel lineas alias mixtas deſignare, quibus puncta pro horis non admodum facilè, atq; aptè iunguntur. Si quis ergo vellet poſt tabulas confectas liberari hac altera ſecũda cura, & moleſto labore transferendi calculos in quadrantis puncta, & lineas horarias, habet modum ex præced. propoſ. Nempe ad datum momentum accipiat per quadrantem altitudinem Solis ſupra horizontẽ, tum tabulas inſpiciat ad eum eleuationis gradũ, in quo ſolem comperit; atq; inibi comperiet horam, quam quærit, præſertim ſi tabulæ minutiores ſint, & circa pene ſingulos Solis parallelos. Ac licet Solis accepta per quadrantem altitudo non ſit vera, ſed apparens propter refractiones, tamen in tabulis vix ſenſibilem faciet differentiam à vera hora. Nam hîc operationem non præcisè geometricam, ſed de more communi aliorum quærimus. Vide in fine noſtræ Gnomonices progymn. 5. propoſ. 1 modum ex data Solis altitudine horam geometricè venandi, &c.

PROPOSITIO V.

Solis, Lunæ &c. altitudines veras, & completas per tabulas refractionum, & parallaxeων atq; etiam ſine tabulis quolibet momento per antecedentem noſtram 4 propoſitionem inuenire.



VEras, & completas altitudines dixi. namq; quæcumq; communibus modis accipiuntur Solis, Lunæ, atq; aliorum ſyderum altitudines, neglecta non ſolum refractione, ſed & parallaxi, apparentes, falſæ, incompletæ ſunt. Neq; enim putandum eſt ſatis eſſe ſi auferatur differentia altitudinis apparentis vltra veram, ſed præterea parallaxeos habenda eſt ratio. Eſt verò vera Solis altitudo fundamentum cęterarum præſtantiorum operationum Aſtronomicarum. Vt veras igitur, & completas Solis altitudines accipias—

Pro vera Solis altitudine ratio habęda & refractionis, & parallaxis.

—I Sic ex tabulis operare. Quadrante Aſtronomico, Aſtrolabio, vel quolibet alio ad id apto inſtrumento Solis altitudinem apparentem accipe, deinde notam habeas per tabulas eiuſdem Solis refractionem ad eum gradum eleuationis (nos tabulis Tychonicis confectis ad peculiarem eius Authoris regionem in exemplum vtemur) ſolaris ſupra horizontem, & notam eam refractionis quantitatem ſubduc ex altitudine Solis. Deniq; tabulas parallaxeων ſolarium, quæ vniuerſales ſunt (vel aliter, ſine tabulis, metire quantitatem parallaxeos ⊙) adíto, ac videto in margine tabulæ numerum altitudinis ſolaris, quam iam liberam habes à refractionibus; cui altitudini vide quid reſpondeat numeri parallactici, quem numerum adde altitudini ⊙ liberæ à refractione, & adgregatum ex vtroq; numero erit emendatiſſima quæſita ⊙ altitudo.

Praxis operationis ex tabulis pro Solis altitudine vera, & completa.

Exemplum praxi, &c

Exemplum. In verticali AB comperta ſit per quadrantem ex C Solis altitudo apparens AD, v.g. gr. 15 ſupra horizontem. Quoniam ergo refractio iuſto altius attollit aſtrum, video in tabella refractionum ſolarium gradum datum altitudinis apparentis 15, & reperio illi reſpondere quantitatem refractionis 7 pri. mi. 30 ſec. mi. quæ eſt arcus DE. Hanc igitur quantitatem ſubduco ex gr. 15, ideſt ex arcu AD, & reliqua fiunt gr. 14, 52 pri. mi. 30 ſec. mi. ideſt arcus AE. Quoniam autem viſioaſtri ex ſuperficie vbi C, demiſſiori loco in cælo aſtrum oſtentat, quàm verè ſit, & verus locus aſtri eſt ille, qui appareret oculo in F terræ centro, nempe locus G, ideo quãtitas anguli parallactici, ſiue arcus EG accipiendus eſt ex tab. apud Tycho: ſolarium parallaxeων, in quibus reperio altitudini ⊙ liberę à refractionibus, id eſt gr. 14, ſeu potius 15) quoniam non ponuntur ibi niſi gradus integri eleuationis ⊙) hoc eſt arcui AE reſpondere in maxima ⊙ à terra elongatione parallaxim 2 pri. 48 ſecund. ſiue arcellum GE; ergo addito EG ad AE, ideſt 2 pri. 48 ſec. ad gr. 14, 52 pri. 30 ſec. habetur totus arcus AG, hoc eſt gr. 14, 55 pri. 18 ſec. veriſſima, & emendatiſſima ⊙ in verticali ſuprahorizontẽ pro tempore quæſita altitudo, in maxima ⊙ à terra elongatione. Parallaxis pro media eleuatione eſt 2, pri. 54, ſec. in minima 3, pri. 1, ſec.

Pro vt igitur fuerit ⊙ à terra elongatus pro tempore, quo eleuationem quæris, reſpondentem parallaxim addes, vt nos fecimus in exemplo maximæ eleuationis.

Problema hoc, quod facillimum eſt non rudibus in re Aſtronomica, placuit minuto exemplo explicare, quia inſtar quoddam eſt ad complurima problemata Aſtronomica, in quibus, cum dicetur emendandas eſſe altitudines reliquorum Planetarum, ſiue ſtellarum, viderint Tyrones hîc ſaltem ſemel praxin vnam in exemplo, ad quod eos in poſterum reijciemus, vt iuxta hoc in reliquis propoſitionibus operentur.

Sed hæc Solis correcta per tabulas altitudo ita alligata eſt & peculiari regioni, & certę aëris conſtitutioni, vt propterea vniuerſalis eſſe non poſſit. Igitur —

Praxis altera ſine tabulis.

— II. Sine tabulis refractionum, & parallaxeων vt vniuerſaliter vbicumq; & quandocũq; lubitum fuerit, veram Solis altitudinẽ inuenias, vtere propoſ. noſtra 4 anteced. & quaſi per coroll. ſic operare. Conſtitutis, vt propoſ. 4 dictum eſt, horario mechanico, tabulis non fallacibus altitudinum Solis ad quamlibet horam, & accepta per quadrantem apparenti Solis ſupra horizontẽ eleuatione, deme ex ea differentiam, qua ſuperat veram altitudinem poſitam in tabulis, &c. Tum poſt demptam differentiam

adde

adde reliquæ altitudini parallaxen solarẽ(etiam sine tabulis inuentam iuxta modum vsitatum apud Astronomos) & habebis veriſſimam, & emendatiſſimam Solis altitudinem. Ad quodlibet momẽtum eodem proportionaliter modo quæres. Idem item proportione intellige, atq; operare, vt noris veras Lunæ, ſtellarum, &c. altitudines. Notandum tamen altitudines ſtellarum fixarum facilius corrigi, pariterq; altiſſimorum Planetarum ſupra Solem, quia inſẽſibilem, ac nullam in immensà eà diſtantià patiuntur diuerſitatem aſpectus, ſiue parallaxem.

Stellę, ac Planetæ altiores penè nullam patiuntur parallaxim.

COROLLARIVM I.

Sol ante, ac poſt meridiem in meridiana eſt altitudine, in meridie meridianam excedit altitudinem.

PAtet ex anteced. problemate. Nam cum refractio attollat ſolẽ ſupra verũ gradum; ſi accipiatur vera meridiana altitudo, detractà quantitate refractionis, ſol dum eſt propè meridianum verticale vltro, citroq; poteſt obtinere apparentem altitudinem, quæ exæquet veram in meridiano altitudinem. Quemadmodum deinde in meridiano collocatus, propter refractionem excedit altitudinem veram meridianam.

COROLLARIVM II.

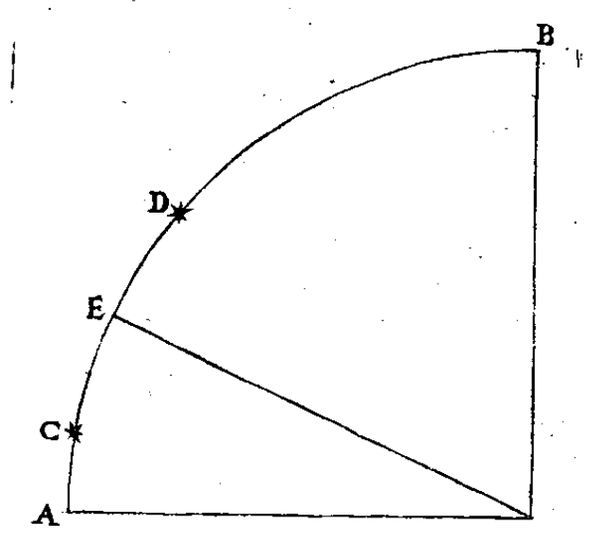
Vera luminarium loca in cælo ab Aſtronomis haberi non poſſunt niſi noſtra 5 prop. antecedenti vtantur.

RAtio eſt, quia, vt habeantur per calculos vera loca Planetarum, prahabenda eſt ante omnia meridiana Solis ſupra horizontem eleuatio; hæc autem verè, ac præcisè haberi non poteſt (præſertim in ijs ſphæris, vbi polus valde eleuatur) niſi, iuxta præcedens exemplum in noſtra 5 propoſ. à refractione, & parallaxi vindicetur. Quare verus locus Planetarum niſi ex vera eorum altitudine haberi non poteſt. Corrigenda igitur erit ex 5 noſtra prop. meridiana Solis altitudo, ſi obnoxia ſit refractionibus; tum Solis exquiſita declinatio eruenda, & aliæ operationes Aſtronomicæ addendæ, vt ex ijs vera planetarum loca (Solis in noſtro exemplo) habeantur. Iuxta exempla quæ habes enucleata apud Tychonem tom. 1. fac. 102. vbi verum Solis locum pluribus exemplis docet explorare; quod à noſtro hîc inſtituto alienum eſt, qui tantum aliquorum problematum Aſtronomicorum correctiones ex refractionibus docemus, & corollaria ex ijs refractionibus deducimus, quale hoc 2 eſt de correcto loco Solis prodeunte ex correctà eiuſdem Solis altitudine meridianà &c.

Inueſtigatio veri loci ſolaris apud Tychonem.

PROPOSITIO VI.

Modi aliqui inueniendæ eleuationis Poli.



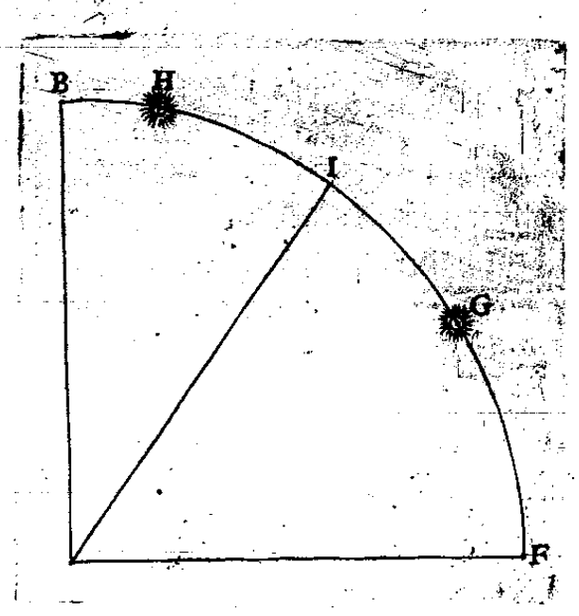
INter cæteros modos inueniendæ altitudinis polaris duo præcipuè apud magnos Aſtronomos in vſu fuerunt. primus eſt ex aliquibus ſtellis circumpolaribus ſic. Stellam aliquam ſemper apparentium ſelige, atq; eius minimam, & maximam altitudines in eodem verticali, ſeu meridiano metire. Tum differentiam earũ duarum altitudinum bipatire, ac dimidiam ſuperadde minimæ altitudini, eritq; adgregatus numerus altitudo poli quæſita. In meridiano minima altitudo aſtri in C ſit gr. 10. maxima ſit in D gr. 40. diuiſo CD 30 bifariam in E, & ipſi vel CE, vel DE, ideſt gr. 15, ſi addas minimam altitudinem AC gr. 10, prodibit arcus AE gr. 25 eleuationis poli in E, &c.

I. Modus inueſtigãdæ altitudinis polaris è ſtellis circumpolaribus.

Alter modus inueniendæ polaris eleuationis eſt ex vtroq; ſolſtitio, hyberno, & æſtiuo; ſi nempe (vt nuper ſtellæ) Solis meridianam altitudinem notaris ipſo die ſolſtitij hyberni, eandemq; rurſus notaris altiſſimam in oppoſito die ſolſtitij æſtiui. Nam eodem modo diuisà bifariam differentià, dabitur Æquatoris eleuatio ſupra horizontem, cuius complementum ad quadrantem, dat altitudinem poli. In alterà hîc figurà pro hybernà meridianà eleuatione Solis accipe FG, pro æſtiua FH, differentia GH bifariata dat in I Æquatorem. Quoniam autem, vt alibi demonſtratum eſt à nobis in gnomonicis, ſicut

Alter modus ex vtroq; ſolſtitio.

Æqua-



Æquatoris eleuationi FI æquale eſt comp'ementum polaris eleuationis; ſic altitudini poli æquale eſt complemẽtum IB eleuationis Æquinoctialis; Ideo ſi accipiatur complementum ad quadrantem, nempe IB (qui numerus habetur per additionem noto numero FI vſq; ad 90) vel ſi notum FI ſubtrahas ex 90, relinquetur IB, quæ eſt portio, ſeu quantitas æqualis ipſi eleuationi polari.

Alij modi apud alios, & apud nos.

Alios modos eleuationis polaris accipiendæ vide tum apud alios, tum apud Clauiũ in ſphæram Sacrobos. cap. 2 de circuli meridiani officijs num. 6. & in eiuſdem Gnom. lib. 1. in Schol. ad prop. 28. qui & ipſi proportionaliter corrigendi erunt, quatenus incommodi aliquid pati poſſunt ex refractionibus, vt è ſequentibus videbis, & applicare poteris aliqua, quæ mox docebimus circa correctiones errorum à refractionibus prouenientium in vtrumq; hîc nuper traditum modum Aſtronomicum. Facillimos omnium modos inueniendæ polaris eleuationis vide in Apiario noſtro Gnomonico, Progymn. 2. cap. 4. in primis Progym. 3. in fine capitis 6.

Exempla ex Tychone.

Non erit ab re ſpecimen hîc aliquod apponere è pluribus exemplis, quæ habes apud Tych. fac. 361. & ſeq. circa inquiſitionem, & inuentionẽ altitudinis poli tum è circũpolaribus aliquibus ſtellis, tum è ſtella ipſa polari. Ego autem exempla tantum ponam in ſtellis vtriuſq; Vrſæ, tã maioris, quam minoris. Videbis in exemplis tabellæ hîc appoſitæ vſum ſæpius iteratum primi modi inueniendæ eleuationis polaris à nobis poſiti initio huiuſce 6. propoſ. Notabis autem à Tychone diſtantiam ſtellæ à polo vocari dimidium differentiæ inter maximam, & minimam altitudinem ſtellæ.

Obſeruationes ſtellarum quarundam circumpolarium Geggingæ propè Auguſtam Vindelicorum habitæ pro inquirenda illic Poli altitudine.

		G.	M.	S.
Stellæ Polaris Alt.	Maxima	51	23	15
	Minima	45	21	45
Vtriuſq; differentia		6	0	30
Diſtant. Stellæ à Polo		3	0	15
Altitudo Poli quæſit.		48	22	0

Aliarum aliquot circumpolarium obſeruationes qualem Poli ſublimitatem ſuggerant.

		G.	M.
Præcedens in Latere Vrſæ minoris. Alt.	Maxima	62	27 1/4
	Minima	34	17
Vtriuſq; differentia		28	10 1/4
Diſtantia ſtellæ à Polo.		14	5 1/8
Altitudo Poli quæſita		48	22

		G.	M.
Index. hu. Ceph. Al.	Maxima	77	31 2/3
	Minima	19	11 2/3
Vtriuſq; differentia		58	20
Diſtantia ſtellæ à Polo		29	10
Altitudo Poli quæſita		48	21 2/3

		P.	M.
In dextro Lat. Cephei ſub cing. Altit.	Maxima	69	38 1/2
	Minima	27	5
Vtriuſq; differentia		42	33 1/2
Diſtantia ſtellæ à Polo		21	16 3/4
Altitudo Poli quæſita		48	21 3/4

		P.	M.
In eductione Caudæ Vrſæ maioris. Altit.	Maxima	78	55½
	Minima	17	48½
Vtriuſq; differentia		61	7
Diſtantia ſtellæ à Polo		30	33½
Altitudo Poli quæſita		48	22

		P	M.
Mediç in Caudà Vrſç Maioris. Altitudo	Maxima	31	9
	Minima	15	6
Vtriuſq, differentia		65	33½
Diſtantia ſtellæ à Polo.		32	46
Altitudo Poli quæſita		48	22½

		P.	M.
Quç in Humero Vrſç Maioris. Altitud.	Maxima	74	18
	Minima	22	26
Vtriuſq; diffrrentia		51	52
Diſtantia ſtellæ à Polo		25	56
Altitudo Poli quæſita		48	22

		P.	M.
Siniſt. Cr. Vrſæ Alt.	Maxima	82	16½
	Minima	14	28½
Vtriuſq; differentia		67	48
Diſtantia ſtellæ à Polo.		33	54
Eleuatio Poli		48	22½

		P.	M.
Quæ ad ilia Vrſ. ma. Altit.	Maxima	79	41
	Minima	17	2½
Vtriuſq; differentia		62	38½
Diſtantia ſtellæ à Polo		31	19½
Altitudo Poli quæſita		48	21¾

		P.	M.
Genu Caſſiopeæ. Alt.	Maxima	80	22½
	Minima	16	22½
Vtriuſq; differentia		64	0
Diſtantia ſtellæ à Polo		32	0
Altitudo Poli quæſita		48	22½

Ex his omnibus inuicem collatis colligitur Poli altitudinem Geggingæ apud Auguſtam Vindelicorum, vbi obſeruationes fiebant, eſſe part. 48, m. 22 ſatis præciſe. Nam quod obſeruatio per mediam Caudæ Vrſæ maioris, atq; ſiniſtrum eius Crus, Genuq; Caſſiopeæ dimidio minuto maior euadit, fit per Refractionem illarum ſtellarum, quæ in citimà altitudine aliquanto plus attollebantur, quemadmodum alias declaratur ex rationibus Opticis; in cæteris inſenſibilis eſt diſcrepantia.

PROPOSITIO VII.

Eleuationes polares præced propoſ. corrigere, & exemplum emendatum tradere modi facillimi quotidie inueniendi eleuationem poli.

Modi præcedentis prop. obnoxij fallaciæ.

PRædicti duo modi circa vtramq; meridiani partem Auſtralem, & Borealē vſurpati in inquirendà poli eleuatione, licet verè Aſtronomici ſint, tamen fallaciæ alicui alicubi ob refractiones ſunt obnoxij. Nam & minimæ in meridiano eleuationes ſtellarū valde à polo diſtantium, item & hyberni ſolſtitij meridiana altitudo (præſertim vbi polus valde eleuatur ob refractiones, quæ ſemper eò maiores ſunt quo aſtrum minus ab horizonte diſtat) oſtentant ſe altiori loco, quam verè ſint, atq; apparebit magis error ſi conferas inter ſe inuentiones geminas eleuationis polaris in eadem regione factas, alteram per ſtellas circumpolares, alteram per ſolſtitia, præſertim ſi degas, vel operereris aſtronomicè in regione, cuius polus valde ſit eleuatus. Inuenies enim poli altitudinē per ſolſtitia quæſitam euadere minorem, quàm ſit quæſita per circumpolares (præſertim altiores) ſtellas. rationem inferius leges.

In haſce tricas teſtatur Tycho exactiſſ. Aſtron. ſe incidiſſe dum per vtrumq; modum inquireret poli eleuationem in ea regione, vbi ipſe affirmat Æquatorem eleuari gr. 34. &c. ideſt poli altitudinem eſſe gr. 56; reperiebat enim altitu-

dinem

dinè poli per ſolem in vtroq; ſolſtitio inuentam vltra quaternos ſcrupulos excedi ab altitudine poli è ſtellis circumpolaribus deriuatà.

Instrum. armillare Tychonis ante Tychonem inuentum.

Vt huius differentiæ cauſam euidenter eruceret (quam in refractione latére arbitrabatur, quæ ſolem in hyberno ſolſtitio ad 9 ſcrupulos eleuaret ſupra horizontem plus æquo) adhibuit Armillare quoddam inſtrumentum, quod tamen comperi ego poſitum, & adhibitum olim fuiſſe ante Tych. ab Alhazeno lib. 7 opt. c. 1. prop. 15. & à Vitell. lib. 10. propoſ. 49. cuius inſtrumenti aſtronomicè collocati ope, atq; vſu, (vide inſtrumentum multiplex armillare apud Tycho. in Mechanicis Aſtronomiæ) eandem eleuationem falſam 9 ſcrupulorum inuenit, quam per alios duo diuerſa inſtrumenta compererat.

Remedia fallaciarum circa poli inuentionem.

Harum igitur fallaciarum ecquod remedium eſt? eſt vero & in promptu, & facillimum, & non vnum.

I Remedium à ſtellis, præſertim à polari.

I. Vt omnem refractionem circa ſtellas refugias, eas elige, quæ non appropinquant horizonti infra 30, immò & ferè 20 gr. Nam refractio, præſertim ſtellarum, (vt patet ex tabella earũ, quã in 1 Progy. huiuſce noſtri Apiarij Aſtronomici poſuimus) vltra 20 gr. ſupra horizontem nulla eſt. Cæterum ſtella polaris aptiſſima eſt huic negotio propter maximam eleuationem, quam habet ſupra horizontẽ præſertim in ſphæris obliquis, quæ polum habent eleuatum ad minimum circiter 25 gradus; de ijs enim obliquis ſphæris loquimur. nam accepta ſimpliciter altitudine minimà, & maximà earum ſtellarum, ſiue eius polaris ſtellæ ſine vlla correctione refractionũ, quæ nullæ in ijs ſtellis ſunt, ſi opereris, vt docuimus præced. propoſ. poli altitudinem è ſtellis aſſequéris.

Proportionali modo intellige de modo ex vtroque ſolſtitio. Nam ſi opereris in ſphæra, cuius hybernum ſolſtitium ſupra horizontem eleuetur ad 35 gr. vbi (vt patet è tabel. refract. ſolarium) nulla ſenſibilis fit Solis refractio, poterit operatio aſtronomica ſine alia correctione refractionum ritè tibi, atq; emendatè oſtendere quæſitam poli altitudinem.

II Remedũ.

II Remedium eſt, ſi in qualibet ſphæra vel parum, vel multum eleuatà vtaris vtroq; ſolſtitio, vel qualibet ſtella oriente, atq; occidente; ſed ex tabulis refractionum tum Solis, tum ſtellarũ, ſeu potius ex 5 noſtra propoſ. huius, emendaueris Solis, ac ſtellarum meridianas altitudines, mox cætera exequaris, vt in præced. operat. prædiximus.

Modus inueniẽdi poli eleuationẽ quotidie.

Exemplum huiuſce 2 remedij accipe in modo quodam perfacili quotidie inueniendæ eleuationis polaris.

Solis meridianã altitudinem accipe; tum ex ephemeridibus, vel ex horario aliquo, in quo ſint paralleli Solis minutim ducti, vel aliunde diſce locum Solis, & ex tabulis declinationũ in ſingulis eclypticę partibus agnoſce Solis ea die declinationem, quam, ſi Auſtralis fuerit, adijce inuentæ meridianæ Solis eleuationi, ſin autem fuerit borealis, deme ex meridiana ⊙ altitudine, tum reliquum, quod eſt complementum vſq; ad quadrantem integrum, ideſt ad gr. 90, erit altitudo poli quæſita. Quæ tamen operatio ſupponit tum ephimerides, tum tabulas declinationum eſſe cõfectas habitâ ratione refractionum, & parallaxeων, ceu vidiſti à nobis factum prop. 5 huius; vt ex tribus fontibus puris, ac defæcatis à refractione, nempe ex loco Solis, ex declinatione eius, ex alitudine eiuſdem meridianæ emendatè ſumptis haberi poſſit eleuatio poli quotidie. Tabulas autem declinationum emendatas habes (non communes, quæpaſſim apud antiquos, aut recentes Aſtronomos communi viâ incedentes reperiuntur) apud Tycho. cap. 1 Modum hunc inueniendæ polaris eleuationis quotidie tute, Lector, applicato peculiaribus exemplis in peculiaribus regionibus iuxta traditas regulas, vt nos interim prolixitatem fugiamus. Nunc ad corollaria ex 6, & 7 præceden. proximè propoſit. deueniamus.

COROLLARIVM I

In quo paradoxa

Circa ſtellarum circulationes, & ⊙ declinationes.

Circulationes ſtellarum eccentricę.

I PAradoxum. Stellæ licet circulos ſuos conficiãt hinc inde trans, & citra Æquatorem, quorum circulorum centra ſint vterq; mundi polus; tamen earum circulationum peripheriæ (loquamur de noſtro polo Arctico) non in omni ſui parte æquidiſtant à polo. Idem eſt ac ſi dicas fieri circulos, à quorũ centris ductæ omnes non ſint æquales.

Declinationes Solis hyberna, & æſtiua inæquales inter ſe.

II. Paradoxũ. Solis ab Æquatore declinationes æſtiuæ, atq; hybernæ nõ ſunt æquales, quod inauditũ in Aſtronomia. Oppoſitæ enim declinatione omnes ſunt æquales. Duo hęc mõſtra paradoxorum parit refractio, quà fit vt & aliquæ ſtellæ à polo valde diſtantes, dum parum abſunt ab horizonte, appareant elatiores, ac polo viciniores, quàm cum valde eleuatæ ſunt extra ſenſibiles refractiones. Itemq; hybernæ Solis declinationes, ſiue Auſtrales alicubi propter ſphæræ nimiam obliquitatem, & propter vapores horizontis, à quo parum abſunt, altiores videtur, & Æquatori propiores, quàm declinationes boreales, quæ in altiori eleuatione nihil, aut parum patiuntur à refractionibus.

COROLLARIVM II.

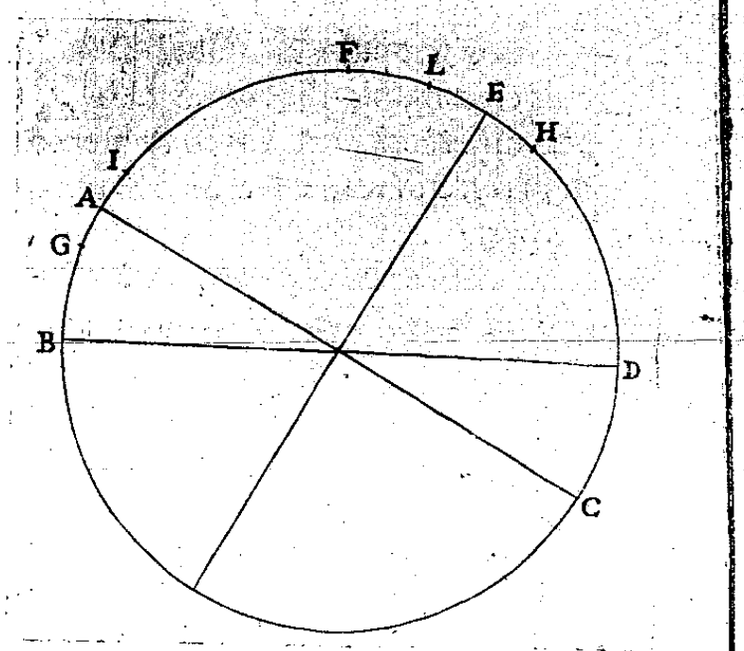
Cur poli altitudo quæsita per solstitia minor inuenitur, quam quæsita per stellas, præsertim circumpolares?

Complementum eleuationis Æquatoris æquale poli altitudini.

PAucis, atq; abstracte primò respondeo, deinde concretè in exemplo. Quoniam complementum eleuationis Æquatoris supra horizonté æquale est altitudini polari, & quanto maior est poli eleuatio, tanto etiam maius est complementum altitudinis Æquatoris, & consequenter quanto magis crescit complemẽtum, tanto magis decrescit eleuatio Æquatoris; & contraria ratione, quanto Æquator altius attollitur, tanto minus est complementum, hoc est tanto minor est eleuatio poli, quæ ipsi complemento est æqualis; ex his fit vt (præsertim in regionibus, in quibus polus valde eleuatur vltra 45 gr. hoc est Æquator consequenter parum attollitur) Sol, præsertim in hyberno solstitio, maiorem refractionem patiatur, quàm stellæ circumpolares etiam in minima verticali altitudine, quippe quæ in eleuatione polari vltra 45 gr. etiamsi tantumdem distarent à polo, quantum Sol in maxima declinatione recedit ab Æquatore, tamen altiores essent supra horizontem, quam Sol in hyberno solstitio. Cum ergo in prædictis regionibus Sol propter maiorem refractionem in hyberna solstitiali, ac meridiana altitudine appareat altior, quàm stellæ, præsertim altiores, ac circumpolares, inde est vt imminuat Sol differentiam meridianam altitudinum duarum solstitialium, hybernæ, atq; æstiuæ, ex qua imminitione imminuitur etiam bifariatio eiusdem differentiæ altitudinum, hoc est, Æquator supputatur in gradibus pluribus supra horizontem, quàm reuera sit, & vltra proportionem, quà supputatur poli elatio. Aucta igitur eleuatione Æquatoris, minuitur complementum eius eleuationis, hoc est, poli altitudo illi complemento æqualis minor apparet. Quæ incommoda cum ob minorem refractionem non accidant in stellis, ideo poli eleuatio quæsita per vtrumq; solstitium minor inuenitur, quam quæsita per stellas. &c.

Cur Sol in solstitio, præsertim hyberno maiorem refractionẽ patiatur, quàm stellę circumpolares.

Exemplum vide in figura BFC, in qua BD horizon esto, E polus vltra 45 gr. (vt res luculentius appareat) eleuatus, & AC Æquator consequenter infra 45 gr. depressus. AF complementum eleuationis æquatoris est, quod complementum æquale est eleuationi polari DE, sicut EF complementum eleuationis polaris æquale est altitudini æquatoris AB. Quoniam Sol in G hyberna solstitiali meridiana altitudine propior horizonti est, quàm stella in H, & consequenter maiorem refractionem patitur, atq; altior videtur, siue propior æquatori A, quam stella H polo E, etiamsi verè tam G, quam H tantumdem distarent ab A, & ab E; hinc fit vt differentia altitudinum solstitialium quæ est GI, minor appareat, quám differentia HL altitudinum maximarum verticalium eiusdem stellę visæ in H, & L. Cum igitur GI, quæ minor est, quàm HL, bifariam diuiditur in A, punctum A altius, ideſt Æquatoris elatio altior apparet, quàm verè sit, & ex consequenti complementum FA minus apparet iusto, ipsi autem FA æqualis est poli elatio DE. ergo per solstitia G, & I quæsita altitudo poli minor apparet quam per stellam in H & L, quia in L stella minorem refractionem patitur, vtpotè elatior supra horizontem quam G.



COROLLARIVM III.

Vnde varietas eleuationum polarium in tabulis? earumdem tabularum correctio. Necessitas deniq; ac veritas refractionum Astronomicarum.

COrollarium hoc 3 è 2 elicitur. Nam prout Authores alij venati sunt eorundem locorum latitudines, siue polares eleuationes per vtrumq; solstitium, alij per stellas circumpolares, alij in sphæris elatioribus, alij in decliuioribus, propter varietatem ex maiori, vel minori refractione prędictam in prędcedenti corollario, factum est vt varias eiusdem loci polares eleuationes compererint. Adde instrumentorum variam magnitudinẽ, magis, vel minus exactam constructionem, &c. Quæ omnia non parum variant easdem Astronomicas operationes.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

Magnitudines Solis, ac Lunæ, eorum à terris distantiam, & ambitum calorum vtriusq; Planetæ ex antiquissimis inuentis vna cum nostris animaduersionibus prodere.

VT in cæteris mathematicis argumentis, sic & in Astronomia quædam Astronomica tyrocinia ex antiquissimis inuctis ponimus, quæ varià cum historiæ iucunditate facilitatem coniunctam habent pro captu Tyronum. Ac præterea, cùm non admodum sint vulgata, ideo nouitate ipsà, & ingeniosà inuentione admodum grata sunt ea Veterum inuenta. Quare non ab re nostra est si prodamus ab antiquissimis Authoribus aliqua inuenta, quæ ijs temporibus prodierunt, quibus prima quasi rudimenta orta sunt Astronomiæ. Præsertim cum ea nostris aliquibus notationibus firmentur, illustrentur, semper autem emendentur, ac perficiantur ex habita ratione refractionum Astronomicarum (vt hactenus à nobis factum est, & fiet etiam in sequentibus) in quibus refractionibus nostra hæc versatur Astronomia.

Duos igitur modos inueni apud antiquissimos Astronomiæ scriptores Cleomedē, Martianum, Proclum Diadochum, Plinium, Macrobium, quibus modis veterrimi Astronomorum ausi sunt ingeniosissimè inuestigare, atq; inuenire Solis, ac Lunæ diametros, atq; ex ijs ambitum cælorum, distantiam, &c.

Primus modus est per hydrologia, secundus per scaphia. Et quoniam quæ apud Proclum in hypothesibus astronomicis ad Ptolomæum appositis, itemq; quæ apud Plinium habentur passim ab omnibus haberi possunt, ideo ex minus vulgaris Authoribus hîc aliqua describemus. Quod igitur attinet ad inuentionem diametri corporis lunaris, seu potius ad ambitum cæli lunaris, Martianus de nuptijs Philologiæ, ac Mercurij lib. 8. vbi *Quòd Luna minor sit orbe suo sexcenties*, hæc satis mendosè habet: *Duobus vasis æneis fusilibus positis, vnum vacuum inferius, aliud superius aqua plenum pone. Obserua autem Lunæ ortum, & stellam fixam simul cum ea orientem, & cum caperit corpus Lunæ ex superiore parte supra terram apparere, cito superioris vasis aqua videlicet pleni centrum aperi, vt simul cum incipiente Lunà oriri aqua fluere in vas inferius incipiat, & donec totum corpus appareat, fluat. Cum autem tota supra terras apparuerit Luna, sta-*

Diametri, & ambitùs cæli lunaris antiqua inuentio.

tim primũ vas, in quod aqua fluxerit, subtrahas, & aliud apponas, in quod aqua fluat, donec nocte altera renascatur illa, quæ in priori nocte cum Luna oriebatur, & cum illa orta fuerit, superius vas, vnde aqua fluxerat, tollas. Deinde metire totam aquam, quæ in spatio 24 horarum fluxerat ad mensuram illam primam, quæ cum corpore Lunæ prius in primum vas fluxerat, & inuenies sexcenties aquam exire, quod in Lunæ circulo fieri non dubium est, id est sexcenties superare spatium corpus Lunæ; vnde colligas circulum eius toties esse maiorem.

Animaduertenda verò sunt ea verba Martiani: *obserua autem Lunæ ortũ, & stellam fixam simul cum ea orientem.* Nam si sequaris cursum Lunæ ab ortu ad reditum in ortum, quoniam Luna retrograditur, fiet circulus non solum vnius diei naturalis, sed vltra circulum diei naturalis additum erit præterea tantum temporis, quantum Luna retrocesserit ab eo puncto, cum quo primùm orta fuerat. Ideo vt certum, & immotum cæli punctum habeatur, stella cum Luna oriens notatur, quoniam stellæ non relabuntur ab occasu in ortum. Hinc videas eorum supinitatem, qui parum diligenter scrutati veterum etiam in rudimentis ingeniosissima inuenta, putarunt hydrologia antiqua, quibus Astronomorum antiquissimi ad Lunæ diametrum inuestigandam vsi fuerant, transferri posse ad vsum etiam inuestigandæ diametri solaris. cum patentissimum sit id fieri non posse, quoniam cum Sole vel oriente, vel occidente stellæ horizontales hebetatæ notari non possunt. Rectè igitur censuerunt veteres ad inuestigationem diametri solaris vtendum sibi scaphijs, quorum vsum expressiùs, quàm Martianus, sic describit Macrobius lib. 1 in somn. Scip. c. 20.

Cautio circa prædictam inuentionem.

Hydrologia pro diametro Lunę trãsferri nõ possunt ad diametri solaris inuestigationem.

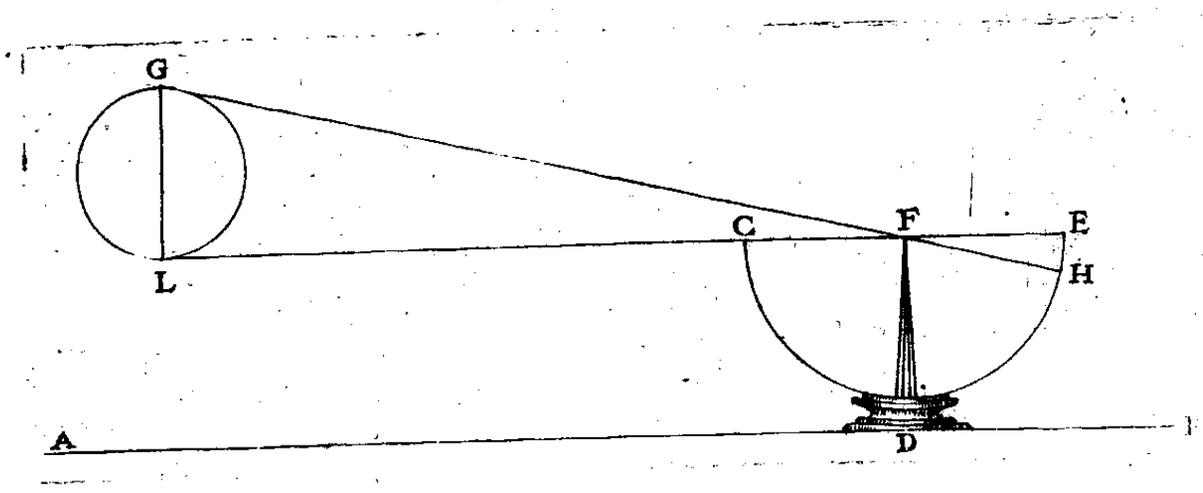
Æquinoctiali die ante Solis ortum æqualiter locatum est saxeum vas in hemisphærij speciem cauata ambitione curuatum, infra per lineas designato 12 diei horarum num. quas styli prominẽtis vmbra cũ transitu Solis prętereundo distingit. Hoc est autem huiusmodi vasis officium, vt tanto tempore à priori extremitate ad alteram vsq; styli vmbra percurrat, quanto Sol medietatem cæli ab ortu in occasum vnius hæmisphærij cõuersione metitur. nam totius integra conuersio diem, noctemq; concludit, & ideo constat quantum Sol in circulo suo, tantum in hoc vase vmbram meare.

Inuestigatio diametri solaris per scaphia.

Huic igitur æquabiliter collocato circa tempus Solis ortui propinquantis inhæsit diligens obseruantis obtutus. & cum ad primum Solis radium, quem de se emittit prima summitas orbis, emergẽs vmbra de styli summitate decidens prima curui labri eminentiam contingit; locus ipse, qui vmbræ primitias excipit, notæ impressione signatus est: obseruatumq; quamdiu super terram ita Solis orbis integer appareret, vt vna eius summitas adhuc

horizonti videretur insidere : & mox locus, ad quem vmbra tunc in vase migrauerat, adnotatus est. Habitàq; dimensione inter ambas vmbrarum notas, quæ integrum Solis orbem, id est diametrum, natæ de duabus eius summitatibus metiũtur, pars nona reperta est eius spatij, quod à summo vasis labro vsq; ad horæ primæ lineam continetur. Et ex hoc constitit quòd in cursu Solis vnam tempore Æquinoctialis horam faciat repetitus nouies orbis eius accessus. Et quia cælestis hemisphærij, peractis horis 12, diem condit, nouies autem duodeni efficiunt 108, sine dubio Solis diametros centesima, & octaua pars hemisphærij æquinoctialis est. Ergo totius Æquinoctialis circuli ducentesima sextadecima pars est. Ipsum autem circulum habere stadiorum trecenties centena millia, & insuper centum, & septuaginta millia antelatis probatum est (quæ tu, Lector, videas in eodem cap. 20 apud eundem Macrob.) *Ergo si eius summa ducentesimã sextamdecimã cõsideraueris partem, mensurã diametri Solis inuenies. Est autem pars ista ferè in centum quadraginta millibus. diametros igitur Solis centum quadraginta millium fere stadiorum esse dicenda est.*

Hoc



Hoc autem totum videre licet in appositâ figurâ, in qua supra horizontem ADB erectum est hemisphæricum vas CDE, supra cuius labra cum totus iam Sol emerserit, decussatis radijs GH, LE ad verticem styli F, portio EH indicat quantitatem solaris diametri GL. Quæ tamen EH hìc in figurâ geometricâ exhibetur in verticali quasi sit in sphærâ rectâ; in nostra tamen obliqua sphærâ cõcipiendus est arcus EH obliquus in Æquinoctiali. Cum tamen Æquinoctialis, & verticales sint circuli sphæræ maximi, éadem erit portio EH siue sit in Æquinoctiali, siue concipiatur, & accipiatur in verticali.

Cautio circa figuram.

Porrò locum Macrobij, vt iacet, bona fide attulimus, non argumentorum veritatem, sed tantum modum, atq; vsum scaphiorum spectantes; inferius enim in correctionibus fallaciarũ, quas in hisce modis ex refractionibus prodemus (ac paullò post quemadmodũ corrigendæ sint ostẽdemus) docebimus etiã modos certioris cognitionis, & quantitatis diametri tã lunaris, quã solaris.

Notanda cautio Macrobij in ijs verbis: *Æquinoctiali die.* & inferius: *constat quantum Sol in circulo suo, tantum in hoc vase vmbram meare* latet enim in hisce aliqua ratio, cur in vsu scaphiorum assumerent diem Æquinoctij. In hydrologiorum quidem vsu quelibet dies, etiam non Æquinoctij, apta est vt ex eius conuersione accipiatur aquæ quãtitas integram vnam firmamenti circulationem dimetiens. Omnes enim firmamenti circa terram rotationes sunt æquales dum integræ (hoc est ipsi dies naturales, non artificiales) sumuntur. At verò in scaphijs vt habeatur certa, & facilis proportio diametri solaris ad totum ambitum, & ad circulationem vnius diei, opus fuit ex circulis, siue è circulorum partibus in scaphio notatis eum accipere circulum, cuius certa, & nota esset mensura. is autem solus in scaphijs est semicirculus Æquinoctialis. Nam cæterorum circulorum diurnorum arcus citra, vel vltra æquinoctialem in sphæris obliquis aut excedunt semicirculum, aut ab eo deficiunt, nec cuilibet in promptu est quantus sit ille vel excessus, vel defectus. præsertim si circuli parallelorum Solis in scaphio intelligantur diuisi ab horis inæqualibus antiquorum. Nona enim pars vnius horæ Æquinoctialis, quam, ex Macrobio, occupat Solis diameter, esset in parallelo maiori minor nona parte, in parallelo minori maior, &c. satis est innuere tibi, Lector, reuocanti animum ad sphæralia, & gnomonica, in quibus didiceris horarum inæqualium spatia maiora, vel minora citra, vel vltra Æquinoctialem.

Cur antiqui assumerent æquinoctia in vsu scaphiorũ pro Solis diametro.

Præterea, si rite libeat astronomicè philosophari; quoniam Sol citra Æquinoctialem borealis semper magis, ac magis fit apogæus, infra vero æquinoctialem australis semper magis, ac magis fit perigæus, iuxta vulgatas Astronomorum obseruationes; & apogæus minorem, perigæus maiorem ostentat sui globi diametrum, consequens est vt & basis EH hinc inde circa Æquinoctialem modo maior, modo minor fiat. Ac præterea paralleli, siue spuræ solares designatæ ad latera Æquinoctialis in scaphio, licet non sint circuli mundanæ sphæræ maximi, nec Æquinoctiali concentrici, sed sint minores, ac minores

nores versus tropicos, tamẽ Solis cursum singuli 24 horarum spatijs metiuntur; quæ tamen spatia etiam horarum inter se æqualium non æqua sunt spatijs horarum in Æquinoctiali. &c. Quas ob varietates in Sole, & in eius parallelis extra æquinoctialẽ satis constare non potest de certa quantitate vmbrosæ basis, & arcus EH. Rectè igitur veteres in Æquinoctijs circa ⊙ diametrum operationẽ astronomicã per scaphia peregerunt.

Ex diametro planetæ ambitus cæli planetarij, ex ambitu semidiameter.

Habita diametro Lunæ, ac Solis modis prædictis, distantias vtriusq; planetæ à terra facili deinde negotio eliciebant, nempe acceptâ subtendente 6 partem totius cæli planetarij pro semidiametro (iuxta demonstrata ab Eucl. lib. 4 elem. propos. 15, & coroll.) cuius cæli planetarij ambitum iam norãt, iuxta superius dicta, ex proportione diametri vel Lunæ ad totam aquam in hydrologijs, vel Solis ad totum circulum in scaphijs, quem modum tradit Cleomedes. Qui Author post ratiocinium, quo concludit Lunæ diametrũ subduplam esse ad terræ diametrum, ac proinde cum ex Erathostenis inuentis terræ diameter sit minimum 8000 stad. Lunæ diametrum statuendam esse 4000 stad. sic addit: *sed quia septingenticupla est Luna sui orbis*, iuxta Martianum est sexcenticupla, *erit per æquè ac Sol*, qui scilicet & ipse habet diametrum, quę est iuxta Cleomedem septingentesima pars cæli solaris, *hoc ex hydrologijs confirmato. Sexta verò est pars circuli sui quæ à terra peruenit ad fastigium ipsius interuallum. Est igitur id lunarium magnitudinum centum vigintiquinq; sed quodlibet ipsorum quadraginta millium habet dimetientem, fiunt igitur stadiorum decies quinquaginta millium iuxta huiusmodi doctrinam ad lunare fastigium.* Paulo post idem Author eâdem methodo inuestigat etiam distantiam Solis à terris, accepta 6 parte cæli solaris. Macrob. affirmat distantiam Solis à terra esse ipsam terrestris vmbrę longitudinem, de qua sic: *sciendum & hoc, quòd vmbra terræ, quam Sol post occasum in inferiore hemisphærio currens sursum cogit emitti, ex qua super terram fit obscuritas, quæ nox vocatur, sex agies in altum multiplicatur ab ea mensura, quam terræ diametrus habet: & hac lõgitudine ad ipsum circulum, per quem Sol currit, erecta exclusione luminis tenebras in terram refundit. &c.* paullò inferius: *ergo mensura terrenæ vmbræ medietatem diametri cælestis efficiet, & si ab altera quoq; parte terræ par vsq; ad eundem circulum mensura tendatur, integra circuli, per quem Sol currit, diametrus inuenitur. &c.*

Lunæ diameter subdupla ad terræ diametrum, ex Cleomede.

Quãtus terrenæ diametri ex Erathost. tene.

Ex Macrobio distantia Solis à terrâ.

Circa ambitum cælorum vtriusq; planetæ, & proportionem eorum cælorum inter se (atq; etiam aliorum Planetarum) Martianus hæc in satis mendoso codice: *Quis dubitet solarem circulum duodecies, quam Lunæ esse maiorem? cum, quod illa mense, ille duodecim percurrat? Martis verò circulus vicies quatuor potior inuenitur; Iouis centies, & quadragesies quater, Saturni trecenties tricies sexies. Vnde si numerus intentionibus supputetur, vt quot stadia Saturni circulus habeat, & quota eius portio omnis terra sit inuenitur. Nàm si centies Lunæ circulus maior est terrà, lunæ autem circulus 336 maior Saturni Maior est igitur Saturni circulus omni terra tricesies ter millies, & sexcenties.* At Cleomedes: *ratione simpliciori recepto electili vagarum stellarum motu æquè celeri, quoniam luna 27 diebus, ac vnius dimidio suum permeat orbem, sol autem annuum habet ambitum, opportet tresdecicuplum solarem esse orbem ad lunarem, & proinde erit sol ad lunam tresdecicuplus, quia ipsorum vterq; sui orbis septingentesima, & quinquagesima pars est.* Sub finem capitis: *Non credibile esse ducitur vagas stellas æquè celeres esse suo electili meatu, sed ocyorem esse sublimiorum. &c.*

Proportiones magnitudinũ cælorum inter se, iuxta antiqua rudimenta.

Ex Martiano.

Ex Cleomede.

Innuit ergo ab argumentatione supponi corpus solare, ac lunare (eos planetas, ac reliquos, vagas stellas appellat) moueri motu suo retrogrado æquè veloci. quo posito, argumentum tale est. Si quo tempore alter globorum duorum æquè velociter rotatur circa terram integrâ vnâ circumrotatione alter tantum sui orbis duodecimam partem conficit, ergo totum orbem conficiet cùm alter duodecies terram circumierit motu suo, ac proinde alterius cæli ambitus continebit 12 mensuram ambitus cæli alterius. Quod si tota peripheria circuli maioris est maior duodecies circuli minoris peripheriâ, ergo diuisâ vtrâq; peripheriâ in partes numero æquales, pars quælibet maioris habebit ad quamlibet minoris eandem proportionem, quam tota ad totam peripheriam. Ergo cùm, iuxta Cleomedem, tam Luna, quàm Sol sint sui cæli pars septingẽtesima, Solis diameter erit, quàm Lunæ, duodecies maior, vt ambitus cæli solaris est duodecies maior ambitu cæli lunaris.

Ex hisce per regulas Archim. de sphærarum proportionibus ad diametros suas, &c. haberi possunt reliquæ mensuræ tum superficierũ, quæ globos Solis, & Lunæ, atq; etiam vtriusq; cælos ambiunt, tum soliditatis vtriusq; planetæ.



PRO-

PROPOSITIO IX.

Fallacia à refractionibus in diametris ☽, ac ☉ acceptis per operationes antiquissimas Astronomicas præcedentis propositionis. Indicatæ correctiones per Astronomorum posteriorum inuenta nostris cautionibus suffulta ob refractiones.

Incommoda in vſu hydrologiorum, & ſcaphiorum apud Proclũ.

IN vſu hydrologiorum, & ſcaphiorum circa Lunæ, ac Solis diametros, præter alia incommoda, quæ Proclus Diadochus in hypotheſibus Aſtronomicis propriè circa diametrum Lunę ex hydrologijs aduertit, ſunt & ſequentia quę nobis occurrunt, quæq; propriè ſpectant ad propoſitam nobis materiam Aſtronomiæ dioptricæ, ſiue à refractionibus dependente. Nam 1 dum accipiunt diametrum Solis in partibus horizontalibus, eam accipunt in ijs partibus, vbi maximè obnoxia eſt mutationibus, ac fallacijs, nec poterat eligi orbis vlla plaga, quæ ineptior eſſet ad veram cognitionem diametrorum in cæleſtibus Luminaribus. Itaq; 2 in ea vaporum copia, quæ ſemper maior eſt circa horizontem, quàm alibi, ſi augeantur, ac denſiores fiant vapores, qui radios Solis refringunt, augent etiam Solis ſpeciem, ac diametrum apparentem, ſi minuantur, ac rariores ſint, minorem oſtentant. Ac præterea, etiam datà ſummà aëris puritate, globi, præſertim maiores, vt Lunæ, ac Solis, ſpectati in ea ad horizontem obliquitate variè elliptici apparent, & alteram ellipſeos diametrum horizonti perpendicularem exhibent minorem diametro alterà, quæ eſt parallela horizonti. Quarum omnium varietatum, atq; apparentiarum cauſas in Progym. ſeq. prodemus.

— Apud noſ. primum. —

—Secũdũ.—

Ergo diameter eorum Planetarum acceptadum ſupra horizontem aſcendit, & eas patitur varietates, aquæ pars, quæ eo tempore per hydrologia defluxerit, vel circuli arcus, quem vmbra percurrerit, modo maiorem, modo minorem, quam par eſt, ſemper autem incertam, ac fallacem Lunæ, ac Solis diametrũ exhibebunt. 3. Adde præterea euidentiſſimis experimentis conſtare viſam eſſe aliquando Solis exorientis ſpeciem per tubum in oppoſitũ planum traiectam conſiſtere, ac ſolem ipſum, ſaltem ſenſibiliter, non moueri. Viſus eſt idem Sol paullò poſt motum recipere, ac velociter ferri, modo item lentius aſcendere, & ſimiles alias anomalías apparẽtes efficere. Quarum ratio videtur reijcienda in vaporum horizontalium inęqualitatem, ac per eos inæqualem radiorum ſolarium refractionem, quæ variata videtur motum verum Solis variare ita, vt ſenſibilis aliquando non fiat; ſiue etiam ob alias rationes. Nos attulimus eam, quæ ad noſtrum negotium pertinet. Deniq; quidquid ſit de cauſa, effectus ipſe (qui certus eſt) Solis in ortu aliquando morantis immobilis, & apparenter conſiſtentis efficit vt diameter aquis hydrologiorum, vel vmbræ motu in ſcaphijs dimenſa longe longè maior euadat, quàm vera ſit.

—Tertium.

Sol ortiuus quaſi conſiſtens aliquando, aliquando accelerãs, aliquando lentior.

Cauſa varij apparẽtis motus Solis ortiui.

Fallaci ergo inuentá diametro ☉, ac ☽ (ex qua diametro Priſci Aſtronomorum inueniebant deinde peripheriam, ac ſemidiametrum, ſuperficiem, ſoliditatem, &c cælorum, in quibus ij Planetę deferebantur) fallaces etiá neceſſe eſt menſuras eſſe reliquas, quæ fallaci fundamento nitebãtur.

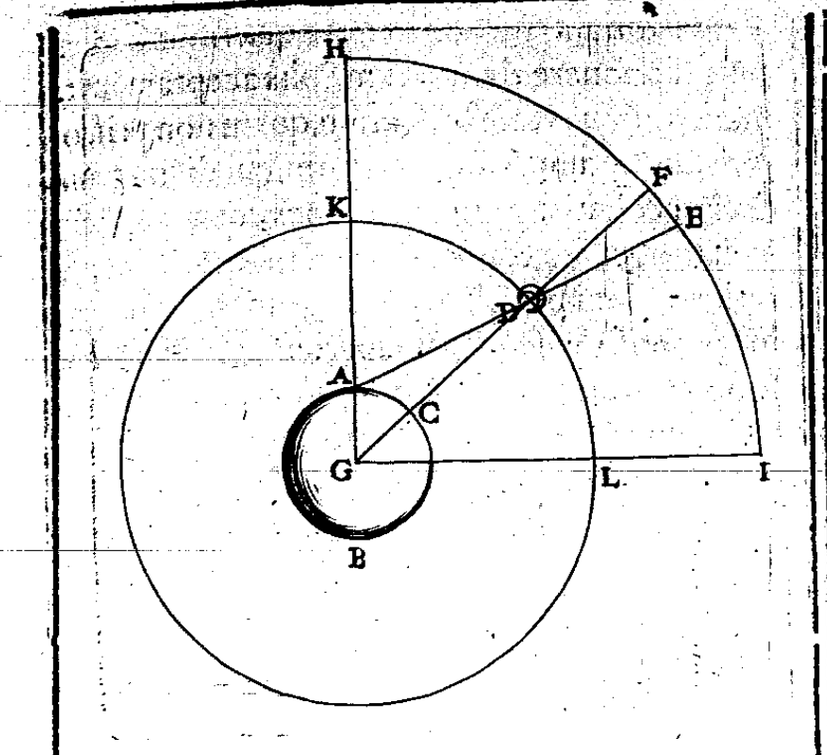
Methodus ſemipriſcorum Aſtronomorũ in ſcrutandis diametris, & diſtantijs planetarum, cælorũ perihęrijs, &c.

Remedia mox afferam tum è poſteriorum Aſtronomorum inuentis, tum è noſtris cautionibus. Ac ſemipriſci quidem Aſtronomi acceperunt primò loco diſtantiam ☽, ac ☉ à centro terræ, hoc eſt, ſemidiametros cælorum vtriuſq; planetæ, atq; ex ijs per regulam Archim. de proportione diametri ad peripheriam elicuerunt peripheriam circuli, in quo Planeta circumfertur. Diſtantiam autem eam à centro terræ ad eos Planetas, præſertim ad ☽, tum alijs modis, tum præcipuè per parallaxen venabantur. Deindè, quod pertinet ad diametros Planetarũ ipſorum, acceperunt eas vt plurimum per dioptras, ac notabant quotam periphæriæ ſui cæli partem ſubtenderet notam in menſura ſemidiametrorum terræ. Nos autem in ſequentibus docebimus modum facillimum, etiam ſine inſtrumentis Aſtronomicis, & ſine parallaxi, eliciendi tum diſtantiam planetæ, ſuppoſita eius diametro, tum diametrum, ſuppoſita diſtantia, atq; ex ijs cæteras menſuras ſuperficiei, ſoliditatis, ac proportionis cælorum, & Planetarũm ☽, ac ☉. Ac præterea ſuppoſitiones accipiemus, & nobis ipſi conficiemus, pariter ſine machinis Aſtronomicis, longè facillimas. Omnia autem hæc noſtra emendatiſſima dabimus ab omni refractionis ſuſpicione.

Quod autem attinet ad inuenta poſteriorum Aſtronomorum quoniam ea vulgatiſſima ſunt in Ptolom. Coperni. & ſphæris mundi, quæ paſſim teruntur ab omnibus, ideo breui tantùm exemplo indicabimus híc eorum inuenta, & ex noſtro illud apponemus vt (quod hactenus ante Tych. in vſu non fuit, non ſine Aſtronomicæ veritatis, ac dignitatis aliquo detrimẽto) doceamus quemadmodum ea poſteriores operationes corrigendæ ſint ab erroribus, quos refractiones inferunt in ipſas, præſertim in parallaxes.

Sit ABC terræ globus, è cuius ſuperficie A ſpectator Aſtronomus radium viſualem per dio-

ptram



ptram quadrantis Astronomici, siue Astrolabij, dirigit in Lunam D, quæ spectanti videtur sub firmamento in altitudine, ac loco E; verus autem locus est F, spectatà Lunà ex centro terræ G. Differentia aspectùs, siue quantitas arcus EF dat quantitatem anguli parallactici vtriuslibet ad verticem D; ab E autem vsq; ad Zenith H scitur quãtitas arcus EH, quod est complementũ notę altitudinis IE in quadrante IH; ergo notus prodit angulus externus HAE; atq; ex eo cognoscitur etiam internus GAD, est enim eius quantitas complementum ad quantitatem duorum rectorum, quos conficiunt externus, & internus. Detractà ergo notà quantitate ipsius HAD, vel ipsius HAE, reliqua fit nota quantitas etiã ipsius GAD, & consequenter tertius etiã angulus ad G vt complementũ duorum rectorum cum ipsis A, & D agnoscitur. Nota etiam est semidiameter terræ AG, siue malis, post notum angulum ad D, noscitur etiam angulus AGD ex quantitate complementi FH, & consequenter prodit cognitio tertij GAD. In regulis autem triangulorum rectilineorum prop. 10. apud nostrum Clauium, notis dati trianguli omnibus angulis, & vno latere, reliqua etiam latera cognoscuntur. Nam in exemplo: accipiunt in tabul. sinuum sinum anguli D, & sinum alterutrius A, vel G, & per regulam auream faciunt vt quemadmodum se habet sinus anguli D ad latus AG, ita sinus anguli A ad aliud, & prodit GD latus, hoc est distantia à terræ centro ad Lunã in mensuris ipsius AG. Vide Clauium citatum in triang. rectil. Quod si Tyro sinuum sit ignarus, constituat geometricè triangulum æquiangulum dato triangolo AGD, & quoties notum latus AG erit in GD, tot terræ semidiametros continebit distantia ad Lunam. Reuise in nostra Geometriâ practicâ quæ docuimus ad hanc constructionem triangolorum similium ex dato vno latere, & duobus angulis, Progym. 3 lemma ante prop. 4. &c.

Exemplum, & vsus parallaxis ad inueniendam Lunæ à terris distantiam.

In hac tamen operatione sic peracta per parallaxen, ne ipsa parallaxis perturbetur à refractionibs, neuè ob eadem refractiones quantitas angulorum in triangulo GAD sit incerta, & fallax, aduertendum est vt Planetæ altitudines supra horizontem in alterutro quadrante vel IH, vel KL accipiantur quàm fieri potest maximæ, ac, si licet, extra refractiones positæ. Sin autem accipere vel iubeat, vel fit necesse altitudines Planetæ in verticali parùm eleuatas supra horizontem, & refractionibus obnoxias, eæ corrigendæ erunt iuxta 5 nostram propos. huius progym. 3. Nam si refractio Planetã ostentet, v.g. in D altiori loco, quàm verè sit, variabitur parallaxis, quæ, iuxta placita Astronomorum, semper minor est, quo altior locus est Planetæ in eodem circulo.

Variatà autem parallaxi FE, & angulis oppositis ad verticem D, variantur etiam consequenter reliqui duo ad A, & G. pro varia autem quantitate angulorum sinus non ijdem accipiuntur. Vt igitur ij sinus habeantur, qui debentur veræ quantitati angulorum, verus angulus parallacticus statuendus est ex vera, & à refractionibus emendatà planetæ altitudine.

Pari ratione acceptio apparentis diametri Planetæ per dioptras instituenda est in quam maxima supra horizontem altitudine, vt defæcatissima omnia sint à vaporibus, & nitidissimus cæli sit aspectus. Quare si Astronomus per semi priscorum inuenta sic ex nostris cautionibus ab omni refractione vindicata diametros cælorum, & Planetarum ☉, & ☽, peripherias, superficies, soliditates, proportiones eorum inter se, & alia, quæ ex rectà diametrorum acceptione dependent, accipiat, is demum emendatissimè, ac certissimè, quantum humana fert industria, prodiderit posteritati admiranda hæc astronomica problemata, quorum inuentioni, scientiæ, ac dignitati nunquam satis vel admirationis, vel laudis impendi potest.

PROPOSITIO X.

Noster modus facillimus accipiendi diametros, ac distantias cælorum, & Planetarum ☉, ac ☽ ex radijs per fenestræ foramen traiectis. &c.

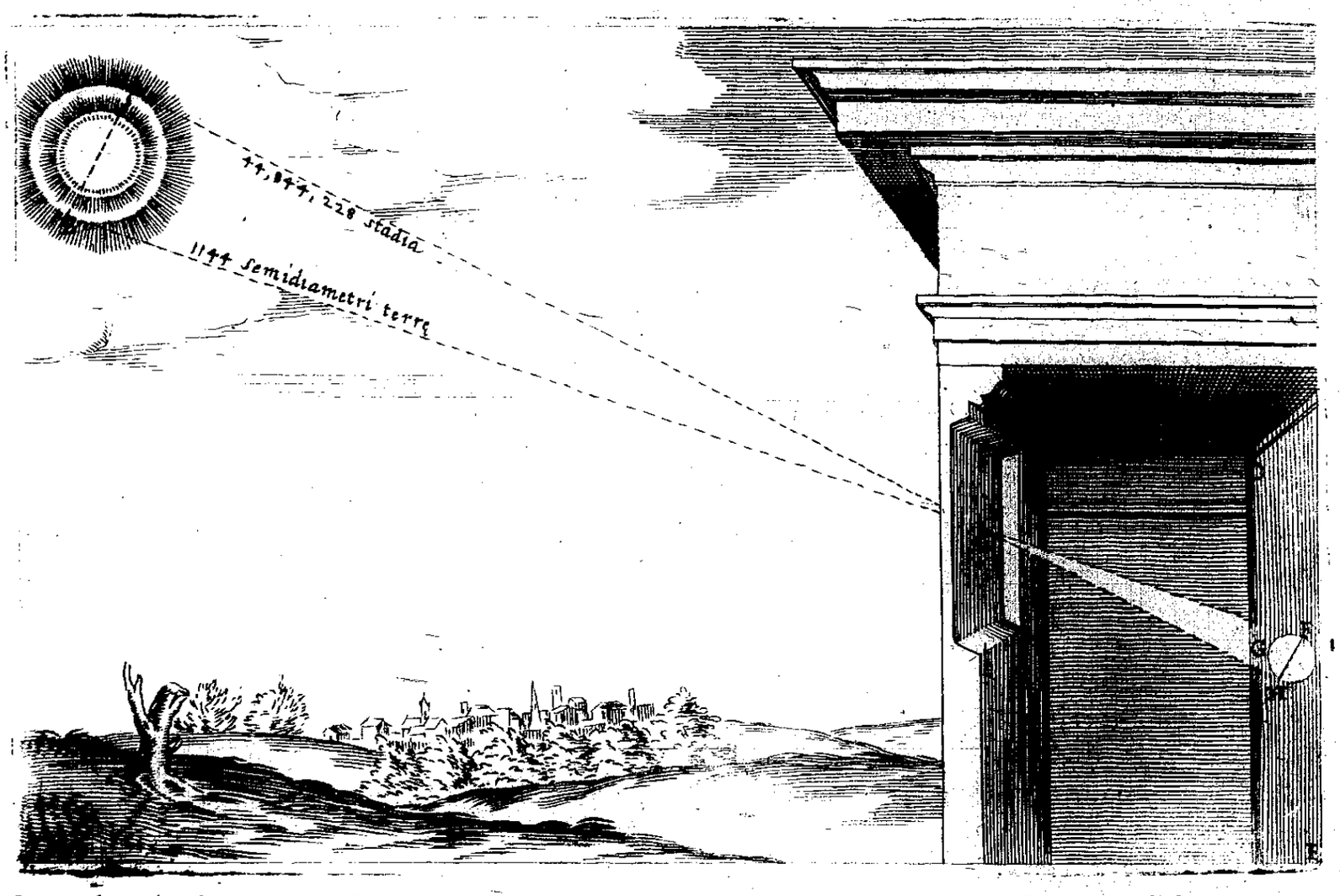
MOdus hic noster adeo alligatus est Soli, ac Lunæ, vt merito ipsis solis debeatur. Eget enim hic modus fortiori lumine, quale, præter Lunam, & Solem, nullus aliorum Planetarum habet idoneum nostræ huic operationi.

Quæ

Quæ in diametris accipiendis principum duorum Planetarum non vtetur modo ſemipriſcorum per dioptras(aut ſi quo alio modo)proſpectantium quotam cæli partem apparens Planetæ diameter occupet; nec vtetur modo antiquiſſimorum Aſtronomorum accipiẽtium diametros in horizonte inuolutiſſimas maximis refractionibus. In diſtantijs etiam eorumdem duorum Planetarum à terræ centro non vtemur parallaxi, nec alio vllo ab alijs vſurpato modo.

Incipiamus ordine dignitatis à Sole, cuius diſtantiam à terræ centro propoſitum nobis nũc ſit inueſtigare, ſuppoſita cognitione diametri eiuſdem Solis. Ac ne circulum committamus, &,dum diſtantiam Solis à terrà quærimus,videamur ſupponere diametrum Solis aceptam iuxta modos aliquos tam priſcorum,quam non priſcorum aliquorum Aſtronomorum,qui diametrum Solis accipiunt per operationes, quæ pendent ex iam accepta,& nota diſtantia;atq; hac ineptà ratione idem per idem inueſtigemus,propterea in propoſ. 11. ſequenti aperiemus, quem hic ſupponimus, modum accipiendæ diametri ſolaris geometricum non à ſolaris diſtantiæ cognitione dependentem. Quem modum exempli loco ibi breuiter potius ponemus, quam pluribus exponemus, nempe vt à nobis ſuppoſitum, non vt propoſitum nobis.

Igi-



Igitur verſetur Sol in ſignis, In qnibus mediã habeat à terra elongationẽ; ſiue malis, iuxta notata à nobis in vſu ſcaphiorũ ad 8 pro. huius, verſetur Sol in alterutro Æquinoctio, ac ſit Sol ipſe AB, cuius duo extremi radij per clauſæ feneſtræ cartaceæ minimum foramen vbi C traiecti, ac decuſſati, vt patet ex opticis, excipiantur oppoſito plano DE, ita, vt conus rectus radioſus fiat, cuius vertex ſit C,& baſis ſit circulus FGH. Proconis autem accipiantur duo triangula ACB, FCH,quæ ſunt communes ſectiones plani ſecantis conos per axem. Sint ergo pro conis rectis contrapoſitis duo triangula iſoſcelia. Ac quod attinet quidem ad triãgulum FCH fiat iſoſciles, mobili facto plano DE, & poſito ad punctum C ita, vt æquales fiant radij CF,CH. Circa quam operationem vide præciſiora, & certiora in ſeq. ſchol. 2. Quod autem attinet ad alterum triangulum ABC, licet in infinita hinc ad Solem vſq; diſtantia poſſint latera AC,DC accipi pro æqualibus, tamen idem etiam geometricè demonſtrari poteſt hac ratione. Quoniam enim à ſphęrà luminosà AB extremi ſunt, atq; lõgiſſimi AC, BC omnium, qui proueniunt ad C, ideo ſi vice verſa fingas C eſſe punctum luminoſum, à quo progrediantur ipſi CA, CB, erunt tangentes in A, & in B, per 16 lib. 2. Vitell. ac propterea ex coroll. 2. prop. 35 lib. 3. elem. apud Clauiũ,erunt ijdem AC,BC æquales inter ſe.ergo triangulum ABC eſt iſoſceles.

Quoniam igitur in iſoſcelibus ABC,FCH anguli ad verticem C ſunt æquales, & quod reliquum eſt ad duos rectos in vtroq; triangulo æquale eſt, ac diuiſum in partes æquales tam in eodem, quám in vtroq; iſoſcele triangulo; ergo triangula ABC, CFH ſunt æquiangula. ergo vt FH ad HC, vel ad CF,ita AB ad BC,vel ad AC. Quanta verò ſit Solis diameter AB ſcitur ex hy-

potheſi.

poteſi, ergo in menſuris ſolaris diametri ſcietur diſtantia à C ad Solem.

Vt res exemplo, & praxi confirmetur, affirmauit mihi meorum Auditorum non nemo ſe per hunc noſtrum modum ad exactiſſimam praxin redactum, ac tempore Æquinoctij verni conperiſſe diametrum, ſiue baſim FH contineri centies, & quater ferè in HC, vel FC; ergo & Solis diameter AB continebitur centies, & quater ferè in AC, vel BC. At vna Solis diameter ex Recentioribus continet vndecim ſemidiametros terræ; ergo ſi numerũ vndenarium ducas in centenarium, ac quaternarium, prodibit ſumma millenarum centenarum quadragenarum, & quatuor terræ ſemidiametrorum. Ptolomæus millenas centenas ſexagenas ponit. Atq; hæc à nobis inuenta Solis à terra diſtantia ad ſtadia redacta continet quadraginta quatuor milliones, octingenta quadraginta quatuor millia, ducenta vicena octona ſtadiorum. Quæ diſtantia, vt in harmonica vniuerſi dimenſione oſtendemus in Apiario noſtro Muſico, efficit conſonantiam diapente, quæ vulgo ſol appellatur, vt ibi ſol conſonet vbi verè Sol eſt.

Ex præcedẽti noſtro modo quantum Sol diſtet à terris.

Quantum diſtet Sol à nobis ex Ptolem.

Solis ergo à terra mediam diſtãtiam dimenſi ſumus, quod erat primo loco faciendum. Eodem modo metiri licebit maximam, & minimam eiuſdem Solis à terra diſtantiam. &c.

II Loco conuerſam præcedẽtis propoſ. vſurpemus in Lunà, ſcilicet inueſtigemus diametrum ſphæræ Lunaris, ſuppoſitâ Lunæ à terra diſtantiâ. Erit autem perſimilis antecedenti de Sole forma conſtructionis, & demonſtrationis circa Lunæ diametrum inueniendam ex data quacumq; Lunæ à terra diſtantia. Si enim fingas AB eſſe Lunã plenam, quæ noctu per minimum foramen radios traijciat, &c. tunc vt CH, vel CF ad FH, ita CA, vel CB ad AB diametrum. Sciri autem poteſt quota ſit pars ipſa FH ipſius HC, atq; etiam ſcitur, aut ſupponitur nota CB diſtantia Lunæ à terra in menſuris ſemidiametrorum terræ, igitur AB erit in ijſdem menſuris nota quota ſit pars ipſius BC. Hæc ſatis ſine minutiori exemplo, ne prolixiores iuſto ſimus in re ſatis per ſe clarà, & præclarà.

Aduerte autem à nobis ideo per hãc noſtram Meteorometriam, ſiue Aſtronometriam inueſtigari potius in Lunà quantitatem diametri, quàm (vt in Sole fecimus) quantitatem diſtantiæ lunaris à terrà, quià propter Lunæ ad terras vicinitatem, & conſequenter propter maximam parallaxen, facilè habetur Lunæ à terra diſtantia; non ſic autem in Sole, circa quem nulla ferè fit parallaxis, propter infinitã eius à nobis diſtantiam, quam nos prædicto modo inueſtigauimus deſtituti ope parallaxeos.

Cur potius diameter Lunæ à nobis inueſtigata, quà diſtantià.

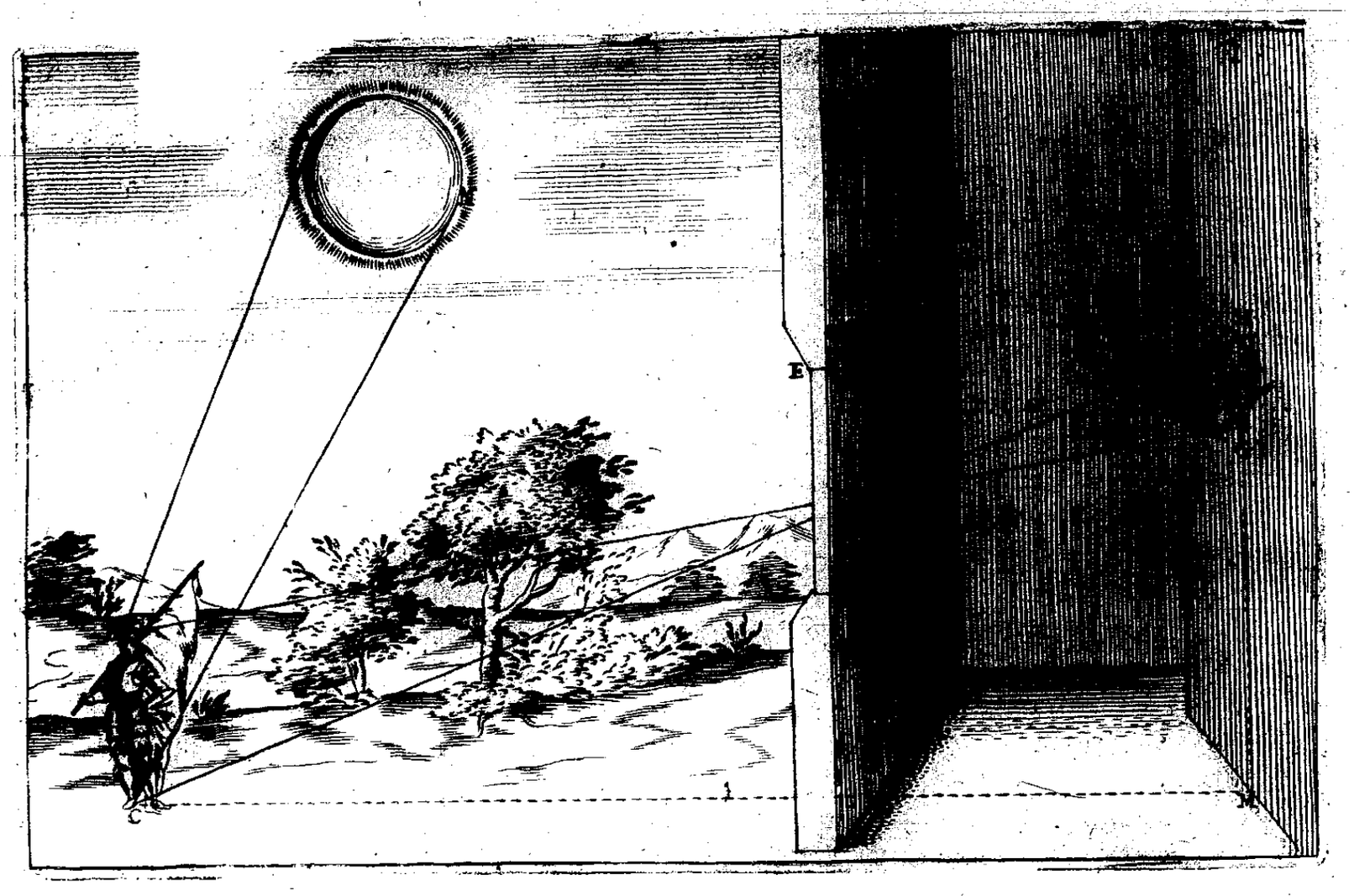
Facilior inueſtigatio diſtantiæ Lunæ, quà Solis à terra.

Iam verò habitis diametro, ac diſtantiâ principum duorum Planetarum, ex his, ſi lubeat, per regulas Archim. de dimenſione circuli, & de ſphæræ menſuris, poteris, mi Lector, elicere ambitum orbitæ lunaris, ac ſolaris, ſuperficiem, atq; amplitudinẽ cælorũ vtriuſq; quinimmò & menſuram ſoliditatis corporum ſphæricorum vtriuſq; Planetæ, & mẽſuram ſoliditatis ſphærarum, ſeu corporum ſolidorum vtriuſq; cæli, in quo vterq; Planeta eſt. Reuiſe exemplum noſtrum in Apiario Geomet. practicæ, vbi eas omnes menſuras inuenimus circa terræ ſphæram. Sed hic nobis ſatis fuit demonſtrationem adhibere circa ſolam diſtantiam, & diametrum, quia, quòd ad cælos eorum, ac reliquorum omnium Planetarum, fictæ, atq; oſtentatoriæ potius reputantur eæ dimenſiones à nouis exactiſſimis Aſtronomis, quos noua euidentiſſima phænomena coegerunt non tam noua proferre circa cæli ſubſtantiam, & circa cælorum reales diſtinctiones, quam doctiſſimorum antiquorum Aſtronomorum hypotheſes iterare, qui cenſuerunt ab Athmoſphærà vſq; ad ſydera vnicam eſſe, ac tenuiſſimam ætheris, ſiue cæli vaſtiſſimi regionem, per quam Planetę diuerſis meatibus diuagarentur, & ſine erroribus quaſi oberrarent. Nos circa hæc nihil affirmamus. Vide de his alios, præſertim Recentiores, inter quos & præceſſorem meum Blancanum in ſuà ſphærà, qui aliorum (non ſuam) ſententiam, & argumenta circa prædicta proponit.

Cæli ſubſtantia iuxta quorundam ſententiam.

COROLLARIVM.

Homines, & alia extra cubiculum longè posita dimetiri geometricè etiam in tenebris, &c.



SVppono notum id spectrum, quod fit cùm à Sole illuminati prætereuntes homines per viam, aut per suppositam plateam (vt homo BC solaribus radijs AB,NC afflatus)reflectunt suum simulacrum, siue, vt aliqui volunt,ac vocant,species intentionales, quæ per foramen minimum, ac rotundum D ligneæ fenestræ EF in obscurum vndequaq; cubiculum ingressæ, propter decussationem ad D, apparent inuersæ, vt GH in opposito paricte, siue in alio plano perpendiculari IM. Hæc experientia sit loco constructionis, cui tantum addantur conceptæ animo duæ perpendiculares DL, GM. Demonstrationem tantū indico,quam varietatis gratia nūc libet etiam in scalenis triangulis prodere, vt in isoscelibus propositionem antecedētem demonstrauimus. Quoniam enim homo BC, & planum, seu paries IM, atq; in eo ipsum hominis paruum simulacrum HG, productum per imaginationem in IM, ad horizontem sunt perpendicularia, erit vter q; internorum angulorū BCM, HMC recti, ac proinde, per 28 primi, BC, & ipsa HM, siue ipsius pars GH, erunt parallelæ. In quas rectæ cadentes BG, HC efficient, per 29 primi, angulos alternos CBG, HGB, BCH, GHC inter se æquales. Sunt autem & ad verticem D æquales BDC, GDH, ergo triangula BDC, GDH sunt æquiangula,& circa æquales angulos habent latera proportionalia. Vt ergo latus alterutrum v. g. DH ad basim HG, ita latus, siue fenestræ distantia DC ad hominem CB. Contineatur ergo v.g. GH decies in ipsa HD, ergo & BC continebitur decies in CD; at CD est, exempli gratia, 40 brachiorum, ergo BC erit 4 brachiorum Quod erat propositum ad inuestigandum. Et sic de cæteris rebus absentibus, quarum simulacra excipere possis per punctum foraminis in tra obscuratum aliquod conclaue.

SCHOLION. I.

Quod est circa corollarium antecedens geometicè facilitandum.

NE cui videatur difficilis cognitio distantiæ CD, aduertat in proposita figurà quàm facilè per 47 primi obtineri possit. Nam in triangulo rectangulo CLD si vię latituainem CL, & altitudinem perpendicularem DL metiare, tum

earum

earum quadratis in vnum compoſitis, è ſumma radicem quadratam extrahas, ea erit latus, ſeu diſtantia CD quæſita.

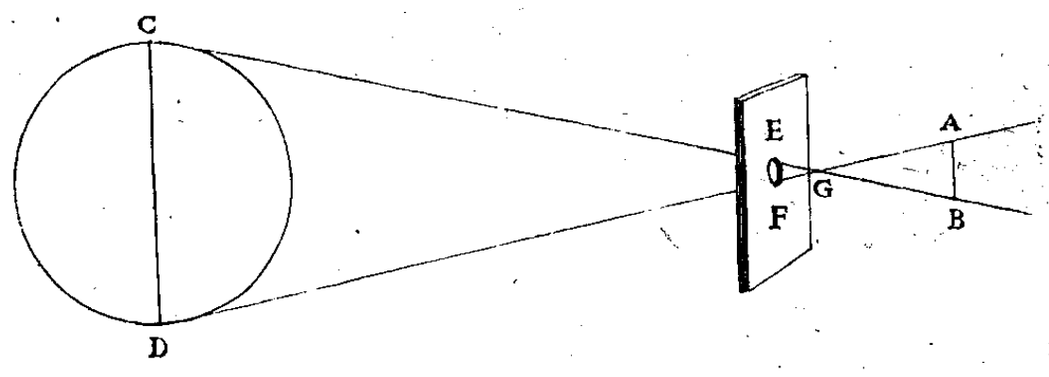
SCHOLION II.

In quo firmamenta, & cautiones præſertim circa conſtructionem demonſtrationis in prop. 10 exactiſſimè, ac facillimè exercendam.

I. VT operatio ſit extra fallacias refractionum, Solem, ac Lunam excipe altiſſimos, ac circa meridianum. &c. diximus autem in propoſitione 10 antecedenti foramen, per quod radij ſolares, vel lunares traijciendi ſunt, debere eſſe minimum, expediretq; acu fieri in papyro, vel in tenuiſſimâ chartâ; quia quæritur punctum decuſſationis radiorum, quod ſit cõmune verticibus vtriuſq; vel coni, vel trianguli radioſi, vt habeatur terminus certus ipſorum proportionalium laterum. &c. ſi ergo foramen fiat punctuale, ſcimus tunc in eo ad ſenſum fieri decuſſationem radiorum. &c. At ſi foramen ſit alicuius quãtitatis (vt in materiâ craſſiori neceſſe eſt, & in dioptricis inſtrumentis) quò fuerit amplius eo fallacior eſt operatio, atq; eò remotius poſt foramẽ radij traiecti decuſſantur, &c. vt patet ex opticis vbi agitur de luminis traiectu.

Cautiones circa foramẽ feneſtræ.

II. Tamen tunc etiam (vide miram fidem noſtræ operationis, ac demonſtrationis) licebit operationem paullò aliter inſtituere, ac demonſtrationi



Remedium cùm decuſſatio radioſa fit extra foramẽ.

ni apparare ſic. AB ſit inſtar plani, quo excipitur diſcus radioſus à Sole CD proiectus, & radij CB, DA traiecti per foramen EF alicuius amplitudinis non ſe decuſſent in ipſo foramine, ſed poſt id in G. Tunc punctum G erit terminus triãgulorum proportionalia latera circa æquales angulos habentium, valebitq; demonſtratio, ſumpta diſtantiâ tam ipſius AB, quàm ipſius CD à puncto G. Sciri autem poteſt vbi nam ſit decuſſatio ipſius G, ad moto plano AB verſus foramen, donec videas in ipſo plano non iam diſcum, ſed punctum minimum lumino ſum. notato enim eo ſitu in aëre, ſi rurſus remoueas planum AB vt lubet, habebis triangula quæſita pro demonſtratione. Sed ab hiſce quæſitionibus liberat te foramen minimum factum in papyro, vt prædictum eſt. Non eſt autem neceſſe feneſtram, ſiue aliud quodlibet planum, orthogonaliter eſſe erectam ad horizontem, per quod planum decuſſati radij traijciantur; quoniam non ſitus plani requiritur, ſed tantùm requiritur punctum in eo plano, ideſt foramen minimum, per quod dummodo radij traijciantur, nihil refert quem nã ſitum habeat ipſum planum.

Cautiones circa planum, in quo diſcus radioſus.

III. At verò circa planum AB, quo diſcus radioſus excipitur, id opponendum ita Soli eſt, vt, poſt punctum decuſſationis, radij extremi laterales luminoſi trianguli ſint æquales; ſic enim fiet vt duo ſimilia iſoſcelia triangula accipiantur. Conducet huic exactioni plures concentricos fingere circulos in plano Solem excepturo, & plures diametros ducere per concentricos illos circulos, atq; in acceſſu, vel receſſu plani poſt foramen notare quemnam concentricorum circulorum præcisè (ita vt congruant peripheriæ) occupet diſcus Solis radioſus. Erigi etiam poteſt ſtylus in communi centro concẽtricorum, & cum nullam iaciet vmbram tunc planum ſoli oppoſitum erit & Solis diſco parallelum. ceu videre licet in fig. tertij Scholij ſequentis.

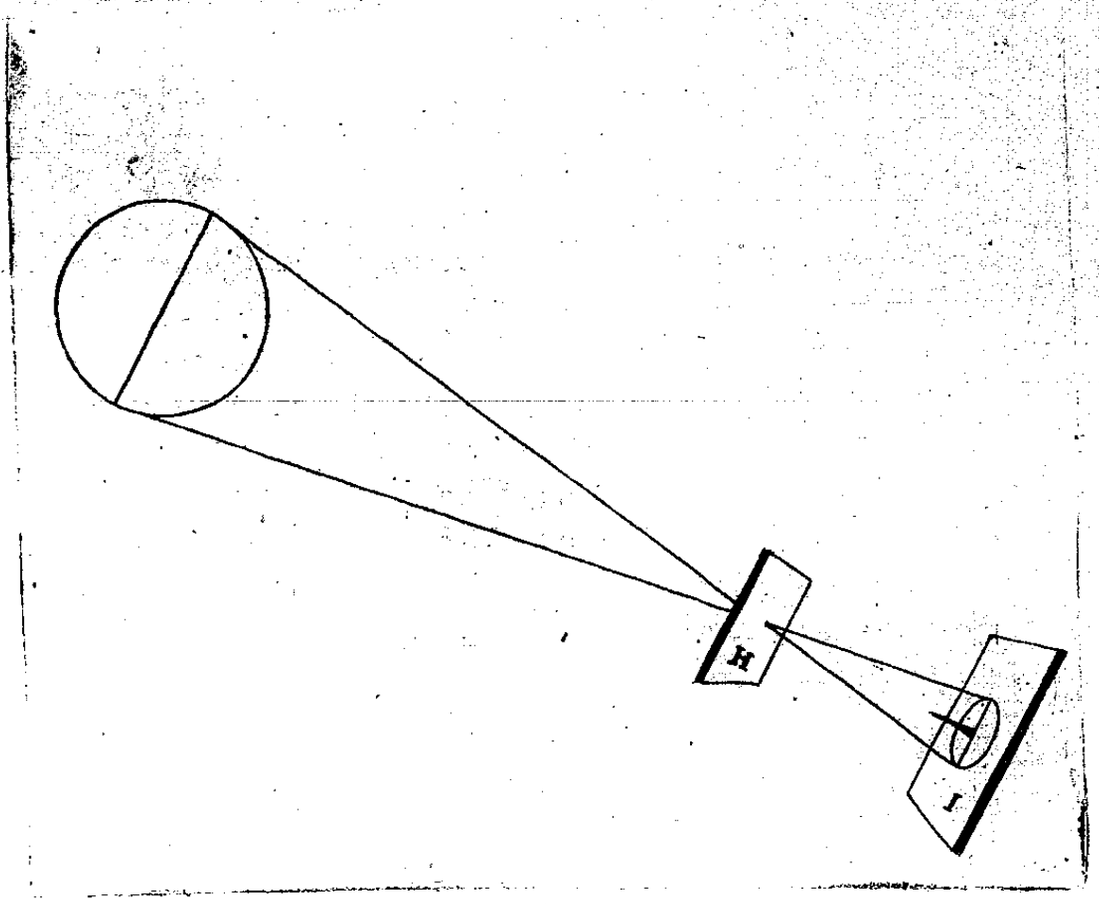
Alias tu adhibe induſtrias, mi Lector, ſi quæ meliores occurrent, vt demonſtratio expediatur, & quam fieri poſſit maximè geometrica fiat.

SCHOLION III.

Certitudo operationis per foramen feneſtræ, quaſi per dioptram. &c.

SI operatio fiat cum cautionibus præſcriptis in ſcholio 2 antecedenti, erit æquè certa, nec minus exacta, quam ſi fieret per dioptras antiquorum Aſtronomorum perfectiſſimè verſantium circa organicas Aſtronomicas operationes. Ac ſane, ſi acutè

Hyparchi dioptra latet in noſtro modo. &c.



acutè, ac benigne inſpicias, mi Lector, à foramine feneſtræ ad baſim radioſam agnoſcere potes latentem antiquorum Aſtronomorũ aliquam dioptram, qualis quæ Hypparchi celeberrima, quam ponit Proclus in notis ad Ptolomæum. Non ſecus ac ſi planum vel feneſtræ H, vel alterum I mobilia eſſẽt per regulam ligneam, quæ vtrumq; iungeret. &c.

Hyparchi dioptra apud quem.

PROPOSITIO XI.

Geometricè inueſtigare ſolarem diametrum.

QVod in anteced. propoſ. polliciti ſumus hic præſtabimus ad vitandum circulum, cùm diſtantiam Solis à terra dimenſi ſumus, ſuppoſita Solis diametro, cuius menſuram communiter accipiunt Aſtronomi ex quantitate arcus, quam in cælo ſolari diameter Solis ſubtendit. Quota autem ſit pars peripheriæ cæli ſolaris ille arcus neſcitur niſi ex quantitate totius peripheriæ, quam in milliarijs notam accipiunt Aſtronomorum aliqui tam priſci, quam poſteriores, ex menſuris in milliarijs, quas menſuras acceperunt à diſtantia Solis à terrà. Igitur vt ab hiſce nos tricis eximamus, vtemur hoc loco figura, quam Ptol. in Almageſto ingenioſiſſimè ponit ad diſtantiam Solis à terra inueniendam. At nos ea vtemur non ad diſtantiam Solis à terra, ſed ad eiuſdem Solis diametrum geometricè inueniendã. Atq; illud ad rem noſtram habet hæc figura commodi, quòd in hac geometricà operatione nihil nobis erit negotij cum refractionibus diametrũ Solis, quam quærimus, fallẽtibus. Quæ tamẽ ſi etiam in hanc operationem, ſiue in eius ſuppoſita ſe immiſcean̄t, habes, Lector, remedia à 4, & 5 propoſ. huius progym. Supponenda tamen ſunt aliqua iam nota, & partim inuenta etiam per antecedentes noſtras propoſ.

Figuræ apud Ptolomæum vſus apud nos diuerſus.

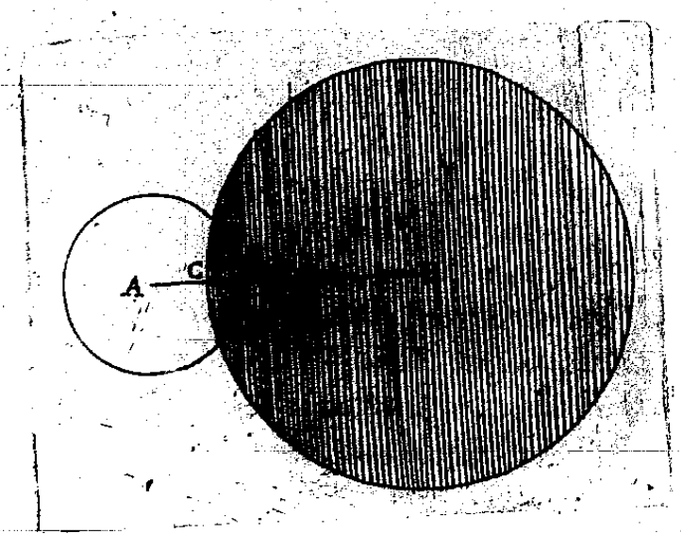
I. Suppono notam eſſe quantitatem diſtantiæ Lunę à terrà (ſcilicet per parallaxen, vt innuimus in præced. propoſ. vel aliter, vt docent Aſtronomi, ac quidem ſemper emendatè à refractionibus iuxta noſtra monita) quando aliquando eclypſatur, & quaudo aliquando ita Solem occultat nobis, vt momento euaneſcat eclypſis ſolaris. quod interdum accidit, cum apex vmbrę lunaris in eclypſi aliqua ſolari vix ad oculos noſtros pertingit, ac ſtatim pertrãſit, minimà terræ particula obumbratà

II. Suppono proportionem diametrorum terræ, ac Lunæ. Lunæ diametrum hìc & à refractionibus emendatam accipio. Hæc autem duo ſuppoſita & facilia ſunt, & paſſim habentur apud Aſtronomos.

III. Suppoſitum ſit, ſcire quantitatem diametri vmbræ terreſtris ibi, vbi Luna ab ea vmbræ parte vel tota, vel partim eclypſatur. Quæres & facillimè, & ingenioſiſſimè ab Aſtronomis cognoſcitur hac ratione. Eſto Luna A partim obumbrata terræ vmbra B. Norunt Aſtronomi per caculos Lunæ latitudinem, ideſt diſtantiam ab eclyptica, ſiue à centro vmbræ B; quoniam vt Sol præcisè per eclypticam meat, ſic & axis vmbræ terreſtris à Sole proiectæ (qui axis tranſit per centra Solis, ac terræ) & ipſe etiam meat per eclypticæ partem Soli oppoſitam. Norunt etiam ex calculis quota pars diametri lunaris

Modus agnoſcendi quantitatem vmbræ terreſtris Lunam eclypſantis.

occul-

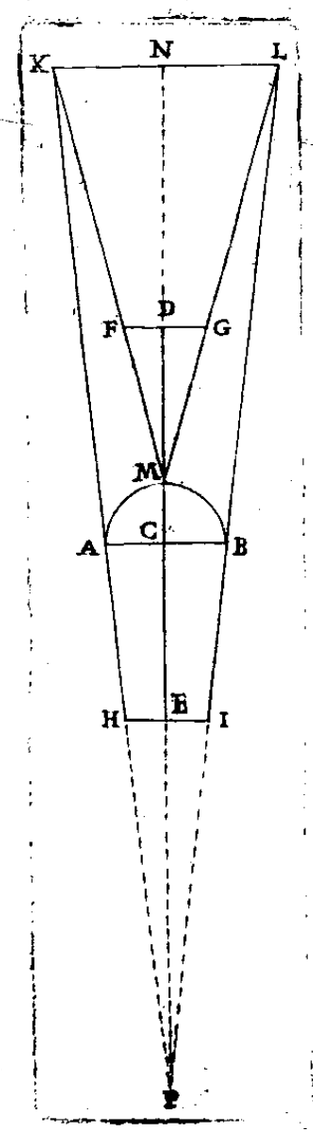


occultetur ab vmbra; tum sic ratiocinantur. ——

—— Quoniam Lunæ latitudo, siue distantia centri lunaris A ab eclyptica, ideſt ab axe vmbræ terreſtris B, nota eſt, ideſt nota eſt quantitas lineæ AB, nota etiam eſt quantitas eius partis diametri lunaris, quæ occultatur, ideſt recta CD (quæ notam iam ſupponit ſemidiametrum AD). Si ergo ex nota AB ſubducatur nota AC, reliqua fit etiam nota ſemidiameter CB vmbræ terreſtris. Eſt enim tunc diſtantia Lunæ ab eclyptica quantitas lineæ interceptæ inter centra, ſiue axem vmbræ, & centrum Lunæ.

His poſitis, ——

—— Sit terræ diameter AB, diſtantia Lunæ cum Solem repētè oculis eclypſat, & ſtatim reddit, ſit D M. diſtantia eiuſdem Lunæ cum ſubit vmbrā terræ ſit CE. Sint diametri Lunę quidem FG, vmbræ verò terreſtris HI in debita menſurarum proportione ad terræ diametrum AB. Si ergo ab extremis H, & I duæ rectæ educantur tāgentes terram in A, & B, & producantur ad partes K, & L; Iremq; à ſuperficie terræ, vbi oculus fingitur ſpectatoris, cui Sol mometanea eclypſi occultatur, (ideſt à puncto M poſito in vnà, eádemq; rectà iungente centra E, C, D) ſi educātur rectæ per extrema F, G trāſeuntes, & productæ etiam ipſæ verſus partes K, L, donec coincidant cum rectis HK, IL in K, & L, erit, iunctis K, & L, interuallum, ſiue linea KL diameter Solis quæſita, & inuenta geometricè. Nam lineæ vmbroſæ tam HA, IB, quam



MF, MG productæ erunt ad radios AK, BL, FK, GL emiſſos ab ijſdem extremis K, L diametri ſolaris apparentis. Quoties igitur KL in hac figura continebit notam AB, toties Solis diameter erit maior terræ diametro. Habes hîc ergo, iuxta pollicita, quantitatem diametri ſolaris, etiam non ſpectatà, & ignorata eius diſtantia CN à terræ centro, vt polliciti ſumus ad perfectam operationem, & non fallacem demonſtrationem propoſitionis 10 antecedentis.

COROLLARIVM I

Vmbræ terrenæ longitudo geometricè.

PRoductis AH, BI verſus P, vbi coeunt ibi determinant longitudinem CP coni vmbroſi APB à terra proiecti.

COROLLARIVM II.

Solis à terrà diſtantia geometricè.

SI fiat vt FD ad KN, ita MD ad aliud, prodibit MN, notaq; fiet diſtantia Solis à terræ centro. Quam etiam diſtantiam geometricè habebis ſine calculis, productà MD vſq; dum ſecet ipſam KL in N.

SCHOLION I.

Analogia figuræ geometricæ ad radium aſtronomicum cum demonſtratione indicatà. &c.

DIſtantia Lunæ MD, & eius diameter FG in hoc caſu, & in hac figura habent inſtar Radij Aſtronomici, oculuſq; in M, quaſi in extremo radij ligneipoſitus, & per extrema quaſi tranſuerſarij FG ſpectans etiam vlterius extrema diametri ſolaris K, L, idem facit, ac ſi ſpectaret per Radium, &c. nam (vt demonſtrationem innuamus 1, ac 2 coroll. præcedentium) ob parallelas FG, KL proportionaliter ſecta ſunt latera triangulorum, & ipſa triangula ſunt ſimilia MKL, MFG, MDF, MNK, &c.

Habes igitur hìc figuram in omnibus ſuis partibus, & totaliter ſimilem imaginariæ magnæ figuræ, quæ eſt ex veris diſtãtijs, ac diametris ☉, ☽, terræ, ac vmbræ terreſtris in loco tranſitus Lunæ. Et quam habent in hac figura geometrica quantitatem, aut proportionem inter ſe partes ſingulæ, eandem

Figura geometrica propoſ. anteced. eſt homologa realibus diametris, & diſtantijs Lunæ, Solis. &c.

dem rectè pronuntiabis habere etiam Planetas eos in mundo, &c.

In eâ figurâ operationes immunes à refractionibus.

Cumq; hæc operatio partim ex distantijs, ac diametris emendatè acceptis absq; vlla refractionum fallacia supponatur, ac partim hìc purè geometricè inuenta, & designata sit (velut est diameter KL) ideo in KL nihil esse potest incommodi, ac fallaciæ à refractionibus.



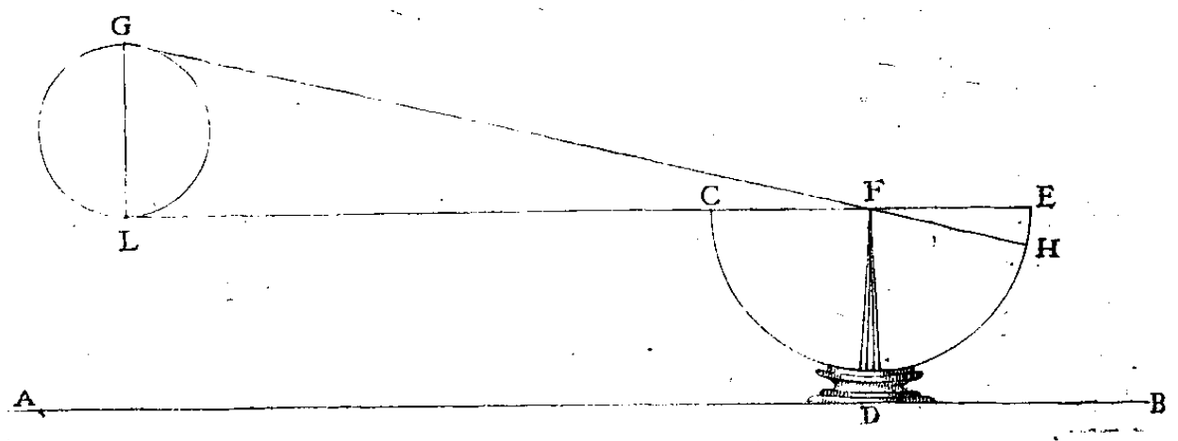
SCHOLION II.

Hypothesis est apud nos diameter ⊙,

PRoliziora, & operosiora circa diametros ⊙, & aliorum cælestium luminariũ, & correctiones ab apparentibus pro varia eorum, à terris distãtiâ vide apud eos, qui laborarunt circa tabulas, & calculatoriam Astronomiam. Hæc extra nostrum institutum sunt, qui ⊙ distantìam pollicemur è suppositâ, & data, atq; emendata ⊙ diametro. Quæ distantiam vel apogæam, vel perigæam, vel mediocrem nobis prodet pro maiori, vel minori basi in triangulo radioso post fenestræ foramen.

PROPOSITIO XII.

Aliter, ac facillimè per scaphia expedire distantiam Solis à terra, non sine ope Araneæ nostræ in I Apiario geometrizantis.



POsitâ inuestigatione solaris diametri ex antecedẽtis vndec. propositionis modo, qui non supponit, nec pendet ex inuentâ Solis à terrâ distãtiâ, & facta collocatione scaphij iuxta præscripta Antiquorum ex Macrobio, & in æquinoctiali tempore propter à nobis annotata in prop. 8. huius; statim patet in scaphio CDE quemadmodum (ceu per foramen fenestræ demonstratum est) duo iscoscelia formentur LGF, FHE inter se similia. Est autem arcus EH, (cui subtenditur diameter vmbrosa Solis) parallelus arcui circuli cæli solaris, cui subtenditur vera Solis diameter. Sunt enim concentrici circa F & circulus minor scaphij CDE, & maior cæli solaris. Et iuxta corollarium 4 in propos. 6 nostræ Araneę geometrizãtis in Apiario primo, Prælibamento secundo, secãntur, & secant proportionaliter rectæ FG, FL, FE, FH concentricos circulos. &c. Igitur vt EH siue arcus, siue recta illi subtensa ad HF, ita ad LF distantiam Solis à terrâ se habet ipsa GL, siue alia diameter solaris per imaginationem designata in corpore solari, & parallela subtensæ ipsi EH, (vt in figura schol. 3 ad propos. 10. huius) siue arcus subtensus à solari diametro &c.

Araneæ nostræ geometrizãtis vsus etiã ad sublimia astronomica.

Acceptâ igitur per circinum alterutrà EF, vel HF, vide quoties subtensa ipsi EH contineatur in HF, toties enim replicata Solis diameter (iam nota in notis mensuris per antecedentem prop.) dabit quæsitam distantiam GF, vel LF. Quod erat per scaphia expediendum.

Correctiones à fallacijs refractionum in hac operatione iam indicatas habes propos. 4. 5. 8. Item circa arcellum EH obliquè concipiendum in Æquinoctiali, memento præcauta à nobis in propositione 8 huius progym. post verba Macrobij de vsu scaphiorum apud Antiquos circa Solis diametrum. &c.

Nota cautiones.

SCHOLION I.

In quo præstet modus per scaphia modo per foramen fenestræ, &c.

EXpeditam diximus operationem præcedentis 12 propositionis, *quia in hoc saltem præstat operationi per foramẽ fenestræ in propos.* 10 *quòd liberatur operator à tricis, & cautionibus positis in scholio* 2 *ad eam propositionem circa foramis*

Decussatio radiosa, & basis in scaphio expeditiores, & aptiores demonstrationi, quam per fenestram, &c.

Decussatio radiosa, & basis in scaphio expeditiores, & apiores demonstrationi, quam per fenestram. &c.

nis quantitatem, & decussationis radiosæ locum, & circa planum Soli oppositum parallelos ponendum, & si quæ alia ibi talia. Hic enim statim habes ad indiuisibile punctum F angulos verticales æquales; & pariter bases concentricorum cæli solaris, & scaphij sunt parallelę.

SCHOLION II.

Cur prętulerimus, & in quo præstet modus per foramen fenestrę modo per scaphia.

Operatio per fenestræ foramen liberior, certior, facilior, mensuris aptior, quam in scaphijs.

Operatio, & demonstratio distantię Solis à terris per foramen fenestrę videtur & mirior, & paratior, vt quilibet sine apparatu instrumentorum domi habeat sub oculis rem tam remotã, & singularem. Nec prorsus alligata est operatio diei Æquinoctiali, saltem quod ad fallacias; quæ accidere possunt in minoratione parallelorum extra Æquinoctialem in scaphijs vt notat ad prop. 8. sed quotidie accipi potest in quolibet verticali maximo circulo solaris diameter. Excipi etiã potest per fenestræ foramẽ Sol altissimus, & in meridiano minime obnoxius refractionibus, quibus maximè laborat Sol ortiuus exceptus in scaphia. Deniq; nullo negotio ad lubitum produci potest à foramine papyraceo fenestrę conus, siue triãgulum radiosum, quę res magni momenti est vt operatio exactior, & certior fiat, quàm in scaphijs, aut in alijs astronomicis instrumentis, quę parare ad insuetam magnitudinem valde operosum, & impendiosum, & rarum est.

SCHOLION III.

Æquisimus erga Astronomos.

Memento, mi Lector, in Astronomicis hisce ausibus id, quod ex Plinio citauimus in Apiario nostro Geometriæ practicæ, vbi terrarum orbem dimensi sumus; nempe non exquirendam esse ab Astronomis omnimodam præcisionem mensuræ geometricæ circa distantias, & moles cælestium corporum, sed satis esse ingenium geometricum versari, atq; operari circa tam remota quatenus patitur subiecta materia. Sic exempla etiam ab antiquis ingeniosissimis Astronomis nos tuentur.

SCHOLION IV.

Ex hactenus positis exemplis in hoc 3 progym. habes varium specimen, & semina corrigendarum plurium aliarum operationum Astronomicarum. Nobis nunc sit satis prædictas posuisse, earumq; pleraſq; omnes correxisse, ac finem deniq; huiusce 3 progym. in hoc nostro Apiario Astronomico fecisse post operationem Astronomicam, qua nulla fortasse admirabilior, aut dignior est in tota Astronomia, nempe in dimensione nobilissimorum, ac remotissimorum corporum cælestium, ceu sunt Luna, Sol, eorum distantiæ, magnitudines, cælorum ambitus, &c.

PROGYMNASMA QVARTVM.

De apparentibus quantitatibus, & figuris, & motibus cœleſtium luminarium, & circa ea paradoxa.

PROPOSITIO I.

Diametri cæleſtium luminarium minores, & maiores veris apparent propter refractionem. Locus apud Vitellionem correctus.

PRiorem huiuſce paradoxi partem tuentur præ cæteris Alhazenus, & ex eo Vitellio lib. 10. Optic. à propoſ. 51 per alias ſequentes. Et eos Authores cæteri optici ſequuntur propter geometricas demõſtrationes inibi poſitas. Quæ quoniam paullo prolixiores ſunt, quàm vt facilè à Tyronibus percipiantur, & paſſim patent apud omnes in vulgatis libris eorum Authorum, ideò lubet hîc oſtenſionem facillimam, & breuiſſimam apponere ex meo Maurolyco, quæ etiam erit vniuerſalis ad totum negotium refractionis. Ergo lib. 1 diaphan. theor. 2 ſic habet:

Si oculus intra diaphanum aliquod aliquid extra videat, minus, ac remotius id ſpectabit.

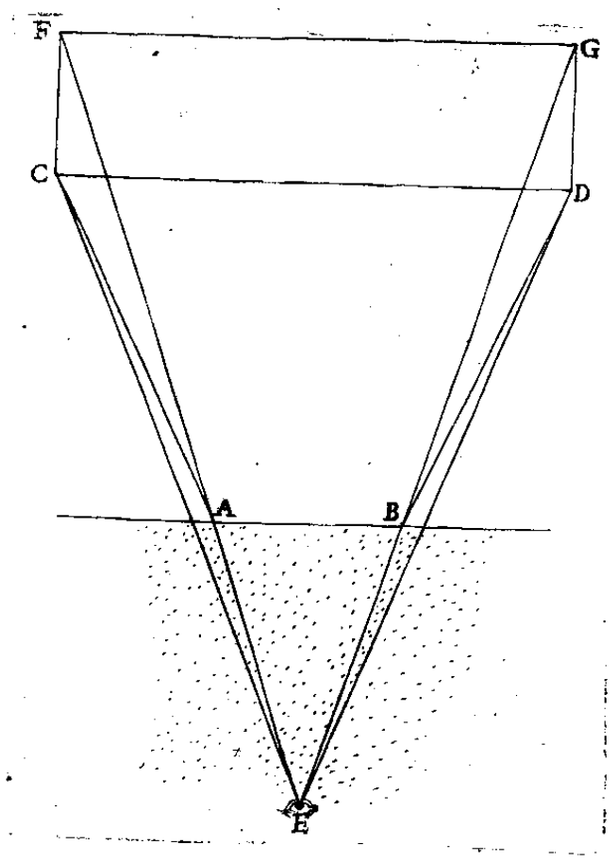
Prænotanda ſunt aliqua ad rectam intelligentiam, & firmamentum propoſitionis, ac demonſtrationis Maurolyci. Nam 1 cum diaphanum appellat, intelligendum ſemper eſt de corpore denſiori, quàm ſit corpus, in quo ſint vel obiectum, vel oculus, vel vtrumq; 2. demonſtratio valet, & vniuerſalis eſt de omni diaphano, cuiuſcumq; ſit figuræ, planæ, curuæ, cauæ, &c. 3. Suppoſita, quibus nititur demonſtratio Maurolyci, ſunt hæc ex eodem: *perpendicularem radium in diaphanum rectè procedere; obliquum verò verſus perpendicularem frangi*: conuerſum etiam intellige, ſcilicet obliquum radium ex diaphano denſiori egredientem refrangi à perpendiculari. Alterum ſuppoſitum eſt: *rem apparere in loco concurſus radij viſualis recti cum ea, quæ ab re ipſa in planum diaphani perpẽdicularis progreditur*: pro quo ſuppoſito vide Vitell. lib. 10. prop. 12, 13, 15, & 16 ex Alhazeno. Confirmat igitur Maurolycus propoſitionem ſic:

Diaphanum intellige corpus denſius apud Maurolycum.

Eius demonſtratio vniuerſalis

Proceſſus radiorum intra diaphanum.

Res apparet in cõcurſu radij viſualis cũ perpendiculari ex diaphano.



Intra diaphanum AB oculus E ſpectet rem CD extra exiſtentem per radios EAC, EBD fractos in A, B ſignis à perpeudicularibus per conuerſum 1 ſuppoſitum, & producantur in rectum radij EA, EB, donec ipſis CF, DG ad planum AB perpendicularibus occurrant in ſignis F, G, & apparebunt ſigna C, D in locis F, G, per 2 ſuppoſitum. Res ergo CD, quæ abſq; diaphano ſub angulo CED appareret, nunc ſub ipſo FEG minori, & in loco F, G ſpectatur; quare minor, remotiorq;

Oculus intra diaphanũ videt res extra diaphanũ minores, & remotiores.

Ex qua Maurolyci oſtenſione facilè deduci poteſt probatio prioris partis propoſiti paradoxi. Nam cum oculus (præſertim aĕre depuratiſſimo, & cælo ſereniſſimo) proſpectantis planetas, vel ſtellas, ſiue prope horizontem, ſiue ſupra horizõtem valde eleuatos, ſit intra noſtrum

Stellæ, ac planetæ, etiam in aere depurgato apparẽt minores, quã ſint.

hunc

hunc aërem diaphanum, qui terram ambit (præſertim ſi cum præcipuis Aſtronomis ſupra aërem nullum ignem, niſi purgatiorem aëris partem ponas, quæ appellatur æther) & Planetæ ipſi, ac ſtellæ ſint extra, ſiue ſupra aërem, videbit minores eorũ diametros, & remotiores, iuxta oſtenſa hîc à Maurolyco.

Locus Vitellionis ex præmõſtratis correctus.

Corrigas licet in inſcriptione 54 propoſ. 10 apud Vitellionem vbi habet: *omnes ſtellæ videntur maiores in horizonte, quam in medio cæli, niſi quandoq; contrarium accidat propter interpoſitos vapores viſibus, & ſtellis*. legendum enim eſt *minores*; quod patet non ſolum ex ratiocinio Vitellionis ad eam propoſ. ſed etiam ex ijs verbis: *niſi quandoq; &c.* Vapores enim maiorẽ efficiunt ſpeciem ſtellarum, itaq; ablatà eà causà, & fallacià vaporum, remanet ſola cauſa refractionis ad perpendicularem in aëre purgato, in quo ex demonſtratis ab ipſomet Vitell. & hîc apud nos à Mauroly. apparent diametri cæleſtium luminarium minores per refractionem, quam verè ſint. Vide etiam inferius in propoſ. 3. & in eius corollarijs.

Sublatis vaporibus, ſtellæ apparent minores, præſertim prope horizontem.

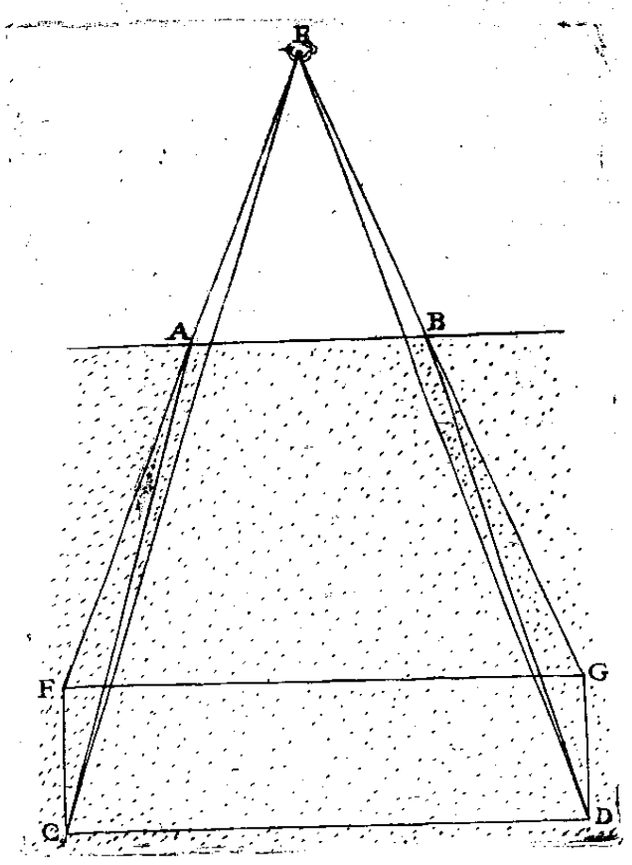
At verò quod attinet ad ſequentem alteram paradoxi partem priori contrariam, ſtant ab ea authoritates, experimenta, rationes, ac demonſtrationes, quibus euincitur res per refractionem viſas apparere maiores, quàm verè ſint, idemq; in diametris cæleſtium luminarium accidere, quæ diametri ſpectandas ſe offerunt oculo collocato (præſertim prope horizontem) citra vapores interpoſitos inter ipſum oculum, & rem viſam. Huius ergo ſententiæ, & concluſionis opticæ ſunt omnes, qui de opticis, aut cæleſtibus perſcripſerunt. Præ cæteris vide Alhazenum, & poſt eum Vitellionem citata propoſ. 54, immò ex profeſſo à propoſ. 31 ad 43 incluſiuè; atq; ante eos Cleomedem cæleſtium inſpectionum lib. 2 in initio. Adde omnes libellos, qui de mundi ſphærà diſſerunt. Præ alijs vide Sacrob. cap. 1. qui ex Alfragano differ. 1. hanc eandem aſſerit ſententiam.

Experimenta vulgatiſſima ſunt, & vſu quotidiano patentiſſima. Nam perſpicillijs, lentibus, tubo dioptrico, & alijs dioptricis, ac diaphanis aëre denſioribus vtimur, vt res maiores in ſpeciem ad oculos veniant, & quæ minima erant, vel minimùm diſtantia, vel quæ ob oculorum, ac viſionis vitium videre non poteramus, facile per hanc artem dioptricam videamus. Sic quæcumq; in aquis pellucidis demerſa videntur maiora, nummi, lapides, poma, piſces, &c. Vitellio propoſ. 42. Addit Cleomedes & illud experimentum antiquis non ignotum. *fertur quoq; de profundis ſpectatus Sol puteis, vbi id vſu euenit multo maior concipi ex imagine, vt pote per humidiorem puteo ſpectatus aërem*: nempe propter refractionem ad oculum factam radiorum ex aëre vapidiore, &c. Huc adde antiquos alios, Ariſtotelem in problematîs affirmantem flãte Auſtro (vaporifero ſcilicet vento) omnia maiora videri. Aphrodiſeum, Senecam, Macrob. quorum loca vide citata apud Io. Baptiſtam Portam de refractione lib. 1. cap. 11. licet ij authores, nec ipſe Porta rationes eius phænomeni afferant, quæ doctis mathematicis vllo modo ſatisfaciãt.

Sol ſpectatus e profũdo puteo maior apparet. Ratio à vapido aere.

Flãte Auſtro, res videntur maiores. Ratio èadem.

Ideo ex meo Maurolyco accipe demonſtrationem geometricam perbreuem hanc, quæ eſt theorema primum diaphanecon apud ipſum.



Quod per diaphanum planum tranſparet, maius quam ſit, ac propinquius videtur, & eo magis quo propius plano diaphanũ. per diaphanum enim planum AB tranſpareat longitudo quæpiam CD per radios fractos EAC, EBD, & producantur in rectum radij EA, & EB donec cum ipſis CF, DG ad planum AB perpendicularibus concurrant in ſignis F, G, apparebunt ſigna C, D in ſignis F, G, per ſecundum ſuppoſitum (paullo ante memoratum in notatis ante alterã priorem demonſtrationem ex Maurolyco.) *longitudo ergo CD, qua abſq; diaphano ſub angulo CED appareret, nunc ad angulum FEG maiorem ſpectatur, & in terminis F, G. quare maior, & propinquior.*

Demonſtratio de rebus ob refractionem ampliatis.

I. Nota demonſtrationem valere etiam de diaphanis non planis, ſi cætera ſint paria. diaphana denſiora aëre, cuiuſcumq; ſint figuræ, habent vim dilatandi angulum viſorium, vt pluribus expoſuimus in noſtris dioptricis ad theorias opticorum tubulorum, &c.

Diaphana cuiuſcũq; figurę dilatant angulũ opticũ.

II. Diaphanum à Maurolyco appellatum hîc etiam intellige de diaphano, quod aëre ſit denſius, in cuius egreſſu fiat refractio à perpendiculari. &c.

Cęterũ quoniam propoſiti paradoxi partes, & allatæ authoritates, & experimenta, & demonſtrationes inter ſe pugnare videntur, viden-

dum eſt in ſequenti propoſ. ſit ne aliquid inter hæc oppoſita compoſitionis?

PROPOSITIO II.

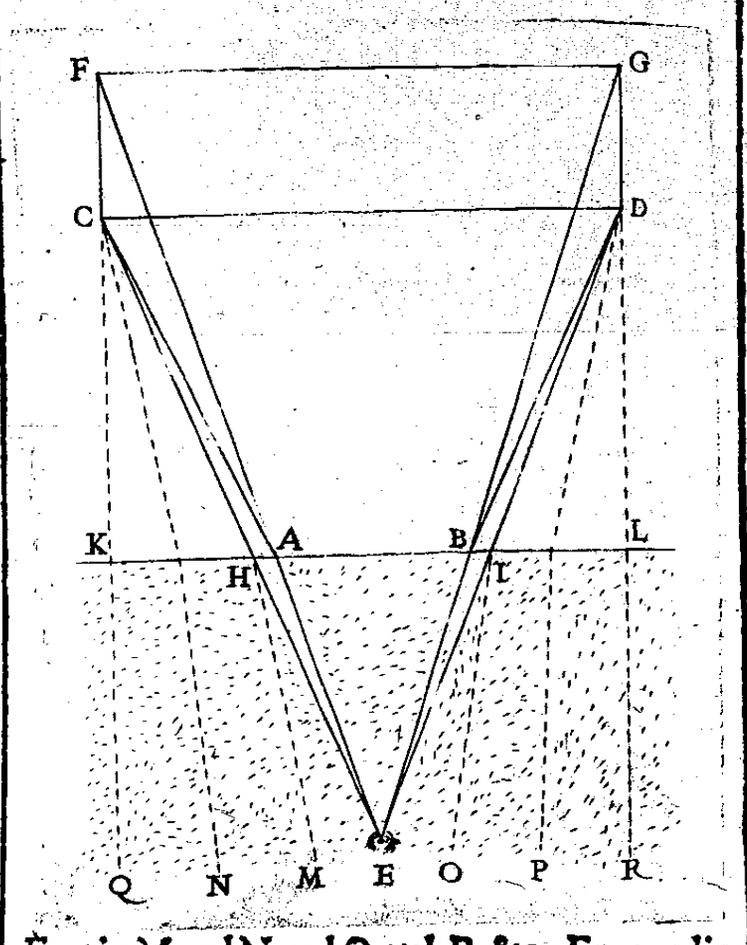
Conciliata antecedentis paradoxi partes oppoſitæ. Circa Maurolyci demonſtrationem de rebus per refractionem minoribus explicata aliqua. Paradoxum paullò poſt explicandum hìc indicatum.

VVlgatus effectus refractionis putatur ab imperitioribus eſſe ille tantum, quo res maiores quàm ſint, appareant. Nihilominus refractio res etiam ad apparentiam imminuit, vt demõſtratum eſt in priori altera demonſtrat. Maurolyci. Quomodo autem contrarij duo iſti effectus ab eadẽ refractionis cauſa prodire poſſint non erit difficile percipere aduertenti ad verba duarum propoſitionum ex Maurol. allatarum. In altera enim demonſtratio procedit de re infra, vel per diaphanum denſius ſpectatà ab oculo collocato extra diaphanum, in altera verò de re extra diaphanum denſius ſpectata ab oculo collocato intra diaphanum. Priore modo maior apparet, poſteriore modo minor per refractionem. Ac quoniam ſatis à nobis olim explicatum eſt quemadmodum refractio angulum viſorium amplificet, & res propiores oſtentet, quàm verè ſint, vbi egimus de theoria tuborum dioptricorum, ſupereſt nunc videndum modo quaſi phyſico, & explicandum quonam pacto refractio aliquando etiam vim habeat arctandi angulum viſorium, & vim habeat fingendi res longinquius collocatas, quàm verè ſint. Quoniã enim quæ propiora ſunt videntur maiora, & quæ maiora ſunt ſub maiori angulo ſpectantur, longinquiora verò minora, & ſub minori angulo videntur, videamus ergo ecquid, ac quî refractio aliqua poſſit res longinquiori loco apparenter collocare, atq; angulum viſorium arctare.

Refractio res imminuit oculo intra diaphanum denſius amplificat extra rarius &c.

Reponatur hìc ſimilis figuræ propoſ. ex Maurol. poſitæ primo loco. Intra diaphanum aëre denſius, quod eſt AB oculus E collocatus videat rem extra diaphanum collocatam CD. Ex pũctis C, & D quæcumq; rectæ incidunt in diaphanum HI ita, vt non pertingant ad puncta A, vel B, ſed ſint verſus H, vel I, quoniam refringuntur ad perpendicularem, ſiue inflectuntur verſus partes K, vel L, ideo progredientur per diaphanum HI, ac diuertent hinc inde extra punctum

Quomodo ſub minori angulo res apparet oculo intra diaphanũ denſius.



E, vt in M, vel N, vel O, vel, P, &c. Ergo radius aliquis, immò primi radij, qui ex C, & D poſſint refracti pertingere ad E, erunt intra puncta H, & I; ergo ſub minori angulo AEB apparent C, D refractè, quàm apparerent directè ſub maiori angulo HEI.

Quod verò pertinet ad apparentiam pertinentem non ad quantitatem rei obiectæ (de qua hactenus) ſed pertinentem ad locum vbi appareat extra diaphanum res collocata, & obiecta oculo poſito intra denſius diaphanum, vidẽdum erit vbi nam (iuxta ſuppoſitum opticum in apparentia, & experientia phyſica fundatum) vniri poſſint radij EA, EB (per quos ex antecedentibus fit viſio) cum perpendicularibus progreſſis ex punctis C, & D; ſi eæ perpendiculares ex C, & D accipiantur progredientes verſus partes diaphani KL, ibunt in KQ, LR, nec pertingent ad puncta A, & B. Si ergo radij (per quos fit viſio) EA, EB producantur, non poterunt coincidere in perpendiculares ex C, & D progreſſas niſi ad partes F, & G, quæ puncta quia remotiora ſunt, quàm C, & D, ideo res in punctis F, G apparentes videntur & ipſæ remotiores.

Quomodo res appareat remotior oculo intra diaphanum denſius.

Verum, quis credat? oſtendemus etiam res aliquando imminui per refractionem factam, quando oculus eſt etiam in rariori diaphano, quod videtur pugnare cum vulgato effectu refractionum, quibus res apparent maiores per diaphanum denſius ſpectatæ ab oculo collocato in medio, ſiue diaphano rariori. Soluemus hoc paradoxum in coroll. ſequen. propoſ. Vide etiam Schol. poſt ea corollaria.

CO-

COROLLARIVM.

In quo curiosa quæstiuncula, oculo in Lunà collocato, & despectanti terra maior ne, an minor apparet, quàm deberet?

EX dictis in duabus præcedentibus propos. facilè solui posset quęstiuncula, scilicet posito aëre purgatissimo, an terra visa ab oculo in Luna collocato appareret maior, &c? Dicendum enim est, quemadmodum oculo in aëre posito Luna, & cætera luminaria cælestia extra aërem nostrum inferiorem, ac densiorem collocata (posito aëre ab omni vaporum genere depurgato) minora videntur ex dictis propter refractionem ad perpendicularem; ita propter contrariam rationem terra (vt nummus in aqua) intra aerem demersa, & spectata ab oculo extra, & suprà aërem in Lunæ superficie collocato videretur maior, quàm proportione distantiæ videnda esset.

Terra oculo in Lunà despectanti appareret maior, quam sit.

PROPOSITIO III.

Cælestia luminaria propter refactionem apparent elliptica figuræ, præsertim prope horizontem.

HOc phænomenon ab antiquissimis verè lynceis Astronomis multis ante sęculis notatum est etiam ante vsum tubi dioptrici nuper inuenti, siue restaurati. Estq; hoc phęnomenon commune omnibus Planetis, ac stellis. Sed euidentius se prodit in Principe Planetarum Sole, circa cuius apparentem ellipticam figuram copiosissimè, atq; eruditissimè versatus est noster Scheinérus. Ipsius libellum adeat qui plura quęrit. Nos interim hîc paucis rem expediemus ex definitionibus, siue suppositionibus conicis, & ex hypothesi vnà dioptricà.

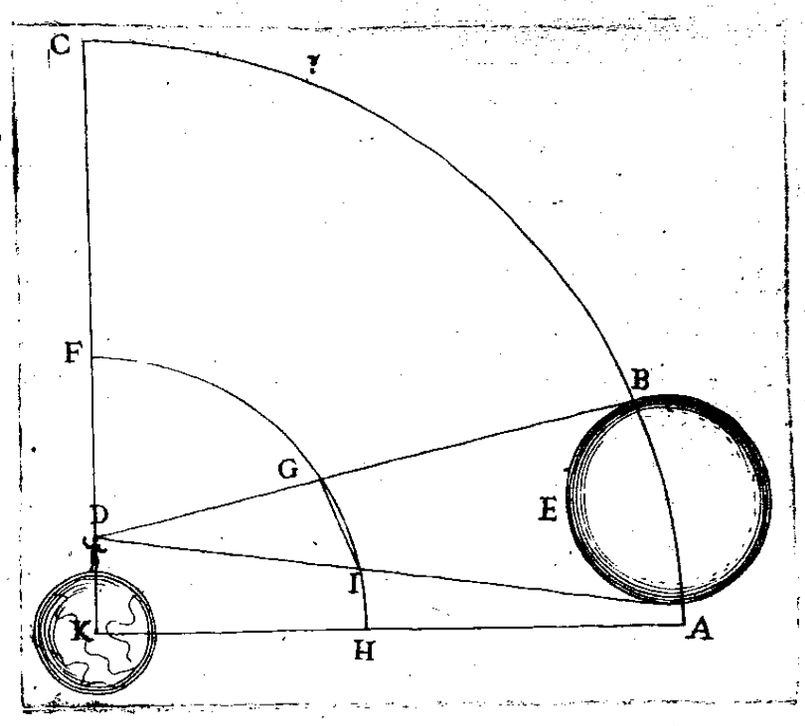
I. Suppono definitionem, siue descriptionem ellipticę sectionis ex 9 pri. conicorũ: si conus plano secetur conueniente cum vtroq; latere trianguli per axem, quod neq; basi æquidistet, neq; subcontrariè ponatur, sectio ellipsis erit. Patebit hæc descriptio, seu definitio in exemplo figuræ paullo post apponendæ.

Quæ sit sectio elliptica.

II. Suppono sectionem coni factam à plano basi coni parallelo, &c. esse circulum per 4 pr. conicorum.

Sectio coni parallela basi est circulus.

III. Suppono ex dioptricis, oculo posito in diaphano rariori rem positam in diaphano densiore apparere in diaphani densioris superficie, ad quam pertingunt directi radij visuales. Huius etiam suppositi apparentia patebit in sequenti figura.



Sit Sol AB, Solis cælum ABC. Ab oculo in D supra terræ superficiem finge productũ conum DBA, cuius basis BEA, &c. sit circulus, sub quo solaris corporis sphæra apparet. Orbis vaporum solares radios refringentium esto FGH, per quos vapores transmissi solares radij fingantur refracti in G, & I, etiamsi in figura ponantur directi ob euidentiorem explicationem obliquæ sectionis ellipticæ, de qua mox.

Porrò Solis sphæra quocumq; tandem è situ ac loco terræ spectetur, siue in centro, siue in superficie terræ sit oculus, semper representabit circulum, etiamsi oculus non sit in centro cæli solaris. Sphæra enim siue obliquè, siue directè spectetur, semper circulum representat propter vniformitatem figuræ vndiq; conuexæ æqualiter, & quasi ex infinitis peripherijs æqualibus conflatæ. Conus ergo BDA, etiamsi oculus non ex centro K, sed supra superficiem trræ ex D Solem prospectet prope horizontem, habet pro basi circulum BEA.

Cur sphæra obliquè, vel directè spectata semper circulum repræsentet.

Quoniam igitur, iuxta suppositum phęnomenon, Solis simulachrum per refractionem appareret in GI figuræ non circularis, sed ellipticæ, necessariò dicendum est eam ellipsim non aliunde prodire nisi, iuxta i suppositũ, ex obliqua sectione coni visualis, quam facit curua superficies sphæræ vaporum refringentium Solis radios; oculus enim quanto magis recedit ex centro K versus D, & F, semper obliquius videt partem GI. Quod si ex K spectaretur Sol refractus per sphæricam vaporum superficiem, tunc appareret Solis imago per eam refractionem non elliptica, sed circularis; quia tunc conus visualis verticem habens in centro cõcentricorum FH,

Cur Sol ellipticus appareat.

Oculo in cẽtro terræ Sol, &c. appareret nõ ellipticus.

CA, ſecaretur parallelos ipſi baſi, ac proinde ſectio facta à diaphano eſſet & ipſa circulus, iuxta a ſuppoſitum.

Itaq; abſtractè à figura geometrica loquēdo, ratio ellipticæ figuræ, quam apparenter oculis repræſentant lumina ria cæleſtia, eſt propter refractionem obliquè factam ab obliquitate curuæ ſuperficiei ſphæræ vapidæ radios ſolares refringentis.

Ratio ellipticorum cæleſtium luminarium non ſolum à curuo, ſed & à plano diaphano. &c.

Quam rationem intellige non ſolum de curua, ſed etiam de plana diaphani ſuperficie, modo ad oculum obliquetur, ſeu ſecet obliquè conum viſorium.

Quod ſi diaphanum inter Planetas, ac ſtellas non obliquè interponatur, ſed directè ſecundum ſuperficiei diaphanæ latitudinem, Planetæ, ac ſtellæ ſuam figuram non immutabunt, niſi ſecundùm magnitudinem. Huc appone quæ apud Scheinerum ſunt experimenta vitrorum variæ figuræ interpoſitorum inter oculum, & faculam, cuius faculæ figura contrahitur, vel producitur, ac variè repræſentatur oculo pro varia diaphani interpoſiti ſituatione, obliquatione, directione, &c. Atq; hæc circa priorem partem propoſ. hîc à nobis poſitæ.

Ratio cur præſertim in horizonte appareant elliptica cæleſtia luminaria.

Circa poſteriorem partem, quæ aſſerit præſertim circa horizonem ellipticas apparere cæleſtium luminarium formas, ratio eſt, quia quanto conus viſualis ADB propior eſt horizonti, tanto ſecatur obliquius ab ipſa vaporum ſuperficie FGH; quanto verò magis conus viſualis baſim AB eleuat verſus C, tanto minus obliquè ſecatur ab FGH, atq; ideo ſtellæ, ac Planetæ, præſertim Sol ſpectatur ſemper minus ellipticus, ac magis rotundus, quanto ſupra horizontem magis eleuatur. Vide ad huiuſce propoſ. complementum coroll. 2. è mox ſequentibus.

COROLLARIA.

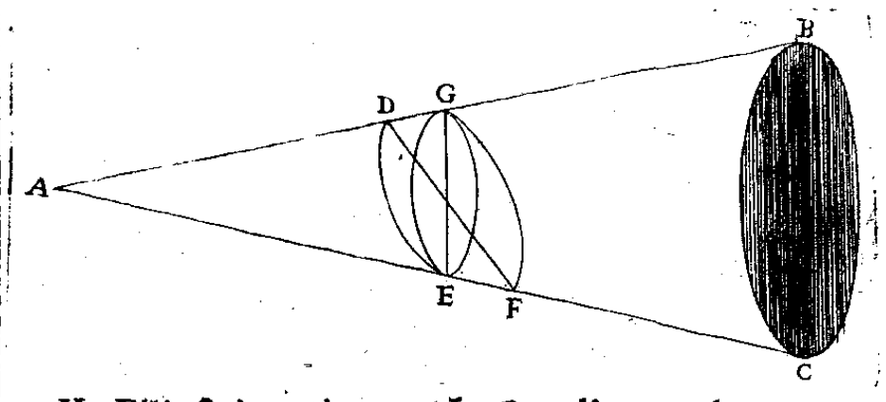
In quibus paradoxa, & Veterum Authorum correctiones, & ſolutiones nodorum, problematumq; opticorum iucundorum.

Sol ſimul maior, & minor apparens.

I. VIdeas ex dictis, ac demonſtratis præced. propoſ. nequaquam pro abſurdis habenda eſſe ea phænomena, quæ ponit, ac putat abſurda Cleom. Qui lib. 2. ſic habet contra Epicureos:

Cum incedit Sol apud alios oriens, & apud alios medium tenens cælum, ſimul & maior, & minor fiet; maior quidem quibus oritur, minor verò quibus medium tenet cælum eodem horæ momento, quo nihil eſt putidius. Non ſolum enim ex huiuſce progym. 4. prop. 1. Sol (vt cæteri Planetæ, ac aſtra) propter refractionem apparere poteſt & minor, & maior, ſed etiam ex nuper dictis modo magis ellipticus, & ex parte contractior, modo rotundior ſpectatur. Cæterum Cleom. rectè argumentatur ad homines, qui loquebantur de Solis magnitudine, ac figurà non apparentibus, ſed veris, atq; arbitrabantur Solem eius eſſe veræ magnitudinis, ac figuræ, qualem oculo oſtentaret. Abſurdum autem eſt, atq; impoſſibile idem obiectum ſimul veré eſſe maius, ac minus, qualis eſſet Sol ſi talis eſſet, qualis apparet. Nam modó maior, modó minor apparet propter refractionem variam. Itaq; non eſt abſurdū Solem modó maiorem, modó minorē aſſerere quod ad apparētiam, eſt autem abſurdum quod ad eſſentiam. Quin immò ex prædictis in fine prop. anteced. paradoxum verum eſt hoc, nempe: aſtra, & Planetę tū ab ortu in meridiem, tum à meridie in occaſum properantes in perpetuà ſunt mutatione tum magnitudinis, tum figuræ apparenter, propter maiorem, ac minorem refractionem à vaporibus, & ob minus, aut magis obliquam ſectionem coni viſualis à curuitate vapidæ ſphæræ, &c. vt iam dictum eſt.

Cęleſtia luminaria in ſuis curſibus perpetuo variant figuræ magnitudinem.



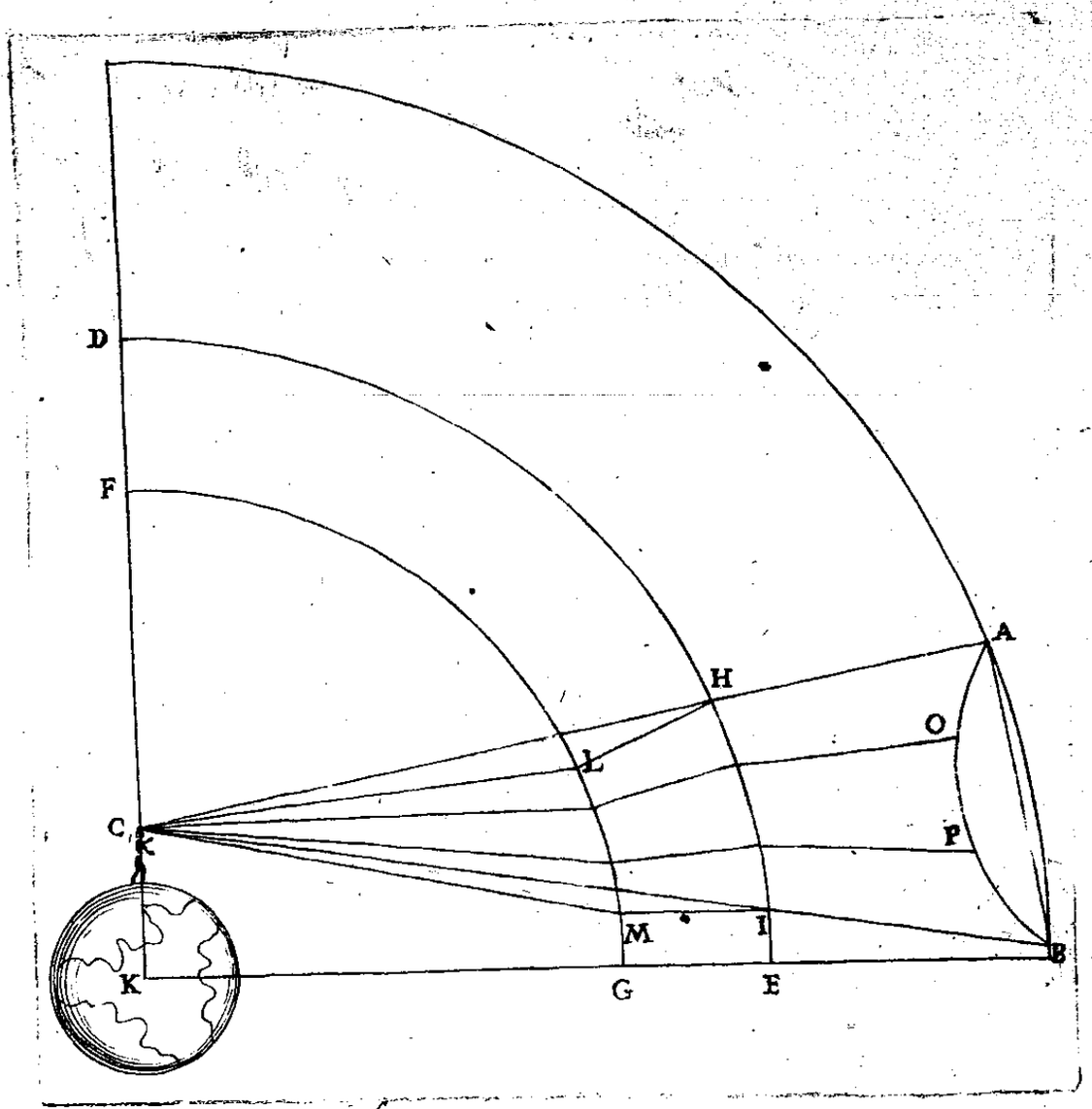
II. Ellipſis è vertice coni ſpectata licet oculo ſpectanti ſit obliqua, tamen apparet vt circulus. In coni ABC (cuius baſis circulus BC) vertice A oculus ſpectet ellipſin DEFG in cono factam, cuius ellipſis maxima diameter ſit DF, minima ſit GE, quę ſit communis etiam circulo circa eam deſcripto, ac baſi coni parallelo; quoniam ſub eodem angulo A circumducto circa coni axem, ac ſuperficiem ſpectantur vtraq; diameter DF, EG, & quæcumq; aliæ diametri eiuſdem ellipſis, apparebit figura habens circumquaq; diametros æquales, qualis eſt circulus; quę enim ſub æquali, aut eodem angulo ſpectantur videntur æqualia; iuxta opticum axioma.

Ellipſis quo modo appareat vt circulus.

Hoc poſito, finge BC eſſe Solem, qui ſecundùm imaginem per refractionem obijciatur ellipticus per prædicta in anteced. propoſ. de obliqua ſectione coni viſualis, &c. cur ergo non ſpectabitur circularis cum ſub eadem angulo A ſpectetur eius forma in DEFG, ſub quo ſpectatur BC, aut ſub quo ſpectaretur in GE, iuxtà demonſtrata?

Ratiò geometricè optica.

Reſpondeo negando Solem cùm per refractionem obliquam, &c. apparet ellipticus, ſpectari ſub



ri ſub eodem angulo A; ſed diametrum eius, quæ quaſi perpendicularis eſt ad horizontem, ſpectaꝛ ſub minore angulo, quàm diameter, quæ eſt horizonti parallela. En in hîc poſitâ figurâ, in qua habeatur pro diametro Solis ad horizontem perpendiculari ipſa AB, à cuius extremis A, & B irent radij directi AC, BC, ſi nullum interponeretur diaphanum denſius. Habeto igitur pro vapidæ ſphæræ craſſitie ſpatium interceptum inter peripherias DE, FG; radij ergo AC, BC in ingreſſu in denſius medium refringerentur in H, & I ad eam perpẽdicularem, quæ eſſet ſemidiameter ducta à centro K. rurſus ijdem radij egredientes in aërem inferiorem intra, & infrà vapores purgatiorem, tanquam in rarius medium, refringentur à perpendiculari in L, & M. Sic & reliqui radij egredientes ex punctis O, P, &c. refringentur, ſed omnes cum hac differentia, quod obliquius incidentes in conuexum vapidę ſphærę (nempe qui egrediuntur à punctis vicinioribus ipſi A) refringuntur magis, iuxta demonſtrationes dioptricas apud Vitell. lib. 10. & iuxta ſupoſ. 2 lib. 1. diaph. apud Maurol. Igitur quanto magis refringuntur infra radium AC, tanto minorem angulum efficiunt ad C, quàm ſit ipſe totalis angulus ACB. neq; enim quantum infra A refringitur ſupremus radius AC, tantundem rfringitur infra I infimus BC; quia, vt prædictum eſt, ponitur BC minus obliquè incidere in conuexum ſphæræ vapidæ, quàm incidat AC. Quarè cùm diameter Solis AB ad oculum in C poſitum perueniat non ſolùm obliquè, ſed & inæqualiter refracta, ac proinde, iuxta explicata, ſub minori angulo videatur, quàm ſit angulus coni, ſub quo Sol vel irrefractus, vel æqualiter refractus ſpectaretur, & quàm ſit angulus etiam, ſub quo ſpectatur altera Solis diameter horizonti parallela, propterea ellipticus Sol, ſiue ſecundùm altitudinem contractior apparet, quàm ſecundum latitudinem.

Cur Sol, ſecũdum altitudinem contractior appareat

Vt verò ſecundum latitudinem appareat minus contractus, quàm ſecundum altitudinem, efficit ratio contraria prædictæ de contractione apparenti ſecundùm altitudinem. Nam ſecundùm latitudinem Sol habet oppoſitam conuexitatem vapidæ ſphæræ in obliquitate, quæ eſt & æqualiter diſpoſita, & minor quàm ſit obliquitas, quæ obijcitur diametro Solis ſecundum altitudinem, ac propterea in diametro ſecundum latitudinem ceſſant cauſæ allatæ de contractione maiori in diametro ſecundum altitudinẽ. Totum huiuſce doctrinæ negotium firmabitur (ſi lubeat experiri) vitro ſphæricè incurvato, atq; inter oculum, & inter aliquod viſibile poſito ita, vt concauum ſpectet ad oculum. Quanto enim magis obliquaris id vitrum, videbis rem refractè ſpectatam contrahi magis, ac magis ſecundum altitudinem, non item ſecundum latitudinem, ſcilicet ob allatas nuper dioptricas rationes. Plura vide apud noſtrum Scheinerum.

Cur ſecũdum latitudinem minus cõtractus.

Hinc paradoxum prodit, quod polliciti ſumus in fine prop. 3. huius Progym. nẽpe: refractio per diaphanum denſius facta ad oculum colloca-

Experimenta pro prædictis apparentijs de Sole.

tum

Refractio ampliatoria aliquãdo imminuit obiecta.

rum in medio rariore, hoc eſt *refractio, per quam obiectæ res augeri ſolent, res obiectas imminuit.* Habes exemplum in figuris ellipticis cæleſtium luminarium, præſertim Solis propè horizontem, qui Sol cum per vapores aëre denſiores ſpectetur ab oculo in aëre poſito, tamen ſecundum altitudinem, iuxta iam dicta, valde imminuitur. quę tamen imminutio in hoc genere refractionis res per ſe dilatantis eſt per accidens, ob obliquitatem diaphani interpoſiti. &c. vt predictum eſt.

Quomodo aliquãdo maior diameter Ellipſis appareat minor.

IV. Adde & aliud paradoxum: Ellipſeos diameter maxima ſpectatur minor, quàm ſit diameter eiuſdem ellipſeos minima. Oppoſitum accidere opporteret nẽpe vt ellipſis proſpecta oſtentaret diametrorũ maximam, vt verè eſt, maiorem diametro, quæ minima eſt. Hoc etiam paradoxum efficit refractio per diaphanum obliquatum ita, vt partes diaphani obliquæ obliquent oculo diametrum maximam ellipſeos; ea enim ſic obliquata decreſcet adeo, vt minor videatur alterà diametro, quæ minima eſt, ſed per diaphanum non obliquatum ſpectatur. In cœleſtibus autem luminaribus, atq; in primis in Sole, quoniam conus viſualis à ſuperficie vapidæ ſphæræ obliquà ſecatur ita, vt diameter Solis parallela horizonti, ſiue ſecundum latitudinem, ſpectetur per refractionem in lineà, quæ ipſi Solis latitudini eſt parallela, quæq; in cono viſuali diameter eſt circuli paralleli ipſi diſco Solis; at verò diameter Solis ſecundum altitudinem ſpectatur per refractionem in lineà non parallelà circulo ſolari, ſiue baſi coni viſualis, ideo longior eſt per ſe illa diameter ſectionis obliquæ in cono viſuali, quàm ſit diameter ſectionis non obliquæ; tamen propter prædicta, quæ longior minor, quæ breuior longior diameter apparet.

Non bene affirmatum à Vitell. omnes ſtellas apparere rotũdas.

V. Deniq; ex præced. propoſ. Vitell. corrige, qui hallucinatus eſt in eo, quod propoſ. 54. lib. 10 affirmat omnes ſtellas videri rotundas. niſi quod benigne poteſt excuſari ex eo, quòd vel caruerit adminiculo tubi dioptrici noſtro ævo reperti, ſeu reſtaurati; vel non tam acutè, ac lynceè proſpiceret vt (quod aliqui fecerũt) etiam ſine dioptricis inſtrumentis poſſet diſpicere, ac aduertere in ſtellis prope horizontem ellipticam figuram.

SCHOLION.

Qua cautione locuti, & intelligendi ſimus circa refractiones in hoc 4 progymn.

QVæ hactenus in hoc 4 progymn. dicta ſunt de refractione res vel augente, vel imminuente intellige in hìc poſitâ materiâ, iaeſt in diametris apparentibus cæleſtium luminarium, quæ luminaria apparent per ſphæricum diaphanum vapidi aëris. In quo, & per quod aëris diaphanum à vaporibus modò purgatum, modo occupatum, & obliquatum fiunt oculo noſtro refractiones oſtentantes cæleſtia luminaria tum minora, tum maiora, elliptica, &c. Itaq; hìc non vniuerſim ita loquimur, vt comprehendamus omnia, quæ accidere poſſunt diaphanis ad efficiendas anomalias circa refractiones; v. g. abſtrahimus à figura aliquà diaphani, à quâ figurâ per accidens fieri poteſt vt id, quod maius apparere deberet per diaphanum, ratione figuræ, puta, concauæ verſus oculum appareat minus. &c.

Hactenus à nobis dicta de refractionibus intelligenda ſunt circa cæleſtia per aërem.

Nos igitur tantum loquuti ſumus de ijs apparentijs, quæ accidunt ſpectantibus cæleſtia luminaria per refringens aëris medium, & eorum cauſas aperuimus.

Diaphana aliqua propter figuram rem imminuunt.

PROPOSITIO IV.

Trepidationes, ac ſcintillationes cæleſtium luminarium fiunt ex refractione iuxta doctiorum ſententiam.

INſcriptio huius 4. Progym. eſt de apparentibus non ſolũ diametris, & figuris cæleſtium luminariũ, ſed tertio etiam loco nominat (ſi meminiſti) apparentes eorũ motus. Ac quemadmodũ apparentiæ illæ diametrorũ, & figurarũ proueniunt ex refractione, ſic & apparentes motus, quales sũt trepidationes, & ſcintillationes ab eádẽ proueniunt refractione. Huiuſce prop. probationes, experimenta, & alia plura vide (vt alios omittã) apud noſtrũ Scheinerum in diſquiſitionibus Mathematicis nu. 34. vbi de Sole, ac eius trepidatione, & ſeq. nu. 35. vbi corollaria circa ſcintillationes non ſolũ ſtellarum, ſed etiam reliquorum planetarũ. Ex quibus ſolui poſſunt dubitationes, quæ ponuntur in paralipomenis ad Vitell. vbi de lumine ſyderum. Vide deniq; è ſemipriſcis Vitell. lib. 10. prop. 55. Nos hîc tantũ propoſitionẽ recenſuimus, quia ſpectat ad noſtrum negotium de Aſtronomia dioptricà. Quoniam autẽ nihil nobis occurrit noui præter iam diſputata à citatis Authoribus, ideo ne factum faciamus, reicimus te, mi Lector, ad iam vulgata.

Apud quos egregia pro nobis circa trepidationes cæleſtium luminarium.

Dubitationes in paralipom. ad Vitell. vnde ſoluantur.

Si pleriq; ſcriptorũ ſic agerent, vt tantũ noua, vel nouo modo explicata ſcriberent, nec aliena tantũ deſcriberent, non augeretur in dies numerus inutilis voluminũ tantùm éadẽ continẽtium, & miſeros Lectores fallentiũ caſſo labore relegendi iã ſepius lecta. Nos ſanè conati ſemper ſumus in ijs, quæ hactenus poſteritati tradidimus, vt ſaltem aliquid, præter iam ab alijs dicta, adderemus, & ab alijs dicta, ſi neceſſe eſſet, paucis tantùm indicaremus.

Scriptorum prodeſſe cupientũ eſt nõ iterare tãtum ab alijs præſcripta.

PRO-

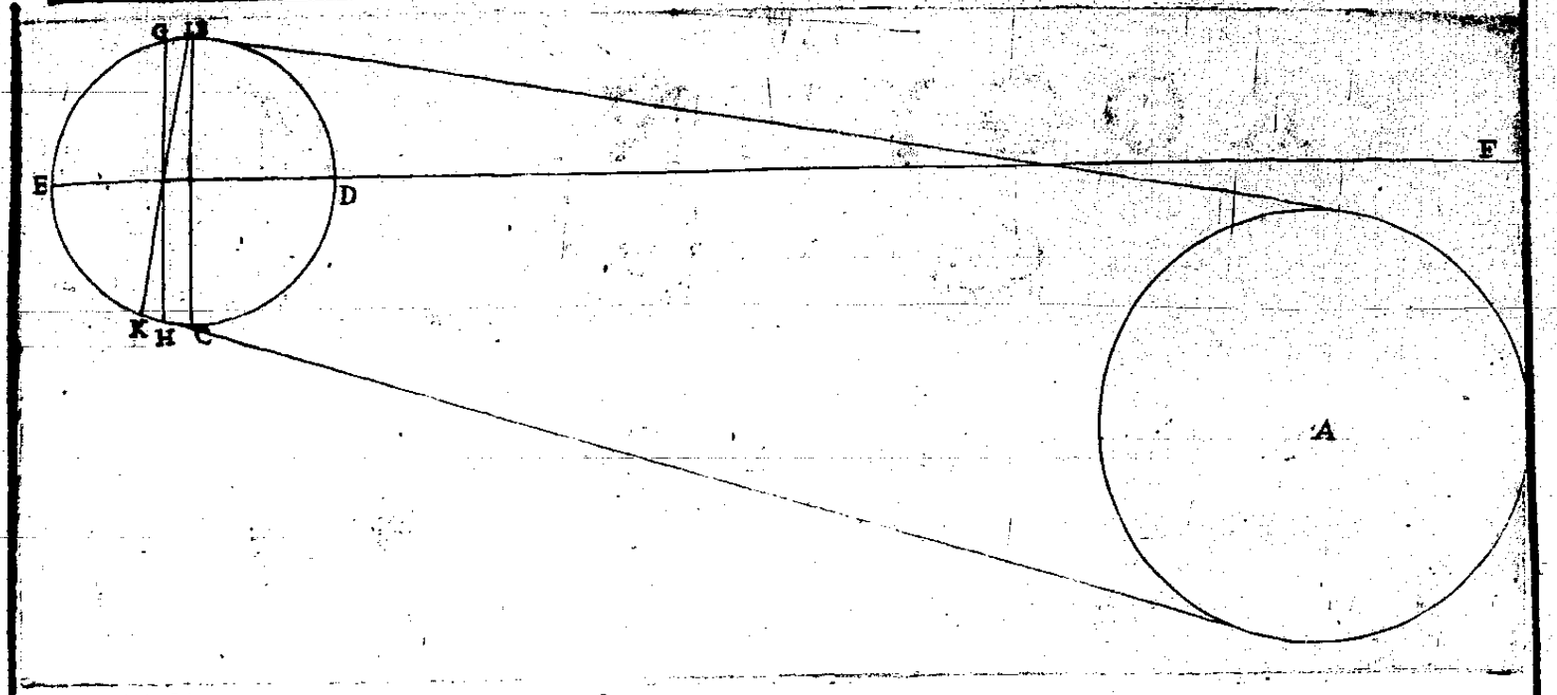
PROGYMNASMA QVINTVM.

Paradoxa circa ortus, occasus, gyrationes, &c. cælestium luminarium: circa vmbras gnomonicas, &c. De Aurora perpetua. &c.

PROPOSITIO I.

Sol antequam oriatur, & postquam occidit apparet etiam sine refractione, apparet etiam per refractionem dum infra horizontem est circiter 50 milliaria Astronomica, etiamsi tunc ex refractione non eleuetur nisi circiter 35 milliaria Astronomica.

VIgatus, ac notus est effectus refractionis, vt Sol propter eam iusto altior apparens, dum paullo infra horizontem est, appareat supra horizontem. At quod appareat supra horizontem dum est infra horizontem in ea distantiæ quantitate, quæ sit maior, quàm sit quantitas refractionis; idest dum infra horizontem ita est Sol, vt refractio non possit eum eleuare supra horizontem, & tamen tunc etiam supra horizontem appareat, id enim verò inopinatissimum est, & inauditæ plenum nouitatis. Perfacilis tamen est paradoxi huiusce euolutio si supponantur duo. I. Supponantur ea, quæ sunt exposita prop. 4. Progymn. 2 Apiarij huiusce nostri Astronomici circa quantitatem terræ vltra hemisphærium illuminatæ etiam extra terminos antiquis Astronomis notos. II. Supponatur verum ortum, & occasum Solis tunc esse, cum primùm supra, vel infra horizontem Astronomicum se se Sol collocat.



Oſtenſio quomodo Sol, etiam ſine refractione, appareat ante ortum.

Porro propoſ. huiuſce noſtræ paradoxicæ pars prior vera eſt, etiam ſi Sol immunis eſſet ab omni refractione. Nam Sol A radiet in terram BDC. Excitata propoſ.4.Progy.2.Apiarij huius noſtri, iuxta veteres Aſtronomos, nullam refractionis rationem habentes, illuſtratur terra per directã illuminationem vltra hemiſphærium circiter 15 milliarijs. Accipe incolas in B, quorum horizon Aſtronomicus ſit EF. Sol dum præcisè in horizonte eſt illuſtrat vltra hemiſphærium BDC, vſq; in GH. Finge iam Solem ita eſſe infra horizontem, vt mox ſupra horizontem primis radijs ſit emerſurus, illuſtrabit tunc vltra hemiſphæriũ BDC, v.g. vſq; in IK. Igitur tunc nondum exortus ſupra horizontem habitantium in B, tamen eis apparet, quoniam affiantur eius lumine vltra quadrantem DB per ſpatium BI effuſo.

Oſtenſio quomodo Sol, etiam ſine refractione, appareat poſt occaſum.

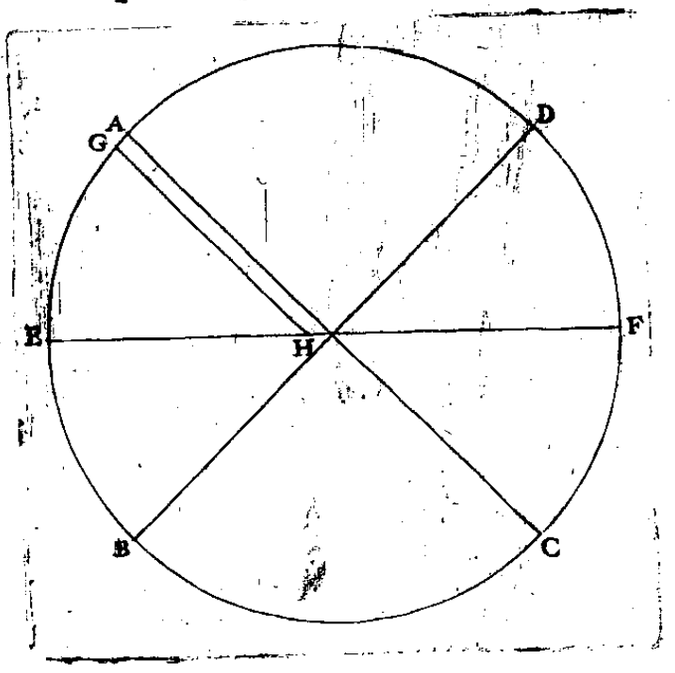
Cõtraria ratione finge Solem occidiſſe paullo infra eundem horizontem EF, tamen adhuc eius lumine perfunduntur habitantes in B, donec tamdiu infra horizontem deſcendat Sol, vt radij contingant terram citra B. vide noſtrum Aguill. conſec.3, propoſ. 46, lib.5.

Pars autem poſterior noſtræ huius propoſ. facilè deducitur tum ex paullo ante dictis, tum ex citata propoſ.4 Progymn. 2 huius Apiarij. Nam ex eà Sol illuſtrat vltra terræ hemiſphærium non ſolum ſpatium 15 milliar. vt antiqui ſine animaduerſione refractionum Aſtronomicarum aſſeruerunt, ſed etiam propter refractiones, vltra ſpatium 15 milliar. adhuc illuſtrat ſpatium 35 milliar. Ergo Sol infra horizontem verſetur circiter 50 milliar. & propter refractionem ſummam (quam dimidij gradùs ex Tychone poſuimus, ideſt 35 milliar.) eleuetur per 35 milliaria, ſi 35 milliarijs addas 15 milliaria, hoc eſt ſpatium terræ, quod illuſtratur, etiam ſine refractione, à Sole vltra hemiſphærium, fiet aggregatum 50 milliar., quod eſt ſpatium terræ vltra hemiſphærium illuminatæ, intra quod Sol videri poterit. Ne figuras ſine neceſſitate multiplicemus, Tu Lector, hanc poſteriorem huiuſce noſtræ propoſ. partem ex prædictis applicato figuræ geometricę.

Probatio de Sole per refractiones apparente ſupra horizontem dum eſt infra q. mill. 50

PROPOSITIO II.

In ſphæra noſtrà obliquà Sol ante Æquinoctium vernum, & poſt Æquinoctium Autumnale efficit Æquinoctium. In ſphæra rectà nunquam efficit Aequinoctium.



Quomodo in ſphærà obliqua Sol ante Æquinoctiũ vernũ efficiat Æquinoctiũ.

ESto ſphæra noſtra obliqua AB CD, BD axis mundi, Æquinoctialis AC, horizon EF. Sol in partibus Auſtralibus verſetur, & accedens verſus Æquinoctium vernum ſit non procul ab Æquinoctiali in parallelo GH, qui ſit minor ſemicirculo quantitate vnius gradùs. Quoniam igitur dum oritur, atq; óccidit in eo parallelo Sol eleuatur propter refractiones per dimidiũ gradum ſupra horizontem ortiuum & occiduum, ita vt in ortiuo anticipet, in occiduo poſtponat, iux-

ta

ta proximè anteced. propoſ. ideò moram lucis facit ſupra horizontem per quantitatẽ perfecti ſemicirculi, hoc eſt horarum diurnarum quantitate, ac numero æqualium cum horis nocturnis. cum igitur diei, noctiſq; pares efficiat horas, Æquinoctium tunc efficit ante vernum Æquinoctium, quod erat priore loco propoſitum, & explicandum.

Quomodo Sol poſt Æquinoctium Autumnale efficiat æquinoctium.

Poſteriore autem loco quod propoſitum eſt circa Æquinoctium Autumnale patet in eadem figura. Nam dum Sol verſatur in ſignis Borealibus citra Æquinoctialem (atq; etiam dum in ipſomet Æquinoctiali verſatur) efficit luces diurnas (præſertim additâ luce propter refractiones) prolixiores tenebris nocturnis. Opportet igitur progrediatur, & trâſgrediatur trâs Æquinoctialem (vt aſſolet Autumnali tempore) donec ad ſigna Auſtralia, & ad eũdem parallelum GH perueniat. atq; in eo Æquinoctium faciet poſt Autumnale Æquinoctium, &c.

Paradoxa prædicta de Æquinoctio in noſtra ſphæra ſunt dum Sol eſt Auſtralis.

Dixi: in ſphæra noſtra obliqua. Nam in ſphæra obliqua eorum populorum, quibus polus antarcticus ſupra horizontem eleuatur, Sol efficit Æquinoctium ante, & poſt Æquinoctialia puncta dum eſt in ſignis Borealibus. In noſtræ autem ſphæræ obliquitate efficit ea paradoxa, dum eſt in ſignis Auſtralibus, vt demonſtratum eſt.

In ſphęra eleuati poli antarctici prædicta parad. ſunt in ſignis Borealibus.

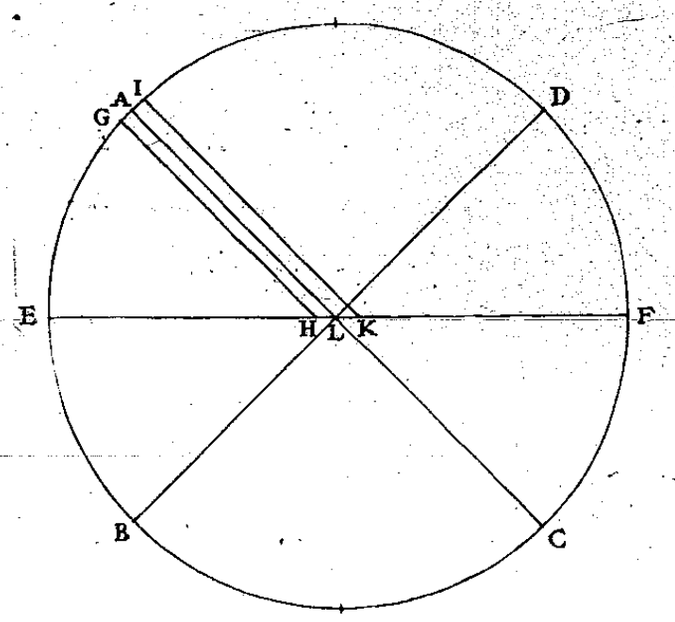
Iam verò in ſphæra recta cúm vulgatum ſit apud Aſtronomos ibi quotidie eſſe Æquinoctium propter Solis parallelos, qui ab horizonte recto in duos æquales ſemicirculos diuiduntur, tamen ſi refractiones ſpectaris, vere nunquàm in eo ſitu orbis eſt Æquinoctium, ex eo ſcilicet quòd (vt apud nos accidit in Æquinoctiali circulo) Sol ante ortum, & poſt occaſum (ceu prædictum eſt) adhuc ſpectabilis eſt, ac proinde mora lucis ſupra horizontem excedit quantitatem ſemicirculi, noctis verò tenebræ ſemicirculum habent imminutum, &c. In ſphæra igitur recta nunquam eſt Æquinoctium. &c.

Quomodo in ſphæra recta nunquam ſit Æquinoctiũ.

PROPOSITIO III.

In omni ſphæra ante, & poſt vtrũq; Aequinoctium Sol oritur, atq; òccidit in Aeqinoctiali circulo. Latitudines horizontales, & ingreſſus Solis in ſigna apparentes ſunt, ac fallaces.

IN hac propoſ. ſermo iam non eſt de effectione Æquinoctij, vt in præced. propoſ. ſed tan-



tum de ortu, & occaſu Solis in circulo Æquinoctiali. Ac mox diſtinctius videbis. Ponatur ſimilis præcedenti figuræ, & addatur parallelus IK tãtumdem citra Æquinoctialem remotus, quantum vltra Æquinoctialem abmouetur oppoſitus parallelus GH. Quoniam refractiones horizontales Solem non ſolùm eleuant ſecundum Azimutos, & ſphæræ altitudinem (ex qua eleuatione verticali præcisè fit effectus præced propoſ.) ſed etiam hinc inde diſtrahunt in horizonte ſecundum Almicantaratos, & ſphæræ latitudinem, ideo cum Sol ante, & poſt Æquinctium vernum verſabitur in ortiuo, & occiduo horizonte, ac diſtabit ab æquinoctiali ortiuo, & occiduo puncto per dimidium gradum, cum eſt v. g. in H apparebit in L. Atq; eodem modo ante, & poſt Æquinoctium Autumnale poſitus in K apparebit item in L, idq; non ſolùm in obliquâ ſphærâ, ſed etiam in rectâ. Ac propterea patet primum membrum propoſitionis.

Diuerſa hæc propoſitio ab antecedenti

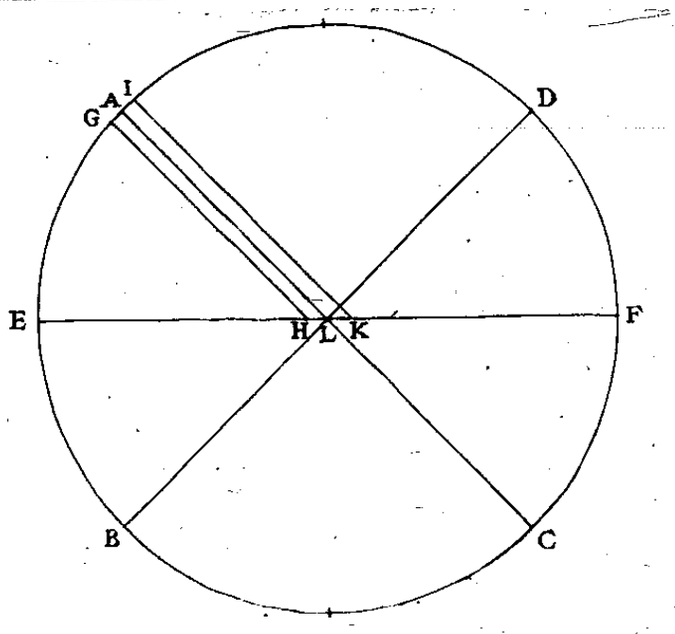
Quomodo Sol ante, & poſt Aquinoc. tium oriatur, & occidat in Æquinoctiali.

Posterius autem membrum facillimè deducitur ex priori. nam quod in exemplo poſuimus de acceſſu Solis ad Æquinoctialem ante, & poſt Æquinoctialem, idem intelligendum eſt de quolibet alio parallelo. Accedit enim ad quemlibet Parallelum ante, & poſtquam verſatus in eo fuerit propter anticipationes, & poſtpoſitiones ſimulacri ſolaris factas à refractionibus in horizonte ſecundum ſphærę latitudinem. Quapropter fallunt nos omnes horizontales ortiuæ, atq; occiduæ latitudines, itemq; obſeruationes ingreſsùs Solis in puncta Æquinctialia, & in quælibet alia Zodiaci puncta, & ſigna, ſi accipiantur ſecundùm apparentiam per inſtrumenta Aſtronomica, & non ſecundùm veritatem calculorum, &c.

Sol ante, & poſt quemlibet parallelũ eſt in parallelo propter refractiones laterales, &c.

PROPOSITIO IV.

Singulis diebus Sol in pluribus parallelis defertur. Inde corollaria circa vmbras.



FAcilis est expositio huiusce propos. in figura anteced. 4. propos. nam ex eà, & in ea patebit Solem (dum est v. g. in GH) apparenter oriri v. g. in Æquinoctiali LA propter refractionem secundum sphærę latitudinem. Mox ob imminutas refractiones magis, ac magis in assensu, & accessu ad meridianum, retrahitur Sol quodãmodo in parallelos versus GH. At verò idẽ Sol in descensu à meridie in occasum regreditur, atq; ascendit in eundem parallelum (atq. etiam vlterius) in quo ortus fuerat.

Quomodo Sol quotidie fit in pluribus parallelis.

Hinc fit Solem in horarijs solaribus dum vertice vmbræ à stylo proiectæ signat diurnos parallelos, non bona fide id facere, sed lineas illas vmbrosas esse mixtas ex partibus plurium parallelorum. Sic etiã linea, quam Sol per vbram signat dum oritur in Aequinoctiali, non est vera Aequinoctialis, nec recta linea. nam in ortu, & occasu dum Sol vmbram signat, ea quidem habet fortasse initium, & finem Aequinoctialis lineæ, at verò dum Sol ascendit ad meridiem, atq; ab eo descendit, partes vmbrosæ lineæ ab eo signatæ sunt parallelorum prope Aequinoctialem positorum, & inter extrema eius lineæ non ex æquo iacent reliquæ partes intermediæ, sed in quendam quasi arcum sinuantur, prout Sol altior quasi retrahitur ab Aequinoctiali, propter imminutas in cælo refractiones.

Paralleli vmbrosi in horarijs fallaces.

Linea vmbrosa æquinoctialis non est æquinoctialis.

PROPOSITIO V.

In Sphæris obliquis arcus diurni brumales proportione sunt maiores, quàm æstiui; atq; in omni sphæra longiores, quàm in tabulis ponuntur.

QVoniam Sol quò decliuior est, atq; ad horizontem deuergens, eò maiores refractiones patitur ob maiorem vaporum copiam versus horizontem eleuatam; Brumali autem tempore Sol in signis Australibus longè deuexior est, quàm in signis Borealibus æstiuo tempore; atq; ex obliquitate illa Solis fit vt in obliquis horizontibus brumali tempore eleuati illi vapores attenuari non possint; quam tamen vaporum attenuationem, & (vt ita loquar) concoctionem Sol efficit cùm vegetior directioribus radijs æstiuo tempore terram ferit; ideo si eandem quantitatem, ac numerum graduum accipias sine refractione in arcubus diurnis oppositorũ parallelorum, idem arcus (atq; in eo Sol) intra vapores brumales (qui densiores, aut etiam irregulariores sunt vaporibus æstiuis tenuioribus) apparebit maior, & Sol citius in ortu se se supra horizontem ostentabit, serius in occasu infra horizontem descendet, circa etiam meridiem elatior apparebit, &c. quàm si oriatur, occidat, ad meridianũ accedat intra vapores tenuiores, & minus refringentes, ac distrahentes speciem Solis æstiuis diebus.

Qua ratione brumales dierũ arcus proportione maiores æstiuis in sphærâ obliquâ.

Experientia autem docuit Batauos sub penitioribus regionibus septentrionalibus nauigantes Solem, propter vaporum inibi copiam ingentem, vsq; ad duorum graduum quantitatem eleuari plus iusto supra horizontem. Itaq; propositionis nostræ prior enuntiatio multo semper magis valebit in sphæris, quò illæ fuerint obliquiores. In ijs enim prædictæ rationes magis militant.

Sol in sphæris eleuatioribus ad 2 gradus elatior supra horizontem.

Posterior etiam propos. enuntiatio de diurnis arcubus in omni sphæra longioribus, quam in Astronomicis tabulis ponantur, nullam habet controuersiam, quia tabulæ diurnos arcus metiuntur, neglecta solari refractione; nisi si quę apud aliquem Authorem (quas nondum apud vllum vidi) refractionum rationem habẽt in suis supputationibus.

Cur breuiores in tabulis arcus diurni, q̃ in sphæria nudanâ.

PROPOSITIO VI.

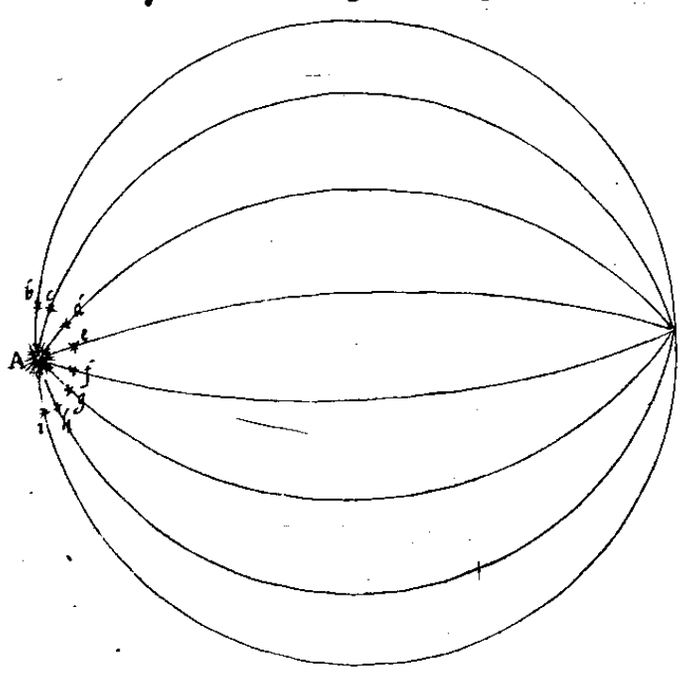
In ſphæra rectà vterq; polus eodem temporis momento & ſupra horizontem eleuatur, & infra horizontem latet. Innumeros etiam Soles eodem momento propter refractiones apparere.

Quomodo poli eodem tempore ſupra, & infra horizontem.

SI memineris, Lector, propoſ. 9 Progymn. 2 huiuſce Apiarij, facilè admittes paradoxa præſentis propoſ. nam polus vterq; in ſphærà rectà horizontem ex vero attingens, ex apparenti propter refractiones eleuatur ſupra horizontem. Et quoniam vapores terram vndiq; complexi refringunt oppoſita ſydera polaria, & quodlibet aliud aſtrum in horizonte collocatum, ac diſtrahunt eius ſimulacra in orbem vndiq;, atq; in partes contrarias, inde eſt vt ijdem poli dum nobis ſupra noſtrum horizontem apparent, infra etiam horizontem habitantibus, atq; adeò in oppoſitis quàmplurimis horizontibus appareant eodem momento temporis, vt propoſitio noſtra priore loco affirmat.

Quomodo idem Sol eodem momento in oppoſitis pluribus horizontibus appareat.

Poſteriore autem loco, quod ad multiplices Soles attinet, veritas enuntiationis ſe ſe aperit concipientibus animo innumera horizontalia plana ſe ſe interſecantia, & cõmune punctum peripheriarum ſe decuſſantium habẽtia in centro Solis, dum ille eſt verè in horizonte. Si enim in ſingulis ijs horizontalibus planis fingas ſingulos verticales, profecto Sol eodem temporis momento, propter vapores refractus, ac diſtractus, apparebit eleuatus in ſingulis ijs etiã oppoſitis, atq; innumeris verticalibus, atq; innumeri eorum horizontium incolæ ſinguli, ac plures, *ſolemq; ſuum, ſua ſydera noſcent*, vt cecinit poëta de incolis Elyſiorum camporum apud inferos.

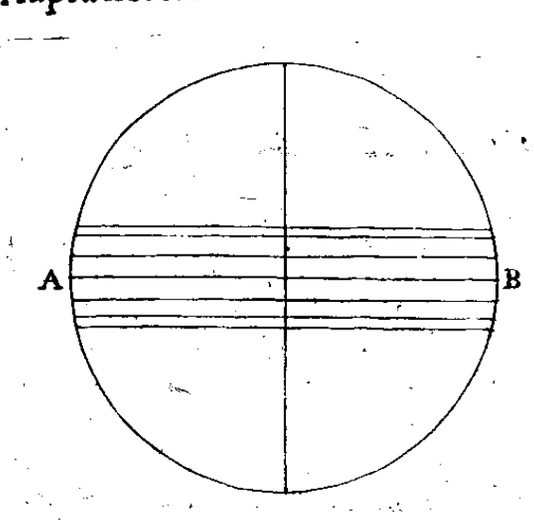


Vide ſpecimen vtrumq; in appoſito ſchemate Vides Solem in A circumeleuari, ac multiplicem apparere in b, c, d, e, f, g, h, i, &c.

PROPOSITIO VII.

Vel exigua refractio non ſolum quantitatem diei, ſed & numerum dierum augere poteſt.

PRopoſitio hæc veram ſe prodit in ſphæra parallela, & in ſphæris propè parallelis, in quibus cũ Sol eſt vel in Æquinoctiali, vel paullò infra Æquinoctialem, & per refractiones tantillum ita eleuatur, vt per minuta aliqua ſupra horizontem extet; quoniam tunc per vapores illos horizontales circumfertur in orbem, & perpetuum lucis diurnæ circulum peragit, ideo tot lucidas dies 24 horarum ſemeſtri luci ſuperaddit in ſphęra parallela, quot particulis refractionum anticipat acceſſum, & ſuperextantiam ſuam ſuprà horizontem.



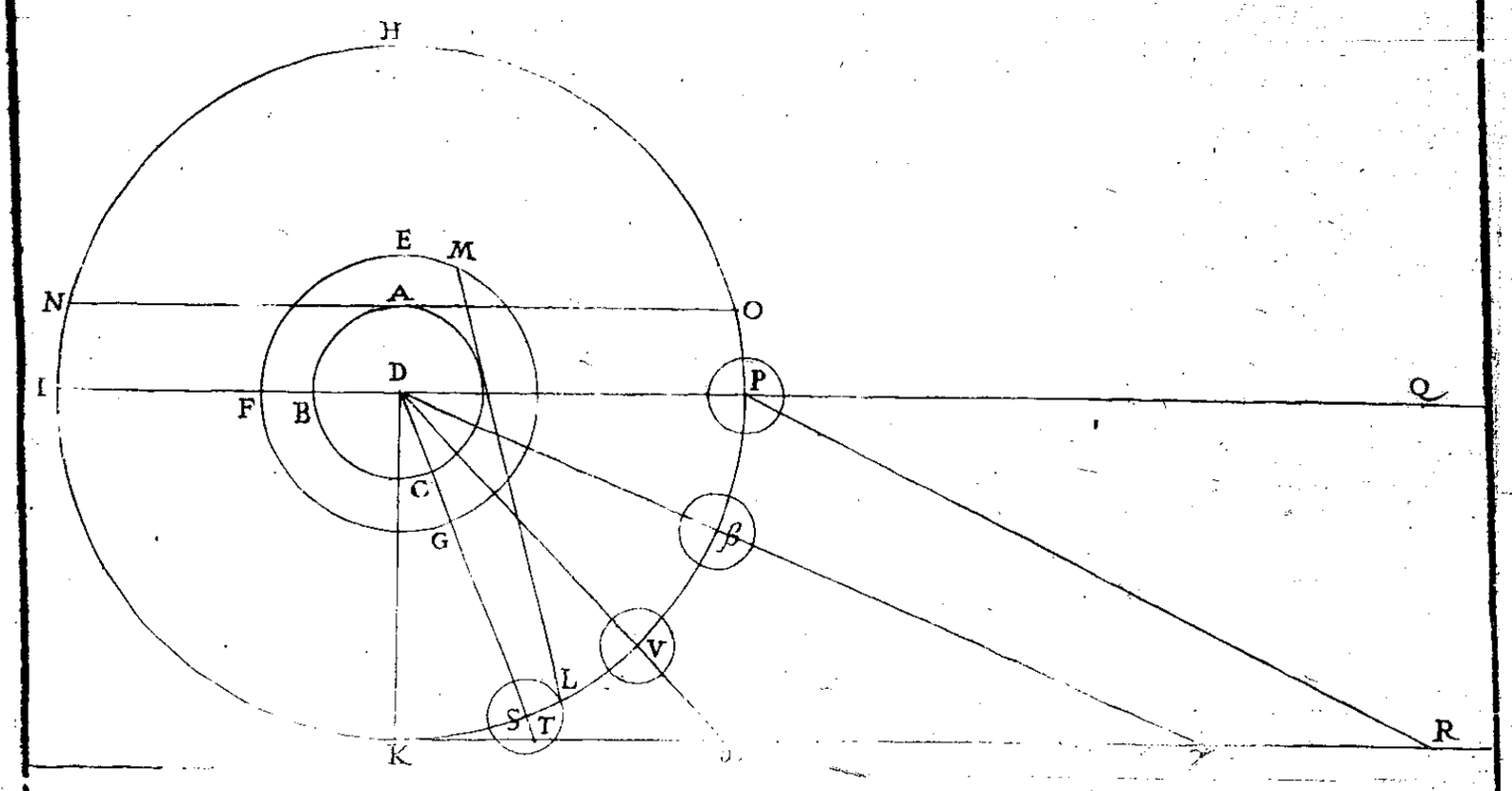
Oſtenſio in figura quomodo Sol, & in quà ſphæra numerũ dierũ augeat.

En ſphæra parallela, in qua Æquator AB coincidit cum horizonte, Sol dum adhuc verſatur in parallelis infra AB parum diſtantibus, appareret tamen in parallelis ſemper extantibus ſupra, & prope AB, in quibus parallelis anticipata, atq; apparens Solis collocatio efficit vt circulationes, quæ infra horizontem, ſiue Aequatorem AB nocturnæ eſſent, fiant diurnæ. Nocturnæ, inquam, eſſent ſi noctem non ſolum tenebris, ſed etiam horizontis termino definias. Neq; enim me latet à Sole dum parum infra AB in proximis parallelis circumfertur, effici creperos dies in ſphæra parallela, ita vt ijs populis, pro diebus apertis, dierum aliquot ſpatio continens tantum Aurora ſubluceat. Quid ſi tamen (vt hac quaſi appendiculà lucis claudamus Progymn. de luce) modum oſtendam, quo ea Aurora, non ſo-

lum dialis, aut hebdomadaria, ſed etiam annua, & perpetua fieri poſſit, non in ſolà parallelà, ‖ ſed in obliqua etiam, & recta ſphæra? Sit ergo paradoxi ſequens inſcriptio.

PROPOSITIO VIII.

Auroram perpetuam in perpetuo Solis ad horizontem acceſſu in qualibet ſphærà efficere.



SInt globus terræ ABC; centrum eius & vniuerſi D. Sit Atmoſphæra, ſiue ambitus, atq; altitudo primæ regionis aëriæ, quo ſummi vapores pertingunt, EFG. Sit orbita Solaris cursùs, ſiue cælum eius HIKL, & corpus ſolare S aſcendens verſus horizontem in ſecundo noctis, ſiue inferioris hemiſphærij quadrãte KP; ſitq; idem Sol S pertingens ad gradum vbi primum incipit illuſtrare ſupremos dati horizontis phyſici vapores, qui ex Aſtronomis eſt infra horizontem Aſtronomicum 18 gradus, v. g. in L, ſiue melius mális in altiori gradu ſupra L. Inde radius ſolaris LM in puncto M pingat primos Auroræ colores.

Sint deinde horizontes phyſicus NO, Aſtronomicus IP, qui Aſtronomicus per imaginationem protrahatur in infinitum vltra etiam punctum Q. Tum eidem horizonti Aſtronomico IQ ſic producto producatur inferius à contactu K quadrantis KP parallela KR etiam ipſa in infinitum. Per quam parallelam KR Angelus Solem mouens ſemper ita prouolet, vt ſemper ſint in eadem recta linea, v. g. in prima DST, & centrum vniuerſi, ſeu terræ D, & centrum Solis S, & Angelus T. Atq; ita deinceps Sol ſemper proue-hatur per quadrantis reliquum SP verſus horizontem DP, vt debitæ modeſtiæ memor numquam audeat antecedere motorem ſuum Angelum per rectã KR perpetuo, & quamtumlibet rapidiſſimo curſu euolantem. Sint modó in DVα, modó in Dβγ, & deinceps. His ita præſtructis, dico Solem v. g. in β poſitum, & præſcripto à nobis modo cum ſuo motore progredientem numquam peruẽturum ad Aſtronomicum horizontem IP, & conſequenter longè etiam inferiorem horizonte phyſico NO, effecturum radijs ſuis in prima aëris regione perpetuã Auroram; in quacumq; ſphæra etiam recta noſter hic caſus proponatur, proportione idem vbiq; futurus, iuxta explicationem poſitam ante conſtructionem demonſtrationis. Quam nunc ſic expedio.

Angelus Solis motor quomodo perpetuam perage-re poſſit Auroram.

Pertingat enim, per Aduerſariũ, Sol ad punctum P horizontis Aſtronomici DP, tunc quæro de Angelo Solis motore, eſt ne is in recta KR, an vna cum Sole in recta DQ? Vtrumlibet affirmet Aduerſarius, ſequitur abſurdum contra prima Geometriæ princpia. Nam ſi Angelus eſt in recta KR, & exempli gratia, in puncto R tunc cum Sol, per Aduerſarium, peruẽnit ad horizontem in P, quoniam, per conſtructionem, centrum terræ D, centrum Solis P, & Angelus R ſunt in vnã, & eãdem rectà lineà, erit DPR, prædicta centra, & Angelum iungens, vna rectà linea. Rurſus quoniam cẽtrum Solis, per Aduerſarium,

poſitum

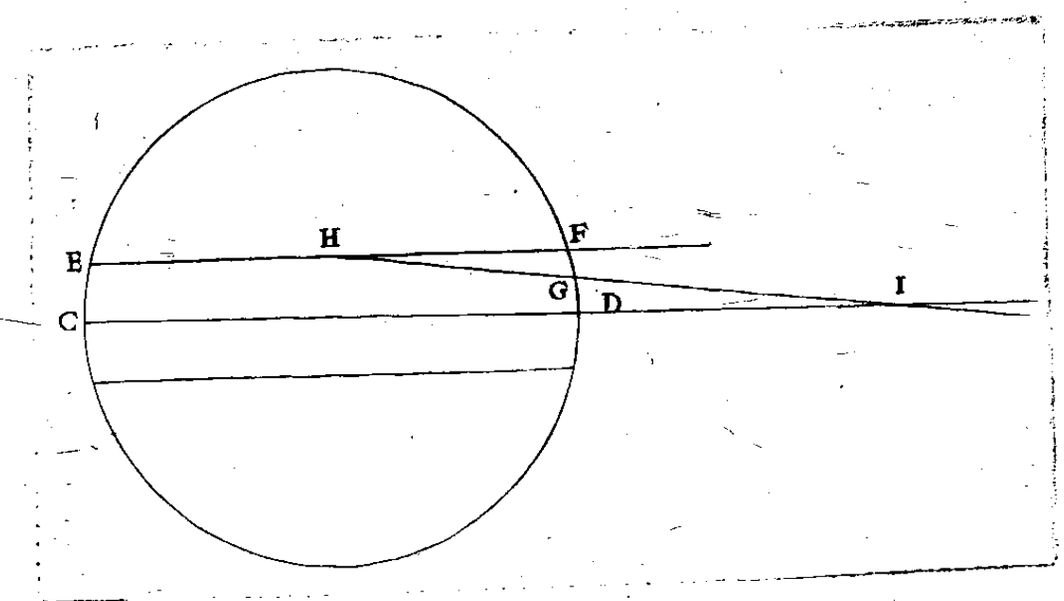
Deductio demonstrationis breuissimæ ad prima principia.

positum est in puncto P lineæ DPQ erit duarum rectarum DPQ, DPR segmentum DP commune, quod est contra 10 pronuntiatum lib. 1. Eucl. elem. in quo pronuntiato (vt ibi explicatur, & patet percipienti, ac perspicienti definitionem rectæ lineæ) tanquam per se noto asseritur: *duæ lineæ rectæ non possunt habere vnum, & idem segmentum commune*.

Sin autem malit Aduersarius Angelum esse in eádem cum Sole rectà lineà DPQ, quoniam, per constructionem, idem Angelus tantúm per rectam KR ipsi DPQ parallelam semper prouolat, &, per Aduersariũ, peruénit ad pũctum aliquod, v.g. Q superioris parallelæ DPQ, ergo duæ parallelæ DPQ, & KR sibi mutuo inciderunt, quod est contra definitionẽ 34 pri. & implicat contra suppositum in constructione. Essent enim parallelæ, & non parallelæ. Quare si iuxta propositam à nobis constructionem, quæ nullam habet ex parte rei respectu vel Angeli, vel Dei impossibilitatem, Sol perpetuo motu ad horizontem accedat, quoniam nunquam illum attinget, efficiet perpetuam Auroram ad physicum horizontem. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

Diem perpetuam efficere.



In sphærà parallela ostensio diei perpetuæ.

INdico exemplum in sphæra parallela, in qua eo anni tempore, quo Sol circulos suos peragit integros supra horizontem (qui & ibi Aequinoctialis est) CD, & est in parallelo supra CD, potest ostendi numquã peruenturus ad parallelũ EF. Nam Sol si fingatur ascendisse in G, & in eádem rectà sint puncta H, G, I, gradiaturq; extremum I semper per ipsam CD, erit éadem demonstratio, quæ in anteced. propos. 8. erat. Dum autem Sol sic supra horizontem est in perpetuo ascensu versus F, peragit singulis 24 horis suos circulos integros supra horizontem, ac proinde perpetuos agitat dies in eá sphærá, &c. Reuise & alium modum efficiendæ diei perpetuæ in fine nostrorum Asymptoton in Apiario vbi geometrica theorica sunt.

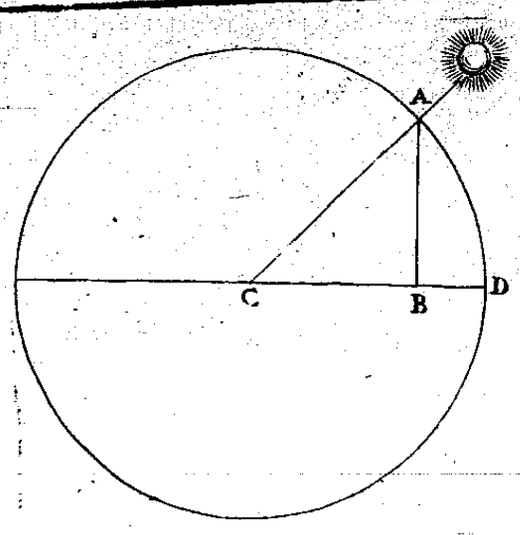
Allus modus diei perpetuę.

PROPOSITIO IX.

Vmbræ Gnomonibus æquales sunt, Sole non in 45 gr. (vt communis est opinio) sed infra 45 gr. altitudinis versante. Inde correctiones ad vsum Altimetriæ.

REceptum, ac peruulgatum est apud omnes Astronomos, Gnomonicos, & Altimetras, atq; etiam demonstratum reperies apud nos in nostris Gnomonicis, cum Sol infra 45 gr. supra horizontem eleuatur, vmbras longiores esse suis gnomonibus, cum vltra 45 gr. ascendit, breuiores esse, ac demum pares esse vmbras gnomonibus cum in 45 gr. altitudinis versatur.

Est



Demõſtratio indicata vmbræ paris gnomoni cũ Sol eſt in 45 gr. alt.

Demõſtratio cum eſt infra gr. 45, & vmbra gnomone longior.

Dem. cum eſt altior gr. 45. & vmbra gnomone breuior.

Thales Mileſius ex vmbris pyramides dimetiens.

Quomodo fallacià ſit in prędictis Solis altitudinibus.

Correctio fallaciæ. &c.

Eſt enim iſoſceles ex gnomone AB, vmbrà BC, radio CA. nam B rectus eſt, & C ſemirectus, nempe inſiſtens ſemiquadranti AD gr. 45, ergo & A ſemirectus eſt, atq; ideo latera AB, BC æqualibus angulis ſubtenſa ſunt æqualia. Cum Sol eſt infra A, quia tunc C inſiſtit arcui, qui minor eſt ſemiquadrante, ideo eſt minor ſemirecto, & conſequenter A maior, ideo tunc maior eſt vmbra CB, quàm gnomon AB. Contraria ratio cum Sol eſt altior, quàm in A, &c.

Ex qua doctrinà demonſtrata narrant Thaletem Mileſium primum exſtitiſſe, qui pyramides dimenſus ſit ex vmbris, cum ſcilicet in 45 gr. ſolaris eleuationis vmbrarum quantitatem facili negotio pernouit. Vide apud Vitruuium, atq; etiam apud Vegetium vſum ex hac veritate dimetiendi altitudines obeliſcorum, mæniorum, &c.

Cæterum ſi pręciſam rei veritatem ſectari lubeat, quoniam Sol (vt patet ex tabellà refractionum ſolarium poſita in progymn. 1. dioptricæ huiuſce noſtræ Aſtronomiæ) dum 45 gr. altitudinis obtinet, refractionem patitur nonullam, hoc eſt in Danica Tychonis regione ſaltem 5 minutorum ſecundorum, ideo in 45 eo gradu Sol ſecundũ veritatem poſitus, ſecundum apparentiam paullo altior eſt, ac proinde vmbram gnomonum facict paullo ipſis gnomonibus breuiorem.

Vt verò cum propoſitionis explicatione correctionem etiam huiuſce fallaciæ afferam; tunc Sol æquales vmbras gnomonibus iaciet cum inferior fuerit 45 gr. per quantitatem 5 ſec. Quam correctam Solis altitudinem, detractis refractionibus, excipere iam docuimus ope quadrantis magni horarij. Cum enim Sol ſecundum apparentem altitudinem vertices gnomonum radijs ſuis afficiat, etiam ſecundum eandem apparentiam vmbras proijciet, ergo licet verè ſit paullò inferior 45 gr. ex vero, ac ſine refractionibus, tunc vmbras abijceret maiores gnomonibus, tamen ex apparenti propter eleuationem à refractionibus acceptam æquabit (quaſi ſit in 45 gr.) gnomonibus vmbras. Conſtat ergo noſtra propoſ. Atq; etiam, in gratiam, & vſum dimetientium altitudines horizontales ex vmbris, correcta per prædicta prodibit operatio.

PROPOSITIO X.

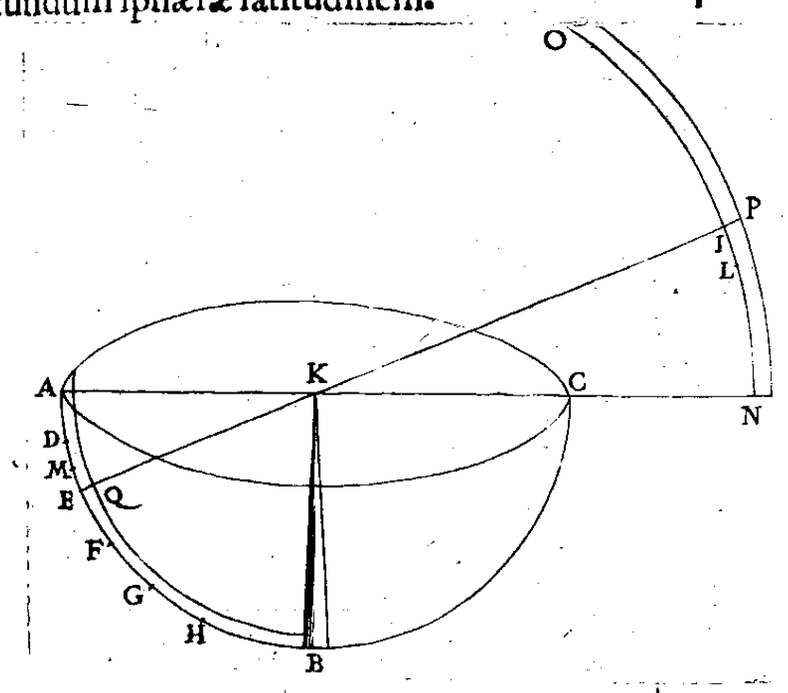
Fallacias ab vmbris gnomonum in vſu ſciotericorum horariorum prodere, ac ex parte corrigere in aliquibus horarijs.

QVod alibi ſub finem noſtrorum Gnomonicorũ in vſu horarij horizontalis indicauimus, nempe propter refractiones doloſè, ac prauiter indicari horas ab vmbris gnomonum, hîc (in loco ſcilicet) expreſsè, ac diſtinctè prodendum eſt.

Igitur duæ potiſſimum fallaciæ ab vna, eademq; vmbrá, atq; eodem tempore accidunt in ſuperficiebus horariorum. Nam ab ipsà vmbrę decurtatione, quam Sol efficit iuſto altior ob refractiones, prouenit primó vt horaria linea, ſiue pars ſpatij inter horarias lineas intercepta indicetur, ad quam Sol in cæleſtibus circulis nõdum peruénit; ſecundó fit vt vmbræ apex attingat parallelum in horario deſignatum, in quo Sol nondum verſatur. Ac primam quidem fallaciam efficit refractio Solis facta ſecundum ſphæræ altitudinem, ſecundam verò efficit refractio Solis ſecundùm ſphæræ latitudinem.

I. Fallacia in horarijs horizontal.

II. Fallacia, &c.



Oſtenſio fallaciarum, &c. in figurâ.

Vt rem exemplo explicem, & figuram minimè operoſam, minimèq; implicatam pro horario apponam, ſit facilitatis gratia in ſphæra rectà (idem enim proportione intelligendum in obliqua) ſcaphium hemiſphæricum excauatum ABC, & in linea, ſiue ſemicirculo Aequinoctiali, ſint horarum diuiſiones D, E, F, G, H, &c. Sol ſupra horizontem in cæleſtibus circulis eleuatus ſit in I, & ex vertice K ſtyli BK iaciat vmbram in E.

in E. Verus locus Solis esse deberet inferior, vt in L, & tunc vmbra punctum M signaret. Refractio igitur dum Solem ex L eleuat in I, & vmbram ex M defert in E, Primò horam in E indicat, hoc est Solem peruenisse ad circulum horarium in I, cum tamen iuxta horas ex vero Solis loco, & cursu supputatas Sol sit in L, atq; ita motâ vmbrâ, & locum anticipante, immoto vero quadrante AB, fit horæ indicatio extra suum locum. Secundò propter refractionem etiam lateralem, & secundum sphæræ latitudinem, Sol, qui in parallelo, siue Aequinoctiali circulo NO versatur, apparet in altero parallelo vt in P, atq; ex eo vmbra iacitur extra E in punctum Q circuli, qui in scaphio est parallelus circulo Aequatoris AB.

I. Modus corrigẽdi ex parte fallacias in horarijs —

Circa correctiones earum fallaciarum ab refractionibus solaribus in horarijs, Primus modus esse potest in horizontalibus horarijs, quæ quidem designata sint, & destinata in vsum ad Solis radios, sed tamen vsurpentur ad Lunæ splendorem. Reuise quæ in nostris Gnomonicis docuimus ex Maurolyco circa vsus non vulgatos horizontalium solariorum. nempe si, cùm plena Luna in Solis est oppositione, planum horarium aliquod horizontale exponatur lunaribus radijs, quoniam, vt alibi docuimus etiam in præfatione de vmbris Astronomicis, lunares è gnomonibus vmbræ sunt longiores vmbris solaribus, ideo suâ longitudine corrigent nimiam breuitatem vmbrarum solarium ex refractionibus prouenientem, indicabuntq; nocturnas horas, & veros Planetæ parallelos meliori fide, quàm indicent vmbræ interdiu solares.

— Horizontalibus.

Cæterum hæc non tam correctio est fallaciarum, quæ accidunt ab vmbris circa horas diurnas, quam quædam expositio vsùs horarij horizontalis, in quo nocturnarum horarum loca minus fallaciter à Luna indicentur, quàm loca diurnarum horarum à Sole. Vide igitur sequentes duos modos correctionum, &c.

Horæ nocturnæ a Luna minus fallaciter, &c. quam à Sole.

II. Modus correctionis.

In quadrantibus.

Secundus modus corrigẽdi ex parte fallacias horariorum esse potest in quadrantibus, & in cylindris; ac primò in quadrantibus quoniam gemmula quæ per filum perpendiculare mobilis est, traducitur ad parallelum in quadrante designatum ex vera supputatione tabularum iuxta modos à nobis traditos in progymn. 3. anteced. ideo fallere non potest dum parallelum Solis indicat.

In cylindris.

Secundo in cylindris horarijs, quorum stylus ponitur in perpendiculari linea veri paralleli solaris, & præterea efficitur vt vmbrę apex in stylo proiectæ præcisè tangat eandem paralleli pernendicularem.

III. Modus correctionis

Tertius modus. Post inuentam horam si tantillum temporis subducas, & retrahas de ipsa hora, horęue parte indicatá; v.g. cum in quadrante indicatur præcisè hora 7 à media nocte, pronunties non adhuc septimam, sed prope prope septimam instare.

Regula vniuersalis in quibus horarijs, & quæ correctiones fieri possint.

Deniq; quæcumq; hororia habent designatos parallelos Solis, & loco acus magneticæ, vel loco lineæ meridianæ vtũtur vmbrà ad verum diei parallelum directà, ex parte corrigunt refractiones, scilicet eas, quæ proueniunt secundũ sphæræ latitudinem.

Vide Progymnasma vltimum Apiarij nostri Gnomonici, vbi in corollarijs propositionis 2 habes correct. à refractionibus per horam geometricè inuentam.



PROGYMNASMA SEXTVM.

Paradoxa, & noua phænomena in Luna, siue de montibus in Lunà per tubum dioptricum apparentibus. Varia eorum montium dimensio.

Nostra Astronomica ad vsus, & ad praxes.

Astronomia nostra dioptrica p diaphana naturalia, & artificialia.

Noua sydera, Planetæ, faculæ, maculæ Solis. &c.

Nostro æuo recitatæ fabulæ de Luna apud Plutarchum.

Consilium, & finis pericribenti huius Progymnasmatis.

Adhuc versati sumus in veteri Astronomia quatenus cælestia luminaria per medium diaphanum densius naturale (hoc est per vapores) refracto lumine ad oculos nostros accidunt. Atq; in hisce argumentis refractionum Astronomicarum non theoricè potissimum, vt aliqui alij Astronomi, sed practicè in primis, atq; ad vsum, & ad correctionem rerum Astronomicarum versati sumus. Nunc hîc animus est è noua etiam Astronomià nonnihil libare, quæ nuper per medium diaphanum artificiale, hoc est per tubum dioptricum haud pridem inuentum, siue restauratum, patuit. Omissis autem cæteris omnibus nouis phænomenis circa noua sydera, circa Solis faculas, & maculas, circa Saturni, & Iouis Satellites, circa Veneris, & Mercurij illuminationes, &c. tantùm Lunam selegimus. Circa quam quoniam non desunt qui non dubitant asserere aliqua, quæ persimilia sunt fabulis positis in libello Plutarchi de Luna, eam scilicet alteram esse terram, & in ea esse valles, montes, maria, insulas, continentes, circa eam esse vapores, & alia, quæ fauent opinioni Democriti de pluribus mundis, & ingenia nouarum rerum studiosa inducunt in opiniones, atq; assertiones, quæ sacris Patribus, ac scripturis Canonicis parùm consonant; Has ob causas operæ pretium me facturum existimaui, si etiam in hac noua dioptricà Astronomià seligerem aliqua, & antiparadoxa nostra aliqua confirmarem, quæ, si nihil aliud, saltem hunc vsum haberent, vt, exclusis periculosis nouitatibus, antiquæ circa Lunam veritates sartæ, vt aiunt, tectæq; conseruarentur In inscriptione Progymnasmatis huiusce 6 posui consultò: *apparentibus*, quia verè non sunt montes vlli in Luna, vt in sequentibus propositionibus apparebit. Sit ergo —

PROPOSITIO I.

Phænomena per tubum dioptricum ſpectata nõ cogunt aſſerere montes, ac valles in Luna facie. Nodi optici circa Lunã ſolutio.

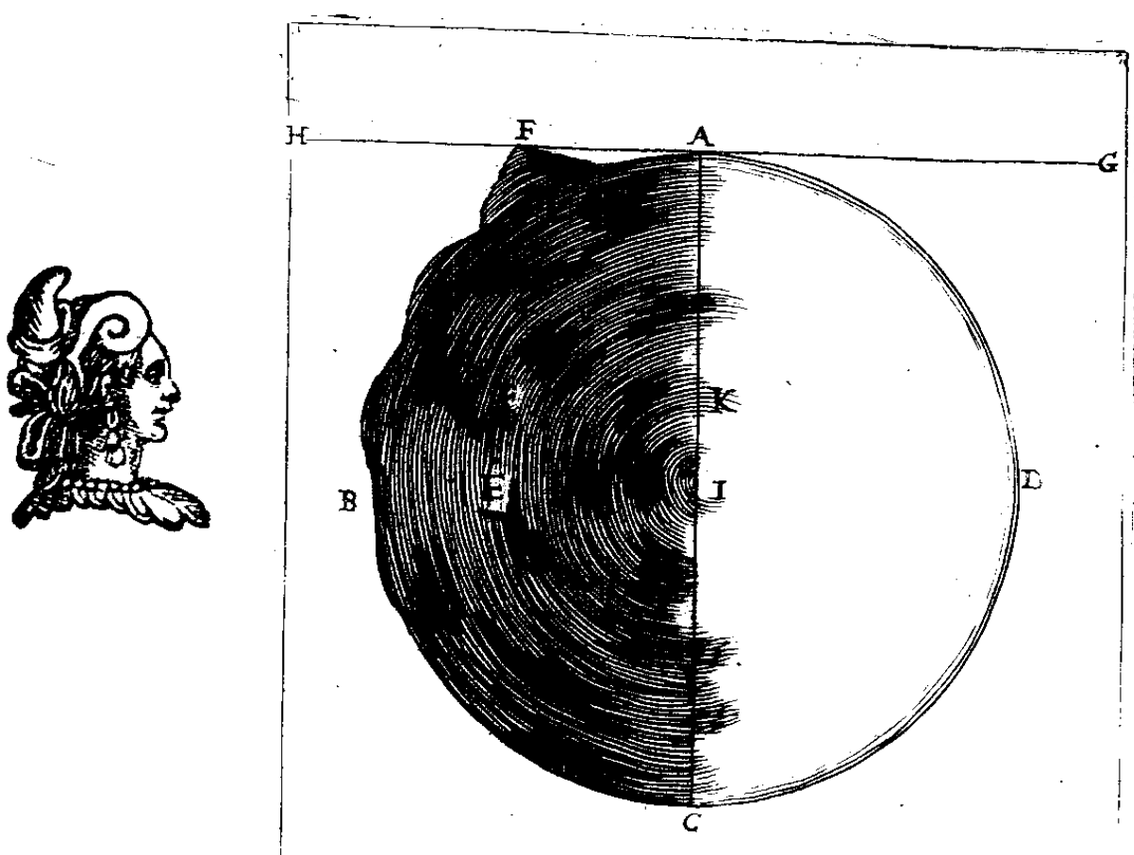
Non ſunt aſſerendæ nouitates in cęlo ex phænomenis expreſſa cogant.

RAtioni conſonum, ac neceſſarium eſt vt Aſtronomi ritè philoſophantes nihil aſſerant, præſertim noui, in cæleſtibus corporibus comperiri, niſi ratio aliqua, præſertim ex phænomenis petita cogat eos noua illa entia in ſublimi aſſeuerare. Videamus igitur quibus tandem phænomenis coacti Neotericorum aliqui pronuntiarint in Lunà eſſe cauitates, ac prominentias immanes. Nos ante vigeſimum quintum annum in problemate quodam noſtro ſequentia perſcripſimus: Intempeſtæ noctis ſilentio cum Luna ſemiplena facie nos deſpicit, nos ipſi hiſce oculis & ſæpiſſimè vidimus, & compluribus alijs oſtendimus ope inſtrumenti dioptrici, quod Tuboſpicillum lubet appellare, per quod obiecta ad oculum traiecta longè nitidiora, maiora, & viciniora videntur, quàm re ipſa ſint. Vidimus, inquam, hoc inſtrumento, & accurata inſpectione diſpeximus in eá Lunæ parte, quæ nondum phæbeo lumine imbuta tota tenebris horret, quædam quaſi puncta luminoſa extra lucis cõfinium emicare, & quaſi quaſdam illuſtres inſulas in vaſto tenebrarum Oceano exſtare; tum paullatim magis, ac magis lumine perfundi, donec ex inſulis quaſi peninſulæ euadant, & continenti luce cum reliquo corpore illuminato committantur. Tenebroſæ verò intercapedines quæ illuſtres illos vertices à reliquo corpore illuminato diſſecant, lucem ſenſim admittunt, & tenebras ex parte ſolem ſpectante amittunt.

Luminoſæ quaſi inſulę in obſcura Lunę facie.

Quod ſanè phænomenon nullo modo fieri poſſe aliquibus viſum eſt, niſi quidam in Lunà tumores emineant, ac præ cæteris partibus citius lumen admittant. quos tumores vt in hoc noſtro marium, ac terrarum orbe, montes appellarunt. Sed rem in hac figura planiorem reddamus.

Mente



Mente concipias circulum ABCD lunarem eſſe globum, & confinium diſcriminans Lunæ partem Solis lumine colluſtratam ab altera Lunæ parte tenebricoſa (quod confinium anfractuoſum eſt, vt patet per tubum) eſto AIC. Sint in parte tenebricoſa puncta, & areolæ E, F, &c. Finge maioris explicationis, atq; intelligentiæ gratiá, circa diametrum, velut circa polum, cuius extrema B, D) lunare corpus ita conuolui, vt puncta F, vel E, quæ in Lunæ facie ſunt, ſint in fronte, atq; in peripheria, ibiq; à radio tangente GAH affletur vertex F. Qui vertex cum in Lunę parte tenebricoſa ſit, & tamen appareat per tubum dioptricum illuſtratus, reliquis partibus interceptis inter LA nondum illuſtratis, tunc id aliunde fieri non poteſt, niſi quia idem vertex F eminet ſupra partes inter LA, & ideo lumen præripit. Reliqua ex prædictis ante applicationem, & exemplum in figurá, tute, Lector, applicato eidem figuræ. Eminentias igitur illas partium ſupra alias extantium in Luna montes vocãt, & valles dicũt aliqui partes illas inferiores, ad quas lumen Solis deſcendit poſt partes altiores illuſtratas.

Occaſio affirmandorum in Luna montiũ.

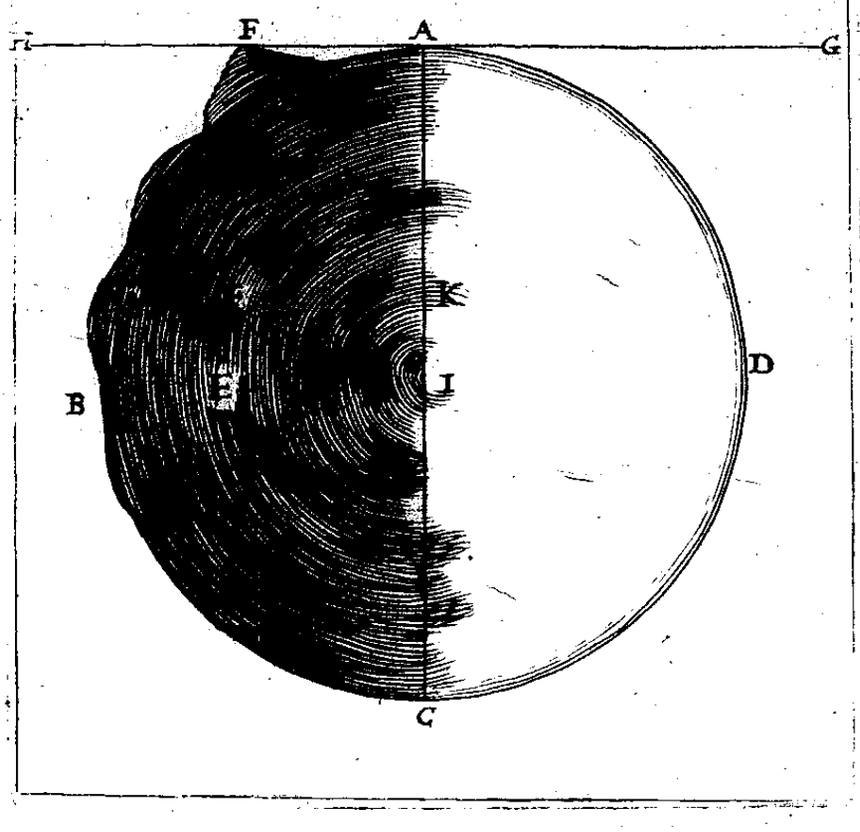
Sine mõtium neceſſitate noua in Lunà phænomena explicantur.

Nihilominus tamen prędictum phęnomenon nullam inuehit neceſſitatem vllas in Luna locandi proceritates, ac montes, qui extra cæteras Lunæ partes ſuperemineant. Nam (vt paucis rem ac difficultatem omnem expediam) ea omnia fieri poſſunt, atq; accidere ad noſtrum aſpectum per tubum dioptricum, ſi affirmes Lunæ corpus perfectè ſphæricum, ac nullis prominentijs aſperatum, habere tamen partes aliquas rariores, ac diaphanas, aliquas denſiores. Ac proinde dum ſolaribus radijs globus lunaris afflatur, partes denſiores (quarum ſummitates vltimum attingunt ambitum ſphæræ lunaris, atq; inter quas aliquæ rariores, ac diaphanæ interpoſitæ ſunt) quia terminant ſua denſitate lumen, quod nõ terminant rariores, ideo licet ſitu poſteriores, illuminatione tamen priores, atq; anteriores apparent.

Luna perfectè ſphærica poteſt aſſeri.

In Luna partes aliquæ rariores, aliquæ déſiores poſſunt aſſeri.

In







In figura intellige inter K, vel I (vbi termini ſunt apparentis extremæ illuminationis) & inter illuſtratos vertices F, vel E intercedere partes aliquas corporis lunaris rariores, ac diaphanas, quæ conuexà ſua ſummitate ſphæricũ Lunæ corpus cum cæteris conficiant. Quarum tamen rariorum partium inter FK, EI profunditates terminentur Lunæ corpore denſiori, ac radios ſolares terminante.

Sic re conceptà, aſſequimur vt Luna perfectè ſphæricæ figuræ, nec vllis aſperitattbus deformatæ, iuxta communem veterum Aſtronomorum ſententiam aſſeratur, & tamen in eius illuminatione éadem omnino phænomena ſe prodant per tubum opticum, quæ fieri propter aſperitates, eminentias, concauitatates aliqui arbitrati ſunt. Quid ergo ſine vlla neceſſitate aſſeras in Luna nouitates periculoſas, valles, montes, ac nouas terras?

Oppoſitio. Apponam nunc ex me, ac mihi ipſe opponam id, cuius occaſione aliquid explicabitur non ab omnibus Aſtronomis (præſertim optices cognitione deſtitutis) animaduerſum, iucundum tamen, ac dignum cognitione. Si ergo (inquiet quiſpiam) Luna corpus perfectè ſphęricũ eſt, cuius nullæ partes extra alias ſuperextent, nullæ quaſi poroſæ ſint, quæ contiguitatem, ſeu potius continuationem interrumpant, quid eſt cauſę cur, Solis in Lunam incidente lumine, nõ reflectatur ad oculos noſtros ipſius Solis ſimulachrum tanquam è ſpeculo, atq; ita noctu etiam, ſaltem reflexè, Solem videamus?

Reſpondeo: huiuſce oppoſitionis ſolutionem afferre non eſt tantúm eorum, qui nobiſcum negant in Luna montes, ſed etiam eorum, qui affirmant. Eádemq; reſponſione qua ipſi ſe ſe hinc expedient, eádem & nos ipſi expediemus. Nam montium aſſertores dicent hoc ipſo, quod in Lunà partes inæqualiter extantes ponunt, ſatis per ſe patere non poſſe à Luna inſtar ſpeculi reflecti Solis ipſius ſimulachrum. nam corpus, quod aptum ſit ad reflexionem ſimulachri rei oppoſitæ, debet eſſe læuatum, ac perpolitum, hoc eſt partibus non interruptis, & pororum eterogeneitate diſcriminatis, vt patet in corporibus, quæ ad ſpeculorum vſum perpolita ſunt ſiue ex arte, ſiue à natura. Qua de re vide Alhazenum Opt. lib. 4. cap. 3. prop. 6. & ab eo Vitell. lib. 5. prop. 1.

Corpus ſpeculare debet eſſe læuatum.

Eádem reſponſione præmiſſa opponentem ſe quempiam & ego à me dimittam. nam quod ipſi Lunæ negatur propter partes inæqualiter

in ea

Cur à Luna non reflectatur Solis simulachrum.

in ea extantes, idem & ego pernego propter partes in rarítate, ac densitate difformes. Reflexio enim illa inæqualis, & implicata solaris luminis ex fictis vallibus, ac montibus Lunæ, proueniet è summitate partium densiorum, & ab imis, ac fundis partiũ rariorum, vbi illæ interius terminantur à densioribus; patieturq; lumen Solis à densioribos reflexionem, per rariores autem ibit, redibitq; refractum simul, & reflexum, atq; ob ea non poterit Luna constans ex tremis partibus partim densis, partim raris, efficere id, quod specula efficiunt; quia ob inæqualitatem illam raritatis, ac densitatis deficit à necessaria in speculo conditione, quæ condito politura, & læuatio quædam est apta ad reflectenda rerum oppositarum simulachra. Itaq; concedamus sanè in interiore quidem Aethiopià Lunæ mõtes appellatos inueniri, vt scitum est Geographis, at verò Lunæ montes in cælo ne statuamus, nisi quid certius ex alto nobis nuntietur.

In interiori Æthiopià Lunæ montes.

COROLLARIA.

Castigati Authorum antiquorũ ij, qui Lunam vocat speculũ. &c.

I. NOn sat è scientia optica est illa quorundam siue poëtarum, siue Oratorum metaphora de Lunà cùm eam Solis vocãt speculum. neq; enim quidquid lucem reflectit statim speculum esse censendum est, sed quidquid ita reflectit, vt simulachrum rei oppositæ vná cum luce reflectat, & ad oculos deferat. Quam postremam effectionem in reflexione non efficiunt nisi corpora polita iuxta citatas propos. ex Alhazeno, & Vitell. In Lunà autem politura non est. Siue malis, ob inæqualem partium extimarum densitatem habet Luna æquiualens corpori non polito quatenus pertinet ad reflexionem specularem, ideſt reddentem simulachrum oppositæ rei.

Nulla necessitas in Lunà maria, & insulas affirmandi.

II. Per hanc eandem partium in Lunà densitatem, ac raritatem tolluntur figmenta de Insulis, ac mari in Luna. &c.

SCHOLION.

Non sunt hæ apud nos logomachiæ, vel tautologiæ.

Nota, & distingue.

CAue putes hanc nostram propos. esse circa verba, non circa res, quasi idem sit asserere in Lunà esse montes, ac valles, atq; asserere esse in eà partium extimarum alias densas, alias raras, ac diaphanas. Nam longè diuersa res est affirmare in Luna partes omnes extremas eiusdem esse densitatis, sed earum aliquas extare vltra, & supra reliquas; aliud verò est censere in Lunà non omnes esse partes densas, sed raras, ac diaphanas aliquas, ac præterea nullas earum extra reliquas eminere. Non solum non èadem sunt hæc verba, sed etiam re opposita.

PROPOSITIO II.

Luna peripheria perfectè circularis est, atq; homogenea densitatis.

Distinctiones ad rectã propositionis intelligentiam.

IN anteced. propos. sermo nobis fuit de dissimilaribus partibus in facie ipsius Lunæ; in hac prop. sermo est de vltima disci lunaris à nobis visi circumferentià. Ibi de superficie Lunæ conuexa, hîc de linea eius vltima circulari. Ibi phænomena aliqua sunt allata, à quibus occasio præbebatur suspicandi in orbe Lunæ vel asperitates prominentes, vel saltem partes dessimilares, hîc nulla ostendemus esse phænomena occasionem prębentia eterogeneitatis partium in lunaris apparentis circuli peripherià. Hæc præmissa sunto, vt videas discrimen disputationis, ac doctrinæ asserendæ in hac propos. ab adductis in præcedenti.

Ratio cur Author affirmet peripheriam Lunæ perfectè circularé.

Itaq; ratio nostra, qua nitimur, atq affirmamus perfectè circularem Lunæ peripheriam, & partium esse homogenearum, est quia, non solùm, vt præced. propos. nulla cogunt phænomena, sed nulla omninò sunt phænomena, vel vestigia partium in lunari peripheria extra alias extantium, vel densiorum, ac rariorum contiguarum siue continuarum. Quid ergo gratis, ac diuinando id asseras?

Cur ab Authore in facie Lunæ affirmentur partes dissimilares, in peripheriâ negentur.

I. Oppositio. Sunt in facie Lunæ partes illæ interse dissimiles, quid ni etiam in fronte, ac peripheria? Responsio. Cur sint, seu potius cur affirmatæ sint in Lunæ facie partes dissimilares ratio fuit à phænomenis; cur non sint, seu potius non affirmandum sit partes dissimilares esse in Lunæ peripheria ratio est, quia nulla sunt phænomena. Fundamentum enim asserendi, præsertim has nouitates, est in phænomenis collocatum; quæ phænomena cum nulla sint in Lunæ peripheria, ideo negamus in ea partes dessimilares, etiamsi affirmauerimus in facie Lunæ.

Confinia vmbrosæ, & illuminatæ Lunæ anfractuosa ppe peripheriam.

II. Oppositio. Confinium discriminans partem Lunæ illuminatam à tenebrosà, dum nondum plena est, anfractuosum est, & quasi serratum, non Solũ in facie Lunæ, sed etiam in extremis partibus prope peripheriam. Quemadmodum igitur in facie sinuosi illi anfractus, qui fiũt in confinio illuminationis, arguunt in Luna par-

tium vel non æqualiter extãtium, vel non æqualiter denſarum diuerſitatem, arguent etiam ijdem anfractus eandem partium diuerſitatem in peripherià. Præterea, ſi quis per tubum dioptricum accuratè perſpiciat Lunam primis diebus accreſcentem, vel extremis decreſcentem, videbit è regione vtriuſq; cornu puncta aliqua, & areolas illuminatas in parte obſcurà diuiſas & ab ipſis cornibus, & ab ſe ipſis. En ergo vnde affirmes ex phænomenis partes in lunari peripherià vel diſſimiles, vel diſſimiliter prominentes, vt etiam in ipſa peripheria ſint aliquę lumen Solis præripientes ante intermedias obſcuras è regione cornuum. Ob ſimile enim phænomenon diſſimilares partes admiſiſti in Lunæ facie.

Reſponſio duplex. I, quæ eſt circa anfractuoſos terminos illuminationis: Eſto appareant anfractus, vt affirmas, propè peripheriam, quid ad me, vel ad rem? quæſtio enim eſt an ſint ea phænomena non prope peripheriam, ſed in ipſa peripheria, ex quibus phænomenis aſſerere poſſimus non temerè partes in peripheria diſſimilares. Quemadmodum ergo in præcedenti oppoſitione non valebat argumentum: ſunt in facie partes diſſimiles, ergo & in fronte, ac peripheria; ſic nec hîc valet: ſunt prope peripheriã, ergo & in peripheria; ſiue: ſunt prope peripheriam phænomena, & veſtigia partium in Luna diſſimilium, ergo ſunt etiam phænomena in ipſa peripheria. &c. Cum nobis, aut alicui per tubum dioptricum ſe ſe prodent ij anfractus in peripheria, tũc erit cur peripheriam aſperatam, & quaſi ſerratam affirmemus.

Paralogiſmi in oppoſitione cõtra nos.

II. Reſponſio; quæ eſt circa puncta luminoſa, quæ in tenebroſa Lunæ parte (vt affirmat oppoſitio) apparent è regione cornuum, &c. Diſtinctè agendum eſt, nec confundenda ſunt phænomena in Lunæ illuminatione per tubum ſpectata, dum Luna illuminatur primis, & extremis diebus, & dum éadem eſt propè plenilunium vel mox futurum, vel paullò ante factum. vno verbo: Lunæ illuminatio facta quando oculus ſuſpectantis è terra eſt inter ipſam, & Solem, non eſt accipienda indiſtinctè pro illuminatione facta quãdo Luna eſt inter oculum, & Solem, nec affirmandum eſt éadem fieri phænomena in vtraq; illuminatione. Itaq; quemadmodum cum oculus eſt inter Lunam, & Solem apparent in Lunæ facie puncta aliqua luminoſa in parte tenebroſa, &c. atq; ex eo affirmauimus partium diſſimilitudinem, &c; ſic ſi eodem tempore, ac ſitu oculi inter vtrumq; planetam collocati apparerent in peripheria è regione extremitatum anfractuoſarum puncta illuſtria, &c. haberemus vnde in peripheria etiam diſſimilaritatem partium affirmaremus. At dum Luna eſt inter oculum, & Solem, affirmo ſpectari quidem in facie anfractuoſos limites illuminationis, non tamen vllo modo ſpectari poſſe puncta vlla illuminata à reliqua parte illuſtri diſſita, ſiue in faciem, ſiue in peripheriam Lunæ per tubum dioptricum ſuſpicias. Nam dum Luna primis, & extremis diebus à Sole illuſtratur, ideſt, dum Luna eſt inter oculum noſtrum, ac Solem, excipit lumen Solis ſecundum latera, & in parte ſecundùm quid à nobis auerſa, ac partes Lunæ denſiores etiam ipſæ illuſtrantur ad latus, quod à noſtro oculo lateraliter auerſum eſt, & verſum eſt ad Solem; quare areolæ, quæ præ reliquis partibus illuſtrantur, in eo Lunæ ſitu ſpectari non poſſunt.

In Lunæ primæ, vel extremæ parte tenebroſa cur ſpectari nequeant puncta luminoſa.

Neq; verò hoc eſt abnegare manifeſta phænomena, ſed eſt diſtinguere, ac non pati fallaciam, ac fucum nobis fieri, acceptis phęnomenis dum Luna eſt inter Solem, atq; oculum noſtrum pro phænomenis dum oculus eſt inter Lunam, & Solẽ. Hoc enim ſecũdo modo ſpectãtur quidem areolæ in Lunæ facie inter obſcuras partes illuminatæ, at in peripheria non ſpectantur, nec ab oppoſitoribus obſeruatæ vnquam ponuntur, ac multò minus ponendæ ſunt cum Luna eſt inter oculum, & Solem. Nam eas tunc ſpectari ſiue in facie, ſiue in peripheria Lunæ falſum eſt, atq; impoſſibile ob prædicta. Deniq; dato, & non conceſſo quod ſpectarentur ea puncta luminoſa é regione cornuum lunarium, dum prima vel extrema eſt, non valet tamen oppoſitio, propter priorem noſtram reſponſionem. Figuram geometricam huic doctrinæ laxius exponendæ non appono, vt breuitati conſulam, & quia hæc ſatis aperta ſunt non rudibus in re optica. Concludamus ergo ex dictis in peripheria diſci lunaris nullas partes eſſe vel extantes ſupra alias, vel denſitate, ac raritate ab alijs diſſimilares.

Diſtigue, Lector, cum Authore phænomena in duplici aſpectu Lunæ.

PROPOSITIO III.

In Lunæ peripheria ſi eſſent partes, quæ valde vel ſupra alias extarent, vel ab alijs denſitate valde differrent, per tubum dioptricum ſe ſe proderent.

EXcluſis phænomenis in peripheria, ex quibus phænomenis conijci poſſint in Lunæ ambitu extremo partes vel eminentiores, vel denſiores cæteris, aperitur effugium ſi aſſeras ideo nulla eiuſmodi apparere phænomena in peripheria, quia, etiamſi ſint eæ partes altitudine, vel denſitate diſſimiles, tamen nullum ſui veſtigium præbere poſſunt, ac propterea latent

noſtros

noſtros oculos, & noſtram cognitionem, etiamſi verè inibi ſint. quod effugium in hac propoſ. mox intercludemus.

Lunæ montibus affingunt aliqui perpẽdicularem altitudinem 4 mill. Italic.

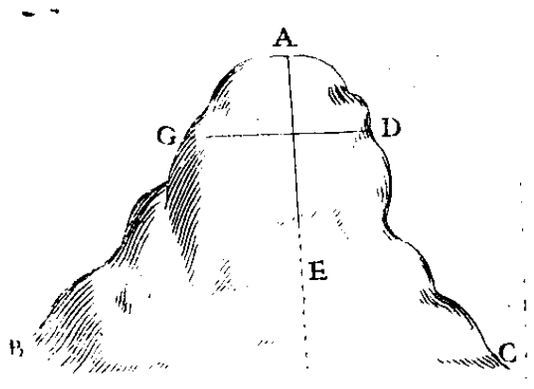
Ac primò quidem loco, quòd attinet ad explicationem inſcriptionis, diximus: *partes valde extantes*, dum ſcilicet innuimus opinionem neotericorum aliquorum cenſentium montes, quos Lunæ affingunt, extolli ad altitudinem vſq; 4 milliar. Ital. cum tamen in terræ globo, qui maior eſt quàm Luna, altiſſimi quique montium non exæquent perpendicularem vnius Ital. milliarij altitudinem.

In terra montium altiſſimorum perpendicularis altitudo non æquat 1 milliar. Ital.

Diximus præterea: *partes valde in denſitate differentes ab alijs*, innuentes raritatem aliarum talem, ac tantam, vt viſum, aut radios ſolares per ſe terminare non poſſint, ceu docuimus in 1 huiuſce progym. propoſ. vbi per rarum, ac denſum explicuimus phænomena in Lunę facie per tubum dioptricum apparentia. Deniq; dum affirmamus apparitura oculis ea phænomena in peripheria Lunæ, ſi in ea eſſet partium diſſimilaritas, intelligas ſemper velim, tunc tantum apparitura, dum Lunæ illuſtratio à Sole eſt paullò vel ante, vel poſt plenilunium, atq; oculus eſt inter Solem, ac Lunam ſaltem lateraliter collocatus, ob dicta in antecedenti propoſ. Quibus ad cauillationes tollendas præcautis, ——

Ratio cur ſpectarentur per tubum opticum, ſi eſſent mõtes in Lunæ peripheriâ.

—— Ratio noſtræ huiuſce propoſ. eſt, quia partes illæ ſuperextantes, ſiue ficti illi montes in peripheria Lunæ ſpectarentur ſecundùm dorſa, & ſecũdùm diametros latitudinis inferioris ipſis verticibus eorum montium, atq; adeo ſecũdum diametros longiores, quàm ſit diameter areolarum, quæ ſunt in ipſis montium verticibus. Quod ſi in Lunæ facie vertices, & areolæ montium illorum, ſiue partium denſiorum in parte adhuc tenebroſa apparent, quanto magis in peripheria debent apparere dorſa ipſa longè laxiora, quàm ſint vertices? Neq; enim exiſtimandum, aut fingendum temerè eſt illos montes eſſe parallelepipeda quædam geometrica, quæ eiuſdem ſint in medio, & extremis latitudinis; ſed (quemadmodum noſtrates montes in terra) in ſpeciem rudiorum pyramidum, atq; obeliſcorum exurgere cenſendum eſt.



Quis autem non videt in mõte ABC, ſi ſpectetur ab oculo perpendiculariter, vel quaſi perpendiculariter ſecundùm verticis aream A, minorem diametrum ſeſe obijcere, atq; oſtentare oculo, quàm ſi ſpectetur ſecundùm dorſum per diametrum latitudinis quamlibet, quæ vertice ſit inferior, vt per GD, ac multo magis per diametrum altitudinis AE, licet non vſq; ad radices montis acceptam? Dum igitur in Lunæ facie apparent puncta, & areolæ illæ illuſtriores, tunc montes ficti in facie Lunæ oſtentant oculis noſtris vertices ſuos ſecundum minimas ſui diametros, quæ ſunt in vertice A, at dum montes fictos in peripheria Lunæ ſpectamus, eos aſpectamus ſecundum longiores diametros, vt in GD. &c.

Quare ſi ea dorſa cæteris partibus ſuperextantia præriperent lucem à Sole, haberent ex dictis vnde ſeſe magis proderent oculo per tubum dioptricum ſpectata, quàm habeant, vnde ſe prodant (ac ſe produnt) in facie Lunæ montani vertices adſpectati.

Oppoſitio I. At forte aduerſarij contra nos affirmabunt ideo nulla apparere veſtigia partium ſuper alias extantium in peripheria quia longi, ac plures montium ordines alij poſt alios extãtes ita ſe ſe oculis obijciunt, vt priorum, atq; antecedentium ordinum valles (ſaltem ad oculum) impleantur à dorſis mõtanis ordinum poſteriorum, appareatq; continuatio quædam coordinata montium omnium, ac partium in peripherià Lunæ, quaſi nullæ alijs ſuperextent. Reſponſio. At vnde tibi conſtat eos montium ordines in peripheria lunari ſic æqualiter omnes eſſe eleuatos, vt nihil vllius mõtis excedat quidquam aliorum montium adſitorum? exceſſus autem quilibet dorſi alicuius à Sole ante alios aliquos antecedentes illuſtrati facilius ſe poteſt prodere per tubum dioptricum, quàm vertices, vt prædictum eſt. Quem exceſſum cur neges libenter cauſam, & fundamentum præſtolabor Atq; interim dum hæc montium æqualis coordinatio in Lunari peripherià gratis ponitur, videndum nobis eſt, ecquid aliud effugij ſuperſit, quo confugiant qui fictos in lunari peripherià montes apparere non poſſe affirmant.

Montium in Lunâ æqualis coordinario gratis affirmatur.

Oppoſitio II. Dicent igitur fortaſſe: In 2 huiuſce dioptricæ Aſtronomiæ Progymn. prop. 10 neſcio quid vapidi vaporis circa Lunam poſitum eſt, per quod refracti radij ſolares Lunæ vmbram decurtent. Iuxta ergo doctrinam hanc quis vetet affirmare vapidũ corpus illud phæbi radijs penitus imbutum ita denſo fulgóre ſplendeſcere, vt montes in peripheria lunari poſitos intra ſe abdat, atq; eripiat oculis ſuſpectantum? Itáq; fiat vt extremus Lunæ ambitus in peripheria nobis appareat æquabili quodam tractu continuatus, nec vllis partium vel extantium, vel denſiorum aſperitatibus interruptus.

Ac ſanè ſi Lunam ſpectes etiam ſine tubo dioptrico dum nondum plena eſt, videbis partem eius illuminatam paullò altiorem, & quaſi tumi-

Lunæ nõ plenæ pars illuminata, cur elatior videatur reliquà obscurà.

tumidiorẽ in extrema peripheria luminis, quám sit reliquum peripheriæ nondum illustratæ. Siue id accidat ob prædictum corpus Lunæ circumfusum, siue ob densitatem, & quasi geminationem radiorum Solis in extremo Lunæ ambitu reflexorum. Multo verò magis apparet vis eius fulgóris in stella Veneris, quam stellam (seu potius Planetam) cùm è veterrimis Astronomiæ monumentis, & è recentioribus per tubum dioptricum phænomenis pernouerimus quasi alteram Lunam à Sole illuminari, & modo falcatam, modo gibbosam luminis formam induere; tamen semper apparet rotunda ob radiorum à Sole acceptorum abũdantem fulgórem, qui intra se abdit quicquid obscuræ partis in eá stellá est, &c. Quæ cum sic habeant, habemus etiam vnde affirmemus montes in Luna, licet extantes, non tamen se prodere, nempe quia lateãt quasi intra crines illos aureos lucis à Sole in Lunam profusæ.

Venus licet ad Lunę similitudinem aliquando partim illuminetur, cur tamẽ semper rotũda videatur.

Vapidum corpus circa Lunam cur non posset occultare montes in eà suppositos.

I. Responsio. Nõ est quod nobis nos ipsos opponas. nam corpus illud, quod in 2 nostro Progymn. circa Lunam admisimus ad efficiendam refractionem solarium radiorum, affirmauimus ibi, si rectè memini, atq; hîc nunc affirmamus adeo tenue esse, vt aëris adinstar visum non terminet; atq; ideo ineptum est ad eum vsum, in quem tu illud nunc trahis, hoc est, ob nimiam raritatem, ac tenuitatem sui non potest (licet imbutum densissimis Solis radijs) abdere intra se partes in Lunæ peripheriâ siue prominentes, siue densiores cæteris. Cuius rei habes indicium in Lunæ facie, in qua partes eminentiores, siue densiores, quæ cæteris citius illustrantur, apparent dissitæ ab reliquis illuminatis, nec continuato lumine cum cæteris abduntur intra tenue illud quidquid est circa Lunam, quo radij solares refranguntur.

—Præsertim spectantibus per tubum opticum.

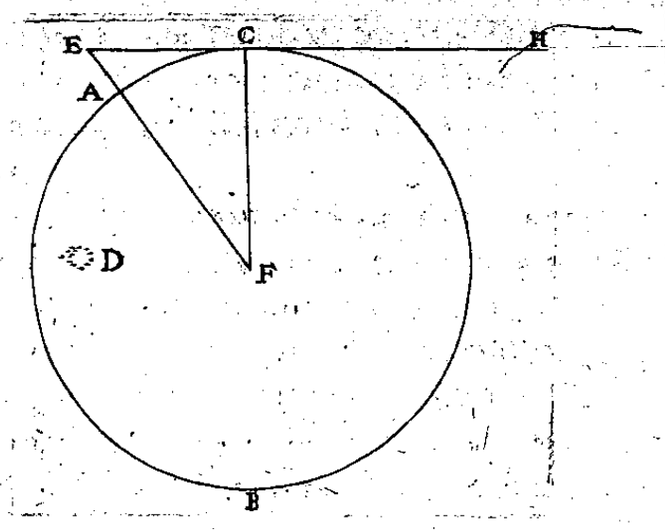
Spectãtur cælestia luminaria per tubum opticum sine radioso fulgore.

II. Responsio. Esto corpus id quasi vapidum posset abdere Lunaris peripheriæ montes; siue malis, fulgor ille in illustratà semiplenæ Lunæ peripheriâ ostẽtet oculis luminosam Lunæ partem reliquà obscurà eminentiorem; tamen si Lunam, atq; etiam Venerem per tubum dioptricum aspicias, radiosum id, atq; eminens capillitium detondetur, apparetq; corpus Lunæ, ac Veneris (detersо fulgore omni) tale, in quo nulla per totam peripheriã abundantia, atq; excessus sit luminis, quo quicquam partium lunarium possit abdi. Non ergo valet argumentatio ab eo, quod sine tubo dioptrico apparet per visionem directam ad id, quod per refractam spectatur ope dioptrici tubi. Itaq; licet visioni directæ non se prodant, visioni tamen dioptricæ per tubum (de qua visione sermo, & controuersia, & inscriptio est huiusce propositionis) se prodant necesse est.

PROPOSITIO IV.

Et paradoxum.

Suppositos in Luna montes triplici modo è terra dimetiri.



POsito quod essent montes in Luna, docebimus iam modos varios, quibus liceat eos Lunæ montes è terra dimetiri. Ac licet propositio suppositione nitatur, nec absolutam, ac demonstratam habeat fundamenti veritatem; est tamen admirãda ob humani ingenij solertiam, quæ audeat rem quampiam in Luna collocatam in tanta à terris remotione dimetiri. Sit ergo Luna ACB, & vertex, qui in D appareret, fingatur ex lunaris corporis conuersione translatus in E. Ex E ad centrum F ducatur EF. Sit à Sole H radius tangens in C, & pertingens ad E verticem montis, cuius eleuatio EA supra Lunæ corpus inquirenda proponitur.

Imitamur veteres inuestigantes summã vaporum in aere eleuationem.

Inuestigationis methodũ sequemur similem ei, qua vsus est acutissimus Alhazen, atq; ex eo alij, dum ille in libello de crepusculis inuestigat summam vaporum in aëre eleuationem, siue altitudinem athmosphæræ. Fingit enim ACB esse globum terræ, & à radio solari terram tangente in C affiari in aere ad E eleuatos summos vapores, qui Auroram efficiunt, tum ex tota EF notà subducit terræ notam semidiametrum AF, ac reliqua fit quæsita altitudo AE. Sic & nos in Luna inuestigabimus quantitatem ipsius FE, & subductà Lunæ semidiametro, videbimus quanta sit reliqua AE montis altitudo. Triplicem verò modum ponemus demonstrationum, primum per tabulas sinuum, tangentum, & secantum; secundum per constructiones triangulorum similium, siue laterum proportionalium circa æquales angulos; tertium, sine proportionibus, per triangulum simplex è 1 Eucl.

Lunaris sphęræ diameter quanta sit.

Supponenda sunt, I, ab Astronomis cognitam esse lunaris sphæræ diametrum bis mille Italicis milliarijs protendi; 2, compertas etiam esse distantias cuiuslibet verticis illuminati in facie tenebrosa Lunæ à limite illuminationis; vt in figú-

ra

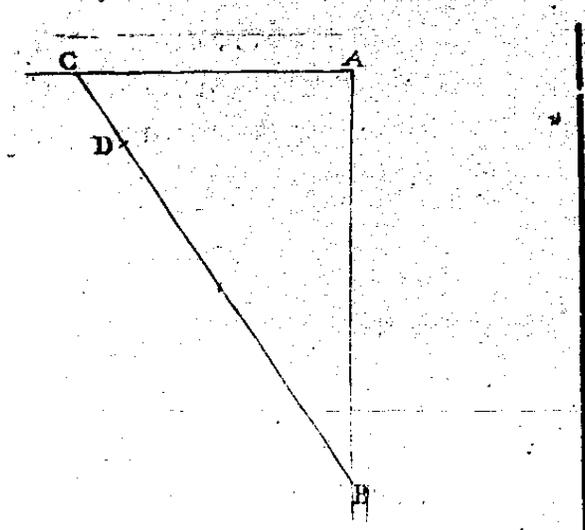
rà distantiã DF, siue EC esse centum Italicorum milliariorum. His positis, & expositis,

I Modus demonstrationis, atq; inuestigandę altitudinis lunarium montium esto. Quoniam angulus ad contactum in C rectus est, & circa rectum illum angulum dantur nota latera EC milliar. 100, & CF semidiameter milliar. 1000, exnuper suppositis, positoq; latere CF pro sinu toto, latus CE tangens est anguli F, & latus FE est eiusdem anguli secans per demõstrata à nostro Clauio in principio linearum tangentium, & secantium; si ergo fiat vt FC milliar. 1000 ad sinum totum, ita EC milliar. 100 ad aliud, prodibit per regulam auream tãgentis EC numerus. Quem numerum, ò quicumq; Astronomice tyro, inuentum adibis, & expressum comperies in tabulis tangentium, atq; in fronte tabulæ videbis numerum, seu quantitatem anguli F, cuius anguli secans FE dabitur in numeris tabulæ secantium. Rursus fiat vt sinus totus, hoc est latus CF admilliar. 1000, ita numerus secãtis FE ad aliud, & prodibit quantitas ipsius FE in milliar. 1004, ac paullò amplius. tunc subductà FA, relinquetur montis altitudo AE milliar. 4, &c.

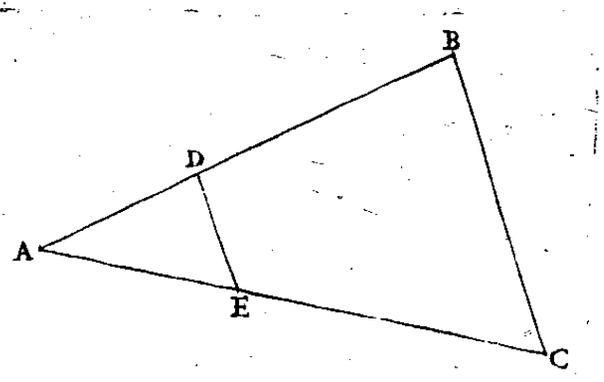
Operationes Arithmeticas per regulam auream & numeros ex tabulis sinnuũ, tangentium, & secantium hic ponere, ac prosequi omitto, ac tantum Tyrones ad inuentionem demonstrationis manuduco, ne longum hîc faciam, & vt aliquid Lectoris industriæ relinquatur; cùm præsertim nos in 3 modo per extractiones radicum quadratarum idem effecturi, & concluſuri simus. Vide pro 1 hoc modo nostrum Clauium in triangulis rectilineis propos. 3.

II Modus demonstrationis est per constructionem triangulorum æquiangulorum, ac similium. Atq; in hoc 2 modo duplicem modum trademus constructendorum horum triangulorum similium. Primus modus erit ex cognitis duobus angulis, & vno latere illis adiacente; secundus modus erit ex cognitis duobus lateribus, & vno angulo sub illis comprehenso. Primus nititur propos. lemmaticà nostra, quam habes in Apiario nostro Geometriæ practicæ Progym. 3, lemmate ante propos. 4, quæ propos. ferè sic habet: *si duo triangula ad bases inæquales habuerint duos angulos duobus æquales vtrumq; vtriq; erunt triangula similia.*

Quoniam ergo in primà figura huius propositionis angulus C rectus est, &, per antecedentem primum modum demõstrandi ex tabulis secantum, & tangentum, anguli F, siue anguli E, quantitas nota est, si ducatur, vt in 2 figurà hîc apposità, recta linea AB lubitæ longitudinis, & secetur in partes vel 100 (vt in figurà priore antecedenti est EC) vel 1000 (vt CF,) tum educatur ex altero extremo A perpendicularis AC, fiatq; angulus vel ad C æqualis angulo E, vel ad B ipsi



F, dabitur triangulum ABC æquiangulum, ac simile triangulo CFE, atq; apparebit quantitas lateris CB in mensuris factis in AB, vel AC, subductàq; BD æquali ipsi BA, relinquetur quæsita montis mensura DC.

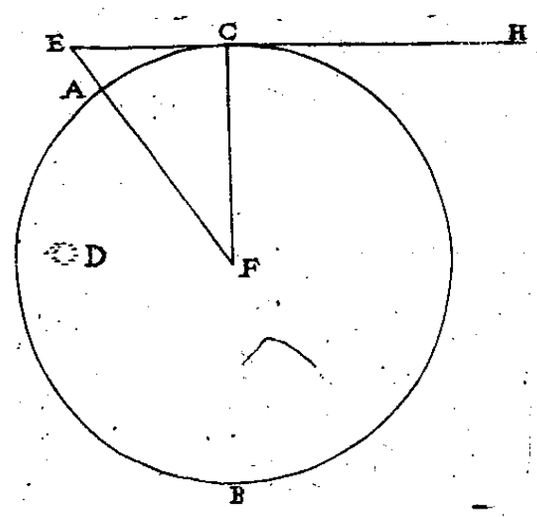


Secundus modus constructendi triangula simili a supponit sequens lemma: *si duo triangula habuerint vnum angulum vni æqualem, & latera illum angulum comprehendentia proportionalia erunt tota triangula similia.* Triangulorum ABC, ADE anguli A sint æquales immò sit communis vtriq; triangulo angulus A, & sit vt CA ad AB, ita EA ad AD; erit ergo permutando vt CA ad EA, sic BA ad DA, & diuidendo vt CE ad EA, sic BD, ad DA. Latera igitur AB, AC secta sunt proportionaliter in D, & E, ac proinde per conuersam 2 sexti, iuncta DE erit parallela lateri BC; ergo per 29 primi, erunt anguli interni externis æquales, ergo æquiangula sunt triangula ABC, ADE, &, per 4 sexti habent latera proportionalia circa angulos æquales, hoc est, iuxta definitionem 1 sexti, similia sunt triangula.

Quo posito lemmate, resumatur figura 2 huius propos. & ductæ sint ad rectum angulum in A rectæ infinitæ AC, AB, & ex AC secentur 100 partes, ex AB 1000 eiusdem mẽsuræ. Quoniam ergo triangula 1, & 2 figuræ huius propos. habẽt angulos ad C, & ad A rectos, ideſt æquales, & latera angulos rectos comprehẽdentia proportionalia (siue in totidem partes æquales similiter secta) erunt, per lemma nuper hîc præmonstratum, triangula CFE, ABC similia; ergo vt se habet latus FE in triangulo FEC, sic BC in BCA. Quantum igitur ab EF superatur FC,

tan

tantumdem BA à BC, & quantus eſt exceſſus DC in menſuris ipſarum vel BA, vel BC, tanta eſt altitudo montis AE in menſuris ipſarum vel EC, vel CF, hoc eſt in milliarijs.



Modus demonſtrãdi ex 45 pri. Eucl. applicatus dimetiẽdis Lunæ montibus indicatur etiã à Clauio.

III. Modus demonſtrationis in venanda altitudine montium in Lunæ facie ſuppoſitorum, eſt ex 47, & indicatur etiam bis à Clauio in paullo ante à nobis citatà propoſ. de triangulis rectilineis, &c. In prima igitur figura huius propoſ. quoniam ipſius rectæ FC (ideſt milliar. 1000.) quadratum eſt 1,000,000 decies centena millia milliaria Italica, & quadratũ ipſius EC (ideſt milliar. 100) eſt 10,000 decẽ millia milliaria, & compoſitũ ex duobus quadratis eſt 1,010,000 decies centena millia, & decem millia milliaria Italica. Huic autem aggregato æquale eſt quadratum ipſius EF, per 47 primi; radix ergo huius quadrati erit paullò amplius quã 1004, mille & quatuor milliaria Italica, quãtitas nempe ipſius FE, ex qua ſi detracta fuerit pars FA, relinquentur 4 circiter milliaria Italica, quę ſunt altitudo perpendicularis montis AE.

Noſtrę Aſtronomię termini ſunt Lunæ montes.

Quoniam igitur noſtra dioptrica Aſtronomia vſq; ad Lunæ montes (licet ſuppoſitos) & eorum dimenſiones peruẽnit, hîc ad eos montes figantur quædam quaſi Herculis columnæ cum inſcriptione: *non vlterius.*

SCHOLION.

Comparatio duorum è tribus modis præcedentis demonſtrationis.

E tribus modis demonſtrationum pro montium lunarium altitudine expeditior eſt ab omni arithmetica operatione, & aptior Tyronũ ingenijs modus 2 per conſtructionem triangulorum æquiangulorum, ac ſimilium; ſed prior conſtructio ex notis duobus angulis, & vno latere facilem quidem indicat demonſtrationem, quoniam duorum triãgulorum habentiũ duos duobus angulis æquales patet & tertium tertio æqualem eſſe, ac proinde triangula eſſe æquiangula & ſimilia; tamen poſterioris conſtructionis demõſtratio non ſtatim per ſe patet, ita vt ſi quis videat in duobus triangulis angulum angulo æqualem, & latera æqualem angulum comprehendentia proportionalia, ſtatim poſſit pronũtiare reliquos etiam duos angulos duobus æquales. &c. Ideo lemmatis loco demonſtratio facillima præmittenda fuit, vt pro ijs etiam faceremus, qui 2 ea conſtructione vſi ſunt indemonſtratà.



COROLLARIVM

Tyronibus eximẽs laborem ſinuum, tangentum, & ſecantum. &c.

ACcipe in fine Apiarij huiuſce noſtri Aſtronomici corollarium vtilitate pro Tyronibus ampliſſimũ, vt in Aſtronomicis, ac practicæ geometriæ problematibus liberentur à labore, ac tricis tabularum, in quibus ſinus, tãgentes, ſecantes lineæ numeris ſupputatæ ponuntur. Problemata enim rectilineorum triangulorum, quorũ vſus eſt præcipuus in Aſtronomia, & pro quibus ſubinde recurrendum eſt ad tabulas prędictas, & operationes prolixæ, atq; implicatæ arithmeticæ exercendæ ſunt, ad duo præcipuè poſſunt reuocari. nempe ex duobus angulis, & vno latere reliqua duo latera, & tertiũ angulum inuenire, vel ex duobus lateribus, & angulo ab ijs comprehenſo reliquos angulos, & latus comperire.

Problemata triangulorum rectilineorum ad duo fere poſſunt reuocari.

Expediuntur autem ea per conſtructionem geometricam ſimilium triangulorum iuxta duas propoſ. ſeu lemmata, quæ nuper in hac noſtra 4, & vltima propoſ. à nobis ſunt demonſtrata.

Porrò inueniendæ quantitati angulorum per arcus ijs ſubtenſos, & dimetiẽdis lateribus triangulorum facilitatem afferet vel quadrans diuiſus, vel inſtrumẽtum partium, ex quo non ſolum ſtatim cognoſcitur quãtitas cuiuslibet arcùs, ſed etiam cuiuslibet lineæ, &c. iuxta regulas vſùs eius inſtrumenti initio Geometriæ practicæ noſtri Clauij. &c.

Ex inſtrumẽto partium facilitas hic à tyronibus.

SCHO-

SCHOLION.

Ampliatio 4, & 26. propoſ. Eucl. lib. 1. ad vſus Aſtronomicos.

Vide, in Apiario noſtro Geometr. ſpeculatiua ampliat. 4, & 26 lib. 1. ad vſus Aſtronomicos, & Geometricos; ex ijs enim propoſitionibus manant & modus ſecundus demõſtrandi in anteced. 4 prop. & ea, de quibus in coroll. anteced.

Epilogus.

Reliqua Aſtronomica magni momenti vide in ſeq. Apiar. Gnomon.

ALia ad Aſtronomiam ſpectantia, præſertim magni momenti problemata, ſcilicet inuenire altitudinem poli, arcus diurnos, & nocturnos vbiq; gentium, &c. vide in Apiario noſtro Gnomonico ſequenti. Omiſſis alijs Aſtronomis, præſertim ijs, qui geometricè Aſtronomica proſecuti ſunt, principes duos nomino Guidubaldũ in Aſtronomicis problem. & Clauium in Aſtrolabio geometrico.

Hic expoſita ab alijs vel intacta, vel leuiter libata

Inſtitutiones aliorum Aſtronomicas, & ſyſtemata iam vulgata hîc ſupponimus, & tantum ab alijs partim intacta, partim omiſſa, partim leuiter libata nos pro noſtro modulo in hoc Apiario expoſuimus, facilitati, vtilitati, ac nouitati ſine vanitate ſtudentes.

Selecta à nobis Aſtronomia ferax paradoxorum.

In primis memores inſtituti noſtri, quo paradoxa in ſcientijs Mathematicis venamur, hanc Aſtronomiæ formam ſeligimus, quia (præter alias cauſas initio huiuſce apiarij prolatas) occaſionem nobis præbere viſa eſt Aſtronomicorum paradoxorum.

APIARIVM

NONVM.

IN QVO

GNOMONICA.

PROGYMNASMA PRIMVM.

De vniuersæ Gnomonices, ac horariorum vniuersalium in vno facillimà constructione per vnicam circini diductionem demonstratam. De hyperbolarum solarium descriptionibus tum organicis per fila, tum geometricis è conicis. &c.

CAPVT. I.

Propositum nostrum, & inuenta nostra gnomonica in hoc Apiario indicantur; præsertim vnicà circini diductione vniuersam Gnomonicam expedire.

Gnomonicæ philosophiæ partes.

VNiuersa Gnomonicæ philosophiæ moles constat è lemmatibus partim opticis, partim astronomicis, & è fabrica atq; è theorijs multiformium horariorum solarium. Supposita, seu lemmata gnomonica continent insignes aliquas operationes astronomicas, & multiplices tabulas, quales sunt arcuum diurnorum, latitudinum horizontalium, altitudinum solarium, altitudinum polarium, meridianæ lineæ diductiones, sectionum conicarum descriptiones, planorum horariorum variæ declinationes, atq; inclinationes, & his plura. Horaria porrò solaria alia mobilia, alia immobilia sunt, declinantia, non declinantia, alia vniuersalia, & apta horis ostendendis in omni eleuatione poli, alia particularia, & certæ eleuationi polari alligata. Reliquæ diuisiones horariorum à formis sunt accidentales, indiuiduæ, ac penè infinitæ.

Quid dicam de modis, de instrumentis, de regulis magis, vel minus operosis, ac diuersis, quibus varij authores ab immemorata antiquitate docuerunt descriptiones horariorum solarium, atq; in ijs linearum, quæ multiplices diuersarum gentium horas indicant, quæ solis circulos parallelos, meridianos & sexcenta alia notant? vt mirum non sit tot, tam ingentia, ac diuersa extare volumina de rebus gnomonicis, ac sciotericis.

Nos breuissimo compẽdio, atq; inuento, quod nobis olim pueris, dum mathematicis rudimentis operam daremus, in mentem incidit, tam amplam molem gnomonicam ita absoluimus, vt paucis lineis parallelis, atq; vnica circini diductione omnia consequamur, quæ pertinent ad lemmata, ad horaria vniuersalia, & particularia, mobilia, & immobilia. Instrumentum simplicissimum ex lineis parallelis dabimus, quo solo vtentes, ex eo habebimus quidquid opus sit ad sciotericas praxes, ac theorias, nec vllo alio egebimus, extra id instrumentum, adminiculo.

Vnica circini diductione, pauculis parallelis lineis, vnico instrumento absoluit Author vniuersã Gnomonicen.

Primo igitur senis lineis parallelis, atq; vnica circini diductione horarium mobile, atq; vniuersale astronomicum expeditur, à quo prætereà expediuntur precipua problemata astronomica, & gnomonica, Horarium id nostrum quolibet momẽto, in qualibet mundi plaga, & poli eleuatione docet, & designat lineam meridianam, & arcus exhibet semidiurnos vbiq; gentium, &c. quibus efficitur, atq; alijs operationibus, vt nullis præterea tabulis egeamus ad absoluendam nostram Gnomonicen. Duplicatum id nostrum horarium deinde confieit vniuersale instrumentum, ex quo facillimè describuntur immobilia omnia genera horariorum siue declinantium, siue non declinantium, siue inclinatorum, siue quorumcumque planorum irregularium, atque ea omnia conficit in qualibet poli eleuatione. Illud in primis habet singulare, ac

Vnica circini diductione, senis parallelis lineis horariũ vniuersale, & prẽcipua Astronomica problemata expediuntur.

Horariũ euadit in instrumentum vniuersale ad designanda horaria ĩ muris, &c.

parado-

paradoxum, quod, ſine vlla ſcientia latitudinum horizontalium, lineas horarum ab horizonte inchoantium vtroq; tropico terminatas ducit in omni poli eleuatione, atq; vt ſe ſe accomodet murorum declinationibus nullo eget vſu acus magneticæ. Deniq; idem inſtrumentum eſt etiam horarium vniuerſale non ſolum aſtronomicum, ſed etiam Italicum, ac Babylonicum, & ad omnem poli eleuationem particularia omnia horaria horizontalia vbiuis locorum deſcribit.

Horaria Italica, & Boemica vniuerſalia in hoc Apiario.

Docemus tamen etiã vnicà circini diductione geometricè deſcribere ſine eo inſtrumento horaria horizontalia, & eorum vſus paradoxicos, paradoxicos item vſus cylindricorũ, & quadrantum, ac deniq; horas noſſe extra ſolem tum geometricè, tum organicè. Nihil in primis docemus efficere, cuius theorias aſtronomicas non indicemus, atq; etiam eum opus eſt, geometricè non demonſtremus. Sic nos, dimiſſis ingeniosis, ac vulgatis aliorum inuentis in re gnomonica, iuxta noſtrum inſtitutum nouis paradoxis, ac facillimis compendijs abſoluemus ingenioſiſſimam, & copioſiſſimam eam ſcientiam, quæ nihil aliud eſt quam præclarus, ac neceſſarius vſus Aſtronomiæ ad ciuilis vitæ negotia ſuis, ac certis temporibus diſtinguenda, atq; ideò à nobis ponitur ſtatim poſt aſtronomica. Porro noſtra hæc gnomonica ita connexa inter ſe ſunt, vt antecedentia neceſſaria ſint pro conſequentibus, & problemata Aſtronomica ex noſtro inſtrumento vniuerſali progym. ſecundo inſeruiant praxibus ſequentium progymnaſmatum 3, 4, 5, &c. Nihil hìc ferme ſupponitur extra quærendum, ſed omnia, quibus egent hæc noſtra Gnomonica, à ſe ipſis habent.

Geometrica deſcriptio facillima horizontaliũ horariorũ cum paradoxis.

Gnomonica philoſophia eſt vſus Aſtronomicæ.

Cõnexa omnia, ordinata, & ex antecedentibus cõſequentia in hoc Apiario.

In hoc Apiario nulla praxis ſine demonſtrationibus, ac theorijs.

Accedamus ad pollicita, atq; in ipſo veſtibulo fundamentum locemus, quo præcipuo gnomonicarum praxeon veritas nititur. Eſt autem id, quod ſequenti capite demonſtramus.

CAPVT. II.

Præcipuum gnomonices, & Aſtronomicarum obſeruationum fundamentum, nempe paradoxum de terra nihilo geometricè demonſtratum, &c.

VSus vniuerſę Gnomonices ſupponit omnia horaria, & nos qui horas venamur, atq; inſpicimus, eſſe, non in ſuperficie terræ citra centrum terræ, atq; vniuerſi, ſed eſſe nos, atq; horaria (præſertim horizontalia) infra terræ centrum tanto interuallo, quanta eſt longitudo ſtyli &c. vt in ſequentibus theorijs non ſemel indicabimus. Ac propterea ſupponit etiam ſemidiametrum, ac diametrum terræ tam exiguam eſſe præ infinita ad ſolem vſq; diſtantiã, vt nullam efficiat differentiam. Hoc autem ſuppoſitum quia & inſigne paradoxum eſt (ac propterea ad noſtrum inſtitutum faciens) & dignum, cui demonſtrando geometricè non nihil noſtræ opellæ impendamus, ideo Tyronibus hîc deeſſe noluimus, ne videatur tota gnomonicæ moles nutare, quaſi fundamẽto geometricè non firmato nitatur.

Itaq;, licet in Apiario, in quo geometricas noſtras praxes poſuimus, oſtenderimus terreni globi trinas dimenſiones extendi ad myriadum myriadas, tamen hìc nunc affirmamus è ſententia Aſtronomorum, qui altius à terra in immenſa cœlorum ſpatia euolant, vniuerſam è terra, & aquis conglobatam molem pro puncto, ac pro nihilo eſſe. Qua quidem re demonſtrata, non ſolũ Aſtronomis, ſed etiam Moralibus Philoſophis, ac præ alijs eorum principi Senecæ patrocinabimur, dum ille magnanimas illas voces expectorat: *Vt iuuat inter ſydera ipſa vagantem diuitum pauimenta videre, & totam cum auro ſuo terram! non illud tantummodo dico, quod egeſſit, & ſignandum monetæ dedit, ſed & illud, quod in occultò ſeruat poſterorum auaritia. Nec poteſt animus ante contemnere porticus, & lacunaria ebore fulgentia, & ſyluas, & deriuata in domos flumina, quàm totum circumeat mundum, & terrarum orbem ſupernè deſpiciens anguſtum, & magna ex parte opertum mari, etiam qua extat latè ſqualidum, & aut uſtum, aut rigentem, ſibi ipſe ait. Hoc eſt illud punctum quod inter tot gentes ferro, & igni diuiditur? ò quàm ridiculi ſunt mortalium termini! Vltra Iſtrum Dacus non exeat: Strymo Thracas includat: Parthis obſtet Euphrates: Danubius Sarmatica, ac Romana diſterminet: Rhenus Germaniæ modum faciat: Pyrenæus medium inter Gallias, & Hiſpanias iugum extollat: inter Ægyptum, & Æthiopas arenarum inculta vaſtitas taceat. Si quis formicis det intellectum hominis: nonne & illæ vnam aream in multas prouincias diuident? Cum te in illa verè magna ſuſtuleris, quoties videbis* (quã aptè ad noſtrorum temporum tumultus!) *exercitus ſubrectis in aſſe xillis, & quaſi magnum aliquid agatur, equitem modo*

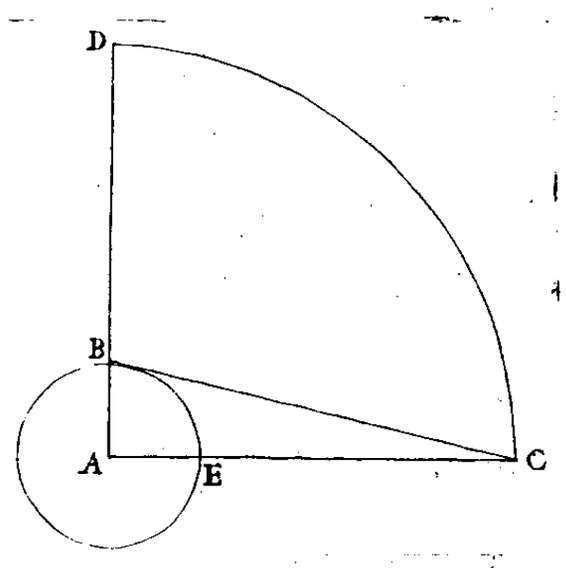
In prefatione lib. 1. natur. quæſt.

modo vlteriora exploranteṁ, modo a lateribus affusum, libebit dicere: it nigrum campis agmen. *formicarum iste discursus est in angusto laborantium. Quid illis, & nobis interest, nisi exigui mensura corpusculi? punctum est istud, in quo nauigatis, in quo bellatis, in quo regna disponitis, minima etiam cum illis vtrimq; Oceanus occurrit. Sursum ingentia spatia sunt, in quorum possessionem animus admittitur.* Sic ille verè vir. Minima est, punctum est terra, cum Seneca pronuntiant Astronomi. Iam id demonstremus; sed tamẽ antecedãt aliqua, quæ non solum astronomicis rationibus, sed etiã quotidianis experimentis apud omnes pro exploratis habentur.

Primum. Sydera eadem, cæteris paribus, idest serena in tempestate, & quàm fieri potest maximè à vaporibus, atq; exhalationibus defęcata, éadem, inquam, sydera in quolibet cœli situ, ac statione apparere semper eiusdem magnitudinis, siue culminent in summo cœli, siue deuexa sint ad horizontem, & quasi occasantia. Nec obstat Vitellio lib. 10. prop. 50, 51, 52, 53, Nam ad sensum nulla est differentia, vt alibi in refractionibus docuimus. Vide & Clauium com: in sphæram Sacroboschi, vbi *quod mundus non sit figuræ planæ.* Quod de stellis hìc affimamus, ac supponimus, idem etiam, proportione intelligendum est de Sole, & altioribus Planetis ad sensum, &c.

Secundum. Videri semper cœli dimidium, & noctu cum in occiduo horizonte gradus aliquis alicuius Asterismi ponitur, eodem momento apparere in ortiuo horizonte gradum è diametro oppositum. &c.

Tertium ex opticis. E'adem res in minori distantia maior apparet, in maiori minor.



His positis, sit cœli stelliferi quadrans ADC, & AB semidiameter terræ, & BC linea visualis à terræ superficie ad punctum horizontis astronomici AC diuidentis, iuxta secundum suppositum, in duas partes æquales cœlum stelliferum. Tum stella quæpiam nunc in puncto C Firmamenti, nunc in summo vertice D appareat oculo existenti ad punctum B in terræ superficie. Dico eandem stellam etiam oculo collocato in centro terræ A nullam sui differentiam ostensuram ęquè, immo minus, quàm cum idem oculus est in prædicto pũcto B terrenæ superficiei, & suspicit astrũ modo in D, modo in C punctis firmamenti. Quod idem est, ac si affirmem semidiametrum terræ AB, ac proinde totam terræ molem circa mundi centrum nihili habere instar. Quoniam enim quadrantis ADC angulus DAC est rectus, per Schol. ad 21. tertij, erunt in triangulo BAC reliqui duo anguli ABC, BCA singuli minores recto, ex 32. pr. ergo latus BC oppositum maiori angulo BAC erit maius latere AC, per 18. primi, ac proinde etiam maius latere AD ipsi AC æquali in eodem quadrante ADC, Atq; adeò erit multo maius idem BC ipso BD, quod est pars ipsius AD. Quamobrem tres distantiæ sunt, maxima BC, minor AC, vel AD, minima BD. Igitur stella visa vel in C, vel in D ex A centro terræ, maior deberet apparere, vtpotè in minoribus distantijs AC, vel AD, quàm in distantia maxima BC, iuxta tertium suppositùm. Attamen nec oculo in centro terræ posito apparet vllo modo stella maior. nam éadem stella spectata in D ex B superficie terræ, hoc est in minima distantia BD, non apparet maior, sed omninò eiusdem quantitatis, cuius apparet etiam cum spectatur in C ex BC maxima distantia, iuxta quotidiana phœnomena, & primum suppositum. Ergo multo minus in centro A apparebit maior, nempe in distantia maiori AC, vel AD. Quare cum stella oculo existenti in superficie B nullam faciat differentiam, & multo minorem faciat in centro A, efficitur vt differentia semidiametri AB, seu terrę vsq; ad mundi centrum profunditas, ac moles pro nulla sit. quod erat demõstrandum. Demonstratio éadem proportione intelligenda est circa solem, & altiores planetas ad sensum, &c.

Corollarium primum pro Astronomicis. Verè Astronomi supponunt, ac pronuntiant suarum demonstrationum fundamenta, idest obseruationes per astronomica instrumenta factas circa altiores Planetas, Solẽ, Iouem, Saturnum, &c. & circa sydera, & si quæ alia talia, omninò æquè firmas, & exactas esse in terræ superficie, ac si in eiusdem centro fierent, in quo, si possent, fieri deberent.

Corollarium secundum pro Gnomonicis. Quotidianæ horarum indicationes, & acceptiones

ptiones ad ſolem per ſcioterica horologia, quæ ſtyli verticem pro terræ centro habent, non minus certæ ſunt, ac perfectæ extra mundi centrum in terræ ſuperficie, quàm ſi in centro, vel infra centrum per exiguam ſtyli diſtantiam fierent. Quoniam è Geometrica ſuperiori noſtra demonſtratione differentia ſemidiametri, ac totius globi terreſtris nulla eſt præ infinita pœnè diſtantia vſq; ad Solem. Ac ſemidiametro curſus, ſiue cœli ſolaris dempta, vel addita ſemidiameter terræ nullam ſenſibilem efficit differentiam.



CAPVT. III.

Senis parallelis duodena horaria vniuerſalia deſcribere, ſed ſeorſim horarum duodecimæ, ac ſextæ Aſtronomicarum.

RECeptum eſt apud Gnomonicos tria tantum vniuerſalium horologiorum genera deſcribi poſſe, Aequinoctiale, Meridianum, ſiue horæ duodecimæ aſtronomicæ, Polare, ſeu horæ ſextæ. Mihi verò attentius meditanti videtur, etiam præter Aequinoctiale, duodena alia horaria conſtitui poſſe prout plana, ſiue planum idem contingere concipitur vnam è duodenis ſectionibus, quas faciunt duodeni circuli horarij aſtronomici cum Aequinoctiali peripheria in nocturno hemiſphærio; ſiue vt idem planum æquidiſtare poteſt cuilibet è duodenis circulis horarijs aſtronomicis mutuo ſe per polos, & per axem mundi ſecantibus. Poſſunt plana hæc noſtra horaria dici polaria quatenus æquidiſtant circulo alicui per polos tranſeunti, ſeu potius denominari à circulo horæ illius aſtronomicæ, à qua æquidiſtant, quemadmodum horologium polare dicitur etiam horæ ſextæ. Verum quidem eſt non in omnibus eundem numerum, aut ordinem horarum haberi, ſed pro vario reſpectu ad ſolem, aut declinatione ab illo, aut pro horizontium varietate plures, aut pauciores in alijs, atq; alijs horarias lineas deſſignari. Sed de his explicatius in tertio progymn. vbi de vſu noſtri horarij ad muralia. Ibi enim habebis horologia duodena vniuerſalia, & eorum vſum facillimum in vno, eodemq; plano horario.

12 horaria vniuerſalia quæ ſint, etiã præter Æquinoctiale,

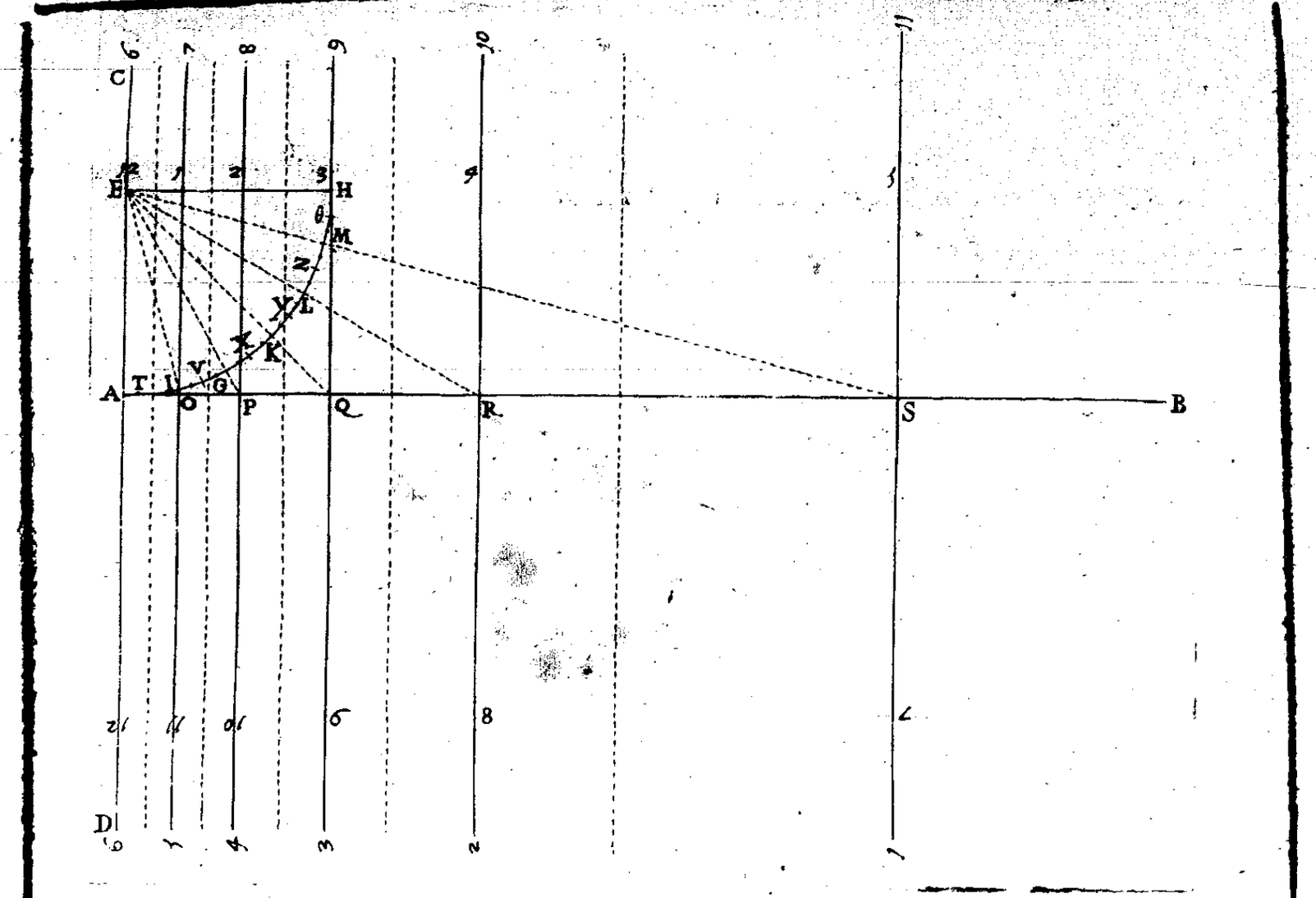
12 horaria vniuerſalia vnde denominanda?

Sunt autem ea omnia horaria vniuerſalia, quia in ſingulis, & omnibus éadem ratio, & demonſtratio eſt, quæ in Aequinoctiali, ſcilicet ſingula eorum plana ſequuntur poli variam eleuationem, atq; immotæ manent eædem horariæ lineationes. Plura de hoc in communibus gnomonicis. Nos, quod ad noſtra propriè attinet, præ cæteris in hoc primo progymnaſmate duo plana, ſiue, circulos polares ſeligemus, è quibus vniuerſale horologium deſignemus in vnico plano ab horarijs ijs circulis æquidiſtante, ſcilicet planum horæ 12. ſiue meridianum, & planum horæ ſextæ, ſiue polare propriè dictum, tum propter alia commoda, & priuilegia, tum in primis quia ijs duobus planis, ſeu circulis horarijs æquidiſtantia plana reſpectu vnius, & eiuſdem horizontis, directè opponuntur tribus præcipuis punctis horizontalibus, ideſt planum, quod eſt horæ duodecimæ ortui, & occaſui, planum verò ſextæ horæ meridiei.

Cur vniuerſalia ſint horaria?

Cur præcipue ſelegerit Author horaria vniuerſalia horæ 12, & horæ 6.

Alijs igitur omiſſis hîc polaribus circulis, iam ad conſtructionem veniamus duorum prædictorum in vnico plano horario, quo tamen (vt patebit in horologij, quod hîc molimur, vſu pro muralibus, progimnaſmate tertio) vti quiſq; poterit pro planis alijs omnibus æquidiſtantibus à circulis alijs omnibus aliarum horarum aſtronomicarum.



Descriptio geometrica horarij vniuersalis horæ 12, vel 6.

I. Ducatur vtcumq; recta AB pro linea Æquinoctiali, & ad angulos rectos vtrimq; in A deducatur recta altera CD pro hora sexta à media nocte.

II. Accepta qualibet styli longitudine, v. gr. AE in ipsa AC ex A versus C, centro E describatur quadrans AH, & diuidatur in sex partes æquales vbi I, G, K, L, M. Quod compendiosè sic assequére. Eadem semidiametro, siue eadem circini diductione ex A sectio fiat in L, & arcus inter H, & L diuidatur bifariam in M, eritq; HM sexta pars quadrantis AH ipsum in sex partes æquales diuidens.

III. Applicatà regulà ad E, & ad singula puncta diuisionum quadrantis AH, signabuntur in ipsà AB puncta O, P, Q, R, S, pro horis 7.8, 9, 10, 11, à media nocte, & à meridie pro horis 1, 2, 3, 4, 5, si quidem (vt in theorijs, & vsu huius horologij docebitur inferius) pro bipartito horologio horæ 12, siue pro meridiano ad ortum, & occasum vtaris. sin autẽ etiam pro horario horæ 6, siue pro polari (quod potes, vt videbis in cap. de vsu) vti malis, habebis tunc mutatas horas 6 in 12, 7 in 11, 8 in 10. (9 eadem est in meridiano, & polari) 10 in 8, 11 in 7. & horas à meridie 1 in 5, 2 in 4. (3 eadem est in meridiano, & polari) 4 in 2, 5 in 1, 6 in 12. Igitur per puncta signata in ipsâ AB duc parallelas ipsi CD, quæ horarias lineas nominatas dabunt, easq; suis numeris pro prædictis horologijs notabis, vt habes hîc in figura.

Proportione idẽ intellige pro alijs polaribus circulis. Nam si velis easdem lineas horarias inseruire pro horologio in plano æquidistantes, exempli gratia, à circulo horæ quintæ, mutandi erunt numeri, vt quę in plano sextæ erat septima, sit iam sexta, quæ erat octaua sit septima &c.

Hoc autem semper notandum est, quòd huiusmodi planum horarium designatum habere non potest horam eam post meridiem, & mediam noctem, à qua planum ipsum denominatur. Sic horæ duodecimæ planum duodecimam non recipit, horæ sextæ non sextam, &c. Cur id fiat dicetur in sequentibus theorijs, omissis reliquis planis, in quibus proportione intelligenda erunt quæ de duobus hîc iam præstructis dicentur, & dicta sunt.

Animaduertere etiam oportet in figura huius capitis, & in sequentibus alijs hîc omnes lineas, sectiones, arcus, puncta, & alia duci manifesta doctrinæ præsentis gratia. Nam in constructione continuatà, & verà horologij satis erit tantũ ducere manifestas lineas, & sectiones, quæ vsui futuræ sunt ad horas sub Sole cognoscẽdas

Descriptio dimidiarũ horarum, quadrãtum, &c.

Deniq; si præter horas integras, semisses, vel etiam quadrantes velis, eodem modo diuides in quadrante AH spatium vnũ aliquod horarium, & ex eo reliqua in duas, vel quatuor partes æquales, & ex ijs, & centro E secabis ipsam AB &c. vt factum est in horis integris, & potes videre in quadrante AH puncta T, V, X, Y, Z, θ, ex quibus sectiones fieri possunt in ipsâ AB. Ad maiorem distinctionem, lineæ semissium interciſæ ductæ sunt; & quartæ partes horarum notatæ sunt punctis in quadrante AH, vnde fieri possunt in ipsâ AB, & lineæ signari quadrantum.

CAPVT. IV.

Theoria praxeos precedentis indicantur; & geometrica demonstratio de stylo expeditur.

Praxeon gnomonicarũ rationes ex qua parte optices petendæ?

PRęcedentis, & sequentium praxeon prima principia, & causę petenda sunt ab ea Optices parte, quæ de Planisphærio, ac de vmbrarum proiecturis agit. de qua præ alijs optimè nostet Aguilonius lib. 6. suæ Optices. Nos breuitatis gratià per modum theoriarum, iuxta exempla doctissimi Maurolyci, hic tantum indicabimus aliqua, quæ apud alios fusius explicata videre poteris.

Demõstrationes breuiter per theorias expeditæ à Maurolyco.

Ac quod pertinet ad theorias primæ constructionis expositæ cap. præcedenti, quatenus quidem ad horologium meridianum, finge tibi animo in proximè posita figura sphærã rectam, & quadrantem AH esse quartam partem circuli æquinoctialis, quem Sol diurno motu percurrat, & attingat singulas vigesimas quartas partes, in quibus puncta horarum sunt.

Lõgitudo styli est distantia plani horarij à cẽtro mũdi.

E terra, seu centrum mundi sit. AE longitudo styli, siue distantià plani horarij à centro mundi.

Vmbra arcus, siue quadrantis proiecta in lineã rectam.

Sol dum circa terram gyrat in æquinoctiali, proijcit vmbram oppositi arcus, siue quadrantis AH in rectam lineam AB. Aguil. optic. lib. 6. prop. 81.

Finge iam eundem Solem percurrisse noctu inferiorem Æquinoctialis, siue circuli ab eo æquidistantis semicirculum, ac peruenisse ad horizontem, siue ad horam sextam, inde ad septimam, octauam, & deinceps, semper proijciet vmbram rectà ex E per singulas diuisiones I, G, K, &c. Porro planum horologij sit parallelum axi mundi, & circulo meridiano (ideo horologium meridianum dicitur) & repræsentet planum, quod inferius tangit in A semicirculum, seu potius quadrantem alterutrum hemisphærij noturni. &c.

Concipias etiam oportet stylum AE orthogonaliter erectum ad planum horologij, & sphæram vnà cum horarijs circulis opponi orthogonaliter plano horario ad contactum circuli æquinoctialis in A. Vides tunc ex diuisionibus I, G, K, &c. vmbras deferri rectà in planum, & in rectà vmbrà Æquinoctialis A B signari puncta horarum O, P, Q, R, &c. per quæ puncta ductæ parallelæ dant horas è proiecturis, siue sectionibus circulorum horariorum astronomicorum in sphærà rectà. Aguil. lib. sexto prop. 80. Sunt tamen eæ parallelæ inæqualium inter se interuallorum propter obliquitatem maiorem, vel minorem vmbrarum incidentium in planum hõrologij semper magis, ac magis recedentis à contactu quadrantis AH versus B.

Parallelæ lineæ à proiecturis, siue sectionibus circulorum horariorũ astronomicorũ in sphærà rectà

Hora duodecima signari non potest in plano horologij meridiani, quia cum Sol peruenit ad duodecimã horam, tunc iacit ex E vmbram per H parallelam ipsi plano horario. concipiendus est enim quadrans AH erectus supra AB, quasi EA esset perpendicularis in A ad planum horarium. Proportione idem intellige de alis planis polaribus respectu eius horæ, cuius id planum est, quæ hora in plano horario horæ suæ parallelo haberi non potest. Hisce tamen incommodis facili negotio habebis remedia in progymn. secundo, & tertio huiusce Apiarij. nam planum horæ duodecimæ inuerti poterit ad vsum horologij horæ sextæ, vt dicetur inferius.

Hora 12. in horario mẽridiano cur non signetur?

In plano quolibet horariorũ polarium non potest signari hora, à qua denominatur horologium. & cur.

Non omittam de stylo vnum notabile, scilicet in hisce nostris horarijs longitudinem styli esse spatium trium horarum à sectione meridiani cum Aequinoctiali, nempè spatium id lineæ Æquinoctialis, quod inter horam sextam, & nonam à media nocte intercipitur, hoc est ab A ad Q. Erit hoc vsui si quando stylum amiseris, vt scias cuius longitudinis alium cũrare debeas. Demonstratio sit hæc.

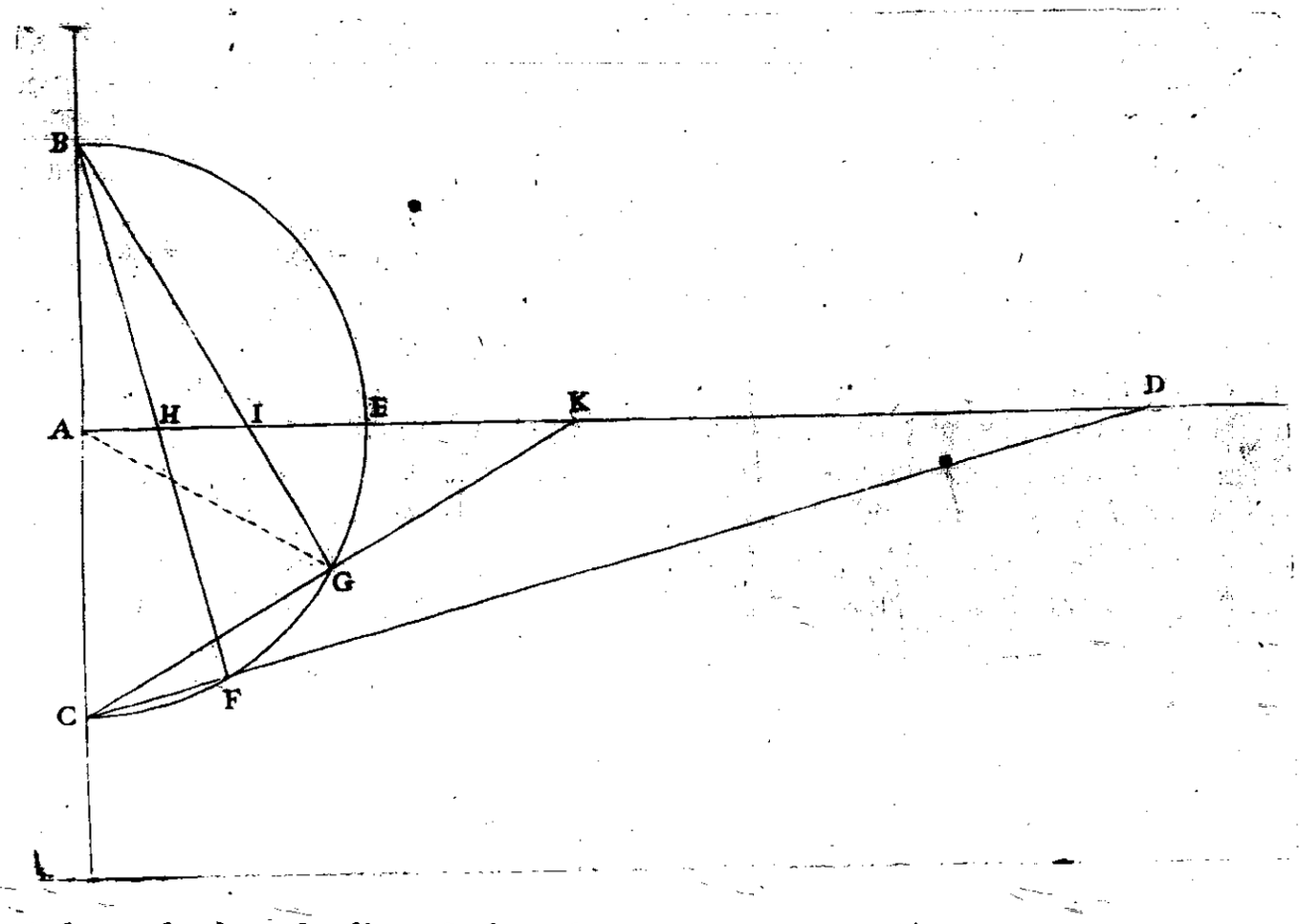
Lõgitudo styli est spatium triũ horarum in linea Æquinoctiali. &c.

Demõstratio.

Quoniam enim Sol cum vmbram iacit rectà ex E in K, signat ibi punctum horæ nonæ à media nocte in plano horæ duodecimæ, & ex A ad K facta est diuisio vsq; ad dimidium quadrantis, ergo illi insistens Angulus AEK semirectus est, è schol. Clauij ad 23. tertij. At QAE rectus est, è collor. propositionis 56. eiusdem lib. tertij, reliquus igitur tertius AQE est & ipse semirectus, & ipsi AEQ æqualis. Ergo è quinta primi, Isosceles est triangulum QAE, hoc est per definitionem 24, habet duo latera QA, AE æqualia. Scilicet styli longitudo AE spatio AQ, à sexta ad nonam, est æqualis, quod erat demonstrandum.

CAPVT. V.

Compendium ad propositorum horologiorum vniuersalium constructionem vnicà circini diductione, geometricè demonstratum. Et de stylo singulare notandum.



INgeniosus modus inueniendi puncta horaria in linea Æquinoctiali per vnicam circini diductionem inuenitur quidem ex parte indicatus ab aliquibus, at demonstrationem geometricam apud neminem inueni. Itaq; nos & partem praxeos de nostro, & geometricam demonstrationem hìc apponemus.

I. Igitur ductis ad angulos rectos in A lineis horæ sextæ astronomicæ BC, & linea Aquinoctiali AD, diductis circini cruribus ad lubitum interuallum, verbi gratia ad AB, describatur semicirculus BEC, & ex E fiat sectio in F, ex C in G. Applicatà deinde regulà ad B, & F, fiat sectio in H, item ex BG in I. Item applicatà regulà ad C, & G, notetur sectio in K; ad C, & F, & notetur in D. nos quidem sic. At —

II. — Aliqui alij sic. Factis diuisionibus ex C in G, ex E in F, alterum circini crus applicant ad G, & altero crure signant in K. mox duplicato circini interuallo ex K progrediuntur, ac signant in D.

Erunt ergo puncta H, I, E, K, D, per quæ ducendæ erunt lineæ horariæ astronomicæ, iuxta dicta cap. 3. antecedenti.

III. Pro semissibus, & quadrantibus horarum, diuidendus erit vnus arcuum CF, FG, GE, & ex eo reliqui in duas, & in quattuor partes æquales, & iuxta nostrum modum numero primo huius capitis, applicanda erit regula ex B, & ex C ad factas diuisiones, vt ex ijs habeantur sectiones, ac puncta semissium, & quadrantum in Æquinoctiali AD. Vide figuram capitis tertij.

In hac figura parcimus multiplicitati linearum ad facilitatem demonstrationis geometricæ, quam mox expedio.

IV. Quod quidem attinet ad nostrum compendium numero primo huius capitis, quoniam angulus rectus CAE continet 90 gradus, ergo singulæ tertiarum CF, FG, GE efficient ad centrum A angulos singulos graduum 30. At per 20. tertij, anguli ad centrum dupli sunt angulorum ad circunferentiã, ergo ab ijsdem basibus CF, FG, GE eductæ rectæ ad circunferentiam in B, efficiẽt angulos CBF, FBG, GBE graduum 15, quod spatium est vnius horæ. sub ijs ergo angulis factæ sectiones H, I, E sunt ad interualla singula singularum horarum. E`ademq; erit demonstratio de sectionibus K, & D factis ex C.

V. At vero, quòd attinet ad praxim numeri secundi huius capitis, demonstrandum relinquitur spatium GK esse semidiametrum AE, & spatium KD esse duas semidiametros, sic enim èadem circini diductio, ideſt èadem semidiameter, ex qua factus est semicirculus BEC, inuenerit ritè, ac rectè puncta horaria. Ducatur occulta GA. Quoniam triangulum AGC sub tribus

semidia-

ſemidiametris eſt æquilaterum,& duo recti continent gradus 180, ergo ſinguli trium æqualium angulorum continebunt gradus 60; ergo in triangulo GAK anguli interni oppoſiti GAK,AKG ſimul ſumpti, quibus eſt æqualis externus CGA, continebunt gradus 60;at angulus GAK eſt graduum 30,propter arcum GE,qui eſt tertia pars quadrantis diuiſi in 90 gradus,ergo & alter angulus AKG eſt & ipſe graduum 30. ſunt ergo æqualia latera AG, GK, quæ æqualibus angulis in eòdem triangulo ſubtenduntur. Rurſus, quoniam angulus externus CKA graduum 30 eſt æqualis duobus internis, & oppoſitis KDC, DCK trianguli DCK, ergo ijdem anguli ſimul ſumpti continent gradus 30; at ad circunferentiam angulus DCK eſt graduum 15, propter tertiam quadrantis partem FG, ergo reliquus KDC eſt granduum 15, ergo latera CK, KD ſunt æqualia; at CK,per antecedenti,eſt ſpatium duarum ſemidiametrorum, ergo & KD, &c.

Itaq; in æqualibus circulis,hoc eſt ad eandem ſtyli longitudinem, id, quod cap. 3. per angulos ad centrum, hic per angulos ad peripheriam aſſecuti ſumus.

VI. Habes, pro corollario, ſtyli longitudinem in ipſa AD notatam non ſolum ad ſpatium AE iuxta demonſtrata cap. antecedenti; ſed etiam ex bifariatione ſpatij inter decimam, & vndecimam horas, nempè ipſius KD; dimidium enim eius interualli dat ſtyli longitudinem.

Ac ſanè periucundum eſt videre quemadmodum ſtylus ipſe variè traductus, & appplicatus horaria puncta comperiat, & horarium multiplex vniuerſale conficiat, vndè tot aſtronomica,& gnomonica problemata ſoluentur, & horaria omnia muralia facillimè deſcribentur, vt videbis in progymnaſmatis ſequentibus huiuſce Apiarij.

Stylus, ſiue ſtyli longitudo varie trãſlata conficit plura horaria.

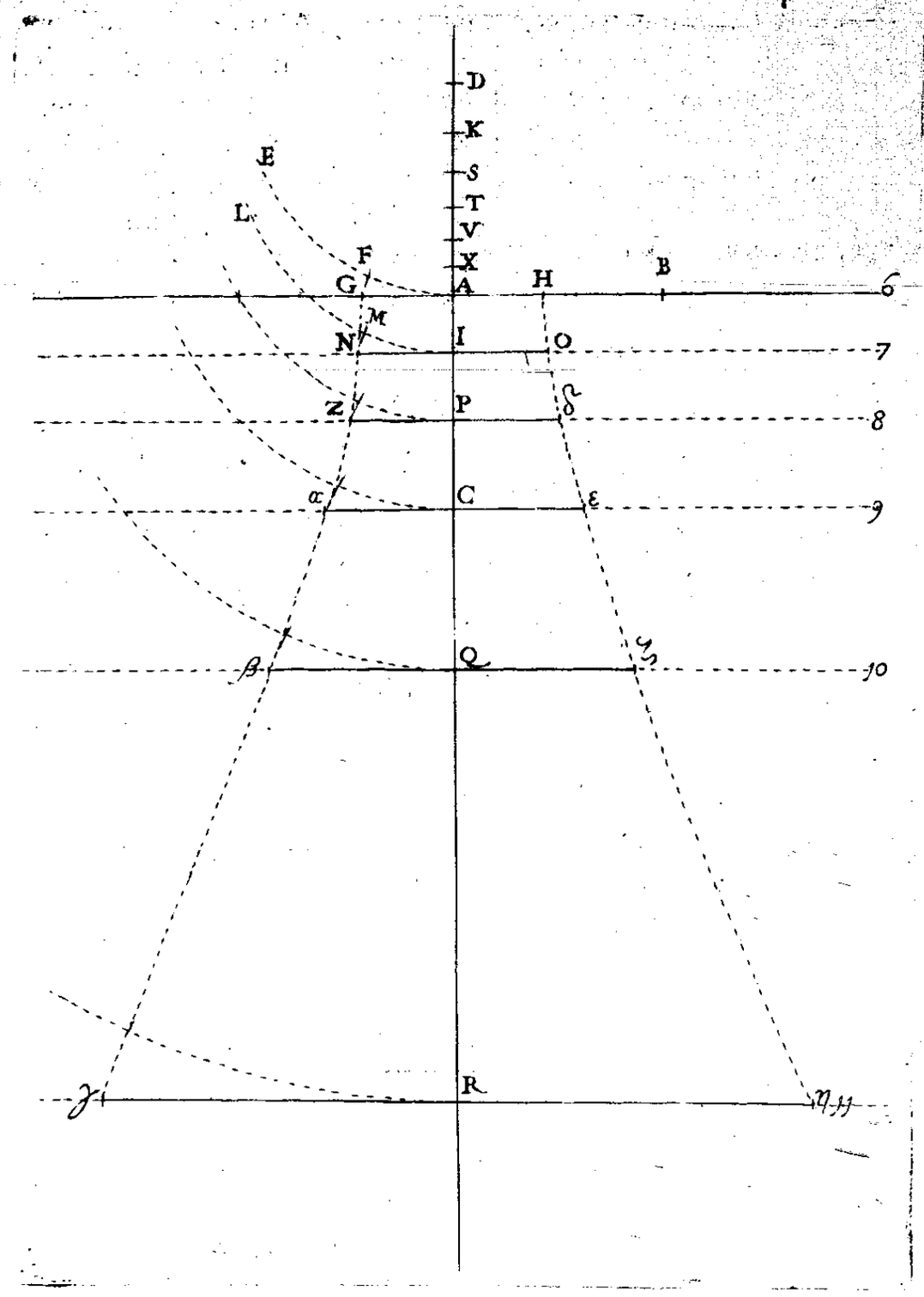
VII. Videbis inferius in progymnaſmate, vbi de horario horizontali, modum reperiendi etiam punctum H ex eádem circini diductione, ſine applicatione regulæ ad puncta B, & F. Hìc omittitur ille modus, quia ſupponit acceptionem punctorũ pro denis horis in Æquinoctiali vtrimq; citra, & vltra meridianam. Nos hìc egimus tantum de punctis pro quinis horis poſt meridianam, ſiuè poſt ſextam Aſtronomicam.



CAPVT VI.

Solis parallelos per denos ſignorum Zodiaci gradus in polarium planorum horolabijs geometricè deſcribere.

QVoniam vſitati modi geometrici(præſertim per ragidicas figuras Zodiaci) deſcribendorum parallelorum in meridianis, & polaribus horologijs cõſtructis ad particulares poli eleuationes, ſatis ſeruire poſſe non videntur (vt ipſa te, lector, docebit experientia) noſtris hiſce, quæ in ſphæra recta conſtruemus, horologijs; ideo accipe id, quod nobis meditantibus ex geometrica demonſtratione in rem occurrit.



I. Pro terminis horæ ſextæ accipe longitudinem ſtyli AB, vel AC, & eam transfer in Aequinoctialem lineam RA productam in, aut vltra D; tum interuallo DA duc arcum AE, atque in eo accipe maximam Solis declinationẽ AF; applicata deinde regula ad DF, vbi ea ſecabit horam ſextam in G, ibi erit terminus tropici.

Transfer deinde diſtantiam AG in alteram partem, & dabit alterum tropicum. Compendioſe eam circuli partem habebis per inſtrumentum partium, vel per quadrantes concentricè diuiſos, vt vulgatũ eſt apud Gnomonicos. Vide Clauium Geom. pr. lib. 1. cap. 2. præſertim cap. 10. num. 16. Item in Aſtrolab. lib. 1. lem. 2, & 3.

Ac ne quid extra nos deſideres, dabimus ſub finem huius capitis in tabella gradus declinationum ſolarium.

II. Pro terminis horæ ſeptimæ à media nocte, altero circini pede fixo in I, vbi ſeptima ſecat Aequinoctialem, & altero vſq; ad ſtyli verticem B adducto, transfer interuallum, ſiue lineam BI in Aequinoctialem ſupernè, & ſectio ſit in K; deinde interuallo KI duc arcum IL, atq; in eo ſecetur maxima Solis declinatio iuxta proportionem eius arcus (ne fortè declinationem FA ſuperioris arcùs cum errore vſurpares) ſitq; ea declinatio IM; moxq; vbi regula ex KM ſecabit ſeptimam horam in N, ibi horam terminabis. Transfer deinde, vt ſuperiùs in hora ſexta factũ eſt, IN in IO, & vtrinq; terminos habebis, &c.

III. Eodem prorſus modo, quo in proximo ſecundo numero dictum eſt, transferenda ſunt interualla PB, CB, QB, RB in S, T, V, X, & ex SP, TC, VQ, XR ducẽdi arcus, atq; in ijs, iuxta proportiones arcuum, ſumendæ declinationes, & ex ijs ſignanda tropicorum puncta Z, α, β, γ, & geminanda in δ, ε, ξ, η, vt habeas terminatas vtrinq; horas, 8, 9, 10, 11 à media nocte.

IV. Pro parallelis aliorum ſignorum, & pro gradibus eorum accipe in arcubus FA, MI, & ſequentibus ad horas ſequentes arcus declinationum ſingulorum ſignorum, & graduum ipſorum; & applicatá regulá &c. ſigna ſectiones in linea horariá, transfer in alteram partem, &c. vt dictum eſt in præcedentibus.

Accipe ſequentem tabellam, in qua ſunt gradus, & minuta declinationum per denos gradus ſignorum vnius quartæ zodiaci declinantis à puncto æquinoctij ad tropicum. Gradus declinationum hìc poſiti inſeruiẽt non ſolum pro ſignis ab Æquinoctijs ad tropicos, ſed etiam pro ſignis à tropicis ad equinoctia. Tabella eſt iuxta reformationes Tychonicas.

Tabella declinationum ecliptiæ per denos ſignorum gradus.

	♈		♉		♊	
	Gra.	min.	Gra.	min.	Gra.	min.
Gradus ſuperiorum 6 ſignorum. 10	3.	58	14.	52	22.	2
20	7.	51	17.	48	23.	9
30	11.	31.	20.	13.	23	31.
	♌		♍		♎	
Gradus inferiorum 6 ſignorum. 10	7.	51	17.	48	23.	9
20	3.	58	14.	52	22.	2
30	0.	0.	11.	31.	20.	15

V. Deniq; terminos horarum, & ſectiones parallelorum in initijs ſignorum iunges lineis punctuatim interciſis ſectionem hyperbolicam conficientibus, ceu pro tropicis ♋, & ♑ vides hyperbolas GNZ α β γ, HO δ ε ξ. Sic pro initijs aliorum ſignorũ ab hora ſexta ad vndecimam. Pro denis ſignorum gradibus ſat erit in lineis horarijs ſectiones notare, nec eas in hyperbolas producere, ad vitandam tot linearum confuſionem.

CAPVT VII.

Proximæ præcedentis praxeos theorice.

I. COncipe animo Solem in circulo quouis horarum aſtronomicarum, & iuxta receſſum, vel acceſſum curſus annui modò in ♑, modò in ♋ exiſtentem. duo igitur radij, ſeu potius vmbræ à centro mundi B proiectæ conſiderandæ ſunt, vmbra à Sole in ♋, & vmbra in ♑, quæ oppoſitos terminos parallelorum ſolarium notant in lineis horarijs, vt ex D per F in G, & in H, &c.

II. Porrò diſtantia à vertice ſtyli (ſi orthogonaliter erectus eſſet in plano horario vbi A) ad ſectiones I, P, C, Q, R, cum éadem ſit quæ à B ad eaſdem ſectiones, & cùm eodem interuallo, ac ſemidiametro BI, & KI ductus fit arcus IL, ideò datur éadem quantitas declinationis ſolaris IM, quæ etiam daretur ſi è vertice ſtyli orthogonaliter erecti in A duceretur arcus ipſi IL æqualis. Eadem intellige de reliquis terminis parallelorum in reliquis arcubus ex S, T, V, X per P, C, Q, R ductis.

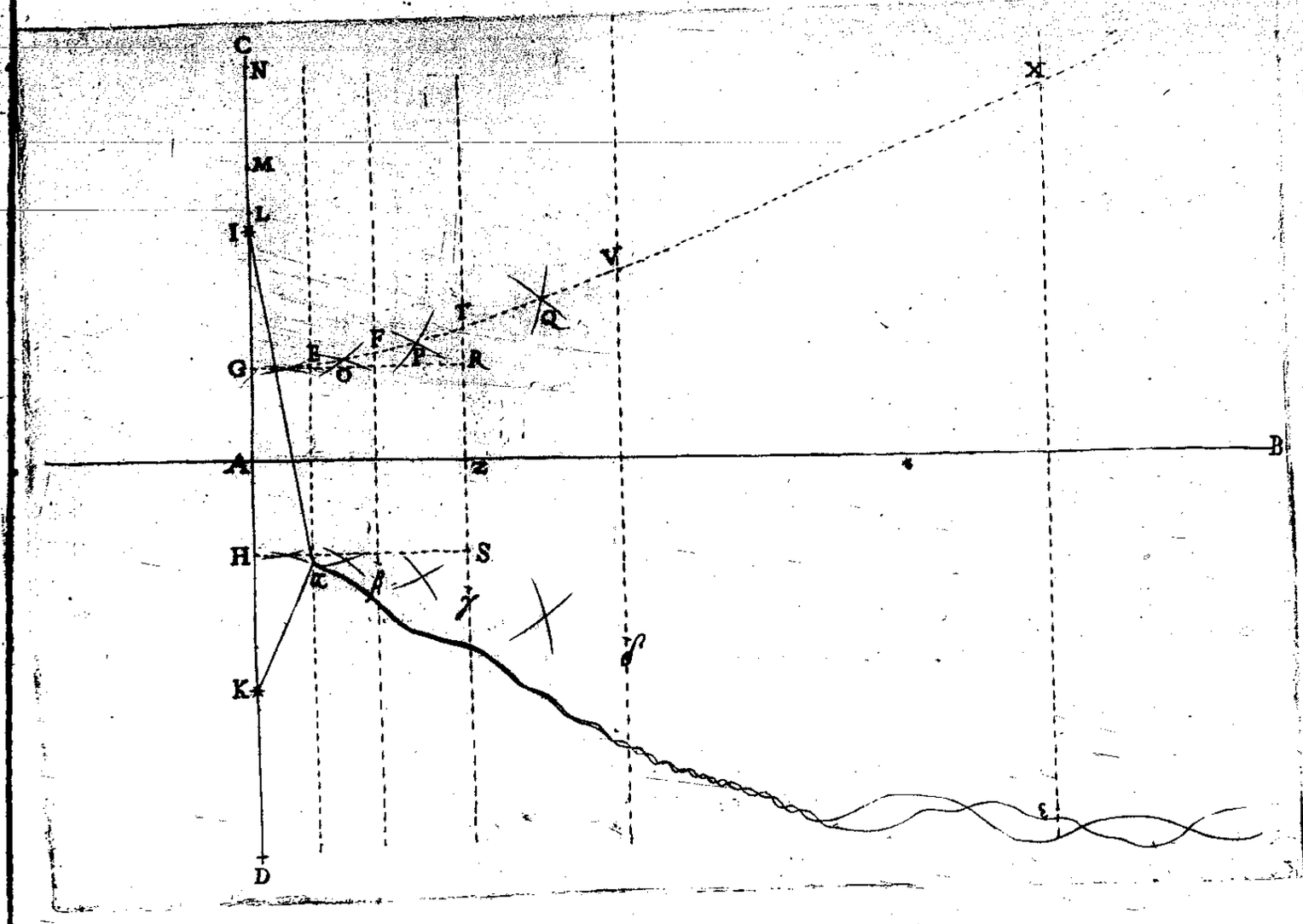
III. Quod attinet ad ſectiones, quas efficit planum horologij in lineis horarijs, quas ſectiones diximus cap. præced. nu. 5. eſſe hyperbolas, ſcire licet è diurnis circulationibus Solis circa terram concipi conos geminos, alterũ radioſũ à Solis radijs ad terræ pũctum, quaſi ad verticem, coeuntibus, & baſim circularẽ in Solis parallelo habentibus, alterũ vmbroſum in oppoſita parte, qui & ipſe verticem in terra quaſi in puncto habeat. Et quoniam in Opticis, & Gnomonicis propoſitio demonſtratur hæc: *ſi Sol per circulum Æquatori parallelum incedat, ſitq; horologij planum circulo maximo, qui vtrumq; eorum ſecat, parallelum, erit proiecta centri vmbra hyperbole*; vt Aguill. prop. 84. lib. 6; vel vt paullò aliter apud non neminem: *omne planum horologicum circulo per vtroſq; polos tracto æquidiſtans ſectiones facit hyperbolicas*. Igitur planum noſtri horologij quia eſt parallelum vel Meridiano, vel cuilibet alij horario circulo aſtronomicarum horarum ſecanti vtrumq; Solis conum, & incedenti per vtrumq; polum, ideo hyperbolicas facit ſectiones. Vide huc decimaquartam pr. conicorum Apollonij.

Solis circulationibus circa terrá geminí fiunt coni parallelorũ, &c.

Planũ horologicũ æquidiſtans circulo per polos traiecto, ſectiones facit hyperbolicas.

CAPVT VIII.

Compendium geometricum, & organicum descriptionis geometricæ hyperbolarum solarium ex conicis theorijs.



I. LVbet hîc breuiter indicare, atq; applicare geometricam hyperbolæ descriptionem, quam vsurpauimus in Apiario nostro geometrico theoretico, progymnas. tertio. Sit Æquinoctialis AB, linea horæ sextæ CD, ac reliquæ deinceps ductæ. Ex centro (ac styli vertice ex demonstratione cap. 4. huius) sit notata vtrimq; maxima solis declinatio in G, & H iuxta modum traditum cap. 6. Ex G, & H demittuntur ad lineam horæ nonæ perpendiculares GRI, HS. Deinde interuallum AR, vel AS transferatur ex A vtrimq; in I, & in K, quæ erunt duo puncta ex comparatione facta, vt vocantur in conicis, quorum magnæ vires, ac miræ sunt proprietates. In hisce hyperbolarum descriptionibus hîc, & alibi à nobis factis sunt éadem puncta nobis centralia, & cardinalia.

II. Signentur vltra I versus C (vel infra K versus D) puncta aliquot arbitraria L, M, N, &c. deinde interuallo HL, & centro K, item interuallo GL, & centro I secent se mutuo duo arcelli in O. Pariter interuallo HM, centro K, & interuallo GM, centro I sectio mutua fiat in P. Paribusq; modis, sūptis interuallis ex H, &, G ad alia puncta IC, & centris K, I, fiant aliæ sectiones mutuæ circellorum in Q, & vlterius. Quo plura puncta sumpta fuerint inter IC, eo plures erunt sectiones vltra Q.

Tum puncta G, O, P, Q, &c. iungantur linea, quæ leni quodam tractu incuruata sit, & per ea puncta producatur. Erit ea hyperbole tropici alterius solaris, & lineas horarias terminabit. Si alias hyperbolas parallelorum solarium in alijs Zodiaci signis velis in horario signare, erunt signandæ intra H, G aliæ signorum declinationes, & alia erunt puncta ex comparatione notanda, & cætera proportione peragenda, vt factum est pro hyperbola GOPQ. Interualla linearum horariarum intercepta inter Æquinoctialem AB, & inter hyberbolam siue inter puncta E, F, T, V, X, transferenda erunt in alteram partem linearum horariarum in α, β, γ, δ, ε.

III. Geometrici præcedentis compendij demonstratio ea est, quam partim tradidimus in nostris Asymptotis progym. tertiò, vbi docuimus vel circa factas hyperbolas, vel intra rectas angulum facientes, ducere asymptotos; partim in nostris Dioptricis, & Catoptricis, vbi & pupillare instrumentum dioptricum, & specula hyperbolica vstoria construimus. Igitur nunc tantum indicabimus earum demonstrationum vestigia practicè hîc applicata.

Nam

Nam interualla AR, vel AS translata in AI, AK nihil aliud sunt, quàm vsus propositionis 29 sexti elem. Euclidis, ideſt comparatio rectanguli æqualis quartæ parti figuræ, &c. & excedentis figurâ quadratâ &c. ad transuersam diametrum contrapositarum hyperbolarũ describendarum, vt puncta I, K ex comparatione facta inueniantur, & ex ijs ad vtramlibet partem inclinentur rectæ lineæ, quarũ maior minorem superet quantitate axis, vt factum est in interuallis GL, ex I; HL ex K ad sese inclinatis; atq; ita in reliquis iuxta demonstrata ab Apol. lib. 3. prop. 51.

Linea horæ nonę est instar axis mundi; qui & idẽ axis communis est conorum, quos Sol diurnis motibus facit, & communis vertex eorum conorum est in Z. Sunt vero G, H vertices contrapositarum æqualiũ hyperbolarum, quarum transuersa diameter communis est GH.

Porro interualla HS, vel GR esse latus quadrati æqualis quartę parti figurę &c. patet ex demonstratione nostra in Apiario Geometrico theorico, progym. 3. in corollario post propositionem quintam.

IV. Aduertant hîc ij, qui parum versati sunt in traducendis geometricis ad vsum, non satis esse scire modos aliquos deducendarum hyperbolarum, vt statim possint ducere in horologijs hyperbolas signorum; sed tenendam in primis esse rationem reperiendi puncta ex comparatione, &c. sine quibus nil refert scire hyperbolarum descriptiones.

Non satis est ad signandas hyperbolas gnomonicas, scire modos describendarũ hyperbolarum.

V. Expeditior fiet operatio, si organicè operaris modo sequenti. Fige in I, & in K duas acus, (vel, si adsit socius, vtrumq; pedem circini erecti, ac diducti teneat ille fixum in I, & in K) quibus acubus (seu circini pedibus) duo fila innecte, eaq; iunge in H, vel in G, atq; inter se contorque, deinde ea tendendo sensim resolue donec communis eorum iunctura attingat ad lineas singulas horarias, vt vides factum in α, & sic de cæteris, &c. ibi enim erũt termini hyperbolici horarum. Est hic vsus organicus paullo ante citatæ propositionis 51 libri 3 Conicorum.

Organica descriptio hyperbolarum.

Vt rectè assequare theorias conicas in hoc capite indicatas, reuise plura in progymnasmate 3. Apiarij nostri Geometrici theorici.

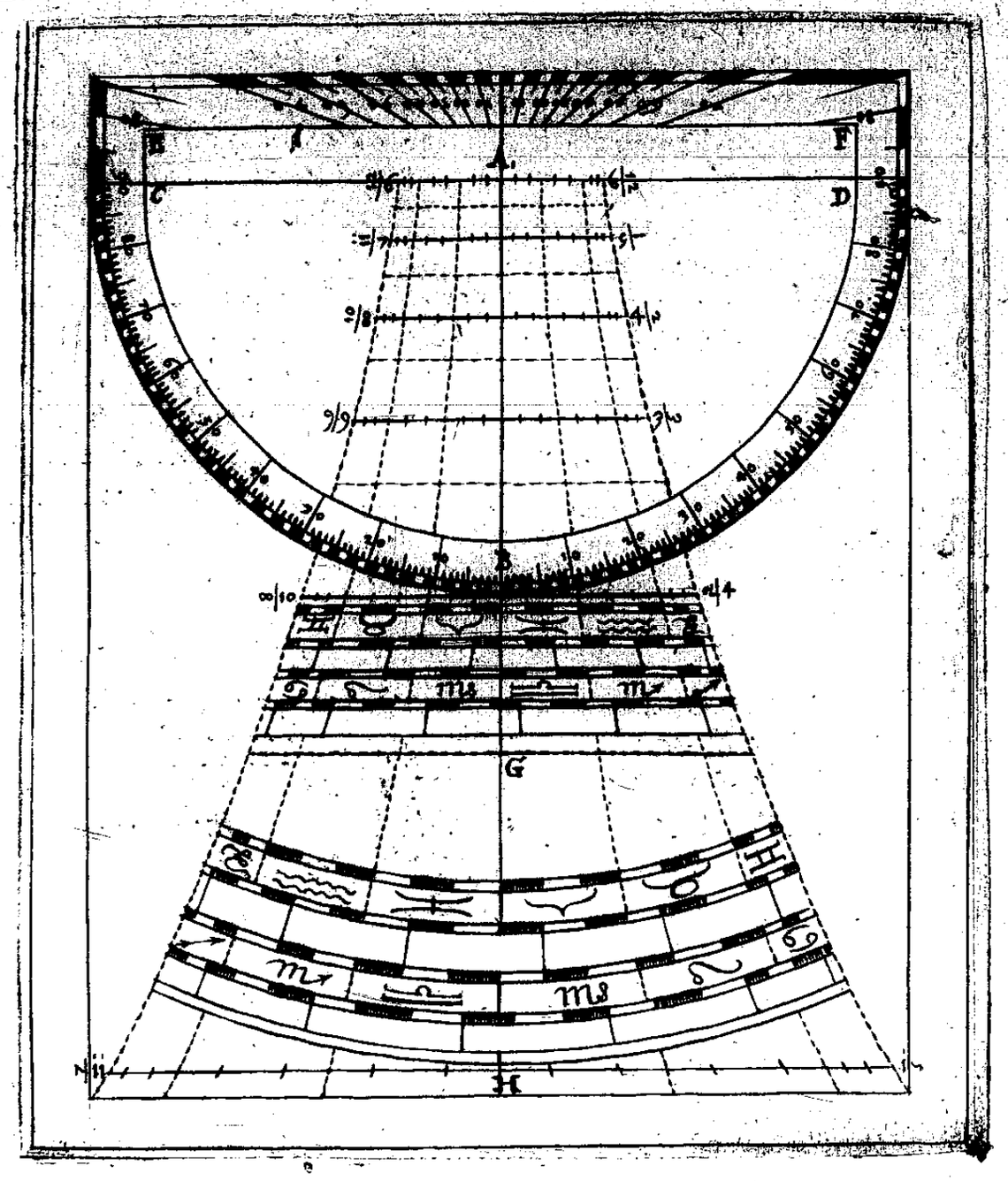


CAPVT IX.

Characteres signorum Zodiaci, semicirculum eleuationum poli ad plura conducturum describere; & horologij vniuersalis 6. horæ theoria.

I. MEnsium dies, & Zodiaci gradus, ac signa collocare poteris (vt vides in figura) inter BG semel, iterum inter GH spatium à decima ad vndecimam à media nocte;

sed



ſed ita tamen, vt ſigna inter BG progrediantur ordine contrario ſignis inter GH, propter dicenda in theorijs vſus. Licebitq; varietatis gratiâ ſigna inter GH curuatim in modum lembi describere ex centro A; nihil enim erroris inducêt in ſpatia parallelorum, modo gradus ſignorum ſint diuiſi ad interualla iam ducta ex gradibus ſignorum inter BG. Vt autem in promptu habeas quoto die cuiuſuis menſis Sol ſingula Zodiaci ſigna ingrediatur, accipe hanc tabellam.

Tabella ingreſſus Solis in ſigna Zodiaci.

♈	♉	♊	♋	♌	♍
21 Martij	21 April.	21 Maij	22 Iunij	24 Iulij	24 Auguſti
♎	♏	♐	♑	♒	♓
24 Septemb.	24 Octob.	23 Nouemb.	22 Decemb.	21 Ianuar.	19 Febr.

Plures alios circulos cœleſtes, & ſigna alia licet volenti deſignare in plano noſtri horarij iuxta iam vulgata in Gnomonicis. ſed quia ea multitudo, ac varietas circulorũ, ac ſignorum in eodem plano linearum horariarum diſtinctionem perturbat, & nihil facit ad horas, quæ præcipue quæruntur in vſu ſciotericorum horariorum, ideo illam otioſam multiformium linearum oſtẽtationem omiſimus nec ſpectandam in plano noſtri horarij vniuerſalis, nec ex eo deſignadam in muris pro horarijs immobilibus, de quibus in progymn. tertio huius Apiarij.

II. Facto centro A, & interuallo quolibet, v. g. vſq; ad horam decimam à media nocte, quoniam ibi ſpatium ſatis patet inter nonam, & decimam, deſcribe ſemicirculum BCD, cuius vtrumq; quadrantem de more diuide in 90 gradus à B verſus C, & D. erit hnius ſemicirculi non vulgatus vſus ad poli eleuationes, & pro arcubus ſemidiurnis; pro deſcriptione horarum, præſertim Italicarum, ad quamlibet eleuationem in muris, & planis immobilibus; pro vniuerſali Aequinoctiali, &c. vt patebit inferius ſuis locis, &c.

III. Reliquum ſemicirculum ad complementum circuli (vt figura horologij quàm minimum excreſcat) contrahes in rectangulum CEFD, illudq; diuides ex centro A in bis 90 gradus, ad

quem

quem modum diuiſiſti ſemicirculum, eiuſq; quadrantes. Atq; hac ratione parauëris in plano horolabico vnde id ad poli eleuationes pro locorum latitudinibus aptare poſſis, vt dicetur vbi de vſu.

IV. Parato iam duplici horologio vniuerſali è ſenis lineis in eodem plano, nempe horologio meridiano, ſiue horæ duodecimæ, & polari, ſiue horæ ſextæ, antequam vlterius progrediamur breuiter prius indicentur —

— Theoria horarij horæ ſextæ.

— Quę eędem proportione ſunt cum ijs, quas in antecedẽtibus capitibus propoſuimus de horologio horæ 12. Planum igitur, quod in meridiano concipiebatur animo laterale ad dexteram, vel ſiniſtram ſphæræ, & eam tangebat in communi ſectione horæ ſextæ, ſiue horizontis recti cum Aequatore, concipiatur nunc in horologio polari planum idem ſphæræ rectæ contiguum inferius vbi eſt communis ſectio meridiani, ſiue horæ 12 à media nocte, & Aequinoctialis ¢circuli. Ibi planum horolabicum excipiet vmbras circulorum horariorum alterius quadrantis in hemiſphærio inferiori nocturno, & circulus Aequinoctialis, atq; alij circuli horarij Aſtronomicarũ in ſphærà rectà (in qua noſtrum polare fingitur) ſignabuntur lineis rectis parallelis, vt demonſtratum eſt in theorijs horarij meridiani ſuperioribus in capitibus. Terminabuntur etiã eædem rectę horarijæ à radijs ſignorum Zodiaci, vt prædictum eſt in citatis capitibus.

V. Tantum in hoc polari ſpeciatim aduertenda eſt mutatio numerorum in lineis horarijs. Nam Sol ſtatim ac ortiuum horizõtem attigerit, iacit vmbram à ſtyli vertice parallelam plano horollogij polaris. Ideo (vt dictum eſt in hora 12 meridiani) ſexta à media nocte, vel poſt 6 à meridie haberi non poteſt. Obuiabis tamen huic incommodo vertendo planum ad ſitum horologij meridiani ante, & poſt meridiem &c. vt dicetur in vſibus, &c. & in inſtrumento noſtro ad muralia. Deinde ad ſeptimam Sol aſcendens eam indicat in polari quæ erat vndecima in meridiano, & deinceps vſq; ad duodecimam. Inde conuerſo plano ita, vt vndecima meridiani ſpectet Orientem, horaria linea, quæ erat in meridiano horologio quinta à meridie, fit in polari prima quæ erat quarta fit ſecunda &c.

Ratio ergo diuerſitatis, ac mutationis numerorum in horis eſt à ſitu planorum variè Soli oppoſitorum, & quia in meridiano horologio vmbra ante meridiem incipit indicare horas à contactu plani cum horizonte, deinde deſcendit per planum quod eſt ſemper magis, ac magis à contactu recędens; ideo progreditur numerus horarum à breuioribus ad productiores horarias lineas, & contrario ordine poſt meridiem. At in polari quoniam vmbra ante meridiem incipit indicare horas remotiſſimas à cõtactu plani cum inferiore parte meridiani, & progreditur per planum ſemper magis accedens ad contactũ peripheriæ circuli meridiani, ideo in lineis mutantur numeri, & fit progreſſio à productioribus lineis horarijs ad breuiores, & contrario ordine poſt meridiem.

Ratio mutationis numerorũ pro horis in horariis meridiano, & polari.

Circa parallelos ſignorum Zodiaci eædem ſunt theoriæ, quæ indicatæ ſunt in meridiano horologio, hoc tantum proportione mutato, quòd planum polaris horologij æquidiſtat plano horæ ſextæ, eſtq; id planum pro circulo maximo, qui per vtrumq; polorum incedit, & vtrumq; ſolarem conum ſecat, ideo vt meridiani, ſic & polaris horologij planum ſecat hyperbolicè &c. In plano horarij horæ ſextæ cur ſigna Zodiaci geminauerimus inuerſa vide in vſu eius progymn. 2. ſequen. cap. 1. num. 3, & 4.

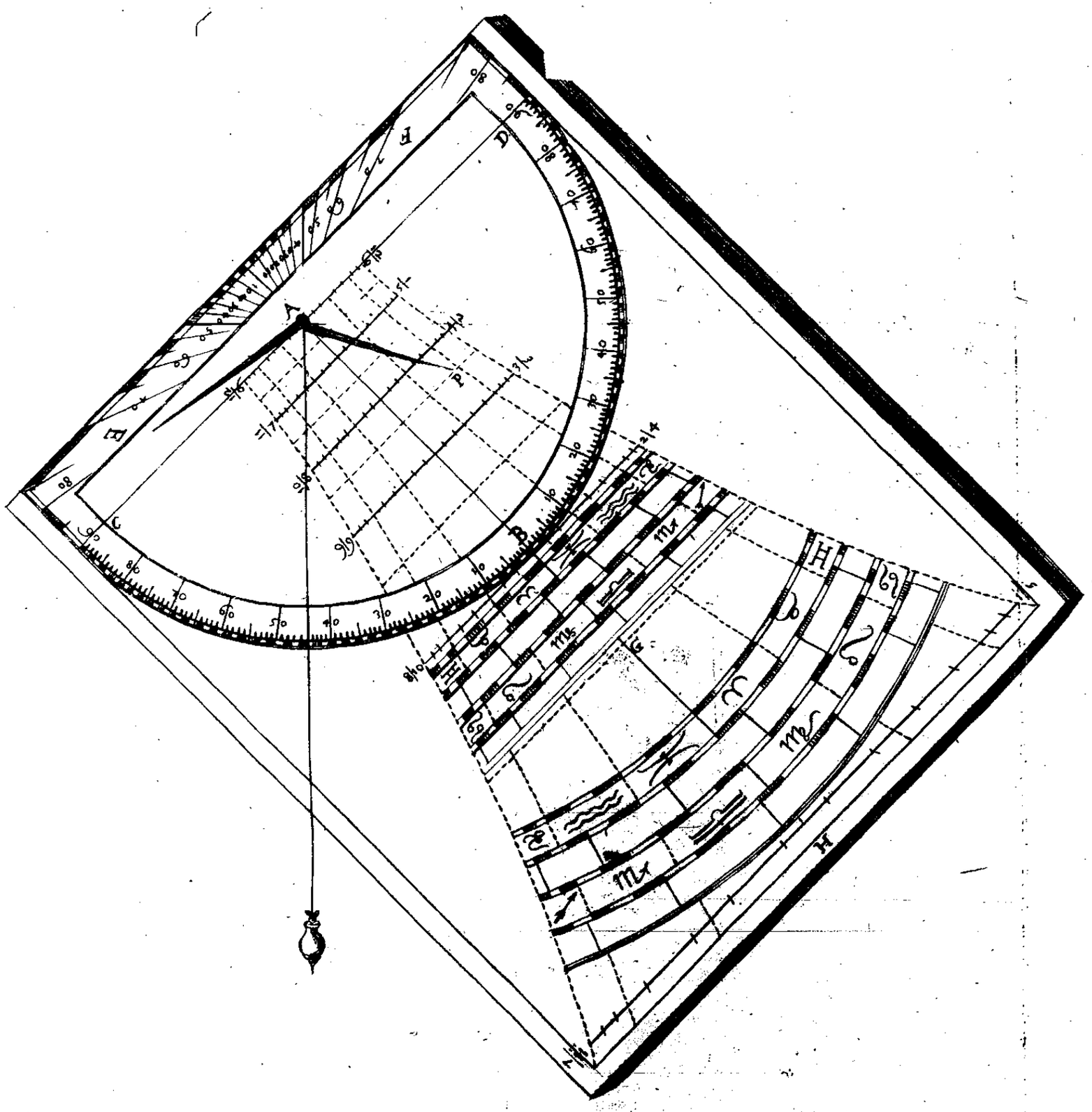


PROGYMNASMA SECVNDVM.

De multiplici vſu horarij noſtri vniuerſalis ad horas, ad aſymptotos, ad poli altitudines, ad arcus diurnos, ad meridianæ deſcriptiones, ad horaria noctu per faculam, &c.

CAPVT I.

Regula ad vſum horarij vniuerſalis hora duodecima.



I. APtato, & adglutinato ſupra aſſerem plano cartaceo horologij, erige ad idem planum horologij ſtylum ex A perpendicularem qui & remoueri poſſit propter dicenda inferius regula vltima. Deinde à ſtyli radice A fac dependeat filum cum perpendiculo.

Vſus horarij pro horis ante meridiem poſt 6 à media nocte.

II. Pro horis ante meridiem ſpectet facies plani horarij ad Orientem, & eleuetur linea CD (in qua eſt hora ſexta) ita vt D ſpectet ad ſeptentrionem. Deinde filum radat liberè planum horarium, & eleuetur CD ad loci latitudinem ita, vt in quadrãte BC ſecentur gradus 45.

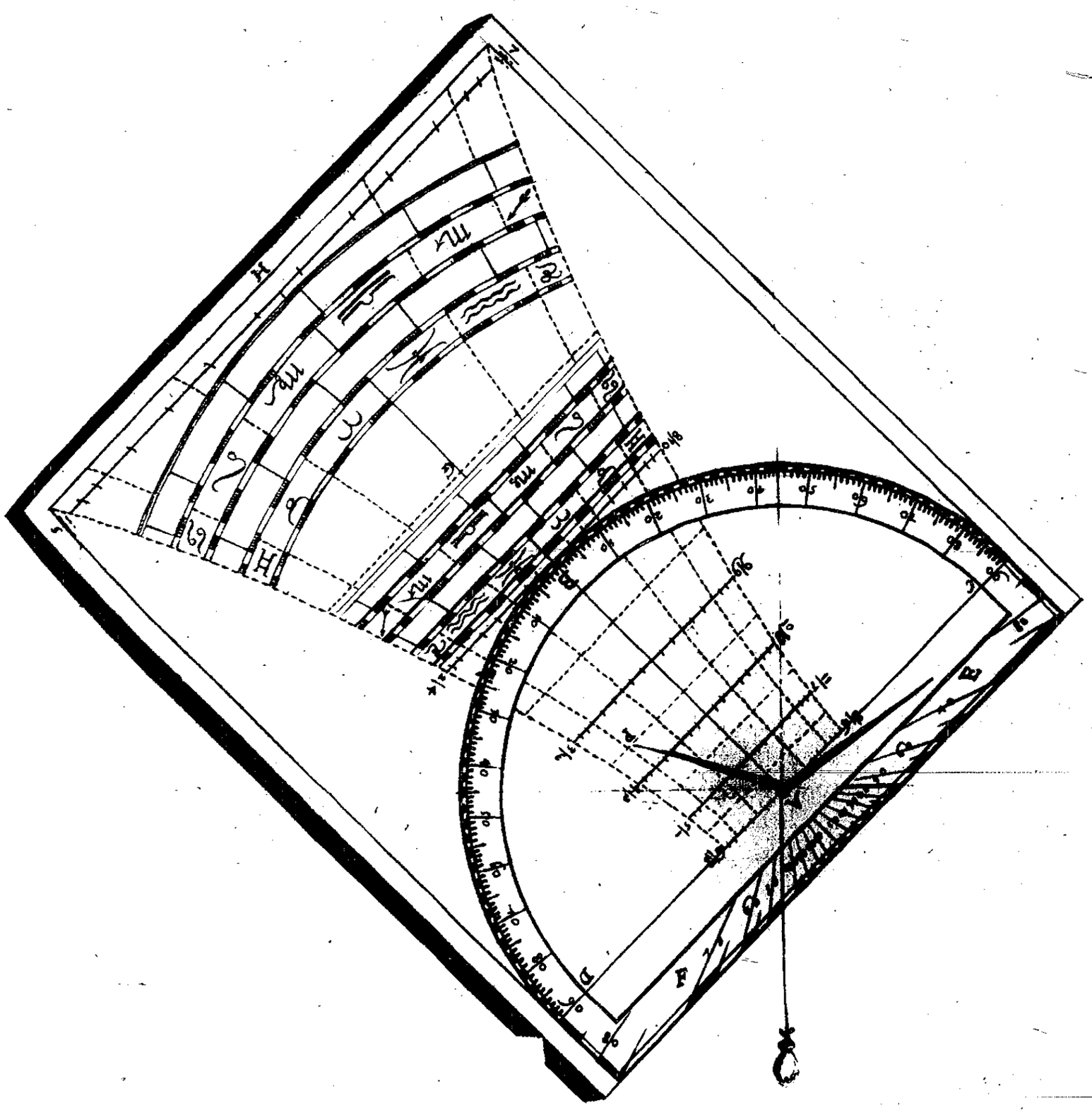
III. Planum horologij ita lateraliter circumuerte circa perpendiculum liberè tangens latus BC, vt vertex vmbræ à ſtylo proiectæ ſignet punctũ in parallelo eius diei, in quo Sol eſt dum tu horam quęris; ſignabit autem in oppoſito parallelo. Et quando Sol erit Auſtralis, ſiue in ſignis Zodiaci ad Auſtrum vergẽtibus vmbra ſtyli ſignabit in plano horario Solis parallelos, qui ſunt vltra, & ſupra Æquinoctialẽ AH; cum verò Sol erit Borealis, ſignabit vertex vmbræ ſtyli Solis parallelos qui ſunt citra, & infra Æquinoctialem. Quod vniuerſè dictum eſto in quolibet ſitu plani horarij CHD ſiue ante, ſiue poſt meridiem venéris horas.

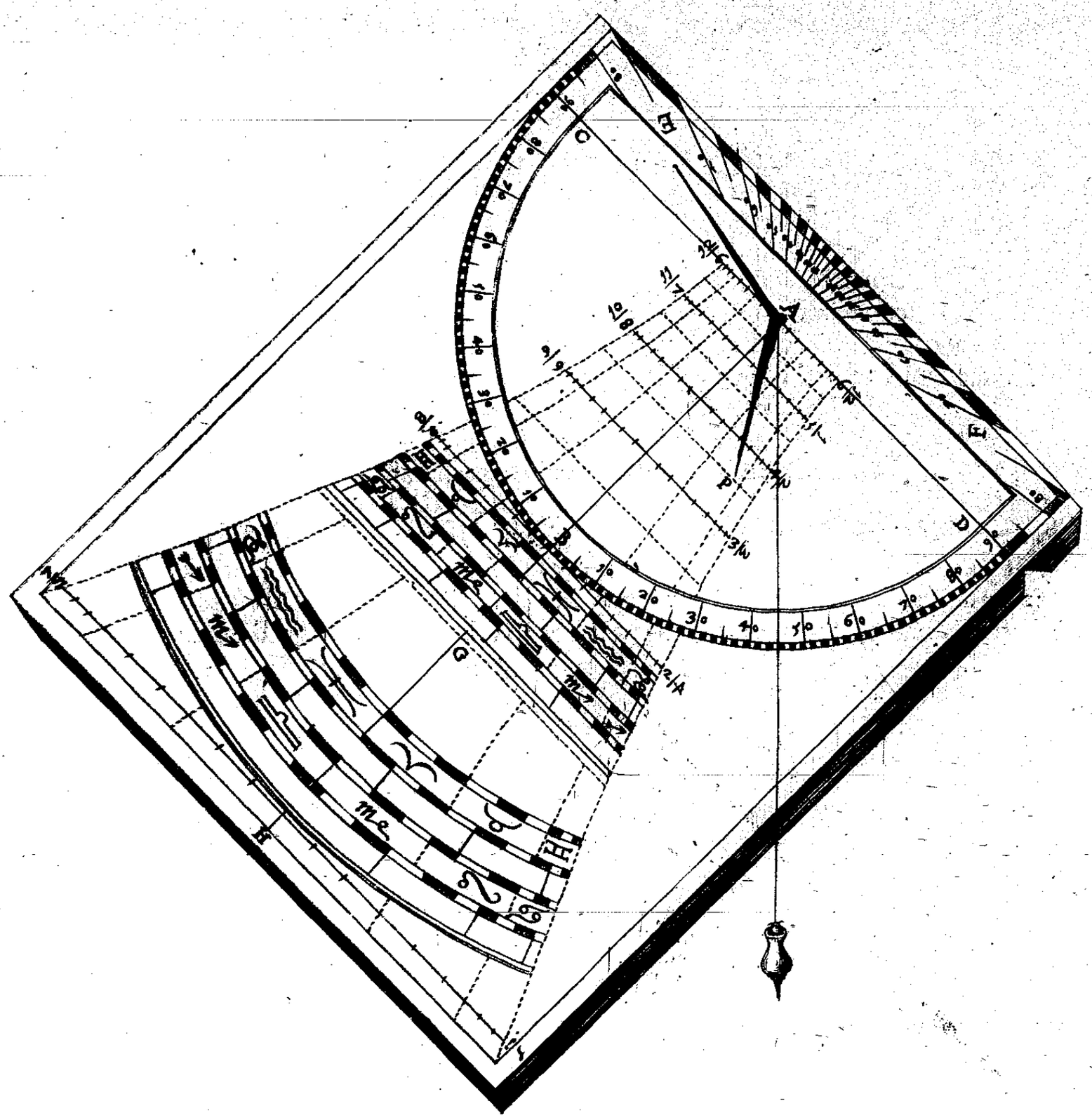
In ſitu ergo híc propoſitæ figuræ vmbra ſtyli & deſcendet à ſexta verſus vndecimam horam a media nocte, & ſequetur ordinem ſignorum, qui ſunt inter B, & G; ſignetq; Sol Auſtralis horam exempli gratia, in P, ideſt ♉ cum ½ à media nocte dũ Sol eſt ſub finẽ ♋, vel in initio ♌ ſignorum ad Auſtrum ſpectantium.

Vſus pro horis ante meridianis ante 6 à media nocte.

IV. Sol toto eo tempore, quo in Borealibus ſignis verſatur etiam exoritur ante horã ſextam à media nocte, quà nulla ſuperior haberi poteſt in primo ſitu plani horolabici, quem ſitum dedimus regulà ſecunda extremà; ideo ne vllæ tibi diurnæ deſint horæ, immò vt etiam antediurnis abundes, ita horologium inuerte, vt in eius plano linea horæ vndecimæ à media nocte ſuperiorem, ac primum locum obtineat, & ab ea deſcendatur ad ſextam extremam. mox eleuetur linea horæ ſextæ, ita vt C ſpectet ad polum, & perpendiculum ſecet gr. 45 in alterà parte rectanguli ſpectante ad F. Vmbra ſtyli & deſcendet per horas, & ſequetur tunc ordinem ſignorum inter GH.

Pro exemplo figurę ſequentis in ſecundo ſitu, ſignat vmbra verticis ſtyli in P horam 3 cum ½ à medià nocte dum Sol eſt Borealis ſub finem ♉, vel ſub initium ♌ ſignorum ad Boream.





Cõpendium mirũ, & proprium horarij noſtri vniuerſalis ad horarum abundantiam.

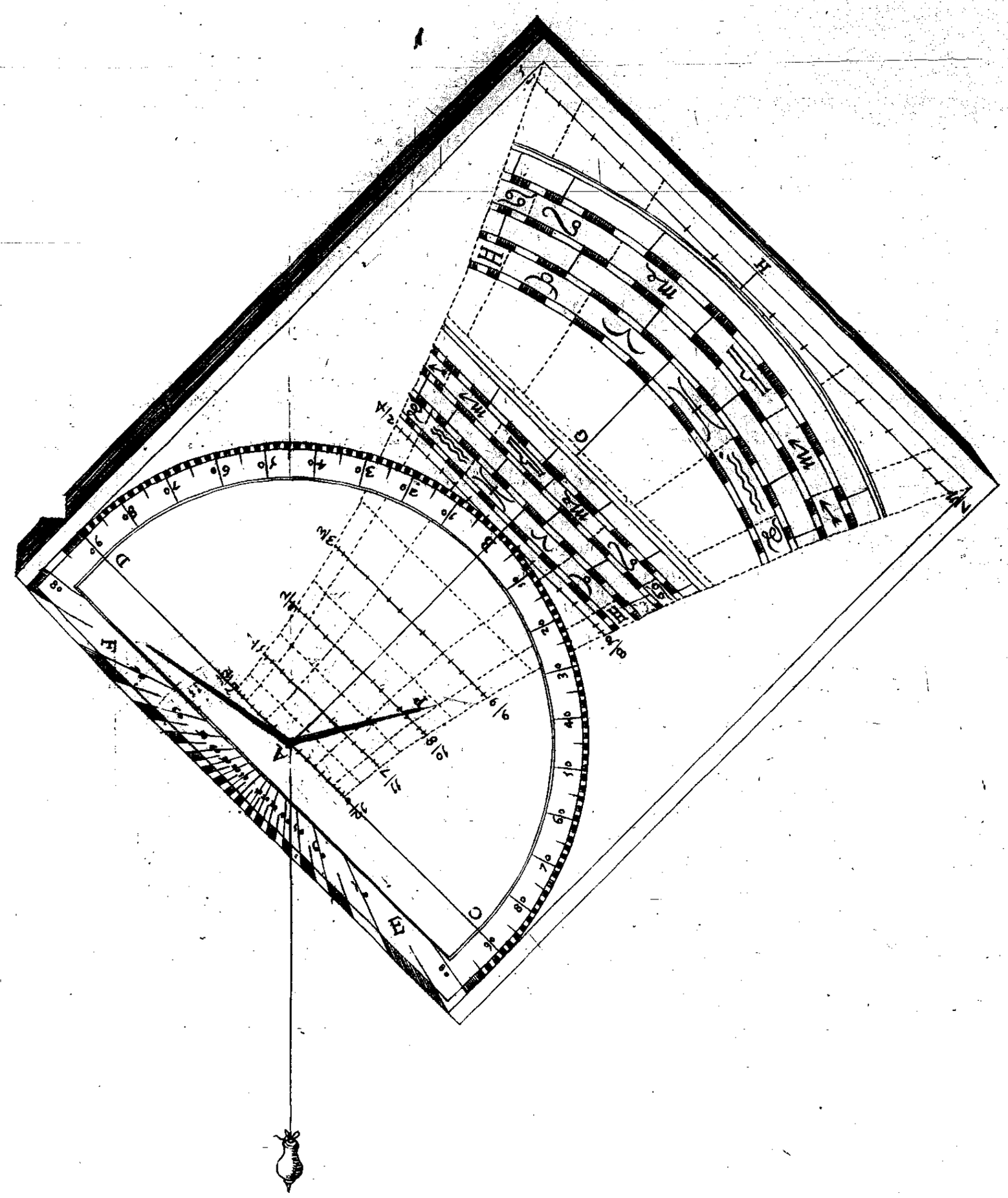
Sic habes ante ſextam horas omnes antecedentes à media nocte, ita vt nulla defutura ſit tibi hora in noſtro horologio ante ſextam, etiamſi Sol oriretur quinq;, aut ſex horis ante ſextam. Cui commodo, & compendio haud ſcio an ſimile habeas in vllo alio vniuerſali horologio. Idem etiam lucrabere, Sole occidente poſt ſextam, vt mox docebo. Atq; hæc præcepta pertinent ad vſum Meridiani noſtri ante meridiem.

Vſus pro horis pomeridianis ante 6 à meridie.

V. Poſt meridiem eadem iteranda ſunt paucis mutatis, & proportione cum dictis ante meridiem.

Nam planum obuertatur ad occaſum; eleuetur CD, ita vt C ſpectet ad polum, & filum ſecet gr. 45 quadrantis BD; ſiſtatur vertex, vmbræ ad diei parallelum, quæ vmbra poſt meridiem aſcendet per horas verſus ſextam, & ſequetur ordinem ſignorum inter GH, &c. vt dictum eſt paullò ante in inuerſione horologij ante meridiem iuxta ſecundum ſitum. Exemplum tute experire. Eritq; in hoc tertio ſitu figuræ hora ad punctum P 3 cum ½ à meridie dum Sol eſt Borealis, &c.

VI. Que-



Vſus pro horis pomeridianis poſt 6 à meridie.

VI. Quemadmodum verò Sol Borealis ante ſextam à media nocte oritur, ita idem eodem tempore óccidit poſt ſextam à meridie. Poſt quam horam ſextam vt horis abundes, & vt in quacumq; poli eleuatione, ac diei prolixitate, nulla pomeridiana linea horaria te poſſit effugere, etiam ſi Sol quinq; aut ſex horis poſt ſextam, à meridie occideret, inuerte horolabicum planum, ſitq; Occidentem ſpectans, & eleua CD ita, vt D ſpectet polum, & filum ſecet alteram partem rectanguli ſpectantem ad E. Vmbra ſtyli & aſcendet, & ſequetur ordinem ſignorum inter BG, &c. Eritq; in hoc quarto ſitu figuræ hora ad punctum P 8 cum ½ à meridie dum Sol Auſtralis eſt ſub finem ♑, vel in initio ♒, vt in ſitu primo horologij ante meridiem, &c.

Bor. 8, 82 2°

Vnica ſupereſt difficultas in omnibus horologijs meridianis, eò quod hora circa meridiem nec ſignari poteſt, nec haberi. Remedium paullò poſt habebis in vſu horarij horæ ſextæ.

VII. Poſt inuentam ex prædictis horam, ſtylum mobilem erues ex A, ne perpendiculariter ſic erectum, ac rigens incommodet dum non

opus eſt horarum inſpectione. ingeres ergo ſtylũ,atq; abdes in latus aſſeris horolabici,& ipſummet planum in partes inciſum complicabis, atq; inuolues, vt commodius circonferri poſſit. Deniq; ex ingenio, atq; ex arte mechanica aut ipſe, aut per artifices ea tu addes, quæ commoditatem, vtilitatem, facilitatem, venuſtatem afferre poſſint & horario ipſi,& horarium ferenti, atq; vſurpanti. Qualium artium ingenioſa plura inuenta circa materiã, & vſum plani huiuſce noſtri horarij nos cum voluptate iam vidimus,& apud nos habemus.

Expedita theorice vſuũ præcedẽtium.

Tota theorice prædictarum regularum conſiſtit in eo, qnòd Sol oppoſitum indicat parallelum; ipſe in cœlo v. g. infra Aequinoctialem indicat parallelũ in plano horario ſupra Aequinoctialem. idem ſupra horizontem indicat horas infra horizontem. Quæ patent ex prædictis, & dicendis preſertim circa eleuationem poli capite 4. huius ſecundi Progymnaſmatis.

CAPVT II.

Horas Aſtronomicas conuertere in Italicas, & Babylonicas etiam ſine vſu tabularum ope ſolius noſtri horarij vniuerſalis. Theorice indicata.

Conuerſio aſtronomicarũ in horas Italicas ex vſu tabularum, &c.

HAbità horà Aſtronomicà,vt eam conuertas in Italicam,ſi ſit opus, vtéris ſequentibus regulis.Prima.Horę Aſtronomicę à medià nocte mutantur in Italicas (ideſt in horas ab occaſu) addendo tempus ſeminocturnum ipſi horæ Aſtronomicæ. Secunda. Horæ Aſtronomicæ à meridie fiunt Italicæ addendo tempus ſeminocturnum, & præterea 12, horas. Exemplum fingamus in hora 9 à media nocte, Sole in 10, vel 9 ♉ verſante. Quota ergo ea eſt italicè? Ponamus nos in eleuatione poli 45 verſari. Inuenio in tabulis temporis ſemidiurni cum Sol verſatur in gradu 10 ſeu 9. ♉,tempus ſemidiurnum eſſe 7 horarum præciſè, conſequenter tempus ſeminocturnum erit 5 horarum. Addo igitur horæ 9. quinq; horas,& fiunt horæ 14 ab occaſu, ſiue italicæ. Rurſus ſit inuenta hora 4 à meridie, addo tempus ſeminocturnum 5,& præterea 12 horas, & fiunt 21 horæ ab occaſu.

Ratiõ ſine vſu tabularũ horas italicas reperiendi in Aſtronomicas.

At quid agas ſi tabularũ ope deſtituare? quod ſolenne eſt præſertim in itineribus, in quibus procul ab vrbibus poſiti viatores procul etiam habent libros Aſtronomicos. Habes ad quod confugias caput quintum huius progymnaſmatis ſecundi. Applicatà enim regulà, vt ibi docetur, ſtatim tibi prodetur tẽpus ſeminocturnum, cuius additione, vt nuper dictum eſt, hora italica tibi prodibit. Videbis exempla in citato cap. inferius ſuo loco.

Sed enim moleſtum fortaſſe fiet alicui ſingulas horas Aſtronomicas, quas inuenerit, conuertere in Italicas.

Accipiat is compendiũ à gemina rotulà,quam hìc vides ita inſcriptã, & compactam,vt interior ac minor,quæ horas 24 pro Italicis,ac Boemicis cõtinet,circumuoluatur,maior verò,in qua horæ



Aſtronomicæ, immota perſtet. Cognito igitur arcu ſeminocturno ex cap. 5. huius ſecundi progymnaſmatis, ſine tabularum vlla neceſſitate, v. g. eſſe horarum 5, ita, vt nox incipiat horà 7 à meridie, & finiat 5 à media nocte, itemq; conſequenter cognito arcu ſemidiurno, ſcilicet 7 horarum ab ortu Solis, vel ad eiuſdem occaſum; rotulam interiorem ita circumuoluito vt horæ 24 terminus ſtatuatur ad terminum 7 à meridie, ſic fiet vt ex horologio quæcumque Aſtronomica hora ad ſolem inuenta ſtatim per totum diem, & noctem habeat in rotula ſibi applicatam, & reſpodentem Italicam. Exemplis tu experire.

Cõpendium pro habendis horis ſub vno aſpectu conuerſis &c.

Sed hanc praxim etiam facilius te docebo in ſequentibus in fine cap. 5. vbi vnico intuitu videbis ex noſtro horologio vniuerſali quotę horę

Aſtronomicæ toto anno aptari debeat 24 Italica, ſine vlla alia cura, ſiue ſupputatione vllius arcus, ſeu quantitatis diurnæ, nocturnæue.

Modus aliquorũ horas conuertendi reiectus.

Pro Boëmicis, ſeu Babylonicis horis contrario modo vtére. Alij vtuntur hora 12 à media nocte, ad quam collocant horam cognitam meridianam Italicam. Sed is modus, præter cognitionẽ arcùs ſeminocturni, &c. requirit etiam cognitionem, vel commutationem Aſtronomicæ horæ in meridianam Italicam, itemq; in Boemicam. Nos in prædictis duobus modis nulla egemus commutatione horaria præcedente, ſed tantum arcum ſeminocturnum accipimus, &c.

Deniq; etiam ſine prædictis omnibus regulis, habebis à nobis in progymnaſmate tertio huius Apiarij modum ſciendi horas Italicas, & Babylonicas in omni eleuatione poli per inſtrumentum noſtrum vniuerſaliſſimum.

Ratio theorica practicæ conuerſionis horarum.

Theoria Regularum huiuſce conuerſionis & patet in ipſamet rotula, & hîc paucis à me tibi indicatur. Nam propterea horis à media nocte additur arcus ſeminocturnus pro numeranda hora Italica, quia cùm Italica incipiat ab initio prioris arcus ſeminocturni, & horæ Aſtronomicę, quæ à media nocte, incipiant ab initio poſterioris arcus ſeminocturni, debet fieri additio etiam prioris arcus ſeminocturni, qui deeſt ad componendã ſummam, & aggregatum horarum à primâ Italicarum. Horis verò à meridie, propter arcum ſeminocturnum, adduntur etiam 12 horæ, quæ ſunt ſemicirculus à media nocte ad meridiem, & hic ſemicirculus cum priori arcu ſeminocturno, & numero horarum à meridie conficit ſummam horarum Italicarum incipientium à priori arcu ſeminocturno, & pergentium per circulum vſq; ad illud peripheriæ punctum, in quo eſt hora Aſtronomica conuertenda in Italicam. Tu applica hæc, ſi libet, exemplis in ipſamet rotula, & proportione ratiocinare ex hiſce pariter de theorijs reductionis Boëmicarum in Italicas.

Videre poteris apud Georgium Heniſchium in ſphæram Procli tabellam cõmutationis mutuæ horarum, ſi volueris.

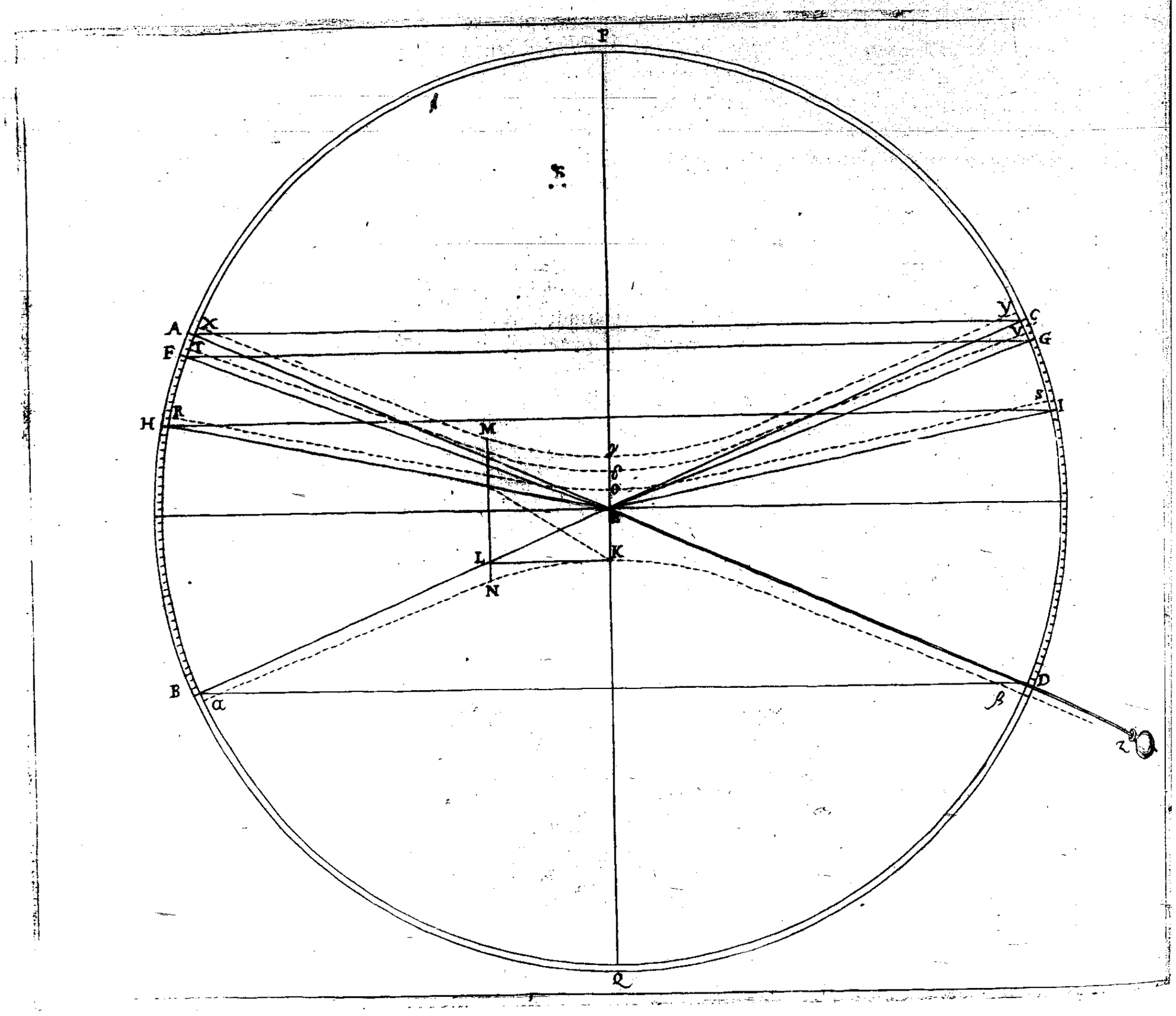


CAPVT III.

Aſymptotos, hoc eſt lineas ſemper magis ad ſeſe accedentes, & nunquam ſe contingentes, tum curuas cum rectis, tum curuas cum curuis plures quam 720 in plano noſtri horarij exhibere.

MIrum id paradoxum geometricum, quod è Veteribus Geometris partim ab Apoll. partim à Pappo propoſitum, & vnà, atq; alterà propoſitione expeditum, à nobis verò in pluribus linearum formis pluribus propoſitionibus, ac demonſtrationibus, corollarijs, & ſcholijs explicatum eſt in Apiarijs noſtris Geometricis; nunc hîc planum horarij noſtri quaſi per compendium, immò copioſiſſimum, compendioſà in tabellà exhibet, dum horas indicat per regulas præcedentis capitis. Vt vel ob hoc vnum operæpretium fuerit (etiamſi operoſum eſſet) horarium hoc vniuerſale geometricè condere. Vt verò facile intelligantur huiuſce problematis ſequentes theoriæ, ſuppono à tyronibus lecta, & intellecta eſſe ea, quæ in antecedentibus demonſtrata, & explicata ſunt vbi de lineis aſymptotis in progymnaſmatîs Apiarij Geometrici noſtri theorici, progym. 3.

Iguitr



Igitur in figura circulus ABDC notat in horario noſtro plano meridianum, ſeu potius circulum Meridiano æquidiſtantem. Puncta A,B, C, D, ſint pro maxima Solis declinanione, in quibus Sol poſitus conos radioſum alterum,alterum vmbroſum efficiat habentes communem verticem in mundi centro E. More autem Apoll. iuuat hîc theorias haſce conicas in plano repræſentare, vt figura minus à lineis multiformibus implicetur. Signat igitur BED pro cono triangulum factum à plano ſecante conum per axem, immò ſignat triangulum, quod fit è communibus ſectionibus plani horarij ſecantis tàm conum quàm duo plana parallela conum hinc inde ſecundum dorſi longitudinem tangentia, ita vt BED in ſecante plano horario ſit triangulum æquidiſtans, & æquale, & congruens triangulo per axem acto, vt habes in figura, & demonſtratione corollarij ad quintam noſtram propoſitionem progym. 3. de aſymptotis.

Idem igitur planum ſecans plana conum tangentia, dum vnà conum etiam ſecat ſectione axi parallelá, excipit in ſe conicam ſectionem hyperbolicam α K β. Baſes porrò conorum ſolarium in tropicis notant rectæ BD, AC, FG, HI Axem verò mundi in conis ſolaribus, & illi correſpondentes axes hyperbolarum in triangulis BED, & reliquis oppoſitis fingit ipſa PQ.

Diſtinctionis gratià in altera parte aliquot conos ſolares ſimulauimus HEI, FEG, AEC pro varia Solis declinatione, atq; in ſingulis ſuas hyperbolas Rθs, Tδ V, Xγ Y factas ab horarij plano ſecante, &c. vt prædictum eſt in BED. Itaq; quemadmodum Sol in ſingulis declinationum gradibus per totum annum hinc inde varios fingit conos, & varia eorum latera ducta à vertice E ad gradus varios declinationum; ſic filum perpendiculi EZ ſuſpenſum è centro E, ac demiſſum

Sol in ſingulis declinationibus conos varios fingit motu circa rectã, &c.

ad gra-

ad gradus declinationum, vices laterum conicorum ſubibit, vt facit in ED. Deniq; rectas BC, AD putato etiam eſſe plana, ſiue diametros circulorum oppoſitos tropicos tangentium, & commune mundi centrum, ſiue ill[illegible] æquidiſtans, E habentium. Similiter concipe, & alias diametros, ſeu latera contrapoſitorum conorum in alijs Solis declinationibus.

Dico igitur primo rectas EB, ED eſſe aſymptotos cum hyperbola α K β, ita vt, ſi in infinitum producantur (vt in figura indicatur) extra circulum, & vltra puncta β D, ſemper quidem acceſſuræ ſint, nunquã tamen ſe tacturæ. Idemq; de alijs rectis ab E ad quemlibet declinationum gradum eductis affirmo reſpectu ſuarum pro ſingulis hyperbolarum. Educatur enim à vertice hyperboles vſq; ad latus trianguli ſiue ad filum, ipſa KL.

Quoniam enim latus quadrati æqualis quartæ parti rectanguli comprehenſi ſub latere tranſuerſo, & ſub latere recto hyperboles, latus, inquam, eius quadrati æquale eſt diſtantię verticis, ſiue axi hyperboles à latere coni, ſeu trianguli ſecantis conum per axem, vt demonſtratum à nobis habes in citato noſtro corollario ad propoſitionem quintam prog. 3. de aſymptotis. id autem latus, ſiue diſtantia eſt ipſa KL. Et præterea quoniam, vt ſcitum eſt in conicis, in axe PQ contrapoſitarum α K β, X γ Y, centrum diuidens bifariã ipſam K γ eſt, ex conſtructione, punctum E, & à centro E per extremum B ducta eſt recta EB, erit per primam ſecundi conic. EB aſymptotos ſectioni K α, & pariter filum ED ipſi K β erit aſymptotos. quod erat demonſtrandum. ac proinde habent etiam conditionem propoſitionis 14 ibid. vt ſemper magis, ac magis ad ſeſe accedant, licet nunquam ſe poſſint contingere.

Aliter.

QVoniam EZ repræſentat communẽ ſectionem plani horarij ſecantis circulum, ſeu planum, quod conum tangit, &c. vt in conſtructione poſuimus, idemq; repræſentat EB, &c. iuxta etiam conſtructionẽ primæ noſtrę propoſitionis prog. ſecundo de aſymptotis; erit per inibi à nobis demonſtrata, filum EZ aſymptotos ad K β, & ad K α ipſa EB. Reuiſe figuram primæ propoſitionis in progym. 2. de aſympt. & figuram etiam corollarij poſt quintam propoſitionem progymnaſm. tert. in Apiario noſtro Geometr. theor. & eas figuras hìc applica ad rei euidentiam.

Par eſt ratio, ac demonſtratio de eductione fili ab E ad quemlibet gradum declinationum Solis reſpectu ſingularum hyperbolarum, quæ in ſingulis declinationibus fiunt in plano horarij ſingulos declinationum conos ſecantis. Pro ſingulis autem anni diebus 364 coni à Sole fiunt, excluſo ſcilicet Aequinoctij die, quo Sol non conum, ſed circulum circa terram, vt centrum, facit, & in plano horario rectam pro hyperbola ſignat. Verùm coni Aequinoctio proximi quaterni pro non conis habeantur, & numerum dierum, ſeu conorum tantum 360 ponamus; vides ergo à filo perpendiculi in plano noſtri horarij ad minimum 360 aſymptotos exhiberi rectarum linearum ad curuas hyperbolicas. Sic ſunt EH ad θ R, EI ad θ S, EF ad δ T, EG ad δ V, EA ad γ X, EC ad γ Y. &c.

In Æquinoctio Sol nõ conum, ſed circulũ facit circa terram.

Dico ſecundo etiam ipſas curuas R θ S, T δ V, X γ Y eſſe aſymptotos. quod facilè ac breuiter patere poteſt ex Pappo lib. 7 collect. prop. 280 & ſeq. ſiue malis, patet ex ijs, quæ nos demonſtrauimus, & ad Pappum adiunximus in noſtro progymnaſmate quarto de aſymptotis curuarũ ad curuas. Nam iuxta cautionem, & conditionem inibi à nobis neceſſario poſitam, & iuxta caſus ibi à nobis additos, ſectiones hyperbolicæ in plano huiuſce noſtri horarij factæ ſunt omnes à plano conos ſecante parallelos axi mundi, &c. ac proinde nunquam coincident, per demonſtrata in eo progymnaſmate, ſemper tamen inter ſeſe accedent, vt ibi videre potes demonſtratum.

Pro numero igitur dierum anni, & parallelorum ſolarium totidem etiam hyperbolæ ſignantur in plano horario, ac pro ſingulis declinationibus Solis ſingulæ curuæ ad curuas aſymptoti ſunt 364, ſiue, vt nuper prædictum eſt, minimùm 360. Qui numerus geminatus conficit ſummam curuarum ad rectas, curuarum ad curuas aſymptotων plurium quam 720, quas in compẽdiario plano noſtrum exhibet horarium, iuxta inſcriptionem huiuſce capitis propoſitam.

SCHOLION.

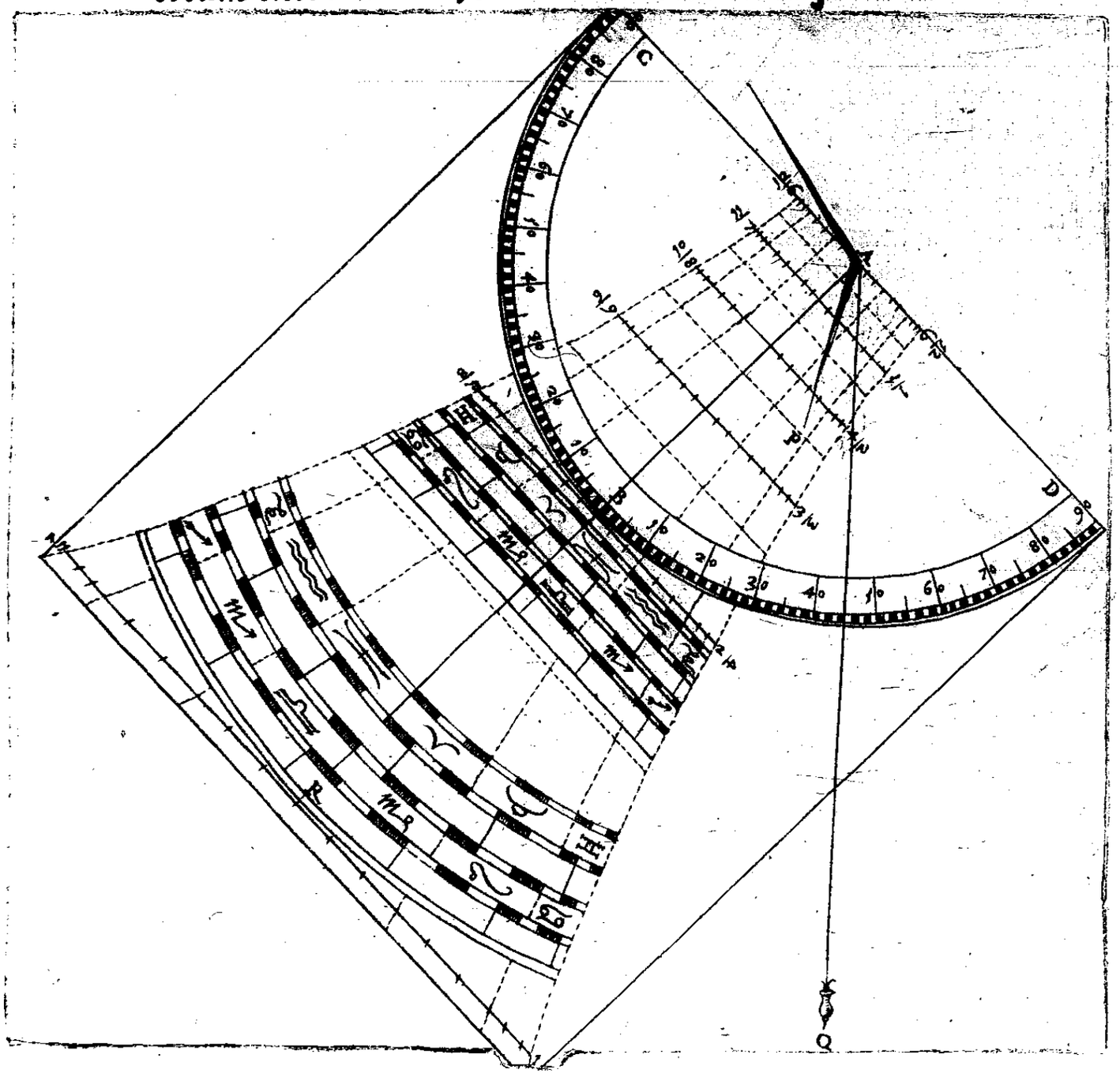
Ad praxim facillimam demonſtrati problematis.

IVxta duplicem præcedẽtis problematis demonſtrationem, poterũt exhiberi facillimè aſymptoti non ſolum per filum perpendiculi adducti ad ſingulos gradus, vel minuta declinationum Solis, vt indicatum eſt in antecedentibus; ſed etiam per vſum, ac praxim primæ ſecundi conicorum, nempe ſic. ducatur linea horæ vel nonæ à media nocte (qualem ponamus ipſam MN) vel tertiæ à meridie, & ad earum alterutrã à verticibus hyperbolarum demittantur perpendiculares, qualis eſt ipſa KL; filum vero demittatur ex centro E per puncta, in quæ cadunt prædictæ perpendiculares, velut per L, & erunt ea fila aſymptoti ad eas hyperbolas, à quarum verticibus ductæ fuerint perpendiculares, velut EDZ aſymptotos eſt ad hyperbolam K β.

Geometricus vſus primæ ſecundi conic.

CAPVT IV.

Datà horà Astronomicà, & Solis parallelo, poli altitudinem vbiq; gentium illico deprehendere ex nostro horario ad Solem; atq; etiam extra Solem, datà horà veri ortús solaris.



HOc problema (modo horam solarem noris, aut horæ momentum, in quo scire vis poli altitudinem) liberabit te à necessitate tabularum, quæ poli eleuationes ponunt, & tibi aperiet id vnum, sine quo constructiones omnium particularium horologiorum, & quàm plurima alia in Astronomià practicà fieri nullo modo possunt. Pendet hoc problema è secunda, & tertia regulis præcedentis capitis primi huius progymnasm. secundi. Nam cognità aliunde horà, sine cognitione polaris eleuationis, & vmbræ vertice ad diei parallelum locato, filum perpéndiculi necessario secabit in alterutro quadrante, v. g. vel in quadrante BC poli altitudinem, numerando à B versus C ante meridiem, vel in quadrante BD à B ad DE post meridiem.

Inuentio polaris altitudinis.

Theorica ratio est, quia, cùm styli vertex sit instar centri meridiani, & eius vmbra ita directa sit in planum horologij, vt tangat parallelum Solis, immò tangat etiam paralleli partem, siue horam, ac punctum id, in quo tunc Sol versatur; necessariò tunc planum horarium ita dispositum est, vt & parallelum sit suo circulo cæleſti (nempe in nostro casu ipsi meridiano) & in eádem sint lineá Sol, vertex styli, vertex vmbræ, & punctum paralleli, in quo tunc hora est; & consequenter etiam diameter ipsa CD repræsentans axem mundi transeuntem per polos, congruet cum diametro meridiani, & cum axe ipso mundi. Secus enim vmbræ vertex non caderet in paralleli punctum Soli oppositum, sed infra, vel supra, si CD demissior, vel elatior esset axe, ac polo mundi arctico.

Ratio inuentæ polaris altitudinis.

Breuius. Quia planum nostrum horarium sequitur sphæræ situm, ac varietatem. Cum, ergo hora ritè habeatur, cætera etiam in plano horario congruunt cum sphærà celesti; ergo, & polus polo.

Quod verò arcus interceptus inter B, & filum perpendiculi sit æqualis eleuationi poli, hoc est

arcui

arcui, qui intercipi concipitur inter C, & ſectionem, quam faceret linea horizontalis, ad quam filum perpẽdiculi eſſet perpendiculare in A, ſic patet. Nam fingamus filum ſecare BD in gr. 45, hoc eſt in dimidio vnius quadrantis. Quoniam ergo à gradu 45 quadrantis BC vſq; ad gradum 45 quadrantis BD eſt ſpatium vnius quadrantis; itemq; à B ad C eſt etiam quadrans, ſi ergo à duobus æqualibus quadrantibus auferatur ſemiquadrans communis à B ad 45 verſus C, relinquentur duo ſemiquadrantes inter ſe æquales, alter quidem in DB à 45 ad B, alter vero in BC à 45 ad C. At à 45 ad C eſt poli altiudo, ergo & à B ad 45 illi æqualis rectè accipitur pro poli eleuatione, ſiue altitudine. quod erat demonſtrandum.

Prædictus modus eſt cum horario ad Solem. Expeditior etiam modus ſine Sole, ſiue extra Solem alter hic eſt. Data enim verà horá Aſtronomicá, quà Sol oritur ea die, in qua quæris altitudinem poli, applicabis regulam ad punctum horæ daræ ortiuæ, vbi ea ſecatur à Solis parallelo, ſimulq; eandem regulam traduces per centrum A. Gradus enim, quos regula ſecabit in alterutro quadrãte, numerando à D verſus B, vel à C verſus B dabunt poli altitudinem. Huius operationis rationem, & vſum expreſſiorem diſces è problemate ſequentis capitis.

Altera expeditior inuẽtio polaris altitudinis.

Horam verò ortiuam facilè diſces vel ab alio, vel abſte ipſo, ſi Solem orientem notaris, & horam Aſtronomicam, ſiue horæ partem eodem momento inſpexeris in horario mechanico, vel ab eo pulſatam acceperis.

Quod ſi in Italia, vel Boëmia, vel alibi gentium verſère, vbi horæ non à meridiano, ſed ab horizonte inchoantur, & hora tibi data non ſit Aſtronomica, videndum tunc eſt vt horam ab horizonte vertas in horam Aſtronomicam, ſed non per cognitionem arcus ſemidiurni, quæ cognitio ſupponat poli altitudinem, quemadmodum nos docuimus in capite de vſu noſtri horarij vniuerſalis, & docebimus in capite ſequenti, vbi ſemidiurni arcus ſupponunt datam poli altitudinem; tunc enim circulus fieret, & quæreretur ignota poli altitudo per ſuppoſitam cognitam poli altitudinem. Videbis igitur vt præciſam Italicam horam vel ortiuam, vel meridianam eius temporis notam accipias, ex alterutra enim earum facilè elicies quãtitatem arcus ſemidiurni, ac cætera à nobis iam præcepta operabere in antecedentibus capitibus, vt horam Italicam vertas in Aſtronomicam, & ex hora Aſtronomica diſcas poli quæſitam altitudinem. Vide tamen in ſequẽti progymnaſmate tertio in fine capitis ~~ſexti~~ 7 modum alterum paradoxicum, & facillimum inueniendi quamlibet poli eleuationem etiam ex datis horis ab horizõte inchoatis; immo etiam nullis datis horis. &c.

At enim quid lucri ex hac poli inuẽtione cum ea reperiatur poſt fabricam horologij, & ad horologiorum fabricam prærequiratur cognitio eleuationis poli eius Regionis, pro qua horologium conſtruitur? ergo fit circulus, & in idem ab eodem reuolutio, dum poli eleuatio reperitur poſt horologium, & horologium fit poſt poli cognitam altitudinem.

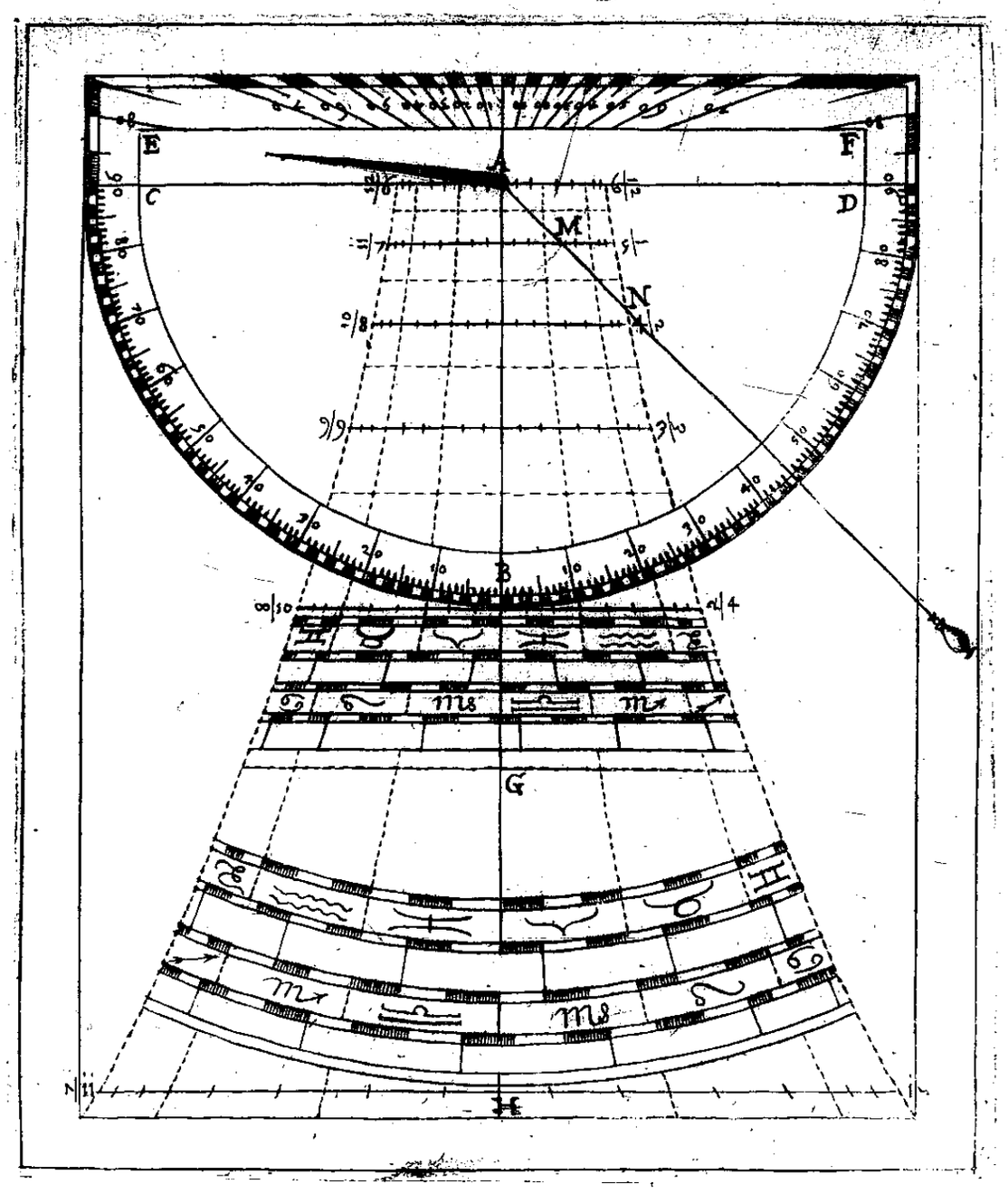
Obiectionis ſolutio.

Reſpondeo verum id eſſe quod opponitur in horologiorum ad particulares loci eleuationes conſtructione, in qua opus eſt ante cætera noſſe poli eleuationẽ; at in hiſce noſtris vniuerſalibus horarijs, quæ conſtruuntur ad nullam poli eleuationem, quaſi eſſent in ſphæra rectà, nullá polaris eleuationis præcognitione opus eſt. Horaria vniuerſalia ad nullam facta eleuationem, ad omnem faciunt eleuationem.

Notabis vltimo loco prouidenter præmiſſam eſſe poli altitudinem inuentam in hoc cap. 4. ante cap. 5, vbi docebimus mox reperire vbiq; gentium arcus ſemidiurnos &c. quia ad operationem, ac problema capitis 5 ſupponitur inuenta poli altitudo.

CAPVT V.

In qualibet poli eleuatione paradoxa, & quantitates arcuum diurnorum, & nocturnorum, quotà horà Sol oriatur, sit in meridie, occidat, & alia permagni vsus vnicà fili sectione, vel regulæ applicatione in plano nostri horarij pro toto anno agnoscere. Corollarium præterea vniuersalissimum, & insigne circa latitudines horizontales.



Quam facile, & quam ad multa vtile noſtrum planum meridianum.

HÆc vnica, & facillima, vt videbis, operatio tam propria eſt huiuſce plani meridiani vniuerſalis, vt in vllo alio vniuerſali horologio nullo modo, aut ſaltem nulla pari facilitate haberi poſſit. Eſt hoc præclarum compendium; quo fit, præter cætera, vt prolixis illis tabulis temporis ſemidiurni ad ſingulas poli eleuationes in ſingulis ſignorum parallelis non egeas, et minus operoſè, quam in ſphæra armillari, videas quantitates, ac diuerſitates parallelorum diurnorum, & quibus gentibus per aliquod anni tempus ſint vel crepuſcula 24 horarum, vel dies, vel noctes continuæ aliquot menſium, velut in ſphærà parallelà, vbi Æquinoctialis coincidit, ſeu parallelus eſt horizonti, & arcus circulationum ſolarium toti ſunt vel prope, vel ſupra, vel infra horizontem, & Æquinoctialem. Quæ problemata paradoxa deducere poteris ex ijs, quæ mox docebimus de arcubus ſphæræ vel obliquæ, vel rectæ. Eſt & nobis opportunum problema præſertim pro cap. 2. antecedenti, vbi docuimus modum conuertendi horas Aſtronomicas in Italicas, vel Boëmicas.

Sed in primis habet vſum neceſarium hoc problema pro legibus aliquibus eccleſiaſticis circa diuinas laudes, ſacrificia, ieiunia, nuptias, opificia ſtatis temporum differentijs vel iuſſa, vel prohibita, ne quid contra peccetur ex ignoratione ſectionum curſus ſolaris ſiue diurni, ſiue nocturni. Vt igitur propoſiti problematis propoſitionem ad praxim adducas, applica regulã, vel filum (vel quippiam aliud in-

Inuentio arcuũ diurnorum, nocturnorum, &c.

rectam lineam attenuatum) ad centrum A, & ad eius Regionis, in qua versaris, eleuationem, numerando complementum poli à B versus C, vel D, vt ad gradum 45 in quadrante BD, & secabit regula horas, & parallelos ita, vt vnicq; intuitu, & vnica lineæ inspectione videas, & quasi legas in singulis diebus totius anni horariã quantitatem arcuum diurnorũ, & nocturnorum, temporarias varietates in ortu, & occasu, &c.

Exemplũ. Ad gr. 45 in prædicto quadrãte BD regula, vel filũ per ipsum A ductũ secat obliquè horas, & parallelos, ac iungit in vnã rectã NMA.

Vsus cum Sol versatur in signis Borealibus.

Tunc statim video cum Sol versatur in signis Borealibus, & est in M, hoc est in gr. 10 ♉, vel 20 ♌ (vide in horologij plano qui nam characteres signorum quibus hyperbolicis lineis parallelorum includantur, & geminentur) arcum seminocturnum esse quinq; horarum, vt notat numerus lineæ horariæ spectans ad partes quadrantis BD; numerus verò horarius eiusdem lineæ spectans ad partes quadrantis BC, notat horam 7, quæ est a meridie, quantus scilicet arcus est semidiurnus.

Item cum Sol est in N, hoc est in fine ♊, & in initio ♋, video ibi notari post 4 horam a media nocte particulam aliam, quæ quarta pars est horæ; ac pronuntio tunc arcum seminocturnum esse quatuor horarum cum quadrante. Ex altero verò apice horariæ lineæ notatur hora 7 ¾ index arcus semidiurni. Quæ operationes adeò præcisæ, ac certæ veritatis sunt, vt etiam in minutis conueniant cum exactissimis arithmeticis supputationibus tabularum temporis semidiurni in signis Borealibus. Si enim tabulas adieris, inuenies in eleuatione poli gr. 45 cum Sol est in gr. 9 (nam decimus ibi non ponitur) ♉, vel in 21 (nam 20 ibi non ponitur) ♌ semidiurnum arcum esse horarum 7 minu. 0; & ex consequenti seminocturnum horar. 5. Ibidem Sol in gr. 30 ♊, & 0 ♋ dat arcum semidiurnum hor. 7 min. 43; quæ minuta tres horæ quartas propè conficiunt.

Vsus cùm Sol versatur in signis Australibus.

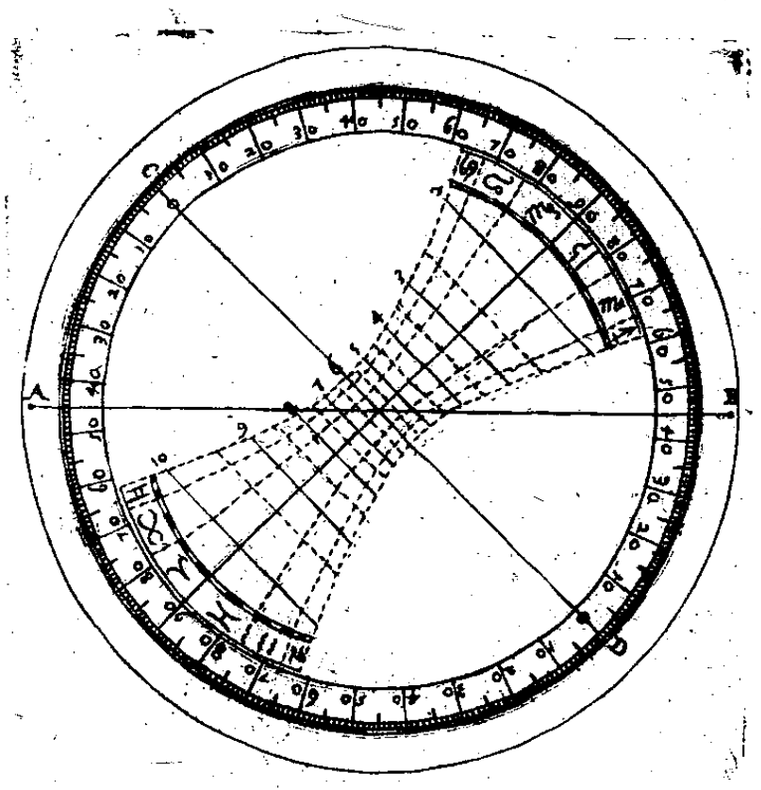
Cùm verò Sol signa percurrit Australia res contrario procedit ordine, ac numeri horarij spectantes ad quadrantem BD notant arcum semidiurnum, spectantes verò ad quadrantem BC signant arcus seminocturnos. Sic video cum Sol est in M, hoc est in gr. 10 ♏, vel 20 ♎, arcus semidiurni terminum secari à regula vbi hora quinta est, & ex altera parte horariæ lineæ arcus seminocturni quantitatem indicari numero 7; cum verò Sol attigerit N, idèst gr. 30 ♑, vel initium ♑, hinc semidiurnus arcus est horarum 4, & vnius quadrantis, siue vt est in tabulis, min. 17; illinc verò seminocturnus est hor. 7. ¼.

Eodem etiam momento quo semidiurnos, & seminocturnos arcus ita terminatos vides, habes etiam quotà Sol horà oriatur, & óccidat.

Idem enim numeri denominatores arcus seminocturni nominant etiam horam ortus, & denominatores semidiurni temporis nominant horam occasus. Nam Sol Borealis in M 10 ♉, vel 20 ♌ oritur hora 5 à media nocte, occidit 7, à meridie. Australis in 10 ♏, vel 20 ♎ occidit 5 post meridiem, oritur 7 post dimidiam noctem. In N idem Sol Borealis oritur hora 4 ¼ à media nocte, occidit 7 ¾ à meridie; Australis occidit 4 ¼ à meridie, oritur 7 ¾ à media nocte, &c.

Quota hora Sol oriatur, & occidat.

Tanti momenti est huius capitis problema, atq; hic vsus nostri horarij pro inueniendis arcubus diurnis, & nocturnis in omni sphæra, vt esset operæpretium nostrum hoc instrumentum conficere ad hanc solam operationem. Inspice appositam figuram, in qua est mobilis rotula, cui filum AB transuersum immobile obtentum est instar horizontis immobilis: axis eleuatus est CD; sectio obliqua arcus diurnos in eleuatione 45 omnes prodit sub aspectum. Experire tu in hoc instrumento ea, quæ hactenus tradita sunt in hoc capite. Numerabis autem poli altitudines iuxta seriem numerorum in quadrantibus hîc positorum.



Memor nunc promissi cùm de conuersione horarum Astronomicarum in horas præsertim ab occasu (hoc est Italicas) ageremus, accipe hîc expeditissimam rationem collocandę rotulæ (de qua ibi) horarum Italicarum ita, vt quolibet anni tempore scias iuxta quotam Astronomicam 24 Italica sit præcisè ponenda. Quo facto reliquis reliquæ omnes horæ horis Italicæ Astronomicis congruent. Nam filo ex centro horologij secante gradum eleuationis in alterutro quadrante semicirculi eleuationum, siue meridiani, dum etiam in tropico secat horas, ibi quasi horizonte obliquo notat quotà horà Astronomica,

Ratio expeditissima prouisu rotulæ ad horarum cõuersiones.

poſt meridiem Sol occidat in ſingulis ſignis, ſiue in qualibet cuiuslibet menſis parte. v. g. ad eleuationem gr. 45 in ♋ ſecatur à filo 7 ¾, initio ♌ 7 pœne ⅓ &c. contra verò ex parte in ♑ ſecatur 4 ¼, initio ♒ 4 cum pœnè ¾ &c. Ad eas ergo horas, & horarum partes Aſtronomicarum collocabis horam 24 Italicam in geminis illis rotulis, de quibus dictum eſt cap. 2. huius progymnaſmatis variando iuxta varietates, & curſum Solis, per ſigna, & menſes. Rem minutiori exemplo nõ produco, quia ſatis patet ex adhuc dictis, & moleſtiam prolixitatis effugio. Cæterum —

— Theoria —

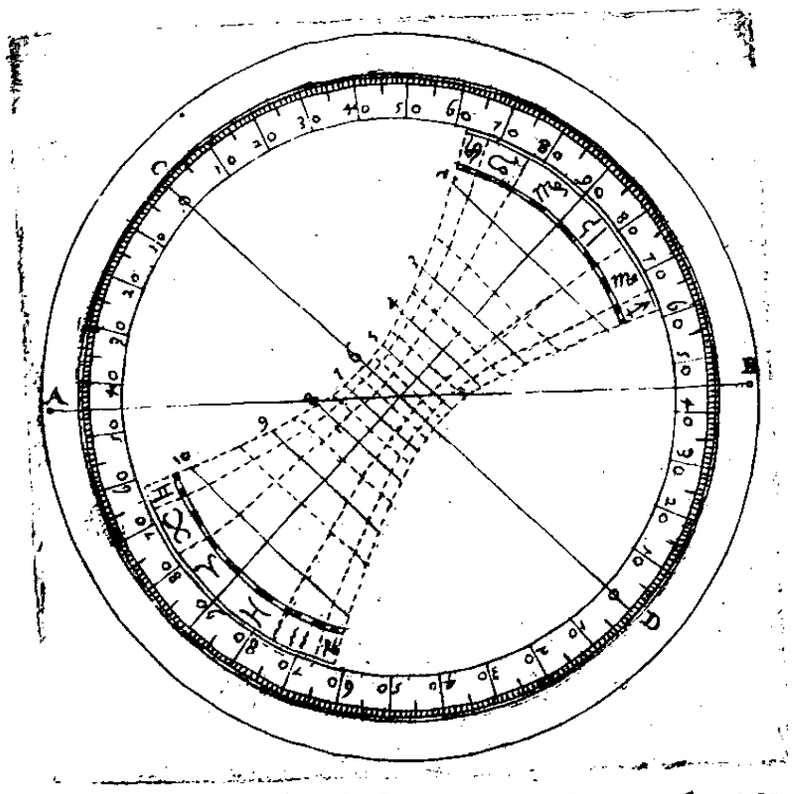
— traditæ in hoc capite doctrinæ pendet ex demonſtratis à Theodoſio Tripolita lib. 2. ſphæricorum propoſit. 19, & 20. Quarum propoſitionum verba, & demonſtrationes vide apud noſtrum Clauium vbi de ſinibus, &c. Illuc ito, mi Lector, ne hîc nos vulgata deſcribamus.

Patent etiam rationes geometricæ eorum, quæ tibi exemplis oſtendimus in hoc capite per vnicam illam noſtram obliquam regulæ applicationem, ſcilicet, vt cecinit Virg. Georg. lib 2,

Quid tantum Oceano properent ſe tingere Soles
Hyberni, vel quæ tardis mora noctibus obſtet?

Problemata aſtronomica ſoluta è noſtro horario.

Cur dierum obliquorum, & noctium in eodem ſemeſtri æqualiter diſtantium à tropicis vel ab Aequatore, fiat æqualitas? cur noctes vnius ſemeſtris æquales ſint diebus alterius ſemeſtris, & viciſſim? cur dies longiores, & noctes breuiores, & contra, quò magis ad tropicos accedit Sol? & his alia, non abſimilia, quę tu exemplis applicata diducito, ſi lubet, ac diſpicito.



In appoſito inſtrumento ad arcus ſemidiurnos, vides eam ſphæræ partẽ, quæ inter vtrumq; tropicum interijcitur ita proiectam in planum, vt & horarios circulos, & parallelos conicarum ſectionum repræſentet tum ſupra, tum infra horizontem, quem rectum repræſentat linea horæ ſextæ; atq; etiam obliquum iuxta eleuationem poli arbitrariã, vt in exemplis ante poſitis oſtenſum eſt.

Iunctura hæc horarij gemini ſemidiurni integrũ polare dabit (inferius ſuo loco videbis!) aptiſſimum inſtrumentum vniuerſale pro deſcriptione omnis generis horarum in muris, & planis horizontalibus ad quamlibet poli eleuationem.

Habes igitur in noſtro meridiano, per fili, vel obliquæ regulæ facillimum compendium, totam eam doctrinam, quæ in Aſtronomicis traditur de diuerſitate dierum, ac noctium, & conſequenter etiam quæ pro Geographis traduntur de diuerſitate climatum, &c. eaq; omnia in omni eleuatione poli, atq; vbiq; gentium; vt cubiculo incluſus noſſe queas quæ accidant circa dies, & noctes etiam perpetuas ijs populis, qui ſub alterutro polorum degunt.

Vnica fili ſectione diuerſitates dierum vbiq; ex noſtro inſtrumẽto.

Adde futurum vt inferius ſuo loco videas quemadmodum eãdem hac vnica horizontali regulæ ſignatione ſignari, ac terminari poſſint in muris, & in planis immobilibus horizontalibus horæ Aſtronomicæ, Italicæ, Boëmicæ &c. ad quamlibet poli eleuationem. Vide interim etiam ſequens —

— COROLLARIVM, *nempe* —

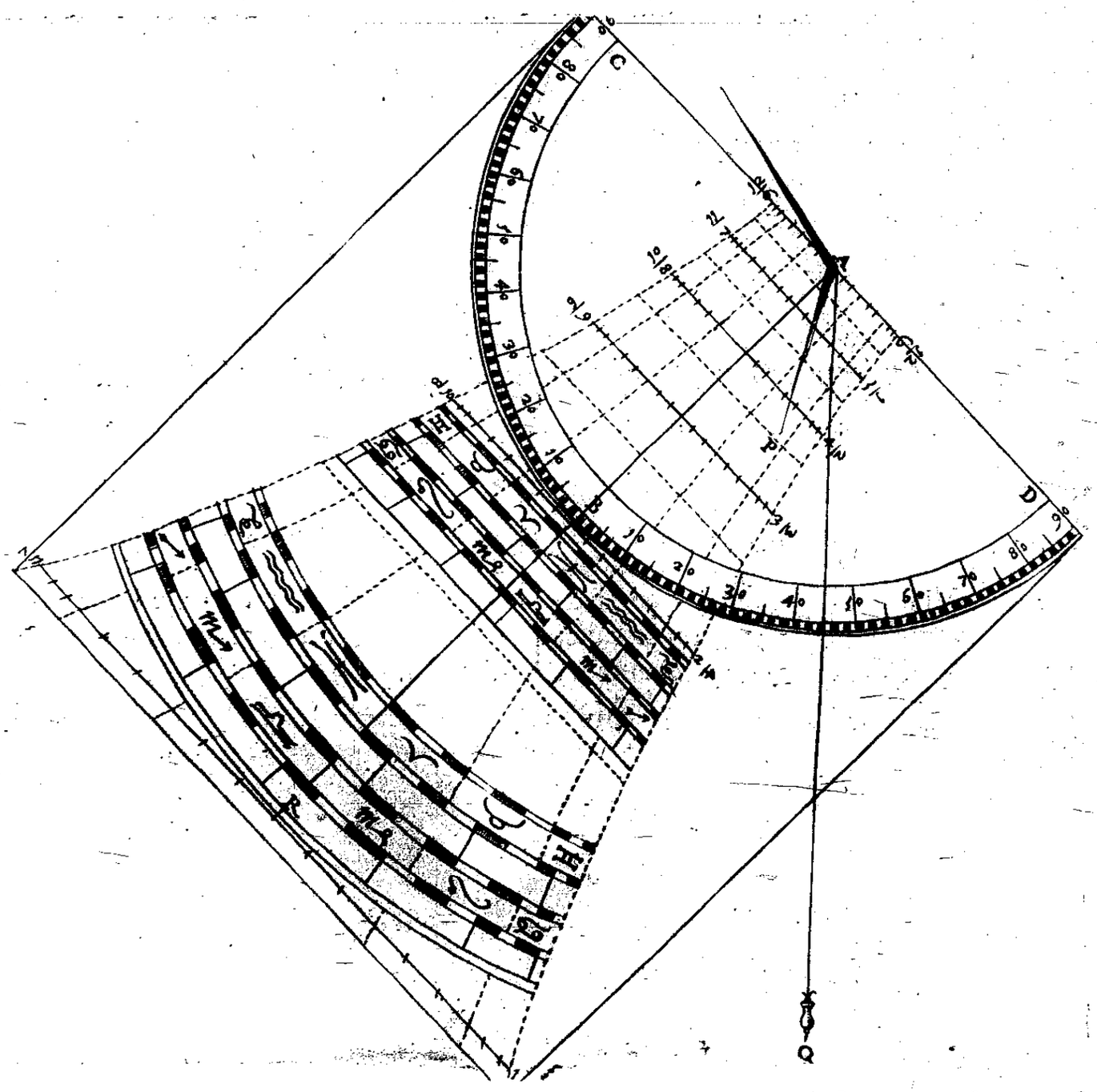
Latitudines horizontales ortiuas, & occiduas neſcire, ac ſcire pro ſingulis anni diebus in quacumq; poli eleuatione ad vſum eximium horariorum muralium.

Latitudines horizontales vbiq; ex noſtro inſtrumẽto.

NAm eãdem operà, qua in proximè poſitã figura terminos arcuum diurnorum inueniſti, recta ad N, M, A applicata in priore figura huius capitis exibet latitudinem ortiuam, & occiduam à puncto Aequinoctij per ſigna ſena hinc, inde vſq; ad Tropicos. Itaq; ſi duplicetur N M A, habetur linea maximæ latitudinis ortiuæ, atq; occiduæ in eleuatione poli 45, etiam ſi neſciatur in gradibus quanta ſic ea amplitudo. Scitur igitur, & neſcitur: arithmeticè neſcitur, ſcitur geometricè. Atq; ea lineæ obliquæ horizontalis quantitas dabit vſum inſignem pro horis ab horizonte inchoatis deſcribendis, ac per ſe terminatis ĩ horarijs muralibus ad quamcumq; poli eleuationem. Quam rem nullum (adhuc quod ſciam) inſtrumentum horarium poteſt præſtare vel ſine ductu horarum Aſtronomicarum, vel ſine quantitate arithmetica arcuum diurnorum, vel ſine alijs tricis. Vide progym. ſequens tertium. cap. 3.

CAPVT VI.

Lineam meridianam (etiam Aequinoctialem) datà horà, vel loco Solis, ex plano noſtri horarij meridiani in dato quolibet plano deſignare. Solis altitudinem ex horario noſtro in quolibet momento comperire.



SCimus ingenioſiſſimos compluriũ Gnomonicorum, & Aſtronomorum modos lineam meridianam deſignandi ad vſum horizontalium, de quibus inferius. Sed præter peculiares alias aliquorum difficultates, omnibus commune, id incommodum eſt, vt dierum, aut ſaltem horarum aliquarum moras, obſeruationes, &c. exquirant.

Nunc hîc quolibet momento (modo Sol alluceat) ẽàdem opera, quà horam indicamus, meridianam etiam lineam dabimus. Nam (vt verbo expediam) cum Sol è ſtylo irradiat ad parallelum eius diei, in quo horam quæris iuxtá regulas traditas ad vſum vniuerſalis noſtri meridiani, tunc planum horologij præciſè æquidiſtat à circulo meridiano, ac proinde eodem illo momento regulá, vel lineà viſuali, ſeu potius longiore filo è ſtyli pede diducto, & planum horarium verſus vtrumq; oppoſitum tropicum radente, notentur in horizontali quolibet ſubiecto plano duo puncta inter ſe diſtantia, vbi planum horizontale à filo planum horarium radente contingitur. Iungantur deinde rectà duo illa puncta notata, & lineam meridianam duxiſti.

Lineæ meridianæ ductus in quolibet momento ex noſtro horario.

Pro exẽplo in figurà, ſi fila AQ, AR producantur ad planũ horizõtale, dabunt duo puncta, quibus rectà iunctis, ſignata erit meridiana. Vbicũq; & quotcumq; lineas ita duxeris, erunt omnes meridianæ, licet inter ſe diſtantes, quaſi tamen vna eſſent propter nullam ad ſenſum differentiam in gnomonicis hiſce operationibus circa terrę globum puncti inſtar habentẽ in tam vaſta à Sole diſtantia, vt initio huiuſce Apiarij Gnomonici demonſtrauimus. Ac ſanè, vnde facilius ac rectius meridianam lineam, quam à meridiano horologio expectes, & accipias? quanti porrò

momenti

momenti, atq; vſus ſit lineæ meridianæ inuentio ac deſignatio, norunt quicumq; rerũ Aſtronomicarum, & Gnomonicarum ſcientes, & experientes ſunt. Aequinoctialis porrò lineæ deſcriptio habetur conſequenter ex linea meridiana; nam ducta linea meridianam ad angulos rectos ſecans dat æquinoctialem, ſicut circuli Aequinoctialis, & meridianus ſe ad rectos ſecant in ſphęra, &c.

Æquinoctialem lineam deſignare in plano horizontali.

Solis altitudinem quolibet momento ſcire potes in alterutro quadrante ſemicirculi meridiani in horario noſtro vniuerſali horæ duodecimæ, ſi vtaris more quadrantum horariorum.

Solis altitudo quolibet momento in noſtro horario.

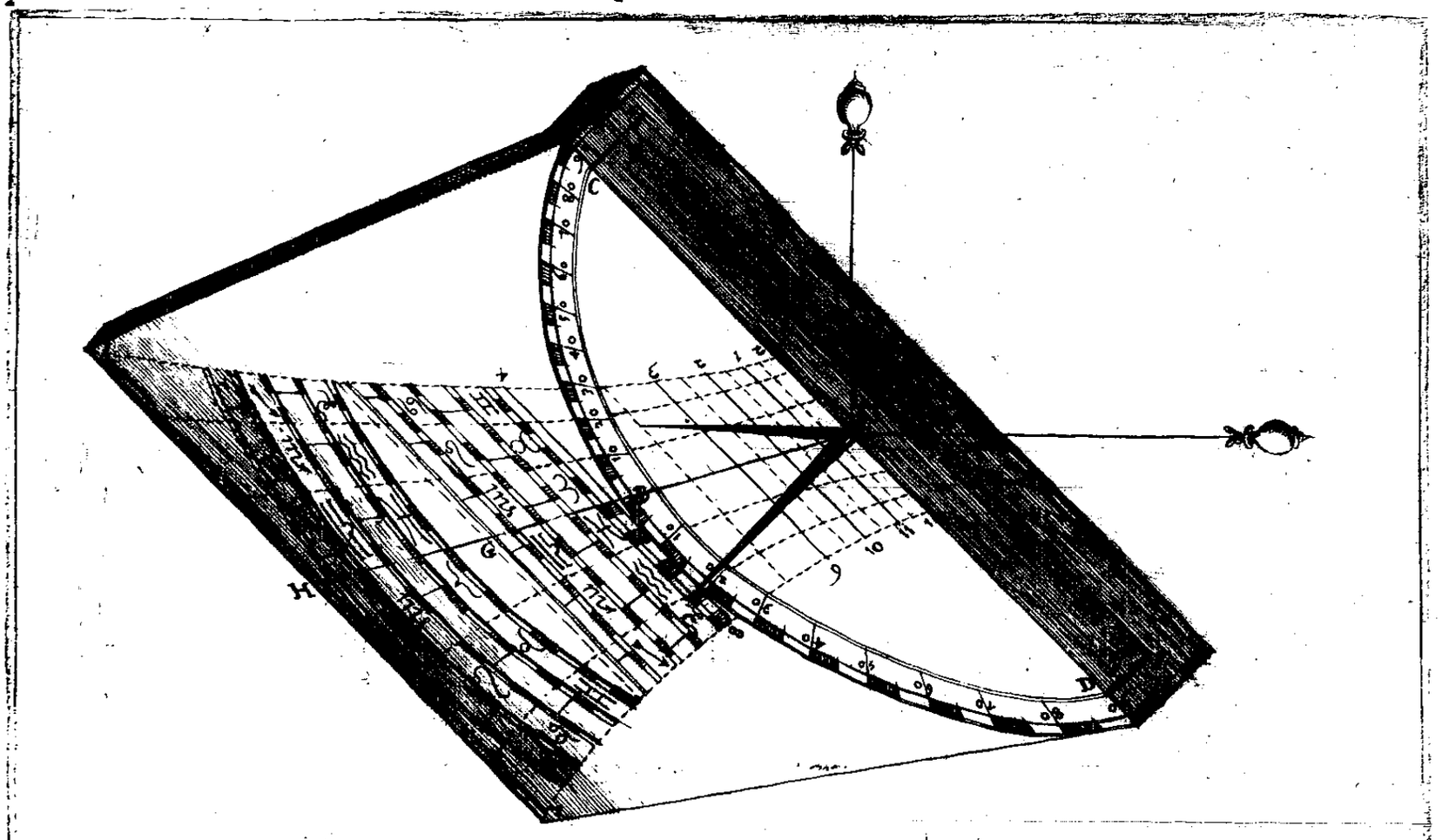
Nempe Solis vmbrà directà (vide antecedentem figuram) per rectam AB; tunc enim perpendiculum ex A in alterutro quadrante CB, vel BD ſecabit gradum altitudinis numerandum vel à C verſus B, vel à D verſus B. Sed ſatius fortaſſe fuerit vmbram dirigere ex A vel in C, vel in D, tunc enim perpendiculum ex A ſecabit gradus ritè numeratos à B verſus C, vel D.

Pluribus alijs Aſtronomicis vſibus minoris momenti prodeſſe poteſt noſtrum horarium, ſatis ſit tantùm nunc ad exemplum indicaſſe præcedentia problemata, quæ maioris viſa ſunt momenti.

CAPVT VII.

Vſus horarij noſtri vniuerſalis pro horario vniuerſali horæ ſextæ.

QVoniam horaria omnia horæ duodecimæ, ſiue meridiana, illud habent incõmodi, vt hora duodecima, & ſpatia horaria circa meridianã haberi non poſſint, propter planũ horarium parallelum ſolari radio in meridie, ideo nos, præter alia huic incommodo remedia (de quibus inferius progymnaſmate 3 vbi de inſtrumento pro horologijs deſcribendis) hoc etiam nunc in hoc capite afferimus, ſcilicet planum idem horarium ab vſu horæ duodecimæ transferre etiam ad vſum horæ ſextæ ſiue polaris plani.



1. Igitur rectangulum CF ibi vbi linea eſt CD ita ex arte mechanica inflectatur, vt cõſtituat angulos rectos in CAD cum reliquo plano horario AH, manente ſtylo erecto in A, quod facillimum

cillimum esse nos varijs experimentis,& inuentis docuimus, & ex mechanicis apud nos habemus. Ac perpendiculum ex A liberè dependeat ac radat inflexum planum rectanguli CF, vt antea radebat liberè planum AH in horario horæ duodecimæ.

II. Planum ipsum horarium AH ita sistatur, vt ante meridiem H occasum, A ortum, C septentrionem spectent, eleuetur deinde paulatim C ad poli eleuationem radente liberè filo partem rectanguli, quæ est inter A & F, sistaturq; eleuatio ad gradum requisitum á filo sectum. Mox planum horarium circumuertatur ita, vt vertex vmbræ à stylo proiectæ tangat parallelum diei, in quo quæris horam; in puncto enim paralleli ab vmbra tacti dabitur hora quæsita.

III. Cum Sol Australis est,ac demissus, vmbrā semper iácere debet vltra, ac supra Aequinoctialem AH,& ante meridiem sequi ordinem signorum inter BG, post meridiem vero ordinem signorum inter GH. Cum verò Sol septentrionalis est iaciet vmbram infra, siue citra AH, & ante meridiem, & post meridiem signorum ordinem prędictum sequetur.

IV. Post meridiem inuerte planum horarium, & spectet H ortum, A occasum, D septentrionem, eleuetur D, & filum radat inter A, & E poli eleuationem. Cætera operare proportione vt dictum est ante meridiem.

Horariæ lineæ, vt hîc vides, & antea prædictum est, mutant numeros. Ac proinde post vndecimam à media nocte, & ante primam à meridie, spatia,quæ ab vmbra signari non poterant in horario horæ duodecimæ, ecce hîc habes ita Soli opposita, vt quæ erat sexta, fiat duodecima à media nocte, ac directè cadat in meridianam, & meridiem. Hîc lucraris circa horas propè meridiem, sed horas circa ortum, & occasum habere non potes propter rationem in antecedentibus dictam; sed hoc leuaris dispendio, reuoluto plano horarij horæ sextæ ad vsum horarij duodecimæ,vt iam didicisti,& adhuc planius intelliges progimnasmate 3 sequēti,vbi,post vsum instrumenti ad muralia, docebitur vsus eiusdem instrumēti pro horario vniuersali omnium horarum.

Ab horario horæ sextæ horæ circa ortum,& occasum non habentur.

Remedium.

Hîc nullæ theoriæ sunt præter communes cum meridiano, & dictas in eius fabrica.

CAPVT VIII.

Vsus eiusdem horarij nostri horæ sextæ in inuentione non inuenustà, & pro horarijs horizontalibus, & muralibus noctu ex facula facillimè describendis.

NOn sine strenula te dimittam, ò mi Lector, ab hoc progymn. Vide sequentē figuram.

1. Horarium adhuc indicatum geminetur, ductis horarijs lineis hinc inde ante, & post duodecimam. Hìc verò liberaris à cura ducendi, ac diuidendi circuli, qui in antecedentibus figuris erat meridianus, quo hìc opus non est. Post hæc construatur è ligno, siue solidiori ex alia aliqua materia quæpiam auis è genere grandiorum, quæ rostrum teres, ac longum habeat, qualem hîc aptissimam dedimus Ardeam ex Aldrouādi conciuis mei Ornithol. to. 3. lib. 10. cap. 14. pag. 394. Constituatur ea auis in eo situ,in quo Grus dicitur dormiturire, altero crure sublato, atq; vnguibus lapillum sustentante.



Tu igitur pro lapillo fac pede, ac vnguibus in A planum horarium BC ſuſtineat inclinatum ad horizontem, atq; angulum faciens datæ polaris eleuationis. Tum roſtri apex D pertingat ad eum locum præcisè, qui debetur apici gnomonis horarij. Sol è roſtro Ardeæ indicabit horas, v. g. in F, ſi vmbrę apex, motà machinulá horariá, ſiſtatur ad datæ diei parallelum.

II. Erit vſus etiam pro vniuerſali horario horæ ſextæ ad quamlibet poli eleuationem, pro varia inclinatione plani horarij; ſi, verbi gratia, ex G filum cum perpendiculo dependens ſecus latus GB gradibus ſignatum gradum eleuationis ſecet iuxta modum traditum capite proximè antecedenti, numero primo.

III. Habet hæc inuentio id commodi, quòd nihil, niſi roſtrum auis pro ſtylo, intermedium eſt inter Solem, ac inter planum horarium, nec planum Aquinoctialis circuli officit plano horario cum Sol eſt in ſignis brumalibus. Cui incommodo alijs etiam modis, & cautionibus obuiam imus in ſequenti progymnaſmate vbi agimus de conſtructione noſtri huiuſce horarij pro inſtrumento ad horaria immobilia, ſeu muralia deſcribendà, & vbi agimus in extremo capite de vſu eiuſdem inſtrumenti pro horario ſimul gemino vniuerſali, immo, & pro horario vnuerſaliſſimo omnium horarum Aſtronomicarum.

IV. Pro horis ante ſextam á media nocte, & poſt ſextam à meridie indicandis remedium habes in antecedentis capitis ſeptimi num. quarto, quod huc etiam licet aptare. Nempe ſi planum horarium BC conſtituatur ſecundum lineas horarias perpendiculare horizonti, dimittatur autem pars plani horarij vbi C, vel B iuxta poli altitudinem ante, vel poſt meridiem, &c. iuxta prædicta in vſu horarij noſtri vniuerſalis horæ duodecimæ.

V. Singularis vſus erit huiuſce plani horarij BC ſic inclinati ad horaria horizontalia, & muralia cuiuſcumq; declinationis deſcribenda noctu ad lumen faculæ. nam ſi ex directione puncti D, vbi ſtyli vertex ponitur, perforentur extrema linearum horariarum, lineę meridianę, æquinoctialis, itemq; vbi paralleli Solis ſecant lineas horarias, & mox faculam admoueas ad punctum D, inde lumen radians per facta foramina proijciet in planum ſubiectum, vel obiectum puncta luminoſa, per quæ notata poterit deinde duci, ac ſignari totum horarium iuxta artē Opticę Scenographicę de deformationibus à nobis traditam in noſtro Apiario, præſertim circa cylindricè incuruatas lineationes, &c. cap. 3, & 4 progymn. 1. Ibi ſupponitur horarium deſcriptum in cylindricà ſuperficie. Hìc habes ex antecedentibus modum facillimum deſcribendi

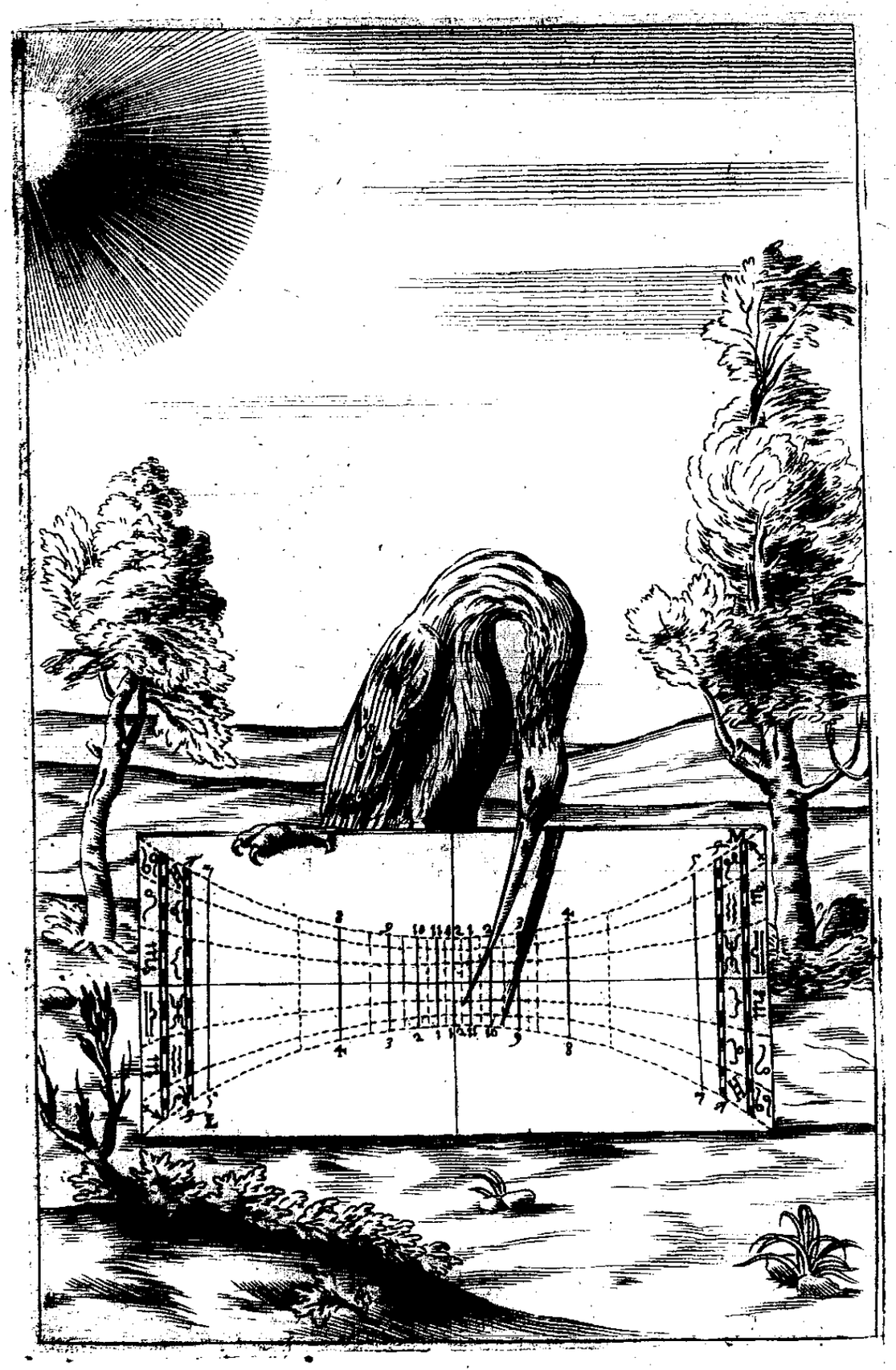
Modus ad faculam deſcribendi horaria.

hora-

horarium in planâ ſuperficie, ex qua fiat proiectio ſcenographica per faculam, &c.

Ac pro declinationibus quidem murorum, ſi planum BC iuxta directionem acus magneticæ noctu collocetur, fiet proiectio canonica punctorum cardinalium ex horario BC iuxta exigentiam muri vtcumq; declinantis.

VI. Pro horis Aſtronomicis noctu ſic deſcribendis erit vniuerſalis hæc machinula ABC, ſed non pro horis ab horizonte inchoatis. Quæ ſi deſcriptæ fuerint in plano BC ad peculiarem poli eleuationem, poteris ex arte prædictâ lumen tranſmittere ab D per foramina tropicorum, & parallelorum ſolarium in lineis horarijs Italicis, vel Babylonicis; & iuxta prædicta numero quinto antecedenti deſcribere horaria Italica, vel Boëmica in horizonte, atq; in muris. Nihilominus vide in ſeq. progymnaſmate artem, quam ibi tradimus, qua planum BC euadit in vniuerſale horarium, & in inſtrumentum vniuerſale pro horis ab horizonte inchoatis & indicandis, & deſcribendis in quolibet plano.



VII. Quoniam vero in figurâ priore huius capitis exhibuimus planũ horarium obliquum, vt & modus machinæ, & obliqua eleuatio, ſiue inclinatio plani horarij melius oculo paterent; at ipſum horarium in obliquo eo ſitu deſcripto, ſi tranſcribatur, non erit aptum pro recto vſu, &c. ideo, vt tyronibus, atq; etiam tibi, lector, non tyroni laboris aliquid imminuamus, en tibi in hac altera figurâ exhibemus horarium rite deſcriptum, in quo habes & numeros horarum, & characteres ſignorum geminatos, vt videas & tranſmutationem mutuam, & vſum horarij vtriuſq; adhuc à nobis traditi, nempe horæ 12. & 6; atq; in primis vt ex hìc poſito plano LM facile, ac tuto poſſis tibi tranſcribere horarium recte deſcriptum pro machinulâ in hoc capite

Exhibitio horariæ machinulæ præcedentis cum rite deſcripto horario.

tradita, ſine prolixiore vſu præceptorũ omnium in antecedentibus duobus progymnaſmatibus expoſitorum. Tuæ, mi lector, non ſolum eruditioni, ſed tuis etiam compendijs quantum nobis licet, ſtudemus.

PROGYMNASMA TERTIVM.

De vſu noſtri horarij vniuerſalis pro inſtrumento vniuerſali ad deſcribenda horaria muralia, horizontalia, &c. De èodem pro vſu plurium ſimul horariorum vniuerſalium Aſtronomicorum, Italicorum vniuerſalium, Aequinoctialium vmbratorum, &c.

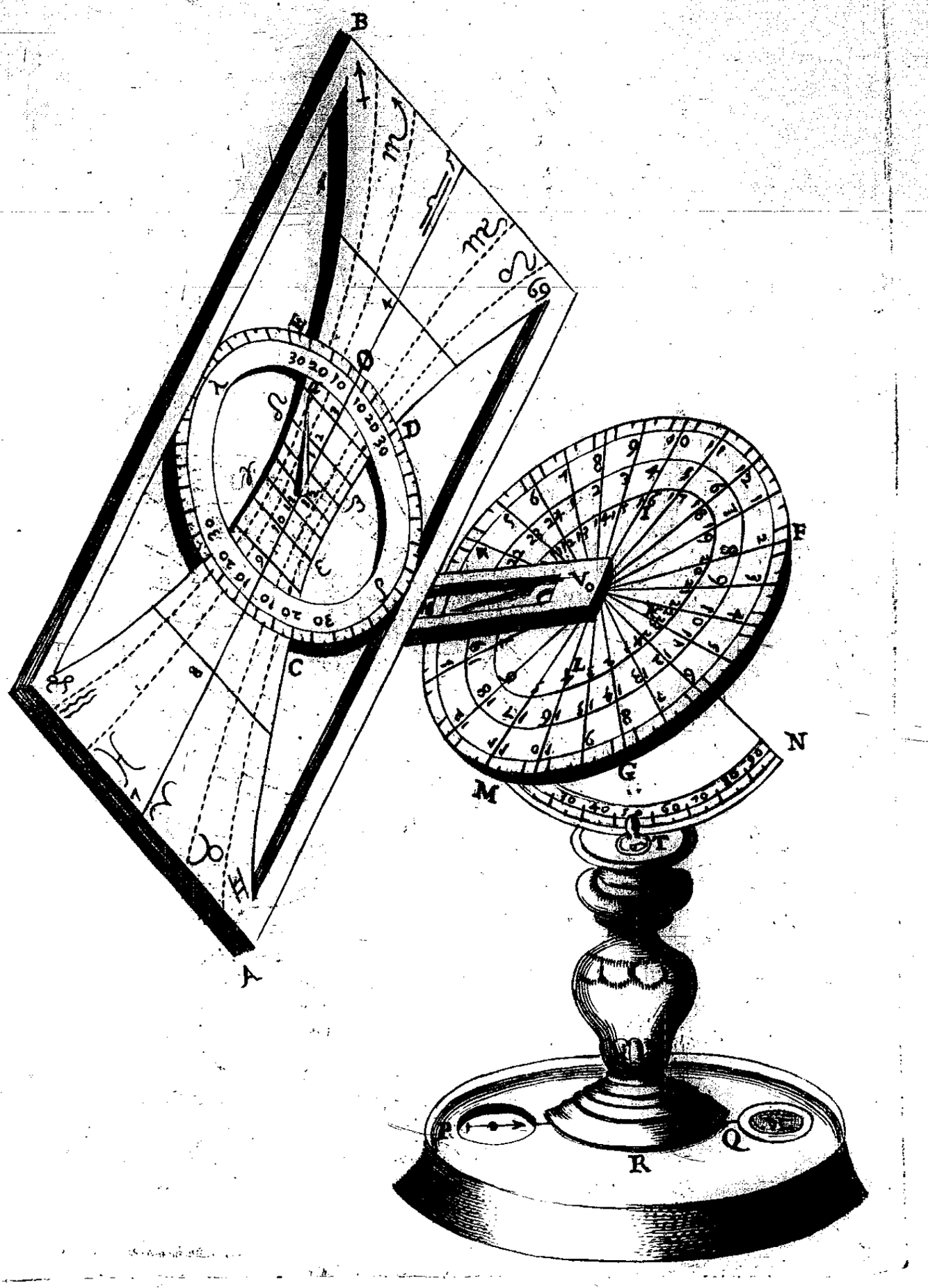
CAPVT I.

Ex horario noſtro vniuerſali inſtrumentum conſtruere ad horaria muralia deſcribenda.

I. PArtes ſeorſim ſingulæ conſtructæ ſint hæc. In plano AB conſtrue horologium integrum horę ſextę Aſtronomicæ, vt docuimus in primis capitibus, & paullo ante in capite octauo antecedenti. Adde integrum circulũ CDE, & horas à media nocte, ſeptimam vſq; ad duodecimam, & à meridie vſq; ad quintam vna cum ſignorum parallelis; quæ omnia tibi quaſi ſemizodiaci planam quandam faciem exhibebunt.

II. Perforentur horariarum linearum extrema in tropicis, ſeu potius abſcindatur quidquid eſt ſpatij vltra hyperbolas tropicas, vt vides in figura, & ſi lubeat (ad tria puncta pro ſingulis horarijs lineis habenda) perforentur horariæ lineæ ſaltem ibi, vbi angulos rectos faciunt cum Aequinoctiali. Sitq; de more ſtylus erectus apicem habens perforatum, & filum traiectum per apicem.

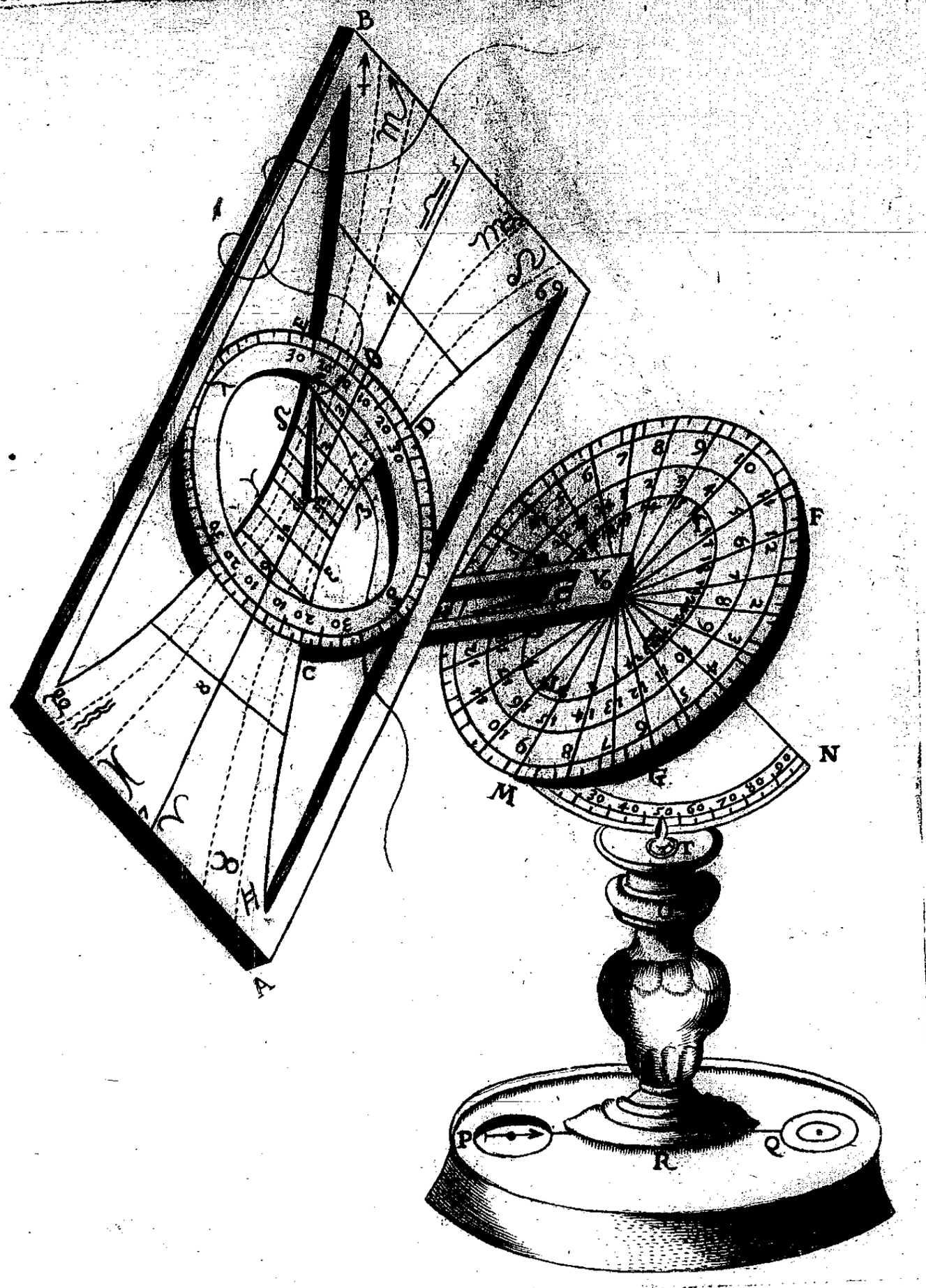
III. Sit tympani circulus FGH. licet nos in eo nulla horarum vllarũ deſcriptione egeamus, ſed tantum gradibus vti poſſimus; tamen propter alios vſus, de quibus inferius, addemus horarias lineas. Igitur is circulus FGH in 24 partes æquales ſit diuiſus, quarum partium eæ, quæ ſunt in limbo latiore FGH, diſpertitæ ſint in horas Aſtronomicas, eæ, quæ in arctiori limbo IKL, continuata ſerie horis Italicis inſcribantur. Pro horis ab ortu contraria ſerie diuidẽdus eſſet circulus tertius in 24 partes, &c. Quamquam, & ſolo circulo Aſtronomicarum vti potes ad alias horas ab horizonte incipientes, vt inferius



sæpe patebit ad muralia. Sit etiam ora extrema FGH ad vsum, de quo inferius, diuisa vel in quater 90 gradus vel continuatè in 360.

IV. MN quadrans diuisus esto in 90 gradus. OPQ crus, & pes instrumenti. Vbi P acus magnetica, vbi Q loculus ore planè circulari, & quasi quidam puteolus, in quo abdita sit acus vel virgula aliqua metallica, è cuius inferiore parte, ac latente aliquid plumbi sit, aut ipsæmet inferiores partes crassiores, & grauiores ita degrauitent, vt vertex ipse acus ad os loculi pateat quasi centrum in meditullio circelli collocatum. Hac enim arte aliqui plana explorãt an ad libellam sint horizonti parallela. Vtere, si lubet, alijs visitatioribus inuentis. Linea meridiana ducta in mobili plano immobilis sit PQ, habitâ ratione declinationis acus magneticæ.

V. Partes simul construantur, & compingantur in hunc modum. Crus OR insistat ad rectos pedi PQ, & mobile (si allubeat) sit ad R. Quadrans MN per centrum traiectus, & circa illud esto mobilis, & secundum occultam, & posticam planam faciem hæreat cruri GR; quod crus sub quadrante MN productum est vsq; ad contactum inferioris partis, ac centri rotæ, seu circuli FGH. Ad T lamella, siue index solidæ materiæ ope striati claui firmet quadrantem MN iuxta gradum, ad quem sit collibitum pro exigentiâ operationis ex instrumento. Sit idem quadrans crassioris materiæ, vel sit altero sui latere ad



rectos replicato, vt illi pariter ad rectos insistere possit circulus FGH.

VI. Congruat igitur centro quadrantis MN centrum V circuli FGH (vel saltem latus occultum quadrantis sit parallelum plano tympani FGH) tum regula VH mobilis circa centrum V sustineat ad rectos angulos planum horarium AB, & in regula VH excauata sit rimula, in qua lingula sit, siue linea fiduciæ in directum procurrens ex V centro per medium regulæ VH, indicetq; ea lingula, dum circumuoluitur, aut secet horas, siue gradus in oris extremis circulorum, qui sunt in tympano FGH. Firmari possit regula in centro V striato clauo, vel simili aliqua alia arte. Deniq; nihil quicquam ferri sit in vniuerso instrumento propter acum magneticam, &c. & omnia ita sint conserta, vt ad facilius circumferendũ dissolui, & in plana complicari, rursusq; ad instrumentum construendum, facilè in ordinem adstrui possint. Partes pedis instrumenti spectantes ab R versus Q, sint vel crassioris, ac densioris materiæ, vel plumbo infusæ, vt æquiponderent plano AB degrauanti ad partes P, & eleuaturo partes RQ, nisi fiat ad Q æquiponderantia, vel pars instrumenti TORPQ sit longe ponderosior, quám reliqua, idestquam quadrans, tympanum, & planum horarium.

Distantiâ plani horarij à cẽtro tympani quanta?

VII. Notandum est distantiam plani horarij à centro tympani, hoc est interuallũ VH æquale esse debere longitudini styli, qui est in plano

horario

horario; licet in figura (quæ tantum est vsui ad intelligenda præcepta in exemplis) non satis geometricè congruant id interualum, & stylus, & alia aliqua partim ob figuræ obliquitatem, partim quòd figurâ non vteris, sed instrumento solido, atq; emendatè conflato iuxta præcepta ad horas ex eo in muris &c. describendas.

Si tamen malis erigere stylum prorsus immobilem in V, liberum tibi sit id agere. Prouidendum tamen tunc erit, vt non solum sit debita distantia VH, vt prædictum est, sed etiam vt requisitæ sit longitudinis, nempe vt valde altus sit. Nam cum Sol versatur in signis Australibus, & est infra tympanum MF eleuatum ad debitam altitudinem Aequinoctialis circuli, tunc Sol (vt assolet in horarijs Aequinoctialibus) vmbram axis transeuntis per V iaciet tantum in inferiorem partem tympani, nisi axis ex V tam altè eductus sit, vt etiam supra tympanum MF accipiat radios Solis positi infra planum Aequinoctiale. Est & aliud remedium, nempe abscindere aliquid ex tympani parte superiore versus FI, &c. ne impediat radios Solis directos ad axem. Hisce cautionibus vtẽdum est cùm propter alia, tùm præsertim vt sine impedimẽto possis instrumentum statuere astronomicè, locatâ vmbrâ è styli verticè ad parallelum Solis in plano AB; atq; etiam vt possis vti hoc nostro instrumento ad horas inueniendas iuxta dicenda in cap. extrem. huiusce progymn. 3. Prædictæ autem operationes tanti momenti perirent si planum AB tam parum esset eleuatum supra tympanũ MF, vt styli vertex excipere non posset solares radios cum Sol Australis est.

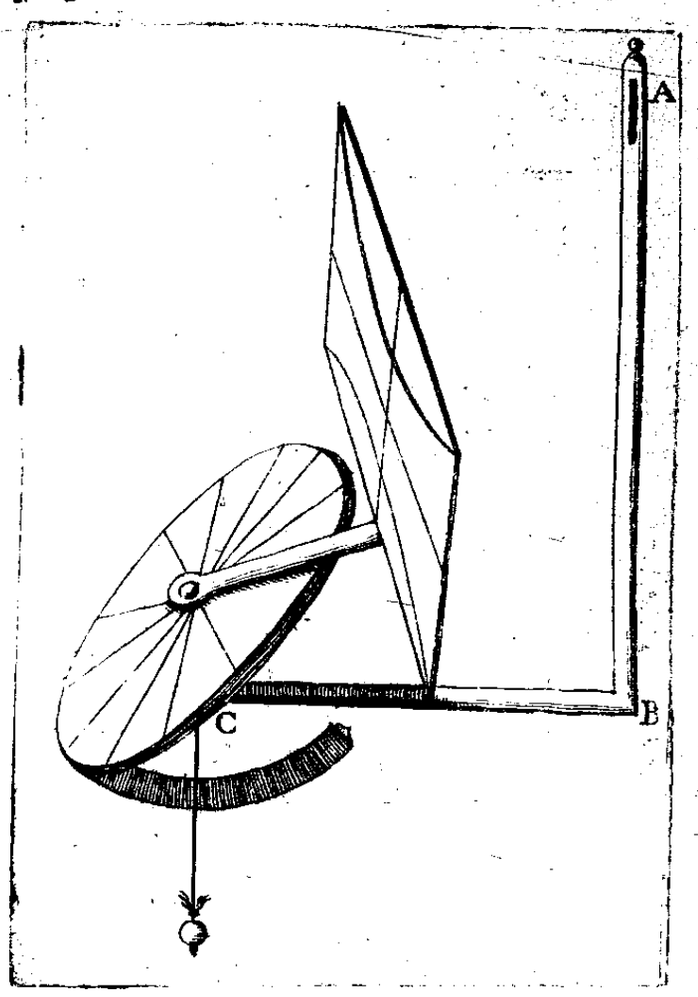
Stilus in centro tympani cur valde altus?

Nos tamen in hac primâ figurâ stylum relinquimus potius in plano horario AB, quam in tympano MF in primis vt appareat quemadmodum planum nostrum horarium, sine vlla in eo facta mutatione, assumi possit, & euadere in instrumentũ ad horaria muralia conficienda, &c.

VIII. Vltimo loco id moneo; nos in hac instrumenti constructione aliqua posuisse potius ad cautionum abundantiam, quam ad necessitatem. Vt de linea meridiana, de acu magnetica, &c. nam etiam sine acu magnetica poteris id instrumentum astronomicè collocare, atq; eo vti &c. vt dicetur inferius. Quod haud scio (præter alia commoda insignia, & propria huius instrumenti, de quibus inferius) an alij cuiquam instrumento contingat in descriptione horariorum muralium. Ac præterea hinc tibi eximitur cura cauendi ne in instrumenti constructione fit aliquid ferri. Vide cap. mox insequens.

IX. Liceat tibi, si lubeat, mi Lector, instrumentum hoc nostrum vsitato modo suspensum construere, vt in instrumento nostri Clauij ad muralia horologia, & in eodem (quod Paulus Gallucius Italicè explicauit) videre potes. Apud hos enĩ, & alios Recentiores Gnomonicos habes varias artes, quibus suspensa ritè collocentur instrumenta, vnde in planis ad horizontem perpendicularibus horaria describantur. Aduertendum tantum est, suspensorium inflectendum esse ad angulum, vt pars suspensorij, quæ vltra tympanum MGF in altum erigitur, sit ab eodem tympano tam procul, vt in eam non impingat planum AB dum per tympanum circumducitur, Vide hic ad specimen rectangulum ABC. A locus vnde suspenditur: BC distantia à C vbi tympanum, &c.

Suspẽsorium angulandum ob libra plani horarij circũductionem.



Nos tamen hoc nostrum instrumentum in hac primâ figurâ crure, ac pede fulcimus, & rectum ad horizontem statuimus non tam ad venustatem, quàm ad vtilitatem, vt scilicet eodem sic stante vtamur etiam pro exactissimo, ac gemino vniuersali horologio, vt videbis inferius; ac præterea vt facilius varia problemata Astronomica soluamus, & in planis horizontalibus exequamur pro horologijs horizontalibus describendis in omni eleuatione poli, &c.

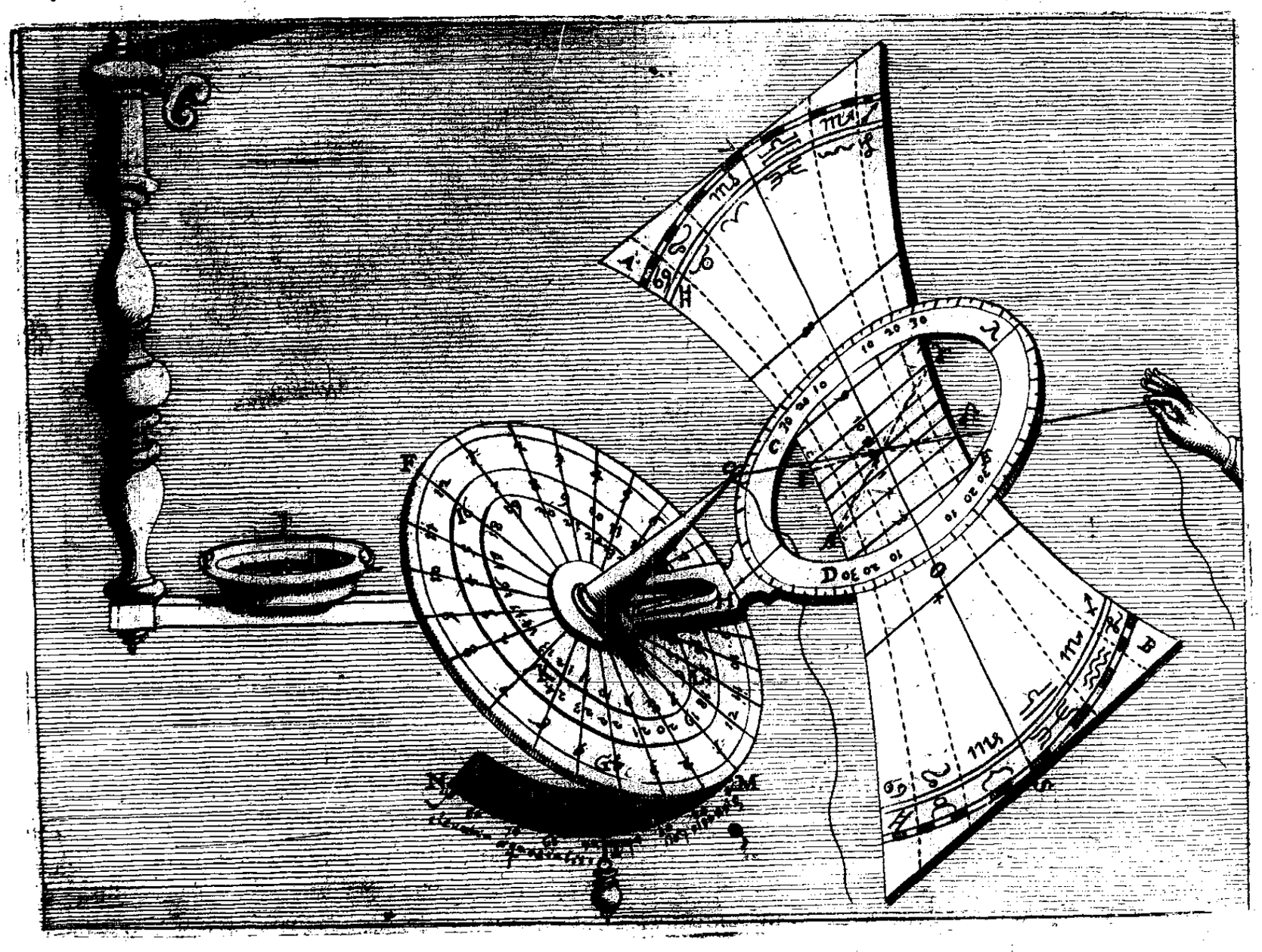
Instrumẽtum cum crure ad quid singulariter vtile?

Potes etiam ex vertice styli siue in V, siue in plano AB erecti duo fila educere, vt libereris à mora transferendi vnicum filum modo ad superiores, modo ad inferiores partes linearum horariarum; alterum enim filum semel traiectum ad partes $\gamma\delta$, alterum ad $\epsilon\beta$ erunt expeditioris operationis.

CAPVT II.

Vsus instrumenti, ac primò pro horis Astronomicis describendis in muris, & in horizonte vnà cum solis parallelis. Varia etiam artes designandæ lineæ meridianæ, &c.

I. QVoniam nobis non est animus transcribere iam vulgata, & ea quæ communia sunt reliquis instrumentis, quibus vtuntur gnomonici ad horas in muris describendas; ideò non est quod hîc te moneam muri habitum ante explorandum, & videndum in quam partem plures horarias lineas recipere possit, habendam rationem distantiæ horologij à prospectantibus, &c. quæ videre poteris apud alios Gnomonicos Præceptores.



II. Quare ad peculiarem nostri instrumenti vsum accedamus, quem duplicem docebimus, alterum à toto instrumento immobili, alterum à mobili plano AB, & circa tympanum FGH circumducto. In primis Astronomicè collocandum est instrumentum, cuius collocationis communia illa sunt exploramenta, si meridianam in murum iaciat, quæ cum perpendiculo congruat, quæq; ad horizontis planum, atq; ad horizontalem in muro ductam lineam orthogonaliter cadat; & similia. Igitur fac acus magnetica P fistatur ad suam à polo declinationem, instrumento vel suspenso, vt assolet in alijs instrumentis, vel collocato supra fulcrum aliquod ante murum, &c. iuxta dicta cap. Superiori, &c.

III. In lineam meridianam PQ congruant, vel illi æquidistent & quadrans MN, & linea horæ decimæ à media nocte in tympano FGH, & linea fiduciæ H, tum quadrans, & cum eo tympanum, eleuetur iuxta poli altitudinem in ea regione, pro quâ horologium describis, quam sine vllis tabulis habere potes ex antecedentibus in libro antecedenti, & adhuc alijs modis paullo post ex hoc nostro instrumento addisces. 12.

Vide tamen ne fallâre, ac putes eam eleuationē supra horizontē accipiendā esse in quadrante MN ab N versus M, ex ea enim parte complementum eleuationis polaris, siue circuli Aequino-

quinoctialis eleuatio ſupra horizontem numeranda eſt; at poli eleuatio numeratur ab M verſus N. Qua in re quoniam non nemo mathematicarum ſcientiſſimus aliter ſentire viſus eſt, ideo in ſequenti capite demonſtratione geometrica meam ſententiam firmabo.

IV. Sed omiſſis communibus, ac vulgatis prædictis modis aſtronomicæ collocationis, accipe proprium huius inſtrumenti, ac talem, vt miro compendio liberet Gnomonicum operantem ab anguſtijs erigendi inſtrumẽtum ad perfectiſſimam libellam, à neceſſitate vel lineæ meridianæ in horizonte, vel in pede inſtrumenti ductæ, à neceſſitate acus magneticæ, & conſequenter ab erroribus, qui fermè contingunt ex alijs inſtrumentis vtentibus acu magnetica. nam vel in tignis, vel in feneſtris, atq; oſtijs vicinis latens ferrum aliquod, vel etiam in muro ipſo, immò & murus ipſe pro varia laterum concoctione (vt docent experti, & philoſophi magnetarij) attractionem magneticam habens, atque etiam varia in varijs horizontibus declinatio acùs magneticæ, prædicta, inquam omnia, atq; alia huiuſmodi acum cogunt à recto ſitu diuergere, atq; inſtrumentũ extra legitimam collocationẽ ponere, vnde in horarijs muralibus lineę, ac tropici à vero loco ſæpe, ac valde aberrant.

Incommoda collocationis inſtrumenti ad acum magneticam.

Lateres pro varia cõcoctione habent vim magneticam.

Varia eſt magneticæ acùs declinatio pro varijs horizontibus.

Non vſitata, & ſingularis collocatio aſtronomica noſtri inſtrumenti.

Vt igitur vnico compendio tutò, ac certò inſtrumentum aſtronomicè colloces, primo planum AB ita tympano FGH inſiſtat, vt linea fiduciæ VH cum 12 à media nocte in tympano immobiliter congruat, tum eleuato eodem tympano per quadrantem MN ad debitam poli altitudinem, circumage inſtrumentum donec à ſtyli vertice α vmbra cadat in parallelum eius diei, in quo horarium in muro deſcripturus es, ac ſiſte in eo ſitu inſtrumentum, quod erit in aſtronomica collocatione. Vel etiã ſecundo, etiamſi neſcias poli eleuationem, peractis cæteris, quæ hîc modò prædicta ſunt, diſce quotæ horæ ſolaris momentum id ſit, in quo inſtrumentum collocas, ac dum inſtrumentum circumagis ſimul etiam paulatim quadrantem ex M verſus N eleua, donec circumagendo, & eleuando vmbra ex α cadat non ſolum in diei parallelum, ſed etiam in datæ horæ momentum; tunc enim ſiſtendo quadrantem MN, ſignabitur ſub G in T eleuatio poli eius regionis, & habebitur inſtrumẽti aſtronomica collocatio, itaut eius lineæ, ac circuli cęleſtibus, quos referunt, circulis paralleli ſint, vt patet ex inſtructionibus Aſtronomicis ſphæræ armillaris, ac nos etiam in progymn. antecedenti oſtendimus, vbi docuimus & horam, & ex datà horà poli eleuationem inuenire.

V. Modis ſuperioribus inſtrumentum collocatum habebit debitũ ſitum ad partes vniuerſi. Ac illud, præter cætera, hîc habes commodi, quod liberaris curà nec exigua, nec ſimplici explorandi declinationes, vel inclinationes murorum, ac planorum. Sola enim Aſtronomica inſtrumenti iuxtà prædicta collocatio ſatis eſt: à qua deinde murus, quas poteſt, horas accipit. Pro diſtantià inſtrumẽnti erunt ſtyli, atq; horologij modus, ac quantitas. Igitur ante vllas horarum lineationes ſiue in plano horizontali, ſiue in muro, ſignentur extrema puncta linearum Aequinoctialis, & Meridianæ, nempe filo ex vertice ſtyli α adducto ad pũcta horæ ſeptimæ à media nocte verſus A, ac quintæ à meridie verſus B, vbi ♈, & ♎, item ad extremas partes horæ duodecimæ ſupernè, atq;, infernè ad vtrumq; tropicum, & producto eodem filo iuxta ea puncta vſq; ad planum murale vel horizontale, mox iunges puncta in muro notata duabus lineis ſe ſecantibus, quarum altera erit meridiana quæ ſemper in muris eſt ad horizontem perpendicularis; quia communis eſt ſectio planorum perpẽdicularium, nempe planorum muralium cum plano miridiani. altera linea eſt Aequinoctialis, quę pro varia murorum delinatione magis, vel minus obliquè meridianã ſecabit, prout varia eſt communis ſectio planorum muralium declinantium cum plano eleuato Æquinoctialis circuli, &c. Circa partem tantum aliquam lineæ Aequinoctialis ducendam vide inferius vbi de vſu ab inſtrumento mobili. De linea verò horizontali vide infra vbi de lineis ab occaſu, & ab ortu Solis ducendis. Meridianam etiam potes ducere, habito tantum vnico puncto vbi ♈ ſupra, & vltra lineam Aequinoctialem plani AB. Nam ex eo puncto in muro ſignato ſi demittas perpendiculum, dabit lineam meridiei.

Noſtrum inſtrumentum non eget exploratione declinationis murorũ, &c.

Meridianæ, & Æquinoctialis deſignatio.

Cur meridiana in muris ſemper perpendicularis?

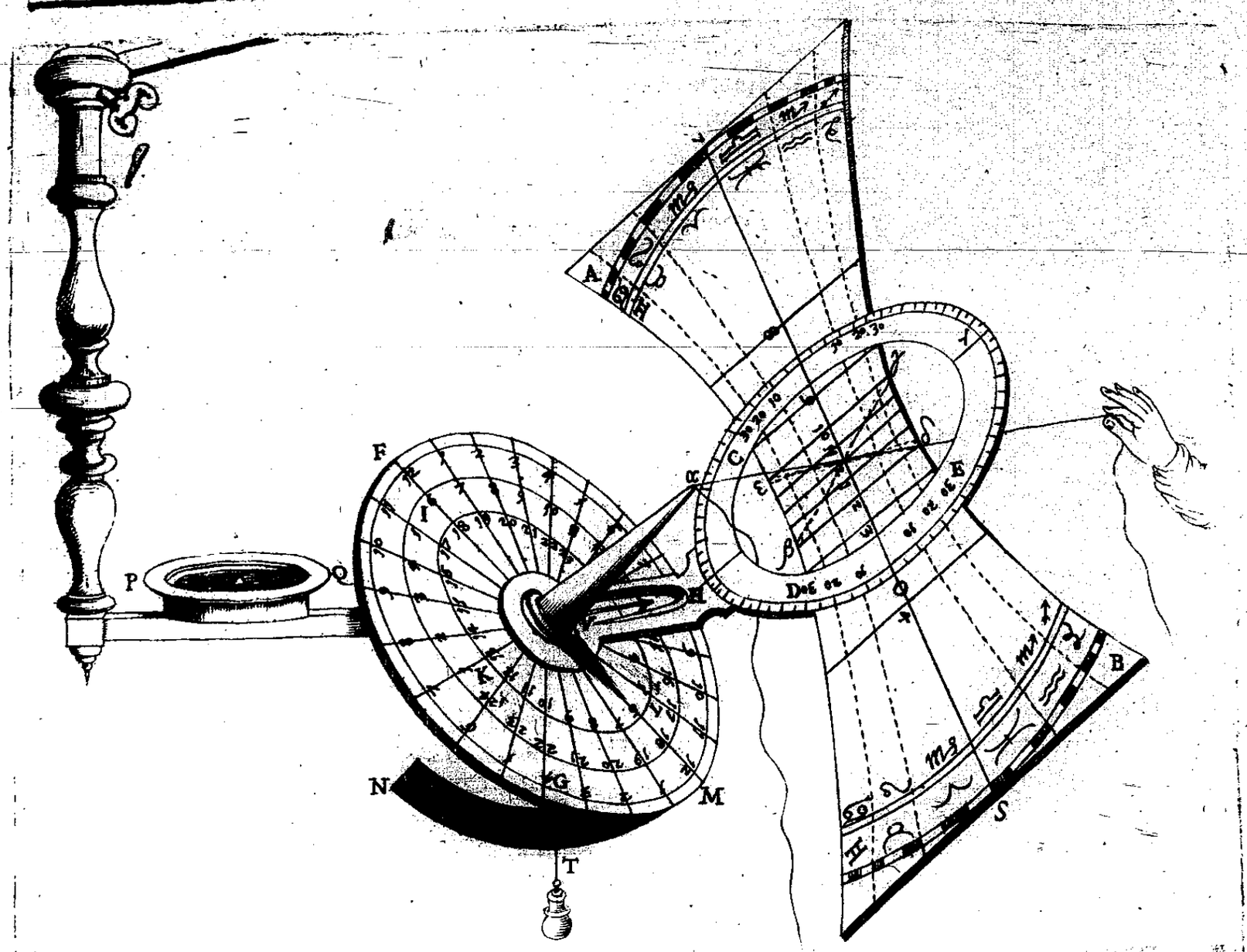
Cur meridianam in muris varia obliquitate ſecet Æquinoctialis?

VI. Habes deinde in inſtrumento ab horarij plana facie AB explicatas, & ad ſua loca in muro tendentes horarias lineas, ſine vlla neceſſitate (excipe pro pauculis aliquando horis) circumagendi regulam VH, &c. Quod quanti ſit commodi, vel quàm tutum ad tropicos, & lineas horarum in muris ſine errore ſingnandas norunt ij, qui experti ſunt difficillimum eſſe, ac plenum ſollicitudinis etiam in firmiſſimis inſtrumentis, ne quid extra ſuum locum deſignetur dum ad ſingulas lineas horarum circunducenda eſt regula cum radiario, vel cum circulo aliquo meridianam, aut aſtronomicã quamlibet aliam horam referente; additis præterea non exiguà morà, & tædio; à quibus omnibus incommodis te liberat noſtrum inſtrumentum.

Pro Aſtronomicarum horarum lineis ſignandis in muro ſingulare commodum à plano noſtri inſtrumenti.

VII. Nam ducturus v.g. & incepturus horologij muralis horariam deſcriptionem à ſeptima poſt dimidiam noctem (ſi eius horæ murus ſit capax) filum ab α applicato (vt dictum eſt in deſignatione lineæ meridianæ, ſiue horæ duodecimæ) ad alterum extremum eius lineæ horariæ vbi ♑, & produc idem filum recta, punctumq; ſignato vbi murum attigerit; item applicato

filum



filum ad alterum extremorum eiusdem lineæ horariæ, hoc est ad tropicum ♋, & punctum ex filo notabis in muro. Quod si tria puncta in lineis horarijs malueris, vtere vel arte, quam inferius indicabimus in fine num. 11. huius capitis, vel rimulis planum AB perforato vbi linea Aequinoctialis secat horarias lineas, atq; ita filum traducito per rimulam, vt prope ♈ radat filum, ibi, vbi septima secat Aequinoctialem lineam, atq; ex eo loco tertium eius horæ punctum habebis; quæ tria puncta in vnam rectam iungentur, si rectè operatio fuerit peracta. Idem pari ratione operandum est in reliquarum linearum horariarum tractione à plano AB nostri horarij in obiectum murum, vel obiectum planum.

Pro designandis semissibus &c. horarum, parallelorum Solis.

VIII. Quin immò si in horario signaris semisses, & quadrantes horarum, signaris item parallelos per denos signorum gradus, ea omnia ope fili vel contingentis extrema semissium, & quadrantum, vel traiecti per factas rimulas parallelorum, poteris in muro delineare. Quod si quando muri declinatio aliquas horas postulet ante septimam à media nocte, vel post quintam à meridie, tunc tãtum ad eam muri partem verte regulam VH cum plano horario AB, ita vt linea fiduciæ congruat cum aliqua alia hora tympani ad dextram, vel ad sinistram duodecimæ à media nocte, iuxta quantitatem maximi, ac minimi arcus diurni eius regionis, (quamquam eorum arcuum cognitione, vt videbis inferius, non

Quid agendũ cum in muro signari possũt aliquæ horæ vel ante septimam à mediâ nocte, vel post qnintam à meridie.

egemus) hoc enim pacto planum horarium AB alterutram dimidiã sui partem, & horarias suas lineas, quæ sunt citra, vel vltra meridianam, transferet in aspectum, & in vlteriorem proiectum ad eã muri partem, quæ horas admittet ante septimam à media nocte, vel post sextam à meridie; abundabisq; horis etiam vltra necessarias. Quam operationem tutam esse ab errore in sequenti capite geometricè indicabo,

Ex vnicâ lineâ horariâ circunducta describere horariũ totum.

IX. Quin etiam vel ex vnica qualibet horariâ horarij nostri lineâ vniuersum horologium in opposito, vel suppositio quolibet plano licet describere. Nã exempli gratia, cognitis (si velis ex ipsomet horarij plano AB, vt habes in progymnasmate anteced. vbi exposuimus corollaria nostri horarij vniuersalis) maximo, & minimo arcubus diurnis eius regionis, ad cuius polarẽ eleuationem horologium in muro descripturus es, (si tamen eos arcus velis, neque enim necesse est, vt mox docebo) & ad diurnorum arcuum mensuram, ac limites (qui in tympani lineis horarijs accipiendi sunt) quálibet plani horarij AB adductá lineá, vt putà duodecimá, vel septimá à media nocte, vel quintá à meridie, eáq; circumductâ, ac per singulas alias horas in tympano signatas, siue per quindenos limbi gradus vsq; ad terminos diurnorũ arcuum in oppositis tropicis; tum filo notatis duobus, vel tribus punctis ad singulas horas, habebis in muro ab vnicá lineá circumactá omnes horarias lineas.

In hac

In hac tamen operatione incommodum id incurres, de quo dictum est num. 6. anteced. huius capitis.

Etiam nõ cognitis maximo, & minimo arcu diurno, horarium in muro describere, &c.

X. Idem exequi poteris, sine arcuum diurnorum maximi, ac minimi operatione, sic. Postductas Aequinoctialem, & horizontalem (de qua expressé inferius, vbi de ducendis Italicis horis) lineas, itemq; signatà duodecimâ pro meridiana, progredere per quindenos gradus tympani in vtramlibet partem, immò in vtramq; partem, horas in muris signando ex vnica qualibet hora plani AB circumductà, vt nu. 9 præcedenti dicebam. Progredere, inquam, horas signando donec vel integræ lineæ horariæ, vel partes horariarum linearum in muro cadent infra horizontalem lineam. Nam ea linea horizontalis, sine cognitione maximi, vel minimi diei, limes erit maximi, vel minimi numeri horarum, quæ haberi poterunt in qualibet regione, in qua horarium describis.

Lineæ Æquinoctialis in muro partes designare.

XI. Deniq; hac eadem arte vnius cuiuslibet horariæ lineæ Astronomicæ in plano AB circumactæ per tympanum FGH, poteris Aequinoctialis lineę partem quamlibet in muro signare, si quando muri area, vel obliquitas capaces non fuerint integræ lineæ, quam in murum proijcere potest linea Aequinoctialis ab horà 7 à media nocte ad quintam post meridiem protensa in plano AB. Nam apposito filo ad vtrumlibet laterum plani horarij AB, vel vbi 7 ♎, vel vbi ♈ 5, & circumacto plano AB ad eam partem, vbi prima, & postrema notari poterunt puncta in muro, ea iuncta lineam Aequinoctialem quamtumlibet vel productam, vel correptam dabunt.

Notanduſq; hic vsus in primis est, præsertim pro signandis hoc dicto modo punctis in Aequinoctiali, per quæ horarias quaslibet lineas siue à meridiano, siue ab horizonte incipientes incedere, ac se se mutuo intersecare necesse est. Nam filo sic protenso ad 7 ♈, vel ad ♎ 5, vt prædictum est, & plano AB circumacto per tympanum FGH ad quindenos quosq; tympani gradus, notabis in muro puncta, quorum series in linea Aequinoctiali horarij muralis dispositа inseruire poterit si quando non nisi ab altero tantum tropico plani AB puncta horaria licuerit habere. Nam puncta tropici cũ punctis in Aequinoctiali lineá arte prædictá notatis (sine vlla necessitate rimularum ad lineas horarias in Aequinoctiali linea plani AB) dirigent lineas horarias in muro ducendas. Vide inferius vbi de ducẽdis horis ab horizonte. Sic parallelos Solis signare poteris dum alterutrã vel septimam à media nocte, vel quintam à meridie circũducis, si filum applices ad pũcta vbi earum linearum horariarũ alterutra secatur à parallelis Solis. In quo casu nil opus erit, vt antea, rimulis perforare planum AB.

XII. Quę præcepta sunt circa horaria muralia astronomica designanda, proportione intelligenda, & exequenda sunt in descriptione horizontalium ex hoc nostro instrumento. Nam filum, quod per vertices linearum horariarum traducebatur ad muri contactum, producẽdum, ac demittendum est donec occurrat plano horizontali in quo horarium descripturus es.

Vsus horarij nostri instrumẽti pro designandis horizontibus.

Porrò circa horas Astronomicas (licet ijs nos Itali non vtamur in cõmuni diuisione temporis diurni, ac nocturni) aliquid moræ, ac diligentiæ in hoc capite posuimus, quia eæ præcipuæ sunt dignitatis, atq; vtilitatis præ cæteris horis apud Astronomos, apud Ecclesiasticos, apud omnes pæne gentes, quæ ijs vtuntur, vt patet in Hispania, Gallijs, Belgio, Germania, Polonia, ac reliquis Europæ regnis, ac notarum aliarũ partium, quas Europæi adire solent ad mercaturas, & ad alia ciuilis vitæ necessaria negotia.

Astronomicarum horarum vsus, ac dignitas.

XIII. Quoniam autem insignes vsus sunt linearum meridianæ, atq; Aequinoctialis in horizonte descriptarũ, paucis indicabo quám varijs, ac facilibus modis (præter eum, quẽ in progym. antecedenti docuimus in horario nostro vniuersali) eas lineas quolibet momento describere possis in horizõtali plano ex nostro instrumento.

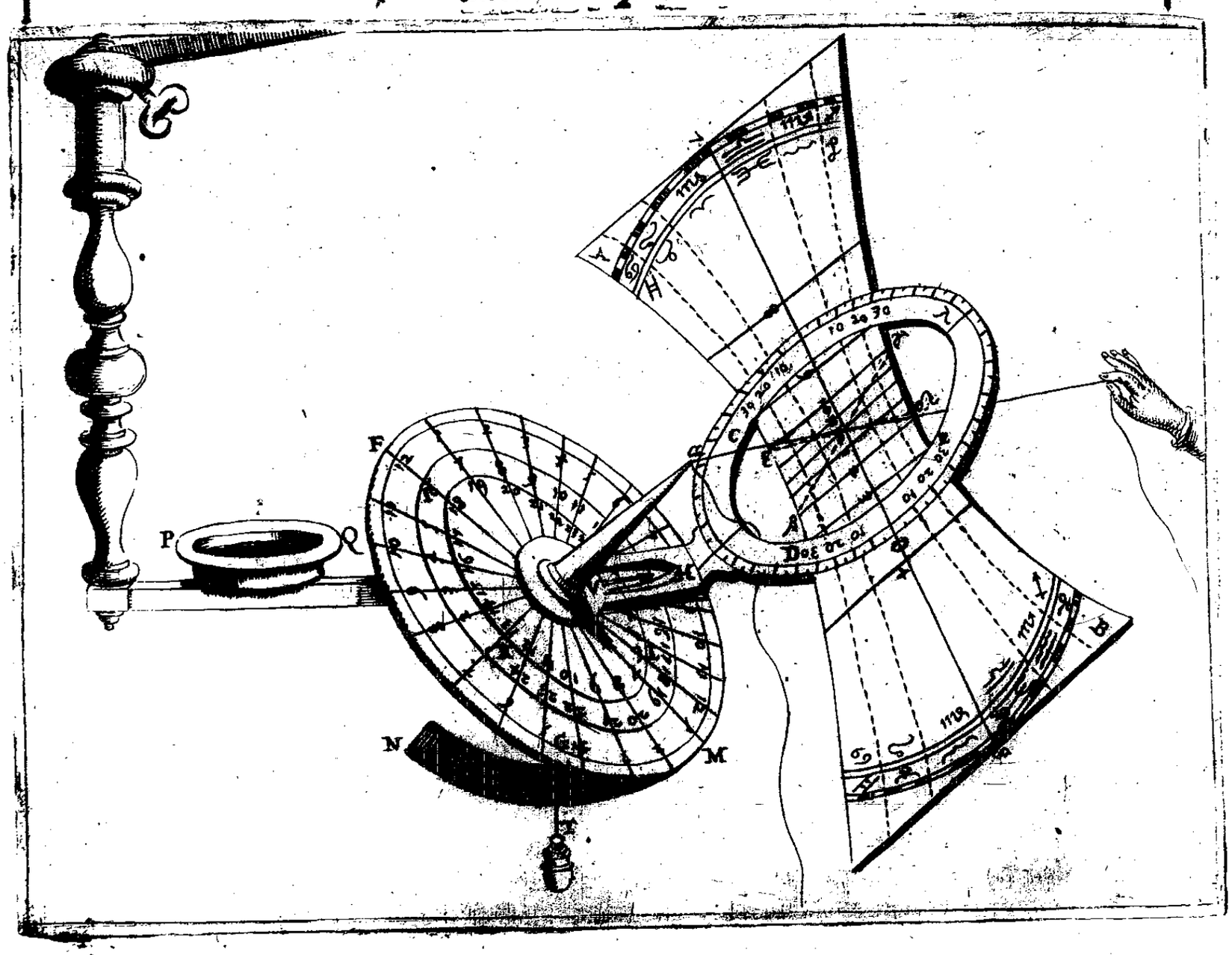
Modi aliquot describendarum in horizonte linearũ meridianæ, & Æquinoctialis.

Nam esto id collocatum astronomicè modis iam in hoc capite prędictis, hoc est eleuato tympano ad poli altitudinem, & styli vmbra indicante Solis locum in parallelo, & horam in plano AB, filum adduc per vertices horæ 12 in plano AB ad planum horizontis, & duo ea puncta in lineam meridianam iungentur, cui ad rectos alteram si decussatim adducas, erit hæc altera Aequinoctialis in horizonte. Vel: filum per extrema lineæ Aequinoctialis 7 ♈, & ♎ 5 in plano AB deduc ad horizontem, in eo signatà Aequinoctiali, meridianam habebis ad rectos decussatim, &c. Item; qualibet horaria linea plani AB adducta in directum duodecimæ in tympano, & filo radente tropicos ♑, & ♋, signabitur meridiana in horizonte. Deniq; facilli mè etiam ex tympano FGH dabitur meridiana, si fila deducas ad contactum limbi, vbi in oppositis partibus est duodecima. Et pariter dabitur Aequinoctialis ex oppositis partibus vbi hora 6 à meridie, & media nocte.



CAPVT III.

Theoria, & demonſtrationes proximè antecedentium duorum capitum.



Theorice inſtrumenti, & partium eius.

I. INſtrumentum hoc noſtrum, ſi rectè inſpicis, habet inſtar ſphæræ armillaris in plana proiectæ, ſaltem quod ad præcipuos circulos. Nam quadrans MTN pars quædam eſt inferior meridiani. Tympanum FGH Aequinoctialis eſt circulus, & in eo rectæ lineæ per quindenos peripheriæ gradus in commune centrum euntes, communes ſectiones ſunt circulorum horariorum aſtronomicorũ, Ac licet non eſſet idem centrum quadrantis MN, & tympani FGH, nihil refert, & nihilominus tympanum habebit debitam eleuationem Aequinoctialis. Demonſtratio peti poeſt ex 30 pri. nã quadrantis MN latus occultũ ſub tympano, modo ſit plano tympani parallelũ, tympanũ ipsũ eſt Aequinoctiali eleuato parallelũ. Cum enim latus occultum quadrantis ex eleuatione poli numeratà in MT, ſit parallelum Aequatori, & eidem lateri occulto ſit parallelum tympani planum, ergo erit etiam parallelum idem tympanum Aequatori. Sic, & linea Aequinoctialis in plano AB eſt parallela tympani, & Aequatoris plano. &c. Vide & Schol. ad ſextam Vndecimi, vbi demonſtratur quæ eidem planò ſunt parallela, eſſe & inter ſe parallela. Planum verò ipſum horarium AB refert planum parallelum plano horæ 6 Aſtronomicæ, &c. Cætera in eodem plano patent è theorijs in eius conſtructione traditis.

Habes in eo Zonam torridam cum omnibus Zodiazi parallelis, & circulis 12 horarijs in planam ſuperficiem exceptis, ſeſeq; à duodecima hinc inde magis ac magis explicantibus, prout planum horarium refugit vtrinq; à contactu Aequatoris, ſiue à circulo quolibet alio planum id horarium tangente, & habente in ſuo axe verticem ſtyli α.

II. A quo vertice α vmbræ in directum luminoſis ſuis radijs oppoſitæ lineas horarias tropicis hyperbolis interſecant, de quarũ hyperbolarum theorijs in horario noſtro vniuerſali iam dictum eſt in antecedentib. Circulus CDE, cuius vſus præcipuus eſt in inſtrumento ad horas ab horizonte, meridianum integrum notat, de quo inferius, vbi de horis ab occaſu, vel ab ortu ſignandis dicetur.

Ratio cur voluerimus interuallum VH eſſe

æquale

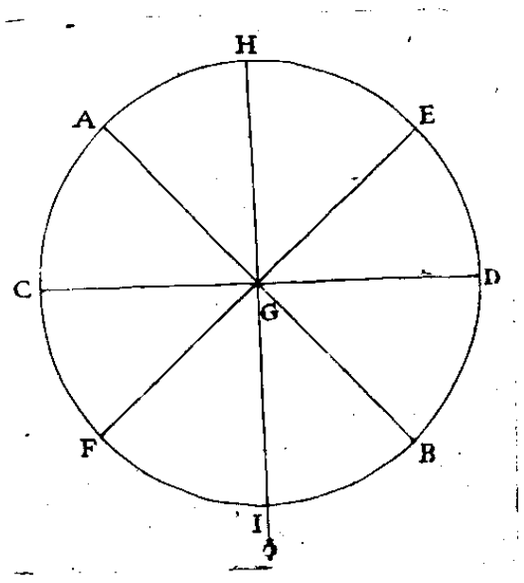
æquale longitudini ſtyli (vt dictum eſt in hoc progymnaſmate cap. 1. num. 7) eſt, vt vertex ſtyli terram repræſentans ſit immobilis in axe mundi, quem axem repræſentat recta linea ad rectos tranſiens per V centrum tympani referentis circulum Aequinoctialem. Si vertex ſtyli in plano AB eſſet extra axem mundi, eſſet mobilis circulariter, prout planum AB moueretur, & fallaces horariæ lineæ ducerentur in muro tanquam à varijs centris &c. Atq; hæc pauca ſatis pro ea parte, vbi de inſtrumenti partibus, & conſtructione in antecedentibus capitibus præceptum eſt.

Theorice vſus inſtrumẽti in cap. antecedenti.

III. Quod attinet ad alteram partem vbi de vſu; ſituatio illa inſtrumẽti aſtronomica nil aliud eſt, quam collocatio inſtrumenti (ceu Microcoſmi) eiuſq; partium congruens cum immensà mundana ſphærà, eiuſq; partibus. Itaq; tympanum FGH eleuatum à quadrante MTN parallelum ſit vero mundi Aequinoctiali, ſic & quadrans MTN, & lineæ horæ duodecimæ, & linea fiduciæ &c. ad meridianam lineam directæ, collocant planum horarium parallelum circulo horæ 6, & horarias lineas ponunt in communibus ſectionibus, quas facerent cum plano horario plana à centro mundi educta per quindenos gradus Aequatoris. &c.

IV. Eſt inſtrumentum rite ſic collocatum quaſi pars ſphæræ inferior infra horizontem in planum proiectæ, ac murus, ſiue planum quodlibet horizontale horis pingendum, extra, & infra mundi ſphęram collocatum animo cõcipitur. In planis ijs muralibus, ſiue horizontalibus, Sol per verticis a, ceu terreni globi, vmbroſas lineas à filo ſimulatas, & ad quindenos Aequatoris gradus directas, ſiue traiectas, ſui curſus diurni, atq; adeò annui dimenſa ſignat veſtigia. Hæc ſat eſto nunc inſinuaſſe. Superſunt duo firmãda.

V. Primum in eleuatione, & collocatione aſtronomica Aequatoris, gradus polaris eleuationis ſupra horizontem ſumendos eſſe in quadrante MTN, non vt aliquis putauit, ab N verſus M, ſed ab M verſus N.



Sit enim in figura hîc poſitâ ipſius axis EF, ſiue poli E eleuatio DE ſupra horizontem CD: ſic AB Aequator, qui refert (in figurâ inſtrumenti) quadrantis MN latus ad partẽ M, ſupra, & iuxta quod tympanum, ſiue circulus Aequinoctialis in inſtrumento eleuatur. deniq; HI ſit verticalis linea, cuius partem GI refert filum perpendiculi, ſiue ſectio lamellæ ad T in inſtrumento noſtro horario; Dico quadrantis BF partem BI eſſe æqualem poli eleuationi DE, non autem complemento EH, ſiue Aequatoris eleuationi CA; niſi tamen ſit eleuatio poli gr. 45. Quoniam enim ex definitionibus, & ſuppoſitionibus ſphæricis, Aequinoctialis AB facit angulos rectos AGE, EGB cum ſuo, ſiue mundi axe EF; itemq; verticalis HI cum horizonte CD (qui eſt axis ipſius verticalis) facit vtrinq; rectos HGC, HGD, erunt ergo eiuſdem circuli quadrantes æquales GEA, GHD per 26 tertij, & ſchol. ad 27. Ablato communi HE, remanent æquales HA declinatio Aequatoris à verticali, & ED eleuatio poli. At ipſi HA æqualis etiam eſt pars oppoſita BI. Nam anguli AGH, IGB ad verticem æquales ſunt per 15. primi; ergo æqualibus inſiſtunt peripherijs AH, IB per 26. tertij Ac proinde in quadrante BF numeratio graduum BI erit & ipſa æqualis poli altitudini, cui iam æqualis oſtenſus eſt arcus AH, per axio: primum lib. 1. FI autem refert in noſtro inſtrumento horario partem NT quadrantis MTN. Ergo eleuatio poli ex parte M numeranda eſt, &c.

Demõſtratio eleuationis polaris ſumptæ in antecedẽti capite.

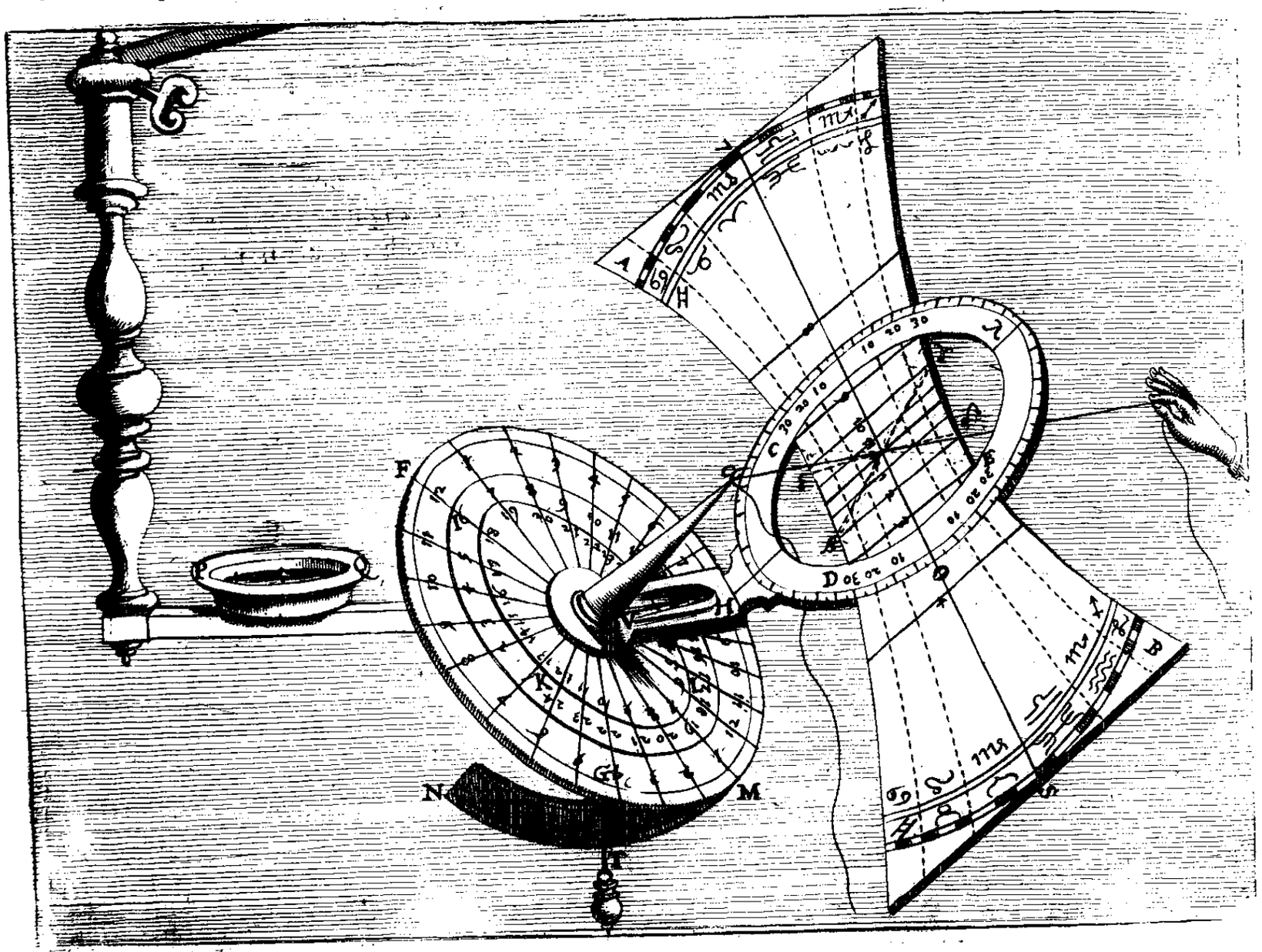
VI. Secundum de quo dubitare aliquis parum verſatus in re gnomonica poſſe videbatur, erat cum affirmaui quamlibet horam noſtri horarij, licet vel vicinior, vel remotior à duodecima ſit, quám alia aliqua, tamen omnes ac ſingulas circumductas per quindenos tympani gradus aptas eſſe ad deſcriptionem omnium horarum aſtronomicarum in muris, vel in horizontali plano. Cuius rei breuiter ratio eſt, quia quælibet linea horaria aſtronomica in plano AB eſt communis ſectio plani AB, & plani vnius horæ aſtronomicæ. Ac quemadmodum ex circumductione cuiuslibet plani horæ alicuius aſtronomicæ (quæ horæ aſtronomicæ ſingulæ ſunt meridianus circulus reſpectu varij horizontis) per quindenos æquinoctialis tympani FGH gradus rectè notantur in planis oppoſitis horariæ lineæ aſtronomicæ; ſic etiam per quindenos eoſdem gradus ex circumductione ſectionum, quas faciunt ſingula ea plana horarum aſtronomicarum in plano AB, rectè ſignari poſſunt in oppoſitis muris, aut in horizonte horæ Aſtronomicæ.

Ratio cur vti poſſimus quâlibet horâ plani horarij ad deſcriptiones in muro, &c.

Atq; ex hiſce in hoc capite indicatis facilè theoriæ, ac rationes Aſtronomicæ patere poſſunt reliquorum numerorum, atq; operationum in capitibus duobus præcedentibus præceptarum.

CAPVT IV.

Horas ab occaſu, vel ab ortu Solis ad quamlibet poli altitudinem facillimà omnium ratione in muris, & horizonte ex noſtro inſtrumento per ſe terminatas deſcribere; atq; ex ijs parallelos Solis notare. &c.



Deſcriptio in muris horarũ, quarũ nullum veſtigium in inſtrumento.

I. EXpeditis horis aſtronomicis, ad horas ab horizonte inchoatas deueniamus. At quis eas in muris è noſtro horario deſcribî poſſe arbitretur, quarum nullum videt veſtigium? Nihilominus tamen ego tibi, mi Lector, affirmo ex noſtri inſtrumenti plano horario eiuſmodi horas non ſolum deſcribi poſſe, ſed etiam facillimè, aut ſaltem ſine vllis curis omnium modorum, qui adhuc in vſu fuerunt. Nam primo, alij docent modum eas deſcribendi tantum ad particularem aliquam eleuationem. Secundo, alij vniuerſalia ad id inſtrumenta inuenerunt, ſed nec docent, nec poſſunt eas horas ſuis tropicis terminare, niſi prius eos terminos acceperint ab Aſtronomicis antea deſignatis. at ſi quis ſolas ab horizonte per ſe terminatas velit deſcribere? Tertio, alij malè fiſi cylindricis Zonis excauatis, ex ijs horas ab horizonte inceptas perperam in planis deſignant. Nam in ijs cylindris curuatæ illæ horæ cum elliptieæ lineæ eſſe deberent, ſunt ſpirales. Vide Pappum lib. 8 prop. 24, & Guidubaldum de cochlea lib. 2. prop. 4, & 8. Quarto, alij vt eum errorem tollant, quanto cum labore, ac difficultate in Zonis planis lineas quaſdam mixtas fingunt? Quinto, alij ingenioſiſſimè eaſdē horarias lineas per amplitudines ortiuas ducunt, ſed ijs opus ſunt tabellæ ad id confectæ, iuxta varias poli eleuationes. Sexto, communiter omnes egent ſcire maximum, & minimum arcus diurnos particularium omnium eleuationum, vt ad eorum arcuum amplitudines adducant vel rotulam horarum Italicarum, & Boëmicarum in tympano deſcriptarum, vel aliud quidpiam, velut armillas aliquas valde operoſas, & pro ſingulis horis ternę faciēdę ſunt inſtrumenti motiones cum temporis morá tedij pleniſſimà, & non ſine crebro diſcrimine operationis fallacis. &c.

Incommoda aliorum in deſcribendis horis ab horizonte.

II. At nos nullis omnino antecedentium rerum egemus; aperieturq; nobis latens atq; vtilimum arcanũ ex corollario cap. 5. prog. 2. anteced. Vt ergo pauciſſimis propoſitionē hjuiuſce capitis accipias in praxi, poſt deſignatas lineas meridianam, & Aequinoctialem, vt dictum eſt

in ho-

Lineam horizontalem in muro designare.

in horis Astronomicis, si lineam horizontalem vis designare, adduc lineam fiduciæ VH ad sextam Astronomicam in tympano (vel ad terminos alterutrius quadrantis) versus ortum, vel versus occasum. In exemplo pro Italicis ponamus versus ortum; mox in circulo CDE plani horarij AB numerato ab θ versus D complementum altitudinis poli, θD; vel eleuationem poli numera à λ versus C:tum regulam aliquam, vel filum applica ad D, & ad centrum circuli CDE (siue vbi hora astronomica duodecima secat æquinoctialem lineam) ita vt secet in oppositis partibus tropicos velut in β, & in γ; habebis in eadem recta tria puncta, duo extrema in tropicis, & medium in Aequatore, per quæ filum traductum dabit in muro horam Italicam extremam ideſt 24, quæ est linea horizontalis, de qua vide & in numero quinto, & texto huius capitis.

Alixer, ac facilius.

III. Immò verò vt fidem promiſſi liberem, etiam sine vlla cognitione in plano AB polaris eleuationis, vel complementi, sic operare. Eleuato iam, vt prædictum est, tympano FGH astronomicè, & adductâ regula VH ad 6 astronomicam, fac dependeat liberè perpendiculum à centro circuli CDE (siue vbi hora astronomica duodecima secat lineam æquinoctialem) tum normam aliquam accipe (vel quid simile habens duo latera in vnum rectum angulum concurrentia) cuius latus alterum fac filo dependenti congruat, vbi verò alterum normæ latus secabit tropicum, ibi erit terminus horariæ lineæ ab horizonte. Idem notabis in opposito tropico. Hac igitur etiam ratione habebis eadem pũcta β, γ.

Compendiosa ratio describendi horas italicas in muro.

IV. Iam tria, vel duo sic inuenta puncta si ope mobilis regulæ VH per quindenos tympani gradus in tympani partem oppositam deducantur, & in quindenis quibusq; stationibus, siue lineis horarum astronomicarum, filum per ea puncta extendatur ad murum, vel ad horizõtem, dabit horaria muralia, vel horizontalia Italica.

Sic igitur habes breuissimo à nobis compendio facillimum, ac sine vllis tricis instrumentum vniuersale ad horas Italicas, & Babylonicas (de quibus mox) describendas, & per se terminandas ad quamlibet sphæræ obliquitatem, etiam sine cognitione maximi, ac minimi arcus diurni in qualibet eleuatione poli; semper progrediendo à sexta astronomica in oppositam partem, donec murus erit capax horariæ alicuius lineæ infra lineam horizontalem. Vide sub finem huius capitis.

Item & babylonicas.

V. Notandum interim est de sectione illa obliqua ex β per centrum 12 ad γ, quod dictum est pro descriptione Italicarum, idem faciẽdum esse in oppositis partibus oppositorum quadrantum pro Babylonicis; ita vt in plano AB duo horizontes in lineas rectas proiecti, scilicet horizon extremæ horæ pro Italicis (qui in exemplo eleuationis peculiaris intelligatur nunc recta linea à β ad γ) & horizon ante primam pro Babylonicis (qui intelligitur recta ab ♑ ad ♌) secent se mutuo in centro circuli CDE. Ac tunc planum AB pro describendis Babylonicis vertendum erit versus occasum, atq; ex ea parte incipienda est descriptio horizontalis lineæ, deinde prima hora ab ortu Solis &c.

Iuxta ergo modum hunc nostrum pro horis ab horizonte videtur commodissimum incipere ab opposita illi parte, à qua horæ describendæ denominantur, tum progredi numerando &c. vide tamen dicenda num. 8.

VI. Prædictæ descriptiones horarum ab horizonte sic inceptæ, vt nuper docuimus, percommodè cadunt; quoniam in muris ante omnia ducenda videtur horizontalis linea, tum ob alia, tum vt videas terminum, vltra quem supernè non est quod vllam horariam lineam labores è plano horario per filum educere. Quod si quando muri declinatio, & exiguum spatium, vel instrumenti obliquitas efficiant vt lineę horizontalis vnicum tantum in muro pũctum ex tropico γ haberi possit, vnicum id punctum satis erit ad ducendam totam horizontalem lineam, si nimirum ab eo puncto educta fuerit perpendicularis, quæ meridianam secet; nam meridianus, & horizon ad rectos sphærales se mutuo secant, vt patet in sphęricis, &c. In horizontalibus planis linea horizontalis haberi non potest, quia Sol horizontem attingens iacit vmbram horizonti parallelam è stylo.

Ratio describendæ horizontalis lineę ex vnico pũcto.

Horizontalis linea cur in horizõtali horario haberi non possit.

VII. In muris præsertim ad ortum, vel occasum spectantibus circa lineationem aliquarum horarum excedentium arcum diurnum 12 horarum, signabis quidem puncta tropicorum, quæ dabit filum tam supra, quam infra lineã horizontalem, sed tamen tãtum duces manifestam eam partem lineæ horariæ, quæ erit infra horizontalem, &c. Quod si murus admittat vtriusq; oppositi tropici puncta per filum, quę puncta cadant ambo supra, & vltra horizontalem lineam, non erunt ea puncta iungenda in lineam horariam, quia erunt tunc vltra terminum maximi arcus diurni eius regionis, &c.

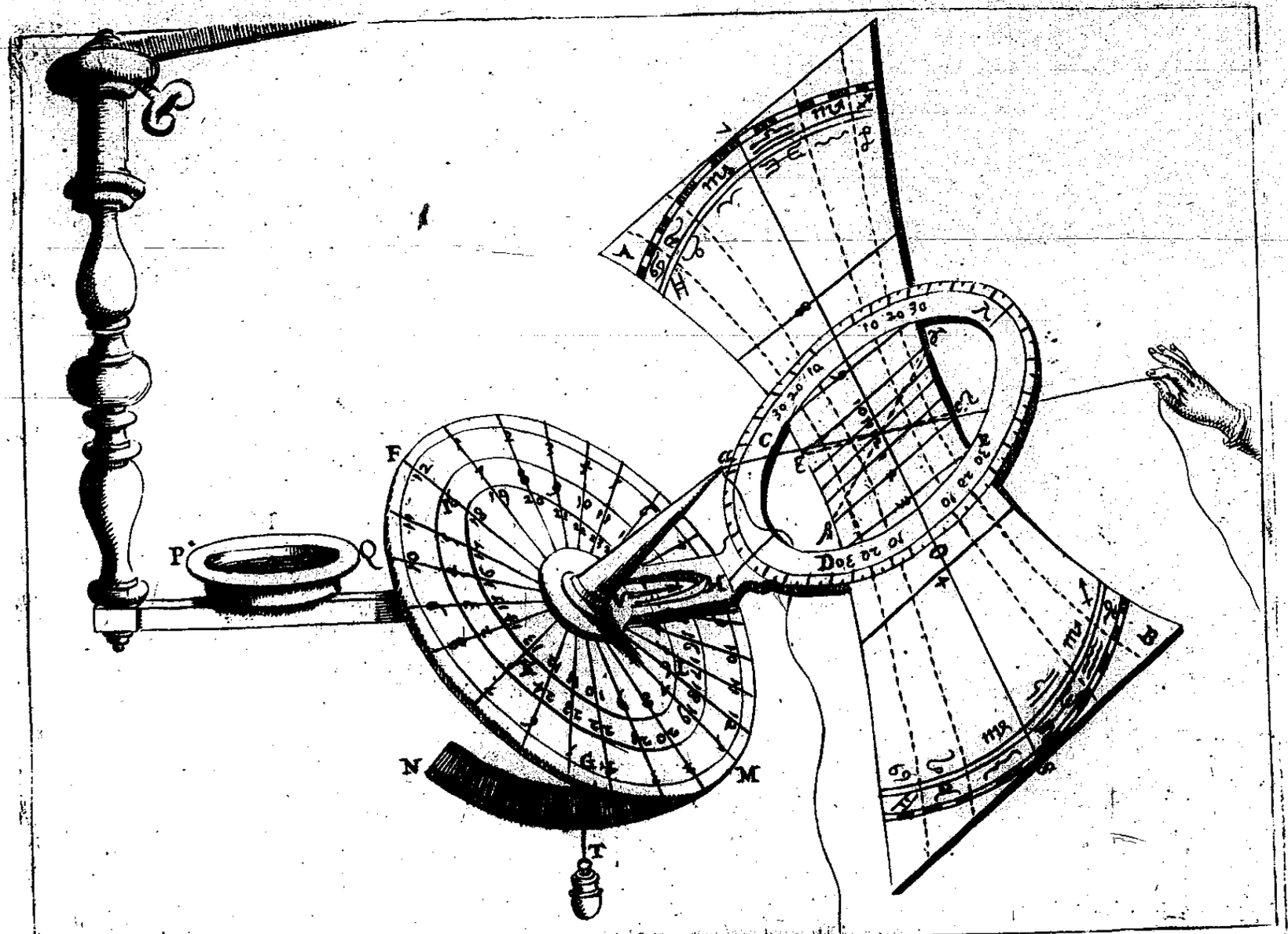
Cautiones circa ducendas horas excedentes arcum diurnum 12 horarum.

VIII. Quemadmodum in Astronomicis, sic & in horis ab horizonte notato murorum aspectus ad meridiem, ad ortum, ad occasum. pro spectantibus ad meridiem satis erunt dicta num. 4, & 5.

Cautiones in muris spectãtibus ad ortum pro horis ab occasu.

Speciatim pro muris spectantibus ad ortum, si horas ab occasu vis designare, vertendum tunc erit planum AB ad sextam tympani versus eum muri situm, ideſt versus occasum, vt post meridianam, & æquinoctialem habeas ante omnia lineam horizontalem in muris, quam tibi dabit ex plano AB linea ♑♌ iuxta eleuationem eius

regionis



regionis ducta, quæ secat ipsam βγ in centro circuli CDE, estq; ea ε δ horizon ortiuus, siue prima linearum Babylonicarum. Ex ea postquam lineam duxeris horizontalem in muro, deinde lineam fiduciæ VH verte altius ad quintam à media nocte in tympano, item ad quartam &c. donec sectio, siue linea Italica βγ aliquam lineam horariam, aut lineæ partem aliquam proijciat in murum infra horizontem, vt dictum est. Erunt primæ illæ horæ quasi perpendiculares lineæ ad horizontem &c.

In muris ad occasũ spectantibus pro horis ab ortu.

Opposita verò his omnia intelligenda sunt in muris spectantibus ad occasum pro Babylonicis.

Proportione seruanda sunt hactenus præcepta in hoc capite pro muris alijs minus, aut magis declinantibus.

Regulæ pro denominatione horarũ designatarum.

IX. Quod ad denominationes in muris horarum ab ortu, vel occasu, quoniam in tympano FM sexta à meridie est iuxta 24 Italicam, ergo quæcumq; horæ Italicæ habebuntur ante 6 astronomicam à meridie, ordine retrogrado erunt suis numeris nominandæ, ac signandæ, 23, 22, 21, &c. Oppositio modo in Babylonicis. Quinimò dum in muris designas ex instrumento horas ab horizonte, v. g. Italicas, habes in tympani MF circulo minore LKI notatos ritè numeros Italicarum horarum. Prout igitur linea fiduciæ numerũ designatum horæ Italicæ in tympano indicabit, iuxta eum numerum signabis etiam in muro numerum horæ designatæ.

Hinc deducitur vsus præclarus, & non vulgatus habendi instrumentum, siue horarium vniuersale non solum ad astronomicas, sed etiam ad Italicas, & Babylonicas horas indicandas in qualibet poli eleuatione, vt videbis in extremo capite huius. Progym.

Quid? si quãdo haberi nõ possint i muro extremæ tropicorum puncta?

X. Vniuersim notandum est si planum AB rimulis intra tropicos ♑, & ♋ non perforãris, & in delineatione aliquarum horarum à meridiano, vel ab horizonte numeratarum si quando accidat vt duo extrema earum puncta in muro haberi non possint à tropicis plani AB, punctum ex tropico ♑ nota in muro, tum alterum pũctum eiusdem horæ ducendę accipe in linea æquinoctiali iam in muro ductá, iuxta artem iam anteà traditam à nobis cap. 2. num. 11. de ducendis in muro Astronomicis horis ex vnicà qualibet horariá lineá plani AB circumductà per 15 gradus tympani FGH, & de partibus lineę æquinoctialis, atq; in eá punctis quotlibet signandis.

Pro horis ab horizonte expediet eas in instrumento perforari ad singulos parallelos, vt inferius dicitur num. 12. Vide ibi, etiam lineis non perforatis in plano AB. &c.

XI. Corollarij loco animaduerte alterutram sectionum, quæ fiunt in plano AB pro inueniendo horizonte, siue pro linea horæ Italicæ, vel Babylonicæ, ad quamcumq; poli eleuationem (v. est linea βγ, vel εδ) earum alterutram ostendere quantitatem omnium arcuum semidiurno-

rum

rum in qualibet poli eleuatione, vt in exemplis explicatum habes progym. 2. cap. 5.

Sectio horizõtalis in plano instrumẽti quid habeat cõmodi pro designandis astronomicis in muro.

Atq; hoc habet commodi ea sectio horizontalis pro descriptione astronomicarum in muris, quòd ostendit infra horizontalem lineam & partes, & numerum linearum horariarum astronomicarum, quæ in maximo, vel minimo arcu diurno eius eleuationis traducendæ sunt in murum spectantem, siue declinantem ad ortum, vel ad occasum; nam in spectantibus ad austrum hæc res nec accidit, nec est opus.

Ratio designandi parallelos Solis in muro.

XII. Vltima verba inscriptionis huiusce capitis absoluenda sunt breuiter. Non solum tropicos, sed reliquos Solis parallelos poteris signare in horario murali, atq; in horis ab horizonte inchoatis. Nam lineas transuersas per $\varepsilon\delta$, & $\beta\gamma$ perforabis, vbi eæ secant Solis parallelos, & per ea foramina traductum filum dabit in horis ab horizonte signa parallelorum. Sine rimulis in plano AB factis ad puncta parallellorum in transuersis $\gamma\beta$, vel $\varepsilon\delta$, poteris horas ab horizonte inchoatas notare suis parallelis, si eos antea notaris in horis astronomicis iuxta eam artem, quam habes in fine num. 11. capitis 2. in antecedentibus.

Immo sine designatione horarum Astronomicarum, satis erit vt filum applices ad signa parallelorum in linea horæ vel 7 à media nocte ad partes A, vel ad quintæ à meridie ad partes B, & circumductà alterutrà horà, notabis puncta in muro, quæ intersecent lineas horarias ab horizonte inchoatas, & in ijs notent parallelos &c.

Infiniti horizõtes in plano nostri instrumenti.

Sanè hoc est singulare in nostro instrumento vt, cùm in eo nullæ appareant horizõtales lineę, sint tamen in eo ad omnem poli eleuationem horizontes occidui, & ortiui, qui non solum suis tropicis terminari, sed etiã penè singulis parallelis solaribus notari possint, vt sine vllo labore, ac sine tabulis latitudinum horizontalium possis ex hoc instrumento designare in muris horas ab horizonte in singulis poli eleuationibus insignitas penè singulis gradibus, ac minutis signorum Zodiaci.

CAPVT V.

Theoria descriptionis præcedentis horarum ab horizonte. Horizontis peculiaris ignoratam eleuationem inuestigare. Descriptio horarum inæqualium, & ab horizonte per arcus diurnos. De stylo. Examen rite descripti horarij in muro.

Horæ astronomicæ sũt circũductio meridiani per 15 gradus Æquatoris, &c.

I. VT horæ astronomicæ nihil aliud sunt quam meridianus circulus, siue quispiam alius per polos transeuntium, & Aequinoctialem secantium ad angulos rectos sphærales in duas partes æquales. qui meridianus per quindenos Aequatoris gradus circumductus horas à meridiano incipientes designat; Sic horæ ab ortu, & ab occasu Solis, quæ horizontem habent pro primo, aut vltimo termino, nihil aliud sunt, quàm horizon mobilis, & circumactus per quindenos eiusdem Aequatoris gradus, secãs eum in sphæra obliqua (vt & cæteros Solis parallelos) obliquè, atq; ad angulos inæquales, siue non rectos. Porrò sicut maxima Solis declinatio vtrinq; ab Aequatore ad oppositos terminos terminat lineas rectas horarias factas à circulis Astronomicarum; sic lineas rectas horarias ex horizontis obliqui proiectura in plano factas pro Italicis, ac Babylonicis terminat non Solis maxima declinatio, sed amplitudo Solis ortiua, vel occidua. Qua in re falluntur aliqui dum putant terminos tropicos in lineis horarijs Italicis, & Boẽmicis esse idem, ac Solis declinationes, vt in horis Astronomicis, & Palæstinis. Verum id est tantum in sphæra recta, in qua ortiuæ, atq; occiduæ amplitudines horizontis coincidunt cum Solis ab Aequatore declinationibus; at in sphæris obliquis ortiuæ amplitudines tanto semper magis excedunt ipsas Solis declinationes, quanto maiores poli sunt eleuationes.

Horas astronomicas terminat maxima Solis declinatio, &c.

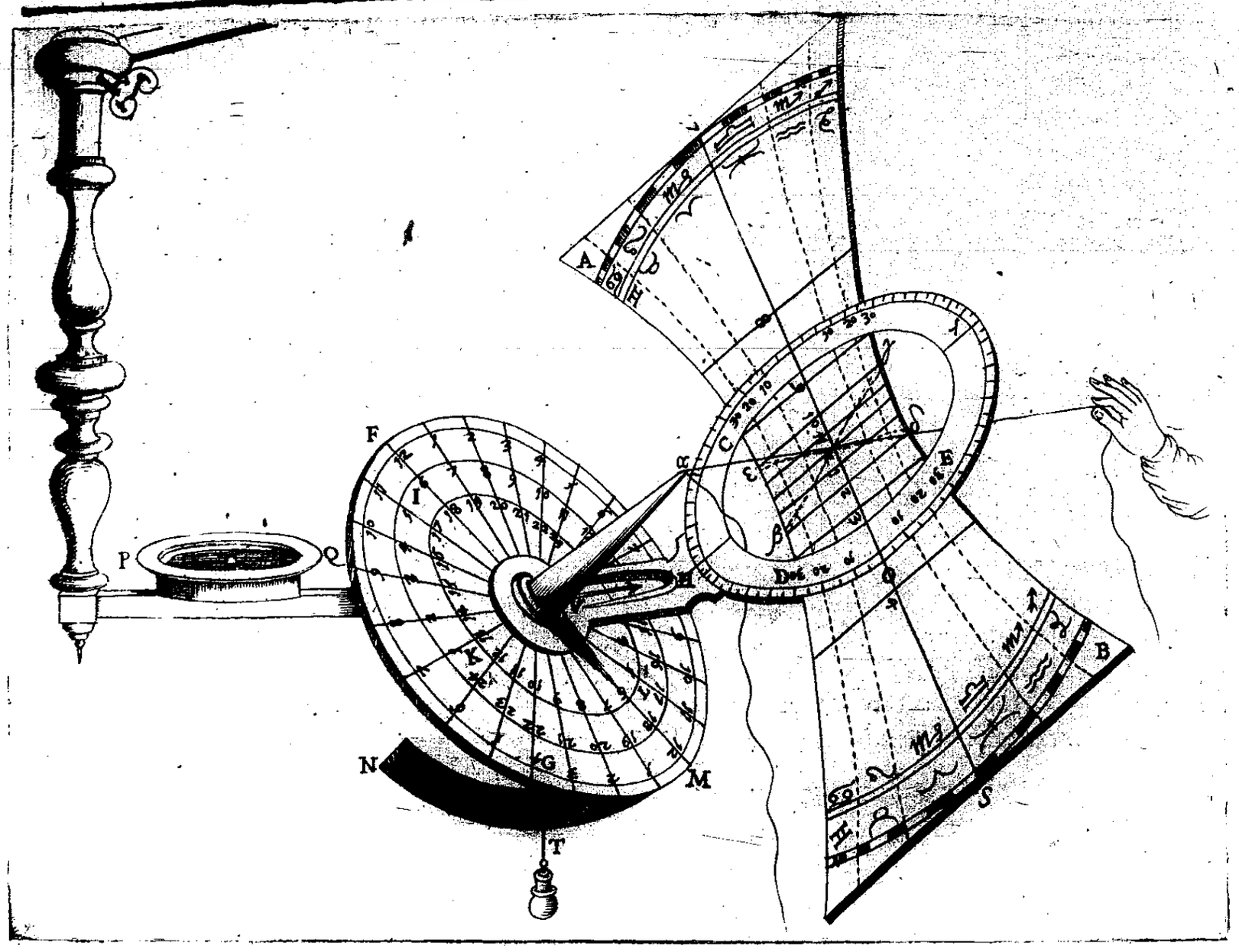
Horas ab horizõte terminat amplitudo ortiua, &c.

Tantum in sphærâ recta horas astronomicas, & ab horizonte terminat Solis declinatio. &c.

II. His præceptis, facilè est animaduertere quid sit ea vel regulæ, vel fili, vel normæ obliquatio num. 2. & 3. præcedentis capitis facta in plano AB, & per locum styli transiens, & ab oppositis tropicis terminata, iuxta poli eleuationem, in $\beta\gamma$, vel $\varepsilon\delta$. est enim horizontis obliqui ea portio assumpta, quæ amplitudinibus ortiuis terminatur in determinatá poli eleuatione, & éadem portio per quindenos tympani Aequinoctialis FGH gradus circumducta signat mihi horas ab ortu, vel occasu, &c.

Præterea quoniam è suppositionibus, & definitionibus sphæricis diameter horizontis, siue ipsa horizontis peripheria in rectam proiecta

Diameter horizonti secat ad angulos rectos verticalem.



ſecat ad angulos rectos verticalem; ipſam verò verticalis diametrũ dat mihi filum perpendiculi a ſtyli pede in 12 dependẽtis; ideo applicatio illa anguli, & lateris normalis iuxta id filum notat, & ſecat altero normali latere in β γ, ε δ horizontalem horam amplitudinibus ortiuis terminatam. Quæ tamen amplitudines, etiamſi quantæ ſint nuſquam gentium ſciam, tamen vbiq; gentium pro poli varia eleuatione variatæ certò habentur ex hac noſtra arte, ſine vllis tabulis, aut alia curá. Si concipias animo planum AB tangi in medio puncto horæ 12, vbi ſit ſtylus infixus, varia ſphæræ, ac Zodiaci obliquitas maiores, aut minores arcus ortiuos, vel occiduos horizontis obtendet, qui arcus in rectas β γ, ε δ, & in alias maiores, aut minores rectas proijciuntur è centro ſphæræ, ſiue ex apice ſtyli. &c.

Præterea præcepimus num. 2. præcedentis capitis. numerandum eſſe complementum altitudinis poli à θ verſus D, quia ea eleuatio eſt, vt patet, lineæ Æquinoctialis ſupra horizontem obliquum tranſeuntem per β, γ.

Sicut poli, ſiue axis mundi, qui coincidit cum linea horæ 12 aſtronomicæ in plano AB, axis, inquam, & poli eleuatio eſt à λ verſus C ſupra eundem horizontem obliquum tranſeuntem per γ β. ac éadem eſt ratio in oppoſito horizonte tranſeunte per ε δ. &c. Eleuatio poli ab E ad λ eleuatio Æquinoctialis à C verſus λ.

III. Præceptum verò eſt à nobis vt lineam fiduciæ veras ad ſextam aſtronomicam, ſiue ad finem altitudinis quadrantis in tympano, nec vlterius nec citerius, quoniam nos nõ egemus pro deſcriptione horarum ab horizonte adducere planum horarium ad quantitatem maximi, & minimi arcus diurni in tympano reperti vltra, & citra ſextam, vt vulgò fit ab alijs gnomonicis, præſertim dum radiario vtuntur; ſed nos ſtatim ac linea fiduciæ, ac cum eá linea horæ 12 plani noſtri horarij collocatæ fuerint ad ſextam aſtronomicam in tympano ſignatam, reperto per noſtrum illum modum horizonte pro eleuatione poli datæ regionis, vltra, & citra duodecimam in plano horario, & ſextam in tympano fit extenſio lineæ horizontalis ad quantitatem maximi, vel minimi arcus diurni. &c.

Pro deſcriptione ab horizõte nos nõ egimus quántitatibus arcuũ diurnorum, vt alij.

Ex hactenus dictis, & præceptis num. 2, & 3. cap. antec. ſcire potes in aliquibus inſtrumentis habentibus lineam horizontalẽ ad ducendas horas pro peculiari aliqua eleuatione, ſcire, inquam, potes ad quam eleuationem horizõ ille ſit. Verbi cauſa, quadrans MN nullam habeat eleuationem, nullus ſit circulus CDE, ductus tamen ſit horizõ γ 12 β, cuius eſt eleuationis ille horizon? Adduc VH ad ſextam Aſtronomicam in tympano MF, & eleua quadrantem MN donec γ 12 β ſit parallela horizonti, ac tunc filum perpendiculi T ſignabit gradum quæſitum eleuationis peculiaris pro γ 12 β ignotæ.

Horizon horarius quilibet ad quam poli eleuationem ſit?

IV. Circa deſcriptionem horarum antiqua-

rum

Ratio describendarũ horarũ inæqualium.

rum inæqualium, & circa ſtyli erectionem, quoniã præter communia, & vſitata, nihil nobis occurrit noui, propterea breuiſſimè indicabimus de ijs præcepta. Et quidem de horis inæqualibus id præcipitur ad earum in muris deſcriptionem ex inſtrumentis, vt repertis in tympano (velut in noſtro Aequinoctiali ΓGH) arcubus maximis, & minimis eius eleuationis, pro qua horologium pingitur, & diuiſis vtroq; in 12 partes æquales, adductà deinde ad ſingulas eius diuiſiones lineâ fiduciæ, ex linea horæ 12, vel cuiuslibet alterius Aſtronomicæ, &c. ope fili ſignentur horariæ illæ lineæ ſimiliter, ac de Aſtronomicis, & horizontalibus horis prædictum eſt. Vide & pro horis ab horizonte inferius in fine huius capitis num. 9.

Regulæ circa ſtyli ſitum, & examen.

V. Styli longitudo in muris apud nos indeterminata eſt in hoc ſenſu, ſcilicet modo vertex ſtyli in muro erecti ſit vbi eſt vertex α ſtyli, reliquum ſtyli poteſt ad murum erigi obliquè, & in quamlibet partem vſus fuerit. Sic in horizontalibus factis ex hoc noſtro inſtrumẽto ſtylus ita erigatur, vt vertex congruat cum vertice α. Artes examinandi, & erigendi, & ſiſtendi ſtylos in planis immobilibus patent & ab vſu, & ab Authoribus vulgatis. Vide præ cæteris Clauium noſtrum in vſu inſtrumenti ad horologiorum deſcriptionem cap. 2. & Gallucium ex eo italicè par. 2. cap. 6.

Si in linea horizontali ſcire aueas punctum, in quod cadat perpendiculariter ſtylus à vertice ſtyli α, duc filum ab α, & fac æquilaterum triangulum in horizontali linea, cuius æquilateri baſis bifariata dabit punctum quæſitum. Ad quod filum protenſum erit ſtyli in muro perpendicularis longitudo.

Ratio compe riendi amiſſi ſtyli longitudinẽ in muro.

VI. Prouidentiæ fuerit, vt (quoniam vt plurimum in muralibus ſtylus figi ſolet in linea horizontali) ſtyli longitudinem ſignes in linea horizontali, & adſcribas verba eam ſtyli longitudinem indicantia. Nam ſi accidat, vt non rarò, ſtylum vel refigi, vel frangi, vel amitti, habebis in linea horizontali quantitatem, ad quam ſtylus alius erigatur.

At quid opis, ſi nec ſtyli quantitas extet in linea horizontali, nec ſtylus ipſe? Si veſtigium ſaltem extet in linea horizontali, à quo veſtigio ſtylus olim erectus fuerit perpendiculariter, ſtylum reficere, ſiue eius amiſſi quantitatem inuenire in muris declinantibus aliqui ſic præcipiunt, vt dicant in muralibus (nam de horizontalibus habes à nobis modum cum demonſtratione in noſtra deſcriptione geometrica horariorum horizontalium) etiam vtcumq; declinantibus accipiendum eſſe id ſpatij in linea horizontali, quod intercipitur inter ſectiones lineæ meridianæ, & Aequinoctialis, tum id ſpatij bipartiendum eſſe, & interuallo dimidiati eius ſpatij ducendum ſemicirculum, à cuius concauâ peripheria ſi perpendicularis dimittatur in locum, ſiue in veſtigium, vbi olim fixus fuerat ſtylus in linea meridiana, ea perpendicularis ſtyli longitudinem quæſitam dabit.

Stylus in muris declinantibus eſt media proportionalis, &c.

VII. Hæc operatio vt firma ſit, nitatur oportet etiam ipſa noſtra demonſtratione, ſiue alia illi compari, quâ oſtendatur ſtylum in muralibus declinantibus eſſe lineam mediam proportionalem inter duo ſegmenta lineæ horizontalis intercepta inter meridianam, & Aequinoctialem, atq; inter ipſum ſtylum. Vide demonſtrationem inferius in deſcriptione noſtra horizontalium. Hæc nunc ſatis ad vſum primarium noſtri huiuſce inſtrumenti. Minutiora miſſa facio, de coloribus horariarum linearum, de notis arithmeticis ad eas, de epigraphe aliqua morali, & ſimilibus, quæ cuilibet ipſa experientia, ingenium, induſtria abundè ſuppeditabunt. Architectonico ſatis eſt præcipua demonſtratiuè præcipere, quæ purus practicus in indiuiduis exequatur.

Examen ritè deſcripti horarij ab horizõte in muro.

VIII. Horarium murale Orientale Italicum ritè deſcriptum erit, ſi in eodem puncto ſe ſe interſecent tres lineæ, horizontalis, Æquinoctialis, & hora italica 12. Occidẽtale vero italicum &c. ſi horizontalis, Æquinoctialis, & hora 12 Boemica ſe in puncto interſecent. In omnibus verò horarijs muralibus ſiue declinantibus, ſiue non declinantibus, orientalibus, occidentalibus debent ſemper ſe ſe interſecare in eodem puncto lineæ Æquinoctialis, meridiana, & hora 18, Italica, vel ſexta Babylonica.

Examen vniuerſale ꝓ omnibus horarijs.

Partim in tympano HMP figuræ huius capitis, partim in tympano GFNE figuræ poſitæ ad finem nu. 8, & 9. capite 6 ſequenti huius tertij progymnaſmatis, vbi de horarijs vniuerſalibus ab horizõte inchoãtibus, habes quæ horæ Aſtronomicæ, Italicæ, Boẽmicæ ſe ſe interſecent in lineâ Æquinoctiali, vt inde ſumere poſſis examen circa lineas horarias in horologijs muralibus ductas.

Theorica ratio examinũ præcedentiũ.

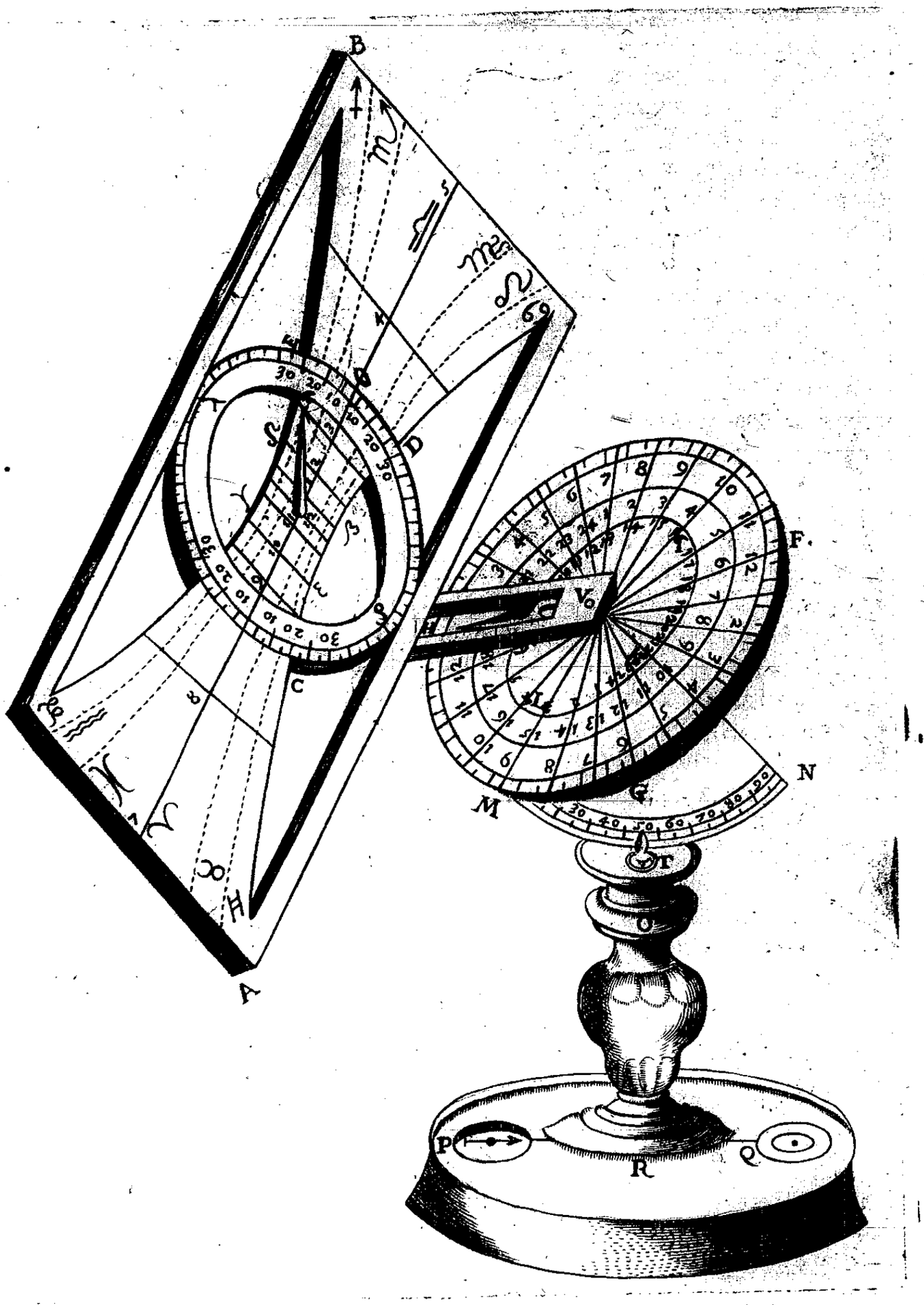
Theoricæ rationes dictorum in hoc nu. 8 ducendæ ſunt à die Æquinoctiali, in quo Sol oritur horâ 12 Italicâ, occidit 12 Boẽmica, meridies eſt hora 18 Italicâ, 6 Boẽmicâ, æqualibus duodecim horarũ ſpatijs diurno die naturali in diem artificialem, ac noctem. &c.

Etiam per arcus diurnos licet ex noſtro inſtrumento ſignare horas.

IX. Etiã horas ab horizonte potes ſignare in muris ꝑ arcus diurnos ex hoc noſtro inſtrumẽto ſi adducas quamlibet horariam lineam Aſtronomicam plani AB ad terminos maximi, & minimi arcuum diurnorum, & ad eorum diuiſiones factas per quindenos gradus, & filum adducas per extrema horę aſtronomicæ ad murum iuxta artem iam vulgatam apud alios in eorum inſtrumentis. Quorum modis noſtrum nõ caret, etiam ſi proprijs compendioſioribus, vt vidiſti, vtatur.

CAPVT VI.

Eiusdem instrumenti vsus varij, atq; insueti præsertim pro horario gemino simul (immò & duodeno) vniuersali Astronomico. pro horarijs Æquinoctialibus horas in vmbroso plano indicantibus.



I. SItus idem, & astronomica collocatio plani AB, ac tympani MF seruetur, quæ erat in descriptione horarum in muris, filum tantũmodo è styli vertice auferatur, ac seruetur cautio nu. 7. cap. 1. huius tertij progymnasmatis de valde eleuando plano AB, (quæ cautio semper intelligenda est etiam in alijs vsibus inferius in hoc capite docendis) illico styli vmbra in horarium planum AB incidens & diei parallelum signabit, & horam astronomicam. Quam in Italicam, vel Babylonicam conuertes ope corollarij de hac re in vsu nostri horarij vniuersalis. Ac si arcum

Vsus instrumenti pro horario astronomico vniuersali horæ 6.

cum diurnum eius temporis, quo horam quæris, in 12 partes æquales diuiſeris, ex eo horam diſces inæqualem congruentem horæ aſtronomicæ, atq; alijs horarum generibus. Hic vſus erit pro horario horæ 6 aſtronomicæ, in quo nullas horas ante ſextam à media nocte, & poſt ſextam à meridie habere poteris, propter dicta in 1. progymnaſ. vbi traditæ ſunt theoriæ conſtructionis horarij vniuerſalis omnium horarum.

Vſus pro duodenis horarijs aſtronomicis vniuerſalibus.

II. Igitur vt vbicumq; locorũ, & in quam maximo arcu diurno horas omnes ita obtineas, vt nulla totius diei hora te effugiat, vtere arte, quã tradidimus ſuperius in vſu huius inſtrumenti ad ſignandas omnes horarias lineas aſtronomicas in muris, quarum horarum muri ſint capaces. Nam, cum ſcias ex ipſomet inſtrumento (vt ſuperius iam dictum eſt) quantitatem cuiuslibet arcus maximi diurni, aut ſemidiurni in qualibet poli eleuatione, adduc lineam fiduciæ VH (& cum ea planum horarium AB) ad quantitatem arcus ſemidiurni in tympano ſegnati, aut numera per quindenos gradus vltra, vel citra duodecimam tympani FGH pro exigentia, & numero horarum, quas habet eius temporis, & regionis arcus ſemidiurnus creſcens vltra duodecimam. Tunc planum horarium AB, quod erat vniuerſale horæ 6, euadet horologium vniuerſale, verbi gratia, horæ 5. vt vides in exemplo híc appoſiti inſtrumenti in quo regula VH adducta eſt per 15 gradus ad primam à meridie in H. Tunc vltima hora, quæ in plano AB habebitur ad partes B, erit hora 6. poſt meridiem, mutanduſq; erit numerus horæ 5. in ſextam, & ſic deinceps quartæ in quintam &c.

Ante meridiem verò collocato eodem plano ad æquidiſtantiam ab horario circulo eiuſdem quintæ aſtronomicę, prima hora, quę ſignabitur, & habebitur in plano horario AB ad partes A erit ſexta à media nocte, ac numerus ſeptimæ mutandus erit in ſextam, octauæ in ſeptimã. &c.

III. Pari ratione operabere ſi plures horas ſexta vlteriores ante, & poſt meridiem optaris. Nam horarium id horæ 6 euadere poteſt horarium horæ 4, horæ 3. &c. adducta lineà fiduciæ, ac plano AB per quindenos gradus vlterius ante, vel poſt meridiem, ad æquidiſtantiam à circulis earum horarum aſtronomicarum, & mutatis numeris ad lineas horarias plani horarij, ita vt numerus primæ horæ ante meridiem, quæ haberi poteſt in horario AB, denominetur ab ea hora, quæ immediatè conſequitur poſt numerum denominatorem circuli horarij aſtronomici, à quo AB planum æquidiſtat.

Exemp. gratia, prima hora plani horarij vniuerſalis horæ 4 eſt 5; prima verò horarij plani horæ 3. eſt 4. &c.

At contraria ratione poſt meridiem poſtrema hora plani horarij erit ea, quæ immediatè antecedit horam denominatricem circuli horæ aſtronomicæ, à quo planum æquidiſtat, vt in plano horæ 4 vltima erit hora 3 a meridie, &c.

IV. Atq; hoc eſt, de quo in primis capitibus, vbi de conſtructione noſtri horari vniuerſalis, præloquebamur, ac pollicebamur nos hoc in loco effecturos, vt palam videres multò plura horaria vniuerſalia conſtitui poſſe, quám hactenus à Gnomonicis exiſtimatum eſt. Nec minus inter ſe hæc differunt, quam duo vulgata horæ 6, & horæ 12. Nam omnia, & ſitum, & horarum numerum, & æquidiſtantiam à denominatoribus ſuis circulis, & alia plura planæ diuerſa ſortiuntur. Hanc vero contiguam vniuerſalium horologiorum multitudinem, ac metamorphoſin in orbem hinc inde ſic euntem facillimé prębet tympani FGH figura, & ſitus cum cæleſti circulo Æquinoctiali congruens, ſiué illi æquidiſtans. Atq; hac arte nulla vſpiam gentium te hora poteſt effugere.

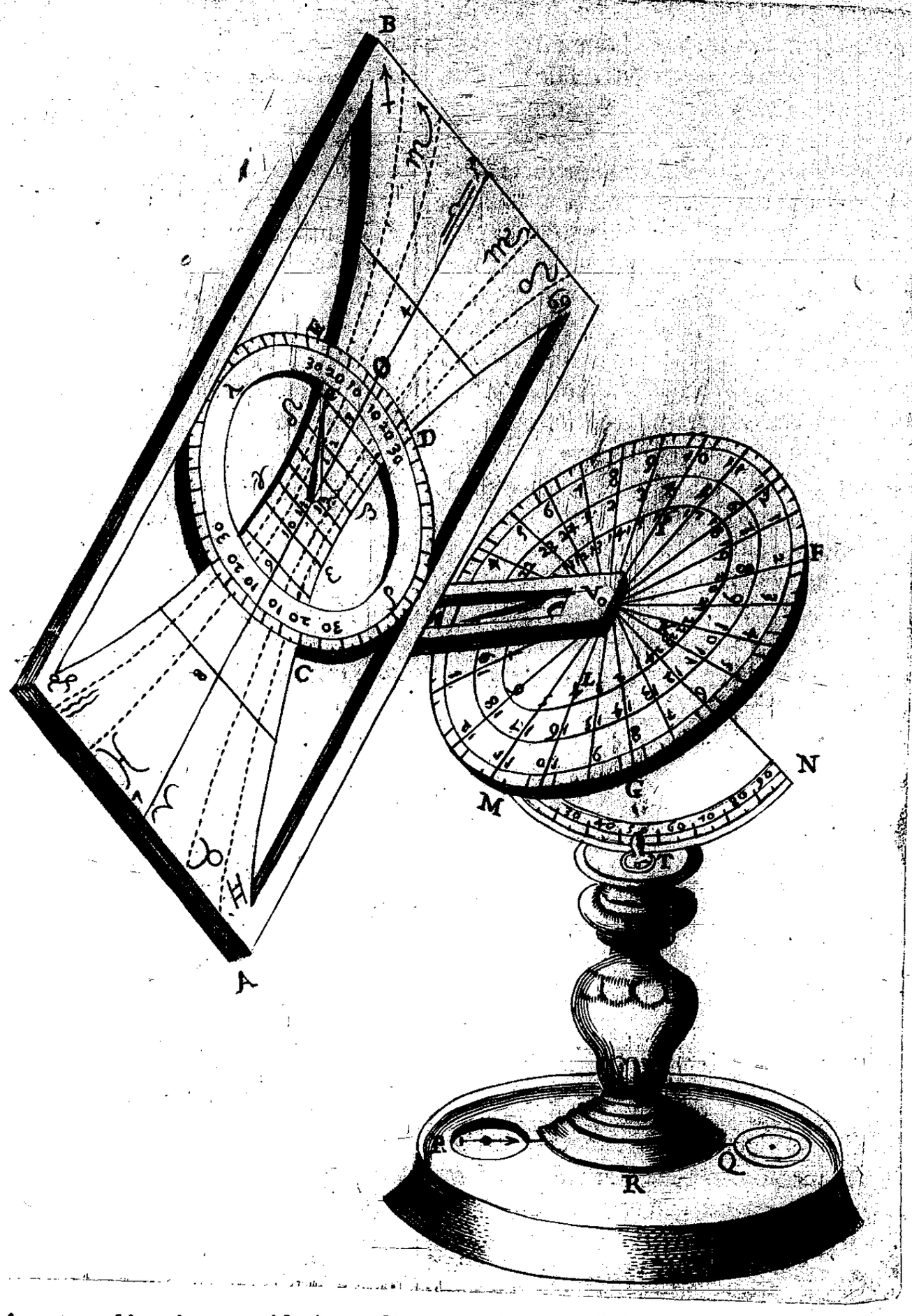
Plura horaria vniuerſalia fieri poſſunt inter ſe differentia, quàm hactenus exiſtimarum eſt.

V. Vt memineris, ac ſcias expreſſius quomodo, etiam ſine magnete, hoc noſtrum inſtrumentum aſtronomicè colloces, & horas inuenias, primo eleua tympanũ FGH ad poli altitudinem, deindè inſtrumentũ ipſum vel ſuſpẽſum, vel collocatum ſupra crus ligneum, &c. ita circumuerte, vt ſtyli vmbra parallelum ſolis attingat in plano AB ad angulos rectos cũ horá 12 tympani immobiliter perſtante; ibi enim aſtronomicè collocatum erit, & horam quæſitam ritè indicabit.

Aſtronomica collocatio inſtrumẽti etiã ſine magnetis ope.

VI. Cæterum etiam id, quod in huius capitis inſcriptione poſuimus, ſaltem indicemus, nempe quomodo ſimul, & ſemel (vt aiunt) ſit geminum horarium vniuerſale hoc noſtrum inſtrumẽtum. Oſtendimus quidem non ſolum geminum, ſed multiplex eſſe horarium vniuerſale ſcilicet ſingularum horarum aſtronomicarũ; ſed híc oſtendendum eſt quomodo eodem momento ſit geminum horarium vniuerſale diuerſi generis, & formæ. Iucundum inuentum eſt propter inuſitatum ſtyli modum vt mox videbis. Nam filum educ ex V, & alliga ad α verticem ſtyli, ſiue malis, virgulam, vel acum aliquam, vel quid ſimile appone, quod ſuſtineatur á punctis α, & V ita, vt parallelogrammum rectangulum fiat ex VH, H 12, 12 α, & α V. Dum igitur, vt nuper num. 5 præſcriptum eſt, inſtrumentum aſtronomicè collocatum erit, ſol (quem in exemplo híc ponamus verſantem in ſignis æſtiuis) radijs feriens duo latera 12 α, α V, iaciet duas vmbras, alteram quidem (nempe ex V α) quæ ſecabit in tympano FGH horam quæſitam, vt aſſolet in æquinoctialibus horarijs vniuerſalibus; alteram verò vmbram iaciet ex 12 α, quæ ibi, vbi angulum faciet cũ alterá vmbrá ex V α, indicabit in plano AB horam, vt aſſolet in horario vniuerſali horæ 6. aſtronomicæ.

Eodem momẽto duo diuerſa horaria vniuerſalia in noſtro inſtrumẽto.

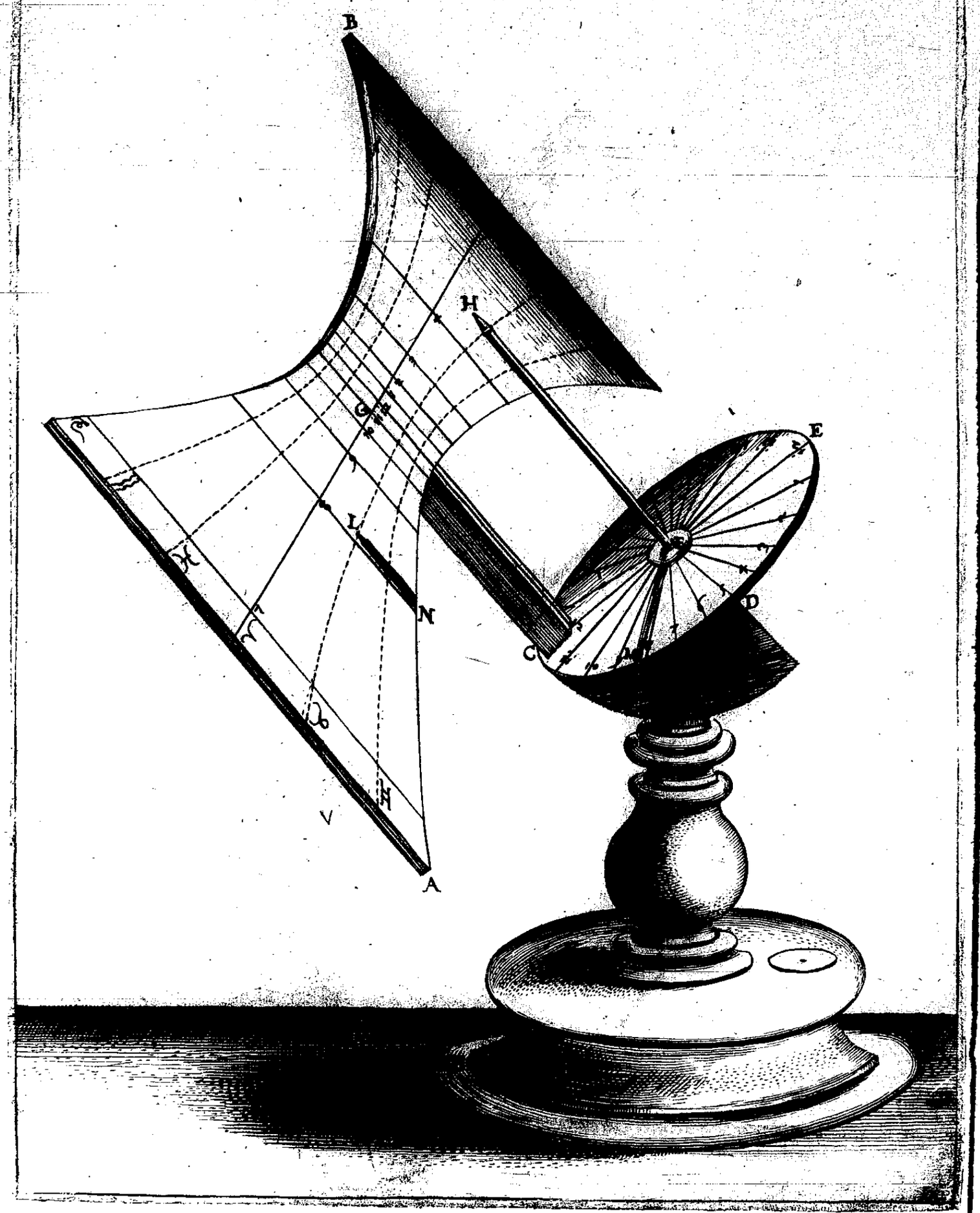


Vnius ſtyli vmbra ſignat horas in duobus horarijs eodem momento.

Quin etiam (quod inopinatum videri poteſt) vnicus ſtylus V, æ duobus in horarijs vniuerſalibus horas eodem momento indicabit parte quidem vmbræ ſecante, ac ſignante horam in plano AB, parte vero altera vmbræ eandem horam ſecante in tympano FGH. Erit planè inſuetum videre vmbram interciſam à tympano FGH, & plano AB, indicare tamen duobus fragmentis horas in duobus horarijs. Atq; in plano quidem AB vmbra ſtyli alieni, nempe tympani FGH, horas, licet non ſuas, rectè tamen vná cum ſuis indicabit.

Prædictorum in hoc numero 6. en ſchema in figurà, hìc ad dexterā in quà, ſublatis nō neceſſarijs, planum AB habet tātum cum horis Aſtronomicis parallelos Solis, & immobile eſt in C, tympanum vero CDE ſine dioptra eſt, habetq; horas aſtronomicas deſignatas, & ſtylum fixum in F altitudinis æqualis ipſi CG. Itaq; eòdem momento dum machina tota circūagitur, vt ſtyli FH vertex H vmbram iaciat in diei parallelum, verbi gratia in L, ſimul etiam aſtronomicè collocatur, & horam indicat eandem octauā à media nocte in tympano quidem pars vmbræ FM, in plano vero AB reliqua pars vmbræ HL. Cæterum cum Sol hybernus fuerit, hoc eſt infra tympanum CDE, pars vmbrę FM non poterit ſignare horas in tynpano. Cui tamen incommodo vide remedium in ſequenti num. 7.

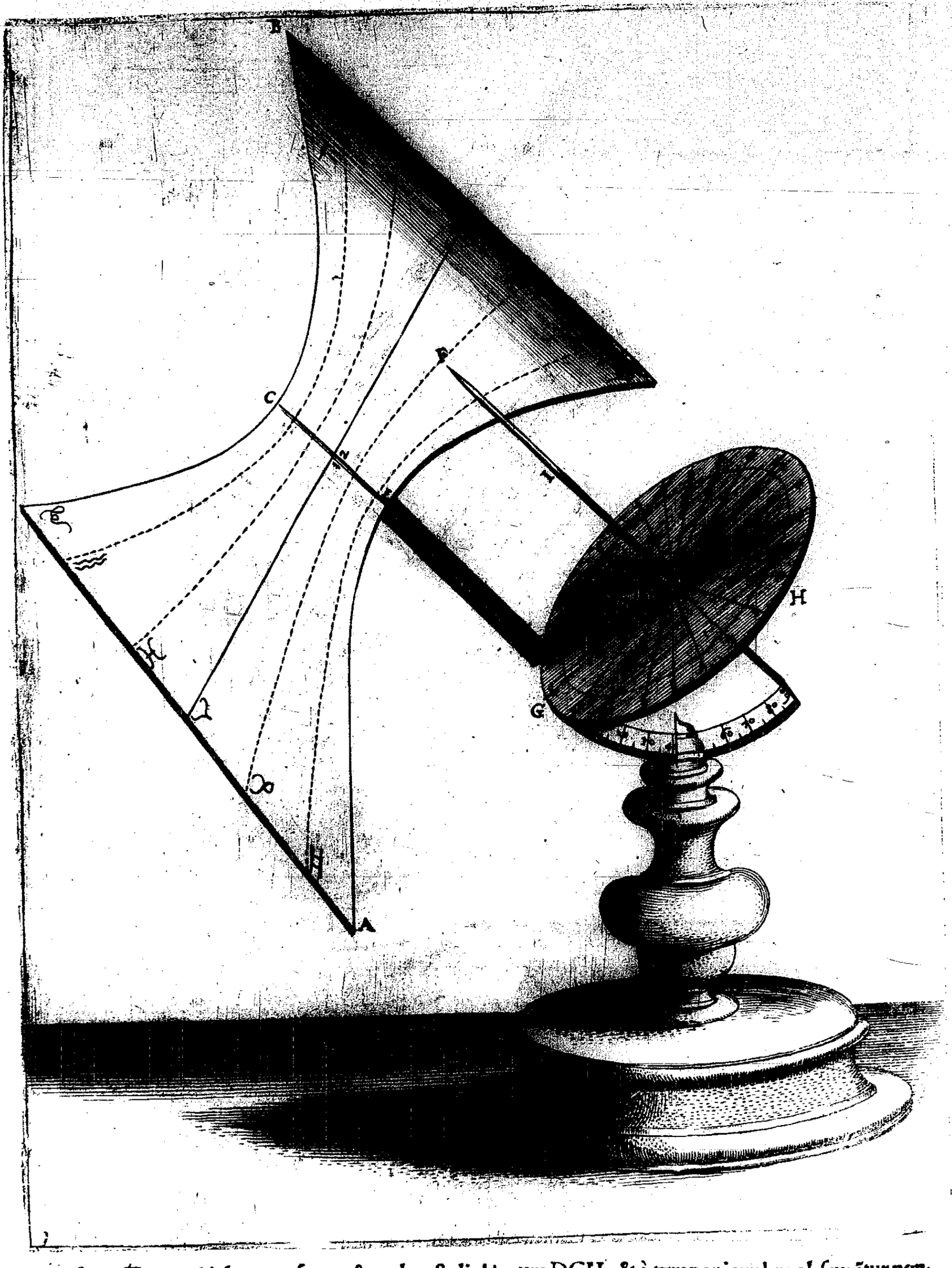
VII. Vt verò habeas in hoc noſtro inſtrumento ſo-



to ſolutionem cuiuſdam incommodi,& paradoxi gnomonici,& vt obtineas vſum inuſitatũ Æquinoctialis horarij, ſequentibus animum aduerte. Nam æquinoctiale horarium vniuerſale id patitur incommodi,vt & circa æquinoctia non facilè pateat ſectio,quã vmbra ſtyli(in fig.ad finiſ.)p V traiecti efficit in plano,ſeu tympano MGF,deindè cum Sol verſatur in ſignis Auſtralibus per ſemeſtre temporis ſpatium, non admodum commodum eſt ſpectare horas infra idem planum MGF. Nouum igitur erit in horario Æquinoctiali toto anni ſpatio ſignare, ac ſpectare ſemper horas ſupra tympanum MGF,etiam vmbratum,ac vti plano AB nullis horis notato.Planum ergo AB valde eleuatum ſit ſupra tympanum MF, & ſtylus traiectus per V valde longus, iuxta monitum in numero 7 cap. 1. huius progym.vel ſtylus ſuus ſit infixus in ipſo plano AB,in quo tãtùm notata ſit hora 12. & paralleli ſolis. deinde toto inſtrumento aſtronomicè collocato, iuxta numerum 5,ac tympano MGF,vnà cum ſuſpenſorio, vel cum fulcro immotis permanentibus, tantummodo planum AB ita circumducito,atq; obuertito, vt ſoli oppoſitum excipiat verticem vmbræ à ſtylo cadentis in lineam horæ 12. Eodem enim momento linea fiducię VH ſecabit in tympano MGF horam quocumq;anni die quæſitam, etiamſi in ſemeſtri brumali ſol infra cir-

Vſus inſuetus & paradoxicus horarij Æquinoctialis.

culum

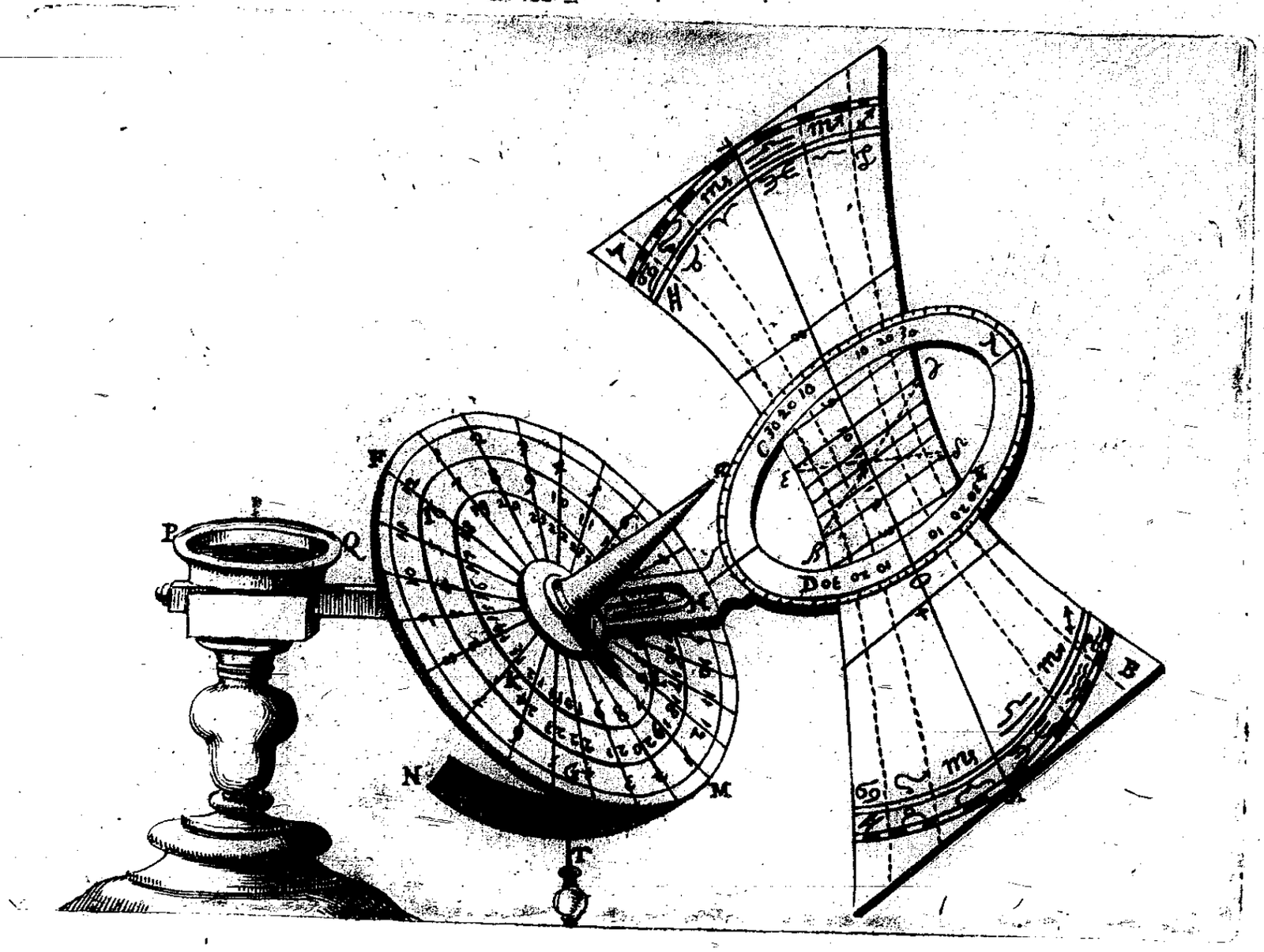


culum Æquinoctialem verſetur, & vmbra ſtyli nullam faciat ſectionem ſupra tympanũ MGF.

En ſchema in appoſita figura, in qua nulla eſt acus magnetica, quia ſatis ſunt in plano AB paralleli ſolis ad aſtronomicam inſtrumenti collocationem, poſitâ CD in GE, & vmbrâ ſtyli adductâ ad diei parallelum. Adducta verò eſt DC ſub vmbram ſtyli EF, & licet ſol ſit infra tympanum DGH, & à tympani vmbra obſcurẽtur non ſolum horæ in ipſomet tympano, ſed etiam ſtyli pars EI, & ipſius DC pars DL; tamen dum DC congruit vmbræ ab EF proiectæ, ſignatur ritè hora 2 à meridie in ipſo vmbroſo tympano.

CAPVT VII.

Vsus nostri eiusdem instrumenti pro vniuersali horario Italico, & Babylonico: pro varijs problematêis Astronomicis; in primis pro qualibet poli eleuatione inueniendâ ex horis ab horizonte, & ex plano, in quo nullæ sint horæ, immo etiam, nullis datis horis.



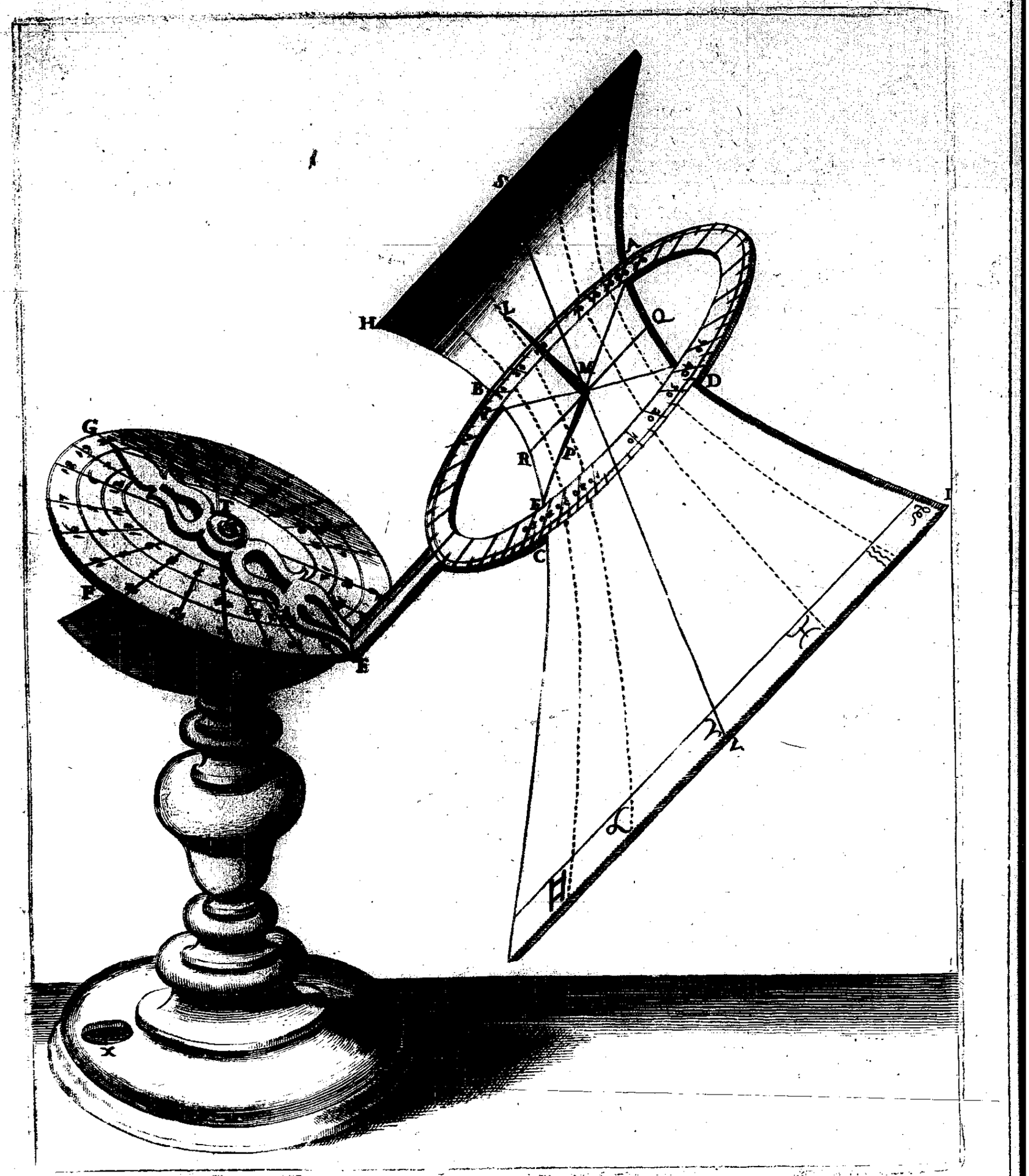
I. HAbebis in hoc capite, præter cæteras paradoxa, rem Italis Gnomonicis optatissimam, nec tamen, quod sciam, adhuc vulgatam, nempè Italicum horarium vniuersale, sine vsitata illa reductione horarum Astronomicarum ad Italicas, iuxta dicta cap. 1. progymnas. 2. huius nostri Gnomonici Apiarij.

Facilis vero, & expedita solutio est propositi problematis si memineris quemadmodum cap. 4. huius progymnasmatis tertij docuimus è circumductione horizontis describere in muris horas ab horizonte numeratas. Nam, instrumento astronomicè collocato, &c. pro horis Italicis dignoscendis obuertatur Soli planum AB sita, vt vmbræ à stylo proiectæ vertex attingat lineam horizontalem traductam per γβ, atq; eodem momento notetur quotam horam Italicam in circulo minore LKI linea fiduciæ indicet, ea enim erit hora quæsita Italica.

Inuẽtio horæ italicæ in qualibet eleuatione poli.

Quod si in tympano HMF notaris etiam horas Babylonicas, nempè ab ortu notando primam horam vbi est hora Italica 13, & progrediendo, ac signando secundam vbi est italica 14 &c. vsq; ad 24, ordine inuerso, & opposito notatis horis Italicis; deinde obuertas Soli alterum horizontem ductum per ♋ ♑, &c. linea fiduciæ indicabit horam ab ottu Solis inchoatam. Ac pari ratione vtẽris eodem instrumento eleuato ad quamlibet poli eleuationem, vt scias horas non solum astronomicas, sed etiam Italicas, & Babylonicas vbiuis gentium. Habes ergo vniuersale horariũ etiam Italicũ, &c. in hoc nostro instrumento. Ratio enim eadem est & horas prædicto modo inueniendi, & easdẽ designandi in muris iuxta modos traditos in antecedẽtibus capitibus. Reuise cap. 4. anteced. nu. 9. & cap. 5. nu. 1. & 3.

Item Babylonicæ.



Accipe ſpecimẽ in appoſitâ figurâ, in qua neceſſaria tãtum poſita ſunt, ſcilicet paralleli Solis ad aſtronomicã totius machinæ collocationem, & circulus ABCD pro inueniendis horizontibus iuxtá præcepta de lineis horarijs ab horizonte deſcribendis in muris. In tympano EFG regula EG horas Italicas indicat in G dum in plano HI ſtyli LM vmbra MP vertice ſuo attingit horizontem occiduum AE; & quaſi dũm vmbra terræ proiecta in inferius, ac nocturnum hemiſphærium graditur per quindenos paralleli gradus, regulæ EG apex G graditur cum Sole, & metitur in ſuperiori hemiſphærio diurnum Solis motum. Pro horis Babylonicis vmbra adducẽda erit ad horizontem ortiuum BD, &c. Supponitur in hac figura Sol in ſignis æſtiuis. Cũ vero fuerit in ſignis hybernis, & tympanum EFG inumbratum fuerit, tunc etiam licebit in eo horas videre ſignatas à regula iuxta artẽ in antecedẽti capite traditã de horarijs æquinoctialibus horas etiam in vmbra ſignantibus. Vide etiam inferius in vltimo progymnaſm. huius Apiarij propoſitio-

nes

nes ſeptimam, octauam, & in nona theoricen huius horarij Italici, ac Babylonici vniuerſalis.

Auctionis, & imminutionis arcuum diurnorum inſpectio.

Apparet quemadmodum creſcant, vel decreſcant arcus diurni dum Sol eſt vel ſeptentrionalis, vel Auſtralis. Ver. gra. ſi fingas Aquinoctium eſſe, & vmbram cadere in M communem ſectionem tam horizontium AE, BD, quam meridianæ, ſiue horæ 12 aſtronomicæ QR; tunc dioptra GE (adducto plano HI ad dexteram) ſignabit horam aſtronomicam 4 à meridie, & ſimul illi correſpondentes italicam 22, & 10 Bohemicam. At verò cum Sol eſt ver. gra. in initio ♋, vt vmbra cadat in ME, repellendum eſt planum HI ad ſiniſtram, & tunc ſignabitur in G citra 22 hora 20 Italica, & 8 Bohemica. Cum verò Sol eſt in ♑, vt vmbra cadat in horizontis partem MA, planum HI adducendum eſt ad dexteram, & dioptra vltra 22 notabit Italicam horam circiter 24, & 12 Bohemicam. Experire, Lector, pluribusquæ hìc innuimus.

Stylus quaſi communis ſemidiameter maximorum aliquot circulorũ in ſphæra.

Concipiendus eſt motus horizontium AE, BD in ſemidiametro tranſeunte per mutuam eorum decuſſationem M, & gyrante circa centrum in L. Eſtq; ſtylus LM quaſi ſemidiameter communis horizontium AE, BD, & partis circuli meridiani proiectę in QR, & partis circuli Æquinoctialis; vt ſic intelligas quemadmodum eorumdem horizontium motum rite ac certò metiatur dioptra EG in tympano GFE, quod parallelum eſt Æquinoctiali circulo tranſeunti per L M, & proiecto in lineam Aquinoctialem SMV. &c. Sed accipe —

—COROLLARII Loco—

— Modum etiam in rotulis horarum immobilibus vertendi horas Aſtronomicas in Italicas, vel Boëmicas.

II. HAbitæ enim horæ Aſtronomicæ ſub Sole, deinde, ſi velis etiam extra Solem addendum, vel detrahendum eſt ſpatium arcus ſemidiurni, qui notatur in horizontibus AE, BD, prout Sol verſatur in parallelis vel Auſtralibus, vel Septentrionalibus. Eritq; id ſpatium notatum numeris horarum Italicarum, vel Bohemicarum immobilium in tympano GFE. Sic in figurà habitæ horæ aſtronomicæ 4 à meridie additur ſpatium RE penè binarum horarum (reuiſe figuras, & præcepta cap. 5. progym. 3.) vt non 22, ſed penè 20 ſit Italica dum Sol eſt in ♋; dũ verò eſt in ♑, demitur ſpatium penè binarum horarum, vt pro 22 ſit circiter 24 Ital. Proportione operandum pro horis Boëm.

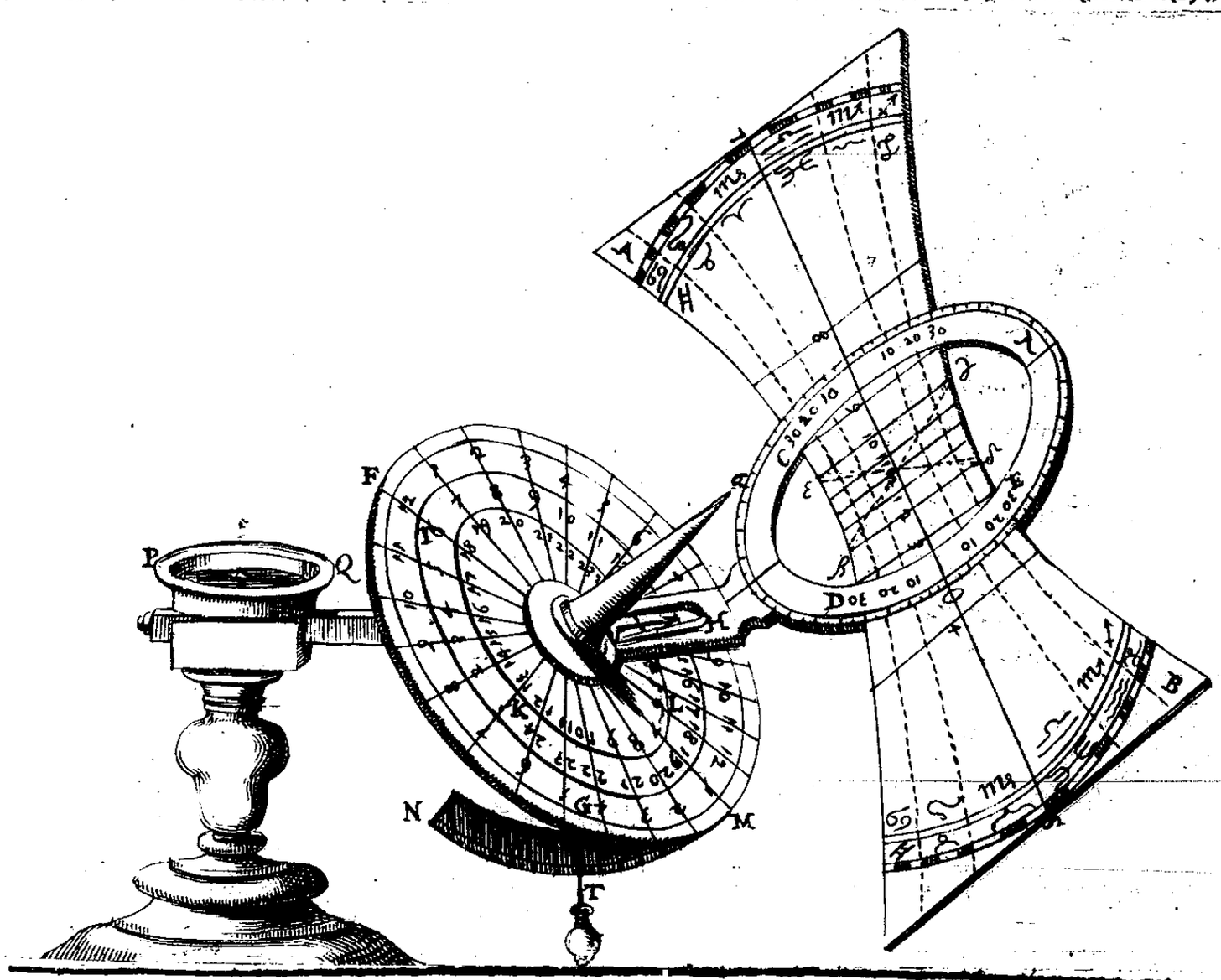
Horarum cõuerſiones etiã ſine rotulis mobilibus.

Meméto variandos eſſe horizontes pro varia eleuatione poli iuxta dicta prog. 2. c. 5. & prog. hoc 3. c. 4.

Hic etiam tuis experimentis, mi Lector, plura permittimus, dum nos vlterius ad alia properamus.

Varij vſus noſtri inſtrumẽti pro inueniendis horis.

Nec enim deſunt nobis alij vſus huiuſce noſtri inſtrumenti ad venandas horas vel cum ſtylo interminatæ longitudinis, vel cum ſolo quadrante ſine tympano, vel ex circumductione vnius tantum lineolæ tum erectæ, tum tranſuerſæ, ac mo-



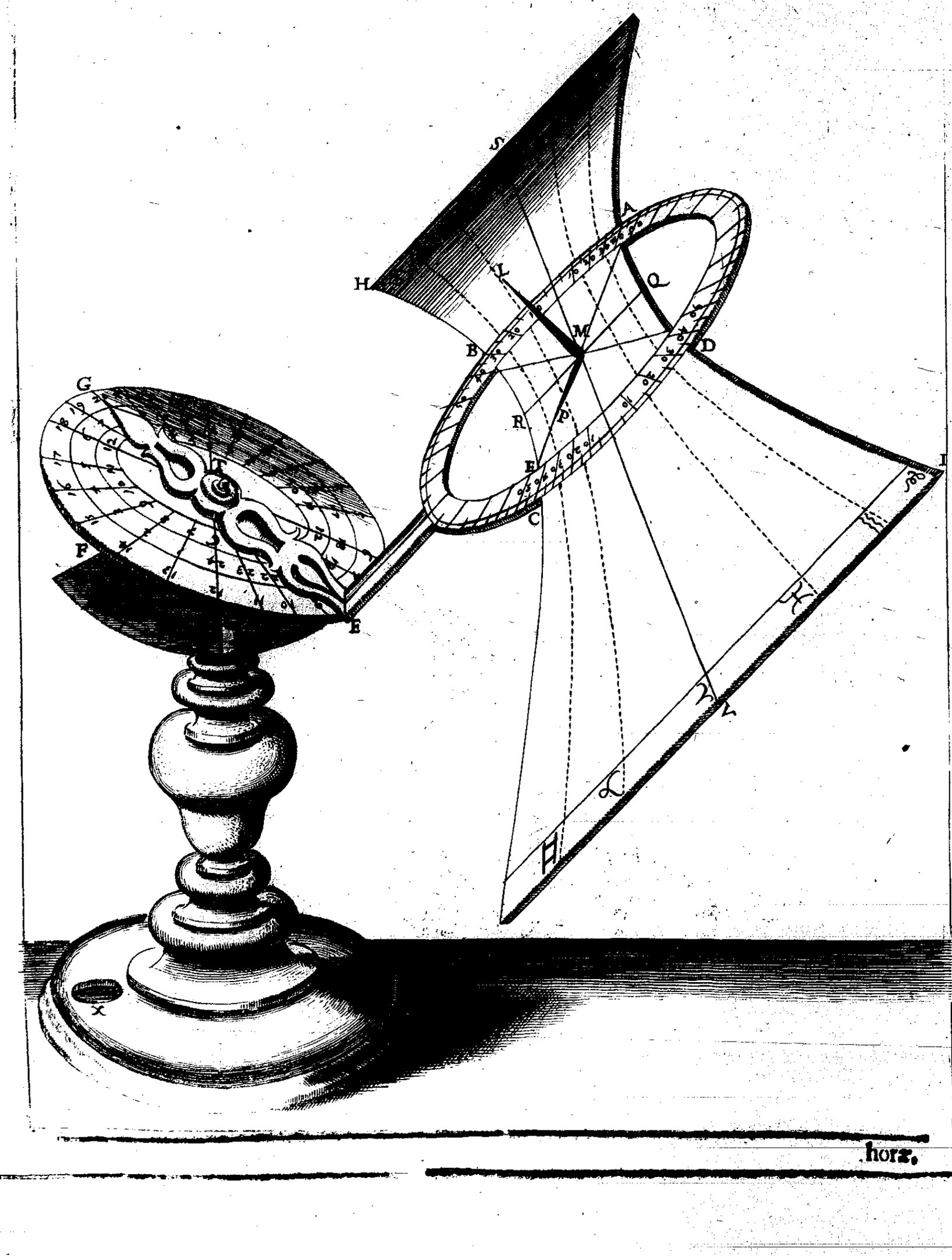
bilis pro horis à meridie, & ab horizonte vbiq; gentium, ſine plano horario; ſed ij vſus, præter alia incommoda, requirunt acum magneticam. Nos verò & eximiores exhibuimus, & eos præſertim, qui ſupponunt collocationem aſtronomicam inſtrumẽti, quæ fieri poteſt ex ipſomet plano horario inſtrumenti ſine vſu acus magneticæ.

Datâ horâ, poli eleuationem vbiq; inuenire.

III. Potes ex data hora (quod aliter etiam docuimus progymn. 2. in horario noſtro vniuerſali) ignoratam in qualibet regione poli eleuationem facillimè hac ratione inuenire. Nam ope quadrantis MN (in fig. fac. antecd. 57) eleua tympanum FMH, & ſimul planũ horarium AB, totumq; inſtrumentum circumuerte dum tympanum paulatim eleuas, donec vertex vmbræ ſtyli notet in horario plano AB diem menſis, ſiuè parallelum ſingni, in quo ea die Sol verſatur, & ſimul ſignet horam Aſtronomicam, & momentum temporis, in quo poli eleuationem quæris. Eàdem enim operà eleuationem poli in quadrante MN ex M verſus N conſequéris.

Aliter poli eleuatione, &c. paradoxicè inuenire.

Accipe item ſolutionem eiuſdem problematis aliter, ac paradoxicè, nempe poli altitudinem vbiq; gentium inuenire ex plano, in quo nullæ ſint



horæ.

horæ,& ex cognitis horis ab horizonte inchoatis.

Data ſit hora Solis italica verbi gratia 20; & Solis locus in parallelo vigeſimo ♉, vel decimo ♌, ſitq; planum HI, in quo nullæ horæ ſunt, finge etiam deletum horizontem AMP. Igitur in tympano GFE verte verticẽ G dioptrę GE ad horam vigeſimam in G,&, facilioris operationis gratia, ex directione acus magneticæ X colloca inſtrumentum aſtronomicé, deinde impelle quadrantem FNE, atq; attolle ad partes E donec ſtyli ML vmbra MP attingat vertice P datum Solis parallelum in P; tunc enim ſi quadans FNE ſiſtatur, ſignabitur in N poli eleuatio pro loco, in quo problema exercuiſti.

Idemq; eueniet ſi ſtylus erectus ſit ex tympani centro T. Simili etiam ratione datà hora aſtronomicá,& dioptræ vertice adducto ad éam in tympano ſtyli vmbra dum ſignabit ſuo vertice in linea meridiana QR diei parallelum, dabit in quadrante poli eleuationem.

Horizontem ſignare, inuẽta poli eleuatione per prędicta.

Inuento Solis parallelo per modum prædictum ex notà horà ab horizonte inchoatà, ſi lineam tranſuerſam dũxeris tranſeuntem per punctum P notati paralleli, & per punctum M dimidiatæ lineæ Æquinoctialis SV, ea linea tranſuerſa dabit horizontem in inuenta poli eleuatione.

Etiam nõ data horà, poli eleuationem inuenire.

Quid plura? etiam nullis datis horis ſiue ab horizonte inchoatis, ſiue Aſtronomicis, nec in plano horario, nec in tympano deſignatis, eleuationẽ poli aſſequeris; velut in exemplo figuræ appoſitæ ſub finem num. 6. cap. 6. anteced. (reuiſe eam.) In qua planum horariũ AB eſt immobile. finge autem nullam eſſe horam deſignatam nec in plano AB, nec in tympano CDE. Sit collocatum inſtrumentum aſtronomicè iuxta directionem acùs magneticæ.

Quoniam igitur etiam ſi horam nõ noris, noſti ſaltem diem menſis, ac parallelum Solis, in quo exploras poli eleuationem, eleua quadrantem DC verſus C donec vertex vmbræ ſtyli attingat Solis parallelum, ſtatim enim in quadrante habebis poli eleuationem.

IV. Memento etiam vſus huius noſtri inſtrumenti pro inuentionibus, ac deſignationibus linearum Meridianæ, Æquinoctialis,&c. in planis horizontalibus ex antecedentibus capitibus huiuſce progymnaſmatis tertij.

Etiam ſi vero ex hoc noſtro inſtrumento facillimum ſit, iuxta dicta in antecedentibus capitibus, horizontalia horaria conſtruere, tamen in gratiã tyronum (quibus non ſit facile parare ſibi inſtrumentum) nobis lubitum eſt addere geometricam expedetiſſimam rationem deſcribendi horaria horizontalia deductam e conſtructione horarij noſtri vniuerſalis in primo progymnaſmate huiuſce gnomonici Apiarij.

Horizontalià horaria præſtant muralibus.

Habent horaria horizontalià hoc commodi præ horarijs muralibus, quòd plures exhibent horas, quam muralia, quorum plana in qualibet ſphærà non plures, quam 12 horarias lineas excipiunt. Plana enim ſpectantia ad ortũ, vel occaſum amittunt aliquas horas circa meridiẽ, ſpectantia ad meridiem amittunt ad ortum, & occaſum, & proportione etiam declinantia, &c. At planum horarij horizontalis toto anni tempore excipit primum orientis Solis radium continenter illuſtrãtem vſq; ad extremum occaſum, &c.

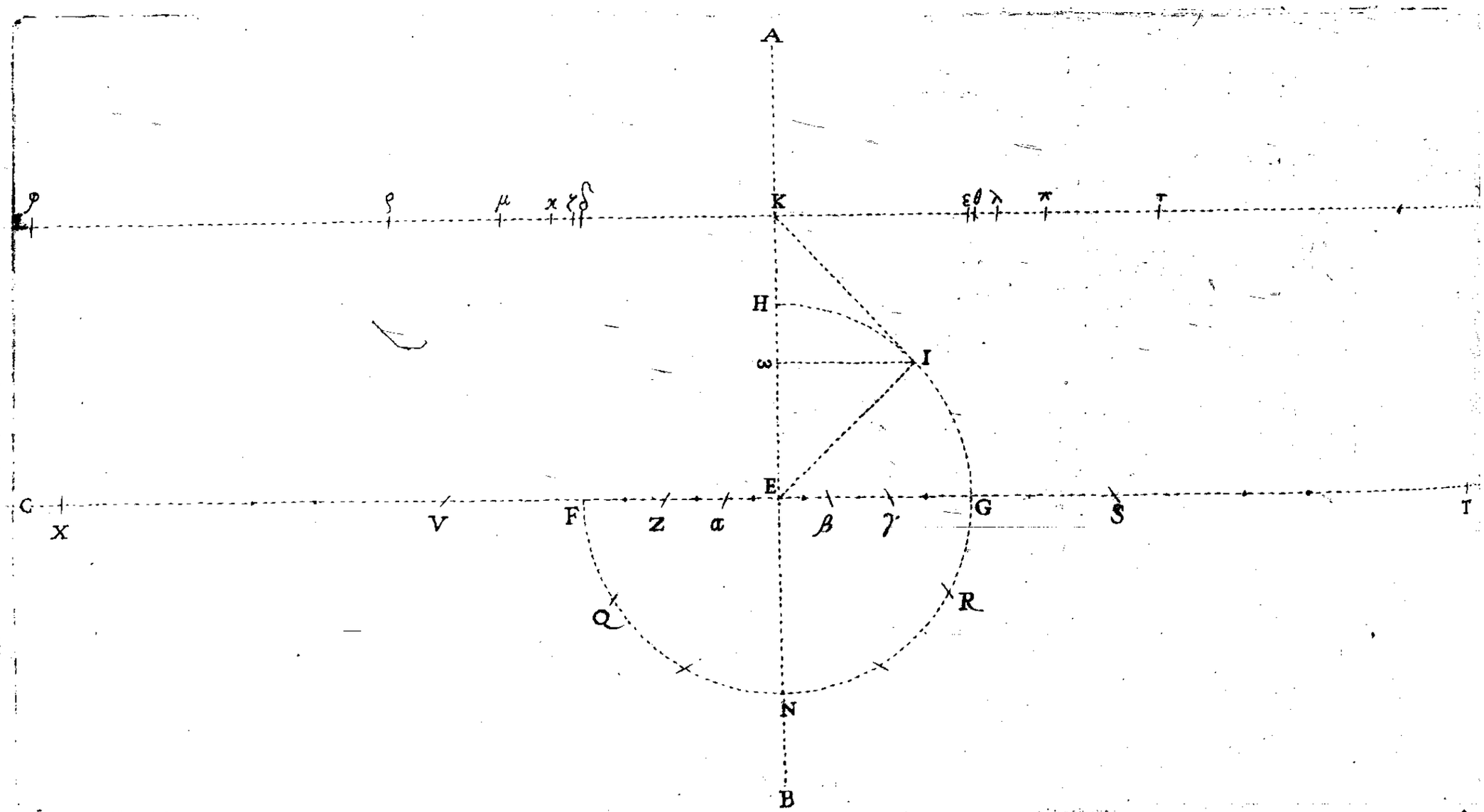
Habent ergo id operæ pretium, vt libenter in ijs deſcribendis geometricè verſemur mox.

PROGYMNASMA QVARTVM.

De Horizontalium horariorum geometricà descriptione omnium facillimà. De vsibus, ac theorijs eorumdem non vulgatis.

CAPVT I.

Vnica circini diductione horarium horizontale astronomicum construere; puncta pro semissibus, & quadrantibus, ac pro lineis Italicarum horarum ducendis inuenire.



I. DEducantur meridiana AB, & huic ad rectos Æquinoctialis CD. centro E ad lubitam semidiametrum describantur tres vnius circuli quadrates FNGH. erit autem maius horologium, quo maior circulus. Ex G ad accipiatur poli altitudo (quam vt habeas non est quod a nobis discedas, sed adeas caput 4. progymnasmatis secundi in hoc Apiario nostro Gnomonico, & alios modos in prog. etiam 3. eius Regionis, pro qua horologium describis, sitq;

sitq; in exemplo pro nobis nunc à G in I 45 graduum. Quam altitudinem compendio dabit quadrans GH dimidiatus. Ducatur deindé EI, quæ semidiameter est circuli Æquinoctialis à verticali declinãtis, & ex I educ tangentem, siue ipsi EI perpendicularem IK, quæ refet mũdi axem, & secabit ipsam AB, in K, vbi erit polus antarcticus, siue horologij centrum, in quo se mutuo secant, & vnde educuntur omnes horæ Astronomicæ, vt demonstratur à Clauio l. 1. Gnomon. prop. 21. Per K duc ipsam LM Æquinoctiali lineæ CD parallelam pro linea horæ 6 Astronomicæ. Notetur punctum K ita vt appareat in plano horario, nam ex ipso K, & sectione E amissum stylum, poteris reponere, vt inferius discES.

II. Vtere aliquo è compendijs, quibus nos in descriptione nostri vniuersalis vsi sumus, & eàdem, ac vnicà circini diductione puncta horaria inueni in ipsa Æquinoctiali.

Puncta horaria in Æquinoctiali linea reperire per vnicam circini diductionem.

Vt autem hic præstemus id, quod in huiusce Apiarij progymnasmate 1. cap. 5. num. 7. polliciti sumus, & vnica circini diductione inueniamus in linea Æquinoctiali aliqua etiam puncta horaria, quæ ibi repertanon sunt, sic operare: Semicirculum FNG, immota semper circini diductione, ex N diuide hinc inde in Q, & in R. tum ex eodem R signa in S: ex S gemino circini grudu vsq; ad T. rursus ex S gemino circini gradu vsq; ad α. Item ex Q in V, inde gemino gradu ad X. rursus ex V gemino gradu ad β. Applicata deinde regula ad H, & Q, ad H, & R, notentur sectiones Z, γ. Demonstrationem reuise in cap. 5. progymn. 1. huius Apiarij.

III. Post puncta horarum integrarum inuenta in ipsa CD, semisses, & quadrantes inuenire potes vnico aliquo è modis, quos tradidimus in cap. 3, & 5. progymn. 1. huius Apiarij. nempe eàdem circini diductione diuiso circulo in 12 partes, & ex vnius partis bifariatione in alias translata, ac demũ applicatà regulà ex H, vel N ad singulas diuisiones, vbi inter horas integras secabitur Æquinoctialis, ibi erunt puncta semissium, iuxta demonstrata in citatis capitibus progymnasmate. 1.

Puncta semissium, & quadrantum.

His peractis, si à centro horologij K rectas duxeris per puncta inuenta in Æquinoctiali, statim horologium horarum Astronomicarum habes. Sed quoniam Italicas præsertim horas consideramus, & hîc quærimus, ideo-

Horariũ astronomicum statim expeditũ.

- IV. In hora 6 Astronomica LM inuenienda puncta sunt, vt per ea, & per inuenta in ipsa CD duci possint lineæ horarum Italicarum. Igitur interuallum NE transfer in K vtrinque ad δ, & ε. Item reliqua inuerualla ex K ad reliquas sectiones horarum transfer ex linea CD in ipsam LM. verbi gratia, interuallum Nα, vel Nβ transfer in Kζ; & in Kθ; NZ in Kκ, Kλ; NF in Kμ, Kπ; NV in Kρ, Kτ; NX in Kφ, KΨ. quod ad punctum horæ 12 ab occasu sic age vt inuenias id. Spatium Inter K, & E bifariam diuide in ω, ad cuius puncti directionem ducetur posteà in sequentibus linea horæ 12 parallela ipsis CD, vel LM. Quomodo ducẽdæ sint lineæ horarum Italicarum per puncta inuenta in linea horæ 6 astronomicæ, & per puncta inuẽta in Æquinoctiali, discES inferius opportuniori loco. Nunc interim notandum est in punctum horæ 12 ab occasu in meridiana coincidere locum styli tunc tantũ, quando eleuatio est ad 45 gradus, siue ad semiquadrantem. Sed enim vt scias quid egeris, en sequens —

In lineã horæ 6. Astronomicæ inuentio punctorũ pro Italicis, & Babylonicis horis.

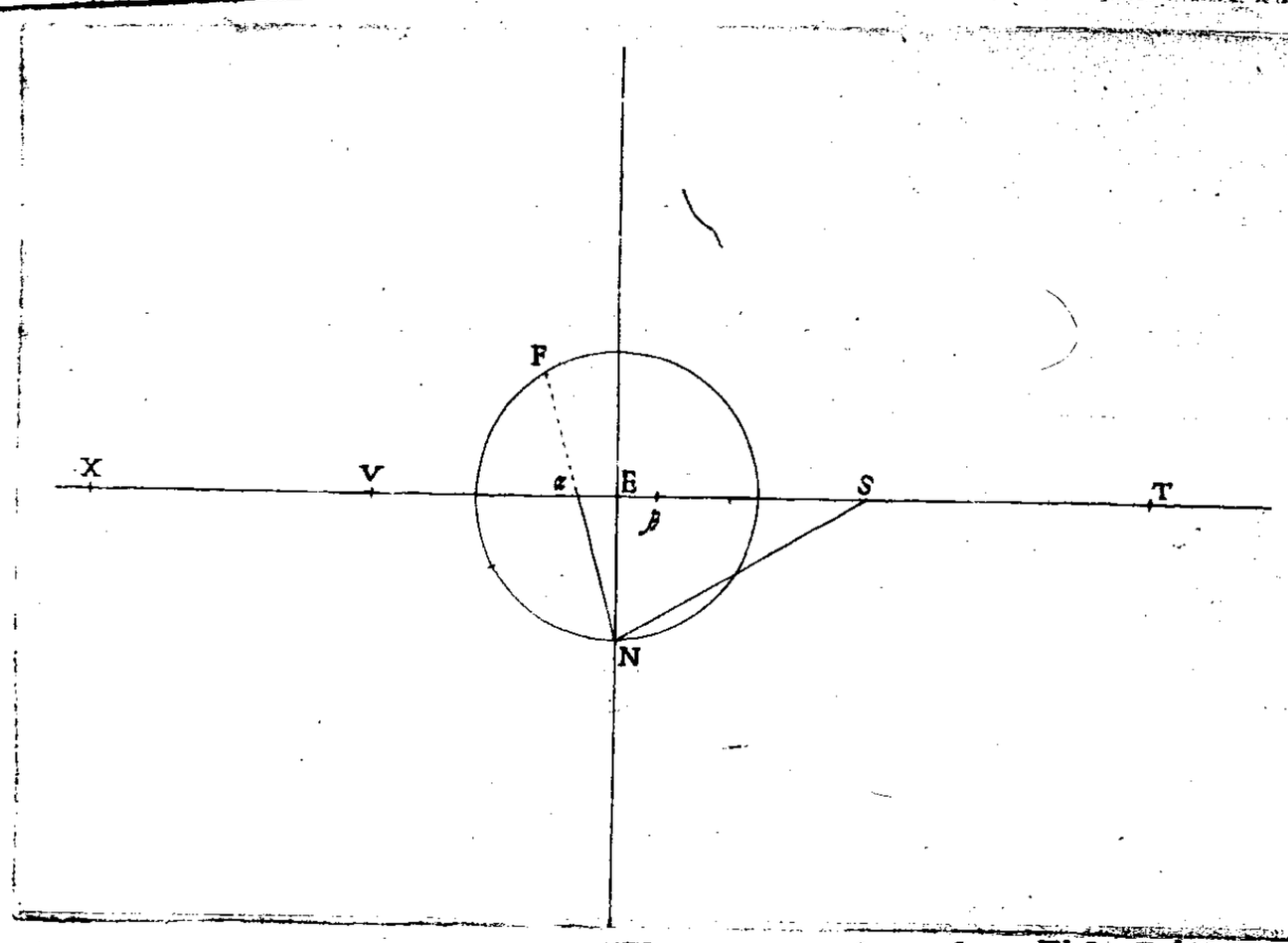
Tantum cùm eleuatio est grad. 45, tunc styli locus coincidit in pũctum horæ 12 ab occasu in meridiana.

CAPVT II.

In quo præmissarum operationum demonstrationes partim indicantur apud Gnomonicos, partim nostræ apponuntur, vna cum corollario maximi vsus in Gnomonicis.

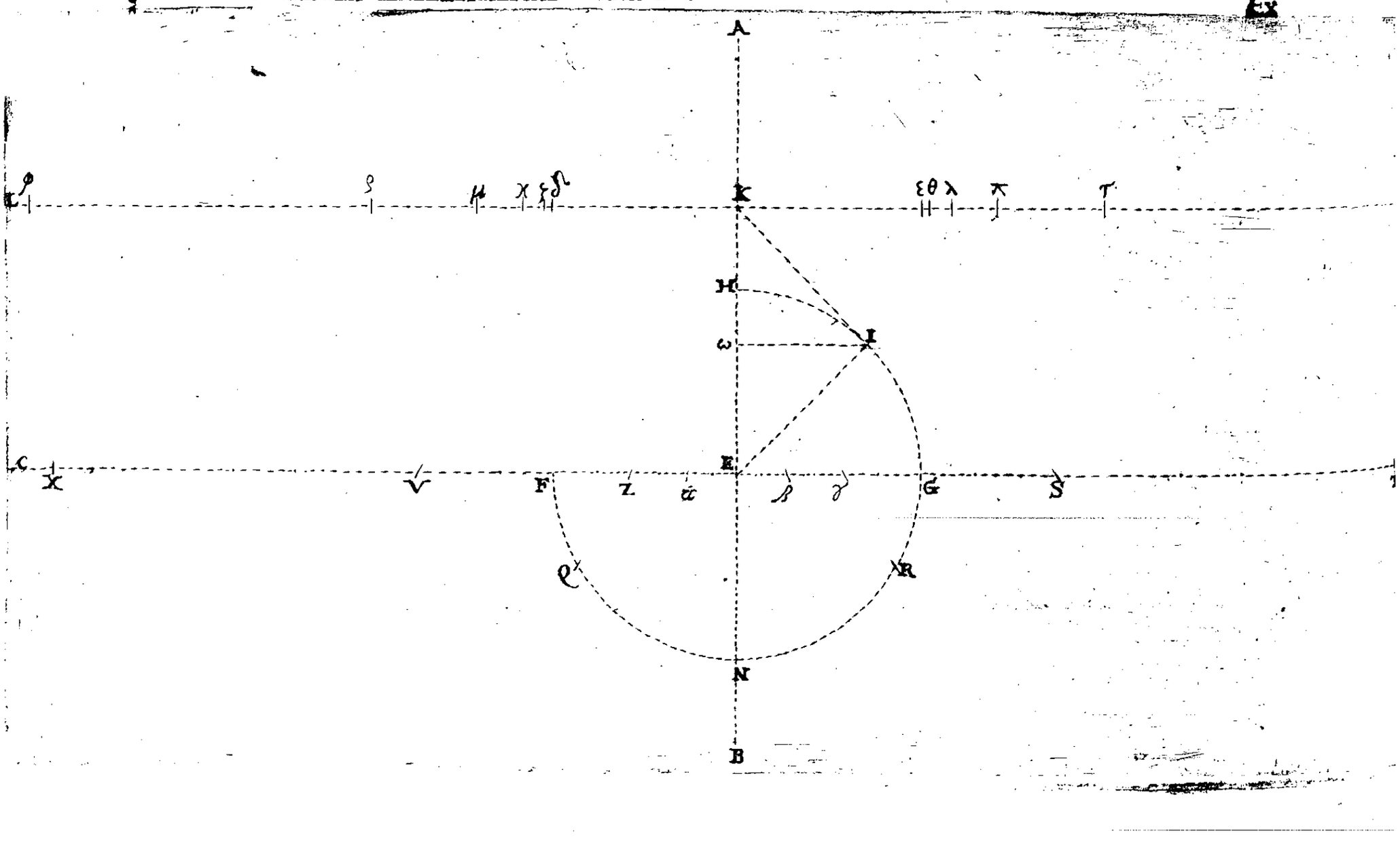
I. IN præcedentis capitis numeris 1, 2. 3. patent theoriæ partim ex ipsa constructione, & denominatione ibi à nobis facta circulorum, &c. qui per lineas repræsentantur, partim ex demõstrationibus nostris prçsertim cap. 4, & 5 Progymn. 1. huius Apiarij. Eleuatio poli numeranda, & accipienda est ex G, non ex H ad I, quia GI est declinatio æquatoris à verticali, cui æqualis est poli eleuatio, iuxta demonstrata in huius Apiarij Progymnasmate 3 antecedenti, cap. 3 num. 5.

Num. 4 circa translationem punctorum ex Æquinoctiali in lineam horæ 6, demonstrationem apud alios indicabimus in fine huius capitis. hîc nunc nostra expediamus. Ac primo quidem demonstrationi, quæ habetur nu. 4. cap. 5. progymn. 1 huiusce Apiarij, super est tantum addere; ac demonstrare ab S ad α figuræ capitis antecedentis, & ab V ad β esse spatium duarum semidiametrorum iuxta praxim in præcedenti capite vsurpatam.



Accipe in hic antepoſita figurà èa tantum, quæ neceſſaria ſunt huic noſtræ demonſtrationi translata ex figura præcedentis capitis. Puncta S, & α ſint vera puncta horarum Aſtronomicarum 8 à med. nocte, & 1 à meridie comperta per modum aliquem demonſtratiuum, quales ſunt apud nos in cit. progymnaſmate 1. cap. 4, & 5; dico ab S ad α eſſe geminum interuallum ſemidiametri NE. Nam iunctis NS, Nα, quoniam angulus α SN, ex demonſtratis num. 5. cap. 5. progymn. 1. huius Apiarij, eſt graduum 30, ergo reliqui Sα N, α N S ſimul ſumpti cõtinebunt gradus 150 ad complementum 280 duorum rectorum. Conſideretur triangulum ENα, in quo angulus rectus α EN continet gradus 90, & angulus ENα eſt graduum 15, iuxta demonſtrata in cit. progymn. 1. cap. 5. num. 4. Ergo reliquus Nα E ad complementum graduum 90, continet gradus 75. ergo & angulus SNα ipſe etiam eſt graduum 75 ad complementum gradum 156, quibus demonſtratum eſt eſſe æquales duos Sα N, α NS; cum ergo ij anguli æquales inter ſe ſint, ergo & latera ijs ſubtenſa SN, Sα. At SN, per demonſtrata num. 5 citati cap. progymn. 1, eſt ſpatium duarum ſemidiametrorum, ergo & Sα eſt duarum ſemidiametrorum. Atq; èadem erit demonſtratio de ſpatio Vβ.

Ex

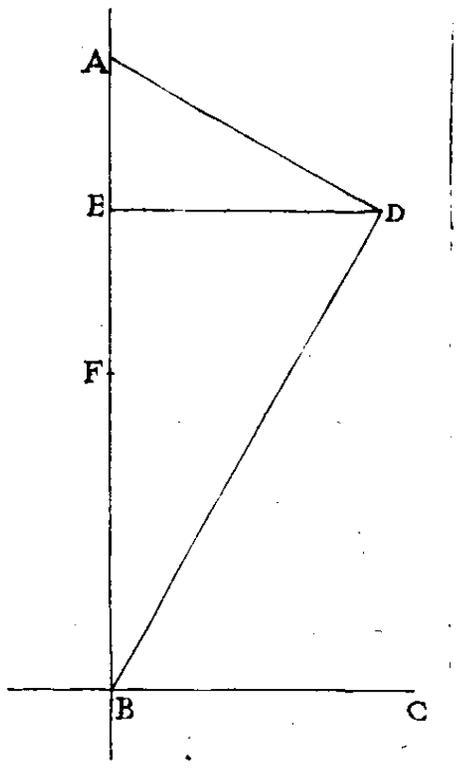


Ex hìc, & cap. 4, & 5 progymnaſmatis pr. demonſtratis habes vnde à nobis demonſtrari poſſit modus eorum, qui diducto circino ad integrę diametri interuallum, (inſpice fig. 2. antecedentem ad ſiniſtram) ex N ſignant in S, ex S in T, & in ω, rurſus ex N in V, ex V in X, & in β.

Eodem num. 4. capitis præcedentis quatenus præcepimus bifariam eſſe diuidendum in fig. capitis antecedentis ſpatium K, & E, vt habeatur in ω punctum horæ 12 ab occaſu, vide Clauium noſtrum in noua deſcriptione horologiorum cap. 14. num. 2. vbi facilimè demonſtrat punctum horæ 12. Italicæ in meridiana eſſe medium inter centrum horologij, & punctum ſectionis, quæ fit ab æquinoctiali in meridiana, ideſt ſpatia E ω, ω K eſſe æqualia.

II. Quatenus autem in fine eiuſdem num. 4 præcedentis capitis affirmatur a nobis punctum 12. ab occaſu coincidere in locum ſtyli tunc tantum quando eleuatio poli eſt 45 graduum, quoniam, vt inferius videbimus, vtilitatis eſt non vulgaris, id mox geometricè non vno modo demonſtro, & corollaria in vſum horarij horizontalis elicio.

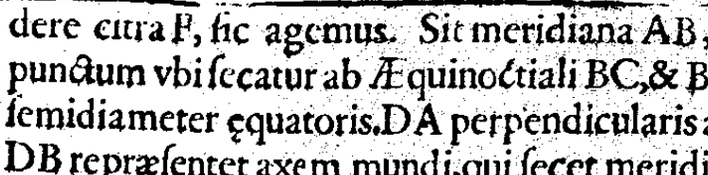


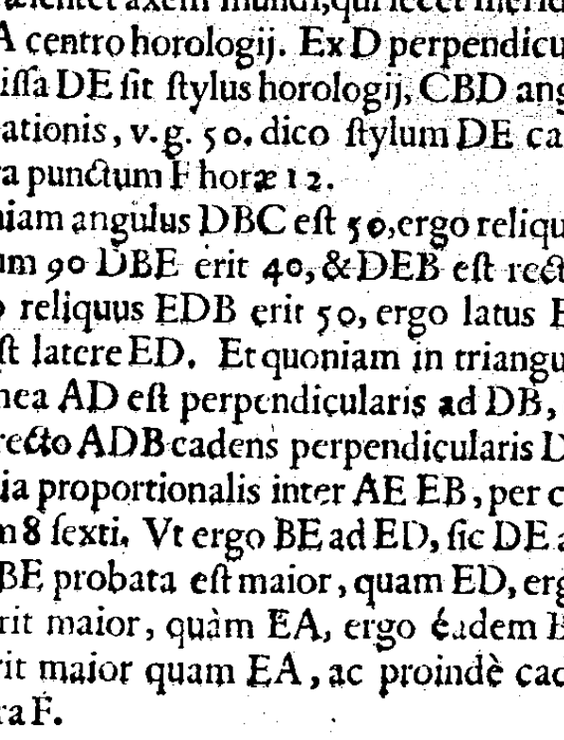




Nam in appoſita hic figura vt probemus in eleuatione maiori, quàm 45 cadere ſtylum vltra F, (quod punctum ſupponamus eſſe dimidiãs totam AB) in eleuatione verò minori quam 45 cadere citra F, ſic agemus. Sit meridiana AB, B punctum vbi ſecatur ab Æquinoctiali BC, & BD ſemidiameter æquatoris. DA perpendicularis ad DB repræſentet axem mundi, qui ſecet meridianam in A centro horologij. Ex D perpendicularis demiſſa DE ſit ſtylus horologij, CBD angulus eleuationis, v.g. 50. dico ſtylum DE caſurum vltra punctum F horæ 12.

Quoniam angulus DBC eſt 50, ergo reliquus ad rectum 90 DBE erit 40, & DEB eſt rectus 90, ergo reliquus EDB erit 50, ergo latus EB maius eſt latere ED. Et quoniam in triangulo ABD linea AD eſt perpendicularis ad DB, ex angulo recto ADB cadens perpendicularis DE erit media proportionalis inter AE EB, per corollarium 8 ſexti. Vt ergo BE ad ED, ſic DE ad EA; ſed BE probata eſt maior, quam ED, ergo & DE erit maior, quàm EA, ergo eadem BE multo erit maior quam EA, ac proindè cadit ſtylus vltra F.

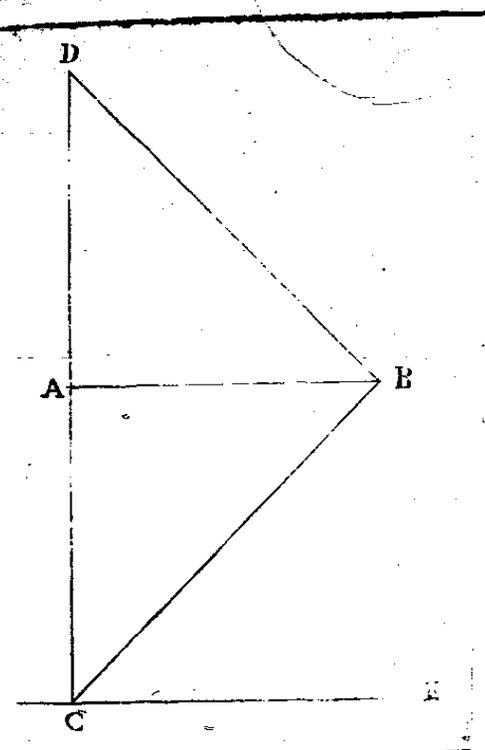






Eodem modo in eleuatione minori quam 45, v.g. in angulo eleuationis CBD 40 graduum in appoſitâ hìc 2 figurâ probabitur ipſam D E, ideſt ſtylũ, cadere citra F. Vt enim EB oppoſita minori angulo eſt minor, quàm ED, ſic eadem ED minor eſt quã AE, ac ipſa BE multo minor erit quam EA, ergo citra F in E cadit ſtylus DE.

Sic cum elcuatio poli fuerit 45 grad. probari poterit DE cadere in F; oſtendetur enim eodem modo tũc ab ipſa DE diuidi baſim AB bifariam in F, hoc eſt diuidi in duas partes habẽtes vnam eandemq; proportionem ad ipſam DE.



ipſe eſt ſemirectus; ergo per 6. pr. oppoſita latera AB, AC ſunt Æqualia; item eadem eſt demonſtratio de triangulo DAB, quia A eſt rectus deinceps, DB eſt tangens ideſt axis mũdi, qui eſt perpendicularis ad æquatoris axem CB; ergo angulus DBC eſt rectus. At ABC probatus eſt ſemirectus, ergo DBA reliquus eſt ſemirectus, & conſequenter ipſe D ſemirectus, ergo duo latera BA, AD ſunt æqualia; ergo & DA, AC inter ſe æqualia ſunt, quia eidem AB æqualia.

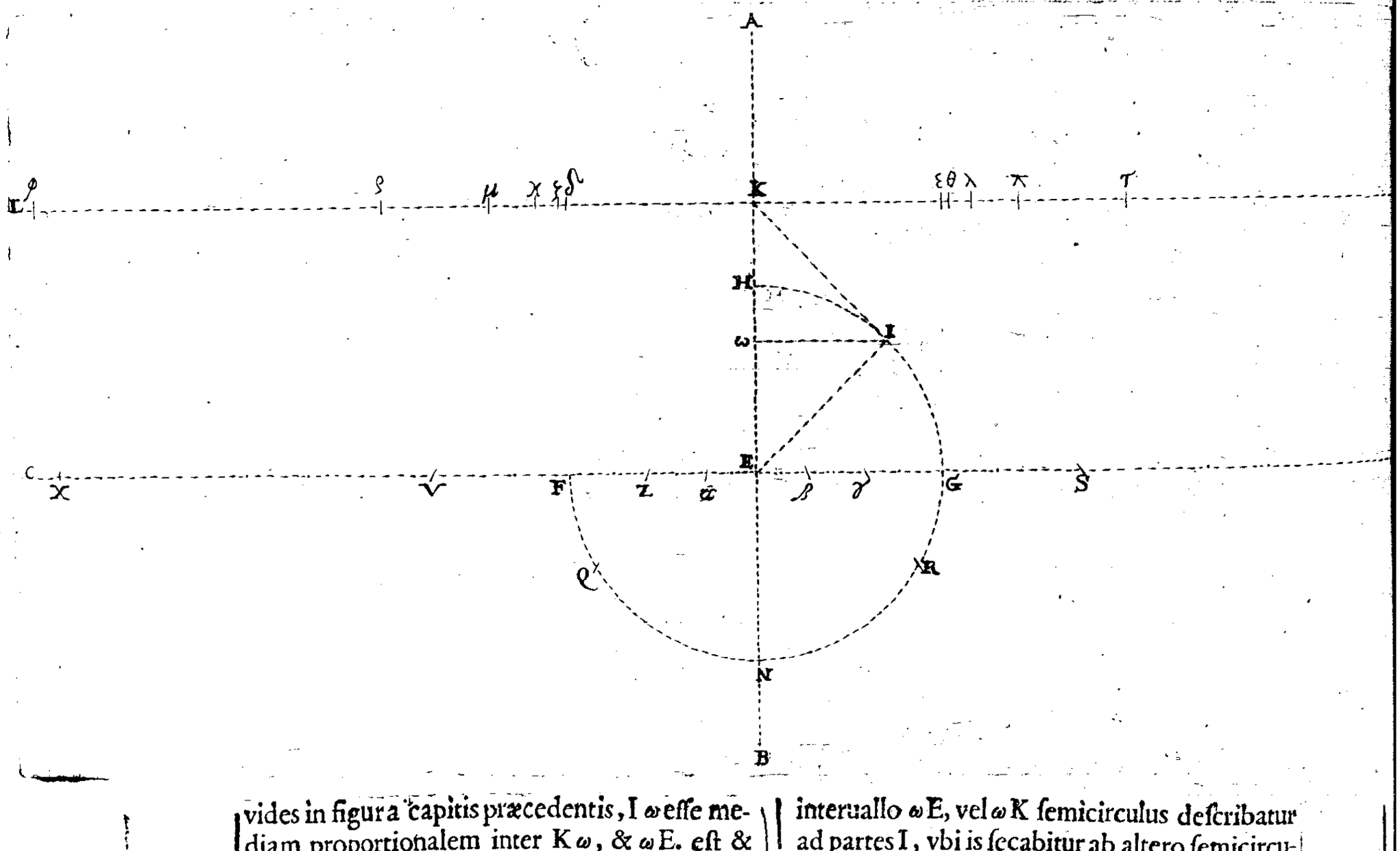
Vel per 26. pr. duo triangula DAB, BAC ſunt æqualia propter latus commune AB adiacens angulis, qui ſunt æquales vterq; vtriq; DAB ipſi CAB, DBA ipſi ABC.

III. Hinc pro corollario notãdum eſt ſtylum in planis horizontalibus obliquæ ſphæræ eſſe lineam mediam proportionalem inter duo ſegmenta lineæ meridianæ, quorum ſegmentorum alterum intercipitur inter centrum horarij, ſiue axem mundi, & inter locum ſtyli, alterum verò inter eundem ſtyli locum, & inter æquinoctialem, ſiue inter ſemidiametrum æquatoris, vt hîc

Stylus in horarijs horizõtalibus obliquæ ſphæræ eſt media proportionalis, &c.

Aliter.

IN eleuatione 45 BCE trianguli ABC angulus A rectus eſt, ideſt 90 gr. angulus C ſemirectus, ideſt 45 gr; ergo reliquus B etiam



vides in figura capitis præcedentis, I ω eſſe mediam proportionalem inter K ω, & ω E. eſt & idem ſtylus media etiam proportionalis inter duo ſegmenta diametri, ex cuius dimidij interuallo ductus eſt circulus, vnde puncta inuenta ſunt in æquinoctiali, vt vides in eádẽ figurà ſtylum, ſeu rectam I ω eſſe mediam proportionalem inter H ω, ω N, iuxta ſchol. ad 13. ſexti. ſi ergo interuallo ω E, vel ω K ſemicirculus deſcribatur ad partes I, vbi is ſecabitur ab altero ſemicirculo NGH, ideſt in I, ex communi ea ſemicirculorum ſectione ſtylus perpendiculariter demiſſus ita ſe habet, vt quemadmodum N ω ad ω I, ita ω I ad ω H, & quemadmodum E ω ad ω I, ita ω I ad ω K.

Corollarium hoc erit vſui inferius, vbi ſuo loco

doce-

docebimus in dato horario horizontali inuenire demonſtratiuè, ac geometricè ignorata locum, & quantitatem ſtyli.

IV. Noſtris expeditis, præſtemus id quod polliciti ſumus initio huius capitis circa theoricen translationis punctorum ex Æquinoctiali in lineam horæ 6.

Theorice pro punctis horarum ab horizonte in linea horæ ſextæ. &c.

Acceptio igitur illa interuallorum ex N in α, Z, V, X, eſt æqualis diſtantijs pũctorum horarium in Æquinoctiali, per quorum punctorum alterum ducẽda eſt linea horarum ab horizonte parallela lineæ horariæ Aſtronomicæ. verbi gratia interuallum NZ æquale eſt interuallo Zγ, & per Z ducenda eſt linea horæ 20 Italicæ parallela horæ 10, à media nocte ducendæ ex K per γ. interuallum N α æquale eſt ſpatio intercepto inter α, & inter punctum horæ dimidiæ inter γ G, per quod punctum ducenda eſt linea horæ demidiæ poſt 9 à media nocte, & illi parallela ducenda eſt per α linea horæ 19. Italicæ. ſic de cæteris interuallis ex N ad reliqua puncta horaria, quæ interualla ſunt æqualia interuallis in Æquinoctiali, per quorum interuallorum extrema ducendæ ſunt parallelæ, &c.

Quod autem ea interualla inter N, & puncta horaria ſint æqualia interuallis in Æquinoctiali &c. demonſtratur facile apud Clauium in noua praxi cap. 3 vbi ponit modum patris Griembergeri inueniendorum punctorum horariorum in Æquinoctiali (per diductionẽ circini ad totam diametrum NH, &c. vt dictum eſt ſub finem numeri primi in hoc capite) itemq; inueniendorum ſemiſſium per interualla ex N ad horas impares, & transferendo ea vtrinq; Verbi gratia interuallum N α addexteram dat ex α punctum mediæ horæ inter γ G, ad ſiniſtram ex α dat punctum dimidiæ inter VF. Ratio igitur æqualitatis interuallorũ ex N ad puncta horaria cum interuallis in Æquinoctiali, &c. eſt quia iuxta modum P. Griembergeri per interualla ex N inueniuntur interualla horarum, & ſemiſſium in Æquinoctiali, &c.

Per quę interualla inueniantur horæ, & ſemiſſes. &c.

Notabis obiter etiam per interualla ex N ad puncta ſemiſſium vtrinq; haberi in Æquinoctiali puncta quadrantum, &c. vide citatum caput. &c.

Per interualla ad ſemiſſes inuenire quadrantes horarum. &c.

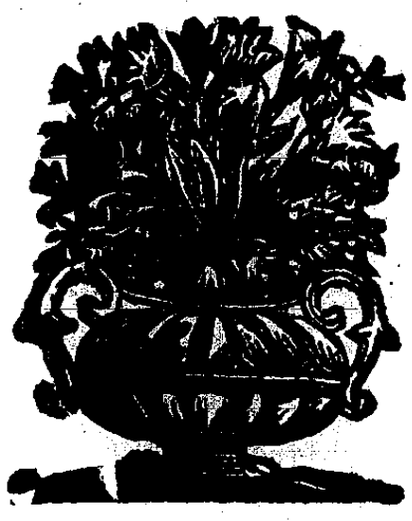
Porro prædicta interualla exN ad puncta horaria in Æquinoctiali transferuntur in lineam LM horæ 6 aſtronomicæ, vt facilius duci poſſint parallelæ lineæ horariæ ab horizonte lineis horarijs aſtronomicis, Æqualia enim, & parallela ſpatia in lineis Æquinoctiali, & horæ 6 iungunt parallelas lineas horarias, &c.

Cur vero horariarum linearum ab horizonte & Aſtronomicarum binæ ſint parallelæ ratio eſt, quia earum circuli horarij eandem habent communem ſectionem, & planum horologij æquidiſtat vni illorum, nempe horizonti, &c. iuxta ea, quæ demonſtrantur apud Clauium lib. 1. Gnomonici propoſit. 17, & 18. Quarum propoſitionum verba, & ſingulas conditiones oportet recte percipiat gnomonicus tyro, vt effugiat difficultates, & oppoſitiones apparentes, quæ occurrere conſuerunt tyronibus non rectè concipientibus animo, vel non ſubijcientibus ſibi ante oculos in globis materialibus eas circulorum tangentium, & ſecantium mutuas, & communes ſectiones, æquidiſtantias, &c:

Cur lineæ horariæ Aſtronomicæ, & ab horizonte lineæ ſint parallelæ.

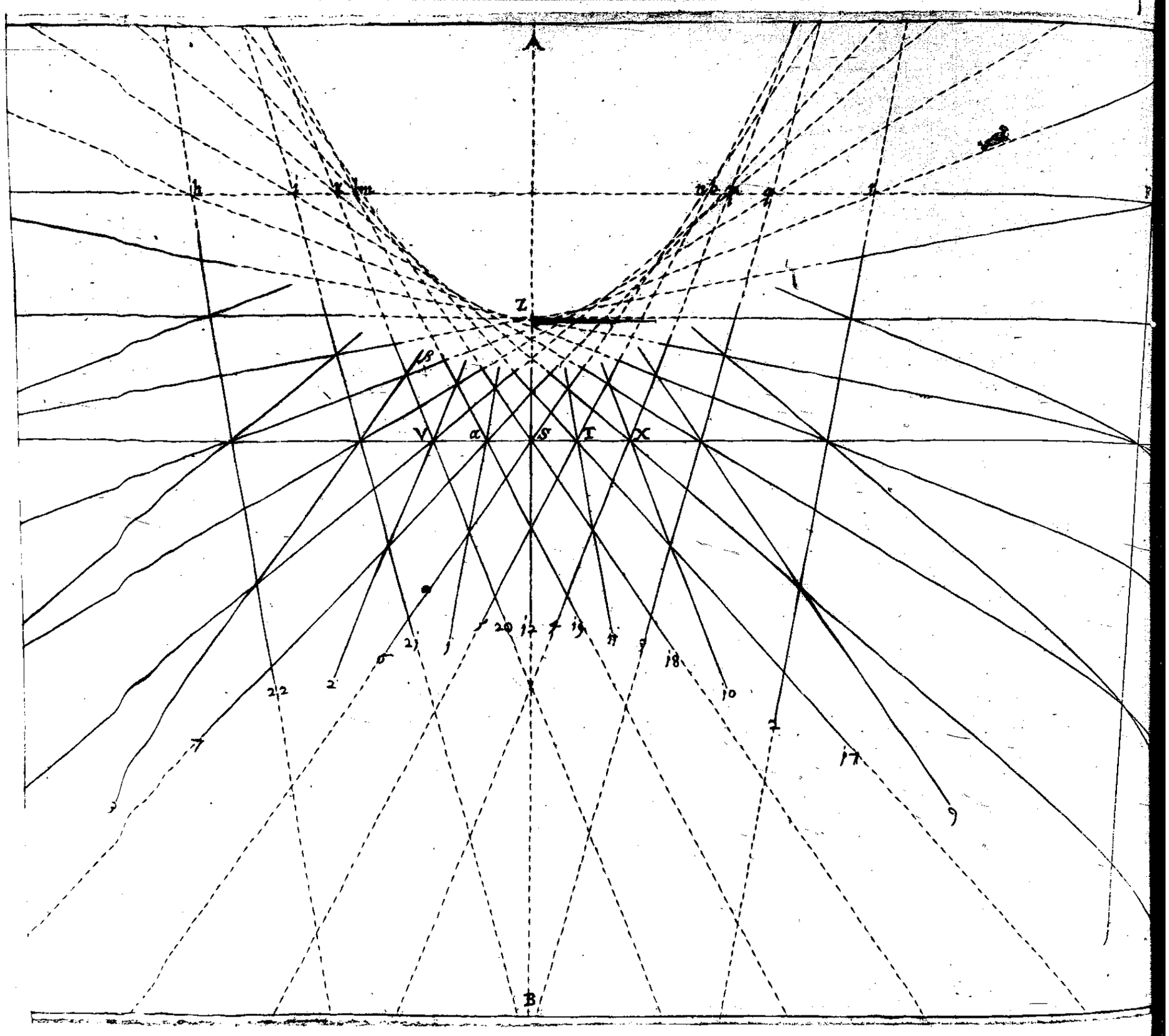
Vide compendium ad praxim in fine capitis ſequentis num. 10, vbi rotula oſtendit quænam lineæ horariæ ab horizonte quibus aſtronomicis parallelæ ducendæ ſint.





CAPVT III.

Lineas Astronomicarum, Italicarum, Bœmicarum horarum deducere, facillimé terminare, ac diuidere vel arcubus diurnis, vel latitudinibus horizontalibus, ex horario nostro vniuersali. Additis aliquot theorijs. &c.



I. DVctæ sint è superioribus præceptis decussatim ad rectos meridiana AB, Aequinoctialis CD, hora 6 astronomica occultè EF, in qua inuenta sint puncta E, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, F. Stdeniq; stylus vbi Z. Pro lineis Astronomicarum horarum ducendis habes iam in capite 1. num. 3. huius Progymn. 4, ducendas eas esse à centro A per puncta in Æquinoctiali CD inuenta.

II. Pro Italicis horis incipe per bina puncta horæ 6. EF, & Aequinoctialis CD lineas occultas deducere ab E 23, & progredere ordine retrogrado ad H 22, I 21, K 20, L 19, M 18. Inde rursus relábere, applicando regulam iterum ad L, & in Aequinoctiali progrediendo, duc L 17, tum K 16, I 15, H 14, E 13.

Deductio linearum horariarú ab horizonte.

III. Hora 12 (quæ iuxta præmonstrata in Superioribus in omni eleuatione ducenda est per punctum diuidens bifariam spatium meridianæ interceptum inter puncta horæ 6. & Aequinoctialis lineæ secantium meridianam) cadit in rectam lineam cum stylo in assumpta à nobis

Hora 12 ab horizõte per quod punctũ ducẽda sit in omni eleuatione.

poli

poli eleuatione gr.45, ac ducetur parallela ipſis CD,EF. Poſt 12 ſupersũt ducendæ 11,10,9. applicata regula ad F, R, Q & ad ſectiones 23 22, 21 cum Aequinoctiali. Horæ Babylonicæ contraria omnino ratione per prædicta puncta deducendæ erunt, incipiendo à D verſus C, &c.

IV. Vt autem ſcias numerum horarum ducendarum, cognoſcendus eſt maximus arcus diurnus eius polaris eleuationis, ad quam horologium conſtruxiſti; quem arcũ ex noſtro meridiano horologio vniuerſali facillima, & tutiſſima ea diſces ratione, quam in corollarijs poſt eius conſtructionem tradidimus Prog. 2. anteced. cap.5. Inuenies filum perpendiculi cum ſecat eleuationem 45 gr. polaris eleuationis, ſecare etiam in horis vltra 6 in alterutro tropicorum vnam horam cum tribus quadrantibus circiter, quod eſt augmentum arcus ſemidiurni vltra 12 horas, ac geminatum tres horas confi cit cum dimidia. Itaq; maxima dies in eleuatione poli 45 gr. erit horarum 15½ circiter. Totidem igitur horariæ lineæ, ideſt 15, ducendæ erunt in Italico horizontali horolabio, ſi tamen planum ſit capax.

Fallacia vitãda

In eleuatione poli gr. 45 filum perpendiculi ſecticnem horarum obliquam facit æqualem ſectioni obliquæ horizontis, vt in hoc exemplo, & ſub finem cap.5. progym.2 anteced. Extra 45 non ſic. experire, Lector, nè fallare.

V. Theorica ſi qua ſunt, nihil habent nouæ difficultatis apud Tyrones iã imbutos cognitione à nobis iam tradita in antecedentibus. Horarię enim illæ Italicarum proiecturæ quodammodo irregulares accidunt in planum ex obliquitate circulorum horariorum Italicorum horizonti obliquo æquidiſtantium. &c. Vide ſub finem huius capitis num.9. ne hîc differamus reliqua ad praxim.

Pro horis inæqualibus deſcribendis (quas hîc nõ quærimus,& pro quibus nihil noui habemus) vide, præter alios, Clauium noſtrum Gnomon. lib.2. prop.12.

Terminatio linearum horariarum per interualla mutuarũ ſectionum. &c.

VI. Hyperbolis ſolaribus tropicis terminabis lineas horarias facile, ſi iuxta numerum horarum maximi, & minimi arcus diurni numerabis in ſingulis lineis horarijs à punctis in Æquinoctiali totidem interualla mutuarum ſectionum, quas inter ſe faciunt Italicæ, ac Babylonicæ horariæ lineæ. Verbi gratia in terminandà horà 18 ab occaſu numerabis ab S vtrinq; tria ſectionum interualla cum penè dimidio, quoniam in eleuatione gr. 45 is eſt maximus exceſſus, vel defectus vltra, & citra diem Æquinoctij horarum 12. Pro lineis horarijs quæ non ſecant Æquinoctialem, terminandis, verbi gratia, pro 12 ab occaſu numerabis in eius horæ lineà ſectiones trium horarum ab ortu, cum ſeſquiquadrante interualli inter 3, & 4 ob ortu. Pro 11 ab occaſu terminandà ſume ſeſquiquadrantem poſt 2 ab ortu. Pro 10, ſeſquiquadrantem poſt 1 ab ortu.

Computatis omnibus, & expenſis alijs modis vſitatis, nempe fabricà, & vſu ragidici, vel inſtrumentorum ad hyperbolas, vel ductu horarum Aſtronomicarum, & earum terminationibus, atq; alijs prolixis deſcrptionibus geometricis hyperbolarum, modus hic per interualla mutuarum ſectionum, quas inter ſe faciunt horę ab horizonte, fortaſſe eſt expeditiſſimus; Niſi forte expeditior videatur mox addendus num.7 non vulgatus, ex latitudinibus horizontalibus. Simili ratione terminandæ ſunt per eadem interualla horæ Babylonicæ. Aſtronomicæ verò ſuos terminos ſortientur inter terminos prædictarum Italicarum, & Babylonicarum.

Terminatio linearum horariarũ per latitudines horizontales.

VII. Quod ſi duxeris lineas tantum alterutrarum ab horizonte, ſcilicet vel Italicarum tantum, vel tantum Boëmicarum, duc occultas Aſtronomicas, vt habeas expeditiſſimam rationem terminandi horas per latitudines horizontales ex figurà 2. cap. 5. Prog. 2. huius Apiarij Gnomonici repoſita hic etiam fac. 68. Ibi vides in exemplo eleuationis grad.45 maximas latitudines horizontales notatas in obliquo horizonte, vltra & citra 6. ſupra & infra Æquinoctialem eſſe interuallum vnius horæ cum tribus quadrantibus circiter, Igitur in figurà hic fac. 66, ſi velis terminare horam verbi gratia 19 Italicam tropico Cancri, vide ſupra Æquinoctialem, CD vltra 12 à mediâ nocte ſpatium vnius horæ cum tribus quadrantibus αβ interceptum inter 1, 2, & prope 3 Aſtronomicas à meridie, & terminum fige in β. Pari ratione vide infra æquinoctialem ſpatium inter 1, 12, & prope 11 aſtronomicas, &c. pro tropico Capricorni. Sic ergo ductis occultis lineis horarum Aſtronomicarum, ſi duxeris tantum Italicas, eas poteris terminare per ſpatia ſupra, & infra Æquinoctialem iuxta latitudines horizontales intercluſas ſpatijs horarum Aſtronomicarum. Eodemq; modo ſi Solas duxeris Boëmicas, eas terminabis per ſpatia horizontatalia, &c. ſunt enim ſingulæ lineæ horarum ab horizonte nihil aliud, quàm latitudines horizontales &c. in rectas proiectæ.

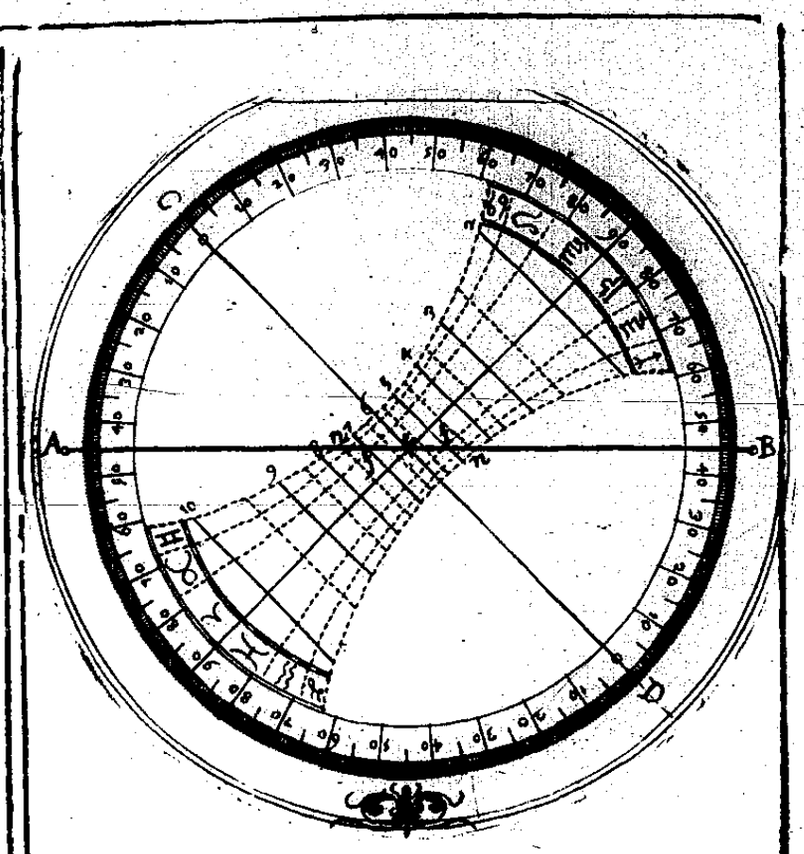
Lineę horarię ab horizonte terminatę sũt latitudines horizontales.

Si duxeris occultas alterutras tantum vel Italicas, vel Boëmicas, & velis Aſtronomicas lineas horarias terminatas, ac manifeſtas ducere, numerabis item infra, & ſupra Æquinoctialem interualla vnius horæ, & 3 quadrantum interceptа inter Italicas occultas, vel Babylonicas. Ceu ſi termines 12 aſtronomicam ſpatijs interceptis ſupra Æquinoctialẽ inter 18, & 17, & prope 16 Italicam, vel inter 6, 7, & prope 8 Boëmicam; infra vero Æquinoctialem inter 18, 19, & prope 20 Italicas; vel inter 6, 5, & prope 4 Boëmicam.

Bab. Quod attinet ad terminationes linearum horariarum Italicarum, vel Boëmicarum, ſanè hic modus noſter per latitudines horizõtales interceptas ſpatijs horarum Aſtronomicarum occultè ductarum longe facillimus videtur, quia lineæ horarum aſtronomicarum facilius, & ſimplicius educuntur ab vno centro per puncta Æquinoctialis, quã horæ alteræ vel Italicæ, vel Boëmicæ ex pũctis replicatis horæ 6. &c. Quarę Aſtronomicarũ horarũ lineæ expeditius terminãt lineas horarũ ab horizonte, quàm terminẽtur ipſę horizõtales per mutuas inter ſe ſe interſectiones &c.

Parallelos ſignorum Zodiaci notare in lineis horarijs ab horizõte per latitudines horizõtales.

VIII. Quoniam vero in inſcriptione capitis poſuimus, præter *terminare*, etiam *diuidere*; vt in lineis horarijs ab horizonte notes terminos, & partes ſingulorum ſignorum Zodiaci, eàdem arte vteris proportione, qua prædiximus terminandas tropicis. nam pro exemplo, vides in figurà partem EF obliqui horizontis ſupra, & infra Æquinoctialem eſſe paullo minus quam dimidiam totius maximæ latitudinis horizõtalis E N; ergo ſingulas horarias lineas Italicas, vel Babylonicas ad ſimilem quantitatem ſignabis ſupra, & infra horizontem, vt in ijs habeas terminos extremos Arietis, & Libræ. &c.



Similiq; ratione, iuxta partes ſignatas obliquorum horizontium ſignabis in horario horizontali parallelos ſignorum Zodiaci.

Quo facto, vſum eius rei ſingularem videbis in fine capitis mox ſequentis ad horas ſine acu magnetica noſcendas.

IX. Ex-

Omnes lineæ horariæ in Æquinoctiali cur se lecent.

IX. Expedio quæ huc reiecì ad theoricen, indicandam deductionis linearum horariarum, præsertim Italicarum. Habent porro omnes lineæ horariæ cuiuscumq; generis puncta mutuarum sectionum in Æquinoctiali, quia cùm æquinoctialis vnus maximorum in sphæra circulorum sit, iuxta demonstrata à Theodosio in sphæricis, diuiditur ab horizonte siue recto, siue obliquo in duas partes æquales, & arcus diurnus Æquinoctij cum diuidatur in 12 partes æquales pro horis cuiuslibet generis, necesse est vt omnium generum horariæ lineæ concurrant in eãdem duodena puncta. &c.

Ac quod pertinet ad puncta mutuarum intersectionum, quæ fiunt ab horarijs lineis, Mauroly cus de ijs acutissime de more suo philosophatus est. Cuius theorijs Clauius plures tabulas apposuit, & demonstrationes geometricas propositione 19; & 20. lib. 1. Gnomon.

Quę lineæ horarum Astronomicarũ, & ab horizonte secant se in Æquoctiali.

Quod ad mutuas sectiones linearum horariarum ab horizonte, & Astronomicarum in ijsdem punctis Æquinoctialis, intersecant se in eodem Æquinoctialis puncto linea horæ astronomicæ, & lineæ horarum ab ortu, vel occasu, quarum circuli distant ab astronomicæ circulo per spatium integri quadrantis, siue 6 horarum.

In linea 6 Astronomicæ q̃nam ab horizonte secent se.

In lineà verò horæ sextæ astronomicæ secant se mutuo duæ lineæ horariæ ab ortu, vel ab occasu, quarum circuli æqualiter distant à circulo horæ 6 Astronomicæ. Hinc est quod in linea EF per eãdem puncta E, H, I, K, L, & per O, P, Q, R, F binæ lineæ horariæ ab occasu, & binæ ab ortu se se intersecantes ducuntur.

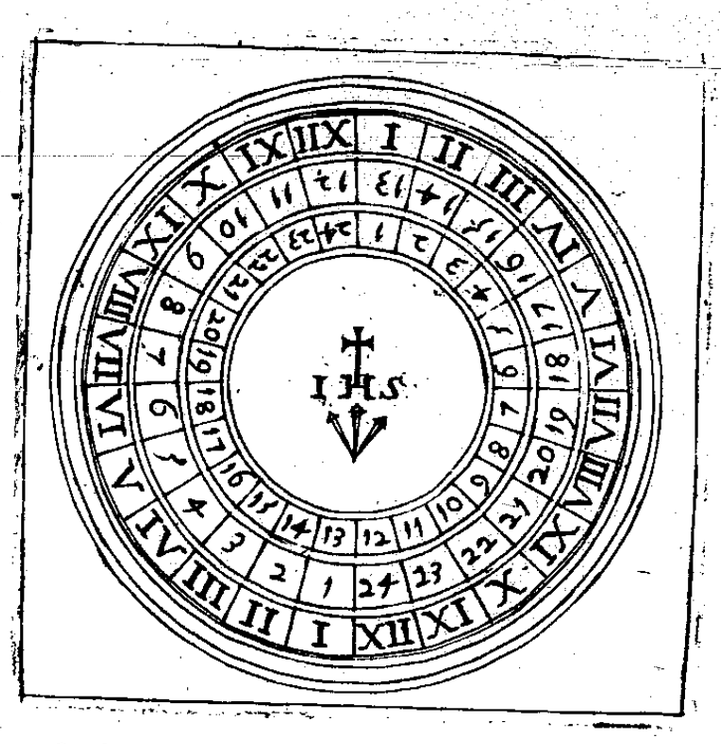
In qualibet linea horæ astronomicæ q̃nam ab horizonte se se intersecent.

Quinimo vniuersalis propositio, ac demonstratio est de omni lineà horarià Astronomicà, quod in eà intersecant se se binæ lineæ horarum ab ~~occasu~~, quarum circuli æqualiter distent à circulo illius horæ astronomicæ in maximo parallelorum semper apparentium. Exempla prædictarum omnium sectionum videre potes in appositâ horarij figurâ, in quâ vides in Æquinoctialis puncto verbi gratia S intersecare se 12 astronomicam, & 18. ab occasu, & 6 ab ortu, quæ distant quadrante, siue 6 horis à 12. astronomicà. sic intersecant se in α septima ab ortu, & 19. ab occasu, & astronomica prima à meridie, à qua astronomica distat 6 horis septima ab ortu, & 6 horis decima nona ab occasu.

In lineà vero EF horæ 6 astronomicæ à meridie intersecant se in L binæ ab occasu 17, & 19 quarum media est, per distantiam vtrinque vnius horæ, ipsa 6 astronomica. in K binæ ab occasu 16, & 20, quarum singulæ duabus horis distant à 6. &c. proportione intersecant se in O binæ ab ortu 5, & 7 in linea horæ 6 à media nocte, &c. ob, & iuxta prædicta.

Vnde possint diguoici æquales distantiæ horarũ ab horizonte.

X. Porro æquales illas distantias horarum orriuarum, vel occiduarum à 6 astronomica animaduerti ego posse dignosci ex distantijs æqualibus ab S puncto 12 astronomicæ in Æquinoctiali. sic ab S distant in α, & T 19, & 17 spatijs æqualibus vnius horæ vtrinque SA, ST. In V, & X distant duabus horis vtrinq; SV, SX binæ 20, 16 intersecantes se in K, &c. Paritatione de binis ab ortu, &c.



Sed eorum omnium, quæ philosophati sumus capite præcedenti, & in hoc circa deductiones parallelarum ab ortu, vel occasu ipsis Astronomicis horarijs lineis, & circa mutuas sectiones horariarum linearum in Æquinoctiali, & in lineà horæ 6 Astronomicæ mirificum compendium exhibebit arte oculos ad praxim ducendarum linearum pro horis & signandarum suis numeris, compendium, inquam, exhibebit figura capitis 2 progym. 2 huiusce Apiarij Gnomonici hìc replicata, in qua figurà aptetur rotula interior, ac minor horarum ab horizonte ita, vt 12 ponatur iuxta 12 astronomicam, tunc enim apparebit —

Practicum compẽdium circa præcepta in cap. ante ced. & in hoc.

— I Quænam horaria linea ab horizonte cuiq; horariæ astronomicæ parallela ducenda sit, ea enim hora integra, vel dimidia astronomica, quę media fuerit inter spatiũ interceptũ inter 24, & inter datam ab horizonte, erit cui ducenda erit parallela data ab horizonte. Verbi gratia in figura apptatà iuxta prædicta vides inter 22, & inter 24 ab occasu mediã esse in rotula astronomicarum horarũ 11 à mediâ nocte; illi ergo parallela ducenda est 22 ab occasu. à 21 ab occasu ad 24 inclusiuè spatiũ est 4 horarum, cuius spatij medium signat 10 cum dimidia à media nocte (idest linea inter 10, & 11) huic ergo parallela ducenda est 21. &c. Pari ratione de horis ortiuis. &c.

II. Patet in eádem figurà, ~~verbi gratia,~~ 23, & 11 ab occasu per spatium quadrantis, siue horarum sex, distare ab appositâ intermedia astronomicà 5 à meridie; ergo ternæ illarum horarum lineæ secabunt se in eodem puncto, &c.

III. Patet in eadem figurà à 6 Astronomica

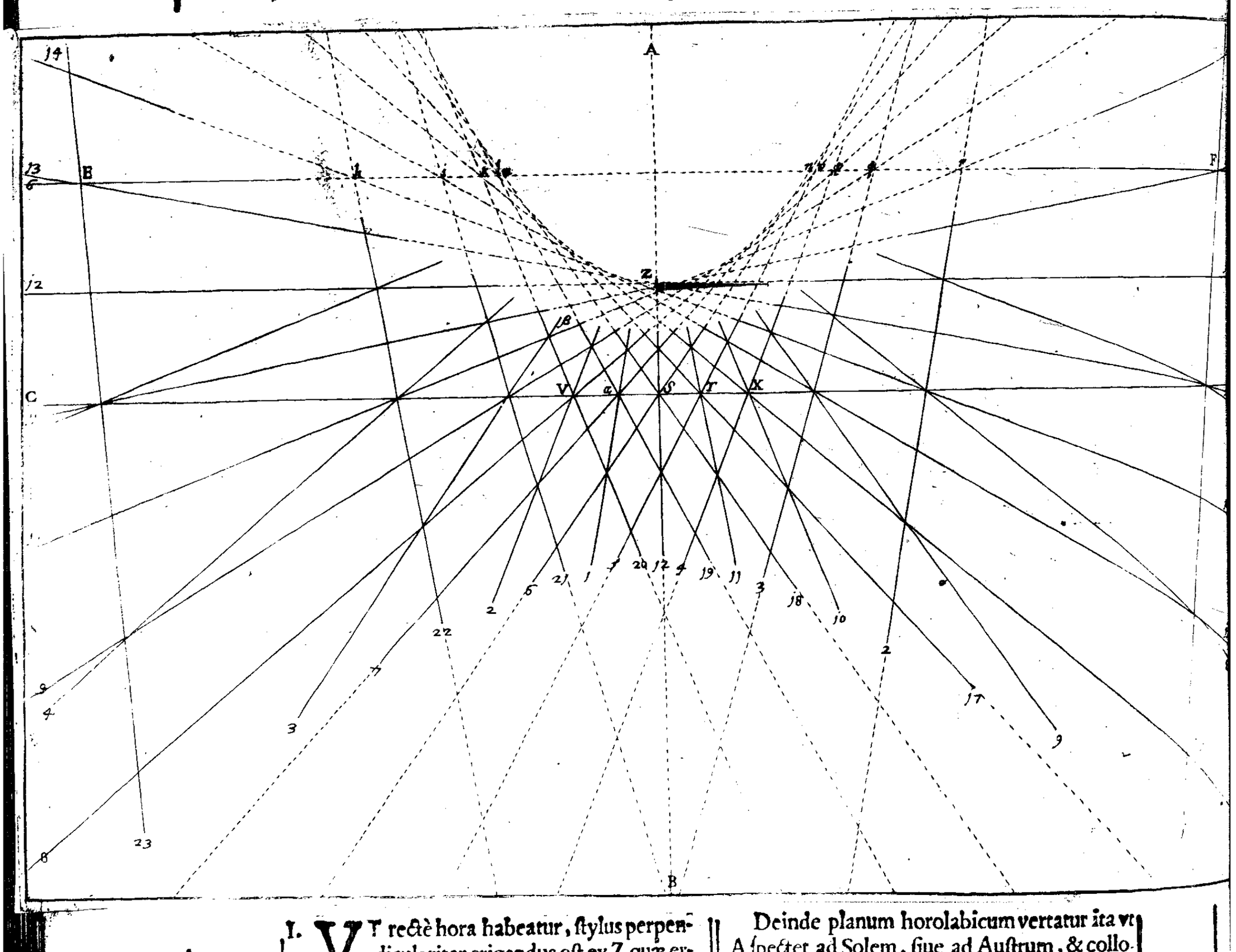
æquidiſtare 17, & 19. item 16, & 20. & pari ratione reliquas horizontales occiduas; ergo binæ æquidiſtantes interſecabunt ſe in ſingulis punctis 6 aſtronomicæ. Idemq; pari ratione patet in eâdẽ rotulatâ figurâ de horis horizõtalibus ortiuis æquidiſtantibus à ſexta aſtronomica &c.

Itaq; habes in rotulis appoſitæ figuræ compendium ad horarias lineas in horizontali horario rite ducendas, & ſuis numeris notandas, & ad examen an ritè ductæ ſint lineæ horariæ, &c.

Ex compendio rotularũ, &c. etiã examen an rite ductæ horariæ lineæ ab horizõte. &c.

CAPVT IV.

Sine vſu magnetica acus varia collocatio Aſtronomica horarij horizotalis. Vſus eximij prater vulgatos, & paradoxa iucunda in vſu eiuſdem horarij.



Examen demonſtratiuũ ſtyli perpendiculariter erecti.

I. VT rectè hora habeatur, ſtylus perpendiculariter erigendus eſt ex Z, quæ erectio examinatur ducto circulo ex Z, & aptato, ac circumducto e tribus peripheriæ punctis ad ſtyli verticem eodem circini, vel fili interuallo. Vide ſchol. ad 5 lib. 4. Eucl.

Deinde planum horolabicum vertatur ita vt A ſpectet ad Solem, ſiue ad Auſtrum, & collocetur ad libellam, ſiue parallelum fiat ſuo circulo, ideſt horizonti etiam ſi ſtylus ſit vltra ſuos terminos productus, & infinitus, horam oſtendet eius vmbra vbi ſecabit dici parallelum.

Stylo infinito indicare horam.

Quin-

Astronomica collocatio horarij horizontalis etiam sine magnete.

Quinnimo sine magnetis ope sisti potest planum horarij horizontalis vt congruat cum situ sphæræ mundanæ sic. Habita quantitate arcùs diurni ex nostro horario vniuersali, fac vmbra styli sistatur ad eam diei quantitatem intra, vel iuxta mutuas sectiones horarum ab horizonte inchoantium, &c.

II. At etiã sine mutuis sectionibus horarum, vt quæsiram horam inuenias, collocabis planum horarium ita, vt ipsa AB lineæ mundi meridianę congruat. Lineam verò meridianã immobilem in horizontali plano signatam dabit tibi quolibet momento nostrum vniuersale horarium, vt dictum est in corollarijs, & vsibus eius. Vide infra nu. 8. huius capitis vsum sine magnete ex latitudinibus horizontalibus.

In horizontali horario quotà horà Sol oriatur, occidat, sit in meridie, &c.

III. Præter horas discès etiam, si lubuerit, in eodem horario horizontali quotà horá Sol oriatur, quota sit meridies, quantitatem diei toto anni tempore pro eleuatione poli, ad quam constructum horarium est, & si quæ talia vulgata ex regulis vsitatissimis. Ad minus vulgata venio, quæ tamen tantúm hîc indicabo, vt pluribus ea suis locis explicentur. Igitur —

Horas ad Lunam indicare in horizontali horario.

IV. Notandum id est, quod ingeniosissimus Maurolycus lib. 1. de lin. hor. cap. 14 his verbis innuit: *Quid quod & nostra horologia nocturnas etiam horas, radiante scilicet Luna, indicabunt? vt iam non tantum solaria, sed & Lunaria vocari mereantur. Nam. v. g. in plenilunio, radiante Luna, si styli vmbra desinat in lineam horæ primæ ab ortu, iam Luna horam compleuerit à suo ortu: & perinde Sol tantumdem temporis post suum occasum; hoc dato, quòd Luna oriente, Sol occidat: instabit ergo hora prima post Solis occasum.*

Sic etiam & in alijs temporibus per Lunam hora notescere potest, dum constet qua hora Luna oriatur, aut quà occidat. Ecce in hoc casu linearum vsus egreditur solares terminos, quandoquidem Luna propter latitudinem, quam patitur ab ecliptica, egrediatur sæpe tropicos. Ideo ad hunc vsum linceæ horariæ vel nullis tropicis terminandæ, vel longiores relinquendæ sunt, quàm postulant termini tropici Solis. Luna enim cum Sole sit inferior, in ijsdem cum Sole altitudinibus longiores iacit vmbras, quàm Sol, vt patet in opticis atq; in nostro prælogio de vmbris in Apiario nostro 1. Hîc ad Maurol. mentem intellige vsum hunc horizontalis horarij pro Luna melius cessurum, si horas etiam Babylonicas, siue Boëmicas, hoc est ab ortu exordientes duxeris. Ac tunc mirum id cuenit, vt horæ ab ortu horas ab occasu indicent; numerus enim Boëmicarum horarum à Lunæ vmbra per gnomonem indicatus indicabit numerum horarum Italicarum, ad quas Sol infra horizontem peruenerit.

Cautiones circa horis ad Lunam.

Horis ab ortu indicare horas ab occasu.

Hîc non omittendum censeo iucundum ex refractionibus paradoxem. Nam dum in horizonte occiduo Sol, in ortiuo Luna versantur, si planum horarium horizontale ritè collocetur, videbis eodem temporis momento propter eleuatum vtrumq; Planetam supra horizontem ex refractionibus (vt dictum est à nobis in Apiario Astronomico antecedenti de Ecclipsibus lunaribus, vtroq; planeta supra horizontem extante) à Sole diurnas, à Luna nocturnas horas in oppositis partibus ab vmbris eiusdem gnomonis in oppositas partes proiectis indicari.

Eodem momento à Sole diurnas, à Lunà nocturnas horas inspicere in horizõtali, &c.

V. Notandus & alius vsus horizontalis horarij ad horologia verticalia, siue muralia describenda ex arte illius partis opticę, quæ Scenographica appellatur. Guidub: lib. 2. schol. ad 28. prop. sic indicat: *Possumus vigesimo primo modo (quamuis & alijs) ex horologio horizontali quodlibet verticale maxima facilitate describere, intelligendo nempe horarias lineas esse obiectum, gnomonem oculi altitudinem, pedem verò gnomonis punctum distantiæ, sectionisq; lineam esse eam, quæ horologij horizontalis, ac verticalis est communis sectio. Quod si ex horizontali horologio horologium in plano horizonti inclinato describere voluerimus, per puncta concursùs facilius fiet, vt ex prop. 24. lib. 3. nostræ perspectiuæ elici poterit.* Facilius hæc in sensibili exemplo intelligentur, si vti libeat nostro instrumento ad practicam opticen conflato, ac demonstrato, quo vtimur ad eleuationem planarum figurarũ in perpendiculares, & directas, & vtcumq; declinantes, atq; inclinatas. Relege in Apiario nostro scenographico, vbi de arcanis deformationibus progym. 2. cap. 4. num. 6. præsertim & 10 in fine capitis.

Ex horario horizontali describere murale.

VI. Quod ad theoricen attinet vsús vsitati ad horas indicãdas, nihil hîc admodum difficile, aut notabile videtur occurrere, nisi quod si quis Tyro forsitan miretur Solẽ cum citra Aequinoctialem in signis Borealibus versatur, indicari ab horizontali plano planè in contraria parte, idest in ijs parallelis, quæ vltra Aequinoctialẽ versùs A in Austrum spectant; meminerit ille Tyro repræsentari ab horologij plano (vt alias dictum est) inferius hemisphærium, ac proinde vmbram terræ in contrariã partem à Sole proiectam indicare etiam in parte diametraliter per mundi centrum oppositã parallelos, in quibus Sol versatur &c. Cætera patent ex antedictis.

VII. Memento, Lector, id quod vniuersale est omnibus horarijs solaribus, vt horas, præsertim primas matutinas, & extremas vespertinas indicent non satis bona fide propter ea, quæ in nostris Astronomicis de refractionibus docuimus. matutinæ anticipant propter Solem per vapores apparentem ante verum ortum, vespertinę morantur ob Solem in vaporibus apparenter altiorem, & adhuc allucentem oculis etiam post verum occasum.

Horæ matutinæ cur anticipent in horizontalibus.

Vespertinæ cur morẽtur.

Mediæ horæ melius habent ob Solis in verti-

cali

cali circulo altioris minimam refractionē. idem intellige de Lunæ vmbrà in vſu, de quo ſuperius num. 4. huius cap. dictum eſt. vide vbi nos de refractionibus. In poſtremum locum veritatem hanc coniecimus, ne ſtatim initio Tyrones abſterreret à conſtructione, aut vſu ſolarium horariorum. Verum ſequimur in ſcientijs, quod hîc etiam, ſaltem poſtremo loco, diſſimulandum non fuit. Sed tamen huic horariorum ſolarium incommodo à reflactionibus ſolaribus quemadmodum ex parte occurri poſſit, & quænam genera horariorum confici poſſint, quæ fidem minimè fallant in refractionibus vide in Aſtronomia noſtra dioptrica, & in fine vltimi progymnaſmatis noſtri gnomonici, vbi de vniuerſali horario vmbratili conſtruendo præcepimus.

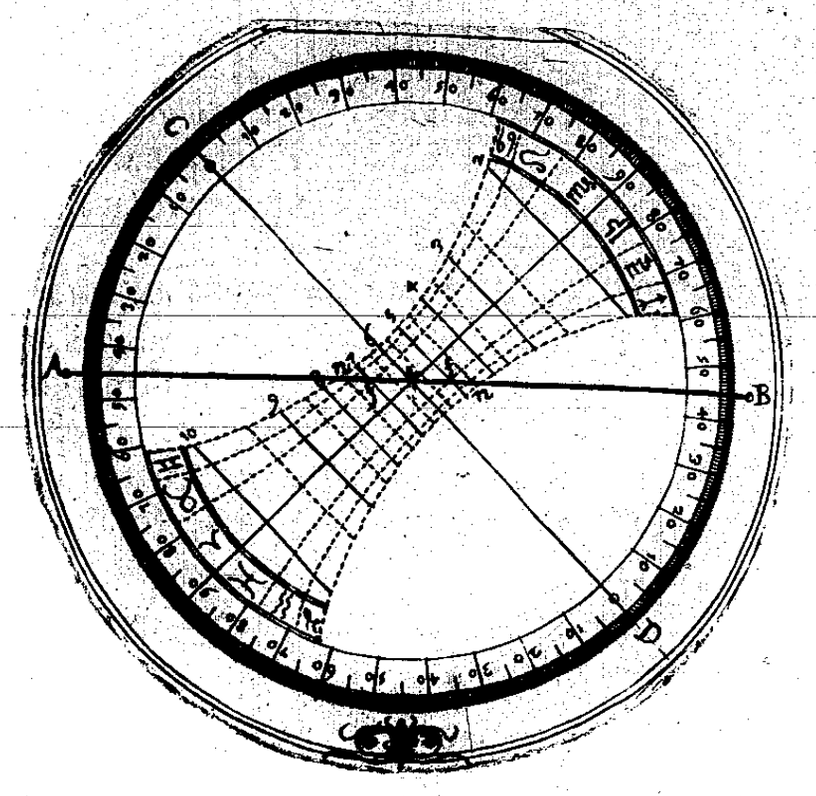
Correctiones fallaciæ horarum prædictarum.

Notandum præterea (vt expreſſius in citatis noſtris refractionibus Aſtronomicis diximus) horaria lunaria, de quibus num. 4. huius capitis, ſaltem hoc vno eſſe ſolaribus horarijs certiora in primis, & extremis horis, quòd vmbræ lunares longiores ſolaribus corrigunt breuitatem vmbrarum ſolarium factam à refractionibus horizontalibus, quæ breuitas valde anticipat horas, ac magis, quàm vmbræ lunaris longitudo.

Horaria Lunaria in quo ſint certiora ſolaribus.

VIII. Vt caput hoc 4 ſit quaſi circulare, & ibidem finiat, vnde cœpit, accipe modum collocandi aſtronomicè horarium horizontale ex latitudinibus horizontalibus cognitis iuxta modum traditum num. 7, & 8 capitis tertij antecedentis, vt ſine vſu acus magneticæ horas noris. Vide in figurà 2 capitis 5 progymn. 2 hìc repoſità quantitatem lineæ obliquæ horizontalis à pũcto Æquinoctij vſq; ad parallelum, ſiue diem, in quo horã venaris; verbi gratia cum Sol eſt in initio Tauri, vel in fine Leonis vides quantitatem lineæ obliquæ horizontalis eſſe penè dimidium ab Æquinoctiali ad tropicum, ſiue ſpatium integrum interceptum inter 6, & 7 horas aſtronomicas, vbi lineæ horariæ Italicæ, vel Boëmicæ interſecant lineas horarum aſtronomicarum.

Aſtronomica collocatio horarij horizontalis à latitudinibus horizõtalibus.



Finge igitur animo hyperbolam traductam per penè dimidias lineas italicarum, ſupra Æquinoctialem, ſiue per mutuas eas ſectiones, & ſtyli vmbram, circumacto plano horario, adducito ad imaginariam eam hyperbolam, ibi enim habes horam quæſitam. Ac ſimili modo exequere operationem in alijs diebus, ſiue parallelis iuxta varias quantitates latitudinum horizontalium cognitas ex appoſitâ figurâ, &c.

Ad vſum hunc faciliorem expediet aſtronomicarum horarum lineas vel prorſus expreſſas, vel ita occultas duxiſſe, vt tamen diſpici poſſint ab eo, qui horas venatur.

Si tamen ſolas Italicas, vel Boëmicas horarias lineas expreſſeris, etiam non apparentibus Aſtronomicis, modo notaris quantitatem lineæ horariæ horizontalis ſupra, & infra Æquinoctialem, ſignatam iuxta dicta pro parallelis, &c. nu. 8 capitis præcedentis, poteris eo modo per ſolas horas ab horizonte collocare horarium aſtronomicè, ac horas venari ſine vlla cura, aut vſu Aſtronomicarum etiam occultarum. &c.

CAPVT V.

In dato horario horizontali demonſtratiuè inuenire ignorata, centrum horarij, ſtyli locum, ſtyli quantitatem, & poli eleuationem. Tum paradoxa aliqua de horarijs horizontalibus.

Sæpè accidit vt horarium horizontale iam conſtructũ aut apud te habeas, aut oblatum ab alio accipias, in quo ductæ ſint tantum horæ Italicæ, aut etiam Aſtronomicæ (inter quas partem meridianæ refert hora 12 a media nocte) ſuis hyperbolis terminatæ, & ab Aequinoctiali interſectæ; punctum verò, quod centrum horologij appellant, nuſquam appareat, ſtyli locus, & longitudo nulla viſantur, nec notati ſint gradus, ad quorum eleuationem conſtructum eſt horarium, ſine quibus omnibus nec deprauata, ſi quæ ſint, reformari, aut inſtaurari poſſunt, nec vſus

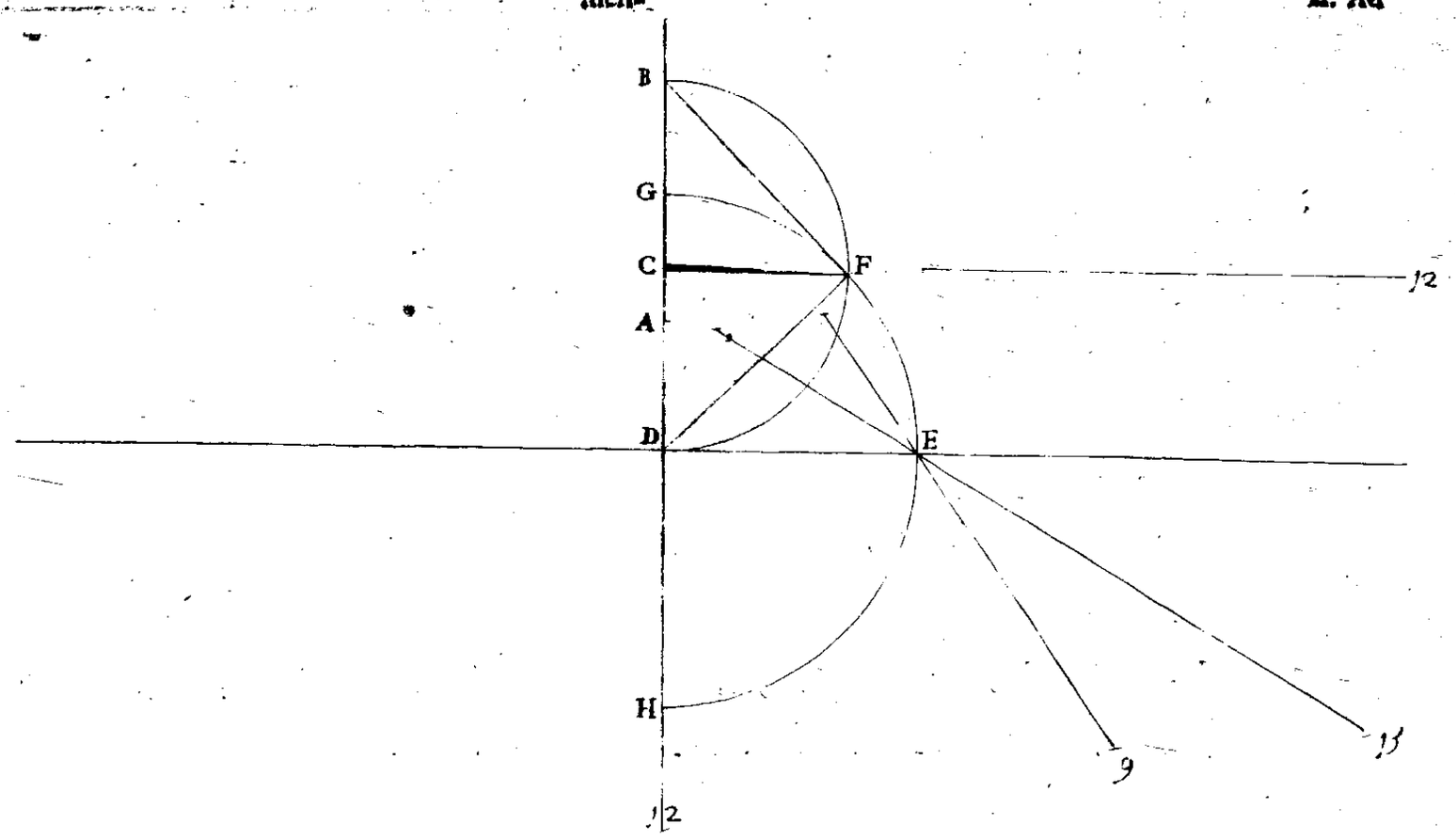
eſſe

esse potest vllus ipsius horarij. Hisce omnibus incommodis occurres, ac medebere sequentibus compendijs. nam —

Horarij horizontalis centrum inuenire.

— I. Productà meridiana ad partes, in quibus erigitur stylus, vt in ea centrum horarij comperias, applica regulam ad vnam aliquam è lineis horarum Astronomicarum, atq; vbi regula secuerit meridianam supernè productam, sectio ea dabit horarij centrum; id enim est, ex quo deductæ sunt horæ astronomicæ. Sin autem horæ astronomicæ non adsint, sed tantum Italicæ, applica regulam ad horam 12 Italicam, & nota vbi regula secat meridianam; tum interuallum meridianæ interceptum inter eam sectionem factam à regula, & inter lineam Aequinoctialem transfer in alteram partem superiorem meridianæ, ibiq; centrum signabis horarij in meridianà. Exempli gratia hic in figura (quam pono esse partem horarij ad eleuationem poli 45) hora 12 astronomica, quæ meridianam refert, si producatur ex A versus B, & ad directionem v. g. 9 post mediam noctem secetur meridiana in B, vel si ad directionem 12 Italicæ sectio fiat in C, atq; interuallum CD transferatur in B, ibidem erit centrum, iuxta ea, quæ dicta sunt in prima cõstructione horarij horizõtalis.

II. Ad



Styli locum, & quantitatẽ inuenire in horizontali. &c.

II. Ad styli locum, & quantitatem inuenienda sumatur spatium trium horarum in Aequinoctiali à meridiana, vt DE à 12, seu meridianà, ad 9 à media nocte, vel ad aliam Italicam per punctum commune E transeuntem, qualis 15 est. Ac quod præcipitur ex D versus E, idem intellige si mális in alteram partem ex eodem D accipere interuallum trihorium.

Quo interuallo ducatur HEG, item, interuallo CB, vel CD semicirculus ducatur, atq; vbi priorem arcum secuerit, vt in F, inde demissa perpendicularis dabit & locum, & quantitatem styli, qualem vides FC. Demonstratio pendet ex ccroll. capitis 2 huiusce progymnasmatis, vbi demonstratum est stylum esse mediam proportionalem inter BC, CD, & inter GC, CH.

Si lubeat demonstratiuè scire quomodo communis duorum arcuum sectio facta in F sit punctum, vnde stylus cadat in C, breuiter hîc etiam aliter, quam in 2 cap. demonstro. Nam F est punctum, vbi axis mundi BF contingit quadrantem GFE, hoc est vbi facit angulum rectum cum Aequinoctialis semidiametro DF, ibiq; centrum est mundi, in quo styli vertex est. Vide caput sequens. Quod autem angulus rectus sit in F, patet, quia est in semicirculo BFD per 31 tert. elem.

Poli altitudinem inuenire in horizontali.

Deniq; poli eleuationem facillimo negotio consequéris si quantitatem arcus intercepti inter FE in gradibus numeraris, iuxta ea, quæ tradidimus in cõstructione horarij nostri vniuersalis, per instrumentũ partium, vel per quadrantes diuisos, &c. progymn. 1. cap. 6. num. 1. Vide etiam demonstrata progymn. 3. cap. 3. num. 5, & progymn. 4. cap. 2. num. 1.

III. Quemadmodum in sphæra recta styli quantitas, iuxta ea, quæ in nostro vniuersali docuimus, horarij modum, siue quantitatem constituit, maior stylus maius, minor minus horarium efficit, quia idem est stylus cum semidiametro circuli, ex cuius diuisione superius iam docuimus inuenire puncta horaria in Aequinoctiali, pro cuius circuli quantitate, quantitas etiam horarij extenditur; sic in horarijs horizontalibus, quæ designantur in sphæris obliquis, styli quantitas semper minor est, quò maior est poli eleuatio, adeo, vt ex diuisione maximi circuli fieri possit

Stylus minor quò maior est poli eleuatio in horizontali. &c.

horarium horizontale ampliſſimum, in quo tamen minima ſtyli longitudo requiratur. nempe in maxima poli altitudine, v. g. 89, ſtyli longitudo erit linéola ſubtenſa vnico quadrantis gradui, atq; etiam minor erit ſi magis eleuatum polum volueris.

In ſphęrà parallelà horizontale idem eſt cũ Æquinoctiali. &c.

IV. In ſphæra ſummè eleuata ſeu parallela, vbi habitatores habent Zenit in polo, ibi horarium horizõtale euadit in horarium Aequinoctiale, quia ibi horizon eſt parallelus Æquinoctiali, immò idem cum Aequinoctiali, & ſtylus coincidit in axem mundi, nec vllà eget terminatione, ſed horas indicat eodem prorſus modo, qui aſſolet in Aequinoctialibus horarijs.

In ſphęrà recta horizontali idẽ eſt cum horario horæ 6 Aſtronomicæ.

In ſphæra verò recta horariũ horizontale idem eſt cũ horario, ſiue cũ plano horarij horę 6 aſtronomicæ, ac lineę horarum Italicarum, & Boëmicarum coincidunt & congruunt ſingulæ cum ſingulis lineis horarum aſtronomicarum. Ratio eſt, quia in ſphæra recta horizon coincidit cum circulo horæ 6 aſtronomicæ, ac ſecat (vt cæteri circuli aſtronomicarũ) circulos polares, atq; etiam tranſit per vtrumq; mundi polum. Itaq; omnes circuli horarij cuiuſcumq; generis horarum in ſphæra tum rectà, tum parallelà ſecantes ſunt, nulli tangentes, vt aſſolet in ſphæris obliquis, in quibus horizon, & cæteri circuli horarum ab ortu, vel occaſu ſunt ſecantes quidem Aequatorem in punctis aſtronomicarum, ſed ſunt deinde tangentes hinc inde circulos duos oppoſitos, alterum ſemper latentium, alterum ſemper extantium maximum. Vide Maurol. lib. 1. cap. 2. de lineis horarijs. Quemadmodum igitur Aequinoctiali horario vti potes pro horizõtali in ſphæra parallela, ſic & horario horæ ſextæ aſtronomicæ vti potes in ſphæra recta pro horizontali, eoq; Italico, vel Boëmico, ſi tantum in lineis horarijs numeros mutaueris, vt ab horizontis puncto 1 numeres continenter vſq; ad 24 in idem punctum redeundo. Sed hinc fortaſſe non nemo non ignarus rerum gnomonicarum obicijat aliquid, è cuius ſolutione veritas quædam gnomonica emerget, quâ ignoratâ pleriq; in horariorum vniuerſalium conſtructionibus falluntur. Sit ergo —

In ſphęrà recta, & parallelà circuli horarij omnes ſunt ſecantes. &c.

In ſphæris obliquis circuli horarij partim ſecantes, partim tangentes ſunt. &c.

CAPVT VI.

Cur aliqua horaria fieri nequeant vniuerſalia? Qua arte horaria aliqua horizontalia aſtronomica euadere poſſint vniuerſalia.

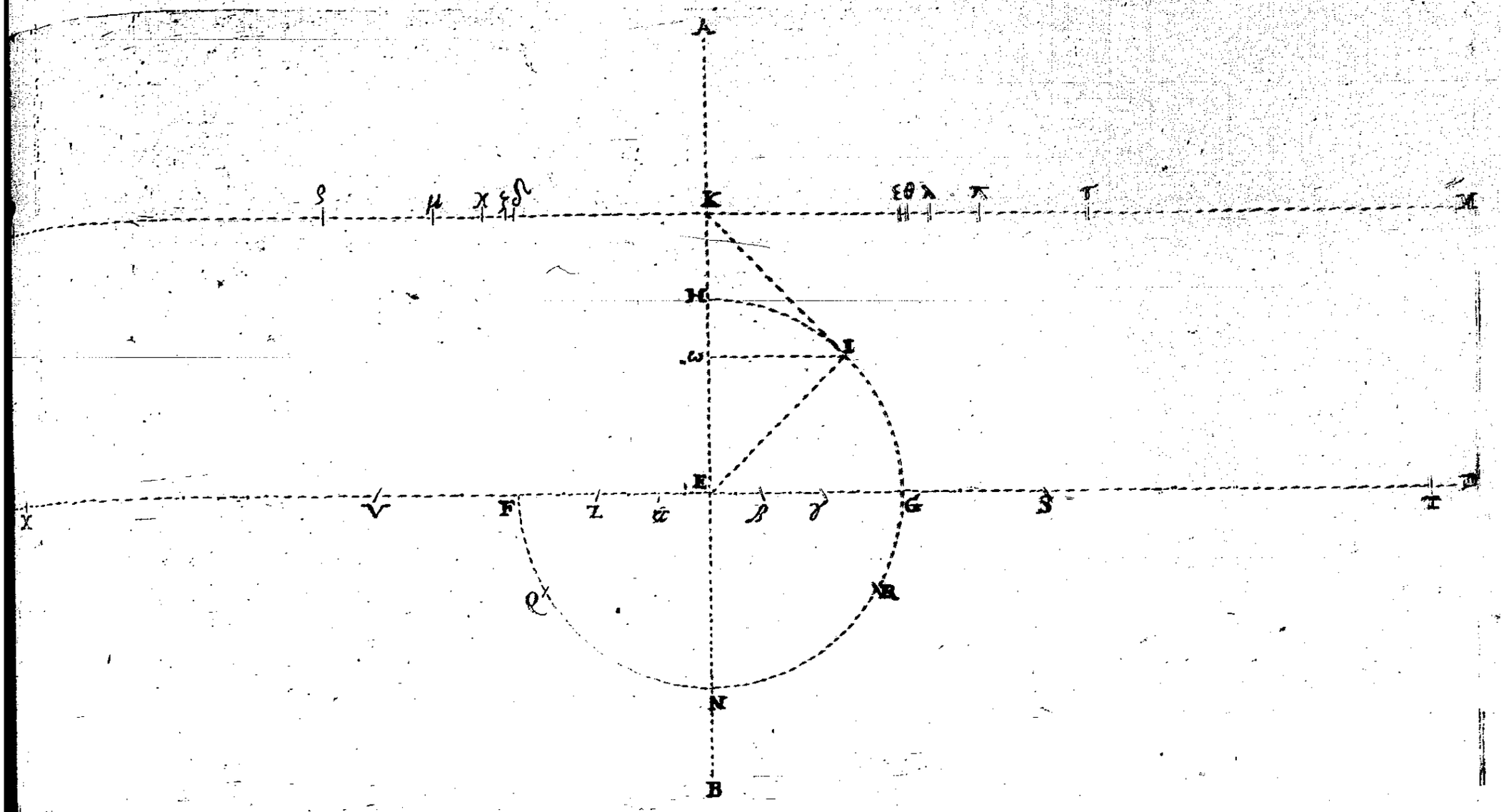
— I. DVbitatio. Si vera ſunt quæ nuper dixiſti de horizontalibus in ſphæra parallela, vel recta coincidentibus cum planis horariorum Aequinoctialium, & horæ 6 aſtronomicæ, ecquid cauſæ eſt cur, quemadmodum plana Aequinoctialia, & circuli Aſtronomicarum horarum, præſertim horę 6, pro varia ſphæræ, ſeu poli eleuatione ita eleuantur, vt fiant horaria vniuerſalia, pari etiam ratione horizontalia horologia non poſſint ſuum planum eleuare pro varia poli ſublimitate, vt etiam ipſa fiant horaria vniuerſalia?

Cur horaria aſtronomica horizontalia fieri nequeãt vniuerſalia.

Reſpondeo: quia horizontalia horaria, hoc ipſo quod talia ſunt, hoc eſt deſignata in plano parallelo horizonti, eleuari non poſſunt ad poli eleuationes, ac mutationes, quia horizon, cui æquidiſtant, non eleuatur, ſed ſupra ipſum polus eſt qui eleuatur, ac propterea vel eleuato plano horæ 6, vel inclinato plano æquinoctiali ad aliquam poli eleuationem, planum horarij æquidiſtantis horizonti perſtat in eodem ſitu. At ſtyli quantitas, hoc eſt diſtantia plani horarij horizontalis à mundi centro, mutatur, & cum mutatione ſtyli mutatur etiam centrum horologij iuxta conſtructionem in antecedentibus cap. 1 de horizontalibus traditam. Ex qua centri mutatione pendet mutatio etiam linearum horas aſtronomicas indicantium. Nam cum eæ ex centro horologij horizontalis deducantur per puncta in æquinoctiali deſignata, quo minor eſt ſtylus, per cuius verticẽ tranſit axis mundi ſignãs in meridiana centrum horologij, eò propius verſus lineam æquinoctialem accedit centrum horologij, ex qua maiori acceſſione fit, vt eò magis diuaricatæ producãtur lineæ horarum aſtronomicarum, donec in ſphæra ſummè eleuata, ſiue parallela, congruat cum diametro horizontis, ac centrum horologij ſit commune Aequinoctiali, & horizontali plano, à quo lineæ horariæ aſtronomicæ diductæ in orbem cuadunt bis duodenæ circuli ſemidiametri, quales eſſe ſolent in plano horarij Æquinoctialis; iuxta dicta in cap. antecedenti.

Contraria verò ratione quanto magis, ac magis decreſcit poli eleuatio, ſemper creſcit magis ſtylus, & centrum horologij ſemper magis ac magis deſcendit per meridianam ab Aequinoctiali, ex quo centro lineæ horarum aſtronomicarum per puncta æquinoctialis diductæ ſemper magis inter ſe diſponuntur ad paralleliſmum,

in



ni quem deniq; deueniunt cum nulla est poli eleuatio, qualiter esse solent horariæ lineę astronomicæ in plano horæ sextæ, quod in sphæra recta est horizontale, iuxta dicta cap. anteced.

II. In euidentiam rei, & exempli reponatur hîc figura cap. 1 in qua vides si diductæ sint in eleuatione gr. 45. lineæ astronomicæ ex K centro per puncta β, γ, G, S, T, α, Z, F, V, X, & deinde mutetur poli eleuatio, & augeatur ex I versus H, tunc stylus I ω decrescet, ex cuius vertice deducta I K tangens circulum HGN, cadet & ipsa propius versus H, & locum centri horologij mutabit, ac deferet infra K. Quis autem non videat ex centro infra K deductas lineas per β, γ, G &c. non coinciſuras cum lineis diductis antea ex K collocato in superiori loco? Sin autem EI retrahatur versus G, quanto minor poli altitudo fuerit, axis KI euehet centrum ex K semper magis versus A, & consequenter ductæ rectæ ex K elatiori per puncta β, γ &c. non coincident cum ductis antea lineis horarijs &c. Cùm ergo nulla poli est altitudo, & EI cadit in EG, lineæ horariæ per β, γ &c. sunt parallelæ, vt in horario nostro vniuersali iam docuimus. At si EI cadat in EH, vbi summa est poli eleuatio, diuiso circulo HG NF in 24 partes equales, & ad eas ductis semidiametris ex E, fiet horizontale æquinoctiale. Itaq; habes in hoc nostro Apiario gnomonicó non solum instrumentum vniuersale ad omnia verticalia, & horizontalia describenda, sed etiam habes progressum à sphæra rectà per varias eleuationes vsq; ad sphæram parallelam pro horarijs horizontalibus tùm particularibus, tùm ex parte vniuersalibus, vt videbis in seq; cap.

III. Eodem modo proportionaliter, quo hactenus in hoc capite philosophati sumus circa horas Astronomicas in horizontalibus horarijs, philosophandum est etiam circa horas ab horizonte inchoatas in planis item horizontalibus. Nam cum horæ Italicæ, vel Babylonicæ deducantur ex punctis inuentis in linea horæ 6 astronomicæ per puncta inuenta in Aequinoctiali, iuxta dicta cap. 1, & cũ linea horæ 6 astronomicæ traducatur per horarij centrum, centro mutato, hoc est eleuato, vel depresso in lineà meridiana centro horarij, consequenter etiàm deprimitur, aut eleuatur linea horæ 6, ac propterea, mutatà poli eleuatione, mutatur etiam situs punctorum in hora 6 quatenus spectat ad accessum, vel recessum ab Aequinoctiali linea. Ex qua accessione, vel remotione sequitur linearum horas ab horizonte inchoatas indicantium vel maior, vel minor diuaricatio.

Cur horariæ horizontalia horarum ab horizõte fieri nequeãt vniuersalia.

Nam in exemplo eiusdem figuræ cap. 1 etiam si puncta δ, ζ, X, &c. sint in certa quadam inter se distantia, tamen si recta LM deprimatur versus H, lineæ ductæ ab ijsdem punctis δ, ζ, X per puncta lineæ æquinoctialis C erunt post æquinoctialem aliter diuaricantes, quàm si deducantur ex ijsdem δ, ζ, X in linea LM non depressa versus H. Et quemadmodum ex centri horarij

varia collocatione, ac mutatione lineæ aſtronomicæ ſitum mutãt; ſic horæ Italicę ex varia conuectione punctorum in recta LM deſcendente, vel aſcendente per meridianam AB, mutant & ipſæ ſitum, ac propterea in horizontali horario non poſſunt eædem lineæ horariæ, propter varias eleuationes, indicare ritè horas ſiue aſtronomicas, ſiue ab horizonte inchoatas.

Fallacia intentanda horizontalium vniuerſalitate.

IV. Falleretur porrò ſi quis arbitraretur ſe huic incommodo iturum obuiam varijs ſtylis pro varia poli eleuatione in plano horario erectis. Neq; enim ſola ſtyli fit mutatio, quod ad locum, & quantitatem, in poli mutata eleuatione, ſed præterea mutantur ſitus, & loca linearum horariarum, vt prædictum eſt. Ac proinde quid profit ſtylum mutare, niſi ad eandem poli mutationẽ, pro qua ſtylus variatus eſt, variẽtur etiam ductus ipſi linearum? quare totum horarium reficiendum, ac mutandum eſt in planis verticalibus, & horizontalibus, cùm mutatur poli eleuatio, præſertim pro horis ab horizonte inchoatis.

Quomodo fieri poſſint aliqua aſtronomica horaria ex horizõtalibus vniuerſalia.

V. Dixi præſertim pro horis ab horizonte. Nam etiamſi horizontalia horaria tam aſtronomica, quàm Italica, & Boẽmica fieri nequeant vniuerſalia ob prædicta; tamen aliqua horizontalia, aſtronomica ſcilicet ea, quæ in ſphæra recta conſtructa ſunt ad nullam poli eleuationem poſſunt euadere vniuerſalia, & inſeruire varijs poli eleuationibus, vt philoſophati ſumus num. 4 præcedentis capitis, & vt docuimus in exemplo noſtri horarij vniuerſalis progymn. 1, 2, 3, huius Apiarij. Ratio eſt, quia dum plana ea horaria eleuantur, & ſequuntur eleuationes poli varias, nullam patiuntur ſtyli mutationem, & conſequenter non variant centrum horologij, quod centrum nullum eſt in planis ijs aſtronomicis æquidiſtantibus axi mundi. Vel ſi quod centrum eſt, per id tranſit axis mundi perpendicularis ad planum horarij (vt in æquinoctiali) qui axis in determinatæ longitudinis inſeruit pro ſtylo, cuius vmbra ſecat interualla inter lineas horarias, vt patet in horarijs Aequinoctialibus. Non variato autem ſtylo, & vel nullo dato, vel non mutato centro plani horarij, dum plana ea aſtronomica eleuantur, nil mirum eſt ſi nec lineæ horariæ mutandæ ſunt; cum, ex prædictis, earum linearũ, atq; adeò totiùs horarij mutatio pendeat è ſtyli, & centri mutatione. At verò horizontalia, quæ lineas horarias habent inchoatas ab horizonte, ſtatim ac recedunt à ſitu, ſeu paralleliſmo horizontis in ſphæra rectà, mutationem patiuntur in quantitate ſtyli, & in ſitu horæ ſextæ Aſtronomicæ, & conſequenter punctorũ in ea linea horę ſextæ poſitorum, à quibus variatis, eo modo, quo oſtenſum eſt paulò ante in exemplis figuræ cap. 1 huius progymnaſmatis, pendet variatio etiam linearum pro horis ducendarum. Quare Aſtronomica horizontalia conſtrui poſſunt ~~rum~~ ad peculiares poli eleuationes, & erunt peculiaria, conſtrui etiam poſſunt ad nullam poli eleuationem, & erunt vniuerſalia ſi eleuentur ad poli datam eleuationem, idemq; proportione intelligendum erit de horario in plano Aequinoctiali, ſiue horizontali Aſtronomico pro ſphæra parallela. Sed ad vitãdas æquiuocationes, diſtingue, ac diſpice, Lector. Nam cum Aſtronomica horizontalia euadunt in vniuerſalia, eo ipſo non ſunt amplius horizontalia, ideſt vſus eorum eſt in planis parallelis alicui circulo diuerſo ab hohizonte.

At verò horizontalia horarum ab horizonte inchoatarũ ſiue Boẽmica, ſiue Italica nunquam euadere poſſunt in vniuerſalia. proportione idem intellige de verticalibus &c.

VI. Artem vero efficiendi vt aliqua horaria Italica, & Boëmica fiant & ipſa ex toto vniuerſalia habes iam in cap. 7. progymn. 3 antec. & inferius habebis in exemplo peruenuſto progym. 5. propoſitione 7, 8, 9.

Omnia particularia horaria quomodo ſint ex parte vniuerſalia.

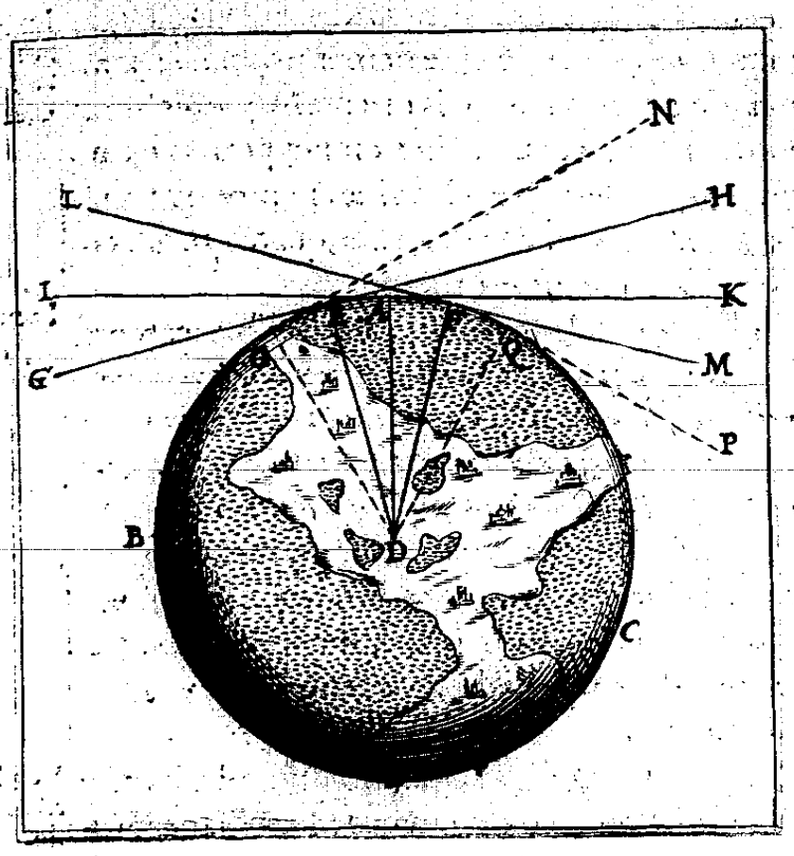
Notandum porro eſt omnia horaria etiam particularia Aſtronomica, Boëmica, Italica eſſe ex parte vniuerſalia, ſcilicet in eadem poli eleuatione poſſe inſeruire per totum circuitum eiuſdem paralleli circa orbem terræ. Omnibus igitur periechijs quodlibet horariũ particulare fit vniuerſale. Vide tamen cap. ſequens.

CAPVT VII.

In horarijs mobilibus quantitas horarum variatur etiam ſub eodem Solis parallelo. Inde alia paradoxa de augmento, vel defectu vnius diei in orbis terra circuitu, &c. In id veterum Authorum loca explicata.

Horaria immobilia certiora mobilibus ſub eodẽ parallelo.

SVb eodem parallelo horaria fixa, & immobilia (ſiue horizontalia, ſiue cuiuſcunq; alterius generis) meliori fide horas indicant, quam mobilia. Nam ſub eodem parallelo euntibus ad ortum horæ fiunt breuiores, euntibus ad occaſum longiores. Ratio eſt quia illis contrahuntur



tur dies singuli, at his producuntur.

Euntibus ad ortum horæ sunt breuiores, ad occasum longiores.

Ratio affectionis, & ostensio in figura.

Esto terræ globus ABC sic aspectui propositus, vt polus arcticus sit instar centri in D, & parallelo, siue Æquinoctiali sit BAC. Meridianos aliquos referant lineæ DE, DA, DF, &c. horizontes pro singulis meridianis fingant GH. IK, LM. Sit IK planum horarij horizontalis immobile in A. Dum Sol ex I exoritur, & pergit ad occidentem in K, si tunc quispiam ex A progrediatur ad E versus orientem, & in E collocet planum horarij sui mobilis horizontalis ad angulos rectos cũ meridiano ED, idest iuxta suum horizontem GH, inueniet indicari ab vmbra styli horam, verbi gratia, 24 dum eodem momento erit, verbi gratia, 23 spectanti horam in horizontali IK. Nam horizonti GH Sol óccidit in H citius, quam horizonti IK, cui occidit in K. & si fingas spatium AE esse vigesimam quartam partem totius ambitus ABC, eunti ad ortum peribit in singulis diebus naturalibus spatiũ vnius horæ, i deſt circulatio solis integrâ vnius diei circa terram absoluetur citius vna hora, quam ijs, qui perstant in A, & consequenter spatia intercepta inter lineas horarias horarij horizontalis mobilis, ac delati ad ortum, citius percurrentur ab vmbra styli, quam spatia horaria horarij immobilis in A.

II. Ratio huiusce breuitatis horarum, siue celeritatis vmbræ pergentibus ad ortum est, quia dum sol graditur ab I in H, & horarium defertur eodem tempore ab A in E fit quædam quasi duplicatio cursus solaris ab ortu in occasum, atq; ita celerius vmbra percurrit spatia horarum.

Quod si obijcias: esto vt horario horizontali adducto ex A in E sol citius occidat, quam perstanti in A; tamen die sequenti citius etiam oritur nempe ex G citius, quam ex I.

Respondeo: etiam videntibus solem orientem ex G, dum ex E pergunt versus B, occidit citius, nempe in N respectu meridiani OD, ad quem fit accessus ex E. atq; eodem modo in singulis solis circulationibus circa terram.

III. Contraria ob contrarias rationes eueniunt horarijs mobilibus, ac delatis ab A in occidentem. Nam horarium horizontis LM translatum ab A in F solem habet occidentem serius nempe in M, quàm horariũ horizõtis IK, cui occidit sol in K. dum enim sol graditur ab I in K, & eodem tempore horarium defertur ab A in F, & solis cursum consequitur, vmbra styli quãdam quasi moram accipit, vt lentius percurrat spatia horaria. Ac si dicas meridiano FD occidere quidem serius solem, nempe in M, sed serius etiam oriri, nempe in L respectu meridiani AD, & horizontis IK, nihil dicis; quia ortus sol in L óccidit adhuc serius, nempe vltra M in P dum F it in Q. Horæ ergo in horarijs mobilibus ad occasum delatis longiores sunt quam in fixis in A.

Ac quemadmodum horaria mobilia ad ortum breuiores habent horas, quam fixa, multo habebunt etiam breuiores, quàm mobilia ad occasum, & contraria ratione horaria mobilia ad occasum delata respectu mobiliũ versus ortum.

Euntes ad lucem orientẽ amittunt de luce.

IV. Hinc soluas licet varia paradoxa. 1. euntes ad lucem, & ad ortum amittunt de luce, & euntes ad tenebras, & ad occasum lucrantur de luce.

Euntes ad lucis occasum de luce lucrãtur.

2. Eòdem tempore, & eàdem celeritate dirediẽtibus duobus hominibus ab A, altero versus orientem, altero versus occidentem, & reuersis ad A, qui ad orietem ijt numerat diem vnum naturalem amplius, quàm qui perstiterit in E, & duos amplius quam qui ijt in occidentem; & contraria ratione qui ijt in occidentẽ numerat vnum diem minus quàm qui in A, & duos minus quam qui ijt ad orientem. Verbi gratia si habitatores numerant in A 15 Februarij, siue diem dominicũ, qui redijt itinere orientali numerabit 16, siue diem Lunæ, & qui redijt itinere occidentali numerabit 14, siuem diem Saturni, &c. Ratio est quia dum euntibus ad ortum breuiores fiunt, vt prædictum est, singulæ Solis circulationes, in annuo cursu circa totam peripheriam ABC fiet vnius diei anticipatiõ conflata ex omnibus anticipationibus quæ factæ sunt singulis diebus circa peripheriam ABC.

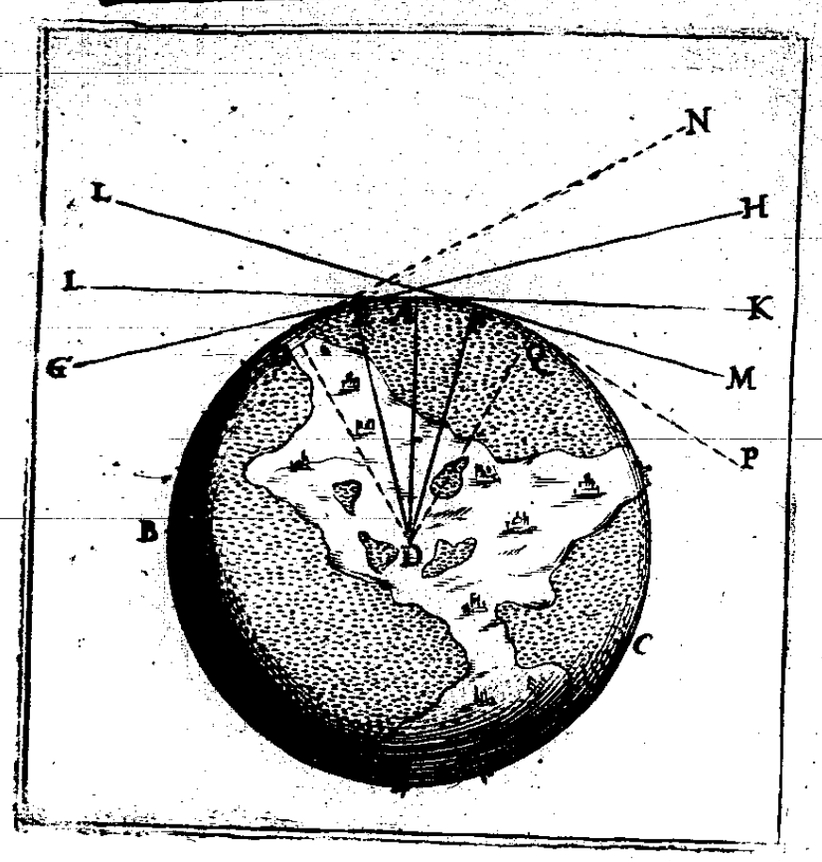
Itineri orientali lucrum est in numero dierum, occidentali detrimentum.

3. Paradoxum deductum ex antedictis esto: licet orientalis peregrinus plures dies numeret, quam occidentalis, & quam qui perstitit in A, tamen plures horas non numerat. intellige de iustis horis, hoc est, quarum singulæ sint vna 24 pars vnius circulationis solaris circa terram. Conrraria ratione peregrinus occidentalis licet pauciores numeret dies, non tamen pauciores numerat horas. ratio est ex antedictis, qui

Itineris orientalis plures dies non habent plures iustas horas, quàm occidentalis, &c.

Itineris occidentalis pauciores dies non habent pauciores iustas horas, quã orientalis.

orienta-



orientalis peregrinationis horæ breuiores numerum quidem augent horarum, sed non tempus totius peregrinationis; occidentalis verò peregrinationis contraria ratione, &c.

V. Ex prædictis etiam accipe, mi lector, interpretationem loci apud Claudianum, vbi elegiacis versibus laudat vitam hominis à peregrinatione abhorrentis. Initium & finem, duobus verbis mutatis in rem meam, hic pono.

Felix qui patrijs aeuum transegit in aruis,
Ipsa domus puerum quem vidit, ipsa senem.
Erret, & extremos alter scrutetur eoos:
Plus habet hic vitæ, plus habet ille viæ.

Eodem enim temporis momento natis duobus homonibus in A, & altero perstante in A, si alter eat in orientem versus E, & post multos annos redeat per BC in A, numerabit quidem, iuxta prædicta, vnum diem amplius, quàm ille, qui perstitit in A, sed ille dies erit potius viæ, quam vitæ; quia (vt paullo ante demonstratum est) omnes dies peregrinationis orientalis plures horas non conficiunt, quàm dies omnes perstantis in A. Qui quidem in A plus vitæ, nempe tranquillioris, tutioris, securioris habet, quàm qui sub eodem parallelo ijt in orbem.

Interpretatio non vulgata loci apud Claudianum.

VI. Patet & locus Plinij nat. hist. lib. 2. cap. 73.

Alexandri cursor Philonides ex Sicyone Elim mille, & ducenta stadia nouem diei confecit horis, indeq; quamuis decliui itinere tertiâ noctis horâ remensus est sepius. Causa quod eunti cum sole iter erat, eundem remeans obuium contrario præteruertebat occursu. Qua de causâ ad occasum nauigantes, quamuis breuissimo die vincunt spatia nocturnæ nauigationis ad ortũ, vt solem ipsum comitantes.

Locus Plinij explicatus.

Patet ex prædictis etiam solutio admirandæ illius historiæ cum Fernandus Magellianes Hispali vrbe Hispaniæ soluit in occasum, & post emensum totum terrarum orbem, nauis Fernandi (appellata Victoria) redux per orientem inuenit vnum sibi diem perijsse, atque ab Hispalensibus vnum amplus computari; cum tamen Magellianici diligẽtissime singulos, atq; omnes suæ nauigationis dies notassent. itaq; anno 1522 inierunt Hispalim die 7 Setembris iuxta Hispalensium Kalendarium, ipsi tamen Magellianici 6 diem numerabant.

Miræ historiæ ab nodo solutio.

Deniq; ex dictis in hoc capite facilis erit intelligẽtiæ ea disputatio, quę apud aliquos Theologorum legitur, in primis apud nostrum Ludouicum Molinam in 1 partem, disputatione 8, vbi agit de opere 6 dierum in creatione mundi, & pluribus explicat variam quantitatem primæ diei pro varijs horizõtibus cum primum sol cœpit circa terram moueri.

Solutio disputationis apud Theologos de varia quãtitate primæ diei, orbe recens cõdito.

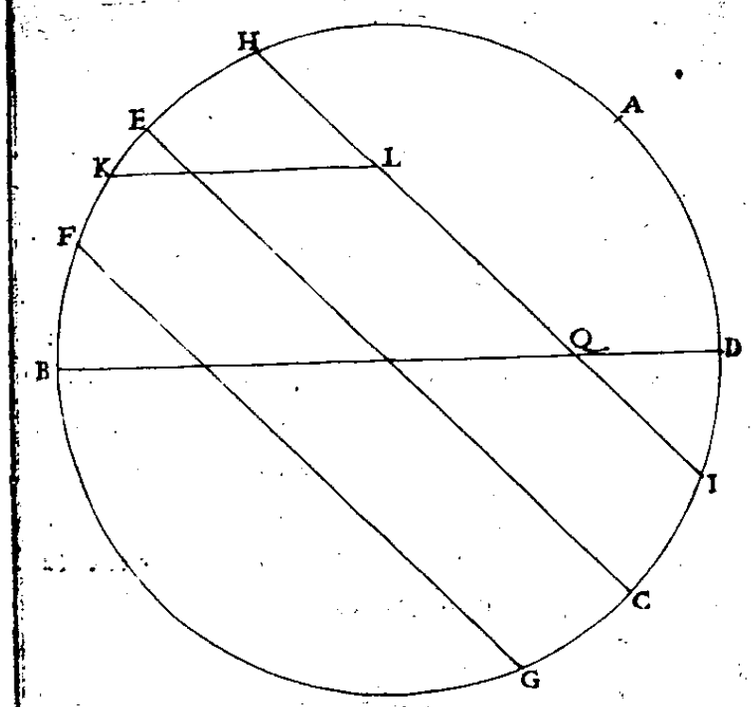
PROGYMNASMA QVINTVM.

De horis pernoſcendis geometricè extra ſolem. De vſibus inſuetis quadrantis, & Cylindri horariorum. De vmbroſo, & vniuerſali Italico, & pluribus alijs horarijs in ſcriptorià machinulà. De catoptrico vſu horariorum, &c.

PROPOSITIO. I.

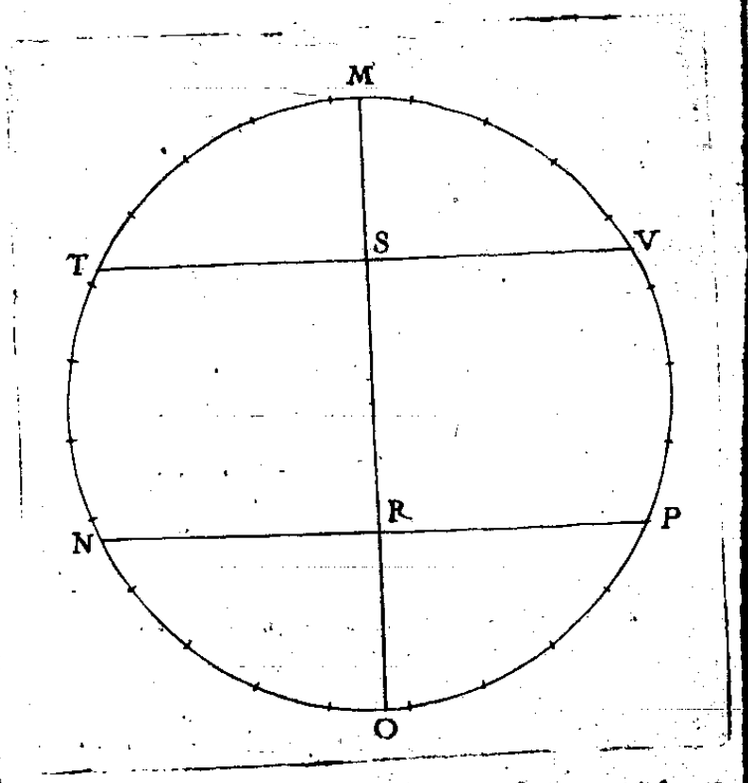
Data ſolis altitudine, horam extra ſolem, ac ſine horario geometricè per circinum, & regulam inuenire.

QVoniam horas ex horarijs adhuc inueſtigare docuimus, nunc eaſdem docebimus ſine horarijs inuenire. Sunt qui hoc problema per ſinus, & per triangula ſphærica abſoluant. Nos id abſoluemus geometricè tantùm, ac facillimè ſine vlla tabularum, aut difficiliorum ſupputationum, ac figurarum neceſſitate ad captum Tyronum.

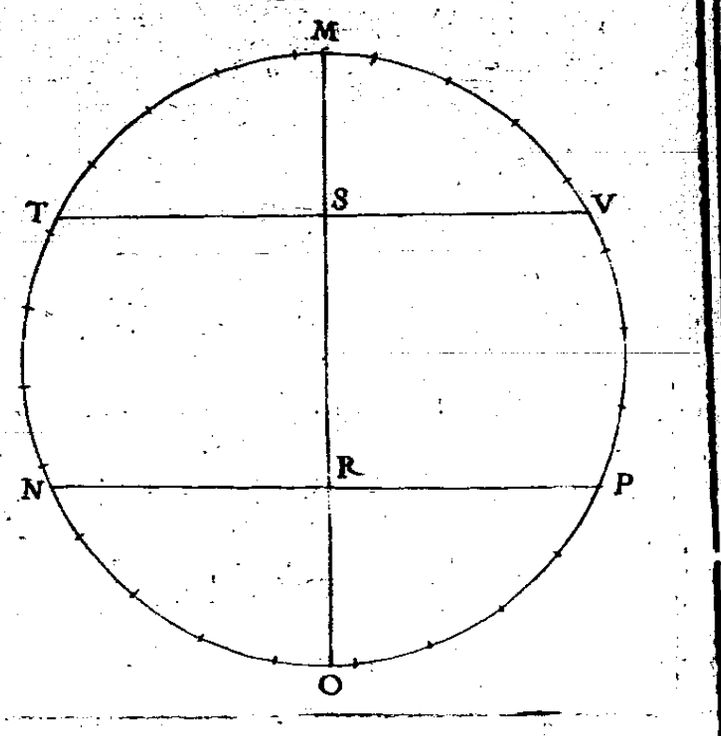


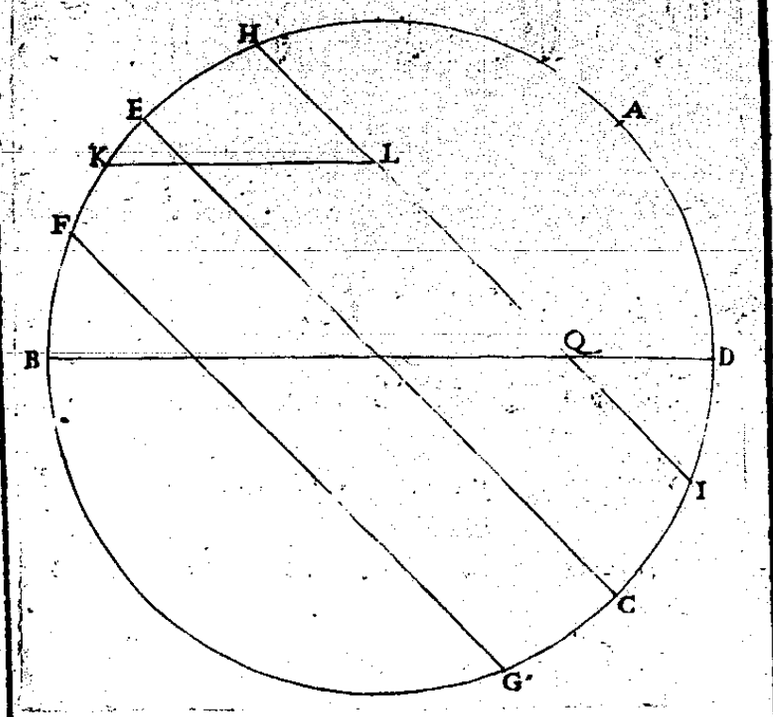
Praxis.

Eſto π verticali, ſeu meridiano circulus ABC, horizon BD, poli altitudo DA in ea regione, pro qua problema exercetur; eleuatio æquatoris BE; Aequator EC; tropici (ſumpta vtrinq; maxima ſolis declinatione) ſint FG, HI. Data ſolis altitudo ſit arcus BK, ex K educatur horizonti BD parallela KL, quæ ſecet in L diametrum HI tropici ♋, quo die ſcilicet (exempli gratia) ſcire libeat quota ſit hora ex altitudine ſolis BK.



Diametro igitur HI bifariam ſecta, ad ſemidiametri interuallum deſcribatur alter circulus MNOP, atq; interuallum HQ transferatur in diametrum MR. Per R ad rectos agatur pro 24 horâ occaſùs, & ortùs ſolis, recta NP. facto initio ex P verſus O, diuidatur circulus PONM in 24 partes æquales. Tum interuallum HL transferatur





ratur in MS. Per S agatur ad rectos angulos recta TSV. dabit illa in sectione T horam ante meridiem, in V horam post meridiem quęsitam.

Theorice. Ratio, ac Theorica est, quia in sphærà obliqua circuli (siue diametri eorum) altitudinū solis secant obliquè diametrum cuiuslibet paralleli solis in infinitis punctis pro varia, & infinitè diuisibili altitudine solis in circulo meridiano, seu verticali. Diuiso autem circulo quolibet parallelo solis (vt factum est in tropico circulo MNOP) in partes æquales horarias, & horarum minutissimas particulas, ab ijs diuisionibus perpendiculares (vt certa, & breuissima mensura capiatur) demissæ in diametrum, ac meridianam MO, secabunt ipsam diametrum necessariò in aliquo puncto, in quo diameter eadem MO, siue HI secatur ab aliquá diametro circuli alicuius altitudinum solis, vt fit in L ab KL. Si ergo agnoscatur sectio obliqua circuli altitudinum solis quantum altitudinis arcum habeat in verticali, & ex ea sectione excitetur in diametro paralleli solaris linea quæpiam perpendicularis, ea producta necessario secabit in peripheria paralleli solaris horam, siue horæ partem datæ altitudini respondentem. Vide Aguill. lib. 6. prop. 44. &c.

PROPOSITIO II.

Datà horà, solis altitudinem extra solem, &c. comperire.

COnuersa propositionis 1 nempe ex hora altitudinem solis inuenire facilè patet ex antecedenti operatione, ac figuris; positis scilicet, & constructis ijsdem figuris modo prædicto, excepto quòd nulla sit nota altitudo in K vel alibi, & nulla ducta sit KL. Si data hora sit, exempli gratia in T, inde demittatur ad MO perpendicularis TS, tum interuallum SM transferatur in HL, atq; ex L ducta LK parallela ipsi BD, dabit in K altitudinem BK solis supra horizōtem quæsitam. Eademque est ratio, ac theorice huiusce operationis, quæ & alterius in antecedenti propositione.

COROLLARIVM I.

Correctio fallaciarum ex refractionibus, &c.

LIcet hîc specimen videre quemadmodum vera hora, & vera solis altitudo accipiatur, sine vllis fallacijs refractionum. Nam diuisio horarum purè geometrica est, itemq; solis altitudo ex hora geometricè compertà comperitur & ipsa purè geometricè, sine vllis instrumentis ad solem expositis. Ex qua geometrica præcisione fit vt, accomodato horario mechanico iuxta dicta in dioptrica nostra Astronomiá, ita vt à vera hora, & loco solis meridiano incipiat, cum horam pulsauerit, videri possit in figura geometricá quanta ad eam horam sit solis altido, & eodem momento per quadrantem explorata solis altitudo reperietur ob refractionem paulò maior, quàm altitudo in figurá notata. Vnde corrigi potest fallacia refractionum &c. Vide tamen Schol. primum inferius.

COROLLARIVM II.

Constructio tabellarum altitudinum solis sine fallacijs.

PRæcipui vsus est, præsertim in re Gnomonicà, præcedentis propositionis pars posterior, seu conuersa. Nam quæcunq; horaria, quæ egent Solis altitudinibus ad sui constructionem, ac fabricam, vt cylindri, quadrantes, &c. habent hinc vnde ex operationibus geometricis confieri possint arithmeticæ tabellæ alitudinum Solis ad quamlibet horam in qualibet poli eleuatione. quarum ope tabellarum puncta in planis horarijs notentur, quę puncta in mixtas lineas horarias iungantur. &c.

COROLLARIVM III. in quo —

Plura gnomonica corollaria.

Solis ortus, meridies, arcus diurnus, nocturnus. &c.

HAbes in figuris præcedentibus ex problematis constructione non solum solis altitudines, & horas, sed etiam quotà horà Sol oriatur in singulis parallelis, vt in tropicis diuiso circulo MNOP horæ ortiuæ punctum est N. habes quotà hora sit meridies, vt in M. Habes quantitatem & arcus diurni NMP, & arcus nocturni NOP cum Sol est in tropico ♋; & simili ratione proportionaliter in circulis aliorum parallelorum solarium diuisis per horas.

SCHOLIA.

I. CVm dicimus vel data horà altitudinem Solis, vel altitudine datà horam inuenire, intellige duplici modo. Nã hora, vel altitudo intelligi possunt dari 1 *geometricè sine vllis ad solem instrumentis, ac tunc datæ sunt sine vllis fallacijs refractionũ solariũ.* 2 *dari possũt, atq; accipi è sole per instrumenta, vt altitudo solis per quadrantem Astronomicum, & hora ex vmbra horarij solaris, vel horarij mechanici ad solis horas directi, ac tunc sic datis immiscent se refractiones solares.*

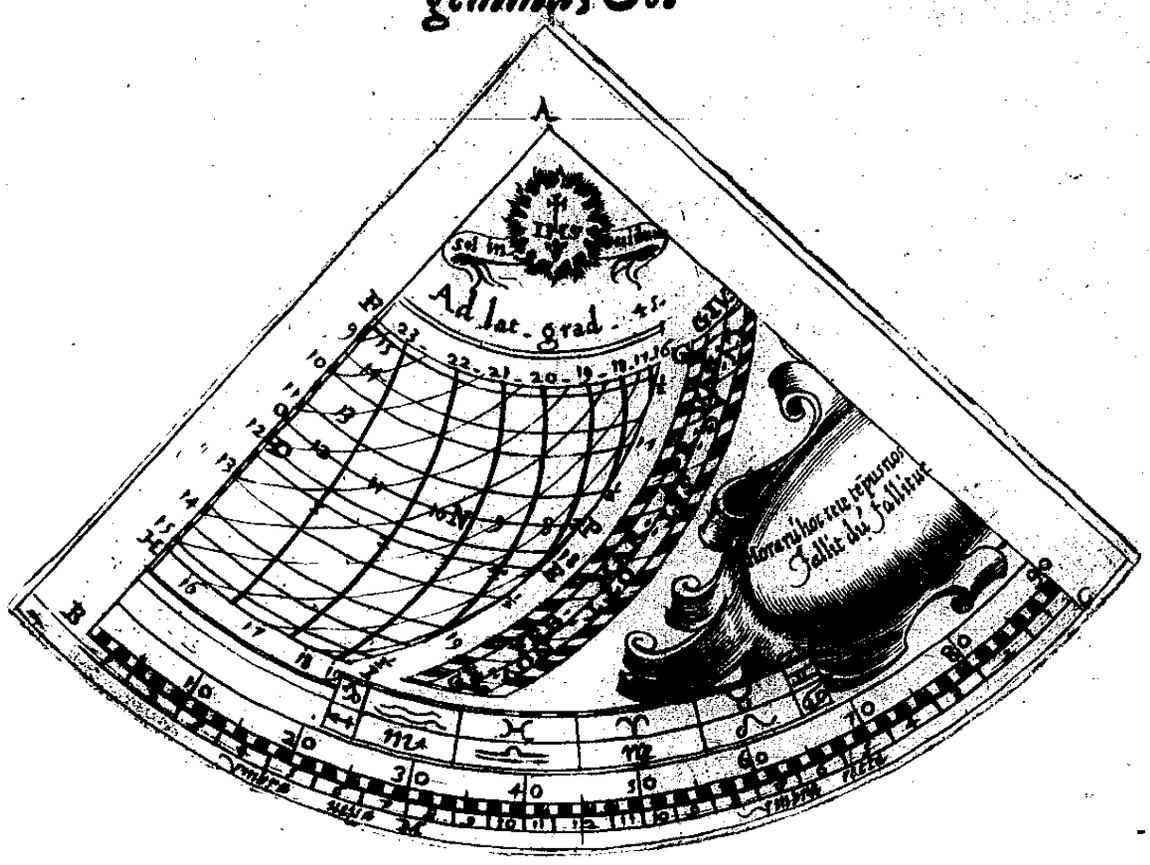
Quoniam autem problema nos hìc proposuimus non tam ad geometricam exercitationem, quam ad vsum horarium, ideo cùm datam dicimus altitudinem solis, intellige acceptam per quadrantem. vel alia ratione notam è sole. Cum autem altitudo fuerit, quæ iuxta refractionum tabulas, obnoxia sit refractioni, quoniam tunc ea refractio solem plus iusto eleuatum ostentat, atq; ex ea solis eleuatione in alteram figuram translata, fieret in diametro MO sectio paullò altius, quàm opporteret, ideo hora etiam in peripheria secaretur paullò elatior à perpendiculari TSV, quàm deberet. Correctio igitur adhibeatur refractionis circa solis altitudinem vel per modos à nobis traditos in nostris Astronomicis, vel per solum iuditium astronomicum detrahatur tantillum temporis ex hora geometricè iuxta hoc problema repertà, vt horarium tempus verè, ac præcisè cognoscatur.

Adiumenta ad facilitatẽ operationis in propositionibus antecedentibus.

II. Quod attinet ad facilitatem exercendi breuiter, atq; expeditè geometricas operationes propositi problematis, vtere instrumento partium, vel quadrante diuiso, vt alias prædictum est, sic enim per compendia & arcus eleuationum tum poli tũ solis, & arcus declinationis singulorũ solarium parallelorum, & circuli vigesimam quamlibet partem accipies sine labore, ac tædio vel decisionum, vel numerationum prolixiorum.

PROPOSITIO III.

In quadrante horario noſſe horam, & Solis altitudinem ſine vſu pinnularum, ſine dioptra, ſine vſu ſtyli, ſine perpendiculo, gemmâ, &c.



Praxis.

ESto quadrans ABC, in quo ſignatæ ſint partes circulorum, qui referunt Solis parallelos iuxta regulas conſtructionis eius horarij, quales circuli ſunt Aequinoctialis D E, & tropici FG, HI, & alij híc ſignati tantum ad initia menſium pro exemplo. Pagella, in qua deſcriptus fuerit quadrans, incidatur in directũ ipſi AB vſq; ad centrum A. deinde inflectatur pagina, ſiue latus AC ad angulos rectos in A. Mox opponatur Soli centrum A, & latus AC ita, vt recta AB ſit horizonti parallela; tunc enim vmbra infinita ex A proiecta in planum quadrantis, vbi ſecabit Solis parallelum, ibi horam quæſitam indicabit, & vbi oram extremam BMC ſecabit, ibi gradum altitudinis ſolaris oſtendet, opere ſcilicet, atq; vſu ſimpliciſſimo, pro quo ſatis eſt ſola perſe pagella, in qua quadrans deſcriptus fuerit.

PROPOSITIO IV.

Praedicto modo data ſolis altitudine, ſcire in quadrante horario extra ſolem quota ſit hora.

DAta ſit altitudo Solis gr. v. g. 30 vbi M, quam altitudinem ab alio quopiam acceperis per ſciotericum aliquem modum, ſiue per ſimplicem quadrantem, in quo nullæ horæ ſint ſcriptæ; auditâ hàc altitudine abs te, v. g. in cubiculo clauſo extra ſolem, ſi regulam applicaris ad gradum 30 in M, & ad centrum A quadrantis horarij, vbi ſectio fiet in eius diei parallelo v. g. in N, indicabitur hora ante meridiem 14 ½, poſt meridiem 21.

COROLLARIA gnomonica.

Etiam extra ſolem hora ortiua, meridiana, arcus diurnus &c.

EAdem opera ſiue per ſolam vmbram ſub Sole iuxta priorem propoſitionem, ſiue per regulam extra Solem licet ſcire horas ortús, & meridiei, & quantitatem arcús diurni, &c. Nam ſectus ab vmbra parallelus v. g. ONP, qui eſt initium menſis Aprilis, oſtendit in O horam ortiuam eſſe circiter 11 ½, in P meridianam 17 ¾, arcum verò ſemidiurnum eſſe totidem horarum quot horariæ lineæ intercipiuntur inter O, & P, ideſt inter 11 ½ & 17 ¾, nempe horarũ 6, ¾.

Theorice.

NVllã habet difficultatem. dum enim latus BA horizonti parallelum repræſentat ipſum horizontem, & fingitur in directum vltra A; quantum Sol ſupra latus BA productum aſcendit, tantum vmbra ex B deſcendit verſus C, propter angulos æquales ad verticẽ A. Ac in quadrante

drante horario (qui repræſentat quadrantem inferioris hemiſphærij oppoſitũ ſoli) circuli horarij, ad quos accedit ſol, indicant cętera, vt in theorijs vsùs vulgati, &c.

Horæ in quadrante ſine horis.

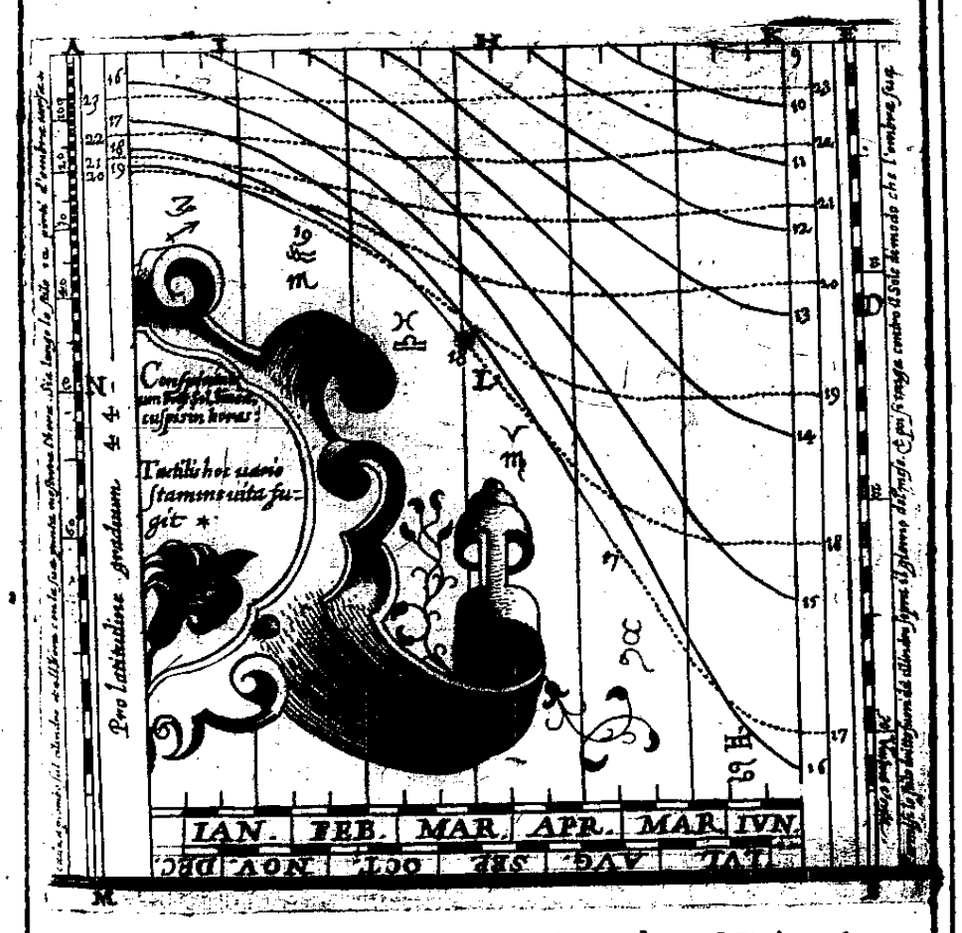
Reuiſe in Apiario noſtro Aſtronomico progymnaſmate 3, poſt propoſitionem 4, Corollarium, in quo docemus horas venari ex quadrante, in quo nullæ ſint horariæ lineæ.

PROPOSITIO V.

In cylindrico horario noſſe horam, ſine cylindro, ſiñe columella, ſine ſtylo, &c.

Praxis.

VSus cylindricorum horariorum vſitatus eſt, vt plano cartaceo horarijs lineis inſcripto obuoluatur columella, ac deinde ſtylo mobili per parallelos in ſuperiori parte columellæ horæ indicentur ibi, vbi vmbra definit perpendicularis, &c. Quomdo igitur nos ſine ijs inſtrumeatis horas in eo plano venabimur?



Sic. Eſto cylindricum horarium AB in plano deſcriptum, in quo conſueta ſtyli longitudo ſit partium 12 vmbræ verſæ EB. In linea AK accipiatur parallelus eius diei, in quo horam quæris, ſitq; exempli gratia vbi H decimus gradus Arietis. Accepta ſtyli longitudine ED, & ea translatà ex H in vtramuis partem ſiue in I, ſiue in K, replicetur in vtrouis eorum punctorum pagina horaria ad angulos rectos, vti factum eſt in propoſitione huius capitis pro noſtro illo vſu quadrantis horarij.

Itaq; parte, v.g. AI angulum rectum faciente, ſiue perpendiculari ad reliquam IE, opponatur Soli (vt dictum eſt in quadrante) angulus I, ſitq; IE horizonti parallela, tunc enim vmbra ex I ſecans planum IB, vbi ſecabit parallelum HL, ibi horam quæſitam indicabit. Eodemque modo quocumq; anni tempore, translata ſtyli longitudine in vtramuis partem ex diei parallelo, & replicatá pagellá ad angulũ rectum, cognoſcetur hora ſimpliciſſimo, ac facillimo modo.

SCHOLION.

Praxis facilior

AD maiorem etiam facilitatem potes accipere pagellam ſeparatam, quæ ſecta ſit ad ſtyli longitudinem, quaque ſit mobilis ſupra AE; nam eà pagellà deductà ad diei parallelum, reliqua euenient, vt modo prædictum eſt, in anteced. propoſitione.

PROPOSITIO VI.

Data ſolis altitudine, ſcire in horario cylindrico extra ſolem quota ſit hora.

Praxis.

SIt data ſolis altitudo, exempli gratia, grad. 50, eaq; altitudo in gradibus altitudinũ ſolariũ AM numeretur ad N, ac poſito ſole in parallelo H, acceptá regulá, atq; applicatá in N ad angulos rectos cum AM, vbi regula ſecabit parallelum velut in L, ibi ſine Sole hora comperietur, nempe 18.

COROLLARIA gnomonica.

Arcus diurni, hora ortiua, meridiana, etiam extra ſolem.

LIcet eadem opera ſiue per ſolam vmbram ſub ſole, iuxta propoſitionem 5, ſiue per ſolam regulam extra Solem ſcire horas ortus, & meridiei, & quantitatem arcus diurni etiam in cylindrico horario. Nam, vt exemplum præbeamus per regulam applicatam ad N, & ſecantem in L, vbi comperitur hora meridiei 17 ¾, deinde ex L rectà ſurſum aſcendendo per eius diei parallelum vſq; in H, ibi comperitur hora ortus Solis 11 ½, arcus verò ſemidiurnus eſt ſpatium inter H, & L, nempe inter 11 ½ & 17 ¾, &c.

SCHOLION pro theoria.

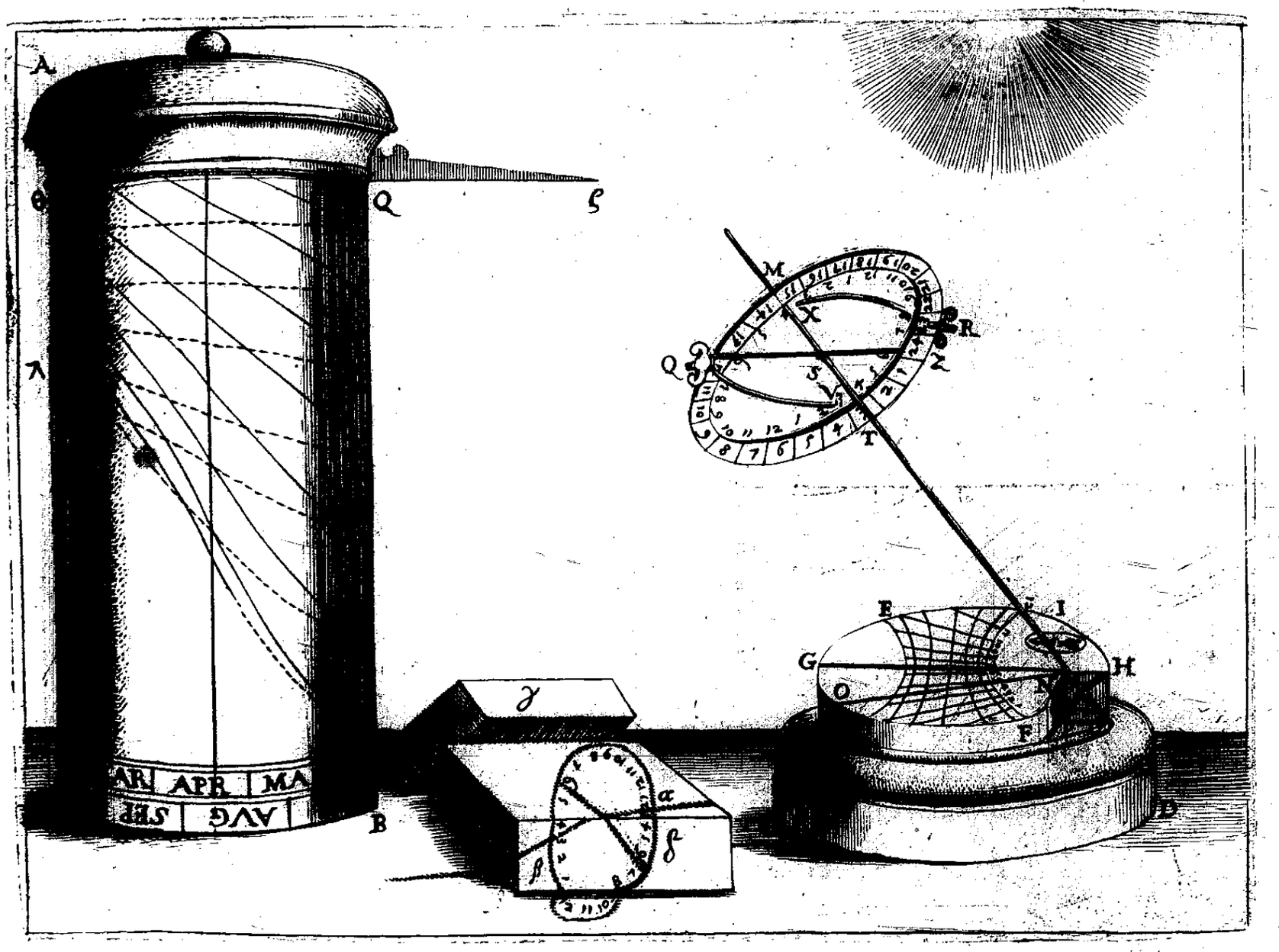
THeorice habet demonſtrationem in eo, quòd idem omnino triangulũ eſt IHL, & id, quod

Demonſtratio geometrica praxis propoſ. 5.

ſit è Stylo perpendiculari in H, & ex HL, &c. per 4 primi. nam IH eſt equalis ipſi ſtylo, HL cõmune latus, ad H angulus rectus vtriuſq; trianguli, ergo & baſis vmbroſa IL erit æqualis vmbræ à vertice ſtyli; & commune punctum erit vtriuſq; vmbræ notula horæ in L. deniq; triangulum orthogonium erectum perpendiculariter euertitur in planum, &c. cætera vt in vſu vulgato.

PROPOSITIO VII.

Conſtructio facillima pluriumſimul horariorum, præſertim vniuerſalium. Italicorum, & Bõnicorum.



SI cylindricum habeas horarium, vt intra illud latẽtia habeas plura alia horaria etiam vniuerſalia, ſublatis difficultatibus omnibus in vſu eorum ad horas inueniendas, atq; inſpectandas, mecum ita conſtrue.

Fac cylindro horario AB intus cauo ſubduci poſſit baſis CD, in cuius plano (ne vacet) eſto deſcriptum horarium antiquarum Romanarum, ac Palæſtinarum horarum, quale vides EF, ſitq; pro linea meridiana ſecta rimula GH. In I acus magnetica, ſi lubeat; ſine qua tamen acu poteris collocare baſim CD, atq; in ea horarium EF aſtronomicè, ſi efficias vt haſtæ LM vmbra NO ſecet diei parallelum, quemadmodum vides ſolis parallelos in horario EF notatos. é ſemicirculo GOF ſecta ſit extrema particula ita, vt alterius ſemicirculi GEH lateralis particula NL pateat, in qua diuiſus eſto quadrans PH. Haſtula, ſeu filum ferreũ mobile LM circa clauiculum fixum in L, iuxta poli eleuationẽ per gradus quadrantuli PH attollendum erit, vel demittendum. quæ demiſſio vt fieri poſſit ſectam eſſe iuſſimus rimulam GH. Longitudo ipſius LM ſit minor cylindri altitudine BQ. Poſt hæc peripheria circularis QMRT (quæ paulò minor ſit cylindricæ baſis plano EGF) è lamellis materiæ ſolidioris, ac leuioris concinnetur. Per diametri centrum S traijciatur, ac ritè firmetur haſtula LM. ſit lamella QV curuata ad figuram, & quantitatem vnius quadrantis ipſius circuli MQTR. Sit éadem QV mobilis in Q circa clauiculum ex parte ſtriatum, circa quem etiam poſſit adſtringi,

ac

ac firmari in Q prędicta QV cum neceſſum fuerit; clauiculus verò ſecundum partem abditam, atq; inſertam intra lamellas peripheriæ circularis ſit mobilis circa horam QTRM. Sic vides eandem QV auerſam, & traductam eſſe in RX, vbi ſuperior eſt ſemicirculus.

Deniq; peripheria MQTR diuiſa ſit in 24. partes æquales, atq; horæ quidem Aſtronomicæ ſint extantes, & filo aliquo argenteo contortæ, ceu vides in minori, atq; interiori peripheria. Sintq; ita diſtributæ vt 6 ſit in Q, ac diameter ipſa QZ conſtituta ſit horizonti parallela. Horæ verò ab occaſu, & ab ortu ſint inciſæ in inferiore, ac latiore lamella peripheriæ QTRM hac arte, vt ſi in citeriore aſpectabili facie lamellæ hora 1 ab occaſu incipiat ab R progrediendo per RMQT &c, contrario ordine in auerſa altera facie lamellæ 1 hora ab ortu incipiat à Q progrediendo per TZM, &c.

Hac machinulá ſic adſtructà, habes tria horaria vniuerſalia ſine vllis incommodis in MQTR, & duo particularia in EF, AB cum varijs paradoxis, vt mox te docebo in vſu. Nam aſtronomicé collocetur baſis CD (ſiue in ea fixum planum horarium) ope vel magneticæ acus, vel meridianæ GH, vel paralleli ab vmbra NO ſecti; mox eleuatà haſtula LM ad loci eleuationem, referet eadem LM mundi axem, & peripheria QTRM erit pro circulo æquinoctiali. At vero quadrans (ſiue peripheriæ quarta pars) qui & QV in alterutro diametri extremo Q, vel Z conſtituatur horizonti parallelus, referetq; RX horizontem ortiuum, & QV occiduum mobilem circa æquatorem iuxta motum primi mobilis.

Vſus.

— Pro horis antiquis.

Pro horis aſtronomicis.

Pro horis ab horizonte.

Itaq; in parte axis LM vmbra NO vbi ſecabit parallelum ſolis in plano EF dabit pro numero linearum horariarum horam antiquam ante, vel poſt meridiem. Ex parte verò ſuperiori eiuſdem axis vmbra ſecabit horam aſtronomicam in peripheria MQTR. At verò vt horas ab horizonte inchoatas agnoſcas, pro hora quidem ab occaſu quadrans RX conſtitutus horizonti parallelus ad ſignatam 24 horam italicam, erit adducendus circa peripheriam, donec vmbra centri S attingat aliquam partem eiuſdem RX, atq; vbi horizon RX ſecuerit in circulo ZTQ horam ab occaſu, ea erit hora quæſita.

Pro hora verò ab ortu contrario erit ordine operandum, nempe conſtituto quadrante QV (qui & RX) parallelo horizonti vbi erit ſignata prima hora ab ortu in auerſa circuli facie, & adducto eodem QV ad contactum vmbræ à centro S, &c. Prout Sol erit in ſignis vel Borealibus, vel Auſtralibus, obuertetur horizon idem RX, QV ad partes ipſi Soli oppoſitas hinc inde citra, vel vltra æquinoctialem.

PROPOSITIO VIII.

Aliena incommoda in horarijs aliquibus ſublata, noſtra commoda, & paradoxa iucunda indicata.

Incommodú horarij Æquinoctialis hic ſublatum.

I. SIc habes hîc ſublatum, præter cætera, id incommodi, quod horaria tum æquinoctialia, tum polaria pati ſolent à circuli æquinoctialis plana ſuperficie, quæ impedit horarum inſpectionem cum ſol eſt in ſignis Auſtralibus; quo de incommodo nos in hiuſce gnomonici Apiar. progym. 3. diximus. Habes enim hîc apertum ſpatium intra peripheriam MQTR, & ſol ſiue vltra, ſiue infra peripheriã QMR, verſetur, vmbra tamen axis ML dum ſecat peripheriam QTR, percommodam exhibet inſpectionem horarum aſtronomicarum in vtram máis partem. In inſpectione verò horarum ab horizonte habes id paradoxi contra vſum æquinoctialis horarij, vt dum ſol eſt infra æquinoctialem, horæ inſpectionem exibeat etiã ſupra æquinoctialem. Præterea etiam ſi nulli paralleli ſignati ſint in quadrante QV, tamen ex eo ad omnem poli eleuationem habes horam ab horizonte.

Sciotericum horariũ, quod ad ſolis motũ mouetur.

II. Præterea (quod quidem attinet ad horarium vniuerſale aſtronomicum) habes paradoxa iucunda in propoſitæ hîc horariæ machinulæ vmbra NOC $\alpha\beta$, quæ tibi exhibebit horarium, in quo non ſolum vmbra ſtyli (ſiue axis) moueatur, ſed etiam horæ ipſæ moueantur ad motum ſolis. Videbis enim in extremo circulo vmbroſo $\alpha\beta$ horas aſtronomicas, quas ideò extãtes voluimus in MQTR, vt earũ vmbra appareret in $\alpha\beta$.

Horariũ vmbroſum regulare in planis irregularibus.

Præterea habebis horarium vmbroſum certum, ac regulare, licet proiectum in incertum, & irregulare, atq; etiam mobile quodlibet planum, ceu vides lapides γ, δ irregulariter poſitos (in quos vmbra horarij cadit) non impedire tamen quominus horæ in vmbroſo horario A β videantur. Non ſecus horas videbis, etiam ſi ea vmbra inciderit in planum aquoſum fluuij præterlabentis. Quinimmò ſi horariũ QTR collocetur extra feneſtras ad Auſtrum ſpectantes, & cartaceæ feneſtræ claudantur, tu dum in cubiculo incluſus aliquid operaberis, videbis interim in plano cartaceæ feneſtræ vmbroſo horarium, atq; in eo mobiles horas ab axe ritè indicatas.

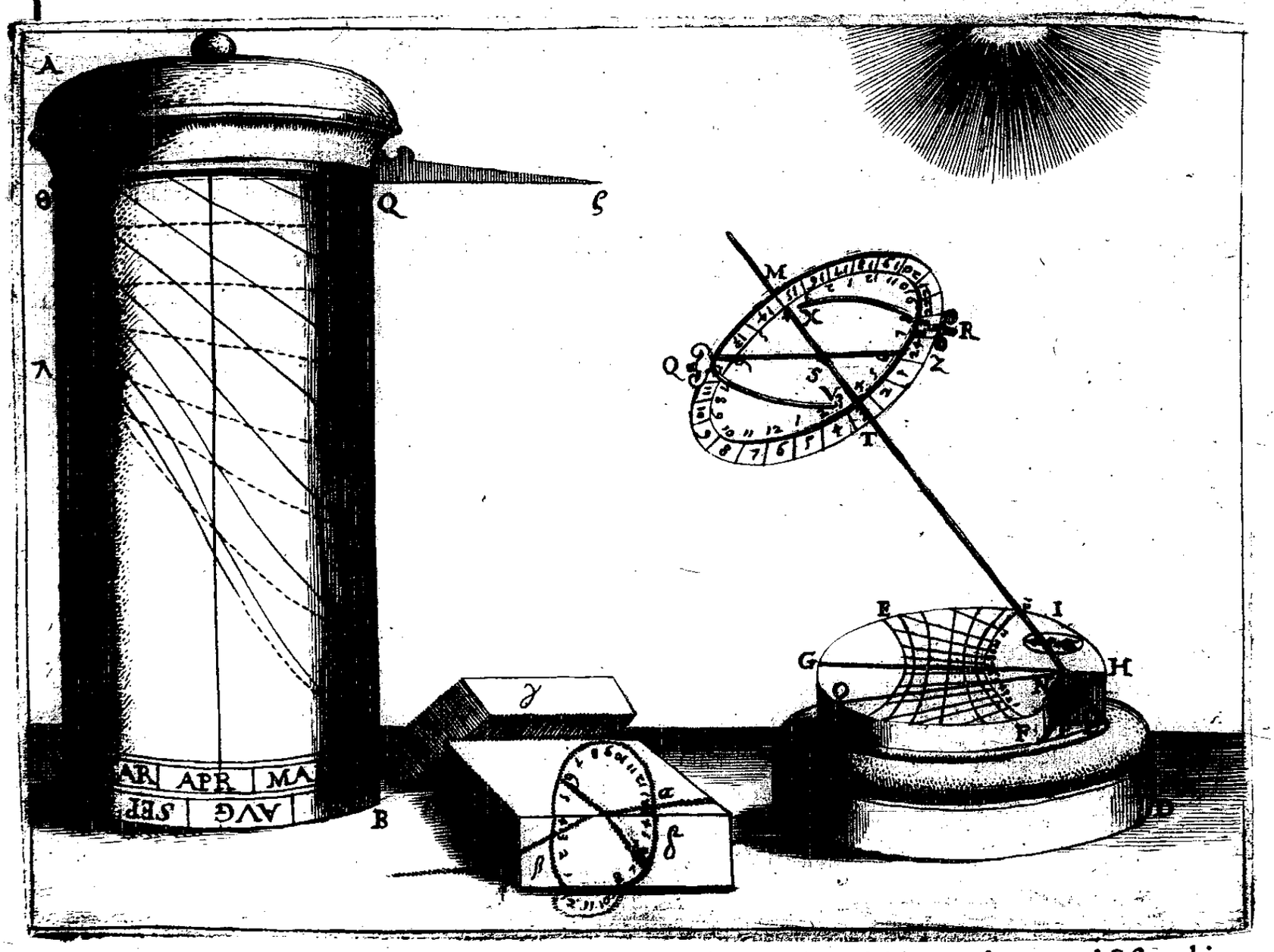
Horas vmbroſas in fluuio præterlabẽte inſpicere.

Intra cubiculum videre horas vmbroſas ac mobiles in cartaſeneſtræ ab horario extra feneſtras, &c.

III. Horas poſtquam inſpexeris, refigendus erit circulus MQTR, & reponẽdus ſupra planum EGFH, deinde axis erigẽdus perpendiculariter, ac deinde cauus cylindrus ſuperponẽdus ſuę baſi CD, vt ſic repoſitam, & ſiue incommodo ſartam, tectamq; habeas horariam ſupellectilem, quaſi quandam gnomonicam militiam in equo durateo Troiano incluſam.

PROPOSITIO IX.

Theorice præcedentium vniuerſalium horariorum ab horizonte inchoantium.



I. QVod ad theoricen attinet, ea perfacilis eſt aduertenti animum ad circulos in ſphęra horarios, ad axem, & centrum mundi, quæ omnia exhibet machina horaria QTR, ML.

Ab eodem vmbroſo pũcto axis non ſignantur horæ Aſtronomicæ, & ab horizonte.

Tantum vide ne fallare, ac exiſtimes ab eodem vmbroſo puncto axis indicari horas aſtronomicas, & ab horizonte inchoatas, aut ibi, vbi mobilis horizon ſecat æquinoctialem, indicari non ſolum veram horam ab horizonte, ſed etiam aſtronomicam. Secus enim eſt. nam in obliqua ſphæra patet non conuenire inter ſe circulos horarum ab horizonte, ac circulos horarum aſtronomicarum, niſi in ijſdem punctis, vbi ſimul omnes circuli horarij interſecant ſe ſe in æquinoctiali circulo. Circuli horarum aſtronomicarum ſecant æquinoctialem ad angulos rectos, ac æquales ſphærales, & omnes tranſeunt per axem, & polos circuli æquinoctialis; at circuli horarum ab horizõte ſecant æquinoctialem circulum ad angulos obliquos, ac inæquales, & tangunt in oppoſitis partibus circulos maximos ſemper apparentium, & ſemper latentium. In diebus æquinoctialibus vmbra centri S ſignabit in ijſdem punctis æquinoctialis circuli horas ab horizonte, & aſtronomicas propter prædicta. Cæterum extra dies æquinoctiales pro horis ab horizonte videndum erit vbi vmbra centri S attingat mobilem quartam horizontis QV, atq; ab eo puncto vmbroſo ex S digrediuntur ad diuerſas æquinoctialis ſectiones tum vmbra axis ML, tum quarta mobilis horizontis, ac proinde in diuerſis punctis æquinoctialis notãtur eodem momento horæ aſtronomicæ, & horæ ab horizonte. Axis ipſius ML vmbra cadit ad rectos ſphærales in æquinoctialem QTR, horizontis verò quarta QV diuergit ad eiuſdem æquinoctialis ſectionem obliquam, & loco diuerſam à ſectione vmbroſa facta ab axe MT.

In obliqua ſphęrà non cõgruunt circuli horarum ab horizonte, & Aſtronomicarum.

II. Habes quaſi per corollarium è præcedenti horaria machinula vnde ſimilem machinationem aliam extruas, quæ vel in triuijs poſita extra vrbem, vel ante hoſpitium ſimul & viam, & hoſpitium, & vinum venale, & horas indicet, nempe ſi pro ML ſit pertica tranſuerſim affixa ligneæ columnæ, vel trunco, vel palo perpendi-

Horariũ mobile vmbroſũ è ramis, ac virgulis.

cularitèr in terrā defixo, & pro peripheria MQ-TR ſit circulus è flexili ſalice, vel è myrto, & horæ aſtronomicæ extantes ſint è iuncis, vel è ramulis efformatæ. Eleuata enim pertica ad altitudinem poli, & collocatà iuxta debitum ſitum, vt Mad polum ſpectet, & ML congruat axi mundano, habebis & horarium ruſticum in circulo ſuſpenſo, & vnibroſum in ſubiecto plano. Idemq; circulus & horas, & venale vinum, & hoſpitium aduenis, hoſpitibus, iter agentibus in publica via oſtentabit.

SCHOLION.

De cylindrico horario calamario, atramẽtario, &c.

VT ruri, habeas in cylindro AB non ſolum horarium B Q θ λ, ſed etiam tecā calamariam, atramentarium, & cultellum aptandis calamis ſcriptorijs, ſit cultelli lamella Q ρ, & calami ingerantur in cauum cylindrum B θ, & baſis GCDH excauata ſit pro atramentario, &c.

PROPOSITIO X.

Ingens copia gnomonicarum inuentionum. Nonnihil de magnete.

Horaria pneumatica, & aquatica.

I. SCimus extare horaria pneumatica, & aquatica apud Portam, itemq; apud Orontium, ac nos etiam nonnihil expoſuimus in Apiario aſtronomico circa facillimum aquaticum horarium.

Horariū æquinoctiale ad geographica, & ad eclypſes Lunæ.

II. Scimus Aequinoctiale horarium conſtrui poſſe, in quo lineæ horariæ ſint inſtar meridianorum reſpectu diuerſorum locorum, & quorum vſus eſſe poſſint non ſolùm vt ſcias eodem momento quota ſit vbiq; gentium hora, ſed etiam ad Eclypſes Lunæ obſeruandas, ad locorum longitudines pernoſcendas, & ad plura alia, cuius inuenti atq; inſtrumenti habes veſtigia apud Gemafriſium in geographia Petri Appiani par. 1 cap. 19 prop. 5, & apud Clauium gnomon. lib. 2. & in noſtri Cyſſati horario Ieſuitico, dum globum terræ in planā rotam, ſeu circulum abijcit, cuius in centro ſit polus arcticus, & extra rotam mobilem ora immobilis diuiſa eſt in 24 ſpatia æqualia pro horis ſimul, & pro meridianis.

Horaria nocturna ad Lunam, & ſtellas.

III. Scimus horaria nocturna ad ſtellas, & Lunam cõdita eſſe à pluribus, præſertim à Gemafriſio, ſed ea potius ad ſpeciem, quā ad vſum exactum inuenta eſſe facilè diſcet qui ijs vti voluerit, vel ad leges non fallaces ea exigere tẽtarit. Vide etiam Ioa. Benedicti gnomonica inuenta, & horaria, &c.

Horaria horizontalia viridantia, & florentia in hortis.

IV. Fuêre qui & inter delitias rureſtres hinxêre horaria horizontalia, quorum ſtylus ſit arbuſcula aliqua in formam pinus erecta, lineæ verò horariæ ſint conſitæ myrtho, vel herbis, ac floribus ſuaueolentibus. ſic & olim Romæ cāpus Martius diſtinctus erat horario ingenti horizōtali, cuius horariæ lineæ marmoreæ viſebantur, ac ſtylus ingens erat obeliſcus.

Horaria plurima verſiformia.

V. Deniq; horariorum minorum, præſertim mobilium, ingens, ac multiforme agmen eſt, araneæ, alæ, teſtudines, arculæ, cyathi, cherubini, zonulæ, arcus, ſcaphæ, columellæ, globuli, armillæ, anuli, quadrantes, ſtellæ, chlamides, cruces, atq; innumeræ aliæ formæ, quibus humana induſtria ludit, & quodamodo illudit ſyderibus, ac planetis.

VI. Sunt qui poſt tractationes gnomonicas addunt parerga, & problemata, & quæſtiunculas de magnete, ex occaſione acus illitæ eo lapide, qua acu diriguntur, ac ſtatuuntur ad debitum ſitum horaria, præſertim horizontalia. Vide Maurol. ſub finem prioris partis acutiſſimè ab eo perſcriptæ Gnomonices.

Leonardus Garzonius è Soc. noſtrā egregius de magnete ſcriptor.

Sanè nihil propius abfuit, quam vt nos etiam hîc poneremus 100 problemata, & 100 theoremata, quæ iam pridem P. Leonardus Garzonius noſtræ Societatis italicè perſcripſit. quod opus olim mihi ab eius nepote traditum fuerat, vt id verterem latinè, atq; excudendum publicè curarem. Sed quoniam mihi neq; ad mea ſatis eſt otij, & magnetica omnia eius Authoris iam pridem vulgata ſunt, ideo laborem eum à me dimittendum cēſui, ne poſthumus ille Philoſophus (qui primus fuit omniū, qui copioſè de magnete philoſophati ſunt) iure ſuo litem mihi (vt olim Cornicvlæ) intendere poſſet repetundarum.

PROPOSITIO XI.

Horaria dioptrica, & catoptrica. Machinæ perpetuo motu diu, noctuq; ſolis curſum ſequentes, ac per horas dimetientes.

Horaria dioptrica, in quibus horæ per refractionem, &c.

I. PErtinent ad paradoxa gnomonica horologia dioptrica, velut ſcaphia, in quibus aquà infuſis vmbra gnomonis per aquam refracta horas indicat. Reuiſe nos initio Apiarij noſtri Aſtronomici, vbi modum appoſuimus metiendi organicè quantitatem anguli refractorij per ſcaphia. Nihil nos hîc de ijs dioptricis horarijs, quia nihil habent in nouitate vtilitatis, immo ſolùm addunt plures difficultates fabricæ, ac vſui horariorum in ſcaphijs vſitatorum.

II. Sunt & horaria catoptrica, in quibus &

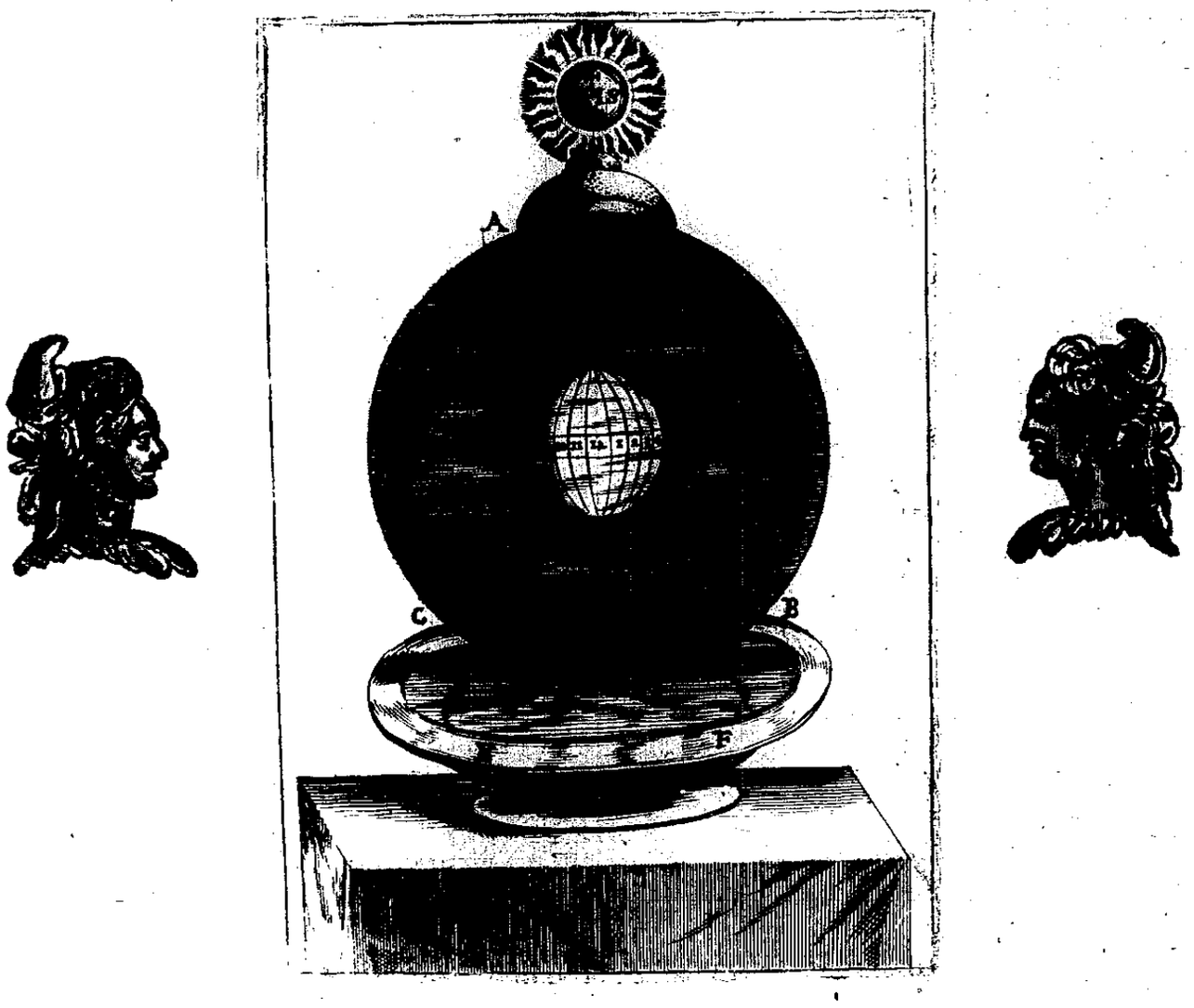
hora-

Horaria catoptrica, in quibus horæ per reflexionem.

horariæ lineæ inuerſæ, & ſpecillum loco verticis gnomonici reflectit radium ſolis ad horas indicandas. De quibus vide opuſculum doctiſſimum eruditiſſimi P. Athanaſij Kircheri è noſtra Societate, qui vnus è tribus fuit cẽſoribus, & adprobatoribus Romæ meorum Apiariorum. Nouitas in ijs catoptricis horarijs ingenioſa, & in eo præcipuè vtilis eſt quòd horas indicet intra cubicula, & conclauia in vmbra, ne oculorum aciem prẽſtringat ſolis fulgor, &c. Nos in ſequenti capite aliquem vſum catoptricum nõ catoptricorum horariorum dabimus, quem apud alios non vidimus.

III. Machinas horarias aliqui machinati sũt, in quibus vel rotularum ſupra aquam libratarum mobilis index, vel globulus in aqua mobilis diu, noctuq; perpetuà, lentiſſimaq; rotatione motum ſolis ſequuntur. Hæ machinæ non tam ad mathematicum, quám ad Phyſicum philoſophum pertinent, & extra noſtrum inſtitutum ſunt, qui mathematica inuenta geometricis demonſtrationibus confirmata profitemur; ob admirandam tamen nouitatem digna ſunt ea horaria, quæ inter noſtra paradoxa reponantur.

Acci-



Mira horaria machina cũ motu perpetuo.

Accipe verba, & iconem vnius è prædictis machinæ, vt iacent apud P. Sylueſtrum Petra-ſanctam noſtræ ſocietatis, in expoliti ſſimo opere de ſymbolis heroicis lib. 4 in fine capitis 5. *Scio magnetis lapidis effecta prorſus admiranda eſſe, atq; ex illius virtute prodire ſemper aliquid noui. Sic Leodij nuper in Collegio Anglorũ noſtræ Societatis P. Frãciſcus Linus Magiſter matheſeos excogitauit felici ſſime orbem, qui intra phialam* (velut BCA) *in circunfuſæ aquæ centro (ſicut in circunfuſo aëre tellus) hæret ſecreto ſuæ molis libramento* (vt ad D) *Sed conuerſionem cælitamen ab Ortu in Occaſum arcanà vi, & veluti quodam amore conſecẽtatur, ſpatioq; vigintiquatuor horarum omnino circumagitur.*

Piſciculus intereà indicis loco eſt (ceu in G) *& quaſi nandi peritus, ac libratus pondere ſuo prætereuntes horas veluti admirãs designat roſtro, eaſq; oculis defixis intuetur. Motà phialà, ſi aquæ impetus detur, mox iter ſua ſponte orbis releget; penituſq; ratio temporis conſtabit, poſtquam tranquillitas redierit.*

Indicem quoq; in phialà conſtituas, & indicabit perinde horas. Sed & ſolem finge in eodem orbe, verum ſolem in ortu, meridie, occaſu ſequetur. Atq; adeo è ſede ſua excuſſus requiret illicò, & repetet ſtationem ſyderi conſentaneam. Tantum plus nimio adproperabit, quia neſcit amor tarditatem: nihilominus dum aliquoties tranſiliet, reſilietq; demum obtinebit locum, ex quo citra errorem ſolis comes denuò ibit.

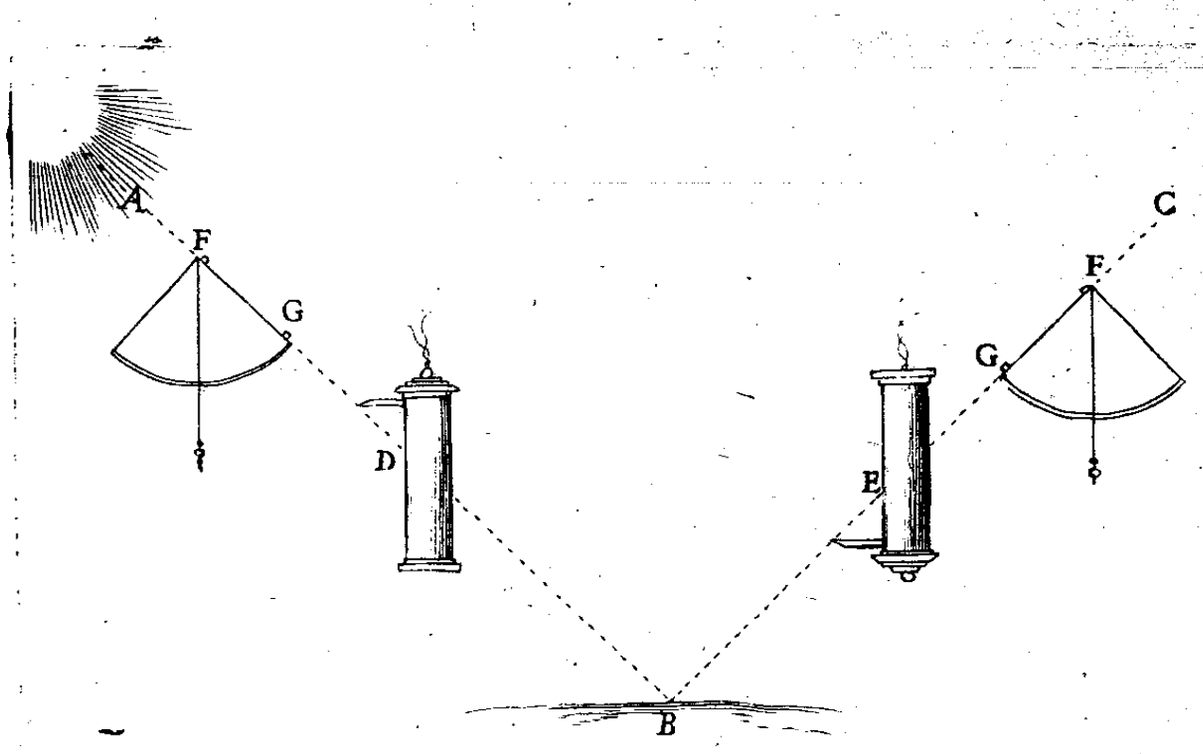
Vitreus orbis ACB ſuſtinetur, vt vides, lector, ab aquà peluis CEFB.

Egent tamen etiam hæ machinæ, quemadmodum & authomata horaria ex ponderibus, vel ex chalybe contorto, ſubinde aliqua reſtauratione, quia deniq; nullum à mortalibus inuentum eſt immortale, ac verè perpetuum.

PRO-

PROPOSITIO. XII.

Horariorum non catoptricorum vſus catoptricus. Apiarium gnomonicum clauditur monito morali.



VSus hic paradoxum habet nec alienum, nec inutile, vt aliquando extra ſolem in conclaui, porticu, cubiculo percommodé, ac perfacilé horas noris in ijs horarijs, quæ in vſu communi ſub aperto Sole Solis directos radios requirunt. Exempla indicabo ſaltem in vulgatis cylindris, & quadrantibus.

In horario cylindrico, & in quadrãte horas inſpicere per reflexionem, &c.

Eſto radius ſolaris directus AB, qui de more exciperetur à cylindro, vt in D; radius ex B à ſpeculis, ſiue aqua reflectatur in C; inuerte cylindrum, & excipe radium reflexum vertice ſtyli, vt vmbra in E indicet horam, ſcilicet in eodem puncto, in quo antea in D. Sic & quadrans FG, qui radio directo incidente primo in F, deinde in G ſolet horas oſtendere ope perpendiculi, transferendus eſt ad radium reflexum incidentem primo in G, deinde in F.

Item per radium viſualé.

Quin etiam, ſi quando radius reflexus minus aptus ſit operationi, v'tere radio viſuali, & ſpectãdo p F, & G in B, vbi ſolis imago apparet, dabit quadrans horas rite viſendas, altitudinẽ ſolis, &c.

Transfer tu, mi lector exempla ad alia horaria mobilia, ſi quæ ferre poſſunt hunc vſum inuſitatum. Theoricen nullam indico tibi iam ſatis imbuto præcedentibus theorijs hujuſce Apiarij, ex quibus ea patet.

Finis eſto Gnomonico huic Apiario à morali monito. Quidquid humani ingenij ſolertia inuenit, & machinatur circa gnomonica horaria, & inſtrumenta, caſſi laboris eſt, niſi Solis facies affulgeat. Pari ratione quidquid rerum ſatagit labor mortalium, quidquid appetit, quidquid aſſequitur honorum, opum, rerum fruendarum, vanitas vanitatum eſt, nullius pretij, ac vsùs, nullius veræ, ac ſolidæ fæliciratis, niſi diuinæ gratiæ fulgor alluceat, & animum ſuo affla-tu hilaret, ac beet. Supponit ſolem Gnomonica Philoſophia vt ſit vſui, ſupponit Dei amicitiam humana omnis actio vt animo proſit.

Gnomonica philoſophia nulla eſt ſine ſole.

Nota morale monitum.



APIARIVM

DECIMVM.

IN QVO

MVSICA.

ET

SONIMETRICA.

MVSICA,
ET SONIMETRICA

Soni interciſi muſicam, cõtinuati ſonimetriam pariunt.

Quemadmodum duplex quantitas duplicem partì ſpeciem Matheſeos, diſcreta Arithmeticam, continua Geometriam; ita & ſoni poſſunt ſpectari vel interciſi, vel continuati; ac illi quidem numeris, hoc eſt diſcreti diſcreta quantitate notantur, hi verò lineis nempè continua quantitate poſſunt ſignari, atq; explicari. Ea Mathematicæ Philoſophiæ ſpecies, quæ verſatur in theorijs numeri cum proportione ſonori, Muſica theorice nuncupatur: poſſis pariter eam ſpeciem, quæ verſatur circa lineas ſonoras, ſeu voces continuas, appellare Sonimetricã. Nos in hoc Apiario circa vtramq; ſpeciem aliqua iucunda ſimul, & vtilia paradoxa prodemus. Ordiamur à ſpecie, quæ verſatur circa ſonum diſcretum, ſiue numerum, quatenus eſt ſonorus.



PROGYMNASMA PRIMVM.

Musicæ matheseos epitome. De surdo, ac muto musicas consonantias docente, & musica instrumenta attemperante. De vniuersi harmonicà dimensione. De harmonicà Planetarià, elementarià, & metricà.



PROPOSITIO I.

Vnicà lineà epitomen harmonicæ matheseos indicare.

Circa quę versetur musica mathesis.

SIt linea (quam hìc vides exhibitam in seq. fig.) AB. Quoniam autem Musica mathesis versatur vniuersa in contemplationè, ac demonstrationibus numerorum harmonicam proportionem habentium, in consonãtiarum inuentione, ac differentijs, in fidium, tibiarum, ac vocum quasi gradibus, in generum, modorum, seu troporum differentijs, in systematibus varia instrumenta conflantibus, ac deniq; in mira, & suauissima Vniuersi consonantia, propterea lineam hìc tibi lector apposuimus, atq; etiam exponemus, in qua prædictæ omnes harmonicæ matheseos partes indicantur. quibus breuiter expositis, epitomẽ quandam didiceris, qua nimiumquantum iuuéris ad facillimam intelligentiam Authorum omnium tam antiquorum, quam neotericorũ, qui de Musica Philosophia perscripserũt.

I. Igitur vides ad lineæ varias partes appositos numeros. ij & habent harmonicas proportiones, & indicant ex quibus proportionibus harmonicis consonantiæ musicæ prodeant.

Omnis consonantia ex proport. multipl. aut super part.

Demonstrant autem musici mathematici, iuxta Pythagoreorum theoremata, omnem consonantiam oriri tantum ex proportione multiplici, aut ex superparticulari, quales vides in numeris appositis ad partes, & intercisiones lineæ AB. Eiusdem opinionis est etiam Euclid. initio sectionis regulæ harmonicæ.

Quę sit harmonica proportionalitas, quę multiplex, quæ superparticularis vide ex recentioribus apud Clauium ad propositionem 4 libri 5 Eucl. Proportiones expressimus numeris minimis ad faciliorem intelligentiam consonantiarum, vt inferius videbis.

Partitio musicarum consonantiarum.

II. Nomina ea: diatessaron, diapente, diapason, &c. Tonus, semitonus, &c. indicant musicas consonantias. Quarum hæc partitio est, vt aliæ simplices sint, aliæ compositæ; simplicium aliæ perfectæ, aliæ imperfectæ.

Quid sit cõsonantia.

Simplices perfectæ sunt diatessaron, diapente, diapason. Compositæ, vt ipsa indicant nomina, sunt diapasondiatessaron, diapasondiapente, disdiapason. Simplices imperfectæ partim maiores, partim minores sunt Tonus, Ditonus, Semiditonus, Semitonus, Hexachordum minus, ac maius. Consonantia definitur ab Euclide in music: *duorum sonorum acuti, & grauis grata temperatio.*

Dapason consonantia omnium suauissima.

Diapason vbi C, est suauissima, & perfectissima omnium consonantia, vt docet etiam Ar. in

in ſectione de muſicis, problemate 388. Octauam appellant vulgo, quia à prima voce, ſeu à primo tonorum, & conſonantiarum ſimplicium gradu vſq; ad eam octo ſunt muſicæ voces, & quia octaua eſt in ſyſtemate octochordi, cuius initium eſt à longiſſima, & grauiſſima chorda hypate. Cur appellata ſit potius diapaſon .i. per totum, quam diaocto, vt dicimus diateſſaron, diapente, vide Ar. perbl. 32. Prodit hæc conſonantia diapaſon à proportione dupla, vt indicat numerus $\frac{1}{2}$; eſt enim AB dupla ad CB, &c. De hac conſonantia Euclid. in ſectione regulæ harmonicæ propoſ. 10, 12, 14, demonſtrat & eſſe in proportione multiplici, & minus 6 tonis. Vult etiam eſſe tonorum 6.

Cur dicta ſit octaua.

Cur dicta diapaſon.

Ex qua proportione oriatur.

Diapente vbi D, quinta vulgo appellatur ab ordine. Prodit à proportione ſeſquialtera $\frac{3}{2}$, eſt enim AB ſeſquialtera ad DB.

Diateſſaron vbi E, quarta vulgo. eſt à ſeſquitertia; eſt enim chorda AB ad chordam EB ſeſquitertia, vt eſt in numero $\frac{3}{4}$. Euclid. propoſ. 11, & 15 demonſtrat diateſſaron, & diapente eſſe ex proportione ſuperparticulari, & diateſſaron eſſe minus 2 tonis, & hemitonio; & diapen. minus 3 tonis, & hemitonio.

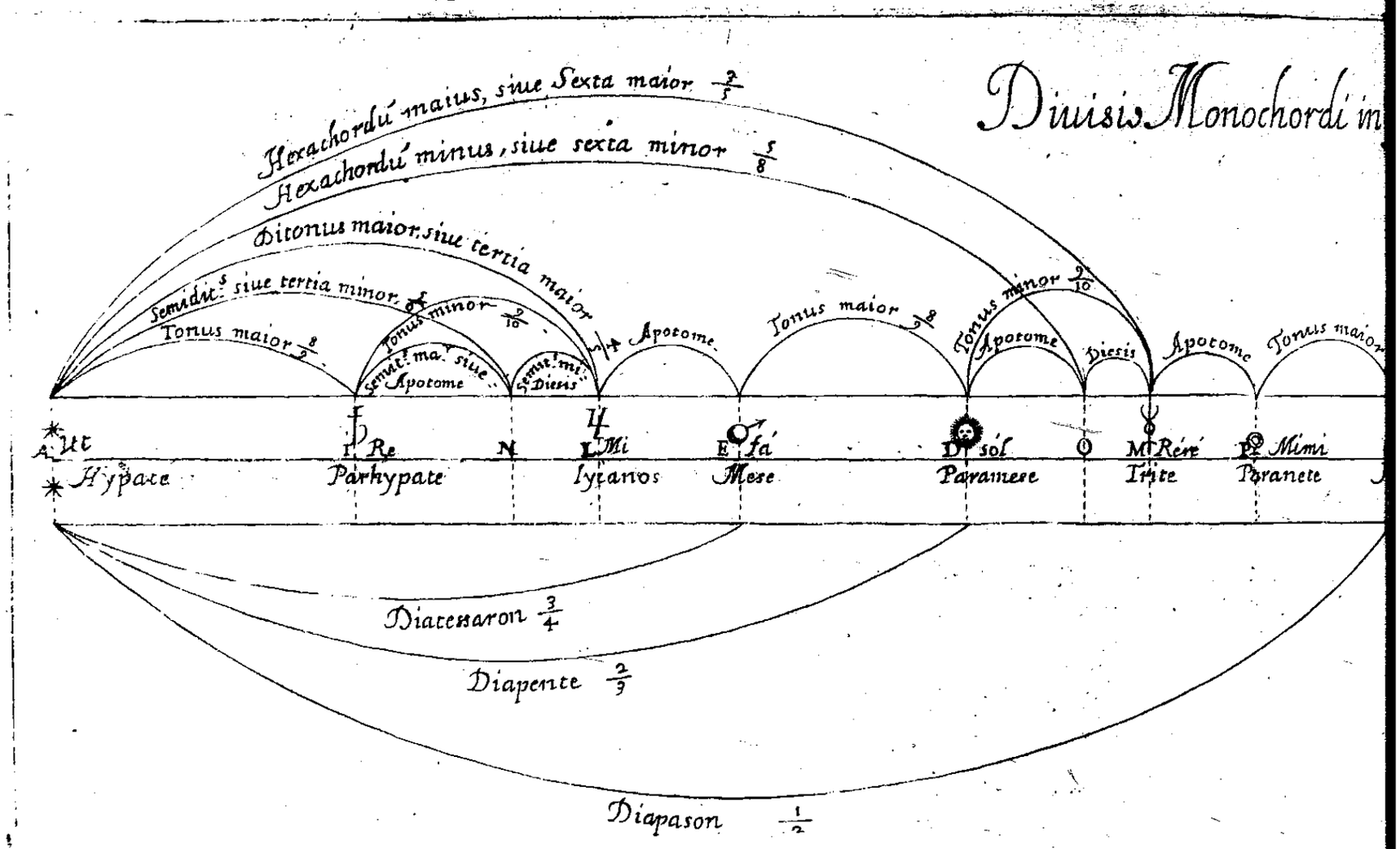
Conſonantia diapete quæ & à qua proportione?

Diateſſar. quę & à qua proport.

Diſdiapaſon vbi F compoſita ex duabus *diapaſon*: vulgò: decimaquinta, quia (vt quidam affirmãt) quindecim gradus vocum ſunt à prima ad eam. Vide Icoſichorda, & ſcalas muſicas apud ſemipriſcos, & recentiores muſicos theoricos, & practicos. eſt à proportione quadrupla totius AB ad partem FB. Euclid. affirmat diſ

Diſdiapaſon quæ, vnde?

or- dia-



diapaſon eſſe tonorum 12.

Conſonantia diapaſõdiapẽte, ſiue duodecima quæ, & ex qua proportione?

Diapaſondiapente vbi G, compoſita ex vna *diapaſon*, & vna *diapente*. vulgo: duodecima. eſt a proportione tripla $\frac{1}{3}$, eſt enim AB tripla ipſius GB. Hanc conſonantiam Eucl. affirmat eſſe tonorum 9, & ſemiſſis.

Conſonantia diateſſaron quæ, & ex qua proportione?

Diapaſondiateſſaron vbi H, compoſita eſt vt ſonant nomina. Eſt à proportione, quam habent inter ſe 3, 8. ſic enim HB ad AB. Pythagorici excludebant hanc à conſonantijs, ſed admiſſa eſt à Ptolemæo, atquè alijs, licet non ſit adeo ſuauis vt antecedentes. Vide Boeth. lib. 5. cap. 8; &c. Euclid. affirmat diapaſ. diateſſar. eſſe tonorum 8, & ſemiſſis. Idem ponit varias ſpecies, ac formas in ſingulis conſonantijs.

III. Præter prædictas ſunt & aliæ conſonantiæ imperfectiores, ac minus ſuaues, ac propterea ab aliquibus diſſonantiæ appellatæ. Euclid. generatim ſic: *diſſonæ ſunt omnes quæ vel minores ſunt quam diateſſaron, vel inter conſonas interjciuntur.* Appellantur autẽ eæ Toni, ac Semitoni. Vides autem in linea AB inter E, & D interuallum cum inſcriptione: Tonus maior. propterea definitur ab aliquibus Tonus maior ſic: Eſt interuallum, ſeu differentia inter diateſſaron, & diapente. Oritur ex proportione ſeſquioctaua, vt demonſtrat Eucld. propoſ. 13, & vt indicat numerus $\frac{8}{9}$ poſitus etiam inter A & I, item inter P, & C vbi pariter toni maiores ſunt. Eſt autem EB ſeſquioctaua ad DB, ſicut & AB ad IB, & PB ad CB, in quibus tribus ſpatijs tres Toni maiores ſunt.

Conſonantiæ imperfectiores quæ.

Earum diuiſio.

Toni maioris definitio.

Vnde oriatur.

Tonus minor q.s, & ex qua proportione.

Tonus minor int eruallum paullo minus Tono maiore, quale vides inter I, & L, atq; inter D, & M, quibus in ſpatijs Toni duo minores ſunt, qui oriuntur ex proportione $\frac{9}{10}$, quam indicat is numerus inter I & L, poſitus. Habet enim IB ad LB vt 10 ad 9; ſicut etiam in altero tono minori inter D, & M, habet ſe DB ad MB vt 10 ad 9. Pro demonſtrationibus proportionum Toni maioris, ac minoris vide ex recentioribus Zerlinum lib. 1, & 2 demonſtrationum, ex antiquis Boethium.

Semitonus vnde verè ſic dictus.

Tonus deinde diuiditur in duos ſemitonos ſic dictos, non quod ſint duæ partes æquales vnum tonum conficientes, vt Ariſtoxeno videbatur; ſed dicuntur ſemitoni eo quòd ſint imperfecti Toni. Hùc egregiè Macrobius l. 2. ſomn. ſcip. cap. 1. ſub finem, de tono, ſiue ſono, ſemitonio, lemmate, dieſi, &c. vbi & de numeris conſonantiarum, epitrito, hemiolio, duplari, triplari, quadruplo, epogdoo. &c. Ac ſunt ſemitonorũ alij maiores, alij minores. maiores inter IN, LE, DO, MP; minores inter NL, OM. Vide Boethiũ lib. 3. cap. 7. demonſtrantẽ contra Ariſtoxenum Semitonum non eſſe dimidiam partem vnius Toni. Nam duo ſemitoni maiores Tonum ſuperant, duo minores ſemitoni à quantitate vnius Toni deficiunt, &c. Euclides aliter, ac breuiter: ex numero ſuperparticulari, qui non admittit mediũ, &c. prop. 16.

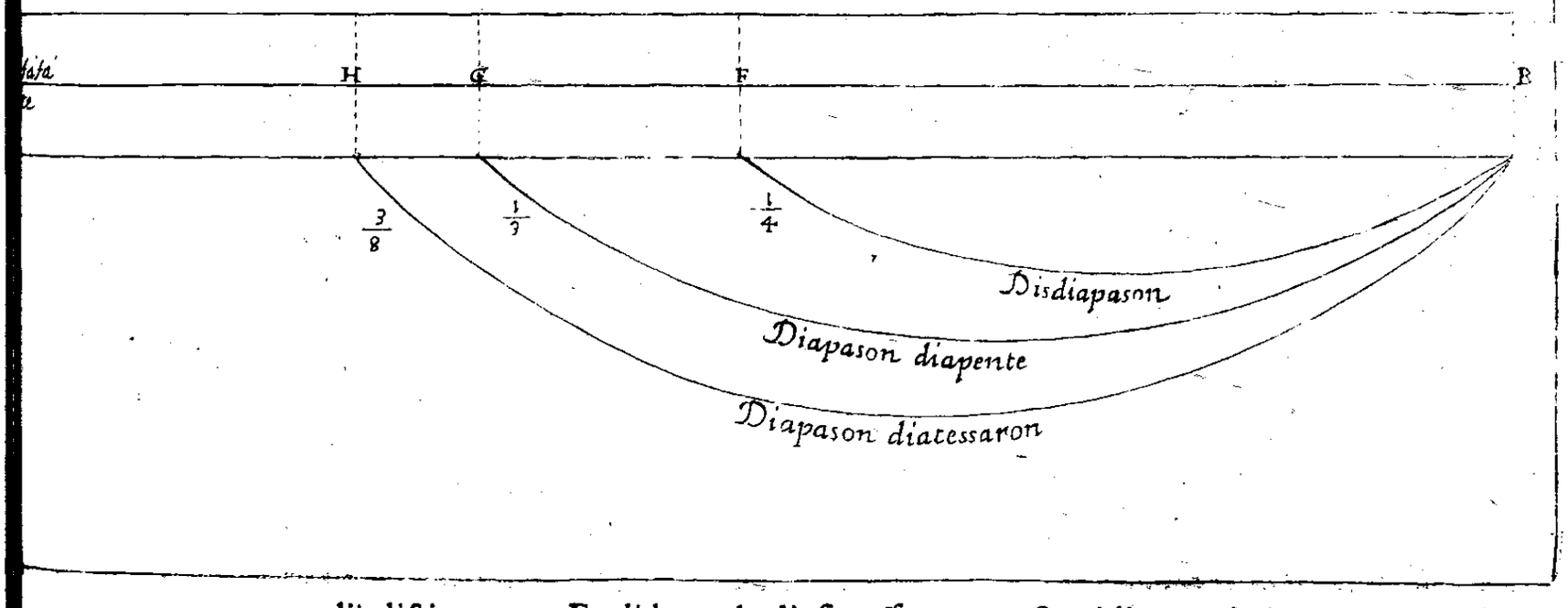
Semitonorũ diuiſio.

Semitonus non eſt dimidium toni.

Interuallum, quo duo ſemitoni minores à Tono diſtant, dicitur à Muſicis Philoſophis Comma. Semitonus maior etiam Apotome appellatur à Boethio, & Semitonus minor ab eodem Boethio, & à Stapulenſi dicitur etiam Dieſis; licet

Comma in muſicis quid?

Apotome, dieſis quid?



cet alij diſtinguant. Euclides vult dieſin eſſe quartam partem toni.

Imperfectarũ conſonãtiarũ altera diuiſio.

Deniq; conſonantiarum imperfectarum eſt etiam ea diuiſio, vt ex compoſitis aliæ maiores, aliæ ſint minores. Compoſitæ maiores ſunt, vt

Ditonus q.s.

Ditonus, nempe ſpatium inter AL, item inter EM, vbi eſt Hexacordum maius. Conſonantiæ Compoſitæ minores ſunt

Semiditonus quis.

Semiditonus, nempe ſpatium inter AN, item inter EO, vbi eſt Hexachordum minus.

Ditonus vnde dictus?

Ditonus appellatur, quia ex duobus conſtat Tonis, vt interuallum inter AL conſtat ex AI, IL; dicitur etiam tertia maior, quia in L initium eſt tertiæ vocis, ſeu chordæ. Eius proportio eſt $\frac{4}{5}$, eſtq; AB ad LB, vt 5 ad 4, ideſt AL eſt vna quinta totius AB.

Cur tertia maior dicta?

Ex qua proportione?

Semiditonus dicitur non quod ſit dimidium duorum ditonorum (vt prædictũ eſt de Semitono reſpectu toni) ſed quod imperfectus, ac minor Ditonus ſit. Apellatur & tertia minor, quia in N tertia chorda, & vox incipit ante L tertiã maiorẽ. eius ꝓportio eſt $\frac{5}{6}$, q.a vt 6 ad 5, ſic AB ad NB.

Semidit. non eſt dimid. 2 tonorum.

Cur tertia minor dicta?

Ex qua proportione?

Hexachordum minus vbi O, eſt interuallũ ab A ad O, compoſitum ex quinq; interuallis antecedentibus AI, IL, LE, ED, DO; atq; in O ſexta chorda eſt, vnde Hexachordum. At Hexachordum maius eſt interuallum compoſitum ex interuallis ab A ad M. Alterum ſexta minor, alterum ſexta maior appellantur.

Hexachordũ minus, & maius quid?

Sexta minor, & maior que?

Hexachordi minoris proportio $\frac{5}{8}$ indicat eſſe AB ad OB, vt 8 ad 5, ideſt diuisà totà AB in 8 partes, ſpatium à B ad O eſſe quinq; octauarum

Hexach. minor ex qua proportione?

Hexach. ma. ꝓportio quę?

Hexach. mai. ꝓportio $\frac{3}{1}$ indicat eſſe AB ad MB, vt 5 ad 3. i. ſpatiũ BM eſſe treſquintas totius AB.

IV. Superſunt in linea AB explicanda vocum, & chordarum, & Generum, & modorũ nomina, & Planetarum appoſiti characteres.

Nomina fidiũ & vocũ muſicarũ priſca.

In priſcorum octochordo ſunt chordarum nomina Hypate, Parhypate, Lychanos, Meſe, Parameſe, Trite, Paranete, Nete. Quibus vides hìc appoſita nomina ſonorum, ſiue vocum, quas eæ fides reddebant, quas voces noſtra ſæcula notarunt ſyllabis deſumptis ex prima ſtropha hymni in diuum Iohãnem, quoniam in eius ſtrophę cantu aſcenſiones fiẽbant Tonorum, Semitonorũ, & conſonantiarũ ad eas ſyllabas. Stropha:

VT queant laxis REſonare fibris
MIra geſtorum FAmuli tuorum,
SOlue polluti LAbij reatum, &c.

vnde nomina ſemipriſca fidium, ſonorum, vocum muſicarum.

Duplicaui eas voces ad ſextam, & reliquas chordas, vt ex ea duplicatione intelligas vocis varietatem ab ea, in qua ſemel tantum ponitur ſyllaba muſica. Pro LA eſt RE, quia SOL antecedens ſtat pro VT. Poſſunt & iterari per vlteriores gradus vltra diapaſon vſq; ad diſdiapaſon, & vlterius adhuc vſq; ad acutiſſimum ſonum, iuxta ſchema muſicæ ſchalæ, ſiue; vt vocant, muſicæ manus. Vide, præter vulgatos Latinos recentiores, apud Hermolaum Barbarum in Vitruuium, & apud Maurolycũ vbi is exhibet Schema Icoſichordi Guidonis. Nobis ſat fuit in Octochordo ſpecimen breue hoc exhibere.

Icoſichordũ vbi?

Eſt apud antiquos Authores aliquos aliqua varietas, dum eorum aliqui Parameſen omittunt, & Meſen appellant quintam fidem, deinde deſcendunt ex ordine ita, vt Hypate ſit ſecunda chorda, & primam appellant Proslambanomenon. Nos nomina fidibus appoſuimus iuxta vſitatiorem ordinem apud præcipuos veterum Authorum, præſertim Ariſtotelẽ, vt eos tu, lector, facilius, & rectius muſicè philoſophãtes intelligas.

Noſtra muſica ad intelligentiã veterũ philoſophorum, qui de muſica philoſophati ſunt.

Characteres Planetarij, atq; ſtellarum fidibus, ac vocibus muſicis appoſiti ſpectant ad eam muſicæ theoricæ partem, quæ de mundana muſica philoſophatur, iuxta antedicta, inuenitq; conſonantias in cęleſtibus illis globis. Paulo poſt in ſequentibus nos Vniuerſi harmonicam dimenſionem de noſtro docebimus, ſed inuerſo ab hoc ordine, quem hic ſequimur. Nam hic eam tantum harmoniam ſtellarum, ac planetarum indicamus, quæ prouenit ex eorum vario, ac proprio motu contrario motui diurno raptus. quaſi terra ſit in H, vel alio puncto ad partes verſus B, & circa eam gyrent propior Luna, tum Venus, Mercur. &c. Celerioribus conuenit & minus interuallum, & vox acuta; tardioribus maius interuallum, & vox remiſſior, & grauior debetur; quia tibiæ, ac voces ampliores, fides etiam productiores, & craſſiores tardius mouentur, & grauiorem edunt ſonum; breuiora vero, & minora ſonora corpora, &c. celerius cientur, & acutius perſonãt. Vide Ar. probl. 51. ex muſicis Vox igitur acutiſſima, & fides minima octochordi, ideſt Nete, attributa eſt à nobis Lunę Planetarum in ſuo curſu menſtruo celerrimæ, parhypate Saturno tardiſſimo. Hypate deniq; grauiſſima data eſt tardiſſimo ſyderum fixorum motui ab occidente in orientem ſuper polis zodiaci. Vide Aſtronomos vbi de motibus cœlorum, &c. Reliquæ intermediæ voces, ac fides ex ordine reliquis Planetis, quos iuxta communem ſententiam æquum eſt eò tardius moueri, quo ſunt altiores, & maiorem circuli peripheriam ſignant in proprio motu ab occaſu in ortum ſub zodiaco, &c.

Quæ planetarum harmonia hìc à nobis indicetur.

Vide inferius alia exactiora apud nos, & fundamenta alia firmiora & plura alia circa hanc muſicæ theorices partem ſpectãtem admundanam muſicam. ibidem etiam planetarias alias, & geometricas, & poeticas muſicas prodemus.

Cautio ad intelligentiam hìc harmonię planetariæ.

Ne fallare in praxi ſonora, lector. Poſito tactu in I, vel L, vel E, &c. pulſari poſſunt partes chordæ harmonicæ AB hinc inde circa tactum vel verſus A, vel verſus B. Nos hic ſonum ſequimur, quem reddunt partes à tactu verſus B. ſic poſito tactu in I, pulſata pars IB reddit grauiorem ſonum pro ♄ remotiore à B, quaſi à terra, & pro eius motu proprio tardiore. Poſito tactu in L, pulſata pars LB reddit minus grauem ſonum, quàm ♄, pro ♃ minus remoto à B, q. terrà, & pro eius motu proprio minus tardo, quàm ♄.

At verò propoſ. 3 inferius ita agimus, quaſi pulſentur hìc partes chordæ AB ſpectantes à tactu verſus A. &c.

Genera muſica, diatonicũ, chromaticũ, quæ.

V. Vbi Q indicatur Genus, in quo prædictæ à nobis conſonãtiæ poſitæ ſunt. Diatonicum genus hoc noſtrum eſt, quia per tonica interualla, vt vides, procedit. Veteres enim inſtrumenta muſica, & cantilenas in tria genera partiti ſunt, quę genera diſtinguebantur pro varietate interuallorum, ad quæ conſonantias accipiebant, & certam, ac propriam eorum interuallorũ ſeriem ſingula ſeruabant. Nam tetrachordum in genere diatonico per ſemitonum, & duos tonos procedebat. Tetrachordum in genere Chromatico per duos Semitonos, & Triſemitonum. Tetrachordũ deniq; in genere enharmonico per duas dieſes, & ditonum.

Nos ergo in hac noſtra linea harmonica ſecuti ſumus genus diatonicum, quia lineã partiti ſumus in primo tetrachordo ab A ad E per duos tonos, & ſemitonum, itemq; in altero tetrachordo ab E ad C tonos vt plurimum aſſumpſimus, non autem vllum Triſemitonum, & ſolos ſemitonos, vt fiebat in Chromatico; ac vnam tantum dieſim in ſingulis tetrachordis noſtris partim cum ditono, partim cum Tritono poſuimus, non autem duas dieſes in vnico tetrachordo vna cum ditono, vt fiebat in enharmonico.

placuit

Cur diatonicum genus hic electum.

Placuit autem nobis Diatonicū præ reliquis duobus Generibus, quia vſitatiſſimum, ac ſuauiſſimum eſt aurium iudicio. Adde ex Macrob. de ſomn. ſcip. lib. 2. ſub finem cap. 4 nobis placuiſſe harmoniæ genus, quod Platonici cœlis affixerunt, de qua cœleſti, ſeu mundana harmonia nos etiam inferiùs. Enharmonicū nimis difficile habitum fuit, Chromaticum nimis molle; ideo ab antiquis, & à nobis hic reiecta.

Modi muſici cur hic omiſſi.

Modorum muſicorum nullam mentionem fecimus in harmonica huiuſce noſtræ lineæ diuiſione, quia non chordam Phyſice harmonicam, aut inſtrumētum muſicum exhibemus, ſed geometricam lineam geometricè diuiſam, &c.

Modi autem muſici non poſſunt in purà Mathematicà lineà exhiberi, ſed tantum in Phyſicà materià ſonum aliquem reddente pro libito, ac variè in vno trium Generum, prout primam vocem, vel primam chordam Hypaten quiſpiam magis, minuſue intenderit, ſeu vocem contenderit, vel remiſerit, ac reliquas voces vel chordas per Tonos conſequentes attemperarit.

Modi muſici quid?

Modi enim muſici nihil aliud erāt quā remiſſiones, aut inētſiones Tetrachordorū variç, maiores, vel minores in vno aliquo e tribus Generibus. Tres præcipui fuere Dorius, Phrygius, Lydius. Primus grauis, Lydius hilarior, tertius mæſtus.

Modi muſici magis, vel minus bene morati qui?

Duos priores Plato, & Ar. admittūt in rempublicam quippe minus male moratos, quam Lydius, qui emolliebat, ac frangebat animos effæminata quadam mæſtitudine. Præter prædictos tres fuere etiam alij modi muſici in vſu apud veteres, nemp aliqui demiſſiores; vt Hypodorius, Hypophygius, Hypolydus; elatiores aliqui, Mixtolydius, &c.

Septem tantum modos priſci Pythagorei admiſerunt in vno quoquè trium generū. Errant qui tabellas eorum modorum exhibent tantum in Genere Diatonico, nec vllum exhibent ſpecimen eorumdem modorum in Genere Chromatico, vel in Genere Enharmonico.

Quindecim modi muſici.

Caſſiodorus quindecim ſequentes modos (tonos ille appellat, vt etiā Euclides) muſicos ponit.

Toni ſunt quindecim
- Hypodorius
- Hypoiaſtius
- Hypophrygius
- Hypoæolius
- Hypolydius
- Dorius
- Iaſtius
- Phrygius
- Aeolius
- Lydius
- Hyperdorius
- Hyperiaſtius
- Hyperphrygius
- Hyperæolius
- Hyperlydius

Definit: *Tonus eſt totius conſtitutionis harmonicæ differētia, & quantitas, quæ in vocis accentu, ſiue tenore conſiſtit.*

Quid modus, ſiue tonus apud Caſſiodorum.

Vis eorum modorum mira fuit ad ſedandos, vel ciendos animos. Vide apud eumdem Caſſiodorum explicationes ſingulorum modorum, differentias eorum inter ſe &c. Apud Euclidem Ariſtoxenus 13 modos enumerat.

Demonſtrationes muſicę apud quos?

Atq; hæc ſatis, mi Lector, pro breuiſſima quaſi ſummula muſicæ theorices. Pro demonſtrationibus mathematicis prædictorum vide muſicos mathemathicos, præſertim Euclidis libellum de muſica, Ariſtoxenum, Ptolemæum, Boethium; è recentioribus Stapulenſem, Folianum, Zerlinum, quibus appone ad eruditionem Galileum ſeniorem, Martianum Capellam, Maurolycum, Hermolaum Barbarum in Vitruuium, &c.

SCHOLIA.

Ad cautiones, & firmamentum circa prædicta.

I. Noſtra diuiſio in hìc poſita linea (licet alij aliter) eſt plane èadem cum eà, quam in genere diatonico exhibent extremi duo modi Hypodorius, & Hypermixtolydius in tabella, quæ eſt apud Galileum ſeniorem de modis muſicis Antiquorum: eſtq; hæc diuiſio profecta non ſolum à demonſtrationibus geometricis Mathematicorum muſicorum, ſed etiam manifeſto aurium iudicio ad probata, cui ſtandum in primis eſt cum de conſonantijs agitur. Nihil enim aliud eſt conſonantia, quàm duorum, vel pluriũ ſonorum ſecundum acutum, & graue diſtantium auribus amica commixtio. Experire, ſi lubet, vt nos fecimus, mutationem tonorum, vel diuiſionum quamcumq; aliam diuerſam ab hìc poſità, & confer cum eis cõſonantijs, quas reddit noſtra diuiſio, & fatebere nullam hac hìc poſita eſſe ſuauiorem. Quidquid ſit de multipliti abuſu muſicorum practicorum, quos eruditi aliqui philoſophi muſici oſtendunt ſcientia theoricà deſtitutos nullam penè conſonantiam exactè reddere.

In muſicis ſtādum aurium iudicoi.

Quid conſonantia?

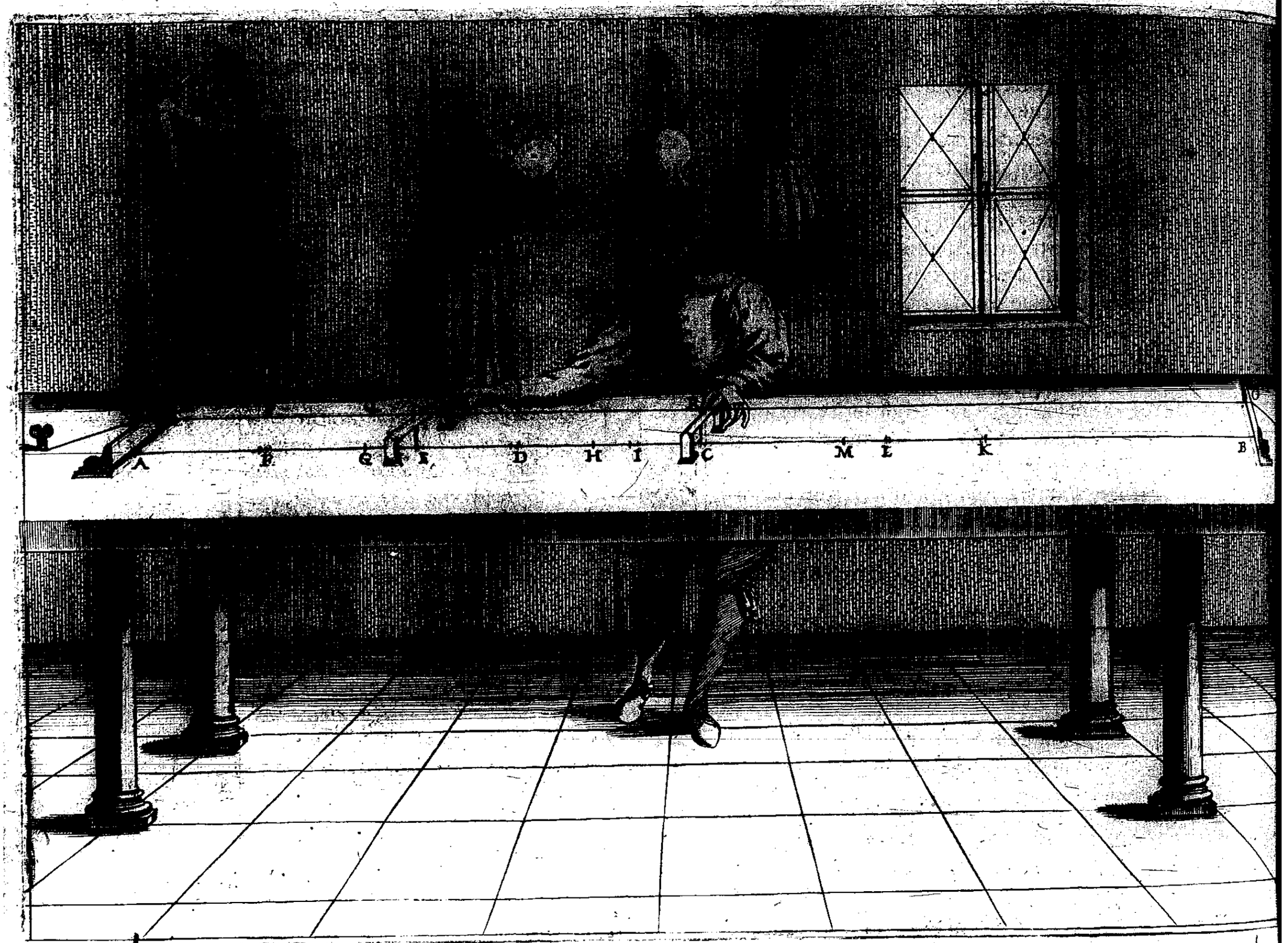
Abuſus muſicorum practicorum.

II. Quod attinet ad complura nomina ſcientiæ, atq; artis muſicæ propria in prædictis poſita, præſertim græca, nos, quia Grammaticum hìc non agimus, eorum ethimologias, & ſignificationes tibi, lector, apud alios muſicos mathematicos legendas reliquimus. Nobis ſatis fuit vt res ipſis indicatas pernoſceres.



PROPOSITIO II

Etiam à surdo, & practica musices ignaro monochordum, & musica alia instrumenta posse ad exactissimas consonantias attemperari.



PAradoxum propositum facillimum est ad praxim, suppositis ijs, quæ in antecedenti prima propositione docuimus. præsertim si numeros consonantiarum spectes, quos consultò minimos in suis Proportionibus posuimus, quia ij indicãt quid agendum, vt propositum hic Problema soluamus. Ibi diuisã suppositimus lineam ad consonantias, &c. hic modum diuidendi docebimus, &c.

Praxis propositionis monochordum.

Sit enim linea AB (reuise etiã figurã propositionis antecedentis, atq; in ea numeros proportionales consonantiarum) ac —

— Primo, iuxta numerum consonantiarum principis Diapason $\frac{1}{2}$ diuide totam AB in duas æquas partes vbi C.

II. Pro numero $\frac{2}{3}$ proportionis consonantiæ secundæ, quæ diapente est, tripartitá chordá totá AB, duas tertias à B accipe in D, vel vnam tertiam ab A in D.

III. Pro conosonantia diatessaron $\frac{3}{4}$, totam AB in 4 partes æquales diuide, & tres à B notato vbi E, vel vnam quartam ab A in E.

IV. Pro primo tono maiore $\frac{8}{9}$ diuisa AB in nouem partes, vnam earum nouem partium signa ab A in F; vel 8 partes à B in F. Compendiosè facies si spatium inter AD partiaris in tres æquas partes, & earum primam, vbi F, acceperis. Nam cum DB duas tertias contineat totius AB, diuisa prima tertia parte AD, in 3 par. idem est ac si reliquas etiam duas tertias à D ad B par-

titus

titus esses in sex partes æquales, ideſt totam AB in 9.

V. Pro ſecundo, ac minori Tono $\frac{9}{10}$ diuide ſpatium ab F ad B in 10 æqualia, & decimã partem nota ab F in G.

VI. Pro tono minori poſt diapente, ideſt poſt D, quoniam eadem eſt proportio, quæ alterius minoris nuper accepti in G, partire, iuxa eumdem numerum $\frac{9}{10}$, chordam DB in 10 partes, & nouem earum ſigna à B in H, vel vnã decimam à D in H. Iam —

—VII, Vt habeatur tonus maior antecedens immediate ante diapaſon C, iuxta toni maioris proportionẽ $\frac{8}{9}$ diuidatur ſpatium CB in 8 partes æquales, atq; ipſi C appone vnam octauam in I, erit enim idem, ac ſi tota IB diuiſa eſſet in 9 partes, & octo partes ſignatæ eſſent à B in C.

Pergere deinde potes facillimè, ſi reliquas conſonãtias diſdiapaſon diapaſondiapẽte, diapaſondiateſſaron inuenire volueris; erit enim ſimilis diuiſio in reliqua CB, quæ fuit in tota AB, nempè dimidiatio ipſius CB facta in K, duæ tertiæ eiuſdem CB ex B in L, tres quartæ ex B in M; vel ſi malis iuxta numeros, reſpiciendo ad diuiſionem totius AB, eſt pro diſdiapaſon $\frac{1}{4}$, ideſt vnam quartam totius AB (nempe ſpatium ab A ad E, quod eſt diateſſaron) transfer à C, vel à B in K. Item pro diapaſondiapente $\frac{1}{3}$ ſpatium AD, ſcilicet totius AB vnam tertiam transfer à B in L. Pro diapaſondiateſſaron $\frac{3}{8}$ (numerus integer minor eius proportionis duplicis haberi non poteſt) ſi fingas totam AB in 8 partes æquales eſſe diuiſam, accipe tres octauas ipſius AB, & transfer à B in M, vel vnam quartam cum dimidia quarta ipſius AB, hoc eſt, diuiſa KB bifariám, adde ipſi BK in M dimidium eiuſdem KB.

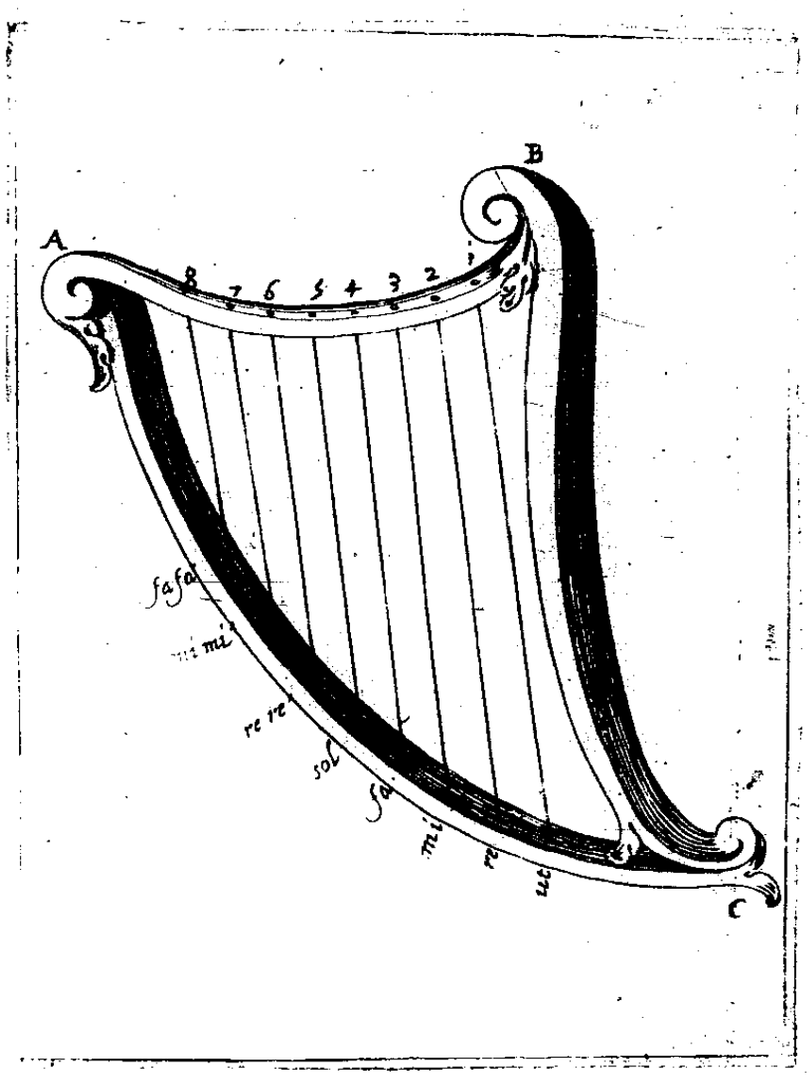
Tonos inter C, & K diuidere potes eodem modo proportionaliter, quo factum eſt inter A C, vtendo numeris proportionem eorum tonorum indicãtibus, reſpectu totius CB ad eius partes, &c. Atq; hoc ordine ſi ſemper per minores, ac minores partes conſonantiarum, ac tonorum diuiſeris datam chordam, habebis ſemper plures, ac plures conſonantias, & tonos iteratos, ac magis, magiſquè intenſos.

Sed facilitatis gratia, ommiſſis minutioribus diuiſionibus, redeamus ad primam octochordi ab A ad C. factis igitur, vt indicant numeri, diuiſionibus in punctis F, G, E, D, H, I, C, vt reddatur ſonus ſingularum conſonantiarum, ac tonorum, ſupponatur chordæ NO ligneus aliquis ponticulus mobilis, & firmetur ad ſingula diuiſionum puncta, & dum eſt tactus ponticuli firmatus in F, pulſetur chorda PO, quæ ſecundam vocem RE reddet, vt tota NO ſine ponticulo pulſata reddit vocem VT. Sic facto, ac firmato contactu in G, & pulſatá QO, redditur ſonus, ſeu vox tertia MI. Sic de reliquis ex ordine &c.

Non eſt autem neceſſe vt is, qui ſcientiá geometricá diuiſionem eam facit chordæ NO, ſciat practicè voces attollere, vel inflectere iuxta tonos, & conſonantias, quas eæ diuiſiones in chorda reſonant, neq; etiam neceſſe eſt vt auditu poſſit percipere eaſdem in chorda conſonantias, ſed modó iuxta iam dictas diuiſiones chordam partitus fuerit, etiam ſi tacitè operationem perfecerit, erit monochordum NO ad exactiſſimas conſonantias attemperatum quod erat faciendum, iuxta priorem propoſitionis partem.

Praxis propoſitionis circa alia inſtrumẽta, præter monochordum.

Quod vero ad alteram, de attemperatione aliorum inſtrumentorum muſicorum à ſurdo, factá monochordi diuiſione iuxta prædicta, facillimum erit negotium. Omiſſis inſtrumentis tibiarum, inter cætera inſtrumenta fidium, ſeligamus facilitatis gratia vnum aliquod, cuius temperamentum muſicum procedat ex ordinatione per octauas ab Hypate ad Neten, iuxta diuiſionis ordinem nuper à nobis in monochordo poſitum, ſitq; ad inſtar antiqui triangularis octochordi ABC.



Numeri ſint pro nominibus antiquis chordarum ex ordine 1 Hypate, 2 parhypate, 3 lychanos, &c. vſq; ad 8 pro Nete. Reuiſe ea chordarum nomina appoſita diuiſionibus lineæ primæ propoſitionis huius Progymn. Indicant etiam ij numeri nomina chordarum, & conſonantiarum neoterica: quarta, ſexta, octaua, &c. ſcilicet, vox, ſeu conſonantia, vt dictum eſt in prima propoſitione.

Praxis circa octochordũ.

Sit ergo octochordum ABC attemperandum harmonicè à ſurdo (quẽ vides in figurà obductis

auribus linteo)atq; ab ignaro practicæ musices; pulsata NO (reuise figuram priorem huiusce 2 propositionis) liberá ab omni diuisione, iubeat surdus rudem qempiam intendere, vel remittere primam chordam, siue hypaten, iuxta sonum pulsatæ NO. deinde idem surdus, adducto ponticulo ad diuisionem in F, iubeat intendi perhypaté iuxta sonum pulsatæ PO. & eodem modo, atq; ordine iubeat chordas in instrumento ABC intendi, vel remitti iuxta sonos ex diuisionibus reliquis in monochordo NO ab A vsq; ad C; reddatq; vltima Nete sonum ipsius RO. Erit hac arte attemperatum octochordum ad exactissimas consonantias ex hominis surdi præscripto; quod erat faciendum.

COROLLARIVM —

— *De Muto cantum docente.*

QVa arte surdus instrumenta musica ad veras consonantias attemperat, eádem, si idem sit etiam mutus, potest pueros, ac rudes in re musica docere voces attollere ad musicas consonantias. Nam prout monochordum à se diuisũ surdus, ac mutus pulsarit, præsertim si ex ordine tonorũ, &c. atq; innuerit vt alter quispiam vocem suam reddat consonam sono pulsati ex diuisionibus monochordi, rudis ille alter consonantias musicas voce reddere à doctore muto perdiscet.

SCHOLION

Ad facilitatem, & compendium diuidendi monochordi.

INstrumentum partium ex qua parte lineæ diuisionem habet, erit compendio ad faciendas diuisiones præscriptas in monochordo iuxta regulas iam vulgatas de vsu eius instrumenti, præsertim apud nostrum Clauium initio Practicæ Geometriæ. Sed & accipe hoc compendium ac reuise figuram propositionis 1. *Ipsius AB* $\frac{1}{2}$ *in C,* $\frac{1}{4}$ *in F,* $\frac{3}{4}$ *in E,* $\frac{3}{8}$ *in H,* $\frac{5}{8}$ *in O,* $\frac{1}{16}$ *à C in P,* $\frac{1}{3}$ *in G,* $\frac{2}{3}$ *in D,* $\frac{1}{6}$ *ab A in N,* $\frac{1}{9}$ *in I (tripartiendo AD.)* $\frac{2}{3}$ *in M,* $\frac{4}{5}$ *in L.*

Sic habes diuisiones ipsius AB per binas, & binarum sectiones, ac partes aliquotas, &c. per ternas, & earum sectiones, & partes aliquotas, &c. per nonam, & quinas, &c.

PROPOSITIO III.

Mundi visibilis, atq; adeò Vniuersi harmonica dimensio.

MVndũ visibilem intelligo eum, cuius partes præcipuæ (quales, præter elementa, globi cæleſtes sunt) sub sensum visus cadunt. Vniuersum intelligo etiam vltra sydera vsq; ad empyreum. De cuius vniuersi dimensione inferius etiam in scholio 1.

Quoniam autem tacitus quidam Cœlorum concentus est, quem non solum Pythagorei, atq; alij ex antiquis Philosophi, sed sacra etiam literarum monumenta prodiderunt, atq; insit mundi author ipse Deus apud Iobum cap. 38 vers. 37 *concentum cæli quis dormire facit?* propterea videndum nobis est ecquis ille sit concentus, applicatis ad mundi partes, atq; ad cœleſtes globos ijs theorijs, quas ex musica Mathesi huc vsq; protulimus.

Cœlorum cõcentus verus.

Nos in nostris Ecclesiasticis Lectionibus confirmauimus physicis rationibus harmonicum sonum à nostris auribus remotissimum fieri ex motu planetarum, ac syderum, præsertim si motum quendam mixtum accipias, quo retrogressiones cęlestium globorum tuearis per motũ diurnum ab oriente in occidentem tardiorem, vel celeriorem iuxta maiorem, vel minorem distantiam à terris aliorum, atq; aliorum Planetarum. Physicam quæstionem hic omittimus, ac supponimus, & Mathematica hic sequimur.

Cum autem in prima propositione concẽtum planetarum, ac stellarum indicauerimus, quem motus eorum proprij &c. alij tardiores, alij celeriores quasi ex graui, & acuto conficiunt, ibiq; congruentem ijs ordinem posuerimus; hic inuerso prorsus ordine progrediemur, tum ob alias rationes quas in 4 scholio ad hanc 3 propositionem videbis inferius; tum ob eam præcipuè quam scias velim, mi lector, nos hic eum concentum quærere, quem efficiunt motus planetarum, ac syderum non proprij, ac retrogradi ab occidente in orientem, sed diurnus ab oriente in occidentem. pro quo hic quærimus interualla planetarum, ac syderum, quibus interuallis cæleſtibus absonus esset ordo in prima propositione positus, vt videbis in citato scholio 4. Ad quæ scholia etiam te prouoco, lector, vt in ijs alia aliqua videas, quæ tibi possint dubitationes eximere, si quæ tibi occurrerint circa tertiam hanc nostram propositionem. Duo suppono. —

— I. Id quod habes iam à nobis demonstratum in Astronomicis, vbi ex radijs per feneſtræ foramẽ traiectis distantiam Solis à terra prodidimus, quam ibi comperimus esse 1144 semi-

diame-

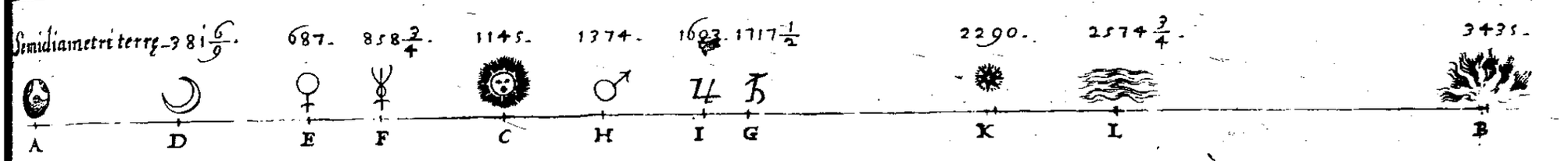
diametrorum globi terreni, cui numero si addideris distantiam à terræ superficie vsq; ad centrum, hoc est ipsam terræ semidiametrum, erit Solis à terræ centro distantia 1145 semidiametrorum terræ.

Sol planetarum medius iuxta veteres, & recẽtiores Astronomos.

II. Quod suppono est nos hic accipere Solem tanquam medium in ordine Planetarum non solum ex communi Veterum Astronomorum sententia, sed etiam iuxta recentiorum phœnomena. Nempè si Venerem, ac Mercurium perigæos accipias, Martem vero, ac Solem in mediocri à terris distantia. Placet etiam præterea Lunam apogæam, Iouem, ac Saturnum perigæos accipere. Cur hìc supponamus alios Planetarum perigæos, alios apogæos, alios in mediocri à terris distantia vide post propositionem hanc tertiam scholion quintum. His positis, iam ad propositionis expositionem, ac demonstrationem, quam præsens patitur materia, deueniamus; harmonicam enim (non præcisè geometricam) dimensionem polliciti sumus; illudq; hic spectamus vt mu-

sicas theorias præclaris materijs applicemus.

Sit prò Vniuersi semidiametro recta AB, in cuius altero extremo A sit terræ centrum. Quoniam ergo, positis apogæis Venere, ac Mercurio, Marte verò in mediocri distãtia, Sol in ordine Planetarum medius est iuxta 2 suppositum, & iuxta demonstrata etiã à recentioribus Astronomis, hoc est, si terræ globũ annumeres globis Lunæ Veneris, ac Mercurij, globus Solis in eo globorũ ordine quintus est, ac sunt à terra ad Solem quattuor interualla, primum à terræ centro ad Lunam apogæam, secundum à Luna apogæa ad Venerem perigæam, tertium à Venere perigæa ad Mercurium perigæum, quartum à perigæo Mercurio ad ipsum Solem; propterea Sol in semiaxe Vniuersi AB locum consonantiæ diapente, iuxta explicata in antecedentibus propositionibus, occupabit vbi C, eruntq; quatuor antecedentia interualla AD tonus maior, DE tonus



minor, & posità consonantia diatessaron in F, erit interuallum tertium EF semitonus maior, quartum interuallum FC tonus maior; ac ex ordine collocabuntur planetæ Sole inferiores, Luna apogæa in D, Venus perigæa in E, Mercurius perigæus in F; factaq; diapason in G, ex ordine duorum tonorum post diapente, reliqui planetæ Sole altiores collocabuntur Mars in mediocri à terris distantia vbi H, Iuppiter perigæus vbi I, Saturnus deniq; perigæus vbi G.

Collocatis ergo Planetis ex ordine prædicto ad eas consonantias, quæ apud recentiores in vsu communis octochordi sunt, quoniam Sol in C, vbi diapẽte est. distat à terræ centro A interuallo AC, quod est tertia pars totius AB, estq; eius interualli, ac distantiæ quantitas, ex 1 supposito, semidiametrorum terræ 1145, ergo triplicato eo numero, prodibit semiaxis Vniuersi, seu rectæ AB quãtitas 3435 semidimetri terræ. Quoniam autem primum interuallum, seu tonus maior AD, est nona pars totius AB, erit Lunæ apogææ in D distantia à centro terræ A 381 6/9 semid. terræ, nempè nona pars numeri 3435. Est vero ab A ad E locum Veneris perigęę spatium ditoni maioris, hoc est (vt indicat numerus ditoni maioris in figura primę propositionis huius progym.) quinta pars totius AB, seu num. 3435, ergo Venus perigæa distabit à centro terræ semidiametris terræ 687. Mercurius perigæus, vbi F diatessaron, iuxta eius consonantiæ quantitatem, distabit à terræ centro A spatio quartę partis totius AB, nempè semidiametris terræ 858 3/4.

Lunę apogęę distantia.

Veneris perigææ distãtia.

Mercurij perigæi distantia.

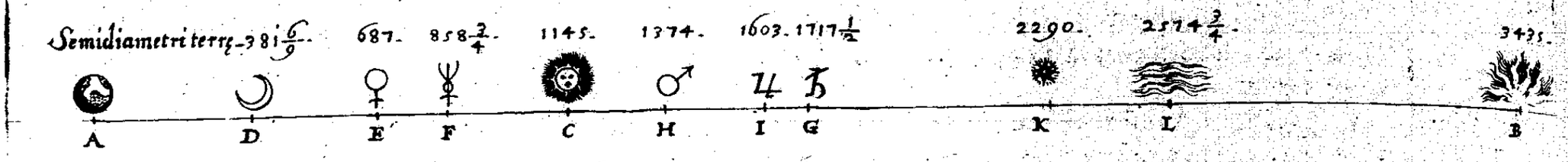
Iam vero Mars in mediocri à terris distantia vbi H occupat terminum Hexachordi maioris, cuius spatium ab A ad H est duarum quintarum totius AB (vt habes ex numero Hexachordi maioris in figura primæ huius) hoc est Mars respectu totius 3435, habet mediocrem à centro terræ distantiam 1374. At Iuppiter perigæus in I distat ab A magis, quàm ab eodem A distet H, spatio toni maioris superadditi H I; si ergo numero distantiæ Martis addatur spatium toni maioris, ideſt nona pars ipsius HB, hoc est si numero 1374 addatur numerus 229 (qui est nona pars numeri 2061 residui post detractum Hexachordum maius ex toto 3435) conficietur distantia Iouis perigæi à centro terræ 1603 semid. terræ. deniq; Saturnus perigæus in G, vbi est diapason dimidians totam AB, distabit à centro terræ 1717 1/2 semid. terræ; est enim totius 3435 dimidium 1717 1/2.

Martis media distantia.

Iouis perigæi distantia.

Saturni perigæi distantia.

Porrò quoniam in singulis prædictis distantijs habentur semidiametri singulæ circulorum singulorum, quos singuli planetæ suis motibus in sublimi signant; & ex regulis ab Archimede vulgatis haberi potest per semidiametrum triplicatum ambitus circuli; atq; ex peripheria sciri potest ipsa sphęræ superficies, ex ipsa deniq; superficie cognosci potest tota sphæræ soliditas, si regulas eas iam satis vulgatas (vide Geome-



triam practicam nostri Clauij) in vsum traduxeris, poteris singularum sphærarum, in quibus singuli planetæ meant, omnes mensuras, & quantitates assequi.

Nobis satis est breuitatis gratia hæc nunc innuere. Alibi, nempè in nostra geometriâ practicâ, vbi terrarum globum demensi sumus, omnes hasce mensuras vsurpauimus. satis ergo sit semel id inibi fecisse, vnde possis exemplum ad hęc hìc proposita traducere.

SCHOLIA

Ad pleniorem eruditionem, ac fidem, & ad complementum præcedentis 3 propositionis.

I. SI lubeat duas antiquorum consonantias diapasondiapente, & disdiapason non omittere in hac harmonica vniuersi dimensione (diapasondiatessaron non adnumero, quoniam à plerisq; reijcitur è numero consonantiarum) potes duos cœlos addere à sacris, Cristallinum, & Empyreum. Pone igitur in K stellas, atq; inibi sint diapasondiapente, & cœli stelliferi concauum. disdiapason sit in L, atq; ibidem concauum cœli cristallini. Quoniam ergo, iuxta proportionem consonantię diapasondiapente, ab A ad K est interuallum duarum tertiarum, erunt totius AB, hoc est numeri 3435 erunt duæ tertiæ 2290 semidiametri terræ pro distantia cęli stelliferi à terræ centro. & quia proportio consonantiæ disdiapason est vt ab A ad L sint tres quartæ totius AB, erunt totius 3435 tres quartæ 2574 3/4 semidiametri terræ pro distantia Cœli cristallini à terræ centro. Tota deniq; distantia AB, hoc est 3435 erit interuallum à terræ centro ad concauum cœli Empyrei.

II. Vt fiat satis tyronibus, non erit superuacuum hìc exponere prædictorum operationes arithmeticas, ne sit vllus locus dubitationi de bona fide nostræ demonstrationis.

Solis ergo distantia à centro terræ opticè alibi à nobis habita est semid. terr. 1145. Vt habeatur distantia tota vsq; ad Empyreum, fit multiplicatio per 3.

1145 · 2|3
3 6|6
3435

Pro distantia Lunę nona pars totius 3435 accepta est per diuisionem sic.

3435 (381 6/9 · 0|3 6|6
999

Pro Venere quinta pars totius accepta est sic.

3435 (687 · 5|3 6|6
555

Pro Mercurio qnarta pars.

2 3 · 4|3 6|6
3435 (858 3/4
444

Pro Marte duæ quintæ acceptæ sunt, multiplicatà Veneris distantià per 2.

687 · 3|2 6|6
2
1374

Pro Ioue primo facta est detractio distantiæ Martis ex toto 3435, deinde ex residuo accepta est nona pars, eaq; addita est distantiæ Martis. Vide operationes sequentes hìc.

3435 · 6|6 1
1374
2061

2 8 · 9|4 0|0
2061 (229
999

1374 · 1|1 1
229
1603

Pro Saturni distantia facta sic est dimidiatio totius, &c.

† † †
3435 (1717 1/2
ZZZZ

Ope-

Operationes vero arithmeticæ pro additis duobus Cœlis Criſtallinò,& Empyreo iuxta primum ſcholion hæc ſunt. Pro ſtellarum in K poſitarum diſtantia, quæ eſt duarum tertiarum, accepta eſt Solis diſtantia, quæ eſt vnius tertiæ, ac duplicata eſt ſic.

1145 — 414
2 — 212
2290

Pro diſtantia Cœli criſtallini, quæ eſt trium quartarum in L, accepta eſt diſtantia Mercurij, quæ eſt vnius quartæ, ac multiplicata eſt p 3 ſic.

858 ¾ — 314
3 — 010
2574 ¼

Alia Pythagoreorum veterum diméſio harmonica vniuerſi apud quos.

III. Scimus à Macrobio, atq; à Plinio recenſeri nõnullam aliam veterum Pythagoreorũ dimenſionem harmonicam vniuerſi, ſed ea tam diuerſa eſt à noſtra, quam veterum conſonantiæ differunt ab ijs, quas è recentiorum demonſtrationibus expoſuimus. Præterea difficultates patitur antiquorum harmonica dimenſio, quas videbis in 7 ſeq. ſchol. quibus difficultatibus noſtra caret dimenſio tradita ex ordine planetarum, de quo videbis 5, & 6 ſcholia ſequentia.

Quemadmodum Ptolemæus, Copernicus, Tycho ab ijs,qui anteceſſerunt acceptam Aſtronomiam alius poſt alium correxerunt, atq; inſtaurarunt;ſic & nos concentum hunc Cęli arcanum, & harmonicam hanc vniuerſi dimenſionem à veteribus ſemel vtcunq; traditam, poſt tot ſæcula, Muſicæ Mathematicæ exercendæ gratia,reſtaurauimus. Vide,vt conferre poſſis cum noſtris Plinium lib.2. natur.hiſtor. cap.22.Macrobium lib.2. cap.3. Quibus adde Ficinum in Timæum Platonis cap.34.

Illud autem in primis hìc ſpectauimus, vt non tam veterem opinionem de Cœli harmonia ex muſica ſcientia confirmaremus, quam vt ſacris oraculis inſeruieremus in Iobi libro cœli concentum affirmantibus.

Ratio ordinis planetarũ in noſtra harmonicà vniuerſi dimenſione.

IV.Ordinem hìc ſecuti ſumus contrarium ordini, quo in prima propoſ. huius progym. characteres planetarũ collocauimus, q̃a nimis apertè abſurda fuiſſet dimenſio. Nam ſi ſtellas colloces in A, & terram in K, Lunam autem in G, vt ſuo loco, ideſt quinto loco ſit Sol in C, ſtatim apparet abſurdum in primo interuallo KG; diſtaret enim à terrę centro Luna 1717 terrę ſemidiametris nimis magno, & nimium repugnante interuallo Aſtronomicis poſitionibus de Lunæ à terris diſtantia. Interualla hìc ſecuti ſumus maiora, quam per ſingulos tonos, aut ſemitonos, vt fecimus in prima propoſitione;at in hac tertia progreſſi ſumus per ditonum,per hexachordum &c. Hoc ideo hìc fecimus, quia operationibus Arithmeticis commodiores, ac faciliores erant conciſiones illæ, atq; additiones partium maiorum ſemidiametri mundanæ. Notaris, opinior, nos hìc poſt hexachordum maius nõ appoſuiſſe ſemitonum maiorem, vt fecimus in prima prò poſitione huius, ſed continenti tractu à diateſſaron iuiſſe per tritonum vſq; ad heptachordum. Id autem ſic fecimus,vt varietatis gratia haberes hic Octochordum purè Dorium, cuius ordo diatonicus is planè eſt, quem in hac tertia propoſitione poſuimus;decuit enim exemplum exhiberi cæleſtis harmoniæ in eo veterum diatonicorum modo, ac ſyſtemate, quod principem locum in veteri harmonia obtinuit. Vide de Dorij modi grauitate, ſuauitate, bonis moribus, &c, plura apud veteres Authores, præſertim apud Platonem, & Ariſtotelem in politicis, quorum philoſophorum ſententià is modus bene inſtitutis Rebus publicis conuenire cenſetur.

De modi Dorij bonitate q̃nam philoſophati?

V. Cur planetarum hìc aliquos apogæos,aliquos vero perigæos accepimus nõ vna eſt ratio. Prima, vt eorum planetarũ ſic à nobis acceptorum diſtantiæ à terra minus diſcreparent à diſtantijs, quas tradunt Aſtronomi ſpectantes dimenſionem vniuerſi ex obſeruationibus, non ex conſonãtijs harmonicis, vt nos fecimus.Quod ſi planetas ſingulos acceperis non cum appoſitâ à nobis ad ſingulos exceptione vt alius apogęus, alius ſit perigæus, videbis tunc numeros diſtantiarum diſtare magis ab Aſtronomicis diſtantijs, quam diſtent ij numeri, quos nos poſuimus. Vide pro huiuſce rationis firmitate ſcholion 6 ſequens.

Cur planetæ hìc aliqui perigæi, aliqui apogæi?

Secũda ratio eſt à neceſſitate ordinis. Pro quo ſuppono ſyſtema mundi iuxta recentiorũ Aſtronomorum obſeruationes,quę non tàm noua prodiderunt, quam penè abolitas antiquiſſimorum Aſtronomorum opiniones de motibus, atq; ordine planetarum confirmarunt. Vide ſyſtema mundi in Corollario poſt hæc ſcholia. Ex his ergo ſciendum eſt ſeptem planetarum alios motu proprio gyrare circa Solem,ac terram, alios circa ſolum Solem; circa Solem ſolum qui gyrant duo ſunt, Venus, ac Mercurius. Cum igitur hi duo apogæi ſunt ac ſupra Solem, tunc Sol non quintum locum (quem nos hic quærimus) ſed ſecundum obtinet;ponendi ergo fuere duo illi planetæ à nobis infra Solem, hoc eſt perigæi. Præterea ex Aſtronomicis obſeruationibus maior eſt gyrus Veneris, quam Mercurij, hoc eſt ipſa Venus apogæa eſt altior ſupra Solem, quam Mercurius apogæus, perigæa verò Venus vicinior eſt terris,quam Mercurius perigæus, ideoq; ſecunda in ordine poſt Lunam à nobis poſita Venus eſt infra Solem.

Ordo, & gyrationes planetarũ apud antiq̃ſſimos, & apud recentiores.

Præterea Mars cum perigæus eſt vicinior ter-

ris eſt, quam Sol etiam perigæus; Mars vero apogæus altior à terris eſt, quam Sol apogæus, vt docent recentes obſeruationes circa ſtellã Martis. Propterea, vt Soli quintus locus, hoc eſt infra Martem aſſereretur, eſſetq; Mars à terris, quàm Sol remotior, ideo Mars apogæus accipiendus fuit. Reliqui Planetæ Iupiter, & Saturnus ſiue apogæi, ſiue perigæi ſemper ſunt à terra remotiores, quam Sol, ac Mars, ac pro illis facit altera prior allata ratio in hoc 5 ſcholio.

Ratio diſcrepãtiæ aliquorum a noſtris interuallis planetarijs.

VI. Ne fortè mireris aliquam diſcrepantiam in noſtris hiſce interuallis comparatis cũ ijs, quæ tradunt Aſtronomi, præſertim recentiores, animaduertas velim cùm ab Aſtronomis Planetarum aliquorum traditas diſtantias videris maiores diſtantijs à nobis traditis, eam differentiam prouenire ex eo, quòd illi eorum planetarum diſtantias apogæas, vel mediocres ſumunt, nos verò perigæas; ſi vero apud Aſtronomos diſtantias Planetarum aliquorum videris minores noſtris, ij perigæos, vel mediocris diſtantiæ planetas accipiunt, nos apogeos. &c.

Conſenſus noſter cum recentioribus Aſtronomis.

Illud autem notatu digniſſimũ eſt, quod cum noſtra Solis à terra diſtantia parum diſcrepet à recentiorum Aſtronomorũ tradità Solis diſtantia, illi enim 1142, nos 1145 ponimus, conſequenter in mediocri diſtantia Veneris, ac Mercurij penè cõſentiamus cum ijſdem Aſtronomis; quia cum duo illi Planetæ habeant pro centro ſuorum circulorũ Solem, nec terram motu propio ambiant, ij in mediocri diſtantia conueniunt cum Sole medio. Tamen propter ordinem harmonicum coacti ſumus accipere Venerem, ac Mercurium perigæos, &c.

Veterum Pythagoreorum mundana muſica quas habeat difficultates.

VII. Antiquorum Pythagoreorum mundana Muſica (poſita Aſtronomicarum obſeruationum veritate, præſertim accednte recẽtiorum ſtudio, & exactiſſimà curà) maximas patitur difficultates, vt veri ſaltem ſit ſimilis. Nam vel accipiunt Planetas apogæos, vel perigæos, vel in mediocri diſtantia. Si apogæos accipiunt, tunc omnino euerſus eſt ordo mundanæ muſicæ, nam ſtatim poſt Lunam erit ſecundo loco Sol, ſupra quem Mercurius, ac Venus apogæi ſunt, &c. Si perigæos accipiunt, tunc etiam in ordine fallacia eſt. Nam diſtantia ab ijs ſumpta Mercurij poſt Lunam, non Mercurij, ſed Veneris eſt, quia cum perigæi ſunt Mercurius, ac Venus, inferior eſt Mercurio Venus, itemq; Martis perigæi diſtantia ab ijs ſumpta tamquam ſupra Solem poſiti falſa erit, quia Mars perigæus vicinior eſt terris, quàm Sol etiã perigæus, vt prædictũ eſt in ſchol. 5 antecedẽti. Deniq; ſi ſumant in mediocri diſtãtia, tunc ex doctrina recentiorum (immo & veterum, iuxta authoritates Martiani, & Vitruuij aſſerentium Venerem, ac Mercurium circulari circa Solem vt centrum, non circa terram) diſtantiæ Solis, Mercurij, ac Veneris eædem ſunt cùm ſunt mediocres, ac propterea fallentur Pythgorei ſi diuerſas eorum planetarum diſtantias à terra pro varijs tonis, ſeu conſonantijs accipient. Quare vt ab hiſce tricis hæc mundi harmonia eriperetur, reſtauraretur, & vero perſimilis fieret, fuit cum cautionibus â nobis poſitis reſtauranda, & confirmanda. Ad planiorem, & pleniorem huiuſce Scholij, & antecedentium, ac totius huiuſce 3 propoſitionis intelligentiam peruide appoſitum ſyſtema. Vide etiam, amabo, Macrobium in ſomn. ſcip. lib. 2. in fine capitis tertij, vbi planetarum interualla muſica iuxta Platonicos ponuntur.

Sol cæleſtis harmoniæ medius moderator.

VIII. Deniq; animaduerte, mi Lector, in vtroq; licet contrario ordine planetarum, quem exhibuimus tam in prima, quam in hac 3 propoſitione, Solem inter extrema, terrã, ac ſtellas ſemper medium, ac quintum locum tenere quaſi moderatorem cæleſtis harmoniæ.

COROLLARIVM.

In quo diſcrepantium Aſtronomorum circa ordinem Planetarum concordia ponitur ex antecedentibus Scholijs; & antedicta omnia explicantur in figura reſtaurati mundani ſyſtematis.

Conciliati, qui affirmant Venerẽ Mercurio inferiorem, & qui affirmant ſuperiorem.

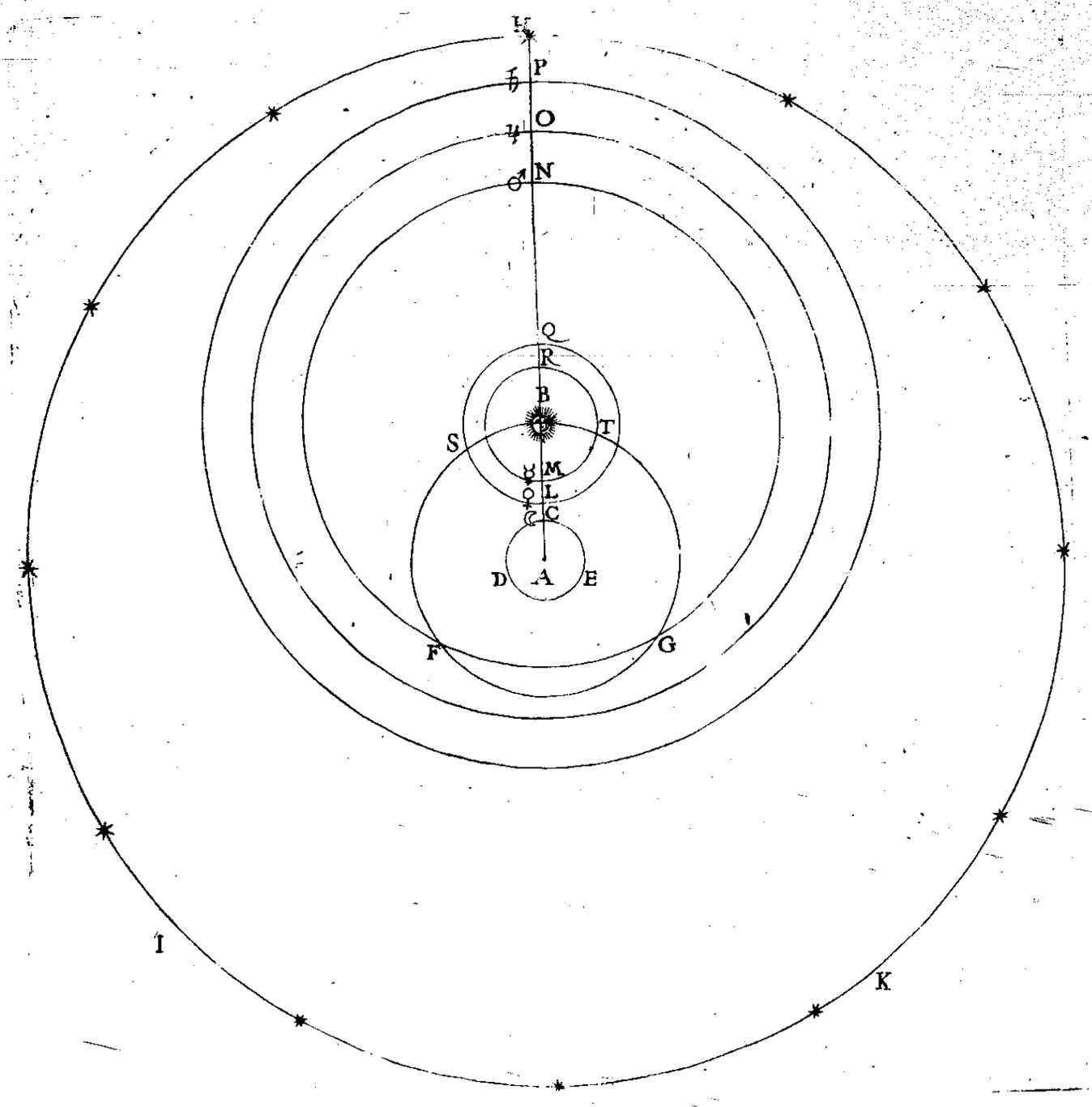
PLato in Timęo, & in Epinomide ponit Mercurium Venere inferiorem, at in decimo de Republica videtur Venerem Mercurio inferiorem affirmare. M. Tullius 2. de Nat. Deorum Venerem ponit infra Mercurium, at in Somno Scipionis Mercurium ponit infra Venerem. Item libellus de Mundo ad Alexandrum Venerem facit Mercurio ſubditam, eſtq; hæc ſententia non ſolum aliquot Veterum, ſed Recentiorum pene omnium Aſtronomorum; at communc mũdi ſyſtema per tot ſęcula vſurpatum poſt Lunam primum facit Mercurium, iuxta vulgatum verſum:

Cynthia, Mercurius, Venus, & Sol, Mars, Ioue, Satur.

An conciliari omnes poſſunt ex antecedentibus Scholijs ita, vt alij loquantur de Venere, ac Mercurio apogæis, alij de ijſdem perigæis? perigæi enim cum accipiuntur, Venus eſt inferior Mercurio, at cum apogæi accipiuntur Mercurius eſt inferior Venere.

Syſtema mũdi antiquiſſimum, & neotericum.

Figura mundani ſyſtematis hìc appoſita concinnata eſt iuxta veterum opiniones hoc noſtro ſæculo reſtauratas, & exactiſſimis obſeruationibus confirmatas, præſertim à Tychone.



Vides in hac figurà duo eſſe centra, Terram A, & Solem B, & circa terram tanquam centrum deſignatos eſſe circulos CDE Lunæ, BFG Solis, HIK ſtellarum; circa vero Solem tanquam centrum gyrant Venus L, Mercurius M, qui tamen ſuis circulis terram non complectuntur. At circuli Martis N, Iouis O, Saturni P etiam ipſi pro centro habent Solem, ſed tamen ambitu ſuo terram etiam circumeunt. Vides dum Venus, & Mercurius perigæi ſunt in L, & M, Venerem eſſe Mercurio inferiorẽ, quòd ſi fingas eos eſſe apogæos, erit Venus vbi Q ſuperior Mercurio in R. At ſi fuerint in mediocri à terris diſtantia, verbi gratia circa S, vel T, erunt æquè cum Sole diſtantes à terra A. Itaq; in hac eádem figura noſſe potes, & applicare cætera quę in propoſitione, & ſcholijs dicta ſunt circa ordinem planetarum. Linea AH eſt ſemiaxis mundi conciſus in varias partes à Planetis, ſuntq; eæ partes à centro A ad ſingulos Planetas pro diſtantijs eorum à terræ centro. eſt etiam inſtar lineæ harmonicè diuiſæ, ad vſum ſequentis propoſitionis 4.

PROPOSITIO IV.

Hebdomadariam Planetarum harmoniam reſtaurare.

IN gratiam eruditorum, & ad veterum Authorum intelligentiam non erit inutile hìc apponere locum ex Dione, atq; ex notis ad eumdem Authorẽ, non tam vt vetera proponamus, quàm vt ex eorum occaſione nos plenius, ac certius id perſcrutemur, & exponamus, quod illi vtcunq; indigitarunt.

Cur à ſingulis planetarũ ſinguli hebdomadæ dies nomen accipiant.

Itaq; cur à ſingulis Planetarum ſinguli hebdomadæ dies nomen accipiant duas affert rationes Dio, quarũ alterã, quia eſt harmonica, in hac 4 propoſitione proponemus; alteram verò reijciemus in ſcholia ſequentia poſt propoſitionem. Ille ergo ſic.

— Ratio prima ex Dione harmonica.

Quod ex ſtellis ſeptem, quæ Græcis Planetæ, Latinis errantes dicuntur, dies diſpoſiti ſint, primum eſt ab Ægyptijs conſtitutum, deinde ad reliquas gentes emanauit. Cuius quidem rei duplex eſt ratio, nec ea difficilis. Nam ſi quis eam harmoniam quæ διὰ τεσσάρων appellata eſt, qua totius muſicæ fundamentum contineri veteres crediderunt, ad

eas

eas ſtellas retulerit, quibus vniuerſus cœli ornatus variatus, ac diuiſus eſt, & ad eum ordinem, quo ſingulæ earum mouentur: deinde ſumpto principio ab extremo orbe Saturni, proximis duobus relictis, quarti orbis principem numerauerit; poſt duobus alijs prætermiſſis, ad ſeptimum peruenerit, eodem modo eaſdem ſtellas, earumq; principes Deos percurrendo, ad dies applicauerit, eos omnes inueniet muſicæ ratione quodãmodo cum Cœli ornatu conuenire. Atq; hæc quidem ratio ſic ſe habet.

Exemplum, lector, accipe in ſequenti ſchemate, in quo, iuxta prædictã à Dione rationem, appoſitæ ſunt notæ numerorum planetis in ſuo ordine collocatis. ſi ordinem numerorum ſequéris, habebis ſpecimen iuxta præſcripta à Dione, ſiue à Saturno inceperis iuxta numeros legénti ſiniſtros, ſiue à Sole iuxta dextros.

Prima ratio ſic ſe habet.

III	Luna	II	
V	Mercurius	IV	Ven.
VII	Venus	VI	Merc.
II	Sol	I	
IV	Mars	III	
VI	Iuppiter	V	
I	Saturnus	VII	

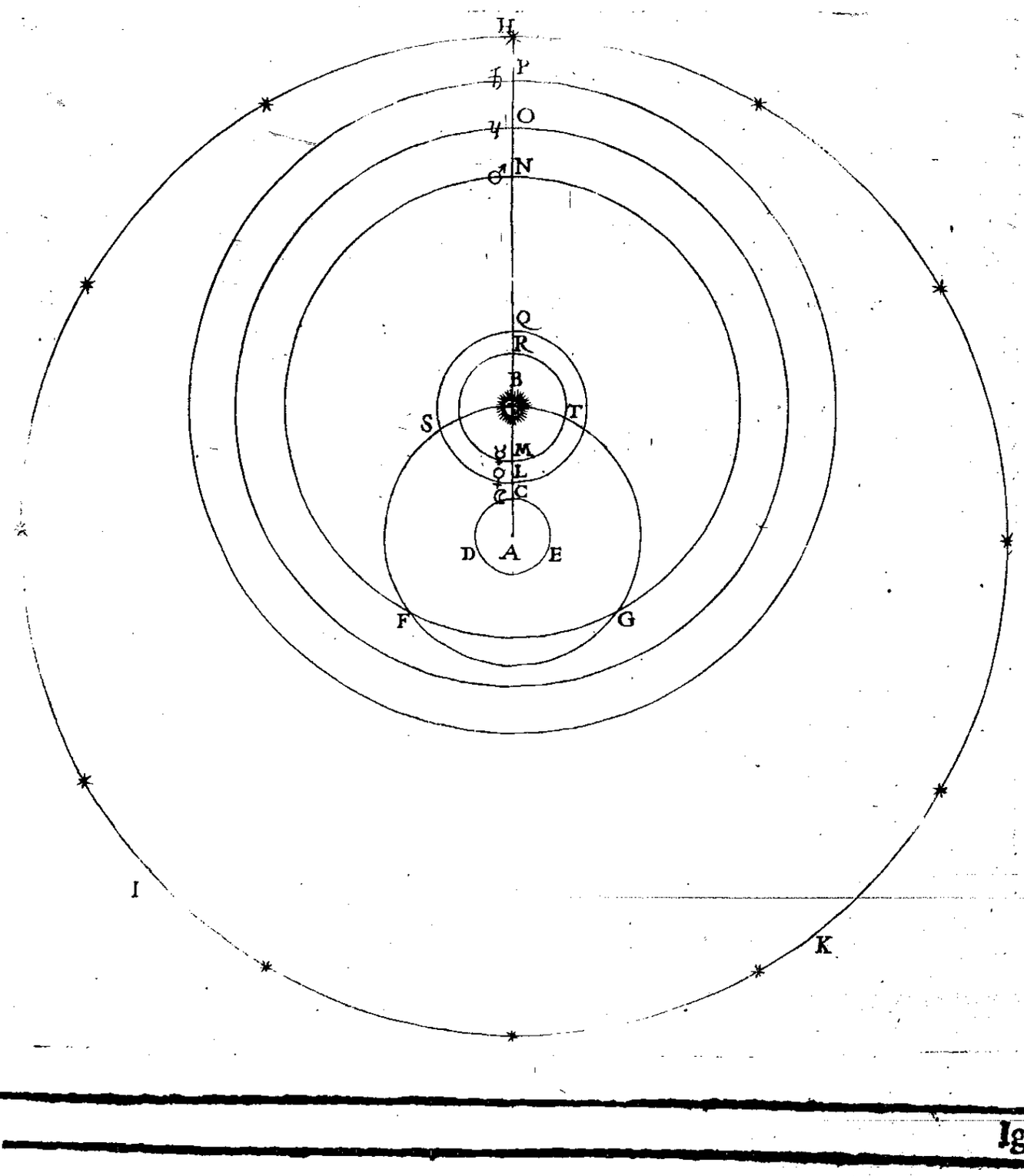
Cæterum iuxta inſcriptionem noſtræ propoſitionis mutanda, & addenda ſunt aliqua, atq; adeo tota hęc harmonica hebdomadaria Planetarum ratio reſtaurada, & iuxta veram Aſtronomiam longè aliter inſtituẽda eſt, quàm ab antiquis eſt tradita.

I. Iuxta figuram antecedẽtis Corollarij loco Mercurij opportet ſuo loco, nempè ſtatim poſt Lunam, ponere Venerem.

II. Non ſolum harmonia diateſſaron eſt in hoc hebdomadario Planetarum ordine comparato cum ordine, quem in Cœlis obtinent, ſed præter diateſſaron, eſt & diapente. Nam (inſpice ordinem poſitum à Dione) à ♄ ad ☉ ordine retrogrado aſcendendo, itemq; à ☉ ad ☽ eſt quidem diateſſaron, at à ☽ diſcendendo ad ♂, qui ab ea quintus eſt, diapẽte eſt. A ♂ ad ☿ aſcendendo diateſſaron, at à ☿ ad ♃ deſcendendo, eſt diapente. à ♃ ad ♀ aſcendendo diateſſaron, at à ♀ ad ♄ deſcendendo eſt diapente.

In Planetarũ ordine hebdomadario harmoniæ diateſſarõ, & diapente.

III. Aliter à nobis hæc harmonia inſtituatur, & augeatur alijs pluribus conſonantijs. Ordiamur nos, non vt Antiqui ex Dione, à ♄, vel à ☉, neq; progrediamur ordine retrogrado, ſed à ☽ incipientes ſequamur ordinem poſitum in figura anteced. coroll. hìc repoſità.



Igitur

In hebdomadario ordine planetarum Ditonus

Igitur quoniam perigei Venus, & Mercurius secant semiaxem mundi in L, & M, si pro vnico interuallo accipias à B ad N, erit hebdomadaria Planetarum harmonia sequentes habens consonantias. A Luna C ad Martem N quattuor interualla reddunt diapente. A Marte ad Mercurium duo interualla efficiunt Ditonũ. A Mercurio ad Iouem tria interualla dant diatessaron. A Ioue ad Venerem quattuor interualla iterant diapente. A Venere ad Saturnum quinq; interualla conficiunt Hexachordum. A Saturno ad Solem tria interualla resonãt diatessaron. A Sole deniq; ad Lunam tria item interualla diatessaron exhibent. Sunt ergo iuxta hanc nostram positionem in ordine Planetarum hebdomadario consonantiæ 3 diatessar; 2 diapente, Ditonus, & Hexachordum.

Hexachordum.

Aliter. Quoniam Venus, & Mercurius non semper perigæi sunt, sed etiã apogæi, ac signant semiaxem mundi non solum in L, & M, sed etiam in R, & Q, si ergo inter B, & N tria ponas interualla, erit harmonia hebdomandaria Planetarum iuxta sequentes consonantias. A Luna ad Martem sex interualla dant Heptachordum, de quo vide Schol. seq; A Marte ad Mercuriũ per quattuor interualla fit diapente. A Mercurio ad Iouem quinq; interualla conficiũt Hexacordum; A Ioue ad Venerem sex interualla Heptachordum. A Venere ad Saturnum septem intetualla resonant diapason. A Saturno ad Solem quinq; interualla iterant Hexachordum. A Sole ad Lunam trium interuallorũ spatium est diatessaron. Itaq; in hoc secũdo nostro modo harmonia Planetarum hebdomadaria habet tres consonãtias simplices diatessaron, diapente, diapason, & duorum systematũ Heptachordi, & Hexachordi extremas.

Heptachordum.

Quapropter circa Planetarum in denominatione dierum ordinẽ diuersum ab ordine, quem obtinent in Cœlis, prima ratio, quam Dio attulit petitam ab harmonia, poterit in posterum iuxta nostras prædictas reformationes suam obtinere veritatem.



SCHOLIA.

In quibus, præter alia, tabella Dominij Planetarum (per hebdomada dies, & diei horas) castigantur. Dies Mercurij est Veneris, Veneris est Mercurij iuxta veram Astronomiam.

I. ANimaduertas velim, mi lector, consonantias, quas in ordine Planetarum hebdomadario nos posuimus, esse singulas ex præcipuis intra octochordum contentis. Vt reliquas præteream, consonantia Ditoni, quam à Marte ad Mercurium posuimus in priore nostro modo, Trichordi est, cuius præcipua ratio habetur à Musicis, & eius proportio tam subtili, ac præcipuà curà inuestigata est, vt eam totius primæ, ac præcipuæ chordæ Hypates quintam esse partem demonstrarint; vt vidisti à nobis notatam in linea, seu figura primæ propositionis huius progym.

Apud Musicos præcipua ratio habetur Trichordi.

Proportio Trichordi quinam sit.

Quod pertinet ad Hexachordum (in secundo modo) à Saturno ad Solem, ea consonantia continet in se systema vsitatissimum nostris temporibus, nempè cytharam halieuticam, vulgo *Lauto*. Heptachordum verò à Ioue ad Venerem est iuxta systema antiquissimũ, ac celeberrimum Terpandri, meminitq; eius Aristoteles problemate 7 Musico.

Hexachordũ siue cithara halieutica.

Heptachordi systema musicum Terpandri.

II. Ad Dionem reuertamur. cuius duplicem rationem circa ordinem hebdomadarium Planetarum cúm initio antecedentis quartæ propositionis indicauerimus, alteramq; quæ harmonica erat, pro instituto exposuerimus, & correxerimus, supereſt altera referenda extra propositionem in hisce scholijs, quia ea non est ratio musica, tamen propter eruditionem in re peruulgatà non est inutilis ad scientiã, vt appareat è 4 prop. quàm rectè sciri possit ea 2 Dionis ratio. Verba igitur Dionis post priorẽ rationem sunt circa secundam sequentia: *Altera ratio est huiusmodi. Horas diei, noctisq; omnes recense, ita tamen, vt Saturnus primum locum teneat, alterum Iuppiter, Mars tertium, Sol quartum, Venus quintum, Mercurius sextum, Luna septimum. Nam hunc esse ordinem orbium Ægyptij arbitrantur. Id si facies, quattuor, & viginti horis connumeratis, reperies primam horam diei sequentis Soli tribui. Rursum si in ijsdem 24 horis supradicta ratione perges, Lunæ primam horam diei tertij assignabis. Postremo si reliquos persequère, vnusquisq; dies sibi proprios Deos habebit, & accomodatos.*

Hebdomadarij ordinis Planetarum ratio secunda e Dione.

Vide specimen sequens ex notis ad Dionem.

Secunda verò ratio hæc eſt.

Saturnus	1
Iuppiter	2
Mars	3
Sol	4
Venus	5
Mercurius	6
Luna	7
Saturnus	8
Iuppiter	9
Mars	10
Sol	11
Venus	12
Mercurius	13
Luna	14
Saturnus	15
Iuppiter	16
Mars	17
Sol	18
Venus	19
Mercurius	20
Luna	21
Saturnus	22
Iuppiter	23
Mars	24

Sol ſequitur, & ab hoc nomẽ habet dies ſeſũdus. Habes hìc exemplum per ſingulas horas in vnico tantum Saturni die.

Si totam ſeriem per omnes hebdomadę dies, dierumq; horas exoptas, en tibi in breui, atq; ingenioſa tabellà è concluſionibus Gnomicis noſtri Scheineri.

III. Horæ, de quibus Dio, ac tabellæ hìc eloquuntur (aduerte animum, Lector, ne erres in horis inæqualibus) ſunt quas vocant inæquales Planetarias, quarum ſingulæ ſunt ſpatiũ temporis, quo medietas vnius è duodecim ſignis Zodiaci oritur. Et quia non omnes medietates ſignorum æqualiter aſcendunt, ideo ſunt illæ horæ inter ſe inæquales tam duodecim diurnæ, quàm 12 nocturnæ; & præterea ſunt etiam inæquales eiuſmodi horæ comparatæ horis alterius diei, vel noctis. Horæ inæquales Planetariæ quæ?

Sunt deinde aliæ quædam horæ inæquales non platenariæ, de quibus hic non loquimur, quæ & antiquæ dictæ, quibus olim Romani, Græci, Hebræi, Caldæi, &c. vtebantur, diuiſo ſingulorum arcuum diurnorũ ſpatio in 12 partes æquales, itemq; nocturno in totidem. Vnius tamen diei horæ erãt inæquales horis alterius diei item & noctis, &c. Horæ inæquales antiquæ quæ?

Planetariarum igitur bis inæqualium horarum ſingulis ſuum antiqua ſuperſtitio Planetam dominatorem aſſignauit, ac diem vnumquemq; in hebdomada appellauit ab eo Planeta, qui, ex ordine in prædictis tradito, primæ horæ diei præſideret.

IV. Cæterum ſi prædictã à Dione rationem, & priſcorum doctrinam hanc Planetariam, hebdomadariam, & tabellas appoſitas exigere velis ad ordinem Planetarum poſitum, ac probatum à doctis Aſtronomis, præter alia, id erit incommodi, vt Mercurij, ac Veneris dies commutato inter ſe nomine, ordinem dierum quodammodo peruertere videantur. Nam cum ex veteri, & ex noua reformata Aſtronomia, iuxta poſita in 3, & 4 propoſitione antecedentibus, conſtet Venerem perigæam eſſe inferiorẽ Mercurio perigæo, & in tabellis Dominij Planetarum ordo retrogradus ſeruetur, erunt poſt Solem Mercurius, poſt Mercurium Venus; at ſi in talbellà inſpicias Planetam vltimæ horæ diei tertiæ, erit ♀ pro ☿, cum tamen, ex antedictis, in fine diei illius tertiæ (ideſt Martis) eſſe debeat ☿ pro ♀; qua correctione ad Aſtronomicam veritatem facta, ſequitur initium quartæ diei cum ♀, fietq; hac ratione vt pro Mercurij die dies Veneris inchoetur, ac denominetur. Simile huic abſurdũ eueniet etiam in ſexta die, nimirum vt dies Veneris in diem Mercurij commutetur; nam poſt finem quintæ diei, vbi ☉, ſequi debet initium ſextæ diei cum ☿, non cum ♀, iuxta veram Aſtronomiam. Incommoda in ratione ſecũdà ex Dione.

Tabula Dominij Planetarum

Horę	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Dies 1	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿
2	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃
3	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀
4	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄
5	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉
6	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽
7	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽	♄	♃	♂

PRO-

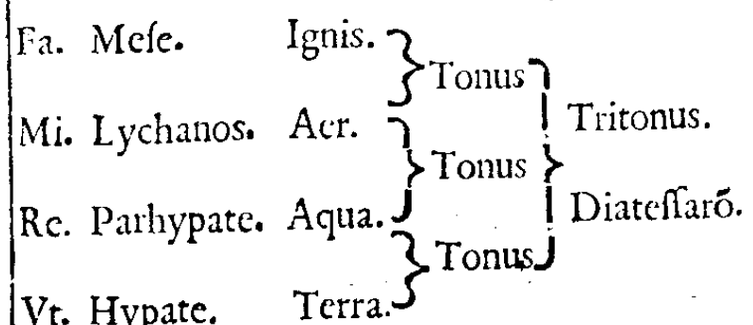
PROPOSITIO V.

Harmonia elementorum ad eruditionem ſeriam, & ſacram.

QVid alij fortaſſe circa elementorum harmoniam prodiderint nõ inquiro, ſed ex tradita hucuſq; à nobis inſtitutione atq; eruditione muſica ſequentes harmonias in elementis exaudio.

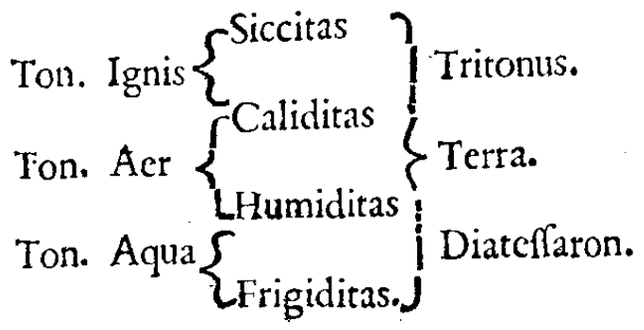
Elemẽtorum Tetrachordũ ex eorũ collocatione.

I Ex eorum ſitu, & collocatione, quam obtinent. Nam ſic tetrachordum conficiunt, quale narratur à Mercurio primum inuentum, ſuntq; quaſi fides acutæ, & graues elementa duo extrema terra, & ignis, mediæ verò inter vtraſq; ſibi, & vtriſq; conſonæ duo media elementa aqua, & aer, quibus & nomina fidium antiqui tetrachordi, & voces muſicas recentiorum licet apponere. Diſtantia terræ ab igne per tria interualla eſt diateſſaron, reliqua elemẽta contigua conſonant inter ſe quaſi per tonũ. Vide figuram appoſitam.



Harmoniæ ex primis qualitatibus.

II Harmonia elementorum eſſe poteſt in conſonantia primarum qualitatum ita, vt earum ſingulæ conſonantiæ conficiant proprium elementum. Terram conficit diateſſaron, reliqua ſingula elemenra ſinguli toni conficiunt, ſi qualitates ita diſponas, & componas, vt contrariæ non ſe contingant, & actiuas paſſiuis alternes; & colloces loco elementi eam qualitatem, in qua elementum quodq; excellit. Verbi cauſa, loco terræ frigiditatem illi maxime propriam; pro aqua humiditatem, quà illa excellit; ſiccitatem, quæ in igne dominatur; conſequenter caliditatem attribuas aëri.



Harmonia è mutuis permutationibus elemẽtorum.

III Elementorum harmonia videtur eſſe quæ fit è mutuis contiguorum elemẽtorum alterationibus, ac permutationibus vnius in aliud, exempli gratià, cùm ex terra, & ex aqua educuntur à Sole, atq; attenuãtur vapores in aerem, aut in ignem, & contra; fit enim facilis tranſitus, ac permutatio ab vno elemento in contiguum per qualitatem ſymbolizantem, victo altero contrariorum; ceu, victa frigiditate aquæ à calore aëris contigui, ex aqua fit aër; victa aëris humiditate à ſiccitate ignis contigui, fit ex aëre ignis, &c. Quæ permutationes inſtar habent permutationum, atq; alterationum muſicarum, quas appellabant modos ex varia fidium in tetrachordis intenſione, ac remiſſione. Adſonat hæc noſtra opinatio ſacris oraculis, quæ in vltimo Eccleſiaſtici capite ſic enuntiant: *In ſe elementa dum conuertuntur, ſicut in organo qualitatis ſonus immutatur*; quaſi dicat, cùm, exempli gratia, ex aqua fit aer, mutatur modus muſicus ex inferioribus, & grauioribus ad ſuperiores, & acutiores conſonantias, velut è Dorio in Phrygium intentis fidibus; quas modorum permutationes in organo vocant *regiſtros*. Dum permutantur inter ſe elementa, mutant quaſi regiſtros, &c. Quid alij ſcripſerint ad ſacrum eum locum ipſi viderint. nos ſenſum eius germanum ex harmonicæ philoſophiæ fontibus hunc eſſe arbitramur.

Locus inſignis è ſacris oraculis.

Elemẽtorum modi muſici, ſiue regiſtri mutati.

IV. Deniq; poteſt dici elementorum harmonia, dum refractis, ac temperatis qualitatibus varia ex ijs mixta componuntur quaſi ſyſtemata, & organa muſica. Vt enim in inſtrumentis muſicis variæ fides ſimplices, quaſi elementa muſica ſimul pulſata, ſuaue auribus mixtum harmonicum conficiunt; ſic varia elementa, variæ elementorum qualitates ſimul vario modo compoſitæ varium, ac ſuauem conficiunt mixtorũ conſenſum, & quaſi concẽtum. Qualiter è contrarijs fidibus, ac vocibus reſonat concors quædam diſcordia; non aliter contrariæ elementorum qualitates concordant, & conſonant in mixta. Muſicæ Matheſeos ſciẽtiſſimus Boëtius fortaſſe huc adſonuit dum de conſolatione Philoſophiæ lib. 3. Metr. 9, Deo rerum conditori ſic accinit.

Tu numeris elemẽta ligas, vt frigora flammis,
Arida conueniant liquidis: ne purior ignis
Euolet, aut merſas deducant pondera terras.

Elemẽtorum muſica ſyſtemata in mixtis.

Locus Boetij philoſophicè muſicè explicatus.

Numeros appellat conſonantias, vt Virgil. de Cyclopibus in Vulcanijs caminis ferrum tundentibus cecinit eos attollere brachia in numerum; vnde etiam aiunt occaſionem datam eſſe Pythagoræ conſonantiarum inueniendarum. Itaq; ait Boetius Deum ligare elementa numeris, hoc eſt conſonantijs quibuſdam, vt in mixtis contraria conueniant. Siue etiam mális: elementa inter ſe ſymbolizantibus qualitatibus colligantur, ne diſſoluantur, &c. Vinculum, & conſonatia terræ cum aqua eſt frigiditas, aquæ cum aere eſt humiditas, aeris cum igne caliditas, ignis cum terrà ſiccitas; & ſic in orbem, &c.

Nodi conſonantiarum, quibus ligantur inter ſe elementa.

Tot ergo ex noſtra meditatione in elementis ſunt harmoniæ, quæ laudes rerum omnium conditoris reſonant.

SCHOLION.

De Harmoniâ temporariâ.

Harmoniâ è quattuor anni temporibus.

QVattuor anni tempora, Hyems, Ver, Æstas, Autumnus suauissimam & ipsa reddunt harmoniam, quam tibi excutiendam, & exaudiendam, mi Lector, relinquo ex ijsdem fidibus, quas in harmoniâ elementariâ pulsauimus. Aer, quem spiramus, tempora, & æstates, quas ducimus musicæ quædam sunt voces, quæ nos prouocant ad perpetuas gratiarum actiones omnis cio illi præcentori, & chorago, qui tam suauem, & tam copiosam rerum omnium à se conditarum harmoniam moderatur.

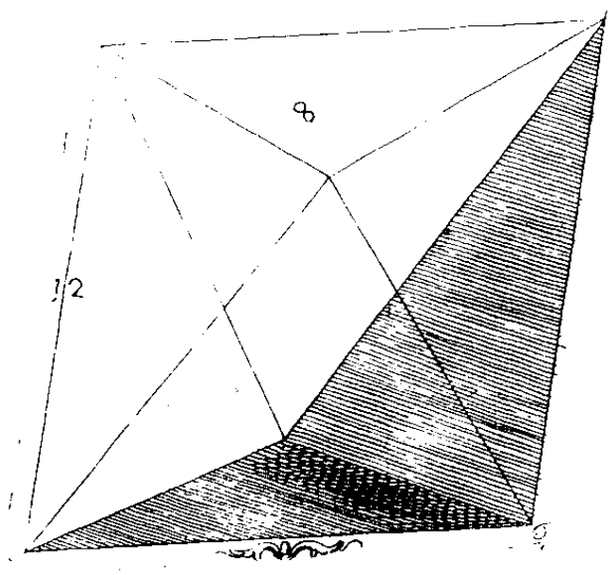
PROPOSITIO VI.

Octaedri, & Hexaedri, seu Cubi harmonia ad eruditionem moralem.

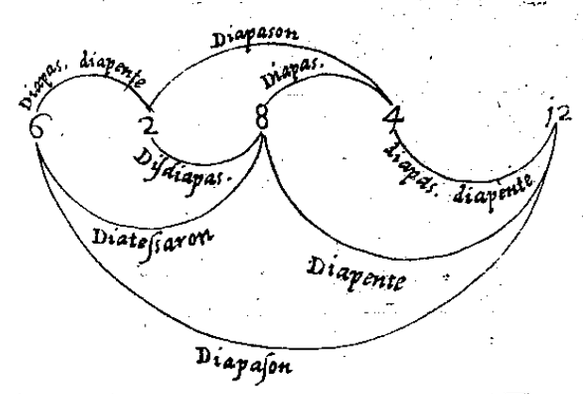
Quid Octaedrum?

OCtaedrum ex definitione 27 lib. 11. Eucl. *est figura solida sub octo triangulis æqualibus, & æquilateris contenta.* Hexaedrum, seu Cubus ex definitione 25. est *figura solida sub sex quadratis æqualibus contenta.* Vide Clauium schol. ad 18. & vltimam propositionem lib. 13. Vnde nobis occasio incidit inueniendi quinq; perfectissimas consonantias, & quasi geometricam harmoniam in Octaedro.

Quid Hexaedrum, seu cubus?



Octaedrum enim, vt vides in appositâ figurâ, cum habeat 6 angulos solidos, 8 bases, latera 12, si tribus ijs numeris ex ordine dispositis suas differentias interseueris, resonantem ex ijs miram quãdam harmoniam quodammodo exaudies. Audi:

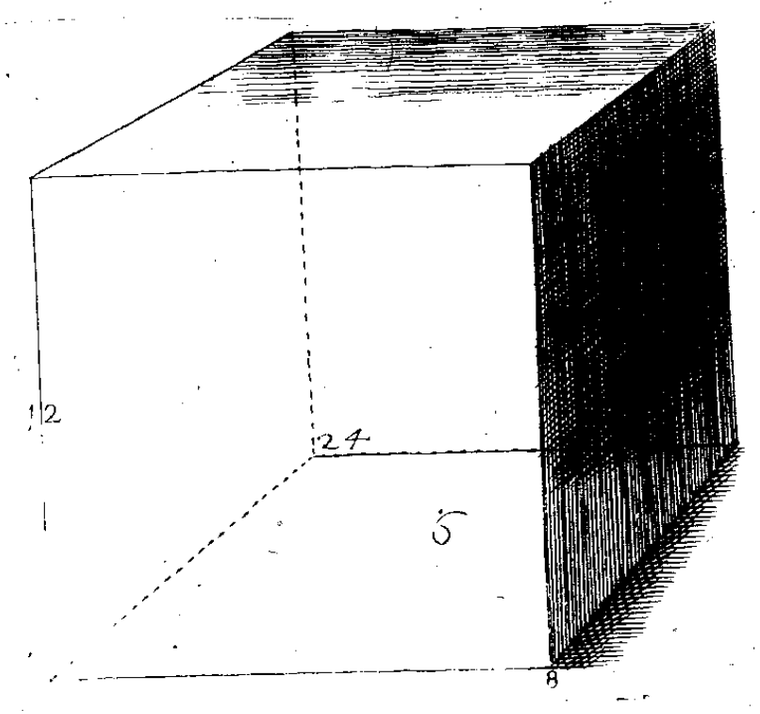


Octaedri quinque cõsonantiæ.

Quinq; habes suauissimas veterum consonantias, tres simplices, duas compositas. Nam 6 ad 8 proportio sesquitertia est, ex qua resonat diatessaron. 8 ad 12 sesquialtera, diapente. 6 ad 12, & 2 ad 4, & 4 ad 8 dupla, diapason. 2 ad 8 quadrupla, disdiapason. 4 ad 12, vel 2 ad 6 tripla, diapasondiapente. Maiores numeri 6, 8, 12 sunt angulorum, basium, laterum; at 2, & 4 sunt differentiæ ipsius 6 ad 8, & ipsius 8 ad 12.

In quibus reciproca sit Octaedrum & cubus.

Notandum autem è Clauio cit. Octaedrum & Hexaedrum, siue Cubum, reciproca esse quod ad bases attinet, & ad angulos solidos. Quot enim bases in vno continentur, tot anguli solidi in altero reperiuntur, & contra.



Nam vt Octaedrũ octo continet bases, sic Hexaedrum, siue cubus, vt vides in appositâ figurâ, octo solidos angulos, & vt Hexaedrum sex habet bases, sic Octaedrum sex solidos angulos, habet autẽ vtrumq; latera 12; Hanc ob causam Hexaedrum etiam, seu Cubus (ex quo ijdẽ numeri, qui ex Octaedro prodeunt cum suis differentijs) erit solidum regulare harmonicum, ac perfectum.

Quod si nolis differentias interferere, accipe easdem harmonias in exemplo Cubi aliter ex Clauio in fine 4 proprietatis proportionalitatis harmonicæ, dum eruditè digreditur ad definitionem quartam libri quinti Eucl. *Est & hoc notatu dignum, in Cubo reperiri quattuor terminos in harmonica proportionalitate continuatos, qui variè inter se comparati præcipuas, perfectasq;*

Harmonicæ proportionalitates in Cubo.

conso-

consonantias musicas exprimunt. Nam 6 eius bases quadratæ, 8 anguli solidi, 12 latera, & 24 anguli plani constituunt hos quattuor terminos 6,8, 12,24 continue proportionales harmonicè. Proportio autem 8 ad 6 est sesquitertia, quæ consonãtiam diatessaron, siue quartam constituit. proportio vero 12 ad 8 sesquialtera est continens consonãtiam diapente, siue quintam. proportio deinde 12 ad 6, vel 24 ad 12 dupla est, explicans consonãtiam diapason, siue Octauam. At proportio 24 ad 8 tripla est efficiens consonantiam diapason, & diapente, hoc est duodecimam. deniq; proportio 24 ad 6 quadrupla existit, exhibens consonantiam disdiapason, siue decimam quintam.

Viri boni symbolum cubus est, fortunæ sphæra.

Nec immerito Cubus viri boni symbolum est, ac virtuti tribuitur (fortunæ verò sphæra, quia instabilis est) non solum quia stabilitatẽ habet, atq; habitum rectè viuendi, & in quamcumq; partem versetur semper eamdem animi æquabilẽ figuram, ac formam seruat; sed præcipuè (vt ego interpretor ad rem meam) quia in viro bono, velut in Cubo, perfectissima est harmonia è concentu omnium virtutum, & actionum cum recta semper ratione consonantium.

Vir bonus est cubus moraliter harmonicus.

SCHOLION.

In quo innuuntur solidorum regularium apud alios harmoniæ.

Harmoniæ apud aliquos quinq; solidorum regularium.

Icosichordũ quid.

Vide Maurolycum in traditionibus musicis, vbi exponit Guidonis Icosichordum, siue Manuum, quam appellant, Musicam. Ibi harmonias alias à nostris diuersas ponit in quinque regularibus solidis, Tetraedro, seu Pyramide, Hexaedro seu Cubo, Octaedro, dodecaedro, Icosaedro, ex numeris 4, 6, 8, 12, 20, &c. Icosichordum appellat à numero 20 chordarum, seu vocum gradatim magis, ac magis intensarum; ceu Icosaedrum dicitur à numero 20 superficierum.

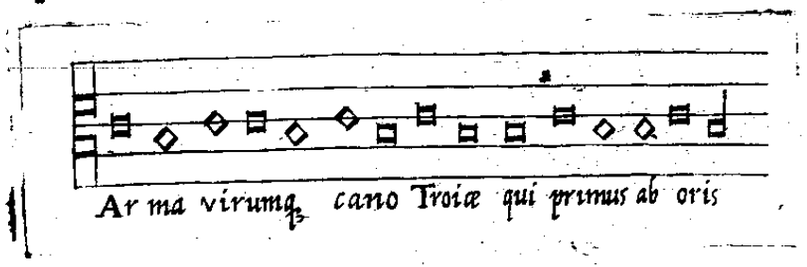
PROPOSITIO VII.

Metrica arcana harmonia.

Musica quæ pars musicæ philosophiæ?

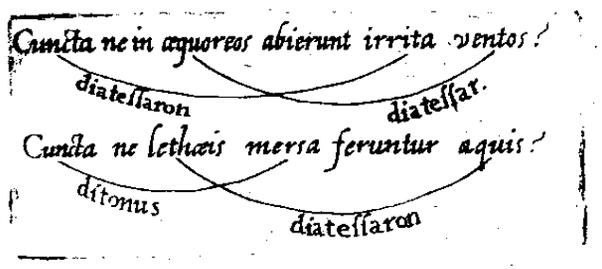
PArs quędam est Musicę, quam Melicam vocant, ad quam inter cætera pertinet contemplatio eius harmoniæ, quam efficiunt verba per metricos, ac poeticos pedes pronuntiata, vel ad cantum vsurpata. Nec vlla est dubitatio, cum harmonia ex graui, & acuto, breui, ac longo efficiatur, quin sit in pedibus poëticis, ac metricis harmonia, quippe constantibus ex varia syllabarum complexione, quarum aliæ breuiori, aliæ longiori tempore, acuta, vel graui voce pronuntiantur, aut concinuntur. Hæc propter D. Augustinus libros de metris poeticis inscripsit de Musica, & Antiqui Melopei Musici pené toti erant in pedum poëticorũ, & versuum ex ijs constantiũ acutissimis theorijs. Vide in Martiano exempla libro vltimo de nupt. Philol. & Mercur. vbi de musicà. E Scaligeri arte poeticà vide hìc iuxta antiquam pronuntiationẽ specimen harmoniæ in pedum latinorum enuntiatione.

D. Augustin. libri de metris poëticis cur de musicà inscripti.

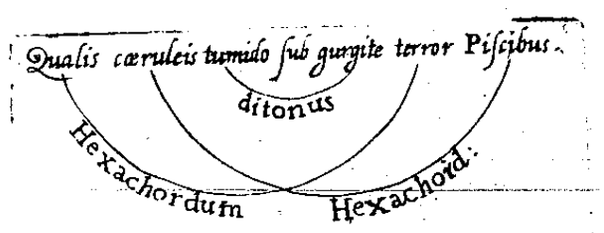


At nos dum metricam arcanam harmoniam hic pollicemur, prædictam iam satis vulgatam non pollicemur, sed aliam, quæ plane arcana est, & cuius theoriam apud alium vidi neminem. Ea verò est, in qua appareant præcipuæ consonantiæ harmonicæ ex varia, & suaui verborum in versu, & versuum in strophis collocatione, atq; implexione; cuius harmonię cognitio nobis olim in mentem incidit dum ingeniosissimam humanarum facultatum Poesim latine colebamus. Nunc hìc nefas esto in musicis Musas Harmonię filias insalutatas dimittere. Igitur Harmoniæ metricæ exempla sunto in sequentibus versibus partim ab antiquis, partim à nobis.

Exempla harmonię metricæ in verborum collocatione.



Vides ita esse disposita verba vt per certa interualla suis epithetis consonent nomina, quibus atribuuntur epitheta. Nam inter verba: *cuncta*, & *mersa* intermediant duo: *æquoreos*, *abierunt*, quo fit vt quarto loco per diatessaron sibi adsonent *cuncta*, & *mersa*. quemadmodum etiam verba: *æquoreos*, *Ventos* quarto inter se loco concinunt, intermedijs duobus *abierant irrita*. In pentámetro vero: *Cuncta*, & *mersa* tertio loco consonant inter se per ditonum. *letheis*, & *aquis* per diatessaron. Audi sequentia.



Qualis cõsonat cum *terror* sexto loco per Hexachordũ, eodemq; modo *cæruleis* cũ *Piscibus*.

Audi etiam alias consonantias in sequentibus Hexametris, quos primo loco ex ordine scribemus,

mus, deinde ita disponemus, vt possint verba consonantia lineis vniri.

Et Phaetontæas solitæ deflere querelas
Roscida frondosę reuocant electra sorores.

Et Phaetontęas solitæ / *deflere querelas* / *Roscida frondosæ* / *reuocant electra sorores* — Diapente; Diapason

Solitæ, & *frondosæ* quinto inter se loco consonant per consonantiam diapente. *solitæ*, & *sorores* octauo loco per diapason. Præterea *Phaetontęas*, & *querelas*, item *roscida*, & *electra* quartis inter se locis resonant diatessaron. Similia complura inuenies apud nos in nostris Eutrapelijs poeticis, in Syluiludio, in Satyropastorali. occurrunt è prologo Satyrophastoralis hi dimetri:

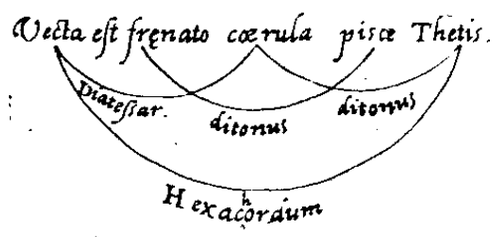
Tremulas inter abdita frondes
Placido ludit Aura susurro.

Diatessaron (*Tremulas* / *inter abdita* / *Frondes*) Diapente; Diatessaron (*placido* / *ludit Aura* / *susurro.*)

E choro 3 Syluiludij:

Vos ridentes ora circum
In amica pellite
Oscula flores

Ridentes, & *flores* octauis ditionibus reddunt diapason. Miræ vero sunt, ac suauissimæ consonantię cum verba, pręter alias cõsonantias, alternant ditonos, vt:



Etiã harmonia Diapason diatessaron in verborũ collocatione poetica.

Quid plura? inuenies alicubi tam fęlicem esse in latinis versibus verborum dispositionem, ac ordinem, vt alioquãdo duæ dictiones consonent vsq; ad Diapasondiatessaron per decimumtertium locum. Exemplum accipe in hoc districho, in quo, si dictiones numeres, *fertilis* cum *ager* consonat decimo tertio loco:

Fertilis, assiduo si non renouetur aratro,
Nil nisi cum spinis gramen habebit ager.

Consonantiæ intellectuales è correlationibus verborum.

Ita in circulum consonantem conueniunt initium Hexametri, & finis Pentametri. Estq; hìc vt notes hæsce consonantias non tam auribus è similiter cadentibus syllabis, quam animo è correlatione dictionum adsonare. Nam *fertilis* & *ager* similibus extremis syllabis non cadunt, licet vt plurimum verba consonantia similiter sint cadentia, vt in *assiduo*, & *aratro*, inter quæ duo verba est diapente. Quare negari non potest esse quãdam ex hac verborum in latinis versibus collocatione harmoniam non tam verborum, aut syllabarum, quám sensus. &c.

Harmonia è collocatione verborum in versibus latinis inepta in idiomate vulgari.

Notandum etiam est poeticam hanc harmoniam ita esse propriam latini sermonis, ac versuum, vt inepta prorsus sit in vulgari nostro idiomate, atq; vt arbitror, etiam in alijs exteris linguis. Quapropter hanc etiam ob causam dignissima est latina poesis (quæ non nisi doctis auribus concinitur) quam excolant acria ingenia, quoniam ea vel sola, vel præcipuè capax est reconditæ huiusce Harmoniæ, quæ nobilium Musarum mater est.

Harmoniæ è collocatione versuum in strophis.

Quæ hactenus dicta, & ostensa sunt circa consonantias prodeuntes in versibus è verborũ apta inter se collocatione, intelligenda sunt etiam de varia collocatione versuum variorũ in Odarum, vel Chorearum strophis, in quibus similes versus certa per interualla collocati sibi adsonant. Ac sunt etiam strophæ quodammodo tetrachordæ, pentachordæ, hexachordæ, octochordæ, &c. Itaut vna in Ode omnia musicis cõsonantijs plena sint dum strophæ, atq; antistrophæ, versus cum versibus, verba & pedes cum verbis, & pedibus consonant. Exempla habes plurima apud nos, præsertim in Canticis, & Choreis positis in duobus extremis libris nostrarum Eutrapeliarum in Viridario nostri Lycæi. Vide & Choros nostros in Satyropastorali, & in Syluiludio. Parco hìc exempla exponere, ne Philosophiæ musicæ theorias videamur attenuare circa Musas mitiores, dum philosophando extrudimus causas harmonicas suauitatis versuum latinorum. Plura de hisce nos alibi, præsertim in commentario ad Aristotelis artem poeticam, ad quod opus exornandum congessimus pene omnes opes poeticas è præcipuis Poetarum, ac è fabularum scriptoribus Græcis, Latinis, Italis. Illuc hìc omissa circa hoc argumentum reijcio.

Strophæ tetrachordæ, pentachordę, &c.

Odæ aliquæ musicis consonantijs plenissimæ.

Metricam ergo arcanam harmoniam prodidimus, quod erat demonstrandum.

Authoris cõmentaria in artem Aristotelis poeticã.

Iam hìc finis esto prioris progymnasmatis. Reliqua ad Musicam Philosophiam Mathematicam spectantia, atq; etiam Sonimetrica in 2 progymnasma reijciantur, vt æqua sit partitio duorum progymnasmatum in hoc Apiario.

PROGYMNASMA SECVNDVM.

De quæstionibus, problematibus, theorijs, & inuentionibus ingenioſis muſicis, & circa muſica inſtrumenta. De ſonimetrià, & inſtrumentis, & ædium formis auditioni, & harmoniæ mirificè conducentibus. Lemmata de varijs ellipſeos deſcriptionibus pro auditorijs inſtrumentis, ædibus, &c. Corollaria de ellipticis illuſtratorijs, atq; vſtorijs inſtrumentis.

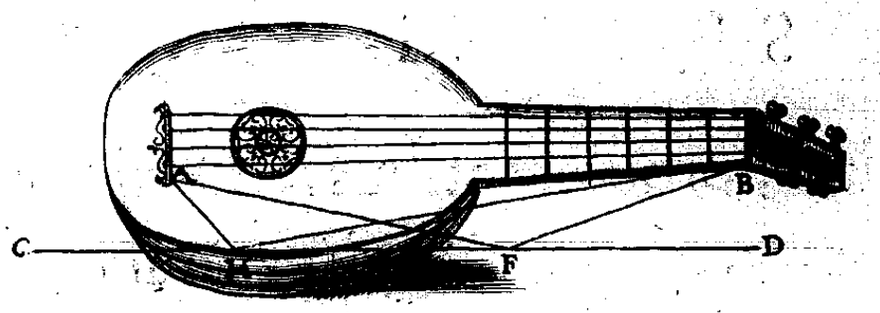
PROPOSITIO I.

Cur fides circa medium pulſatæ facilius cedant, quàm circa extrema, rationem geometricè demonſtrare.

Philoſophia muſica triplex conſonantiarum, mundana, organica.

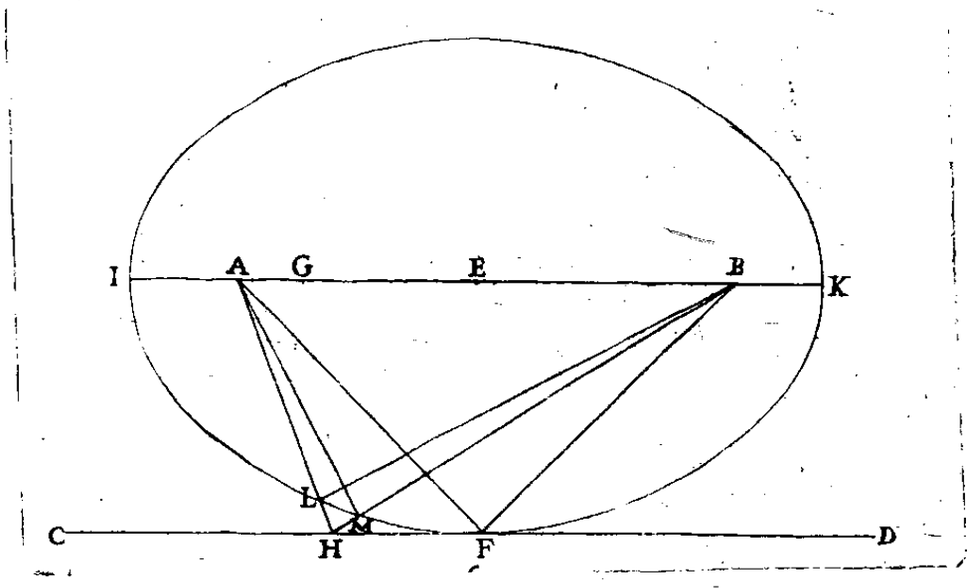
APrimà, & ſecundà partibus Muſicæ, quæ de conſonantijs, & de mundana philoſophatur harmonia, ad tertiam, quæ organica appellatur, gradum faciamus, vt videamus, ecquid in ea peruideamus nec paſſim cognitũ, & dignum cognitione. Ac primo loco ſe ſe nobis offert ad exquirendum, quid cauſæ ſit, cur in inſtrumentis muſicis, quæ fidibus vtuntur, fides quanto remotius ab extremis, vbi alligantur, pulſantur, eò facilius cedant? quam experientiam cuilibet obuiam ſuppono, eamq; ſic explico, vt intelligas velim vel de eadem fide, vel de pluribus ſimilibus, ac pariter intentis fidibus, in quibus cæterá omnia paria ſint; ac fit quæſtio à nobis cum eæ, aut éadem fides circa extrema digitis, vel plectro pulſata ad eandem altitudinem attrahitur, ad quam attrahitur dum citra medium, vel remotiús ab extremis pulſata eſt. In expoſitione, & conſtructione demonſtrationis atq; in figura geometrica rem expreſſius mox videbis.

Suppono item in eodem, vel ſimilibus, ac ſimiliter intentis fidibus, dum eæ magis intenduntur, ac producuntur, maiorem difficultatem, ac reſiſtentiam ſentiri, quòd etiam patet experientiâ.



Sit ergo fides AB, in extremis A, & B alligata, fingaturq; illi parallela CD. Plectro, vel digitis pulsetur fides AB modó in medio, vel prope medium atq; adducatur ad ipsius CD punctum F; modó pulsetur propius alteri extremo, & adducatur ad eandem CD in H; dico dum fides AB adducitur ad H, maiorem difficultatem, quæ tunc sentitur, quam cùm adducitur in F, ex eo prouenire, quòd ad H fit fides AB productior, quám ad F, idemq; demonstro ad modum persimilem eius, quo Ioan. Battista Benedictus ex ellipsi ab Apollon. demonstrat reflexiones in opticis fieri per breuissimas lineas. Vide Schol. 2. inferius.

Fin-



Fingamus enim in 2 figura pure geometricà fidem AB vtrimq; æqualiter productam in I, & K esse instar maioris diametri ellipsis, quæ ex punctis A, & B, tanquam ex comparatione, sit descripta iuxta problemata à nobis tradenda sub finem huius Apiarij ad sonimetricam spectantia. Iuxta quorum problematũ praxim, quasi ex circumductu inflexæ AFB descripta esset ellipsis. finge in F puncto ellipticæ peripheriæ ipsam CD esse tangentem. Deniq; ad punctum sectionis in L factæ ab ipsa AH extra ellipticam peripheriam productà (quoniam, iuxta definitionem tangentis, ipsa CD cadit tota extra peripheriam ellipticam) ducatur BL.

Quoniã ergo per 52 tertij conicorum Apoll. rectæ AF, FB æquales sunt rectis AL, LB, & rectæ AH, HB, per 21 primi Eucl. maiores sunt rectis AL, LB, erunt eædem AH, HB, per 1 axioma, maiores ipsis AF, FB. Fides ergo sonora AB cum pulsatur in G propius alteri extremorum A, & attrahitur ad H, fit longior, quàm cum ex E remotius ab extremis attrahitur in F, quod erat demonstrandũ. Eademq; demonstratio est de quocunq; alio pũcto minus remoto ab alterutro extremorum comparato cum altero puncto magis ab extremis remoto. Nil ergo mirum si fides pulsata prope extremum difficilius cedat, quàm pulsata remotius ab etremo (licet vtrobiq; ad eandem distantiam impellatur inter easdem parallelas) cum productior fiat in priore pulsu, quàm in posteriore.

COROLLARIVM I.

Geometricè demonstrare quantitatem, qua fides pulsata prope extrema productior fit, quàm propè medium.

QVod si incesserit cupido sciendi quanto fiat productior fides prope extrema pul-

pulsata, quam prope medium, facillimo negotio patebit in figura præced. demonst. nam ad punctum sectionis factæ à BH in M, ductâ AM, quoniam BH superat ipsam BM quantitate MH, & AH superat ipsam AL quãtitate LH, sunt autem AMB, ALB, per citata ex Apoll. in præced. demonst. æquales, ergo AHB superabũt ipsas AMB, siue ipsas ALB, ideſt ipsas AFB quantitate MH, & præterea quãtitate HL. quare MHL est quantitas, quà ipsæ AHB superant ipsas AFB.

COROLLARIVM II.

Triangula lateribus æqualia, inæqualia areis; æqualia areis, inæqualia lateribus.

SI fingas AB sectam esse præcisè in medio vbi E, & E adductum in F, tunc triangula AFB, ALB, AMB sunt æqualia lateribus inter se, ex citato Apoll. at AFB maius est areà, quàm ALB, vel AMB, per octauam de figuris Isoperimetris, in qua demonstratur duorum triangulorum isoperimetrorum super eádem basi maius id esse, cuius latera sunt æqualia, quàm id, cuius latera sunt inæqualia. Ipsa verò triangula AFB, AHB æqualia sunt areis, per 27 pr. Eucl. (super eadem basi AB in ijsdem parallelis IK, GD &c.) inæqualia tamen sunt lateribus per præced. demonst.

monst. nam latera AHB ostensa sunt longiora ipsis AFB quantitate MHL.

COROLLARIVM III.

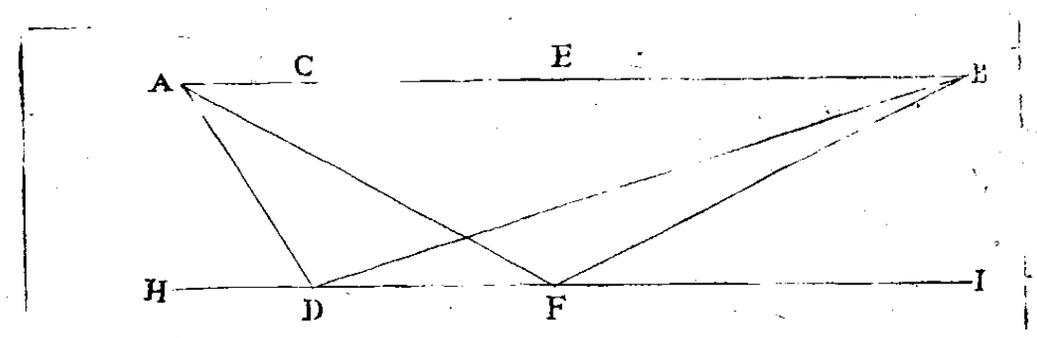
Inæqualium isoperimetrorum triangulorum differentiam nosse.

VIn' autem scire quanto isosceles AFB sit maius scalenis AMB, vel ALB, vel quolibet alio in ellipsi constituto? en illicò. nam triangulũ AHB maius est, quám ipsum ALB quantitate, siue triangulo BLHB, maius etiã est idem AHB, quàm AMB quantitate AHMA; at ipsi AHB est æquale (per 27 Eucl. citatam) ipsum AFB, ergo idem AFB maius est, quàm AMB quantitate AHMA, & maius quàm ALB quantitate BLHB. Similiq; modo de reliquis in ellipsi scalenis facilè noscetur quantitas, quà isosceles AFB ipsis erit maius, si protrahantur latera ad ipsam CD.

SCHOLION I.

In quo repulsio fallacia.

SI quis fortè sit qui affirmet fidem AB protractam ex C in D difficilius cedere, quàm cum ex medio E protrahitur in F, quia punctum C est vicinius ligamento A, quàm E, ideoq: magis resistere, ac reniti in C, quàm in E, non valet ea ratio, quia quemadmodum in E paribus interuallis distante à ligamentis A, & B, chorda AB parem habet resistentiam; sic, dato, & non concesso, CB magis retrahi ab A, quàm retrahatur EB ab eodem A, tamen resistentia in C ex vicinitate ipsius A deberet compensari à lentitudine maiori ex E in C, cum C remotius sit à B X, quàm ab A. Quantum ergo vicinitas ligamenti A auget renitentiæ in parte CA, tantumdem deberet augeri, & compensari à maiori lentitudine partis CB. Quamobrem èadem renitentia sentiri deberet in C, quæ in E, si valeret hæc fallacia. Ratio igitur vera experientiæ, quà maior renitentia sentitur in C, est quia, etiamsi distantia D sit èadem, qua F respectu parallelarum AB, HI, tamen C in D producit magis chordam AB, quàm producat E in F. Id quod nos geometricè iam demonstrauimus.



Vera ratio maioris renitentiæ cum fides extra mediũ pullatur.

SCHOLION II.

Ad eruditionem opticam ex prædictis.

DEmonstratio Benedicti nostri persimilis (nisi quod nos tangentem volumus etiam esse parallelam axi) hìc digna est quæ reponatur, vt eius occasione, quasi corollarij loco, ex nostra etiam demonstratione elicias probationem rei, quæ in opticis magni momenti est. Nam probant optici reflexiones luminis, & visionis fieri ad angulos æquales esseq; angulum incidentiæ æqualẽ angulo reflexionis. Cuius theorematis præclarus vsus

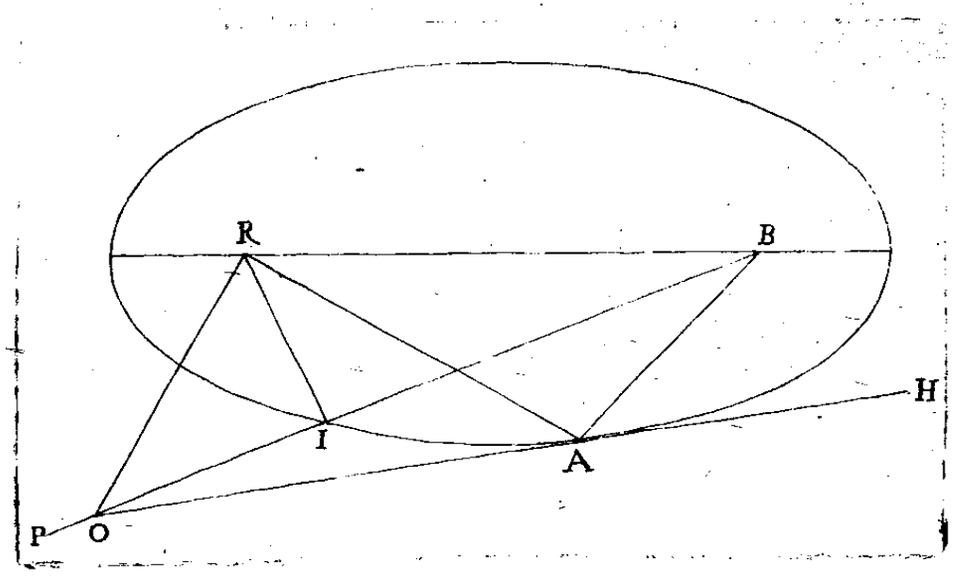
est etiam ad altimetriã per speccula, vel per aquas &c. Ideo autem fiunt eæ reflexiones ad angulos æquales, quia sic fiunt per breuissimas lineas; natura verò sẽper per breuissima operatur, nisi impediatur, vt alibi nos, præsertim in mechanicis, ostendimus. Quod autẽ breuissimæ sint lineæ in reflexionibus ad angulos æquales, sic demõstrat Benedictus demõstratione breuissimà, quam ex prædictis à nobis facilè intelliges. Verba, & demonstratio Benedicti sic habet: Imaginemur maiorem axem alicuius ellipsis transire per duo puncta R, & B, supponendo ipsa puncta ea esse, quæ ita axem diuidunt,

Demõstratio de lineis breuissimis in reflexionibus p angulos æquales.

dunt, vt singula producta sectionum sint, vt inquit Pergæus. imaginemur etiã P H contiguam esse ipsi ellipsi in puncto A, vnde si protractæ fuerint duæ RA, & BA, habebimus ex 48 tertij ipsius Pergèi angulos BAH, & RAP inuicem æquales. Ducendo postea ad quoduis punctum ipsius PH duas BO, & RO, certi erimus, quod secabuntur à gyro Oxigonio, quarum vna secta sit in puncto I, ductâ postea IR, clarum erit ex 52 dicti, quòd longitudo BIR, æqualis erit longitudini BAR, & minor ipsa BOR, ex 21 primi Eucl.

Hæc Io. Baptista Benedictus.

PRO-



PROPOSITIO II.

Circa musica instrumenta, eorum genera, partes, figuras, de plectris, de tactibus &c. breues aliquot theoriæ ad eruditionem, & vsum.

IN ea parte musicæ, quæ organica dicitur, expediendum duximus primo loco id seorsim, in quo geometricam demonstrationem vsurpauimus in antecedenti propositione 1, &c. Nunc cætera, quæ hìc ponentur spectantia ad varia systemata musicorum instrumentorum, cum sint à geometricis ambagibus immunia, facillimè, ac breuissimè expedientur. Ac ----

Variæ partitiones musicorũ instrumentorum.

I. Instrumenta musica varias possuut habere partitiones. Alia enim fidibus, alia tibijs vtuntur. Tibiarum aliæ hydraulicæ sunt, quæ ope, atq; ingenio aquarum aërem allidunt ad foramina, & sonum edunt; aliæ sunt quæ resonant impulso, atq; alliso aëre ab humano vel ore, vel manu, vel pede &c. manu, vel pede velut in ijs, quæ antonomasticè appellantur Organa, quorum tibijs inspirant aërem folles ab homine agitati. ore autem non solum vulgatæ tibiæ inflantur, sed etiam pastorales cicutæ, quæ aërem accipiunt ab vtre humani halitus pleno, &c.

Instrumentorum musicorum item alia continent actu plura systemata, alia potentiâ. Actu velut ea, quæ plurimis fidibus, vel fistulis constant, nec habent, quos appellant: tactus; vulgo: *Tasti.* potentiâ, velut ea, quæ tactus habent, & pro vario tactu fidium, vel foraminum in tibijs, varios edunt sonos.

Instrumenta fidium omnia vtuntur plectris.

Fidium instrumenta id habent commune, vt plectri aliquo genere vtantur. Vnde etiam alia partitio prodire potest, vt musicorũ instrumentorum alia plectris, alia alijs modis, sine plectris, resonent.

Partitiones instrumentorum a figuris.

A figuris etiam (quæ propriè ad mathematicũ spectant) varia est partitio instrumentorum. Sunt enim alia triangularia, alia cetrarum, peltarum, scutorum bellicorum, testudinum simi lia. Pro situ etiam vario alia horizonti paralle la, alia erecta, & recta resonant. &c. Pro vario

A situ.

modo, quo sonus ab ijs extruditur, manuũ, digitorũ, pedũ ministerio, vel pulsu, brachiorũ ductu in longum, vel in latũ, antrorsũ, ad latera. &c In tã copiosa sylua nonnihil breuiter carpamus.

A modo ciendi soni.

II. Commune omnibus musicis instrumentis est, vt ipsius Musicæ consonantias, genera, modos vario systemate, ac velut compendio practicè exhibeant, ceu nos in vnica linea theorematicé ostendimus in 1 propos. prioris progymnasmatis. Theorica igitur instrumentorum, & mathematica de ijs philosophia est nosse in ijs prædicta, atq; ex prædictis rationes reddere organicarum in musicà effectionum.

Instrumenta musica sunt compendia practica consonantiarum.

III. Non eſt autem difficilis contemplatio, atq; agnitio partium, atq; effectionum muſicæ in ijs inſtrumentis ſiue fidium, ſiue tibiarum, quæ actu plura cõtinẽt ſyſtemata, & in quibus ingens numerus fidium, aut tibiarũ eſt, vt in harpichordo, vel harpa (vt vocant) & in organo. Nam in ijs patent ordines chordarum, vel tibiarum, quarum ſingulæ ſuam conſonantiam habent, ac integro, vel dimidio tono, aut maioribus interuallis, differũt alię ab alijs iuxta Genera. Sunt etiam ſeries aliæ magis, aliæ minus intenſæ, iuxta modos, vt in organis, quæ vocant: regiſtra.

Cithara halieutica, vel laut, vnde nomen acceperit?

At in ijs inſtrumentis quę vnica tibia, vel paucis cordis plura ſyſtemata continent potentiâ, ſicut ingenium artis magis elucet, ſic iucundior eſt contemplatio. Exemplum ponamus in cithara, quam à forma cymbulæ appellant halieuticam. Alij appellatam volunt ab extremis vocibus conſonantiarum quas continet, eęq; ſex ſunt, vt, re, mi, fa, ſol, la, itaq; dicitur cythara ea: Laut.

In paucis citharæ fidibus quanta cõſonantiarum copia.

IV. In ea igitur cum ſex tantum (me quidem puero ſic erat, nunc aliquot grauiores fides addiderunt, cum quibus vſitatæ fides reſonant diapaſon) ſex fides ſint (aliquæ geminatæ, ſed vniſonæ) tamen & conſonantias omnes, & genera omnia, & modos omnes muſicos continet, & exhibet auribus, cum admiratione iucundiſſima.

Tactuum diuiſiones in citharæ manubrio exhibẽt plures cõſonantias in ſingulis, & omnibus fidibus in genere chromatico.

Nam tactus, ſiue diuiſiones ſignatæ in citharæ manubrio, efficiunt vt ſingulæ chordæ plures exhibeant conſonantias, & ſingulæ fides cum ſuis diuiſionibus modos muſicos prębeant alios alijs grauiores, vel intenſiores, omnes tamen in genere chromatico, pręter eum tantum modum concentús, quem fides ipſę inter ſe, ſine diuiſionibus, habent intenſę ad ſex illas voces, ſeu conſonantias, vt, re, mi, fa, ſol, la; quę cum diſtent inter ſe vt plurimum per integros tonos, in genere ſunt diatonico temperatę.

Fides in citharà ſine diuiſionibus tactuũ exhibent cõſonantias in genere diatonico.

V. Dixi diuiſiones tactuum in manubrio citharę halieuticę eſſe in genere chromatico, quia factę ſunt per ſemitonos iuxta eius generis canones. Factam enim diuiſionem affirmat Galilæus Senior in hunc modum. Dimidiæ cuiuslibet chordæ primo nona pars ſignatur, deinde reliquę partis à ſigno ad dimidiam nona item pars ſignatur ſecundo loco, tertio loco nona pars reliquæ chordæ à ſecudo ſigno ad dimidiam, atq; hac ſerie pergunt per octo ſigna diuiſionum. Si nonas partes acciperent reſpectu totius, aut reliquarum partium totius, &c. toni eſſent integri, iuxta dicta à nobis in propoſ. 1, & 2 prioris progym. huius Apiarij; at cum accipiant nonas partes reſpectu dimidiæ, eæ partes ſunt ſemitoni.

Diuiſiones tactuum in halieutica sũt ꝑ ſemitonos.

Praxis tactuũ fluidẽdorum in halieutica.

Itaq; practici Muſici ſequuntur in hac diuiſione opinionem Ariſtóxenis de ſemitonis, quaſi ſint partes dimiæ integri toni. Quam benè id faciant videant alij. Nos ſcimus Ariſtóxeni repugnare præcipuos Muſicæ Matheſeos Antiſtites. Cenſeo longè perfectiorem fore harmoniam, ſi fiant diuiſiones pro tactibus iuxta consonantias à nobis poſitas prop. 1, & 2 in genere diatonico.

Reiectio Ariſtoxenis, & mechanicorum muſicorum in diuiſionib' tactuum.

Perfectiſſima harmonia ex diuiſione Authoris.

Si quis ergo cytharæ vnius halieuticæ omnia harmonica tantum elementa vellet exponere, & fides diſtribuere in partes, quas indicant ſigna tactuũ, videret cum ingenti admiratione ingentem copiam fidium, quibus deinde inter ſe per infinitos modos comparatis, numerus fit innumerus harmonicarum conſonantiarum.

Aliquæ lyræ minores ſunt, in quarum manubrijs cum nullæ ſint diuiſiones, ingenium tamen fidicinis chordas rectè partitur digitorum attactu, ac magiſterio.

Conſonantiæ diffinitio.

VI. Quoniam conſonantia eſt (vt vox ipſa ſonat) plurium ſimul ſonorum ſecundum graue, & acutum grata auribus concordia, habent id commodi ea inſtrumenta, quæ fides omnes tentas habent ſine tactibus, vt harpæ, harpicorda, &c. vel inſtrumenta quæ plures continent tibias, vt in organo ordinatas; habent id cõmodi, quod vtraq; manus libera eſt ab omni alio opere circa inſtrumentum, & digiti omnes vtriuſq; manus, quaſi totidem plectra, ſimul pulſant plures fides, vel pluribus tibijs aperiunt aditus ad aëris inſpirationem, vt in organo. fitq; ex eà plurium ſonorum adgregatione copioſior concentus, & maior harmonia. In inſtrumentis vero, in quibus tactus alterius manùs, ac digitorum exercentur, altera tantum manus vacat excutiendis conſonantijs minori cum harmoniâ.

Harpæ, organa, & ſimiliâ cur copioſiorẽ harmoniã eodẽ tempore reddant.

VII. Agnoſcas etiam in fiſtula multífori vnicà potentiam, ſiue effectus harmonicos plurium tibiarum. Nam conſonantias varias, quas variæ tibiæ, velut in organo, exhibent maiores, minores, vnica fiſtula foraminibus harmonicè diſtincta poteſt exhibere. Cum omnia fiſtulæ foramina occluduntur, grauiſſimus editur ſonus, acutior verò per gradus, dum ſingula foramina aperiuntur, quia clauſis foraminibus maior aëris quantitas mouetur ab inſpiratione, minor cum foramina aperiuntur, eoq; ſemper minor, quo plura verſus os inſpirantis aperiuntur, quia aer impulſus ab ore inſpirantis ſtatim, ſi poteſt, mouetur per foramen proximum ori inſpiranti. Nempe minor aëris pars citius mouetur, quàm maior, atq; idem aër prout inuenit clauſa foraminum ſpiracula, ſic impellit aërem inferiorem fiſtulá incluſum, donec ſpiraculum inueniat.

Tibiæ multifores quaſi multiplices.

Rationes phyſicæ ſoni grauioris occluſis, vel acutioris apertis tibiarum foraminibus.

Quanto autem maior aëris quantitas mouetur, tanto lentiorem, & grauiorem ea reddit ſonum. Sic duarum fiſtularum in latitudine æqualium ſed inæqualium in longitudine, ſi altera ſit alterius dimidia, ea reddit diapaſon cum altera longiori, & celerius ſibilat, vt docet experientia, & acutè philoſophatur Ariſt. præſertim ad rem noſtram probl. 23, & 51, muſic. Sic in eádem

Diapasõ reddunt tibiæ dimidia cũ integrâ, & mediũ foramẽ ad totam.

fiſtula foramen medium reddit diapaſon ad totam. &c.

Vnica ergo fiſtula plurifariam perforata conſonantias habet plurium fiſtularum non perforatarũ. Sed tamen in ijs (excipe organum) præter conſonantias, & genera, modi harmonici non exhibentur; vnicam enim habent ſeriem intenſionis vocum per conſonantias vel diatonicas, vel enharmonicas pro interuallis foraminum. Antiquiſſima, & ſimpliciſſima fuit ſyrinx ſepticannis, iuxta probl. 7, & 45 Muſic. Ariſt. de veterum harmonia ſeptem vocum. Deſcribitur:

Fiſtula diſparibus ſeptem compacta cientis.
Fiſtula, cui ſemper decreſcit arundinis ordo;
Nam calamus cerà iungitur vſq; minor.

Antiquæ fiſtulæ, ſiue ſyringis deſcriptio.

Ingenioſa deinde ars in vnicá fiſtulá, diſtinctá foraminibus ex arte harmonica, compenſauit fiſtularum numerum. Deniq; tibiæ ſuum regnum obtinuerunt in Organo. Quod inſtrumentum, cum è ligno compactas habet fiſtulas, ſyluam harmonicam non ineptè appellaris.

In lituo, ſiue ductili tuba, theorię ad rationes grauiorum, vel acutiorum ſonorum.

VIII. In tuba ductili (ſiue lituum appelles) quæ producitur, & corripitur pro conſonãtiarum exigentiá, facilius, quam in tibijs eſt agnoſcere quemadmodum maior aëris quantitas impulſa grauiorem, minor acutiorem ſonum reddat. nam quanto magis corripitur ea tuba, conſonantias acutiores reddit, quãto fit productior, grauiores. Ac videtur etiam, præter conſonantias, exibere poſſe modos muſicos in quolibet genere. Nam (vt in genere diatonico ponam exemplum) dum per tonos exhibet conſonantias, earum ſeriem poteſt ordiri in gradu grauiori, vel acutiori, &c. Suauiſſimi ſoni ea eſt tuba, & ſola omnium tibiarum aptiſſima, cum qua vox humana ita concinat, vt diſtinctè audiatur, nec illi à ſono tubæ officiatur. Cauſam elicere potes ex Ariſt. probl. 44. vbi acutiſſimè pro ſuo ingenio philoſophatur.

Cur litui minus officiant voci humanæ concinenti, quam aliæ tibiæ.

Nihilominus tamen experientiá didici in canticis meorum Dramatum, dum ea in ſcenâ exhiberem, inſtrumenta fidium aliqua eſſe aptiſſima ad ſuccinendum humanæ voci ſic, vt diſtinctè exaudiatur, præſertim ſi cantus humanus ſit actiuus, ideſt actor in ſcena canendo recitet, vt olim aſſolebat, teſte Ariſt. in probl. 6. Muſ. &c. plura de hac re vide in notis ad noſtram Satyropaſtoralem Hilarotragædiam.

Fidium inſtrumenta minime officiũt voci humanę concinenti.

Olim cũ cantu alloquia fiebant in ſcenâ.

Ac tunc ſuauior fit cantilena, nec impeditur ſyllabarum, ac verborum intelligentia, ſi quis fidibus paucioribus pulſet, & quaſi ſuccinat. Id autem arbitror ex eo prouenire, quod fidium ſonus ſit moderatior, quàm tibiæ, &c. Item inſtrumenta, quæ ſonos edunt continentes, non diſcretos, ſuauius exhibent temperamentum cum humana voce, &c. quia quodãmodo colligant diſcretas vocis conſonantias, nec permittunt aures vel breuiſſimo momento vacare ab harmonia.

IX. Commoditas, atq; etiam neceſſitas cogit fidibus vti, non tibijs, cum qui ſonum edit, idem canẽdo recitat. Tibię enim & manus, & os occupant, fides ſolas manus, & tũc vacat os cantilenę. Mirum autem eſt, quemadmodum ſemipriſcorum ars hanc in ſono fidium cõtinuationem aſſecuta ſit, cum olim fides ita plectris pulſarentur, vt diſcretum tantumodo ſonum exhiberent, quemadmodum, & noſtro æuo fit dum carptim digitis, vel pennulis fides plectuntur. Itaq; inuenta ſunt plectra in formam arcus, cuius chorda conpacta è pilis equinæ caudæ, ac cerà illitâ eſt, vt fidibus leniter adhærens, & continuato quodam, cũ opus eſt, motùs tenore ſonus continuatus reddatur.

Plectra ſemipriſcorũ perfectiora, quã priſcorum.

Noua plectra ſonum continuatum reddũt, quod non priſca.

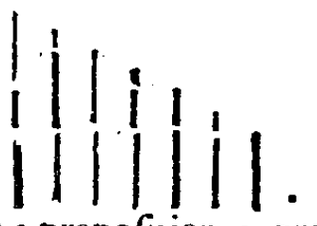
Ad conſonantias, & ad eam harmoniam, quæ compoſitum quoddã eſt ex pluribus ſonis ſimul, & ſemel conſonantibus, vt dictum eſt numero 6. huius propoſitionis, aptius faciunt plectra, quæ ſimul plures carpunt fides, vt fit in harpichordo, in pſalterio, & digitis, ſiue vnguibus in harpa, & in cithara halieutica. Vnico autem plectro vnica tantum fides ſimul, ac ſemel percutitur, & alia poſt aliam, ita vt conſonantiæ non tam ſimul, quàm diſcretè alia poſt aliam exaudiatur, nec tam conſonantiæ ſint, quàm ſonorum quidam ictus ſucceſſiui. Formam antiqui plectri habes apud Galileum ſeniorem in dial. de muſicà. Ingenioſius inuentum eſt, vt prædixi, noſtratium arcuum. &c.

In quo præſtent plectra antiqua nouis.

Antiqui plectri forma apud quem?

X. Inſtrumenta fidium, in quibus non ſunt diuiſiones pro tactibus, ſed numerus ingens chordarum eſt variæ quantitatis, vt plurimum figuræ triquetræ ſunt, ex neceſſitate quantitatis chordarum ſemper minorum, ac minorum, quaſi baſium in triangulo parallelarum, quæ ſemper decreſcunt verſus cuſpidem trianguli, vt vides in figuris pſalteriorum, harparum, harpichordorum &c. quemadmodum in compactione fiſtularũ ad ſyringam, in qua ſemper decreſcit arundinis ordo in formam triquetram. Siue fides, ſiue tibiæ ſint, ſic habent:

Cur aliqua inſtrumenta ſint figurę triangularis.



Antiquæ lyræ forma.

Reuiſe figuram 2 propoſition. 2. progymnaſ. 1.

Dixi, vt plurimum; nam ſcio antiquæ lyræ formam fuiſſe eiuſmodi, vt fides omnes eſſent eiuſdem longitudinis, ac ſine diuiſionibus pro tactibus; ſed eæ variæ quantitatis in craſſitie, ac variæ intenſionis fuerint opportet, vt fides craſſior, ac lentior cum altera tenuiori, atq; intenſiori, quamuis ambæ eſſent eiuſdem longitudinis, poſſent inter ſe, v. g. diapaſon reſonare.

Cur flexus, & anfractus in aliquibus tibijs.

Aliæ figuræ, præſertim in tibijs, partim ad ornatum, partim ad artem harmonicam ſunt, v. g. vt aër lentius moueatur per varios anfractus

ad

ad soni grauitatem, vt in tubis ductilibus. Vt plurimum instrumenta fidium habent chordis (vbi plectuntur à plectris) subiectas figuras expansas, ac tumidas, intusq; concameratas, concauas, &c. vt sonus inde ad aures resonet copiosior ex aëris reflexione, ac resultantiâ.

Cur sub fidibus concauitates.

Est igitur sonus directus, & reflexus, & mixta ex vtroq; harmonia in eiusmodi musicis instrumentis. Ac sanè ea instrumenta fidium, quæ carent ijs quasi arculis, ac cymbulis harmoniam reflectentibus, sed nudis fidibus aërem verberantes, tantum per motionem aeris directam immittunt concentum ad aures, ea, inquam, instrumenta adsonant auribus minus suauiter, & minori cum harmonia, cum ea tantum directa sit, ac non etiam reflexa.

Cur fusanus ad aures resonent instrumenta fidium cum cauitatibus, quã sine.

Quemadmodum etiam fides æreæ magis sonoræ sunt, ac minus patiuntur ab aëris mutationibus, quàm fides ex intestinis agninis. ratio est à materia in alteris ad sonũ aptiore, & duriore, &c.

Cur fides æreæ magis sonoræ, ac certæ.

XI. Tibiæ in organis, & fides in harpichordis patiuntur id incommodi, vt non possint pulsari, nec vocem edant, nisi in vno, eodemq; tenore, idest non possint (præsertim harpichordum) vehementiam soni maiorem edere, quàm ea sit, quæ à plectris salientibus semper eodem modo extunditur. Qua in re tibiæ humano flatu inspiratæ, ac fides humana manu pulsatæ præstant, dum modò vehemẽtiorem, modò remissiorem sonum edere coguntur pro libito fidicinis, siue tubicinis.

Tibiæ ab humano flatu, & fides à manu, in quo præstent tibijs, & fidibus aliquibus.

Figurâ non differunt aliqua fidium instrumenta, sed tantum situ, ac materia fidium, exempli gratia harpa idem est instrumentum cum psalterio, si figuram spectes; at harpichordum pulsatur parallelum horizonti, harpa verò erecta, & perpendiculariter, psalterium item erectum; sed in harpa fides agninæ sunt, in psalterio, & harpichordo sunt æreæ, præter alias differentias à modo plectendi fides per pennulas, vel per digitos, &c.

Harpa, & harpichordũ nõ figurâ, sed situ differunt.

Differẽtię aliq inter harpichordum, & harpam.

Est etiam systema harpæ diuerso modo temperatum, quàm psalterium, & harpichordum, in quibus fiunt gradus consonantiarum ex ordine per diapason, &c. Ac quoniam practici harpæ fidicines sibi intus canũt in hoc harmonico temperamento, &, quasi mysteriũ Cereris, arcanum habent, vide apud Galilæum seniorem in fine dialog. de music. harmonicum systema harpæ, vt vulgetur hoc misterium in gratiam Tyronum. Quemadmodum Romanus ille olim ethnica kalendaria euulgauit, quibus occultatis, aliqui quasi ex oraculo pronuntiabant festos dies.

Systema, & temperamentum harmonicum harpæ apud quem, vulgatum extet.

Plura alij; nos hæc paucula non ab alijs circa theoricen musicæ organicæ. Veniamus ad partes aliquas eiusdem organicæ non vulgatas, ac periucundas.

PROPOSITIO III.

Inuentiones, ac praxes harmonicæ periucundæ, præsertim de instrumentis tibiarum, ac fidium per se harmonicè consonantibus.

I. VAria conflari possunt musica noua instrumenta, factis varijs mixtionibus, vel additionibus. Circa additiones habes exempla varia in priscis monumentis. Exemplum vnicum indico ex Pausania in Laconicis, dũ affirmat à Timotheo quatuor additas fuisse chordas septẽ fidibus Terpandri. Nostris temporibus celeberrimæ fiunt systematum harmonicorũ auctiones. Citharam Halieuticam, additis grauibus aliquot chordis, maiorem reddiderunt; vulgò: *chitarone*. Quod attinet ad mixtiones, vidi alicubi & harpichordis, & harpis addita organa, & citharæ halieuticæ simplici additæ sunt inferius breues fidiculæ æreæ, quarum singulæ cum singulis fidibus agninis diapson resonant.

Copia instrumentorũ musicorũ ex additionibus.

Copia harmonicorum instrumentorũ è mixtionibus

II, Habes apud Heronem in eius spiritalibus ingeniosissima inuenta machinarum, in quibus auiculę cantillantes, & alia instrumenta, & monstra sunt imitantia voces, & cãtus humanos. Item apud eundem in fine citati libelli organa hydraulica, qualia etiam sunt apud Vitruium, & in commentarijs doctissimis Hermolai Barbari. Vide apud Heronem loco citato cõstructionem organi ita compacti, vt, vento perflante, sonus tibiarum reddatur.

Instrumenta, animalia, &c. aëris impulsu aquæ motu, ventorũ flatu harmonice sonantia.

Meo quidem iudicio, melioris artis sunt ea musica instrumenta, quæ autophona ita sunt, vt licet videas aliquas partes moueri, quæ ab homine harmonico moueri solent, tamen neminem mouentem videas, vt sunt organa apud Vitruium Hermolai citata, in quibus cum iucunda admiratione videas tactus, nemine pulsante, moueri, & suauissimum auribus haurias concentum; quale spectaculum, atq; inuentum olim ego Tusculi prope Romam vidi, & audiui ad mirificos fontes hortorum Aldobradinorum.

Instrumenta musica autophona.

III. Prædictis indicatis inuentionibus circa autophonas machinas musicas, posses addere Harpichorda per se harmonicè consonantia. Harpichordum immobile compingito, sub quo sit occultus cylindrus ex arte, ac diuisionibus harmonicis variè cuspidatus in superficie, vt dũ ab aqua mouetur cylindrus, cuspides circumuolutæ impingentes in fila quædam ærea, quæ deducant eos, quos vocant in harprichordis, & in organis tactus, siue quasi prismata ea ligneæ minuscula, quæ pulsari solent digitis. Ex hac enim arte audies eandem harmoniam, &c. quam audies si ijdem tactus à musicis digitis pulsaren-

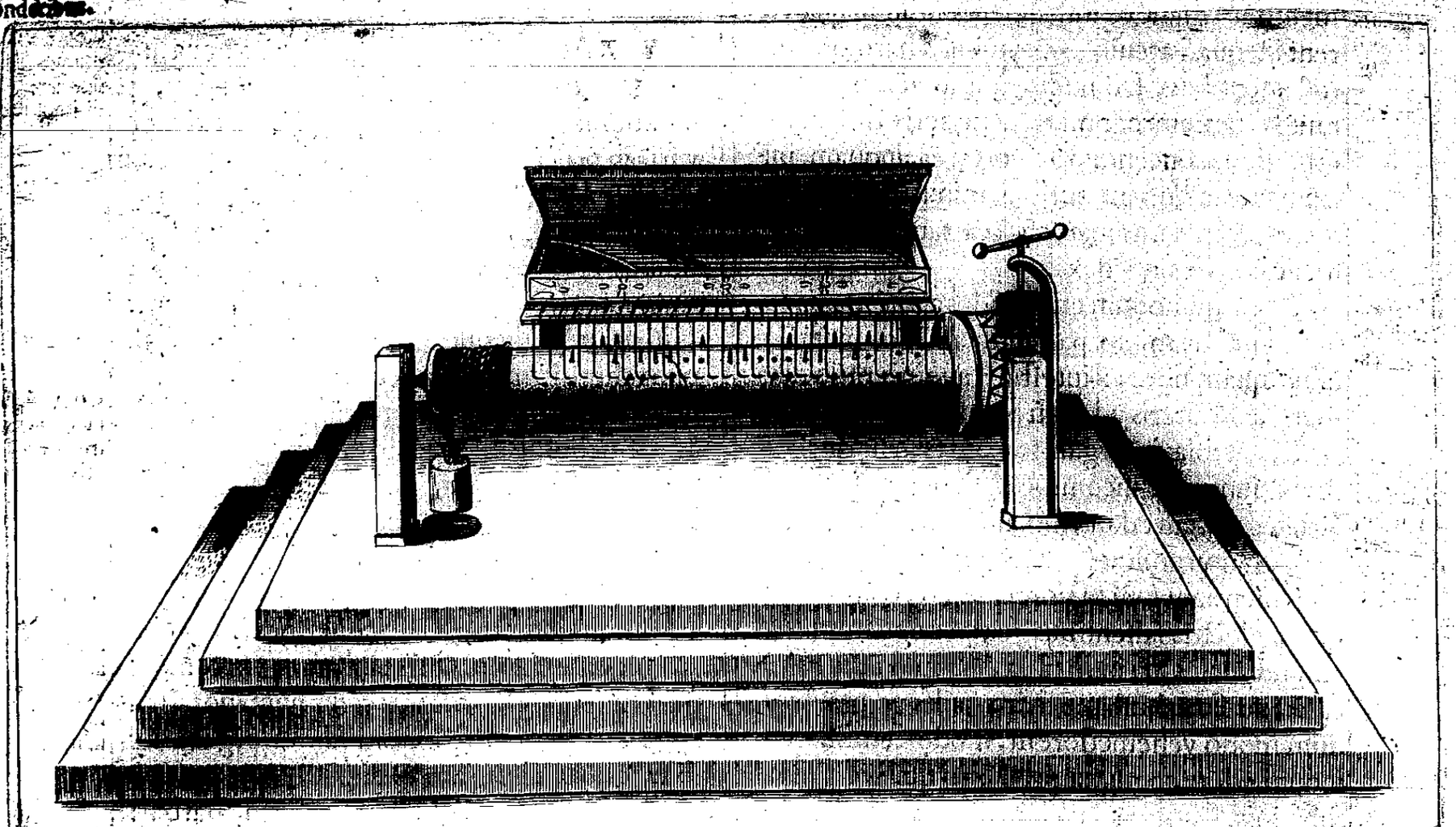
Autophonũ harpichordũ ab aquis.

tur.

tur. Atq; hoc inuentum verius dici poteſt per ſe ſonorum, & conſonum ſine vlla hominis ope, quàm organa hydraulica, quia in hydraulicis ſemper opus eſt aliquo ſaltem, qui folles agitet; pro harpichordo autem nemine prorſus opus eſt, ſed ſolius aquæ miniſterio perſonabit.

Harpichordũ authophonũ à pondẽbus.

Cæterum quoniam operoſi nonnihil habet aquas perſeuẽs habere, vel inſtrumentum prope aquas collocare, vel aquas ad inſtrumentum corriuare, adhuc facilius, & parabilius inuentum erit, ſi pro aquis vtare motu grauium deponderantium, vt vides in machina hìc appoſitâ, in qua vides à ponderum degrauitatione circunuolui tympana dentata, & cylindrum occultum cuſpidatum, &c. vt circunuoluitur ab aqua in hydraulico citato apud Vitruu. &c.



Fõtes harmonicè conſonantes. &c.

IV. Facillimis, ac iucundis inuentis potes harmonicè ludere ad ornatum, & voluptatem hortenſem ita, vt fontes deciduis aquis muſicas conſonantias ſuſurrent, & harmonicè quaſi garriant. nam ſi fiſtulas pro numero conſonantiarum, velut octo, ita conflari curaris, vt inter ſe habeant in cauitate proportiones, quas indicant numeri conſonantiarum à nobis poſiti in 1, & 2 propoſ. progym. 1. aqua dum per eas fiſtulas harmonicè proportionales decidet in ſubiectum lacum, edet perpetuum, ac ſuauiſſimum auribus concentum. Neq; enim dubium eſt aquam in quantitate duplo minorem, quàm alia aqua, perſonaturam diapaſon, dum vtraq; aqua decidit è fiſtulis in cauitate proportionem duplẽ habentibus, & pari ratione de proportionibus alijs harmonicis aquarũ decidẽtium è fiſtulis in cauitate harmonicè proportionalibus. Vide Clauium lib. 6. propoſ. 16. Geom. pract.

Harmonia è dolijs.

V. Ab aquis harmoniam ad vina, ſeu potius ad vaſa vinaria transferamus. In cellà vinarià dolia eiuſdem molis, prout ex diuiſionibus harmonicis vinum infuſum fuerit, v. g. dolium plenum cum dolio vacuo pulſata diapſon reſonabunt, & pariter de cæteris &c. Vide veſtigium huius inuenti in prob. 51. muſ. Ariſt. Sin autem à cella vinaria lubeat in triclinium ad conuiuium aſcendere, cyathis æqualibus vinum vel aquam infunde in proportionibus muſicis, tum diſtributis cyathis, velut octo, iube vnumquemq; conuiuarum ſummum cyathi labium medio digito circũducto premere, atq; atterere, exaudiẽt conuiuæ harmonicum concẽtum velut octo fidium vnius lyrę leni, & cõtinuato ſono conſonantium.

Harmonia è cyathis.

VI. Vltimo loco pertinent ad inuentiones muſicas ea theatra, quæ apud Vitru. ſunt lib. 5. cap. 4, quæ theatra voces non muſicè inflexas iterent muſicè. Vide ibi eum Authorem, & nos etiam inferius in Sonimetria.

Harpichorda minuſcula per ſe reſonabunt harmonicè, ſi loco ponderis, poſueris ſpiralem chalybem, qui reuolutus moueat cilindrum, vt aſſolet in authomatis horarijs minuſculis.

Harpichorda minuſcula, contorto chalybe per ſe harmonicè reſonantia.

Peculiaria, quæ interueniunt in huiuſmodi machinis ad praxen adducendis hìc à nobis non ponuntur, quia Architectonico, & ſcientifico ſatis eſt inuenta poſſibilia prodere. Reliqua pro vſu pertinent ad artifices exequentes.

Scientifici eſt præcipere, nõ exequi.

PROPOSITIO IV.

Curiosas aliquot musicas quæstiones soluere non è vulgatis.

I. QVæritur in traditionibus musicis, quid sit, quòd duobus musicis instrumẽtis æqualiter attemperatis motâ fidiculà in altero, in altero, licet remoto, tremit, & aliquando etiam resonat vnisona fidicula? Quid alij (præsertim qui ad sympatiam confugunt) respondeant ab alijs censeatur. An ex Boëtio sic solui potest? Neruus non aliter tremit, quàm secundum tenorem proprium; aër etiam agitatur iuxta agitationem nerui, & agitationem illam specialem, quam à speciali chorda accipit, cõmunicat vicissim nõ nisi neruo illi, qui vnisonus est neruo, à quo cæpit agitatio, idest eiusdem est quantitatis, & intensionis, & solus, inter cæteros neruos diuersæ quantitatis, & intensionis, aptus est agitari ab agitatione aëris sibi congruenti, & proportionatà.

Cur fides vnisonæ, etiã remotæ, altera alteri resonat etiam non pulsata? Ratio non vulgata.

II Quæstio esse potest circa cæcos musica instrumenta ritè, atq; harmonicè versurpantes, siue fides, siue tibiæ illæ sint. Ac memini aliquando visum à me cæcum, qui aduocatus ad harmonicos concentus, in quibus erat ingens numerus canentiũ voce, ac tibijs, & fidibus diuersi generis pulsantium, tum distributis musicis paginis, cæcus etiam quasi paginam inspiceret adstabat, ac tibia ita canebat, vt nunquam ab harmonico illo concentu discreparet. Quî fieri hoc potuit? Respondeo mirum non esse, primò quod ad fides pertinet, eas harmonicè pulsari à cæco, quoniam instrumenta fidium, quæ à cæcis pulsantur, sunt ea quæ facillima sunt, vt lyræ tetrachordæ, in quibus nullæ sunt factæ diuisiones sub fidibus pro tactibus, & diuisiones, quæ à digitis fiunt, paucæ, ac inter se contiguæ sunt, ita vt cæcus facilè possit ijs assuesse; plectrum item arcuosum ad tangendum fides, quas oportet, longè facilius est, quàm plectra è pennulis, quibus cæcus facilius potest errare circa fides. Nam arcuosa plectra modicâ tantum inclinatione, vel eleuatione fides singulas tangunt, at plectra è pennulis nisi ponantur in debito situ (quem cæcus nec potest videre, atq; illum opportet sæpius, ac celerimè variare) antequam fides feriant, errabunt in fidium contactu. Quinimmò lyræ quædam cæcorum propriæ sunt, in quibus plectrum est rota, quæ nullo negotio à cæci dexterà mouetur, & eadem semper fides ferit, variatis tantum aliquot tactibus in sinistrà. Secundò, quòd ad tibias attinet, & ad cæcum in choro harmonico tibijs concinentem ad præscriptum cantum, aio fuisse illam simulationem. Nam ille concentus erat circa psalmos Dauidicos, & cæcus domi lentè, ac sæpius rite concinentes alios audierat, ac penitus didicerat rectas consonantias, alio præeunte vocibus, vel instrumentis musicis. Deinde memor (vt plurimum pollent cæci reminiscentia) in publico fabulam agebat, & admirationem captabat.

Qui cæcus instrumenta musica ritè temperare, ac pulsare potest?

III Quæstio. Vnde est illa sonorum ex acuto, & graui mixtorum differentia, vt alij grati auribus, alij minus grati, alij prorsus ingrati accidãt? Cur non omnis sonus cum omni sono ita consonus est, vt auribus placeat?

Huius quæstionis aliquas partes alij aliter soluere tentarunt, pauci omnes partes soluerunt. Arist. sect. 19 probl. 42. Mus. dum quærit cur non sint consonantiæ diſdiatessaron, & disdiapente, quemadmodum est consonantia disdiapason, respondet in hæc verba; *An quod diapente consonantia posita est in proportione sesqui altera, diatessaron verò in sesquitertia? Quodsi tres sesquialteri, aut sesquitertij numeri ordine disponantur, extremi nullam inuicem proportionem habebunt, neq; enim superparticulares, neq; multiplices esse poterunt. At diapason consonantia quoniam dupli proportione consistit, hac geminatà quadruplam inuicem proportionem extremi tenebunt. Itaq; cum consonantia sonorum inuicem proportionem obtinentium sit, proportionemq; inuicem soni habeant, quibus diapason interuallum continetur, penitus verò careant qui diatessaron, aut diapente habitudine copulantur; idcirco soni disdiapason esse consoni possunt, cæteri non possunt ob eam, quam reddidimus causam.*

Cur non sint consonantiæ disdiatessarõ, disdiapente, ex Aristotele.

Exemplum affero, vt Arist. verba intelligantur. Proportio diapente est sesquialtera, accipiantur ergo tres numeri inter se sesquialteram rationem habentes, primus ad secundum, secundus ad tertium sic: 9, 6, 4. Composita ex duobus eorum numerorum sesquialteris erit 9 ad 4; quæ cum sit neq; multiplex, neq; superparticularis, non facit consonantiam ex veteri Pythagoreorum scientia. Proportio diatessaron est sesquitertia; sed composita ex duabus sesquitertijs non facit consontiam, ideoq; disdiatessaron non est consonantia. 16, 12, 9. proportio 16 ad 9 nec multiplex est, nec superparticularis. At positis tribus numeris habentibus inter se ex ordine duplam, vt 4, 2, 1, duo extremi 4, & 1 sunt inter se in quadrupla proportione, quæ cùm sit multiplex, facit consonantiam.

Ex Pythagoreorũ sententia nõ fit consonantia nisi ex proportionibus multiplici, & superparticulari.

Sciendum autem est Arist. esse in communi Veterum philosophorum sententia, præsertim Pythagoreorum censentium nullam fieri consonantiam, nisi ex proportionibus multiplici, & superparticulari, vt dictum est in priore progymn. huius Apiarij, &c. Atq; hæc satis quod ad explicationem verborum, ac sententiæ Aristotelicę. Quæ tamen dubitationem meam non soluunt.

Nam

Melopœi muſici admittũt conſonantias ex omni genere proportionum.

Nam quæro adhuc quid eſt id, quod in reliquis generibus proportionum, præter multiplicem, & ſuperparticularem, efficit vt voces, vel fides iuxta eas proportiones diuiſæ non efficiant conſonantiam, ideſt ingratè adſonent auribus? Sed neq; admiſſum eſt à poſterioribus Muſicis Pythagoreorum placitũ. Nam cẽſent noſtrorum temporum Melopœi ex omni genere proportionum fieri conſonantias. Vide inter cæteros Folianum de Muſica theorica ſec. 2 cap. 1. Nitũtur autem manifeſto, vt ipſi aſſerunt, aurium ſenſu, ac iudicio, cui vidẽtur probari mixtiones quamplurimæ ſonorum grauium, & acutorum, quæ proueniunt ex quolibet genere proportionum. Ipſi tamen etiam neoterici fatentur eſſe aliquas ſonorum mixtiones, quæ auribus diſplicẽt. Quæro igitur vnde hæc diſplicentia?

Ex Ptolemęo diapẽte cum qualibet aliâ conſonantia facit harmoniam.

Ptolemęus vult diapaſon, & quamcunq; aliam conſonãtiam compoſitam cum diapaſon efficere conſonantias, ſicuti quilibet numerus additus numero denario integer, atq; illibatus ſeruatur, cum tamen additus alij, præter denarium, abſorbeatur, ac tranſmutetur, vt exemplis facilè poteſt cognoſci. At verò Pythagorici diapaſondia teſſaron extrudunt à conſonantijs, quia eſt in genere proportionis ſuperpartientis, &c. non ſunt autem, iuxta prædicta, apud omnes niſi duo genera proportionum, ſcilicet harmonicarum, ſiue conſonantias efficientium.

Video, mi Lector, ex hactenus poſitis mihi nescio quid allucere. Nam ſententiæ etiam contrariæ in hoc tamen conueniunt, quòd omnis conſonantia (ideſt auribus grata ſonorum commixtio) prouenit ex proportione aliqua ſonorum inter ſe. Sic Ariſtot. in citato prob. 42. *omnis conſonantia conſtat ex ſonis proportionem habentibus*. intellige nomine proportionis, rationalem, quæ numeris exprimi poſſit, ideſt ex commenſurabilibus. &c. Vide Clauium lib. 5 Eucl. Schol. ad 3 defin. Ergo, ſic infero à contrario, omnis diſſonantia, ideſt ingrata auribus ſonorum permixtio, proueniet ex aliqua improportione ſonorum inter ſe. Vlterius adhuc, mi lector, philoſophemur, vt veritatem luculentiorem, ſi poſſumus, ex hoc quaſi ſilice difficultatis excutiamus.

Omnis conſonantia cõſtat è ſonis habentibus proportionem .i. cõmenſurabilibus.

Cur diapaſon conſonantia omnium optima?

Ad Ariſt. reuertamur, qui prob. 35 muſic. quærit: *cur diapaſon conſonantia omnium pulcherima eſt? An quod integris terminis huius proportiones continentur, cæterarũ autem non integris?* Reliqua eius Phil. verba omitto, & exemplis ea, quæ ex eo attuli, explico. Conſonantia diapaſon exprimitur numeris inter ſe eam proportionem habentibus, quæ integros, non fractos, numeros habet. vt: $\frac{1}{2}\ \frac{2}{4}\ \frac{4}{8}$, &c. quibus ſignificatur minorem numerum ita eſſe in maiori, atq; ab eo abſorberi, vt nihil ſuperſit reliqui. eſt enim 1 in 2 bis plenè, ac planè. Sic 2 in 4, &c. At proportio ipſius diateſſaron eſt vt 3 ad 4; 3 autem in 4 continetur ſemel, & ſupereſt præterea vna pars ipſius 3. Vides fractiones additas integris, & denominatas ſic: $1\ \frac{1}{3}$. Proportio diapente eſt vt 2 ad 3, vbi pariter fractiones vides additas integris numeris ſic denominatis, $1\ \frac{1}{2}$.

Ex qua philoſophi doctrina & elicio, & quæro, cur integris additæ fractiones numerorum indicant conſonantias minus perfectas? Video in minus ſuauibus conſonantijs proportiones eas eſſe, quæ exprimuntur numeris habentibus fractiones; at quid habent non integri termini (vt loquitur Ariſt.) quo poſſint officere conſonantiæ?

Diſſonantiæ acutiſſima ratio ex Boetio.

An ergo, mi Lector, in hiſce, ſeu potius ex hiſce nodis confugiẽdum eſt ad doctiſſimum Boëtium lib. 1. muſ. cap. 29. ac dicendum, diſſonantias fieri cùm vocum, tibiarum, fidium diuiſiones fiunt, in quibus fides (proportione intellige etiam de tibijs, ac vocibus) rationem, ſeu proportionem habent irrationalem, ideſt ſunt inter ſe incommenſurabiles? & quoniã duarum linearum incommenſurabilium in altera ſemper ſupereſt aliquid (quaſi fractio poſt integrum numerum) præter communem ambarum menſuram, quo fit vt ſint incommenſurabiles, &c. iuxta ea, quæ lib. 10. Euel. explicantur; ideo conſonantiæ, quæ habent proportiones, in quibus minus ſeruatur integritas, & quæ quaſi ad incommenſurabilitatem accedunt, minus ſunt auribus gratæ.

Ac ſanè peræquum eſt, & naturæ conſonum vt ſonora ea quanta, quæ inter ſe menſura diſcrepant, diſcrepent etiam ſonis, & diſcrepantia latens in quantitate corporis ſonori prodat ſe auribus per diſcrepantiam ſonorum. Effectus enim ſimilis eſt ſuæ cauſæ: mali oui malus pullus eſt, vt eſt in prouerbio.

Quemadmodum igitur interpretati ſumus Ariſt. prob. 42, dum affirmat omnem conſonantiam prouenire ex proportione, intelligendum eſſe de rationali, quæ numeris exprimi poſſit, quæq; eſt ex commenſurabilibus, ita dum nos intulimus à contrario omnem diſſonantiam eſſe ex improportione, intellige de proportione irrationali, quæ numeris exprimi non poſſit, ideſt, quæ ſit inter incommenſurabilia, iuxta nuper citata ex Clau. ad 5. lib. Eucl.

COROLLARIVM.

In quo concordia poſteriorum Muſicorum cùm Antiquis, & Antiquorum inter ſe, & cõſonantiarum Muſicarum ingens aſſeritur copia.

EX ante dictæ quæſtionis euolutione, atq; ex ijs, quæ in ea poſita ſunt, vides quemadmodum

modum conuenire possint cum Antiquis musicis posteriores, qui dum plurimas antiquis ignotas, aut intentatas consonãtias admittunt, itemq; ex Antiquis dum aliqui inter consonantias admittunt diapasondiatessaron, non contradicunt Pythagoricis aliquas tantum consonantias admittentibus in duplici tantum genere proportionum. Nam Pythagorici, Aristoteles, & alij Antiquorum numerarunt ex omnibus consonantijs eas tantum, quæ perfectissimæ omnium sunt, & ea tantum genera proportionum admittunt ad harmoniam, ex quibus perfectissimæ prodeunt consonantiæ. Non negarunt tamen, nec intelligendi sunt negasse etiam ex alijs proportionum generibus prodire consonantias. Audisti enim Aristo. generatim dicentem: *omnis consonantia constat ex sonis proportionem habentibus.* Modó ergo proportionem habeant corpora sonora in quantitate, & soni sint in proportione aliqua rationali, siue è commensurabilibus, adest ratio cur admittantur inter consonantias. Quas etiam confirmat ipsa experientia aurium, quibus ingratæ non accidunt permixtiones sonorum habentium proportionem quamlibet ex enumeratis, præter multiplicem, & superparticularem, modo sit proportio rationalis, & è commensurabilibus. A ratione itaq; atq; experientiâ prodijt ea copia consonantiarum, quibus, præter veteres consonantias, vtuntur posteriores Musici. Addere autem iam inuentis nouas alias consonantias non est cum Antiquis pugnare, sed est prima Musices rudimenta ditare, ac perficere.

Antiqui tantum perfectissimas consonantias admiserunt.

Posteriores admiserũt cõsonantias in omni proportione cõmensurab. &c.



PROPOSITIO V.

Ex aliquibus problematis musicis Aristotelis corollaria aliqua melopæia, siue poëtica, moralia, politica educere.

I COrollarium circa Melopæiam, siue speciem eius Poësin. Ex prob. 6, 15, 30, 31, 49 patet 1 cum cantu agi olim solita dramata, præsertim tragica. 2 choris conuenire strophas potius, quam strophis carere, quia minus actiuus est chorus, quam persona, quæ in scenis, & actibus recitat, & canendo agit. Conuenit autem actionis varietati varietas carminis, & libera exemptio ab vnico illo modo, per quem similes inter se strophæ procedũt. Sic olim Dithyrambi cum non imitabantur, neq; ab agente, siue imitante in scena recitabantur, sed à plurium choro canebantur, habebant strophas; postea liberi à strophis facti sunt cum cœperunt in scena agere atq; imitari. 3 scenis ergo, & actoribus cantica conueniunt à strophis libera, ob prædicta de dithyrambis actiuis. 4 non est absonum in scenis tragicis res graues, ac mæstas cum cantu agere, atq; imitari. imò natura in dolore immutat vocem à communi tenore in quendam flebilem cantum. &c. Prædicta vide in Arist. laxius explicata.

Strophæ conueniũt potius choris, quam diuerbijs.

Dithyrãbi cur olim cũ strophis?

Tragicis diuerbijs cur non absonet cantus.

Quid ergo dicendum de Tragædijs apud Latinos, quæ choros habent sine strophis? quid de neotericis Poetis, præsertim Italis, qui dum tentarunt renouare antiquorum morem agendi dramata cum cantu, scenas cum strophis conficiunt?

Nos in nostris Latinis Dramatîs, præsertim in Satyropastorali, secuti sumus & veterum poetarum exempla, & rationes à Philosopho in cit. prob. mus. allatas. Itaq; choros confecimus cum strophis, & si quæ scenæ cum cantu recitandæ fuerunt, atq; agendæ, eas sine strophis confecimus. Atq; in primis in ea Pantomimisi, in qua Satyrisci tantam rerum diuersarum multitudinem imitatur, vsi sumus liberrimo, & vario carminum genere, ac sine strophis, vt more Dithyrambicorum posteriorũ faciliorem (vt ait Arist.) præberemus actionem, atq; imitationem. &c.

Authoris Dramata, chori cum strophis, cantica actiua, &c. cur sic?

Authoris Pãtomimisis cur libero versu.

Pro prædictis notes, velim, mi Lector, quam rectè ab Euclide, atq; ab alijs antiquis Philosophis musicis definita sit melopœia: *Vsus harmonicæ tractationi subiectorum, ad decorum propositi argumenti.* Ideo antiquorum Musica tam variè affectus ciebat. Ideo neoterici pleriq; melopœi merè practici diuinã hãc artem otiosam effecerũt, dum eam rebus decorè non aptãt, & potius mimitantur, quàm imitantur decoros naturæ affectus.

Definitio Melopœiæ.

II. Corollarium circa vsum, ac fructum aliquem moralem (quem præcipuè in omnibus nostris scriptis intendimus) ex hac Mathematicæ Philosophiæ parte, quæ in re musica versatur, esto ex aliquibus verbis Philosophi prob. 2, 21, 22, 26, 38, 46. nam ait: *composita omnia plus valent, quàm eadem diuisa,* dum quærit cur eadem vox melius, & longius audiatur si concinat cum alijs, quàm si solá? Idem accidit in re morali: nam concordia valentiores reddit, &

Cur eadem vox longius audiatur, quã sola? & moraliter.

Olim dramata cum cãtu.

plurium simul in Deum orantium preces plus pollent. &c.

Absonum in grauiori facilius deprehenditur. & moraliter.

III. *Qui grauius cantant si absonant, deprehendi facilius possunt; & euidentiores qui peccant in grauiori.* Vitia Principum, ac magnatum in Reip. lyra, & choro patentiora sunt, & perniciosiora, quàm priuatorum. &c. Huc multa spectant è SS. Patribus, & Philosophis, &c.

Multi cantantes melius numeros seruãt, quam pauci. & moraliter.

IV. *Melius multi cum cantant seruare numeros possunt, quàm pauci.* &: *suo duci multi, quàm pauci, sunt attentiores.* &: *segregans vero sese nemo eorum exuperatà multitudine clarere poterit.* Vsu euenire solet in bene moratà familia, vt leges perfectius, & domestica disciplina seruentur, & præsidi pareatur cum numerosa est familia, quàm cum exigui est numeri. Qui in numero præclarorum virorum positus videbatur & ipse præclarus, segregans se clarere non potest, eiectus vilescit. vel aptius ad Philosophi sensũ: Vnus, aut alter mali parùm possunt nocere, cùm reliquus familiæ, vel Reip. numerus ingens est, ac benè moratus. &c.

Ordinatꝰ motus magis prius naturæ est, quam inordinatus.

V. Dum quærit Philosophus cur omnes musica delectentur affert verba, quæ per se docent & moraliter, & medicè; *magis proprium naturæ est ordinatus motus, quàm inordinatus, &c. argumentum, quod cum laboramus, & bibimus, & comedimus ordinatè, naturam, vires q; nostras & seruamus, & augemus, cùm verò inordinatè, eam corrumpimus, & dimouemus. Morbi enim dimotiones sunt naturalis constitutionis corporis.*

Musicam ergo, mi Lector, moralem, & bonorum morum harmoniam seruemus, vt animus hilaris, ac felix viuat.

SONI-

SONIMETRICA.

ALtera Mathématicæ Philoſophię, quæ circa ſonos continuatos (ſiue conſoni, ſiue abſoni ſint, abſtrahit) quaſi circa lineas verſatur, diſtribui poteſt in tres partes (quemadmodum Optice, quæ de lineis lucis, ac viſionis agit) nempe in eam, quæ agit de lineis ſonoris directis, in eam quæ de lineis ſonoris reflexis, ac deniq; in eam, quæ de lineis ſonoris refractis. Sonus enim ad aures in eodem medio poſitas, in quo eſt ſonus, poteſt pertingere vel directà, & rectà via, vel reflexus à corpore, ad quod lineæ ductæ per imaginationem ab aure, & à corpore ſonum emittente faciant angulos æquales incidentiæ, ac reflexionis; vel deniq; fieri poteſt ſonus in corpore denſiori, vel rariori, quam ſit corpus, in quo eſt auris, & tunc ſonus proueniens, ac progrediens per differentia illa media patietur refractiones à perpendiculari, vel ad perpendicularem, vt fit in Dioptricis. Eadem enim ratio proportionaliter eſt de linei lucis, & viſionis refractis quæ de lineis ſonoris refractis; nam vtrobiq; illæ refractiones fiunt per breuiſſimas lineas, per quas operatur ſemper natura in omni ſenſatione. Sonimetriæ pars, quæ de lineis ſonoris reflexis, vocatur etiam Echometria.

Sonimetria ſpecies altera Philoſophiæ mathematicæ circa ſonos.

Sonimetriæ (vt Oprices) tres ſpecies.

Sonimetrica directa, reflexa, refracta.

Vides hic latiſſimum campum ad exercendam nouo inuento Geometriam circa ſonos non ſolum reflexos (eſt enim Echometria particula quædam Sonimetriæ) ſed etiam directos, & refractos. Alijs fortaſſe, quibus plus otij, ac valetudinis eſt, & qui toti ſolùm in Mathematicis verſantur, licebit latius excurrere in hæc à nobis propoſita. Nobis ad ſanctiores literas properantibus ſatis nunc erit leue aliquod veſtigium ſignare in aliquo tantùm problemate ſonimetrico, cuius vſus ſit in Architectura, & in humano congreſſu ad colloquia familiaria, ad publicas orationes, ad ſcenas, ad theatra, &c.

Echometria eſt reflexa Sonimetria.

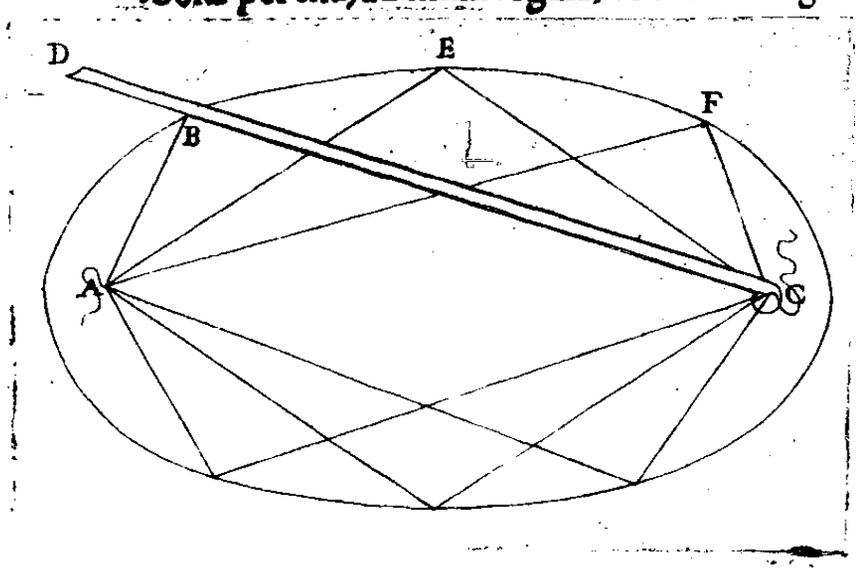
Ac tres quidem omnes conicæ ſectiones, vt videre licet apud nos in Apiario catoptrico, plurimum poſſunt ad vſtiones; attamen Hyperbolam præ cæteris ſectionibus in Dioptricis noſtris commendauimus; Parabola vero regnat in catoptricis vſtorijs. Reliqua è tribus conicis ſectionibus ellipſis quid ni de nobis conqueratur, niſi ſuæ laudi, atq: exiſtimationi à nobis conſultum, & locum ſibi aliquem præcipuum attributum viderit? At quis illi vſpiam locus erit præcipuus? Quis eius vſus inſignis ad humanæ vitæ vtilitatem? Ecquonam in genere anteponenda erit ipſa ellipſis parabolæ, hyperbolæ, circulo, ac ſimilibus alijs? Quoniam oculis hyperbola, & parabola per diaphana, & ſpecula inſeruierunt, auribus inſeruiet ellipſis, & inſtrumentum dabit auditioni vtillimum. Præmittendæ vero ſunt, quaſi lemmata, deſcriptiones aliquæ ipſius ellipſis.

Regnant Hyperbola in dioptricis, Parabola in Catoptricis, in ſonimetricis perutilis ellipſis eſt.

LEMMA,
seu
PROPOSITIO VI.

Ellipseos descriptiones organica, ac geometrica.

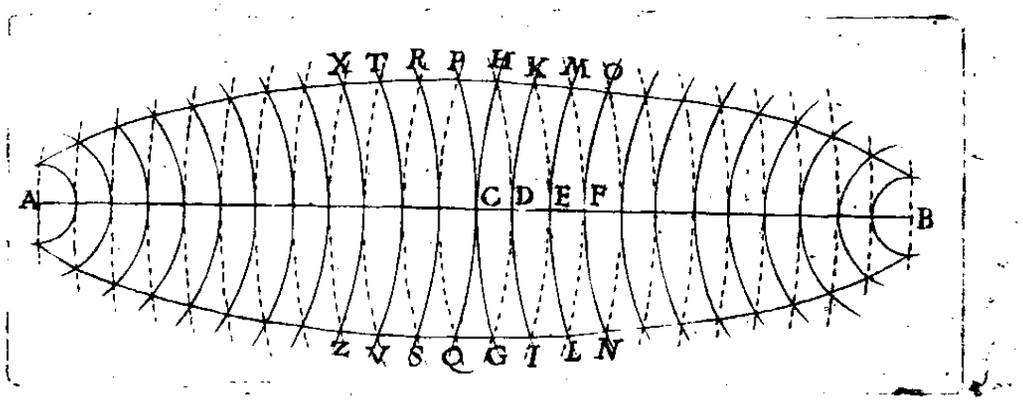
ORganica descriptio sit, qua iuuetur, ac firmetur vsus solius fili vulgatus, præsertim apud Guidubaldum ex propositione 52. tetij conic. addita hìc à nobis (quemadmodum fecimus in descriptionibus hyperbolæ, ac parabolæ per fila) ad filum regulà, vt vides in figura.



In qua filum ABC alligata habet capita in pũctis arbitrariè sumptis A, C. collocata etiam est regula CD mobilis tanquam circa centrum C, & graphio interposito in B, premendo regulam, & filum AB fluens tendendo, ac progrediendo ex B in E, in F, designatur elliptica linea BF. Ac éadem est demonstratio, quæ de solo filo ex 52 lib. 3 Apol.

Descriptio vero geometrica fit, qua propriè vtaris pro ellipsi truncata vtrinq; ad puncta ex comparatione facta, & tubum ellipticum auditorium construas pro arbitraria magnitudine in longum, & in latum, vt videbis in sequenti 7 propositione. Duc ergo rectam AB arbitrariæ longitudinis, & ex aliquo eius puncto, verb grat. ex C sume interuallum quodlibet CD (quo minora erunt interualla perfectior erit ellipsis descriptio) illudq; replicato in quotlibet partes versus DB, sintq; in figura hic apposita CD, DE, EF, &c. plura æqualia interualla, atq; interallo CB concidito lineam ex altera parte in A, vt æqualia sint CA, CB. Quo longiorem tubum optaris, eo plura interualla producenda erunt vltra B, & A vt libuerit.

Iam interuallis BC, BD, BE, BF, &c. ac centris B, & A ducantur vtrinq; arcus GH, IK, LM, NO &c. item PQ, RS, TV, XZ, &c. Rursus interuallis AD, AE, AF, &c. & centris A, & B, secentur priores arcus vtrinq; in G, & H; P, & Q; in I



in I, & K; in R, & S; in L, & M; in T, V; N, O; X, Z; &c. Nã sectiones P, R, T, X, &c. H, K, M, O, &c. G, I, L, N, &c. Q, S, V, Z, &c. erunt in ellipsi, vt mox demonstrabo. Quod si vertices etiam ellipsis volueris (quibus nos non egemus in tubo auditorio) diuide bifariam vnum ex interuallis æqualibus, vt CD, & alteram partem ad B, alteram ad A appone rectæ AB pauxillum protractæ hinc inde vltra A, & B; eritq; tota AB diameter maior, atq; integra ellipsis, cuius vertices erunt ad A, B.

Si ergo per dictos vertices, & per puncta interſectionũ leniter incuruata circumducatur linea, ea dabit ellipticã sectionem. At nos pro tubo elliptico vt habeatur vtrinq; obtrũcatio, per puncta ex comparatione A, & B deducantur ad angulos rectos rectæ, quæ dabunt in B, & in A terminos tubi nostri elliptici.

Demonstratio.

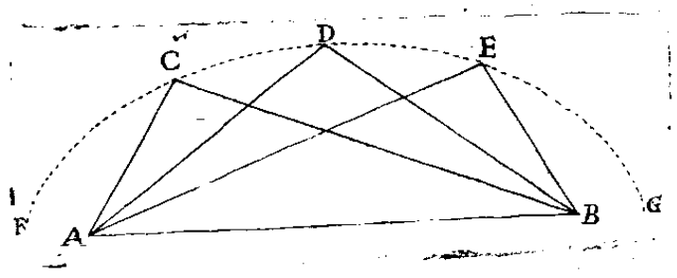
PEndet ex citata 52 lib. 3 conic. Apollon. Nam lineæ omnes ductæ à punctis ex comparatione A, B ad sectiones X, Z, T, V, &c. sunt æquales ipsi axi maiori. quam proprietatem Apollon. ibid. demonstrat de ellipsi. Cum enim tota AB diuisa sit in 24 partes æquales, & additis dimidijs ad A, & ad B, conflata sit integra diameter maior constans ex 25 partibus æqualibus; iam facile patebit omnes ductas ab A, & B ad sectiones, simul binas componere 25 easdem partes æquales. Nam sumpto interuallo BC (quod habet 12 partes æquales) & adducto in G, & in H, itemq; translato ex A in P, & in Q, & rursus sumpto interuallo AD (quod habet 13 partes æquales) & iuncto ex A ad G, & H, & ex B ad P, & Q, palam est duas imaginarias

AG, GB, & AH, HB, item BP, PA, & BQ, QA cõſtare ex 25 æqualibus partibus, hoc eſt æquales eſſe vni, eidemq; maiori diametro AB. Idem, atq; eodem modo demonſtrabitur de reliquis AI, IB, & AK, KB, de BR, RA, & BS, SA, &c. Quantum enim decreſcunt interualla, & partes æquales in alterà, tantumdem accreſcunt in altera adductarum à punctis A, & B ad ſectiones. Reuiſe figuram, & praxim organicam antecedentem, quæ gemina eſt cum hac geometrica.

COROLLARIVM I.

De iſoperimetris ex ellipſi, & ad ellipſim.

Iſoperimetrorum triangulorũ eommunem baſim habentium vertices in diuerſa deducti ſunt in ellipſi. Et quorum triangulorum communem baſim habentium vertices in diuerſa deducti ſunt in ellipſi, ea triangula ſunt iſoperimetra.



I. SInt ſuper baſi coommuni AB triãgula iſoperimetra ACB, ADB, AEB, quorũ vertices C, D, E ſint ad diuerſa puncta conſtituti, dico E, D, E eſſe in ellipſi. Cum enim iſoperimetra ſint ea triãgula, hoc eſt æqualem laterum ambitum habentia, ſubducto cõmuni AB, æqualia remanebunt bina binis ACB, ADB, AEB. axiom. 3. Si ergo fingas puncta A, & B eſſe puncta ex comparatione facta in axe maiore deſcribendæ ellipſis, quoniam ex 52 tetr. Apollon. rectæ lineæ à punctis ex comparátione inclinatę ad ſectionem ellipticam maiori axi ſunt æquales, ergo, per 1 axioma, erunt & inter ſe æquales. Quales iam eſſe ACB, ADB, AEB demonſtrauimus; ergo earum inclinationes, ac vertices C, D, E, erunt in ſectione elliptica; quod erat demonſtrandum 1.

II. Conuerſa, & ipſa breuiſſime ſic patet. Quoniam æquales demonſtratæ ſunt ACB, ADB, AEB, addita communi AB, erunt per 2 axi. æquales ternæ ternis AC, CB, BA; AD, DB, BA; AE, EB, BA, hoc eſt triangula ACB, ADB, AEB erunt iſoperimetra, ſiue habebunt æqualem laterum ambitum; quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM II.

Propoſ. 7. pr. Elem. Euclidis per fallaciam traducitur ad deſcriptionem Ellipſis.

SI quis meminerit verba propoſitionis 7 primi Elementorũ Euclidis, cõſtare poterit ingenio ſolerti ellipſis deſcriptionem geometricam nuperà nobis expoſitam prodire ex fallaci eius propoſitionis intelligentia, & vſu. Quæ res, prętер alias vtilitates, etiam hanc aſſequetur, vt ea propoſitio, quæ tyronibus geometricis permoleſta, & perdifficilis videri ſolet, ornetur aliquantulum, & quaſi condiatur huiuſce deductionis, quam mox exponemus, quodam quaſi embammate. Verba igitur propoſitionis ſunt ex verſione noſtri Lanzij: *ſuper eadẽ rectà lineà duabus rectis lineis aliæ duæ rectæ æquales altera alteri non conſtituentur ad aliud, atq; aliud punctum ad eaſdem partes, eoſdemq; cum primò ductis terminos habentes.*

Caute dixit Geometra: *Vtraq; vtriq;* Nã duæ lineæ, ſiue duo trianguli latera ſimul ſumpta æqualia duobus lateribus ſimul ſumptis ſuper eàdem baſi conſtitui, ac deduci poſſunt ad eaſdem partes ad alia, atq; alia puncta; ſed hoc non quærit Geometra. Quærit enim vt non ſolum duæ duabus, ſed vtraq; vtiq; linea, ideſt altera alteri, verb. grat. dextera dexteræ, ſiniſtra ſiniſtræ ſint æquales. Quales ſi fuerint, non poterunt ſuper eàdem baſi ab ijſdem terminis adduci niſi ad vnum, & idem punctum.

Fallacia cauẽda in 7 pri. Eucl.

Si quis ergo Sophiſta pèr cauillum, & fallaciam tyroni geometræ velit imponere, ac ſuper eàdẽ baſi ab ijſdem terminis duas duabus lineis æquales, ſiue eadem trianguli latera inæqualiter ſucceſſiuè fecta, deducat ad aliud, atq; aliud punctum, velit, nolit, docebit ex deprauato 7 propoſitionis vſu pulcherrimã conicam ſectionem, hoc eſt ellipſim deſcribere.

Sic vides in figura antecedentis corollarij 1 ab ijſdem eiuſdem baſis terminis A, & B deduci ad alia, atq; alia puncta tum ad eaſdem partes C, D, E. &c. tum ad oppoſitas infra AB binas rectas, quæ, ex nuper demonſtratis iuxta Apollonium, ſunt æquales inter ſe hoc eſt vni, eidemq; FG. Ex deprauatione igitur ſeptimæ illius Euclideæ propoſitionis, quaſi ex optimo vino corrupto exiſtit optimum acetum, hoc eſt deſcriptio inopinata, & demonſtrata eximiæ geometricæ figuræ Ellipſis.

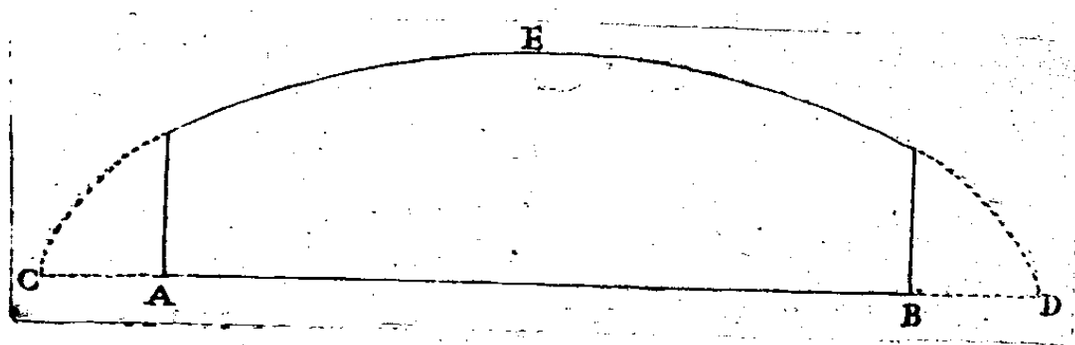
Ellipſis ex deprauatà 7 Pri. Euclid.

PROPOSITIO VII.

Tubum ellipticum auditioni mirificè conducentem construere.

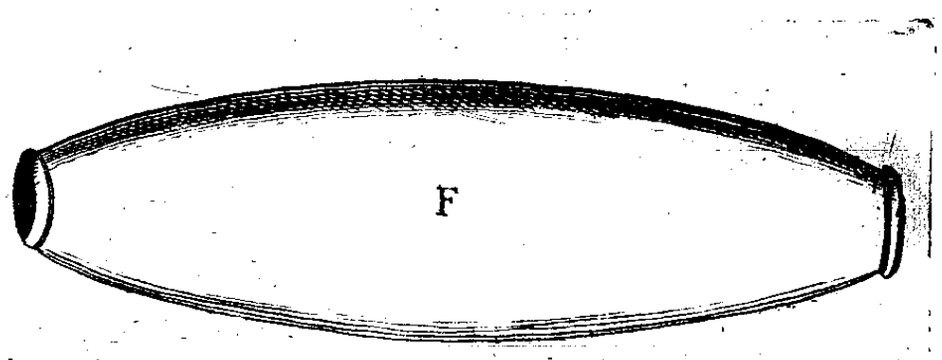
I. SCimus elliptica vſitata ſpecula auditioni tacitæ ab aliquibus fuiſſe applicata; ſed res habet plus inuentionis, quàm vſus. Nam ſpeculum aut immenſæ molis eſſet conficiendum, in cuius vtroq; punctorum ex comparation collocati locutor, & auditor facile inter ſe ſe tranſmitterét pronuntiata etiam ſubmiſſa voce; aut ſi ſpeculum ellipticum moderatæ, ac facile circumferendæ magnitudinis conſtruatur, erit ſuperfluum, cum intra id collocati ob vicinitatem, & quaſi contactum poſſent ſibi verba tranſmittere per ſpatium breuius, ſine ſpeculo, per directam locutionem, quàm per reflexam cum ſpeculo. A vulgatis ergo, & noſtro negotio vel incommodis, vel inutilibus ad inſtrumentum vſui accommodatiſſimum veniamus.

II. Iux-



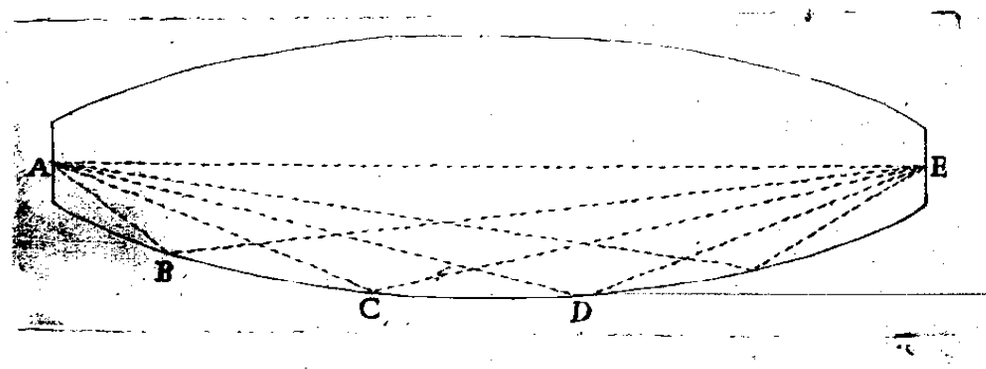
II. Iuxta praxes propoſitionis 6 antecedentis, ex punctis A, B non admodum ab vtroq; vertice C, D diſtantibus (vt elliptica figura fiat anguſta, & oblonga) deſcripta, & obtruncata in A, B ſemiellipſis ABE ſi fingatur circa axem AB circumagi, dabit ellipticum tubum ſimilem eius, quem hìc vides F in 2 figu. graciliorem pro vſu commodiorem.

III. Quod



III. Quod inſtrumentum non minori cum facilitate, quàm alij cylindrici tubi poteſt circumferri, & ori loquentis, auri audientis accommodari. Vtrilibet igitur æquali foramini, velut in appoſita 3 figura vel ipſi A, vel ipſi E os loquẽtis, & auris audientis applicentur, vox tanquam à duobus centris partim per directas lineas, vt per lineã AE, partim per reflexas, vt per ABE, ACE, ADE vltro, citroq; ad oppoſita puncta A, E deferetur, ita vt nullum ſit punctum futurum in tota tubi cauitate, à quo vox ab vno puncto, verbi gratia ab A emiſſa non reflectatur ad vnum, & oppoſitum punctum E, cui auris applicata perfectiſſimè percipiat quidquid ab altero etiam ſubmiſsè proferatur.

IV. De-



IV. Demonſtratio facile patet ex 48 tert. conic. ſuppoſito de voce principio eodem, quod ſupponitur in ijs, quæ ad illuminationes, & viſiones pertinent, nempe vocem in orbem ab vno puncto diffundi per lineas rectas. Quod patet tum ex eo qnòd intra ſphæram prolatæ vocis in quocunq; puncto loci, atq; aëris conſiſtas, vocem percipis; tum ex eo etiam quòd natura non minus in voce, quàm in viſione, atq; illuminatione, per breuiſſimas lineas operatur.

Quæ cu n ita ſint, quoniam Apollonius citata 48 propoſitione demonſtrat lineas omnes ductas à contingentibus, verbi gratia ex punctis B, C, D, ad puncta ex comparatione A, E, æquales angulos continere; nil mirum eſt ſi emiſſæ ab alterutro punctorum A, vel E, ad alterutrum reflectuntur, nempe per breuiſſimas, quæ æquales angulos continent, iuxta dicta à nobis in Schol. 2 ad propoſitionem 4, progymnaſmate 2 Apiarij noſtri catoptrici. Perlege ibi ad maiorẽ huc lucem. Adde ad robur demonſtrationis ex 48 propoſitione, eam hîc multomaximè valere, quandoquidem ad æquales angulos omnes illæ reflexæ, vt ABE, ACE, ADE, cum ſint omnes æquales vni, eidemq; breuiſſimæ, ac directæ, hoc eſt axi maiori AE v ſq; ad vtrumq; verticem ellipſis, iuxta citatam 52 tetr. Coniç. ideo & ipſæ ſunt breuiſſimæ.

COROLLARIVM I.

De auditione animantium, & inſtrumentis ad ſonum è longinquo perfectisſimé concipiendum.

QVemadmodum naturæ prouidentia timidiſſimis animantium aures ampliores, & prolixiores prouidit, quibus quidquid vel leuiter, etiam procul, increperet ſtatim exciperent, ac præſentirent, ſibiq; fuga maturè prouiderẽt, vt de lepuſculis, cuniculis, ceruis, &c. compertum eſt, (eaq; animantia etiam celerrimi ſunt curſus ad fugam); ſic etiam arbitrandum eſt naturæ ſolertiã non otioſam fuiſſe circa figuram aurium, præſertim in auritis ijs animantibus. Qua aurium figurá fieret vt lineas omnes vocales, ac ſonoras quam perfectiſſime animalia perciperent. Et quoniam ſonitus, ac vox vt plurimum ab vnico quaſi puncto vel oris clamantis, vel rei percuſſæ propagari intelligitur, vt lumen, per lineas rectas in orbem productas; ideo, vt eæ lineæ ſonoræ, quę ab vno puncto proueniunt, aut omnes, aut ſaltem quãplurimæ per reflexionem vnũ ad punctum cauæ auris, & auditorij tympani cogerẽtur, putandũ eſt naturæ inſtinctu animalia illa ſuas illas aures prolixas ita aeri ſonoro opponere, atq; oppandere, vt efficiant ſegmentum ellipticum lateraliter in eo ſitu expanſum, in quo & punctum ſonorum, & punctum auditùs occupent loca punctorum ex comparatione, & ab altero eorum punctorum lineæ ſonoræ deferantur in auris cauum ellipticum, & inde reflectantur ad alterum punctum auditús. Ac ſane in leporibus aures arrectæ non videtur diſcrepare à quodam quaſi ſegmento cauęæ ellipticæ pertingẽtis à latere ellipſis ad verticem vergentem in meatum auditùs.

Aures aliquorũ animalium eſſe elliptica ſegmenta, & cur?

Sin autem ſonitus proueniãt non ab vno pũcto, ſed à pluribus, non erit à recta ratione alienum arbitrari ab animalibus aures arrectas conformari in ſegmenta vel parabolica, vel hyperbolica, vt exceptas lineas ſonoras vel diuaricatas, vel parallelas reflectant ad punctum, & foramen auditús, iuxta dicta à nobis alibi de ſpeculis hyperbolicis, & parabolicis, &c.

Ab animalib⁹ aures conformari in ſegmenta parabolica, vel hyperbolica, & cur?

Neq; vero putandum eſt hæc à nobis arbitrariè ita ficta, vt nulla veri nitantur ſimilitudine. Nam, quem admodum alibi à nobis demonſtratum eſt tum in Apibus, tum in Araneis, ſummam eſſe Geometriæ peritiam ab Authore naturæ ipſis inditam, quam prodant in figuris cellarum, & intelarum lineationibus; ſic rationi non eſt iniurium affirmare animalia etiam in vſu aurium eam figuram affingere, per quam perfectiſſima fiat auditio propter lineas ſonoras ab vno, vel à pluribus punctis exceptas, & ad vnum auditús punctum reflexas.

Hinc patet, ſi fierent inſtrumenta vel lignea, vel ærea, vel vitrea, quæ eſſent ſegmenta alicuius è tribus conicis prædictis ſectionibus, & aures arrectas timidorum, atq; auritorum animalium imitarentur, eaq; inſtrumenta ſi quis ſibi ad aures aptè apponeret, futurum vt ſonitus longiſſimè diſſitos perfectiſſimè perciperet, vt docent natura, & experientia in prædictis animalibus.

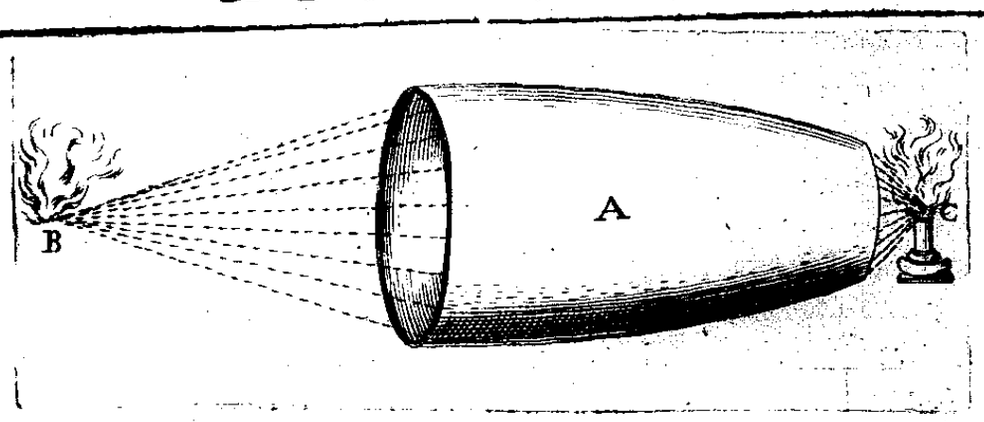
Inſtrumenta ad ſonitus lõgiſſimè, & perfectiſſimè percipiẽdos.

COROLLARIVM II.

Tubus ellipticus vſtorius.

VIde Schol. 1 poſt propoſitionem 2 progymn. 1 in Apiario noſtro Catoptrico, vbi ab experientia notaui vſtiones catoptricas fieri non ſolum à Sole, ſed etiam aliquando ab admotà flammà. Iuxta eam notationem intellige hic tubum vſtorium ellipticum, ſi non à Sole, ſaltem ab igne.

Qua-



Qualis eſt hic A, cuius obtruncatio, ac decurtatio facta eſt paullo remotior à puncto vtroq; ex cõparatione B, C, remotior præſertim à B, vt admoto igne ad C, fiat plurima luminis vſtoria conſpiratio ex C in punctum B. Nempe ob eaſdem demõſtrationes citatas ex Apollonio. Vide in Catoptrico noſtro Apiario plura alia vſtoria, ſiue vehementer illuſtratoria inſtrumenta.

PROPOSITIO VIII.

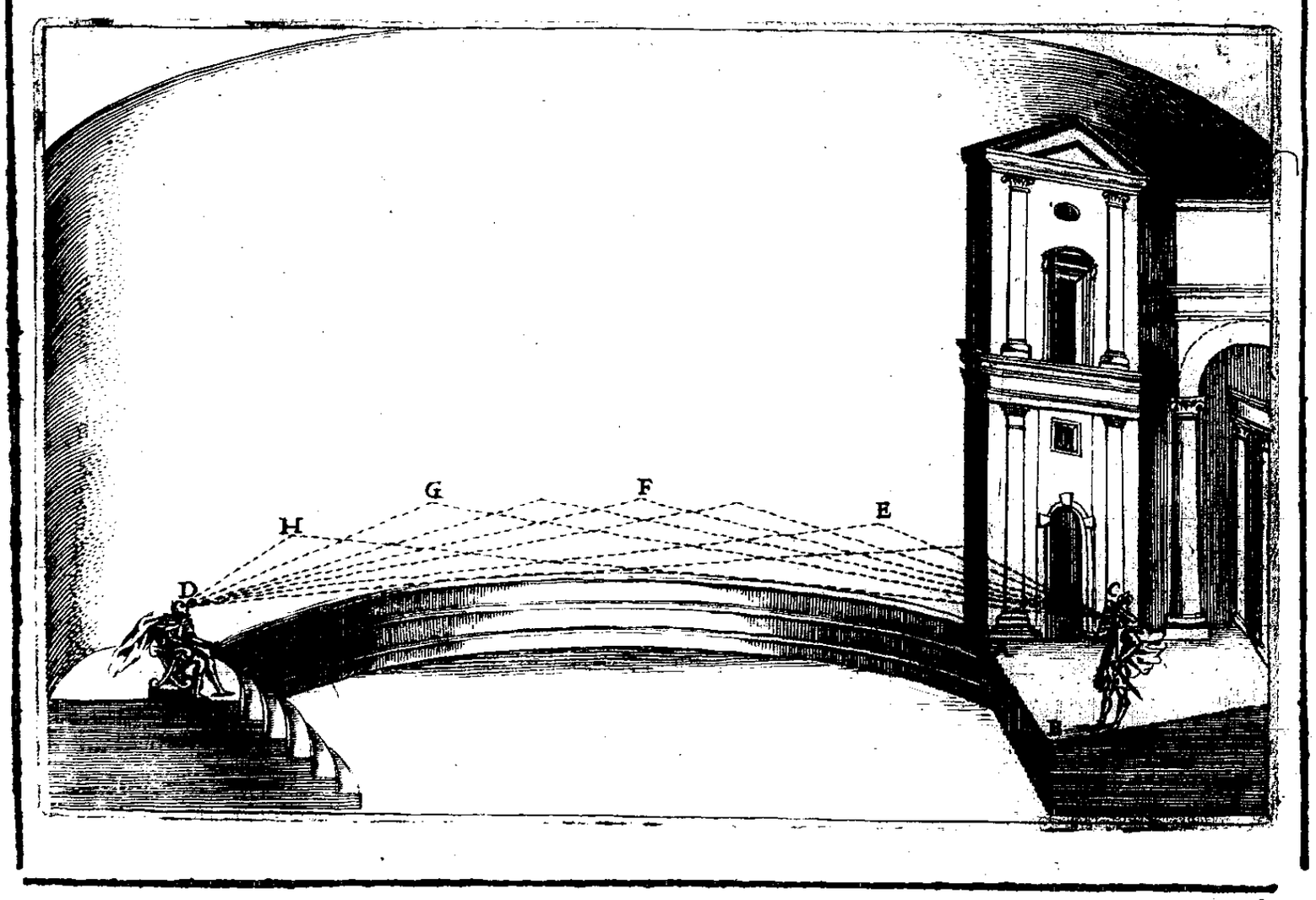
Theatra elliptica ſcenicis Eloquijs aptiſſima

Architecturæ amplificatio ad theatralẽ ellipticã formam.

EX indicatis in demonſtratione tubi elliptici elici poteſt cur theatra ſcenica, in quibus interlocutor, aut canticũ agens quiſpiam in ſcena eſt audiendus, fiant in ſimilem ellipticæ formam. Quinimmo hinc nos præcepta, & rationes promamus ad perficiendam architecturam circa ſcenica theatra. Quæ cùm in primis inſeruire debeant vſui, atq; Eutrapeliæ ipſius capitis Reipublicæ, ideſt Principis, quem neceſſe eſt (ſi modo ſeriò animum in reipublicæ cura intendat, & fatiget) aliquando à grauioribus publicæ adminiſtrationis ſollicitudinibus animum abſtrahere, ac relaxare, vt vegetior ad regimen remeet; ideo præcipua cura habenda eſt loci, in quo Priceps conſiſtere debeat, vt ad eum quam explicitiſſima loquentis verba è ſcena deferantur. Itemq; proſpectandum animo ecquis in ſcena locus eſſe queat, vnde vox eloquentis vndiquaq; ad Principis aures & directa, & reflexa breuiſſimè pertingat. Hęc autem aſſequetur Architectus Geometrię gnarus, ſi theatrum ellipticum cõſtruat, & ſcenę ſuggeſtũ vltra punctum ex cõparatione producat ita, vt extrema ſcenę ora ſit verb. gr. AB, & cantor, aut locutor ſtatuatur in puncto ex comparatione C. Pariter e contraria regione Princeps collocetur in oppoſito puncto ex comparatione D. Nam ex C & vox tum directa CD, tum reflexa CED, CFD, CGD, CHD deferetur ad aures adſtantis in D, ob demonſtrationem ſuperius indicatam ex Apoll. Intellige tamen in eodem plano elliptico eſſe os loquentis, & aures audientis.

Princeps ſerio Rempublicam adminiſtrans Eutrapelijs indiget

In hanc formam Templa, & Hexedræ pro ſa



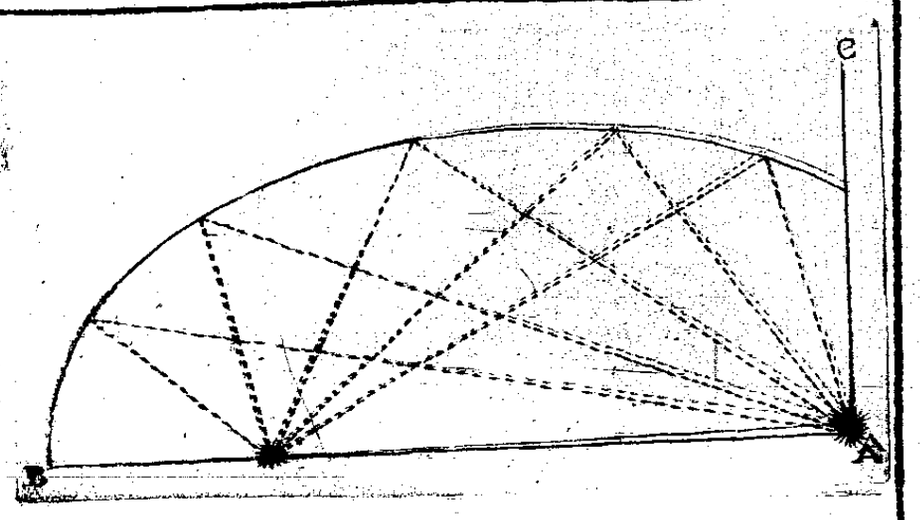
cris

In Tẽplis locus Principi debetur, vbi perfectiſſimè audiat veritatem ab Eccleſiaſte.

Geometrica Authoris induſtria pro loco veritatis, &c.

cris oratoribus in gratiam,& commodum præcipuè Regis cõſtrui poſsẽt, vt Rex optime omnium vndiq; oratoriam vocem auribus exciperet. Ac ſane magni hoc intereſt Reipublicæ, vt vox veritatem eloquentis quàm optime deferatur ad Principis aures, quas tot proditoriæ adulationes obſepiunt.

At ſi plures eloquantur, aut concinant? quî fiet in ellipſi à pluribus punctis ad vnum concurſus? An ne ad aliam theatri figuram tunc erit confugiendum? Quid ſi theatrum fingas in formam oui elliptici iuxta dicta in ſupellectili catoptrica vſtoria, & ſuperius de tubo elliptico auditorio? Sed accipe, mi Lector, etiam aliquid noui, præter prædicta, quod ſequitur. Eſt autem —

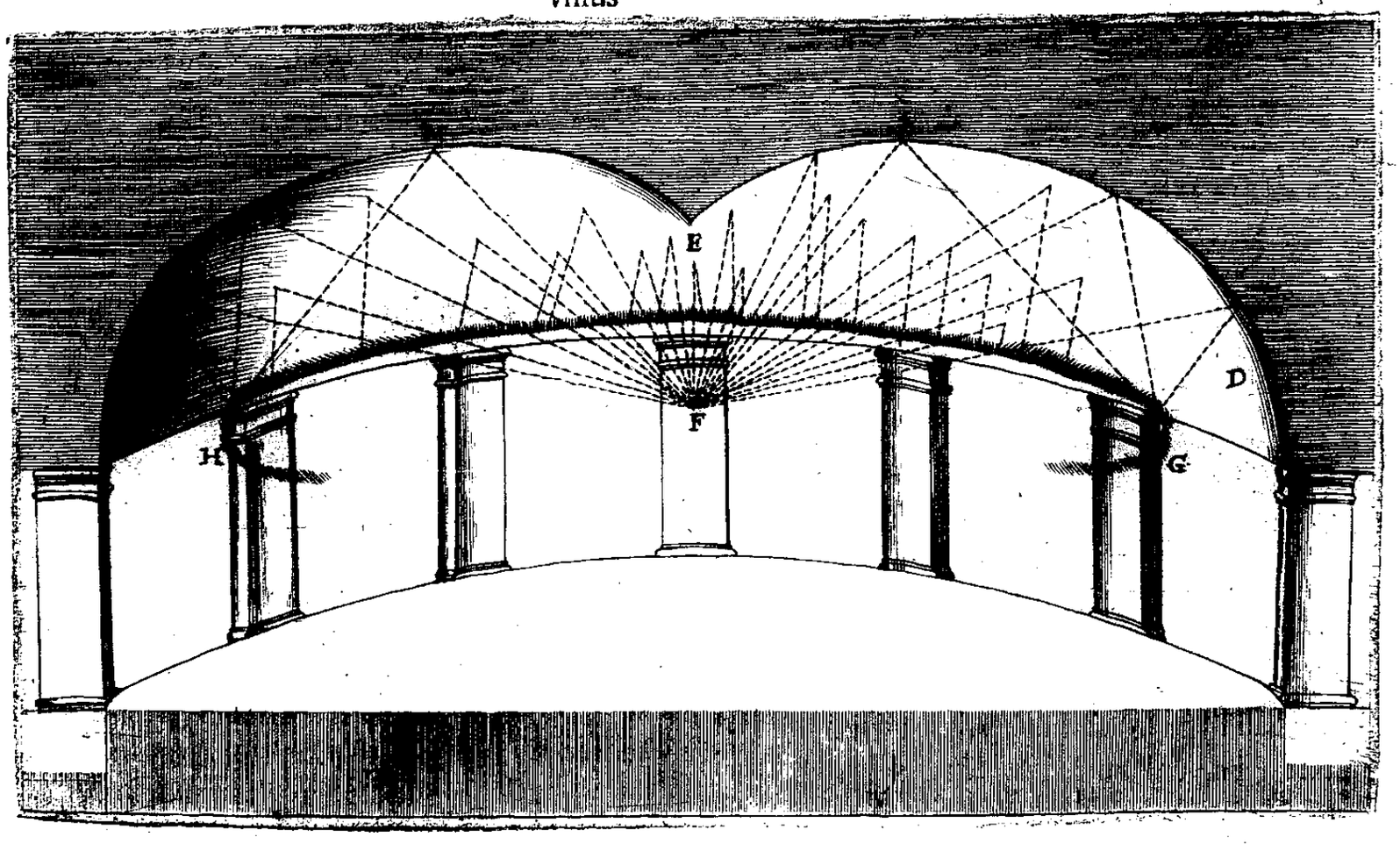


vnius ad plurium voces eamus. Sit ellptica ſectio AB facta ſecundum diametrum maiorem, & ſit truncata in altero vertice ſecundum lineam ordinatim applicatam tranſeuntem per punctum ex comparatione, vt eſt AC; circa quam AC circumuoluatur AB, fiet ex ea circumuolutione, ac ſignabitur concaua ſuperficies elliptica. Ad cuius formam conſtruatur cubiculi cuiuſpiam orbicularis, ac theatralis ſuperior cõcameratio, ſeu fornix, qualem vides in altera hîc figurá DEN. In eius cubiculi puncto centrali F (vbi punctum eſt ex comparatione commune omnibus ellipticis lineis concamerationis) locetur quiſpiam, & in locis oppoſitorum punctorum ex comparatione, vt in G, H, & alijs ſub concameratione collocentur in orbem concentores ora cõuertentes ad F, vt ſic eius harmonici orbis, & chori voces omnes, & ſingulæ, quæ per lineas ſuperiores in ellipticum fornicem incident, reflectantur in F. ceu vides in figurà non ſolum rectas harmonicas lineas, ſed etiam reflexas GLF, HMF, atq; alias ire in F, vt inibi locatas auditoris cuiuſpiam aures ſuauiſſima imbuant harmonia.

PROPOSITIO IX.

--Ellipticus fornix aptiſſ. harmonicis plurium vocibus vnum ad punctum percipiendis.

HActenus ad loquelam, iam ad harmoniam excogitemus vſum aliquem ellipſis. ab vnius



COROLLARIVM I.

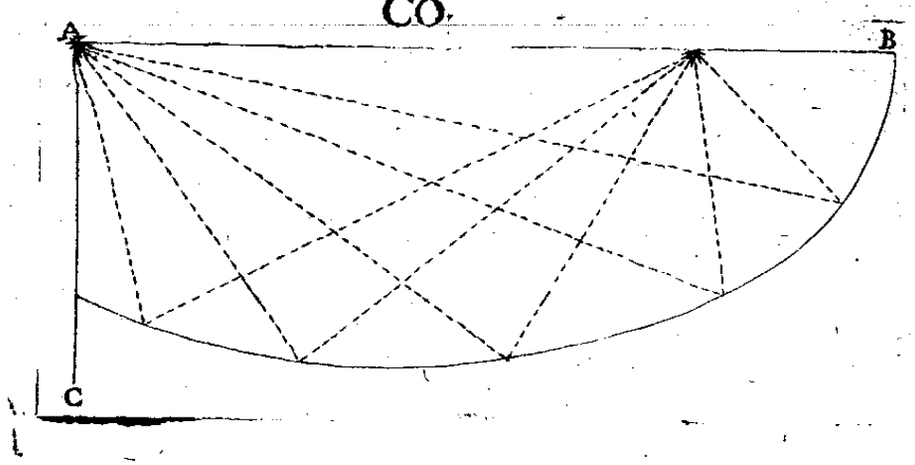
De figura elliptica, in qua à pluribus ad vnum, & ab vno ad plura puncta fiant reflexiones.

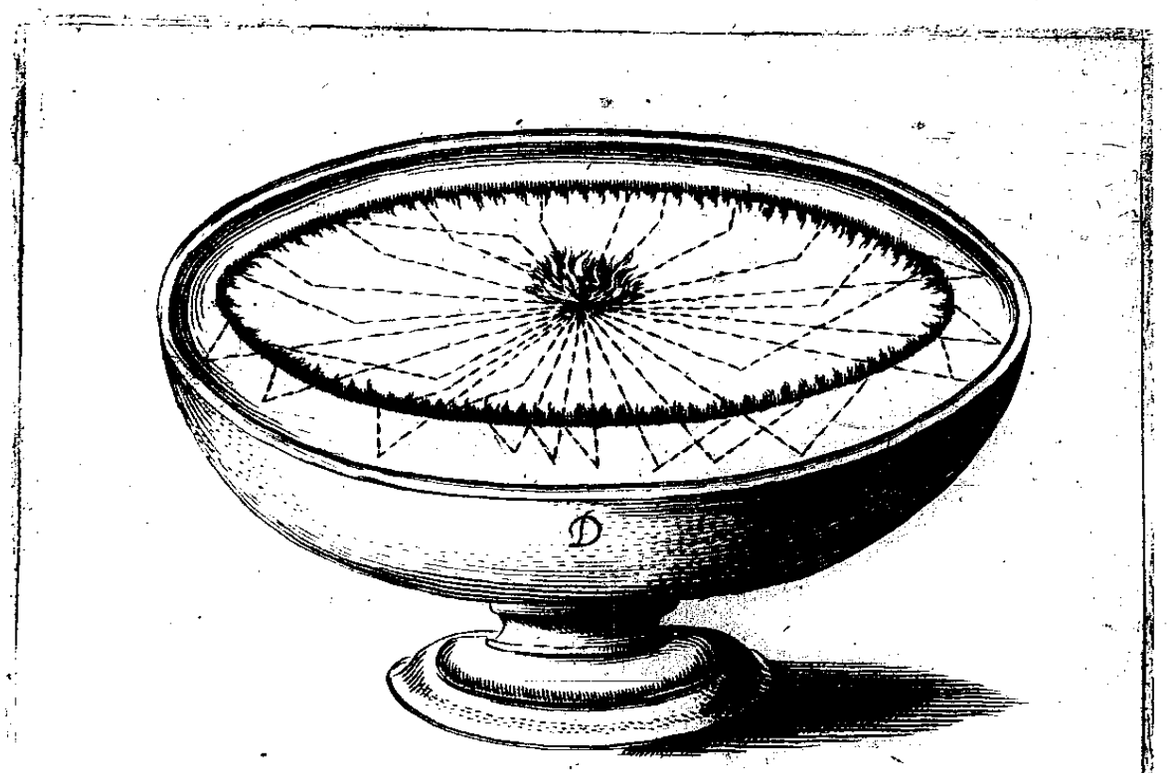
HAbes ex præcedenti fornice elliptico rem plane paradoxam in figura elliptica. In qua

Nota paradoxũ Authoris de ellipſi.

qua cum hactenus apud Geometras, & Catoptricos compertum ſit fieri reflexiones ab alterutro ad alterutrum punctorum ex comparatione; quomodo ergo nos audemus aſſerere fieri poſſe ellipticam figuram, in qua fiant reflexiones à pluribus punctis ad vnum, ab vno ad plura? Exemplũ, & figuram iam vidiſti in fornice facto ex gyratione ſectionis ellipticæ, &c. Ac etiam videbis in figura ſequentis corollarij.

CO-





dentibus) catoptricam conſpirationem, & vſtoriam illuſtrationem vehemẽtiſſimã ad centrum F. De vſtorijs reuiſe plura in Apiario catoptrico.

In theatris ellipticis hactenus à nobis coſtructis claudamus orbem harmonicum, & ſonimetricum noſtri huiuſce Apiarij. Addatur tamen —

— PROPOSITIO X.

ſiue

PARALIPOMENON,

In quo deſcriptiones innuuntur triumconicarum ſectionum è lib. 6 Euclid. & ſectiones ipſæ thoricè inter ſe comparantur.

POſt ea, quæ hactenus indicauimus in præcedentibus aliquibus, & in hoc Apiarijs circa vſus varios trium conicarum ſectionum hyperboles, paraboles, ellipſeos, libet breuiſſime quaſi quodã in curſu innuere, ac paralipomenon breue addere circa eaſdem ſectiones.

Tres conicæ ſectiones fieri poſſunt è lib 6. Eucl. per medias proportionales.

I. Deſcriptiones geometricæ ſingularum earum ſectionum fieri poſſunt vnica, eaq; facillimà via ex 6 lib. elementorum Euclidis, nempe per ſolam inuentionem mediarũ proportionalium. Quod quidem nos exemplo docuimus in deſcriptionibus geometricis paraboles, Apiar. 7; ſed ſi quis etiam ea via velit incedere in deſcriptionibus hyperboles, & ellipſis, facile poterit, ſi attentè inſpexerit, ac perceperit earum ſectionum ortum, ac proprietates, à quibus nomem accipiunt, vt habes lib. 1. conic. propoſ. 11. 12. 13. Ac nos etiam hyperbolam deſcripſimus per medias proportionales in noſtris aſymptotis. Non eſt neceſſe alibi poſita hìc reponere; ſat eſt hoc indicaſſe peritis Geometris.

Vnde nomina tribus conicis ſectionibus apud Apollonium.

COROLLARIVM II.

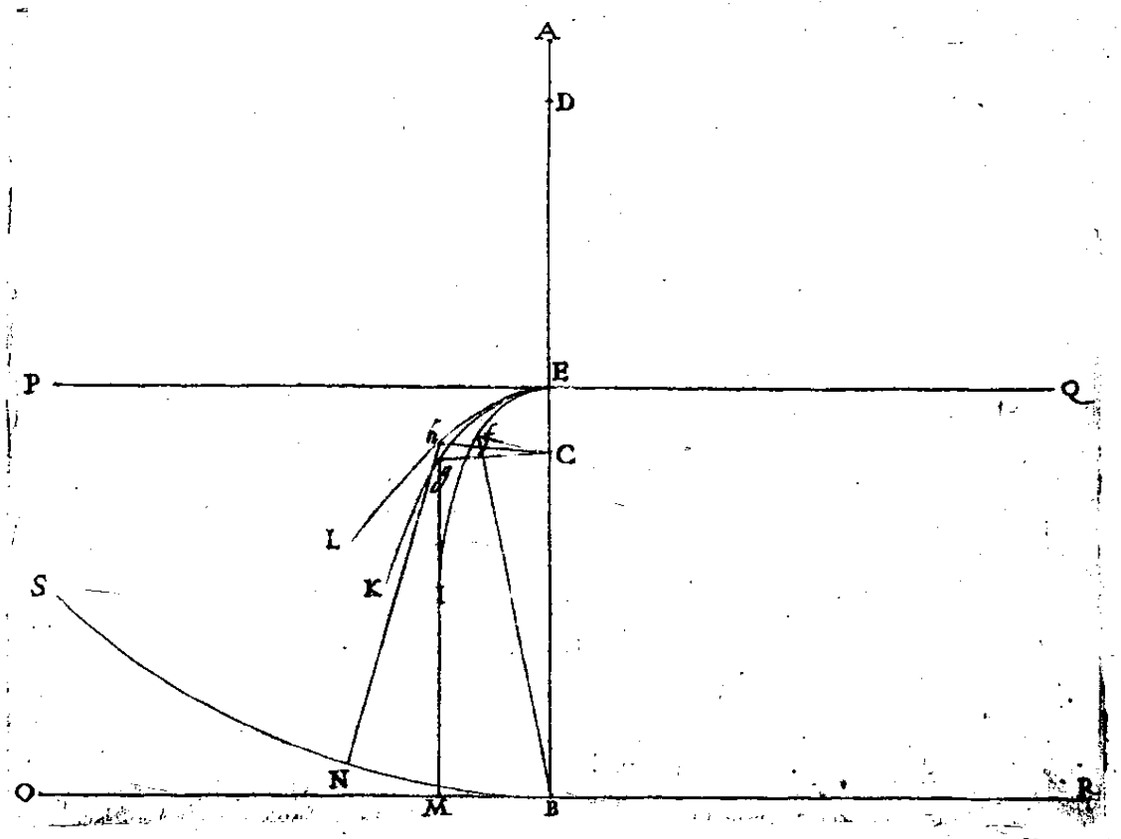
Poculum ellipticum à pluribus ad vnum punctum vrens.

SEctio hìc elliptica AB gyrata circa AC dat poculum D, in quo corona eſt punctorum ex comparatione, in quibus ſingulis collocatæ faculæ facient (ex demonſtratis in antece-

Theoriæ comparatarũ inter se trium sectionũ conicarum.

II. Mirum est,ac periucundum videre quemadmodum in discriptione, & generatione trium prædictarum sectionum per lineas incidentes,& reflexas æquales(vt demonstrauimus in Apiario 7) fiat transitus quasi ab extremis per medium ad extrema. Hoc est,à puncto,ex quo lineæ incidentes proficiscuntur in ellipsim, fit gradus ad paralleliſmum,in quo à varijs punctis singulæ incidunt in parabolam, ac deniq; ad diuaricationem, & ambitum circularem puctorum, à quibus couergunt incidentes in hyperbolen. Videre etiã licet quemadmodum eádem operá à sectione ellipticá(quę à recta linea maxime triu sectionum recedit) fiat paullatim in parabola maior accessus, & multo maior in sectione hyperbolica ad rectam lineam.

Prædicta per te ipse solers,mi Lector,internosce in apposito schemate,in quo exemplum prædictorum ponimus tantúm circa vnam, eandemq; æqualem longitudinem incidentis, & reflexæ,



Applicatio theoriarum in figura.

quę variè adducitur ad tres sectiones. Verbi gratia: AB axis communis est ellipseos, paraboles, hyperboles. E vertex earundem trium sectionum communis. D vertex, per quem contrapositа iret hyperbola. C punctum ex comparatione in axe ellipsis. BFC incidens, & reflexa, cuius angulus F signat punctum,quod est in ellipsi EI. Eadem longitudo BFC ex B diuellitur, & super OR adducitur ad punctum M, inibiq; ipsa MG est in paralleliſmo cum EB, & BFC translata est in MGC, cuius angulus G est in sectione latiori, nempe in parabola EK. Ex centro A fingitur pendére tractus segmenti periphærię BS. Iam MGC, hoc est illi æqualis BFC, adducitur per BS cum directione, ac respectu ad A, & ex M itur in N, & ex incidente, ac reflexa fit composita NHC, & H dat angulum, seu pũctum in latiore sectione, hoc est in Hyperbola EL. Quare vides à recta PQ maxime recedere ellipsim IE,minus parabolam KE, adhuc minus hyperbolam LE, & inferius à nodo puncti B iri ad rectæ OR punctum M, inde ad curuæ,ac circularis BS punctum N; quemadmodum superius contraria ratione itur à maximè curua IE ad minus, ac minus KE, LE versus rectam PQ.

Hæc autem omnia, præsertim quæ pertinent ad eandem quantitatem linearum incidentis, & reflexæ à puncto B vel per rectam OR, vel per circulum BS circunductam, & signantem ellipses, parabolas, hyperbolas, iam demonstrata sunt à nobis in singularum sectionum descriptionibus per filum, regulam, lineas, &c. in hoc Apiario sonimetrico,in Geometrico,in Dioptrico, Catoptrico, Gnomonico, &c.

APIARIVM

VNDECIMVM.

IN QVO

ARITHMETICA

PARADOXA. ET ARCANA.

PROGYMNASMA PRIMVM,

IN QVO

De Algebræ fundamẽtis in Euclide. De Logiſticæ antiquiſſima origine. De notis Arithmeticis variarum gentium, earum origine, lectione, ſcriptione, cum vſu aliquo prodigioſo. De veteri Chironomia. De arcana Chirologia. Eruditiones, nodi, ænigmata, loca Authorum ſacrorum, profanorũ illuſtrata, caſtigata &c.

Apiarij Arithmetici argumentum, neceſſitas, vtilitas, forma.

CAP. I.

Finis Authoris in hoc Apiario.

Author. PRopoſita hîc mihi nunc materia eſt *diſcretæ quantitatis elemẽta practica, & ſpeculatiua, paradoxa, compendia, arcana*. Fruſtra quiſquam Mathematicas fores pulſat nõ leui ſaltem Arithmeticæ, præſertim practicæ (quam Logiſticam appellant) aliqua cognitione imbutus.

Lector. Actum agis. Quot vbiq; de Arithmeticis operationibus proſtant libelli?

Auth. Niſi aliquid, præter paſſim vulgata in logiſticis libellis, nos hic dicturos ſperaremus, manum operi nam admoſſemus, vt fecimus in alijs etiam Apiarijs noſtris Mathematicis. Non ad iactantiam, ſed ad ſynceram veritatem hęc dicta sũto à nobis ex occaſione tuę in nos obiectionis. In hoc Apiario eas operationes logiſticas ponemus, quibus nos in alijs noſtris Mathematicis vſi ſumus, aut quæ ad ea ſunt neceſſariæ, ne pro rebus Arithmeticis alio, extra hoc noſtrum, volumine indigeas. Practicis operationibus, quas aliorum libelli non habent, theorias, rationes, ac demonſtrationes addemus; fontes etiam aperiemus, à quibus tabularum vtillimarum ſupputationes manant; numerorum miras, & reconditas proprietates prodemus, vnde vtillima operationum compendia referantur. Occaſiones potius mathematicè philoſophandi circa operationes Arithmeticas, quã ipſas operationes captabimus. Non enim mercatorem, ſed Philoſophum hic inſtituimus.

In hoc Apiario arithmetica ſunt ea præcipuè, quorum vſus in anteced. Apiarijs

Huius Apiarij varia, & multiplex materia.

In hoc Apiario non nuda præcepta, ſed potius occaſiones philoſophandi circa præcepta profitemur.

Sanè, cùm commertia humana, & res ad iuſtitiam, præſertim cõmutatiuam, pertinẽtes, in quibus agitur de ſumma fortunarũ, pertractẽtur vt plurimum per operationes elemẽtorum Arithmeticorum, quibus domeſticæ opes, redditus, & his paria ad certas ſummas rediguntur, partitiones ſortiuntur, multiplicationibus, detractionibus vel æquantur, vel augentur, vel minuuntur, cùm eæ inquam, elementariæ Aritheticæ operationes fiãt per quædam compendia, quorum cauſæ, ac theoriæ paſſim latẽt; profecto publicè, ac priuatim proderit ſcire, vnde eæ operationes certitudinẽ ſuam ſortiãtur, & cõmunes tenebras, quibus hominum vulgus inuoluitur, diſcutere, ne in rebus inter homines tanti momẽti more cæcorum ductum aliorum, ac fidem ſequantur; ſed ſciant (quod hominis proprium eſt) non ſolum quemadmodum, ſed etiam quid, & quamobrem in Arithmeticis operationibus verſentur. Videbis, mi Lector, in ijs praxibus, quæ apud alios vulgatæ ſunt (vt aliquid noui à nobis addiſcas) non vulgata, & paradoxa, & arcana etiam diuinatoria in ſuas cauſas, & origines reuoluta.

E publicæ res ſunt quæ in hoc Apiario.

Lect. Licebit ne mihi aliquando interrogando interpellare?

Auth. Immo vero te hortor, vt quam creberrimè id abs te fiat, si nihil aliud, saltem varietatis gratia. Quam etiam ob rem vtili dulce nos miscebimus, scilicet aliqua aliquando non solum ad vsum, sed etiam ad eruditionem spectantia, eatenus tamen, quatenus id patietur studium moderatæ breuitatis.

In singulis autem elementarijs Arithmeticis operationibus circa hæc ferme capita versabimur.

In problematis, quid rei, ac nominis. Quotuplex operationis forma, & casus. Leges, & exempla. Notanda, & excipienda. Adiumenta, & compēdia. Theoremata, & fontes. Corollaria deniq; ad reconditiorem eruditionem, ac scientiā. Hæc, si non omnia, pleraq; saltem omnia in logisticis nostris operationibus accipies non à neotericis riuulis traducta, sed ab antiquiorum Mathematicorum abditis fontibus educta. Methodus docendorum.

Lect. Audienti, ac legenti sitim acuisti. Iam pande fontes. —

Quid sit, & quotuplex numerus. Algebræ fundamenta in Euclide. Logisticen inuentum esse non semipriscorum Arabum, sed antiquissimorum Arithmeticorum.

CAP. II.

Quid sit Arithmetica. Quid logistica

Auth. — EXcipe. I. Arithmetica Mathematicæ pars est, quæ circa numerorum proprietates explicandas, ac demonstrādas versatur. Logisticam vero appellant Arithmeticam practicam, quæ numerorum operationes in varios tum practicæ, tum speculatiuæ vitæ vsus per ingeniosa compedia, & adiumenta deriuat. Nos promiscuè vtriusq; nomine hic vtemur, quia praxi theoricam etiam apponemus.

Arithmeticæ species aliquot vnde dictæ.

II. In supputationibus vsi olim antiqui calculis, notis, digitationibus. Hinc calculatoriam, notulariam, digitariam Arithmeticæ species possis appellare. A calculis illæ antiquorum locutiones: *calculum ponere*, idest computare; *calculi*, idest rationes, *calculator*, qui vulgo *computista*. *nigro, vel candido lapillo notare, signare, numerare*. Noui orbis incolæ chordularum nodis mirificè ad numerandum vtuntur.

A calculatoria locutiones, & paræmiæ.

De notaria, & Chironomica mox cum de numerorum notis, ac numeratione agemus. Addidere aliqui recētiores Rāddologiam, quam virgulariam possis appellare. De qua nos aliquid dicemus inferius, vbi de multiplicatione. Ibidē & de Logarithmis, &c.

Vnde dictus nnmerus? Numeraria ficta olim Dea.

III. Numerus à Numeria dictus ficta olim Dea numerorum, cuius sacerdotes retro versis vultibus offerebant, & post oblata munera retro pergebant; vt apud Bedam ait Augustinus. At Isidorus: *Numerus numero nomen dedit, & à sui frequentatione vocabulum indidit.*

Numerus à numno.

Numeri definitio.

Definitur numerus ab Euclide elem. l. 7. definit. 2. *ex vnitatibus composita multitudo*. A Martiano Capella l. 7. de nupt. Merc. & Philolog. *numerus est congregatio monadum, vel à monade veniens multitudo, atq; in monadem desinens.*

Numerorum species innumeræ.

IV. Numerorum formæ, seu species propemodum infinitæ. Numerus par, impar, pariter par, pariterimpar, primus, compositus, planus, solidus, siuè quadratus, cubus, proportionalis, perfectus, per se compositus, per se incompositus, inter se incompositi, cardinalis, ordinalis, dispersiuus, aduerbialis, ponderalis, & plures alij apud antiquiores authores, qui eorum numerorum definitiones, ac proprietates tradiderunt. Vide Euclidem l. 7, 8, 9 elem. & ib. Clau. Marianum Capellum, Boet. Bedam, Iordanum Nemorarium, F. Lucam, Henischium, Lazisium, &c. qui eorum miras affectiones tradunt.

Posteriores, ac semiprisci Authores exoticà barbarie infecti addiderunt: Vulgares, figuratos, Geometricos, Astronomicos, integros, fractos, abundantes, diminutos, denominatos, absolutos, trigònos, pētagònos, hexagònos, heptagònos. Hùc accedunt numeri algebratici, surdi, seu absurdi, cossici, radices ligatæ; tum binomiū, trinomium, quadrinomium, quadratum quadrati, relatū primum, quadratum cubi, relatum secundum, quadratū quadrati quadrati, cubus cubi, quadratū relati primi, relatum tertij, census, censuscensus, cubus census, census cubi, censuscensus census, siue zensizensus, zensicubus, zensizenzensus, cubicubus, surdesolidus, zensurdesolidus.

Lect. Heu! *nomina sunt ipso penè timenda sopno*, vt cecinit Naso. Tun' hæc monstra in me inuehis?

Auth. Rectè miraris, an potius indignaris? & ego pariter vnà tecum in eos, qui aliquam eius barbariæ cognitionem adepti nimium quantum sibi placent, atq; alios præ se temnunt. Sed satius fuerit ad vitandam inuidiam non mea, sed Io. Buteonus docti sanè authoris verba hic audire, qui sic: *Vtilitatem, & intelligentiam quadraturæ (cui vulgo ab Arabica voce*

Algebram obſcurarunt barbari præceptores.

nomen eſt Algebra) difficultas præcipua contitatur magis quidem tradentium vitio, quàm rei natura proueniens. Hi nam q; diſciplinarum methodon prorſus ignorantes verborum, atq; rerum latè vaganti barbarie ſic implicant, atq; perturbant omnia, vt nihil poſſit eſſe confuſius, vnde legẽtium ſenſus conglobatis veluti nebulis obumbrant, nihilq; prius ſtudioſis, quam deſperationem inducunt, & à quam pauciſsimis longo ſane, moleſtoque labore tandem intelliguntur. Et quod eſt omnino ridiculum hi etiam partim imperitia proponendi, partim oſtentatione variæ ſubtilitatis, prauoq; ſtudio rem obſcurandi, quæſtiones de mercaturis, numerata q; pecunia ſic ferè ſemper inſtituunt, vt earum ſolutio cadat in radices, vt ipſi vocant, ſurdas, atq; ligatas, pronicas, allellas, atq; relatas, radicumq; radices, & quæ radicantur ab illis. Sic ille non ſcientiæ, quæ mira eſt, ſed barbaris eius implicatoribus potius, quam explicatoribus meritò illudit.

Quid ſi characteres, quibus iſti vtuntur, videas? Necromanticos credas ad timorem puerulis incutiendum. At tu, mi Lector, caue deſperes prædicta facile ab te poſſe intelligi. Ego enim, ſi me ſeorſim conueneris, indicabo tibi Io. But. l. 3. logiſ. vnde facile, ac breui omnia percipias, barbaricis nominum, & characterum notis abactis. Ac ſcito interim Algebram nihil aliud re vera eſſe, quam ſcientiam quadraturæ in numeris. Cuius fundamenta Euclides noſter iam olim poſuit lib. 2 elemen. & lib. 9. propoſit. 8. vnica omnes radicum progreſſiones aperit. Quare Algebram non ab Arabibus inuentam, ſed propagatam occaſione mercimoniorum rectè dixeris.

Quid ſit Algebra. In lib. 2. elem. Euclid. fundamenta & origo Algebræ.

Sed hæc nihil nunc ad nos, qui ſolum de integrorum numerorum præcipuis operationibus ad vſum præſtantiorem Mathematicarum, in primis Aſtronomiæ, practicè, ac theoricè ſcribimus. Nec te fugiat, quod penè memoriam meã effugerat, apud poſteriores logiſtas ſæpe pro numerorum ſpeciebus poni *numerum digitum, numerum articulum, numerum compoſitum*, quos poſt ſequens mox caput neceſſum nobis erit explicare, vt præclara inde promantur.

Ante capitis finem addo à Beda: *Arithmetica proculdubio principium, matriſq; quodammodo ad cæteras ſcientias obtinet portionem. Cunctis enim prior eſt, qui ab hanc ille huius mundanæ molis Cõditor Deus primum habuit ſuæ ratiocinationis exemplar. ex hac cuncta conſtituit, hoc eſt, per numeros omnia elementa conſtituit, & ordinauit. Abraham primus inuenit numerũ apud Hebræos, deinde Moiſes: & Abraham traduxit iſtam ſcientiam numeri ad Ægyptios, & docuit eos, deinde Ioſephus.* Ab Iſidoro autem: *numeri diſciplinam apud Græcos primum Pytagoram nuncupant conſcripſiſſe; ac deinde à Nicomacho diffuſius eſſe diſpoſitam: quam apud latinos Apuleius, & deinde Boetius trãſtulerunt.*

Arithmeticæ præconia.

Falluntur polhiſtoricorum pleriq;, qui Arithmeticæ practicæ, ſiuè logiſticæ inuentionem ſemipriſcis Arabibus acceptam referunt. Nam eius præcepta, & vſum apud veteres Græcorum inuenias, licet per leuia, ſed certa tamen veſtigia. Archimedes in Pſammitide prodigioſo computationis arenæ numero coactus neceſſariam ſibi logiſticæ partem repetit ex eo libro, quem ſcripſerat ad Zeuxippũ. Eutocius in commentario ſuper Archimedis dimenſione circuli meminit neſcio cuius cognominati Magni Scriptoris in hoc genere. Ab Herone tibi ego veteris Græcorum Logiſtices exemplum proferam, cum de multiplicatione præcipiam.

Inuentio logiſticæ eſt nõ à ſemipriſcis Arabibus, ſed à longe antiquiſſimis.

Numerariæ notæ variæ apud varias Gentes, & coniecturæ de originibus earum.

CAP. III.

Numerariæ notæ olim pũcta.

NVmerorum notas apud Antiquos fuiſſe puncta, & breuiſſimas quarumdam linearum particulas Euclidis in 7, 8, 9 elem. lib. prodit exemplum.

Apud Græcos notæ Alphabeticę sũt & numerarię

Lect. Notum tamen eſt, ac etiam apud Grãmaticos patet vſurpaſſe Græcos, atq; etiam latinorum priſcos Alphabeti characteres pro notis numerorum.

Auth. Adde Grãmaticis antiquis & Bedam, qui eà de re. Nos interim non admodum vulgata prodemus. Ac vt ad puncta redeam, fuit non nemo, qui quemadmodum veteres arithmeticæ latinorum notæ à punctis prodierint in hæc verba philoſophatus eſt: *Numeri à punctis prius originem traxerunt, ſed quia erant adeo exilia, puncta ipſa aliquantulum producere cæperunt ad inſtar vocalis mediæ, ·, :, ⁘, ::, :·:, I. II. III. IIII. ſeaſi ita proceſsiſſent, vt vſq; ad nouẽ lineolis totidem vnumquemq; numerum notarẽt, moleſtam, & inconcinnam rationem fore ſuſpicati ſunt: ad compendia igitur animum verterunt, & pro quinario, ne quinq; lineas facerent, vna ſignata, reliquas quatuor per obliquam vnam à tergo ductam, L fecerunt. Mox vſui placuit, vt expeditior eſſet*

Pier. Valer.

Numeri ex punctis in lineas creuerunt.

Vnde forma notarum aliquarum Arithmeticarũ.

ſcri-

ſcribendi ratio, pro nota eâ V vocalem quintam ſtatuere, moxq; vſq; nouem vnitates eas addere, pro vt numerus quiſq; poſtulabat. Ad denarium cum veniſſent, quinq; duplicarunt, ita tamen, vt ſecundum inuerterent, & ſubijcerẽt priori, vnamque facerent notam per decuſſationem. Tribus his notis proceſſum eſt vſq; ad quadraginta, & nouem. Viſum eſt inde facere ad commoditatem, quam ex compendio aucupabantur, quinquaginta notandis, ſignum illud ex vna obliqua linea pro quatuor rectis, & quinta adalligata ſurrigere, vt ſtaret, quæ pendebat in latus, quæ ſtabat in planum dejceretur. Ita ex L notata ſunt quinquaginta. Venium mox ad centena, quæ per primam eius nominis literam intelligi voluere. Ad quingenta cum veniſſent, rectam lineam, quæ iacebat in quinquaginta, in ſemicirculum ad curuatam ſurrexere in hunc modum, ↄ, quam notam imperiti ſuperiori capiti coniunxere quartam Alphabeti literam arbitrati. Atq; hoc illud ſicilicum eſt, de quo facta mentio in millenarijs, quod à tergo quingentorum Ↄ *ita applicitum* Ↄ, *mille facit, & ita reliqua, vti ſupra dictum.*

Notæ Arithmeticæ vulgatæ ab Arabibus, Chaldæis, Phœnicibus.

Lect. Vulgatarum notarũ, quas ab Arabibus, ſiue à Chaldæis, ſiuè à Phœnicibus manaſſe aiũt vſus, ac formam iam expecto. Non expromis?

Præcepta noſtra Arithmetica non nuda, ſed ornata variè pro varijs lectorum ingenijs.

Auth. Lentius quæſo, nam mihi propoſitum eſt non ſtatim in nuda præcepta proſilire, quod multorum ſcriptorum eſt, ſed ea eruditionibus, ac theorijs ornata, & munita dare in hominum conſpectum, quorum varijs ingenijs proſpicere, atq; inſeruire prudentis eſt

Poſteriorum ergo, ac noſtrorum temporum Arithmeticæ notæ ſunt 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, quibus addo & omicron, o, (ſeu barbarè zifram, aut ẑerum) quòd quidem numeri ſignum nõ eſt, ſed notis numerarijs additum earum valorem adauget.

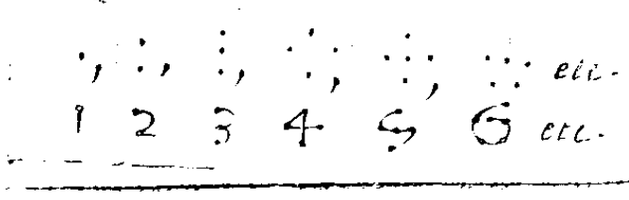
More chaldaico a dexterâ in ſiniſtram leguntur arithmeticæ notæ.

Miror hic aliquos, qui affectatè admodum conantur indicare eas notas à græci alphabeti corruptis characteribus eſſe deſcriptas. Sed eas Phœnicum inuentum eſſe vel id vnum prodit, quód earum ordo non more Græcorum à ſiniſtra in dexteram, ſed in ſiniſtram à dextera progreditur, vt Hebræis, Arabibus, Chaldæis, Phœnicibus legere, ac ſcribere moris eſt. Ac quis præterea tam lynceus, qui prouideat vel tenue veſtigium ſimilitudinis inter hæc ſigna?

α β γ δ ε ς ζ η ϑ
1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Conjectura de notis numerarijs variæ formæ à varia collocatione punctorum.

Lect. Si cuiq; ſic liberum, ac lubitam eſt conjectari, quin & mî liceat diuinare eas notas punctorum variè collocatorum eſſe propagines? en ſpecimen.



Auth. Saltem commentum hoc tuum haud procul abit à ſimilitudine aliqua notarum, & veri. Sed age progrediamur. Characteres numerorum iam tibi appoſui, quos digitos appellant, ſiue monadicos, accipe nunc articulorũ, & compoſitorum, ſiue mixtorum.

Articulorum, ſiue decadicorum notæ ſunt 10, 20, 30, 40, 50, &c. qui zerum primo loco habent additum; Mixtorum 11, 12, 13, 14, &c. Conſtant è monadicis, & decadicis. De zeri notâ nonnullis indoctè ſic aliquis: *Sola cifra ex arbitrio Arithmeticorum figuram ſuam adepta eſt, quæ habet notam circuli, vt denotet ſupra denarium numeros, vt circulum, in ſe ipſos recurrere, & ex 9 primis elementis, & ipſa denario compoſito conſtare omnem numerum quantuſcumq; ille fuerit, vt 11, 12, 13, & ſic deinceps. Quam ob cauſam non immerito & quartæ vocalis èadem nota eſt, quæ omnibus ſeruit affectibus. In Arithmetica verò inſtar puncti ſe habet. Vt enim punctum in Geometria expers eſt magnitudinis; ſic cifra expers eſt omnis numeri. Vtrumq; igitur coacernatum infinities nullam conſtituit magnitudinem, vel numerum.*

Cur circulus nota zifræ.

Ex primo denario omnes numeri.

In Arithmetica zerus vt punctum in Geometria.

Lect. Mirum ſanè inuentum, denis tantum notulis quãtumlibet maximam, immò & infinitam rerum multitudinem indicari, atq; exprimi. Quid? Quòd eoſdem characteres tam variè ſcriptione, ac linguâ etiã extra Europam nationes intelligũt, & licet ſingulæ dum eos legunt diuerſa ſonent, idem tamen omnes mẽte concipiunt.

Denis tantum notulis infinita multitudo rerũ exprimitur.

Auth. Hieroglyphicarum notarum inſtar habent. Vtinam ſimili aliqua formâ cætera omnia apud nos ſcriberentur. Quemadmodum apud Sinas audio inter cætera ſcriptorum genera hieroglyphicum etiam in vſu vigere, nec opus eſſe in vaſtis illis imperijs ſemel eiuſmodi euulgatam ſcriptionem verſionum multitudine, ac varietate deprauare.

Notæ Arithmeticæ vulgatæ ſunt hieroglyphicæ.

Nunc iam à numerorum characteribus ad eorum lectionem, & ſcriptionem vnà mecum déueni.



Recta numerarias notas legendi, ac numerum etiam auditum excribendi ratio ſancitur, & eruditis exemplis illuſtratur.

CAP. IV.

PVderet me ad tam ima deſcendere, niſi hæc tyronibus traderemus, quibus ab hac infimitate reconditarum, ac præſtantiſſimarum rerum in vniuerſa Mathematica celſiſſimus vertex aperitur.

Principio igitur, vt numerarios characteres ritè perlegas, eorum loca notato. Quorum ordo, de more Chaldęorum inuentorum, inuerſus nobis eſt, nempè à dextera in ſiniſtram, à minoribus ad maiores numeros, quaſi compoſitoria methodo aſcendentibus. Primus ergo locus, & prima figura, itemq; ſecunda, tertia, &c. cum à nobis appellabuntur, ordine retrogrado intellige à dextera incipiendo. Vltimus locus, atq; vltima figura erit quæ prima à ſiniſtra. Primus à dextera locus eſt vnitatum, ſecundus denarum, tertius centenarum, quartus millenarum, quintus denarum millenarum, ſextus centenarum millenarum, ſeptimus millenarum millenarum, ſiue millionum, ac deinceps. Nam quælibet figura in primo loco ſe ipſam ſimpliciter ſignat, eadem ſecundo loco ſe ipſam decies, tertio centies, quarto millies, &c. Schema vide in fine capitis.

Eadem figura pro loci varietate valorem variat.

Lect. Verè apparet in his locis, ac figuris numerarijs, quæ cum eædem ſint, dignitatem tamen, ac valorem demutant pro loci adeptione, vel cum zero coniunctione, apparet, inquam, verè dictum id eſſe, quod crebro in vſu inter homines eſt, & locum prouerbio fecit: *Honores mutant mores*, licet non externam, & naturalem hominis effigiem.

Morale.

Auth. Poſt eà, vt facilè propoſitum numerum quantumuis magnum rectè efferas, eius notas infernè interpoſitis virgulis in minora membra poſt tertiam quamq; notam diuidito, ac ſupernè ſupra ſeptimam figuram verſus ſiniſtram notam 1 ponito; tum deinceps, omiſſis ſemper quinis figuris, ſextam ſequentem nota 2 ſupranotato; atque ita progreditor, ſeu potius ad ſiniſtram retrogreditor à decimotertio loco ad decimum nonum locum, in eoq; poſitæ figuræ figuram 3 imponito, nec deſiſtito, donec te figurarum debita deficiant interualla vt hic.

Facillima admiuicula pro lectione arithmeticarum notarum.

3 2 1
7,697,432,329,089,562,436.

Vbi notabis figuras arithmeticas, quæ ſtatim poſt virgulas ſequuntur ſiniſtram verſus eundo, notare millenaria, figuras item, quæ ſtatim poſt virgulas paris numeri ſequuntur, & quæ ſuprascriptas habent notulas arithmeticas, indicare milliones, ſiue millenas millenarum, ac pro forma, ſeu valore notulæ ſuperſcriptæ toties iterandã eſſe vocem millionum, quot vnitates indicantur à notula; niſi quod prima vox in caſu primo, reliquæ in ſecundo ſunt efferendæ; ac etiam cum millena in caſu recto nominabis, milliones, ſi qui ſequentur, in caſu gignendi pronunciabis. ex. gr. ſuprapoſitus numerus ſic legetur. Septem milliones millionũ millionum, ſexcenta nonaginta ſeptem millia millionum millionum, quadringenti triginta duo milliones millionum, trecenta vigintinouem millia millionum, octoginta nouem milliones, quingenta ſexaginta duo millia, quadringenta triginta ſex.

Praxes lectionis arithmeticæ.

Breuius, ac melius: ſeptem milliones bis millionum, ſexcenta nonaginta ſeptem millia bis millionum, quadring. trig. duo milliones millionum, &c. Ne iteres tot genitiuos, primum pone in recto caſu, deinde reliquos omnes genitiuos indica per notã, verbi gratia, quinquies millionum, ſexies millionum, &c. vides legendo deſcendi à maximis ad minimos numeros reſolutoria methodo à ſiniſtra in dexteram, licet locorum, ac notarum ordo contráeat. Nobis hæc ratio diſtinctiſs. & expeditiſs. omnium aliarum viſa eſt; modo quis loca millenarum, & millionum, quæ indicaui, probe notarit. Græcos interim, ac latinos veterum arithmeticè legendi canones hic miſſos facimus, quia parum ad noſtrũ negotium faciunt.

Lect. Auſim ex hac tua tam facili lege legere vel innumerum illum numerum arenæ, quæ totam mundi ſphęram compleret ex admiranda illa perueſtigatione Archimedis, qui 46 figuras

Lectio prodigioſi numeri arenarum vniuerſum implẽtium apud Archimedem

7 6
continet, atq; hic eſt. 3,084,097,945,600,

5 4 3 2 1
000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000. Sic legitur. Tria millia ſepties millionum, octoginta quatuor milliones ſexies millionum; nonaginta ſeptem millia ſexies millionum: nongenti quadraginta quinq; milliones quinquies millionum, ſexcenta millia quinquies millionum.

Auth. Iam ex antedictis facilè definias quid ſit Arithmeticè rite legere, ac ſcribere, nempe numerum aliquem conuenienter ſuis locis, & elementis voce, vel ſtylo expromere. Ac quod attinet ad ſcriptionem, numerum quemlibet vel maximum, quem audias, vel legas conſuetis verbis prolatum, vt facile in notas arithmeticas

Quid ſit arithmeticè rite legere, & ſcribere.

Canones audiri numeri transferēdi in notas arithmeticas.

trasformes, ac scribas, attente notato primo singulas periodos, tum in singulis nomina numerorum, quæ proferuntur, sint ne monadica, an decadica, an centenaria, nulla habita ratione vocum, quæ milliones, aut millia sonant; itemq; aduertito sicubi audias, vel legas ordinem intercipi eorum locorum, exempli gratia, post prolatum numerum centenarium, si statim audias proferri monadicum, omisso decadico, tunc meminisse oportet ponendum esse zerum loco non prolati numeri. Itaq; quot nomina numerorum audieris, tot puncta, vel lineolas ex ordine à sinistra in dexteram notabis, quæ lineolæ loca numerorum indicabunt; mox eas lineolas virgulis distinctas per membra in arithmeticas notas transformabis pro nominibus numerarijs, quæ audies, vel leges.

Exemplum accipe in numero stadiorum, quo totius terræ soliditatem aiunt contineri. Si quis ergo apud te pronunciet, vel scripta ipse legas hæc nomina: *nonaginta octo milliones millionū, quadringenta sex millia millionum, trecenti sexaginta quatuor milliones, quadringenta sexaginta nouem millia, quadringenta nonaginta septem stadiorum*; hic quinq; membra, seu breues periodos vides, quibus in singulis, vt paullo ante præcepi, tres ad summum figuræ, seu nomina numeraria collocantur. Pro primo ergo membro, in quo duo tātum sunt nomina numerorum, duas tantum lineas notabis, pro reliquis membris, in quibus terna sunt numerorum nomina, ternas lineas describes, excepto tamen secundo membro, in quo vides à centenario numero *(quadringenta)* statim trāsiliri ad numerum monadicum *(sex)* omisso decadico intermedio; pro quo omisso tu zerum notabis.

Numerus stadiorum soliditatis terræ totius.

Itaq; numeraria ea nomina tibi quatuordecim lineolas dabunt, quas scelim memoriæ causa sic notabis, ac distingues:

11, 101, 111, 111, 111,

Easq; statim pro numerorū nominibus, ac locis in notas arithmeticas conuertes hac ratione:

2 1

98, 406, 364, 469, 497.

Quibus effertur ille numerorum, ac stadiorum cumulus, quem audisti, ac legisti.

Quod si eādem terræ soliditatem milliarijs, & breuiori numero metiri, ac proferre sic velis: *duo millia millionum, sexcenti sexaginta duo milliones, nongenta vndecim millia, sexaginta quinque*, notatis iuxta canones præscriptos lineolis, ac distinctis suas addes notas, vt hic vides.

1, 111, 111, 011.

1

2, 662, 911, 065.

Compendiosius egeris si vna tantum operà numerorum nomina vociferata, vel lecta suis locis, notisq; arithmeticis notaris, easq; comminutes in membra secueris.

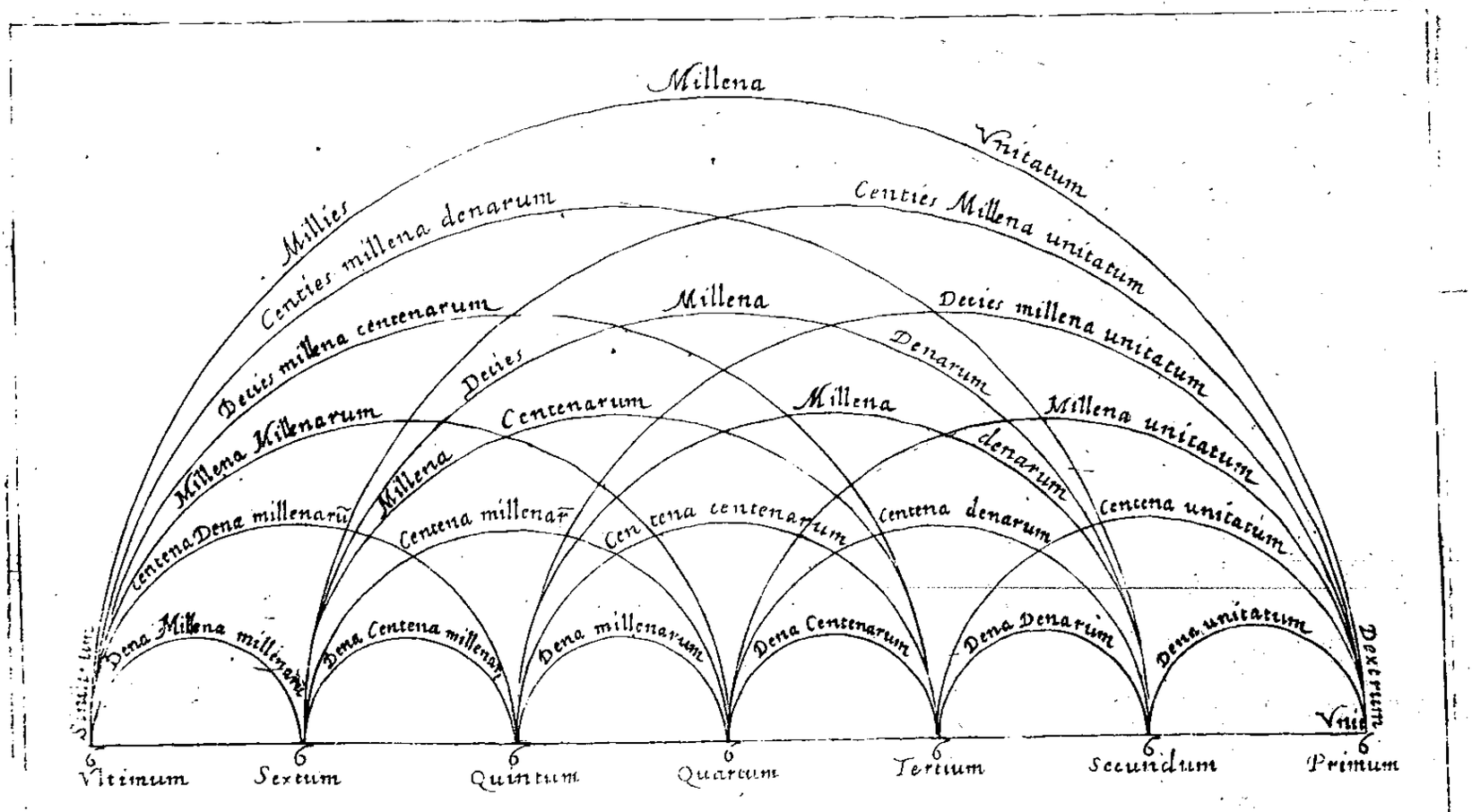
Cōpendium scribendo audito numero.

Sanè perincommodum est id, quod barbarus vsus obtinuit, vt numeri scribantur nullis distincti membris. Conueniat inter nos, mi Lector, vt cōtra rudem hanc ab imperitioribus acceptam cōsuetudinē obnitamur, nec vnquam in posterum numerum aliquem, qui millenarium excedat, scribamus, quin eum in sua membra, & quasi periodos interlocaris virgulis dispertiamur.

Percommoda partitio per virgulas in numerorum scriptionibus.

Lect. Ex vsu futurum est: age fiat. Sed memēto polliciti abs te schemmatis, quo aiebas futurum vt quasi aspectu prouiderentur & loca, & valores, & nomina figurarum arithmeticarum in vsum siue lectionis, siue scriptionis.

Auth. Non exciderat: sed præuertisti figuram iam iam apparanti. Eccam.



In

In qua figura vides notas arithmeticas, prout procedunt magis, ac magis versus loca sinistra semper ita crescere in valore, vt sequens ad sinistrum latus semper sit decupla immediatè antecedentis.

Lect. Facessere mihi videtur nonnihil negotij expressio in scriptis auditi numeri, cum interponendi sunt varijs locis plures zeri. Cum enim ij non exprimantur voce, vnde nam intelligi potest quando, aut vbi scribendi sint?

Auth. Dubitatio est animaduersione digna, quam nec attingunt, nec tollunt vulgati Logistæ, cùm tamen maximi sit momenti, & nisi in hac parte suppleamus omissiones Logistarum, errari facile, ac grauiter potest à tyronibus.

Auditi numeri scribēdi, cū intersūt zeri, difficultas ab Authore sublata.

Supposítis ergo ijs, quæ in antecedentibus dicta sunt de diuisione notarum, siue figurarum arithmeticarum tum voce, tum scripto expressarum, quæ diuisio facta à nobis est per terniones figurarum, adde hìc nunc primum ternionem à dextera dici posse simplicium, seu vnitatum, secundum ternionem millenarum, tertium millionum, quartum millenarum millionum, quintum millionum millionum, ac deinceps iuxta superius edicta. Cum ergo effertur voce aliquis numerus exscribendus, nota vbi nam qui pronuntiat deficiat ab ordine recto ternionum (quemadmodum superius dictum fuit notandum vbi loca figurarum omittātur) & in ternionibus vbi nam deficiat ab ordine figurarum. nam pro singulis omissis ternionibus in pronuntiando scribendi sunt terni zeri, sicut pro singulis omissis figuris in ternionibus sunt singuli zeri scribendi. Exemplum: sexaginta milliones millionum, quadringenti sex milliones, septem millia, & viginti. Audis, ac vides nominari, ac scribi terniones quartum, tertium, secundum, ac primum, quartus enim ternio, qui est millium millionum omissus est, ergo pro eo tres zeri erunt reponendi. In quinto ternione nominantur tantum denitates, ergo erit reponendus zerus pro tacitis vnitatibus. In tertio ponendus erit zerus pro omissis denitatibus. In secundo ternione pro tacitis centenarijs, & denitatibus duo zeri. In primo ternione pro tacitis cētenarijs, & vnitatibus duo zeri. Itaq; repositus numerus: *~~Septingenti~~ sexaginta milliones millionum, quadringenti sex milliones, septem millia, & viginti* scribitur sic.

60,000,406,007,020.

Iuxta hìc præcepta etiam maiores numeros exprimes.

Lect. Aut fallit me amor erga te, ac tua, aut nihil ad captum meum breuius, & expressius dici potuit.

Logisticæ Chironomiæ ad Arithmeticas operationes vsus. Eius artis pars etiam schematos appositis explicata, & insignibus veterum scriptorum locis firmata contra quorumdam in ea errores.

CAP. V.

Auth. IAm ad limen Arithmeticarum operationum ventum erat, nisi me tantisper numeraria manuum supputatio hìc moraretur. Quæ quidem à nobis breuiter explicanda est nō ad puerilem ostētationem, sed ob necessarium, & creberrimum eius vsum in singulis Logisticæ operationibus, ne nos aut fallat, aut fatiget memoria, cum aliquis illi numerus est commēdandus. Est hoc quasi cōmune quoddam adiumentum necessariò præmittendum, vt re ipsa, cum logisticè operaberis, experieris. Quid, quod præclarum hoc antiquæ supputationis monumentum vel sola eruditæ, ac iucundæ cognitionis, quam parit, vtilitate minimè negligendum est? sine quo reconditiora loca in sacris, & prophanis authoribus obscura latēt. Huc adde quorumdam (quo nomine appellem?) in opinando, & scribendo philautiam, qui neglectis fontibus, vnde syncera huiusce veteris Chironomiæ cognitio ad nos dimanauit, pro libito ipsi eam cō

tami-

taminarunt, euerterunt, aduersam prorsus antiquis scriptoribus effecerunt. Vt vel hoc vno nomine laudandæ, atq; vtilis operæ nos pretium facturos existimemus, si eam pristinæ suæ fidei, ac nitori restituamus. Idq; ita præstemus, vt nõ leues, ac fallaces ingenij nostri coniecturas (vt quidam fecerunt) ipsi sequamur, sed expressam eius doctrinæ tabellam, ac leges à Beda (siue quis alius eius libelli de antiquorum indigitatione antiquus author fuerit) qui prudens, ac sciens eas ab antiquitatis authographia transcripsit, exponamus.

Apud Bedam veteris chironomiæ ars.

Lect. Quid apologeticum agis? An Momum vereris? an potius animum mî excies tanquam ad rem necessariam? Doce quæ tuæ visum est prudentiæ, cui me doctrinis imbuendum penitus iam pridem permisi. Ego tuorum scriptorum non censorem, sed lectorem, ac discipulum me profiteor.

Auth. Cãdidus verè es, qui sic in alienis agis. Pauci hoc nostro æuo eius coloris homines. sed audi Bedam pro te, ac me: *Prolixius de tẽporum ratione (domino iuuante) dicturi, necessariũ duximus vtilissimam primo, promptissimamq; flexùs digitorum paucis præmonstrare solertiam, vt cum maximam cõputandi facilitatem dederimus, tum paratiore legentium ingenio ad inuestigandam, dilucidandamq; computando seriem temporum* (& numerorum) *veniamus.*

Neque enim contemnenda, parui ve pendenda est regula, cuius omnes penè sacræ expositores scripturæ, non minus quam literarum, figuras monstrantur amplexi.

Ex Beda quãti momẽti, ac vtilitatis sit Chironomia.

Definitur ergo à nobis Logistica hæc chironomia vt e tribus, quas initio huiusce Prog. proposuimus *sit ea species Arithmeticæ, seu potius logisticæ, quæ varijs digitorũ ad manus, & ad corporis artus, atque iuncturas inflexionibus, ac tactibus numeros indicat.* Artus, & iuncturas corporis, seu digitorum addidimus, quia (quod nescio cur recẽtiores nescio qui neglexerint, & eam artem tantum ad nouem millium numerum arctarint) vt videbis, antiqui manuum, ac digitorum ad varias corporis partes adpositione numerariam eam solertiam (vt appellat Beda) vsq; ad centena millia protulerunt.

Definitio Chironomiæ.

Non solũ digiti, sed & artus, & iunctura corporis ad Chironomiã spectant.

Duplex est logistica chironomia. Altera satis vulgata, & vulgaris, qua digito aliquo numerus aliquis infra denarium notatur, vt cum 1 læuæ manus pollice, 2 eiusdem indice, 6 pollice dextræ, ac deinceps vsq; ad denarium indicamus; articulis vero denarios numeros, veluti superiore articulo pollicis primum denarium, secũdum inferiore, atq; alios alijs exprimimus. Sed hæc vel pueris nota per manus computandi ratio vt ingenij expers, atq; industriæ à nobis omittitur. Tantum hìc eam commemoraui, vt videres ab eà prodijsse (quod olim tibi me pollicitum memini) nomina illa numerorum, quibus alij *numeri digiti*, alij *numeri articuli* à plerisq; logisticæ scriptoribus nominantur.

Duplex species Chironomiæ.

Altera vulgata.

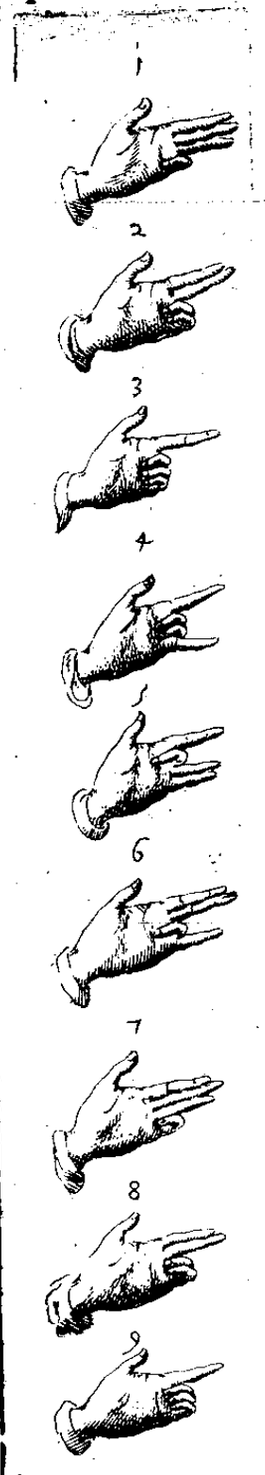
Numerus digitus, numerus articulus vnde?

Altera species arithmmeticæ chironomiæ, quam hic tibi aperiam, ingeniosa, & docta est, qua veteres olim vsi sunt, & quam vnus antiquorum Beda literis, & posteritati consignauit. Eam vt facilius percipias, verbis Bedæ habes à nobis appósita schemata in delineatis manibus, quas apud alios aliquos mẽdosas nos tibi ad Bedæ canones emendatas exponimus.

Altera minus vulgata, & antiqua.

Ac memento nominum, quæ singulis digitis vtriusq; manus attribuuntur. Primus pollex est, secũdus index, tertius medius, quartus anularis, quintus minimus. Iam Bedam audi.

Tabellæ inflexionum digitariarum ab Authore correctæ.



Primo fit indigitatio in læua manu tali modo.

Cum ergo dicis Vnum, minimum in læuà digitum inflectẽs, in medium palmæ artum infiges.

Cum duo, secundum à minimo flexum ibidem impones.

Cum tria, tertium similiter afflectes.

Cum quatuor, itidem minimum leuabis.

Cum quinque, secundum à minimo similiter eriges.

Cum sex, tertium nihilominus eleuabis, medio dumtaxat solo (qui medicus appellatur) in medio palmæ fixo.

Cum septem, minimum solũ, cæteris interim leuatis, super palmæ radicem pones. Iuxta quod —

— Cum dicis octo, medicum.

Cum nouem, medium e regione compones.

Canones veteris chironomiæ.

Nota lector, Bedã in sexti digitatione ab Isidoro discrepare, dum mediũ, & medicum eumdem digitum appellat. Isidoro medicus, & anularis idem sunt, ideſt, secundus à minimo. At medius inter digitos est 3 à minimo. Bedæ textum leuiter ad veritatem correxeris, si scripseris: *medico dumtaxat solo, &c.* deleta parenthesi. Item vbi de septenario, *iuxta quod*, repone: *iuxta quem*, scilicet digitum.

Discrepa Bedæ I doro.

Digitus medicus quis?

Bedæ locus ad veritatem castigatus.

Mendum in scripturæ Bedę sublatum.



Cum dicis decem, vnguem indicis in medio figes artu pollicis.

Cum viginti ſummitatem pollicis inter medios indicis, & medij artus immittes.

Cum triginta vngues indicis, & pollicis blando coniunges amplexu.

Cum quadraginta, interiora pollicis lateri, vel dorſo indicis ſuperduces, ambobus dumtaxat erectis.

Cũ quinquaginta, pollice exteriore arcu inſtar Græcæ literæ gamma Γ curuatum ad palmã inclinabis.

Cum ſexaginta, pollicem (vt ſupra) curuatum indice circumflexo diligenter à fronte præcinges.

Cũ ſeptuaginta, indicem (vt ſupra) circũflexũ pollice immiſſo ſuperimplebis, vngue dumtaxat illius erecto trans mediũ indicis artum.

Cum octoginta, Indicem (vt ſupra) circumflexum pollice in longum tenſo implebis, vngue videlicet illius in mediũ indicis artum infixo.

Cũ nonaginta indicis inflexi vngulam radici pollicis infiges.

Hactenus in ſiniſtra.

Quid apud antiquos gammare manũ.

Lect. An ex Bedæ locutione de 50. prodi-tur quid ſit apud antiquos *gammare manum, vel digitos?*

Auth. Laudo modeſtam interpretationem. Immodeſtię tamen ſignũ fuit *manum gammare*, ac pertinet ea articulatio potiùs quaſi ad 60, & ad 600.

Sed audi Bedam.

Secundo ſit indigitatio in dextera ſic.

Centũ vero in dextra quemadmodum decem in læua facies.

Hìc mihi tantiſper ſubſiſte, Lector.

Lect. Heus, quia nam? An Martiani Capellæ ingeniosè dictũ ex hac numeratoria digitorum micatione memoraturus es, cũ manibus Arithmeticæ, quæ ad Mercurij, & Philologiæ nuptias vna cum cæteris Artium liberalibus acceſſerat, Arithmeticæ manibus, inquam, digitos vermiculatos affinxit? legeram id olim, ac notaram.

Digiti Arithmeticæ vermiculati apud Martianum.

Auth. Rectè tu quidem, ſed ea non mihi huius eſt cauſa morulæ. Ne & tu cum viris alioqui doctis hìc labaris, conſiſtendum putaui ad hæc, quæ Beda nunc docet de centenarijs. Nam 'ali qui fuere, qui ſecuentes omnes canones de centenarijs, ac millenarijs, & cum ijs veterem omnem ſupputatoriam Chironomiã perturbarunt, & ſtudioſis eruditionis altiſſimas tenebras ad antiquorum authorum intelligentiam offuderunt.

Aiunt iſti centenarium numerum in dexterà notari ea indigitatione, quà in ſiniſtrà vnitas indicabitur; atq; ex ordine alios centenarios vſq; ad nongenta ijs formari digitorum flexionibus, quibus in læua vnitates vſq; ad nouenarium formabantur.

De millenarijs vero ita cenſent, vt quibus læua digitis numeros dabat denarios vſq; ad nongenta, ijſdem dextra millenos ad nouem vſq; millia conformet. Quæ omnia, & ſingula centenarum, ac millenarum capita e regione ſingulis Bedæ capitibus, ac præceptis aduerſantur. Iuxta eam (vt latinè loquar) hæreſim fallacis indigitationis, & computationis ijdem manus varia digitorum inflexione figuratas typis ediderunt. quas nos ad Bedæ canones reformauimus.

Error perturbantium veterem chironomiam, &c. & affirmantium in dextera centenarios reſpondere vnitatibus in ſiniſtrà.

Quorum quidem canonum de cẽtenarijs primus apertè præcipit, vt audiſti, centum in dextra, quemadmodum decem in læuà fieri. Quid ergo iſti affirmant centum notari à dextera, vt vnum à ſiniſtra? Qua veterum ſcriptorum authoritate, quorum antiquorum præcepto id ſic volunt? iam apud vnum Bedam ex antiquioribus eæ leges leguntur, & quidem contra deformatorum iſtorum confidentiam apertè ſancitæ. Quas vt verè ſanctas nemo, vt opinor, ſanus, ac ſapiẽs vnquam euerterit. Locũ Irenęi pro ſe nobis impingunt, ſed eum nos inferius haud ſtare ab illis demonſtrabimus. Quin potius illi contra ſe audiunt Bedam iterum alibi, dum ea Chriſti Domini verba interpretatur? *Qui reliquerit, &c. centuplum accipiet, &c.* vbi ſic confirmat: *poteſt ſanè hoc quod ait, accipiet centies tantum* (verba D. Matthei ſunt) *altius intelligi. Centenarius quippe numerus de lauà translatus in dexteram, licet eamdem in flexu digitorum videatur habere figuram, quam habuerat denarius in lauà, tamen quantitatis magnitudine ſurſum creſit.*

Locus Bedæ de cẽtenario in dextra pro denario in ſiniſtra.

Lect. Nihil apertius. Audiunt? centenarius in dextra eamdem habet digitorum inflexionem, quam in læua denarius; non quam vnitas, vt illi fingunt.

Auth. Ne mea Matheſis à morali ſe prorſus vtilitate abſtrahat, accipe quæ addit Beda: *Quia videlicet omnes, qui propter regnum Dei temporalia ſpreuerunt, & in hac vita perſecutionibus pleniſſima eiuſdem regni gaudium fide certa deguſtant, atq; in expectatione patriæ Cæleſtis, quæ ſignificatur in dextera, omnium electorum delectatione fruuntur.* Ad huiuſce centenarij experimentum, & præmium te hortor, o Lector; nam cætera ſine eo meræ nugæ ſunt. Vide & Caſſianum coll. 24. cap. 26. vbi de laboribus vitiorum

Morale documentum de centuplo, &c.

Locus crucis D. Hieronymi de centenario in dextera parte, denario in sinistra, &c.

In Ecclesiastes fructus trigesimus nuptiarum, sexagesimus viduitatis, centesimus virginitatis.

Hieroglyphica, & acuta significatio inflexionis digitorum pro 30 ad nuptias.

Inflexio digit. pro 60. quo symbolo ad viduas.

sinistris, & virtutum dexteris, ac suauibus, &c.

Sed Diuum Hieronymum Bedâ longe antiquiorem Bedæ indigitationi addicentē huc addamus. An & hunc non audient? Ille in Iouinianum l. 1. c. 1. dum Euangelicam parabolam interpretatur, quæ de semine est, quod alibi trigesimum, alibi sexagesimum, alibi centesimum fructum dedit; & in Ecclesiæ campo trigesimum nuptis, sexagesimum viduis, centesimum Virginibus attribuit, sic eloquitur: *Centesimus, & sexagesimus, & trigesimus fructus quamquam de vnâ terrâ, & de vnâ semente nascitur, tamen multum differt in numero. Triginta referuntur ad nuptias: nam ipsa digitorum coniunctio quasi molli osculo se complectens, & fœderans* (reuise, Lector, quæ superius è Beda de trigesimo numero in læuâ posuimus, vt acutissimè dicta hæc intelligas) *maritum pingit, & cōiugem, sexaginta ad viduas, eo quod in angustia, & tribulatione sint positæ, vnde & in superiore digito deprimuntur:* (quæ hic tenebræ! nisi tibi iam lux affulsisset è superius dictis. relege de indigitatione sexagesimi numeri in sinistra) *quantoq; maior est difficultas experta quondam voluptatis illecebris abstinere, tanto maius & præmium. Porro centesimus numerus (quæso diligenter, Lector, attende)* (Diuus Hieronymus te rogat) *à sinistra transfertur ad dexterā* (hìc telum contra aduersarios aduerte) *& ijsdem quidem digitis, sed non eàdem manu, quibus in læua manu nuptæ significātur, & viduæ, circulum faciens exprimit virginitatis coronam.*

Inflexio digit. pro 100 circularis est quasi corona Virginitatis.

At ij digiti, quibus in læua manu nuptæ significantur, & viduæ, ideſt quibus triginta, & sexaginta indicantur, sunt pollex, & index, qui & circulum faciunt; non autem est minimus, qui vnus ad læuæ volam depressus, & monadem tantum signat, & sic depressus iuxta Bedæ præcepta circulum non potest effingere. Quid ergo isti peruertunt hic omnia? Parce, Lector, supputatoriam Bedæ seriem abrumpenti. nā vt suis quæq; locis se se nobis ad manus offerunt argumenta; opportunum est in ipsa (& pro ipsà re) ea libare, ac vibrare.

Euidentia erroris eorum, qui centenarium in dextra volunt iuxta inflexionem vnitatis in sinistra.

Ex dictis nitet D. Petrus Chrysologus in ser. de 100 ouibus, vbi inter cætera: *nonagesimus numerus in sinistra latet, &c. vbi verò vnius perceperit augmentum, dexteræ transit ad palmam, centenarij numeri peruenit ad coronam.*

Locus D. Chrysologi illustratus.



Reliquæ partes antiquæ chironomiæ proponuntur, & ab erroribus recentiorum authoritate antiquorum vendicantur.

CAP. VI.

Lect. CEntum ergo in dextera quemadmodum in læua decem, aiebat Beda. Hic ego per compendium prouideo quid præcepturus sit de reliquis centenarijs, nempe vsq; ad nongenta sic digitos in dextera vel implicādos, vel explicandos, vt in læua fiebat vsque ad nonaginta, itaut e regione decadibus læuæ centenaria dexteræ congruant.

Auth. Recta præuolas. Sed tamen præstat bona fide Bedæ præcepta singulis numerorum capitibus consignata referre, & sicubi res nostra tulerit, contra euersores consistere. Post præce-

ptum de centenario in dextera in ſpeciem denarij in læua, perſequitur: *ducenta in dextera, quemadmodum viginti in læua.*

Trecenta vt triginta.

Quadringenta vt quadraginta.

Quingẽta vt quinquaginta.

Sexcenta in dexterà quemadmodum ſexaginta in læua.

Septingenta vt ſeptuaginta.

Octingenta vt octoginta.

Nonigenta vt nonaginta.

Nota in indigitatione 500. nobis etiam à Quintiliano, non ſolum à Beda, ſuggeri arma pro ea, quam tuemur, veritate, lib. 11 orat. inſtit. de formando geſtu. *Nam geſtum poculum poſcentis, aut verberaminantis, aut numerum quingentorum flexo pollice efficientis, &c.* eſt ne hìc vllus dubitationi, aut effugio locus?

Locus Quintiliani ex chironomiâ enodatus. Quintilianus pro noſtr. sẽtentia

Quingenta, inquit, (in dextera ſcilicet) flexo pollice efficiuntur; at quinque, non flexo pollice in læua, ſed tantum declinato digito medio notãtur; Quinquaginta vero in læua pollice flexo finguntur; ergo denarijs in læua, non vnitatibus, centenarij dextræ numeri adſonant, contra nouitiam errantũ Chironomiã.

Quam certi canones chironomici Bedæ.

Lect. Profecto nemo auſit aſſere hæc à Bedà fingi pro libito, cui tam apte accinunt antiquiſſimorum ante eum Authorũ tam apertæ ſentẽtiæ.

Locus Quintiliani ab ineruditis corruptus.

Auth. At exciderat mihi quorundam in eum Quintiliani locũ adeo rudis interpretatio, vt repulſione nõ dignãda videatur. Legunt illi *Quinquagintorum*, non *quingentorum geſtum, &c.* An id etiam ingerant iſti, quinquaginta fingi ſiniſtra, quæ manus ex præceptis oratorijs nunquam ſola geſtum facit? loquitur ergo ibi Quintilianus de dextera, in qua ea pollicis in literæ Γ, vt aiebat Beda, formam deflexio quingenta innuit. Horrent aures præterea monſtrum id verbi adeo procéri *quinquagintorum* apud Authorem accuratiſſimæ dictionis.

Error arbitrãtum articulatione in dextera millenarum ſimilem eſſe denarum in ſiniſtra.

Audi iam de millenis: *item mille in dextera quemadmodum vnum in læua.* Hic rurſum miſcent omnia, & vniuerſam millenarum ſeriem contra edicta Bedæ reuoluunt, ac volunt millenaria in dextera ijſdem indigitationibus effingi, quibus denaria in ſiniſtrà. Quid ſi Beda tam apertè contra eos non edixiſſet? Quid ſi Bedam e puro antiquitatis fonte haurientem antiquitas ipſa ſuis moribus, & authoritate non fulciret?

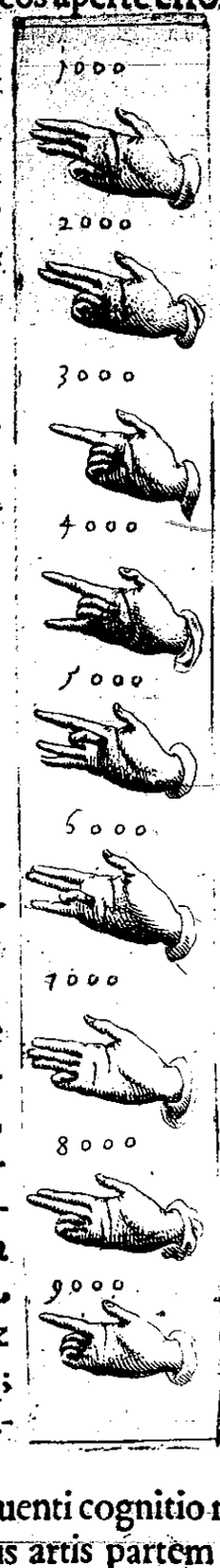


Apophtegma ſingulare explicatũ e chironomia.

An non Artaxerſis in hiſtoria proditum eſt Orõtem generum Regis, cum à ſocero indignatione quadam in ordinem redactus eſſet, dixiſſe ſolitum, *Principum animos perſimiles videri Arithmeticorum digitis? nam ſicut computando nunc myriaden digitorum geſtu conficiunt, nunc monadem, ſic quoq; qui à Regibus toti pendent modo valent plurimum, modo ab illo honoris gradu adimum deuoluti omnibus ſunt deriſui.*

Principum animi ſimiles arithmeticorũ digitis cur?

Detorqueant ſanè, atq; contaminent hunc, & alia paullo ante à me citata ex omni antiquitate authorum loca ij, qui antiquos ritus non ab antiquis accipiũt, ſed ſuo ſibi fingunt ingenio. Nam, vt verba cumulent, res tamen tam apertè à luculentis authoribus pronunciata eos apertè erroris coarguit, nec apud ſanos iudices, ac ſapientes inanibus ſuis interpretationibus quidquam, præter riſum, conſequentur. Hinc diſce quid ſit iuxta literę ſenſum in Iob. cap. 9. v. 3. *Si voluerit contendere cum eo, non reſpondebit ei vnum pro mille.* In ſiniſtra vnitatis articulatio reſpondet ſimillimæ articulationi in dexterà.



Locus ſacer apud Iobum è chironomiâ

Ergo *mille in dextera, vt vnum in læua.*

Duo millia vt duo.

Tria millia vt tria.

Quatuor mill. vt quatuor.

Quinq; mill. vt quinq;

Sex mill. vt ſex.

Septem mill. vt ſeptem.

Octo mill. vt octo.

Nouem (deniq;) mill. in dextera, quemadmodum nouem in læua.

Hìc recentiores antiquæ chironomiæ doctores deficiunt, & antiquos deſerunt, quaſi antiquorum prouidentia nequi erit, aut neſcierit indigitationes vltrà nouẽ millia variare. Cum tamen & in infinitum euariari poſſint, & ad ſpecimen ipſi veteres vſq; ad centena millia propagarint.

Vſus, ac iucunda veteris inuenti cognitio non patiuntur, vt hanc etiam eius artis partem hic omiſſam faciamus. Quæ ſic habet.

In reliqua parte corporis indigitatio, primo cum læua manu. Porro cum dicis decem millia læuam in medio pectoris ſupinam appones, digitis tantum ad collum erectis.

Chironomiâ veterũ etiam ad artus corporis.

10000

Cum

20000 *Cum viginti millia eandem pectori expansam latè superimpones.*

30000 *Cum triginta millia, eàdem pronà, sed erectà pollicem cartilagini medij pectoris immites.*

40000 *Cum quadraginta millia, eamdem in vmbilico erectam supinabis.*

50000 *Cum quinquaginta millia, eiusdem (scilicet læuæ) pronæ, sed erectæ pollicem vmbilico impones.*

60000 *Cum sexaginta milla, eàdē pronà femur læuum desuper comprehendes.*

70000 *Cum septuaginta millia, eamdem supinam femori superimpones.*

80000 *Cum octoginta millia, eamdem pronam fœmori superimpones.*

90000 *Cum nonaginta millia, aàdem lumbos apprehendes, pollice ad inguina verso.*

Hactenus in læua, nunc ad dexteram.

100000 *At vero cum Centum millia dicis dexteram manum in medio pectoris supinam appones, digitis tamen ad collum erectis.*

200000 *Cum ducenta millia, vt viginti millia in læua.*

300000 *Cum Trencēta millia, vt tringinta millia, &c.*

400000 & sic deinceps cum 400 000, 500 000, 600

500000, 000, 700 000, 800 000, 900 000,

&c. Denique *cum dicis centum millia* (corrige Lector, & scribe: *decies centena millia*: Scatet mendis Bedæ textus vitio librariorum) *hoc est centies centum.* (Corrige hìc etiam, & scribe vel: *decies centum millia, vel, millies millena.* Nam centies centum producit tantum decem millia. Patet magis mendum scriptionis è sequentibus) *millio neotericis dicta, ambas sibi manus, insertis inuicem digitis, implicabis.*

Bedæ locus correctus.

Nos ergo sex tibi ordines (quorum quatuor tantummodo alij) logisticæ Chironomiæ tradidimus. I est monadicus, qui solis tribus posterioribus læuæ digitis nunc depressis per vices vel ad palmàm, vel ad radices palmæ, nunc eleuatis peragitur, cui 4 ordo millenarū in dextera respondet. 2 est decadicus, qui solis læuæ pollice, ac indice variè inter se applicatis, vel complicatis conficitur: cui 3 centenarum in dextera congruit. 5 denarum millenarum. 6 centenarum millenarum, vt vidisti.

Sex ordines, & compēdia chironomiæ.

In monadicis vnitatis, ac septenarij, binionis, & octonarij; ternarij, & nouenarij indigitationes eædem prorsus inter se tibi videbuntur, nisi ad differentias palmæ, & radicis palmæ attenderis, & accuratè verba Bedæ in eo, & alijs ordinibus notaris, ac perceperis.

In monadicis distinguendæ aliquę inter se persimiles indigitationes.

Chironomica veterum arithmetica à nobis restaurata locus in Ireneo explicatur, & Plinij de Numæ statua eruditio chironomica euoluitur.

CAP. VII.

Lect. SAtis iam mihi supputatoriam chironomiam ad syncerā veterum fidem reuocasse, ac firmasse viderere, nisi aduersantium tibi, seu potius antiquis, firmamentum, vt illi arbitrantur, validum obstaret. Nam memini me apud eorum aliquem legere nescio quæ Irenæi verba Scriptoris antiquissimi, quibus illi suam effulciebant sententiam. Sed quoniam id temporis cum ea legi nec tam aptā, vt abstinūc, eius artis cognitionem indeptus eram, nec tam opportuni vsus, quàm tu facis, eam esse arbitrabar, non admodum attentè peruidi quanti ea ponderis esset auctoritas.

Athu. Nec fuit operæ, vt id peruideres. Nā mox videbis nihil quidquam in eo Irenæi loco pro aduersarijs esse momenti. Accipe verba græci textus fidei proxima l. 1 in OEoniſtas, qui Pythagoricis numeris omnia implicabant: *Ex quo etiam effici, vt ipsi* (ideſt Oeoniſtæ) *nonagenarij noni locum, hoc est defectum, sinistræ manus typum per cognitionem fugiant, vnum autem consentur. Quod quidem si ad nonaginta nouem accesserit, ad dexteram eos manum transfert &c.* Quid hic ædificant in vacuo? Liquidissima eius loci hæc est sententia, quatenus ad indigitationem nunc attinet. Si vnum ad nonaginta nouem accedat, numerum efficit centenarium, cuius indigitatio fit iam in dextera; quemadmodum vnitatis, nouenarij, nonagenarij fiebat in læua. Ergon' hinc efficitur vt indigitatio centenarij in dexterà fiat eàdem forma, quà vnius in læua? Huius illationis nullum profecto vestigium est in verbis Irenæi. Qui de translatione à læua in dexteram, non de formis indigitationum ad eos numeros, quos ibi memorat, verba facit.

Locus Irenæi pro nobis eluciatus.

Vnitas ergo si ad nonaginta nouem accesserit, ad dexteram transfert conficiendo centenarium numerū, qui iam in dextera eo digitorum flexu signatur, non quo vnitas in læua, vt neoterici fingunt, sed quo denarius, vt & Beda præcepit, & veterum allatæ auctoritates euicerunt. Cætera quæ apponere conantur, cùm nullius sint pōderis, facile abste, qui sapiens, ac prudens Lector es diflabuntur, in ea si quando incideris; ne nos huc plura, quàm necesse est, congeramus.

Age

Iani ſtatua digitis arithmeticè inflexis.

Age nunc præbe ſpecimen, quæ à nobis de veterum Chironomià explicata, & reformata ſunt abs te probe intellecta eſſe. En tibi à Plinio l. 24 Nat. hiſtor. cap. 7. luculenta occaſio, dum ibi affirmat Ianum dicatum à Numa Pompilio ita figuratis digitis expreſſum, vt 335 dierum nota, per ſignificationem, annui temporis, ac æui ſe Deum oſtenderet. Quæ igitur ea digitorum figuratio fuit?

Ea digitorum inflexio in Iani ſtatua non explicata à Plinio ex chironomia prædoctà enodatur.

Lect. Ex vera Bedæ, quam propugnaſti chironomia, numerus Trecentorum in dextera ita formatus erat, vt vngues indicis, & pollicis blando iungerentur amplexu; ſecundus numerus .i. Triginta, in læua eorundem digitorum eàdem prorſus adflexione fingebatur; primum deniq; numerum, ideſt Quinarium dabat in eàdem læua medius digitus ad palmam deflexus.

Auth. Expreſſiſti: ſtatuæ manus videris vidiſſe: gratulor tam facilè, ac probè aſſequenti quæ tibi ſcribo: gaudeo labores meos haud irritos.

Veterum prudentia in vſu, ac diſtributione digitorum pro numeris.

Aduerte Veterum in chironomica ſupputatione prudentiam, qui vtriuſque manus digitos ita in numerorum indigitationem diſtribuerunt, vt dum alij vel monadicis, vel millenarijs indicandis occupabantur, vacarent qui vel decadicos, vel centenarios in alterutrà manu, ſi opus foret, eodem momento effingerent. Sic vides in læua Iani, dum indicem, ac pollicem (qui variè inter ſe applicati vel decadas in læuà, vel centenaria in dexterà notant) flectit ad Trigeſimum, ſimul & medium ad Quinarium demitti.

Quare vtraq; manu poteris, cum vſus poſtulabit, monadas, decadas, centenarà, & millenaria eodem momento conformare.

Ex Arithmetica Chironomia deducitur arcana Chirologia. Tum nodus Gordianus in Martiano ſoluitur, & Senecæ lux affertur.

CAP. VIII.

Chironomia chirologia à Græcis ad latinos ab Authore tradueta, & vſibus ampliata.

ABſoluta Chironomia logiſtica, de Chirologia, ſeu per numeros loquela, & ſcriptione breue addo, ſed eruditum, & ciuili vitæ aliquando perutile corollarium, quo vel cum amicis tacitè colloqui, vel in periculo conſtitutis facile poſſis occurrere. Quod Beda in græco Alphabetico ſatis implicatè, ac parum ad vſum latinorum præſtitit, nos in latino docebimus; & ſolius ſiniſtræ manus ope, ac numeris vtemur, cũ ille vtriuſq; manus opera indigeat. Quod ille ſolà locutione, nos etiam ſcriptione perficiemus, & nouam Chirographiam chirologiæ addemus.

Sic ergo ſingulis latinis literis Abecedarijs ſingulos numeros, & ex ordine ſubſcribito:

a b c d e f g h i k l m n o p q r ſ t u x y z
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23

Exemplũ chironomicę chirologiæ.

Ac memoriæ infigito quæ cuiq; literæ numeraria nota reſpondeat. Si quid amico, qui eãdem norit artem, prodere velis, etiam adſtantibus alijs, nec arcanum alloquium aduertentibus, leuę digitis finge numeros ex legibus ſupputatoriæ chironomiæ, numeros, inquam, qui literas illas indicent, quas verba poſcent animum tuum interpretantia. ex. gr. moniturus amicum hoc gemino verbo, *ne fide*, quoniam literis n 13, e 5, f 6, i 9, d 4, e 5 numeri attribuuntur; finge læua pro n 13, ideſt decem & tria, ideſt primo decem, vnguem indicis in medio figens artu pollicis, ſecundo tria tribus digitis ad palmam deflexis, exceptis pollice, ac indice; pro e, ideſt 5, medium dumtaxat digitum deflectes; pro f, ideſt 6, ſolum anularem depones; pro i, ideſt 9, tres læuæ digitos, exceptis pollice, & indice, depones, non, vt paullo ante, ad medium palmæ, ſed ad radices eiuſdem palmæ; pro d, ideſt 4, anularem, & medium ad palmæ mediũ deijce; deniq; rurſus pro e, ideſt 5, vt nuper feciſti. Quibus læuæ ſolius (quoniam latinæ omnes abecedariæ literæ numeros decadicos non excedunt) indigitationibus tacitè apud conſcium locutus es.

Ex hiſce abſolues nodum plane Gordianum apud Martianum lib. 7 de nuptijs Philologiæ, ac Mercurij, vbi inducit Arithmeticã prodeuntem in cõſpectum plurium deorum aſſidẽtium. Verba Autoris ſunt: *Digiti Virginis* (.i. Arithmeticæ) *recurſantes, & quadam incomprehenſæ mobilitatis ſcaturigine vermiculati. Quæ mox ingreſſa ſeptingentos decem, & ſeptem numeros complicatis in eos digitis Iouem ſalutabunda ſurrexit. Tum Philoſophia, vt Tritonidem propter adſtabat, quid numero tali Arithmetica intuliſſet inquirit. Cui Pallas proprio, inquit, Iouem nomine ſalutauit.*

Arithmetica Iouem ſalutat digitis chirologicè complicatis.

Lect. Quis OEdipus huic ænigmati?

Auth. Profecto nullus, quem viderim vulgatorum Authorum. Multa hìc poſſem diuinare, ſed meis tanquam peioribus omiſſis, affero vnicam, & inſignem interpretationem P. Ricardij Eſij mei olim in Græcis literis præceptoris. Quam eius viri eruditiſſimi interpretationẽ ſi quis forte minus adprobarit, profecto meliorem, opinor, non afferet. Memineris ergo, mi Lector, abecedarios characteres Græcorum ſtare pro notis Arithmeticis. Dum Arithmetica dicitur Iouem ſalutaſſe complicatis digitis in ſeptingentos decem,

Quos numeros Arithmetica digitis expreſſerit.

cem, & ſeptem numeros, eum numerũ expreſſit ex hactenus à nobis explicata Chironomia arithmetica; nempè in dextera vt ſeptingenta ſignaret, indicem circumflexum pollice immiſſo ſuperimpleuit, &c. deinde in læua finxit decem, vngue indicis in medio artu pollicis fixo. Poſtremo in eàdem læua expreſſit ſeptem minimo ſolũ (cæteris digitis leuatis) ſuper palmæ radicem poſito. Vide figuras manuum Arithmeticarum in antecedentibus.

Quæ literę indicatæ digitis numerarijs Arithmeticę ſoluem ſalutantes.

Lect. At quas literas græcas ijs indigitationibus expreſſit, quibus Iouem ſalutaſſe Arithmetica dicatur?

Auth. Nempè has excitato Patre Ricardo: ζεῦ, τὲ pro σε, doricè, ideſt: Iupiter, te; ſcilicet, faluto. En tibi, mi Lector, tabellã exhibeo, in qua ſuæ literis græcis numerariæ notæ reſpondent, è quarum additione ſumma numeri, quam Martianus innuit, proditur.

ζ			7
ε			5
υ	4	0	0
τ	3	0	0
ε			5
	7	1	7

Lect. Sane haud ſcio an in vniuerſa veterum Authorum polyhiſtoria ſit locus huic eruditione, atq; obſcuritate par. nec arbitror aptiorem ei interpretationem afferri poſſe hac tui doctiſſimi Eſij.

Scriptio arcanae notis arithmeticis pro literis abecedarijs.

Auth. Similem eruditione, non obſcuritate, locum habes inferius explicatum progym. 2. c. 2 in Heliodoro. Sed reuertor ad inſtitutam, immo & ad abſolutam iam artem Chirologiæ. Quam per digitos locutionem ſi malis in ſcriptionem vertere, atque amico numeros pro literis tranſmittere, ſic ſcribe allatum exemplum 135 6945, ideſt: *ne fide*; & plura alia ex numerario alphabeto, quod & numeros pro literis tranſcribendos, ac mittẽdos dabit, & miſſos interpretabitur. Tãtum notabis, ſi quando in ſcriptione numeraria zerum videris, eum per ſe nullam, ſed tantum vnà cum proximè antecedenti nota numeraria ſignificare aliquam literam, eamque, cuius rarus admodum apud latinos vſus eſt, ideſt K.

Cautiones in ſcriptione numerorũ pro literis abecedarijs.

Illud etiam prudenter factum erit, vt plura verba numerorum notis velata traſcripturus, numeros aliquando virgulis, vel alio quopia ſigno diuidas, vt qui numeros in literas trasferet, ſuas in ſingula verba literas facile diſtribuat, atque intelligat. Nec illud omittito, quod eſt decadicos, qui binis notis vnicam tantum literam indicant (ne binos numeros pro binis literis accipias) ita ſigno aliquo iũgere, vt ſignifices duobus numeris vnam tantum literam reſpondente ſignari, v.g. in allato exemplo, iunge ſic 13 notas, quibus binis vnica litera, n, proditur.

Arcana hieroglyphica chirographia.

Vin' occultiſſimam denique, ac planè hieroglyphicam ſcribẽdi rationem chirographicam? læuas aliquot manus pictas arcani conſcio amico traſmitte, manus, inquam, varia digitorum inflexione formatas pro numerorum varietate, quibus variæ literæ Alphabeticæ notentur animi tui ſenſa prodentes. Sic amicum propoſito nuper exemplo moniturus: *ne fide*, ſeptem effigies læuæ manus inflexis, vt ibi docui, digitis, pro epiſtola mittito. Nouum plane genus literas ſcribendi, quo, nõ literæ, ſed ſcribentis manus mittuntur.

Sed iam ſupremam manum impono manibus Arithmeticis, atq; appono locum è Seneca, cui ex hactenus à me prolatis de digitarià Veterum Arithmeticà lux affulget, dum ille epiſt. 88 affirmat: *docet Arithmetica auaritiæ commodare digitos.*



PROGYMNASMA SECVNDVM

De Additione, & Subtractione analyticis, earum præstantia præ vulgatis compositorijs. De earum, atq; adeo de logisticarum operationum theorijs, ac demonstrationibus. Vsus earumdem varij, atq; eruditi. Gryphi euoluti. Numeri plures imminuti, eamdem tamen summam semper conficientes &c.

Additio in primis resolutoria, seu analytica docetur, ac circa additionem notanda.

CAP. I.

Lect. HAbeo gratiam, quod digitos mihi & Arithmeticos, & loquaces effeceris. non comittam, vt cum primū res postularit, mutam hāc logisticam eloquentiam non vsurpem.

Auth. Iam iam Chironomiæ supputatoriæ vsum occasio tibi offeret in prima, quam mox docebo, Logisticæ operatione. Quarum quidem logisticarum operationum quatuor omnino summa genera, quasi quatuor prima, & simplicia elementa, numerantur *additio, subtractio, multiplicatio, diuisio*. E quibus deinde variè inter se mixtis plurimæ aliæ Arithmeticæ actiones conficiuntur. In singulis harum simplicibus illud Platonicum quæri potest. *An à principijs, an vero ad principia sit progrediendum?* hoc est, sit ne analytica, seu resolutoria, an potius compositaria methodo procedendum? sanè logistica, quæ Arithmetica est practica, vt reliquæ practicarū, resolutoriā postularet. Nos vt inanem hìc quæstionem definiamus, & vtramque eius partem componamus, in singulis simplicium Logisticæ operationum vtramque, resolutoriam .s., & cōpositariam methodum exercebimus. Atque in primis resolutoriam minus apud alios vsitatam vsurpabimus non tam vt, præter alia plurima, habeant Critici in nostris hisce Logisticis praxibus, ac theorijs aliquid noui, quod discāt, quàm vt adiumento simus logisticis ijdem praxibus, ac theorijs, vt videbis in singulis operationibus Additione, Subtractione, Multiplicatione, ac partim in Diuisione; in quibus resolutoria methodus facilitatem, probationes, ac alia commoda præstabit. Hortor te vt primum hoc elementum, ideſt additionem probissimè addiscas; solum enim hoc sufficere potest etiam ad prodigiosorum numerorum multiplicationes, & ad tabulas quadratorum, & cubicorum numerorum conficiendas, atq; ad alia plura, quæ inferius docebimus per solam additionem perficere. Vide ibi suis locis. Pluribus verbis nam est opus: veniamus ad opus.

Additio (vt Clauius ex Buteòne verbatim describit) *est duorum, pluriumue numerorū in vnam summam collectio.* Addo ego ad geometricam intelligentiam: *vt datis, & cognitis partibus omnibus, totum etiam cognoscatur.* Maurolyc. Arithmet. l. 1. in definitionibus: *Quantitas cum quantitate cōiungi dicitur cum sumitur earum aggregatum.*

I Numeri addendi sic collocentur, vt eiusdem valoris loca, & notæ sibi congruant per lineam perpendicularem descēdendo, ideſt monadici sub monadicis, decadici sub decadicis, & centenarij sub centenarijs, millenarij sub millenarijs, &c. vt in exemplo A.

a prima elementa logisticarum operationum.

Adiumēta nobis à resolutoria operatione in Arithmeticis &c.

Singulares vtilitates apud nos ab Additione Arithmetica.

Quid sit Additio.

Collocatio, & ordo numerorum addendorum.

A
1656
1123
432
751

Methodus resolutoriæ additionis.

II. Subducta linea, ſupputationem aggrediere, ſi lubet, methodo minus vſitatà, ideſt reſolutoria, ſcilicet addendo inter ſe binos primo maximos numeros, ideſt millenarios, & ſummam ſub linea directè collocãdo, deinde centenarios, &c. vſque ad monadicos, ſiue vnitates. Qui quidem operationis ordo à ſiniſtra in dexteram magis mihi probatur, quam compoſitorius à dextera in ſiniſtram, quia tyronibus, quibus hæc ſcribimus, minus videtur inſolens, quippe qui conſuetæ latinæ ſcriptioni à ſiniſtra verſus dexterã cõgruat. Præterea minus memoriam fatigat (præter alia commoda, de quibus inferius) cùm in eo nullus numerus memoria retinendus ſit, ſed quotlibet in additione figuræ ſuperfuerint, eæ ſimplici ordine ſubſcribendæ veniant, vt mox docebo. Nam —

Reſolutoriæ Additionis commoda.

Numerus proueniens ex additione ſi plurium ſit figurarũ, quo ordine ſubſcribendus.

— III Si in ſingulis (vel aliquo) numerorum ordinibus dum fit eorum additio, proueniat aliquis numerus duabus, vel pluribus figuris ſubductæ lineæ ſubſcribẽdus, totus integer ſubſcribatur, ita vt prima figura (quæ .ſ. ex ordine à dextera in ſiniſtram ſignatur) directè collocetur ſub ordine figurarum proximè additarum, ſecunda notetur in loco anteriori, &c. vt in propoſito exemplo A.

A
1656
1123
432
α 751
2852
β 1 1 1
3962

Praxis reſolutoriæ additionis.

Incipio à millenarjs, & addendo dico 1, & 1 conficiunt 2, quæ ſubductæ lineæ directè ſubſcribo; deinde progredior ad ſecundũ ordinem centenarum, vel deſcendendo, vel aſcendendo dico 7, & 4 cõficiũt 11, addo 1 fiunt 12, addo 6 fiunt 18, quas notas iuxta 3 præceptum ſic ſubſcribo, vt 8 ſit ſub centenario 7, qui eſt ſupra lineam, α, & 1 ſub 2 millenario numero, qui eſt ſub linea α. Deinde ad decadas ſic: 5, & 3 faciunt 8, addo 2 faciunt 10, addo 5 faciũt 15, quas notas ſub linea α ſubſcribo, & quidẽ 5 directè ſub decade 5, & 1 ſub 8, &c. Deniq; ad monadicos numeros: 1, & 2 faciunt 3, addo 3 faciunt 6, addo 6 faciunt 12, quæ ordinatè ſubſcribo, &c.

IV. Rurſus addo inter ſe numeros lineæ α ſubſcriptos (per eãdem methodum analyticam, ſiuè per vſitatam compoſitoriam, de qua mox) ac denique pono ſub alia linea β, ſingulis figuris collocatis pro locis ſingulis, ac prodit tota ſumma numerorum additorum, quæ eſt 3962.

Praxis cõpoſitoriæ Additionis.

Secundus ordo additionis vulgatus, ac vulgaris eſt compoſitorius, quo contrariè reſolutorio ſic progredior iuxta exemplum B.

B
1656
1123
432
751
3962

Incipio à monadicis: ipſi 1 addo 2 fiunt 3, addo 3 fiunt 6, addo 6 fiunt 12. Hìc iam ſubſcribo monadicis priorem tantum figuram, ideſt 2, & mente recondo 1, ſeu potius, ne memoria me fallat, iuxta leges Chironomiæ ſupputatoriæ, leua manu in flexo digito minimo ad palmam noto mihi 1. Deinde ad decadas: ipſi 5 addo 3 fiunt 8, addo 2 fiunt 10, addo 5 fiunt 15, quibus addo vnitatẽ ex monadicis repoſitã mihi in læuæ minimo, & fiũt 16; ſubſcribo decadicis 6, & in læua deflexo ad palmã minimo conſigno 1. Quam vnitatem ſi tibi ad finem vſq; additionis centenarum nolis ſeponere, ſtatim dic: reliquum fuit 1, cui addo 7 fiunt 8, addo 4 fiunt 12, addo 1, fiunt 13, addo 6, fiunt 19: ſubſcribo ſub lineà, & ſub centenarijs 9; reliqua eſt vnitas, cui è millenarijs addo 1, & 1, & fiunt 3 ſub millenarijs ſcribenda, & prodit èadem ſũma 3962. Cuius numeri exemplum ab eruditis hìc ponere libuit, quia notat totum æuum ab orbe condito vſq; ad Chriſti Domini diem natalem. Quod æuum in quatuor partes diuiſum eſt: prima pars ab orbe cõdito ad diluuium eſt annorum 1656; ſecunda à diluuio ad captam Troiam 1123; tertia à Troiæ incendio ad Vrbem Romam conditam 432; quarta ab Vrbe condita ad Chriſtum Natum 751.

Chironomiæ vſurpatio.

Notandũ 1, cum ex additione figurarum vltimi loci, ſcilicet verſus ſiniſtram procreatur numerus, qui pluribus, quam vnà, figuris eſt ſcribendus, nihil eſt retinendum memorià, vel Chironomià, ſed omnes illæ figuræ ſcribẽdæ ſunt ex ordine ſub linea, quia numerus tunc nullus ſequitur, cui addendæ ſunt. Verbigratia, ſi in propoſito exemplo nulla eſſent millenaria, numerus 19. qui conficitur ex additione figurarum tertij loci, hoc eſt ex centenarijs, ſubſcribendus eſſet vt in C.

Notanda circa Additionem.

C
656
123
432
751
1962

Quid agendū cum series addendorum lōgiores sunt.

Not. 2. Si fuerint aliquando addendorum numerorum series lōgiores, satius fuerit eas in plures partes diuidi, tum summas singularum partium in vnam addi, vt in exemplo D.

D

9279
389
479
10147
599
689
779
2067
899
989
679
2567
299
189
97
96
681

Summa summarum —— 15462.

Not. 3. Etiam sine partitione in plures partes numeri addēdi, si lubeat, numeros, qui cōficiuntur ex additione vnius cuiuscunque ordinis, etiam plurium figurarum, expresse supponantur omnes eo ordine, quem in methodo analytica docui, & primæ additioni addatur secunda, quæ vnica linea dabit vltimam summam, vt in exemplo E habes.

9279
389
479
599
689
779
899
989
679
299
189
97
96

112
105
53
9

Vel ana lyticè { 9352 / 501 / 11 / 15462

15462 summa vltima.

Hìc in additione primarum figurarum à dextrà colliguntur, & expresse subscribuntur 112; ex additione decadum fiunt 105; ex additione centenarum fiunt 53; ex millenis 9; seruato ordine in subscribendis figuris antea tradito. Rursum hæ figuræ subscriptæ adduntur & ipsæ in vltimam summam 15462.

Hinc vides operationem methodi resolutoriæ maximo esse vsui grandiores numeros tractantibus; atque etiam longè certiorem operatione vulgatà compositorià, quia resolutoria operatio in collectione illa duplici, & confectione duarū summarum minus errori obnoxia est. Vide theorias circa subtractionem, de qua inferius suo loco.

Resolutoriæ Additionis cōmodum pro grandioribus numeris.

Probationes additionis ex antecedentibus, item theoriæ. Mox paradoxa circa ordinem collocationis figurarum Arithmeticarum ad additionem.

CAP. II.

Probationes per abiectionem numerorum aliquorū fallaces sunt.

QVod attinet ad probationem iam factæ additionis, quæ probatio, seu examen fieri ab alijs consueuit per abiectiones nouenarij, septenarij, siue alterius cuiuscumq; numeri; nos quia eæ probationes & fallaces, & vulgatæ sunt, ijs omissis, non vulgatas ingenioſas, ac certiores aliquas afferamus non solum pro additione, sed etiam pro reliquis operationibus elementorum Logisticorum. In primis autem, vt videas, præter alios vsus, etiam vsum, quem habent methodi vtraque resolutoria, & compositoria, quas in singulis logisticis operationibus ponemus, en hic nunc habes qui examines, atque explores factam abs te quamcumque numerorum additionem, vtràq; methodo eandem exercendo. Nā si eadem summa tibi analyticè addenti etiam compositoriè redierit, apparebit benè te operatum. non enim facilè fieri potest, vt subsit error,

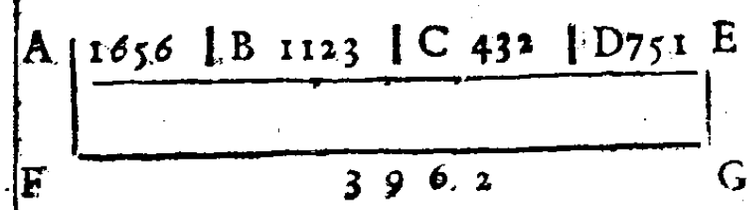
Probationes Additionis, & aliarum operationū Arithmeticarum ab vsu vtriusque methodi resolutoriæ, & cōpositoriæ.

quem

quem non altera saltem oppositarum methodus tibi prodat.

Additionis demonstratio, ac theoria.

Huiusce primæ logisticæ operationis, siue problematis demonstrationẽ vide apud Maurolyc. lib. 1 Arith. par. 2, propos. 6. Accipe & sequẽtem theoricen. In addit. arithmetica nihil aliud quæritur quam ex habita partium cognitione totum etiam cognoscere, ac nominare, quod illis æquale fiet. Nititur illis axiomatis: *Totum est æquale suis omnibus partibus. Cognitis, & cõpositis partibus omnibus, totum datur, & cognoscitur.* Vide hic etiã geometricè allatũ superius exemplum in annis ab orbe condito ad Christum natum.



Nam sint quatuor lineæ minores, seu partes, prima AB 1050 ab orbe condito vsq; ad diluuium; secũda BC 123 à diluuio ad incẽdiũ Troiæ; tertia CD 432 à Troiæ incendio ad Vrbem conditam; quarta DE 751 ab Vrbe condita ad Christum natum. Hæ partes in directum sibi additæ in vnam coalescent totam lineam FG summæ 3962, quæ non potest non esse omnibus illis partibus æqualis cognita. Est enim eadem longitudo in superiori AE quadripartita, in inferiori FG indiuisa. Atque vt ij quatuor numeri, seu partes facile in vnam summam, & totum coalescãt, logistica hæc operatio dat cõpendium, & adiumentum, ita eos numeros perpendiculariter disponendo, vt notæ numerorum singulæ singulis, quasi particulæ particulis, addãtur, & partes maiores in vnam coalescant per coalescentiam minorum particularum.

Lect. Exempla A, & E in præcedenti primo capite videntur mihi præter suprapositos vsus, etiam valde prodesse theoricæ huiusce primi Arithmetici, & Logistici elemẽti, nempe additionis. Nam quod vulgato modo compositorio inuolutè fit per retẽtiones aliquarum figurarũ, & additiones mente factas, id exponitur per sũmas illas partiales, quæ (verbi causa in figura E cap. antec.) simpliciter scribuntur, & cum alijs inferioribus componuntur, donec prodeat vltima sũma sũmarum in vnicam lineam producta.

Auth. Exemplum E cap. antec. in resolutorio genere est. Accipe etiã sequentia duo F, & G —

F	G
64074	64074
30869	30869
6328	6328
3705	5705
1457	3457
5968	1968
8796	5796
459	8459
798	798
64	49
49	249
H 49	64
32	32
9	
4	134
15	15
K 13	6
6	12
12	
L 127454	127454

— In genere compositorio ita exposita, vt in F quidem videas suppositas suis locis partiales summas, vbi H, deinde rursus easdem simul additas vbi K, ac denique coactas in figuras simplices vbi L. In exemplo vero G habes easdem partiales summas quasi ordine nullo dispositas, sed tamen ritè suppositas sub suis figuris, ex quibus conficiuntur: vt non solum nouitates hasce admirére, sed etiam discas non esse necessarium vllum ordinem circa inceptionem, ac prosecutionem, quæ in vsu esse solet in additione primo loco primarum figurarum, secundo loco secundarum, &c. Modo enim summa quælibet partialis supponatur sub serie figurarum, ex qua conficitur, licet à qualibet serie incipere, & in quamlibet seriem transilire. Vides etiam quando ex additione vnius ordinis figurarum, v. g. monadicarum, conficitur summa, quæ scribenda sit duabus, vel pluribus figuris, tunc monadicarum aliquas transilire in decadicas, decadicarum in centenarias, &c. atq; hoc modo ex collectione numerorũ in vno quoque ordine fieri summam, quæ distributas habeat recto ordine in sua quasque loca figuras. Compendium affert Logistica, dum singulas partiales summas nõ exponit simpliciter, vt fit in exemplis F, & G, sed retinet mente aliquas figuras, atque addit sequentibus, vt vnica statim totalis summa fiat.

Additionis vſus aliquot eruditi, ac iucundi.

CAP. III.

Lect. SI cenſes præcepta Additionis, ac theorias iam ſatis abs te eſſe expedita, prome ſi quid habes, quod ad eruditionem, & ad vſum additionis pertineat.

In 'Additione numerorũ aliquorum mirę proprietates, Prima.

Auth. Quid ni? I. Si quãdo numerorum 284, & 220 partes tibi proponantur inter ſe ſe addẽdæ, ſcito futurum, vt ex additione partium alterutrius prodeat alteruter. ideſt ex additione partium producentium numerum 284 (quæ partes ſunt multiplicati inter ſe numeri vel 2, & 142; vel 4, & 71; vel 1, & 284.) prodit ſumma, quæ eſt 220; & ex additione partium producentium numerum 220 (quæ partes ſunt numeri inter ſe multiplicati, vel 2, & 110; vel 4, & 55; vel 5, & 44; vel 10, & 22; vel 11, & 20; vel 1, & 220) prodit ſumma, quæ eſt 284. Vide exempla O, & P.

O	P
284	220
142	110
71	55
4	44
2	22
1	20
220	11
	10
	5
	4
	2
	1
	284

Quomodo numeri ſubſcripti ſub 284, & ſub 220 ſint eorum partes, & alia ad eam rem videbis ſuo loco inferius in progymn. 3. cap. 4. poſt dimidium.

Secunda.

II. Nouem monadicæ figuræ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ſi diſponantur, vt vides in Q, & in reliquis exemplis,

	6	1	8		4	9	2		6	7	2
Q	7	5	3	vel	3	5	7	vel	1	5	9	vel
	2	9	4		8	1	6		8	3	4

2	7	6	
9	5	1	
4	3	8	

— ſecundum quãlibet ſeriem lateraliter in longum, & in latum, & ad latus diametraliter additę inter ſe, ſemper eãdem ſummam 15 conficiunt. Si dux ergo ſit, qui habeat 45 milites ita in figuram quadratam diſponendos, vt tres tantum ſint ordines, & in ſingulis ordinibus tria tantum ſint loca, in quibus diſponendi ſint milites, & in ſingulis locis ſit numerus militum diuerſus à numero cuiuſcunq; alterius loci, & ſumma cuiuſcumq; ordinis lateraliter, & diametraliter ſit militum 15; omnia expedita erunt ſi diſponantur milites iuxta exemplum Q.

Tertia.

III. Sed quid agas, ſi quis tibi problema aliud ſic proponat? Dominus eſt, qui ſeruos habet 24 quadratè per ternarios ita diſpoſitos, vt ſingulorum laterum figuræ ſibi additæ ſummam 9 cõficiant, ceu vides in R.

3	3	3
3	R	3
3	3	3

Audit aduentare viros 4 ſibi amicos, vult ex ordine quadrato ſeruorum obuiam mittere binos ter, ſed ita tamen vt non deſtruatur figura quadrati agminis, & præterea ſingulorum laterum numeri, licet numero imminuto, tamen ſummam 9 conficiant. Quin immo vult etiam quattuor illos amicos ita diſtribuere cum ſeruis, vt eiuſdem quadratæ figuræ numerus ſingulorum laterum licet auctus, ſummam tamen 9 non excedat. ſoluitur problema ſic. Cũ ex quadrato R binos primò dimittit, reliquos diſponat vt in S.

4	2	3
2	S	2
3	2	4

Cum ſecundò binos etiam dimittit ex S, reliqui diſponantur vt in T. Cum tertio binos etiam

4	1	4
1	T	1
4	1	4

dimittit ex T, reliquos quadret vt in A. Denique

5	4
A	
4	5

cum redeunt ſex ſerui dimiſſi vnà cum quattuor amicis, diſponantur, ac diſtribuantur velut vides in B, vt ſcilicet numeri ſingulorum laterũ

2	5	2
5	B	5
2	5	2

etiam aucti, ſummas tamen 9 conficiant, ceu cõficiunt in præcedentibus A, T, S, R.

Aenigmaticus locus Heliodori, &c. ex Additione explicatus.

IV. Accipe etiam ſequentia, vt ex hac prima logiſtica operatione lucem accipias ad intelligenda ænigmaticè ſcripta ea verba ex Heliodori Æthiopicorũ l. 9, vbi de laudibus Nili, quem canebant *annuas temporis viciſſitudines exponẽtem, æſtiuam quidem incremento, autumnalem vero decremento, vernam autem floribus, qui ex ipſo enaſcuntur, & crocodilorum partu; & nihil aliud eſſe omnino Nilum* (ſcilicet Ægypto) *quam annum, & hoc appellatione confirmante; literis enim, quæ nomine continentur, in calculos diſtributis, tercentũ quinq;, & ſexaginta vnitates, quot & dies ſunt anni, congregabunt.* Quem locum, vt intelligas memento (quod iam bis, opinor, ante monui) Græcos Alphabeti literis pro arithmeticis notis olim vſos. Si ergo literas, quæ græcè Nili nomen cõficiunt, ex legibus logiſticæ additionis, & notas arithmeticas literis è regione attributas ita diſponas, vt vides in exemplo C —

Nilus Ægyptijs quomodo ſit annus.

C

N	50
E	5
I	10
A	30
O	70
Σ	200
	365

— diſces etiam colligi ſummam dierum annui temporis. Quaſi Nilus Ægyptijs alluuione ſua id tribuat, quod alijs regionibus quatuor aëris, atque anni è Solis acceſſu, receſſuque tempeſtates.

Lect. Quis vnquam diuinaſſet etiam ex elementarijs arithmeticis operationibus tam præclara in antiquis ſcriptoribus loca illuſtrari? Vere chorus Muſarum eſt mutuas inter ſe manus complicantium; & ſcientia quælibet cuilibet ſcientiæ adiumẽto eſſe poteſt, aut ſaltẽ ornamento.

Et nunc occurrit memoriæ, quod ab eruditis viris audiſſe me olim memini; quod hìc libẽs apponam tum leuandi tibi laboris, tum exercendæ, quam me nuper docuiſti, Additionis gratia. Aiunt à neſcio quo poetarũ, qui Leonis X Pont. Max. menſæ adſtabant, propoſitum eſſe, ac rogatum, vt præmio afficeretur, qui diſtichon hexametro, & pentametro conſtans pluribus pedibus perſcriberet, quam alius quinis concertãtium. Cum omnibus videretur fieri non poſſe, vt pluribus, quam vndenis pedibus diſtichon illud incederet; ſic quidam cecinit:

Diſtichon in numeris pedibus cõſtãs.

Mille Boues errant, vitulorum millia centum:
Muſca ſuper vitulum quemlibet vna ſedet.

Exceptus eſt cũ riſu ab adſtãtibus Parnaſſius hìc peditatus, & ambigua propoſitæ quæſtionis euolutio. Ex qua & mihi quæſtio eſt: quem ergo pedum numerum conficiunt tot Boum, Vitulorum, Muſcarum (quarum ſingulis ſex) pedes? Vide in exemplo D —

D

Boum pedes	4000
Vitulorum	400,000
Muſcarum	600,000
	1,004,000

— additionem, cuius eſt ſumma millio, & quatuor millia pedum.

Auth. Vſus præclariſs. Additionis habebis inferius, vbi agemus de Multiplicatione, pro qua docebimus vti ſolà additione, partim etiam, vbi de radicum extractione, ibi n. e miris numerorũ proprietatibus docebimus, quemadmodum per ſolas additiones procreẽtur numeri quadrati, & cubici, ac tabulæ facillimè conficiantur pro quadratorum, & cubicorum numerorum radicibus eruendis ſine vllo labore. Sed iam ad ſubtractionem veniamus.

Additionis vſus ſingularis ad alias etiã operationes Arithmeticas

Leges ſubtractionis, præſertim analyticæ.

CAP. IV.

Definitiones ſubtractionis

MAurolycus: *Quantitas à quantitate ſubtrahi dicitur, cum ſumitur maioris ſuper minorem exceſſus.* Item: *Subtractio eſt inuentio differentiæ inter duos numeros, &c.* Item: *Subtractio numeri à numero eſt alterius maioris ſecundum alterum minorem imminutio, vt tertius, qui reſiduum, & differentia eſt inter ſe numerorũ, cognoſcatur.* Dixi: maioris ſecundum minorem. nam extrahere maiorem à minori non eſt poſſibile, æquale ab æquali eſt inutile, cum reſiduum nihil fiat. Quare miror à netotericis quibuſdam ſic definiri: *Subtractio eſt minoris numeri ex maiori, vel æqualis ab æquali, ſubductio.* ſed de his inferius.

Maior altero numer⁹ quis ſit?

Maior porrò numerus alterius comparatione non ſolum eſt (vt neoterici aliqui aſſerunt) ille, cuius vltima figura, vel vltimis propiores figuræ maiores ſunt, ſed & ille, qui alterum numerum multitudine figurarum ſuperat. exemplà paullo poſt dabo.

Differentiæ ſubtractionis ab Additione

Differt ſubtractio ab additione 1, quod additioni contraria eſt. 2. Additio fit æqualium, & irregularium numerorum tam minoris cum minore, quam minoris cum maiore. Subtractio

vt dixi, eſt propriè tantum minoris de maiore. 3. Additio fit ſimul plurium numerorum; ſubtractio tantum inter duos. Nam ſi facienda ſit ſubtractio vel plurium numerorum, vel è pluribus; addendi ſunt prius plures illi numeri in vnã ſummam, vt inter duos tantum fiat alterius ab altero ſubductio.

Canones ſubtractionis.

Subtractionis leges ſunt. 1. Collocẽtur ita numeri, vt inferior ſit ſub ſuperiore, & figuræ numerariæ (vt in additione) ſimiles ſub ſimilibus, prima ſub prima, &c. 2. ſub duobus numeris ducatur linea, ſub quam reponendum erit reſiduum ex detractione, vt in exemplo A inferius videbis.

Duplex caſus ſubtractionis.

III. Subtractio fiat vel ordine reſolutorio, vel compoſitorio.

Cuius ſubtractionis duplex, ſiue triplex caſus poteſt accidere. Nã figurę ſubtrahendæ vel omnes minores ſunt figuris omnibus, e quibus fit ſubtractio; vel aliquæ ſunt ęquales, vel aliquæ maiores. In quibus omnibus caſibus ſua præcepta, & exempla proponentur.

Lect. Vide ne tibi contraire videare. initio enim huius capitis negaſti fieri ſubtractionem æqualis ab æquali, aut maioris à minori.

Auth. Hoc mihi memora cum ad theorias circa ſubtractionem inferius vẽtum erit. Ibi hũc nodum ſoluemus, ne in hæc nunc practica implicemus quæ nihil ad vſum.

Primus caſus.

Sit ergo ritè collocatus, & ſubtrahendus pro primo caſu numerus minor 6543 ex maiore 9876, cuius ſingulæ figuræ maiores ſunt notis ſingulis inferioris.

Praxis ſubtractionis analyticæ.

Methodo analytica ſic ago. Siniſtrorsũ à maximis numeris incipio, & ſic dico: detractis 6 à 9 ſuperſunt 3, quę ſub linea ſub 6 ſubſcribo. 5 ex 8? 3 ſuperſunt, quæ ſubſcribo. 4 è 7? ſuperſunt 3, ſubſcribo. 3 è 6? 3 ſuppono.

Praxis ſubtractionis cõpoſitoriæ.

Methodo compoſitaria à dextera itur in ſiniſtram ijſdem legibus. Vide A.

A

9876
6543
3333

Secundus caſus

Subtractionis analyticæ vſus cum ſubtrahendæ aliquæ figuræ maiores ſuperioribus.

In 2 caſu cum in numero ſubtrahendo figuræ aliquæ ſunt æquales, vel maiores ſuperioribus, methodus analytica facilior eſt, quia caret difficultatibus & mutuo accipiendi ab antecedentibus ſuperioribus figuris, & reddendi inferioribus, quas difficultates variè patitur vulgatus modus compoſitorius. Vnica tãtum, eaq; facillima eſt opus animaduerſione in analytico; ſcilicet vt antequã ſubſcribas notam numeri ſubducti videas an è ſequenti ſuperiore notà fieri poſſit ſubductio; ſi nequit, ſubſcribendo numero vnitatem detrahe. Cum vero ventum fuerit ad figuram inferiorem, quæ nequeat à ſuperiore minore ſubduci, detrahe inferiorẽ maiorem à denario, & reſiduo adde numerum, à quo non poterat fieri ſubductio. Atq; hic modus nobis omnium facillimus videtur, cùm alij authores tres alios modos proponant, de quibus inferius. Sic vides nos vti additione in ſubtractione. Ac ſi velis ſola additione prædictam difficultatem maiores figuras à minoribus ſubtrahendi ſuperare, ſic age: figuræ, quæ ſubtrahi non poteſt, adde id, quo deficit à denario, & huic addito adde ſuperiorem figuram, & aggregatum e duobus hiſce additionibus ſubſcribe; quod aggregatum erit reſiduum detractionis ſine detractione per ſolas additiones.

Quid agendum cum figura ſubtrahenda maior eſt, quam ea, vnde facienda eſt ſubtractio.

Subtractionis vſus per ſolas additiones.

Exemplis pateſcent omnia. Vide in exemplo B.

B

39285562
26715383
12570179

— numerum maiorem ſuperiorem 39,285,562, à quo ſubtrahendus eſt inferior, qui minor quidem eſt, ſed aliquas tamen habet figuras aut maiores, aut ęquales ſuperioribus: 26,715,383. Analytice, ac facillime operando ſic dico. 2 è 3? ſupereſt 1, quod ſubſcribo. 6 è 9? ſuperant 3, ſed quia prouideo ſequens 7 non poſſe ſubtrahi à 2, detraho 1 ipſi 3, & pro 3 ſubſcribo tantum 2. deinde ipſum 7, quod non poteſt detrahi è 2, detraho è 10, & ſuperãt 3, quibus addo 2, e quibus non poterat detrahi 7, & fit aggregatum 5, quod ſubſcribo. Vel alio modo: addo ipſi 7 id, quo deficit à 10, & eſt 3, abiecto 7, & retento ſolum addito, ideſt 3, rurſus ipſi 3 addo 2 figuram ſuperiorem: ex gemina hac additione conficiuntur 5, quæ ſubſcribo ſub lineà directè, &c. Progredior 1 ex 8? 7 ſubſcribo. 5 è 5 æquales ſunt numeri: ſi ab æqualibus totis æqualia tota demas, nihil fit reliqui; ergo ſuppono 0, quæ nota etiam ſi hìc nihil per ſe ſignificet, tamẽ eum locum occupando, ſequentes figuras verſus ſiniſtram auget, quia eas reijcit in loca maioris valoris. redeo: 3 è 5? ſupereſſent 2, ſed quia prouideo ſequentia 8 non poſſe detrahi è 6, pro 2 ſubſcribendis tantum 1 ſuppono lineæ. Mox, 8 è 6? non poſſunt. Ergo è 10 ſuperant 2, quibus addo figuram ſuperiorem 6, & fit aggregatũ 8 ſed pro eo ſubſcribo 7, quia ſequẽs 3 non poteſt è 2. 3 ergo è 10? ſuperſunt 7, adde ipſum 2, fiũt 9, quæ ſubſcribo. Memento igitur in analytica operatione tantùm manũ ſuſpendere antequam ſubtractum ſubſcribas, ac prouidere ſequẽtibus, &c. Neceſſitatem, atque vſum ſubtractionis huiuſce noſtræ reſolutoriæ cũ alibi experieris, tum inferius progym. 4, vbi de diuiſione, & progym. 5, vbi de diuinationibus per numeros propoſ. 9.

Quid agendum cum figura ſubtrahenda maior

Iam

Iam verò circa idem exemplum B, ſi vulgari modo compoſitorio à dextera in ſiniſtram lubeat operari, varijs opus erit mutuationibus, ac redditionibus cum inferioris numeri notæ aliquæ maiores erũt notis numeri ſuperioris. Nam aut mutuam accipis vnitatem, ſeu denarium à ſequenti figura, & aggregatum cõficis ex denario numero, & ex numero, è quo fieri ſolo non poterat detractio, tum ſequentem ſuperiorem figuram vnitate imminutam fingis; aut à numero 10 mutuam accipis differentiam, quæ eſt inter notam ſubtrahendam, & decem, &c. & poſt has mutuationes aliquando proximè ſequenti figuræ inferiori detrahendæ reddis vnitatem à ſuperiore acceptam, & alia peragis, quæ paucis hìc in allato exemplo tibi reddam perſpicua.

39285562
26715383
12570179

Compoſitorio vulgari modo incipiens à dextera, dico 3 è 2? non poſſum, ergo vel mutuam accipio 1 à ſequẽti 6, & dico 3 è 12 relinquũt 9, quæ ſubſcribo. deinde memento 6 ſequens poſt 2, propter detractum 1, iam non eſſe 6, ſed 5. igitur 8 ex 5? non potes: mutuum accipe 1 à ſequenti 5, & fit ex 1, & 5 aggregatum 15, ex quo detractis 8, remanent 7, quæ ſubſcribo. Rurſus memento 5 ſequentem tertio loco, propter mutuo datam vnitatem, eſſe pro 4. 3 à 4? 1, ſubſcribo. Vel alio modo à primis figuris ad dexteram inchoando eamdem operationem, pro 2 prima figura ſuperiore, à quà 3 inferior non poteſt ſubtrahi, non iam, vt nuper mutuam vnitatem, ſeu denarium accipio à proxime ſequenti 6, ſed ſine reſpectu ſequẽtis figuræ ſuperioris, mutuum accipio à mente totum denarium, & addo ipſi 2, ac dico 3 è 12? 9 ſubſcribẽda relinquunt. Deinde progreſſus ad ſecundam inferiorem figuram 8, ipſum 6 non, vt modo, imminuo vnitate, ſed ipſi 8 inferiori addo vnitatem propter 10 mutuo accepta è mea mẽte, ac dico: 9 è 6? non poſſum; ergo addo 10 ipſi 6, ac itero: 9 ex 16? relinquũt 7; quod idem eſt ac cum aliâ via dicebam: 8 è 15, relinquunt 7. item addo ſequenti inferiori ternario 1 propter mutuum acceptum 10, atque aio: 4 à 5? 1 ſubſcribo. ſed vides in his modis difficiliores eſſe detractiones illas è duabus ſimul iunctis figuris, hoc eſt ab aggregatis ex denario, & figuris detractionis: ac præterea moleſtam eſſe memoriam aut imminutæ figuræ ſuperioris, aut auctæ inferioris, quibus, & à quibus fiunt reciprocæ illæ mutuationes. Poteris, ſi libuerit, Chironomiæ ope leuamen aliquod memoriæ afferre in prædictis. Modum iam tradidi: ſat eſto nunc innuiſſe, ac memoraſſe artem: vſus iam eſto tuus.

Vſus chironomiæ in ſubtr. compoſ.

Quoniam cœpimus, progrediamur porrò in propoſito exemplo compoſitoria methodo per mutuationes à ſuperioribus, & redditiones inferioribus figuris. Iam tertiam figuram expedieram, & ſubſcripſeram, 1. Ad quartam eo, quæ eſt 5. quæ par eſt ſuperiori, atq; ideo ex detractione alterius ab altera relinquitur 0, quæ ſubſcribo. deinde 1 ab 8? 7 ſuppono. Mox 7 à 2? immo 7 à 12? 5, &c.

Poſtea penultimæ inferiori ſequenti, propter mutuum acceptum à 10 in antepenultima proximè antecedenti, ideſt 2; ipſi, inquam, inferius ſequenti penultimæ 6 addo 1, fiunt 7: 7 è 9? 2, & denique 2 è 3? 1, &c.

Notanda circa ſubtractionem. Primum.

Notanda. 1. cum in ſuperiore maiore numero à ſiniſtris aliquæ ſuperſunt figuræ, quibus numerus ſuperior inferiorem ſuperat, eas transfer ſine vlla detractione ſub lineam, vt vides in C.

C
437528
416
437112

Item ſi vterq; numerus zeros contineat, & poſtremæ ſolum figuræ aliquæ ſint ſignificantes numerum in ſuis locis, hæc tantum ſubducantur, & pro numero antecedentium zerorum in alterutro numerorum, ſcilicet vel in ſubducendo, vel in eo à quo fit ſubductio, totidem zeros pone ſub linea. Vide D.

D.
430000000
210000000
220000000

Cæterum ſicut prædicti nuper duo caſus peculiarem habẽt facilitatem, & expedirum compendium, ita ſequentes alij, quos inferius mox leges, peculiari difficultati ſunt obnoxij.

Lect. Miſſionem interim paulìſper abs te peto, dum prædicta mecum lentius reputo. facilius diſtracta per partes percipiam. Nouum in caput ſequentia, quæſo te, differ.

Auth. Commodè vtriq; noſtrum cadit.

Reliqua notanda circa ſubtractionem. Præſtantia analyticæ methodi in Subtractione, atq; in Additione ſuprà vulgatam compoſitoriam. Theoriæ. Probationes, &c.

CAP. V.

Secũdum notandum circa ſubtractionẽ, cum zeri ſũt &c.

ERgo 2. notandum. Si ſubtractio facienda ſit è numero ſuperiore, in quo plures ſint zeri, & in inferiori figuræ ſint ſignificatiuæ per ſe numerorum, peculiarem aliquam occurrere difficultatem, quam exemplo E —

E
80000
376
79624

— explicabimus. In quo, quoniam zeri vbicunq; ſint, nihil per ſe valent, vt dictum eſt in antedictis, ſed locum occupando figuræ, ſequentibus notis ad ſiniſtram augent pro locis valorem; & cum a zeris per ſe fieri non poſſit ſubtractio, vt fiat, opus habẽt mutuas denas accipere à figuris ſequentibus ad ſiniſtram, & numeros per ſe notantibus.

Sic in exẽplo E zeri ſuperioris numeri, à quo facienda eſt ſubtractio, mutuam vnitatem, ſeu denitatem accipiẽt ab 8. operemur ergo 1 analyticè: antequam ſubſcribam lineæ ipſum 8 pręuideo propter ſequentes zeros, à quibus figurarum ſubſcriptarum fieri nõ poſſet ſubtractio, detrahendam ipſi 8 eſſe vnitatem, atq; ità ſubſcribo tantum 7. zerus ergo ſequens notaret 10, niſi vnitate minuendus eſſet propter ſequentem zerum, à quo ſubtrahi 3 non poſſent; repono igitur pro 10 tantum 9. éadem eſto prouidentia, & ratio circa reliquos zeros ſequentes, qui omnes, mutuà traſmiſſa vnitate, ſeù potius denitate, quã primo acceperunt ab 8, ſinguli vnitate diminuti valent tantum 9, quia ſinguli ſequentibus debẽt prouidere, ac ſuccurrere vnitate, vt ſubſcriptarum figurarum fieri poſſit ſubductio.

Progredior igitur ad tertium zerum, & ex eo tanquam ex 9 detraho 3, remanent 6, quæ ſubſcribo lineæ. Tum 7 à 0, ideſt 9? 2, &c. 6 à 0, ideſt 10? 4, &c. primus n. zerus non minuitur vnitate, quia in eo ceſſat ratio imminutionis zerorum poſt primum.

Compoſitoriè etiam verſemur circa idem exemplum E, vt conſuetudini, licet implicatiori, aliquid tribuere videamur. Incipio à dextera: 6 ab 0 non poſſum, accipio ſequenti zero, i.i. tanquam à prima cauſa ab ipſo 8 vnitatẽ, quæ vnitas cũ zero conficit 10; ſeu facilius: ex datis antea regulis eo ad 10, & dico: 6 à 10? 4, &c. reddo vnitatem inferiori ſequenti figuræ 7, quã vnitatem mutuo acceperam à ſequenti ſuperiore zero in virtute ipſius 8 poſt omnes zeros. ſiue breuius: reddo 1, ſiue 10, quod mihi aſſumpſeram; tum dico, non 7, ſed vnitate addita, 8 ab 0, ideſt 10? 2 ſubſcribo. deinceps pro 3 dico: 4 ab 0, ideſt 10? 6, &c. ſupereſt vnitas inferius reddenda, ſed quoniã nulla ſequitur inferior figura, ipſam vnitatem detraho ab 0, à quo quia nequeo, detraho 1 à 10, & ſuppono 9. denique ſupereſt adhuc vnitas, propter mutuum acceptum à 10, reddenda figuræ ſequenti inferiori: at ea nulla eſt; ergo detraho ipſum 1 ab 8, ſuperant 7, &c. Sed vin compendium expeditiſſimum in vtraq; methodo?

Compẽdium facillimum.

Primam figuram à ſiniſtra minue vnitate, & ſingulos zeros habe pro nouenarijs. tum detrahe inferiorem numerum à ſuperiore, quod erit longe facillimum.

3. Notandum.

Notandum 3, ab jiſdem zeris non ſolum ſuperiores numeros, ſed etiam aliquando inferiores implicari difficultate, quam hic exemplo F —

F
70023
9996
60027

— explico per ſolam compoſitoriam operandi methodum. Nam, vt videbis, methodus analytica, præter alia commoda, etiam hac caret difficultate. Igitur à dextera exordior: 6 à 3 non poſſum, aſſumptis 10, & additis 3, à 13 ſubducto 6, remanent 7, ſubnoto. deinde propter denarium aſſumptum reddo ſequenti figurę 9 inferiori, & fiunt 10. Hìc quid agas? 10 a 2, aut 10 à 10 nõ poſſunt ſubtrahi, nec vlla eſt differentia à 10 inferiori ſubtrahendo ad 10. Viden' vt zerus hìc turbet? ſed ne fallare, memento, non tantum eumdum eſſe ad 10, ſed etiam ipſis 10 addenda eſſe 2 figuræ ſecundæ ſuperioris; atq; hac ratione detractis 10 inferioribus à 12 ſuperioribus, remanẽt ſubſcribenda 2. rurſus addito 1 ſequẽti 9, fiunt 10, quæ à ſuperiori 0 non poſſunt ſubtrahi, nec à 10, remanet ergo 0 ſubſcribendus. Idem ages de ſequenti 9, quæ nota euadit in 10, & ex 0 ſuperiori aucto in 10 cum nulla fiat ſubtrac-

tractio, quippe æqualis ab æquali, rursus subscribitur 0. Denique quia nulla supereſt inferior figura ad siniſtram, cui vnitas superans reddi possit, subtraho illam à 7, & remanet 6, quam notam scribo sub linea.

Reſolutoriæ ſubtractionis vſus præſtat cõpoſitoriæ. Cur?

Lect. Video quanto melius, ac felicius reſolutoria operatione difficultates istæ, atq; aliæ vitentur. Ratio eſt, quia methodus analyticæ subtractionis nihil inferioribus figuris addit, quę dũ ex additione, quæ fit in operatione cõpoſitoriâ, in duas figuras, & in 10 accreſcunt, difficultatem augent subtractionis.

Theoricæ ſubtractionis.

Auth. Eadem analytica methodus theoricen earum mutuationum, quæ fiunt inter figuras numeri, ex quo fit subtractio, facilius, ac felicius explicat, quam methodus synthetica. Nam in exemplo nuper allato F numerus 70023

	F
A	70023
B	699113
C	9996
D	00027

ex quo subtractio facienda eſt, vt figuræ inferioris numeri 9996 subduci possint, cõmutandus esset in numerum 699113, facta mutatione vnitatis à 7, & trasmiſsâ per omnes figuras. Quoniam enim, detracta vnitate à 7 vltima figura primi ordinis A, sequens 0 creſcit in 10, & 10 mutuat vnitatem sequenti 0, antecedens 10 remanet 9, & sequens 0 creſcit in 10; & quia rursus mutuanda eſt vnitas sequenti 2, ex 10 remanent 9, & 2 creſcit in 12, sed quia sequenti 3 mutuanda eſt vnitas, ex 13 remanent 11, & 3 creſcit in 13, ex quibus mutuationibus prodire deberet numerus B, ex quo facile detrahi deinde poteſt numerus C, vt prodeat reſiduum D.

Quandoquidem autem theoricen ingreſsi sumus (vide Demonſtrat. apud Maurolyc. lib. 1. par 2, propoſit. 7) addamus & nos huic reliqua ſpectantia ad theoricen totius elementi subtractorij.

In subtractione igitur duo numeri dantur cogniti, superior ex q 10 tanquam ex toto facienda eſt subtractio, & inferior, qui tanquam pars subtrahendus eſt; & quæritur ex his notis tertius ignotus, ideſt quota sit reliqua pars, quæ remanet, subducta parte altera iam nota è toto. Huius partis ignotæ cognitio datur per subtractionem, quę ita planiorem efficit adeliciendam partis ignotæ cognitionem in numeris maioribus (nam logiſticæ operationes sunt inuenta quædam compendia, siue adiumenta circa praxes numerorum difficiliorum; & cum numeri sunt perexigui, ſolo naturæ iudicio facile fit operatio, verbi gratia, addere duos numeros 1, & 2, vel subtrahere illum minorem ab hoc; subducendo singulas particulas à particulis Exempli gratia vides in H lineam AD partiũ 9876,

H

9 8 7 6

A —— C —— D

6543 . 3333

B E

quæ instar totius maior eſt inferiore linea (seu numero) B 6543, quæ B æquatur totius superioris lineæ parti AC. Vt ergo reliqua pars CD lineæ AD seorsim detur cognita, detrahitur ex tota AD pars AC, ideſt inferior linea B æqualis ipsi AC; idq; fit per detractionẽ nõ totius integrę B à tota integrâ AD, (quod propter numerum maiorem esset perdifficile) sed per singulas particulas à singulis particulis, ideſt per singulas notas inferioris numeri 6543 à singulis superioris 9876, quod eſt facilius. Ac idem eſt vel totum minus simul à maiore simul toto, vel partes minoris à partibus maioris detrahere. Quare vides hac arte compendij, atq; adiumenti prodire, seu reliquam fieri partem CD (ideſt E) totius AD; quæ CD (siue E) eſt 3333

Subtractionis examen, & probatio erunt,

Subtractionis probatio prima.

1, analytică methodo vſus fueris, fiat probatio per compoſitoriam operationem, & contra, &c.

2 Probatio fit per additionem, quæ & certiſsima eſt, & breuiſsima: ſic autem fit. Adde simul numerum subtrahendum, & reſiduum, quod eſt sub linea, ideſt A, & B, & redibit quartus numerus idem, qui & primus. Vide hìc in eodem exemplo F, —

2 Probatio per additionem.

	F
D	70023
A	9996
B	60027
C	70023

— in quo per additionem compoſitoriam quartus numerus (ideſt summa C ex additis A, B) eſt æqualis primo numero D.

Ratio probationis per additionem.

Ratio eſto (quandoquidem, abſolutis de subtractione problematis, ad theoremata ventum eſt) quia, vt vides in exemplo G —

G

D 70023

9996 . 60027

A B

— geometricè, cùm totum D diuiſum sit in duas partes inæquales A, & B; ſi simul iungantur illæ partes æquabunt ipsum totum D.

Lect. At ſi hæc probatio subtractionis per additionem facienda esset analyticè, opus multiplex, ac moroſum futurũ esset. En tibi ab exemplo G —

G
A 70023
9996
60027
B 69913
11
C 69023
1
D 60023
1
70023

— patet, antequam primus numerus A, (à quo facta est subtractio) per additionem analyticam redeat, opus esse toties iterata operatione, vt eam vel videre pigeat. Per B, C, D itur quò semel peruenitur adhibitâ cõpositariâ methodo.

In Additione numerorum maiorũ vtendum 1 analytica, 2 cõpositoriâ methodo.

Auth. In tempore memoriam excitas polliciti in tertio notãdo Capitis de Additione. Qua nunc hîc vtimur ad probationem subductionis. Censeo igitur, quod in eo capite indicaui, optimum facto esse in additione, præsertim grãdiorum numerorum, vti primo analytica, secundo compositoria methodo. Nam analytica tollit molestiam memoriæ, dum illi nihil reseruãdum committitur, sed figuræ omnes vt prodeũt, subscribuntur. Compositoria vero (imminutà iam per analyticam figurarum multitudine) redditur perfacilis, cui aut nullæ, aut pauciſſimæ relinquũtur notæ memoria continẽdæ, ac reddendæ. Atque hac ratione, immo eodem compendio geminæ operationis mutuo auxiliariæ additio, & additionis probatio perficitur. *alterius sic altera poscit opem res, & coniurat amicè.*

Horat. in art. poet.

At in hac additione, quam hîc vsurpamus ad examen subductionis, cum numeri grandiores esse non possint (fit enim subductio inter duas tantum numerorum series, quæ plurimæ esse possunt in Additione) nihil est necesse confugere ad analyticam, sed paucis per compositoriam Additionem expedire opus expediet.

Lect. Parebo monito. In quo quia parum cautè antea distinxeram, ideo anxiè dubitabam.

3 probatio subtractionis per subtractionem.

Auth. Tertia probatio subtractionis erit per subtractionem. Nam (vt rem explicem in allato toties exemplo)

B 70023
C 9996
A 60027
D 9996

subtrahatur residuum A ex toto B, & residuum fiet D, quod si idem omnino fuerit cum C, erit ritè peracta operatio. Rationem potes geometricè videre in exemplo P.

Ratio tertiæ probationis.

P
K 70023
9996, 60027
L M

Quoniam enim L, & M æqualia sunt toti K, si subducto L ex K, remanet M, ergo etiã subducto M ex eodem K, necesse est remaneat L.

Lect. Res satis aperta videtur. Reliquum iam est, vt quod superius iniunxeras tibi à me memorandum hîc explices. Qua scilicet ratione definieris non posse nisi minoris à maiore numero fieri subductionem; cum tamen exemplo docueris, & æqualem ab æquali, & maiorem à minori subducere, vt in figurâ ibi F patuit.

Auth. Non sum nescius hanc esse Logistarum aliquot eximiorum sententiam. Sed mihi crede, ambiguè dicto à nobis dissentiunt, re nobis cum conueniunt, ni turpiter malint contradictione implicari.



PROGYMNASMA TERTIVM.

De multiplicationibus analyticis, ſyntheticis, obliquis antiquis, & antiquatis, per partes, per decuſſationes per crates, per ſolas additiones. De adiumentis, & compendijs multiplicationum ab arcanis affectionibus numerorum, & à miris progreſſionibus geometricarum proportionalitatum. De numeris circularibus, de non creſcentibus per multiplicationem. Interpoſita paradoxa, theoremata, problemata militaria, agraria, &c. Rhabdologiæ, & Logarithmorum fontes indicati. &c.

Multiplicationis definitio diſcuſſa. Multiplicationi adiumenta præmiſſa.

CAP. I.

VENTVM eſt ad tertiam operationem logiſticã in qua tibi & memoria, & ingenium, & Chironomia non minus, quã in præcedentibus, exercẽda ſunt, ſed non ſine voluptate ob varios multiplicationum modos, quos hic tibi & faciliores, & plures (loquor de præcipuis) dabimus, quam apud alios alibi legantur.

Multiplicationis definitiones.

Lect. Quoniam tuam iam methodum pernoui, an, vt definias, ordieris ab ea definitione, quã olim apud Euclidem legere me memini? *numerus numerum multiplicare dicitur cum toties compoſitus fuerit is, qui multiplicatur, quot ſunt in ipſo multiplicante vnitates, & procreatus fuerit aliquis.* Lib. 7 def. 15.

Auth. Ea ſanè omniũ & optima, & explicatiſſima definitio eſt, à qua alij omnes poſteriores hauſerunt. Vide Buteonem lib. 1. vbi de multiplicatione, Clauiũ præceteris in eam definitionem Euclidis, qui ex ea ſe & ipſe definit: *Multiplicatio numeri in numerum eſt inuentio numeri, qui ad alterum multiplicandum eandem proportionem habet, quam alter multiplicantium ad vnitatem.* Maurol. lib. 1. Arith. p. 2. *Quantitas quantitatem multiplicare dicitur, cũ ſumitur quantitas, quæ ad multiplicatã eandem habet rationem, quam multiplicans ad poſitam.* Sed ne idem per diuerſa & nos multiplicare videamur, mittamus definitionum numerum augere.

Lect. Immo vero, cum tuum ſit hic vna cum praxi philoſophari, & perfecta operationum cognitio ex ipſa definitione, quæ rei naturam prodit, dependeat, verba non ſunt verbis non paucis verſari circa definitiones.

Multiplicatio eſt proportionata additio.

Auth. En, iuxta tuã ſententiam, ex allatis definitionibus multiplicatio ipſa ſe ſub mathematica ſpecie viſendã aptius quodãmodo præbet, dum a non nemine docte ſic exponitur: *Multiplicatio eſt proportionata additio. Vna enim pars toties ſibi ipſi accumulatur, quot in altera ſunt vnitates: vt ex multiplicatione 8. in 24 procreantur 192. ſicut igitur vnitas eſt ad multiplicantem, ſic multiplicandus ad procreatã, vt 192, 24, 8, 1.*

Lect. Quid ergo differt multiplicatio ab Additione?

Auth. E verbis paullo ante poſitis diſcere potuiſti, & è ſequentibus eiuſdem authoris facilius etiam addiſces. *Additio, & multiplicatio*

Differentia inter multiplicationem, & additionem.

coacervatio: differunt autē inter se. Additio enim est coacervatio numerorū datorum vnius absolutè sumpti cum altero. Multiplicatio autem est numerorum datorum vnius proportionaliter sumpti coacervatio, id est quoties in datorum altero vnitas reperitur.

Quid differāt multiplicare quantit. per quātit. & ducere quant. in quantit.

Nec temnenda ea differentia est inter *ducere quantitatem in quantitatem*, & inter *multiplicare quantitatem per aliam quantitatem*. Alterum enim, hoc est primum, Geometriæ, ac quantitatis continuæ proprium est, alterum Arithmeticæ, ac discretæ. Quapropter Campanus vbi in priore versione 7, 8, 9 librorum Euclidis verbum *ducere* vsurpauit, in posteriore, & castigatiore latina e Græco versione ibi semper *multiplicare* reposuit.

Ac sanè in Geometria e ductu quantitatis vnius speciei quantitas alterius speciei progignitur. e ductu puncti linea, e lineæ superficies, e superficiei solidum corpus producuntur. At in multiplicatione Arithmetica, & vnius numeri in alium concretè sumpti, hoc est non abstractè à materia numero significata, sed vt talem, ac talem signat, verbi causa, e multiplicatione 20 aureorum per 10, 200 producuntur eiusdem speciei aurei. In multiplicatione autē, seu potius in ductu geometrico, exempli causa plurium linearum, id quod à numero producto significatur est non tam linearum aggregatum, quam composita, & plana superficies, quæ varia etiam nomina, & indiuiduas formas sortitur, vt rectanguli altera parte longioris, quadrati, &c. nec tamen hæc ideo dixerim, vt tibi non liceat aliquādo per analogiam etiam in numeris vsurpare verbum ducendi, &c. pro, multiplicandi.

Lect. Ad praxim, quam inhio, ecquid me doces?

Tabula magna Pythagorica numerata apud quē?

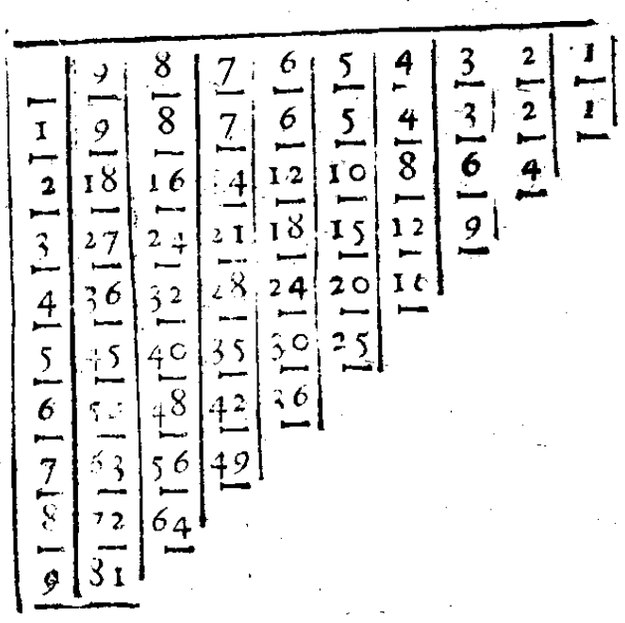
Auth. Præmitto adiutamenta aliqua vniuersalia conducentia facilitati multiplicationis, immo quæ in se habeant factas omnes multiplicationes. Habe igitur, si potes, non exiguam illam à neotericorum aliquibus positam Pythagoræ tabellam centenarij angustijs conclusam, sed magnā (quę & in immensum potest excrescere) illam Pythagoricam numerariam tabulam in plura folia distributam, quam vnus Beda ex antiquis exhibet, vbi de Arithmeticis agit. In ea enim habes quid producant multiplicationes lateralium numerorum à sinistra in latus superaum, quibus duobus in lateribus non solum numeri digiti, sed multiplices quilibet in multiplices quoslibet multiplicantur, & in angulo communi, in quem procurrunt vterq; multiplicās, & multiplicandus, productus numerus reperitur.

Lect. Exemplis ni mihi alluceat, cęcutio.

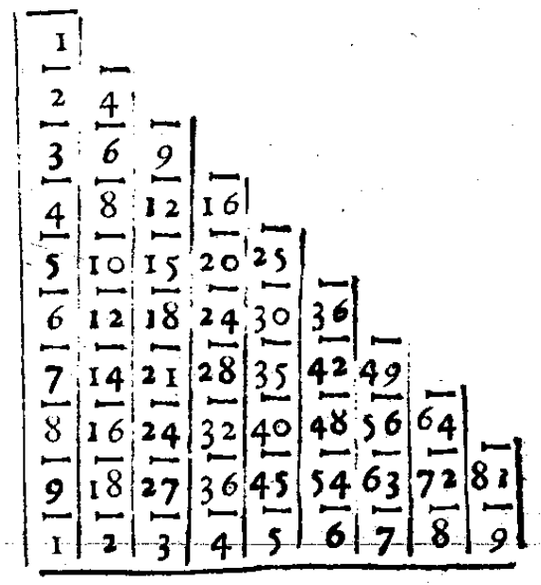
Auth. Mox exempla: tantisper interim præaudi sequentia. Instar maximæ Pythagoricæ tabulæ dant libelli quidam computatorij vulgo noti, ac protriti non in quadratam figuram, vt Pythagoræ mensa, sed in columellas quasdam distributi, ac præferentes in fronte pagellarum singulos multiplicandos, gerentes vero ad latera numeros multiplicantes. Libelli supputationij.

Verum id ex meo quidē sensu annotandum est, posse mensam illam Pythagoricam ità construi, vt dimidio laboris parcatur, & è quadrato fiat rectangulum triangulum longe longe maximum. Specimen accipe in vulgata minori, quæ vltra 100 non extenditur; quam in Pythagorici trigoni speciem exhibuerūt è doctioribus Orontius, Gemma frisius, & Buteo singuli varia sectione, vt hic vides. Pythagoricū trigonum numerarium.

Orontius.

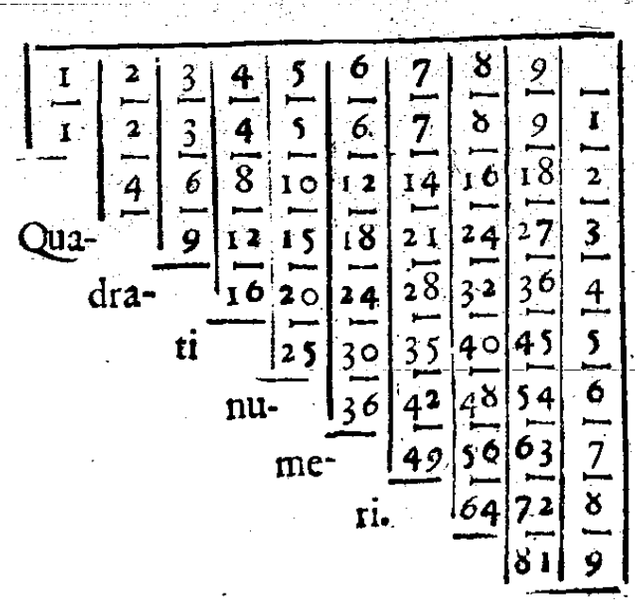


Io. Buteo.



Gem-

Gemmafrisius.



Gemmafrisius, & Orontius abundant in replicato altero latere monadicarum figurarum arithmeticarum. Buteo simplicius, & multiplicationis methodo propius. Nam multiplicatur non tam lateralis, quam inferior in superiorem. Gemmafrisius, & Buteo quadratam tabellam diagonaliter sibi ipsi ex aduerso diuiserunt. Orontius aliter: cui pro quarto trigono Pytagorico possis apponere, si velis, alteram partem, quæ desideratur ad complementum quadratæ tabellæ.

Lect. In hac varietate ecquam mihi seligis ad vsum?

Auth. Quam malis, sed tamen Buteonem sequor. Cuius numerarij trigoni facillimam constructionem sic tibi ex mea meditatione conficio. 1. In primâ columna omnium maxima ad partes sinistras adspectãte repone numeros digitos, siue monadicos vsq; ad 9, siue malis etiã ad 10. 2. Relicta monade, ad reliquas hi ulatim decrescentes columellas progreditor per arithmeticas progressiones, quę scilicet per æquales differentias accrescunt. Progressio igitur fiat ad tot gradus, siue quadratula (incluso etiam quadratulo monadicæ figurę) quot indicat numerus monadicus primæ columellæ, & singulis notis addatur per eas progressiones numerus monadicus, &c. ex. gratia: posita nota 2 per duplationem progredior tantũ vsq; ad 4, nec vlterius; sic enim indicat ipsa 2 bis cum ipsa progrediendum. Pono 3, & cum ipso triplex fit notarum positio per duplationem semper ipsius 3, 6, 9. Vin' & aliam regulam, in qua est ratio præcedentis? Progreditor à monadica 1 figura arithmeticè vsque ad numerum quadratum eius, &c. Vide trigonum Buteonis. Sic ex 4 itur ad 8, ad 12, ad 16 per quatuor positiones, & appositiones. Pariter de reliquis.

Constructio facillima Pythagorici trigoni numerarij.

Eximij sunt vsus tabellæ, siue trigoni Pythagorici numerarij, è quibus tantũ hîc, & in sequẽtibus explicabo, qui tibi ad propositas operationes futuri sunt vsui. Non solùm enim ex ea facilis tibi efficietur multiplicatio, sed etiam diuisio, quadratæ radicis extractio, vt ex ordine disces. Numeri illi extremi diagonaliter diuidentes 4, 9, 16, 25, &c. quadrati sunt, habentes suas radices lateraliter ad angulum rectum in vtroq; latere numerorum digitorum sinistrè, atque infernè, ceu ipsius 9 radix est 3 ad sinistrã, & infra etiam, vnde concursus est in communem angulum rectum ad ipsum 9. Ipsius 16 radix alterutra 4; ipsius 25 alterutra 5, &c. sed de pluribus alijs vsibus eius trigoni arithmetici Pythagorici plura inferius suis locis cùm de proportionum regulis, aut de radicibus agetur; ibi enim eam dabimus breuissimam, venustissimam, ac planè mysticam ex Orontio.

Vsus varij trigoni Pythagorici. &c.

Lect. Occasione minorum horũ trigonorum aduerti animum ad id, quod superius innueras, nempe maximam mensam Pythagoricam, quæ apud Bedam est, si diagonaliter incidatur, idem dimidio minore labore, ac mole effecturam in omnium numerorum in alios quoslibet multiplicatione, quod efficit quadrata tabula. Ad eam, etiam maximam instruendam vti possum, opinor, tuis regulis de trigono minore traditis.

Auth. Quid ni? èadem est doctrina, & tantùm est differentia secundum maius (vt aiunt) & minus. Sit ergo hactenus expositus apparatus adiumentorum è tabulis ad auferendum omnem in multiplicatione laborem. Addo & Chironomiam à nobis traditam, & reformatam, cuius vsus præcipuus apparebit in sequentibus operationibus, cum plures in plures numeri numeros multiplicabuntur.

Tabula magna Pythagorica numeraria dimidiari potest sine dispendio. &c.

Modi aliquot ingeniosi multiplicandi numerum monadicum per monadicum, etiam sine multiplicatione.

CAP. II.

POst apparatum, ad operationes accedo. Quarum omnium in varietate multiplicationũ tria ex meo capite summa capita possunt constitui. Aut enim vterque multiplicans, & multiplicandus monadici sunt, aut vterque plurium notarum, aut alteruter monadicus, vel plurium, &c. Si vterque monadicus, siue numerus digitus est, aut multiplicati productũ efficiunt, quod denarium numerũ non excedit (& id productum habetur facile à communi naturæ iudicio) aut quod denarium excedit. id productum vel ex tabulis præindicatis habetur, præsertim ex trigono minore Pythagorico, cuius habes à nobis tres formas; vel sine trigoni ope, productum habebis vno è sequentibus quinque compendijs, quorum vix vnum alij, ac vulgatissimum afferre solent.

Primus. Numeros monadicos multiplicare sine multiplicatione.

Primus est modus sciendi multiplicatum numerum è monadicis excedentibus denariũ sine vlla multiplicatione sic: A datis numeris multiplicante, & multiplicando ad denariũ progredere, tum alterum datorum à se ipso, quasi esset decadicus, siue articulus, toties subtrahito, quoties indicat differentia vsque ad denarium decussatim, ac è diametro apposita, & reliquum è subtractione erit productum, quod fieret è datorum multiplicatione. Exemplum: sit multiplicandus numerus 8 per 7, dispone eos in hanc figuram $\frac{8}{7}\,\frac{2}{3}$, appone ad latera differentias vsque ad 10 sic: $\frac{8\ 2}{7\ 3}$. subtrahe 7 à se, ceu decadico .i. à 70, quoties indicat diametraliter appositus 2, idest bis; siue malis: adde sibi ipsi bis ipsum 7, & fiat 14, atque ipsum 14 subtrahe à 70, & fiet 56 subtractionis reliquum, siue multiplicationis productum. Idem eueniet circa alterum datorum, si ter 8, idest 24 subtrahas ex 80, quod Orontius non animaduertit.

Lect. Itaq; quod planè mirum mihi videtur, doces me è solis antecedentibus additione, & subtractione multiplicare; quod idem est, ac si doceres non multiplicando multiplicare.

Secundus.

Auth. Secundum accipe, qui fit multiplicando differentias vsque ad numerũ denarium, & addendo inter se datos numeros, atque abijciendo vnitatem è summa. exemplum.

$$\begin{array}{r} 8\ 2 \\ 7\ 3 \\ \hline 1\ 5\ 6 \end{array}$$

Multiplico 3 per 2, vel è conuerso: prodit 6: addo inter se 7, & 8, summa fit 15, abiecto 1, vel deleto, reliquum est productum 56 ex multiplicatione 8 per 7 quæsitum.

Tertius. Tertius modus vulgatus est per multiplicationem differentiarum ad 10, & per assumptionem, & subscriptionem alterutrius differentiæ inter numeros decussatim oppositos. Vel per subductionem alterutrius differentiæ ad 10 ab alterutro datorum decussatim, siue diametraliter opposito. Exempl. ex 2 in 3 fit 6. Assumo, &

$$\begin{array}{r} 8\ 2 \\ \times \\ 7\ 3 \\ \hline 5\ 6 \end{array}$$

subscribo differentiam inter 3, & 8, vel inter 2, & 7, (qui numeri diametraliter opponũtur) quæ differentia est 5. Siue subtraho 2 ex 7, vel 3 ex 8, relinquitur 5, qui subscriptus cum 6 dat productum 56. &c.

Lect. Miror vnde per tot varias, & ingeniosas ambages, in quibus nulla vnquam fit multiplicatio ipsorum datorum, prodeat tamen idem productum, quod prodiret è directa multiplicatione datorum.

Modi hic positi admirationẽ potius habent, quam demonstrationem.

Auth. Labor, & ingenium fœcundi parentes sunt inuentionum & nouarum, & mirarum. Ac tibi nunc fat esto operationes prædictas ex effectu, & producto ipso esse certissimas. Nam quid trium præcedentium, & quarti mox sequentis modorum geometricas demonstrationes moliti sunt, doctorum iudicio rem obscurarunt, non illustrarunt. Interim satius erit admirari hãc proprietatem in multiplicatione monadici numeri per monadicum è differentijs ad 10, atq; in hac admiratione eleuari ad laudem Dei, qui hanc, & infinitas alias proprietates miras indidit numeris, quarum causæ nondum humano ingenio patuerunt.

Quartus igitur modus dignus fortasse, qui primo loco poneretur, fit per multiplicationẽ, & additionem inter se differentiarum ad 10, & producti subscriptionem, tum per additionem earumdem, & subtractionem à 10 sic in exẽplo.

$$\begin{array}{r} 8\ 2 \\ 7\ 3 \\ \hline 5\ 6 \end{array}$$

Multiplico 3 per 2, & productum 6 ſubſcribo. Addo item 2,& 3 inter ſe,fit 5;quo e 10 ſubtracto, relinquitur item 5 ſubſcribendus. In dato hìc exemplo caſus tulit, vt ſumma ex additione 2,& 3 eſſet 5, qui numerus,ſine alia vlla ſubtractione, à 10, poteſt ſubſcribi. At in alijs exẽplis, ceu in —91 — vel in —73;

82	64
72	42

—vides poſt additionem 1, & 2, ex qua ſumma prodit 3, ſi idem 3 à 10 ſubducatur, relinqui 7. ſic in vltimo exemplo, additis 3, & 4, fiũt 7. quibus à 10 ſubductis, relinquntur 3. appone 1, quod retentum fuerat ex duplici figurà, quę prodierat ex multiplicatione ipſius 4 per 3, ideſt ex 12;ex appoſitione igitur 1 ad 3 fiunt 4, quæ ſubſcripta dant 42 cum altera ſubſcripta figura,eſtq; id productum ex multiplicatione 7 per 6.

Lect. Subliſte paullulùm. Neſcio quid hìc nodi non opinati apparet,dum neſcio quam additionem vnitatis apponis poſt ſubtractionem ſummæ differentiarum à 10.

Auth. Exemplum vltimum multiplicationis 7 per 6 occaſionem attulit rei notandæ circa prædictos quatuor modos,quà expoſitá, tibi omnia clareſcent.

Notanda circa quatuor prędictos modos.

Notandum ergo 1.Si quando ex multiplicatione differentiarum prodeat numerus duplici figura notandus, figuram decadicam reſeruandam eſſe,tum poſt omnes operationes præceptas in modis ſuprapoſitis, apponendã eſſe figuræ decadicæ, ſiue ſiniſtræ producti ex multiplicatione datorum. Quod patet in exemplo nuper appoſito.

Primum notandum.

73
64
42

Quocunque enim ex modis datis operére, poſt multiplicationem differentiarum inter ſe 3, & 4, quarum productum eſt 12, retine 1, & ſiue per decuſſatam additionem(aut ſubtractionem tam 3 à 6, quàm 4 à 7) ſiue per quemlibet aliũ ex alijs modũ circa datos numeros 7, & 6 operatus fueris, antequam ſubſcribas in producto figuram ante 2, adde, verbi gratia ipſi 3, quod reliquum eſt è ſubtractione alterutrius differẽtiæ ab alterutro datorum, ipſi inquam 3 appone 1, & fit 4, ergo 42 productum eſt. &c.

Secundum notandum.

Notandum 2. Monadicos numeros datos multiplicandos tales eſſe debere, vt quinarium ſaltem excedant,alioqui non eſſet pretium operæ,ſi differentię ad 10 maiores eſſent,quam dati numeri multiplicãdi; eſſet .n. velle ſcire ignotum per ignotius, ac difficilius. verbi gratia, ſi dati ſint 3,& 4 inter ſe multiplicandi per aliquẽ è ſuprapoſitis modum,vides differentias 7, & 6 inter ſe multiplicandas multo minus multiplicatum iri à tyrone, &c. Huc opinor proſpexit Gemmafriſius, dum de multiplicatione digitorũ numerorũ per tertiũ modum ait, quod vniuerſale eſt ad reliquos à nobis poſitos: *Hæc tamen regula te fallet, niſi duo digiti ſimul iuncti plus decem efficiant.* Rationem à nobis iam accepiſti.

Quintus modus.

V, atque vltimus modus ſupereſt multiplicandi numerum digitum in digitum, cuius demõſtrationem geometricam è libro 2 Euclidis accipies inferius cap. 4. cum agemus de ſimili modo, quo plures figuræ in plures multiplicantur per partes.

Nũc igitur multiplicaturus verbi gratia propoſitos numeros 8,& 7, diuide in partes minores aut vtrũq;, aut alterum, & duc ſingulas partes alterius in ſingulas alterius, aut alterius ſingulas in alterũ integrũ; deinde producta ſingula ſic inter ſe ſubſcribe vt aſſolet in Additione. Summa deniq; productorum dabit productum quæſitum datorum; vt habes in ſequentibus exemplis. In primo enim multiplicãdorum 7, & 8 tantum alter numerus, ideſt 7, diſtrahitur in tres partes, quarum ſingularum in 8 ductarum tria producta dant ſummam eamdem, quam in altero exemplo dant partes ipſorum 7, & 8 inter ſe multiplicatæ. In altero vero exemplo & 7,& 8 diſtrahuntur ſinguli in tres partes.

8 |	1.3.4 |8
1.2.4 |7	2.3.2 |7
32	8
16	6
8	2
56	12
	9
	3
	8
	6
	2
	56

Lect. Sile, amabo,paulliſper dum experior meo marte in appoſitis exemplis,ſine minutiori tua explicatione, multiplicationes, & additiones hic à te doctas. 4 in 8? &c. 2 in 8? &c. 2 in 4? &c. 2 in 3? &c. Addo deinde ſubſcriptas &c. rectè habent.

Auth. Videbis inferius ad hanc rem quartũ modũ multiplicationis pluriũ in plures numerorum. Sed iam deueniamus ad multiplicationes plurium in plures, quæ maximos numeros conficiunt, in quibus & ordines ſubſcribendi figuras,& modos loquendi in multiplicatione, & alia exactius ponemus ſequenti nunc iam capite.

Multiplicationes plurium figurarum per plures analyticæ, ſyntheticæ, obliquæ.

CAP. III.

POſt multiplicationes numeri monadici in monadicum, ſuperſunt varij caſus monadici, & plurium numerorum in plures. Quos omnium diligentiſſimè proſequitur Orontius. Sed nimia diuiſio prolixitatem, & difficultatem aliquam parit. Nos igitur in capita ſumma, & pauciſſima è præcipuis diuidemus caſus operationum, & ſi quæ adnotanda erunt generatim ſimul ponemus.

Igitur datorum numerorum multiplicandorum, aut alteruter monadicus eſt, aut vterque compoſitus ſiuè articulus numerus eſt. Si alter datorum multiplicandorũ eſt numerus digitus, ſimplex, monadicus, operatio multiplicationis facili atem aliquam habet, quia laborem additionis effugit, quæ, poſt ductum monadicæ in ſingulas figuras multiplicandas, præcedit ſummam omnium productorum. Vnicá enim linea producta omnia, & eorum ſumma exponuntur. Sed quoniam multiplicatio plurium figurarum arithmeticarum per vnam multiplicantem includitur in multiplicatione plurium per plures, dum ſcilicet ſingulæ inferiores in omnes ſuperiores ducuntur, & fit repetita quædam ſæpius multiplicatio vnius in plures; ideo ad vltimam caſum procedamus multiplicationis numeri compoſiti in compoſitum. Vbi omnia & præcepta, & notanda, & varietates modorum porportione valebunt pro multiplicationibus numeri digiti in articulum, ſeu compoſitum. Nec tamen omnes modos perſequemur, ſed omnium aut ingenioſiſſimos, aut vtillimos, aut facillimos, ac minimè vulgatos.

Modi omnes multiplicationis numerorũ maiorũ ad triplicem ordinẽ adducuntur.

Ac primo generatim omnes modi ad triplicem adduci poſſunt ordinem multiplicationis Analyticum, Syntheticum, & ex vtroq; compoſitum. Intrà verò tres hos ordines modi multiplicationum alij deſcendendo, alij aſcendendo, alij diametraliter in vtramque partem, alij rectè, alij mixtis progreſſionibus operantur.

Primus modus multiplicationis Analyticus.

Primus ergo modus iſq; analyticus, ſiue reſolutorius à ſiniſtra in dexteram regulas, & exemplum habet ſequentia.

A

```
9746  (8
243   (9
-----
18482
16164
 3282
    1
27128
  211  (0
-------
2368278  (0
```

Sit numerus 9746 multiplicandus per 243. 1, collocatio analytica erit, vt figuræ multiplicantis infra multiplicãdum locẽtur incipiendo à ſiniſtra verſus dexteram, & ponendo extremam multiplicantis ſub extrema multiplicandi, ac deinceps. Dúco deinde lineam ſub multiplicante, & multiplicantem nomino per aduerbium, multiplicandum verò per nomen, aut breuitatis gratia inter vtramq; arithmeticam notam tantúm particulam *in* interpono ſic: *Bis nouem?* vel: 2 *in* 9? producũm ſine vllo memoriæ retinentis labore ſimpliciter expono; ideſt: 18. progredior: 2 in 7? 14, ſed ita id ſubſcribo, vt prior figura, quæ ad dexteram, ponatur directè ſub 7 multiplicando, poſterior vero, ideſt 1, poñatur in vlteriorem locum ad ſiniſtram; & quoniam is locus occupatus eſt in prima linea à numero 68, ideo ſubſcribo in ſecundà ſub 8. Quæ ratio ſubſcribendi producta duarum figurarum in hoc analytico modo ſeruanda eſt in reliquis, vt vides in exemplo A. 2 in 4? 8 ſcribo. 2 in 6? 12. 1 ſub 8, 2 ſuo loco. Deinde deleto in multiplicatione figurã 2 tãſuersà lineà, ne te implicet, quoniam eius nullus amplius vſus erit. Quod idem facito in ſingulis figuris multiplicantis, poſt quam ijs vſus fueris.

Poſt multiplicationem per vltimam figuram 2, progredior ad antecedentem 4, quam duco in 9, fiunt 36, ſubſcribo ſub 4 ipſum 6 in ſecunda linea, vbi vnicus illi locus eſt inter 1,

& 1, à tertiam figuram 3 pono in locū anteriorem in tertia linea. deinde 4 in 7 ? 28. Quoniã in secũda linea locus non est, in tertia expono 28, subscribẽdo ita, vt vlteriorem locum ex ordine occupent, 8 sub 4 multiplicãdo, 2 directè sub 7 multiplicãdo. 4 in 4? 16. in secũda lineà locus est pro 6, at pro 1 neq; in secundà, neq; in tertià. Ergo pono in quarta suo loco immediatè post 6 ad siniſtram, idest sub 8. 4 in 6 ? 24. 4 loco suo in 2 linea subscribo, 2 in tertia ex ordine. Deleo secundam figuram multiplicantem 4. Ad tertiũ multiplicans. 3 in 9 ? 27. 7 directè sub multiplicante 7 pono, & 2 posteriore loco ad siniſtram colloco. 3 in 7? 21. pono 1 ex ordine in quintà lineà ante 7, & quoniam 7 occupauit locum, pono 2 in inferiore linea sub 7. 3 in 4? 12. 1 in vltima lineà, 2 in penultima vbi sunt loca. 3 in 6 ? 18. cõdem ordine posteriorem figuram ad siniſtrã infra 2, priore ad dexteram inscribo, vt docet exemplum A.

In quo tanquam minus vsitato versandum fuit per singula pro tyronibus. deniq; ducta alterá lineá post omnia producta, &c. sub eã colloco summam omnium productorum.

Quid cõmodi in modo analytice multiplicationis.

Habet hic modus analyticus in productis plures figuras, quàm syntheticus, de quo mox; sed habet hoc commodi, vt nullo sit opus labore in subscriptione productorum, sed simpliciter subscribantur ordine suo. At in synthetico vsitato, & alijs aliquot modis, quos dabimus, memorià retinendi sunt aliqui numeri, & facienda præterea additio ad sequentes antequam subscribantur, & vltima fiat additio ad summam.

Secũdus modus multiplicationis synthetic⁹.

Secundus modus multiplicãdi compositum numerum in compositum est è syntheticis, siue compositorijs, à dextera in siniſtram eadem proportione leges seruando, quæ in primo resolutorio, vt in operatione B, nisi quòd

B

```
 9746   (8
  243   (9
-------
 29238
 38984
194920   (0
-------
2368278  (0
```

Lect. Opinor vulgatus, & protritus hic multiplicationis modus est. Paucis ergo expedi. Nã hic solus mihi non ignotus est, & apud omnes logistas prostat.

Auth. In tempore interpellasti, & interpolasti, laboris aliquid mihi hàc tua significatione dempturus. Igitur quod cœperã, & pertinet ad hanc secundum modum, est quòd alio ordine, quàm primus subscribit, & operatur, &c. vt iam iam exemplis explico in apposita figura arithmeticà B.

In qua vides à dextera siniſtrã versus primam multiplicantis sub prima multiplicandi, &c. eodem etiam ordine fit multiplicatio sic: 3 in 6 ? 18, subscribo 8, & memoria retineo 1. 3 in 4? 12. Addo retentam vnitatem, fiunt 13. subscribo 3, retineo 1. 3 in 7 ? 21. addo retentam vnitatem, & fiunt 22, subscribo 2, retineo 2. 3 in 9 ? 27. additis 2, quæ retinueram, fiunt 29; quæ subscribo, quoniam absoluta est multiplicatio per primam figuram, quam deindè deleo. Vide vt semper duarum figurarum subscribendarum in productis multiplicationis, prior dextera ritè collocetur sub ea figura, in quam facta est proxima multiplicatio, quod vulgo monetur, & ab alijs. Pari ratione progredere in sequentibus, &c. Post omnia producta ritè subscripta, fiat summa sub extrema lineà.

Vsus chironomiæ in Additione.

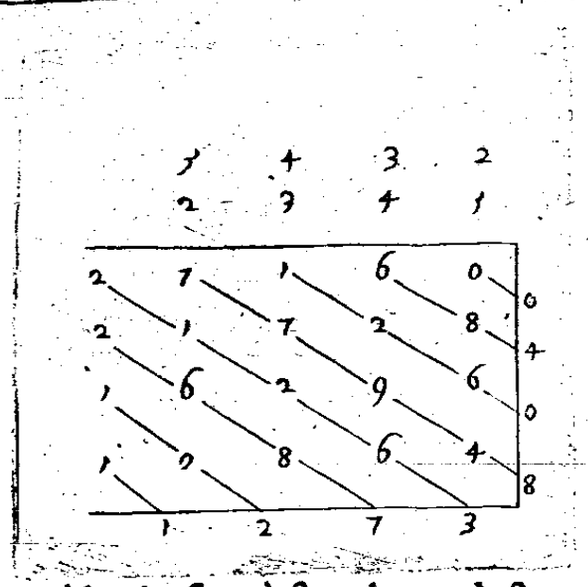
Lect. Hic nunc animo aduerto otiosam non esse Chironomiam à te traditam; nam dum in additionibus, vel productionibus figuram aliquam retines, vt memoria leuetur, potest ille numerus exprimi digitis in manu, vt docuisti, tum aspectu illius moneri memoria, & addi ad producta.

Formę aliquę multiplicationis otiosæ omissæ, vtiles vsurpatæ.

Auth. Ego pariter in hoc tuam memoriam video, immo & prouidentiam, & iudicium. Sunt qui præcedentes duos modos varijs figuris vestiant, & in turris, siue oppiduli, in scacchiorum, seu scalarum effigies transforment. Nos hæc omittimus; quia otiosam potius venustatem præferunt, quam vtilem aliquã nouitatem. Tantum figuras aliquas prodimus, cum earum lineamenta conducent ad aliquid in ipsamet operatione. Alia aliqua spectantia ad præcedẽtes duos modos videbis inferius, vbi de modis multiplicandi per crates, &c.

Tertius modus multiplicationis obliquus.

Tertius modus, cum quo caput claudo, ille etiam syntheticus, est ex collocatione omnium productorũ in series ita subscriptas, vt singularũ primæ ad dextrã figuræ sint sub primis multiplicantis, & multiplicandi numeri, secundæ figuræ sub secundis, &c. Deinde figuræ productorum lineis diametraliter obliquis iungũtur, vt videat operator quemadmodum debeat producta cogere in summam vnam.



Sic vides in figurà ſingula producta, quæ fiunt ex multiplicatione ſingularum figurarum inferioris numeri 2345 in ſingulas ſuperiores 5432, collocari vt prædictum eſt. &c. Verbi gratia ſingula ex 5 in 2, in 3, in 4, in 5, collocata ſunt in recta ſub 5. item ſingula ex 4 in 2, in 3, in 4, in 5 (& pariter de cæteris) collocata ſunt ſub eodem 5, &c.

Eædem deinde regulæ in reliquis ſeruantur circa productorum generationes, quæ in ſynthetico ſuperiori ſecundo modo. Vt 5 in 2 ? 10. pono 0, retineo 1. 5 in 3 ? 15. addo retentum 1, fient 16, pono 6, & 1 teneo, &c. vt indicat figura. Rurſus 4 in 2 ? 8. ſuppono & ipſum ſub 5, & progredior ad reliquas figuras verſus ſiniſtram. Item 3 in 2 ? 6. pono & ipſum ſub 5, &c. Tu te exerce in figuræ exemplo.

Poſt hæc duc obliquas lineolas, vt docet figura, quibus dirigaris ad ſummæ collectionem ſic: zifram o pono ad latus dexterum primo loco: addo inter ſe 6, & 8, fiunt 14; pono 4, retineo 1. addo inter ſe 1, 2, 6, fiunt 9, addo retentum 1, fiunt 10, pono 0, retineo 1, &c. ſic deinceps.

Si rectè diſpexeris, idem eſt tertius hic modus cum ſynthetico ſecundo modo. Nam in creatione productorum ex multiplicatione idem eſt collocare producta tranſuerſim, declinando à dextera in ſiniſtram, deinde ſummã colligere recta deorſum, quod fit in ſecundo modo ſynthetico; idem, inquam, eſt ac aliter collocare in rectas ipſa producta, vt ea deinde tranſuerſim colligas in ſummam.

Quod pertinet ad ordinem figurarum multiplicãtium ſub multiplicandis, & ad ordinem ducẽdi primam inferiorem in ſuperiorem, &c. vide inferius in theorijs circa multiplicationis operationem; ibi enim docebitur libertas circa prædicta, &c. Vſum analyticæ multiplicationis videbis inferius prog. 4, vbi de Partitione.

Multiplicationes numerorum datorum per eorum partes, etiam ſine vſitata additione, poſt factam multiplicationem; item per mutationem multiplicantis in alium numerum. Earum operationum paradoxicarum demonſtrationes, & adiumenta indicata, theoriæ expoſitæ.

CAP. IV.

Quartus modus multiplicationis per partes.

QVartus modus item & ille ſyntheticus idem eſt cũ quinto; quo digitũ numerum in digitum ducere docuimus capite primo huius progymnaſmatis tertij, ſcilicet diſtractio vel alterutrius, vel vtriuſq; multiplicãdi, ac multiplicantis in partes minores, ductus partiũ in partes, vel in totum, &c. vt ibi dictum eſt, ne eadem bis repetamus. exempla hic tantùm afferam numerorum compoſitorum, vt ibi digitorum allata ſunt.

Multiplicandus 67
Multiplicans 26
Multiplicantis partes 3, 4, 5, 6, 8.
Producta ex partibus in 67.

3		201
4		268
5	in 67 ?	335
6		402
8		536
ſumma		1742

Exem-

Exemplum vtriusque diuisi in partes

Multiplicandus 15. partes 4, 5, 6.
Multiplicans 12. partes 2, 4, 6.

Multiplicatio partiũ in partes, quæ hic sit analytica, varietatis gratia.

2 in { 4 ? 8 ; 5 ? 10 ; 6 ? 12. } summa 30.

4 in { 4 ? 16 ; 5 ? 20 ; 6 ? 24. } summa 60

6 in { 4 ? 24 ; 5 ? 30 ; 6 ? 36. } summa 90

summa totius, siue summarum 180

Quoniam hic quartus modus non tam species quædam sepositа, quam totum ipsum genus est multiplicatoriæ operationis, nec tam ipsum modum, quàm ingeniosissimam quandam eius speciem allaturi sumus paullo inferius, ideo hìc nunc potius exempla, quàm minutam exemplorum explicationem posuimus.

Demõstratio quarti modi, ac totius multiplicatorię operationis.

Demonstratio huius quarti modi, immo vniuersè totius generis compendiosarum operationum in multiplicationibus, quæ duorum multiplicium numerorum fiunt per ductum partium in partes, geometrica, inquam, demonsttatio pẽdet ex prima Propositione lib. 2. Euclid. Quæ quadrat in eam operationem, qua alter tantum duorum datorum numerorum in partes diuiditur. Quod affirmat Euclidis citata propositio de linea, id intellige de numero, siue aggregato numerico; quod de altera linea in partes incisa, id intellige de numero in partes diuiso. Propositionis verba sunt: *si fuerint duæ rectæ lineæ, quarum altera secetur in quotcumque partes, rectangulum sub ipsis contentum æquale erit rectangulis sub insectà, & singulis sectæ partibus contentis.*

E lib. 2. Eucl. modi multiplicatoriæ operationis.

Pro rectangulis intellige producta ex multiplicatione. Quod attinet ad multiplicationem ex vtroque numerorum datorũ in partes diuiso, habes ex eiusdem lib. secundi Euclidis proposit. 2 alteram demonstrationem à Commandino, cuius demonstrationis propositio hæc est: *Si fuerint duæ rectæ lineæ, quæ secentur in quotcumque partes, rectangulum duabus rectis lineis contentum est æquale rectangulis, quæ vnaquaque parte vnius ad vnamquamque partem alterius applicata continentur.*

Hæc omnia pendent ab axiomate sumpto ex communi sententia, quæ est: *Omnes partes simul sumptæ sunt æquales toti.* Huc versus.

Totorum producta solent producere partes.
Quod per tota nequis per partes discere debes.

Quinimmo ab Euclid. prima, & aliquot sequentibus lib. 2. educi possunt varij modi multiplicandi, diuidendo datos numeros variè per partes. Tu illuc reuise, & experire, quod nos sæpius auditoribus nostris in explicatione eius libelli Euclidis exemplis ostendimus.

Cautio circa 4 modum.

Aduertendum tamen est in multiplicatione hanc in partes diuisionem non expedire, præsertim ad operationis breuitatem, nisi in numeris maioribus.

In numeris demonstrata, quæ Eucl. li. 2. in lineis. Apud quem?

Lect. Huc aptissimè cadunt propositiones Barlaami Monachi apud Commandinum ad 15 noni Euclidis, quas propositiones etiam habet Clauius in digressione, seu Scholio ad 14 noni lib. Ibi.n. demonstrãtur in numeris ea, quæ in lineis Euclides demonstrauit lib. 2. prioribus 10 theorematibus. Memoriæ gratia primam tantum hìc indico: *si fuerint duo numeri, secetur q; ipsorum alter in quotcumq; partes, numerus planus comprehensus sub illis duobus numeris æqualis est numeris, qui sub numero indiuiso, & qualibet parte numeri diuisi continẽtur.* Demõstratio huiusce propositionis arithmetica videnda est in prædicta digressione.

Quintus modus multiplicationis (à ripiego)

Auth. Iam ad quintum modum, qui quasi species quædam videtur 4 præcedentis deueniamus, quem vulgo vocant, *à ripiego*, & habet id cõmodi, vt nullam in multiplicatione additionem adhibeat, fit cum multiplicãs numerus duas in partes distrahitur, quæ in se ductæ multiplicãtem producunt; tum alterutra partium in multiplicandum ducitur, altera verò in productum ex prioris partis multiplicatione. Et quoniam eiusdem numeri plures esse possent partes productrices, accipe, vsus commodioris gratià, eas partes, siue eos numeros, quorum figura prima ad sinistram sit maior. Exempli.

5432	24
4	12
21728	2
6	8
130368	3
	6
	4

Multiplicaturus igitur 5432 per 24, v additionem productorum effugias, transforma multiplicantem, ac distrahe in duos numeros, qui inter se multiplicati producant ipsum multiplicãtem. Eæ partes, seu numeri possunt esse vel 2 & 12, vel 3 & 8, vel 4 & 6; trium enim illorum numerorum classes singulæ inter se ductæ 24 producunt.

Ergo accipio 4, & 6. ex 4 (siue ex 6, nil enim refert per vtram partiũ priore loco multi-

plices)in1432 procreatur 21728.In hoc productum duco alteram partem 6 (siue 4,si prioreloco duxeris 6) fit productũ 130368, quod simul & summa est, quæ fieret ex additione productorum ex ductu ipsius 24 in eundem numerum 5432, si vsitato modo experiri volueris multiplicationem.

Vide quid inueniat ingenij arithmetici solertia. Idem hic facit, ac si quis præcipiat hoc paradoxum. *multiplica numerum nõ per suum multiplicantem, & productum, ac summam, habebis etiam sine vlla additione.* Profecto à multiplicante, qui est 24, diuersi numeri sunt 2, 12. 3, 8. 4, 6. Ac licet in se binatim ducti tribus modis producant 24; non sunt tamen partes ipsum 24 per additionem componẽtes. Quomodo igitur multiplicãdus numerus 5, 4, 3, 2 per multiplicantem 24 producit eamdem summam etiam multiplicatus per 2, & 12, & per 3, & 8, per 4, & 6?

Lect. At laboriosum est scire dati numeri multiplicantis quæ nam sint partes ipsum per multiplicationem mutuam producentes.

Auth. Accipe adiumentum à libellis supputatorijs, vel à tabula magna Pythagorica; & quod attinet ad supputatorios libellos, qui omnium manibus teruntur, accepturus ex ijs varias partes numeri, quæ ipsum inter se ductæ producunt, percurre producta in libellis expressa, & figuræ altera directè ad sinistram, altera, quæ in fronte pagellæ prostat, erunt partes quæsitæ, & quoniam idem productum inuenies in varijs pagellis, ideo varij erunt numeri ad sinistram, & in frontibus respondentes, &c. exempla sunto.—

— In prima facie libelli inter producta 22, & 26 inuenies intermedium productum 24, & ad eius sinistram 12, & in fronte faciei, siue pagellæ impressum 2. Item in facie, cui in fronte præfigitur 3, inuenies rursus 24, & ad sinistrã eius 8. Tertio in facie, vbi 6 præfigitur, est inter producta ipsum 24, & ad eius sinistram 4. In sequẽtibus libelli pagellis haud amplius reperies aut 24, aut partes, quæ inter se ductæ ipsum producant. Non piget has praxes, & adiumenta, quæ ab alijs omittuntur, ponere, vt tyronibus ad omnem facilitatem consulatur.

Notandum tamen est non omnes numeros multiplicantes aptos esse ad genus hoc ingeniosissimæ, & paradoxicæ multiplicationis, velut eos, quos appellant *primos. Compositi* vero omnes apti sunt, &c.

Lect. Parce rudi. Qui nam compositi, qui primi numeri sunt? Quin immo exacta doctrinæ ratio abs te postulat vt doceas, dato numero, qua nam arte agnosci possit an primus sit, an compositus, ne frustra in hoc quinto genere multiplicationis quisquam laboret quærendo aliquando partes, quæ in se ductæ numerum datum producant, cùm nullæ esse plerumq; possint.

Auth. Idem quod tu à me, & ego ab alijs requiro, qui de hoc quinto multiplicationis modo scripserunt. sed mirum silentium in hac parte apud omnes. Quod ergo mihi illi non tradiderunt tu à me, immo à communi præceptore Euclide accipe. Qui lib. 7 def. 11. sic: *Primus numerus est, quem vnitas sola metitur,* quales sunt 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. &c. primos numeros & inuenire, & infinitos esse docet lib. 9. propos. 20. Definitione verò 13. *compositus numerus est, quem numerus quispiam metitur.* scilicet præter vnitatem, vt ipsum 15 metientur, præter vnitatem numeri 3, & 5. Sic in nostro exemplo ipsum 24 metientur 2, & 12; 3 & 8; 4 & 6.

Vbi aduertendum partes, quæ in se ductæ numerum aliquem producũt, metiri etiam eumdem toties replicatas, quoties altera pars significat, sic 2 metitur ipsum 24 replicatum duodecies, & vice versa 12 metitur 24 bis replicatum, vt indicant mutuo 2, & 12. Item de 3, & 8. intellige 3 metiri 24 si 8 vicibus replicetur, & 8 metiri idem 24 si 3 vicibus, &c.

Vide ne confundas primos numeros cum primis inter se, & compositos per se cũ compositis inter se; diuersas enim habent definitiones, vt patet in 12, & 14 eiusdem 7 lib. & alteri spectantur per se, alteri cum relatione ad alios. Nos loquimur tantum de numero multiplicante, qui sit per se compositus, non autem de compositis inter se. Parem distinctionem intellige de primis, & de primis inter se. Nos non egemus compositis inter se, nec etiam primos inter se quærimus, quia his non egemus: nobis sat fuerit ad vsum propositæ multiplicationis nosse an datus numerus multiplicans (etiam si constet pluribus figuris) sit compositus (hoc est aptus ad quintum hunc modũ multiplicationis) an vero sit primus; hoc est ineptus ad quintum hunc modum multiplicationis.

Cui rei conducentem accipe à nobis hanc praxim. Si uumerus datus multiplicans fuerit compositus, hoc est aptus multiplicationi per quintum hunc modum faciẽdæ, inuenies illum in libello supputatorio inter productos, & eius partes (quæ erunt singulæ numeri, & nulla illarum erit vnitas) miltiplicantes, vt dictum est superius, cum docuimus modum inueniendi partes, quæ in se ductæ datum numerum producant; sin autem datus numerus multiplicans fuerit primus, ideſt, ineptus multiplicatìoni per quintum hũc modum faciendæ, id statim tibi prodet libellus supputatorius.

Multiplicare numerũ non per suũ multiplicantem.

Súma è multiplicatione sine Additione

Modi facilè inueniẽdi partes, quæ inter se multiplicatæ producant numerum, cuius sunt partes.

Numeri compositi patiuntur 5 modum multiplicãdi, non patiũtur numeri primi.

Quis primus numerus?

Quis compositus?

Egregium notandum circa partes productarum dati numeri.

Differunt numeri Primi à Primis inter se; & Cõpositi à Compositis inter se.

Praxis agnoscendorũ numerorum aptorum 5 modo multiplicationis.

orius. nam cum numerum non inuenies inter productos numeros habentes partes, quarum nulla sit vnitas; inuenies tamen inter productos, itaut partium altera sit vnitas, altera sit idemmet primus numerus. Quod & accidit cõpositis; sed hos numeri alij, præter vnitatem, producunt, illos nulli, nisi vnitas multiplicata, &c. Exemplum: sit datus numerus 432 multiplicandus per quintum hunc modum. sit datus multiplicans 23. In libello supputatorio nusquam ipsum 23 inuenio inter producta, nisi semel vbi ipse est in fronte pagellæ, & habet pro parte ad sinistram vnitatem, &c. pronuntio igitur ineptum esse, &c. rursus multiplicans datus sit 30, reperio illum inter producta libelli supputatorij primo in prima facie sub 2, vbi habet pro partibus 3, & 15, secundò in secunda facie sub 3, vbi habet 3, & 10; & tertio in quarta facie sub 5, vbi 5, & 6 partes habet.

Lect. Apposuisse mihi quidem videris quæcunque optari possunt ad vsum huiusce quintæ multiplicationis, definitiones, distinctiones, exempla, praxes, adiumenta.

Auth. Iam ergo sextum multiplicationis modum accipe.

Ingeniosæ multiplicationes per decussationes facilitate, ac theorijs à nobis donatæ.

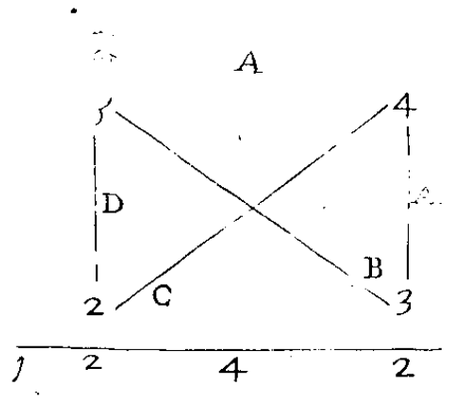
CAP. V.

Sextus modus multiplicationis per decussationes

Chironomiæ vsus in sexto modo multiplicationis.

SExtus modus, & compositorius esto per varios ductus numerorum inter se decussatim. Cui quantum facilitatis, & commodi ad regulas, ad memoriam, ad vsum, ad theorica à nobis accesserit prodet collatio cum vulgato à nonnullis tradito. Requirit hîc modus vsum nostræ Chironomiæ ad memoriam propter additiones multiplices, quæ mente fiunt, antequam producti figuræ singulæ supponantur. Sub quam definitionem cogi queat hic sextus modus elicere poteris post leges traditas, cùm tibi pandetur eius theoria. Facilitatis gratia exempla distinctè afferam primo in duabus, ac deinceps in pluribus figuris.

Multiplicaturus, verbi gratia, 54 per 23, suppone multiplicantem multiplicando iuxta modum consuetum, tum duc lineas (vt in figura A vides) —



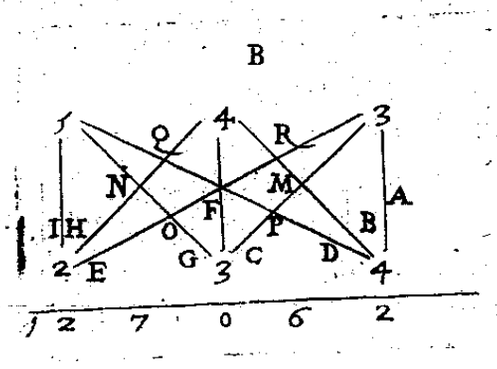
— primam à priore multiplicante, qui à dextera est, ad priorem multiplicandum, secundam ab eodem priore multiplicante ad posteriorem multiplicandum; tertiam decussatim à posteriore multiplicante, nempe à 2, ad priorem multiplicandum, nempe 4; quartam denique ab inferiore posteriore ad superiorem posteriorem. Tibi ego directionis, & memoriæ gratia in figura literas abecedarias apposui, vt iuxta earum ordinem memineris non solum ordinem ducendarum linearum, sed & multiplicandarum figurarum, qui hic est.

Iuxta primam lineam vbi A duc 3 in 4, producent 12, suppono 2, & chironomicæ digitorum configurationi, vel memoriæ committo 1, quod reliquum erat. deinde vbi B iuxta secundam lineam duco 3 in 5, fiunt 15, quem numerum memoria retineo. Mox vbi C iuxta tertiam lineam duco 2 in 4, fiunt 8. Iam tres numeri memoriæ commissi 1, 15, 8 simul addendi sunt tacità mente, datur summa 34; suppono inter producta figuram 4, & memor 2 retineo. Denique vbi D iuxta quartam lineam duco 2 in 5, fiunt 10, appono retentis 2, fiunt 12, quam vtramq; figuram (quoniam multiplicatio tota iam peracta est) suppono inter producta. Atq; hac ratione vides ex ductu 23 in 54 produci in vnicam lineam 1242.

Si trium figurarum multiplicationem moliri lubeat, linearum ductus, & decussationes confice, vt videbis mox in secunda figura *B*.

Cæterum vt certa lege aliqua nitaris, quot lineæ, vnde, aut quò ducendæ sint in qualibet multitudine data figurarum, accipe quod mihi persuasit excogitata huiusmodi theorice, de qua inferius. A singulis ergo figuris inferioribus multiplicãtis numeri duc lineas ad omnes superioris numeri multiplicandas. Sit igitur numerus multiplicandus 543 per numerum 234. Vides à 4 tres lineas ductas ad 3, 4, 5, tres item lineas a 3 ad easdem figuras, item tres aliæ lineæ ductæ sunt à 2 ad eaidem; quæ tribus in locis, siue punctis M, F, N, decussatim se se intersecant.

B



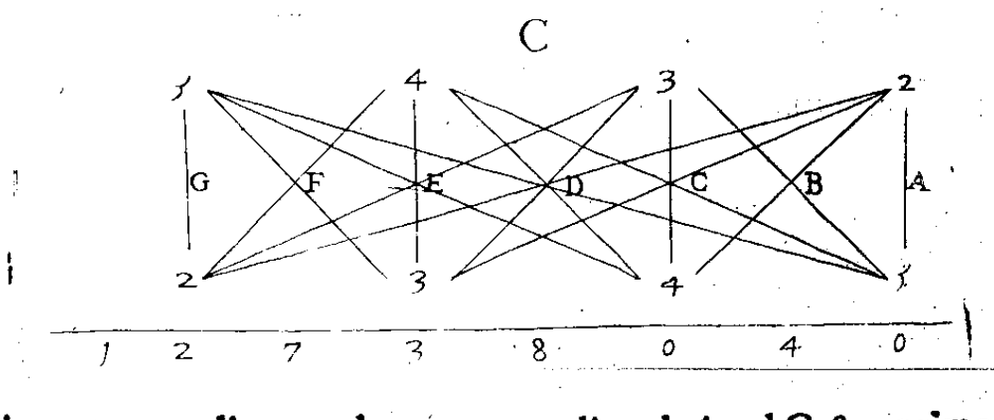
Quæ puncta decuſſationum media (nam alias inferiores, & ſuperiores decuſſationes non curamus, vt vbi O,P,Q, R, & ſi quæ aliæ tales in pluribus figuris mutiplicandis) tibi notanda ex mea animaduerſione propono, quoniam in ijs pũctis indicatur qui, quot,quarum figurarum ductus ante faciendi ſint, quã ſingulas figuras productorum poſt factas additiones ſubſcribas. Excipe primam, & poſtremam lineas rectà ductas inter primas, & poſtremas figuras numerorum multiplicantis, & multiplicandi. Nam eæ ſine vllà decuſſatione indicant multiplicandam inferiorem figuram in ſuperiorem, & factà additione, ſubſcribendum productum. Sic vides in eadem appoſità figura B literas A, B, C, D, E, F, G, H, I, quæ indicant ordinem progreſſionis in ductu inferiorum figurarum in ſuperiores iuxta tractus linearum; literæ vero M, F, N notant in ijs punctis, ſeu concurſibus linearum ducẽdas eſſe figuras inter ſe, ad quas per ea puncta ductæ ſunt lineæ, & poſt factas additiones ter, ſupponendas eſſe figuras productorum, præter ſuppoſitas alias duas, vbi prima, & extrema lineæ ſunt A, & I.

In vſu exempli propoſitæ figuræ B res patebit hoc modo. Primo, vbi eſt litera A, & prima linea, duco 4 in 3, vel 3 in 4, fiunt 12, ſuppono 2, retineo 1. ſecũdò, vbi B, duco, iuxta tractum lineæ obliquum, 4 in 4 fiunt 16, & quia decuſſationis punctum M duas habet lineas, progredior ad tertiam, vbi C, & duco 3 in 3, fiunt 9. Iam ſeruata 1, 16, 9 addo ſimul, redditur ſumma 26, pono igitur 6, & 2 ſeorſim mihi reſeruo. Expeditâ primâ *li*nea, vbi A, & primo puncto decuſſationis, vbi M, accedo ad alteram decuſſationem F, quæ fit à tribus lineis, duabus tranſuerſis, tertiâ directè ſurſum productâ, quæ decuſſationes, iuxta traditas regulas, indicant faciendos eſſe tres ductus inferiorum in ſuperiores figuras, iuxta ſitus lineales, &c. verbi gratia, iuxta ſeriem literarum, vbi D, duco 4 in 5, & fiunt 20. Vbi E alteram decuſſatam video ducentem me vt ducam 2 in 3, fiunt 6. Reliqua tertia eſt, vbi F, & ex ductu 3 in 4 fiunt 12. Addantur reſeruata, nempe 2 poſt ſuppoſitionem ſecũdæ figuræ 6, & alia nuper producta ſeruata 20, 6, 12, producitur ſumma 40. ſuppono ergo pro tertiâ figurâ 0, & retineo 4. Tertia decuſſatio eſt vbi N, vbi duæ lineæ, quæ notant duos ductus tum ipſius 3 in 5 vbi G, & vbi H ipſius 2 in 4; priore ductu conficitur 15, poſteriore 8; addantur ſeruata 4, 15, 8, ſumma exit 27, ſuppono ergo pro quartâ figurâ 7, & retineo mihi 2. ſupereſt denique, vbi I vltima linea, iuxta quam ductis 2 in 5, fiunt 10, quibus addo retenta 2, & prodit ſumma 12, quam ſubſcribo, vt ex ductu numeri 2345 in 5432 productum ſit 12706 2, vt vides in figura B.

Lect. Sanè tot lineationes, ac decuſſationes quaſi quædam retia mihi animum implicarant, ni tu ſtatim tuis hiſce animadertentijs explicaſſes omnia facillimè. Quin etiam ſine vlla literarum abecedariarum adſcriptione, vel ordine, ſat mihi fuerit in dato quantumlibet magno numero (ductis lineis à ſingulis inferioribus figuris ad omnes ſuperiores) tantum primam, & vltimam lineas notare, ac præterea puncta decuſſationum, vt ea adnotatio memoriam mihi excitet, iuxta numerum, & ſitum linearum, quæ in quas ducendæ ſint figuræ, atq; vbi producti, poſt additiones, facienda ſit per ſingulas figuras collocatio.

Auth. Rectè tu quidem iuxta nuper à me dicta, ſed tamen pátere in tertia, quam appono figura C —

C



— apponi à me aliquot tantum literas ad ea tantum loca, in quibus ductus figurarum in figuras, & producti ſingulæ ſuppoſitiones faciendæ ſũt. Quare multiplicaturus 5432 per 2345, ductis lineis, vt dictum eſt, & appoſitis literis ex ordine ab A, ad C, &c. primo vbi A, ductis 5 in 2, ſiue contra 2 in 5, fiunt 10; ſuppone 0, retine 1. Secundo, vbi B, 5 in 3? 15. tum 4 in 2? 8. Iunge in vnum retenta 1, 15, 8, ſumma eſt 24. ſuppone igitur 4, & retine 2. Tertiò ad

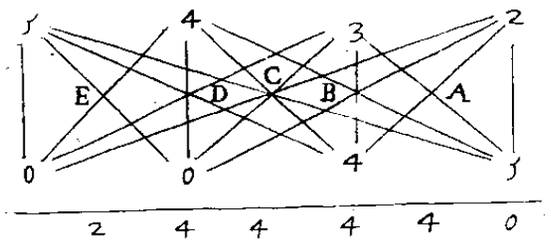
ſecun-

ſecundam decuſſationem trium linearum vbi C: 5 in 4? 20. 4 in 3? 12. 3 in 2? 6. Adde in vnum 2, 20, 12, 2, conficiunt 40: ſubſcribe 0, retine 4. Ad D vbi quatuor lineæ ſe ſe decuſſant, & iuxta eas 5 in 5? 25. 4 in 4? 16. 3 in 3? 9. 2 in 2? 4. Adde 4, 25, 16, 9, 4, ſumma fit 58. ſubſcribe 8, contine 5. Vbi E, vt linearum trium tractus tę dirigunt, dic: 4 in 5? 20. 3 in 4? 12. 2 in 3? 6. ex additis 5, 20, 12, 6, conficiuntur 43. ſubſcribe 3, retine 4. Vbi F quinta decuſſatio, 3 in 5? 15. 2 in 4? 8. 4, 15, 8, conficiunt 27 ſuppono 7, obtineo 2. Vbi G vltima, & ſimplex linea, 2 in 5? 10. Adde huic producto retenta 2, fiunt 12, quæ ſubſcribo, vt ex 2345, in 5432 producatur numerus: 12738040. In prolixioribus exemplis eaſdem leges ſequere.

Lect. In hoc ſexto modo multiplicandi an tantum operatio valet cum totidem ſunt figuræ numeri multiplicandi, & multiplicantis? nam exempla, quæ hactenus propoſuiſti in hiſce decuſſationibus, pares numero habent figuras ſuperiores, atq; inferiores. Quid ſi numerus multiplicans minus plures habeat figuras, quàm multiplicandus, vt fermè aſſolet? fingamus exempli gratia 5432 multiplicandum eſſe per 45. Hìc quoniam numerus inferior deficit duabus figuris, non poterunt fieri decuſſationes, niſi à duabus inferioribus figuris ad quatuor ſuperiores.

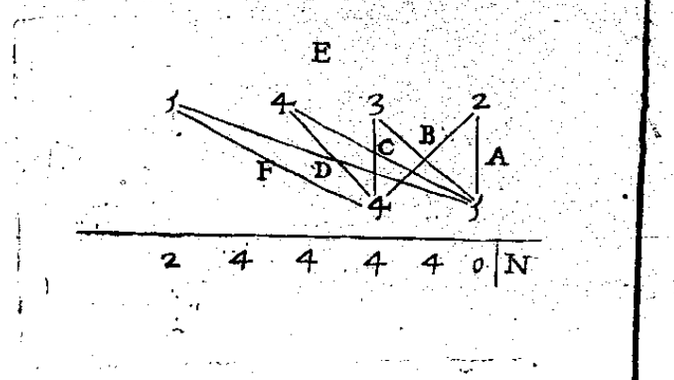
Auth. Aliqui ſunt qui ſuppleant figurarum multiplicantium numerum poſitis zifris, vt vides hìc in exemplo D.

D



Et quaſi quatuor etiam inferiores figuræ eſſent, ducũt lineas ſe ſe decuſſantes, vt habes in hac figura, deinde ſic operantur. 2 in 5? 10. pono 0, retineo 1. In prima decuſſatione A 2 in 4? 8. 3 in 5? 15, appono retentũ 1, & ſumma eſt 24; pono 4, retineo 2. In ſecũda decuſſatione B 3 in 4? 12; 4 in 5? 20; at 2 in 0; nihil efficit; ergo ex 2 retento, ex 12, & 20 ſumma conficitur 34, pono 4, & retineo 3, &c. ſimili modo progrediuntur ad alias decuſſationes C, D, E, &c. atque vbi lineæ incidunt in 0, nihil efficiunt, niſi quòd decuſſationes vtrinq; in figura ſimiles exhibent.

Ego vero vt inutiles prorſus reijcio appoſitas illas zifras, &, ductis lineis à ſingulis vtriuſq; inferioris figuræ ad ſingulas quatuor ſuperiores, ſic figuram conſtituo, vt hic habes in E.



In qua, factis operationibus ad A, & ad F per ſimplices lineas, tum per duplices, ſiue per decuſſationes in B, C, D, iuxta præcepta in antecedentibus, prodit numerus idem 24440 ex multiplicatione numeri 5432 per 45, ſine antepoſitis ziferis, quæ ab alijs ponuntur.

Lect. Profecto valde mihi notandum cenſeo tuum hoc inuentum de aduertendis punctis decuſſationum in hoc ſexto multiplicationis genere. nam ea puncta ſunt cardines huiuſce operationis multiplicatoriæ per haſce lineationes, & explicant animum à tricis, & memoriam adiuuant ad additiones ſuis in locis faciendas.

Puncta decuſſationum cardines ſũt ſexti modi multiplicationis. &c.

Auth. Adde ab ijſdem decuſſationum punctis quaſdam quaſi faculas emicare, quibus theoricum lumẽ videas, & cauſas huiuſce ſexti modi multiplicatorij, qui quædam quaſi mentalis eſt multiplicatio, & vnicà tantum lineà exhibet ſummam multiplicationum, & figurarum, quas modus conſuetus multiplicandi expreſſas ponit ex ordine. Exemplum hic ponam conſuetę multiplicationis, vt ex collatione philoſophando inſpicias ea, quæ practicos arithmeticos latent.

Theorice 6 modi multiplicatorij.

G.

5432, H
45, I

27160, K
21728, L

244440, M

Vides ergo in exemplo figuræ G modum conſuetum multiplicationis, in figura E modum per decuſſationes. Quod igitur mente factum eſt in decuſſatione ad B, id explicitum eſt in altero exemplo in ſerie K, & in ſerie L, in quarum vtraque ſunt numeri 6, & 8, ex quorum additione prodijt vna, eadẽq; Arithmetica nota ſecunda 4 in ſerie ſummar. M, & N vtriuſq; figuræ G, & E. Quod item factum eſt mente in decuſſatione C, id expoſitum eſt in ſerie K, vbi tertia nota eſt 1, & in ſerie L, vbi ſecunda nota arithmetica eſt 2; ex quarum additione prodijt tertia figura Arithmetica 4, addito 1, quod erat reliquum ex additione ipſorum 6, & 8. &c.

Electæ multiplicationes per crates etiam ſine multiplicatione factæ, vtilitati non minus, quam iucunditati accommodatæ, interpoſitis theorijs, ac paradoxis.

CAP. VI.

Lect. MOdus prædictus licet ingenioſiſſimus ſit, & tres tantũ ſeries numerorum exhibeat, tamen breuitatem, ſeu paucitatem notarum arithmeticarum compenſat operationibus mentalibus, in quibus memori, & attento animo eſt opus. In rebus autem, quæ praxim ſpectant, facilitas præcipue quæritur. O ſi fieri poſſent multiplicationes per ſimplices numerorum expoſitiones, in quibus nihil memoria fatigaretur!

Commoda multiplicationum per crates.

Auth. Votis tuis non modo reſpondebo, ſed etiam ea ſuperabo. Nam in modis, quos paullo poſt apponam, non modo memoria non fatigatur, ſed & iuuatur, & ſine vllo multiplicandi labore, per ſolam additionem quæuis multiplicatio expeditur.

Multiplicationes per crates ab Authore donatæ facilitate, ac ſcientia. &c.

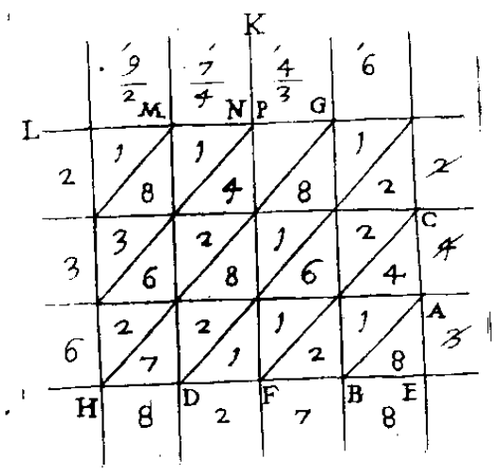
Myſterium in cratibus quibuſdam ſupputatorijs tibi exponam, quas crates cum aliqui alij aliter, nec ſatis pro facilitate, ac ſcientia ponant, nos dabimus iuxta rectæ rationis, & arithmeticæ philoſophiæ præcepta. Nam praxes, niſi è certa ſcientia proficiſcantur, in multis deficiunt. Erunt autẽ modi mox apponendi reſolutorij, & compoſitorij partim recti, partim inuerſi.

Praxes iungẽdæ ſunt ſcientiæ.

Lect. Æquum eſt antecedentes (ſi qui fuere) labores leniri facilitate ſubſequente, vt animus ea varietate, atque commodo leuetur, ac recreetur.

Septimus modus multiplicandi per crates.

Auth. Septimus ergo modus multiplicandi eſto hic. Multiplicaturus exempli cauſa 9746 per 243. numerum multiplicandum ſic expone, vt vides in figura K.



In qua ductis lineis inter figuras ſingulas multiplicandas, deinde tranſuerſis alijs eductis, ita vt parallelogrammum fiat conſtans minoribus parallelogrammis, repone ad dexteram numerũ multiplicantem ex ordine deſcendendo ſic: 243. Duc deinde diametros per ſingula minora parallelogrãmata à dextera in ſiniſtram deſcẽdendo. Et quoniam numerus, qui è multiplicatione prodit circumponendus eſt inferius, & ad ſiniſtram intra extremos cancellos, diſtinctionis gratia numeri multiplicandi notas quaſi punctis ſupernotaui. multiplicãtis notæ ſe produnt tranſuerſis lineis quaſi deletæ.

Vtroque igitur numero ſic diſpoſito, aggredere operationem, multiplicãdo quam lubuerit figuram in quamlibet, modo in angulo communi productum exponas. Cauſa exempli, ex ordine, ſi lubet, incipe à 2 in 6, & productum (nihil memoriæ committendo) in angulo, ſiue in quadrato communi, ſic expone, vt prior figura, quæ vnitatum eſt, ſcribatur infra diametrum, poſterior, quæ denariorum eſt, ſupra diametrum ponatur, ceu vides factum in 12. Perge multiplicando per 2 reliquã figuram 4, cuius multiplicationis quoniam productum vnica eſt figura vnitates ſignificans, ea ſola ſubſcribatur infra diametrum ſecundi, & communis rectanguli, in quod ad angulum communem cõueniunt 2 figura multiplicans, & 4 multiplicanda. Tertio loco 2 in 7 ? producunt 14, 4 infra, 1 ſupra diametrum tertij quadratuli, &c. Eodemq; ordine vides in ſingulis quadratulis inſcripta, & diametraliter diuiſa ſingula producta, vbi communi angulo ſe reſpiciunt ſingulæ figuræ multiplicãtis cum ſingulis multiplicandi numeri figuris.

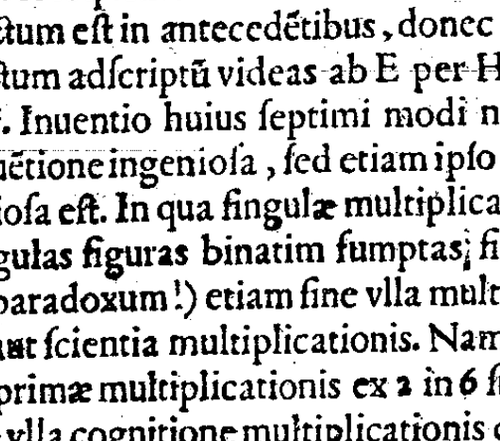
Iam vt ſummam multiplicationis colligas, ſequere ordinem trãſuerſum diametrorum deſcendendo, & iuxta earum diametrorum diuiſionem adde inter ſe figuras omnes, quas vides interclusas intra diametros, quarum figurarum ſummas ſingulas (iuxta præcepta de additione factas,) ſingulis figuris intra extremos cratis cancellos partim ſubſcribe, partim ad ſiniſtram adſcribe, ceu vides factum in 2368278, incipiendo tamen additiones ab angulo, ſiue quadratulo cratis infimo, ac dextro vbi B. Pro exemplo age ſic; Infra diametrum AB, ſiue intra triangulum ABE reperio tantum 8, ſubſcribo intra BE. Progredior ex ordine ad reliquas ſuperiores diametros, intra parallelogrammum CB, hoc eſt intra diametros AB, & CF addo tres repertas figuras 2, 1, 4, & producunt

ductum 7 ſubſcribo ſuo loco intra FB. In tertia ſerie intra CD addo inter ſe 1, 1, 6. 2, 2, conficiunt 12, ſubſcribo 2 inter DF, & 1 addo ad numeros incluſos inter ſequentes diametros, ſiue intra parallelogrammum DG, & 1 retẽto cum 7, 2, 8, 1, 8, 1 fiunt 28, ſubſcribo 8 ſuo loco, ideſt ſub ſua ſerie inter HD, & retineo 1, quod addo numeris ſequentis ſuperioris ſeriei inter ſuperiores ſequentes diametros eodem modo, quo factum eſt in antecedẽtibus, donec totum productum adſcriptũ videas ab E per H ad L.

Multiplicationes factæ ſine multiplicatione.

Lect. Inuentio huius ſeptimi modi non ſolum inuẽtione ingenioſa, ſed etiam ipſo aſpectu ſpecioſa eſt. In qua ſingulæ multiplicationes per ſingulas figuras binatim ſumptas, fiunt (o planè paradoxum!) etiam ſine vlla multiplicatione, aut ſcientia multiplicationis. Nam verbi gratia primæ multiplicationis ex 2 in 6 ſumma 12 ſine vlla cognitione multiplicationis deſcribi poteſt è triangulo numerario Pythagorico, & idem fieri poteſt in reliquarum figurarum multiplicationibus.

Auth. Rectè collegiſti. Immo breuitati harum noſtrarum præceptionum valde cõſultum fuerit, ſi quando eiuſmodi corollaria prouideris, atque vnà mecum expoſueris, quaſi nõ iam in poſterum rudis, ac tyro, qui tantùm aliena percipiat, ſed etiam aliquid de ſuo præcipiat. Sed age, ſi lubet figuram cratis ſecundam videre priori contrariam, ecce in figura M.



In qua & multiplicãs numerus eſt ad ſiniſtram, & inuerſus ità, vt incipiat multiplicatio non à 2, quæ eſt prima multiplicantis figura, vt factũ eſt in altera crate K, ſed à tertia figura multiplicantis, quæ eſt 3, inceptatur operatio, & ducitur in 9 extremam figuram multiplicãdi numeri, contraquàm in K factum eſt. Diametri etiam ſunt à ſiniſtra in dexteram deductæ, & productorum figuræ, quæ vnitates ſignificant, collocãtur ſupra diameros; denitates autem infra. ſumma producti 2368278 inſtituẽda eſt à ſuperiori parte lateris dextri, vbi 18, & ſeponenda eſt nota 8 deſcendendo, ac progrediendo ad finem vſque inferioris lateris verſus ſiniſtram.

In crate priore facta eſt multiplicatio quaſi eſſent diſpoſiti hoc ordine numeri multiplicandi, & multiplicans $\begin{smallmatrix}9746\\243\end{smallmatrix}$, vbi vides in modo ſynthetico inuerſum numerum multiplicãtem. In poſteriore crate ſic $\begin{smallmatrix}9746\\342\end{smallmatrix}$, vbi vides in modo analytico inuerſum multiplicantem; tamen multiplicans numerus in recto ordine eſt 243; iſque ritè collocatus ſub multiplicando, iuxta communes leges, ſe habere deberet ſic: $\begin{smallmatrix}9746\\243\end{smallmatrix}$ in collocatione ad multiplicationem faciendam modo compoſitorio; modò autem analytico ſic: $\begin{smallmatrix}9746\\243\end{smallmatrix}$.

Per crates fiunt multiplicationes iuxta omnem varietatem numerorum collocatorũ.

Sed quocumq; tandem modo, atque ordine imagineris factam eſſe multiplicationem, inuenies eadem producta in angulis, ſiue rectangulis, ad quæ concurrunt binę figuræ altera multiplicans, altera multiplicãda. Itaque, quod mirum eſt in crate qualibet numeraria, ſi recte inſpexeris, inuenies factas eſſe multiplicationes iuxta quamcumq; varietatem collocationum, & ductuum, qui fieri poſſent inter figuras numeri multiplicantis, & multiplicandi. Experire, amabo, & incipe à quacumq; velis figura multiplicantis, eamq; confer, & multiplica cum quacumq; velis figura multiplicandi numeri, ac ſtatim in crate alterutra videbis numerum productum in communi rectangulo poſitum; non ſecus accidit in trigono numerario Pythagorico; niſi quod noſtræ crates variant etiam loca, & ordines figurarum in numero multiplicante.

Per aduerſa, & inuerſa eadem ſumma conficitur in cratibus.

Illud etiam iucundum, ac mirum eſt, quem admodũ ex multiplicatione, quæ vario, & contrario ordine facta ſit inter multiplicantem, & multiplicatum numerum, eædem figuræ prodeãt in qualibet ſerie inter cratium diametros, inuerſo tamen ordine locorum, quæ occupant figuræ in eadem ſerie; atq; eadem ſumma in ea omni varietate, ac contrarietate colligitur. Sic vides ex crate priori has ſeries perpẽdiculares collectas:

1 1 4 1 2 4 8
8 2 8 2 1
3 6 1 6 2
2 8 1
2 1
7
2 3 6 8 2 7 8

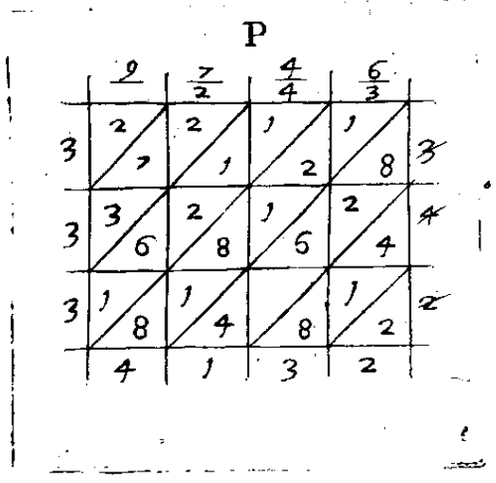
Ex crate autem poſteriori has:

1 3 2 7 1 2 8
8 6 2 1 1
1 2 8 6 4
4 1 2
8 2
1
2 3 6 8 2 7 8

éadem tamen vtrobiq; ſumma conficitur, vt vides, 2368278.

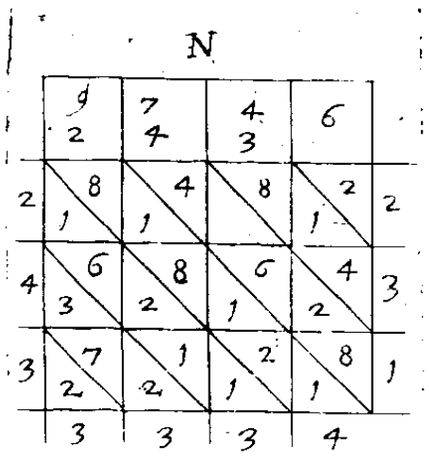
Lect. Circa duas crates ſupputatorias, quas paullo ante appoſuiſti, quid eſt quòd in priore, in qua diametri à dextera in ſiniſtram deſcendunt, ſanxiſti numerum multiplicantem ponẽdum eſſe ad dexteram hoc ordine: 243? quid ni etiam inuerſo ordine ſic: 342? En tibi in figura, ſeu crate P, in quà multiplicans ad dexteram ſic habet: 342, & multiplicationes factæ in communibus angulis, ſiue rectangulis rectè habent, ceu 18, vbi eſt concurſus figurarum 6, 3, &c.

P



In poſteriori autem tuà crate, in qua diametri à ſiniſtra in dexteram deſcendunt, præcepiſti numerum multiplicantem in ſiniſtrà ponendum eſſe hoc ordine 342. Ego vero tibi hic tertiam meam cratem N appono.

N



In qua eſt inuerſo ordine 243 ad ſiniſtram, ſuntq; multiplicationes ritè factæ in concurſibus communibus, vt 18 vbi eſt concurſus figurarum 2, & 9, &c.

Auth. Exitus acta probat, vt cecinit ille. Videbis ab effectu operationis tuæ fallaciam, & à nobis non temerè præceptum eſſe eum ordinem figurarũ in multiplicante. Nam in vtraq; crate P, & N, ſi iuxta ductum diametrorum figuras inter ſe addas, prodibit hæc ſumma 3334132, cum eſſe debeat: 2368278.

Ordo figurarum numeri multiplicãtis à nobis non temere præceptus pro cratibus.

Lect. Sane quod non opinabar euénit. At miror quî fiat vt ex multiplicationibus rectè poſitis in ſingulis quadratulis, tamen non recta ſumma conficiatur.

Auth. Ratio eſt, quia diſpoſito ſic multiplicante, vt tu volebas, etiam ſi multiplicationes rectæ ſint in quadratulis, ad quæ concurrũt ſingulæ figuræ numeri multiplicantis cum ſingulis multiplicandi numeri figuris, tamen cõmunes illi concurſus, & quadratula locum variant in cratibus. Sic ex 3 in 6 in crate mea K numerus 18 eſt in vltimo quadratulo inferiore ad dexteram, vt in tua crate P eſt idem numerus 18 in primo quadratulo ſuperiore ad dexteram, &c. Atque aliæ factæ ſunt ſimiles peruerſiones in alijs quadratulis vtriuſq; tuæ cratis P, & N, ſi eas conferas cum cratibus K, & M.

Ratio, & theorice falſæ ſũmæ in cratibus.

Ex ijs autem peruerſionibus in ordine quadratorum efficitur, vt dum iuxta ductum diametrorum adduntur figuræ numerorum inter ſe, addãtur vario ordine, ac numero figurarum, quàm oportet, & diuerſo ab ordine, quem habent figuræ intra diametros cratium K, & M.

Vt fallaciam expoſitam videas, en hic extra crates in ordine poſitos numeros, vt educuntur è tranſuerſis cratium numeris.

Ex crate N	Ex crate P.
2 3 1 8 4 8 2	2 2 1 1 8 4 2
7 6 1 6 1	7 1 2 2 1
2 2 8 2 4	3 2 1 6 8
1 1 8	6 8 4
1 2	1 1
1	8
3 3 3 4 1 3 2	3 3 3 4 1 3 2

Videbis in numeris tam rectarum cratium K, & M, quàm fallacium N, P, eaſdem omnino notas arithmeticas, nempe ſeptem vnitates, ſex dualitates, vnum ternarium, duos quaternarios, duos ſeniones, vnum ſeptenarium, quatuor octonaria. Sed quia in N, & P non diſpoſitæ ſunt eæ notæ numerariæ per debitos ſibi ordines, ideo additæ inter ſe ſummam fallacem conficiunt.

Lect. At penè mihi exciderat e memoria. Quid notant in tuis cratibus K, & M ij numeri vbi ſub muliplicãdo numero ſunt in K quidem 2 m, 4 n, p 3; in M verò q 2, r 4, s 3?

Auth. Habes in duabus illis ſuppoſitionibus numeri multiplicantis ſub multiplicando alterum modum multiplicandi per crates, non ponendo producta in quadratis communis concurſus, vt hactenus præceptũ eſt; ſed producta ex multiplicatione ſingularũ figurarum ponendo in quadrato, quod rectà ſupponitur ſub figura numeri multiplicandi. Sic vides in crate K, ducto 2 M in 9, productum 18 collocari rectà ſub 9. ex 2 M in 7, productũ 14 eſſe ſub 7, &c. ex ordine. Rurſus 4 N in 9? productum 36 eſt

Nota modũ multipl. per crates facil. & inuſit.

ſub

ſub 9,&c. eodem,aut ſaltem proportionali modo fit etiã multiplicatio in crate M. Notabis porro haſce multiplicationes prædicto modo factas per numeros, vbi in crate K sũt literæ M, N, P, & in M vbi Q, R, S, eſſe quidem alteram in K reſolutoriam, in M verò compoſitoriam. Nam, vt ibi videre licet, numeri multiplicantes ſuppoſiti ſunt ſub multiplicãdo numero ex ordine, & modo vtroque, nempe reſolutorio, & compoſitorio. Vt enim in ijs cratibus multiplicationes per numeros multiplicantes ad latera cratium collocatos fiunt ex inuerſionibus numeri multiplicantis; ſic multiplicationes per numeros multiplicantes collocatos ſub multiplicandis, non inuerſo, ſed recto ordine numeri multiplicantis, reſolutoriæ, & compoſitoriæ ſunt, prout inſtituitur multiplicatio in K ab extremis figuris, in M à primis.

Ad diſtinctionem porro multiplicantis nominati pro vſu hoc poſtremo in cratibus, appoſitæ ſunt eæ literæ N, M, P, &c. quibus caret multiplicans nominatus pro vſu altero priore in initio capitis, &c.

Raddologiæ, ſiue virgulariæ logiſtices origo, & vſus aliquis apud alios non vſitatus è multiplicationibus per crates antecedentis capitis, ac è tabella Pythagorica. Logiſticæ Antiquorum multiplicationis exemplum è veterum monumentis. Modus logiſticæ multiplicationis omnium facillimus, ac ſimpliciſſimus, ex quo etiam patet theoria vniuerſæ operationis multiplicatoriæ.

CAP. VII.

Nõ refert quo ordine multiplicentur numeri, modò ſumma non fallax colligatur.

Lect. IN tantà varietate videre mihi videor non referre admodum, quo ordine inter ſe ducãtur figuræ numerorum multiplicandi, & multiplicantis, vel ſub qua figura ponantur producta, vel in quas ſeries diſtribuantur, modò poſſint colligi, atque inter ſe addi figuræ productorum ſecundum ſeries, ex quibus ſumma fallax non prodeat.

Auth. Tuæ animaduerſioni fauent modi penè omnes adhuc à nobis expoſiti, quorum ſinguli nouam aliquam varietatem exhibẽt diuerſam à ſingulis in diſpoſitione productorum in ordine multiplicandi. &c.

Cæterum, mi lector, ex occaſione præceden-

tium cratium arithmeticarum vim animad uertas rem, ex qua patet rectè dictum: *nihil nouum ſub ſole*. Nam raddologiæ, ſiuè practicę arithmeticæ vſus per virgulas, & priſmata lignea (ſi rectè inſpicias, & ex præcedentibus philoſopheris) ſoboles eſt modi multiplicatorij per crates hactenus à nobis expoſitas, & penè nihil differt à crate K.

Raddologia, ſiue virgularia Arithmetica eſt ſobole cratium Arithmeticarum.

Rem tibi nũc hic expreſſiſſimam oculis ſubijcio. finge tibi multiplicandum eſſe numerum 7589 per 4637. Ex arte traditâ in crate K capitis antecedentis, totum negotium expeditum erit iuxta cratem appoſitam A in ſeq. pag.

Exemplũ raddologię in cratibus. &c.

A

	7	1	8	9	
3	2/8	2/0	3/2	3/6	4
1	4/2	3/0	4/8	1/4	8
1	2/1	1/1	2/4	2/7	3
9	4/9	3/1	1/6	6/3	7
	0	1	9	3	

Iam ſi per artem logiſticæ virgulariæ velis eiuſdem propoſiti numeri multiplicationem efficere, quattuor priſmata inuenies, in quorum frõtibus ſint ſingulæ notæ numeri multiplicandi, ſub quibus notis ſunt aliæ notæ diametris tranſuerſis à dexterà in ſiniſtram diuiſæ; ſimul autem collocatæ illæ virgæ hãc exhibent figuram, ſeu cratem B.

B

7	1	8	9	
1/4	1/0	1/6	1/8	
2/1	1/1	2/4	2/7	E 3
2/8	2/0	3/2	3/6	C 4
3/1	2/1	4/0	4/1	
4/2	3/0	4/8	1/4	D 6
4/9	3/1	1/6	6/3	F 7
1/6	4/4	6/4	7/2	
6/3	4/1	7/2	8/1	

in qua ſuis locis appoſui ad dexteram figuras ſingulas numeri multiplicantis iuxta ordinem literarum vſurpandi, nempe primo loco vbi C ducendus erit numerus 4 in 9, &c. ſecundo loco vbi D 6 in 9, &c. inuenienturq; ſingula producta in communibus quadratulis, ſiue angulis, &c.

Si eumdem numerum 7589 multiplicãdum per 4637 multiplicare volueris per cratẽ prioris generis à nobis præcedenti capite poſitam, conficies figuram A.

Quis autem nõ videat nullum eſſe diſcrimen inter crates A, & B in numeris productis, in locis, in collocatione, in diametris? Rectius autem fit in crate dum exhibẽtur tantum multiplicationes neceſſariæ, atq; etiam (quod fieri nequit in B) ſine vlla memoriæ moleſtia educitur, & conficitur ſumma 35190193, cum in B oporteat exercere memoriam, & additiones, & retentiones mente continere, & eas ſemper in pagella ſeorſim, & e ſepoſitis conficere denique ſummam eamdem, quæ longe compendioſiori via conficitur in crate A.

Vſus raddologicæ multiplicationis ſine multiplicatione.

Quod ſi velis vſum non vſitatum, & faciliorem, quam is, qui ponitur in regulis raddologicæ multiplicationis, deſcribe, vt iacent, figuras arithmeticas in directum ipſis C, D, E, F, & confectà ex ijs crate, vt eſt A, ſine vllo labore multiplicationis, per ſolam additionem, vt dictum eſt, & indicatum in crate A, conficies ſummam 35190193 ex multiplicatione numeri in capitibus virgularum 7589 per numerum 4637 ad latus vbi C, D, E, F.

Per tabulam numerariam Pythagoræ idem, ac facilius efficitur quod per raddologiam.

Quid quod trigonum, ſiue tabella numeraria Pythagorica cõtinet eaſdem omnino multiplicationes, & eumdem modum cum raddologiæ virgulis ſupputatorijs ſimul ex ordine numerorum poſitis? idemque omnino efficitur per tabellam Pythagoricam in multiplicationibus, diuiſionibus, extractionibus radicum, quod per virgulas raddologiæ. In quibus (quemadmodum in tabellà Pythagoricà) nulla eſt neceſſitas, ac nullum compendium eſt, ſi dividas figuras numerarias tranſuerſis diametris; quemadmodum neceſſe eſt, & compendium vtillimum exhibent eæ diametri tranſuerſæ in crate A, atque in alijs, dum ſeries conſtituunt rite addendorum inter ſe numerorum, vt ſumma multiplicationis conficiatur.

Idem quod hìc ſemel dictum eſt de raddologia ex occaſione multiplicationis factæ per crates, intelligendum eſt etiam circa diuiſionem, radicum extractionem, &c.

Lect. Hac tua inueſtigatione voluptatem mihi ademiſti, quam, quaſi ex nouo prorſus inuẽto, percipiebam dum virgulas illas numerarias pertractabam, quarum copiam mihi appararam. Sed tamen longe mihi gratior eſt veritas, & voluptatem nunc maiorem percipio ex hac mihi aperta origine Raddologiæ.

Auth. Raddologia igitur reducenda eſt ad ſeptimum modum multiplicandi, qui per crates fit, niſi etiam malis (quod videtur vero propius, propter nuper dicta in differentijs raddologiæ à cratibus) reducere ad modum communem quemlibet, ac notiſſimum, qui faciliori apparatu fit ex tabella Pythagorica, vt dictum eſt. Quare ne mirere, ſi locum raddologiæ peculiarem quaſi nouo inuento, verbi gratia, locum nonum, non attribuerim.

Lect. Sanè ſingulæ illæ virgæ ſupputatoriæ cõfectæ ſunt iuxta progreſſiones in tabella Pythagorica factas, nempe à numeris digitis deſcendendo per additiones cõtinuas æqualium: 7, 14, 21, &c. 5, 10, 15, &c.

Auth.

Cur omissi alii qui alij multiplicádi modi,

Auth. Omitto alios quosdam multiplicandi modos, qui figuras referunt rhomborum, calicum, &c. quia ij suis inuentis non faciliorem, sed operosiorem, ac difficiliorem exhibent multiplicationem. Nos autem eos tantum modos multiplicandi posuimus, qui non tam voluptati, quam vtilitati, facilitati, & compendio possint inseruire.

Modi multiplicandi vtiliores ab Authore adhibiti

Non committam tamen, vt (saltem eruditionis gratia) omittam modum quemdam multiplicandi apud veteres græcos, qui (vt artes tépore, ac studio perficiuntur) priscis illis temporibus ex parte satis erat rudis, & nondum in posteriorum Logistarum compendia conceserat.

Modus, & exẽplũ multiplicádi apud priscos.

Locus apud Heronẽ in Geodesia est propositione sexta. Ac verba eius Authoris de inuentione areæ circularis hęc sunt: *si dimetientis passus* 210 *ad ipsos* 165 *quartæ partis ipsius ambitus multiplicentur*, 34650 *fient, quæ circuli area est. Nam si* 200 *in* 100 *multiplicentur*, 20000 *efficiunt; si vero in* 60, 12000; *& in* 5, 1000. Ac rursus; 10 *in* 100, 1000: *in* 60 *verò* 600: *nec non in* 5, 50. *Quapropter reperta est quæ quidem in cẽtro circuli* 105: *dimetiens autem* 210: *& ambitus* 660: *area vero, siue totum spatium à dimetiente, & quarta ambitus parte factum, passuum* 34650.

Videntur verba Heronis in exemplo arithmeticæ operationis efficere hanc formam.

210
165
20000
12000
1000
1000
600
50
34650

Iuxta vero modum consuetum nostris sæculis operatio sic habet.

210
165
1050
1260
210
34650

Logistica cõpendia sunt inuẽta Priscorum, nõ semipriscorum Arabum.

Lect. Hic memini, atq; animaduerto, quod progym. 1. c. 2. indicasti, nempe logistica compendia esse inuentum non semipriscorum Arabum, vt aliqui arbitrati sunt, sed antiquissimorum Arithmeticorum. Modus antiquus Heronis omnino est oppositus modo nostri æui consueto. Nam nos (consueuimus saltem vt plurimum) mod ocõpositorio vtimur, & multiplicamus maiorem, ac superiorem per minorem, atque inferiorem; Hero vero vtitur resolutorio, & multiplicat minorem, atque inferiorem per maiorem, & superiorem.

Priſci vtebantur modo analytico multiplicádi, &c.

Auth. Lege propositionem 16 lib. 7. Euclid, quæ, sic habet: *si duo numeri se se mutuo multiplicantes fecerint aliquos; geniti ex ipsis æquales inter se erunt.* siue vt in Campano proponitur: *si duo numeri se se mutuo multiplicauerint, procreabitur vnus, idemq; numerus.* Itaque nil refert vtrum per vtrum multiplices.

Octauus modus. multiplicãdi simplicissimus, ac facillimus per simplices additiones, sine labore memoriæ, & aptissimus ad theoricem &c.

Age, iam modum tibi octauum, ac postremum expono, in quo nihil est, quod desideres ad simplicissimam facilitatem. Nam tota operatio per apertas, & continuas additiones peragitur, & nihil memoriæ committitur, & nullæ lineæ ad rates educuntur. Ac, quod caput est, in eo modo patet facillimè omnis theoria multiplicationum arithmeticarum. Is ergo modus est compositorius iuxta formam cõsuetam, sed operatio, iuxta meam commentationem, sic est peragenda.

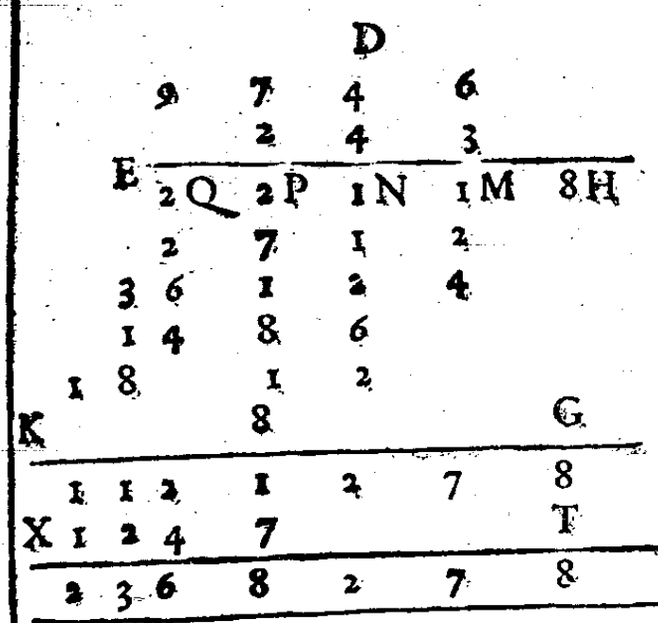
Repetamus numerum in cratibus capite antecedenti positis. Sitq; numerus 9746 per numerum 243 ritè suppositum ex præceptis de compositorio multiplicandus. 3 in 6? 18: recta sub 6, & sub 3 suppone 8, & pone 1 in locum posterio, rẽ ad sinistram sub 4, 3 in 4? 12. suppone 2 sub 4, & 1 sub 2, & 7. 3 in 7? 21: pone 1 sub 2, & 7, pone 2 sub 9. 3 in 9? 27. pone 7 sub 9 infra 2, pone 2 in locum anteriorem ad sinistram. Expedità primâ multiplicantis numeri figurâ 3, accede ad secundam 4. 4 in 6? 24. pone 4 sub 4, & 2 in anteriorem partem ad sinistram. Eodemq; modo, atq; ordine multiplicando reliquas figuras, semper repone, iuxtà datum exemplum, figuram vnam, aut plures productorum in ordine à dextrà in sinistram, nihil retinendo memoriâ, nihil addendo, &c. vt vides in appositio hic exemplo.

D
9 7 4 6
2 4 3
E 2Q 2P 1N 1M 8H
2 7 1 2
3 6 1 2 4
1 4 8 6
1 8 1 2
K 8 G
1 1 2 1 2 7 8
X 1 2 4 7 T
2 3 6 8 2 7 8

In quo ab E ad G conclusæ sunt additiones singularum figurarum numeri multiplicandi factæ iuxta figuras numeri multiplicantis, &

ex-

expositæ simpliciter, atq; exordine in suas singulę series.



Secundo loco faciendæ sunt aliæ additiones figurarum intra EG iuxta earum series, itaque ductâ lineâ KG, accipio 8, vbi H, & suppono rectà vbi G; eo ad secundam seriem vbi M, & addo 1, 2, 4, fiunt 7, quæ ex ordine pono post 8 ad sinistram. Pergo ad seriem N, & eius summam 12 simpliciter expono, 2 quidem sub serie N, 1 vero sub anteriori serie P, ad sinistram. Addo seriem P, & summæ 27 alteram figuram 7 pono sub serie P, alteram figuram pono sub antecedentem seriem Q. eodemq; ordine, ac modo suppono reliquas summas 14, 12, &c. Tertio loco, quoniam summa, quæ concluditur inter KT nondum expositæ est per simplices figuras, ideo ductâ XT, iuxta suas series, addo inter se figuras inter KT, si velis resolutorio ordine incipiendo à K. Prima additio efficit summam 2, secunda 3, tertia 6, quarta 8, reliquæ simplices sunt figuræ. Atque hac arte tãdem per simplices tantum tres additiones confecta est postrema summa 236278, quam alij omnes modi multiplicandi conficiunt per additiones, retentiones, appositiones, &c.

Lect. Arbitror sanè tuum hunc modum non solum esse omnium aliorum modorum multiplicandi facillimum, ac simpliciſſimum, sed etiam breuissimum. Nam in modo consueto longiores sunt moræ, quæ ponuntur in additionibus, retentionibus, repositionibus figurarum inter EG, quàm vltima illa, & breuissima tua additio facta figurarum inter KT.

Molestus tamen aliquis censor dixerit Octauum hunc multiplicandi mõdum eundem esse cum primo in cap. 3. huius progymnasm. Censori pro te respondeo, te prudenter omnes multiplicationũ modos à te traditos quasi quodam circulo concluſisse, & similem principio finem posuisse. Similem, inquam, non eundem. Nam primus modus analyticus est, octauus hic est syntheticus consueto propior, quàm analyticus.

Differentia 8. modi à primo, & præillo præstantia.

Auth. Esto, nolit quispiam vti hoc octauo modo multiplicandi, tamen otiosus non est, immo potissima ratio eum ponendi apud me fuit, quia theoricen multiplicatoriæ operationis vnicè indicat, eam autem theoricen tibi breuiter sic expono.

Theorice multiplicatoriæ operationis.

Quoniam (vt dictum est initio in definitionibus multiplicationis) multiplicatio est additio proportionata, propositum ergo est nobis in exemplo D addere inter se numerũ 9746 toties, quot vices significat numerus multiplicans 243, ideſt ducenties quadragies, & ter; estque hæc additio æqualium numerorum æquè, ac si numerus 9746 ducẽties quadragies, ac ter esset expositus, atque exscriptus, quæriturque summa, seu numerus, quem conficiunt numeri 9746 ducenties quadragies, ac ter sibi ipsis additi. Quid ergo affert adiumenti, atq; compendij scientia Arithmetica?

I. Per partes singulas numeri multiplicantis 243 fit additio multiplicandi numeri 9746, eæque additiones fiũt quasi figuræ singulæ tam multiplicantis, quam multiplicandi numeri essent simplices, seu monadicæ. Et quoniam in trigono, seu tabella numeraria Pythagorica (vt nuper dictum est in theoriâ raddologiæ) monadicarum omnium figurarum factę sunt additiones per æqualia, ideo dum quæritur (verbi gratia in primis figuris propositi exẽpli D) 3 in 6? ideſt sena ter sibi addita? reperitur illa additio in tabella Pythagorica sub 6 ter replicata cõficiens 18. parique ratione in reliquis additionibus reliquarum figurarũ, quasi monadicarum, fit proportionata sumptio per æqualia.

Cæterum quia figuræ, licet quasi monadicæ sumantur, suum vnaquæque locum occupant, & productis numeris plurium figurarum, aliæ in anteriorem, aliæ in posteriorem locum reijciuntur iuxta dicta, & explicata in theorijs circa additiones, ideo pro ratione sui loci figuræ singulæ decadas, vel cẽtenarias, vel millenarias, &c. significant; summæ autem singulæ, ac partiales, quæ conficiuntur ex additionibus numeri 9746 factis iuxta significationes singularum figurarum, ac partium numeri 243, expositæ sunt intra EG, & iuxta locum singularum figurarum numeri multiplicantis inchoatæ, ac repositæ sunt ad suas quæque series conficiendas, ceu vnitatum, denitatum, centenariorum, &c.

Itaque vides 9746 ter sibi additum cõficere primam summam $\frac{22118}{7.12}$, ideſt (si simul & hi numeri primæ huiusce summæ addatur) 29238. Similique ratione agnoscere potes reliquas partiales summas inter EG positas, & factas ex æqualium additione proportionatà.

II. Loco quoniam adhuc quæritur summa totalis confecta ex ijs summis partialibus, vt sciatur quem numerum conficiant 9746 additæ

dita ſibi per vices 243, ſcientia Arithmetica, rurſus addit compendium per additiones partiales ſecundo loco factas ſingularum figurarum inter EG in ſuas ſeries diſtributarum, quaſi ſingulæ eſſent monadicæ; fitq; ex partialibus ſummis inter EG ſimul additis ſumma, quæ eſt inter KT. At quoniam hæc etiam ſumma prodit in duas numerorum claſſes, ſeu quaſi partes diſtributa, vt tandem vnico, atq; integro numero quæſita ſumma exponatur, factà poſtrema additione, prodit numerus 2368278 quæſitus ex multiplicatione 9746 per 243. Additiones autem factæ inter EG, & KT non ſunt æqualium, ſiue per æqualia, &c.

Lect. Puta eam ſummam 2368278 eſſe numerum gratiarum, quas tibi ago pro hac mihi gratiſſima theoriâ operationis arithmeticæ multiplicatoriæ.

Compendia multiplicationis logiſticæ, præſertim e miris, ac iucundis aliquorum numerorum proprietatibus.

CAP. VIII.

Auth. MVltiplicationes factæ per modos omnes ſupradictos etiam ſi compendia ſint operãdi, tamen in ipſis etiam compendijs, & ad ipſamet compendia docentur à Logiſtis aliqua quaſi compendiorum compendia, quæ quoniam vulgata ſunt apud alios, ideo (de more noſtro cum nihil habemus noui, vel parum vulgati) paucis abſoluentur à nobis; niſi quòd de noſtro cauſas indicabimus; deinde ad curioſa, & recondita compendia ex quibuſdam numerorum miris proprietatibus deueniemus.

Compẽdium cum primę figurę ſunt zeri.

Itaque 1. ſi quando multiplicatio fiat numerorum, quorum alteruter, ideſt ſiuè multiplicandus, ſiuè multiplicans habeat pro primis figuris zeros aliquos, tunc fiat multiplicatio ſequentium figurarum, omiſſis zeris, tum factæ ſummæ addantur zeri omiſſi in initio alterutrius numeri, aut etiam vtriuſq; numeri (ſi vterque habeat in initio zeros) zeri addantur ad dexteram ſummæ productæ, vt in exemplis A, B, C. In quibus, vt operationes iuxta præcepta factæ melius appareant, ſuppoſui figuras primas ſignificatiuas ſub ſignificatiuis, extantibus extra ordinem zeris.

A

5432 (00
2343

16296
21728
16296
10864

12727176 (00

B

5432
23 (00

16296
10864

124936 (00

C

5432 (00
2343 (00

16296
21728
16296
10864

12727176 (0000

Compẽdium cum zeri figuris arithmeticis ſunt intermixti.

2. Si numeri non habuerint zeros in initio, ſed intermixtos inter figuras ſignificatiuas, omitte zeros in numero inferiori, & perge ad multiplicationem ſequentium figurarum ſignificatiuarum, vt in exemplo D.

D

5432
203

16296
10864

1102696

At vero in numero ſuperiori, ſi fuerint aliquæ zifræ intermedię, non ſunt omittendæ, ſed inter producta ſuis locis reponendæ, vt vides factum in exemplo E.

E

5402
234

21608
16206
10804

1264068

Lect. Ex prædictis colligo quemcumq; numerum multiplicandum per alium numerum, cuius poſtrema figura (ſiue prima à ſiniſtra) ſit vnitas, reliquæ verò omnes ſint zeri, ſtatim factam eſſe multiplicationem per ſolam appoſitionem zerorũ ad numerum multiplicandum,

quia

quia vnitas non auget numerum multiplicandum, & zeri in initio numeri (vt me docuisti) apponendi sunt summæ, siue producto. Vide hic exempla F, G, H.

F

5947
100
594700

G

7493
1000
7493000

H

479865
100000
47986500000

Auth. Facilis hæc est, & vera tua illatio, seu corollarium compendiosum ex prædictis. Rationes autem horum compendiorum se prodet si animum reuoces ad theorias præcedentis capitis. Hìc nunc sat esto experientia. Nã si modo consueto multiplices etiam zeros per zeros, vel figuras significatiuas per zeros, vel zeros per figuras significatiuas, eadem summa prodit, quæ per prædicta compẽdia, & frustra per plura laboratur cùm licet per pauciora.

Alia compendia pro multiplicatione possunt educi quasi corollaria ex miris, ac iucundis aliquot numerorũ proprietatibus, quarum aliquas hìc subijcio.

Miræ numerorũ proprietates ad compendia multiplicationum.

I. Numeri progrediẽtes à 3 per additionem æqualium, vt habes in tabella Pythagorica, si multiplicentur per 37, producunt numerorum summas, quæ ternis constant figuris eiusdem generis incipiendo ab vnitate, ac progrediendo ex ordine.

Prima numeri 37 multiplicantis.

37 3 = 111
37 6 = 222
37 9 = 333
37 12 = 444
37 15 = 555
37 18 = 666
37 21 = 777
37 24 = 888
37 27 = 999

Ergo multiplicaturus 37 per 3, statim supone tres vnitates, per 6 tres dualitates, per 9 tres terniones, &c. atque hisce compendijs expediti multiplicationem.

Secunda proprietas multiplicantis numeri à serie per 3.

II. Si numerus constans ex 37 pluries replicato multiplicetur per eamdem seriem numerorum à 3 progredientium, prodeunt summæ in ijs positæ ordinibus, quos hìc vides, tantum in exemplis bis, ac ter replicato 37.

3737 3 = 11211
3737 6 = 22422
3737 9 = 33633

3737 3 = 11211
3737 6 = 22422
3737 9 = 33633

III. Si per eosdem 3, 6, 9, &c. multiplicetur numerus 407, prodeunt figurarũ hæ series.

Tertia ab eãdem serie.

407 3 = 1221
407 6 = 2442
407 9 = 3663 &c.

IV. Numerus constans ex 407 sæpius replicato multiplicatus per eosdem 3, 6, 9, &c. producta dat in hasce series.

Quarta ab eãdem serie.

407407 3 = 1222221
407407 6 = 2444442
407407 9 = 3666663 &c.

Ex quibus potes (si quando prædicti numeri per prędictos multiplicandi fuerint) memoriæ, ac facilitatis gratia elicere cõpendia multiplicatoria, ceu fecimus nos ex prima tradita proprietate. Idemque intellige de inferius dicendis.

Lect. In serie numerorum progredientium à 7 per additionem æqualium memini olim audisse me nescio quid persimile primę proprietati, quam nuper tradidisti de serie progrediẽtium à 3. &c.

Auth. Fortasse vis innuere, vel tibi vis in memoriam reuocem —

Quinta à serie numerorum per 7.

— V. Quam hìc ex ordine pono proprietatem; scilicet: In serie numerorũ à 7 progredientium per additiones æqualium, vt habes in tabella Pythagoræ, 7, 14, 21, 28, 35, &c. si per eos numeros singulos multiplicetur numerus 143, producuntur numeri, qui medios habent duos zeros, extremas autem figuras binas eiusdem generis, vsque ad numerum multiplicantem 70 inclusiuè, deinde alios ordines, ac series peruenustas producunt, &c.

143 7 = 1001
143 14 = 2002
143 21 = 3003
143 28 = 4004
143 35 = 5005 &c.
143 70 = 10010
143 77 = 11011
143 84 = 12012 &c.

Sextum compendiũ à miris num. vndenarij proprietatibus.

VI. Numerum vndenarium si per monadicũ quemlibet multiplices, habebis statim productum per appositionem figuræ eiusdem generis ad multiplicantem. 5 in 11 ? 55. 6 in 11 ? 66. &c. 8 in 11 ? 88. 9 in 11 ? 99. Idem vero vndenarius assumptus pro multiplicante certos

aliquos

aliquos numeros certa quàdam ſerie progredientes producit numeros, in quibus certis locis ex ordine ſunt, redduntur, replicantur figuræ numeri multiplicati. Poſſuntq; ex diligenti inſpectione leges certæ formari ad ſummam facilitatem multiplicandi numeros per vndenarium.

En hìc inferius numeros progredientes per additiones denari, qui multiplicati per vndenarium producunt ſummas, quæ & ipſæ progrediuntur per additiones denarij, & figuras habent extremas ſimiles figurarum extremarum numeri multiplicati; &c.

101	111	121	
11	11	11	
1111	1221	1331	
131	141		
11	11	&c.	
1441	1551		

201	211	221	
11	11	11	
2211	2321	2431	
231	241		
11	11	&c.	
2541	2651		

En & numeros progrediẽtes per additione vnitatis, qui per vndenarium multiplicati, producunt ſummas, quarum figuræ ſimiles ſunt figuris numeri multiplicati, & in ſimilibus locis duplicatæ.

101	102	103	
11	11	11	
1111	1122	1133	
104	105		
11	11	&c.	
1144	1155		

201	202	203	
11	11	11	
2211	2222	2233	
204	205		
11	11		
2244	2255		

Septimũ compend. à numeris circularib.

VII. Poſſis ad has miras, & compendioſas proprietates reuocare etiam numeros a iquos, qui circulares ex eo appellantur quòd redeunt in eamdem, aut eaſdem figuras primas multiplicati, à quibus figuris multiplicatio incepta eſt. Tales ſunt quinarius, ſenarius, denarius, quintus, qui & ſe ipſos, & ſummas ab ijs productas dum multiplicant, ſemper ſe ipſos reponũt in primo loco, &c.

6	36	216	
6	6	6	
36	216	1296	
1296	7776		
6	6	&c.	
7776	46656		

5	25	125	
5	5	5	
25	125	625	
625	3125		
5	5		
3125	15625		

Octauũ compend. à mirâ quinarij proprietate.

VIII. Vide denique inferius in Propoſitione 8 de diuinationibus per numeros mirum compendium multiplicandorum numerorum per 5 è mira quinarij proprietate à nobis animaduersà. Hìc non ponimus id compendium, quod fit per ſolam dimidiationem numeri multiplicandi, quia nondum egimus de diuiſione numerorum.

Lect. Profecto diuinà ſapientia, ſi vlla in re, in numeris mirificè ludit. Licet ne mihi apponere hìc non ab re neſcio quid rei, quam olim didici? Annuis: appono

Qui numeri plus creſcant additione quã multiplicatione, vel tantundem. &c.

Cum reliqui omnes numeri per ſe ipſos multiplicati plus creſcant multiplicatione, quã additione, ſola vnitas per ſui in ſe multiplicationem non creſcit, ſed ſui additione creſcit; dualitas verò tantumdem additione, quantum ſui in ſe multiplicatione creſcit. exemplum 3 in 3? 9, at 3 & 3 conficiunt 6. 4 in 4? 16: At 4 & 4 conficiunt 8, &c. creſcunt multiplicatione magis, quam additione. Sed 1 in 1? 1: 1 verò, & 1 cõficiunt 2. en creſcit magis additione, quàm multiplicatione. At 2 in 2? 4. item 2, & 2 conficiunt 4: tantumdem creſcit multiplicatione, ac additione.

Auth. Nimirum tu bona fide vt didiciſti ſic reddidiſti, nec aliter docent omnes communiter eam proprietatem. Sed mihi attentius meditanti longe vniuerſalior fieri videtur poſſe regula in hunc modum.

Mirę proprietates vnitatis, & dualitatis à nobis ampliatæ.

Vnitas non ſolum ſibi ipſi comparata, ſed etiam cum quouis alio numero, plus creſcit ad-

ditione, quàm multiplicatione. 1 in 15? 15. 1, & 15? 16. &c. Dualitas cum ſe ipſa comparata tantumdem creſcit additione, quantum multiplicatione; & cum alio quouis numero comparata creſcit magis multiplicatione, quàm additione. 2, & 3? 5. 2 in 3? 6, &c. Reliqui omnes numeri cum ſe ipſis, & cum alijs plus multiplicatione, &c. quam additione, &c.

Per ſola additionem numeros quantumuis maximos inter ſe multiplicare; vnde multiplicationis etiam theoria elucet. Item proportionalium numerorum è ſola additione multiplicatio; vnde Logarithmorum origo à nobis detecta. Multiplicationis vſus, & probationes, præſertim è non vulgatà nouenarij proprietate.

CAP. IX.

PRæcedentia compendia è proprietatibus numerorum theorica ſunt potius, quam practica.

Accipe iam practica duo, atque vniuerſalia non ſolum compendia, ſed & effugia omnis difficultatis in multiplicationibus quamtumlibet maximorum numerorum; itaut per ſimplices additiones liceat cuilibet etiã tyroni elicere producta, quæ fierent è prolixis, atque infinitis quodammodo numeris inter ſe ſe multiplicatis.

Praxes uumeri maximi multiplicandi per ſolas additiones.

I. Igitur cum numerus multiplicans nouem excedit figuras, hoc eſt cùm maximam incipit pati difficultatem multiplicatio, conficiatur tabella, in qua numerus multiplicandus per additiones vſq; ad nouem ſummas ſit replicatus.

II. Iuxta ſingulas multiplicantis numeri figuras deſcribantur, & ſupponantur ſub numero multiplicando ſeries, ac ſummæ è tabella translatæ. Illæq; ſummæ inter ſe ſe addantur, ſi ſit opus per plures partiales additiones, vt tandem ſumma ſummarum, ideſt productum è multiplicatione ſine multiplicatione habeatur. Exemplum accipe in numero quadratè, ideſt in ſe, multiplicando, cuius numeri multiplicationem hìc appono, quia erit ad firmamentum numeri prodigioſi columbarum in gradu 100 ſcalæ. Quæ de re inferius agemus in corollarijs poſt radices cubicas, &c. Itaque vna operà duas res peragemus.

```
                    563001268109312 L
                    563001268109312
                  ------------------
                  112000253621 8624, N
                    563001268109312
                  168900380432 7936, Q
                  50670114129 83808
                  563001268109312, T
                45040101448 74496
                33780076086 55872
              112600253621 8624          4
              563001268109312          2 X 2
            168900380432 7936, V         4
            33780076086 55872
          2815006340 546560, S
  ------------------------------------------
  R, 3169704278926934132271811113344
```

Sit multiplicãdus prodigioſus numerus quindecim figurarum L per ſe ipſum. Accipio ſeorſim numerum multiplicandum, atq; illum duplico, triplico, quadruplico, &c. vt vides in tabella M iuxta numeros monadicos ibi ad initia ſummarum poſitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. quæ res facillimæ operationis eſt, nempe ſingulis ſummis addẽdo ſemper numerũ multiplicandum. verbi gratia ſummæ ſecundæ, cuius index eſt 2 (ſcilicet duplicato numero multiplicando) ſi addas numerum multiplicandum, cuius index eſt 1, fit ſumma tertia, ſi tertiæ eumdem multiplicandum addas, fit ſumma quarta, ſi quartæ quinta, &c. eſtq; hæc tabella ſimilis tabellæ,

quam

M

5 6 3 0 0 1 2 6 8 1 0 9 3 1 2 —— 1
1 1 2 6 0 0 2 5 3 6 2 1 8 0 2 4 —— 2
1 6 8 9 0 0 3 8 0 4 3 2 7 9 3 6 —— 3
2 2 5 2 0 0 5 0 7 2 4 3 7 2 4 8 —— 4
2 8 1 5 0 0 6 3 4 0 5 4 6 5 6 0 —— 5
3 3 7 8 0 0 7 6 0 8 6 5 5 8 7 2 —— 6
3 9 4 1 0 0 8 8 7 6 7 6 5 1 8 4 —— 7
4 5 0 4 0 1 0 1 4 4 8 7 4 4 9 6 —— 8
5 0 6 7 0 1 1 4 1 2 9 8 3 8 0 8 —— 9

quam (vt inferius videbis vbi de partitione) Orontius suadet fieri circa diuisionem partitionis.

Quoniam autem nulla figura simplex nouenarium excedit, ideo tabella non extenditur vltra 9, ideſt non egreditur nuncupationem numeri multiplicandi.

Apparatâ hac tabellâ, accedo ad primam figuram murtiplicantis numeri L, ac video 2; reuertor ergo ad tabellam, & summam, cuius index est 2, subscribo iuxta tradita præcepta in antecedentibus, vt vides in N: est enim id productum, seu summa, quæ conficeret ex ductu ipsius 2 in singulas figuras numeri superioris multiplicandi.

Pro secunda figura multiplicantis numeri, quæ est 1, nulla est difficultas, tantum enim reponendus est numerus vel multiplicans, vel multiplicandus.

Iam pro tertia figura multiplicantis, quæ est 3, accipio è tabella summam, cuius index est 3, & subscribo, vt in Q. Eodemq; modo deinceps iuxta singulas reliquas figuras numeri multiplicantis accipio, & transcribo summas è tabella.

Ne tot series suppositæ numero multiplicãdo faceſſant negotium, dum illæ addendæ sunt inter se ad vltimã summam conficiendã, vti potes, si lubeat, compendio tradito in antecedentibus, vbi de additione præceptum est cùm numerorum plures series addendæ sunt, scilicet diuidendo additionem in plures partiales summas, deinde summas partiales addendo in vnã totalem. Hic lubuit series omnes colligere in vnam tantũ totalem summam R. series omnes ab N ad S sunt tantum duodecim, licet numerus multiplicandus sit quindecim figurarum, quia, iuxta præcepta, nulla habita est ratio triũ zifrarum, vt patet ad series T, V, quæ suppositæ sunt cum receſſu maiori versus sinistram, iuxta figuras multiplicantis numeri, à quibus proueniunt.

Vides ergo quam facilè, ac breui opera expedita sit per solas additiones multiplicatio numeri penè innumeri.

Lect. Habent instar prodigij non tam numerus ipse adeo ingens, quàm facilitas ipsa compendij tam expedita.

Auth. Præbet hæc operatio specimen singulare theorices, quã circa multiplicationem exposui, dũ affirmaui nihil aliud esse multiplicationẽ, quàm additionem numeri multiplicandi replicatam iuxta numerũ multiplicantem. Vides n. multiplicationes singulas, quæ fierent è ductu singularum figurarum numeri multiplicantis L in se ipsum, nihil esse aliud, quàm additiones, quæ factæ sunt in tabella M. Quæ quidem additiones ex ordine suis locis suppositæ sub figuris numeri multiplicantis iuxta figurarum loca, significãt factas esse occultis cõpẽdijs replicationes numeri multiplicandi per vices myriadum, ac myriadum plurimarum.

Theorice quo modo multiplicatio fit proportionata additio.

Prædictum compendium est circa omnium generum numeros grandiores. Addo alterum compendium, quod erit circa numeros proportionales, quorum multiplicatio fieri potest per ingeniosissimas additiones vnius, aut alterius tantum figuræ monadicæ. Occasionem huiusce compendij præbuere mihi proportionalitates geometricæ, dum regulam legerem apud Logistas qua docetur modus facile sciẽdi quo in loco quilibet terminus proportionalitatis geometricæ inuentus collocari debeat, præsertim cum producuntur aliqui termini, seu numeri datæ proportionis sine alijs terminis intermedijs.

Lect. Nihil doces, quo expressius hæc intelligam?

Auth. Vide aliqua inferius, vbi de radicibus &c. Pro instituto nunc satis est noris proportionalitates geometricas esse numerorum series in eadem se proportione superantium, vt in serie proportionis duplæ sunt

Quid sit proportionalitas Geometrica.

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, &c.
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, &c.

Quibus proportionalibus numeris alio consilio, quam à nobis mox prodetur, supponunt Logistę numeros in serie naturali progrediẽtes ita, vt sub vnitate superioris allatæ pro exemplo seriei sit 0, sub secundo termino 2 sit 1, sub tertio 4 sit 2, sub quarto 8 sit 3, ac deinceps, vt vides in exemplo. Quid hinc ergo? nempe. —

Mira compẽdia, & proprietates numerorũ proportionalium pro multiplicatione.

— I. Quilibet numerus superioris, ideſt geometricæ progressionis, in se ipsum multiplicatus producit numerum, cui suppositus est numerus, qui procreatur in duplicatione numeri suppositi numero se ipsum multiplicante. v. g. scire vis sine multiplicatione, quem nam numerum producat 4 in 4? Quoniam sub 4 est 2, adde semel sibi ipsi ipsum 2, siue dupla 2, summa est 4, adi 4 in serie inferiori, & supra ipsum 4 comperies 16, igitur didicisti (non ex multiplicatione 4 in 4, sed ex additione 2 ad 2) produci 16 ex 4 in se ipsum.

II. Quilibet numerus in serie, ac progressione superiori geometricà multiplicans quemli-

bet alium numerum in eádem ſerie, producit numerum, cui ſubſcriptus eſt numerus inferioris progreſſionis, qui conficitur ex additione duorum numerorum inferiorũ ſubſcriptorum multiplicante, & multiplicato. verbi gratia 2 in 8? vis ſcire productum ſine multiplicatione, ſed per ſolam additionem numerorum minorum? Adde inter ſe 1, & 3 (qui numeri ſubſcripti ſunt ipſis 2, & 8) ſumma eſt 4. Adi 4 in eàdem inferiori ſerie, videbis ipſi 4 ſupraſcripta 16, ergo ex 2 in 4 productum eſt 16 inuentum quaſi per indicem ſimplicis additionis.

Atque hoc arcanum erit etiam veriſſimum in qualibet alia ſerie progreſſionum geometricarum ab vnitate incipientium, vt in proportione tripla.

1, 3, 9, 27, &c.
0, 1, 2, 3, &c.

Origo Logarithmorum.

Hinc arbitror occaſionem, atq; originem prodijſſe Logarithmorum, niſi me fallit coniectura.

Itaque ſi conficiantur tabulæ numerorum in geometrica progreſſione ab vnitate progrediẽtium vſq; ad myriadas myriadũ, & ſingularum proportionum (quæ infinitæ eſſe poſſunt) progreſſiones habeant ſuas tabulas, in quibus appoſiti ſint numeris geometricè proportionalibus numeri arithmeticè proportionales eo modo, quo prædoctum eſt, ingens cõficietur volumen, cuius ope multiplicationes plurimorum, atq; ingentium numerorum fieri poterunt per ſolas facillimas additiones minorum numerorum. Alij plura addant, nos interim ex mediocri noſtro penu exiguum hoc exprompſimus.

Lect. Gaudio efferor ex hac tua ſiue animaduerſione, ſiue inuentione circa numeros proportionales ad multiplicationis compendia; ac malim mihi hoc arcanum, quàm mediocrem pecuniæ numerum.

Nec verò difficilis videtur productio numerorum in ſerie, ac progreſſione qualibet geometrica. Nam (pro ratione proportionis, per quam progrediuntur) ij numeri etiam ipſi procreantur per ſimplices additiones.

Quadratos, & cubicos numeros inuenire ſine multiplicationibus.

Auth. Mirificum aliud compendium vide inferius, vbi de extractione radicis quadratæ, ac de numeris quadratis, & cubicis; ibi enim docebimus modum quadratos, & cubicos numeros inueniendi ſine multiplicatione, ſed per ſolam facillimam additionem; vnde etiam tabulæ ingentes confici poſſunt quadratorum numerorum ſine labore &c. Sed properemus ad finem multiplicatoriæ operationis.

Poſt compendia, & cætera ſpectãtia ad complementum, & facilitatem multiplicandi, ſuperſunt probationes. Et quoniam vulgatas probationes per ſubductionem nouenarij, &c. ob fallacias reiecimus, velle autem probare multiplicationem per diuiſionem (vt quidam docent) eſt velle ſcire ignotum per ignotius (nondum enim modum diuidendi docuimus;) propterea ſuadeo tibi, vt multiplicationem, quam feceris vno aliquo è ſupradictis modis, reficias per aliũ aliquem; ſic enim conſtabit nullũ ineſſe dolum, vel errorem in operatione, cuius eandem ſummam prodiderint varij multiplicandi modi. Præſtiterit autem inter cæteros modos vti contrarijs. v.g. ſi compoſitoriè operatus fueris, probatio fiat per modum reſolutorium; & cõtraria ratione ſi multiplicationem primo feceris reſolutoriè.

Probationes multiplicationis.

Licet autem probationes vulgatas per nouenarij abiectionem nos hic non ponamus, non eſt tamen ſilenda mira proprietas nouenarij ad multiplicationem pertinens, quæ poterit eſſe & compendio, & vſui ijs, qui probatione vtuntur ex reiectione nouenarij poſt factas multiplicationes. Sciendum igitur eſt, quotieſcumque inciderit aliqua multiplicatio, in qua numerus multiplicans, vel multiplicandus fuerit 9, productum tale fieri, vt ex eo reiectis nouenarijs, non ſolũ nihil reliqui fiat, & exhauriatur totũ id productũ a nouenarijs, ſed & producti figuræ ſimul additæ, quaſi eſſent monadicæ, nouenarios conficiant ſolos. Itaq; in talibus multiplicationibus per 9 factis ſatis erit videre an producti figuræ exhauriãtur à nouenarijs; ſi enim aliquid reliqui ſuperfuerit reiectioni nouenariorum, argumentum fuerit erroris in multiplicatione.

Mira proprietas nouenarij in multiplicatione &c.

Prędictæ mirę proprietatis ex multiplicatione nouenarij procreãtis ſemper producta, quorum additæ inter ſe figuræ nouenarios adæquatè cõficiunt, exempla accipe ſequentia in multiplicationibus aliquibus numerorũ digitorum, articulorũ, centenariorum, millenarium per 9.

Exempla proprietatis nouenarij.

9	9	9	18	33
5	7	9	9	9
45	63	81	162	297

59	88	96	115	152
9	9	9	9	9
531	792	864	1035	1368

234	3456
9	9
2106	31104

Vides, ſi animaduertis, in ſingulis productis confici nouenarios, & nihil ſupereſſe prætereà.

Lect. Video, & cum iucunditate admiror. Sed quod attinet ad probationes à te nuper indicatas, quæ fieri poſſunt ex varijs à te hactenus traditis multiplicandi modis, video præter cæteros

vſus,

vſus, tuos illos varios multiplicandi modos etiã ad hoc non eſſe otioſos, nempe vt ſint loco probationum multiplicationis factæ.

Vſus, & problemata ex multiplicatione.

Auth. Vin' indicem ſaltem vltimo loco vſum aliquem multiplicationis in re bellica, & agraria? en tibi:

In re bellica.

I. Exercitus eſt in forma rectangulà poſitus, cuius latus alterum continet 50 milites ex ordine collocatos, alterum vero latus circa eumdem rectum angulum continet 40 milites ex ordine diſpoſitos. Quot ergo militũ totus ille eſt exercitus? Vt quæſtio ſoluatur, recurretur ad multiplicationem vtriuſque lateris inter ſe, ac productum eſt id, quod quæritur. Quoniam ergo ex 40 ductis in 50 procreatur ſumma 2000, erit exercitus duûm millium militum.

Vſus multiplicationis in Geometria practica circa dimenſiones ſuperficierũ.

II. Si metiri velis agrum, vel aliquid ſimile id aſſequeris multiplicata latitudine per longitudinem, vel contrà. Atque vniuersè loquendo vniuerſa ea pars Geometriæ practicæ, quæ verſatur circa ſuperficierum dimenſiones, vtitur ſolà operatione multiplicationis arithmeticæ. Videndæ vero ſunt demonſtrationes geometricæ ex poſtremis propoſitionibus primi libri elemẽtorum Euclidis apud Mathematicos, qui de practicà Geometria perſcripſerunt; in primis apud noſtrum Clauium, itemque exceptiones, ac modi apud eum notandi, quibus ſuperficies irregulares, & non rectangulæ ad regulares, & rectangulas reducuntur, vt poſſit ex ductu vnius lateris in alterum latus haberi quantitas areæ.

PROGYMNASMA QVARTVM.

De compendijs, & de adiumentis longè facillimis inueniendi numeri partitoris prodiuiſionibus. De analyticis ſimul, & ſyntheticis operationibus in diuiſione. Mirificæ circa diuiſionem theoriæ, praxes bellicæ, &c. De pŏſthaferſſi, &c. Regula aurea proportionũ geometricè demonſtrata. Proportionum compendia. De radicum extractionibus, & de miris imparium proprietatibus ad numeros quadratos, & cubicos per ſimplicem additionem procreandos. Prodigia, & compendia etiam pro commercijs è proportionalitate Arithmeticà. &c.

Diuiſioni quàm ſint accommodatæ operationes Progymnaſmatis antecedentis analyticæ. Diuiſionis definitiones, & prima exempla cum adiumentis à nobis per operationes ſyntheticas.

CAP. I.

Anth. QVartum, atque vltimum Arithmeticum elementum iam nos vocat Diuiſio. In quo elemẽto maior, quam in tribus antecedentibus difficultas operationis eſt tum ob alia, tum ob id, quòd in hoc elemento exercentur tria ſimul reliqua antecedentia arithmetica elementa. Nos tamen conabimur difficultatem imminuere non vulgatis aliquibus adiumentis. Illud autem hìc notandum, ac mirum eſt, quod cùm vulgati modi diuiſionum reſolutoriè procedant, & multiplicatione, ac ſubtractione reſolutorijs vtantur, tamen Logiſtæ in antecedentibus Arithmeticis elementis neglexerint ea elementa docere methodo etiam reſolutoria. Qua ex re illud, præter cætera, incommodi euenit, vt difficultas diuiſionis augeatur, dum tyrones docẽtur in diuiſione vti multiplicatione & ubtractione reſolutorijs, quas methodos ab alijs Logiſtis non didicerunt. Nos igitur ad maiorem diuiſionis facilitatem hìc potius compoſitorijs multiplicatione, & ſubtractione vtemur non tam nouitatis, quam vtilitatis gratia, quia ea methodus & aptior eſt (vt videbis inferius) ad theoricen intelligendã diuiſionis, & magis in vſu eſt in antecedentibus elemẽtis Arithmeticis; cur ergo non hìc etiam? Sin autem lubeat vti methodo reſolutoria, en habes à nobis hoc etiam adiumenti ad diuiſionis facilitatem, quòd eam methodum didiciſti in noſtris antecedentibus ſubtractionibus, ac multiplicationibus. Sed habebis hìc etiam à nobis alia maioris momenti adiumenta non vulgata pro diuiſione.

Lect. Arbitror te de more definitiones præmiſ-

Diuiſionis difficultas vnde?

Quantum cõducant diuiſiones ea, quæ nos docuimus in ſubtractione, & multiplicatione reſolutorijs.

Cur tamen nos vti in diuiſione cõpoſitorijs ſubtractione, & multiplicatione?

missurum. Quæso te, affer aliquas, ex quarum cognitione pateat mihi facilior aditus ad theoricen, atq; intelligentiam ipsius Diuisionis arithmeticæ.

Auth. Obsequar. Eamus ad Maurolycum: *Quantitas in quantitatem partiri dicitur, cum sumitur quantitas, ad quam diuisa eam habet rationem, quam diuidens ad positam.* Eamus etiam ad scholia Clauij, & ad definitionem 15. lib. 7. Euclidis, vbi duas habet definitiones Diuisionis. Prima: *Numerus numerum diuidere dicitur, cum numerus acceptus fuerit, qui suis vnitatibus indicat quoties diuidendus numerus in diuiso continetur.* Ideo numerus, qui procedit ex diuisione, dicitur: *Quotiens*: At numerus, per quem fit diuisio dati numeri, dicitur: *Partitor*, seu *diuisor*: Secunda ibidem definitio quasi corollariũ ex priore est: *diuisio numeri per numerum est inuentio numeri, qui ad vnitatem eamdem habeat proportionem, quam numerus diuisus ad diuidẽtem*: vide ibi.

Diuisionis definitiones.

Tertia esse potest definitio: *Diuisio est multiplicata, & proportionata subtractio*: idest (quasi aliter) diuidere numerũ per numerum est inuenire numerum indicantem toties minorem de maiori posse detrahi, quot sunt in inuento numero vnitates. Exempli causa: diuisio numeri 48 per 6 procreat 8, qui numerus octonarius indicat senarium octies subtrahi posse ex 48. Reliqua ad definitiones spectantia, & quomodo possit geometricè definiri diuisio, &c. dicemus inferius in eo capite, in quo theoriæ tradentur circa diuisionis operationem.

Lect. Vidi aliquando in logisticis I bellis figuras diuisionum, quæ aggregatum quoddam, & quasi agmen exhibebant figurarum oblitteratarum; ex quo aspectu, fateor, mecum ipse ratiocinabar, & coniectabar, operationem diuisoriam plenam esse præcipuæ difficultatis.

Auth. Hanc, vt spero, tibi auferẽt a diumẽta, quæ à nobis accipies. Exemplis potius, quam abstractis præceptis te docebo. Modum diuidendi ego ex me tibi exponam, in quo minimum sit figurarum, & confusionis, relictis aliorum modis peruulgatis. Diuisio igitur in diuisore numero aliquando habet vnicam figuram, aliquando duas, aut etiam plures. Cum diuisor vnius est figuræ, facilis admodum est diuisio.

Praxis diuisionis cum diuisor est vnica figura.

I. Sit numerus diuidendus 46503 per diuisorem 4. Quod attinet ad loca, in quibus diuisor, & quotiens collocandi sunt, nihil est necesse, vt aliqui docent, certa ea esse ita, vt diuisor diuidẽdo numero supponatur, & Quotiens ad dexteram potius, quàm ad læuam diuidendi collocetur, sed vt lubet; verbi gratia in nostro exemplo, diuisor ad læuam, Quotiens ad dexteram diuidendi locentur, distincti à diuidendo, interposita linea, vt in exemplo vides hic.

Libera loca sunt pro diuisore, & quotiente.

A	C	B
4	46503	11625 3/4 D
	lll	
	2123	

Accipio igitur mente diuisorem 4 vbi A, & video quoties sit in vltima figura 4 numeri diuidendi, & reperio semel contineri 4 in 4; pono igitur 1 pro quotiente ad dexteram diuidendi vbi B, deinde multiplico diuisorem per quotientem, nempe 4 per 1, productum 4 subtraho ex vltima figura diuidendi vbi C, ex qua subtractione nihil fit reliqui. Progredior ad penultimã diuidendi figuram 6, & circa eam exerceo easdem operationes, scilicet video diuisorem 4 in 6 semel contineri, pono 1 pro quotiente, multiplico diuisorem 4 per 1, productum est 4, quod ex 6 subtraho, & relinquitur 2; quam figuram suppono ipsi 6, à quo facta est subtractio, deinde transuersa lineola iungo 2 inferiorem figuram cum 5 antepenultimá figurá numeri diuidendi, vt innuam duas illas figuras 25 simul esse diuidendas, & circa eas tertio loco exercendas esse easdem operationes, quas exercui circa duas præteritas 4, & 6. Igitur diuisor 4 quoties in 25 continetur? vt id facilè noris reuise trigonum numerarium Pythagoricum, & in serie numerorum habentium vel in fronte, vel ad latus figuram 4 quære numerum 25, vel saltem illi proximè minorem. Verbi gratia in Trigono Gemmafrisij a dextera, vbi 4, recedo per seriẽ, & inuento 24, cui numero ex directo ad angulũ rectum sursum progrediendo reperio respondere in fronte trigoni figuram 6. Quare pronuntio 4 in 25 contineri sexies, ac pono 6 pro quotiente. multiplicentur 4, & 6, productum iam nosti 24, quo subducto ex 25, relinquitur 1, quam vnitatem suppono ipsi 5, figurę scilicet primæ earum, ex quibus facta est vltima subtractio. Transuersá lineá iungo 1, & 0.

E tabellà Pythagoricà adiumentum pro Quotiente.

Quarto loco repeto easdem operationes: 4 in 10 bis continetur, pono 2 pro quotiente: tũ 4 per 2 multiplicatum? producit 8, quod ex 10 subtractum relinquit 2, quam figuram suppono ipsi 0, iungo lineolá 2, & 3.

Vltimo loco 4 in 23 quoties? reperio ex arte nuper tradita in trigono numerario numerum proximè minorem 20, & eius alterum terminũ esse 5, pono 5 pro quotiente: 20 productum ex 4 in 5 subduco ex 23, relinquitur 3 vltima figura. Et quoniam nulla supereſt alia figura numeri diuidendi, quæ diuisa non fuerit, reliquum illud 3 pono in quotiente, atque illi suppono diuisorem. Significat totus quotiẽs BD diuisorem 4 toties inesse diuidendo numero, quot in ipso quotiente sunt vnitates millenarum centenarum denarum, &c. & adhuc supereſſe tres simplices vnitates non diuisas. Siue malis: significat

quo-

quotiente numerus rerum ſignificatarum per numerum diuidendum diſtributus in numerum perſonarum ſignificatarum à diuiſore, & ſingulis perſonis contingere ſummam, quam ſignificat quotiens,& reliquarum trium recularum integrarum poſt diuiſionem (ſi eæ diſtribuantur in 4 perſonas) ſingulis perſonis contingere tres quartas partes &c.

Lect. Sine experiar an perceperim diuiſionē à te mihi præceptam cum diuiſor vnica eſt figura; Sit penè idem diuidendus 46575, & diuiſor mutetur auctus vnitate, ſitque 5 vbi E.

E		F
5	4 6 5 7 3	9 3 1 4 $\frac{3}{5}$
	1 2 3	

Aio igitur: in 4 quoties eſt 5? At en ſcopulus initio ſtatim nauigationis. Quid híc conſilij? maior eſt figura diuiſoris, quàm figura diuidenda.

Quid agendum cum diuiſori figura maior eſt figurâ diuidendi.

Auth. Fuit operæ te initio ſic hæſiſſe, vt præceptum diſcas, quo poſſis te expedire cum incideris in huic ſimiles difficultates. Nam quotiescumq; figura vltima diuiſoris comparata cum figura vltima diuidenda maior eſt, quam ſit diuidenda, promouendus eſt mente diuiſor, & vltima diuiſoris figurà comparanda eſt cum duabus figuris numeri diuidendi; verbi cauſa in tuo exemplo dicendum eſt: 5 quoties in 46?

Lect. Aſſecutus ſum. Pergo igitur in cœpta operatione: 5 quoties continetur in 46? In tabella Pythagorica ſub 5 in ſerie progrediente per augumenta quinarij inuenio numerum ipſo 46 proximè minorem eſſe 45, cui ad extremum latus reſpondet 9, quam figuram in quotiente pono vbi F. Subduco 45 ex 46, relinquitur 1, ſuppono ipſi 6,& iungo 1, & 5. in 15 continetur 5 præcisè ter, pono in quotiente 3,& quia nulla fit ſubtractio, progredior: 5 quoties in 7? pono 1, & facta ſubtractione, remanent 2, quæ ſuppono ipſi 7, & iungo 2, & 3. 5 in 23 quoties? pono 4, 4 ductum in 5? 20. 20 ex 23? 3 relinquũtur. diuiſori ergo appono $\frac{3}{5}$.

Auth. Egregiè operationem expediſti. At vero cum diuiſor duarum, aut plurium eſt figurarum, tunc augetur difficultas diuiſoriæ operationis, quæ quidem difficultas, ac præcipua, duplex eſt.

Prima, vt ſingulæ figuræ quotientis accipiantur, ex quarũ multiplicatione cũ ſingulis diuiſoris figuris procreetur ſũma, quæ ſubtrahi poſſit è figuris numeri diuidẽdi, hoc eſt ne nimis magnæ accipiantur Quotientis figuræ. 2. difficultas eſt, vt Quotientis figuræ nimis paruæ non accipiantur, ideſt, vt dum figuras accipimus, ex quarum cum diuiſore multiplicatione ſumma procreatur, quæ ſubduci poteſt è figuris numeri diuidendi, id deinde, quod reliquũ fit ex ſubtractione ne ſit numerus maior diuiſore, indiciũ enim id eſſet non factam eſſe ſufficientem ſubtractionem, cum diuiſor adhuc ſubtrahi poſſit è numero poſt ſubtractionem relicto, vtpotè maiore, quàm ſit diuiſor.

Vtrique difficultati remedia nos afferemus, quæ nobis facillima viſa sũt, & quorum aliquod non paſſim apud alios comperias. Itaq; —

II. Sit exemplum cum diuiſor habet duas figuras, ac ſit diuidendus numerus 25137 per numerum 27. Vt tibi omnem difficultatem, & occaſionem auferas errandi circa iuſtam acceptionem figurarum pro quotiente, quære in libello ſupputatorio (ſiue in tabella magna Pythagoræ, quam habes apud Bedam) in fronte paginæ vbi ſit 27,& ad læuã inuenies eius multiplicationem per ſingulas ſimplices figuras vſq; ad 10 excluſiuè, vt habes in hac tabella:

Conſtructio facilis,& vſus tabellæ pro Quotiente ex tabula Pythagoricâ.

1 —	27
2 —	54
3 —	81
4 —	108
5 —	135
6 —	162
7 —	189
8 —	216
9 —	243

Diſpone diuidendum numerum, & diuiſorem, vt antea dictum eſt, & hic habes:

27	25137	931
	82	

& operationem aggredere, & ſic expedi. Quoniam 27 ex 25 ſubtrahi nõ poteſt, detrahendus erit is diuiſor ex tribus diuidẽdi figuris, nempe ex 251. Itaque 27 quoties continetur in 251? recurre ad tabellam, & in eà inueni vel numerum 251, vel illi proximé minorem, qualem habes 243, cui è regione læua reſpondet 9. pone igitur 9 pro Quotiente,& 243 ſubtrahe ex 251, relinquitur 8, quam figuram ſuppone ſub prima earum; ex quibus facta eſt ſubtractio, nempe ſub 1, at lineolá tranſuerſá iunge 8 cum ſequenti ſuperiori figura 3. Vide in tabella numerum proximè minorem ipſo 83, qui eſt 81, & figuram illi ad læuam 3 pone pro quotiente, deinde ſubtracto numero 81 ex 83, relinquitur 2, quam figuram iunge cum 7. & quoniam diuiſor 27 præcisè ſemel continetur in diuidendis duabus figuris 27, ideo pono pro tertia quatientis figura 1, nihilque reliqui fit ex hac præciſa diuiſione.

Lect. Si rectè memini, tabula magna Pythagorę, ſaltem libelli ſupputatorij, qui paſſim mercatorum

catorum manibus teruntur, non habent in frontibus pagellarum numerum ex pluribus figuris constantem, quàm ex duabus. Cum igitur diuisor est trium, vel plurium figurarum, destitutus tunc fuero istoc adiumento ex his libellis.

Auth. Rectè tu quidem, sed tamen sine libellis potes tibi cõficere tabellam diuisoris duplicati, &c. vsque ad 9 inclusiuè, vt docent Orontius, & Gemmafrisius, scilicet vel per additiones, vel per multiplicationes figurarum monadicarum vsque ad 9 in ipsum diuisorẽ, etiam si sit trium, vel plurium figurarum, iuxta practicum compendium indicatum prog. 3. initio cap. 9. Verbi gratia, si diuisor sit 369, en tibi tabellam aucti per monadicas.

Constructio, & vsus tab. pro Quotien. etiam sine tab. Pythag.

369	1
738	2
1107	3
1476	4
1845	5
2214	6
2583	7
2952	8
3321	9

Atque ex arte nuper tradita in superiori tabella inuenies monadicas figuras pro Quotiente, & per multiplicationem productos numeros extrahes è diuidendo sine timore vllius erroris in acceptione Quotientum.

Si tamen tibi videatur nimis prolixa futura operatio diuisionis propter apparatum cius tabellæ; etiam sine tabellis quemadmodũ diuisio per plures diuisionis figuras facile, ac sine errore fieri possit mox te docebo in sequẽti exemplo. Et quoniam, vt iam didicisti, in diuisione tres præcipuæ operationes exercentur, 1 diuisoris promotio, & circa eum exploratio, & quæsitio figuræ debitæ pro quotiente; 2 multiplicatio figuræ quotientis in diuisore; 3 subtractio producti ex numero diuidendo; ideo in sequenti exemplo cura mea præcipua erit circa explorationem pro quotiente, reliquas vero duas operationes tantùm indicabo, & quasi factas iuxta præcepta in antecedentibus capitibus tradita supponam. Vtar autem cá formá diuidendi, quæ vulgatissima est, & quam per similitudinem appellant diuisionem in forma triremis, siue nauiculæ; ea enim in diuisione per plures diuisoris figuras factà cõmodissima videtur. In multiplicatione tamen, & subtractione, præter vsum in diuisione vulgatum, vtar compositaria methodo propter rationes initio huius capitis indicatas.

Lect. Hic vbi tu capitis initium memoras, ego capitis finem tuæ memoriæ suggero. Erit enim ex vsu distinctio, & commodo dum, post præcepta diuisionum per vnam, aut etiam duas diuisoris figuras, seorsim ages de diuisione per plures figuras, in qua operatione præcipuam arithmetici huiusce quarti elementi difficultatem affirmas esse.

Auth. Notandum tamen, antequam caput claudamus, in partialibus diuisionibus, etiamsi diuisoris figura pluries, quam nouies in superioribus numeri diuidendi figuris contineretur; tamen pro quotiente non esse accipiendam figuram maiorem, quam 9; quia in ijs partialibus diuisionibus quæritur seorsim vnaquæq; figura quotientis secundum gradum, & locum suum, verbi gratia quot millenæ, quot centenæ, &c. Quos numeros exprimi necesse est figuris monadicis. Sin autem duabus, vel pluribus figuris, hoc est etiam decadicis, &c exprimas, fiet confusio, & distributio numeri diuidendi in quotientis figuras aliam pro alia numeri seriem, & alieno loco significãtes, effetque praua permixtio cum reliquis diuisoris figuris.

Pro quotiente nunquam sumenda est figura maior nouenario.

Exempla diuisionis mixtæ ex operationibus analyticis, & synteticis. Compendia diuisionis. Mirificum, & non vulgatum compendium apto diuisori statim inueniendo. Diuisionis theoriæ, ac probationes peracutæ, ac certæ.

CAP. II.

ORdior iam cum capite exemplum, in quo circa positionem, ac promotionem diuisoris, ac circa exploration em pro quotientis inueniendis figuris vtar viâ resolutoriâ; at in multiplicatione, & subtractione compositoriè progrediar.

III igitur sit exemplum, cum diuisor plures habet figuras, & sit diuidendus numerus 164532978 per diuisorem plurium figurarum 547968. Quoniam vltima figura diuisoris, quæ est 5, maior est vltimâ diuidendi numeri quæ est 1, ideo ponendus erit diuisor sub dimi-

dendo ita, vt 5 sit sub 6, &c. vt vides in exemplo A.

A

```
0142
ϟzz+05
+6*ϟ3z978 ( 300   142578
ϟ*7968            547908
 ϟ*7968
 ϟ*7968
```

Diuisore ritè sic collocato, ad vitandum errorem, qui accidere potest, vt pro quotiente accipiatur nimis magna figura (cuius erroris indicium esset, si qua diuisoris figura ex relicto numero diuidendo subtrahi non posset) scio ab alijs proponi pro optimo remedio, vt sine alia curà fiat progressio in diuisione, & cum inciderit is error, tunc fiat regressus, & reficiantur multiplicationes, & reponantur figuræ deletæ diuisoris, diuidendi, & quotientis, & iterentur multiplicationes, & diuisiones, & alia fiant, quę morosæ plena sunt operationis. Ego vero satius existimo, & compendiosius remedium esse si error per explorationem præcaueatur, præsertim addito compendio mirifico, quod in exemplo proposito prodetur.

1. Igitur exploretur quoties 5 in 16 contineatur, (vtere compendio, & ope tabellæ Pythagoricæ, siue libelli supputatorij in hisce etiã explorationibus, vt prędictum est in antecedentibus exemplis) inuenies ter contineri, ac superesse vnitatem. Opus, & labor hìc est præuidere an reliquæ omnes figuræ diuisoris ter contineantur in suprapositis figuris. Antequam ergo scribas pro figura quotientis 3, explora an sequens figura diuisoris 4 ter cõtineatur in 14, quod esset conflatũ ex 1, & 4 post factam subtractionem ipsorum 15 ex 16. Inuenies igitur 4 in 14 contineri ter, & 2 superesse. Perge in exploratione, ac vide circa antepenultimam diuisoris figuram 7, & facta multiplicatione per quotientem 3, productũ 21 postquam subductum fuerit ex 25 (qui numerus conflatus erat ex quarta à sinistra in dexteram diuidendi figurá, & ex residuo suprascripto tertiæ diuidendi figuræ) remanet 4. Hìc siste explorationem. Nam thesaurus se se prodidit compendij, quo cognito, statim sine vlla alia inquisitione prænosti reliquas omnes diuisoris figuras cum suis productis posse subduci à residuis figuris numeri superioris Vt autem hoc agnoscas tua cura sit non tam in inquisitione an figuræ sequentes per quotientem multiplicatæ producta dent apta subduci, &c. quàm in animaduersione residui, post inclusionem figuræ datæ diuisoris in figuris numeri diuidendi; vt hìc vides, vbi post inclusionem ternã ipsius 7 in 25, animaduersum est à me superesse 4.

Lect. Tua hæc est ratiocinatio: 7 antepenultima diuisoris figura cõtinetur ter in 25 (quemadmodũ & vltima 5, & penultima 4 ter continebantur in 16, & in 14) & præterea supersunt 4, ergo reliquæ omnes diuisoris figuræ subduci possunt è numero superiori. Quæ ratio tuæ istius est consequentiæ?

Auth. Audi etiam præceptũ vniuersale, deinde rationem. Quotiescunque in prædicta exploratione datæ figuræ quotientis residuum est figuræ æqualis, vel maioris, quam sit figura quotientis, ex qua fit exploratio, tunc reliquæ omnes diuisoris figuræ subduci poterunt, &c. quia ergo in prædicto exemplo residuum est 4, quod est maius figurá 3 quotientis, &c. (ac idem esset si residuum esset 3 æquale quotienti) ideo consequentiam deduxi, cuius tu rationem merito quæris. Est autem hæc. Quoniam residuum 4 in superiori exemplo (quemadmodum & alia residua) debent componi cum altera numeri diuidẽdi figurà versus dexteram, quæ minor esse non potest, quam zifra, ideo 4 cũ 0 conficient 40 ad minimũ. Quoniam etiã quælibet figura diuisoris maior esse non potest, quàm 9, & in exẽplo proposito indicat figura quotientis 3 satis esse quamlibet diuisoris figuram contineri ad summum ter in numero superiore, ex quo subducenda est; ideo 9, non solum ter, sed & quater continetur in 40, & factà subductione supereſſent adhuc 4. Eademque ratio valebit circa reliquas omnes figuras diuisoris. Quapropter omnes subduci poterunt ex numero superiori. Ratio hæc etiam valebit si & residua sint æqualia figuræ quotientis, & multo magis si figuræ diuisoris sint minores quam 9.

Regula explorandi, atq; inueniẽdi facilè diuisorẽ aptum plurium figurarum.

Ratio regulæ traditæ. &c.

Argumentum ergo est. si 4 cum 0 admittit in se plus quã ter ipsum 9; quãto magis, si 4 componatur cum 3? vt in exemplo nostro. Sed vide potius in sequentibus exemplum D, in quo diuisio facta resolutorié exhibet figuras magis in rem nostram.

Lect. Mirificum, & acutum planè compendium, ac tutissimum inuentum explorandi, ac sciendi non esse acceptam nimis magnam figuram pro quotiente. Perge, sis, in diuisione propositi numeri pro exemplo, præsertim cùm vià non tritâ, ideſt compositoriâ in diuisione iturum te promiseris.

Auth. Quoniã per prædicta finita est exploratio, & pernoui diuisorem totum subduci posse ex numero superiori; venio —

— 2. ad multiplicationes, & subductiones synthetic as. 3 in primam diuisoris figuram, hoc est in 8?24.4 ex 9?remanent 5.2 ex 2?remanet 0. suis ergo locis superpono ipsi 9 figuram 5, & ipsi 2 figuram 0, ac deinde deleo primam diuisoris figuram 8, quæ subducta est; item deleo figuras 9, & 2, ex quibus facta est subductio. Venio ad secundam diuisoris figuram. 3 in 6?

18.8 ex 0? non possum; addo 1, & dico: 8 ex 10? remanét 2, deleo 0, & superpono 2. & propter auctam figuram 0 vnitate, sequenti figuræ 1 ipsius 18 appono 1, fiunt 2, quæ subducta ex 3 sequenti figura numeri diuidẽdi, relinquunt 1: deleo 3, & superpono 1, ac deleo etiam 6 secundam diuisoris figuram. Venio ad tertiam: 3 in 9? 27, 7 ex 1 nequeunt subtrahi, ergo ex 11, & remanent 4, quæ supra figuram 1 deletam pono, & ipsi 2 appono 1, & detractis 3 ex 5, remanent 2, quæ superpono ipsi figuræ 5. deleo 5, & 9. 3 in 7? 21, 1 ex 2 relinquit 1, deleo 2, & superpono 1. 2 ex 4? remanent 2, quæ superpono ipsi 4 deleto, & deleo 7. 3 in 4? 12, 2 ex 2 relinquunt 0, deleo 2, superpono 0; 1 ex 6 relinquunt 5, deleo 6, superpono 5, deleo 4. 3 in 5, 15. 5 ex 5 relinquunt 0, & 1 ex 1, 0: deleo 5 in diuisore, 5 in numero superiore & 1, zifras autem, quia sunt in fine, non superscribo, quia zifræ in fine numeri nec pro se, nec pro alijs figuris quidquam prosunt.

Iam Logistæ erudito facile patet absolutam esse diuisionem, si quotienti 3 addantur duæ zifræ propter duas promotiones diuisoris vsq; ad primam diuidendi numeri figuram, in quibus promotionibus nulla fieri potest diuisio, quia relictus numerus 14257 8 minor est diuisore. Tamen tyro arithmeticus exercitationis gratiâ faciat etiam duas reliquas diuisoris promotiones versus dexteram, ita vt in altera priori promotione prima diuisoris figura sit sub figura 7 non deleta numeri diuidendi, & reliquæ diuisoris figuræ sint ex ordine sub figuris sequẽtibus residuorum ex facta diuisione. In vltima verò promotione collocanda est prima diuisoris figura sub prima diuidendi, &c. Denique residuum in diuisione tota apponatur Quotienti, & sub residuo ponatur diuisor, vt habes in exẽplo, quo significatur si quis numerum rerum 16453 2978 distribuat in personas 547968, futurum vt singulis personis obueniãt res ,oo, & præterea tot particulæ vnius rei, quot indicat residuus numerus fractus quotienti additus.

Lect. Quid si quis vel incautus, vel ignarus nimis paruam figuram pro quotiẽte acceperit? ecquid affers remedij?

Remedium facile cum nimis parua figurã accepta est pro quotiente.

Auth. Ac facillimi. Nam cum nimis parua figura pro quotiente accepta est, residuum ex diuisione maius est diuisore, atq; indicatur adhuc in residuo contineri diuisorem, propterea subducatur tunc diuisor ex residuo quoties potest, & totidem vnitates addantur figuræ Quotientis, eritque errori allatum remedium, vt vides in exemplo B.

Posità figurá 2 pro quotiente, residuum fit 549393, qui numerus propter tertiam figuram à læua in dexteram, nempe 9, maior est quàm diuisor, cuius tertia figura est 7. At si 54-

B

142
49395
5?3?13
16453?978 (?3 —
547968

7968 subducantur ex 549393, residuum est 1425, vt erat in exemplo A. deletà igitur in Quotiente figurá 2, repone 3.

Pro compendijs diuisionis, quando diuisor, & diuidendus numerus habent in principio zifras, vel quando numerus minor per maiorem diuidendus est, quia nihil habemus noui, præter ea, quæ ab alijs traduntur, ideo tantum indico per sequentes regulas; ex quibus exempla tibi finge, vel vide apud alios. dabimus tamen nos exemplum vnicum in secunda probatione diuisionis inferius.

Compendia cum in initio numerorum sunt zifræ in diuisione.

Reg. I. Tot figuræ (siue sint zifræ) ad dexteram separentur in numero diuidendo, quot sunt zifræ in principio numeri diuisoris, tum diuisio fiat per reliquas figuras, separatis zifris à diuisore. Si quid reliqui fiat ex diuisione, præponatur vna cum separatis figuris numeri diuidendi pro numeratore fractionis in Quotiente.

II. Zifræ in initio numeri diuidẽdi si quæ fuerint, & in partialibus diuisionibus si nulla significatiua figura relicta fuerit, tunc zifræ illæ apponantur quotienti, sine vlla alia partiali diuisione.

Compẽdium cum numerus dividendus minor est diuisore.

III. Numerus diuidendus minor diuisore ponatur, interiectà lineà, supra diuisorem pro quotiente, & erit absoluta diuisio. Possunt denique ex proprietatibus miris aliquorũ numerorum, præsertim vndenarij, elici compendia pro diuisione. Nos interim ijs omissis, veniamus ad probationes diuisionis.

Primà probatio diuisionis.

Lect. Si morem tuum sequáre, diuisionem hic à te factam compositoriè, opinor, contrario modo, idest vsitato apud alios resolutorio probabis. Ac mihi animus est exercitationis gratia rem experiri in exemplo D.

D

142
?2?645
?6?5?2978 (300
5?7968
&c. —

0
3 X 3
0
142578
547968

— In quo eumdem numerum 16453 29 per eumdem diuisorem 547968, quos tu numeros in superiori tuo exemplo A posuisti, sic ego nũc rursus diuido. Ex multiplicatione vltimæ Diuisoris figuræ 5 per Quotientem 3 productum 15 subduco ex 16, remanet 1; productum 12 ex 4 in 3 subduco ex 14, remanent 2; ex 3 in 7 productum 21 subduco ex 25, remanent 4; ex 3 in 9

productum 27 ſubduco ex 43, remanent 16, quas figuras debitis locis ſuperſcribo. ex 3 in 6 productum 18 ſubduco ex 62, remanent 44; ex 3 in 8 productum 24 ſubduco ex 49, remanent 25. Inter operandum autem deleo quas debeo figuras, appono 3 quorienti duas zifras, & reſiduum ſupra diuiſorem, vt factum eſt abs te in exemplo A, reditq; idem quotiens cũ eodem reſiduo, vt in A; niſi quod in hoc meo exemplo D reſolutorio figuræ reſiduorum deletæ diuerſæ ſunt ex parte à figuris deletis reſiduorum in A.

Altera probatio ingenioſa diuiſionis.

Auth. Sed aliam accipe probationem ingenioſiſſimam, ac certiſſimam, nẽpe per diuiſionem accipe diuiſionis probationẽ. Quàm egregia peperit theoria paullo poſt apponenda. Si ex diuiſione nihil ſuperſit, numerum ſemel diuiſum diuide rurſus per Quotiẽtem, & pro quotiente ſi redeat numerus diuiſoris, rectẽ facta erit prior diuiſio.

Si quid autem ex priori diuiſione fuerit reſidui, ſubtrahe id ex numero diuidendo, tum reliquum, quod fuerit ex ſubtractione diuide per quotientem iam factæ diuiſionis, & redibit in hac ſecundà diuiſione numerus diuiſoris pro quotiente.

Exemplum ſecundum probationis in diuiſione.

Exemplum accipe in numero eodem ſuperius ſyntheticè, & analyticè diuiſo. Nã ſi ex numero diuidendo 16453278 ſubtrahas id, quod reſiduum fuerat in diuiſione, nempe 142578, relinquetur numerus 16439040. Hic ergo numerus diuiſus per quotientem 309 tanquam per diuiſorem dabit pro quotiẽte numerum 547968, qui prius erat diuiſor, vt vides in exemplo E.

E

```
 ✝ z z z z z
 ✝ 6 ✱ 3 9 0 ✱ | 00 (547968
   3 | e 0 3 3 3
     3 3
```

In quo experiri poteris diuiſionem iuxta veſtigia figurarum deletarum.

Quoniam vero diuiſor hic habet duas zifras in initio, itemque diuidendus duas, ſeparandæ ſunt à diuiſione iuxta regulas nuper traditas. & quia zifræ ſine vllis figuris ſignificatiuis nihil valent, ideo eæ zifræ, quæ hic apponẽdæ eſſent quotienti pro fractionibus, omiſſæ ſunt, & quotiens ſolitarius, atq; integer relictus eſt.

Ratio ſecũdæ probationis.

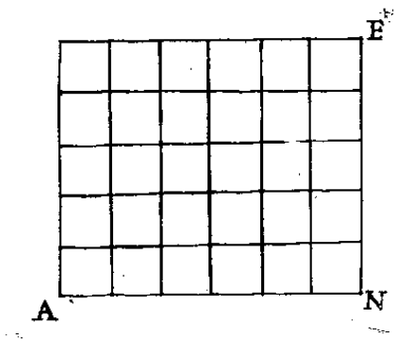
Numerus diuidẽdus producitur ex mutua multiplicatione diuiſoris, & Quotientis.

Ratio porro huiuſce pulcherrimæ probationis eſt, quia ſi numerus diuidendus continet diuiſorẽ in ſe toties quoties indicat numerus Quotiens, permutatim idem diuidendus continebit quotientem toties quoties indicat diuiſor. eſt enim diuidendus numerus productum, quod (ablato, vt prædictum eſt, reſiduo ſi quod ſuperfuit ex diuiſione) fit ex multiplicatione mutua, & permutatà diuiſoris per Quotientem, & Quotientis per diuiſorem. Si enim 40 diuidas per 4, dabitur pro quotiente numerus 10, ideſt 40 continent 4 decies, ergo & viciſſim ſi eundem numerum 40 diuidas per 10, dabitur pro Quotiente 4, ideſt 40 continet 10 quater.

Theoriæ circa diuiſionem

Lect. Ad firmamentum abs te dictorum, & ad theoricen aliquam diuiſionis facere videntur, niſi me fallit memorià, quæ olim ex Benedicto in meis aduerſarijs notaram, quæque lubet huc verbis ipſius Authoris exponere: *Sciendum eſt (inquit) diuidere numerum per numerum eſſe inuenire alterum latus, à quo producitur, ſuppoſito ſemper quod numerus diuiſibilis ſuperficialis ſit, & rectangulus.*

Exempli gratia, ſi proponantur triginta diuidenda per quinarium. nihil aliud erit hac diuiſio quam inuentio alterius numeri, qui multiplicatus per quinarium producat triginta ſuperficies rectangulas, huiuſmodi vero eſt ſenarius, cuius ſingula vnitates ſuperficiales erunt.



Cuius rei gratia ſit adſcriptum rectangulum, AE triginta vnitatum ſuperficialium, cuius latus EN ſit quinque vnitatum. hinc latus AN, erit ſex vnitatum; ita diuidentes rectangulum EA nihil aliud faciemus quam vt inueniamus quantum valeat latus AN, quod erit ſex vnitatum; ſin vero diuiſerimus per latus AN, quaremus latus EN quinque vnitatum, ex quo proportio totius numeri diuiſibilis ad numerum, qui oritur, erit ſicut diuidentis ad vnitatem, ex prima ſexti, aut 18, vel 19 ſeptimi, & permutatim ita ſe habebit diuiſibile ad diuidentem, ſicut numerus, qui oritur ad vnitatem. Vide Eucl. l. 7. def. 16.

Diuidere, ſeu partiri quid ſit theorice.

Partiri igitur nihil aliud eſt, quam inuenire latus rectanguli, quod productum ex diuidente, numerum diuiſibilem compleat, ex quo numerus diuiſibilis ſuperficialis eſt, diuidens autem, & qui oritur, numeri lineales, & latera producentia huiuſcemodi numerum diuiſibilem. nam multiplicare, & diuidere opponuntur inuicem, cum autem ex multiplicatione laterum, ſiue linearum generatur ſuperficies, ex diuiſione poſtea ipſius ſuperficiei inuenitur alterum latus. Quare mirum non eſt, ſi proueniẽs ex vna diuiſione (via fractorum) ſit ſemper maius numero diuiſibili.

Multiplicare, & diuidere opponuntur.

Ex quo manifeſtè deprehenditur, quod quem-

admo-

Multiplicare est inuenire productum ex duobus lateribus. diuidere est, dato latere producti, inuenire alterum latus.

admodum multiplicare nihil aliud est, quam inuenire productum ex duobus lateribus propositis, ita partiri nihil aliud est, quam dato vno latere inuenire aliud latus producti propositi. Hæc Io. Baptista Benedictus egregiè.

Auth. Addam & ego nunc theoricen meam, diuisoriæ logisticæ operationis, quam theoricen post diutinam meditationem in compendium sic redegi. Quoniam iuxta traditam à nobis definitionem, diuisio videtur esse proportionata quædam subtractio, vt fiat subtractio numeri diuisoris à diuidendo toties quoties indicat quotiens, ars inuenit compendium sic: multiplicetur per quotientem diuisor, ideſt videatur quam summam efficiat diuisor toties sibi additus, quoties indicat quotiens (quoties autem diuisor sibi additur, toties assumitur, siue detrahitur à numero maiore superiore) & semel summa illa subtrahatur ex numero superiore; idem enim est subtrahere totum, siue summam ac subtrahere partes, siue partiales omnes additiones, quæ summam conficiunt. Exploratio autem ad quotientem inueniendum est numeri inuentio, per quem diuisor multiplicatus det summam subtrahendam. Aliud etiam compendium commune præcedentibus operationibus logisticis dat ars, nimirũ subtractionem totius diuisoris à numero diuidendo, dum per partes, & figuras singulas diuisoris fit subtractio à partibus, & figuris singulis numeri diuidendi, figurarum inquam singularũ à singulis fit subtractio, quasi singulæ essent monadicæ, cum tamen aliæ sint millenariæ, aliæ centenariæ, &c. Quis autem non videat futurum opus plenum molestiæ prolixitatis, si toties diuisor simul tam multiplicibus vicibus esset subtrahendus, aut etiã singulæ figuræ à singulis essent subtrahẽdæ iuxta numeros millenarios, cẽtenarios, &c. quos significant?

Hæc igitur summa est, in qua latent semina quęstionũ omniũ, quas scire quis optet, & rationum fontes, à quibus operationes proueniunt, quas ingenium, & ars logistica exercent in diuisione. Cætera, quæ pertinent ad multiplicationem, & subtractionem, quarum vsus est in diuisione, satis, opinor, explicata sunt in theorijs antecedentibus, ac pertinentibus propriè ad eas operationes, quarũ præcepta iam suis locis tradita sunt à nobis.

Altera theorice circa partitionem.

Lect. Ex ijs, quæ hactenus à te dicta sunt de multiplicatione, & diuisione, videntur quatuor elementa logistica posse ad duo tantũ contrahi, ita ut liceat verè affirmare totam arithmeticam practicam exerceri posse per solas additiones, & subtractiones Nam cum reliquæ omnes operationes logisticæ vtantur operationibus hactenus à te præceptis, & multiplicatio sit proportionata quædam additio, itemque diuisio sit proportionata quædam subtractio, re vera omnia in Arithmeticis operationibus per additionem, & subtractionem solas peragentur.

Eleméta quatuor Logistica reduci possunt ad duo. ideſt ad Additionem, & subtractionẽ.

Multiplicatio est proportionata Additio.

Diuisio est proportionata subtractio.

Auth. Si Prostaphæresim, & logarithmos agnosles, tuam sentẽtiam audentius affirmares. Sed quæso te, tãtisper me morare, dum de hisce aliqua indicabo in fine huiusce nostræ tractationis de diuisione.

Interim in sequenti capite addamus aliqua theoremata, & problemata ad diuisionem spectantia, in quibus mathematicus animus, qui, etiam in praxibus, præcipuè theoricen spectat, recreetur.

Egregia theoremata, & problemata curiosa ad diuisionem spectantia.

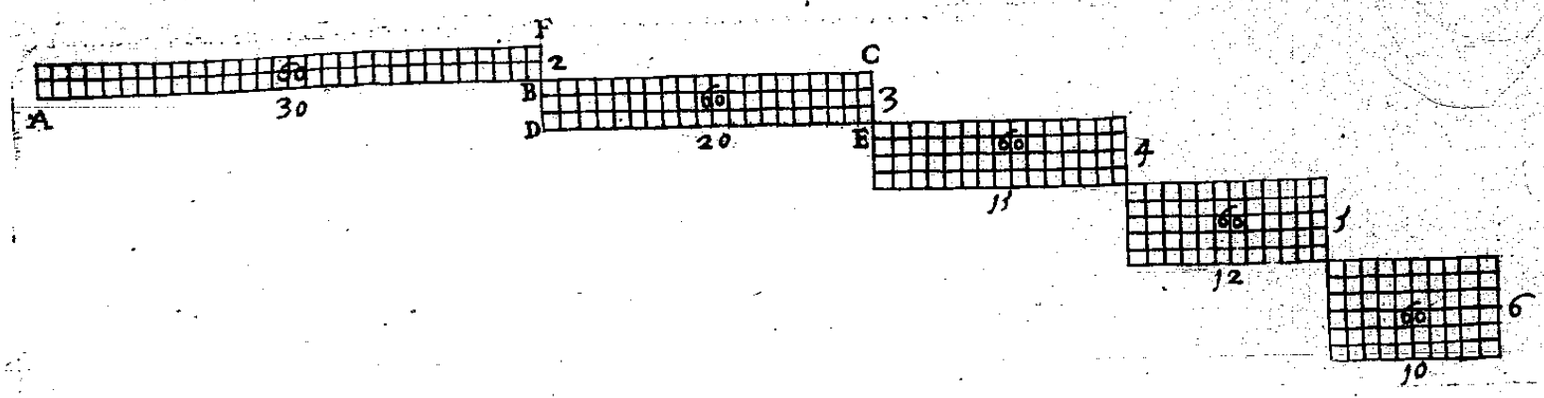
CAP. III.

Quæstio circa numerorum in diuisione proportiones.

BEnedicti theorica quæstio, & verba circa diuisionis eximiam affectionem hæc sunt, licet paullum implicata: *Cur quamuis quantitatibus aut quatuor, aut etiam pro libito pluribus diuidentibus numeris diuisa, prouenientia eamdem prorsus inter se proportionem seruabunt, quã ipsi diuidentes habere comperiuntur?*

Exẽpli gratia proponitur numerus 60 quinque numeris diuidẽdus, vtpote 30.20.15.12.10. prouenientia erunt 2.3.4.5.6. eàdem proportione diuidentium, quamuis ex aduerso. Cuius ratio ex 15 sexti, aut 20 septimi dependet, pro vt in subscripto ordine facillime deprehendi potest. Hęc Benedictus.

Ac recte ille quidem indicat fontes apud Euclidem, ex quibus deriuari potest solutio propositi theorematis. Nos tamen alios etiam fontes apertiores tum ab alijs, tum à nobis indicabimus non solum arithmeticos, sed & geometricos, &c. Videndus igitur in primis est noster Clauius ad definit. 4 lib. 5. Eucl. in erudita, & prolixa ea digressione de proportionibus, vbi septimam explicat miram ptoprietatem geometricæ proportionalitatis. Videndus & idẽ in schol



ad propositionem 36. lib. noni Euclidis. Habet autem, ac demonstrat, præter cæteras, sequentes propositiones ad rem nostram pertinentes.

Propositiones de proportionibus in diuisione. Prima.

1. *Quolibet numero per duos quosuis numeros diuiso, erunt duo hi numeri quotientibus conuerso ordine proportionales*; vt si numeri 24 diuisor sit 8, erit quotiens 3, si diuisor sit 6, quotiēs erit 4, vt autem 8 ad 6, sic 4 ad 3.

Exemplum.

Secunda.

2. *Quolibet numero per quotuis numeros diuiso, erunt bini numeri diuidentes binis quotientibus respondentibus cōuerso ordine proportionales.* Sic vides in exemplo Benedicti, in quo nec diuidentes, nec quotientes sunt inter se continuè proportionales, tamen vt bini diuisores inter se habent, sic bini quotientes, &c. vt enim 30 ad 20, sic 3 ad 2; & vt 20 ad 15, sic 4 ad 3. &c. vel si velis interrupto ordine, vt 30 ad 20, sic 3 ad 2, & vt 12 ad 10, sic 6 ad 5, &c. Patet autem hæc secunda propositio, & deducitur ex prima. Quemadmodum ex hac secunda deducitur & sequens.

Exemplum.

Tertia.

3. *Quolibet numero per quotuis numeros continuè proportionales diuiso, erunt quotientes conuerso ordine in eàdem proportione cōtinuè proportionales.* Vt si fingas numerum 60 à Benedicto propositum diuidi à numeris progredientibus in vno aliquo genere proportionis geometricæ, verbi gratia à 3, 6, 12, 24, 48, &c. dabunt hi diuisores quotientes, qui & ipsi (conuerso tamen ordine) progredientur in eadem proportione dupla, &c.

Miræ propositiones, proprietates, theoriæ circa diuisionem, apud quem?

Addit deinde Clauius alias propositiones pertinentes quidem ad pulcherrimas affectiones, ac theorias diuisionis, & quotientum, sed tamen extra quæstionem hîc a Benedicto propositam. Vide eas apud citatum Authorem, & ijs fruere, quia sunt admirabiles.

Lect. Quid si ad superiora tu addas de tuo nescio quid, quod olim mihi insusurrasti circa reciproca latera ex p. 14. lib. 6? sane, quatenus tenuis memoria me prorsus non deserit, videtur huc facere.

Auth. Si te memoria deserit, saltem nō fallit. Intelligo enim quid velis, & ad rem prorsus facit. Itaque theorema propositum à Benedicto, quod hactenus Arithmeticè firmatum est de alieno, nunc etiam geometricè demonstratur, aut saltem fulciatur de nostro. Arbitratur Benedictus rationem geometricam propositi theorematis latere in 15, siue 16 sexti; quid si potius lateat in 14?

1. Suppono similitudinem, quam habet comprehensio parallelogrammi rectāguli sub duabus rectis lineis angulum rectum continētibus cum multiplicatione vnius numeri in alterum, de qua Clauius in schol. ad definitionem 1 secundi elementi Euclid. Facit etiam ad hoc suppositum id quod sub finem præcedentis capitis allatum est ex Benedicto, cuius verba reuise.

2. Suppono definitionem 16 lib. 7 Eucl. quæ sic habet: *Cum duo numeri mutuo se se multiplicantes aliquem fecerint, qui factus erit planus appellabitur; Qui vero numeri mutuo se se multiplicant, latera illius dicentur.* Quam definitionem accipio iuxta explicationem, & applicationem nostri Clauij ad eam, scilicet intelligendam esse de plano numero quadrangulari rectangulo.

3. Suppono id, quod breuissimè demonstrat idem Clauius in schol. ad 15 definit. lib. eiusdem septimi scilicet: *Diuiso numero per numerum, diuisum numerum gigni ex multiplicatione numeri per diuisionem inuenti, siue per quotientem in numerum diuidentem, siue diuisorem.*

Reciprocæ figuræ quæ?

4. Deniq; suppono definitionem 2 sexti Euclidis: *Reciprocæ figuræ sunt cum in vtraq; figura antecedentes, & consequentes rationum termini fuerint.*

Geometrica solutio, & demonstratio quæstionis propositæ initio huius capitis.

Facillima ergo erit ex hisce suppositis demonstratio. Quoniam enim in figuris Benedicti, à nobis reformatis, eæ sunt numeri plani rectanguli ex multiplicatione quotiētium per diuisores, suntq; ea parallelogrammata æqualia (quippe idem est in omnibus numerus 60) & æqualem non solùm vnum, sed singulos singulis (quippe rectos rectis) habent angulos, ergo, per 14 sexti, reciproca habebunt latera circa angulos æquales, hoc est, erunt vt AB diuisor 30 ad BC, idest ad DE 20 diuisorem, ita DB, idest EC quotiens 3 ad BF quotiētem 2, & sic de reliquis. Quod erat de arithmetica proprietate geometricè demonstrandum.

Vide, si lubet, proprietates, & problemata pulcherrima arithmetica per diuisionem soluta

Pulcherrima problemata arithmetica soluta per diuisionem apud Pappũ.

circa proportionalitates tres præcipuas apud Clauium in scholijs post propositionem 17 lib. sexti Euclidis ex Pappo.

Lect. At at ex antedictis nescio quid in mentem mihi occurrit. Continebis ne risum, cum audieris? Quinam ij numeri sunt, quorum maior diuisus per minorem dat Quotientem duodecim senionum sic? 666666066666? Quinam qui dant quotientem 10 10 10 10 10 10? Quinam qui dant alternatim 22 23 22 23 22 23? quinam dant ternos sic? 678 678 678 678?

Numeri diuisi Quotiens senionum duodecim.

Quotiens denarum sex.

Quotiens repetitarum serierum.

Plures similes quæstiones faciam, quas tamen facillimum est ex prædictis soluere. Itaq; propositionem vniuersalem sic affero: *Numeros inuenire, quorum maior per minorem diuisus det datum numerum pro quotiente.*

Qua arte inueniãtur numeri, quorum maior p minorẽ diuisus det quotientẽ propositum.

Solutio problematis est hæc: *Multiplicetur datus numerus per quemlibet numerũ, & productũ erit quæsitus numerus, qui datum numerum dabit pro quotiente.* Itaque pro propositis a me quæstionibus de senionibus, vel de denis, vel de alternis illis numeris, multiplicentur singulæ illæ acies figurarum arithmeticarum, per quos quis voluerit numeros, & habebis productum pro numero maiore diuidendo, alterutrũ autem numerum inter se multiplicatum habebis siue pro diuisore, siue pro quotiente. Alloquor teneum doctorem, itaq; non est opus rem exemplorum multitudine producere. ratio patet ex 3 nuper à te posito suppositio.

Problematis bellici solutio per diuisionẽ.

Auth Laudo ingenium. Sed accipe tu etiam à me vnum, aut alterum problema, quorum indiget vsus in re bellica. Numerus militum est 7350, ex quibus agmen rectãgulum efformandum est, cuius sint ordines 98, quot milites in singulos ordines distribuendi sunt? si fiat diuisio numeri maioris 7350 per diuisorem 98, prodibit quotiens 75. totidem igitur milites singuli ordines continebunt.

Alterũ probl. bell. solut. per diuis.

Summa aureorum ex præda militari confecta est 8722, quæ distribuenda est in milites 98, quot aurei singulis militibus obuenient? diuisione facta numeri aureorum per numerum militum eueniet numerus 89; ergo singuli milites accipient aureos 90, vno minus. Hæc in exemplum sint vsus ex diuisione logistica. Plura alia vel tibi finge, vel dabunt tibi humana commercia.

Hactenus quatuor arithmetica elemẽta tam practicè, quam theoricè à nobis exposita sunto modis quam maximè potuimus non admodum vulgatis. Quorum singulorum demonstrationes (præter allatas theorias in antecedentibus) videre poteris etiam apud Maurolycum lib. 1. par. 2 Arithm. proposition. 6. 7. 8. 9.

Demonstrat. quatuor element. Arithmeticorum apud Maurolycum.

Tacitè iam à me, opinor, postulas, vt hic in loco pollicito soluam promissum indicandi saltem mira duo neoterica inuenta, quibus per solam additionem, vel subtractionem expediũtur problemata penè omnia tã arithmetica, quàm geometrica, in quibus opus esset vsitatis prolixis multiplicationibus, ac diuisionibus, præsertim in re astronomicà pro sinubus, tangentibus, secantibus, &c. Vt pollicitus sum, tantum indicabo vbinam ij extent thesauri, nam eos hic exponere nimis prolixæ foret operæ.

Vide igitur 1. apud nostrum Clauium lib. 1. Astrolabij lẽma 43, quod huiusmodi est: *Quæstiones omnes, quæ per sinus, tangentes, atque secantes absolui solent, per solam prosthaphæresim, id est, per solam additionem, subtractionemq; sine laboriosa numerorum multiplicatione, diuisioneque expedire.* ibi Clauius inuẽtum id & facilius & vniuersalius efficit, quàm ab Authore factum fuerat, ac tradit regulas, quas ibi leges.

Prosthaphæresis quid?

Per solam additionem, & subtractionẽ exercere operationes, quæ indigent multiplicatione, & diuisione.

2. Longè ingeniosius, & admirabilius est, quàm ipsa prosthaphæresis, inuẽtum Logarithmorum. Quorum explicationem, & vsus, & tabulas, præter alios, habes apud Hadrianum Hulacq, qui librum suarum tabularum inscripsit verbis sequentibus, quæ hìc apponere visum fuit, quia commendationem aliquam continẽt Logarithmorum: *Arithmetica logarithmica, siue logarithmorum chiliades centum, quibus nouũ traditur compendium, quo nullum nec admirabilius, nec vtilius soluẽdi pleraq; problemata Arithmetica, & Geometrica.*

Logarithmorũ inuentum mirificum.

Logarithmorum chiliades centum apud quem?

Quoniam igitur nihil (vt circa antecedentia elemẽta) nobis noui occurrit circa prædicta inuẽta Prosthaphæreseos, & Logarithmorũ, ideo visum nobis satis est indicasse saltẽ apud quos ea sint, ne tibi, mi Lector, inuidere videamur noua, & mira inuenta etiam aliorum, si quæ sub nostram venere cognitionem. Reuise nos in fine vltimi capitis de multiplicatione, vbi de miro illo modo multiplicandi numeri per numerum in progressione geometrica per solam additionem numerorum minorum; nisi enim fallor inde scatebra saltem aliqua prodire potuit ad pleniorem inuentionem, & explanationem logarithmorum.

Apud nos indicata prima vestigia logarithmorum.

Regulæ aureæ, siue proportionum canones, qui quidem ad nostra Apiaria necessarij. Demonstratio eiusdem regulæ. Proportionum compendium in tabella Pythagorica.

CAP. IV.

Lect. QVoniam, præter præcedentia tria, elementa Arithmetica, vsus es in tuis hisce Apiarijs etiam regula proportionum, & extractione radicis quadratæ, an non ideo de his etiam aliqua hic abs te dicenda sunt?

Auth. Immo vero; sed potius demonstrationes earum regularum, quam praxes explicandæ a nobis sunt, vt quamminimū apud nos sit quod desideret demonstrationes aliunde petendas.

Ac quod quidem attinet ad regulā proportionum (quam & trium vocant propter ea, quæ mox videbis in eius praxi) hic tantum id attingemus, quod nobis vsui fuit, aut alijs futurum est in Geometria practica, & in theorematis Astronomicis.

Igitur 1. dati tres numeri, quibus quartus proportionalis quæritur, per regulam proportionū disponuntur ex ordine quantitatum proportionalium ità, vt primæ proportionis antecedens primum locum occupet, secundum consequens eiusdem primæ proportionis, tertium antecedens secundæ proportionis, quartum denique locum occupet consequens numerus secundæ proportionis, qui numerus quæritur. Sic enim ijs numeris dispositis, necessarius ordo præstruitur demostrationi, &c.

2. Numerus secundi, & numerus tertij loci inter se multiplicantur, & productum diuiditur per numerum primi loci, ac denique quotiens, qui ex ea prodit partitione, quartus est quæsitus numerus proportionalis.

A	B	C	D
4,	12,	20,	60.

Sic multiplicatis inter se B, & C, productū est 240, quo diuiso per A, quotiens prodit D 60.

3. Demonstratio facile patet ex nuper dictis in extremis capitibus postremi logistici elementi, nempe diuisionis. Pro qua demōstratione suppono citatam demonstrationem apud Clauium in scholijs ad definitionem 15 libri 7 Euclidis, nempe numerum diuisum gigni ex multiplicatione quotientis, & diuisoris. suppono etiam demonstrationes Euclidis 16 sexti, & 19 septimi: *Si sub extremis comprehensum rectangulum æquale fuerit ei, quod sub medijs continetur, rectangulo; illæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: & si qui ex primo, & quarto fit, numerus æqualis fuerit ei, qui ex secundo, & tertio fit numero, ipsi quatuor numeri proportionales erūt.* Ex alterutra habes vnde geometricè, atque arithmeticè demōstretur operatio regulæ proportionum. Dico enim in proposito exemplo numeros A, B, C, D esse proportionales, ac præcipuum numerū D 60 esse quartum proportionalem. nam idem productum 240 ex multiplicatione 12, & 20 fit etiam ex multiplicatione 4, & 60. ergo, per citatas demonstrationes, &c.

Demōstratio regulæ aureæ.

Cætera, quæ pertinere videntur ad regulam proportionū, & ad varios eius modos, siue species, euersam, permutatam, compositam, &c. extra nostrum institutum sunt.

Conqueritur Io. Buteo regulam verè auream, & per se facillimam factam esse difficilem ab ijs, qui eam in tot modos distraxerunt. Sunt qui celeberrimum illud problema de corona regia, in qua per aquæ effusionem Archimedes inuenit quantum adulterini metalli esset immixtum (Vitruu. l. 9. c. 3.) soluant per regulam proportionum compositam. Vide Marinum Ghetaldum de ponderibus. &c.

Regulæ aureæ vsus ad solutionem Archimedei problematis de corona regia.

Vide ad iucundas theorias circa regulam proportionum Io. Baptistam Benedictum theoremate 10. qui author & in theoremate 11 ostēdit operationes elementarias circa fractiones originem ducere à regula proportionum.

Theoremata circa regulā auream apud quem?

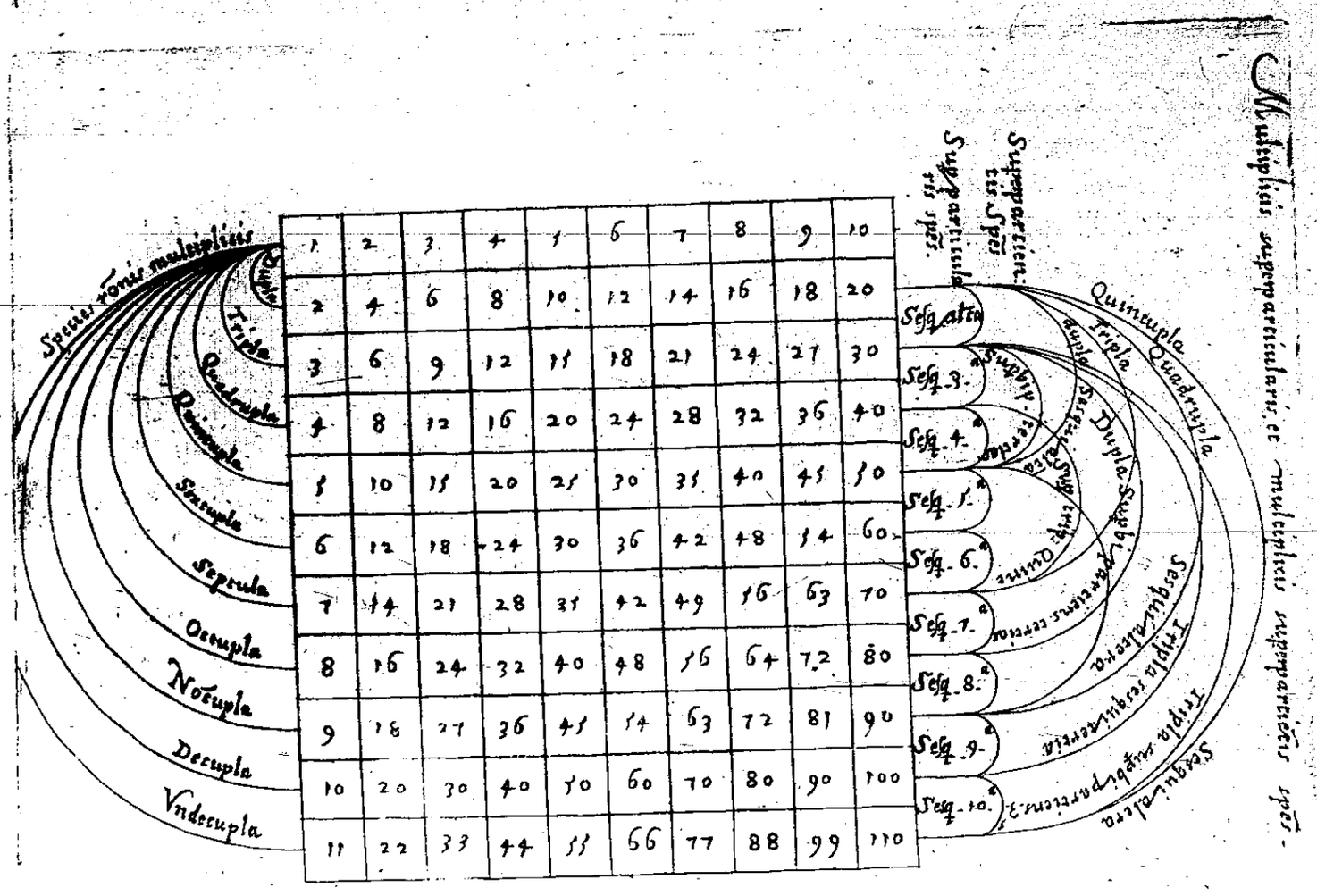
Sunt qui ex occasione huius regulæ plura explicent de proportionibus. Vide præ omnibus, & pro omnibus nostrum Clauium ad quintum Euclidis, qui copiosissimè, atque eruditissimè, vt solet, de proportionibus agit.

Arithmeticæ elementariæ operationes circa fractiones à regula aureà prodeunt.

Notat nonnemo vir doctus, ad auferendam sollicitudinem, ac difficultatē tyronibus ex multiplicibus illis denominationibus proportionū, quas authores posteriores inuenerunt, satis esse tyronibus (præsertim ad intelligentiam veterum insignium Mathematicorum) si denominaturi aliquam proportionem, ponant exemplum in numeris minimis, ceu solent veteres doctissimi, præsertim Archimedes, qui sic efferebant: habent proportionem, quam (verbi gratia) 7 ad 12, &c. Ad intelligentiam tamen etiam posteriorū Authorum, & ne videatur tyro difficultatem, aut ignorantiam obtegere simulatā negligentiā, & contemptu eorum, quæ posteriori-

bus

bus ſæculis prodierunt, en tibi appoſitam minimam Pythagoricam tabellam ex Orontio, in qua habes per compendia, & indices tam ſpecies, quàm denominationes, & exempla proportionum. Plura circa hoc argumentum, & circa vſum tabulæ Pythagoricæ amplioris ad proportiones. vide apud citatum Clauium.



Vſus quatuor elemẽtorum Arithmeticorum circa proportiones.

Circa proportiones exercentur quatuor præcedẽtia arithmetica elementa, & logiſticæ aliæ regulæ; adduntur enim, ſubtrahuntur, multiplicantur, diuiduntur proportiones, radices earum eruuntur, &c. ad varias theorias, & affectiones inueniendas, & ad vſus præſertim muſicos. ſed hæc nihil nunc ad nos.

Probatio regulæ aureæ demonſtrata.

Quod pertinet ad probationem, & examen operationis in regulà trium, elici poſſunt ex ſupra allata demõſtratione. nam comperto quarto numero per regulam, multiplicentur primus, & quartus, ſi productum fuerit æquale producto ex ſecundo, & tertio numeris, rectè facta erit operatio, &c. per conuerſas, ſiue per alteras partes nuper citatarum demonſtrationum ex Euclide.

Lect. Pro exemplis vſus præclari regulæ proportionum habebo ea in Geometria practica, & in Aſtronomià, quæ apud te ſunt cúm hac regula vſus es.

Exempla, & vſus regulæ aureæ apud nos.

Radius, ſiue lateris quadrati extractio, probatio, demonſtratio Geometrica, & Arithmetica. Modus eximius numerorum quadratorum facillimè procreandorum.

CAP. V.

Auth. CIrca extractiones radicum, vſi ſumus in noſtra Geometriá practica, atque in noſtris Aſtronomicis tantúm vulgata extractione radicis quadratæ, pro qua licet poſſem te reijcere ad tabulas, quæ vulgò habentur apud pleroſq; Logiſtas, tamen quia plerumque in promptu non habentur libri, in quibus eæ tabulæ ſunt, & ſcientifici eſt ſcire potius leges vniuerſales, ac theorias, quàm effectus operationum, ideo breuiter hìc indicabo modum extrahendæ radicis, ſiue lateris quadrati, & paucis addam quæ pertinent ad operationis demon

ſtrationem, ac theoricen præcipuam. Indicabo præterea ex mirificis quadratorum, & cubicorum numerorum proprietatibus modum facillimum conficiendi tabulas eorũ numerorum ſine multiplicationis labore. Ac quod attinet ad extractionem radicis quadratæ.

Regula quadrati lateris inueniendi.

Extractio lateris quadrati in numeris eſt inuentio numeri, qui in ſe multiplicatus producat datum numerum, vel dato numero proximè minorem. In exemplis autem & breuius, & facilius leges extractionis docebuntur. Numerus eſto 119025, cuius latus quadratum quæritur.

3
2 5 4
1 1 9 0 2 5 (345
. 6 . 8 .
3 4 5
6

I. Puncta ſub dato numero notentur ità, vt primum punctum notetur ſub prima figura ad dexteram, deinde omiſſa ſequenti figura, notetur punctum ſub tertia verſus ſiniſtram, & ſic deinceps alternis, vt vides in exemplo ſub 5, ſub 0, ſub 1.

II. Incipe à primo puncto ad ſiniſtram, & quære radicem quadratam figurarum incipiẽtium à ſiniſtra vſque ad primum pũctum, ideſt 11. Quoniam 11 non eſt quadratus numerus, id eſt ex nullo minore numero in ſe ducto producitur (nam 4 in 4 producit 16, qui numerus excedit 11: at vero 3 in 3 producit 9, qui eſt quadratus numerus proxime minor ipſo numero 11) ideo accipe 3, & ſubſcribe ſub puncto, itẽque ad latus numeri dati, vt aſſolet in quotiente diuiſionis. Mox multiplica in ſe 3 in 3, & productum 9 extrahe ex 11, & remanent 2.

Cautio circa reſiduũ poſt radicem, &c.

Videndum autem eſt ne reſiduum ſit maius radice inuentà duplicatá, propter rationem, quam inferius leges in theoricis. Atque, vt in diuiſione dictum de diuiſore, radicis figura ſub puncto ſcribenda non poteſt eſſe maior, quàm 9 propter dicta in diuiſione. dele, vt in diuiſione, 11, & 3.

III. Superſunt ergo vſque ad ſecundum punctum ſub 0 tres figuræ 290, quæ quaſi ſecunda pars, & ſtatio eſt ad eruendã ſecundam figuram radicis quæſitæ. Pro qua ſic operare. Duplica inuentam primam figuram radicis 3, & ipſam 0 ſupponẽ figuræ 9 immediatè ante ſequẽtem 0, ſub qua eſt ſecundum punctum. Vide, vt in diuiſione, quoties 6 contineatur in 29, inuenies quater contineri, ſubſcribe ergo ſub ſecundo puncto 4, & pro ſecunda figura in quotiente. Quaſi ergo 64 ſit diuiſor, & 4 quotiens, more vſitato in diuiſione multiplica diuiſorem per quotientem, & productum ſubtrahe à ſuprapoſitis figuris.

Prouidendum autem eſt vt diuiſor is ſit, qui cum quotiẽte multiplicatus efficiat productum, quod poſſit extrahi è ſuperioribus figuris, aliq quin figura radicis tam ſub puncto, quam in quotiente poſita imminuenda erit vnà, vel pluribus vnitatibus, prout res exiget. Cautio circa diuiſorẽ, &c.

In exemplo igitur propoſito; 4 in 6? 24, quæ ex 29 detracta relinquunt 5, quam figuram ſupra 9 deletam pono, ac deleo 2, atque ipſam etiam 6. Deinde 4 in 4? 16, qui numerus ex 50 detractus relinquit 34, quas figuras ritè ſuis locis ſuprapono, deletis inferioribus.

IV. Pertinent ergo figuræ 3425 ad tertium punctum, & ad tertiam radicis figuram eruendam. Pro qua eædem omnino operationes iterandæ ſunt, quibus vſus fueris in interuallo antecedentis puncti. Nam duplicandæ ſunt inuentæ figuræ 34 radicis in quotiente. Ex duplicatis autem 34 fiunt 68, quas figuras ſubſcribo iuxta prædictum ordinem ita, vt 8 ſit ſub 2, 6 ſub 4. Video de more diuiſionis quoties 68 contineatur in 342, ideſt quoties 6 in 34, nempe quinquies: ſubſcribo 5 ſub puncto, & in quotiente pono pro tertia figura. Multiplico diuiſorem per quotientem, ac ſubduco ſic: 5 in 6? 30, ex 34 reliqua eſt figura 4. deinde 5 in 8? 40, ex 42, relinquuntur 2. 5 in 5? 25, ex 25 detracta nihil relinquũt. Nihil ergo reliqui fit ex dato numero poſt extractam radicem, ac proinde verè quadratus numerus eſt 119025, cuius latus quadratum eſt 345, qui nempe numerus in ſe multiplicatus producit eumdem datum numerum 119025.

Cautio circa extractionẽ lateris quadrati è numero non quadrato.

Quod ſi detur numerus non quadratus, ideſt ex quo, poſt extractã radicem, ſuperſit aliquid, videndum eſt ne qui ſupereſt maior ſit numerus, quam duplicata radix. Ratio eſt ab eximia proprietate, atque arte procreandi, atque augendi numeros ſemper quadratè ſic.

Eximia proprietas in procreatione quadratorum numerorum.

Quilibet numerus quadratus procreatur, ſi proximè minoris quadrati numeri radicem duplices, eiq; vnitatem addas, atq; aggregatum addas numero proximè minori quadrato. Primus quadratus numerus eſt 4, cuius latus, ſiue radix eſt 2, duplica 2, & fiunt 4, adde 1, fiunt 5, appone aggregatum 5 quadrato 4, fiunt 9, ſecundus ergo numerus quadratus eſt 9, cuius radix creſcit vnitate ſupra radicem antecedentem, eratque illa 2 radix ipſius 4, at 3 eſt radix ipſius 9. Rurſus duplica radicem 3, atque illi adde 1, fiunt 7, appone ipſum 7 quadrato 9, fiũt 16, qui numerus eſt tertius quadratus, cuius radix erit 4, & ſic deinceps. Rationem huiuſce proprietatis, atq; alias theorias ad procreationem numerorum quadratorũ pertinentes vide in ſequentibus duobus proximis capitibus.

Hinc vides interim, ſi poſt ſubtractionem, ſuperſit numerus, qui maior ſit radice duplicata,

futu-

futurum vt numerus, qui ſupereſt cum antecedenti, ex quo extracta eſt radix, conficiat maiorem alium numerum quadratum, ac proinde radix extracta eſſet minor vnitate, quippe quadrati proximè minoris. Hinc etiam habes vnde, ni fallor, coniectari poſſis quid ſit, quòd in extractione radicis duplicantur inuentæ antecedentes figuræ radicis.

Ratio duplicationis, &c in extractione radicis. &c.

Exemplum breuiſſimum aliud accipe quadratæ radicis extrahendæ, in quo appareat caſus aliquis, atq; vſus cautionis alicuius ex prædictis. ſit numerus 1023, ex quo radix quadrata elicienda eſt. operare igitur iuxta nuper in antecedentibus prçcepta.

Praxis in altero exemplo extractionis radicum. &c.

```
 1
 6 6 2
1 0 2 3 ( 2 3 1
  . 6 .
  2   2
  3   1
```

Lect. Pono puncta ſuis locis, & accipio pro radice 2, quam radicem pono in quotiente, & ſuppono ſub o, vbi punctũ eſt: multiplicatis inter ſe 2, & 2, fiunt 4, quę ex 10 detracta relinquũt 6.

Verum quoniam reliquum hoc maius eſt duplicata radice 2, hoc eſt (iuxta prædicta de procreatione quadratorum per duplicationem radicis, &c.) ſi quadrato 4 addãtur 6, ſiue 5 contenta in 6, fit ſecũdus quadratus numerus 9, qui intra 10 continetur, ideo erratũ eſt in electa radice 2, quæ proinde augenda eſt vnitate, & ponenda figura 3 pro radice, quæ in ſe multiplicata dat 9, & ex 10, facta ſubtractione, relinquitur 1 minor duplicata radice 3. Progredior, ac duplico 3, & pono 6 ſub 2, video contineri 6 in 12 bis, pono 2 in quotiente, & ſub 3 vbi punctum. Multiplicatis inter ſe 2 & 6, fiunt 12, quæ ex 12 detracta nihil relinquunt. deinde multiplico 2 per 2, fiunt 4, quæ ex 3 detrahi non poſſunt; ergo erratum eſt in eligenda radice 2, quia per eam multiplicatæ diuiſoris figuræ 62 producũt numerũ 124, qui ex ſuperiori 123 detrahi non poteſt; minuenda igitur radix eſt vnitate, ac ponenda 1, tum 61 ex 123 detracta relinquunt 62. Numeri ergo 1023 quadratum maximum habet radicẽ 31, ac ſuperſunt 62, quoniam 1023 non eſt numerus quadratus.

Cautio circa Quotientem &c.

Auth. Pro præcepore te geſſiſti. nota interim tot eſſe debere in quotiẽte radicis figuras, quot puncta ſubſcripta ſunt ſub numero, ex quo radix extrahitur.

Vide apud Orõtium modum ſane egregium maximæ appropinquationis radicum in numeris non quadratis. Noſtro inſtituto interim prædicta ſat ſunt.

Veniamus ad quamdam noſtram probationum extractionis quadratæ radicis, quam probationem erimus ex demonſtratione geometrica, qua nititur extractionis operatio. Itaque vna operà probationem, theoricen, & demonſtrationem dabimus. Radicem ergo inuentam diuide vtcumq; in duas partes, deinde vtriuſq; partis quadrata, & rectangulum bis ſub vtraque parte comprehenſum ſimul adde, & (ſi rectè operatus fueris in extractione radicis) ſumma erit æqualis numero, ex quo facta eſt radicis extractio, ſi quidem is numerus fuerit quadratus, ſin autem quadratus non fuerit, addantur quæ ſuperfuerint poſt radicis extractionem, & reddetur idem numerus, ex quo facta eſt radicis eductio.

Probatio extractæ radicis.

Exemplum accipe in exiguo numero quadrato facilitatis gratia. In numero 36 extracta radix eſto 6. diuidatur 6, verbi gratia, in 4, & 2. quadratum partis 4 eſt 16, partis 2 eſt 4. rectangulum bis ſub 4, & 2, ſiue ſub 2, & ſub 8, eſt 16. diſpone igitur ſic:

```
16
 4
16
--
36
```

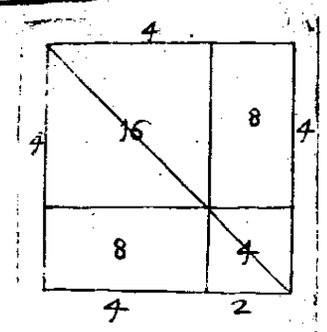
Et adde inter ſe, vides ſummam eſſe 36, qui numerus eſt quadratus, ex quo radix 6 educta fuit. Quod ſi radix èadẽ educta eſſet verbi gratia ex 41, ſupereſſent 5, quæ addita ſummæ cõficiunt rurſus numerum 41, ex quo educta eſſet radix maximi quadrati, &c.

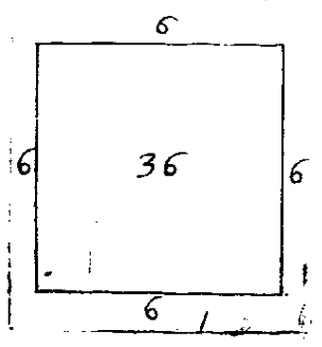
Demõſtratio probationis.

Demonſtratio geometrica prædicti noſtri examinis in extractione radicis quadratæ pendet ex 4. lib. 2 Eucl. quam etiam arithmetice in numeris demonſtrat Clauius noſter in Schol. ad 14 noni. Verba propoſitionis arithmeticæ apud Clauium ſunt. *Si numerus in duas partes diuidatur; quadratus ex toto factus æqualis eſt quadratis, qui à partibus efficiũtur vna cum numero plano, qui bis ſub partibus continetur.* Geometrice vero quarta ſecundi ſic habet: *Si recta linea ſecta ſit vtcumq; quadratum, quod à tota deſcribitur, æquale eſt & illis, quæ à ſegmentis deſcribuntur, quadratis, & ei, quod bis ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo.* Radix ergo alicuius numeri quadrati habet prędictam proprietatem ex citatis demonſtrationibus. Quare ſi radix per prædictas regulas educta ex dato numero habuerit eam proprietatem, vt in duas partes diuiſa, quadrata partium, vná cum rectangulo bis ſub partibus, numerum conficiant æqualem quadrato dato numero, vel maximo quadrato dati numeri, erit vera radix. Vide figuras duas æquales pagina ſequenti, atque in ijs agnoſce prædicta.

Extractionis lateris quadrati theorice.

Agnoſce etiam ex antedictis breuiter theoricen extractionis radicis quadratæ, quæ nihil aliud videtur eſſe, quàm analyſis quædam in-





inuentione numeri, qui vel in ſe multiplicatus producat numerum datum, &c. vel qui ſi in duas partes diuidatur, quadrata partium, &c. ſummam efficiunt æqualem quadrato totius, &c. Fit autem logiſtica hæc operatio, atq; extractio radicis è numero plurium figurarum, per partes, & compendia, vt dictum, & explicatum eſt in theorijs quattuor præcedẽtium primorum elemẽtorum Arithmeticorum, præſertim in diuiſione, cuius, quædam ſpecies, ac forma peculiaris videtur eſſe radicis quadratæ logiſtica eductio. Vide huc præclara apud Maurolycum lib. 1. part. 2 Arithmeticorum à propoſitione 20 per ſequentes, & propriè propoſ. 25 pro extractione radicis quadratæ; & propoſ. 26 pro cubicá.

Numeros quadratos; atque in primis cubicos per ſolas additiones procreare è recondita imparium numerorum proprietate. Additis compendijs eximijs è progreſſionum miris affectionibus, atq; indicatis demonſtrationibus.

CAP. VI.

Lect. QVibus promiſſiones factæ ſunt rerum vtilium, aut iucundarum, ij magis memores eſſe conſuerũt, quám qui promiſerint. An tu oblitus es id, quod in fine additionis, & multiplicationis, immo & in capite capitis præcedentis promiſiſti? nempè docendum abſte modum per ſolas additiones procreandi numeros quadratos, & cubicos, atque eorum tabulas conficiendi. Quæ tamen omnia tantum per multiplicationes fieri poſſe ab alijs omnibus Logiſtis accepi. Ac ſanè compendium id mirificum fuerit, ac tãtæ vtilitatis, vt, ſi vere velis enunciare, hoc nihil aliud futurum ſit, quám docere rudes tyrones modum facillimum radices quadratas, & cubicas nõ tam extrahendi, quàm nullo labore inuentas, & eductas exponendi; quarum tamen radicum (præſertim cubicæ) extractiones, vt præcipui ſunt vſus, ſic eximij laboris pleniſſimæ ſunt.

Auth. Non immerito tantæ pollicitationis momenta ponderas. Quid enim ſi quis in rebus Geometricis, vel Aſtronomicis, ad ſcientiam præclari alicuius problematis, egeat extractione radicis vel quadratæ, vel cubicæ, nec artem eas extrahendi norit, aut earum radicum tabulas non habeat? nos huic inopiæ hic nunc ſuccurremns. Sed rebus potius, quàm verbis pollicitum noſtrum, quám breuiſſimè poſſumus, confirmemus.

I. Ex proprietate procreationis numerorũ quadratorum præcedenti capite propoſita licet facillimè per ſolam additionem numeros quadratos producere, atque in tabulas diſponere. Exempla accipe in quadratis numeris ſequẽtibus poſt tertium quadratum 16 (quoniam in tribus antecedẽtibus quadratis exempla poſita ſunt capite præcedenti) cuius quidem quadrati quoniam radix eſt 4, vt radicis deinde 5 quadratum inueniatur, quid eſt iam neceſſe per vſitatum multiplicationis modum laborare? Adde quadrato 16 duplicatam radicem 4 cum vnitate, ideſt 9, & aggregatum 25 eſt quadratus numerus, cuius radix eſt 5. Rurſus quadrato 25 adde 11, ideſt duplicatam radicem 5 cum vnitate, & habes quintum quadratum numerum 36, cuius radix conſequenter ad præcedentium quadratorum radices eſt 6. Huius operationis vide demonſtrationem apud Maurolycum Arithm lib. 1. propoſ. 14. Per facillimas haſce additiones ſi quis ſibi quadratorum numerorum ſeriem ingentem confecerit, eamque in tabulas diſtribuerit, habebit vnde datorum numerorum radices quadratas extrahat (vt inferius etiam peculiarius indicabimus) ſine vllo labore; quas radices ſine vlla ſcientia multiplicationum, vel diuiſionum, vel aliarum logiſticarum difficiliorum operationum, modo prædicto eruerit. Vide in ſequenti capite proprietatem miram numerorum imparium ad procreationem numerorum quadratorum, quæ perſimilis eſt eius, quam mox de cubicis doceo.

Per ſolas additiones numeros quadratos producere.

II. Ad procreationem vero numerorum cubicorum per ſolas item additiones præmitto eximiam numerorum affectionem, quam Martianus Capella indicat vbi de octade agit lib. 7 de nupt. Philologię, & Mercurij. Eius Authoris de more verba identidem ſubobſcura, quæ ad rem noſtram pertinent, ſunt hæc: *Octonarius numerus primus cubus eſt. nã dias per diadem facit tetradem, at bis ducta facit octadem. Item ex imparibus conſecutis impletur. Nam primus imparium trias, ſecundus pentas, ambo octadem faciunt. Item cubum, qui à triade venit, ideſt* 27 *ſequentes impares reddunt, ideſt heptas, enneas, &* 11, *qui omnes faciunt* 27. *Item tertius cubus, qui à tetrade venit, ideſt* 65. *nam quater quaterni ſunt ſedecim, hoc quater,* 64 *fit, & hìc ex imparibus quatuor, qui ſuperiores ſequuntur, ideſt* 13, 15, 17, 19 *fiunt ſimul* 64. *Et ſic omnes cubi per imparium incrementa inueniuntur, ſui dutaxat numeri.* Prædicta Martiani verba ſummatim nobis innuunt cubicos numeros per ordinatam ſeriem procreari ex additione tot imparium numerorum, quot ſunt vnitates in radice cubi, qui quæritur. Exempli gratia, radix primi cubi, qui eſt octonarius, eſt 2, addantur ergo duo impares primi numeri, ideſt 3, & 5, & creatur 8 primus cubus. Secũdi cubi procreãdi radix 3 indicat tres conſequentes impares numeros eſſe inter ſe ſe addendos, vt ex 7, 9, 11 componatur cubus 27. Tertij cubi procreandi radix 4 indicat quatuor conſequenter impares numeros eſſe inter ſe ſe addendos, vt è 13, 15, 17, 19 componatur cubus 64; ac de reliquis pari ratione deinceps. Exemplum expoſitum vide in appoſita tabellà.

Locus inſignis Martiani de cubis numeris per imparium additiones procreandis.

Enucleatio loci apud prædict. Martian.

Exempla

Rad. Imp. Cub.

1 — 1 — 1
2 { 3, 5 } 8
3 { 7, 9, 11 } 27
4 { 13, 15, 17, 19 } 64
5 { 21, 23, 25, 27, 29 } 125

Demonſtrationem vide apud Maurolycum Arith. lib. 1. propoſ. 62.

Notandum autem eſt haſce additiones cuborum procreatrices æquipollere conſuetis multiplicationibus, quibus quadrati numeri per ſuas radices multiplicati cubos producũt, verbi gratia, cubus 27, cuius radix eſt 3, & ſuperficies quadrata 9, ſolet procreari ducto 3 in 9. Et quoniam, vt dictum à nobis eſt in theorijs circa multiplicationem, multiplicatio eſt additio proportionata, ideſt toties addendus eſt ſibi numerus quot ſunt in multiplicante vnitates; ideo dicere: 3 in 9? idem eſt ac ſi dicas, adde ſibi 9 toties quot ſunt in 3 vnitates, ideſt ter, & fiunt 27. Idem autem prouenit cum éadem radix 3 indicat addendos eſſe inter ſe tres impares 7, 9, 11, ex quibus pariter 27 proueniunt. Vide exemplum in cubo maiuſculo, verbi gratia in ſexto, cuius radix 7, addendi enim ſunt ſeptem impares numeri conſequentes ad impares antecedentium cubicorum, qui ſunt 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, ex quibus additis conficitur ſumma, ſeu cubus 343. Et quoniam eiuſdem radicis 7 quadratus numerus eſt 49, ſi exponas ſepties 49 ſic: 49, 49, 49, 49, 49, 49, 49, & addas inter ſe, prouenit idem cubus 343, vt ex additione ſeptem imparium, &c.

Quadrati numeri per ſuas radices multiplicati cubos producunt.

Lect. Videri poteſt nimis prolixæ operationis hæc additio procreatrix cuborum, præſertim cum maiores cubi producendi ſunt.

Auth. Duo affero compendia. Primum, de quo monui in antecedentibus, vbi de Additione grandiorum numerorum, ſcilicet fiant additiones per partes, & partium ſummæ inter ſe addantur. Secundum compendium (in quò ſi qua multiplicatione, vel diuiſione ſit opus, tam faciles tamen erunt, vt nullæ penè ſint) plane mirificum eſt, atq; erutũ ex ordine, ac progreſſione, quam ſeruant inter ſe numeri omnes impares ad cuborũ productiones. Nam habent inter ſe proportionalitatem arithmeticam, & ſemper per eamdem differentiam 2 creſcunt. Vide Maurolyc. lib. 1. Arit. prop. 4.

Compendia pro additionibus prolixioribus ad cubos.

Numeri impares ad cubos producendos ſeruant inter ſe proportionalitatem Arithmeticam.

Qua animaduerſione poſitâ, ſupponendæ ſunt, præ cæteris, duæ pulcherimæ affectiones proportionalitatis Arithmeticæ, quæ habentur, præter cæteros, etiam apud noſtrum Clauium in degreſſione de proportionalitatibus ad lib. 5. Euclid. Vide etiam Diophantum Alexandrinũ non ex antiquis, in libello de numeris multangulis.

I. Affectio. *Quando terminorum numerus eſt impar, ſumma extremorum æqualis eſt ſummæ quorumlibet duorum mediorum ab extremis æqualiter diſtantium, dupla autem medij termini, à quo extremi æqualiter diſtant.* Exemplum accipe in numeris, ac terminis imparibus, ex quibus nuper oſtẽdebam quemadmodũ conficeretur cubus 343, cuius radix 7 indicat ſeptẽ. hoc eſt impares eſſe terminos. Summa ergo extremorum terminorum primi 43, & vltimi

Prima proprietas proportionalitatis arithmeticæ cum terminorũ numerus eſt impar.

Exemplum prædictæ proprietatis.

55, quæ eſt 98, æqualis eſt ſummæ, verbi gratia, terminorum 45, & 53, vel 47, & 51, qui termini bini æqualiter diſtant ab extremis 43, & 55, atq; eadem ſumma 98 æqualis eſt termino medio 49 duplicato.

Secundum compendium ad procreationem cubicorum per additiones imparium, ex prima proprietate, &c.

Ex qua affectione deducitur praxis hæc ſequens: *ſummam omnium terminorum proportionalitatis arithmeticæ conficies facillimè, ac citiſſimè, ſi numerum terminorum duxeris in medium terminum.* Exempli gratia, ſi in poſitis terminis cubi, cuius radix, ſiuè numerus terminorum eſt 7, multiplicaueris medium terminum 49 per 7, productum erit numerus 343, quæ ſumma eſt, & cubus conflatus ex additione omnium terminorum. Demonſtrationem vide apud Maurolyc. lib. 1. Arith. propoſitione 100.

Praxes compendij procreationes cubicorum.

Primæ affectionis ſecunda pars eſt *Quando terminorum numerus eſt par, ſumma extremorum æqualis ſemper eſt ſummæ quorumlibet duorum mediorum ab extremis æqualiter remotorum* Exemplum ponamus in terminis numerorum, ex quorum additione conficitur cubus, cuius radix eſt 8, indicatq; terminos eſſe octo conſequentes ad terminos præcedentis cubi, nempe.

Demõſtratio prædictorum apud quem?

Prima proprietas proport. arithmeticæ — —Cum terminorum numerus eſt par. &c.

57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71.

Exemplum.

Summa extremorum 57, & 71, quæ eſt 126, æqualis eſt ſummæ mediorum 59, & 69, vel aliorum 61, & 67, vel 63, & 65, ab extremis 57, & 71 æqualiter diſtantium. Vnde deducitur praxis ſequens: *ſummam omniũ terminorum proportionalitatis Arithmeticæ, cuius terminorum numerus par eſt, facile conflabis, ſi ummam extremorum multiplices per ſemiſſem numeri terminorum.* Exemplum eſto in terminis cubi propoſiti, cuius radix 8, ſi extremorum 57, & 71 ſummam 128 multiplicaueris per 4, producetur numerus, ſiue cubus 512. Vide demonſtr. apud Maurolyc. lib. 2. Arith. propoſ. 27.

Praxis altera pro cuborum product.

Demõſtratio pro ſecunda praxi apud quem?

Itaque ſi prolixitatem additionum in cubis maioribus effugis, habes ex prædictis quo confugias, vt compendia obtineas. &c.

Lect. Adhuc ſupereſt aliqua prolixitas in ipsà terminorum expoſitione, cum ad cubos maiores expromendæ, atq; ordine ponẽdę ſunt ſeries longiſſimæ numerorum imparium. Licet enim ex prædicto tuo compendio contracta ſit prolixæ additionis operatio, tamen ante ipſam additionem non eſt breuis operæ tot terminos exponere.

Auth. Etiam hanc prolixitatem terminorum acciſam, & contractam dabimus ex alia proprietate proportionalitatis Arithmeticæ. Sed tu interim oblitus es moris mei, qui, præſertim in ſcientijs, praxes nullas ferre poſſum, quarum rationes, ac theorias ſaltem non indicem. Itaq; antequam ad promiſſum compendium accedam, accipe hìc etiam, præter citatum Maurolycum, vnde ſcire poſſis prædictæ primæ affectionis in proportionalitate arithmetica demonſtrationes. Vide Iordanum lib. 1. Arithmet. propoſitione 2, & 3, vbi demonſtrat proprium eſſe progreſſionis Arithmeticæ trium numerorum, vt aggregatũ extremorum æquale ſit duplo medij numeri; progreſſionis vero Arithmeticæ quattuor numerorum proprium eſſe, vt aggregatum extremorum æquale ſit aggregato mediorum. Vnde proprietas illa à nobis hactenus expoſita in proportionalitate Arithmetica, & facta vniuerſalis demonſtratur.

Demonſtrationes prædictorũ rurſus indicatæ.

Theoriæ praxeon præcedentium.

At quod pertinet ad praxes deductas ex ea proprietate, facilis earum eſt theoria. Præter citatas demonſtrationes ex Maurol. & alijs. Quoniam enim quot vnitates ſunt in numero multiplicante, toties numerus, qui multiplicatur ſibi addendus intelligitur, vt ea ſumma ſit productum ex multiplicatione; & ex indicatis demonſtrationibus ſumma terminorum extremorum eſt æqualis cuilibet ſummæ intermediorum æqualiter ab extremis diſtantium, ergo ad ſummam omnium terminorũ conficiendam (ideſt ad productum per multiplicationem proportionalem inueniendum) erunt tot æquales ſummæ inter ſe, ac toties addendæ, quot, & quoties indicabit dimidium numeri terminorum. Numerus enim integer terminorum ſingulos indicat terminos, dimidium autem eius numeri indicat ſingulas ſummas, quæ ſingulæ binos continent terminos. Idem autem eſt multiplicare vel ſummam integram duorum extremorum per dimidium numeri terminorum, vel dimidiam ſummam extremorum per integrum numerum terminorum.

Sic vides in cubo nuper poſito, cuius radix 8, octo terminorum quattuor æquales eſſe ſummas ex 57, & 71; ex 59, & 69; ex 61, & 67, ex 63, 65, quæ ad cubum, hoc eſt ad ſummam omnium conficiendam inter ſe addendæ ſunt, ideſt éadem ſumma binorum quorũlibet terminorum quater ſibi addẽda eſt .i. per 4 dimidium numeri 8 terminorum multiplicanda eſt. In terminis autẽ cubi, cuius radix 7 (& bini termini ad tres æquales ſummas ſunt 43, & 55; 45, & 53; 47, & 51; itemq; medius terminus 49 ad quartam ſummam duplicatus) fit additio proportionata, ſiue multiplicatio dimidiæ vnius ſummę per integrum numerum terminorum, æquiualenter ſcilicet multiplicationi integræ vnius ſummæ per dimidium numerum terminorum.

Eximia proprietas imparium numerorum pro quadratis, & radicum pro imparibus producendis. Appositæ theoriæ. De radicibus erudita pro Algebraticis. Ex hoc, & antecedenti capite compendia per simplices additiones conficiendi tabulas quadratorum, & cubicorum numerorum.

CAP. VII.

Lect. IAm doce quemadmodum cubici numeri procreari possint, etiam sine prolixa vlla expositione terminorum.

Auth. Docendum hoc est compendium ex altera, quæ 2 est affectio proportionalitatis Arithmeticæ sic habens: *Si in proportionalitate Arithmetica quotuis terminorum, alterũ extremorum, numerum terminorum, & differentiam cognoscamus, reperiemus alterum extremum hoc modo, numerum proximè minorem numero terminorum in differẽtiam datam ducemus, & productum minori extremo cognito adijcemus, vel eumdem numerum productum ex maiori extremo noto detrahemus. Nam ibi conficiemus maius extremum, quod quærimus, hìc autem reliquum fiet minus extremum ignotum.*

Secunda proprietas proportionalitatis arithmeticæ.

Exemplum mox dabo ad nostrum institutũ, pro quo satis est ea pars propositæ affectionis, qua inuenitur ignotum maius extremum.

Applicatio secũdæ proprietatis in progress. arith. ad productionem cubicorum, &c.

Sit ergo inueniendum maius extremũ, sine cognitione intermediorum terminorum, pro cubo, cuius radix est 7, quæ indicat numerum terminorum, qui per impares numeros essent exponendi, sed ad compendium quæritur tantũ maior, siue extremus terminus, ex quo cum primo termino summã etiam omnium terminorum, qui intermedij exponendi essent, hoc est cubus quęsitus citissimè possit inueniri. Dantur ergo pro cognitis numerus terminorum 7 & differentia inter terminos, nempe 2, & minus extremum 43. Si terminũ in proposito exemplo, nempe numerum ignotum 55 vis comperire, accipe numerum 6, nempe proxime minorem numero terminorum 7, & eumdem 6 multiplica per differentiam 2 (quæ cum exigua, ẽademq; semper sit, facillimam exhibebit quamcumq; multiplicationem) productum erit 12, deinde ipsis 12 adde cognitum minus extremum 43, & summa erit 55, quæ maius extremum est. Quo iam cognito vtere praxibus, quas iam accepisti in antecedentibus iuxta regulas de numero terminorum tam impari, quam pari, vt cubum 343 habeas.

Sed suppositis iam regulis, accipe iam duo exempla inueniendorum cubicorum numerorum per simplices praxes compendiorum omnium prædictorum in duobus cubis, quorum alterius terminorum numerus sit par, alterius impar. Quæ praxes faciliores sunt quando non temere quilibet cubus quæritur, sed ex ordine cuborum præcedentium minorum consequentes maiores deinceps procreantur, vt in tabulas referantur; cui negotio nos in primis hìc inseruimus.

Praxes compendiorum ad productionẽ cubicorum numerorum.

Sit ergo I procreandus ex ordine cubus, cuius radix est 8, (post antecedentem cubum, cuius radix est 7, & maius extremum 55) minus extremum 57; numerum ergo proximè minorem per differentiam 2 duplico. fiunt 14, quibus addo minus extremum 57, summa est 71, quæ est maius extremum quæsiti cubi. Hoc maius extremum addo minori, nempe 57, & 71, fit summa 128. hanc summam multiplico per 4, dimidium numeri terminorum, productum est 512 quæsitus cubus, cuius radix est paris numeri 8.

Sit II procreandus cubus consequens, cuius radix 9, minus extremum 73. Per differentiam 2 multiplico radicem antecedentis cubi, quæ erat 8 (nempe proxime minor radice 9) productum est 16, cui addo minus extremum 73, summa fit 89, quæ est maius extremum. addo simul 73, & 89 minus, & maius extrema, fit summa 162, quam bipartior, & fit 81, quem numerum multiplico per 9 numerum extremorum, productum est 729 numerus cubicus, cuius radix est 9.

Lect. Video quod non opinabar, etiam si multiplicationes, & partitiones, & additiones istæ sint facillimæ, tamen dum abste quęro compendia, amisisse me simplicitatem illam, quæ est in solis additionibus numerorum imparium in cubicorum numerorum procreatione. Amo tamen varietatem, & eruditionem, quam exoblata à me occasione prompsisti à proportionalitatibus Arithmeticis.

Auth. Pro numerorum quadratorum inuentione, non erit opus tot ambagibus. Non solum cubici numeri, vt docuit Martianus, gignuntur ex additionibus impariũ eo modo, quem hactenus

nus docui, ſed etiam quadrati numeri ſimplicius, ac facilius conficiuntur ex additione imparium numerorum in hunc modum.

Quadratorũ numerorum productiones per impariũ additiones.

Si exponantur numeri impares ab vnitate per ſeriẽ progreſſionis arithmeticæ, & ſinguli conſequẽtes addantur ſummæ antecedentium, fiunt ſemper ſummæ, quæ ſunt numerorum quadratorum. ſic ex 1 & 3 fit 4 quadratus numerus, cuius radix 2. ex 1, 3, 5, ſiue ex antecedẽti quadrato 4, & ex addito tertio impari 5 fiunt 9 ſecundus quadratus numerus, cuius radix 3. ex 1, 3, 5, 7, ſiue ex 9, & 7 conficitur numerus quadratus 16, cuius radix eſt 4; & ſic deinceps. Vide ſpecimen in ſequentis progreſſionis particula.

Imp.	Quadr.	Rad.
1	1	1
3	4	2
5	9	3
7	16	4
9	25	5
11	36	6
13	49	7
15	64	8
17	81	9
19	100	10
21	121	11
23	144	12
25	169	13
27	196	14
29	225	15
31	256	16

Ex hac proprietate numerorum imparium habes compendium conficiẽdarum tabularum pro numeris quadratis per ſolas additiones.

Modus è radicibus conficiendi numeros impares ad compẽdia quadratorũ.

Lect. Video hic quomodo etiã fiant ex radicibus impares numeri, quæ res eſt loco perutilis compendij, cum ſcilicet præcedenti quadrato numero addendus eſt numerus impar, qui ex ordine ſequitur in ſerie imparium ad nouum quadratum procreandum, ſi quis neſciat quotus in ſerie impar ſit addendus; tunc enim duplicanda eſt radix numeri quadrati antecedentis, & addenda vnitas, vt ex eà duplatione cum vnitate habeatur quæſitus impar numerus, ac deinde è ſumma quadrati antecedentis, vnà cum additione imparis inuenti numeri, prodeat quadratus numerus quæſitus. Verbi cauſa, dato quadrato 16, cuius radix eſt 4, ſi neſciam quotus imparium numerus ſit addendus, duplico radicem 4, & addo 1, & fit 9, quæſitus impar; quo deinde addito ad 16, conficitur numerus quadratus 25, cuius radix eſt 5. Sic de cæt.

Cur radici duplicatæ addatur vnitas.

Auth. Quin etiam habes rationem à me promiſſam cur duplicatæ radici ſemper addatur 1. Quoniam enim (vt propoſitione 8 in diuinationibus arithmeticis inferius docebo) quilibet numerus ſiue par, ſiue impar duplicatus gignit parem, ex duplicatione autem radicum quæritur impar numerus addẽdus præcedenti quadrato, ideo duplicatà qualibet radice, ideſt pari ſemper numero ex ea duplicatione confecto addenda eſt vnitas, vt fiat impar. &c.

Numerus etiã impar duplicatus gignit parem.

Sic radix duplicata 4 dat 8 parem numerum, vt fiat impar 9 addenda eſt vnitas. Duplicata radix 5 conficit 10 parem, vt ſit impar addo 1, & fiunt 11. Duplicata radix 6 dat 12 parem, impar 13 fit addità vnitate, fiuntque per ſeriem ordinatam numeri impares 9, 11, 13, &c.

In appoſità tabellà procreationis quadratorum ex imparibus vides ſequentes quatuor propoſitiones eximias Maurolyci eſſe veriſſimas.

Propoſitiones & affectiones eximiæ ad quadratorum productiones.

I. Omnis quadratus cum radice ſua, & cum radice ſequenti coniunctus conſumat quadratum ſequentem.

II. Omnis quadratus cum impari ſequente coniunctus conſtituit quadratum ſequentem.

III. Ex aggregatione imparium numerorum ab vnitate per ordinem ſucceſſiuè ſumptorum conſtruuntur quadrati numeri cõtinuati ab vnitate, ipſiſque imparibus collaterales.

IV. Omnis quadratus cum duplo ſuæ radicis, & vnitate coniunctus conſtruit quadratum ſequentem.

Haſce propoſitiones Maurolycus demonſtrat lib. 1. Arith propoſit. 12, 13, 14, 15.

Modus facillimus inueniendi in ſerie radicum quotus numerus ſit quadratus.

Ex hiſce propoſitionibus iuxta explicationes noſtras antecedentes habes varias procreationes quadratorum per ſolas additiones. Eas tute applica, & experire in appoſità tabella. Quod ſi in eádem tabellà, & in qualibet prolixa ſerie naturali radicum per acceſſum vnitatis progredientium lubeat noſſe quotus radicum numerus ſit quadratus, vtere notis imparium numerorum tamquam indicibus ſic. ſegregata vnitate primus imparium 3 indicat primam claſſem radicum ex tribus numeris poſt vnitatem, ſcilicet 2, 3, 4, cuius claſſis vltimus numerus 4 eſt quadratus. Secundus impar 5 indicat ſecundæ claſſis ſequentes numeros quinq; ſcilicet 5, 6, 7, 8, 9,

c

uius classis vltimus numerus 9 est quadratus. Tertius imparium 7 indicat tertię classis septem sequentes numeros 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, cuius classis extremus numerus 16 est quadratus. Quadratorum vero eorum radices sunt ex ordine, nempe primæ classis quadrati 4 prima radix 2, secundæ classis quadrati secundi 9 secunda radix 3, tertiæ classis quadrati 16 sequens est radix 4, &c. Demõstrationẽ vide apud Maurol. lib. 1. proposit. 101. Pendet ex tertia propositione antecedentium hic à nobis positarum ex Maurolyco.

Modi præcedentis demonstratio apud quem?

Lect. Ex hac vltima proprietate, per quam agnoui quotus sit quadratus numerus in radicibus, patet mihi modus conficiendi tabellas quadratorum cum suis radicibus è sola expositione naturali numerorum per vnitatem crescentium, &c. etiam sine vllis numerorum additionibus superius positis.

Modus conficiendi tabulas quadratorum cum radicibus etiam sine additionibus, per solas numerorum expositiones naturales.

Quin etiam aduerto quamlibet radicem cum antecedenti coniunctam conficere imparem sibi collateralem, quæ res percommoda est ad procreationem quadratorum, iuxta modum secundæ propositionis paullo ante à te allatæ ex Maurolyco. sic 2 cum 1 conficit 3 sibi ad latus in eàdem serie appositum; 3 cum 2 conficit collateralem imparem 5. &c.

Animaduersio perçõmoda creationi quadratorũ.

Auth. Tua isthæc animaduersio postrema habet, si nescis, demonstrationem apud Maurolycum lib. 1. propositione sexta. Sed accipe, si lubet, etiam sequentem tabellam radicum monadicarum, quam exercitationis gratià confeci per solas additiones tum ad quadratos, tum ad cubicos numeros, iuxta ea, quæ docui initio huiusce capitis.

Rad.	Qua.	Cub.
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Ad instar huius tabellæ tu per prædicta continuabis maiores tabellas, vt ijs per solas additiones (vel per sequentes alios modos non vulgatos hìc dictos) confectis vti deinde possis ad extractiones radicum in datis numeris, quos in tabellis cum non inuenies, pro ijs sumes quadratos, vel cubos proximè minores in tabellis positos, eorumq; radices accipies.

Lect. Animaduerto in hac tabella proportionalitates numerorum ex ordine crescentium non esse Arithmeticas, sed Geometricas, ideſt non per æqualem, sed per similem differentiam progredi; vt enim 2 ad 4, ita 4 ad 8; vt 3 ad 9, ita 9 ad 27; vt 4 ad 16, ita 16 ad 64. &c.

Auth. Facilis animaduersio est, sed tamen, vt spero, non otiosa pro inferius dicendis. Sed aliud est, quod non vidisti, ac dignissimum animaduersione est, ex quo pendet praxis continuãdarum proportionalitatum geometricarum ab vnitate incipientium, & aperitur cognitio materiæ, circa quam versatur Magia Arithmetica, ideſt Algebra, quam Io. Buteo appellat regulam quadraturæ, scilicet inueniendi latera, siue radices quadratorum, cuborum, & alias aliorum numerorum prodigiosis nominibus affectas radices. Notãdum igitur in omni proportionalitate geometrica cõtinuá, quæ ab 1 incipit, secundum terminum radicem esse omnium numerorum insequẽtium. nam bis posita, siue in seipsam ducta producit tertium terminum, qui numerus quadratus est, cuius respectu appellatur radix quadrata. Eadem radix ter posita, siue primum in se, & iterum in productum multiplicata gignit quartum terminum, qui cubus est, cuius eadem radix cubica appellatur. Si eadem radix ponatur quater, siue fiant tres multiplicationes primum in se, deinde in productum, tertio iterum in vltimum productum, fiet quintus terminus. Sic deinceps si pluries ponatur, crescent numero termini, quorum respectu eadem radix sortitur varia nomina, & signatur varijs characteribus; de quibus in Algebra, in qua etiam docentur modi earum radicum eruendarum. Hactenus notatio pro Algebraticis.

Algebra est regula quadraturæ, & cur.

Modus primus continuandi proportionalitates geometricas ab 1.

In Algebra, eàdem radix respectu terminorũ variorum sortitur varia nomina

Algebra docet radices eruere. &c.

At pro Arithmeticis proportionalitates geometricas spectantibus, & modũ eas facilè continuandi quærentibus facilius prædicta explicantur, si dicas secundum terminum multiplicatum in se, atque in alios ex ordine sequentes numeros, semper nouos producere numeros in eàdem proportione in infinitum crescentes, vt 2 secundus terminus in 2 producit 4 tertium terminum: 2 in 4 producit 8 quartum terminum: 2 in 8 producit quintum terminum 16: 2 in 16 producit 32 sextum terminum, ac deinceps.

Modus alter continuandi geometricas proportionalitates.

Sic in appositá tabella reliquæ series ex 3 in 3, ex 3 in 9, &c. ex 4 in 4, 4 in 16. &c.

Demonstratio pendet ex Pr. 10. l. 8. vt rectè notat etiam noster Clauius in schol. ad eam Propositionem. Ex hac igitur animaduersione circa tabellam appositam habes regulam continuandi proportionalitates geometricas ab 1 incipiẽtes. Quod vero attinet ad cõtinuationes aliarum geometricarum proportionalitatum non ab 1 prouenientium, vide primam proprietatem geometricæ proportionalitatis apud nostrum Clau. in digressione citata ad 5. Eucl. Nos hìc ex oc-

Demonstratio præcedentis modi &c. apud Euclid.

caſione tabellæ tantum indicauimus circa progreſſiones ab 1, quia ea ſola nobis vſui futura eſt in ſequentibus.

Vide pro cap. 6. anteced. & pro hoc 7. Euclidis propoſit. 8. & ſequentes plures lib. 9. Elementorum Geometr.

Demonſtrationes, & propoſitiones Euclidis pro dictis in cap. 6. & 7. huius &c.

Corollaria, & problemata curiosè iucunda, prodigiosè paradoxica ad theoricen, & ad praxim ſoluta. In fine indicatio vnde ex antiquis problemata Algebratica etiam ſine Algebra ſolui poſſint.

CAP. VIII.

PRouoco iam te ad corollaria, & ad problemata iucunda, & admiranda, quæ partim ex antecedenti capite, partim ex ibi dictorum occaſione hìc exponentur. Beda propoſitiones, ſiue quæſtiones habet aliquot Arithmeticas, quarum aliæ ſolutiones habent, aliæ ſine ſolutionibus habentur apud eundem. Sine ſolutione proponit hanc: *Eſt ſcala vna habens gradus* 100 *in primo gradu ſedebat Columba* 1, *in ſecundo* 2, *in tertio* 3, *in quarto* 4, *in quinto* 5, *& ſic in omni graau vſque ad centeſimum. Dicat qui poteſt quot columbæ in totum fuerunt.*

Quot columbæ ſint in 100 ſcalæ gradibus diſpoſitæ per differentiam vnitatis in proportionalitate arithmetica.

Lect. Facillimæ ſolutionis eſt etiam apud me adhuc in Arithmeticis rudem. Nam hæc ſeries eſt Arithmeticę porportionalitatis, in qua, iuxta abs te dicta præcedenti cap. 6. quoniam terminorum numerus, iuxta ſcalæ propoſitæ gradus, eſt par, extremorum (nempè 1, & 100) ſummam 101 multiplicabo per dimidium numerum terminorum, nempè per 50, & productū erit 5050 quinquies millenæ, ac quinquagenæ columbæ erunt in gradibus ſimul ſumptis omnibus eius, quam Beda proponit, ſcalæ.

In progreſſione per differẽtiã triplarẽ.

Quin immo ad exercitationem propono eandem quæſtionẽ in ſerie paulò numeroſiore, quæ ſcilicet per maiorem progrediatur differẽtiam, verbi gratia per triplam, ita vt in primo ſcalæ gradu columba exiſtat 1, in ſecundo 4, in tertio 7, in quarto 10, &c. Sciatur autem verbi gratia numerus tantum octo terminorum ſic.

1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22.

Quot in gradu 00 erunt columbæ?

I. Quæro quot erunt columbæ in vltimo termino, nempè in gradu centeno, non cognito numero colũbarum in terminis intermedijs? Quoniam notum mihi eſt alterum extremorum, ſcilicet minus extremum 1, & notus eſt numerus omnium terminorum 100, & proportionalitatis differentia 3 nota eſt, ex dictis præcedenti cap. 7. numerum proximè minorem numero terminorum, ſcilicet 99 per differentiam 3 multiplico, & producto 297 addo minus extremum 1, fitque numerus 298 pro maximo, & extremo termino. Sunt ergo in vltimo gradu ſcalæ, ideſt in centeſimo, columbæ 298 facta progreſſione per triplam proportionalitatem.

Quot erunt omnes ſimul columbæ in omnibus ſimul gradibus?

II. Quæro, quot erunt omnes ſimul columbæ in omnibus ſimul ſumptis gradibus, facta eàdem progreſſione per triplam proportionalitatem? Addo ſimul minus, & maius extrema 1, & 298, & ſummam 299 multiplico per ſemiſſem numeri terminorum 50, productum fit 14950. Ergo in eá ſerie omnium graduum 100 per triplam ſe excedentium columbæ omnes ſunt decies quater millenæ nongentenæ quinquagenæ.

Problema de Augiæ ſtabulis, ac bubus ex dictis ſoluitur.

Auth. In iſto vſu arithmeticæ proportionalitatis gratulor ingenio tuo. Sanè tantum promouiſti, vt quæ à me audiſti docere iam poſſis. Nec dubito tibi etiam ex antedictis patere ſolutionem vulgatiſſimi illius problematis de Augiæ ſtabulis, ac bubus. Cuius problematis ſolutionẽ alij per regulas Algebraicas, alij per Arithmeticas productas proportionalitates expedierunt. Nobis quia nihil noui circa illud eſt relictum ab alijs, ideo illud relinquimus apud alios viſendum.

Quæſtio de columbis propoſita in progreſſionibus geometricæ proportionalitatis.

Lect. Quid ſi Beda quæſtionem de columbis propoſuiſſet ſic? In primo gradu ſcalæ vna eſt columba, in ſecundo duæ, in tertio 4, in quarto 8, in quinto 16. &c. Quæro primò quot erunt columbæ in vltimo gradu, nempè centeſimo ſine cognitione numerorum, qui in intermedijs ſunt gradibus? Secundò, quæ erit ſumma omnium ſimul columbarum in omnibus gradibus?

Auth. Sic poſita quæſtio maiorem habet difficultatem, quàm eo modo, quo à Beda propoſita eſt. Et quoniam præbet mihi occaſionem paradoxi prodigioſi, propterea à meo non abhorret inſtituto, qui paradoxa in primis demõſtranda ſuſcepi in meis hiſce Apiarijs Mathematicis. Ac benè accidit, quòd problema ſoluendum propoſuiſti in facillima, & minima omnium progreſſionum geometricarum, nempè in duplæ proportionis ordine. Habet enim hæc proportionalitas dupla peculiarem facilitatem ad ſolutionem problematis, vt patebit è ſequentibus hypotheſibus, & praxibus. Suppono igitur è proprietatibus proportionalitatum geometricarum demonſtrata ſequentia.

Proprietates aliquæ pportionalitatum geometricarum.

I. Terminum quemlibet in ſe multiplicatum producere terminum, qui locandus eſt in loco duplo maiore minus vnitate, quam ſit locus termini multiplicantis, vt in hac progreſſione 1, 2, 4, 8, 16, 32, ſi terminus loci ſexti 32 in ſe multiplicetur, dabitur terminus locandus non in duodecimo, ſed in vndecimo loco.

II. Terminus multiplicans alium terminum producit terminum ponendum in loco, qui tanto abeſt interuallo à termino multiplicato, quã to abeſt terminus multiplicans ab vnitate. Sic ſi ducas tertij loci terminum 4 in quarti loci terminum 8, procreabitur terminus 32 locandus tertio loco ab 8, vt 4 eſt locatus tertio loco ab 1.

III. In progreſſione geometrica duplæ proportionis, cuius initium eſt ab 1, quilibet terminus, abiecta vnitate, eſt ſumma omnium antecedentium numerorum. Sic terminus ſexti loci 32, abiecta vnitate, & factus 31 ſumma eſt antecedentium 1, 2, 4, 8, 16. His poſitis, vt propoſitæ quæſtioni reſpondeam, nempè de ſumma omnium columbarum, & de numero earum in vltimo gradu, ſine expoſitione omnium graduum intermediorum, en velut per ſaltus ita progredior.

Primò, expono ſex ſaltem terminos datæ duplæ proportionalitatis geometricæ 1, 2, 4, 8, 16, 32, qui continuantur facillimè, atque etiam ad plures exponũtur ex dictis in fine præcedentis capitis de ſecundo termino, qui radix eſt reliquorum. &c.

Secundò. Duco in ſe 32, fit 1024 terminus vndecimi loci, ſeu gradùs, iuxta primum ſuppoſitum. Duco item in ſe 1024, fit 1048576 terminus loci, ſeu numerus gradus vigeſimi primi. Duco itẽ in ſe 1048576, fit 1099611831776 terminus loci quadrageſimi primi. Et quoniam verſamur in proportione dupla, ideſt in qua quilibet ſequens terminus eſt duplus proximè antecedentis, accipio dimidium termini vndecimi paullo ante inuenti 1024, cuius dimidium eſt 512, eſtque terminus decimus, per quem multiplico terminum inuentum quadrageſimi primi loci, dabiturque, iuxta ſecundum ſuppoſitum, numerus, qui erit loci diſtantis decimo interuallo à loco quadrageſimi primi termini, ſcilicet erit terminus quinquageſimus primus, quemadmodum terminus decimus abeſt interuallo decimo ab 1. ergo facta multiplicatione termini quadrageſimi primi, nempè numeri 1099611-851776 per terminum decimi loci, nempè per 512, datur productum

563, 001, 268, 109, 312.
2 1

Ac tot erunt columbæ in quinquageſimo primo gradu.

Leã. Heus tu. vix dimidium ſcalæ aſcendiſti, & adeò ingentem columbarum numerum com periſti. quid ſi ſcalam totam conſcenderis?

Auth. Quandoquidem huc, te impellente, progreſſus ſum, age vnico ſaltu ſcalã vniuerſam conſcendamus, ſcilicet quinquageſimi primi gradus numerum in ſe (per compendium extremi capitis de multiplicatione) ducamus, vt centeſimus primus gradus inueniatur. Ductis igitur in ſe 563001268109312, efficitur (vt habes expoſitam totam operationẽ in miro illo compendio multiplicandi maximos numeros per ſolam additionem à nobis tradito in antecedentibus capitibus) efficitur, in quam, productum

4 3 2 1
316,970,427,892,693,413,227,181,113,344

Cui numero ſi detrahas vnitatem, fiet iuxta tertium ſuppoſitum ſumma omnium columbarum in antecedẽtibus centum gradibus. Et eundem hunc numerum integrum ſi dimidiaris, ideſt per 2 (quod eſt facillimum) partiaris, habebis numerum columbarum in gradu centeſimo antecedenti.

Prodigioſus numerus columbarum in ſcalæ gradib. diſpoſitarum iuxta progreſſionem proportionalitate geometrica.

Leã. Eſt igitur (ſi rectè memini tua præcepta arithmeticè legendi) numerus columbarum trecenta ſexdecim millia millionum millionum millionum millionum millionum, nongenti ſeptuaginta milliones millionum millionum millionũ, quadringenta viginti ſeptem millia millionum millionum millionum, octingenti nonaginta duo milliones millionum millionum, ſexcenta nonaginta tria millia millionum millionum, quadringenti tredecim milliones millionum, ducenta viginti ſeptem millia millionum, centum octuaginta vnus milliones, centum tredecim millia, trecentæ quadraginta quatuor columbæ.

Nec locus, nec alimenta vſpiã tot columbis;

Quibus continendis nec vrbes vniuerſi orbis, ac domus omnium vrbium ſatis eſſent. Quibus alẽdis nec vaſtiſſimarum prouinciarum ſegetes, nec ingentia flumina, & lacus ſufficerent.

-- Licet progreſſio ſit in genere minimo.

Auth. Et tamen hæc ſcala eſt in genere progreſſionum minimarum, ſcilicet duplarũ. Quid ſi per triplas, quadruplas, & plures, atque ampliores alias pportionalitates geometricas fierent gradus etiam vltra centum, & mille, & plures? Humani captus ingenij deficit in hiſce proportionalitatibus, quæ quaſi ludèndo ab vnitate incipientes, ſtatim per paucos gradus in immenſum excreſcunt.

Vide alia apud alios exempla. Nos ampliſſimum omnium ſpecimen præbuimus in exemplo, & occaſione propoſiti à Beda problematis de columbis.

Accipe nunc præterea iucundiſſimam, & ingenioſiſſimam praxim, atque compendium ad rerum venalium æquilibria in vſum iuſtitiæ cõmutatiuæ. Quod quidem arcanum aliqui tantum efferunt de progreſſionibus geometricis ab 1 per triplam proportionem progredientibus, cum tamen verum ſit etiam de progreſſionibus geo-

me-

metricis ab 1 per duplam progredientibus.

Itaque pronuntiatum vniuerſale ſic eſto: Si fiãt grauia habentia inter ſe proportionem ponderoſitatis, quam habent termini quotcumque ex ordine progredientes ab 1 per duplam, vel triplam proportionalitatem geometricam, ſintque grauia numero æqualia datæ progreſſionis terminis, poterit quilpiam pauciſſimis grauibus æquiponderare quãplurimis ponderibus rerum venalium, Nempe grauia pro numero terminorum æquiponderare poterunt rerum tot ponderibus, quot indicat ſumma terminorum. Exemplum eſto: grauia ſint, verbi gratia, tantum quattuor, quæ inter ſe habeant proportionem, vel duplam, quam habent quattuor termini 1, 2, 4, 8, &c. vel triplam, quam habent quattuor termini 1, 3, 9, 27; grauia quatuor duplæ proportionis poterunt æquilibrare, verbi gratia, libras 15 rerum, quoniam ſumma quatuor terminorum duplæ proportionis eſt 15; grauia verò quatuor triplæ proportionis poterunt æquilibrare vſque ad 40 libras rerum venalium, quoniam ſumma quatuor terminorum triplæ proportionis eſt 40. Quod ſi plura ſint grauia in dictis proportionib. æquilibrabunt sũmæ terminorũ, quorũ numerũ referunt, licet pauciſſima futura ſint grauia, & ſumma ingens librarum in rebus æquilibrandis.

Pauciſſimis grauib. æquiponderare quamplurib⁹ ponderib. rerũ venalium.

Vt autem facile ſummam conficias numerorum in datis terminis (quoniam in antecedentibus ſuppoſitis indicaui regulam tantum in progreſſione per duplam proportionem) cuiuſcũq; progreſſionis geometricæ accipe ex proprietatibus proportionalitatis geometricæ hanc regulam vniuerſalem: *Si, propoſitis quotcũq; terminis cõtinuè proportionalibus, minus extremũ à maiore ſubtrahatur, & reliquus numerus per numerum vna vnitate minorem denominatore proportionis diuidatur, Quotiens deniq; maiori extremo adjiciatur, conſtabitur ſumma omnium terminorum.* Sint 3, 9, 27, 81, &c. ſi minus extremũ 3 ſubtrahatur à maiori 81, reliquũ eſt 78; denominator proportionis triplæ eſt 3, & numerus vna vnitate minor eo eſt 2, per quẽ diuiſis 78, datur quotiens 39, cui ſi addatur maius extremum 81, fit ſumma 120, quæ fieret ex additione proportionalium quattuor terminorum 3, 9, 27, 81, &c.

Regula vniuerſalis ad facile cõficiendam ſummã numerorũ in datis terminis cuiuſcũq; progreſſionis geometricæ.

Lect. Experiamur, ſi lubet, iſtam tuam æquiponderantiam in progreſſione per triplam, atq; in tribus tantum terminis facilitatis, & breuitatis gratia, ac ſint tria grauia, primum libræ 1, ſecundum 3, tertium 9 librarum. Video, ſi quis velit ſibi æquiponderari, verbi gratia, auri libras vel vnam, vel tres, vel nouem, poſſe id nullo negotio fieri, quia adſunt æquipondia eorum ponderum. At ſi quis petat æquilibrari duas, quattuor, quinque, ſex, ſeptem, octo libras auri? Quomodo poterunt ijs numeris librarum æquiponderandarum inſeruire tria illa prædicta grauia?

Exẽpla æquiponderantiæ trium grauiũ pro pluribus ponderoſisve nalibus.

Auth. Audi. Vis duas auri libras æquiponderari? In altera lance pone graue trium librarum, in altera graue vnius libræ, cui adde tantum auri, quantum ſatis ſit, vt ſit in æquilibrio cum lance habente graue trium librarum; ſic enim graue trium librarum æquiponderat tribus libris in altera lãce poſitis; quarum trium librarum, quoniam vna eſt grauis ponderantis (fingamus in materia oricalchi) conſequenter reliquæ duæ libræ erunt auri quæſiti. Vis ne 4 auri libras? pone in altera lance duo grauia, alterum 1, alterum 3 librarum. Vis ne 5 auri libras? pone in altera lance graue 9 librarum, in altera duo grauia 1, & 3/4 librarum, quibus adde quantum opus eſt auri ad æquilibrium, detractis enim 4 libris grauiũ, reliquæ fiunt 5 libræ auri &c. Vis 6 libr.? in altera lance pone 9, in altera 3, atq; illi adde aurum ad æquilibrium. Vis 7? pone 9, & 1 ſimul in altera lance, in altera 3, & adde aurum ad æquilibriũ. Vis 8? pone 9 in altera, in altera 1, & adde autũ ad æquilibrium ſimiliter per reliqua.

Hic finis eſto Logiſticarum operationum, quibus nos vſi ſumus in noſtris hiſce Apiarijs Mathematicis. Quarũ operationũ hìc à nobis traditarũ occaſione habes nõ ſolùm problemata, ſed etiam theoremata eximia, & proprietates miras, ac reconditas numerorum, ex quibus etiam proprietatibus manant arcanę illę diuinationes per numeros, quarum cauſas, ac theorias cum apud neminem viderim, conabor (velut hactenus circa præcedẽtia logiſtica elementa) efficere, vt tyrones Mathematici circa eas praxes habeant à nobis vnde non tam Logiſtæ, ac practici, quam verè Mathematici, i. Philoſophi, circa praxes euadant. Hortor te, mi Lector, vt ad Logiſtices perfectam ſciẽtiam legas ex antiquis in primis Diophantum Alexandrinum, in quo Authore, licet perobſcuro, latent cauſæ, atq; admirandæ proprietates numerorum, ex quibus, ẽt ſine regulis Algebraticis, Logiſtica, & Algebratica problemata implexiſſima ſolui poſſunt.

Apud Diophãtum cauſæ affectionũ admirandarũ in numeris.

Vnde Algebratica problemata ſolui poſſint etiam ſine regulis Algebraticis.

PROGYMNASMA QVINTVM.

Vſus Logiſticorum elementorum circa varias, & arcanas diuinationes Arithmeticas theorijs illuſtratas, demonſtrationibus firmatas. Additis, & ſolutis curioſis aliquot arithmeticis quæſtiunculis è veterum penu.

Author. Hactenus circa vtilia & iucunda in rebus Arithmeticis verſatos, & nonnihil laborantes excipiant nunc aliqua, quæ ſine labore habent admirationem ſeriæ voluptatis pleniſſimam, & in quibus erit vſus elementorum Logiſticorum præcedentium. In Arithmeticis diuinationibus verſati ſunt graniſſimi Philoſophi, Mathematici, Beda, Gemmafriſius, Cardanus, Io. Buteo, Clauius, &c. quorum ſub vmbram ituri ſumus, ſi quis auſit critico ſupercilio hæc eleuare. Nos hiſce argumentis vtemur ad philoſophandum potius, quàm ad ludificandum. Itaq; poſt problematum ſingulorum operationes earum ſtatim cauſas, & demonſtrationes, quæ nobis inueſtigantibus ſe ſe aperuerunt, indicabimus. Sed iam opus aggrediamur, & in propoſitiones aliquot diſtribuamus.

Diuinationes arithmeticæ apud ſerios authores.

Apud nos ad ſerio philoſophandum.

PROPOSITIO I.

Quot in crumena quis habeat nummos per numeros diuinare.

VT facilius fieret exemplum nummos in crumena diuinãdos ſuſcepi, quia exiguus eorum numerus eſt in crumena præ numero, qui in arca domeſtica ſeruari ſolet. Suppono autem eum, cuius nummorum numerus diuinandus eſt per numeros, ſcire numerum eorũ nummorum, quos habet in crumena. Exemplum accipio, diſtinctionis, & ordinis gratia, in genere aliquo certæ monetæ; fingamus aſſes, quos ſuppono hîc nõ diuidi in minutiores partes, quam in ſemiſſes.

Quibus ita præſtitutis, accipe breuiſſimum, ac facillimum modum diuinandi à me excogitatum ex occaſione animaduerſæ proprietatis in multiplicatione numerorum per ternarium. de qua proprietate inferius dicam. Igitur præceptum eſto —

— I. iube numerum aſſium triplicari, & ex producto abijci, quoties licet, nouenarium. ac

pro ſingulis abiectis nouenarijs tu tibi ſepone ſingulos ternarios. Expediet autem occultandæ artis gratia, præſertim apud tyrones, iubere per vices ſingulas abijci 9, itaut qui abijcit non aduertat notari numerum abiectionum nouenarij.

II. Interroga numquid reſidui ſit poſt abiectos nouenarios, & ſi quid eſt, num ſit numerus par, an impar, pro impari ſepone tibi 1, pro pari 2. Iunctis ergo ternarijs cum 1, vel 2 ex reſiduo, ſumma erit aſſium diuinandorum. Si nihil ſuperſit poſt abiectionem nouenarij, ſoli ternarij dabunt ſummam aſſium.

Lect. Poteſtne accidere vt poſt triplicationẽ numeri aſſium, fiat ſumma tam exigua, vt ex ea nequeant abijci 9 ?

Auth. Etiam. III igitur præceptũ. Tunc quære an ea ſumma, ex qua nequeunt detrahi 9, poſſit ita diuidi in duas partes æquales, vt nullæ ſint numerorum fractiones. ſi affirmet qui interrogatur diuiſionem fieri in numeros integros, tunc pronuntiato numerum aſſium eſſe 2, ſi diuiſio fiat in numeros fractos, aſſis erit tantum 1.

Puta me habere in crumena aſſes 8, triplicati efficiunt 24, nouenarius abijci poteſt bis, ergo bis ternarium mihi ſepono iuxta præcep. 1. ſed abiectis nouenarijs ex 24, ſuperſunt 6, qui numerus cum ſit par, dat 2, iuxta præcep. 2. ergo 2 cum duobus ternarijs conficiunt 8, quæ eſt ſumma aſſium quæſita.

Habeo 9 nummos, triplicati fiũt 27, ter abijci poſſunt 9, & nihil ſupereſt, ergo ter tria habeo, ideſt 9 pro nummis.

Habeo nummos 7, triplicati fiũt 21, bis abijciuntur 9, ſuperſunt 3 numeri imparis. ergo ex duobus nouenarijs colligo 6: ex impari numero colligo 1, & aſſiũ ſumma fit 7, iuxta præcep. 2.

Aſſem 1 habeo, triplicatus conficit 3, abijci nequeunt 9, ternarius non poteſt diuidi in duas æquas partes conſtantes ex numeris integris, ſed fit fractio ½. ergo 1 eſt numerus aſſium, iuxta præcep. 3.

Deniq; vt in omni caſu præceptorum habeas exempla; aſſes habeo 2. triplicati ſunt 6, non poteſt abijci 9, poteſt diuidi 6 in duos æquales numeros integros, ideſt in duos ternarios, ſine vllis fractionibus. ergo, iuxta præcep. 3. numerus aſſium eſt 2.

Aliter.

Lect. SIne vlla controuerſia tuus hic modus præſtat breuitate, ac facilitate alteri cuidam modo, quem olim abs te audiui, ac ſi ritè memini, hic eſt.

I. Addatur numero aſſium, quos habet aliquis in crumena, numerus aſſium in mente, qui ſit dimidium ipſius ſummæ aſſium in crumena.

2. ſi ſumma ex hac additione conflata contineat fractionem aliquã, v. g. ſuperſit ſemiſſis aliquis, indicet is, cui fit diuinatio, fractionem ſupereſſe, deinde addat ſemiſſem, vt numerus ex integris conſtet. Ego interim pro hac fractione, quæ facta eſt in hac prima additione, ſepono mihi vnitatẽ. 3. iubeo iterũ addi præcedenti, ac poſtremæ ſummæ numerum in mente, qui ſit dimidium eiuſdem poſtremæ ſummæ. Si quæ fractio ſupereſt, indicetur, & integretur fractio addito ſemiſſe. Ego interim pro hac ſecunda fractione binarium mihi ſepono. Sin autem in præcedentibus additionibus duas præcedentes ſummas conficientibus nullæ ſuperfuerint fractiones, ſed confectæ fuerint ex integris aſſibus, nullum mihi numerum reſeruabo.

4. Ex hac poſtrema ſumma, & toto iubeo detrahi mẽte nouenarium numerum quoties licet, atq; indicari mihi numerum reiectorum nouenariorum, pro ſingulis enim quaternarium mihi reſeruabo, & factà ſummà ex quaternarijs reſeruatis, atq; ex numeris fractionum, ſi quæ prefuerint, pronuntio eam ſummam eſſe numerum nummorum, quos habes in crumena.

Auth. Præcepta rectè recolis, experire in exemplis.

Lect. Exemplum accipio, in quo præcepta omnia exercentur. Fingo me habere in crumena aſſes 7, addo dimidium, fiunt 10 ½. Integro fractionem, fiunt 11, & pro fractione hac prima ſepono mihi 1. Addo dimidium ſummæ 11, & fiunt 16 ½, integro fractionem, fiunt 17; & pro hac ſecunda fractione retineo 2. Ex 17 non poteſt abijci nouenarius niſi ſemel, ergo pro ſemel 9 retineo 4; addo ſimul retenta 1, 2, 4, fiunt 7, quæ eſt ſumma aſſium diuinanda.

PROPOSITIO II.

Præcedentis prima, & ſequentis tertia propoſitionum theoricen indicare.

Auth. CIrca modum priorem diuinandi pri. præced. propoſ. theoricen indicabo, ex qua transferri poterit deinde theorice ad alios etiam modos eiuſdem 1. ac 3. ſequent. propoſit.

I. Animaduerte hanc eſſe proprietatem numeri ternarij, vt per eum quolibet numero multiplicato, fiat productum, cuius figuræ vel monadicæ, vel quaſi eſſent monadicæ, inter ſe additæ conficiant vel 3, vel 6, vel 9. Ac ſi productum tantum ſit, vt ex eo abijci poſſit nouenarius, abiecto quoties licet nouenario, reliquæ figuræ ſimul additæ conficiunt vel 0, vel 3, vel 6.

Propr. 1ª numeri ternarij in multiplicatione. &c.

II. Hanc

II. Hanc proprietatẽ prodit ternarius in primis multiplicationibus trium primorum numerorum 1, 2, 3, & eodem ordine ternatim eandem ſeruat in reliqua ſerie numerorum naturali ordine creſcentium.

III. Exempla vide: 3 in 1? producit 3. rurſus 3 in 2? producit 6. tertio: 3 in 3? producit 9. Habes iam tria producta 3, 6, 9; éademq; ſemper habebis in reliquis ternatim, niſi quod, cum productum cõficitur à ſolis nouenarijs, & ij abijciuntur, habebis tertio loco pro 9 zerum.

Pergamus. 3 in 4? producit 12; ecce, abiecto 9, relinquuntur figuræ illæ ipſæmet eędem 1, & 2, quæ additę inter ſe conficiunt 3. Iam 3 in 5? fiunt 15: vides, abiecto 9, per additionem 1, & 5 confici 6. 3 in 6? 18. additæ 1, & 8 conficiunt 9, abiecto nouenario reliquum fit 0. 3 in 7? 21, ideſt, 3. 3 in 8? 24, ideſt 6. 3 in 9? 27, ideſt 9, ideſt 0. 3 in 10? 30. ideſt 3, abiecto 0. 3 in 11? 33. ideſt 6. 3 in 12? 36. ideſt 9, ideſt 0. & ſic deinceps in infinitum.

Quid ſit abiectio nouenarij in diuinationibus antecedẽtibus.

IV. Nouenarius in hiſce diuinationibus aſſumptus inſeruit pro indice eius numeri primi monadici, à quo triplicato ipſe nouenarius producitur. Et quemadmodum primo prodit ex 3 triplicato, ſic quoties continebitur idem nouenarius in aliquo alio maiori producto, indicabit toties ſuam radicem 3. Sic etiam cum, poſt abiectiones nouenarij, relinquitur vel 3, vel 6, indicabit 3 ſuam radicem 1, & 6 ſuam 2, à quibus primó prodierunt per triplicationem, vt nuper vidiſti in exemplis productorum ex multiplicatione ternarij in quemlibet numerum.

V. Ad eandem, vel ad ſimilem prædictæ cauſam reuocari poſſunt, ac debent nouenarij, dum apud alios indicant vel 4, vel 2 (vt vidiſti partim in ſecundo modo diuinandi in anteced. 1. prop. partim videbis in ſequenti 3 propoſ.) item dum fractiones aliquæ indicant 1, vel 2, ſunt enim nouenarij illi, atque illæ fractiones indices primorum numerorum, à quibus, & ſub quibus primo efficiuntur. &c.

Prior modus antecedentiũ diuinationum præſtantior.

VI. Prior è duobus in anteced. propoſ. traditis modis diuinandi præſtat omnibus breuitate, ac facilitate, quia caret iteratis illis multiplicationibus, additionibus, diuiſionibus, integrationibus fractorum, quas moras, ac moleſtias habent modi omnes aliorum. Itaq; modi, quos ex Beda dabimus in ſequent. propoſ. poſſunt fieri breuiores, vt patebit philoſophãti circa eos, niſi quod fortaſſe ita inſtituti ſunt, vt in ijs, quaſi plicis, & ambagibus magis ars lateat.

Quid ſit quæſtio an par, vel impar ſuperſit, poſt abiectiones nouenarij.

VII. In priore modo dum quæro, an, abiectis nouenarijs, ſuperſit numerus par, vel impar, latenter exploro an ſuperſint 3, vel 6; quoniam enim ex prædicta proprietate triplicationis numerorum inueni, poſt abiectos nouenarios, aut nihil ſupereſſe, aut 3, aut 6; ſi poſt abiectos nouenarios ſupereſt numerus impar, non poteſt eſſe niſi 3, ſi par, niſi 6. pro 3 autem accipio 1, & pro 6 accipio 2, iuxta prædicta.

Cum nõ poſſunt abijci vlli nouenarij quid ſit quod diuinatio fit de 3, vel 6.

Cum verò ex triplicato numero nullus nouenarius abijci poteſt, ſcio, ex prædictà proprietate, non poſſe eſſe niſi 3, vel 6. & tunc ſi quærerem an numerus eſſet impar, ideſt 3, ac pronuntiarem numerum diuinandum eſſe 1, ſi ſit par, ideſt 6, numerum diuinandum eſſe 2, viderer tunc vel non diuinare, ſed pronuntiatum ab alio accipere, vel leui animaduerſione poſſet conijci ars, quæ pro pari 2, pro impari 1 pronuntiet; ideo quæro an numerus poſſit bifariam diuidi in integros, ſi enim poteſt, ergo eſt par, ſi non poteſt, eſt impar. &c.

VIII. Spectat ad theoricen, vt animaduertas progreſſiones arithmeticas numerorum diuinãdorum, ſiue radicum, & triplicatorum, ex quibus diuinatio elicitur. Illi enim per 1 differentiam ab vnitate, hi per 3 differentiam à ternario progrediuntur, vt hîc vides.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, &c.
3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, &c.

Denique præter hactenus à nobis dicta in hac 2. propoſ. quod ſpectat ad aliorum modos etiam ſequenti 3 propoſ. ſequentes, & ad eorum theorias, vide Io. Baptiſtam Benedictum, & Cardanum, qui Authores etiam ipſi circa diuinationes arithmeticas concepti numeri theoricé nonnihil ſcrutantur.

PROPOSITIO III.

Conceptum in alieno animo numerum diuinare.

Left. MOdi duo diuinandi nummos in crumena ſimiles videntur diuinationibus, quæ fieri ſolent ab Arithmeticis Mathematicis circa numeros ab alio mente conceptos.

Auth. Immò & duo alij modi, quos in hac tradam propoſ. poſſunt ipſi etiam traduci ad nummos, vel aliam aliquam materiam diuinandam. Arbitrare igitur 4 à nobis tradi modos diuinandi conceptum in animo numerum pro vno, aut altero modo, qui ab alijs afferri ſolẽt. Varietatis, & nouitatis, & exempli gratia duo applicati ſunt, duo reliqui abſtracti ponuntur.

Ex venerabili Beda duo modi diuinandi conceptum numerum.

Lubet autem ad argumenti, in quo verſamur authoritatem, ab antiquiſſimo, & grauiſſimo omnium authorum, apud quos diuinationes haſce viderim, nempe à Venerabili Beda hîc exponere verbis eiuſdem Authoris modos duos diuinandi conceptum numerum, mendis tamen ſub-

latis, quibus aliqua verba, & ſententiæ obſcurãtur, ac deprauantur. Accipe librum, ac lege.

Primus modus ex Beda.

Lect. Primus apud Bedam modus habet ſic: *Adſumatur numerus quilibet, ac triplicetur, triplicatus diuidatur in duas partes, & ſi ambæ æquales extiterint, qualem volueris abſq; vlla differentia iterum replicabis. quod ſi inæquales fuerint, quæ maior fuerit triplicetur, quotiesq; in ea, poſtquã triplicata fuerit, 9 inueniri poſſint conſideretur, quia quoties 9 latuerit, toties 2 ſumendi ſunt. Obſeruãdum eſt autem vt poſſint, poſtquam num. replicatus, & diuiſus eſt, iterumq; medietas fuerit triplicata, & de nouenario fuerit interrogatum, hoc etiam adiungatur, ſi aliquid ſupra vnum vel duos, vel quot fuerint nouenarios remanſiſſet. quia ſi aliquid remanſit, ſeptem fuerunt, & de his vnus ſumendus eſt, hiſq; in ſummam redactis, pronuntiandus numerus, qui primus fuerat mente conceptus. v. g. ſi duo fuerint animo concepti, cum triplicabuntur, 6 faciunt, 6 diuiſi in 3, & 3 reſoluuntur. 3 verò triplicati 9 tantum efficiunt, nec remanet aliquid. Ergo 2 fuerunt, qui primi mẽte comprehenſi ſunt, & ideo in omni huius ſupputationis ratione nouenarius duos ſemper ſignificat, & ſenarius vnum. Sciendum, quod omnis impar numerus, qui adſumptus fuerit, & ordine quo prædictum eſt, triplicatus, atq; diuiſus in Senariũ terminatur, par verò numerus in nouenarium, quia vnitas ſecundum ſupra dictum modum triplicata, atque diuiſa ſenarium procreat; binarius verò numerus ſimili modo triplicatus, atq; diuiſus nouenarium. Quia hi duo numeri, ideſt vnus, & duo paritatis, & imparitatis dicuntur eſſe principia.*

Aliter.

Auth. OPinor propter theorias noſtras in præced. propoſ. & propter exempla ipſius Bedæ nihil opus eſt à nobis noſtras explicationes apponi. perge ergo, ac lege ſecundum modum.

Secundus modus ex Beda.

Lect. Hic eſt: *adſumatur numerus quilibet, ac triplicetur, triplicatus diuidatur in duas partes, & tunc ille, qui numerum mente concepit, interrogetur, ſi ipſius numeri ſit æqua diuiſio: quod ſi pares ambas eſſe partes reſponderit, nihil ſumatur; ſi autem impares eſſe dixerit, vnum ſumatur in hac prima diuiſione ad memoriam diuinantis. Atq; iterum vna pars triplicanda eſt, atq; diuidenda, ſicut ſuperius in duas partes, iterumq; interrogandum ſi æqualis, an inæqualis ſit facta diuiſio, & ſi æqualis quidem facta eſt, nihil ſumendum eſt, ſi aut inæqualis, 2 ſumendi ſunt in ſecũda diuiſione. Et ſi in medietate diuiſionis æqualis fuit, abſq; vlla partium differentia, qui nouenarij continentur interrogandum. quod ſi inæqualis fuit, in maiori parte, quærendum eſt: quot nouenarij in ea inueniuntur, tot quaternos diuinator ſumere debet, vt v. g. ſi 6 fuerint mente concepti, cùm triplicati fuerint 18 faciunt, 18 diuiſi in 9, & 9 partiũtur, & quia æqualis eſt diuiſio, nihil ibi ſumẽdum eſt. Nouem iterum (quæ eſt medietas huius diuiſionis) triplicati faciũt 27, 27 diuiſi in 13, & 14 reſoluuntur, & quia iſta eſt ſecunda diuiſio, & inæqua, duo ſumendi ſunt, tum in maiori parte ipſius diuiſionis, hoc eſt in 14, quærendũ eſt quoties 9 poſſint inueniri: in 14 ſemel 9 ſunt: de his 9. à diuinante 4 colligẽdi ſunt, qui duobus, quæ in ſecũda diuiſione collecti ſunt, adiuncti 6 faciunt. Senarius ergo numerus primus mente comprehenſus eſt. Et hoc in hac ratione notandum eſt, quod ſi ambæ diuiſiones paritati reſponderint, nihil ex his ſumendum eſt, ſi ſecunda, duo ſumendi ſunt. Nouenarius verò quaternarij ſignificationem cõtinet. Quod ideo in hac ſupputatione aliter, quam in ſuperiori accidere videtur. Hæc bis triplicatur, & bis diuiditur, illa verò bis triplicatur, & ſemel diuiditur. quapropter in hac nouenarius quaternarium, in illa verò binarium ſignificat.*

PROPOSITIO IV.

Diuinare numeros, qui reliqui ſint poſt factas ſubtractiones ignotorum numerorum ab ignotis numeris.

Differentia propoſitionis huius 3 ab antecedentibus.

Auth HÆc propoſitio non profitetur, vt antecedentes, ſe numerum ignotum mente conceptum diuinare ex ijs, qui reliqui fiunt, numeris poſt imperatas operationes; ſed ſi quis mente conceperit numerum, patitur hæc propoſitio eius numeri ignorationem, & nihil quærit quid ſit reſidui, ſed tantum, poſt imperatas aliquas operationes, diuinat quis numerus relinquatur poſt ſubtractionem cõcepti numeri occulti ex occulto numero. Hoc verè paradoxũ eſt, nempe per ignorata ignotum cognoſcere.

I. Exemplũ, & præcepta, quæ in pluribus perſonis exhibebo, in vnica etiam valent.

Præcepta.

Igitur tres, aut plures perſonæ cõceperint mẽte ſingulæ ſingulos numeros vel diuerſos, vel eoſdem, nemine tamen conſcio numeri ab alio concepti, vt diuinatio ſit iucundior; iube à ſingulis cõceptos numeros multiplicari per datum a te numerum, & ſingulis productis adde tu numerum aliquem numeratum à multiplicante.

II. Iube conceptos à ſingulis perſonis numeros ſubtrahi ex partibus aliquotis ſummarum à multiplicante numero denominatis. Ita ſcies

reliquos

reliquos ex ſubtractionibus numeros omnes eſſe eũdem numerum, qui ſcilicet erit pars aliquota numeri à te adiuncti à multiplicante denominata.

Exempla.

Lect. Quæſo te abſtractè obſcura iſta præcepta exemplis applica.

Auth. Sint tres perſonæ, quarum prima conceperit animo numerum v.g. 3, ſecunda 4, tertia 5. Profiteor me diuinaturum quid numeri reliqui futurum ſit (etiamſi ignorem conceptos eos numeros) poſt factam ex alio ignoto numero ſubtractionem cõceptorum numerorum. Ac quod mirum eſt, etiamſi concepti numeri varij ſint, effecturum me, vt ij ſubtracti è varijs ſummis, tamen relinquant vnum, atq; eundem numerum.

E varijs ſummis i. m numeras proue nien.s.

Iubeo enim ſingulas perſonas multiplicare ſingulos ſuos nũmeros conceptos per alium quemlibet, v.g. per 4. Ex pri. perſonæ numero 3 in 4 fiunt 12, è ſecundæ 4 in 4 fiunt 16, ex tertiæ 5 in 4 fiunt 15.

Poſt hæc iubeo ſingulos addere ſingulis productis numerum quemlibet alium, cuius ſit multiplex numerus antea datus 4. Addant ergo ſingulæ perſonæ ſingulis productis numerum v.g. 3, fiet pri. perſonæ ſumma 15, ſecundæ 24, tertiæ 28. Inueniant ſingulæ perſonæ partem aliquotam ſummarũ ſingularum, quæ pars ſit ſimilis numero multiplicãti à me dato reſpectu primorum productorũ, ideſt, quæ ſit pars quarta ſingularum ſummarum, eritq; ſummæ primæ 20 pars quarta 5, ſecundæ 24 quarta pars 6, tertiæ ſummæ 28 pars quarta 7. Ex omnibus autem numeris adhuc hic poſitis mihi notus eſt numerus multiplicans 4, & additus 8, reliqui numeri, ſcilicet concepti, producti ſummæ, quarta pars ſummæ ignoti mihi ſunt; nihilominus ſi ſingulæ perſonæ ſingulos numeros conceptos mihi ignotos ſubtrahant ex ignotis mihi ~~ſextis~~ partibus ſummarum mihi ignotarũ, relinquetur mihi, ac fiet notus numerus 2, qui vnus atq; idem erit trium perſonarum. Vide Arithmeticas operationes hîc ſummatim ex ordine appoſitas.

quar

Primæ perſonæ conceptus numerus 3 multiplicatus per 4, dat 12. Additis 8 fit ſumma 20.
Quarta pars ſummæ eſt 5. ſubtractus conceptus 3 ex 5 relinquit 2.

Secundæ perſonæ 4 per 4 dat 16. Addita 8 dant 24.
Quarta pars 6. eductis 4, relinquitur 2.

Tertiæ perſonæ 5 per 4 dat 20. Additis 8, fiunt 28.
Quarta pars 7. Subductis 5, relinquitur 2.

Lect. Inopinata planè res, ſed iucunda eo magis, quo plures futuræ ſunt perſonæ, diuerſi numeri concepti, diuerſæ ſummæ, & tamen ex tam multiplici diuerſitate vnus ſingulis perſonis, idemq; numerus relinquatur.

Auth. Ne tamen arbitreris id neceſſitate quadam fieri, ſi lubuerit efficere vt diuerſi numeri relinquantur à te diuinandi, poteris ſingulis perſonis mutare multiplicantem, & iuxta ſingulis datum à te multiplicantem dirigere operationes. ex. gratia, ſi ſecundæ perſonæ des numerum multiplicantem 6, fiet ex 4 (numero à ſecũda perſona concepto) in 6 productum 24, quibus addito numero v.g. 18, qui (iuxta defin. 5. lib. 7.) ſit multiplex ipſius 6, fit ſumma 42, cuius ſummæ pars, iuxta multiplicantem, ſexta erit 7; ex qua educto numero concepto 4, ſcies relinqui non vt antea 2, ſed 3. Si tertiæ perſonæ des pro multiplicante numerum 8. ex 8 in 5 (qui numerus eſt à tertia perſona conceptus) productum eſt 40, quibus ſi addas numerum ipſius 8 multiplicem, v.g. 32, fit ſumma 72; cuius ſummæ, iuxta multiplicantem numerum 8, pars octaua erit 9. ex qua parte eductus numerus cõceptus 5 relinquit 4. Vide ſummatim hîc appoſitas operationes, ex quibus diuinatus numerus, qui relinquitur eſt in ſingulis perſonis diuerſus; poteſtque ſic fieri diuerſus in infinitum pro numero perſonarum, & pro varietate numerorum multiplicantium à te datorum, à quibus ſingulæ operationes diriguntur. Quoniam verò primæ perſonæ numeri ijdem ſunt, qui in antecedenti operatione, ideò breuitatis gratia hîc omittuntur.

Idem numerus nõ neceſſario prouenit è varijs ſummis.

Exempla variati numeri &c. enientis

Secundæ perſonæ numerus conceptus 4 multiplicatus per 6 dat 24.
Additis 18, fiunt 42.
Sexta pars eſt 7, ex qua educto 4, relinquitur 3.

Tertiæ
~~Secundæ~~ perſonæ conceptus 5 multiplicatus per 8 dat 40.
Additis 32, fit ſumma 72.
Cuius octaua pars eſt 9, ex qua educto 5, relinquitur 4.

Diuinati ergo numeri diuerſi erunt primæ perſonæ 2, ſecundæ 3, tertiæ 4.



PRO-

PROPOSITIO V.

Prædicti problematis demonſtratio geometrica, & arithmetica, & quæſtiuncula cuiuſpiam theoria.

Lect. QVæ ratio, aut neceſſitas, ex qua tã confidenter audes affimare certam iſtam tuam diuinationem, ac notionem reliquorũ eorum numerorum ex numeris prorſus ignotis?

Auth. Nitor propoſitionibus duabus Eucl. alterà Geometrica, alterà Arithmetica. Prior eſt 19. lib. 5. *Si quemadmodum totum ad totum ita ablatum ſe habuerit ad ablatum, & reliquũ ad reliquum, vt totum ad totum ſe habebit.* Poſterior priori ſimilis eſt 11. 7. *Si fuerit vt totus ad totum, ita ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit vt totus ad totum.*

B	C	E	D
4	12	20	8
	3	5	2
	A	F	G

Repetatur ergo pro exemplo prima perſona, quæ numerum A concepit animo, quem multiplicauit per numerum B à me datum, & productum eſt C, cui producto additus fuit numerus D multiplex ipſius B, ex additione facta eſt ſumma E, cuius pars quarta eſt F à B denominata, & ſimilis ipſi A. dico, ſubducto ex E, neceſſario futurum G partem quartam numeri D, quem cum agnoſcam, conſequenter etiam agnoſcam partem G.

Demonſtratio cogniti numeri reliqui ex ignotis.

Quod igitur neceſſe ſit ipſum G eſſe quartam ipſius D, patet ex propoſitionibus appoſitis. Quoniam enim eſt vt totus numerus E ad totum F, ita ſubtractus, ſiue ablatus C ex E ad ablatum A, eſt enim E quadruplus ipſius F, vt & quadruplus C ipſius A, ergo & reliquus ex ablatione, ſiue ſubtractione ipſius C ex E, nempe D, ad reliquum ex ablatione ipſius A ex F, nempe ad G erit vt totus E ad totum F. eſt autem E quadruplus ipſius F, ergo & D ipſius G ergo G erit quarta pas ipſius D; & quia D à me cognitus eſt, quippe quem à me datum iuſſi addi ad C, ergo conſequenter agnoſcam quot vnitates ſint in G quarta parte ipſius D, quod erat demonſtrandum.

Valebitq; demonſtratio pro alijs pluribus exemplis ſiue idem, ſiue diuerſi futuri ſint reliqui numeri diuinandi.

Lect. At quî fieri poteſt vt idem numerus reliquus fiat ex conceptione, multiplicatione, additione, ſubtractione diuerſorum numerorum, quemadmodũ factum vidimus in exemplo trium perſonarum à te poſito in priore parte præcedentis propoſitionis?

Theorice cur idem numerus reliquus è varijs ſummis.

Auth. Solutionem habes ab hìc nuper poſita demonſtratione. Expreſſioris tamen ſolutionis gratiá diſtinguendum eſt. Nam cum quæritur, cur idem numerus à ſingulis perſonis relinquatur, poteſt eſſe quæſtio vel de eodem, vt numerus eſt, vel de eodem vt pars aliquota eſt, vel de vtroque ſimul. Dum igitur à ſingulis perſonis in exemplis allatis præcedenti propoſitione relinquitur idem 2, ſi quæras de eodem 2, vt eſt eadem pars aliquota, ideſt quarta pars octonarij à me additi, reſpondeo ideo relinqui eandem quartam partem à ſingulis perſonis, quia idem à me datus eſt numerus multiplicans in ſingulis operationibus ſingularum perſonarum, nempe numerus 4, iuxta cuius denominationem debent conſtitui ſingulæ partes & numeri ſubtracti, & numeri, ex quo fit ſubtractio, & numeri ex ſubtractione relicti; debent enim ſingulorum eorum numerorum partes eſſe quartæ, iuxta præcepta præced. propoſ. & iuxta demonſtrationem huiuſce 5. propoſitionis; eſt autem 2 quarta pars octonarij. Sin autem quæras de 2 vt numerus eſt binarius, reſpondeo eundem binarium relinqui à ſingulis perſonis, quia cum ſingulæ per prædicta debeant ex octonario relinquere quartam partem, vnica autem octonarij pars quarta ſit binarius, neceſſario idem binarius à ſingulis relinquitur.

Poteſt autem relinqui à ſingulis perſonis numerus, qui ſit eadem pars aliquota, & non idem numerus, & relinqui qui ſit idem numerus, & non eadem pars aliquota. Si varietur multiplicans numerus, variabitur numerus relictus vt pars aliquota, non vt numerus; ſi vero varietur numerus additus, variabitur numerus relictus vt numerus, non vt pars aliquota. Abſtractiones haſce vide in hìc appoſitis exemplis.

	A	B	C
5.	15.30.10.	4.12.20.8.	4.12.24.12.
	3. 6. 2.	3. 5. 2.	3. 6. 3.

Exẽpla theoricis allatæ.

In exemplis enim A, & B idem relictus eſt 2 vt numerus, ideſt idem binarius, ſed nõ eadem eſt pars aliquota, eſt enim in exemplo A 2 pars quinta ipſius 10, in exemplo B pars quarta ipſius 8, quia in A multiplicans, & denominator partium eſt 5, in B eſt 4. In exemplo vero C relictus eſt 3, qui eſt eadem pars aliquota,

ideſt

ideſt quarta ipſius 12, qualis eſt in B 2 quarta ipſius 8, quia multiplicans, ac denominator partium idem eſt 4 in B, & in C, non tamen ijdem numeri ſunt 3, & 2, quia diuerſi ſunt numeri additi, quorum ſunt partes 2, & 3, nempe in B additus numerus eſt 8, in C 12, quorum partes quartæ ſunt etiam ipſæ diuerſi numeri 2, & 3. Vide etiam appoſita exempla D pro prima perſona, E pro ſecunda, F pro tertia.

D	E	F
4.12.20. 8.	4.16.24. 8.	4.20.28. 8.
3. 5. 2.	4. 6. 2.	5. 7. 2.

In his ergo etiam ſi ſint diuerſa producta, nempe in D 12, in E 16, in F 20, & diuerſæ ſummæ nempe in D 20, in E 24, in F 28, nihil mirum eſt ſi nihilominus relictus 2 in ſingulis exemplis eſt idem, quod ad numerum, ideſt binarium, & quod ad partem aliquotam, ideſt quartam; quia etiã ſi producta, & ſummæ varia ſint, ſunt tamen multiplices eiuſdem numeri multiplicantis 4, & habent idem additum 8, debetq; eſſe 2 quarta pars ipſius 8, vt quartæ partes ſunt in D 3 ipſius 12, & 5 ipſius 20; in E 4 ipſius 16, & 6 ipſius 24; in F 5 ipſius 20, & 7 ipſius 28.

Lect. Satis, atq; abundè mihi quidem ad praxim, & ad theoricen.

Auth. Ergo ad aliam propoſitionem fiat gradus, quæ ſit —

—PROPOSITIO VI.

Tribus perſonis tres appoſitas res habentibus, quam rem quaq; perſona clam vel tetigerit, vel ſibi aſſumpſerit, diuinare.

I. VItandæ confuſionis gratia applicentur ſaltem per imaginationem tribus & perſonis, & rebus tres numeri 1, 2, 3; & ſint appoſiti 24 calculi, quorum ~~primus~~ detur primæ perſonæ, ~~ſecundus~~ ſecundæ perſonæ, ~~tertius~~ tertiæ. Sint perſonæ prima pater, ſecunda mater, tertia filius. Sint res prima libellus, ſecunda calamus, tertia atramentarium.

II. Clam accipiat ſibi quam libuerit rem ex appoſitis vnaquæq; trium perſonarum. Ac iube eum qui primam rem, ideſt libellum, acceperit totidem calculos ſumere quot habebat à te datos, eum verò, qui ſecundam rem, ſiue calamum, acceperit bis totidem calculos aſſumere quot abs te antea accepit; v. g. ſi abs te duos calculos acceperat, iube accipi ab eo 4 calculos; eum denique, qui tertiam rem, ideſt atramentarium, acceperit iube accipere quater totidem calculos quot habuit à te, v.g. ſi tres habebat à te acceptos, accipiat adhuc 12 calculos.

III. Si lates, quære quot calculi reliqui fuerint in menſa, vel ſi malis, accede, ac viſe quot relicti ſint calculi. Si reliquus fuerit calculus 1, tunc prima perſona, ideſt pater, accepit primam rem, ideſt libellum; ſecunda perſona, ideſt mater, ſecundam rem, ideſt calamum; tertia perſona, ideſt filius, tertiam rem, ideſt atramentarium. Si relicti fuerint calculi duo, pater accepit calamum, mater libellum, filius atramentarium; ſi tres relicti ſint calculi, pater accepit libellum, mater atramentarium, filius calamum. &c. pro reliquo numero relictorum calculorum. Sed —

— IV Notãdum non relictum iri vnquam niſi vel 1, vel 2, vel 3, vel 5, vel 6, vel 7 calculos. Igitur vt & ego hîc prolixitatem deuitem, & memoria ſuo compendio iuuetur, vide ſequentes tabellas.

Tabella compendiaria pro vſu diuinationis propoſitæ.

Calculi relicti	1.	2.	3.	5.	6.	7.
Perſonæ.	1. 2. 3.	1. 2. 3.	1. 2. 3.	1. 2. 3.	1. 2. 3.	1. 2. 3.
Res.	a. e. i.	e. a. i.	a. i. e.	e. i. a.	i. a. e.	i. e. a.
	Pallentis	Euandri	Sanguine	Feritas	Immane	Vigebat

Explicatio, & vſus tabellæ.

In qua primus ordo indicat numeros relictorum calculorum, ſecundus verò numeros perſonarum, tertius res, quæ ex ordine trium vocalium ſignificantur, prima res primá vocali a, ſecunda res vocali ſecundà e, tertia res vocali tertia i.

At verò verba *pallentis Euandri &c.* sũt inſtar alterius tabellæ, & pro compendio, cuius

ope

ope potes absq; vlla tabella solius memoriæ operà vti. pro loco enim, atq; ordine, quem habent inter se priora tria verba, notatur numerus calculorum relictorum, scilicet si relictus fuerit calculus 1, accurre ad memoriam verbi primi: *pallẽtis*; si reliqui fuerint calculi 2, memento verbi secũdi: *Euandri*; si tres calculi, tertij verbi. &c. Pro reliquis calculorum numeris 5,6,7 recurrendum ad reliqua tria verba ex ordine.

Syllabæ verò, quæ ternæ sũt in singulis verbis notant ex ordine personas, prima syllaba primam, secunda secundam, &c. Deniq; vocales pro ordine, quem habent inter se, notant in singulis syllabis singulorum verborum, quam rem quæq; persona acceperit. e.g relicti fuerint calculi 3, sine tabella, statim accurre animo ad tertium verbum: *Sanguine*. prima syllaba cum *a* primà in serie vocalium docẽt à prima persona acceptam esse rem primam; secũda syllaba cum i tertia vocali docent à secunda persona acceptam esse rem tertiam; tertia syllaba cum e secunda vocali docent à tertia persona acceptam esse rem secundam. Sin autem relicti sint calculi plures, quàm tres, tantũ vide, ne te fallat numerus relictorum calculorum vltra tres, neue pro eo numero calculorum accipias tria sequentia verba: *feritas, immane. &c.* tũc enim memoria debet tibi suggerere quartum, quintum, & sextum verba respondere numeris relictorum calculorum vnitate additâ, idest quartum verbum indicatur à numero quinario fabarum, quintum à senario, sextum à septenario; deinde reliqua operabere sine tabella, vt dictum est in exemplo verbi tertij: *Sanguine*.

Lect. Circa theoricen autem?

Theorice diuinationis præcedentis.

Auth. Nihil hìc aliud videtur animaduertendum, nisi artem hanc prodire ex inductionibus, & commutationibus omnibus, quæ fieri possunt in rerum ternario, ita vt vnaquæq; semel vel primum, vel medium, vel tertium locum occupet, & pro ijs commutationibus personæ accipiant plures, vel pauciores calculos, prout calculorũ multiplicatio alligata est rebus. Ex qua varietate acceptionis calculorum pendet etiam varietas plurium, vel pauciorum calculorum residuorum, quorum etiam numerus per prædictas factas inductiones, & commutationes index est personæ, ac rei.

Trium rerum sex fieri possunt commutationes variæ.

Sex autem fieri posse commutationes semper varias trium rerum inter se, patet apud Arithmeticos, ac vide quæ Clauius noster habet in Cõment. in Sphærã Sacrobos. vbi de 4 primarum qualitatum combinationibus ad elementorum constructionem.

PROPOSITIO VII.

E numero furium quis rem quampiam surripuerit diuinare.

Lect. PErutilis propositio Iustitiæ.

Auth. Modo sit qui Arithmetico diuinãti non sit iniquus. Finge sciri furem ab alio, qui amicitiæ, vel officij alicuius gratia sibi putet indecorum prodere furem, rogãdus est vt saltem arithmeticis abstractis operationibus, atque interrogationibus pareat, ac respondeat.

Præcepta pro vsu propositæ diuinationis.

I. Disponantur fures in ordinẽ, & qui furem prodere non audet notet animo tacitus numerum loci, in quo est fur.

II. Duplicet animo eum numerum, duplicato addat 5, summam ex additione conflatam multiplicet per 5, deinde abiectà primâ figura producti, subtrahat 2 ex reliquis producti figuris, reliquus enim numerus erit index furis.

Exemplum præceptorũ.

Exemplum: finge personas esse 9, & furem esse eum, qui nonum ex ordine locũ occupat. iube numerum furis, scilicet 9, duplicari, fiunt 18, quibus addito 5, fiunt 23, summa hæc multiplicata per 5 dat productum 115. iube tibi efferri productum, ex quo, abiectà figurà 5 (quæ est prima producti 115) relinquũtur duæ figuræ 11. ex 11 subducito 2, reliquum fit 9, qui numerus indicat personam nonam in ordine, à qua furtum commissum est. Paucis hisce, ac facillimis operationibus ego quidem propositionem expedio, quam alij pluribus inuoluunt.

Lect. Videtur hæc diuinatio scire simul, ac nescire furem. Nam ex ijs operationibus tu quidem nosti furem eum esse, quem indicat numerus reliquus ex subtractione, at quis ille sit numerus non nosti.

Auth. Id imputandum est liberalitati meæ arithmeticæ, qui præcepi alteri vt ipse datum à me numerum subduceret è producto mihi ignoto. Itaq; vt planè sciam quis ille numerus reliquus sit, iubeo, post multiplicationem factam per 5, mihi efferri productum, è quo ego tacitus subduco notum mihi numerum, atque exinde notus fit mihi reliquus numerus index furis.

Lect. An non videri possit cuiquam prorsus ludicra huiusmodi diuinatio, si postules tibi prodi productum? Hoc enim prodito, videtur facilis resolutio factæ multiplicationis per 5, additionis 5, duplationis numeri quæsiti, vt sic per regressum numerus quæsitus inueniatur.

Auth. Ars est non per moras relabi, sed statim, prodito producto, efferre numerum quæsitum

ſitum, qui poſt duplationes, additiones, & multiplicationes latet. nam e.g. numerus productus 115 mihi abs te proditus quid habet vnde ſtatim ſciri poſſit numerum furis eſſe 9? quid nouenario cum 115? ſi tamē breuitas, & compendium primi huiuſce modi nimis candida tibi videtur, en accipe modum alterum ſecundum prolixiorem, atq; occultiorem.

Aliter.

Alia præcepta ad vſum propoſitæ diuinationis.

I. FIant quæ præcepta ſunt in priore modo, ſcilicet dupletur numerus, duplato addatur 5, ſumma multiplicetur per 5.

II. Poſt hæc productum ex multiplicatione per 5 multiplicetur adhuc per 10, & ex producto educatur 250.

Exemplum eſto in nuper propoſito numero 9, duplatus dat 18, additis 5 fiunt 23, multiplicata hæc ſumma per 5, producit 115, productum hoc ſi multiplicetur per 10, fiūt 1150, ex quibus ſi ſubducantur 250, reliquus fit numerus 900. cuius numeri vltima figura ſignificatiua 9 indicat furem.

Lect. Hic ſanè videtur æquior poſtulatio enuntiandi producti poſt additam hāc poſtremam multiplicationem per 10, & poſt auctum, ac toties transformatum numerum. prodito enim numero 1150, vnde furis numerus 9 videtur diuinandus, ac quidem ſtatim?

Auth. Vt ſtatim fiat multiplicatio per 10, & ſubtractio numeri 250, habes compendia in ijs, quæ à me præcepta ſunt circa operationem logiſticæ multiplicationis. quilibet enim numerus per 10 multiplicatur ſtatim addito zero in priore loco numeri multiplicandi. In exemplo nuper allato num. 115 ſtatim cōficit productum ex multiplicatione per 10, ſi multiplicando 115 addas zerum in principio, ac fiat 1150. Vt etiam ſtatim fiat ſubtractio numeri 250 ex 1150, omittantur in vtroq; numero duæ priores figuræ, quoniam eædem ſunt, & ex earum ſubtractione nulla ſignificatiua figura fit reliqua, ſed tantum duo zeri, nam 50 ex 50 ſubducta dant 00. Itaq; vltima figura numeri ſubtrahendi 250, nempe 2 ſubtrahatur è reliquis figuris numeri ſuperioris, poſt abiectas duas priores, nempe ex 11. Statim autem patet ſubducto 2 ex 11, reliquum eſſe 9.

Compendia pro operatione diuinatoria.

Nota compēdium.

Lect. Nimirum res mira eſt quomodo prodeat è ſubductione numerus ille indicans extremá ſuà figurá furem.

Auth. Mirum mihi potius videtur in hiſce diuinationibus arithmeticis neminem vnum eſſe (quem viderim) etiam è ſcientificis, qui cauſas, ac theorias aperiat. Quid nobis agendū in hiſce tenebris? Equidem indignum philoſopho ſemper exiſtimaui, præſertim Mathematico, à quo vno demonſtrationes firmiſſimę requiruntur, quidquam docere etiam quod ludicrum videatur, niſi ſuis theorijs effultum. Fatebor candide, ò candide Lector; mihi in hiſce mathematicis arcanis admiratione defixo, atq; aliquando hærenti, ac ſine duce pene aberranti ſenſi Diuinæ Sapiētiæ prouidentiam adfuiſſe, dum eam in omnibus meis litterarijs laboribus ſemper enixè, ac ſupplicitèr exoraui, vt velum ignorantię à me auferret, & lumen affunderet, quo eam etiam in scientiarum arcanis admirabilem agnoſcerem, ac laudarem, atq; alijs admirandam, atq; adorandam euulgarem. Eius ope mihi circa problemata ſeptimæ huiuſce propoſ. (vt circa pleraq; alia in hiſce meis Apiarijs) attentè perſcrutāti neſcio quid affulſit, quo, ni fallor, aperitur vniuerſa ratio earum operationum, quæ in hac ſeptima propoſ. traditæ ſunt.

Nota votum Authoris.

Lect. Sanè quemadmodum fruſtra virtutes quęruntur ſine Domino virtutum, ſic ſcientiæ ſine eo, in quo ſunt omnes theſauri ſapientiæ, ac ſcientiæ abſconditi.

Fruſtra virtutes niſi à domino virtutū, & ſcientiæ niſi ab eo, in quo omnes theſauri ſap. & ſcient. abſcond.

Auth. Ne iactare noſtra videamur, omitto ſignificare problema 7 huius propoſ. & variatum, & multiplicatum in plures modos, & ab alijs adſtrictum numero tantum ſeptenario pro diebus hebdomadę à nobis vniuerſale eſſe factum, ita, vt per traditos hîc à nobis modos liceat diuinare propoſitum quemlibet numerum, digitum, articulum &c. His, inquam, omiſſis, venio ad ea, quæ mihi ad theoricam exolutionem problematis occurrerunt.

Probl. huius prop. 7 à nobis vniuerſale, &c.

PROPOSITIO VIII.

Præcedentis proximæ diuinationis de furto theoria à miris proprietatibus, & compendijs numeri quinarij.

I SVpponendæ ſunt iucundæ, ac miræ aliquæ numerorum (præſertim quinarij) proprietates à nobis animaduerſę. Prima: quilibet: numerus ſiue par, ſiue impar duplicatus parem tantum numerum producit, loquor de integris. Bis 5 producunt 10, bis 6 producunt 12, bis 13 producunt 26. &c.

Quilibet numerus ſiue par, ſiue impar duplicatus parem numerum producit.

Secunda: quilibet numerus par multiplicatus per 5 producit numerum, cuius prima figura ſemper eſt 0, extrema verò eſt figura dimidij numeri multiplicati; v. g. 6 per 5 multiplicatus producit figuram 3 dimidij ſenarij,

Mira proprietas quinarij pares multiplicantis.

addito o, fitq; ex ductu 5 in 6, productum 30. sic 5 in 12? pone 6 cum 0, & fit 60. 5 in 16? 80. item 5 in 28? dimidiorum 2, & 8 figuræ 1, & 4 cum o simul ponantur, & fit 140. &c.

Compẽdium pro multiplicatione pariũ per 5.

Lect. Hinc quasi per corollarium ab hac tua animaduersione multiplicandorum numerorum parium per 5 licet elicere pulcherrimum compendium multiplicationum per 5. Nam si ponantur figuræ dimidij numeri paris multiplicandi cum appositione zifræ, factum statim est productum. sic si sit multiplicandus numerus v.g. 64 per 5, pono 3 & 2, & 0, & statim prodit productum 320.

Ratio allatæ proprietatis in quinario, &c.

Auth. Fruere tuo isto corollario. At quænam ratio huiusce proprietatis in multiplicatione numerorum parium per 5? scilicet hæc; ex ductu quinarij in parem numerum multiplicandum gignitur idem numerus, qui gignitur ex ductu numeri denarij in dimidium eiusdem numeri paris multiplicandi. verbi gratia ex ductu ipsius 5 in 12 gignitur numerus 60, idem qui & gignitur ex ductu ipsius 10 in 6 dimidium ipsius 12. quilibet autem numerus multiplicandus per 10 facit productum statim addito sibi zero in primum locum, 10 in 16? 160. sic ergo & 5 in 32? conficit idem productum, quod notatur figuris dimidij numeri 32, nempe numero 16, addito zero, vt sit 160.

Altera mira affectio quinarij.

Tertia proprietas: Par quilibet numerus addito 5 & fit impar, & impar quilibet numerus per 5 multiplicatus facit productum, cuius prima figura sẽper est 5. 5 in 7? 35. 5 in 9? 45. 5 in 13? 65. 5 in 21? 105. 5 in 33? 165. 5 in 51? 255. Hisce proprietatibus expositis, —

Theoriæ ex applicatione affectionum denarij, & quinarij pro diuinationibus

— II Applicemus prædicta diuinatorijs operationibus præcedentis 7 propositionis, & exemplum aliud hic ponamus varietatis gratia. Sit 6 numerus furis diuinandus, siue mente conceptus. duplicatus 6 conficit 12 parem numerum, qui per 5 multiplicatus dat figuram dimidij cum zero, idest 60, iuxta primam, & secundam proprietatem numerorum, & quinarij nuper expositam. Hic ergo ex multiplicatione facta per 5 proditur figura numeri 6 animo concepti, nulla habitâ ratione zeri appositi, quia scilicet nullam significat personam. Atq; in hac operatione neruus est diuinationis. Cætera quæ adduntur sunt ad occultandam artem per ambages multiplicatarum operationum, & auctorum numerorum. Ac per subtractiones illas numerorum vel 25, vel 250, ex numeris superioribus adauctis itur eò, vt prodatur idem 6 numerus conceptus, qui proditur è simplici multiplicatione dupli, idest 12, factà per 5.

Adduntur ergo 5 ipsis 12, & fit numerus dispar 17, qui per 5 multiplicatus dabit numerum habentem pro prima figura 5, iuxta tertiam proprietatem paullò ante traditam. Igitur 5 in 17? producit 85. Quoniam autem in multiplicatione numeri 17 per 5 facta est multiplicatio ipsius 12, & ipsius 5 ita, vt productum primum 60 superetur à producto secundo 85 vnitatibus 25, ideo seruandus erit numerus per multiplicationem secundam additus, atq; auctus, nempe 25, & subtrahendus ex 85, vt reliquus fiat numerus 60, qui est index numeri animo concepti.

Iam verò dum productum secundum 85 multiplicatur per 10, idest apponitur numero multiplicando zifra ad dextram, & fit productum 850, fit multiplicatio duorum numerorum implicita, scilicet & primi producti 60, & numeri 25, qui numerus 25 multiplicatus per 10 efficit, appositâ zifrâ, numerum 250, estq; is numerus seruandus, & subtrahendus ex producto aucto 850, vt rursus prodatur figura numeri animo concepti, appositis duabus zifris nihil indicantibus, fiatque reliquus numerus 600.

Itaq; propter factas additiones, & propter aucta producta 60, 85, & 850, numerus subtrahendus etiam ipse auctus est ex 5 in 25, & in 250. Sed quoniam propter indicatas proprietates numeri 5, & 10, auctiones productorum, & subtrahendi numeri fiũt per appositiones vel numeri quinarij, vel zerorum, & numeri similes e similibus subtracti nihil relinquunt, ideo omissis primis, & secundis figuris tam producti, quàm numeri subtrahẽdi, relinquitur vltima figura numeri subtrahendi, quæ sola subducenda est è superioribus figuris producti versus sinistram. Itaq; res semper eò redit vt, detractis 2 ex 8, reliquus fiat 6 numerus mente conceptus, ac diuinandus.

Sic vides in auctionibus tam productorum, quàm subtrahendorum numerorum 85, 850, 25, 250, nunquam mutari figuras vltimas ad sinistram 8, & 2, in quibus arcanum est propositæ diuinationis, vt, subtractà figura minore à maiore, prodatur 6 quæsitus numerus. Reliqui quinarij, & zeri verè nihil operantur pro diuinatione, nisi quod per eas auctiones, & mutationes numerorum ars obnubitur, ne dum vltimum productum 850 postulatur, difficilé impetretur; nihil enim videtur habere numerus 850, vnde numerus 6 diuinandus possit inuestigari.

Lect. Ars hæc abs te aperta non tam dolosa, quam ingeniosa, & scientifica est; quæ scilicet supponit scientiam proprietatum non vulgatarum numeri quinarij.

Auth. Ex prædictis theorijs affulgebit tibi lumen ad pulcherrimam, ac postremam diuinationem, quam mox adijcio.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Anulo inter plures perſonas appoſito diuinare & quis, & quo digito, & quo digiti articulo anulum clam ſurreptum geſtet.

Præcepta pro praxi.

I. COnueniat de ordine perſonarum ita diſpoſitarum, vt certò ſciatur quæ ſit prima, quæ ſecunda, &c. Certa etiam manus conſtituatur ſiue dextra, ſiue ſiniſtra ſit, & digitorum ordo ſit certus ita, vt vel à pollice, vel à minimo primus ordine digitus incipiat.

II. Numerus perſonæ, quæ anulum accepit duplicetur, & duplicato addantur 5, & ſumma conflata ex duplicato, & ex 5 multiplicetur per 5; producto ex hac multiplicatione addantur 10.

III. Summæ, atq; aggregato hactenus conflato addatur numerus digiti, qui habet anulum, & totus hic numerus ſeponatur. Denique numerus etiam articuli, quem anulus ambit multiplicetur per 10, & productum apponatur primo loco numeri poſt multiplicationem digitorum ſepoſiti.

IV. Poſt hæc petatur numerus per præcedentes operationes conflatus. quo cognito, ſtatim ex eo ſubducatur numerus 35, ſiue 350, reliqui enim è ſubtractione numeri ſingulæ figuræ ſignificabunt extrema quidē perſonam, penultima digitum, antepenultima, ſiue prima articulum, in quibus fuerit anulus.

Lect. Puta è pluribus perſonis ſecundam accepiſſe clam anulum, & manum eſſe dexteram, & primum digitum eſſe pollicem, ſecundum indicem, &c. iuxta tua præcepta duplico numerum perſonæ 2, & fiunt 4, additis 5 fiunt 9, multiplicatis 9 per 5, productum eſt 45, quibus addo 10, & conflatur ſumma 55. Fingo anulum eſſe in minimo digito, ideſt in 5: Summæ 55 addo 5, aggregatum eſt 60. fingo anulum eſſe in tertio articulo, multiplico igitur 3 per 10, productum fit 30. Priori aggregato 60 appono ad dexteram productum articulorum 30, & conficitur numeri ſeries hæc 6030.

Auth. Prædictas omnes operationes finge abs te factas, me inſcio, peto abs te poſtremū numerum 6030. Hic videbis vſum neceſſarium ſubtractionis, non illius vulgatę compoſitoriæ, ſed analyticæ noſtræ, quam à me in antecedētibus progym. huiuſce Apiarij arithmetici didiciſti. Iuxta cuius methodi analyticæ leges ſubducturus numerum 35, ſiue 350 è numero 6030, extremam figurā numeri ſubducendi ſuppono extremæ figuræ numeri ſuperioris, & reliquas ex ordine figuras ſuppono.

Subtractionis analyticæ vſus hic.

Sic igitur ſubſcribo $\overset{60}{35}\overset{30}{0}$, ac deinde operor dicendo: 3 è 6? relinquunt 3, ſed ex legibus analyticæ ſubtractionis, antequam ſubſcribo figuram reliqui è ſubtractione numeri, prouidendum eſt, an ſequens figura numeri ſubducendi poſſit ſubtrahi è ſuperiori. Hic non poteſt, nam ſequens 5 non poteſt ſubtrahi è ſuperiore 0, igitur imminuenda eſt figura 6 vnitate, ac dicendum: 3 è 5? relinquunt 2; deinde 5 è 10 relinquunt 5. Deniq; 0 è 3? relinquit 3; quare reliquus numerus è ſubtractione eſt 253, cuius numeri figura poſtrema 2 ſignificat anulum ſurreptum eſſe à perſona ſecunda, penultima figura 5 ſignificat anulum eſſe in quinto, ideſt minimo digito; prima deniq; figura 3 ſignificat anulum eſſe in tertio articulo manus dextræ. Zerorum nulla habetur ratio pro primis vtriuſq; numeri figuris, quia nihil ſignificant pro diuinatione, vt in antecedentibus propoſitionibus 7, & 8 prædictum eſt, & factum.

Lect. O numeros etiam occultorum fidos exploratores!

PROPOSITIO X.

Theorice anularis diuinationis paucis indicata.

Auth. EXploremus & nos breuiter theoricen diuinationis adeo præciſę; breuiter, inquam, nam partem hîc indicandæ theorices iam expeditā habes in theorijs præced. propoſ. Quod igitur ſpectat ad duplicationem numeri perſonalis, ad additionem quinarij, ad multiplicationem ſummæ per quinarium, eæ operationes ſunt eædem planè cum ijs, quas & docuimus, & inueſtigauimus propoſit. 7. & 8.

Videamus ſequētes operationes. Quoniam ergo in exemplo propoſito productum poſt multiplicationem per 5, fuit 45, ſi ex eo facienda eſſet diuinatio perſonæ iuxta priorem modum traditum in 7. propoſ. ſubducendus eſſet numerus 25. Hic autem fit additio numeri 10 ad numerum 45, & fit conflatum 55, ergo addēda ſunt etiam 10 numero ſubtrahendo, fitq; 35 ex 25. Vides iam hîc eſſe completa omnia, quæ ſpectant ad diuinationem perſonæ, nam, ſubductis 35 ex 55, relinquitur figura ſignificatiua 2 indicans ſecundam perſonam.

Pro reliquis numeris indicibus digiti,& articuli fiunt duæ additiones ad numerum 55, ac pro digito quidem quinto adduntur 5, quæ occultantur, dum ex 55, & 5 fit aggregatum 60. Item pro numero tertij articuli occultatur 3 per multiplicationem denarij, addita zifrà, vt fiat productum 30. numeri ergo digitorum, & articulorum partim additi, partim appositi ad summam pro persona indicandà confectam (expositis figuris in seriem 60 30) necesse est vt se prodant, ac reliqui fiant post subtractionem numeri inferioris 35, cui ad speciem additur zifra, & fit 350. Subductis ergo 35 è 60, reliqui fiunt 25, estq; prior figura 5 numerus digitorũ additus ad superiorem numerum 55, ex quo 55 aucto in 60, dum subducitur idem, qui ex 55 subducebatur, nẽpe numerus 35 nõ auctus, quis non videt necesse esse relinqui superadditum 5? Sic etiã necesse est appositum 30 relinqui post subtractũ eundem numerum inferiorem 35, siue 350. Numerus reliquus post subtractionem totius 350 ex toto 6030, vere deberet esse 2530, sed quoniam ad velum artis additæ sunt zifræ in initio numerorum tam superioris, quam subtrahendi, & nihil conferunt ad diuinationem; ob easdem causas etiam in numero è subtractione, relicto eadem zifra in initio omittitur, & tantum tres significatiuæ figuræ accipiuntur.

Effectiones, cautiones, atq; artes hîc hactenus indicatæ in anularis huiusce diuinationis theorijs nituntur proprietatibus numerorum, præsertim quinarij, & denarij, de quibus 9. propos. prædictum est.

Lect. Nisi scirem te charitatis Diuinæ gratia diuitias omnes respuisse, affirmarem dignum te esse, qui pro præmio acciperes aureum anulum, quem per numeros diuinasti.

PROPOSITIO XI.

Diuinatio vulgata, & vulgaris quasi per omissionem indicata.

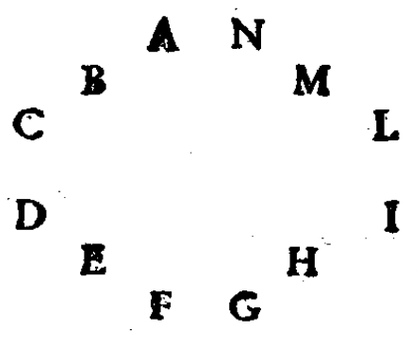
Auth. PRæcedentes diuinationes quia & à scientia numerorũ profectæ erãt, & quia nobis philosophandi materiam præbuerunt, ideò cum aliquà curà, & mora sunt à nobis expositæ. Scio alias plures ab ingenio arithmeticis theorijs affatim imbuto excogitari posse, sed nobis nec tantum ingenij, nec tantum scientiæ, nec tantum est otij, qui & valetudinarij sumus, & magis afficimur moralibus, & sacris commentationibus, quam curiosis inuentionibus. Scio extare apud alios aliquos Authores diuinationem arithmeticam non nullam, præter hîc à nobis positas.

Sed quia non solum vulgatæ, sed etiam vulgares sunt, & parum, aut nihil habent scientifici, & earum—

— Si latet ars prodest, affert deprehensa pudorem,

vt quidam cecinit; propterea à nobis omittuntur.

Ex earum numero illa est.



Dispositi sint in longum, vel in orbem calculi (vel si quæ alia) duodecim, vel plures, pro quibus sint litteræ A, B, C, D, E, F, G, H, I, L, M, N. Aliquam earum rerum quispiam vel clam tangat, vel animo concipiat; incipiat autem ordo numerandarum rerum à sinistra descendendo, atq; eundo ad dexteram, iuxta ordinem hîc litterarũ appositarum. Si quispiam cõceperit, vel tetigerit v.g. sextam, idest F, iube eum incipere numerationem ab C, & ordine inuerso ascendere versus dexteram in B, A, N, M, L, &c. itaq; ad C pronuntiet animo numerum rei conceptę, & sequatur enumerationem prædictam inuersam, sic .n. reperiet rem imaginatam, vbi erit numerus 15, v. g. quoniam supposuimus imaginatam esse sextam F, dic in C sex, in B septem, in A 8, in N 9, in M 10, in L 11, in I 12, in H 13, in G 14, in F 15. Si velis rem inuenire in alio numero vel maiore, vel minore, iube initium enumerationis duci à re vel remotiori, vel viciniori rei primæ, v. g. Si velis rem inueniri in numero 16, iube incipi à littera D, eaturq; in C, in B, in A, &c. si velis reperiri in numero 14, incipiatur enumeratio à littera B in A, in N, &c. eodem enim modo semper pronuntiando taci tè numerũ rei conceptæ ad litteram, à quà incipit inuersa enumeratio, & progrediendo per ordinem sequẽtium numerorũ, res ibi inuenietur, vbi fuerit vltimus numerus à te præfixus.

Diuinatio eõ. ceptæ animo vel contactæ rei è pluribus dispositis.

Facilis est causa huius ludicri, & res tota nobis non videtur digna longiori nostra mora, post diuinationes antecedẽtes ingeniosiores. Tantum attigimus, ne videremur inuidere rudioribus Tyronibus voluptatem hinc fortasse aliquam percepturis. Finis hic ergo sit diuinationum arithmeticarum.

Lect. Quandoquidem scientiam diuinatoriam

riam me docuisti, diuinabo te hìc finem non facturum Apiarij Arithmetici, licet facias finem diuinationum arithmeticarum.

Auth. Verè diuinasti, nam superſunt adhuc quasi quædam libamenta ex opiparo quæstionum Arithmeticarum cõuiuio, quæ velut epinomis loco hìc lubet apponere.

QVÆSTIVNCVLA I. & II.

De mercibus Hebræorum ex vsura cũ mercibus Christianorum coemptis, & per artem numeratoriam eijciendis. Item de diuinatione ad votum facienda.

Vniuersalia apud nos quæ sibi peculiaria.

ARtem, quam hìc ponam ad solutionem duarum quæstiuncularum aliqui arctarunt ad indiuidua, ego verò vniuersalem efficiam. Authoritas Bedæ, & Ioannis Buteonis grauium, & doctorum virorum, qui nostris similia proponunt, facit vt hæc, quæ in postremum locum reiecimus; non putemus tamen in postremis habẽda, ex quibus tyronum ingenia per scientificam quasi eutrapeliam exerceantur Igitur ad casus.

Nauis est in Oceano onusta mercibus Christianorum & hebræorum, illæ iustis cõmercijs, hæ per vsuram cumulatæ. Excitatur improuisa tempestas; timetur naufragium, nisi fiat iactus mercium. Conuenitur vt iactus fiat hac conditione fortuita, scilicet vt nono quoq; numero merces indicatæ abijciantur. Quæritur qua arte disponendæ, atq; implectendæ sint inter se merces Christianorum cum mercibus Hæbræorum, vt in serie enumerationis semper nouenarius numerus incidat in vnam è mercibus Hæbreorũ, donec omnes eijciantur, semper intactis à numero eiectorio mercibus Christianorum? Expedit & iustitiæ, & incolumitati à naufragio vt nauis eleuetur per iactũ mercium ex vsura cumulatarum.

Rursus: Exercitus quidam est militum partim insontium, partim sontium ob crimen graue in Imperatorem. Iubet Imperator iræ impotens decimari exercitũ, quasi omnes essent sontes. Dux exercitus, qui conscius est insontium, optat eos incolumes seruare. Quæro: qua arte (sed occulta) disponendi sunt milites, vt pœna decimum quemque auferens, tantum sontes abripiat?

Præcepta vniuersalia pro praxi dispositoria rerum pro libito numero legendarum.

Ad solutionem quæstionum propositarum notẽtur sequentia vniuersalia. 1, sciatur numerus mercium omnium, ac militum. 2. cõueniat de numero, ad quem ex ordine recurrentem auferendæ sunt res, ceu factum est in propositis exemplis, in quibus merces nono quoq; loco, & milites decimo per enumerationem recurrentem dispositi iactui, vel ictui subijciendi sunt. Posthæc (vt verser in exẽplo mercium, quas omnes fingo esse 30, hebræorum 15, & totidem Christianorum) prudens Nauclerus quasi fortè (nempe dissimulata arte) ita disponat merces, vt, inceptá enumeratione ab vna è mercibus seruandis, pergat vsq; ad nonum locum, in quo collocetur merx vna ex hebræis, deinde pergat enumeratio per 10, per 11, per 12, &c. vsque ad secundum nouenarium, ideſt ad locum, vbi pronuntiatur tacitè numerus 18, eoque loco reponat aliam mercem hebræam; tertiò pergat ad tertiam stationẽ, vbi tertius finit nouenarius. Deniq; toties iterẽtur ista nouenaria interualla, quot fuerint hebræorum merces (semper tamen non enumeratis mercibus, quas semel posuerit) v. g. si fuerint 15 merces, quindecies nouenarius locus requiratur, fietq; varietas quędam mercium hebræarum immixtarũ cum Christianorum mercibus, quæ fortuita videbitur, vt videbis in paullo inferius appositá figurà. Disposítis ergo prędicto modo mercibus, iactum facturus Nauclerus incipiat ab ea, cui primum locum assignauit, & in serie enumerationis videbit semper nono quoq; interuallo incidere enumerationem in mercem hebræam.

Lect. Dispositio ista tua mercium videtur nimis morosa, & per has moras potest patere ars, atq; impediri ab hebræis.

Auth. Mi homo, hìc fingimus sine periculo, & per prædicta ego te doceo ipsam originem artis, vnde possis regulas vniuersales elicere ad cuiuscumq; numeri res ita disponendas, vt videantur fortuito semper abijci eæ, quas animus destinauit. Itaq; hactenus dicta sunt non tam ad vsum, quàm ad artem vniuersaliter patefaciendam. Ad vsum verò faciunt compendia, quæ sibi quisq; prudens, ac sciens pro rerum disponendarum numero parabit, vt cum opus fuerit, statim eius numeri res, sine moroso enumerationis recursu, disponantur pro fine intento.

Exemplũ cõpendiosæ dispositionis, &c.

En in exẽplo propositio de mercibus compendiũ collocationis est hoc. Series mercium sic fiat, & alternetur, vt à siniſtra incipiendo, & progrediendo versus dexteram in primis quatuor locis collocẽtur quaternç Christianorum, in sequentibus quinis locis locentur quinæ hebręorum, in sequentibus duobus duæ Christianorum, in sequenti vna hebræa, &c. vt vides in appositá figura.

Ad memoriã autem compendij faciet hic verſus.

Iuuandæ memoriæ pro cõpendio,&c.

populeam virgam mater regina ferebat.

In quo vocales quotũ ipſæ locum obtinent in ordine vocaliũ, totidem res alternatim collocandas indicant. v.g. primi verbi, ac primæ ſyllabæ vocalis *o*, quæ in ordine vocaliũ quarta eſt, ſignificat primo eſſe diſponendas quatuor merces Chriſtianorum in primis quatuor locis: ſecunda vocalis *u*, quæ quinta eſt in ordine vocalium, indicat diſponẽdas eſſe quinq; merces hebræorum. tertia vocalis *e*, quæ eſt ſecunda in ordine vocalium, notat duas eſſe apponendas merces Chriſtianorum; quarta in primo verbo vocalis *a*, quæ prima eſt in ordine vocalium, notat in ſequenti loco vnam eſſe collocandam mercem hebræam; & pari ratione ſequentium verborum vocales indicãt loca, & numeros collocandarum alternatim mercium. &c. Nota (ne fallare) ſecundi verbi *(virgam)* primam literam *u* ſtare non pro vocali, ſed pro conſonante,&c.

A
gggg yyyyy gg y ggg y gyy gg yyy g yy gg y

Inſpice appoſitam figuram, in qua litteræ ggg. &c. indicant merces chriſtianorũ, litteræ yyy, &c. merces hebræorum. Experire incipiendo ab A, & videbis nonum quemq; enumerationis numerum ſemper incidere in mercem hebræam, donec eæ omnes abiectæ fuerint. Caue tamen in recurſu enumerationis iterum enumeres mercem vllam, quam ſemel enumeraris. Cuius fallaciæ nullum eſt periculum in mercibus, nam ſemel vnaquæq; earum abiectæ nequeunt iterum enumerari.

Lect. Ex hiſce conijcio quid proportione dicendum ſit pro ſolutione quæſtiunculæ de decimatione militum. Parcere igitur potes, ſi lubet, prolixiori explicationi, & ad alias, ſi quas habes, quæſtiunculas properare.

QVÆSTIVNCVLÆ III. IV. V.

Ex Beda à mendis vindicatæ.

Auth. Verba Bedæ proponẽtis ſunt ſequentia.

De duobus fratribus ſingulas ſorores habentibus; de lupo, & capra, & faſciculo cauli; de viro & muliere ponderantibus plauſtri pondus onuſti.

De fratribus Sorores tranã tibus.

ACcipe librum, ac lege, vt iacent.

Lect. *Tres igitur fratres erant, qui ſingulas Sorores habebant, & fluuium trãſire debebant, erat enim vnicuiq; illorum concupiſcentia in Sorore proximi ſui, qui venientes ad fluuium non inuenerunt niſi vnam paruam nauiculam, in qua non poterant amplius niſi duo ex illis tranſire. Dicat qui poteſt qua arte fluuium tranſierunt, vt ne vna quidem earum ex ipſis maculata ſit?*

Propoſitio, & quæſtio.

Auth. Verte paginam, & inueni ſolutionem, atq; affer verba ipſa Bedæ.

Solutio.

Lect. *Primò omniũ ego, & ſoror mea introiſſemus in nauim, & transfretaſſemus vltra, tranſfretatoq; fluuio dimiſiſſem ſororem de naui, & reduxiſſem nauim ad ripam: tunc vero introïſſent ſorores duorum virorum illorum, videlicet, qui ad littus remanſerant. illis itaq; feminis naui egreſſis, ſoror mea, qua prima trãſierat, intraret ad me, nauimq; reduceret; illà egrediente foras, duo in nauim fratres intrarent, vltraq; venirent, tunc vnus ex illis vnà cum ſorore ſua nauim ingreſſus ad nos transfretaſſet, ego & ille, qui nauigauerat, ſorore mea remanente foris, vltra veniſſemus, noſq; ad littora vectos vna ex illis duabus qualibet mulieribus vltra nauigiũ reduceret, ſororeq; mea ſecum recepta, pariter ad nos vltra veniſſet, & ille, cuius ſoror vltra remanſerat, nauim ingreſſus eam ſecum vltra reduceret. Tali igitur, ſicque ſollicitante ſtudio facta eſt nauigatio, nullo fuſcante inquinationis contagio.*

Auth. Intelligis quæ legis?

Lect. Ferè magis hęreo in his verbis, quam illi fratres in tranandis ſororibus.

Emẽdationes mẽdorum in codice Bedæ.

Auth. Nimirũ id te torquet, quod & mihi crucem ſuffixit. Inſcriptio mendoſa eſt *de duobus fratribus*, pro qua repone: *de tribus fratribus*. Dum enim ſolutionem legerem cum imaginatione firmatá iuxta inſcriptionẽ, nimirum arbitrabar eam eſſe de duobus tantum fratribus, ac ſororibus; cui opinioni dum animus adhæret, nihil videt, quod non implicet in ſolutione. At ſi corrigas mendum, quod opinor ob antiquitatem, & librariorum incuriam irrepſit (vt pleraq; alia) in libros Bedæ, & ſolutionem legas iuxta inſcriptionem emẽdatam: *de tribus fratribus, & ſororibus*, & iuxta primũ verbum, quod eſt in ipſa quæſtionis propoſitione: *tres fratres erant. &c.* tunc pateſcet tibi ſenſus Bedanæ ſolutionis. Cui etiã intelligendę plurimum conducit ſi in menſarem experiaris per ſenos calculos verſicolores pro fratribus, ac ſororibus ſuppoſitos.

Si tamen lubeat quæſtionem, & ſolutionem fingere de duobus tantum fratribus, ac ſororibus, facilius erit negotium cautæ tranationis. Et poteſt ſolui etiam ex verbis ſolutionis à Beda traditæ de tribus fratribus, ac ſororibus. Scrutare, ac inuenies. Sed, quæſo, pluri-

bus

bus parcamus, ne nimij videamur in reculis.

Lect. Dum circa ſorores, ac fratres tranandos moramur, capra quartæ quæſtiunculæ periclitatur à lupo. legam ergo.

De lupo, & capra, &c.

Homo quidam debebat vltra fluuium transire lupum, & faſciculum cauli, & capram, & non potuit aliam nauem inuenire, niſi quæ duos tantum ex ipſis ferre volebat. præceptũ itaq; ei fuerat vt omnia hæc vltra omnino illæſa transiret. Dicat qui poteſt, quomodo eos illæſos vltra tranſierit?

Solutio nodi.

Solutio: *Ducerem prius capram, & dimitterem foris lupum, & caulum, tunc deinde venirem, lupumq; vltra tranſirem, lupoq; foris miſſo, rurſuſq; capram naui receptam vltra reducerem, capramq; foras miſſam caulum tranſuehe-rem vltra, atq; iterum remigaſſem, capramque adſumptam vltrà duxiſſem. Sicq; faciente facta erit remigatio ſalubris abſq; voragine lacerationis.*

Auth. Satis aperta ſunt omnia, ſed mendoſa vt iacent apud Bedam. Perge, ac lege quintam quæſtiunculam.

De viro, muliere, infante, &c. tranandis, &c.

Lect. De viro, & muliere, quorum vterque pondus habebat plauſtri onuſti, duos habentes infantes, inter vtroſq; plauſtri pondere penſantes, fluuium tranſire debuerunt, nauim inuenerunt, quæ non poterat ferre niſi vnum pondus plauſtri. Transfretare faciat qui ſe putat poſſe, ne nauis mergatur.

Solutio 1.

Solutio prima: *Eodem quoque ordine vt ſuperius, prius intraſſent duo infantes, & transijſſent, vnuſq; ex illis reduceret nauim, tunc mater nauim ingreſſa tranſiſſet, deinde filius eius reduceret nauim, qua tranſuecta, frater illius nauim ingreſſus ambo vltra tranſirent, rurſumque filius, qui ante tranſierat ingreſſus nauim, eamq; ad fratrem reduceret, iamq; reductam ingrediãtur ambo, & tranſeant. Tali ſub remigante ingenio erit expleta nauigatio forſan ſine naufragio.*

Solutio ſecũda: *Similiter vt ſuperius trãſiſſent prius duo infantes, & vnus ex illis nauim reduceret, in quam pater ingreſſus vltra tranſiſſet, & ille infans vnus, qui prius cum fratre tranſierat, nauim ad ripam reduceret, in quam frater illius rurſus ingreſſus ambo rurſus veniſſent, vnuſque ex illis foras egreſſus, & alter ad matrem reduceret nauim, in quam videlicet nauim mater ingreſſa, vltra veniſſet: quà egrediẽte foras, filius eius, qui ante cum fratre tranſierat, nauim rurſus ingreſſus, eam ad fratrem vltra reduceret, in quam ambo ingreſſi vltra veniſſent, & fieret expleta ſalubris tranſuectio, nullo formidante mortis naufragium.*

Auth. Subobſcura propoſitio, & nonnihil mendoſa ſolutio eſt. Vt propoſitionem intelligas, reuoca ad latinam linguam quod barbarè pro ſæculis illis adſcriptum eſt. Mater ponderat finge libras 500, totidem ponderat pater, alter natorum ponderat libras 250, totidem alter, nauicula non poteſt ferre niſi quingentas libras.

Correctiones mendoſæ ſcripturæ apud Bedam.

In ſolutione priore vbi ea verba sũt: *ingreſſus nauim, eãq; ad fratrem reduceret*, pro verbo: *fratrem* repone: *patrem*. Nã primo duo nati tranant, redit alter cum naui, egreditur, & mater nauim ingreſſa tranat fluuium. Redit cum naui alter natorum, & cum altero nauim ingreſſus tranat. Redit rurſus cum naui alter natorũ, egreditur nauim, quam pater ingreſſus tranat, redit frater ad fratrem, & ambo tranant. Solutio poſterior Bedæ, in qua pater prius tranat, quàm mater, aptior eſt, quàm prior ſolutio, in qua mater prius tranat, quam pater.

Corrige etiam in poſteriori ſolutione vbi ſunt verba: *in qua videlicet naui mater ingreſſa vltra veniſſent*. Pro *veniſſent* repone *veniſſet*. Loquitur enim de tranatione cum mater ſola tranat.

Finis in virtute.

Rectè cecidit, mi lector, vt finem faciamus theorijs, ac praxibus Arithmeticis in iucundis combinationibus ex Beda, & qui moralia etiã in theoricis perſequimur finem vndenorum vtriuſque noſtri Tomi Apiariorum, in Euterpeliæ virtute conſequamur.

Clauſula ſit à clauſula litterarum P. Griembergeri Romæ Bononiam ad me 11 Iunij 1635. Quæ clauſula ad rem eſt in hoc Apiario penultimo Arithmetico. ***Si numeri nummi eſſent, darem libenter Reu. Veſtræ quotquot opus ſunt, vt quamprimum edantur tam dulcia Apiaria.***

Iuuam editis, amice Lector, ûtere, ac, vt optamus, etiam frûere. Si quid in ijs ſapuit grates Deo perſolue, à cuius beneficentia eſt quidquid boni eſt.

Conſequitur, & expectate, mi Lector, XII Apiarium, in quo Euclideis propoſitionibus applicantur theoremata, problemata, corollaria

XI antecedentium Apiariorum, & vſus earundem Euclidis propoſitionum ſingulares indicantur etiam apud alios Authores, in primis pro Mathematicis, & Peripateticis Philoſophis Euclidem, & Ariſtotelem in publicam vtilitatem interpretantibus.

Lect. Centuplum litterarijs tuis laboribus reponat Deus. Euclidem è tuis Apiarijs condítum inhio, & iam iam ínuolo.

APIARIVM DVODECIMVM,

IN QVO

EVCLIDES EX APIARIIS CONDITVS,

Et eius propoſitiones ad vſus eximios traductæ.

Ac prætereà

EPILOGVS,

AC SIGILLVM XII APIARIORVM

Ab Araneà Coſmographicà, ſiue Horario paradoxicè vniuerſaliſſimo.

INDEX

PROPOSITIONVM, ETC. APIARII XII.

Non sunt hic repetendæ propositiones applicationum ad Euclidem, quoniam iam repositæ sunt in indice vtroque ante primum, & secundum tomum. Supersunt tantum hic indicandæ propositiones ex Aranea Cosmographica.

Epilogus Apiariorum, in quo Aranea Cosmographica, siue horarium Geographicum vniuersalissimum.

PROPOSITIO I.

Horarij Geographici vniuersalissimi occasio. fac.37.

PROPOSITIO II.

Cur hoc genus horarij præ alijs hìc delectum. Ac quodnam regis Achazi horariũ fuerit, in quo prodigium vmbræ relabentis, &c. fac.37.

PROPOSITIO III.

Horarij Geographici vniuersalissimi constructio. fac.39.

PROPOSITIO IV.

Horarij Geographici vniuersalissimi vsus. Ac primo locorum veros situs agnoscere, ac notare. fac.40.col.1.

PROPOSITIO V.

Quota sit hora ibi vbi est vsus instrumenti. fac.40, col.2.

PROPOSITIO VI.

Quota sit hora etiam nocturna vbiuis gentium vbi non est instrumentum, atq; etiam pro locis, quorum altitudo polaris vel falsa, vel nulla sit in rotulà Geographicà. Et alia paradoxa. fac.41, col.1.

PROPOSITIO VII.

Aliter idem horarium geographicum vniuersalissimũ concinnare, ac perficere ad vsus etiam paradoxicos. Additamenta è nostris Gnomonicis. fac.41, col.2.

PROPOSITIO VIII.

Geographica plura problemata in Aranea nostrà Cosmographicà. fac.42.

PROPOSITIO IX.

Fides, ac diligentia nostra in appositâ tabellâ longitudinum, & latitudinum Geographicarum. fac.43.

Tabella longitudinum, & latitudinum Geographicarum etiam Australium pro præcipuis aliquot vrbibus vniuersi terrarum Orbis. fac.44.



AMICO

AMICO LECTORI

CAROLVS ANTONIVS MANZINVS
Philoſophus Bononienſis,

VErè tibi affirmare poſſum, ò Philoſophiæ Mathematicæ ſtudioſe Lector: In hoc duodecimo Apiario theſaurum abſconditum habes, vnde tibi, ac tuis Auditoribus Euclidem iucundà varietate, ac multiplici vtilitate ad omnia ſcientiarum Mathematicarum genera ditare, atq; ad eximios vſus poſſis traducere. Cui theſauro effodiendo, rogatus ab Authore Apiariorum mihi peramico, multimodis occupato, & valetudinario, præſtiti vicariam operam eo libentius, quòd ab eo intellexeram duodecimum hoc Apiarium quaſi paralipomenon addendum in gratiam præſertim Chinenſium Philoloſophorũ, qui Euclidem haud pridem Chinenſem cum admiratione perlegunt, atque intelligunt.

Iam pridem, eius ingenioſiſſimę nationis, ac pacatiſſimi regni amore captus, optaui eorum ſtudijs rerum noſtratium illis ignotarũ impertitione fauere. Quod & præſtiti ſuperioribus annis occaſionem nactus doctorum virorum è religioſa familia Authoris Apiariorum, qui ſe in orientalia ea regna conferebant. Quibus ſpongiam lucis è noſtro muſæo, & noſtra operà in calcem redactam elargitus (ſic appello lapidem in agro noſtro Bononienſi lectiſſimum, qui aperto cælo expoſitus lumen quaſi exugit, & diu continet in tenebris) eos rogaui vt id naturæ miraculum Chinenſi orbi oſtentarent.

Nunc etiam alteram hanc occaſionem exoſculor mihi ab Authore Apiariorum in ſinum obiectam, quà, Euclidis eximij Philoſophi, ac Geometræ propoſitiones Chinenſibus Philoſophis magis vt ſapiant, eas ellaborato ex Apiarijs melle condímus.

Condímus inquam, non condio. Neque enim vnus ego, ſed collato ſtudio cum ipſo Authore Apiariorum hæc, licet indicis modo, concinnauimus. Nec fas, nec tutum mihi exiſtimaui Authoris mẽtem, ac ſenſum ſaltem in præcipuis ex ipſomet non explorare.

Aliqua præterea te monitum, ò Lector, volumus.

I. Numerus Euclidearum propoſitionum, quem ſequimur, eum eſſe, qui apud Clauium viſitur præpoſitus in frõte propoſitionum, atq; interior eſt, non autem eum qui exterior in marginibus paginarum eſt appoſitus. Numerus propoſitionum Euclidis à nobis citatus q.s.

II. Si quando apud nos ad aliqua axiomata, vel theoremata, vel problemata Euclidis videris aliquas propoſitiones ex Apiarijs citatas, quæ ſupponunt aliqua demonſtranda in loco vlteriori, nè mireris; modo enim ſuo loco perfectè demonſtrentur, præſtat eas propoſitiones aliquãdò etiam cum ſuppoſitionibus produci, præſertim ſi ſingulares aliquas praxes, vel eximios aliquos vſus doceant tyrones, qui fruantur interim, & alliciantur ad vlteriora. Exempla habes in Euclide Clauij, vbi ſine demonſtrationibus (quæ ſuo loco poſtea traduntur in poſterioribus libris) praxes, & vſus non raro ponuntur, ſuppoſitis, ac probandis ſuo loco theorijs. Supponenda aliqua aliquãdo in praxibus.

III. Apud nos videbis aliquando eaſdem propoſitiones ex Apiarijs non ſemel citatas ad varia Euclidis theoremata, vel problemata. Ratio, eſt, quia eæ Apiariorum propoſitiones vtuntur varijs propoſitionibus Euclidis ad ſui demonſtrationem.

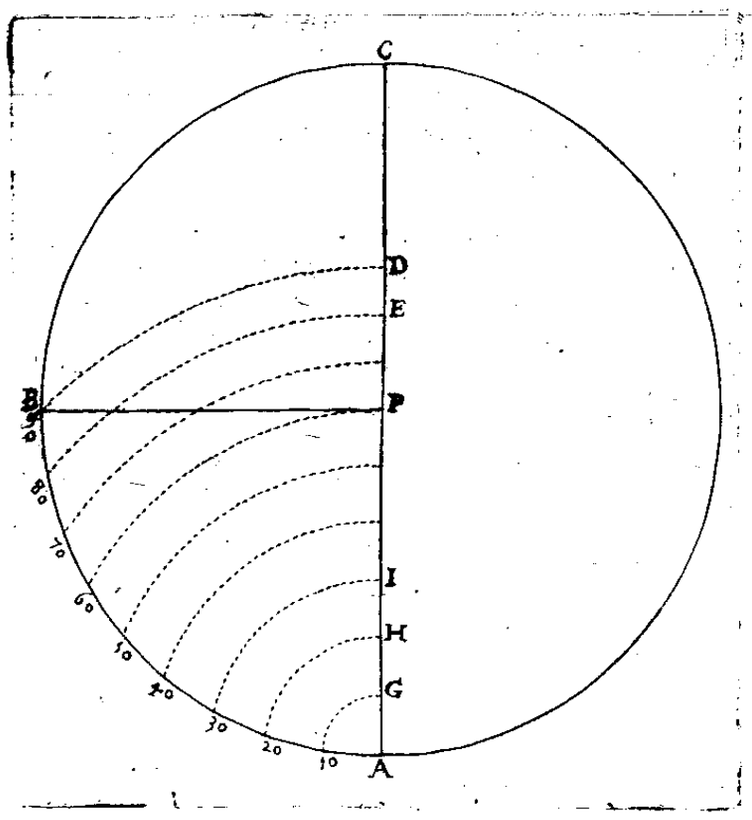
Vale, Amice Lector, atq; in hoc 12 Apiario agnoſce non tam ipſum Euclidẽ ab Apiarijs condiri, quàm dapes ipſas Mathematicas ex Apiarijs ad Euclidis fontes relatas fieri ſapidiores. Nam iuxta vulgatum,

Dulcius ex ipſo fonte bibuntur aquæ.

Cæterum antequã aggrediar applicationem Apiariorum ad Euclidem, quaſi vniuerſalis lemmatis loco apponendam cenſeo figuram, & conſtructionem lineæ diuiſæ, non per partes æquales, ſed iuxta chordas arcuũ quadrantis. Author Apiariorum alteram circini proportionum faciem in partes æquales diuiſam ſuo loco in 3 Apir. Progym. 10 appoſuit, cuius vſum videbis in hoc Apiar. 12, ad lib. 1, & 6 Euclid. Hìc & altera facies eiuſdem circini pro arcubus, &c. exponatur, ne invidere videamur Chinẽſibus mirificum hoc compendium, quo præcipua Euclidis geometrica problemata expediuntur, vt videbis in hoc 12 Apiario. Circini proportionum gemina facies, ac diuiſio.

Circini propertionum altera facies, in qua chordæ arcuum quadrantis.

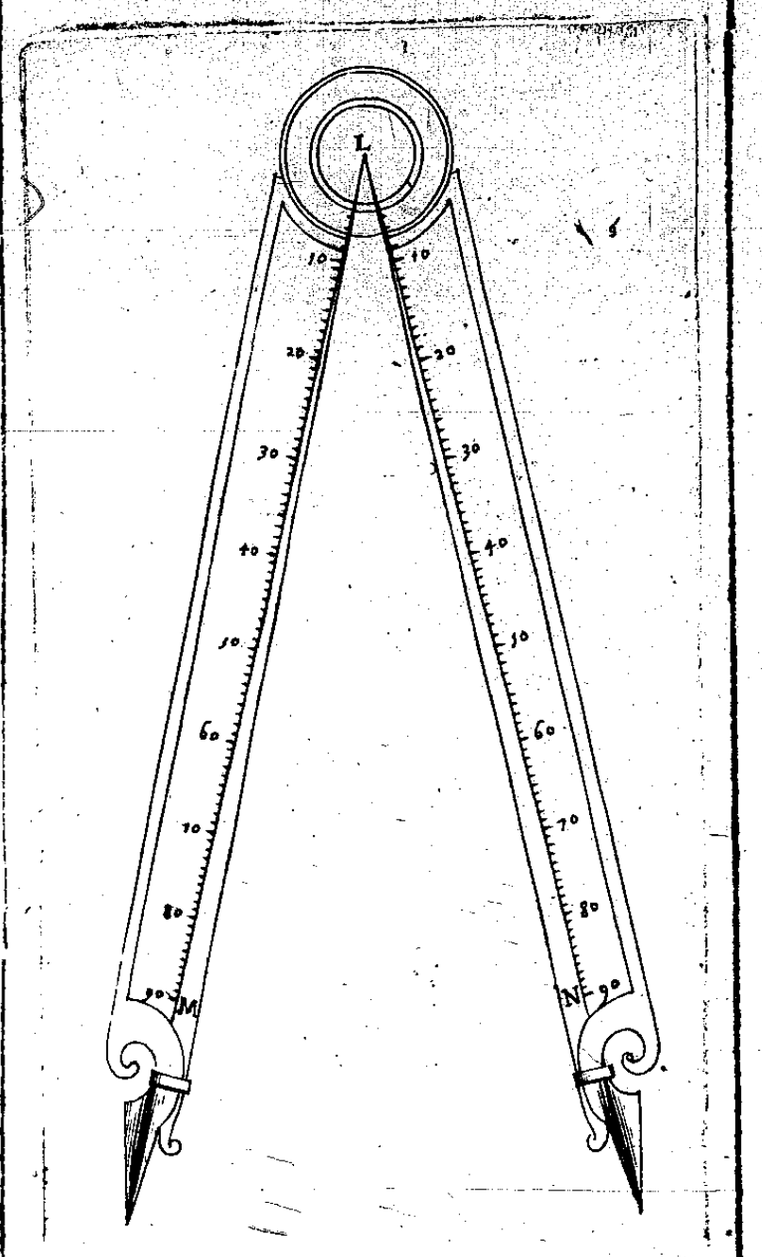
Constructio.



DEscripto circulo A B C, & ductà diametro A C, diuidatur quadrans A B in 90 gr. æquales. Tum, facto centro in altero extremo diametri A, vbi diuisio incipit graduum quadrantis, interualla, ab A initio primi gradus ad singulos, ac reliquos gradus quadrantis, transferantur in ipsam diametrum, ac signentur suis numeris, vt vides in priore figurà specimen tantùm per denos gradus. Suntq; interualla A D, A E, &c. chordæ subtensæ arcubus 90, 80, &c. quadrantis A B. &c.

Diuisiones p arcubus non æquales, &c.

Ac notabis æqualium arcuum interualla partibus inæqualibus in rectà A D notari; atq; à centro A semper magis versus D imminui.



AG interuallum maius, quàm GH, GH maius, quàm H I. &c. Quare recta A D ex gradibus æqualibus diuisa est in partes proportionaliter inæquales. Cuius rei ratio cum eruditione, ac demonstratione geometricà latet in Apiar. 3, Progym. 10. Propos. 11. & Schol. & Corollar.

Geminata A D, & per singulos 90 gradus diuisa dabit circinũ L M N in altera hìc figurà. Eritq; pro A centrũ L, à quo diuisi gradus sensim spatijs minuũtur versus M N. Demõstrationem vniuersalem pro omnibus operationibus circini proportionum videbis suo loco in applicatione ad 4 propos. lib. 6. Eucl. in hoc Apiar. 12.

EVCLIDES
EX APIARIIS CONDITVS.
HOC EST

Applicationes paradoxorum, quæ in Apiarijs ad præcipuas Propositiones, præsertim priorum 6 librorum Euclidis.

EVCLIDIS
ELEMENTVM PRIMVM

DEFINITIO I.

Punctum est, &c.

I.

PVNCTI miracula in terris, in mari, in aëre, in cœlo, in centro vniuersi, in centro grauitatis, in visione, in vstionibus, in Eclipsibus, in Vere, in Æstate, in Autumno, in Hyeme, in Temporis momentis, in quantitate continua, in discreta.

De puncto moralia, Theologica, erudita è sacris, & prophanis habes in Apiar. 1. Prælog. 1.

DEFINITIO II.

Linea est, &c,

II.

EVclidiana definitio de lineâ similitudinibus expressa. Linearum species pluriformes. Linearum geometricæ mirificæ affectiones. Linearum vsus singulares in Machinarijs, in Opticis, in Musicis, in Gnomonicis, in Astronomicis, in Geometricis, in re nauticâ, vestiaria, morali. &c. Apiar. 1. Prælog. 2. & Ap. 5. Prog. 1. cap. 1. fac. 2. col. 2. & fac. 3. col. 1, & 2.

AD DEFINITIONES 8, 9, 10. &c.

De Angulis.

III.

Ad Geō. spec.

PLures angulorum planorum species, ac formas, quàm ab Euclide, habes in Apiar. 3. Progym. 5. Eorum definitiones, ac miras affectiones, &c.

IV.

Ad Geō. spec.

PAradoxum de angulo rectilineo maiore duobus rectis vide in Apiar. 3. Prog. 5. Propos. 14. & ibidem Scholion.

V.

Ad Geom. pr. & spec.

EXpedita ratio rectum angulum constituendi, & normam construendi, atque examinandi per circinum proportionum.

Finge, in priore figurâ positâ in præfatione huius 12 Apiarij, à puncto P rectæ AC erigendam esse perpendicularem, siue, quod idem est, cōstituendum esse angulum rectum APB. Centro P describatur arcus secās ipsam

Anguli recti facilis cōstructio.

AC in A, exempligratia. Deinde acceptum interuallum PA transferatur inter 60, & 60, deductis circini cruribus. Mox accipiatur interuallum inter 90, & 90 circini diuisi, eoq; interuallo ex A fecetur arcus in B: iunctis B,P, erit ad P vtrinq; angulus rectus. Nam chorda AB est chorda quadrantis. angulus vero rectus in centro circuli insistit quadrāti. Vide Clauium in Schol. ad propos. 27. lib. 3. Eucl. Ex prædictis habes vnde normam rectè construas ad rectum angulum, vel examines, vel corrigas. Normæ verò plurimus, ac necessarius vsus est in Geometriâ.

Normæ constructio, & examen.

DEFINITIO 15, & 16.

De circulo, centro. &c.

VI.

Ad machinariam.

AD circuli centrum ornandum affer paradoxa, & mira de centro grauitatis, quæ habes in Apiar. 4, Progym. 1. Propositt. 2, & 5.

VII.

Ad Arithmeticam.

CIrculares numeros, & eorum miras affectiones huc affer ex Apiar. 11. Prog. 3. cap. 8. num. 7.

VIII.

Ad machinariam.

ITem ad circulum Euclidis ornandum affer aliqua de eius viribus in machinarijs miraculis. Apiar. 4. Progym. 2. Propos. 4, & Schol. 1, & 2. vbi de Glossocomo, &c. Item & praxes motus circularis perpetui, &c. Progym. 1. Propos. 10, 14, 15.

DEFIN. XVII.

De diametro circulum in duas aquas partes diuidente, &c.

IX.

Ad perspectiuã reflexam.

EX hac definitione omnes in eodem circulo anguli, quos faciũt quotlibet diametri, æquales sunt, sicut æquales omnis eiusdem circuli semicirculi.

Hinc effectio, & demonstratio vstionis vehementissimę in centro speculi sphęrici per inuentionẽ, quam habes Apiar. 7. Prog. 2. Prop. 2. & Progym. 3. Schol. 3 ad Propositt. 8.

AD DEFIN. 23, 24, 25, &c.

De Triangulorum formis. &c.

X.

VSus triangulorum in Apiarijs ad Geometriam practicam, Isosceliũm pro Gnomonicis, scalenorum pro Astronomicis.

In Apiar. 2. Progym. 1. Propos. 1, 2, 3, 4, 5, 6, vsus est Æquilateri, isosceles, scaleni è lib. 1. Euclid ad distantias inaccessas dimetiendas. Ad Geom. pr.

In Apiar. 8. Progym. 5. Propos. 9. Isosceles, cuius duo æqualia latera sunt stylus, & vmbra, sole in 45 grad. altitudinis versante; ad rerum eo momento altitudines metiendas ex vmbris. Item Progym. 3. Propositt. 9. post mediam, vsus scaleni parallactici ad cœlestium corporum distantias, &c. Ad Astronomiam.

In Api. 9. Progym. 1. cap. 4. in fine, de isosceles, cuius æqualia duo latera sunt styli longitudo, & spatium trium horarum à meridiana in horarijs, ad plura in Gnomonicis. Ad Gnom.

XI.

Triangula quadrilatera, & plurilatera. Paradoxa Triangulorum.

Apiar. 3. Progym. 6. Propos. 1. & Progym. 7. Propos. 7. Ibi schemata, rationes, &c.

DEFIN. XXIX.

Quadrilaterarum autem figurarum. &c.

XII.

QVadrangula quinilatera, & plurilatera. Figuræ vnangulæ, binangulæ, nullangulæ, licet etiam sub rectis lineis. Paradoxa figg. quadrilaterarum.

Prædictorum paradoxorum specimen habes in Ap. 3. Progym. 6, præsertim Propos. 4, coroll. 3, 4, & Schol. 2. & Progym. 7. Propos. 10.

DEFIN. XXXIV.

Parallela ſunt, quæ protracta nunquam coincidunt &c. in eodem plano. &c.

XIII.

Paradoxa linearum.

LIneæ, etiam rectæ, non parallelæ, & tamen ſemper protractę nunquam coincidentes.

Apiar. 3. Prog. 1, 2, 3, 4. totis.

XIV.

Ad Aſtron.

AVrora, vel dies perpetua in perpetuo ſolis ad horizontem acceſſu demonſtratæ ex definitione 34 Eucl.

In Apiar. 8. Progym. 5. Propoſit. 8. & in eius Corollar.

COMMVNES NOTIONES, ſiue axiomata. 1, 2, 3.

Quæ eidē æqualia, & inter ſe. &c. Si æqualibus æqualia, vel cōmunia adiuncta ſint. &c. Si ab æqualibus æqualia, vel communia ablata. &c.

XV.

Paradoxa figurarum.

MIxtilinea diuerſiformia tam triangula trilatera, quadrilatera, quam quadrangula ſenilatera inter ſe æqualia ex primo Axiom.

Vt Tyrones etiam ante propoſitiones, & demonſtrationes Euclidis vſus aliquos non vſitatos ſcientificè habere poſſint è ſolis aliquibus axiomatis, accipiant ſequentia. Vide ergo ex 1. *axiomate demonſtrata, quæ hìc propoſita ſunt. Apiar. 3. Progym. 7. in corollar. prop.* 1.

Ad Geō. ſpec. & practicam.

XVI.

TRiangulum æquilaterum æquale falci, è ſecundo axiomate.

Apiar. 4. prælib. 3. propoſ. 1.

XVII.

Iſoſcelia rectilinea radiare.

Apiar. 4. prælib. 3. propoſ. 4. num. 2. & in ſcholio.

XVIII.

QVadrāgula mixtilinèa ſenilatera lunulis æqualia oſtendere.

Ap. 3. progym. 7. propoſ. 1.

XIX.

ANguli mixtilinei è curuis, & rectis æquales rectilineo, è 3. axiom.

Apiar. 3. progym. 5. propoſ. 12.

XX.

TRiangulum cilogonium, ſiue cauiāgulum, iſoſceles mixtilineum quadrilaterum æquale lunulæ.

Apiar. 3. progym. 6. propoſ. 11.

XXI.

SCalenum mixtilineum trilaterum æquale falci.

Apiar. 3. progym. 6. propoſ. 16.

XXII.

ISoſceles mixtilineum trilaterum æquale lunulæ.

Apiar. 3. progym. 6. propoſ. 19.

XXIII.

Ad Aſtronomiam.

ELeuatio poli, & complementū eleuationis ęquatoris inter ſe æqualia.

Apiar. 9. progym. 3. cap. 3. nu. 5.

XXIV.

Ad Geom. pr. & ſpeculat.

CVruilineam figuram ſub tota circuli peripheria infractà comprehēſam quadrare. è 2, & 3 axiom. ſimul.

Apiar. 1. prælib. 3. propoſ. 6. præſertim in demonſtratione altera, & poſteriori eius propoſ.

XXV.

Ad ſtereometriam. SOlidum ſub mixtis ſuperficiebus in æqualem cubum mutare.

Apiar. 1. pralib. 3. propoſ. 7.

XXVI.

Ad Geō. ſpec. Anguli curuilinei æquales rectilineis.

Apiar. 3. progym. 5. propoſ. 1, & 2.

AXIOMA X.

Dua recta non habent commune ſegmentum. &c.

XXVII.

Ad Aſtron. Aurora, vel dies perpetua, &c.

Idem quod habes in antecedentibus ad numerum 14. Sed hìc demonſtratum ponimus ex hoc axiomate 10, quemadmodum ibi ex definitione 34. Vide Apiar. ibi citatum.

AXIOMA XIII.

Si tertia incidens in duas efficiat angulos internos minores duobus rectis, dua illa coincident protracta, &c.

XXVIII.

Ad Geō. ſpec. Paradoxa linearum. Paradoxa contra 13 axioma —

—Habes apud nos Apiar. 3 ibidem, vbi notatā eſt in antecedētibus in applic. 13, ad defin. 34. Eucl. In eo Apiario non coincidunt aliquæ etiam rectæ in infinitum protractæ, licet cum tertia incidente faciant angulos internos minores duobus rectis.

AXIOMA XIX.

Omne totum æquale ſuis partibus.

XXIX.

Ad Arithmeticam. VSus axiom. 19 in logiſticis operationibus Additionum, Subtractionum, Multiplicationum.

In Apiar. 11. progym. 2. cap. 2, & 5. & progym. 3. cap. 4.



PROPOSITIO I.

Super recta æquilaterum, &c.

XXX.

Ad Geō. ſpec. TRiangulum æquilaterum rectilineum æquale falci ex figura primæ propoſ. 1. lib. 1. Eucl.

Apiar. 1. pralib. 3. propoſ. 1.

XXXI.

Ad Geom. pr. & ſpec. COmpendia è 1 propoſ. lib. 1. Eucl. pro inſcribendis in circulo triangulis æquilateris, Hexagonis, Quintidecagonis. &c.

Vide vſum hunc pro lib. 4. anticipatum in hac 1 propoſ. Eucl. in eodem Apiar. 1. pralib. 3, in ſchol. ad propoſ. 1.

XXXII.

Ad Geom. pr. PEr triangulum æquilaterum inacceſſas diſtantias dimetiri.

Apiar. 2. Progym. 1. Propoſ. 3.

XXXIII.

Ad Geō. ſpec. ANgulos lunulares ſectionum, licet curuilineos, tamen rectilineis æquales demonſtrare in fig. pri. propoſ. lib. 1. Eucl.

Apiar. 3. progym. 5. propoſit. 1. Ibi ante cit. propoſ. 1. in definitionibus quinam anguli lunul. ſint.

XXXIV.

Paradoxa figurarum.

ISoſceles cilogonium quadrilaterum mixtilineum æquale lunulæ in fig. 1. propoſ. li. 1. Eucl.

Ap. 3. prog. 6. prop. 11. Cilogoniarum defin. habes initio citati progym. 6.

XXXV.

SCalenum mixtilineum æquale falci ex fig. 1 prop. lib. 1. Eucl.

Ibidem, propoſ. 16.

XXXVI.

ISoſceles mixtilineum æquale lunulæ ex fig. 1 prop. lib. 1 Eucl.

Ibidem, propoſ. 19.

XXXVII.

CIlogonium quadrangulum mixtilineum ſenilaterum æquale lunulæ in fig. ſimili 1 prop. li. 1 Eucl.

Ibidem, prog. 7. prop. 1.

XXXVIII.

DE cilogonijs triangulis mixtilineis quatuor laterum, & triãgulis mixtilineis trium laterum, & quadrangulis cilogonijs mixtilineis ſex laterum inter ſe ſe æqualibus in fig. 1. prop. li. 1. Eucl.

Ibidem in Corollar. propoſ. 1. citata.

PROPOSITIO IV.

Si duo triangula duo latera. &c.

XXXIX.

Ad Geom. pr.

VSus 4 propoſ. Euclid. in Geometriâ practicâ

Apiar. 2. progym. 2. corollar. poſt propoſit. 9. In terram abiectæ dimenſiones pares ſunt dimenſionibus è turribus.

XXXX.

VSus inſignis, & vniuerſalis eiuſd. 4 prop. Eucl. in Optica Scenographicà pro arcanis deformationibus, & pro picturâ.

Ad perſpectiuam ſcenographicam.

Apiar. 5. progym. 1. cap. 6. num. 2. & progym. 2. cap 1. & cap. 4. nu. 9. ad medium. Propoſitio 4 Eucl. ſuppeditat modum, & demonſtrationem abijciendi in plana, erigendi, deformndi, reformandi ad arcana imagines pro variâ ſuperficie. Item & imaginem minorem, vel maiorem prototypo ſimillimam pingendi. &c.

XXXXI.

PAradoxici vſus, & vniuerſales in Gnomonicis, è 4 prop. Eucl.

Ad Gnomonicam.

Apiar. 9, prop. 3, 4, 5, & in corollar. & ſchol. vbi vtimur variogenere horariorum, ſine vſu ſtyli, ſed pro eò vtimur orthogonio vmbratili triangulo, &c.

PROPOSITIO VI.

Si trianguli duo anguli. &c.

XXXXII.

INacceſſas diſtantias per iſoſcelis facillimam conſtructionem dimetiri.

Ad Geom. pr.

Apiar. 2. progym. 1. propoſ 6.

XXXXIII.

IN horarijs amiſſi ſtyli longitudinem ad vſus plurimos inuenire è 6 prop. Euclid.

Ad Gnomonicam.

Apiar. 9. progym. 1. cap. 6, poſt medium.

XXXXIV.

ALtitudines inacceſſas ex vmbris metiri per 6 prop. Eucl,

Ad Geom. pr.

Apiar. 8; prog. 8. prop. 9.

PROPOSITIO VII.

Super eadem rectà. &c.

XXXXV.

Ad Conica.

XXXXV.

EX fallacia 7 prop. Eucl. ellipsim describere ad vsus eximios.

Apiar. 10. progym. 2, ad 6 propos. præsertim Corollarium 2.

PROPOSITIO VIII.

Si duo triangula duo latera. &c.

XXXXVI.

Ad scenographicam.

ARcanas, & è vario genere superficierum deformatas imagines videre reformatas per visionē directam, & reflexam demonstratiuè è propos. 8. Eucl.

Apiar. 5. progym. 1. cap. 7. num. 2. & progym. 2. cap. 1. nu. 5. & 7.

PROPOSITIO 9, 10, 11.

De bifariatione anguli, & lineæ, & de erectione perpendicularis.

XXXXVII, ET XXXXVIII.

Anguli, ac lineæ partitio in partes æquales.

PRaxes facillimæ, atq; ampliationes propos. 9, 10, Eucl. è circino proportionum. Ac primo rectam, & angulum non solū in duas, sed & in quotlibet æquales partes diuidere.

Vide alteram faciem circini proport. initio prog. 10, in Apiar. 3. Vide etiam figuram propos. 9, lib. 1. Eucl. Itaq; recta DE transferatur inter 100, & 100 circini proportionum. Mox accipiatur interuallum inter 50, & 50, quod erit dimidiū & rectæ DE & anguli A. Si autem trifariādaf sit, accipiatur interuallum inter 33, & 33, & ⅓ vnius partis. Si quadrifariandaf, accipiatur interuallum inter 25, & 25 sicut. n. 25 est 4 pars ipsius 100, sic & interuallum inter 25, & 25, &c. Demonstrationem videbis ad 4. propos. lib. 6. Eucl. Itaq; eàdem opera duas Euclidis, & duas nostras propositiones expediuimus, atq; vniuersales effecimus.

XXXXIX.

Ad Geom. pr & specular.

PErpendicularē statim erigere p circinū proportionū, p 11. prop. Eucl.

Relege quæ habes in antecedentibus ad definitiones 8, 9, 10. Vbi docemus rectum angulum construere per circinum proportionum. Idem enim exemplum, & èadem operatio huc quadrant.

Perpendicularis erectio.

PROPOSITIO XV.

De angulis ad verticē æqualibus.

L.

Ad perspectiuā reflexam.

ANguli reflexionum æquales angulis incidentiæ ex 15. prop. Eucl. & corollaria ad vsus eximios Geometricos, vstorios, musicos, &c.

IN Euclide applicato, & ornato ab Authore Apiariorum nō solum ex Apiarijs, sed etiam ex alijs Authoribus, probatur ex Aristotele, & geometricè demonstratur præcipuam partem Philosophiæ catoptricæ pendere ex hac 15 propos. Eucl. Quod enim in catoptricis anguli incidentiæ sint æquales angulis reflexionis ex eo est, quia linea reflexa transfert supra planum eandem anguli quantitatem, quam factura erat infra planum, quod si secaret obliquè, efficeret angulum ad verticem æqualem angulo incidentiæ, impedita transfert, &c. vt dictum est, & sic operatur per breuissima, vt demonstratur eruditè in cit. Eucl. appl.

Ad ornandam ergo, & condiendā ex Apiarijs hanc 15 propos. Eucl. faciunt sequentia, quæ pendent ex æqualitate angulorum incidentiæ, ac reflexionis, hoc est ad verticem futurorum, nisi, &c. vt dictum est.

Ad Geom. pr.

I. Inaccessas lōgitudines, atq; altitudines ope speculi dimetiri. *Ap. 2 prog. 3. prop. 12, & in schol. 5 antecedenti post. propos. 11.*

Ad perspectiuā reflexam.

II. Vstoria puncta eiaculari è speculo concauo sphæricō, è zona sphærica, &c. *Apiar. 7. Progym 2. propos. 1, & 2.*

III. E speculis hyperbolicis concauis, & conuexis puncta, & lanceam, siue cilindricam vstoriam virgam. &c. *Apiar. eodem, prog. 1. per omnes eius progym. propositiones, corollaria, scholia. &c.*

Ad Conica.

IV. Hyperbolen describere, &c. *Ibidem.*

Ad perspectiuā reflexam.

V. Demonstratio, & vsus admirādæ proprietatis in parabolico speculo, in quod cadentes radij paralleli axi. &c. omnes vnum ad punctum vstorium reflectuntur. *Apiar. eodem, progym. 2. coroll. 3, post propos. 4.*

VI. Vstoria supellex catoptrica varia. *Ibid. prog. 3. prop. 5.*

VII. Lineas, siue cilindros graciles vstorios è speculis parabolicis concauis, & conuexis

eiacu-

eiaculari. & earum eiaculationum demonſtrationes. *Apiar. eodem, progym. 2. corollar. 4, & 5 poſt propoſitionem 4. & progym. 3. propoſ. 7, 8. & in ſcholijs ad eas propoſitiones.*

At vero circa ſones, & voces, quæ ad hanc 15 propoſ. Eucl. ſpectant, & ab ea pendent in reflexionibus, aliqua ſunt —

Ad muſicam. — VIII. Curioſa quæſtiuncula de fidibus, & circa reflexiones ad angulos æquales. *Apiar. 10. prog. 2. prop. 1. & in corollarijs ex ea, & in ſcholijs ad eam.*

Ad Geom. pr. & ſpeculat. & ad muſic. & ad Conica. IX. Ellipſis deſcriptiones geometricæ, ac demonſtratæ, conſtructiones tuborum, theatrorum, fornicum ellipticorum ad auditiones, harmonias, &c. *Quæ pendent à reflexionibus per angulos æquales, & per breviſſimas lineas, iuxta ea, quæ demonſtratur in Euclide opulentate etiam ex alijs Authoribus, præter Apiaria, ab ipſo Apiariorum Authore. Vide ergo pro ellipſeon deſcriptionibus huc facientibus Apiar. 10. progym. 2. à propoſ. 6. ad finem Apiarij.*

Ad Gnomonicam. X. Horariorum vſus catoptricus. &c. *Apiar. 9. in fine ultimi progymnaſmatis.*

AD COROLLARIA Propoſ. 15 Eucl.

LI.

Ad Geõ. ſpec. & practicam. AD Apum mirificam geometricam ſolertiam, & ad alias Philoſophicas eruditiones Corollaria è 15. prop. li. 1. Eucl.

Plura explicata, & demonſtrata habes, quæ mirificè, ac iucundè ornent corollaria, & propoſ. 15 Eucl. in Apiar. 1. Pralib. 1. toto, præſertim initio, & in Propoſ. 1, 2, 3, & in ſcholijs.

PROPOSITIO XXI.

De angulo maiore ſub lateribus minoribus, minore ſub maioribus ſuper eadem baſi.

LII.

Ad ſcenographica iucũda ſpectacula. FIguræ, quæ acceſſu diſſipari, receſſu componi videntur.

Atria in acceſſu ruentia; & alia ad prop. 21. Eucl.

In acceſſu enim ampliatur angulus opticus ſub lateribus minoribus, & contrà in receſſu, iuxta propoſit. 21. Eucl. Vide in Apiar. 5. progym. 2 cap. 2. nu. 7, & 8. Vide & Apiar. 3. progym. 6, poſt propoſ. 7, corollaria ſpectantia ad 21 prop. Eucl. & ad vſum.

LIII.

Ad Geõ. ſpec. INcluſa maiora includentibus. Cautio in verbis propoſ. 21 Eucl.

Paradoxa incluſarũ figurarum. *Apiar. 3. progym. 5. propoſit. 13. & prog. 9. & paradoxa ibi ex Eurycemo, & ſchol. 3. ad prop. 1. In citatis locis habes unde paradoxis mirifices hanc propoſ. 21. Eucl. Vide & corollar. vltimum poſt prop. 1 citati prog. 9, Apiar. 3.*

PROPOSITIO 24, & 25.

Si duo triangula duo latera. &c.

LIV.

Ad Geõ. ſpec. & pract. DAto triangulo minus triangulum conſtruere, cuius ſingula latera ſint maiora ſingulis lateribus trianguli maioris.

Paradoxa figurarum maiorum ſimul, & minorum. *Quoniam non valet illatio ex 24, & 25 propoſ. Eucl.* Duo triangula ſunt, quorum bina latera ſunt æqualia, & baſis alterius maior, ergo & area maior; *deo præcedens paradoxum, & ſequentia alia poſuimus ex Apiarijs, quæ dilucident, & condiant propoſ. 24, & 25 Eucl. Loca verò videbis in Apiarijs citata inferius poſt noſtram applicationem 59.*

LV.

FIguras conſtruere, quarum ſingula latera ſingulis alterius ſint æqualia, ſed areæ ſemper in infinitũ ſint minores.

LVI.

Ad Architecturã ciuilẽ. FIguras cõſtruere, quarum areæ ſemper ſint æquales, latera verò in infinitum ſemper augeantur.

LVII.

Ad ſcenographica iucũda ſpectacula. EX Polybio fieri poteſt, vt ciuitas ambitu 48 ſtadiorum ſit dupla ciuitatis 100 ſtadiorum ambitu.

Ciuitates in montibus non ſunt maiores,

(cæteris

(cęteris paribus)ciuitatibus in planis.&c.

LVIII.

Ad Geō. ſpec. ISoperimetrarum figurarum quo quęque ad circulum accedit magis, eò capacior. Triangulo quadratū, Quadrato hexagonum, &c. capacius. &c.

LIX.

QVantitas arearum in figuris vnde petenda? Solutio fallacis illationis è 24, 25 prop. Eucl.

Habes prædicta omnia ad ornamenta prop. 24. 25 Eucl. in Apiar. 1, prælib. 1. propoſ. 1, 2, & in ſchol. ad eas. Apiar. 2. Progym. 2. in propoſitionibus prioribus de mōtium cultellationibus, &c. præſertim in corollar. & ſchol. poſt propoſ. 5. & ſuo, ac proprio loco ad 24, & 25 propoſ. Eucl. in Apiar. 3, prog. 8 toto.

PROPOSITIO XXVI.

Si duo triāgula duos angulos, &c.

LX.

Ad Geom. pr. INacceſſas diſtātias dimetiri tùm geometricè, ac demonſtratiuè, tum organicè pro militibus ex 26 prop. Eucl.

Apiar. 2. prog. 1, prop. 1. & 2.

AD PROPOS. 27, 28, 29, 30, 31.

De lineis parallelis.

LXI.

Ad Geom. pr. & ſpeculat. VSus varij parallelarum. Ac primo in aranearum tela, in qua lineæ omnes, præter centrales, ſunt parallelę, eſt vſus, & cognitio proportionum omnium geometricarum, & modi omnes argumentandi è lib. 5 Eucl. exercentur.

Apiar. 1. prælib. 2. propoſ. 1, & 2.

LXII.

PEr parallelas facilius, & vniuerſalius, quàm Euclides lib. 6, præcipua problemata proportionum. &c. ex araneà.

Ibidem, propoſ. 3, 4, 5, &c.

LXIII.

Ad Geom pr. MOntium perpendiculares altitudines, & latentes ſub montibus latitudines, & turrium altitudines, &c. per parallelas metiri.

Apiar. 2. progym. 2. propoſ. 1, & ſequentibus.

LXIV.

Paradoxa linearum. DVas rectas producere, quæ cum tertia incidente contineant angulos internos minores 2 rectis (ideſt non ſint parallelæ) nec tamen, etiam in infinitū productæ, coincidant. &c.

Apiar. 3. prog. 2. propoſ. 1, & 2, &c.

LXV.

Ad Geō. ſpec. INfinitum in finito multipliciter ex parallelis. Lineæ breuiſſimæ nunquam exhauribiles, &c.

Ibidem, propoſ. 4, 5, & corollar.

LXVI.

Ad Aſtronomiam. DEs perpetua in perpetuo ſolis motu ad occaſum. Aurora perpetua in perpetuo acceſſu ſolis ad ortum. &c.

Ibidem in corollar. 2, ex propoſ. 5, & in Apiar. 8 progym. 5 propoſ. 8. & in corollario. Quod in applicatione 14, & 27 habes, hìc etiam eſt, quia duæ eſſent parallelæ, & non parallelæ.

LXVII.

Ad Gnomonicam. SEnis parallelis vniuerſę Gnomonicę Philoſophiæ vſus ad horaria, &c. expeditur.

In Apiar. 9 toto. In quo, ſenis parallelis ductis per puncta inuēta per vnicam circini diductionem, conſtruitur horarium non ſolum particulare horizontale, ſed & vniuerſale meridianum (immo & duodena vniuerſalia) quod mox euadit in inſtrumentum vniuerſale ad horaria omnia muralia. Eoq; horario vniuerſali, & inſtrumento præcipua aſtronomica problemata ſoluuntur.

Ad machinariam.

LXVIII.

INopinatiſſimum paradoxum machinarium demonſtratum è 28 propoſ. lib. 1. Eucl. de parallelis. &c.

Apiar. 4. progym. 1. propoſ. 1.

PROPOSITIO XXXII.

De angulo externo æquali 2 internis, &c. & de 3 internis æqual. 2 rectis.

LXIX.

Ad Geō. ſpec.

PRo corollarijs ad propoſ. 32. Eucl. præter vulgata, habes ex Apiarijs modos facillimos cognoſcendi quantitatem angulorum cuiuſcunque regularis figuræ ex regulis antiquorum nō paſſim vulgatis. Item in quot triangula reſolui poſſit quælibet figura.

In Apiar. 1. prælib. 1. ſchol. 3 extremo.

LXX.

Paradoxa Triangulorum.

PAradoxa Geometrica ad 32 prop. Eucl. & ad eius corollar. & ſcholià. Ac primo Triangulum Acidoides rectilineum habet angulum externum æqualem tribus internis.

Apiar. 3. progym. 6. propoſ. 2.

LXXI.

TRiāgulum Acidoides rectilineum habet tres angulos internos minores duobus rectis.

Ibidem, prop. 3.

LXXII.

HAbere tres internos æquales duobus rectis non videtur ineſſe per ſe omni triangulo. &c.

Ibidem in ſcholio poſt propoſ. 3.

LXXIII.

PAradoxa extra leges de quantitate angulorum externorum in figuris rectilineis.

Ibidem, in corollar. 4 poſt propoſ. 4.

LXXIV.

TRiāgulum cilogonium acidoides, cuius tres anguli interni tum ſinguli, tum omnes ſimul ſumpti quolibet acuto ſunt minores.

Ibidem, propoſ. 8.

LXXV.

TRiangulum cilogonium, cuius tres interni maiores ſunt duobus rectis, externus verò minor eſt internis.

Ibidem prop. 9.

LXXVI.

TRiangulū Acidoides cilogonium, cuius duo anguli ad baſim vllà vel minimi acuti quātitate minores non ſunt duobus rectis, & additi angulo ad verticē ſimul omnes ſunt minores duobus rectis. Extèrnus verò angulus maior eſt tribus internis.

Ibidem propoſ. 10.

LXXVII.

ISoſceles Acidoides cilogonium, cuius interni anguli ſunt minores duobus rectis, externus æqualis internis.

Ibidem, propoſ. 12.

LXXVIII.

TRiāgulum curuilineum pelecoides habet duos æquales duobus rectis.

Ibidem, propoſ. 13.

LXXIX.

TRiangulum curuilineum pelecoides habet tres maiores 2 rectis, qui tamen duos rectos non ſuperant vllà vel minimi acuti quantitate.

Ibidem, propoſ. 14.

LXXX.

PRopoſitionem de pentagono cuſpidato (quam ex Campano affert

Clauius in ſcholijs ad 32 propoſ. Eucl. ex quà deducitur) aliter, præſertim ex triangulis paradoxicis demonſtrare.

In eodem Apiar. 3. progym. 7. propoſ. 3.

LXXXI.

CIlogoniæ figuræ rectilineæ eximũt ſe à corollarijs, & à regulis, quæ habentur in vniuerſa geometria de quantitate angulorum cuiuſuis planæ, ac rectilineæ figuræ.

Ibidem. propoſ. 8. & plura alia.

PROPOSITIO. XXXIII.

Rectalineæ, quæ æquales, & parall. &c.

LXXXIII.

Ad Geom. pract. — SVb montibus latentium planorum areas facillimè, ac demonſtratiuè dimetiri è 33 propoſ. lib. 1. Eucl. pro comercijs agrarijs.

Apiar. 2. progym. 2. propoſ. 1. & ſchol.

LXXXIV.

— ſpeculat. DAtã lineam in quotlibet partes demonſtratiuè diuidere.

Ibidem, in corollar. poſt propoſ. 1.

LXXXV.

Ad Geom pr. ABditis montium perpendiculares altitudines metiri.

Ibidem propoſ. 2.

LXXXVI.

EMontium cultellationibus turrium inacceſſarum altitudines noſſe.

Ibidem, in corollar. ad prop. 2. Ac vide in ſchol. ad propoſ. 1. anteced. quod ſit cultellatio.

LXXXVII.

Ad Architecturã ciuilẽ. EX antedictis habes modum è ſcalarum gradibus agnoſcendi altitudinem perpendicularem ſcalarum, & latitudinem plani ſub ſcalis; modo gradus rectangulum ſcalenum efficiant.

PROPOSITIO XXXV.

Parallelogramma ſuper èadem baſi. &c.

LXXXVIII.

Ad Geõ. ſpec. & practicam. EX Apiarijs paradoxa, & antiparadoxa ad 35 prop. Eucl. ac primo. Æqualia ſimul, & infinitè maiora. Item: figuras conſtruere, quarum areæ ſemper ſint æquales, latera verò in infinitum ſemper augeantur ita, vt bina binis ſint æqualia, bina binis æqualiter ſint maiora.

In Ap. 3. Progym. 9, Propoſ. 6, & in ſchol. poſt Propoſ. 7.

LXXXIX.

Paradoxa figurarum maiorum ſimul, & minorum. AEqualia ſimul, & infinitè minora. Item figuras conſtruere, quarum ſingula latera ſingulis alterius lateribus ſint æqualia, ſed areæ ſemper in infinitum fiant minores.

Ibidem, propoſ. 2, & 3. Sunt antiparadoxa oppoſita paradoxis Euclidianis. Quemadmodum apud Euclidem creſcunt infinitè termini, area nõ creſcit; ſic damus ex Apiarijs parallelogrammata aliqua, quorum termini nihil creſcunt, ſed decreſcunt ſemper areæ.

XC.

MAiora ſimul, & minora; Siue, dato triãgulo minus triangulum conſtruere, cuius ſingula latera dati maioris ſint maiora.

Ibidem, Propoſ. 1.

XCI.

PArallelogramma ſuper éadem, vel æqualibus baſibus, & intra eaſdem parallelas conſtituta quanto magis à rectangulis recedunt, ſemper in infinitum ſunt maiora ambitu, licet areà ſemper ſint æqualia.

Ibidem,

Ibidem, propoſit.7.

LXXXII.

DVarũ figurarũ inæqualis ambitús æqualis eſt area, quarum æqualis eſt altitudo, nempe inter eaſdem parallelas, &c.

Ibidem, in ſchol. vltimo, prog ym.9.

LXXXIII.

PArallelogrãmorum iſoperimetrorum, & habentium ſingula latera æqualia ſingulis alterius, maiora ſunt quæ magis accedunt ad rectangula.

Ibidem, propoſ.4. Vide ibi & figuras, &c.

LXXXIV.

Ad Agriculturam, & Architecturam ciuilem, & ad moralem Philoſophiam.

COrollaria ad praxim Agriculturæ, Achitecturæ, ad loca Authorum, ad moralia, &c.

Ibidem, poſt propoſ.4, & poſt propoſ.7.

LXXXV.

Ad Theologiam.

EX propoſ.33,& 36,&c. Eucl. Scotica quæſtio, &c. ac paradoxica de Angeli extenſione à cælis ad vſque terras. &c.

Ibidem, in corollar. poſt propoſ.7.

PROPOS. 41,42,43,44,45,46 Eucl.

QVoniam ex hiſce propoſitionibus diſcitur modus transformandi, diuidendi, dimetiendi aream rectilineæ cuiuslibet figuræ, dum nimirum mutatur in æquale parallelogrammum rectangulum, quod vel diuiditur, vel alterum eius latus in alterum ducitur &c. ideo ad earum vſus, & ornamenta facient ſequentia ex Apiarijs.

LXXXVI.

Ad Geom. pr. & ſpeculat.

AREa cuiuslibet figuræ regularis æqualis eſt rectangulo contento ſub perpendiculari à centro figuræ ad vnam latus ducta, & ſub dimidio ambitu eiuſdem figuræ.

In Apiar.1. prælib.1, propoſ.1, & in ſchol.5. Ad variam rationem metiendæ areæ cuiuslibet figuræ, præter modos vſitatos, præſertim ex prop. 41 Eucl. Ex qua elicitur aream triãguli eſſe æqualem parallelogrammo contento ſub dimidia baſe trianguli, & ſub perpendiculari ab eius vertice. &c.

LXXXVII.

DAtis rectilineis æqualia curuilinea, & datis curuilineis æqualia rectilinea conſtituere multis modis.

Apiar.1. pralib.3 toto, præſertim propoſ.2, & 5 Ex quo habes vnde dites, & amplifices prop.42, 44, 45, 46 lib.1. Eucl. In quibus propoſit. ſolum rectilineis æqualia alia conſtruuntur.

LXXXVIII.

DAtam figuram ſecundùm datam rationem diuidere.

Apiar.3. prog.10, corollar.1. poſt propoſit.10. Cuius problematis exempla Clauius exhibet ad 38 prop. lib.1. Eucl. Apponere potes etiam indicata ex Apiarijs.

LXXXIX.

DAtis duobus rectilineis, exceſſum maioris noſſe. &c.

Ibidem corollar.2. Vt Clauius ad 45 propoſ. lib. 1. Eucl. exhibet exemplum ex Peletario. Cui adde citatum ex Apiarijs. Si velis etiam prop.10 in eodem progymnaſmate 10, vbi de augmento, & imminutione rectilinei. &c.

PROPOSITIO XXXXVII.

De quadrato lateris oppoſiti recto angulo, quod eſt æquale quadratis reliquorum duũm laterum in triangulo, &c.

C.

Ad Machinariã, & ad Architecturam ciuilem.

VSus propoſ.47 pro cochleæ eleuatione. &c. pro ſcalis ad mœnia. &c.

Apiar.4. prog ym.1. ſchol.4 poſt propoſ.11. Vid ibi verba Vitruuij & cautiones ad ea, vbi de cochleæ

chlea eleuatione. & Apiar.1.sub finẽ præliba menti tertij de vmbris. Ibi habes ex 47 propoſ. Eucl. ſcalarum modum ad mœnia hoſtilia occupanda. Vide ibi hiſtoriolam, &c.

CI.

Ad Geom. pr. COmpendium à ſcalenis, & iſoſcelibus rectangulis ad dimẽſiones diſtantiarum inacceſſarum, ex 47 Eucl.

Apiar.2. prog.1, prop.4, & ſchol. & propoſ.5, & 6. & progym. 2. propoſ.12.

CII.

Altitudines inacceſſas metiri è 47 Eucl.

In Apiar. eodem 2, progym.3. propoſ.10.

CIII.

Ad Aſtronomiam. SVppoſitos in Lunà montes è terris metiri per 47 Eucl.

Apiar.8. progym. 6. propoſ. 4.

Ad Lunæ montes eſto finis conditi ex Apiarijs libri 1. Eucl.



EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

I.

Ad Arithmet. FVndamenta, & origo Algebræ ex lib.2 Eucl.

Apiar. 11. progym. 1. cap. 2.

II.

IN numeris demonſtrata quæ Euclides in lib.2 delineis.

In eodem Apiar. 11, progym. 3. cap. 4, vbi indicantur apud quem demõſtrationes ſint in numeris eorum, quæ Euclides demonſtrat in prioribus 10 theorem. lib.2.

DEFINITIO I.

Omne parallelogrammum rectangulum, &c.

III.

Ad Arithmet. SImilitudo multiplicationis, ac diuiſionis cum rectangulo ſub duabus rectum angulum continentibus.

Apiar. 11. progym. 3. cap. 1. & progym. 3. cap. 2 vbi theoriæ pulcherrimæ, quibus oſtenditur & multiplicare idem eſſe ac inuenire productũ ex duobus lateribus, & partiri eſſe idẽ ac, dato vno latere, inuenire alterum in parallelogrãmo. &c.

IV.

Ad militarē.

IV.

PRaxes militares ad eandem 1 definitionem Eucl.

Ibidem, cap. 3. de formatione rectanguli agminis, cuius latera contineant numerum datum militū, &c. De diuisione prædæ militaris in numerum militum, quasi inuentione alterius lateris in rectangulo, &c.

PROPOSITIO I.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, &c.

Ad Arithmeticam.

V.

FVndamentum est multiplicationis arithmeticæ propositio 1. Eucl.

Apiar. 11. prog. 3. cap. 4.

VI.

MOdus multiplicandi numeri per eius partes, ex 1. propos. Eucl.

Ibidem.

VII.

EX prima, & aliquot sequētibus propositionibus lib. 2. Eucl. varij modi multiplicandi numeros.

Ibidem.

PROPOSITIO IV.

Si recta linea &c. Quadratum, quod. &c.

Ad Arithm.

VIII.

DEmonstratio examinis, & probationis rectè extractæ radicis quadratæ.

Apiar. 11. progym. 4. cap. 5. Ibi ex 4 propos. geometricà lib. 2, & ex alterà simili arithmetica demonstratur examen circa logisticam extractionē radicis quadratæ. Vide ibi expressa. &c.

PROPOSITIO VIII.

Si recta linea, &c.. Rectangulum quater. &c.

Ad perspect. reflexam.

IX.

FVndamentum demonstrationis de admiranda paraboles proprietate ad specula vstoria, &c. ex 8 prop. Eucl.

Vide in Apiar. 7. prog. 2. coroll. 3. Item & schol. 3, vbi indicatur marini Ghetaldi demonstratio ex 8 propos. lib. 2. Eucl.

PROPOSITIO XI.

Datam rectam secare, &c.

Ad Geō. spect. & pract.

X.

CIrcino proportionū facillimè, atq; expeditissimé soluere probl. Eucl. in propos. 11.

Quemadmodum 14 propositt. lib. 2. Eucl. est inuentio mediæ proportionalis ante lib. 6. Sic hæc 11 propos. est sectio rectæ secundum mediam, & extremam rationem, de qua Eucl. lib. 6. Eius ergo vsum, ac solutionem facillimam, & ingeniosissimam vide in hoc Apiar. in extremā applicatione ad lib. 6. Euclidis. Hìc tantum indicamus, quoniā ea operatio supponit lib. 4, & 6, &c. Eucl.

PROPOSITIONES 12, & 13.

Ad perspect. refractam.

XI.

VSus earum 12, & 13 propos. Eucl. pro demōstratione anguli visorij ampliſſimè dilatati ad instrumenta dioptrica minimas, aut longinquas res ceu maximas, & proximas oculis obijciētia.

Lege in Apiar. 6. prog. 1. cap. 5. vbi: Aliter &c. *& caput 6 sequens.*

PROPOSITIO XIV.

Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

XII.

Ad Geō. ſpec. & pract.

INuentio mediæ proportionalis è 14 ſecundi Eucl. (non ſolum è 6. lib.) ad plurimos, & eximios vſus.

In Apiar. 1 pralib. 3. propoſ. 5. in ſcholio, & corollario.

In Apiar. 3. progym. 10. propoſ. 5. ſchol. 1. Ibi oſtenditur vſum huius 14 propoſ. eſſe inuentionem mediæ proportionalis, & nihil differre à 13 propoſ. lib. 6, vbi èadem inuentio docetur. Vſus verò eius mediæ inuentæ habes in citato prog. 10 in ſeq. propoſ. 7, 8, 9, 10 pro rectilineis proportionalibus, & pro eorum augmentatione, atq; imminutione. & in Proteo noſtro Geometrico citati Apiar. 1 pro varijs tranſmutionibus, & quadrationibus rectilineorum, & curuilineorum.

EVCLIDIS
ELEMENTVM TERTIVM.

PROPOSITIO II.

Recta linea adiuncta ad duo puncta in circuli peripheria intra circulum cadit.

COROLLARIVM.

Recta circulum tangit in vno tantum puncto.

I.

Rectæ ad rectas aſymptoti.

Ad Geom. ſpeculat.

In Apiar. 3. progym. 1. propoſ. 2. ibi ex 2. Eucl. & eius coroll. demonſtratur duas rectas, quas ibi docemus ducere, eſſe aſymptotos, ne incidatur in abſurdum contra 2 propoſ. lib. 3. & eius corollarium.

II.

LInea hyperbolica eſt aſymptotos ad quadam rectam.

Ad Conica.

In eodē Apiar. 3. progym. 2. propoſ. 1. ſub finem prioris demonſtrationis, ab abſurdo contra coroll. propoſ. 2. lib. 3. Eucl.

PROPOSITIO XV.

In circulo maxima quidem linea eſt diameter; aliarum verò autem. &c.

III.

ANguli optici dilatatio per diaphanum ſphæricum.

Ad Opticam refractam.

Apiar. 6. progym. 1. cap. 2. Ibi ex 15 tertij Eucl. demonſtramus dilatari angulum opticū magis à ſphærico, quàm à cubico diaphano.

PROPOSITIO XVI.

Quæ ab extremitate diametri, &c. *de angulo contactús, ſemicirculi, &c.*

IV.

Ad Geom. ſpec. & pract. linear. parad.

DVas rectas ducere inter ſe ſemper magis accedentes, & nunquam ſe contingentes, ope anguli contactús.

Apiar. 3. progym. 1. propoſ. 2.

V.

Ad Geō. ſpec. & ad Conica.

REcta poteſt concurrere cum qualibet ſecante, ac parallelá ipſi contingenti, ſed non poteſt concurrere cum ipſa contingente.

Ibidem, propoſ. 3, & 4.

VI.

ALiquis ſemper accedet ad vrbem diſtantem v. g. 10, ac paullo amplius milliarijs, & ſemper ab eâ diſtabit minimum 10 milliarijs.

Ibidem, in corollar. poſt propoſ. 4.

VII.

Ad Geō. ſpec.

EX angulo contactús proueniunt miracula linearū aſymptotωn tam rectarum, quàm hyperbolicarum ad rectas.

Ibid. progym. 2. prop. 4. ſchol. 3. Vide ibi plura, & aperta adyta latentium miraculorū, quæ Geometrica Philoſophia demōſtrat de aſympotis tam rectarum, quàm mixtarum ad rectas. Ibi etiam varij paralleli circulorum, & coni. &c.

VIII.

REcta, & linea hyperbolica inter ſe ſemper accedentes, & nunquam ſe contingentes perueniunt ad interuallum minus quolibet dato interuallo; vt angulus contactús eſt minor quolibet acuto.

Ibidem, propoſit. 3. Cuius rationem ab angulo contactus habes in ſchol. 3. cit. poſt propoſit. 4. In eodem ſcholio habes & rationes ſequentium proportionum in cit. progym. 2.

Propoſit. 4. Hyperbola non eſt aſymptotos cum qualibet rectà parallelà ipſi aſymptotω, quæ ſit infra eandem aſymptoton. Ad Conica.

Propoſit. 5. Hyperbola eſt aſymptotos cum qualibet rectà parallelà ipſi aſymptotω, quæ ſit ſupra eandem aſymptoton.

Prop. 6. Hyperbola, quę non eſt aſymptotos cū parallelis infra aſymptoton, cum parallelis citra aſymptotō eſt aſymptotis. *Omnia, ſine pluribus geometricis demōſtrationibus, patēt ex demōſtratis admirandis cōditionibus anguli cōtactùs ab Eucl. Vide cit. 3. ſchol. noſtrū.*

IX.

Ad Geom. ſpeculat.

ANguli contactús lunularis, ſiſtroides, cornicularis quinam?

In eodem Apiar. 3. progym. 5. in definitionibus 1, 2, 3, 4. & in ſchol.

X.

Angulorum contactus paradoxa.

ANgulus ſiſtroides contactús licet duplus anguli minoris quolibet acuto, tamen & ipſe minimo quolibet acuto minor eſt.

In eodem Apiar. 3. prog. 5. propoſ. 7. Prodigia, & paradoxa hæc, & alia, quæ mox inferius demonſtrātur, pēdent à naturà mirà anguli contactus. Vide ſequēs ibi coroll. vniuerſale poſt cit. prop. 7.

XI.

ANguli lunulares contactus nullis rectilineis æquantur.

Ibidem, propoſit. 8.

XII.

EXtrema iuxta ſe immediatè poſita, ſine mędijs.

Ibidem, in coroll. poſt propoſ. 9. Id paradoxum patet ſtatim etiam in figurà prop. 16 Euclid.

XIII.

Triāgulorum paradoxa.

TRiāgulum cilogonium acidoides quadrilaterum mixtilineū, cuius tres anguli tùm ſingul, tùm omnes ſimul ſumpti quolibet acuto ſunt minores.

In eodem Apiar. 3. progym. 6. propoſit. 3. Hoc prodigioſum paradoxum ibi videbis eſſe ab an-

gulis

gulis contactùs, qui nullam ibi oſtenduntur habere proportionem cum rectilineis.

XIV.

TRiangulum curuilineum pelecoides habet tres maiores duobus rectis, qui tamen duos rectos non ſuperãt vllà vel minimi acuti quantitate.

Ibidem, propoſ. 14.

PROPOSITIO XVII.

A dato puncto rectam linea ducere, quæ datum tangat circulum.

XV.

Ad Geõ. ſpec. & pract.

PSeudoellipſim, ſiue ouiformẽ figuram deſcribere, ac demonſtrare.

In Apiar. 3. progym. 10. propoſit. 13. quæ eſt extrema. Ibi videbis ouiformem figuram deſcribi per ſemidiametros circulorum maiorum tangentium minores, &c. iuxta ea, quæ habes in ſcholijs ad hãc 17. Eucl. apud Clauium. Ad quæ ſcholia reducẽda ſunt quæ ſunt in ſcholio ad 37, illuc translata ob defectum memoriæ (vt ait Clauius ibidem) forte typographorum. Itaq; ex 17. Eucl. & cit. ad eam ſchol. & ex 13 item Eucl. & ad eam ſcholijs habes apud nos cit. prog. 10, praxim, & demonſtrationem ouiformis figuræ.

PROPOSITIO XX.

In circulo angulus ad cẽtrum, &c.

XVI.

Ad Geõ. ſpec.

TRianguli quadrilateri acidoidis angulus externus, ſi æquali interuallo diſtiterit ab internis, duplus eſt anguli verticalis interni.

In Apiar. 3. progym. 6, propoſ. 5.

XVII.

Ad Gnomon.

VNicá circini diductione horarium vniuerſale, inſtrumentum ad muralia, & horariũ horauzõtale deſcribere.

Mirificum hoc compendium, quo Author Apiar. vniuerſam Gnomonicam Philoſophiam expedit habes vſurpatum, & demonſtratum in Apiar. 9. prog. 1. cap. 5. & progym. 4. cap. 1, & 2. Pendet ex hac 20. propoſ. Eucl. Relege ibi progym. 1. cap. 5. num. 4. Vnica circini diductio & circulum deſcribit, & eius peripheriam diuidit in 12 partes æquales, atq; eæ diuiſiones dant in Æquinoctiali puncta horariarum linearum, vt ſpecimẽ habes in citatis locis Apiarij Gnomonici.

PROPOSITIO XXI.

In circulo quæ in eodem ſegmento, &c.

XVIII.

Ad Geom. pr.

TRes ſimul inacceſſas diſtantias cognoſcere, ac metiri.

Apiar. 2. prog. 1. propoſ. 7. & lemmata duo antecedentia citatam propoſ. 7. Vide ibi è ſcholijs ad propoſ. 21. Eucl. & ex ipſa 21 propoſitione demonſtrata, & ad vſum tradu&a quæ hìc proponuntur in hac noſtra 18 pro inacceſſis diſtantijs dimetiendis.

PROPOSITIO XXIV.

Super æqualibus rectis lineis, &c.

XIX.

Ad Geõ. ſpec. & pract.

REctilinea in curuilinea æqualia transformata, & curuilinei ſub circuli peripheriá quadraturam facillimè demonſtrare.

Vide ſpecimen in Apiar. 1. prælib. 3, ideſt in Proteo Geometrico, prop. 1. & in propoſitionis 6 demõſtratione 2. Ibi & ex 28 propoſ. lib 3. Eucl.

PROPOSITIO 27, & 28.

In æqualibus circulis anguli, qui, &c. In æqualibus circulis æquales rectælineæ, &c.

XX.

PAradoxa amphitheatralia. Et in amphitheatro puncta inuenire remotiora,

Ad Opticen directam.

motiora, & propiora, &c. nec tamen propiora videantur maiora. &c.

In Apiar. 5. prog. 2. cap. 10, prop. 1. vbi ex 27, & 28 propoſ. lib. 3. Eucl. demonſtratur id paradoxum.

PROPOSITIO XXXI.

In circulo angulus, qui in ſemicirculo, &c. & inſuper angulus maioris ſegmenti recto quidem maior eſt; minoris autem &c. minor. &c.

XXI.

Ad Geom. ſpeculat. Angulorum paradoxa.

IN angulis extrema conueniunt, media, licet participent de extremis, tamen non conueniunt cum extremis.

Apiar. 3. prog ym. 5. propoſ. 9. ibi ea paradoxa ex 31, & 16 propoſ. lib. 3. Eucl. patefiunt. Vide & ſcholia, & corollar. ad 19 citatam propoſ.

XXII.

IN angulis medij compoſiti conueniunt cum extremis.

Ibidem, propoſ. 11.

PROPOSITIO XXXV.

Si in circulo duæ rectæ ſe mutuo, &c.

XXIII.

Ad Geō ſpec. & pract.

DVabus datis rectis lineis tertiam proportionalem adinuenire.

Apiar. 3. prog ym. 10. propoſ. 1. In quâ, & ſequentibus docet Auth. Apiarior. lineas proportionales ex 3 lib. Eucl. inuenire facillime, quod Euclides docet in 6. lib.

XXIV.

TRibus datis rectis lines quartam proportionalem inuenire. &—

—Corollarium de rectangulis æqualibus reciprocis.

Ibidem, propoſ. 2, & corollar. ſeq.

XXV.

Ad Geom. ſpeculat.

SI parallelogrammata habuerint latera proportionalia circa duos æquales angulos, habebunt & reliqua latera circa reliquos æquales angulos proportionalia.

Ibidem, lem. 2. poſt citatam propoſ. 2.

XXVI.

SI in circulo duæ ſecuerint ſe rectæ, parallelogrāma ſub reciprocis earum ſegmentis erunt ſimilia.

Ibidem, coroll. 2. poſt prop. 2.

XXVII.

Ad Geom. pr. & ſpec.

DVabus datis rectis lineis mediam proportionalem inuenire ex 35 propoſ. lib. 3. Eucl.

In eodem Apiar. 3. prog ym. 10. propoſ. 3.

XXVIII.

Ad Conica.

LAtus rectum deſcriptæ paraboles geometricè inuenire, ad vſus eximios.

Apiar. 7. prog ym. 3 prop. 3 id docetur, & exercetur ex 35 prop. lib. 3. Eucl. eſt enim (vt docet corollarium citatæ 3. propoſ.) latus rectum parabolæ tertia proportionalis inuenta ope 35 propoſ. lib. 3. Eucl. In ſequentibus propoſ. citati prog. 3. videbis vſus eximios ex hac Euclidis, & noſtra, præſertim ad prodigioſas vſtiones.

PROPOSITIO XXXVI.

Si extra circulum ſumatur punctum, &c. ab eo tangens. &c.

XXIX.

Ad Geō. ſpec. & pract.

DAtæ rectæ duas extremas proportionales adinuenire.

Ibidem, propoſ. 4. ex 36 propoſ. lib. 3. Eucl.

XXX.

DAtis duabus rectis mediam proportionalem inuenire ex 36. lib. 3 Eucl.

Ibidem, propoſ. 5. ex eàdem 36 Eucl.

XXXI.

VNiuerſum terrarum orbem dimetiri ope propoſ. 36. lib. 3. Eucl.

Ad Geom. pr.

Apiar. 2. prog. 3. ſchol. 2. poſt propoſ. 7. Ibi habes, Lector, exactiſſimum modum ducendæ tangentis ad terræ globum, ac deinde applicationem ad propoſ. 36 Eucl eiuſq; vſum comparem vſui, quem primus docuit Maurolycus, atq; applicauit 36 propoſitioni Eucl. pro terrarum orbis dimenſione. Nullus tamen ante Griembergerum eam propoſitionẽ exactius ad vſum organicum adduxit. Itaq; applicatio Apiariorum ad vſus, & ornamenta propoſitionum Euclidearum habet hìc in fine tertij libri Eucl. finẽ inſignem admiranda, & exactà dimenſione vniuerſi terrum orbis, Alias videbis item ex Apiarijs ad lib. 6 Eucl.



EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

DEFINITIO I.

Figura rectilinea in figura, &c. inſcribi dicitur. &c.

I.

Inſcriptionis Geometricæ ampliatio.

In Apiar. 3. progym. 9. ſchol. poſt propoſ. 2.

AD PROPOS. II.

De inſcriptione trianguli in circulo.

II.

Ad Geom. pr. & ſpeculat.

TRiangulum æquilaterum in dato circulo facillimè deſcribere ex prima propoſit. lib. 1. Eaclidis.

Apiar. 1. pralibamento 3. ſcholio poſt propoſ. 1.

AD PROPOSITIONES *Reliquas libri 4 Euclidis*

III.

PEntagoni regularis producta latera in angulos dãt iſoſcelia, ex quibus fit ipſum pentagonum.

Ad Geom. ſpecular.

In Apiar. 3. prog. 7. propoſ. 2.

IV.

HXagoni regularis producta latera in angulos, dant iſoſcelià, ſiue

æqui-

æquilatera, ex quorum lateribus fit, & conſtat ipſum hexagonum.

Ibidem, propoſit. 4.

V.

Ad Geom. pract. &c.

HExagonum in æquilatero, & æquilaterum in hexagono deſcribere.

Ibidem, corollar. 2, *&* 3 *poſt propoſ.* 5.

VI.

Ad Geō. Ipec.

OCtogoni regularis latera producta in angulos dant iſoſcelia cōtraria iſoſcel bus pro Pentagono, à quibus fit ipſum Octogonum.

Ibidem propoſ. 6.

VII.

Ad Geom. pract. &c.

IN circulo hexagonum deſcribere ex prima propoſit. lib. 1. Eucl.

Apiar. 1. *prælib.* 3, *in ſchol. poſt* 1. *propoſ.*

VIII.

IN circulo quintidecagonum deſcribere compendiosè è 1 propoſ. lib. 1. Eucl.

Ibidem.

IX.

Paradoxa figurarum.

CIlogoniæ figuræ rectilineæ eximūt ſe à demonſtrationibus, & collarijs, quæ habentur in 4 lib. Eucl.

Ibidem, propoſ. 8.

X.

Ad Geō ſpec. Paradoxa fig. ſcriptarum.

FIguræ inſcriptę maiores vel æquales figuris, in quibus inſcriptæ ſunt.

In eodem Apiar. 3. *progym.* 9. *propoſit.* 2. *& ſchol. & propoſ.* 3.

XI.

Ad Aſtronomiam.

MOdus antiquus inueſtigandi diſtātias Lunæ, ac Solis à terrà per 15 propoſ. lib. 4 Eucl. & eius corollariū.

In Apiar. 8. *prog.* 3. *propoſ.* 8. *verſus finem.*

XII.

CIrca datum polygonum regulare circulum ſcribere, vel in dato circulo polygonum inſcribere ope circini proportionum.

Ad Geom. pract. &c.

Reuiſe figuram circini proportionum initio huius Apiar. 12. *Hìc tantum vnā, aut alteram praxim indico. Ac* —

—I. *Suppono inueniri numeros laterum figuræ regularis per diuiſionem numeri* 360 *totius circuli factam à numero denominatore figuræ, &c. quotiens enim eſt quæſitus numerus, &c. Sic numerus indicans latus trianguli æquilateri eſt* 120, *quadrati* 90, *pentagoni* 72, *heptagoni* 51, *decagoni* 36, *&c.*

Modus inueniendi numerum laterum figuræ regularis.

II. Datà circuli ſemidiametro, inuenire latus polygoni circulo inſcribendi.

DAti circuli ſemidiameter transferatur inter 60, & 60. deinde iuxta præcepta in propoſ. 3 anteced. accipiatur numerus lateris polygoni inſcribendi. Verbi gr. ſi ſit inſcribendum decagonum, eius latus notatur numero 36. Igitur in regula vtraq; circini proportionum accipe interuallum inter 36, & 36, eritq; quæſitū latus circulo inſcribendum. Pariter de cæteris lateribus etiam vltra num. 60, citrà 90. Sin autem numerus lateris polygoni excedit numerum graduum regulis circini inſcriptorū, verbi gr. numerus trianguli æquilateri eſt 120, qui excedit 90 numerum graduum quadrantis, tunc addatur acceptus arcus (iuxta ea, quæ inferius habes ad propoſit. 9, & 10 lib. 6 Euclid.) qui ſit totidem graduum, quot deſunt ad complementum numeri laterispolygoni. verbi gratia accipiatur arcus quadrantis graduum 30, ideſt interuallum inter 30, & 30, & addatur quadranti, ideſt interuallo inter 90, & 90, chorda enim ſubtendens vnà cum quadrante arcum etiam grad. 30, erit latus triāguli æquilateri dato circulo inſcribendi.

Latus polygoni circulo inſcribēdi comperire.

III. Dato latere polygoni, circulum inuenire polygono circumſcribendum.

INteruallū lateris polygoni regularis, verbi gratia interuallū lateris pen-

Polygonum facilè circulo circūſcribere.

tagoni trãsferatur, & interponatur inter numeros dati lateris, verbi gratia inter 72, & 72, deinde sic diductis ad id interuallum regulis circini proportionum, acipiatur interuallum inter 60, & 60, quod erit quantitas semidiametri, qua descriptus circulus circumscribet datum pentagonum. Nam facto centro vtroq; extremo lateris polygoni, vbi se mutuo secabunt interualla acceptæ semidiametri, ibi erit centrum circuli circumscribendi.

Sic habes in circini compendio præcipua problemata huius libri 4. Ex quibus etiam nos statim datam rectam secamus mediâ, & extremâ ratione. Qui verè thesaurus est geometricus. Sed de his in fine applicationum ad 6 lib. His interim fruere, ac demonstrationem vniuersalem admirandi eius circini proportionum expecta inferius loco suo ad prop. 4. lib. 6. Eucl.

XIII.

QVantitates angulorum in regularibus aliquot figuris ex 4. lib. Eucl. ad Apum industriam geometricam. Ad Geõ. spec.

Vide in Apiar. 1. prælib. 1. propos. 3. & schol. 1.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM

I.

PRoportionum compendium in tabellâ Pythagoricâ.

Apiar. 11. progym. 4. cap. 4.

II.

VSus crebri pene omnium modorum argumentandi à proportionibus, & in rebus ad vsum.

In Apiar. 1, prælibam. 2, vbi Aranea geometrizans. In Apiar. 2 progym. 3. prop. 1. & scholijs, & corollarijs eius ad latitudines inaccessas, & altitudines per duas stationes. In Apiar. 4, vbi machinaria philosophia, præsertim circa trochleas. &c.

III.

VSus propositionum 8, & 10 lib. 5 Eucl. pro paradoxo de accessu hyperbolicæ cum rectà ad spatium quolibet minus. Ad Geõ. spec. & ad Conica.

Apiar. 3. progym. 2. prop. 3.

IV.

AMpliatio 8, & 10 propositi. lib. 5 Eucl.

Ibidem, in schol. 2.

V.

VSus 9 propos. lib. 5 Eucl. ad demonstrandam falcem æqualem stellulæ.

Apiar. 1. prælib. 3, propos. 2.

VI.

DIuinationis numerariæ demonstratio ex 19 propos. lib. 5. Eucl. Ad Arithmeticam.

Apiar. 11. prog. 5. propos. 4, & 5.

EVCLI-

EVCLIDIS
ELEMENTVM SEXTVM.

DEFINITIO II.

Reciprocæ figuræ ſunt, &c.

I.

Ad Geō ſpec. Rectangula æqualia ſunt reciproca.

Apiar. 3. progym. 10, corollar. 1. poſt propoſ. 2.

II.

Ad machinariam. VT diſtantia ad diſtantiam, ſic reciprocè pondus ad pondus, ſiue ad potentiam.

Apiar. 4. progym. 2, in hypotheſibus ante 1. prop. & in lemmate poſt propoſ. 3.

III.

Ad machin. THeorice libræ, ſtateræ, ac plurium ſpectantium ad pondera, ex defin. 2 lib. 6 Eucl. demonſtratiuè applicatà.

Ibidem, & in ſeq.

PROPOSITIO I.

Triangula, & parallelogramma, &c. inter ſe vt baſes, &c.

IV.

Ad Geom pr. & ſpeculat. DVobus rectilineis medium, aut tertium, tribus quartum proportionale inuenire.

Apiar. 3. prog. 10. propoſ. 7, 8, 9. In qua enim proportione baſium lineæ, in eàdem rectilineum ſuper ijs inter eaſdem parallelas. &c.

V.

DAtum rectilineum augere, immiuere, partiri, &c. in data proportione.

Ibidem, prop. 10, coroll. 1, &c. Omnia vſus quidam ſunt propoſ. 1. huius lib. 6. Ac trahi poſſunt ad praxes inſignes. Vide Apiar. 1. prælib. 2, propoſit. 4.

PROPOSITIO II.

Si ad trianguli latus, &c. parallela, &c. ſecat proportionaliter latera, &c.

VI.

Ad Geom. pr. INacceſſas diſtantias, altitudines, profunditates facillimè dimetiri, ac demonſtrare ab hac 2 prop. huius lib. 6. Eucl.

Apiar. 2. prog. 2. propoſ. 8. coroll. 2. & propoſ. 9.

VII.

Ad Aſtronomiam. QVantitatem vmbrarũ globi terreſtris, & globi lunaris cognoſcere.

Ibidem, coroll. 3.

VIII.

Ad Geō. ſpec. THeoremata plura geometrica de parallelis rectis, aut circularibus proportionaliter ſecantibus rectas ab eodem angulo centrali, vel contactùs progredientes.

Apiar. 1. prælib. 2. propoſ. 5, & 6. vbi Aranea geometrizat è 2 propoſ. lib. 6 Eucl.

PROPOSITIO IV.

Æquiangulorum Triangulorum proportionalia latera, &c.

COROL-

COROLLARIVM.

Linea parallela vni laterũ aufert triangulum ſimile, &c.

IX.

Ad Geom.pr. ARanea docet ex 4,prop. & coroll. Eucl. regulam vniuerſalem dimetiend idiſtantias, altitudines, profunditates inacceſſibiles.

Apiar. 1. prælibam. 2. propoſ. 4.

X.

Ad militarem & Gnomonicen. MOeniorum altitudines ex baculi vmbra metiri.

Ibidem in prælogio 3 ſub finem.

XI.

Ad Geom.pr. PLana ſub mõtibus latentia,& latentes montium altitudines perpendiculares variè metiri, ac demonſtrare ex 4 propoſ. lib. 6. Eucl.

Apiar. 2. progym. 2. propoſit. 3, 4, 5, & earum corollaria.

XII.

Ad Aſtronomiam. & Geõ. pract. INacceſſas diſtantias, altitudines, profunditates; terræ, Lunæ vmbras metiri etiam è 4 propoſ. lib. 6. Eucl.

Ibidem propoſ. 6, 7, 9, 10, 11, 12, & earum corollaria. Octaua noſtra propoſitio hìc omiſſa eſt, quia ea vtitur demonſtratione propoſit. 2 Eucl. de qua paullò ante. Hìc non è 2, ſed è 4 prop. Eucl. dimẽſiones in Apiarijs indicamus.

XIII.

Ad Con. & --- Ad Geom. pract. EAſdem per normam ſubcontrariè poſitam, per quadrantem ſine ſcalà altimetrà, &c.

Ibidem, progym. 3. propoſ. 2, 3, 4, 5, 6, 7.

XIV.

Ad Catoptricam. EAſdem per ſpeculum, &c.

Ibidem, propopoſ. 12, extremà, & eius corollar.

XV.

Ad Geom.pr. LAtitudines inacceſſas, & altitudines per duas ſtationes dimetiri.

Ibid. propoſ. 1, & ſcholia, & corollaria eiuſdem.

XVI.

Ad Geom.pr. TErrarum orbem per turres, aut nauium málos metiri.

Ibidem, propoſ. 7, & ſchol. ad eam.

XVII.

Ad Geom.pr. Arithmet. &c. Demonſtratio circini proportionum.

In Apiar. 3. progym. 10. ante propoſitionem primã ne putes ottosè appoſitam ibi figuram circini proportionũ (in quo diuiſio lineæ in partes æquales) vbi de lineis, & rectilineis proportionalibus, habebis hìc, & inferius ad alias propoſitiones Euclidis (vt habuiſti & in fine lib. 4.) vſus eius inſtrumenti ſingulares. Hìc interim eius demõſtrationem indico, quæ pendet ex hac 4 propoſ. Eucl. & ex eius corollario. Itaq; in eo circino (reuiſe eius figuram citatam) duæ rectæ æquales diuiſæ ſunt à centro ad earum fines in partes æquales ibi 100. Quacunq; aliæ lineæ, ſiue interualla interponantur inter diuiſa circini latera, & inter ſimiles numeros, erũt lineæ inter ſe parallelæ, ac minor maiori quaſi baſi trianguli æquidiſtabit, & quam habent proportionum inter ſe diuiſiones laterum, eãdem habebunt & baſes inter ſe. Fiunt enim triangula æquiangula, &c. Verbi gratia, acceptà longitudine datæ lineæ, & ad eius quantitatem diducto circino proportionũ, ita vt lineæ datæ interuallum ſit inter 100, & 100, quodcumq; aliud interuallũ accipiatur inter ſimiles numeros, verbi gratia inter 25, & 25, eſt linea parallela lineæ inter 100, & 100, per 2 prop. ſexti; ſunt enim latera 100, & 100 proportionaliter ſecta in 25, & 25; ergo æquiangula ſunt triangula, ac ſimilia minus, & maius in circino proportionum, per corollarium 4 prop. ſexti. Vt ergo latus diuiſum in 25 partes ad interuallum, ſiue lineam inter 25, & 25, ſic latus 100 ad interuallũ inter 100, & 100, & permutando, vt 25 ad 100, ſic linea inter 25, & 25 ad lineam inter 100, & 100. eſt ergo linea inter 25, & 25 pars quarta lineæ inter 100, & 100, vt 25 eſt pars quarta ipſius 100.

E' adẽ demõſtratio eſt etiã in diuiſione lineæ iuxta chordas quadrãtis, quã habes initio huius.

piar. 12. pro arcubus secādis, vel polygonis inscribendis, &c. Ex hac demonstratione constabūt vsus circini proportionum in sequentibus, quemadmodum ex hac eàdem constat vsus pro polygonis circulo inscribendis indicatus ad 4. lib. Eucl.

XVIII.

Ad Picturam, & ad Opticā scenographicam.

THeorice, ac demonstratio perfectæ scientificæ picturæ. —

— *Quæ pendent ex hac 4. prop. Eucl. & ex eius corollarijs. Simillima enim pictura prototypo fit in basi parallela ipsi prototypo, & ex imaginaria sectione pyramidis visoriç factà parallelos ipsi basi prototypæ, ac per triangula æquiangula. &c. Vide expressiora in Ap. 5. prog. 2. cap. 4. num. 7. & cap. 5. num. 5. &c. & cap. 8. num. 3. & num. 5.*

XIX.

Ad Opticam, & dioptricā.

THeorice, ratio ac demōstratio geometrica perfectæ visionis per similia triangula intra oculum.

Vide mirum id naturæ arcanum in Apiar. 6. progym. 3. cap. 2. num. 4, 5, præcipuè 6, & 7.

XX.

Ad Astronomiā, & Gnomonicen.

SOlis diametrum, aut eius à terris distantiam per scaphia dimetiri.

Apiar. 8. prog. 3. propos. 8, & propos. 12.

XXI.

Ad Astron.

SOlis à terrà distantiam per similia triangula ex decussatione radiorum ad fenestræ foramen dimetiri.
Homines, & alia extra cubiculum longe posita per eandem decussationem etiam in tenebris metiri &c.

In eodem Apiar. Et eodem progym. proposit. 10, & eius coroll.

XXII.

Ad Opticen, & ad Geom. pract.

MOdus cognoscēdi magnitudinem prototypi procul positi p scientificam picturā. &c. ad vsus bellicos, &c. Et modus sciendi, & proponendæ sibi proportionis pingēdæ figuræ ad prototypū.

Apiar. 5. progym. 2. cap. 5. nu. 8.

XXIII.

Ad Astron.

SOlaris diametri geometrica inuestigatio, vmbræ terrenę lōgitūdo geometrica, Solis à terra distantia geometrica. Eorum demonstratio. &c.

Ap 8.
Ibidem, propos. 11, corollar. 1, & 2. & schol. 1.

XXIV.

Ad Astron.

LVnarium montiū dimensio, & compendium loco sinuum, &c. per similium triangulorum constructionem, ad eximia theoremata, & problemata astronomica.

In eodem, Apiar. 8. progym. 6. propos. 4. num. 2. & corollar. sequenti; & propos. 9. versus finem post figuram trianguli parallactici.

PROPOSIT. 5, 6, 7 —

— De æquiangulis Triangulis, & eorum lateribus proportionalibus. &c.

XXV.

Ad Geō. spec.

ADditamenta ex Apiar. de parallelogrammis æquiangulis, proportionalium laterum, &c.

Apiar. 3. progym. 10. lemm. 1, & 2. & coroll. 2.

PROPOSITIO VIII.

De perpendiculari cadente in basim ab angulo recto, &c.

XXVI.

Ad Geō. spec.

VSus propos. 8, lib. 6 Eucl. pro demonstratione insignis theorematis de medijs proportionalibus. &c.

Apiar. 3. progym. 10. prop. 6.

XXVII.

Ad Geom. pr.

INacceſſæ distantiæ, altitudines, profunditates per normam dimensæ, ac

demon-

demonſtratæ ex hac 8. prop. lib. 6. Eucl.

In Apiar. 2. prog. 2. propoſ. 6; & prog. 3, coroll. poſt propoſ. 8 habes exempla luculenta.

PROPOS. 9, & 10.

A data rectà imperatam partem auferre. Datam inſectam ſecare vt altera ſecta eſt.

XXVIII.

Ad Geom. pr. & ſpeculat.

VSus 9, & 10 propoſ. lib. 6. Eucl. compendioſus, & ingenioſus in circino proportionum pro ſectionibus linearum, & arcuum. &c.

Ex datâ lineâ partem imperatam ſtatim auferre.

I. Vide figuram initio progym. 10, Apiar. 3. Sit, exempli gratia, ex linea aliqua data auferenda, vel in ea ſecanda quinta pars. Interuallum, ſiue longitudo datæ lineæ transferatur inter vltimos numeros circini 100, & 100; *deinde numerando à centro, accipiatur* 5 *pars ſectæ lineę lateralis in circino, nempe numerus* 20; *atq; interuallum inter* 20, & 20 *erit* 5 *pars quęſita.*

Datâ lineam ſimiliter, vt alia ſtatim ſecare.

II. Sit deinde ſecanda aliqua data linea ſimiliter vt alia, verbi gratia in tres partes ita, vt prima ad ſecundam ſe habeat vt 6 *ad* 3, *ſecũda pars ad tertiam vt* 3 *ad* 12. *additis inter ſe numeris* 6, 3, 12, *& factâ ſummâ* 21, *accipiatur in latere circini proportionum numerus* 21, *& interuallum lineæ ſecandæ ponatur inter* 21, & 21. *deinde accipiantur interualla pro prima parte inter* 6, & 6; *pro ſecundâ inter* 3, & 3; *pro tertia inter* 12, & 12, *quæ erunt partes lineæ ad datam in alterâ lineâ rationem ſecandæ.*

Imperatum arcum è peripheria accipere, aut diuidere ſimiliter, vt alius. &c.

III. In eiuſdem circini facie altera (quam habes initio huius Apiarr 12) *vbi ſecta linea eſt in* 90 *partes, iuxta chordas arcuũ quadrantis, prædicta arte, atq; compendio ex data peripheria imperatã partem, ac lubitos gradus auferes, aut datũ arcum diuides ſimiliter, vt alter diuiſus fuerit. Exempli gratia ſit auferendus arcus* 30 *graduum, interpone inter* 60, & 60 *interuallum ſemidiametri, mox acceptum interuallum inter* 30, & 30 *erit quod optas.*

Sic ſi ſit ſecandus arcus, vt dictum eſt de rectâ linea, in 3 *partes proportionum* 6, 3, 12; *accipiatur interuallum ſemidiametri, ſiue chordæ dati quadrãtis, & interponatur inter* 60, & 60. *Ac ſtatim interualla inter* 6, & 6, 3, & 3, 12, & 12 *dabunt ſectiones quæſitas.*

IV. Omnia pendent ex demonſtratione à 4 *prop. & coroll. Eucl. Ac vis in eo eſt, vt qualiter ſe habẽt partes in latere circini, taliter & inter ſe interualla. &c.*

XXIX.

Ad Muſicen.

AD vſum, exemplum, & compendiũ in ſectione harmonicâ lineæ.

In Apiar. 10, *progym.* 1. *in ſchol. poſt* 2 *propoſ. vbi meminimus inſtrumẽti partium ad compendium diuiſionum in linea harmonicarum, locus ille appellat exẽpla, & vſus hic demonſtratos diuidendæ lineæ in partes imperatas ope circini proportionum. Hæc illuc applica, & illa in vſum transfer ad haſce propoſitiones Euclidis tyronibus condiendas. Adde & praxim diuidẽdæ chordæ protactibus in manubrijs cithararum; in eodem Apiar. prog.* 2. *propoſ.* 2, *nu.* 5.

XXX.

Ad Gnomon. & Aſtronom.

AD vſus, exempla, & compendia in ſectionibus arcuum pro Gnomonicis, & Aſtronomicis. &c.

In Apiar. 9, *prog.* 1. *cap.* 6. *num.* 1. & *prog.* 4, *cap.* 1. *num.* 1. *Et progym.* 5, *propoſ.* 1, & 2, & *coroll. & ſchol. vbi vel arcus declinationum Solis ab ecliptica, vel arcus eleuationis polaris, &c. in primis vbi horas geometricè venamur prog.* 5 *citato, monemus compendia quærere ex inſtrumento partium, quod nos optimo iure circinum proportionum appellamus. Et in Apiar.* 9. *prog.* 4, *cap.* 5. *in fine nu.* 2, *arcum ignoratæ polaris eleuationis inuenimus vſu circini proport. Habes ergo hìc è paullo ante poſitis in exẽplo diuiſionis lineæ, vel arcus ex eo inſtrumento, habes, inquam, vnde præſtes eas Gnomonicas, & Aſtronomicas etiam alias plures exerceas, & adductis huc earum exemplis iucunditatem afferas tyronibus circa abſtractas, & vniuerſales propoſitiones Euclidis.*

XXXI.

Ad Geõ. ſpec. & pract.

ARanea geometrizans facillimè exercet propoſit. 9, & 10 huius lib. 6 Eucl. & plures circinos proportionum exhibet.

In Apiar. 1. *prælibam.* 2. *propoſ.* 3.

PRO-

PROPOS. 11,12,13.

De tertia, quartà, medià proportionali.

XXXII.

Ad Geõ. ſpec. & practi.

DVabus tertiam, tribus quartam, & inter duas mediam proportionalem inuenire, non ex 11,12,13 lib.6, ſed ex 35, & 36 tertij.

In Apiar. 3. progym. 10. propoſit. 1,2,3, 4,5.

XXXIII.

DVobus rectilineis tertium proportionale, tribus quartum, inter duo medium inuenire.

Ibidem, propoſ. 7,8,9, &c.

XXXIV.

LInearum proportionalium compendioſa, & ingenioſa inuentio in circino proportionum.

In initio prog. 10, Apiar. 3. vide figuram circini, quam in primis pro lineis inter ſe proportionalibus inuenicndis poſuimus, de quibus ibi acturi. Praxes autem, & vſus in eo inſtrumento hìc indicamus in ſequentibus exemplis.

Tertiã proportionalem ſtatim inuenire.

I. Linea prior duarum, quibus tertia proportionalis quaritur, ſumatur à centro in latere circini, verbi gratia, vſq; ad 50; ſecundæ lineæ longitudo interponatur inter 50, & 50. Rurſus longitudo, ſiue idem interuallum ſecundæ ſumatur à centro in latere circini, perueniatq; ver. gra. vſq; ad 54 ½. Ab eo termino ſumptum interuallum, nempe inter 54 ½, & 54 ½ erit tertia proportionalis penè 59. Vt enim prima à centro ad 50 ſe habet ad ſecundam inter 50, & 50, ita èadẽ ſecunda à centro ad 54 ½ ſe habet ad interuallum ineer 54 ½ & 54 ½ ex demonſtratis per quartam huius lib. 6. Eucl.

Quartam. &c.

II. Tribus quartam in circino ſic inuenies. Primæ lineæ longitudinem (in eodem exemplo) pone à centro ad 50 in latere circini. Secundæ interuallum inter 50, & 50. Tertiæ longitudinem ſume à centro in latere circini, ver. gr. vſq; ad 60. Interuallum inter 60 & 60 erit quarta proportionalis, nempe 65 in latere numerata. &c.

Mediam, &c.

III. Duabus datis mediam proportionalem ſic inuenies. Vtriuſq; datarum longitudines metire in latere circini à centro, perueniatq; altera verbi gratia ad numerum 16, altera ad 36. Multiplica inter ſe 16, & 36, & producti 576 radicem quadratã erue aliquo è modis traditis in Apiario noſtro 11, eritq; 24. Ergo accipe vel diſtantiam à centro ad 24, vel interuallum inter 24, et 24, quod erit media proportionalis inter duas datas; ſũt enim tria æquilatera ex lateribus, et interuallis binis æqualibus, etc. et vt latera, ſic interualla etc. Quoniam autem conſtat ex 20 propoſ. lib 7. etc. item ex 17 propoſ. huius lib. 6, trium proportionalium linearum duas extremas efficere rectangulum æquale quadrato mediæ, radix ergo quadrati 576 erit media proport. &c.

IV. Notandum tamen ex occaſione huius à nobis poſiti exempli de media propert. per circinum proportionum, quamplurima quidem problemata ſolui poſſe ope illius inſtrumẽti, ſed non eſſe pretiũ operæ ea inquirere pro quibus breuiores, atq; expeditiores fiunt operationes ex eo circino. Itaq; non eàs tãtum vſurpauimus, aut vſurpabimus, quibus compendium affertur ab eo inſtrumento; ne ſcilicet videamur ingenio potius indulgere, quàm tyronum facilitati. Neq; enim expedit ea quæ breuius, ac facilius geometricè ſine inſtrumento proportionum exerceri poſſunt, transferri in inſtrumentũ cum prolixioribus operationibus arithmeticis, vel cum indigentia tabularum, quæ nec vbilibet, nec quibuslibet ſemper in promptu ſunt.

Abuſus aliquorũ in circino proportionum. &c.

Itaque, mi Lector, ſi tibi videntur expeditiores modi proportionalium linearum inueniendarum apud nos è lib. 3 Eucl. præſertim pro media proportionali, ùtere, atq; interim etiã habe à mirifico eo proportionum circino.

XXXV.

Ad Arithmeticam, & ad Geom. pract.

VNiuerſę Geometriæ practicæ, atq; aureæ Arithmeticæ regulæ vſus ex 12 propoſ. huius Euclid. in circino proportionum.

Quarta proportionalis linea (ſiue tertia, cùm media bis aſſumitur) ea ſemper eſt, quæ quæritur in dimenſionibus altitudinum, longitudinum, profunditatũ inacceſſarum in operationibus, ac demonſtrationib. Geometricæ Philoſophiæ practicæ. Itemq; quartus numerus (ſiue pro quarto tertius cùm ſecundus bis ponitur) eſt quartus proportionalis in praxi regulæ arithmeticæ proportionum, quam merito auream vocarunt. Exempla habes apud nos in Apiar. 2. & in 11, prog. 4, cap. 4. Itaq; vides

quam ampla vsus si vel ex hac operatione circinus proportionum, dum in eo expeditissime 3, & 4 proportionales inueniuntur.

XXXVI.

Ad ſpecular. & pr Geō. & — Ad ſtereometriam.

DVas medias proportionales inuenire.

Nouum, ingenioſiſſimum, & facillimum inſtrumentum habes in Apiar. 2. prog. 3. propoſ. 11, & in ſcholijs ad eam, profamoſiſſimo eo problemate, de quo vide Vitruuium lib. 9. cap. 3. & ibi Comment. Danielis Barbari.

In Apiar. etiam 3, prog. 1, coroll. 2 poſt propoſitionem 11. Ex ijs ornabis auditoribus Euclideas propoſ. præſertim 13 Eucl. de media, &c.

XXXVII.

Ad Geom. pr.

VSus mediæ proportionalis ad figurarum prodigioſas trāsformationes in alias æquales.

In Apiar. 1, prælib. 3 Proteus Geometricus non rarò vtitur media proportionali ad ſuas illas transformationes. Vide ibi exempla, & ex ijs condito Euclidem; præſertim propoſ. 2, nu. 4; propoſ. 3. num. 3; & propoſ. 5.

XXXVIII.

Ad pr. Geom.

PEr medias proportionales diſtantiæ inacceſſæ, atq; adeo vniuerſi terrarum orbis dimenſio comperiuntur.

Apiar. 2. prog. 2. propoſ. 6. & prog. 3. propoſ. 7. & corollar. poſt propoſ. 8.

XXXIX.

Ad Conica.

VSus tertiæ, ac quartæ proportionalis ad inuentionem facillimam lateris recti; ac pro hyperboles deſcriptione.

Magni momenti, atq; vſus, præſertim in conicis, ſunt inuentio lateris recti, ac deſcriptio hyperboles. Vide eorum praxes geometricas deductas ex 11, & 13 huius Eucl. In Apiar. 3. prog. 3. propoſ. 1, 2, 3, 4, 7, 9 Atq; ex ijs traduc tyrones ex libro Eucl. ſexto ad cognitionem & guſtum aliquem conicorum.

XXXX.

VSus linearum proportionalium ad inuentionem rectilineorum proportionalium, ſimilium, æqualium, adauctorum, imminutorum, diuidendorum, &c.

Apiar. 3. prog. 10. propoſ. 7, 8, 9, 10, coroll. 1, 2. &c.

XXXXI.

Ad Catoptri. cen, & — — Ad Conica.

MEdiarū proportionalium vſus pro parabola deſcribenda ad mirifica vitoria ſpecula.

Apiar. 7. prog. 3. propoſ. 2. et eius corollar.

XXXXII.

Ad Conica, & pract. Geom.

PEr tertiam proportionalem latus rectum parabolæ inueniræ.

Ibidem, propoſ. 3. et. eius corollar.

XXXXIII.

Ad Catoptricen.

PEr tertiam proportionalem conſtruere parabolicū minimum ſpeculum longiſſimè vrens.

Ibidem, propoſ. 4. num. 2. etc.

XXXXIV.

Ad pract. & ſpec. Geom.

MEdiæ proportionalis inuentio etiā è 14 propoſ. lib. 2, & ex 8 prop. lib. 6. Euclidis.

In Apiar. 1. prælib. 3, in ſchol. ad propoſ. 5. & in Apiar. 3. prog. 10. in ſchol. 1, & 2 ad propoſ. 5.

XXXXV.

Ad Geō. ſpec.

MEdiarum proportionaliū non vulgata, & ingenioſa inuentio.

In Apiar. 3 ſprog. 10. propoſ. 6.

XXXXVI.

Ad Gnomonicen.

VSus mediç proportionalis pro ſtyli longitudine, atq; amiſſi, vel ignorati repoſitione.

Apiar. 9. prog. 4. cap. 2. num. 3. & cap. 5. num. 2 geometricè, ac demonſtratiuè.

PROPOS. 14,15,16,17.

De parallelogrammorum, & triangulorum reciprocis lateribus. De media quadrato, vel mediarũ rectangulo æquali extremarum rectangulo.

XXXXVII.

Ad Geom. speculat.

ALiter è lib.3 demonstrare prop.14 lib.6. Euclidis,& alia ad auctariũ eiusdem 14.

In Apiar.3.prog.10, in coroll.schol.2.lemm.1. &c.post propos.20.

XXXXVIII.

Ad Arithmeticam spec.

EGregia, & curiosa theoria circa diuisores, & quotientes reciproce inter se habẽtes,& alia ibi plura arithmeticè, ac geometricè demonstrata ex propos.14 lib.6. Euclid.

In Apiar.9.prog.4.cap.3. Vnde ornes 14.prop. Eucl.

XXXXIX.

Ad Arithmet. pract.

REgulæ aureæ, siue proportionum logisticæ operationis demonstratio, & examen ex 16 propos. lib. 6 Eucl.

Apiar.11.prog.4.cap.4. Si enim productum ex primo,& quarto numeris æquale est producto ex medijs, rectè operatio habet. Vide ibi.

L.

Ad Geõ spec. & pract.

VSus propos. 16,& 17. lib. 6 Euclid. varius. &c.

Apiar.1.pralibam.3.propos.5, vbi radiata figura quadratur, ac demonstratur. In Apiar. 3.progym.10.propos.1,2,3,4 modi illi inueniẽdarum linearum proportionalium demonstrantur è 17 prop. lib. 6 Eucl. & eius coroll.

PROPOSITIO XVIII.

A datà &c. dato rectilineo simile, similiterq; &c. describere.

LI.

Ad Geõ. spec. & pract.

ARanea geometrizans aliter, ac facilius, & vniuersaliter exercet problema propos.18 lib.6 Eucl.

Apiar.1.prælib.2.propos.3.in parte secunda posteriori propositionis.

LII.

Ad Picturam, & scenographicen.

VSus singularis prop.18 lib. 6 Eucl. pro perfectà scenographicà, sciẽtificà, & demonstratà pictura.

Apia.5.prog.2.cap.5.num.5.& cap.8,num.3. est enim 18 propos. lib. 6 Eucl. vnus è præcipuis fontibus picturæ scientificæ.

LIII.

Ad Geom pr.

VSus propos.18 lib 6 Eucl.pro transformationibus geometricis.

Apiar.1.prælib.3.propos.2.num.4.

PROPOSIT. 21,22,24,25,29.

Eidẽ rectilineo similia, & inter se.
Super 4 rectis proportionalibus rectilinea proportionalia.
Quæ circa diametrum parallelogr. toti, & inter se similia.
Rectilineo simile, & alteri æquale constituere.
Ad rectam applicare rectilineo æquale parallelogrammum excedens figurà simili. &c.

LIV.

Ad scenographicen.

VSus 21 propos. in demonstratione figuræ per scenographicũ instrumentum pictæ, ac simill.mæ prototypo.

Apiar.5.progym.2.cap.5.num.9.& cap.8. num.6.

LV.

Ad Geom pr. & speculat.

VSus propos. 22 traductæ ad problemata de rectilineis proportionalib is constituendis.

Apiar.3.prog.10.propoſ.7,8,9,& ſchol. ad eas. Vbi facillime per 1.ſexti, &c.

LVI.

Ad Picturam, & ſcenographicen.

VSus præclarus propoſ.24 ad picturam ſcientificè exercendam, & demonſtrandam.

Apiar.5.progym.2.cap.5.nu.5.& cap.8.nu.6.

LVII.

Ad Geom.pr.

VSus propoſitionis 25 pro figurarum transformationibus in æquales, &c.

Exempla vide apud nos in Apiar.1. prælib. 3. propoſ.6.& in Apiar.3.prog.10.propoſ.7.& 10.& coroll.1.ad eam.

LVIII.

Ad Conica. Ad Gnomon.

VSus propoſ.29 ad praxim, & demonſtrationem deſcribendę hyperboles geometricè,atq; etiam organicè per duo fila pro aſymptotis, & pro Gnomonicis.

Apiar.3.prog.3. propoſ.6.& Apiar.9.prog.1. cap.8. Vide ibi praxes egregias.

PROPOSITIO XXX.

Rectam lineam extremà,ac medià ratione ſecare. Siue, vt lib. 2. propoſ.11: *ita ſecare, vt comprehenſum ſub tota, & minore ſegmento rectãgulum æquale ſit ei, quod à maiore ſegmento fit quadrato.*

VErba propoſ.11.lib.2 expreſſimus nominibus maioris, & minoris ſegmentorum, ad vitandum ſcopulum, in quem experti ſumus impingere tyrones, dum ex verbis Euclidis: *comprehenſum ſub tota, & altero ſegmentorũ*, putant intelligi poſſe tam de maiori, quàm de minori. Quamquam defin.3 lib.6 ſatis explicat: *vt tota ad maius ſegmentum, ita maius ad minus.*

LIX.

Ad Geom.pr. & ſpec.

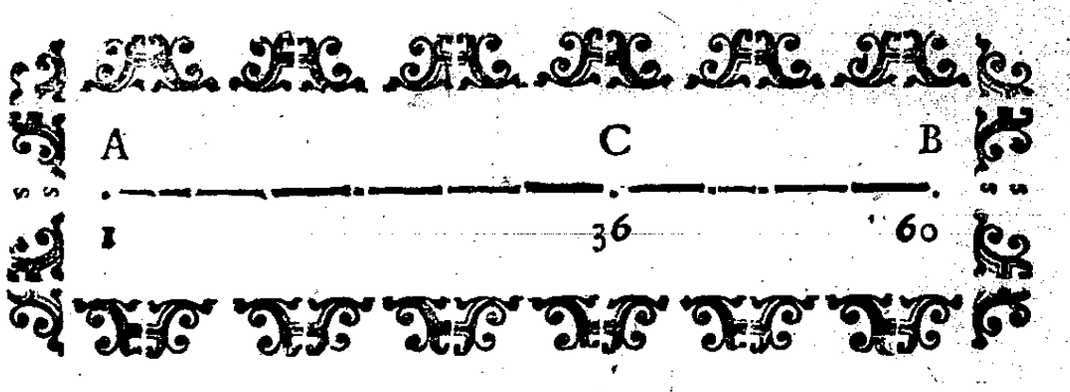
PRaxis expeditiſſima, & mirifica è circino proportionum ſecandi demonſtratiuè rectam ſecundùm mediam, & extremam proportionem.

Reuiſe figuram ſecundam initio huius Apiar.12 pro hac lineæ ſectione, quæ diuina eſt appellata propter infinitas, & mirificas in Geometricà philoſophia vtilitates. Vide lib.14 Euclid. Vel vnicus hic vſus ex hoc circino geometricus theſaurus eſt. Igitur datæ rectæ interuallum transferatur inter 60, & 60, vbi latus eſt hexagoni. Mox verſus centrum L in vtraq; regulà inſtrumenti accipiatur interuallum inter numeros 36, & 36, vbi latus eſt decagoni, iuxta dicta in applic. ad 4 lib. Eucl. Eo interuallo 36, 36 ſecetur data recta, quæ ſic erit ſecta extremà, & medià ratione. Demonſtratio eſt ex 4 propoſ.lib. 14 Eucl.apud Clauiũ.Verba propoſitionis sũt: Si latus hexagoni alicuius circuli ſecetetur extr. ac med. ratione, maius illius ſegmentum erit latus decagoni. *Vide Clau. & in ſchol. ad 9 propoſ. lib.13. Sic latus decagoni hìc eſt 36, nempe maius ſegmentum, & minus 24 in 60 latere hexagoni. Examen proprietatis huius ſectionis in numeris fallit. Vide rationem, & demõſtrationem apud Clauium lib.9, in fine ſchol. ad propoſ.14.*

GAudeo extremam lineam conditi ex Apiarijs Euclidis, & ſexti, atq; vltimi priorum elementorum Geometricorum eſſe lineam mirificæ, ac ſupra omnes ingenioſiſſimæ ſectionis ita, vt nihil vltra ab ingenio geometrico deſiderari poſſe videatur. Ex Orontio ante lib. 1. de rebus Mathematicis hactenus deſideratis, appono qualecumq; diſtichon, & lineam ſectam mediâ, & extremà ratione.

Si quid

Si quid diuinum condebat pulchra Mathèsis,
Quod Geomètra colat, hæc tibi sola dabit.



CVius longitudo AB est latus hexagoni, & maius segmentum AC decagoni, tam facile inuenta è circini proportionum eà facie, in quam chordæ arcuum quadrantis translatæ sunt.

Hactenus ex Apiarijs ad condiendas Tyronibus Euclidis propositiones priorum 6 Geometricorũ Elementorum. Optabat Author addere applicationes rerum singularium ad easdem propositiones etiam ex alijs Authoribus, & iam in promptu erat liber primus applicatus. Sed cum è libri primi applicatione conijceremus totum opus applicationis 6 librorum augendum in eam molem, quæ penè integrum tomum per se sola efficeret, satius duximus in librum seorsum ab Apiarijs iustæ molis conijcere omnes illas applicationes, atq; híc interim finem facere primæ huius Apiariorũ impressionis. Tempori, sumptibus, valetudini tantillum híc parcamus donec alia etiam prodantur in secũda, quam non inaniter speramus, editione. Huic tamen primæ non patiemur deesse aliquot vsus aliquarum propositionum apud Euclidem etiam extra 6 priores libros, atq; etiam apud Apollonium, &c. vna cum paralipomeno epilogico Araneæ Cosmographicæ, quam mox ab ipso Authore in fine huiusce 2 tomi videbis.

LIB. VII. EVCL.

Ad Arithmet. AD definitiones 11, 12, 13, 14, 15, 16, vide in Apiar. 11, progym. 3. cap. 4, vbi praxis arithmeticæ multiplicationis, vulgo *à ripiego*, cum paradoxo singulari. Ibi habes praxes earum definitionum.

In eodem Apiar. progym. 4. cap. 3, vbi militare problema iuxta defin. 16, vbi quærun-tur latera, &c.

Ad proposit. 16, & 19. In eodem Apiar. 11. progym. 3. cap. 7. vbi habes modum priscorum multiplicandi ex Herone, qui nititur 16 propos. lib. 7.

At vero in progym. 4. cap. 4 habes demonstrationem, & examen regulæ aureæ à 19 propos. lib. 7.

LIB. VIII.

Ad Arithmet. AD prop. 10. In eodem Apiar. 11. prog. 4. cap. 7. sub finem vide modum secundum continuandi proportionalitates Geometricas.

LIB. IX.

Ad Arithmet. AD proposit. 8, & seq. vide in eodem Apiar. 11, progym. 4, cap. 6, & 7. miras proprietates in progressionibus imparium numerorum ad quadratos, & cubicos numeros procreandos. Vbi & figuræ exponuntur, & demonstrationes indicantur etiã apud alios, præter Euclidem.

Ad propos. 14. In eodem Apiar. prog. 4. cap. 5, sub finem, vbi demonstratio probationis rectè extractæ quadratæ radicis pendet ex 14 propos. lib. 9. Atq; ibidem ex eádem propos. 14 theoria extractionis radicis quadratæ.

Post propos. 36 in fine lib. 9 habes à Clauio demonstrationes pertinentes ad egregias theorias partitionis arithmeticæ. Vide & in Apiar. 11. prog. 4. cap. 3 præclara theoremata ad confirmanda, & elucidanda ea, quæ Clauius coniecit post 36 proposit. lib. 9.

LIB. X.

Ad Geom. specular. CIrca incõmensurabiles lineas in Euclide copiosius applicato etiã, extra Apiaria, ex alijs authoribus facillimè per extractiones radicũ ostẽditur famosissimum id theorema de diametro quadrati costæ incomẽsurabili. Vide ex Apiar. 11 vbi de radicum extractione, & ex 47 propos. lib. 1. Eucl. an ex te aliquid possis diuinare, mi Tyro. Ad Arithmet.

LIB. XI, ET XII.

Ad Stereometriam. AD definitiones quinq; regularium corporum lib. 11, faciunt eruditiones harmonicæ in Apiar. 10. progym. 1. propos. 6. & in schol. ad eam.

Ad propos. 16 lib. 11. sine fallacia intelligendam faciunt quę habes in Apiar. 3. progym. 4. schol. 3 ad propos. 1.

Ad propos 31, lib. 11, & ad propos. 7, lib. 12 facit 7 propos. nostra in Apiar. 1, prælib. 3, vbi solidum pelecoides cubatur, ac per ablationem, & additionem æqualium demonstratur facillimè æqualitas duorum solidorum eiusdem altitudinis, &c.

LIB. XIII, ET XIV.

Ad Geom. pr. & spec. AD scholia vltimæ proposit. lib. 13 faciunt quæ habes in Apiar. 10. progym. 1. propos. 6.

Ad proposit. 9 eiusdem lib. 13, & ad propos. 4, lib. 14 facit praxis, quam in fine applicationũ ad lib. 6 Eucl. habes paullo superius, vbi è circino proportionum secatur linea secundũ mediam, & extremam rationẽ. &c.

Deniq;

Deniq; ad libros Opticos, Catoptricos, Muſicos Euclidis habes paradoxa varia in Apiarijs, quæ tu notáris, opinor, mi Lector, dum legeris.

AD APOLLONII CONICA.

HAbes in Apiarijs vnde condias etiam conica Apollonij. Itaq; plura, quàm polliciti ſumus in inſcriptione, præſtamus in hac Apiariorum applicatione.

Theoricas, & ieiunas pleraſq;, ac præcipuas Apollonij propoſitiones inuenies in Apiarijs condítas, & traductas ad vſus eximios in Geometrià practica, & ſpeculatiua, in Opticis, Dioptricis, Catoptricis, Aſtronomicis, Gnomonicis, Muſicis, &c. pro inacceſſis altitudinibus, latitudinibus, profunditatibus dimetiendis per ſubcontrariè poſitam normam; pro paraboles latere recto facillimis, & nouis modis inueniendo; pro aſymptotis demonſtrandis, & deſcribendis, geometricè, & organicè; pro hyperbolis, parabolis, ellipſibus per fila, & alia organica adminicula ducendis; pro miris trium conicarum ſectionum affectionibus, & effectionibus; pro ſcenographicà picturà; pro nouà, & multiplici vſtorià ſuppellectili; pro punctis, & lineis longiſſimè, ac vehemẽtiſſimè vrẽtibus; pro mirifico ſphærohyperbolico, ſiue pupillari diaphano vno tractu effingendo; pro cęleſtium ſignorum ſolaribus terminis; pro auditionibus, & harmonijs. &c. Præſertim in Apiario 2. progym. 3. propoſ. 2, & 3. In Apiar. 3. progym 2. propoſit. 1, 2, 3, 4, 5, 6, & corollar. & ſchol. ad eas. Prog. 3. propoſ. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, & corollar. & ſchol. ad eas. Progym. 4. ſchol. ad prop. 3. In Apiar. 5. progym. 1. cap. 5. progym. 2. cap. 4, & 5 &c. In Apiar. 6. progym. 1. cap. 7. & progym. 3. cap. 2. &c. In Apiar. 7. progym. 1. propoſ. 1. & corollar. 3 ad eam. & propoſ. 4; progym 2. propoſ. 3, & ſchol. ad eam. &c. In Apiar. 8. progym. 4. propoſ. 3, & corollar. ad eam. &c. In Apiar. 9. prog. 1. cap. 8. In Apiar 10. progym. 2. propoſ. 1. & corollar. ad eam. propoſ 6, 7, 8, 9, 10; & corollar. & ſchol. ad eas. &c.

Præcipuę vero propoſitiones Apollonij applicatæ, illuſtratæ, &c. in prædictis Apiarijs ſunt. lib. 1. Con. propoſ. 4, 5, 12, 13, 15, 17, 21. lib. 2. prop. 1, 14. lib. 3. prop. 46, 48, 51, 52. &c.

Prædicta omnia libuit hìc per compendium indicare, nec diducere ſingula, vt factum eſt ad propoſitiones Euclidis.

AD ALIOS AVTHORES PHILOSOPHOS.

AD Pappum Alexandrinum, Ad Ariſtotelem in primis, ad Vitellionem, &c. præter alios, plura habes in Apiarijs, quæ tuæ ſolertiæ permittimus, amice Lector.

E SACRIS—

NOn raro habes loca inſignia explicata. Specimen vide in Apiar. 10 de Cœli concentu apud Iobũ, de elementorum mutuis permutationibus, quaſi mutetur qualitatis ſonus in organo, &c. apud Eccleſ. In Apiar. 11 de centuplo euangelico, & agri fructu trigeſimo, ſexageſimo, centeſimo. &c. In Ap. 12 de horario, in quo miraculum Ezechiæ. &c. lib. 4 Reg. cap 20, &c.

EX

EX OMNI AVTHORVM GENERE.

Authores innumeri omnis generis explicati in Apiarijs.

DEnique si lubeat eorum exempla sequi, qui ante sua volumina prosopopeiam faciunt authorum, qui in ijs citãtur, hìc possim ingẽtem cathalogum texere Authorum Græcorũ, Hebræorum, Arabũ, Latinorum, Italicorũ, & aliarum gẽtium, Sacrorum, non sacrorum, Theologorũ, Scripturalium, Philosophorum Mathematicorũ, Physicorum, Medicorum, Moralium, Rhetorum, Poëtarum, Historicorum, Fabulatorum, Eruditorum, Scholiastarum, Grammaticorum, Priscorum, Semipriscorum, Neotericorum, ac plurium aliorum, quorum loca insignia in Apiarijs nõ solũ citantur, sed enodantur, &c. Non mentiri me affirmabis, si attente Apiaria perlegeris. Pompam hanc hìc non expli co, quia satis est Authori eos indices suis Apiarijs apponi, qui vtilitatem Lectoris, non laudem Authoris captent.

CAVTA NESCIO QVAE PRO TYRONIBVS.

ALiqua hìc breuissimè moneo tyrones, quæ animaduerti dũ Apiaria postrema relegerẽ pro applicationibus, quas hìc fecimus.

I. Author Apiariorum non solis tyronibus hæc scripsit. Itaque breuitatem, quatenus claritas patitur, persequitur, & tautologiam horret, ac aliquãdo in inscriptione aliquà (præsertim corollariorum, quæ facile deducuntur ex antecedentibus) quasi plura proponere, videtur, quam explicare, contentus videlicet ea indicare in inscriptione, quæ prudens lector recolat ex antepositis. Exẽplum relege in corollar. 3 post propos. 7, prog. 3, Apiar. 8. Cuius inscriptio corollarij singulas partes explicatas, & probatas habet ex antec. propos. & corollarijs.

II. Aliquando pro nomine Babylonicarum horarum à typographis positum est nomen Boëmicarum; quos fefellit manuscriptum, quod in ijs nominibus habebat similia literarum compendia. Itaq; licet horæ Boemicæ ab horizonte incipiant, tamen, eæ atq; etiam Italicæ ab occiduo, Babylonicæ ab ortiuo incipiunt. Iuxta ergo hanc regulam lege, atq; interpretare si quãdo impressum legeris nomen Boëmicarũ pro Babylonicis. Si præterea semel legeris de scioterico aliquo horario vsurpato in regionibus extra tropicos, quasi sub Solis parallelo vsurpatũ dicatur, intellige sub parallelo geographico, & sub vmbra styli proiectà ab opposito Solis parallelo.

II. Ali-

Lege mox Authorem Apiariorum, qui epilogum suis Apiarijs apponit ab Araneà cosmographicà.

EPILOGVS, AC SIGILLVM DVODECIM APIARIORVM

Ab Aranea Cosmographica, siue Horario Geographico vniuersalissimo.

PROPOSITIO I.

Horarij Geographici vniuersalissimi occasio.

ARaneam geometricam, mi Lector, in ipso Apiariorum vestibulo, si meministi, comperisti: Araneam hìc geographicam habes in extremo angulo eorũdem Apiariorum.

Apiariorum nostrorum Mathematicorum orbem claudimus orbe terrarum, & hoc sigillo quasi obsignamus.

Gemmafrisius, & alij faciliores effecti, & perfecti.

Cuius occasionem præbuit Gemmafrisius dum ingeniosissimum eius speculum cosmographicum contemplarer, atque animaduerterem posse id, quod ille pluribus & rotulis, & retibus, & mobilibus regulis exequitur, vnicá rotulá expediri. Si qui alij post Gemmafrisium similia moliti sunt vel rotulas rotulis ipsi etiam implicarunt, & vsum exceptionibus pluribus difficiliorem reddiderunt; vel vniuersæ Geographiæ vsitatum apud omnes Geographos situm, ingenti cum incommodo, & confusione inspectãtium, peruerterunt, & scalam proportionalem latitudinum locorum vtrinq; ab Æquinoctiali, atq; aliqua ad perfectionem, & vsum instrumenti omiserunt; vel denique loca enormiter extra suos meridianos posuerunt.

Nos, quatenus licuit, prædictis omnibus incommodis obuiam ire conati sumus, & rotulam vnicam exposuimus, quæ horas (non aliunde acceptas, vt Gemmafrisius, & aliqui alij) simul indicaret, & simul terrarum orbem exhiberet, in quo ex tabella (quam in fine harum propositionum habebis) cuiuscumq; loci situs sub suis meridianis illico posset adnotari, ac tempus vel diurnum, vel nocturnum vbiq; gentium vnico sub oculos aspectu propalari. Ideo & Geographicum horarium, & vniuersalissimum inscripsimus, quia docet horas non solum in omni poli eleuatione, vbi sit instrumentum, sed etiã pro quolibet alio loco vbiq; gentium, extra quem locum sint & horarium, & horarum inspector.

Cur non solũ vniuersale, sed etiam vniuersalissimũ hoc horariũ.

PROPOSITIO II.

Cur hoc genus horarij præ alijs hìc delectum. Ac quodnam regis Achaz i horarium fuerit, in quo prodigium vmbræ relabentis. &c.

IN gratiam præcipuè Chinensium Philosophorum, ac Dynastarum, quibus & Apiaria nostra, & Euclidẽ (iam aliquot ante annis Chinensem) mathematicè opulentatũ addiximus, horariũ hoc selegimus, quia ex historijs eorum populorum didicimus vsum antiquissimum esse apud eos vnici è Sciotericis Æquinoctialis horarij.

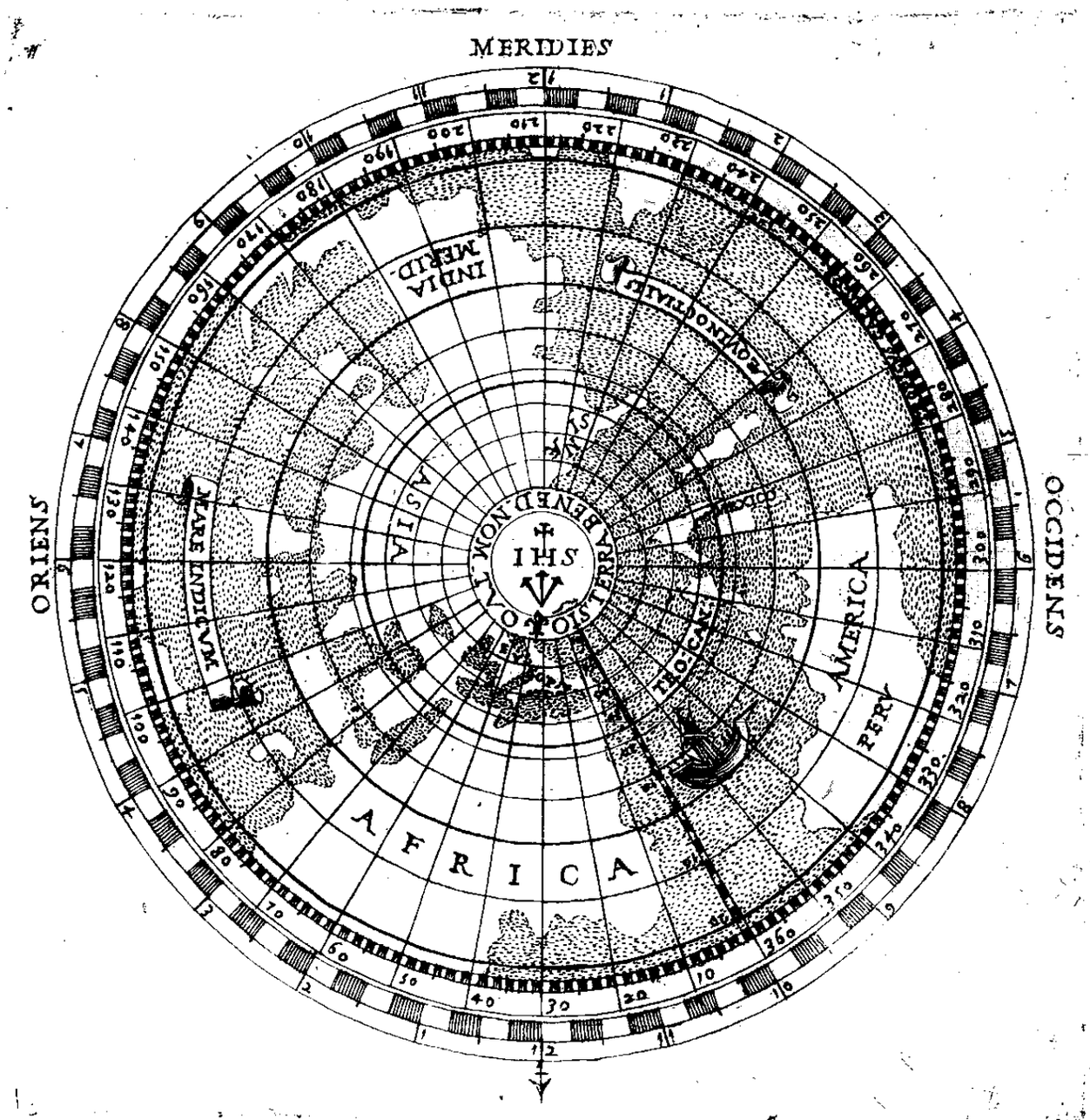
Apud sinas vsus horarij è sciotericis solius Æquinoctialis.

Ac præterea censemus Æquinoctiale cæteris Sciotericis ob id præcipuè anteponendum, quòd in eo genere horarij arbitremur exhibitum ingens illud miraculum vmbræ per denos gradus relabentis, ceu sacræ narrant historiæ l.b.4. Reg. cap.20.

In horario æquinoctiali exhibitũ miraculum Ezechiæ. &c.

Innocauit Iſaias Propheta Dominum, & reduxit vmbram per lineas, quibus iam deſcenderat in horologio Achaz, retrorſum decē gradibus. Vide ibi & alia antecedentia. Nulli Scioterico-rū magis, quàm Æquinoctiali horario verba ſingula ſacri ſcriptoris adſonant. Nam mu ralia horaria verticalia horarū ſiue æqualium, ſiue inæqualium, nec gradus habent, neq; in ijs vmbra ab ortu in meridiem deſcendit, ſed potius p hyperbolas tropicas obliquè verſus meridianā aſcendit; nec aliæ adſunt conditiones, quas expreſſa verba ſacræ hiſtoriæ attribuunt prodigioſo illi Scioterico. Ac licet ad conſtructionem horizontalium, vel verticalium aliqui vtantur tabulis, & circulo per gradus diuiſo, tamen ea ratio conſtructionis noſtrorum ſęculorū, & neoterica eſt, ac præterea ij gradus, poſt horarij conſtructionem, delentur tanquā otioſi pro vſu, & indicatione horarum in horario iam conſtructo. Ac licet non delerentur, vmbra ſtyli ad eos gradus non tamen pertingeret. Regi Ezechiæ datur optio ab Iſaia: *Vis vt aſcendat vmbra, an reuertatur?* mox in miraculo: *reduxit vmbram per lineas, quibus iam deſcenderat.* Erat ergo vmbra in eo ſitu ante miraculum, vt, vtram in partem contrariam iret, aſcēderet; qui ſitus eſt circa meridianam: ergo ad eam deſcenderat. Quæ omnia apparent in horario Æquinoctiali.

Nam in eo, ceu in hoc noſtro (inſpice appoſi-



poſitum ſchema, & in eo tute applica quæ hic dicuntur, & alibi apud nos in Apiario noſtro Gnomonico) vmbra infinita è ſtylo, ſiue axe proiecta ita planum, & oram extremā ſecat, vt à mane ad meridiem per rotulam, & extremos gradus deſcendat ad horam 12 meridianam, inde aſcendat dum progreditur ad occaſum; quemadmodum ſi remeet ad ortum, aſcendit à meridiana. &c. Quod ſi ſtylum habeat parum extantem, & ita definitum vt non pertingat ad oram extremam horarij, dum per horarias lineas ad centrum ductas vertex vmbrę progreditur à ſexta poſt mediam noctē ad 12, ſimul vmbra per lineas rotulæ ab altioribus ad inferiores deſcendit, atq; eodem motu quodammodo aſcendit dum magis, ac magis breuiatur verſus centrum horarij vſq; ad 12 à media nocte; inde incipit produci, & ſimul deſcēdendo aſcendere per lineas altiores à 12 ad 6 à meridie.

Itaq; fuerit fortaſſe in vertice columnę, atq; in medio regij vel horti, vel atrij planum quod p'am ſolidioris laminę in formam maioris diſci eleuatum iuxta eleuationem circuli Æqui-

Achazi regis horarium deſcriptum.

noctialis

noctialis in ea regione, atque ita regijs feneſtris oppoſitum, vt à rege etiam decumbente ſpectari poſſet, ac horas laté pictas aſpectui exhiberet pro vtroque ſemeſtri dum Sol vel hybernus infra, vel Aeſtiuus citra Æquinoctialem graditûr. Fuerit & ſtylus, ſiue axis ferreus, de more horarij Æquinoctialis, per centrum vtrinque productus, & altero extremo ſummæ columnæ infixus, atq; axi mundano parallelus, vmbramq; vel interminatam, vel terminatã iaciens in planũ horarium, &c. Oram extremam (vt in hoc noſtro) gradibus per ſingula horaria ſpatia quaternis diſtinctam animo concipe, ac lineas per extrema graduum protractas quaſi totidem diametros ſe mutuò ſecantes in communi centro, quales hìc in noſtro lineæ longitudinum.

Cum ergo Regi optio data fuit vmbræ vel progredientis repentino motu ad 10 lineas, vel regredientis per 10 gradus (pro eodem enim interpretes ponunt lineas, & gradus) ac Rex maluit vmbræ regreſſum, is fuit non procul à meridie, nempe (inſpice, atque applica in figurà hîc prop 2) à 10 poſt mediam noctem cum 3 quadrantibus vſque ad octauam à media nocte cum quadrante, ſcilicet per denos gradus, & denas graduum lineas. Igitur cum ſinguli gradus eſſent vnius horæ pars quarta, regreſſio facta eſt vmbræ ad ſpatium duarum horarum cum dimidia. Ac deni gradus vmbræ relabentis additi quinis gradibus ante meridiem, vnde cæpit relabi, conficiunt numerum quindecim graduum pro numero annorum vitæ productioris Regi promiſſæ. Vide interpretes in citatum caput lib. 4. Regum, & in Iſaiæ cap. 38, ac videbis hac noſtra opinatione diſſipari præcipuas eius hiſtoriæ difficultates.

15 gradus pro 15 annis Ezechiæ.

Hallucinationes aliquorũ ge-metricæ circa horariũ Achazi.

Qui alias horariorum formas, præſertim ſcaphia quædam malè lineata ſibi fingunt ad id miraculum, præter incommoda, & veras difficultates, quas incurrunt à doctioribus interpretibus (verè, ac modeſtè dicam) produnt ignorationem Gnomonicæ Philoſophiæ viris doctis indignam, & à formà horariorum, præſertim in ſcaphijs, alieniſſimam.

Arbitrantur aliqui horarium id Æquinoctiale horarum Aſtronomicarum abductum olim à Rege Achazo in Paleſtinã ex præda Syrorum, expugnatà Damaſco. lib. 4 Reg. cap. 16. Sanè cũ Paleſtini horis fermè inæqualibus vterentur (quarũ lineationem pro æquinoctiali in fine huius 2 propoſ. indicabo) ſi horarium id ex præda peregrina fuit horarum Aſtronomicarum, non parum ſplendoris ipſi regiæ acceſſiſſe videri potuit ex ea horarij, atque horarum inſueta nouitate.

Horarium Æquinoctiale vt facillimum, ac ſimpliciſſimum eſt, ita reor & antiquiſſimum. Quale id Achazi fuit, quo inter Scioterica nullũ antiquius reperias. Nam Achazus vixit anno ante Chriſtum 775, vel, vt alij volunt, 751. Anaximenes autem Mileſius Anaximandri diſcipulus (quem Plinius lib. 2. cap. 76 primum inuentorem Scioterici horologij facit) vixit circa annum ante Chriſtum 579.

Horarium æquinoctiale antiquiſſimũ.

Sciotericorũ antiquiſſimũ Achazi horarium.

Hactenus verſati ſumus circa horarium Achazi, quaſi eſſet horis aſtronomicis inſcriptum, vt in exemplo noſtræ figuræ intelligeres, mi Lector, ea quæ cenſemus de prodigioſo eo horario. Verũ ſi non aſtronomicarum, ſed inæqualium horarum lineæ in eo ductæ fuerunt, exemplum aſtronomicarum in noſtro Æquinoctiali applicabis, horis inæqualibus, & vmbræ regreſſum intelliges factum à quartà hora inæquali cum tribus quadrantibus vſque ad ſecundam cum quadrante. Cætera, vt dictum eſt in Aſtronomicis horis.

Horarij Achazi horarum inæqualium deſcriptio.

Formam, & modum facillimum ſignandi horas inæquales in horario Æquinoctiali habes in Clauij Gnomonicis lib. 2. propoſ. 60 extremà, vnde videre poſſis quale fuerit Achazi horarium non vniuerſale, atque immobile cum lineis, & diuiſionibus horarum inæqualium. Quæ (quod ad diuiſionem maximi, & extremi circuli) non diſcrepant ab Aſtronomicis. Nos eà formà hìc non egemus, ſed Aequinoctiale vniuerſale, ac mobile proponimus horarum aſtronomicarum.

Modus deſcribendi horas inæquales in Æquinoctiali horario.

PROPOSITIO III.

Horarij Geographici vniuerſalisſimi noſtra conſtructio.

A Gemmafriſio ſolam mappũlam, ſeu circulum orbis terreni accepimus, cætera, quæ ille addit, reiecimus, quia ſine ijs inſtrumẽtis omnia facilius nos exequimur. Extra Tropicum (figurã prop. 2 inſpice) Capric. non extẽditur geographicus hìc Gẽmafriſij circulus, an quia tempore Gemmafriſij extra eos terminos vix aliquid terrarum innotuerat? Noſtro negotio nihil officit ea deficientia, vt videbis inferius in vſu pro horis vbiuis gentium, propoſ. 6. Præter Aequinoctialem, & tropicos, vides circulos aliquorum climatum, ſeu parallelorum. Præterea meridiani locorum à centro ad oram extremam extenduntur. Ac licet plagæ terrarum aliquæ (hìc ex Gemmafriſio, vt apud eum iacent) forraſſe aliquando non ſatis omnino aptè ſuis meridianis ſubijciantur nihil refert. Potes enim vti rotulá ſolá, ſine

plagis,modo diuisa sit in 360 meridianos;iuxta quos è tabella inferius poteris ritè loca notare. Nos primum meridianũ per Insulas fortunatas protractum,ac immobilẽ diuisimus per gradus proportionales hinc, indè ab Aequinoctiali progredientes ad latitudines tam Australes, quam Boreales,pro Gẽmafrisij regulà mobili. Nostræ diuisionis præclarũ vsum videbis inferius in propos.4 seq.

Ora extrema diuisa est in horas astronomicas,& horarum spatia in gradus quaternos pro quadrantibus singulatum horarum. Debet autem abscindi limbus ille horarum cum suis gradibus, & immobilis perstare, atque intra eum reliqua rotula geographica circulariter mouenda erit pro vsus exigentià, vt inferius videbis.

PROPOSITIO IV.

Horarij Geographici vniuersalissimi vsus;ac primo locorũ veros situs agnoscere, ac notare.

HVic problemati peragendo habebis inferius tabellam pro longitudinibus, ac latitudinibus locorum.Finge te scire velle verum situm Bononiæ. In tabula longitudo Bononiæ est grad.33, min.30. Numerabis igitur (inspice figuram propos.2)à primo meridiano iuxta ordinem appositarũ notarum arithmeticarum vsque ad 33. & ½, & in lineà inde imaginariè vsq; ad centrũ productà erit Bononia. At in quo puncto eius meridiani? In tabellà latitudo Bononiæ est grad.44, min.56. Accipe circinum, & centro facto in medio rotulæ geographicæ,accipe interuallũ grad.44, min. 56 in gradibus primi meridiani ad partes septentrionales. Mox eo interuallo progredere circinando ad vsque meridianum 33, & ½. vbi erit occursus circini cum eo meridiano, ibi erit & verus situs Bononiæ; ibique punctum cereum, siue aliud quid delebile, loci memoriam notabit prout vsus ad horas, vel ad alia exegerit. Eadem lex esto pro alijs locis.

Aliqua sunt loca in tabellà à nobis concinnatà, & positâ ad finem problematum, ac vsus horarij geographici, quæ loca latitudines habent Australes excedentes tropicum Australem in rotula Gemmafrisij extremo loco positum. Nihil id refert quod ad horas cognoscendas etiam locorum, quorum latitudo haberi non possit in rotulà Gemmafrisij, modò vera longitudo sciatur, ac meridianus, qui iret per punctum latitudinis, quæ notari non potest. Vide inferius propos.6, Haud æquum fuit vbi deficit Gemmafrisij rotula,nos etiam in nostra tabella deficere,atque aliqua loca illustria non apponere, quæ latitudines habent extra tropicum Australem. Ideo videbis inferius in propos.7, perfici à nobis etiãm in minori formà circulum horarij Geographici. Ibi lege. Erunt ergo latitudines etiam amplissimæ Australes in tabellà pro eà formà horarij, quam concinnamus prop.7. in quà formà poteris locorum omnium veros situs notare.

Gemmafrisij deficientia.

PROPOSITIO V.

Quota sit hora ibi, vbi vsus est instrumenti.

VSus tabulæ alter hic erit pro eleuatione astronomica plani geographici iuxta eleuationem Aequatoris in eo loco vbi horam venaris. Nam poli altitudo docebit modum eleuandi rite plani iuxta ea, quæ habes in nostris Gnomonicis, vbi horaria ea vniuersalia exhibemus in tympanis, sub quibus quadrantes gradibus distincti eleuantur, vel demittuntur,&c. Non sunt hìc repetenda quæ ibi habes. Ea relegito, atque huc traducito, ac memento fallaciæ ibi notatę,ne scilicet eleuationem poli pro eleuatione Aequatoris accipias.&c.

Stylo igitur indefinito per centrum adacto, & collocato meridiano eius loci, in quo vis horã, ad 12 à media nocte,ac cæteris factis iuxta communem vsum Aequinoctialium horariorum sæpius à nobis positum in nostris Gnomonicis, vmbra in extrema ora immobili horam secabit. Si stylus breuiculus fuerit, vmbræ vertex notabit lineam aliquam longitudinum vel signatam,vel imaginariam ex ijs, quæ à centro eunt ad gradus, & iuxta eius lineæ ductum videbis horam in extremà immobili orà.

Habes in nostris Gnomonicis artem, qua vtaris eádem facie superiore plani horarij non solum in æstiuo, sed etiam in hyemali semestri dum Sol est infra Aequinoctialem. Ibi relege in Apiar.9. Progym.3, in fine cap.6.

Vsus insuetus horarij Æquinoctialis in hyberno semestri.

PROPOSITIO VI.

Quota ſit hora etiã nocturna vbiuis gentium vbi non eſt inſtrumentum, atque etiam pro locis, quorũ altitudo polaris vel falſa, vel nulla ſit in rotula Geographica. Et alia paradoxa.

HOc problema id eſt, à quo nomen vniuerſaliſſimi accepit apud nos hoc horarium (vt prædictum eſt propoſ. 1.) eiuſque hic vſus eſt ſingularis, cui à nobis prodigioſa paradoxa ſunt addita, dum docemus facillimè horas omnium etiam abſẽtium loco um ibi, vbi loca vel ignotam, vel falſam habent poli eleuationem. Paciſſimis prodigium hoc Geographicum, ac gnomonicum ſic expedio.

Finge te (inſpice figuram propoſ. 2.) iuxta præcepta in 4, & 5. propoſit. antecedentibus, Bononiæ inueniſſe horam 10 à media nocte. Si ſcire aueas quota tunc Romæ ſit hora, ex tabulà in fine poſità poſt 9 propoſitionem, inueni meridianum, ſiue longitudinem Romæ g. 36. m. 30; tum abducito ab hora 12 meridianum Bononienſem in mobili rotula, & adducito ad 10 à media nocte ſignatam in immobili extremà orà; & meridianus Romanus ſignabit vltra 10 horam à media nocte circiter quadrantem. Ergo prountiabis eam tunc Romæ horam eſſe. Eodemque modo operabere pro quotlibet alijs locis.

Poſito falſo verũ eruere.

At enim nõ inueniſti ex tabellà Romani poli altitudinem, ac propterea eius vrbis verum ſitum ignoras. Immo adde, mi Tyro, falſam etiam inueneris latitudinem, vel locus, cuius horam exploro, ſit adeo Auſtralis, vt in mappulà geographicà nulla notari poſſit pro eo loco latitudo. Quid tum? modo cuiuslibet loci, extra quem eſt horarium, vera longitudo, ſiue verus meridianus è tabulis conſtet, quacumque tandem in parte, vel in punctò eius meridiani locũ fingas, veram eius loci horam prædicto modo comperiſti. Satis enim eſt hìc pro horis vt meridiani locorum motum Solis ritè conſequantur. Quoniam igitur meridianus Romanus orientalior ſemper antecedit meridianum Bononienſem, ideo collocato meridiano Bononienſi ad datam Bononiæ horam, ſemper præceſſerit tempore meridianus Romanus. Eadem eſt ratio de aliorum locorum meridianis. Oppoſita vero intellige de locis occidentalioribus.

Sane inopinatus, ac mirificus eſt hìc vſus tabularũ pro lõgitudinibus locorum, vt eàdem operà horas eorundem locorum indicent. Itaque mirum hoc compendium animo memori reconde: Meridianum tui loci, vbi horam exploraſti, adducito ad locum, quem ſtyli vmbra ſignabat, vel ad locum horæ aliunde acceptæ. Mox pro quibuſcumque alijs locis vide eorum in tabulis longitudines, eaſque numera in gradibus à primo meridiano, & ſtatim videbis ſub ſingularum longitudinum gradibus ſuas horas appoſitas in extrema peripheria; horas inquam nõ modo diurnas, ſed et am aliquorum locorum nocturnas. Nempe eorum locorum, quorum meridiani vltra centrum horarij ſunt oppoſiti meridiano, vel horis circa meridianum tui loci. Et hoc inſuetum eſt vt idem horarium indicet ſimul horas diurnas, & nocturnas.

Nota pro vſu compẽdium, & paradoxũ.

Quod ſi vtaris facillimis noſtris Compendijs in Apiar. 9. Progym. 21, ſcies etiam noctis quantitatem, & quamlibet noctis horam vbiq; locorum. Vide inferius in fine propoſitionis 7 vſus, & paradoxa huc etiam ſpectantia.

PROPOSITIO VII.

Aliter idem horarium Geographicum vniuerſaliſſimum concinnare, ac perficere ad vſus etiam paradoxicos. Adiumenta è noſtris Gnomonicis.

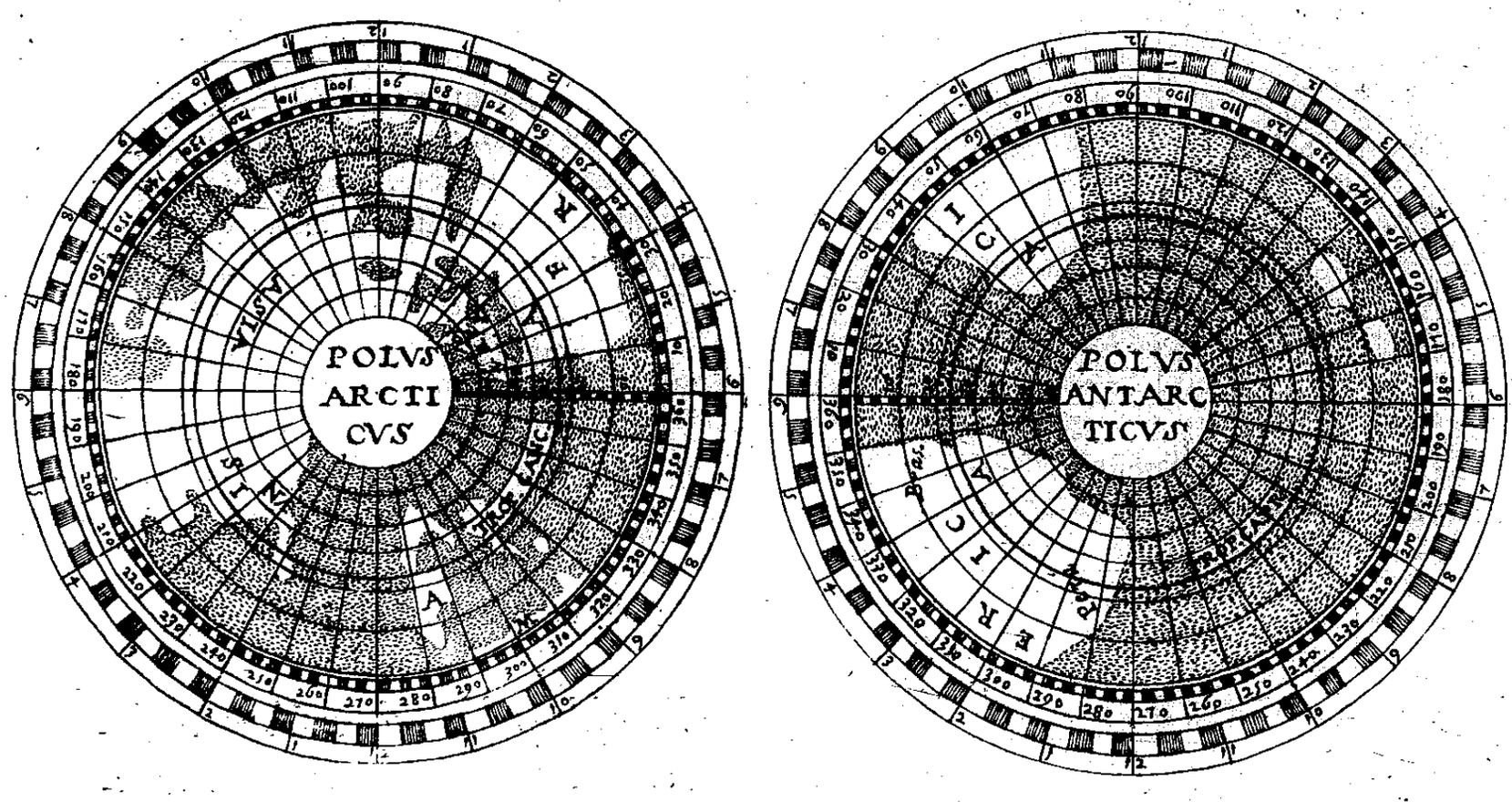
PRæter eum vſum, notandi latitudines locorum etiam extra tropicum Auſtralem, vt dictum eſt in fine propoſ. 4, quandoquidem geographica rotula euadit apud nos etiam in horariũ Aequinoctiale ad omnem poli eleuationem; vt forma ea horarij minori ſit incommodo, ac minoris figuræ, fortaſſe fuerit magis ex vſu alteram rotulæ faciem extendere ab Arctico polo quaſi à cẽtro vſq; ad peripheriam circuli Aequinoctialis, nec vltrius, deinde alteram faciem ab antarctico item vſque ad periferiam eiuſdem Aequinoctialis; mox latitudines Septentrionales gradibus proportionalibus notare in primo meridiano faciei ſeptentrionalis, Auſtrales vero in primo meridiano faciei Auſtralis. Quo facto habebis totum orbem terrarum quaſi bipartitũ à plano Aequinoctiali, & hemiſphærium vtrumque Septentrionale, atque Auſtrale hinc inde quaſi compreſſum in vtramque planam faciem circuli Aequinoctialis, ibitque mundi axis per centrum Aequatoris, & per vtrumque polum. Vide ſpecimẽ in appoſità figurà. In qua horarũ ordo

etiam

etiam circa planum Australe idem est qui circa Boreale, vt vtroq; plano vti possis quasi Boreali etiam cum Sol est Australis, iuxta dicta à nobis de vsu horarij Aequinoctialis supra planũ Boreale in semestri Solis Australis. Item & ad vsus Gnomonicos, de quibus inferius in fine propos. 8,

Alioquin in plano hic Australi alius erit horarum ordo instituendus, si eo vti velis infra planum Boreale iuxta vulgatum vsum horarij Aequinoctialis in semestri Solis Australis; hora tunc signata erit accipienda iuxta ordinem horarum in plano superiori, ac Boreali.

Sic



In forma minore amplius horarium.

Sic in forma minori spatium amplius lucrabere, vt vltra Aequinoctialem hinc inde versus vtrumq; polum habeas vbi locorum omnium in tabella nostra positorum tam Septentrionalis, quàm Australis hemisphærij situs possis denotare. Itaq; traiecto axe per centrum vtriusque complicatæ rotulæ, atque eleuato astronomicè (iuxta ea, quæ habes Ap. 9 Progym. 5, propos. 7, 8, 9. & propos. 2 huius Horarij Geogr.) & cognitâ tui loci horâ, non sine iucundo paradoxo scire poteris horas cæterorum orbis locorum etiam Australiũ dum Sol est Borealis, Borealium dum Australis, &c iuxta prædicta in antecedẽtibus propositionibus 5, & 6. Quinimmo, etiam ad paradoxa, vti potes promiscuè vtrolibet hic posito plano, ac notare latitudines etiã Australes in plano Boreali, &c. Idem enim consequére, quod attinet ad horas etiam vbiq; gentium, si altero tantum hemisphærio vtaris. Nos hìc spectauimus non tam compendia, quám perfectionem figuræ vniuersi terrarum orbis ex vtroque plano, siue hemisphærio.

Quantus verò sit arcus diurnus, ac nocturnus vbiq; gentium in singulis penè diebus totius anni, & qua arte astronomicæ horæ vertantur in horas ab horizonte, vt scias vbique, quota hora sit non solum Astronomicã, sed etiam Italica, vel Babylonica, facillimos modos ea omnia inueniendi è nostris facillimis instrumentis habes in nostris Gnomonicis, Apiar. 9. præsertim in progym. 2, & 3.

PROPOSITIO VIII.

Geographica plura problemata, ac totius Gnomonices compẽdium in hac nostra aranea Cosmographica.

QVinã antecij, periecij, antipodę, oriẽtaliores, occidẽtaliores, quibus nam ẽclipses lunares citius, aut serius appareant, & alia plura satis vulgata in Geographicis, facili negotio potes agnoscere in mappula huius horarij, applicando regulas, & præcepta geographica parallelis, & meridianis etiam oppositis in vtraque rotula signatis. Quibusnam populis plura Aequinoctia, vel tenebræ, vel lux

conti-

continenter per aliquot menſes contingãt haoes in noſtris Gnomonicis facilius ab inſtrumento facillimo Apiar. 9. progym. 2. cap. 5. fac. 27, & 28. Quod etiam inſtrumentum ſi colloces perpendiculariter ſupra hoc planum geographicum (vt habes in progym. 3 toto eiuſdem Ap. 9) habebis & horaria vniuerſalia ſtal. & Babyl. & inſtrumentum vniuerſale ad muralia horaria vbique gentium deſcribenda. Quæ omnia in exigua ; & facillimà machinula conficiunt compendium vniuerſæ Gnomonicæ.

In vnicà machinula totius Gnomonicæ compẽdium.

In primis Geographicæ huius araneæ meditullium pro Arachne occupat (in priore, ac maiore rotula propoſ. 2.) ſalutiferum, & auguſtiſſimum Dei Saluatoris nomen, quod opto, ac precor quaſi oleum ſalutis in omnes gentes effundatur, & ſuauiſſimis ab eo profuſis caſſibus mortales omnes ad immortalitatem capiantur.

PROPOSITIO IX.

Fides, & diligentia noſtra in ſequenti tabella.

NE, quod aſſolet apud merè practicos, & aliquando etiam apud aliquos, qui ſe cẽſent inter ſcientificos, hic tibi, mi Lector, tabellã ex alijs authoribus ſolũmodo deſcriptam apponeremus; ſed vt potius quid à nobis poneretur & nos, ac tu pariter ſcirem⁹, aliqua partim ab alijs, partim de noſtro appoſuimus, præſertim regnorum, atq; Imperiorum regias, ac metropoles, ac præterea loca aliqua inſignioratrarumque Indiarum, ac noui orbis, vbi religioſę meæ familię ſocij Religionis cauſa verſantur. Exemplum noſtræ diligentiæ, ac fidei habe pro alijs vnicum, quod hic damus circa latitudinem, ſiue eleuationem polarem Pequini Regiæ magni Chinarũ Imperatoris. Quam aliqui coniectantur eſſe Cambalù Pequini ergo eleuationem poſuimus, & correximus iuxta narrationes noſtrorum, qui religionis cauſa ibi degunt, qui ſic: *Pequinum eſt in polaris eleuationis gradu quadrageſimo perampio. E' quo conuincuntur erroris qui ſola imaginatione ducti Pequinum in quinquageſimo gradu ſtatuerunt.*

Hallucinatio circa altitudinem poli Pequinenſis.

Trigaut. hiſt. Sin. lib. 3. in fine cap. 2.

Secuti ſumus in ſequẽti tabella numeraria, præter alios, ac præ alijs partim Clauium, partim Orteliũ. Circa locorum latitudines minus diſcrepantiæ inter authores animaduertimus, quàm circa longitudines.

Demirati ſumus tantam varietatem circa meridianos aliquorum locorum etiam apud eos authores, qui à Canarijs inſulis cum Ptolemęo, & præcipuis Geographis (quos hìc ſecuti ſumus) meridianos de more numerant.

Longitudinum numerarias Clauij tabulas præ alijs habuimus ob perſpectã apud omnes eius Authoris diligentiam, & quia longitudines locorum ab eo poſitę magis, quàm aliorum accedere videbantur ad neotericarũ Geographicarum tabularũ exactiſſimas curas, Ad eas tamẽ nos Clauij numeros exigere, aut mutare non auſi ſumus ob Authoris auctoritatem. Tantùm hic indicamus vnde noris, mi Lector, antiqua nouis, ſi vſus poſtulet, perficere.

Circa loca de noſtro appoſita ſecuti ſumus præ alijs tabulas Ortelij Geographicas, quarum fides, ac diligentia meritò apud omnes non vulgarem conſecutæ ſunt auctoritatem. Eorum locorum, quæ ab Ortelio accepimus, longitudines, & latitudines, citra ſenſibilem errorem pro vſu, expendimus ad fidem duarum, aut plurium tabularum Geographicarum ; vt quaſi plurium teſtimonia præponeremus, ſi quando vnica tabula Geographica ab alijs diſcreparet.

Ac quoniam in nouo Orbe aliqua loca latitudines habent ab Aequatore in Auſtrum, ad diſtinctionem appoſuimus id ſigni : *lat. Auſt.*

Memento denique, Lector, facillimum eſſe etiam grauiter in numeris errari à Typographis.

Ex his noſtris, ſiue poſt hæc, alij fortaſſe plura, & meliora. Quod ſpero, & opto: ac vale.

TABELLA

LONGITVDINVM, ET LATITVDINVM

Geographicarum etiam Auſtralium pro præcipuis aliquot Vrbibus vniuerſi terrarum Orbis.

	long. G. M.	latitudo. G. M.
ALEXANDRIA	60.30.	30.
Algirium Africæ	22.	32.30.
Amangucum	201.	38
Ancona	38.30.	43.40.
Antiochia	70.15.	37.20.
Antuerpia	24.30.	51.48.
Aquiſgranum	27.15.	51.10.
Arelatum	22.45.	43.20.
Argentina	27.50.	48.44.
Ariminum	35.	43.50.
Athenæ	52.45.	37.15.
Auenio	23.	43.52.
Auguſta	32.30.	48.20.
Aurea Cherſoneſus, vulgò Malacha	161.	2.
Aurelia, Orleans	15.36.	47.13.
BONONIA Italiæ	33.30.	44.16.
Babylon	79.	35.
Baia realis in Braſil.	334.	25 lat. Auſ.
Bamberga	31.45.	49.56.
Barcinona	17.15.	41.35.
Baſilea	28.	47.30.
Bengala	134.	26.
Bergomum	32.	45.
Bracara Portugall.	6.	43.
Brixia	32.30.	44.30.
Bruxellæ	20.16.	51. 4.
Buda	42.	47.
Bungum, in Iapon.	198.	35.
Burdigala	18.	45.30.
CAYRVM	63.	30,15.
Calaris, in Sardin.	31.30.	36.30.
Cambalù regia Chami Tartar.	160.	47.
Candia, in Creta	54.10.	35.15.
Cantuaria	21.	53.40.
Capua	40.	41.10.
Carthago Africæ	34.50.	32.20.
Catania Siciliæ	40.30.	37.40.
Cęſarauguſta Saragozzæ.	14.15.	41.45.
Ceſarea	56.40.	41.40.
Colonia Agrippinenſis	27.40.	51.
Compoſtella	7.15.	44.15.
Conymbrica	6.45.	40 30.
Conſtantinopolis	56.	43. 5.
Corduba	9.40.	37.50.
Conſtantia	28.30.	47.30.

	long. G. M.	latitudo. G. M.
Corinthus	51.15.	36.55.
Cracouia	42.40.	50.12.
Cremona	33.	44.
Cuſcum } in Perù.	295.	15. } lat.
Chile } in Perù.	285.	34. } Auſ.
Caput bonæ ſpei	48.	35.
Calecutum }	112.	17.
Cochinum } Indię	117.30.	10.
Cacuchina } Oriēt.	157.	22.
Cap. Comorin }	118.	8.
DAMASCVS	69.	33.
Dantiſcum	45.	54.50.
Delly, Regia Mogor.	110.	20.
Dyrrachium	45.	40.50.
Drepanum	37.	37.
EBORA	6.15.	38.
Eboracum	20.	57.20.
Edemburgum Scotię	27.15.	59.20.
Epheſus	57.40.	37.40.
Erfordia	34.30.	51.20.
Ethna mons	39.	38.
FANVM	35.40.	43.
Fauentia	35.20.	43.30.
Ferraria	32.30.	44.10.
Florentia	34.	43.40.
Francfordia, Empor. in Germania.	30.	50.30.
GAIETA	41.10.	39.30.
Gandauum	20.	51.30.
Genua	30.	43.50.
Goa	116.	16.
Granata	11.	37.50.
Guaxaca vrbs in Mexico.	254.	23.
HERBIPOLIS	30.10.	49.[illegible].
Hidruntum	43.	41 26.
Hieroſolyma	66.	31.40.
Hierapolis, Aleppo	71.	38.
Hiſpalis, Seuilla	7.15.	37.
INGOLSTADIVM	32.10.	48.40.
Inſpruck, vide Oenipontum.		
LEODIVM	22.	50.50.
Leopolis Ruſſię	43.15.	50.30.
Liburnus, Liuorno	33.30.	42.30.
Lipſia	30.30.	51.20.
Londinum, Londres	20.	52.30.

Loua-

	long. G. M.	latit. G. M.
Louanium	20.36.	51.
Luca	33.	43.30.
Lucerna	26.	46.34.
Lugdunum	23.15.	45.10.
Lundis Gothiæ	41.30.	57.25.
Lima in Perù	289.	12. lat.Auſ.
Lisbona vide: Vlyſipona.		
MACAVM regia Iaponiæ,	209.	34.30.
Madeburgum	31.20.	52.20.
Maguntia	27.30.	50.30.
Malaça Indiæ	145.30.	4.
Malepur, ind.	424.	14.
Mantua	32.45.	44.30.
Marſilia	24.30.	43.10.
Matritum, Madrid	18.	40.45.
Mediolanum	31.	45. 6.
Melita ciu. & inſula	38.45.	34.40.
Meroe Aegypti	61.30.	16.20.
Meſſana	40.30.	38.30.
Metis, Metz	25.30.	47.30.
Mexicum vrbs	276.30.	21.
Miſna	38.10.	51.10.
Moluccæ inſulæ	170.	30.
Monachium	32.50.	48.
Monſpeſulanus, Monpolier	22,15.	43.10.
Moſchua, Metrop. Moſcouiæ	65.	55.
Mozambiquum	67.	15. lat.Auſ.
Mutina	33.	44.40.
NANQVINVM — — Chinę	178.	38.
Narbona	21.	43.
Neapolis campanię	39.30.	41.
Niniue	78.	36.
Niza	28.	43.30.
Norimberga	31.30.	49.30.
Nouiomagum	18.	47.
OENIPONTVM	32.50.	46.55.
Orcades inſulę	30.	61.50.
Ormuz inſula	96.	27.
Oxonium	19.	54.15.
PAMPILONA	13.15.	43. 9.
Papia vide: Ticinum.		
Panhormus	37.	38.
Pariſium	24.30.	48.40.
Parma	32.	44.30.
Patauium	32.50.	44.50.
Peguuium	143.	18.
Pequinum regia chinę	175.	40.
Pernambucum in Braſil	346.	7. lat.Auſ.
Peruſium	35.20.	42.56.
Philippinę inſulę	165.	10.
Piſaurum	35.20.	43.45.
Piſę	33.30.	43.

	long. G .M	latit. G. M.
Praga	39.15.	50.10.
QVINSAIVM max. vrbs orbis	193.	47.
ROMA	36.30.	41.56.
Raguſia	44.40.	42.30.
Ratisbona	32.15.	48.59.
Rauenna	35.	44.20.
Rio della plata, Riuus argenti. Braſil.	330.	35. lat.Auſ.
Rothomagum, Roan.	15.40.	49.
SALERNVM	40.	40.40.
Salisburgum	35.40.	47.40.
Salmantica	9.50.	40.15.
Samos inſula	52.40.	41.15.
Saſſarum in Sardin.	31.30.	38.50.
Sauona	29,20.	43.40.
Senę, Siena	34.20.	42.50.
Syracuſę	40.30.	37.30.
Siras regia Perſarum	94.	34.30.
Spira	36.20.	42.45.
Strigonium	42.30.	48.
TARENTVM	45.30.	40.
Tarracona	16.20.	41.
Taurinum	30.30.	44.
Taurus mons	66.	48.
Thebeth, ind. or.	138.	37.
Tergeſtum, Trieſte	33.30.	44.54.
Tybur, Tiuoli	36.40.	42.
Ticinum, Pauia	31.	44.50.
Toletum	10.	40.
Toloſa	20.30.	43.20.
Tornacum, Tornai	25.15.	51.40.
Traiectum, in Germ.	26.30.	53.20.
Treuiri	26.	49.30.
Tridentum	33.40.	45.20.
Tubinga	30.30.	48.40.
Tunetum, Túneſi	33.	32.30.
Turonia, Tours	19.30.	43.30.
VENETIÆ	34.	45.
Valentia Hiſpaniæ	14.	39.30.
Valentia Galliæ	23.	44.30.
Valliſoletum, Vagliadolid	10.10.	42.
Verdunum	25.30.	47.30.
Verona	33.	44.
Vicentia	32.10.	44.30.
Vienna Auſtrię	37.45.	48.20.
Vienna Gallię	23.	45.
Vilna Lithuanię	52.	53.30.
Vuitemberga	37.30.	51.50.
Vlyſipona, Lisbona	5.10.	39.38.
Vlma	30.20.	48.26.
Vratislauia	40.	51.10.
Vſtica Inſ. & Ciu.	37.30.	38.45.

FINIS APIARII XII, ET TOM. II.

AMICO LECTORI
TYPOGRAPHVS.

VT Doctori Petro Bettino, qui pro Authore, ac pro me in fronte vtriusq; Tomi tecum, ò Lector, est prolocutus, gratiam aliquam referam, hic saltem extremo loco huius tomi 2 reponendum putaui honorificum, ac pium monumẽtum, quod inter posthuma eius manuscripta repertum est; incidendum (vt ipsa Epitaphij verba docent) lapidi, atq; apponendum suo ipsius sepulcro in Diui Dominici Templo. Breuissimo cõpendio è publicis monumentis (vulgo hic Bononiç: *il regi-stro*) annorum fide signatis memorat, & auxiliarijs pioram precibus commẽdat lectissimos aliquot viros gentiles suos, qui à quingentis annis ad hoc æui, pro vario Bononiæ statu, ac publicæ rei forma publicis, atq; honorificis muneribus rerum gerendarum, literarum, atq; armorum floruerunt. Etiam mortuorum virtutibus, & rebus honorificè gestis honorifica saltem memoria debetur. Quis inuideat, aut damnet mortuis iusta persoluere? Igitur Epitaphium hoc erat.

D. O. M.

IACOBIS DVOBVS, ANDREÆ, BETTINO BETTINIS
PRIMVM, SECVNDVM, QVARTVM PROCONSVLIBVS, ET
CENSORIBVS PVRPVRATIS BONONIENSIS CIVITATIS,
ANNIS A CHRISTI DOMINI ORTV
1293, 1390, 1392, 1393, 1414, 1426, 1429,
IOHANNI BETTINO QVADRINGENTVMVIRO, ET BONONIÆ
CONSILIARIO, ANN. 1468,
VALENTI BETTINO BONONIENSIVM LEGATO
AD NIC. CARD. ANN. 1429,
SIMEONI, IOHANNI, ANTONIO, IACOBO BETTINIS
LEGVM-DOCTORIBVS, ATQVE IMPERIALIBVS NOTARIIS
PVBLICAM REM ADMINISTRANTIBVS,
ANNIS 1348, 1350, 1356, 1371,
PETRO BETTINO IN ARCHIGYMNASIO BONONIENSI
IVRISPRVDENTIÆ PVBLICO LECTORI, AN. 1343,
IOHANNI BETTINO MILITARI PRÆFECTO, AN. 1348,
A C
MEIS ETIAM MANIBVS BENE VT APVD DEVM
PRECERE, O QVICVNQVE HIC LEGIS, TE ROGAT
HIC LAPIS LITERATVS,
ET TOT ILLVSTRIBVS NOMINIBVS
ANIMATVS.
PETRVS BETTINVS SIBI, AC SVIS POSVIT
ANNO DOMINI 1630.

TV, amice, ac pie Lector, id, quod doctor Petrus Bettinus sibi, ac suæ familiæ viris ab alijs, ac fortasse abs te etiam, optabat in Templo, hic exéquere in Apiarijs etiam pro ipso Authore, ac pro me. Piæ Lectorũ preces quasi Apes ex hisce Philosophicis hortis ad cęlum éuolent. Hoc nobis esto maximum nostrę hic positę operę-pretium. Vale.