



Nutzungshinweise / Terms of Use

Die Digitalisate dieses Webangebotes sind urheberrechtlich geschützt. Sie dürfen für private wissenschaftliche Zwecke ausgedruckt oder heruntergeladen und zu wissenschaftlichen Zwecken an andere, von Person zu Person, weitergegeben werden. Vorhandene Herkunftsbezeichnungen dürfen dabei nicht entfernt werden.

Eine kommerzielle oder institutionelle Nutzung oder Veröffentlichung dieser Inhalte in gedruckter oder elektronischer Form ist ohne zuvoriges schriftliches Einverständnis der Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel nicht gestattet. Dies betrifft im einzelnen Verkauf, Leihe, Lizenzierung, Vervielfältigung und Verbreitung. Werden Digitalisate aus der Wolfenbütteler Digitalen Bibliothek ohne schriftliche Genehmigung der Herzog August Bibliothek auf anderen Internetseiten, Datenträgern oder Printmedien veröffentlicht, ist sie als Rechteinhaberin berechtigt, gemäß der niedersächsischen Gebührenordnung für die Bibliotheken des Landes und Hochschulbibliotheken vom 10.11.2004 (Nds. Gesetz- und Verordnungsblatt Nr. 32/2004), Anlage zu §2 Abs.1, Gebühren für die Veröffentlichung in Rechnung zu stellen. Rechtsgrundlage ist die Benutzungsordnung für die Landesbibliotheken vom 01.11.2004 (Nds. Ministerialblatt Nr. 39/2004) in der jeweils gültigen Fassung (vgl. Gebührenverzeichnis der HAB).

Zur Erteilung einer Veröffentlichungsgenehmigung wenden Sie sich bitte an die Auskunft der Herzog August Bibliothek, Lessingplatz 1, D-38304 Wolfenbüttel (auskunft@hab.de).

Verlinkungen sind grundsätzlich erwünscht. Bitte verweisen Sie auf Digitalisate wie folgt:

- Im Druck: Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel [PURL], z.B. Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel [<http://diglib.hab.de/inkunabeln/14-astron/start.htm>]
- Im Internet: HAB <a href="<http://diglib.hab.de/inkunabeln/14-astron/start.htm>">inkunabeln/14-astron

All digital documents of the Wolfenbüttel Digital Library are protected by copyright. They may be printed or downloaded and forwarded individually to third parties only for non-commercial educational, research and private purposes. In doing so provenance marks attached to them must not be removed.

Commercial or institutional use or publication of these digital documents in printed or digital form is not permissible without obtaining prior written permission from the Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel. This explicitly includes selling, lending, licensing, reproduction and dissemination. If digital documents from the Wolfenbüttel Digital Library are published without the written permission of the Herzog August Bibliothek, the library as holder of the rights to its property is entitled to levy fees in accordance with the ordinance for the State and University Libraries of the county of Lower Saxony dating from 10.11.2004 (Nds. Gesetz- und Verordnungsblatt Nr. 32/2004; Anlage zu §2 Abs.1; confer „Benutzungsordnung für die Landesbibliotheken“ 01.11.2004, Nds. Ministerialblatt Nr. 39/2004).

For reproduction requests and permissions, please contact the information desk of the Herzog August Bibliothek, Lessingplatz 1, D-38304 Wolfenbüttel (auskunft@hab.de).

Links to our resources are welcome. Please refer to digital documents as follows:

- Print: Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel [PURL], e.g. Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel [<http://diglib.hab.de/inkunabeln/14-astron/start.htm>]
- Internet: HAB <a href="<http://diglib.hab.de/inkunabeln/14-astron/start.htm>">inkunabeln/14-astron



Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

17, 1 Geom.
MF(1)

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



0 21 22 23 24

Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

Christoph Clavius

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

</start.htm>

A.

CHRISTOPHORI
CLAVII BAMBERGENSIS
E SOCIETATE IESV.
GEOMETRIA
PRACTICA.



ROMAE,
Ex Typographia Aloisij Zannetti MDCIII.

Superiorum Permissu.

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



<http://diglib.hab.de/drucke/>

Kodak

Gray Scale

17-1-geom-1



/start.htm

CHRISTOPHOR

CLAVII BAMBERGENSIS

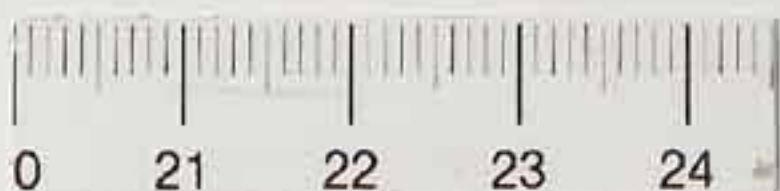
E SOCIETATE 1857

GEOMETRIA

PRACITICA



Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



0 21 22 23 24
<http://diglib.hab.de/drucke/>

Kodak

Gray Scale

17-1-geom-1



</start.htm>

PERILLVSTRI AC GENEROSO D.
GEORGIO FVGGERO
SENIORI
 BARONI IN KIRCHBERG,
 ET VVEISSENHORN.

Christophorus Clauius e Societate
 IESV S.P.D.

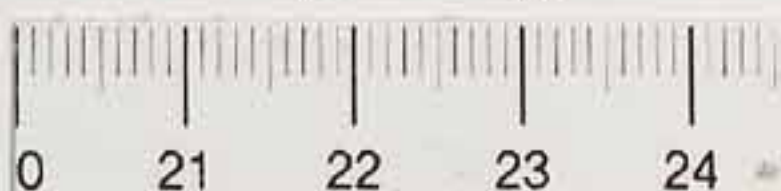


T veniet in manus tuas li-
 ber hic meus, Generose
 Domine, veniet & in men-
 tem, vt opinor, Theocri-
 tacum illud, *βαρδισαυ μα-
 κρόν εἰς φίλαι*: cum len-
 tissimo gradu, quo mira-
 celeritate aduolare debue-
 rat, vix aliquando perue-
 nerit. Serius omnino me

rito tuo, & voto meo partus hic noster properat ad Pa-
 tronum suum: verum si editum illum iam grauibus an-
 nis reputaueris, facile apud te constitues, à tarda se-
 nectute non nisi foetum tardum expectari potuisse.
 Nunquam alias tam frequentibus, molestisque mor-
 bis conflictatus, nunquam tanto arsi desiderio, vt quod
 iam diu conceperam, aliquando in lucem exponerem,
 experientia, & Pindarica voce doctus, *αὐτοσίκτω
 ἐρόταν ὅξυτέρας ἀναι μαλίας*. Obuersabar enim noctes,
 diesque oculis meis, vir amplissime: & iure tuo, vt

† 2 iam

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



iam affecta perfecta tibi traderem, flagitare videbaris. Non exiguam vim pecuniæ gentilitia liberalitate ad mensas deposueras, paratam in usus, expensasque cudendi libri: res monebat, ut diligentia mea minus prompta non esset munificentia tua. Accedebat quod onus Aetna grauius imposuerat obseruantia tua singularis in me: quo aliqua ex parte qua ratione leuari possem alia, non videbam. Vir enim in Mathematicis non vulgari cum laude exercitatissimus, tanto in honore habuisti semper labores, & libros meos, ut ijs, qui te probe, meque norunt, pene miraculo possis esse. Si enim Clauij libros in manibus haberes eo consilio: ut amici tui scripta, quod potes, redderes meliora: doctrinam tuam omnes agnoscerent, laudarent beneuolentiam; Sed à te tanto viro in Mathematicis partus tennes, nec operæ multæ assidua versari manu, hoc illud est, quod iure mirari quis possit: hoc non obscurum, indicium, à te mea, quasi egregium, eximiumque aliquid sint, existimari. A qua præstantia quantum absum, quia video: ideo intelligo maximum esse studium in me tuum: à quo si præter meritum honestor, pro merito certe ita obstringor, ut quæ maxima est viribus meis grati animi testificatio, minima sit pro beneficio tuo. Hanc tamen qualemunque gratæ mentis in te significationem extare quam primum volebam, cum præsertim ad has rationes accessio fieret aliarum, quæ apud optimum quemque plurimum semper valere consueuerunt. Ego enim has viuendi rationes, & instituta secutus, ad cuius alterius patrocinium meos libros adlegarem, nisi ad illum, quem vniuersus nostræ Societatis ordo acerrimum sui propugnatorem, & amantissimum patronum semper expertus est? Familiaris igitur tibi cum sit tutela nostrum, mea hæc ab inuidorum, igna-



ignarorumque moribus vindicabis, non auctoritate
modo vixens aduersarios, sed etiam doctrina. Qua
cogitatione sum permotus, vt tibi praecipue Geome-
triam Practicam destinarem. His etenim, qui nostris in
studijs non admodum defudarunt, si quid offeras tale,
magna cura explicanda prius est, & commendanda
per epistolam libri doctrina, ne se contemptos humilita-
te muneris arbitrentur. Tu, vt hoc dūtaxat vnum legis,
Geometria Practica; quantum vtilitatis, voluptatisq. la-
teat in toto libro, optime peruides. His igitur assiduis
cogitationibus, quasi tot facibus inflāmatu, aetate, vale-
tudinemque aduersam, Deo propitio, tandem vici; &
per hac locorum interualla opus ad te tuum venire iu-
beo. Tuum, inquam; & quia virtus, liberalitasque
tua illud asseruere tibi: & quia ab eo scriptum est, qui
tuus est. Quod si gratum fuisse tibi intelligam, labo-
rum meorum fructum cumulatū feram, cum aman-
tissimum mei re non ingrata donauerim. Vale.

ROMAE PRIDIE IDVS SEPTEMB. MDCIII.



*Claudius Aquauina Societatis Iesu
Præpositus Generalis.*

CVM opus hoc Geometriæ Practicæ, a P. Christo-
phoro Clauio Societatis nostræ Theologo com-
positum, & in octo libros distributum, tres eiusdem
Societatis Theologi, quibus id commisimus, reco-
gnouerint, ac in lucem edi posse probauerint; facul-
tatem concedimus, vt typis mandetur, si ita Reueren-
dissimo D. Vicesgerenti, ac Reuerendis. P. M. sacri
Palatij videbitur. In quorum fidem has literas ma-
nu nostra subscriptas, & sigillo nostro munitas dedi-
mus. Romæ 23. Maij 1604.

Claudius Aquauina Societatis Iesu Præp. Gen.

Imprimatur si placet R. P. M. S. Palatij.

B. Gypsius Vicesgerens.

EGO Theodosius Rubeus Prinernas S. Theol. & I. V. D.
ex commissione Reuerendis. P. M. Ioannis Mariæ Brasi-
chellen. Sac. Palat. Apost. Mag. sedula, qua potui diligen-
tia, euolui Geometriæ Practicæ libros octo, grauissimi, &
doctissimi viri Christophori Clauij Bambergensis Socie-
tatis IESV, in qua talis inuentionum vbertas, & subtilissi-
ma inuentorum demonstratio elucet, vt tanto viro, tantoq.
ingenio digna censeatur. Ex quo facilè deprehendi potest,
in ea nihil Catholicæ Religionis, bonisq. moribus dissonum
inueniri, eamq. in lucem non edere, esset patrisfamilias
creditum talentum in terra defodere. Et ita ego censeo,
saluo semper saniori iudicio. Dat. ex meo studio hac die
16. Iulij 1604.

Ego Theodosius Rubeus, qui supra, manu propria.

Imprimatur

Fr. Paulus de Francis de Neap. socius Reuerendis. P. Magi-
stri sacri Palatij Apost.

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



<http://diglib.hab.de/drucke/>

Kodak

Gray Scale

17-1-geom-1



</start.htm>

INDEX

CAPITVM, PROBLEMATVM,
ac Propositionum horum 8.
librorum.

PRIMI LIBRI CAPITA.

I. INSTRVMENTI partium constructio, atque vsus
multiplex. 4. vsque ad 14.

II. Constructio Quadrantis, in quo Minuta quoque
ac Secunda deprehendantur; etiamsi gradus in ea secti
non sint. Et quo pacto eadem Min. & Sec. obtineri pos-
sint in Quadrante in 90. gradus distributo. Ac denique
qua ratione ex data recta in paucissimas partes aequales diui-
sa abscindi possint partes millesima, &c. 14. vsque ad 45.

III. Problemata varia triangulorum rectilineo-
rum. 45. vsque ad 52.

SECVNDI LIBRI PROBLEMATATA.

I. DISTANTIAM in plano, siue accessibilis ea sit,
siue inaccessibilis, per duas stationes in eodem plano factas,
per quadrantem metiri, quando in eius extremo erecta est
altitudo aliqua perpendicularis, etiamsi infimum eius extre-
mum non cernatur. Atque hinc altitudinem quoque ipsam
elicere. 54.

LEMMA. Datis duabus rectis ad inuicem inclinatis,
punctum, in quo conueniant, inuenire. 58.

II. Altitudinem inaccessibilem, quando distantia
a loco mensoris ad basem altitudinis ignota est, per duas
sta-



I N D E X.

Stationes in plano factas, per quadrantem dimetiri. Atque hinc distantiam quoque ipsam eruere, etiamsi extremus eius terminus non cernatur. 60.

II. Ex vertice montis, aut turris, in cuius summitate duae Stationes fieri possint, è quibus signum aliquod in Horizonte appareat, altitudinem ipsius montis turrisque dimetiri. Atque hinc ipsam quoque distantiam à turris basi, vel perpendicularo montis ad signum illud inuestigare. 63.

III. Ex vertice montis, vel turris, per duas Stationes in aliqua hasta erecta, vel in duabus fenestris turris, quarum una supra altam existat, factas, è quibus signum aliquod in Horizonte videri possit, altitudinem ipsius montis, aut turris per quadrantem metiri. Atque hinc distantiam quoque à perpendicularo montis, vel turris, usque ad signum visum cognoscere. 65.

IV. Ex vertice montis, aut turris, altitudinem ipsius, si in plano, cui insistit, spatium aliquod è directo mensuris notum sit, per quadrantem deprehendere. 68.

V. Distantiam ab oculo, vel pede mensuris ad quodvis punctum in aliqua altitudine notatum, per duas Stationes in plano factas, per quadrantem metiri. 69.

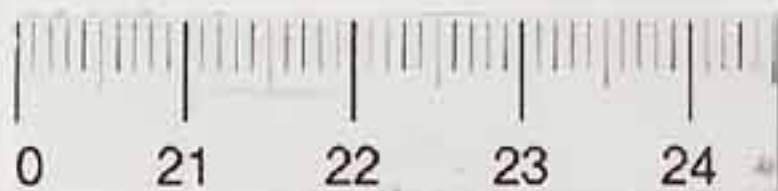
VI. Intervallum inter duo puncta in quolibet plano eleuato, siue illud ad Horizontem rectum sit, siue inclinatum, per quadrantem metiri. 72.

VII. Longitudinem lineae rectae, quando mensur in uno eius extremo, vel in aliqua altitudine nota, quae perpendicularis sit in eo extremo ad planum in quo linea iacet, existens alterum extremum videre potest, per quadrantem comprehendere. 73.

VIII. Longitudinem, ad cuius extrema accedere non liceat, dummo ea appareant, & ipsa longitudo producta ad pedes mensuris pertingat, ex altitudine aliqua nota per quadrantem dimetiri. 73.

IX. Longitudinem transversam in Horizonte, cuius utrumque extremum inspicere potest, notam efficere per quadrantem. 74.

X. Longitudinem in Horizonte inter turrem aliquam, & aliud quodpiam signum, ex turri per duas Stationes



I N D E X

nes in fastigio factas, vel in duabus fenestris, quarum una sit sub altera ad perpendicularum, quando spatium inter illas fenestras notum est, etiamsi totius turris altitudo ignota sit, per quadrantem diametri. Atque hinc obiter altitudinem turris patefacere. 75

XII. Longitudinem rectæ è directo mensuris posita, cuius extremum utrumque, vel alterum non appareat, nisi ad dextram, vel sinistram recedat mensur, per quadrantem comprehendere. 76

XIII. Distantiam alicuius signi in Horizonte positi à summitate turris, vel muri alicuius, licet ad ipsum signum accessus non pateat, per quadrantem colligere. 77

XIIII. Altitudinem inaccessibilem, cuius basis non videatur, & ad quam per nullum spatium secundum lineam rectam accedere possimus, aut recedere, ut duas stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramue ad locum, è quo eius basis appareat, per quadrantem explorare. 78.

XV. Altitudinem inaccessibilem, quando neque distantia à loco mensuris ad eius basem nota est, neque è directo ipsius due stationes in plano fieri possunt, neq. deniq. basis appareat, per quadrantem notam reddere. Atque hinc obiter ipsam quoque distantiam elicere. 78.

XVI. Altitudinem maiorem ex minori cognita per duas stationes in summitate, vel in duabus fenestris factas, etiamsi solum maioris altitudinis vertex cernatur, per quadrantem adinuenire. Atque hinc distantiam quoque inter altitudines colligere. 80.

XVII. Altitudinem maiorem ex minori incognita, dummodo basis maioris cerni possit, per quadrantem perscrutari. 81.

XVIII. Altitudinem minorem ex maiori cognita, licet basis minoris non cerni possit, ope quadrantis peruestigare. Atque hinc distantiam quoque inter duas altitudines eruere. 82.

XIX. Altitudinem minorem ex maiori incognita, dummodo basis minoris videri possit, per quadrantem explorare. Atque hinc distantiam quoque inter duas altitudines conijcere. 83.

P O R -

I N D E X

XX. Portionem altitudinis maioris ex minore altitudine, & minoris portionem ex maiore, per quadrantem cognoscere. 83.

XXI. Altitudinem, cuius basis imposita sit alteri altitudini, & utraque illius extremitas cerni possit, etiamsi infimum punctum alterius, cui imponitur, lateat, & eiusdem puncti infimi distantia à loco mensoris cognita non sit, per quadrantem ex valle, aut ex plano Horizontis explorare. 84.

XXII. Distantiam acclivem montis à loco mensoris usque ad basem altitudinis monti impositæ, etiam non visam, una cum ipsa altitudine, quando mensur in ascensu montis consistit, prope verum, beneficio quadrantis efficere cognitam. 86.

XXIII. Profunditatem putei, vel ædificij cuiuscunque ad perpendiculum erecti, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadrantem reperire. 88.

XXIV. Profunditatem vallis, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, eiusque terminus, vel aliquod in ea signum conspici possit, per quadrantem scrutari. 90.

TERTII LIBRI PROBLEMAT.

QVADRATI Geometrici constructio. 93.

I. Altitudinem Solis, vel stellæ cuiusvis per quadratum Geometricum observare. 96.

TABVLA Gnomonica. 100.

II. Distantiam inter te, & signum quodcunque in plano Horizontis positum, per quadratum peruestigare. 104.

EANDEM beneficio baculi, vel arundinis cognoscere. 109.

III. Distantiam in plano per duas stationes in eodem plano factas, per quadratum metiri, quando in eius extremo erecta est altitudo aliqua perpendicularis, etiam si infimum

I N D E X

rum eius extremum non cernatur.

109.

IIII. Distantiam eandem per duas Stationes in aliqua altitudine erecta factas, ope quadrati perscrutari.

113.

V. Altitudinem cuiuslibet rei erectae per eius distantiam ab oculo mensuris, beneficio quadrati conijcere.

116.

VI. Altitudinem eandem, etiamsi eius distantia ab oculo mensuris neque data sit, neque inuenta, per duas stationes in plano factas, auxilio quadrati patefacere.

117.

VII. Altitudinem eandem, quando distantia ab oculo mensuris neque data est, neque inuenta, neque è directo altitudinis duae Stationes fieri possunt, per duas stationes in hasta aliqua erecta factas, per quadratum indagare.

121.

SCHOLIUM. Eandem altitudinem, eiusque distantiam ab oculo mensuris, una cum hypotenusa ab oculo ad fastigium altitudinis extensa, ope quadrati stabilis per unicam stationem venari, etiamsi solum fastigium rei erectae cernatur: adeo ut scholium hoc omnia praestet, quae in problem. 3. 4. 5. 6. & 7. per plures stationes inuestigauimus.

123.

VIII. Altitudinem turris, aut montis, ex eius summitate per quadratum dimetiri, quando in plano summitatis Horizonti a quidistante duae stationes fieri possunt, & signum aliquod in Horizonte cernitur.

125.

IX. Altitudinem turris, vel montis, ex eius summitate per duas stationes in hasta aliqua erecta factas per quadratum inuestigare, quando signum aliquod in Horizonte positum videri potest.

127.

SCHOLIUM. Eandem altitudinem ex eius vertice per unicam stationem, una cum distantia à turre vel perpendicularo montis ad signum in Horizonte positum, per quadratum stabile metiri.

129.

X. Ex summitate turris, vel aliqua eius fenestra, distantiam à base turris ad signum propositum in Horizonte, per quadratum cognoscere.

131.

XI. Ex altitudinis alicuius fastigio, etiamsi altitudo sit mensuris statura, distantiam inter duo signa in plano, cui altitudo insistit, si ea distantia è directo mensuris iaceat, & utrumque eius extremum cerni possit, per quadratum comprehendere.

133.

XII. Longitudinem in Horizonte extensam, per

a 2 qua-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

I N D E X

quadratum metiri, quando mensur in vno eius extremo existens alterum extremum videre non potest, propter tumorem aliquem interiectum, neque altitudo in promptu est, sed solum ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem recedere potest ad locum, è quo alterum extremum appareat. 133.

XIII. Longitudinem in Horizonte è directo mensuris iacentem, per quadratum cognoscere, ad cuius extrema neque accedere liceat, neque è loco mensuris eam dimetiri, neque vlla adsit altitudo, dummodo ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem ad locum aliquem ire possit mensur, ex quo vtrumque extremum appareat. 135.

XIII. Altitudinem montis, vel turris, ex eius fastigio, quando è directo mensuris intervallum aliquod inter duo signa, vel etiam inter signum quodpiam, ac turrim cognitum est, per quadratum coniungere. 135.

XV. Distantiam ab oculo, vel pede mensuris, (vbiunque existat) ad quodvis punctum in aliqua altitudine notatum, per quadratum exquirere. 136.

XVI. Intervallum inter duo signa, vel puncta in quolibet plano siue recto ad Horizonte, siue inclinato, per quadratum metiri. 139.

XVII. Intervallum transversum in Horizonte, cuius vtrumque extremum videri potest, per quadratum metiri. 141.

XVIII. Distantiam alicuius signi in Horizonte positi à summitate turris, vel muri alicuius, licet ad ipsum signum accessus non pateat, per quadratum eruere, vbiunque mensur existat. 141.

XIX. Altitudinem inaccessibilem, cuius basis non videatur, & ad quam per nullum spatium secundum rectam lineam accedere possit mensur aut recedere, ut duæ stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramve ad locum, è quo eius basis cernatur, per quadratum explorare. 142.

XX. Altitudinem maiorem ex minori cognita, etiam si solum maioris altitudinis vertex cernatur, per quadratum efficere notam. 142.

XXI. Altitudinem maiorem ex minori incognita, si tamen basis maioris cerni possit, per quadratum venari; 142.

AL.

I N D E X

- XXII. *ALTITVDINEM* minorem ex maiori cognita, licet basis minoris cerni non possit, per quadratum scrutari. 144
- XXIII. *ALTITVDINEM* minorem ex maiori incognita, dummodo basis minoris appareat, per quadratum elicere. 144
- XXIII. *PORTIONEM* altitudinis maioris ex minore altitudine, & minoris portionem ex maiore, per quadratum percipere. 145
- XXV. *ALTITVDINEM*, cuius basis imposita sit monti, vel alteri cuiuspiam altitudini, & utraque illius extremitas cerni possit, etiamsi infimum punctum alterius, cui imponitur, lateat, & eiusdem puncti infimi distantia à loco mensoris cognita non sit, per quadratum ex valle, aut ex plano Horizontis explorare. 145
- XXVI. *DISTANTIAM* accliuem montis à loco mensoris usque ad basem altitudinis monti impositæ, etiam non visam, unà cum ipsa altitudine, quando mensur in ascensu montis consistit, propè verum, beneficio quadrati efficere cognitam. 146
- XXVII. *PROFVNDITATEM* putei, vel edificiij cuiusvis ad perpendicularum erecti, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadratum efficere notam. 148
- XXVIII. *PROFVNDITATEM* vallis, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, & eius terminus, vel aliquod in ea signum conspici possit, per quadratum cognoscere. 150
- XXIX. *DISTANTIAM* inter pedes mensoris, & signum aliquod in plano Horizontis, beneficio baculi metiri, quando extremus terminus distantie videri potest. 152
- XXX. *ALTITVDINEM* turris, aut alterius rei, per baculum indagare. 152
- XXXI. *DISTANTIAM* in plano Horizontis inter mensorem, & signum quoduis, beneficio Normæ adinuenire. 153
- XXXII. *Altitudinem* turris, aut alterius rei, per Normam inuestigare. 154
- XXXIII. *Distantiã* in plano Horizontis, quæ non sit valde magna

I N D E X.

- magna, alio modo facillimo dimetiri. 154
- XXXIII. Altitudinem cuiusque rei erecta ex eius umbra, quam, Sole lucente, projicit, si nota fuerit, per quadratum deprehendere. 155
- XXXV. Longitudinem umbrae ab altitudine, Sole lucente, proiecta, quando altitudo est cognita, ope quadrati aperta, & manifestam facere. 156
- XXXVI. Distantiam in Horizonte inter mensorem, & signum aliquod visum, beneficio simplicissimi cuiusdam instrumenti comperire. 157
- XXXVII. Distantiam inter duo montium, aut turrium cacumina, ope praedicti instrumenti conjicere. 158
- XXXVIII. Longitudinem ascensus alicuius montis, si eius cacumen ab oculo in radice constituto videatur, eiusdem instrumenti beneficio cognoscere. 159
- XXXIX. Altitudinem, ad cuius basem pateat accessus, beneficio speculi plani, una cum distantia speculi à cacumine altitudinis deprehendere. 160
- XL. Altitudinem inaccessibilem beneficio speculi plani, una cum speculi distantia tam à base, etiam non visa, quam à cacumine altitudinis, cognoscere. 161
- XLI. Altitudinem monti impositam, si modo altitudinis basis possit conspici; vel portionem superiorem alicuius turris, beneficio speculi plani efficere notam. 163
- XLII. Situm cuiuslibet campi, aut atrij, vel templi, vel etiam urbis, aut regionis cuiusvis in plano describere, si è duobus locis intra ipsum situm assumptis baculi ex omnibus campi angulis erecti, vel certe ipsi anguli in edificio, aut urbe, vel loca regionis videri possint: simulque longitudes laterum campi, vel edificiij, nec non distantias inter angulos, & utrumvis locorum assumptorum, in data mensura cognoscere. Quod si talia duo loca intra situm eligi nequeant, idem efficere, dummodo situm possimus circumire. 163
- XLIII. Longitudinem trabis ad Horizontem inclinatae, cuius portio superior tantum conspiciatur, una cum angulo inclinationis, distantia basis à mensore, & altitudine fastigij supra Horizontem, per quadratum metiri. 167
- XLIV. Visis duarum turrium summitatibus, etiam si bases propter

propter aedificia interiecta occultentur, distantiam tam inter earum bases, quam inter earundem fastigia, una cum ipsarum altitudinibus, ac distantijs à mensore conijcere. 168

SCHOLIUM. Unica regula ad omnes rectas dimet:endas quando earum extrema videntur. 169

XLV. Spatium terrae inaequale pro ducendis aquis librare: aut etiam, si lubet, Horizonti aequidistans efficere. 170

QUARTI LIBRI CAPITA.

I. De area Rectangulorum. 173

II. De area Triangulorum. 175

III. De area Quadrilaterorum non rectangulorum. 187

IIII. De area multilaterarum figurarum irregularium. 188

V. De area multilaterarum figurarum regularium. 193

VI. De Dimensione circuli ex Archimede. 200

PROPOSITIO I. Area cuiuslibet circuli aequalis est triangulo, cuius vnum quidem latus circa angulum rectū semidiametro circuli, alterum verò peripheriæ eiusdem circuli aequale est. 200

IOSEPHI Scaligeri error hoc in loco. 203

PROPOSITIO II. Cuiuslibet circuli peripheria, tripla est diametri, & adhuc superat parte, quæ quidem minor est decem septuagesimis, hoc est, septima parte diametri, maior vero decem septuagesimis primis. 204

COROLLARIUM. Diameter per $3\frac{1}{7}$. multiplicata gignit numerum maiorem circumferentia: multiplicata verò per $3\frac{2}{7}$. facit numerum circumferentia minorem. E contrario circumferentia diuisa per $3\frac{1}{7}$. procreat numerum minorem diametro: diuisa vero per $3\frac{2}{7}$. producit numerum diametro maiorem. 211

PROPOSITIO III. Circulus quilibet ad quadratum diametri proportionem habet, quam 11. ad 14. proxime. 211,

VII. De area circuli, inuentioneq. circumferentiæ ex diametro



I N D E X.

<i>& diametri ex circumferentia.</i>	212
PROPOSITIO I. Circulorum diametri inter se sunt, ut circumferentia.	215
PROPOSITIO II. Proportio quadrati ex diametro cuiuslibet circuli descripti ad circuli aream maior est, quam 14. ad 11. minor autem, quam 284. ad 223.	215
PROPOSITIO III. Proportio quadrati à circumferentia circuli cuiusvis descripti ad circuli aream maior est, quàm 892. ad 71. minor autem, quam 88. ad 7.	216
VIII. De area segmentorum circuli.	220
I. Data circuli area, circumferentiam, ac diametrum cognoscere.	222
II. Dato arcu cuiusvis circuli, diametrum circuli in numeris inuestigare.	222
III. Datis diametris duorum circulorum, vel circumferentijs: Aut duobus lateribus homologis duarum figurarum similium, similiterq. positarum; quam proportionem circuli, vel figuræ inter se habeant, cognoscere.	222
III. Datis pluribus circulis, quorum diametri, vel circumferentiæ cognitæ sint: Item pluribus figuris similibus, similiterq. positis, quarum latera homologa sint nota; inuenire diametrum, vel circumferentiam, cuius circulus omnibus circulis propositis æqualis sit: Item latus reperire, cuius figura similis, similiterque posita, æqualis sit omnibus propositis figuris.	223
V. Aream propositæ Ellipsis indagare.	224
VI. Aream propositæ Parabolæ inuestigare.	224

QVINTI LIBRI CAPITA.

I. De area Parallelepipedorum, Prismatum, & Cylindrorum.	227
II. De area Pyramidum, & Conorum.	229
III. DE Area frustæ Pyramidis, & Coni.	230
SCHOLIVM. De area variorum solidorum.	232
IIII. DE Area quinque corporum Regularium.	233
V. DE Area spheræ, inuentioneque superficiei conuexæ eiusdem	

I N D E X.

<i>dem sphaera.</i>	242
PROPOSITIO I. Quam proportionem habent duæ quælibet partes aliquotæ magnitudinis cuiuscunque, eadem habent duæ similes partes alterius cuiusvis magnitudinis.	242
PROPOSITIO II. Rectangulum sub diametro, & circumferentia maximi circuli in sphaera comprehensum, quadruplum est circuli maximi, & superficiei conuexæ eiusdem sphaeræ æquale.	243
PROPOSITIO III. Eadem est proportio quadrati circumferentiæ circuli maximi in sphaera ad superficiem sphaeræ, quæ circumferentiæ maximi circuli ad diametrum. Item eadem est proportio quadrati diametri maximi circuli in sphaera ad superficiem sphaeræ, quæ diametri ad circumferentiam eiusdem circuli maximi.	244
PROPOSITIO IIII. Quadratum circumferentiæ circuli maximi in sphaera ad superficiem sphaeræ conuexam, maiorem proportionem habet, quam 223. ad 71. minorem vero, quam 22. ad 7.	245
PROPOSITIO V. Quadratum diametri circuli in sphaera maximi ad superficiem sphaeræ conuexam, maiorem proportionem habet, quam 7. ad 22. minorem vero, quam 71. ad 223.	245
PROPOSITIO VI. Proportio cubi ex circumferentia maximi in sphaera circuli descripti ad sphaeram, maior est, quam 298374. ad 5041. minor autem, quam 2904. ad 49.	246
PROPOSITIO VII. Cubus diametri sphaeræ ad sphaeram, maiorem proportionem habet, quam 21. ad 71. minorem verò, quam 426. ad 223.	247
VI. <i>De Area segmentorum sphaeræ.</i>	254
VII. <i>De Area sphaeroidis, eiusdemque portionum.</i>	257
VIII. <i>De Area Conoidis Parabolici.</i>	258
IX. <i>De Area Conoidis Hyperbolici.</i>	259
X. <i>De Area Doliorum.</i>	259
XI. <i>De Area corporum omnino regularium.</i>	260
XII. <i>De superficie conuexa coni, & cylindri recti.</i>	261

b

SEXTI

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

SEXTI LIBRI PROPOSITIONES.

- I.** Si magnitudo in quotuis partes secetur vtcunque, & alia quæpiam magnitudo in totidem partes ordine illis proportionales; habebunt quotlibet partes prioris magnitudinis simul ad reliquas omnes partes simul, eandem proportionem, quam totidem partes posterioris magnitudinis simul, ad reliquas omnes partes simul. Et si quælibet pars prioris magnitudinis secetur in duas partes vtcunque, secetur autem & pars posterioris magnitudinis illi parti respondens in alias duas partes duabus illis proportionales; erunt quoque ibidem totæ magnitudines sectæ proportionaliter. 263
- II.** Dato Rectilineo, super datam rectam inter alias duas interceptam, constituere quadrilaterum æquale, cuius latus oppositum inter duas easdem rectas interceptum, datæ rectæ sit parallelum. Et datis duobus rectilineis inæqualibus quibuscunque, ex maiore per lineam vni lateri parallelam detrabere rectilineum minori æquale, quando id fieri potest. quod ex ipsa problematis solutione cognoscetur. 266
- III.** Diuiso rectilineo quolibet in triângula ex vno aliquo puncto; rectas lineas ipsis triângulis ordine proportionales inuenire. 274
- IIII.** Datũ rectilineum per rectam à quouis angulo, vel puncto in aliquo latere ductam in proportionem datam diuidere: ita vt antecedens proportionis in quam malueris partem vergat. 282
- SCHOLIVM.** Datum rectilineum ex dato angulo, vel puncto in latere, in quotuis partes æquales secare. 280
- V.** Datum rectilineum per rectam lineam datæ rectæ parallelam, in datam proportionem diuidere: ita vt antecedens proportionis in quam elegeris partem vergat. 282

SCHO-

I N D E X

SCHOLIVM. Datum rectilineum in quotuis partes æqua-
les per lineas cuilibet rectæ parallelas distribuere. 289

VI. Si duo triangula æqualia habeant unum latus commu-
ne, & in diuersas partes vergant: Recta oppositos angulos
connectens à latere illo communi bifariam secatur. 290

VII. Si in triangulo basi parallela ducatur, & extrema pa-
rallelarum rectis iungantur sese interfecantibus: Habebit
vtriusvis harum rectarum segmentum ab angulo incipiens
ad reliquum in latere terminatum, eandem proportionem,
quam latus ab illa recta diuisum ad partem eius superio-
rem. Recta autem ex tertio angulo per intersectionem di-
ctarum rectarum extensa secabit utramque parallelam
bifariam. 291

VIII. Si in triangulo à duobus angulis due rectæ ducan-
tur ad media puncta oppositorum laterum: Recta ex an-
gulo reliquo per intersectionem earum deducta secat quo-
que reliquum latus bifariam. Cuiuslibet autem illarum
trium linearum segmentum prope angulum ad reliquum
segmentum duplam habet proportionem. Triangulum deni-
que per rectas ab intersectione ad angulos ductas in tria
triangula æqualia diuiditur. 291

IX. Si in triangulo ducatur recta utcumque duo latera
secans: Erit totum triangulum ad abscissum triangulum,
ut rectangulum sub duobus lateribus sectis totius triangu-
li comprehensum, ad rectangulum sub duobus lateribus
trianguli abscissi, quæ priorum segmenta sunt, comprehen-
sum. 292

X. Datum triangulum ex dato puncto in eius latere in
quotlibet partes æquales diuidere. 293

XI. Datum triangulum per lineas uni lateri parallelas in
quotlibet æquales partes diuidere. 294

XII. Datum triangulum per rectam ex puncto extra
triangulum dato ductam in duas partes æquales diuide-
re. 294

XIII. Datum parallelogrammum in quocumque partes
æquales per lineas duobus lateribus oppositis æquidistantes
diuidere. 296

XIII. Datum parallelogrammum per rectam ex puncto
b 2 suis

I N D E X.

- siue extra, siue intra ipsum, siue in aliquo latere dato du-
ctam bifariam diuidere.* 296
- XV. *Inter duas rectas, duas medias proportionales, prope
verum, inuenire: ex Herone & Apollonio Pergæo: ex Phi-
lone Bysantio, ac Philopono: ex Diocle: ac postremo ex Ni-
comede per lineam conchoideos.* 297. usque ad 304.
- XVI. *Datam figuram planam, vel circulum augere, vel
minuere in data proportione.* 304
- XVII. *Datam figuram solidam qualemunque ex ijs, de
quibus Eucl. in libris Stereometriae agit, augere, uel minue-
re in proportionem data.* 305
- XVIII. *Inter duos numeros datos tum unum, tum duos
medios proportionales reperire.* 306
- LEMMATA. *Si sint quatuor lineæ continuè proportionales:
parallelepipedum sub quadrato alterutrius extremarum,
& altera extrema comprehensum, æquale est cubo mediæ
proportionalis, quæ priori extremæ propinquior est.* 307
- XIX. *Radice cuiuslibet generis extrahere.* 308
- EXTRACTIO radicis quadratæ. 312
- EXTRACTIO radicis cubicæ. 313
- EXTRACTIO radicis surdesolidæ. 314
- REGVLA propria extractionis radicis cubicæ. 316
- XX. *In numeris non quadratis, non cubis, non zensizensis,
non surdesolidis, &c. radicem veræ propinquam inueni-
re.* 317
- XXI. *Radice cuiusque generis ex data minutia extra-
here.* 319
- XXII. *Radice quadratam, & cubicam in numeris non
quadratis, & non cubicis per lineas Geometricè inueni-
re.* 322

S E P T I M I L I B R I

Propositiones.

- I. *Area cuiuslibet trianguli æqualis est rectangulo compre-
henso sub perpendiculari à vertice ad basem protracta, &
dimidia*



I N D E X.

- dimidia parte basis . Item rectangulo comprehenso sub semisse perpendicularis, & tota base. Vel denique semisse rectanguli sub tota perpendiculari, & tota base comprehensi.* 326
- II.** *Area cuiuslibet figura regularis equalis est rectangulo contento sub perpendiculari à centro figura ad unum latus ducta, & sub dimidiato ambitu eiusdem figura.* 327
- III.** *Area cuiuslibet figura regularis equalis est triangulo rectangulo, cuius unum latus circa angulum rectum equalis est perpendiculari à centro figura ad unum latus ducta, alterum verò equalis ambitui eiusdem figura.* 328
- IIII.** *Area cuiuslibet circuli equalis est rectangulo comprehenso sub semidiametro, & dimidiata circumferentia circuli.* 328
- V.** *In omni triangulo rectangulo, si ab uno acutorum angulorum utcumque ad latus oppositum linea recta ducatur; erit maior proportio huius lateris ad eius segmentum, quod prope angulum rectum existit, quam anguli acuti predicti ad eius partem dicto segmento lateris oppositam.* 329
- VI.** *Isoperimetrarum figurarum regularium maior est illa, quæ plures continet angulos, plurave latera.* 330
- VII.** *Proposito triangulo, cuius duo latera sint inæqualia, supra reliquum latus triangulum priori isoperimetrum, ac duo habens latera equalia, describere.* 331
- VIII.** *Duorum triangulorum isoperimetrorum eandem habentium basem, quorum unius duo latera sint equalia, alterius verò inæqualia; maius erit illud, cuius duo latera equalia sunt.* 332
- IX.** *In similibus triangulis rectangulis quadratum à lateribus, quæ angulis rectis subtenduntur, tanquam ab una linea, descriptum, equalis est quadratis duobus simul, quæ à reliquis homologis lateribus, tanquam ex duabus lineis, ita ut quælibet duo latera homologa conficiant unam lineam rectam, describuntur.* 333
- X.** *Datis duobus triangulis isoscelibus, quorum bases inæquales existant, duoque latera unius equalia sint duobus lateribus alterius; super eisdem basibus duo alia triangula iso-*

I N D E X.

- isoscelia inter se quidem similia, prioribus verò simul sumptis isoperimetra simul sumpta, constituere.* 334
- XI.** *Duo triangula isoscelia similia super inaequalibus basibus constituta, utraque simul maiora sunt duobus triangulis isoscelibus, utrisque simul, quæ habeant easdem bases cum prioribus, sintq. dissimilia quidem inter se, at isoperimetra prioribus duobus, necnon quatuor latera inter se habeant equalia.* 335
- XII.** *Isoperimetrarum figurarum latera numero equalia habentium maxima & æquilatera est, & æquiangula.* 338
- XIII.** *Circulus omnibus figuris rectilineis regularibus sibi isoperimetris maior est.* 342
- COROLLARIUM.** *Circulus absolute omnium figurarum rectilinearum sibi isoperimetrarum maximus est.* 343
- XIIII.** *Area cuiuslibet pyramidis equalis est solido rectangulo contento sub perpendiculari à vertice ad basem producta, & tertia parte basis.* 343
- XV.** *Area cuiuslibet corporis planis superficiebus contenti, & circa spheram aliquam circumscriptibilis, hoc est, à cuius puncto aliquo medio omnes perpendiculares ad eius bases productæ sunt æquales, equalis est solido rectangulo contento sub una perpendicularium, & tertia parte ambitus corporis.* 344
- XVI.** *Area cuiuslibet spheræ equalis est solido rectangulo comprehenso sub semidiametro spheræ, & tertia parte ambitus spheræ.* 345
- XVII.** *Sphæra omnibus corporibus sibi isoperimetris, quæ planis superficiebus contineantur, circaque alias spheras circumscriptibilia sint, hoc est, quorum omnes perpendiculares ad bases productæ ab aliquo puncto medio sint æquales, maior est.* 348
- XVIII.** *Sphæra omnibus corporibus sibi isoperimetris, & circa alias spheras circumscriptibilibus, quæ superficiebus conicis contineantur, ita ut latera omnia conica sint equalia, maior est.* 349
- XIX.** *Sphæra quolibet cono, & cylindro sibi isoperimetra maior est.* 351
- XX.** *Dato semicirculo, vel quadranti, vel octavae parti circuli*

I N D E X.

- culi, aut decimæ sextæ, &c. rectangulum constituere isoperimetrum, & æquale, si linea recta peripheriæ detur æqualis. 352
- XXI. Dato triangulo cuicunque parallelogrammum æquale, atque isoperimetrum constituere. 352
- XXII. Dato rectilineo parallelogrammum rectangulum æquale, & Isoperimetrum constituere. Oportet autem latus quadrati rectilineo æqualis maius non esse semisse dimidiati ambitus dati rectilinei. 355
- APPENDIX DE circulo per lineas quadrando. 356
- QVADRATVRA Arabum, quam Iosephus Scaliger in suis cyclometricis approbat, Alberti Dureri, & quæ Campano perperam ascribitur, falsa est. 356. & 357
- QVADRATVRA Hipocratis Chijper lunulas, acuta quidem, sed falsa quoque est. 357
- I. QVADRATRICEM lineam describere. 359
- COROLLARIUM. Si ex centro Quadratricis recta ducatur secans quadrantem, & quadratricem: ita se habebit arcus quadrantis ad eius arcum abscissum, ut semidiameter ad perpendicularem ex puncto quadratricis demissam. 363
- II. SI quadrantis, & quadratricis idem centrum sit: erunt arcus quadrantis, semidiameter, & basis quadratricis continuè proportionales. 364
- COROLLARIUM I. Rectam reperire arcui quadrantis, ac proinde & semicircunferentiæ, immo & toti circunferentiæ æqualem. 365
- COROLLARIUM II. Si basis Quadratricis statuatur semidiameter alicuius circuli: erit eius latus quartæ parti circunferentiæ illius circuli æquale, &c. 366
- COROLLARIUM III. Si duæ lineæ eandem proportionem habeant, quam latus Quadratricis, eiusque basis, minor autem fiat semidiameter alicuius circuli: erit maior quartæ parti circunferentiæ illius circuli æqualis, &c. 367
- III. DATO circulo quadratum æquale constituere. 367
- FACILIS inuentio rectæ lineæ, quæ quartæ parti circunferentiæ dati circuli sit æqualis. 367

FA-

I N D E X.

FACILIS inuentio quadrati dato circulo æqualis.	368
III. DATO quadrato circulum æqualem describere.	369
COROLLARIUM. Circulum cuiunque figuræ rectilineæ æqualem: Et contra, cuiunque circulo figuram rectilineam qualemcunque æqualem constituere	370
V. DATAE rectæ lineæ circumferentiam circuli reperire æqualem.	370

O C T A V I L I B R I

Propositiones.

- I. Figura regularis circulo circumscripta maiorem ambitum habet, quam circulus.* 372
- LEMMA I. Si fuerint quatuor quantitates, & minor sit excessus inter primam & secundam, quam inter tertiã & quartam, sitque prima non minor, quam tertia, maior verò, quàm secunda, item tertia maior, quam quarta: Erit minor proportio primæ quantitatis ad secundam, quam tertiæ ad quartam. 372
- LEMMA II. Si circuli arcum duæ rectæ tangant, in vno puncto coeuntes, & in eodem arcu aptentur quotlibet rectæ æquales diuidentes ipsum in partes totidem æquales: Erunt duæ illæ tangentes omnibus hisce chordis simul maiores. 373
- LEMMA III. Si circuli arcum tres rectæ tangant, in duobus punctis coeuntes, ita vt contactus punctum medium diuidat arcum bifariam, in eodem autem arcu accommodentur quotlibet rectæ numero pares, & inter se æquales; Erunt tres illæ tangentes omnibus his simul sumptis maiores. 374
- CARDANI demonstratio, figuræ regularis circulo circumscriptæ ambitum maiorem esse, quam circuli ambitum. 375
- II. Circulorum diametri inter se sunt, vt circumferentiæ.* 376
- Ex Pappo.*
- Arcus*



I N D E X.

- III. Arcus cuiusvis circuli ad arcum similem alterius circuli eandem habet proportionem, quam chorda ad chordam. Et contra, arcus eandem habentes proportionem, quam chorda, similes sunt. 377
- IIII. Dato quadrilatero æquale parallelogrammum in dato angulo, facilius, quam per propof. 45. lib. 1. Eucl. constituere. 378
- V. Dato Rectangulo supra datam rectam æquale rectangulum, facilius, quam per propof. 45. lib. 1. Eucl. constituere. 379
- VI. Dato rectilineo æquale rectangulum, facilius, quam per propof. 45. lib. 1. Eucl. constituere. 380
- VII. Si ex duobus punctis ad unum punctum cuiusvis lineæ rectæ, quæ communis sectio sit plani per duo illa puncta ducti cum alio quopiam plano, duæ rectæ ducantur facientes cum illa duos angulos æquales: Erunt duæ hæ rectæ breviores quibuscunq. alijs duabus rectis, quæ ex iisdem duobus punctis ad aliud punctum eiusdem lineæ rectæ ducuntur. 380
- SCGOLIVM. Angulus incidentiæ apud Perspectivos angulo reflexionis æqualis est. 381
- VIII. Si quis numerum mente conceperit, quot ei unitates possint tres operationes imperatas reliquæ sint, conijcere. 381
- IX. Datum numerum quadratum in quotvis quadratos numeros partiri. 382
- X. Propositis duabus minutis inæqualibus: minutia, cuius numerator ex illorum numeratoribus, denominator autem ex denominatoribus conflatur, maior quidem est minore, minor vero maiore. 383
- XI. Si duo numeri inter se primi non sint ambo quadrati, aut cubi: Neque eorum æquæ multiplices ulli, quadrati erunt, aut cubi. Et si eorum æquæ multiplices aliqui sint ambo quadrati, aut cubi: etiam ipsi erunt quadrati, aut cubi. 384
- XII. In omni quadrilatera figura rectilinea, tria latera, ut libet, assumpta, maiora sunt reliquo latere. 385
- XIII. Datis tribus punctis, per quæ circulus describendus sit, invenire alia puncta, per quæ idem circulus transire debeat. 385
- s Dato



I N D E X.

- XIIII.** Dato excessu diametri Quadrati supra latus: Item dato excessu diametri Rhombi supra latus, vel lateris supra diametrum, unà cum uno Rhombi angulo: Dato præterea excessu diametri Rectanguli supra utrumlibet laterum inæqualium, unà cum angulo, quem diameter cum eo latere facit, vel unà cum proportionem eorundem inæqualium laterum: Dato denique excessu diametri Rhomboidis supra utrumvis laterum inæqualium, vel utriusvis inæqualium laterum supra diametrum, unà cum angulo Rhomboidis, & insuper cum angulo, quem diameter cum eo latere facit, vel insuper cum proportionem duorum laterum inæqualium: Quadratum ipsum, Rhombum, Rectangulum, & Rhomboides constituere. 387
- XV.** In rectangulo parallelogrammo sumptis excessibus, quibus diameter duo latera superat: Rectangulum sub differentia excessuum, & minore excessu bis sumptum, unà cum quadrato minoris excessus bis sumpto, æquale est quadrato rectæ, quæ minus latus minorem excessum superat. 390
- XVI.** Datis excessibus, quibus diameter Rectanguli utrumque latus superat: utrumque latus, & diametrum inuenire. 392
- XVII.** Dato excessu diametri Rectanguli supra maius latus, & excessu maioris lateris supra minus: utrumque latus, ac diametrum inuenire. 393
- XVIII.** Secta linea recta utcumque, adiungere ei versus utramvis partem lineam rectam, ita ut quadratum totius rectæ compositæ æquale sit quadrato rectæ adiunctæ, unà cum quadrato rectæ, quæ ex adiuncta, & proximo segmento prioris lineæ conflatur. 393
- XIX.** Datis duabus rectis inæqualibus, quarum maior diameter quadrati ex minore descripti non superat: Maiorem ita secare in duas partes inæquales, ut earum quadrata simul sumpta quadrato minoris lineæ sint æqualia. 394
- XX.** Data chorda alicuius arcus, unà cum perpendiculari, quæ ex medio puncto chordæ ad arcum usque educitur: Quot gradus, vel palmos tam arcus, quam semidiameter circuli.

I N D E X.

- circuli complectitur, inuenire.* 395
- XXI. *In omni triangulo quadratum maximi lateris minus est, quam duplum summae quadratorum ex reliquis duobus lateribus descriptorum.* 396
- XXII. *Datis tribus rectis utcumque in plano non parallelis, nisi quando extrema à media equaliter distant, rectam lineam ducere, & quidem per datum punctum in media, si omnes tres in uno puncto conueniant, ita ut eius segmenta inter mediam, & extremas sint inter se equalia, vel datam habeant proportionem.* 397
- XXIII. *Cuiuslibet lineae, quamuis minima, exhibere multiplicem quamcumque, etiamsi circino non accipiatur.* 398
- XXIIII. *Ex qualibet lineola, quamuis minima, auferre partem, vel partes imperatas.* 399
- XXV. *Angulum datum rectilineum in tres aequales partes partiri.* 399
- XXVI. *Si per idem punctum diametri in rectangulo duae lineae ducantur lateribus parallelae: Erit rectangulum sub segmentis diametri comprehensum aequale duobus rectangulis sub segmentis duorum laterum comprehensis.* 400
- COROLLARIUM. *In quadrato rectangulum sub segmentis diametri comprehensum, aequale est duobus complementis.* 401
- XXVII. *Dato centro Ellipsis in linea axis in infinitum producta, una cum duobus punctis ad easdem partes axis, vel centri, per quae transire dicatur Ellipsis: Vtrumque axis utriusque extremum inuenire.* 401
- XXVIII. *Si in circuli diametro producta punctum sumatur, ab eoque recta circulum tangens ducatur, à puncto autem contactus chorda ducatur ad diametrum perpendicularis: Recta ex eodem contactus puncto ad utrumlibet extremum diametri ducta diuidet angulum à tangente, & praedicta perpendiculari comprehensum bifariam. Item si ab eodem puncto in diametro producta assumpto recta ducatur circulum secans, & ab alterutro sectionis puncto ad intersectionem diametri cum praedicta chorda perpendiculari recta iungatur: Recta ex eodem sectionis puncto ad*
- c 2 utrum-



I N D E X.

- utrumlibet diametri extremum ducta secabit quoque angulum à linea secante, & illa alia, quæ per intersectionem diametri cum prædicta chorda perpendiculari ducitur, bifariam.* 402
- XXIX.** *Descriptionem pentagoni æquilateri, & æquianguli supra datam rectam ab Alberto Durerò traditam, & quam omnes ferè architecti, atque artifices approbant, falsam esse, demonstrare.* 404
- SCHOLIVM.** *Descriptionem eiusdem pentagoni ab alijs nonnullis traditam, falsam quoque esse, demonstrare.* 407
- XXX.** *Inventionem lateris heptagoni in dato circulo non rectè à quibusdam tradi, demonstrare.* 407
- XXXI.** *Octogonum æquilaterum, & æquiangulum circulo inscriptum, medio loco proportionale est inter quadratum eidem circulo circumscriptum, & quadratū inscriptū.* 309
- XXXII.** *Si ex diametro quadrati detrahatur ipsius latus: Reliqua linea erit latus alterius quadrati, cuius diameter est linea, quæ relinquitur, si latus inuentum bis ex diametro prioris quadrati auferatur, vel si idem latus inuentum ex prioris quadrati latere tollatur.* 410
- XXXIII.** *Octogonum æquilaterum, & æquiangulum ad datam altitudinem, latitudinemue constituere.* 411
- XXXIII.** *Ambitum terræ ex edito aliquo monte metiri.* 412
- XXXV.** *Prismati cuiusque cylindrum æqualem, & Pyramidi conum æqualem: Ac vicissim cylindro Prisma æquale, & cono æqualem Pyramidem constituere.* 414
- XXXVI.** *Dato cylindro, aut Prismati æqualem conum, vel Pyramidem sub eadem altitudine: Et vicissim dato cono, vel pyramidi æqualem cylindrum, aut Prisma eiusdem altitudinis constituere.* 414
- COROLLARIUM I.** *Tam Cylindrum, quam Prismam, mutare in Pyramidem, aut conum: Et Pyramidem tam in cylindrum, quam in prisma æquale conuertere.* 415
- COROLLARIUM II.** *Cylindrum, Prisma, Conum, ac Pyramidem commutare in parallelepipedum rectangulum æquale, cuius basis sit quadrata.* 415
- XXXVI.** *Datum cylindrum, vel Prisma: Similiter datum conum,*

I N D E X.

- conum, vel pyramidem cuiuscunque altitudinis, in æqualem sub data qualibet alia altitudine, & supra basem quotcunque angulorum reuocare.* 415
- XXXVIII.** *Dato parallelepipedo rectangulo cubum æqualem describere.* 416
- COROLLARIUM.** *Cylindro, prismati, cono, ac pyramidi cubum æqualem exhibere.* 416
- XXXIX.** *Dato cubo æquale parallelepipedum rectangulum sub data altitudine, vel supra datam basem construere.* 416
- COROLLARIUM.** *Cylindrum, prisma, conum, ac pyramidem in parallelepipedum rectangulum æquale datæ altitudinis, vel basis commutare.* 417
- XL.** *Sphæræ datæ cubum æqualem; Et dato cubo æqualem spheram constituere.* 417
- COROLLARIUM I.** *Sphæræ datæ solidum rectangulum supra basem quotlibet angulorum æquale, & pyramidem cuiuscunque basis æqualem, vel etiam conum æqualem construere. Et vicissim cuilibet prismati spheram æqualem exhibere.* 418
- COROLLARIUM II.** *Sphæram cuilibet corpori regulari constituere æqualem.* 418
- XLI.** *Duobus, aut pluribus cubis unum cubum æqualem efficere.* 419
- SCHOLIUM.** *Quotlibet figuris solidis non cubis cubum æqualem construere.* 419
- XLII.** *Dato cubo corpus regulare, quod ex quinque elegeris, æqualem construere.* 419
- XLIII.** *Ex maiori cubo detrabere minorem, residuoque cubum æquale exhibere.* 419
- SCHOLIUM.** *Ex quavis figura solida maiori minorem, quamcumque auferre, residuoque cubum æqualem constituere.* 420
- XLIIII.** *Datis duabus, aut pluribus sphæris spheram unã æqualem constituere.* 420
- XLV.** *Ex maiori sphæra minorem spherã detrabere, residuoque spheram æqualem exhibere.* 420
- XLVI.** *Datum cubum, aut parallelepipedum, secundum datam*



I N D E X.

<i>datam proportionem secare.</i>	420
SCHOLIVM. Prisma, vel cylindrum, secundum datam proportionem diuider e.	421
<i>XLVII. Figuram Ellipsi similem, quam ouatam dicunt, circino describere: Eiusque aream, si beneficio trianguli æquilateri descripta est, explorare.</i>	421
SCHOLIVM. Tabula quadratorum, & cuborum vsque ad radicem 1000.	425
DIFFERENTIAE quadratorum, & cuborum.	434
DATO cubo, eiusque radice, qui numeri impares illum componant, inquirere.	437
VSVS tabulæ quadratorum, & cuborum in extrahendis radicibus quadratis, atque cubis.	438

F I N I S.

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

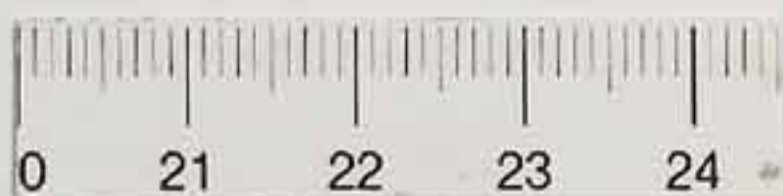
</start.htm>

ERRATA

Quæ obiter animaduersa sunt.

<i>Pag.</i>	<i>linea</i>	<i>Errata</i>	<i>Correcciones</i>
123	16	altitudinis extensæ	altitudinis extensa
163	17	speculi plano	speculi plani
194	4. à fine	Ludouicus	Ludolphus
223	5	similes ex similiterque	similes similiterque
327	3	PROBLEMA	THEOREMA
343	7	ambitus	ambitu
397	10	inter se æquales	inter se æqualia
Post pag. 279. in sequente scribe numerum 280. & in alia sequente, 281.			
In figura problematis 13. lib. 2. & problematis 18. lib. 3. duc rectam B D, à B, in D.			
In figura problematis 22. lib. 2. & problematis 26. lib. 3. dele lineam CA, & duc lineam EA, ex E, ad A.			

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

</start.htm>

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

P R A E F A T I O.



VANDOQVIDEM Mathematicarum disciplinarum stadium scribendo ingressi, nonnullam eius partem, fauente Deo, percurrimus: Geometriae practicae tractatio omit- tenda non fuit, ut nisi metam tange- re licuerit, ab illa certe quam mini- me distemus. Aetatem senectute, grauem allicit operis incunditas, la- borem leuat varietas, amicorum,

preces tantum non cogunt, quò mea ferebar sponte, summa cum festinatione properare. Et vero, cum perpetua multo- rum annorum experientia compererim, admodum paucos es- se, qui non in Mathematicis exerceantur eo consilio, ut quæ didicerint, ad aliquem vsum trahant: in hoc quicquid est la- boris veniebam alacer, vt qui fructus è Mathematicis perci- pi possint ad humanae vitæ commoda, non inani venditatione, sed re ipsa constaret. Etenim dum certa ratio traditur, qua- camporum longitudes, altitudines montium, vallium de- pressionem, locorum omnium inæqualitates inter se, & inter- ualla deprehendere metiendo debeamus: cuiuslibet liquet, vt arbitror, quantum commodi, vtilitatisque substructioni ædi- ficiorum, cultui agrorum, armorum tractationi, contempla- tioni siderum, alijsque artibus, & disciplinis ex horum co- gnitione manare possit. Hæc enim vna Mathematicarum re- rum scientiæ pars, sicut ab artificibus ob sui necessitatem aui- dè semper est arrepta: ita ob insignes vtilitates, quas in re to- ta militari suppeditat, in maximorum Principum, Regumque aulis omni tempestate versata est. Quamobrem & multos, & eruditos viros habuit, qui partes illius omnes accurata, & di- ligenti scriptione persecuti sunt: Inter quos, vt Leonardus Pi- sanus, Frater Lucas Pacciolus, Nicolaus Tartalea, Orontius, Cardanus, alijsque præcipuas obtinuerunt: ita eximia in cæ- teris laude floruerunt. Primas tamen adiudicari Io. Anto- nio Magino præstanti Mathematico; qui tametsi tantum li- nearum dimensiones docuit, ea tamen copia, doctrina, per- spicacitate cuncta tradidit, vt locum non modo ijs, qui ante scripserunt, sed spem posteris æqualis gloriæ, ne dum maioris,

A ade.



ademisse videatur. Verum quoniam & hic de vnica tantum parte fuit sollicitus: & alij, quamuis aggressi omnia, multa tamen inter scribendum præterierunt: decreui, si quâ possem, perficere: ut, quicquid vtiliter in Geometria practica ab alijs traditum, à me etiam inuentum est, vnus operis gyro clauderetur. Quod opus, cum species tres quantitatis continuæ sint, in tria membra, partesq. præcipuas secumimus: In prima rectas lineas, in altera superficies, corpora metientes in postrema: cui adnectuntur alia, quæ non tam ad quantitatis dimensionem, quam ad alias Geometriæ praxes, ac demonstrationes pertinent, à nostro instituto non aliena.

UNIVERSAM autem tractationem in octo libros partiti sumus.

PRIMVS propositiones tres omnino necessarias, & per quam utiles ad omnium magnitudinum dimensionem accurate perficiendam continet.

IN secundo dimensio linearum rectarum per Quadrantem Astronomicum tam pendulum, quàm stabilem absoluitur.

TERTVS de earundem rectarum linearum dimensione per Quadratum Geometricum tum pendulum, tum stabile, etiam per vnicam stationem, agit. Vbi etiam, qua ratione sine huiusmodi instrumento earundem rectarum linearum Dimensiones nonnullæ fieri possint, traditur.

QVARTVS superficierum areas inquirat:

QVINTVS solidas magnitudines metitur.

ATQVE hisce quinque libris omnes tres partes Geometriæ practica à nobis propositæ explicantur.

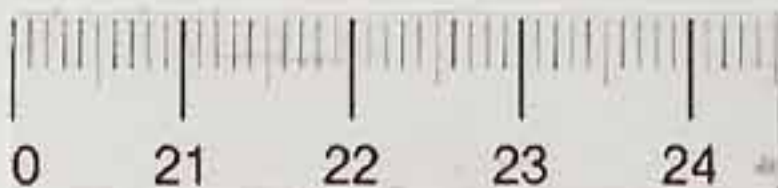
IN sexto deinde libro de Geodesia, id est, de superficierum rectilinearum cuiusque generis Diuisione tam per rectas ex certo aliquo puncto ductas, quam per lineas parallelas, differitur. Vbi nonnulla etiam alia problemata ad idem argumentum spectantia solvuntur. Item qua ratione figuræ tam planæ, quam solidæ, vnâ cum circulo ac sphaera in data proportionē augendæ sint, minuendæue. In cuius rei gratiam modi aliquot proponuntur inueniendarum duarum mediarum proportionaliū inter duas rectas datas. Denique ars facilis, & expedita pro extrahendis radicibus cuiusque generis præscribitur.

SEPTIMVS de figuris Isoperimetris disputat.

IN Octauo denique varia problemata, ac theoremata Geometrica pertractantur.

GEO-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

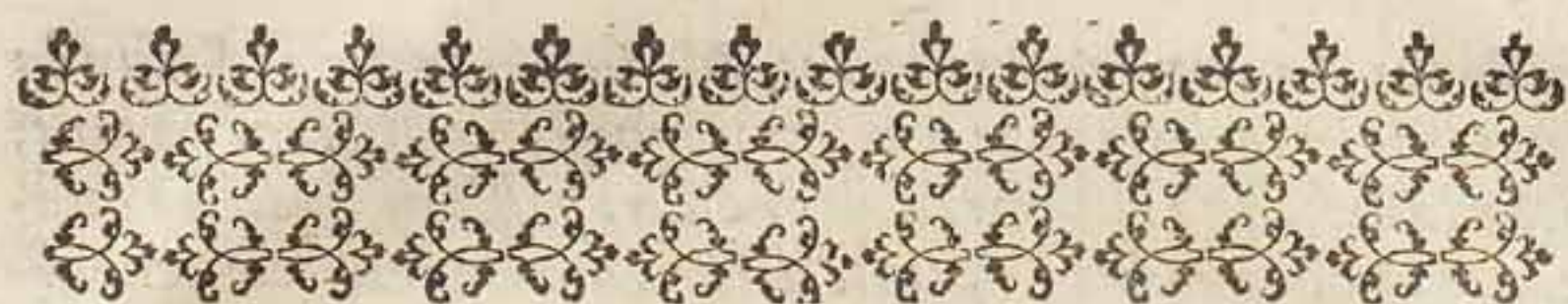
Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm



GEOMETRIAE PRACTICAE.

LIBER PRIMVS

Tria capita ad dimensionem linearum summe
necessaria complectens.



V magnitudinum dimensio omnibus
suis numeris absoluta, perfectaue
reddatur, tria primo hoc libro diligen-
ter explicanda prius erunt. Primum
construenda est norma quaedam va-
riarum partium, quam non incon-
grue Instrumentum partium voca-
re possumus; quod in eo variae partes
& ad lineas rectas, & ad circulos di-
uidendos, tum etiam ad alias operationes siue Geometricas, si-
ue Astronomicas rite perficiendas contineantur. Huius enim
usus credi vix potest, quam late pateat tum in dimetiendis
magnitudinibus sine numerorum multiplicatione, tum vero
maxime in horologijs Solaribus ea ratione, quam per lineas
Tangentes in noua horologiorum descriptione tradidimus, de-
scribendis, & in alijs rebus tam Geometricis, quam Astrono-
micis, ut ex ijs, quae capite primo huius libri, & alibi tradi-
turi sumus, perspicuum fiet. Secundo loco consiciendus est
A. 2 qua-



quadrans, in quo præter gradus, Minuta quoque ac Secunda (quamvis in eo designata non sint) cognosci, ac discerni queant; docendumq; quæ ratione idem præstari possit in quolibet quadrante in 90. gradus exquisitè distributo: partesque centesimæ, atque millesimæ in recta quavis linea in paucissimas partes æquales diuisa dignoscendæ sint. Tertio atque postremo loco proponenda erunt, ac soluenda uaria problemata triangulorum rectilineorum, ut & latera eorum, atq. anguli ex quibusdam datis, & cognitis facile possint cognosci. Quamvis enim eadem hæc problemata ad finem Lemmatis 53. lib. 1. nostri Astrolabij exposita sint, tamen ne studiosus lector ad illud Lemma sæpius, & non sine molestia recurrere cogatur, libet ea hic repetere totidem penè verbis, quot in prædicto Lemmate perscripta sunt. Sed ecce tria hæc, quæ præmittenda esse diximus, tribus capitibus explicata sequuntur.

INSTRUMENTI PARTIVM

Constructio, atque vsus.

CAPVT I.

Instrumentum partium quo pacto construatur.



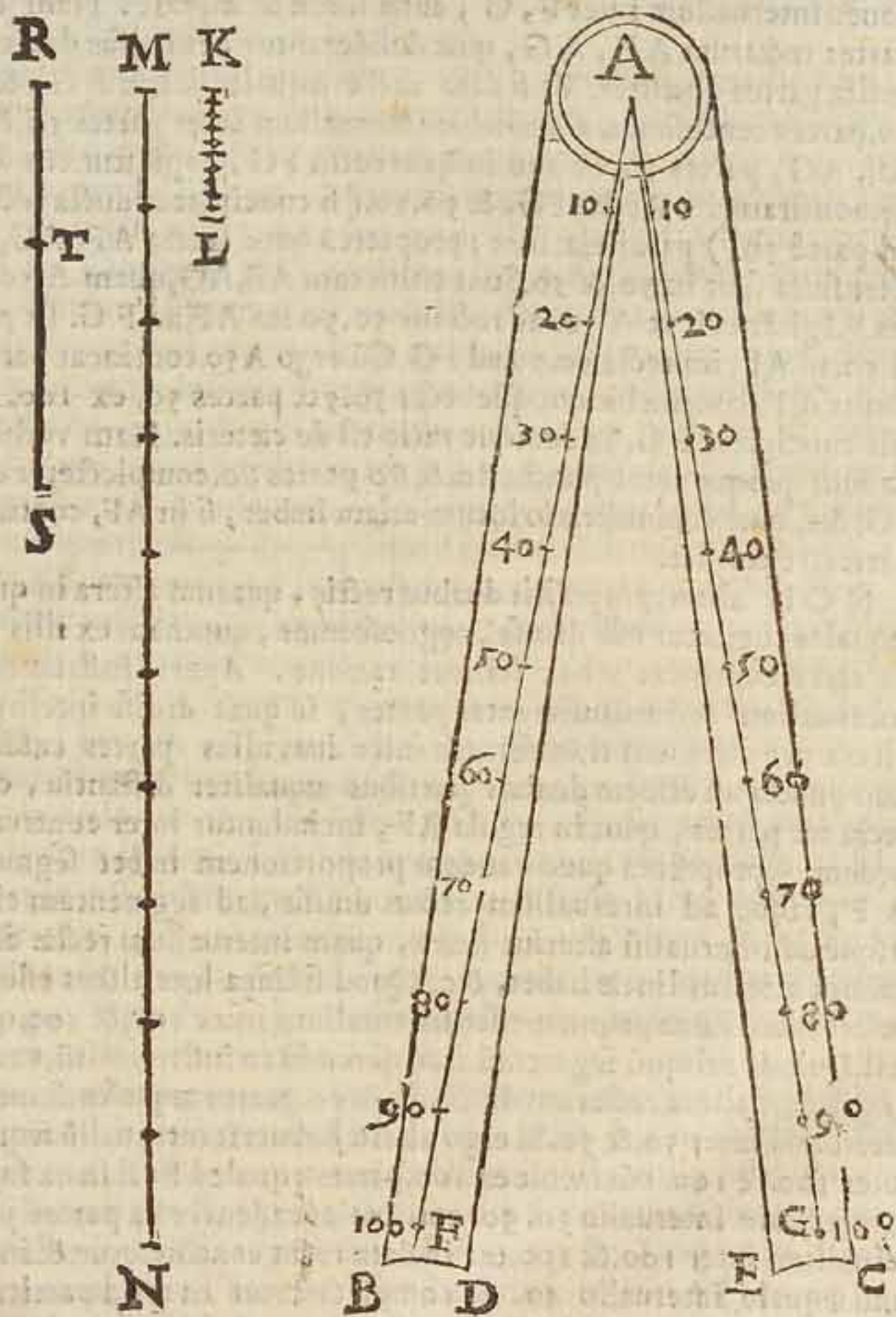
IANT ex orichalco, vel alia materia solida, duæ regulæ ABD , AEC , æquales omnino, quæ in A , ita coniungantur clauo aliquo tereti, ut circa A , vniuniformiter possint moueri, quemadmodum in Norma vulgari, quæ, prout opus est, constringi potest, & dilatari, fieri solet. Deinde ex A , in planis dictarum regularum duæ rectæ ducantur AF , AG , eæque in 100. particulas æquales distribuantur, vel in 1000. si longiores sint. Ita enim ex qualibet recta quotuis partes centesimæ, aut millesimæ abscindi poterunt. Immo si sumatur linea KL , continens 11. particulas ex illis 100. vel 1000. diuidaturque in 10. partes æquales, si quidem secta sit vtræque regula in 100. partes æquales, poterunt beneficio rectæ KL , continentis 11. particulas eiusmodi, & in 10. partes æquales diuisæ, ex data recta qualibet accipi quotuis millesimæ partes, perinde ac si partes singulæ centesimæ in vtrâq. regula sectæ essent in denas particulas æquales: si vero vtræque regula in 1000. particulas distributa sit, & linea KL , talium 11. partium in 10. particulas dissecta, poterit ex quavis linea recta, proposita partes, quot quis voluerit, millesimarum decimæ auferri, non secus ac si singulæ partes millesimæ in regula distributæ essent in 10. particulas æquales, ut in vsu instrumenti dicemus.

RVR-

R V R S V S si regula contineat 100. partes, & recta quæpiam MN, constans ex 101. eiusmodi particulis distribuatur in 100. partes, poterimus ex quauis data recta accipere partes decimas millesimarum. At si in regula notatæ sint 1000. partes, & linea quæpiam continens eiusmodi partes 101. fecetur in 100. partes, deprehendi poterunt in qualibet recta quotcunque partes centesimæ millesimarum, ac si partes singulæ millesimæ in regula complecterentur partes 100. Si denique linea earum partium 1001. diuidatur in 1000. partes, capiemus in quauis recta partes millesimas millesimarum, per inde ac si partes millesimæ singulæ in regula partes 1000. comprehenderent, vt ex usu instrumenti constabit. Atque hæc est constructio instrumenti in vna facie pro partibus linearum rectarum inquirendis

IN altera vero instru-
menti facie
designantur
chordæ om-
nium arcuum
quadrantis
hoc modo.
Ductis ex
centro A, re-
ctis AF, AG,
vt in priori
facie, sumen-
dus est qua-
drans circu-
li chordam
habens æqua-
lem rectæ
AF, & in
rectas AF,
AG, transfe-
renda chor-
da gradus 1.
illius qua-
drantis, dein-
de chorda
grad. 2. 3.
4. 5. & sic
deinceps vs-
ad chordam
89. graduū:
ita enim ex
quolibet qua-
drante ab-
scindere li-
cebit arcum

quotcunque graduum, vt Num, 16. dicetur: quamuis nos beneficio particu-
larum æqualium in priori facie positarum capiemus ex quadrante propo-
sito



10 non solum gradus integros, sed etiam minuta, quod Num. 14. docebi-
mus. Atque ita absoluta est constructio instrumenti in altera facie. Huius
instrumenti vsus amplissimus est, vt diximus, & non obscure ex ijs, quæ se-
quuntur, intelligi potest.

Centesimæ,
vel millesi-
mæ partes
in recta li-
nea quo mo-
do accipian-
tur.

1 QVANDO enim linea recta proposita rectæ AF, vel AG, in
priori facie instrumenti æqualis est, nullo negotio ex ea abscinduntur quot-
cunque partes centesimæ, aut millesimæ, prout instrumentum in 100. aut
1000. partes fuerit diuisum; si nimirum partes, quæ desiderantur, ex instru-
mento in datam rectam transferantur.

a, 2. sext.

b 4. sexti.

2 QVANDO vero proposita linea non est æqualis rectæ AF, vel
AG, in instrumento, dilatandum instrumentum est, vel constringendum,
donec interuallum inter F, G, datæ lineæ sit æquale. Nam circinus inter
partes rectarum AF, AG, quæ desiderantur, extensus dabit in recta pro-
posita partes quæsitæ. Vt si data recta æqualis sit ipsi FG, & desiderentur
50. partes centesimæ, continebit interuallum inter partes 50. & 50. in lineis
AF, AG, partes 50. ex 100. in quas recta FG, cogitatur esse diuisa. quod sic
demonstratur. a Rectæ FG, & 50. 50. (si concipiatur ducta recta à parte 50.
ad partē 50.) parallelæ sunt; propterea quod latera AF, AG, proportiona-
liter secta sunt in 50. & 50. Sunt enim tam AF, AG, quam A 50, A 50, æqua-
les b. Igitur erit vt A 50. ad rectam 50. 50. ita AF, ad FG. Et permutando vt
A 50. ad AF, ita recta 50. 50. ad FG. Cū ergo A 50. contineat partes 50. ex 100.
totius AF, continebit quoque recta 50. 50. partes 50. ex 100. in quas diuisa
esse concipitur FG. Eademque ratio est de cæteris. Nam verbi gratia inter-
uallum quoque inter puncta 80. & 80. partes 80. complectetur ex 100. totius
FG, &c. quæ demonstratio locum etiam habet, si in AF, contineantur 1000.
partes, vt constat.

Diuisa recta
in quotuis
partes æqua-
les, quot
cuiusmodi
partes in
quauis alia
continean-
tur.
c 4. sexti.

Tangentes
quo modo
accipiantur
respectu si-
nus totius
100.

NON aliter, propositis duabus rectis, quarum altera in quotlibet partes
æquales cogitetur esse diuisa, cognoscemus, quotnam ex illis partibus alte-
ra recta contineat; hac scilicet ratione. Aperto instrumento, statuatur
interuallum rectæ diuisæ inter partes, in quas diuisa intelligitur. Nam si
altera per circinum transferatur inter duas alias partes easdem, vel inter
duo puncta ab eisdem duabus partibus æqualiter distantia, continebit illa
recta tot partes, quot in regula AF, includuntur inter centrum A, & circini
pedem: c propterea quod eandem proportionem habet segmentum regulæ
AF, vsque ad interuallum rectæ diuisæ, ad segmentum eiusdem regulæ
vsque ad interuallū alterius lineæ, quam interuallum rectæ diuisæ ad inter-
uallum alterius lineæ habet, &c. Quod si linea hæc altera esset nimis longa,
auferendum ex ea primum esset interuallum inter 100. & 100. quoties fieri po-
test. Deinde reliquū segmentū transferendū in instrumentū, vt dictum est. Ver-
bi gratia si altera rectarum diuisa sit in 50. partes æquales, sumemus ei æquale
interuallū inter 50. & 50. Si ergo altera habuerit interuallū æquale rectæ FG,
inter 100. & 100. continebit ea 100. partes æquales. Et si in ea superesset segmē-
tum æquale interuallo 30. 30. contineret eadem recta partes 130. Quod si in-
teruallum inter 100. & 100. ter in data recta contineretur, & insuper segmen-
tum æquale interuallo 40. 40. complecteretur ea recta particulas 340. &c.

3 ITA QVE si in Tangentibus nouæ descriptionis horologiorum (vt
huius instrumenti utilitatem quoque in describendis horologijs aperiamus)
sinus totus statuatur 100. quantumcunque ille sit, eique interuallum FG, po-
natur æquale, capiemus commodissime quamcumque Tangentem tabulæ in
nouæ

noua descriptione positæ, si ea, abiecta prima tantum figura ad dexteram, minor fuerit quam 100. Vt si quærat Tangens Grad. 39. min. 57. quoniam ea in tabula est 838. si abijciatur prima figura 8. ad dexteram, erit Tangens 83. respectu sinus totius 100. vel potius 84. propterea quod figura 8. abiecta maior est, quam 5. ac proinde pro ea vnitas adijcienda est, cum constituat $\frac{8}{100}$ hoc est, plusquam $\frac{1}{2}$. Itaque si accipiantur in instrumento partes 84. paulo minus, vt dictum est, habebitur Tangens quæsitæ: si vero Tangens in tabula, abiecta prima figura ad dexteram, maior fuerit quam 100. accipienda est Tangens per denas, atque vnitates expressa, relictis centenis, & illi Tangenti postea sinus totus adijciendus est toties, quoties vnitas in centenis reperitur. Vt si quis velit Tangentem Grad. 68. min. 50. quoniam ea in tabula est 2583. & abiecta prima figura, 258. sumenda est Tangens 58. eique sinus totus FG, bis adijciendus, & sic de reliquis.

4 QVOD si rectam KL, partium 11. in 10. æquales partes diuisam, adhibere velimus accipere poterimus ex data recta partes millesimas. Quoniam enim ita se habet linea KL, ad vnā eius partem, vt portio A 10. rectæ AF, decem partium ad vnā, cum vtrouque proportio sit decupla; erit permutando quoque KL, ad A 10. vt vna particula ipsius KL, ad vnā particulam ipsius A 10. Cum ergo KL, contineat ipsam A 10. semel, & insuper partem ipsius decimam, (sumpta est enim KL, partium 11. qualium 10. est A 10.) continebit quoque vna particula ipsius KL, vnā particulam ipsius A 10. semel, & decimam insuper eius partem: Atque adeo duæ illius includent duas huius cum $\frac{2}{100}$. & tres continebunt tres cum $\frac{3}{100}$. & sic deinceps. Quare si verbi gratia desiderentur $\frac{87}{100}$. accipiendæ erunt octo partes ex 100. totius AF, & insuper $\frac{7}{100}$. sequentis partis nonæ, cum decima pars vnus centesimæ sit $\frac{1}{100}$. quod ita fiet. Circino aliquo sumantur 7. partes ex KL, æque in AF, transferantur ex qualibet parte. Nam pes circini mobilis auferet $\frac{7}{100}$. ex octaua parte post pedem circini immobilem, quæ particula in nonā partem est transferenda. Ita enim, cū octo partes complectantur $\frac{8}{100}$. vnus centesimæ, (quod quælibet pars contineat $\frac{1}{100}$. vnus centesimæ.) hoc est, $\frac{8}{100}$. & $\frac{7}{100}$. vnus centesimæ contineant $\frac{7}{100}$. comprehendet tota linea abscissa $\frac{87}{100}$. Item si quis cupiat $\frac{457}{1000}$. accipienda erit vna pars ipsius AF, & $\frac{57}{100}$. sequentis partis secundæ, vt paulo ante dictum est. Vel sic agemus. Sumptis 7. partibus ex KL, transferemus eas in AF, vbicunque libuerit. Nam abscissæ partes erūt $7\frac{7}{100}$. Vna ergo pars cum $\frac{7}{100}$. continebit $\frac{107}{1000}$. Denique si optentur $\frac{457}{1000}$. sumendæ erunt ex recta AF, partes 45. cum hæ æquivalent $\frac{457}{1000}$. Deinde $\frac{7}{100}$. ex sequenti parte quadragesima sexta, beneficio septem particularum rectæ KL, &c.

5 SI ergo sinus totus ponatur 1000. habebuntur Tangentes, vt in tabula nouæ descriptionis horologiorum positæ sunt, nulla figura abiecta. Sed quando Tangens maior est quam 1000. relictis millenis, accipiendæ sunt reliquæ partes millesimæ pro Tangente, eique toties sinus totus addendus, quoties vnitas in millenis relictis reperitur. Vt si quis velit Tangentem Grad. 40. min. 30. quæ in tabula est 854. accipiendæ sunt in regula AF, partes 85. & $\frac{4}{100}$. vnus. Ita enim Tangens continebit partes 854. ex 1000. At si quærat Tangens Grad. 80. min. 0. quæ in tabula est 5671. relictis millenis, accipiendæ sunt partes 67. & $\frac{1}{100}$. vnus partis, & Tangenti 671. addendus sinus totus quinquies.

Millesimæ partes quo modo capiātur, etiam si in instrumēto contineātur tantum partes 100.

Tangentes quo modo inueniātur, posito sinu toto 100.

PARI

Decimæ partes millesimarum quo modo sumantur, etiam si instrumentum diuisum sit in 100, partes duntaxat.

Tangentes, posito sinu toto 10000, quo pacto sumantur.

Qua ratione ex inuenta parte millesima, vel decies millesima in AF, eadem reperitur respectu dati sinus totius.

6 **PARI** ratione si adhibeatur recta MN, partium 101. diuisa in 100. depromemus ex recta AF, partes decimas millesimarum; cum quælibet particula rectæ MN, contineat vnam particulam ipsius AF, semel, & insuper $\frac{1}{100}$. Ita vt quælibet particula rectæ AF, diuisa esse cogitetur in 100. particulas; ac proinde tota AF, sit 10000. particularum, quod eodem modo demonstrabitur. Est enim eadem proportio MN, ad vnam particulam suam centesimam, quæ rectæ AF, ad vnam suam centesimam, &c.

7 **ATQVE** hac ratione haberi poterunt Tangentes, posito sinu toto 10000. abiectis nimirum tribus figuris primis ex Tangentibus tabulæ in nostro Theodosio descriptæ. Vt si velimus Tangentem Grad. 78. Min. 30, quæ in tabula (abiectis tribus figuris) est 49151. relictis denis millenarum, accipiemus partes 9151. nimirum partes 91. ex 100. regulæ AF, & $\frac{5}{100}$. vnius, quod fiet, si partes 51. rectæ MN, transferantur in AF. Circinus enim ultra partes 51. abscindet $\frac{5}{100}$. Nam quia singulæ particule rectæ AF, concipiuntur sectæ in 100. particulas, continebuntur in 91. partibus particule 9100. quibus si addantur 51. habebitur Tangens 9151. Huic tandem apponendus est sinus totus quater, propter quatuor denas millenarum relictas. Facile autem ad 91. partes adijcies particulam continentem $\frac{5}{100}$. vnius centesimæ, si eam, (quæ nimirum ultra partes 51. regulæ AF, exiit) cum vna parte regulæ AF, transferas, vt pes circini inter partes 91. & 92. cadat, hoc est, si eam cum vna parte transferas ex parte 90. vel cum duabus partibus, ex parte 89. &c.

8 **INVENTA** porro Tangente in vtraque regula AF, AG, dabit intervallum inter Tangentem regulæ AF, & Tangentem regulæ AG, eandem Tangentem respectu sinus totius FG.

9 **QUANDO** autem Tangens tam exigua est, vt eius intervallum prope punctum A, accipi nequeat, vtemur hoc artificio. Sit verbi gratia sumenda Tangens 7. partium respectu sinus totius FG. Sumptis duabus Tangentibus maioribus, quarum maior minorem septem vnitatibus superet, nimirum 30. & 37. vel 80. & 87. &c. dabit earum differentia (si nimirum vtraque in aliquam rectam lineam transferatur) Tangentem 7. quæ quæritur: Atque ita semper sumendæ erunt duæ Tangentes maiores prope medium instrumentis quarum differentia æqualis sit Tangenti exiguæ propositæ.

10 **SI** vtraque regula AF, AG, contineat 1000. particulas, & sinus totus propositus constituatut 1000. eique intervallum FG, æquale sumatur, commodissime accipientur omnes Tangentes, vt in tabula nouæ descriptionis horologiorum positæ sunt. Nam verbi gratia Tangens 2430. Grad. 67. min. 38. habebitur, si relictis millenis, sumatur intervallum inter partes 430. vtriusque regulæ AF, AG, eique sinus totus FG, bis adijciatur.

11 **ET** si adhibeas lineam KL, partium 11. diuisam in 10. accipere poteris Tangentes respectu sinus totius 10000. Item si rectam partium 101. in 100. particulas distributam adhibeas, habebis Tangentes respectu sinus totius 100000. Si denique rectam partium 1001. partiariis in 1000. particulas, obtinebis Tangentes, posito sinu toto 1000000. vt ex dictis patet.

12 **QVOD** dictum est de Tangentibus, intelligendum est etiam de sinibus, & secantibus. Nam si intervallum FG, æquale sit sinui alicui toti, siue is partium sit 100. siue 1000. siue plurium, dabunt intervalla inter sinos, vel secantes in vtraque regula AF, AG, acceptas, per ea, quæ Num. 4. docuimus, sinos & secantes respectu sinus totius FG, acceptis; propterea quod per Lemma 5. lib.

§. lib. 1. nostri Astrolabij, eandem proportionem habet sinus totus AF, ad sinum totum FG, quam sinus verbi gratia A 50. ad sinum arcus circuli, cuius semidiameter FG, qui arcus arcui sinus A 50. similis est. Cum ergo sit, vt AF, ad FG, ita A 50. ad rectam 50. 50. erit recta 50. 50. sinus arcus, qui arcui sinus A 50. similis est. Eademque ratio est de secantibus.

13 VICISSIM cognoscemus, quot particulas ex 1000. quolibet particula vnus partis rectæ AF, complectatur: hoc scilicet modo. Circino sumatur data particula, vna cum vna parte centesima, vel duabus, vel tribus, quatuorue; circinifque decies repetatur in recta AF, diligenterque notetur segmentum rectæ AF, quod circinus percucurrit. Nam si ex partibus centesimis in eo segmento contentis abijciantur toties 10. quot partes vna cum particula data sumptæ fuerunt, reliquus numerus indicabit partes decimas vnus centesimæ, hoc est, millesimas in data particula comprehensas. Et si cum reliqua particula eius segmenti (si qua forte superfit) similiter agemus, reperiemus partes decimas vnus millesimæ, hoc est, partes $\frac{1}{1000}$. Et si iterum operationem reperemus, inueniemus partes $\frac{1}{10000}$. quod quidem ad finem libelli de fabrica, & vsu instrumenti horologiorum demonstrauimus, eandemque demonstrationem breuiter capite insequenti Num. 14. repetemus, Exēpli causa. Si particula data cū tribus centesimis decies repetita percurrat partes 37. abiectis 30. continebuntur in data particula $\frac{7}{100}$ vnus centesimæ. Quare si ea particula data fuerit V. g. post vigesimam partem centesimam, continebit illud segmentum rectæ AF, $\frac{2}{100}$. Nam $\frac{7}{100}$ vnus centesimæ faciunt $\frac{7}{100}$. & 20. centesimæ, si singulæ in decem particulas congitentur esse sic, efficiunt $\frac{2}{100}$. quippe cum omnes centum partes æquiualeant 1000. particulis. Quod si idem fiat cum reliqua particula (si qua forte superfuerit post 37 partes percursas) vna cum tribus centesimis, & in ciderimus verbi gratia in particulam 34. abiectis 30. continebit ea particula $\frac{4}{100}$ vnus millesimæ, hoc est, $\frac{4}{1000}$. Et quia $\frac{2}{100}$ æquiualent $\frac{2}{100}$. si addatur $\frac{4}{1000}$ ultimo loco deprehensæ, habebimus $\frac{2}{100}$. Si denique cum reliqua particula (si qua forte remanserit) vna cum tribus centesimis idem fiat, percursæque verbi gratia sint 39. partes, abiectis 30. supererunt $\frac{9}{100}$ vnus partis $\frac{1}{100}$ hoc est $\frac{9}{100}$. Cum ergo $\frac{2}{100}$ efficiant $\frac{2}{100}$ si addantur $\frac{9}{100}$ habebimus $\frac{2}{100}$. Atque adeo si recta AF, statuatur sinus totus partium 100000. erit segmentum 20. partium cum particula data, sinus partium 20749. Si particula data commode per circinum possit comprehendi, & decies repetatur, dabunt centesimæ partes percursæ partes decimas vnus centesimæ. &c. Si quoque nonnunquam nulla superfit particula, ita vt verbi gratia inuentæ sint præcisè $\frac{2}{100}$ multiplicandus erit tam numerator, quam denominator per 100. vt habeatur sinus 20700. respectu sinus totius 100000. quemadmodum & 40. centesimæ constituunt sinu 40000. respectu sinu totius 100000. Si namque vterque numerus minutia $\frac{4}{100}$ ducatur in 1000. ni fiet minutia $\frac{4}{1000}$.

14 HOC eodem instrumento, & in eadem facie partium æqualium, ex data quolibet circumferentia auferemus arcum quotuis graduum, & minutorum, hac arte. Sit ex quadrante, cuius semidiameter intervallo FG, æqualis sit, abscindendus verbi gratia arcus grad. 53. hoc est, chorda huius arcus inuenienda. Sumatur ex tabula sinuum sinus semissis propositi arcus, graduum

B

vide

24. sexti.

Quo pacto cognoscatur, quot decimæ in particula cuiusuis centesimæ partis contineantur.

Ex circulo qua ratione abscindatur arcus datorum grad. ac min.



videlicet 16. min. 45. qui sinus, abiectis quatuor figuris ad dexteram, est 450. respectu sinus totius 1000. Si ergo sinus hic respectu sinus totius AF, accipiat in recta AF, usque ad 45. per ea, quæ supra Num. 4. & 12. tradita sunt, dabit intervallum inter 45. & 45. sinum quoque eundem respectu sinus totius FG, quod intervallum duplicatum dabit chordam dupli arcus grad. 26. min. 45. id est, chordam arcus grad. 53. min. 30. qui quaeritur. Si sinus totus statuat 10000. erit sinus grad. 26. min. 45. in tabula sinuum 4501. abiectis nimirum tribus figuris ad dexteram: qui in AF, capietur, ut Num. 6. & 12. dictum est.

QVOD si utraque regula AF, AG, contineat 1000. partes, statui poterit sinus totus 100000. & etiam plurium partium, si nimirum adhibeatur recta MN, partium 101. diuisa in 100. particulas, vel alia recta partium 1001. in 1000. particulas secta.

Quot gradus, ac minuta in dato arcu contineantur, quo pacto cognoscantur.

15 E CONTRARIO facile etiam cognoscemus, quot gradus, & minuta in proposito arcu cuiusvis quadrantis contineantur. Sit enim in quadrante, cuius semidiameter FG, cui æqualis sit recta RS, datus aliquis arcus, cuius chordæ semissis sit RT. Huic RT, æqualis inueniatur recta 40. 40. inter rectas AF, AG, ita ut puncta 40. 40. vel abscindant æquales partes, ut in dato exemplo, vel æqualiter distent à duabus partibus æqualibus. Deinde per ea, quæ Num. 13. scripsimus, inquiratur, quot partes ex 1000, vel 10000. vel 100000. in segmento ab A, usque ad punctum inuentum 40. comprehendantur. In dato exemplo reperiuntur partes 400. vel 4000. vel 40000. prout sinus totus constituitur 1000. vel 10000. vel 100000. atque tantus est sinus 40. 40. respectu sinus totius FG, cui respondent Grad. 23. min. 35. Duplus ergo arcus gr. 47. min. 10. qui chordæ ipsius RT, duplæ debetur, erit is, qui quaeritur.

Quo pacto aliter ex circulo abscindantur arcus datorum gr. & min.

16 I N altera facie instrumenti, in quam chordæ arcuum quadrantis sunt translatae, facilius arcum quotcunque graduum accipiemus, hoc modo. Chordæ quadrantis propositi sumatur æquale intervallum FG: Vel etiam semidiametro Quadrantis, chordæ nimirum grad. 60. capiatur intervallum 60. 60. æquale. Si igitur verbi gratia desideret quis arcum Grad. 56. sumendum erit per circum intervallum inter puncta 56. & 56. Huic enim æqualis est chorda grad. 56. Si præter gradus accipienda sint etiam minuta, oportebit per æstimationem in sequenti particula accipere talem partem ipsius, qualem minuta proposita partem vnius gradus constituunt, Vt si cupiat quis min. 30. sumenda est semissis, si 20. tertia pars, &c. Intervallum enim inter partem regulæ AF, & partem regulæ AG, acceptum dabit chordam quaesiti arcus.

Quo pacto aliter cognoscatur, quot grad. & min. in dato arcu comprehendantur.

VICISSIM si cognoscere velimus, quot gradus, ac minuta in dato arcu existant, inuestiganda erit eius chorda inter rectas AF, AG, ita ut puncta eius cadant vel in duas partes easdem, vel æqualiter à duabus eisdem distent. Nam tot gradus continebuntur in dato arcu, quot gradus continentur in recta AF, à centro A, usque ad punctum, e quo chorda dati arcus in rectam AG, translata est: ita ut si dati arcus chorda extiterit inter grad. 70. & 70. propositus arcus complectatur gr. 70. &c.

Qua ratione ex data recta pars imperata abscindatur

17 I A M vero nemo nescit, si ex linea aliqua abscindenda sit $\frac{1}{2}$. vel $\frac{1}{3}$. vel $\frac{1}{4}$. vel denique quæcunque pars, cuius denominator maior non sit quam 100. quo pacto id fieri debeat. Si namque intervallum FG, in priori facie instrumenti æquale fuerit datæ rectæ, dabit intervallum inter 50. & 50. partem $\frac{1}{2}$. Intervallum autem inter 25. & 25. partem $\frac{1}{4}$. Intervallum vero

vero inter 30. & 20. partem $\frac{1}{5}$. Item si interuallū inter 90. & 90. vel inter 60. & 60. vel inter 30. & 30. fiat datæ rectæ æquale, dabit interuallum inter 30. & 30. vel inter 20. & 20. vel inter 10. & 10. partem $\frac{1}{5}$. Rursus si interuallum inter 17. & 17. vel inter 34. & 34. datæ rectæ sumatur æquale, dabit interuallum inter 1. & 1. vel inter 2. & 2. partem $\frac{1}{7}$. At interuallum inter 5. & 5. vel inter 10. & 10. dabit $\frac{1}{5}$. &c. Ex hisce porro exemplis adductis facile intelliges, quo modo te in alijs partibus imperatis gerere debeas.

18 NON aliter in posteriori facie instrumenti latera polygonorum in quouis circulo reperiemus. Nam gradus 120. (qui facile accipientur, si quadranti graduum 90. adijciantur gradus 30.) dabunt latus trianguli æquilateri. Gradus 90. latus quadrati. Gradus 72. latus pentagoni. Gradus $51\frac{3}{7}$. hoc est, gradus 51. min. 26. paulo minus, latus heptagoni. &c. qui quidem gradus habebuntur, si gradus 360. totius circuli per numerum laterum polygoni propositi diuidantur.

19 QUANDO in dato quadrante cognoscere lubet, (quod non raro vsu venit) in quodnam punctum semidiametri perpendicularis ex quouis gradu ab altera semidiametro numerato demissa cadat, ita agendum erit. Sit verbi gratia semidiameter alicuius quadrantis FG, quærendumque sit punctum, in quod cadat perpendicularis ex grad. 26. min. 45. demissa. Sinus grad. 26. min. 45. est 45. posito sinu toto 100. Ergo & recta inter partes 45. & 45. erit sinus grad. 26. min. 45. respectu sinus totius FG, vt Num. 12. ostensum est. Quocirca recta 45.45. in semidiametrum dati quadrantis ex centro translata indicabit punctum quæsitum.

20 NON aliter reperiemus in diametro Astrolabij (quod notatu dignum est) punctum cuiuscunque declinationis. Posito enim sinu toto semidiametro Aequatoris, si declinatio est Borealis, transferenda est in diametrum, ex centro Tangens semissis complementi declinationis: si vero australis est, Tangens semissis arcus ex quadrante, & declinatione compositi. Vt Tangens grad. 33. min. 15. qui semissem complementi declinationis 69. constituunt, dabit punctum extremum semidiametri paralleli 69, quod videlicet ab Aequatore in Boream grad. 23. min. 30. declinat. Tangens vero grad. 56. min. 45. qui semissem constituunt arcus ex quadrante, & declinatione 70, conflati, dabit extremum punctum semidiametri paralleli 70, quod ab Aequatore in Austrum grad. 23. min. 30. recedit. Ratio huiusce rei est, quod recta in Astrolabio ab extremitate diametri rectum Horizontem referentis vsque ad intersectionem paralleli borealis cū altera diametro Meridianū repræsentante ducta cōstituit cum altera diametro angulum semissis complementi declinationis borealis; ad intersectionem vero paralleli australis cum eadem posteriore diametroeducta efficit angulum semissis arcus ex quadrante, & declinatione australi conflati: atque vtriuslibet anguli Tangens semidiameter est paralleli, vt ex Astrolabio liquet.

EODEMQVE modo, si constiterit, quem angulum in extremitate semidiametri Aequatoris in Astrolabio recta ad quodcunque punctum diametri, quæ ad illam semidiametrum perpendicularis est, ducta constituat, reperiemus punctum illud per Tangentem illius anguli, sicut in parallelis 69, & 70. factum est.

21 SI etiam quæcunque linea ex centro instrumenti huius egrediens secetur quomodocunque, vt verbi gratia extrema, & media ratione, vel

B 2 (quod

Qua ratio. ne ex dato circulo latus polygoni propositi inueniatur.

Quo pacto cognoscatur, in quod punctum semidiametri cadat perpendicularis ex quolibet gradu quadrantis demissa.

Quo pacto in diametro Astrolabij punctū cuiusvis declinationis reperiatur.

Præceptum general e ad diuidendam lineam datam, vt alia quæcūque diuisa est.

Qua ratione quantitas anguli quem latera instrumenti continēt cognoscatur.

Quando sinus totus tā paruus est, vt in instrumentū trāferri nequeat, quid agendum.

Quando Tangens superat sinum totum, quid agendū, vt per vnicam translationem punctū quæsitū inueniatur.

(quod operæ pretium esset, vt expeditius horologia describantur) sicut æquinoctialis linea in horologio horizontali diuisa est: secabitur quæuis alia similiter, si nimirum ei æquale interuallum FG , sumatur, vt ex dictis liquido constat. Satis tamen est, si horæ ex vna parte lineæ meridianæ, nimirum vel horæ antemeridianæ, vel pomeridianæ duntaxat in instrumentum transferantur.

22 PRAETEREA aperto instrumento quomodocunque, cognoscemus quantitatem anguli FAG , in centro A , constituti, hoc modo. Circino sumatur interuallum inter gradus 60. & 60. in posteriore instrumenti facie, transferaturque ex centro in alterutram lineam chordarum. Nam quot gradus in eo interuallo includuntur, tot gradus continebit angulus FAG . Ratio est, quod arcus ex centro A , per gradus 60. & 60. descriptus portio est quadrantis, cuius chorda est tota linea AF : propterea quod chorda 60. graduum semidiameter est quadrantis dicti, cuius chorda est AF , vt ex instrumenti constructione manifestum est. Igitur interuallum inter gr. 60. & 60. est chorda anguli FAG , propositi, &c.

23 SED neque hoc omittendum est, (quandoquidem de Tangentibus, sinibus, & secantibus in hoc instrumento respectu dati sinus totius accipiendis verba fecimus) sinum totum interdum esse tam exiguum, vt ex F , in G , transferri nequeat, etiam si instrumentum prorsus claudatur. Vt ergo respectu illius sinus totius Tangens, sinus, ac secantes accipere possimus ex instrumento, sumendus est ille sinus totus in aliqua recta bis, ter, aut quater, &c. atque ita ex F , in G , transferendus. Nam si Tangentium quæsitæ, vel sinuum, aut secantium respectu sinus totius 100. capiantur semisses, vel tertiæ partes, aut quartæ, &c. prout videlicet sinus totus bis, ter, quateruè, &c. acceptus fuit, habebuntur Tangentes quæsitæ, vel sinus, aut secantes. Vt si sinus totus duplicetur, & posito sinu toto 100. Tangens verbi gratia, sit 378. sumenda est Tangens 189. &c. Sed commodissime res hæc peragetur, si sinus totus, qui perpusillus est, decupletur. Ita enim posito sinu toto 100. si ex Tangente verbi gratia proposita (relicta prima figura ad dexteram) abijciatur vna figura ad dexteram, quæ est secunda in tota Tangente, habebitur decima eius pars. Habenda tamen semper est ratio figuræ abiectæ, vt scilicet pro ea sumatur 1. si maior est quam 5. &c. Hac ratione Tangente 2414. grad. 67. min. 30. proposita (relictis $\frac{1}{10} \frac{4}{10} \frac{0}{10}$) transferenda erit Tangens 24. paulo amplius, nimirum pars decima Tangētis 241. respectu sinus totius 100.

24 SIC etiam, quando Tangens aliqua sinum totum superat, ne cogamur primum sinum totum aliquoties transferre, deinde vero reliquas partes, vel contra; sed vt statim punctum, quod quæritur, per vnam translationem possimus inuenire, diuidenda est tota Tangens tabulæ ad finem nouæ descriptionis Horologiorum positæ per 2. vel 3. vel per talem denique numerum, vt producat in Quotiente Tangens trium figurarum. Tunc enim abiectæ, prima figura ad dexteram, reliqua Tangens transferenda est respectu sinus totius 100. multiplicati per eundem numerum, per quem Tangens diuisa fuit. Vt Tangens hor. 4. & 8. respectu sinus totius 1000. est 1732. quæ diuisa per 2. facit 866. Ergo transferenda est Tangens $86\frac{1}{2}$, paulo amplius respectu sinus totius 100. duplicati. Item Tangens hor. 5. & 7. est 3732. quæ diuisa per quatuor facit 933. Ergo Tangens $93\frac{3}{4}$ transferenda est respectu sinus totius 100. quadruplicati. Atque ita de cæteris.

IN

25 IN hoc eodem denique instrumento facile duabus rectis tertiam proportionalem, & tribus quartam adiungemus. Nam si, duabus propositis, primæ in recta AF, regulæ AB, æqualis capiatur: & secunda à fine huius, aperto instrumento, per circinum transferatur in regulam AC, ad numerum similem illi, qui in extremo primæ in regula AB, appositus est, (ita ut pedes circini statuantur vel in similibus partibus vtriusque regulæ, vel in duobus punctis æqualiter distantibus à similibus partibus) eidemque secundæ in regula AB, æqualis sumatur, dabit intervallum inter finem huius secundæ, & numerum in regula AC, similem illi, qui prope finem secundæ scriptus est, tertiam proportionalem; ut ex demonstratis Num. 2. constare potest.

Quo pacto
tertia, &
quarta pro-
portionalis
reperiatur.

E A D E M ratione, si, tribus rectis propositis, prima & secunda in instrumentum transferantur, ut dictum est, tertiæ autem in regula AB, æqualis quoque capiatur, dabit intervallum inter finem tertiæ, & numerum regulæ AC, similem illi, qui ad extremum tertiæ in regula AB, notatus est, quartam proportionalem.

QVOD si lineæ propositæ tam magnæ sint, vel aliqua illarum, ut in instrumentum transportari nequeant, sumendæ erunt omnium semisses, vel tertiæ partes, uel quartæ &c. atque cum illis procedendum, ut dictum est. Inuenta enim duplicata, vel triplicata, vel quadruplicata, &c. offeret tertiam aut quartam proportionalem quæsitam.

26 LOCO prædicti instrumenti construi potest in lamina aliqua, vel plano quolibet, figura eundem usum habens, facillima hac ratione. Fiat angulus BAC, cuiuscunque magnitudinis; quo autem maior fuerit, eo maiores sinus totius in figura assumi poterunt; ita ut non male feceris, si rectum constituas. Ita namque quadrantem quoque recto angulo oppositum obtinebis: Recta autem AB, in 100 particulas æquales secta, (posset etiam secari in 1000. si commode fieri posset, ut de superiore instrumento diximus) describantur ex centro A, per singulas partes 100. arcus circulorum, qui rectam quoque AC, in 100. particulas æquales distinguunt: parataque erit figura.

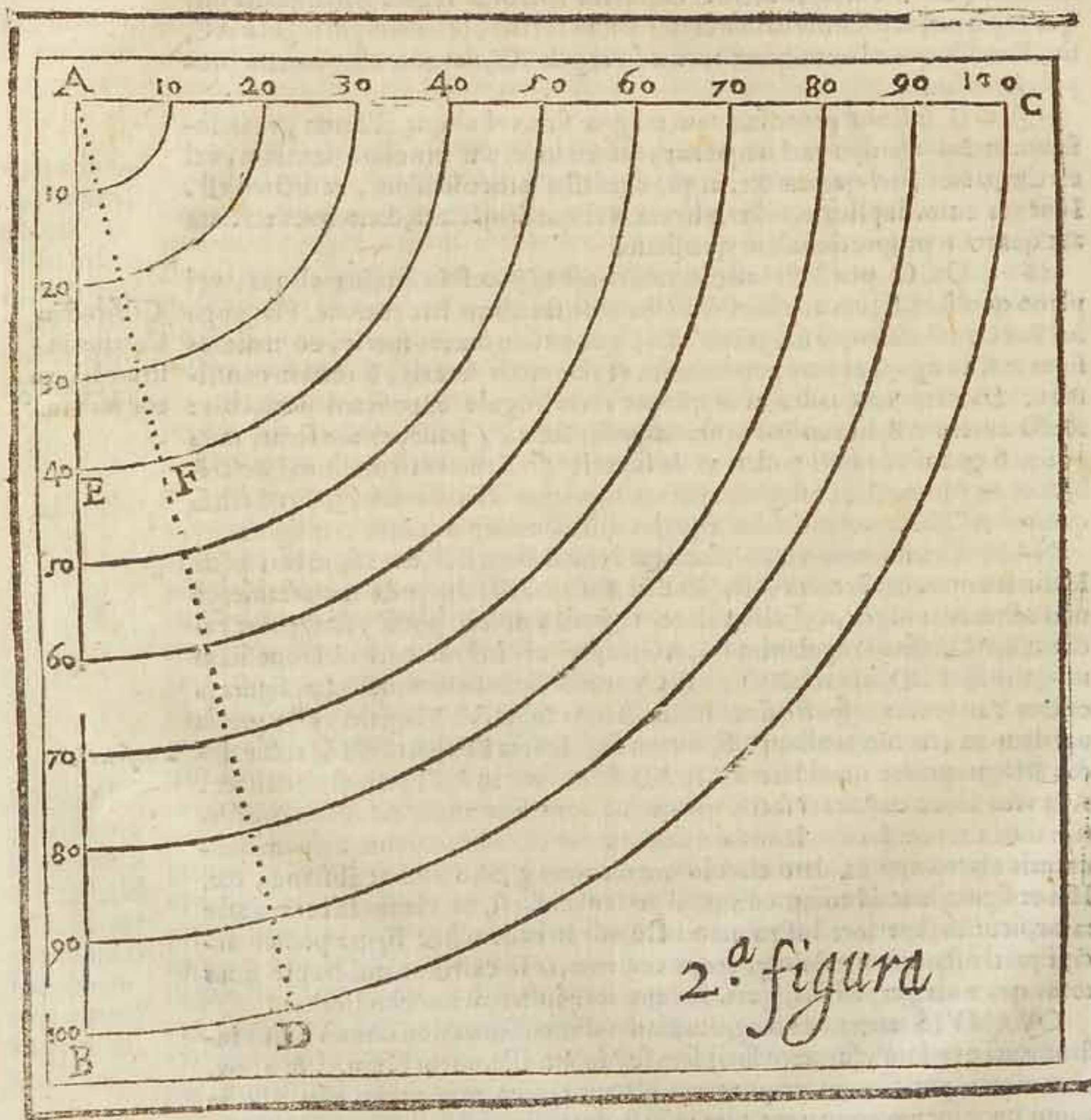
Cōstructio
alterius in-
strumenti pro
eodem usu.

NAM si in infimo arcu BC, sumatur intervallum BD, dato sinui toti æquale, ducaturq. recta occulta AD, (hæc in ænea tabella ducenda erit atramento non admodum nigro, vel alio colore, ut postea deleri possit) fungentur rectæ AB, AD, officio regularum AF, AG, superioris instrumenti ad propositam magnitudinē BD, aperti & dilatati. Quamobrem inuenientur in hac figura omnes Tangentes respectu sinus totius BD, ut supra. Ut Tangens verbi gratia partium 40. erit intervallum EF, & cum ducta recta EF, parallela sit rectæ ductæ BD, propterea quod latera AB, AD, secta sunt in E, F, proportionaliter. Alij usus supra explicati facili quoque ad hanc figuram aptabuntur: præsertim si in alteram faciem laminæ transferantur chordæ omnium arcuum quadrantis alicuius, ut ex dato circulo quocunque gradus possint abscindi, &c. Habet figura hæc id commodi, quod periculū nō est, ne clavis in centro atteratur, sicut in superiore instrumento. Deinde in eadem hac figura possunt accipi particule etiam minime, prope centrum, & in extremo quadrante sinus totus quamvis perpussillus, quod in superiore instrumento non licebat.

22. sexta.

QVAMVIS autem ad magnitudinum dimensiones non omnes huius instrumenti partium usus necessarij sint, sed solum ille, quem Num. 1. & 2. explicauimus, potissimum requiratur; placuit tamen tam varios eius usus in unum hunc locum congerere, tum ut instrumenti præstantia magis eluceat, tum

tum ut studiosus lector habeat, ubi alios usus, quos desiderat, inquirere debeat. Non sum etiam nescius, quam plurimos alios præclari huius instrumenti usus posse excogitari, quos proprio Marte, atque industria quivis facile, quando id res postulaverit, cogitando inueniet; nos præcipuos solum indicare volumus hoc loco.



CONSTRUCTIO QVADRANTIS, IN
*quo minuta quoque, ac secunda deprehendantur, etiamsi
 gradus in ea secti non sint. Et quo pacto eadem minuta,
 & sec. obtineri possint in quadrante in 90. gradus distribu-
 to. Ac denique qua ratione ex data recta in paucissimas par-
 tes æquales diuisa abscindi possint partes millesimæ, &c.*

CAPVT II.



HOC est secundum, quod præmittendum esse dixi-
 mus, qua videlicet via cognoscere possimus, quot
 minuta, & secunda in proposita particula cuius-
 uis gradus contineantur: Et quot partes mille-
 mas quælibet particula datæ rectæ comprehendat,
 licet in paucissimas ea partes sit distributa. Quod
 vt assequamur, construendus est quadrans, quem
 anno 1586. in Fabrica, & vsu instrumenti Horolo-
 giorum confecimus, hoc modo. Descriptis ex A,

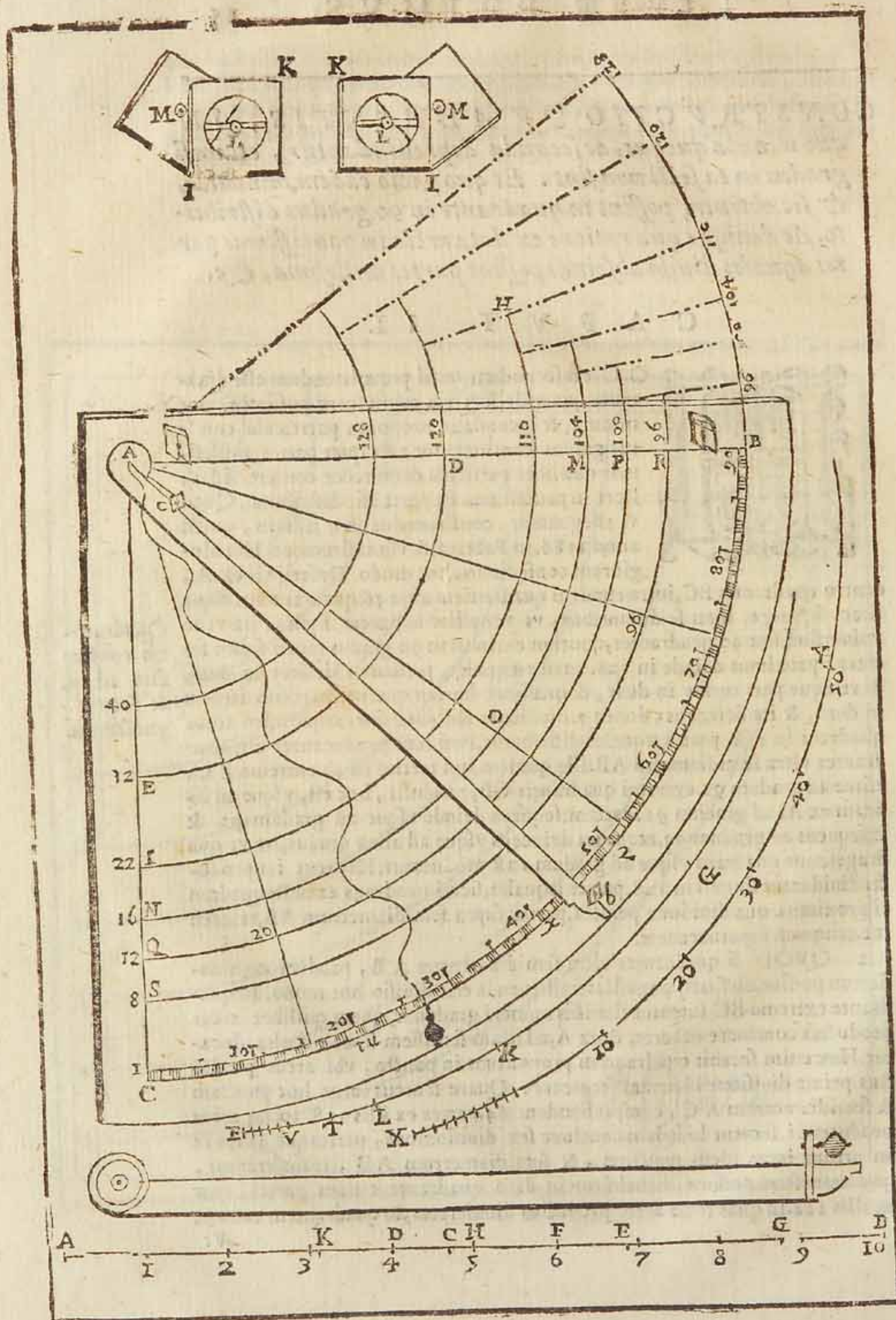
centro quadrantis BC, intra eundem quadrantem alijs 36. quadrantibus æqua-
 liter, si placet, inter se distantibus, vt venustior appareat figura: ita vt in
 vniuersum sint 40. quadrantes, quorum extremus in 90 gradus more solito se-
 cetur: proximus deinde in 128. partes æquales, primum videlicet in duas,
 & vtraque pars rursus in duas, & quælibet harum quatuor partium iterum
 in duas, & ita deinceps, donec 7. diuisiones absolutæ sint, atque adeo totus
 quadrans in 128. partes æquales distributus. Post hæc producantur alij qua-
 drantes vltra semidiametrum AB: ille quidem, qui tertius est ab extremo BC,
 vsque ad gradum 91. extremi quadrantis CB, producti, hoc est, vsque ad li-
 neam ex A, ad gradum 91. ductam: sequens deinde vsque ad gradum 92. &
 insequens ad gradum 93. atque ita deinceps vsque ad alios gradus, ita vt qua-
 dragessimus quadrans vsque ad gradum 128. producat. Hi arcus ita produ-
 cti diuidantur singuli in 128. partes æquales, sicuti quadrans extremo quadran-
 ti proximus. qua diuisione peracta, partes supra semidiametrum AB, rescen-
 tur, tanquam superuacaneæ.

2 QVOD si quadrantes vltra semidiametrum AB, produci commo-
 de non possint, ob spatij angustias, instituenda erit diuisio hoc modo. In qua-
 drante extremo BC, sumatur semissis numeri graduum, quem quilibet arcus
 productus continere deberet, & ex A, ad illam semissem linea occulta ducatur.
 Hæc enim secabit quadrantem propositum in puncto, vbi arcus produ-
 ctus prima diuisione bifariam secaretur. Quare si arcus inter hoc punctum
 & semidiametrum AC, comprehendens 64. partes ex illis 128. totius arcus
 producendi, secetur bifariam continue sex diuisionibus, partesque illius in
 in arcum inter idem punctum, & semidiametrum AB, transferantur,
 quæ transferri possunt, habebuntur in dato quadrante omnes partes, quæ
 ex illis 128. in quas totus arcus productus diuideretur, in quadrantem cadunt.

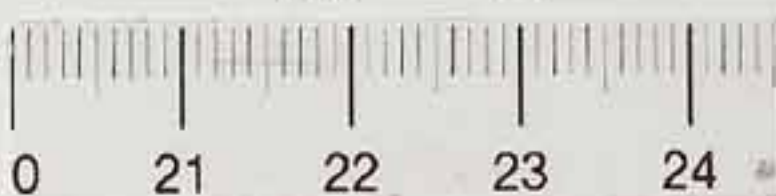
Vt

Quadrant-
 tis constru-
 ctio ad m.
 & sec. co-
 gnoscenda.





Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

Vt si diuidendus sit quadrans MN, vsq. ad gr. 104. producendus, ducemus ad gr. 52. nimirum ad semisem grad. 104. rectā, quæ fecerit Quadrantē MN, in O. Nā si arcus ON, continens partes 64. ex illis 128. totius arcus producti, fecetur continue bifariā sex diuisionibus, partesq. eius in arcū OM, transferantur, habebuntur omnes partes in quadrantē MN, cadentes, non secus, ac si totus arcus productus in 128. partes distributus esset. Sic etiam, si quadrans ad gradum 125. producendus, diuidendus sit, ducenda erit linea occulta ad gradum $62\frac{1}{2}$. nimirum ad semisem graduum 125. Item si quadrans DE, 120. producendus, diuidendus sit, ducenda erit linea occulta ad gradum 60. &c.

3 HISCE quadrantibus ita diuisis duplices numeri ascribendi sunt, prope semidiametrū quidem AC, numeri quadrantum, vt 1. prope extremū; 2. iuxta sequentem; & 3. iuxta tertium, &c. Ita vides quadrantē, qui vsque ad gradum 96. productus est, appositum esse numerum 8, cum is octauus sit. Primus enim est quadrans BC; secundus, qui sequitur, 90. graduum; Tertius graduum 91. quartus graduum 92. quintus graduum 93. Sextus graduum 94. Septimus graduum 95. & Octauus graduum 96. Sic etiam quadrantē vsq. ad grad. 100. producto cernis ascriptum esse numerum 12. &c. At vero iuxta semidiametrū AB, numeri illorum graduum scribendi sunt, ad quos vsq. quilibet quadrans extenditur, vt in figura vides. Ita enim cadente filo perpendiculi in partem aliquam integram alicuius quadrantis, illico iuxta semidiametrum AB, apparebit, ad quē gradum vsque quadrans ille productus fuit. Qui quidem graduum numerus in regula trium tertium occupat locum, vt minuta, atque secunda inquirantur, vt paulo post Num. 7. dicemus.

4 IUXTA semidiametrum AB, affigenda sunt duo pinnacidia ad angulos rectos, ita vt foramina, per quæ radius solis, vel visualis transire debet, ad perpendiculum rectæ AB, existant; alioquin non paruus error in dimensione linearum committeretur.

5 QUANDO porro per radium visualem altitudo stellæ inuestiganda est, vel punctum aliquod lineæ dimetiendæ inspiciendum, construi debent duo pinnacidia hoc modo. In tabella ænea quadrata IK, fiat foramen rotundum medioeris magnitudinis, in cuius medio relinquatur foramen L, quod sustineatur a diametro quadam tenui; Et circa I, circumuertatur alia tabella ænea quadrata subtilis, priori æqualis, in cuius medio sit etiam perexiguum foramen M, respondens foramini L, quando hæc tabella priori superimponitur. Huiusmodi duo pinnacidia si fiant, dici vix potest, quam expedite quācunque stellam, aut aliam quamlibet rem contueri liceat. Nam pinnacidium, quod ab oculo propius abest, claudendum est tabella illa quadrata circumducta circa punctum I, aliud autem aperiendum. Sic enim fiet, vt radius visualis per foramen M, prope oculum immissus, illico conspiciat per maius foramen L, in pinnacidio remotiore stellā, vel aliam rem propositam: quia foramen illud maius apertum facile rem ipsam intueri, & sine vilo negotio foramen exiguum L, in eodem pinnacidio remotiore in ipsam rem visum dirigere nos sinit.

6 POSTREMO ex centro A, egrediatur filum subtilissimum cum appenso perpendiculo. Aut certe loco fili construaturs regula ænea admodum tenuis cum linea fiduciæ, in cuius extremitate promineat laminula, ex qua suspendatur perpendiculum hac conditione, vt regula libere pendente, filum aliquod cūperpendiculo demissum, ad vnguem lineæ fiduciæ respondeat. At-

Qui numeri
quadranti-
bus ascribē-
di sint.

Pinnacidia
quo pacto
affigenda.

Pinnacidia
pro radio vi-
suali quo pa-
cto construe-
da.

Constructio
regulæ, loco
fili.

C que



que in hoc summa diligentia adhibenda est, alioquin gradus non recte à linea fiduciæ indicarentur.

Quadrans
pendulus,

ATQVE hoc modo Quadrans in suo usu erit pendulus, siue res in sublimi existens ex B. per A, siue res in plano posita ex A, per B, inspiciatur.

Quadrans
stabilis.

QVOD si circa centrum A, regula affigatur cum linea fiduciæ AB, & duobus pinnacidijs c, b, quorum foramina lineæ fiduciæ respondeant, ipsaque regula ita firmetur, ut circa centrum circumducta ad quemcunque gradum immota permaneat, erit Quadrans in suo usu stabilis eundem semper situm habens, siue res in sublimi existens inspiciatur ex A, per b, posito nimirum latere AC, Horizonti parallelo, in plano horizontali, siue res in plano positam quis intueatur ex A, per b, latere AC, ad Horizontem existente perpendiculari, & latere AB, eidem Horizonti parallelo, superioremque locum occupante. Verum hæc planius intelligentur, cum de utroque usu lib. 2. agemus.

Vsus quadrantis
proxime constructi in
minutis exquirendis.

7 VSVS quadrantis hoc modo constructi in minutis, ac secundis exquirendis, præclarus est. Nam cadente filo perpendiculi, aut linea fiduciæ AB, in partem aliquam integram alicuius Quadrantis (quod fere semper accidet propter diuersitatem partium in tanta quadrantum multitudine) si fiat ut 128. nimirum ut numerus partium, in quas quilibet arcus productus diuiditur, ad partes à filo abscissas, ita numerus graduum in toto arcu producto comprehensorum, in cuius partem aliquam integram filum incidit, ad aliud, reperiatur numerus graduum in arcu abscisso contentorum. Et si quid in diuisione fuerit residui, illud per 60. multiplicatum, atque in eundem diuisorem, hoc est, in 128. diuisum, dabit minuta graduum. Et si adhuc quippiam remanserit in hac diuisione, illud eodem modo per 60. multiplicatum, & in eundem diuisorem 128, diuisum, exhibebit secunda. Atque hoc modo progrediendo, reperiuntur Tertia, Quarta, &c. donec nihil in diuisione supersit. Tunc enim ulterius progrediendum non est; Sed satis est, ad secunda usque progredi. Exempli gratia. Ponatur ex Quadrante PQ, usque ad gradum 100. productum, qualis est duodecimus, filum perpendiculi abscidisse partes 20. ex illis 128. in quas totus arcus productus distributus est. Fiat ergo, ut 128. ad 20. ita 100. ad aliud; inuenienturque gradus 15. supereruntque in diuisione 80. quæ ducta in 60. faciunt 4800. quæ diuisa per 128. dant minuta 37, & supersunt adhuc 64. quæ si ducantur in 60. & productus numerus 3840. diuidatur per 128. prodibunt Sec. 30, nihilque in diuisione superest. Arcus ergo PQ 20, vel arcus Quadrantis BC, inter C, & filum perpendiculi includit gr. 15. Min. 37. Sec. 30. Rursus ponamus ex octauo quadrante RS, usque ad gradum 96. productum filum perpendiculi abscidisse partes 96. ex illis 128. quæ in toto arcu producto continentur. Fiat ergo, ut 128. ad 96. ita 96. ad aliud; reperiunturque gradus 72. præcise arcui abscisso conuenire. Item ceciderit filum in partem 64. Quadrantis sextidecimi MN, usque ad gradum 104. producti. Si ergo fiat, ut 128. ad 64. ita 104. ad aliud, producentur quoque grad. 52. præcise, atque ita de cæteris; dummodo sis memor, ut si quid in diuisionibus super fuerit, residua diuisionum multiplicentur per 60. & producti numeri per 128. diuidantur, ut dictum est.

DEMONSTRATIO huius operationis perspicua est. Quoniam enim est, (in ultimo exemplo) ut arcus NM, usque ad grad. 104. productus, quatenus in 128. partes sectus est, ad arcum NO, earundem partium 64. ut idem arcus NM, totus productus, quatenus grad. 104. complectitur, ad eundem ar-

cura

cum NO, respectu eorundem graduum; efficitur, ut si fiat quemadmodum partes 128. totius arcus NM, vsque ad grad. 104. producti ad partes 64. in arcu NO, contentas, ita idem arcus NM, productus graduum 104. ad aliud, reperiantur gradus in eodem arcu NO, contenti, &c.

8 IN gratiam autem studiosorum placet hic tabellam inferere, in qua ex residuo primæ operationis regulæ aureæ, qua gradus eliciuntur, mox apparet, quot minuta, & secunda illi residuo respondeant: Ita ut opus sit semel tantum regulam auream adhibere. Constructur autem tabella, si singula residua, quæ plura, quam 127. esse nequeunt, per 60. multiplicantur, productique numeri per 128. diuidantur. Atque ut structura, & vsus huiusce tabellæ facilius intelligatur, apponemus vnum exemplum. Cadat verbi gratia filum perpendiculi in partem 29. Quadrantis 32. ad gradum vsque 120. producti. Fiat igitur ut 128. ad 29. ita 120. ad aliud; producenturque grad. 27. Quia vero in diuisione supersunt 24, sub quo numero in tabella ponuntur duo hi numeri 11. 15. Prior ergo dat minuta, & posterior secunda; Ita ut arcus à filo abscissus complectatur grad. 27. Min. 11. Sec. 15. Atque hæc minuta, & Secunda producuntur, si residuum diuisionis, nimirum 24. ducatur in 60. & productus numerus per 128. diuidatur, &c. Eadem ratio est de reliquis tabellæ numeris. Nam semper superior numerus est ille, qui in diuisione remansit: Inferiorum autem numerorum prior ad minuta, & posterior ad secunda spectat.

Constructio
& vsus tabellæ
pro minu-
tis & secun-
dis.

SEQVITVR TABELLA.

105	11	97	20	80	67	63	60	40	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
-----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

TABELLA INDICANS, QVOT MINV-
ta, ac Secunda residuo primæ operationis regulæ au-
reæ, qua gradus in supra nominatæ tabulæ constru-
ctione eruuntur, respondeant.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
0.28	0.56	1.24	1.52	2.21	2.49	3.17	3.45	4.13	4.41	5. 9	5.37
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
6. 6	6.34	7. 2	7.30	7.58	8.26	8.54	9.22	9.51	10.19	10.47	11.15
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
11.43	12.11	12.39	13. 7	13.36	14. 4	14.32	15. 0	15.28	15.56	16.24	16.52
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
17.21	17.49	18.17	18.45	19.13	19.41	20. 9	20.37	21. 6	21.34	22. 2	22.30
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
22.58	23.26	23.54	24.22	24.51	25.19	25.47	26.15	26.43	27.11	27.39	28. 7
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
28.36	29. 4	29.32	30. 0	30.28	30.56	31.24	31.52	32.21	32.49	33.17	33.45
73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
34.13	34.41	35. 9	35.37	36. 6	36.34	37. 2	37.30	37.58	38.26	38.54	39.22
85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
39.51	40.19	40.47	41.15	41.43	42.11	42.39	43. 7	43.36	44. 4	44.32	45. 0
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
45.28	45.56	46.24	46.52	47.21	47.49	48.17	48.45	49.13	49.41	50. 9	50.37
109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
51. 6	51.34	52. 2	52.30	52.58	53.26	53.54	54.22	54.5	55.19	55.47	56.15
121	122	123	124	125	126	127	128				
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.				
56.43	57.11	57.39	58. 7	58.36	59. 4	59.32	60. 0				

9. PORRO vt studiosos omni labore supputandi leuaremus, composita Constructio à nobis est sequens tabula, in qua confestim apparet, quot gradus, minuta, & vsus tabulæ sequētis. ac secunda cuiuslibet parti cuiusuis Quadrantis respondeant. Nam si in latere tabulæ sinistro sumatur numerus illius quadrantis, in cuius partem aliquam integram filum perpendiculi cecidit, numerus, inquam, iuxta semidiametrum AC, illi quadrantis appositus, in vertice vero eiusdē tabulæ accipiatnr numerus partium à filo abscissarū, reperientur in angulo cōmuni gr. Min. & Sec. arcus abscissi. Exemplum. Ceciderit filum in partem 30. Quadrantis 16. qui vsque ad grad. 104. productus fuit. Si ergo in vertice tabulæ sumatur numerus 30. partium, & in sinistro latere numerus quadrantis 16. deprehendentur in communi angulo grad. 24. Min. 22. Sec. 30. Item cadente filo in partem 111. Quadrantis 15. qui vsque ad grad. 103. fuit productus; si in vertice tabulæ accipiatnr numerus 111. partium, & in latere sinistro numerus Quadrantis 15. reperientur in angulo communi gradus 89. min. 19. sec. 13. Atque ita de cæteris. Constructio tabulæ ex dictis obscura non est. Nam si fiat, vt 128, ad 1. ad 2. ad 3. ad 4. & ita deinceps, vsque ad 128. ita numerus graduum cuiuslibet arcus totius producti ad aliud, reperientur gradus. Minuta & Sec. pro partibus cuiusque Quadrantis. Continentur autem in tabula tantummodo 40. Quadrantes, quod hi satis esse videantur: Si quis tamen plures describere velit, facile tabulam extendere poterit secundum doctrinam traditam hoc loco ad quotuis Quadrantes. In eadem tabula quando in tertia operatione regulæ aureæ, qua secunda inquiruntur, numerus reliquus fuit maior quam 64. maior nimirum dimidio Diuisoris 128. assumpsi mus vnum secundum integrum.

I A M vero si quis tabulam extendere velit ad plures Quadrantes, facere id poterit sine vlla operatione regulæ aureæ, hoc modo. Gradibus, Minutis ac secundis quadragesimi Quadrantis, qui vsque ad grad. 128. productus fuit, adijciantur differentiæ inter gradus, minuta, ac secunda quadragesimi Quadrantis, & gradus, Minuta, ac secunda aliorum quadrantum infra Quadragesimum. Ita namque conficiuntur gradus, minuta, ac secunda quadrantum supra quadragesimum. Nam gradus, minuta, ac secunda trium quorumlibet quadrantum, quorum vnus sit quadragesimus, alij vero duo æqualiter ab eo distent, obseruant proportionem Arithmetica continuam, vt hic apparet,

Quo pacto
tabula 40.
Quadrantū
extendatur
ad plures
Quadrantes
sine ope au-
reæ regulæ.

Par tes.	1			2			3			4			5			6		
	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S
38	0	59	4	1	58	7	2	57	11	3	56	15	4	55	19	5	54	22
39	0	59	32	1	59	4	2	58	36	3	58	7	4	57	39	5	57	11
40	1	0	0	2	0	0	3	0	0	4	0	0	5	0	0	6	0	0
41	1	0	28	2	0	56	3	1	24	4	1	53	5	2	21	6	2	49
42	1	0	56	2	1	53	3	2	49	4	3	45	5	4	41	6	5	38

Numeri enim Quadrantum 39. 40. 41. in prima columna superant se continue secundis 28. In secunda vero columna secundis 56. & in tertia Minuto 3. Secundis 24. &c. Itaque quoque numeri Quadrantum 38. 40. 42. in prima columna

columna superant se continue secundis 56. In secunda vero Minuto 1. secun-
dis 53. & in tertia Minutis 2. secundis 49. &c. Quare si differentiæ inter gra-
dus, minuta, ac secunda Quadrantis 39. & Quadrantis 40. adijciantur
ordine ad gradus, minuta, ac secunda Quadrantis 40. componentur gra-
dus, Minuta, ac secunda Quadrantis 41. Differentiæ autem inter gradus, Mi-
nuta ac Sec. Quadrantis 38. & Quadrantis 40. additæ ordinatim gradibus,
Minutis, ac secundis Quadrantis 40. conficiunt gradus Minuta, ac Secunda
Quadrantis 42. Sic quoque differentiæ inter gradus, Minuta, ac Secunda
Quadrantis 30. & Quadrantis 40. appositæ gradibus, Minutis, & secundis
Quadrantis 40. component gradus, minuta, & secunda Quadrantis 50. &c.

SEQVITVR TABVLA QVADRANTIS
paulo ante constructi, vbi singuli arcus producti
distribuuntur in 128. partes æquales: in qua
statim apparet, quot Gradus, Minuta,
ac Secunda singulis particulis cu-
iusvis quadrantis respon-
deant: cuius quidem
vsum supra expo-
suimus.



Numerus sine ordo Quadrantum.

Partes.	1			2			3			4			5			6			7		
	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	42	11	1	24	22	2	6	34	2	48	45	3	30	56	4	13	7	4	55	19
3	0	42	39	1	25	19	2	7	58	2	50	37	3	33	17	4	15	56	4	58	36
4	0	43	7	1	26	15	2	9	22	2	52	30	3	35	37	4	18	45	5	1	52
5	0	43	36	1	27	11	2	10	47	2	54	22	3	37	58	4	21	34	5	5	9
6	0	44	4	1	28	7	2	12	11	2	56	15	3	40	19	4	24	22	5	8	26
7	0	44	32	1	29	4	2	13	36	2	58	7	3	42	39	4	27	11	5	11	43
8	0	45	0	1	30	0	2	15	0	3	0	0	3	45	0	4	30	0	5	15	0
9	0	45	28	1	30	56	2	16	24	3	1	53	3	47	21	4	32	49	5	18	17
10	0	45	56	1	31	52	2	17	49	3	3	45	3	49	41	4	35	37	5	21	34
11	0	46	24	1	32	49	2	19	13	3	5	37	3	52	2	4	38	26	5	24	51
12	0	46	52	1	33	45	2	20	37	3	7	30	3	54	22	4	41	15	5	28	7
13	0	47	21	1	34	41	2	22	2	3	9	22	3	56	43	4	44	4	5	31	24
14	0	47	49	1	35	37	2	23	26	3	11	15	3	59	4	4	46	52	5	34	41
15	0	48	17	1	36	34	2	24	51	3	13	7	4	1	24	4	49	41	5	37	58
16	0	48	45	1	37	30	2	26	15	3	15	0	4	3	45	4	52	30	5	41	15
17	0	49	13	1	38	26	2	27	39	3	16	52	4	6	6	4	55	19	5	44	32
18	0	49	41	1	39	22	2	29	4	3	18	45	4	8	26	4	58	7	5	47	49
19	0	50	9	1	40	19	2	30	28	3	20	37	4	10	47	5	0	56	5	51	6
20	0	50	37	1	41	15	2	31	52	3	22	30	4	13	7	5	3	45	5	54	22
21	0	51	6	1	42	11	2	33	17	3	24	22	4	15	28	5	6	34	5	57	39
22	0	51	34	1	43	7	2	34	41	3	26	15	4	17	49	5	9	22	6	0	56
23	0	52	2	1	44	4	2	36	6	3	28	7	4	20	9	5	11	11	6	4	13
24	0	52	30	1	45	0	2	37	30	3	30	0	4	22	30	5	15	0	6	7	30
25	0	52	58	1	45	56	2	38	54	3	31	52	4	24	51	5	17	49	6	10	47
26	0	53	26	1	46	52	2	40	19	3	33	45	4	27	11	5	20	37	6	14	4
27	0	53	54	1	47	49	2	41	43	3	35	37	4	29	32	5	23	26	6	17	21
28	0	54	22	1	48	45	2	43	7	3	37	30	4	31	52	5	26	15	6	20	37
29	0	54	51	1	49	41	2	44	32	3	39	22	4	34	13	5	29	4	6	23	54
30	0	55	19	1	50	37	2	45	56	3	41	15	4	36	34	5	31	52	6	27	11
31	0	55	47	1	51	34	2	47	21	3	43	7	4	38	54	5	34	41	6	30	28
32	0	56	15	1	52	30	2	48	45	3	45	0	4	41	15	5	37	30	6	33	45
33	0	56	43	1	53	26	2	50	9	3	46	52	4	43	36	5	40	19	6	37	2
34	0	57	11	1	54	22	2	51	34	3	48	45	4	45	56	5	43	7	6	40	19
35	0	57	39	1	55	19	2	52	58	3	50	37	4	48	17	5	45	56	6	43	36
36	0	58	7	1	56	15	2	54	22	3	52	30	4	50	37	5	48	45	6	46	52
37	0	58	36	1	57	11	2	55	47	3	54	22	4	52	58	5	51	34	0	50	9
38	0	59	4	1	58	7	2	57	11	3	56	15	4	55	19	5	54	22	6	53	26
39	0	59	32	1	59	4	2	58	36	3	58	7	4	57	39	5	57	11	6	56	43
40	1	0	0	2	0	0	3	0	0	4	0	0	5	0	0	6	0	0	7	0	0



Numerus sine ordo Quadrantium.

Partes.	8	9	10	11	12	13	14
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	8 0 0	9 0 0	10 0 0	11 0 0	12 0 0	13 0 0	14 0 0
2	5 37 30	6 19 41	7 1 52	7 44 4	8 26 15	9 8 26	9 50 37
3	5 41 15	6 23 54	7 6 34	7 49 13	8 31 52	9 14 32	9 57 11
4	5 45 0	6 28 7	7 11 15	7 54 22	8 37 30	9 20 37	10 3 45
5	5 48 45	6 32 21	7 15 56	7 59 32	8 43 7	9 26 43	10 10 19
6	5 52 30	6 36 34	7 20 37	8 4 41	8 48 45	9 32 49	10 16 52
7	5 56 15	6 40 47	7 25 19	8 9 51	8 54 22	9 38 54	10 23 26
8	6 0 0	6 45 0	7 30 0	8 15 0	9 0 0	9 45 0	10 30 0
9	6 3 45	6 49 13	7 34 41	8 20 9	9 5 37	9 51 6	10 36 34
10	6 7 30	6 53 26	7 39 22	8 25 19	9 11 15	9 57 11	10 43 7
11	6 11 15	6 57 39	7 44 4	8 30 28	9 16 52	10 3 17	10 49 41
12	6 15 0	7 1 52	7 48 45	8 35 37	9 22 30	10 9 22	10 56 15
13	6 18 45	7 6 6	7 53 26	8 40 47	9 28 7	10 15 28	11 2 49
14	6 22 30	7 10 19	7 58 7	8 45 57	9 33 45	10 21 34	11 9 22
15	6 26 15	7 14 32	8 2 49	8 51 6	9 39 22	10 27 39	11 15 56
16	6 30 0	7 18 45	8 7 30	8 56 15	9 45 0	10 33 45	11 22 30
17	6 33 45	7 22 58	8 12 11	9 1 24	9 50 37	10 39 51	11 29 4
18	6 37 30	7 27 11	8 16 52	9 6 34	9 56 15	10 45 56	11 35 37
19	6 41 15	7 31 24	8 21 34	9 11 43	10 1 52	10 52 2	11 42 11
20	6 45 0	7 35 37	8 26 15	9 16 52	10 7 30	10 58 7	11 48 45
21	6 48 45	7 39 51	8 30 56	9 22 2	10 13 7	11 4 13	11 55 19
22	6 52 30	7 44 4	8 35 37	9 27 11	10 18 45	11 10 19	12 1 52
23	6 56 15	7 48 17	8 40 19	9 32 21	10 24 22	11 16 24	12 8 26
24	7 0 0	7 52 30	8 45 0	9 37 30	10 30 0	11 22 30	12 15 0
25	7 3 45	7 56 43	8 49 41	9 42 39	10 35 37	11 28 36	12 21 34
26	7 7 30	8 0 56	8 54 22	9 47 49	10 41 15	11 34 41	12 28 7
27	7 11 15	8 5 9	8 59 4	9 52 58	10 46 52	11 40 47	12 34 41
28	7 15 0	8 9 22	9 3 45	9 58 7	10 52 30	11 46 52	12 41 15
29	7 18 45	8 13 36	9 8 26	10 3 17	10 58 7	11 52 58	12 47 49
30	7 22 30	8 17 49	9 13 7	10 8 26	11 3 45	11 59 4	12 54 22
31	7 26 15	8 22 2	9 17 49	10 13 36	11 9 22	12 5 9	13 0 56
32	7 30 0	8 26 15	9 22 30	10 18 45	11 15 0	12 11 15	13 7 30
33	7 33 45	8 30 28	9 27 11	10 23 54	11 20 37	12 17 21	13 14 4
34	7 37 30	8 34 41	9 31 52	10 29 4	11 26 15	12 23 26	13 20 37
35	7 41 15	8 38 54	9 36 34	10 34 13	11 31 52	12 29 32	13 27 11
36	7 45 0	8 43 7	9 41 15	10 39 22	11 37 30	12 35 37	13 33 45
37	7 48 45	8 47 21	9 45 56	10 44 32	11 43 7	12 41 43	13 40 19
38	7 52 30	8 51 34	9 50 37	10 49 41	11 48 45	12 47 49	13 46 52
39	7 56 15	8 55 47	9 55 19	10 54 51	11 54 22	12 53 59	13 53 26
40	8 0 0	9 0 0	10 0 0	11 0 0	12 0 0	13 0 0	14 0 0



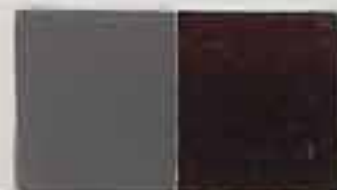
Numerus siue ordo Quadrantium.

Pat res.	15	16	17	18	19	20	21
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	15 0 0	16 0 0	17 0 0	18 0 0	19 0 0	20 0 0	21 0 0
2	10 32 49	11 15 0	11 57 11	12 39 22	13 21 34	14 3 45	14 45 56
3	10 39 51	11 22 30	12 5 9	12 47 49	13 30 28	14 13 7	14 55 47
4	10 46 52	11 30 0	12 13 7	12 56 15	13 39 22	14 22 30	15 5 37
5	10 53 54	11 37 30	12 21 6	13 4 41	13 48 17	14 31 52	15 15 28
6	11 0 56	11 45 0	12 29 4	13 13 7	13 57 11	14 41 15	15 25 19
7	11 7 58	11 52 30	12 37 2	13 21 34	14 6 6	14 50 37	15 35 9
8	11 15 0	12 0 0	12 45 0	13 30 0	14 15 0	15 0 0	15 45 0
9	11 22 2	12 7 30	12 52 58	13 38 26	14 23 54	15 9 22	15 54 51
10	11 29 4	12 15 0	13 0 56	13 46 52	14 32 49	15 18 45	16 4 41
11	11 36 6	12 22 30	13 8 54	13 55 19	14 41 43	15 28 7	16 14 32
12	11 43 7	12 30 0	13 16 52	14 3 45	14 50 37	15 37 30	16 24 22
13	11 50 9	12 37 30	13 24 51	14 12 11	14 59 32	15 46 52	16 34 13
14	11 57 11	12 45 0	13 32 49	14 20 37	15 8 27	15 56 15	16 44 4
15	12 4 13	12 52 30	13 40 47	14 29 4	15 17 21	16 5 37	16 53 54
16	12 11 15	13 0 0	13 48 45	14 37 30	15 26 15	16 15 0	17 3 45
17	12 18 17	13 7 30	13 56 43	14 45 56	15 35 9	16 24 22	17 13 36
18	12 25 19	13 15 0	14 4 41	14 54 22	15 44 4	16 33 45	17 23 26
19	12 32 21	13 22 30	14 12 39	15 2 49	15 52 58	16 43 7	17 33 17
20	12 39 22	13 30 0	14 20 37	15 11 15	16 1 52	16 52 30	17 43 7
21	12 46 24	13 37 30	14 28 36	15 19 41	16 10 47	17 1 52	17 52 58
22	12 53 26	13 45 0	14 36 34	15 28 7	16 19 41	17 11 15	18 2 49
23	13 0 28	13 52 30	14 44 33	15 36 34	16 28 36	17 20 37	18 12 39
24	13 7 30	14 0 0	14 52 30	15 45 0	16 37 30	17 30 0	18 22 30
25	13 14 32	14 7 30	15 0 28	15 53 26	16 46 24	17 39 22	18 32 21
26	13 21 34	14 15 0	15 8 26	16 1 52	16 55 19	17 48 45	18 42 11
27	13 28 36	14 22 30	15 16 24	16 10 19	17 4 13	17 58 7	18 52 2
28	13 35 37	14 30 0	15 24 22	16 18 45	17 13 7	18 7 30	19 1 52
29	13 42 39	14 37 30	15 32 21	16 27 11	17 22 2	18 16 52	19 11 43
30	13 49 41	14 45 0	15 40 19	16 35 37	17 30 56	18 26 15	19 21 34
31	13 56 43	14 52 30	15 48 17	16 44 4	17 39 51	18 35 37	19 31 24
32	14 3 45	15 0 0	15 56 15	16 52 30	17 48 45	18 45 0	19 41 15
33	14 10 47	15 7 30	16 4 13	17 0 56	17 57 39	18 54 22	19 51 6
34	14 17 49	15 15 0	16 12 11	17 9 22	18 6 34	19 3 45	20 0 56
35	14 24 51	15 22 30	16 20 9	17 17 49	18 15 28	19 13 7	20 10 47
36	14 31 52	15 30 0	16 28 7	17 26 15	18 24 22	19 22 30	20 20 37
37	14 38 54	15 37 30	16 36 6	17 34 41	18 33 17	19 31 52	20 30 28
38	14 45 56	15 45 0	16 44 0	17 43 7	18 42 11	19 41 15	20 40 19
39	14 52 58	15 52 32	16 52 2	17 51 34	18 51 6	19 50 37	20 50 9
40	15 0 0	16 0 0	17 0 0	18 0 0	19 0 0	20 0 0	21 0 0

D₂

Numerus sine ordo Quadrantium.

Par tes.	22	23	24	25	26	27	28
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	22 0 0	23 0 0	24 0 0	25 0 0	26 0 0	27 0 0	28 0 0
2	15 28 7	16 10 19	16 52 30	17 34 41	18 16 52	18 59 4	19 41 15
3	15 38 26	16 21 6	17 3 45	17 46 24	18 29 4	19 11 43	19 54 22
4	15 48 45	16 31 52	17 15 0	17 58 7	18 41 15	19 24 22	20 7 30
5	15 59 4	16 42 39	17 26 15	18 9 51	18 53 26	19 37 2	20 20 37
6	16 9 22	16 53 26	17 37 30	18 21 34	19 5 37	19 49 41	20 33 45
7	16 19 41	17 4 13	17 48 45	18 33 17	19 17 49	20 2 21	20 46 52
8	16 30 0	17 15 0	18 0 0	18 45 0	19 30 0	20 15 0	21 0 0
9	16 40 19	17 25 47	18 11 15	18 56 43	19 42 11	20 27 39	21 13 7
10	16 50 37	17 36 34	18 22 30	19 8 26	19 54 22	20 40 19	21 26 15
11	17 0 56	17 47 21	18 33 45	19 20 9	20 6 34	20 52 58	21 39 22
12	17 11 15	17 58 7	18 45 0	19 31 52	20 18 45	21 5 37	21 52 30
13	17 21 34	18 8 54	18 56 15	19 43 36	20 30 56	21 18 17	22 5 37
14	17 31 52	18 19 41	19 7 30	19 55 19	20 43 7	21 30 56	22 18 45
15	17 42 11	18 30 28	19 18 45	20 7 2	20 55 19	21 43 36	22 31 52
16	17 52 30	18 41 15	19 30 0	20 18 45	21 7 30	21 56 15	22 45 0
17	18 2 49	18 52 2	19 41 15	20 30 28	21 19 41	22 8 54	22 58 7
18	18 13 7	19 2 49	19 52 30	20 42 11	21 31 52	22 21 34	23 11 15
19	18 23 26	19 13 36	20 3 45	20 53 54	21 44 4	22 34 13	23 24 22
20	18 33 45	19 24 22	20 15 0	21 5 37	21 56 15	22 46 52	23 37 30
21	18 44 4	19 35 9	20 26 15	21 17 21	22 8 26	22 59 32	23 50 37
22	18 54 22	19 45 56	20 37 30	21 29 4	22 20 37	23 12 11	24 3 45
23	19 4 41	19 56 43	20 48 45	21 40 47	22 32 49	23 24 51	24 16 52
24	19 15 0	20 7 30	21 0 0	21 52 30	22 45 0	23 37 30	24 30 0
25	19 25 19	20 18 17	21 11 15	22 4 13	22 57 11	23 50 9	24 43 7
26	19 35 37	20 29 4	21 22 30	22 15 56	23 9 22	24 2 49	24 56 15
27	19 45 56	20 39 51	21 33 45	22 27 39	23 21 34	24 15 28	25 9 22
28	19 56 15	20 50 37	21 45 0	22 39 22	23 33 45	24 28 7	25 22 30
29	20 6 34	21 1 24	21 56 15	22 51 6	23 45 56	24 40 47	25 35 37
30	20 16 52	21 12 11	22 7 30	23 2 49	23 58 7	24 53 26	25 48 45
31	20 27 11	21 22 58	22 18 45	23 14 32	24 10 19	25 6 6	26 15 2
32	20 37 30	21 33 45	22 30 0	23 26 15	24 22 30	25 18 45	26 15 0
33	20 47 49	21 44 32	22 41 15	23 37 58	24 34 41	25 31 24	26 28 7
34	20 58 7	21 55 19	22 52 30	23 49 41	24 46 52	25 44 4	26 41 15
35	21 8 26	22 6 6	23 3 45	24 1 24	24 59 4	25 56 43	26 54 22
36	21 18 45	22 16 52	23 15 0	24 13 7	25 11 15	26 9 22	27 7 30
37	21 29 4	22 27 39	23 26 15	24 24 51	25 23 26	26 22 2	27 20 37
38	21 39 22	22 38 26	23 37 30	24 36 34	25 35 37	26 34 41	27 33 45
39	21 49 41	22 49 13	23 48 45	24 48 17	25 47 49	26 47 21	27 46 52
40	22 0 0	23 0 0	24 0 0	25 0 0	26 0 0	27 0 0	28 0 0



Numerus siue ordo Quadrantium.

Partes.	29	30	31	32	33	34	35
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	29 0 0	30 0 0	31 0 0	32 0 0	33 0 0	34 0 0	35 0 0
2	20 23 26	21 5 37	21 47 49	22 30 0	23 12 11	23 54 22	24 36 34
3	20 37 2	21 19 41	22 1 21	22 45 0	23 27 39	24 10 19	24 52 58
4	20 50 37	21 33 45	22 16 52	23 0 0	23 43 7	24 26 15	25 9 22
5	21 4 13	21 47 49	22 31 24	23 15 0	23 58 36	24 42 11	25 25 47
6	21 17 49	22 1 52	22 45 56	23 30 0	24 14 4	24 58 7	25 42 11
7	21 31 24	22 15 56	23 0 28	23 45 0	24 29 32	25 14 4	25 58 36
8	21 45 0	22 30 0	23 15 0	24 0 0	24 45 0	25 30 0	26 15 0
9	21 58 36	22 44 4	23 29 32	24 15 0	25 0 28	25 45 56	26 31 24
10	22 12 11	22 58 7	23 44 4	24 30 0	25 15 56	26 1 52	26 47 49
11	22 25 47	23 12 11	23 58 36	24 45 0	25 31 24	26 17 49	27 4 13
12	22 33 22	23 26 15	24 13 7	25 0 0	25 46 52	26 33 45	27 20 37
13	22 52 58	23 40 19	24 27 39	25 15 0	26 2 21	26 49 41	27 37 2
14	23 6 34	23 54 22	24 42 11	25 30 0	26 17 49	27 5 37	27 53 26
15	23 20 9	24 8 26	24 56 43	25 45 0	26 33 17	27 21 34	28 9 51
16	23 33 45	24 32 30	25 11 50	26 0 0	26 48 45	27 37 30	28 26 15
17	23 47 21	24 36 34	25 25 47	26 15 0	27 4 13	27 53 26	28 42 39
18	24 0 56	24 50 37	25 40 19	26 30 0	27 19 41	28 9 22	28 59 4
19	24 14 32	25 4 41	25 54 51	26 45 0	27 35 9	28 25 19	29 16 24
20	24 28 7	25 18 45	26 9 22	27 0 0	27 50 37	28 41 15	29 31 52
21	24 41 43	25 32 49	26 23 54	27 15 0	28 6 6	28 57 11	29 48 17
22	24 55 19	25 46 52	26 38 26	27 30 0	28 21 34	29 13 7	29 4 41
23	25 8 54	26 0 50	26 52 58	27 45 0	28 37 2	29 29 4	30 21 6
24	25 22 30	26 15 0	27 7 30	28 0 0	28 52 30	29 45 0	30 37 30
25	25 36 6	26 29 4	27 22 2	28 15 0	29 7 58	30 0 56	30 53 54
26	25 49 41	26 43 7	27 36 34	28 30 0	29 23 26	30 16 52	30 10 19
27	26 3 17	26 57 21	27 51 6	28 45 0	29 38 54	30 32 49	31 26 43
28	26 16 52	27 11 15	28 5 37	29 0 0	29 54 22	30 48 45	31 43 7
29	26 30 28	27 25 19	28 20 9	29 15 0	30 9 51	31 4 41	31 59 32
30	26 44 4	27 39 22	28 34 41	29 30 0	30 25 19	31 20 37	32 15 56
31	26 57 39	27 53 26	28 49 13	29 45 0	30 40 47	31 36 34	32 32 21
32	27 11 15	28 7 30	29 3 45	30 0 0	30 56 15	31 52 30	32 48 45
33	27 24 51	28 21 34	29 18 17	30 15 0	31 11 43	32 8 26	32 5 9
34	27 38 26	28 35 37	29 32 49	30 30 0	31 27 11	32 24 22	33 21 34
35	27 52 2	28 49 41	29 47 21	30 45 0	31 42 39	32 40 16	33 37 58
36	28 5 37	29 3 45	30 1 52	31 0 0	31 58 7	32 56 15	33 54 22
37	28 19 13	29 17 49	30 16 24	31 15 0	32 13 36	33 12 11	34 10 47
38	28 32 49	29 31 52	30 30 56	31 30 0	32 29 4	33 28 7	34 27 11
39	28 46 24	29 45 56	30 45 28	31 45 0	32 44 32	33 44 4	34 43 36
40	29 0 0	30 0 0	31 0 0	32 0 0	33 0 0	34 0 0	35 0 0

D 2

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale


<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

Numerus sine ordo Quadrantium.

Partes.	36	37	38	39	40	41	42
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	36 0 0	37 0 0	38 0 0	39 0 0	40 0 0	41 0 0	42 0 0
2	25 18 45	26 0 56	26 43 7	27 25 19	28 7 30	28 49 41	29 31 52
3	25 35 37	26 18 17	27 0 56	27 43 36	28 26 15	29 8 54	29 51 34
4	25 52 30	26 35 37	27 18 45	28 1 52	28 45 0	29 28 7	30 11 15
5	26 9 22	26 52 58	27 36 34	28 20 9	29 3 45	29 47 21	30 30 56
6	26 26 15	27 10 19	27 54 22	28 38 26	29 22 30	30 6 34	30 50 37
7	26 43 7	27 27 39	28 12 11	28 56 43	29 41 15	30 25 47	31 10 19
8	27 0 0	27 45 0	28 30 0	29 15 0	30 0 0	30 45 0	31 30 0
9	27 16 5	28 2 2	28 47 49	29 33 17	30 18 45	31 4 13	31 49 41
10	27 33 45	28 19 41	29 5 37	29 51 34	30 37 30	31 23 26	32 9 22
11	27 50 37	28 37 2	29 23 26	30 9 51	30 56 15	31 42 39	32 29 4
12	28 7 30	28 54 22	29 41 15	30 28 7	31 15 0	32 1 52	32 48 45
13	28 24 22	29 11 43	29 54 4	30 46 24	31 33 45	32 21 6	33 8 26
14	28 41 15	29 29 4	30 16 52	31 4 41	31 52 30	32 40 19	33 28 7
15	28 58 7	29 46 24	30 34 41	31 22 58	32 11 15	32 59 32	33 47 49
16	9 15 0	30 3 45	30 32 30	31 41 15	32 30 0	33 18 45	34 7 30
17	9 31 52	30 21 9	31 10 19	31 59 32	32 48 45	33 37 58	34 27 11
18	9 48 45	30 38 26	31 28 7	32 17 49	33 7 30	33 57 11	34 46 52
19	30 5 37	30 55 47	31 45 56	32 36 6	33 26 15	34 16 24	35 6 34
20	30 22 30	31 13 7	32 3 45	32 54 21	33 45 0	34 35 37	35 26 15
21	30 39 22	31 30 28	32 21 31	33 12 39	34 3 45	34 54 51	35 45 56
22	30 56 45	31 47 49	32 39 22	33 30 56	34 22 30	35 14 4	36 5 37
23	31 13 7	32 5 9	32 57 11	33 49 13	34 41 15	35 33 17	36 25 19
24	31 30 0	32 22 30	33 15 0	34 7 30	35 0 0	35 52 30	36 45 0
25	31 46 52	32 39 51	33 32 49	34 25 47	35 18 45	36 11 43	37 4 41
26	32 3 45	32 57 11	33 50 37	34 44 4	35 37 30	36 30 56	37 24 22
27	32 20 37	33 14 32	34 8 26	35 2 21	35 56 15	36 50 9	37 44 4
28	32 37 30	33 31 52	34 26 15	35 20 37	36 15 0	37 9 22	38 3 45
29	32 54 22	33 49 13	34 41 4	35 38 54	36 33 45	37 28 36	38 23 26
30	33 11 15	34 6 34	35 1 52	35 57 11	36 52 30	37 47 49	38 43 7
31	33 28 7	34 23 54	35 19 41	36 15 28	37 11 15	38 7 2	39 2 49
32	33 45 0	34 41 15	35 37 30	36 33 45	37 30 0	38 26 15	39 22 30
33	34 1 52	34 58 36	35 55 19	36 52 2	37 48 45	38 45 28	39 42 11
34	34 18 45	35 15 56	36 13 7	37 10 19	38 7 30	39 4 41	40 1 52
35	34 35 37	35 33 17	36 30 56	37 28 36	38 26 15	39 23 54	40 21 34
36	34 52 30	35 50 37	36 48 45	37 46 52	38 45 0	39 43 7	40 41 15
37	35 9 22	35 7 58	37 6 34	38 5 9	39 3 45	40 2 21	41 0 56
38	35 26 15	36 25 19	37 24 22	38 23 26	39 22 30	40 21 34	41 20 37
39	35 43 7	36 42 39	37 42 11	38 41 43	39 41 15	40 40 47	41 40 19
40	36 0 0	37 0 0	38 0 0	39 0 0	40 0 0	41 0 0	42 0 0



Numerus sine ordo Quadrantium.

Par tes.	43	44	45	46	47	48	49
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	43 0 0	44 0 0	45 0 0	46 0 0	47 0 0	48 0 0	49 0 0
2	30 14 4	30 56 15	31 38 26	32 20 37	33 2 49	33 45 0	34 27 11
3	30 34 13	31 16 52	31 59 32	32 42 11	33 24 51	34 7 30	34 50 9
4	30 54 22	31 37 30	32 20 37	33 3 45	33 46 52	34 30 0	35 13 7
5	31 14 32	31 58 7	32 41 43	33 25 19	34 8 54	34 52 30	35 36 6
6	31 34 41	32 18 45	33 2 49	33 46 52	34 30 56	35 15 0	35 59 4
7	31 54 51	32 39 22	33 23 54	34 8 26	34 52 58	35 37 30	36 22 2
8	32 15 0	33 0 0	33 45 0	34 30 0	35 15 0	36 0 0	36 45 0
9	32 35 9	33 20 37	34 6 6	34 51 34	35 37 2	36 22 30	37 7 58
10	32 55 19	33 41 15	34 27 11	35 13 7	35 59 4	36 45 0	37 30 56
11	33 15 28	34 1 52	34 48 17	35 34 41	36 21 6	37 7 30	37 53 54
12	33 35 37	34 22 30	35 9 22	35 56 15	36 43 7	37 30 0	38 16 52
13	33 55 57	34 43 7	35 30 28	36 17 49	37 5 9	37 52 30	38 39 51
14	34 15 56	35 3 45	35 51 34	36 39 22	37 27 11	38 15 0	39 2 49
15	34 36 6	35 24 22	36 12 39	37 0 56	37 49 13	38 37 30	39 25 47
16	34 56 15	35 45 0	36 33 45	37 22 30	38 11 15	39 0 0	39 48 45
17	35 16 24	36 5 37	36 54 51	37 41 4	38 33 17	39 22 30	40 11 43
18	35 36 34	36 26 15	37 15 56	38 5 37	38 55 19	39 45 0	40 34 41
19	35 56 43	36 46 52	37 37 2	38 27 11	39 17 21	40 7 30	40 57 39
20	36 16 52	37 7 30	37 58 7	38 48 45	39 39 22	40 30 0	41 20 37
21	36 37 2	37 28 7	38 19 13	39 10 19	40 1 24	40 52 30	41 43 36
22	36 57 11	37 48 45	38 42 19	39 31 52	40 23 26	41 15 0	42 6 34
23	37 17 21	38 9 22	39 1 24	39 53 26	40 45 28	41 37 30	42 29 32
24	37 37 30	38 30 0	39 22 30	40 15 0	41 7 30	42 0 0	42 52 30
25	37 57 39	38 50 37	39 43 36	40 36 34	41 29 32	42 22 30	43 15 28
26	38 17 49	39 11 15	40 4 41	40 58 7	41 51 31	42 45 0	43 38 26
27	38 37 58	39 31 52	40 25 47	41 19 41	42 13 36	43 7 30	44 1 24
28	38 58 7	39 52 30	40 46 52	41 41 15	42 35 37	43 30 0	44 24 22
29	39 18 17	40 13 7	41 7 58	42 2 49	42 57 39	43 52 30	44 47 21
30	39 38 26	40 33 45	41 29 4	42 24 22	43 19 41	44 15 0	45 10 19
31	39 58 36	40 54 22	41 50 9	42 45 50	43 41 43	44 37 30	45 33 17
32	40 18 45	41 15 0	42 11 15	43 7 30	44 3 45	45 0 0	45 56 15
33	40 38 54	41 35 37	42 32 21	43 29 4	44 25 47	45 22 30	46 19 13
34	40 59 4	41 56 15	42 53 26	43 50 37	44 47 49	45 45 0	46 42 11
35	41 19 13	42 16 52	43 14 32	44 12 11	45 9 51	46 7 30	47 5 9
36	41 39 22	42 37 30	43 35 37	44 33 45	45 31 52	46 30 0	47 28 7
37	41 59 32	42 58 7	43 56 43	44 55 19	45 53 54	46 52 30	47 51 6
38	42 19 41	43 18 45	44 17 49	45 16 51	46 15 56	47 15 0	48 14 4
39	42 39 51	43 39 21	44 38 54	45 38 26	46 37 58	47 37 30	48 37 2
40	43 0 0	44 0 0	45 0 0	46 0 0	47 0 0	48 0 0	49 0 0

Numerus sine ordo Quadrantum.

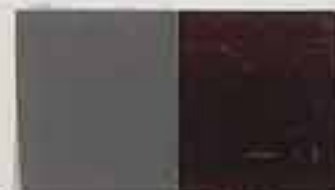
Par res.	50	51	52	53	54	55	56
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	50 0 0	51 0 0	52 0 0	53 0 0	54 0 0	55 0 0	56 0 0
2	35 9 22	35 51 34	36 33 45	37 15 56	37 58 7	38 40 19	39 22 30
3	35 32 49	36 15 28	36 58 7	37 40 47	38 23 26	39 6 6	39 48 45
4	35 56 15	36 39 22	37 22 30	38 5 37	38 48 45	39 31 52	40 15 0
5	36 19 41	37 3 17	37 46 52	38 30 28	39 14 4	39 57 39	40 41 15
6	36 43 7	37 27 11	38 11 15	38 55 19	39 39 22	40 23 26	41 7 30
7	37 6 34	37 51 6	38 35 37	39 20 9	40 4 41	40 49 13	41 33 45
8	37 30 0	38 15 0	39 0 0	39 45 0	40 30 0	41 15 0	42 0 0
9	37 53 26	38 38 54	39 24 22	40 9 51	40 55 19	41 40 47	42 26 15
10	38 16 52	39 2 49	39 48 45	40 34 41	41 20 37	42 6 34	42 52 30
11	38 40 19	39 26 43	40 13 7	40 59 32	41 45 56	42 32 21	43 18 45
12	39 3 45	39 50 37	40 37 30	41 24 22	42 11 15	42 58 7	43 45 0
13	39 27 11	40 14 32	41 1 52	41 49 13	42 36 34	43 23 54	44 11 15
14	39 50 37	40 38 26	41 26 15	42 14 4	43 1 52	43 49 41	44 37 30
15	40 14 4	41 2 21	41 50 37	42 38 54	43 27 11	44 15 28	45 3 45
16	40 37 30	41 26 15	42 15 0	43 3 45	43 52 30	44 41 15	45 30 0
17	41 0 56	41 50 9	42 39 22	43 28 36	44 17 49	45 7 2	45 56 15
18	41 24 22	42 14 4	43 3 45	43 53 26	44 43 7	45 32 49	46 22 30
19	41 47 49	42 37 58	43 28 7	44 18 17	45 8 26	45 58 36	46 48 45
20	42 11 15	43 1 52	43 52 30	44 43 7	45 33 45	46 24 22	47 15 0
21	42 34 41	43 25 47	44 16 52	45 7 58	45 59 4	46 50 9	47 41 15
22	42 58 7	43 49 41	44 41 15	45 32 49	46 24 22	47 15 56	48 7 30
23	43 21 34	44 13 36	45 5 37	45 57 39	46 49 41	47 41 43	48 33 45
24	43 45 0	44 37 30	45 30 0	46 22 30	47 15 0	48 7 30	49 0 0
25	44 8 26	45 1 24	45 54 22	46 47 21	47 40 19	48 33 17	49 26 15
26	44 31 52	45 25 19	46 18 45	47 12 11	48 5 37	48 59 4	49 52 30
27	44 55 19	45 49 13	46 43 7	47 37 2	48 30 56	49 24 51	50 18 45
28	45 18 45	46 13 7	47 7 30	48 1 52	48 56 15	49 50 37	50 45 0
29	45 42 11	46 37 2	47 31 52	48 26 43	49 21 34	50 16 24	51 11 15
30	46 5 37	47 0 56	47 56 15	48 51 34	49 46 52	50 42 11	51 37 30
31	46 29 4	47 24 51	48 20 37	49 16 24	50 12 11	51 7 58	52 3 45
32	46 52 30	47 48 45	48 45 0	49 41 15	50 37 30	51 33 45	52 30 0
33	47 15 56	48 12 39	49 9 22	50 6 6	51 2 49	51 59 32	52 56 15
34	47 39 22	48 36 34	49 33 45	50 30 56	51 28 7	52 25 19	53 22 30
35	48 2 49	49 0 28	49 58 7	50 55 47	51 53 26	52 51 6	53 48 45
36	48 26 15	49 24 22	50 22 30	51 20 37	52 18 45	53 16 52	54 15 0
37	48 49 41	49 48 17	50 46 52	51 45 28	52 44 4	53 42 39	54 41 15
38	49 13 7	50 12 11	51 11 15	52 10 19	53 9 22	54 8 26	55 7 30
39	49 36 34	50 36 6	51 35 37	52 35 9	53 34 41	54 34 13	55 33 45
40	50 0 0	51 0 0	52 0 0	53 0 0	54 0 0	55 0 0	56 0 0

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale

<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

</start.htm>

Par tes.	57	58	59	60	61	62	63
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	57 0 0	58 0 0	59 0 0	60 0 0	61 0 0	62 0 0	63 0 0
2	40 4 41	40 46 52	41 29 4	42 11 15	42 53 26	43 35 37	44 17 49
3	40 31 24	41 14 4	41 56 43	42 39 22	43 22 2	44 4 41	44 47 21
4	40 58 7	41 41 15	42 24 22	43 7 30	43 50 37	44 33 45	45 16 52
5	41 24 51	42 8 26	42 52 2	43 35 37	44 19 13	45 2 49	45 46 24
6	41 51 34	42 35 37	42 19 41	44 3 45	44 47 49	45 31 52	46 15 56
7	42 18 17	43 2 49	43 47 21	44 31 52	45 16 24	46 0 56	46 45 28
8	42 45 0	43 30 0	44 15 0	45 0 0	45 45 0	46 30 0	47 15 0
9	43 11 43	43 57 11	44 42 39	45 28 7	46 13 36	46 59 4	47 44 32
10	43 38 26	44 24 22	45 10 19	45 56 15	46 42 11	47 28 7	48 14 4
11	44 5 9	44 51 34	45 37 58	46 24 22	47 10 47	47 57 11	48 43 36
12	44 31 52	45 18 45	46 5 37	46 52 30	47 32 22	48 26 15	49 13 7
13	44 58 36	45 45 56	46 33 17	47 20 37	48 7 58	48 55 19	49 42 39
14	45 25 19	46 13 7	47 0 56	47 48 45	48 36 34	49 24 22	50 12 11
15	45 52 2	46 40 19	47 28 36	48 16 52	49 5 9	49 53 26	50 41 43
16	46 18 45	47 7 30	47 56 15	48 45 0	49 33 45	50 22 30	51 11 15
17	46 45 28	47 34 41	48 23 54	49 13 7	50 2 21	50 51 34	51 40 47
18	47 12 11	48 1 52	48 51 34	49 41 15	50 30 56	51 20 37	52 10 19
19	47 38 54	48 29 4	49 19 13	50 9 22	50 59 32	51 49 41	52 39 51
20	48 5 37	48 56 15	49 46 52	50 37 30	51 28 7	52 18 45	53 9 22
21	48 32 21	49 23 26	50 14 32	51 5 37	51 56 43	52 47 49	53 38 54
22	48 59 4	49 50 37	50 42 11	51 33 45	52 25 19	53 16 52	54 8 26
23	49 25 47	50 17 49	51 9 51	52 1 52	52 53 54	53 45 56	54 37 58
24	49 52 30	50 45 0	51 37 30	52 30 0	53 22 30	54 15 0	55 7 30
25	50 19 13	51 12 11	52 5 9	52 58 7	53 51 6	54 44 4	55 37 2
26	50 45 56	51 33 22	52 32 49	53 26 15	54 19 41	55 13 7	56 6 34
27	51 12 39	52 6 34	53 0 28	53 54 22	54 48 17	55 42 11	56 36 6
28	51 39 22	52 33 45	53 28 7	54 22 30	55 16 52	56 11 15	57 5 37
29	52 6 6	53 0 56	53 55 47	54 50 37	55 45 28	56 40 19	57 35 9
30	52 32 49	53 28 7	54 23 26	55 18 45	56 14 4	57 9 22	58 4 41
31	51 59 32	53 55 19	54 51 6	55 46 52	56 42 39	57 38 26	58 34 13
32	53 56 15	54 22 30	55 18 45	56 15 0	57 11 15	58 7 30	59 3 45
33	53 52 58	54 49 41	55 46 24	56 43 7	57 39 51	58 36 34	59 33 17
34	54 19 41	55 16 52	56 14 4	57 11 15	58 8 26	59 5 37	60 2 49
35	54 46 24	55 44 4	56 41 43	57 39 22	58 37 2	59 34 41	60 32 21
36	55 13 7	56 11 15	57 9 22	58 7 30	59 5 37	60 3 45	61 1 52
37	55 39 51	56 38 26	57 37 2	58 35 37	59 34 13	60 32 49	61 31 24
38	56 9 34	57 5 37	58 4 41	59 3 45	60 2 49	61 1 52	62 0 56
39	56 33 17	57 32 49	58 32 21	59 31 52	60 31 24	61 30 56	62 30 28
40	57 0 0	58 0 0	59 0 0	60 0 0	61 0 0	62 0 0	63 0 0

Numerus sine ordo Quadrantium.

Par tes.	64	65	66	67	68	69	70
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	64 0 0	65 0 0	66 0 0	67 0 0	68 0 0	69 0 0	70 0 0
2	45 0 0	45 42 11	46 24 22	47 6 34	47 48 45	48 30 56	49 13 7
3	45 30 0	46 12 39	46 55 19	47 37 58	48 20 37	49 3 17	49 45 56
4	46 0 0	46 43 7	47 26 15	48 9 22	48 52 30	49 35 37	50 18 45
5	46 30 0	47 13 36	47 57 11	48 40 47	49 24 22	50 7 58	50 51 34
6	47 0 0	47 44 4	48 28 7	49 12 11	49 56 15	50 40 19	51 24 22
7	47 30 0	48 14 32	48 59 4	49 43 36	50 28 7	51 12 39	51 57 11
8	48 0 0	48 45 0	49 30 0	50 15 0	51 0 0	51 45 0	52 30 0
9	48 30 0	49 15 28	50 0 56	50 46 24	51 31 52	52 17 21	53 2 40
10	49 0 0	49 45 56	50 31 52	51 17 49	52 3 45	52 49 41	53 35 37
11	49 30 0	50 16 24	51 2 49	51 49 13	52 35 37	53 22 2	54 8 26
12	50 0 0	50 46 52	51 33 45	52 20 37	53 7 30	53 54 22	54 41 15
13	50 30 0	51 17 21	52 4 41	52 52 2	53 39 22	54 26 43	55 14 4
14	51 0 0	51 47 49	52 35 37	53 23 26	54 11 15	55 59 4	56 46 52
15	51 30 0	52 18 17	53 6 34	53 54 51	54 43 7	55 31 24	56 19 41
16	52 0 0	52 48 45	53 37 30	54 26 15	55 15 0	56 3 45	56 52 30
17	52 30 0	53 19 13	54 8 26	54 57 39	55 46 52	56 36 6	57 25 19
18	53 0 0	53 49 41	54 39 22	55 29 4	56 18 45	57 8 26	57 58 7
19	53 30 0	54 20 9	55 10 19	56 0 28	56 50 37	57 40 47	58 30 56
20	54 0 0	54 50 37	55 41 15	56 31 52	57 22 30	58 13 7	59 3 45
21	54 30 0	55 21 6	56 12 11	56 3 17	57 54 22	58 45 28	59 36 34
22	55 0 0	55 51 34	56 43 7	57 34 41	58 26 15	59 17 40	60 9 22
23	55 30 0	56 22 2	57 14 4	58 6 0	58 58 7	59 50 9	60 42 11
24	56 0 0	56 52 30	57 45 0	58 37 30	59 30 0	60 22 30	61 15 0
25	56 30 0	57 22 58	58 15 56	59 8 54	60 1 52	60 54 51	61 47 49
26	57 0 0	57 53 26	58 46 52	59 40 19	60 33 45	61 27 11	62 20 37
27	57 30 0	58 23 54	59 17 49	60 11 43	61 5 37	61 59 32	62 53 26
28	58 0 0	58 54 22	59 48 45	60 43 7	61 37 30	62 31 52	63 26 15
29	58 30 0	59 24 51	60 19 41	61 14 32	62 9 22	63 4 13	63 59 4
30	59 0 0	59 55 19	60 50 37	61 45 56	62 41 15	63 36 34	64 31 52
31	59 30 0	60 25 47	61 21 34	62 17 21	63 13 7	64 8 54	65 4 41
32	60 0 0	60 55 15	61 52 30	62 48 45	63 45 0	64 41 15	65 37 30
33	60 30 0	61 26 43	62 23 26	63 20 9	64 16 52	65 13 36	66 10 19
34	61 0 0	61 57 11	62 54 22	63 51 34	64 48 45	65 45 56	66 43 7
35	61 30 0	62 27 39	63 25 19	64 22 58	65 20 37	66 13 17	67 15 56
36	62 0 0	62 58 7	63 56 15	64 54 22	65 52 30	66 50 37	67 48 45
37	62 30 0	63 28 36	64 27 11	65 25 47	66 24 22	67 22 58	68 21 34
38	63 0 0	63 59 4	64 58 7	65 57 11	66 56 15	67 55 19	68 54 22
39	63 30 0	64 29 32	65 29 4	66 28 36	67 28 7	68 27 39	69 27 11
40	64 0 0	65 0 0	66 0 0	67 0 0	68 0 0	69 0 0	70 0 0



Numerus siue ordo Quadrantium.

Partes.	71	72	73	74	75	76	77
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	71 0 0	72 0 0	73 0 0	74 0 0	75 0 0	76 0 0	77 0 0
2	19 55 19	50 37 30	51 19 41	52 1 52	52 44 4	53 26 15	54 8 26
3	50 28 36	51 11 15	51 53 54	52 36 34	53 19 13	54 1 52	54 44 32
4	51 1 52	51 45 0	52 28 7	53 11 15	53 54 22	54 37 30	55 20 37
5	51 35 9	52 18 45	53 2 21	53 45 56	54 29 32	55 13 7	55 56 43
6	52 8 26	52 52 30	53 36 34	54 20 37	55 4 41	55 48 45	56 32 49
7	52 41 43	53 26 11	54 10 47	54 55 19	55 39 51	56 24 22	57 8 54
8	53 15 0	54 0 0	54 45 0	55 30 0	56 15 0	57 0 0	57 45 0
9	53 48 17	54 33 45	55 19 13	56 4 41	56 50 9	57 35 37	58 21 6
10	54 21 34	55 7 30	55 53 26	56 39 22	57 25 19	58 11 15	58 57 11
11	54 54 51	55 41 15	56 27 39	57 14 4	58 0 28	58 46 52	59 33 17
12	55 28 7	56 15 0	57 1 52	57 48 45	58 35 37	59 22 30	60 9 22
13	56 1 24	56 48 45	57 36 6	58 23 26	59 10 47	59 58 7	60 45 28
14	56 34 41	57 22 30	58 10 19	58 58 7	59 45 56	60 33 45	61 21 34
15	57 7 58	57 56 15	58 44 32	59 32 49	60 21 6	61 9 22	61 57 39
16	57 41 15	58 30 0	59 18 45	60 7 30	60 56 15	61 45 0	62 33 45
17	58 14 32	59 3 45	59 52 58	60 42 11	61 31 24	62 20 37	63 9 51
18	58 47 49	59 37 30	60 27 11	61 16 52	62 6 34	62 56 15	63 45 56
19	59 21 6	60 11 15	61 1 24	61 51 34	62 41 43	63 31 52	64 22 2
20	59 54 22	60 45 0	61 35 37	62 26 15	63 16 52	64 7 30	64 58 7
21	60 27 39	61 18 45	62 9 51	63 0 56	63 52 2	64 43 7	65 34 13
22	61 0 56	61 52 30	62 44 4	63 35 37	64 27 11	65 18 45	66 10 19
23	61 34 13	62 26 15	63 18 17	64 10 19	65 2 21	65 54 22	66 46 24
24	62 7 37	63 0 0	63 52 30	64 45 0	65 37 30	66 30 0	67 22 30
25	62 40 47	63 33 45	64 26 43	65 19 41	66 12 39	67 5 37	67 58 36
26	63 14 4	64 7 30	65 0 56	65 54 22	66 47 49	67 41 15	68 34 41
27	63 47 21	64 41 15	65 35 9	66 29 4	67 22 58	68 16 52	69 10 47
28	64 20 37	65 15 0	66 9 22	67 3 45	67 58 7	68 52 30	69 46 52
29	64 53 54	65 48 45	66 43 36	67 38 26	68 33 17	69 28 7	70 22 58
30	65 27 11	66 22 20	67 17 49	68 13 7	69 8 26	70 3 45	70 59 4
31	66 0 28	66 56 15	67 52 2	68 47 49	69 43 36	70 39 22	71 35 9
32	66 33 45	67 30 0	68 26 15	69 22 30	70 18 45	71 15 0	72 11 15
33	67 7 2	68 3 45	69 0 28	69 57 11	70 53 54	71 50 37	72 47 21
34	67 40 19	68 37 30	69 34 41	70 31 52	71 29 4	72 26 15	73 23 26
35	68 13 36	69 11 15	70 8 54	71 6 34	72 4 13	73 1 52	73 59 32
36	68 46 52	69 45 0	70 43 7	71 41 15	72 39 22	73 37 30	74 35 37
37	69 20 9	70 18 45	71 17 21	72 15 56	73 14 32	74 13 7	75 11 43
38	69 53 26	70 52 30	71 51 34	72 50 37	73 49 41	74 48 45	75 47 49
39	70 26 43	71 26 15	72 25 47	73 25 19	74 24 51	75 24 22	76 23 54
40	71 0 0	72 0 0	73 0 0	74 0 0	75 0 0	76 0 0	77 0 0

E



Numerus sine ordo Quadrantium.

Par tes.	78	79	80	81	82	83	84
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	70 0 0	79 0 0	80 0 0	81 0 0	82 0 0	83 0 0	84 0 0
2	54 50 37	55 32 49	56 15 0	56 57 11	57 39 22	58 21 34	59 3 45
3	55 27 11	56 9 51	56 52 30	57 35 9	58 17 49	59 0 28	59 43 7
4	56 3 45	56 46 52	57 30 0	58 13 7	58 56 15	59 39 22	60 22 30
5	56 40 19	57 23 54	58 7 30	58 51 6	59 34 41	60 18 17	61 1 52
6	57 16 52	58 0 56	58 45 0	59 29 4	60 13 7	60 57 11	61 41 15
7	57 53 26	58 37 58	59 22 30	60 7 2	60 51 34	61 36 6	62 20 37
8	58 30 0	59 15 0	60 0 0	60 45 0	61 30 0	62 15 0	63 0 0
9	59 6 34	59 52 2	60 37 3	61 22 58	62 8 26	62 53 54	63 39 22
10	59 43 7	60 29 4	61 15 0	62 0 56	62 46 52	63 32 49	64 18 45
11	60 19 41	61 6 6	61 52 30	62 38 54	63 25 19	64 11 43	64 58 7
12	60 56 15	61 43 7	62 30 0	63 16 52	64 3 45	64 50 37	65 37 30
13	61 32 49	62 20 9	63 7 30	63 54 51	64 42 11	65 29 32	66 16 52
14	62 9 22	62 57 11	63 45 0	64 32 49	65 20 37	66 8 27	66 56 15
15	62 45 56	63 34 13	64 22 30	65 10 47	65 59 4	66 47 21	67 35 37
16	63 22 30	64 11 15	65 0 0	65 48 45	66 37 30	67 26 15	68 15 0
17	63 59 4	64 48 17	65 37 30	66 26 43	67 15 56	68 5 9	68 54 22
18	64 35 37	65 25 19	66 15 0	67 4 41	67 54 22	68 44 4	69 33 45
19	65 12 11	66 2 21	66 52 30	67 42 39	68 32 49	69 22 58	70 13 7
20	65 48 45	66 39 22	67 30 0	68 20 37	69 11 15	70 1 52	70 52 30
21	66 25 19	67 16 24	68 7 30	68 58 36	69 49 41	70 40 47	71 31 52
22	67 1 52	67 53 26	68 45 0	69 36 34	70 28 7	71 19 41	72 11 15
23	67 38 26	68 30 28	69 22 30	70 14 32	71 6 34	71 58 36	72 50 37
24	68 15 0	69 7 30	70 0 0	70 52 30	71 45 0	72 37 30	73 30 0
25	68 51 34	69 44 32	70 37 30	71 30 28	72 23 26	73 16 24	74 9 22
26	69 28 7	70 21 34	71 15 0	72 8 26	73 1 52	73 55 19	74 48 45
27	70 4 41	70 58 36	71 52 30	72 46 24	73 40 19	74 34 13	75 28 7
28	70 41 15	71 35 37	72 30 0	73 24 22	74 18 45	75 13 7	76 7 30
29	71 17 49	72 12 39	73 7 30	74 2 21	74 57 11	75 52 2	76 46 52
30	71 54 22	72 49 41	73 45 0	74 40 19	75 35 37	76 30 56	77 26 15
31	72 30 56	73 26 43	74 22 30	75 18 17	76 14 4	77 9 51	78 5 37
32	73 7 30	74 3 45	75 0 0	75 56 15	76 52 30	77 48 45	78 45 0
33	73 44 4	74 40 47	75 37 30	76 34 13	77 30 56	78 27 39	79 24 22
34	74 20 37	75 17 49	76 15 0	77 12 11	78 9 22	79 6 34	80 3 45
35	74 57 11	75 54 51	76 52 30	77 50 9	78 47 49	79 45 28	80 43 7
36	75 33 45	76 31 52	77 30 0	78 28 7	79 26 15	80 24 22	81 22 30
37	76 10 19	77 8 54	78 7 30	79 6 6	80 4 41	81 3 17	82 1 52
38	76 46 52	77 45 56	78 45 0	79 44 4	80 43 7	81 42 11	82 41 15
39	77 23 26	78 22 58	79 22 30	80 22 2	81 21 34	82 21 6	83 20 37
40	78 0 0	79 0 0	80 0 0	81 0 0	82 0 0	83 0 0	84 0 0



Numerus sine ordo Quadrantium.

Par res.	85	86	87	88	89	90	91
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	85 0 0	86 0 0	87 0 0	88 0 0	89 0 0	90 0 0	0 0 0
2	59 45 56	60 28 7	61 10 19	61 52 30	62 34 41	63 16 52	63 59 4
3	60 25 47	61 8 26	61 51 6	62 33 45	63 16 24	63 59 4	64 41 43
4	61 5 37	61 48 45	62 31 52	63 15 0	63 58 7	64 41 15	65 24 22
5	61 45 28	62 29 4	63 12 39	63 56 15	64 39 51	65 23 26	66 7 2
6	62 25 19	63 9 22	63 53 26	64 37 30	65 21 34	65 5 37	66 49 41
7	63 5 9	63 49 41	64 34 13	65 18 45	66 3 17	66 47 49	67 32 21
8	63 45 0	64 30 0	65 15 0	66 0 0	66 45 0	67 30 0	68 15 0
9	64 24 51	65 10 19	65 55 47	66 41 15	67 26 43	68 12 11	68 57 39
10	65 4 41	65 50 27	66 36 34	67 22 30	68 8 26	68 54 22	69 40 19
11	65 44 32	66 30 56	67 17 21	68 3 45	68 50 9	69 36 34	70 22 58
12	66 24 22	67 11 15	67 58 7	68 45 0	69 31 52	70 18 45	71 5 37
13	67 4 13	67 51 34	68 38 54	69 26 15	70 13 36	71 0 56	71 48 17
14	67 44 4	68 31 52	69 19 41	70 7 30	70 55 19	71 43 7	72 30 56
15	68 22 54	69 12 11	70 0 28	70 48 45	71 37 2	72 25 19	73 13 36
16	69 3 45	69 52 30	70 41 15	71 30 0	72 18 45	73 7 30	73 56 15
17	69 43 36	70 32 49	71 22 2	72 11 15	73 0 28	73 49 41	74 38 54
18	70 23 26	71 13 7	72 2 49	72 52 30	73 42 11	74 31 52	75 21 34
19	71 3 17	71 53 26	72 43 36	73 33 45	74 23 54	75 14 4	76 4 13
20	71 43 7	72 33 45	73 24 22	74 15 0	75 5 37	75 56 15	76 46 52
21	72 22 58	73 14 4	74 5 9	74 56 15	75 47 21	76 38 26	77 29 4
22	73 2 49	73 54 22	74 45 56	75 37 30	76 29 4	77 20 37	78 12 11
23	73 42 39	74 34 41	75 26 43	76 18 45	77 10 47	78 2 49	78 54 51
24	74 22 30	75 15 0	76 7 30	77 0 0	77 52 30	78 45 0	79 37 39
25	75 2 21	75 55 19	76 48 17	77 41 15	78 34 13	79 27 11	80 20 0
26	75 42 11	76 35 37	77 29 4	78 22 30	79 15 56	80 9 22	81 2 49
27	76 22 2	77 15 56	78 9 51	79 3 45	79 57 39	80 51 34	81 45 28
28	77 1 52	77 56 15	78 50 37	79 45 0	80 39 22	81 33 45	82 28 7
29	77 41 43	78 36 3	79 31 24	80 26 15	81 21 6	82 15 56	83 10 47
30	78 21 34	79 16 52	80 12 11	81 7 30	82 2 49	82 58 7	83 53 27
31	79 1 24	79 57 11	80 52 58	81 48 45	82 44 32	83 40 19	84 36 0
32	79 41 15	80 37 30	81 33 45	82 30 0	83 26 15	84 22 30	85 18 45
33	80 21 6	81 17 49	82 14 32	83 11 15	84 7 58	85 4 41	86 1 24
34	81 0 56	81 58 7	82 55 19	83 52 30	84 49 41	85 46 52	86 44 4
35	81 40 47	82 38 26	83 36 6	84 33 45	85 31 24	86 29 4	87 26 43
36	82 20 37	83 18 45	84 16 52	85 15 0	86 13 7	86 11 15	88 9 22
37	83 0 28	83 59 4	84 57 39	85 56 15	86 54 51	87 53 26	88 52 2
38	83 40 19	84 39 22	85 38 26	86 37 30	87 36 34	88 35 37	89 34 41
39	84 20 9	85 19 41	86 19 13	87 18 45	88 18 17	89 17 49	0 0 0
40	85 0 0	86 0 0	87 0 0	88 0 0	89 0 0	90 0 0	0 0 0

E 2

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale


<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

Partes.	92	93	94	95	96	97	98
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
I	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0
2	64 41 15	65 23 26	66 5 37	66 47 49	67 30 0	68 12 11	68 54 22
3	65 24 22	66 7 2	66 49 41	67 32 21	68 15 0	68 57 39	69 40 19
4	66 7 30	66 50 37	67 33 45	68 16 52	69 0 0	69 43 7	70 26 15
5	66 50 37	67 34 13	68 17 49	69 1 24	69 45 0	70 28 36	71 12 11
6	67 33 45	68 17 49	69 1 52	69 45 56	70 30 0	71 14 4	71 58 7
7	68 16 52	69 1 24	69 45 56	70 30 28	71 15 0	71 59 32	72 44 4
8	69 0 0	69 45 0	70 30 0	71 15 0	72 0 0	72 45 0	73 30 0
9	69 43 7	70 28 36	71 14 4	71 59 32	72 45 0	73 30 28	74 15 56
10	70 26 15	71 12 11	71 58 7	72 44 4	73 30 0	74 15 56	75 1 52
11	71 9 22	71 55 47	72 42 11	73 28 36	74 15 0	75 1 24	75 47 49
12	71 52 30	72 39 22	73 26 15	74 13 7	75 0 0	75 46 52	76 33 45
13	72 35 37	73 22 58	74 10 19	74 57 39	75 45 0	76 32 21	77 19 41
14	73 18 35	74 6 34	74 54 22	75 42 11	76 30 0	77 17 49	78 5 37
15	74 1 52	74 50 9	75 38 26	76 26 43	77 15 0	78 3 17	78 51 34
16	74 45 0	75 33 45	76 22 30	77 11 15	78 0 0	78 48 45	79 37 30
17	75 28 7	76 17 21	77 6 34	77 55 47	78 45 0	79 34 13	80 23 26
18	76 11 15	77 0 56	77 50 37	78 40 19	79 30 0	80 19 41	81 9 22
19	76 54 22	77 44 32	78 34 41	79 24 51	80 15 0	81 5 9	81 55 19
20	77 37 30	78 28 7	79 18 45	80 9 22	81 0 0	81 50 37	82 41 15
21	78 20 37	79 11 43	80 2 49	80 53 54	81 45 0	82 36 6	83 27 11
22	79 3 45	79 55 19	80 46 50	81 38 26	82 30 0	83 21 34	84 13 7
23	79 46 52	80 38 54	81 30 56	82 22 58	83 15 0	84 7 2	84 59 4
24	80 30 0	81 22 30	82 15 0	83 7 30	84 0 0	84 52 30	85 45 0
25	81 13 7	82 6 6	82 59 4	83 52 2	84 45 0	85 37 58	86 30 56
26	81 56 15	82 49 41	83 43 7	84 36 34	85 30 0	86 23 26	87 16 52
27	82 39 22	83 33 17	84 27 11	85 21 6	86 15 0	87 8 54	88 2 49
28	83 22 30	84 16 52	85 11 15	86 5 37	87 0 0	87 54 22	88 48 45
29	84 5 37	85 0 28	85 55 19	86 50 9	87 45 0	88 39 51	89 34 41
30	84 48 45	85 44 4	86 39 22	87 34 41	88 30 0	89 25 19	0 0 0
31	85 31 52	86 27 39	87 23 26	88 19 13	89 15 0	0 0 0	
32	86 15 0	87 11 15	88 7 30	89 3 45	90 0 0	0 0 8	
33	86 58 7	87 54 51	88 51 34	89 48 17	0 0 0	0 0 0	
34	87 41 15	88 38 26	89 35 37	0 0 0	0 0 0		
35	88 24 22	89 22 2	0 0 0				
36	89 7 30	0 0 0					
37	89 50 37	0 0 0					
38	0 0 0	0 0 0					

Numerus sine ordo Quadrantium.



Numerus siue ordo Quadrantium.

Par tes.	99	100	101	102	103	104	105
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0
2	69 36 34	70 18 45	71 0 56	71 43 7	72 25 19	73 7 30	73 49 41
3	70 22 58	71 5 37	71 48 17	72 30 56	73 13 36	73 56 15	74 37 58
4	71 9 22	71 52 30	72 35 37	73 18 45	74 1 52	74 45 0	75 28 7
5	71 55 47	72 39 22	73 22 58	74 6 34	74 50 9	75 33 45	76 17 21
6	72 42 11	73 26 15	74 10 19	74 54 22	75 38 26	76 22 30	77 6 34
7	73 28 36	74 13 7	74 57 39	75 42 11	76 26 43	77 11 15	77 55 47
8	74 15 0	75 0 0	75 45 0	76 30 0	77 15 0	78 0 0	78 45 0
9	75 1 24	75 46 52	76 32 21	77 17 49	78 3 17	78 48 45	79 34 13
10	75 47 49	76 33 45	77 19 41	78 5 37	78 51 34	79 37 30	80 23 26
11	76 34 13	77 20 37	78 7 2	78 53 26	79 39 51	80 26 15	81 12 39
12	77 20 37	78 7 30	78 54 22	79 41 15	80 28 7	81 15 0	82 1 52
13	78 7 2	78 54 22	79 41 43	80 29 4	81 16 24	82 3 45	82 51 6
14	78 53 26	79 41 15	80 29 4	81 16 52	82 4 41	82 52 30	83 40 19
15	79 39 51	80 28 7	81 16 24	82 4 41	82 52 58	83 41 15	84 20 32
16	80 26 15	81 15 0	82 3 45	82 52 30	83 41 15	84 30 0	85 18 45
17	81 12 39	82 1 52	82 51 6	83 40 19	84 29 32	85 18 45	86 7 58
18	81 59 4	82 48 45	83 37 30	84 28 7	85 17 49	86 7 30	86 57 11
19	82 45 28	83 35 37	84 25 47	85 15 56	86 6 6	86 56 15	87 46 24
20	83 31 52	84 22 30	85 13 7	86 3 45	86 54 22	87 45 0	88 35 37
21	84 18 17	85 9 22	86 0 28	86 51 34	87 42 39	88 33 45	89 24 51
22	85 4 41	85 56 15	86 47 49	87 39 22	88 30 56	89 22 30	0 0 0
23	85 51 6	86 43 7	87 35 9	88 27 11	89 19 13	0 0 0	0 0 0
24	86 37 30	87 30 0	88 22 30	89 15 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0
25	87 23 54	88 16 52	89 9 51	0 0 0			
26	88 10 19	89 3 45	89 57 11	0 0 0			
27	88 56 43	89 50 37	0 0 0	0 0 0			
28	89 43 7	0 0 0					
29	0 0 0	0 0 0					
30	0 0 0						

Numerus siue ordo Quadrantum

Partes.	106	107	108	109	110	111	112
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0
2	74 31 52	75 14 4	75 56 15	75 38 26	77 20 37	78 2 49	78 45 0
3	75 21 34	76 4 13	76 46 52	77 29 32	78 12 11	78 54 51	79 52 30
4	76 11 15	76 54 22	77 37 30	78 20 37	79 3 45	79 46 52	80 30 0
5	77 0 56	77 44 32	78 28 7	79 11 43	79 55 19	80 38 54	81 22 30
6	77 50 37	78 34 41	79 18 45	80 2 49	80 46 52	81 30 56	82 15 0
7	78 40 19	79 24 51	80 9 22	80 53 54	81 38 26	82 22 58	83 7 30
8	79 30 0	80 15 0	81 0 0	81 45 0	82 30 0	83 15 0	84 0 0
9	80 10 4	81 5 9	81 50 37	82 36 6	83 21 34	84 7 2	84 52 30
10	81 9 22	81 55 19	82 41 15	83 27 12	84 13 7	84 59 4	85 45 0
11	81 59 4	82 45 28	83 31 52	84 18 17	85 4 41	85 51 6	86 37 30
12	82 48 45	83 35 37	84 22 30	85 9 22	85 56 15	86 43 7	87 30 0
13	83 38 26	84 25 47	85 13 7	86 0 28	86 47 49	87 35 9	88 22 30
14	84 28 7	85 15 56	86 3 45	86 51 34	87 39 22	88 27 11	89 15 0
15	85 17 49	86 6 6	86 54 22	87 42 39	88 30 56	89 19 13	0 0 0
16	86 7 30	86 56 15	87 45 0	88 33 45	89 22 30	0 0 0	
17	86 57 11	87 46 24	88 35 37	89 24 51	0 0 0	0 0 0	
18	87 46 52	88 36 34	89 26 15	0 0 0	0 0 0	0 0 0	
19	88 36 34	89 26 43	0 0 0				
20	89 26 15	0 0 0	0 0 0				
21	0 0 0	0 0 0	0 0 0				

Numerus sine ordo Quadrantum.

Partes.	113			114			115			116			117			118			119		
	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	79	27	11	80	9	22	80	51	34	81	33	45	82	15	56	82	58	7	83	40	19
3	80	20	9	81	2	49	81	45	28	82	28	7	83	10	47	83	53	26	84	36	6
4	81	13	7	81	56	15	82	30	22	83	22	30	84	5	37	84	48	45	85	31	52
5	83	6	6	82	49	41	83	33	17	84	16	52	85	0	28	85	44	4	86	27	39
6	82	59	4	83	43	7	84	27	11	85	11	15	85	55	19	86	39	22	87	23	26
7	83	52	2	84	36	34	85	21	6	86	5	37	86	50	9	87	34	41	88	19	13
8	84	45	0	85	30	0	86	15	0	87	0	0	87	45	0	88	30	0	89	15	0
9	85	37	58	86	23	26	87	8	54	87	54	22	88	39	51	89	25	19	0	0	0
10	86	30	56	87	16	52	88	2	49	88	48	45	89	34	41	0	0	0	0	0	0
11	87	23	54	88	10	19	88	56	43	89	43	7	0	0	0	0	0	0			
12	88	16	52	89	3	45	0	0	0	0	0	0									
13	89	9	51	89	57	11	0	0	0												
14	0	0	0	0	0	0															
15	0	0	0																		
Partes.	120			121			122			123			124			125			126		
	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	84	22	30	85	4	41	85	46	52	86	29	4	87	11	15	87	53	27	88	35	37
3	85	18	45	86	1	24	86	44	4	87	26	43	88	9	22	88	52	2	89	34	41
4	86	15	0	86	58	7	87	41	15	88	24	22	89	7	30	89	50	37	0	0	0
5	87	11	15	87	54	51	88	38	26	89	22	2	0	0	0	0	0	0	0	0	8
6	88	7	30	88	51	34	89	35	37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	89	3	45	89	48	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	90	0	0	0	0	0															
9	0	0	0																		
Partes.	127			128																	
	G	M	S	G	M	S															
1	0	0	0	0	0	0															
2	89	17	49	90	0	0															
3	0	0	0	0	0	0															

Quo pacto
per circinū
deprehen-
dantur Mi-
nuta, ac se-
cunda in
quavis pro-
posita gra-
dus particu-
la.

10 QVANDO intra Quadrantem non descripti sunt plures quadran-
tes, sed vnicus tantum adest in 90. gradus exquisitè distributus, cogno-
scemus solo circini beneficio, quot Minuta, ac secunda in quavis gradus par-
ticula contineantur: id quod etiam in libello de vsu, & fabrica instrumen-
ti horologiorum, & in Astrolabio fecimus, hoc scilicet modo. Sit data ver-
bi gratia particula $t u$, in gradu 20. superioris Quadrantis $B C$. Sumatur
ea diligentissime beneficio circini, & à principio Quadrantis, id est, à pun-
cto C , incipiendo, eadem apertura circini accipiantur 60. æquales particu-
læ usque ad punctum X , ita vt arcus CX , sexagecuplus sit arcus $t u$: Quot
enim gradus integri in hoc arcu sexagecuplo comprehenduntur, tot minu-
ta complectetur particula data $t u$. Et si vltra gradus integros in arcu CX , su-
perfit aliqua particula, accipiatur ea sexagies quoque, initio facto à pun-
cto C . Nam quot gradus integri in hoc arcu sexagecuplo continentur, tot
secunda vltra Minuta inuenta continebuntur in data particula $t u$. Quod si
adhuc aliquid superfit, reperientur eodem modo Tertia, &c. Itaque cum in
arcu CX , qui sexagecuplus est particulæ $t u$, contineantur 40. gradus inte-
gri, comprehendet particula $t u$, quadraginta Minuta, & insuper tot secun-
da, quot gradus continentur in arcu, qui sexagecuplus sit particulæ vltra 40.
gradus in arcu CX , contentæ, &c.

HOC autem ita demonstro. Quam proportionem habet arcus 60. gra-
dum ad 1. gradum, eam habet arcus CX , ad particulam $t u$, cum vtroque
proportio sit sexagecupla. Igitur permutando erit, vt arcus 60 graduum ad
arcum CX , ita 1. gradus ad particulam $t u$: Ac proinde quot partes sexage-
simæ arcus 60. graduum, hoc est, quot gradus in arcu CX , continentur, tot se-
xagesimæ partes vnius gradus, id est, tot minuta in particula $t u$, existent.
Item quam proportionem habet arcus 60. Minutorum ad 1. Minutum, eam
habet arcus sexagecuplus particulæ, quæ vltra gradus integros usque ad X , su-
perest ad hanc ipsam particulam. Permutando igitur erit, vt arcus 60. Minuto-
rum ad arcum sexagecuplum dictæ particulæ reliquæ, ita 1. Minutum ad di-
ctam particulam reliquam. Quare quot partes sexagesimæ arcus 60. Minuto-
rum, hoc est, quot minuta in arcu dictæ particulæ sexagecuplo (sumendo
nunc gradus Quadrantis BC , pro Minutis) continentur, tot partes sexagesimæ
vnius Minuti, id est, tot Secunda, in reliqua illa particula includentur, &
sic deinceps, si opus sit, de Tertijs, Quartis, &c. intelligatur. Sed satis est, meo
iudicio, si minuta diligenter inquirantur. Et si quidem particula remanens
maior fuerit semisse gradus, pro illa vnum Minutum assumatur, Minutisque
inuentis adijciatur, quod tunc in illa particula contineantur plura Secunda
quam 30. Si vero eadem particula semisse gradus fuerit minor, nihil Minu-
tis inuentis adijciatur, quod tunc in illa particula pauciora Secunda inclu-
dantur, quam 30. Si denique dicta particula semissi gradus fuerit æqualis, li-
berum sit addere Minutis inuentis vnum Minutum, vel non addere.

11 QVIA vero facile error committi potest, si circino particulam di-
ctam gradus, vel minuti sexagies ordine sumere velimus, rectius feceris, quan-
do particula data semisse gradus minor est, si eam vna cum præcedente gradu
acceptam primo loco quintuples, deinde hunc arcum quintuplum duplex,
tertio hunc arcum duplū triples, ac tandē quarto hunc arcum triplū iterū duplex.
Ultimus. n. hic arcus erit datæ particulæ vna cū gradu accepto sexagecuplus.
Quare



Quare si ex eo demantur 60. gradus, indicabunt reliqui gradus numerum minorum in data particula contentorum. Quod si per æstimationem cognoueris, particulam semisse gradus minorem non superare min. 24. (Nam si superaret 24. minuta, non possemus ratione iam explicanda inquirere minuta; propterea quod circumducendo circinum, totum Quadrantem excederemus, ut patebit.) commodius minuta datæ particulæ cognoscemus hoc modo. Datam particulam cum gradu præcedenti primo loco quadruplicabimus: deinde hunc arcum quadruplum duplabimus, ut habeamus octuplum arcus ex particula, & vno gradu compositi; tertio arcum hunc octuplum iterum duplabimus, ut fiat arcus sedecuplus arcus ex data particula, & vno gradu compositi; quarto hunc arcum rursus duplabimus; & quinto tandem hunc duplū iterum duplabimus; ut habeatur arcus continens arcum ex particula proposita, & vno gradu sexagies & quater, cuius extremum punctam diligenter notetur. Nam si ex toto arcu ab eo puncto incipiendo, auferatur arcus quadruplus particulæ datæ vnā cum vno gradu, supererit arcus sexagecuplus eiusdē particulæ vnā cum vno gradu; ex quo denique si demantur 60. gradus, reliqui gradus numerum minorum indicabunt. Quod si data particula semisse gradus fuerit maior, explorabimus eodem modo minuta in reliqua particula minore comprehensa. Hæc namque minuta ex 60. detracta relinquent minuta in particula illa maiore comprehensa. Bene autem vides, quando data particula minor parum à semisse gradus differt, tutius esse quintuplare illam vnā cum vno gradu; deinde hunc arcum duplare, tertio hunc arcum triplare, & postremo hunc iterum duplare. Hac enim ratione ex vltimo arcu duplato auferendi tantum sunt 60. gradus, & nunquam totus quadrans exhauritur, ut patet.

12 NEQVE vero semper opus est, ut particula illa gradus, vel particula minor vnā cum vno gradu sexagies repetatur, sed satis est, ut ea aliquoties repetita incidat præcise in aliquem gradum; quod non raro accidere solet. Nam tunc constituetur fractio, cuius numerator est numerus graduum percursorum: Denominator autem numerus tot vnitatum, quoties particula circino repetita fuerit. Verbi gratia, si aliqua gradus particula vices repetita incidat in 6. gradum, complectetur particula illa $\frac{6}{25}$. vnus gradus. Quare si numerator 6. per 60. multiplicetur, & productus numerus 360. per denominatorem 25. diuidatur, indicabit Quotiens 18. particulam illam continere 18. minuta. Sic si alia particula septies repetita incidat in tertium gradum, comprehendet ea $\frac{3}{7}$. vnus gradus. Si igitur numerator 3. per 60. multiplicetur, & numerus productus 180. per denominatorem 7. diuidatur, reperiuntur 25. min. Et quia in diuisione supersunt 5. si ea rursus multiplicentur per 60. productusque numerus 300. per eundem denominatorem 7. diuidatur, dab it quotiens adhuc $42\frac{6}{7}$. secunda.

DEMONSTRATIO huius praxis hæc est. Quoniam in priori exemplo, ita se habent 20. gradus ad 1. gradum, ut particula vices repetita ad vnā particulam; erit permutando arcus 20. graduum ad arcum continentem particulam vices, hoc est, ad arcum 6. graduum, ut 1. gradus ad vnā particulam: & conuertendo 6. grad. ad 20. grad. ut 1. particula ad 1. grad. Cum ergo 6. grad. sint $\frac{6}{25}$. graduum 20. continebit quoque vna particula $\frac{6}{25}$. vnus gradus, quod est propositum. In posteriori vero exemplo; quia ita se habent 7. grad. ad 1. gradum, ut particula septies repetita, hoc est,

F vt

vt 3. gradus ad 1. particulam; erit permutando arcus 7. graduum ad 3. grad. vt 1. grad. ad 1. particulam: & conuertendo 3. gradus ad 7. gra. vt vna particula ad 1. grad. Cum ergo 3. gradus sint $\frac{3}{7}$. septem graduum, complectetur quoque 1. particula $\frac{3}{7}$. vnius gradus; quod est propositum. eademq. in cæteris ratio est.

QVANDO particula minor cum vno gradu repetita incidit in gradū aliquem præcisè, auferendi erunt ex gradibus percurfis tot gradus, quoties particula illa cum vno gradu repetita fuit. Reliquus enim numerus erit Numerator fractionis: Denominator autem erit, qui prius. Vt si particula illa minor cum 1. gradu repetita septies incidit in 10. gradum; demendi erunt 7. gradus repetiti. Atq. ita habebūtur iterū $\frac{3}{7}$. vnius gradus in data particula.

Quo pacto
ex quouis
gradu par-
ticula quot
libet Minu-
torum ab-
scindatur.

13 SI vicissim ex quouis gradu auferre velimus particulam quotlibet minutorum, ita agendum erit. In quadrante superiore BC, accipiat circino arcus tot graduum, quot minuta desiderantur; atque (vt confusionem vitemus) in arcum interuallo semidiametri quadrantis BC, descriptum transferratur. Si enim hic arcus in 60. partes æquales secetur, (primum, videlicet in duas: deinde vna harum iterum in duas: Tertio vna harum in tres; ac postremo vna harum in quinque) continebit vna particula sexagesima numerū minutorum propositum. Verbi gratia, si particula quæritur continens 50. min. accipiemus in arcu FG, ad interuallum semidiametri AC, descripto arcum FG, arcui CZ, graduum 50. æqualem, eumque in 60. partes æquales secabimus, primum in duas in puncto K: Deinde arcum FK, iterum in duas in puncto L; tertio arcum FL, in tres in punctis T, V. Ac tandem arcum FV, in quinque. Vna namque harum 5. particularum comprehendet 50. min. ac proinde si transferatur circino in quemlibet gradum Quadrantis BC, abscissa erunt 50. Min. ex eo gradu. Hoc ita demonstro. Quoniam est, vt arcus 60. graduū ad 1. gradum, ita arcus CZ, vel FG, graduum 50. ad sexagesimam partem eiusdem arcus FG; erit permutando, vt arcus 60. graduum ad arcum FG, graduum 50; ita 1. gradus ad sexagesimam particulam arcus FG: & conuertendo, vt arcus FG, graduum 50. ad arcum graduum 60, ita particula sexagesima arcus FG, ad 1. gradum. Cum ergo arcus FG, contineat $\frac{50}{60}$, arcus 60. graduum, continebit quoque particula sexagesima arcus FG, $\frac{50}{60}$. vnius gradus, hoc est, 50. Min. Quod est propositum.

SE D hæc res incommodissima est in paruis Quadrantibus, præsertim si pauca Minuta, utpote 1. 2. vel 3. abscindenda sint. Quis enim in Quadrante exiguo arcum 1. gradus, vel 2. vel 3. in 60. particulas distribuat? Quam obrem commodius id, quod proponitur, efficiemus hac ratione. Ex eodem quadrante superiore BC, arcus grad. 61. transferatur in arcum XY, ad interuallum semidiametri AC, descriptum, ab X, vsque ad Y. Atque hic arcus XY, in 6. partes æquales secetur; Primum scilicet in 2. deinde vtraque semissis in 3. Deinde prima pars in 10. particulas æquales diuidatur, ita vt quælibet harum particularum sit $\frac{1}{60}$. arcus XY. Et quoniam vna harum particularum est ad arcum XY, vt 1. gradus Quadrantis BC, ad arcum 60. graduum; cum vtrōbique proportio sit subsexagecupla; erit permutando vna illarum particularum ad 1. grad. vt arcus XY, ad arcum 60. graduum. Quocirca quemadmodum arcus XY, arcum grad. 60. continet semel, & insuper vnam eius partem sexagesimam, id est, 1. grad. ex constructione; Ita quoque vna illarum particularum comprehendet 1. gradum semel, & insuper

vnam



Vnam partem sexagesimā vnius gradus, hoc est, 1. Minutum. Ex quo fit, vt duæ particulae complectantur 2. grad. & insuper 2. Minuta. At vero 3. particulae contineant 3. grad. & 3. Min. & sic deinceps.

ITAQVE si in Quadrantem BC, transferatur vna particula sexagesima, arcus XY, à puncto C, vel à quouis gradu, habebitur 1. Min. in 2. gradu, vel quouis alio. Et si duæ particulae transferantur, habebuntur in tertio gradu duo Minuta; tria autem Min. in 4. gradu, si tres particulae transferantur, & sic de cæteris.

PARI ratione, si quis desideret quotlibet gradus, ac Minuta, inquirenda prius erit particula Minutorum, quæ desiderantur, eaque ad gradus propositos adiicienda. Quod si particula minutorum inuentorum tam exigua fuerit, vt circino vix accipi possit, accipienda ea erit vnà cum 1. gradu: & hic arcus ex 1. gradu & particula conflatus adiiciendus ad numerum graduum, propositum minus vno. Vt si velit quis grad. 89. Min. 59. Inuenienda prius erunt 59. Minuta, quod fiet, si 59. particulae arcus XY, in Quadrantem BC, transferantur. Nam particula in 60. gradu complectetur 59. Min. vt dictum est. Si igitur arcus ex illa particula, & 1. gradu conflatus adiiciatur ad arcum 88. grad. conficietur arcus grad. 89. Min. 59. Eademque ratio est de cæteris. Accipientur autem in arcu XY, particulae 59. si vnus pes circini in puncto 50. statuatur, & alter in nona particula primæ partis sextæ totius arcus XY, versus X. Ita accipientur quoque particulae 49. 48. 39. 34. &c. vt perspicuum est.

IAM vero si Minuta non in Quadrante BC, sed in maiori, minorive accipienda sint, inquirenda ea erunt in Quadrante BC, beneficio arcus XY, vt docuimus; Deinde arcui inter C, & finem particulae inuentæ auferendus ex Quadrante proposito arcus similis. quod fiet, si ille Quadrans ex centro A, describatur, rectaque ex A, per finem particulae in BC, inuentæ educatur, &c.

14 QVAE Num. 13. præcedenti diximus, perbelle etiam quadrant in lineas rectas. Nam eadem ratione cognoscemus, si linea recta in quouis partes æquales secetur, quantam fractionem quælibet particula vnius partis contineat; Et vicissim quo pacto ex vna parte abscindenda sit quæcunque fractio proposita. Quæ res incredibile est, quantam vtilitatem cum alijs rebus Geometricis, tum verò maxime Dimensionibus, quæ per scalam altimetram fieri solent, afferat, vt lib. 3. cum de Quadrato Geometrico, vbi scalæ altimetrae vsus apparebit, perspicuum erit. Sit enim recta linea AB, vt ad pedem Quadrantis superioris vides, secta in 10. partes æquales. (In tot enim partes libet tam vmbra rectam, quam versam scalæ altimetrae distribuere: quamuis ab alijs vtraque in 12. diuidatur: quod per illam diuisionem facilius Dimensiones perficiantur, vt suo loco patebit. Magis tamē probarem, si vtrumq. vmbrae latus in 100. partes secaretur, si id magnitudo instrumenti cōmode permittit) propositumq. sit, quot partes decimas contineat particula DC, partis quintæ. Beneficio circini sumpta particula DC, decupletur ab A, vsque ad E. Et quoniā in AE, continentur sex partes totius lineæ AB, continebit propterea particula DC. $\frac{6}{10}$. vnius partis decimæ, hoc est, $\frac{6}{100}$. totius lineæ. Ita vt si recta AB, diuisa cogitetur in 100. partes, tribuendo singulis decimis partibus denas particulas, segmentum AC, comprehendat $\frac{4}{100}$. Quia vero ultra $\frac{6}{100}$. superest adhuc particula

Quo pacto reperiatur fractio cuiusque particulae in parte qualibet lineæ rectæ in partes æquales diuisæ.

F 2

FE,



FE, vnius decimæ, si ea rursus decupletur ab A, vsque ad G, reperientur in A G, octo partes totius lineæ AB. Continet ergo particula FE, $\frac{8}{10}$. vnius decimæ, hoc est, proposita particula DC, ultra $\frac{6}{10}$. vnius partis rectæ AB, continet insuper $\frac{2}{10}$. vnius decimæ, (vnus inquam decimæ ex illis $\frac{6}{10}$. quas in particula DC, diximus comprehendi) nimirum $\frac{2}{100}$. vnius partis. si singulæ partes decimæ rectæ AB, diuisæ essent in 100. particulas; atque adeo, si recta AB, secta intelligatur in 1000. partes, tribuendo singulis decimis partibus centenas particulas, segmentum AC, complectetur $\frac{4}{10} \frac{6}{10} \frac{2}{10}$. quippe cum in AD, contineantur $\frac{4}{10} \frac{0}{10} \frac{0}{10}$. Et in DC, $\frac{6}{10} \frac{2}{10}$. vnius partis rectæ AB, siue $\frac{6}{10} \frac{2}{100}$. totius lineæ AB; cum quælibet centesima particula vnius partis decimæ sit $\frac{1}{100}$. Atque in hunc modum progredi licebit ad decimas vnius decimæ ex illis $\frac{6}{10}$. quæ in particula DC, continentur. nimirum ad fractionem à 10000. denominatam, &c. sed satis mihi videtur ad partes millesimas peruenire.

DEMONSTRATIO hic eadem est, quæ in gradibus, ac Minutis. Eandem enim proportionem habet recta 10. partium ad 1. partem, quam recta AB, ad particulam DC, cum vtroque proportio sit decupla, ideoque permutando erit vt recta 10. partium ad rectam AE, ita 1. pars ad particulam DC. Quamobrem sicut in AE, continentur $\frac{6}{10}$. rectæ AB, decem partium, & insuper particula FE, respectu vnius partis lineæ AB, decem partium, ita quoque in particula data DC, continebuntur $\frac{6}{10}$. vnius partis, & insuper talis particula respectu vnius decimæ qualis est FE, respectu vnius partis lineæ AB, decem partium, &c.

Denomina-
tio facilis
fractionum
millesima-
rum.

ITAQVE, vt vides, duabus operationibus ad millesimas partes peruenitur, ac si latus totum AB, in 1000. partes sectum esset, quod consideratione dignum est. Et duo quidem Numeratores decimarum eo ordine positi, quod inuenti sunt, dant Numeratorem centesimarum: cui si præponatur ad sinistram numerus integrarum partium ante datam particulam existentium, conflabitur Numerator millesimarum. Vt in superiori exemplo, quia ante datam particulam DC, reperiantur 4. partes, inuentæque sunt $\frac{6}{10}$. & $\frac{2}{10}$. erit tota fractio $\frac{4}{10} \frac{6}{10} \frac{2}{10}$. Sic si inuentæ essent pro aliqua particula in octaua parte, $\frac{7}{10}$. constitueretur fractio $\frac{7}{10} \frac{0}{10} \frac{0}{10}$. Item si in tertia parte inuentæ essent $\frac{1}{10}$. fieret fractio $\frac{1}{10} \frac{0}{10} \frac{0}{10}$. & sic de cæteris. Quod si recta AB, id est, latus vtriusque vmbra diuideretur in 100. partes, reperirentur partes millesimæ vnica operatione; si nimirum particula data in vna centesima decuplaretur: quia tunc intelligerentur singulæ centesimæ in denas particulas subdiuisæ. Sed quia particula data in centesima aliqua parte perparua est, vt vix circino capi possit, accipiemus eam cum vna centesima, vel duabus, & ex decuplo abijciemus 10. vel 20. centesimas, vt reliquæ centesimæ exhibeant decimas vnius centesimæ. Eadem ratione, quando data particula in linea 10. partium est perpusilla, accipienda erit reliqua particula maior decies. Nam reliqua pars rectæ AB, à B, vsque ad finem illius particulæ decuplæ dabit numerum decimarum in proposita minore particula, &c. Hac ratione, si particulam CH, decuples, incidet in punctum K. Ergo segmentum BK, dabit $\frac{6}{10}$. & insuper particulam DK, vt supra; cum DK, particulæ FE, sit æqualis. Ratio huius rei est, quod ambæ particulæ DC, CH, decuplatae conficere debeant totam AB, vt constat.

AD Maiorem quoque commoditatem pro inuestigandis partibus decimis, hoc



hoc est, pro decuplanda particula proposita, costrui poterit circinus dupli-
cis aperturæ, in quo scilicet crura producta se mutuo interfecent, atq. vna a-
pertura alterius sit semper decupla, instar circini, quo linea duas in partes
æquales diuidi solet. Ita enim fiet, vt accepta per minorem aperturam par-
ticula abscissa, particula maior exhibeat eam particulam decies sumptam,
vt non opus sit toties circinum circumducere: qua quidem in re facile error
committi potest, qui illo circino, si recte fabricatus sit, facilius vitatur. Sed
sine hoc circino idem fieri potest per instrumentum partium, quod capite
præcedenti construximus. Nam si particula data circino capiatur, & summa
diligentia ei sumatur in instrumento interuallum inter 10. & 10. æquale, erit
interuallum inter 100. & 100. datæ particulæ decuplum.

15 IAM vero si vicissim ex qualibet parte rectæ AB, auferendæ sint
quotcunque decimæ partes vnius, diuidendum erit segmentum continens
numerum partium decimarum in 10. partes æquales. Nam vna pars decima
huius segmenti continebit decimas partes quæsitæ. Vt si cupiat quis $\frac{7}{10}$, di-
uidendum erit segmentum rectæ AB, includens 7. partes, in 10. particulas.
Qualibet namque harum comprehendet $\frac{7}{10}$ vnius partis rectæ AB. Ea-
demque ratio est de cæteris. Sed commodius hunc vsum nobis præstabit in-
strumentum partium supra constructum. Eius enim beneficio ex quauis re-
cta abscindemus non solum quotcunque decimas, sed etiam centesimas, deci-
masnonas, nonagesimas octauas, & sic deinceps, vsque ad dimidiatam partem.
Nam si velimus $\frac{3}{100}$, alicuius lineæ, capiemus ei lineæ interuallum inter
100. & 100. æquale. Circinus namq. extensus inter 3. & 3. dabit $\frac{3}{100}$, quæ-
sitæ. Ita quoq. circini pedes inter 50. & 50. dabunt $\frac{50}{100}$, id est, $\frac{1}{2}$. Rursus
pedes circini inter 20. & 20. dabunt $\frac{20}{100}$, hoc est, $\frac{1}{5}$. & sic de cæteris,
vt fusius in vfu prædicti instrumenti partium cap. 1. exposuimus.

Quo modo
ex data li-
nea auferen-
dæ sint quot
cunque par-
tes decimæ
vel aliæ par-
tes.

PROBLEMATATAVARIA Triangulorum rectilineorum.

CAPVT III.



ERTIO loco præmissuros nos polliciti sumus va-
ria problemata triangulorum rectilineorum, vt & la-
tera eorum, atque anguli ex quibusdam datis, & co-
gnitis promptè, atque expedite, cum id res postulaue-
rit, possint erui: quod hoc tertio capite exequemur.
Priori autem loco de triangulis rectangulis: postero-
ri vero de obliquangulis agemus. In margine porro
adscriptimus propositiones nostri tractatus triangu-
lorum rectilineorum, in Theodosio nostro editi, in

quibus problemata hæc demonstrantur, vt studiosi intelligant, vnde eorum
demonstrationes, quando libuerit, petere debeant.

TRIANGULORUM



TRIANGULORVM RECTILINEORVM

Rectangulorum problemata.

I. PROPORTIONES LATERVM

Ex datis omnibus angulis cuiusvis trianguli patefacere.

1. Triang.
rectil.

Singulis lateribus adscribantur sinus angulorum oppositorum. Latèra enim easdem proportionibus habent, quæ inter sinus angulorum lateribus oppositorum reperiuntur.

II LATVS

Ex base, & alterutro angulorum acutorum, ac proinde & altero, nosum efficere.

2. Triang.
rectil.

*Vt sinus
totus.*

ad basem

*Ita sinus anguli lateri
quæsito oppositi*

*ad latus quæsitum in
partibus basis.*

III. LATVS

Ex base, & altero latere cognoscere.

3. Triang.
rectil.

Vt basis

*ad sinum to-
tum.*

*ita datum la-
tus.*

*ad sinum anguli dato la-
teri oppositi.*

Deinde, sumpto complemento anguli inuenti pro reliquo angulo.

*Vt sinus
totus*

ad basem

*Ita sinus anguli, qui
lateri quæsito op-
ponitur,*

*Ad latus quæsitum in
partibus basis, & al-
terius lateris.*

IIII. LATVS

Ex altero latere, & alterutro angulo acuto, ac proinde & altero, eruere.

1. Triang.
rectil.

*Vt sinus
totus*

*ad latus
datum.*

*Ita tangēs anguli qua-
sito lateri oppositi*

*Ad latus quæsitum in
partibus dati lateris*

Vel

2. Triang.
rectil.

*Vt sinus anguli da-
to lateri oppositi.*

*ad latus
datum.*

*Ita sinus alterius
anguli.*

*ad latus quæsitum in
partibus dati lateris.*

V. BASEM

Ex vno latere, & vno angulo acuto, ac proinde & altero, inuestigare.

Vt

LIBER PRIMVS. 47

Vt sinus totus ad latus datum: Ita secans angulo dato lateri adjacentis. Ad basem in partibus lateris dati. 2. Triang. rectil.

Vel

Vt sinus anguli dato lateri oppositi ad sinum totum: Ita latus datum ad basem in partibus lateris dati. 2. triang. rectil.

VI. BASEM

Ex utroque latere perscrutari, una cum angulis acutis.

Vt latus alterutrum datum ad sinum totum: Ita alterum ad tangentem anguli huic alteri lateri oppositi. 3. Triang. rectil.

Deinde, sumpto complemento anguli inuenti pro reliquo angulo.

Vt sinus totus ad latus alterutrum datum: Ita secans anguli accepto lateri adiacentis ad basem in partibus lateris dati.

VII. ANGVLVM

Ex base, & vno latere inquirere.

Vt basis ad sinum totum: Ita latus datum ad sinum anguli dato lateri oppositi. 3. Triang. rectil.
Complementum anguli inuenti dabit alterum angulum.

VIII. ANGVLVM

Ex utroque latere reddere cognitum.

Vt latus alterutrum ad sinum totum: Ita alterum ad tangentem anguli huic alteri lateri oppositi. 3. triang. rectil.

Complementum anguli inuenti dabit alterum angulum.

TRIANGVLORVM RECTILINEORVM obliquangulorum Problemata.

IX. SEGMENTA LATERIS A Perpendiculari facta

Ex datis tribus lateribus cognoscere.

Vt

9. triang. rectil.	<i>Vt latus, in quod cadit perpen- dicularis</i>	<i>ad summam alio- rum duorum la- terum</i>	<i>ita differentia eorundem duorum laterum</i>	<i>ad quartum quendam nu- merum.</i>
-----------------------	--	---	--	--

Et si quidem quartus numerus inuentus minor fuerit latere, in quod cadit perpendicularis, auferendus is erit ex illo latere. Semissis enim reliqui numeri dabit minus segmentum, quod ex toto latere subductum relinquet segmentum maius.

Si vero quartus numerus inuentus maior fuerit latere, in quod cadit perpendicularis, auferendum erit hoc latus ex illo numero. Semissis enim reliqui numeri dabit segmentum minus, exterius videlicet inter perpendicularem, & angulum obtusum: quod additum eidem lateri conflabit aliud segmentum maius inter perpendicularem, & angulum acutum.

X. LATERA DVO

EX tertio latere, & duobus quibuscumque angulis, ac proinde omnibus tribus, cum tertius sit aliorum complementum ad semicirculum, hoc est, ad grad. 180. inuenire.

10. triang. rectil.	1 <i>Vt sinus an- guli dato la- teri oppositi</i>	<i>ad latus datum:</i>	<i>ita sinus alteru- rius reliquorum angulorum</i>	<i>ad latus huic angu- lo oppositum.</i>
------------------------	---	----------------------------	--	--

Rursus

1. triang. rectil.	<i>Vt sinus anguli dato lateri oppositi.</i>	<i>ad latus datum:</i>	<i>ita sinus tertij anguli</i>	<i>ad latus huic tertio angulo oppositum.</i>
-----------------------	--	----------------------------	------------------------------------	---

2 IN Isoscele vnius tantum lateris inuentione opus est, cum vnum datum sit cum angulis. In æquilatere vero triangulo, si vnum latus datum sit, erunt & reliqua illi æqualia, data.

XI. LATVS

EX duobus reliquis lateribus, & duobus quibuscumque angulis, ac proinde omnibus tribus, cum tertius sit aliorum complementum ad semicirculum, id est, ad grad. 180. addiscere.

10. triang. rectil.	<i>Vt sinus anguli al- terutri lateri da- to oppositi</i>	<i>ad latus op- positum da- tum:</i>	<i>ita sinus anguli quæsiti lateri oppositi</i>	<i>ad latus qua- situm.</i>
------------------------	---	--	---	---------------------------------

XII. LATVS

EX duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso colligere.

VI

<i>1</i> Vt si- nus totus	ad ² secantem complementi arcus, qui semissi aggregati datorum laterum ad sinus reuocatorum, ut sinus, de- betur:	Ita differentia inter eā semis- sem, & alteru- trum datorum laterum ad si- nus reuocatorū	ad quar- tum quen- dam nu- merum.	Problema 17. triang. spheric.
---------------------------------	--	--	--	-------------------------------------

Latera data ad sinus reuocabuntur, si vtrumque multiplicetur per 10. vel 100. vel 1000. &c. ita vt maioris lateris numerus habeat tot figuras, quot continentur in maioribus sinibus tabulæ sinuum, nimirum 5. si sinus totus statuatur 100000. vel 7. si sinus totus ponatur 10000000.

Deinde

Vt si- nus to- tus	ad tangētem semissis arcus, qui detracto dato angulo ex semicirculo relinquitur:	ita quartus numerus in- uentus	ad tangentem diffe- rentia inter semissē eiusdem arcus, & al- terutrū angulorum non datorum.
--------------------------	--	--------------------------------------	--

Hæc autem tangens hoc etiam modo inuenietur, qui priori præferendus videtur.

<i>2</i> Vt semis- sis aggre- gati duo- rum late- rum dato- rum.	ad tangentem se- missis arcus, qui detracto dato an- gulo ex semicir- culo relinquitur:	ita differentia inter semissē aggregati duo- rum datorū la- terum, & utrū- libet laterum	ad tangentem differentia in- ter semissē ar- cus prædicti, & alterutrū angu- lorū nō datorū	Alio modo qui priori præferendus videtur.
---	---	---	--	--

Arcus huius tangentis inuentæ additus ad semissē eiusdem arcus (est autem hic arcus summa duorum angulorum non datorum, nimirum dati anguli complementum ad semicirculum, hoc est, ad grad. 180.) dabit maiorem angulum non datum, qui videlicet maiori lateri dato opponitur: ex eadem vero semisse detractus relinquitur faciet minorem angulum non datum, qui nimirum lateri minori dato opponitur.

Post hæc.

Vt sinus vtriuslibet anguli inuenti	ad latus op- positum:	ita angulus datus	ad latus oppositū quod queritur.	1. triang. rectil.
--	--------------------------	----------------------	-------------------------------------	-----------------------

Itaque antequam tertium latus inueniatur, disquirendi prius sunt reliqui duo anguli: qui commodius videntur posteriori via Num. 2. exposita indagari, quam priori illa ratione Num. 1. explicata.

3 Si duo latera sint æqualia; 2 erunt reliqui duo anguli æquales. Semis- 2 5. primi.
sis ergo arcus, qui detracto angulo dato ex semicirculo relinquitur, dabit vtrumque, &c.

G XIII.

EX duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito (si modo constet species anguli alteri lateri dato oppositi, quando datus angulus acutus est) exquirere.

13. triang.
rectil.

1 *Vt latus datum ad sinum anguli dati: ita alterum latus datū, ad sinum anguli huic alteri lateri oppositi.*

Hic sinus inuentus dabit angulum alteri dato lateri oppositum, si acutus fuerit: (erit autem semper acutus, quando datus angulus est obtusus) si vero fuerit obtusus, arcus sinus inuenti ex semicirculo demptus, reliquum faciet eum angulum: Propterea quando datus angulus est acutus, oportet dari huius alterius speciem, vt sciamus, num acutus sit, vel obtusus. Summa autem horum angulorum ex semicirculo subtracta relinquet tertium angulum quaesito lateri oppositum. Ergo,

1. triang.
rectil.

Vt sinus dati anguli ad datum latus ei oppositum; ita sinus tertij anguli inuenti quaesito lateri oppositi. ad latus quaesitū.

a 5 primi.

2 Si duo latera data sint æqualia: & erit angulus alteri dato lateri oppositus, dato angulo æqualis.

XIIII. ANGVLVS DVOS

EX duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso, reperire.

Inuenientur ex ijs, quæ data sunt, duo anguli, vt in priori parte problematis 12. dictum est: si nimirum inquiratur tangens differentia inter semissem arcus, qui detracto angulo dato ex semicirculo relinquitur, & alterutrum angulorum, qui quaruntur, &c. quæ quidem tangens duobus modis inuenta est in priori parte problematis 12. in quo latus proponitur inuestigandum ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso. Quod vt fieret, inuenti prius fuerunt alij duo anguli, qui in hoc problemate 14. quaruntur.

XV. ANGVLVS DVOS

EX duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito (si modo constet species anguli alteri lateri dato oppositi, quando datus angulus acutus est) expiscari.

Hic etiam adhibenda est prior operatio problematis 13. in quo latus opponitur inquirendum ex iisdem datis: quod vt fieret, inuenti prius fuere reliqui duo anguli, qui in hoc problemate 15. indagandi proponuntur.

XVI. ANGVLVS OMNES TRES

EX tribus omnibus lateribus peruestigare.

x. Duca

1. *Ducta ad maximum latus perpendiculari ex angulo opposito a (ut nimirum perpendicularis semper intra triangulum cadat) inueniantur per problema 9. segmenta duo maximi lateris facta à perpendiculari. Deinde.* 11. triang. rectil.

<i>Vt minimū latus</i>	<i>ad sinum totum:</i>	<i>ita minus segmen- tum maximi late- ris</i>	<i>ad sinum complemen- ti anguli medio late- ri oppositi.</i>	1. triang. rectil.
------------------------	------------------------	---	---	-----------------------

Rursus.

<i>Vt me- dium latus</i>	<i>ad sinum totum:</i>	<i>ita maius segmen- tum maximi la- teris</i>	<i>ad sinum complementi an- guli medio lateri oppositi.</i>	1. triang. rectil.
----------------------------------	----------------------------	---	---	-----------------------

Inuentis duobus angulis ad maximum latus, qui medio lateri, & minimo opponuntur; si eorum summa ex semicirculo dematur, reliquus fiet tertius angulus lateri maximo oppositus.

2. In Isoscele, ducta perpendiculari ad basem a , quam bifariam secabit, Schol. 26. lib. 1. Eucl.

<i>Vt alterum lateralium a- qualium</i>	<i>ad sinum totum:</i>	<i>ita semissis basis</i>	<i>ad sinum complementi unius angulorum æqualium ad ba- sem.</i>
---	----------------------------	-------------------------------	--

Summa duorum angulorum æqualium inuentorum ex semicirculo detracta, reliquum faciet tertium angulum.

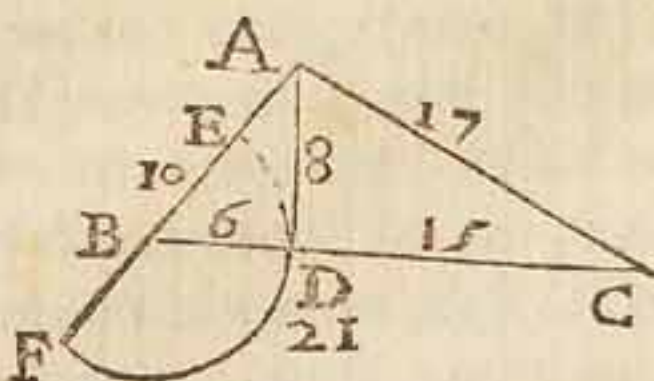
3. IN æquilatelo triangulo dabuntur anguli, etiamsi latera non dentur, cum quilibet gradus 60. tertiam videlicet partem duorum rectorum, vel duas tertias partes vnus recti, complectatur.

XVII. PERPENDICVLAREM IN LATVS quodcunque ex angulo opposito cadentem

E X tribus omnibus lateribus efficere notam.

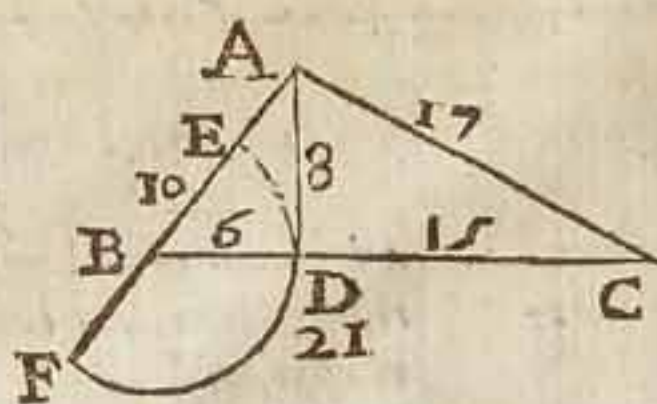
Per problema 9. inquirantur segmenta lateris facta à perpendiculari. Deinde differentia inter vtrumuis segmentum, & latus adiacens ducatur in summam eiusdem segmenti, & lateris adiacentis. Radix namque quadrata numeri producti perpendiculararem quasitam indicabit.

In triangulo enim AEC , sit AB , 10. AC , 17. & BC , 21. inuestigandaq. sit perpendicularis AD . Per problema 9. reperietur segmentum BD , 6. & CD , 15. Differentia inter BD , & AB , est 4. quæ ducta in 16. summam rectorum BD , & AB , faciet 64. cuius radix quadrata 8. dat perpendicularem AD . Quod quia in nostro tractatu triangulorum rectilineorum demonstratum non est, demonstro hoc proposito Theoremate.



G 2 In

Theorema.



In triangulo rectangulo rectangulum, sub differentia basis, & alterutrius lateris circa rectum angulum, & sub summa basis, & eiusdem lateris, æquale est quadrato alterius lateris circa angulum rectum.

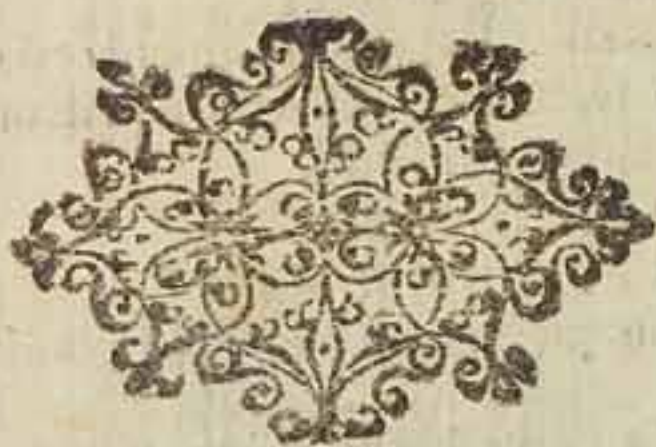
Nam in triangulo rectangulo ABD, cuius angulus D, rectus, si ex B, per D, semicirculus describatur EFD, erit AE, differentia

inter basem AB, & latus BD: At AF, summa erit basis AB, & eiusdem lateris BD, cum BD, BE, BF, recta sint æquales. Dico igitur rectangulum sub AE, AF, æquale esse quadrato lateris AD. Recta enim AD, cum perpendicularis sit ad semidiametrum BD, a semicirculo tanget in D. b Igitur rectangulum sub AE, AF, quadrato tangentis AD, æquale erit, quod erat demonstrandum.

a coroll. 16.
ter.

b 36.ter.

FINIS LIBRI PRIMI.



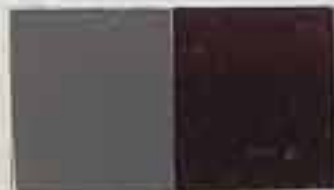
GEO

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



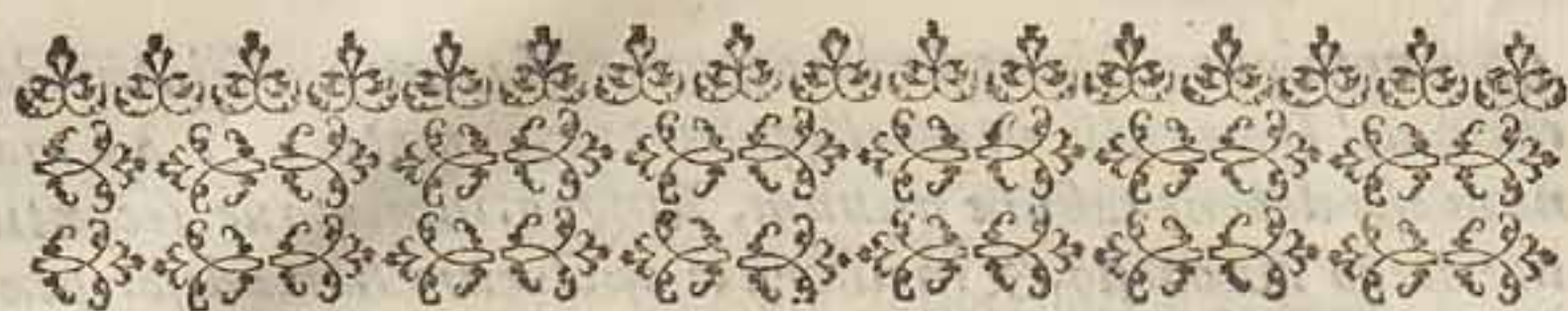
Kodak

Gray Scale


<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm



GEOMETRIAE PRACTICAE

LIBER SECVNDVS.

Linearum Rectarum per Quadrantem Astronomicum Dimensionem explicans.

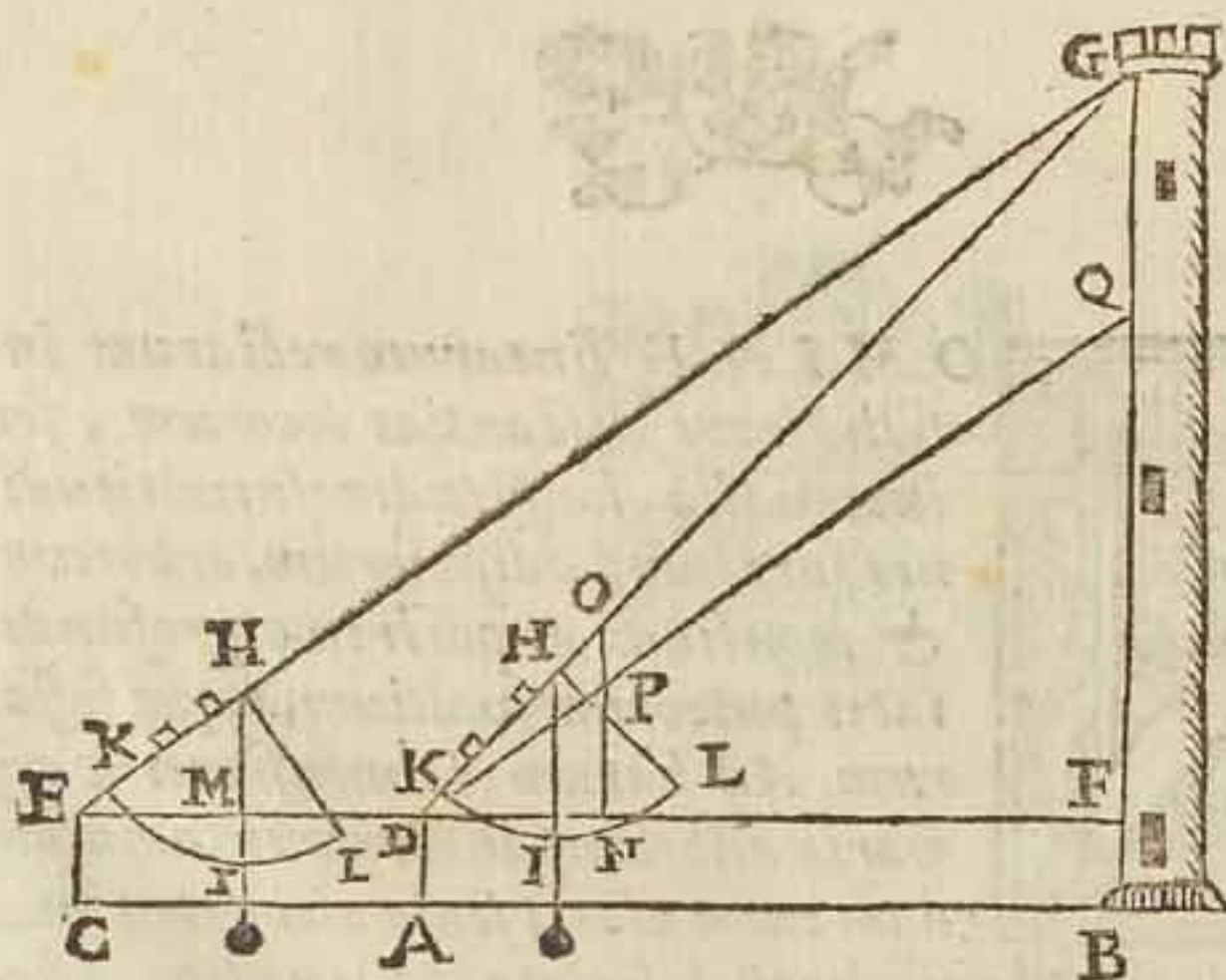


NOMINE linearum rectarum intelligimus distantias locorum, seu interualla, longitudinesque: altitudines turrium, edificiorum, arborum, & montium: ac postremo profunditates puteorum, vallium, atque fossarum. Ad harum Dimensiones varij varia adhibent instrumenta. quibusdam enim placet scala altimetra in dorso Astrolabij, seu planisphaerij descripta. Alijs radius Astronomicus Gemmae Frisij, vel radius dictus Latinus, quod à Domino Latino Vrsino nobili Romano excogitatus sit; vel baculus Iacob: Alijs annulus Astronomicus, vel Holometrum; Alijs denique alia instrumenta arrident. Mibi vero præ ceteris probatur Quadrans Astronomicus in 90. gradus distributus: & Quadratum Geometricum tum stabile, tum pendulum, cuius duo latera in certas quasdam partes æquales sint diuisa. Hoc autem 2. lib. qua ratione per Quadrantem Astro-

Astronomicum Dimensio linearum rectorum perficiatur, docuimus. Quæ ratio ut intelligatur, in promptu, & ad manum esse debent tabula sinuum, Tangentium, atque secantium in nostro Theodosio, & in aliorum auctorum libris descriptæ, unde petendæ erunt. Superuacaneum enim esse duximus, easdem hic repetere, ne opus in maiorem formam excrescat.

DISTANTIAM in plano, siue accessibilis ea sit, siue inaccessibilis, per duas stationes in eodem plano factas per Quadrantem metiri, quando in eius extremo erecta est altitudo aliqua perpendicularis, etiamsi infimum eius extremum non cernatur. Atque hinc altitudinem quoque ipsam elicere.

PROBLEMA I.



SIT distantia, siue longitudo inuestiganda, AB, in plano CB, erectaque sit in extremo B, altitudo quæpiam perpendicularis BG, licet extremum B, non appareat. Statura mentis sit DA, ab oculo ad pedes usque. Ne autem hæc statura mutetur, sed eadem sepe maneat, recte feceris, si

Differentia
stationum.

pro ea statura baculum eidem æqualem accipias, ad cuius extremum oculum applies. Ducta autem cogitatione per D, ipsi CB, parallela EF, fiat prima statio in D, Secunda vero in E, puncto remotiore: sitque recta DE, quæ differentia stationum dicitur, nota secundum aliquam mensuram vulgarem. Deinde dirigatur latus quadrantis HK, in quo sunt pinnacidia, versus fastigium G, ita ut oculus in D, positus per utriusque pinnacidij foramina, fastigium G, videat, libere pendente perpendiculo HI: diligenterque per ea, quæ cap. 2. libr. 1. Num. 7. & 10 tradita sunt, notetur in gradibus, ac minutis angulus GDF, quem arcus IL, in Quadrante manifestabit, complemen-

plementū videlicet arcus IK, Cum enim filum perpendiculi HI, sit ad DF, rectum, erit angulus GDF, complementum anguli DHL, æqualis nimirum angulo IHL, qui eiusdem anguli DHL, complementum etiam est. Atque hunc angulum GDF, angulum obseruationis dicemus. Eodem modo obseruetur in secunda statione angulus GEF, per radium visualem ab oculo, & per pinnacidia Quadrantis ad fastigium G, directum. Sumptis autem EM, DN, æqualibus, erigantur perpendiculares MN, NO, (in figura conincidit MH, cum filo perpendiculi; quod nihil refert.) Si igitur EM, DN, statuatur finis toti, erunt MH, NO, Tangentes angulorum obseruationum E, & D. Ducta quoque DQ, ipsi EG, parallela secante NO, in P, erit angulus NDP, angulo E, æqualis. Cum ergo duo anguli N, D, trianguli NDP, duobus angulis M, E, trianguli MEH, sint æquales, (est enim & rectus N, recto M, æqualis) lateraque DN, EM, quibus adiacent, æqualia; b erunt latera NP, MH, æqualia: ac proinde OP, differentia erit inter Tangentes angulorum obseruationum. c Quia vero est, ut OP, ad PN, ita GQ, ad QF: d Et ut GQ, ad QF, ita ED, ad DF; erit quoque ut OP, differentia Tangentium angulis obseruationum respondentium ad PN, siue ad HM, Tangentem remotioris stationis, ita ED, differentia stationum ad DF, distantiam quæsitam. Quocirca si fiat,

Angulus obseruationis.

a 29. primi

b 26. primi.

c schol. 4.

lib. 6.

d 2. sext.

Ut OP, differentia inter Tangentes angulorum obseruationum.

ad PN, vel HM, Tangentem minorem:

Ita ED, differentia stationum nota in mensura aliqua vulgari

ad aliud; hoc est, ad DF,

Distantiæ inuentio per tangentes.

prodibit distantia DF, quæsitæ, siue AB, in eadem mensura differentię stationum: cui si adiiciatur differentia stationum ED, cognita etiam fiet distantia EF; vel CB, à remotiori statione.

A L I T E R

2 POSITO sinu toto GF, erit DF, Tangens anguli DGF, complementi anguli obseruationis GDF, quem angulum DGF, indicat arcus Quadrantis IK, à perpendiculo versus oculum, e cum angulus DHL, æqualis sit angulo DGF, externus interno. Eodem modo EF, Tangens erit anguli EGF, complementi alterius anguli obseruationis GEF. At ED, differentia inter eas Tangentes exister. Si igitur fiat,

e 29. primi.

ut ED, differentia inter Tangentes angulorum, qui complementa sunt angulorum obseruationum,

ad DF, Tangentem complementi anguli obseruationis GDF, in propinquiore statione, hoc est, ad Tangentem minorem:

Ita ED, differentia stationum nota in mensura aliqua vulgari

ad aliud hoc est, ad DF,

Distantiæ inuentio alia per tangentes.

procreabitur distantia minor quæsitæ DF, vel AB, in eadem mensura differentię stationum: cui si addatur differentia stationum ED, nota quoque fiet distantia maior EF.

3 Rursus

a 4. sexti.

Rursus a si fiat,

Vt DN, si ad NO, Tangentem anguli Ita DF, distantia ad aliud, hoc
 nus totus GDF, in propinquo re statione: inuenta minor est, ad FG;

Altitudinis
 inuentio per
 tangentes.

b 4. sexti.

Inuenietur altitudo FG, in mensura distantiae inuentae DF, minoris, cui si ad-
 datur mensuris statura FB, cognita erit tota altitudo BG. Item b si fiat,

Vt EM, si ad MH, tangentem anguli GEF, ita EF, distantia ad aliud, hoc
 nus totus in remotiore statione: inuenta maior est, ad FG,

Altitudinis
 inuentio a-
 lia per tan-
 gentes.

reperietur eadem altitudo FG, in mensura distantiae inuentae EF, maioris, cui
 si addatur statura mensuris FB, nota fiet tota altitudo BG.

A L I T E R

c 32. primi.

d 10. Triang.
rectil.

4 SI per solos sinus idem expedire lubeat, erit operatio aliquanto lon-
 gior. Primum enim inuenienda est utraque hypotenusa EG, DG, in aliqua
 mensura nota, hoc modo. c Quoniam angulus GDF, aequalis est duobus an-
 gulis E, EGD: si angulus E, in remotiore statione obseruatus dematur ex angu-
 lo GDF, in propinquo re statione deprehenso, reliquus fiet angulus EGD,
 differentia nimirum inter duos angulos obseruationum. d Quod si fiat,

Vt sinus anguli EGD, ad ED, dif- Ita sinus anguli DEG, ad DG,
 ferentia inter angul feretiam sta vel Ita sinus anguli E-
 los duos obseruatio tionum no DG, complementi anguli ad EG,
 num tam: GDF, ad duos rectos,

Inuentio
 Hypotenu-
 farum.

e 10. triang.
rectil.

producetur tam DG, quam EG, nota in partibus differentiae stationum. Igi-
 tur e si fiat,

Vt sinus to ad hypotenusam EG, pro anguli obseruationis in propinquo-
 tus anguli sam DG, re xime inuenta re statione
 recti F,

Distancia in
 uentio per
 solos sinus.
 f 10. triang.
rectil.

nota fiet distantia DF, cui si adijciatur differentia stationum ED, cognita
 etiam erit longior distantia EF. quam inuenies quoque, f si fiat,

Vt sinus to ad hypotenusam EG, pro anguli obseruationis in remo-
 tus anguli EG, nuper inuenta re statione
 recti F, tam

g 10. triang.
rectil.

Altitudinis
 inuentio per
 solos sinus.

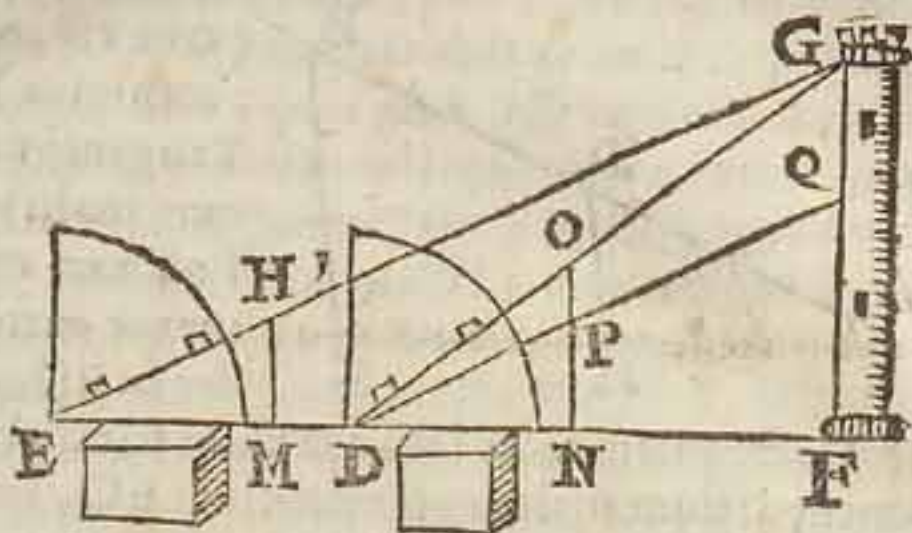
Altitudo autem FG, per solos sinus inuenietur, g si fiat,

Vt sinus to ad hypotenusam EG, Ita sinus anguli E, obseruati ad FG,
 tus anguli vel ad hypotenusam minoris, vel Ita sinus anguli
 recti F, DG: GDF, obseruati maioris ad FG.

5 PER Quadrantem stabilem eodem modo dimensio fit: solum anguli
 obser.

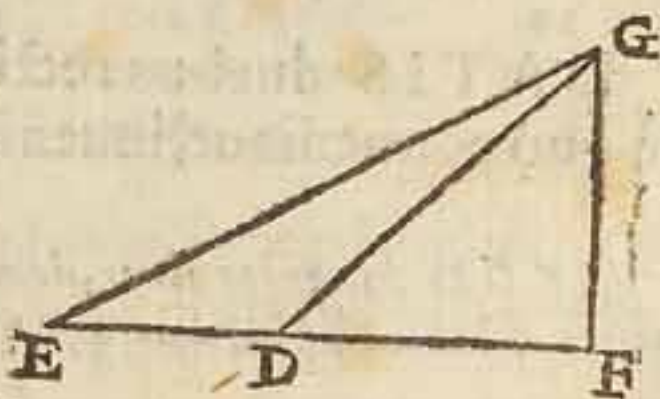


observationū in duabus statio-
nibus hac ratione inuestiga-
tur. Collocato Quadrante su-
pra basem aliquam planam,
Horizonti æquidistantem, ita
vt rectus sit ad Horizontem.
quod beneficio alicuius perpē-
diculi efficies. Collocato, in-
quam, hoc modo Quadrante,
eleua dioptram, donec per fo-
ramina pinnacidiorum fasti-



gium G, videas. Ita enim in propinquiore statione D, angulus observationis erit GDF; In remotiore vero G E F. Vtrumque autem metietur arcus Quadrantis inter rectam EF, & dioptræ lineam fiduciæ. Reliqua omnia fient, sicut in Quadrante pendulo, vt figura demonstrat. Solum ad altitudinem F G, inuentam adiicienda erit altitudo basis; cui impositus est Quadrans, non autem statura mensoris, nisi altitudini basis sit æqualis.

6 I A M vero sine numeris, id est, sine multiplicatione ac diuisione numerorum omnia hæc explorari poterunt, (quod ijs, qui parum in numeris, & vsu sinuum, Tangentium, ac secantium exercitati sunt, pergratum fore non dubito.) hoc modo. In charta aliqua, vel plano construat^r figura illi omnino similis, quam ab oculo vsque ad altitudinem supra concepimus esse constructam; quod ita fiet. Ex instrumento partium cap. 1. superioris libri fabricato, vel (si instrumentum non adhuc) ex aliqua recta in particulas plurimas æquales diuisa capiantur circino tot particule æquales, quot palmi, vel pedes inter duas stationes comprehenduntur; transferaturque interuallum illud circini in rectam quamcunque ex E, in D: atque in D, & E, omni adhibita diligentia, anguli obseruationum GDF, GEF, primæ, & secundæ stationis fiant: Punctumque G, in quo rectæ DG, EG, conueniunt, diligenter notetur, (Ne in hoc puncto erretur, propter obliquam sectionem, docebimus in sequenti lemmate, quo pacto exquisitissime deprehendi possit. Nisi enim hoc fiat, mensuræ non inuenientur accurate) ex quo perpendicularis demittatur GF. Figura ita constructa, si rectæ DF, EF, FG, DG, EG, per circinum transportentur in latus 100. partium prædicti instrumenti, vel in dictam rectam in plurimas partes æquales diuisam, illico apparebit, quot particule inter pedes circini includantur. Atque tot palmos, aut pedes quælibet illarum rectarum complectetur, quot particule in earum interuallis deprehensæ fuerint.



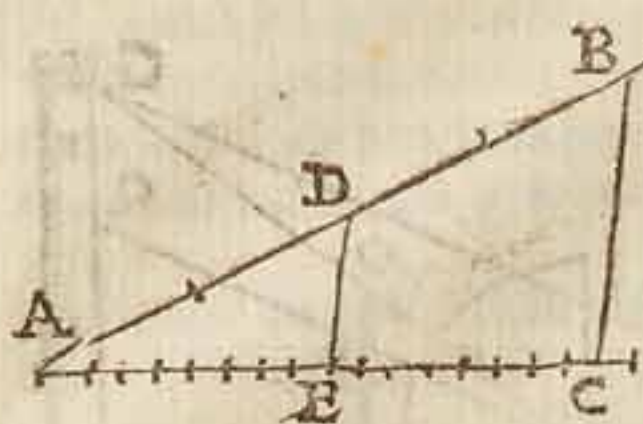
Problema
hoc i. quo
pacto sine
numeris ab
soluatur.

A L I T E R

7 IDEM affequentur via quadam generali, quæ in omnes dimen-
siones quadrat, videlicet. Fiat angulus quicunque $BA C$. Deinde sumpta,
verbi gratia, in exemplum regula trium Num. 1. huius propositionis, ac-
cipiatur primæ quantitati OP , (hoc est, differentiæ Tangentium angulo-



Problema.
hoc i qua
ratione ali-
ter sine nu-
meris abso-
luatur.



rum observatorum) æqualis; vel si nimis parva est, multiplex AD. (Nos duplam, accepimus) Item secundæ PN, (hoc est, Tangenti minoris anguli) æqualis, vel æque multiplex cum AD, nimirum DB. Post hæc ex instrumento partium capiantur tot particulæ AE, quot palmi, aut pedes in ED, differentia stationum continen-

tur. Ducta autem recta DE, agatur ei parallela BC. Nam quot partes instru-
menti partium includet intervallum EC, tot palmos, aut pedes distantia DE, complectetur; cum quatuor quantitates AD, DB, AE, EC, proportionales sint.

¶ 4. Sexti.

Eodem modo procedes in alijs exemplis, hoc observato, vt quando sinus alicuius anguli in regula trium reperitur, accipias ex tabula sinuum finum, abiectis quinque figuris, vt sinus totus sit 100. Verbi gratia. In ultimo exemplo Num. 4. recta AD, sumenda esset æqualis 100. particulis instru-
menti partium, nimirum sinui toti. At DB, æqualis hypotenuse EG, vel DG, in figura Num 6. Et AE, si angulus E, est grad. 30. Min. 15. æqualis $50\frac{4}{10}$. ferme particulis: quia tantus est sinus grad. 30. Min. 15. Vel si angulus GDF, est grad. 53. Min. 20. accipienda esset AE, æqualis particulis $80\frac{2}{10}$. fere. Ita enim intervallum EC, dabit tot palmos, aut pedes rectæ FG, quot particulæ in eo comprehenduntur. Et sic de cæteris.

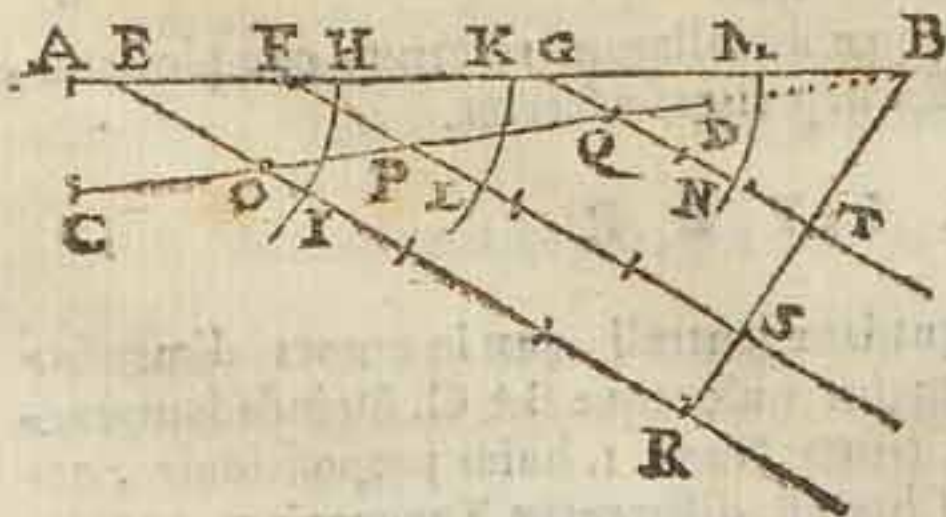
QUANDO autem tota regula 100. partium est nimis longa, sumi potest pro sinu toto quoduis intervallum inter 100, & 100. dummodo respectu huius sinus totius accipiantur postea sinus, vt cap. 1. lib. 1. Num. 12. declarauimus.

POTERIS autem nonnunquam ordinem immutare, ponendo nimirum secundam quantitatem DB, in recta AC; & tertiam AE, in recta DB, prout videlicet id expedire cognoueris ad parallelas DE, BC, ducendas.

LEMMA.

DATIS duabus rectis ad inuicem inclinatis, punctum, in quo conueniant, inuenire.

QVOD hic proponitur, demonstratum à nobis fuit lemmate 13. lib. 1. nostri Astrolabij pluribus vjs. Sed quia eius insignis est utilitas in puncto concursus duarum rectarum exquirendo, demonstrabimus illud ipsum hoc loco paulo aliter. Sint ergo dua rectæ AB, CD, oblique se in concursu E, secantes. Ex quolibet punctis E, F, G, vicinque in altera earum assumptis describantur versus alteram ad quodcunque idem intervallum ar-



bitus H I, KL, MN, ex quibus
arbitraris

arcus quadrante minores abscindantur in I, L, N, pñctis, per qua ex centris recta egrediantur secantes CD, in O, P, Q. Sumptis deinde in E I, producta ipsi EO, tot partibus aequalibus usque ad R, quot satis esse videbuntur, ut recta ex R, versus concursum ducta non valde oblique ipsas rectas secet, accipiantur in FL, GN, productis totidem partes ipsis FP, PQ, aequales usque ad S, T. Dico tam rectam RS, quam RT, & quā ST, in punctum B, concursus eadere, ita ut puncta R, S, T, B, in una recta linea iaceant. a Quoniam enim anguli E, F, G, aequales sunt, b erunt recta ER, FS, GT, parallelae, c Cum ergo ER, FS, GT, eadem proportionem habeant, quas EO, FP, GQ, hoc est, d EB, FB, GB, habent, e cadent recta RS, RT, ST, in punctum B, quod est propositum.

H O C ergo lemma si adhibeatur, satis exquisitè in superiore figura Num. 6. punctum concursus G, deprehendetur, proindeque mensura rectarū, quas sine numeris inuenire docuimus, non multum a vero aberunt.

8 V E R V M commodè obliquam illam sectionem in concursu G, vi-
tabimus, si figuram hoc alio modo construamus, Fiat in figura Num. 6, an-
gulus rectus EFG, & in quolibet puncto G, ubi concursum esse volumus, con-
stituantur anguli FGD, FGE, aequales complementis angulorum observatio-
num. Ita enim DE, respondebit differentia stationum, & c Quocirca si cogi-
tetur DE, secta in tot partes aequales, quot palmi, vel pedes in differentia
stationum fuerunt assumpti, cognoscemus per ea, quae ad finem Num. 1. cap.
1. lib. 1. docuimus, quot ex ijs partibus in distantijs DF, EF, & in altitudi-
ne FG, atque hypotenusis GD, GE, comprehendantur. Atque hoc modo pun-
ctum concursus G, dubium, aut incertum esse non potest, cum illud ante om-
nia elegerimus.

S C H O L I V M.

Vt etiam pro tyronibus semel explicemus, quid per nostrum loquendi mo-
dum intelligamus, cum dicimus verbi gratia, Num. 1. huius problematis, Fiat.

Ut OP, differentia inter tangentes angulorum observationum	ad PN, vel HM, Tangentē mino- rem,	Ita ED, diffe- rentia statio- num	ad DF:
--	--	---	--------

Sciendum est, nos hoc modo redigere opus ad terminos regulæ trium. Qua
propter si iuxta tenorem regulæ numerus in tertio loco positus ducatur in
eum, qui secundum locum occupat, hoc est, differentia stationum in propo-
sito exemplo multiplicetur per Tangentem minorem, productusque nume-
rus per eum, qui in primo loco collocatur, id est, per differentiam Tangen-
tium, diuidatur: (nisi quando primus numerus est sinus totus. Tunc enim di-
uisio non fit, sed ex producto quinque figuræ abijciuntur, vel septem, prout
sinus totus statuitur 100000. vel 10000000.) procreabitur in quotiente quar-
tus numerus, qui quæritur, nimirum distantia D F. Eademque est ratio de
cæteris.

C O R O L L A R I V M I.

ITA QV E quando distantia à loco mensuris usque ad altitudinem

H 2

igno-

a 27. Tertiū.
b 28. Primi
c 15. Quin.
d 4. Sexti, et
permutato.
e schol. 4. sex-
ti.

Quo pacto
in fig. Num.
6. obliqua se-
ctio in pun-
cto concur-
sus G, vites-
tur.

Altitudinis
inuentio per
unicam sta-
tionem, quā
do distan-
tia nota
est.

a 4. Triang.
retil.

ignotam cognita est, inuenietur altitudo per vnicam stationem. *a* Si fiat.
Ut sinus ad Tangentem anguli Ita distantia ad altitudinem.
totus observationis: nota

Hoc enim demonstratum est Num. 3. huius problematis r. tam per angulum observationis GDF , & distantiam DF , quam per angulum observationis GEF , & distantiam EF . Vtroque enim modo inuenta est altitudo GF .

COROLLARIUM. II.

Altitudo
montis quo
pacto inue-
stigetur.

PERSPICVVM etiam est, si G , sit cacumen alicuius montis, nos per hoc problema r. eius altitudinem posse metiri per duas stationes D, E , in plano factas: si nimirum prius inuestigetur recta DF , vel EF , ab oculo mensoris vsque ad perpendicularem GF , quæ à cacumine G , in planum Horizontis cadit, etiam si eius extremum F , non videamus.

ALTITVDINEM inaccessibleem, quando distantia à loco mensoris ad basem altitudinis ignota est, per duas stationes in plano factas, per quadrantem dimetiri. Atque hinc distantiam quoque ipsam eruere, etiam si extremus eius terminus non cernatur.

PROBLEMA II.

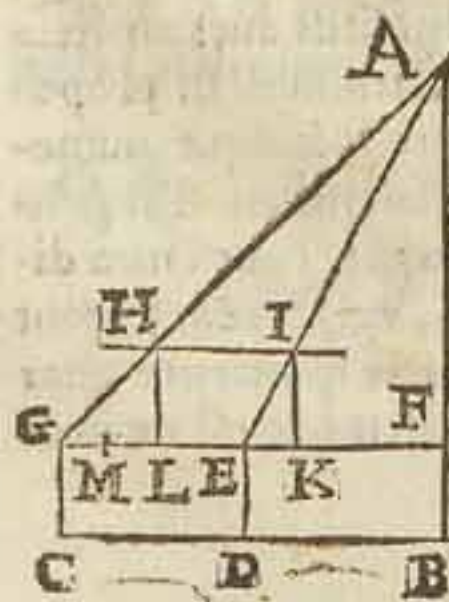
r SIT inquirenda altitudo AB , siue ea turris sit, siue mons, siue aliquid aliud, licet non cernatur eius perpendiculi infimus terminus B , vt in omni monte contingit: planum autem, cui perpendicularis est altitudo, sit CB . Statura mensoris DE . Ducta autem cogitatione per E , ipsi CB , parallela GF , fiat prima statio in D , propinquior, secunda vero in G , remotior, vt differentia stationum sit GE . Deinde per radios visuales EA, GA , ad verticem A , directos diligenter obseruentur anguli AEF, AGF , siue per quadrantem pendulum, vt Num. 1. problematis præcedentis docuimus, siue per stabilem, vt Num. 5. eiusdem problematis præcepimus. Eodem enim semper modo dicti anguli obseruantur, quando è loco inferiori altitudinis fastigium inspicitur. Cogitetur quoque ducta HI , ipsi GF , parallela, *b* vt demissæ

b 34. prim

c 29. primi.

d 4. sexti.

e 4. sexti &
permutando



perpendiculares HL, IK , in parallelogrammo LI , sint æquales, pro sinus totis: quorum tangentes sunt EK, GL , angulis I, H , qui complementa sunt angulorum observationum E, G , debitæ. Et quoniam angulus GAH , maior est angulo EAF , *c* estque priori angulus GHL , & posteriori angulus EIK , æqualis: erit quoque GHL , maior quam EIK , ideoque tangens GL , maior Tangente EK , quod sinus toti HL, IK , æquales sint. Abscindatur LM , ipsi EK , æqualis, vt GM , sit differentia Tangentium GL, EK , *d* Et quia est vt GL , ad LH , ita GF , ad FA , erit permurando, vt GL , ad GF , ita LH , vel IK , ad FA ; *e* Vt autem, IK , ad

IK, ad FA, ita quoque est EK, ad EF. Igitur erit, vt tota GL, ad totam GF, ita EK, vel LM, ex GL, ablata, ad EF, ex GF, ablatam: *a* ac proinde erit etiā *a* 19. quintē vt GM, ex GL, reliqua ad GE, ex GF, reliquam, ita tota GL, ad totam GF, hoc est, *b* ita LH, sinus totus, ad FA. Quamobrem si fiat,

b 4. sexti & permutādo.

Vt GM, differentia Tangentium
GL, EK, complementorum an-
gularum observationum

ad GE, diffe-
rentiam sta-
tionum.

ita LH, ad FA,
sinus to-
tus.

inuenta erit altitudo FA, in partibus differentiae stationum, cui si adijciatur FB, statura mensuris, tota altitudo AB, nota euadet.

Altitudinis
inuētio per
Tangentes.

2 ITEM si fiat.

Vt GM, differentia Tangen-
tium complementorum an-
gularum observationum.

ad GE, diffe-
rentiam sta-
tionum:

ita GL, Tangens ad
cōplementi angu-
li observationis in
remotiori statione

efficietur nota GF, distantia maior, quandoquidem paulo ante demonstratum est, esse GM, ad GE, vt GL, ad GF. Quod si ex GF, inuenta detrahatur GE, differentia stationum, nota relinquetur EF, distantia minor.

Distantiae
inuētio.

ALITER.

3 SI per solos sinus dimensio instituat, inuestiganda primum erit al-
terutra hypotenusarum GA, EA, vel vtraque. hoc scilicet modo *c*. Quoniam
angulus AEF, duobus G, GAE, æqualis est, si angulus G, in remotiore sta-
tione tollatur ex angulo AEF, in statione propinquiore, reliquus fiet angu-
lus GAE, differentia inter duos angulos G, AEF observationum.

c 32. primi.

d Ergo si fiat,

d 10. trian.
rectil.

Vt sinus anguli GAE,
differentia inter duos
angulos observationū

ad GE, dif-
ferentiam
stationū:

ita sinus anguli AGE, ad AE,
vel
ita sinus anguli GEA, ad GA,
complementi anguli
AEF, ad duos rectos.

nota fiet tam AE, quam AG, in partibus differentiae stationum.
e Si igitur fiat.

Hypotenu-
sarum inuē-
tio.

Vt si-
nus to-
tus an-
guli re-
cti F,
ad rectam
EA:
vel
ad rectam
GA, proxi-
me inuētiā

ita sinus anguli AEF, in pro-
pinquiore statione,
vel
ita sinus anguli AGF, in re-
motiore statione

ad AF,
ad AF,

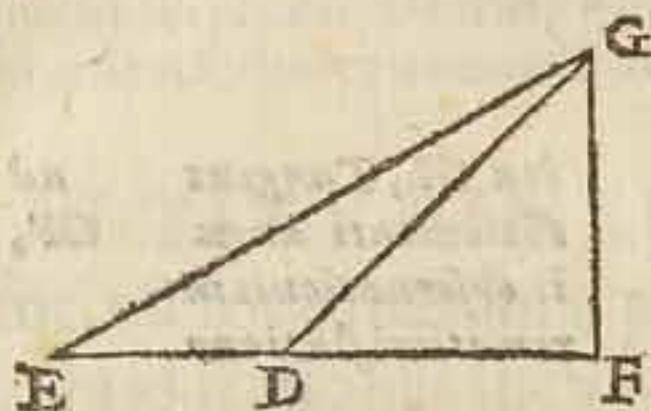
e 10. trian.
rectil.

gignit.

Altitudinis inuētio per solos sinus. *gignetur altitudo AF, & si adiungetur FB, statura mensuris, tota altitudo AB, efficietur nota.*
 DISTANTIA autem vtraque EF, GF, per solos etiam sinus inuenietur, si fiat.

Vt sinus totus ad hypotensam EA, ita sinus anguli EAF, complementi anguli in propinquiore statione, ad EF.
vel
ad hypotensam GA: ita sinus anguli GAF, complementi anguli in remotiore statione.

Problema
quo pacto si
ne numeris
soluatur.



Num. 6. & 8. præcedentis problematis, diximus, ut manifestum, est si in ea figura, Num. 6. altitudo intelligatur FG, & distantia FD, FE, &c. Idemque efficies per ea, quæ Num. 7. eiusdem problematis, tradita sunt.

COROLLARIUM I.

ITAEQUE si altitudo fuerit nota, inuenietur distantia per vnicam stationem, si fiat.

Vt sinus totus AF, ad Tangentem FE, complementi anguli in propinquiore statione: ita altitudo nota AF, ad distantiam FE, vel
ad Tangentem FG, complementi anguli in remotiore statione: ita altitudo nota AF, ad distantiam FG.

ITEM si distantia nota fuerit, reperietur altitudo per vnicam quoque stationem, si fiat,

Vt sinus totus GF, ad AF, Tangentem anguli G, obseruati in remotiori statione: ita GF, distantia nota, ad AF, altitudinem.
Vel
Vt sinus totus EF, ad AF, Tangentem anguli E, obseruati in statione propinquiore: ita EF, distantia nota, ad AF, altitudinem.

COROLLARIUM II.

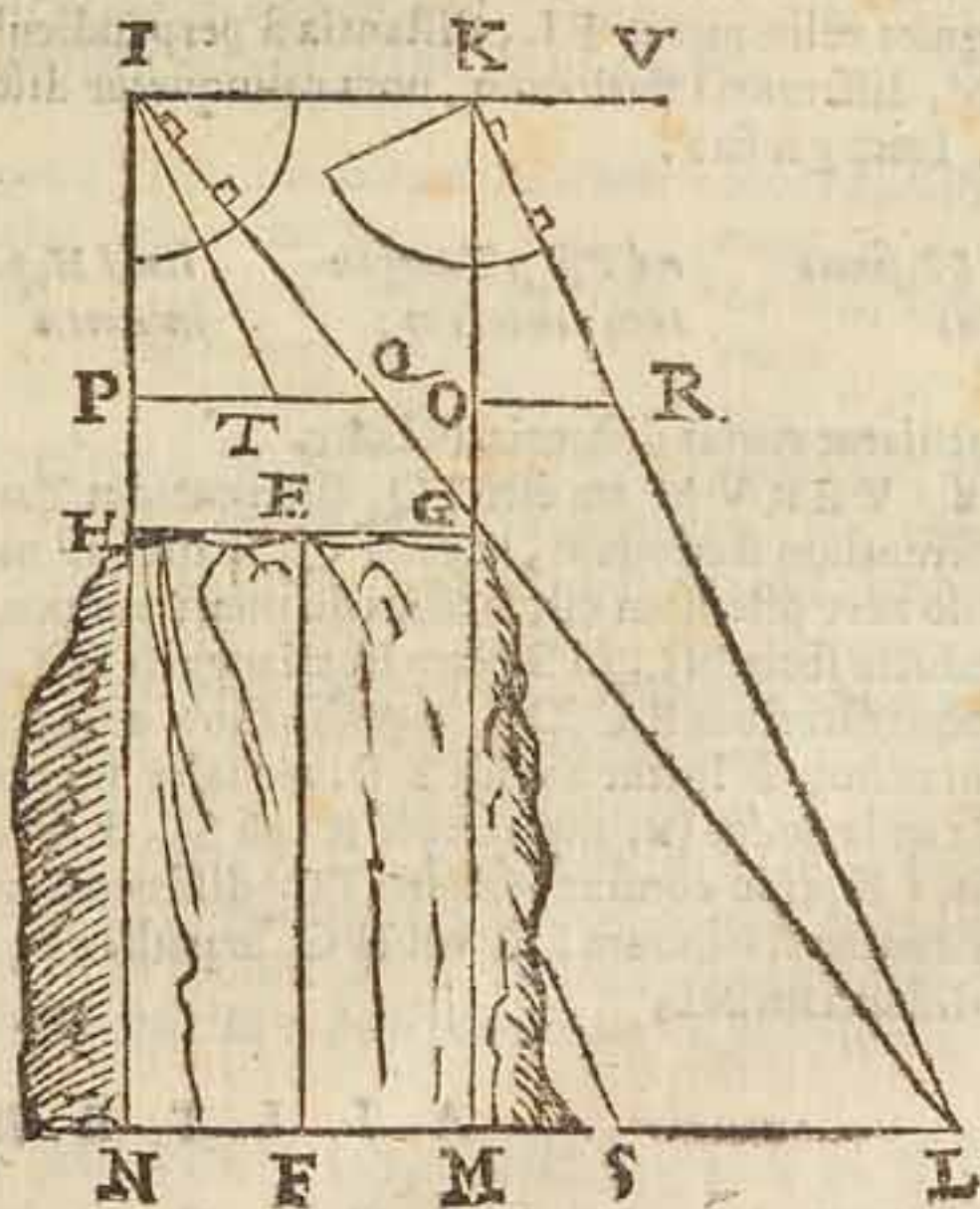
MANIFESTUM etiam est, si punctum A, sit cacumen alicuius montis,

cis, eodem pacto inuestigari posse lineam perpendicularem AF, quæ ex cacu-
mine in Horizontis planum demittitur: si nimirum duæ stationes fiant in E, G.

Ex vertice montis, aut turris, in cuius summitate
duæ stationes fieri possint, e quibus signum aliquod
in Horizonte appareat, altitudinem ipsius montis,
turrifue dimetiri. Atque hinc ipsam quoque distan-
tiam à turris basi, vel perpendiculo montis ad signū
illud inuestigare.

PROBLEMA III.

SIT mons, aut turris GHNM, cuius altitudo perpendiculum EF, vel
etiam latus turris GM, vel HN. Eligantur duæ stationes in G, H; & ab ocu-
lo menforis tam in I, quam in K, posito cerni possit signum L, in Horizonte,
vel plano, cui turris, aut mons insistit. Dirigatur latus Quadrantis penduli,
in quo pinnacidia, versus L, diligenterque angulus K, notetur, quem arcus
Quadrantis inter latus pinnacidiorum, & filum perpendiculi libere penden-
tis determinat. Eodemq. pacto angulus I, obseruetur. Per Quadrantem,
stabilem vterque obseruabitur, si vnum eius latus ad Horizontem sit rectum,
(quod cum demum fiet,
quando filum perpendi-
culi ex centro pendens
illi lateri adhærebit) &
dioptra attollatur, donec
per pinnacidiorum fora-
mina signum L, cerni pos-
sit. Nam arcus inter dictū
latus, & lineam fiduciæ in
dioptra angulum obser-
uationis metietur. Intel-
ligatur quoque filum per-
pendiculi in vtroque situ
Quadrantis penduli,
vel latus quadrantis stabi-
lis ad Horizontem rectū
productum vsque ad ba-
sem montis, aut turris ad
M, N. Sumptis deinde re-
ctis æqualibus KO, IP,
pro sinibus totis, ducan-
tur PQ, OR, ad IN, KM,
perpendiculares, & quæ



a 28. primi.

par2-

- a 34. primi.* parallelæ erunt plano Horizontis, hoc est, rectæ NL; & Tangentes angulo-
rum observationum I, K. *a* Ipsæ autem HN, GM, altitudini EF, æquales erūt.
Et quoniā in triangulis INL, KML, anguli recti N, M, sunt æquales, & ILN,
minor quam KLM, pars toto; erit reliquus NIL, reliquo MKL, maior, ideoq.
& Tangens PQ, Tangente OR, maior. Abscissa ergo PT, ipsi OR, æqualis;
b 4. sexti. *b* quia est, vt IP, sinus totus ad PQ, Tangentem maioris anguli obseruationis,
ita IN, ad NL: erit permutando, vt IP, ad IN, ita PQ, ad NL. Eademque
c 34. primi. ratione erit, vt KO, ad KM, hoc est, vt IP, ad IN, *c* (cum KO, KM, ipsis IP, IN,
sint æquales) ita OR, hoc est, ita PT, ad ML; atque ideo erit, vt PQ, ad NL,
ita PT, ad ML. Quia ergo est, vt tota PQ, ad totam NL, ita PT, ablata ad
d 19. quinti. ML, ablatam, *d* erit quoque reliqua TQ, differentia Tangentium, ad reli-
e 34. primi. quam NM, differentiam stationum, *e* (quod NM, HG, æquales sint.) vt tota
f 4. sexti. PQ, ad totam NL, *f* hoc est, vt IP, ad IN. Quamobrem si fiat.

Vt TQ, differentia *ad NM, vel HG, diffe-* *ita sinus to-* *ad IN,*
inter Tangentes an- *rentiam stationum:* *sus IP,*
gularū obseruationū

Altitudinis inuentio. reperietur recta IN, ex qua si dematur IH, statura mensoris, nota relinquetur
HN, vel EF, altitudo quæsitæ. Et si rursus fiat,

Vt TQ, differen- *ad NM, vel GH, differen-* *ita PQ, Tan* *ad NL, distā*
tia Tangentium *tiam stationum:* *gens maior* *tiam.*

Distantiæ inuentio. nota fiet distantia NL; à qua si subtrahatur NH, vel HE, quam metiri licebit,
cognita relinquetur FL, distantia à perpendiculo montis. Vel si dematur
g 4. sexti. NM, differentia stationum, nota relinquetur distantia ML, à turri vsque ad
L. Item g si fiat.

Vt IP, sinus *ad PQ, Tangen-* *ita IN, paulo ante* *ad NL, di-*
totus *tem maiorem:* *inuenta* *stantiam,*

inuenietur rursus distantia NL, &c.

- h 4. primi.* *h* Igitur anguli T, R, æquales sunt; *i* ideoque KL, IS, parallelæ.
i 28. primi. *k* Et quia ducta IK, æqualis est & ipsi SL, & differentię stationum HG, vel
k 34. primi NM, *l* liquido constat, ita esse TQ, differentiam Tangentium ad SL, quæ
l schol. 4. differentię stationum IK, vel HG, æqualis est, vt est PQ, Tangens maior
sexti. ad distantiam NL,

A L I T E R

g PER solos sinus ita Problema efficiemus. Primum inquiremus hypo-
tenusas

tenus IL, KL, hoc modo. *a* Quoniam angulus LKV, duobus angulis LK, ILK, æqualis est; si L I K, angulus complementi maioris anguli observationis LIN, auferatur ex LKV, angulo complementi minoris anguli observationis LKM, reliquus fiet angulus ILK. *b* Si ergo fiat.

b 10. triag.
rectil.

Vt sinus anguli ILK, ad IK, Ita sinus anguli IKL, conflat ad IL, differentia inter duos differē- ex recto, & angulo observatio angulos complemento- tia sta- nis minore, vel rum angulorum obser- tionū: Ita sinus anguli LK, cōplemē- nationum ti maioris anguli observationis. ad KL,

euadet nota tam IL, quam KL, in mensura differentiae stationum. *c* Igitur si fiat,

Hypotenu-
sorum inue-
tio.

Vt sinus to- ad Hypotenu- Ita sinus anguli ILN, complemen- ad IN, tus anguli sã proxime in ti maioris anguli observationis recti N, uentam IL,

c 10. triag.
rectil.

Vel

Vt sinus totus ad hypotenusã KL, Ita sinus anguli KLM, cōplemē ad guli recti M, nuper inuentam: ti minoris anguli observationis KM,

Altitudinis
inuentio p
solos sinus

cognita fiet altitudo IN, vel KM, ex qua si dematur statura mensuris, altitu- do quæ sita relinquetur HN, vel GM, hoc est, EF.

DISTANTIA autem vtrique NL, ML, reperietur, *d* si fiat,

d 10. triag.
rectil.

Vt sinus totus ad Hypotenu- Ita sinus anguli maioris ad NL, distan- anguli recti sam inuentã obseruati NIL, vel tiam. N, vel M, IL, vel KL, Ita sinus anguli minoris ad ML, distan- obseruati MKL, tiam

Distantiæ
inuentio per
solos sinus

4 SINE numeris eadem rectæ IN, NL, IL, KL, &c. reperientur, vt in superioribus: si nimirum (vtetur figura huius problematis, ne nouam construere cogamur) sumpta recta IK, tot partium, quot palmi, pedesue in differentia stationum existunt, fiant anguli VKL, VIL, complementorum angulorum MKL, NIL, observationum, & concursus L, notetur, ex quo ducatur LN, ipsi IK, parallela, & ad hanc perpendicularis in I, excitetur IN, &c. Vel si angulus rectus constituatur INL, & in assumpto puncto L, vbi concursum esse volumus, fiat tam angulus NLI, complementi maioris anguli observationis, quam angulus NLK, complementi minoris anguli obseruationis, &c. Reliqua autem fiant, vt in problemate 1. Num. 6. & 8. dictum est. Idemque efficies per ea, quæ Num. 7. in eodem problemate 1. scripsimus.

Quo pacto
problema,
cōficiatur si
ne numeris

EX VERTICE MONTIS, VEL TVRRIS

per duas stationes in aliqua hasta erecta, vel in dua- bus fenestris turris, quarum vna supra aliam existat,

I factas

A L I T E R

2 POSITO sinu toto CB, erit BE, Tangens anguli BCE, complementi minoris anguli observationis E, & BD, Tangens anguli BCD, complementi maioris anguli observationis D; ideoque DE, differentia illarum Tangentium. Quamobrem si fiat,

Vt DE, differentia Tangentium complementorum angulorum observationum ad DB, Tangentem minorem: Ita DE, differentia stationum oculorum ad DB,

prodibit altitudo DB, cognita ab oculo in prima statione usque ad basem altitudinis, &c.

Altitudinis
inuētio alia

A L I T E R

3 VT per solos sinus instituatur operatio, inuestiganda prius est utraque hypotenuſa CD, CE, vel alterutra earum, hoc modo. *a* Quoniam angulus BDC, duobus E, & DCE, æqualis est, si minor angulus observationis E, ex maiori angulo observationis BDC, subtrahatur, notus relinquetur angulus DCE. *b* Itaque si fiat,

a 29. primi

Vt sinus anguli DCE differentie angulorum observationum ad DE, differentiam stationum oculorum: Ita sinus minoris anguli observationis E,

b 10. Triang. rectil.

Vel
Ita sinus anguli EDC, complementi maioris anguli observationis ad duos rectos,

Hypotenuſarum inuētio.

reperietur tam hypotenuſa CD, quam CE, in partibus differentie stationum DE. *c* Quapropter si iam fiat,

c 10. Triang. rectil.

Vt sinus totus anguli recti B, ad hypotenuſam CD, Ita sinus anguli BCD, complementi maioris anguli observationis BDC,

ad DB,

Vel
ad hypotenuſam CE, proxime inuentam: Ita sinus anguli BCE, complementi minoris anguli observationis E;

ad EB,

cognita erit utraque altitudo DB, EB, &c. Si autem fiat,

Altitudinis
inuētio per
solos sinus.

I 2 Vt

Ut sinus totus an *ad Hypotenusam* *Ita sinus anguli D, ma-* *ad BC,*
guli recti B, *CD,* *ioris observati,*
Vel *Vel*
ad hypotenusam *Ita sinus anguli E, mino* *ad BC,*
CE, nuper inuenta *ris observati.*

cognoscetur quoque distantia BC, per solos sinus.

Distantiæ in
 ventio per
 solos sinus.

Problema-
 tis solutio si
 ne numeris

4. ABSQVE numeris problema efficiemus, ut in præcedentibus, si ni-
 mirum in recta EB, sumatur portio ED, tot partium æqualium, quot pal-
 mi pedesque in ED, differentia stationū oculorum existunt, & tam angulus E,
 minor observationis, quā BDC, maior constituitur, concursusq. C, note-
 tur, à quo ad EB, perpendicularis ducatur CB, &c. vel si angulus rectus ef-
 ficiatur B, & in quouis puncto C, ubi optamus esse concursum, constituatur
 tam angulus BCD, complemento maioris anguli observationis, quam angu-
 lus BCE, complemento minoris anguli observationis æqualis, &c. Reliqua
 autem absoluantur, ut in Problemate 1. Num. 6. & 8. dictum est. Idemque
 efficies per ea, quæ ibidem, Num. 7. explicata sunt.

COROLLARIUM

4. Triang.
 rectil.

IGITUR si distantia signi ex turre visi vsque ad turrim nota fuerit, nimi-
 rum recta CB, reperietur altitudo turris per unicam stationem in fastigio
 A, factam: & si videlicet fiat,

Ut sinus to *ad BD, Tangentē anguli BCD, qui cō* *Ita distātia* *ad BD,*
tus CB, *plementum est anguli observationis D,* *nota CB,*

Et si ex inuenta BD, auferatur mensuris statura AD, nota relinquetur alti-
 tudo turris BA.

Altitudinis
 inuentio per
 unicam sta-
 tionem quā
 do distātia
 nota est.

VEL PER SOLOS SINVS

Ut sinus anguli *ad distātiā* *Ita sinus anguli BCD, cōpla-* *ad BD*
observationis D, *CB, notā* *menti anguli observationis D.*

QVOD si oculus D, statuatur in aliqua fenestra turris, adiicienda erit
 portio turris inter oculum, & fastigium ad altitudinem DB, inuentam. Ita
 namque conficietur tota altitudo turris EB, si fastigium sit E, ut perspi-
 cuum est.

EX VERTICE MONTIS, AUT TURRIS
 altitudinem ipsius, si in plano, cui insistit, spatium ali-
 quod è directo mensuris notum sit, deprehendere.

PRO-

PROBLEMA V.

1. QUANDO spatium aliquod DE, & directo mēforis à monte vel turri remotum fuerit notum, metiemur ipsam altitudinem FG, e fastigio G, hac ratione. Inspiciantur termini D, E, per angulos FGD, FGE, siue per Quadrantem pendulum, siue per stabilem. Et quoniam, posito sinu toto GF, Tangentes angulorum obseruationum sunt DF, EF, ipsarumque differentia DE, spatium propositum: Si fiat,

Vt DE, differentia Tangentiū an- ad sinum to Ita DE, spatiū ad GF,
gulis obseruationum deuitarum tum GF: notum

manifesta erit altitudo GF, quæ sita in partibus spatij noti DE,

A L I T E R

2. PER solos sinus eandem altitudinem GF, adipiscemur, si prius hypotenusam GD, venabimur, hoc modo. a Fiat,

Vt sinus anguli DGE, dif- ad DE, spa Ita sinus anguli E, cō ad hypote-
ferentia angulorum obser- tium cogni- plementi maioris an- nusā GD,
uationum tum guli obseruationis

Numerus enim productus dabit hypotenusam GD, in partibus spatij DE, notam. b Si ergo rursus fiat,

Vt sinus totus ad hypotenusam GD, proxime in- Ita sinus anguli D, comple ad GF, al
anguli recti F, uentam: uentam: menti minoris anguli obser- titudinē,
uationis

produceretur altitudo GF, in partibus hypotenusæ GD, siue spatij DE, nota.

3. SINE numeris agendum erit, vt in problemate 1, declaratum est.

a io. triang.
rectil.

b io. triang.
rectil.

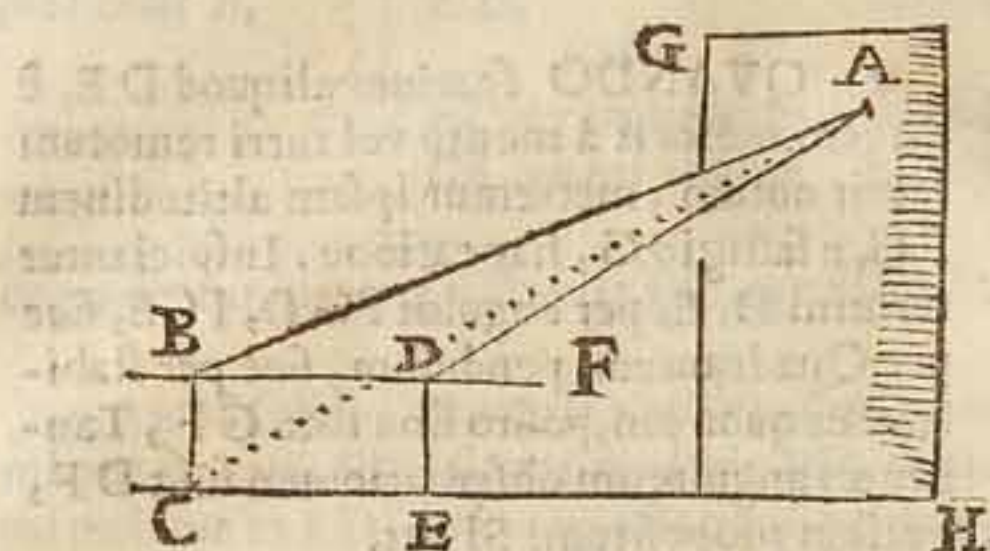
Solutio pro-
blematis si-
ne numeris

DISTANTIAM AB OCVLO, VEL PEDE menforis ad quoduis punctum in aliqua altitudine notatum, per duas stationes in plano factas metiri.

PROBLEMA VI.

1. SIT inquirenda distantia puncti A, in muro GH, siue perpendiculari ad Horizontem, siue inclinato, vel etiam in tecto quopiam; ab oculo B, vel pede C, posita statura menforis BC. Concipiatur ducta BD, ipsi plano CB,

C E, parallela, sitque primo punctum A, altius, quam oculus B. Inspecto



puncto A, notetur angulus ABD, quem latus pinnacidorum in quadrante pendulo, vel linea fiduciae in dioptra Quadrantis stabilis cum recta BD, facit. Deinde accede versus punctum A, quotlibet palmis aut pedibus usque ad D, ut BD, differentia stationum nota sit. Rursumque ex D, punctum

A, inspiciatur, notato diligenter angulo ADF: existentque rectae AB, AD, BD, BC, DE, in eodem plano, in eo videlicet, quod per staturas mensuris BC, DE, & per punctum A, ducitur. *a* Et quia angulus ADF, duobus B, & BAD, est æqualis: si angulus B, in remotiore statione auferatur ex angulo D, in propinquiore, notus fiet reliquus angulus A. *b* Si igitur fiat,

a 32. primi

b 10. Triang. rectil.

Ut sinus anguli ADF, ad BD, differentiam stationum: Ita sinus anguli ADB, qui complementum est maioris anguli D, ad AB, distantiam stationum: Ita sinus anguli ADB, qui complementum est maioris anguli D, ad AB, distantiam stationum: Ita sinus anguli ADB, qui complementum est maioris anguli D, ad AB, distantiam stationum:

reperita erit quæsitæ distantia AB, in partibus differentiae stationum.

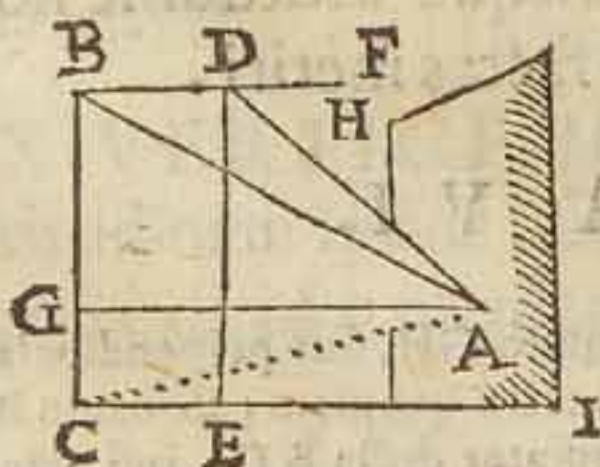
c 10. Triang. rectil.

Q V O D si oculus existat in D, & recedatur à puncto D, usque ad B, inuenietur eadem arte distantia DA, si loco anguli ADB, sumatur angulus B, in remotiore statione, ut liquet. *c* Est enim ut sinus anguli A, quo angulus minor B, à maiori ADF, differt, ad BD, differentiam stationum: ita sinus anguli B, in remotiori statione ad DA.

2 DISTANTIA vero à puncto A, ad pedem mensuris C, hoc est, recta AC, cognoscetur per Problema 12. triang. rectil. cap. 3. lib. 1. cum in triangulo obliquangulo ABC, duo latera AB, BC, nota sint, nimirum distantia inuenta, & statura mensuris, comprehendantque angulum ABC, notum, utpote conflatum ex recto CBD, & angulo observationis ABD.

d 32. primi

e 10. Triang. rectil.



3 SIT deinde punctum A, in muro HI, infra oculum B. Inspecto puncto A, obseruetur angulus CBA, quem latus pinnacidorum cum perpendiculi filo, vel dioptræ linea fiduciae cum BC, facit: Deinde accede versus A, usque ad D, & iterum considera angulum EDA: existentque rectae AB, AD, BD, BC, DE, in vno eodemque plano, in eo videlicet, quod per staturas mensuris BC, DE, & per punctum A, ducitur. *d* Et quoniam angulus FDA, complementi anguli observationis in propinquiore statione æqualis est duobus DBA, DAB; si DBA, angulus complementi anguli remotioris stationis dematur ex angulo ADF, complementi anguli stationis propinquois, reliquus fiet notus BAD. *e* Si ergo fiat,

Vi

Vt sinus anguli BAD, differentia inter angulos complementorum angulorum observationum ad BD, differentiam stationum: Ita sinus anguli ADB, ad AB conflati ex recto BDE, distantia ex angulo observationis ADE, in propinquo statione

cognita erit distantia AB, quam quærimus, in partibus differentiarum stationum BD.

QVOD si oculus ponatur in D, & recedatur à puncto D, vsq. ad B, reperietur eodem modo distantia DA, si pro angulo BDA, assumes angulum DBA, complementi anguli ABC, observationis in remotiore statione, vt manifestum est. *a* Nam est, vt sinus anguli BAD, differentiarum inter angulos complementorum angulorum observationum, ad BD, differentiam stationum: ita sinus anguli DBA, complementi anguli ABC, in remotiore statione, ad DA.

4 VT autem distantia CA, a pede ad punctum A, inueniatur, ita progrediemur. Quoniam in triangulo rectangulo ABG, (si ex puncto A, concipiatur ducta ad BC, staturam mensoris perpendicularis AG,) basis AB, nota est per inuentionem, & angulus BAG, notus, quippe cum sit complementum anguli observationis ABG; *b* Si fiat,

Vt sinus totus ad basem AB, proxime inuentam: Ita sinus anguli BAG, complementi anguli observationis, ad BG,

b 2. triang. rectil.

cognoscetur BG, in partibus basis AB, hoc est, in partibus differentiarum stationum BD, in quibus AB, inuenta fuit. Ablata autem BG, ex mensoris statura BC, nota fiet reliqua CG. *c* Item si fiat,

c 2. triang. rectil.

Vt sinus totus ad basem AB, nuper inuentam: Ita sinus anguli observationis ABG, ad AG,

nota etiam fiet AG, in partibus eiusdem basis AB, vel differentiarum stationum BD. Quia ergo in triangulo rectangulo ACG, duo latera AG, GC, per inuentionem nota facta sunt; *d* cognoscetur quoque basis AC, quod est propositum.

d 3. triang. rectil.

5 MANIFESTVM autem est, eodem pacto vtramque distantiam AB, AC, reperiri, etiamsi punctum A, in plano sit, in quo mensor consistit, nimirum in Horizonte, qui ponatur transire per rectam AG, ita vt statura mensoris sit BG, Immo tunc per vnicam stationem vtrique distantia AB, AG, reperietur. Nam posito sinu toto BG, statura mensoris AB, secans est anguli observationis ABG, & AG, Tangens. Quocirca si fiat,

Vt BG, sinus totus ad BA, secantem anguli observationis ABG, Ita BG, statura mensoris ad BA, Vel ad GA, Tangentem anguli observationis ABG:

ad GA,

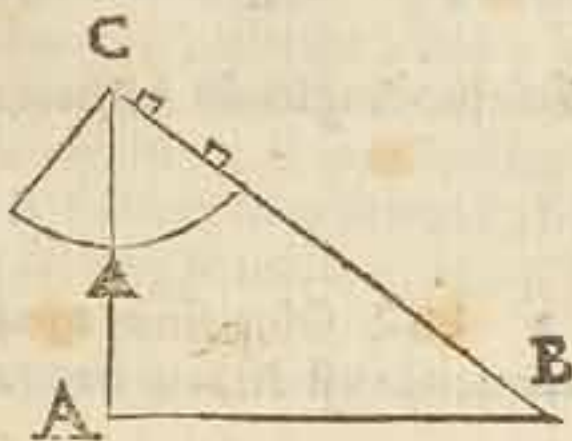
vtrique distantia & BA, ab oculo B, & GA, à G, pede mensoris cognita fiet.

6 I A M

LONGITVDINEM LINEAE RECTAE,
quando mensor in vno eius extremo, vel in aliqua
altitudine nota, quæ perpendicularis sit in eo extre-
mo ad planum, in quo linea iacet, existens alterum
extremum videre potest, per Quadrantem compre-
hendere.

PROBLEMA VIII.

1 SIT exquirenda longitudo AB, hoc est,
distantia inter A, & B, etiam si puncta interme-
dia siue propter tumores interiectos, siue pro-
pter valles, cerni nequeant, dummodo in ex-
tremo A, existens mensor, vel in aliqua altitu-
dine cognita ad planum, in quo linea AB, per-
pendiculari, ita vt AC, sit vel statura mensoris,
vel hasta aliqua erecta, vel turris. Inspecto ex-
tremo B, obseruetur angulus C. Et quia posito si-
nu toto AC, distantia AB, est Tangens anguli obseruati C: si fiat,



Vt sinus totus ad AB, tangentem anguli obseruati C, si fiat, Ita AC, statura mensoris, vel altitudo nota, Ad AB, longitudo.

procreabitur longitudo AB, in partibus altitudinis notæ AC. Quæ per solos sinus etiam producet, si fiat, a 4. triang. rectil.

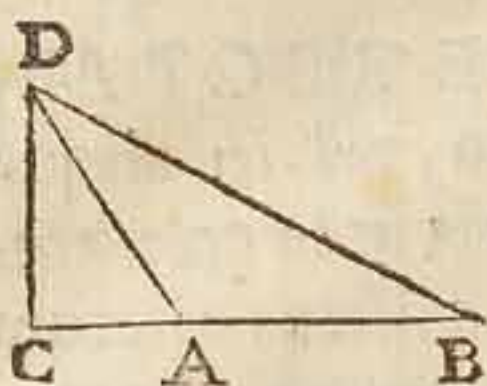
Vt sinus anguli B, cõplementi anguli C, obseruati Ad AC, staturam mensoris, vel altitudinem notam Ita sinus anguli C, obseruationis ad AB, longitudo.

2 SINE numeris eadem longitudo AB, cognoscetur, vt in præcedentibus dictum est: si videlicet ex instrumento partium accipiat AC, tot partium, quot palmi, pedesue in altitudine AC, existunt, constituaturque angulus obseruationis C, ac tandem ad AC, perpendicularis excitetur AB, &c. Solutio problematis sine numeris.

LONGITVDINEM, AD C VIVS EXTREMA
accedere non liceat, dummodo ea appareant, & ipsa
longitudo producta ad pedes mensoris pertingat, ex
altitudine aliqua nota dimetiri.

PROBLEMA IX.

1 SIT longitudo AB, è directo mensoris in C, existentis, ita vt recta
K BA,



BA, producta transeat per C. Sit quoque CD, vel statura menforis, vel altitudo quæpiam nota. Si igitur per præcedens problema 8. inquiratur utraq. longitudo CB, CA, & CA, ex CB, detrahatur, reliqua fiet AB, ac proinde cognita.

A L I T E R

2 POSITO sinu toto CD, si termini A, B, per angulos CDA, CDB, spectentur, erit CA, Tangens minoris anguli, & CB, maioris, at AB, differentia earum Tangentium. Quare si fiat,

Vt sinus totus CD, Ad AB, differentiam Tangentiũ angulorum observationum Ita CD, alti tudine nota Ad AB, longitudinem,

efficietur longitudo AB, nota in partibus altitudinis notæ CD.

A L I T E R

a 5 triang. rectil. 3 PER solos sinus eandem longitudinem AB, cognoscemus: sed prius inveniendæ est AD, a hac ratione fiat,

Vt sinus anguli CAD, complementi minoris anguli observationis ad CD, altitudinem notam: Ita sinus totus ad AD, anguli recti C,

Productus enim numerus dabit AD, notam in partibus altitudinis notæ CD.

b 10. triag. rectil.

b Si ergo rursus fiat,

Vt sinus anguli CBD, complementi maioris anguli observationis ad AD, proxime inuentam Ita sinus anguli ADB, ad AB, differentia inter duos angulos observatos longitudinem,

prodibit nota longitudo AB, in partibus rectæ AD, hoc est, altitudinis notæ CD, in quibus recta AD, fuit inuenta.

4 SINE numeris rem perficies, quemadmodum in præcedentibus, ut liquet.

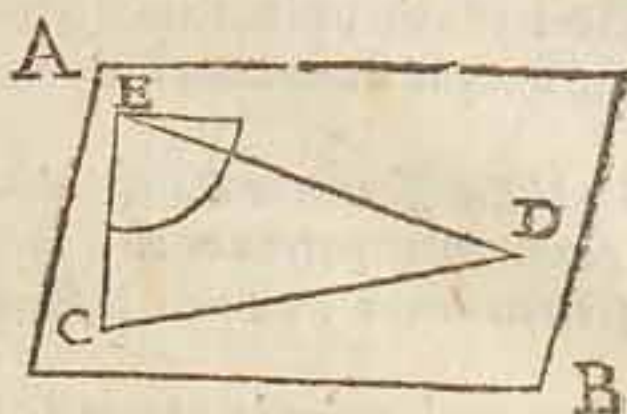
LONGITUDINEM TRANSVERSAM in Horizonte, cuius utrumque extremum inspicere potest, notam efficere.

P R O B L E M A X.

1 SIT planum Horizontis AB, in quo iaceat longitudo CD, in transversum, pes autem menforis sit in E, ita ut recta DC, per pedes menforis in E, non transeat. Quando namque longitudo DC, è directo menforis sita est, inue-



inuestigabitur ea per problema 9. præcedens. Vt ergo transversa longitudo CD, nota efficiatur, inuestiganda primum erit vtriusque puncti extremi C, D, distantia à pede mensoris E, & quidem per vnicam stationem in E, factam, vt problemate 6. Num. 5. dictum est. Deinde per Quadrantem cum dioptra angulus CED, exquirendus in plano Horizontis. quod fiet, si Quadrantis planum erectum transeat semel per puncta E, C, & iterum per puncta E, D, vt designari possint partes rectarum EC, ED. Quadrantis enim vno latere incumbente rectæ EC, dioptra vero rectæ ED, si angulus est acutus, indicabit arcus inter illud latus, ac dioptram, angulum CED. Quod si alterum Quadrantis latus rectæ ED, congruet, erit angulus CED, rectus: Si vero recta ED, ultra alterum latus Quadrantis extiterit, dictus angulus obtusus erit, qui cognitus erit, si recto angulo addatur reliquus inter alterum latus, & rectam ED: Qui quidem reliquus angulus per Quadrantem explorabitur vt de acuto diximus in problemate 7. Atque ita habebimus triangulum ECD, cuius duo latera nota sunt EC, ED, angulumque notum comprehendunt CED. a Igitur, & tertium latus CD, cognitum erit.



a 12. Triang. rectil.

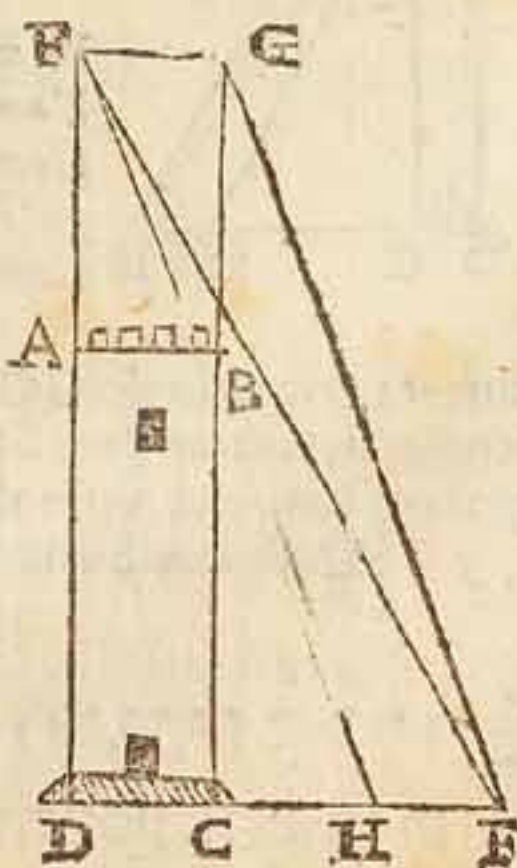
2 QVO pacto autem sine ope numerorum problema perficiendum sit, traditum est in problemate 7. Num. 2.

LONGITVDINEM IN HORIZONTE

inter turrin aliquam, & aliud quodpiam signū, ex turri per duas stationes in fastigio factas: vel in duabus fenestris, quarum vna sit sub altera ad perpendicularum, quando spatium inter illas fenestras notum est, etiamsi totius turris altitudo ignota sit, dimetiri. Atque hinc obiter altitudinem turris patefacere.

PROBLEMA XI.

1 QVAMVIS problema hoc solutum iam sit in problemate 3. & 4. occasione altitudinis inquirendæ, libet tamen idem hic per se, & paulo aliter expedire. Sit ergo turris ABCD, & longitudo proposita CE: itatura autem mensoris BG, vel AF. Inspecito extremo E, in prima statione per angulum CGE, & in secunda per angulum DFE, ducatur FH, ipsi GE, parallela. Et quia in triangulis FDH, GCE, anguli D, C, recti sunt, b & H, E, æquales c latusque FD, lateri GC. æquale: d erunt quoque & anguli G, DFH, æquales, & latera DH, CE. Posito autem sinu to-



b 29. primi
c 34. primi
d 26. primi

a 34. primi. to FD, erit DE, Tangens maioris anguli observationis DFE, & DH, Tangens anguli DFH hoc est, anguli æqualis G, in prima statione obseruati: ac proinde HE, differentia erit earum Tangentium & quæ quidem æqualis est differentiæ stationum FG, vel AB, vel DC. Si igitur fiat,

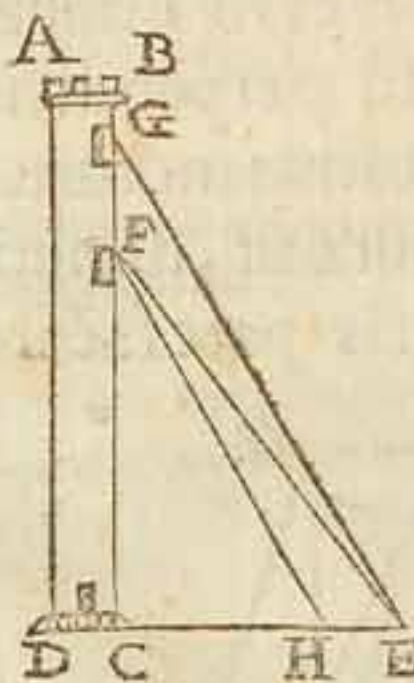
Vt HE, differentia Tangentium angulorum observationum Ad CE, Tangentem minoris anguli observationis CGE, Ita HE, vel FG, differentia stationum ad CE, longitudinem,

gignetur longitudo optata CE, in partibus differentiæ stationum HE, vel FG, &c. Quod si rursus fiat,

Vt HE, differentia Tangentium angulorum observationum Ad FD, si nũ totum Ita HE, vel FG, differentia stationum ad FD,

inuenietur recta FD, à qua si tollatur statura menforis AF, reliqua fiet altitudo turris AD.

b 29. primi. 2 SED iam ex duabus fenestris F, G, inspicitur extremum E, per angulos CFE, CGE, ducaturque FH, ipsi GE, parallela. Quoniam igitur angulus CFH, angulo CGE, æqualis est: si ponatur sinus totus CE, erit CG, Tangens anguli CEG, complementi minoris anguli observationis G, & CF, Tangens anguli CEF, complementi maioris anguli observationis CFE: at FG, differentia stationum, hoc est, interuallum inter fenestras, differentia erit dictarum Tangentium. Quamobrem si fiat,



Vt FG, differentia Tangentium complementorum angulorum observationum Ad CE, sinum totum Ita FG, differentia stationum inter fenestras, ad CE, longitudinem propositam,

cognita erit longitudo CE, desiderata. Et si rursus fiat,

Vt FG, differentia Tangentium complementorum angulorum observationum ad GC, Tangentem complementi minoris anguli obseruati Ita FG, ad GC, differentia stationum inter fenestras

inuenta erit altitudo GC, à superiori fenestra ad basem, in partibus differentiæ stationum, cui si addatur portio GB, à superiori fenestra ad fastigium usque, tota turris altitudo BC, non ignorabitur.

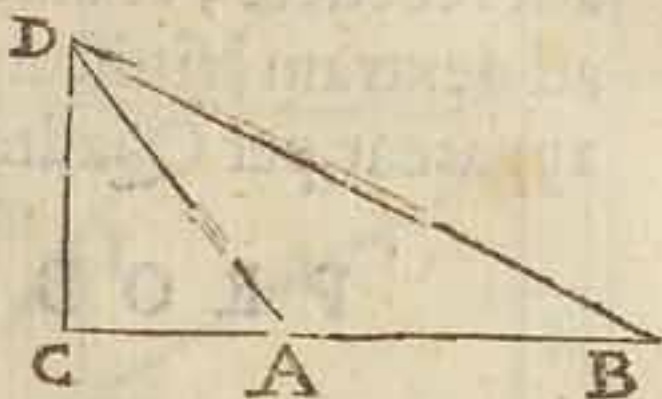
3 SINE auxilio numerorum procedendum est, vt in superioribus.

LONGITVDINEM RECTAE E DIRECTO menforis positæ, cuius extremum vtrumque, vel alterum

terum non appareat, nisi ad dextram, vel sinistram accedat menfor, per quadrantem comprehendere:

PROBLEMA XII.

1 SIT longitudo AB, & menfor in extremo A, constitutus videre non possit alterum extremum, nisi ad dextram sinistramue recedat vsque ad D, punctum, è quo vtrumque extremum cerni possit. Erit igitur longitudo AB, menfori in D, existenti posita in transuersum. Quare ea per problema 10. inuestigabitur.



2 E O D E M modo, si menfor existat in C, è directo longitudinis, sed vel neutrum extremum, vel alterum duntaxat intueri possit, longitudinem AB, venabimur. Si namque ex C, ad sinistram, vel dextram procedemus, donec in D, vtrumque extremum videamus, inuenietur transuersa longitudo AB, per problema 10. vt prius. Neque vero refert, siue per angulum rectum BCD, recedatur in latus, siue per angulum acutum B A D, &c.

3 OPERATIO sine numeris instituenda est, vt in superioribus.

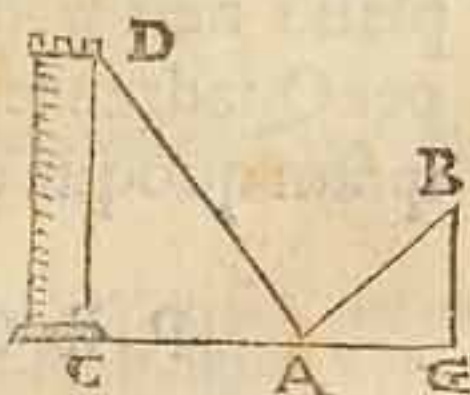
4 QVANDO menfor in A, existens videre potest extremum B, inuestigabitur longitudo AB per problema 8.

SI autem è directo longitudinis existat in C, & vtrumque etremum cernat, explorabitur per problema 9. eadem longitudo AB.

DISTANTIAM alicuius signi in Horizonte positi, à summitate turris, vel muri alicuius, licet ad ipsum signum accessus non pateat, per quadrantem colligere.

PROBLEMA XIII.

1 IN Horizontis plano punctum A, distet à summitate D, alicuius altitudinis CD, per rectam AD, quam metiri iubemur, Vbiunque oculus menforis existat, nimirum in B, vt sit statura menforis BG, inuestigentur per problema 6. distantiae punctorum A, D, ab oculo menforis B.



Deinde angulus exploretur A B D, quem nobis præbebit Quadrans cum dioptra, si ad oculum, ita applicetur, vt eius planum per tria puncta B, A, D, transeat, posito centro in B; atque vnum eius latus rectæ BA, incumbat, dioptra vero ad punctum D, dirigatur, &c. Itaque cum in triangulo BAD, duo latera nota BA, BD, angulum notum contineant B; cognoscetur quoque latus AD.

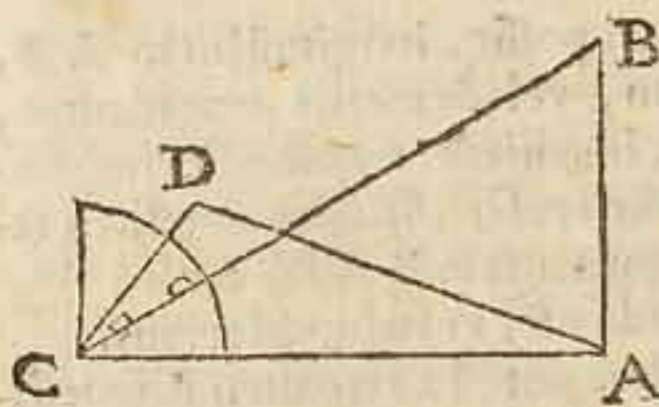
10. Triag.
rectil.

2 QVA

2 QVA ratione eadem distantia AD, exquirenda sit absque numeris, docuimus Num. 5. problematis 7.

ALTITVDINEM INACCESSIBILEM,
cuius basis non videatur, & ad quam per nullum spatium secundum lineam rectam accedere possimus, aut recedere, vt duæ stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramue ad locum, è quo eius basis appareat, per Quadrantem explorare.

PROBLEMA XIII.



a 4. Trian.
rectil.

1 SIT altitudo AB, ad quam ex C, loco menforis non liceat accedere, aut ab ea recedere secundum lineam rectam, sed solum in latus, verbi gratia vsque ad D, unde basem videre possimus. Inquiratur per problema 10 longitudo transversa AC, ex loco D: inspiciturq. vertex B, ex C, per angulum ACB. Et quia, posito sinu toto AC, altitudo AB, Tangens est anguli observationis ACB, a si fiat,

Vt sinus totus ad AB, Tangentem anguli obseruati ACB: Ita longitudo AC, per problema 10. inuenta *Ad AB, altitudinem,*

prodibit nota altitudo AB, in partibus, in quibus AC, inuenta fuit.

2 NON erit autem difficile problema hoc sine numerorum auxilio exequi, si superiora præcepta consulantur.

ALTITVDINEM INACCESSIBILEM,
quando neque distantia à loco menforis ad eius basem nota est, neque è directo ipsius duæ stationes in plano fieri possunt, neque denique basis appareat, per Quadrantem notam reddere. Atque hinc obiter ipsam quoque distantiam elicere.

PROBLEMA XV.

1 SIT altitudo AB, locus menforis C, distantia CB, incognita: basis B, non appareat, & à loco C, non liceat accedere ad AB, neque recedere, vt duæ stationes fiant in plano. Erigatur hasta CE, si non præstò sit turris aliqua CO, & statura menforis sit CD, Sumpta deinde portione hastæ DE, notarum

Vt GM, differentia Tangentium GL, ad GE, differētia LH, sive ad FA, EK, angulorum H, I, qui complementa rentiam stationum: sunt angulorum observationum, positis sinibus totis HL, IK,

Inuenietur altitudo AF, cui si adijciatur FN, conflata ex altitudine turris CO, & statura mensuris, tota maior altitudo AN, nota euadet. Item si fiat,

Vt GM, differentia ad GE, differen- Ita GL, Tangens comple- ad GE, Tangentium earū tiam stationum: menti minoris anguli obseruationis

procreabitur distantia GF, à qua si dematur latitudo turris CO, reliqua erit distantia inter duas turres.

HAE C omnia in 2. problemate demonstrauius: & ob hanc causam, eisdem prorsus literis hic vsi sumus, quas ibi vsurpauimus, vt demonstratio ex illo loco in hunc transferri possit.

2 QVANDO in summitate turris minoris fieri duæ stationes nequeunt, eligantur duæ fenestræ, in quibus duæ stationes fiant. Vt in figura præcedentis problematis 15. in minori turri CE, deligantur duæ fenestræ D, E, & reliqua fiant, vt in hasta CE. Solum pro statura mensuris ad altitudinem inuentam AM, adijcienda est portio turris inter inferiorem fenestram D, & basem C, vt tota maior altitudo AB, nota efficiatur.

3 SINE numeris nihil noui præcipimus, sed ad superiora lectorem amandamus.

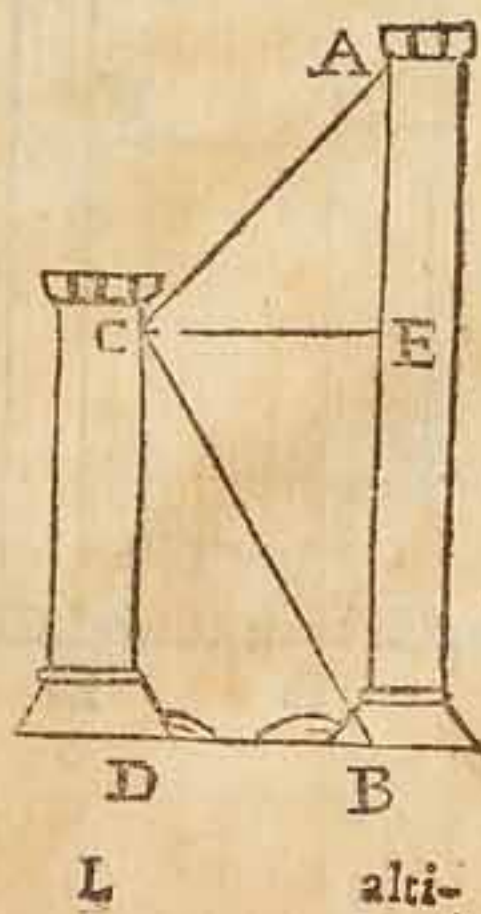
4 QVO etiam pacto problema hoc per solos sinus possit effici, docuimus probl. 2. & 15.

ALTITVDINEM MAIOREM EX MINORI incognita, dummodo basis maioris cerni possit, per Quadrantem perscrutari.

PROBLEMA XVII.

1 SIT maior altitudo AB, & minor CD, incognita, possitque basis maioris B, videri ex minori altitudine. Primum per duas stationes in summitate turris minoris, vel in duabus fenestris, inquiratur tam altitudo turris minoris CD, quam distantia DB, vt problemate 11. vel etiam 3. & 4. traditum est. Nam tunc ex minori altitudine nota CD, maior AB, explorabitur per ea, quæ in antecedente problemate 16 scripsimus.

2 AT ex altitudine CD, & distantia DB, cognitis discemus altitudinem maiorem AB, per solos sinus, hoc modo. Ex aliqua fenestra C, minoris altitudinis inspiciantur extrema A, B, maioris altitudinis per angulos ACE, BCD, (ducta prius CE, ipsi DB, parallela, vel ad vtramque



a 10. Trian. altitudinem perpendiculari.) a Deinde fiat,
rectil.

*Ut sinus anguli CBD, complemen- ad inuentam Ita sinus totus ad BC,
ti illius, quo basis inspicitur altitudinem anguli recti
CD: D,*

Vel

*Ut sinus anguli ECD, quo ad inuentam di- Ita sinus totus an ad BC,
basis inspicitur, stantiam ED: guli recti D,*

b 10. Trian. Vtroque enim modo cognita erit hypotenusa BC. b Si ergo rursus fiat,
rectil.

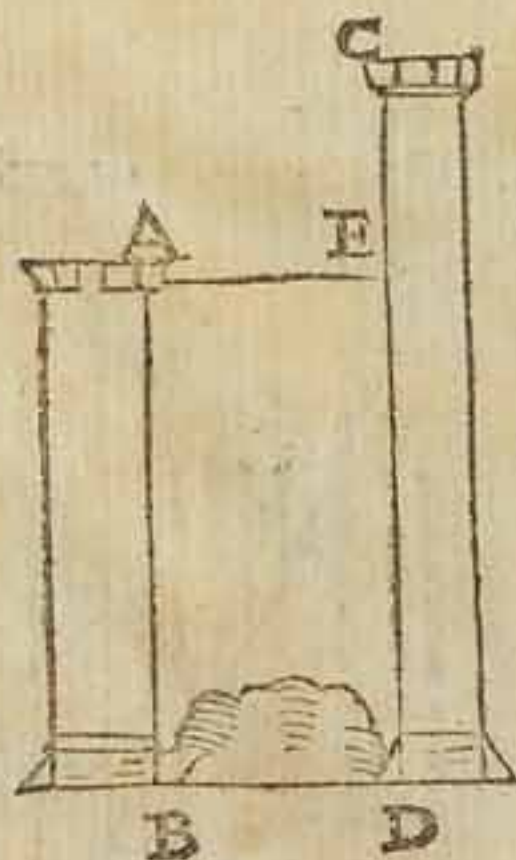
*Ut sinus anguli A, ad inuentam Ita sinus anguli ACB, con ad AB,
complementi illius hypotenusam flati ex complemento angu
quo cacumen inspi BC: li, quo basem intuemur, &
citur, ex angulo, quo fastigiū cer-
nitur,*

manifestabitur altitudo maior AB.

3 DE solutione problematis sine numeris nihil noui hic præcipimus,
sed ea ex superioribus petenda est.

ALTITVDINEM MINOREM EX MAIORI
cognita, licet basis minoris non cerni possit, opæ
Quadrātis peruestigare. Atque hinc distantiam quo-
que inter altitudines duas eruere.

PROBLEMA XVIII.



1 MINOR altitudo AB, ex maiore CD,
cognita proponatur addiscenda, etiā si basis B, nō
cernatur. Concipiatur ducta recta AE, ipsi BD,
parallela, ut ED, minori altitudini AB, sit æqua-
lis. Si igitur ex duabus stationibus in summitate
maioris altitudinis CD, factis, per problema 3.
vel ex duabus fenestris, per problema 4. inuesti-
getur tā altitudo CE, quā distantia AE, inspecto
cacumine A, ac si esset signum aliquod in Hori-
zonte AE, visum, & CE, ex tota altitudine CD,
auferatur, reliqua ED, hoc est, minor altitudo
fiet nota. Distantia autem AE, inuenta quæsi-
tæ BD, est æqualis; ac proinde DB, cognita erit.

ALTI-

ALTITVDINEM MINOREM EX MAIORI

incognita, dummodo basis minoris videri possit, per Quadrantem explorare. Atque hinc distantiam quoque inter duas altitudines conijcere.

PROBLEMA XIX.

1 REPETATUR figura præcedentis problematis. Et quia basis B, minoris altitudinis ex maiore apparet, si punctum B, ex duabus stationibus in summitate maioris altitudinis CD, factis inspicitur, reperietur per problema 3 tam altitudo maior CD, quam distantia BD. Quod etiam efficies per problema 4. si punctum B, ex duabus fenestris maioris altitudinis CD, inspicitur. Cognita ergo altitudine maiori CD, inuenietur minor altitudo AB, ut in præcedenti problemate traditum est. Cum igitur & distantia BD, sit explorata, pater solutio problematis propositi.

PORTIONEM ALTITVDINIS MAIORIS

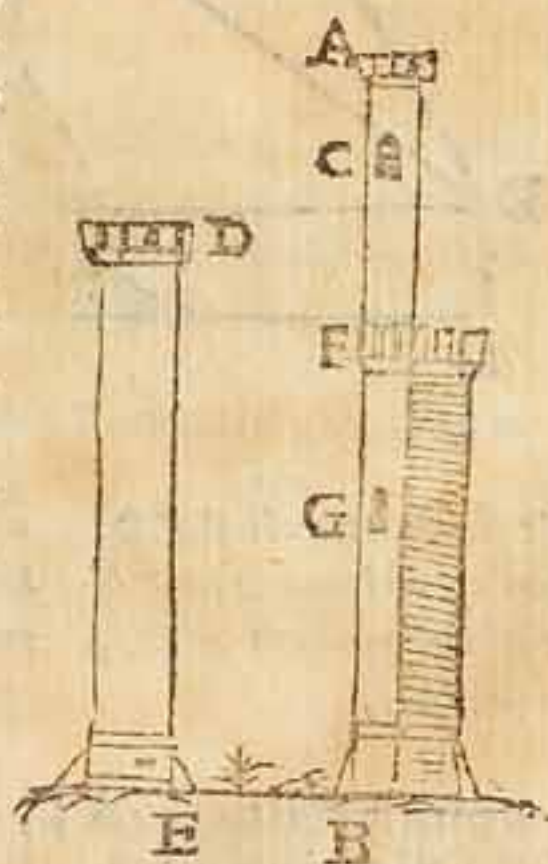
ex minore altitudine, & minoris portionem ex maiori cognoscere per Quadrantem.

PROBLEMA XX.

1 SIT portio AC, maioris altitudinis AB, exquirenda ex minore altitudine DE: Item portio FG, minoris altitudinis FB, ex altitudine maiore DE. Si DE, altitudo minor est portione CB, inuestigetur tam altitudo maior AB, quam CB, ex minore altitudine DE, per problema 16. vel 17. prout videlicet DE, cognita fuerit, aut incognita. Nam CB, ablata ex AB, notam relinquet portionem AC, quæsitam.

2 SI vero DE, maior est portione FB, explorandaque sit portio AF; inquirenda quidem erit maior altitudo AB, ex minore DE, per problema 16. vel 17. At vero altitudo minor FB, ex maiore DE, per problema 18. vel 19. exploranda erit. Nam rursus FB, detracta ex AB, notam relinquet portionem AF.

3 NON secus per problema 18. vel 19. indaganda erit utraque altitudo minor FB, GB, ex maiore DE, ut illarum differentia FG, quæ quæritur, colligatur nota.



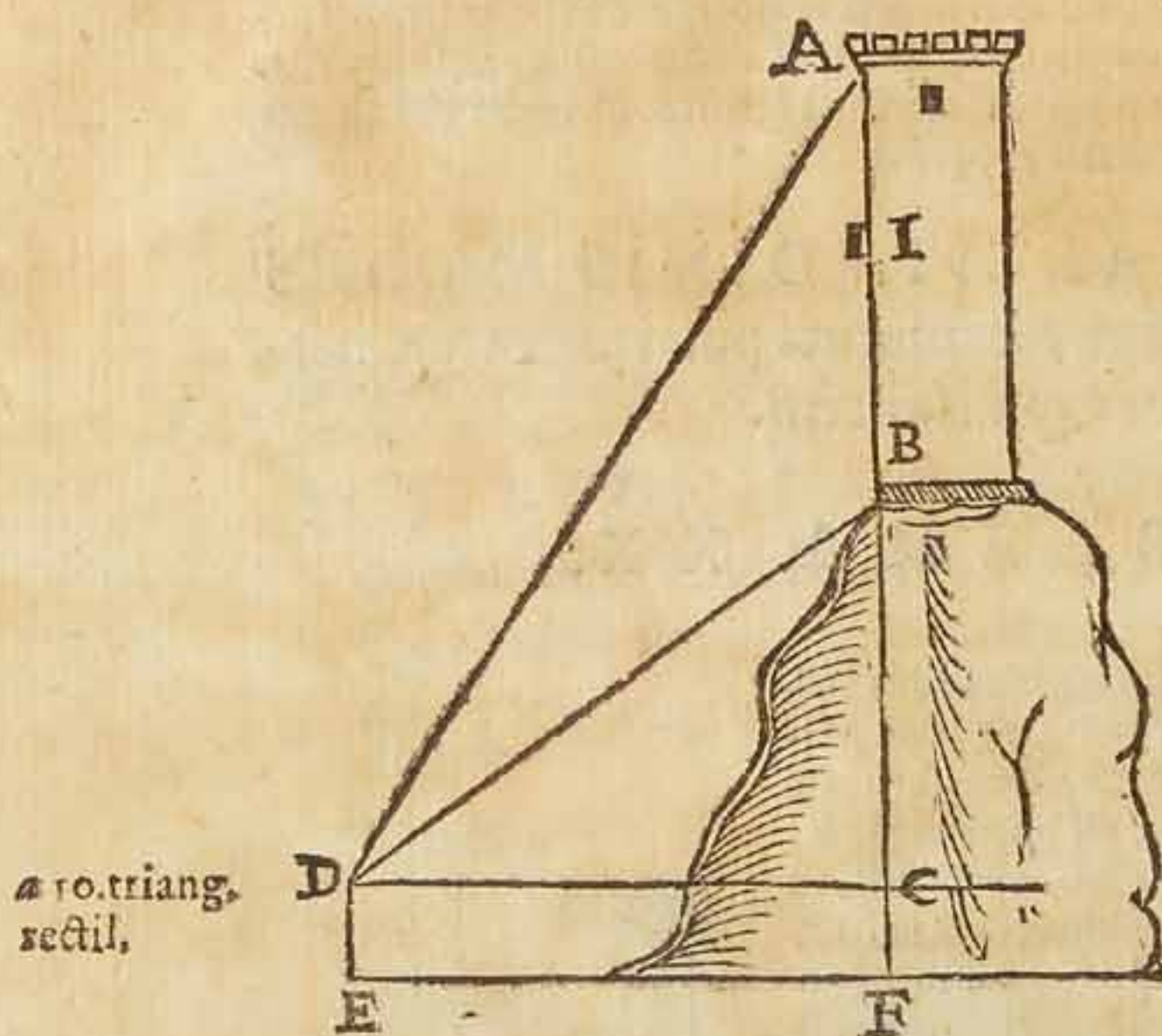
L 2

ALTI.

ALTITVDINEM, cuius basis imposita fit alteri altitudini, & vtraque illius extremitas cerni possit, etiā si infimum punctum alterius, cui imponitur, lateat, & eiusdem puncti infimi distantia à loco mensuris cognita non sit, per Quadrantem ex valle, aut ex plano Horizontis explorare.

PROBLEMA XXI.

2. **HVIVSCEMODI** altitudo est turris supra montem posita, & portio
aliquius aedificii inter duas



alicuius ædificij inter duas fenestras, vel duo signa, quorum alterū altero superius est. Sit igitur supra montē altitudo turris AB , proposita. Ex aliquo loco E , in planitie, aut valle, vnde vtrumque extremum A , B , videatur, obseruentur per Quadrantem anguli ADC , BDC , quos radij DA , DB , cum recta DC , quæ ex D , ad AB , productam intra montem est perpendicularis: ita vt statura menforis sit DE . Deinde per problema 6. inuestigetur longitudo vtriusque radij DA , DB . Nam si fiat in triangulo ABD ,

Vt sinus anguli BAD, ad radium DB, proxime inuēiū;
Ita sinus anguli ADB, ad AB, altitudinem,
qui differentia est angulorum observationum ADC, BDC,

610. triang. inuenta erit altitudo A B, quæſita, in partibus, in quibus cognitus eſt radius
ſecũil. DB, *b* Sic etiam, ſi fiat,

Ut sinus anguli ABD, vel ad radium Ita sinus anguli ADB, ad AB,
(quod idē est) anguli DBC, DA, proxi differentia angulorum altitu-
qui complementū est mino me inven obseuatorum ADC, dinem
ris angulū obseruati BDC, tum BDC,

```

pre-

```


prodibit rursus altitudo quæsitæ AB, in partibus radij inuenti DA.

A L I T E R.

2 PER problema 2. vel 15. inuestigetur tam altitudo inaccessibleis AC, quam BC, seclusa mensuris statura CF. Altitudo namque BC, ex altitudine AC, detracta notam relinquet altitudinem AB, quæ quæritur.

A L I T E R

3 INVENTA distantia DC, per ea, quæ in problemate 1. & 2. tradidimus, a si fiat,

Vt sinus totus ad distantiam cognitam DC, Ita AC, Tangens maioris anguli obseruati ADC, ad AC,

a 4. triang. rectil.

reperietur altitudo maior AC, in partibus distantiae inuentæ DC. b Et si rursus fiat,

Vt sinus totus ad distantiam inuentam DC: Ita BC, Tangens minoris anguli obseruati BDC, ad BC,

b 4. triang. rectil.

cognita fiet altitudo minor BC, in partibus eiusdem distantiae inuentæ DC, quæ dempta ex maiore altitudine AC, notam relinquet altitudinem turris BA, quæsitam.

ATQVE hæc ratio commodissima est, quando in turri aliqua, vel ædificio, cuius distantia a mensore cognita sit, metiendum est interuallum perpendiculare inter duas fenestras.

A L I T E R

4 INVENTA rursus distantia DC, per ea, quæ in problemate 1. & 2. scripsimus; detrahatur Tangens BC, (posito sinu toto DC,) minoris anguli obseruati ADC, ut nota remaneat AB, differentia dictarum Tangentium. Nam si fiat,

Vt sinus totus ad distantiam inuentam DC, ita AB, differentia Tangentium AC, BC, ad AB, altitudinem,

procreabitur altitudo quæsitæ AB, in partibus distantiae inuentæ DC.

A L I T E R

5 INVENTA per problema 2. vel 15. altitudine montis BC, obseruentur anguli BDC, ADC, per radios DB, DA. Posito namque sinu toto DC, si fiat,

Vt BC, Tangens minoris anguli obseruati BDC, ad BC, altitudinem inuentam: Ita AB, differentia Tangentium AC, CB, angulorum obseruatorum ADC, BDC.

prodibit

prodibit rursus altitudo nota AB , quam quærimus.

S C H O L I U M.

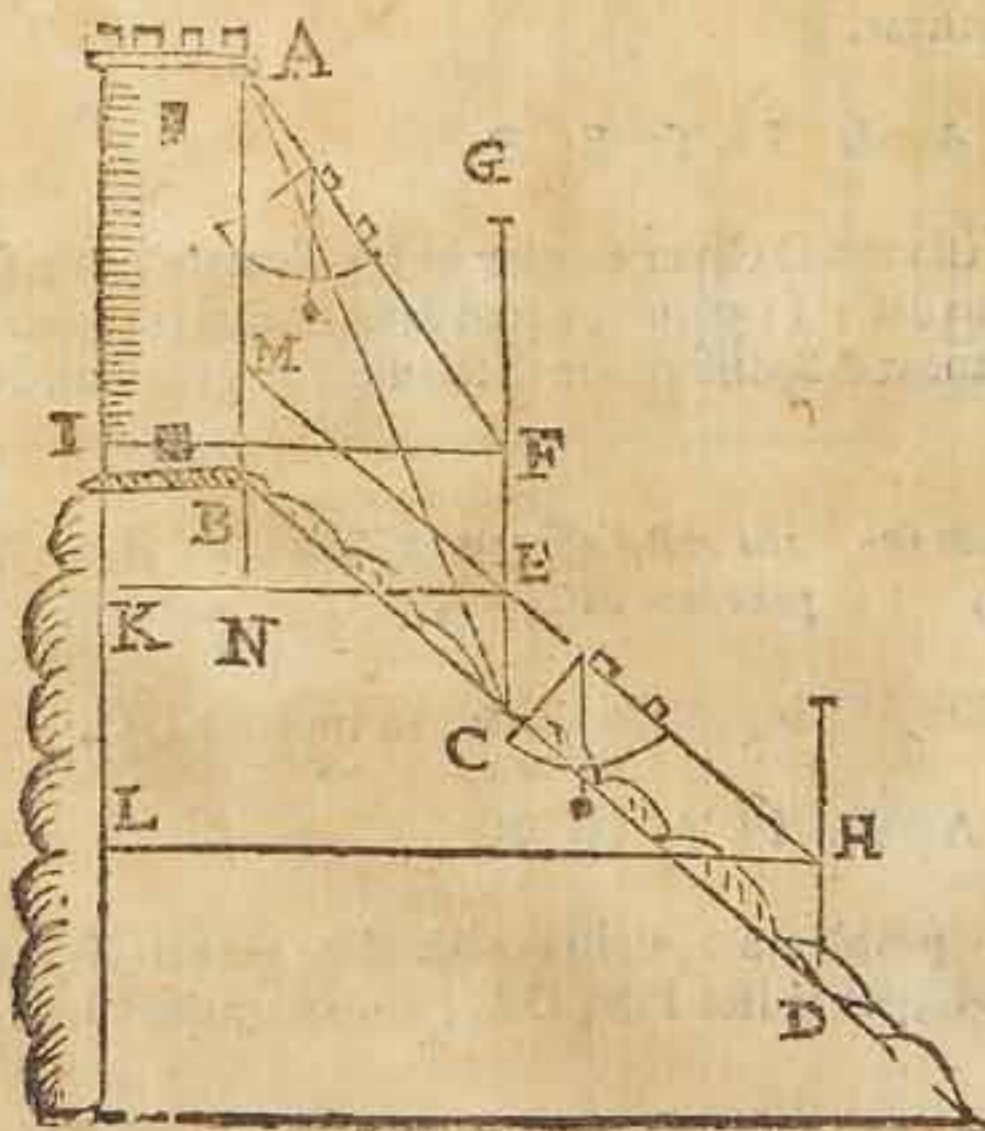
IT A Q V E si AB , portio superior totius alicuius altitudinis AC , defideretur, inuestiganda erit per Problema 2. vel 15. tam tota altitudo AC , quàm eius inferior portio BC . Earum enim differentia notam dabit superiorem portionem AB .

S I autem media aliqua portio IB , cognoscenda est, coniicienda rursus erit utraque altitudo IC , BC , ut earum differentia IB , nota reddatur.

S I denique inferior pars BC , proponitur inquirenda, fiet id per Problema 2. vel 15.

DISTANTIAM accliuem montis à loco mensoris vsque ad basem altitudinis monti impositæ, etiam non visam, vna cum ipsa altitudine, quando mensor in ascensu montis consistit, prope verum efficere cognitam, beneficio Quadrantis.

P R O B L E M A XXII.



32. primò.

S I T turris AB , monti imposita, in cuius ascensu scilicet mensor consistat in C , ex quo loco basem turris videre non possit. Erigatur hasta aliqua CG , ad Horizontem, non autem ad latus montis, perpendicularis, sitque mensoris statura CE . Cogitetur ducta EK , ad altitudinem perpendicularis: Et inspecto cacumine A , per angulum $A E K$, fiat alia statio superior in F , ductaq. FL , ad altitudinem perpendiculari, inspiciatur idem cacumen A , per angulum $A F L$. Et quia angulus $A F G$, duobus angulis

gulis FEA, FAB , est æqualis: si dematur AEF , complementum maioris anguli AEK , in prima statione obseruati, reliquus fiet angulus FAF , & Igitur si fiat,

a 10. triag. rectil.

Vt sinus anguli FAF , differenzia complementorum angulorū obseruationū

ad EF , differentiam stationum:

Ita sinus anguli AFE , conflat ex recto EFI , & minore angulo AFI , in secunda statione obseruati,

ad AE hypotenusam.

efficietur nota hypotenusa AE . Post hæc erigatur alius baculus DH , ad Horizontem rectus, sumptaq; mensuris statura DH , ipsi CE , æquali, & ducta recta HL , ad altitudinem perpendiculari, inspiciatur punctum E , per angulum EHL , & per radium HEM , qui ipsi BCD , lateri montis parallelus erit. Concipienda enim sunt tria puncta B, C, D , in vna recta iacere, ac si DC , producta ad basem turris perueniret. Quia vero angulus EHL , angulo MEK , æqualis est: si hic ex maiori angulo obseruato AEN , in prima statione dematur, reliquus fiet angulus AEM . Est autem & angulus EAN , cognitus, quippe cum sit complementum maioris anguli obseruati AEN . Igitur & AME , reliquus duorum rectorum cognitus erit: qui quidem etiam relinquitur, si complementum anguli MHL , in statione D , obseruati ex duobus rectis detrahatur. & Igitur si fiat,

b 33. primi.

c 29. primi.

d 10. triang. rectil.

Vt sinus anguli AME , qui relinquitur, si complementū postremi anguli obseruati MHL , ex duobus rectis dematur

ad hypotenusam AE , nuper inuentam:

Ita sinus anguli EAN , complementum maioris anguli obseruati AEN

ad ME ,

inuenta erit recta EM , hoc est, distantia quaesita CB . e Et si rursum fiat,

e 10. Triang. rectil.

Vt sinus eiusdem anguli AME ,

ad eandem hypotenusam AE , nuper inuentam:

Ita sinus anguli AEM , qui relinquitur, si angulus postremo loco obseruatus MEL , vel MEK , ex angulo maiori obseruato AEK , detrahatur,

ad AM

produceretur AM , cui si addatur mensuris statura MB , tota altitudo AB , cognita erit.

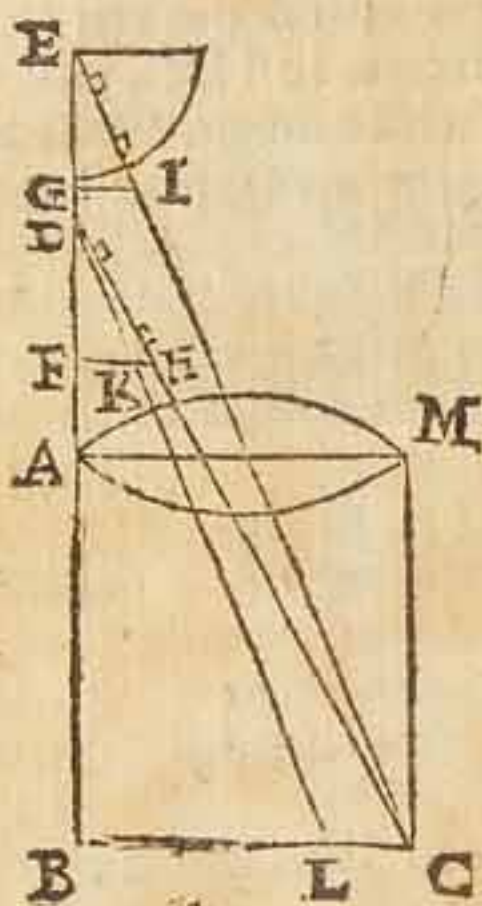
D A N D A autem erit opera diligenter, ut tria puncta B, C, D , in vna recta iaceant, hoc est, ut recta ab ultima statione D per primam C , ducta per basem B , transeat. quod plus minus iudicio sensuum assequemur. Nam per ea, quæ dicta sunt hoc loco, solum reperitur distantia à loco C , usque ad punctum altitudinis, in quod recta DC , tracta incidit, & altitudo ab A , usque ad idem punctum, quod non minus à puncto B , distabit, si diligentia adhibeatur in stationibus C, D , captandis. Propter hanc causam in propositione diximus (prope verum efficere cognitam) quia neque distantia CB , neque altitudo AB , præcisè cognoscitur, nisi quando tria puncta B, C, D , in recta linea iacent.

V T

2. V T fine numerorum auxilio problema efficias, recurrendum erit ad superiora.

PROFVNDITATEM putei, vel ædificii cuius-
cunque ad perpendiculum erecti, si modo angulus
fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspi-
ciatur, per Quadrantem reperire.

PROBLEMA XXIII.



r HOC nihil est aliud, nisi turrim ex eius
 vertice, quando in Horizonte signum aliquod
 apparet, per duas stationes in hasta aliqua factas
 metiri, vt problemate 4. factum est. Operatio-
 nem ergo eius problematis hic repetemus. Sit
 puteus, seu ædificium erectum ABCM, cuius an-
 gulus C, in fundo, vel signum C, in fundo positum
 conspici possit. Erecta hasta A E, in orificio pu-
 tei, vel summitate ædificij, fiant duæ stationes
 oculi mensoris in D, E, inspiciaturque punctum
 C, per radios DC, EC, facientes angulos BDC,
 BEC: Sumptis deinde DF, EG, æqualibus pro si-
 nubus totis, ducantur ad E B, perpendiculares
 FH, G I, pro Tangentibus angulorum B D C,
 B E C, observatorum. Ducta quoque D L, ip-
 si EC, parallela secante FH, in K, vt KH, differen-
 tia sit Tangentium, quemadmodum problemate
 4. demonstrauius. Si igitur, vt ibi, fiat hic,

*Vi KH, differentia
inter Tangentes an-
gulum observat-
ionum*

ad FK, vel ad
GI, Tangentē
minorem:

ita DE, differentia sta ad DB,
tionum, hoc est, spatiū
inter oculos, vel angu-
los observationum,

prodibit recta DB, nota, vt problemate 4. ostendimus: ex qua si subtrahatur segmentum hastæ AD. inter orificium, & oculum in prima statione, reliqua fiet profunditas, siue altitudo putei, vel ædificij AB.

A L I T E R.

POSITO $\sinu$ toto BC , fiat.

Vt DE, differentia Tangentium BD, BE, qua complementis angulorum observationū debetur, ad DB, Tangentem mi- ita DE, differentia stationū oculorum ad DB,

Nam numerus procreatus notam exhibebit eandem rectam DB, &c.

A L I T E R

3 Si per solos sinus operari lubear, ita agendum erit. *a* Quoniam angulus maior obseruatus BDC, duobus angulis E, DCE, æqualis est; si angulus E, minor obseruatus tollatur ex maiore BDC, notis remanebit angulus DCE, differentia angulorum obseruatorum. *a 32. primi.*

b Igitur si fiat,

Vt sinus anguli DCE, differentia angulorum obseruatorum. ad DE, differentiam stationum oculorū: ita sinus anguli E, minoris obseruati ad DC,

b 10. triang. rectil.

profiliet nota hypotenusā DC. *c* Quapropter si rursus fiat,

Vt sinus totius anguli recti B, ad hypotenusam DC, proxime inueniam; ita sinus anguli BCD, complementi maioris anguli obseruati ad DB,

c 10. triang. rectil.

euadet iterum cognita recta DB, &c.

4 I A M vero si latitudo orificij AM, vel fundi BC, cognita fuerit, (Non erit autem difficile eam aliqua mensura nota metiri) facilius in cognitionem altitudinis, profunditatisve AB, veniemus, per vnicam videlicet stationem in D, factam, hoc modo. Fiat,

Vt sinus totus CB, ad BD, Tangentem anguli BCD, complementi anguli obseruationis: ita latitudo cognita CB, ad DB.

Numerus enim procreatus offeret DB, notam, vt supra, &c.

V E L per solos sinus, *d* si fiat,

Vt sinus anguli BDC, obseruationis ad latitudinem cognitam BC: ita sinus anguli BCD, complementi anguli obseruationis. ad DB,

d 10. triang. rectil.

inuenietur rursus DB, &c.

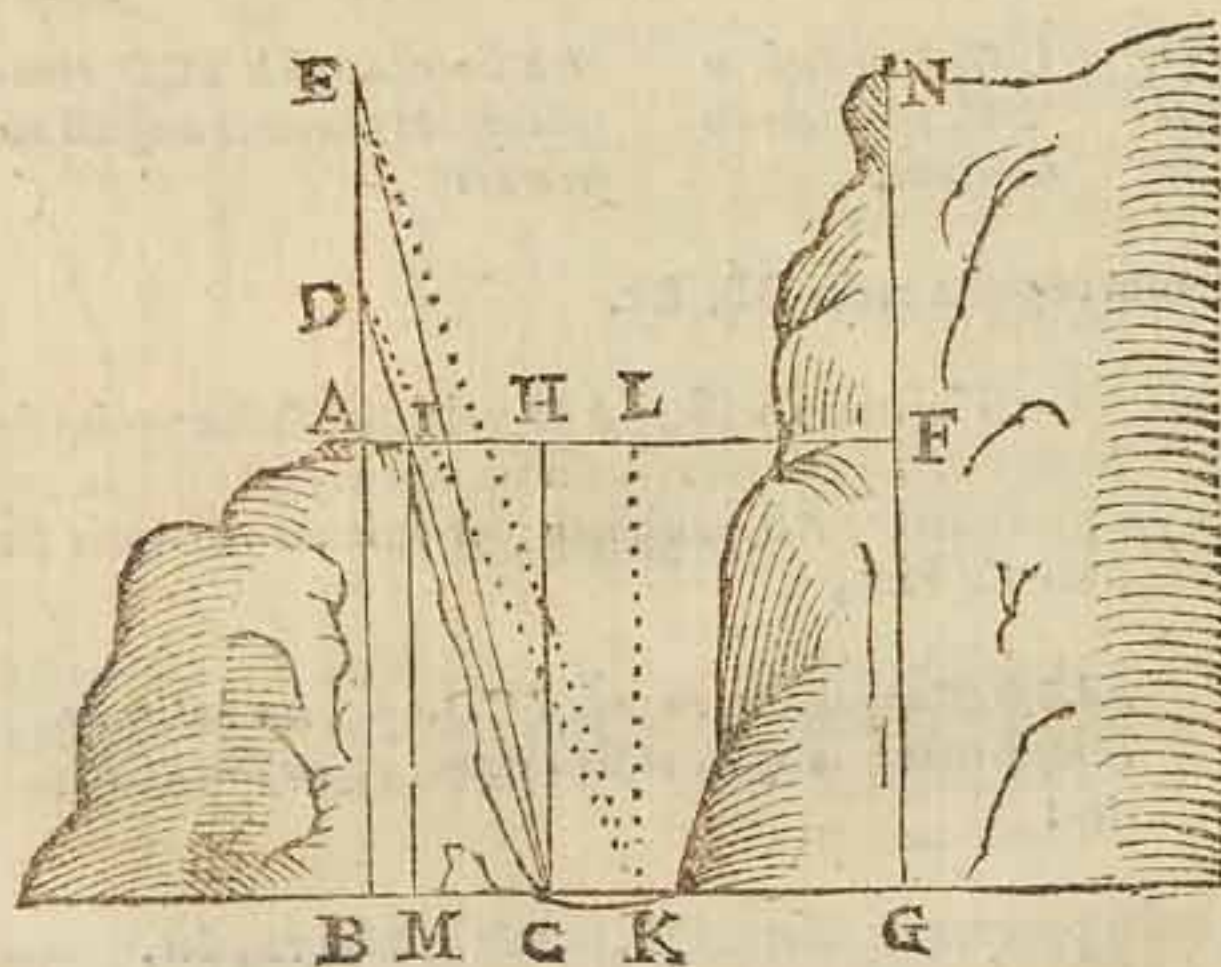
5 V T idem assequaris sine auxilio numerorum, consule ea, quæ problemate 4. num. 4. scripsimus.

M P R O-

PROFVNDITATEM vallis, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, eiusque terminus, vel aliquod in ea signum conspici possit, per Quadrantem scrutari.

PROBLEMA XXIII.

1 HOC etiam nihil aliud est, nisi altitudinem quampiam ex eius summo fastigio per duas stationes dimetiri, vt problemate 4. ostensum est. Sit enim vallis inter duos montes AB, FG, posita, & terminus ipsius C, ex ex monte AB, possit conspici. Erecta hasta aliqua AE, fiant in D, & E, duæ stationes, obseruenturque anguli D, & E, inspecto termino C, per radios DC, EC. Intelligatur autem recta EA, vsque ad basem montis extensa in B; & recta excurrent AF, ipsi BG, parallela, vel ad EB, perpendicularis: & denique CH, ipsi AB, parallela, a quæ altitudini AB, æqualis erit, ita vt AB, vel HC, sit profunditas vallis ab A, vsque ad basem montis, & IC, eius descensus obliquus. Liquido autem constat, profunditatem AB, vel CH, exqui-



ri posse, vt problemate 4. altitudo turris AB, ex duabus stationibus in hasta AE, factis, vel in duabus fenestris, vel certe, vt in præcedenti problemate profunditas putei AB, inuenta fuit.

DESCENSVS autem obliquus IC, ita notus euadet. Quoniam, vt in antecedente problemate monstratum est, angulus DCE, differentia est angulorum BDC, BEC, obseruatorum: b si fiat, Vt sinus anguli DCE, differentia inter angulos obseruatos

ad DE, differentiam stationum oculorum;

ita sinus anguli E, minoris obseruati

co-

bio. trang.
rectil.

cognita fiet recta DC, ex qua si detrahatur DI, (quam facile ab oculo vsque ad rectam AI, mensurare poteris, cum sit exigua) notus remanebit descensus obliquus IC.

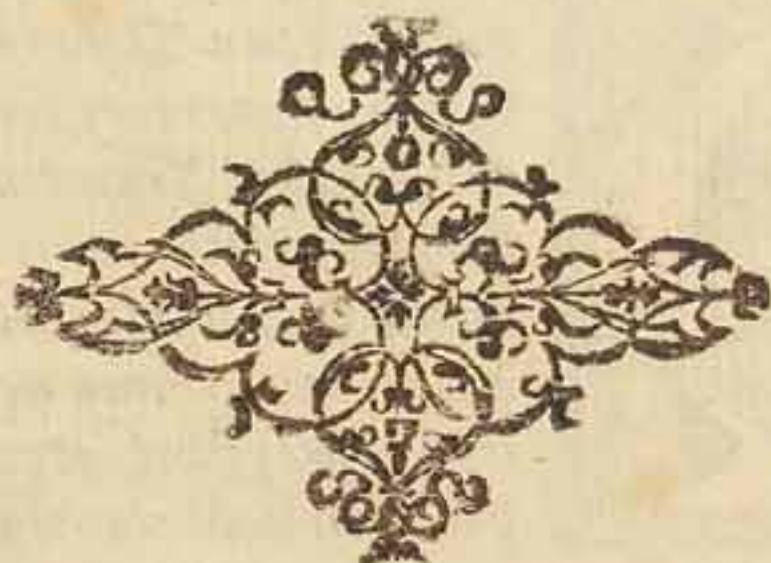
2 QVOD si terminus C, in fundo cerni nequeat, inspiciendū erit ex D, & E, aliquod aliud signum K, in valle, & obseruandi anguli BDK, BEK, per radios DK, EK. Ex his enim rursus profunditas AB, vel KL, deprehendetur, vt in problemate 4. docuimus.

QVIN etiam, si in plano vallis commode duæ stationes fieri possint: cognosci ex illis poterit altitudo montis AB, vel IM, per ea, quæ in problem. 2. scripsimus: descensus vero obliquus IC, hoc est, interuallum inter I, & C, ex ijs, quæ in problemate 7. tradita sunt.

3 EANDEM denique profunditatem CH, perscrutari licebit ex altiore monte NG, dummodo infimus terminus C, minoris montis ex cacumine N, appareat, vel aliquod aliud signum in valle; non aliter, quam in problemate 18. vel 19. altitudinem minorem ex maiori incognita indagare docuimus. Nam hic maior altitudo est NG, & minor CH, cuius terminum C, ex N, cerni posse statuimus.

4 ABSQVE numerorum multiplicatione, ac diuisione res peragetur, vt in antecedentibus dictum est.

FINIS LIBRI SECVNDI.



M 2 GEO-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



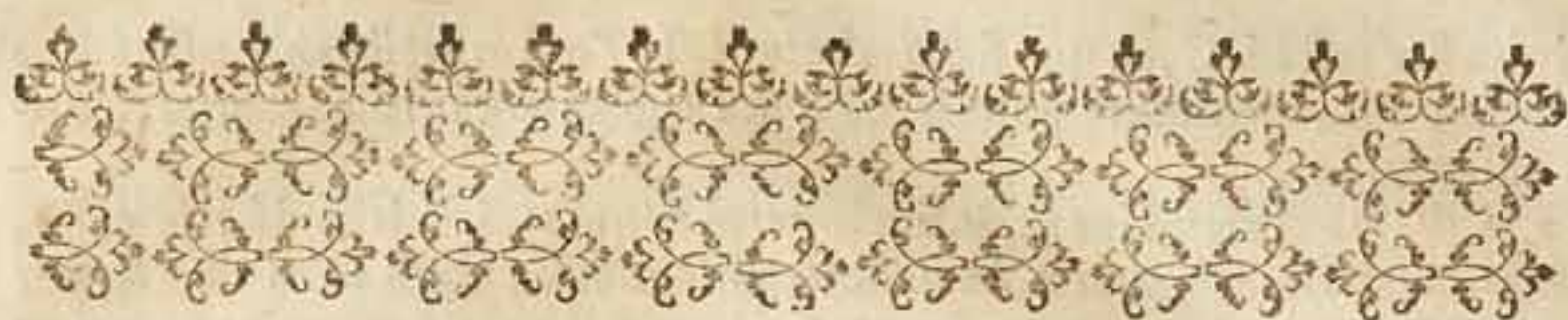
Kodak

Gray Scale

<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

</start.htm>



GEOMETRIAE PRACTICAE LIBER TERTIVS.

Earundem linearum rectarum dimensionem per
Quadratum Geometricum exequens.



QUONIAM dimensio rectarum li-
nearum per Quadrantem Astrono-
micum superiori lib. exposita requi-
rit tabulas Sinuum, Tangentium,
& secantium, non semper autem
eiusmodi tabulas ad manum habere
possumus, immo neque omnes in il-
lis uersati sunt, atque exercitati: pro-
positum nobis tertio hoc libro est, li-
neas rectas, longitudes uidelicet, latitudes, altitudes, &
profunditates dimetiri per Quadratum Geometricum, ubi præ-
dictis tabulis non indigemus, sed omnia per umbram rectam,
& uersam; ut uocant, expediuntur. Qua tamen in re non
nihil ab alijs scriptoribus dissidebimus, quippe cum aliter tam
umbram rectam, quam uersam in partes diuisuri simus quam
ab illis fieri solet: ut nimirum per nostram partitionem expe-
ditius dimensiones perficiantur. quod prudens Lector facile

328-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

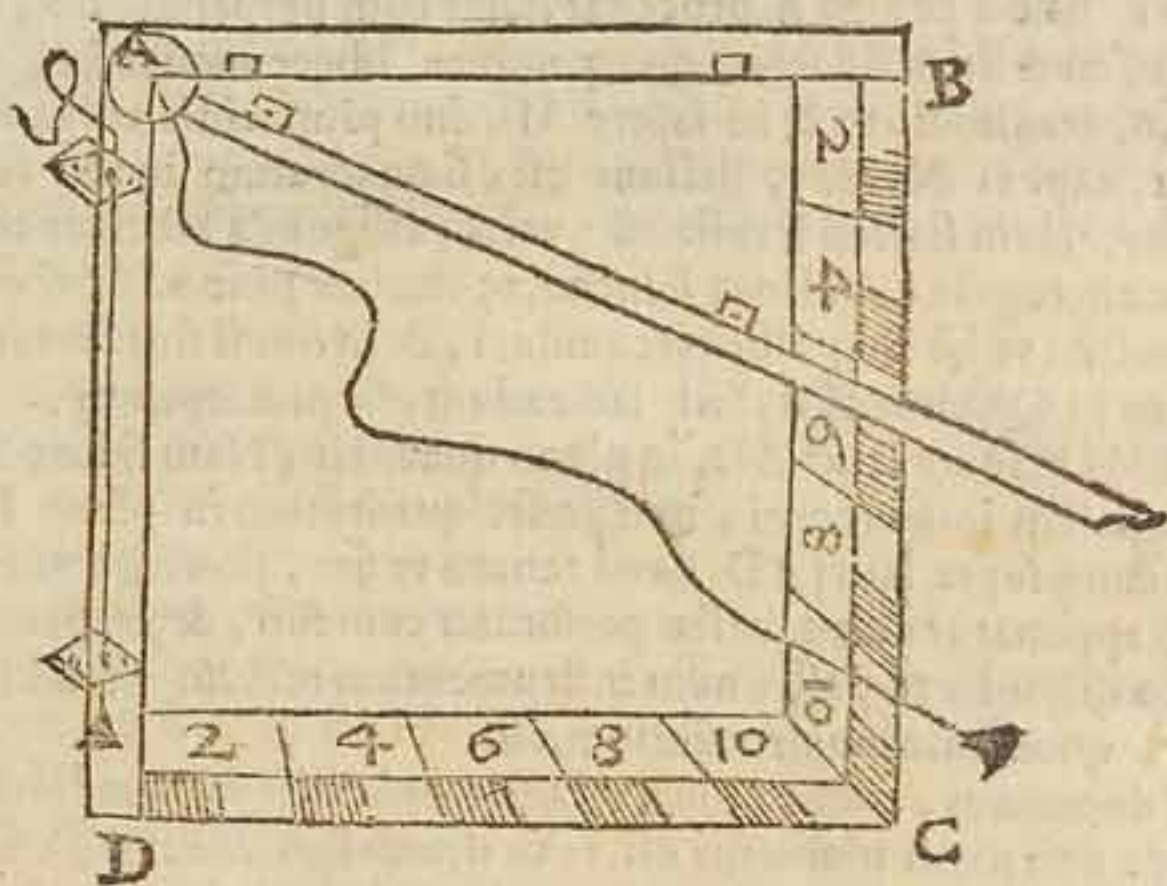
iudicabit, si nostram hanc diuisionis rationem cum aliorum partitione contulerit. Sed principio Quadratum Geometricū construendum est, explicandumq. quo pacto tam in Quadrato stabili, quam in pendulo utraque umbra, recta uidelicet, ac versa considerari debeat. Neque enim semper eundem situm predictæ umbræ in instrumento seruant, sed pro uarietate usum non raro eum permutare solent, ut ex ijs, quæ sequuntur, liquido constabit.

QVADRATI Geometrici constructio.

I EX quauis materia solida & dura conficiatur quadratum $ABCD$, siue solidum totum, siue excauatum: vel potius ex quatuor regulis æqualibus AB, BC, CD, DA , ita compactum, ut omnes in vno eodemque plano existant. Deinde in duabus regulis BC, CD , ducantur tres parallelæ extremis quadrati, pro partibus & numeris vtriusque umbræ designandis, ut in figura apparet. Latus BC , umbræ rectæ, & CD , umbræ versæ desti-

Compositio Quadrati Geometrici.

Umbra recta, & versa in quadrato quæ, & in quot partes à Geometris vtræque secetur.



natur à Geometris: Vtrumque autem in 12. partes æquales partiiri solent omnes, qui de vsu Quadrati Geometrici scripserunt: Et si capacitas instrumenti permittit, singulas partes in 60. subdiuidunt, ut rota umbra partes 720. complectatur, vel in 100. ut partes 1200 in vtræque umbra existant. Ego vtramq. umbram in 10. partes duntaxat æquales diuido, nisi instrumentum sit tantæ magnitudinis, ut commode vtræque recta BC, CD , in 100. aut 1000. partes secari possit, subdiuisis videlicet singulis decimis partibus in 10. vel 100. particulas. Figura porro ex vtræque umbra constans dici solet à Geo-

In quot partes vtræque umbra in nostro quadrato diuidatur.

Scala altimetra quid

Quare nostra diuisione
vmbrae præ
feratur alio
rum diuisione
ni.

à Geometris Scala altimetra.

2 ANTE PONO autem diuisioni consuetæ in 12. vel 720. vel 1200. partes diuisionem nostram in partes 10. vel 100. vel 1000. æquales, propterea quod, si instrumentum propter paruitatem sectum sit tantummodo in 10. partes, facili admodum negotio cognoscere possumus, quot centesimæ, vel etiam millesimæ partes in qualibet particula cuiuscunque partis decimæ rectorum BC, CD, assignata comprehendantur: non secus ac si vtrique recta in 100. vel 1000. partes secta foret, vt Num. 14. cap. 2. lib. 1. copiose exposuimus. Huc accedit, quod in dimetiendis lineis per Quadratum Geometricum fieri semper debeat multiplicatio, aut diuisione per omnes partes lateris BC, vel CD: Manifestum autem est, faciliorem esse multiplicationem, diuisionemue per 10. aut 100. vel 1000. quam per 12. aut 720. vel 1200. cum illa fiat per solam appositionem, vel detractionem 0. vel 00. vel 000. vt in nostra Arithmetica practica declarauimus.

INVENIO quidē latus quadrati à doctissimo Io. Antonio Magino diuisum quoq. esse, & quidē optimo consilio, in 100. partes æquales; quamuis ab eo regula non tradatur, qua cognoscendum sit, quot partes millesimæ in quauis particula vnius centesimæ comprehendantur, quod tamen omnino necessarium est, vt dimensiones, ac stellarum altitudines exquisitè obseruentur: præsertim si propter instrumenti paruitatem latus in 10. partes duntaxat commode possit diuidi. Id quod per nostram doctrinam, vt diximus, sine magno labore effici potest.

Quadrati
pendulum,
ac stabile.

3 POST hæc è centro A, procedat filum cum perpendiculo, aut certe regula tenuis, cum linea fiduciæ, quæ pendens libere moueatur, vt lib. 1. cap. 2. Num. 6. tradidimus: & in latere AB, duo pinnacidia affigantur, de quibus lib. 1. cap. 2. Num. 5. dictum est, si quadratum in suo vsu debeat esse pendulum. Nam si illud stabile esse velis, affigenda est circa centrū A, dioptra, hoc est, regula cum linea fiduciæ, ac duobus pinnacidijis, eodem artificio constructis, vt libere possit circumduci, & in omni situ firmari, vt loco supra citato in Quadrante stabili faciendum esse præcepimus.

POSTREMO iuxta latus AD, in plano quadrati (Nam si hoc fieret extra, prope crassitiem instrumenti, non posset quadratum in plano Horizontis locari erectum supra latus AD. quod tamen vt fiat, non raro vsus quadrati postulat:) apponatur duæ tabellæ perforatæ cum filo, & perpendiculo, vt eius beneficio dignoscere possis, num instrumentum rectum sit ad Horizontem, nec ne. quod omnino necessarium est.

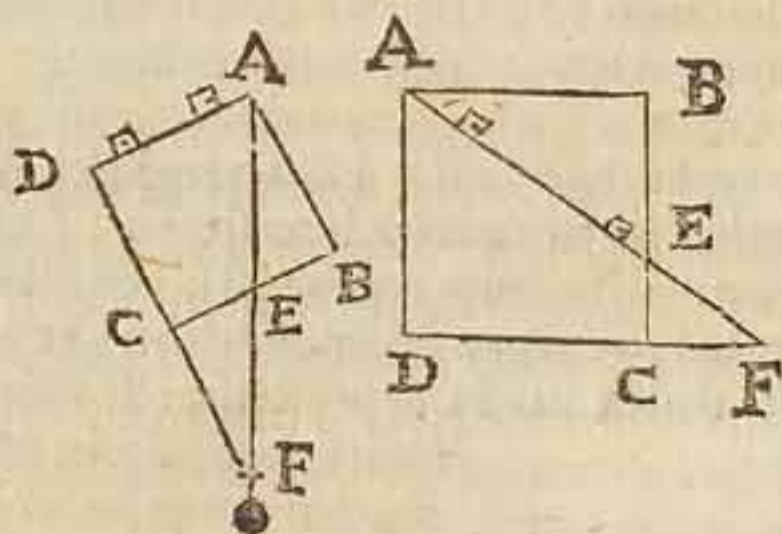
Vmbra recta, & versa,
quo pacto
in vtroque
quadrato
cognoscenda
sit.

4 SED doceamus, quem situm vtrique vmbra in vsu quadrati habeat. Res enim hæc non parui momenti est, vt in dimensionibus nulla confusio inter vmbas oriatur. In quadrato ergo pendulo vmbra versa opponitur semper lateri pinnacidiorum: recta autem cum eodem latere concurrat in puncto à centro A, remotiori, vt in figura latus vmbrae rectæ est BC, versæ autem CD. At in quadrato stabili, si metienda sit altitudo, & centrum A, inferiorem obtineat locum, in eoque oculus ponatur, latus vmbrae rectæ supremam occupabit sedem; latus vero vmbrae versæ vergere debet versus ipsam altitudinem: ita vt tunc basis instrumenti sit AD, quo pacto iterum vmbra recta est BC, & versa CD. Si autem centrum A, superiorem locum possideat, & oculus in extremitate dioptræ existat, (quod etiam fieri potest) latus vmbrae rectæ erit basis CD, & latus vmbrae versæ BC, prope oculum, & ab
alti.

altitudine metienda remotius. Si autem longitudo metienda proponatur, centrumque A, in superiori loco situm sit, & in eo oculus collocetur, erit quoque basis CD, latus vmbrae rectae: latus autem BC, vmbrae versa deputabitur, quod quidem versus longitudinem metiendam vergere debet, & longius ab oculo abesse. At vero si centrum A, ponatur in loco inferiori, ita ut basis sit AD, oculus autem in extremitate dioptræ consistat, (quod etiam fieri potest, praesertim si quadratum in sublimi fuerit positum, ut in monte, vel turri aliqua) latus vmbrae rectae erit BC, basi AD, oppositum, vmbrae vero versa latus erit CD, quod scilicet longius à longitudine metienda recedit. In utroque porro quadrato centrum A, per diametrum opponitur puncto, in quo vmbra recta cum versa concurrat: & in stabili vmbra recta perpetuo vel supremum locum occupat, quando videlicet centrum A, infimam sedem tenet; vel infimum locum, quando scilicet centrum A, in superiori loco existit, ut ex dictis liquet. Hæc non negligenter consideranda sunt, ne in vario instrumenti usu vmbra rectam pro versa accipias, aut contra; quandoquidem pro diverso situ quadrati stabilis tam latus BC, quam CD, modo vmbrae rectae, modo versa munus obire potest, ut diximus.

5 QVAMVIS autem vel sola vmbra recta, vel versa satis sit ad altitudines, longitudes, profunditatesque peruestigandas, ut ex sequentibus fiet manifestum: utraque tamen assumitur à Geometris, eo quod interdum vmbra recta excedit latus BC, nimirum quando filum perpendiculi, aut linea fiduciæ secatur latus CD: Tunc enim necessario latus BC, produci debet, ut secari possit. Item sæpe numero vmbra versa superat latus CD, quando videlicet filum perpendiculi, aut linea fiduciæ interfecat latus BC: Tunc enim necessario latus DC, productum versus C, secabitur, ut perspicuum est. Ne ergo cogamur vel latus BC, vel CD, producere, assumenda est vmbra quidem versa, quando recta latus BC, excedit: recta autem, quando versa suo latere CD, maior est.

6 EST autem perpetuo latus quadrati, quod Gnomonem appellant, medio loco proportionale inter vmbra rectam ac versa. Secet namque in quadrato pendulo filum perpendiculi, vel in stabili linea fiduciæ, latus vmbrae BC, in E, & latus vmbrae DC, productum in F. Erunt igitur triangula ABE, ADF, æquiangula, cum anguli



Gnomon, medio loco proportionalis est inter vmbra rectam, & versa

B, D recti sint, & tam alterni BAE, DFA, quam BEA, DAF, æquales. b Quamobrem erit ut BE, vmbra abscissa ad gnomonem BA, ita gnomon AD, ad vmbra abscissam DF: hoc est, gnomon BA, vel AD, medio loco est proportionalis inter duas vmbra BE, DF, quarum una recta est, & altera versa.

a 29. primi.
b 4. sexti.

7 HINC facilis est reductio vnius vmbrae ad aliam, quod non raro usu venit. Nam si gnomon complectens partes 1000. (in tot namque partes latus quadrati diuisum concipere lubet) in se multiplicetur, & productus numerus quadratus 1000000. lateris AB, per alterutram vmbra diuidatur, indicabit Quotiens partes alterius vmbrae: hoc est, si fiat,

Reductio vmbrae rectae ad versa, & contra,

V:

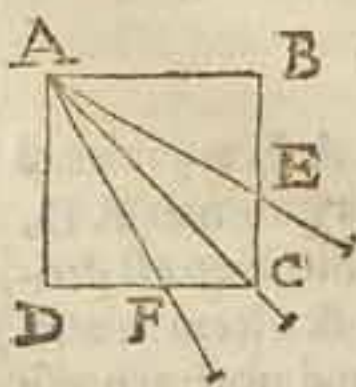
Ut alterutra umbra ad gnomonem ita gnomon ad alteram umbram:

hoc est, si quadratus numerus lateris quadrati, vel gnomonis, videlicet 1000000. per alterutram umbram diuidatur. Verbi gratia si ponatur BE, umbra recta partium 700. diuidaturq. numerus quadratus 1000000. lateris AB, per 700. producetur umbra versa DF, partium $1428\frac{2}{3}$. Sic etiam, si BE, statuatur umbra versa partium 700. reperietur umbra recta DF, partium $1428\frac{2}{3}$. Quod si una umbra sit 400. erit altera 2500. & sic de cæteris. Sed iam ad usum vtriusque quadrati accedamus.

ALTITVDINEM Solis, vel stellæ cuiusvis per quadratum Geometricum obseruare.

PROBLEMA I.

1. PRAEPARETVR basis plana Horizonti æquidistans, vt supra illam Quadratum stabile erectum, sit ad Horizontem perpendiculare. Eleuetur deinde pendulum quadratum, centro A ad Solem, vel stellam verso, ita vt eius planum per centrum Solis, aut stellæ transeat, donec radius Solis per duo foramina pinnacidiorum transire deprehendatur: vel radius visualis per eadem foramina pinnacidiorum stellam videat. Idemque fiat cum quadrato stabili, collocando nimirum eius latus AD, vel CD, supra basem præparatam, ipsumque circumducendo, ita vt eius planum per centrum Solis aut stellæ incedat; ac denique eleuando dioptram, donec radius Solis per foramina pinnacidiorum transeat, vel radius visualis per eadem foramina stellam conspiciat. Quo peracto, consideretur summa diligentia angulus, quem filum perpendiculi, vel linea fiduciæ in dioptra cum proximo latere quadrati constituit, inuestigando magna cum cura, & diligentia per ea, quæ lib. 1. cap. 2. Num. 14. tradidimus, quot partes millesimæ ex umbra siue recta, siue versa abscissæ sint à filo perpendiculi, vel linea fiduciæ. Ille enim angulus, si quidem umbra recta intersecetur, (quæ in quadrato stabili vel supremum locum, vel infimum occupat: In pendulo vero cum latere pinnacidiorum coniungitur, vt supra diximus) dabit, vt Num. 2. demonstrabimus, complementum altitudinis Solis aut stellæ: Si vero umbram versam filum, aut dioptra interfecet, ipsemet angulus altitudinem exhibebit. Quantitatem porro huius anguli ita cognoscemus. Sit quadratum siue pendulum siue stabile (eadem enim est in utroque ratio) ABCD, abscissaque sit umbra recta BE, quæ in partibus millesimis lateris BC, reperietur, vt cap. 2. Num. 14. lib. 1. docuimus, etiam si latus ipsum sit solū in 10. vel 100. partes diuisum: quæ quidem umbra BE, statuatur verbi gratia, esse partium 850. Quia ergo duo latera AB, BE, trianguli rectanguli ABE, nota sunt, cum AB, sit 1000.



a. 8. triang. & BE, 850. a si fiat, rectil.

Velatus quadrati AB, 1000. ad sinum totum 100000. Ita latus, vel umbra BE, 850. ad Tangentem anguli BAE,

(quod quidem factum erit, si ad latus BE, hoc est, ad 850. duæ cifrae apponantur) reperietur Tangens anguli BAE, 85000. quæ in tabula Tangentium non reperitur; sed proxime minor est 84956. cui respondent gradus 40. min. 21. Et quia differentia inter Tangentem inuentam 85000. & 84956. in tabula sumptam, est 44. Differentia autem inter duas Tangentes proximas 84956. & 85006. est 50. cui debetur 1. minutum, siue Sec. 60. propterea quod posteriori Tangenti 85006, respondet vnum minutum amplius, quam Tangenti priori 84956. reperiemus per regulam trium, quot secunda differentia 44. congruant; si dicamus. Si differentia 50. poscit, sec. 60. quot secunda poscit differentia 44? inueniemusque sec. $52\frac{4}{5}$. hoc est, sec. 53. fere. Angulus ergo BAE, continent grad. 40. Min. 21. sec. 53. paulo minus. Complementum igitur, nimirum grad. 49. Min. 38. sec. 7. fere, ostendet altitudinem Solis, vel stellæ. Et si umbra DF, est versa partium quoque 850. erit ipsemet angulus DAF, inuentus grad. 40. Min. 21. sec. 53. altitudo Solis, vel stellæ. Atque hoc modo si diligenter partes vmbrae explorabimus respectu lateris BC, vel CD, 1000. quemadmodum lib. 1. cap. 2. Num. 14. traditum est, inuenietur semper altitudo Solis, aut stellæ in grad. Min. & sec. Sed quia molestum est, ac laboriosum, per differentias Tangentium Secunda inquirere, satis erit Tangentem anguli inuentam in tabula quærere, & si quidem reperta fuerit, accipere gradus, & minuta respondentia; si vero non fuerit inuenta, sumere Tangentem, vel minorem, vel maiorem quæ nimirum minus ab inuenta, differat, &c. Hac ratione sumenda erit in nostro exemplo Tangens 86006. cui respondent grad. 40. Min. 22. complementum autem erit grad. 49. Min. 38. veluti prius. solum defunt sec. 7. quæ nullius sunt momenti. Vt autem studiosos molestia hac supputandi liberem, construxi sequentem tabulam, pro singulis partibus millesimis vtriusque vmbrae: In qua si centenæ in vertice, & reliquæ unitates in latere sumantur, illico in angulo communi reperientur gradus, ac Min. pro angulo quæsito: qui videlicet altitudinem Solis aut stellæ indicabit, si partes millesimæ ad vmbrae versam spectent: si autem partes ad vmbrae rectam pertinent Complementum eius anguli altitudinem Solis stellæque ostendet, vt paulo infra demonstrabimus. Componetur autem tabula hæc, si singulis partibus millesimis vmbrae apponantur ad dextram quinque cifrae, & ex toto illo numero abijciantur tres cifrae: quod idem est, ac si apponantur tantum duæ cifrae, vt Tangentes angulorum habeantur, Ita factum esse vides supra: Nam ad partes vmbrae 850. adiectæ sunt duæ cifrae, vt Tangens fieret 85000. Hac enim ratione fit multiplicatio vmbrae abscissæ per sinum totum 100000. & diuisio per 1000. vt in Arithmetica nostra practica scripsimus. Quod si quatuor cifrae partibus millesimis apponantur, habentur eadem ratione Tangentes, posito sinu toto 1000000.

2. VERVM demonstramus prius, angulum, quem filum perpendiculi, vel linea fiduciæ secans vmbrae rectam cum proximo latere facit, in utroque Quadrato esse complementum altitudinis Solis, seu stellæ; illum vero, quem filum aut fiduciæ linea vmbrae versam secans efficit, exhibere ipsam

N

alti-

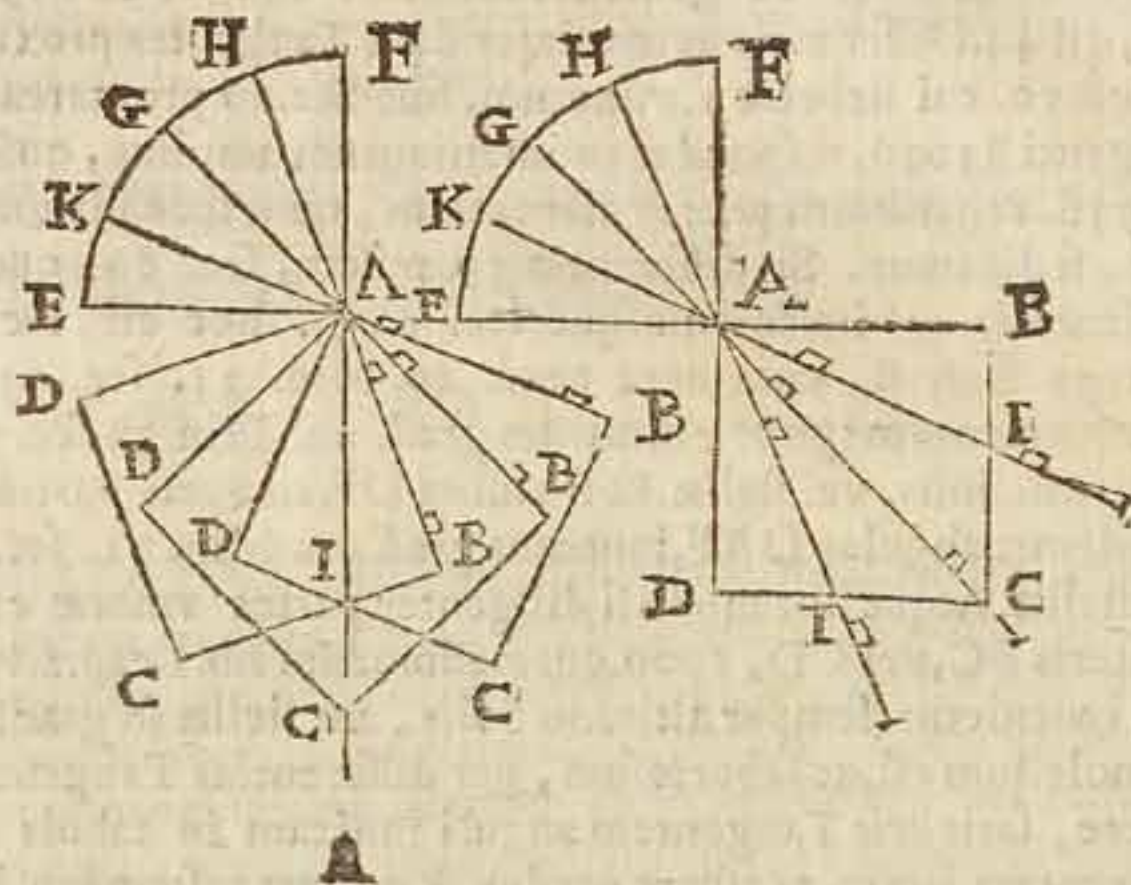
Vsus tabulæ
gnomonicæ
sequentis.

Compositio
tabulæ gno-
monicæ fa-
cillima.

altitudinem. Sit ergo primum quadratum pendulum ABCD, & Quadrans circuli Verticalis per stellā ducti AEF, ita vt AE, Horizonti æquidister: sintq. tres altitudines stellæ, EG, gr. 45. EH, maior, & EK, minor. Quando ergo latus pinnacidiorum AB, cum radio GA, coincidit, erit angulus altitudinis semirectus GAE, *a* qui æqualis est suo complemento FAG, propter æqua-

a 27. tertij.

Filum per-
pendiculi
secans um-
bram rectā
facit angu-
lum cōple-
menti alti-
tudinis; se-
cans vero
umbrē ver-
sam angu-
lum consti-
tuit ipsius
altitudinis.



- b 15. primi.* les arcus EG, FG, *b* hoc est, angulo quem filum cum latere AB, facit. Cum ergo diameter quadrati *c* secet angulos eius rectos bifariam, in semirectos nimirum, transibit filum per angulum C: Ac proinde tam CAB, quam CAD, æqualis tunc erit angulo altitudinis EAG. Quando autem pinnacidiorum latus cum radio HA, coincidit, erit angulus altitudinis EAH, semirecto maior, & angulus complementi FAH, semirecto minor, *d* cui æqualis est angulus IAB: ac propterea filum umbram rectam interfecabit, facietque angulum complementi altitudinis IAB, semirecto minorem. Quando denique latus AB, idem efficitur cū radio KA, erit angulus altitudinis EAK, semirecto minor, & angulus cōplemēti FAK, semirecto maior, *e* cui æqualis est angulus IAB: ac proinde filum umbram versam abrumpet, constituetque angulum altitudinis IAD, semirecto minorem. Idem prorsus cernitur in quadrato stabili ABCD, in quo umbræ rectæ latus est infimum CD, cum centrum A, supremum occupet locum, vt supra in constructione Quadrati Num. 4. dictum est. Vbi rursus perspicitur, quando altitudo EG, est grad. 45. radium GA, cadere in angulum oppositum C, ac proinde tam angulum CAB, quam CAD, æqualem esse angulo altitudinis, nimirum semirectum. Quando autem altitudo EH, maior est, quam grad. 45. angulum IAD, quem linea fiducia AI, umbram rectam auferens DI, cum latere AD, facit, *f* æqualem, esse angulo FAH, qui complementum est anguli altitudinis EAH. Quando denique altitudo EK, minor est, quam grad. 45. angulum IAB, quem linea

fidu-

fiduciæ AI , umbram versam BI , ascindens cum latere AB , constituit,
 æqualem esse angulo ipsi altitudinis EAK ; quæ omnia demonstranda erant.

Sed ecce tibi tabulam, de qua dixi, continentem gradus, ac minuta angulorum, quos filum perpendiculi, vel linea fiduciæ in omnibus partibus mille finis utriusque umbræ cum proximo latere quadrati efficit. In qua vides, angulum sub parte 800. in vertice sumpta, & è regione partis 50. continere gradus 40. Min. 21. fere, ut supra diximus; ac tantus erit angulus altitudinis, si partes 850. spectent ad umbram versam: eius vero complementum grad. 49. Min. 38. fere altitudinem exhibebit, si dictæ partes ex umbra recta abscissæ fuerint. Tabula porro hæc dici potest Gnomonica, quod in quadrato stabili dicti anguli in tabula comprehensi efficiantur à gnomone AD , vel AB , cum linea fiduciæ, ut patet.

15. primi.

Tabula gnomonica cur
sic dicatur.

SEQUITVR TABVLA Gnomonica.

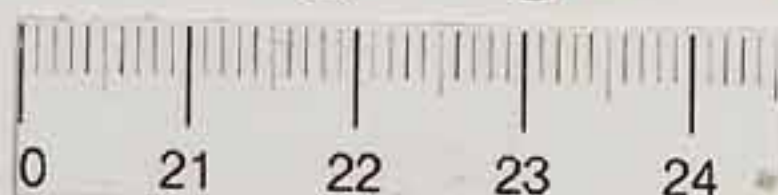
Gnomonica.										01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100										
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39																																																																							

Tabula Gnomonica.

	0		100		200		300		400		500		600		700	
	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
0	0	0	5	43	11	19	16	42	21	48	26	34	30	58	35	0
1	0	3	5	46	11	22	16	45	21	51	26	37	31	0	35	2
2	0	7	5	49	11	25	16	48	21	54	26	39	31	3	35	4
3	0	10	5	53	11	29	16	51	21	57	26	42	31	5	35	6
4	0	14	5	56	11	32	16	55	22	0	26	45	31	8	35	9
5	0	17	6	0	11	35	16	58	22	3	26	48	31	10	35	11
6	0	21	6	3	11	38	17	1	22	6	26	50	31	13	35	13
7	0	24	6	6	11	42	17	4	22	9	26	53	31	15	35	16
8	0	28	6	10	11	45	17	7	22	12	26	56	31	18	35	18
9	0	31	6	13	11	48	17	10	22	15	26	59	31	20	35	20
10	0	34	6	17	11	52	17	13	22	18	27	1	31	23	35	22
11	0	38	6	20	11	55	17	17	22	21	27	4	31	26	35	25
12	0	41	6	23	11	58	17	20	22	24	27	7	31	29	35	27
13	0	45	6	27	12	1	17	23	22	26	27	9	31	31	35	29
14	0	48	6	30	12	5	17	26	22	29	27	12	31	34	35	32
15	0	52	6	34	12	8	17	29	22	32	27	15	31	36	35	34
16	0	55	6	37	12	11	17	32	22	35	27	18	31	38	35	36
17	0	58	6	40	12	15	17	35	22	38	27	20	31	40	35	38
18	1	2	6	44	12	18	17	38	22	41	27	23	31	43	35	41
19	1	5	6	47	12	21	17	42	22	44	27	26	31	45	35	43
20	1	9	6	51	12	24	17	45	22	47	27	28	31	48	35	45
21	1	12	6	54	12	28	17	48	22	50	27	31	31	50	35	48
22	1	16	6	57	12	31	17	51	22	53	27	34	31	53	35	50
23	1	19	7	1	12	34	17	54	22	56	27	37	31	55	35	52
24	1	22	7	4	12	38	17	57	22	59	27	39	31	58	35	54
25	1	26	7	8	12	41	18	0	23	2	27	42	32	0	35	57
26	1	29	7	11	12	44	18	3	23	4	27	45	32	3	35	59
27	1	33	7	14	12	47	18	6	23	7	27	47	32	5	36	1
28	1	36	7	18	12	51	18	10	23	10	27	50	32	8	36	3
29	1	40	7	21	12	54	18	13	23	13	27	53	32	10	36	6
30	1	43	7	24	12	57	18	16	23	16	27	55	32	13	36	8
31	1	47	7	28	13	0	18	19	23	19	27	58	32	15	36	10
32	1	50	7	31	13	4	18	22	23	22	28	1	32	18	36	12
33	1	53	7	35	13	7	18	25	23	25	28	3	32	20	36	14

Tabula Gnomonica.

	0		100		200		300		400		500		600		700	
	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
34	1	57	7	38	13	10	18	28	23	28	28	6	32	22	36	17
35	2	0	7	41	13	13	18	31	23	31	28	9	32	25	36	19
36	2	4	7	45	13	17	18	34	23	33	28	11	32	27	36	21
37	2	7	7	48	13	20	18	37	23	36	28	14	32	30	36	23
38	2	11	7	51	13	23	18	41	23	39	28	17	32	32	36	26
39	2	14	7	55	13	27	18	44	23	42	28	19	32	35	36	28
40	2	17	7	58	13	30	18	47	23	45	28	22	32	37	36	30
41	2	21	8	2	13	33	18	50	23	48	28	25	32	40	36	32
42	2	24	8	5	13	36	18	53	23	51	28	27	32	42	36	35
43	2	28	8	8	13	40	18	56	23	54	28	30	32	44	36	37
44	2	31	8	12	13	43	18	59	23	56	28	33	32	47	36	39
45	2	35	8	15	13	46	19	2	23	59	28	35	32	49	36	41
46	2	38	8	18	13	49	19	5	24	2	28	38	32	52	36	43
47	2	41	8	22	13	52	19	8	24	5	28	41	32	54	36	46
48	2	45	8	25	13	56	19	11	24	8	28	43	32	57	36	48
49	2	48	8	28	13	59	19	14	24	11	28	46	32	59	36	50
50	2	52	8	32	14	2	19	17	24	14	28	49	33	1	36	52
51	2	55	8	35	14	5	19	20	24	17	28	51	33	4	36	54
52	2	59	8	39	14	9	19	24	24	19	28	54	33	6	36	57
53	3	2	8	42	14	12	19	27	24	22	28	57	33	9	36	59
54	3	5	8	45	14	15	19	30	24	25	28	59	33	12	37	1
55	3	9	8	49	14	18	19	33	24	28	29	2	33	13	37	3
56	3	12	8	52	14	22	19	36	24	31	29	4	33	16	37	5
57	3	16	8	55	14	25	19	39	24	34	29	7	33	18	37	8
58	3	19	8	59	14	28	19	42	24	36	29	10	33	21	37	10
59	3	23	9	2	14	31	19	45	24	39	29	12	33	23	37	12
60	3	26	9	5	14	34	19	48	24	42	29	15	33	25	37	14
61	3	29	9	9	14	38	19	51	24	45	29	18	33	28	37	16
62	3	33	9	12	14	41	19	54	24	48	29	20	33	30	37	18
63	3	36	9	15	14	44	19	57	24	51	29	23	33	33	37	21
64	3	40	9	19	14	47	20	0	24	53	29	25	33	35	37	23
65	3	43	9	22	14	51	20	3	24	56	29	28	33	37	37	25
66	3	47	9	26	14	54	20	6	24	59	29	31	33	40	37	27
67	3	50	9	29	14	57	20	9	25	2	29	33	33	42	37	29



Tabula Gnomonica.

	0	100	200	300	400	500	600	700
	G M	G M	G M	G M	G M	G M	G M	G M
68	3 53	9 32	15 0	20 12	25 5	29 36	33 45	37 31
69	3 57	9 36	15 3	20 15	25 8	29 38	33 47	37 34
70	4 0	9 39	15 7	20 18	25 10	29 41	33 49	37 36
71	4 4	9 42	15 10	20 21	25 13	29 44	33 52	37 38
72	4 7	9 46	15 13	20 24	25 16	29 46	33 54	37 40
73	4 11	9 49	15 16	20 27	25 19	29 49	33 56	37 42
74	4 14	9 52	15 19	20 30	25 22	29 51	33 59	37 44
75	4 17	9 56	15 23	20 33	25 24	29 54	34 1	37 47
76	4 21	9 59	15 26	20 36	25 27	29 57	34 4	37 49
77	4 24	10 2	15 29	20 39	25 30	29 59	34 6	37 51
78	4 28	10 6	15 32	20 42	25 33	30 2	34 8	37 53
79	4 31	10 9	15 35	20 45	25 36	30 4	34 11	37 55
80	4 34	10 12	15 39	20 48	25 38	30 7	34 13	37 57
81	4 38	10 16	15 42	20 51	25 41	30 9	34 15	37 59
82	4 41	10 19	15 45	20 54	25 44	30 12	34 18	38 2
83	4 45	10 22	15 48	20 57	25 47	30 15	34 20	38 4
84	4 48	10 26	15 51	21 0	25 50	30 17	34 22	38 6
85	4 52	10 29	15 54	21 3	25 52	30 20	34 25	38 8
86	4 55	10 32	15 58	21 6	25 55	30 22	34 27	38 10
87	4 58	10 36	16 1	21 9	25 58	30 25	34 29	38 12
88	5 2	10 39	16 4	21 12	26 1	30 27	34 32	38 14
89	5 5	10 42	16 7	21 15	26 4	30 30	34 34	38 16
90	5 9	10 45	16 10	21 18	26 6	30 32	34 36	38 19
91	5 12	10 49	16 14	21 21	26 9	30 35	34 39	38 21
92	5 15	10 52	16 17	21 24	26 12	30 38	34 41	38 23
93	5 19	10 55	16 20	21 27	26 15	30 40	34 43	38 25
94	5 22	10 59	16 23	21 30	26 17	30 43	34 46	38 27
95	5 26	11 2	16 26	21 33	26 20	30 45	34 48	38 29
96	5 29	11 5	16 29	21 36	26 23	30 48	34 50	38 31
97	5 32	11 9	16 32	21 39	26 26	30 50	34 53	38 33
98	5 36	11 12	16 36	21 42	26 28	30 53	34 55	38 35
99	5 39	11 15	16 39	21 45	26 31	30 55	34 57	38 37
100	5 43	11 19	16 42	21 48	26 34	30 58	34 0	38 40

Tabula Gnomonica.

	800	900		800	900		800	900
	G M	G M		G M	G M		G M	G M
0	38 40	41 59	34	39 50	43 3	68	40 57	44 4
1	38 42	42 1	35	39 52	43 5	69	40 59	44 6
2	38 44	42 3	36	39 54	43 6	70	41 1	44 8
3	38 46	42 5	37	39 56	43 8	71	41 3	44 9
4	38 48	42 7	38	39 58	43 10	72	41 5	44 11
5	38 50	42 9	39	40 0	43 12	73	41 7	44 13
6	38 52	42 11	40	40 2	43 14	74	41 9	44 15
7	38 54	42 12	41	40 4	43 16	75	41 11	44 16
8	38 56	42 14	42	40 6	43 17	76	41 13	44 18
9	38 58	42 16	43	40 8	43 19	77	41 15	44 20
10	39 0	42 18	44	40 10	43 21	78	41 17	44 22
11	39 3	42 20	45	40 12	43 23	79	41 19	44 24
12	39 5	42 22	46	40 14	43 25	80	41 21	44 25
13	39 7	42 24	47	40 16	43 26	81	41 23	44 27
14	39 9	42 26	48	40 18	43 28	82	41 25	44 29
15	39 11	42 28	49	40 20	43 30	83	41 27	44 31
16	39 13	42 29	50	40 22	43 32	84	41 29	44 32
17	39 15	42 31	51	40 24	43 34	85	41 31	44 34
18	39 17	42 33	52	40 26	43 35	86	41 32	44 36
19	39 19	42 35	53	40 28	43 37	87	41 34	44 37
20	39 21	42 37	54	40 30	43 39	88	41 36	44 39
21	39 23	42 39	55	40 32	43 41	89	41 38	44 41
22	39 25	42 41	56	40 34	43 43	90	41 40	44 43
23	39 27	42 42	57	40 36	43 44	91	41 42	44 44
24	39 29	42 44	58	40 38	43 46	92	41 44	44 46
25	39 31	42 46	59	40 40	43 48	93	41 46	44 48
26	39 33	42 48	60	40 42	43 50	94	41 48	44 50
27	39 35	42 50	61	40 44	43 52	95	41 50	44 51
28	39 37	42 52	62	40 46	43 53	96	41 52	44 53
29	39 40	42 54	63	40 48	43 55	97	41 54	44 55
30	39 42	42 55	64	40 50	43 57	98	41 55	44 57
31	39 44	42 57	65	40 52	43 59	99	41 57	44 58
32	39 46	42 59	66	40 54	44 1	100	41 59	45 0
33	39 48	43 1	67	40 56	44 2			

3 SIMILEM tabulam gnomonicam composuit quoque Georgius Purbacchius in suo quadrato Geometrico, posito latere partium 1200. eamque ad secunda extendit: quod etiam fecit Io. Antonius Maginus, constituto quadrati latere partium 1000. quod quidē serius animaduerti. Incidi. n. casu quodam in eam, cum hanc meam pene absolueram. alioquin hoc supputandi labore superfedissem, tabulamque Magini huc transtulissem. Itaque si quis in altitudinibus astrorum desideret etiam secunda, petere ea debet ex Magini tabula: quæ sane fideliter, & accurate ab eo supputata est, vel certe per calculum eadem elicere, vt supra Num. 1. docuimus in hoc probl. Sed meo iudicio contenti esse possumus hac nostra, quæ ad Minuta solum ultra gradus progreditur. In qua, si eam cum illa Magini conferre quis volet, deprehendet, in nostra Minutis graduum additum esse semper vnum minutum, quando in ea reperiuntur plura secunda, quam 30. Sed vt verum fatear, neque nostra, neque illa Magini omnino necessaria est, cum ipsæmet partes millesimæ lateris quadrati, si apponantur duæ cifrae, sint tangentes altitudinum respectu sinus totius 100000. & eadem, si addantur quatuor cifrae, Tangentes easdem, posito sinu toto 1000000. exhibeant: ac proinde ex tabula Tangentium altitudines excerpere possint cuicumq. parti millesimæ congruentes, si ei prius adiungantur duæ, aut quatuor cifrae, vt supra ad finem Num. 1. ostendimus. Quia tamen molestia non caret, per Tangentes hac ratione formatas ex tabula Tangentium angulos altitudinum eruere, quod raro admodum Tangentes illæ in tabula præcise reperiuntur, ac propterea pro illis accipiendæ sint vel proxime minores, vel maiores, illæ videlicet, quæ paucioribus unitatibus ab inuentis differunt: non abs re fuerit, vel tabulam hanc nostram Gnomonicam, vel illam Magini, si secunda etiam desiderentur, adsciscere.

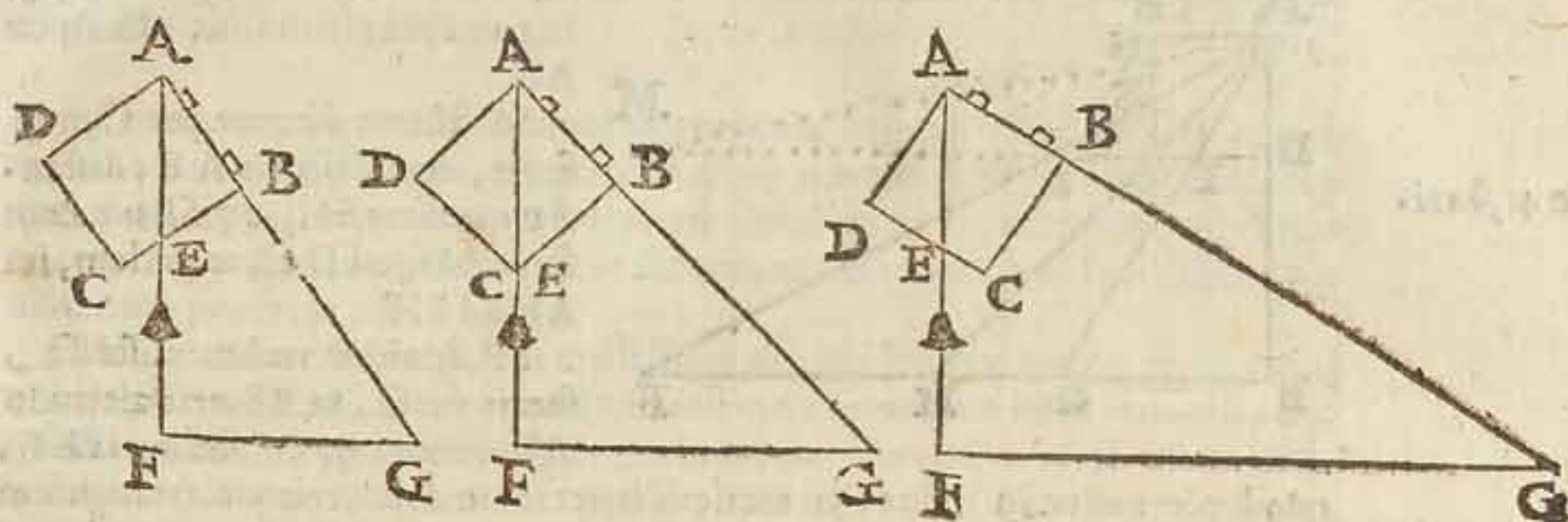
4 QVAMVIS autem tabula Gnomonica per solas partes millesimas integras progrediatur, tamen si quando ex doctrina cap. 2. Num. 14. lib. 1. tradita ultra millesimas integras superfit adhuc aliqua particula, non magnus error in altitudinibus astrorum obseruandis committi potest. Cum enim anguli in tabula crescant ordine per tria duntaxat minuta, vel duo, vel vnum, non fiet error nisi vnius aut alterius minuti, etiam si fractio illa millesimæ partis negligatur. Quod si errorem hunc, licet minimū, vitare cupis, considera fractionem millesimæ, an sit tertia pars, an semissis, an vero duæ tertiæ partes. quod iudicio sensus facile cognosces ex particula illa, quæ ultra partes decimas circino percurfas superest. Nam vbi anguli in tabula per tria Minuta augentur, addendum erit vnum minutum, vel duo, prout particula illa reliqua fuerit $\frac{1}{3}$. vel $\frac{2}{3}$. Idem faciendum erit si dicta particula fuerit maior, quam $\frac{1}{3}$, minor tamen, quam semissis. Tunc enim addendum erit etiam vnum Minutum. Item quando particula illa maior fuerit, quam semissis, addi possunt duo minuta. At quando anguli tabulæ augentur per duo Minuta, addendum erit vnum minutum pro semisse vnius partis millesimæ, &c.

DISTANTIAM inter te, & signum quodcunque in plano Horizontis positum, per Quadratum Geome-

metricum peruestigare.

PROBLEMA II.

I SIT distantia merienda FG. Hoc per quadratum pendulum sic fiet. Erigatur ex F, altitudo quæpiam nota FA, Horizonti ad angulos rectos, siue ea sit statura mensuris ab oculo ad planum, siue maior quædam altitudo. Inspiciatur extremum G, per radium AG, ab oculo A, per foramina pinnacidiorum in cedentem, filo perpendiculi libere pendente, & instrumentum radem-



re, punctumque E, notetur, ubi filum latus quadrati intersecat, quod fiet vel in latere BC, vmbre rectæ, vel in angulo C, vel in latere DC, vmbre versæ. Cadente namque filo in vmbra rectam, vel in punctum C, ut in 1. & 2. figura, fiet triangulum ABE, triangulo AFG, æquiangulum, cum anguli B, F, sint recti, & angulus A, communis. *a* Si igitur fiat,

24. sexti.

Vt latus AB, par- *ad vmbra rectam* *Ita altitudo no* *ad FG, distan-*
tium 1000. *abscissam BE,* *ta AF,* *tiam,*

euadet nota distantia quæsitæ FG, in partibus altitudinis AF. Cadente autem puncto E, in vmbra versam, ut in 3. figura, abscindetur rursus triangulum ADE, triangulo AFG, æquiangulum, cum anguli D, F, recti sint, *b* & alterni AED, FAG, æquales. *c* Ergo si fiat,

b 29. primi.
c 4. sexti.

Vt umbra versa *ad latus DA, partiū* *Ita altitudo* *ad FG, distantiam,*
abscissa DE, *1000.* *nota AF,*

nota quoque efficietur distantia quæsitæ FG, in partibus altitudinis AF. Ex quo illud intelligere poteris, quando punctum E, intersectionis fili cum latere quadrati cadit in vmbra rectam, altitudinem AF, maiorem esse distantia FG: quando in punctum C, æqualem; quando denique in vmbra versam, minorem,

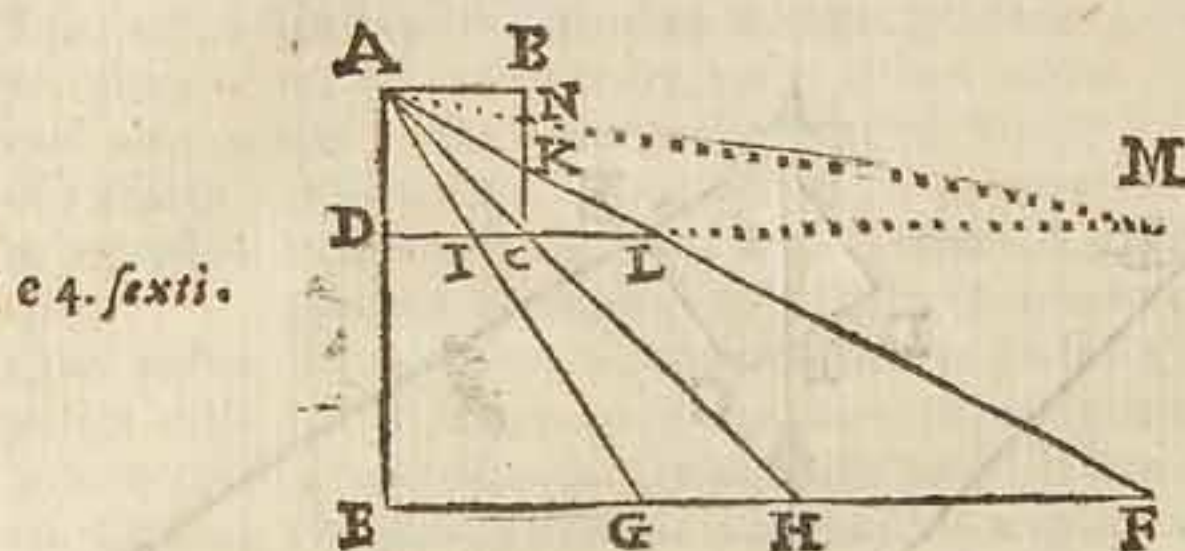
Quando altitudo maior est, quā distantia, & quando æqualis, & quando minor.

O

2 QVA-

2 QVADRATO stabili ita eandem distantiam explorabimus. Erigatur in extremo distantiae B, altitudo quaedam perpendicularis notarum partium, & quadratum ita accommodetur, ut centrum A, superiorem locum occupet, & umbra recta DC, Horizonti æquidistet. Directa igitur dioptra ad signum propositum, notetur diligenter umbra abscissa: quæ si recta fuerit, nimirum DI, erit altitudo AE, maior, quam distantia EG, & triangulumque ADI, triangulo AEG, simile erit. *b* Si igitur fiat,

Ut latus quadrati ad partes umbrae recta DI: Ita altitudo AE, ad EG, distantiam,



reperietur distantia quaesita EG,
in partibus altitudinis assumptæ
AE.

SI autem dioptra per C, tran-
sierit, erit altitudo A E, distan-
tiæ quæsitæ E H, æqualis: c cum
sit vt A D, ad D C, æqualem, ita
A E, ad E H.

SI denique umbra abscissa,
fuerit versa, vt BK, erit altitudo
AE, minor, quam distantia EF.

quod plerunque in distantijs metiendis accidere solet; eritque triangulum
d 29. primi. ABK, triangulo AEF, æquiangulum, cum anguli B, E, recti sint, *d* & alterni
c 4. sexsi. BAK, AFE, æquales. *e* Quare si fiat,

Ut partes umbra ad latus quadrati Ita altitudo no-
versa BK, AB, 1000. ta AE, ad EF, distan-
tiam,

producetur quæ sita distantia EF, in partibus altitudinis erectæ AE.

3 QVANDO distantia non valde magna est, vel extremum eius punctum facile videri potest satis erit, si quadratum supra planum Horizontis constituitur, ita vt vmbra versa latus BC , ad punctum illud recta vergat. Vt si distantia horizontalis DM , metienda sit eique imponatur Quadratum erectum, mouenda est dioptra, donec linea fiduciæ in extremum M , dirigatur. Qua ratione semper vmbra versa BC , abscindetur. Nam si linea fiduciæ per C , transiret, aut vmbra rectam CD , interfecaret, esset distantia vel æqualis lateri CD , vel minor: ac proinde dimensione non indigeret. Quoniam igitur cursus triangulum NBA , triangulo ADM , æquiangulum est, propter rectos angulos B, D , & alternos æquales BAN, AMD ; g Si fiat,

f 29. primi.
3 4. sexti.

Vt partes umbra *ad latus quadrati* *Ita latus quadrati* *ad DM, di-*
versa BN, *AB, 1000.* *AD, 1000.* *stantiam,*

cognita erit distantia DM, in partibus millesimis lateris quadrati A D.

4 SOLENT nonnulli scriptores non inquirere distantiam propositam in partibus altitudinis assumptæ AE, vel in partibus millesimis lateris quadrati AD; sed solum inuestigant, quoties altitudo electa AE, vel latus quadrati

drati AD, in distantia proposita contineatur: quod idem est, ac si altitudo, aut latus vmbrae statuatur 1. Atq. ita diuidunt vel partes vmbrae rectae abscissas per totum latus partium 1000. vel totum latus vmbrae versa per partes vmbrae versa abscissas. Nam Quotiens numerus indicat, quoties altitudo AC, vel latus Quadrati in proposita distantia comprehendatur: cum sit,

Vt totum latus ad partes vmbrae ita altitudo AE, vel ad distantiam AD, partium 1000. recta DI, latus AD, ut 1. EG, vel DI.

Item.

Vt partes vmbrae ad totum latus ita altitudo AE, vel ad distantiam versa BN, AB, 1000. latus AD, ut 1. EF, vel DM,

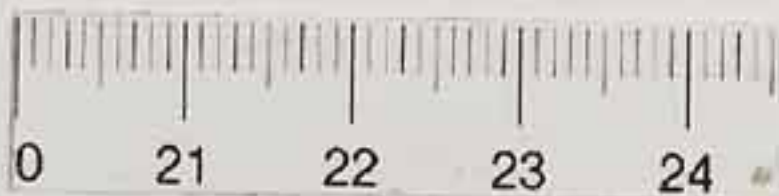
Hinc enim fit, vt cum secundum præceptum regulæ trium tertius numerus in secundum sit ducendus, productusque numerus per primum diuidendus, satis fit, si secundus per primum diuidatur: quandoquidem vnitas in tertio loco posita, si multiplicet secundum numerum, eundem secundum numerum procreat, &c.

HAC ratione, si duæ partes millesimæ abscindantur ex vmbra versa, continebitur altitudo AE, vel latus AD, in distantia secundum hunc numerum 500. quod 1000. diuisa per 2. dent Quotientem 500. At vmbra versa trium millesimarum dabunt Quotientem $333\frac{1}{3}$. qui à priori differt hoc numero, $166\frac{2}{3}$. Ex quo intelligi licet, quando vmbra versa abscissa valde parua est, magnum posse errorem committi in distantia inuestiganda. Cum enim partes millesimæ sint perexiguæ, facile decipi possumus, vt nimirum putemus, abscissas esse tres millesimas, cum fortassis solum duæ abscissæ sint: ac proinde error committi poterit $166\frac{2}{3}$. altitudinum AE, vel laterum AD, qui error contemnendus non est. At quando partes vmbrae versa plures millesimas continent, non tantus error committitur, etiam si vnā millesimam pro altera accipiamus. Nam si verbi gratia putemus, abscissas esse partes $\frac{3}{1000}$. ex vmbra versa, cum vere abscissæ sint $\frac{3}{1000}$, error fieri poterit solum in 1. altitudine AE, vel latere AD, & $\frac{3}{93}$. cum $\frac{3}{1000}$. dent Quotientem $33\frac{1}{3}$. at $\frac{3}{1000}$. Quotientem offerant $32\frac{1}{3}$. Itaque magis probo, vt Quadratum in altiori loco statuatur, quam in plano Horizontis, quia ibi plures partes vmbrae versa abscinduntur, quam hic, vt constat in distantijs æqualibus EF, DM. Vides ergo magnam esse adhibendam diligentiam, vt accurate partes millesimæ reperiantur per ea, quæ lib. 1. cap. 2. Num. 14. scripsimus.

IAM vero, si quadratum constructum sit ad certam aliquam mensuram, hoc est, vt latus contineat vel 1. passū, vel 1. cubitū, vel 2. pedes, aut palmos, aut 3. aut 4. &c, res erit expeditissima, si semel tantū latus particularū 1000. ducatur in mensuras, quibus latus æquiualeat. Ita enim in longitudinibus exquirendis, si quadratum supra planum, in quo est longitudo, statuatur, (vt fit in omnibus hypotenusis, siue distantijs à loco mensuris vsque ad aliquod punctum mensore sublimis, depressiusue, quemadmodum patuit in proxima figura, quando longitudo DM, inquisita est, patebitque in scholio problematis 7. & in scholio problem. 9. Item in problem 15. Num. 5. & in problem. 16. Num. 3. & in problem. 27. Num. 3. nec non in problem. 37. & 38.

O 2

Num.



Vt umbra bF, ad latus ba, 1000. Ita aA, nota ad AE, distantiam,

inuenietur distantia AE, in partibus rectæ Aa. Vel si diuidatur latus ba, 1000. per partes millesimas umbræ BF, procreabitur numerus, secundum quem recta Aa, in distantia eadem AE, continetur: posita nimirum recta Aa, vt 1. vt Num. 4 ostendimus.

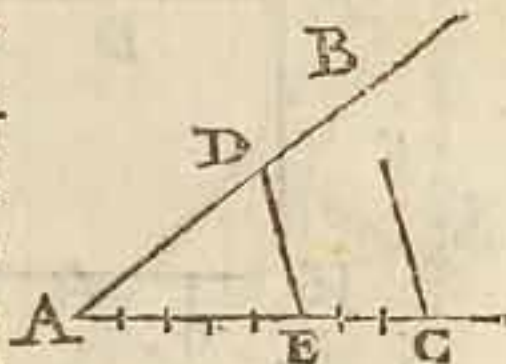
6 QVOD si ad manum non habeamus Quadratum, obtinebimus eandem distantiam beneficio baculi, vel arundinis hoc artificio. Figatur baculus, vel arundo in G, ad rectos angulos plano Horizontis, quod per filum aliquod cum perpendiculo facile fiet. Deinde recede per quotlibet passus vsque ad A, ita vt visus per baculum incedens feratur in signum E. Post hæc ducatur linea Aa, ad AE, perpendicularis, in qua numera quotlibet etiam passus vsque ad a. Ducta tandem GI, ad AE, quoque perpendiculari, & ipsi Aa, æquali, figatur rursus baculus ad angulos rectos in tali puncto rectæ GI, nimirum in H, vt oculus iterum ex a, per baculum incedens feratur in signum E: inquiranturque exquisitissime passus vna cum fragmentis vnus passus in HI, contenti. His enim peractis, quoniam rursus triangula H I a, a AE, æquiangula sunt, ob angulos rectos I, A, & alternos æquales IaH, AEa, a si fiat,

a 4. sexti.

Vt HI, nota ad Ia, notam Ita aA, nota ad AE, distantiam,

efficietur nota distantia AE, in partibus rectarum GA, Aa, a I. Vel si diuidatur aI, nota per IH notam, reperiemus, quoties Aa, in distantia AE, contineatur, si nimirum recta Aa, ponatur vt 1.

7 IAM vero absque numerorum auxilio problema absoluemus, si attente ea considerentur, quæ lib. 2. problem. 1. Num. 7. scripsimus. Nam si fiat angulus quicumque BAC, & pro primo exemplo Num. 1. huius problem. sumatur AD, æqualis lateri quadrati AB, vel si esset nimis magnum, æqualis semissi, vel tertiæ parti, aut quartæ, &c. eiusdem lateris. Deinde DB, æqualis umbræ abscissæ BE, (quæ summa cura per circinum in quadrato accipienda est) vel eius semissi, vel tertiæ parti, aut quartæ &c. vt nimirum AD, DB, sint æque submultiplices lateris AB, & umbræ BE, si eis æquales non sunt. Post hæc ex instrumento partium sumatur AE, tot particularum, quot palmi, aut pedes in altitudine AF, continentur. Si enim iunctæ rectæ DE, parallela agatur BC, continebit distantia FG, tot palmos, aut pedes, quot particule instrumenti partium in intervallo EC, comprehenduntur. Vt si altitudo AF, sit pedum. 5. erit distantia FG, pedum. 3. & sic de cæteris. Atque hoc modo procedendum erit in alijs exemplis omnibus, considerando videlicet attente primas tres magnitudines Regulæ trium, &c. quod semel monuisse satis est.



DISTANTI AM in plano per duas stationes in eodem plano factas per quadratum Geometricum metiri

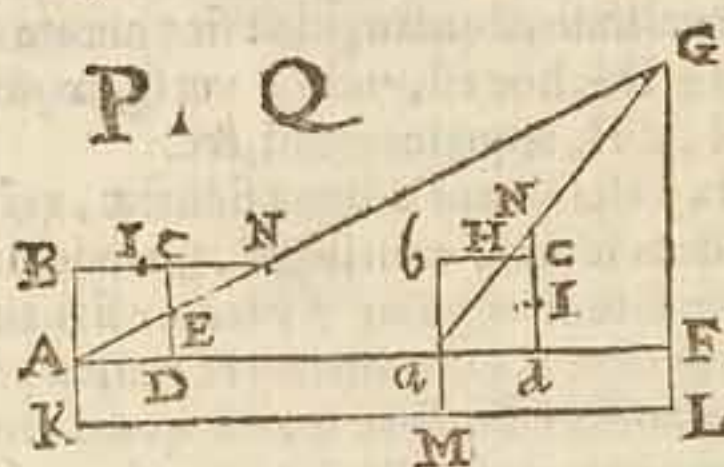
a 19. quinti AF, totam, ita BI, ablata ipsi bH, æqualis, ad ablatam a F. Igitur erit & reliqua IE, ad reliquam Aa, vt tota BE, ad totam AF. Quapropter si fiat,

Vt IE, differentia umbrarum rectarum ad Aa, differentia stationum: Ita BE, umbra recta re ad AF, distantiam, siue stationem, maior

procreabitur AF, distantiam nota in partibus differentia stationum Aa, notæ.

b 29. primi. EADEM omnino in quadrato pendulo est ratio. Nam filum perpendiculi abscindit quoque triangula ABE, abH, triangulis AFG, aFG, æquiangula; quod tam anguli B, F, recti sint, & angulus BAE, angulo AGF, externus interno æqualis, quam anguli b, F, recti, & angulus baH, angulo aGF, æqualis, externus interno. Reliqua demonstrabuntur, vt in stabili quadrato. Sunt enim umbræ rectæ in quadrato pendulo umbris rectis in stabili æquales. Nam cum duo anguli B, E, in triangulo ABE, quadrati penduli, æquales sint duobus angulis B, E, in triangulo ABE, quadrati stabili; quod hæc triangula sint, vt ostensum est, æquiangula, vt pote æquiangula triangulo AGF; erunt & rectæ BE, BE, hoc est, umbræ rectæ æquales. Eademque ratione umbræ rectæ bH, bH, æquales erunt &c.

c 26. primi.



erunt & rectæ BE, BE, hoc est, umbræ rectæ æquales. Eademque ratione umbræ rectæ bH, bH, æquales erunt &c.

5 SI deniq, in remotiore statione feceretur umbra versa CD, in E, & recta bc, in H, in statione propinquiore, reducenda erit alterutra earum ad alteram, vt habeantur similes umbræ, per ea, quæ in quadrati constructione Num. 7. ad initium huius lib. tradidimus, diuidendo nimirum quadratum lateris AB, per umbram, quæ reduci debet, &c. Nam si fiat vt IN, differentia umbrarum siue rectarum, siue versarum, ad Aa, differentiam stationum: Ita BN, maior umbra recta vel dN, umbra versa maior ad aliud, gignetur distantia AF, vt demonstratum est Numero 3. & 1.

6 QVOD si quando in vna statione linea fiduciæ transferit per C, assumi poterit vel latus umbræ rectæ BC, vel versæ CD, prout in altera statione abscissa erit umbra recta, vel versa; vt nimirum umbræ sint similes.

COROLLARIUM I.

Eundem esse modum operandi in vtroque quadrato.

COLLIGITVR ex demonstratis, eundem esse operandi modum in vtroque quadrato: quandoquidem eadem umbræ in quadrato pendulo, quæ in stabili, abscinduntur, vt ostendimus: Itaque præcepta, quæ in vno præscribuntur, in altero quoque obseruanda sunt.

Eundem esse operandi modum per umbras versas, & per rectas.

COROLLARIUM II.

PATET etiam ex dictis, operationem non variari, siue per umbras versas, siue per rectas instituat: quandoquidem semper est, vt differentia umbrarum ad differentiam stationum, ita umbra maior, ad distantiam, quæ inue stiganda proponitur, vt demonstratum est.

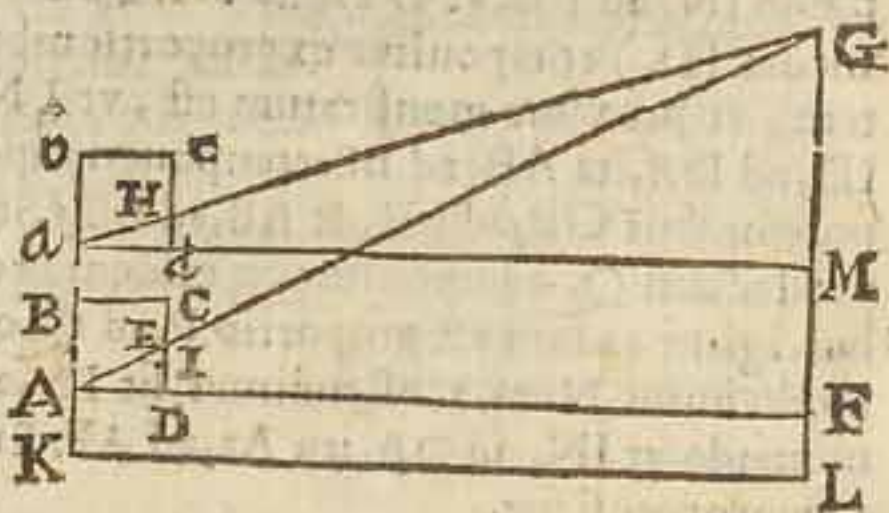
CAETERVM in scholio problematis 7. præscribemus rationem, qua eadem distantiam AF, metiri licebit per vnicam stationem.

DISTAN-

DISTANTIAM eandem per duas stationes in aliqua altitudine erecta factas, ope quadrati perscrutari.

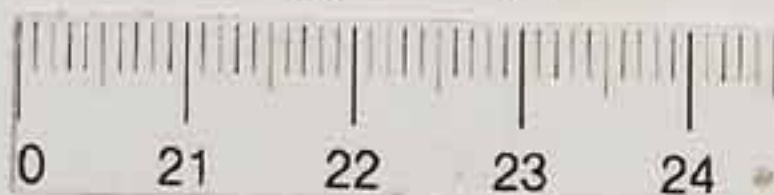
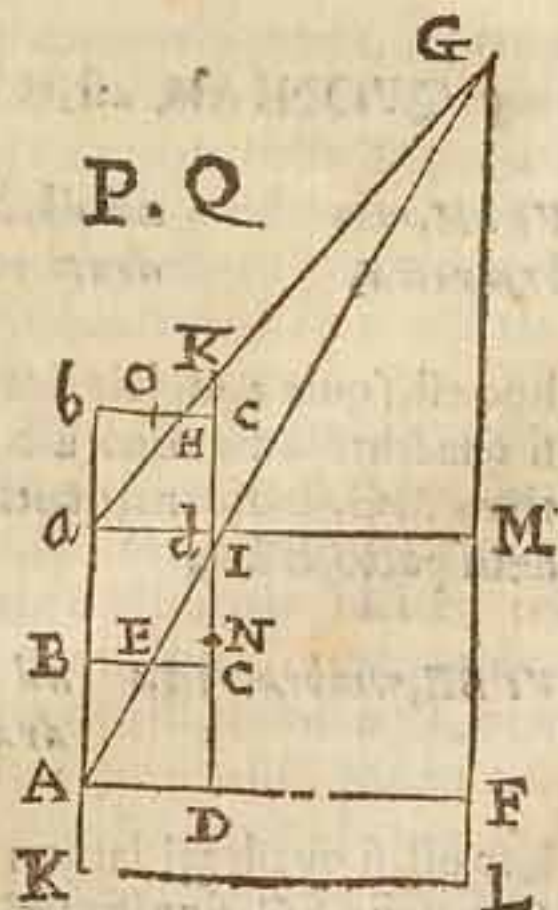
PROBLEMA IIII.

¶ QVANDO in plano commode fieri nequeunt duæ stationes, erigatur hasta aliqua Kb, in qua fiant duæ stationes oculi menforis in A, a. Vel in duabus fenestris alicuius turris, quarum vna superftet alteri ad perpendicularum: abscindaturque primum latus vmbraē versæ in vtraque statione in E, H. Eritque inferioris stationis vmbra versæ DE, maior, quam vmbra versæ dH, stationis superioris, quod angulus A, maior sit angulo a; quippe cum A G F, minor sit, quam a G M; & anguli F, M, recti. Sumatur DI, ipsi dH, æqualis; *a* Et quoniam est, vt AD, ad DE, ita A F, ad F G: erit permutando, vt AD, ad A F, ita DE, ad F G. Eademque ratione erit, vt a d, ad a M, ita d H, ad M G. Cum ergo eadem sit proportio A D, ad A F, quæ a d, ad a M, propter æqualitatem linearum AD, a d, & A F, a M; *b* Erit vt D E, tota ad totā F G, ita d H, hoc est, DI, ablata ad ablatam M G. *c* Igitur erit quoque reliqua I E, ad reliquam F M, hoc est, ad reliquam A a, vt tota DE, ad totam F G, hoc est, vt AD, ad A F; cum ostensum sit esse A D, ad A F, vt D E, ad F G. Quocirca si fiat,



Ut IE, differentia umbrarum versarum manifesta colligetur distantia AF, in partibus differentiae stationum Aa.

2 SI in vtraque statione latus vmbrae rectae interfecetur in E, H, reducenda est vtraque vmbra recta BE, bH, ad uersam, per ea, quae tradita sunt ad initium huius lib. in constructio-
ne quadrati Num. 7. diuidendo videlicet qua-
dratum numerum lateris quadrati per utramq.
vmbrae rectam abscissam sigillatim. Nam si
producantur latera DC, d c, vmbrae versae vsq.
ad radios AG, aG, ad puncta I, K, erit iterum, vt
demonstrauimus Num. 1. vt IN, differentia vmbra-
rum versarum ad Aa, differentiam stationum,
ita AD, latus quadrati ad AF, distantiam. Er-
go vt Num. 1. ostensum est, inuenietur distantia
AF, in partibus differentiae stationum Aa.



A L I T E R

a 4. sexti.
b 17. sexti.
c 16. sexti.
d 19. quinti.
e 4. sexti.
f 23. sexti.

S I N E reductione umbrarum rectarum ad versas hoc alio modo eandem distantiam AF, eliciemus. Ex OH, differentia umbrarum rectarum in latus a b, fiat P: & ex bH, umbra recta maiore in minorem BE, fiat Q. *a* Et quia est, ut ID, ad DA, ita AB, ad BE; *b* erit rectangulum sub ID, BE, æquale quadrato ex AD, vel AB. Eodemque modo rectangulum sub K d, b H, quadrato ex a d, vel a b, hoc est, eidem quadrato ex A D, vel A B, æquale erit: ac proinde rectangula sub ID, BE, & sub K d, b H, æqualia inter se erunt. *c* Igitur erit, ut ID, ad K d, ita b H, ad BE: & permutando ut I D, ad b H, ita K d, ad BE, hoc est, ut I D, tota ad totam b H, ita K d, hoc est, ita D N, ablata ad BE, hoc est, ad b O, ablatam: *d* Ideoque erit & reliqua IN, ad reliquam OH, ut tota ID, ad totam b H; & permutando IN, ad I D, ut O H, ad b H. Quia vero proportio IN, ad D A, (posita media ID,) componitur ex proportionibus IN, ad I D, & I D, ad D A: Est autem, ut proxime monstratum est, ut I N, ad I D, ita O H, ad b H; *e* & ut I D, ad D A, ita A B, ad B E: componetur quoque proportio IN, ad D A, ex proportionibus O H, ad b H, & A B, ad B E. *f* Sed proportio etiam producti P, ad productum Q, componitur ex eisdem proportionibus, nimirum ex lateribus. Igitur eadem est proportio P, ad Q, quæ IN, ad D A. Cum ergo, ut in 1. modo huius Num. 2. ostendimus, sit IN, ad A a, ut AD, ad A F, hoc est, permutando ut IN, ad D A, ita A a, ad A F: Erit quoque P, ad Q, ut A a, ad A F. Quapropter si fiat,

Ut P, numerus, qui sit ex OH, differentia umbrarum rectarum in a b, latus quadrati, ad Q, numerum, qui sit ex umbra recta b H, maiore in minorem BE, Ita A a, differentia stationum Aa, ad A F, distantiam, produceretur eadem distantia quaesita AF, in partibus differentiae stationum Aa.

A L I T E R

a 4. sexti.

Q V O N I A M est, ut b H, ad a b, ita a M, ad M G: si fiat,

Ut b H, umbra recta,	ad a b, latus quadrati 1000.	Ita a M, quatenus 1.	ad M G,
----------------------	------------------------------	----------------------	---------

hoc est, (quia 1. multiplicans latus quadrati 1000. producit idem latus 1000.) si quadrati latus 1000. a b, diuidatur per umbram rectam b H, exhibit Quotiens M G, indicans, quoties a M, quatenus 1. in M G, comprehendatur. Eodem pacto, si fiat,

Ut BE, umbra recta	ad A B, latus quadrati 1000.	Ita A F, quatenus 1.	ad F G,
--------------------	------------------------------	----------------------	---------

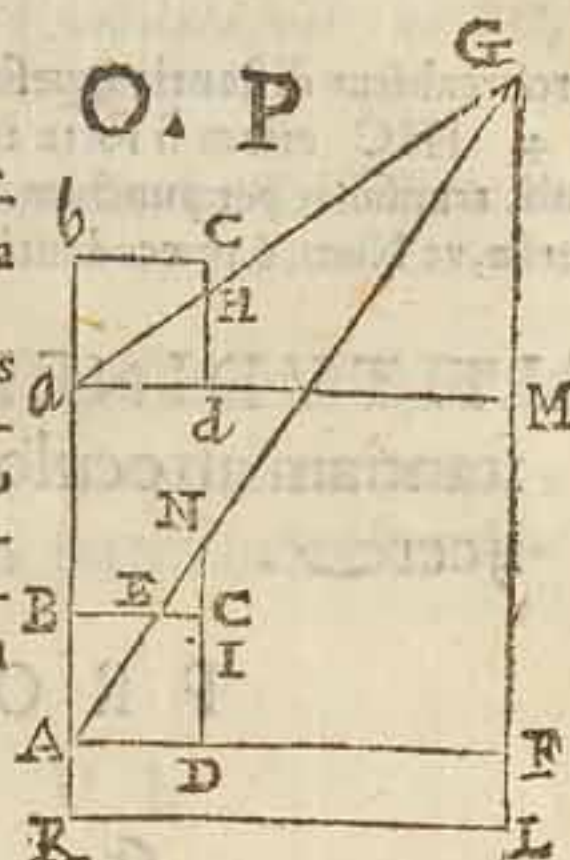
hoc est, si quadrati latus 1000. A B, diuidatur per umbram rectam B E, fiet Quotiens F G, significans, quoties A F, quatenus 1. contineatur in F G. Si igitur

tur ex posteriore hoc Quotiente FG, prior ille Quotiens MG, detrahatur, reliqua fiet FM, vel Aa, differentia stationum cognita in partibus, quarum AF, est 1. Quocirca si fiat,

Ut Aa , *differentia Quotientū,* *ad* Aa , *differentiam* *Ita* AF , *ad* AF ,
qui sunt, si latus quadrati *stationum notam in* *ut* I . *distan-*
per utramque umbram rectā *mensura aliqua:* *siam,*
dividatur,

hoc est, si differentia stationum diuidatur per differentiam Quotientum, efficietur nota distantia AF , in partibus differentia stationum Az , &c.

3 SI denique in statione inferiori latus
vmbrae rectae secetur in E, & in superiori statione
latus vmbrae versae in H, reducenda quoque
erit umbra recta ad versam, ut diximus, & produ-
cendum latus DC, vmbrae versae usque ad pun-
ctum N, sumendaque DI, ipsi d H, æqualis. Nam
ut Num. 1. ostendimus, si fiat,



Vt NI, differentia vni
brarum versarum ad Aa, differentiam
stationum: Ita AD, latus
quadrati ad AF, di
stanciam.

cognita rursus erit distantia AF, in partibus differentiae stationum A 2.

A L I T E R.

SINE reductione umbræ rectæ ad versam ita quoque agemus. Numerus qui fit ex recta umbra BE, in umbram versam d H, auferatur ex 1000000. quadrato lateris 1000. residuumque sit, O. Item ex umbra recta BE, in latus quadrati 1000. fiat P. Et quoniam, ut initio huius lib. in constructione quadrati Nu. 6. ostendimus, latus quadrati medio loco proportionale est inter umbras BE, DN: *a* Erit rectangulum sub BE, DN, quadrato lateris æquale. *b* Cum ergo rectangulum sub BE, DN, æquale sit rectangulis sub DE, DI, & sub BE, NI: si rectangulum sub BE, DI, auferatur ex rectangulo sub BE, DN, id est, ex 1000000. quadrato lateris AD, reliquum fiet rectangulum sub BE, NI; ac proinde cum DI, ipsi d H, si æqualis, fiet rectangulum sub BE, DI, ex umbra BE, in umbram d H; atque idcirco reliquum rectangulum sub BE, NI, (quod videlicet relinquitur, si rectangulum sub BE, DI, ex quadrato lateris detrahatur, ut dictum est,) numero O, æquale erit. Est autem ex constructione rectangulum quoque sub BE, umbra recta, & latere AD, numero P, æquale. Igitur cum numerus BE, multiplicans NI, AD, producat O, P, erit O, ab P, ut NI, ad AD. Sed ut Num. 1. huius problematis demonstrauius, ut NI, differentia umbrarum versarum ad Aa, disse-

P 2

геп-

FG, ad AF: si fiat,

Vt DE, umbra versa ad AD, latus quadrati 1000. Ita FG, quatenus 1. ad AF.
sa abscissa drati 1000.

hoc est, (cum 1. multiplicans latus quadrati 1000. producat idem latus 1000.)
 si quadrati latus 1000. diuidatur per umbram versam DE, prodibit Quotiens
 AF, indicans, quoties FG, in AF, contineatur. Eodem pacto si fiat,

Vt umbra versa dH, ad a d, latus quadrati 1000. Ita FG, quatenus 1. ad aF,
ri 1000.

hoc est, si quadrati latus 1000. diuidatur per umbram versam dH, gignetur
 Quotiens aF, monstrans, quoties FG, in aF, contineatur. Si igitur posterior
 hic Quotiens aF, ex priori Quotiente aF, detrahatur, relinquetur differen-
 tia Aa, cognita in partibus, quarum FG, est 1. Si ergo fiat,

Vt Aa, differentia Quotientum, diuiso ad Aa, dif- Ita FG, ut 1. ad FG,
latere Quadrati per utramque um- ferentiam
bram versam, stationum.

producetur altitudo FG, in partibus differentiae stationum Aa, nota, & adie-
 cta mensuris statura FL, tota altitudo GL, nota fiet.

A L I T E R

EX differentia HI, umbrarum versarum in latus quadrati gignatur nu-
 merus N: & ex umbra versa DE, in versam dH, fiat O. Productis autem late-
 ribus BC, bc, usque ad R, P, in radijs, abscindatur BQ, ipsi bP, æqualis. Et
 quia, ut problemate 3. Nu. 3. demonstratum est, ita est QR, differentia um-
 brarum rectarum ad Aa, differentiam stationum, ut umbra recta maior BR,
 ad AF, distantiam: a Vt autem BR, ad BA, ita est AF, ad FG: & permutando,
 ut BR, ad AF, ita BA, ad FG; erit quoque QR, ad Aa, ut BA, ad FG, &
 permutando QR, ad BA, ad Aa, ad FG. Dico iā, ut est QR, ad AB, ita esse nu-
 merū N, ad numerū O. bCū. n. sit, ut DE, ad DA, ita AB, ad BR; c erit rectan-
 gulū sub DE, BR, rectangulo sub DA, AB, hoc est, quadrato lateris æquale.
 Eademque ratione erit rectangulum sub dH, bP, eidem quadrato lateris æ-
 quale; ideoque rectangulum sub DE, BR, rectangulo sub dH, bP, æquale erit.
 d Igitur erit, ut DE, ad dH, ita bP, ad BR: & conuertendo, ut dH, ad DE,
 ita BR, ad bP, vel ad BQ: & permutando ut tota dH, ad totā BR, ita DE, vel
 dI, ablata ad bP, vel ad BQ, ablatam. e Igitur & reliqua HI, ad reliquam
 QR, erit, ut tota dH, ad totam BR, vel ut ablata dI, ad ablatam BQ; & per-
 mutando, ut HI, ad dI, ita QR, ad BQ, vel ad bP. f Proportio autem nu-
 meri N, ad numerum O, componitur ex proportionibus HI, ad dI, vel ad
 DE, & lateris a d, ad dH: propterea q N, factus est ex HI, differentia umbrarū
 versarū in latus quadrati a d; At vero O, ex umbra versa DE, in versam dH,
 ex constructione. Cum ergo sit, ut paulo ante ostendimus, quemadmodum HI,
 ad dI, ita QR, ad bP, g Item ut latus a d, ad dH, ita bP, ad b a, componetur
 quoq. proportio N, ad O, ex proportionibus QR, ad bP, & bP, ad b a. Sed ex
 his eisdem componitur proportio QR, ad b a. Igitur eadē est proportio N, ad
 O, quæ

O, quæ QR, ad b a, vel BA. quod ostendere volebamus. Est autem ut QR, ad BA, ita Aa, differentia stationum ad altitudinem FG, ut supra ostendimus prope initium huius demonstrationis. Igitur si fiat,

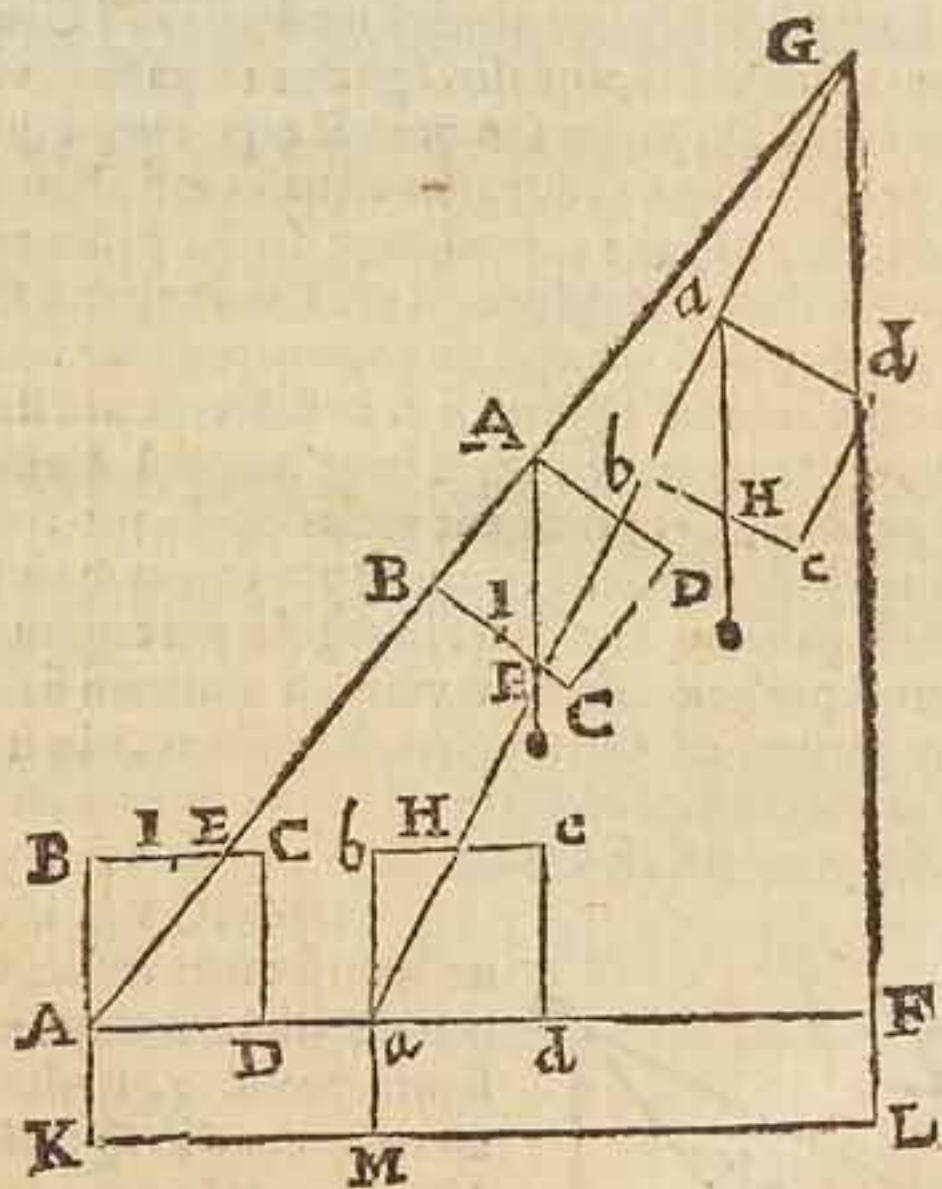
Ut N, numerus, qui sit ex HI, ad numerum O, sit ita Aa, differentia stationum ad altitudinem FG, ut supra ostendimus prope initium huius demonstrationis. Igitur si fiat,

deprehensa erit altitudo FG, in partibus differentiarum stationum Aa. &c.

A L I T E R.

REDVCATVR vtraque umbra versa ad rectam, ut ad initium huius lib. in quadrati constructione Num. 7. docuimus. Nam per has umbras rectas altitudinem FG, nauciscemur, uti Num. 2. insequenti tradetur.

2 SECETVR deinde vtraque umbra recta in E, H, ut in 2. figura problematis 3. quæ hic repetatur. Et quoniam ob similem triangulorum ABE, AFG, a est, ut BE, ad AB, ita AF, ad FG; erit permutando, ut BE, ad AF, ita AB, ad FG. Eademque ratione erit ut bH, ad aF, ita ab, ad FG; ac proinde erit, ut tota BE, ad totam AF, ita ablata bH, vel BI, ad ablatam aF, cum vtraque proportio sit, quæ AB, vel ab, ad FG. a 4. sexti.



Igitur erit quoque reliqua IE, ad reliquam Aa, ut tota BE, ad totam AF, hoc est, ut AB, ad FG, cum duæ hæ proportionēs eadem inter se sint, ut paulo ante demonstraui. Quocirca si fiat,

Ut

Vt IE, differentia Ad Aa, differentiam sta Ita AB, quadrati ad FG,
umbrarū rectarū tionum: latus 1000.

profiliet nota altitudo FG, & adiuncta mensuris statura FL, tota altitudo GL, quæ sita nota efficietur.

A L I T E R

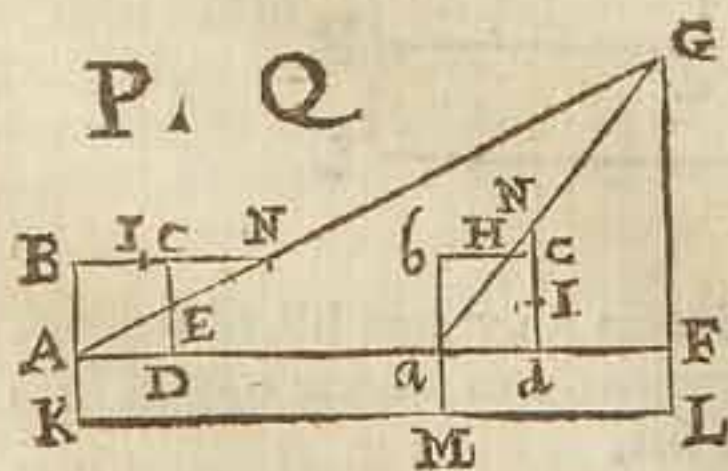
DIVIDE quadrati latus 1000. per utramque umbram rectam, & minorem Quotientem duc in differentiam stationum, numerumque productum pariter per differentiam Quotientum. Si namque hic ultimus Quotiens ducatur in Quotientem maiorem ex prioribus duobus Quotientibus, producet altitudo quæ sita in partibus differentia stationum. Quod ita perspicuum fiet.

4. sexti.

SIT umbra recta minor bH, 50. verbi gratia, & maior BE, 125. at differentia stationum Aa, sit 16. passuum. a Et quia est, vt bH, ad a b, ita aF, quatenus 1. ad FG; si a b, 1000. diuidatur per b H, 50. indicabit Quotiens 20. rectam aF, in FG, contineri vices.

b 4. sexti.

SIC etiam, b quia est, vt BE, ad AB, ita A F, quatenus 1, ad FG; si AB, 1000. diuidatur per BE, 125. monstrabit Quotiens 8. rectam AF, in FG, contineri octies. Quia itaque Aa, 16. passuum vna cū aF, continetur in FG, octies, fit vt Aa, 16. passuum octies sumpta, vna cum aF, octies quoque sumpta, faciat 128. passus, & aF, octies sumptam; nimirū numerū ipsi FG, æqualem. Est autē AF, vices sumpta eidem FG, æqualis. Igitur 128. passus, vna cum aF, octies sumpta æquivalent ipsi aF, vices sumptæ. Si ergo utrobique auferatur a F, octies sumpta, reliqui erunt 128. passus æquales ipsi aF, duodecies sumptæ. Quare si 128. diuidantur per 12, prodibunt $10\frac{2}{3}$. passus pro recta, aF, cum hic Quotiens in 12. ductus producat 128. Cum igitur a F, contineatur vices in FG: si aF, $10\frac{2}{3}$. passuum ducatur in 20, procreabitur altitudo FG, $213\frac{1}{3}$ passuum. Vides ergo minorem Quotientē 8. in differentiam stationum passuum 16. ductam esse, vt gignerentur 128. & hunc numerū diuisum esse per 12. differentiam Quotientum, vt prodirent passus $10\frac{2}{3}$. pro recta aF: ac tandem hunc Quotientē $10\frac{2}{3}$. ductum esse in 20. Quotientem maiorem, vt produceretur altitudo FG, passuum $213\frac{1}{3}$. vt in regula præcepimus. Quā altitudinem etiam reperiēs per præcedentem viam, si nimirum fiat, vt 75. differentia umbrarum rectarum, ad differentiam stationum, nimirum ad 16. passus. ita quadrati latus 1000. ad aliud. Nam 16. ducta in 1000, & productus numerus 16000. diuisus per 75. facit Quotientem $213\frac{1}{3}$. veluti prius.



3 DENIQUE in remotiore statione intersecetur umbra versa in E, & in propinquiore umbra recta in H, vt in 3. figura probl. 3. Reducta umbra versa ad rectam, vt in Quadrati constructione Num. 7. principio huius lib. scripsimus: si fiat, vt I N, differentia umbrarum rectarum ad Aa, differentiam stationum, ita AB, latus Quadrati 1000. ad aliud, procreabitur altitudo FG, quemadmo-

admodum Num. 2. ostendimus.

4 SI forte in vna statione transiret linea fiduciæ, aut filum perpendicu-
li per punctum C, assumendum esset in primo casu latus CD, umbræ versæ:
In duobus autem alijs casibus latus BC, umbræ rectæ.

A L I T E R

Sine reductione umbræ versæ ad rectam ita agendum erit. Numerus, qui
fit ex umbra versa DE, in umbram rectam bH, auferatur ex 1000000. quadra-
to lateris 1000. residuumque sit P. Item ex umbra versa DE, in latus 1000.
fiat Q. Et quoniam ob triangulorum similitudinem est, vt BN, ad BA, ita AF, *a 4. sexti.*
ad FG: Et permutando, vt BN, ad AF, ita BA, ad FG. Sed vt BN, umbra re-
cta maior ad AF, distantiam, ita est IN, differentia umbrarum rectarum ad
Aa, differentiam stationum, vt Num. 5. in probl. 3. dictum est. Igitur erit
quoque IN, ad Aa, sicuti AB, ad FG: Et permutando IN, ad AB, vt Aa, ad
FG. Dico iam ita esse P, ad Q, vt IN, ad AB. *b 4. exti.*
Quoniam enim est, vt DE, *c 17. sexti.*
ad AD, ita AB, vel AD, ad BN: *d 1. secundi*
erit rectangulum sub DE, BN, æquale qua-
drato numero 1000000. lateris AB, 1000. Est autem rectangulum sub DE,
BN, æquale rectangulis sub DE, BI, & sub DE, IN. Igitur si productum ex
umbra versa DE, in BI, hoc est, in umbram rectam bH, dematur ex rectangu-
lo sub DE, BN, hoc est, ex quadrato 1000000. remanebit rectangulum sub
DE, IN. Ac propterea P, fiet ex DE, in IN. Fit autem Q, ex eadem umbra
versa DE, in latus AB, 1000. Igitur cum DE, multiplicans IN, & AB; pro-
ducatur P, Q, erit P, ad Q, sicut IN, ad AB; hoc est, sicut Aa, ad FG. Quocirca *e 17. septimi*
fi fiat.

Vt P, numerus, qui relinquitur, si *ad Q, numerum,* Ita Aa, dif *ad FG,*
productus ex umbra versa DE, in *qui fit ex um-* ferentia sta *altitudi-*
umbram rectam bH, ex quadra- *bra versa DE,* tionum *nem,*
to 1000000. detrahatur, *in latus AB,*
1000.

produceretur altitudo FG, nota in partibus differentię stationum Aa: cui si
adijcietur statura mensuris FL, tota altitudo GL, nota efficietur.

IN scholio porro sequentis problematis idem hoc problema per vnicam
stationem absoluemus.

ALTITVDINEM eandem, quando distantia ab ocu-
lo mensuris neque data est, neque inuenta, neque
è directo altitudinis duæ stationes fieri possunt, per
duas stationes in aliqua hasta erecta factas, indagare
per Quadratum.

P R O B L E M A V I I.

1 CVM in plano duæ stationes fieri commode nequeunt, erigatur hasta
Q aliqua.

dam in vmbri rectis, & in versis.

3. POSTREM O in statione inferiori refecetur umbra recta BE, & versa d H, in superiori statione, ut in 3. figura problematis 4. quæ posita est in pagina 115. Reducta ergo umbra recta ad uersam, ut ad initium huius libri in constructione Quadrati Num. 7. declarauimus: si fiat, ut I N, differentia umbrarum versarum ad A a, differentiam stationum, ita D N, umbra versa maior ad aliud, procreabitur F G, altitudo in partibus differentiarum stationum Aa, quemadmodum Num. 1. demonstrauimus. Quod si malueris reducere umbram uersam ad rectam, eandem altitudinem reperies per duas umbras rectas, ceu Num. 2. monstrauimus.

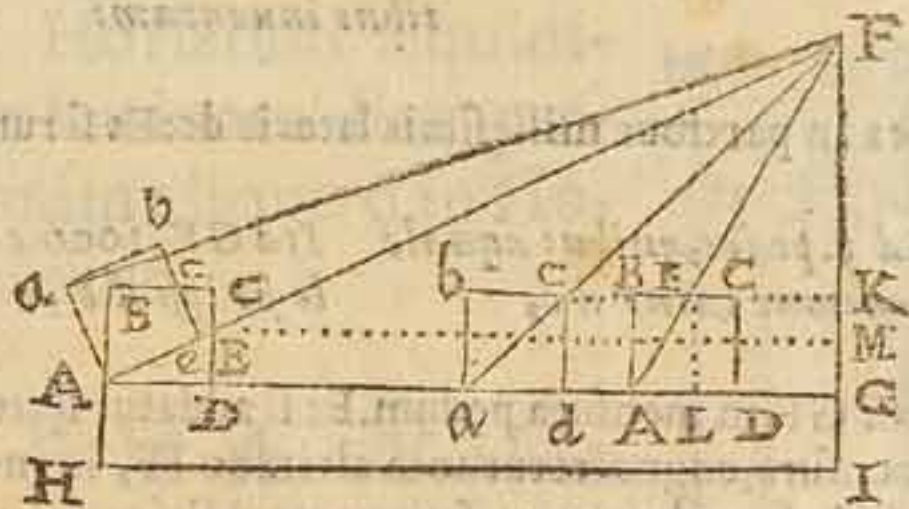
4 QVANDO fortasse in altera stationum linea fiduciæ transiret per punctum C, in arbitrio tuo erit, vel totum latus umbræ versæ, vel rectæ assumere.

S C H O L I V M

1 EAND E M altitudinem, eiusque distantiam ab oculo mensoris, una cum hypotenusa ab oculo ad fastigium altitudinis extensæ, venari licebit ope quadrati stabilis per unicam stationem, etiamsi solum fastigium rei erectæ cernatur: adeo ut scholium hoc omnia præstet, quæ in problemate 3. 4. 5. 6. & 7. per plures stationes inuestigauimus, ac proinde diligenter perdiscendum.

SIT enim altitudo metienda IF, statura mensuris IG, vel HA. Pareatur planū Horizonti æquidistans per A, transiens, in quo Quadratum firmari possit, aut collocari. Primum ergo inuestiganda est hypotenusa AF, hoc modo. Inclinetur quadratū, ita ut centrum dioptræ occupet superiorem locum lateris aA, cuius inferius punctum statuatur in A, oculo mensuris. Et totū quadratum tandiu eleuetur, aut deprimatur, donec latus Ae, recta in cacumen F, vergat. Manente sic Quadrato, mensor oculum transferat ad a, & per dioptram inspiciat cacumen F, noventurque partes umbræ versæ abscissæ b c. a Deinde fiat,

Quo pacto
præceden-
tia s. proble-
mata, ope
quadrati sta-
bilis pervni-
cam statio-
nem absol-
vantur,

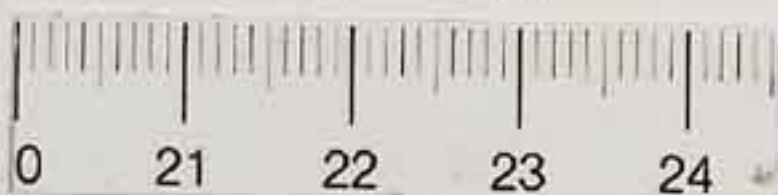


Et cb , umbra ad latus ab , Ita latus aA , notum in data mensura ad AF ,
versa. 1000.
fura, quod nunc ponamus continere 3. pedes,

Nam inuentus numerus dabit hypotenusam AF, cognitā in partibus lateris
aa. Verbi gratia. si c b, contineat 50. partes vmbraē versae, & a A, tribus pe-
Q 2 dibus

Q 2

dibus



dibus sit æqualis: si fiat vt 50. ad 1000. ita 3. ad aliud, reperietur AF, com-
plecti 60. pedes. Si vero aA, ponatur 1000. comperietur eadem AF, particu-
larum 200000. qualium 1000. in aA, comprehenduntur.

a 6. triang.
rectil.

b 5. triang.
rectil.

c 47. primi.
d 2. sexti. &
componēdo.

2 POST hæc deprimatur Quadratum, ita vt latus AD, Horizonti æ-
quidistat, centrumque dioptræ sit in A. quo posito, videbitur cacumen F, per
inuentam hypotenusam AF, quæ primum secet vmbra verſam CD, in E,
vt in primo quadrato, inquiraturque portio dioptræ AE, in partibus laterum
AD, DE, a quod fiet vel ex vtroque latere AD, DE, cognito: b Vel ex cogni-
to per problema 1. ex vmbra DE, angulo DAE, ex latere DE, noto: c Vel deni-
que si ex summa quadratorum ex AD, DE, descriptorum radix quadrata,
extrahatur. Inuenta portione AE, in partibus millesimis lateris AD, ductaque
EM, ipsi AG, parallela, d si fiat,

Vt AE, inuenta in partibus ad AF, in iſdem Itā GM, in iſdē par ad GF,
millesimis lateris AD, partibus inuenta tibus cognita, cū æ-
qualis sit ipsi DE,

nota efficietur GF, in partibus millesimis lateris AD. Quod si rursus fiat,

Vt latus AD, ad 3. pedes, quos Itā GF, in millesimis parti- ad GF,
1000. ponimus in AD, cō bus lateris AD, inuenta,
tineri:

reperietur eadem GF, in mensura pedum. Et si adijciatur, statura menſoris
GI, nota in eadem mensura, cognita fiet tota altitudo IF, in mensura pedū.

Vbi vides, nos eadem opera inueniſſe quoque distantiam AF, ab oculo A,
ad cacumen vsque F.

e 2. sexti. &
componēdo.

3 SECET deinde hypotenusā AF, inuenta (inuenietur autem vt Num.
7. dictum est) vtrumque latus vmbrae in C, vt in 2. quadrato. e Si igitur fiat,
Vt portio dioptræ ac, inuenta in par ad AF, hypotenu Itā GK, ad GF,
tibus a d, lateris, 1000. vt Num. 2. sam in iſdē par 1000.
diximus. tibus inuentam:

prodibit GF, nota in partibus millesimis lateris dc: Et si rursus fiat,

Vt latus dc, ad 3. pedes, quibus aequale Itā GK, 1000. cū aqua ad GF,
1000. ponimus latus d c, le sit ipsi d c,

inuenta erit eadem GF, in mensura pedum. Et si addatur statura menſoris GI,
nota in eadem mensura, cognoscetur tota altitudo IF, in mensura pedum.

f 2. sexti. &
componēdo.

4 TERTIO secet hypotenusā inuenta AF, (quæ inuenietur vt Num.
7. docuimus) vmbra rectam in E, vt in tertio quadrato. f Si ergo fiat,
Vt portio dioptræ AE, inuenta, ad AF, hypotenusam Itā GK, ad GF,
vt Num. 2. docuimus. inuentam 1000.

exibit GF, nota in partibus millesimis lateris DC. Et si iterum fiat,

Vt

*Vt latus DC, ad 3. pedes in DC, Ita GK, 1000. cum sit aqua- ad GF,
1000. contentos lis ipsi DC,*

cognita erit eadem GF, in mensura pedum, &c.

ATQVE hac eadem ratione omnes aliæ lineæ inuentæ in partibus mille finis lateris Quadrati reuocabuntur ad quamcunque aliam mensuram, vt ad pedes, vel cubitos, &c.

5 DISTANTIA autem AG, vel HI, cognita euadet, a si fiat,

*Vt portio dioptra AE, in pri ad hypotensam Ita latus AD, ad AG, in
mo Quadrato, vel a c, in AF, vel aF, in 1. Quadrato 1. quadrato
2. Quadrato, vel a d, in 2, vel ad aG,
Quadrato in secundo.*

22. sexti. &
componendo.

V E L

Ducta EL, lateri AB, parallela in tertio quadrato,

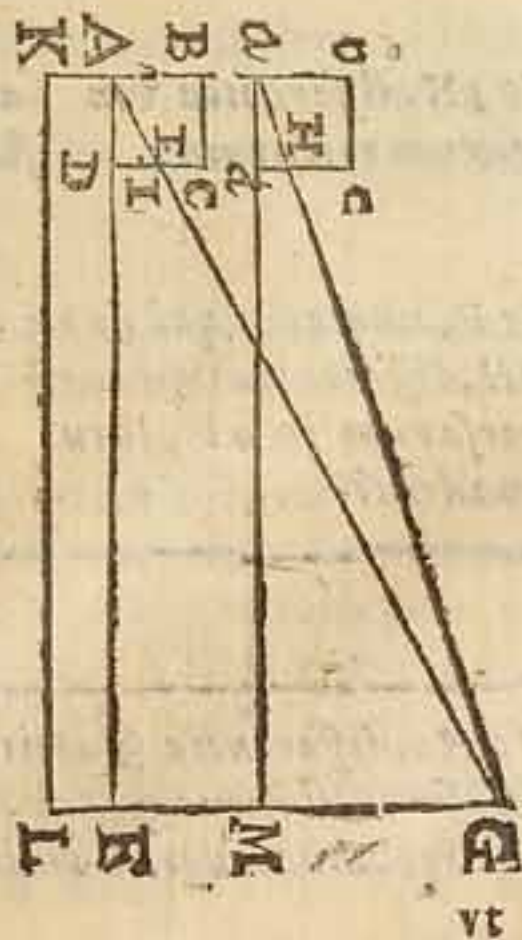
*Vt AE, portio dio- ad hypotensam Ita umbra recta BE, ipsi ad AG.
ptra, AF, AL, æqualis,*

VIDES igitur, in hac ratione dimetiendæ altitudinis, ac distantiae, etiam inaccessibilis, opus non esse duabus stationibus siue in plano, siue in hasta aliqua erecta faciendis; Quod non parum molestiæ plerunque asserre solet: sed solum inuestigandam esse prius hypotensam per Quadratum stabile inclinatum. Deinde portionem dioptræ inter eius centrum, & latus Quadrati, quod interfecat: quæ inuentio difficilis non est, vt patuit, cum mensor nunquam locum mutare cogatur.

ALTITVDINEM turris aut montis, ex eius summitate per Quadratum dimetiri, quando in plano summitatis Horizonti æquidistante duæ stationes fieri possunt, & signum aliquod in Horizonte cernitur.

PROBLEMA VIII.

1 SIT altitudo DF Md, in cuius summitate, nimirum in plano Dd, duæ stationes fieri possint, ex quibus signum aliquod in Horizonte, videlicet G, videri possit. (Nos ne nouam cogere- rum describere figurâ, repetimus primam problematis 4. inuerso tamen ordine positam, ita

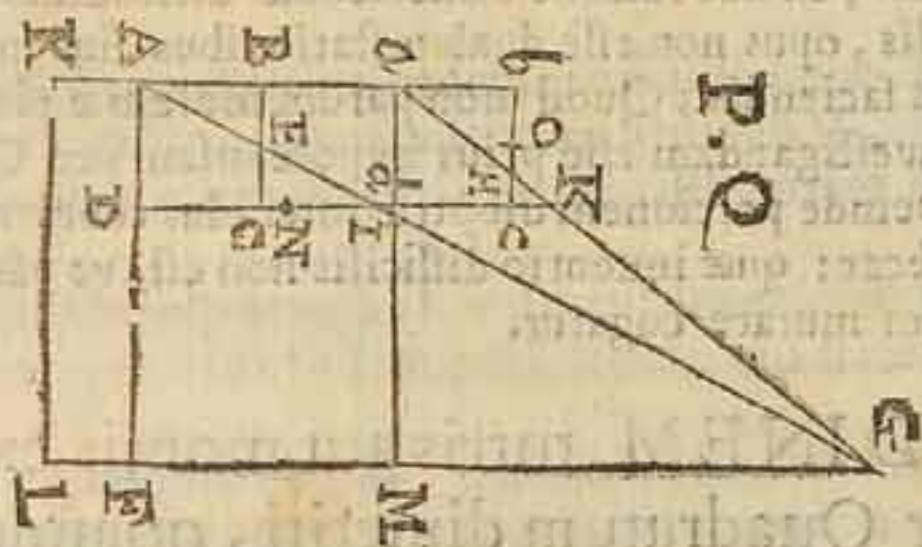


vt literæ rectum situm non habeant, Et quamuis signum G, non cernatur ex A, propter planum Dd, eadem tamen erit ratio, si aliud signum longius distans eligatur, quod ex A, inspicere possit.) Collocetur instrumentum in vtraque statione, vt latus vmbra rectæ DC, vergat deorsum. Et primum vtraque vmbra recta secetur in E, H, (In hac enim inuersione latus DC, vmbra rectæ, & BC, versæ deputatur, vt in constructione Quadrati Num. 4. initio huius libri declaratum est,) atque vmbra d H, in propinquiore statione, quæ semper minor est, æqualis abscindatur DI. Itaque si fiat,

Vt IE, differentia vmbrae ad Aa, differentiam Itaque AD, latus quadrati 1000.

cognita erit recta AF, ex qua si dematur latus quadrati AD, potum in partibus differentia stationum, nota relinquetur altitudo DF, vel dM, quæ sita. Inueniri autem hac ratione rectam AF, demonstratum est in problemate 4. Num. 1.

2 QVOD si in vtraque statione latus vmbrae versæ secetur in F, H, vt in 2, figura problematis 4. hic repetita, inuersa tamen, habebimus tres vias inuestigandi altitudinem AF, ex qua si tollatur latus Quadrati AD, manifesta relinquetur quæ sita, altitudo DF, vel dM. Nam reducta vtraque vmbra versa ad rectam, si fiat,



Vt IN, differentia vmbrae ad Aa, differentiam Itaque AD, latus quadrati 1000.

Vel sine reductione.

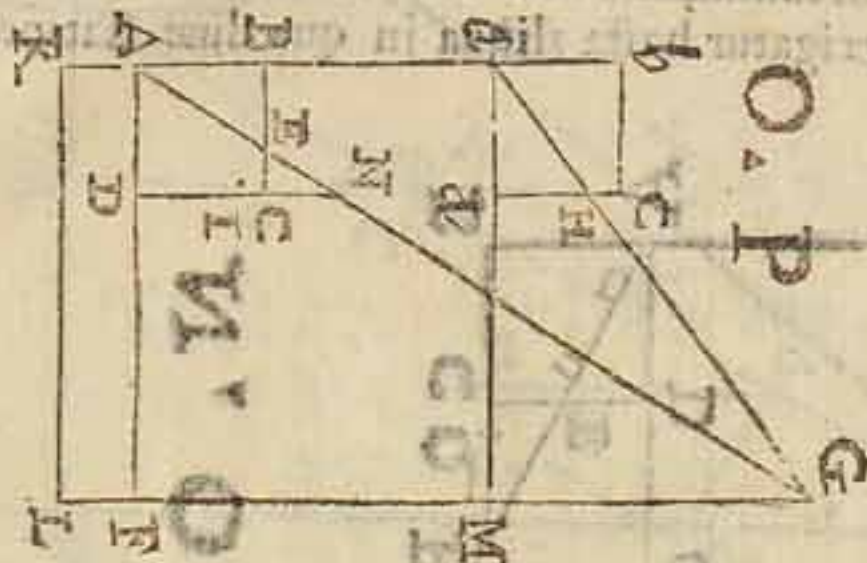
Vt P, numerus, qui sit ex OH, differentia vmbrae versarum in a b, latus quadrati, ad numerum, qui sit ex umbra versa bH, maiore in minorem BE, Itaque Aa, differentia stationum ad AF,

Vt Aa, differentia Quotientum, ad Aa, differentia stationum nota in vtraque vmbra versa diuidatur, mensura aliqua

pro-

procreabitur semper altitudo AE , ab oculo inspectoris A , numerata: quemadmodum in problemate 4. Num. 2. demonstratum est.

3 SI denique in una statione secetur latus umbræ versæ in E , & in altera latus umbræ rectæ in H , ut in 3. figura problematis 4. hic inuerso ordine repetita: si ut in eodem problemate 4. Num. 3. demonstramus, reducatur umbra versa ad rectam, & fiat,



Ut NI , differentia umbrarum rectarum ad Aa , differentiam stationum: Ita AD , latus quadrati ad AF , altitudinem.

Vel sine reductione.
Ut O , numerus, qui relinquitur, si numerus genitus ex umbra versa in rectam ex quadrato lateris dematur, ad numerum P , qui ex umbra versa in latus AD , producitur: Ita Aa , ad AF , differentiam stationum.

producetur AF , altitudo in partibus differentiarum stationum Aa , &c.

4 IAM vero si distantia FG , à turri ad signum G , in Horizonte visum nota fuerit, facilius per unicam stationem in A , factam altitudinem conijcimus. Nam si umbra recta DC , secetur in E , ut in 1. figura: a fiat autem.

Ut umbra recta DE , ad latus AD : Ita distantia cognita FG , ad AF , a 4. sexti.

Vel quando umbra versa BC , secetur in E , ut in 2. figura; b si fiat.

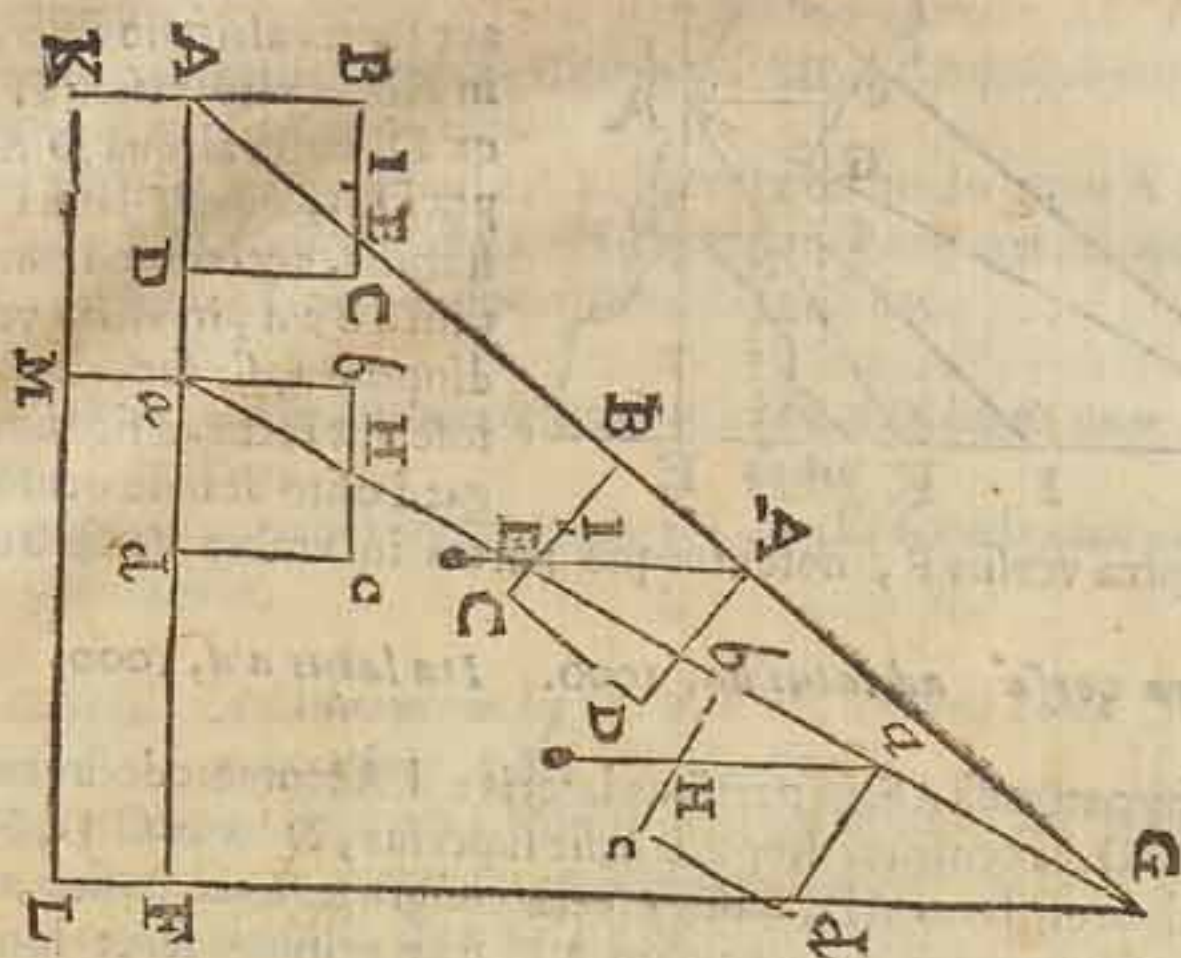
Ut latus AB , ad umbram versam BE , Ita distantia cognita FG , ad AF , b 4. sexti.

efficietur nota recta AF , in partibus distantiarum FG , à qua si dematur latus quadrati AD , notum in eisdem partibus distantiarum FG , nota relinquetur altitudo DF .

QVOD si dioptra per C , transeat, c erit distantia FG , altitudini AF , æqualis. Dempto ergo latere quadrati AD , altitudo turris DF , cognita fiet. c 6. primi.

HOC idem problema in scholio sequentis problematis absoluemus per unicam stationem.

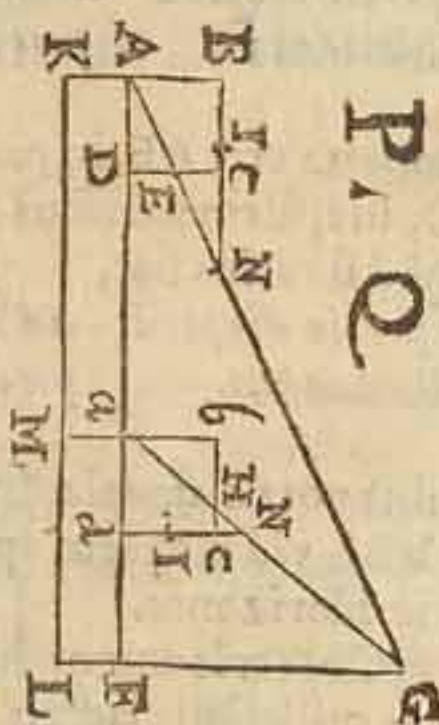
ALTITVDINEM turris vel montis ex eius summitate per duas stationes in hasta aliqua erecta factas



ut IE, differentia umbrarum versarum, ad Aa, differentiā stationum: Ita BE, umbra versata maior ad AF,

prodibit recta AF, ex qua si detrahatur portio hastæ Ad, à principio primi quadrati ad finem secundi, reliqua dF, altitudo fiet quoque nota: veluti in problemate 3. Num. 3. ostendimus.

3 A T si in vna statione feceretur latus umbræ rectæ, & in altera latus umbræ versæ, ut in 3. figura problematis 3. quæ inuersa huc translata est, reducenda erit vel recta umbra ad versam, vel versa ad rectam. Nam ut in problemate 3. Num. 5. ostendimus, si fiat,



Ut IN, differentia umbrarum siue versarū, ad Aa, differentiam stationū: Ita BN, maior umbra versata, vel dN, maior umbra recta, efficietur nota recta AF, ex qua si dematur portio hastæ Ad, nota relinquetur altitudo dF.

4 QVOD si turris esset AF, & ex duabus fenestris d, D, observatio fieret, deprehenderetur eodem modo altitudo turris AF, ut patet.

SCHOLIUM.

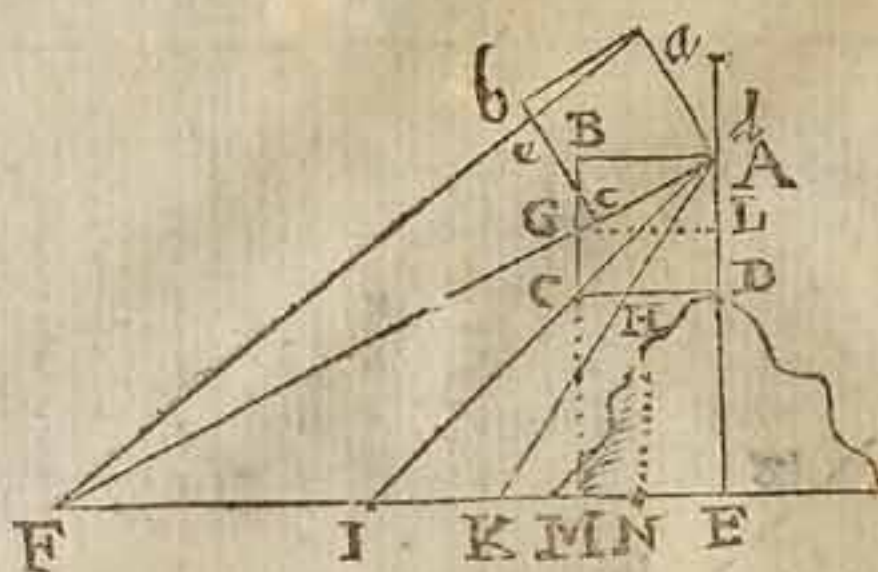
1 QVOD præcedentia duo problemata per duas stationes siue in plano summitatis turris, vel montis, siue in hasta aliqua erecta factas docuerunt, possumus per vnicam stationem quoque efficere, & simul distantiam à perpendicularo montis, vel à turre vsque ad signum in Horizonte propositum, inuenire.

R

SIT

Altitudinē
montis, vel
turris ex
eius vertice
per unicam
stationem,
vna cum di-
stantiā tur-
re, vel per-
pendiculo
montis ad
signum in
Horizonte
propositum
metiri.

a 4. sexti. &
componēdo.



rigatur dioptra versus F, notenturque partes in umbra versa be. Nam si fiat,

Ut be, umbra versa ad latus ba, 1000. Ita latus ad, 1000. ad AF,

reperietur hypotenusa AF, in partibus lateris ad. Accommodetur rursus quadratum ABCD, ut centrum dioptræ A, sit superius, & latus CD, Horizonti æquidistat, hoc est, latus AD, hastæ erectæ congruat. Quo posito, videbitur signum F, per inuentam hypotenusam AF, quæ primum fecit latus umbræ versæ BC, in G; inquiraturque portio dioptræ AG, ut in schol. problem. 7. Num. 2. docuimus. Nam si fiat,

*Ut portio dioptræ ad inuentam hy Itā AL, umbra versa BG, a- ad AE,
AG, inuenta potensam AF, qualis (ducta GL, paralle-
la ipsi EF,)*

comperta erit AE, in partibus hypotenusæ AF. Et si dematur latus quadrati AD, in iisdem partibus notum, reliqua fiet DE, altitudo montis, aut turris. Quod si rursus fiat,

*Ut portio dioptræ ad inuentam hy Itā EM, (producta BC, vs ad EF,
AG, inuenta potensam AF, que ad M,) lateri CD, equa-
lis,*

exibit nota distantia EF, in iisdem partibus hypotenusæ AF.

VBI vides eadem opera inueniri distantiam ab oculo A, usque ad signum F, in Horizonte.

NON erit autem difficile ipsam DE, vel EF, si inuenta fuerit in partibus millesimis lateris AD, vel CD, in alia mensura, ut in pedibus, efficere poteram; si fiat,

*Ut AD, la ad AD, notam in pedibus, ver Itā DE, vel EF, in ad aliud
tus 1000. bi gratia in 3. vel in semisse uēta in millesimis
vnius cubiti: partibus,*

Atque hac eadem ratione omnes aliæ lineæ inuentæ in millesimis partibus lateris quadrati, reducuntur ad aliam mensuram uel pedum, vel cubitorum &c. Quod etiam in scholio problem. 7. monuimus.

2. SECET deinde hypotenusa AI, (quæ reperietur ut AF, inuenta est) quadratum in C: inuestigeturque portio dioptræ AC, ut in schol. problem. 7. Num. 2. tradidimus. Deinde fiat,

a 2. sexti. &
componēdo.

*Ut portio dioptræ AC, ad inuentam hypotenusa Itā AD, latus ad AE,
inuenta sam AI, 1000. Nam*

Nam numerus productus dabit AE, in partibus hypotenusæ AI. Atque totidem partes complectetur distantia EI; quod AE, EI, æquales sint, ob angulos semirectos EAI, EIA, æquales.

b 6. primi.

3 POSTREMO hypotenusæ AK, inuenta eo modo, quo AF, cognita est, fecet latus CD, umbræ rectæ in H, reperiaturque portio dioptræ AH, ut in schol. problem. 7. Num. 2. docuimus. Nam si fiat,

c 2. sexti. & componendo.

Ut portio dioptra ad inuentam hypotenusam AK: Ita AD, latus quæ ad AE, AH, inuenta sam AK: drati cognoscetur AE, in partibus hypotenusæ AK, &c. Et si rursus fiat, ducta prius HN, ipsi AE, parallela,

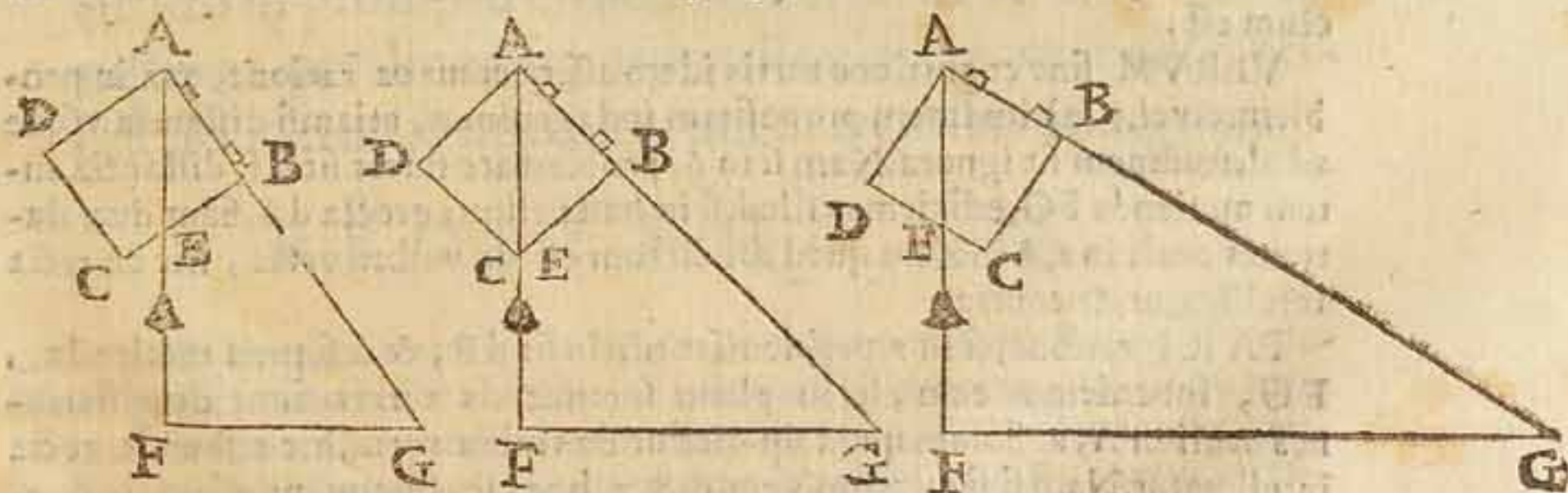
Ut portio dioptra ad inuentam hypotenusam AK, Ita EN, umbræ rectæ ad EK, AH, inuenta DH, æqualis

nota quoque reddetur distantia EK, in iisdem partibus hypotenusæ AK, &c. Quod si ex vertice D, appareret radix montis, inueniretur eodem modo distantia a radice usque ad E, quæ ablata ex distantia FE, inuenta notam quoque relinqueret distantiam ab E, usque ad radicem montis, quæ nonnumquam posset desiderari.

EX summitate turris, vel aliqua eius fenestra, distantiam à base turris ad signum propositum in Horizonte per quadratum cognoscere.

PROBLEMA X.

1 SIT turris aliqua AF, & distantia metienda FG. Si igitur altitudo turris cognita est, aut eius portio inter fenestram A, & basem F; inspiciatur signum G, per pinnacidia quadrati penduli. Et si quidem filum perpendiculi interfecerit latus umbræ rectæ in E, vel per punctum C, transeat, fiat autem,



Ut latus AB, par ad umbram rectam BE, Ita AF, altitudo turris ad FG, rium 1000. nota

cognita erit distantia FG, quæ sita in partibus turris notæ.

SI autem umbra versa secetur in E, & fiat,

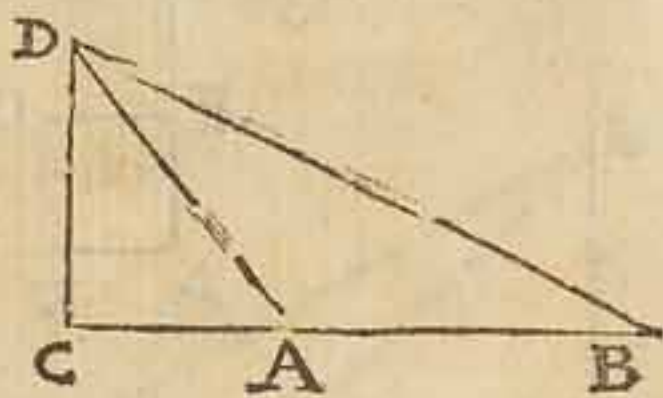
R 2

Vt

EX altitudinis alicuius fastigio, etiamsi altitudo sit menforis statura, distantiam inter duo signa in plano, cui altitudo insistit, si ea distantia è directo menforis iaceat, & vtrumque eius extremum cerni possit, per quadratum comprehendere.

PROBLEMA XI.

1 SIT distantia metienda AB, è directo altitudinis CD, in qua oculus menforis existat in D, fastigio. Per problema antecedens inuestigetur ex vertice D, tam distantia CB, quam CA. Minor enim hæc ex illa maiore detracta notam relinquet distantiam AB, inter signa A, & B, in partibus altitudinis CD, in quibus videlicet distantia etiam CB, CA, inuentæ sunt.

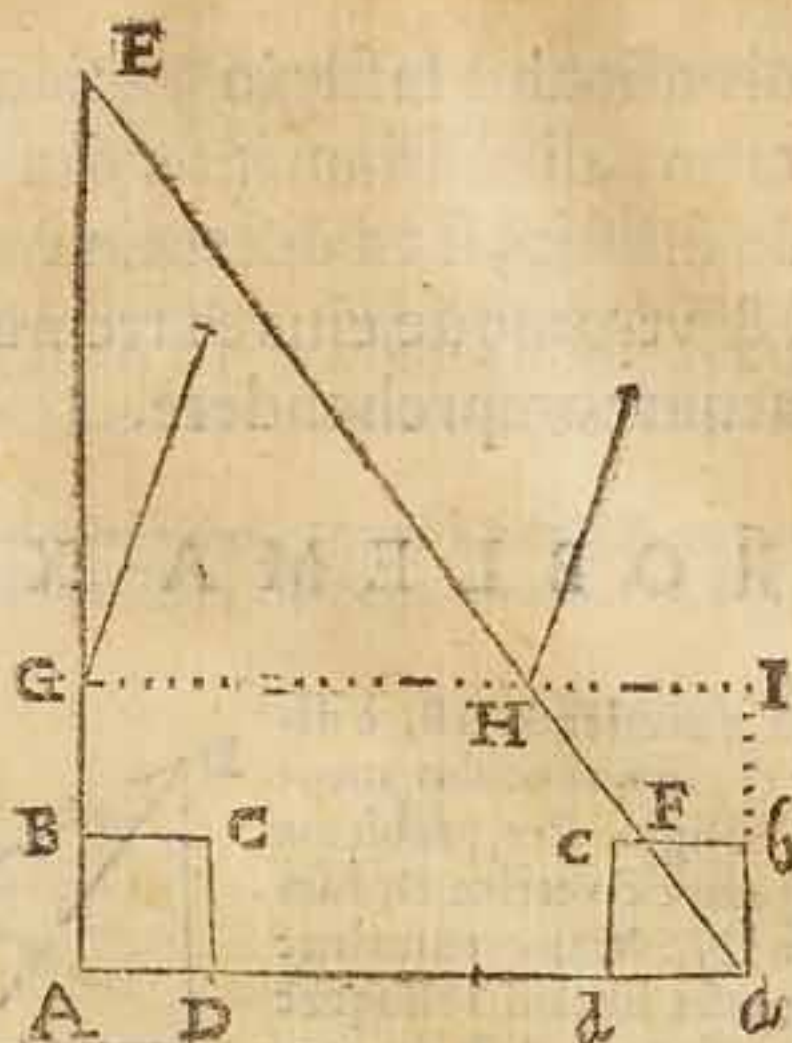


2 Si altitudo CD, sit statura menforis, reperietur eodem modo distantia AB, si oculus menforis in D, vtrumque extremum A, B, cernere possit, vt liquet.

LONGITVDINEM in Horizonte extensam metiri per Quadratum, quando menfor in vno eius extremo existens alterum extremum videre non potest, propter tumorem aliquem interiectum, neque altitudo in promptu est, sed solum ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem recedere potest ad locum, è quo alterum extremum appareat.

PROBLEMA XII.

1 SIT longitudo metienda AE, cuius extremum E, ex A, menfor videre non possit, neque adsit altitudo, sed tamen si ad dextram, vel sinistram recedat per lineam perpendicularem Aa, vsque ad a, illud videre possit. Quadratum stabile ita erigatur, vt eius planum longitudini AE, congruat. Debet namque constare, quænam recta ad extrema A, E, pertineat, hoc est, rectam constituat, cum data longitudine. Deinde collocato quadrato in Horizontis plano, ita vt latus AB, a longitudine non recedat, extendatur recta per latus AD, vsque ad a, vnde extremum, E, appareat, sitque spatium Aa, per aliquam mensuram notum. Erectum autem in a, quadratum circumducatur, donec per eius planum extremum E, cernatur. Post hæc idem qua-



24. *sexii.*

quadratum in Horizonte collocetur, latusque a d, perpendiculari Aa, congruat: Et dioptra circumuoluatur, donec eius linea fiduciæ rectæ a H, per quam extremum E, inspectum fuit, respondeat, notetur que umbra versa b F, abscissa. Eruntque triangula a b F, a A E, æquiangula, propter rectos angulos b, A, & alternos b a F, A E a, æquales. Quamobrem si fiat,

Ut umbra versa bF, ad quadrati latus ab, Ita spatium Aa, ad AE,
1000, notum

cognita erit longitudo AE , in partibus spatij Aa .

b 4. *sexti.*

SI forte dioptra latus d , umbræ rectæ interfecet, (quod raro continget, cum plerunque AE , maior, sit, quam Aa ,) b erit tunc.

Ut latus ad, 1000. ad umbram rectam Ita spatium Aa, ad longitudinem,

vt perspicuum est, si ducatur ex a , recta secans latus $d c$, &c.

46. primi.

SI denique dioptra fortassis per c , transiret, c esset spatium Aa , longitudini quæsitæ æquale; propterea quod tunc fieret angulus semirectus $d a c$, ideoque & recta $a c$, si duceretur, faceret cum AE , angulum semirectum, atque adeo angulo $d a c$, æqualem.

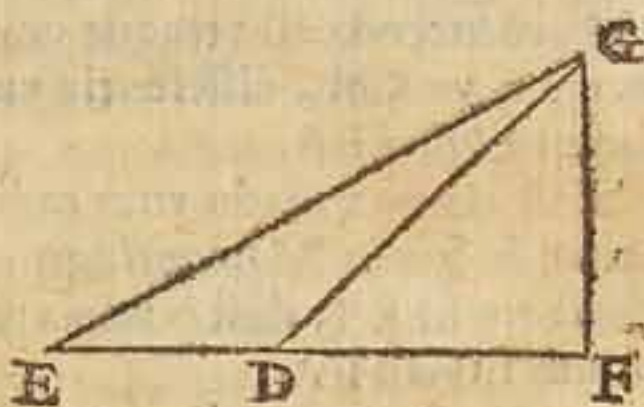
2. EADEM distantia longitudine A E, cognoscetur, si tam in G, quam in H, baculus, seu arundo ad angulos rectos figatur, ita ut ex A, a, radij per arundinem incidentes ad E, ferantur, spatiumque Aa, cognitum sit: ut in 2. probl. Num. 6. traditum est.

LON-

LONGITVDINEM in Horizonte è directo men-
foris iacentem cognoscere, ad cuius extrema neque
accedere liceat, neque è loco menforis eam dime-
tiri, neque vlla adsit altitudo, dummodo ad dextrā
vel sinistram per lineam perpendicularem ad locum
aliquem ire possit menfor, ex quo vtrumque extre-
mum appareat.

PROBLEM À XIII.

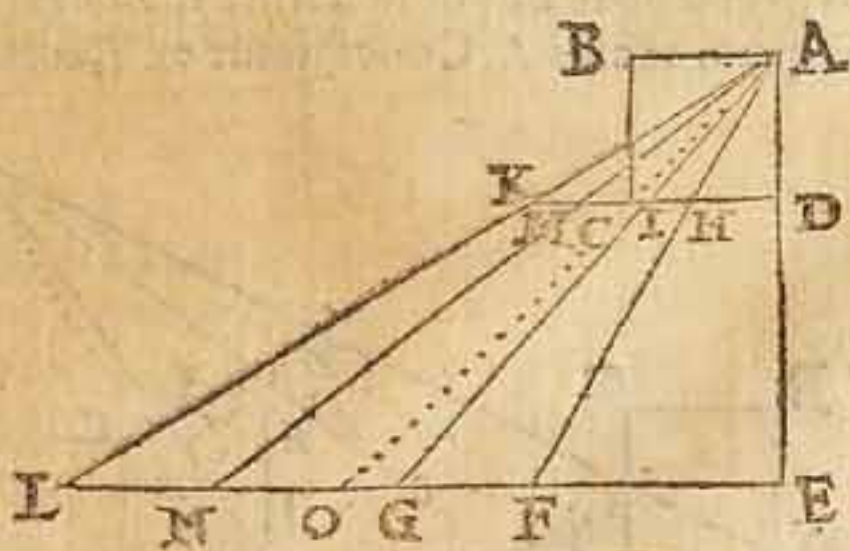
I LONGITVDO metienda sit E D,
è directo mensuris in F, existentis, ita vt ne
que ad eam accedere liceat, neque eam è
loco F, metiri, neque vlla adsit altitudo:
Sed solum per lineam perpendicularem
FG, ad locum G, vnde vtrumque extremum
D, E, videatur, possit accedere. Per proble-
ma præcedens inquiratur ex G, tam longi-
tudo FE, quam FD. Hæc enim ex illa detracta notam relinquet propositam
longitudinem DE,



ALTITVDINEM montis, vel turris ex eius fastigio, quando è directo mensuris interuallum aliquod inter duo signa, vel etiam inter signum quodpiam ac turrim cognitum est, per quadratum conijcere.

PROBLEMA XIII.

§ I T mons, aut turris
DE, sitque primum è directo mē-
soris in fastigio D, existentis in-
teruallum FG, notum. Accom-
modetur quadratum stabile in
summitate D, ita vt latus AD,
perpendiculare sit ad Horizon-
tem, & CD, Horizonti paralle-
lum. Inspectio igitur per dioptrā
vtroque termino F, G, secetur
umbra recta in H, I. Quoniam i-
tem ob triangulorum similitudinē
ex æquo, vt IH, ad DA, ita GF,



a schol. 4.
sexti.
b 4: sexti.

inquiratur, quot partes millesimæ lateris AD , in segmento dioptræ AI , comprehendantur, quod multis modis, ut in schol. probl. 7. Num 2. docuimus, exequemur hoc modo. Primum quoniam duo latera AD , DI , in rectangulo triangulo ADI , data sunt, a ignorari non poterit basis in partibus laterum, Deinde quia per probl. 1. ex umbra DI , notus fit angulus DAI , b cognoscetur rursus basis AI . Tertio c quia quadrata AD , DI , quadrato AI , æqualia sunt; si ex aggregato eorum radix quadrata eruatur, exhibebit ea radix basem AI , notam. His peractis, d si fiat,

a 6. triang.
rectil.
 b 5. triang.
rectil.
 c 47. primi.
 d 4. sexti.

Ut latus AD , 1000 ad portionem dioptræ AI , nuper inuentam: ita distantia AH , ad AF , nuper etiam inuenta

cognita erit distantia AF , quæ sita in partibus inuentæ distantie AH .

DISTANTIA autem EF , à pede ad datum punctum F , ita reperiemus. Quoniam in triangulo AEF , duo latera AF , AE , cognita sunt, cum illud proxime sit inuentum, & hoc staturæ mensoris æquale sit; comprehenduntque angulum notum EAF , utpote conflatum ex recto EAH , & DAI , qui per problema 1. inuentus est ex umbra versa DI : e notum efficietur latus quoque EF , quod quæritur.

e 12. triang.
rectil.

2. QVOD si umbra recta secetur in L , ut in altero quadrato, ubi iterum mensoris statura est AK : Inuenta portione dioptræ AL , in partibus millesimis lateris quadrati ex angulo BAL , &c. necnon distantia AH , ex problem. 3. vel 4. vel ex scholio probl. 7. f Si fiat,

f 4. sexti.

Ut BL , umbra recta ad LA , portionem dioptræ inuentam: ita distantia AH , ad AF , inuenta

prodibit rursus nota distantia AF , in partibus distantie inuentæ AH .

NON aliter procedes, si dioptra per C , transeat: g Cum tunc etiam sit, ut AD , latus ad partem dioptræ AC , inuentam, ut prius, ita distantia inuenta AH , ad distantiam quæsitam AF .

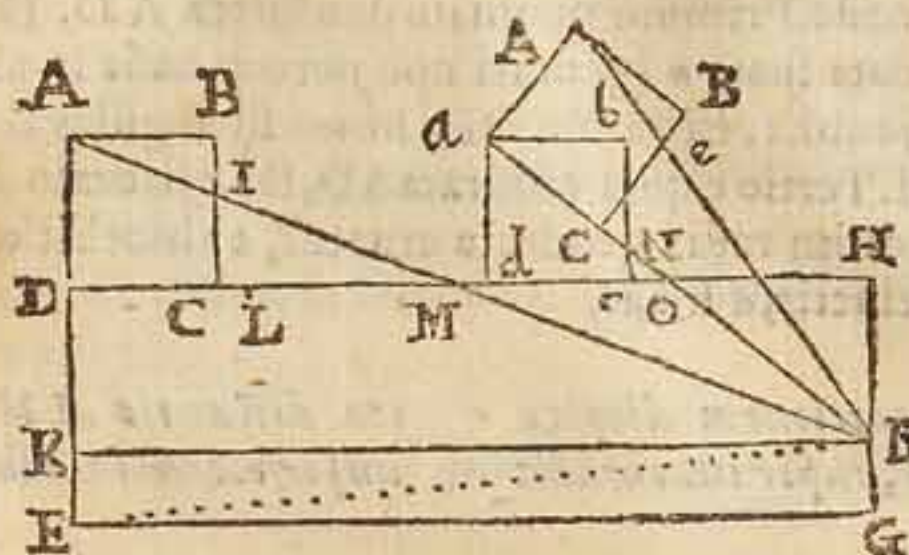
g 4. sexti.

DISTANTIA autem KF , à pede K , usque ad F , b inuenietur, ut prius, ex duobus lateribus notis AF , AK , & angulo ab ipsis comprehenso FAK , qui nimirum conflatur ex recto A , & DAL , complemento anguli BAL , quem per problema 1. cognitum efficit umbra recta BL .

b 12. triang.
rectil.

3. **SED** sit iam punctum F , oculo A , depressius, & statura mensoris sit AE . Concipiatur ex F , duci FK , Horizonti parallela, vel ad A E , perpendicularis. Item per F , recta GH , ipsi AE , parallela. Accomodato autem quadrato, ut latus AD , rectum sit ad Horizontem, & DC , Horizonti æquidistans, cogitetur DC , latus productum usque ad H , punctum perpendicularis GH . Primum itaque reperiatur altitudo AK , per problema 8. vel 9. duabus stationibus factis in recta DH , vel in hasta DA , protracta, vel certe per scholium problem. 9. Quamvis enim statura mensoris AE , cognita sit, ignoratur tamen, quanta sit eius pars AK , quam parallela FK , per imaginationem ducta abscindit: ita ut omnino necessarium sit altitudinem AK , inquirere. quod per 8. problema facile exequemur, si in utraque statione umbra versa secetur in I , N , (quod plerunque hic continget) & utraque abscissa BI , bN , ad rectas DM , dO , reuocetur: Nam si fiat,

s Ut



Vt LM, differentia umbrarū rectarū ad Dd, differentiam stationum: ita AD, ad AK, latus

inuenta erit altitudo AK, oculo posito in eius summitate A; vt in dicto problem. 8. Num. 2. diximus, &c. Quæ tamen altitudo AK, facilius per scholium problem. 9. reperiri potest.

a 5. triang. rectil. ITAQVE quia umbra BI, per 1. problema patefacit angulum BAI, hoc est, alternum AFK, sibi æqualem, necnon & eius complementum FAK; erunt in triangulo rectangulo AKE, duo anguli acuti cogniti, vna cum latere AK, proxime inuento; & Itaque si fiat,

Vt sinus totus ad latus AK, inuentum: ita AF, secans anguli FAK, ad AF,

b 4. sexti. cognita fiet AF, in partibus lateris inuenti AK. Vel inuenta parte dioptræ AI, in partibus millesimis lateris quadrati, vt supra dictum est prope initium huius problematis, b si fiat,

Vt BI, umbra versa ad IA, partem dioptræ inuenta: ita KA, altitudo inuenta ad AF,

nota rursus efficietur distantia AF, in partibus rectæ AK, inuentæ.

a 12. triang. rectil. PORRO distantiam EF, à pede mensuris ad punctum F, c inueniemus, vt supra: propterea quod in triangulo AEF, duo latera AE, AF, nota sunt, cum illud sit statura mensuris, hoc autem sit proxime inuentum, angulumq. continent notum FAK, vt paulò ante diximus.

c 4. sexti. 4 NON aliter vtraque distantia cognoscetur, si punctum F, in Horizonte sit positum, qui Horizon per FK, intelligatur transire, ita vt statura mensuris, vel aliqua alia altitudo nota, sit AK. Nam cognita portione dioptræ AI, vt supra traditum est; c si fiat,

Vt BI, umbra abscissa ad IA, portionem dioptræ inuentā: ita AK, altitudo, vel statura mensuris ad AF,

nota

nota euadet distantia AF , in partibus staturæ menforis, vel altitudinis notæ AK .

a Rursus si fiat.

Vt BI , umbra *ad* AB , latus quadrati 1000. *ita* AK , altitudo, vel *ad* KF , staturæ menforis 24. sensu.

cognita etiam fiet distantia KF , à pede menforis vsque ad punctum F , in partibus eiusdem staturæ menforis, vel altitudinis notæ AK . Vbi vides, vtramq. distantiam cognosci per vnicam stationem, quando punctum datum est in Horizonte.

5 *SE D* vbicunque punctum F , existat siue in Horizonte, siue in sublimi, vel infra oculum, inueniemus nihilominus vtramq. distantiam per vnicam stationem, hoc modo. Quando punctum F , est in sublimi, vt in prima figura, accommodetur quadratum ita, vt dioptræ centrum a , sit superius, & latus dc , versus punctum F , dirigatur. Inspecto enim per dioptram puncto F , notetur umbra versa $e b$, *b* Et fiat, b 4. sensu.

Vt umbra versa *ad* latus *ita* latus *ad* AF ,
 $sa e b$, ba , ad ,

Nam numerus productus notam faciet distantiam AF , in partibus lateris quadrati. Non aliter distantiam KF , à pede menforis elicies, si eodem pacto quadratum ad punctum K , applicabis, vt constat.

QVANDO autem punctum F , depressius est oculo, vt in 2. figura, erigendus est baculus ad , minor, quam statura menforis, & in a , applicandum quadratum, vt rursus centrum dioptræ A , sit superius, & latus ac , ad punctum F , vergat. Nam viso puncto F , ex A , per dioptram, notataque umbra versa $e B$, si fiat,

Vt umbra versa *ad* latus *Ita* latus *ad* $a F$,
 $e B$, BA , Aa ,

exibit distantia $a F$, nota in partibus lateris Aa . Distantia porrò EF , à pede menforis coniicietur, si quadratum in E , applicetur, vt in prima figura dictum est. Quando denique punctum F , est in Horizonte, inuenietur vtraque distantia, vt Num. 4. tradidimus.

INTERVALLVM inter duo signa, vel puncta in quolibet plano siue recto ad Horizontem, siue inclinato, per quadratum metiri.

PROBLEMA XVI.

1 *IN* quolibet plano eleuato AB , inquirendum sit interuallum CD , ex plano EF . Posito oculo in G , vt statura menforis sit GE , inuestigetur per præcedens problema, vtraque distantia GC , GD , in partibus staturæ menforis

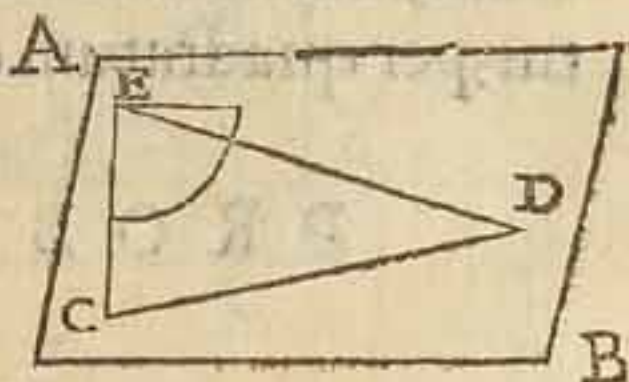
S a G E.

QVIA vero vix per circinum accurate reperiri potest intervallum illud inter extremitates proportionalium, magis exquisitè, licet laboriosius, intervallum propositum cognoscetur per 12. triang. rectilineorum.

INTERVALLVM transuersum in Horizonte, cuius vtrumque extremum videri potest, per quadratum metiri.

PROBLEMA XVII.

1 IN Plano Horizontis AB, iaceat intervallum CD, in transuersum, pes autem mensoris in E, ita vt longitudo CD, in vtramque partem producta per E, non transeat. Nam quando recta CD, è directo mensoris iacet, inuestigabitur ea per problema 11. Itaq. vt transuersum intervallū CD, cognoscatur, inquirenda erit primum vtriusque extremi puncti C, D, distantia à pede mensoris E, vt Num. 4. problematis 15. traditum est, per vnicam stationem. Deinde, angulus CED, explorandus, quod fiet, si vnum latus quadrati rectæ EC, congruat, & dioptra rectæ ED. Nam vmbra abscissa inter latus illud, ac dioptram ostendet quantitatem anguli CED, vt in problemate 1. dictum est: qui quidem acutus erit, si alterum latus ultra rectam ED, existet: rectus verò si præcisè rectæ ED, congruet: obtusus denique, si citra rectam ED, cadet; quem cognoscemus, si recto angulo adiciemus reliquum acutum, qui deprehendetur, vt in præcedenti problemate docuimus. Quoniam ergo triangulum habemus CED, cuius duo latera EC, ED, cognita sunt, vna cum angulo comprehenso E: *a 12. triang. rectil.* cognitum quoque erit tertium latus CD, in partibus rectarum EC, ED.



EADEM recta CD, cognita erit, si in rectis EC, ED, seorsum descriptis cum angulo E, inuento sumantur partes ipsis EC, ED, proportionales, &c. vt Num. 2. præcedentis problematis factum est.

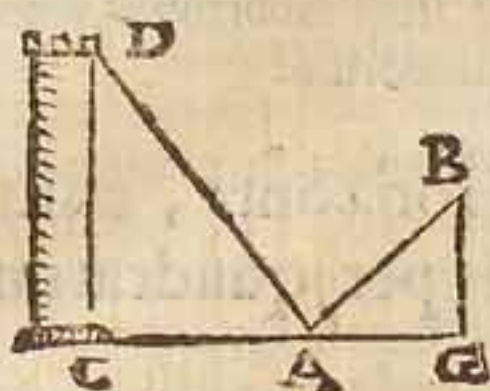
DISTANTIAM alicuius signi in Horizonte positi à summitate turris, vel muri alicuius, licet ad ipsum signum accessus non pateat, per quadratum eruere, vbicunque menfor existat.

PROBLEMA XVIII.

1 IN Horizontis plano punctum A, distet à summitate D, alicuius altitudinis per rectam AD, quā sic venabimur. Vbicunque oculus mensoris existat, nimirum in B, indagentur per problema 15. distantia punctorum A, D, ab oculo mensoris B. Deinde angulus exploretur ABD, vt in problemate



est triang.
rectil.

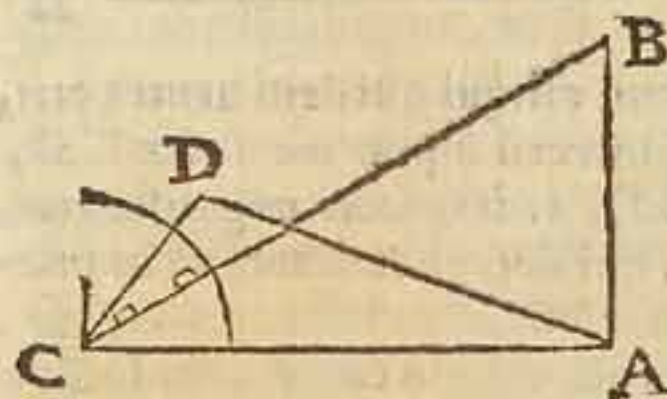


mate 16. docuimus. Nam sic habebimus triangulum ABD , cuius duo latera nota sunt BA , BD , una cum angulo B . Igitur tertium quoque latus AD , cognitum erit.

QVOD etiam inuenietur, ut Num. 2. problem. 16. docuimus, si in rectis BA , BD , cum angulo B , seorsum ductis sumantur partes ipsis BA , BD , proportionales, &c.

ALTITVDINEM inaccessibleem, cuius basis non videatur, & ad quam per nullum spatium secundum rectam lineam accedere possit mensur, aut recedere, ut duæ stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramue ad locum, è quo eius basis cernatur, per quadratum explorare.

PROBLEMA XIX.



ALTITVDO metienda sit AB , inaccessibleis, ad quam ex C , loco mensur non liceat accedere, aut ab ea recedere secundum lineam rectam, sed solum in transversum usque ad D , unde basem A , videre possimus. Per problema 17. inuestigetur ex D , intervallum transversum AC . Nam per 5. problema, quando iam distantia CA , manifesta est, altitudo AB , reddetur nota, quam quærimus, in partibus distantiae inuenta CA .

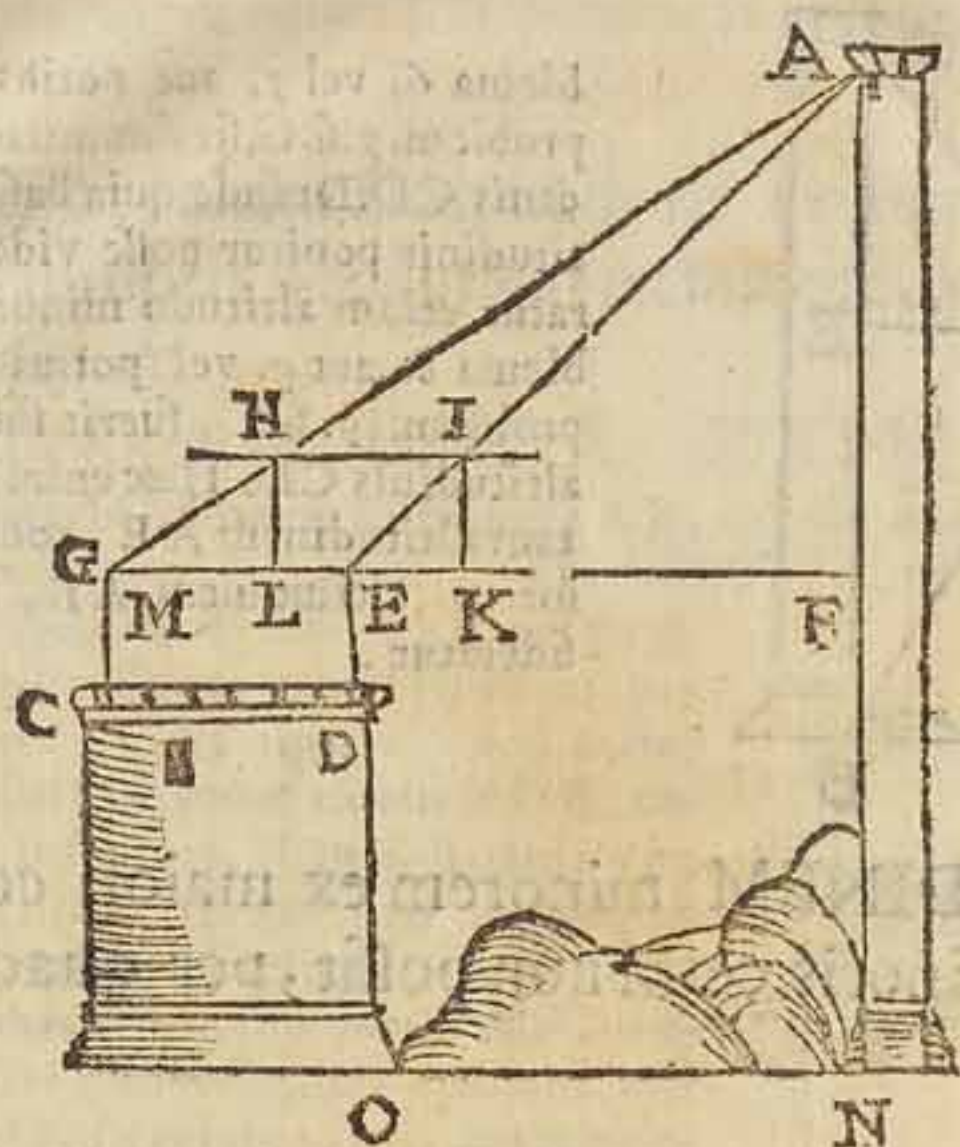
CAETERVM ex scholio problem. 7. facilius per unicam stationem in C , factam inuestigabitur & altitudo AB , & distantia AC , una cum hypotenusa BC .

ALTITVDINEM maiorem ex minori cognita, etiam si solum maioris altitudinis vertex cernatur, per quadratum efficere notam.

PROBLEMA XX.

MAIOR altitudo AN , metienda proponatur ex minori aliqua turri CO , cognita, ex qua solum cacumen A , non autem basis N , appareat. Fiant in summitate duæ stationes in C , & D , si planum summitatis id permittat, staturaq. mensuris sit CG , vel DE , & ad AN , intelligatur ducta perpendicularis

ris



ris GEF. Per 6. problema reperietur altitudo AF, ad quam si adiicietur altitudo minor DO, vna cum mensuris statura CG, hoc est, recta FN, cognita fiet tota altitudo maior AN.

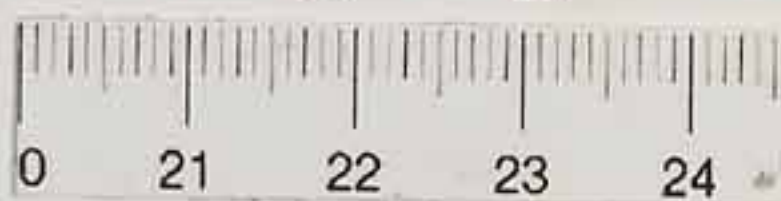
2 QVOD si in summitate tāta planities non sit, vt duæ stationes fieri possint, erigenda est hasta aliqua ad Horizontem recta, nisi forte adsit ædificium quodpiam erectum, ibique faciendæ duæ stationes. Nam tunc per problema 7. inuenietur altitudo inter cacumen maioris altitudinis, & rectam, quæ ab inferiori statione Horizonti ducitur parallela. Cui si apponetur altitudo minor ab inferiore statione vsque ad eius basem, conflabitur tota altitudo maior. Vt in figuris problematis 4. si maior altitudo sit GL , & minor AK , fiantque duæ stationes in A, a , inferior vna, & altera superior, reperietur per 7. problema altitudo GF , cui si addetur minor altitudo AK , ab inferiore statione vsque ad basem, componetur tota altitudo maior GL .

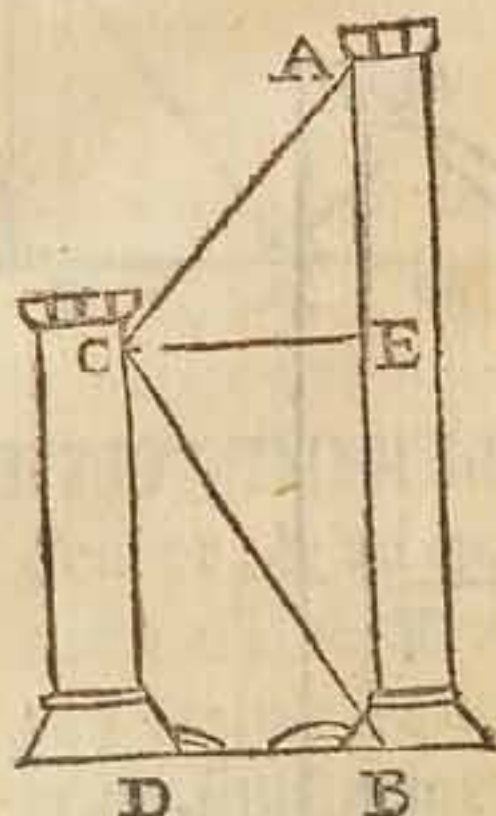
PORRO facilius ex scholio problem. 7. altitudinem AF , eruemus. si in G , bis quadratum accommodetur, vt in eo scholio diximus. Vt si in figura eius scholij maior altitudo foret IF , & minor cognita AH , inueniretur GF , vt ibi ostensum est, &c.

AL TIT V D I N E M maiorem ex minori incognita,
 si tamen basis maioris cerni possit, per quadratum
 venari.

PROBLEMA XXI.

a IN figura problematis 17. lib. 2. addiscatur altitudo AE, vel per problema

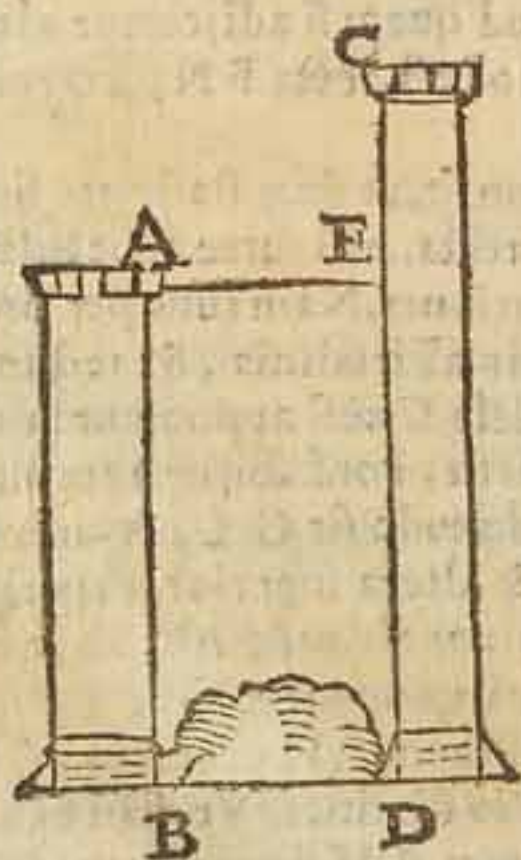




blema 6. vel 7. aut potius per scholium problem. 7. si C, sit summitas minoris altitudinis CD. Deinde quia basis B, maioris altitudinis ponitur posse videri ex C, inquiratur etiam altitudo minor CD, per problem. 8. aut 9. vel potius per scholium problem. 9. si C, fuerit summitas minoris altitudinis CD. Hæc enim adiecta ad inuentam altitudinem AE, conficiet totam maiorem altitudinem AB, notam, quæ desideratur.

ALTITVDINEM minorem ex maiori cognita, licet basis minoris cerni non possit, per quadratum scrutari.

PROBLEMA XXII.



MINOR altitudo AB, ex maiore CD, cognita proponatur dimetienda. Intelligatur ducta recta AE, Horizonti BD, æquidistans, ut ED, fiat minori altitudinis AB, æqualis. Si igitur ex summitate C, per problem. 8. vel 9. aut potius per scholium probl. 9. exploretur altitudo CE, inspecto nimirum cacumine A, ac si esset signum aliquod in Horizonte AE, ex C, visum: atque hæc altitudo inuenta CE, ex maiore altitudine CD, quæ cognita ponitur, detrahatur, reliqua fiet minor altitudo AB, quam inquirimus.

ALTITVDINEM minorem ex maiori incognita, dummodo basis minoris appareat, per quadratū elicere.

PROBLEMA XXIII.

FIGURA præcedentis problematis repetatur. Et quia basis B, minoris altitudinis, tanquam signum quodpiam in Horizonte positum, videri potest

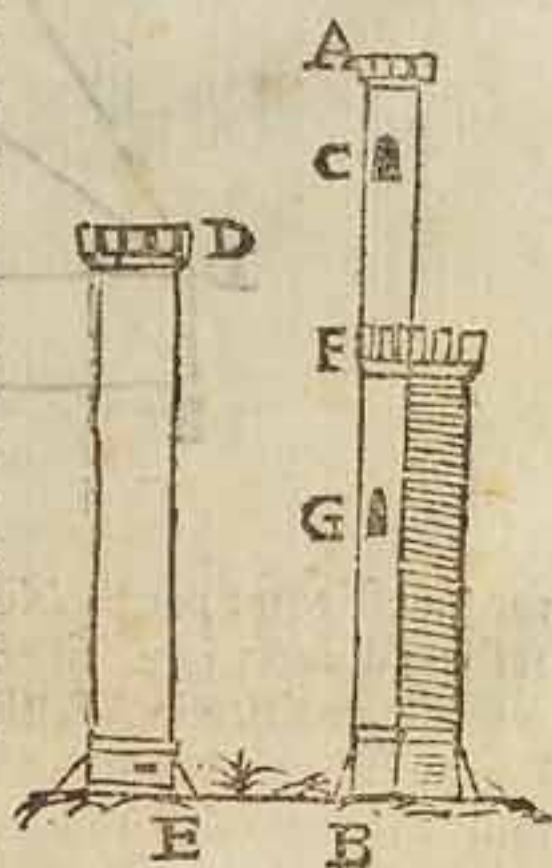
potest, ex hypothesi, nota efficietur per problema 8. aut 9. vel potius per scholium probl. 9. maior altitudo CD . Quare, ut in precedenti problemate dictum est, minor altitudo AB , ex maiore CD , proxime inuenta cognoscetur. quod est propositum.

PORTIONEM altitudinis maioris ex minore altitudine, & minoris portionem ex maiore, per quadratum percipere.

PROBLEMA XXIIII.

1 SIT portio AC , maioris altitudinis AB , exquirenda ex minore altitudine DE ; Item portio GF , altitudinis minoris FB , ex maiore altitudine DE . Si altitudo DE , minor est reliqua portione CB , maioris altitudinis, inuestiganda erit per problema 20. vel 21. vtraque altitudo maior AB, CB , ex minori DE , prout videlicet DE , cognita fuerit, aut incognita. Nam CB , ablata ex AB , notam relinquet propositam portionem AC . Si verò DE , maior est reliqua portione FB , si nimirum maioris altitudinis portio AF , metiendi proponatur: inuestiganda quidem erit maior altitudo AB , ex minore DE , per problema 20. vel 21. At vero minor altitudo FB , ex maiore DE , per problema 22. vel 23. exploranda erit, prout videlicet DE , nota fuerit, aut ignota. Nam rursus FB , detracta ex AB , notam relinquet portionem propositam AF .

2 NON secus per problema 22. vel 23. indaganda erit vtraque altitudo minor FB, GB , ex maiore DE , si fortè illarum differentia FG , inuenienda sit.

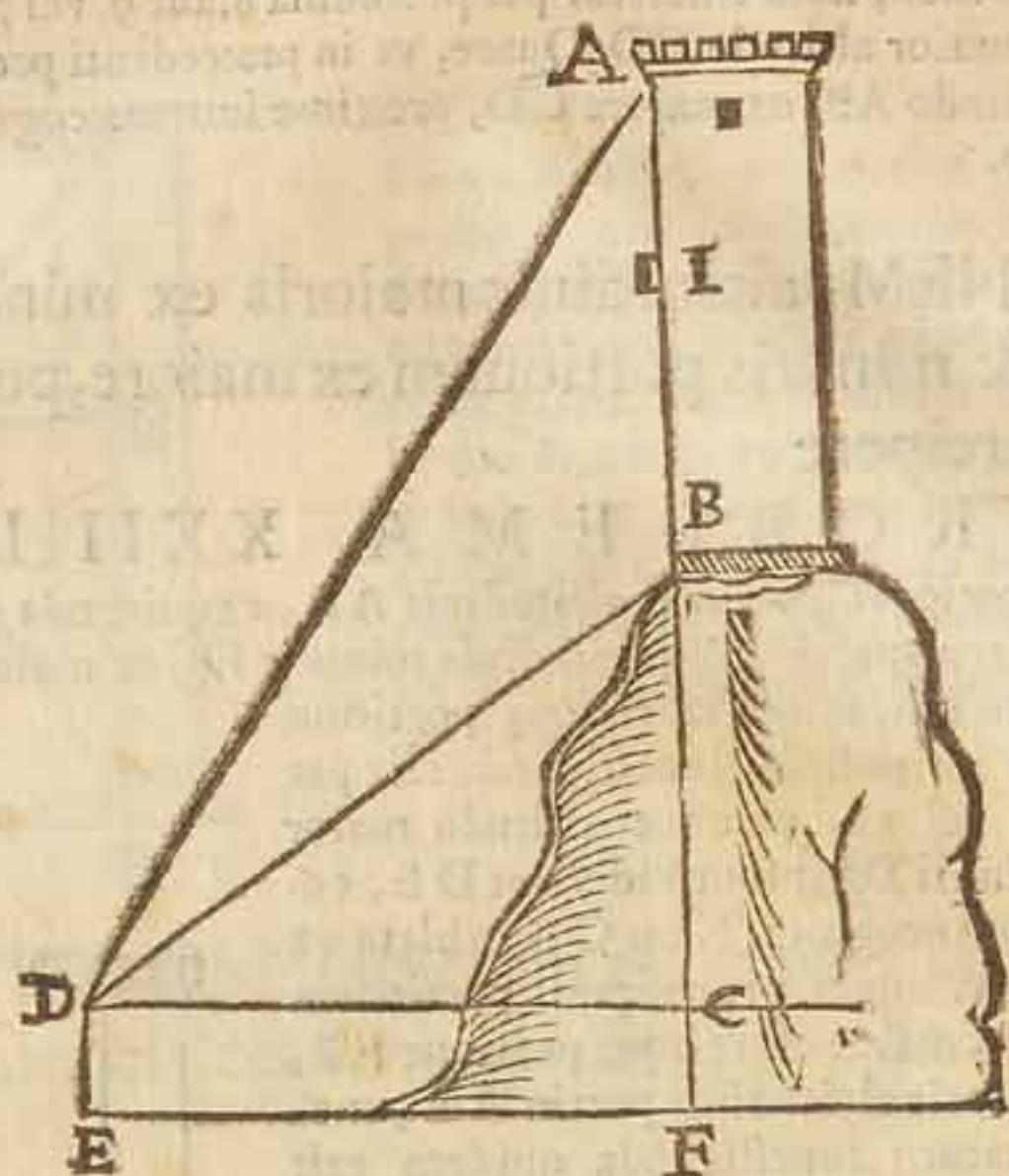


ALTITVDINEM, cuius basis imposita sit monti, vel alteri cuiuspiam altitudini, & vtraque illius extremitas cerni possit, etiamsi infimum punctum alterius, cui imponitur, lateat, & eiusdem puncti infimi distantia à loco mensuris cognita non sit, per quadratum ex valle, aut ex plano Horizontis explorare.

PROBLEMA XXV.

1 HVIVSCEMODI altitudo est turris supra montem posita, & portio ali cuius ædificij inter duas fenestras, vel duo signa, quorum alterum altero superius est. Sit igitur supra montem BF , altitudo turris AB , proposita. Ex aliquo loco E , in planitie, aut valle, vnde vtrumque turris extremum conspiciatur

T tur



tur, inuestigetur per problema 6. vel 7. tam altitudo AF , quàm BF , prout scilicet duæ stationes fiunt aut in plano, aut in aliqua hasta erecta. Vtraque tamen altitudo AF, BF , facilius inuenietur per scholium problem. 7. si in E , bis quadratum accommodetur, vt in eo scholio factum est. Vtraque altitudine inuenta, altitudo montis BF , dempta ex tota altitudine AF , notam relinquet optatam altitudinem AB .

S C H O L I V M

Suprema ,
media atq;
infima pars
altitudinis,
quo pacto
metienda sit.

ITAQUE si AB, portio superior totius alicuius altitudinis AF, desideretur, indaganda erit per probl. 6. vel 7. aut potius per scholium probl. 7. tam tota altitudo AF, quam eius portio BF. Earum enim differentia notam dabit superiorem portionem AB, desideratam.

SI autem media aliqua portio IB, cognoscenda sit, coniicienda rursus erit per problema 6. vel 7. aut potius per scholium problem. 7. vtraque altitudo IF, BF, ut earum differentia IB, nota reddatur.

DISTANTIAM acclivem montis à loco menforis usque ad basem altitudinis monti impositæ, etiam non visam, una cum ipsa altitudine, quando menfor in ascensu montis consistit, propè verum, beneficio quadrati efficere cognitam.

PRO-

a 33. primi. ac radius visualis HE , altitudini occurrere concipiatur in M , & qui ipsi B, C, D , lateri montis parallelus erit. Concipienda etenim sunt tria puncta B, C, D , in una recta linea iacere, ac si DC , producta ad basem turris pertineret. *b* 29. primi. Quia vero angulus EHL , angulo MEK , internus externo æqualis est, si EHL , cognitus, hoc est, MEK , ex angulo AEN , in priori statione E , obseruato, detrahatur, notus relinquetur angulus AEM : Est autem & angulus EAM , cum complementum sit anguli AEN , in priori statione E , obseruati, cognitus. Igitur & AME , reliquis duorum rectorum cognitus erit: qui quidem etiam relinquitur, si NMH , complementum anguli MHL , in statione postrema H , inuenti ex duobus rectis detrahatur. Quapropter cum in triangulo AEM , omnes anguli noti sint, una cum latere AE , quod paulo ante inuenimus, cognoscetur quoque reliqua duo latera ME, AM : ac propterea distantia EM , vel CB , inuenta erit. Et si rectæ AM , inuentæ addatur mensoris statura MB , tota turris altitudo AB , cognita erit.

cio. triang.
rectil.

CVRANDVM autem est magnopere, ut tria puncta B, C, D , in una linea recta iaceant, id quod in problemate 22. lib. 2. faciendum esse monuimus.

3. **QVOD** si basis altitudinis ex latere montis videri possit, nullo ferme labore problema per unicam stationem efficiemus. Nam si in D , statuatur quadratum, ita ut centrum dioptræ sit superius, & latus infimum, recta in B , feratur, dirigenda erit dioptra versus idem punctum B . *d* Nam si fiat,

*Ut umbra versa
abscissa*

*Ad latus quadra-
ti:*

*Ita latus qua-
drati*

ad aliud,

inuenietur distantia DB , in partibus lateris quadrati, ut liquido constat ex ijs, quæ in problem. 15. Num. 5. scripsimus, patetque in 1. figura eiusdem problematis; si in ea cogitetur ascensus montis AF , in secundo quadrato, & E , basis altitudinis monti impositæ.

DEINDE si idem quadratum in D , ita statuatur, ut rursus centrum dioptræ sit in sublimi, & latus infimum ad fastigium altitudinis A , recta tendat, idemque punctum A , per dioptram inspiciatur, reperietur eodem pacto distantia à D , usque ad A ; si fiat,

*Ut umbra versa
abscissa*

*ad latus quadra-
ti:*

*Ita latus quadra-
ti*

ad aliud.

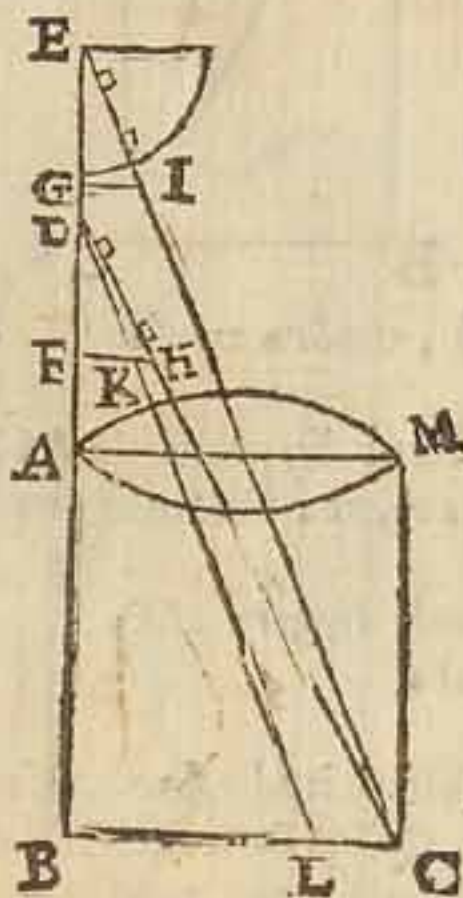
POSTREMO, accommodato quadrato, ita ut vnum latus rectæ DB , congruat, & dioptra in A , dirigatur, inuenietur angulus, quem rectæ DB, DA , efficiunt, ut in problem. 16. Num. 1. docuimus. Si ergo hic angulus seorsum describatur, & in rectis DB, DA , capiantur duæ portiones proportionales, ut in eodem problem. 16. Num. 2. tradidimus, reperietur altitudo AB , per intervallum inter duas illas portiones, ut ibi intervallum CD , indagauimus.

PROFVNDITATEM putei, vel ædificij cuiusvis ad perpendiculum erecti, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per

per quadratum efficere cognitam.

PROBLEMA XXVII.

1 HOC nihil est aliud, nisi turrin ex eius vertice, quando in Horizonte signum aliquod apparet, per duas stationes in hasta aliqua factas metiri, ut in problem. 9. factum est. Quare eius problematis praxim hic breuiter reperemus. Sit puteus, seu ædificium erectum $ABCM$, cuius angulus C , in fundo, vel signum quodpiam C , in fundo positum conspici possit. Erecta hasta AE , in orificio putei, vel summitate ædificij, fiant duæ stationes oculi mensoris in D, E , & applicato latere quadrati ad hastam bis, ut modo centrum dioptræ in D , & modo in E , statuatur, dirigatur dioptra versus C . Si igitur in vtraque statione dioptra vmbra rectam interfecet, quod plerunque in puteorum dimensione fieri solet: Fiat autem,



Vt differentia umbrarum rectarum

Ad DE, differentia stationum

Ita umbra recta ad EB, est maior

exibit recta EB , nota in partibus differentie stationum DE . Si ergo auferatur recta EA , composita ex differentia stationum DE , & portione haste DA , quæ plerunque stature mensoris esse solet æqualis, vel certe facile mensurari potest, nota relinquetur altitudo AB , quæ sita.

2 SI vero in vtraque statione umbra versa interfecetur, & fiat,

Vt differentia umbrarum versarum

ad DE, differentiam stationum

Ita umbra versa ad EB, maior

fiat rursus nota recta EB , &c.

3 SI denique in vna statione latus umbræ rectæ secetur, & in altera latus umbræ versæ, reducenda erit vel umbra recta ad versam, vel versa ad rectam. Nam si rursus fiat,

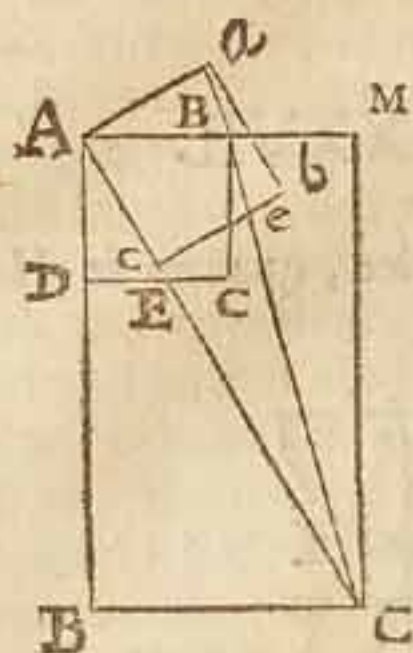
Vt differentia umbrarum, siue versarum, siue rectarum,

ad DE, differentiam stationum:

Ita umbra versa ad EB, vel recta maior

iterum produceretur recta EB , in partibus differentie stationum DE , &c.

PER vnicam quoque stationem assequemur altitudinem putei, quemadmodum in scholio probl. 9. ex montis vertice eius altitudinem mensi sumus: si videlicet in A , quadratum ita statuatur, ut centrum a , dioptræ superius sit, & latus infimum AC , ex A , ad punctum C , vergat, ad inveniendam distantiam



stantiam, vel hypotenusam AC , &c. ut in eo scholio factum est, atque hæc figura appposita declarat. Secundo enim quadratum ita locandum est, ut A , centrum dioptræ sit in A , & latus AD , lateri putei AB , adhæreat; adeo ut per dioptram puncto C , inspecto, radius visualis ab hypotenusa AC , non differat. Itaque si fiat.

Ut eb , umbra versa ad latus ba , ita latus aA , ad aliud,

inuenietur hypotenusam AC . Inuenta deinde portione dioptræ AE , in secundo quadrato, ut in scholio problem. 7. docuimus: Si rursus fiat,

Ut portio dioptræ AE , ad hypotenusam inuenta AC : ita latus AD , ad aliud,

prodibit altitudo, siue profunditas AB .

4 QVOD si latitudo orificij AM , vel fundi BC , cognita fuerit, quæ facile per aliquam mensuram cognosci poterit, facilius per vnam duntaxat stationem in D , factam, & per vnicam applicationem quadrati, profunditatem AB , conijciemus. Nam si fiat,

Ut umbra recta, si ea abscissa fuerit, ad latus quadrati: ita latitudo cognita BC , ad AB ,

Vel

Ut latus quadrati ad umbram versam, si ea fuerit abscissa: ita latitudo cognita BC , ad AB ,

producetur AB , profunditas nota in partibus latitudinis.

ET si forte dioptra per punctum C , in quadrato transeat, erit latitudo BC , rectæ AB , æqualis.

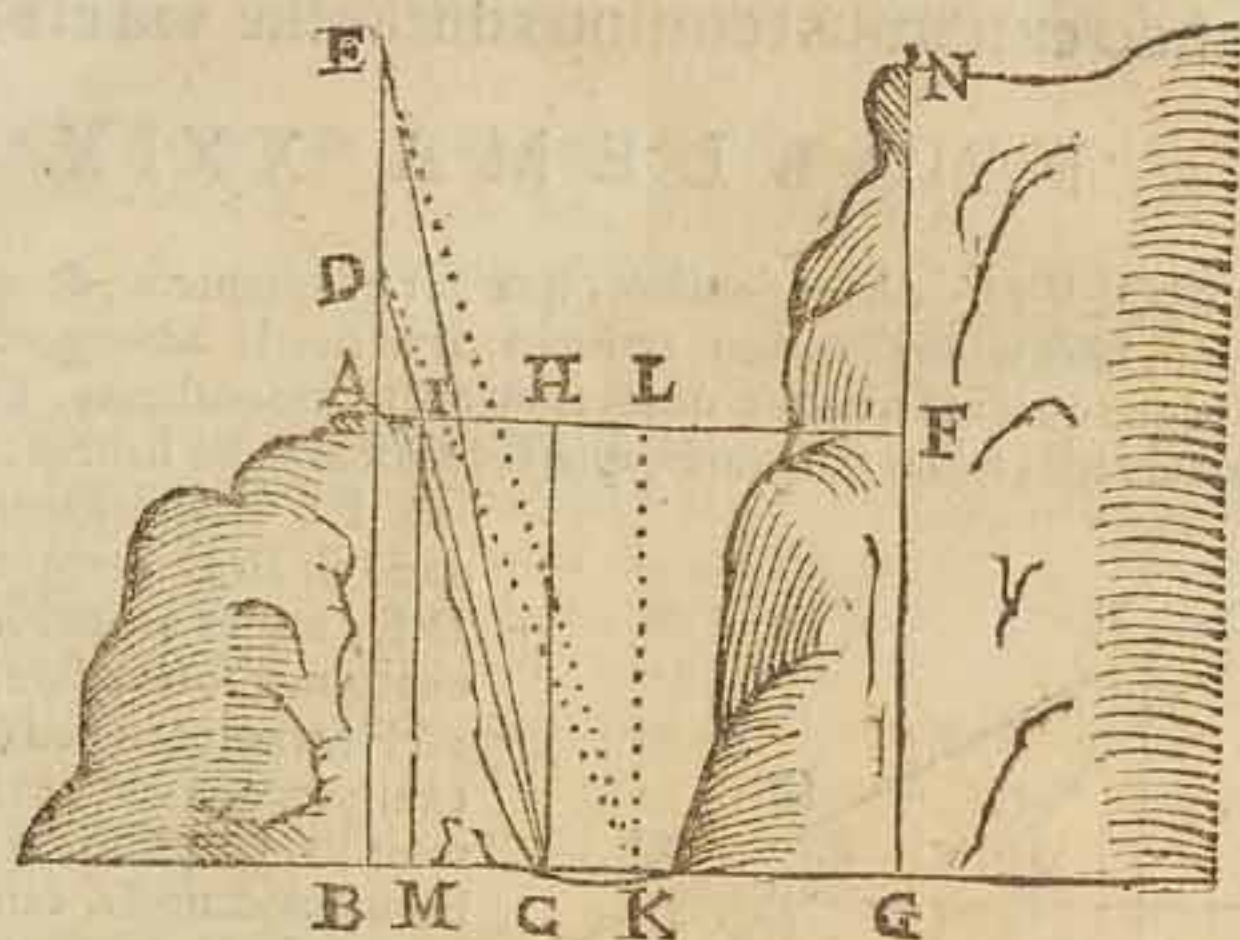
HÆC porro praxes demonstratæ sunt omnes in prædicto problemate 9. hac vltima Num. 4. excepta, quam in problemate 8. Num. 4. demonstrauimus.

PROFUNDITATEM vallis, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, & eius terminus, vel aliquod in ea signum conspici possit, per quadratum cognoscere.

PRO-

LIBER TERTIVS. 151
PROBLEMA XXVIII.

1 HOC etiam aliud nihil est, nisi altitudinem quampiam ex eius summo fastigio per duas stationes in hasta aliqua erecta dimetiri, ut in problem. 9. factum est, & in præcedenti problemate repetitum. Sit enim vallis inter duos montes AB, NG, posita, & terminus ipsius C, ex monte AB, conspici



possit, Erecta hasta AE, in qua duæ stationes oculi mensoris fieri possint in D, E, si reliqua construantur, ut in problemate 24. lib. 2. cuius hic figuram iteravimus; investigabitur recta EB, ut in 1. figura præcedentis probl. recta EB, fuit inuenta. Et si dematur portio hastæ AE, altitudo montis AB, vel profunditas vallis HC, reliqua fiet nota.

2 DESCENSUS autem obliquus IC, ita colligetur. Per umbram à dioptra ad C, directa abscissam eliciatur angulus BDC, ex 1. problemate, hoc est, angulus CIM, & qui ei æqualis est, externus interno; eritq. proinde reliquus angulus ICM, notus, ut pote illius complementum. Quocirca cum in triangulo CIM, anguli acuti cogniti sint, una cum latere IM, nuper inuen-

a 29. primi.

b 5. triang. rectil.

to; b basis IC, ignorari non poterit. SED hæc omnia facilius per vnicam stationem investigabuntur, si in D, puncto hastæ quadratum bis applicetur, ut in præcedenti problemate Num. 2. & in scholio problem. 9. factum est in puncto A, &c.

3 QVOD si terminus C, non cernatur, eligatur aliquod signum K, in valle, quod ex stationibus D, & E, appareat. Ita enim per problema 9. vel potius per eius scholium, eadem altitudo IM, vel HC, inuenietur.

IMMO si in plano vallis duæ stationes commodè fieri possint, percipietur ex illis eadem altitudo IM, per problema 6. vel per scholium problem. 7. Descensus verò obliquus IC, tanquam intervallum inter duo signa I, & C, per problema 16. indagandus erit.

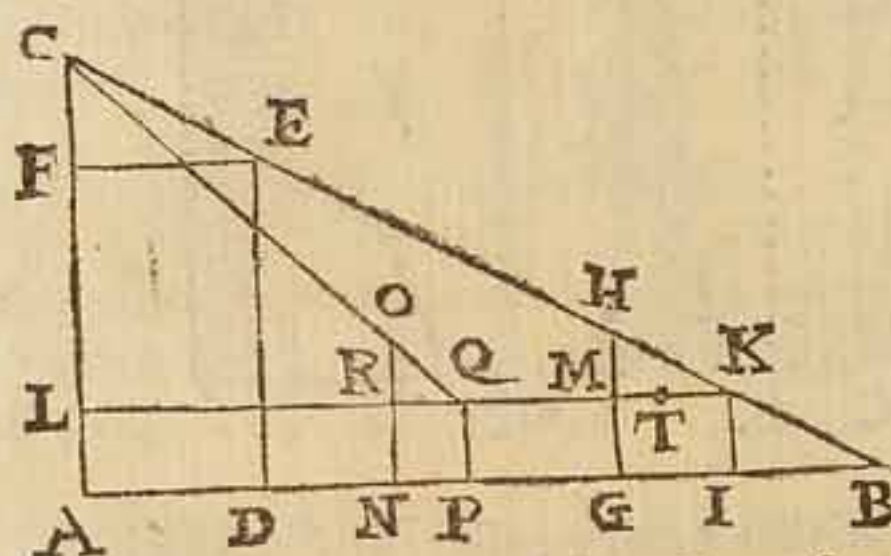
4 EADEM denique profunditatem CH, venari licebit ex altiore monte

monte NG, si modo terminus C, minoris montis, vel aliquod signum in valle appareat ex cacumine N: non aliter, quam in problemate 22. vel 23. minorem altitudinem ex maiore deprehendimus. Nam hic minor altitudo inquirenda est CH, & maior NG, ex cuius vertice N, terminum C, videri posse statuimus.

DISTANTIAM inter pedes menforis, & signum aliquod in plano Horizontis beneficio baculi metiri, quando extremus terminus distantiae videri potest.

PROBLEMA XXIX.

I ABSOLVTIS dimensionibus, quæ per quadrantem, & quadratum fieri solent, libet nonnullas alias rationes dimetiendi adiungere, vt illis, quando neque quadrans, neque quadratum adest, vti possimus. Ex pluribus autem modis illas solum seligemus, quæ faciliorem vsum habent.



SIT ergo distantia metien-
da D B. In D, erigatur baculus
D E, minor altitudine A C, ab
oculo menforis ad pedes, rectus
ad Horizōtem. quod fiet, si filum
cum perpendiculo baculo adhæ-
rebit, vel lapillus ex E, demis-
sus in punctum D, cadet. Deinde
retrocedat menfor vsque ad A,
donec radius visualis ex C, pro-

a 29. primi.
b 4. sexti.

Ut CF, differentia inter baculum DE, & mensuris staturam AC. ad FE, spatium inter mensuram & baculū: Ita ED, longitudo baculi noti.

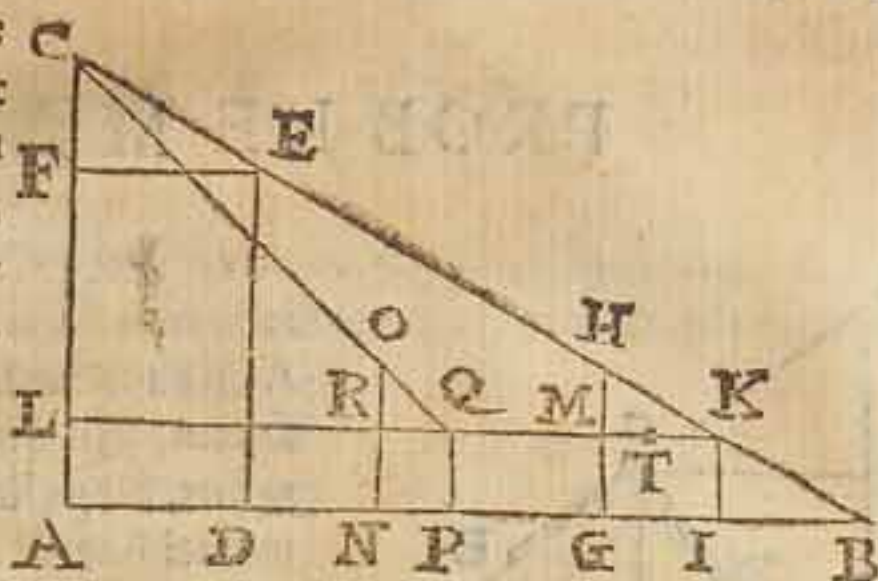
nota prodibit distantia quæsitæ DB, in partibus baculi DE, vel staturæ men-
foris AC. Debent enim baculus, & statura menforis per ynam eandemque
mensuram esse cognita.

ALTITVDINEM turris, aut alterius rei per baculum indagare.

PROBLEMA XXX.

1 SIT in figura præcedentis problematis metienda altitudo AC. Fig-
tur in terra baculus GH, rectus ad Horizontem, & aliquantulum maior sta-
tura

tura menforis ab oculo ad pedes
quæ sit IK. Deinde retrocedat
menfor vsque ad I, ita vt eius ocu-
lus in K, constitutus fastigium C,
inspiciat: intelligaturq. ducta re-
cta KL, Horizonti AB, parallela,
secans baculum in M. *a* Quoniã
igitur triangula K M H, K L C,
similia sunt, propter parallelas
MH, LC: si fiat,



*a coroll. 4.
sexti.*

*Vt KM, spatium inter men-
sorem, & baculum,*

*ad MH, differentiam
inter baculum & sta-
turam menforis:*

*Ita distantia ad LC,
KL, qua nota
fiat p aliquã
mensuram,*

producetur recta LC, cui si adijcietur statura menforis AL, tota altitudo pro-
posita AC, cognita erit in partibus staturæ menfori, vel distantia KL.

2 QVOD si accessus non pateat ad altitudinem AC, vt distantiam IA, metiri possimus, figatur idem baculus, vel alius illi æqualis NO, acceden-
do videlicet propius ad altitudinem. Deinde menfor retrocedat ad P, vt eius
oculus in Q, existens per summitatem baculi O, iterum fastigium C, videat:
seceturque baculus NO, à recta KL, in R. *c* Et quia est, vt KM, ad MH, ita
KL, ad LC: Item vt QR, ad RO, ita QL, ad LC: *d* Est autem maior propor-
tio KL, ad LC, quam QL, ad eandem LC; erit quoque maior proportio K M,
ad MH, quam QR, ad RO, ipsi MH, æqualem. (Cum enim & totæ GH, NO,
& ablatæ GM, NR, æquales sint, erunt quoque reliquæ MH, RO, æquales)
e Igitur KM, maior erit, quàm QR. Abscissa ergo KT, æquali ipsi QR, f quo
niã est, vt KM, ad MH, ita KL, ad LC, erit permutando, vt KM, tota ad totã
KL, ita MH, ad LC. Eadẽ ratione erit QR, hoc est, KT, ablata ex KM, ad QL,
ablatam ex KL, vt RO, ad LC, hoc est, vt MH, ad LC. Igitur & reliqua TM,
ad reliquam KQ, erit vt tota KM, ad totam KL: Vt autem KM, ad KL, ita pau-
lo ante ostendimus esse MH, ad LC. Quapropter si fiat,

*e 4. sexti.
d 8. quinti.*

*e 10. quinti
f 4. sexti.*

*Vt TM, differentia inter spa-
tia K M, & QR, vel KT, à
mensore v, que ad baculos,*

*ad KQ, diffe-
rentiam sta-
tionum*

*Ita MH, differentia
inter baculum, &
menforis staturã,*

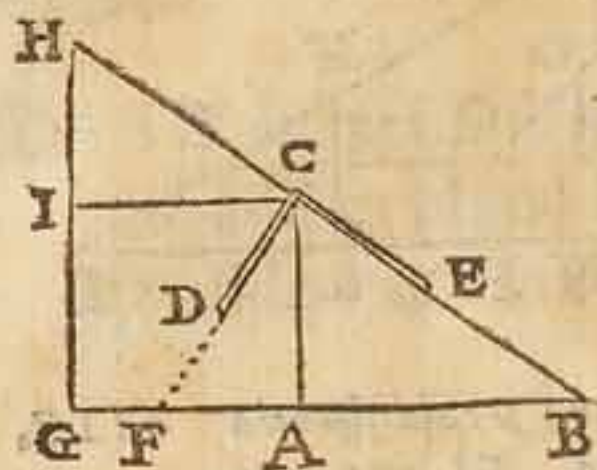
efficietur nota LC, cui si addetur statura menforis AL, nota quoque euadet
proposita altitudo AC.

3 IAM si prima statio fiat in Q, & secunda in K, recedendo magis ab
altitudine, non variabitur praxis & demonstratio, vt liquet.

DISTANTIAM in plano Horizontis inter men-
forem, & signum quoduis beneficio normæ adin-
uenire.

V PRO-

PROBLEMA XXXI.



a coroll. 8.
sexti.

1 PROPOSITA sit distantia AB. In A, loco menforis figatur ad angulos rectos baculus AC, paulò minor statura menforis, & per mensuram, per quam menforis statura cognita est, notus. Angulus deinde rectus normæ C, summitati baculi applicetur, & eius latus CE, circa C, paulatim attollatur, deprimaturue, donec radius visualis per latus interius normæ CE, incedens feratur in punctum extremum B, diligenterque notetur punctum F, in quod radius visualis per alterum latus interius C D, transiens incidit. Et quoniam AC, media est proportionalis inter AF, quæ in partibus baculi nota efficiatur, & distantiam AB: si fiat,

Vt AF, inter baculum, & punctum F, cognita ad baculum Ita baculus AC, ad AB, AC:

Hoc est, si quadratus numerus baculi per AF, diuidatur, prodibit in Quotiente distantia AB, nota in partibus baculi.

2 NON abs re foret, si duo clauiculi in utroque latere normæ interiori affigerentur, ut radius visualis per illos incedens rectius in B, & F, feratur.

ALTITVDINEM turris, aut alterius rei per normam inuestigare.

PROBLEMA XXXII.

1 IN figura præcedentis problematis sit metienda altitudo GH. Figatur rursus in A, loco menforis baculus AC, cuius summitati C, angulus rectus normæ applicetur, eiusque latus CE, paulatim eleuetur, deprimaturue, donec per latus interius CE, vertex altitudinis H, conspiciatur, punctumque F, in quo alterum latus C D, incurrit, notetur. Et quoniam ducta recta CI, Horizonti parallela, trianguula ACE, HCI, æquianguula sunt; quod anguli A, I, recti sint, & ACE, HCI, reliqui ex rectis ACI, HCD, (si nimirum communis auferatur DCI,) æquales: si fiat.

b 4. sexti.

Vt baculus AC, ad AF, inter baculum, & punctum F, cognitam Ita distantia CI, vel AG, quæ ad IH, nota fiat per aliquam mensuram

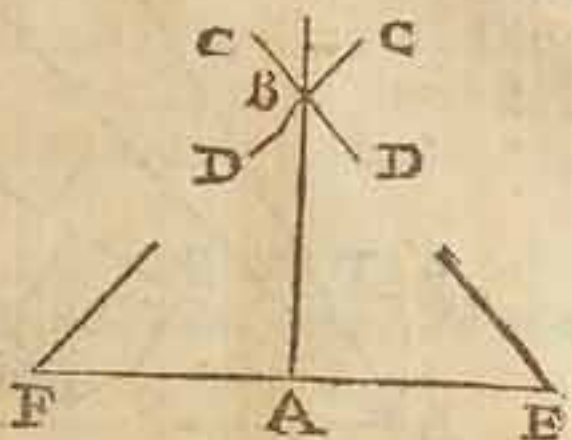
procreabitur IH, nota, ad quam si adijcietur longitudo baculi AC, vel GI, proposita altitudo GH, cognita erit.

DISTANTIAM in plano Horizontis, quæ non sit valde magna, alio modo facillimo dimetiri.

PRO-

PROBLEMA XXXIII.

1 QVANDO planum aliquod exiguum habet longitudinem, sed tamen mensurari non potest, ob aliquod impedimentum, cuiusmodi sunt latitudines fluminum, & stagnorum, quorum latitudines, quas nunc pro longitudinibus accipimus, mensurari nequeunt, ob interiectam aquam, utemur inter alia hoc etiam artificio. Prope ripam fluminis, aut stagni, vel alterius cuiuscunque rei metiendæ, figatur baculus AB, ad Horizontem rectus, cui in puncto B, accommodetur virgula CD, ita ut circa B, deprimi aut elevari possit, donec radius visualis per CD, transiens occurrat extremo E, distantia AE, metiendæ. Deinde virgula CD, manente immobili, ne angulus DBA, mutetur, vertatur baculus AC, ad rectos semper angulos Horizonti insistent, donec radius visualis per eandem virgulam CD, incedens occurrat plano alicui prope flumen, aut stagnum, in quo nimirum mensor existit, & quod mensurari possit, in puncto F. Quoniam ergo duo anguli A, B, trianguli ABE, duobus angulis A, B, trianguli ABF, æquales sunt, & latus AB, commune: æ erunt latera AE, AF, æqualia: atque idcirco, si AF, in plano per aliquam mensuram efficiatur nota, distantia quoque AE, cognita erit.



a 26. primi.

2 ALII hoc ipsum efficiunt sine baculo, hac ratione. Erigunt se ad angulos rectos cum Horizonte: Deinde deprimunt pileum, qui sit aliquantulum latus, donec radius visualis per extremitatem pilei excurrentes incidat in terminum E, distantia AE, metiendæ: Pileo vero immobili manente, vertunt se versus planum aliquod mensurabile, notantque in eo punctum F, in quo radius visualis ipsi plano occurrit. Nam rursus longitudo AF, quæ per mensuram aliquam cognoscenda est, distantia AE, proposita æqualis est: propterea quod statura mensoris fungitur tunc munere baculi AB, & pileus depressus vices gerit virgulæ CD, ut constat.

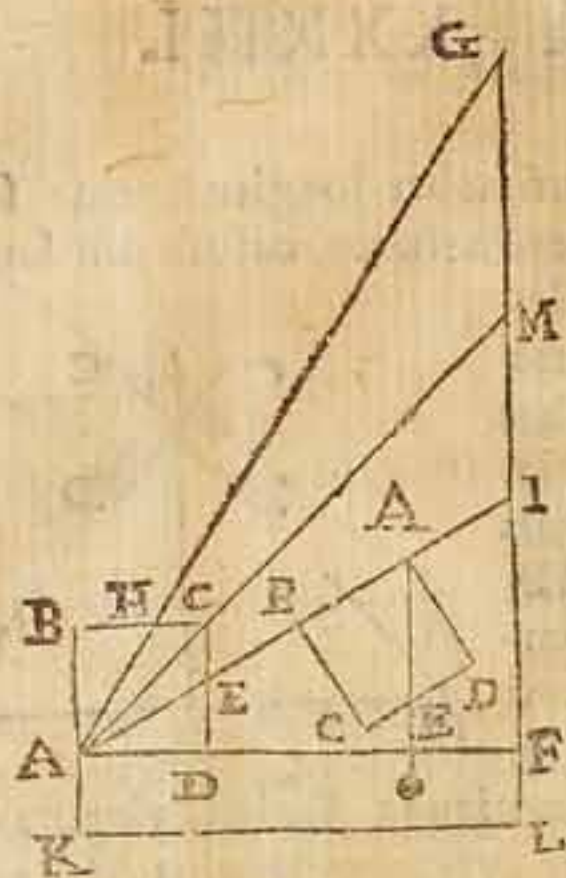
ALTITVDINEM cuiusque rei erectæ ex eius umbra, quam Sole lucente projicit, si nota fuerit, per quadratum deprehendere.

PROBLEMA XXXIII.

1 HOC problema à quinto non differt, nisi quod hic utimur radio Solis pro radio visuali, & longitudine umbræ, quam altitudo, Sole lucente, projicit, pro distantia à mensore ad altitudinem usque. Sit ergo altitudo FG, vel FI, vel FM, eiusque umbra projecta FA. Dirigatur quadratum versus Solem (licet hoc non fiat è directo altitudinis) & transeunte radio Solis per foramina pinnacidiorum, noterur quanta umbra siue recta, siue versa à dioptra, vel

V 2

fio



filo perpendiculi in quadrato abscin-
datur. Nam ita se se habebit umbra
recta HB, in quadrato ad latus AB, ut
umbra proiecta AF, ad altitudinem
FG. Item ea est proportio lateris
AD, ad umbram versam DE, in
quadrato, quæ umbræ projectæ AF,
ad altitudinem FI. Denique dio-
ptra, vel filo perpendiculi per pun-
ctum C, incedente, tanta erit umbra
projecta AF, quanta est altitudo FM.
quæ omnia in problemate s. demonstra-
ta sunt. Igitur si fiat,

*Ut umbra recta HB, in [ad latus AB, Ita longitudo Umbra ad FG,
quadrato abscissa] projecta AF,*

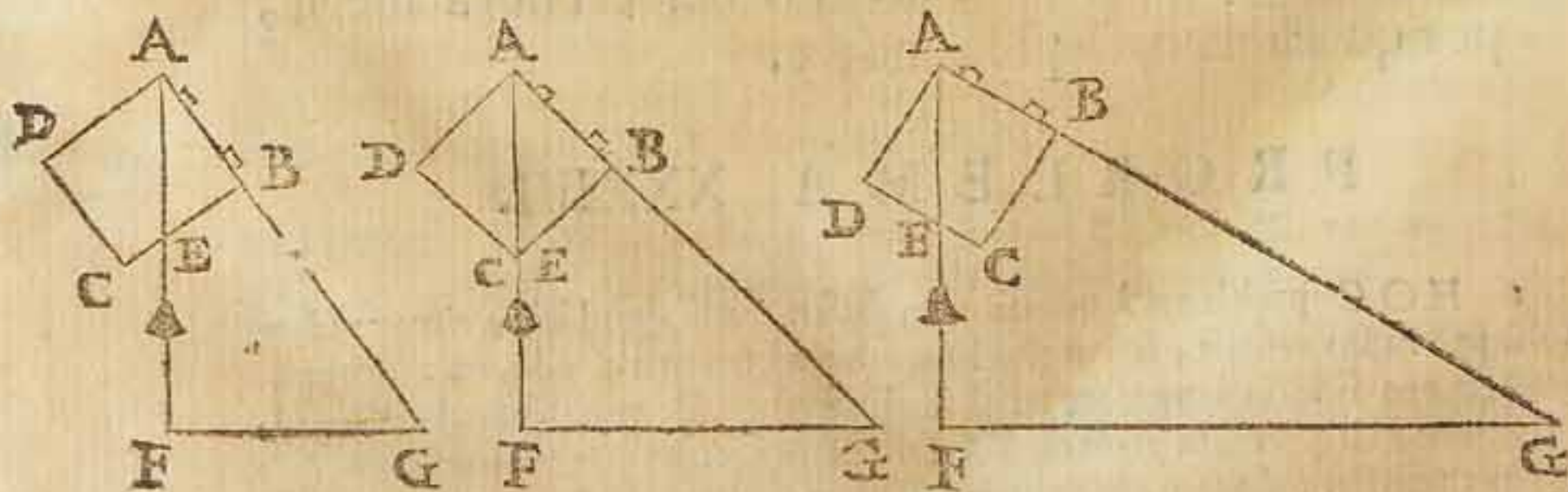
Vel

*Ut latus AD, ad umbram versam DE, ab- [Ita longitudo um ad FI,
scissam in quadrato] bra projecta AF,*

altitudo proposita FG, vel FI, proueniet nota &c.

LONGITVDINEM umbræ ab altitudine, Sole
lucente, quando altitudo est cognita, ope quadrati
apertam, & manifestam facere.

PROBLEMA XXXV.



Hoc etiam problema à secundo diuersum non est: solum hic pro di-
stantia

stantia accipimus longitudinem umbræ, quam altitudo nota, Sole lucente, projicit. Sit ergo altitudo AF , eiusque umbra projecta FG . Dirigatur quadratum versus Solem, ubicunque mensor extra umbram constiterit, & transeunte radio Solari per pinnacidiorum foramina, observetur umbra siue recta, siue versa, quam filum perpendiculi, vel dioptra abscindit. Ita namque se habebit latus quadrati AB , ad umbram eius rectam BE , abscissam, ut altitudo AF , ad umbram projectam FG . Item sic erit umbra versa DE , in quadrato ad latus AD , ut altitudo AF , ad umbram projectam FG . Dioptra denique, vel filo perpendiculi per punctum C , transeunte, altitudo AF , longitudini umbræ projectæ FG , equalis est, quæ omnia in problemate 2. demonstrauimus. Quamobrem si fiat,

Ut latus AB , ad umbram rectam abscissam BE , Ita altitudo nota ad FG , AF ,

Vel

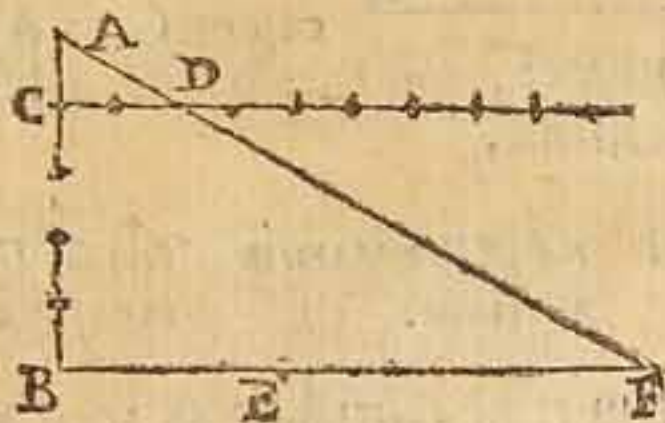
Ut umbra versa DE , abscissa ad latus AD , Ita altitudo nota ad FG , AF ,

exibit nota longitudo umbræ projectæ FG , &c.

DISTANTIAM in Horizonte inter menforem, & signum aliquod visum, beneficio simplicissimi cuiusdam instrumenti comperire.

PROBLEMA XXXVI.

CONSTRVATUR instrumentum hoc modo. Acepiatur baculus rectus AB , paulo minor, quam menforis statura, diuidaturque in 5. partes, vel etiam plures, paucioresue æquales, & in prima eius parte C , vel in alia quacunque, infigatur alius baculus CD , ad rectos angulos, in quo summa



tur ordine quotcunque palmi, aut pedes. In extremitate quoque baculi AB , infigatur alius baculus BE , ad angulos rectos: constructumque erit instrumentum, quo varias magnitudines licebit metiri, ut patebit: Sit enim primum metienda distantia BF , cuius terminum F , mēsor in altero termino B , existēs
videre

videre possit ex A, etiamsi in medio sint valles, & alia impedimenta. Constituat instrumentum in tali situ, ut AB, sit ad Horizontem perpendicularis, & BE, eidem æquidistans. Inspecto extremo F, ex A, notetur summa cura ac diligentia punctum D, in baculo CD, per quod radius visualis tran-
a coroll. 4. sexti.
b 4. sexti. sit a Nam cum triangula ACD, ABF, sint similia; b si fiat,

Vt AC, ad AB, Ita CD, ad BF,

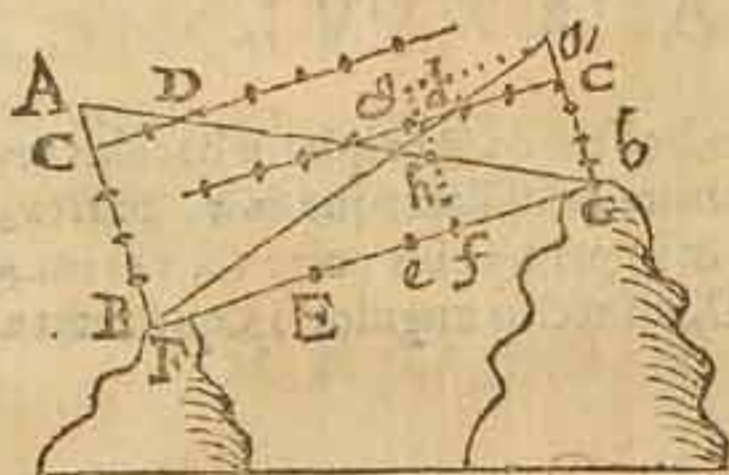
inuenta erit distantia BF, in partibus CD. Itaque si AC, est quinta pars, verbi gratia, baculi AB, erit quoque CD, quinta pars distantiae BF. Et quia in nostro exemplo CD, continet 2. pedes, si eos multiplicemus per 5. producentur 10. pedes pro distantia BF.

2 CVRANDVM autem erit diligenter, ut quando radius visualis non transit per aliquem pedem integrum baculi CD, inuestigetur, quot decimæ, vel centesimæ vnius pedis in particula abscissa contineantur, per ea, quæ lib. 1. cap. 2. Num. 14. scripsimus. quod fiet, si in regula CD, decem pedes comprehendantur. Idemque de quacunque alia mensura intelligendum est, si ea in CD, loco pedum signetur.

3 VERVM hoc eadem facilitate præstitimus ope quadrati, tum penduli, tum stabilis.

DISTANTIAM inter duo montium aut turrium cacumina, ope prædicti instrumenti coniicere.

PROBLEMA XXXVII.



1 SINT duo cacumina montium F, G. Posito puncto B, prædicti instrumenti in cacumine F, minoris montis, deprimatur baculus AB, donec baculus BE, recta in cacumē G, tendat. quod per duos clauiculos in B, E, infixos, facile fiet, ut Num. 2. problem. 31. diximus. Manente in hoc situ instrumento, inspiciatur cacumen G, ex A, obserueturque punctum

a coroll. 4. sexti.

D, intersectionis radij AG, cum baculo CD. a Nam cum æquiangula sint triangula ACD, ABG, si fiat,

Vt AC, nota in partibus AB, ad AB, notarum partium: Ita CD, nota in data ad BG, mensura

cognoscetur distantia BG, in partibus CD. Vt si AC, est quinta pars ipsius AB, & CD, contineat 1. pedem, & insuper $\frac{2}{3}$. si $1\frac{2}{3}$. quinquies sumatur, efficietur distantia BG, pedum $8\frac{1}{3}$.

2 NON aliter distantia BF, ex maioris montis cacumine G, inuestigabitur, ut figura indicat.

EO-

EODEM modo procedes, si puncta F, G, sint fastigia duarum turrium, aut si vnum sit fastigium turris, & alterum, cacumen montis, vt constat.

3 IDEM hoc per quadratum fiet hoc modo. Sit quadratum a b f g, statuaturque angulus b, in cacumine G, & latus b f, deprimatur, ita vt recta in cacumen F, tendat, si productum intelligatur, obserueturque umbra versa abscissa g h, à radio visuali a B. Nam quia triangula a g h, B b a, æquiangula sunt, a si fiat.

a 4. sexti.

Vt g h, umbra
versa ad g a, latus
quadrati: ita latus quadrati
a b, ad B b,

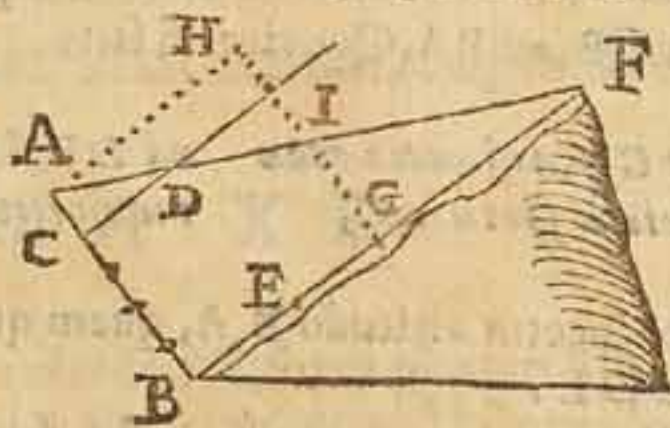
hoc est, si quadratus numerus lateris, nimirum 1000000. diuidatur per umbrā versam, gignetur in Quotiente distantia B b.

IDEMQVE fieret, si angulus quadrati in B, collocaretur, infimumque latus recta à B, in cacumen G, tenderet, &c.

LONGITVDINEM ascensus alicuius montis, si eius cacumen ab oculo in radice constituto videatur, eiusdem instrumenti beneficio cognoscere.

PROBLEMA XXXVIII.

1 ACCOMMODETVR prædictum instrumentum, vt punctum B, in radice montis statuatur, & baculus BE, beneficio duorum claviculorum infixorum, vt Num. 2. problem. 31. dictum est, recta in cacumen F, vergat; noteturque intersectio D, radij visualis cum baculo C D, inspecto cacumine F, ex A. b Nam iterum triangula ACD, ABF. Similia erunt. c Quare si fiat,



b coroll. 4.
sexti.
c 4. sexti.

Vt AC, nota in partibus AB, ad AB, notarum partium: Ita C D, nota in data ad B F, mensura

cognoscetur ascensus obliquus montis B. F, in partibus C D.

2 PARI Ratione, si F, sit fastigium alicuius turris, inuestigabis distantiam à puncto B, in terra, vel alibi posito, vsque ad F, hoc est, hypotenusam BF, vt perspicuum est. Atque hoc eodem instrumento complures aliæ dimensiones absolui poterunt, quod prudens lector facile perspiciet.

3 IDEM assequemur quadrato ABGH, si eius angulus B, in radice statuatur, & latus BG, eleuetur ita, vt recta tendat in cacumen F. Obseruata enim umbra versa HI, quam dioptra in cacumen F, directa abscindit, sunt triangula AHL, FBA, æquiangula. d Quamobrem, si fiat.

d 4. sexti.

Vt

Vt sinus totus CB, ad CA, secantem eiusdem anguli BCA, Ita CB, distantia cognita ad CA,

cognita etiam erit CA, distantia à speculo C, vsque ad cacumen A, in partibus distantiae C B.

A L I T E R

3 PER solos sinus ita progrediemur, si libet. & Fiat,

Vt sinus anguli A, cōplemēti anguli C, reflexionis, vel incidentiae, ad CB, distantiam cognitā: Incidentiae, vel reflexionis, Ita sinus anguli C, ad BA.

pro. triang.
rectil.

Nam productus numerus dabit altitudinem BA, notam in partibus distantiae CB. b Rursus fiat,

Vt sinus anguli A, complementi anguli eiusdem C, ad CB, distantiam cognitam: Ita sinus totus re- cti anguli B, ad CA.

pro. triang.
rectil.

Numerus enim proueniens dabit hypotenusam CA, in partibus distantiae CB, cognitam.

ALTITVDINEM inaccessibilem beneficio speculi plani, vnà cum speculi distantia tam à base, etiam non visa, quàm à cacumine altitudinis, cognoscere.

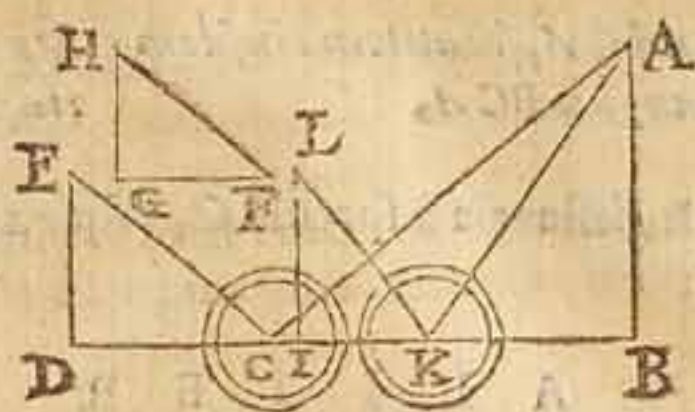
P R O B L E M A X L.

I SIT rursus in præcedenti figura altitudo AB, supra planum BD, erecta. Collocato speculo plano in C, recedatur ab altitudine ad D, donec cacumen A, per radium reflexum ECA, cerni possit, obserueturque per quadrantem angulus ECD, ideoq. & angulus ACB, vt in problemate præcedenti Num. 2. dictum est. Deinde collocato speculo in K, puncto, quotuis passibus à C, versus altitudinem distante, recedatur iterum ad I, donec cacumen A, inspicatur rursus per radium reflexum LKA; inquiraturque magnitudo anguli IKL, ideoque & anguli AKB. Et quoniam posito sinu toto AB, rectæ BK, BC, tangentes sunt angulorum BAK, BAC, qui complementa sunt angulorum K, C, reflexionum per quadrantem cognitorum; cognita erit KC, earum tangentium differentia. Si ergo fiat.

Vt KC, differentia tangentium, qua complementis angulorum incidentiae debentur, ad AB, si num totum Ita KC, differentia ad AB, positionum speculi

pro-

pro-



procreabitur numerus, qui altitudinem AB, notam exhibebit in partibus differentiae positionum speculi KC.

R.V.R.S.V.S. si fiat,

Ut KC, differentia complementorum angulorum incidentiae in speculo, ad CB, tangentem maiorem: Ita KC, differentia positionum speculi ad CB,

reperietur CB, maior distantia speculi C, ab altitudine. Ex qua si auferatur KC, differentia positionum speculi, nota remanebit KB, minor distantia speculi K, ab eadem altitudine. Quae etiam inuenietur, si fiat, ut KC, differentia praedictorum angulorum, qui complementa sunt angulorum incidentiae in speculo, ad KB, tangentem minorem: Ita KC, differentia positionum speculi ad aliud, ut perspicuum est.

a 22. primi.

b ro. triang. rectil.

a DEINDE, quia angulus AKB, in propinquiore speculi positione duobus angulis ACK, CAK, aequalis est, si angulus ACK, remotioris positionis detrahatur ex angulo AKB, positionis propinquioris: remanebit angulus CAK, notus. b Si igitur fiat,

Ut sinus anguli CAK, ad KC, differentia angulorum incidentiae speculi: Ita sinus anguli AKC, ad CA, complementi anguli AKB, ad duos rectos in propinquiore positione speculi

c ro. triang. rectil.

gignetur hypotenusa CA, remotioris positionis speculi, in partibus differentiae positionum speculi KC. c Et si rursus fiat,

Ut sinus anguli CAK, ad KC, differentia angulorum incidentiae speculi: Ita sinus anguli ACK, ad KA, flexionis ACK, in remotiori positione speculi

procreabitur quoque hypotenusa KA, propinquioris positionis speculi, in eisdem partibus differentiae positionum speculi KC.

A L I T E R

2 PER solos sinus idem assequemur hoc modo. Inuenta hypotenusa CA, ut proxime diximus, per sinus. d fiat,

d ro. triang. rectil.

Vt sinus totus anguli recti B, ad hypotenusam inuentam CA, Ita sinus anguli ACB, ad AB, remotioris positionis speculi

Prodibit enim in Quotiente altitudo AB, nota in partibus hypotenusæ inuentæ CA. a Quod si rursus fiat,

Vt sinus totus anguli recti B, ad hypotenusam inuentam CA, Ita sinus anguli BAC, complementi anguli in remotiore positione speculi ad CB, rectil. * 10. triang. rectil.

producetur CB, maior speculi distantia ab altitudine. Ex qua si subtrahatur KC, differentia positionum speculi, cognita etiam relinquetur distantia minor KB. Quæ etiam, si inuestigetur hypotenusæ KB, ut supra traditum est, reperietur: b si fiat, ut sinus totus anguli recti B, ad hypotenusam inuentam KB, ita sinus anguli BAK, complementi anguli in propinquiore positione speculi, ad aliud, ut manifestum est.

ALTITVDINEM monti impositam, si modo altitudinis basis possit conspici, vel portionem superiorem alicuius turris, beneficio speculi plano efficere notam.

PROBLEMA XLI.

1 QUANDO ad turrin patet accessus, ut eius à mensore distantia cognosci possit; si per probl 39. inuestigetur tam altitudo à summitate portionis propositæ, usque ad basem turris, quam altitudo ab infima parte eiusdem portionis, usque ad eandem turris basem: & minor hæc altitudo ab illa maiore dematur, reliqua fiet portio, quæ inquiritur.

2 AT vero, quando altitudo monti est imposita, & basis altitudinis apparet, aut ad turrin non patet accessus: exquirenda erit per præcedens problema utraque altitudo prædicta. Nam rursus minor detracta ex maiore, reliquam faciet altitudinem, vel portionem, quæ desideratur.

SITVM cuiuslibet campi, aut atrij, vel templi, vel etiam vrbis, aut regionis cuiusvis in plano describere, si è duobus locis intra ipsum situm assumptis baculi ex omnibus campi angulis erecti, vel certe ipsi anguli in ædificio, aut vrbe, vel loca regionis videri possint: simulque longitudines laterum campi, vel ædificij, nec non distantias inter angulos, & vtrumvis locorum assumptorum in data mensura,

X 2

cogno-

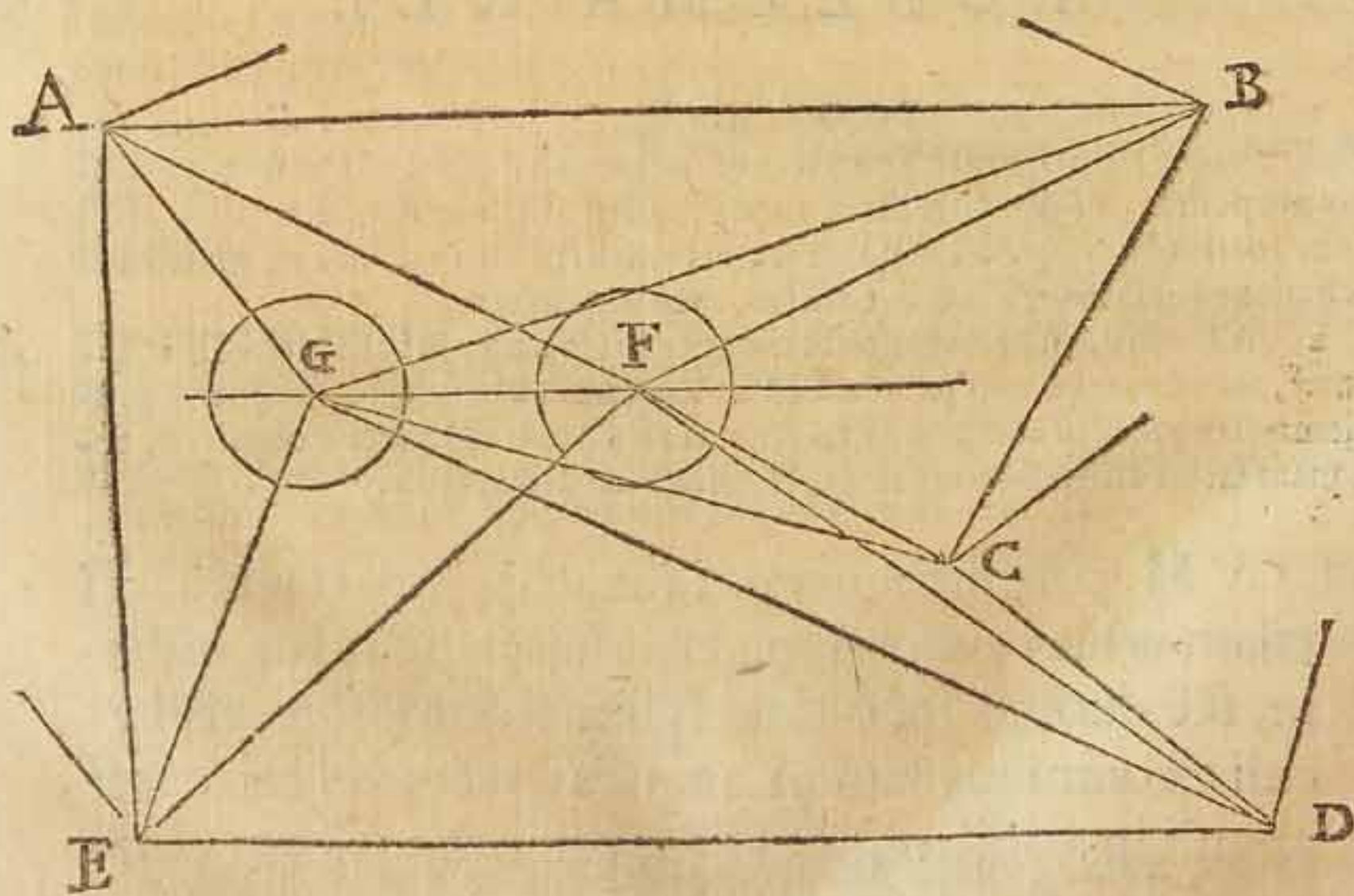


cognoscere. Quod si talia duo loca intra situm eligi nequeant, idem efficere, dummodo situm possimus circumire.

PROBLEMA XLII.

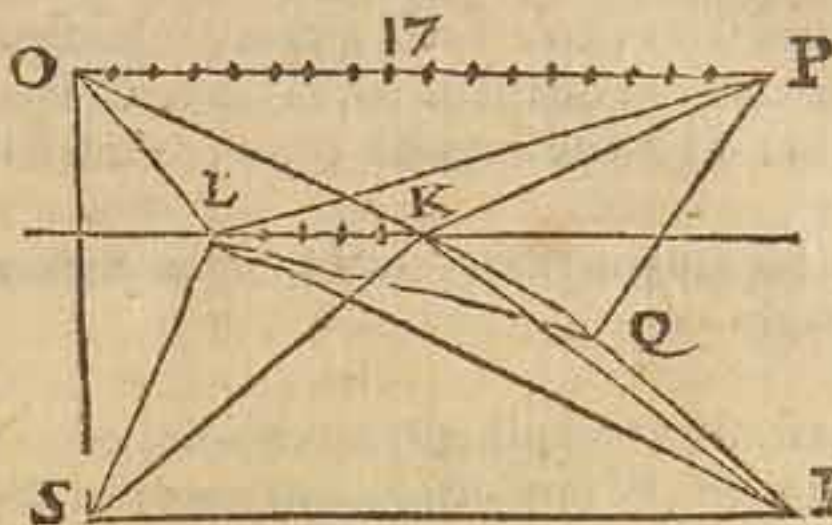
Situs capi
cuiusvis, quo
pacto ex duo
bus locis in
tra ipsum as
sumptis de
lineetur

ET SI problema hoc vel Geographicum est, vel Architectonicum; tamen quia sine dimensione linearum absolui non potest, lubet illud hoc loco paucis explicare. Sit ergo campus quinque lateribus AB, BC, CD, DE, EA , cinctus. Figantur in quinque angulis A, B, C, D, E , quinque baculi ad angulos rectos cum Horizonte, pareturque circa medium areæ planum aliquantulum altum Horizonti æquidistans, in quo duo puncta F, G , quantumlibet inter se distantia, verbi gratia 100. pedibus, è quibus omnes quinque baculi cerni possint. Per F, G , ducatur recta FG , ad utraq; partes; continebitque segmentum FG , 100. pedes ex hypothesi. Affixa deinde dioptra, volubili cum pinnacidijs in utroq; puncto F, G , descriptisque circulis duobus ex F, G , ut per eorum circumferentias angulorum magnitudines, qui in F, G , constituentur, cognosci possint, inspiciantur ex F, G , per foramina pinnaculorum (circumducta dioptra) baculi ex angulis A, B, C, D, E , erecti, & anguli, quos linea fiduciæ cū recta HL , facit, aut quos rectæ a linea fiduciæ designatæ inter se faciunt, transferantur ordine ad puncta K, L , quomodocunque inter se distantia in recta KL , quæ seorsum in charta aliqua sit descripta, produ-



his lineis, quæ illos angulos in K, L , efficiunt ut in 2. figura apparet. Si namque

namque puncta, vbi dictæ lineæ ex K, & L, prodeunt concurrunt, lineis rectis coniungantur, descripta erit figura O P Q R S, similis omnino figuræ campi ABCDE, Quod sic demonstro. Triangula AGF, OLK, similia sunt, quod anguli AGF, AFG, angulis OLK, OKL, æquales sint, ex constructione. *a*. Igitur erit AG, ad GF, vt OL, ad LK. Eademque ratione, ob similitudinem triangulorum FGE, KLS, erit GF, ad GE, vt LK, ad LS: ac proinde ex æquo erit AG, ad GE, vt OL, ad LS. Cum ergo & anguli AGE, OLS, circa quos latera illa sunt proportionalia, æquales sint, quippe cum angulo AGE, factus sit æqualis ex constructione angulus OLS: *b* similia erunt triangula AGE, OLS, hoc est, æquiangulara. Pari ratione ob similitudinem triangulorum FGD, KLR, *c* erit GD, ad GE, vt LR, ad LK. Itē ob similitudinem triangulorum FGE, KLS, erit FG, ad GE, vt KL, ad LS.

*a 4. sexti.**b 6. sexti.**c 4. sexti.*

Igitur erit ex æquo GD, ad GE, vt LR, ad LS: Ac proinde cum anguli DGE, RLS, ex constructione sint æquales; *d* æquiangulara quoque erunt triangula DGE, RLS. Non aliter ostendemus, triangula CGD, BGC, AGB, triangulis QLR, PLQ, OLP, esse æquiangulara. Immo eisdem argumentis concludemus, quamuis non sit necessariū, triangula, quæ in F, supra latera campi constructa sunt, æquiangulara esse triangulis in K, supra latera figuræ O P Q R S, constitutis. Ex his sequitur, figuram ABCDE, figuræ O P Q R S, æquiangularam esse: quippe cum earum anguli coagmentati sint ex angulis æqualibus, nimirum angulus AED, ex angulis AEG, GED, ipsum componentibus, qui angulis OSL, LSR, angulum OSR, componentibus æquales sunt; & sic de cæteris. Sequitur etiam, latera earundem figurarum circa æquales angulos esse proportionalia. Nam propter triangulorum similitudinem, *e* est AE, ad EG, vt OS, ad SL: & EG, ad ED, vt SL, ad SR. Ideoque ex æquo AE, ad ED, vt OS, ad SR: Atque ita de alijs. Similes ergo sunt figuræ ABCDE, OPQRS.

*d 6. sexti.**e 4. sexti.*

2 IAM vero vt longitudines laterum AB, BC, CD, DE, EA, & rectarum ex F, vel G, ad angulos in prima figura ductarum inueniamus, diuidendum erit in figura inuenta, id est, in secunda, intervallum KL, in quotcunque partes æquales. Deinde inquirendum, quotnam ex illis partibus in singulis lateribus, & rectis eiusdem figuræ secundæ ex K, vel L, prodeuntibus contineantur. quod vel per circinum fieri potest, repetendo sæpius vnā particulam in dictis lateribus rectis: vel (quod magis probo) hoc modo. Repetatur tota KL, in quolibet latere, vel recta, quoties fieri potest, & in reliquo segmento vna etiam particula intervalli KL, circino iteretur, quoties fieri potest. Nam quoties repetita fuerit KL: toties numerus partiarum ipsius KL, in latere continebitur, cum tot insuper particulis, quot per circinum in reliquo segmento fuerint depræhensæ. Aut certe per ea, quæ lib. 1. cap. 1. ad finem Num. 2. scripsimus, inuestigetur in instrumento partium, quot particulæ intervalli KL, in dictis lateribus, & rectis comprehendantur. Deinde fiat, vt numerus particularum intervalli KL, assumptus in

2. figu.

2. figura, ad numerum pedum inter puncta F, & G, in prima figura assumptū, ita numerus particularum in quolibet latere, vel recta in secunda figura inuentarum, ad aliud. Quotiens enim numerus indicabit, quot pedes in assumpto latere, vel recta contineantur. Ratio est, quia cum eandem proportionem habeat KL, in 2. figura ad quodlibet latus, vel rectam eiusdem figuræ, quam habet FG, in prima figura ad respondens latus, vel rectam, propter similitudinem figurarum, erit permutando KL, ad intervallum FG, ut latus ad latus, &c. Verbi gratia, In 2. figura intervallum KL, sectum est in 5. particulas, qualium 17. in latere OP, inuentæ sunt: Et quia spatium FG, in 1. figura positum est 100. pedum: si fiat,

Vt KL, quinque parti- ad FG. 100. pedum: Ita OP, 17. particu ad AB,
cularum larum

hoc est, si, ut regula aurea præcipit, 100. ducantur in 17. secundus numerus in tertium, & productus numerus 1700. diuidatur per 5. id est, per primum numerum, reperientur in Quotiente 340. pedes per latere AB. & sic de cæteris.

Situs capi
eiusvis qua
ratione ex
vno loco in
tra ipsum as
sumpto de-
scribatur.

a 6. sexti.

Vrbis cuius
vis, ac regio
nis situs quo
pacto descri
batur.

3 EVNDEM situm campi propositi ABCDE, delineabimus etiam ex vno tantum loco F, intra ipsum assumpto, hac ratione. Dioptra ad singulos baculos ex angulis erectos, dirigatur, notatis angulis, quos lineæ, per dioptrā designatæ inter se faciūt; distantieque ab F, ad singulos angulos inquirantur in aliqua mensura, vel catenulam aliquā ferream, quæ nec intēdi possit, nec remitti, vel per chordam ex F, ad singulos angulos extensam, vel certe, si distantie illæ magnæ sint, per problema 2, vel 36, beneficio quadrati, alteriusue instrumenti. Nam si in charta aliqua ad quodlibet punctum K, iidem anguli constituentur, & in rectis illos angulos efficientibus accipiantur tot particulae inter se æquales cuiusvis magnitudinis, quot mensuræ inuentæ sunt in rectis respondentibus, quæ ex F, exeunt: extrema autem puncta vltimarum particularum rectis lineis coniungantur, descripta erit figura OPQRS, similis omnino campo ABCDE: & propterea quod triangula ad punctum F, collecta similia sunt triangulis ad punctum K, collectis, ob æqualitatem angulorum in F, & K, constitutorum, & latera circa illos angulos proportionalia, ex constructione.

4 LATERVM autem longitudines in campo ABCDE, cognoscentur, si per circum inquiratur, quot particulae in lateribus figure OPQRS, contineantur ex illis, quæ in quavis recta ex K, emissæ sumptæ fuere. Totidem namque mensuræ in lateribus campi comprehenduntur, ut perspicuum est ex figurarum similitudine.

5 EADEM prorsus ratio tenenda est in situ alicuius atrij vel templi, vel vrbis, aut regionis explorando. Solum in vrbe describenda pro punctis F, & G, eligendæ sunt duæ turres altæ, è quibus omnes vrbis anguli conspici possint, & quarum distantia vnus ab altera vel cognita sit, vel per præcedentia problemata inuestigata. In regione autem delineanda pro iisdem punctis F, & G, duo oppida deligenda sunt, & in quolibet ex altissima turre circumiacentia oppida inspicienda, ut anguli habeantur, quos rectæ ab oculo mensoris ad singula oppidaeductæ constituunt. Hi autem, facilius obseruabuntur, si loco dioptræ, quia nimis alta est, statuatur planum ere-

erectum in punctis F, & G, ita ut circumductum transeat per oppida circumiacentia, si intelligatur esse productum Ita namque planum ipsum rectas designabit, quæ angulos prædictos constituent. Atque hoc etiam in situ urbium peruestigando faciendum erit. Itaque si anguli urbis cuiuspiam, aut oppida alicuius regionis sint A, B, C, D, E, & duæ turres in F, & G, omnia perficienda erunt, ut supra de campi situ dictum est. Nā situm urbis, vel regionis exhibebit figura OPQRS, distantiaque locorum A, B, C, D, E, unus ab altero cognoscuntur, ut de lateribus campi dictum est.

6 QVOD si intra situm propositum duo loca, vel vnus saltem non existat, vnde omnes anguli conspici possint, ut in omnibus ædificijs contingit, oportebit situm circumire, & inuestigare angulos per rectas, quæ in campo à baculo ad baculum ducendæ sunt per catenulam ferream, vel chordam, aut certe erigendum planum, quod per binos baculos transire conspiciatur. Ipsum enim planum dictas rectas exhibebit. In ædificijs autem, ac templis ipsi muri exteriores dictos angulos constituunt, quorum amplitudo inuestigari solet ab artificibus instrumento quodam ex duabus regulis compacto, quarum vna sub alteram ingressa moueatur, (quod Italici Squadra zoppa dicitur) ut hæc figura indicat. Aperto namque instrumento, si crura duobus muris angulū efficiuntibus congruent, dabunt interiora crurium latera in concursu angulum quæsitum. Et si idem instrumentum interioribus angulis ædificiorum applicetur, dabunt eadem latera interiora crurium angulos, qui à muris efficiuntur. Inuentis angulis, ac notatis, mensuranda erunt intervalla inter baculos in campo erectos, vel inter angulos ædificiorum, per catenulam ferream, vel chordam, aut certe in campis, si ea intervalla longa sint, per problema 2. vel 36. exploranda in aliqua mensura nota, ut in cubitis. Nam si in charta ducatur linea OP, tot particulas æquales continens, quot cubiti, verbi gratia, in intervallo AB, deprehensi sunt, & angulus POS, angulo BAE, inuento fiat æqualis: & in recta OS, accipiantur tot particule prioribus æquales vsq. ad S, quot cubiti in intervallo AE, reperti sunt: ac rursus angulus OSR, angulo AED, æqualis fiat, & sic deinceps, representabitur situs campi per figuram OPQRS. Idemq. de situ ædificiorum tam exteriori, quam interiori intelligendum est, si diligenter anguli, ac distantia obseruentur.



LONGITVDINEM trabis ad Horizontem inclinatæ, cuius portio superior tantum conspiciatur, vna cum angulo inclinationis, distantia basis à mensore, & altitudine fastigij supra Horizontem, per Quadratum metiri.

PRO-

PROBLEMA XLIIII.

1 SINT duæ turres AF, GH , quarum sola fastigia A, G , cernantur ex loco Horizontis B . Oportet inuestigare & distantiam FH , & intervallum AG , & utriusque turris altitudinem. Sit primum minor turris AF , inter maiorem, & mensorem, ita ut mensor in eodem cum turribus sit plano, & minor non occultet fastigium G , maioris. Per scholium probl. 7. inuenietur & utraque distantia BF, BH , & utraque altitudo AF, GH : si nimirum in B , Quadratum ita locetur, ut unum eius latus cum hypotenusis BA, BG , coincidat, &c. quod est quartum, ac tertium. Et quia tria puncta B, F, H , ponuntur in eadem recta, erit distantiarum differentia FH , cognita, hoc est, distantia inter turrium bases, quod est primum. Rursus differentia altitudinum GC , nota erit, & ac propterea in triangulo rectangulo ACG , ex duobus lateribus AC, CG , cognitis, basis quoque AG , efficietur nota, quod est secundum.

2 DEINDE consistat mensor in D , ita ut ipse, ac bases F, H , non iaceant in una linea recta. Per scholium problem. 7. iterum tam altitudines AF, GH , quam distantia DF, DH , cognita fient, si videlicet quadrati unum latus hypotenusis DA, DG , congruet, &c. quod est tertium, ac quartum. Inuestigatis autem hypotenusis DA, DG , ut in eodem scholio traditum est, cognoscetur per problema 16. præsertim per ea, quæ Num. 2. eiusdem problematis scripsimus, intervallum AG , si nimirum in hypotenusis accipienturi portiones DI, DE , ipsis hypotenusis proportionales, ut in illo Num. 2. diximus, &c. quod est secundum. Et quoniam altitudines AF, GH , notæ factæ sunt, erit etiam earum differentia GC , nota. Quamobrem ex base AG , & latere GC , in triangulo rectangulo ACG , cognitis, latus quoque AC , hoc est, distantia FH , inter bases nota erit: quod est primum.

SI turres essent AF, CH , æquales, esset distantia AC , inter fastigia distantia FH , inter bases æqualis.

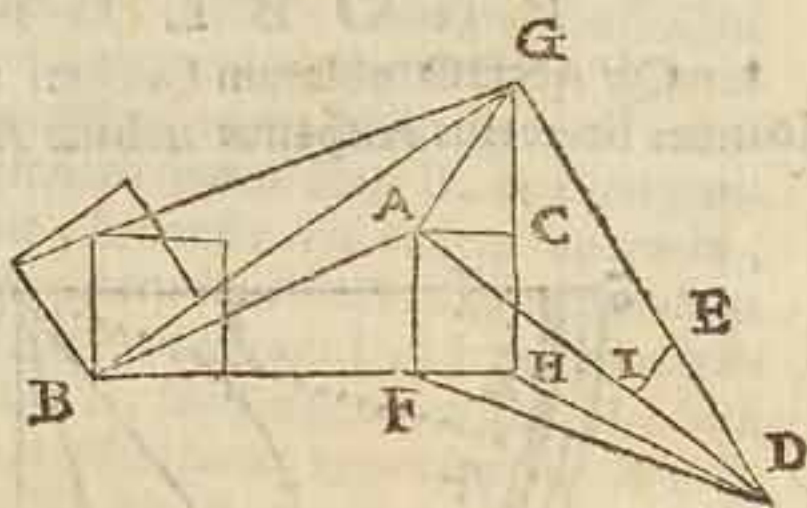
SCHOLIUM.

1 EX omnibus, quæ demonstrata sunt in hoc 3. libro, colligi potest regula generalis ad dimetiendas omnes longitudes, siue eæ sint distantia in Horizonte, siue altitudines, profunditates, siue hypotenusæ, id est, distantia ab oculo ad quodlibet punctum, siue intervalla inter duo puncta, ubicunque existant: dummodo utrumque extremum longitudinis dimetiendæ videri possit à mensore, ubicunque etiam ipse existat. Nam si per problema 15. præsertim per ea, quæ Num. 5. eius problematis scripsimus, distantia à mensore usque ad duo extrema longitudinis explorentur, inuestigato prius angulo, quem duæ illæ distantia, siue hypotenusæ efficiunt, ut in scholio probl. 7. Num. 2. docuimus, &c. factum erit, quod proponitur. Itaque si diligenter ea, quæ in problem. 15. ac 16. scripsimus, percepta fue-

Y

runt

Vnica regula ad omnes rectas dimetiendas, quando earum extrema videntur.



a 6. triang
rectil.

rint, eadem semper ratio metiendarum rectarum tenenda erit, si vtraque extremitas rectæ propositæ cerni potest, vt diximus.

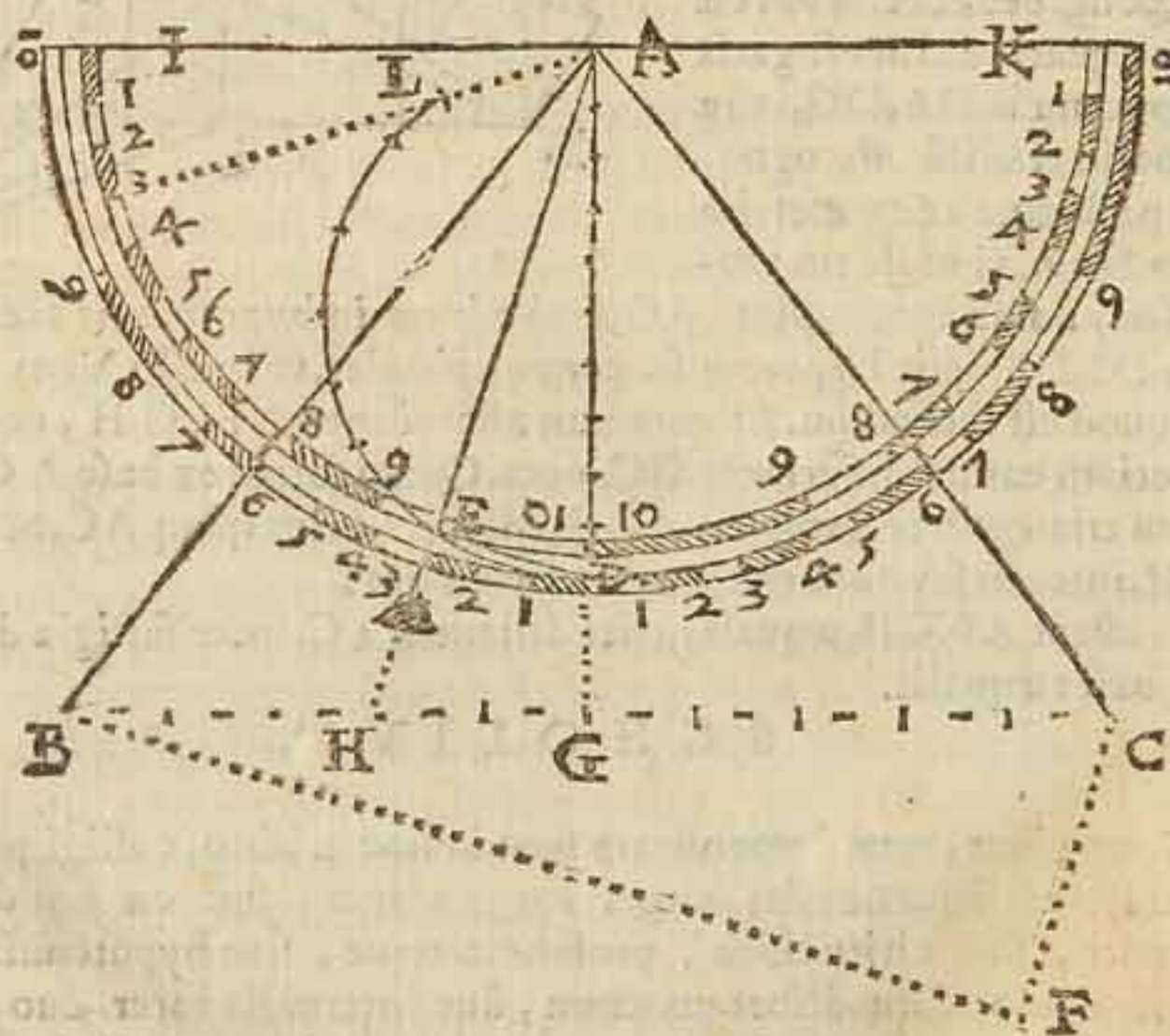
2 SED neque hoc omittendum puto, quando inuentæ sunt duæ distantia à menforis loco vsque ad duas extremitates rectæ metiendæ, vna cum angulo ab ipsis comprehenso, certius (quâquâ laboriosius) intervallum inter duo illa extrema, hoc est, rectam propositam inueniri posse ex duabus illis distantijs, & angulo comprehenso, per 12. triang. rectil. quam per duas dictas portiones illis distantijs proportionales: propterea quod intervallum inter extrema illarum portionum vix accurate per circinum reperiri possit. Id quod etiam in problem. 16. ad finem Num. 2. monuimus.

SPATIVM terræ inæquale pro ducendis aquis librare: aut etiam si lubet, Horizonti æquidistans efficere.

PROBLEMA XLV.

1 QVANDO oblatum spatium non est valde magnum, excogitavit Ioannes Ferrerius Hispanus nobilis Architectus, & Mathematicus, instru-

Instrumen-
ti constru-
ctio pro li-
brationibus



mentum per commodum pro librationibus, hoc modo. Compingantur duæ regulæ AB, AC, ex ligno aliquo solido, ac duro, æqualium crurum, quæ longitudinem habeât satis longâ, ita vt distantia inter extrema B, C, contineat 10. palmos præcise, aut etiam plures. Deinde ducta recta AG, ad BC, perpendiculari, describatur ex A, semicirculus quantuscunque IK, cuius semidiameter AD, in tot æquales partes secetur, quot palmi in distantia BC,

com-

comprehenduntur. Descripto quoque circa A D, semicirculo occulto AED, transferantur ex D, in eius peripheriam omnia intervalla inter D, & puncta rectæ AD: ac tandem ex A, per singula puncta semicirculi A E D, rectæ occultæ emittantur, notenturque intersectiones earum cum peripheria D I, atque in alteram peripheriam DK, transportentur. Si namque ex A, filum cum perpendiculo egrediatur, & omnes partes excindantur, relictis solum cruribus instrumenti AB, AC, una cum peripheria semicirculi IDK, constructum erit instrumentum ad librationes peropportunitum.

2 NAM in campo aliquo, vel horto, positis punctis B, C, in terra, si filum perpendiculi transit per D, erunt puncta B, C, in terra eiusdem altitudinis, ita ut si spatium interiectum BC, complanetur, spatium illud horti, vel campi sit libratum, hoc est, Horizonti parallelum.

Spatium in
equale quo
pacto libe-
tur.

Si vero filum perpendiculi A H, abscindet ex quadrante D I, aliquot partes, nimirum 3. erit punctum C, tribus palmis altius puncto B, atque ita fodiendum ibi erit ad altitudinem trium palmorum, ut complanatum spatium inter B, & infimum punctum effossum Horizonti sit parallelum. Quod si filum perpendiculi abscinderet ex alio quadrante D K, quocunque partes, nimirum 5. esset punctum C, depressius quinque palmis puncto B. Quare tunc superimponenda, foret puncto C, terra ad altitudinem 5. palmorum, ut spatium inter B, & supremum punctum terræ superimpositæ complanatum Horizonti æquidistat. Complanato spatio inter B, & aliud punctum prope C, siue effossum, siue eleuatum, iteranda erit eadem operatio, posito crure A B, in puncto inuento, &c. Atq. ita deinceps procedendum est usq. ad ultimū signum in horto, vel cāpo propositum. Hoc ita demonstratur. Concipiatur ducta recta BC, & recta C F, filo perpendiculi A H, ductæ parallela, quæ ad Horizontem erit perpendicularis, ac proinde ducta B F, ad C F, perpendicularis Horizonti æquidistabit. Et quoniam in triangulis A G H, B F C, recti anguli E, F, æquales sunt, & nec non & alterni C, H, æquiangula erunt triangula; Est autem AGH, triangulo ADE, æquiangulum, quod & recti G, E, æquales sint, & A, communis. Igitur triangula quoque ADE, BCF, æquiangula erunt. Ideoque erit ut A D, 10. partium ad DE, 3. partium, ita BC, 10. palmorum, ad CE, ac proinde C F, 3. palmos continebit, tot nimirum, quot partes filum perpendiculi abscindit ex semicirculo IDK. Quod si quadratum C F, nimirum in dato exemplo 9. palmi (cum latus C F, sit 3. palmorum) dematur ex 100. id est, ex quadrato B C. 10. palmorum, reliquum fiet quadratum 91. lineæ horizontalis B F, cuius quadrata radix $9\frac{1}{2}$. dabit horizontalem distantiam B F, à puncto B, usque ad perpendicularem C F.

a 29. primi.
b 32. primi.

c 4. sexti.

HAEC eadē distantia horizontalis B F, cognoscetur quoq. sine numerorum supputatione, hoc modo. Ex A, describatur alius semicirculus, & in semicirculo AED, transferantur omnia intervalla inter A, & puncta rectæ AD, ac tandem ex A, rectis occultis emissis per puncta in semicirculo notata, obseruentur earum intersectiones cum semicirculo ex A, descripto, transferanturque in alterum quadrantem versus K. Nam quot partes filum perpendiculi A H, ex ultimo hoc semicirculo ex A, descripto abscindet, tot palmos continebit horizontalis longitudo B F: d propterea quod eadem est proportio DA, ad AE, quæ CB, ad B F, quippe cum triangula DAE, CBF, ostensa sint similia. Cum ergo ex constructione, recta AE, complecta-

d 4. sexti.

Y 2

tur

a 27. tertij.

tur tot partes rectæ AD, quot ex A, in semicirculum A E D, usque ad filum perpendiculi sunt translatae, (ut in nostro exemplo partes propemodum $9\frac{1}{2}$) comprehenduntur totidem palmi rectæ CB, in recta BF. Est autem consideratione dignum, partes posterioris semicirculi contrario ordine similes esse partibus prioris semicirculi IDK. Nam si verbi gratia rectæ D E, quæ æqualis est tribus partibus rectæ D A, initium sumentibus à D, accipiat æqualis AL, trium quoque partium rectæ AD, initium sumentium à puncto A, ducaturque recta AL, fiet angulus IAL, æqualis angulo DAE. Quia enim arcus DE, AL, æquales sunt, erunt quoque reliqui AE, DL, æquales. Igitur anguli ADE, DAL, æquales erunt: ideoque & reliqui DAE, IAL, æquales inter se erunt: propterea quod tam duo ADE, DAE, propter rectum E, in semicirculo, quam duo DAL, IAL, vni recto sunt æquales. Ex quo fit, rectas AI, AL, ex posteriori semicirculo ex A, descripto auferre arcum similem arcui in priori semicirculo IDK, inter rectas AD, AE, intercepto: Eademq. ratio est de alijs.

QUANDO instrumentum sæpius repetitum fuit, quaeritur autem, quanto altius, vel depressius sit primum punctum, quam ultimum, scietur hoc per altitudines, depressionesue intermedias. Vt si primus locus fuerit altior quam secundus, quinque palmis; & hic altior quam tertius, duobus palmis; hic autem depressior, quam quartus locus, tribus palmis; & hic denique altior quam ultimus locus, vno palmo, colligemus primum locum altiore esse ultimo loco quinque palmis. Nam primus locus erit altior tertio septem palmis, cum primus secundum quinque palmis superet, & secundus tertium, duobus. Et quia tertius superatur a quarto, tribus palmis, superabit primus quartum quatuor palmis. Cum ergo hic altior sit, quam ultimus, vno palmo, erit primus altior, quam ultimus, quinque palmis, & sic de cæteris.

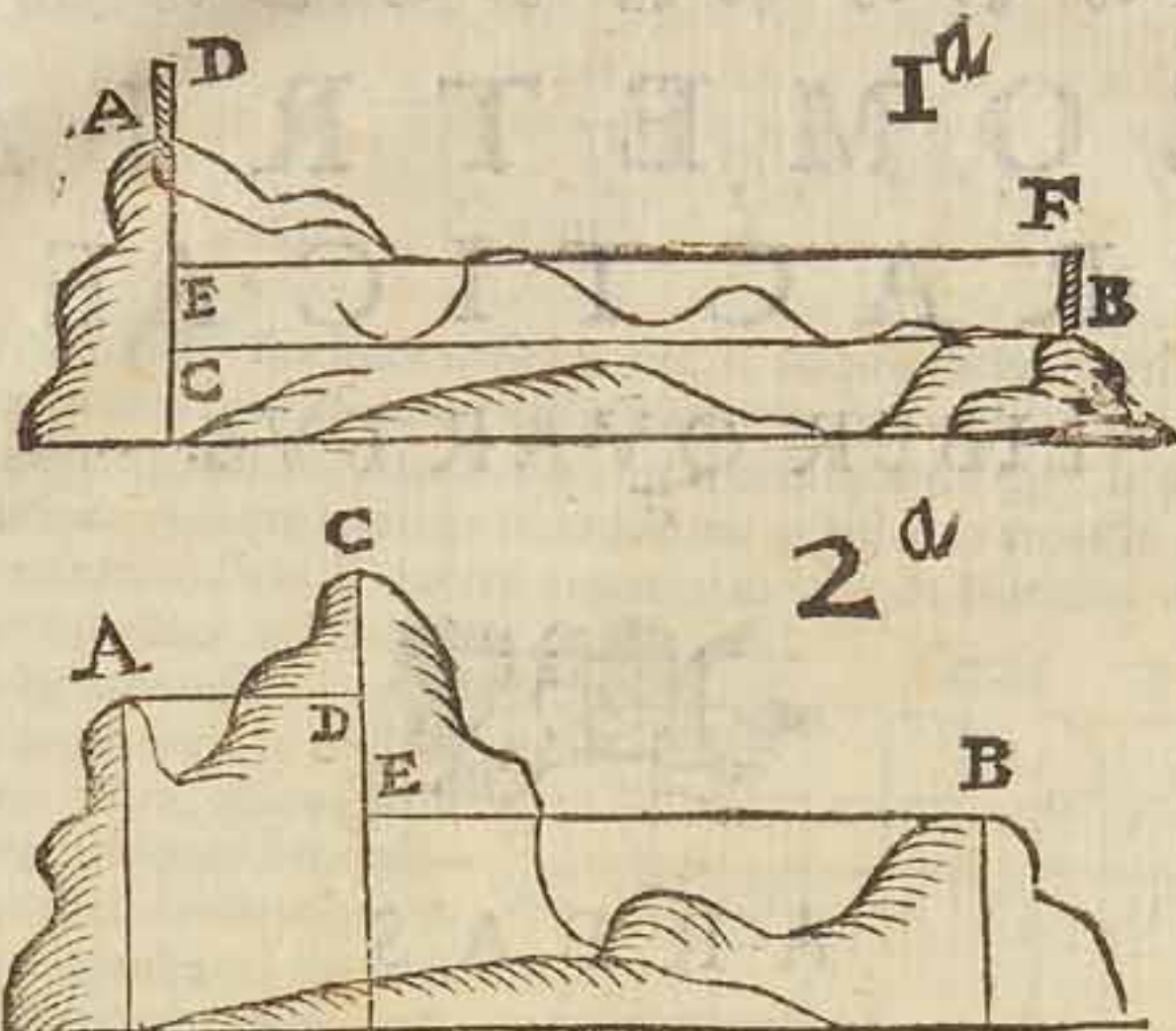
Libratio-
nes pro con-
ducendis a-
quis, quo
modo fiat.

3 CAETERVM quando duo loca multum inter se distant, explorabimus per quadratum stabile, quanto alter altero sit altior, vel humilior, hac ratione. Sit primus locus A, secundus B, in prima figura. Erecto baculo AD, staturae mensuris æquali, concipiatur ex B, ad perpendiculum loci A, altioris perpendicularis BC, (per quadratum autem facile cognoscet, vter locorum sit altior. Nam quando per latus supremum Horizonti æquidistans, ex A, locus B, cernitur, eadem est altitudo vtriusque loci: Si vero deprimentum est illud, ut B, videri possit, erit locus A, altior: Si denique idem latus attollendum est, erit locus B, altior.) Nam si per doctrinam scholij probl. 9. inuestigetur altitudo DC, & auferatur mensuris statura AD, reliqua erit altitudo A C: Ac tanto erit altior locus A, loco B. Et si è contrario in loco humiliori B, erigatur baculus BE, staturae mensuris æqualis, & per doctrinam scholij probl. 7. inquiratur altitudo AE, usque ad perpendicularem FE, per cogitationem ad AC, ducta, & apponatur statura mensuris BF, nota euadet tota altitudo AC; Ac tantò depressior erit locus B, quam locus A. Atque ita ex loco A, ad locum B, conduci potest aqua, non autem contra.

4 QVOD si inter primum locum A, & secundum B, interpositus sit mons C, ita ut ex A, locus B, videri nequeat, ut in 2. figura, ita procedemus. Ex A, per scholium problem. 7. indagabimus altitudinem C D. Deinde ex C, per scholium problem. 9. explorabimus altitudinem C E, ductis nimirum ad CE, perpendicularibus AD, BE. Nam hac ratione concludes locum



locum A, altiore esse loco B, quantitate DE. Quamobrem si perfodiatur mons C, vel aquæductus circa ipsum extruatur, conduci poterit aqua ex A, ad B, & non contra.



POSTREMO si in monte aliquo, vel in eius latere sit aqua vel in puteo aliquo profundo, vel in fossa aliqua profunda CD; & scire desideres, an ex D, ad B, conduci possit aqua per aquæductum, ita erit agendum. Primum si CD, puteus est, inuestiga eius profunditatem CD, per probl. 27. si vero fossa, aut vorago aliqua, per problema 28. Deinde concipiatur ex B, ad perpendiculum CD, ducti perpendicularis BE; atque per scholium probl. 7. ex B, inuestigetur altitudo CE. Si namque hæc deprehensa fuerit æqualis profunditati inventæ CD, habebit fundus aquæ D, eandem altitudinem cum loco B, ac proinde aqua ad B, ex D, defluere non poterit per aquæductum: Si vero altitudo CE, reperta fuerit maior quam profunditas CD, conduci poterit aqua ex D, in locum B: Si denique altitudo CE, inuenta fuerit minor profunditate CD, erit locus B, altior quam aqua iuxta D, atque idcirco defluere non poterit ad B.

Ex his non obscure intelliges, vbi aquæductus vtiliter sint extruendi, & vbi non.

FINIS TERTII LIBRI.

GEOME-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale


<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm



GEOMETRIAE PRACTICAE LIBER QVARTVS.



AREAS

Superficierum planarum inuestigans.

Penes quid
mensuræ li-
nearum re-
ctarum, pla-
narum su-
perficierum
& solidorū
sumantur.



VE M A D M O D V M linea recta
rectas lineas metitur, ita Geometrae
superficies planas per superficiem qua-
dratam, & corpora, siue solida, per
corpus cubicum metiri solent. Nam
sicut linea recta dicitur 100. palmorum
in qua linea unius palmi centies conti-
netur, ita superficies plana dicitur 100.
palmorum, quæ centies quadratum continet, cuius latus pal-
mo æquale est: & solidum 100. palmorum illud dicitur, quod
complectitur 100. cubos, quorum quilibet latus habet unius
palmi: quod de alijs etiam mensuris, ut de pede, cubito, passu,
milliario, &c. intelligendum est. Quia vero qualibet superfi-
cies tot quadrata cuiusque mensura comprehendere dicitur,
quot in parallelogrammo rectangulo, quod illi æquale est,
continentur, explicandum primo loco erit, qua ratione area
cuiuslibet rectanguli cognoscatur. Deinde de area triangu-
lorum

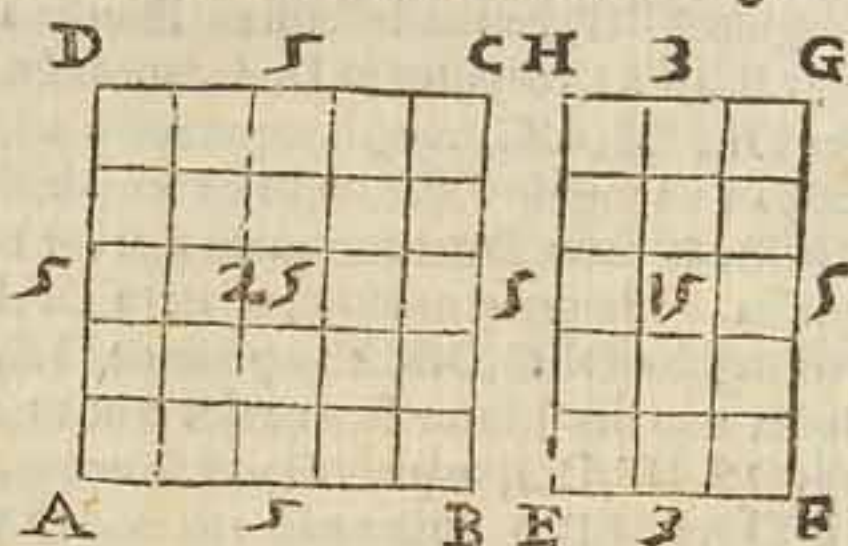


lorum, quadrilaterorum non reſtangulorum, cæterarumque figurarum plurium laterum agemus: ac denique circulum, eiufque partes metiemur.

DE AREA RECTANGVLORVM

Caput I.

QVONIAM Euclides defin. 1. lib. 2. docet, omne parallelogrammum reſtangulum contineri ſub reſtis duabus lineis, quæ reſtum comprehendunt angulum; manifeſtum eſt, aream cuiusque reſtanguli produci ex multiplicatione duorum laterum circa reſtum angulum, vnius in alterum; adeo vt in quadrato ſatis ſit ducere vnum latus in ſe, vt eiuf area cognoſcatur: quippe cum duo latera circa vnum angulum reſtum æqualia ſint. Vt in quadrato ABCD, cuius ſingula latera quinos palmos continent, ſi latus AB, quinque palmorum in ſe ducatur, producentur 25. quadrata, quorum quodlibet habet latus vnius palmi; atque tot palmos quadratos continere dicitur area quadrati ABCD. At area reſtanguli altera parte longioris EFGH, cuius vnum latus circa reſtum angulum continet 5. pedes, & alterum 3. dicitur continere 15. palmos quadratos, propterea quod ex mutua laterum 5. & 3. multiplicatione numerus 15. procreatur.



Area quadrati, & altera parte longioris quo pacto cognoſcatur,

2 ITAQVE ſi campum aliquem reſtangulum, vel parallelogrammum reſtangulum metiri iubeamur, menſuranda erunt per aliquam menſuram notam, vt per palmum, vel pedem, &c. duo latera circa angulum reſtum. Nam vno in alterum ducto, area propoſiti campi, vel parallelogrammi reſtanguli producet, vt dictum eſt.

Vt campus reſtangulus meſuretur, quid agendum.

DE AREA TRIANGVLORVM

Caput II.

1 QVANDO trianguli omnia tria latera cognita ſunt, duabus vijs eiuf area cognoſci poteſt. Prima, quæ accuratiſſima eſt, ita ſe habet. Colligantur omnia latera in vnã ſummam; Ex huius ſumma ſemiſſe ſubtrahantur ſingula latera. vt habeantur tres differentia inter illam ſemiſſem, & latera ſingula: Poſtremo tres hæ differentia, & dicta ſemiſſis inter ſe mutuo multiplicentur. Producti enim numeri radix quadrata erit area trianguli queſita.

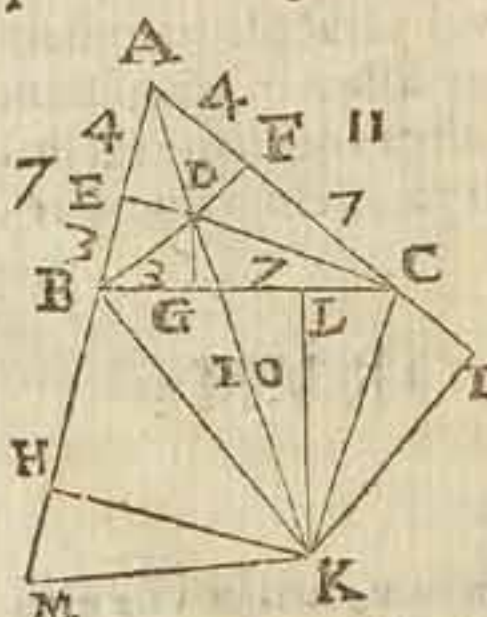
Verbi gratia, ſi latera ſint 10. 17. 21. erit ſumma ex illis collecta 48. & ſemiſſis 24. Differentiæ autem inter hanc ſemiſſem, & latera erunt 14. 7. 3. Hæ inter ſe multiplicatæ (ducendo primum 14. in 7. deinde productum in 3.) faciunt 294. quæ ducta in 24. ſemiſſem prædictam, produciunt 7056. cuius numeri

meri radix quadrata 84. erit area dicti trianguli, cuius latera sunt 10. 17. 21. Rursus si in alio quopiam triangulo latera sint 13. 14. 15. inueniemus eandem aream. Nam summa laterum est 42. semis 21. Differentiæ inter hanc semissem, & tria latera sunt 3. 7. 6. quæ inter se multiplicatæ faciunt 336. quæ ducta in 21. semissem prædictam efficiunt 7056. cuius numeri quadrata radix 84. dabit aream trianguli, quod lateribus 13. 14. 15. continetur. Denique si detur triangulum ABC, in quo latus AB, 7. BC, 10. & AC, 11. summa omnium est 28. & semis 14. quæ latera superat hisce numeris 7. 4. 3. qui inter se multiplicati faciunt 84. quæ ducta in 14. semissem summæ gignunt numerum 1176. cuius radix quadrata $34\frac{2}{3}$. fere dabit aream trianguli ABC. Ex quo colliges, non omnis trianguli aream esse numerum rationalem: propterea quod numerus ultimo loco productus non est semper quadratus, ut in postremo hoc exemplo contigit.

a 26. primi. HANC praxim, siue regulam, quæ exquisitissima est, ut dixi, ita in triangulo ABC, demonstrabimus. Diuisis angulis ABC, ACB, bifariam per rectas BD, CD, coeuntes in D, ducantur ex D, ad singula latera perpendiculares DE, DF, DG, iungaturque recta AD. Quoniam igitur duo anguli E, DBE, in triangulo DEB, æquales sunt duobus angulis G, DBG, in triangulo DGB, & latus DB, commune; æ erunt tam latera DE, DG, quam BE, BG, æqualia. Eodemque modo tam latera DF, DG, quam CF, CG, æqualia erunt in triangulis DFC, DGC: ac proinde DE, DF, (cum utraque ipsi DG, sit ostensa æqualis) inter se æquales erunt: ideoque omnes tres perpendiculares DE, DF, DG, æquales inter se erunt.

b 47. primii. DE INDE quia quadrato ex AD, æqualia sunt tam quadrata ex AE, ED, quam quadrata ex AF, FD; æqualia erunt quadrata ex AE, ED, quadratis ex AF, FD; ac proinde ablatis æqualibus quadratis rectarum ED, FD, æqualium, reliqua quadrata rectarum AE, AF, æqualia erunt: proptereaque & rectæ ipsæ AE, AF, æquales erunt. Igitur cum latera AE, AD, trianguli ADE, lateribus AF, AD, trianguli ADF, æqualia sint, & basis ED, basi FD; erit angulus DAE, angulo DAF, æqualis.

c 8. primi.



QVIA vero AE, ipsi AF, & EB, ipsi BG, æqualis est ostensa, erit tota AB, duabus AF, BG, æqualis: additisque æqualibus CG, CF, duæ AB, CG, duabus AC, BG, æquales erunt. Tam ergo duæ AB, CG, quam duæ AC, BG, semissem trium laterum AB, BC, AC, constituent. Quocirca CG, vel CF, differentia erit inter semissem laterum, & latus AB.

Item BG, vel BE, differentia inter eandem semissem, & latus AC. Denique cum AB, CG, semissem laterum efficiant, sitque BG, ipsi BE, æqualis, ut ostendimus, constituent quoque BC, AE, semissem eorundem laterum: ideoque AE, differentia erit inter laterum semissem, & latus BC. Tres ergo rectæ AE, EB, CG, & semissem laterum constituent, & tres differentias inter semissem laterum, & tria latera trianguli.

PRODUCTIS iam AB, AC, sit BH, ipsi CG, & CI, ipsi BG, æqualis; ita ut tam AH, semissi laterum, rectis videlicet AB, CG, quam AI, eidem semissi laterum, rectis nimirum AC, BG, sit æqualis, constetque ex tribus differentiis ante dictis. Ducta quoque HK, ad AH, perpendiculari, quæ

quæ cum AD, producta conueniat in K; connectantur rectæ KI, KB, KC. Et quia duo latera AH, AK, trianguli AHK, duobus lateribus AI, AK, trianguli AIK, æqualia sunt, angulosque ad A, continent æquales, vt supra ostendimus, & æquales quoque erunt & bases HK, IK, & anguli H, I. Cum ergo H, per constructionem sit rectus, rectus etiam erit I.

a 4. primi.

ABSCINDATUR præterea BL, ipsi CG, vel BH, æqualis, vt proinde reliqua CL, reliquæ BG, vel ipsi CI, æqualis sit, iungaturque recta KL. Producta autem BH, sumatur HM, ipsi CI, æqualis, connectaturque recta KM. Et quia duo latera KH, HM, trianguli HMK, duobus lateribus KI, IC, trianguli CIK, æqualia sunt, angulosque H, I, continent æquales, vt pote rectos: b erunt quoque bases KM, KC, æquales: atque adeo cum duo latera BM, BK, trianguli BMK, duobus lateribus BC, BK, trianguli BCK, æqualia sint, (est namque BM, ipsi BC, æqualis, quod partes BH, HM, partibus BL, LC, sint æquales) sitque basis KM, basi KC, ostensa æqualis; c erunt quoque anguli KBM, KBC, æquales. Itaque quoniam duo latera BH, BK, trianguli BHK, duobus lateribus BL, BK, trianguli BLK, æqualia sunt, æqualesque continent angulos ad B, vt ostendimus, d erunt & bases HK, KL, & anguli H, L, æquales. Cum ergo H, ex constructione rectus sit, erit quoque L, rectus. Quare cum latera KH, KB, trianguli KBH, lateribus KL, KB, trianguli KBL, æqualia sint, & basis BH, basi BL, e erunt etiam anguli KBH, BKL, æquales.

b 4. primi.

c 8. primi.

d 4. primi.

e 8. primi.

QVONIAM autem ex ijs, quæ ad prop. 32. lib. 1. Euclidis demonstrauimus, quatuor anguli quadrilateri BHKL, quatuor rectis sunt æquales: erunt, demptis duobus rectis H, L, duo HBL, HKL, duobus rectis æquales; ideoque duobus angulis HBL, EBL, æquales, f quod hi quoque duobus sint rectis æquales, ablatoque communi HBL, reliquis HKL, reliquo EBL, æqualis erit: ac propterea & HKB, ipsi EBD, dimidius dimidio, æqualis erit. Cum ergo & rectus H, recto E, sit æqualis, g erit quoque reliquis HBK, in triangulo HBK, reliquo EDB, in triangulo EDB, æqualis; ac proinde triangula BHK, DEB, æquiangula erunt. h Quapropter erit vt DE, ad EB, ita BH, ad HK; atque idcirco si lineæ hæ ad numeros contrahantur, i erit numerus, qui sit ex DE, in HK, æqualis numero, qui sit ex EB, in BH. k Eandem ergo proportionem habebit quadratus ex DE, ad productum ex DE, in HK, & ad productum ex EB, in BH. l Sed ita est quadratus ex DE, ad productum ex DE, in HK, vt DE, ad HK: propterea quod DE, multiplicans DE, & HK, fecit & quadratum ex DE, & productum ex DE, in HK. Erit igitur quadratus quoque ex DE, ad productum ex EB, in BH, vt DE, ad HK. Vt autem DE, ad HK, ita est AE, ad AH. m Nam cum parallelæ sint DE, HK, æquiangula erunt triangula AED, AHK, ex coroll. prop. 4. lib. 6. Euclid. n Igitur erit vt AE, ad ED, ita AH, ad HK, & permutando, vt AE, ad AH, ita ED, ad HK. Igitur erit quadratus quoque ex DE, ad productum ex EB, in BH, vt AE, ad AH. o Qui ergo sit ex quadrato ipsius DE, in AH, æqualis erit ei, qui sit AE, in productum ex EB, in BH. Igitur ex numerus, qui ex producto ex quadrato ipsius DE, in AH, multiplicato in AH, gignitur, æqualis erit numero, qui ex producto ex AE, in productum ex EB, in BH, multiplicato in eundem AH, procreatur. (Nam quia æquales numeri, nimirum productus ex quadrato ipsius DE, in AH, & productus ex AE, in productum ex EB, in BH, eundem numerum AH, multiplicanti p habebunt producti, nimirum numerus, qui ex producto ex quadrato ipsius DE, in AH, multipli-

f 13. primi.

g 32. primi.

h 4. sexti.

i 19. septim.

k 7. quinti.

l 17. sept.

m 8. primi.

n 4. sexti.

o 19. sept.

p 18. sept.

Z

cato

cato in AH, gignitur, & numerus, qui ex producto ex AE, in productum ex EB, in BH, multiplicato in eundem AH, procreatur, eandem proportionem, quam multiplicantes. Cum ergo hi æquales sint, erunt & illi producti æquales) hoc est, numerus productus ex AH, in AH, id est, quadratus ipsius AH, ductus in quadratum ipsius DE, (Per scholium enim propos. 9. lib. 8. Euclid. quomodocunque tres numeri inter se multiplicentur, idem semper numerus procreatur) æqualis erit numero, qui ex producto ex AE, in productum ex EB, in BH, nempe ex producto trium differentiarum AE, EB, BH, inter se multiplicatarum, ducto in AH, id est, in semissem laterum gignitur. At ex quadrato ipsius DE, in quadratum ipsius AH, producitur quadratus numerus areæ trianguli ABC, ut mox ostendemus. Igitur & ex producto trium excessuum AE, EB, BH, inter se multiplicatorum, ducto in AH, semissem laterum AB, BC, AC, producitur idem quadratus numerus areæ trianguli ABC: ac proinde radix quadrata huius numeri erit dicti trianguli area: quod erat demonstrandum.

QVOD autem ex quadrato ipsius DE, in quadratum ipsius AH, producat quadratus numerus areæ trianguli ABC, in hunc modum demonstro. Quoniam ut Num. 2. ostendemus, ex DE, in semissem lateris AB, producitur area trianguli ADB; Et ex eadem DE, hoc est, ex DG, in semissem lateris BC, efficitur area trianguli BDC; Item ex eadem DE, id est, ex DF, in semissem lateris AC, gignitur area trianguli ADC: Quod autem fit ex DE, in semissem laterum AB, BC, AC, æquale est ei, quod fit ex DE, in AH, ea illis semissibus conflata fiet propterea area trianguli ABC, ex DE, in AH; ac propterea (contractis hisce lineis ad numeros) quadratus numerus areæ eiusdem trianguli procreabitur ex quadrato ipsius DE, in quadratum ipsius AH. Quādo enim duo numeri se mutuo multiplicantes fecerint aliquem, producent eorum quadrati se mutuo multiplicantes quadratum illius producti, quod

a 1. secūdi

A . . . B . . .
C . . . D E
F 36.

ita perspicuum fiet. Duo numeri A, & B, se multiplicantes faciant D; & ambo se ipsos multiplicantes faciant C, & E: Denique hi quadrati C, & E, se multiplicantes faciant F. Dico F, esse quadratum ipsius D. Cum

b 17. sept.

o 20. sept.

enim A, multiplicans se ipsum, & B, faciat C, & D: b erit ut A, ad B, ita C, ad D: Eademque ratione, cum B, multiplicans A, & se ipsum, faciat D, & E, erit ut A, ad B, ita D, ad E: ideoque C, D, E, continuè proportionales erunt, c Quare qui fit ex C, in E, numerus videlicet F, æqualis erit ei, qui fit ex D, in se: ac proinde F, quadratus erit ipsius D. Quæ cum ita sint, cum ex DE, in AH, producat quadratus numerus areæ eiusdem trianguli ABC, ut ostendimus fiet ex quadrato ipsius DE, in quadratum ipsius AH, quadratus numerus areæ eiusdem trianguli ABC. Quod erat demonstrandum.

Area trianguli quo pacto aliter ex datis lateribus colligatur.

2 ALTERA via, qua ex datis lateribus area trianguli colligitur, hæc est.

Ex quovis angulo ad latus oppositum, etiam protrahitur, si opus est, perpendicularis ducatur. Hæc enim (si eius quantitas cognita fuerit) multiplicata in semissem basis, seu dicti lateris, vel eius semissis in totam basem producet aream trianguli, Vel si minus, tota perpendicularis ducta in totam basem, numerum procreabit, cuius semissis aream trianguli offeret:

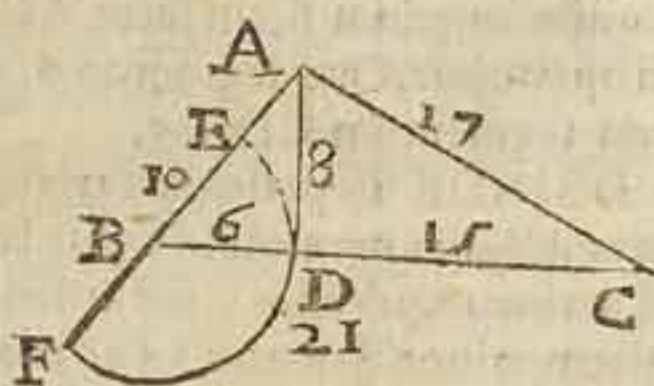
NAM ut lib. 7. propos. 1. demonstravimus, est area trianguli æqualis rectangulo comprehenso sub perpendiculari, & semisse basis, vel sub semisse per-

se perpendicularis, ac tota base; Item semissi rectanguli sub perpendiculari, ac tota base comprehensi. Cum ergo per cap. 1. huius lib. area rectanguli illius producat ex multiplicatione vnus lateris circa angulum rectum in alterum: hoc est, ex perpendiculari (*a* quæ vni lateri æqualis est) in semissem basis trianguli, vel ex semisse perpendicularis (*b* quæ semissi lateris est æqualis) in totam basem: vel denique rectangulum trianguli duplum ex perpendiculari in totam basem trianguli: constat propositum.

a 34. primi.

b 34. primi.

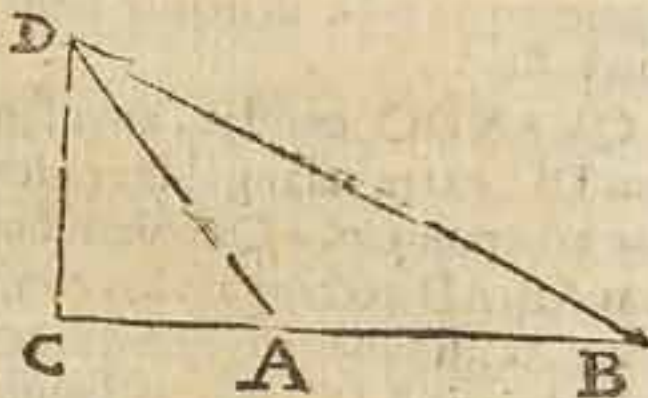
MAGNITVDO autem dictæ perpendicularis, sicuti et basis, in merendis campis inuestiganda est per catenulam ferream, quod hæc neque intendatur, neque remittatur, aut certe, si omnia latera nota sint, Geometrice hoc modo. Sit triangulum ABC, cuius latus AB, sit 10. & BC, 21. & AC, 17. Primum inuestiganda sunt segmenta BD, CD, inter perpendicularem, per



Segmenta basis, quæ à perpendiculari abscinduntur, quopactocognoscantur.

ea, quæ lib. 1. cap. 3. Num. 9. scripsimus, hac ratione. Fiat vt latus BC, in quod cadit perpendicularis AD, (Semper autem esset demittenda perpendicularis in maximum latus, vt intra triangulum caderet) ad summam aliorum duorum laterum AB, AC, nimirum, vt 21. ad 27. ita differentia eorundem laterum, videlicet 7. ad aliud. Producentur enim numerus 9. (qui quoniam minor est latere BC, argumento est, perpendicularem intra triangulum cadere. Si enim maior esset, cadere t extra, vt propos. 9. nostrorum triangulorum rectil. ostendimus.) qui ablatus ex latere BC, id est, ex 21. relinquit 12. cuius semissis 6. dabit minus segmentum BD, prope minus latus AB. quæ eadem semissis ex latere BC, subtracta reliquum faciet maius segmentum CD, nimirum 15. iuxta maius latus AC.

SIT rursus triangulum ABD, cuius latus AB, 12. AD, 11. & BD, 20. demittenda autem sit perpendicularis ex D, ad AB. Fiat, vt latus AB, 12. ad summam aliorum duorum 31. ita differentia eorundem, nimirum 9. ad aliud. Producentur enim numerus $23\frac{1}{2}$. (qui quoniam maior est latere AB, argumento est, perpendicularem cadere extra triangulum, angulumque A, esse obtusum,) ex quo latus AB, 12. subtractum, relinquit, $11\frac{1}{2}$.



Huius autem numeri semissis $5\frac{5}{8}$. dabit segmentum exterius AC, inter perpendicularem, & angulum obtusum: eademque semissis addita lateri AB, efficiet aliud segmentum BC, inter perpendicularem, & angulum acutum $17\frac{5}{8}$. Atque hæc ratio expeditissima est.

ALITER. Sit ducenda perpendicularis ad maximum latus BC, in priori triangulo ABC, quæ necessario cadet intra triangulum; & propterea, quod angulus A, maior est vtrolibet B & C; ac proinde vterque horum acutus est. Quoniam autem quadratum rectæ AB, minus est quadratis rectarum AC, BC, rectangulo bis comprehenso sub BC, & segmento CD, inter C, & perpendicularem: si quadratum rectæ AB, 100. detrahatur ex summa quadratorum rectarum AC, BC, id est, ex 730. reliquum fiet rectangulum 630. bis comprehensum sub BC, & segmento CD, inter C, & perpendicularem.

c 18. primi.

d 3. secundi

Z = Qua-

Quare eius semissis 315. æqualis erit rectangulo illi semel sumpto: ac proinde hoc rectangulo 315. diuiso per latus BC, 21. dabit Quotiens 15. segmentum CD, prope angulum acutum C, cui opponitur latus AB, cuius quadratum ex summa reliquorum quadratorum detractum fuit. Ablato autem segmento CD, 15. ex latere BC, 21. remanebit alterum segmentum BD, 6. Eodem pacto, *a* quia quadratum rectæ AC, minus est quadratis rectarum AB, BC, rectangulo bis comprehenso sub CB, & segmento BD, inter B, & perpendiculararem: si quadratum rectæ AC, 289. subducatur ex summa 541. quadratorum rectarum AB, BC, reliquum fiet rectangulum 252. comprehensum bis sub CB, & segmento BD, inter B, & perpendiculararem. Quare eius semissis 126. æqualis erit illi rectangulo semel sumpto: ac proinde hoc rectangulo 126. diuiso per latus CB, 21. dabit Quotiens 6. segmentum BD, iuxta acutum angulum B, cui latus AC, quadrati ex duobus alijs quadratis detracti opponitur. Quo segmento 6. dempto ex latere BC, 21. remanebit alterum segmentum CD, 15.

DEINDE in posteriori triangulo ABD, ducenda sit perpendicularis ad latus AB, non maximū. Et quia latus DB, latere AD, maius est; *b* erit angulus A, maior angulo B. *c* Cum ambo ergo simul sint duobus rectis minores, erit saltem minor B, acutus: *d* ac proinde quadratum rectæ AD, minus erit quadratis rectarum AB, BD, rectangulo bis comprehenso sub latere AB, & segmento inter B, & perpendiculararem. Si ergo quadratum rectæ AD, 121. subtrahatur ex summa quadratorum rectarum AB, BD, id est, ex 544. reliquum fiet rectangulum bis comprehensum sub AB, & segmento, inter B, & perpendiculararem, nimirum 423. ideoque eius semissis 211½. æqualis erit illi rectangulo semel sumpto. Quare si rectangulum hoc 211½. diuidatur per latus AB, 12. dabit Quotiens 17½. segmentū inter B, & perpendiculararem. quod quia maius est latere AB, argumento est, perpendiculararem DC, cadere extra triangulum: ac proinde angulum A, obtusum esse. Quod si ex hoc segmento 17½. dematur latus AB, 12. remanebit exterius segmentum 5½.

QUANDO constat, angulum A, esse obtusum, ideoque perpendiculararem DC, extra triangulum cadere, reperiemus eadem segmenta BC, CA, hoc etiam modo. *e* Quoniam quadratum lateris BD, superat quadrata laterum AB, AD, rectangulo bis comprehenso sub latere AB, & segmento exteriori AC; si summam quadratorum rectarum AB, AD, 265. detrahatur ex quadrato lateris BD, 400. reliquum erit rectangulum 135. bis comprehensum sub AB, AC: & eius semissis 67½. illi rectangulo semel sumpto æqualis erit; ac proinde hoc rectangulo 67½. diuiso per latus AB, 12. indicabit Quotiens 5½. segmentum exterius CD; cui si addatur latus AB, 12. conflabitur segmentum BC, 17½. Sed prior ratio, quæ ex lib. 2. Euclid. non pendet, expeditior est, ac proinde tenenda: quamuis auctores alij posteriorem hanc viam plerunque sequantur.

INVENTIS segmentis à perpendiculari factis, ita magnitudinem perpendicularis cognoscemus.

DIFFERENTIA inter utrumvis segmentum, & latus adiacens ducatur in summam ex eodem segmento & latere conflatam. Radix enim quadrata numeri producti perpendiculararem exhibebit notam, ut lib. 1. cap. 3. Num. 17. demonstrauimus.

Verbi



Verbi gratia. In priori triangulo ABC , si differentia 4. inter segmentum BD , & latus AB , hoc est, inter 6. & 10. multiplicetur per 16. nempe per summam eiusdem segmenti BD , & lateris AB ; gignetur numerus 64. cuius radix quadrata 8. dabit perpendicularem AD . Pari ratione si differentia 2. inter segmentum CD , & latus AC , hoc est, 15. & 17. ducatur in 32. id est, in summam eiusdem segmenti CD , & lateris AC : procreabitur numerus 64. cuius radix quadrata 8. præbebit perpendicularem AD , ut prius.

IN posteriori autem triangulo ABD , si differentia $5\frac{3}{8}$. inter segmentum AC , & latus AD , nimirum inter $5\frac{5}{8}$. & 11. ducatur in $16\frac{5}{8}$. hoc est, in summam eiusdem segmenti AC , & lateris AD : producetur numerus $89\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. cuius radix quadrata in numeris exhiberi non potest, sed paulo maior est, quam apposita fractio cuius numerator est $75\frac{9}{5}\frac{4}{1}$. denominator autem 8. quæ ad hunc numerum $9\frac{5}{1}\frac{4}{2}\frac{7}{8}$. reduceretur, si numerator per denominatorem diuidatur: atque tanta est ferme perpendicularis DC , nimirum $9\frac{5}{1}\frac{4}{2}\frac{7}{8}$. Sic etiam si differentia $2\frac{3}{8}$. inter segmentum BC , 17 $\frac{5}{8}$. & latus BD , 20. multiplicetur per $37\frac{5}{8}$. summam eiusdem segmenti BC , & lateris BD : gignetur idem numerus, qui prius, $89\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. cuius radix quadrata paulo maior est, quam $9\frac{5}{1}\frac{4}{2}\frac{7}{8}$. veluti prius. Atque hæc ratio satis expedita est.

$$\begin{array}{r} 75\frac{9}{5}\frac{4}{1} \\ \hline 8 \end{array}$$

ALITER. Quoniam quadratum rectæ AB , in priori triangulo ABC , æquale est duobus quadratis rectarum AD , BD : si quadratum 36. segmenti BD , tollatur ex 100. quadrato lateris adiacentis AB , relinquetur quadratum 64. perpendicularis AD . Radix ergo eius quadrata 8. erit magnitudo perpendicularis AD , ut supra. Similiter si quadratum 225. segmenti CD , dematur ex 289. quadrato lateris adiacentis AC , reliquum fiet quadratum 64. perpendicularis AD , cuius radix 8. magnitudo erit perpendicularis AD , ut prius.

IN triangulo vero posteriori ABD , si quadratum $31\frac{4}{6}\frac{1}{4}$. segmenti AC , $5\frac{5}{8}$. subtrahatur ex 121. quadrato lateris adiacentis AD , 11. remanebit quadratum $89\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. perpendicularis DC , cuius radix est paulo maior quam $9\frac{5}{1}\frac{4}{2}\frac{7}{8}$. ut supra. Sic etiam si quadratum $310\frac{4}{6}\frac{1}{4}$. segmenti BC , 17 $\frac{5}{8}$. subtrahatur à quadrato 400. lateris adiacentis BD , 20. remanebit rursus quadratum $89\frac{2}{6}\frac{3}{4}$. perpendicularis DC , cuius radix paulo maior est quàm $9\frac{5}{1}\frac{4}{2}\frac{7}{8}$. ut supra. Verum prior ratio magis expedita videtur, quàmquam alij posteriorem hanc viam tradant.

IN triangulo porro æquilatere perpendicularis hoc alio modo inuenitur. Quoniam quadratum lateris sesquitercium est quadrati perpendicularis: si fiat ut 4. ad 3. ita quadratum lateris ad aliud, proneniet quadratum perpendicularis. Radix ergo huius quadrati notam exhibebit perpendicularem. Ut si latus est 10. & fiat ut. 4 ad 3. ita 100. quadratum lateris ad aliud, gignetur quadratum perpendicularis 75. cuius radix. $8\frac{1}{4}\frac{1}{2}$. proxime erit perpendicularis quæsitæ.

DENIQUE inuentis segmentis basis à perpendiculari factis, perpendicularis ipsa per sinus ita fiet cognita in priori triangulo. Fiat ut 10. latus AB , recto angulo oppositum ad sinum totum recti anguli D ; ita 6. segmentum BD , ad aliud; produceturque sinus anguli oppositi BAD , 60000. Ergo angulus BAD , erit grad. 36. Min. 52. ac proinde angulus B , eius complementum

a 47. primi.

Quæ via inuestigandæ perpendicularis sit expeditior.

b 12. quarti decimi.

tum erit grad. 53. Min. 8. Si ergo rursus fiat, ut sinus totus ad 10. latus AB: ita 80003. sinus anguli BAD, ad aliud, procreabitur latus AD, hoc est, perpendicularis $8\frac{1}{10}\frac{3}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$. ferme, quæ paulo maior est, quā 8. supra inuenta. quod discrimen oritur ex eo, quod sinus non sunt omnino tales, quales in tabula describuntur: quod tamen in mensuratione camporum non inducit sensibilem admodum errorem.

Area prioris trianguli ABC.

ITAQUE si in priori triangulo ABC, perpendicularis AD, 8. ducatur in $10\frac{1}{2}$. semissem basis BC, vel 4. semissis perpendicularis AD, in 21. totam basem, procreabitur area trianguli ABC, 84. Quæ etiam produceretur, si tota perpendicularis 8. in totam basem 21. multiplicetur, & producti numeri 168. semissis accipiat 84.

Area posterioris trianguli ABD.

ITEM in posteriori triangulo ABD, si perpendicularis DC, $9\frac{5}{10}\frac{4}{10}\frac{7}{10}$. ducatur in 6. semissem basis AB, vel semissis perpendicularis, nimirum $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{4}{4}\frac{1}{1}\frac{9}{6}$. vel $4\frac{1}{2}\frac{7}{4}\frac{5}{1}\frac{5}{6}$. in totam basem 12. conficietur area trianguli ABD, $56\frac{2}{1}\frac{6}{2}\frac{6}{2}\frac{3}{2}$. vel $56\frac{4}{6}\frac{3}{3}\frac{3}{4}$. Quæ etiam produceretur, si tota perpendicularis in totam basem ducatur, & producti capiatur semissis.

Vt fractionis vitentur quid agendum.

VT autem fractiones, quoad eius fieri potest, vitentur, curabis, ut quando perpendicularis est numerus par, & basis numerus impar, accipias semissem perpendicularis, eamque in totam basem ducas: quando vero perpendicularis est numerus impar, & basis numerus par, sumas semissem basis, eamque ducas in totam perpendicularem. Quod si tam perpendicularis, quam basis fuerit numerus par, vel impar, nihil interest, utrius semissem capias.

Quid agendum, quando perpendicularis est numerus surdus.

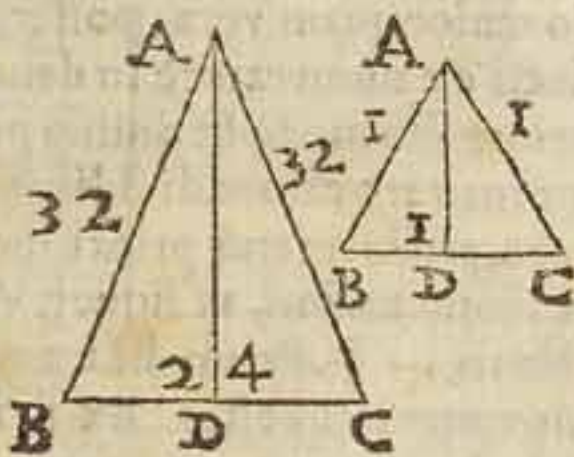
QVANDO etiam perpendicularis est radix surda, quæ videlicet numero exprimi nequeat, qualis fuit DC, in posteriori triangulo ABD, rectè feceris, si eius quadratū (nō extracta radice illa surda) multiplices per quadratū semissis basis. Numerus n. productus erit quadratus numerus areæ trianguli: adeo ut radix eius sit ipsa trianguli area. Hac n. ratione minus à vero aberrabimus. Vt in dicto posteriori triangulo ABD, si quadratū perpendicularis DC, $\frac{5}{2}\frac{7}{2}\frac{1}{2}\frac{9}{2}$. ducamus in 36. quadratum semissis basis, producemus $\frac{2}{2}\frac{0}{2}\frac{5}{2}\frac{8}{2}\frac{6}{2}\frac{4}{2}$. quadratum areæ, cuius radix est $56\frac{2}{2}\frac{6}{2}\frac{6}{2}\frac{3}{2}$. area videlicet trianguli ABD, paulo maior, quam prius inuenta. Pari ratione, si in aliquo triangulo quadratum perpendicularis foret 72. & semissis basis 6. si radicem numeri 72. nimirum $8\frac{1}{2}$. hoc est, ipsam perpendicularem, ducamus in 6. producemus aream $50\frac{1}{1}\frac{4}{2}$. At si ipsummet quadratum 72. multiplicemus per 36. quadratum videlicet semissis basis, procreabimus 2592. quadratum areæ, cuius radix paulo maior est, quam $50\frac{1}{1}\frac{9}{2}\frac{2}{1}$. qui numerus aliquanto maior est, quam area prius inuenta $50\frac{1}{1}\frac{4}{2}$. Ratio huius nostre regulæ est, quòd, ut paulò ante ad finem Num. 1. demonstravimus, duo numeri se se multiplicantes producant radicem numeri ex eorum quadratis producti.

Area trianguli rectanguli.

3 EXPOSITIS duabus regulis generalibus, per quas trianguli cuiuslibet area ex cognitis lateribus inuestigatur, proponemus nunc particularia quædam præcepta pro particularibus triangulis nonnullis, quæ nonnumquā magno usus erunt, cum per ea sæpenumero expeditius in aliquibus triangulis areæ reperiantur, quam per illas generales regulas. Area ergo trianguli rectanguli produceretur, si duo latera circa rectum angulum inter se multiplicentur, & numeri producti semissis capiatur. Nam ex multiplicatione illa gignitur

tur parallelogrammum rectangulum sub duobus lateribus circa angulum rectum comprehensum, vt cap. 1. dictum est, & cuius rectanguli triangulum semissis est, Quod perinde est, ac si semissis vtriusvis lateris in totū alterum, tamquam in basem, multiplicetur. Vt in præcedenti triangulo ABC , diuiso in duo triangula rectangula ADB , ADC ; si AD , 8. ducatur in BD , 6. produceretur numerus 48 cuius semissis 24. erit area trianguli ADB . Sic si AD , 8. ducatur in DC , 15. fiet numerus 120. cuius semissis 60. erit area trianguli ADC : vbi vides, duo triangula 24. & 60. componere totum triangulum ABC , 84. vt supra inuenimus.

4 **AREA** trianguli Isoscelis, vel etiam æquilateri, procreabitur, si quadratum semissis basis ex quadrato lateris auferatur, & reliquus numerus in idē quadratū semissis basis ducatur, ac deniq; huius producti radix quadrata eruatur. Vt in Isoscele ABC , cuius æqualia latera AB , AC , sint 32. 32. & basis BC 24. si quadratum 144. semissis basis dematur ex 1024. quadrato lateris AC , vel AB , & reliquus numerus 880. ducatur in 144. quadratum semissis basis, erit producti 126720. radix quadrata $355\frac{6}{7}\frac{9}{1}\frac{5}{1}$. (quæ paulo minor est vera radice) area trianguli ABC . Nam si quadratum semissis basis DC , auferatur ex quadrato lateris AC , & reliquum sit quadratum perpendicularis AD , quod ex scholio propof. 26. lib. 1. Euclid. perpendicularis AD , basem BC , secet bifariam in D . Quare vt circa finem Num. 2. ostendimus, quadratum perpendicularis AD ductum in quadratum DC , semissis basis producet quadratum areae trianguli ABC . Eademque ratio est in triangulo æquilatero, cum hoc habeat etiā duo latera æqualia.



Area trian-
guli Isosce-
lis.

5 **PRO** area tamen trianguli æquilateri hæc etiam regula ab auctori-
bus traditur, quamuis à nemine (quod sciam) demonstrata sit. Quadratum
lateris ducatur in 12. productusque numerus per 30. diuidatur. Quotiens
enim erit area trianguli æquilateri. Vt si vnum latus æquilateri trianguli sit
10. ducatur quadratum lateris 10. nimirum 100. in 12. productusque nume-
rus 1200. per 30. diuidatur. Quotiens enim $40\frac{1}{3}$. erit area trianguli. Hanc
regulam ita demonstro. Area trianguli æquilateri, cuius singula latera sunt 1.
est radix quadrata huius numeri $\frac{1}{4}$. (Nam per regulam præcedentem
Num. 4. explicatam, si $\frac{1}{4}$. quadratum semissis lateris dematur ex 1. qua-
drato lateris, & reliquus numerus $\frac{3}{4}$. ducatur in idē quadratū $\frac{1}{4}$. semissis late-
ris, produceretur quadratū areae trianguli $\frac{1}{12}$. nimirum $\frac{1}{12}$. proxime. Cū er-
go quadratū lateris 1. ad quadratū lateris 10. hoc est, 1. ad 100. eandem pro-
portionem habeat, quam area $\frac{1}{12}$. trianguli, cuius vnum latus est 1. ad
aream trianguli, cuius vnum latus est 10. & quod vtrique proportio propor-
tionis lateris 1. ad latus 10. sit duplicata: si fiat vt 1. (quadratum lateris 1.)
ad 100. (quadratum lateris 10.) ita area $\frac{1}{12}$. ad aliud, produceretur area
trianguli, cuius vnum latus est 10. Hoc autem fit, ducendo secundum nu-
merum 100. in tertium $\frac{1}{12}$. hoc est, (vt constat ex regula multiplicatio-
nis fra-

b 47. primi.

Area trian-
guli æqui-
lateri.

c 20. & 19.
sexsi.

nis fractionum, ducendo 100 in numeratorem 13. & productum per denominatorem 30. diuidendo. Neq. vero opus est productum hunc numerum $43\frac{1}{3}$. per primum 1. partiri, cum vnitas diuidens, aut multiplicans quemcunque numerum producat numerum eundem. Sic etiam si latus vnum trianguli æquilateri sit 6. ducemus eius quadratum 36. in $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. hoc est, in 13. numeratorem, productumque 468. per 30. partiemur. Quotiens namque $15\frac{2}{3}$. erit trianguli propositi area.

Radix quadrata numeri fractionis quo pacto eruatur.

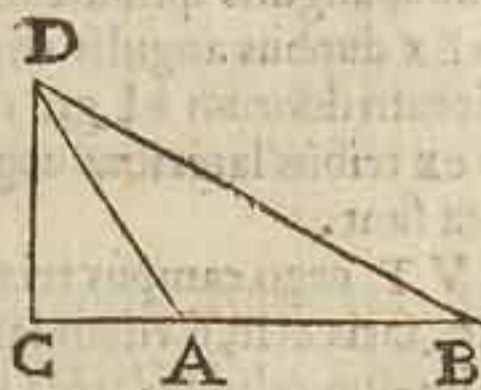
QVOD autem $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. sit radix quadrata numeri $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$, patet ex regula, qua cuiusvis fractionis numeri radix extrahitur: quæ talis est. Numerator in denominatorem ducatur, & producti radix propinqua inueniatur. Si enim per hanc radicem diuidemus numeratorem: vel ipsam radicem per denominatorem partiemur; exibat radix fractionis propositæ: priori quidem modo maior quam vera, posteriori autem minor, si radix illa propinqua producti ex numeratore in denominatorem fuerit minor, quam vera: quia in priori illo modo fit diuisio per numerum vero minorem, in posteriori autem numerus vero minor diuiditur. Quod si radix illa propinqua foret maior, quam vera, produceretur priori modo radix fractionis minor, quam vera, posteriori autem maior, ut liquet. Verbi gratia. Inuenienda sit radix quadrata fractionis $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. quam diximus esse quadratum areæ trianguli æquilateri, cuius vnum latus est, 1. Ex 3. in 16. fit numerus 48. cuius radix propinqua $6\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. minor quam vera, per quam si diuidatur numerator 3. prodibit radix $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. fractionis $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. maior, quam vera: at si radicem eandem propinqua $6\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. partiamur per denominatorem 16. reperietur radix $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. eiusdem fractionis $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. minor, quam vera. Ratio huius extractionis hæc est. Quando numerator 3. denominatorem 16. multiplicat, & erit producti 48. radix quadrata medio loco proportionalis inter 3. & 16. quod radix hæc in se ducta producat numerum 48. æqualem ei, qui ab extremis 3. & 16. inter se multiplicatis gignitur: ac proinde proportio 3. ad 16. erit duplicata tam proportionis 3. ad illam radicem, quam illius radicis ad 16. Cum ergo proportio 3. ad 16. sit quoque duplicata proportionis, quæ radix numeri 3. ad radicem numeri 16. habet: erit ut 3. ad radicem producti 48. Vel ut radix huius producti ad 16. ita radix numeri 3. ad radicem numeri 16. Quapropter cum fractio, cuius numerator est radix numeri 3. denominator autem radix numeri 16. sit radix fractionis $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. erit quoque tam fractio, cuius numerator 3. & denominator radix producti 48. quam fractio cuius numerator radix producti 48. denominator autem 16. hoc est, tam Quotiens, qui fit ex diuisione 3. per radicem producti 48. quam quotiens, qui fit ex diuisione radicis producti 48. per 16. radix propinqua fractionis $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. Eademque de cæteris ratio est.

ALII hanc tradunt regulam ad aream trianguli æquilateri inueniendam. Ex quadrato lateris sumatur tam pars decima, quam tertia. Harum enim partium summa erit area trianguli. Quod sic ostendo. Hæ fractiones $\frac{1}{10}$. & $\frac{1}{3}$. in vnâ collectæ summam efficiunt $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. ac proinde idem est ex quadrato lateris auferre $\frac{1}{10}$. & $\frac{1}{3}$. atque $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. Sed quando auferuntur $\frac{1}{10}$. & $\frac{1}{3}$. multiplicatur quadratum lateris per $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. ut in 6. quæstioncula fractionum docui. Igitur cum, ut Num. 5. explicatum est, ex multiplicatione quadrati lateris in $\frac{1}{3}\frac{2}{3}$. producat area trianguli æquilateri, liquido constat, partem

tem decimam, & partem tertiam quadrati lateris conficere eandem aream. Itaque si latus sit 30. erit eius quadratum 900. cuius $\frac{1}{3}$. est 300. & $\frac{1}{10}$. est 90. quæ partes simul conficiunt numerum 390. pro area illius trianguli æquilateri.

6 HACTENVS exposuimus regulas, quæ nos in cognitionem areæ cuiuscunque trianguli ducunt, si singula latera cognita sint. Nunc triangulorum areas per doctrinam sinuum, Tangentium, secantiumque inuestigabimus, licet non omnia latera sint cognita, sed vnum duntaxat, vel duo, vna cum duobus angulis, vel vno. In triangulis ergo rectangulis ita procedemus.

QVANDO in triangulo rectangulo latus recto angulo oppositum cognitum est, cum vno angulo acuto, cognoscemus aream hoc modo. Detracto angulo acuto dato ex recto, id est, ex grad. 90. relinquetur alter acutus angulus etiam notus. Vt in triangulo DCB, habente angulum rectum C, & latus BD, notum, vna cum angulo acuto B. Et quoniā duo B, & BDC, vni recto, id est, gradibus 90. sunt æquales, si angulus B, ex grad. 90. detrahatur, reliquus fiet angulus BDC. Si ergo fiat, vt sinus totus anguli recti C, ad oppositum latus BD, in qualibet mensura cognitum; ita tam sinus anguli B, quàm anguli BDC, ad aliud; nota fient latera DC, & CB, in partibus lateris BD: atque ita omnia tria latera cognita erunt. Ergo & area cognoscetur vel ex Num. 1. huius cap. vel ex Num. 3.



Area trian-
guli rectan-
guli ex late-
re quod re-
cto angulo
opponitur,
& vno an-
gulo acuto
cognito,
quo pacto
inuestige-
tur.
a 32. primi.

b 2. triang.
rectil.

ITAQVE si campus mensurandus triangularis est habens vnum angulum rectum, satis erit, si summa diligentia latus recto angulo oppositum mensuretur, & insuper vnus angulus acutus, beneficio alicuius quadrantis in gradus diuisi, qualis est à nobis constructus cap. 2. lib. 1. Nam ex his cognitis, vt proxime diximus, tota area trianguli cognoscetur, etiam si ad alia duo latera accedere non possimus.

QVANDO in eodem triangulo rectangulo BDC, alterutrum latus datur circa angulum rectum vna cum latere, quod recto angulo opponitur, nimirum si DC, & DB, cognita sint, cognoscetur quoque alterum latus BC, si fiat, vt latus DB, angulo recto oppositum ad sinum totum anguli recti C, ita latus datum DC, ad aliud. Productus enim numerus erit sinus anguli B, quo cognito ex tabula sinuum, cognitus etiam erit eius complementum BDC. Si ergo rursus fiat, vt sinus totus anguli recti C, ad latus oppositum datum DB, ita sinus anguli BDC, inuenti ad aliud, exhibit latus oppositum BC. Ex duobus igitur lateribus DC, CB, cognitis, area trianguli nota fiet ex ijs, quæ Num. 3. paulo ante scripsimus.

c 3. triang.
rectil.

Area trian-
guli rectan-
guli ex vno
latere circa
angulum re-
ctum, & late-
re quod re-
cto angulo
opponitur.

ATQVE ita in campo, si detur portio triangularis, habens angulum rectum; satis est, si diligenter mensuretur vnum latus circa angulum rectum, vna cum latere, quod recto angulo opponitur, etiam si ad tertium latus non pateat accessus. Ex illis enim duobus area cognoscetur, vt dictum est.

QVOD si in eodem triangulo rectangulo BDC, notum fuerit vnum latus circa rectum angulum, videlicet DC, vna cum alterutro angulo acuto, vt pote cum C, & notum efficietur alterum latus CB: si fiat, vt sinus totus ad datum latus DC: Ita Tangens anguli BDC, quæsito lateri CB, oppositi, (co-

d 4. triang.
rectil.

A a gno-

Area trian-
guli rectan-
guli ex vno
latere circa
angulum re-
ctum & vno
angulo acu-
to.

Area triang.
rectil.

Area trian-
guli obliqua
guli ex vno
latere ac
duobus an-
gulis.

Area trian-
guli obli-
quanguli ex
duobus late-
ribus & an-
gulo ab ip-
sis compre-
hendo.

Diuiso vno
latere figu-
rae in quot
uis partes æ-
quales, quo
pacto alia
latera in eis
de partibus
fiant nota.
In negotio
dimensionum
admittenda
esse in non-
nullis lineis
& angulis
mechanicam
mensuratio-
nem.

gnosceretur autem alter hic angulus BDC, si angulus C, ex gradibus 90. de-
matur) ad aliud. Nam inuentus numerus dabit latus CB, quæsitum. Vel si
fiat, vt sinus anguli C, dato lateri DC, oppositi ad latus datum DC: Ita si-
nus alterius anguli BDC, ad aliud. Nam rursus produceretur latus quæsitum
BC. Ex duobus ergo lateribus DC, CB, aream cognoscemus, vt Num. 3.
traditur.

IN Campo ergo aliquo, si proponatur portio triangularis angulum
habens rectum, satis erit vnum latus circa rectum angulum, & vnum an-
gulum acutum metiri, vt eius trianguli area reperiatur, etiam si ad alia duo
latera accessus denegetur. Atque hæc de rectangulis triangulis: veniamus iam
ad obliquangula.

7 SI ergo in triangulo non rectangulo ABD, notum sit vnum latus, cum
duobus angulis quibuscunque, perueniemus in cognitionem areæ hoc mo-
do. Ex duobus angulis cognitus erit quoque tertius, cum sit complementum
aliorum duorum ad gr. 180. Igitur alia duo latera cognoscuntur: ac proin-
de ex tribus lateribus cognitis area fiet nota ex ijs, quæ Num. 1. & 2. tra-
dita sunt.

VT ergo campus triangularis nullum habens angulum rectum cognitus
fiat, satis erit, si vnum latus cum duobus angulis accurate mensuretur. Ex ijs
enim duo reliqua latera nota efficiuntur, &c. vt dictum est.

RURSUS si in eodem triangulo ABD, non rectangulo nota sint duo
latera, vna cum angulo ab ipsis comprehenso; inuenietur tertium latus:
ac proinde, vt prius, ex omnibus tribus lateribus area trianguli efficietur
cognita.

ITAQUE satis erit, si in campo quouis triangulari duo latera, vna
cum angulo ab ipsis comprehenso mensurentur: vt area ipsius nota
reddatur.

8 NEQUE vero hoc omittendum videtur: si videlicet vnum latus
trianguli, vel cuiusvis figuræ rectilineæ in partes quotlibet æquales secetur,
reliqua latera in eisdem partibus fieri posse cognita, beneficio instrumenti par-
tium, vt ad finem Num. 1. cap. 1. lib. 1. declarauimus. Verum vt magis exqui-
sitè reperiuntur, inquirendum erit fragmentum ultimæ particulæ (si quod
superfuerit) in partibus millesimis, per ea, quæ Num. 14. cap. 2. lib. 1. do-
cuimus. Ita enim in dimensionibus figurarum minus à vero aberrabimus.

9 NEMINEM autem moueat, aut perturbet, quod rectas dixerimus
metiendas esse nonnunquam mechanice per catenulam aliquam feream,
aut per instrumentum partium. Nam in hoc dimetiendi negotio, præsertim
in campis, & agris admittenda omnino est huiusmodi mechanica linearum
dimensio, tum quia apud omnes agrimensores hic mos est: tum quia non
semper via Geometrica id præstare potest; tum vero maxime, quia in di-
mensionibus agrorum, siue figurarum satis est rem prope verum attingere,
dummodo notabilis error non committatur. Quod si hæc dimensio quarum-
dam linearum alicui non probetur, is profecto è medio tollat, necesse est, om-
nem agrorum, figurarumue dimensionem. Vnde enim constat, agrum propo-
situm, vel figuram habere latera cognita, nisi hæc ipsa per mensuram aliquam
materialem sint explorata? Si igitur laterum dimensio mechanica, tanquam
à vero parum aberrans, ab omnibus usurpatur, cur eam in lineis intra figu-
ras metiendis reijciendam censeamus, non video. Non nego tamen, viam

Geome-

Geometricam, quando fieri potest, adhibendam esse. In figuris quoque, ubi latera non sunt nimis magna, utendum censeo doctrina, quam in instrumento partium lib. 1. cap. 1. ad finem Num. 2. tradidimus, non neglectis etiam ijs, quæ in eodem lib. 1. cap. 2. Num. 14. de quavis particula lineæ cognoscenda, in partibus saltem millesimis, scripsimus, quod hac ratione vix à vero quis aberrare possit.

Idem de mechanica angulorum dimensione per quadrantem intelligendum est: præsertim si præter gradus inuestigentur quoque minuta, ut lib. 1. cap. 2. docuimus.

DE AREA QVADRILATERORVM non rectangulorum.

Caput II.

QUADRILATERA sunt genera quadrilaterarum figurarum, quæ vel nullum angulum rectum habent, vel certe non omnes rectos: Rhombus, Rhomboides, & Trapezium. Primæ duæ figuræ nullum habent angulum rectum: posterior autem potest habere vel vnum rectum, vel duos, vel etiam nullum: Item duo latera opposita parallela, vel non parallela. Rhombi & Rhomboides, quorum la-

tera nota sint, area producitur ex ductu perpendicularis in latus, in quod perpendicularis cadit. Ita ut magnitudo perpendicularis accurate sit prius exploranda vel per instrumentum partium initio huius operis constructi, ut paulo ante cap. 2. Num. 8. monuimus, vel alio modo, ut mox dicam. Verbi gratia, in Rhombo & Rhomboides $ABCD$, producitur area ex multiplicatione perpendicularis AE , in latus BC , *a*. Nam rectangulum AE , sub AE , & AD , comprehensum æquale est parallelogrammo BCD , quod hæc duo parallelogramma sint inter parallelas AD , BC , & super eandem basem AD . Itaque frustra alij præcipiunt, ut diameter ducatur AC , & beneficio perpendicularis AE , area trianguli ABC , inquiretur, quod hæc duplicata areâ exhibeat totius parallelogrammi: *b* quippe cum triangulum ABC , semissis sit parallelogrammi. Frustra, inquam, hoc præcipiunt, cum expeditius area inueniatur si perpendicularis in totum latus BC , ducatur, quam si in semissem multiplicetur, ac productus deinde numerus dupletur.

SI per quadrantem cap. 2. lib. 1. constructum inuestigetur quantitas anguli B , reperietur perpendicularis AE , per sinus, hac ratione. Fiat ut sinus totus anguli recti E , ad latus oppositum AB , ita sinus anguli B , ad aliud. *c* Productus enim numerus erit perpendicularis AE , cognita in partibus lateris dati AB .

2 TRAPEZII, in quo duo latera opposita sint parallela AB , BC , & omnia late-

Rhombi &
Rhomboidis
dis area



a 35. primi.

b 34. primi.

Perpendicu-
laris inue-
ntio.
c 2. triang.
rectil.

Area trapezij habētis duo latera parallela.

a 1. secundi:



latera nota, area producitur ex perpendiculari AE, inter duo latera parallela multiplicata in semissem summæ ex lateribus parallelis conflata. Nam ducta diametro AC, area trianguli ABC, producitur ex perpendiculari AE, in semissem basis BC, vt cap. 2. Num. 2. dictum est: Item area trianguli ACD, ex eadē perpendiculari AE, in semissem basis AD: Ac proinde hæ duæ area simul area totius Trapezij ABCD, cōficient. *a* Cū igitur idē fiat ex AE, in summam ex semisse rectæ BC, & ex semisse rectæ AD, conflata, id est, in semissem rectarum BC, AD, simul: quod ex AE, in semissem lateris BC, & ex AE, in semissem lateris AD; liquido constat, aream Trapezij gigni ex perpendiculari AE, in semissem summæ laterum AD, BC. Atque hæc ratio locum etiam habet in Trapezio habente vnum angulum rectum, vel duos rectos.

PERPENDICULARIS vero AE, inuenietur, vt in Rhombo, & Rhomboide diximus, duobus modis, si per quadrantem angulus B, inuestigetur, &c.

Area trapezij nulla habentis latera parallela

b 12. trian. rectil. Nu. 2

Area figure quadrilateræ irregularis.

IN Trapezio autem FGHI, in quo nulla sunt latera parallela, omnia tamen latera sunt nota, mensuranda primum est diameter. IG, per instrumentum partium. Deinde vtriusque trianguli FGI, GHI, area inuenienda, vt cap. 2. Num. 1. & 2. tradidimus. Ambæ enim area simul conficient aream totius Trapezij.

QVOD si malueris angulum F, vel H, per quadrantem inuenire, cognoscemus diametri GI, magnitudinem, per doctrinam sinuum, ac Tangentium, vt lib. 1. cap. 3. docuimus, ex duobus lateribus FG, FI, & angulo F, ab ipsis comprehenso, vel ex duobus lateribus HG, HI, & angulo H, quem continent.

3 NON aliter aream consequemur cuiuscunque quadrilateri irregularis, etiamsi non habeat omnes angulos introrsum, sicut Trapezium. Vt si in Trapezio FGHI, ducantur ex G, & I, duæ rectæ GK, IK, constituetur quadrilaterum GHKI, irregulare, cum solum habeat tres angulos GHI, HIK, HGK. Nam ad K, non fit angulus GKI, introrsum versus H, cum illud spatium sit duobus rectis maius, sed versus F, extrorsum. Huius ergo figure quadrilateræ irregularis aream colligemus, ducta diametro KH, ex duabus areis triangulorum IKH, GKH, vt de Trapezio FGHI, dictum est.

DE AREA MVLTILATERARVM

figurarum irregularium.

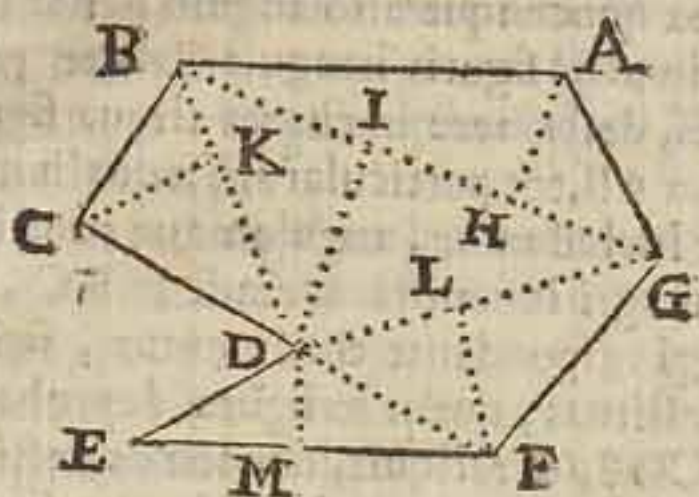
Caput IIII.

Area multilateræ figure.



IGVRAS multilateras irregulares, quæ videlicet plura latera habent inæqualia, quam quatuor, etiamsi valde irregulares sint, metiemur, vt trapezia irregularia, resoluendo nimirum illas in triangula, & singulorum triangulorum areas inuestigando. Nam omnes hæ area in vnam summam collectæ æquales sunt area totius figure propositæ. Vt si figura septem laterum.

laterum ABCDEFG, resoluatur in quinque triangula ABG, GBD, DBC, DEF, FDG, ita ut eorū latera se mutuo nō interfecēt, inquirendæ sunt areæ



Quādo figura in triangula resolui potest, quo modo eius area colligatur.

singulorum hoc modo. Quando omnia latera triangulorum nota effici possunt per aliquam mensuram, siue figura agrum aliquem repræsentet, siue in charta solum sit descripta, demittantur ex angulis ad latera opposita perpendiculares AH, DI, CK, DM, FL, singulæ in singulis triangulis. Deinde in triângulo ABG, *a* inquirentur ex tribus lateribus notis segmenta BH, HG; & ex his perpendicularis AH, ut cap. 2. huius lib. Num. 2. declarauimus. Nam AH, in semissem basis BG, ducta producet aream trianguli ABG. Eademque ratione aliorum triangulorum areæ peruestigētur; atque omnes areæ in vnam redigantur summam, ut area totius figuræ habeatur. Quod si malueris, poteris omnium triangulorum areas indagare ex tribus lateribus cognitis, per ea, quæ cap. 2. Num. 1. scripsimus, etiamsi neque perpendiculares ductæ sint, neque segmenta BH, GH, inuenta.

a 9. triang. rectil.

2 QVANDO latera triangulorum interiora mensurari nequeunt, imo neque duci, ut non raro accidit in campis, aut agris, qui vel propter arbores, vel paludes interiectas, rectis itineribus pertransiri non possunt; alia ratione scopum attingemus, hac videlicet. Cognitis lateribus figuram ambientibus per aliquam mensuram, inuestigantur quoque anguli ab ipsis comprehensi beneficio quadrantis alicuius in gradus diuisi. In propo- sita figura angulus CDE, indagandus non est, quod sit extra figuram. Reso- luta deinde figura mente, aut cogitatione in triangula, ac si latera interiora ducta essent, ut prius: *b* explorentur in triangulo ABG, duo anguli B, G, ex duobus lateribus AB, AG, anguloq. ab ipsis comprehenso; atq. insuper latus BG. Hinc. n. in triangulo rectiángulo ABH, vel AGH, *c* demissa perpendicula- ris ex A, cognoscetur ex base AB, & angulo B, vel ex base AG, & angulo G; ac proinde area triánguli reperietur, ut antea, ex ijs, quæ c. 2. huius lib. Num. 1. & 2. tradita sunt. Nō aliter area trianguli BCD, nota fiet ex duobus lateribus CB, CD, notis angulum C, notū ambientibus, *d* si nimirū inuestigantur prius anguli B, D, vna cum latere BD, *e* & ex his demissa perpendicularis CK. Post hæc in triangulo BDG, si anguli ABG, CBD, iam cogniti detrahantur ex toto angulo ABC, noto, remanebit angulus DBG, notus. Cum ergo latera BD, BG, ipsum includentia facta sint etiam notæ; *f* cognoscetur eodem mo- do & anguli D, G, & latus DG; *g* atque insuper perpendicularis ex B, in DG, demissa, & c. Similiter in triangulo GDF, si ex angulo noto AGF, tol- lantur anguli AGB, BGD, iam noti effecti, relinquetur angulus DGF, no- tus. Cum igitur & latus GD, notum factum sit; *h* cognoscemus & duos an- gulos

Quādo figura in trian- gula resol- ui nō potest quo modo eius area deprehen- datur

b 12. trian. rectil.

c 2. triang. rectil.

d 12. trian. rectil. Nu.

2.

e 2. triang. rectil.

f 12. trian. rectil. Nu.

2.

g 2. triang. rectil.

h 12. trian. rectil.

a 2. triang. rectil. *b* 16 trian. rectil. *c* 2. triang. reail.

gulos GDF, GFD, & insuper latus DF, a vna cū perpendiculari ex G, in DF, demissa, &c. In triangulo denique DEF, cum omnia latera sint nota; *b* efficiuntur quoque noti omnes tres anguli: ac proinde demissa perpendicularis DM, ex D, demissa, vel ex quocunque alio angulo *b*, nota fiet, &c. Ex his facile intelliges, quomodo in alijs figuris irregularibus te gerere debeas.

Quomodo figura agro proposito si milis describi possit.

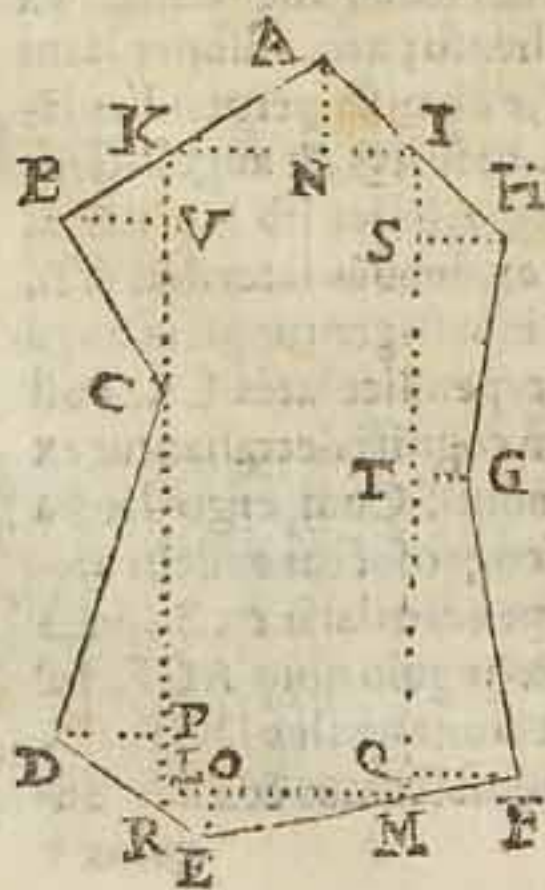
POTES etiam, si vis, describere in charta aliqua figuram agro similem: si nimirum sumas rectam AB, tot particularum æqualium, quot mensuræ in latere agri respondente includuntur, angulumque constituas ABC, æqualem ei, quem in ambitu agri inuenisti. Deinde in BC, tot particulas accipias, quot in latere agri respondente continentur, iterumque angulum BCD, æqualem illi constituas, quem in figura deprehendisti. Denique si idem facias de angulo CDE, & reliquis, necnon de rectis CD, DE, & alijs, descripta erit figura similis agro: quæ si resoluetur in triangula, quorum latera intra figuram per instrumentum partium mensurentur, reperietur eius area, sicuti prius, quando ager resolui poterat in triangula.

QUANDO campi planities non est impedita, magis exquisitè figura ei similis describetur per ea, quæ lib. 3. Problem. 42. Num. 3. scripsimus: si videlicet intra campum eligatur punctum quoddam, ex quo ad omnes angulos rectæ ducantur, notatis angulis, quos efficiunt. Nam si illæ rectæ mensurentur, angulique ad aliquod punctum in charta transferantur, & in rectis angulorum capiantur tot particule æquales, quot mensuræ in rectis angulorum circa punctum in campo electum consistentium deprehensæ sunt, continebunt rectæ extrema puncta connectentes figuram similem campo, ut in loco citato demonstrauimus. Quod si duo puncta eligantur in campo, è quibus rectæ ad angulos ducantur, notatis punctis, ubi binæ rectæ, conueniunt, describetur etiam figura campo similis, quamuis rectæ illæ non mensurentur: quemadmodum ibidem Num. 1. declarauimus.

Qua ratione campus intra quem lacus vel silua existat mensuretur

MANIFESTVM autem est, eodem pacto mensurari posse campum, in quo lacus, vel silua comprehendatur, licet in triangula resolui non possit, dummodo eius latera exteriora cum angulis cognosci possint. Quod si in circuitu agri fuerit aliqua portio curua, & non recta, secanda ea erit in tot partes, donec à rectis lineis parum differant, eæque pro lateribus rectis assumendæ.

Ratio communis mensuræ in area cuiusvis figuræ inuestiganda



3 AGRIMENSORES ne cogantur totum campum sæpius perambulare, ut perpendiculares in triangulis ducant, angulosque metiantur, hanc ineunt rationem. In agro, seu figura constituunt, quam possunt, maximum rectangulum, atque ad eius latera ex angulis figuræ perpendiculares concipiunt demitti, quod faciunt, applicando vnum latus normæ ad latus rectanguli, & aliud ad angulum figuræ oppositum dirigendo. Ita namque tota figura resoluta erit in rectangulum illud constitutum, & in trapezia duorum laterum parallelorum, atque in triangula rectangula. Deinde vel ipsimet metiuntur latera rectanguli, & perpendiculares, vel ut ab alijs mensurentur, præcipiunt, quod quidem per catenulam ferream exequantur. Postremo triangula qui

quidem rectangula meriuntur, vt cap. 1. Num. 3. tradidimus, trapezia vero duorum laterum parallelorum, vt cap. 3. Num. 2. duocimus. Rectanguli in denique per ea, quæ cap. 1. scripsimus, mensurant. Horum enim areae in vnam summam collectæ conficiunt aream totius agri, seu figuræ. In proposito octangulo ABCDEFGH, continetur rectangulum IKLM, trapezia HSTG, GTQE, OLRE; & triangula rectangula ANK, ANI, ISH, FQM, MOE, DPR, CDP, BCV, BKV.

ALII non constituunt rectangulum intra campum, vel figuram, sed lineam, quam possunt, longissimam ducunt, nimirum à puncto A, ad latus EF, quam fundamentalem appellant. Ad hanc ex angulis demittunt perpendiculares: atque ita totam rursus figuram in trapezia duorum laterum parallelorum, & in triangula rectangula dispartiunt, &c. Sed prior ratio commodior videtur: quippe in qua perpendiculares ex angulis deductæ breuiores sint, ac propterea facilius mensurentur, ac cerrius.

QVANDO intra agrum dictæ operationes fieri nequeunt, solent etiam mensores circa agrum includentē silvas, lacus, & ædificia, vel alia impedimenta, formare rectangulum. Nam si ad eius latera ducantur perpendiculares ab angulis exterioribus agri, constituentur iterum trapezia rectangula duorum laterum parallelorum, vel parallelogramma, & triangula rectangula extra agrum: quorum areae si ex area totius rectanguli subducantur, reliqua fiet area propositi agri.

4 SED neque aspernanda mihi videtur ea ratio, quam olim meis auditoribus explicare solebam. Vt nimirum toti figuræ (reducto prius agro ad similem figuram, vt paulo ante Num. 2. præcepi) constituatur quadratum æquale, vel certe latus eius quadrati inueniatur. Nam si vnum huius quadrati latus mensuretur, atque in seipsum ducatur, prodibit area figuræ propositæ. Mensurandum porro est latus in particulis laterum figuræ, quæ mensuris laterum agri respondent, quod facile fiet per instrumentum partiū.

QVO pacto autem cuilibet figuræ quadratum æquale sine magno labore construi possit, docui in scholio propof. 14. lib. 2. Euclid. quod hoc loco, paucis in melius mutatis, repetendum censeo. Sit ergo heptagonum irregulare ABCDEFG, quo resolutum in 5. triangula ABG, BCG, CDG, DEG, EFG, ducatur ad BG, basē communē duorum triangulorum ab angulis oppositis A, C, perpendiculares AL, CH, quarū posterior in GB, protracta cadit in nostra figura. Deinde in recta quacūq. OP, sumantur OQ, QR, ipsi AL, CH, æquales. Itē RP, ipsi BI, semisse basis BG, æqualis: ac circa OP, ex medio puncto S, semicirculus describatur OTP: ac deniq. ex R, termino rectæ OR, quæ duabus perpendicularibus AL, CH, æqualis est, ad OP, perpendicularis excitetur RT, semicirculum secans in T. Dico quadratum rectæ RT, duobus triangulis simul ABG, BCG, esse æquale. Quia enim rectangulum sub BI, semisse basis, & perpendiculari AL, æquale est triangulo ABG, ex propof. 1. lib. 7. huius; & rectangulum sub eadem BI, & perpendiculi GH, æquale est triangulo BCG: Quod autem sub BI, & aggregato ex AL, CH, hoc est, sub RP, OR, (quod RP, ipsi BI, sumpta sit æqualis, & OR, ipsi AL, CH, simul) æquale est eis, quæ sub BI, & AL, CH, comprehenduntur, rectangulis; erit rectangulum sub OR, RP, duobus triangulis ABG, BCG, æquale. Cum ergo quadratum ex RT, rectangulo sub OR, RP, sit æquale, (quod ex scholio propof. 13. lib. 6. Euclid. RT, media proportionalis sit inter OR, RP,

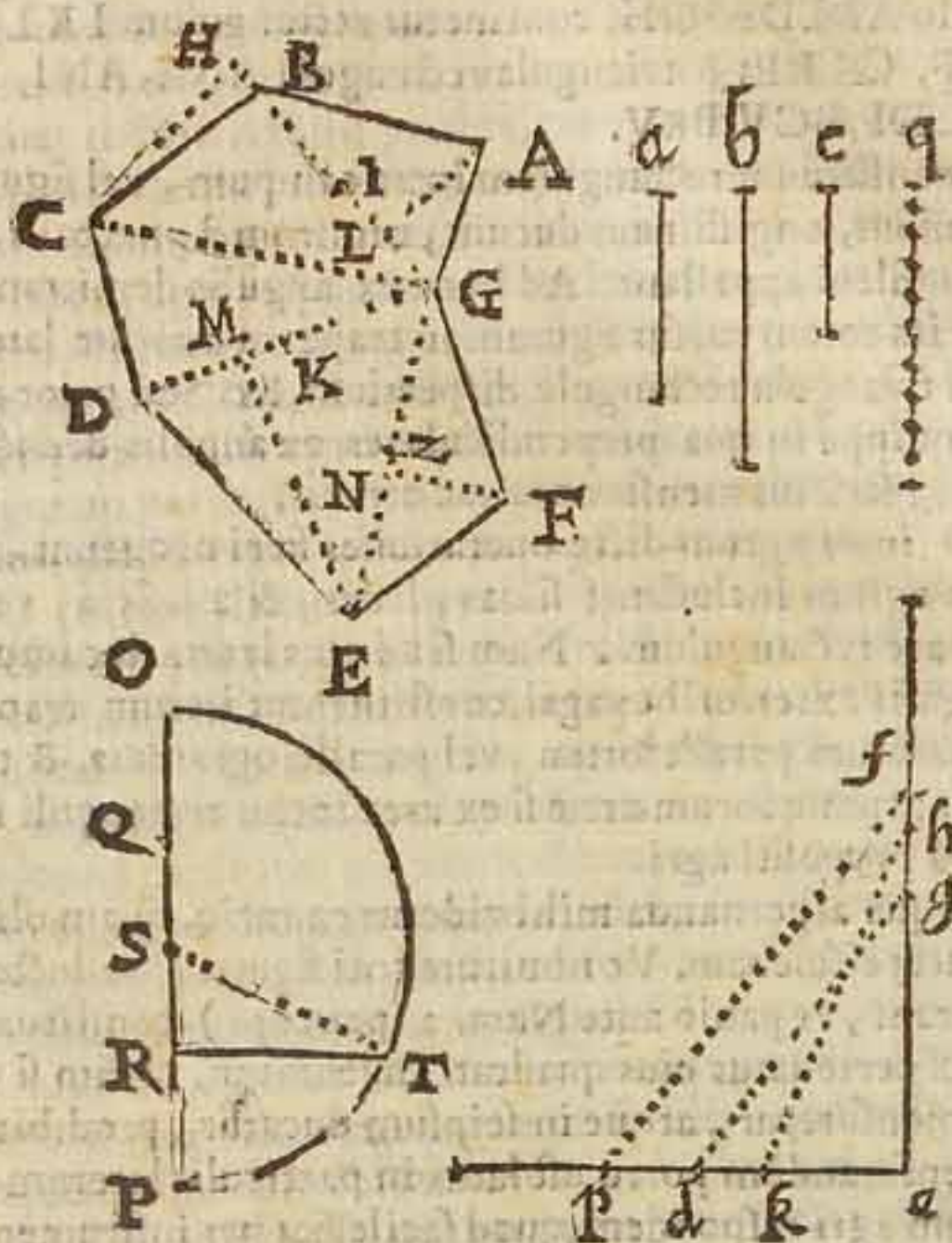
Pulchra ratio areae inueniendæ cuiuscunq. figuræ.

Quadratum datæ figuræ æquale qua ratione construat.

a 1. secundæ

b 17. sextæ.

RP,) erit quoque quadratum ex RT, duobus triangulis ABG, BCG, æqua-



le. quod est propositum. Immo quadratum ex RT, rectangulo sub OR, RP, æquale esse, demonstrabitur hoc etiam modo sine ope lib. 6. Euclid. *a* Rectangulum sub OR, RP, una cum quadrato ex SR, æquale est quadrato ex SP, hoc est, (ducta ST,) quadrato ex ST, *b* hoc est, quadratis ex SR, RT. Ablato ergo communi quadrato rectæ SR, reliquum rectangulum sub OR, RP, reliquo quadrato ex RT, erit æquale.

a 5. secundi

b 47. primi.

EODEM modo reperiemus quadratum duobus triangulis CDG, DEG, æquale, si ad basem communem DG, ducantur perpendiculares CD, EM, quarum prior in nostra figura cum latere CD, coincidit, &c. Atque ita deinceps, si plura fuerint triangula, reperiemus semper binis triangulis singula quadrata æqualia. Sed quia in nostra figura superest vnum tantum triangulum EFG, inueniemus ei quadratum æquale, si, ducta perpendiculari FN, circa rectam ex FN, & semisse basis EZ, conflata semicirculus describatur, &c. Sint ergo a, b, c, latera quadratorum trapezijs ABG, CDEG, & triangulo EFG, æqualium: quibus omnibus quadratis vnum æquale exhibebimus hac arte. Fiat angulus rectus d e f, & lateribus a, b, æquales sumantur rectæ e d, e g, eritque quadratum ductæ rectæ d g, quadratis rectarum ed, eg,

c 47. primi.

e d, e g, hoc est, laterum a, b, æquale. Capiatur rursus e k, lateri c, & recta e h, rectæ d g, æqualis; & eritque rursus quadratum ex k h æquale quadratis ex k e, e h, id est ex c, e h, nimirum tribus ex a, b, c. Si igitur latus ex k h, mensuretur, & in se ducatur, gignetur area figuræ propositæ A B C D E F G.

a 47. primo

EODEM artificio, si plura sint latera, inueniemus quadratum omnibus quadratis æquale. Vt si foret alterum latus q, acciperemus ei æqualem rectam e p. Item rectam e f, rectæ k h, æqualem. Nam quadratum ex p f, quadratis ex e p, hoc est, ex q, & ex e f, id est, ex a, b, c, erit æquale, & sic de pluribus.

EX his colligitur facilis ratio metiendi trapezij irregularis, cuiusmodi est in proxima figura trapezium A B C G. Nam ducta diametro B G, si ad eam duæ perpendiculares demissæ A L, C H, mensurentur, earumque aggregatum in medietatem diametri B G, multiplicetur, procreabitur area trapezij, vt demonstratum est.

Facilis ratio
mensurandi
trapezij ir-
regularis.

IN octauo porrò lib. propos. 6 docebimus quoque, qua ratione datæ figuræ rectilineæ rectangulum æquale construatur. quod si fiat hoc loco, efficietur illi rectangulo quadratum æquale, per vltimam propos. lib. 2. Euclidis, sine vlllo negotio, aut molestia.

DE AREA MVLTILATERARVM

figurarum regularium.

Caput V.



QVAMQVAM regulares figuræ, quæ scilicet sunt & æquilateræ & æquiangulæ, mensurari possint, vt irregulares præcedentis capitis, resoluendo eas in triangula, &c. solet tamen dari propria ac peculiaris regula, qua cuiusque figuræ regularis area inuenitur: quæ ita se habet.

SEMISSIS ambitus figuræ multiplicetur in perpendicularem è centro figuræ ad vnum latus cadentem. Numerus enim productus area erit figuræ.

Area figuræ
regularis.

NAM vt lib. 7. de Iloperimetris propos. 2. demonstrabimus, area cuiuslibet figuræ regularis æqualis est rectangulo contento sub perpendiculari à centro figuræ ad vnum latus ducta, & sub dimidiato ambitu eiusdem figuræ.

2 PERPENDICVLARIS porro è centro figuræ in vnum latus cadens, vna cum semidiametro circuli figuram ambientis sic reperietur. Numerus laterum, siue angulorum duplicetur, & à duplo auferantur 4. Nam reliquus numerus indicabit, quot rectis angulis omnes anguli figuræ æquiualeant, per ea, quæ in scholio propos. 32. lib. 1. Euclid. demonstrata sunt. Hic idem numerus reliquus, videlicet, numerus angulorum rectorum, per numerum angulorum diuidatur, vt Quotiens vnus anguli figuræ magnitudinem exhibeat, qui in hexagono continet rectum cum parte tertia, hoc est, grad. 120. Et quoniam semidiameter secatur angulum figuræ bifariam, vt constat ex demonstratione propos. 12. lib. 4. Euclid.

Perpendicu-
laris & se-
midiamete-
r figuræ
regularis
quo pacto
inueniatur.

Bb

clid.

clid. fit vt si semissis lateris, in quod perpendicularis cadit, ponatur sinus totus, perpendicularis sit Tangens semissis anguli figuræ, & semidiameter, Secans. Si fiat ergo.

Vt 100000 sinus totus, ad semissem lateris: ita Tangens semissis anguli, vel secans,

prodibit tam perpendicularis, quam semidiameter in partibus lateris figuræ. Verbi gratia, in Hexagono regulari, cuius vnum latus sit 12. si fiat, vt 100000. sinus totus ad 6. semissem lateris: ita 173205. tangens semissis anguli Hexagoni ad aliud, reperietur perpendicularis $10\frac{3}{10}\frac{2}{10}\frac{2}{10}\frac{3}{10}\frac{0}{10}$. vel $10\frac{3}{10}\frac{9}{10}\frac{2}{10}\frac{8}{10}$. Item si fiat, vt 100000. sinus totus ad 6. semissem lateris: ita 200000. Secans semissis anguli Hexagoni ad aliud, exhibet semidiameter figuræ 12.

ITAQUE si perpendicularis $10\frac{3}{10}\frac{2}{10}\frac{2}{10}\frac{3}{10}$. ducatur in 36. semissem ambitus Hexagoni ex tribus lateribus conflata, producet area Hexagoni $374\frac{1}{10}\frac{2}{10}\frac{2}{10}\frac{8}{10}$. vel $374\frac{2}{10}\frac{3}{10}\frac{0}{10}\frac{7}{10}$. Eodemque modo procedendum est in alijs figuris regularibus, in quibus angulorum semisses in tabula Tangentium, ac secantium accipi possunt.

3 QVONIAM vero circa quamlibet figuram regularem circulus describi potest, vt ex lib. 4. Eucl. constat, proponemus hic plurimarum figurarum regularium latera in partibus diametri circuli ambientis 20000000. vel semidiametri, siue sinus totius 10000000. ex probatis auctoribus, vt earum areæ magis exquisitè inueniri possint per regulam Num. 1. propositam. Nam si ex solo vno latere in aliqua mensura cognito aream inuestigare velimus quemadmodum in Hexagono factum est, occurrerent multæ difficultates ac magnæ, propterea quod semidiametri, perpendicularesque ex sinibus, Tangentibus, ac secantibus erui non possunt, nisi quando semissis anguli figuræ comprehendit præcisè gradus, vel gradus cum minutis, vel gradus cum minutis & secundis: (quamuis si secunda adsint, necesse sit partem proportionalem adhibere) sicut in Hexagono paulo ante factum est, cuius anguli semissis continet grad. 60. quod in quamplurimis figuris non contingit. Nam, verbi gratia, in Heptagono omnes 7. anguli ex scholio propof. 32. lib. 1. Euclid æquivalent 10. rectis, ideoque vnus angulus complectitur vnum rectum cum $\frac{2}{7}$. hoc est, gradus 128. Min. 34. Sec. 17. Ter. 8. Quar. 34. &c. atque eius semissis grad. 64. min. 17. Secun. 8. Ter. 34. Quar. 17. &c. ex qua semisse neque Tangens pro perpendiculari, neque secans pro semidiametro per tabulas Tangentium, atque secantium excerpti potest. Idemque in alijs figuris innumeris accidere comperies. Quod si scientia inuenta esset construendi omnes figuras regulares, superari aliquo modo posset hæc difficultas: propterea quod cognito latere vno in quantiscunque partibus, cognosci quoque posset tam perpendicularis, quam semidiameter in iisdem partibus, beneficio instrumenti partium, vt lib. 1. cap. 1. ad finem Num. 1. tradidimus. Sed quia paucissimas figuras æquilateras describere novimus intra circulum, areas plurimarum ignorari necesse est. Hanc ob causam nonnulli Geometræ, inter quos strenuam operam nauauit Ludouicus à Collen, ingenti labore latera figurarum, siue descriptæ eæ sint, siue non, explorarunt: quamuis earum anguli præter gradus, ac minuta comprehendant insuper Secunda, Tertia, Quarta, &c. vt earum areas consequi possimus.

Nam

Quare ex latere figuræ regularis dato non semper possit inueniri area, nisi si figura ipsa descripta sit.



TABVLA CONTINENS LATERA
figurarum regularium a triangulo vsque ad fi-
guram 80. laterū, posita diametro 20000000.
vel sinu toto 10000000.

Num. lat. vel angulor.	Latera figurarū regularium, po- sita diametro 20000000. vel sinu toto 10000000.	Num. lat. vel angulor.	Latera figurarū regularium, po- sita diametro 20000000. vel sinu toto 10000000.	Num. lat. vel angulor.	Latera figurarū regularium, po- sita diametro 20000000. vel sinu toto 10000000.
3	17320508	29	2162380	55	1141776
4	14142135	30	2090569	56	1121408
5	11755705	31	2023366	57	1101755
6	10000000	32	1960341	58	1082778
7	8677674	33	1901120	59	1064443
8	7653668	34	1845367	60	1046719
9	6840402	35	1792786	61	1029575
10	6180339	36	1743114	62	1012983
11	5634651	37	1696118	63	996917
12	5176380	38	1651586	64	981353
13	4786313	39	1609331	65	966275
14	4450418	40	1569181	66	951638
15	4158233	41	1530985	67	937445
16	3901806	42	1494601	68	923669
17	3674990	43	1459906	69	910291
18	3472963	44	1426783	70	897296
19	3291891	45	1395129	71	884666
20	3128689	46	1364848	72	872387
21	2980845	47	1335852	73	860444
22	2846296	48	1308062	74	848824
23	2723332	49	1281404	75	837513
24	2610523	50	1255810	76	826499
25	2506664	51	1231218	77	815771
26	2410733	52	1207569	78	805318
27	2321858	53	1184812	79	795130
28	2239289	54	1162896	80	785196



Nam ex latere cuiuscunque figuræ regularis cognito in partibus diametri circuli circumscripti, vel sinus totius, veniemus per ea, quæ cap. 2. Num. 2. scripsimus, in cognitionem lineæ perpendicularis ex centro in vnum latus deductæ, ac proinde totam aream nanciscemur, vt paulo ante Num. 1. docuimus. Latera igitur in quàm plurimis figuris in tabula præcedenti exposita habes, quæ omnia veris lateribus sunt paulo minora; & si adiceris vnitatem, fient paulo maiora veris; ita vt verum latus trianguli æquilateri inter hos duos numeros 17320508. 17320509. consistat.

Ex cognita
semidiametro
circuli
inuenire la-
tus figuræ
regularis in
eo circulo
descriptæ.

Fractio nē
magnā ad
minorē fe-
re æquiva-
lentem re-
ducere.

Inter duas
fractiones
inuenire
mediam

Ex cognito
latere figu-
ræ regu-
laris, inue-
nire semi-
diametrum
circuli cir-
cumscripti.

4 IAM vero cognita semidiametro alicuius circuli in partibus cuiuscunque mensuræ, reperiemus in ipsdem partibus latus figuræ regularis, cuius laterum numerus maior non est, quam 80. beneficio præcedentis tabulæ: si nimirum fiat, vt sinus totus 10000000. ad latus figuræ propositæ in præcedenti tabula, ita semidiameter circuli propositi data ad aliud. Sit verbi gratia semidiameter alicuius circuli 12. & inueniendum sit latus decagoni respectu dictæ semidiametri: Fiat vt 10000000. sinus totus ad 6180339. latus Decagoni; ita 12. semidiameter data ad aliud; exhibiturque latus quæsitum $8\frac{1}{10}\frac{6}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}\frac{6}{10}\frac{2}{10}$. vel in minoribus numeris $8\frac{1}{2}\frac{4}{5}\frac{0}{10}\frac{6}{10}\frac{2}{10}$.

ET si molestum videatur operari cum fractione tam magna, reduces eam ad minorem quasi æquivalentem hoc modo. Elige pro Numeratore quemuis numerum, vt 10. Et fiat vt Numerator 164068. ad suum Denominatorem 10000000. ita Numerator electus 10. ad aliud, reperiesque Denominatorem $609\frac{2}{1}\frac{2}{6}\frac{5}{4}\frac{8}{5}\frac{8}{2}$. Ita vt relicta hac fractione, Denominator 609. sit minor quam verus; & 610 maior, hoc est, fractio $\frac{10}{609}$ sit maior fractione $\frac{10}{10000000}$, fractio autem $\frac{10}{610}$ minor. Inter has autem duas fractiones $\frac{10}{609}$ & $\frac{10}{610}$ produces mediam $\frac{10}{609.5}$, cuius Numerator ex Numeratoribus, & Denominator ex Denominatoribus conflatus est. Eritque hæc fractio inuenta fere maiori illi æqualis.

FRACTIONEM porro, cuius Numerator ex duobus Numeratoribus, & Denominator ex Denominatoribus duarum minutiarum componitur, esse maiorem minore, & minorem maiore, demonstrabimus lib. 8. propos. 10.

VICISSIM ex dato latere cuiuslibet figuræ regularis cognoscemus semidiametrum circuli circumscribentis: si fiat, vt latus propositæ figuræ in tabula antecedente ad 10000000. ita latus datum ad aliud. Vt si latus Pentagoni detur 12. & fiat, vt 11755705. ad 10000000. ita 12. ad aliud, reperietur semidiameter circuli circumscripti $10\frac{2}{1}\frac{4}{1}\frac{4}{1}\frac{2}{1}\frac{9}{1}\frac{5}{1}\frac{0}{1}$. Et si fiat, vt Numerator huius fractionis ad suum Denominatorem; ita Numerator electus quicunque, nimirum 1. ad aliud, inuenietur Denominator sequens $4\frac{9}{2}\frac{3}{4}\frac{2}{4}\frac{9}{2}\frac{0}{5}$ ita vt fractio $\frac{1}{4}$ sit maior, quam $\frac{1}{11755705}$, at $\frac{1}{5}$ minor. Ex additione numeratorum 1. 1. inter se, & Denominatorum 4. 5. inter se, efficies fractionem $\frac{2}{9}$ mediam: quæ adhuc maior est, quam $\frac{1}{11755705}$. Media autem inter $\frac{1}{4}$ & $\frac{2}{9}$ est $\frac{3}{4}$ quæ parum ab illa differt, ita vt semidiameter quæ sita dici possit esse $10\frac{3}{4}$. Atque in hunc modum per minores numeros operationes fieri possunt, quamuis non omnino exquisitè, quod fractiones assumptæ non sint omnino veræ; sed hic error in dimensionibus camporum tolerabilis est.

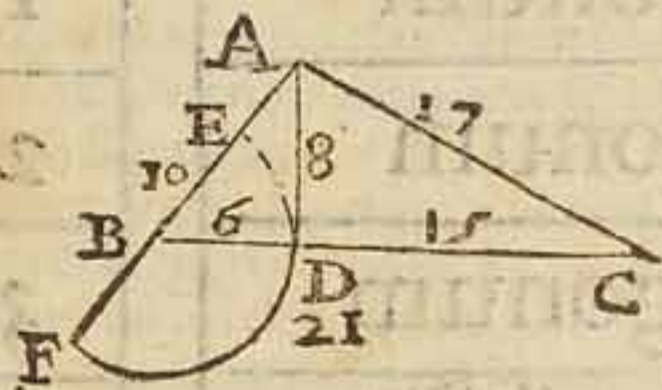
5 ANTEQVAM rectilinearum figurarum dimensionem concludam, lubet regulam attexere, qua ex cognita area cuiuscunque figuræ latus habens notum venire possimus in cognitionem alterius figuræ similis illi, si-
mili-

similiterque posita latus homologum etiam notum habentis quæ sic se habet.

Quadratus numerus denominatoris proportionis, quam latus figura ignota ad latus figura cognita habet, (qui denominator habebitur, si latus figura ignota per latus figura cognita diuidatur) si ducatur in aream cognitā, producat area alterius figura quæ sita. Debent autem figura esse similes, similiterque posita, & earum latera homologa sumi ut dictum est.

Nam denominator proportionis lateris figuræ quæ sita ad latus figuræ data in se multiplicatus gignit denominatorē proportionis duplicatæ eorum laterum, ut ad def. 1. lib. 7. Euclid. scripsimus. Cum ergo figuræ similes similiterque posita habeant etiam proportionem duplicatam laterum homologorum; fit ut denominator proportionis duplicatæ laterum prædictorum multiplicans aream cognitā producat aream quæ sita, hoc est, numerum, qui ad aream cognitā proportionem habeat duplicatam proportionis datorum laterum, denominatam scilicet a denominatore, qui ex denominatore proportionis eorum laterum in se multiplicato producit. Verbi gratia, Trianguli ABC , cuius latus AB , 10. AC , 17. & BC , 21. area est 84. Si ergo sit aliud triangulum huic simile habens latus ipsi AB , homologum 70. qui vero AC , homologum 119. & ipsa

Qua ratione ex area cuiuslibet figuræ eruat area alterius figuræ similis. 218. vel 20. sexii.



BC , homologum 147. diuidaturque latus 70. per 10. ut denominator 7. proportionis lateris 70. ad latus 10. procreetur, & quadratus numerus huius denominatoris, nimirum 49. ducatur in 84. aream trianguli ABC , producat area 4116. posterioris trianguli. Rursus quia area trianguli æquilateri, cuius singula latera sint, 1. area est $\frac{1}{2}$. ferme, ut supra patuit, si derur aliud triangulum æquilaterum, cuius singula latera sint 70. inueniemus eius aream hoc modo. Denominator proportionis laterum est ipsummet latus 70. quod 70. diuisa per 1. faciant 70. Ducemus ergo 4900. quadratum lateris 70. in $\frac{1}{2}$, aream cognitā. Productus enim numerus 2450. erit area posterioris trianguli.

6 HAEC regula ita quoque proponi poterit. Fiat ut quadratus numerus lateris figura cognita ad quadratum numerum lateris figura quæ sita, ita area figura cognita ad aliud. Productus enim numerus erit area figura quæ sita. Propterea quod eadem est proportio quadrati lateris cognitæ figuræ ad quadratum lateris figuræ quæ sita, quæ figuræ notæ ad figuræ quæ sita: & quippe cum utraque proportio sit duplicata proportionis laterum homologorum. Et quoniam quadratum lateris 1. est 1. fit, ut quotiescun que latus figuræ aream cognitā habetis fuerit 1. satis sit, quadratum numerum lateris figuræ quæ sita multiplicare in datā aream, ut quæ sita area producat: Adeo ut operæ pretium sit areas inuestigare plurimarum figurarum regula-

Regula supradicta aliter proposita.

219. vel 20. sexii.

Falicitas prędictę re-
gulę, quan-
do latus fi-
gurę notę
est vnitas.

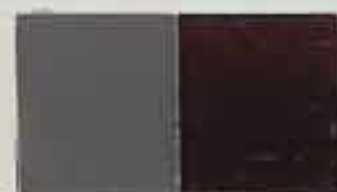
gularium, quęrum latera sint 1. Ex his enim sine magno labore areę aliarum
figurarum similium elicientur, quarum latera cognita sint. Areas decem figu-
rarum regularium, quarum latera sunt 1. hic subiecimus, vt per eas similium
figurarum, quarum latera vnitatem superant, inuelligari possint ex regula
Num. 5. vel 6. pręscripta; quamuis in quadrato id necessarium non sit, cum
latus datum in se ductum producat suum quadratum.

Figurę regulares.		Areę prędictarū figurarum sunt ferę hę.
Quarum latera sunt 1.	Trigonum	$\frac{1875000}{4330127}$ Vel $\frac{13}{30}$
	Tetragonum	I
	Pentagonum	I $\frac{8469719}{11775706}$
	Hexagonum	2 $\frac{2990381}{5000000}$
	Heptagonum	3 $\frac{5507221}{8677674}$
	Octogonum	4 $\frac{1585127}{1913417}$
	Enneagonum	6 $\frac{1243755}{6840402}$
	Decagonum	7 $\frac{858089}{1236068}$
	Vndecagonum	9 $\frac{517050}{1408663}$
	Duodecagonum	I I $\frac{84614}{431365}$

Qua rōne
beneficio la-
terum supe-
rioris tabu-
lę areę fi-
gurarum re-
gulariū in-
ueniantur.

POSSVNT autem hę fractiones ad minores ferę æquivalentes, si placet,
reuocari, vt supra Num. 4. docuimus.

7 AREAE porro hę procreatę sunt per regulam Num. 1. pręscriptam,
inuentis prius perpendicularibus ex centris in latera cadentibus, licet in
nonnullis figuris anguli contineantur secunda, ac tertia, pręter gradus, & minu-
ta; hoc modo. Pro heptagono, verbi gratia, ex superiori tabula sumpta
est semissis lateris heptagoni 4338837. (quandb numerus lateris est impar,
addn.



addenda est 1. ut fiat par, ac proinde semissem habeat, quandoquidem minus est vero latere, ut diximus. Deinde quia, ut in tractatione sinuum dictum est, semissis hæc sinus est anguli oppositi in centro, quæsitus est is angulus ex tabula sinuum (adhibita parte proportionali, quemadmodum ad finem Lemmatis 53. nostri Astrolabij docuimus, ut angulus reperiretur in gradibus, minutis, ac secundis.) inuentusque est grad. 25. min. 42. sec. 51.

Post hæc, quia est, ut sinus huius anguli inuenti, nimirum semissis ipsa 4338837. lateris ex superiori tabula excerpti, ad $\frac{1}{2}$. semissem lateris, id est, ita sinus complementi eiusdem anguli inuenti, hoc est, ita sinus grad. 64. min. 17. sec. 9. (adhibita quoque parte proportionali, propter secunda.) nimirum 9011398. ad perpendicularem huic complemento inuenti anguli oppositam in triangulo rectangulo: Inuenta est hæc perpendicularis $\frac{9}{2} \frac{0}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{7} \frac{3}{6} \frac{9}{7} \frac{2}{2}$ quæ tandem ducta in $\frac{7}{2}$. semissem ambitus heptagoni produxit aream heptagoni $3 \frac{1}{1} \frac{1}{7} \frac{0}{3} \frac{1}{5} \frac{4}{5} \frac{4}{3} \frac{2}{4} \frac{2}{8}$. vel in minoribus numeris $3 \frac{5}{2} \frac{5}{6} \frac{0}{7} \frac{7}{7} \frac{2}{6} \frac{2}{7} \frac{1}{4}$. Atque hac eadem ratione aream cuiuscunque figuræ regularis latus habentis 1. dummodo numerus laterum maior non sit, quam 80. reperies: Ex qua, deinde aream similis figuræ latus habentis maius, quam 1. per regulam Num. 5. vel 6. traditam elicies.

E O D E M tamen artificio hoc Num. 7. exposito aream cuiusvis figuræ regularis, etiam si latus habeat maius, quam 1. (si placet) colligere licebit, quamvis non reperiat prius area figuræ similis, cuius latus sit 1. si nimirum loco $\frac{1}{2}$. semissis lateris 1. accipiatur semissis lateris dati, quod maius sit quam 1. ut perspicuum est.

8 Cognita area figuræ regularis, cuius numerus laterum maior non sit, quam 12. cognoscetur eius latus hoc modo. Fiat ut area figuræ similis latus habentis 1. ex præcedenti tabula desumpta ad aream figuræ propositæ: Ita 1. quadratum lateris 1. ad aliud. Productus enim numerus erit quadratus lateris quæsitum. Radix ergo eius quadrata dabit latus quæsitum. Nam, ita est area ad aream, ut quadratum lateris ad quadratum lateris; b quod utraque proportio sit proportionis laterum duplicata.

Q V O D si area cognita sit figuræ regularis plura latera habentis, quam 12. non plura tamen, quam 80. inuenienda primum erit area figuræ similis latus habentis 1. beneficio superioris tabulæ laterum, ut Num. 7. docuimus. Deinde latus exquirendum, ut hoc Num. 8. declaratum est. Et si tabula superior laterum extensa esset ad plura latera, inueniretur eodem modo latus figuræ plurimum laterum, quam 80. ex eius area. Exempli gratia. Sit area alicuius trianguli æquilateri $15 \frac{3}{5}$. Et quia area æquilateri trianguli, cuius latus est 1. inuenta est supra $\frac{1}{3} \frac{3}{0}$. si fiat ut $\frac{1}{3} \frac{3}{0}$. ad aream propositam $15 \frac{3}{5}$. ita 1. quadratum lateris 1. ad aliud, reperietur quadratum lateris quæsitum 36. cuius radix quadrata 6. dabit latus, quod quæritur.

a 4. triang
rectil.

Ex area co
gnita quo
pacto latus
eruat.

b 10. vel 20
sexia.

DE

De dimensione circuli ex Archimede.

Caput VI.



V circulum quemlibet propositum, eiusq. partes metiri possimus, necesse est probè nosse, quæ Archimedes de circuli dimensione tradidit. Non abs re ergo erit, si eius libellum de circuli dimensione acutissimum sane, & subtilissimum hic interferam, tum quia breuissimus est, quippe qui tribus duntaxat propositionibus constet: tum ne studiosus, ut rem tam utilem, atque apud omnes artifices perulgatam intelligat, Archimedem ipsum adire cogatur: tum vero maxime, quod cum Archimedis scripta ob affectatam breuitatem, sint paulo obscuriora, illis nos lucem aliquam allaturos speramus. Nec dubitamus etiam, quin res hæc studioso lectori grata, ac iucunda sit futura.

PROPOSITIO I.

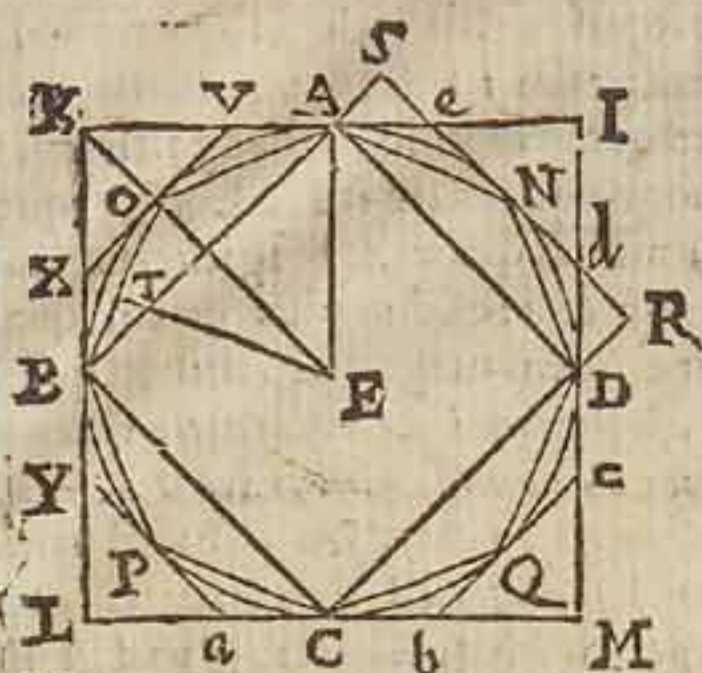
A R E A cuiuslibet circuli æqualis est triangulo rectangulo, cuius vnum quidem latus circa angulum rectum semidiametro circuli, alterum verò peripheriæ eiusdem circuli æquale est.

a I. decimi.

SIT circulus $ABCD$, cuius centrum E , semidiameter EA : sitque triangulum rectangulum FGH , angulum habens rectum G , latus verò FG , semidiametro circuli EA , & latus GH , peripheriæ eiusdem circuli æquale. Dico circulum $ABCD$, triangulo FGH , æqualem esse. Si enim dicatur non esse æqualis, sit primum, si fieri potest, circulus maior quam triangulum, magnitudine z : adeo ut circulus æqualis sit triangulo, & magnitudini z , simul; propterea q. maior, quam z . Si igitur ex circulo auferatur plus, quam dimidium, & à residuo plus etiam, quam dimidium, & ita deinceps: a relinquetur tandem magnitudo minor, quam z .

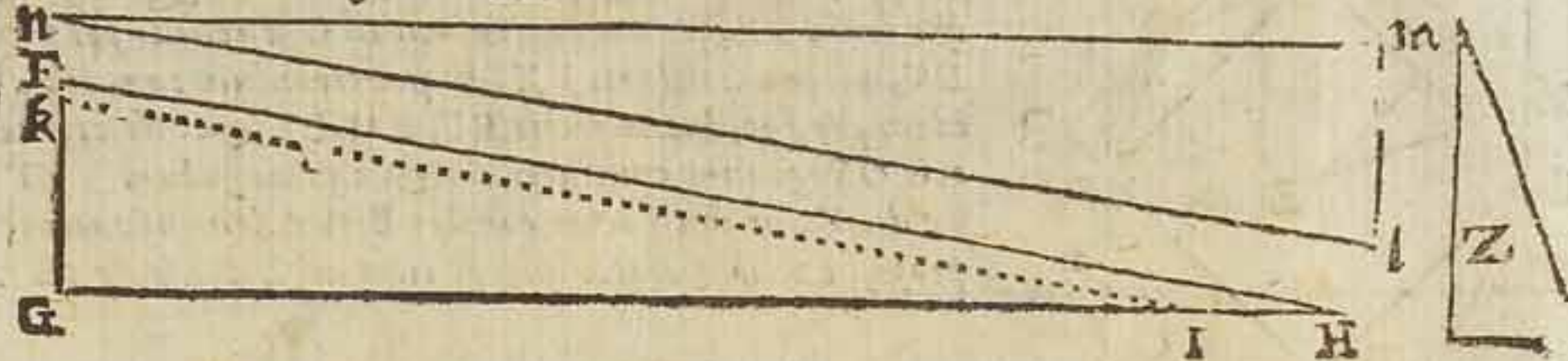
Hæc autem detractio continua fiet, si primo loco auferatur ex circulo quadratum inscriptum $ABCD$. Hoc enim cum dimidium sit quadrati $IKLM$, circulo circumscripti, ut in scholio propof. 9. lib. 4. Euc. ostendimus: circulus autem ipsius quadrati $IKLM$, pars sit erit quadratum inscriptum $ABCD$, maius quàm dimidium circuli. Deinde si auferantur à residuis quatuor segmentis quatuor triagula isoscelia AOB, BIC, CQD, DNA , ductis rectis ad media pñta arcuū. Hæc. n. simul maiora sunt, quàm dimidium quatuor segmentorum simul, cum unumquodque maius sit, quam dimidium





midium segmenti, in quo existit. Completo enim rectangulo AR , a erit eius dimidium triangulum AND : ac proinde idem triangulum maius erit quam dimidium segmenti AND . Eademq. ratio est de alijs. Pari ratione, sià residuis octo segmentis auferantur octo alia triangula Isoscelia in illis constitu-

a 41. primi.



aa, &c. atque ita deinceps.

Ponantur ergo iam octo segmenta $AO, OB, BP, PC, CQ, QD, DN, NA$, relicta esse minora magnitudine z . & quoniā circulus æqualis cōceditur triangulo FGH , & magnitudini z , simul: si demantur inæqualia, nimirum ista segmenta ex circulo, & magnitudo z , ex aggregato trianguli cum z , reliqua erit figura inscripta, octogona videlicet, maior triangulo FGH , quod est absurdum, quippe cum multo minor sit. Si namque ex centro E , ad latus BO , ducatur perpendicularis ET , & in triangulo sumatur Gk , ipsi ET , & recta Gi , ambitui octogoni æqualis, cadet punctum k , citra F , & i , citra H , quod ET , minor sit semidiametro circuli, & ambitus octogoni minor peripheria eiusdem circuli. Igitur ducta recta ki , erit triangulum Gki , minus triangulo FGH , pars toto. Est autem triangulum kGi , octogono æquale: quippe cum ex scholio propof. 41. lib. 1. Euclid. æquale sit rectangulo sub Gk , & semisse ipsius Gi , comprehenso, quod per propositionem 2. lib. 7. de Isoperimetris octogono æquale est. Octogonū ergo minus est triangulo FGH . Non ergo maius est: ac proinde circulus triangulo maius esse nequit.

SIT deinde, si fieri potest, circulus $ABCD$, minor, quam triangulum FGH , magnitudine z . Circumscribatur circulo quadratum $IKLM$, cuius latera, circulum tangant in punctis A, B, C, D . quod maius erit triangulo FGH . Cum enim eius ambitus (vt lib. 8. propof. 1. probabimus) maior sit peripheria circuli, hoc est, recta GH , & perpendicularis EA , ipsi FG , æqualis, erit triangulum rectangulum latus unum habens æquale ipsi FG , & alterum maius latere GH , (æquale nimirum ambitui quadrati $IKLM$.) maius trian-

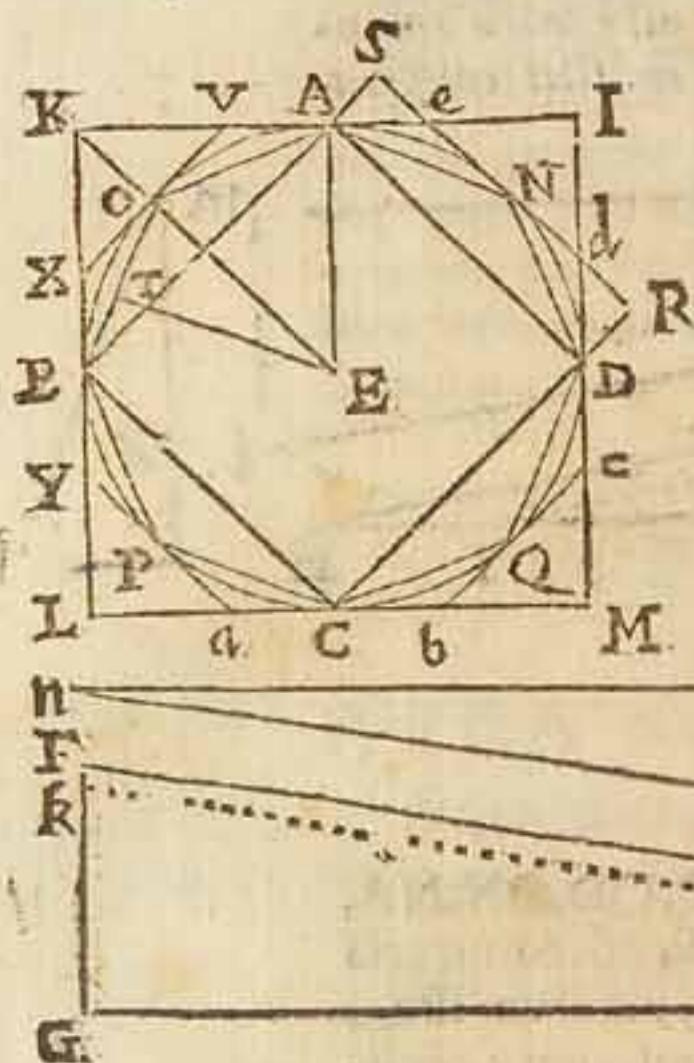
Cc gulo

gulo FGH. Cum ergo triangulum illud, per scholium propos. 45. lib. 1. Euclid sit æquale rectangulo sub IG, & semisse ambitus quadrati IKLM, comprehenso: hoc autem rectangulum per propos. 2. lib. 7. de Isoperimetris, quadrato IKLM, æquale; erit quoque quadratum IKLM, maius triangulo FGH. Et quia triangulum FGH, ponitur æquale circulo, & magnitudini z, simul, ac proinde maius quam z, erit quoque quadratum IKLM, (quod maius esse ostendimus triangulo FGH,) maius, quam z. Si igitur ex quadrato IKLM, auferatur plus, quam dimidium, & à residuo plus etiam quam dimidium, atq. ita deinceps, & relinquetur tandem magnitudo minor, quã z.

Hac autem detractio continua fiet, si primo loco auferatur circulus

a 1. decimi.

b 1. 6. tertij.



ABCD: Hic enim maior est semisse quadrati IKLM, propterea quod quadratum inscriptum (quod minus est circulo, pars toto) semissis est quadrati circumscripti, ex scholio propos. 9. lib. 4. Euclid. Quod si ducta recta EK, secante circulum in O, ducatur per O, ad EK, perpendicularis VX, b qua circulum tanget in O: idemque fiat, ductis rectis EL, EM, EI, &c. descriptum erit Octogonum æquilaterum, & æquiangulum VXYabcdeV, ut constat ex constructione, demonstrationeq. propos. 12. lib. 4. Eucl. quippe cum ad EA, EO, & ad re-

c 19. primi.
d 1. sexti.

liquas semidiametros octogoni inscripti ducta sint perpendiculares v e, VX, &c. Quoniam vero VA, VO, per 2. coroll. propos. 36. lib. 3. Euclid. aequales sunt; & est KV, maior quam VO: erit quoque KV, maior quam VA, ideoque & triangulum KVO, triângulo VAO, maius erit; & cum sit triangulum ad triangulum, ut basis ad basem. Igitur triangulum KVO, maius erit, quam dimidium trianguli KAO; ac proinde multo maius, quam dimidium trianguli mixti KAO, cuius unum latus est arcus AO. Eadem ratione erit KOX, maius, quam dimidium trianguli mixti KOB, cuius unum latus est arcus OB. Auferendo ergo triangulum KVX, ex figura mixtilinea KAB, in qua unum latus est arcus AOB, ablatum erit plus quam dimidium. Subtrahitis igitur quatuor eiusmodi triangulis KVX, LTA, Mbo, Ide, ablatum erit plus, quã dimidium ex quatuor residuis extra circulum, & sic deinceps. Ponatur igitur iam octo triangula mixta residua, quorum bases sunt arcus AO, OB, BP, &c. minora magnitudine z. Cum ergo circulus cum z, æqualis positus sit triangulo FGH, erit circulus cum illis octo residuis, hoc est, figura Octogona VXYabcdeV, minor eodem.

eodem triangulo FGH. quod est absurdum, cum maius sit: quippe cum perpendicularis EO, æqualis sit lateri FG, & ambitus Octogoni maior circumferentia circuli, hoc est, recta GH. Hinc enim fit, triangulum rectangulum, cuius latus FG, æquale perpendiculari EO, & alterum latus æquale ambitui Octogoni, maius videlicet, quam GH, maius esse triangulo FGH. Cū ergo illud triangulum sit, ex scholio propof. 41. lib. 1. Eucl. æquale rectangulo sub FG, & semisse ambitus octogoni comprehenso; hoc autem rectangulum octogono æquale, ex propof. 2. lib. 7. de Isoperimetris: erit quoque octogonum maius triangulo FGH. Non ergo minus esse potest, ac proinde circulus ABCD, minor non est triangulo FGH: Sed neq. maior est, vt demonstramus. Igitur æqualis est, quod erat demonstrandum.

S C H O L I V M.

IOSEPHVS Scaliger, vel quia vim huius demonstrationis non perpendit, vel quia suæ circuli quadrandi rationi vidit esse contrariam, non est veritus Archimedes hoc loco falsitatis arguere; conaturque ostendere, non rectè ab eo demonstratum, circulum æqualem esse triangulo rectangulo, cuius vnum latus semidiametro, & alterum circumferentiæ circuli est æquale. Nam, ait, si demonstratio Archimedis bona est, demonstrabitur eodem modo, circulum æqualem esse triangulo rectangulo, cuius vnum latus circa angulum rectum semidiametro æquale est, & alterum peripheria circuli maius. Sit enim in triangulo lmn , latus quidem lm , trianguli semidiametro circuli EA , æquale, at mn , peripheria maius. Concedit ergo Scaliger, circulum non esse maiorem triangulo FGH, rectè esse ab Archimede demonstratum, hoc est, triangulum FGH, cuius latus GH, peripheriæ est æquale, non esse minus circulo, ac proinde neque triangulum lmn , cuius latus mn , maius est peripheria, circulo minus esse. Concedit item, rectè probatum esse, circulum non esse minorem triangulo FGH, si latus GH, peripheriæ sit æquale, hoc est, triangulum FGH, non esse maius circulo. Sed negat, ex hoc sequi, triangulum FGH, esse æquale circulo. Cur? quia, inquit, eodem modo, si basis mn , maior est peripheria, sed minor circumscripti polygoni ambitu, (hoc enim contingere, ait, nihil prohibet) polygonum erit quidem maius triangulo lmn , quod ambitus Polygoni maior sit recta mn , & semidiameter EA , rectè lm , equalis. Sed resectis portionibus, sequeretur, idem polygonum esse triangulo lmn , minus, quod est ineptum. Ita ne vero mi Scaliger? Non aduertis, te cum hypothesis pugnare? Nam posito latere mn , maiore, quam peripheria; quando eo peruentum erit, polygonum esse minus triangulo lmn , (si nimirum relictæ portiones minores fuerint magnitudine z ,) sequitur necessariò, ambitum polygoni minorem esse latere mn . Cum enim triangulum rectangulum, cuius altitudo semidiametro polygoni, & basis ambitui æqualis est, æquale sit, ex scholio propof. 41. lib. 1. Eucl. rectangulo sub eadē semidiametro, & semisse ambitus Polygoni comprehenso; hoc autem, per propof. 2. lib. 7. huius de Isoperimetris, polygono æquale: erit quoque triangulum illud minus triangulo lmn . Quare cum hæc triangula habeant æquales altitudines; a erit vt illud triangulum ad lmn , ita basis illius ad basem mn : ac proinde illa basis, hoc est, ambitus polygoni, base mn , minor erit. Non ergo po-

Cc 2

nere

mere potes basem trianguli lmn , si maior est, quam peripheria circuli, minorem ambitu polygoni: In demonstratione autem Archimedis constat, ambitum polygoni maiorem esse base trianguli $F GH$, si GH , æqualis est peripheriæ circuli, cum maior sit, quam peripheria: ac propterea rectè concludit Archimedes, polygonum esse maius triangulo $F GH$, cum tamen ex hypothesi aduersarij ostensum sit esse minus. Itaq. potuisset Archimedes ita quoque propositum colligere. Polygonum minus est triangulo $F GH$, propter relictas sectiones minores magnitudine z . Ergo eius ambitus minor est base GH , (quemadmodum proxime demonstraui.) hoc est, peripheria circuli, quod est absurdum, cū ambitus polygoni maior sit, quam peripheria. Quod absurdum, doctissime Scaliger, colligere non potes in tuo triangulo lmn , cum statuas basem mn , peripheria circuli maiorem. Et sane miror te, Mathematicus cū sis, negare quantitatem aliquam illi esse æqualem, qua neque maior est, neque minor. Si enim æqualis non est, erit inæqualis. Igitur vel maior vel minor, contra hypothesim, cum dicatur neque maior esse, neque minor. An non vides, non solum Archimedes, sed etiam Euclidem lib. 12. hunc argumentandi modum frequentissime vsurpare?

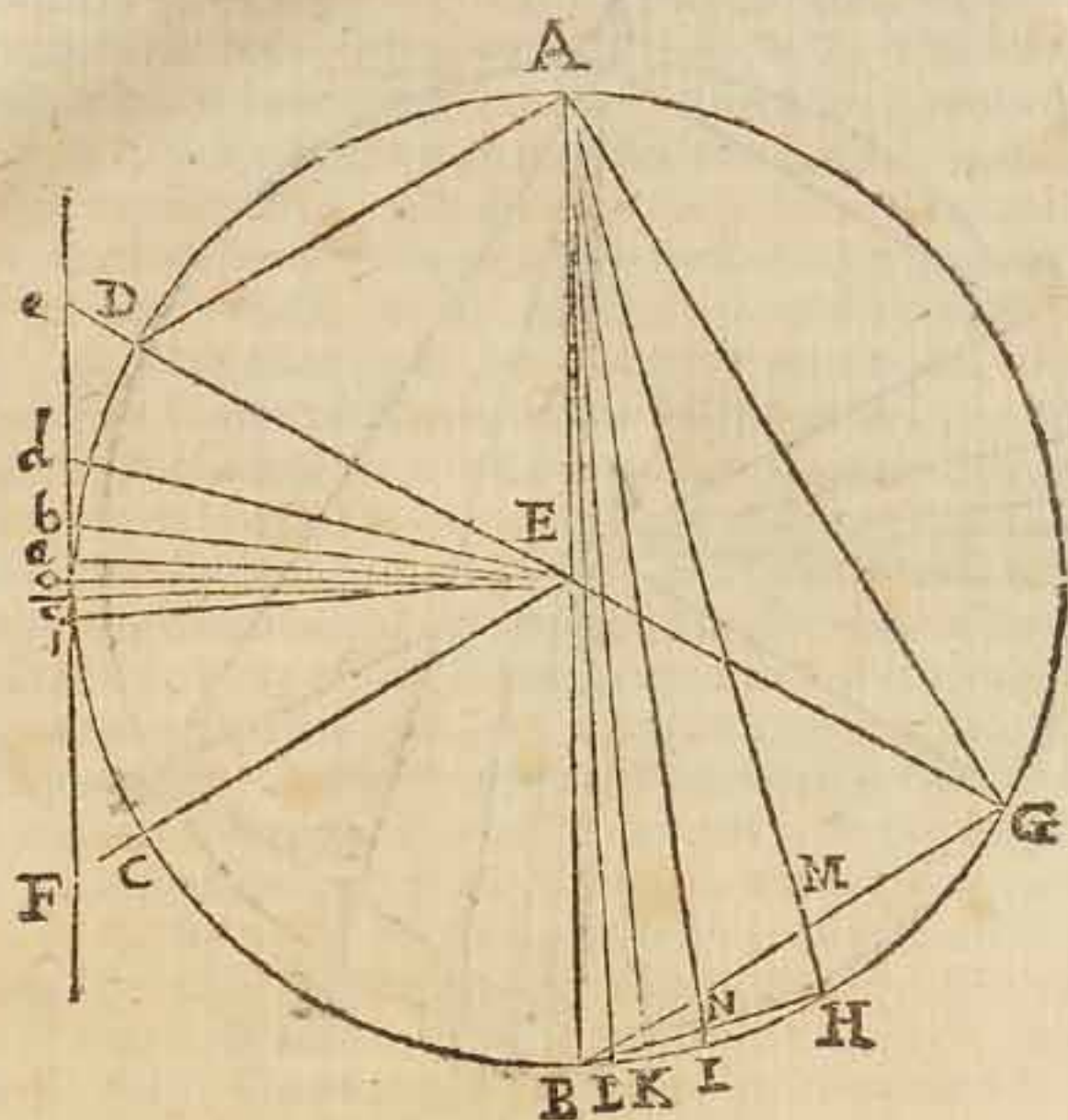
PROPOSITIO II.

CVIVSLIBET circuli peripheria tripla est diametri, & adhuc superat parte, quæ quidem minor est decem septuagesimis, hoc est, septima parte diametri, maior verò decem septuagesimis primis.

HÆC est Archimedis propositio 3. quam nos secundam facimus, ut doctrinæ ordo seruetur, quandoquidem sequens propositio 3. quam ipse 2. facit, hanc nostram propositionem 2. in demonstrationem adhibet.

Sit igitur circulus $ABCD$, cuius centrum E , diameter AB , quam ad rectos angulos secet semidiameter Ec , & ecF , ad Ec , perpendicularis ducatur, *a* quæ circulum tanget in c . Ducatur latus hexagoni AD , *b* quod semidiametro æquale erit, & arcus AD , grad. 60. Ideoque Dc , grad. 30. Ducta ergo recta Ed , erit angulus eEc , tertia pars recti, cum rectus angulus contineat grad 90. Fiat quoque angulus cEF , angulo cEe , æqualis: eruntque anguli e, F , inter se æquales, quod vterque complementum sit tertiæ partis anguli recti, ac proinde vterque duas tertias partes vnius recti comprehendet. *c* Cū ergo omnes tres anguli in triângulo eEF , contineant $\frac{6}{3}$ vnius recti, continebit quoq. eEF , $\frac{2}{3}$ vnius recti, ipsumq. triângulū æquiangulū erit, hoc est, per coroll. propof. 6. lib. 1. Euclid. æquilaterum; proptereaque perpendicularis Ec , basem eF , bifariam secabit, ex scholio propof. 26. lib. 1. Euclid: atque ideo Ec , ipfius eF , dupla erit. Posita igitur Ec , 153. erit eF , 306. Et si quadratum ipsius Ec , 23409. dematur ex 93636. quadrato ipsius eF , *d* reliquum fiet quadratum ipsius Ec , 70227. cuius radix est

est paulo maior, quam 265. a ac proinde Ec, ad c e, maiorem habebit pro- a 8. *quint*
portionem, quam 265. ad 153.

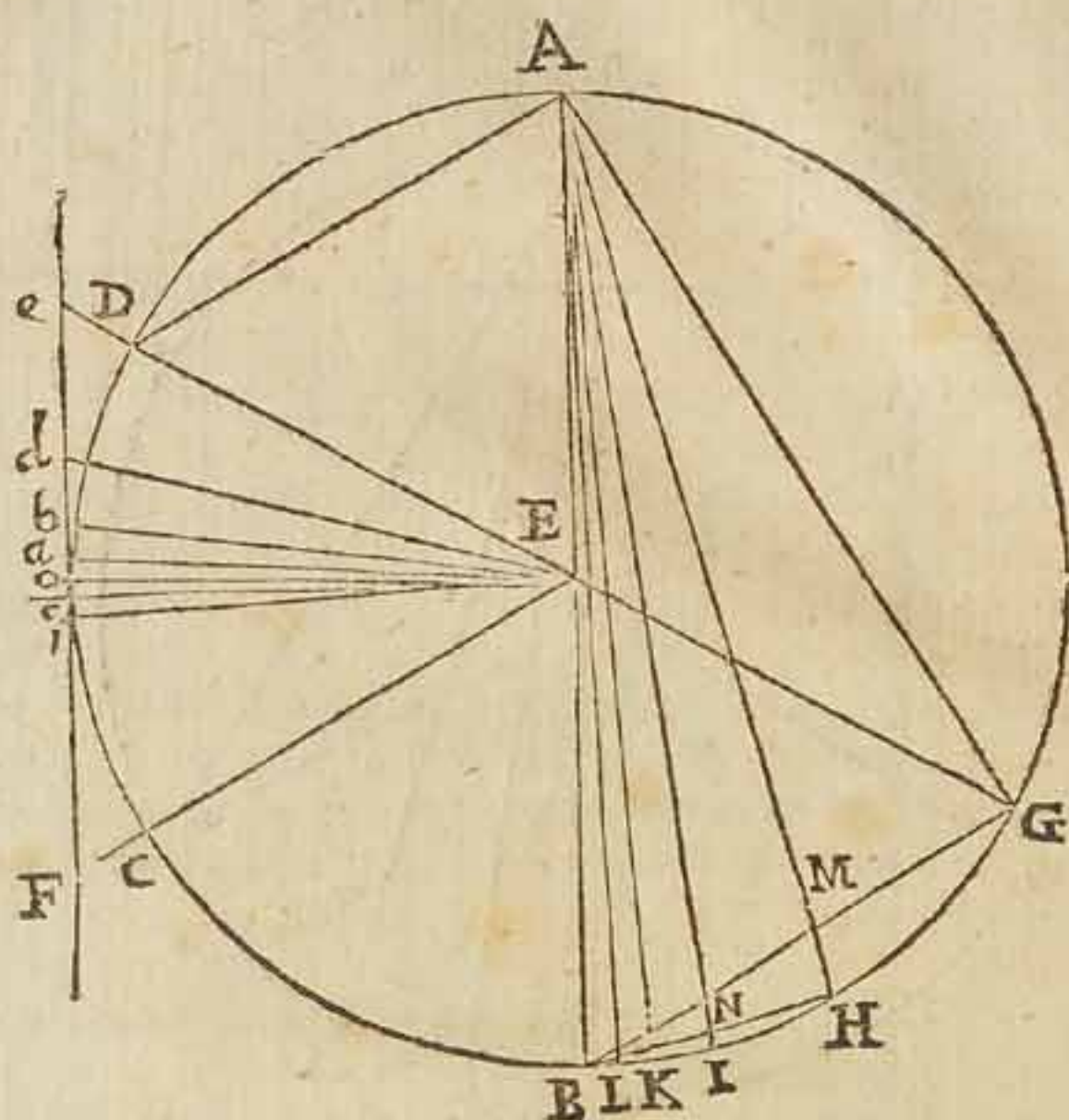


SECTO iam angulo e E c, bifariam per rectam E d; b erit e E, ad b 3. *sex.*
E c, vt e d ad d c. Et componendo e E, E c, simul ad E c, vt e c, ad d c. Et
permutando e E, E c, simul ad e c, vt E c, ad c d. Quia verò e E, E c, simul
maiores sunt, quam 571. (quippe cum e E, sit 306. & E c, paulo maior,
quam 265) & e c, posita est 153. e habebunt e E, E c, simul ad e c, maiorem c 8. *quinti.*
proportionem, quam 571. ad 153. ideoque & proportio E c, ad c d, ma- d 10. *quinti.*
ior erit, quam 571. ad 153. ac proinde si c d, ponatur 153. d erit E c, pau-
lo maior quam 571. Igitur quadratum ipsius E c, paulo maius erit, quam
326041. atque idcirco, cum quadratum ipsius c d, sit 23409. erit quadra-
tum ipsius E d, e quod quadratis rectarum E c, c d, est æquale, paulo ma- c 47. *primi.*
ius, quam 349450. eiusque radix maior, quam $591\frac{1}{2}$. quippe cum huius
radicis quadratum sit tantum $349428\frac{4}{6}\frac{2}{4}$. f Habebit igitur E d, ad d c, ma f 8. *quinti.*
iorem proportionem, quam $591\frac{1}{2}$. ad 153. g 3. *sex.*

SECTO rursus angulo d E c, bifariam per rectam E b; g erit rursus ut
d E, E c, simul ad d c, ita E c, ad c b. Quia verò d E, E c, simul maiores
sunt, quam $1162 \frac{1}{8}$. (quippe cum E d, maior sit, quam $591 \frac{1}{8}$. & E c, ma-
ior, quam 571) & d c, posita est 153. h habebunt d E, E c, ad d c, maiorem
proportionem, quam $1162 \frac{1}{8}$. ad 153. ideoque & E c, ad c b, proportio-
nem habebit maiorem, quam $1162 \frac{1}{8}$. ad 153. ac proinde si ponatur c b,
153.



¶ 10. *quinti* 153. erit E c, maior, quam $1162\frac{1}{8}$. a Igitur quadratum ipsius E c, maius erit quam $1350534\frac{3}{6}\frac{3}{4}$. cui si addatur quadratum 23409. ipsius c b, erit



b 47. primi. Quadratum ipsius $E b$, b quod quadratis rectarum $E c$, $c b$, æquale est, maius, quam $1373943\frac{3}{6}\frac{3}{4}$. eiusque radix propterea, id est, recta $E b$, paulo maior, quam $1172\frac{1}{2}$. quippè cum huius radice quadratum sit tantum.

c 8. quinti. $1373877\frac{1}{6}\frac{1}{4}$. c Habebit ergo $E b$, ad $b c$, maiorem proportionem, quam $1172\frac{1}{2}$. ad 153 .

d 3. *sexti* & *componēdo*, *permutādo*, *quam*, *e* 8. *quinti*. S E C T O item angulo b E c, bifariam per rectam E a; *d* erunt b E, E c, simul ad b c, vt E c, ad c a. Quia verò b E, maior est, quam $1172\frac{1}{8}$. & E c, maior, quam $1162\frac{1}{2}$. erunt b E, E c, simul maiores, quam $2334\frac{2}{8}$. vel $2334\frac{1}{4}$. Cum ergo c b, posita sit 153. *e* habebunt b E, E c, simul ad c b, maiorem proportionem, quam $2334\frac{1}{4}$. ad 153. ideoque & E c, ad c a, pro-

portionem habebit maiorem, quam $2334\frac{1}{4}$. ad 153. ac proinde, si c a, pona
 f 10. *quinti* tur 153. ferit E c, maior, quam $2334\frac{1}{4}$. Igitur quadratum ipsius Ec, mains
 erit, quam $5448723\frac{1}{6}$. cui si addatur quadratum 23409 . ipsius c a, erit qua

g 47. *primi.* dratum ipsius E a, g quod quadratis rectarum E c, c a, æquale est, maius quam

h 8: *quinti*. $5472132\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. eiusque radix maior, quam $2339\frac{1}{4}$. cum huius radicis qua-
 i 3: *sextri* & dratum sit tantum $5472090\frac{9}{1}\frac{9}{6}$. h Ergo E a, ad a c, maiorem proportionē
 componēdo, habebit, quam $2339\frac{1}{4}$. ad 153.

permutando-
que. SECTO denique angulo quoque a E c, bifariam per rectam E o, i erunt
a E, E c, simul ad a c, vt E c, ad c o. Quia vero a E, maior est, quā $2339\frac{1}{4}$.
a & E c,

2 & Ec.



a & $E c$, maior quā $233\frac{1}{4}$. erunt $a E, E c$, simul maiores, quam $4673\frac{1}{2}$. Cum ergo $c a$, posita sit 153 . a habebunt $a E, E c$, simul ad $c a$, hoc est, $E c$, ad $c o$, maiorem proportionem, quam $4673\frac{1}{2}$. ad 153 . ac propterea si ponatur $c o$, 153 . b erit $E c$, maior quam $4673\frac{1}{2}$.

QVONIAM igitur angulus $e E c$, tertia pars est recti, erit eius semissis $d E c$, sexta pars recti, & huius semissis $b E c$, $\frac{1}{2}$. recti, & huius semissis $a E c$, $\frac{1}{2}$. recti, & deniq. huius semissis $o E c$, $\frac{1}{2}$. recti. Qualiū ergo partiu 48. est quadrās $A c$, taliū i . erit arcus $c o$: & idcirco erit $c o$, $\frac{1}{9}$. totius circumferētiæ. Fiat angulus $c E i$, angulo $c E o$, æqualis; eritq. totus angulus $o E i$, $\frac{1}{6}$. quatuor rectorū: ideoq. arcus $o i$, $\frac{1}{9}$. totius circumferētiæ. Per doctrinam ergo propof. 12. lib. 4. Euclid. recta $o i$, latus erit polygoni circulo circumscripti, quod lateribus æqualibus 96. continetur. Et quia ostensum est, $E c$, ad $c o$, maiorem habere proportionem, quā $4673\frac{1}{2}$. ad 153 . e habebit quoq. diameter $A B$, ipsius $E c$, dupla ad $o i$, ipsius $c o$, duplā maiore proportionē, quā $4673\frac{1}{2}$. ad 153 . Si ergo $o i$, latus polygoni ponatur 153 . ferit diameter $A B$, maior, quā $4673\frac{1}{2}$. Multiplicetur 153 . per 96. ut totus ambitus polygoni producatur 14688. g habebitq. ambitus polygoni ad diametru $A B$, minore proportionē, quā 14688. ad $4673\frac{1}{2}$. h Est autē proportio 14688. ad $4673\frac{1}{2}$. minor, quam tripla sesquiseptima; quod 14688. ad $4673\frac{1}{2}$. (qui numerus paulo minor est quam $4673\frac{1}{2}$. habeant proportionem triplam sesquiseptimam. i Igitur & ambitus Polygoni ad diametrum $A B$, proportionem habet minorem tripla sesquiseptima: k atque adeo circumferētia, quæ (ut lib. 8. propof. 1. probabimus) minor est ambitu polygoni, multo minorem proportionem tripla sesquiseptima ad diametrum habebit; ideoque circumferētia tripla est diametri, & adhuc superat parte, quæ minor est $\frac{1}{7}$. hoc est, $\frac{1}{7}$. diametri. Nam si contineret ter, & $\frac{1}{7}$. haberet circumferētia ad diametrum proportionem triplam sesquiseptimam: si vero contineret ter, & plus quam $\frac{1}{7}$. haberet maiorem proportionem, quam triplam sesquiseptimam, cum tamen minorem habeat, ut demonstratum est.

IAM vero in eodem circulo sit latus hexagoni $B G$, semidiametro æquale, per coroll. propof. 15. lib. 4. Eucl. iunganturque rectæ $A G, E G$. Et quia triangulum $E B G$, est æquilaterum constans ex tribus semidiametris; l erit angulus $B E G$, $\frac{2}{3}$. vnius recti, m ac proinde eius semissis $B A G$, erit $\frac{1}{3}$. vnius recti. Et quia diameter $A B$, dupla est semidiametri $B G$, si $B G$, ponatur 780. erit $A B$, 1560. n Cum ergo quadratum ipsius $A B$, æquale sit quadratis rectarum $B G, G A$; o quod angulus $A G B$, in semicirculo rectus sit: si quadratum 608400. ipsius $B G$, dematur ex 2433600. quadrato ipsius $A B$, reliquum fiet quadratum 1825200. ipsius $A G$, cuius radix paulo minor est, quam 1351. cum huius quadratum 1825201. maius sit, quam 1825200. p Igitur $A G$, ad $G B$, minorem habebit proportionem, quam 1351. ad 780. ac proinde si $B G$, ponatur 780. q erit $A G$, minor, quam 1351.

SECTO iam angulo $B A G$, bifariam per rectam $A H$, secantem $B G$, in M , ductaque $H B$, erunt triangula $B H M, A H B$, æquiangula: r propterea quod angulus $H B M$, æqualis est angulo $H A G$, ob eandem basem $G H$; ideoque per constructionem angulo $H A B$; & angulus rectus H , in semicirculo communis. f Igitur erit $A H$, ad $H B$, ut $H B$, ad $H M$. Item $A B$, ad $B H$, ut $B M$, ad $M H$: & permutando $A B$, ad $B M$, ut $B H$, ad $H M$: ideoque erunt tres hæ proportionēs $A H$, ad $H B$; $H B$ ad $H M$: & $A B$, ad $B M$, æquales. Sed ut $A B$, ad $B M$,

a 2 quinti.

b 10. quinti

c 33. sexti.

d 33. sexti.

e 15. quinti

f 10. quinti

g 8. quinti

h 8. quinti

i schol. 13.

quinti

k 8. quinti

l corol. 3. p

pos 32. lib. 1.

m 20. terij.

n 47. primi

o 31. terij.

p 8. quinti

q 10. quinti

r 21. terij.

f 4. sexti.

- a 3. sexti. BM, ita est utraque simul BA, AG, ad BG. a Nam ut AG, ad AB, ita est GM, ad MB; & componendo ut AG, AB, simul ad AB, ita GM, MB, simul id est, tota GB, ad MB: Et permutando ut AG, AB, simul ad GB, ita AB, ad MB. Igitur erit quoque, ut utraque AG, AB, simul ad GB, ita AH, ad HB. Est autem AG, ostensa minor, quam 1351. & AB, posita est 1560. & GB, 780. Igitur utraque AG, AB, simul (cum minus efficiant, quam 2911.) b minore habebit proportionem ad GB, quam 2911. ad 780. Quare etiam, proportio AH, ad HB, minor erit, quam 2911. ad 780. ac proinde si HB, ponatur 780. c erit AH, minor, quam 2911. ideoque eius quadratum minus, quam 8473921. cui si addatur quadratum 608400. ipsius BH, fiet quadratum ipsius AB, d (quod quadratis rectarum AH, HB, æquale est) minus, quam 9082321. ideoque eius radix, vel recta AB, minor, quam $3013\frac{3}{4}$. cum huius quadratum $9082689\frac{1}{16}$. maius sit, quam 9082321. Igitur AB, ad BH, minorem proportionem habebit, quam $3013\frac{3}{4}$. ad 780. ac proinde si B H, ponatur 780. e erit AB, minor quam $3013\frac{3}{4}$.
- c 10. quinti SECTO rursus angulo HAB, bifariam per rectam AI, secantem HB, in N; erunt ut prius, triangula BIN, AIB, æquiangula. Ergo ut supra, demonstrabimus, utramque BA, AH, simul ad HB, habere eandem proportionem quam AI, ad IB. Est autem BA, ostensa minor, quam $3013\frac{3}{4}$. & AH, minor, quam 2911. & ob id earum summa minor, quam $5924\frac{3}{4}$. ipsa autem HB, posita est 780. f Igitur utraque BA, AH, simul ad HB, hoc est, A I, ad I B, minorem habebit proportionem, quam $5924\frac{3}{4}$. ad 780. Si ergo I B, ponatur 780. g erit AI, minor, quam $5924\frac{3}{4}$. Et quoniam est, ut $5924\frac{3}{4}$. ad 780. ita 1823. ad 240. quod idem numerus fiat ex primo in quartum, qui ex secundo in tertium, quæ quidem proportio denominatur à $7\frac{1}{2}\frac{4}{3}\frac{3}{5}$. habebit quoque AI, ad IB, minorem proportionem, quam 1823. ad 240. ideoque posita IB, 240. h erit AI, minor quam 1823. atque ob id quadratum ipsius A I, minus, quam 3323329. cui si addatur quadratum 57600. ipsius IB, fiet quadratum ipsius AB, i (quod quadratis rectarum A I, I B, æquale est) minus quam 3380929. eiusque radix propterea, vel recta AB, minor quam $1838\frac{1}{2}$. cum huius quadratum $3381252\frac{1}{4}$. maius sit, quam 3380929. k Igitur AB, ad B I, minorem proportionem habebit, quam $1838\frac{1}{2}$. ad 240. ac proinde posita B I, 240. l erit AB, minor, quam $1838\frac{1}{2}$.
- f 8. quinti SECTO item angulo IAB, bifariam per rectam AK, ostendemus eodem modo, utramque BA, AI, simul ad IB, habere eandem proportionem, quam AK, ad KB. Sunt autem BA, AI, ambæ simul minores, quam $3661\frac{1}{2}$ (quod BA, ostensa sit minor, quam $1838\frac{1}{2}$. & AI, minor, quam 1823.) & IB, posita est 240. m Utraque ergo BA, AI, simul ad IB, hoc est, A K, ad KB, minorem habebit proportionem, quam $3661\frac{1}{2}$. ad 240. Ut autem $3661\frac{1}{2}$. ad 240. ita est 1007. ad 66. quod idem gignatur numerus ex primo in quartum, qui ex secundo in tertium, quæ quidē proportio denominatur à $15\frac{1}{6}\frac{7}{6}$. Igitur AK, ad KB, minorem quoque proportionem habebit, quam 1007. ad 66. ideoque posita KB, 66. n erit AK, minor, quam 1007. ac propterea eius quadratum minus, quam 1014049. cui si addatur quadratum 4356. ipsius KB; fiet quadratum ipsius AB, o (quod illis duobus æquale est) minus quam 1018405. eiusque radix propterea, id est, recta AB, minor, quam $1009\frac{1}{6}$. cum huius quadratum $1018417\frac{1}{36}$. sit maius, quam 1018405.
- h 10. quinti
- i 47. primi
- k 8. quinti
- l 10. quinti
- m 8. quinti
- n 10. quinti
- o 47. primi



COROLLARIUM.

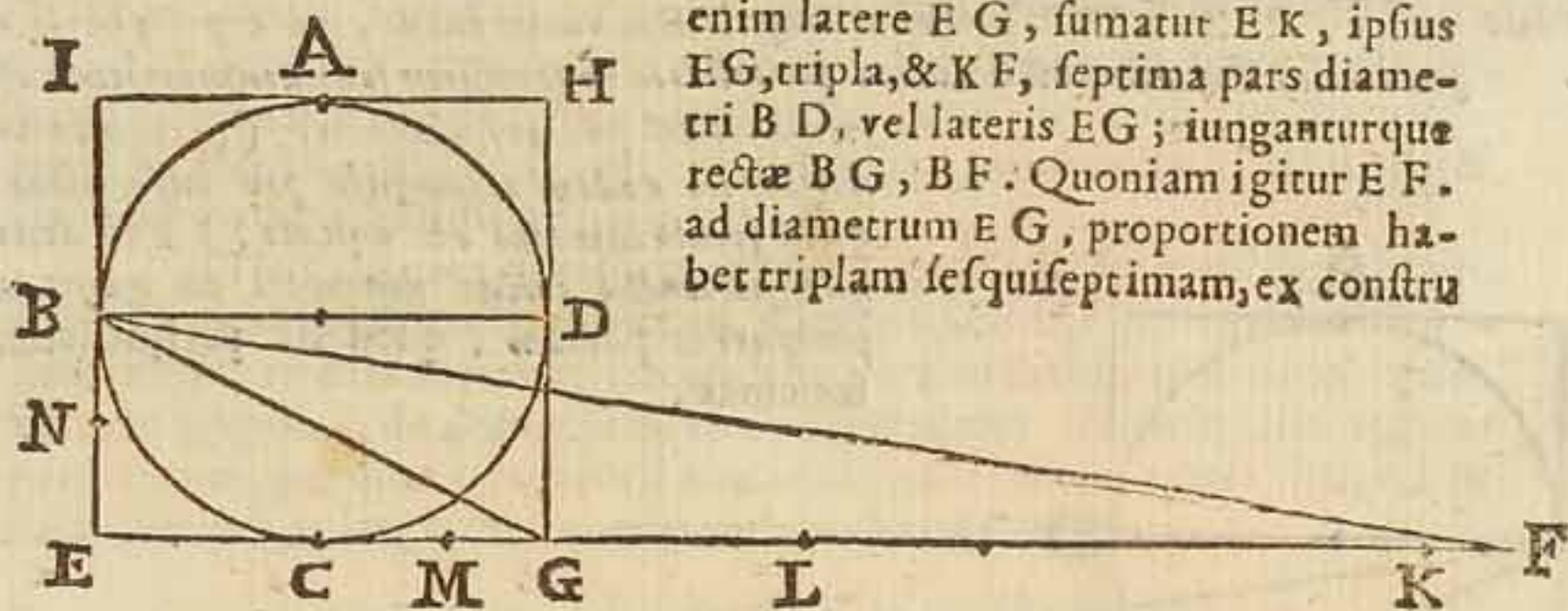
ITAQVE si diameter per $3\frac{1}{7}$. multiplicetur, gignetur numerus maior, quam circumferentia: si verò multiplicetur per $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. procreabitur minor numerus, quam circumferentia. E contrario, si circumferentia diuidatur per $3\frac{1}{7}$. producet numerus minor, quam diameter: si vero diuidatur per $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. prodibit numerus maior, quam diameter.

PROPOSITIO III.

CIRCVLVS quilibet ad quadratum diametri proportionem habet, quam 11. ad 14. proximè.

SIT circulus ABCD, & quadratum diametri BD, circulo circumscriptū

EGHI. Dico circulum ad quadratum esse, vt 11. ad 14. proximè. Productio enim latere EG, sumatur EK, ipfius EG, tripla, & KF, septima pars diametri BD, vel lateris EG; iunganturque rectæ BG, BF. Quoniam igitur EF. ad diametrum EG, proportionem habet triplam sesquiseptimam, ex constru-



ctione; erit per præcedentem EF, circumferentiæ circuli fermè æqualis. Cū ergo BE, æqualis sit semidiametro: erit per 1. propos. triangulum BEF, circulo æquale proximè: Triangulum autem BEG, quarta pars erit quadrati EH. Quia verò posito latere EG, 7. recta EF, est 22. & erit triangulum BEF, hoc a II. sexti. est, circulus ABCD, ad triangulum BEG, vt 22. ad 7. Sed posito triangulo BEG, 7. quadratum ECHI, ipsius quadruplum, est 28. Igitur circulus ad quadratum, est fermè, vt 22. ad 28. hoc est, vt 11. ad 14. quod erat demonstrandum.

Dd

DE

1. lib. 7. huius, triangulo æquale est.) eidem circulo æquale; quod est primum.

NON aliter rectangulum comprehensum sub tota peripheria EF, & EN, quarta parte diametri (quod per propof. 1. lib. 7. huius, eidem triangulo æquale est) eidem circulo erit æquale, quod est secundum.

DENIQUE quia quatuor lineæ EI, EB, EL, EM, proportionales sunt, quod tam priores duæ, quam posteriores duæ habeant proportionem duplicam; & erit rectangulum sub EI, diametro, & EM, quarta parte peripheriæ comprehensum, rectangulo sub EB, semidiametro, & EL, semiperipheria comprehenso æquale. Cum ergo hoc in prima parte ostensum sit æquale circulo, erit quoque illud eidem circulo æquale, quod est tertium.

VT fractiones interdum videntur, ducenda erit tota diameter in totam circumferentiam. Quarta enim pars numeri producti area erit circuli: propterea quod numerus productus quadruplus est numeri producti ex semidiametro in semicircumferentiam, vt liquet.

SEQVITVR ex prima parte, aream semicirculi produci ex semidiametro in quartam partem circumferentiæ: quia nimirum producitur semissis eius, quod fit ex semidiametro in semissem peripheriæ. Item aream Quadrantis procreari ex semidiametro in octauam partem circumferentiæ: Et aream octauæ partis ex semidiametro in sextadecimam partem circumferentiæ: Et aream sextadecimæ partis ex semidiametro in $\frac{1}{32}$ circumferentiæ, & sic deinceps: quia semper producitur semissis præcedentis producti; quemadmodum & partes circuli semisses sunt præcedentium partium: nimirum Quadrans semissis est semicirculi; & octaua pars semissis Quadrantis; & sextadecima pars semissis octauæ partis, &c.

IGITVR vt area circuli reperiatur, necesse est tam eius diametrum, quam circumferentiam esse cognitam. Quare trademus hic regulas nonnullas, per quas ex data diametro circumferentia tum maior, tum minor, quam vera, ex propof. 2. de Dimensione circuli inueniatur. Deinde alias regulas præscribam, per quas area circuli tum maior, tum minor, quam vera, vel ex sola diametro, vel ex sola circumferentia cognita eruatur.

I.

Ex data diametro circuli circumferentiam vera maiorem reperire.

FIAT vt 7. ad 22. ita data diameter, verbi gratia, 28. ad aliud, procreabiturque circumferentia 88. maior quam vera. b Quoniam enim proportio circumferentiæ ad diametrum minor est, quam tripla sesquiseptima; proportio autem 88. ad 28. est tripla sesquiseptima, & eadem videlicet, quæ 22. ad 7. & erit numerus 88. maior, quam circumferentia circuli, cuius diameter est 28.

a 16. sexti.

Area semicirculi, Quadrantis, octauæ partis, &c.

b 2. de Dimensione circuli.

c 10. quinti

II.

I I.

EX data diametro circuli circumferentiam vera minorem elicere.

a 2. de Di- *FIAT ut 71. ad 223. ita data diameter 28. ad aliud, produceturque*
mens. circu- *circumferentia $87\frac{6}{7}$. minor quam vera. a* Quoniam enim proportio cir-
li. *cumferentiae ad diametrum maior est, quam tripla superdecupartiens se-*
ptuagesimas primas; proportio autem $87\frac{6}{7}$. ad 28. est tripla superdecu-
partiens septuagesimas primas, nimirum eadem, quae 223. ad 28. b erit cir-
b 10. quinti *cumferentia circuli, cuius diameter 28. maior, quam $87\frac{6}{7}$.*

I I I.

Ex data circuli circumferentia, diametrum vera maiorem indagare.

a 2. de Di- *Fiat ut 223. ad 71. ita data circumferentia, verbi gratia 88. ad aliud.*
mens. circu- *Pro ductus enim numerus $28\frac{4}{2\frac{2}{3}}$. dabit diametrum vera maiorem. c*
li. *Cum enim circumferentia ad diametrum habeat maiorem proportionem,*
quam triplam superdecupartiens septuagesimas primas, hoc est, maiorem
quam 223. ad 71. habebit quoque data circumferentia 88. ad suam diame-
trum proportionem maiorem, quam ad $28\frac{4}{2\frac{2}{3}}$ d ac proinde diame-
d 10. quinti *ter circumferentia 88. minor erit, quam $28\frac{4}{2\frac{2}{3}}$.*

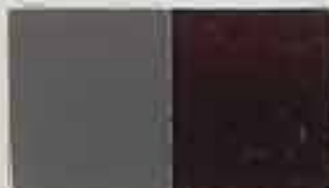
I I I I.

Ex data circuli circumferentia diametrum inuestigare vera minorem.

e 2. de Di- *Fiat ut 22. ad 7. ita circumferentia data 88. ad aliud. Numerus enim*
mens. circu- *procreatus 28. offeret diametrum vera minorem. e* Cum enim circumferen-
li. *tia ad diametrum habeat minorem proportionem, quam triplam sesquise-*
ptimam, hoc est, quam 22. ad 7. habebit quoque circumferentia data 88.
f 10. quinti *ad suam diametrum proportionem minorem, quam ad 28. fatque idcirco*
diameter circumferentiae 88. maior erit, quam 28.

3 IAM vero ut doceamus, qua ratione area circuli vel ex sola diame-
tro cognita, vel ex sola circumferentia cognoscatur, ita ut necesse non sit ex
diametro circumferentiam, vel ex circumferentia diametrum inuestigare,
demonstrandæ prius erunt sequentes tres propositiones, quarum primam
deinde lib. 8. propos. 2. ex Pappo Alexandrino aliter quoque demonstra-
bimus.

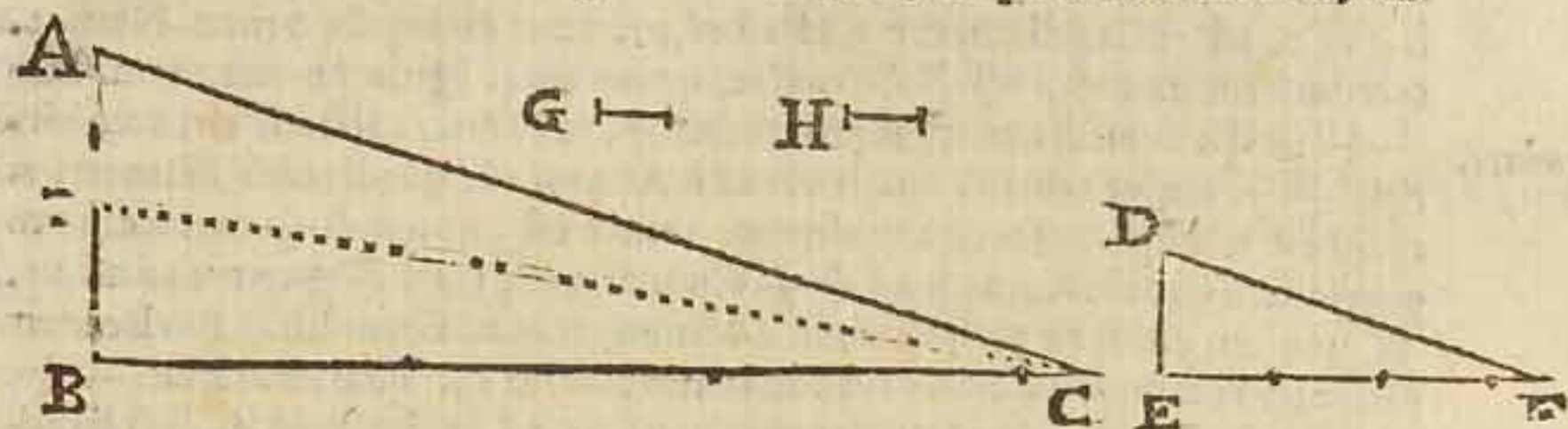
PRO.



PROPOSITIO I.

Circulorum diametri inter se sunt, vt circumferentiæ.

SINT diametri duorū circularū AB, DE, & rectæ circumferētijs æquales BC, EF, quæ cū diametris angulos rectos efficiant B, E, cōpleanturq. triangula ABC, DEF. Dico ita esse diametrū AB, ad diametrū DE, vt est circumferentia BC, ad circumferentiā EF. Diametris. n. AB, DE, inueniatur tertia proportionalis G: Et tribus rectis BC, EF, DE, quarta proportionales H. Et quia continuè proportionales sunt AB, DE, G; *a coroll. 20. sexti.* erit quadratum ex AB, ad quadratum ex DE, vt AB, ad G. *b 2. duodec.* Sed vt quadratum ex AB, ad quadratum ex DE, ita



est circulus diametri AB, ad circulum diametri DE. *c* Et vt circulus ad circulum, ita est triangulum ABC, ad triangulum DEF, quod hæc triangula circularum sint dupla. (Nam diuisa diametro AB, bifariam in I, ductaque recta IC, *d* erit triangulum IBC, circulo æquale: ac proinde cum *e* triangulo AIC, IBC, æqualia sint; erit triangulum ABC, duplum trianguli IBC, hoc est, circuli, cuius diameter AB. Eademque ratione triangulum DEF, duplum erit circuli, cuius diameter DE.) Igitur erit quoque triangulum ABC, ad triangulum DEF, vt AB, ad G. At vt triangulū ABC, ad triangulum DEF, ita est AB, ad H. quod vtraque proportio composita sit ex iisdem proportionibus. (*f* Nam proportio trianguli ABC, ad triangulum DEF, composita est ex proportione basis AB, ad basem DE, & ex proportione altitudinis BC, ad altitudinem EF, hoc est, ex proportione DE, ad H, quæ ex constructione eadem est, quæ BC, ad EF. Proportio autem AB, ad H, cōponitur quoq; ex proportionibus AB, ad DE, & DE, ad H, ex defin.) Igitur erit, vt AB, ad G, ita AB, ad H. *g* ideoq. G, & H, æquales erūt: *h* ac proinde erit DE, ad G, vt DE, ad H. Est autem per constructionem AB, diameter ad diametrum DE, vt DE, ad G, hoc est, vt DE, ad H. Et vt DE, ad H, ita per constructionem, circumferentia BC, ad circumferentiā EF. Igitur erit quoque diameter AB, ad diametrum DE, vt circumferentia BC, ad circumferentiā EF, quod erat demonstrandum.

c 15. quinti

d 1. de Dimensionibus. circuli.

e 38. primi.

f schol. 23. sexti.

g 9. quinti.
h 7. quinti.

PROPOSITIO II.

PROPORTIO quadrati ex diametro cuiuslibet circuli.

culi descripti ad circuli aream maior est, quam 14.
ad 11. minor autem, quam 284. ad 223.

a 2. duodec. **Q**UONIAM enim quadratum diametri cuiusvis circuli ad quadratum diametri alterius circuli est, ut circulus ad circulum: erit permutando quadratum diametri ad circulum eiusdem diametri, ut quadratum alterius diametri ad circulum eiusdem diametri. Posita autem diametro alicuius circuli 1. proportio quadrati ipsius ad circulum maior est, quam 14. ad 11. minor autem, quam 284. ad 223. Igitur proportio quadrati diametri cuiusvis alterius circuli ad ipsum circulum, maior quoque erit quam 14. ad 11. minor autem, quam 284. ad 223.

QUOD autem proportio quadrati diametri 1. ad suum circulum maior sit, quam 14. ad 11. minor vero, quam 284. ad 223. ita perspicuum fiet. Si fiat ut 7. ad 22. ita diameter 1. ad aliud, prodibit ex regula prima Num. 2. circumferentia $3\frac{1}{7}$. vel $\frac{22}{7}$. maior, quam vera. Igitur ex eius semisse $\frac{1}{7}$. in $\frac{1}{2}$. semidiametrum procreabitur, ut Num. 1. dictum est, arca circuli $\frac{1}{4}$. maior tamen, quam vera: *b* Ac proinde quadratum diametri 1. quod est 1. ad veram aream circuli, quæ minor est, quam $\frac{1}{4}$. maiorem proportionem habebit, quam ad $\frac{1}{4}$. Cum ergo sit 1. ad $\frac{1}{4}$. ut 14. ad 11. (Quoniam enim ex propositione 2. Minutiarum ad finem lib. 9. Eucl. eadem proportio est numeratoris 11. ad denominatorem 14. quæ minutia $\frac{1}{4}$. ad suum integrum 1. erit conuertendo, ut 14. ad 11. ita 1. ad $\frac{1}{4}$.) habebit quoque quadratum diametri 1. ad aream circuli veram, minorem proportionem, quam 14. ad 11. quod est propositum. Constat ergo prima propositionis pars.

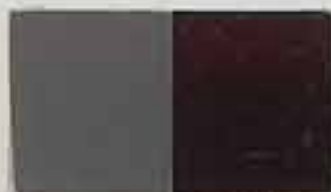
c 8. quinti. **R**URSUS si fiat, ut 71. ad 223. ita diameter 1. ad aliud, reperietur per regulam 2. Num. 2. circumferentia circuli $3\frac{1}{7}$. vel $\frac{22}{7}$. minor, quam vera. Igitur, ut Num. 1. dictum est, ex eius semisse $\frac{2}{7}$. in $\frac{1}{2}$. semidiametrum producetur area circuli $\frac{2}{8}$. maior tamen, quam vera: *c* Ac proinde quadratum diametri 1. quod est 1. ad veram circuli aream, quæ maior est, quam $\frac{2}{8}$. minorem habebit proportionem, quam ad $\frac{2}{8}$. Cum ergo sit 1. ad $\frac{2}{8}$. ut 284. ad 223. (Nam quia ex propof. 2. Minutiarum, eadem est proportio Numeratoris 223. ad denominatorem 284. quæ minutia $\frac{2}{8}$. ad suum integrum 1. erit conuertendo, ut 284. ad 223. ita 1. ad $\frac{2}{8}$.) habebit quoque quadratum diametri 1. ad aream veram circuli minorem proportionem, quam 284. ad 223. quod est propositum. Constat ergo secunda etiam pars propositionis.

PROPOSITIO III.

PROPORTIO quadrati à circumferentia circuli cuiusvis descripti ad circuli aream maior est, quam 892. ad 71. minor autem, quam 88. ad 7.

*d 1. huius
Num. 3.*

QUONIAM enim circumferentia cuiusvis circuli ad circumferentiam



riam alterius circuli est, ut diameter ad diametrum: *a* erit quoque quadratum circumferentiae ad quadratum circumferentiae, ut quadratum diametri, ad quadratum diametri. *b* Sed ut quadratum diametri ad quadratum diametri, ita est circulus ad circulum. Igitur erit quadratum quoque circumferentiae ad quadratum circumferentiae; ut circulus ad circulum: Et permutando quadratum circumferentiae, ad suum circulum ut quadratum alterius circumferentiae ad suum circulum. Posita autem circumferentia alicuius circuli 1. proportio quadrati circumferentiae illius circuli ad circulum maior est, quam 892. ad 71. minor vero, quam 88. ad 7. Igitur & proportio quadrati circumferentiae cuiuslibet alterius circuli ad ipsum circulum maior erit, quam 892. ad 71. minor autem, quam 88. ad 7.

Q V O D autem proportio quadrati ex circumferentia 1. descripti, ad suum circulum maior sit, quam 892. ad 71. minor vero, quam 88. ad 7. sic demonstrabimus. Quoniam si fiat, ut 223. ad 71. ita data circumferentia 1. ad aliud, diameter procreatur $\frac{2}{2} \frac{7}{3}$. maior, quam vera, ut ex 3. regula Num. 2. constat. sit ut $\frac{1}{2}$. semissis circumferentiae ducta in $\frac{7}{4} \frac{1}{6}$. semissem diametri inuentae producat aream circuli $\frac{7}{8} \frac{1}{2}$. vera maiorem, ut Num. 1. dictum est. *c* Igitur quadratum circumferentiae 1. quod est 1. ad ueram aream circuli, quae minor est, quam $\frac{7}{8} \frac{1}{2}$. maiorem proportionem habebit, quam ad $\frac{7}{8} \frac{1}{2}$. Ut autem 1. ad $\frac{7}{8} \frac{1}{2}$. ita est, ex propof. 2. minutiarum, & conuertendo, 892. ad 71. Igitur & quadratum circumferentiae 1. ad ueram circuli aream maiorem proportionem habebit, quam 892. ad 71. quod est propositum. Vera ergo est prior propositionis pars.

R V R S V S, quia si fiat, ut 22. ad 7. ita data circumferentia 1. ad aliud, diameter producit $\frac{7}{2}$. minor quam vera: sit ut $\frac{1}{2}$. semissis circumferentiae ducta in $\frac{7}{4}$. semissem diametri inuentae producat aream circuli $\frac{7}{8}$. vera minorem, ut ex ijs, constat, quae Num. 1. diximus. *d* Igitur quadratum circumferentiae 1. quod est 1. ad aream ueram circuli, quae maior est, quam $\frac{7}{8}$. minorem habebit proportionem, quam ad $\frac{7}{8}$. Ut autem 1. ad $\frac{7}{8}$. ita est, ex propositione 2. Minutiarum, & conuertendo, 88. ad 7. Ergo etiam quadratum circumferentiae 1. ad aream circuli minorem proportionem habebit, quam 88. ad 7. quod est propositum. Vera igitur etiam est posterior pars propositionis.

4 HIS ita demonstratis, sequuntur iam quatuor regulae, per quas aream circuli propositi siue maiorem, siue minorem uera, vel ex sola diametro, vel ex sola circumferentia cognita conijcere licebit.

I.

E X diametro aream circuli uera maiorem inuestigare.

Fiat ut 14. ad 11. ita quadratum datae diametri ad aliud. Productus enim numerus dabit aream circuli uera maiorem. *e* Cum enim maior sit proportio quadrati diametri ad aream circuli, quam 14. ad 11. Sit autem quadratum diametri datae ad aream inuentam, ut 14. ad 11. erit quoque maior

E c

pro-

proportio quadrati diametri datæ ad veram aream circuli, quam ad aream inuentam. *a* Ac proinde vera circuli area erit minor, quam inuenta: hoc est, area inuenta maior erit, quam vera.

I I.

EX diametro aream circuli vera minorem inuestigare.

Fiat ut 284. ad 223. ita quadratum datæ diametri ad aliud. Numerus enim procreatus aream circuli vera minorem offeret. *b* Cum enim minor sit proportio quadrati diametri datæ ad aream circuli, quā 284. ad 223. sit autem quadratum diametri datæ ad aream inuentam, ut 284. ad 223. erit quoque minor proportio quadrati diametri datæ ad veram aream circuli, quam ad aream inuentam: *c* Atque idcirco vera area circuli maior erit, quam inuenta, hoc est, inuenta area erit minor, quam vera.

I I I.

Ex circumferentia aream circuli vera maiorem colligere.

Fiat ut 892. ad 71. ita quadratum datæ circumferentiæ ad aliud. Procreatus namque numerus aream circuli vera maiorem indicabit. *d* Cum enim maior sit proportio quadrati circumferentiæ ad aream circuli, quam 892. ad 71. Sit autem quadratum datæ circumferentiæ ad aream inuentam ut 892. ad 71. erit quoque maior proportio quadrati datæ circumferentiæ ad veram aream circuli, quā ad aream inuentam: *e* ideoque vera circuli area minor erit, quam inuenta; hoc est, inuenta area maior erit, quam vera.

I I I I.

Ex circumferentia aream circuli vera minorem concludere.

Fiat ut 88. ad 7. ita quadratum circumferentiæ datæ ad aliud. Numerus namque, qui gignitur, erit area circuli minor, quam vera. *f* Cum enim minor sit proportio quadrati circumferentiæ datæ ad aream circuli, quam 88. ad 7. sit autem quadratum circumferentiæ datæ ad aream inuentam, ut 88. ad 7. erit quoque minor proportio quadrati datæ circumferentiæ ad veram aream circuli, quam ad aream inuentam: *g* Ac proinde area circuli vera erit maior, quam inuenta: hoc est, area inuenta minor erit, quam vera.

OMNES hæ viæ, quibus area circuli inquiritur, pendent ex proportionem circumferentiæ circuli ad diametrum, quam Archimedes inuenit esse.

esse quidem minorem tripla sesquiseptima, maiorem vero tripla superdecupartiente septuagesimas primas: ac proinde cum hæc proportionēs accuratæ non sint, necesse est, aream inuentam vel veram magnitudinem circuli superare, vel ab ea deficere, vt ex superioribus regulis liquet. Et quamuis differentia inter veram aream, atque inuentam in paruis circulis perexigua sit, in magnis tamen circulis negligenda non videtur. Quamobrem qui magis accuratam circuli aream desiderat, assumat proportionem diametri ad circumferentiam vero propinquiorem, quam posteriores Geometræ, præsertim Ludolphus à Collen, & Christophorus Gruenbergerus inueniunt, vt sequitur.

Accuratio
proportio
diametri ad
circumferē-
tiam.

Diameter	Circumferentia maior quam vera
I 00000000000000000000.	314159265358979323847.

Diameter	Circumferentia minor quam vera
100000000000000000000.	314159265358979323846°

Ita vt proportio circūferētiæ ad diametrū maior, quā vera, denominetur ab hoc primo numero, quæ minor est, quam tripla. fefquiseptima. Proportio vero minor, quā vera, denominetur ab hoc secūdo numero quæ maior est, quā tripla superdecupartiens septuagesimas primas: qui denominatores habentur, si vtraque circumferentia per diametrum diuidatur.

[illegible]

ITAQUE si fiat, vt diameter prædicta ad circumferentiam vera maiorem, ita diameter alicuius circuli data ad aliud, reperietur circumferentia maior, quam vera, minus tamen differens à vera, quam illa Archimedis, quæ Num. 2. ex regula 1. inuenta fuit. Si autem fiat, vt eadem diameter prædicta ad circumferentiam vera minorem, ita data diameter alicuius circuli ad aliud, reperietur circumferentia minor, quam vera, magis tamen ad verâ accedens, quâ illa Archimedis, quæ Num. 2. ex reg. 2. inuenitur. E contra-rio verò, si fiat vt prædicta circumferentia minor, quam vera, ad diametrum, ita circumferentia alicuius circuli data ad aliud, prodibit diameter maior quam vera: Si autem fiat, vt circumferentia prædicta maior, quam vera, ad diametrum, ita circumferentia alicuius circuli data ad aliud, proueniet diameter minor, quam vera. Vtraque tamen diameter inuenta magis ad veram accedet, quam illa Archimedis, quæ Num. 2. per reg. 3. & 4. inuenta fuit.

Accuratio
inuentio cir
cumferētiæ
ex data dia
metro: & dia
metri ex da
ta circumfe
rentia.

INVENTA circumferentia ex diametro, vel diametro ex circumferentia, reperietur area circuli, vt Num. i. traditum est: b nimirum semidiameter in semicircumferentiam ducatur: vel tota circumferentia in semissem semidiametri: vel denique tota diameter in quartam partem circumferentiae, quæ quidem area minus à vera distabit, quàm illa, quæ ex proportionem Ar

Accuratio
in ueritate
circuli.

Ec 2

chime-



Kodak

Gray Scale



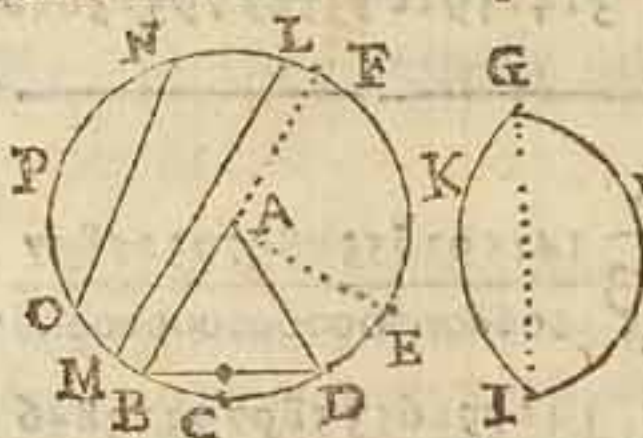
chimedius inuenitur. Sed quia difficilius est per magnos numeros calculum instituire, quam per minores, usus artificum obtinuit, ut proportio Archimedis ad calculum adhibeatur. Quando tamē desideratur accuratior calculus, utendum erit posteriori hac proportionē Ludolphi, præsertim in maioribus circulis.

DE AREA SEGMENTORVM CIRCVLII.

Caput VIII.



SIT primum propositus sector circuli ABCD, comprehensus duabus semidiamentris AB, AD, & arcu BCD. Huius areā ita explorabimus. Si tā semidiameter AB, nota sit, nimirū palmorum 7. quā arcus BCD, palmorum videlicet $3\frac{2}{3}$. ducatur semidiameter 7. in $\frac{2}{3}$. id est, in semissem arcus, Prodeus enim numerus $12\frac{5}{6}$ palm. erit area sectoris ABCD, ut demonstrabimus. Si autem neque semidiameter AB, neque peripheria BCD, data sit, mensuranda erit semidiameter aliqua



mensura nota, & secundum eandem mensuram inuenienda circumferentia circuli per regulas antecedentis cap. nec non recta BD. Deinde fiat, ut AB, nota in assumpta mensura ad sinum totum 100000, ita BD, nota in eadem mensura assumpta ad aliud. Numerus enim procreatus dabit rectam BD, cognitam in partibus sinus totius. Huius autem medietas sinus erit semissem arcus BD: ac proinde ex tabula sinuum semissem BC, in gradibus nota erit, ideoque totus arcus BD, non ignorabitur. Et quia tota circuli circumferentia nota facta est in assumpta mensura: si fiat ut grad. 360. ad totā circumferentia in assumpta mensura cognitā, ita arcus BD, in gradibus cognitus ad aliud, cognoscetur idem arcus BD, in mensura assumpta. Quare, ut prius, area sectoris ABCD, reperietur. Possent quoque gradus in arcu BD, contenti inuestigari beneficio quadrantis alicuius in gradus diuisi, adhibita doctrina cap. 2. lib. 1. Num. 10. tradita, ut minuta etiam cognoscantur, quando in arcu BD, ultra gradus aliqua particula superest.

a 33. sexti.

b 15. quin.

c 1. sexti.

d 14. quinti

AREAM porro sectoris produci ex semidiametro in semissem arcus sectoris, sic demonstro. Sit quadrans BE, & semicirculus BEF. Et quoniam est, ut arcus BD, ad quadrantem BE, ita sector ABCD, ad sectorem ABDE: erit quoque ex scholio propof. 22. lib. 5. Euclid. ut arcus BD, ad quadruplum quadrantis BE, hoc est, ad totam circumferentiam, ita sector ABCD, ad quadruplum sectoris ABDE, hoc est, ad totum circulum. Ut autem arcus BD, ad totam circumferentiam, ita est BC, semissem arcus BD, ad BEF, semissem totius circumferentiæ. Igitur erit quoque ut BC, ad BEF, ita sector ABCD, ad totum circulum. Sed ut BC, ad BEF, ita est rectangulum sub AB, BC, ad rectangulum sub AB, BEF. Ergo erit quoque sector ABCD, ad totum circulum, ut rectangulum sub AB, BC, ad rectangulum sub AB, BEF. Cum ergo ut cap. 7. Num. 1. tradidimus, circulus æqualis sit rectangulo sub AB,



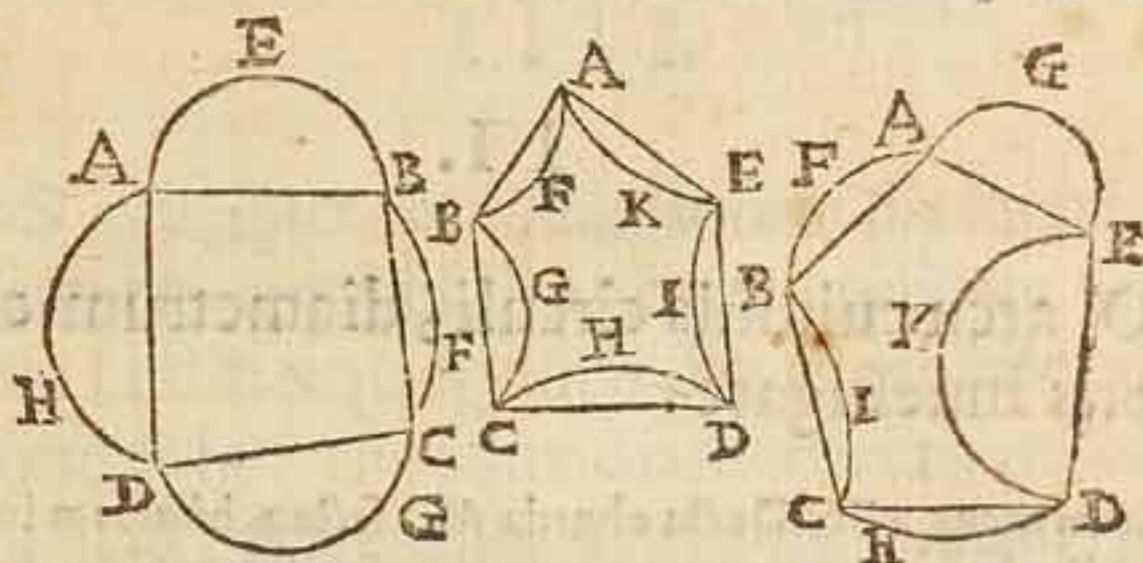
AB, BEF , & erit quoque sector $ABCD$, rectangulo sub AB, BC , æqualis. quod erat demonstrandum.

EADEM ratione procreabitur sector $ABFDA$, ex semidiametro AB , in semissem arcus BFD .

2 SIT deinde segmentum BCD . & Inuento centro A , arcus BCD , & a 25. tertij cognitis per aliquam mensuram lateribus trianguli ABD , & arcu BCD , in eadem mensura, ut Num. 1. diximus, inuestigetur tam area sectoris $ABCD$, quam trianguli ABD . Hæc enim detracta ex illa relinquet aream segmenti propositi BCD .

3 SIT præterea figura lenticularis duobus arcibus GHI, GKI . contenta. Ducta recta GI , inquiratur, ut Num. 2. docuimus, utriusque segmenti GHI, GKI , area. Summa enim ex duabus hisce areis conflata, erit area propositæ figuræ $GHIK$. Quod si segmenta GHI, GKI , sint æqualia, satis erit vnius aream inuestigare. Hæc namque duplicata dabit propositæ figuræ $GHIK$, aream.

4 NON aliter metiemur figuras ex variis circulorum segmentis coagmentatas, siue omnes circumferentiæ extrorsum vergant, siue introrsum, siue partim introrsum, & partim extrorsum. Ut in tribus his figuris, si arcibus subtendantur chordæ, metiemur in prima quadrilaterum $ABCD$, ut cap. 1. vel 3. docuimus: & segmenta AEB, BFC, CGD, DHA , ut hoc cap. Num. 2. traditum est. Si enim hæc segmenta quadrilatero adijciantur, quod omnia



extrorsum tendant, conflabitur area figuræ $AEBFCGDH$, ex quatuor arcibus compositæ.

IN secunda autem metiemur pentagonum $ABCDE$, per ea, quæ cap. 4. scripta sunt: Ex quo si dememus quinque segmenta introrsum vergentia, quæ quidem ex ijs, quæ Num. 2. huius cap. scripsimus, cognoscuntur, reliqua fiet area figuræ $AFBGCHDIEK$, ex quinque arcibus conflata.

IN tertia denique pentagono $ABCDE$, adijciemus tria segmenta, AFB, AGE, CHD , extrorsum vergentia, & ex composito numero duo segmenta BIC, DKE , introrsum vergentia tollemus, ut area relinquatur figuræ $AFBICHDKEG$, ex quinque arcibus compositæ. Atque hoc modo agrum quantumvis irregularem metiri licebit.

5 SIT denique in prima figura huius cap. segmentum circuli $LMON$, comprehensum duabus rectis LM, NO , & duobus arcibus LN, MO . Exploretur, ut Num. 2. declaratum est, area utriusque segmenti PLM, PNO . Minor enim area PNO , detracta ex maiori PLM , reliquam faciet aream propositi segmenti $LMON$.

6 VT

6 V T quartus hic liber concludatur, lubet hic appendicis loco regulas quasdam alias à nostro instituto non alienas subiungere.

I.

DATA circuli area, circumferentiam, ac diametrum cognoscere.

FIAT vt 7. ad 88. ita data area ad aliud. Productus enim numerus erit quadratum circumferentiæ vero maius, vt ex 4. reg. Num. 4. cap. 7. liquet. Radix ergo quadrata numeri producti dabit circumferentiam vera maiorem. Quod si fiat, vt 71. ad 892. ita data area ad aliud, gignetur quadrata circumferentiæ vero minus, vt constat ex 3. reg. Num. 4. cap. 7. Ac proinde eius radix quadrata circumferentiam vera minorem indicabit.

FIAT rursus, vt 223. ad 284. ita area proposita ad aliud. Procreatus namque numerus erit quadratum diametri vero maius, vt ex 2. reg. Num. 4. cap. 7. perspicuum est. Radix ergo quadrata numeri producti diametrum exhibebit vera maiorem. Quod si fiat, vt 11. ad 14. ita area data ad aliud, reperietur quadratum diametri vero minus, vt ex reg. 1. Num. 4. cap. 7. colligitur. Ac proinde radix eius quadrata diametrum offeret vera minorem.

II.

DATO arcu cuiusvis circuli, diametrum circuli in numeris inuestigare.

a coroll. 1. tertij.
b 35. tertij.
SIT datus arcus ABC. Ducta chorda AC, sectaq. bifariam in F, ducatur per F, perpendicularis FB, *a* quæ per centrum circuli transibit, *b* ideoque rectangulum sub CF, AF, hoc est, quadratum ex AF, æquale erit rectangulo sub BF, & reliqua portione diametri. Si igitur AF, FB, per aliquam mensuram fiant notæ, & quadratus numeri rectæ AF, diuidatur per FB, prodibit reliqua portio diametri FD, quæ addita perpendiculari FB, conficiet totam diametrum BD, notam in eadem mensura, in qua AF, FB, cognitæ sunt.

GEOMETRICE eadem portio FD, reperietur, si duabus FB, AF, inueniatur tertia proportionalis FD: propterea quod ex scholio propos. 13. lib. 6. Eucl. AF, media proportionalis est inter diametri segmenta.

III.

DATIS diametris duorum circulorum, vel circum-

cumferentijs: Aut duobus lateribus homologis duarum figurarum similium, similiterque positarum: quam proportionem circuli, vel figuræ inter se habeant, cognoscere.

QVONIAM circuli, & figuræ similes ex similiterque positæ, habent duplicatam proportionem diametrorum, vel circumferentiarum, & laterum homologorum: si maior diameter, vel circumferentia per minorem, & maius latus homologum per minus diuidatur, prodibit denominator proportionis, quam maior diameter, circumferentia ad minorem, vel maius latus homologum ad minus habet. Si igitur hic denominator in se ducatur, producet denominator duplicatæ proportionis, quam videlicet circulus, vel figura ad minorem habet. Vt si diameter vnus circuli sit 56. & circumferentia 176. Alterius autem circuli diametrum 14. & circumferentia 44. Diuisis 56. per 14. vel 176. per 44. fit Quotiens 4. qui ductus in se producit 16. denominatorem proportionis maioris circuli ad minorem. Eandemque proportionem habebit figura ad minorem similem, similiterque positam, si latera homologa sint 56. & 14. vel 176. & 44.

IIII.

DATIS pluribus circulis, quorum diametri, vel circumferentiæ cognitæ sint: Item pluribus figuris similibus similiterque positis, quarum latera homologa sint nota: Inuenire diametrum, vel circumferentiam, cuius circulus omnibus circulis propositis æqualis sit. Item latus reperire, cuius figura similis, similiterque posita æqualis sit omnibus propositis figuris.

MULTIPLICENTVR diametri, vel circumferentiæ, aut latera homologa in se, & numeri producti in vnam summam colligantur. Radix enim quadrata huius summæ erit diameter, circumferentia, aut latus homologum quæsitum. Verbi gratia, si sint quatuor diametri, circumferentiæque circulorum, aut latera homologa similium figurarum, similiterque positarum, 84. 3. 4. 12. atq. in se multiplicentur, gignetur numeri 7056. 9. 16. 144. quorum summa 7225. Radix ergo quadrata huius summæ 85. erit diameter, circumferentia circuli, aut latus homologum, quod quæritur: ita ut circulus, cuius diameter, vel circumferentia est 85. aut figura supra rectam 85. similis, similiterque posita figuris datis, æqualis sit quatuor circulis.

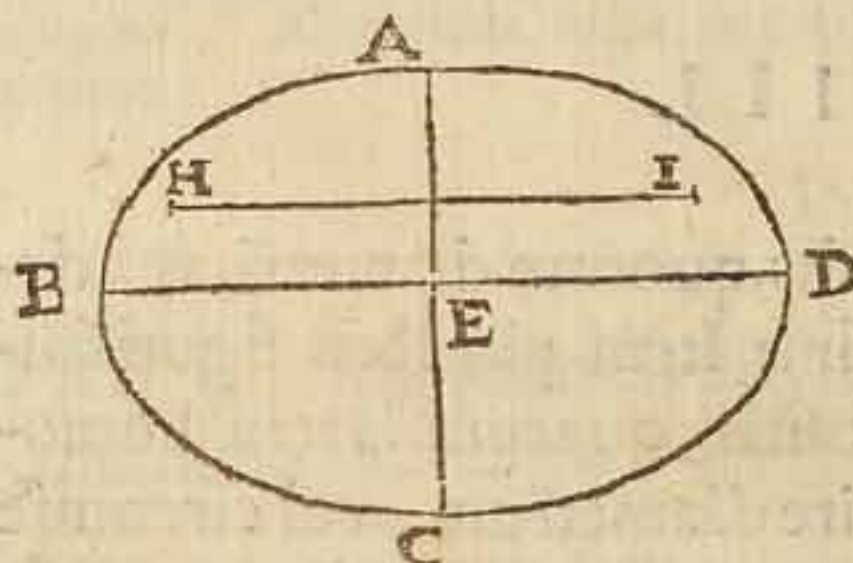
- a 2. duodec. culis, aut figuris propositis. Nam cum quadratum 7225. radicis 85. æquale sit quatuor quadratis 705 6.9.16.144. radicum 84. 3.4.12. a Circuli autem eandem habeant proportionē, quā quadrata diametrorum: ac proinde quā quadrata circumferentiarum; quod circumferentiæ diametris sint proportionales: Item figuræ similes, similiterque posite inter se sint, ut quadrata laterum homologorum, b propterea quod tam quadrata, quam figuræ habent duplicatam proportionem laterum: erit quoque tam circulus, cuius diameter, circumferentiæue 85. æqualis quatuor circulis, quorum diametri, circumferentiæue 84. 3.4.12. quam figura supra latus 85. similis similiterque posita, quatuor figuris, quarum latera 84. 3. 4. 12. æqualis, quod est propositum.

V.

Aream propositæ Ellipsis indagare.

L V B E T denique librum hunc quartum duobus problematibus terminare, quæ ab Archimede Syracusano acutissime inuenta sunt, ac demonstrata. Vnū est de area Ellipsis; alterum de area Parabolæ. Sit ergo Ellipsis ABCD, cuius maior diameter B D, & minor A C, secans maiorem in E, bifariam. c Inueniatur H I, media proportionalis inter B D, & A C: & circuli circa diametrum H I, descripti area inquiretur, per ea, quæ cap. 7. huius lib. scripsimus. Dico hanc aream, areæ Ellipsis ABCD, esse æqualem. d Quoniam enim est, ut B D, ad A C. ita quadratum ex B D, ad quadratum ex H I. e Ut autem quadratum ex B D, ad quadratum ex H I, ita est circulus diametri B D, ad circulum diametri H I. Igitur erit quoque, ut B D, ad A C, ita circulus diametri B D, ad circulum diametri H I. Cum ergo per propositionem 5. Archimedis de Conoidibus, & Sphaeroidibus, sit quoque, ut maior diameter B D, ad minorem A C, ita circulus diametri B D, ad Ellipsim ABCD; f habebit circulus diametri B D, eandem proportionem ad circulum diametri H I, & ad Ellipsim A B C D. g Ideoque area circuli diametri H I, areæ ellipsis ABCD, æqualis erit. quod erat demonstrandum.

c 13. sexti.



d coroll. 26.
sexti.
e 2. duodec.

f 11. quinti
g 9. quinti.

V I.

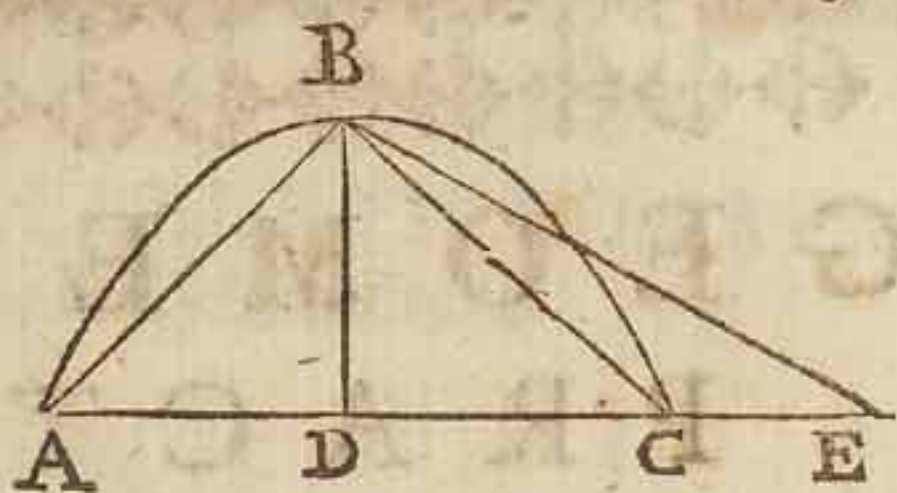
AREAM propositæ parabolæ inuestigare.

S I T data parabola ABC, cuius basis AC, & axis B D, diuidens basem bifariam in D, & vertex B. Inscribatur parabolæ triangulum ABC, eandem habens basem, ac verticem cum parabola. Producta autem base AC, sumatur C E,

tur CE, tertia pars ipsius AC: ita vt AE, ipsius AC, sit sesquitertia. Iungaturque recta EB. Inquiratur denique per cap. 2. huius lib. areae trianguli

ABE, quam dico esse æqualem
areae parabolæ ABC. *a* Quoniam enim est, vt AE, ad AC,
ita triangulum ABE, ad trian-
gulum ABC: Est autem AE, ip-
sius AC, sesquitertia, ex constru-
ctione; erit quoque triangulum
ABE, trianguli ABC, sesquiter-
tium. Cum ergo, vt Archimedes
in lib. de Quadratura parabolæ
demonstrauit, parabola quoque

ABC, trianguli ABC, sit sesquitertia: *b* habebunt triangulum ABE, & pa-
rabola ABC, ad triangulum ABC, eandem proportionem. *c* Ideoque area
trianguli ABE, areae parabolæ ABC, æqualis erit. quod erat ostendendum.



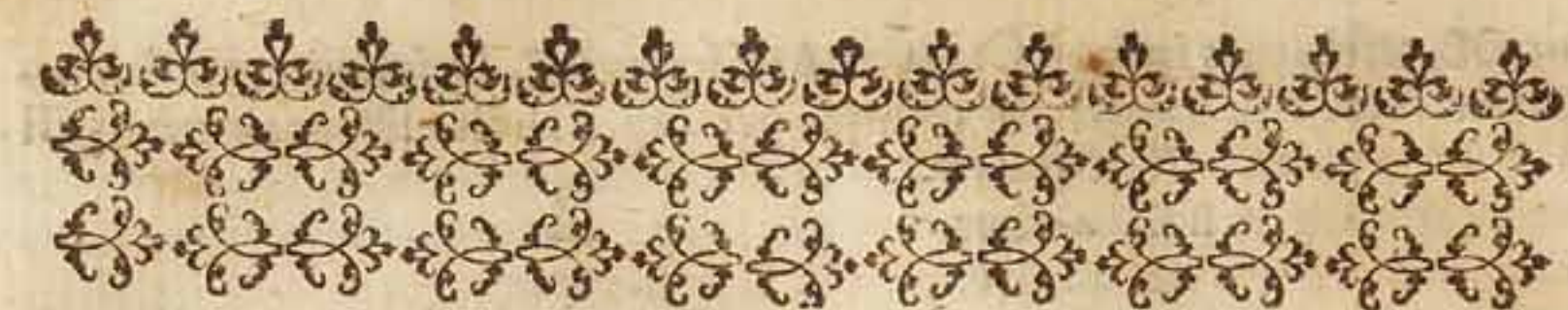
a 1. sexti.

b 11. quinti
c 9. quinti

FINIS LIBRI QVARTI.

Ff

GEOME.



GEOMETRIAE PRACTICAE LIBER QUINTVS.



AREAS

Solidorum, corporumue perscrutans.



UPER EST tertia magnitudinis species, quae corpora, solidaue complectitur. Et quia initio lib. 4. diximus, corpora metienda esse per corpuscula cubica: ita ut quando dicitur corpus aliquod continere 1000. palmos, intelligendum sit, 1000. cubos aequales, quorum singuli latera habent uni palmo aequalia, aream illius corporis explere: docendum iam erit hoc lib. qua ratione cuiuscunque corporis area inuestigetur, hoc est, numerus corpusculorum cubicorum in eo contentorum. Praecipua autem corpora, de quibus acturi sumus, sunt Parallelepipeda, Prismata, cubi, Pyramides, Frusta pyramidum, Cylindri, Coni, Frusta Conorum, sphaera, sphaerarum portiones, quinque corpora regularia, videlicet Tetraedrum, Hexaedrum siue cubus, Octaedrum, Icosaedrum, Dode-

Dodecaedrum, quæ omnia lib. 11. ab Euclid. definita sunt. His adiungemus nonnulla corpora vacua, & alia quadam irregularia.

DE AREA PARALLELEPIPEDORVM, Prismatum, & Cylindrorum.

Caput I.

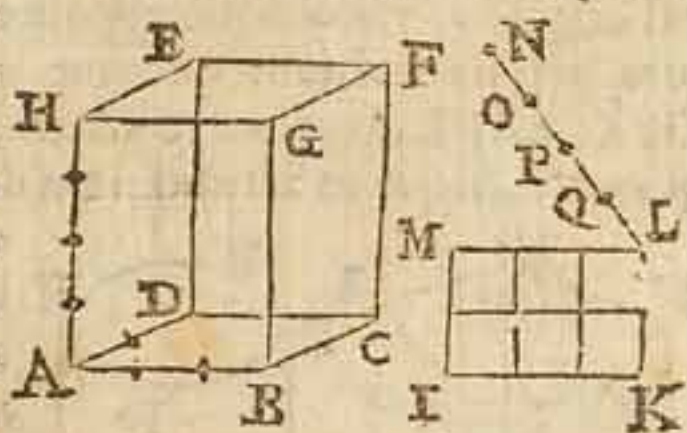


PARALLELEPIPEDVM a est figura solida a 30. defn. unde. sex figuris quadrilateris, quarum, quæ ex aduerso, parallelæ sunt, contenta. Huiusmodi figuram solidam exprimit columna aliqua quadrilatera vniformis crassitie. Vt figura solida ABCDEFGH, in qua tam duo plana opposita ABCD, EFGH, quam duo ADEH, BCFG, & duo ABGH, DCFE, parallelogramma sunt inter se parallela, & æqualia, dicitur parallelepipedum. Huius area ita inuestigabitur. Sit primo propositum parallelepipedum rectangulū habens om-

nia sex parallelogramma rectangula, ac proinde omnes eius angulos solidos rectos: sitque longitudo basis AB, palm. 3. latitudo AD, palm. 2. & altitudo AH, palm. 4. Ducatur ergo latitudo 2. in longitudinem 3. vt producat-ur basis palmorum 6. quadratorum, vt lib. 4. cap. 1. traditum est. Deinde basis hæc 6. palmorum ducatur in altitudinem 4. Numerus enim productus 24. indicabit in parallelepipedo contineri 24. cubos, quorum singula latera singulos palmos complectuntur, quod ita planum faciemus. Exponatur seorsum rectangulum IKLM, æquale basi ABCD, intelligaturque altitudo perpendicularis LN, 4. palm. Si igitur ducatur latus IM, palm. 2. in IK, palm. 3. producat-ur area basis palmorum quadratorum 6. supra quæ si concipiantur extructi 6. cubi æquales, implebunt ij parallelepipedum vsque ad primum palmum LQ, altitudinis.

Si deinde alij 6. cubi æquales prioribus superimponantur, implebitur parallelepipedum vsque ad secundum palmum altitudinis QP. Et alij 6. cubi æquales parallelepipedum vsque tertium palmum PO, altitudinis implebunt. Denique alij 6. cubi appositi totum parallelepipedum explebunt vsque ad quartum altitudinis palmum ON. Constat ergo in toto parallelepipedo existere toties 6. cubos palmares, quoties palmus in altitudine continetur, hoc est, cubos 24.

2 INTELLIGATUR deinde parallelepipedum ABCE, cuius bases ABCD, EFGH, sint Rhombi, vel Rhomboides, ac latera AH, DE, DE, EG, CF, ad basem ABCD, recta, ita vt altitudo sit AH. Primum er-



Area paral-
lelepiped
rectanguli.

Area paral-
lelepiped
nō rectanguli

Ff 2

80

231. duode.

go inquiratur area basis $ABCD$, vt lib. 4. cap. 3. Num. 1. docuimus. Hæc deinde in altitudinem AH , ducatur. Productus namque numerus erit parallelepipedum area. Nam si fiat rectangulum IL , basi AC , æquale, & supra illud concipiatur parallelepipedum rectangulum, cuius altitudo LN , altitudini AH , sit æqualis: a erit hoc parallelepipedum parallelepipedo ACE , æquale. Cum ergo parallelepipedum, cuius basis rectangulum IL , & altitudo LN , producat ex altitudine LN , in basem IL , vt ostensum est, producat quoque parallelepipedum ACE , ex altitudine AH , in basem AC , basi IL , æqualem.

b29. vel 30.
vndec.

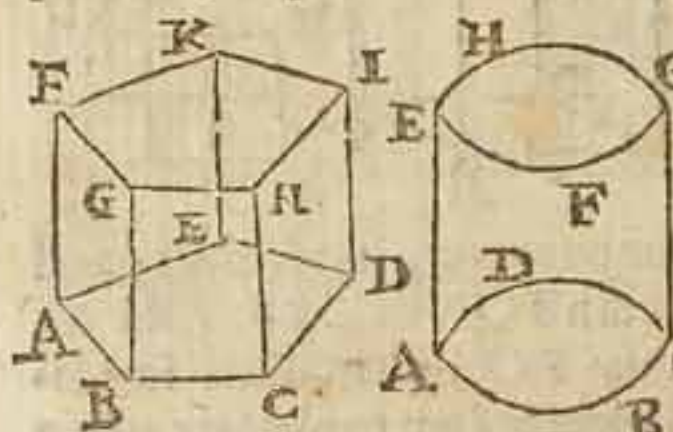
SI nullum latus parallelepipedum rectum est ad basem, demittenda erit ex aliquo angulo supremi parallelogrammi ad planum, in quo basis, linea perpendicularis, pro altitudine parallelepipedum, eaque diligenter metienda. Si namque area basis inuestigetur vel per cap. 1. lib. 4. quando est rectangula, vel per cap. 3. eiusdem lib. quando non est rectangula, eaque in altitudinem inuentam ducatur, producat area popositi parallelepipedum. Nam si supra basem intelligatur parallelepipedum rectum eiusdem altitudinis cum proposito parallelepipedo, b erunt duo hæc parallelepipeda inter se æqualia. Constat autem ex Num. 1. & 2. parallelepipedum rectum gigni ex ductu basis in altitudinem.

Area cubi.

3 CVBVS, qui etiam parallelepipedum quoddam est rectangulum, eodem modo producat, nimirum ex latere in se, & iterum in productum. Vt si latus cubi sit 10. erit eius area 1000. quod decies decem decies procreent 1000.

c13. defin.
vndec.

4 c PRISMA est figura solida, quæ planis continetur, quorum aduersa duo sunt & æqualia, & similia, & parallela; alia vero parallelogramma. Vt est solidum ADF , cuius bases sunt pentagona $ABCDE$, $FGHIK$, parallela, & æqualia. Hanc figuram solidam repræsentat columna aliqua laterata æqualis crassitudinis, cuius bases oppositæ sunt æquales, similes, ac parallelæ, siue hæc triangula sint, siue quadrangula, siue pentagona, &c. Ex quo fit, vt prisma quodcumque ambiant tot parallelogramma, quot latera, vel anguli in vnoquoque oppositorum planorum reperiuntur. Vt propositum prisma ambiunt quinque parallelogramma $ABGE$, $BCHG$, $CDIH$, $DEKI$, $EAFK$. Area porro cuiuslibet prismatis inuenietur, si area basis inquiratur, atque in altitudinem ducatur. Nam si concipiatur parallelepipedum eiusdem altitudinis cum prismate,

Area prismatis tam recti, quæ obliqui.
d2. coroll. 7.
duodec.

habens basem, rectangulum basi prismatis æquale; d erit hoc parallelepipedum prismati æquale. Cum ergo parallelepipedum producat ex sua base in altitudinem, procreabitur quoque prisma ex multiplicatione suæ basis in altitudinem. Area porro basis cognoscetur ex ijs, quæ lib. 4. scripsimus, & altitudo prismatis, si eius latera recta non sint ad basem, exploranda erit, vt cap. præcedente Num. 2. altitudinem parallelepipedum inuestigandam esse præcepimus.

5 CYLINDRVS est figura solida æqualis crassitie, quæ duobus circulis æqualibus, & æquidistantibus, & rotunda superficie inter ipsos interiecta continetur, instar columnæ cuiuspiam rotundæ. Vt est solidum ACH , cuius

cuius bases sunt duo circuli ABCD, EFGH, paralleli, & æquales. Huius quoque area procreabitur ex multiplicatione basis, ex cap. 7. lib. 4. inuenta in altitudinē, quod in Cylindro recto explicabitur, vt Num. 7. in parallelepipedo recto factum est. Nam si verbi gratia basis Cylindri circularis ABCD, continet 10. palmos quadratos, explebunt 10. cubi palmares supra illos 10. palmos quadratos extructi, Cylindrum vsque ad primum palmum altitudinis; at 20. cubi eundem explebunt vsque ad secundum palmum, &c. Quod si Cylindrus obliquus sit, exquirenda erit eius altitudo per lineam perpendicularem ex superiore base demissam ad planum, in quo inferior basis existit, atque in hanc altitudinem area basis ex cap. 7. lib. 4. inuenta multiplicanda. Productus enim numerus dabit aream Cylindri propositi, a cum æqualis sit Cylindro recto eandem cum illo basem, & altitudinem habenti. *a coroll. 11. duodec.*

DE AREA PYRAMIDVM & Conorum.

Caput I I.

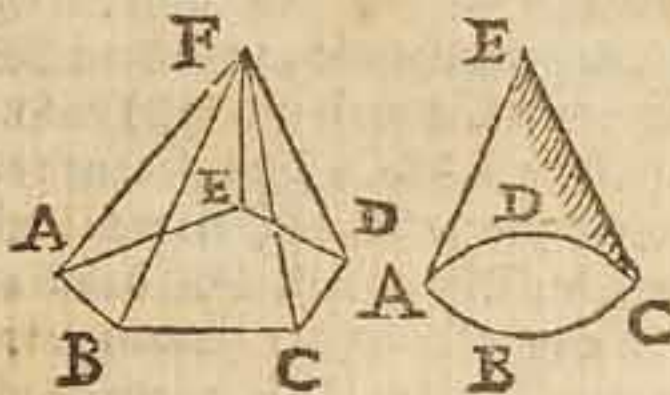


PYRAMIS *b* est figura solida, quæ planis continetur ab vno plano ad vnum punctum constituta. Vt figura solida ABCDEF, ad punctum F, constituta supra basem pentagonam ABCDE, & quam ambiunt quinque triangula ABF, BCF, CDF, DEF, AEF, tot nimirum, quot in base sunt latera, dicitur pyramis. *b defin. 12. undec.*

CONVS autem est figura solida rotunda ad vnum punctum constituta, supra basem circula rem, instar pyramidis rotundæ, qualis est figura ABCDE.

TAM autem pyramidis, quam Coni area producit ex multiplicatione basis in tertiam partem altitudinis. Cum enim, vt in præcedenti cap. ostendimus, ex base in totam altitudinem gignatur prisma, vel Cylindrus eandem habens cum pyramide, & cono altitudinem: *c* producet ex eadem base in tertiam partem altitudinis tertia pars illius prismatis, vel Cylindri. *d* Cum ergo pyramis, sit tertia pars illius prismatis, *e* & Conus tertia pars Cylindri, liquet tam pyramidem, quam Conum produci ex base in tertiam partem altitudinis. Ex quo fit, si basis ducatur in totam altitudinem, tertiam partem numeri producti, esse quoque aream pyramidis, vel Coni. Item eandem produci ex tota altitudine in tertiam partem basis: *f* quod hac ratione tertia pars prismatis, vel Coni gignatur.

2 BASIS porro pyramidis, si triangularis est, cognoscetur, vt lib. 4. *2. tra.*



Area pyramidis, & cono.

c schol. 14. duodec.
d corol. 7. duodec.

e 10. duodec.
Area pyramidis, & cono aliter.
f 1. schol. 7. duodec. & 11. duodec.

Altitudo py-
ramidis, &
coni.

cap. 2. traditum est: si multilatera, reperietur, per ea, quæ eodem lib. cap. 3. 4. & 5. scripsimus. Basis autem Coni inuestigabitur ex cap. 7. eiusdem lib. At vero altitudo tam pyramidis, quam Coni, obtinebitur, si in verrice statuatur planum basi æquidistans, ab eoque ad planum, in quo basis, perpendicularis demittatur, eaque exquisitè mensuretur. Quamvis enim eadem hæc altitudo indagari possit Geometrice, si inclinatio vnius lateris ad basem, & magnitudo quoque eiusdem lateris cognoscatur: quia tamen hæc ipsa exploranda sunt materialiter per aliquod instrumentum, præstat ipsam quoque altitudinem statim per instrumentum exquirere, præsertim per instrumentum partium, quod lib. 1. cap. 1. descripsimus: cum inuentio illa Geometrica difficilior sit, procedatque ex inclinatione, ac latere per instrumentum cognitis,

3 ATQVE hæc, quæ diximus, intelligi volumus tam de pyramidibus, Conisque rectis, quam de obliquis, & Scalenis.

DE AREA FRVSTI PYRAM- midis, & Coni.

Caput III.



a 4. sexti.

b 17. unde.

Area frusti
pyramidis.

Area frusti
coni.

c 14. secūdi

RVSTVM pyramidis, & Coni appello id, quod a'ij pyramidem decurtatam, & Conum decurtatum dicunt. Sit ergo frustum pyramidis ABCDEF, cuius bases ABC, DEF, sint parallelae, & similes, & cuius area inuestiganda sit. Quod duobus modis fieri potest. Primum cogitetur integra pyramis ABCH, cuius altitudinem HG, perpendicularem ad basem (licet pyramis actu non sit integrata) ita inueniemus. 4 Quoniam est, ut ab AB, ad AH, ita DE, ad

DH, & permutando, ut AB, ad DE, ita AH, ad DH; erit quoque diuidendo, (sumpta AS, æquali ipsi DE), ut SB, ad DE, ita AD, ad DH. 6 Quia vero plana parallela ABC, DEF, secant rectas AH, GH, proportionaliter in I, G; erit quoque ut SB, ad DE, ita GI ad IH. Si igitur fiat, ut SB, differentia inter latera homologa AB, DE, basiū ad DE, ita GI, altitudo Frusti pyramidis (quæ cognoscetur per lineam perpendicularem demissam ad basem ex aliquo puncto plani DEF, etiam producti, si opus est.) ad aliud, prodibit recta IH, altitudo nimirum pyramidis DEFH: qua addita ad GI, tota altitudo GH, cognita erit. Quocirca si per caput præcedens inueniatur area tam integre pyramidis ABCH, quam abscissæ pyramidis DEFH, & hæc ab illa dematur, reliquum fiet Frustum ABCDEF.

2 NON aliter frustum Coni ABCD, inuestigabitur, ut patet, si integer Conus intelligatur ABH, &c.

3 ALIO modo idem frustum tam Pyramidis, quam Coni cognoscemus, etiam si neque pyramis, neque conus integretur. 6 Fiant quadrata KLMN, NOPQ, basibus ABC, DEF, notis æqualia, inueniaturque inter quadrata

areæ frusti. quod erat demonstrandum.

5 EADEM ratione frustum Coni ABDC, produceretur ex altitudine GI, in summā ex base AB, & base CD, & superficie media proportionali inter bases collectam: ut constet, si concipiantur quadrata KM, NP, basibus æqualia, & proinde superficies RN, media proportionalis inter bases, &c.

S C H O L I V M.

Soliditas
muri.

1 SI ea, quæ hætenus dicta sunt, rebus materialibus accommodentur, licebit nobis per cap. 1. metiri murum quemcunque uniformis crassitie, tamquam parallelepipedum quoddam, cuius longitudo eadem sit, quæ longitudo muri: latitudo vero eadem quæ muri latitudo: altitudo denique, siue profunditas eadem, quæ altitudo muri.

E A D E M Q V E ratione metiemur frustum alicuius marmoris, vel alterius saxi, tamquam prisma quodpiam, si uniformem habeat crassitiem, lateraque ad bases sint recta.

Soliditas
alicuius fru-
stus marmoris

N O N aliter saccum tritici, tamquam Cylindrum quendam, dimetiemur, plus minus. Nam cum saccus non sit accuratus Cylindrus, vera eius mensura haberi non potest.

Capacitas
sacci tritici.

2 R V R S V S per caput 2. acervum tritici, tamquam conum aliquem, eodem modo, plus minus, metiri licebit. Itaque si cognoscemus, quot grana, vel libræ tritici in cubo, verbi gratia, vnius palmi contineantur, multipliceturque grana, vel libræ vnius cubi in numerum cuborum, qui in toto sacco, vel acervo reperti sunt, produceretur numerus granorum, vel librarum in eodem sacco, vel acervo existentium.

Capacitas
acervi tritici.

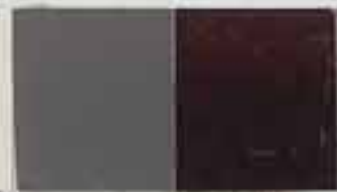
3 SIC etiam, si detur vas aliquod excauatum in modum parallelepipedum, aut Cylindri, sciemus eius capacitatem, si eius parallelepipedum interius aut Cylindrum, non secus, ac si solida figura esset, metiemur: ita ut si cognitum fuerit, quot mensuræ aquæ alterius vel liquoris in cubo, verbi gratia, vnius palmi contineantur, ignorari non possit, quot mensuræ in cubis in toto vase contentis comprehendantur, si nimirum mensuræ vnius cubi ducantur in numerum cuborum, quos in vase comprehendendi inuenimus.

Capacitas
vasis excauati.

Soliditas vasis
excauati

4 D E N I Q V E si desideretur soliditas alicuius vasis, quod tam interius, quam exterius formam habeat parallelepipedum, seu prismatis, Cylindricæ, metienda erit vtrique figura tum interior, tum exterior. Si namque illa ex hac detrahetur, reliqua fiet soliditas vasis excauati.

DE



LIBER QVINTVS. 233
DE AREA QVINQVE COR-
porum regularium.

Caput IIII.



QVINQVE tantum sunt corpora regularia, Tetraedrum, Hexaedrum, Octaedrum, Dodecaedrum, & Icosaedrum, vt in scholio propos. 18. lib. 13. Euclid. demonstrauius: quæ sic ab Euclide lib. 11. definiuntur.

TETRAEDRVM est figura solida sub quatuor triangulis æqualibus, & æquilateris contenta. qualem figuram exprimit pyramis triangularis æquilatera.

HEXAEDRVM est figura solida sub sex quadratis æqualibus contenta. qualem refert cubus, seu parallelepipedum basium quadratarum, in quo omnes tres dimensiones sunt æquales.

OCTAEDRVM est figura solida sub octo triangulis æqualibus, & æquilateris contenta.

DODECAEDRVM est figura solida sub duodecim pentagonis æqualibus, & æquilateris, & æquiangulis contenta.

ICOSAEDRVM est figura solida sub 20. triangulis æqualibus, & æquilateris contenta.

2 CVBI siue Hexaedri aream gigni ex multiplicatione lateris in se, & iterum in productum, cap. 1. Num. 3. docuimus. Item pyramidem, seu Tetraedrum produci ex eius altitudine (quæ mechanice cognoscetur, vt cap. 2. Num. 2. traditum est) in tertiam basis partem: vel ex eius base in tertiam partem altitudinis, declarauimus cap. 2. Num. 1. Quod si Geometricè inuenire lubeat altitudinem Tetraedri, ita faciemus. Quoniam quadratum diametri sphæræ Tetraedrum ambientis est, vt 2. ad 3. a quod diameter sit potentia sesquialtera lateris pyramidis. Si fiat, vt 2. ad 3. ita quadratum lateris Tetraedri ad aliud, prodibit quadratum diametri sphæræ, eiusque quadrati quadrata radix diametrum ipsam exhibebit, b cuius duæ tertiæ partes altitudinem Tetraedri offerent.

3 QVONIAM vero Octaedrum diuiditur in duas pyramides similes, & æquales, quarum basis communis est quadratum à latere descriptum: si vtriusque pyramidis inuestigetur area, ignorari non poterit area Octaedri, cum ex areis illarum pyramidum conflata sit. Producet autem area illarum duarum pyramidum, si quadratum lateris Octaedri ducatur in diametrum Octaedri, & producti numeri tertia pars capiatur, quia productus ille numerus ex quadrato lateris Octaedri in eiusdem diametrum, est parallelepipedum duarum illarum pyramidum triplum: d propterea, quod semissis illius parallelepipedi eandem habens basem, & altitudinem, cum vtralibet pyramidum, tripla est vnius pyramidis. Diameter porro Octaedri, quæ à diametro sphæræ, vel quadrati lateris Octaedri non differt, inuenietur, si ex duplo quadrati lateris radix quadrata eruatur; e quod

Area cubi, et Tetraedri

Altitudo Tetraedri.

a 13. tertij decimi.

b 2. coroll. 13. tertij dec.

c 2. coroll. 14. tertij dec. Area octaedri.

d coroll. 7. duodec.

Diameter octaedri. e schol. 47. primi.

G g

tam

a 14. *tertij-
dec.*

tam quadratum ex diametro quadrati descriptum duplum sit quadrati lateris, & quam quadratum diametri sphaerae quadrati lateris Octaedri. Semissis vero huius diametri, altitudo erit vtriusvis Pyramidis. Quare si hæc altitudo ducatur in tertiam partem quadrati lateris, produceretur area vnius pyramidis, id est, semissis Octaedri; ac proinde duplum huius pyramidis area totius Octaedri indicabit.

Area dode-
caedri.

4 DEINDE quia ductis ex centro Dodecaedri ad omnes eius angulos rectis lineis, Dodecaedrum in 12. pyramides pentagonas æquales diuiditur; si area vnius pyramidis per cap. 2. inuenta multiplicetur per 12. procreabitur area totius Dodecaedri. Vt autem vnius pyramidis area habeatur, necesse est, & aream basis pentagonæ inuestigare ex latere dato, per ea, quæ lib. 4. cap. 5. scripsimus, & pyramidis altitudinem, vt iam docebo. Ex superiori plano producto demittatur ad planum basis oppositæ linea perpendicularis: Huius enim semissis diligenter inquisita in partibus lateris Dodecaedri, per instrumentum partium lib. 1. cap. 1. constructum, dabit pyramidis altitudinem quæsitam, quemadmodum & tota perpendicularis altitudinem Dodecaedri exhibet. Quam tamen Geometrice ita quoque deprehendemus.

b 8. *quinti
dec.*

c 12. *trian.
rectil.*

d 15. *tertij-
dec.*

Perpendicu-
laris e cen-
tro sphaerae ad
basem Dode-
caedri.

e 3. *triang.
rectil.*

Semidiame-
ter circuli
pentagoni
Dodecaedri
circumscri-
bentis.

f 10. *tertij-
dec.*

Area Icosae-
dri.

b Quia cubus in Dodecaedro descriptus eadem sphaera, qua Dodecaedrum, comprehenditur, eiusque latus vnum angulum Pentagoni Dodecaedri subtendit; ideoq; eadem diameter est sphaerae, Dodecaedri, & cubi: c Si recta subtendens angulum pentagoni inuestigetur, habebitur latus cubi. d Et quia diameter sphaerae potentia est triplum lateris cubi, si quadratum lateris cubi inuenti triplicetur, habebitur quadratum diametri sphaerae, vel cubi, cuius radix quadrata ipsam diametrum dabit. Cum ergo diameter Dodecaedri, & altitudo eiusdem centra basium oppositarum coniungens se in centro secant bifariam, venabimur semissem huius altitudinis, nimirum altitudinem pyramidis quæsitam, hac ratione. Concipiatur triangulum rectangulum, cuius basis est semidiameter Dodecaedri nota, cum tota diameter proxime cognita sit, latera vero circa angulum rectum, altitudo pyramidis, & semidiameter circuli basem Dodecaedri circumscribentis. Cum ergo semidiameter hæc cognosci possit, ex ijs, quæ lib. 4. cap. 5. docuimus, e cognoscetur quoque reliquum latus, altitudo videlicet pyramidis, quam quærimus. Porro semidiameter prædicti circuli pentagonum Dodecaedri circumscribentis ita quoque reddetur nota. Quoniam latus pentagoni subtendit in eo circulo grad. 72. & latus Decagoni grad. 36. cognita erunt hæc latera in partibus sinus totius. Si ergo fiat, vt latus pentagoni in partibus sinus totius cognitum ad idem latus notum ex hypothesi, ita latus Decagoni in iisdem partibus sinus totius cognitum ad aliud, prodibit Decagoni latus in mensura lateris pentagoni, cognitum. f Et quia latus pentagoni potest latera decagoni, & Hexagoni eiusdem circuli, si quadratum lateris Decagoni proxime cognitum detrahatur ex quadrato lateris pentagoni, reliquum fiet quadratum lateris Hexagoni, id est, semidiametri, ideoque eius radix quadrata semidiametrum exhibebit notam.

5 POSTREMO quia ductis ex centro Icosaedri ad omnes eius angulos rectis lineis, Icosaedrum in 20. pyramides triangulares æquales diuiditur; si area vnius pyramidis per cap. 2. inuenta multiplicetur per 20. gignetur totius Icosaedri area ex illis 20. pyramidibus conflata. Vt autem vnius pyramidis area obtineatur, inuestiganda primum erit area basis triangularis, ex ijs, quæ lib. 4. cap. 2. Num. 4. & 5. scripsimus. Deinde altitudo pyrami-

pyramidis mechanice, hoc pacto. Ex superiori plano producto, hoc est, ex inferiori superficie alicuius plani, quod corporis supremæ basi imponeretur, ad planum basis oppositæ perpendicularis demittatur. Hæc enim accurate dimensa altitudinem Icosaedri dabit, eiusque semissis altitudinem pyramidis, quæ quæritur. Quam Geometrice ita etiam explorabimus. Fiat pentagonum ex 5. lateribus Icosaedri, inuestigeturque eius semidiameter, & latus Decagoni in circulo illud pentagonum circumscribente, in partibus, in quibus latus Icosaedri datum est, hac scilicet ratione. Concipiatur triangulum rectangulum, cuius basis semidiameter dicti circuli, latera vero semissis lateris pentagoni, hoc est, Icosaedri, & perpendicularis e centro ad punctum medium dicti lateris demissa. Ita namque cognoscetur semidiameter, ex ijs, quæ lib. 4. cap. 5. Num. 2. tradita sunt. Latus vero Decagoni in eodem circulo descripti reperietur, ut paulo ante circa finem Num. 4. dictum est. *a* Et quia diameter sphæræ, siue Icosaedri potentia est quintupla inuentæ semidiametri; si quadratum semidiametri inuentæ quintupletur, procreabitur quadratum diametri Icosaedri, cuius radix quadrata diametrum offeret, ideoque & semidiameter Icosaedri nota erit. Vel aliter. *b* Quoniam diameter sphæræ, id est, Icosaedri, componitur ex latere Hexagoni, & duobus lateribus decagoni in circulo pentagonum ex quinque lateribus Icosaedri compositum circumscribente; erit summa collecta ex semidiametro illius circuli, & duobus lateribus decagoni, diametro Icosaedri æqualis; ideoque rursus semidiameter Icosaedri nota erit.

a1. corol. 16.
tertijdec.

b2. corol. 16.
tertijdec.

HINC patet, Orontium cum illis, qui ipsum sequuntur, decipi, qui putat, ex semisse semidiametri illius circuli, & ex latere decagoni componi semiaxem Icosaedri, hoc est, axem, vel altitudinem pyramidis, cuius basis triangulum Icosaedri, & vertex centrum sphæræ. Nam ut ex ijs constat, quæ proxime scripsimus, eo modo componitur semidiameter sphæræ, vel Icosaedri, quæ maior est prædicto axe. Semidiameter porro circuli prædictum pentagonum circumscribentis reperiri quoque poterit, ut ad finem Num. 4. diximus, si nimirum quadratum lateris decagoni ex quadrato lateris dicti pentagoni, quod à latere Icosaedri non differt, tollatur, & reliqui numeri radix quadrata extrahatur: *c* propterea quod latus pentagoni potest latera decagoni, & hexagoni eiusdem circuli.

Error Orontij.

c 10. tertijdec.

I A M vero cognita semidiametro Icosaedri, inueniemus altitudinem pyramidis, cuius basis est triangulum Icosaedri, & vertex eiusdem centrum, hoc modo. Quoniam diameter Icosaedri, eiusdemque altitudo se in centro secant bifariam, concipiatur triangulum rectangulum, cuius basis est semidiameter Icosaedri proxime cognita, latera vero circa angulum rectum, altitudo pyramidis, & semidiameter circuli basem Icosaedri circumscribentis. Cum ergo hæc semidiameter cognosci possit ex ijs, quæ lib. 4. cap. 5. docuimus, *d* cognoscetur quoque latus reliquum pyramidis, videlicet altitudo, quæ inquiritur. Semidiameter porro circuli basem triangularem Icosaedri circumscribentis efficietur hoc etiam pacto cognita. *e* Quoniam trianguli æquilateri latus potentia triplum est semidiametri illius circuli; si quadratum lateris Icosaedri diuidatur per 3. erit Quotientis radix quadrata, semidiameter quæsitæ.

Perpendicularis e centro sphæræ ad basem Icosaedri.

d 3. triang. rectil.

e 12. tertijdec.

Semidiameter circuli triangulum Icosaedri circumscribentis.

6 EADEM hac arte, quæ in Dodecaedro, & Icosaedro exposita est, areas Tetraedri, cubi, & Octaedri inuestigare licebit, si, lineis ex eorū centris ad om-

G g 2

nes

Areae Tetraedri, cubi, & Octaedri aliter inuentæ.

a 13. tertij-dec.

b 2. corol. 13. tertij-dec.

Perpendicularis è centro sphaeræ ad basem Tetraedri, cubi, & Octaedri.

c 14. tertij-dec.

In quottriangula diuidantur omnes bases cuiusuis corporis regularis ex eorum cætris.

nes angulos ductis, in pyramides æquales distribuuntur. Tetraedrum nimirum in 4. pyramides triangulares; cubus in 6. quadrangulares; & Octaedrum in 8. triangulares. Inuenta namque per cap. 2. in quolibet area vnius pyramidis, si ea in numerum basium corporis regularis ducatur, insurget totius corporis area. Vt autem area vnius pyramidis habeatur, inquirenda prius erit altitudo ipsius, vt ducta in tertiam basis partem pyramidis aream producat. Altitudo ergo hæc in Tetraedro sic reperietur. a Quoniam diameter sphaeræ Tetraedrum ambientis potentia est sesquialtera lateris Tetraedri: si fiat, vt 2. ad 3. ita quadratum lateris Tetraedri dati ad aliud, prodibit quadratum diametri sphaeræ, cuius radix quadrata ipsam diametrum ostendet. b Huius autem diametri sexta pars, altitudo erit pyramidis quæsitæ, recta videlicet perpendicularis è centro sphaeræ in basem Tetraedri demissa.

IN cubo vero dicta altitudo semissi lateris cubi æqualis est, quod perpendicularis è centro sphaeræ in basem cubi demissa æqualis sit semissi lateris cubi, vt liquet.

IN Octaedro denique eadem altitudo sic deprehendetur. c Quoniam diameter sphaeræ est potentia dupla lateris Octaedri: si fiat, vt 1. ad 2. ita quadratum lateris Octaedri dati ad aliud, procreabitur quadratum diametri sphaeræ, vel Octaedri. Huius ergo radix quadrata dabit diametrum, ideoque semidiameter non ignorabitur. Hinc altitudo pyramidis quæsitæ, hoc est, perpendicularis è centro sphaeræ in basem Octaedri demissa, elicietur ea ratione, quam in Icosaedro ad finem Num. 5. explicauimus.

7 NON videtur autem omittenda alia ratio dimetiendi omnia quinque corpora regularia, quæ quidem in lib. 14. Euclid. demonstrata est, & est eiusmodi. Primum quærat superficies conuexa cuiusque corporis, ex eius latere cognito, etiamsi nullius basis area inuestigetur: hoc videlicet pacto. Quoniam quælibet basis cuiusuis corporis diuiditur per rectas ex centro basis ad omnes angulos ductas in tot triangula æqualia, quot anguli, vel latera in base continentur: si ducatur hic numerus triangulorum in numerum basium corpus regulare, quod propositum est, ambientium, habebi-



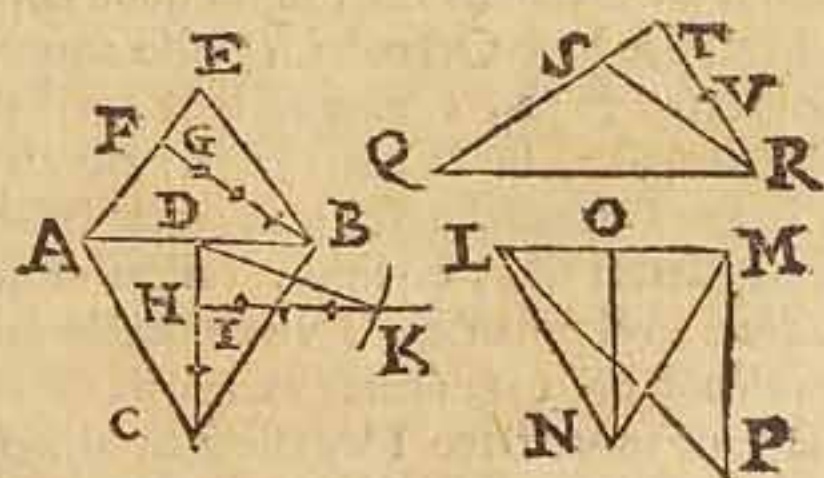
tur numerus omnium huiusmodi triangulorum in tota superficie conuexa contentorum. Vt quia basis quadrata cubi ABCD, diuisa est in quatuor triangula ex centro E, continebuntur 24. eiusmodi triangula in 6. basibus. Item quia basis triangularis Tetraedri, Octaedri, & Icosaedri ABC, ex centro D, distributa est in 3. triangula, existent in 4. basibus Tetraedri 12. eiusmodi triangula, & 24. in 8. basibus Octaedri, & 60. in 20. basibus Icosaedri. Denique quia basis pentagona Dodecaedri ABCDE, resoluta est ex centro F, in 5. triangula, complectentur 12. bases Dodecaedri 60. eiusmodi triangula.

DEIN

DEINDE quia rectangulum contentum sub perpendiculari è centro bas-
 sis in latus demissa, & sub vno latere, æquale est duobus eiusmodi trian-
 gulis, & propterea quod vnus duplū est: erit in cubo rectangulum illud duo-
 decies sumptum toti superficiei cubi æquale: In Tetraedro vero sexies sum-
 ptum totam Tetraedri superficiem conficiet: In Octaedro deinde duode-
 cies acceptum toti superficiei Octaedri adæquabitur: At in Dodecaedro,
 & Icosaedro tricies sumptum superficiei toti tam Dodecaedri, quam Ico-
 saedri æquale erit. Dicta autem perpendicularis EF, in base cubi æqualis
 est semissi lateris cubi AB, *b* Quoniam enim perpendicularis EF, secat la-
 tus AB, bifariam, *c* estque ipsi AF, æqualis, quod anguli FAE, FEA, se-
 mirecti sint; constat EF, semissi lateris cubi esse æqualem. Perpendicu-
 laris autem DE, in base Tetraedri, Octaedri, & Icosaedri, *d* semissis est se-
 midiametri CD. *e* Cum ergo latus AC, sit potentia triplum semidiametri
 CD: Si fiat, vt 3. ad 1. ita quadratum lateris dati AC, ad aliud, prodibit qua-
 dratum semidiametri CD, cuius radix quadrata ipsam CD, indicabit, eius-
 que semissis perpēdicularem DE, exhibebit. Perpendicularis denique FG, in
 base Dodecaedri *f* semissis est summæ ex semidiametro AF, & latere decago-
 ni circuli ABD, collectæ. quod latus decagoni cognoscetur, vt ad finem
 Num. 4. traditum est.

g QVIA vero solidum, quod fit ex perpendiculari è centro cuiuscum-
 que corporis regularis ad aliquam eius basem ducta in tertiam partem su-
 perficiei ipsius corporis, ipsi corpori æquale est; si inuestigetur superficies
 conuexa dati corporis regularis, vt proxime docuimus, atque in tertiam
 eius partem ducatur altitudo vnus pyramidum, in quas corpus ipsum,
 per rectas è centro ipsius ductas diuiditur, (quæ altitudo reperietur, vt su-
 pra tradidimus) hoc est, perpendicularis è centro corporis in eius basem
 demissa, procreabitur area, siue soliditas ipsius corporis. Quæ etiam obtinebi-
 tur, si dicta altitudo ducatur in totam superficiem conuexam, & producti ter-
 tia pars capiatur.

8 ITAQVE vt vides, tota difficultas in corporibus regularibus dime-
 tiendis consistit fermè tota in altitudine pyramidis basem habentis ean-
 dem cum corpore, verticem autem in centro sphæræ, exquirenda: cuius
 quidem inuentio Geometrica per numeros molestissima est, propter radi-



ces furdas, & numeros fractos, quorum numeratores, denominatoresque
 nimis magni sunt, adeo vt operæ pretium videatur esse eandem mechanice
 explorare, vt ad initium Num 2. 4. & 5. diximus, præsertim si exquisita
 diligentia in ea per instrumentum partium dimetienda adhibeatur. Sed
 quia non semper in promptu habemus corpora regularia, vt mechanice

cam.

a 41. primi.
 Superficies
 regularium
 corporū &
 perpendicu-
 lares basium.
 b schol. 26.
 primi.
 c 6. primi.
 d 2. corol. 12.
 terijdec.
 e 12. terij-
 dec.

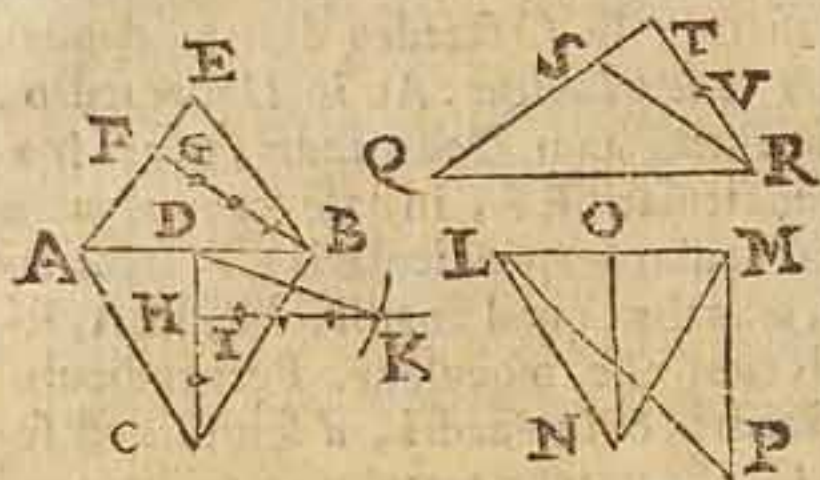
f 1. quarti-
 dec.

g schol. 20.
 terijdec.

Areæ corpo-
 rum regula-
 rium aliter
 inuentæ.

eam altitudinem consequi possimus, libet rationem quandam nouam, eamque facillimam hic præscribere, qua sine molestia illa numerorum, eadem illa altitudo per lineas inueniatur, etiam si corpus regulare non ad-

fit, sed solum eius latus datum sit, ac cognitum. Sit ergo primo datū latus Tetraedri AB , quocunque palmorum, construatque triangulum æquilaterum ABC , pro base Tetraedri: Diuiso autem latere AB , bifariam in D , iungatur recta CD , quæ ad AB , perpendicularis erit. Constructo quoque Iso-



*a schol. 26.
primi.*

Altitudopy-
ramidis Te-
traedri.

*b2. corol. 13.
tertijdec.
c2. corol. 13.
tertijdec.*

*d2. corol. 13.
tertijdec.*

*e schol. 26.
primi.*

Altitudopy-
ramidis O-
ctaedri.

scæ CD , æquale sit, demittatur ad AE , perpendicularis BF , cuius quarta pars sit FG . Dico FG , altitudinem esse vnius pyramidis, hoc est, æqualem esse perpendiculari ex centro sphæræ Tetraedro circumscriptæ ad vnā basem deductæ. Quoniam enim, vt ad finem Euclidis ex Hypsicla demonstra- uimus, E , angulus est inclinationis vnius basis Tetraedri ad alteram, estque EB , perpendiculari CD , æqualis: si triangulum BEF , concipiatur circa EF , moueri, donec rectum sit ad basem Tetraedri, cadet punctum B , in verticem Tetraedri; ac proinde perpendicularis BF , altitudo erit Tetraedri. *b* Et quia altitudo Tetraedri duas partes tertias diametri sphæræ continet: si semidiameter ponatur 6. erit altitudo BF , 4. & semidiameter 3. *c* Cum ergo altitudo vnius pyramidis sit tertia pars semidiametri, erit BG , semidiameter, & GF , altitudo vnius pyramidis. Quam etiam inueniemus, licet Isoceles AEB , non extruatur, hoc modo. Sumpta DH , tertia parte perpendicularis CD , excitetur ad CD , perpendicularis HK , quæ ex D , ad interuallum CD , secetur in K . Dico HI , quartam partem ipsius HK , esse altitudinem vnius pyramidis. Erecto enim triangulo DHK , supra basem Tetraedri ABC , cadet punctum K , in verticem Tetraedri, quod DK , ducta æqualis sit perpendiculari ex medio latere ad angulum basis oppositum ductæ. Ergo vt prius, HK , altitudo erit Tetraedri, & HI , perpendicularis ex centro sphæræ in H , centrum basis cadens. *d* Nam DH , tertia pars perpendicularis CD , in centrum trianguli cadit.

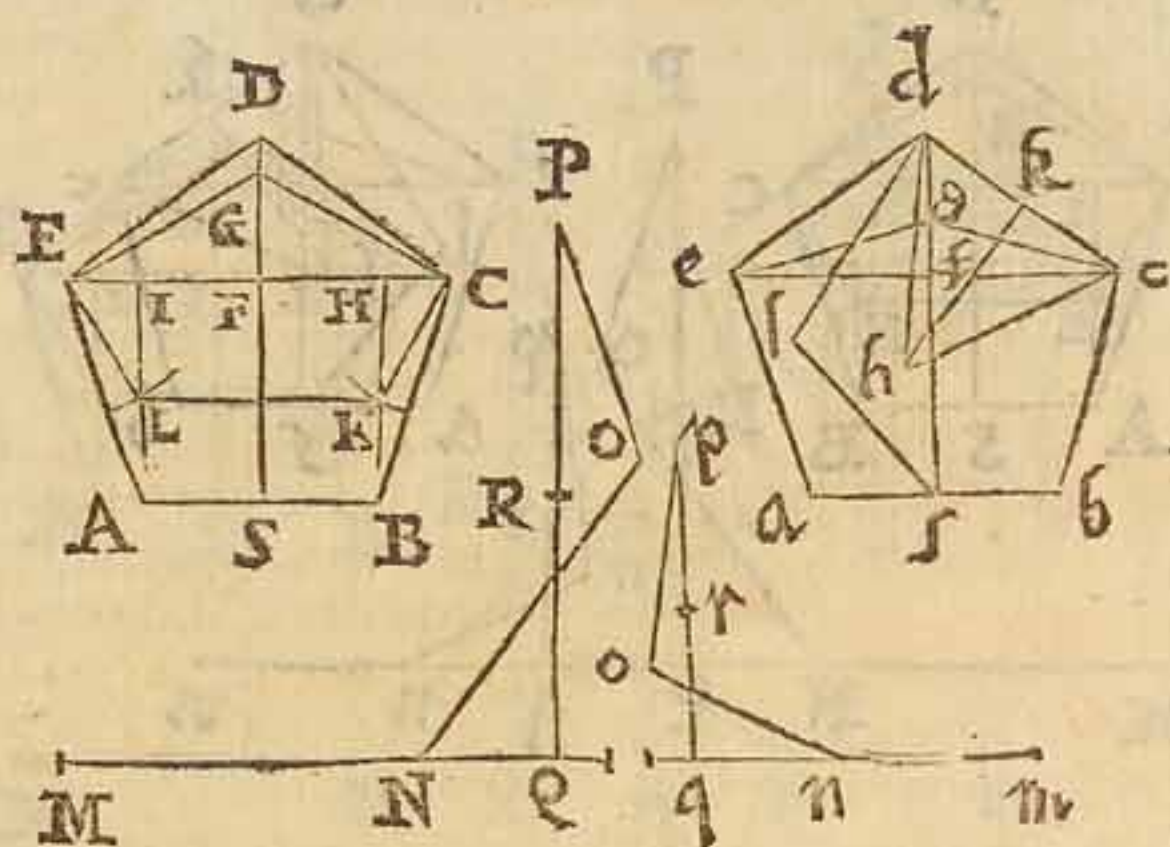
SIT deinde datum latus Octaedri LM , supra quod construat triangulum æquilaterum LMN , pro base Octaedri. Diuiso autem latere LM , bifariam in O , iungatur recta NO , quæ ad LM , erit perpendicularis. Constructo iam Isocele QRS , supra basem QR , æqualem diametro sphæræ, vel quadrati ex latere Octaedri descripti, (quæ habebitur, si educatur perpendicularis MP , lateri LM , equalis. Iuncta enim recta LP , diameter erit illius quadrati, vel sphæræ.) vtrumque laterum QS , RS , æquale habens perpendiculari NO ; ducatur ex R , ad QS , perpendicularis RT , quæ bifariam secetur in V . Dico TV , esse altitudinem pyramidis quæ sita, hoc est, æqualem esse perpendiculari ex centro sphæræ ad vnā basem Octaedri cadenti. Quoniam enim, vt ad finem Euclidis ex Hypsicla demonstrauius, angulus QSR , inclinationem vnius basis ad alteram indicat, estque obtusus, erit perpendicularis RT , cadens ad partes anguli acuti RST , æqualis altitudini Octaedri, id est, perpendiculari basium O-

ctæ-

Octaedri oppositarum centra connectenti, ut ex Octaedro materiali perspicuum est: Ac propterea eius semissis TV, altitudo erit pyramidis quæsitæ, quod altitudo Octaedri bisariam fecetur in centro.

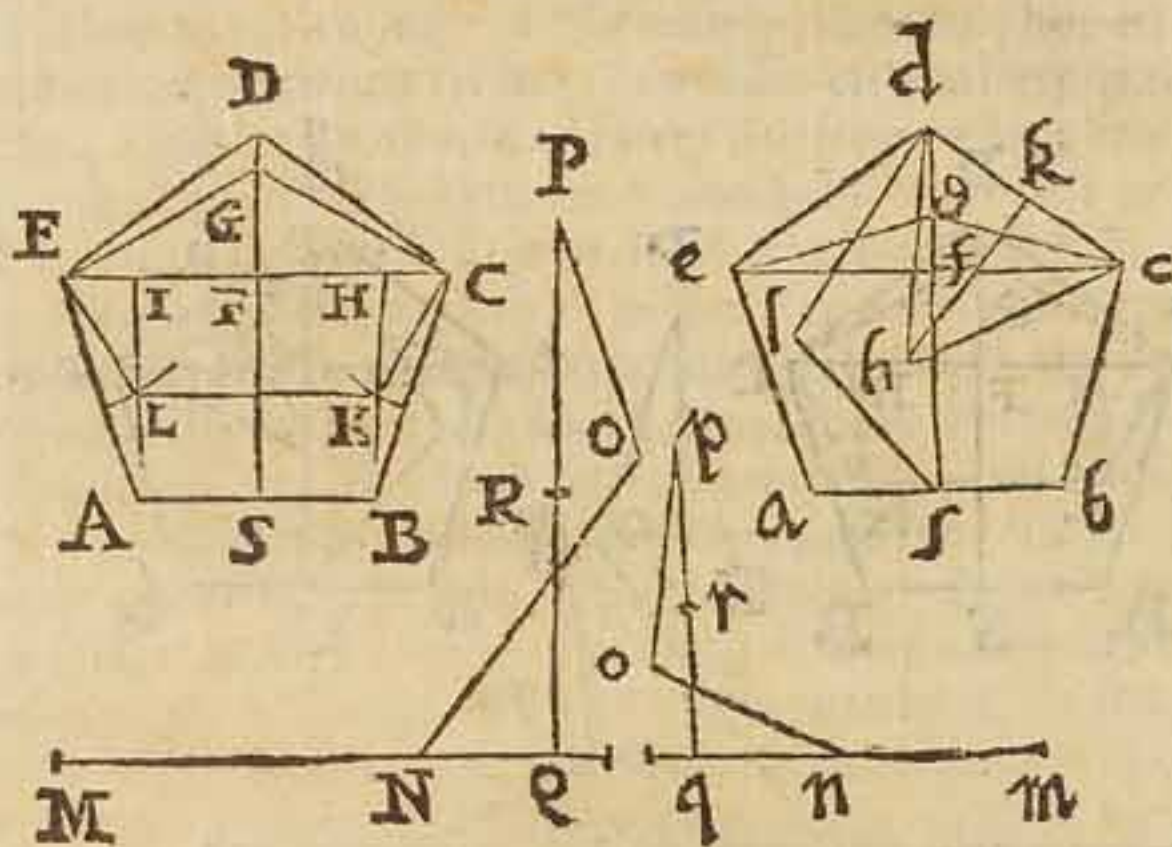
SI detur latus cubi, siue hexaedri, erit eius semiffis altitudo pyramidis Altitudopy
quæ fita: propterea quod cubi altitudo eiusdem lateri fit æqualis. ramidis cu-

DATVM iā sit AB, latus Dodecaedri, supra quod extruatur pentagonum æquilaterum, & æquiangulum A B C D E, pro base Dodecaedri. Iuncta, autem recta CE, *a* quæ latus erit cubi in Dodecaedro, & in eadem cum ipso sphæra descripti, *b* atque lateri AB, parallela: secetur A B, bifariam in S, connectaturque recta S D, *c* quæ angulum CDE, bifariam secabit: *d* ac proinde & rectam CE, bifariam, & ad angulos rectos diuidet: ideoque, & anguli ad S, recti erunt. Fiat supra CE, Isosceles C G E, cuius utrumque laterum CG, EG, perpendiculari SF, sit æquale. Sumptis quoque FH,



FI, semissi lateris AB, æqualibus, erigantur ad EC, perpendiculares HK, IL, quæ ex C, E, ad interuallum FD, secantur in K, I, iungaturque rectæ EL, CK. His paratis, fiat angulo CGE, æqualis angulus MNO, ponaturque NO, ipsi SD, æqualis: Item angulo ELK, fiat æqualis angulus NOP, ponaturq. OP, lateri AB, æqualis: ac tādē demittatur ex P, ad MN, perpendicularis PQ, quæ bifariam secetur in R. Dico RQ, altitudinem esse pyramidis vnius in Dodecaedro. Nam quia, vt ad finem Euclidis ex Hypsicte demonstraui, angulus CGE, inclinationem vnius basis ad alteram metitur, si MN, concipiatur esse perpendicularis, quæ in base infimæ ex angulo pentagoni ad medium punctum lateris oppositi ducitur, respondebit NO, perpendiculari, quæ in pentagono ad illam basem inclinato ex eodem medio puncto ad oppositum angulum ducitur: propterea quod angulum MNO, angulo inclinationis CGE, & rectam NO, perpendiculari SD, æqualem

posuimus. Recta autem OP , referet latus Dodecaedri inter angulum dicti pentagoni inclinati, & angulum supremæ basis positum: propterea quod recta OP , posita est æqualis lateri Dodecaedri, & angulus NOP , angulo ELK , qui quidem æqualis est illi, quem dictum latus efficit cum perpendiculari ex angulo supradicti pentagoni inclinati ad basem in medium punctum lateris oppositi ductæ, ut constat, si vna basis cubi Dodecaedro inscripti intelligatur dicto lateri Dodecaedri substrata, ita ut duo latera basis cubi subtendant duos angulos duorum pentagonorum, quorum vnum ad basem Dodecaedri inclinatum est, alterum vero supremum in Dodecaedro. Erit enim tunc recta CE , æqualis rectæ duo puncta media duorum laterum dictorum basis cubi connectenti. Rectæ autem EL , CK , respondebunt rectis ex eisdem punctis medijs laterum illorum basis cubi, ad angulos prædi-



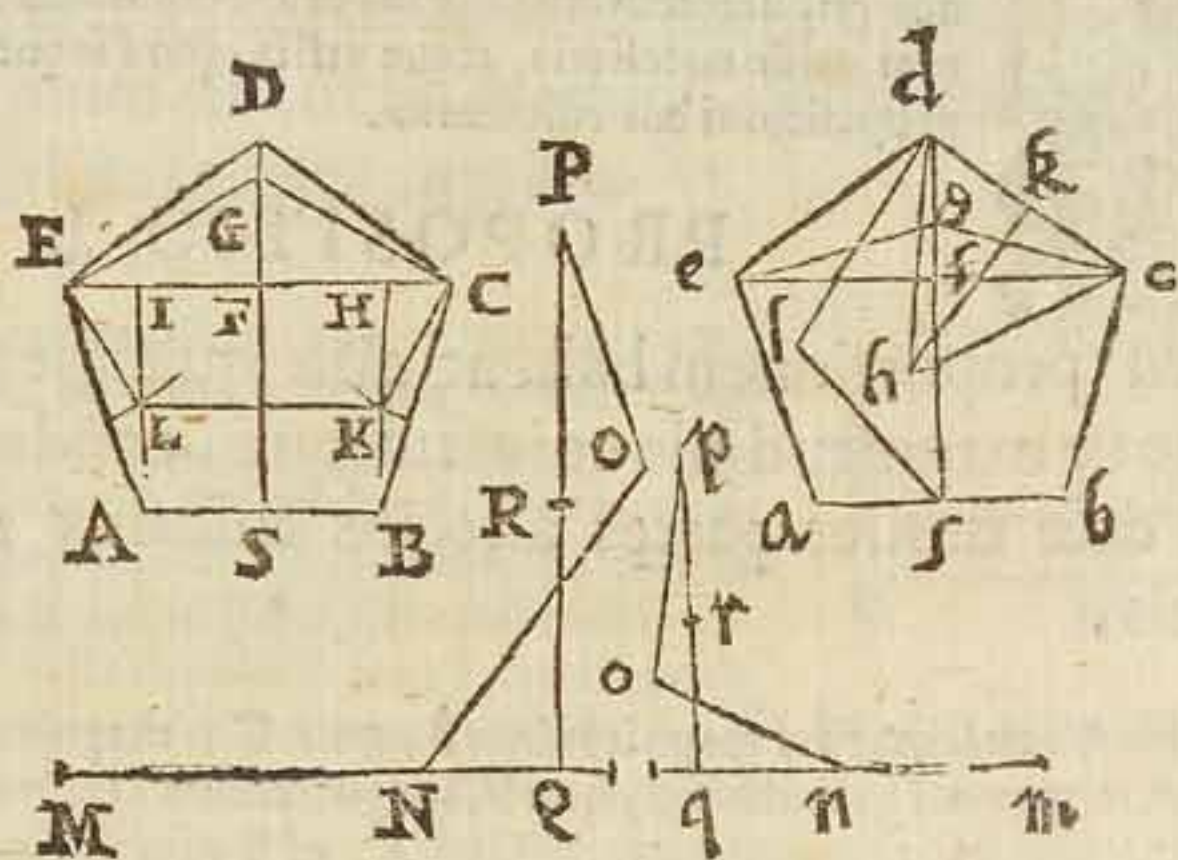
ctorum pentagonorum ductis: Ac proinde angulus ELK , æqualis erit ei, quem perpendicularis in pentagono inclinato cum prædicto latere Dodecaedri efficit. Ex quo fit punctum P , in plano supremæ basis existeret, atque idcirco perpendicularem PQ , ad planum basis per MN , ductum demissam, æqualem esse altitudini Dodecaedri; eiusque semissem RQ , altitudini vnius pyramidis pentagonæ esse æqualem. Quæ omnia facile intelligentur, si Dodecaedrum aliquod materiale adhibeatur.

DENIQUE datum sit Icosaedri latus ab , supra quod extruatur pentagonum æquilaterum, & æquiangulum $abcde$, pro base pyramidis ex quinque basibus Icosaedri conflatae. Iuncta autem recta ce , secetur latus ab , in f , bifariam, & recta ducatur fd , quæ ut in Dodecaedro ostendimus proxime, perpendicularis erit ad utramque ab , ce . Fiat supra latus Icosaedri cd , triangulum æquilaterum cdh , pro base vna Icosaedri; & diuiso latere cd , bifariam in k , iungatur recta hk , a quæ ad cd , erit perpendicularis. Præ-

a schol. 26.
primi.

8. Præterea supra $c e$, fiat Iſoſceles $c g e$, cuius vtrumque laterum $c g$, $e g$, perpendiculari $h k$, ſit æquale. Poſt hæc ſupra $f d$, conſtituatur triangulum $f d l$, cuius latus $f l$, perpendiculari $h k$, & latus $d l$, lateri Icoſaedri $a b$, ſit æquale. Denique angulo $c g e$, fiat æqualis angulus $m n o$, & recta $n o$, perpendiculari $h k$, æqualis: Item angulus $n o p$, angulo $d l s$, rectaque $o p$, lateri Icoſaedri $a b$, æqualis. Dico perpendicularem $p q$, ad $m n$, demiffam, eſſe altitudinem Icoſaedri, eiufque ſemiſſem $r q$, altitudinem vnius pyramidis in Icoſaedro. Quia enim, vt ex Hypſicle ad finem Euclidis demonſtrauiſus, angulus $c g e$, metitur inclinationem vnius basis ad alteram, ſi $m n$, concipiatur eſſe perpendicularis, quæ in baſe infima Icoſaedri ex angulo trianguli ad medium punctum lateris oppoſiti ducitur, reſpondebit $n o$, perpendiculari, quæ in triangulo ad illam baſem inclinato ex eodem medio puncto ad angulum oppoſitum ducitur: propterea quod angulum

Altitudo py-
ramidis Ico-
ſaedri.



$m n o$, angulo inclinationis $c g e$, & rectam $n o$, perpendiculari $h k$, æqualem fecimus: Recta vero $o p$, referet latus Icoſaedri inter angulum dicti trianguli inclinati, & angulum ſupremæ baſis poſitum; propterea quod recta $o p$, poſita eſt æqualis lateri Icoſaedri, & angulus $n o p$, angulo $d l s$: a qui quidem æqualis eſt illi, quem dictum latus efficit cum perpendiculari ex angulo ſupradicti trianguli inclinati ad baſem, in medium punctum lateris oppoſiti ducitur. Eſt enim recta $d s$, æqualis perpendiculari ex angulo pentagoni ad latus oppoſitum ductæ, & latera $s l$, $d l$, æqualia perpendiculari in triangulo inclinato, & lateri Icoſaedri inter angulum ſupremum pentagoni prædicti, & angulum trianguli inclinati. Ex quo ſit, punctum p , in plano ſupremæ baſis exiſtere: ac proinde perpendicularem $p q$, ad planum baſis per $m n$, ductum demiffam, æqualem eſſe altitudini Icoſaedri, eiuf-

a 3. primi.

H h que

que semissem r q , altitudini vnus pyramidis trigoni esse æqualem. Quæ omnia facile percipientur, si adhibeatur materiale aliquod Icosaedrum. Inuenta porrò hoc modo altitudine pyramidis, cognoscenda eadem summa diligentia erit, beneficio instrumenti partium, in partibus lateris corporis regularis propositi.

DE AREA SPHAERAE, INVENTIONE- que superficiei conuexæ eiusdem sphaeræ.

Caput V.

I



V sphaeræ aream, soliditatemue pluribus possimus vijs assequi, demonstranda prius erunt nonnulla ad eam rem valde necessaria, atque vtilia. quod sequentibus 7. propositionibus efficiemus.

PROPOSITIO I.

QUAM proportionem habent duæ quælibet partes aliquotæ magnitudinis cuiuscunque, eandem habent duæ similes partes alterius cuiusvis magnitudinis.

SIT enim A , eadem pars magnitudinis B , quæ C , magnitudinis D : Item E , eadem pars magnitudinis B , quæ F , magnitudinis D . Dico esse, vt

A	E	C	F
B		D	

A , ad E , ita C , ad F . Quoniam enim est, vt A , ad B , ita C , ad D , quod vtrobiue eadem proportio submultiplex posita sit. Item vt B , ad E , ita D , ad F ; quod vtrobiue posita sit eadem proportio multiplex: erit ex æquo,

vt A , ad E , ita C , ad F . quod est propositum.

IDEM sequitur, si A , & C , sint ipsarum B , D , eadem partes plures non facientes vnâ: Item, si E , & F , earundem B , D , sint eadem partes plures non facientes vnâ, vt $\frac{2}{3}$, vel $\frac{3}{4}$, &c. Nam si verbi gratia A , C , sint $\frac{3}{4}$, ipsarum B , D , erit $\frac{1}{4}$. ipsius B , ad B , vt $\frac{1}{4}$. ipsius D , ad D . Igitur erunt quoque, vt $\frac{3}{4}$. ipsius B , hoc est, ipsa A , ad B , ita $\frac{3}{4}$. ipsius D , hoc est, ipsa C , ad D . Rursus si verbi gratia E , F , sint $\frac{2}{3}$, ipsarum B , D , erit, vt B , ad $\frac{1}{3}$. eiusdem B , ita D , ad $\frac{1}{3}$. eiusdem D . Ac proinde vt B , ad $\frac{2}{3}$. id est, ad E , ita D , ad $\frac{2}{3}$. id est, ad F . Quare, vt prius, erit ex æquo, vt A , ad E , ita C , ad F .

a schol. 22.
quinti.

b schol. 22.
quinti.

CORO.

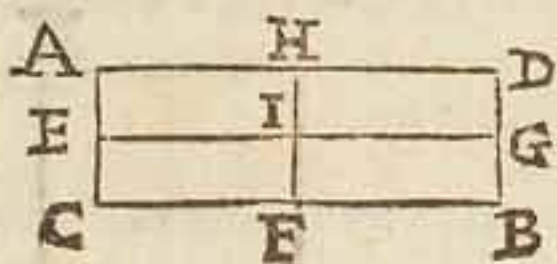
COROLLARIUM.

SEQVITVR hinc, ita esse $\frac{1}{4}$, cuiusvis magnitudinis ad $\frac{1}{3}$, eiusdem, ut est $\frac{1}{2}$, cuiusvis alterius magnitudinis ad $\frac{2}{3}$, eiusdem. Quoniam enim, ut ostendimus, ita est $\frac{1}{4}$, prioris magnitudinis ad $\frac{1}{3}$, eiusdem, ut $\frac{1}{4}$, posterioris ad $\frac{1}{3}$, eiusdem. α Ut autem $\frac{1}{4}$, posterioris ad $\frac{1}{3}$, ita sunt $\frac{2}{4}$ ad $\frac{2}{3}$. a 1. quinti, hoc est, $\frac{1}{2}$, ad $\frac{2}{3}$. Igitur erit ut $\frac{1}{4}$, prioris magnitudinis ad $\frac{1}{3}$, eiusdem, ita $\frac{1}{2}$, posterioris magnitudinis ad $\frac{2}{3}$, eiusdem.

PROPOSITIO II.

RECTANGVLVM sub diametro, & circumferentia maximi circuli in sphæra comprehensum, quadruplum est circuli maximi, & superficiei conuexæ eiusdem sphære æquale.

SIT rectangulum AB, comprehensum sub diametro AC, & circumferentia CB, maximi in sphæra circuli. Dico rectangulum AB, quadruplū esse circuli maximi in sphæra, & superficiei conuexæ eiusdem sphære æquale. Sectis enim omnibus lateribus bifariam in E, F, G, H, iunctisque rectis EG, FH, secantibus se in I, diuisum erit totum rectangulum in quatuor equalia AI, CI, BI, DI, b quod rectæ EG, FH, rectis AD, AC, parallelæ sint. Ac proinde rectangulum AB, rectanguli CI, quadruplum erit. Est autem rectangulum CI, contentum sub CE, semidiametro, & semicircumferentia CF, circulo maximo, cuius nimirum diameter AC, æquale, ut lib. 4. cap. 7. Num. 1. demonstratum est. Igitur rectangulum AB, circuli maximi quadruplum est. Et quia eiusdem circuli maximi quadrupla est superficies conuexa sphære, per propof. 31. lib. 1. Archimedis de sphæra, & Cylindro: æquale erit rectangulum AB, conuexæ superficiei, quod erat demonstrandum.



COROLLARIUM.

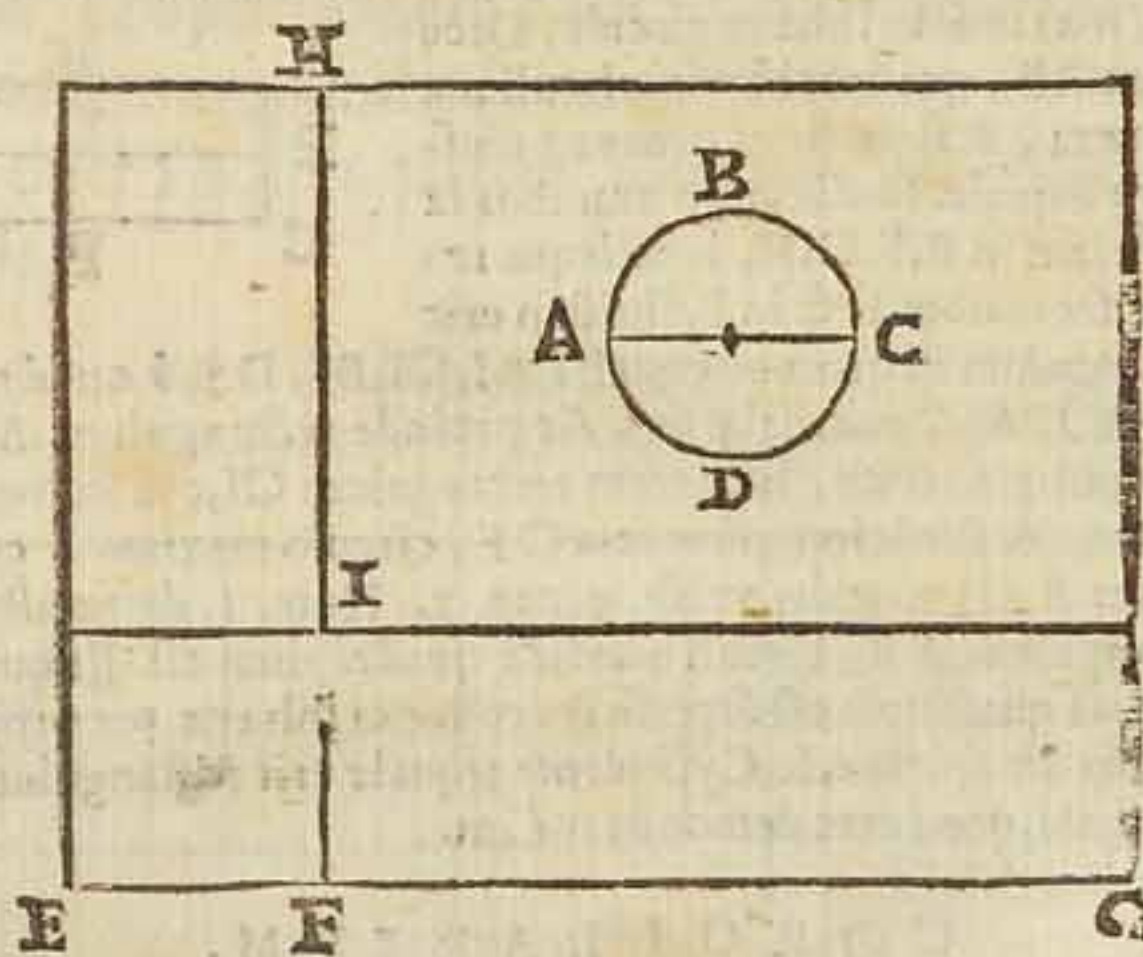
EX demonstratione liquet, rectangulum sub diametro cuiusvis circuli, (etiamsi non sit maximus in sphæra,) & circumferentia eiusdem, quadruplum esse ipsius circuli. Eadem enim semper demonstratio adhibebitur.

Hh 2

PRO-

E A D E M est proportio quadrati circūferentiæ circu-
li maximi in sphæra ad superficiem sphæræ, quæ cir-
cumferentiæ circuli maximi ad diametrum. Item
eadem est proportio quadrati diametri maximi cir-
culi in sphæra ad superficiem sphæræ, quæ diametri
ad circumferentiam eiusdem circuli maximi.

S I T circulus sphæræ maximus ABCD, eiusque diameter AC. Dico ita
esse quadratum ex circumferentia ABCD, descriptum ad superficiem sphæ-
ræ, cuius diameter AC, ut est circumferentia ABCD, ad diametrum AC.
Item ita esse quadratum diametri AC, circuli maximi in sphæra, ad super-
ficiem sphæræ, ut est diameter AC, ad circumferentiam ABCD. Sit enim
EF, diametro AC, & recta FG, circumferentiæ ABCD, æqualis, & su-
per FG, construatur quadratum GH, capiaturque FI, ipsi EF, æqualis; eritque



EI, quadratum diametri EF, vel AC. Perfecta autem figura, ut vides, erit
tam rectangulum GI, sub semidiametro FI, maximi circuli, & circumferen-
tia FG, quam rectangulum EH, sub diametro EF, eiusdem circuli maximi,
& circumferentia FH, æquale, per præcedentē, superficiem conuexæ sphæræ.
Cum ergo sit, ut GH, quadratum ex circumferentia FG, descriptum ad
rectangulum EH, superficiem conuexæ sphæræ æquale, ita GF, circumferentia
ad EF, diametrum circuli maximi, constat primum.

ITEM

¶ 1. sexti.

a ITEM cum sit, vt EI, quadratum diametri EF, maximi circuli, ad IG, rectangulum superficiei conuexæ sphaeræ æquale, ita EF, diameter maximi circuli ad FG, circumferentiam, patet id, quod secundo loco proponitur. *a 1. sexto.*

COROLLARIUM.

HINC manifestum est (id quod lib. 4. cap. 7. Num. 1. etiam demonstramus) circuli aream gignitam ex $\frac{1}{4}$. diametri in totam circumferentiam, quam ex $\frac{1}{4}$. circumferentiæ in totam diametrum. Cum enim circulus ABCD, sit quarta pars rectanguli GI, quod hoc illius quadruplum sit ostensum propof. 2. *b 1. sexto.* Contineatur autem quarta pars rectanguli GI, tam sub $\frac{1}{4}$. diametri FI, & circumferentia FG, quam sub $\frac{1}{4}$. circumferentiæ FG, & diametro FI, liquido constat, quod proponitur.

Area circuli.

PROPOSITIO IIII.

QVADRATVM circumferentiæ circuli maximi in sphaera ad superficiem sphaeræ conuexam, maiorem proportionem habet, quam 223. ad 71. minorem vero, quam 22. ad 7.

CVM enim per præcedentem sit, vt quadratum circumferentiæ maximi circuli ad superficiem conuexam sphaeræ, ita circumferentia eiusdem circuli ad diametrum: *c 2. de Dimension. circuli lib. 4.* sit autem maior proportio circumferentiæ ad diametrum, quam $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$. ad 1. hoc est, quam 223. ad 71. minor vero, quam $3\frac{1}{7}$. ad 1. hoc est, quam 22. ad 7. liquet id, quod propositum est.

PROPOSITIO V.

QVADRATVM diametri circuli in sphaera maximi ad superficiem sphaeræ conuexam, maiorem proportionem habet, quam 7. ad 22. minorem vero, quam 71. ad 223.

CVM enim per propof. 3. sit, vt quadratum diametri ad superficiem sphaeræ, ita diameter ad circumferentiam: *d 26. quinti e 2. de Dimension. circuli lib. 4.* Sit autem maior proportio diametri ad circumferentiam, quam 7. ad 22. (*e* quod minor sit proportio circumferentiæ ad diametrum, quam 22. ad 7.) minor verò, quam 71. ad 223. (*e* quod maior sit proportio circumferentiæ ad diametrum, quam 223. ad 71.) patet verum esse, quod proponitur.

PRO-

PROPOSITIO VI.

PROPORTIO cubi ex circumferentia maximi in
 sphæra circuli descripti, ad sphæram maior est, quã
 298374. ad 5041. minor autem, quam 2904. ad 49.

CVM enim sit per propof. 1. cap. 7. lib. 4. vt circumferentia maximi cir-
 culi in quavis sphæra, ad circumferentiam maximi circuli in quavis alia
 a33. undec. sphæra, ita diameter ad diametrum: a habeat autem cubus circumferen-
 tiæ prioris sphære ad cubum circumferentiæ sphære posterioris, propor-
 b18. duode. tionem triplicatam circumferentiæ ad circumferentiam; b Item sphæ-
 ra prior ad posteriorem sphæram, proportionem triplicatam diametri ad
 diametrum: erit vt cubus ex circumferentia prioris sphære descriptus ad
 cubum ex posterioris sphære circumferentia descriptum, ita sphæra prior
 ad posteriorem sphæram; Et permutando, vt cubus circumferentiæ sphære
 prioris ad priorem sphæram, ita cubus circumferentiæ posterioris sphære
 ad sphæram posteriorem.

IAM vero, si circumferentia circuli maximi alicuius sphære sit 1. diui-
 daturq. per $3\frac{1}{7}$. producet diameter $\frac{7}{2}$. maior quam vera, ex co-
 roll. propof. 2. de dimensione circuli. Si igitur eius semissis $\frac{7}{4}$. in $\frac{1}{2}$.
 semissem circumferentiæ ducatur, procreabitur area circuli maximi
 $\frac{7}{8}$. maior, quam vera: quæ rursus ducta in $\frac{2}{3}$. diametri inuentæ, (quæ
 etiam maior est, quam vera) nimirum in $\frac{1}{6}$. gignet, vt infra in regu-
 la 2. ostendam, soliditatē sphære $\frac{1}{5} \frac{0}{9} \frac{4}{6} \frac{1}{3} \frac{1}{7} \frac{4}{4}$. hoc est $\frac{5}{2} \frac{0}{9} \frac{4}{6} \frac{1}{3} \frac{1}{7} \frac{4}{4}$.
 c8. quinti. maiorem tamen, quam veram. c Maior ergo erit proportio cubi ex circum-
 ferentia 1. descripti, qui cubus est 1. ad sphæram, quam ad $\frac{5}{2} \frac{0}{9} \frac{4}{6} \frac{1}{3} \frac{1}{7} \frac{4}{4}$.
 Cum ergo sit 1. ad $\frac{5}{2} \frac{0}{9} \frac{4}{6} \frac{1}{3} \frac{1}{7} \frac{4}{4}$. vt 298374. ad 5041. (Quoniam enim
 ex propositione 2. Minutiarum ad finem lib. 9. Euclid. eadem est proportio
 Numeratoris 5041. ad denominatorē 298374. quæ minutiarum $\frac{5}{2} \frac{0}{9} \frac{4}{6} \frac{1}{3} \frac{1}{7} \frac{4}{4}$
 ad suum integrum 1. erit conuertendo, vt 298374. ad 5041. ita 1. ad
 $\frac{5}{2} \frac{0}{9} \frac{4}{6} \frac{1}{3} \frac{1}{7} \frac{4}{4}$.) maior erit proportio cubi ex circumferentia 1. descripti,
 qui cubus est 1. ad sphæram, quam 298374. ad 5041. Cum igitur ita se ha-
 beat cubus ex circumferentia maximi circuli in sphæra qualibet descriptus
 ad sphæram, vt cubus circumferentiæ 1. ad suam sphæram, vt initio huius
 propof. ostendimus; Constat id, quod primo loco proponitur.

R V R S V S si circumferentia 1. diuidatur per $3\frac{1}{7}$. producet diameter
 $\frac{7}{2}$. minor quam vera, ex coroll. propof. 2. de dimensione circuli. Si igitur
 eius semissis $\frac{7}{4}$. ducatur in $\frac{1}{2}$. semissem circumferentiæ, procreabitur area
 circuli maximi $\frac{7}{8}$. minor, quam vera: quæ rursus ducta in $\frac{2}{3}$. diametri in-
 uentæ (quæ etiam minor est, quam vera) nimirum in $\frac{1}{6}$. hoc est in $\frac{1}{3} \frac{7}{3}$.
 producet, vt infra in regula 2. docebo, soliditatem sphære $\frac{4}{2} \frac{9}{9} \frac{0}{0} \frac{4}{4}$. mino-
 rem tamē, quam veram. d Minor ergo erit proportio cubi ex circumferentia
 1. descripti, qui cubus est 1. ad sphæram, quam ad $\frac{4}{2} \frac{9}{9} \frac{0}{0} \frac{4}{4}$. Cum ergo sit 1.
 ad $\frac{4}{2} \frac{9}{9} \frac{0}{0} \frac{4}{4}$. vt 2904. ad 49. (Quoniam enim ex propof. 2. Minutiarum ad
 finem lib. 9. Eucl. eadem proportio est Numeratoris 49. ad denominatorem
 2904.

2904. quæ minutia $\frac{4}{2} \frac{9}{9} \frac{0}{0} \frac{4}{4}$. ad suum integrum 1. erit conuertendo, vt 2904. ad 49. ita 1. ad $\frac{4}{2} \frac{9}{9} \frac{0}{0} \frac{4}{4}$.) minor erit proportio cubi descripti ex circumferentia 1. qui cubus est 1. ad sphaeram, quam 2904. ad 49. Cum igitur ita se habeat cubus ex circumferentia maximi circuli sphaerae cuiuslibet descriptus, ad sphaeram, vt cubus circumferentiae 1. ad suam sphaeram, vt initio huius propositionis demonstrauimus, patet etiam id, quod secundo loco propositum erat.

PROPOSITIO VII.

C V B V S diametri sphaerae ad sphaeram, maiorem proportionem habet, quam 21. ad 11. minorem vero, quam 426. ad 223.

C V M enim sit, vt cubus diametri cuiuslibet sphaerae ad cubum diametri alterius sphaerae, ita sphaera ad sphaeram; quod vtraque proportio sit triplata proportionis diametrorum: erit permutando, vt cubus diametri cuiuslibet sphaerae ad ipsam sphaeram, ita cubus diametri alterius sphaerae ad ipsam sphaeram.

Q V O D si diameter alicuius sphaerae ponatur 1. multipliceturque per $3 \frac{1}{7}$. b proueniet circuli maximi circumferentia $\frac{2}{7} \frac{2}{7}$. maior quam vera. Eius ergo semissis $\frac{1}{7} \frac{1}{7}$. in $\frac{1}{2}$. semissem diametri ducta efficiet $\frac{1}{14} \frac{1}{14}$. aream ipsius maximi circuli vera maiorem: ac proinde si hæc area maior, quam vera, ducatur in $\frac{2}{3}$. diametri, gignetur, vt infra in regula 2. dicitur, soliditas sphaerae $\frac{2}{4} \frac{2}{2}$. hoc est, $\frac{1}{2} \frac{1}{1}$. maior quam vera. c Igitur cubus diametri 1. qui est 1. ad sphaeram, proportionem habebit maiorem, quam ad $\frac{1}{2} \frac{1}{1}$. Cum ergo sit 1. ad $\frac{1}{2} \frac{1}{1}$. vt 21. ad 11. (Quia enim ex propof. 2. Minutiarum ad finem lib. 9. Eucl. eadem est proportio Numeratoris 21. ad Denominatorem 11. quæ Minutiae $\frac{1}{2} \frac{1}{1}$. ad suum integrum 1. erit conuertendo vt 21. ad 11. ita 1. ad $\frac{1}{2} \frac{1}{1}$.) maior erit proportio cubi 1. ex diametro 1. descripti ad sphaeram, quam 21. ad 11. Et quia, vt initio huius propositionis ostendimus, ita est cubus diametri cuiusuis alterius sphaerae ad ipsam sphaeram, vt cubus diametri 1. ad suam sphaeram, verum est, quod primo loco est propositum.

d I T E M si diameter 1. ducatur in $3 \frac{1}{7} \frac{0}{1}$. producet circumferentia maximi circuli $\frac{2}{7} \frac{2}{7} \frac{3}{1}$. minor quam vera. Eius ergo semissis $\frac{2}{14} \frac{2}{14} \frac{3}{2}$. ducta in $\frac{1}{2}$. semissem diametri 1. faciet $\frac{2}{28} \frac{2}{28} \frac{3}{4}$. aream circuli maximi vera minorem; ideoque si ea ducatur in $\frac{2}{3}$. diametri 1. procreabitur, vt infra in regula 2. dicitur, soliditas sphaerae $\frac{4}{8} \frac{4}{5} \frac{6}{2}$. hoc est, $\frac{2}{4} \frac{2}{2} \frac{3}{6}$. minor, quam vera. e Igitur cubus 1. diametri 1. ad sphaeram habebit proportionem minorem, quam ad $\frac{2}{4} \frac{2}{2} \frac{3}{6}$. Cum ergo sit 1. ad $\frac{2}{4} \frac{2}{2} \frac{3}{6}$. vt 426. ad 223. (Quia enim ex propof. 2. Minutiarum ad finem lib. 9. Euclid. eadem proportio est Numeratoris 223. ad denominatorem 426. quæ Minutiae $\frac{2}{4} \frac{2}{2} \frac{3}{6}$. ad suum integrum 1. erit conuertendo, vt 426. ad 223. ita 1. ad $\frac{2}{4} \frac{2}{2} \frac{3}{6}$.) minor erit proportio cubi diametri 1. ad suam sphaeram, quam 426. ad 223. Quoniam vero

a 33. undec.
c 18. duodec.

b corol. 2. de
Dimens. circuli.

c 8. quinti.

d corol. 2. de
Dimens. circuli.

e 8. quinti.

vero, ut ad initium huius propositionis ostendimus, ita est cubus diametri cuiuslibet sphaerae alterius ad ipsam sphaeram, ut cubus diametri 1. ad suam sphaeram, liquet etiam id, quod secundo loco propositum est.

2. HIS praemissis, sequuntur regulae ad inuestigandam tam superficiem conuexam cuiuslibet sphaerae, quam eiusdem soliditatem.

I.

SUPERFICIEM conuexam propositae sphaerae adinuenire.

Superficies
conuexa
sphaerae.

AREA maximi circuli datae sphaerae quadruplicetur. Productus enim numerus conuexam sphaerae superficiem exhibebit: propterea quod per prop. 31. lib. 1. Archimedis de sphaera, & Cylindro, superficies sphaerae quadrupla est circuli maximi.

EADEM superficies procreabitur, si diameter sphaerae in circumferentiam circuli maximi ducatur: propterea quod per prop. 2. Num. 2. huius cap. rectangulum sub diametro, & circumferentia maximi circuli comprehensum superficiei conuexae sphaerae est aequale.

II.

SOLIDITATEM propositae sphaerae exquirere.

Soliditas
sphaerae.

1. SPHAERAE soliditas producitur ex eius semidiametro in tertiam partem superficiei conuexae. Vel ex $\frac{1}{4}$. totius diametri in $\frac{2}{3}$. conuexae superficiei.

2. ITEM ex duabus tertijs partibus diametri in aream circuli maximi.

3. VEL ex duabus tertijs partibus area circuli maximi in totam diametrum.

4. VEL ex semidiametro in quatuor tertias partes area circuli maximi.

5. VEL ex semisse area circuli maximi in quatuor tertias partes diametri.

6. VEL ex dupla diametro in tertiam partem area circuli maximi.

7. VEL ex diametro in sextam partem superficiei sphaerae.

8. VEL donique ex tertia parte diametri in semissem superficiei conuexae sphaerae.

Demonstra
tio primae
partis.

PRIMUM demonstratum a nobis est in commentarijs in sphaeram, quam demonstrationem reperemus lib. 7. de Isoperimetris. Idem tamen aliter hac ratione demonstrabimus. Concipiatur conus, cuius basis maximus circulus sphaerae, & altitudo semidiameter eiusdem. Item alius conus, cuius basis quadrupla sit maximi circuli, & altitudo semidiameter eadem.

Et

Et quia prioris coni tam sphaera, per propos. 32. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro, quadrupla est, *a* quam posterior conus: *b* erunt posterior conus, & sphaera inter se aequales.

a 11. duode.

b 9. quinti.

RVRVS S quia circulus, cuius semidiameter aequalis est toti diametro sphaerae, quadruplus est circuli maximi. *b* (cum enim sit circulus ad circum, ut quadratum diametri ad quadratum diametri: quadratum autem prioris diametri quadruplum sit quadrati diametri posterioris, ex scholio propos. 4. lib. 2. Eucl. quod illa diameter sit huius dupla; quandoquidem semissis prioris diametri sumpta est posteriori diametro aequalis; erit quoque circulus circuli quadruplus.) erit idem circulus, cuius semidiameter diametro sphaerae aequalis est, aequalis basi posterioris coni, cum huius basis quadrupla etiam posita sit maximi circuli. Quia vero etiam superficies sphaerae quadrupla est circuli maximi, ex propos. 31. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro: *c* Erunt superficies sphaerae, basi posterioris coni, & circulus semidiametrum habens aequalem diametro sphaerae, inter se aequales.

b 2. duodec.

c 9. quinti.

POSTREMO concipiatur cylindrus, cuius basis sit praedictus circulus semidiametrum diametro sphaerae habens aequalem, altitudo vero semidiameter sphaerae. *d* Erit hic cylindrus triplus posterioris coni praedicti: ac proinde & sphaerae, quae ei cono est ostensa aequalis. *e* Idem autem cylindrus triplus quoque est cylindri, qui eandem habeat altitudinem, & basem tertiae parti illius cylindri, hoc est, tertiae parti superficiei sphaerae, aequalem. *f* Ergo posterior cylindrus, (basem habens tertiae parti superficiei sphaerae aequalem, altitudinem vero semidiametro eiusdem sphaerae aequalem.) & sphaera aequales sunt. Cum ergo cylindrus hic posterior contineatur sub semidiametro sphaerae, & tertia parte superficiei sphaerae: liquido constat, sphaerae soliditatem gigni, ex semidiametro in partem tertiam superficiei sphaerae. Vel ex $\frac{1}{4}$. totius diametri in $\frac{2}{3}$. superficiei sphaerae: cum hic numerus illi sit aequalis, quod est primum.

d 10. duodec.

e 11. duodec.

f 9. quinti.

CONCIPIA TVR rursus cylindrus, cuius basis maximus circulus sphaerae, & altitudo diameter sphaerae. Erit hic cylindrus sesquialter sphaerae, ex coroll. propos. 32. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro. Quod si ex parte superiori per tertiam partem diametri sphaerae, vel axis cylindri, ducatur basis cylindri planum parallelum: *g* erit totus cylindrus ad cylindrum abscissum, cuius axis duae tertiae partes sunt totius axis, sesquialter; *h* Ac proinde posterior hic cylindrus abscissus, qui quidem continetur sub maximo circulo, nempe sub sua basi, & duabus tertijs partibus diametri sphaerae, sphaerae aequalis erit. Patet igitur etiam secundum.

Demonstratio secundae partis.

g 13. duodec.

h 9. quinti.

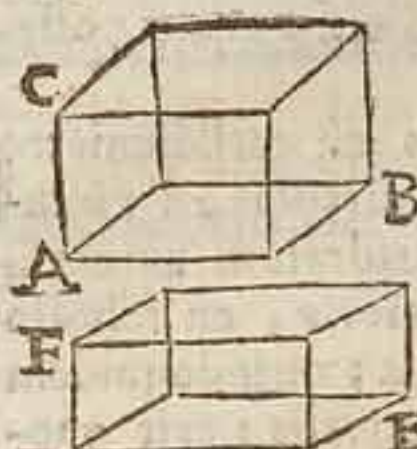
A L I T E R.

SIT parallelepipedum ABC, comprehensum sub AC, duabus tertijs partibus diametri sphaerae, & sub basi AB, quae circulo maximo eiusdem sphaerae sit aequalis. Dico parallelepipedum ABC, sphaerae aequale esse. Sit enim aliud parallelepipedum DEF, contentum sub DF, semidiametro sphaerae, & sub base DE, quae tertiae parti superficiei sphaerae sit aequalis, quod ut in prima parte huius 2. regulae demonstrauimus, aequale erit sphaerae propositae. Quia ergo basis AB, circulo maximo sphaerae aequalis, est $\frac{1}{4}$. superficiei sphaerae; erit ex coroll. propos. 1. huius cap. ut AB, hoc est, ut $\frac{1}{4}$. superficiei sphaerae ad DE, id est, ad $\frac{1}{2}$. eiusdem superficiei, ita DF, hoc est,

I i

ita.

e34. vnda.



b 19. sept.

ita $\frac{1}{2}$. diametri sphæræ, ad A C, id est, ad $\frac{2}{3}$. eiusdem diametri. Ac proinde cum bases AB, DE, cum altitudinibus D F, A C, reciprocentur, a parallelepipedæ, ABC, DEF, æqualia inter se erunt. Cum ergo DEF, sphæræ æquale sit, ut dictum est, erit quoque ABC, eisdem sphæræ æquale, quod est propositum.

A L I T E R.

Quoniam ex coroll. propof. 1. huius cap. est, ut $\frac{1}{4}$. superficiæ sphæræ ad $\frac{1}{3}$. eiusdem superficiæ, ita $\frac{1}{2}$. diametri ad $\frac{2}{3}$. eiusdem diametri: b idem numerus efficietur ex primo numero, nimirum ex $\frac{1}{4}$. superficiæ, id est, ex circulo maximo sphæræ, in quartum, nimirum in $\frac{2}{3}$. diametri, qui ex secundo, id est, ex $\frac{1}{3}$. superficiæ, in tertium, hoc est, in $\frac{1}{2}$. diametri. Sed ex $\frac{1}{3}$. superficiæ in $\frac{1}{2}$. diametri soliditas sphæræ procreatur, ut in prima parte huius 2. regulæ ostensum est. Igitur eadem soliditas ex circulo maximo in $\frac{2}{3}$. diametri gignetur, quod est propositum.

Demonstra
tio tertie
partis.c 1. duode.
d 9. quinti.

RVRSVS quia cylindrus, cuius basis circulus maximus sphæræ, & altitudo diameter eiusdem, sesquialter est ipsius sphæræ, ex coroll. propof. 32. lib. 1. Archimedis de sphæra, & cylindro: c Idemque cylindrus sesquialter etiam est cylindri, cuius basis æqualis sit duabus tertijs partibus circuli maximi, & altitudo eadem diameter; d erunt posterior hic cylindrus, & sphæra æquales: hoc est, sphæra producet ex $\frac{2}{3}$. areæ maximi circuli in diametrum sphæræ, quod est tertium.

Demonstra
tio quartæ
partis.

e34. vnder.

CONCIPIANTVR quoque duo parallelepipedæ, quorum vnus basis sit $\frac{2}{3}$. areæ maximi circuli in sphæra æqualis, & altitudo tota diametro: alterius vero basis æqualis sit $\frac{4}{3}$. areæ circuli maximi, & altitudo semidiametro. Et quia horum parallelepipedorum bases cum altitudinibus reciprocantur: quod tam prioris basis subdupla sit basis posterioris, quam altitudo posterioris altitudinis prioris: e erunt ipsa parallelepipedæ æqualia. Sed prius, per tertiam partem huius 2. regulæ, æquale est soliditati sphæræ. Igitur & posterius. Ideoque sphæra producet ex semidiametro in $\frac{4}{3}$. areæ circuli maximi, quod quarto loco proponitur.

Demonstra
tio quintæ
partis.

f34. vnder.

PRAETEREA concipiantur duo parallelepipedæ, quorum vnus basis æqualis sit areæ circuli in sphæra maximi, & altitudo æqualis $\frac{2}{3}$. diametri: alterius vero basis æqualis sit $\frac{1}{2}$. areæ circuli maximi, & altitudo $\frac{4}{3}$. diametri. Et quia horum parallelepipedorum bases reciprocantur cum altitudinibus; quod tam basis in priori dupla sit basis in posteriori, quam altitudo in posteriori altitudinis in priori: f æqualia erunt ipsa parallelepipedæ: Sed prius est, per 2. partem huius 2. regulæ, æquale sphæræ. Igitur, & posterius: atque idcirco sphæra gignetur ex $\frac{1}{2}$. areæ circuli maximi in $\frac{4}{3}$. diametri, quod est quintum.

Demonstra
tio sextæ
partis.

g34. vnder.

ITEM intelligantur duo parallelepipedæ, quorum vnus basis æqualis sit $\frac{2}{3}$. areæ circuli maximi in sphæra, & altitudo diametro: alterius vero basis æqualis sit $\frac{1}{3}$. areæ maximi circuli, & altitudo duplæ diametro. Et quia horum parallelepipedorum bases cum altitudinibus reciprocantur: quod tam basis in priori sit dupla basis in posteriori, quam altitudo in posteriori altitudinis in priori: g erunt ipsa parallelepipedæ æqualia: Sed prius per 3. partem huius 2. regulæ, æquale est ipsi sphæræ. Igitur & posterius: Ac

Ac proinde sphaera ex dupla diametro in $\frac{1}{3}$. areæ circuli maximi procreabitur. quod sexto loco est propositum.

INTELLIGANTVR quoque duo parallelepipeda, quorum vnus basis contineat $\frac{1}{3}$. superficiei sphaeræ, & altitudo $\frac{1}{2}$. diametri: alterius vero basis comprehendat $\frac{1}{6}$. superficiei, & altitudo æqualis sit diametro. Et quoniam bases cum altitudinibus sunt reciproæ, quod ita sit $\frac{1}{3}$. superficiei, basis videlicet prioris parallelepipedi, ad $\frac{1}{6}$. superficiei, id est, ad basem posterioris, vt altitudo posterioris, nempe diameter, ad prioris altitudinem, nimirum ad $\frac{1}{2}$. diametri, cum vtraque proportio sit dupla: a ipsa parallelepipeda æqualia erunt: Sed prius ipsi sphaeræ, per 1. partem huius 2. regulæ æquale est. Igitur, & posterius: hoc est, sphaeræ soliditas producet ex diametro in sextam partem superficiei, quod est septimum.

Demonstratio septimæ partis.

234. undec.

DENIQUE concipiantur duo parallelepipeda, quorum vnus basis sit $\frac{1}{3}$. superficiei sphaeræ, & altitudo semidiameter: alterius autem basis sit $\frac{1}{2}$. superficiei, & altitudo $\frac{1}{3}$. diametri. Quia vero bases, & altitudines reciprocantur, quod ita sit $\frac{1}{3}$. superficiei ad $\frac{1}{2}$. superficiei, nimirum basis prioris parallelepipedi ad basem posterioris, vt $\frac{1}{3}$. diametri ad $\frac{1}{2}$. diametri, altitudo videlicet posterioris parallelepipedi ad altitudinem prioris; b æqualia erunt ipsa parallelepipeda. Cum ergo, per 1. partem huius 2. regulæ, prius sit sphaeræ æquale, eidem quoque posterius æquale erit: Ac propterea sphaeræ soliditas producet ex tertia parte diametri in semissem conuexæ superficiei, quod est octauum.

Demonstratio octauæ partis.

b 34. undec.

3 IAM vero ex propof. 4. & 5. huius cap. Num. 1. colligantur quatuor sequentes regulæ, per quas superficies sphaeræ conuexa inuenitur tum maior quam vera, tum minor, tam ex circumferentia, quam ex diametro circuli maximi.

I.

EX circumferentia circuli in sphaera maximi superficiem conuexam sphaeræ procreare vera maiorem.

FIAT vt 223. ad 71. ita quadratum ex circumferentia maximi circuli data descriptum ad aliud, prodibitque sphaeræ superficies maior quam vera. Cum enim per propof. 4. huius cap. Num. 1. maior sit proportio quadrati circumferentiæ circuli maximi ad superficiem sphaeræ, quam 223. ad 71. sit autem quadratum datæ circumferentiæ ad numerum procreatum, vt 223. ad 71. habebit quoque quadratum circumferentiæ datæ ad superficiem sphaeræ veram, maiorem proportionem, quam idem quadratum ad numerum productum; c ideoque productus numerus maior erit superficie vera.

Superficies sphaeræ maior, quam vera.

c 10. quinti

II 2

II.

I I.

EX circumferentia circuli in sphaera maximi superficiem sphaerae conuexam vera minorem eruere.

Superficies
sphaerae mi-
nor, quam
vera.

a 10. quinti

FIAT vt 22. ad 7. ita quadratum ex circumferentia maximi circuli data descriptum ad aliud. Numerus enim genitus minor erit vera superficie sphaerae. Cum enim per propof. 4. huius cap. Num. 1. minor sit proportio quadrati circumferentiae circuli maximi ad superficiem sphaerae, quam 22. ad 7. Sit autem quadratum datae circumferentiae ad numerum genitum, vt 22. ad 7. habebit quoque quadratum datae circumferentiae ad superficiem veram sphaerae, minorem proportionem, quam idem quadratum ad numerum productum. *a* Quam ob rem numerus productus vera superficie sphaerae minor erit.

I I I.

EX diametro circuli in sphaera maximi superficiem sphaerae vera maiorem elicere.

Superficies
sphaerae ma-
ior, quam
vera.

b 10. quinti

FIAT vt 7. ad 22. ita quadratum diametri datae circuli maximi ad aliud, gigneturque superficies sphaerae maior, quam vera. Nam cum, per propof. 5. huius cap. Num. 1. maior sit proportio quadrati diametri circuli maximi ad superficiem sphaerae veram, quam 7. ad 22. Sit autem quadratum diametri datae ad productum numerum, vt 7. ad 22. habebit quoque quadratum datae diametri ad superficiem veram sphaerae, maiorem proportionem, quam idem quadratum ad productum numerum. *b* Quocirca procreatus numerus maior erit, quam vera superficies sphaerae.

I I I I.

EX diametro circuli in sphaera maximi superficiem sphaerae vera minorem colligere.

Superficies
sphaerae mi-
nor, quam
vera.

c 10. quinti

FIAT vt 71. ad 223. ita quadratum datae diametri circuli maximi ad aliud. Numerus namque genitus superficiem sphaerae vera minorem exhibebit. Quoniam enim per propof. 5. huius cap. Num. 1. minor est proportio quadrati diametri ad superficiem sphaerae, quam 71. ad 223. Est autem quadratum datae diametri ad productum numerum, vt 71. ad 223. Erit quoque minor proportio quadrati datae diametri ad veram superficiem sphaerae quam eiusdem quadrati ad numerum productum. *c* Quapropter minor erit produ-

productus numerus, quam vera superficies sphæræ.

4 PARI ratione ex propof. 6. & 7. huius c. Num. 1. eliciuntur quatuor aliquæ regulæ, per quas tam ex circumferentia, quam ex diametro maximi circuli in sphæra, eruitur soliditas sphæræ tum maior, quam vera, tum minor.

I.

EX circumferentia circuli maximi in sphæra soliditatem sphæræ producere vera maiorem.

FIAT vt 298374. ad 5041. ita cubus ex data circumferentia maximi circuli descriptus ad aliud. Numerus enim genitus dabit sphæræ soliditatem vera maiorem. Nam cum, per propof. 6. huius cap. Num. 1. maior sit proportio cubi datæ circumferentiæ ad sphæram, quam 298374. ad 5041. Sit autem cubus datæ circumferentiæ ad numerum procreatum, vt 298374. ad 5041. habebit quoque cubus datæ circumferentiæ ad sphæræ soliditatem veram, maiorem proportionem, quam idem cubus ad productum numerum: Ideoque productus numerus maior erit, quam vera soliditas sphæræ.

Soliditas
sphæræ ma-
ior, quam
vera.

a 10. quinti

II.

EX circumferentia circuli maximi in sphæra soliditatem sphæræ vera minorem procreare.

FIAT, vt 2904. ad 49. ita cubus datæ circumferentiæ ad aliud. Nam productus numerus offeret sphæræ soliditatem vera minorem. Cum enim, per propof. 6. huius cap. Num. 1. minor sit proportio cubi datæ circumferentiæ ad sphæram, quam 2904. ad 49. sit autem cubus datæ circumferentiæ ad numerum procreatum, vt 2904. ad 49. habebit quoque cubus datæ circumferentiæ ad veram soliditatem sphæræ, minorem proportionem, quam idem cubus ad numerum productum. Ideoque numerus productus minor erit vera soliditate sphæræ.

Soliditas
sphæræ mi-
nor, quam
vera.

b 10. quinti

III.

EX diametro maximi circuli in sphæra soliditatem sphæræ colligere vera maiorem.

FIAT vt 21. ad 11. ita cubus diametri datæ ad aliud. Procreatus namque numerus soliditatem sphæræ dabit vera maiorem. Cum enim per propof.

Soliditas
sphæræ ma-
ior, quam
vera.

pos.

pos. 7. huius cap. Num. 1. maior sit proportio cubi diametri sphaeræ ad sphaeram, quam 21. ad 11. Sit autem cubus datæ diametri ad numerum productum, vt 21. ad 11. habebit quoque maiorem proportionem cubus datæ diametri ad veram soliditatem sphaeræ, quam idem cubus ad numerum genitum.

¶ 10. quinti a Qua propter numerus procreatus maior erit vera soliditate sphaeræ.

I I I I.

EX diametro maximi circuli in sphaera soliditatem sphaeræ concludere vera minorem.

Soliditas
sphaeræ mi-
nor, quam
vera.

¶ 10. quinti

FIAT vt 426. ad 223. ita cubus datæ diametri ad aliud. Numerus enim proueniens minor erit, quam vera soliditas sphaeræ. Nam cū per propos. 7. huius cap. Num. 1. minor sit proportio cubi datæ diametri ad sphaeram, quam 426. ad 223. Sit autem cubus diametri datæ ad procreatum numerum, vt 426. ad 223. habebit quoque cubus datæ diametri ad sphaeram, proportionem minorem, quam idem cubus ad numerum genitum. b. Quare minor erit numerus productus, quam vera soliditas sphaeræ.

DE AREA SEGMENTO-
rum sphaeræ.

Caput VI.

Superficies
cōuexa he-
misphaerij.



EMISPHERII superficies conuexa, exclusa base, gignitur ex area maximi circuli per 2. multiplicata. Vel ex semidiametro in circumferentiam maximi circuli. Vel denique ex tota diametro in semissem circumferentiam maximi circuli. Quæ omnia perspicua sunt ex 1. regula Num. 2. capitis 5 propterea quod hi numeri producti sunt semisses illorum, qui superficiem conuexam totius sphaeræ in ea regula exhibuerunt.

Superficies
cōuexæ por-
tionis sphae-
ræ.

2 SUPERFICIES conuexa cuiuslibet portionis sphaera hemisphaerio minoris, vel maioris, dempta base, equalis est circulo, cuius semidiameter equalis est recta linea, qua à vertice portionis ad circumferentiam basis ducitur. ex propos. 40. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro. Sit enim maximus in sphaera circulus ABCD, cuius diameter AC, quam in E, ad angulos rectos secet BD, recta, per quam intelligatur duci planum diametro ad angulos rectos, secans sphaeram in duas portiones, quarum basis communis circulus diametri BD, & A, vertex minoris portionis, maioris autem vertex C. Iunctis autem rectis AB, CB, erit circulus semidiametri AB, supe r-



superficiei conuexæ minoris portionis, & circulus semidiametri CB , conuexæ superficiei maioris portionis æqualis, ex dicta propos. Archimedis. Quare si vtraq. AB, CB , in partibus diametri AC , fiat nota, præsertim ope instrumenti partium cap. 1. lib. 1. constructi, & aræ circulorum ad interualla semidiametrorum AB, CB , descriptorum inuestigentur, per ea, quæ lib. 4. cap. 7. scripsimus; notæ erunt superficies conuexæ dictarum portionum sphaeræ.



$E A D E M$ superficies conuexa portionis sphaeræ hemispherio minoris, vel maioris, ita quoque cognoscetur. Ex demonstratis ab Archimede propos. 3. lib. 2. de sphaera, & cylindro, eandem proportionem habet EC , ad EA , quam superficies conuexa portionis sphaeræ basem habentis circulum diametri BD , & verticem C , ad superficiem conuexam portionis basem habentis eundem circulum diametri BD , & verticem A . Igitur componendo quoque erit, vt tota diameter AC , ad AE , ita superficies conuexa totius sphaeræ ad superficiem conuexam portionis BAD . Eademq. ratione erit, vt tota diameter AC , ad EC , ita conuexa superficies totius sphaeræ ad superficiem conuexam portionis BCD . Quocirca, inuestigata proportione diametri AC , ad segmenta AE, EC , per instrumentum partium cap. 1. lib. 1. constructum; si fiat, vt diameter AC , ad AE , ita superficies conuexa totius sphaeræ, (quæ ex regula 1. Num. 2. cap. 5. huius lib. cognita fiet) ad aliud, proueniet conuexa superficies portionis minoris BAD . Similiq. modo superficies conuexa maioris portionis BCD , cognoscetur; si fiat, vt diameter AC , ad EC , ita superficies conuexa totius sphaeræ ad aliud.

ET quia, vt ex Archimede ostendimus, ita est diameter AC , ad AE , vel ad EC , vt tota superficies sphaeræ ad superficiem portionis BAD , vel BCD : erit quoque ita AF , semissis diametri ad AE , vel EC , vt hemispherij superficies GAH , ad superficiem portionis BAD , vel BCD . quod ostendetur eodem modo, quo scholium propos. 22. lib. 5. Euclid. est demonstratum: Si fiat, vt semidiameter sphaeræ AF , ad AE , vel EC , altitudinem portionis, ita hemispherij GAH , superficies ad aliud; producet rursus conuexa superficies portionis minoris BAD , vel maioris BCD .

$I M M O$ cum sit vt AF , semidiameter ad AE , ita hemispherij GAH , superficies ad superficiem portionis BAD , & erit per conuersionem rationis, vt AF , semidiameter ad EF , ita superficies hemispherij GAH , ad superficiem frusti $GBDH$, depris basibus. Ergo EF , eadē pars erit, vel partes diametri AC , vel semidiametri AF , quæ pars est, vel partes superficies frusti $GBDH$, depris basibus, superficiei totius sphaeræ, vel hemispherij GAH . Quam ob rem cognito, quæ pars sit EF , vel partes semidiametri AF , si ex superficie hemispherij GAH , eadem pars auferatur, vel partes, reliqua fiet superficies conuexa minoris portionis BAD . Et si ad hemispherij GCH , superficiem adijciatur eadem pars, vel partes, conflabitur conuexa superficies portionis maioris BCD . Verbi gratia, si EF , contineat $\frac{3}{5}$ semidiametri AF , & ex superficie hemispherij GAH , tollantur $\frac{3}{5}$, reliqua fiet superficies conuexa portionis minoris BAD : Et si $\frac{3}{5}$ superficiei hemispherij adijcian-

a corol. 19.
quinti.

ter

tur ad superficiem hemispherij GCH, conficietur superficies conuexa maioris portionis BCD. Sic si EF, esset semissis semidiametri, auferenda esset ex hemispherij superficie semissis ipsius, vel adijcienda: Et sic de cæteris.

Soliditas
hemisphæ-
rij.

3 HEMISPHERII soliditas producitur ex semidiametro in tertiam partem superficie hemisphærij: Vel in sextam partem superficie totius sphæræ. Vel ex $\frac{1}{4}$. totius diametri in $\frac{2}{3}$. superficie hemisphærij.

ITEM ex duabus tertijs partibus diametri in semissem areæ circuli maximi.

VEL ex duabus tertijs partibus areæ circuli maximi in semidiametro. Aut ex tertia parte areæ circuli maximi in totam diametrum.

VEL ex $\frac{1}{4}$. totius diametri in $\frac{4}{3}$. areæ circuli maximi.

VEL ex semisse areæ circuli maximi in $\frac{2}{3}$. diametri.

VEL ex dupla diametro in $\frac{1}{6}$. areæ circuli maximi.

VEL ex semidiametro in sextam partem superficie sphæræ.

VEL denique ex $\frac{1}{6}$. diametri in superficiem hemisphærij conuexam. quæ omnia ex 2. regula Num. 2. c. 5, colliguntur: cū omnes hi numeri producti sint semisses illorum, qui soliditatē totius sphæræ in ea regula indicant.

Soliditas
sectoris sphæ-
ræ.

4 SOLIDITAS sectoris sphæræ (qui nimirum componitur ex minore portione sphæræ, & cono basem habente eandem cum portione, & altitudinem æqualem perpendiculari ex centro in basem portionis deductæ; Vel qui relinquitur, si idem conus ex portione maiore subtrahitur. Vt in proxima figura, solidum compositum ex portione sphæræ BAD, basem habente circulum diametri BD, & ex cono habente eandem basem, & verticem in centro F: Item solidum, quod relinquitur, si conus idem ex portione maiore BCD, dematur, appellamus sectorem sphæræ.) hac ratione inuestigabitur. Quoniam per propof. 42. lib. 1. Archimedis de sphæra & cylindro, sectori sphæræ æqualis est conus basem habens circulum æqualem superficie conuexæ portionis sphæræ, altitudinem vero semidiametro sphæræ æqualem: Conus autē producitur, vt cap. 2. huius lib. Num. 1. declarauimus, vel ex base in $\frac{1}{3}$. altitudinis: Vel ex tota altitudine in $\frac{1}{3}$. basis; fit vt sector sphæræ gignatur vel ex superficie conuexa portionis sphæræ in $\frac{1}{3}$. semidiametri, hoc est, in $\frac{1}{6}$. totius diametri: Vel ex semidiametro in $\frac{1}{3}$. superficie conuexæ portionis sphæræ.

Soliditas cuiuslibet
portionis sphæ-
ræ.

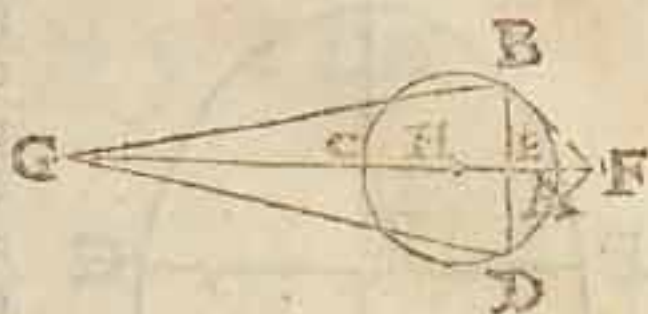
5 SOLIDITAS vero cuiusunque portionis sphæræ hoc modo procreabitur. Inuestigetur soliditas sectoris sphæræ, vt proxime traditum est. Nam si, quando portio proposita minor est hemisphærio, ex hoc sectore dematur conus eandem habens cum portione basem, altitudinem vero perpendicularem ex centro sphæræ in basem portionis cadentem, reliqua fiet soliditas portionis minoris: At vero si, quando portio proposita hemisphærio maior est, idem conus ad sectorem adijciatur, conflabitur soliditas portionis maioris. Id quod perspicuum est in superiori figura, cum conus BFD, ablatum ex sectore ABFDA, reliquam faciat portionem minorem BAD: Idem vero conus BFD, additus sectori CBFDC, constituat maiorem portionem BCD. Conus porro prædictus BFD, cognitus fiet ex base, nimirum ex circulo diametri BD, & altitudine EF, cognitis, vt cap. 2. huius lib. Num. 1. docuimus.

A L I T E R.

SIT in sphæra circulus maximus ABCD, & portiones sphæræ, quarum basis communis circulus diametri BD, & vertices A, C, quarum soliditates ex-

quirentur.

quirendæ sunt. Ex centro H , ducatur ad BD , perpendicularis HE , & quæ rectam BD , secabit bisariam, b ac proinde & utrumque arcum BAD , BCD , bisariam, hoc est, per uertices A , C , transibit, c Fiat, ut CE , ad summam rectarum CH , CE , ita AE , ad EF : Item, ut AE , ad summam rectarum AH , AE , ita EC , ad EG . Intelliganturque duo coni, quorum basis communis circulus diametri BD , & uertices F , G . Erit per propof. 2. lib. 2. Archimedis de sphaera, & cylindro, conus BFD , porzioni minori BAD , & conus BGD , porzioni maiori BCD , æqualis. Quocirca, inuentis horum conorum soliditatibus, ut cap. 2. huius lib. Num. 1. traditum est, inuentæ quoque erunt soliditates portionum BAD , BCD , quod est propofitum.



6 SOLIDITAS denique cuiuscunque frusti sphaerae, siue bases sint parallelæ, cuiusmodi est in 1. figura huius cap. frustum BDHG, inter circulos diametrorum BD, GH, inclusum, siue non parallelæ, quale est frustum BDLK, hoc pacto inuenietur. Inuestigetur, vt Num. 5. diximus, vtriusque portionis ABD, AGH, soliditas. Minori enim detracta ex maiore, reliqua erit soliditas frusti BDHG. Sic etiam, inuento I, vertice portionis K I L, & inueniatur soliditas vtriusque portionis BCD, K L I, minorque ex maiore tollatur, remanebit soliditas frusti BDLK, nota.

Soliditas
inlibet fru
sti sphaera.

DE AREA SPHAEROIDIS, EIVSDEM-
que portionum.

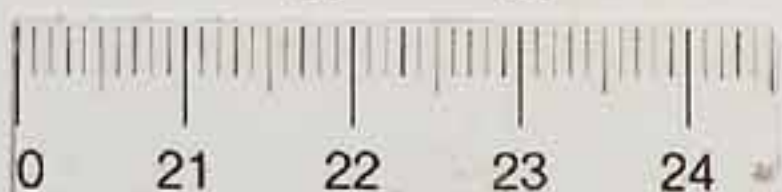
Caput VII.

SIT Ellipsis ABCD, cuius maior axis AC, minor BD, priorem ad angulos rectos secans. Soliditatem ergo Sphaeroidis, id est, solidi ex circumvolutione Ellipsis circa axem effecti, ita nanciscemur. Quoniam planum per BD, ductum, & rectum ad axem AC, circulum facit, ut à Federico Commandino ad propoſ. 2. libri Archimedis de Conoidibus, & Sphaeroidibus demonstratur, cuius diameter BD, & centrum E; erit per propoſ. 29. libri Archimedis de Conoid. & Sphaeroid. semissis Sphaeroidis ABD, dupla coni eandem basem cum illa semisse, circulum videlicet diametri BD, habentis, & altitudinem eandem EA. Igitur si huius coni soliditas per cap. 2. huius lib. inuestigetur, & duplicetur, exurget soliditas semissis Sphaeroidis: quæ duplicata soliditatem totius Sphaeroidis exhibebit.

Soliditas
sphaeroidis.

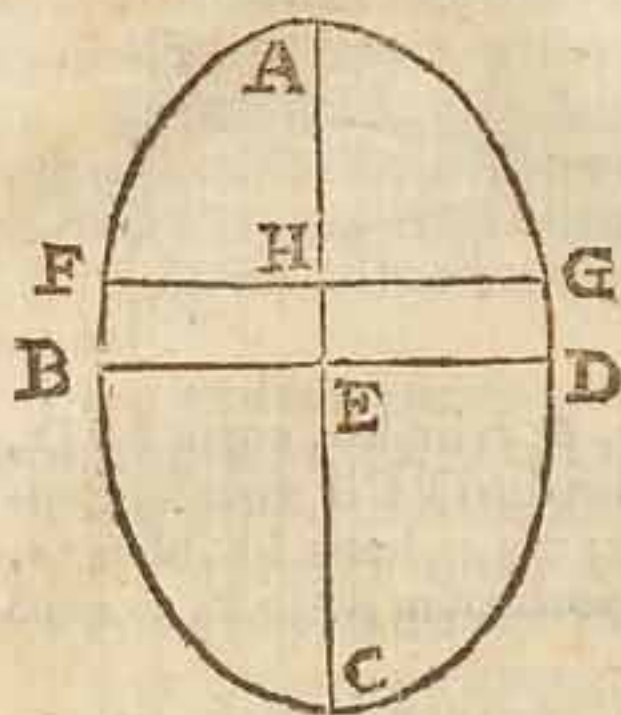
2 DVCATVR minori axi B D, parallela F G, secans maiorem axem in H, ad rectos angulos. Si igitur per F G, ducatur planum rectum ad axem, fiet circulus in Sphæroide diametrum habens F G, & centrum H, vt Federi-

Kk cus



cus Commandinus ad propof. 12. lib. Archim. de Conoid. & Sphæroid. de-

Soliditas
portionum
sphæroidis.



monstrauit; abscindunturq. portiones Sphæroidis FAG, minor & FCG, maior. Vtriufque soliditas ita fiet cognita. Quoniam, per propof. 3. 1. libri Archimedis de Conoid. & Sphæroid. Conus, cuius basis circulus diametri FG, & axis HA, ad minorem portionem sphæroidis FAG, proportionem habet, quam maioris portionis axis HC, ad summam rectarum EC, HC: Si fiat, vt HC, maioris portionis axis ad summam rectarum EC, HC, ita conus prædictus ad aliud, (qui quidem conus ex cap. 2. huius lib. cognitus erit.) prodibit soliditas minoris portionis sphæroidis FAG.

R V R S V S quia per propof. 3. 3. libri Archim. de Conoid. & Sphæroid. conus, cuius basis circulus diametri FG, & axis HC, ad maiorem portionem Sphæroidis FCG, proportionem habet, quam minoris portionis axis HA, ad summam rectarum EA, HA: si fiat, vt HA, minoris portionis axis ad summam rectarum EA, HA, ita prædictus conus (quem per cap. 2. huius lib. metieris) ad aliud, procreabitur soliditas maioris portionis sphæroidis FCG.

DE AREA CONOIDIS parabolici.

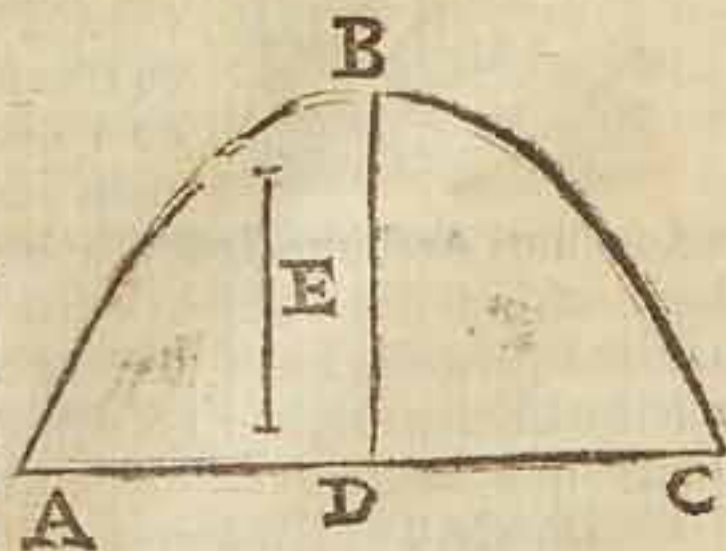
Caput VIII.



Soliditas co-
noidis Para-
bolici.

IT Parabola ABC, cuius axis BD, ad basem AC, rectus. Soliditatem igitur Conoidis parabolici, quod Parabola circa axem circumducta efficit, ita metiemur.

Quoniam per ea, quæ ad propof. 12. libri Archim. de Conoid. & Sphæroid. Federicus Commandinus monstrauit, planum per AC, ductum, & rectum ad axem BD, circulum facit, cuius diameter AC, & centrum D: erit per propof. 23. libri Archim. de Conoid. & Sphæroid. Parabolicum Conoides ABC, sesquialterum coni, cuius basis circulus diametri AC, & axis BD. Igitur si fiat, vt 2. ad 3. ita prædictus conus (quem ex cap. 2. huius libri metiemur) ad aliud; proficiet soliditas Conoidis Parabolici ABC,



DE

DE AREA CONOIDIS
Hyperbolici.

Caput IX.



CONCIPIATUR superior figura esse Hyperbola, & recta E, æqualis semissi diametri transversæ inter duas hyperbolas oppositas, hoc est, rectæ ex centro hyperbolarum ad verticem B, ductæ. Fietque rursus circulus, cuius diameter AC, à plano per AC, ducto, & ad axem recto, ut Federicus Commandinus ad propos. 12. libri. Archim. de conoid. & sphæroid. demonstravit. Soliditatem igitur Conoidis Hyperbolici, quod ab hyperbola ABC, circa axem BD, circumuoluta efficitur, ita venabimur. Quoniam per propos. 27. lib. Archimedis de Conoid. & Sphæroid. Conoides Hyperbolicum ABC, ad conum, cuius basis eadem cum base Conoidis, circulus, videlicet diametri AC, & axis idem BD, proportionem habet eandem, quam lineæ conflata ex axe BD, & tripla ipsius E, ad lineam conflata ex axe BD, & dupla ipsius E. Si fiat, ut lineæ conflata ex axe BD, & dupla ipsius E, ad lineam conflata ex axe BD, & tripla ipsius E, ita prædictus conus (quem ex cap. 2. huius libri dimetiemur) ad aliud; gignetur soliditas Conoidis Hyperbolici ABC.

Soliditas
Conoidis
Hyperboli
ci.

DE AREA DOLIORVM

Caput X.



Voniam dolia non eandem formam ubique seruant, vix præscribi potest ratio, qua dolij propositi capacitas accurate inueniatur. Argumento est, quod scriptores varie de eius Dimensione scripserunt. Dicam ergo etiam ego id, quod mihi verisimile videtur. Sit dolium ABCDEF, in extremitatibus habens circulos AF, CD, orificium B, per quod cogitur planum ductum rectum ad lineam KL, centra, circulorum AF, CD, coniungentem, secans dolium bifariam. Si igitur asseres dolij in B, & E, curuentur, & deinde secundum lineas quasi rectas extendantur, cuiusmodi dolia non pauca Romæ vidi: referent semisses dolij ABEF, CDEB, conos decurtatos: quos si per ea, quæ cap. 3. huius libri scripta sunt, metieris, dabit eorum summa dolij propositi capacitatem. Memor tamen esto, profunditatem dolij BE, & diametrum

Capacitas
dolij.

Kk 2 cir-

in eam tantum aquæ, quantum satis est, ut corpus impositum omnino tēgat, noventurque diligenter suprema latera aquæ in asseribus arcæ, ut habeatur altitudo aquæ usque ad arcæ fundum. Extracto deinde corpore, ita tamen, ut nihil aquæ extra arcam cadat, noventur rursus latera aquæ, postquam quieverit. Quod si per cap. 1. huius lib. metiamur duo parallelepipeda, quorum basis communis est arcæ fundus, siue basis, altitudines vero rectæ à lateribus aquæ notatis usque ad basem, & minus à maiore subtrahamus, relinquetur parallelepipedum soliditati corporis propositi omnino æquale. quod parallelepipedum etiam consequeris, si altitudinem inter latera aquæ bis notata duces in basem arcæ. Sunt, qui infusa aqua in arcam, latera eius in asseribus primo loco novent. Deinde imposito corpore, eiusdem aquæ latera signent. Si enim altitudo inter posteriora latera, ac priora ducatur in basem arcæ, producet soliditas corporis impositi.

2 PRO VRNIS, atque amphoris, siue ex lapideæ sint, siue cretaceæ, ita faciemus. Impleatur vas arena, & eius orificium ita obturetur, ut aqua ingredi nullomodo possit. Imposito deinde vase in aqua intra arcam contenta, ac si esset corpus quodpiā irregulare, inuestigetur eius soliditas, ut Num. 1. diximus. Deinde extracta arena, noventur latera aquæ, antequā vas vacuū imponatur. Imposito denique vase vacuo, signentur iterum latera aquæ. Si namque altitudo inter posteriora, ac priora latera multiplicetur per basem arcæ: procreabitur soliditas solius vasis: quæ detracta ex priori soliditate, notam relinquet vasis capacitatem.

DE SUPERFICIE CONVEXA CONI & cylindri recti.

Caput XII.



1 VONIAM ex Archimede demonstraui-
mus, qua ratione superficies conuexa, sphæræ,
eiusque portionum inuestiganda sit: non de-
erit fortasse, qui idem desideret in cono, ac
cylindro recto. quod ex ijs, quæ ab eodem
Archimede in lib. 1. de sphæra, & cylindro
demonstrata sunt, obtinebit hoc modo. Propo-
sito cono recto quocunque, erit eius superfi-
cies conuexa conica, seclusa base, æqualis cir-
culo, cuius semidiameter est linea media pro-
portionalis inter latus conicæ, & semidiametrum basis eiusdem conicæ, ex pro-
pos. 14. lib. 1. Archimedis de sphæra, & cylindro.

2 QVOD si conus rectus secetur plano, quod basi æquidistat, erit su-
perfacies conuexa frusti conicæ, demptis basibus, æqualis circulo, cuius semi-
diameter est linea media proportionalis inter latus conicæ frusti, & re-
ctam

Superficies
conica, dem-
ta base, cui
circulo sit æ-
qualis.

Superficies
frusti conicæ,
demptis ba-
sibus, cui cir-
culo æqua-
lis sit.

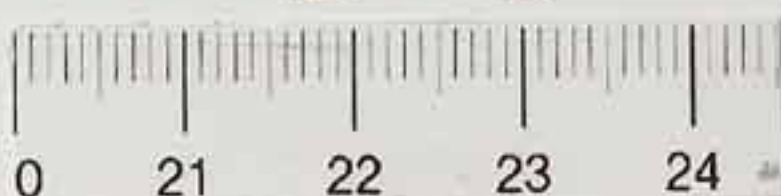
Proportio
conice super
fici ad sua
basem .
Superficies
cylindrica ,
demptis ba-
sibus, cui cir-
culo sit qua-
lis.

Etam ex semidiametris duarum basium conflatam, ex propos. 16. lib. 1. Archi-
medis de sphæra, & cylindro .
I T E M superficies conica coni recti ad suam basem, proportionem ha-
bet eandem, quam latus coni ad semidiametrum basis coni eiusdem, ex pro-
pos. 15. lib. 1. Archimedis de sphæra, & cylindro .
4 D E N I Q V E superficies conuexa cylindri recti, demptis basibus,
æqualis est circulo, cuius semidiameter est linea media proportionalis in-
ter latus cylindri, & diametrum basis cylindri eiusdem, ex propos. 13. lib. 1.
Archimedis de sphæra, & cylindro.

E N I S L I B R I Q V I N T I .

GEOME-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



<http://diglib.hab.de/drucke/>

Kodak

Gray Scale

17-1-geom-1



/start.htm

GEOMETRIAE
PRACTICAE
LIBER SEXTVS.



In quo de Geodæsia, & de figuris augendis, minuendisque in data proportione: Item de duarum mediarum proportionalium inter duas datas rectas inuentione: Ac denique de radicum extractione agitur.



XPEDITIS ijs, quæ de magnitudinum dimensionibus initio proposuimus, restat vt de rectilinearum superficierum, etiam diuisione agamus: quæ Geometriæ practicæ pars proprio nomine Geodæsia vocatur. Nam *Γαίω* idem significat, quod partior, vel diuido. Scio plerosque partem etiã illã, quæ magnitudines, & terrã metitur, appellare Geodæsiã; Sed hi, auctore Pediafimo de mensuratione & partitione terræ, longè à veritate aberrant. Nam, inquit,

Geometria
& Geodesia
quid.

quit, terræ mensuratio duas in partes diuiditur, Geometriam scilicet, & Geodæsiam. Aræ namque secundum artem mensuratio, & terræ mensuratio est, & merito Geometria vocatur. vnius vero, & eiusdem aræ, seu loci diuisio inter diuersas personas, partitio quædam est terræ, & iure optimo Geodæsia appellatur. Hæc Pediasimus.

EDIDIT quidem Federicus Commandinus anno 1570. libellum de superficierum diuisionibus Machometo cuidam Bagdedino Arabi adscriptum: ipseque eadem de re alium breuiorem, & magis vniuersalem conscripsit: estque sane libellus vterque acutissimus, & eruditione refertissimus. Idem vero postea argumentum alia via aggressus est, & meo certe iudicio, faciliiori & magis generali, Simon Steuinius Brugenſis: sed in qua aliquid desiderari videatur, vt omnibus superficiebus rectilineis (quod ipse velle videtur) conuenire possit. quod facile iudicabunt, qui illius problemata Geometrica attente perlegerint. Res enim proposita nulla ratione confici potest, nisi prius duæ propositiones demonstrantur, quarum priorem ipse sine demonstratione assumit pro principio, posterioris vero ne meminit quidem, cum tamen admodum sit necessaria, & quam Machometus Bagdedinus demonstrauit paulo aliter, quam nos. Has ergo duas propositiones ad initium huius lib. demonstrabimus, & posteriorem quidem longe generalius, quam à Machometo factum est. quod beneuolo Lectori iudicandum relinquo. Deinde superficierum rectilinearum diuisionem aggrediemur, insistentes eiusdem Steuiniij vestigijs, nisi quando generalius rem oportebit demonstrare. Nihil autem de ratione Machometi, & Federici Commandini dicemus: tum quia libellus ipsorum in-

mani-



manibus omnium est, ac propterea eum, quicumque
 volet, legere poterit: tum quia proposita aliqua figura
 multorum angulorum, non sine difficultate, ac labore
 eam studiosus diuidet, nisi diuisionis omnium præce-
 dentium figurarum memor sit, quod in nostra ratio-
 ne non accidit: tum denique quia illorum ratio solum
 figuris ordinarijs conuenit, quæ videlicet omnes angu-
 los habent introrsum, tot nimirum, quot latera figu-
 ra ipsa continet, nostra autem via figuras etiam illas
 complectitur, quæ angulos habent partim introrsum, &
 partim extrorsum vergentes.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

SI magnitudo in quotuis partes secetur vtcunque,
 & alia quæpiam magnitudo in totidem partes ordine
 illis proportionales: habebunt quotlibet partes prio-
 ris magnitudinis simul ad reliquas omnes partes simul
 eandem proportionem, quam totidem partes postero-
 ris magnitudinis simul ad reliquas omnes partes si-
 mul. Et si quælibet pars prioris magnitudinis secetur
 in duas partes vtcunque, secetur autem & pars poste-
 rioris magnitudinis illi parti respondens in alias duas
 partes duabus illis proportionales: erunt quoque ibidē
 totæ magnitudines sectæ proportionaliter.

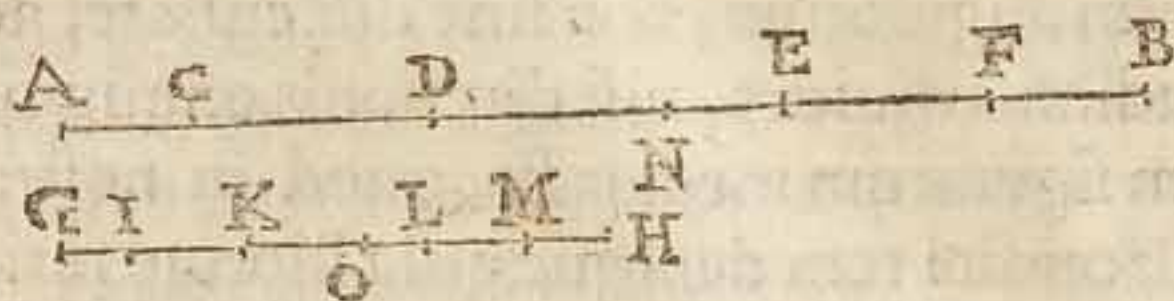
SIT magnitudo AB, secta in quotuis partes vtcunque AC, CD, DE, EF,
 FB: & alia magnitudo qualiscunque GH, etiam si diuersi sit generis, secta
 in totidem partes GI, IK, KL, LM, MH, illis ordine proportionales. Dico
 ita esse, verbi gratia, duas partes AC, CD, simul ad reliquas tres DE, EF, FB,
 simul, vt sunt duæ GI, IK, simul ad reliquas tres KL, LM, MH, simul, &c. Quo-
 niam enim est, vt AC, ad CD, ita GI, ad IK, erit componendo etiam, vt AD,
 ad CD, ita GK, ad IK: Vt autem CD, ad DE, ita est IK, ad KL. Igitur ex æqua-
 litate erit, vt AD, ad DE, ita GK, ad KL.

RVRVS quia conuertendo est, vt BF, ad FE, ita HM, ad ML; erit quo-
 que componendo, vt BE, ad FE, ita HL, ad ML: Vt autem FE, ad ED, ita est

L I

M L,

ML, ad LK. Igitur ex æqualitate erit, vt BE, ad ED, ita HL, ad LK; & com-



ponendo, vt BD, ad ED, ita HK, ad LK; & conuertendo, vt DE, ad DB, ita KL, ad KH. Itaque cum ostensum sit, esse vt AD, ad DE, ita GK, ad KL, & vt DE, ad DB, ita KL, ad KH: erit ex æqualitate, vt AD, ad DB, ita GK, ad KH.

NON aliter ostendemus esse, vt AC, ad CB, ita GI, ad IH. Nam rursus conuertendo, componendo, & ex æqualitate erit vt BC, ad DC, ita HI, ad KI; & conuertendo, vt CD, ad CB, ita IK, ad IH. Cum ergo sit, vt AC, ad CD, ita GI, ad IK, & vt CD, ad CB, ita IK, ad IH; erit ex æqualitate, vt AC, ad CB, ita GI, ad IH.

PARI ratione erit, vt AF, ad FB, ita GM, ad MH. Erit namque rursus componendo, & ex æqualitate, vt AF, ad EF, ita GM, ad LM. Cum ergo sit quoque, vt EF, ad FB, ita LM, ad MH: erit ex æqualitate, vt AF, ad FB, ita GM, ad MH; & sic de cæteris. Constat igitur primum.

DEINDE pars v. g. tertia DE, secta sit vtcunq. in partes duas DN, NE; & tertia quoque pars KL, in duas KO, OL, illis proportionales. Dico esse quoque vt AN, ad NB, ita GO, ad OH. Erit enim conuertendo, vt EN, ad ND, ita LO, ad OK; & componendo, vt ED, ad DN, ita LK, ad KO. Quare cum sit, vt CD, ad DE, ita IK, ad KL, & vt DE, ad DN, ita KL, ad KO: erit ex æqualitate, vt CD, ad DN, ita IK, ad KO, atque ita partes AC, CD, DN, partibus GI, IK, KO, proportionales sunt.

RVRVS quia est conuertendo, vt FE, ad ED, ita ML, ad LK; & componendo, vt DE, ad NE, ita KL, ad OL; erit ex æqualitate, vt FE, ad EN, ita ML, ad LO; & conuertendo, vt NE, ad EF, ita OL, ad LM; ac proinde omnes partes AC, CD, DN, NE, EF, FB, omnibus partibus GI, IK, KO, OL, LM, MH, proportionales sunt. Igitur vt in prima parte demonstratum est, erit vt AN, ad NB, ita GO, ad OH. Constat ergo etiam secundum.

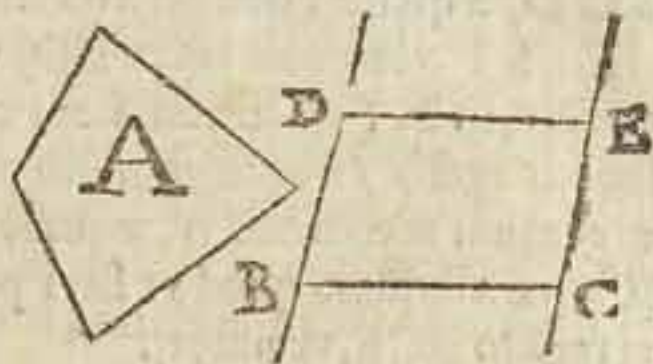
PROBLEMA I. PROPOSITIO 2.

DATO rectilineo, super datam rectam inter alias duas rectas interceptam, constituere quadrilaterum æquale, cuius latus oppositum inter duas easdem rectas interceptum datæ rectæ sit parallelum. Et datis duobus rectilineis inæqualibus quibuscunque, ex maio-

re

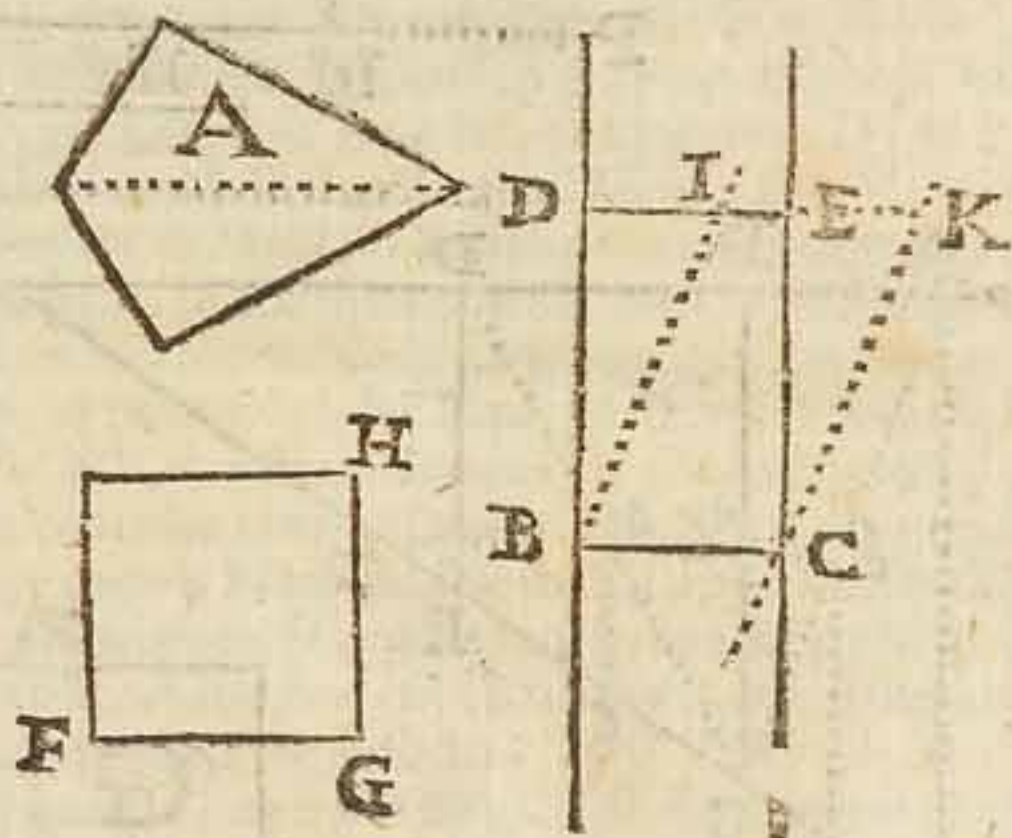
re per lineam vni lateri parallelam detrahare rectilineum minori æquale, quando id fieri potest, quod ex ipsa problematis solutione cognoscetur.

1 S I T rectilineum datum A, & recta data BC, inter duas rectas BD, CE, intercepta: oporteatque primum constituere rectilineo A, æquale quadrilaterum super datam rectam BC, cuius latus oppositum inter easdem rectas BD, CE, interceptum datæ rectæ BC, sit parallelum. Et si quidem duæ rectæ BD, CE, sint parallelæ (quod tum demum eueniet, cum duo anguli B, C, æquales sunt duobus rectis) efficietur problema, & si super rectam BC, constituetur parallelogrammum BE, siue in angulo BCE, siue in angulo CBD, rectilineo A, æquale.



245. prima

2 QVANDO anguli B, C, recti sunt, facilius problema efficiemus hac ratione. Rectilineo dato A, constituatur per ea, quæ in scholio propof. 14. lib. 2. Euclid. vel potius per ea, quæ in um. 4. cap. 4. lib. 4. huius Geometriæ practicæ scripsimus, quadratum FGH, æquale: resoluendo videlicet rectilineum in trianguia, vel trapezia, & eulibet triangulo, vel trapezio g-



quale quadratum constituendo, ac tandem omnia illa quadrata ad vnum redigendo, vt locis citatis fufè explicauimus. Deinde duabus rectis BC, FG, inueniatur tertia proportionalis BD, ac per D, ipsi BC, parallela agatur DE.

L. 1. 2

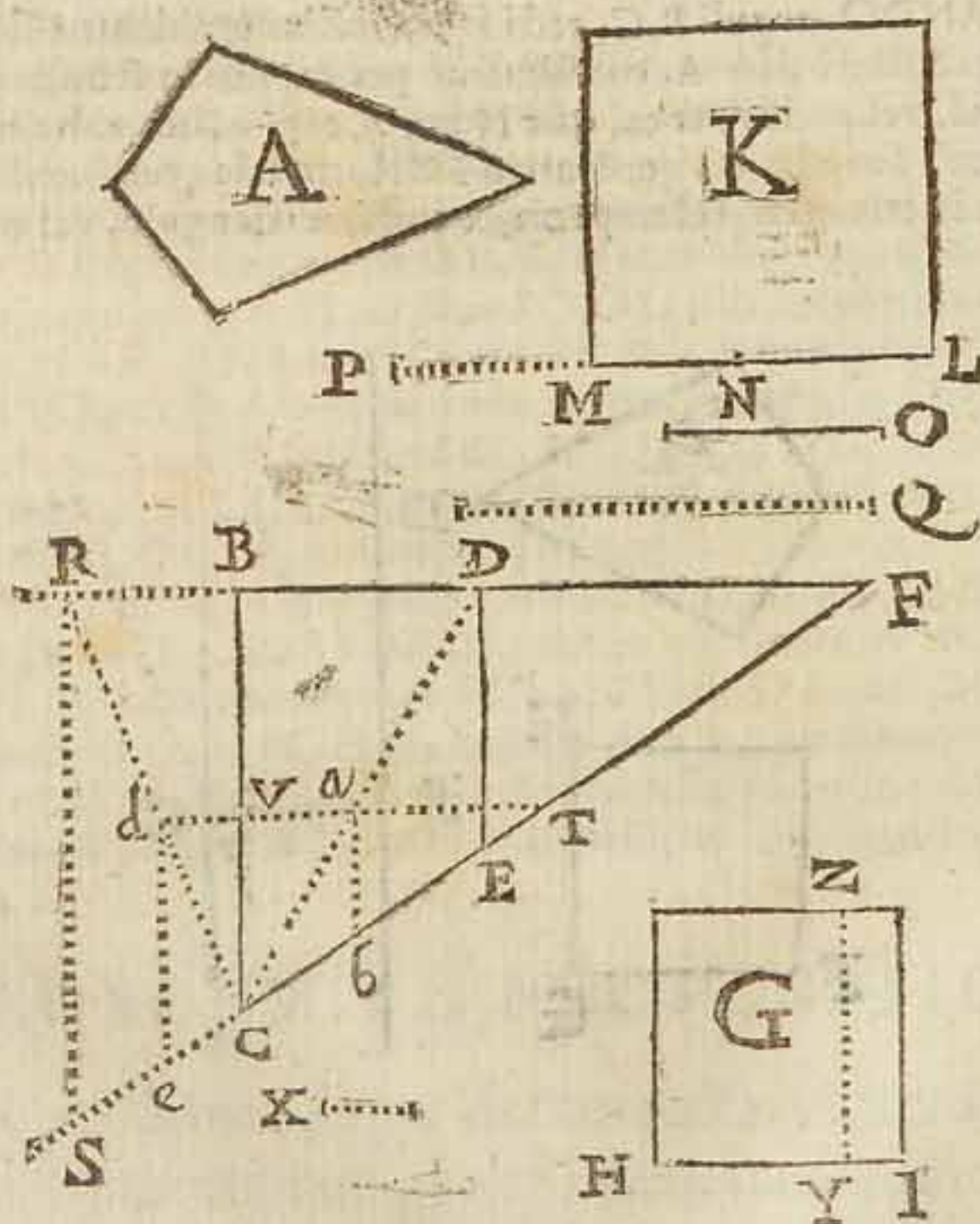
DE.

17. sexti. DE. Rectangulum enim BE, rectilineo dato A, æquale erit; & cum quadrato FGH, æquale sit; propterea quod tres rectæ BC, FG, BD, continue proportionales sunt.

35. primi. IMMO eodem hoc artificio uti poterimus, quando parallelæ BI, CK, non faciunt angulos rectos ad B, & C. Nam constituto rectangulo CD, æquale quadrato FH, id est, rectilineo A, ut dictum est: si producaturs latus DE, donec fecer rectas BI, CK, in I, K, & erit parallelogrammum BK, rectangulo CD, æquale, hoc est, rectilineo A.

3 SI vero duæ rectæ BD, CE, non sint parallelæ, conveniant ad partes D, E, in F, (quod cum fiet, cum duo anguli DBC, ECB, minores sunt duobus rectis) sitque primum propositum super BC, versus F, constituere trapezium rectilineo A, æquale, habens latus rectæ BC, oppositum eidem BC, parallelum. quod ut fieri possit, necesse est, rectilineum A, minus esse triangulo BCF, ut patet.

RECTILINEO ergo A, construatur per ea, quæ in scholio propos. 14. lib.



14. secundi 2. Euclid. vel potius per ea, quæ Num. 4. cap. 4. lib. 4. huius, ut proxime diximus, æquale quadratum G, cuius latus HI. & Item triangulo BCF, æquale quadratum K, cuius latus LM. Deinde duabus rectis LM, HI: repetitur

riatur tertia proportionalis LN. Inuenta autem recta O, media proportionali inter LM, & MN; fiat ut LM, ad O, ita BF, ad FD; ac tandem per D, ipsi BC, parallela agatur DE. Dico Trapezium BE, rectilineo A, æquale esse. *a* Quoniam enim triangulum BCF, ad triangulum DEF, duplicatam proportionem habet lateris BF, ad latus DE, hoc est, rectæ LM, ad rectam O: Habet autem & LM, ad MN, duplicatam proportionem eius, quam habet LM, ad O, quod LM, O, MN, sint continue proportionales. Igitur erit ut triangulum BCF, ad triangulum DEF, ita LM, ad MN; Et per conuersionem rationis, ut triangulum BCF, ad Trapezium BE, ita LM, ad LN. *b* Cum ergo sit, ut LM, ad LN, ita quadratum K, ad quadratum G, quod LM, HI, LN, continue sint proportionales, erit quoque ut triangulum BCF, ad trapeziū BE, ita quadratum K, ad quadratū G, hoc est, ita triangulum BCF, quod ipsi K, æquale est, ad rectilineū A, ipsi G, æquale. Quocirca cum triangulum BCF, ad trapezium BE, & ad rectilineum A, eandem habeat proportionem; *c* æqualia erunt trapezium BE, & rectilineum A, quod est propositum.

4 SIT deinde super BC, versus R, S, ubi anguli RBC, SCB, duobus rectis sunt maiores, non autem versus punctum concursus F, construendum trapezium rectilineo A, cuiuscunque magnitudinis sit, æquale, habens latus oppositum rectæ BC, parallelum. *d* Fiat rursus triangulo BCF, æquale quadratum K, cuius latus LM; & rectilineo A, aliud quadratum G, æquale, cuius latus HI, per ea, quæ ad propositionem 14. lib. 2. Euclid. vel potius per ea, quæ Num. 4. cap. 4. lib. 4. huius docuimus. Deinde lateribus LM, HI, inueniatur tertia proportionalis MP, quæ ipsi LM, in continuum & directum sit posita: atque inter totam LP, & LM, reperta sit media proportionalis Q; ac postremo, ut Q, ad LP, ita fiat FB, ad FR: ipsique BC, parallela agatur RS. Dico trapezium BS, rectilineo A, esse æquale. *e* Quoniam enim triangulum BCF, ad triangulum RSF, proportionem habet duplicatam lateris FB, ad latus FR, hoc est, proportionis Q, ad LP; Est autem & proportio LM, ad LP, duplicata proportionis LM, ad Q, vel Q, ad LP, quod tres rectæ LM, Q, LP, sint continue proportionales. Igitur erit ut triangulum BCF, ad triangulum RSF, ita LM, ad LP; ideoque etiam per diuisionem rationis contrariam in scholio propof. 17. lib. 5. Euclid. à nobis demonstratam, ut triangulum BCF, ad trapezium BS, ita LM, ad MP. *f* Ut autem LM, ad MP, ita est, quadratum K, ad quadratum G, quod tres LM, HI, MP, sint continue proportionales. Igitur erit quoque, ut triangulum BCF, ad trapezium BS, ita quadratum K, ad quadratum G. Cum ergo triangulo BCF, constructum sit æquale quadratum K; *g* erit quoque trapezium BS, quadrato G, æquale, hoc est, rectilineo A, cui quadratum G, constructum est æquale, quod est propositum.

5 QVOD si quando duæ rectæ BF, CF, in tam remoto puncto concurrant, ut vix haberi possit, (quod quidem tunc accidet, cum ipsæ rectæ ferre parallelæ sunt) absoluemus problema, etiam si punctum concursus F, non habeamus, hunc in modum. Sumpto utcunque puncto T, in altera earum, nimirum in CF, agatur TV, alteri BF, parallela; & duabus BC, CV, inueniatur tertia proportionalis X. Constructo deinde ex scholio propof. 14. lib. 2. Euclid. vel potius, ut Num. 4. cap. 4. lib. 4. huius docuimus, quadrato G, æquali rectilineo A, inueniatur tribus BC, X, HI, quarta proportionalis IY, agaturque YZ, lateribus quadrati parallela. *h* Et quoniam est, ut triangu-

a 19. sexti.

b coroll. 20. sexti.

c 9. quinti.

d 14. secūdi.

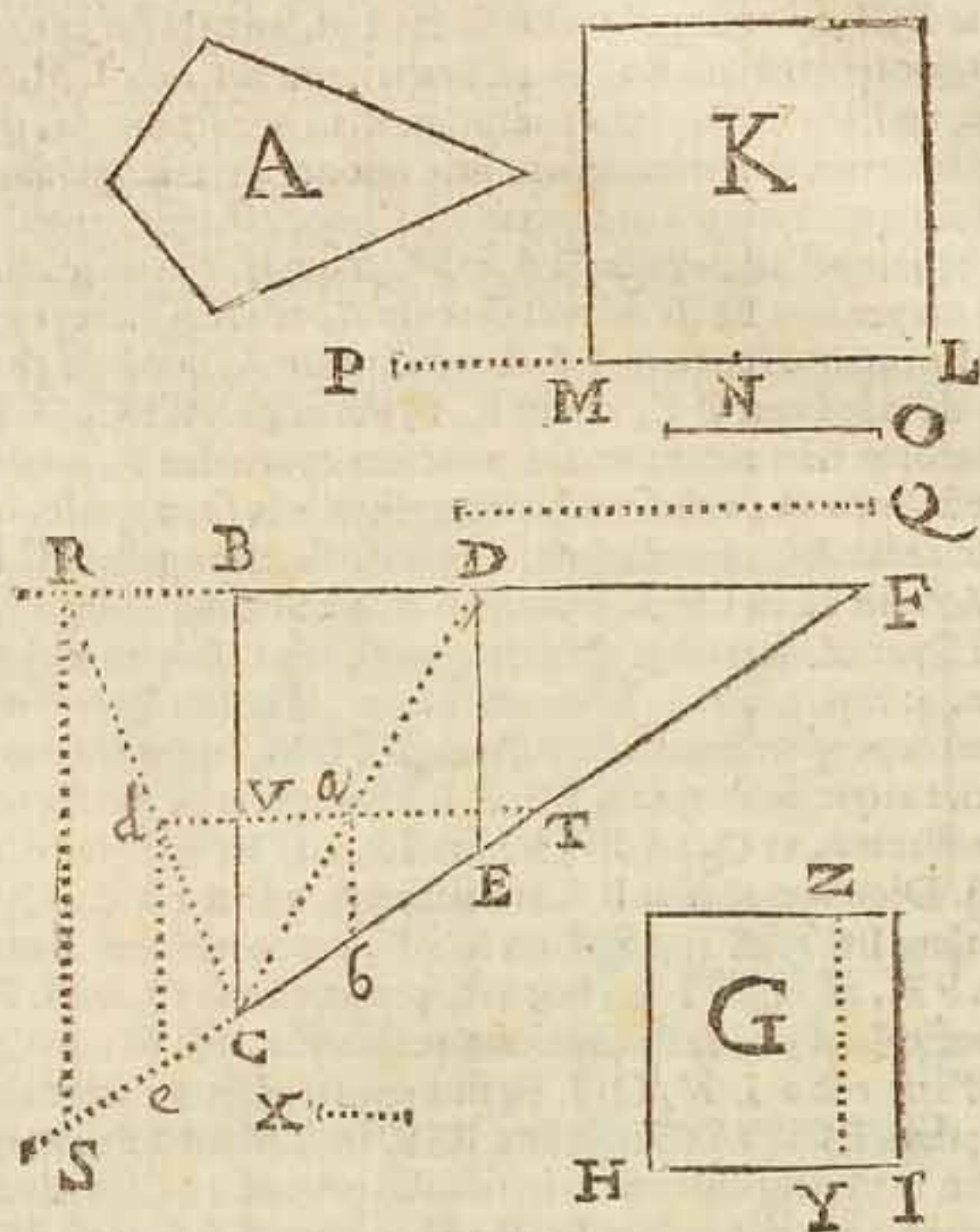
e 19. sexti.

f coroll. 20. sexti.

g 14. quinti.

h coroll. 19. sexti.

a. 1. sexti. lum BCF, (si perficeretur,) ad triangulum VCT, ita recta BC, ad rectā X, hoc est, ita HI, ad IY, *a* hoc est, ita quadratum G, ad rectangulum IZ: Est autem triangulum BCF, maius quadrato G, siue rectilineo A: (quando enī ad partes angulorum, qui duobus rectis minores sunt, construendum est tra-



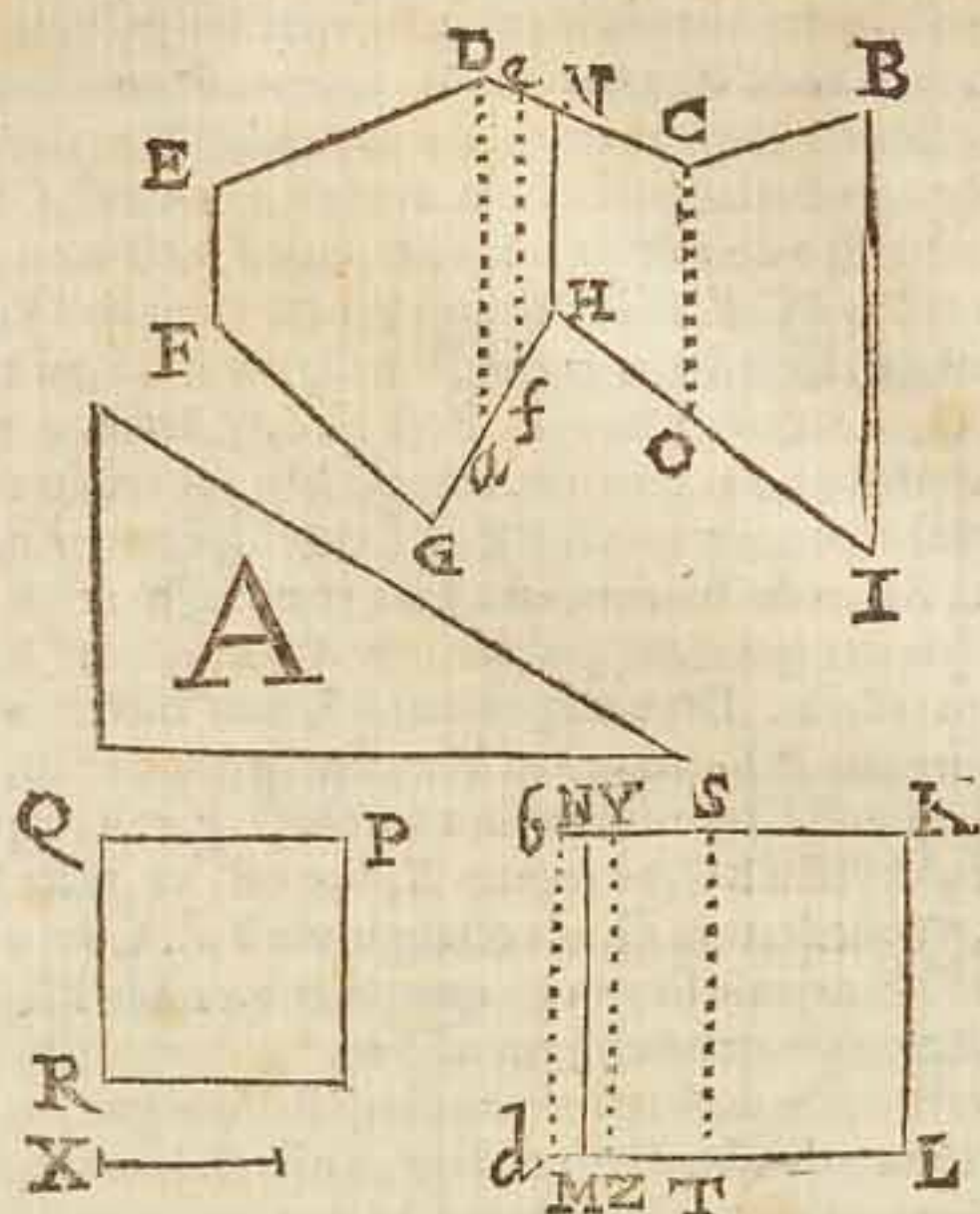
b 14. quinti peziū dato rectilineo æquale, debet esse triagulū maius rectilineo) *b* erit quoque triangulū VCT, maius rectāgulo IZ. Igitur vt Num. 3. traditum est, construatur trapeziū Vb, rectangulo IZ, æquale: & tribus rectis CV, Va, CB, inuenta quarta proportionali BD, *c* (trāsibit autē recta ducta Ca, per D, si quarta BD, ritē est inuenta, *d* ita vt vicissim recta Ca, si exquisitē ducatur, exhibeat quartā proportionalem quæsitam BD,) demittatur DE, ipsi BC, parallela. Dico trapezium BE, dato rectilineo A, æquale esse. Quoniam enim trapezium BE, trapezio Vb, simile est, per ea, quæ ad propof. 18. li b. 6. Euclid. demonstrauimus; *e* erit trapezium BE, ad trapezium Vb, vt recta BC, ad rectam X, hoc est, vt recta HI, ad IY, *f* hoc est, vt quadratum G, ad rectangulum IZ. Cum ergo trapezium Vb, rectangulo IZ, æquale sit; *g* erit quoque trapezium BE, quadrato G, hoc est, rectilineo A, æquale, quod est propositum.

g 14. quinti 6 NON aliter ex alia parte angulorum RBC, SCB, qui duobus rectis

Etis sunt maiores, etiam si punctum concursus F , non habeatur, trapezium constituemus rectilineo A , æquale, cuiuscunque magnitudinis illud ponatur. Neque enim in hoc casu necesse est, ipsum esse minus triangulo BCF , si perficeretur. Ducta namque ex quolibet puncto T , rectæ CF , ipsi BF , parallela TV , eaque producta, inueniatur duabus rectis BC , CV , tertia proportionalis X . Constructio deinde quadrato G , quod rectilineo A sit æquale, reperitur tribus rectis BC , X , & HI , quarta proportionalis IY , agaturq; YZ , lateribus quadrati parallela, ita ut rursus sit triangulum BCF , ad triangulum VCT , sicut quadratum G , ad rectangulum IZ . Post hæc, ut Num. 4. præcepimus, rectangulo IZ , construatur trapezium æquale Ve , & tribus rectis CV , Vd , CB , inuenta quarta proportionali BR , *a* (transibit autem recta Cd , ducta *a schol. 4. se* per R : si quarta BR , recte inuenta est: *b* ita ut vicissim recta Cd , si accurate ducatur, abscindat quartam proportionalem quæ sitam BR ,) demittatur *b 4. sexti.* RS , ipsi BC , parallela. Dico trapezium BS , rectilineo A , æquale esse. Quoniam enim trapezium BS , trapezio Ve , simile est, per ea, quæ in scholio propof. 18. lib. 6. Euclid. monstrata sunt à nobis; *c* erit trapezium BS , ad *c coroll. 20. sexti.* trapezium Ve , ut recta BC , ad rectam X , hoc est, ut recta HI , ad rectam IY , & hoc est, ut quadratum G , ad rectangulum IZ . Cum ergo trapezium Ve , rectangulo IZ , æquale sit; *d 1. sexti.* *e* erit quoque trapezium BS , quadrato G , hoc *e 14. quinti* est, rectilineo A , æquale. quod est propositum.

7 IAM vero datis duobus rectilineis quibuscunque A , & $BCDEFG$. HI , sit ex posteriore: quod maius ponatur, auferendum rectilineum habens latus lateri BI , parallelum, æquale priori A , quod minus statuatur, si fieri quidem id poterit. Fieri autem poterit semper in figuris omnes angulos habentibus intus, in alijs vero non semper. Per ea, quæ in scholio propof. 14. lib. 2. Euclid. vel potius per ea, quæ Num. 4. cap. 4. lib. 4. huius tradidimus, construatur quadratum KM , rectilineo minori A , æquale. Deinde ex angulo C , qui lateri BI , proximus est, ducta lateri BI , parallela CO , constituatur rectilineo BO , eadem ratione quadratum æquale PQR ; & duabus rectis KN , PQ , inuenta tertia proportionali KS , ducatur ST , ipsi KL , parallela: *f 17. sexti.* Eruntque rectangulum KT , contentum sub prima linea KL , & tertia KS , quadrato mediæ PQ , hoc est, rectilineo BO , æquale. Et quoniam KS , inuenta est in hoc exemplo minor latere KN : ideoque & rectangulum KT , minus quadrato KM , hoc est, rectilineo A ; erit etiam rectilineum BO , minus rectilineo A . Ex propinquiore ergo angulo H , ducta rursus ipsi CO , vel BI , parallela HV , fiat iterum rectilineo CH , æquale quadratum, cuius latus X : Et duabus rectis KN , & X , inuenta tertia proportionali SN , quæ in hoc exemplo terminatur in extremo lateris KN ; *g 17. sexti.* *g* erit rursus rectangulum SM , sub prima linea ST , & tertia SN , comprehensum æquale quadrato mediæ X , hoc est, rectilineo CH . Cum ergo & KT , ipsi BO , sit ostensum æquale: erit totum quadratum KM , hoc est, rectilineum A , toti rectilineo $BCVHOL$, æquale; ac proinde ex maiori rectilineo per rectam HV , lateri BI , parallelam rectilineum detrahimus minori rectilineo A , æquale. quod faciendum erat.

8 QVOD si duabus rectis KN , & X , inuenta tertia proportionalis fuisset minor, quam SN , nimirum æqualis ipsi SY , ita ut rectangulum SZ , quadrato rectæ X , vel rectilineo CH , foret æquale: ducenda esset ex proximo angulo D , alia parallela Da , & rectilineo DH , constituendum quadratum



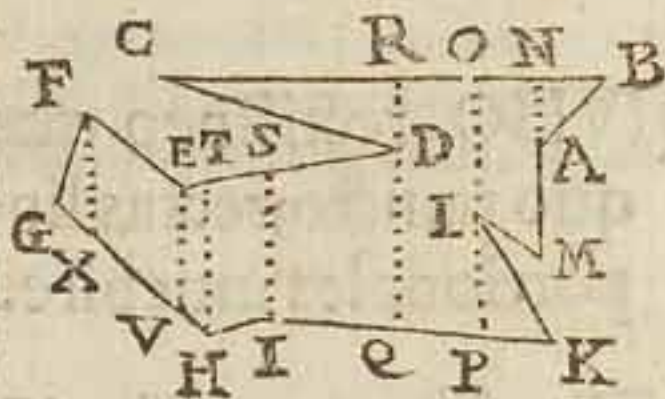
dratum æquale; atque rectæ KN, & lateri postremi huius quadrati inuenti adiungenda tertia proportionalis, & ei abscindenda æqualis Y b. Et si Y b, foret minor, quam Y N, ducenda adhuc esset ex proximo angulo G, parallela lateri BI, & rectilineo inter hanc parallelam, & D a, comprehenso efficiendum quadratum æquale: ac rectæ KN, & lateri huius quadrati adiungenda tertia proportionalis, &c. Atque ita progrediendum deinceps, donec inuenta sit tertia proportionalis S N, quæ terminetur in N, (qualis fuit tertia proportionalis S N, duabus K N, & X, inuenta) vel cuius terminus ultra N, cadat. Quando enim terminatur in N, erit rectilineum inter B I, & ultimam parallelam comprehensum æquale quadrato K M, hoc est, rectilineo A, ut ostensum fuit de rectilineo B H, paulo ante hunc Num. 8. Quando autem terminus tertiæ proportionalis cadit ultra N, videlicet in b. ita ut rectangulum Y d, sit æquale ultimo quadrato inuento, hoc est, rectilineo DH; ac proinde totum rectilineum inter B I, & ultimam parallelam, hoc est, rectangulum K d, maius quadrato K M, vel rectilineo A; erit ultimum rectilineum DH, maius rectangulo N d, propterea quod K Z, ipsi B H, æquale est, & Y d, ipsi D H. Quare si super rectam D a, inter rectas D V, a H, constitutur trapezium D f, per parallelam e f, rectangulo N d, æquale, ut supra Num. 3. traditum est: erit rectilineum inter B I, & e f, parallelas contentum æquale quadrato K M, hoc est, rectilineo A.

CAETERVM non est necesse, vt semper à proximo angulo parallela ducatur in figura BE. Quando namque sensus iudicaret plus minus, parallelam ex aliquo angulo non proximo ductam auferre rectilineum minus quadrato KM,

to KM , vel non multo maius, ducenda esset parallela ex eo angulo, & rectilineo abscisso construendum æquale quadratum, & reliqua perficienda, vt prius.

DENIQUE si aliquando deprehenderetur, rectilineum abscissum non esse multo minus quadrato, constituendum esset, vt Num. 3. docuimus, super parallelam illam trapezium æquale rectangulo, quo quadratum KM , rectilineum abscissum superat.

9 EX his puto satis studiosum Lectorem intelligere, quo pacto in alijs exemplis se gerere debeat. Nam si verbi gratia ex hoc proposito rectilineo irregularissimo per lineam lateri AM , parallelam abscindenda sit portio æqualis alteri cuiuspiam rectilineo minori, producemus MA , vsque ad N . Et si quidem deprehensum fuerit triangulū ABN , esse æquale dato rectilineo minori, (quod scietur, si quadratum triangulo æquale constructum, fuerit æquale quadrato, quod dato rectilineo minori constituitur æquale) recta AN , problema efficiet. Si vero maius,



construemus super AN , versus B , trapezium per parallelam ipsi AN , æquale excessui: At si minus, ducemus LO , parallelam. Nam si fuerit deprehensum rectilineum NL , æquale defectui, problema efficiet parallela LO : Si vero maius constituemus super LO , versus MN , per parallelam ipsi MN , trapeziū excessui æquale. Ea enim parallela problema soluet: At si minus, producemus OL , ad P : Et si quidem triangulū KLP , fuerit æquale defectui, tota parallela OP , quæstioni satisfaciet: Si vero maius, constituemus in angulo K , triangulum simile triangulo KLP , & excessui æquale; ita vt hoc triangulum vna cum rectilineo per parallelam LO , abscisso sit dato rectilineo minori æquale. Ex quo colliges, problema in hoc casu solui non posse, cum duæ parallelæ, nimirū LO , & illa, quæ triangulum ipsi KLP , simile aufert, resecēt ex toto rectilineo BG , partem dato rectilineo minori æqualem. At si triangulum KLP , fuerit minus defectu prædicto, ita vt hoc triangulum vna cum rectilineo per parallelam LO , abscisso sit minus dato rectilineo minore, ducemus per D , parallelam QR . Et si quidem rectilineum PR , æquale fuerit defectui, quo figura $KPLMABNO$, a dato rectilineo minore deficit, factum erit per parallelam QR , quod iubetur: Si vero maius, parallela, quæ cum QR , versus OP , auferet rectilineum huic excessui æquale, satisfaciet problemati: At si rectilineum PR , fuerit minus prædicto defectu, & triangulum CDR , inuentum fuerit vltimo huic defectui, quo rectilineum PR , a prædicto defectu deficit, æquale, parallela DQ , quæstionem dissoluet: Si autem triangulum CDR , fuerit maius hoc vltimo defectu, si ad C , constituatur triangulum excessui æquale, & simile triangulo CDR , satisficient quæstioni duæ parallelæ, videlicet DQ , & basis prædicti trianguli constituti; atque in hoc casu per vnicam parallelam satisfieri problemati nequit: Si denique triangulum CDR , minus extiterit eodem illo vltimo defectu, ducemus parallelam IS . Et si quidem rectilineum DI , æquale fuerit illi, quo triangulum CDR , minus est vltimo illo defectu, erit totum, rectilineum $ISDCBAMLKI$, dato minori rectilineo æquale: Si autem rectilineum DI , inæquale fuerit, progrediemur vltius, vt iam sæpius dictum

a 25. sexti.

b 25. sexti.

M m

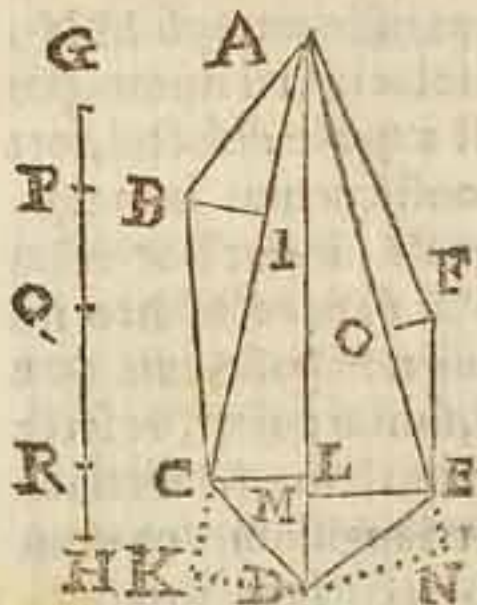
est,

est, donec rectilineum inueniamus dato minori rectilineo æquale; Inuenietur autem omnino vnum æquale, cum totum rectilineum BG, maius ponatur. Vides igitur, facile coniici posse, quando problema per vnicam parallelam solui possit, & quando non, sed per duas: Quotiescunque enim incidemus in eiusmodi triangulum in ipsa constructione, qualia fuerunt KLP, & CDR, ex quo auferendum sit triangulum simile, & æquale excessui alicui, solui problema nequit, nisi per duas parallelas.

PROBL. 2. PROPOS. 3.

DIVISO rectilineo quolibet in triangula ex vno aliquo puncto, rectas lineas ipsis triangulis ordine proportionales inuenire.

SIT rectilineum quodlibet ABCDEF, diuisum in triangula ABC, ACD, ADE, AEF, per rectas ex angulo A, (vel aliquo puncto assignato in vno latere) ad omnes angulos oppositos ductas: atque hisce triangulis inueniendæ sint ordine totidem rectæ proportionales. Ex omnibus angulis, dempto



angulo A, ad rectas ex A, egredientes ducantur perpendiculares BI, CL, DK, DN, EM, FO, pro altitudinibus triangulorum. (Nihil autem refert, si interdum perpendiculares cadant in rectas extra triangula productas, cuiusmodi hic sunt DK, DN,) ita vt singula triangula binas habeant altitudines, præter duo extrema, quæ singulas duntaxat habent. Deinde in recta quacunque GH, accipiat GP, æqualis altitudini BI, primi trianguli ABC; & PQ, æqualis altitudini DK, secundi trianguli ACD, respectu eiusdem basis AC. Post

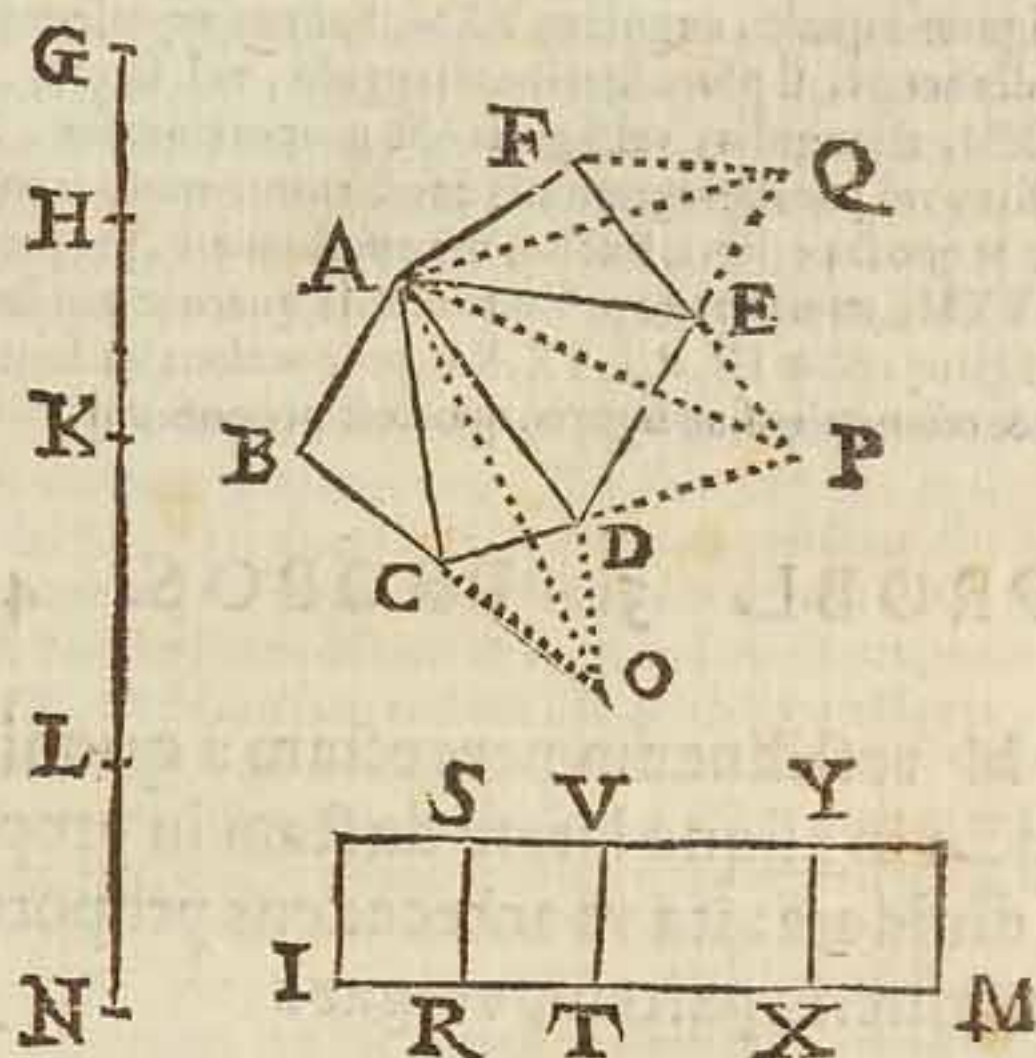
a 12. sexti.

hæc fiat, & vt CL, altitudo secundi trianguli respectu basis AD, ad EM, altitudinem tertij trianguli ADE, respectu eiusdem basis AD, ita PQ, ad QR; Et vt DN, altitudo tertij trianguli ADE, respectu basis AE, ad FO, altitudinem quarti trianguli AEF, respectu eiusdem basis AE, ita QR, ad RH, atque ita deinceps, si plura fuerint triangula, sumendo semper duas altitudines ad communem basem demissas, &c. Dico quatuor rectas GP, PQ, QR, RH, esse quatuor triangulis ordine proportionales. Nam vt in scholio propof. 1. lib. 6. Euclid. demonstratum est, à nobis, ita est triangulum ABC, ad triangulum ACD, vt altitudo BI, ad altitudinem DK, propter basem comunem AC, hoc est, vt GP, ad PQ, cum hæ sumptæ sint illæ altitudinibus æquales. Eadem de causa ita est triangulum ACD, ad triangulum ADE, vt altitudo CL, ad altitudinem EM, hoc est, vt PQ, ad QR, cum ex constructione sit, vt CL, ad EM, ita PQ, ad QR. Pari denique ratione ita est triangulum ADE, ad triangulum AEF, vt altitudo DN, ad altitudinem FO, hoc est, vt QR, ad RH, cum sit per constructionem, vt DN, ad FO, ita QR, ad RH. Constat ergo id, quod propositum fuit.

ALL

A L I T E R.

SIT rursus rectilineum ABCDEF, diuisum in triângula ABC, ACD, ADE, AEF, ex puncto A. Quoniam bina proxima triângula constituunt quadrilaterum, cuius diameter est latus vtrique triângulo commune, cuiusmodi est ABCD, ducemus diametro AC, ex D, parallelam DO, quæ secet latus BC, productum in O. Sic in quadrilatero ACDE, diametro AD, parallelam ducemus EP, quæ secet latus CD, protractum in P. Itemque in quadrilatero ADEF, diametro AE, parallelam ducemus FQ, quæ latus DE, productum secet in Q. Deinde in recta quauis GN, sumantur GH, HK, ipsi BC, CO, æquales. Et tribus CD, DP, HK, reperiatur quarta proportionalis KL. Ac tandem tribus DE, EQ, KL, quarta proportionalis inue-



niatur LN. Dico inuentas esse quatuor rectas GH, HK, KL, LN, quatuor triángulis proportionales. Ductis enim ex A, ad O, P, Q, puncta concursuum rectis AO, AP, AQ, ærit triángulum ACD, triángulo ACO; & triángulum ADE, triángulo ADP; & triángulum AEF, triángulo AEQ, æquale. Cum ergo sit, vt BC, ad CO, hoc est, vt GH, ad HK, ita triángulum ABC, ad triángulum ACO, hoc est, ad triángulum ACD: Item vt CD, ad DP, hoc est, vt HK, ad KL, ita triángulum ACD, ad triángulum ADP, hoc est, ad triángulum ADE: Et vt DE, ad EQ, hoc est, vt KL, ad LN, ita triángulum ADE, ad triángulum AEQ, hoc est, ad triángulum AEF: perspicuum est id, quod proponitur.

a 37. primi
b 1. sexti.

M m 2

ALI.



A L I T E R.

244. vel 45.
primi.

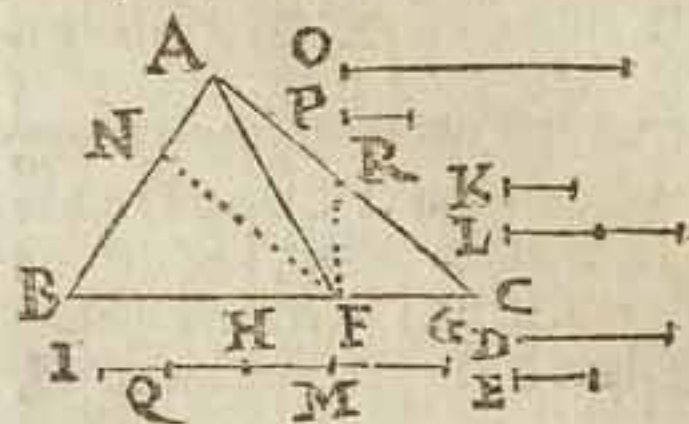
b r. sexti.

RATIONES duæ expositæ, quæ expeditissimæ sunt, propria est triangu-
lorum, in quæ diuiditur figura per rectas ab vno aliquo puncto in quouis
latere dato, vel ab aliquo angulo emissas: potest tamen idem hoc problema
absolui alio modo, qui in quaslibet figuras conuenit, licet non sit tam ex-
peditus. Ita ergo agemus: Sit eadem figura proxima diuisa in triangu-
la, vel etiam in plurium laterum figuras. Et primo triangulo ABC, vel primæ
figuræ, rectangulum, vel quoduis aliud parallelogrammum non rectangu-
lum æquale construat IS: Et super rectam RS, aliud parallelogrammum
ST, secundo triangulo ACD, vel secundæ figuræ æquale, habens angulum
SRT, angulo I, æqualem. Item super rectam TV, aliud VX, tertio triangu-
lo ADE, vel tertiæ figuræ æquale, angulum habens VTX, æqualem eidem
angulo I: Ac denique super rectam XY, aliud YM, quarto triangulo AEF,
vel quartæ figuræ æquale, angulum YXM, habens æqualem eidem angulo
I: atque ita deinceps, si plura fuerint triangu-
la, vel figuræ. Dico rectas
IR, RT, TX, XM, triangulis, vel figuris esse proportionales. Nam ex qua-
tuor rectangulis, vel parallelogrammis constituitur vnum totum, vt ex de-
monstratione propos. 45. lib. 1. Euclid. manifestum est, propter angulos I,
SRT, VTX, YXM, æquales: ac proinde omnia quatuor eandem habent al-
titudinem. Igitur rectæ IR, RT, TX, XM, proportionales sunt parallelogr-
mis, ideoque & triangulis, siue figuris. quod est propositum.

PROBL. 3. PROPOS. 4.

DATVM rectilineum per rectam à quouis angulo,
vel puncto in aliquo latere ductam in proportionem
datam diuidere: ita vt antecedens proportionis, in
quam malueris partem, vergat.

c i. sexti.



SIT primum triangulum quodcunque ABC, per rectam ex angulo A,
diuidendū in duas partes: ita vt pars ad B, vergens ad reliquam partem ha-
beat proportionem datam D, ad E. Secetur latus BC, dato angulo opposi-
tum, per ea, quæ in scholio propos. 10.
lib. 6. Euclid. docuimus, in F, ita vt ea-
dem sit proportio BF, ad FC, quæ D, ad
E, ducaturque recta AF. Dico esse vt
D, ad E, ita triangulum ABF, ad trian-
gulum AFC. Est enim triangulū ABF,
ad triangulum AFC, vt BF, ad FC, hoc
est, vt D, ad E.

DEINDE sit idem triangulum ABC, diuidendum in duas partes, per
rectam ex puncto F, dato in latere BC, ita vt pars versus B, ad reliquam par-
tem

tem habeat proportionem datam D, ad E. Ducta ex dato puncto F, ad angulum oppositum A, recta FA, ut totum triangulum in duo triangula sit sectum: *a* reperiantur duae rectae GH, HI, habentes eandem proportionem, quam triangulum ABF, ad triangulum AFC: totaque GI, secetur in H, ut eadem sit proportio GH, ad HI, quae D, ad E. Et quia punctum H, cadit in extremum primae lineae GH, estque ut GH, ad HI, hoc est, ut D, ad E, ita triangulum ABF, ad triangulum AFC: diuidet recta FA, ex dato puncto F, ad oppositum angulum A, ducta triangulum ABC, in duas partes in data proportionem D, ad E.

SIT rursus data proportio K, ad L, diuidendumque sit triangulum ABC, ex puncto F, in duas partes eiusdem proportionis. Diuidatur tota GI, in M, ita ut eadem sit proportio GM, ad MI, quae K, ad L. Et quoniam diuisionis punctum M, cadit in primam partem GH, totius lineae GI, secabimus BA, basem primi trianguli dato puncto F, oppositam, in N, ut eadem sit proportio BN, ad NA, quae GM, ad MI. Dico ductam rectam FN, problema efficere, hoc est, ita esse triangulum BFN, ad trapezium FNAC, ut K, ad L. Quoniam enim rectae GH, HI, triangulis ABF, AFC, proportionales inueniuntur sunt: & tam primam partem GH, in M, quam primum triangulum ABF, per rectam FN, secimus proportionaliter, *a* cum sit triangulum BFN, ad triangulum NFA, ut BN, ad NA, hoc est, ut GM, ad MI, *b* erit ut GM, ad MI, id est, ut K, ad L, ita BFN, triangulum ad trapezium FNAC, quod est propositum.

DENIQUE data sit proportio O, ad P, secandumque sit triangulum ABC, in duas partes eiusdem proportionis. Diuisa tota GI, in Q, ita ut eadem sit proportio GQ, ad QI, quae O, ad P: quoniam punctum diuisionis Q, cadit in secundam partem HI, totius lineae GI, diuidemus AC, basem secundi trianguli dato puncto F, oppositam in R, ut eadem sit proportio AR, ad RC, quae HQ, ad QI. Dico ductam rectam FR, problema efficere, hoc est, ita esse trapezium ABFR, ad triangulum RFC, ut O, ad P. Quoniam enim rectae GH, HI, reperiuntur sunt triangulis ABF, AFC, proportionales; & tam secundam partem HI, in Q, quam secundum triangulum AFC, per rectam FR, secimus proportionaliter: *c* cum sit triangulum AFR, ad triangulum CFR, ut AR, ad RC, hoc est, ut HQ, ad QI: *d* Erit ut GQ, ad QI, hoc est, ut O, ad P, ita trapezium ABFR, ad triangulum RFC, quod est propositum.

IA M vero si antecedens proportionis vergere debeat versus C, proportioque data sit O, ad P; fiet id commodissime, si triangulum ex F, diuidatur secundum proportionem P, ad O, ita ut antecedens vergat versus B, sicut docuimus. Nam tunc pars versus C, ad reliquam habebit proportionem, quam O, ad P, per conuersam proportionalitatem. Quod etiam in alijs figuris intelligi volo.

SIT deinde multilatera figura quaecunque ABCDEF, per rectam ex angulo A, ductam secunda in duas partes, ita ut pars ad B, vergens ad reliquam partem proportionem habeat datam M, ad N. Ductis ex dato angulo A, ad omnes angulos oppositos rectis partientibus figuram in quatuor triangula; *e* inueniatur ipsis quatuor rectae proportionales GH, HI, IK, KL. Tota deinde GL, secetur in O, ut eadem sit proportio GO, ad OL, quae M, ad N. Et quoniam diuisionis punctum O, cadit in tertiam lineam IK, secabimus tertij trianguli basem DE, dato angulo A, oppositam in P, ut secta est IK,

a 3. huius.

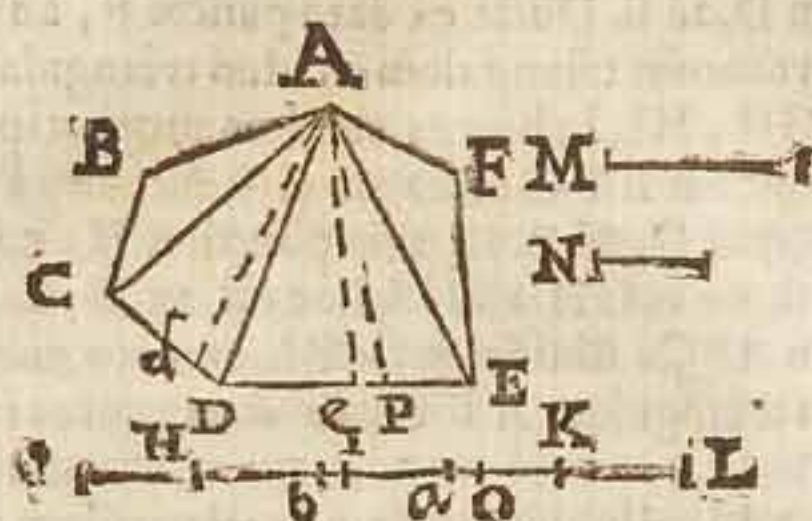
a 1. sexti.

b 1. huius.

c 1. sexti.

d 1. huius.

e 3. huius.



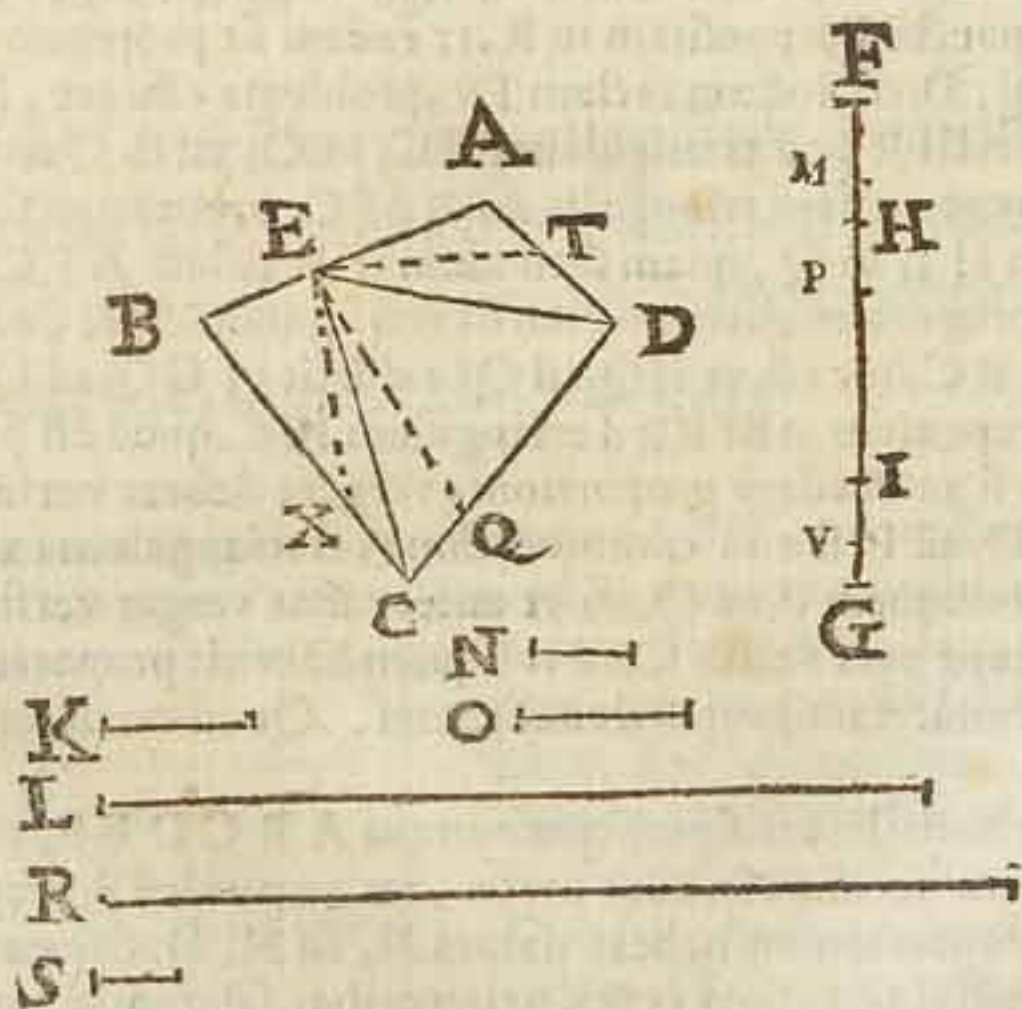
IK, in O, ducemusque rectam AP. Dico esse rectilineum ABCDPA, ad rectilineum APEFA, ut GO, ad OL, hoc est, ut M, ad N. Quoniam enim triacula rectilinei dati proportionalia sunt ordine rectis GH, HI, IK, KL, per constructionem, tertiumque trian-

a 1. sexti.
b 1. huius.

gulum ADE, & lineam tertiam IK, diuisimus proportionaliter per rectam AP, & in puncto O; a cum sit ut DP, ad PE, hoc est, ut IO, ad OK, ita, triangulum ADP, ad triangulum APE; b Erunt totæ quoque magnitudines sectæ proportionaliter, hoc est, erit ABCDPA, ad APEFA, ut GO, ad OL, hoc est, ut M, ad N. quod est propositum.

QVOD si punctum O, diuidens rectam GL, in duas partes proportionis datæ M, ad N, caderet in aliquod punctum H, I, K, ut in I, terminum secundæ lineæ HI, diuideret recta AD, terminans secundum triangulum ACD, totum rectilineum in datam proportionem. Nam tunc per primam partem propof. 1. huius lib. esset ABCDA, ad ADEFA, ut M, ad N, ut perspicuum est.

DATVM præterea sit rectilineum ABCD, ex puncto E, dato in latere AB, diuidendum in duas partes, quarum prior ad B, vergens ad posteriorem partem habeat proportionem datam K, ad L. Ductis ex dato puncto



c 3. huius.

E, ad omnes angulos oppositos rectis diuidentibus rectilineum in tot triacula uno minus, quot latera figura habet; c inueniantur rectæ FH, HI, IG, tran-

triangulis EBC, ECD, EDA, proportionales. Secta deinde tota FG, in M, secū
dū datā proportionē K, ad L : quoniā diuisionis punctū M, incidit in primā
lineā FH, diuidemus primi trianguli EBC, basem BC, dato puncto E, oppositā
in X, vt FH, secta est in M. Iuncta namque recta EX, *a* erit triangulum
EBX, ad figuram EXCDAE, vt FM, ad MG, hoc est, vt K, ad L : propterea
quod triangula EBC, ECD, EDA, rectis FH, HI, IG, proportionalia sunt
ex constructione ; & primæ partes EBC, FH, sectæ sunt per rectam EX, &
in M, proportionaliter ; *b* cum sit EBX, ad EXC, vt BX, ad XC, hoc est, vt
FM, ad MH. Constat ergo propositum. *b* 1. *sexii.*

Si proportio data sit N, ad O ; secta FG, in P, secundum proportionem
N, ad O, cadet diuisionis punctum P, in secundam lineam HI. Igitur si secun
di trianguli ECD, basis CD, dato puncto E, opposita secetur in Q, vt secta
est HI, in P, neeturque recta EQ, *c* erit rursus figura EBCQE, ad figuram
EQDA, vt FP, ad PG, hoc est, vt N, ad O. *c* 1. *huius.*

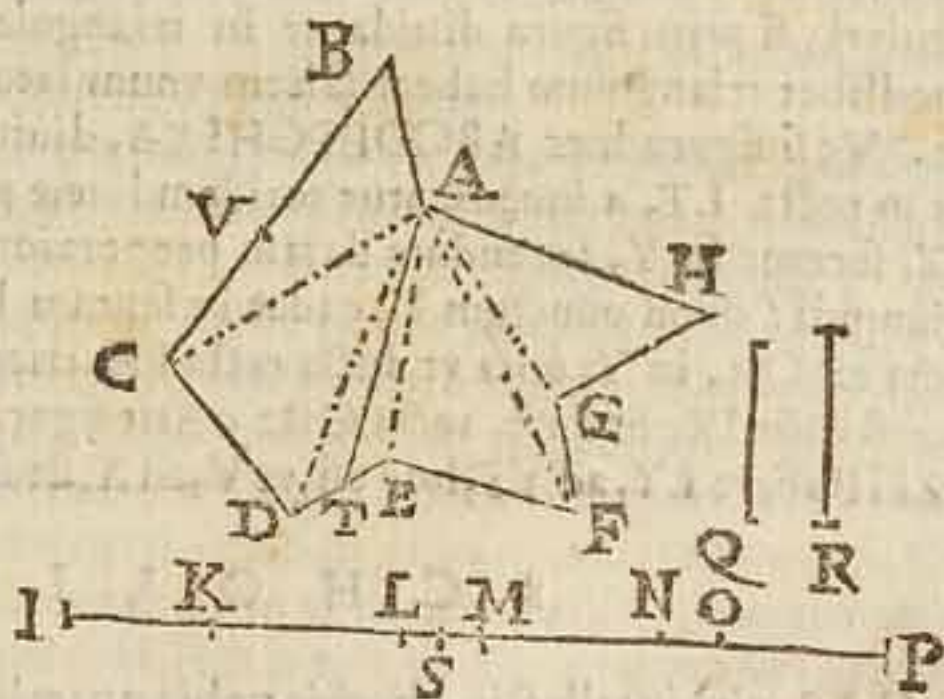
Si denique data sit proportio R, ad S ; secta FG, in V, secundum propor
tionem R, ad S, cadet diuisionis punctum V, in tertiam lineam IG. Quam
ob rem si tertij trianguli EDA, basis DA, dato puncto E, opposita secetur in
T, vt secta est IG, in V, iungaturque recta ET ; *d* erit rursus figura EBCD-
TE, ad triangulum ETA, vt FV, ad VG, hoc est, vt R, ad S. *d* 1. *huius.*

ATQVE hac via procedendum est in omnibus alijs figuris, quæ latera
totidem habeant, quot angulos, id est, in quibus omnes anguli introrsum
vergant.

IDEM hoc problema efficiemus in retilineo, cuius anguli partim ex
trorsum vergant, & partim introrsum, dūmodo ab angulo, vel puncto dato in
latere duci possint lineæ rectæ diuidentes retilineum in triangula, quæ nul
lum ipsius latus fecent. Vt in hac figura octo laterum ABCDEFGH, cuius
quinque anguli B, C, D, F, H, introrsum vergunt, & reliqui tres BAH, DEF,
FGH, extrorsum, ductæ sunt rectæ ex angulo A, ad omnes angulos, præ
ter quam ad duos proximos

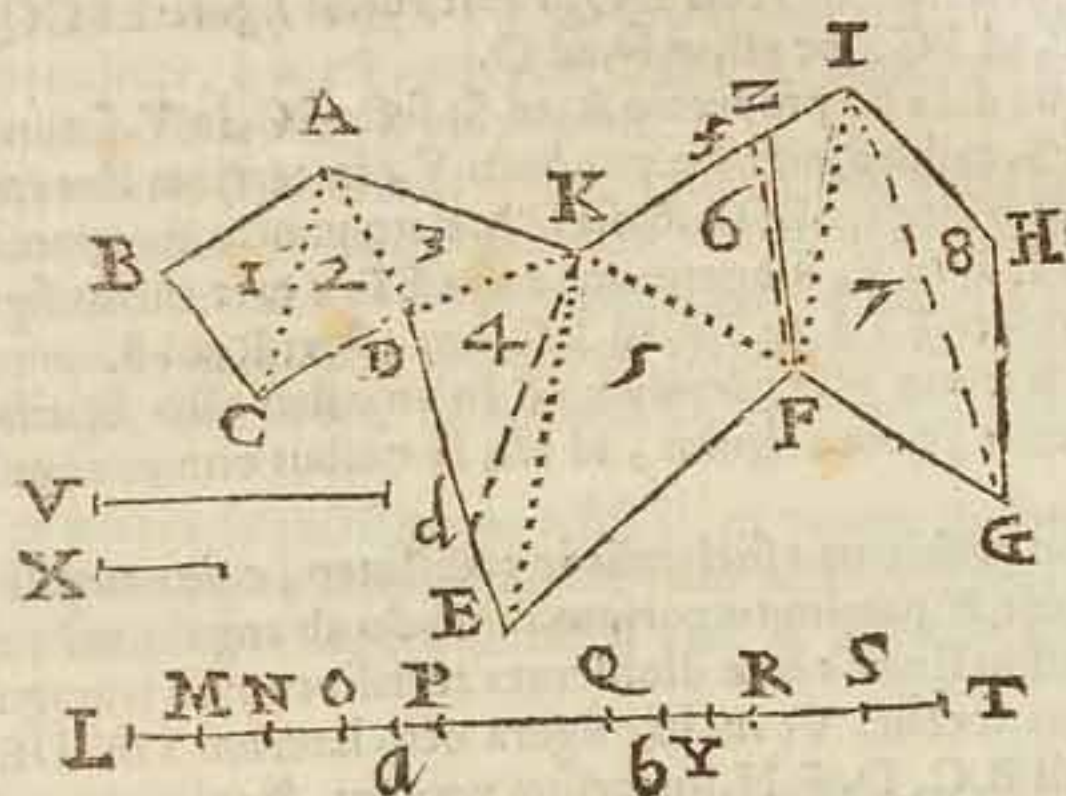
B, H, nullum figuræ latus
intersecantes. *e* Si igitur
reperiantur sex rectæ IK,
KL, LM, MN, NO, OP, sex
triangulis ABC, ACD,
ADE, AEF, AFG, AGH,
proportionales ; & tota li
nea LP, secetur in S, secun
dum datam proportionem
Q, ad R ; atq. basis DE, tertij
trianguli (Nā diuisionis pun
ctum S, in tertiam lineam
LM, incidit) dato puncto
A, opposita diuidatur in T,
vt linea LM, in S, diuisa est, ducaturque recta AT : *f* erit figura ABCD-
TA, ad figuram ATEFGHA, vt IS, ad SP, hoc est, vt Q, ad R. *f* 1. *huius.*

EX angulo B, vel H, non poterit proposita figura in quacumq. proportio
nem diuidi : quia lineæ ex eorum utrolibet ad oppositos angulos emissæ
partim secant latera, & partim cadunt extra figuram. Quod si data pro
portio

e 3. *huius.*f 1. *huius.*

portio minor esset, quam figuræ $B C D E B$, (si nimirum intelligatur ducta recta BE) ad figuram $B E F G H A B$, tum demum diuidi posset ex B , tota figura in datam proportionem: propterea quod fierent duo triangula $B C D$, (ducta videlicet recta BD) $B D E$, ad punctum B , quorum bases sunt latera figuræ CD, DE ; alia vero quatuor ABE, AEF, AFG, AGH , ad punctum A , quorum etiam bases sunt figuræ latera AB, EF, FG, GH , &c.

EODEM modo quamcunque figuram rectilineam, etiam irregularissimam, partiemur in datam proportionem, non quidem ex quolibet angulo, vel puncto dato, (nisi ex eo duci possint rectæ ad omnes angulos oppositos, exceptis duobus proximis, quæ nullum figuræ latus interfecenti: cu-



- iusmodi esset punctum V , in antecedenti figura) sed ex aliquo puncto particulari; si prius figura diuidatur in triangula ex pluribus punctis, ita ut quodlibet triangulum habeat saltem vnum latus, quod etiam sit latus figuræ. Ut si figura hæc $ABCDEF GHIKA$, diuidatur in octo triangula, & illis in recta LT , a inueniantur totidem lineæ proportionales, totaque linea LT , secetur in Y , secundum datam proportionem V , ad X ; & basis IK , sexti trianguli (quod punctum Y , cadat in sextam lineam QR .) secetur in Z , ut secunda est QR , in Y ; b ita ut ducta recta FZ , triangulum EIK , sectum sit, ut secunda est basis IK , hoc est, recta QR : c Erit figura $ABCDEF ZKA$, ad figuram $FZIHGF$, ut LY , ad YT , hoc est, ut V , ad X , Et sic de cæteris.
- a 3. huius.*
b 1. sexti.
c 1. huius.

S C H O L I V M.

Quo pacto figura data secetur ex dato angulo vel puncto in latere, in quotuis partibus æquales

HIS ritè intellectis, licebit nobis quamlibet figuram secare in quotuis partes æquales ex dato angulo, vel puncto in latere, ex quo duci possint ad omnes angulos, exceptis proximis duobus, rectæ lineæ, ita ut nullum figuræ latus secent. Nam si proposita figura sit secanda, verbi gratia in 7. partes æquales, diuidemus eam secundum proportionem 1. ad 6. nimirum secundum submultiplicem denominatam à denominatore partium, minus vno, in quas

quas figura diuidenda est. Ita enim prior pars erit $\frac{1}{7}$. totius figuræ, cum posterior 6. eiusmodi partes complectatur. Hanc deinde posteriorem partem secabimus secundum proportionem 1. ad 5. ita ut prior pars contineat $\frac{1}{6}$. ipsius, hoc est, $\frac{1}{7}$. totius figuræ. Post hæc posteriorem huius secundæ diuisionis partem partiemur secundum proportionem 1. ad 4. Ac rursus partem huius tertiæ diuisionis posteriorem diuidemus secundum proportionem 1. ad 3. Atque posteriorem huius quartæ diuisionis partem secabimus secundum proportionem 1. ad 2. Ac postremo partem posteriorem huius quintæ diuisionis partiemur in duas partes æquales, nimirum secundum proportionem 1. ad 1.

NON aliter figuram irregularem, in qua à nullo angulo, vel puncto in latere, duci possunt rectæ ad angulos oppositos, quin aliqua figuræ latera secantur, diuidere licebit in partes quotuis æquales, ex diuersis angulis, vel punctis. Nam si verbi gratia vltima figura huius propositionis diuidenda sit in 5. partes æquales; ressecabimus ex ea, ab aliquo angulo, vel puncto, quintam partem. Deinde ex maiore parte complectente $\frac{4}{5}$. totius figuræ, ab aliquo eius angulo, vel puncto, detrahemus quartam partem: Item tertiam partem ex maiore parte huius diuisionis: Ac tandem semissem ex vltima parte postremæ huius diuisionis. Hac enim ratione diuisa erit tota figura in 5. partes: non secus atque in linea recta AB, contingit. Si namque eam partiri iu-

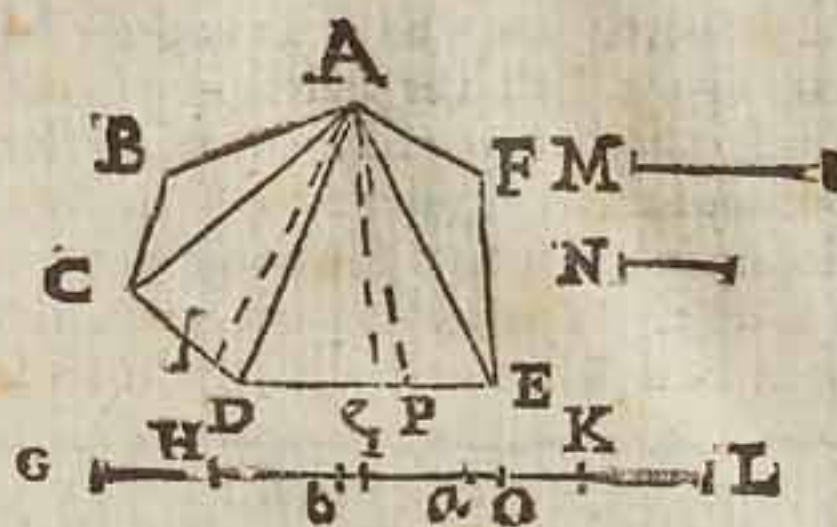


beamur in 7. partes æquales, efficiemus id, si primo loco septimam partem AC, detrahemus; deinde $\frac{1}{6}$. CD, ex reliqua linea CB; & ex reliqua DB, quintam partem DE: & ex reliqua EB, quartam partem EF; & ex reliqua FB, tertiam partem FG: Ac denique reliquam lineam GB, bisariam secabimus in H, hoc est, semissem GH, ex ea abscindemus.

FACILIVS idem exequemur, quando ex dato angulo, vel puncto, duci possunt rectæ ad omnes angulos, duobus proximis exceptis, nullum figuræ latus secantes, hac ratione. Lineam ex rectis, quæ triangulis figuræ proportionales sunt, conflata secabimus in tot partes æquales, in quot figuram partiri iubemur. Si enim bases triangulorum dato angulo, vel puncto oppositas, quæ lineis, in quas puncta diuisionum cadunt, respondent, ita diuidemus, ut sectæ sunt respondentes lineæ, atque ex dato angulo, vel puncto, ad diuisionum puncta rectas ducemus, factum erit, quod proponitur. Ut si secunda figura huius propos. secunda sit in 5. partes æquales, partiemur lineam GL, in 5. æquales partes GH, Hb, ba, aK, KL. Et quoniam primum punctum H, cadit in H, erit triangulum ABC, quinta figuræ pars; & cum sit ut GH, ad HL, ita triangulum ABC, ad reliquam partem figuræ. Deinde secabimus basem secundi trianguli in d, ut secunda linea HI, secta est in b: Et basem tertij trianguli in e, ut tertia linea IK, secta est in a; rectasque ducemus Ad, Ae. Quia vero quartum punctum K, cadit in K, terminum quartæ lineæ IK, erit figura diuisa in 5. partes æquales ABC, ACd, AdDe, a. l. huius.

N n

A e E,



a 1. *huius.* $A e E$, $A E F$; a propterea quod hæ partes partibus $G H$, $H b$, $b a$, $a K$, $K L$, proportionales sunt.

$N E Q V E$ vero difficile erit hanc eandem rationem figuris irregularibus, qualis est vltima huius propos. accommodare. Si enim ea diuidenda sit, verbi gratia in tres partes æquales, secāda erit linea $L T$, in tres æquales partes $L a$, $a b$, $b T$. Et quarti trianguli basis $D E$, diuidenda in d , vt quarta linea $O P$, diuisa est in a : Item sexti trianguli basis $K I$, secanda in f , vt sexta linea $Q R$, in b , facta est. Nam si ex K , angulo basi $D E$, opposito recta ducatur $K d$: Item ex angulo F , basi $K I$, opposito recta $F f$, erunt tres partes figuræ $A B C D d K A$, $K d E F f K$, $f F G H I f$, inter se æquales: b cum sint rectis $L a$, $a b$, $b T$, proportionales. Eademque de cæteris ratio est.

b 1. *huius.*

PROBL. 4. PROPOS. 5.

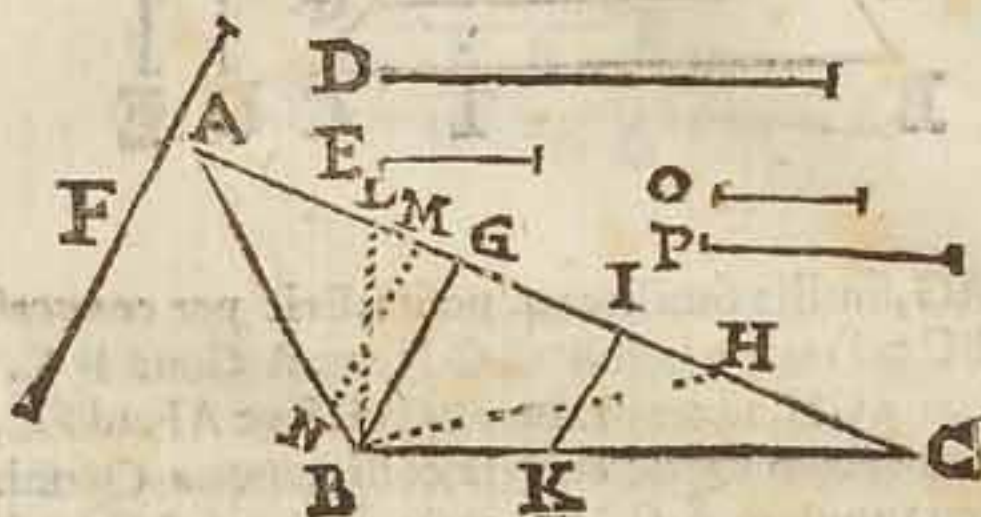
DATVM rectilineum per rectam lineam datæ rectæ parallelam in datam proportionem diuidere, ita vt antecedens proportionis in quam elegeris partem vergat.

e eavoll. 19.
fexxi.

SIT primo triangulum $A B C$, diuidendum in duas partes per lineam lateri $B C$, parallelam, vt pars versus A , ad reliquam habeat proportionē datam D , ad E . Alterutro laterum, cui linea diuidens æquidistare non debet, videlicet $A C$, diuiso in F , vt eadem sit proportio $A F$, ad $F C$, quæ D , ad E , initio facto ab angulo A , versus quem antecedens proportionis vergere debet, reperiatur inter totum latus $A C$, & eius partem $A F$, quæ terminatur in angulo A , qui lateri opponitur, cui æquidistans ducenda est, media proportionalis $A G$, agaturq. per G , ipsi $B C$, parallela $G H$. Dico hanc parallelā problema efficere, id est, eādem esse proportionē trianguli $A G H$, ad trapezium $B C G H$, quæ est D , ad E . Quoniam enim triangulum $A B C$, ad triangulum $A G H$, est vt latus $A C$, ad rectam $A F$, quod tres rectæ $A C$, $A G$, $A F$, continuè proportionales sint, & triagula $A B C$, $A G H$,

est antecedens : erit reliquum triangulum ALM , reliquo triangulo AIC , æquale. α Quare erit trapezium BL , ad triangulum ALM , vt triangulum ABI , ad triangulum AIC , hoc est, vt BI , ad IC , vel vt D , ad E .

$SE D$ diuidendum iam sit triangulum ABC , in datam proportionem D , ad E , per lineam parallelam cuiusque lineæ F : quæ si æquidistet vni laterum, partiemur triangulum in datam proportionem, per rectam illi late



ri parallelam, vt iam tradidimus, siue antecedens vergere debeat ad angulum lateri illi oppositum, siue ad ipsummet latus: factumque erit, quod iubetur; b cum parallela illa æquidistet etiam datæ rectæ lineæ.

b 30. primi.

SI vero data recta F , nulli laterum æquidistet, ducatur illi ex aliquo angulo parallela intra triangulum cadens, qualis est BG . Si igitur antecedens proportionis statuendum sit ad partes A , secā bimus latus AC , in H , in datam proportionē D , ad E . Cadat autem primo punctum H , inter G , & C ; inueniaturque inter GC , & eius partem CH , terminatam in angulo C , parallelæ BG , opposito media proportionalis CI ; & per I , ipsi BG , vel ipsi F , parallela agatur IK ; quam dico problema efficere: hoc est, esse trapezium $ABKI$, ad triangulum IKC , vt D , ad E . ϵ Quoniam enim est (ducta recta BH ,) vt triangulum GBC , ad triangulum IKC , ita GC , ad CH ; quod tres GC , CI , CH , sint continue proportionales, & triacula similia similiterque posita: d Vt autem GC , ad CH , ita est quoque triangulum GBC , ad triangulum HBC ; e erunt triacula IKC , HBC , æqualia: Ac proinde & reliquum trapezium $ABKI$, reliquo triangulo ABH , æquale erit. f Igitur erit vt trapezium $ABKI$, ad triangulum ICK , ita triangulum ABH , ad triangulum HBC : hoc est, ita AH , ad HC , vel ita D , ad E , quod est propositum.

ϵ coroll. 19. sexti.

d 1. sexti.
 e 9. quinti.
 f 7. quinti.

CADAT deinde punctum L , (Ponimus iam datam proportionem E , ad D , diuisamque esse AC , in L , secundum datam proportionem) inter A , & G . Inuenta ergo inter GA , & eius partem AL , terminatam in angulo A , parallelæ BG , opposito, media proportionali AM , agatur per M , ipsi GB , ideoque & ipsi F , parallela MN : quam dico problema efficere, hoc est, esse triangulum AMN , ad trapezium $MNBC$, vt E , ad D . Iuncta namque recta BL , g quoniam est, vt triangulum ABG , ad triangulum AMN , ita AG , ad AL : quod tres AG , AM , AL , continue proportionales sint, & triacula similia similiterque posita: b Vt autem AG , ad AL , ita est quoque idem trian-

g coroll. 19. sexti.
 b 1. sexti.

triangulum ABG, ad triangulum ABL; *a* erunt triacula AMN, ABL, æ- *a* 9. quinti
qualia; ac proinde & reliquum trapezium MNBC, reliquo triangulo LBC,
æquale erit. *b* Quapropter erit triangulum AMN, ad trapezium MNBC, *b* 7. quinti
vt triangulum ABL, ad triangulum LBC, *c* hoc est, vt AL, ad LC, vel E, ad *c* 1. sexti.
D. quod est propositum.

QVOD si punctum diuisionis caderet in G, quod contingeret, si data esset
proportio O, ad P; Ipsamet parallela BG, problema efficeret; *d* cum sit tria *d* 1. sexti.
gulum ABG, ad triangulum GBC, vt AG, ad GC, hoc est, vt O, ad P. Et si an
tecedens statui debet versus C, & data proportio esset P, ad O; *e* erit quoque *e* 1. sexti.
triangulum CBG, ad triangulum ABG, vt CG, ad GA, vel vt P, ad O.

A L I T E R.

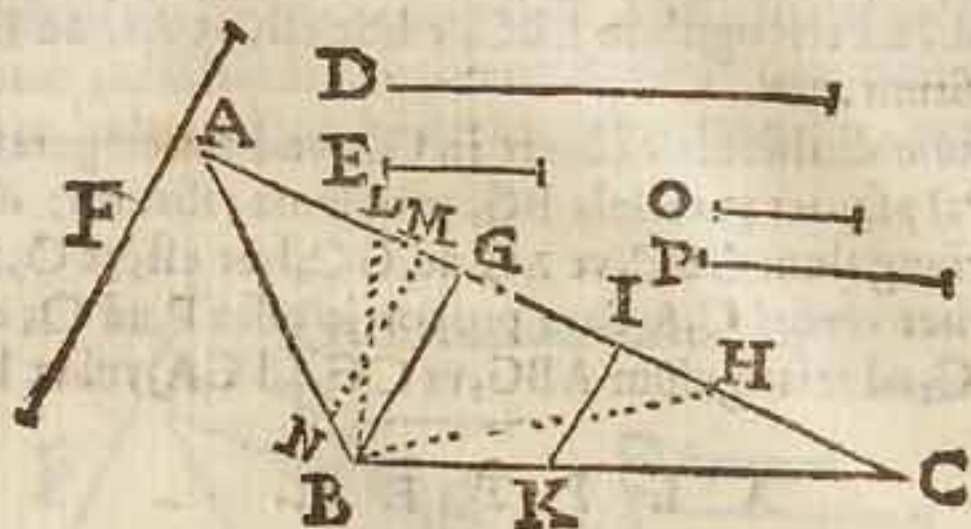
DIVISO quouis latere, videlicet AC, in H, secundum datam proportio-
nem D, ad E, iunctaque recta BH; quia punctum H, cadit inter G, & C, *f* 2. huius.
fiat super BG, inter rectas BC, GC, trapezium BI, per parallelam IK, æ-
quale triangulo BGH: Eritque propterea totum trapezium ABKI, toti trian-
gulo ABH, æquale, atque idcirco & reliquum triangulum IKC, reliquo trian-
gulo BCH. *g* Quocirca erit trapezium ABKI, ad triangulum IKC, vt trian- *g* 7. quinti
gulum ABH, ad triangulum BCH, *h* hoc est, vt AH, ad HC, vel vt D, ad E. *h* 1. sexti.

DIVISO rursus latere AC, in L, secundum datam proportionem E,
ad D, iunctaque recta BL, quoniam punctum L, cadit inter A, & G. *i* fiat su- *i* 2. huius.
per BG, inter rectas BA, GA, trapezium BM, per parallelam MN, æquale trian-
gulo BGL: Eritque propterea & totum trapezium MNBC, toti triangulo
LBC, & reliquum triangulum AMN, reliquo triangulo ABL, æquale. *k*
Qua ob rem erit triangulum AMN, ad trapezium MNBC, vt triangulum ABL, *k* 7. quinti.
ad triangulum LBC, *l* hoc est, vt AL, ad LC, vel vt E, ad D. quod erat faciendum. *l* 1. sexti.

NON aliter problema absoluemus, si antecedens proportionis vergere
debeat ad partes C. Diuiso namque latere CA, in L, in proportionem da-
tam D, ad E. Quoniam punctum L, cadit inter A, & G; inueniemus inter GA,
AL, mediam proportionalem AM, & per M, ipsi BG, parallelam ducemus
MN, quam dico problema efficere, id est, ita esse trapezium MNBC, ad
triangulum AMN, vt D, ad E. Iuncta namque recta BL: *m* quoniam *m* coroll. 19.
triangulum ABG, ad triangulum AMN, est, vt AG, ad AL, quod tres AG,
AM, AL, continue sint proportionales, & triacula similia similiterque po-
sita: *n* Vt autem AG, ad AL, ita est quoque idem triangulum ABG, ad trian- *n* 1. sexti.
gulum ABL; *o* æqualia erunt triacula AMN, ABL; ac proinde & reliquum *o* 9. quinti
trapezium MNBC, reliquo triangulo LBC, æquale erit. Igitur erit trape-
zium MNBC, ad triangulum AMN, vt triangulum LBC, ad triangulum
ABL, *p* hoc est, vt CL, ad LA, vel vt D, ad E. *p* 1. sexti.

QVOD si proportio data sit E, ad D; diuiso eodem latere CA, in H,
in proportionem datam E, ad D, ductaque recta BH; quoniam punctum H,
cadit inter G, & C, reperiemus inter GC, CH, mediam proportionalem
CI, & per I, parallelam ipsi BG, agemus IK; quam dico problema effice-
re, hoc est, esse triangulum CIK, ad trapezium IKBA, vt CH, ad HA, vel
vt E, ad D. Iuncta enim recta BH; *q* quoniam est triangulum CBG, ad *q* coroll. 19.
triangulum CIK, vt CG, ad CH; quod tres CG, CI, CH, sint continue pro- *q* 1. sexti.
portio

at. sexti. portiones, & triangula similia similiterque posita: α Vt autem CG, ad



a 9. quinti. CH, ita quoque est idem triangulum CBG, ad triangulum CBH; α æqualia erunt triangula CIK, CBH: ideoque & reliquum trapezium IKBA, reliquo triangulo HBA, æquale erit. b Quocirca erit triangulum CIK, ad trapezium IKBA, vt triangulum CBH, ad triangulum HBA, ϵ hoc est, vt CH, ad HA, vel vt E, ad D. quod faciendum erat.

d 2. huius. F I E T idem quoque aliter, si cadente puncto diuisionis L, inter A, & G, δ construat trapezium GN, per parallelam MN, æquale triangulo BGL; Cadente vero puncto diuisionis H, inter G, & C, trapezium constitutur BI, æquale triangulo BGH, per parallelam IK, &c.

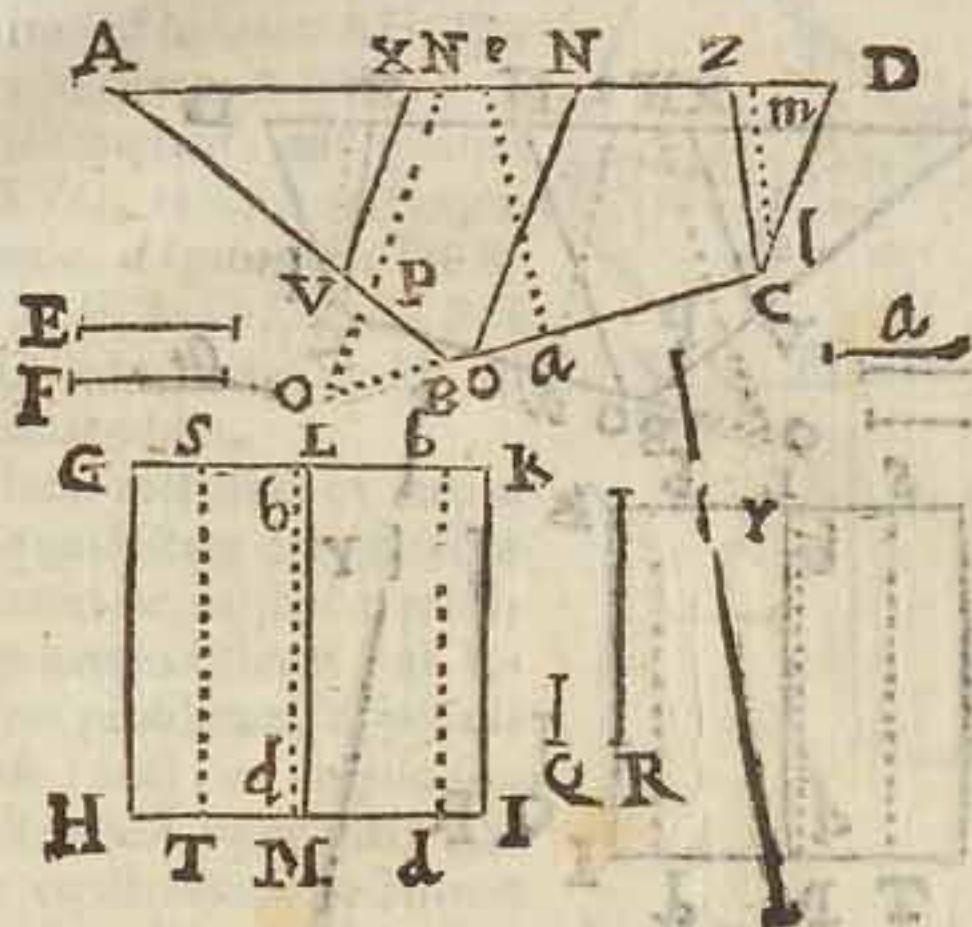
PRAETEREA quadrilaterum ABCD, diuidendum sit per lineam lateri CD, parallelam in duas partes, vt pars versus A, ad reliquam habeat datam proportionē E, ad F. Per ea, quæ in scholio propof. 14. lib. 2. Eucl. vel potius per ea, quæ Nu. 4. cap. 4. lib. 4. huius tradidimus, quadrilatero ABCD, construat quadratum æquale GHIL; seceturque latus GK, in L, in proportionem E, ad F, datam, & per L, ipsi GH, parallela agatur LM. Deinde super CD, inter rectas CB, DA, ϵ fiat rectilineo LI, æquale quadrilatero DO, habens latus NO, lateri CD, parallelum: Et si quidem punctum O, cadit in latus CB, vel in ipsum punctum B, recta NO, problema efficiet. Cum enim quadratum GI, toti quadrilatero AC, æquale sit, & rectangulum ablatum, LI, quadrilatero ablato DO; erit quoque reliquum rectangulum GM, reliquo rectilineo ANO, æquale. f Quapropter erit ANO, ad DO, vt GM, ad MK; g hoc est, vt GL, ad LK, vel vt E, ad F. quod est propositum.

SI vero punctum O, cadit in CB, latus productum, (quod hic fiet, si proportio data sit Q, ad R. Diuiso enim latere GK, in S, in datam proportionē Q, ad R; ductaque ST, parallela lateri GH; si super CD, inter rectas DA, CB, h fiat rectangulo KT, æquale quadrilaterum DO, cadet O, ultra B, & parallela NO, secabit latus AB, in P.) i constituemus super NP, inter rectas NA, PA, per parallelam VX, trapezium NV, triangulo BOP, æquale, factū erit, quod iubetur. Addito enim communi rectilineo CDPB; erit totum rectilineum CDXPB, toti rectilineo DO, hoc est, rectangulo KT, æquale; ideoque & reliquum triangulum AVX, reliquo rectangulo GT, æquale.

Quare

* Quare erit triangulum AVX, ad rectilineum CDXVB, vt GT, ad KT, hoc
est, vt GS, ad SK, vel vt Q, ad R. quod erat faciendum.

a 7. quinq.
b 1. sex.



NON alia ratione problema absoluemus, si antecedens proportionis
statuendum sit ad partes CD. Sit namque data proportio E, ad E, vel R, ad
Q. Diviso ergo latere KG, quadrati GI, quod quadrilatero AC, factum est
æquale, in L, secundum proportionem datam E, ad E; vel in S, secundum da-
tam proportionem R, ad Q, ductaque parallela LM, vel ST: & si super CD,
inter rectas DA, CB, constituemus rectilineum DO, rectangulo KM, vel re-
ctilineum CDXVB, rectangulo KT, æquale per parallelam NO, vel XV, vt
paulo ante dictum est, solum erit problema, vt liquet.

c 2. huius.

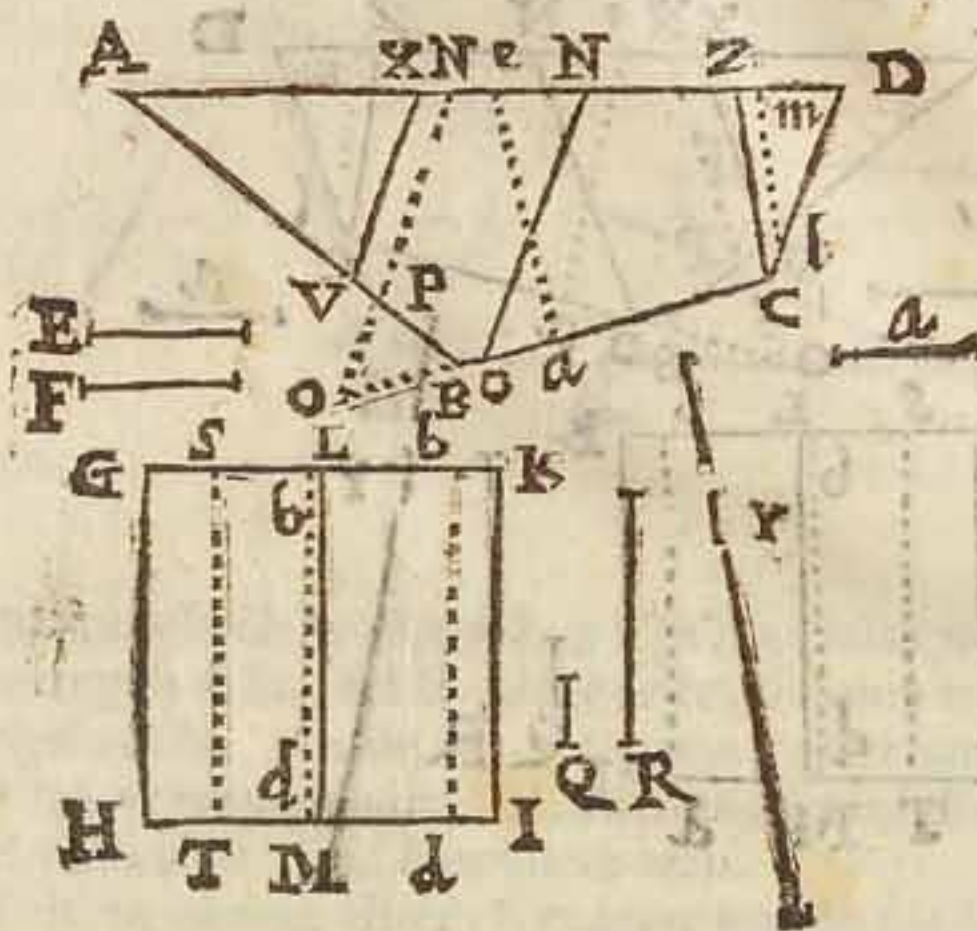
VERVM idem quadrilaterum ABCD, diuidendum sit per parallelam
cuiuslibet alteri lineæ Y, in proportionem E, ad E, ita vt antecedens propor-
tionis vergat ad A; Si igitur data recta Y, æquidistet vni lateri, partiemur
datum quadrilaterum in datam proportionem per lineam illi lateri, proin-
deque & rectæ Y, parallelam, vt proxime scripsimus. Si vero nulli lateri
recta Y, æquidistet, ducemus ei ex aliquo angulo, vt ex C, parallelam CZ,
quæ intra quadrilaterum cadat; & ablato triangulo CDZ, vel rectilineo ab-
lato, auferemus ex quadrato GI, quod toti quadrilatero sit æquale, rectangu-
lum æquale Kd. (quod fiet, si triangulo, vel rectilineo CDZ, fiat æquale qua-
dratum, cuius latus a; & duabus KI, & a, tertia proportionalis reperiatur Kb.
Dueta enim bd, ipsi KI, parallela, d erit rectangulum Kd, quadrato lateris a,
hoc est, rectilineo CDZ, æquale.) Et si quidem parallela bd, cadit inter KI,
& LM, e construemus super CZ, inter rectas CB, ZA, rectilineum Ca e Z,
rectangulo bM, æquale, cuius latus a e, lateri CZ, hoc est, datæ rectæ Y, æ-
quidistet; factumq. erit, quod præcipitur. Erit enim totum rectilineum

d 17. sexti.

e 2. huius.

CD e 2,

a 7. quinti. CD e 2, toti rectangulo KM ; ac propterea & reliquum $ABae$, reliquo
b 1. sexti. GM , æquale. a Quapropter erit $ABae$, ad $eacD$, vt GM , ad KM ; b hoc



est, vt GL , ad LK , vel vt E , ad F . Si vero parallela bd , coincidit cum recta
c 7. quinti. LM , efficit problema recta CZ : quia cum KM , rectilineo CDZ , sit æqua-
d 1. sexti. le, erit reliquum rectangulum GM , reliquo rectilineo $ABCZ$, æquale; e atque
idcirco erit $ABCZ$, ad CDZ , vt GM , ad KM , d hoc est, vt GL , ad LK , vel vt
e 2. huius. E , ad F . Si denique parallela bd , cadit inter LM , & GH ; erit rectilineum,
vel triangulum ablatum CDZ , maius rectangulo KM . e Si igitur super CZ ,
inter rectas CD , ZD , constructur rectilineum Cm , rectangulo Ld , æ-
quale; erit reliquum Dlm , reliquo rectangulo Gd , æquale: ac propterea
f 7. quinti. & reliquum $mICBA$, reliquo rectangulo KM . f Igitur erit $ABCIm$,
ad ImD , vt GM , ad KM : hoc est vt GL , ad LK , vel vt E , ad F . quod
est propositum.

$EODEM$ prorsus modo quamlibet aliam figuram, quotquot habeat la-
tera, in datam proportionem secabimus per lineam, quæ vni lateri, vel cui-
uis alij rectæ lineæ æquidistet. Sit enim datum heptagonum quaecunque
 $ABCDEFGG$, secundum per lineam lateri AG , parallelam, in duas partes, vt
ea, quæ ad D , vergit, ad reliquam habeat proportionem eandem, quam M ,
ad N , habet. Constituto quadrato $HIKL$, æquali ipsi heptagono, per ea,
quæ in scholio propof. 14. lib. 2. Euclid. vel potius per ea, quæ Num. 4. cap.
4. lib. 4. huius scripsimus; & diuiso latere HI , in O , in proportionem M , ad N ,
ductaque OP , lateri HL , parallela: g fiat super rectam AG , inter rectas
g 2. huius. AB , GF , rectangulo IP , æquale rectilineum $AGQR$, habens latus QR , la-
h 2. huius. teri AG , parallelum. Et quoniam QR , cadit ultra F, B , h constituemus rur-
sum

sum super rectam ST, inter rectas SC, TE, per rectam VX, ipsi ST, parallelam, rectilineum æquale triangulis FQT, BRS, extra heptagonum existentibus; factumque erit quod proponitur. Cum enim rectilineum AGQR, ac proinde & rectilineum ABVXFG, rectangulo IP, sit æquale, erit quoque reliquum DEXVC, reliquo rectangulo OL, æquale. *a* Igitur erit DEXVC, ad ABVXFG, vt OL, ad IP, *b* hoc est, vt HO, ad OI, vel vt M, ad N, quod erat faciendum.

QVOD si latus rectilinei ex heptagono abscissi æquidistare debeat rectæ Y, quæ nulli lateri heptagoni æquidistat, (si namque æquidistaret vni lateri, absolueretur problema, vt proxime traditum est) ducta ex angulo G, rectæ Y, parallela GZ, quæ intra figuram cadat; *c* construemus rectilineo

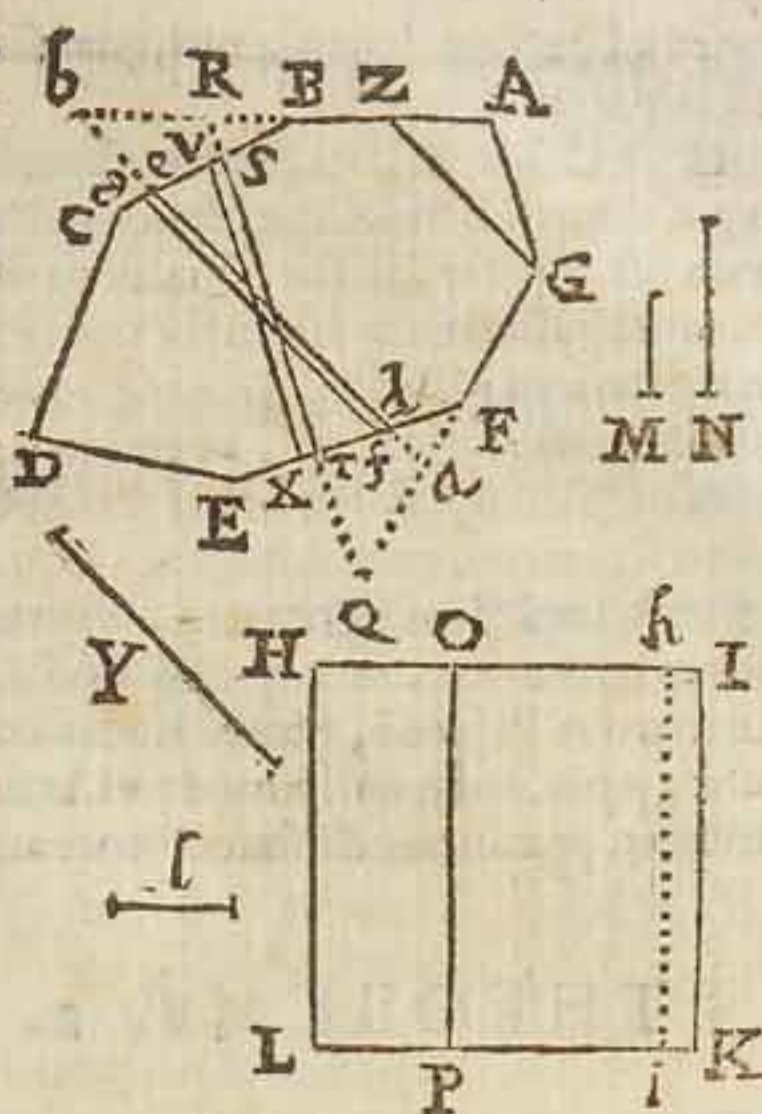
AGZ, super rectam IK, æquale rectangulum h K; (quod fiet, si rectilineo AGZ, fiat æquale quadratum, cuius latus l, & duabus IK, & l, tertia proportionalis reperiat I h. Ducta enim h i, ipsi IK, parallela, *d* erit rectangulum h K, quadrato lateris l, hoc est, rectilineo AGZ, æquale. *e* Deinde super rectam GZ, inter rectas GF, ZB, constituemus rectangulo h P, per parallelam ba, æquale rectilineum GZ ba. *f* Nam si triangulis B b e, F a d, super rectam d e, inter rectas e C, d E, fiat per parallelam f g, rectilineum d e g f, æquale; factum erit, quod in problemate proponitur, vt ex dictis perspicuum est. Eademque omnino ratio est in omnibus alijs rectilineis quamuis irregularibus, dummodo in ijs duci possit vna linea parallela datæ rectæ, quæ rectilineum auferat dato rectilineo æquale. Non enim semper hoc fieri posse in figuris, cuius anguli partim introrsum, & partim extrorsum vergant, ad finem propof. 2. huius lib. declarauimus. Id quod constructio ipsa problematis perspicue nos docebit.

SCHOLIUM.

DIVIDI ergo poterit quælibet figura rectilinea in quotuis partes æquales per lineas, quæ datæ cuius rectæ lineæ æquidistant. Nam si verbi gratia data figura secanda sit in 8. partes æquales per lineas datæ rectæ parallelas, diuidemus eam primum in duas partes inter se proportionem habentes 1. ad 7. Ita namque prior pars erit $\frac{1}{8}$. totius figuræ. Deinde posteriorem partem secabimus in proportionem 1. ad 6. ita vt prior pars huius diuisionis sit $\frac{1}{7}$. illius partis diuisæ, hoc est, $\frac{1}{7}$. totius figuræ, cum pars illa diuisa complectatur $\frac{7}{8}$. totius figuræ. Postea partem posteriorem proximæ diuisionis partiemur in proportionem 1. ad 5. Et posteriorem huius diuisionis partem in proportionem 1. ad 4. Atque ita deinceps, minuendo semper,

O o

donec



a 7. quinti
b 1. sexti.

c 2. huius.

d 17. sexti.
e 2. huius.

f 2. huius.

Quo pacto
figura data
secetur per
lineas paral-
lelas in quot-
uis partes æ-
quales.

donec ad partem deueniamus, quæ secunda sit in proportionem 1. ad 1. hoc est, in partes æquales.

H O C idem effici poterit ea ratione, quam ad finem scholij propof. 4. exposuimus: si videlicet latus quadrati H I, quod rectilineo dato constructum est æquale, in tot æquales partes secetur, in quot partes datum rectilineum diuidendum est, & primo rectilineum diuidatur in proportionem primæ partis ad reliquas: Deinde posterior pars rectilinei in proportionem secundæ partis lateris H I, ad reliquas: atque ita deinceps. &c.

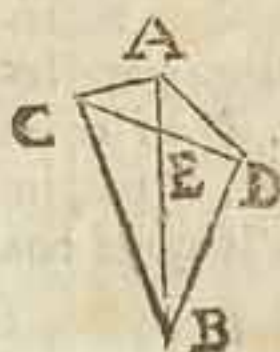
ATQVE hic finem habet nostra Geodæsia complectens diuisionem omnium figurarum rectilinearum: sequuntur iam particulares nonnullæ diuisiones quarundam figurarum, quæ tum, quia subriles acutæque demonstrationes continent, tum quia pleræque earum eruditi quoque Geometræ, vt Leonardus Pisanus, Frater Lucas Pacciolus, & Nicolaus Tartalea tradiderunt, omittendæ nullo modo visæ sunt. Vt autem Geometricè eas demonstremus, præmittenda sunt Theoremata nonnulla, quorum primum sit hoc.

THEOREMA 2. PROPOSITIO 6.

SI duo triangula æqualia habeant vnum latus commune, & in diuersas partes vergant: Recta oppositos angulos connectens à latere illo communi bifariam secatur.

a 1. sexti.

b 11. quinti
c 12. quinti



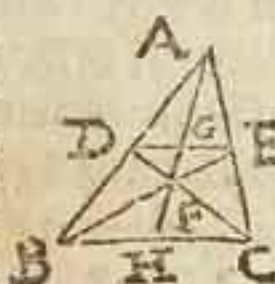
SINT æqualia duo triangula ABC, ABD, habentia latus AB, commune, & in diuersas partes vergentia. Dico rectam CD, oppositos angulos C, D, iungentem secari in E, bifariam à latere communi A B. *a* Quoniam enim est tam triangulum ACE, ad triangulum ADE, quam triangulum BCE, ad triangulum BDE, vt CE, ad ED; *b* erit triangulum ACE, ad triangulum ADE, vt triangulum BCE, ad triangulum BDE. *c* Igitur erunt quoque duo triangula simul ACE, BCE, hoc est, totum triangulum ABC, ad duo triangula simul ADE, BDE, id est, ad totum triangulum ABD, vt ACE, ad ADE, hoc est, vt CE, ad ED. Cum ergo triangula ABC, ABD, ponantur æqualia; erunt quoque rectæ CE, ED, æquales, ac proinde CD, in E, secta est bifariam. quod erat ostendendum.

THEOR. 3. PROPOS. 7.

SI in triangulo basi parallela ducatur, & extrema parallelarum rectis iungantur se se intersectantibus: habebit

habebit vtriusvis harum rectarum segmentum ab angulo incipiens ad reliquum in latere terminatum eandem proportionem, quam latus ab illa recta diuisum ad partem eius superiorem. Recta autem ex tertio angulo per intersectionem dictarum rectarum extensa secabit vtramque parallelam bifariam.

IN triangulo ABC , ducta sit DE , basi BC , parallela, & iunctæ rectæ BE , CD , se interfecent in F . Dico esse BF , ad FE , vt AC , ad AE ; Item CF , ad FD , vt AB , ad AD . Et iunctam rectam AF , secare parallelas DE , BC , bifariam in G , & H . Quoniam enim triangula BDC , CEB , æqualia sunt; ablato communi BFC , reliqua BDF , CEF , æqualia quoque erunt. *b* Quia vero est, vt BD , ad DA , ita CE , ad EA ; *c* Vt autem BD , ad DA , ita est triangulum BFD , ad triangulum AFD ; Et vt CE , ad EA , ita triangulum CFE , ad triangulum AFE ; erit quoque triangulum BFD , ad triangulum AFD , vt triangulum CFE , ad triangulum AFE . Cum ergo triangulum BFD , triangulo CFE , ostensum sit æquale; *d* erit quoque triangulum AFD , triangulo AFE , æquale. *e* Igitur DE , in G , secta est bifariam: *f* ac proinde & parallela BC , secta erit bifariam in H . *g* Et quoniam triangulum AFB , ad triangula æqualia AFD , AFE , eandem habet proportionem; *h* estque vt AFB , ad AFD , ita AB , ad AD ; Et vt AFB , ad AFE , ita BF , ad FE : Erit quoque BA , ad AD , ideoque AC , ad AE , vt BF , ad FE : Eademque ratione erit AB , ad AD , vel AC , ad AE , vt CF , ad FD . quod etiam inde patet; *i* cum sit vt CF , ad FD , ita CFE , ad DEF , hoc est, ita BFD , ipsi CFE , æquale ad idem DEF , *k* hoc est, ita BF , ad FE . quod erat demonstrandum.



a 37. primi

b 2. sexti.

c 1. sexti.

d 14. quinti

e 6. huius.

f schol. 4. sexti.

xii.

g 7. quinti

h 1. sexti.

i 1. sexti

k 1. sexti.

THEOR. 4. PROPOS. 8.

SI in triangulo a duobus angulis duæ rectæ ducantur ad media puncta oppositorum laterum: Recta ex angulo reliquo per intersectionem earum deducta secat quoque reliquum latus bifariam. Cuiuslibet autem illarum trium linearum segmentum prope angulum ad reliquum segmentum duplam habet proportionem. Triangulum denique per rectas ab intersectione ad angulos ductas in tria triangula æqualia diuiditur.

Oo 2

IN

a 2. sexti.

b 7. huius.

c 7. huius.

d 1. sexti.

e 38. primi.

IN triangulo præcedentis propos. ABC, duæ rectæ BE, CD, secant latera AC, AB, bifariam in E, D, se autem mutuo interfecet in F. Dico rectam ductam AF, secare quoque latus BC, bifariam in H, &c. *a* Iuncta enim recta DE, parallela erit ipsi BC, cum secet latera AB, AC, proportionaliter, in partes videlicet æquales: *b* Quam ob rem AF, utramque parallelam DE, BC, bifariam secabit. quod est primum.

DE IN DE *c* quia est, ut AB, ad AD, ita CF, ad FD: Est autem AB, ipsius AD, dupla; erit quoque CF, ipsius FD, dupla. Eademque ratione & BF, ipsius FE; & AE, ipsius FH, dupla erit. quod est secundum.

POSTREMO *d* quia est ut AE, ad FH, ita triangulum AFB, ad triangulum BFH: Est autem AE, ipsius FH, ostensa dupla; erit quoque triangulum AFB, trianguli BFH, duplum. Est autem & triangulum BFC, eiusdem trianguli BFH, duplum; *e* quod triangu- la BFH, CFH, æqualia sint. Igitur æqualia erunt triangu- la AFB, BFC. Eodemque modo triangulum AFC, eidem triangulo BFC, æquale erit; ac proinde omnia tria AFB, BFC, CFA, æqualia erunt, quod est tertium.

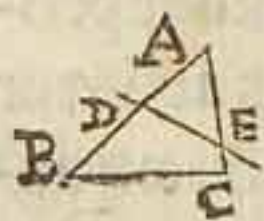
COROLLARIUM.

ITAQUE facile inueniri potest punctum intra triangulum, à quo tres rectæ ad tres angulos ductæ ipsum triangulum in tria æqualia triangu- la partiantur. Huiusmodi enim punctum in proposito triangulo est F, ubi duæ rectæ ex duobus quibuscumque angulis ad media puncta oppositorum laterum ductæ se interfecant, ut in tertia parte huius propos. ostendimus.

THEOR. 5. PROPOS. 9.

SI in triangulo ducatur recta utcumque duo latera secans: Erit totum triangulum ad abscissum triangu- lum, ut rectangulum sub duobus lateribus sectis totius trianguli comprehensum, ad rectangulum sub duobus lateribus trianguli abscissi, quæ priorum seg- menta sunt, comprehensum.

IN triangulo ABC, recta DE, secet latera AB, AC, in D, E. Dico esse ut rectangulum sub AB, AC, ad rectangulum sub AD, AE, ita triangulum ABC, ad triangulum ADE. Quoniam enim triangu- la ABC, ADE, angulum habent communem A; ha- bebunt per propos. 4. schol. propos. 23. lib. 6. Euclid. eandem proportionem, quam rectangula sub lateribus AB, AC, & sub AD, AE, comprehensa, quod ostendendum erat.



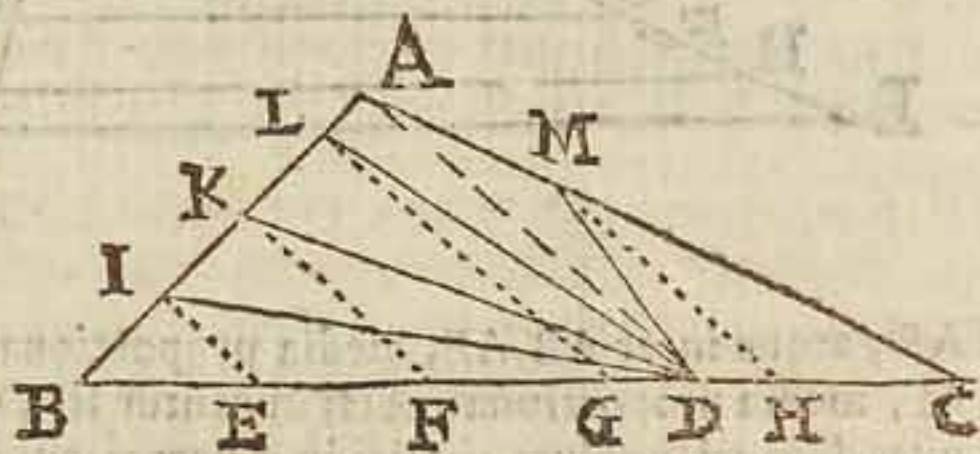
PRO-



PROBLEMA 5. PROPOSITIO 10.

DATVM triangulum ex dato puncto in eius latere in quotlibet partes æquales diuidere.

PROPOSITIONE quartadecima scholij propof. 33. lib. 6. Euclid. tradidimus regulam, qua triangulum in duas partes secundum datam proportionem diuidendum fit: Et quo pacto ex triangulo pars imperata sit auferenda. Si igitur triangulum ex dato puncto in eius latere quouis secundum sit in quotlibet partes æquales, detrahenda primum erit per lineam rectam ex dato puncto ductam pars denominata à numero partium, in quas diuidendum est triangulum. Deinde duæ tales partes: postea tres, atque ita



deinceps, donec tot partes, vna minus, detractæ sint, in quot partes diuidendum proponitur triangulum. Vt si triangulum ABC, ex puncto D, diuidendum sit in quinque partes æquales, diuidemus latus BC, in quo datum punctum est, in quinque partes æquales, in punctis E, F, G, H. Iuncta deinde recta DA, ducemus ei parallelas EI, FK, GL, HM. Si namque connectantur rectæ DI, DK, DL, DM, diuisum erit triangulum in quinque partes æquales. Nam vt in dicta propof. 14. scholij propof. 33. lib. 6. Euclid. ostensum est, triangulum DBI, est $\frac{1}{5}$. totius trianguli, hoc est, ita se habet DBI, ad ABC, vt BE, ad BC. Triangulum autem DBK, continet $\frac{2}{5}$. totius trianguli, id est, ita se habet DBK, ad ABC, vt BF, ad BC. At vero triangulum DBL, complectitur $\frac{3}{5}$. totius trianguli, id est, ita se habet DBL, ad ABC, vt BG, ad BC. Quadrilaterum denique ABDM, comprehendit $\frac{4}{5}$. totius trianguli, hoc est, ita se habet ABDM, ad ABC, vt BH, ad BC. Ex quo fit, reliquum triangulum DMC, esse $\frac{1}{5}$. eiusdem trianguli ABC.

QVANDO punctum datum est in vno angulo, manifestum est, si latus oppositum in tot partes secetur, in quot triangulum diuidendum est, a rectas ex eo angulo ad puncta diuisionumeductas secare triangulum in proportionales partes æquales.

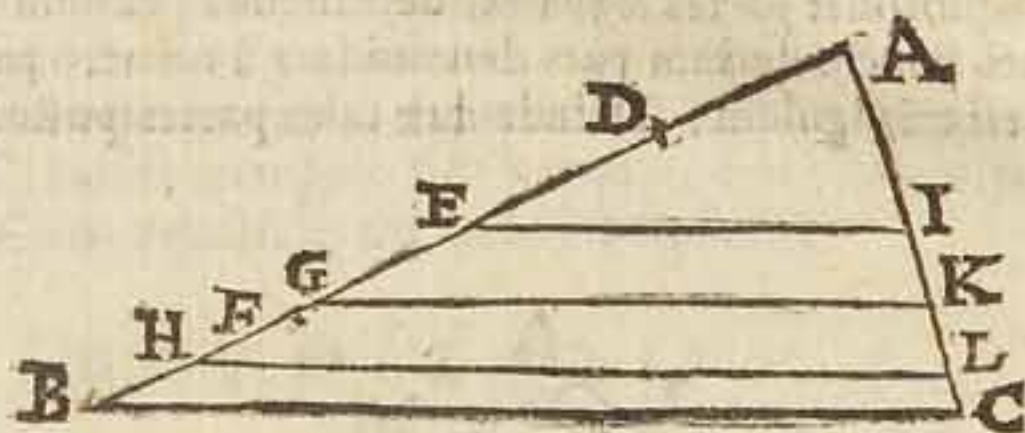
a 1. sexta.

PRO.

PROBL. 6. PROPOS. II.

DATVM triangulum per lineas vni lateri parallelas in quotlibet æquales partes diuidere.

SIT triangulum ABC, diuidendum verbi gratia in quatuor partes æquales per lineas lateri BC, æquidistantes. Secetur vtrumuis reliquorum laterum nimirum AB, in 4. partes æquales, in tot videlicet, in quot triangulum diuidendum est, in punctis D, E, F. Et inter AB, AD, inuenta media



a coroll. 4.

sexii.

b coroll. 19.

sexii.

c coroll. 19.

sexii.

proportionali AB; atque inter AB, AE, media proportionali AG; ac denique inter AB, AF, media proportionali AH; ducantur EI, GK, HL, lateri BC, parallelæ, quas dico triangulum partiri in 4. partes æquales. *a* Quoniam enim triangulum ABC, triangulo AEI, simile est; *b* erit triangulum ABC, ad triangulum AEI, vt AB, ad AE, quod tres AB, AE, AD, sint continue proportionales. Est autem AD, quarta pars ipsius AB. Igitur & triangulum AEI, quarta pars est trianguli ABC.

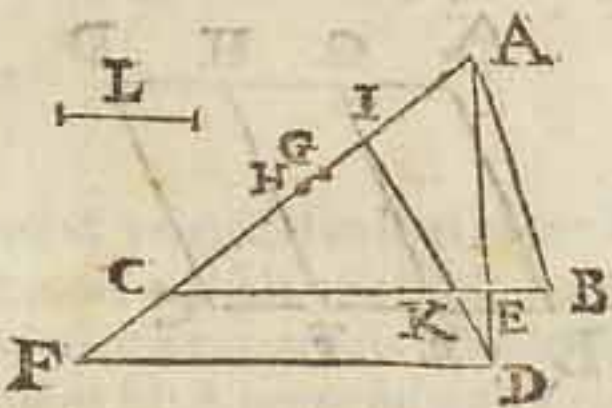
c NON aliter ostendemus, esse triangulum ABC, ad triangulum AGK, vt AB, ad AG, quod etiã tres AB, AG, AE, sint cõtinue proportionales. Quare cū AE, cõtineat $\frac{2}{4}$. rectæ AB, cõtinebit etiã AGK, triagulũ $\frac{2}{4}$. triaguli ABC: Ideoq; cū AEI, sit $\frac{1}{4}$. triaguli ABC, vt ostēdimus, erit EIKG, $\frac{1}{4}$. eiusdē triaguli ABC. Deniq; eadē ratione erit triagulũ ABC, ad triagulũ AHL, vt AB, ad AF, quod etiã tres AB, AH, AF, sint continue proportionales: ac proinde triangulum AHL, complectetur $\frac{3}{4}$. trianguli ABC; quemadmodum AF, continet $\frac{3}{4}$. ipsius AB: ideoque BHLC, erit $\frac{1}{4}$. trianguli ABC, &c.

PROBL. 7. PROPOS. 12.

DATVM triangulum per rectam ex puncto extra triangulum dato ductam in duas partes æquales diuidere.

EX

EX puncto D, extra triangulum ABC, dato ducenda sit linea diuidens triangulum bifariam. Ducta recta DA, ad angulum oppositum secante latus BC, in E: si quidem BC, in E, diuiditur bifariam, factum erit, quod iubetur a: 238. primi quod tunc triangula ABE, ACE, sint æqualia. Si vero BC, non bifariam diuiditur in E, sit segmentum CE, maius, cui ducatur parallela DF, occurrens lateri AC, producto in F. Secto latere AC, bifariam in G, inueniatur tribus DF, BC, CG, quarta proportionalis CH; b 16. sexti. æquale rectangulo sub BC, CG; hoc est, semissi rectanguli sub BC, CA: c 1. sexti. cum rectangulum sub BC, CA, duplum sit rectanguli sub BC, CG. Deinde inuenta L, media proportionali inter FC, CH, d vt quadratum ex L, æquale sit rectangulo sub FC, CH; adiungatur ipsi CH, recta HI, vt rectangulū sub tota CI, & adiuncta HI, æquale sit quadrato ex L, siue rectangulo sub FC, CH, quemadmodum ad finem scholij propos. 36, lib. 3. Euclid. scripsimus: ducaturq. recta DI, secans BC, in K. Dico rectam DI, secare triangulum ABC, in duas partes ABKI, IKC, æquales.



Quoniam enim per constructionem rectangulum sub CI, IH, æquale est rectangulo sub CF, CH, e erit vt CI, ad CF, ita CH, ad IH; Et conuertendo, vt CF, ad CI, ita IH, ad CH; & componendo vt IF, ad CI, ita CI, ad CH. f Vt autem IF, ad CI, ita est FD, ad CK. Igitur erit quoque FD, ad CK, vt CI, ad CH: g Ac proinde rectangulum sub FD, CH, æquale erit rectangulo sub CK, CI: Erat autem rectangulum sub FD, CH, per constructionem æquale semissi rectanguli sub BC, CA. Igitur & rectangulum sub CK, CI, æquale erit semissi rectanguli sub BC, CA. Vt autem rectangulum sub CK, CI, ad rectangulum sub BC, CA, h ita est triangulum CKI, ad triangulum ABC. Igitur triangulum CKI, æquale quoque erit semissi trianguli ABC; ac proinde quadrilaterum ABKI, reliquæ semissi trianguli ABC, æquale erit, quod est propositum.

EADEM ratione, si pro CG, sumamus $\frac{1}{3}$, vel $\frac{1}{4}$, vel quancumque partem lateris AC, & reliqua fiant, vt supra, auferemus per rectam ex D, ductam $\frac{1}{3}$, vel $\frac{1}{4}$, vel denique talem partem ex triangulo ABC, qualis sumpta est CG, ipsius AC, vt perspicuum est.

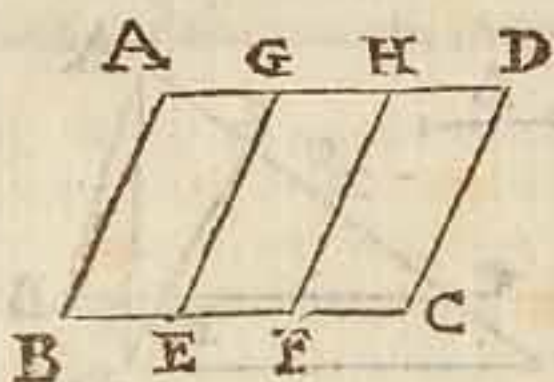
LEONARDVS Pisanus, & Nicolaus Tartalea, idem hoc problema solunt, quando datum punctum est extra triangulum in tali loco, vt vñum latus trianguli productum, in illud incidat, cuiusmodi esset punctum F, datum. Item quando est inter duo latera producta: Vt si triangulum foret AEC, punctum autem inter B, & D, existeret, ita vt ab eo solum per angulum E, duci posset linea secans latus AC: quippe cum rectæ ab eo ad angulos A, C, ductæ nullum latus intersecarent. Verum quia hæc curiosa magis, quam vtilia sunt, dedita opera à nobis omittuntur. Qui autem ea desiderat, auctores prædictos legere poterit. Pari ratione abstinemus ab eo problemate, quando punctum datum est intra triangulum (quod tamen iidem auctores soluere conantur) quia non semper per punctum interius duci potest linea, quæ triangulum bifariam secet, vt experientia constat.

PROBL.

PROBL. 8. PROPOS. 13.

DATVM parallelogrammum in quocunque partes æquales per lineas duobus lateribus oppositis æquidistantes diuidere.

SIT parallelogrammum $ABCD$, diuidendum verbi gratia in tres partes æquales per lineas lateribus AB , DC , æquidistantes.



21. sexti vel
38. primi.

Diuiso alterutro reliquorum duorum laterum, nimirum BC , in tres partes æquales, in quot videlicet parallelogrammum proponitur diuidendum, in E , & F , punctis, ducantur EG , FH , ipsis AB , DC , parallelæ: factumque erit, quod iubetur; quod parallelogramma AE , EH , HC , æqualia sint, propter æquales bases BE , EF , FC .

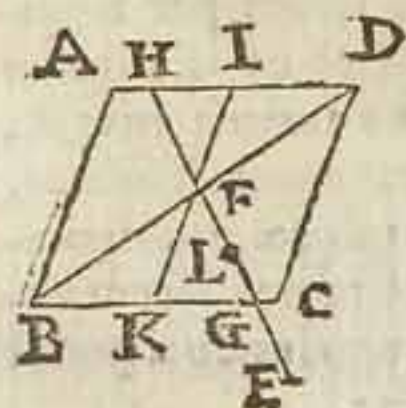
COROLLARIUM.

ITAQVE si ex latere auferatur $\frac{1}{2}$, vel $\frac{1}{3}$, vel $\frac{1}{4}$, vel denique quascunque pars, vel partes, & per extremum eius punctum parallela lateri AB , ducatur, ablata erit ex toto parallelogrammo eadem pars, vel eadē partes. Ita vides AE , esse partem tertiam parallelogrammi AC , quemadmodum & BE , tertia pars est lateris BC , &c.

PROBL. 9. PROPOS. 14.

DATVM parallelogrammum per rectam ex puncto siue extra, siue intra ipsum, siue in aliquo latere dato ductam, bifariam diuidere.

SIT primo parallelogrammum $ABCD$, per rectam ex puncto E , exteriori ductam secandum bifariam. Ducta diametro BD , eaque secta bifariam in F , ducatur ex E , per F , recta EH , quam dico parallelogrammum partiri bifariam.



b 29. primi

Nam vt in scholio Propos. 34. lib. 1. Euclid. demonstrauimus, recta GH , diuidens diametrum BD , in F , bifariam, secat parallelogrammum bifariam. Idem fiet, si recta IK , latera AD , BC , secans bifariam, diuidatur bifariam in F , & per F , extendatur recta EF , propterea, quod IK , diametrum secat bifariam, ac proinde per F , punctum medium diametri transit. Cum enim anguli

anguli IDF, FID , angulis alternis KBF, FKB , æquales sint, & latera ID, KB , quibus adiacent, æqualia; & erunt tam latera DE , quam IF, KF , inter se æqualia. a 26. primi

EODEM modo ex puncto interiori L ; Item ex puncto G , in latere BC , recta ducta LF , vel GF , parallelogrammum bifariam diuidet.

PROBL. 10. PROPOS. 15.

INTER datas duas rectas, duas medias proportionales prope verum inuenire.

EXPOSITA Geodæsia nostra prioribus quinque propositionibus huius lib. & nouem alijs propositionibus, iisdem demonstratis, quæ addenda esse censuimus ad idem argumentum spectantia: agendum iam esset de augendis minuendis-que figuris in data proportionem, ut in titulo huius lib. 6. proposuimus. Verum quia sicut id in planis figuris effici non potest sine inuentione mediæ proportionalis inter duas rectas propositas, quam inuentionem Euclid. lib. 6. propos. 13. nobis tradidit: ita idem absolui in figuris solidis nulla ratione potest, nisi inter duas rectas datas duæ mediæ reperiantur proportionales. Quocirca prius in hac propos. in medium afferemus, quæ antiqui Geometræ nobis hac de re scripta reliquerunt. Multorum enim ingenia res hæc exercuit, atque torfit, quamuis nemo ad hanc usque diem, vere, ac Geometricè duas medias proportionales inter duas rectas datas inuenerit. Prætermisiss autem modis Eratosthenis; Platonis; Pappi Alexandrini; Sporig; menechmi tum beneficio Hyperbolæ, ac parabolæ, tum ope duarum parabolarum; & Architzæ Tarentini, quamuis acutissimis subtilissimisque: solum quatuor ab Herone, Apollonio Pergæo, Philone Byfantio, Philopono, Diocle, & Nicomede traditos explicabimus, quos commodiores, facilioresque, & errori minus obnoxios iudicauimus. Qui aliorum rationes desiderat, legere eas poterit in Commentarijs Eutocij Ascalonitæ in librum 2. Archimedis de Sphæra, & Cylindro: Item in libello Ioannis Vernerij Norimbergensis de sectionibus Conicis. Hinc itaque exordiamur.

MODVS HERONIS IN MECHANICIS
introductionibus, & telis fabricandis: qui
etiam Apollonio Pergæo ascribitur.

SINT duæ lineæ rectæ AB, BC , inter quas oporteat duas medias proportionales inquirere. Constituantur ad angulum rectum B , & perficiatur rectangulum $ABCD$, cum diametris AC, BD , quæ se mutuo bifariam diuident in E . Satis esset vnâ tantum diametrum ducere, eamque in E , secare bifariam. Protractis autem lateribus DA, DC , intelligatur circa punctum B , moueri regula hinc inde, donec ita secet DA, DC , productas in F, G , ut

Pp rectæ

a schol. 34.
primi.

rectæ emissæ EF, EG, æquales sint. Vel certe, ut vult Apollonius, ex E, plures circuli describantur LI, GF, MN, donec chorda arcus unius præcise per punctum B, incedat, qualis est GF. Quod si chorda supra B, transeat, cuiusmodi est chorda LI, describendus erit circulus infra L; si vero infra punctum B, transeat, qualis est chorda MN, describendus erit circulus supra M.

Atque hoc opus toties iterandum, donec aliqua chorda, qualis est GF, per B, incedat. Erunt enim hac ratione EF, EG, ex centro E, ad circumferentiam GF, inter se æquales. Quibus ita constructis. Dico AF, CG, esse medio loco proportionales inter AB, BC: hoc est, ita esse AB, ad AF, ut AF, ad CG, & CG, ad CB. Diuisis enim AD, CD, bisariam in K, & H; a erunt ductæ EK, EH, ad AD, CD, perpendiculares. b Quoniam vero rectangulum sub DE, AF, una cum quadrato ex AK, quadrato ex KF, æquale est; addito communi quadrato ex EK, erit rectangulum sub DE, AF, una cum quadrato ex AK, EK, hoc est, una

a schol. 26.
primi.
b 6. secundi

c 47. primi
d 47. primi

e 16. sexti.
f 4. sexti.
g 4. sexti.

cum quadrato ex EA, æquale quadratis ex KF, EF, hoc est, quadrato ex EF, hoc est, quadrato ex EG, quæ ipsi EF, est æqualis. Eadē ratione ostendemus, rectangulum sub DG, GC, una cum quadrato ex CE, id est, ex EA, æquale esse eidem quadrato ex EG. Igitur rectangulum sub DE, AF, una cum quadrato ex EA, æquale erit rectangulo sub DG, GC, una cum quadrato ex EA: deproq. cōmuni quadrato EA, remanebit rectangulū sub DG, GC, rectangulo sub DE, AF, æquale. e Quocirca erit DG, ad DF, ut AF, ad CG: f Vt autem DG, ad DF, ita est AB, ad AF. Ergo erit ut AB, ad AF, ita AF, ad CG: hoc est, tres AB, AF, CG, continuè proportionales erunt. g Sed rursus est, ut DG, ad DF, ita CG, ad CB. Igitur erit quoque CG, ad CB, ut AB, ad AF: ideoque ut AF, ad CG. Quare erunt quatuor AB, AF, CG, CB, continuè proportionales. quod erat demonstrandum.

MODVS PHILONIS BYSANTIJ, qui Philopono quoque tribuitur.

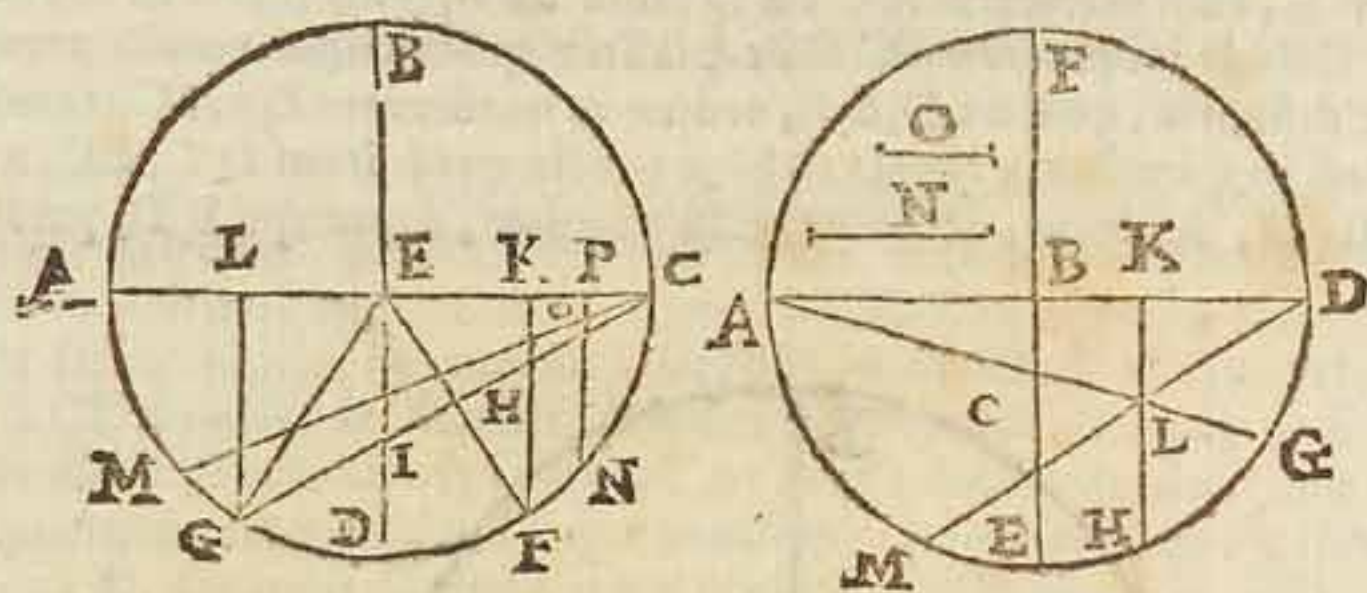
SINT rursus in eadem figura inter rectas AB, BC, inueniendæ duæ mediæ proportionales. Constituto rectangulo ABCD, una cum diametro CA, productisque lateribus DA, DC, ut supra; describatur ex E, medio puncto diametri circulus CBA, ad intervallum EC, vel EA, b qui necessario per angulum rectum B, transibit. Deinde circa punctum B, regula hinc inde moueatur, secans DA, DC, protractas in F, & G, & circumferentiam in O, donec BG, OF, æquales sint. Quod fiet, si per B, plurimæ lineæ occultæ ducantur. Una enim earum habebit segmentum inter rectā DG, & circulum æquale

h schol. 31.
varij.

æquale segmento inter DF , & eundem circumulum. Quibus peractis, dico AF, CG , medias proportionales esse inter AB, CB . Quoniam enim æquales sunt GB, FO ; addita communi BO , æquales quoque erunt GO, FB : ideoque rectangulum sub GO, GB , rectangulo sub FB, FO , æquale erit. *a 2. I. corol.* Sed illud rectangulo sub DG, GC , & hoc rectangulo sub DF, AF , est æquale. *36. tertij.* Igitur & rectangulum sub DG, GC , rectangulo sub DF, AF , æquale erit. Quam ob rem, ut in præcedenti modo, ostendimus, AB, AF, CG, CB , esse continue proportionales, quod est propositum.

MODIS DIOCLIS IN LIBRO de Pirijs pulcherrimus.

PRAEMITTIT prius Diocles Lemma tale. Describatur circumulus $ABCD$, cuius centrum E , cum diametris AC, BD , se se ad angulos rectos secantibus in centro E . Sumptis deinde duobus arcubus æqualibus DE, DG , iungatur recta CG , & per F , ipsi BD , parallela agatur FK , secans CG , in H .



Hoc facto, erunt FK, KC , medix proportionales inter AK, KH . Ducta namque GL , parallela ipsi BD , iunctisque rectis EF, EG , *b* quoniam anguli LEG, KEF , insistentes arcubus æqualibus AG, CF , æquales sunt, *c* & anguli L, K , recti, lateraque EG, EF , æqualia; *d* erunt & GL, FK , & EL, EK , inter se æquales: ideoque & reliquæ AL, CK ; Immo addita communi LK , & totæ AK, CL , æquales inter se erunt. *e* Quoniam igitur est CL , ad LG , ut CK , ad KH : estque ut CL , ad LG , ita AK , ad KF , quod he illis æquales sint: erit quoque AK , ad KF , ut CK , ad KH . *f* Ut autem AK , ad KF , ita est KF , ad CK . Igitur erit AK , ad KF , ut KF , ad CK , & CK , ad KH , hoc est, KF, CK , medix proportionales erunt inter AK, KH , quod est propositum. Pari ratione si, sumptis arcubus æqualibus DM, DN , iunctaque recta CM , ducatur NP , ipsi BD , parallela secans CM , in O ; erunt PN, CP , inter AP, PO , medix proportionales, &c.

HOC lemme præmisso, sint inter rectas AB, BC , reperiendæ duæ medix proportionales. Constituantur in altera figura ad angulum rectum B , & centro B , ad interuallum maioris BA , describatur circumulus $AFDE$, ad cuius circumferentiam vsque protendantur AB, BC . Deinde ex A , per C , ducta

$Pp = cta$

b 27. tertij.

c 27. primi.

d 26. primi.

e 4. sexti.

f schol. 13.

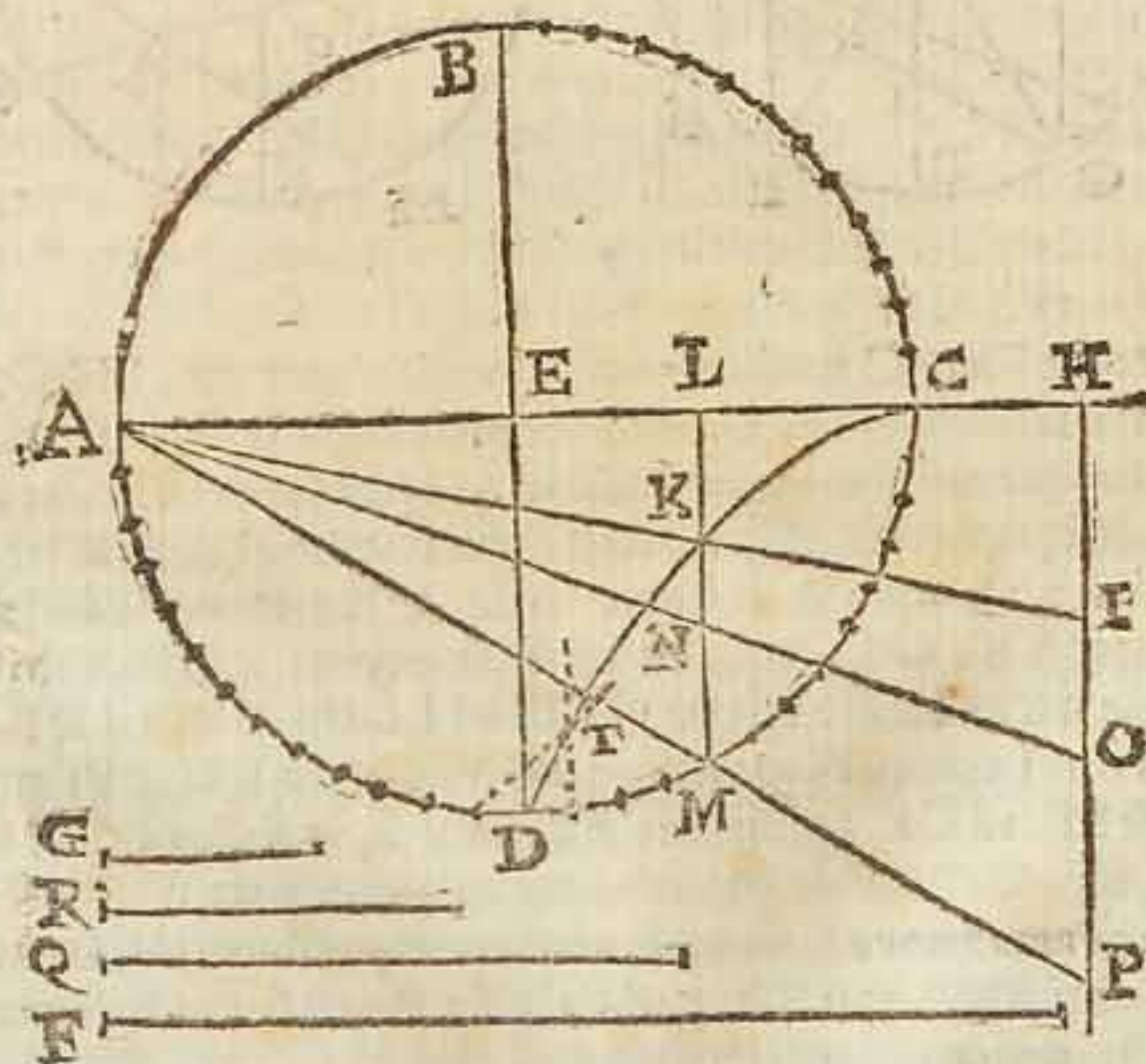
sexti.

4. sexti.

Et recta ACG , sumatur in quadrante DE , punctum H , in tali situ, ut ducta HK , ipsi EF , parallela secante ipsam AG , in L ; recta ex D , per L , emissa auferat arcum EM , arcui EH , æqualem. Nam hac ratione, per lemma præmissum, erunt KH, DK , mediarum proportionales inter AK, KL . Et quoniam est ut AK , ad KL , ita AB , ad BC : si fiat, ut AK , ad KH , ita AB , ad N ; & ut KH , ad DK , ita N , ad O ; erunt quoque N, O , mediarum proportionales inter AB, BC . Neque enim dubitandum est, esse & O , ad BC , ut DK , ad KL . Cum enim sit, ut AK , ad KL , ita AB , ad BC : habeat autem AK , ad KL , proportionem triplicatam AK , ad KH , hoc est, AB , ad N ; habebit etiam AB , ad BC , triplicatam proportionem AB , ad N . Cum ergo proportio AB , ad N , sit æqualis proportioni N , ad O ; erit eidem æqualis proportio O , ad BC , ut tres æquales proportionales existant inter AB , & BC . Igitur quatuor, AB, N, O, BC , continue proportionales sunt, quemadmodum quatuor AK, KH, DK, KL , quod est propositum.

VERVM, quia difficile visum fuit Diocli accipere in posteriori figura, punctum H , in tali situ, ut recta DM , secans AG , & parallelam HK , in L , auferat arcum EM , arcui EH , æqualem: descripsit lineam quandam inflexam ad hanc rem aptissimam, hac ratione. Describatur circulus $ABCD$, cuius centrum E , cum diametris AC, BD , sese ad angulos rectos in E , secantibus. Deinde in quadrante CD , capiantur quotcunque puncta parum inter se distantia, quæ ex D , & B , ordine in quadrantes DA, BC , transferantur. Post hæc applicata regula ad bina puncta quadratum DC, BC , æqualiter à B, D , distantia, ducantur rectæ occultæ, & quæ ipsi BD , parallelæ

schol. 27.
tercij.

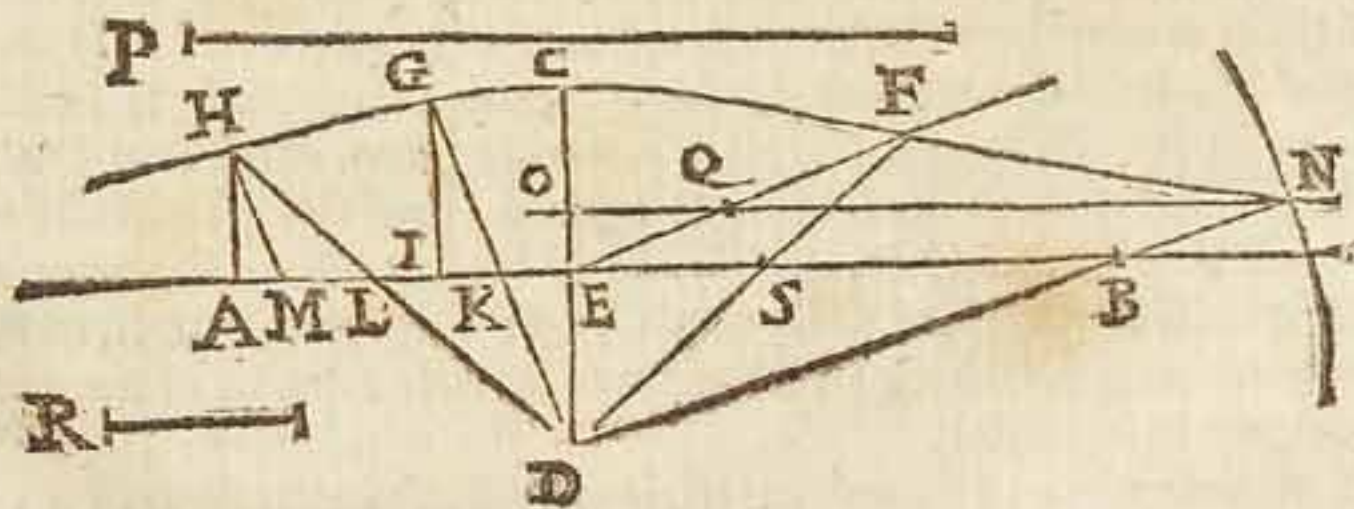


erunt. Et ex C , ad singula puncta quadrantis DA , rectæ occultæ emittantur, notenturque harum intersectiones cum prædictis parallelis occultis; nimirum punctum T , ubi recta ex C , ad proximum punctum ipsi D , ducta interfecit.

tersecat proximam parallelam ipsi BD, & sic deinceps. Nam si omnia hæc intersectionum puncta rite per lineam inflexam coniungantur, qualis est CKTD, constructa erit figura medijs duabus proportionalibus inueniendis aptissima. Sint enim inter duas F, G, duæ mediæ proportionales inueniendæ. In diametro AC, etiam producta, si opus est, sumatur AH, maiori F, æqualis. Ducta deinde perpendiculari HP, abscindatur HI, minori G, æqualis. Ducta autem AL, secante lineam inflexam in K, agatur per K, ipsi BD, parallela LM. Denique sumpta LN, ipsi LC, æquali, ducantur per N, & M, rectæ AN, AM, secantes HP, in O, P. Dico HP, HO, esse medias proportionales inter AH, HI, hoc est, inter F, & G. Quoniam enim punctum K, lineæ inflexæ inuentum est per rectam ad punctum quadrantis DA, ductâ, quod tanto interuallo a puncto D, abest, quanto punctum M, ab eodem distat, ut ex descriptione lineæ inflexæ liquet; erunt ex lemmate Dioclis quatuor rectæ AL, LM, LC, vel LN, & LK, continue proportionales. Cû ergo hisce quatuor rectis proportionales sint quatuor rectæ AH, HP, HO, HI; erunt hæc quoq. continue proportionales. quod est propositum. a 4. sexis.

MODVS NICOMEDIS IN libro de lineis Conchoidibus.

NICOMEDES construit prius instrumentum quoddam, quo lineam inflexam describit, quam Conchilem, vel Conchoideos appellat. Sed nos omisso eo instrumento, eandem (quod ad nostrum institutum satis est) per puncta delineabimus, hac ratione. Sit recta linea AB, & ad eam perpendicularis CD, in puncto E. Sumatur deinde infra E, punctum D, pro polo lineæ describendæ, & supra E, aliud punctum C, ut libet. In usu lineæ descriptæ constabit, quantum tam punctum D, quàm punctum C, a puncto E, abesse debeat. Si igitur ex D, ducantur plurimæ lineæ occultæ parum inter se distantes, &



ex singulis abscindantur portiones rectæ EC, æquales, initio semper facto à recta AB; extrema autem harum portionum puncta per lineam inflexam coniungantur descripta erit linea conchilis. Exemplum habes in quatuor lineis DH, DG, DF, DN, in quibus sumptæ sunt LH, KG, SF, BN, ipsi EC, æquales, per quarum extrema puncta H, G, F, N, inflexa linea incedit. Et
quo

quo plures lineæ occultæ ex D, educuntur, eo crebriora puncta inueniuntur, per quæ transire debet linea inflexa.

a pronuncia
ia 11. lib. I. SEQVITVR ex descriptione huius lineæ, eam nunquam posse cum recta AB, conuenire, licet vtrique in infinitum producat: quia puncta, per quæ incedit, sunt omnia supra rectam AB, terminantia nimirum segmenta rectarum ex D, prodeuntium (*a* quæ quidem omnes rectam AB, interfecant) ipsi EC, æqualia.

b 19. primi. DEMONSTRAT deinde Nicomedes duas proprietates huius lineæ insignes. Prima est. Quodlibet eius punctum à puncto C, diuersum minus distat à recta AB, quam punctum C: Aliorum autem punctorum, quod remotius est à C, minus distat ab eadem recta AB, quam quod minus remotum est. Ducta enim recta quacunque DG, demittatur perpendicularis GI. *c 16. primi.* Et quia KG, maior est quam GI; erit quoque perpendicularis EC, (ipsi KG, æqualis) maior quam perpendicularis IG, hoc est, punctum C, magis distabit à recta AB, quam punctum G. Eademque ratione magis à recta AB, distabit punctum C, quam quoduis aliud. Sumatur deinde aliud punctum H, remotius à C, quam punctum G, demittaturque perpendicularis HA. Dico punctum H, minus distare à recta AB, quam punctum G, hoc est, perpendicularem HA, minorem esse perpendiculari GI. Ducta namque recta DH, *d 15. primi.* erit angulus DKE, maior angulo DLE. *e 32. primi.* hoc est, angulus GKI, angulo HLA. Cum ergo recti I, A, æquales sint; *f 4. sexti.* erit reliquus G, reliquo AHL, minor. Si igitur ipsi G, fiat æqualis AHM; erunt triangula KGI, MHA, æquiangula; *g 19. primi.* fideoque erit, ut MH, ad HA, ita KG, ad GI. *h 16. primi.* Et quia LH, maior est, quam MH, *i 17. primi.* (quod angulus HML, maior sit recto A, *k 8. quinti.* & HLM, minor) k erit maior proportio LH, ad HA, quam HM, ad HA, hoc est, quam GK, ad GI: ac proinde cum GK, HL, æquales sint, erit quoque maior proportio HL, ad HA, quam HL, ad GI; *l 10. quinti.* lideoque HA, minor erit quam GI, quod est propositum.

m 14. quin. ALTERA proprietas est. Quamuis Conchilis CF, nunquam conueniat cum recta EB, tamen cum qualibet alia recta, etiam ipsi EB, propinquissima, conuenit. Sit enim primum recta NO, ipsi EB, parallela, secans EC, in O. Fiat ut EO, ad OD, ita EC, ad P. Et quoniam EO, minor est quam EC: *n 4. sexti.* m erit quoque OD, minor quam P. Si igitur ex D, ad interval lum rectæ P, describatur arcus circuli, secabit is rectam ON, in aliquo puncto, ut in N. Dico Conchilem CF, prolongatam coire cum ON, in N. Ducta enim recta DN, secante EB, in B, quæ ipsi P, æqualis erit; *o 9. quinti.* n quoniam est ut EO, ad OD, ita BN, ad ND; hoc est, ad sibi æqualem P. Fuit autem etiam, ut EO, ad OD, ita EC, ad P. Igitur BN, EC, ad P, eandem proportionem habebant: o ac proinde inter se æquales erunt; ideoque Conchilis per N, transibit.

SIT deinde recta QF, non parallela ipsi EB, sed eam secet in E, vergatque versus Conchilem. Quia igitur Conchilis cum recta ON, conuenit, conueniet prius cum ipsa QF, in F, ut perspicuum est.

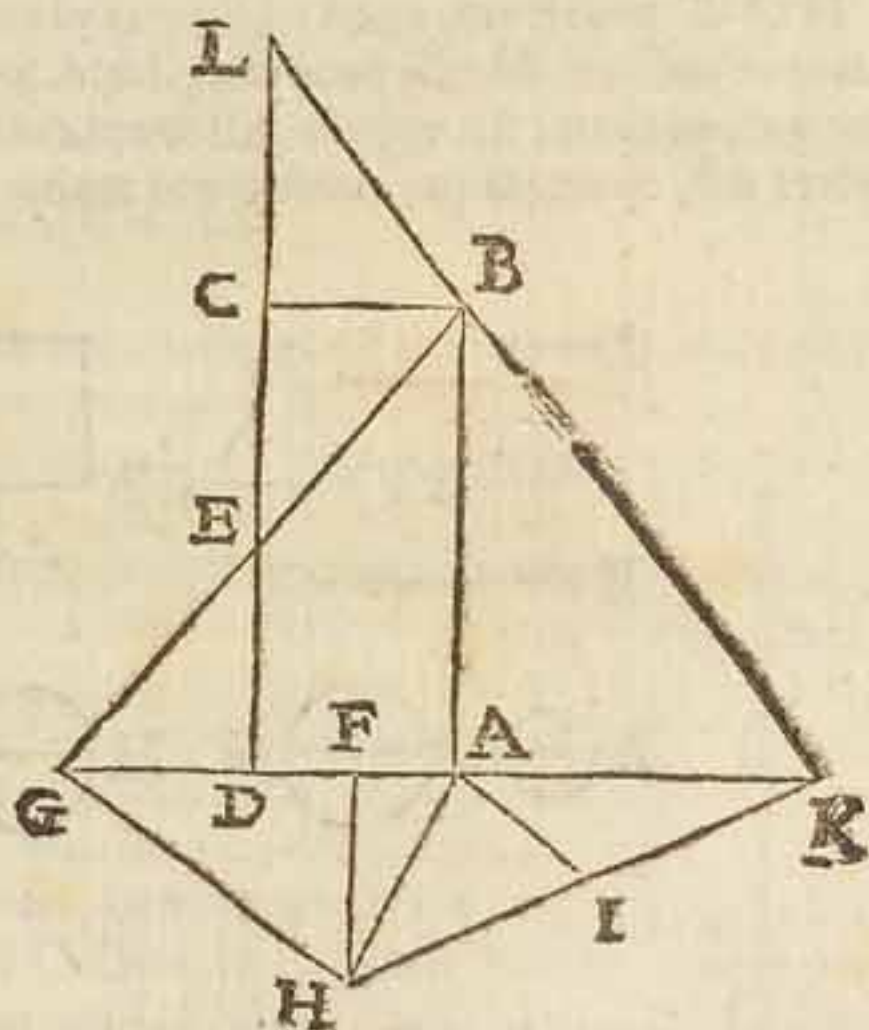
P O S T hæc Nicomedes dissoluit huiusmodi problema. Dato quouis angulo rectilineo, & puncto extra lineas angulum datum comprehendentes: Ab illo puncto educere rectam secantem rectas datum continentes angulum, ita ut eius portio inter illas rectas intercepta æqualis sit datæ rectæ.

In

In eadem namque figura rectæ EB, EF, angulum contineant BEF, ducenda-
que sit ex D, linea, ita ut eius portio inter EB, EF, æqualis sit datæ rectæ,
R. Ex O, ad inferiorem lineam EB, ducatur perpendicularis DE, summa-
turque EC, datæ rectæ R, æqualis: & polo D, intervallo vero EC, Conchi-
lis describatur, quæ per secundam proprietatem rectam EF, secabit in F.
Ducta ergo recta DF, secante EB, in S; erit SF, ipsi EC, hoc est, ipsi R, æ-
qualis, ut ex descriptione Conchilis liquet.

His præmissis, sint duæ rectæ AB, BC, ad angulum rectum B, coniun-
ctæ, inter quas repertiendæ sint duæ lineæ mediæ proportionales. Com-
pleatur rectangulum AC, cuius duo latera AD, CD, bifariam secantur in F,
E. Ducta autem ex B, per E, recta secante AD, productam in G; erit *a 26. primi*
DG, ipsi CB, hoc est, ipsi DA, æqualis; propterea quod anguli D, E,
trianguli DEG, angulis C, E, trianguli CEB, æquales sunt, & latera quoque DE,
CE, quibus adiacet, æqualia. Rursus ducta perpendicularis FH, secet AH, ipsi
CE, æqualis, quod fiet, si ex A, ad intervallum CE, arcus delineetur secans FH,
in H. Deinde iuncta recta GH, ducatur ei parallela AI: atque producta
DA; ex H, per problema præcedens, ducatur recta HK, utramque AI, AK,
ita secans, ut intercepta IK, ipsi AH, vel CE, æqualis sit. quod fiet, si ex H,
plurimæ rectæ ducantur occultæ, donec unius portio intercepta æqualis sit
ipsi AH, vel CE. Postremo ex K, per B, recta extendatur secans DC, pro-
ductam in L. Dico duas AK, CL, medias proportionales esse
inter AB, BC. Quoniam enim
est LC, ad CD, ut LB, ad BK, hoc
est, ut DA, ad AK; Et ut CD,
ad CE, ita est GA, ad DA, quod
utraq; CD, GA, secta sit bifa-
riam in E, D: erit ex proportione

LC.	GA.
CD.	DA.
CE.	AK.



b 2. sexti.

perturbata LC, ad CE, ut GA
ad AK, ut in hac formula appa-
ret: hoc est, ut HI, ad IK. Cum ergo CE, ipsi IK, sit æqualis per constru-
ctionem, erit quoque LC, ipsi HI, æqualis, & tota LE, toti HK. Deinde quia *c 14. quinti*
rectangulum sub DK, KA, una cum quadrato ex AF, æquale est quadrato *d 6. secundi.*
FK; addito communi quadrato ex FH, erit rectangulum sub DK, KA, una cum
quadratis ex AF, FH, hoc est, una cum quadrato ex AH, vel ex CE, æqua-
le quadratis ex KF, FH, hoc est, quadrato ex HK, id est, ex LE, ipsi HK, æ-
quali. *e 47. primi.* Sed & rectangulum sub DL, LC, una cum eodem quadrato ex CE, *f 6. secundi.*
æqua-

a 16. sexti.
b 4. sexti.
c 4. sexti.

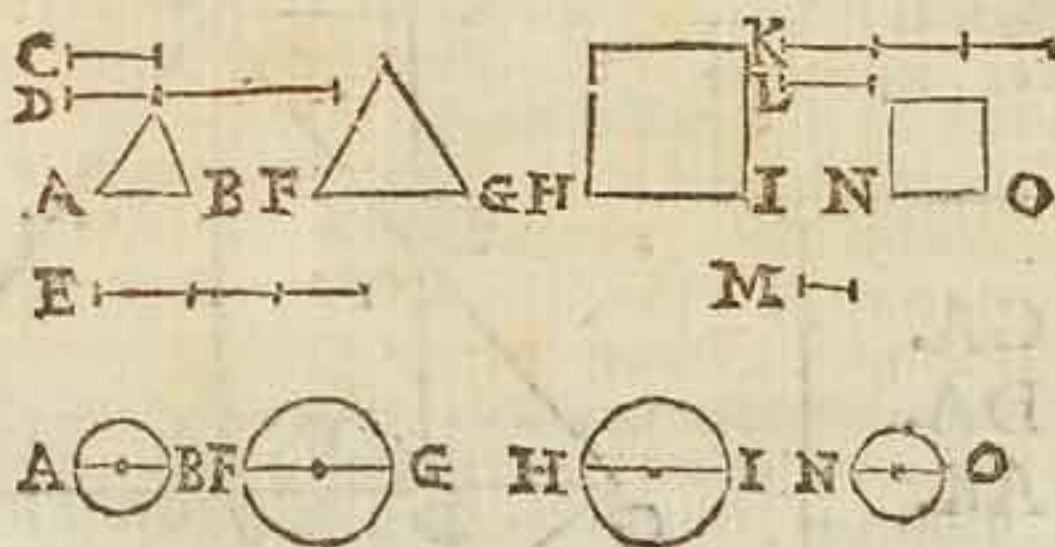
æquale quoque est eidem quadrato ex LE. Igitur rectangulum sub DK, AK, una cum quadrato ex CE, æquale erit rectangulo sub DL, LC, una cum eodẽ quadrato ex CE; Et dempto communi quadrato CE, reliquum rectangulum sub DL, LC, reliquo rectangulo sub DK, AK, æquale erit. *a* Igitur erit DL, ad DK, *b* hoc est, AB, ad AK, ut AK, ad LC. *c* Ut autem AB, ad AK, ita est quoque LC, ad CB. Igitur erit AB, ad AK, ut AK, ad LC, & ut LC, ad CB: ac proinde AK, LC, mediarum proportionales erunt inter datas AB, BC, quod est propositum.

QVOD si datæ duæ rectæ sint nimis longæ, accipi poterunt earum semisses, vel tertiæ partes, &c. atque inter eas duæ mediæ inquirendæ. Nam si inuentæ duplicentur, vel triplicentur, &c. habebuntur duæ mediæ inter datas duas. Quod etiam in alijs modis intelligendum est.

PROBL. II. PROPOS. 16.

DATAM figuram planam, vel circulum augere, vel minuere in data proportionem.

HOC problema, quod ad figuras planas rectilineas attinet, explicauimus propof. 15. scholij propof. 3. lib. 6. Euclid. Nunc idem ad circulos quoque extendemus. Sit ergo rectilineum, cuius latus AB, vel circulus, cuius diameter AB, oporteatque constituere maius rectilineum, vel circulum maiorem



d coroll. 19
vel 20. sexti.
e 2. duodecim.

in proportionem, C, ad D, nimirum sub tripla. Tribus lineis C, D, AB, inueniatur quarta proportionalis E, atque inter AB, & E, reperiatur media proportionalis FG, & supra FG, figura contruatur similis datæ figuræ A B, similiterque posita. Item circulus describatur circa diametrum FG. Dico tam rectilineum AB, esse tertiam partem rectilinei FG, quam circulum AB, circuli FG, nimirum eandem habere proportionem AB, ad FG, quam habet C, ad D. Quoniam enim tres rectæ AB, FG, & E, continue proportionales sunt, *d* erit figura AB, ad figuram FG, ut AB, ad E, hoc est, ut C, ad D. *e* Quia vero est, ut quadratum ex AB, ad quadratum ex FG, ita circulus AB, ad circulum

culum FG; estque quadratum AB, ad quadratum FG, vt AB, ad E; erit quoque circulus AB, ad circulum FG, vt AB, ad E, vel vt C, ad D.

S I T deinde figura, vel circulus HI, oporteatque construere minorem figuram, vel circulum in proportione K, ad L, nimirum tripla. Tribus rectis K, L, HI, inueniatur quarta proportionalis M: atque inter HI, & M, media proportionalis inueniatur NO, supra quam construatur figura similis similiterque posita figuræ HI: Item circulus describatur circa diametrum NO. Dico tam figuram HI, ad figuram NO, quam circulum HI, ad circulum NO, habere proportionem triplam, eandem videlicet, quam habet K, ad L. Quoniã enim tres rectæ HI, NO, & M, continue sunt proportionales; a erit figura HI, ad figuram NO, vt recta HI, ad M, hoc est, vt K, ad L. b Et quia est, vt quadratum HI, ad quadratum NO, ita circulus HI, ad circulum NO; estque quadratum HI, ad quadratum NO, vt recta HI, ad M; ti. erit quoque circulus HI, ad circulum NO, vt recta HI, ad M, vel vt K, ad L. b 2. duode.

EX his constat, qua ratione, dato foramine rotundo, vel etiam quadrato alicuius fontis, aliud foramen rotundum, vel quadratum maius, vel minus in quacunque proportione construendum sit.

PROBL. 12. PROPOS. 17.

DATAM figuram solidam qualemcunque ex ijs, de quibus Eucl. in lib. Stereometriæ agit, augere vel minuere in proportione data.

HUIUSMODI figuræ solidæ sunt parallelepipedum, Pyramis, Prisma, sphaera, Conus, Cylindrus, & quinque corpora regularia.

S I T ergo figura solida, cuius latus A, vel sphaera, cuius diameter A, augenda primum in proportione B, ad C. Tribus rectis B, C, A, inueniatur quarta proportionalis D: atque inter A, & D, reperiantur duæ mediæ proportionales E, F. Dico solidum lateris A, ad solidum supra latus E, nimirum supra mediam proportionalem, quæ propinquior est lateri dato A, constructum simile, similiterque positum solidum supra latus A, constituto, habere proportionem, quam B, habet ad C. Item sphaeram datam diametri A, ad sphaeram diametri E, esse, vt B, ad C. Quoniã n. figura solida lateris A, ad figuram solidam lateris E, similem similiterque positam habet proportionem triplicatam lateris A, ad latus E, vt lib. 11. & 12. Eucl. demonstratũ est: Similiter Conus & Cylindrus, cuius basis diameter A, ad Conum & Cylindrum similem, cuius diameter E: Nec non sphaera diametri A, ad sphaeram diametri E; Est autem, ex defin. 10. lib. 5. Euclid. proportio quoque A, ad D, triplicata proportionis A, ad E: Erit solidum A, ad solidum E, vt A, ad D, hoc est, vt B, ad C. quod est propositum.

S I T deinde solidum lateris, vel diametri D, minuen-

Qq

dum



dum in proportione data C, ad B. Tribus C, B, D, inueniatur quartâ proportionalis A; atque inter D, & A, reperiantur duæ mediæ proportionales F, E. Dico solidum lateris, vel diametri D, ad solidum simile, similiterque descriptum supra F, nimirum supra mediam proportionalem, quæ lateri dato D, propinquior est, proportionem habere, quam C, ad B. Quoniam enim solidum D, ad simile similiterque descriptum solidum F, proportionem habet triplicatam lateris D, ad latus F: qualem etiam habet ex defin. 10. lib. 5. Eucl. recta D, ad rectam A: erit solidum D, ad solidum F, vt D, ad A, id est, vt C, ad B. quod est propositum.

CONSTAT ex his, qua ratione Cubus non solum duplicandus sit, (quod veteres inquirebant) sed etiam augendus minuendusue in quacunque proportionem: Item quo pacto pylæ bombardarum maiores, aut minores fieri debeant secundum proportionem datam.

S C H O L I V M.

FIGVRAS solidas similiterque positas habere proportionem triplicatam homologorum laterum, demonstratum est de parallelepipedis quidem lib. 11. Eucl. propof. 33. De Pyramidibus vero lib. 12. propof. 8. eiusq. coroll. & de Prismatis, in eiusdem scholio. De sphæra autem lib. eodem 12. propof. 18. De Conis deinde & Cylindris eodem lib. 12. propof. 12. si pro lateribus homologis sumantur diametri sphærarum, & diametri basium Conorum, & Cylindrorum. Ac tandem de quinque corporibus regularibus in coroll. propof. 17. lib. 12. quippe cum omnia hæc corpora in sphæris describi possint.

QVAMVIS autem problema hoc de supradictis corporibus duntaxat proposuerimus, idem tamen etiam locum habet in alijs cuiusque generis corporibus similibus, similiterque positis, vt perspicuum est; propterea, quod diuidi possunt in pyramides similes, æquales numero; a quæ quidem proportionem habent laterum homologorum triplicatam. b Cum ergo sit, vt vna pyramis ad vnâ pyramidem, ita omnes ad omnes, id est, ita solidum ad solidum; sintque eadem latera homologa solidorum, quæ pyramidum similium, constat propositum.

28. duodec.
eiusq. co-
roll.
b 12. quinti

PROBL. 13. PROPOS. 18.

INTER duos numeros datos tum vnum, tum duos medios proportionales reperire.

NON raro figura siue plana, siue solida augenda, vel minuenda est per numeros, quod quidem sine inuentione vnus medij proportionalis, vel duorum mediorum inter datos duos numeros perfici non potest: idcirco artem præscribemus, qua huiusmodi medias inuenire possimus. Propositis igitur primum duobus numeris quibuscunque 9. & 25. inter quos reperien-
dus sit vnus medius proportionalis; si multiplicentur inter se, & producti
numeri.

numeri 225. radix quadrata eruat^r 15. vt in Arithmetica practica cap. 26. docuimus : & erit radix hæc quadrata medio loco proportionalis inter datos numeros, vt hic 9. 15. 25. quippe cum quadratum medij numeri æquale sit rectangulo sub extremis comprehenso. Sic inter 5. & 13. medius proportionalis erit radix quadrata numeri 65. qui ex multiplicatione datorum numerorum gignitur, quæ radix paulo maior est, quam $8\frac{1}{2}$. & paulo minor, quam $8\frac{1}{6}$.

SINT deinde duo numeri 2. & 54. inter quos inueniendi sint duo medij proportionales. Multiplicetur quadratus minoris in maiorem. Producti namque numeri 216. radix cubica 6. erit primus medius iuxta minorem collocandus. Et si maioris quadratus ducatur in minorem, erit producti numeri 5832. radix cubica 18. alter medius iuxta maiorem statuendus, vt hic 2. 6. 18. 54. Ratio huius rei est, quod datis quatuor lineis continuè proportionalibus, parallelepipedum sub quadrato alterutrius extremarum, & sub altera extrema comprehensum, æquale est cubo mediæ proportionalis, quæ priori extremo assumpto propinquior est, vt in sequenti Lemmate demonstrabimus. Quoniam vero, vt in scholio propof. 19. lib. 8. Euclid. ostendimus, propositis hisce tribus numeris 2. 2. 54. idem procreatur numerus, siue prius ducantur 2. in 2. deinde productus 4. in 54. siue prius 2. in 54. deinde productus 108. in 2. Item datis hisce tribus numeris, 54. 54. 2. idem numerus gignitur, siue prius ducantur 54. in 54. deinde productus 2916. in 2. siue prius 54. in 2. deinde productus 108. in 54. manifesto colligitur, si minor 2. ducatur in maiorem 54. & productus 108. in minorem 2. produci quoque cubum medij proportionalis iuxta minorem constituendi : Item si maior 54. ducatur in minorem 2, & productus 108. in maiorem 54. procreari cubum medij proportionalis iuxta maiorem scribendi. Sic inter 4. & 100. erunt duo medij proportionales, Radix cubica numeri 1600. & Radix cubica numeri 40000. Coeterum inuento altero mediorum numerorum, reperietur alter etiam, si inuentus per extremum remotiorem multiplicetur & producti numeri radix quadrata capiatur. Vt in dato exemplo 2. 6. 18. 54. si medius inuentus 6. ducatur in 54. erit producti numeri 324. radix quadrata 18. alter medius : Item inuentus medius 18. si multiplicetur per 2. erit producti numeri 36. radix quadrata 6. alter medius : propterea quod tam 2. 6. 18. quam 6. 18. 54 sunt tres continuè proportionales.

L E M M A.

SI sint quatuor lineæ continuè proportionales : parallelepipedum sub quadrato alterutrius extremarum, & altera extrema comprehensum, æquale est cubo mediæ proportionalis, quæ priori extremæ assumptæ propinquior est.

REPETATUR figura propof. 17. in qua lineæ quatuor continue proportionales sunt A, E, F, D. Dico parallelepipedum sub quadrato extremæ A, &

Qq 2

sub

- a coroll. 20. *sexti.* sub extrema altera D, contentum, cubo rectæ E, æquale esse. a Quoniam enim quadratum rectæ A, ad quadratum rectæ E, proportionem habet, quam A, ad E, id est, quam E, ad D, reciprocabuntur bases cum altitudinibus, cum basis parallelepipedum sit quadratum rectæ A, & eiusdem altitudo recta D: cubi autem basis, quadratum rectæ E, & altitudo ipsamet recta E.
- b 34. unde cimi. Igitur æqualia erunt parallelepipedum, & cubus. Eadem ratione erit parallelepipedum sub quadrato extremæ D, & sub altera extrema A, contentum æquale cubo rectæ F. c coroll. 20 *sexti.* Nam cum sit, ut quadratum rectæ D, ad quadratum rectæ F, id est, ut basis dicti parallelepipedum ad basem dicti cubi, ita D, ad F, hoc est, ita F, ad A, hoc est, ita altitudo cubi, ad altitudinem parallelepipedum; reciprocabuntur quoque bases cum altitudinibus: d ideoque æqualia erunt parallelepipedum, & cubus. quod est propositum.
- d 34. unde cimi.

Q V I A vero in nostra Arithmetica practica solum radicis quadratæ extractionem explicauimus, operæ me pretium facturum puto, radicis cubicæ extractionem hoc loco, quamuis fortasse alieno, inferere: quandoquidem ea necessaria omnino est, ut problema hoc 13 ad opus possit deduci. Hoc autem efficiam, si præscribam artem quandam generalem, qua cuiuscunque generis radicem extrahere possimus, ex libro eximij cuiusdam Arithmetici Germani de promptam ferme totam: quod quidem studioso Lectori non iniucundum, aut ingratum fore confido.

PROBL. 14. PROPOS. 19.

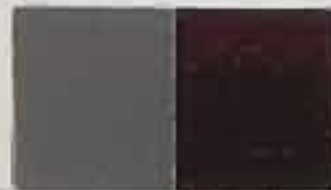
RADICEM cuiuslibet generis extrahere.

Extrahio
radicis qd.

EXTRACTIO radicis est inuentio numeri ex proposito numero, qui multiplicatione aliqua in se numerum propositum producat. Ut extractio quadratæ radicis est inuentio numeri ex numero quadrato, qui quadratè multiplicatus ipsum producat: Et extractio radicis cubicæ, est inuentio numeri, qui in se ductus cubicè producat cubum propositum, &c. Quid autè sit multiplicare numerum quadrate, aut cubice, aut alio modo, mox explicabo.

Infini-
tæ,
species ra-
dicum.

Q V E M A D M O D V M igitur infinitæ sunt species multiplicationum numerorum in se, ut statim dicam, ex quibus oriuntur numeri quadrati; & solidi, ut cubi, Zenfizenfi, Surdesolidi &c. qui à Iunioribus nonnullis in Algebra explicari solent: sic etiam infinitæ sunt radicum species iuxta varias numerorum appellationes, qui consurgunt ex varia radicum multiplicatione. Quæ omnia pulchre nobis repræsentat naturalis numerorum progressio, inferuiens progressionibus Geometricis ab unitate incipientibus: ut hic.



0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	&c.
1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	&c.
Radix		Quadratus	Cubus.	Zenfizēsus	Surdefolius.	Zenficubus	B, surdefolidus.	Zenfizenzenfus.	Cubicubus	Zenfurdefolidus.	

PRIMUM numeri superioris progressionis significant species multiplicationum. Vt 2. supra quadratum significat, multiplicationem quadratā fieri, dum radix bis ponitur, & sic multiplicatur, vt 2.2. facit 4. Sic 3. significat, multiplicationem cubicam fieri, dum radix ter ponitur, atque ita multiplicatur, vt 2.2.2. facit 8. Pari ratione, 4. ostendit multiplicationem Zenfizenficam: Et 5. surdefolidam, &c.

DEINDE iidem numeri significant radicum species. Vt 2. significat, radicem quadratam producere quadratum per multiplicationem quadratā: Et 3. denotat, radicem Cubicam procreare Cubum per multiplicationem cubicam: Et sic deinceps.

IN extractionibus igitur radicum obseruanda est signatio figurarum per puncta in numero, ex quo radix aliqua extrahenda est, hoc modo.

IN extractione radicis quadratæ signantur omnes figuræ in locis imparibus, incipiendo a dextris: ita vt alternatim semper vna figura omittatur, quæ non signetur.

IN extractione cubica omittuntur semper duæ figuræ. In Zenfizenfica tres. In surdefolida quatuor. Et sic deinceps in infinitum. Vt in appositis exemplis vides.

RESPONDENT autem hæ signationes medijs proportionalibus. Vt quoniam inter duos quadratos cadit vnus medius, ideo in extractione radicis quadratæ omittitur semper vna figura: Inter duos vero Cubos cadunt duo medij, idcirco omittuntur semper duæ figuræ, & sic de cæteris.

PRO qualibet autem specie radicis extrahendæ inseruiunt quidam numeri peculiare: qui per sequentem tabulam inueniuntur, quæ hoc modo constructur. Prima columna continet seriē naturalem numerorum. Ex hac columna nascitur secunda: tertia ex secunda: & quarta ex tertia, hoc modo. Relictis duabus cellulis primæ columnæ, repetitur numerus tertiæ cellulæ in secunda columna. Deinde ex additione duorum numerorum, id est,

Pro quadrata.											
6	8	7	1	9	4	7	6	7	3	6	
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Pro cubica											
6	8	7	1	9	4	7	6	7	3	6	
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Zenfizenfica.											
6	8	7	1	9	4	7	6	7	3	6	
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Pro surdefolida.											
6	8	7	1	9	4	7	6	7	3	6	
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Quo modo
figuræ per
puncta signantur.

Cōstructio
tabulæ mi-
rificæ.

1									
2									
3	3								
4	6								
5	10	10							
6	15	20							
7	21	35	35						
8	28	56	70						
9	36	84	126	126					
10	45	120	210	252					
11	55	165	330	462	462				
12	66	220	495	792	924				
13	78	286	715	1287	1716	1716			
14	91	364	1001	2002	3003	3432			
15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435		
16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870		
17	136	680	2380	6188	12376	16448	24310	24310	

ex tertio primæ columnæ, & primo secundæ columnæ, fit secundus numerus secundæ columnæ. Eodem modo ex secundo numero secundæ columnæ, & ex eius collateralis conficitur tertius secundæ columnæ: Atque ex tertio numero secundæ columnæ, & ex eius collateralis fit quartus eiusdem secundæ columnæ, & sic deinceps. Contineatur autem in secunda columna omnes numeri triangulares. Non aliter tertia columna ex secunda oritur, & quarta ex tertia, &c. Semper enim in qualibet columna relinquuntur duæ primæ cellulæ, & numerus tertiæ cellulæ repetitur pro primo numero sequentis columnæ: atque ex additione eius numeri cum collateralis præcedentis columnæ conflatur secundus numerus, &c.

Quo pacto ex superiori tabula defumatur numeri pro singulis radicis speciebus.

H A C extracta tabula, defumantur numeri peculiare ex ordinibus transuersalibus hoc ordine. Numeri cuiuslibet ordinis transuersalis ordine scribantur, idemque ordine retrogrado repetuntur, ultimo semper excepto, & penultimo etiam tunc solum, quando ultimo æqualis est. Vt in secundo ordine sumitur tantum numerus 2. quia cum sit ultimus, non repetitur. In tertio sumuntur quoque hi duo tantum 3. 3. quia penultimus non repetitur, cum ab ultimo non differat. In quarto autem sumendi sunt hi tres. 4. 6. 4. In nono hi octo 9. 36. 84. 126. 126. 84. 36. 9. Et in decimo hi novem 10. 45. 120. 210. 252. 210. 120. 45. 10. &c. Vbi vides, semper tot numeros assumi, quot sunt unitates in primo numero transuersali, minus vno. Vt in ordine septimodecimo assumendi erunt hi sexdecim 17. 136. 680. 2380. 6188. 12376. 19448. 24310. 24310. 19448. 12376. 6188. 2380. 680. 136. 17. & sic de cæteris.

C VI-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



0 21 22 23 24

Kodak

Gray Scale

<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

</start.htm>

CVILIBET deinde numero præponendæ sunt tot cifrae, quot numeri ab eo inclusive numerantur vsque ad vltimum assumptum. Vt numero 2. secundi ordinis præponenda est vna cifra, hoc modo, 20. Sed duo tertij ordinis habebunt has cifras 300. 30. Sic in nono ordine, vbi assumuntur octo numeri, primus habebit octo cifras, secundus septem, tertius sex, & sic semper minuendo vnam. Cuius autem radicis extractioni inserviant prædicti numeri in quolibet ordine transuersali accepti, pulchre indicat primus numerus ordinis transuersalis. Vt quia in superiori progressionem numerus 2. notat quadratum, & 3. cubum: & 4. Zensizensum, &c. ideo numerus 2. secundi ordinis cum sua cifra, hoc modo. 20. inservit radici quadratæ: Et duo numeri ex tertio ordine assumpti cum suis cifras, hoc modo 300. 30. radici cubicæ: Et tres quarti ordinis, hoc modo 4000. 600. 40. radici Zensizensicæ: & quatuor quinti ordinis, hoc modo, 50000. 10000. 1000. 50. radici surdesolidæ, &c.

I A M vero vt propius ad extractionem radicum accedamus, sciendum est, radicem cuiuslibet numeri habere tot figuras, quot puncta sub ipso signata sunt, secundum doctrinam superiorem. Item ad punctum vltimum versus sinistram pertinere ipsam figuram supra punctum positam, cum omnibus alijs, quæ ipsam versus sinistram præcedunt. Ex quo puncto si subtrahatur numerus, vt mox dicemus, spectabit ad penultimum punctum figura supra ipsum punctum cum reliquis ad sinistram, & sic de cæteris.

V T autem ritè incipiat extractio cuiuslibet radicis, construenda erit tabella quadratorum, cuborum, surdesolidorum, B surdesolidorum, & aliorum numerorum, qui ex nouem figuris Arithmeticis producuntur, cum suis radicibus. Vt hic vides.

Quot figuras quælibet radix habea.

Radices.	Quadrati.	Radices	Cubi	Radices	Surdesolidi.	Radices	B, surdesolidi.
1	1	1	1	1	1	1	1
2	4	2	8	2	32	2	128
3	9	3	27	3	243	3	2187
4	16	4	64	4	1024	4	16384
5	25	5	125	5	3125	5	78125
6	36	6	216	6	7776	6	279936
7	49	7	343	7	16807	7	823543
8	64	8	512	8	32768	8	2097152
9	81	9	729	9	59049	9	4782969

Cur autem non apposuerim tabellas Zensizensorum. & Zensicuborum, causa est, quod eiusmodi numerorum radices non egent nouis præceptis, vt postea dicetur. Sequuntur ergo iam extractionum exempla aliquot.

EX-

EXTRACTIO RADICIS Quadratae.

Quadratae
radicis ex-
tractio.

Radix
2601.

SIT numerus propositus 6765201. ex quo erui debet radix quadrata.

PRIMUM ab ultimo puncto, id est, à figura 6. (Hoc enim punctum unam tantum habet figuram, cum eam nulla alia præcedat) subtrahitur maximus quadratus, qui subtrahi potest, nimirum 4. & in Quotiente ad marginem ponitur eius radix 2. In residuo autem manent 2. pro sequenti puncto, quod erit 276. atque ita absolutum est ultimum punctum, quod est in operatione primum.

DEINDE parodiuisorem ex figura 2. inuenta in Quotiente multiplicata per 20. nimirum per numerum radici quadratae inforuiem: quem inuenio 40. Per hunc diuido punctum sequens 276. & pro Quotiente reperio 6. Pono ergo primum Quotientem 2. ad sinistram, numerum peculiarem 20 in medio, & nouum Quotientem 6. ad dextram, sub quo scribo eius quadratum 36. ut hic vides.

POST hæc multiplico tres numeros 2.20.6. inter se, & producto 240. addo quadratum 36. & summam 276. ex puncto 276. detraho, nihilque relinquitur, atque ita absolutum est sequens punctum: aliudque sequens punctum est 52.

PARO iam diuisorem ex toto Quotiente inuento 26. ducto in 20. id est, in numerum peculiarem quadratae radicis, quem inuenio 520. Et quia per hunc diuidi non potest punctum 52. pono in Quotiente 0. neque opus est multiplicare, ut reperiatur numerus subtrahendus, quia nihil subtrahitur, cum 0. multiplicans producat 0. Et sic fit in omnibus alijs extractionibus, quando diuisor inuentus in puncto proposito ne semel quidē continetur: atque ita absolutum est punctum 52. punctumque insequens est 5201.

PARO iterum diuisorem ex toto Quotiente inuento 260. ducto in numerum peculiarem 20. quem reperio 5200. qui semel in puncto 5201. continetur. Pono ergo totū Quotientē prius inuentū 260. ad sinistram, & numerū peculiarem 20. in medio, & Quotientē 1. nunc inuentum ad dexteram, eiusque quadratum 1. sub illo, ut in exemplo patet.

MULTIPLICATIO trium superiorum numerorum facit 5200. addo quadratum 1. figuræ inuentæ 1. fit numerus 5201. qui ex puncto 5201. detractus nil relinquit. Est ergo absoluta extractio, radixque inuenta est 2601. quæ quadratè, id est, in se multiplicata producit propositum numerum 6765201.

ATQVE hæc est probatio, vel examen cuiusvis extractionis, ut videlicet radix inuenta in se multiplicetur vel quadratè, vel cubice, vel surdesolide, &c. pro qualitate radicis. Si enim in extractione nihil fuit relictum, veluti in nostro exemplo, necesse est, numerum productum æqualem esse proposito numero, ex quo facta est extractio: Si autem in extractione aliquid fuit relictum, illud additum producto numero conficiet numerum propositum. Institui quoque potest examen per 9. vel 7. ut in Diuisione. Nam si ex inuenta radice abijciantur 9. vel 7. quoties fieri potest, & residuum

duppi collocetur tum in sinistra parte crucis, tum in dextra, quod Quotiens, vel radix inuenta sit etiam instat Diuisoris. Hæc enim residuo in se multiplicato quadrato, vel cubito, &c. & ex producto abiectis 9. vel 7. necesse est, residuum hoc æquale esse residuo numeri propositi, si abijciantur ex eo omnia 9. vel 7. & nihil in extractione relictum sit. Nam alioquin ex residuo extractionis, & ex producto radices inuenta in se multiplicata abiicienda erunt omnia 9. vel 7. Hoc enim residuum æquale esse debet residuo numeri propositi, si omnia 9. vel 7. abijciantur. In nostro exemplo, si probatio instituat per 9. residuum semper est 0. Si vero fiat per 7. stabit exemplum ex-
minis ut hic apparet.

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times \\ 4 \\ \hline 16 \\ 16 \\ 16 \end{array}$$

EXTRACTIO RADICIS cubicæ.

SIT ex numero 239483190. extrahenda radix cubica.

PRIMUM ex puncto 239. subtraho cubum 216. qui est maximus in eo contentus, cuius radicem 6. scribo in Quotiente ad marginem. Et quia relinquitur numerus 23. erit sequens punctum 23483.

DEINDE paro Diuisorem hoc modo. Supra radicem inuentam 6. pono eius quadratum 36. Et ad dextram colloco duos numeros peculiare radices cubicæ, nimirum 300. & 30. ut hic vides. Multiplico superiores duos numeros 36. & 300. inter se, & producto 10800. addo productum 180. ex multiplicatione numerorum inferiorum 6. & 30. inter se. Nam summa 10980. erit Diuisor. Satis etiam esset productus ex duobus superioribus inter se multiplicatis, nimirum 10800. pro Diuisore, quod in alijs extractionibus intelligendum quoque est. Diuido ergo punctum meum 23483. per diuisorem inuentum 10980. & Quotientem 2. scribo post figuram 6. prius inuentam. Pingo post hæc figuram huiusmodi. Ad dextram numerorum 36. & 300. colloco inuentam figuram 2. & infra eam eius quadratum 4. & sub hoc cubum eiusdem 8. Nam si tam superiores tres numeri 36. 300. & 2. quam inferiores tres 6. 30. & 4. inter se multiplicentur, & productis 21600. & 720. addatur cubus 8. fiet numerus 22328. quem si ex meo puncto 23483. subtraham, remanent 1155. atque adeo punctum sequens erit 1155190.

Cubicæ radicis extractio.
radix 621.

$$\begin{array}{r} 36-300 \\ 6-30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36-300.-2. \\ 6-30.-4. \\ 8. \end{array}$$

PARO iam alium diuisorem hoc pacto. Supra 62. radicem hætenus inuentam scribo eius quadratum 3844. & ad dextram eosdem numeros peculiare 300. & 30. Multiplicatio duorum superiorum inter se facit diuisorem 1153200. per quem si diuidatur punctum 1155190. fit Quotiens 1. post alias duas figuras 62. scribendus. Pingo iam

$$\begin{array}{r} 3844-300. \\ 62-30. \end{array}$$

R r figu-

3844—300—I.

62—30—I.

I.

figuram talem. Ad dextram numerorum 3844. & 300. pono figuram 1. proxime inuentam, & infra eam eius quadratum 1. & sub hoc eiusdem cubum. 1. Nam si tam tres superiores numeri 3844. 300. & 1. quam inferiores tres 62. 30. & 1. inter se multiplicentur, & productis 1153200. & 1860. addatur cubus 1. fiet numerus 1155061. quem si ex meo puncto 1155190. demam, remanent 129. Est ergo absoluta extractio, radixque inuenta est 62. 1. quæ in se cubice multiplicata procreat numerum 239483061. cui si adijciatur residuum 129. conflabitur numerus propositus 239483190.

EXTRACTIO RADICIS Surdefolidæ.

SIT numerus 1039589621. cuius radix surdefolida quæritur.

Surdefolide
radicis extra-
ctio.
radix 63.

PRIMUM à puncto 10395. subtraho maximum surdefolidum 7776. in eo inclusum, cuius radicem 6. scribo in margine pro Quotiente: & quia numerus relinquitur 2619. ideo punctum sequens erit 261989621.

DEINDE paro diuiforem hoc modo. Supra radicem inuentam 6. scribo eius quadratum 36. & supra hunc eiusdem cubum 216. & supra hunc eiusdem Zenfizensum, vel quadrati quadratum 1296: ita ut constituatur progressio Geometrica ascendens à radice 6. denominata tot terminorum, quot numeri peculiæ requiruntur in extractione surdefolida, Et ad dextram colloco qua-

1296—50000

216—10000

36—1000

6—50

tuor numeros peculiæreos requisitos, ut exemplum monstrat. Multiplico duos superiores numeros (quod satis est) 1296. & 50000. inter se. Productus namque numerus 64800000. erit diuifor, per quem si diuidatur punctum relictum 261989621. posset esse Quotiens vel 4. vel 3. vel 2. Accipio autem 3. quia figura 2. est nimis parua, & 4. nimis magna, ut ex sequentibus patebit; quem Quotientem 3. in margine scribo post inuentam figuram 6. Pingo ergo talem figuram. Ad dextram numerorum 1296. & 50000. pono figuram Quotientis acceptam 3. & infra eam eius quadratum 9. & sub hoc eiusdem cubum 27. & sub hoc eiusdem Zenfizensum, vel quadrati quadratum 81. & sub hoc eiusdem surdefolidum 243. ita ut ad dextram constituatur progressio Geometrica descendens denominata à figura Quotientis 3. inuenta tot terminorum vno amplius, quot numeri peculiæreos requiruntur: adeo ut vltimus terminus sit numerus sur-

1296—50000—

216—10000—

36—1000—

6—50—

3.

9.

27.

81.

243

defolidus figuræ inuentæ, quemadmodum in cubica extractione fuit cubus, & in quadrata quadratus. Nam si terni numeri transfuersales inter se multiplicentur, & ad productos 194400000. 19440000. 972000. 24300. adijciatur surdefolidus 243. efficietur numerus 214836543. qui ex puncto 261989621. detractus relinquit 47153078. Est ergo

ergo radix surdesolida inuenta 63. quæ in se surdesolidè multiplicata, si nimirum quinquies ponatur hoc modo, 63.63.63.63.63. producit numerum 992436543. cui si addatur residuum 47153078. conflabitur propositus numerus 1039589621.

QVOD si superesset aliud punctum, constituenda esset progressio ascendens denominata à tota radice hætenus inuenta 63. quatuor terminorum, vt hic vides. Nam productus 78764805. ex superioribus duobus numeris inter se multiplicatis esset nouus diuisor. Deinde ex noua figura inuenta esset constituenda progressio descendens vsque ad surdesolidum illius figuræ, quemadmodum supra cum figura 3. factum est.

$$\begin{array}{r} 15752961 - 50000 \\ 250047 - 10000 \\ 3969 - 1000 \\ 63 - 50 \end{array}$$

ATQVE in hunc modum radicem cuiuscunque speciei extrahes, si diligenter inquires numeros propositæ radici inferuientes, vt supra docuimus. Quæ sane ratio mihi semper præclara est visa. Nam etiam si operatio videatur aliquanto longior esse, quam par sit, difficilis tamen non est, quippe cum ignorari in ea non possit, quid faciendum sit. cum tamen in extractionibus ab alijs Arithmetice traditis (quadrata excepta) tanta sit operationis difficultas, vt infinita fere memoria opus sit ad retinendum ea, quæ ad extrahendas radices adhibenda sunt, vt in radice cubica extrahenda per aliorum regulam, si adhibeatur, patebit: cum tamen cubica extractio sit longe facilior extractione surdesolida, & alijs insequentibus, quæ fere inextricabiles sunt.

SOLA vna difficultas tam in nostra, quam in aliorum extractione existit, quod nimirum dubium interdum sit, num figuram nimis paruam in Quotiente alicuius puncti acceperimus. Vt in secundo puncto extractionis surdesolidæ potuit esse Quotiens vel 4. vel 3. vel 2. Nos autem accepimus 3. Si ergo certi esse velimus, an accipi potuisset figura 4. quandoquidem superfluit numerus 47153078. valde magnus, faciendum periculum erit cum figura 4. constituendo scilicet progressionem descendente Geometricam à 4. denominatam. Et quia quatuor numeri producti transversales cum surdesolido 1024. faciunt numerum 297141824. qui ex puncto secundo 261989621. subtrahi nequit; argumento est, figuram 4. nimis magnam esse, ac proinde figuram 2. nimis paruam; quandoquidem cum figura 3. tales numeri procreati sunt, qui ex proposito puncto potuerunt subtrahi. Hoc ergo remedium si adhibeatur, quamuis longiusculum, tutissima erit nostra ratio extrahendarum radicum.

$$\begin{array}{r} 1296 - 50000 - 4 \\ 216 - 10000 - 16 \\ 36 - 1000 - 64 \\ 6 - 50 - 256 \\ 1024 \end{array}$$

I AM vero cur in superiori tabella quadratorum, cuborum, surdesolidorum, &c. omiserim Zensizensos, siue quadrati quadratos, atque adeo radicis Zensizensicæ extractionem præterierim; ratio est, quod radices Zensizensicæ, Zensicubicæ, Zensizenzenficæ, cubicubicæ, Zensurdesolidæ, &c. quamuis erui possint, sicut aliæ, habent tamen aliam etiam extractionis regulam, quam vel ex ipsis nominibus colligere licet. Videlicet.

EXTRACTVRVS radicem Zensizensicam, siue quadrati quadratam, ex-

Rr 2 tra-

Difficultas
in extractio-
nibus quopa-
cto superer-
tur.

Cur exēplū
nō ponatur
de radice
zēfizensica,
&c.



trahe primo radicem quadratam: Deinde ex hac radice erue iterum quadratam radicem. Hæc enim erit radix Zenfizenfica, quæ quæritur.

EXTRACTVRVS vero radicem Zenficubicam, id est, quadrati cubicam, vel cubi quadratam, extrahe primo radicem quadratam, & ex hac deinde radicem cubicam. Vel primo erue radicem cubicam, & ex hac quadratam. Vltima enim radix eruta erit ea, quam quæris. Idem iudicium habeto de alijs radicibus numerorum compositorum, vt de radice Zenfizenfica, cubicubica, Zenfurdesolida, &c.

REGVLA PROPRIA EXTRACTIONIS radicis cubicæ.

QVONIAM frequentior vsus est radicis quadratæ, & cubicæ apud Mathematicos, quam aliarum radicum, lubet in studiosorum gratiam præscribere hoc loco regulam propriam ad cubicam radicem extrahendam: quemadmodum idem de quadrata radice fecimus in nostra Arithmetica practica. Relictis autem aliorum regulis, quod minus faciles, minusque expeditæ sint, excerpam vnâ quasi nouam ex superiori extractione radicis cubicæ, quæ sic se habet.

SIT eruenda radix cubica ex numero 1860867.

Regula propria radicis cubicæ.
radix 123.

Ex primo puncto 1. ad sinistrâ subtraho cubum 1. maximû in eo contentum, nihilq. remanet. Erit ergo sequens punctum 860. & pro radice inuenta est figura 1.

PARO diuisorem, multiplicando quadratum figure inuentæ, nimirum 1. per 300. qui erit 300. per quem si diuidam punctum 860. inuenio Quotientem 2. pro secunda figura radicis. Hanc duco in diuisorem inuentum 300. facioque 600. Deinde duco quadratum nouæ figure 2. inuentæ, nimirum 300. facioque 600. Deinde duco quadratum nouæ figure 2. inuentæ, nimirum 4. in productum ex priori figura 1. multiplicata per 30. hoc est, in 30. facioque 120. Postremo ad summam duorum horum productorum 600. & 120. id est, ad 720. adijcio cubum inuentæ nouæ figure 2. nimirum 8. totanque summam 728. ex meo puncto 860. subtraho. Et quia remanent 132. erit vltimum punctum 132867. Scribo ergo inuentam figuram 2. post priorem 1.

DEINDE paro eodem modo diuisorem nouum pro vltimo puncto. Nimirum quadratum totius radicis 12. hætenus inuentæ, id est, 144. duco iterum in 300. Productus enim numerus 43200. erit diuisor, per quem si diuidam meum punctum 132867. reperio Quotientem 3. scribendum post radicem 12. hætenus inuentam. Hanc figuram inuentam 3. similiter duco in diuisorem inuentum 43200. facioque 129600. Deinde quadratum eiusdem nouæ figure 3. nimirum 9. duco in productum ex radice 12. prius inuenta, multiplicata per 30. hoc est, in 360. efficioque 3240. Postremo ad summam horum duorum productorum 129600. & 3240. hoc est, ad 132840. adijcio cubum 27. ex eadem noua figura genitum, fitque numerus 132867. qui ex puncto 132867. detractus nihil relinquit. Atque ita inuenta est radix 123. numeri propositi 1860867.

QVOD si superesset aliud punctum, ducendus esset quadratus totius radicis 123. hætenus inuentæ in 300. vt nouus diuisor exurgeret, &c. Vides ergo in hac regula plus memoriæ requiri, quam in superiori, quamuis faciliior sit, quam aliorum regulæ. Memor tamen esto, quando dubitas, an nimis

nimis paruum figuram in Quotiente acceperis, vt facias periculum de maiori figura, vt supra dictum est.

PROBL. 15. PROPOS. 20.

IN numeris non quadratis, non cubis, non Zensificis, non surdesolidis, &c. radicem veræ propinquam inuenire.

QUANDO numerus propositus non est quadratus, aut cubus, aut Zensizensus, aut surdesolidus, &c. non potest habere veram radicem, sed per regulas superiores inuenitur radix maximi quadrati, vel cubi, vel Zensizensi vel surdesolidi in dato numero contenti. Vt igitur sciamus, quamnam fractio ad inuentam radicem addenda sit, vt habeatur radix propinquior veræ, agendum erit hoc modo.

NUMERO proposito apponantur aliquot binarij cifarum, si quadrata radix propinqua inquiratur: vel si cubica, aliquot cifarum ternarij; vel aliquot quaternarij, si radix Zensizensifica desideratur, vel aliquot quinarij cifarum, si de surdesolida radice agitur, &c. Responder autem in qualibet specie radice numerus cifarum aliquoties repetendus numero, qui in progressionem ad initium præcedentis problematis posita scribitur supra numerum, à quo radix nomen sumit. Vt quia supra quadratum ponitur 2. ideo pro quadrata radice apponuntur binæ cifræ aliquoties, at pro cubica ternæ, quod supra cubum scriptus sit numerus 3. &c. ita vt pro radice cubicubica propinqua apponendi sint aliquot nouenarij cifarum, quippe cum supra cubicubum numerus 9. reperiatur descriptus. Idem numerus cifarum aliquoties repetendus responder quoque signationibus punctorum, quæ faciendæ sunt, vt radix extrahatur. Vt quia in quadrata radice extrahenda signatur secunda quæuis figura, propterea aliquot cifarum binarij ascribendi sunt; in cubica vero radice aliquot ternarij cifarum adiungendi sunt, quia in ea extrahenda tertia quæque figura signatur, &c.

QVO autem plures binarij, vel ternarij cifarum, &c. numero proposito apponentur, eo propinquior radix eruetur.

APPOSITIS hoc modo cifris ad numerum, ex quo radix eruenda est, extrahenda est ex toto illo numero radix, vt supra traditum est. Deinde ex ea radice abiectis ad dexteram tot figuris, quot cifarum binarij, vel ternarij, vel quaternarij, &c. appositi fuere, reliquæ figuræ radicem integram dabunt, cui addenda est fractio numeratoris habens figuras abiectas, denominatorem vero unitatem, cum totidem cifris, quot binarij cifarum, vel ternarij, &c. additi fuerunt, nimirum vel 10. si vnus binarius, vel ternarius &c. additus fuit, vel 100. si duo binarij: vel ternarij, &c. additi fuerunt: vel 1000. si tres, & sic deinceps: ita vt fractio illa contineat vel decimas, vel centesimas, vel millesimas, &c.

EXEMPLI causa. Ex numero 29. extrahenda sit radix quadrata. Appositis tribus binarijs cifarum, hoc modo 29000000. inuenietur huius
nume-

Quot binarij cifarum vel ternarij vel quaternarij, &c. ad propinquam radicem eruedam apponendi sint.

Quæ fractio addenda sit radici, vt propinquior radix signatur.

numeri quadrata radix 5385. minor quam vera, quippe cum in extractione aliquid remanserit: addita vero unitate, fiet radix 5386. maior, quam vera. Abiectis igitur tribus figuris ad dextram, propter tres cifarum binarios additos, erit propinqua radix $5\frac{3}{1}\frac{8}{0}\frac{5}{0}$, minor tamen quam vera: at $5\frac{3}{1}\frac{8}{0}\frac{6}{0}$, maior quam vera. Illius enim quadratus numerus est $28\frac{9}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{2}{0}\frac{2}{0}\frac{5}{0}$, minor quam propositus numerus 29. Huius vero numerus quadratus est $29\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{0}\frac{8}{0}\frac{9}{0}\frac{6}{0}$, maior eodem numero proposito 29.

ITEM ex numero 29160. eruenda sit radix cubica. Apponantur tres ternarij cifarum, vt rursus habeantur in fractione partes denominatæ à 1000. atque ex toto numero 29160000000000. extrahatur radix cubica, quæ reperietur 30779. minor quam vera, quod in extractione fuerit aliquis numerus residuus: atque adeo maior quam vera, erit 30780. Abiectis tribus figuris ad dextram, propter tres cifarum ternarios appositos, erit propinqua radix cubica $30\frac{7}{1}\frac{7}{0}\frac{9}{0}$, minor quam vera, cum eius cubus sit tantum 29158 $\frac{3}{1}\frac{8}{0}\frac{8}{0}\frac{4}{0}\frac{1}{0}\frac{9}{0}\frac{1}{0}\frac{3}{0}\frac{9}{0}$, maior autem propinqua radix, quam vera, erit $30\frac{7}{1}\frac{8}{0}\frac{0}{0}$, quippe cum eius cubus sit 29161 $\frac{2}{1}\frac{3}{0}\frac{5}{0}\frac{5}{0}\frac{2}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$.

DEMONSTRATIO huius inuentionis radices propinquæ hoc est. Quādo pro radice quadrata apponuntur 00. ad numerum propositum, verbi gratia ad 5. multiplicatur propositus numerus per 100. hoc est, per quadratum radices 10. Et quia quadrati 500. & 5. (Nam datus numerus, & conflatus ex additione 00. sumendi sunt tamquam quadrati, cum eorum radices quærantur) a habent proportionem suarum radicum duplicatam: Est autē 500. ad 5. vt 100. ad 1. propterea quod 5. multiplicatus per 100. fecit 500. Centupla vero proportio decuplæ duplicata est, vt in hoc appposito exemplo

1. 10. 100.

5: 500.

patet; erit proportio radices numeri 500. ad radicem numeri 5. decupla. Cum ergo radix 500. sit 22. minor quam vera, erit eius $\frac{1}{1}\frac{0}{0}$, nimirum $2\frac{2}{1}\frac{0}{0}$, radix numeri 5. minor quam vera: ac proinde $2\frac{2}{1}\frac{3}{0}$, erit maior quam vera. Recte ergo præcepimus, quando apponuntur 00. abijciendam esse ex radice 22. vnā figuram, vt relinquitur radix $2\frac{2}{1}\frac{0}{0}$.

QVANDO autem apponuntur 0000. multiplicatur numerus propositus, verbi gratia numerus 5. per 10000. id est, per quadratum radices 100. Et quia quadrati 50000. 5. b habent duplicatam proportionem suarum radicum: Est autem 50000. ad 5. vt 10000. ad 1. propterea quod 5. multiplicatus per 10000. fecit 50000. Proportio autem 10000. ad 1. duplicata est proportionis 100. ad 1. vt in hoc exemplo patet; erit proportio radices numeri 50000 nimirum 223. ad radicem numeri 5. vt 100. ad 1. Quare si radix 223, diuidatur per 100. procreabitur radix quadrata,

1. 100. 10000.

5. 50000.

propinqua $2\frac{2}{1}\frac{2}{0}\frac{3}{0}$, minor quam vera, at $2\frac{2}{1}\frac{3}{0}\frac{4}{0}$, erit maior quam vera. Recte ergo præcepimus, cum apponuntur 0000. abijciendas esse ex radice 223. duas figuras, vt reliqua fiat radix $2\frac{2}{1}\frac{2}{0}\frac{3}{0}$.

PARI ratione, si apponantur 000000. procreabitur radix propinqua in millesimis, atque ita deinceps.

R V R-

RVRSVS quando pro radice cubica ad numerū propositum, vt ad 5. adduntur 000. multiplicatur datus numerus per 1000. id est, per cubum radicis 10. Et quia cubi 5000. 5. & habent proportionem suarum radicum triplicatam: Est autem 5000. ad 5. vt 1000. ad 1. quod 1000. multiplicans 5. fecit 5000. Proportio autem 1000. ad 1. triplicata, est proportionis 10. ad 1. vt in hoc appposito exemplo apparet; erit proportio radicis numeri 5000. nimirum 17. ad radicem numeri 5. vt 10. ad 1. Quocirca si radix 17. diuidatur per 10. fit radix cubica propinqua $1\frac{7}{10}$. minor quam vera, at $1\frac{8}{10}$. erit maior quam vera. Recte ergo præcepimus, quando pro radice cubica apponuntur 000. abijciendam esse ex radice inuenta 17. vnā figuram, vt reliqua fiat radix $1\frac{7}{10}$.

SIMILI modo si apponantur 000000. inuenietur propinqua radix in centesimis: Et si apponantur 000000000. in millesimis, &c. Nam ibi multiplicatur numerus per 1000000. id est, per cubum radicis 100. hic vero per 1000000000. nimirum per cubum radicis 1000. Coetera eodem modo demonstrabuntur.

NEQVE vero diuersa ratio est in alijs radicibus. Nam in surdesolida verbi gratia, quando adduntur 00000. fit multiplicatio p 100000. id est, per surdesolidum radicis 10. Et proportio 100000. ad 1. est quintuplicata proportionis 10. ad 1. vt in appposito exemplo apparet, &c.

PROBL. 16. PROPOS. 21.

RADICEM cuiusque generis ex data minutia extrahere.

IN minutijs extrahenda est radix eiusdem appellationis cum radice, extractio ræ quæ quæritur, tum ex numeratore, tum ex denominatore. Ita enim fiet dicti ex minutijs. quæ radix est propositæ minutiae. Vt radix quadrata minutiae $\frac{4}{9}$. est $\frac{2}{3}$. Et radix cubica minutiae $\frac{8}{27}$. est similiter $\frac{2}{3}$. Et radix Zenszenfica minutiae $\frac{1}{2}$. est quoque $\frac{2}{3}$. Et radix surdesolida minutiae $\frac{3}{4}$. est pari ratione $\frac{2}{3}$. & sic de alijs.

QVOD si data minutia fuerit fractio, vel minutia alterius minutiae, reducenda prius erit ad minutiam simplicem. Vt si quærenda sit radix quadrata ex hac minutia minutiae $\frac{2}{4}$. $\frac{8}{9}$, reducenda erit ad hanc simplicem minutiam $\frac{1}{3}$. cuius radix quadrata est $\frac{2}{6}$. vel $\frac{1}{3}$. &c.

SIMILITER si fractio adhæreât integris, erunt integra prius reducenda ad fractionem eiusdem denominationis. Vt si quærenda sit radix cubica numeri $2\frac{1}{2}$. reducendus erit ad hanc fractionem $\frac{5}{2}$. cuius radix cubica est $\frac{4}{3}$ hoc est, $1\frac{1}{3}$. &c.

SI vel numerator, vel denominator minutiae, vel vterque numerus careat radice eius appellationis, quæ desideratur, non habebit illa minutia ra.

radicem, quæ quæritur. Vt neque $\frac{4}{7}$, neque $\frac{6}{9}$, neque $\frac{5}{2}$, habent radicem quadratam præcise, propterea quod denominator in prima numerator vero in secunda, & vterque numerus in tertia quadratam radicem non habet.

COGNOSCES autem, an data fractio habeat radicem quæsitam, nec ne, si eam, ad minimos terminos reduces. Si namque ita reducta habuerit radicem, dicetur quoque data minutia eandem radicem habere: Si vero reducta ad minimos terminos radicem non habuerit, neque proposita minutia radicem habebit. Vt si proponatur minutia $\frac{2}{4} \frac{0}{5}$, volo scire, an habeat radicem quadratam: Ea reducta ad minimos terminos est $\frac{4}{9}$, quæ radicem quadratam habet $\frac{2}{3}$. Hæc ergo eandem radicem quadratam dicetur habere minutia proposita $\frac{2}{4} \frac{0}{5}$. At vero minutia $\frac{5}{9}$, non habebit radicem quadratam: quia neque $\frac{2}{3}$, in minimis terminis, ad quam reducitur, eam habet. Pari ratione minutia $\frac{2}{8} \frac{4}{1}$, habebit radicem cubicam $\frac{2}{2}$, eandem nimirum, quam habet minutia $\frac{2}{2} \frac{3}{7}$, in minimis terminis, ad quam illa reducitur. Minutia autem $\frac{1}{2} \frac{2}{0}$, radice cubica carebit, quod minutia $\frac{3}{5}$, ad quam in minimis terminis reuocatur, eadem careat. Et sic de alijs.

QUANDO ergo minutia ad minimos reuocata terminos radicem quæsitam non habuerit, exquirenda erit radix propinqua tam numeratoris, quam denominatoris, apponendo videlicet vtrique prius numero aliquot cifrarum binarios, vel ternarios, quaternariosue, &c. prout quadrata, radix, aut cubica, aut Zensizenfica, &c. inquiritur. Si namque radix propinqua numeratoris per propinquam denominatoris radicem diuidatur, prodibit radix propinqua, quam quærimus. Verbi gratia, si proponatur minutia $\frac{6}{7}$, cuius radix quadrata inquirenda sit, apposis tribus binarijs cifratum reperietur numeratoris radix propinqua $2 \frac{4}{1} \frac{4}{0} \frac{9}{0}$, denominatoris vero $2 \frac{6}{1} \frac{4}{0} \frac{5}{0}$. Si igitur illa per hanc diuidatur, proueniet radix quæsitæ $\frac{2}{2} \frac{4}{6} \frac{4}{4} \frac{9}{5}$, satis propinqua. Idem iudicium de alijs radicibus habeatur, si memineris tamen, in cubica tam numeratori, quam denominatori apponendos esse aliquot ternarios cifrarum, vt propinquæ eorum radices eruantur: In Zensizenfica vero aliquot quaternarios, & in surdesolida aliquot quinaros, &c.

QVIA vero molestum est inquirere duas radices propinquas, vnâ pro numeratore propositæ fractionis, & pro denominatore alteram, traduntur à Cardano, & Tartalea pro radice quadrata, & cubica, quæ nimirum magis in vsu sunt, peculiare quædam regulæ, quas hic explicare lubet: quippe cum in eis tantummodo radices propinquæ inuentione opus sit.

Alia extractio radicis quadratæ & cubicæ ex data minutia.

P R O quadrata igitur radice, duc numeratorem in denominatorem, & producti numeri radicem quadratam propinquam diuide per denominatorem: Vel numeratorem per radicem illam propinquam partire. Vtroque enim modo radix propinqua fractionis propositæ gignetur. Et si quidem propinqua illa radix numeri producti ex numeratore in denominatorem fuerit minor quam vera, reperietur priori modo radix fractionis propinqua minor quoque quam vera: propterea quod numerus vero minor diuiditur: posteriori vero modo inuenietur radix propinqua fractionis maior quam vera, quod tunc diuisio fiat per numerum vero minorem. Contrarium eueniet, si radix illa propinqua numeri ex numeratore in denominatorem producti fuerit maior quam vera. Nam priori modo gignetur radix

dix fractionis propinqua maior, quam vera, posteriori vero modo minor, quam vera, ut perspicuum est. Hanc regulam proposui quoque lib. 4. cap. 2. Num. 5. ibique eandem demonstraui. Exemplum huius etiam regulæ ibi dem habes.

P R O radice vero cubica: duc numeratorem in quadratum denominatoris, & producti numeri radicem cubicam propinquam diuide per denominatorem: Vel duc denominatorem in quadratum numeratoris, & per numeri producti radicem cubicam propinquam partire numeratorem. Vtroque enim modo propinqua radix propositæ minutiae proueniet. Et priori quidem modo, si illa radix cubica propinqua fuerit minor quam vera, reperiatur radix propinqua fractionis minor quoque quam vera, propterea quod diuisio fit numeri vero minoris per denominatorem fractionis: Si autem radix illa propinqua fuerit maior quam vera, gignetur quoque radix propinqua fractionis maior quam vera, quod tunc numerus vero maior per denominatorem fractionis diuidatur. Posteriori vero modo, si radix illa cubica propinquior fuerit minor quam vera, producetur radix propinqua fractionis maior quam vera, quod tunc diuisio fiat per numerum vero minorem: At si illa radix cubica propinqua fuerit maior quam vera, erit inuenta radix fractionis propinqua minor quam vera, quandoquidem tunc diuiditur numerator per numerum vero maiorem. Exemplum in fractione $\frac{2}{7}$ habente veram radicem cubicam $\frac{2}{7}$. Ducto numeratore 8. in 729. quadratum denominatoris 49. fit numerus 5832. cuius radix cubica est 18. Hæc diuisa per denominatorem 49. facit $\frac{1}{49} \frac{5832}{7}$. id est, $\frac{2}{7}$. pro radice cubica fractionis $\frac{2}{7}$. Item ducto denominatore 7. in 64. quadratum numeratoris 8. gignitur numerus 1728. cuius radix cubica est 12. per quam si diuidatur numerator 8. fit Quotiens $\frac{1}{7} \frac{8}{12}$. hoc est, $\frac{2}{7}$. ut prius, pro radice cubica fractionis $\frac{2}{7}$. propositæ. Alterum exemplum in fractione $\frac{5}{7}$. non habente veram radicem cubicam. Ducto numeratore 5. in 49. quadratum denominatoris 7. fit numerus 245. cuius radix cubica propinqua $6 \frac{2}{5} \frac{5}{7}$. (inuenta per appositionem duorum ternariorum cifrarum) diuisa per denominatorem 7. facit Quotientem $\frac{6}{7} \frac{2}{5} \frac{5}{7}$. hoc est, $\frac{2}{5} \frac{5}{7}$. pro radice fractionis $\frac{5}{7}$. Item ducto denominatore 7. in 25. quadratum numeratoris 5. fit numerus 175. per cuius radicem cubicam $5 \frac{5}{7} \frac{9}{7}$. propinquam inuentam per appositionem 000000. ad 175. si partiamur numeratorem 5. inueniemus Quotientem $\frac{5}{7} \frac{0}{7} \frac{0}{7}$. pro radice cubica propinqua datæ fractionis $\frac{5}{7}$. atque ita de alijs. Porro hoc modo reperitur radix fractionis propinquior, quam per superiorem regulam: quia hic solum vnus error irreperit propter radicem cubicam propinquam, quæ vera non est, manente tam denominatore in priori modo, quam numeratore in posteriori, in propria sua quantitate; at in superiori regula duo interueniunt errores, propter duas radices cubicas propinquas, quæ veræ non sunt.

DEMONSTRO utrumque hunc modum hac ratione. Quando numerator in quadratum denominatoris ducitur, erit producti numeri radix cubica vnus duorum mediorum proportionalium inter numeratorem ac denominatorem collocandus iuxta denominatorem, ut constat ex ijs, quæ propos. 18. huius lib. demonstrata sunt. Erit igitur proportio numeratoris ad denominatorem triplicata proportionis radice cubicæ inuen-

S f

tæ

a 10. defm.
quinti.

a 12. octavi

b 7. minutia
rum ad fi-
nem lib. 9.

rae ad denominatorem; a Est autem eadem proportio numeratoris ad denominatorem, tamquam cubi ad cubum, triplicata quoque proportionis radicis cubicae numeratoris ad radicem cubicam denominatoris. Igitur erit radix cubica inuenta ad denominatorem, ut radix cubica numeratoris ad radicem cubicam denominatoris: b ac proinde minutia, cuius numerator radix cubica inuenta, ac denominator ipse denominator, aequalis erit minutiae, cuius numerator radix cubica numeratoris, ac denominator radix cubica denominatoris. Quam ob rem sicut haec minutia est radix cubica fractionis propositae, ita quoque illa erit radix cubica eiusdem fractionis. Divisa ergo radice illa cubica inuenta per denominatorem fractionis propositae (quae diuisio fit, quia illa radix cubica inuenta est fractio, ac proinde, ut cognoscatur valor minutiae, cuius numerator radix illa inuenta, ac denominator ipsemet denominator fractionis propositae, diuidendus est numerator huius minutiae per eius denominatorem: alioquin, si illa radix cubica inuenta foret numerus integer, diuisio facienda non esset) producetur radix cubica fractionis propositae: quemadmodum ex diuisione radicis cubicae numeratoris per radicem cubicam denominatoris procreatur radix cubica fractionis propositae: quippe cum minutia nil aliud sit, nisi numerator per denominatorem diuisus.

QVANDO vero denominator in quadratum numeratoris ducitur, erit numeri producti radix cubica vnus duorum mediorum proportionalium inter numeratorem, ac denominatorem, collocandus iuxta numeratorem, ut ex demonstratis propos. 18. huius lib. manifestum est. Ergo rursus erit proportio numeratoris ad denominatorem triplicata proportionis numeratoris ad illam radicem cubicam inuentam, quemadmodum & proportionis radicis cubicae numeratoris ad radicem cubicam denominatoris, eadem illa proportio numeratoris ad denominatorem, tamquam cubi ad cubum, triplicata est: Ac propterea, ut supra, minutia, cuius numerator ipsemet numerator fractionis propositae, denominator vero radix illa cubica inuenta, aequalis erit minutiae, cuius numerator, radix cubica numeratoris fractionis propositae, & denominator radix cubica denominatoris eiusdem fractionis. Quocirca diuiso numeratore per illam inuentam radicem cubicam, prodibit radix cubica fractionis propositae.

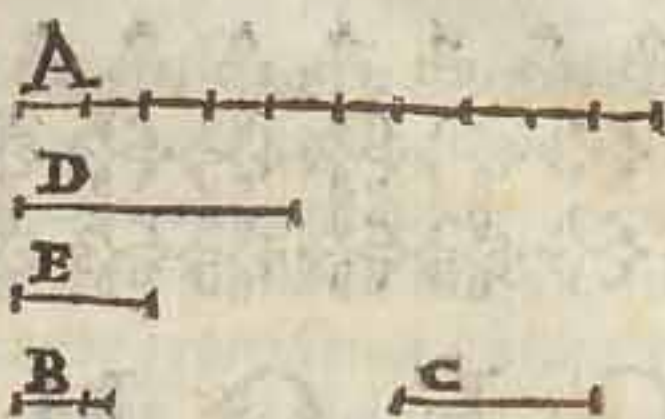
PROBL. 17. PROPOS. 22.

RADICEM quadratam & cubicam in numeris non quadratis, & non cubicis per lineas Geometricae inuenire.

SIT datus numerus 10. representans quadratum 10. palmorum, vel pedum, vel aliarum mensurarum. Capiatur linea A, palmorum, vel pedum 10. &c. & linea B, palmi, vel pedis 1. Inuenta C, media proportionali inter A, & B. Dico C, esse radicem quadratam, siue latus quadratum, numeri A, 10.

Quo-

a Quoniam enim quadratum rectæ C, æquale est rectangulo sub A, & B, comprehenso: Est autem hoc rectangulum 10. quod vnitas B, numerum A, 10. multiplicans procreat 10. perspicuum est, rectam C, esse latus quadratum 10. palmorum vel pedum, &c. quod est propositum.



a 17. sexti.

RVRVS b inuentis inter A, & B, duabus medijs proportionalibus D, & E. Dico E, quæ minori B, propinquior est, latus esse cubicum, siue radicem cubicam, numeri 10. c Quoniam enim cubus rectæ E, æqualis est parallelepipedo sub quadrato rectæ B, & sub A, recta comprehenso: Est autem hoc parallelepipedum 10. quod vnitas B, se multiplicans faciat quadratum 1. & quadratum 1. multiplicans numerum A, 10. gignat 10. liquido constat, rectam E, esse latus cubicum 10. palmorum, vel pedum, &c. quod est propositum.

b 15. huius.

clemma 18. huius.

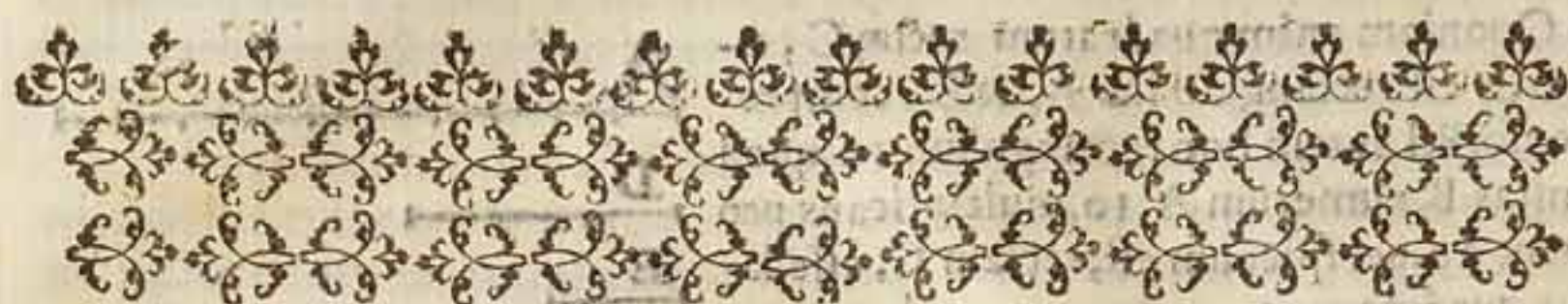
FINIS LIBRI SEXTI



SS 2

GEOM.





GEOMETRIAE PRACTICAE LIBER SEPTIMVS.



De figuris Isoperimetricis disputans: cui Appendi-
cis loco annectitur brevis de circulo per li-
neas quadrando tractatiuncula.



NOBILIS ac præstans de Isoperi-
metricis figuris semper apud omnes ha-
bita est disputatio, in qua videlicet
inquiritur, utra duarum sit altera
maior, & capacior, & quæ sit om-
nium maxima, & capacissima. Non
pauci enim rerum Geometricarum
ignari hac in re ballucinati sunt, pu-
tantes figuras Isoperimetricas, quæ ni-
mirum æquales ambitus continent, esse inter se æquales, siue
æquè capaces. Immo e contrario, quod mirum est, nonnul-
li, qui se Geometras appellant, adduci vix possunt, ut cre-
dant, dari posse duas figuras Isoperimetricas inter se omnino
æquales, quod tamen fieri posse, clarissime propos. 20. 21. 22.
huius demonstrabimus. Quamvis autem de Isoperimetricis
figuris tractionem bene longam, & copiosam in commentarijs
nostris in sphaeram instituerimus, exemplum in hoc secuti
Theo-



Theonis Alexandrini, qui idem argumentum in commentarijs in Almagestum Ptolemei persecutus est: tamen quia id in alieno fortassis loco factum esse suspicari quis posset; transfere mus eam tractationem ex nostris commentarijs in sphaeram in hanc nostram Geometriam practicam, tamquam in magis proprium locū, additis tribus, aut quatuor propositionibus, quae in illa tractatione desiderantur, & tamen maxime ad hanc materiam spectare videntur.

DEFINITIONES.

I.

ISOPERIMETRAE figurae sunt, quae aequales ambitus continent.

Definitiones ad tractationem Isoperimetricarum figurarum pertinentes.

II.

REGVLARIS figura dicitur ea, quae & aequilatera, & aequiangula est.

III.

CENTRVM figurae regularis dicitur punctum illud, quod centrum est circuli figurae inscripti, vel circumscripti.

IIII.

AREA cuiuslibet figurae dicitur capacitas, spatium siue superficies intra latera ipsius comprehensa.

V.

OMNE solidum rectangulum (cuius nimirum bases aequidistantes sunt, & aequales, lateraque ad bases recta, quale est Parallelepipedum) contineri dici-

tur

tur sub altera basium, ac perpendiculari ab illa basi ad alteram protracta.

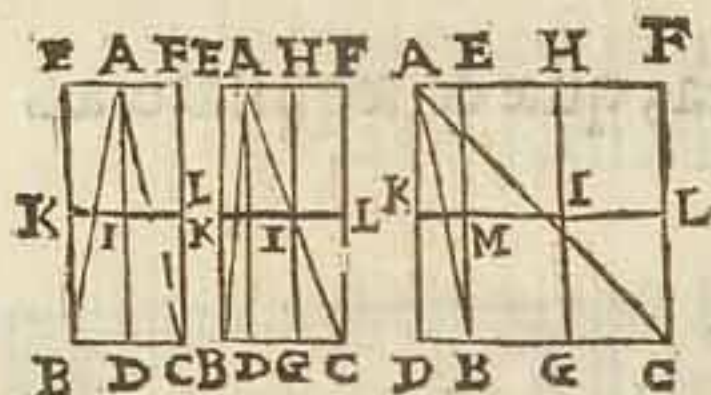
QVIA nimirum alterutra basium indicat longitudinem ac latitudinem figure, perpendicularis vero altitudinem, siue profunditatem eiusdem demonstrat.

THEOR. I. PROPOS. I.

Triangulum
quodcunque
cui rectan-
gulo æqua-
le sit.

ARE A cuiuslibet trianguli æqualis est rectangulo comprehenso sub perpendiculari à vertice ad basim protracta, & dimidia parte basis. Item rectangulo comprehenso sub semisse perpendicularis, & tota base. Vel denique semissi rectanguli sub tota perpendiculari, & tota base comprehensi.

SIT triangulum ABC, ex cuius vertice A, ad basim BC, ducatur perpendicularis AD, diuidatque primo ba-



a 41. primi.
b 36. primi.

c 34. primi.
d 41. primi.
e 36. primi.

f 41. primi.
g 36. primi.

h 41. primi.

sim BC, bifariam, ut in prima figura. Per A, ducatur EAF, in utramque partem æquidistans rectæ BC, compleaturque rectangulum BEFC, a quod erit duplum trianguli ABC; b Item duplum rectanguli ADBE. Quare rectangulum ADBE, quod nimirum continetur sub perpendiculari AD, & dimidio basis BD, æquale est triangulo ABC. Diuidat secundo perpendicularis AD, basim BC, non bifariam, vel etiam cadat in basim CB, protractam, ut in 2. & 3. figura; Et per A, ducatur rursus AF, in utramque partem æquidistans rectæ BC, compleaturque rectangulum ADCF. Diuisa deinde base BC, bifariam in G, ducantur rectæ BE, GH, ipsi AD, æquidistantes, c eritque GH, æqualis perpendiculari AD. d Quoniam igitur rectangulum BCFE, duplum est trianguli ABC; e Item duplum rectanguli BEHG: erit rectangulum BEHG, quod continetur sub perpendiculari GH, vel AD, & dimidio basis BG, æquale triangulo ABC.

SECETVR ià perpendicularis AD, vel GH, bifariam in I, agaturq; per I, ipsi BC, parallela KL. Dico triangulum idem ABC, æquale quoque esse rectangulo BCLK, in 1. & 2. figura, Item rectangulo BCLM, in 3. figura, comprehenso nimirum sub ID, vel IG, semisse perpendicularis AD, vel HG. f Quoniam enim triangulum ABC, dimidium est rectanguli EC, eiusdemque dimidium etiam est rectangulum BL; g quod rectangula BL, LE, super æquales bases æqualia sint: æqualia inter se erunt triangulum ABC, & rectangulum BL. h Et quia rectangulum BF, contentum sub perpendiculari AD, vel BE, & base trianguli BC, duplum est trianguli ABC; erit triangu- lum

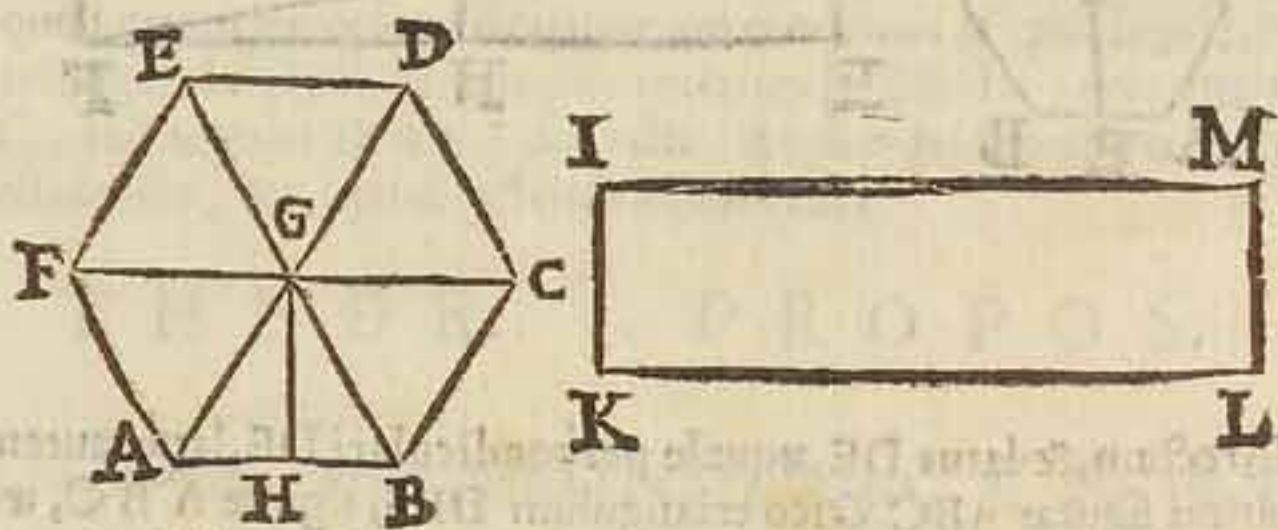
lum semissi illius rectanguli æquale. Area igitur cuiuslibet trianguli æqualis est, &c. quod erat ostendendum.

PROBLEMA 2. PROPOSITIO 2.

AREA cuiuslibet figuræ regularis æqualis est rectangulo contento sub perpendiculari à centro figuræ ad vnum latus ducta, & sub dimidiato ambitu eiusdem figuræ.

Regularis
figura quæ
cunque cui
rectangulo
æqualis sit.

SIT figura regularis quæcunque ABCDEF, & centrum eius punctum G, à quo ducatur GH, perpendicularis ad vnum latus, nempe ad AB: Sit quoque rectangulum IKLM, contentum sub IK, quæ æqualis sit perpendiculari GH, & sub KL, recta, quæ æqualis ponatur dimidiæ parti ambitus figuræ ABCDEF. Dico huic rectangulo æqualem esse figuram regularem



ABCDEF. Ducantur enim ex G, ad singulos angulos lineæ rectæ, vt tota figura in triangula resoluat, quæ omnia æqualia inter se erunt, vt in corollario propos. 8. lib. 1. Eucl. demonstratum est à nobis: propterea quod omnia latera triangulorum à puncto G, exeuntia sint inter se æqualia, habeantque bases æquales, nempe latera figuræ regularis. *a* Hinc enim efficitur, omnes angulos ad G, æquales esse, ac proinde, ex dicto corollario, triangula ipsa inter se quoque esse æqualia. *b* Quoniam igitur rectangulum contentum sub GH, perpendiculari, & medietate basis AB, æquale est triangulo ABG, si sumatur tot huiusmodi rectangula, in quot triangula diuisa est figura regularis, erunt omnia simul figuræ ABCDEF, æqualia; propterea quod omnia triangula ostensa sint æqualia triangulo ABG. *c* Cum igitur eadem simul æqualia sint rectangulo IKLM; propterea quod KL, æqualis ponitur dimidio ambitus ABCDEF, hoc est, omnibus medietaribus basium simul; & recta IK, perpendiculari GH; erit figura regularis ABCDEF, æqualis rectangulo

a 8 primæ.

b 1. huius.

c 1. secundæ.

lo

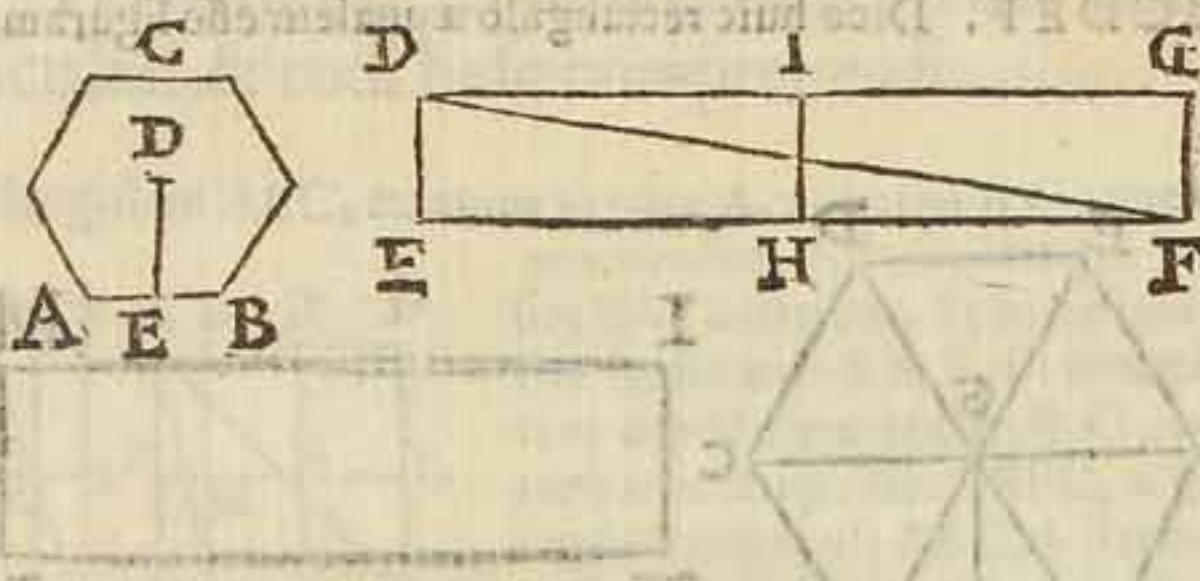
lo IKLM, Area igitur cuiuslibet figuræ regularis æqualis est. &c. quod erat demonstrandum.

THEOREMA 3. PROPOSITIO 3.

Regularis
figura quæ
cunque cui
triangulo
rectangulo
æqualis sit.

ARE A cuiuslibet figuræ regularis æqualis est triangulo rectangulo, cuius vnum latus circa angulum rectum æquale est perpendiculari à centro figuræ ad vnum latus ductæ, alterum vero æquale ambitui eiusdem figuræ.

SIT rursus figura regularis ABC, cuius centrum D, à quo perpendicularis ad latus AB, ducta sit DE; triangulum vero rectangulum DEF, habens



a 2. huius.

b 36. primi.

c 41. primi.

angulum E, rectum, & latus DE, æquale perpendiculari DE, latus autem EF, æquale ambitui figuræ ABC. Dico triangulum DEF, figuræ ABC, æquale esse. Compleatur enim rectangulum DEFG; & diuisa EF, bifariam in puncto H, ducatur HI, æquidistans rectæ DE. ^a Erit igitur rectangulum DEHI, contentum sub DE, perpendiculari, & sub EH, dimidio ambitus figuræ, æquale figuræ ABC: At rectangulo DEHI, æquale est triangulum DEF. Nam rectangulum DEHI, est dimidium rectanguli DEFG; ^b propterea quod æqualia sunt rectangula DEHI, IHFG; ^c Triangulum quoque DEF, dimidium est eiusdem rectanguli DEFG. Igitur & triangulum DEF, æquale erit figuræ ABC. Area ergo cuiuslibet figuræ regularis æqualis est triangulo rectangulo, &c. quod demonstrandum erat.

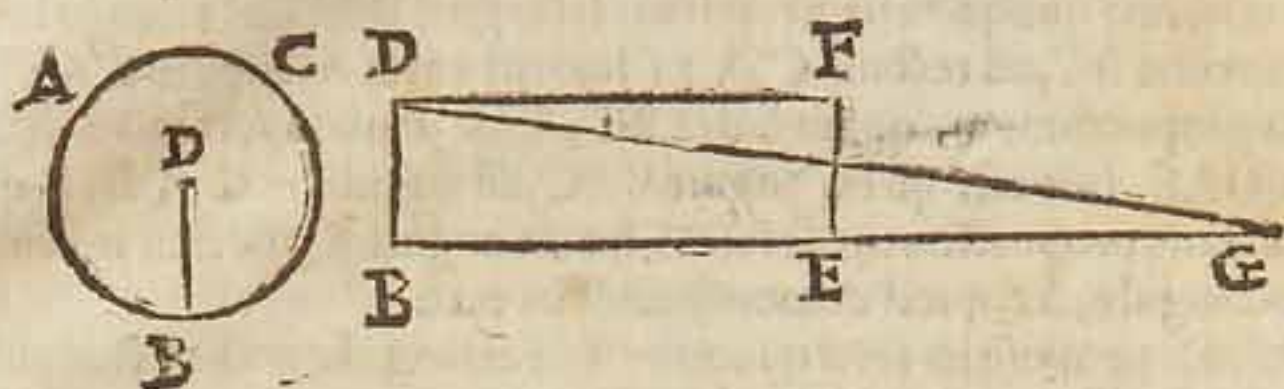
THEOR. 4. PROPOS. 4.

Circulus
quicumque
cui rectan-
gulo æqua-
lis sit.

ARE A cuiuslibet circuli æqualis est rectangulo comprehenso sub semidiametro, & dimidiata circumferentia circuli.

ESTO

ESTO circulus ABC , cuius semidiameter DB : Rectangulum autem $DBEF$, comprehensum sub DB , semidiametro circuli, & BE , recta, quæ

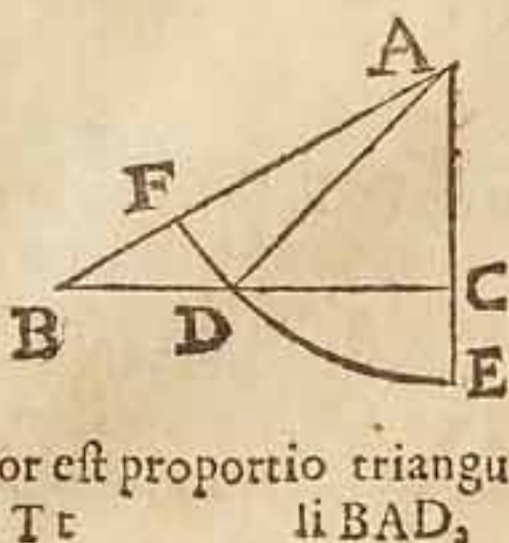


æqualis sit dimidiatæ circumferentiæ circuli. Dico aream circuli ABC æqualem esse rectangulo $DBEF$. Producat enim BE , in continuum, ponaturque EG , æqualis ipsi BE , ut sit BG , recta æqualis toti circumferentiæ circuli. Coniungantur denique puncta D, G , recta DG . *a 1. de Dimens. circuli Archim. b schol. 41. primi.* Quoniam igitur circulus ABC , æqualis est triangulo DBG : Est autem triangulum DBG , rectangulo $DBEF$, æquale; quod basis trianguli dupla sit basis rectanguli; (Id quod etiam ex demonstratione antecedentis propos. liquet, ubi ostendimus, triangulum DEF , æquale esse rectangulo $DEHI$;) erit quoque circulus ABC , rectangulo $DBEF$, æqualis. Area ergo cuiuslibet circuli æqualis est rectangulo, &c. quod ostendendum erat.

THEOR. 5. PROPOS. 5.

IN omni triangulo rectangulo, si ab vno acutorum angulorum vtcunque ad latus oppositum linea recta ducatur, erit maior proportio huius lateris ad eius segmentum, quod prope angulum rectum existit, quam anguli acuti prædicti ad eius partem dicto segmento lateris oppositum. *Proprietas quædam trianguli rectanguli.*

SIT triangulum rectangulum ABC , cuius angulus C , sit rectus; ducaturque ab acuto angulo A , ad latus oppositum BC , recta AD , vtcunque; Dico maiorem esse proportionem rectæ BC , ad rectam CD , quam anguli BAC , ad angulum CAD . *c 19. primi.* Quoniam enim recta AD , maior quidem est, quam AC ; minor vero, quam AB ; si centro A , intervallo autem AD , circulus describatur, secabit is rectam AC , protractam infra punctum C , ut in E , at vero rectam AB , supra punctum B , ut in F . Et quia maior est proportio trianguli BAD ,



li BAD, ad sectorem FAD, quam trianguli DAC, ad sectorem DAE, (propterea quod ibi est proportio maioris inæqualitatis, hic autem minoris inæqualitatis) *a* erit quoque permutando maior proportio trianguli BAD, ad triangulum DAC, quam sectoris FAD, ad sectorem DAE. *b* Componendo igitur maior quoque erit proportio trianguli BAC, ad triangulum DAC, hoc est, rectæ BC, ad rectam CD, *c* (habent enim triacula BAC, DAC, eandem proportionem, quam bases BC, CD.) quam sectoris FAE, ad sectorem DAE, hoc est, quam anguli BAC, ad angulum CAD; *d* quod eandem habeant proportionem sectores, quam anguli. Quocirca in omni triangulo rectangulo, &c. quod demonstrandum erat.

H AEC propositio vera quoque est in triangulo non rectangulo, dummodo angulus C, maior sit angulo ADC, ut patet; *e* quod tunc etiam AD, maior sit, quam AC, minor vero, quam AB, &c.

THEOR. 6. PROPOS. 6.

Inter figuras Isoperimétras, quæ plures angulos, seu latera continet, illa maior est.

ISOPERIMETRARVM figurarum regularium maior est illa, quæ plures continet angulos, pluraque latera.

SINT duæ figuræ regulares isoperimetræ ABC, DEF, habeatque plura latera, siue angulos figura ABC, quam DEF. Dico ABC, maiorem esse,

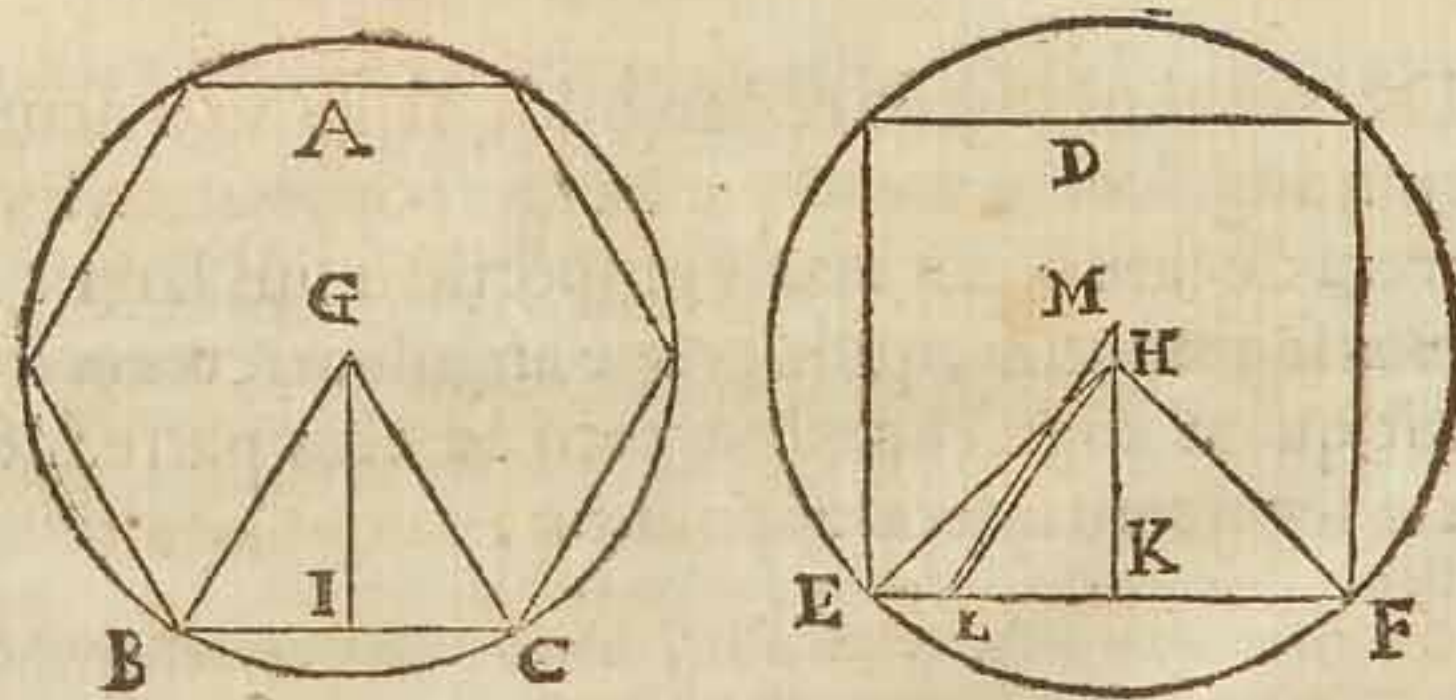


fig. tertij.

quam DEF. Describatur enim circa figuras circuli, à quorum centrīs G, H, ducantur ad BC, EF, perpendiculares GI, HK, quæ diuident rectas BC, EF, bifariam. Quoniam igitur figura ABC, plura habet latera, quam DEF, sibi isoperimetra, efficitur, ut latus BC, sæpius repetitum metiatur ambitum figuræ ABC, quam latus EF, ambitum figuræ DEF. Quare latus BC, minus erit latere EF, ideoque BI, medietas lateris BC, minor, quam EK, medietas

dieta lateris EF. Ponatur KL, æqualis ipsi BI, & ducantur rectæ LH, HE, HF, GB, GC. *a* Et quia omnes arcus circuli DEF, sunt æquales, quod & rectæ subtense æquales ponantur; erit recta EF, ita submultiplex ambitus figuræ DEF, ut arcus EF, submultiplex est circumferentiæ circuli DEF: Eademque ratione ita multiplex ambitus figuræ ABC, rectæ BC, sicut multiplex est circumferentia ABC, arcus BC. *b* Vt autem arcus EF, ad circumferentiam circuli DEF, ita est angulus EHF, ad quatuor rectos, Igitur erit quoque ut recta EF, ad ambitum figuræ DEF, hoc est, ad ambitum figuræ ABC, illi æqualem, ita angulus EHF, ad quatuor rectos: Vt autem ambitus figuræ ABC, ad rectam BC, ita est circumferentia circuli ABC, ad arcum BC, hoc est, ita quatuor recti ad angulum BGC. Ex æquo igitur, ut recta EF, ad rectam BC, hoc est, ut recta EK, ad rectam BI, hoc est, ad rectam KL, ita angulus EHF, ad angulum BGC, hoc est, ita angulus EHK, ad angulum BGI. *f* Est autem maior proportio rectæ EK, ad rectam KL, quam anguli EHK, ad angulum KHL. *g* Quare maior erit proportio quoque anguli EHK, ad angulum BGI, quam eiusdem anguli EHK, ad angulum KHL; *h* ideoque maior erit angulus KHL, quam angulus BGI. Cum igitur anguli HKL, GIB, sint æquales, utpote recti; *i* erit reliquus angulus HLK, minor reliquo angulo GBI. Fiat igitur angulus KLM, æqualis angulo GBI; caderque LM, extra LH; conuenietque cum KH, producta ultra H, in puncto M. Quoniam igitur duo anguli B, I, trianguli GBI, æquales sunt duobus angulis L, K, trianguli MLK, & latera BI, LK, æqualia, *k* erunt rectæ GI, MK, æquales. Recta ergo GI, maior est, quam recta HK. Quamobrem rectangulum sub GI, & dimidio ambitu figuræ ABC, contentum, maius erit rectangulo contento sub HK, & dimidio ambitu figuræ DEC, qui æqualis ponitur dimidio ambitus figuræ ABC, *l* Quocirca cum illud rectangulum ostensum sit æquale figuræ ABC, hoc autem figuræ DEF, æquale; maior quoque erit figura ABC, quam figura DEF. Ioperimetrarum ergo figurarum regularium maior est illa &c. quod erat ostendendum.

228. tertij.

62. corol. 33

sexii.

62. corol. 33

sexii.

d 15. quinti

e 15. quinti.

f 5. huius.

g 13. quinti

h 10. quinti

i 32. primi.

k 26. primi.

l 2. huius.

PROBL. I. PROPOS. 7.

PROPOSITO triangulo, cuius duo latera sint inæqualia, supra reliquum latus triangulum priori Ioperimetrum, ac duo habens latera æqualia, describere.

Qua arte
triangulum
Iosceles cō
stituatur Iso
perimetrū
cuius trian
gulo nō Iso
sceli.

SIT triangulum ABC, cuius duo latera AB, BC, sint inæqualia, nempe AB, maius, quam BC; oporteatque supra AC, construere triangulum Iosceles, atque ioperimetrum triangulo ABC. Sumatur recta DE, æqualis duobus lateribus AB, BC, simul, diuidaturque bifariam in F. Et quoniam latera AB, BC, simul maiora sunt latere AC, erunt quoque DF, FE, simul, maiores quam linea AC. Atque ob id tres lineæ AC, DF, FE, ita sese habebunt, ut quælibet duæ sint reliqua maiores. *n* Si igitur ex ipsis conficiatur

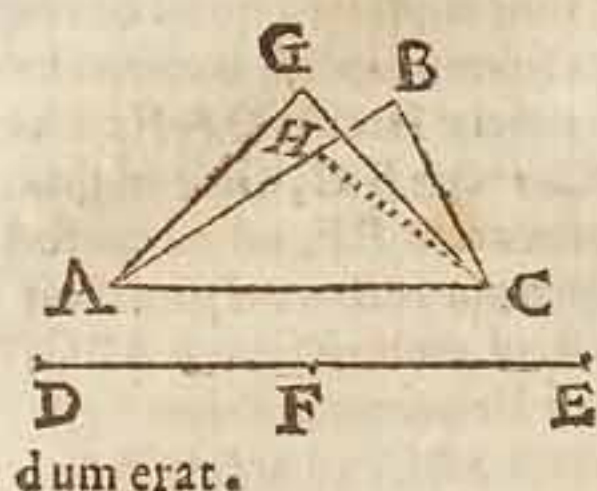
16. primi.

n 22. primi.

T t a

tur





tur triangulum AGC , effectum erit, quod proponitur. Erunt enim latera AG , GC , & inter se æqualia. & simul sumpta æqualia lateribus AB , BC , simul sumptis: Ad-
dito igitur communi AC , erunt triangu-
la ABC , AGC , isoperimetra. Pro-
posito igitur triangulo, cuius duo latera,
sint inæqualia, supra reliquum latus trian-
gulum, &c. descripsimus. quod facien-
dum erat.

S C H O L I V M.

CADET autem necessario punctum G , extra triangulum ABC : Si nam-
que caderet in latus AB , ut ad punctum H , & esset ducta recta HC , minor,
quam HB , BC , simul, & ob id triangulum AHC , non esset isoperimetrum
triangulo ABC , cuius contrarium ex constructione est demonstratum. Mul-
to minus cadet punctum G , intra triangulum ABC . Quare extra cadet,
quod est propositum.

Isoceles
triangulum
maius est
triangulo si
bi Isoperi-
metro non
Isocele.

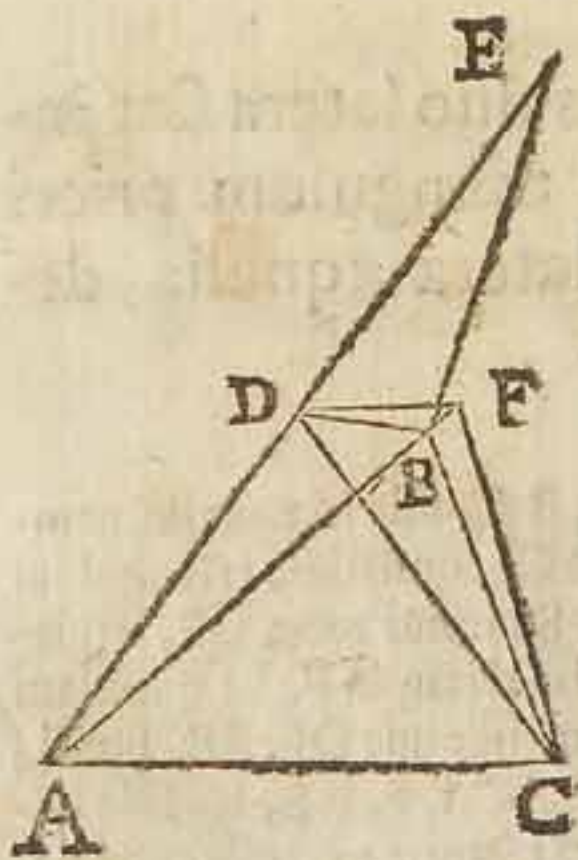
THEOR. 7. PROPOS. 8.

DVORVM triangulorum isoperimetrorum can-
dem habentium basim, quorum vnus duo latera,
sint æqualia, alterius vero inæqualia; maius erit il-
lud, cuius duo latera æqualia sunt.

b. 7. huius.

e. 20. primi.

d. 25. primi.



ESTO triangulum ABC , cuius latus AB ,
maius sit latere BC , & constituaturque super
basim AC , triangulo ABC , triangulum Iso-
perimetrum ADC , habens latera AD , DC ,
æqualia & inter se, & lateribus AB , BC , si-
mul sumptis. Dico triangulum ADC , maius
esse triangulo ABC . Producatur enim AD ,
ad partes D , sitque DE , equalis ipsi AD , siue
ipsi DC . Ducantur quoque rectæ DB , BE .
Quoniam igitur AB , BE , maiores sunt, quā
 AE , hoc est, quam AD , DC , simul, hoc est,
quam AB , BC , simul; ablata communi AB ,
erit BE , maior quam BC . Et quia latera ED ,
 DB , trianguli EDB , æqualia sunt lateribus
 CD , DB , trianguli CDB . At vero basis
 BE , base BC , maior, & erit angulus EDB ,
maior angulo CDB . Quare angulus EDB ,
maior est, quam dimidium anguli EDC : Est
autem

autē angulus DAC, dimidium anguli EDC; *a* propterea quod anguli DAC, DCA, æquales sunt, *b* & his simul sumptis æqualis quoque externus angulus EDC. Maior igitur erit angulus EDB, angulo DAC. *c* Fiat angulus EDF, æqualis angulo interno DAC; cadetque DE, recta supra rectam DB, *d* æquidistabitque rectæ AC. Producat DE, donec cum AB, protracta conueniat in F, ducaturque recta FC. *e* Quoniam igitur triangula ADC, AFC, æqualia sunt, triangulum autem AFC, maius est triangulo ABC; maius quoque erit triangulum ADC, triangulo ABC. Quam ob rem, duorum triangulorum Isoperimetrorum eandem habentium basim, &c. quod demonstrandum erat.

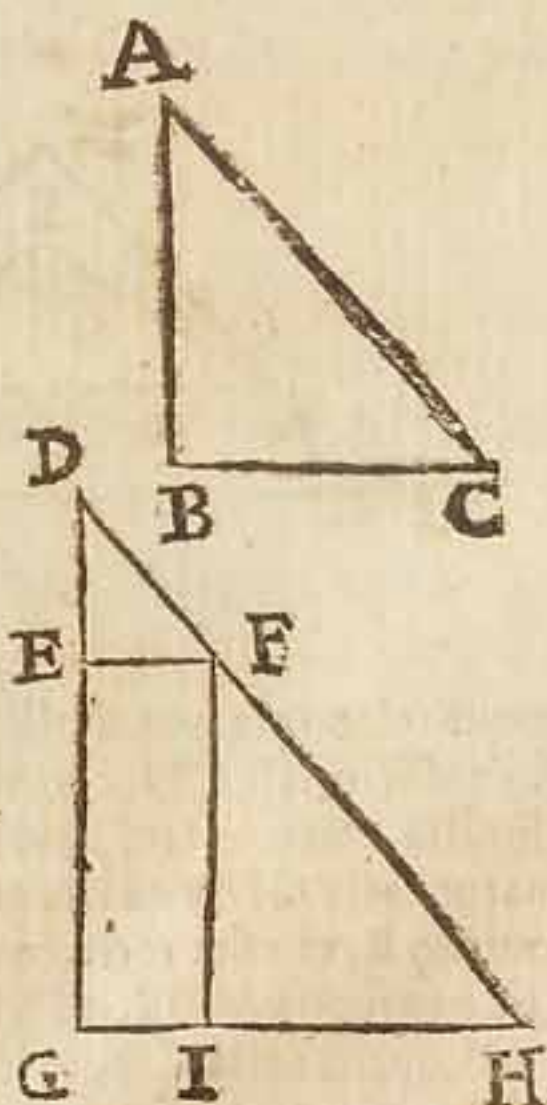
a 5. primi.*b* 32. primi*c* 23. primi*d* 28. primi.*e* 37. primi.

THEOR. 8. PROPOS. 9.

IN similibus triangulis rectangulis quadratum à lateribus, quæ angulis rectis subtenduntur, tanquam ab vna linea, descriptum, æquale est quadratis duobus simul, quæ à reliquis homologis lateribus tanquam ex duabus lineis, ita vt quælibet duo latera homologa conficiant vnā lineam rectam, describuntur.

Proprietas
duorum trian-
gulorum re-
ctangulorum
similium.

SINT triangula rectangula similia ABC, DEF, ita vt anguli B, & E, sint recti, anguli vero C, & F, inter se æquales; itemque anguli A, & D, inter se æquales; homologaque latera AB, DE; Item BC, EF, & AC, DF. Dico quadratum ex AC, DF, tanquam ex linea vna, descriptum, æquale esse duobus quadratis, quorum vnum ex AB, DE, tanquam ex vna linea, alterum vero ex BC, EF, tanquam ex vna quoque linea, describitur. Producta namque DE, ad partes E, sumatur EG, æqualis rectæ AB, & ducatur GH, recta æquidistans rectæ EF, donec cum DF, producta conueniat in puncto H; Deinde per F, ducatur recta FI, æquidistans rectæ EG. Erit igitur triangulum F IH, æquiangulum triangulo DEF, hoc est, triangulo ABC. *f* Nā angulus FIH, æqualis est angulo G, & hic æqualis angulo DEF, hoc est, angulo B; angulus vero H, æqualis est angulo DFE, hoc est, angulo C; *h* ac proinde & angulus IFH, angulo A: Sunt autem & latera AB, FI, æqualia; *i* Nam recta FI, est æqualis rectæ EG, hæc autem rectæ AB, sumpta fuit æqualis. *k* Igitur & latera BC, IH; item AC, FH, æqualia

*f* 29. primi.*g* 9. primi*h* 32. primi*i* 34. primi*k* 26. primi.

incr

a 34. primi.
b 47. primi.

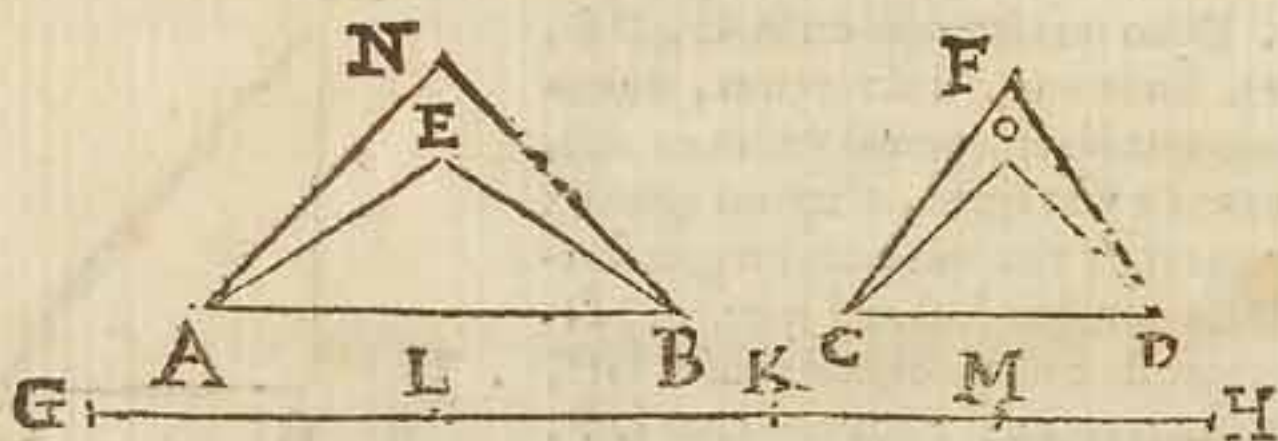
inter se erunt. Quare recta DH, composita erit ex AC, & DE, Recta vero DG, ex AB, & DE, Recta denique GH, ex BC, & EF; a quod GI, recta æqualis sit rectæ EF. b Et quoniam quadratum rectæ DH, æquale est quadratis rectarum DG, GH, simul, constat verum esse, quod proponitur. In similibus igitur triangulis rectangulis quadratū à lateribus, quæ angulis rectis subtenduntur, &c. quod erat demonstrandum.

PROBL. 2. PROPOS. 10.

Qua arte
constituan-
tur duo tria-
gula isosce-
lia similia q-
dem inter se
Iso-perime-
træ alijs
duobus Isos-
celibus.

DATIS duobus triangulis Isoscelibus, quorum bases inæquales existant, duoque latera unius æqualia sint duobus lateribus alterius; Super eisdem, basibus duo alia triangula isoscelia inter se quidem similia, prioribus verò simul sumptis Iso-perimetra simul sumpta, constituere.

SINT super bases inæquales AB, CD, duo triangula Isoscelia AEB, CFD, sintque quatuor lineæ AE, EB, CF, FD, inter se æquales; maior autem sit basis AB, base CD, quibus positis, c erit angulus E, maior angulo F,



d 10. sexti.

ideoque triangula non similia, cum nec æquiangula. Oporteat iam super bases easdem AB, CD, constituere alia duo triangula isoscelia inter se quidem similia, isoperimetra vero simul sumpta prioribus triangulis simul sumptis. Ponatur recta GH, æqualis quatuor rectis AE, EB, CF, FD, d diuidaturque in puncto K, ut esset recta composita ex AB, & CD, diuisa in puncto B, hoc est, sit ea proportio GK, ad KH, quæ est AB, ad CD. Et quia maior est recta AB, quam recta CD, maior quoque erit recta GK, quam recta KH, cum vrobique sit proportio maioris inæqualitatis. Diuidatur vtrique GK, KH, bis etiam in punctis L, & M. Itaque cum sit ut GK, ad KH, ita AB, ad CD, erit

erit componendo, ut GH , ad KH , ita AB , CD , simul ad CD : Est autem GH , maior, quam AB , CD , simul, *a 20. primi.* & quod & quatuor rectæ AE , EB , CF , FD , quæ æquales sunt rectæ GH , maiores sint, quam AB , CD . *b 14. quinti* Igitur & KH , maior erit quam CD : Eademque ratione maior erit GK , quam AB . Quoniam igitur trium rectarum AB , GL , LK , duæ reliqua sunt maiores omnifariam sumptæ; (Duæ enim GL , LK , maiores sunt quam AB , quod tota GK , maior sit, quam AB , ut modo fuit ostensum; Manifestum autem est, AB , GL , maiores esse reliqua LK ; Itemque AB , LK , reliqua GL , esse maiores, propterea quod GK , diuisa est bifariam in puncto L . Idem quoque dices de tribus rectis CD , KM , MH) *c 22. primi.* constitutur ex tribus rectis AB , GL , LK , triangulum ANB , quod erit Isosceles, caderque punctum N , extra triangulum AEB , cum AE , EB , simul dimidium constituent rectæ GH ; at vero AN , NB , simul maius efficiant, quam dimidium rectæ GH . *d 22. primi* Rursus ex tribus rectis CD , KM , MH , constitutur quoque triangulum COD , quod Isosceles erit, caderque punctum O , intra triangulum CFD , eo quod CF , FD , simul æquales sint dimidio rectæ GH ; at CO , OD , simul minores sint dimidio rectæ GH . Et quoniam quatuor latera AE , EB , CF , FD , simul; Item AN , NB , CO , OD , simul æqualia sunt rectæ GH , erunt priora quatuor simul, posterioribus quatuor simul æqualia; additis ergo communibus AB , CD , fient sex latera AE , EB , BA , CF , FD , DC , simul æqualia sex lateribus AN , NB , BA , CO , OD , DC , simul; ideoque triangula ANB , COD , simul isoperimetra erunt triangulis AEB , CFD , simul. Dico iam, quod & similia inter se sunt triangula ANB , COD . Nam quoniam est, ut AB , ad CD , ita GK , ad KH , *e 15. quinti* hoc est, ita GL , ad KM , hoc est ita AN , ad CO , & NB , ad OD ; erit permutando, ut AB , ad AN , ita CD , ad CO ; & ut AN , ad NB , ita CO , ad OD . Proportionalia ergo sunt latera triangulorum ANB , COD ; fac proinde æquiangula inter se erunt, & idcirco similia. *f 5. sexti.* Quare datis duobus triangulis Isoscelibus, quorum bases inæquales existant, &c. constituimus, quod faciendum erat.

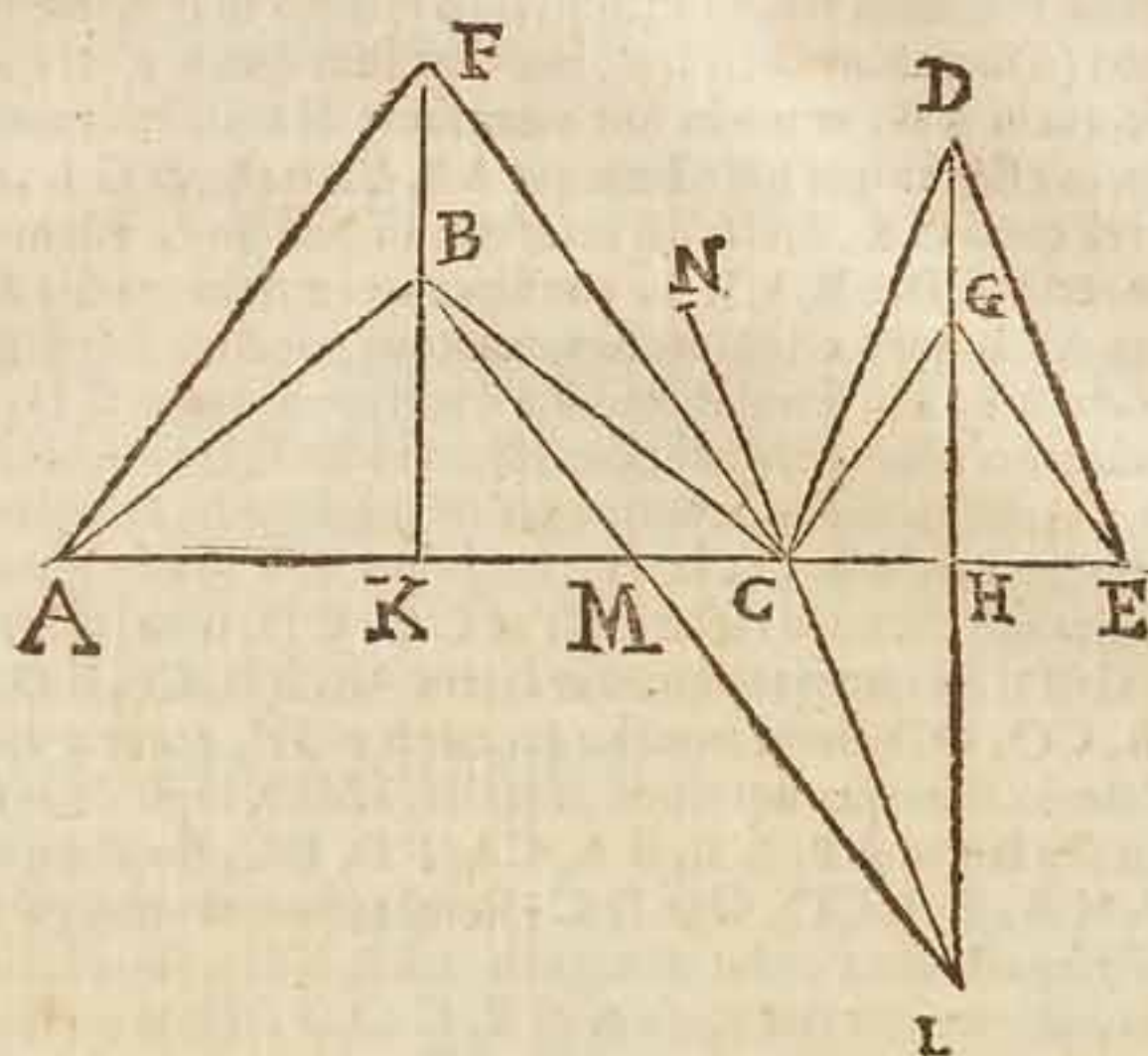
THEOR. 9. PROPOS. II.

D V O triangula Isoscelia similia super inæqualibus basibus constituta, vtraque simul maiora sunt duobus triangulis Isoscelibus, vtrisque simul, quæ habeant easdem bases cum prioribus, sintque dissimilia quidem inter se, at isoperimetra prioribus duobus, nec non quatuor latera inter se habeant æqualia.

Triangula duo Isoscelia similia, maiora sunt duobus Isoscelibus non similibus, quæ illis sint Isoperimetra, basesque habeant easdem

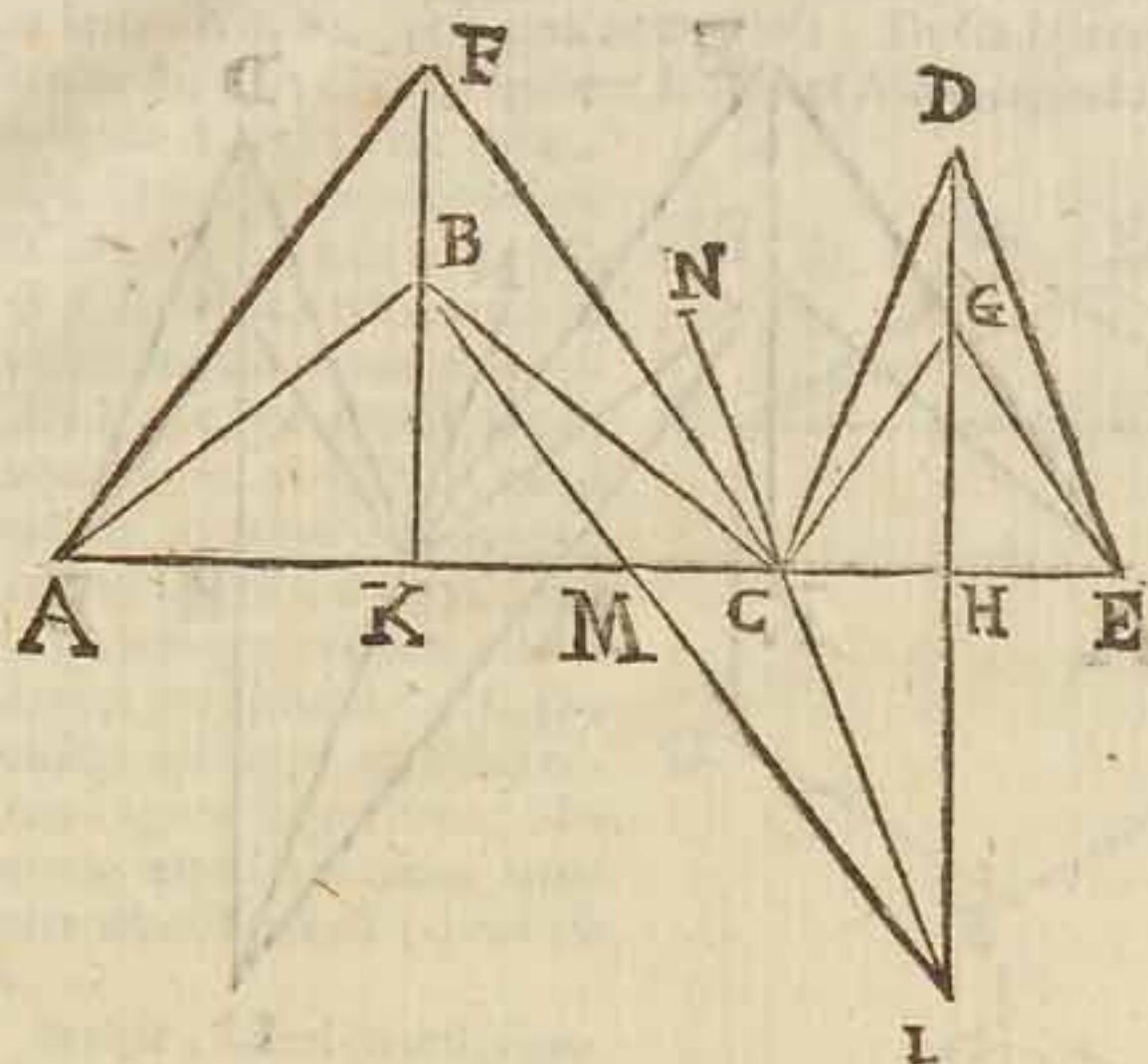
S V P E R basibus inæqualibus AC , CE , sint duo triangula Isoscelia inter se non similia ABC , CDE , ita ut quatuor latera AB , BC , CD , DE , inter se sint æqualia. *g 10. huius;* Atque super eisdem basibus AC , CE , constituantur alia duo

duo triangula Ifofcelia AFC, CGE, fimilia inter fe, & ifoperimetra fimul prioribus triangulis fimul. Dico duo triangula AFC, CGE, fimul maiora effe duobus triangulis ABC, CDE, fimul. Ponantur enim AC, CE,



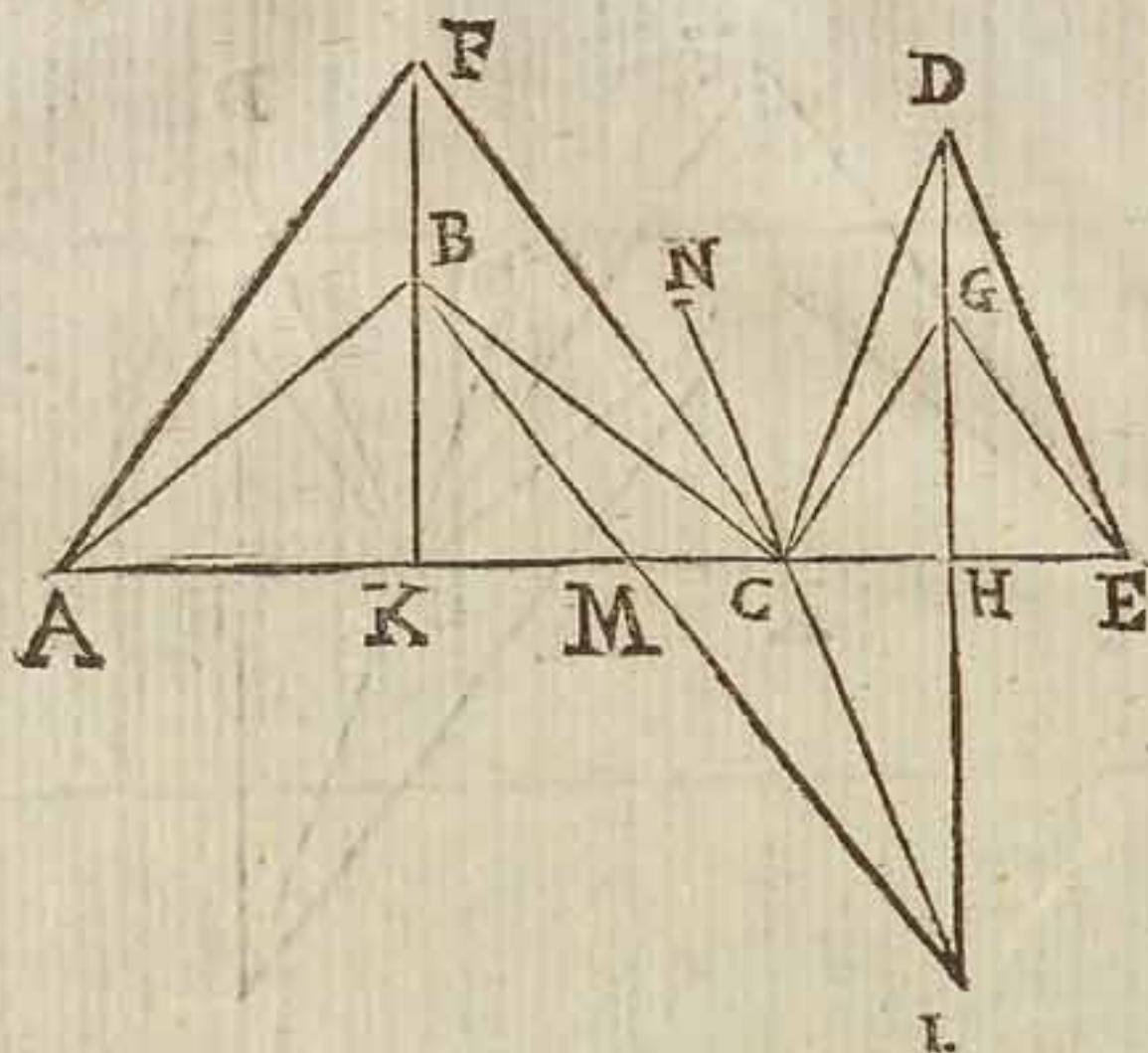
secundum lineam rectam vnā; fitque AC, basis maior base CE. Deinde ex F, per B, ducatur recta FBK, secans rectam AC, in puncto K; Item ex D, per G, punctum ducatur recta DGH, secans rectam CE, in H. Et quia latera AF, FB, trianguli AFB, æqualia sunt lateribus CF, FB, trianguli CFB, & basis AB, basi BC, æqualis, *a* erit angulus AFB, angulo CFB, æqualis. Rur-
a 8. primi.
b 4. primi.
 sus quia latera AF, FK, trianguli AFK, æqualia sunt lateribus CF, FK, trian-
 guli CFK, & angulus AFK, angulo CFK, æqualis, vt probatum est; *b* erunt ba-
 ses AK, KC, æquales, & anguli ad K, æquales quoque, hoc est, recti. Eadem
 ratiocinatione concludemus rectā CE, in puncto H, diuidi bifariam, angu-
 losque ad H, esse rectos. Producat recta DH, ad partes H, sumaturque
 HL, æqualis rectæ DH, & extendatur à puncto L, per punctū C, recta LCN.
 Quoniam vero latera DH, HC, trianguli DCH, æqualia sunt lateribus LH,
 HC, trianguli LCH, & anguli ad H, æquales, vt pote recti; *c* erunt bases DC,
 LC, æquales, & anguli DCH, LCH, æquales etiam: Atqui angulus
 DCH, maior est angulo GCH, & angulus GCH, æqualis est angulo FAK,
 propter similitudinem triangulorum GCE, & FAC, hoc est, angulo FCA,
d 5. primi.
e 15. primi.
 qui angulo FAC, æqualis est. Erit igitur angulus DCH, hoc est, angulus
 LCH, qui illi ostensus est æqualis, hoc est, angulus NCK, *e* qui angulo LCH,
 ad verticem est æqualis, maior etiam angulo FCA: & ob id CN, recta extra
 rectam CF, cadet necessario; & rectæ LC, CB, propterea comprehendunt ad
 partes K, angulum BCL. Quare si ducatur recta BL, secabit ea lineam CK,
 in aliquo puncto inter puncta C, & K, quod sit M. Quoniam vero rectæ AB,
 BC,

BC, CD, DE , simul æquales sunt rectis AF, FC, CG, GE , simul, propter triangula isoperimetra, erunt quoque dimidia earum æqualia inter se, nimirum rectæ BC, CD , hoc est, BC, CL , simul æquales ipsis FC, CG , simul: a Sunt autem rectæ BC, CL , simul maiores recta BL . Igitur & FC, CG , *a 20. primi.*



simul maiores erunt eadem recta BL : ideoque quadratum ex FC, CG , tanquam ex vna linea, descriptum maius erit quadrato BL . *b 9. huius.* Quod autem ex FC, CG , tanquam ex vna linea, describitur quadratum, æquale est quadrato ex FK, GH , tanquam ex vna linea descripto, vna cum quadrato, quod ex KC, CH , tanquam ex vna linea, describitur. *c 9. huius.* Quadratum vero ex LB , descriptum æquale est quadrato ex BK, LH , hoc est, ex BK, DH , tanquam ex vna linea, descripto, vna cum quadrato, quod ex KM, MH , tanquam ex vna linea, describitur; quod triangula rectangula BKM, LHM , sint similia inter se. *d 15. primi.* Sunt enim anguli M , ad verticem æquales, & anguli K, H , recti, *e 32. primi.* ideoque & reliqui KBM, HLM , æquales. Igitur quadratum ex FK, GH , tanquam ex vna linea, descriptum, & quadratum ex KC, CH , tanquam ex vna linea, descriptum, hoc est, quadratum KH , vtraque simul, maiora sunt quadrato ex BK, DH , tanquam ex vna linea, descripto, & quadrato ex KM, MH , tanquam ex vna linea descripto, hoc est, quadrato KH , vtrisque simul. Ablato ergo communi quadrato KH , erit quadratum ex FK, GH , tanquam ex vna linea, descriptum maius quadrato ex BK, DH , tanquam ex vna linea, descripto; ideoque maiores erunt rectæ lineæ FK, GH , simul rectis BK, DH , simul; Ac propterea, demptis communibus BK, GH , erit FB , reliqua maior, quam reliqua DG . Est autem & KC , maior quam HC , eo quod rota AC , cuius dimidium est KC , maior
V t ior

ior ponitur quam tota CE , cuius dimidium est HC . Quapropter rectangulum sub FB, KC , contentum, maius erit rectangulo sub DG, HC , contento. Et quoniam triangulum FBC , dimidium est rectanguli sub FB, KC , contenti; (Nam si super FB , constituatur rectangulum altitudinem habens KC ,



a 41. *primi*. ita ut triangulum, & rectangulum inter easdem sint parallelas; a erit triangulum parallelogrammi dimidium. quod quidem parallelogrammum idem est, quod rectangulum sub FB, KC , contentum, ut constat.) Triangulum vero DGC , dimidium est rectanguli contenti sub DG, HC ; (Si enim super DG , constituatur rectangulum altitudinem habens HC , ita ut triangulum, & rectangulum inter easdem sint parallelas: b erit triangulum parallelogrammi dimidium. quod quidem parallelogrammum idem est, quod rectangulum sub DG, HC , contentum, ut constat.) erit quoque triangulum FBC , maius triangulo DGC ; ac propterea duplum trianguli DGC , nimirum rectilineum $AFCBA$, maius erit duplo trianguli DGC , ut pote rectilineo $CDEGC$. Quocirca, addito communi composito ex triangulis ABC, CGE ; erunt triacula AFC, CGE , utraque simul maiora triangulis ABC, CDE , utrisque simul. Duo ergo triacula Isoscelia similia super inaequalibus basibus constituta, &c. quod ostendendum erat.

Inter Isoperimetras figuras aequalia numero habentes latera maxima & aequalia latera est, & aequiangula.

THEOR. 10. PROPOS. 12.

ISOPERIMETRARVM figurarum latera numero-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



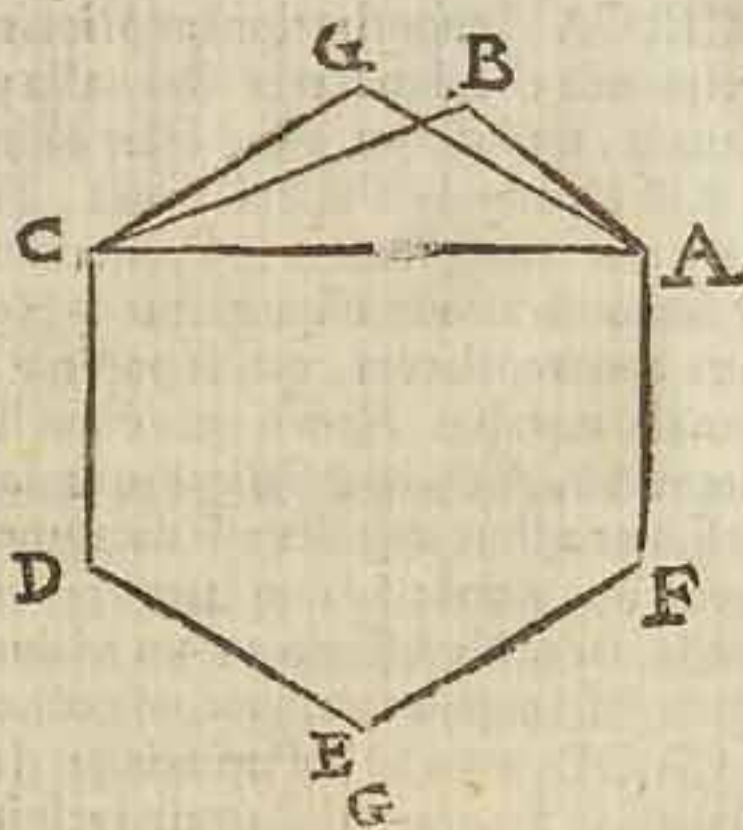
Kodak

Gray Scale



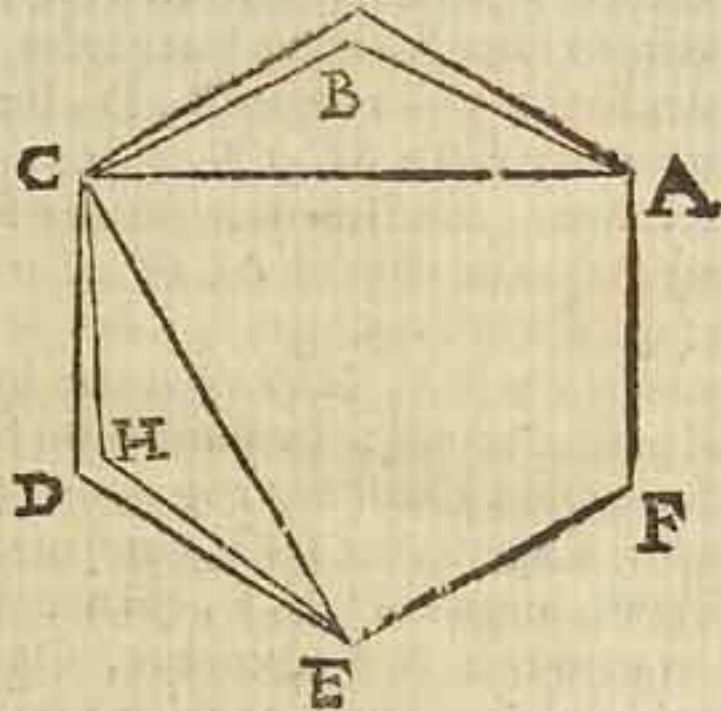
mero æqualia habentium maxima & æquilatera est, & æquiangula.

ESTO figura quocunque laterum ABCDEF, maxima inter omnes totidem laterum sibi Isoperimetras, ita ut maior dari non possit. Dico eam esse æquilateram, & equiangularā. Sit enim, si fieri potest, primum non æquilatera, sed sint latera AB, BC, proxima in æqualia. Ducta igitur recta AC, & si constituitur super AC, triangulum Isosceles AGC, quod sit isoperimetrum triangulo ABC; erit tota, figura AGCDEF, isoperimetra figuræ ABCDEF. *b 7. huius.* Et quia triangulum AGC, maius est triangulo ABC; si addatur commune polygonum ACDEF, erit figura AGCDEF, maior quam figura ABCDEF, quod est contrarium hypothese. Non ergo inæqualia sunt latera AB, BC, sed æqualia. Eademque ratione ostendemus, latera proxima BC, CD; Item proxima deinceps æqualia esse. Maxima igitur figura inter sibi isoperimetras æqualia numero latera habentes æquilatera est, quod est primum.



b 8. huius.

SIT deinde, si fieri potest, figura ABCDEF, æquilatera quidem, ut iam demonstratum est, at non æquiangula, sed anguli B, D, non proximi inæquales sint, maiorque angulus B, quam angulus D. Quoniam igitur demonstratum est, figuram maximam esse æquilateram, erunt duo triangula ABC, CDE, Isoscelia, ita ut duo latera AB, BC, æqualia sint duobus lateribus CD, DE: Ponitur autem angulus B, maior angulo D; & erit recta AC, maior quam recta CE. *c 24. primi.* Si igitur constituantur super bases AC, CE, alia duo triangula Isoscelia AGC, CHE, similia inter se, & Isoperimetra triangulis ABC, CDE; *d 10. huius.* erunt triangula AGC, CHE, utraque simul maiora triangulis ABC, CDE, utrisque simul. Si igitur addatur commune polygonum ACEF: erit figura AGCHEF, maior, quam figura ABCDEF, quod cum hypothese pugnat, quod hæc omnium maxima ponatur. Non ergo inæquales sunt anguli B, D, sed æquales. Eademque ratione ostendemus, angulos non proximos C, E, æquales esse, & binos alios quosvis non proximos. Ex quo efficitur, totam figuram æquiangularam esse, nempe proximos etiam angulos inter se esse æquales. Si enim verbi gratia angulus B, non dicatur æqualis esse angulo C; cum angulus C, æqualis sit non proximo angulo E; erit



c 24. primi.

d 10. huius.

e 11. huius.

V u z quo-

quoque angulus B, angulo E, non æqualis, quod absurdum est. Bini enim anguli non proximi inter se æquales sunt, ut ostendimus. Maxima ergo figura inter sibi Isoperimétras æqualia numero latera habentes non solum æquilatera, sed & æquiangula est. Quocirca Isoperimétrarum figurarum latera numero æqualia habentium maxima & æquilatera est, & æquiangula, quod demonstrandum erat.

S C H O L I V M

Quæ obser-
uanda sunt
indemõstra-
tione huius
propos.

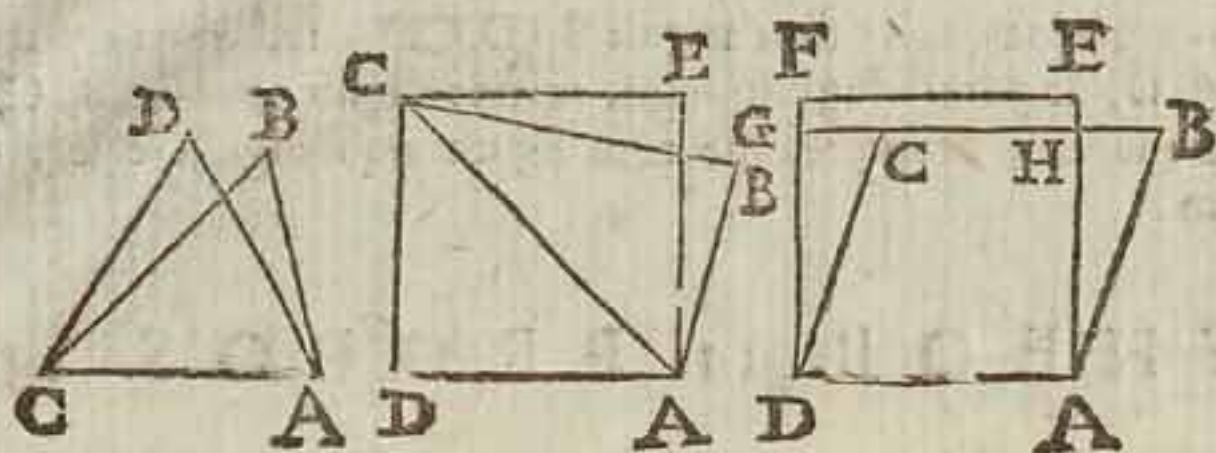
CIRCA demonstrationem prioris partis huius propos. obseruandum est, accipienda esse duo latera inæqualia proxima inter se, ita ut angulum constituent, nullumque aliud inter ea interponatur, qualia sunt latera accepta A B, B C, angulum B, efficientia. Hac enim ratione, ducta recta A C, factum erit triangulum A B C, cuius duo latera A B, B C, inæqualia sunt, ut in demonstratione assumebatur. Neque vero dubitare quis poterit, in figura non æquilatera, qualis ponitur ABCDEF, accipi posse duo latera proxima inæqualia. Nam si quis dicat latera A B, B C, esse æqualia, sumemus latera A B, A F, quæ si dicantur etiam æqualia esse, accipiemus A F, F E: Et si hæc adhuc æqualia esse dicantur, capiemus E F, E D; & sic deinceps progrediemur, donec ad duo latera proxima inæqualia veniamus, quæ angulum constituent. Necessario autem ad duo huiusmodi latera perueniemus: alias figura esset æquilatera, quod non conceditur.

QVOD vero ad posterioris partis demonstrationem attinet, aduertendum est, in figuris multilateris accipiendos esse duos angulos inæquales non proximos inter se, ita ut inter ipsos vnus, vel plures anguli interponantur, quales sunt anguli accepti B, D, inter quos ponitur angulus C. Hac enim ratione duæ rectæ A C, C E, dictos angulos subtendentes se mutuo non interfecabunt, constituenturque duæ figuræ ABCDEF, AGCHEF, ex additione communis figuræ ACEF, ad triangula supra bases A C, C E, constructa: quod non contingeret, si duo anguli inæquales proximi inter se sumerentur, ut constat. Non est autem in dubium vertendum, an tales duo anguli possint accipi. In omni enim figura multilatera non æquiangula necessario erunt aliqui duo anguli non proximi inter se inæquales. Nam in propofita figura ABCDEF, comparabimus angulum B, cum omnibus non proximis angulis D, E, F, qui necessario duo erunt in pentagono, in hexagono vero tres, & ita deinceps. Quod si vni alicui eorum fuerit inæqualis, habebimus iam duos angulos non proximos inter se inæquales, nempe angulum B, & illum, cui inæqualis est: Si vero omnibus dicatur æqualis, erit tunc angulus B, saltem alteri proximorum inæqualis, alias figura esset æquiangula. Si ergo inæqualis fuerit angulo A, erit angulus A, tam angulo E, quam angulo D, non proximo inæqualis, cum vtriuis horum æqualis ponatur angulus B: Si vero inæqualis fuerit angulo C, erit angulus C, tam angulo E, quam angulo F, non proximo inæqualis, quod vtriuis horum angulus B, ponatur æqualis.

S E D quoniam propositio hæc demonstrata tantum est in figuris multilateris, ut ex ijs constat, quæ proxime de duobus angulis non proximis inæqualibus diximus: In triangulis enim, & quadrilateris figuris anguli eiusmodi reperiri non possunt, cum in triangulis æquilateris omnes anguli sint æqua-

æquales, ut ex coroll. propof. 5. lib. 1. Euclid. patet; in quadrilateris autem figuris omnia latera habentibus æqualia, (quoniam necessario sunt parallelogramma, ut in scholio propof. 34. lib. 1. Euclid. ostendimus) & singuli op

a 34. primi.



positi inter se sint æquales: Idcirco totam hanc propositionem in triangulis, & quadrilateris figuris ita demonstrabimus. Sit primum triangulum ABC , inter sibi isoperimetra triangula maximum. Dico illud æquilaterum esse & æquiangulum. Si enim non est æquilaterum, sed latera AB , BC , sunt inæqualia, si super basē AC , cōstituatur triāgulu isosceles ADC , ita ut latera AD , DC , simul æqualia sint lateribus AB , BC , simul erunt triāgula ABC , ADC , isoperimetra; & atque adeo ADC , maius, quam ABC , quod est contra hypothefim. Non ergo inæqualia sunt latera AB , BC , sed æqualia. Eademque ratio est de cæteris. Æquilaterum ergo est trianeulum ABC . Igitur, ex coroll. propof. 5. lib. 1. Euclid. & æquiangulum est, quod est propositum.

b 7. huius.

c 8. huius.

DEINDE sit quadrilaterum $ABCD$, inter omnia sibi isoperimetra maximum. Dico illud esse & æquilaterum, & æquiangulum. Si enim non est æquilaterum, sint latera AB , BC , si fieri potest, inæqualia, ducaturque recta AC . Si igitur super AC , constituatur triangulum isosceles AEC , isoperimetrum triangulo ABC ; erit triangulum AEC , maius triangulo ABC . Addito ergo communi triangulo ACD , erit quadrilaterum $AECD$, maius quadrilatero $ABCD$. quod est contra hypothefim, cum $ABCD$, maximum ponatur. Non ergo inæqualia sunt latera AB , BC , sed æqualia. Eademque ratio est de cæteris. Æquilatera ergo est figura $ABCD$.

d 7. huius.

e 8. huius.

SIT iā quadrilatera figura $ABCD$, omnium isoperimetrarum maxima, æquilatera, ut ostensum est, at non æquiangula, sed anguli BAD , CDA , inæquales sint. Quoniam igitur figura $ABCD$, cum sit æquilatera, parallelogrammum est, ut in scholio propof. 34. lib. 1. demonstrauiimus; neuterque angulorum A , D , rectus est; (alias, si cum ambo duobus rectis sint æquales, essent ambo recti) sed vnus acutus, & obtusus alter: si educantur ex A , & D , duæ lineæ perpendiculares AH , DG , occurrentes lateri BC , in H , & G ; erit quoque $AHGD$, parallelogrammum. Quia vero latera AB , DC , maiora sunt lateribus AH , DG ; producantur hæc, ut fiant rectæ AE , DF , lateribus AB , DC , æquales, iungaturque recta EF . Quo facto, erit figura $AEDF$, isoperimetra parallelogrammo $ABCD$; cum latera AE , DF , lateri-

f 29. primi.

g 19. primi.

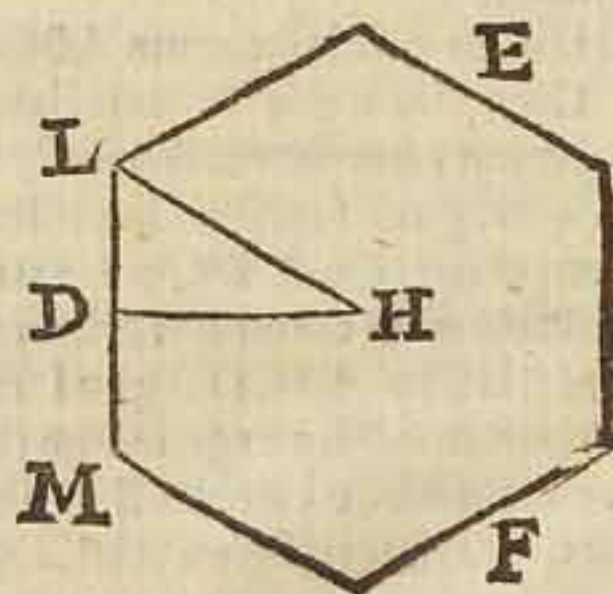
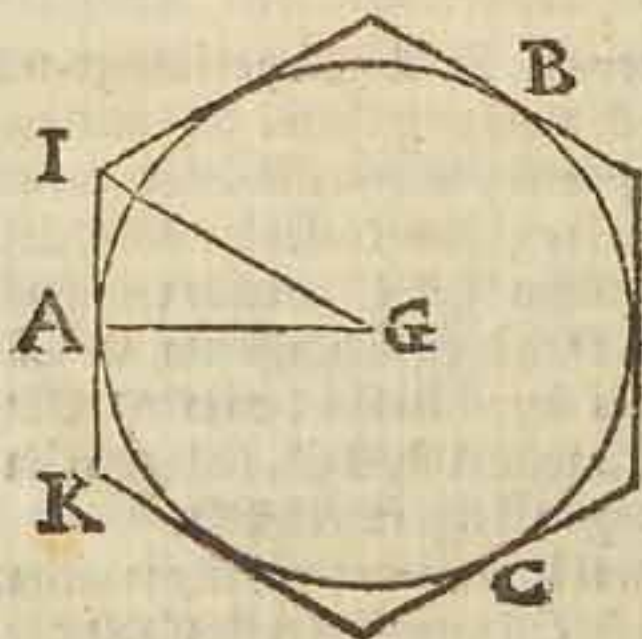
- lateribus AB, DC, æqualia sint, latus vero AD, commune, & latus EF, lateri BC, æquale, *a* quod utrumque æquale sit lateri opposito AD. Cum ergo
a 34. primi. figura AEFD, maior sit parallelogrammo AHGD; *b* hoc autem æquale sit parallelogrammo ABCD; erit quoque figura AEFD, maior parallelogrammo ABCD. Quate cum eidem sit isoperimetra, non erit ABCD, figura quadrilatera inter sibi Isoperimetras maxima, quod est contra hypothesim. Non ergo inæquales sunt anguli BAD, CDA, sed æquales: atque adeo cum ABCD, sit parallelogrammum, erunt anguli oppositi B, C, angulis D, A, æquales, proptereaque tota figura æquiangularis erit, quod est propositum.

THEOR. II. PROPOS. 13.

Circulus
 omnium figurarum rectilinearum regularium sibi isoperimetrum maximum est.

CIRCVLVS omnibus figuris rectilineis regularibus sibi isoperimetris maior est.

ESTO circulus ABC, figura autem regularis quocunque laterum ei isoperimetra DEF. Dico circulum ABC, esse maiorem figura DEF. Sit enim G, centrum circuli ABC, & H, centrum figuræ DEF; Describaturque circa circulum ABC, figura BIKC, tot laterum, & angulorum æqualium, quot continet figura DEF, per ea, quæ in scholio propof. 16. lib. 4. Euclid. docuimus.



d 13. tertij.
e 3. tertij.

Deinde ex puncto contactus A, ad centrum G, ducatur recta AG, *d* quæ perpendicularis erit ad IK. Ducatur rursus HD, ad LM, perpendicularis; *e* Diuidentque rectæ GA, HD, rectas IK, LM, bifariam, ut constat, si figuris BIKC, DEF, circumscribantur circuli. Ducantur quoque rectæ GI, HL, quæ diuident angulos I, & L, bifariam, ut manifestum est ex demonstratione propof. 12. lib. 4. Euclid. Quoniam igitur toti anguli I, & L, sunt æquales

les, propter similitudinem figurarum, erunt etiam ipsorum dimidia (videlicet anguli $\triangle AIG$, $\triangle DLH$,) æqualia. Cum ergo & anguli $\triangle AIG$, $\triangle DLH$, sint æquales, utpote recti; & erunt triangula $\triangle AIG$, $\triangle DLH$, æquiangula. Quia vero ambitu figuræ $BIKC$, maior est (per 1. propos. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro) ambitu circuli ABC ; Ambitus autem circuli æqualis ponitur ambitui figuræ DEF ; erit quoque ambitus figuræ $BIKC$, maior ambitus figuræ DEF . Cum igitur figuræ sint regulares, & similes, erit etiam latus IK , latere LM , maius; & ideo IA , dimidium lateris IK , maius, quam LD , dimidium lateris LM . *b* Rursus quoniam est, ut IA , ad AG , ita, LD , ad DH ; Et est IA , maior quam LD ; & erit quoque AG , maior, quam DH . Quamobrem rectangulum contentum sub AG , & dimidio ambitu circuli ABC , *d* quod circulo ABC , est æquale, maius est, quam rectangulum contentum sub DH , & dimidio ambitu figuræ DEF , hoc est, *e* quam area figuræ DEF . Circulus igitur omnibus figuris rectilineis regularibus sibi isoperimetris maior est, quod ostendendum erat.

a 32. primi.

b 4. sexti.

c 14. quinti.

d 4. huius.

e 2. huius.

COROLLARIUM.

EX omnibus ijs, quæ demonstrata sunt, perspicuum est, circulum absolute omnium figurarum rectilinearum sibi isoperimetrarum maximum esse.

Circulus omnibus figuris rectilineis sibi isoperimetris maior est.

QUONIAM enim ex propositione 5. habetur, regularium figurarum isoperimetrarum eam, quæ plura latera continet, esse maiorem; Rursus ex propositione 12. constat, inter omnes figuras isoperimétras æqualia numero latera habentes, eam maximam esse, quæ regularis est: Ex hac denique 13. propositione perspicuum est, circulum omnium figurarum isoperimetrarum regularium esse maximum: Manifeste concluditur, circulum absolute ac simpliciter omnium figurarum rectilinearum sibi isoperimetrarum maximum esse, quod est propositum.

THEOR. 12. PROPOS. 14.

AREA cuiuslibet pyramidis æqualis est solido rectangulo contento sub perpendiculari à vertice ad basim protracta, & tertia parte basis.

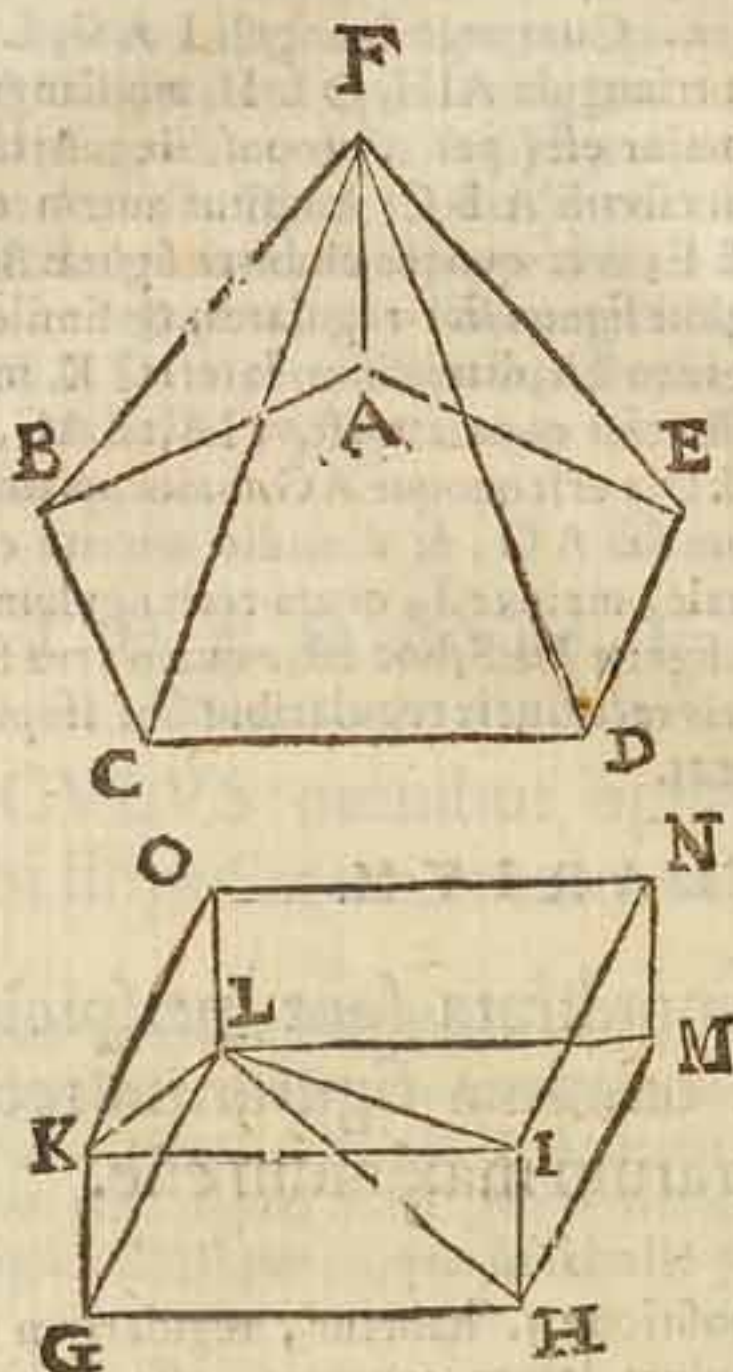
Pyramis quælibet cui parallelepipedo sit æqualis.

SIT pyramis, cuius basis quocunque laterum $ABCDE$, & vertex F . Solidum autem rectangulum GN , cuius basis $GHIK$, æqualis sit tertiæ parti basis $ABCDE$; altitudo vero siue perpendicularis GL , æqualis altitudini pyramidis, siue perpendiculari à vertice pyramidis ad eius basim productæ. Dico solidum rectangulum GN , æquale esse pyramidi ABC .

a schol. 6.
duodec.

b coroll. 7.
duodec.

c 9. quinti.



ABCDEF. Ducantur enim ab omnibus angulis basis GHIK, ad aliquod punctum basis oppositæ, nimirum ad L, lineæ rectæ, ita, ut constituatur pyramis GHIKL, eandem habens basim cum solido GN, eandemque altitudinem & cum eodem solido GN, & cum pyramide ABCDEF. a Quoniam igitur pyramis ABCDEF, tripla est pyramidis GHIKL; b Et solidum GN, triplum quoque est eiusdem pyramidis GHIKL: c erit solidum GN, pyramidi ABCDEF, æquale. Quapropter area cuiuslibet pyramidis æqualis est solido rectangulo, &c. quod erat ostendendum.

THEOR. 13. PROPOS. 15.

Corpus quodlibet, in qua sphaera describi potest, cui parallelepipedo æquale sit.

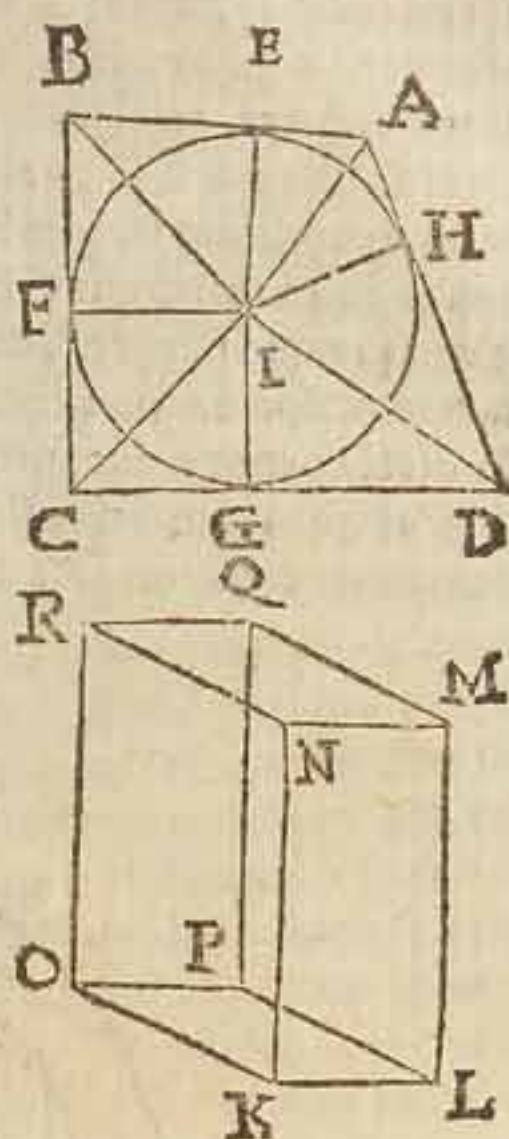
ARE A cuiuslibet corporis planis superficiebus contenti, & circa sphaeram aliquam circumscriptibilis, hoc est, à cuius puncto aliquo medio omnes perpendiculares ad bases eius productæ sunt æquales, æqualis est solido rectangulo contento sub vna perpendicularium, & tertia parte ambitus corporis.

d 3. undec.

e 18. tertij.

EST O corpus planis superficiebus contentum ABCD, circa sphaeram EFGH, cuius centrum I, descriptum, in quo ducantur ex I, ad puncta contactuum lineæ rectæ IE, IF, IG, IH, quæ ad bases solidi erunt perpendiculares. Nam si verbi gratia per rectam IE, ducatur planum faciens in sphaera, per propos. 1. lib. 1. Theod. circulum EFGH, d & in basi rectam AB; tanget circulus EFGH, rectam AB, in puncto E, propterea quod sphaera, basim non secant, sed tangit. e Igitur IE, ad rectam AB, perpendicularis erit. Eadem ratione, si per IF, ducatur aliud planum, à priori differens, fiet alius circulus in sphaera, & alia linea recta in eadem basi secans rectam AB,

AB, in E; ad quam etiam IE, perpendicularis erit; a Ac propterea IE, ad basim solidi per illas rectas ductam perpendicularis erit. Non aliter ostendemus, rectas IF, IG, IH, ad alias bases esse perpendiculares. Sic quoque solidum rectangulum LR, cuius basis KLMN, sit æqualis tertiæ parti ambitus corporis ABCD; altitudo vero siue perpendicularis LP, æqualis vni perpendicularium ex centro I, ad bases corporis ABCD, cadentium; quæ omnes inter se æquales sunt ex defin. sphaeræ. Dico, solidum LR, corpori ABCD, æquale esse. Ducantur enim ex centro I, ad omnes angulos corporis ABCD, rectæ lineæ, vt totum corpus in pyramides, ex quibus componitur, diuidatur: quarum quidem pyramidum bases eadem sunt quæ corporis, vertex autem communis centrum I. b Quoniam igitur quælibet harum pyramidum æqualis est solido rectangulo sub perpendiculari LP, quæ singulis perpendicularibus corporis ABCD, æqualis ponitur, & tertia parte suæ basis contento; Si fiant tot solida rectangula, quot sunt pyramides, erunt omnia hæc simul æqualia solido rectangulo LR. (Si enim rectangulum KLMN, diuidatur in tot rectangula, quot bases sunt in solido proposito, ita vt primum æquale sit tertiæ parti vnus basis, & secundum tertiæ parti alterius, & ita deinceps, quandoquidem totum rectangulum KLMN, æquale ponitur tertiæ parti totius ambitus solidi; intelligantur autem super illa rectangula constitui parallelepipedæ; erunt omnia simul æqualia parallelepipedo LR.) c Cum ergo singula parallelepipedæ singulis pyramidibus sint æqualia; erunt quoque omnes pyramides, nempe corpus ABCD, ex illis compositum, æquale solido rectangulo LR. Quamobrem area cuiuslibet corporis planis superficiebus contenti, &c. quod demonstrandum erat.



a 4. undec.

b 14. huius.

c 14. huius.

THEOR. 14. PROPOS. 16.

ARE A cuiuslibet sphaeræ æqualis est solido rectangulo comprehenso sub semidiametro sphaeræ, & tertia parte ambitus sphaeræ.

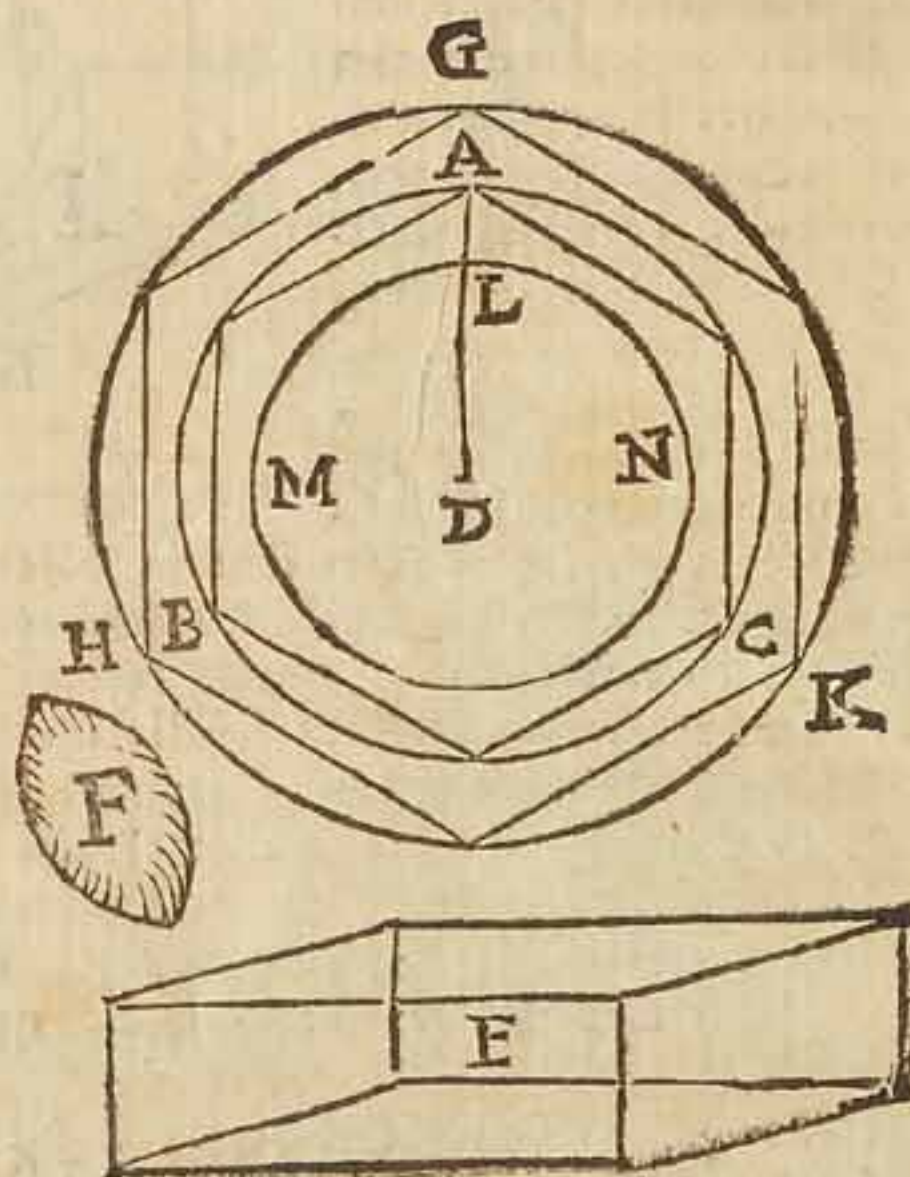
Sphæra quælibet cui parallelepipedo sit æqualis.

ESTO sphaera ABC, cuius centrum D, semidiameter AD: Solidum autem rectangulum E, contentum sub semidiametro AD, & tertia parte ambitus sphaeræ ABC. Dico corpus E, sphaeræ ABC, esse æquale. Nam si non est æquale: sit, si fieri potest, primum maius, sitque excessus corporis E, supra sphaeram ABC, quantitas F. Intelligatur circa centrum D, descripta sphaera GHK, maior quam sphaera ABC, ita tamen, vt excessus sphaeræ

XX

GHK,

GHK, supra sphæram ABC, non sit maior quantitate F, sed vel æqualis, vel minor, hoc est, ut sphæra GHK, sit vel æqualis solido E, quando nimirum ipsa excedit sphæram ABC, præcise quantitate F; vel minor, si nimirum ipsa excedit sphæram ABC, minori quantitate, quam F. Necessario enim aliqua sphæra erit, quæ vel æqualis sit magnitudini E, atque adeo maior quam sphæra ABC; vel maior quidem quam sphæra ABC, minor vero quam magnitudo E, quæ maior ponitur, quam sphæra ABC. *a* Inscribatur deinde intra sphæram GHK, corpus, quod non tangat sphæram ABC, ita ut unaquæque perpendicularium ex centro D, ad bases istius corporis educitarum maior sit semidiametro AD. Si igitur à centro D, ad omnes angulos dicti corporis ducantur lineæ rectæ, ut totum corpus in pyramides dividatur, quarum bases sunt eadem, quæ corporis GHK, vertex autem, communis centrum D; *b* erit quælibet pyramis æqualis solido rectangulo



contento sub eius perpendiculari, & tertia parte basis; Atque idcirco solidum rectangulum contentum sub semidiametro AD, & tertia parte basis cuiuslibet pyramidis, minus ipsa pyramide erit. Et quoniam omnia solida rectangula contenta sub singulis perpendicularibus ex centro D, ad bases corporis dicti protractis, & singulis tertijs partibus basium, simul æqualia sunt toti corpori; efficiunt autem omnes tertiæ partes basium simul tertiam partem ambitus corporis; erit solidum rectangulum contentum sub

se-

semidiametro AD, & tertia parte ambitus præfati corporis inscripti intra sphæram GHK, minus corpore inscripto. Quoniam vero ambitus corporis inscripti maior est ambitu sphære ABC, ut demonstrat Archimedes lib. 1. de sphæra & cylindro propof. 27. atque adeo & tertia pars ambitus dicti corporis maior tertia parte ambitus sphære ABC: erit solidum rectangulum contentum sub semidiametro AD, & tertia parte ambitus sphære ABC, hoc est, solidum E, multo minus corpore inscripto intra sphæram GHK: Pofita est autem sphæra GHK, vel æqualis solido E, vel minor. Igitur & sphæra GHK, minor erit corpore intra ipsam descripto, totum parte. quod est absurdum. Quocirca solidum E, maius non erit sphæra ABC.

SIT DEINDE, si fieri potest, solidum E, minus, quam sphæra ABC, excedaturque à sphæra ABC, quantitate F. Intelligatur circa centrum D, sphæra descripta LMN, minor quam sphæra ABC, ita tamen, ut excessus, quo sphæra LMN, superatur à sphæra ABC, non sit maior quantitate F, sed vel æqualis, vel minor, hoc est, ut sphæra LMN, sit vel æqualis solido E, si nimirum ipsa excedatur à sphæra ABC, quantitate F, vel maior solido E, si videlicet sphæra LMN, à sphæra ABC, superetur minori quantitate, quam F. Necessario enim aliqua sphæra erit, quæ vel æqualis sit solido E, atque adeo minor quam sphæra ABC, vel minor quidem quam sphæra ABC, maior vero quam magnitudo E, quæ minor ponitur, quam sphæra ABC. *a 17. duode* Describatur deinde intra sphæram ABC, corpus, quod minime tangat sphæram LMN; ita ut vnaquæque perpendicularium ex centro D, ad bases huius corporis inscripti cadentium minor sit semidiametro AD. Si igitur à centro D, ad omnes eius angulos lineæ extendantur, ut totum corpus in pyramides resoluatur, quarum bases sunt eadem, quæ corporis ABC, vertex autem communis centrum D; *b 14. huius.* erit quælibet pyramis æqualis solido rectangulo contento sub eius perpendiculari, & tertia parte basis; Et ideo solidum rectangulum contentum sub semidiametro AD, & tertia parte basis cuiusvis pyramidis, maius erit pyramide ipsa. Et quoniam omnia solida rectangula contenta sub singulis perpendicularibus ex centro D, ad bases corporis dicti protractis, & singulis tertijs partibus basium, simul æqualia sunt toti corpori; efficiunt autem omnes tertiæ partes basium simul tertiam partem ambitus corporis, erit solidum rectangulum contentum sub semidiametro AD, & tertia parte ambitus dicti corporis sphære ABC, inscripti, maius corpore inscripto. Cum igitur ambitus sphære ABC, maior sit ambitu corporis sibi inscripti, atque adeo & tertia pars ambitus sphære maior tertia parte ambitus dicti corporis; erit solidum rectangulum contentum sub AD, semidiametro, & tertia parte ambitus sphære ABC, hoc est, solidum E, multo maius corpore inscripto intra sphæram ABC: Ponebatur autem sphæra LMN, vel æqualis solido E, vel maior. Igitur & sphæra LMN, maior erit corpore intra sphæram ABC, descripto, pars toto, quod est absurdum. Non igitur solidum E, minus erit sphæra ABC. Cum ergo neque maius sit ostensum, æquale omnino erit: Ac propterea area cuiuslibet sphære æqualis est solido rectangulo comprehenso sub semidiametro sphære, & tertia parte ambitus sphære. quod demonstrandum erat.

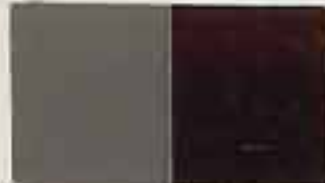
XX 2 THEOR.

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



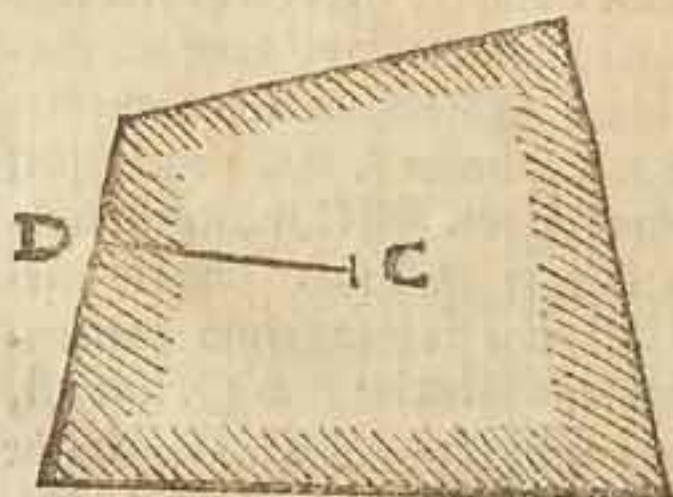
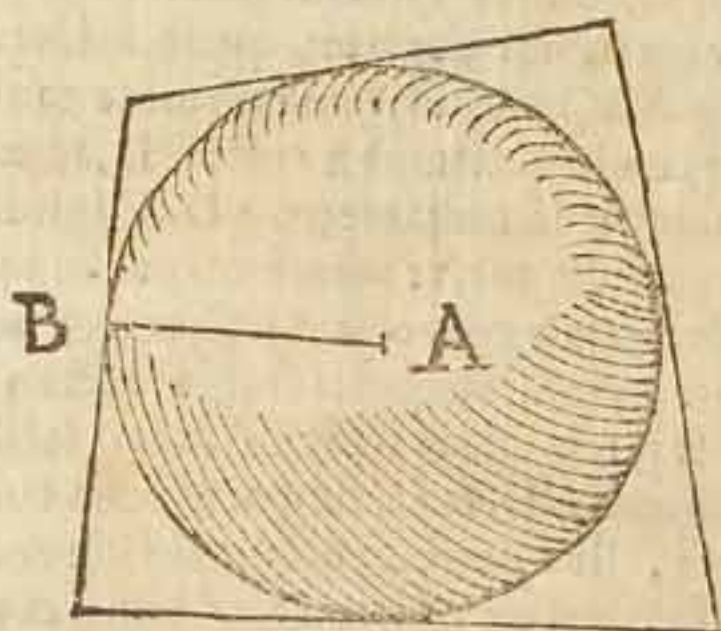
THEOR. 15. PROPOS. 17.

Sphæra maior est omnibus corporibus sibi isoperimetris, & circa alias sphæras circumscribilibus, quæ planis superficiebus continentur.

SPHÆRA omnibus corporibus sibi isoperimetris, quæ planis superficiebus contineantur, circaque alias sphæras circumscribilia sint, hoc est, quorum omnes perpendiculares ad bases productæ ab aliquo puncto medio sint æquales, maior est.

ESTO sphæra A, cuius centrum A, & semidiameter AB: Solidum autem circa aliquam sphæram circumscribibile sibi isoperimetrum C, cuius una perpendicularium CD. Dico sphæram A, maiorem esse solido C. Intelligatur enim circa sphæram A, corpus descriptum simile pro: fus solido C, ita

ut singula quoque latera contingant sphæram A, hoc est, eius perpendiculares, quarum una sit AB, sint quoque æquales, nempe semidiametri sphære A, existentes. Itaque quoniam ambitus corporis circa sphæram A, maior est ambitu sphære A, (per ea, quæ ab Archimede sunt demonstrata lib. 1. de sphæra, & cylindro, propos. 27.) erit quoque eiusdem corporis ambitus maior ambitu corporis C. Quare perpendicularis AB, hoc est, semidiameter sphære A, maior erit perpendiculari CD. Quamobrem rectangulū solidū contentū sub semidiametro AB, & tertia parte ambitus sphære A, quod sphære A, æquale est, maius erit, quam rectangulū solidum contentum sub perpendiculari CD, & tertia parte ambitus corporis C, hoc est, quam corpus C. Sphæra igitur omnibus corporibus sibi isoperimetris, quæ planis



a 16. huius

b 15. huius,

superficiebus contineantur, &c. maior est, quod erat demonstrandum.

Sphæra maior est quovis corpore regulari sibi isoperimetrio.

COROLLARIUM.

CONSTAT hinc, sphæram maiorem esse quolibet corpore regulari sibi isoperimetrio: quippe cum omnes perpendiculares à centro ad bases corporis regularis inter se æquales sint; propterea quod æquales sunt semidiametro

metro sphæræ, & quæ intra corpus describi potest.

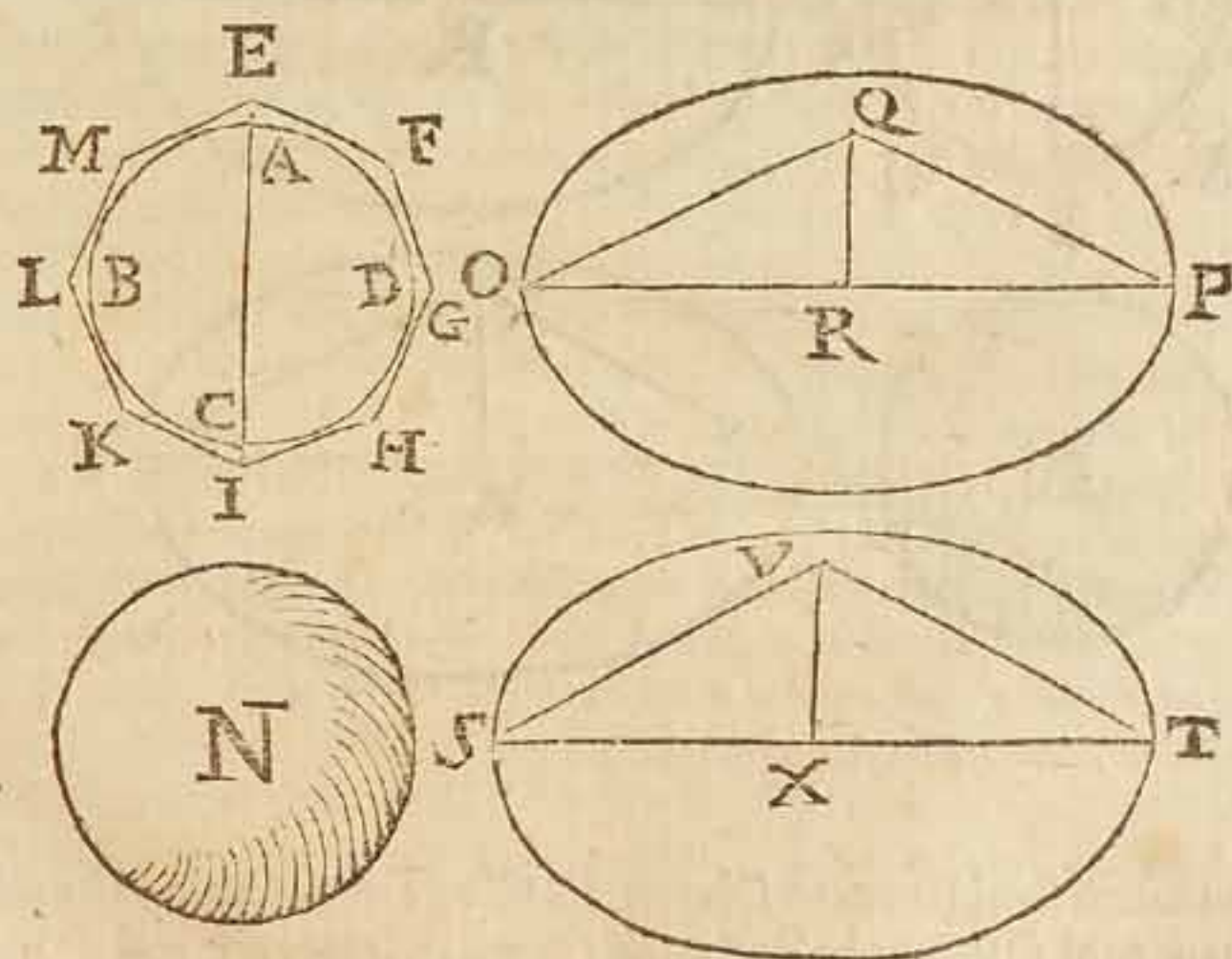
221. quinta
dec.

THEOR. 16. PROPOS. 18.

SPHÆRA omnibus corporibus sibi isoperimetris, & circa alias sphæras circumscriptibilibus, quæ superficiebus conicis contineantur, ita ut latera omnia conica sint æqualia, maior est.

Sphæra maior est omnibus corporibus sibi Iso-perimetris, & circa alias sphæras circumscriptibilibus. quæ conicis superficiebus continetur.

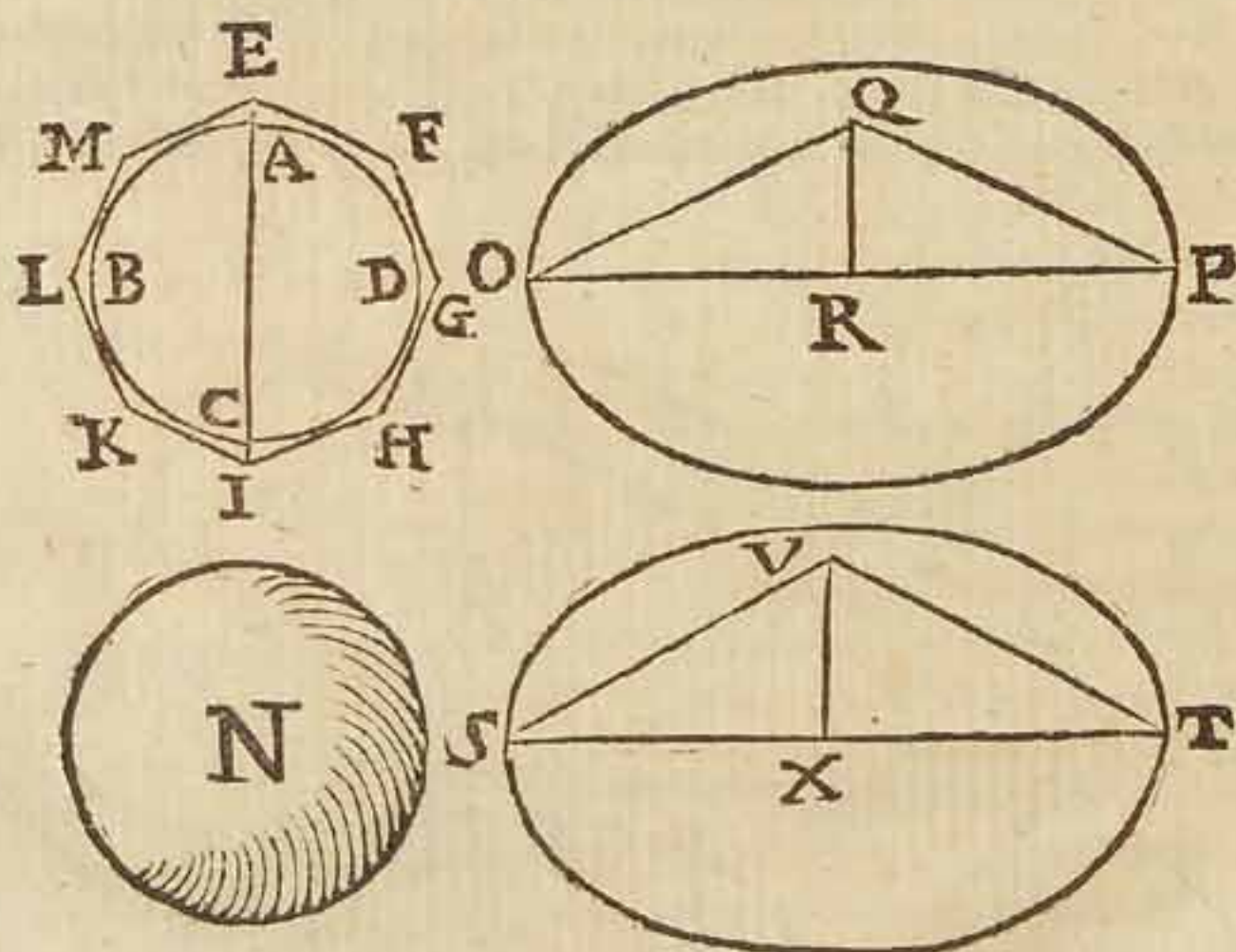
ESTO circulus ABCD, cui circumscribatur figura regularis EFGHIKLM, ita ut numerus laterum à quaternario mensuretur, cuiusmodi est quadratum, figura 8. 12. 16. 20. 24. vel 28. laterum, angulorumque æqualium, &c. Ducaturque ex angulo E, per centrum ad angulum I recta EI. Itaque si circa manentem rectam EI, immobilem circumagatur planum, in quo est circulus ABCD, & figura EFGHIKLM, describet circulus sphæram, figura vero corpus circa sphæram conicis superficiebus contentum, quarum superficierum latera æqualia sunt, nempe eadem, quæ figuræ, ut ab Archimede demonstratur propof. 22. & 27. lib. I. de sphæra & cylindro. Sit iam sphæra N, isoperimetra corpori EFGHIKLM, circa sphæram ABCD, descripto. Di-



co sphæram N, dicto corpore esse maiorem. Quoniam enim ambitus solidi EFGHIKLM, maior est (per propof. 27. lib. I. Archimedis de sphæra & cylindro) ambitu sphæræ ABCD, erit quoque ambitus sphæræ N, maior ambitu



bitu sphæræ ABCD; ideoque semidiameter sphæræ N, maior erit semidia-
 metro sphæræ ABCD. Et quia superficies sphæræ quadrupla est (per propof.
 31. lib. 1. Archimedis de sphæra, & cylindro) maximi circuli in sphæra; si su-
 matur circulus OP, quadruplus circuli maximi in sphæra N; (quod quidem
 facile fiet, si diameter OP, dupla sumatur diametri maximi circuli in sphæ-
 ra N. *a* Quoniam enim ut circulus OP, ad circum maximum in sphæra
 N, ita quadratum diametri OP, ad quadratum diametri circuli maximi in
 sphæra N; *b* Est autem quadrati ad quadratum proportio duplicata propor-
 tionis laterum homologorum, erit quoque circulus OP, ad circum maxi-
 mum in sphæra N, in proportione duplicata proportionis diametri OP, ad
 diametrum circuli maximi in sphæra N. Cum igitur diametri ponantur ha-
 bere proportionem duplam, habebunt circuli proportionem quadruplam;
 quadrupla enim proportio duplicata est proportionis duplæ, ut in his nume-
 ris apparet. 1. 2. 4.) erit circulus OP, æqualis superfici ei sphæræ N. Accipia-
 tur rursus circulus ST, æqualis circulo OP. Statuatur deinde supra circum
 ST, conus rectus rectus STV, axem VX, æqualem habens semidiametro sphæ-
 ræ N: Item supra circum OP, alter conus NPQ, construatur habens axem



c 14. duode. QR, æqualem semidiametro sphæræ ABCD; eritque maior altitudo coni
 STV, quam coni OPQ, at bases æquales erunt. Quare conus STV, maior
 erit cono OPQ; *c* propterea quod coni æqualium basium eam inter se habent
 proportionem, quam altitudines. Quoniam vero sphæra N, quadrupla est
 eius coni, qui basem habet æqualem maximo in sphæra N, circulo, & alti-
 tudinem æqualem semidiametro sphæræ N, ut demonstravit Archimedes
 lib. 1. de sphæra & cylindro propof. 32. Huius autem eiusdem coni quadru-
 ples est conus STV, *d* eo quod coni eandem habentes altitudinem propor-
 tionem

tionem habent quam bases; α erit conus STV, sphaerae N, aequalis. Eodem pacto, quia basis coni OPQ, equalis est ambitui corporis EFGHIKLM; quia & aequalis superficiei sphaerae N, quae corpori illi isoperimetra est: altitudo vero aequalis semidiametro sphaerae ABCD; erit solido EFGHIKLM, aequalis conus OPQ, per ea, quae Archimedes lib. 1. de sphaera & cylindro propos. 29. demonstravit. Quamobrem & sphaera N, maior erit solido EFGHIKLM, conicis superficibus contento. Sphaera igitur omnibus corporibus sibi isoperimetris, & circa alias sphaeras circumscriptibilibus, &c. maior est, quod demonstrandum erat.

THEOR. 17. PROPOS. 19.

SPHAERA quolibet cono, & cylindro sibi Isoperimetro maior est.

Sphaera maior est quolibet cono & cylindro sibi isoperimetro.

PROPOSITA enim quacunque sphaera, si fiat conus basem habens aequalem superficiei sphaerae, id est, quadruplam maximi in sphaera circuli, altitudinem vero semidiametro sphaerae aequalem: b erit sphaera huic cono aequalis; propterea quod ad conum, cuius basis est maximus in sphaera circulus, & altitudo semidiameter sphaerae, tam sphaera, ex propos. 32. lib. 1. Archimedis de sphaera & cylindro, c qua prior conus basem habens quadrupla maximi circuli in sphaera, hoc est, superficiei sphaerae aequalem, & altitudinem semidiametrum sphaerae, proportionem habet quadruplam. Cum ergo ambitus coni basem habentis superficiei sphaerae aequalis maior sit ambitu sphaerae, quippe cum ille hunc excedat tota superficiei coni, seclusa basi, quae ambitui sphaerae ponitur aequalis, liquido constat, si fiat conus sphaerae isoperimeter, hunc esse illo cono, ac proinde & sphaera minorem.

b 9. quinti.

c 11. duode.

RVRVSVS si fiat cylindrus basem habens aequalem superficiei sphaerae, & altitudinem semidiametrum sphaerae; d erit hic cylindrus triplus illius coni basem habentis aequalem eidem superficiei sphaerae, & altitudinem semidiametrum eandem sphaerae, quem sphaera aequalem esse proxime ostendimus: ac proinde & triplus ipsius sphaerae. Tertia ergo pars illius cylindri (cylindrus videlicet eandem habens basem, altitudinem vero tertiam partem altitudinis cylindri illius: e cum ille cylindrus sit huius triplus) aequalis erit sphaerae. Cum ergo posterior hic cylindrus habeat ambitum maiorem ambitu sphaerae, quod ille hunc excedat ambitu totius cylindri, seclusa una base; quis non videt, si fiat cylindrus sphaerae Isoperimeter, hunc esse priore illo cylindro, ac proinde & sphaera maiorem? Sphaera ergo quolibet cono, & cylindro sibi isoperimetro maior est, quod demonstrandum erat.

d 10. duode.

e 14. duode.

S C H O L I V M

HAEC omnia fere ex Theone Alexandrino in commentarijs in Almagestum Ptolemaei, & ex Pappo Alexandrino in Mathematicis collectionibus, licet pleraque eorum clarius & facilius demonstrauerimus, excerpta sunt: quae vero sequuntur, a nobis inuenta sunt, ac demonstrata.

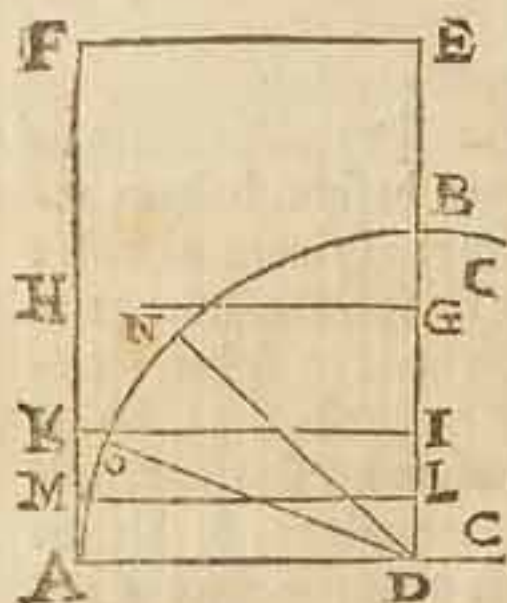
PROBL.

PROBL. 3. PROPOS. 20.

Semicirculo & alijs partibus subduplis circuli æqualia rectangula & isoperimetra constituere.

DATO semicirculo, vel quadranti, vel octavæ parti circuli, aut decimæ sextæ, &c. rectangulum constituere isoperimetrum & æquale; si linea recta peripheriæ detur æqualis.

SIT semicirculus ABC: Quadrans ABD, octava pars circuli AND, pars sextadecima AOD, &c. construatur rectangulum AE, contentum sub semidiametro AD, & sub recta AF, quæ quartæ parti peripheriæ æqualis sit; Item rectangulum AG, sub semidiametro AD, & sub AH, octavâ parte peripheriæ.



Item rectangulum AI, sub semidiametro AD, & sub AK, parte decimæ sextæ peripheriæ. Item rectangulum AL, sub semidiametro AD, & sub AM, parte trigesimæ secundæ peripheriæ. Erit igitur ex ijs, quæ lib. 4. cap. 7. ad finem Num. 1. ostendimus, AE, semicirculo ABC; & AG, Quadranti ABD; & AI, octavæ parti AND: & AL, parti sextadecimæ AOD, æquale, &c. Dico hæc eadem rectangula esse isoperimetra prædictis circuli partibus, singula singulis, quod quidem perspicuum est ex constructione. Nam AD, EF, æ-

qualia sunt diametro AC, & AE, DE, semicircumferentiæ ABC, nimirum duabus quartis partibus circumferentiæ. Item AD, GH, æqualia sunt semidiametris AD, DB, & AH, DG, duabus partibus octavis, hoc est, quartæ parti circumferentiæ AB. Item AD, IK, duabus semidiametris AD, DN, & AK, DI, duabus sextis decimis, id est, octavæ parti circumferentiæ AN. Item AD, LM, duabus semidiametris AD, DO, & AM, DL, duabus partibus trigesimis secundis, hoc est, parti decimæ sextæ AO; Atque ita deinceps, si tam peripheria AO, quam recta AM, continue subdividatur. Dato ergo semicirculo, vel Quadranti, &c. rectangulum isoperimetrum, & æquale constituimus, quod faciendum erat.

HOC problema, quod ad semicirculum, ac Quadrantem attinet, aduertit etiam nuper R. P. Odo Mæcoticus Mathematicus ingeniosus, cum problema mathematicum per suos auditores exhiberet in Collegio Romano; quamvis illud instar Theorematis proposuerit.

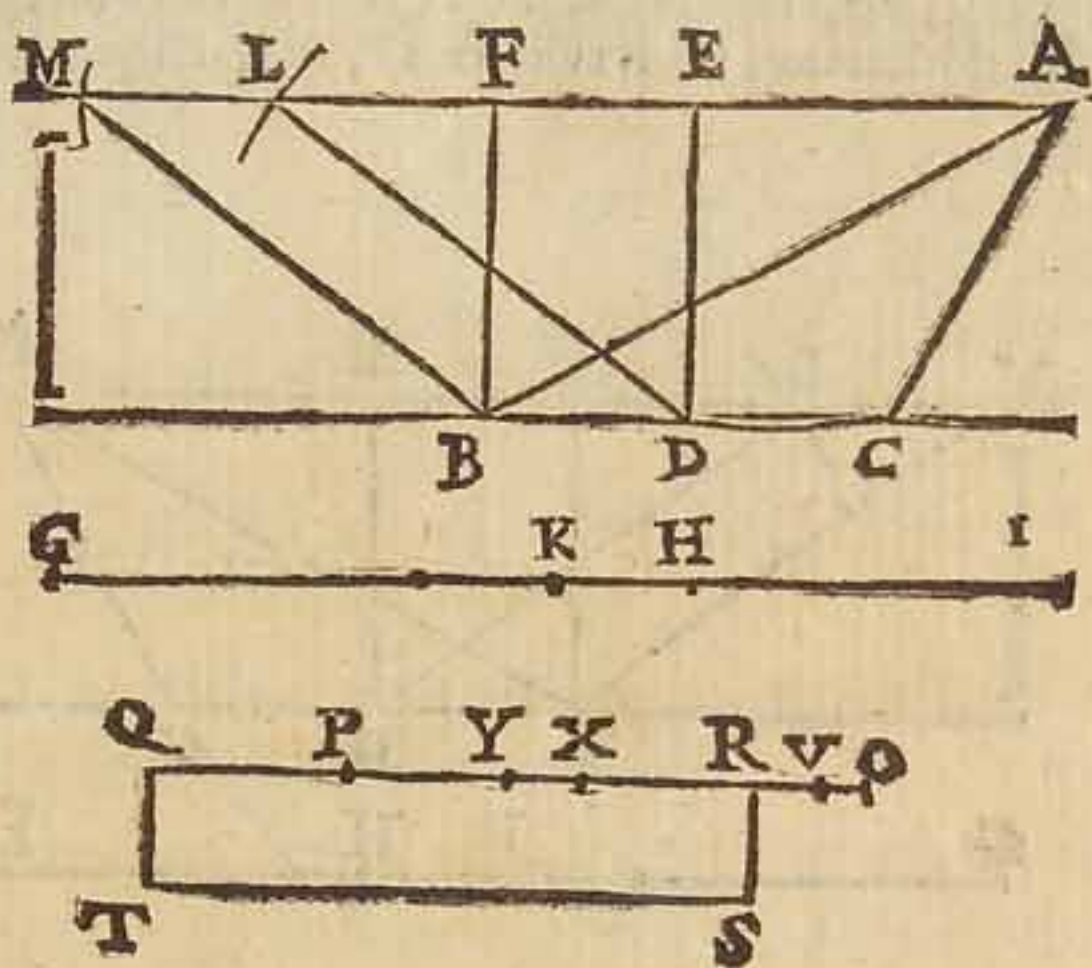
Parallelogrammum dato triangulo æquale & isoperimetrum constituere.

PROBL. 4. PROPOS. 21.

DATO triangulo cuicunque parallelogrammum æquale, atque isoperimetrum constituere.

SIT

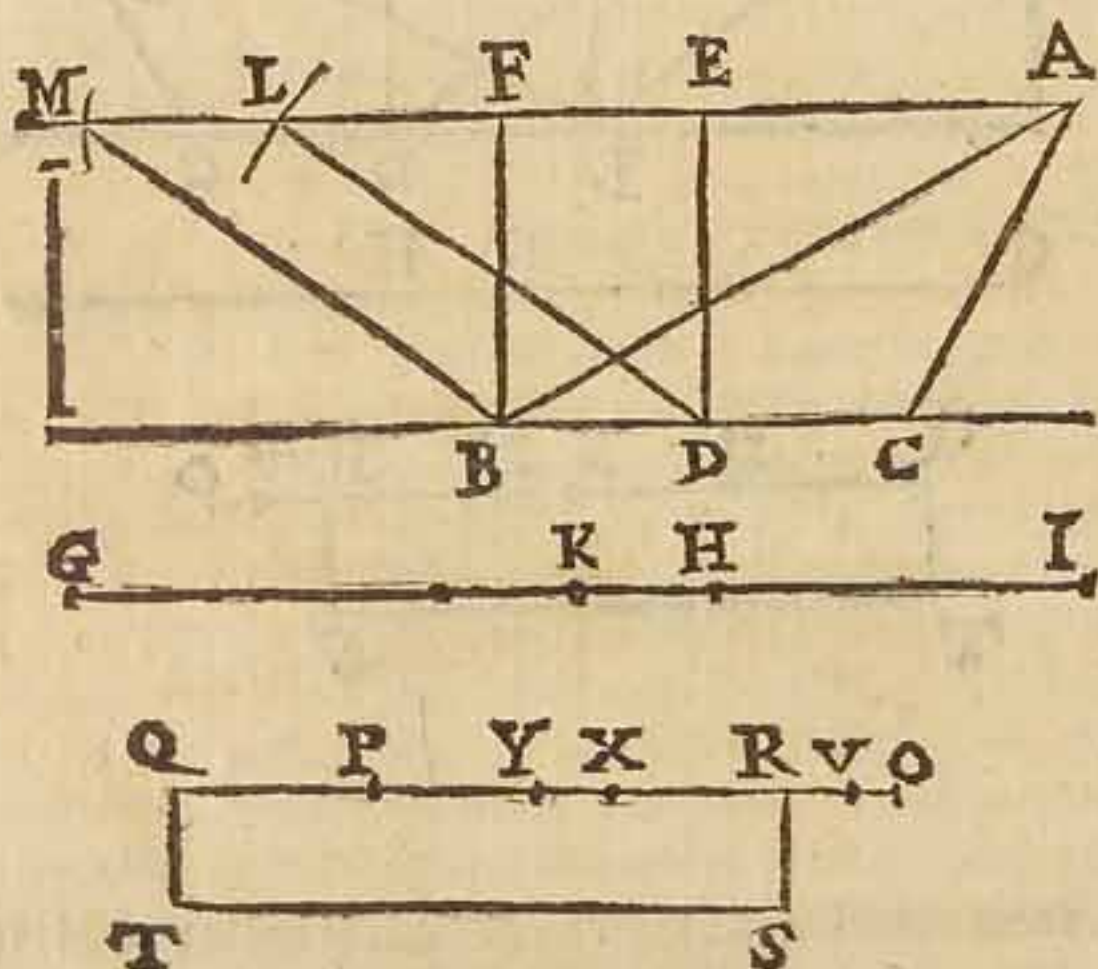
SIT datum triangulum qualecunque ABC . Per A , ducatur AM , basi BC , parallela. Et quia, si neuter angulorum B, C , rectus est, & vtrumque *a coroll. 19. primi.* latus AB, AC , maius est perpendiculari ex A , vel B, C, D , in oppositam parallelam demissa: si vero alter angulorum rectus est, hoc est, alterutrum laterum perpendicularare est ad dictas parallelas; vtrumque latus AB, AC , simul maius est, quam duplum prædictæ perpendicularis; ideoque semissis aggregati ex utroque latere maior perpendiculari eadem; id est, si accipiat GH , lateri AB , & HI , lateri AC , æqualis, vt tota GI , summæ laterum AB, AC , æqualis sit, diuidaturque GI , bifariam in K , semissis GK , maior erit perpendiculari DE . Si igitur ex D , medio puncto basis BC , ad inter-



uallum GK , arcus circuli describatur, secabit is rectam AM , in aliquo puncto, vt in L . Sumpta autem LM , ipsi BD , æquali, ducantur rectæ DL, BM , quæ parallelæ inter se erunt; ideoque parallelogrammum erit DM , & triângulo ABC , æquale. Dico hoc idem triangulo esse isoperimetrum, quod *b33. primi. c schol. 41. primi.* perspicuum est ex constructione: quippe cum DL, BM , vtræque æqualis sit ipsi GK , hoc est, semissi laterum AB, AC , ac proinde ambæ DL, BM , simul æquales ambobus lateribus AB, AC , simul; rectæ autem BD, LM , simul æquales basi BC . Constructum ergo est parallelogrammum DM , non rectangulum æquale, & isoperimetrum triangulo ABC .

QVOD si optes rectangulum eidem triangulo ABC , æquale, & isoperimetrum, ita agendum erit. Erectis perpendicularibus BF, DF , d erit rectangulum BE , triangulo æquale, sed non isoperimetrum; quod *d schol. 41. primi.* BF, DE , minores sint lateribus AB, AC , sed BD, EF , basi BC , æquales: ac proinde ambitus rectanguli BE , ambitu trianguli ABC , minor; ideoque si producantur *e coroll. 19. primi.* Yy BF ,

BF, DE, ad æqualitatē semissis laterum A B, A C, fiet quidem rectangulum triangulo ABC, isoperimetrum, sed triangulo maius, cum superet rectangulum BE. *a* Inuenta autem inter BF, B D, mediā proportionali N; *b* erit quadratum rectæ N, rectangulo BE, ideoque & triangulo ABC, æquale. *c* Quia vero BF, BD, simul maiores sunt, quam dupla rectæ N; *d* estque BM, maior quam B F, erunt B M, B D, simul multo maiores, quam dupla rectæ N. Sumpta ergo Q P, ipsi B D, & P O, ipsi B M, æquali, ut tota Q O, duabus B D, B M, simul sit æqualis; erit quoque Q O, maior quam dupla rectæ N. *e* Secetur ergo Q O, in R, ita ut N, sit inter segmenta Q R, R O, mediā proportionalis, perficiaturque rectangulum Q S, sub segmentis Q R, R O, comprehensum. *f* quod quadrato rectæ N, hoc est, rectangulo BE, vel triangulo A B C, æquale erit. Dico idem esse triangulo ABC, isoperimetrum. Quoniam enim Q R, R S, simul, id est, recta Q O, æquales sunt rectis B D, B M, simul, ex constructione; erunt reliquæ S T, T Q, reliquis L M, L D, æ-



quales: ideoque rectangulum Q S, parallelogrammo B L, ac proinde & triangulo ABC, (cui parallelogrammum B K, isoperimetrum est ostensum) erit isoperimetrum. Dato igitur triangulo cuicunque parallelogrammum, &c. constituimus: quod faciendum erat.

S C H O L I V M.

QVOD si sumatur punctum V, utcumque inter R, & O, erit rectangulum sub Q V, V O, adhuc isoperimetrum triangulo ABC, sed minus. Si vero capiatur punctum X, utcumque inter R, & Y, (diuisa Q O, bifariam in Y,) erit

Y,) erit adhuc rectangulum sub QX, XO, isoperimetrum triangulo ABC, sed maius. Quadratum denique rectæ QV, isoperimetrum quoque est triangulo ABC, & maius, quæ omnia ita demonstrabimus. Prædicta rectangula, & quadratum rectæ QY, isoperimetra esse triangulo ABC, hoc est, rectangulo QS, patet: cum bina latera circa angulum rectum æqualia semper sint rectæ QO, hoc est, binis lateribus rectanguli Q S. Eadem vero esse inæqualia triangulo ABC, sic ostendo. *a* Quoniam quadrata QV, VO, maiora sunt quadratis QR, RO, simul: *b* Sunt autem tam illa duo, una cum rectangulo sub QV, VO, bis, quam hæc duo, una cum rectangulo sub QR, RO, bis, quadrato QO, æqualia; erit rectangulum sub QV, VO, bis minus rectangulo sub QR, RO, bis; ideoque & rectangulum sub QV, VO, semel, rectangulo sub QR, RO, semel minus erit. Non aliter ostendemus, rectangulum sub QR, RO, minus esse rectangulo sub QX, XO, hoc est, rectangulum sub QX, XO, maius esse rectangulo sub QR, RO. Denique *c* quoniam rectangulum sub QX, XO, una cum quadrato XY, æquale est quadrato YO, vel QY; erit quadratum QY, maius rectangulo sub QX, XO, ideoque multo maius rectangulo sub QR, RO, id est, triangulo ABC, quæ omnia demonstranda erant.

EX quo constat, quadratum QY, ex semisse rectæ QO, descriptum maximum esse omnium rectangulorum sub quibuscunque segmentis rectæ QO, comprehensorum, quod etiam ex propos. 12. huius lib. liquet.

*lemma 42
decimi.
b 4. secūdi.*

c 6. secūdi.

PROBL. 5. PROPOS. 22.

DATO rectilineo parallelogrammum rectangulum æquale, & Isoperimetrum constituere. Oportet autem latus quadrati rectilineo æqualis, maius non esse semisse dimidiati ambitus dati rectilinei.

Rectanguli
datæ figuræ
isoperime-
trū & æqua-
le constitue-
re.

SIT hexagonum datum A, æquilaterum quidem, sed non equiangulum, ita ut B, ad latus quadrati illi æqualis *d* inuentum maius non sit semisse dimidiati ambitus hexagoni. Sumpta ergo recta CD, æquali semissi ambitus hexagoni; erit B, recta non maior semisse ipsius CD, sed vel æqualis, vel minor. *e* Secta autem CD, in E, ita ut B, sit media proportionalis inter segmenta DE, EC, fiat rectangulum EG, contentum sub segmentis DE, EC. Dico rectangulum EG, æquale esse, & isoperimetrum hexagono A. Quoniam enim tres DE, B, EC, continue proportionales sunt; ferit rectangulum EG, quadrato B, id est, hexagono A, æquale. Et quia duo latera DE, EF, æqualia sunt rectæ CD, hoc est, semissi ambitus hexagoni A, ideoque reliquæ duæ FG, GD, alteri semissi: erit totum rectangulum EG, hexagono A, isoperimetrum. Dato ergo rectilineo parallelogrammum rectangulum æquale, & isoperimetrum constituimus: quod erat faciendum.

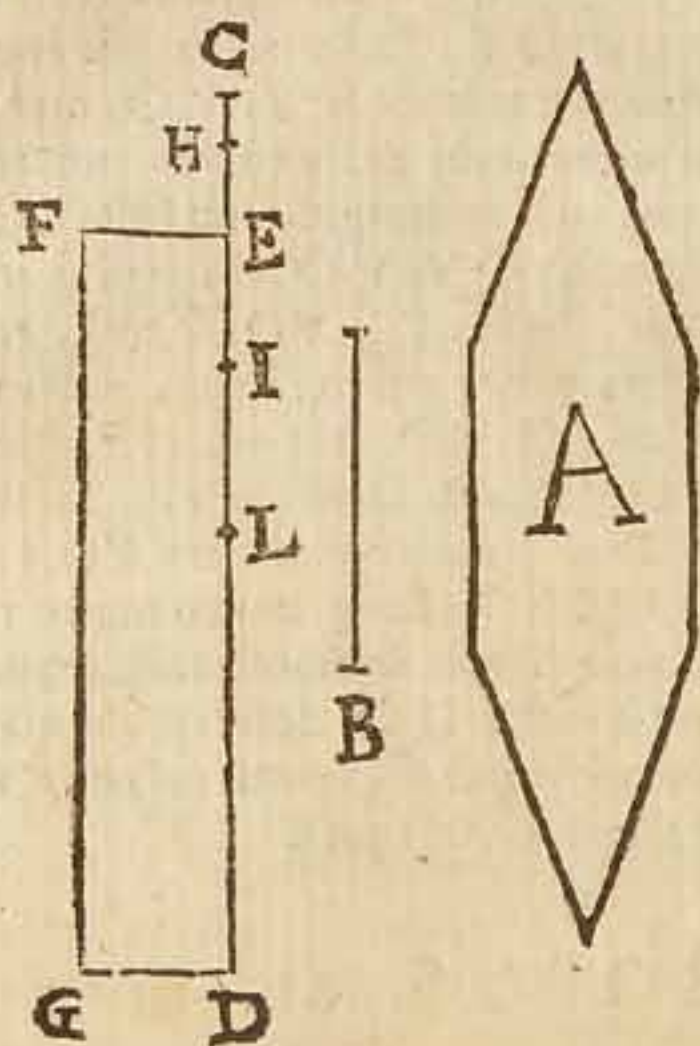
d 14. secūdi

*e schol. 13.
sexti.*

f 17. sexti.

Yy 2 SCHO.

S C H O L I V M.



QVOD si B, latus quadrati foret maius semisse dimidij ambitus rectilinei A, hoc est, maius recta CD, non posset CD, ita secari, ut B, esset medio loco proportionalis inter segmenta, ut liquido constat.

I A M vero si sumatur punctum H, inter C, & E, utcumque; erit rectangulum sub D H, H C, adhuc isoperimetrum figuræ A, sed tamen minus. Si vero accipiat punctum I, utcumque inter E, & L, punctum medium rectæ CD; erit adhuc rectangulum sub D I, I C, figuræ A, isoperimetrum, maius tamen. Sic etiam quadratum semissis DL, erit isoperimetrum eidem figuræ & maius; quæ omnia demonstrabuntur, ut in scholio præcedentis problematis dictum est.

A P P E N D I X.

D E circulo per lineas quadrando.

Quo pacto
reperiatur
per numeros
quadratum
circulo æ-
quale, & cō-
tra ex doctri-
na Archime-
dis.

I LOCVS hic me admonet, ut quoniam hoc libro demonstratum est, circulum figurarum omnium sibi isoperimetrarum esse maximum, breuiter doceam, qua ratione dato circulo quadratum construi possit æquale, & vicissim dato quadrato circulus æqualis; atque id per lineas: cum lib. 4. cap. 7. copiose traditum sit, quo pacto ex inuentis ab Archimede, per numeros circulus quadrandus sit, hoc est, qua ratione area circuli, siue capacitas tum ex diametro, tum ex circumferentia cognita sit inuenienda: Huius enim areæ radix quadrata, latus est quadrati, quod circulo æquale est. Sic è contrario cap. 8. eiusdem lib. regula 1. Num. 1. docuimus, qua via ex data circuli area indaganda sit tam circumferentia, quam diameter illius circuli: hoc est, proposito quadrato, instar areæ circuli alicuius, quomodo circulus describendus sit illi quadrato æqualis. Inuenta enim diametro per prædictam regulam 1. Num. 1. cap. 8. lib. 7. circulus illius diametri erit is, qui quæritur. Visum est autem appendicem hanc libro huic septimo adiungere, quod tractatio de circuli Tetragonismo, siue quadratura, non parum affinis sit de isoperimetris figuris disputationi.

QVADRATVRA autem circuli per numeros, quam Arabes tradiderunt, & quam Iosephus Scaliger in suis Cyclometricis elementis veram esse credit,

credit, omnino reiicienda est, cum sit extra limites Archimedis, per quos constat, proportionem circumferentiæ ad diametrum minorem debere esse tripla sesquiseptima, maiorem vero tripla superdecupartiente septuagesimas primas. quod in numeris Arabum non cernitur. Dicunt enim, proportionem circumferentiæ ad diametrum esse potentia decuplam; adeo ut si quadratum circumferentiæ ponatur 10. quadratum diametrum sit 1. quod falsum est. Nam cum radix quadrata numeri 10. sit maior quam $3\frac{1}{7}$, quod huius radices quadratum sit tantum $9\frac{4}{49}$. Radix autem unitatis sit 1. esset maior proportio circumferentiæ ad diametrum, quam tripla sesquiseptima: cum tamen secundum Archimedem sit minor. Item quia posita diametro 7. circumferentia minor est, quam 22. ex Archimede; erit quadratum circumferentiæ minus, quam 484. quod ad 49. quadratum diametri minorem, proportionem habet, quam decuplam; quippe cum 490. ad 49. proportionem habeant decuplam. Minor igitur est proportio quadrati circumferentiæ ad quadratum diametri, quam decupla.

SIMILI modo reiicienda est ratio quadrandi circuli per numeros Alberti Dureri, qui existimat, diuisa diametro circuli in octo partes æquales, diametrum quadrati circulo æqualis esse 10. adeo ut diameter quadrati circulo æqualis ad diametrum circuli proportionem habeat, quam 10. ad 8. quod etiam falsum est. Nam cum quadratum diametri 10. sit 100. & duplumque quadrati, cuius diameter est 10. & quod circulo diametri 8. dicitur æquale; erit quadratum circulo æquale 50. Sed ex diametro 8. reperitur area circuli maior, quam vera, $50\frac{2}{7}$. ut cap. 7. lib. 4. Num. 4. tradidimus. Vera ergo circuli area maior erit, quam $50\frac{2}{7}$. atque adeo multo maior, quam 50. Est igitur quadratum Alberti minus area circuli, non autem æquale.

2 IAM vero, ut ad quadraturam circuli per lineas aggrediamur, pudet me refellere illam, quæ imperitis vera esse videtur, & quam sciolus, nescio quis, Campano Mathematico non indocto affinxit, typisque mandauit. Est autem talis. Linea recta circumferentiæ circuli æqualis (quo pacto autem eiusmodi linea inueniatur, non docet) secetur in 4. partes æquales, ex quibus quadratum constituatur. quod sciolus ille circulo dicit esse æquale. quæ res omnino Geometra indigna est, & plane ridicula. Si enim quadratum illud circulo est Isoperimetrum; b circulus autem omnium figurarum rectilinearum sibi isoperimetrarum capacissimus est, quis non videt, quadratum illud circulo minus esse?

3 DE Tetragonismo etiam Hippocratis Chij nihil dicerem, nisi in eius demonstratione acumen ingenij lateret, quamuis metam propositam non attingat. Ita enim progreditur. Sit quadratus circulus AFBE, cuius diameter AB, ex qua describatur quadratum ABCD, c circa quod circulus describatur ABCD, cuius diameter BD, datum circulum AFBE, secet in E. Ducta ergo recta AE, d erit angulus AEB, in semicirculo rectus, e ideoque perpendicularis AE, diuidet basem BD, trianguli Isoscelis ABD, bifariam: ac proinde E, centrum erit circuli ABCD. f Et quia quadratum diametri BD, duplum est quadrati diametri AB; g estque ut quadratum BD, ad quadratum AB, ita circulus ABCD, ad circulum AFBE: erit quoque circulus circuli duplus; & semicirculus BAD, semicirculi AFB; ideoque semis. h semicirculi BAD: id est, quadrans ABE, b (est enim ABE, quadrans,

Circuli quadratura per numeros secundum Arabes falsa.

Quadratura circuli per numeros ex Alberto Durero falsa. a schol. 47. primi.

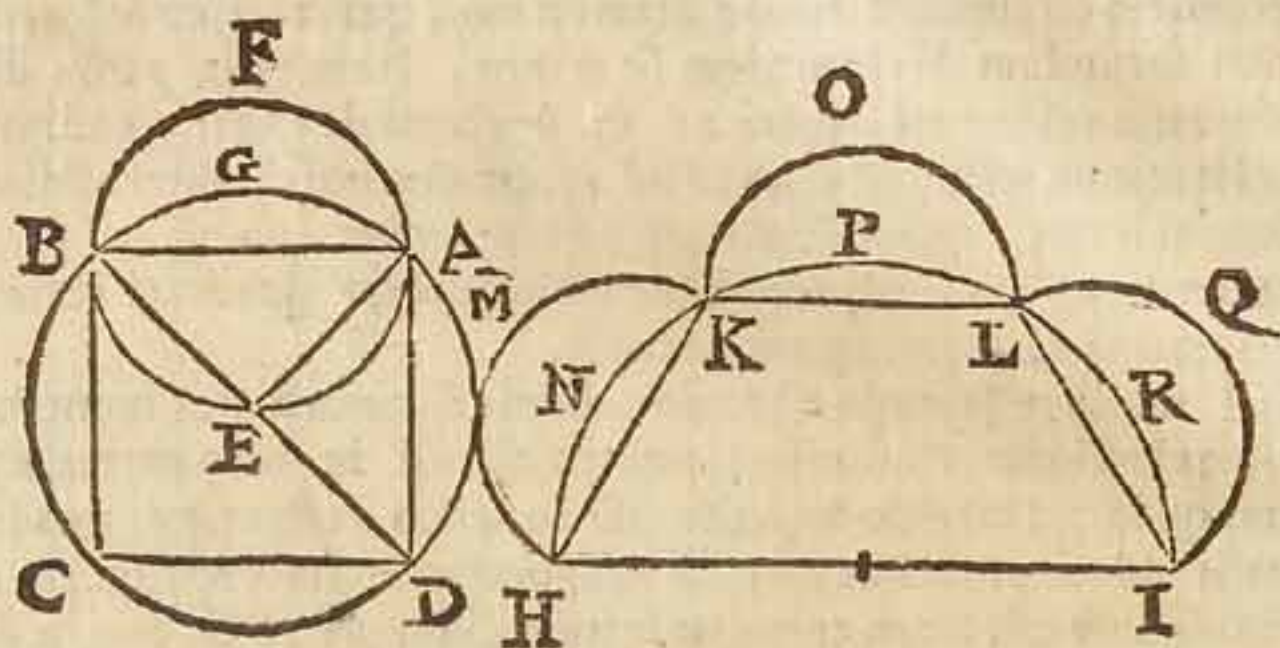
Falsa quadratura circuli per lineas Campano scripta.

b 13. huius

Quadratura Hippocratis Chij. c 9. quinti d 31. tertii. e schol. 26. primi. f schol. 27. primi. g 2. duodecim.



ob angulum rectum in centro B ,) semicirculo AFB , æqualis. Dempto igitur communi segmento AGB , reliquum triangulum AEB , reliquæ Lunulæ $AFBGA$, æquale erit: ac proinde si triangulo fiat quadratum æquale, erit idem hoc quadratum Lunulæ $AFBGA$, æquale. Atque ita quadratum est Lunula $AFBGA$.



DEINDE sit recta HI , diametri AB , dupla, circa quam semicirculo descripto, aptentur in eo tres rectæ semidiametro huius circuli, hoc est, diametro AB , æquales HK, KL, LI , continentes semissem hexagoni: *a* cum latus hexagoni sit semidiametro æquale. Descriptis autem circa illas tres rectas semicirculis HMK, KOL, LQI , qui semicirculo AFB , æquales sunt, propter diametros æquales; *b* quoniam quadratum rectæ HI , quadrati rectæ HK , quadruplum est. quod latus lateris sit duplum: *c* erit quoque circulus diametri HI , circuli diametri HK , quadruplus, & semicirculus $HKLI$, semicirculis HMK, KOL, LQI, AFB , æqualis erit: demptisque segmentis communibus HNK, KPL, LRI , reliquum trapezium $HKLI$, æquale erit tribus Lunulis $HNKM, KPLO, LRIQ$, vna cum semicirculo AFB . Si igitur tres, illæ Lunulæ quadrentur, ut traditum est, & tribus illis quadratis auferatur ex trapezio rectilineum æquale, hoc est, *d* inquiratur excessus trapezij super tria illa quadrata; erit excessus hic rectilinea figura semicirculo AFB , æqualis. *e* Si igitur huic figuræ quadratum fiat æquale, erit idem hoc quadratum semicirculo AFB , æquale; & quadratum ex illius quadrati diametro descriptum toti circulo $AFBE$, æquale. *f* quod tam quadratum quadrati duplum sit, quam circulus semicirculi. Quadratus ergo circulus est.

HAEC est quadratura Hippocratis, acuta quidem, quod Lunulam $AGBF$, vere quadrauerit, vitiosa autem, quod tres Lunulas $HNKM, KPLO, LRIQ$, quadratas à se esse arbitratur, quod verum non est. Solum enim ex eius demonstratione Lunula ea quadratur, cuius inferior peripheria est quarta pars peripheriæ alicuius circuli, superior autem semicirculus alterius circuli, qualis fuit Lunula $AGBF$. Nam AGB , quarta pars est circumferentiæ $ABCD$, & AFB , semissis peripheriæ $AFBE$. At eiusmodi non sunt tres

tres aliæ Lunulæ, quippe cū earū peripheriæ inferiores HNK, KPL, LRI, sint sextæ partes totius cū cūteretiæ, quāvis peripheriæ superiores sint semicirculi, vt in illa: quæ nondum sunt quadratæ. Quod si inuenta esset ars quadrandi huiusmodi Lunulas, verissime quoque quadraretur circulus, sine inuentione lineæ rectæ circuli peripheriæ æqualis, quæ sine res foret præclara.

Quid desideretur in Hippocratis quadratura.

COLLIGITVR ergo ex hac ratione Hippocratis, quadraturam circuli esse possibilem, cum sicut Lunula AGBF, quadrata est, ita quoque Lunulam HNKM, quadrari posse, nihil obstat, quamuis adhuc non sit à quoquam quadrata. Et certe, vt quidam recte affirmat, quod hic ostenditur ab Hippocrate de Lunula AGBF, quæ pars est circuli AFBE, nihil idem prohibet de circulo toto sciri posse, etiam non inuestigata quantitate peripheriæ circuli, cum solum desit ars quadrandi Lunulam HNKM. Immo plus ali quanto dubitationis inferret inuentio quadraturæ Lunulæ AGBF, non cognita, quam circuli.

4 MVLTA quoque hic dicenda essent de falsis aliorum quadraturis, sed quia hæ vel se ipsas produnt, cum in progressu earum facile appareat, aliquid deesse ad constituendum circulo æquale quadratum, cuiusmodi est quadratura Iacobi Falconis Equitis Hispani, qui sine inuentione lineæ rectæ, quæ peripheriæ sit æqualis, circulum quadrare conatur: vel ab alijs iam dudum sunt confutatæ, nimirum Nicolai Cusani Cardinalis quadratura à Ioanne Regiomontano, ac Ioanne Buteone, & Orontij Finæi Tetragonismus tum ab eodem Buteone, tum à Petro Nonio Lusitano in libello de Erratis Orontij: quorum vterque varijs uis lineam rectam circumferentiæ æqualem se inuenisse putauit, nihil omnino dicendum mihi esse statuo, ne frustra tempus terere inutiliter videar. Quamobrem solum, hoc loco eam quadraturam subiiciam, & plenius aliquanto exponam, quam ad finem lib. 6. Euclid. conscripsi, quæ videlicet per lineam Quadratricem (sic enim eam appellare lubet) lineam rectam inuenit circuli æqualem. Hæc enim via licet ad Geometrice inueniendum punctum quoddam, non nihil in ea desideretur, accuratior tamen est omnibus alijs, quas hactenus videre potui; ita vt præctice à scopo aberrare non possimus. Vt autem clare atque ordinate procedam, absoluiam totum negotium paucis quibusdam propositionibus.

Cur de falsis aliorum quadraturis hic nihil dicatur.

Quæ non quadratura per lineas hic explicetur.

I.

QVADRATRICEM lineam describere.

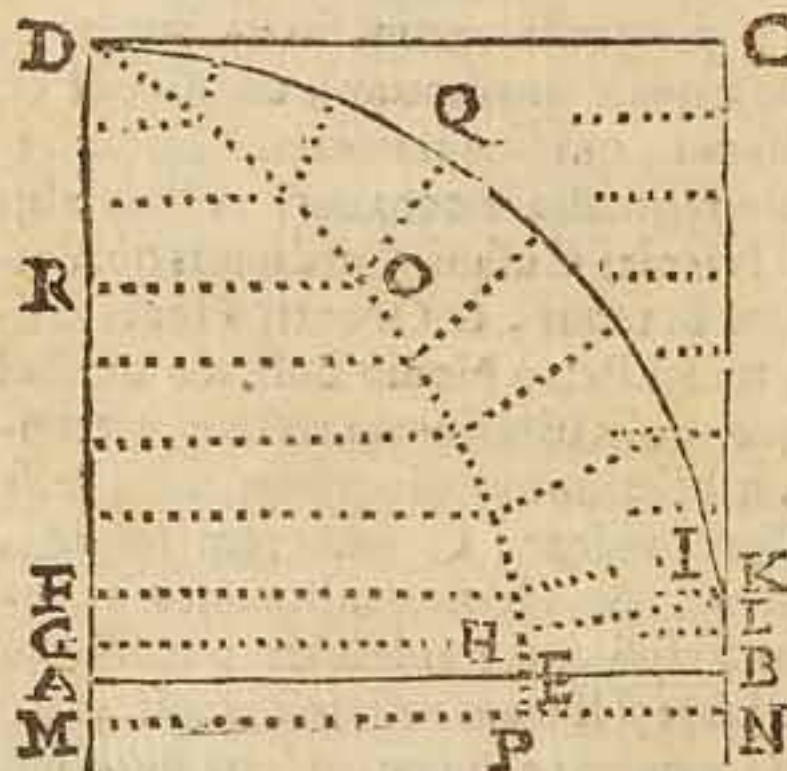
DINOSTRATVS, & Nicomedes, vt auctor est Pappus Alexandrinus in 4. lib. Mathematicarum collectionum, lineam quandam inflexam excogitarunt ad circuli quadraturam, ideoque ab officio τετραγωνιστου ab eisdem est appellata: à nobis vero eadem de causa quadratrix dicitur. Quamquam autem prædicti auctores conentur huiusmodi lineam describere per duos motus imaginarios duarum rectarum se se interfecantium, qua in re principium (vt philosophi loquuntur) petunt, vt propterea à Pappo reijciatur, tanquam inutilis, & quæ describi non possit: nos tamen



Quadratri-
cis descri-
ptio.

men eam sine illis motibus Geometricè deli neabimus per inuentionem quor-
uis punctorum, per quæ duci debeat; quemadmodum in descriptionibus co-
nicarum sectionum fieri solet.

5 SIT ergo in quadrato ABCD, descriptus Quadrans B D. Si igitur, ve-
lunt inuentiones lineæ Quadratricis, tam semidiameter A D æquabiliter
ferri intelligatur circa centrū A, quā latus quadrati supremū CD, deorsum
versus æquabiliter quoque: ita ut, quo tēpore punctū D, circumferentiam DB,
vniformi semper motu percurrit, eodē recta DC, vniformi etiā motu descen-
dēs ad latus AB, perueniat, sic tñ, ut perpetuo sit lateri AB, parallela, & cū late-
ribus AD, BC, angulos rectos efficiat, secabunt se mutuo cōtinue semidiamete-
ter in circumferentia DB, circumacta, & recta DC, deorsum lata, in pun-
ctis, quæ lineam Quadratricem describent: hoc est, per quæ linea Quadra-
trix transibit, cuiusmodi est linea inflexa DE. Sed quia duo isti motus vni-
formes, quorum vnus per circumferentiam DB, fit, & alter per lineas rectas



DA, CB, effici non possunt, nisi pro-
portio habeatur circularis lineæ ad
rectam, merito à Pappo descriptio
hæc reprehenditur: quippe cum igno-
ta adhuc sit ea proportio, & quæ per
hanc lineam inuestiganda propona-
tur. Quare nos Geometricè eandem
lineam Quadratricem describemus
hoc modo. Arcus B D, in quouis
partes æquales diuidatur, & latus
vtrumque A D, B C, in totidem æ-
quales partes. Facillima diuisio erit,
si & arcus DB, & vtrūq. latus AD, BC,
secetur primū bifariam, deinde vtra-
que semissis iterum bifariam, atque
ita deinceps, quantum libuerit. Quo

autem plures extiterint diuisiones, eo accuratius Quadratrix linea describe-
tur. Nos ad confusionem vitandam secimus tam arcum DB, quam duo late-
ra AD, BC, in octo tantum partes æquales.

DEINDE bina puncta laterum AD, BC, æqualiter distantia à latere
DC, vel AB, coniungantur lineis rectis occultis, atque ex centro A, aliæ
rectæ occultæ ad singula diuisionum puncta Quadrantis DB, extendantur.
Vbi enim hæ rectæ priores rectas interfecabunt, prima primam, secunda
secundam, &c. per ea puncta Quadratrix linea congruenter ducenda est, ita
ut non sit sinuosa, sed æquabiliter semper progrediatur nullum efficiens gib-
bum, aut angulum alicubi: quælis est linea inflexa DE, secans semidiamete-
trum AB, in E.

6 SED quia punctum E, in latere AB, inueniri Geometricè non potest,
cum ibi omnis sectio rectarum cesset: ut illud sine notabili errore, qui scili-
cet sub sensum cadat, reperiāmus: utemur hoc artificio: Infimam partem
AF, lateris AD, si satis exigua non sit, secabimus bifariam continue, do-
nec infima particula sit perexigua: Eodemque modo infimam partem BI,
arcus DB, bifariam continue secabimus, donec tot fiant subdivisiones, quot
in parte AF, factæ sunt, ut particula BK, talis pars sit totius arcus DB, qua-
lis

lis pars est AG , totius lateris AD . Particulæ deinde AG , æquales abscindemus BL, BN, AM , ducemusque rectas occultas GL, MN . Ducta vero ex A , centro recta occulta AK , quæ fecet GL , in H , puncto, quod accuratissime notetur (adhibito videlicet Lemmate Probl. 1. lib. 2. ut concursus H , quam exquisitissime reperiatur) sumemus ipsi GH , æqualem MP . Si enim Quadratricem vsque ad H , descriptam continuabimus æquabili, atque vniiformi extensione vsque ad P , secabit Quadratrix linea latus AB , in E . puncto, quod quæritur. Nam propter parvam rectarum GH, AE, MP , inter se distantiam efficitur, ut ferme sint æquales, licet Geometrice loquendo recta AE , semper maior sit aliquanto, quantumuis parum ex rectæ inter se distent: sed excessus ille circino deprehendi non potest: adeo ut arcus circuli ex A , per H, P , descriptus verum punctum E , quod ad sensum attinet, indicare videatur. Id quod etiam in circumferentiâ circuli contingit. Rectæ namque GL, AB, MN , si parum inter se distent, in circulo omnino æquales iudicabuntur, quamuis verè AB , aliquanto maior sit. Itaque si tres illæ rectæ GH, AE, MP , perexiguam habeant distantiam inter se, dubitari non potest, punctum E , in quo quadratrix linea semidiametrum AB , secat, ab eo, quod vere in Quadratrice ibi existit, non differre notabiliter: dummodo puncta H, P , exquisite & summa adhibita diligentia, inuenta sint.

RECTAM porro AD , vocabimus latus Quadratricis: & rectam AE , eiusdem basem: ac denique punctum A , centrum eiusdem.

7 VERVM puncta Quadratricis prope basem certius inueniemus (si ne intersectionibus linearum, quæ ibi valde obliquæ sunt) per lineas perpendiculares: hoc modo. Ducta chorda Quadrantis BQ , secetur in D , bifariam. quod fiet, si ex A , ad C , punctum medium Quadrantis recta ducatur. *a* Hæc enim rectam BQ , secabit bifariam. Deinde rectæ AD , sumatur æqualis AE ; iunctaque recta DE , secetur bifariam in F . quod etiam fiet, si ex A , ad I , punctum medium arcus BC , ducatur AI . *b* Hæc enim chorda BC , (si duceretur) secaret bifariam: *c* ac proinde & rectam DE , *d* quæ chordæ BC , est parallela: propterea quod latera AB, AC , in triangulo ABC , proportionaliter secantur in D, E : quippe cum tam AB, AC , quam AE, AD , æquales sint. Rursus rectæ AF , capiatur æqualis AG , iunctaque FG , secetur bifariam in H . quod etiâ fiet per rectam AK , ductam ad K , punctum medium arcus BI . Atque hoc modo, si rectæ AH , æqualis accipiat, & reliqua fiant, ut prius, inuenietur aliud punctum inter H , & G . Et sic deinceps quoruvis alia puncta reperiemus viciniora ipsi AB , per lineas perpendiculares, non autem per obliquas sectiones, ut in priori figura. *e* Est enim AD , ad DB , perpendicularis & AF , ad DE , & DH , ad FG , &c.

$O M N I A$ vero hæc puncta inuenta D, F, H , &c. esse in Quadratrice, ita

$Z z$

osten-

Latus basis
& centrum
Quadratri-
cis.

a schol. 27
tertij.

b schol. 27.
tertij.

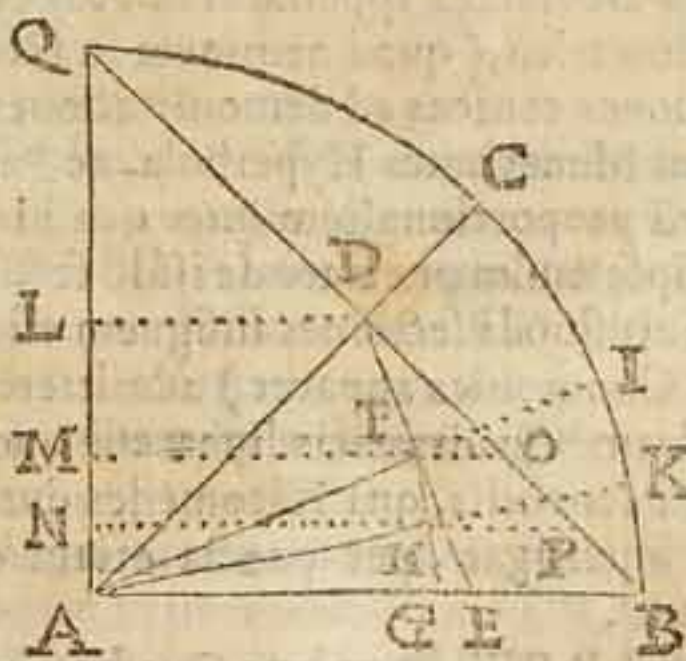
c schol. 4. se-
xti.

d = sexti.

e 3. tertij.

f schol. 26.

primi.



a 2. senti. ostendo. Ductis DL, FM, HN, ipsi AB, parallelis secantibus BD, in O, P;
 b 2. senti. a erit ut BD, ad DQ, ita AL, ad LQ, ideoque & AQ, secta erit in L, bifa-
 c 2. senti. riam. Sectus autem est & arcus BQ, in C, bifariam. Igitur, ut ostensum
 est, punctum D, est in Quadratrice. Rursus quia DE, secta est bifariam in
 F, b erit quoque DB, secta bifariam in O, c ideoque erit ut EF, ad FD, ita
 BO, ad OD. Sed ut BO, ad OD; ita est AM, ad ML, & ut EF, ad FD,
 ita arcus BI, ad IC. Ergo ut ostendimus, secabunt se se AI, MO, in puncto
 Quadratricis. Eademque ratio est de alijs punctis hac arte inuentis.

8 ESSE porro lineam hanc inflexam DE, à nobis Geometricè descri-
 ptam, eandem, quam Dinostratus, & Nicomedes per duos illos motus
 imaginarios describi concipiebant, perspicuum est. Nam si semidiameter
 AD, in priori figura circa centrum A, per arcum DB, eodem tempore mo-
 ueatur motu uniformi, quo latus DC, deorsum fertur motu quoque unifor-
 mi: fit ut quando semidiameter AD, pertransiit quamcunque partem arcus
 DB, tunc latus DC, similem partem laterum DA, CB, percurrerit. Alias
 aut duo illi motus non essent uniformes, aut non eodem tempore ad latus
 AB, tam semidiameter AD, quam latus DC, perueniret. Cum ergo re-
 ctæ ex centro A, per partes arcus DB, emissæ, & lineæ parallelæ per partes
 laterum DA, CB, ductæ abscondant semper ex arcu DB, & ex lateribus DA,
 CB, partes similes, ex constructione: liquido constat, puncta lineæ inflexæ
 DE, à nobis Geometricè inuenta, à punctis, quæ à duobus illis motibus repe-
 riantur, non differre.

HABET igitur est descriptio lineæ Quadratricis Geometrica quodam-
 modo, quemadmodum & conicarum sectionum descriptiones, quæ per pun-
 cta etiam fiunt, ut ab Appollonio traditur, Geometricæ dicuntur, cum ta-
 men errori magis sint obnoxie, quam nostra descriptio, propter inuentio-
 nem plurimarum linearum mediarum proportionalium, quæ ad earum
 descriptiones sunt necessariae, quibus in Quadratricis descriptione opus non
 est. Quare nisi quis totam conicarum sectionum doctrinam, quam tanto
 ingenij acumine Appollonius Pergæus persecutus est, ut propterea Ma-
 gnus Geometra appellatus sit, rejicere velit, tanquam inutilem, & non
 Geometricam, (quod neminem in Geometria peritum facturum existimo, cum
 sectiones conicas ad demonstrationes adhibuerint præstantissimi Geometre.
 Nam Menechmus Hyperbola, ac Parabola usus est in duarum linearum me-
 diarum proportionalium inter quasvis duas rectas inuentione; Et Archime-
 des ipse multa præclare de iisdem sectionibus conicis demonstrauit: ac deni-
 que eiusmodi sectiones insignem usum habent in re Gnomonica, ut ex no-
 stra Gnomonica apparet) admittere omnino cogetur, hanc descriptionem
 nostram Quadratricis lineæ esse quodammodo Geometricam. Adde quod
 linea conchilis, qua Nicomedes duas medias lineas proportionales acutissi-
 me inuestigat, per puncta etiam describitur, ut lib. 6. propos. 15. di-
 ximus.

HABET linea hæc Quadratrix multas, & insignes utilitates, quarum
 nonnullas ad finem lib. 6. Euclid. demonstrauimus, quas hoc loco repetere
 superuacaneum est. Solum igitur eius usum in quadrandis circulis hic ex-
 ponemus. Qua in re indigemus tantummodo ultimo puncto E, in priori fi-
 gura, etiam si nullum aliud Quadratricis punctum inuentum esset. quod qui-
 dem ultimum punctum licet Geometricè, ac præcise non reperiatur: tamen

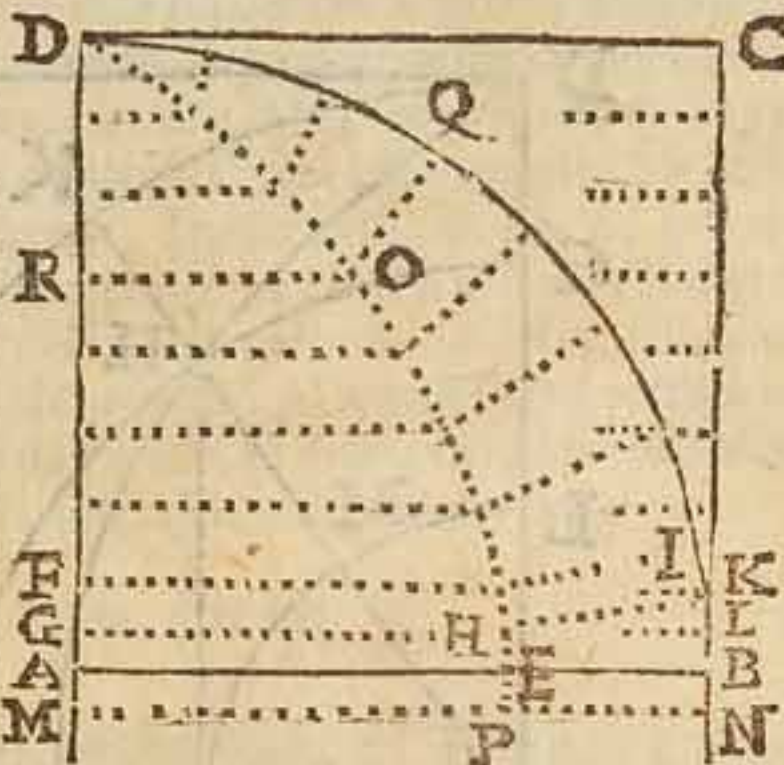
si ar-

si artificium posterioris figuræ adhibeatur, non aberrabimus à vero puncto notabiliter, ut supra diximus. Quando namque deprehensum fuerit, ultimam perpendicularem AH, æqualem esse præcedenti ultimæ lineæ translatæ AG, ita ut nulla differentia inter illas per circinum discernatur: sumi poterit citra errorem notabilem ultimum illud punctum G, pro puncto extremo Quadratricis: Sin minus, ducendæ erunt aliæ perpendiculares eo artificio, quo AF, AH, ductæ sunt, donec inter ultimam, & postremo loco inuentam rectam in semidiametro AB, nullum appareat discrimen. cuius quidem rei operatio ipsa optimus erit magister.

COROLLARIUM.

9 EX descriptione Quadratricis colligitur, si ex centro A, ducatur recta utcumque AQ, secans arcum Quadrantis in Q, & Quadratricem in O; ita esse arcum BD, ad arcum BQ, ut est semidiameter AD, ad rectam AR, ducta prius OR, ipsi AB, parallela: & ac proinde & ad rectam, quæ ex O, ad AB, demittitur perpendicularis.

Quia enim eadem pars est arcus DQ , totius arcus DB , quæ pars est recta DR , totius semidiametri DA , quippe cum in descriptione Quadratricis arcus DQ , totius arcus DB , tot par-
ticulas complectatur, quot partes re-
cta DR , totius DA , continet: quan-
doquidem rectæ AQ , RO , se se in-
tersecant in O , puncto Quadratricis.
Neque hæc similitudo impeditur,
etiamsi tam arcus DQ , toti archi
 DB , quam recta DR , toti lateri
 DA , sit incommensurabilis, cum
perpetuo Quadratrix eadem vniformi-
tate progrediatur per omnia sua



arcum BK, ita est arcus FG, ad arcum FH, *a* quod arcus BD, BK, arcubus FG, FH, similes sint; *b* erit quoque recta AD, ad rectam HI, ut arcus FG, ad arcum FH. Cum ergo ostensa sit recta AD, arcui FG, æqualis: *c* erit quoque recta HI, arcui FH, æqualis quod est absurdum. Est enim recta HI, minor arcu FH, cum ea sit semissis chordæ subtendentis arcum duplum arcus FH: *d* (Nam recta AF, secat eam chordam bifariam; *e* ac proinde & arcum) chorda autem semper suo arcu minor sit. Non ergo est arcus BD, ad semidiametrum AD, ut AD, ad rectam maiorem base AE, Quadratricis.

SIT deinde, si fieri potest, ut arcus BD, ad AD, ita AD, ad AI, minorem base AE. Descripto igitur ex centro A, per I, Quadrante IL, erigatur ex I, ad AE, perpendicularis IH, secans Quadratricem in H, puncto, per quod semidiameter ducatur AK, secans arcum IL, in M. Ostendemus ergo, ut prius, arcum IL, rectæ AD, æqualem esse. Item ita esse arcum BD, ad arcum BK, hoc est, arcum IL, ad arcum IM, ut est recta AD, ad rectam HI. Quare cum arcus IL, ostensus sit æqualis rectæ AD; ferit quoque arcus IM, æqualis rectæ HI. quod est absurdum. Est enim recta HI, maior arcu IM. Nam si ex H, duceretur versus G, alia recta tangens circumulum IL, sicut HI, eundem tangit in I, *g* essent hæ duæ tangentes æquales, arcusque inter eas interceptus secaretur bifariam in M, *h* propterea quod angulus ab eis comprehensus bifariam diuideretur à recta AH, *i* ac proinde & angulus in centro A, si ad alterum punctum contactus recta adiungeretur: *k* ideoque arcus, quibus insistant, æquales forent. Igitur cum, ut lib. 8. propos. 1. probabimus cum Archimede, duæ illæ tangentes simul maiores sint arcu ab eis comprehenso, erit & earum semissis HI, maior semisse IM, illius arcus. Non est ergo arcus BD, ad semidiametrum AD, ut AD, ad rectam minorem base AE, Quadratricis; Sed neque ut AD, ad maiorem, sicut ostensum est. Igitur ut AD, ad ipsam basem AE, quod demonstrandum erat.

COROLLARIUM I.

HINC facile rectam reperiemus arcui Quadrantis, ex quo Quadratrix descripta est, ac proinde & semicircunferentiæ, immo & toti circunferentiæ æqualem.

QVONIAM est arcus BD, ad semidiametrum AD, ut AD, ad basem Quadratricis AE; erit conuertendo quoque AE, ad AD, ut AD, ad arcum BD. Si igitur duabus rectis AE, AD, inueniatur tertia proportionalis; *l* erit AD, ad eam tertiam, ut ad arcum BD, cum utraque proportio sit eadem, quæ AE. *m* Quare tertia illa proportionalis arcui Quadrantis BD, æqualis erit: Et si duplicetur, fiet recta æqualis semicircunferentiæ eiusdem circuli: Si vero quadruplicetur, fiet recta toti circunferentiæ æqualis.

Rectam circunferentiæ circuli æqualem reperi-

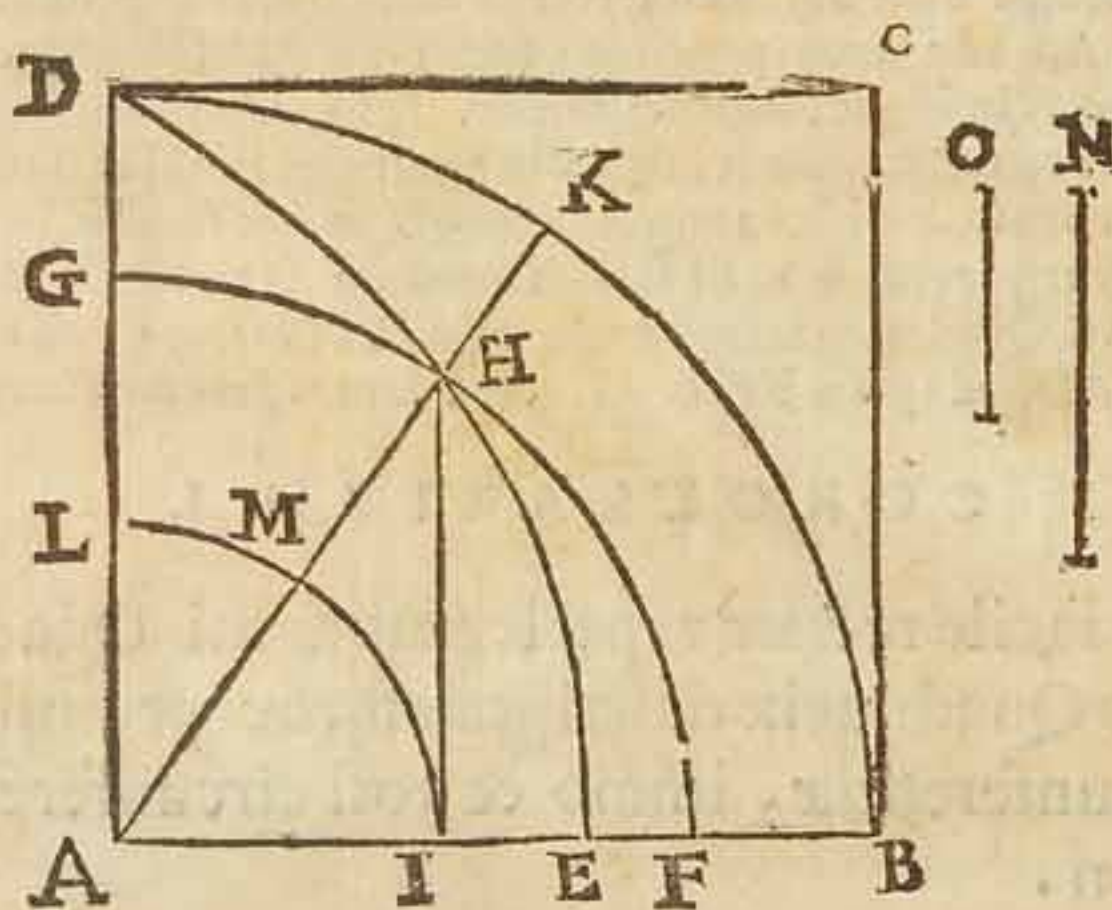
li I. quinti.
m 9. quinti.

CO.

COROLLARIUM II.

SEQVITVR quoque ex his, si basis Quadraticis AE, statuatur semidiameter alicuius circuli, eius latus AD, quartæ parti circumferentiæ illius circuli esse æquale: Et lineam lateris AD, duplam æqualem esse semicircumferentiæ eiusdem circuli: Et lineam quadruplam lateris toti circumferentiæ esse æqualem.

CVM enim, vt lib. 4. cap. 7. propos. 1. ostendimus, diametri circulorum, a 15. quinti circumferentijs sint proportionales, & erunt quoque semidiametri semicir-



eunferentijs, & quadrantibus proportionales. Igitur erit, vt AD, ad AE, hoc est, vt supradicta tertia proportionalis ad AD, ita Quadrans BD, semidiametri AD, ad Quadrantē semidiametri AE. Cum ergo tertia illa proportionalis æqualis sit ostensa Quadranti BD; b erit quoque recta AD, quadrantē semidiametri AE, æqualis. Dupla ergo linea ipsius AD, semicircumferentiæ circuli, cuius semidiameter AE; & quadrupla toti circumferentiæ erit æqualis.

CORO-

COROLLARIUM III.

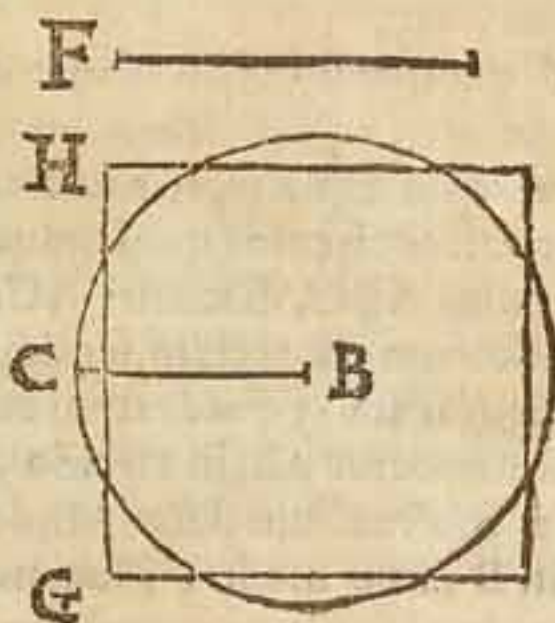
EX his quoque inferitur, si duę rectę N, O , in præcedenti figura eandem proportionem habeant, quam AD, AE , minor autem O , statuatur semidiameter circuli alicuius, maiorem N , æqualem esse arcui Quadrantis illius circuli.

CVM enim sit AD , ad AE , vt N , ad O ; erit permutando AD , ad N , vt vt AE , ad O . Vt autem AE , ad O , ita est Quadrans semidiametri AE , ad Quadrantē semidiametri O , vt lib. 4. cap. 7. propos. 1. demonstrauius. *a 11. quinti*
Igitur erit quoque AD , ad N , vt Quadrans semidiametri AE , ad Quadrantem semidiametri O . Cum ergo AD , æqualis sit ostensa Quadranti semidiametri AE ; *b* erit quoque N , æqualis Quadranti semidiametri O , quod *b 14. quinti*
est propositum.

III.

DATO circulo quadratum æquale constituere.

SIT quadrandus circulus ad interuallum semidiametri BC , descriptus. Tribus rectis AE , basi Quadratricis; AD , lateri eiusdem præcedentis figurę, & rectę BC , inuenta quarta proportionali F ; erit ex coroll. 3. antecedenti recta F , quadrati circuli dati æqualis, atque eius dupla semicircumferentię æqualis erit. Inuenta autem inter semidiametrum BC , & duplam ipsius F , media proportionali GH : Dico quadratum ex GH , descriptum æquale esse circulo ad interuallum BC , descripto. *c* Quoniam enim rectangulum sub BC , semidiametro, & sub semicircumferentię circuli, id est, sub dupla rectę F , inuenta, æquale est circulo: *d* Prædicto autē rectangulo æquale est quadratū lateris GH ; erit quoque quadratum lateris GH , circulo semidiametri BC , æquale.



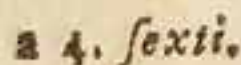
Quadratū circulo æquale exhibere.

c 4. Isoperimetrorum.

d 17. sexti.

VERVM vt expedite linea recta inueniatur æqualis quartę parti circumferentię dati circuli, atque idcirco & semicircumferentię, vel toti circumferentię, construenda erit figura eiusmodi. Fiat angulus rectus DAE , rectęque AD , æqualis sit semidiametro Quadrantis, ex quo Quadratrix descripta

Facilis inuentio rectę æqualis circuli circumferentię.



Facilis in-
uentio qua-
drati circu-
lo æqualis.

b 1. *quinti.*

c coroll. 8.
sexri.

scripta est; & A E, basi eiusdem Quadratricis æqualis. Vel certe ex centro A, noua Quadratrix describatur DE, cuius latus AD, & basis A E. Ducta namque recta DE, constructa erit figura aptissima ad rectam circumferentiæ dati circuli æqualem inueniendam. Si enim circuli quadrandi semidiametro abscindatur æqualis A F, ducaturque FG, ipsi D E, parallela; erit ex coroll. 3. antecedenti AG, æqualis quartæ parti circumferentiæ dati circuli, cuius semidiameter nimirum est AF, (quemadmodum A D, quartæ parti circumferentiæ circuli semidiametri A E, æqualis est, vt ex coroll. 2. præcedenti constet) & propterea quod A F, A G, eandem habent proportionem, quam A E, A D. Eadem ratione, ductis HI, KL, MN, eidem DE, parallelis, erunt AI, AL, AN, æquales quartis partibus circumferentiarum circulorum ex semidiametris A H, A K, A M, descriptorum. Hæ autem rectæ duplicatæ semicircumferentijs æquales erunt, &c. Atque hac arte inuenietur recta æqualis quartæ

parti circumferentiæ cuiusvis circuli, si eius semidiametro ex recta AE , æqualem lineam abscindemus, ab eiusque extremo rectæ DE , parallelam ducemus, &c.

V T quoque sine ullo labore dato cuicunque circulo quadratum æquale exhibeamus, utendum erit hoc artificio. Inuento semel latere quadrati alicui circulo æqualis, ut paulo ante docuimus, construemus figuram ad quadrandos alios circulos quoscunque accommodatissimam, hoc modo. Datur circulus ABC, diametri AC, sitque AB, media proportionalis inter semidiametrum, & rectam semicircunferentiæ æqualem inuentam ex præcedenti figura, ita ut quadratum rectæ AB, circulo diametri AC, sit æquale: b accommodetur AB, in circulo, quæ certius applicabitur, si forte circinus ex A, ad intervallum datæ AB, descriptus nimis oblique peripheriam ABC, secet in B, hoc modo. Duabus rectis, nimirum diametro AC, & lateri AB, quadrati inuento reperiatur tertia proportionalis AD. Perpendicularis namque DB, cadet in punctum B, in quod latus inuentum duci debet: c propterea quod tres rectæ AC, AB, AD, sunt continue proportionales: quemadmodum recta AC, latus quadrati inuentum, & AD, continuam servant proportionem, ex constructione. Liquet autem inter AC, AD, vnam tantum posse esse mediam proportionalem. Hac figura extructa, dicto citius quemcunque circulum quadrabimus. Si namque diametro dati circuli rectam æqualem abscindemus AE, circa quam semicirculus describatur, refecabit is ex recta AB, latus AE, cuius quadratum circulo da-



est æquale. Quia enim angulus exter-
nus AEF, interno ABC, æqualis est: *a*
quod vterque in semicirculo rectus sit; *b*
erunt EF, BC, parallelæ; ideoque trian-
gula AEF, ABC, æquiangula, *c* Igitur
erit CA, ad AB, vt EA, ad AE; Et per-
mutando CA, ad FA, vt AB, ad AE. *d*
Ideoque erit quoque quadratum ex AC,
ad quadratum ex AF; *e* hoc est, vt circu-
lus diametri AC, ad circulum diametri
AE, vt quadratum ex AB, ad quadratum
ex AE. Est autem circulus diametri
AC, quadrato ex AB, per constructio-
nem, æquale. *f* Igitur & circulus diame-
tri AE, quadrato ex AE, æquale erit. Ita
quoque quadratum rectæ AG, circulo dia-
metri AH, erit æquale. Et sic de cæteris.

I A M vero quoniam lib. 4. cap. 6.
propof. 3. ex Archimede demonstraui-
mus, quadratum diametri ad circulum
habere ferme proportionem, quam 14.
ad 11. si quis volet secundum hanc pro-
portionem reperire quadratum circulo
æquale; diuidenda erit recta AC, in 14.
partes æquales, & ex vndecima parte
D, (ita vt AD, contineat partes 11. &
DC, 3.) excitanda perpendicularis DB, vsque ad circumferentiam circuli
AC, descriptam. Recta enim ducta AB, latus erit quadrati circulo diame-
tri AC, æqualis. *g* Cum enim tres rectæ AC, AB, AD, sint continue
proportionales; *h* erit quadratum ex AC, ad quadratum ex AB,
vt AC, ad AD, videlicet vt 14. ad 11. Cum ergo etiam sit, vt di-
ximus, quadratum diametri ad circulum, vt 14. ad 11. ferme: *i* erit
quadratum ex AC, ad quadratum ex AB, vt ad circulum diametri AC. *k*
Igitur quadratum ex AB, circulo diametri AC, æquale erit. Quod si se-
cundum varias diametros describantur circuli per A, transeuntes, abscein-
dent quoque ij circuli ex recta AB, latera quadratorum illis circulis æqua-
lium. Habes ergo viam facilem inueniendi quadratum circulo dato æqua-
le, siue quadratricem nostram adhibeas, siue demonstrata ab Archimede
sequaris.

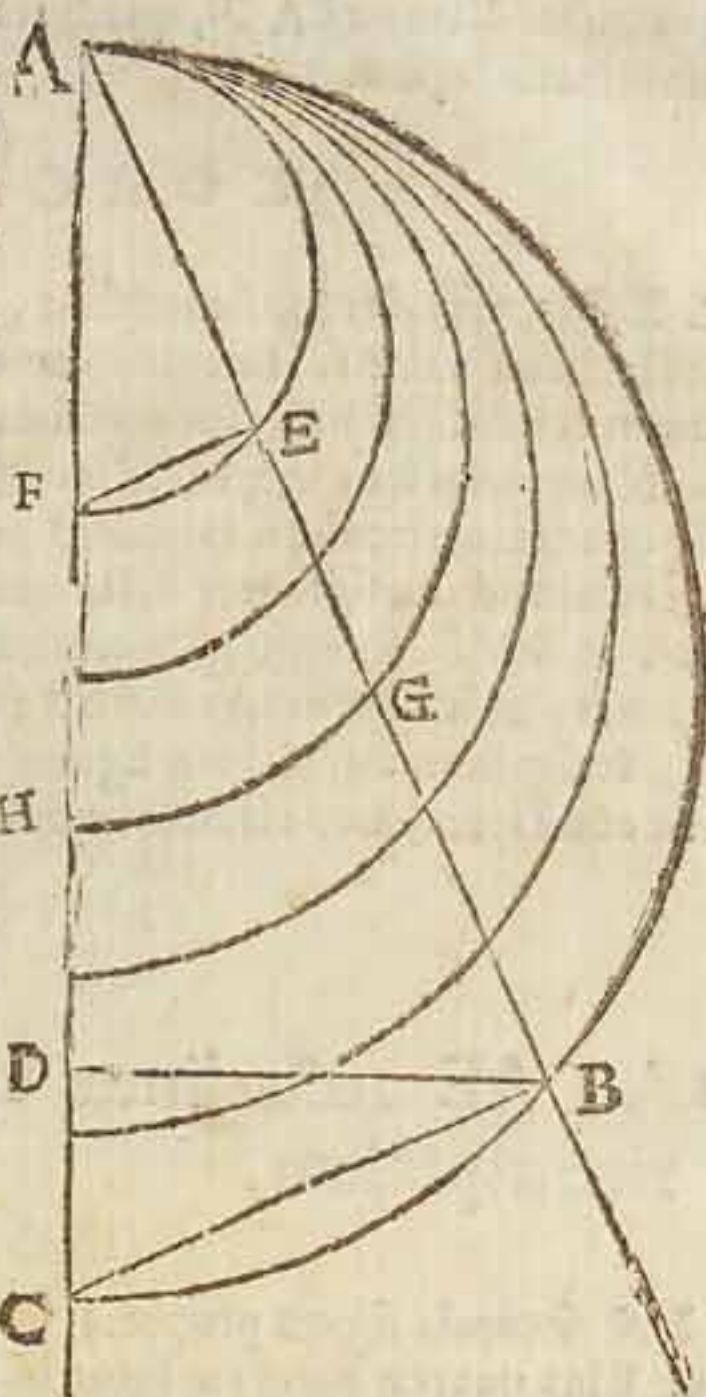
IIII.

DATO quadrato circulum æqualem describere.

SIT datum quadratum lateris AE, cui circulus æqualis est describendus.
In proxima figura ex recta AB, absceindatur recta AE, dato lateri quadrati
æqualis: Et ex E, ducatur ad AB, perpendicularis EF, secans AC, in F. Erit-

A a 2

que



a 31. tertij.
a 8 pri mi.

c 4. sexti.

d 23. sexti.

e 2. duodec.

f 14. quinti.

Facilis in-
uentio qua-
draticirculo
æqualis ex
Archimede

g coroll. 2.
sexti.
h coroll. 20.
sexti.
i 11. quinti
k 9. quinti.

que circulus diametri AF , quadrato lateris AE , æqualis, vt ex proxime demonstratis liquet.

COROLLARIUM.

a. 14. secūdi. EX his, quæ demonstrata sunt, construemus circulum cuicunque figuræ rectilineæ æqualem. Et contra cuicunque circulo figuram rectilineam æqualem constituemus, quæ alteri datæ figuræ rectilineæ cuicunque similis sit. Nam si datæ figuræ rectilineæ a describamus quadratum æquale, & huic quadrato circulum æqualem per hanc 4. propos. constituamus; erit idē hic circulus datæ figuræ rectilineæ æqualis.

b. 25. sexti. RVRSVS si per propositionem 3. dato circulo quadratum æquale construamus, huic autem quadrato b constituamus figuram rectilineam æqualem, & similem alteri datæ figuræ rectilineæ; erit eadem hæc figura rectilinea constituta, dato circulo æqualis. quod est propositum.

V.

DATAE rectæ lineæ circumferentiam circuli reperire æqualem.

IN secunda figura propos. 3. sit rectæ O , exhibenda æqualis circumferentia. Eius quartæ parti capiatur in latere Quadratricis AD , recta æqualis AI , ac per I , ipsi DE , agatur parallela IH . Eritq. circumferentia circuli ex diametro AH , descripti æqualis datæ rectæ O , propterea quod quarta pars eius circumferentiæ æqualis est rectæ AI , vt ostensum est; ac proinde tota circumferentia æqualis erit quadruplæ rectæ AI , hoc est, æqualis rectæ O , cuius quarta pars posita est recta AI . Datæ ergo rectæ circumferentiam æqualem reperimus. Quod faciendum erat.

FINIS LIBRI SEPTIMI.

GEO.





GEOMETRIAE PRACTICAE

LIBER OCTAVVS.



Varia Theoremata, ac problemata Geometrica
demonstrans.

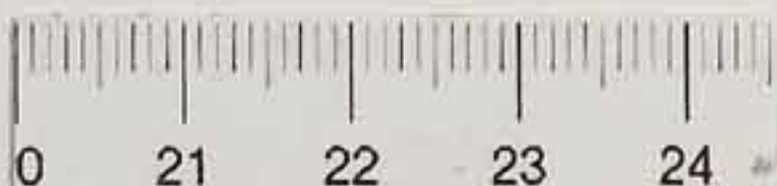


T extremam manum Geometriæ
huic nostræ practicæ imponamus,
concludemus eam varijs nonnullis
Theorematis, atque problematibus
Geometricis, tum collectis ex Geo-
metris alijs, tum proprio, ut aiunt,
Arte excogitatis, ac demonstra-
tis. Qua in re exemplum illustre
habemus in Pappo Alexandrino, qui
octo totos libros conscripsit de Mathematicis collectionibus.
Neque vero hoc præter institutum nostrum existimare quis
debet: cum per eiusmodi demonstrationes Geometricas stu-
dioso Lectori via multiplex aperiatur ad inuestigandas simi-
les speculationes in rebus Geometricis: quippe cum in ijs ad ex-
ercendum ingenium amplissimum campum habeat. Est &
alia causa, quæ me ad hunc librum octauum conscribendum
permouit, ne videlicet tot Theoremata, ac problemata non sine
magno labore peruestigata pereant, cum ad nullam Geome-

A a a 2

triæ

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



0 21 22 23 24

Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

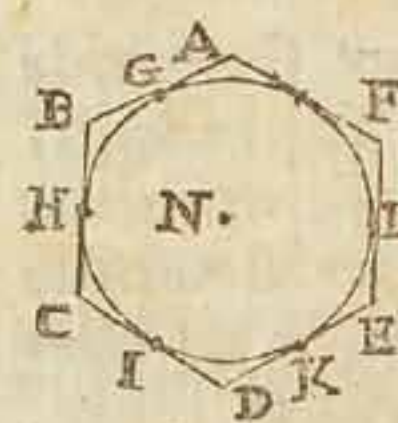
triae partem magis proprie pertineant, quam ad hanc Geometriam practicam: praesertim quod pleraque eorum praxes Geometricas pertraherent. Adde quod non pauci viri docti & graues ad hunc librum perscribendum auctores mihi, atque suasores fuerunt.

THEOR. I. PROPOS. I.

FIGURA regularis circulo circumscripta maiorem ambitum habet, quam circulus.

HAE C est prima propositio Archimedis in lib. I, de sphaera & Cylindro: quam demonstrat, hoc assumpto principio.

Si duae lineae in plano eosdem habeant terminos, & in easdem partes curua sint, comprehendens comprehensa maior est. quod quidem principium esse verum, ex eo euidenter intelligi potest, quod ex eo non solum Archimedes, verum etiam plurimi alij Geometrae tum veteres, tum recentiores, innumera propemodum, atque admiranda Theoremata, problemataque demonstrarint, quae ut verissima, ab omnibus recepta sunt; neque vnquam ex illo absurdi aliquid consecutum est, aut contra id quisquam haecenus a



duobus ferme millibus annorum, noui quid commentus est. Hoc ergo posito principio, facilis est demonstratio Archimedis. Sit namque figura regularis ABCDEF, descripta circa circulum, cuius centrum N, tangens eum in punctis G, H, I, K, L, M. Quoniam igitur per praemissum principium rectae AG, AM, maiores sunt arcu GM; Item BG, BH, maiores arcu GH, & sic de reliquis; erunt omnes rectae simul conficientes totum ambitum figurae, maiores omnibus arcubus simul conficientibus totam circuli peripheriam, quod erat demonstrandum.

SCHOLIUM

CARDANVS in libro quinto de proportionibus propof. 201. conatur demonstrare, duas rectas circulum contingentes, cuiusmodi sunt AG, AM, maiores esse arcu intercepto GM, (quod Archimedes ex suo assumpto principio deduxit) praemissis tribus Lemmatibus, & vno principio, quorum primum est hoc.

LEMMATA I.

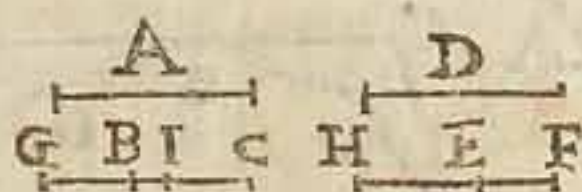
SI fuerint quatuor quantitates, & minor sit excessus inter

Inter primam & secundam, quam inter tertiam & quartam; sitque prima non minor, quam tertia, maior vero quam secunda; Item tertia maior quam quarta: Erit minor proportio primæ ad secundam, quam tertiæ ad quartam.

SINT quatuor quantitates A, B C, D, E F; sitque G B, excessus inter primam A, & secundam B C, minor excessu H E, inter tertiam D, & quartam E F;

Item prima A, non sit minor, quam tertia D: maior vero quam secunda B C: Ac denique tertia D; maior sit quam quarta E F;

Dico minorem esse proportionem primæ A, ad secundam B C, quam tertiæ D, ad quartam E F. Cum enim A, non minor sit, quam D:



a 8. quinti

at G B, minor, quam H E, & erit maior proportio A, ad G B, quam ad H E: Est autem A, (si est æqualis ipsi D) ad H E, ut D, ad H E; vel maior est proportio A, (si maior est, quam D,) ad H E, quam D, ad H E. Igitur maior erit proportio A, ad G B, quam D, ad H E.

Si igitur fiat ut D, ad H E, ita A, ad G I, habebit quoque A, ad G B, maiorem proportionem, quam ad G I; b ac proinde erit G I, maior quam G B; ideoque I C, minor, quam B C. c Maior ergo erit proportio A, ad I C, quam ad B C.

b 10. quinti

c 8. quinti

Et quoniam G C, ipsi A, æqualis, est ad G I, ut H F, ipsi D, æqualis, ad H E; Erit quoque per conversionem rationis G C, hoc est, A, ad I C, ut H F, hoc est, ut D, & ad E F. Cum ergo ostensum sit, maiorem esse proportionem A, ad I C, quam ad B C; erit quoque maior proportio D, ad E F, quam A, ad B C, hoc est, A, ad B C, minorem proportionem habebit, quam D, ad E F, quod est propositum.

LEMMA II.

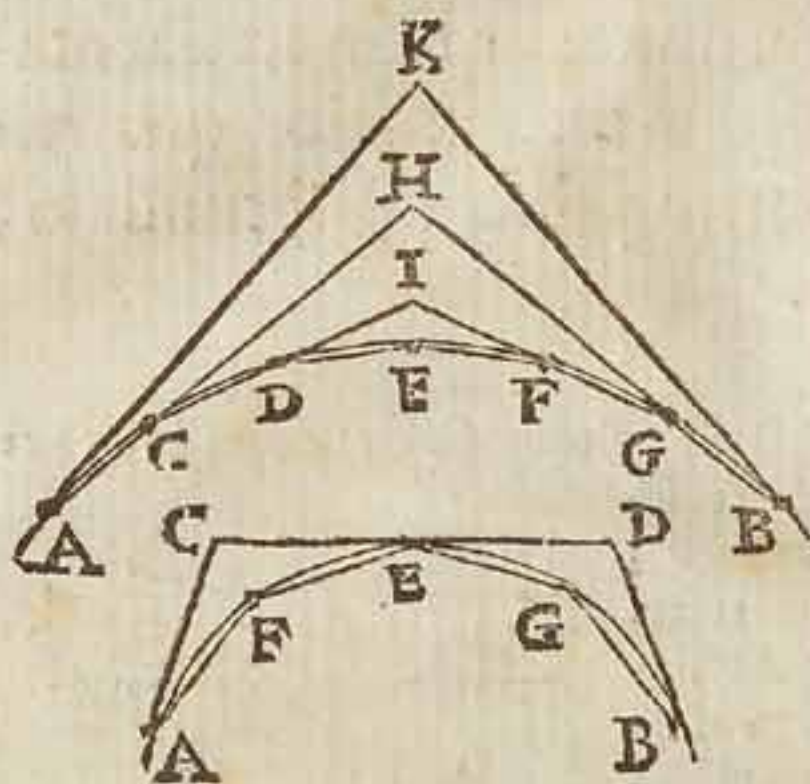
SI circuli arcum duæ rectæ tangant in vno puncto coeuntes; & in eodem arcu aptentur quotlibet rectæ æquales diuidentes ipsum in partes totidem æquales. Erunt duæ illæ tangentes omnibus hisce chordis simul maiores,

TANGANT arcum A B, duæ rectæ A K, B K, coeuntes in K, aptenturque quotlibet rectæ in eo æquales A C, C D, D E, E F, F G, G B, diuidentes arcum in totidem partes æquales. Dico rectas A K, B K, simul maiores esse omnibus illis rectis subtensis simul. Productis enim rectis A C, B G, donec coeant in H; Item productis rectis C D, G F, donec concurrant in I, & sic

a 21. primi. & sic deinceps, si plures rectæ fuerint: a Erunt rectæ D I, F I, maiores re-

b 21. primi.

c 21. primi.



ctis DE, FE. Additis ergo æqualibus DC, FG; erunt etiam rectæ CI, GI; maiores rectis CD, DE, EF, FG, simul. b Sed CH, GH, maiores sunt rectis CI, GI. Igitur multo maiores erunt CH, GH, rectis CD, DE, EF, FG; additisque æqualibus AC, BG, maiores erunt AH, BH, simul quam AC, CD, DE, EF, FG, GB, simul. c Sunt autem & AK, BK, maiores, quam AH, BH. Igitur multo maiores erunt AK, BK, simul, quam AC, CD, DE, EF, FG, GB, simul. quod erat demonstrandum.

LEMMA III.

SI circuli arcum tres rectæ tangant in duobus punctis coeuntibus, ita ut contactu punctum medium diuidat arcum bifariam: In eodem autem arcu accommodentur quotlibet rectæ æquales, & inter se æquales, Erunt tres illæ tangentes omnibus his simul sumptis maiores.

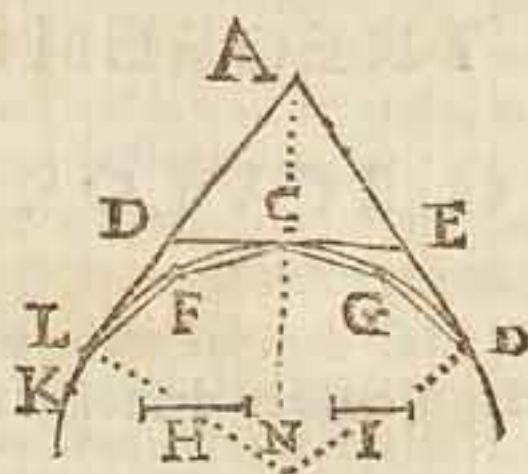
IN antecedente figura arcum AB, tangant tres rectæ AC, CD, DB, conuenientes in duobus punctis C, D, secantes ipsum bifariam in E. Accommodenturque in eodem arcu quotlibet rectæ æquales, & numero pares AF, FE, EG, GB. Dico tres AC, CD, DB, simul sumptas esse maiores rectis AF, FE, EG, GB, simul sumptis. Quoniam enim per Lemma præcedens AC, CE, maiores sunt rectis AF, FE: Item BD, DE, maiores rectis BG, GE; Erunt quoque AC, CD, DB, simul maiores rectis AF, FE, EG, GB, simul. quod ostendendum erat.

Principium
Cardani.

HAEC ergo sunt tria lemmata, quæ Cardanus præmittit: quibus adiungit hoc postulatam, siue principium. Cum arcus quilibet maior sit quotcunque rectis in eo subtentis simul sumptis, & quo plures subtentæ fuerint, eo minori excessu arcus illas superet: fieri potest, ut tot subtentæ duci possint, ita ut excessus, quo arcus illas superet, minor sit quauis recta proposita. Hoc principium videtur esse manifestum, cum tam paruus arcus possit accipi, ut eius chorda illi fere æqualis sit; adeo ut sensus nullam percipere possit inter arcum, & chordam differentiam. A posteriori tamen illud confirmari

firmari potest per numeros. Posita enim proportione circumferentiæ ad diametrum ferme 31415926. ad 10000000. vt lib. 4. cap. 7. Num. 5. ex probatis auctoribus retulimus, deprehendemus, si arcus propositus continue sectetur bifariâ per rectas subtenfas, semper à præcedenti excessu plus dimidio auferri; & ac proinde tandem relinqui excessum omni quantitate minorem. *a 1. decimi.* Nam arcus verbi gratia graduum 4. erit 698131. & eius chorda ex tabula sinuum eruta 697,90. ita vt arcus chordam superet hoc numero 141. Summa deinde duarum chordarum graduum 2. erit 698096. quæ superatur ab eodem arcu grad. 4. numero hoc 35. qui minor est semisse præcedentis excessus 141. ac proinde plus dimidio ab eo ablatum erit. Rursus summa quatuor chordarum gradus 1. erit 698120. quam idem arcus 4. graduum superat hoc numero 11. qui etiam minor est semisse proximi excessus 35. Item summa 8. chordarum, quarum quælibet 30. minutis debetur, erit 698128. excessus autem inter eâ, & eundem arcum 4. graduum, numerus 3. qui minor quoque est, quam semissis proximi excessus 11. & sic deinceps. Scio confirmationem hanc propositi principij non esse demonstratiuam, cum proportio circumferentiæ ad diametrum colligatur ex eo, quod demonstrare conamur, nimirum figuram circulo circumscriptam habere maiorem ambitum ambitu circuli: eam tamen probabilem esse, nemo dubitabit, cum vix credibile videatur, (si illa proportio longe à vero abesset) excessus illos paulatim ita minui, vt semper minor numerus semisse præcedentis excessus relinquantur; adeo vt tandem nulla fere differentia inter arcum, & summam chordarum subtenfarum reperiatur.

HIS præmissis, tangant duæ rectæ AB, AL, arcum BCL. Dico eas esse maiores arcu. Sint enim, si fieri potest, non maiores, ac proinde arcus BCL, sit vel æqualis rectis AB, AL, vel maior. Secto ergo arcu bifariam in C, ducatur DCE, tangens arcum in C. Diuisis quoque arcubus CB, CL, bifariam in G, F, iungantur rectæ BG, GC, CF, FL. *b 20. primi* Et quia AD, AE, maiores sunt quam DE; additis DL, EB, communibus, quæ æquales sunt; (Nam iunctis rectis NA, NB, NL, ex centro N; quoniâ tria latera trianguli ABN, tribus lateribus trianguli ALN, æqualia sunt; *c 8. primi,* erunt tam anguli ad N, quam ad A, æquales; *d 26. tertij,* ideoque arcus CB, CL, æquales erunt; ac proinde recta NA, per contactum C, transibit, *e 18. tertij.* eritque ad DE, perpendicularis. Cum igitur duo anguli DAC, DCA, duobus angulis EAC, ECA, æquales sint, & latus adiacens AC, commune; *f 26. primi* erunt latera AD, AE, æqualia: proptereaque & reliquæ DL, EB, æquales erunt, cum tangentes AL, AB, æquales sint) erunt AL, AB, maiores tribus LD, DE, EB. Sit ergo excessus H. Rursus quia arcus BL, maior est rectis BG, GC, CF, FL, sit excessus I, qui minor sit excessu H. Si namque minor non est, diuidemus arcus LF, FC, CG, GB, bifariam, & hos rursus bifariam, &c. connectemusque rectas, donec fiat excessus minor excessu H, per superius principium Cardani. Quoniam igitur arcus LB, prima quantitas superat secundam, videlicet rectas LF, FC, CG, GB, simul excessu I; Et tertia quantitas, nimirum summa rectarum AL, AB, superat



a schol. 27.
quinti.

b 10. quin.

rat quartam, id est, summam rectarum LD, DE, EB, excessu H: Et que excessu I, minor excessu H; Et prima quantitas, hoc est, arcus BL, ponitur non minor, quam tertia ex AB, AL, conflata; item tertia AB, AL, maior, quam quarta LD, DE, EB: erit per 1. Lemma, minor proportio arcus BL, primæ quantitatæ ad secundam LF, FC, CG, GB, quam tertiæ quantitatæ AL, AB, ad quartam LD, DE, EB; a Et permutando minor erit proportio arcus LB, ad AL, AB, simul, quam rectarum LF, FC, CG, GB, simul ad rectas LD, DE, EB, simul. Sit ergo ut composita ex LF, FC, CG, GB, ad compositam ex LD, DE, EB, ita arcus BK, ad rectas AL, AB, simul: Eritque propterea minor etiam proportio arcus BL, ad AL, AB, simul, quam arcus BL, ad arcum BK; b ideoque arcus BK, maior erit arcu BL. Cum ergo eadem sit proportio rectarum LF, FC, CG, GB, simul ad LD, DE, EB, simul, quæ arcus BK, ad AL, AB, simul: sintque per 3. Lemma, rectæ LF, FC, CG, GB, simul minores, quam LD, DE, EB, simul; erit quoque arcus BK, minor, quam AL, AB, simul. Multo ergo minor erit arcus BL, duabus AL, AB, simul. Quare rectæ tangentæ AL, AB, simul maiores sunt arcu BL, quod erat ostendendum.

EST autem hæc demonstratio Cardani admirabilis, & non absimilis illi, qua Euclid. in propof. 12. lib. 9. utitur. In utraque enim infertur conclusio demonstratione affirmatiua ex eius opposito, ut patet.

ATTVLI hanc demonstrationem Cardani, non quod vere Geometrica sit, nisi principium illud suum admittatur, sed quod ingeniosa sit & acuta. Sine tamen hac demonstratione concedendum erit, ambitum figuræ circumscriptæ esse maiorem peripheria circuli propter demonstrationem Archimedis, cum nihil unquam in contrarium à quoquam sit allatum, ut supra diximus.

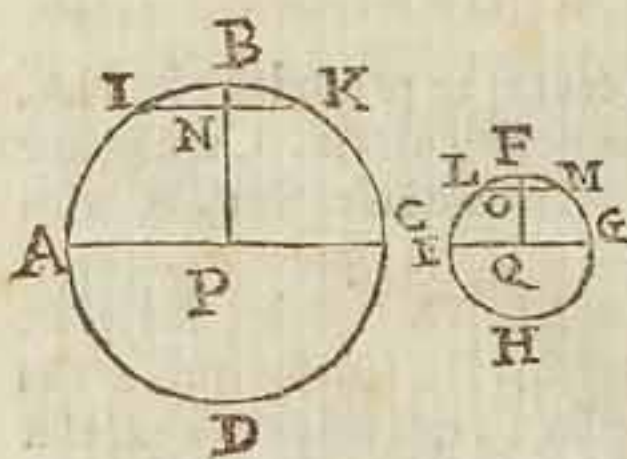
THEOREMA 2. PROPOSITIO 2.

CIRCULORVM diametri inter se sunt, ut circumferentiæ.

HOC demonstrauimus nos in lib. 4. cap. 7. num. 3. propof. 1. idem, autem hic aliter demonstrabimus ex Pappo, hoc modo. Sint duo circuli ABCD, EFGH, quorum diametri AC, EG. Dico esse circumferentiam ad circumferentiam, ut est diameter ad diametrum c. Quoniam enim est circulus ad circulum, ut quadratum diametri ad quadratum diametri. d Vt autem circulus ABCD, ad circulum EFGH, ita est quadruplum circuli ad quadruplum circuli. Igitur erit quoque quadruplum circuli ABCD, ad quadruplum circuli EFGH, ut quadratum diametri AC, ad quadratum diametri EG. Sed rectangulum sub diametro AC, & recta, quæ circumferentiæ ABCD, sit æqualis, comprehensum, quadruplum est circuli ABCD; & rectangulum sub diametro EG, & circumfe-

c 2. duodec.

d 15. quin.



cumferentia EFGH, quadruplum circuli EFGH, ex coroll. propof. 2. cap. 5. Num. 1. lib. 5. Igitur erit rectangulum sub diametro AC, & circumferentia ABCD, contentum, ad rectangulum sub diametro EG, & circumferentia EFGH, comprehensum, ut quadratum ex AC, ad quadratum ex EG; Et permutando erit rectangulum sub diametro AC, & circumferentia ABCD, ad quadratum ex AC, ut rectangulum sub diametro EG, & circumferentia EFGH, ad quadratum ex EG. *a* Est autem rectangulum sub AC, & recta, quæ circumferentiæ ABCD, sit æqualis, ad quadratum ex AC, ut recta circumferentiæ æqualis ad AC: propterea quod rectangulum, & quadratum eandem habent altitudinem AC. Eodemque modo est rectangulum sub EG, & recta, quæ circumferentiæ EFGH, sit æqualis, ad quadratum ex EG, ut recta circumferentiæ æqualis ad EG. Igitur erit, ut circumferentia ABCD, ad diametrum AC, ita circumferentia EFGH, ad diametrum EG: Et permutando circumferentia ad circumferentiā, ut diameter ad diametrum, quod demonstrandum erat.

a I. *sexi.*

S C H O L I V M.

SVNT qui putent, frustra à Pappo hoc theorema demonstrari, cum videatur esse per se notum, ita esse circumferentiam cuiusvis circuli ad suam diametrum, ut est circumferentia alterius circuli ad suam diametrum: ac proinde permutando esse circumferentiam ad circumferentiā, ut est diameter ad diametrum. Qua in re mirum in modum decipiuntur. Cum enim à Ptolemaeo (quod & à nobis propof. 10. Sinuum factū est) demonstretur, maiorem esse proportionē maioris arcus ad minorem eiusdem circuli, quam chordæ ad chordam, (quod etiam de arcibus, & chordis in circulis inæqualibus verum est, nisi arcus illi similes sint, ut in sequenti Theoremate ostendemus) quis sine demonstratione concederet, eandem esse proportionem circumferentiæ ad circumferentiā, quæ est diametri ad diametrum? Quod si demonstratū esset, ita esse arcum cuiusvis circuli ad similem arcum alterius circuli, ut est chorda ad chordā, tū demum constaret, ita esse circumferentiā ad circumferentiā, *b* ac proinde & semicircumferentiā ad semicircumferentiā, ut est diameter ad diametrum: propterea quod arcus semicirculorum similes sunt, quorum chordæ sunt diametri. Verum hoc demonstrari non potest, nisi prius demonstretur, ita esse circumferentiā ad circumferentiā, ut est diameter ad diametrum, ut in Theoremate sequenti constabit. Merito ergo, & non sine causa, theorema præcedens à Pappo fuit demonstratum.

b 15. *quinti*

THEOR. 3. PROPOS. 3.

ARCUS cuiusvis circuli ad arcum similem alterius circuli eandem habet proportionem, quam chorda ad chordam. Et contra arcus eandem habentes proportionem, quam chordæ, similes sunt.

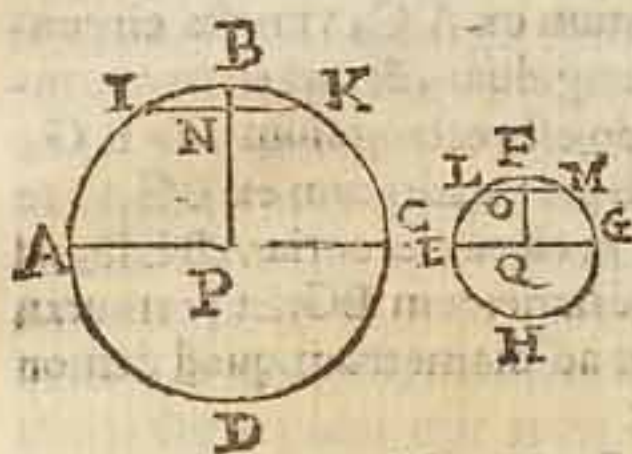
IN figura præcedentis propof. ducantur ad diametros perpendiculares

B b b

PB,

a 2. huius.
b 15. quinti PB, QF, ex centris P, Q, diidentes semicirculos in binos quadrantes: sintque arcus BI, BK, æquales, quibus similes capiantur FL, FM; adeo ut toti arcus IK, LM, similes sint, quorum chordæ IK, LM, bifariam sectæ sint à semidiamentris in N, O. Dico eandem esse proportionem arcus IBK, ad arcum LFM, quæ est chordæ IK, ad chordam LM, &c. Quoniam enim est circumferentia ABD, ad circumferentiam EFH, hoc est, quadrans AB, ad quadrantem EF, ut diameter AC, ad diametrum EG; hoc est, ut semidiameter PB, ad semidiametrum QF. Est autem, ut quadrans AB, ad quadrantem EF, ita arcus IB, ad arcum LF, cum similes ponantur. Igitur erit quoque, arcus IB, ad arcum LF, ut semidiameter PB, ad semidiametrum QF. Cum ergo ex Lemmate propof. 1. lib. 1. nostræ Gnomonicæ, vel ex Lemmate 5. lib. 1. nostri Astrolabij, ita se habeat PB, sinus totus

c 15. quinti



d 15. quinti

ad QF, sinum totum, quemadmodum sinus IN, ad sinum LO, erit quoque arcus IB, ad arcum LF, ut sinus IN, ad sinum LO, id est, duplus arcus IK, ad duplum arcum LM, ut chorda IK, ipsius IN, dupla, ad chordam LM, ipsius LO, duplam, quod est propositum.

e 15. quinti

f schol. 33. sexti.

g 2. huius.

VERVM sit iam arcus IK, ad arcum LM, ut chorda IK, ad chordam LM. Dico arcus similes esse. Facta enim eadem constructione, erit quoque arcus IB, ad arcum LF, semissis ad semissem, ut IN, ad LO, semissis ad semissem. Ut autem IB, ad LF, ita est quadrans AB, ad quadrantem EF; Et ut quadrans ad quadrantem, ita est semidiameter PB, ad semidiametrum QF. Igitur erit quoque sinus IN, ad sinum LO, ut sinus totus PB, ad sinum totum QF: Atque idcirco ex Lemmate propof. 1. lib. 1. nostræ Gnomonicæ, vel ex Lemmate 5. lib. 1. nostri Astrolabij, arcus IB, LF, similes erunt; ac proinde & eorum dupli IBK, LFM, similes erunt. quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM

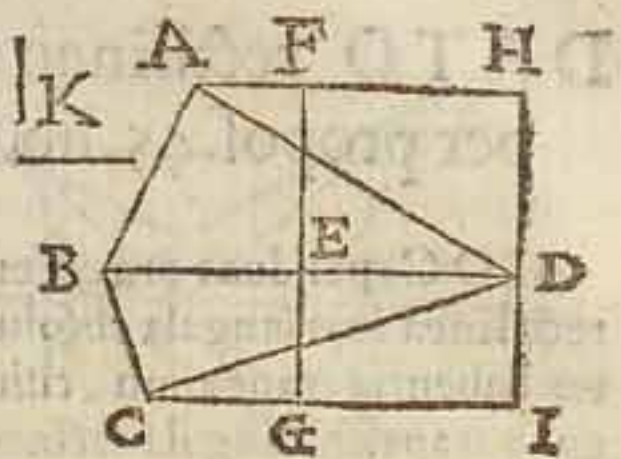
SEQVITVR hinc, si arcus IBK, LFM, non sint similes, eos non habere eandem cum chordis proportionem. Si namque eandem haberent, ipsi similes essent, ut in secunda parte huius propof. fuit ostensum, quod est absurdum, cum ponantur non similes.

PROBL. 1. PROPOS. 4.

DATO quadrilatero æquale parallelogrammum in dato angulo facilius, quam per propof. 45. lib. 1. Euclid. constituere.

SIX

SIT quadrilaterum quodcunque $ABCD$, & datus angulus K . Ducta diametro BD , eaq. diuisa bifariam in E , ducatur per E , recta FG , faciens in E , angulum FED , dato angulo K , æqualem. Deinde ducta per D , ipsi FG , parallela HI , & per A, C , duabus AH, CI , ipsi BD , parallelis secantibus FG, HI , in F, H, G, I , constitutum erit parallelogrammum FI , in dato angulo G , & qui æqualis est angulo FED , internus externo, hoc est, angulo K . Dico idem parallelogrammum quadrilatero dato $ABCD$, æquale esse. *b* Quia enim parallelogrammum FD , triangulo ABD , & parallelogrammum EI , triangulo CBD , æquale est; erit totum parallelogrammum FI , totum quadrilatero $ABCD$, æquale, quod est propositum.



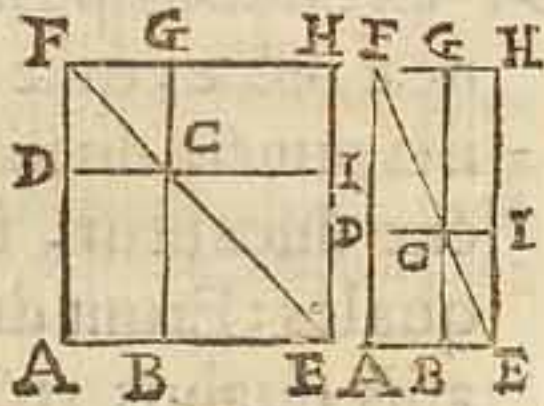
229. primi

b schol. 41. primi.

PROBL. 2. PROPOS. 5.

DATO rectangulo supra datam rectam æquale rectangulum facilius, quam per propof. 45. lib. 1. Euclid. constituere.

SIT rectangulum $ABCD$, cui supra datam rectam constituendum est rectangulum æquale. Producto quolibet latere, nimirum AB , capiatur BE , æqualis datæ rectæ, siue ea sit maior latere AB , siue minor: atque ex E , per C , recta ducatur secans AD , productam in F , compleaturque rectangulum AH , & rectæ BC, DC , producantur vsque ad G, I . *c* Erit igitur complementum CH , complemento CA , æquale. Cum igitur latus CI , sit lateri BE , id est, datæ rectæ æquale: factum erit, quod proponitur.



c 43. primi.

A L I T E R.

Datæ rectæ BE , & duobus lateribus AB, BC , dati rectanguli, *d* inueniatur quarta proportionalis CG . *e* Nam rectangulum sub BE , prima, & CG , quarta comprehensum, rectangulum videlicet CH , æquale erit dato rectangulo AC , sub secunda AB , & tertia BC , comprehenso. quod est propositum.

d 17. sexti.
e 10. sexti.

Bbb

PROBL.

D A T O rectilineo æquale rectangulum facilius, quā per propof. 45. lib. 1. Euclid. constituere.

a 4. huius.

b 12. sexti.

c 16. sexti.

H O C per duas præcedentes propof. facile expeditur. Nam si figura rectilinea in triangula resoluitur, constituent quælibet duo commune latus habentia trapezium, cuius latus commune est diameter. *a* Igitur si singulis trapezijs singula rectangula fiant æqualia, atque etiam ultimo triangulo, si forte numerus triangulorum est impar. Deinde, si, ut in præcedenti propof. dictum est, uni lateri primi rectanguli, & duobus lateribus secundi, *b* inueniatur quarta proportionalis; *c* erit rectangulum sub assumpto latere in primo rectangulo, & quarta proportionali, secundo rectangulo æquale. Quocirca si alterum latus prope assumptum in primo rectangulo producat, & ex producto abscindatur recta æqualis quartæ proportionali, compleaturque totum rectangulum, habebitur rectangulum ex duobus compositum æquale duobus primis trapezijs. Et si eidem lateri, ac duobus tertij rectanguli reperiatur rursus quarta proportionalis, & huic quartæ sumatur in priori latere producto recta æqualis, conficietur eodem pacto rectangulum ex tribus conflatum æquale tribus trapezijs, &c.

d schol. 41. primi.

d **V L T I M O** porro triangulo, si quod fuerit, constituetur rectangulum æquale supra semissem basis, in eadem altitudine cum triangulo.

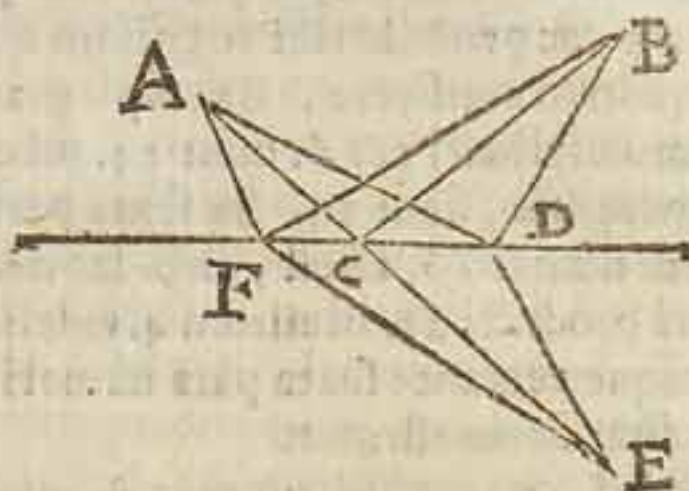
THEOR. 4. PROPOS. 7.

S I ex duobus punctis ad vnum punctum cuiusvis lineæ rectæ, quæ communis sectio sit plani per duo illa puncta ducti cum alio quopiam plano, duæ rectæ ducantur, facientes cum illa duos angulos æquales: Erunt duæ hæ rectæ breuiores quibuscunq. alijs duabus rectis, quæ ex eisdem duobus punctis ad aliud punctum eiusdem lineæ rectæ ducuntur.

e 15. primi. **E X** duobus punctis A, B, ad C, punctum in recta CD, ita ut planum per CD, ductum transeat reuolutum per A, B, ducantur duæ rectæ AC, BC, facientes angulos ACF, BCD, æquales: & ex eisdem punctis A, B, ducantur primum ad aliud punctum D, ad dextram ipsius C, aliæ duæ rectæ AD, BD. Dico AC, BC, esse breuiores, quam AD, BD. Producta enim AC, versus C, fiat CE, ipsi CB, æqualis, iungaturque DE. Et quia angulus ACF, angulo BCD, ponitur æqualis, *e* estque angulus ACF, angulo ECD, ad verticem æqualis, erit quoque angulus BCD, angulo ECD, æqualis. Cum er-

go

ergo & duo latera BC, CD, duobus lateribus EC, CD, æqualia sint: *a* erit basis DB, basi DE, æqualis; ac proinde AD, DB, simul ipsis AD, DE, simul æquales erunt. *b* Sunt autem AD, DE, maiores quam AE, hoc est, quam AC, CB; quod CB, CE, positæ sint æquales. Igitur & AD, BD, maiores erunt, quam AC, BC. quod est propositum.



b 20. primi.

DVCANTVR deinde ex punctis A, B, ad aliud punctum F, ad sinistram ipsius C, aliæ duæ rectæ AF, BF. Dico rursus AC, BC, breuiores esse, quam AF, BF. Producta enim rursus AC, sumptaque CE, ipsi CB, æquali, iungatur EF. Et quoniam anguli ACF, BCD, æquales ponuntur; *c* estq. ACF, angulo ECD, ad verticem æqualis; erunt quoq. anguli BCD, ECD, æquales: ac proinde & ex duobus rectis reliqui BCF, ECF, æquales erunt. Cū ergo & duo latera BC, CF, duobus lateribus EC, CE, æqualia sint; *d* erit quoq. basis BF, basi EF, æqualis: Ac proinde AF, FE, ipsis AF, BF, æquales erunt. *e* Sunt autem AF, FE, maiores, quam AB, hoc est, quam AC, BC, quod BC, CE, positæ sint æquales. Igitur & AF, BF, maiores erunt, quam AC, CB. quod est propositum.

c 15. primi.

d 4. primi.
e 20. primi.

S C H O L I V M.

QVIA ergo Natura non impedita agit per lineas breuissimas; sit, ut radius Solis, vel visualis cadens ex A, in planum tersum DF, ita ut reflectatur ad punctum B, cadat necessario in punctum C, ubi angulus ACF, (quem Perspectiui angulum incidentiæ dicunt.) æqualis efficitur angulo BCD, quem reflexionis appellant. Nam si radius caderet in D, vel F, reflectereturque ad B, non ageret Natura per lineas breuissimas; cum tam AD, BD, quam AF, BF, longiores sint, quam AC, BC, ut demonstrauius. quod est absurdum. Atque ita demonstratum est, quod Perspectiui assument, angulum scilicet incidentiæ æqualem esse angulo reflexionis.

PROBL. 4. PROPOS. 8.

SI quis numerum mente conceperit, quot ei unitates post tres operationes imperatas reliquæ sint, conijcere.

IVBE conceptum numerum per quemcumque numerum, ut per 2. vel 3. vel 4. vel 10. &c. multiplicari, & producto adde tu quemlibet numerum à numero multiplicante numeratum. Deinde iube ex parte aliquota summae totius à multiplicante numero denominata auferri similem partem aliquotam

quotam numeri producti ex multiplicante in numerum conceptum, hoc est, ipsum numerum conceptum. Ita enim reliquus numerus erit similis pars aliquota numeri, quem adiunxisti. Cum ergo numerus adiunctus tibi notus sit, habeatque partem aliquotam à numero multiplicante denominatam, ac proinde tibi cognitam: dices reliquas unitates illam partem aliquotam conficere. Exempli gratia. Concipiat aliquis numerum 4. iube multiplicari per 6. fiunt 24. iube addi numerum 30. à multiplicante 6. numeratum, fiunt 54. Ex sexta parte huius summe denominata à multiplicante numero 6. id est, ex 9. fac detrahi partem quoque sextam prioris numeri producti 24. nimirum 4. videlicet ipsum numerum conceptum. Itaque namque remanet sexta pars numeri adiuncti 30. nimirum 5. quod in hunc modum demonstratur.

SIT conceptus numerus A, quo ducto verbi gratia in 6. gignatur B, & addito F, fiat summa C. Ex E, parte aliquota summe C, denominata à 6. detrahatur D, pars aliquota prioris producti B, denominata quoque à 6. hoc est, ipsemet numerus conceptus A, reliquusque fiat numerus G, quem dico partem esse aliquotam numeri adiuncti F, à numero quoque 6. denominatam. Quoniam enim ita est multiplex totus C, totius E, ut ab-

A	B	C	F
4	24	54	30
D	E	G	
4	9	5	

a schol. 7.
septimi.

latus B, ex C, ipsius D, ex E, ablati, quippe cum ponatur E, talis pars ipsius C, qualis D, ipsius B, denominata videlicet à 6. Igitur erit quoque reliquus F, (detrahto nimirum producto B, ex summa C,) ita multiplex reliqui G, (dempto scilicet D, ex E,) ut totus C, totius E. quod erat demonstrandum.

EST autem iucundum, hoc idem conijci posse inter plures. Nam si plures concipiant mente numeros, singuli videlicet singulos, nullo eorum conscio, quem quisque numerum conceperit; & iubeas quemlibet suum numerum multiplicare per quemvis numerum à te electum; deinde addere numerum à tuo electo numeratum, quicumque ille sit; ac postremo ex parte aliquota summe, cuius denominator est numerus à te electus, auferre similem partem ex productis singulorum, hoc est, ipsos conceptos numeros: reliquus numerus cuiusque erit similis pars numeri adiecti.

QVOD si malueris diuersos numeros, dic ut secundus suum residuum duplicet, & tertius triplicet, &c. Ita enim conijcies, primi residuum esse illam partem aliquotam numeri adiecti: secundum vero habere duplum illius, & tertium triplum, &c. Vbi vides eos residuum illud per quoscunque numeros posse multiplicare, dumodo memor sis in conijciendis numeris, per quos numeros factæ sunt multiplicationes.

PROBLEMA 5. PROPOS. 9.

DATVM numerum quadratum in quotuis quadrat-

dratos numeros partiri.

QVAMVIS problema hoc videatur fere impossibile: (qui enim fieri potest, dicet aliquis, ut quilibet numerus quadratus diuidi possit in quotlibet numeros, qui omnes sint quadrati?) solutio tamen eius non est difficilis. Sit igitur quadratus numerus datus 36. diuidendus in 5. numeros quadratos. Per ea, quæ ad propoſ. 47. lib. 1. Euclid. scripsimus, reperiantur tres numeri, quorum maioris quadratus reliquorum quadratis sit æqualis, nimirum 5. 4. 3. Deinde dic: si 5. dant 4. quid dabunt 6. quadrata videlicet radix dati quadrati? Item si 5. dant 3. quid dabunt 6? Inueniesque $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}$. & $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$. hoc est, $4\frac{4}{5}$. & $3\frac{2}{5}$. radices duorum quadratorum quadrato 36. dato æqualium. Nam cum ita se habeat radix 6. ad inuentos duos numeros, ut 5. ad 4. & 3. ex constructione: fiet ex lateribus 6. $4\frac{4}{5}$. $3\frac{2}{5}$. triangulum rectangulum, simile nimirum triangulo rectangulo ex lateribus 5. 4. 3. constructo. a Igitur quadrati ex $4\frac{4}{5}$. & $3\frac{2}{5}$. æquales erunt quadrato radices 6. dato. Rursus si fiat, ut 5. ad 4. & ad 3. ita $3\frac{2}{5}$. ad aliud; (sumendo minorem radicem inuentam, ne coincidamus cum aliqua præcedente radice iam inuenta) inuenientur alij duo numeri, quorum quadrati æquales sint quadrato radices $3\frac{2}{5}$. nimirum $2\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3}$. & $2\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}$. Atque ita iam (relicta radice $3\frac{2}{5}$.) inuentæ erunt tres radices $4\frac{4}{5}$. $2\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3}$. $2\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}$. quarum quadrati æquales erunt quadrato 36. proposito. Eodem modo si fiat, ut 5. ad 4. & ad 3. ita $2\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}$. ad aliud, reperientur duæ aliæ radices $1\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{3}$. & $1\frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3}$. Quare (relicta radice $2\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3}$. cuius loco duas inuenimus) inuentæ iam erunt quatuor radices $4\frac{4}{5}$. $2\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3}$. $1\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{3}$. & $1\frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3}$. quarum numeri quadrati quadrato 36. æquales erunt. Denique si rursus fiat ut 5. ad 4. & ad 3. ita $1\frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3}$. minor radix inuenta ad aliud, reperientur duæ aliæ radices $1\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{3}$. & $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$. Quocirca (relicta radice $1\frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3}$. pro qua duas proximas inuenimus) inuentæ erunt quinque radices $4\frac{4}{5}$. $2\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3}$. $1\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{3}$. $1\frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3}$. & $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$. quarum quadrati numeri $23\frac{1}{5}$. $8\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$. $2\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{3}$. $2\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3}$. $1\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{3}$. & $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3}$. conficiunt datum quadratum 36. Atque in hunc modum plures quadrati inueniri poterunt æquales numero 36. si nimirum fiat, ut 5. ad 4. & ad 3. ita vltima radix inuenta $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$. quæ minima est, ad aliud, &c.

a 47. primi.

THEOR. 5. PROPOS. 10.

PROPOSITIS duabus minutijs inæqualibus; minutia, cuius numerator ex illarum numeratoribus, denominator autem ex denominatoribus conflatur, maior quidem est minore, minor vero maiore.

SINT duæ minutia inæquales, maior $\frac{3}{5}$. & minor $\frac{4}{7}$. Iungantur tam numeratores, quam denominatores, ut fiat minutia $\frac{21}{35}$. Dico hanc maiorem esse, quam $\frac{4}{7}$. & minorem quam $\frac{3}{5}$. Quoniam enim maior est minutia $\frac{3}{5}$. quam $\frac{4}{7}$. erit

$\frac{4}{7}$. erit per propof. 8. Minutiarum lib. 9. Eucl. maior proportio 3. ad 5. quam
 a 27. quinti 4. ad 7. a Et permutando, maior 3. ad 4.
 b 28. quinti $\frac{3}{5}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{1}{1} \frac{7}{2}$. quam 5. ad 7. b Igitur & componendo, ma-
 ior 3. 4. simul, hoc est, 7. ad 4. quam 5. 7. si-
 mul, id est, quam 12. ad 7. c Et permutando, maior 7. ad 12. quam 4. ad 7. Ac.
 c 27. quinti proinde per propof. 8. Minutiarum lib. 9. Euclid. maior erit minutia $\frac{1}{1} \frac{7}{2}$
 quam $\frac{4}{7}$. quod est primum.
 d 27. quinti DEINDE quia minor est $\frac{4}{7}$. quam $\frac{3}{5}$. erit per propof. 8. Minutiarum
 e 28. quinti lib. 9. Euclid. minor proportio 4. ad 7. quam 3. ad 5. d & permutando, mi-
 f 27. quinti nor 4. ad 3. quam 7. ad 5. e Igitur & componendo minor 4. 3. simul, id est,
 7. ad 3. quam 7. 5. simul, hoc est, quam 12. ad 5. f Et permutando, minor
 7. ad 12. quam 3. ad 5. Ac proinde per propof. 8. Minutiarum lib. 9. Eucl.
 minor erit minutia $\frac{1}{1} \frac{7}{2}$. quam $\frac{3}{5}$. quod est secundum.

THEOR. 6. PROPOS. II.

SI duo numeri inter se primi non sint ambo quadra-
 ti, aut cubi; neque eorum æquè multiplices vlli,
 quadrati erunt, aut cubi. Et si eorum æquè multi-
 plices aliqui sint ambo quadrati, aut cubi, etiam ipsi
 erunt quadrati, aut cubi.

SINT enim A, B, numeri inter se primi, & non ambo quadrati, vel
 cubi, quamvis vnus eorum quadratus sit, vel cubus.
 sintque eorum æquè multiplices C, D. Dico neque
 hos esse ambos quadratos, aut cubos. Sint enim, si fie-
 ri potest, ambo quadrati, vel cubi. Et quoniam idem
 numerus multiplicans A, & B, fecit C, & D, quod hi
 illorum sint æquè multiplices: g erit A, ad B, vt C, ad
 D. h Cadit autem inter C, & D, vnus medius propor-
 tionalis, aut duo. i Igitur & inter A, B, vnus cadet
 medius proportionalis, aut duo. Cum ergo extremi
 A, B, ponantur inter se primi; k erunt omnes tres, vel

g 17. septimi
 h 11. & 12.
 oſtanti.
 i 8. oſtanti.

A	B
4.	11.
C	D
12.	33

k 1. oſtanti.
 l coroll. 2.
 oſtanti.

quatuor proportionales, minimi in sua proportionem: l Ac proinde A, B,
 ambo quadrati erunt, vel cubi. quod est contra hypothesim. Non ergo C, D,
 ambo quadrati sunt, aut cubi. quod erat ostendendum.

SE D sint iam C, D, ipsorum A, B, inter se primorum æquè multipli-
 ces, & ambo quadrati, vel cubi. Dico etiam A, B, ambos esse quadratos,
 vel cubos. Si enim non sunt; neque ipsi C, D, erunt ambo quadrati, vel cu-
 bi, vt demonstratum est. quod cum hypothesi pugnat.

COROLLARIUM.

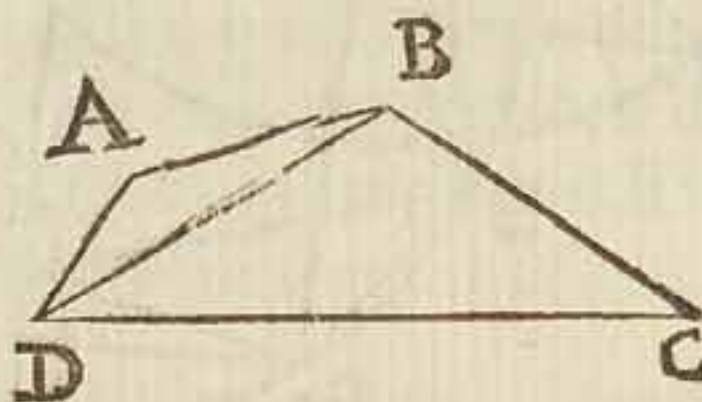
HINC fit, si tam Numerator, quam Denominator alicuius minutie fue-
 rit

rit quadratus, aut cubus: tam Numeratorem quoque, quam Denominatorem eiusdem minutiae ad minimos reductæ terminos, esse quadratum, vel cubum; cum minimi termini sint numeri inter se primi, habeantque eandem proportionem, quam Numerator, ac Denominator prioris minutiae: quippe cum minutiae sint æquales. Item si vterque numerus minutiae cuiuspiam in minimis terminis non sit quadratus, aut cubus, neque vtrumque numerum alterius minutiae æquivalentis esse quadratum, aut cubum.

THEOR. 7. PROPOS. 12.

IN omni quadrilatera figura rectilinea, tria latera, vt libet, assumpta, maiora sunt reliquo latere.

SIT quadrilaterum ABCD. Dico quælibet tria latera, nimirum DA, AB, BC, simul sumpta esse maiora reliquo latere DC. Ducta enim diametro BD; & erunt rectæ BD, BC, maiores quam DC; Sed eadem ratione AB, AD, maiores sunt quam BD. Maiores erunt ergo tres AD, AB, BC, quam duæ BD, BC; ac proinde multo maiores, quàm DC. Idemque demonstrabitur simili modo de quibuscunque alijs tribus lateribus, vt constat. In omni ergo quadrilatera figura rectilinea, tria latera, vt libet, assumpta, maiora sunt reliquo latere. quod erat demonstrandum.



220. primi.

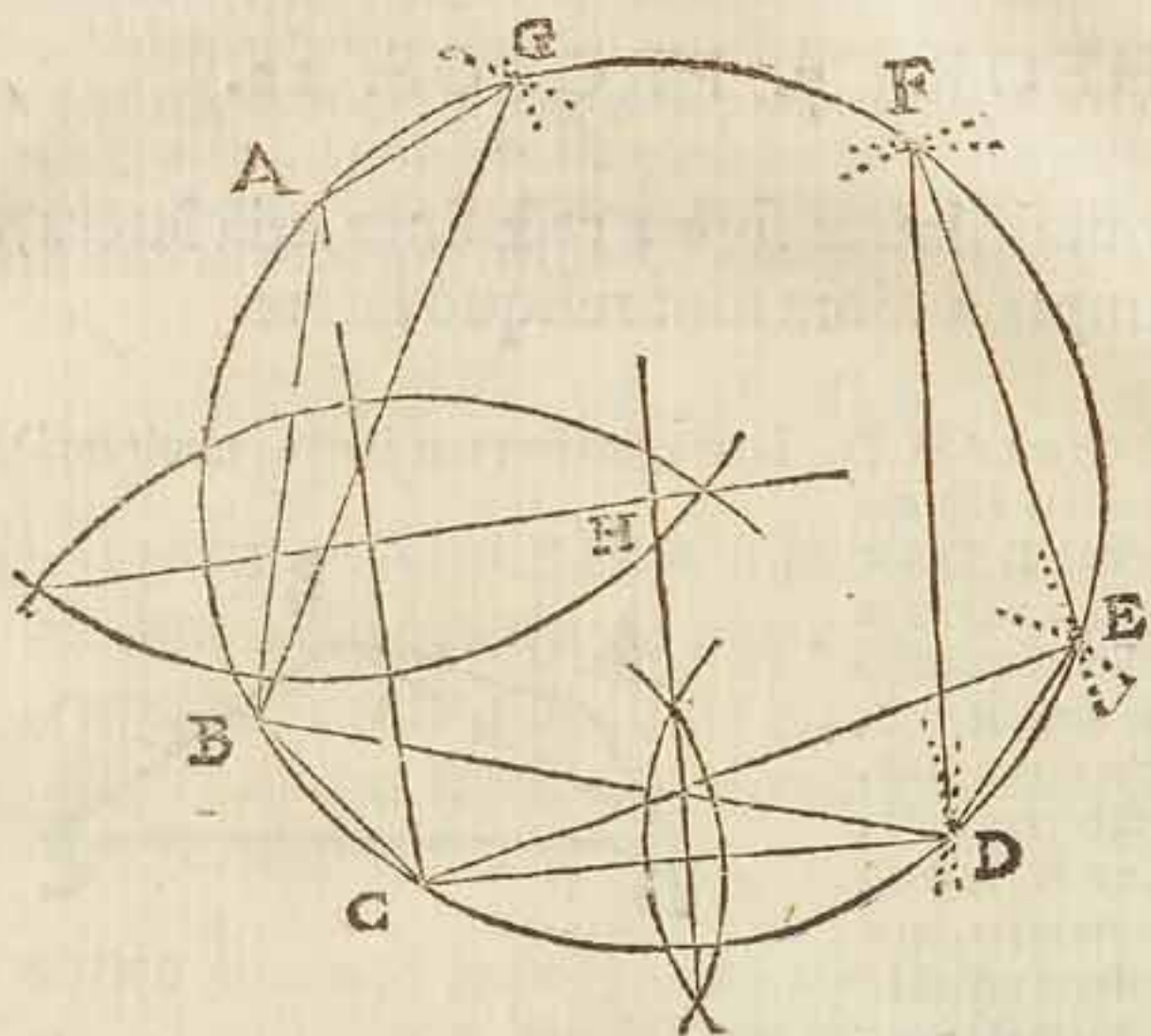
PROBL. 6. PROPOS. 13.

DATIS tribus punctis, per quæ circulus describendus sit, inuenire alia puncta, per quæ idem circulus transire debeat.

SOLENT interdum tria data puncta tam parum inter se distare, aut fere in recta linea iacere, vt non facile eorum centrum inueniri possit, propterea quod rectæ secantes lineas illa puncta connectentes bifariam, & ad angulos rectos, nimis oblique se in centro interfecant. Vt igitur magis exquisitè centrum reperiatur, inuestiganda erunt alia duo puncta, vel plura, per quæ idem circulus incedere debeat, hoc modo. Sint data tria puncta A, B, C. Iunctis rectis AB, AC, BC, constituatur super basem BC, triangulum

Ccc lum

lum BCD, triangulo ABC, æquilaterum, ita ut angulus D, vergat in eam partem, versus quam circumferentia describenda transire debet, lateraque æqualia non ab eodem puncto exeant, hoc est, latus CD, lateri BA, & latus BD, lateri CA, sit æquale. Quod quidem fiet, si ex C, arcus delineetur ad inter-



28. primi.
b schol. 21.
sortij.

uallum BA, quem alius arcus ex B, ad intervallum CA, delineatus fecerit in D. a Erit enim angulus D, angulo A, æqualis: b ac proinde circulus per tria puncta A, B, C, descriptus transibit quoque per quartum punctum D. Eadem ratione, si super basem CD, triangulum construatur CDE, triangulo BCD, æquilaterum ordine prædicto, ita ut latus DE, lateri CB, & latus CE, lateri BD, æquale sit, inuentum erit aliud punctum E, per quod circumferentia incedat. Atque eadem arte reperietur aliud punctum F, per triangulum DEF, triangulo EDC, æquilaterum, &c. Eodem modo ex altera parte reperietur aliud punctum G, per triangulum ABG, triangulo BAC, æquilaterum, & sic deinceps. Si igitur eligantur tria puncta, ita ut rectæ ea connectentes constituent quasi angulum rectum, qualia sunt tria puncta A, C, D, & ex proximis A, C, ad quodcumque idem intervallum bini arcus describantur, & ex proximis C, D, bini alij; ac per intersectiones horum arcuum rectæ lineæ emittantur, secabunt se se in centro H, &c. Aptissima quoque essent tria puncta G, B, D, quamvis angulus DBG, acutus sit. Item tria puncta G, B, E, & C, E, F, &c.

PROBL.

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

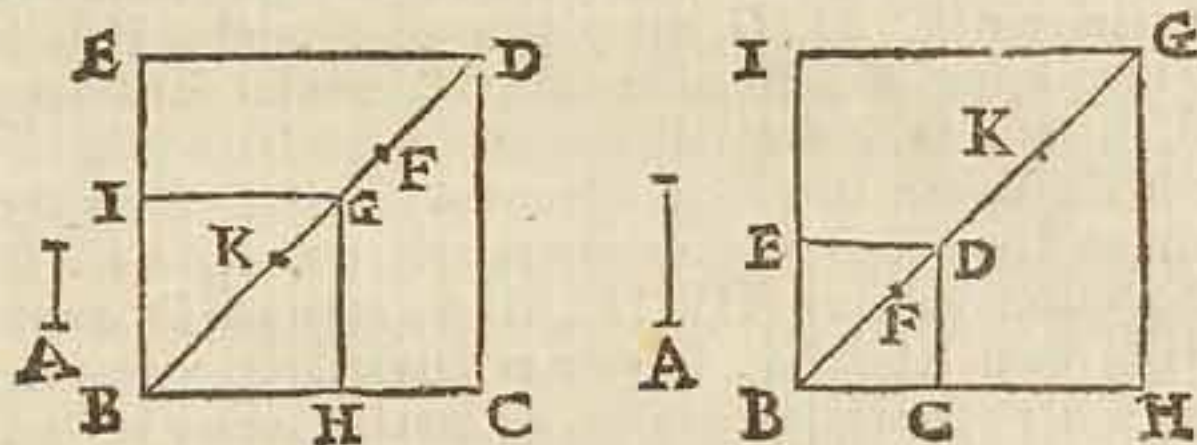
17-1-geom-1

/start.htm

PROBL. 7. PROPOS. 14.

DATO excessu diametri Quadrati supra latus: Item dato excessu diametri Rhombi supra latus, vel lateris supra diametrum (quando illud maius est) vna cum vno Rhombi angulo: Dato prætera excessu diametri Rectanguli supra vtrumlibet laterum inæqualium, vna cum angulo, quem diameter cum eo latere facit, vel vna cum proportionem eorundem inæqualium laterum: Dato denique excessu diametri Rhomboidis supra vtrumuis laterum inæqualium, vel vtriusuis inæqualium laterum supra diametrum (quando illud maius est) vna cum vno angulo Rhomboidis, & insuper cum angulo, quem diameter cum eo latere facit, vel insuper cum proportionem duorum laterum inæqualium; Quadratum ipsum, Rhombum, Rectangulum, & Rhomboides constituere.

HOC problema, quod ad quadratum attinet, alio modo ad finem lib. 2. Euclid. absoluimus. Sit A, datus excessus diametri quadrati cuiuspiam supra latus. Fiat quodcunque quadratum BCDE, cuius diameter BD, excedat



latus excessu DF; qui si æqualis fuerit dato excessui A; factum erit, quod iubetur: Si vero inæqualis, a fiat vt DF, ad datum excessum A, ita diameter BD, ad BG, perficiaturque quadratum HI; quod dico esse id, quod quaeritur. Sumpta enim recta GK, ipsi A, æquali, quoniam est per constructionem, vt tota BD, ad totam BG, ita DF, ablata ad A, hoc est, ad GK, ablatam; b erit quoque vt tota BD, ad totam BG, ita reliqua BF, ad reliquam BK. Et permutando, vt BD, ad BF, ita BG, ad BK. c Est autem vt BD, ad BF,

a 12. sexti.

b 19. quinti
c 7. quinti

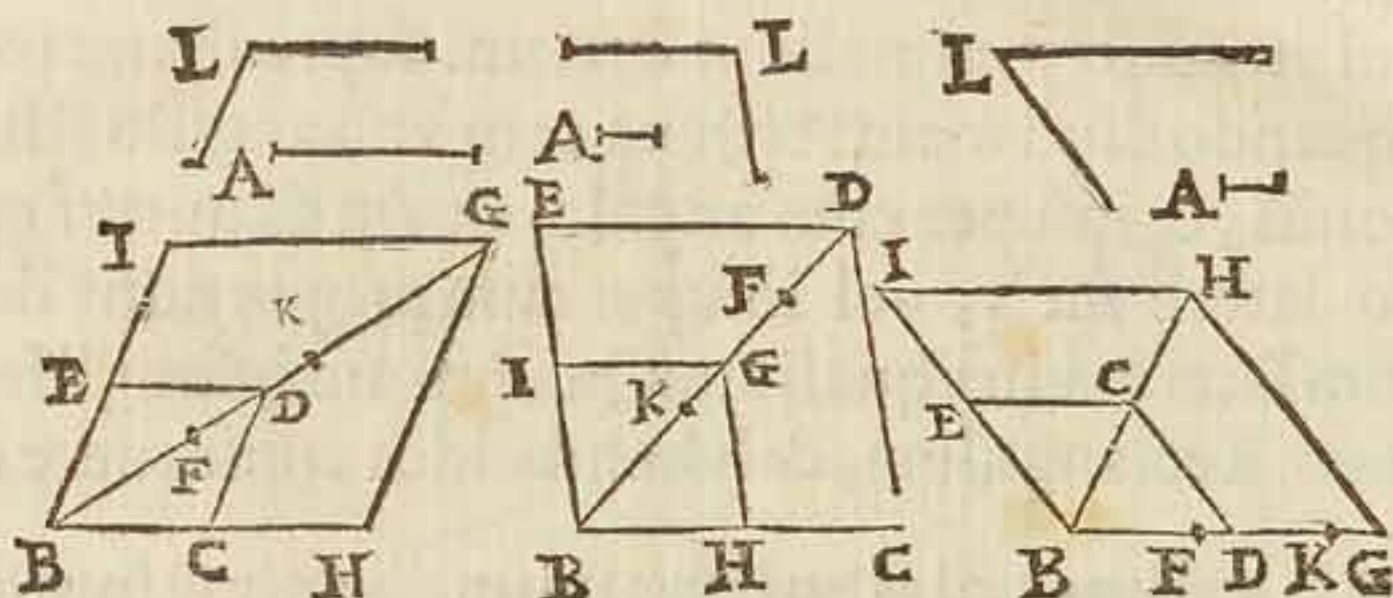
Ccc 2

BF,

a 4. *sexti.*
b 9. *quinti*

BE, ita BD, ad BC, (quod BF, BC, æquales sint; cum DF, ponatur excessus diametri BD, supra latus BC.) α Et ut BD, ad BC, ita BG, ad BH. Igitur erit quoque, ut BG, ad BK, ita BG, ad BH; β Ac proinde BK, BH, æquales erunt. Diameter ergo BG, superat latus BH, hoc est, BK, recta GK, quæ dato excessui A, æqualis est. Quod est propositum.

SIT deinde A, excessus diametri in Rhombo aliquo supra latus, una cum angulo L, datus. Fiat Rhombus quicumque BCDE, habens angulum C, æqualem dato angulo L, ut in primo Rhombo, vel angulum B, ut in secundo. Siue ergo diameter opponi debeat dato angulo C, ut in primo Rhombo, siue datum angulum B, secare, ut in secundo, ducatur diameter BD, excedens latus BC, recta DF, quæ si æqualis fuerit dato excessui A, fa-



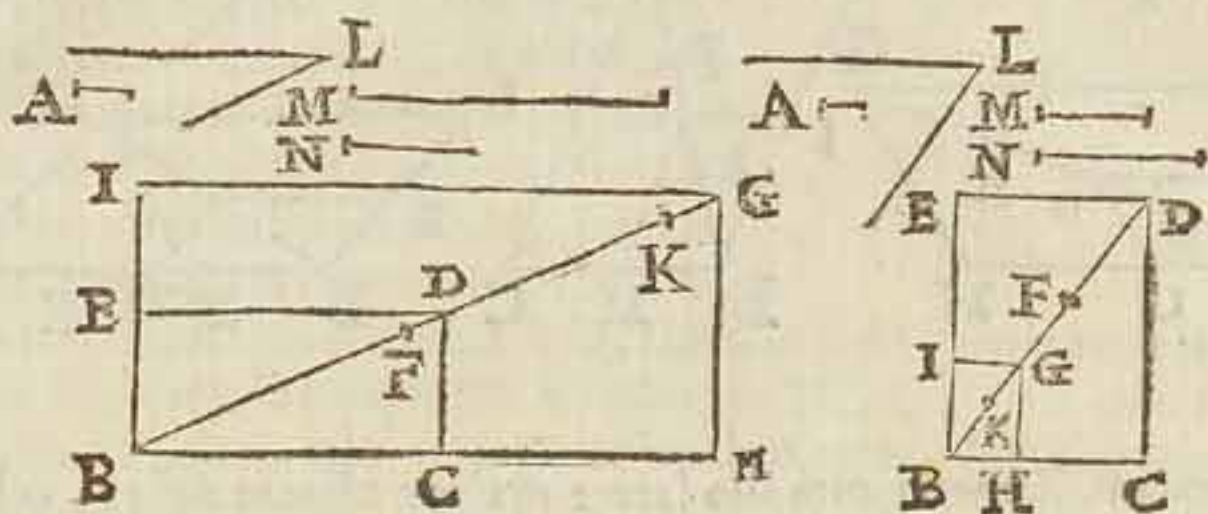
a 12. *sexti.* Cum erit, quod iubetur: Si vero inæqualis, ϵ fiat ut DF, ad excessum datum A, ita diameter BD, ad BG, compleaturque Rhombus HI, quem dico esse, eum, qui quæritur. Abscissa enim recta GK, excessui dato A, æquali, adhibenda est, eadem omnino demonstratio, quæ in quadrato facta est.

QVOD si diameter latere Rhombi minor fuerit, sit datus excessus A, lateris in aliquo Rhombo supra diametrum, una cum angulo L. Construat Rhombus quancumque BCDE, habens angulum D, æqualem dato angulo L, ut in tertio Rhombo. Et quia ut latus superet diametrum, ducenda est diameter per angulos obtusos, δ (quod diameter per acutos angulos ducta semper maior est Rhombi latere) ducatur diameter BC, quam latus BD, excedat recta DF, quæ si æqualis fuerit excessui dato A, factum erit, quod iubetur: Si vero inæqualis: fiat ut DF, ad excessum A, ita BD, latus ad BG, compleaturque Rhombus GI, circa eandem diametrum, quem dico esse quæsitum. Abscissa namque recta GK, æquali excessui A: fiet demonstratio, ut in quadrato, ut perspicuum est, si loco diametrorum BD, BG, in quadrato, sumantur hic latera BD, BG.

TVNC autem latus Rhombi maius erit diametro (ut hoc etiam obiter moneamus) cum semissis anguli obtusi maior fuerit angulo acuto eiusdem Rhombi. Nam si in tertio Rhombo angulus CBD, qui semissis est anguli obtusi B, ut in schol. propos. 34. lib. 1. Euclid. ostendimus, maior sit angulo

gulo acuto D ; a erit latus BD , hoc est, CD , maius diametro BC , in triangulo BCD . Quando autem semissis anguli obtusi fuerit minor angulo acuto, vt in Rhombo secundo; b erit diameter latere maior in triangulo BCD . a 19. primi.
b 19. primi.

TERTIO sit datus excessus A , diametri rectanguli alicuius supra alterum laterum inæqualium, vna cum angulo L , quem diameter cum eo latere constituit, uel vna cum proportione M , ad N , quam illud latus ad alterum habet. Si ergo angulus L , est semirecto minor, vel certè proportio M , ad N , maioris inæqualitatis, vt in priori rectangulo, erit A , excessus diametri supra maius latus: Si vero angulus L , est maior semirecto, vel



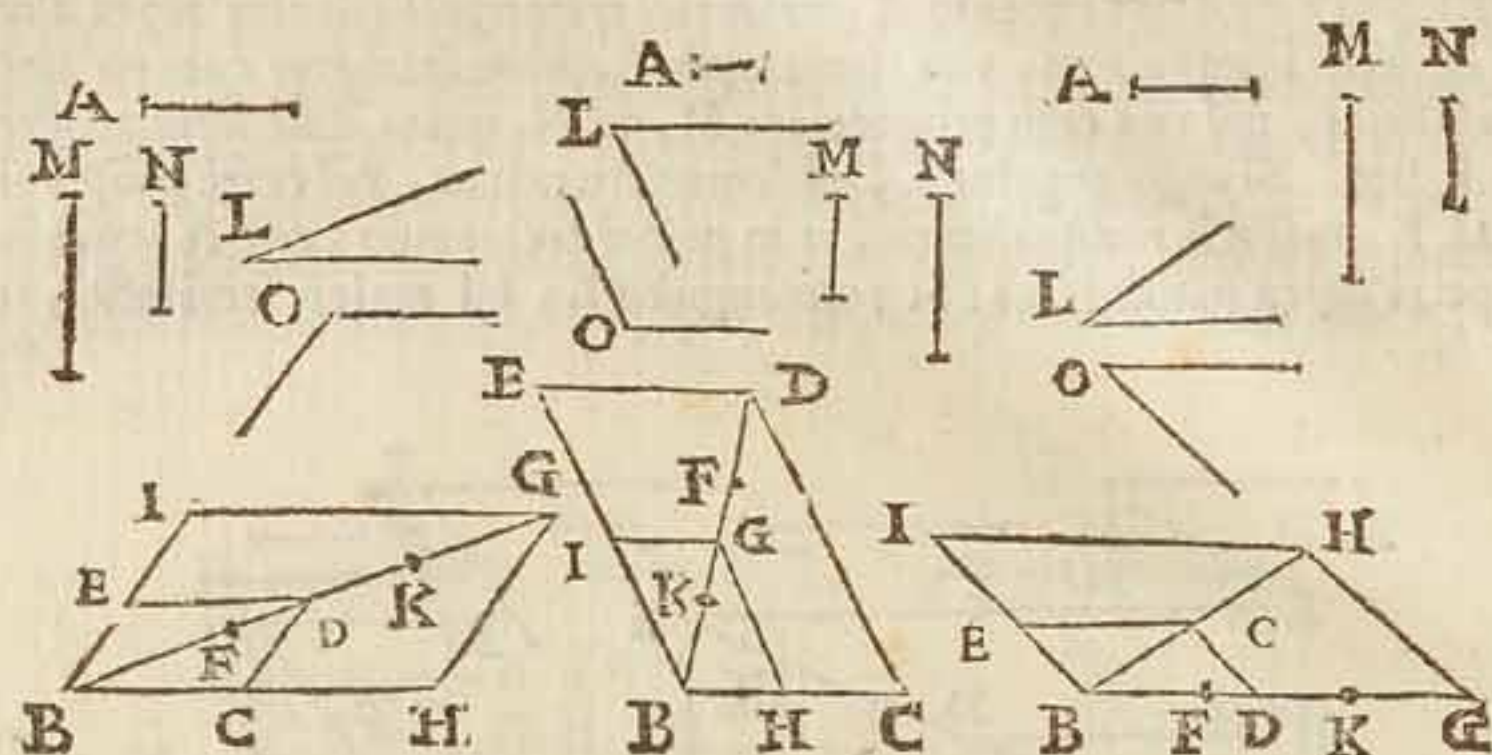
proportio M , ad N , minoris inæqualitatis, erit A , excessus diametri supra minus latus. Constituantur ergo angulus CBD , angulo L , æqualis, fiatque rectangulum $BCDE$, circa assumptam diametrum BD . Vel fiat BC , quantacunque ad CD , perpendiculari, vt M , ad N : completoque rectangulo CE , ducatur diameter BD , excedens latus BC , recta DF , quæ si fuerit æqualis dato excessui A , constructum erit rectangulum CE , quod quæritur: Si vero inæqualis, fiat vt DF , ad excessum datum A , ita BD , ad BG , compleaturque rectangulum HI , quod erit quæsitum. Abscissa enim recta GK , æquali excessui A , demonstrabitur propositum, vt in quadrato.

QUARTO & vltimo sit in aliquo Rhomboide datus excessus A , diametri supra vtrumvis inæqualium laterum, vna cum angulo Rhomboidis O , & insuper cum angulo L , quæ diameter cū latere, cuius excessus sumptus est, efficit, vel insuper cū proportione M , ad N , quā latus illud ad alterum latus habet. Cōstituatur angulus BCD , in prima figura, vel CBE , in secūda, dato angulo O , æqualis. Deinde siue diameter dato angulo C , opponi debeat, vt in prima figura, siue datum angulum CBE , secare, vt in secunda, fiat ad B , angulus CBD , angulo L , dato æqualis, secetque CD , rectam BD , in D : vel fiat vt M , ad N , ita BC , ad CD ; ac Rhomboides compleatur CE , cuius diameter latus BC , excedat recta DF . quæ si æqualis fuerit dato excessui A , factum erit, quod iubetur. Si vero inæqualis, fiat vt DF , ad excessum A , ita BD , ad BG , compleaturque Rhomboides HI , circa eandem diametrum BD , quod dico esse quæsitum. Nam si refecetur GK , excessui A , æqualis, adhibenda est eadem demonstratio, quæ in præcedentibus.

QVOD si diameter Rhomboidis cuiuspiam minor fuerit latere maiore,

vt

ut in tertia figura. Sit datus excessus A, lateris maioris in aliquo Rhomboide supra diametrum, vna cum angulo O, Rhomboidis, & insuper cum



angulo L, quem diameter cum illo latere maiore efficere debet, vel insuper cum proportione M, ad N, quam maius latus ad minus habet. Constitutur angulus BDC, dato angulo O, æqualis: Et si est acutus, fiat in B, angulus DBC, angulo L, æqualis, (si datus angulus Rhomboidis foret obtusus, nimirum DBE, constituendus esset angulus DBC, in ipso angulo dato) secetque recta BC, rectam DC, in C; vel fiat ut M, ad N, ita BD, ad DC; ac Rhomboides compleatur DE, cuius latus BD, diametrum BC, superet recta DE, quæ si æqualis fuerit dato excessui, a factum erit, quod iubetur: Si vero inæqualis, fiat ut DF, ad A, ita BD, ad BG, perficiaturque Rhomboides GI, quod dico esse quæ situm. Nam si capiatur GK, æqualis ipsi A, demonstrabitur propositum, ut supra in quadrato, si loco diametrorum BD, BG, quadrati, accipiantur hic latera BD, BG, ut perspicuum est.

a 19. primi

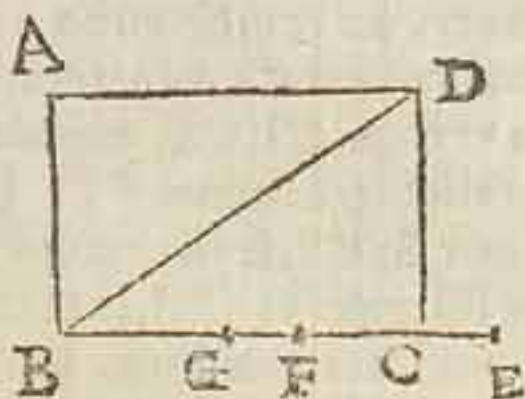
TVNC autem latus maius diametrum excedet, quando angulus, quem diameter cum minore latere efficit, maior est acuto angulo Rhomboidis. Nam si in tertia figura angulus BCD, maior est angulo D; a erit recta BD, maior, quam BC.

THEOR. 8. PROPOS. 15.

IN rectangulo parallelogrammo, sumptis excessibus, quibus diameter duo latera superat; Rectangulum sub differentia excessuum, & minore excessu bis sumptum, vna cum quadrato minoris excessus bis sum-

sumpto, æquale est quadrato rectæ, qua minus latus minorem excessum superat.

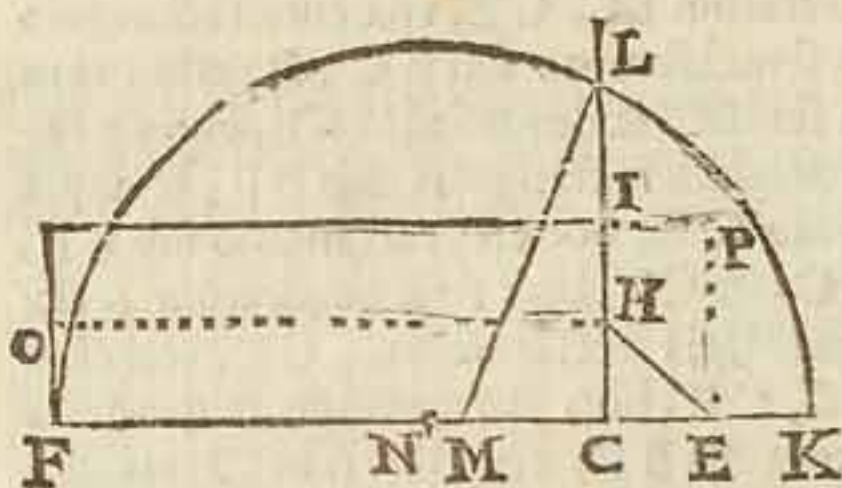
SIT rectangulum AC, cuius diametro BD, æqualis sit recta BE, vt excessus minor, quo diameter maius latus BC, superat, sit CE; Sumpta autem BF, æquali minori lateri CD, vt EF, excessus sit, quo diameter BD, vel illi æqualis BE, minus latus CD, vel illi æqualem BF, superat; ac proinde CF, sit diff^a entia excessuum EC, EF. *a 20. primi.* Et quia latera BC, CD, maiora sunt latere BD, hoc est, recta BE, dempta communi BC, erit reliqua CD, maior, quam reliqua CE; ideoque & BF, æqualis ipsi CD, maior erit, quam CE. Abscissa ergo FG, ipsi CE, æquali, erit BG, excessus, quo minus latus BF, minorem excessum FG, superat. Dico rectangulum bis sumptum sub FC, differentia excessuum, vna cum quadrato minoris excessus CE, bis sumpto, æquale esse quadrato rectæ BG, qua minus latus BF, minorem excessum FG, superat. *b 4. secundi* Quoniam enim quadratum rectæ BE, æquale est quadratis rectarum BC, CE, vna cum rectangulo bis sub BC, CE, hoc est, rectangulo semel sumpto sub BC, & recta ipsius CE, dupla: *c 1. secundi* Est autem rectangulum sub BC, & dupla ipsius CE, æquale rectangulis sub BF, & dupla ipsius CE, æquale rectangulis sub BF, & dupla ipsius CE, & sub FC, & dupla ipsius CE; hoc est, rectangulo sub BF, & CE, bis vna cum rectangulo sub FC, & CE, bis; Erit quadratum rectæ BE, siue rectæ BD, æquale quoque quadratis rectarum BC, CE, vna cum rectangulis sub BF, CE, bis, & sub FC, CE, bis; Ac proinde & quadrata rectarum BC, CD, quæ quadrato rectæ BD, æqualia sunt, æqualia erunt quadratis rectarum BC, CE, vna cum rectangulis sub BF, CE, bis, & sub FC, CE, bis. Ablato ergo communi quadrato rectæ BC, erit reliquum quadratum rectæ CD, hoc est, rectæ BF, æquale reliquis rectangulis sub BF, CE, bis, & sub FC, CE, bis, vna cum quadrato rectæ CE. Addito igitur communi quadrato rectæ FG, erunt quadrata rectarum BF, FG, æqualia rectangulis sub BF, CE, bis, & sub FC, CE, bis, vna cum quadratis rectarum CE, FG. *d 47. primi.* Sed quadrata rectarum BF, FG, æqualia sunt rectangulo sub BF, FG, bis, vna cum quadrato rectæ BG. Igitur rectangulum quoque sub BF, FG, hoc est, sub BF, CE, bis, vna cum quadrato rectæ BG, æquale erit rectangulis sub BF, CE, bis, & sub FC, CE, bis, vna cum quadratis rectarum CE, FG. Ablato ergo communi rectangulo sub BF, CE, bis sumpto; erit reliquum quadratum BG, æquale reliquo rectangulo sub FC, CE, bis vna cum quadratis rectarum CE, FG: hoc est, rectangulum sub FC, differentia excessuum, & CE, minore excessu bis sumptum, vna cum quadrato minoris excessus CE, bis sumpto, æquale est quadrato rectæ BG, qua minus latus BF, minorem excessum FG, superat, quod erat demonstrandum. *e 7. secundi*



PRO-

DATIS duobus excessibus, quibus diameter re-
ctanguli vtrumque latus superat, vtrumque latus,
& diametrum inuenire.

SIT datus excessus FE, diametri supra latus minus, & CE, supra ma-
ius, ita vt differentia excessuum sit FC. Ex C, educatur ad FE, per-
pendicularis CL, capianturque CH, HI, EK, minori excessui CE, æquales,
ita vt totæ CI, CK, æquales sint, vt pote ipsius CE, duplæ, perficiaturque
parallelogrammum FI. Diuisa deinde FK, bifariam in N, describatur ex
N, per F, & K, semicirculus FLK, secans CL, in L. Ducta denique HE, suma-
tur illi æqualis CM, iungaturq. recta LM. Dico LM, differentiam esse inter
minus latus quæsitum, & minorem excessum datum CE, ita vt CE, addita
ad LM, efficiat minus latus; cui si addatur FC, differentia datorum exces-
sum, fiat maius latus. (Est enim



differentia excessuum diame-
tri supra vtrumque latus re-
ctanguli æqualis excessui ma-
ioris lateris supra minus: vt
in figura præcedentis propos.
pater; vbi diameter est BD,
vel BE; excessus maior FE,
quo diameter minus latus BF,
superat; excessus minor CE,
quo eadem diameter maius la-
tus BC, superat: estque FC,
differentia excessuum, exces-
sus, quo maius latus BC, superat minus BF.) Ac tandem maiori lateri in-
uento adijciatur minor excessus CE, vt diameter habeatur. quæ omnia ita
demonstrabuntur. Per præcedentem, rectangulum sub FC, differentia ex-
cessuum, & CE, minori excessui bis sumptum, hoc est, rectangulum FI,
vna cum quadrato rectæ CE, bis etiam sumpto, hoc est, vna cum qua-
drato rectæ HE, vel CM, æquale est quadrato rectæ, qua minus latus
quæsitum, minorem excessum CE, superat. Cum ergo quadratum rectæ
CL, æquale sit rectangulo FI, vt ex demonstratione vltimæ propos. lib. 2.
Eucl. constat; erunt quoque quadrata rectarum CL, CM, æqualia quadrato
eiusdem rectæ, qua minus latus quæsitum superat minorem excessum CE,
a Ac proinde cum quadratis rectarum CL, CM, sit æquale quadratum re-
ctæ LM: erit quoque quadratum rectæ LM, æquale quadrato rectæ, qua mi-
nus latus quæsitum minorem excessum CE, superat. Est ergo LM, exces-
sus minoris lateris quæsti supra minorem excessum CE. Ideoque recta ex
LM, CE, conflata erit minus latus quæsitum: cui si addatur FC, differen-
tia excessuum, fiet maius latus quæsitum; cui si tandem minor excessus CE,
adijciatur, conflabitur diameter quæsitæ, quæ omnia demonstranda erant.

CO.

247. primi.

ITAQVE recta LM, cuius quadratum æquale est rectangulo FI, sub FC, differentia excessuum, & dupla minoris excessus CE, comprehenso, vna cum duplo quadrati excessus minoris CE, addita minori excessui C E, efficit minus latus quæsitum, & c.

IMMO quia quadratum rectæ CL, rectangulo FI, sub FC, differentia excessuum, & CK, duplo minoris excessus CE, comprehenso æquale est, vt in demonstratione dictum est; & rectangulum CP, duplum est quadrati excessus minoris CE, hoc est, quadrato rectæ CM, æquale: erit quadratum rectæ LM, toti rectangulo FP, sub maiori excessu FE, & EP, dupla minoris excessus CE, contento æquale; ideoque LM, media proportionalis erit inter maiorem excessum, ac duplum minoris excessus. Quocirca si inter maiorem excessum, & duplum minoris excessus sumatur media proportionalis LM, habebitur rursus differentia inter minus latus, & minorem excessum, & c. a 17. *sensu*.

S C H O L I V M

HOC problema, vna cum antecedente Theoremate in Gallia, vnde mihi transmissum est, ab ingenioso quodam Geometra demonstratum fuit, cuius nomen, si mihi esset cognitum, hic libenter ascriberem. Idem tamen problema ad finem lib. 2. Euclid. ex Marino Ghetaldo Patritio Ragusino aliter quoque demonstrauius non infelicitur.

PROBL. 9. PROPOS. 17.

DATO excessu diametri rectanguli supra maius latus, & excessu maioris lateris supra minus: vtrumque latus, ac diametrum inuenire.

QVONIAM, vt in præcedenti problem. dictum est, excessus maioris lateris supra minus, equalis est differentiæ inter excessus diametri supra vtrumque latus: fit vt excessus diametri supra maius latus, additus ad excessum maioris lateris supra minus, conficiat excessum diametri supra minus latus. Quare cum cogniti sint excessus diametri supra vtrumque latus, reliqua cognoscentur, vt in præmisso problemate traditum est.

PROBL. 10. PROPOS. 18.

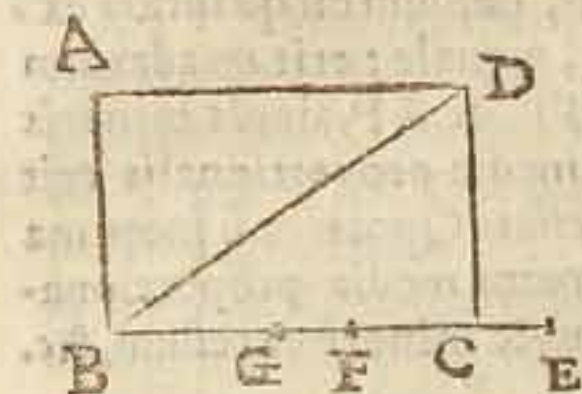
SECTA linea recta vtcunque, adiungere ei versus vtramuis partem lineam rectam, ita vt quadratum totius rectæ compositæ æquale sit quadrato rectæ

D d d

adiun-

adiunctæ; vna cum quadrato rectæ, quæ ex adiunctæ, & proximo segmento prioris lineæ conflatur.

IN figura propof. 15. fit recta EF, fefta in C, vtrunque, oporteatque ei verſus F, adiungere rectam, ita vt quadratum totius compositæ fit æquale quadrato adiunctæ, vna cum quadrato rectæ ex segmento FC, & adiuncta compositæ. Statuantur EF, EC, excessus,



quibus diameter alicuius rectanguli vtrumque latus superat. Atque ex propof. 16. inueniatur minus latus BF. Dico rectam BF, ipſi EF, adiunctam efficere, quod proponitur. Fiat enim rectangulum AC, ſub BC, & CD, ipſi BF, æquali comprehenſum. Et quia EC, differentia excessuum addita minori lateri inuenito BF, facit maius latus, vt propof. 16. dictum est, erit BE, diametro

BD, æqualis, quandoquidem excedit minus latus BF, vel CD, recta EF, & maius recta EC. *a* Quoniam vero quadratum rectæ BE, hoc est, diametri BD, æquale est quadrato rectæ CD, id est, adiunctæ BF, vna cum quadrato rectæ BC, compositæ ex adiuncta BF, & proximo segmento FC, liquido constat id, quod proponitur.

a 47. primi.

PROBL. II. PROPOS. 19.

DATIS duabus rectis inæqualibus, quarum maior diametrum quadrati ex minore descripti non superet: maiorem ita secare in duas partes inæquales, vt earum quadrata simul sumpta quadrato minoris lineæ sint æqualia.

b schol. 26.
primi
c 2. coroll.
32. primi.
d 6. primi.

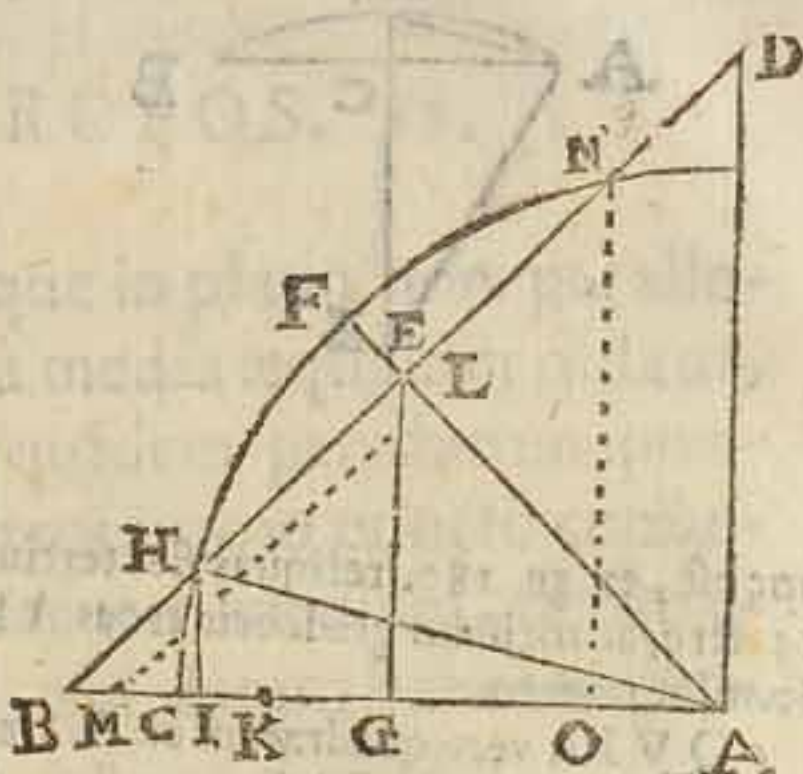
SINT datae duæ rectæ AB, maior, & AC, minor, ita vt AB, non sit maior diametro quadrati ex AC, descripti. Erigatur perpendicularis AD, maiori AB, æqualis: Et ducta recta BD, secetur bifariam in E, iungaturque recta AE, b quæ ad BD, perpendicularis erit: diuidetque angulum rectum A, bifariam in duos semirectos: c Sunt autem & B, D, semirecti. d Igitur latera EA, EB, æqualia sunt; ac proinde AB, diameter erit quadrati rectæ AE. Et quoniam AB, ponitur non maior diametro quadrati minoris AC, non erit AC, minor quam AE, sed vel maior, vel æqualis. Si namque minor esset AC, quam AE, sumpta ipſi æquali AL, ductaque LM, ipſi EB, parallela, esset AM, diameter quadrati minoris AL, ideoque maior AB, superaret diametrum quadrati ex minore descripti. quod non ponitur. Sit ergo primum AC, maior quam AE, productaque AE, vt AF, ipſi AC, sit æqualis, de-

describatur ex A, per C, F, circulus secans B D, in H, N, demittaturque
H I, ad A B, perpendicularis. Di-
co maiorem AB, ita esse sectam,
in I, ut quadrata rectarum AI, IB,
æqualia sint quadrato minoris
A O . Quoniam enim angulus I,
rectus est , & B, semirectus : erit
quoque H, in triangulo BHI, semi-
rectus ; & ideoque latera BI, HI,
æqualia erunt . Cum ergo, ducta
recta AH, quadrata rectarum AI,
IH, quadrato rectæ A H, æqualia
sint ; erunt quoque quadrata seg-
mentorum A I, I B, æqualia qua-
drato rectæ A H, hoc est, quadrato
rectæ A C . quod est propositum.

The diagram illustrates a geometric proof involving a circle and several intersecting lines. A circle passes through points A, C, F, H, N, and D. A vertical line segment HI is drawn from point H on the circle down to point I on the horizontal base line AD. Point A is at the top left, and point D is at the top right. The base line is labeled with points B, M, C, I, K, G, O, A from left to right. Other points include E and L on the arc between H and N, and F on the arc between C and H. Solid lines connect A to H, A to N, and A to D. Dashed lines connect H to I, I to B, and H to E.

SIT deinde minor linea data
AK, æqualis ipsi AE, ita ut maior
AB, diametro quadrati ex minore AE, descripti æqualis sit. Demittatur
perpendicularis EG, & quæ & basem AB, & angulum rectum E, dividet bi-
fariam in semirectos. Dico AB, ita esse sectam in G, ut quadrata segmen-
torum æqualium AG, GB, æqualia sint quadrato minoris AK, vel AE. *d*
Erunt enim rursus latera EG, GB, æqualia, ob semirectos angulos æquales
B, & E, in triangulo BEG. Cum ergo quadrata rectarum AG, GE, æqua-
lia sint quadrato rectæ AE, erunt quoque quadrata segmentorum AG, GB,
æqualia quadrato AE, vel minoris lineæ AK. quod est propositum.

Si ex altera sectione N, demittatur perpendicularis NO, erit AB, secta in O, ut in I, ita ut etiam quadrata segmentorum BO, OA, æqualia sint quadrato minoris AC, vel AH. Cum enim rectæ BD, BA, sectæ sint proportionaliter in H, I, & N, O, sintque æquales BH, ND; g (propterea quod perpendicularis AE, secat HN, bifariam. Ablatis ergo æqualibus EH, EN, ex æqualibus EB, ED, reliquæ BH, DN, æquales erunt) erunt quoque BI, AO, æquales; nec non BO, AC, &c.



a 6. primi.
b 47. primi.

c schol. 26.
primi
d 6. primi.

e 47. primo.

f 2. sexti.
g 3. tertij.

PROBLEMA 12. PROPOS. 20.

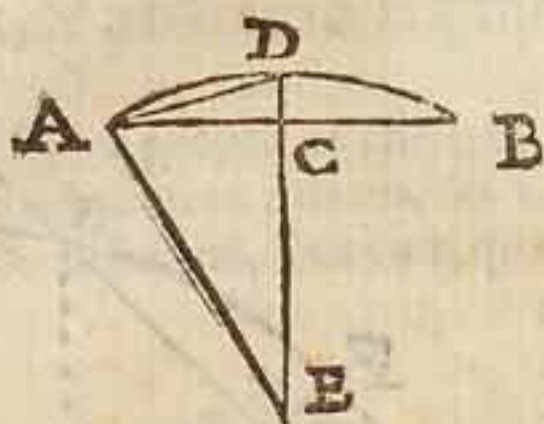
D A T A chorda alicuius arcus, vna cum perpendi-
culari, quæ ex medio puncto chordæ ad arcum vf-
que educitur: quot gradus, vel palmos tam arcus,
quam femidiameter circuli complectitur, inue-
nire.

SIT data chorda AB, palmorum 74. & perpendicularis CD, ex medio puncto C, educta palmorum 10. Iuncta recta AD; quoniam in triangulo rectangulo ACD, latera AC, CD, nota sunt, quod CD, sit 10. & AC,

Ddd 2 37. fe-



a 8. triang.
rectil.



b 5. primi.

c 35. tertij.

hoc est, ex gr. 180. reliquus fiet tertius angulus E, in centro gr. 30. min. 14. fere, ac totidem grad. erit arcus AD; ideoque eius duplus ADB, grad. 60. min. 28. ferme.

Q V I A vero quadratum ex AC, æquale est rectangulo sub CD, & reliqua parte diametri: si AC, 37. palm. ducatur in se, & productus numerus 1369. diuidatur per CD, palm. 10. prodibit reliqua pars diametri palm. $136\frac{9}{10}$. ac proinde addita CD, palm. 10. tota diameter erit palm. $146\frac{9}{10}$. & semidiameter palm. $73\frac{9}{20}$. Si igitur fiat vt 7. ad 2: ita $146\frac{9}{10}$. palmi ad aliud; reperietur per 1. regulam Num. 2. cap. 7. lib. 4. huius, circumferentia circuli palm. $430\frac{9}{5}$. Ergo si rursus fiat, vt tota circumferentia gr. 360. ad palmos $430\frac{9}{5}$. ita arcus ADB, gr. 60. min. 28. ad aliud, inuenietur hic arcus palm. $72\frac{1}{8}\frac{4}{9}\frac{1}{10}\frac{3}{10}$. hoc est, $72\frac{1}{8}\frac{4}{9}$. paulo amplius.

THEOR. 9. PROPOS. 21.

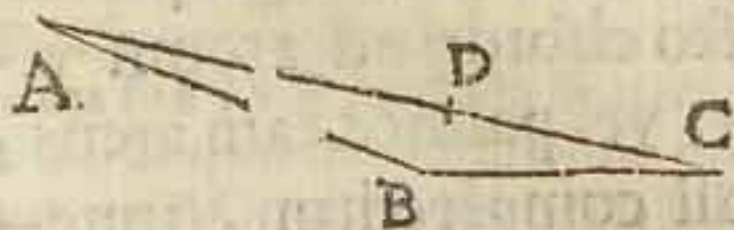
IN omni triangulo quadratum maximi lateris minus est, quam duplum summæ quadratorum ex reliquis duobus lateribus descriptorum.

IN triangulo ABC, maximum latus sit AC, & angulus oppositus B, obtusus. Si namque rectus esset, vel acutus; d esset quadratum rectæ AC, vel æquale duobus quadratis rectarum AB, BC; e vel minus: ac proinde multo minus duplo summæ quadratorum AB, BC. Ex maiore latere AC, dematur AD, recta æqualis lateri AB. f Et quia duo latera AB, BC, maiora sunt latere AC; erit reliqua CD, minor latere BC; ac proinde duo quadrata AD, DC, minora duobus quadratis AB, BC. Est autem quadratum AC, minus duplo quadratorum AD, DC; g propterea, quod æquale est duobus quadratis AD, DC, una cum rectangulo bis sub AD, DC.

e 13. sec. ad

f 20. primi.

g 4. secundi.

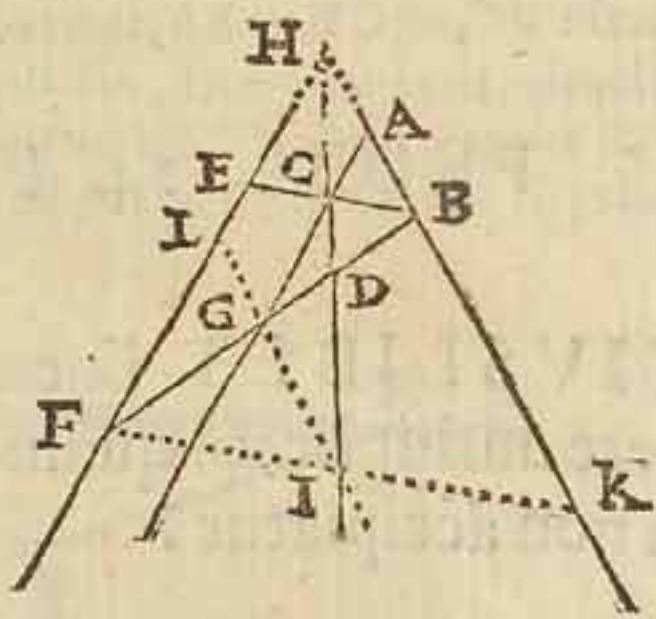


AD, DC, quod quidem rectangulum bis, minus est duobus quadratis AD, DC, ex Lemmate propos. 39. lib. 10. Euclid. Multo ergo minus erit quadratum AC, duplo quadratorum AB, BC. quod erat demonstrandum.

PROBL. 13. PROPOS. 22.

DATIS tribus rectis vtcunque in plano non parallelis, nisi quando extremæ à media æqualiter distant, rectam lineam ducere, & quidem per datum punctum in media, si omnes tres in vno puncto conueniant; ita vt eius segmenta inter mediam, & extremas sint inter se æquales, vel datam habeant proportionem.

SINT tres rectæ AB, CD, EF. Ducatur vtcunque recta BF, secans omnes tres. qua secta bifariam in G, si quidem punctum G, cadet in mediam, factum erit, quod iubetur. Si vero G, cadet extra lineam mediam CD, agatur per G, alteri extremarum, nimirum ipsi EF, (dummodo ei non æquidistet media CD) parallela AG, secans mediam in C. Cum enim CD, ponatur non æquidistare ipsi EF, secabit vtiq; productam EF, & proinde eius quoque parallelam AG. Quod si CD, ipsi EF, æquidistaret, ducenda esset per G, ipsi AB, parallela. Postremo ex B, puncto ductæ rectæ BF, sumpto in extrema AB, cui non æquidistat AG, ducatur per C, vbi parallela AG, mediam CD, secat, recta BC, secans EF, in E. Dico rectas BC, CE, æquales esse. Cum enim in triangulo BEF, recta CG, sit basi EF, parallela: ærit vt BG, ad GF, ita BC, ad CE; Sed BG, ipsi GF, per constructionem, æqualis est. Igitur & BC, ipsi CE, æqualis erit.



a 2. sexti.

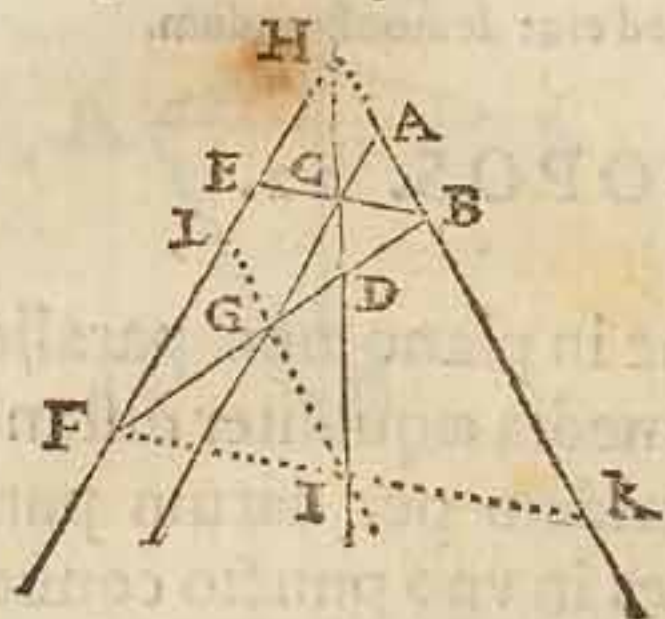
QVOD si per G, agatur ipsi AB, parallela GI, secans mediam CD, in I; erit ducta FIK, secta quoque bifariam in I: propterea quod in triangulo FBK, recta GI, basi BK, æquidistat; b ideoque sicut BF, in G, diuisa est bifariam, ita quoque FK, in I, bifariam secabitur.

b 2. sexti.

EX his patet, cur media linea non debeat vtrique extremæ æquidistare, sed vel neutri, vel alteri tantum. Nam si vtrique æquidistaret, c recta per G, ducta parallela alterutri extremarum, æquidistaret quoque mediæ, ac proinde eam non secaret. Quod si neutri æquidistat, duci poterit per G, paral-

c 30. primi.

parallela vtri libet extremarum. Si vero vni extremarum æquidistet, ducenda erit per G, alteri parallela.



a 2. sexti.

b 2. sexti.

c 2. sexti.

d 2. sexti.

I A M vero sitres datæ rectæ coeāt in eodem pūcto productæ, vt in H, facilius erit problema, etiam si in media linea detur punctum C, per quod duci debeat linea. Ducta enim per datum punctum C, in media, alterutri extremarum, vt ipsi H F, parallela C A, secante alteram extremam in A; & ipsi H A, æqualis capiat AB, secabitur ducta B C E, in C, bifariam: a quippe cum sit BC, ad CE, vt recta BA, ad recta

AH, &c. Sic etiam si detur punctum I, in media; ducta per I, alterutri extremarum, vt ipsi H B, parallela L I, sumptaque ipsi H L, æquali L F, secabitur ducta F I K, in I, bifariam; b propterea quod est F I, ad I K, vt F L, ad L H, &c.

EADEM ratione ducemus lineam, quæ à media secetur in duas partes datam habentes proportionem. Si namque ducta B F, vtcunque secetur in datam proportionem in G, & reliqua fiant, vt supra; c erit rursus vt F G, ad G B, ita E C, ad C B; Vel vt B G, ad G F, ita B C, ad C E, prout videlicet proportio data est F G, ad G B, vel B G, ad G F. Sic etiā si tres rectæ datæ coeāt in H; ducta G A, ipsi E F, parallela, fiatque H A, ad A B, vt antecedens datæ proportionis ad consequens; si ducatur B C E, d erit E C, ad C B, vt H A, ad A B. Et si fiat H A, ad A B, vt consequens datæ proportionis ad antecedens, erit rursus B C, ad C E, vt B A, antecedens ad consequens A H.

PROBL. 14. PROPOS. 23.

CVIVSLIBET lineæ, quamuis minimæ, exhibere multiplicem quamcumque, etiam si circino ipsa non accipiatur.

SIT sumenda verbi gratia lineolæ A B, tripla. Extensio circino quantumlibet ex A, ad C, sumantur ipsi A C, dux æquales C F, F D, vt tota A D, ipsius A C, sit tripla.



Item ipsi C B, sumantur tres æquales D G, G H, H E. Dico A E, esse ipsius A B, triplam. Quoniam enim tam multiplex est tota A D, totius A C, quam multiplex est ablata D E, ablata C B, nimirum tripla: erit quoque ita multiplex reliqua E A, reliquæ A B, vt tota totius, videlicet tripla. quod est propositum.

PROBL.

PROBL. 15. PROPOS. 24.

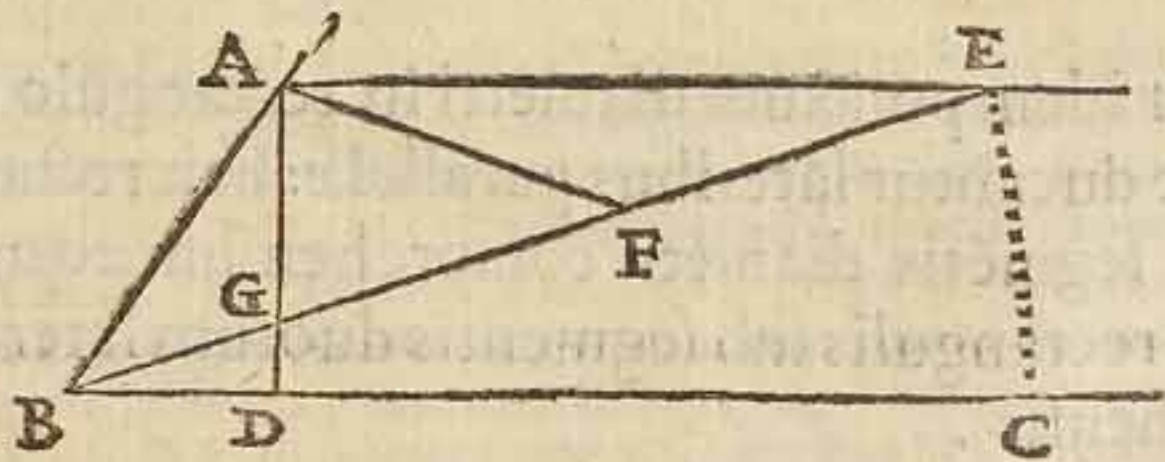
EX qualibet lineola, quamuis minima, auferre partem,
vel partes imperatas.

IN figura præcedentis propof. fit ex lineola AB, detrahenda tertia pars. Per præcedentem fumatur ipſius AB, tripla AE, quæ, ſi videbitur nimis exigua, multiplicetur, vt libet. In exemplo quadruplicata eſt vſque ad D; ita vt AD, ſit ipſius AB, duodecupla: (quod ſcietur, ſi numerus partium AE, nimirum 3. ducatur in numerum partium ipſius AD, ipſi AE, æqualium, nimirum in 4.) ac proinde ſi AB, diuiſa eſſe intelligatur in 3. partes, tota AD, continebit tales partes 36. Quocirca ſi in inſtrumento partium lib. 1. cap. 1. conſtructo, interuallum AD, ſtatuatur inter partes 36. 36. Deinde interuallum, inter 35. 35. (nimirum tota AD, vna parte minus) transferatur ex D, ad I, erit AI, tertia pars ipſius AB, hoc eſt, pars trigefima ſexta totius AD. Cum ergo AB, contineat tres trigefimas ſextas partes totius AD, erit AG, ipſius AB, pars tertia, quod eſt propoſitum.

PROBL. 16. PROPOS. 25.

ANGVLVM datum rectilineum in tres æquales
partes partiri.

PROBLEMA hoc veteres Geometras diu, multumque exagitauit, neque ab vſlo ad hanc vſque diem Geometrice eſt ſolutum. Pappus Alexandrinus inter alios illud ſoluere conatus eſt per deſcriptionem hyperboles.



Nos idem abſoluemus per lineam Conchoideos, quam lib. 6. propoſ. 15. huius ex Nicomede deſcripſimus, hoc modo. Sic datus angulus acutus ABC: Demiſſa autem ex quouis puncto A, ad BC, perpendiculari AD, ſuma-
tur ipſius AB, dupla DC; Et polo B, interuallo autem DC, deſcribatur linea

con-

traditam, & quam omnes fere Architecti, atque artifices approbant, falsam esse, demonstrare.

PRAXIS hæc est. Sit data recta AB . Ex centris A, B , & intervallo eodem AB , describantur duo circuli se se interfecantes in C, D . Ducta, autem CD , quantacunque, describatur eodem intervallo AB , ex C , per A, B , circulus rectam CD , in E , & priores circulos secans in F, G . Item ducantur ex F, G , per E , rectæ secantes priores circulos in H, I . Denique eodem intervallo ex H, I , duo arcus descripti se se interfecent in K , iunganturque rectæ AI, IK, KH, HB . Putat ergo Durer, s. pentagonum $ABHKI$, esse æquilaterum, & æquiangulum. quod falsum est. Nam æquilaterum quidem est, ex descriptione, non autem æquiangulum. quod ut manifestum fiat, demonstranda sunt prius nonnulla,

I **ARCUS** tres FA, AB, BG , sextæ partes circuli sunt, quod rectæ eos subtendentes semidiametri sint circuli $FABG$, ex constructione. Igitur FA, BG , semicirculus est, cuius dia-

meter FG ; *a* ideoque angulus FEG , in semicirculo rectus: *b*

Et diameter FG , rectæ AB , parallela, ob arcus AF, BG , æquales. Et quoniam, ut con-

stat ex demonstratione praxis scholij propof. 10. & 11. lib. 1.

Euclid. recta CD , secat rectam AB , bifariam in M , & ad angulos rectos; *c* secabit eadem paral-

lela quoque FG , ad angulos rectos in C . *d* Eadem quoque

CD , secabit arcum AB , bifariam in E , ac propterea toti arcus EF, EG , æquales erunt, vi-

delicet quadrantes; *e* ideoque rectæ EF, EG , latera sunt qua-

drati in circulo $FABG$, descripti, eiusque diameter FG . *f* Igitur anguli $F,$

G , semirecti erunt: ac proinde cum anguli ad C , recti sint, *g* erunt quo-

que OEM, NEM , semirecti; ideoque & EO, EN , semirecti. *h* Ac

proinde tam latera EM, MO , quam EM, MN , æqualia: atque idcirco &

OM, NM , inter se æqualia erunt; nec non & totæ OB, NA , æquales erunt.

i Immo & EO, EN , erunt æquales, quod latera EM, MO , lateribus $EM,$

MN , æqualia sint, comprehendantque angulos æquales, utpote rectos.

2 **DEINDE** quia latera AN, AI , lateribus BO, BH , æqualia sunt;

suntque anguli N, O , semirecti æquales, & uterque reliquorum angulorum

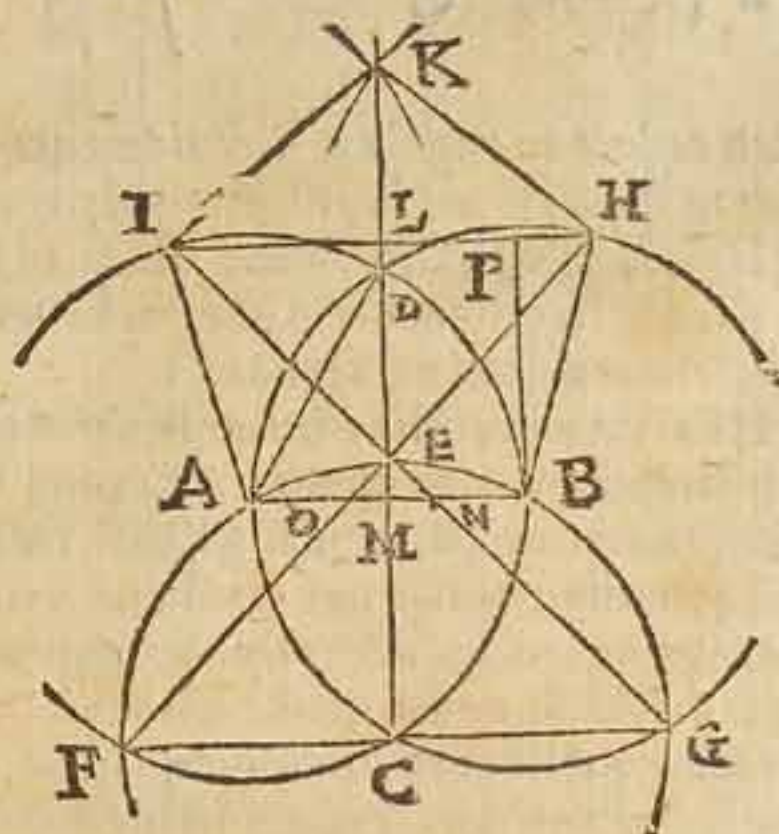
I, H , minor recto; *k* quod uterque minor sit semirecto ad O , & N ; propte-

rea quod tam latus AN , minus est latere AI , quam latus BO , latere BH :

erunt per ea, quæ ad finem lib. 1. Euclid. demonstrauimus, tam bases $NI,$

OH , quam anguli A, B , & I, H , æquales. Igitur duo anguli A, B , in pentago-

no æquales inter se sunt.



a 31. tertij.
b schol. 27.
tertij.

c 29. primi

d schol. 27.
tertij.

e 6. quarti
f schol. 34.
primi.
g 32. primi
h 6. primi.

i 4. primi.

k 19. primi.

3 RVR.

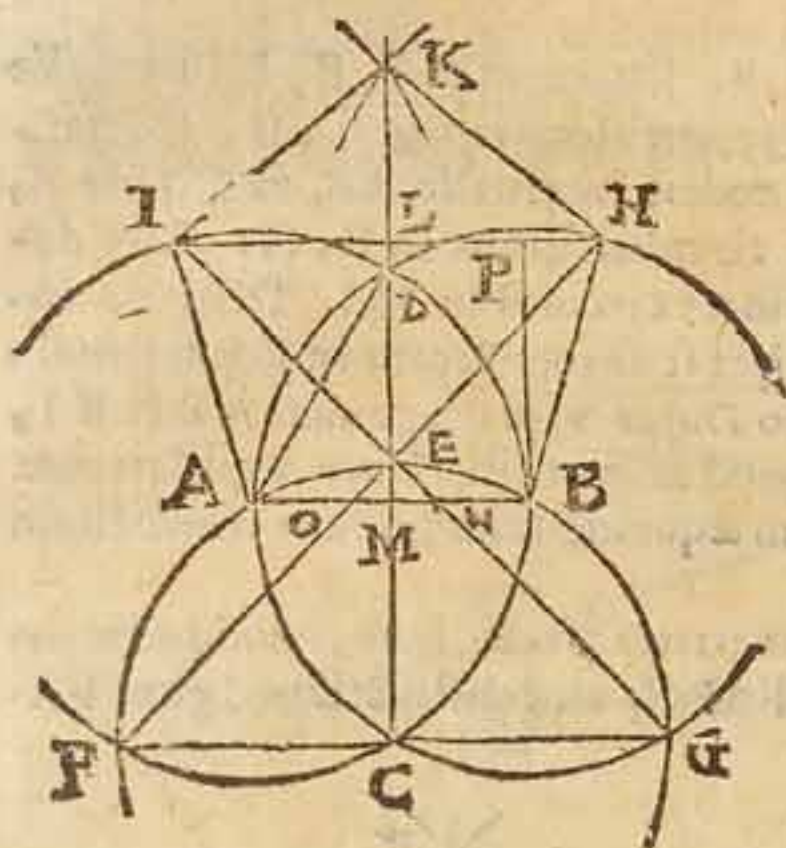
3 RVRSVS demptis OE, NE, æqualibus ex æqualibus OH, NI, reli-
 a 5. primi. quæ rectæ & H, E I, æquales sunt: erunt anguli EIH, EHI, æquales, & c

b 5. primi.

c 4. primi.

d 28. primi.

e 27. primi.



proinde semirecti, cū HEI, sit
 rectus: b Sunt autem & angu-
 li H, I, in Iſoscele KIH, æqua-
 les. Igitur toti anguli H, I, in
 pentagono æquales sunt.

4 POSTREMO cum la-
 tera EL, EI, lateribus EL, EH,
 sint æqualia, contineantque
 angulos æquales semirectos; c
 erunt & bases LI, LH, æquales,
 & anguli ad L, ideoque recti.
 Ex quo efficitur, d rectas AB,
 HI, esse parallelas: e quod etiā
 constat ex eo, quod alterni an-
 guli INA, N I H, æquales sint;
 nimirum semirecti. Hinc etiam
 sequitur, rectam CDL, produ-

f schol. 26.
 primi.

g 8. primi.

h schol. 32.
 primi.

i 15. triang.
 rectil.

ctam cadere in angulum K, diuidereque eum bifariam. Si enim dicatur non
 cadere in K, f diuidet perpendicularis ex K, ad HI, demissa basem Iſoscelis
 KIH, bifariam in alio puncto, quam in L, quod est absurdum. Quia ergo late-
 ra KI, KL, lateribus KH, KL, æqualia sunt, & basis IL, basi HL, ostensa æqua-
 lis: g erunt anguli ad K, æquales.

HIS ita præmissis, demonstrabimus iam pentagonum ABHKI, non esse
 æquiangulum, hoc modo. h Omnes 5. anguli in pentagono quolibet, siue
 sit æquilaterum, & æquiangulum, siue non, æquales sunt 6. rectis, hoc est,
 gr. 540. quibus diuisis per 5. efficitur vnus angulus pētagoni æquilateri, & æ-
 quianguli grad. 108. At vterlibet duorum angulorum A, B, in pentagono Du-
 reri maior est, quam grad. 108. & vterlibet duorum H, I, minor, & angulus
 K, maior quolibet reliquorum quatuor. vt ostendemus. Igitur pentagonum
 Dureri non est æquiangulum. Hoc autem ita fiet perspicuum.

QVONIAM posito sinu toto AB, 10000000. eius semissis BM, sinus vi-
 delicet grad. 30. est 5000000. cui si addatur MO, id est, ME, sinus versus grad.
 30. nimirum 1339746. fiet tota BO, 6339746. Quia ergo in triangulo
 BHO, duo latera dantur BH, 10000000. & BO, 6339746. vna cum angulo
 O, grad. 45. nec non cum specie anguli H, qui supra ostensus fuit recto minor:
 i Si fiat,

Vt latus BH,
 10000000.

ad 7071068. sinum an-
 guli O, grad. 45.

Ita latus BO,
 6339746.

ad aliud,

inuenietur sinus anguli BHO, 4482877 $\frac{1}{2}$. ferme, qui in tabula sinuum offe-
 ret ipsum angulum grad. 26. min. 38. cui si addatur angulus BOH, grad. 45.
 fiet summa angulorum H, O, grad. 71. min. 38. quæ summa dempta ex duo-
 bus rectis, id est, ex grad. 180. relinquet angulum OBH, grad. 108. min. 22.
 Igitur

Igitur vterque angulus A, B, in pentagono maior est vero angulo pentagoni grad. 108.

DEINDE ducta BP, ad H I, perpendiculari, si iterum statuatur BH, sinus totus 10000000. erit HP, 3150970. anguli HBP, grad. 18. min. 22. qui relinquitur, si rectus angulus ABP, grad. 90. detrahatur ex angulo A B H, a 34. primi. inuento grad. 108. min. 22. Si igitur addatur PL, 5000000. & cum sit æqualis ipsi BM, semissi sinus totius, fiet tota HL, sinus anguli H K L, 8150970. Ac propterea angulus ipse erit grad. 54. min. 36. qui duplicatus dabit totum angulum H K I, grad. 109. min. 12. maiorem vero angulo pentagoni grad. 108.

I A M vero si summa trium angulorum A, B, K, inuentorum, nimirum grad. 325. min. 56. auferatur ex grad. 540 summa omnium 5. angulorum pentagoni, reliqua fiet summa angulorum H, I, grad. 214 min. 4. Ac proinde vterque erit grad. 107. min. 2. minor vero angulo pentagoni grad. 180. Non ergo æquiangulum est Dureri pentagonum, sed solum æquilaterum. Omnes tamen 5. anguli conficiunt summam grad. 540. sicut in pentagono æquilatero, atque æquiangulo, vt hæc formula indicat.

Angulus	A	Grad. 108	min. 22
	B	Grad. 108	min. 22
	H	Grad. 107	min. 2
	I	Grad. 107	min. 2
	K	Grad. 109	min. 12
Summa		540	min. 0

S C H O L I V M.

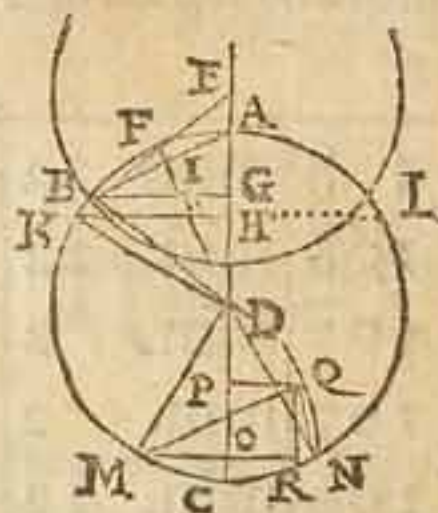
S V N T alij nonnulli, qui ad intervallū cuiusvis rectæ AB, 'descriptis' ex centris A, B, duobus circulis se interfecantibus in C, D, vt in superiori figura, ducunt rectam AD, affirmantq. AD, latus esse pentagoni in circulo, cuius semidiameter DM, inscripti. sed toto coelo aberrant. Est enim AD, minus latere pentagoni circuli prædicti. b Nam quia latus pentagoni potest & latus hexagoni, & latus decagoni circuli eiusdem; c Potest autem AD, rectas DM, MA; d & DM, latus est hexagoni in circulo, cuius semidiameter DM, esset AM, latus decagoni in eodem circulo. quod falsum est. Quoniam enim latus decagoni maius est semisse lateris pentagoni, quod duo latera decagoni supra latus Pentagoni constituent Isoceles e in quo duo latera maiora sunt latere pentagoni: Erit AM, semissis ipsius A B, vel A D, minor latere decagoni. Igitur A D, minor est latere pentagoni; f quando, quidem latus pentagoni potest & latus hexagoni D M, & latus decagoni quod maius est, quam AM, semissis ipsius AD, vt diximus.

b 10. tertij-
decimi.
c 47. primi.
d coroll. 15.
quarti.
e 20. primi.
f 10. tertij-
decimi.

THEOR. 12. PROPOS. 30.
INVENTIONEM lateris heptagoni in dato circulo

culo non rectè à quibusdam tradi, demonstrare.

CAROLVS Marianus Cremonensis totum vnum libellum edidit de inuentione lateris heptagoni in circulo dato, in quo probare conatur, latus heptagoni reperiri hac ratione. Sit circulus ABC, cuius centrum D, diameter CA, in qua producta capiatur AE, æqualis quartæ parti semidiametri AD, ita vt AE, quinta pars sit rectæ DE. Descripto autem ex E, ad interuallum semidiametri AD, circulo secante datum circulum in B, iungatur recta AB, quam dicit esse latus heptagoni, quod falsum esse, ita ostendemus. Si AB, esset verum latus heptagoni, & ducta BE, æquali semidiametro DB, (quod fieri, si ex B, ad interuallum semidiametri recta DE, secetur in E,) secante arcum AB, in F, diuideretur arcus AB, in F, vel angulus ADB, bifariam, quod tamen in eius descriptione non contingit, vt demonstrabitur. Non ergo eius linea AB, verum latus est heptagoni. Ductis enim rectis DB, DE, si AB, est septima pars circumferentiæ, continebit tam angulus ADB, quam DEB, (æ qui æquales sunt) $\frac{2}{7}$.



a 5. primi.

b 32. primi.

c 32. primi.

d 20. tertij

e 3. sexti.

fr. corol. 36
tertij.

vel $\frac{1}{4}$. duorum rectorum. b Ergo reliqui DAB, DBA, simul continebunt $\frac{5}{7}$. vel $\frac{1}{4}$. duorum rectorum. Ac proinde vterque ipsorum continebit $\frac{5}{14}$. duorum rectorum. c Cum ergo DAB, æqualis sit duobus E, & ABE, continebunt etiam hi simul $\frac{5}{4}$. duorum rectorum. Continet autem E, solus $\frac{1}{4}$. duorum rectorum. Igitur ABE, continebit $\frac{1}{4}$. duorum rectorum. d Et quia ADE, duplus est ipsius ABE, propter eandem basem AE, continebit angulus ADE, $\frac{2}{4}$. id est, $\frac{1}{2}$. duorum rectorum. Cum ergo totus ADB, complectatur $\frac{2}{7}$. vt dictum est, continebit quoque BDE, $\frac{1}{7}$. duorum rectorum; ideoque æquales erunt ADE, BDE.

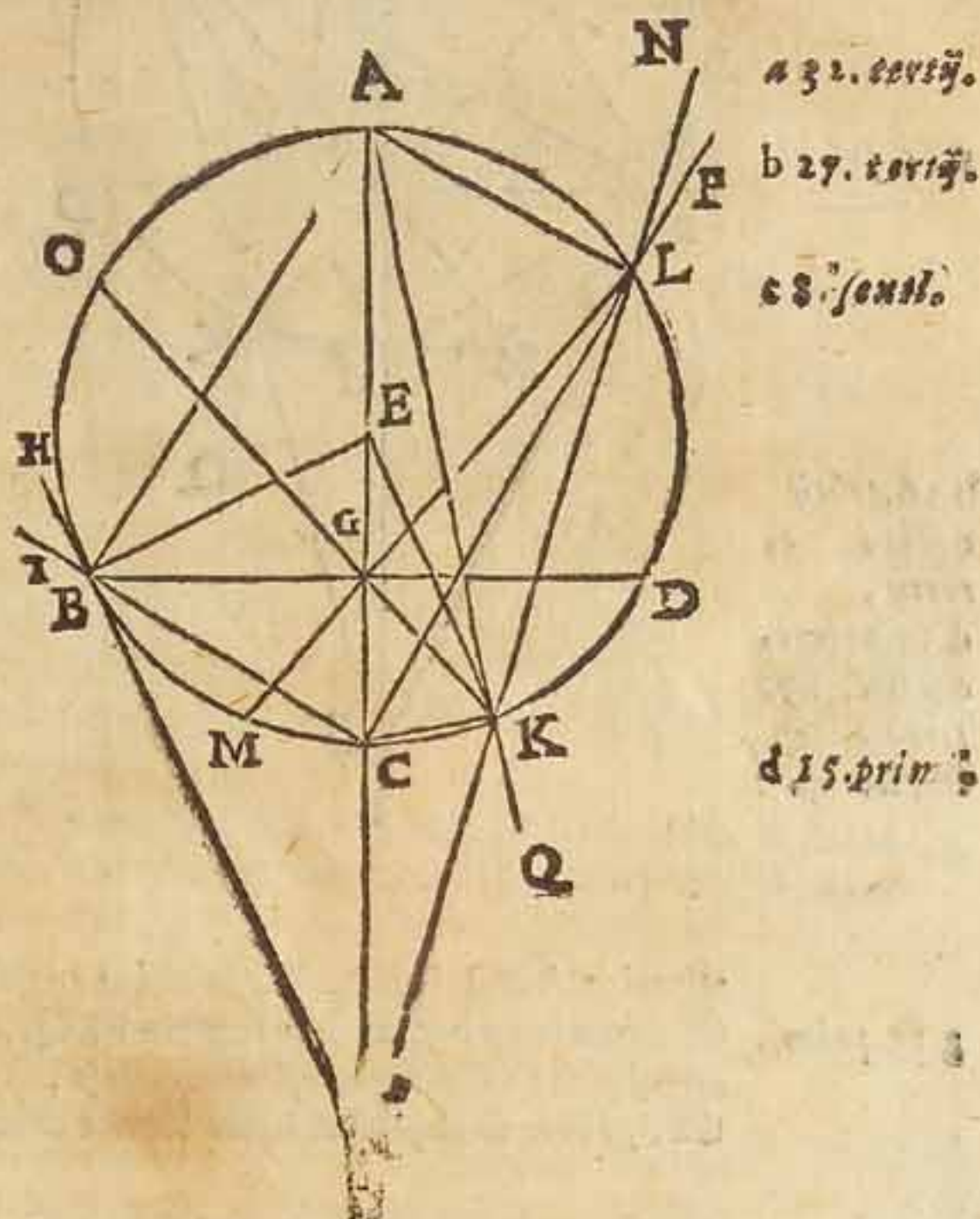
SED iam AB, sit inuenta per constructionem prædicti auctoris; eritque EB, æqualis ipsi DB. Si ergo AB, esset verum latus heptagoni, caderet DI, perpendicularis, diuidens nimirum angulum ADB, bifariam, in F, quod verum non est. Posita enim BE, 4. erit tota CE, 9. & DE, 5. e Cum ergo sit, vt BD, ad DE, ita BF, ad FE; (quod angulus ADB, sectus sit bifariam) erit componendo, summa ex BD, DE, nimirum 9. ad DE, 5. vt BE, ad FE. Si igitur fiat, vt 9. ad 5. ita BE, 4. ad aliud, inuenietur FE, $2\frac{2}{5}$. ac propterea rectangulum sub BE, 4. & EF, $2\frac{2}{5}$. erit $8\frac{4}{5}$. & rectangulum sub CE, 9. & EA, 1. erit 9. quod est absurdum f cum hæc rectangula sint æqualia. Non ergo recta DI, cadit in punctum F, intersectionis rectæ BE, cum arcu AB, quandoquidem rectangulum sub BE, EF, æquale non est rectangulo sub CE, EA, sed minus: Ac proinde non recte illa ratione latus heptagoni inuenitur.

ALBERTVS Durerus ad KL, latus trianguli æquilateri (sumptis videlicet arcibus AK, AL, quorum vterque sextam partem circumferentiæ contineat) perpendicularem ducit AH, dicitque KH, semissem illius lateris esse latus heptagoni. quod similiter falsum est. Nam KH, omnino æqualis e st

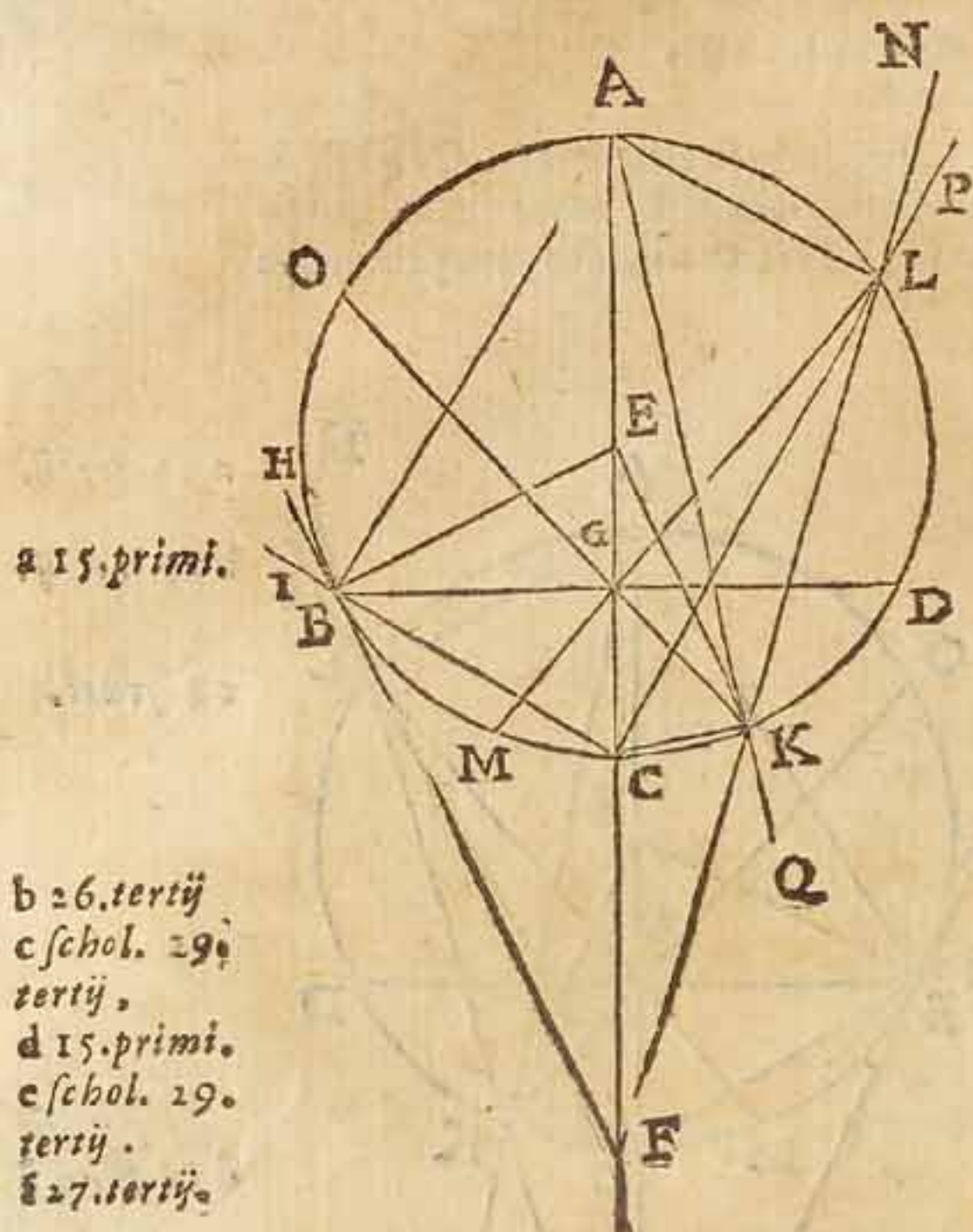
quæ per intersectionē diametri cum prædicta chorda perpendiculari ducitur, bifariam.

IN circulo ABCD, cuius centrum E, producta sit diameter A C, ad F, & ex F, ducatur primum recta FH, tangens circulum in B, atque ex B, ducatur chorda B D, secans diametrum in G, ad rectos angulos, iunganturque ad extrema diametri rectæ BC, B A. Dico tam angulos CBF, CBG, quam (producta FB, ad H,) angulos ABH, ABG, esse æquales. *a* Quoniam enim, angulus CBF, angulo BAC, in alterno segmento æqualis est. *b* & angulus CBD, eidem angulo BAC, æqualis, ob arcus æquales CB, CD; *c* (vel etiam angulus CBG, angulo BAC, æqualis est; quod BG, in triângulo rectângulo ABC, ad basem AC, perpendicularis sit) erunt anguli CBF, CBG, inter se quoque æquales. Producta autem CB, ad I, si ex rectis angulis ABC, ABI, tollantur æquales CBG, HBI, (*d* cum enim, CBF, æqualis sit angulo HBI, ad verticem; & angulus CBG, angulo CBF, ostensus æqualis; erit quoque angulus CBG, angulo HBI, æqualis.) erunt quoque reliqui anguli ABG, ABH, inter se æquales. quod est primum.

DEINDE ducatur recta FN, secans circulum in K, L, ductisque rectis KGO, LGM, per G, iungantur tam rectæ KC, KA, quam LC, LA, ad extrema diametri. Dico rursus, tam angulos CLF, CLG, quam ALG, ALN: Item tam CKF, CKG, quam AKG, AKL, esse æquales. Ductis enim ex centro rectis EB, EK; *e* erit angulus EBF, rectus: *f* Igitur erit FB, media proportionalis inter EF, FG: *g* Ideoque rectangulum sub EF, FG, quadrato ex FB, æquale erit; *h* *f* coroll. 3. Est autem eidem quadrato æquale quoque rectangulum sub LF, FK. Igitur rectangulum sub EF, FG, rectangulo sub LF, FK, æquale erit: *i* Ac proinde erit ut EF, prima ad FK, secundam, ita LF, tertia ad FG, quartam. Quare cum triângula EFK, LFG, habeant latera circa communem angulum F, proportionalia; *k* erunt anguli FEK, FLG, homologis lateribus FK, FG, oppositi æquales. *l* Est autem angulus FEK, in centro anguli CLK, ad circumfe-



Ecc 2 ren-



a 15. primi.

b 26. tertij.
c schol. 29.
tertij.
d 15. primi.
e schol. 29.
tertij.
f 27. tertij.

g 15. primi.

æquales AKG, FKQ , (Cum enim angulus AKG , angulo AKL , ostensus sit æqualis : g hic autem angulo FKQ , ad verticem sit æqualis ; erit quoque angulus AKG , angulo FKQ , æqualis .) erunt etiam reliqui anguli CKG, CKE , inter se æquales. Quæ omnia demonstranda erant.

rentiam, (cum habeant eandem basem CK ,) duplus. Igitur & angulus FLG , eiusdem anguli CLK , duplus erit; Ac proinde angulus FLG , sectus erit bisariam à recta LC , hoc est, anguli CLF, CLG , æquales erunt. Producta autem CL , ad P , si ex rectis angulis ALC, ALP , demantur æquales anguli CLG, PLN , (cum enim CLF , ostensus sit æqualis angulo CLG , a & CLF , æqualis sit angulo PLN , ad verticem, erit quoque CLG , eidem angulo PLN , æqualis .) erunt quoque reliqui anguli ALG, ALN , æquales. Rursus quia anguli CLK, CLM , ostensi sunt æquales; b erunt arcus CK, CM , æquales. c Igitur anguli CGK, CGM : d Ideoque & anguli AGO, AGL , ad verticem æquales erunt: e Ac proinde arcus etiam AO, AL , æquales erunt: fideoque & anguli AKO, AKL , erunt æquales. Producta autem AK , ad Q , si ex rectis angulis CKA, CKQ , auferantur

SCHOLIUM.

HOC Theorema valde utile est ad descriptionem paralleli cuiusvis circuli maximæ per datum punctum in Astrolabio, ut ex propos. 18. lib. 2. Astrolabij perspicuum est cum multa ibi demonstrari possint per hoc Theorema sine ijs, quæ ex Astrolabij descriptione pendent.

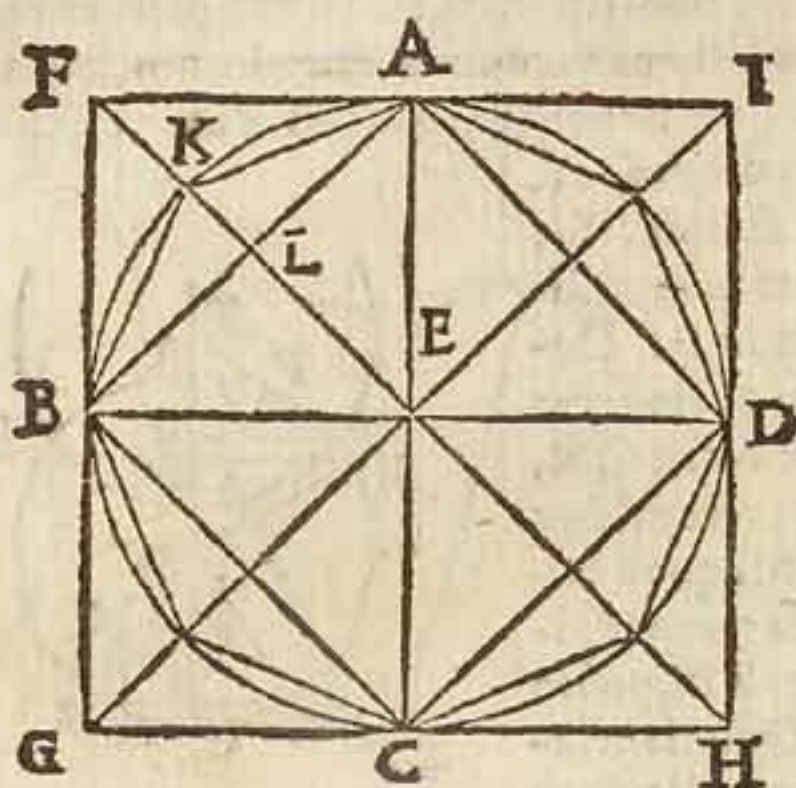
THEOR. II. PROPOS. 29.

DESCRIPTIONEM Pentagoni æquilateri, & æquianguli supra datam rectâ ab Alberto Durero tra-

ter quadratum eidem circulo circumscriptum, & quadratum inscriptum.

HOC Theorema est Orontij, quod facile ita demonstrabitur. Sit circulus ABCD, cuius centrum E; duæ diametri AC, BD, secantes se in E, ad angulos rectos. Iunctis ergo rectis AB, BC, CD, DA, erit quadratum circulo inscriptum ABCD, ut ex demonstratione propos. 6. lib. 4. Eucl. constat.

Ducantur quoque per A, B, C, D, perpendiculares ad diametros coeuntes in F, G, H, I, eritque quadratum circulo circumscriptum FGHI, ut patet ex demonstratione propos. 7. lib. 4. Euclid. Ductis autem diametris FH, GI, & secabuntur quadrantes AB, BC, CD, DA, bifariam; propterea quod anguli in centro sunt omnes æquales, b nimirum semirecti: c ac proinde & latera quadrati inscripti diuisa erunt bifariam, & ad angulos rectos. Et si iungantur rectæ, AK, KB, &c. descriptum erit octogonum intra



227. 1873q.

b schol. 34.
primi.
c schol. 27.
sortij.

d 4. sexti.

e 6. primi.

f 1. sexti.

g 15. quinti

circulum. Dico ita esse quadratum exterius ad octogonum, ut octogonum ad quadratum interius. Quoniam enim triangula AEF, EAL, æquiangula sunt, quod rectos habeant angulos, & semirectos: d Erit EF, ad FA, hoc est, ad EK, (est nãq. EK, ipsi EA, hoc est, ipsi AF, æqualis) e ut EA, hoc est, ut EK, ad AL, hoc est, ad EL, f g AL, EL, sint æquales, propter angulos semirectos A, E, in triângulo AEL. Sunt ergo tres rectæ EF, EK, EL, cõtinue proportionales. Igitur & triangula AEF, AEK, AEL, continue erunt proportionalia: f cum basi- bus EF, EK, EL, sint proportionalia; g Ac proinde & eorum octupla continue erunt proportionalia, quadratum videlicet FGHI, octogonum AKBCDA, & quadratum ABCD; quippe cum prædicta triangula sint harum figurarum octauæ partes, ut liquet. Octogonum igitur medioloco proportionale est inter quadrata FGHI, ABCD, quod demonstrandum erat.

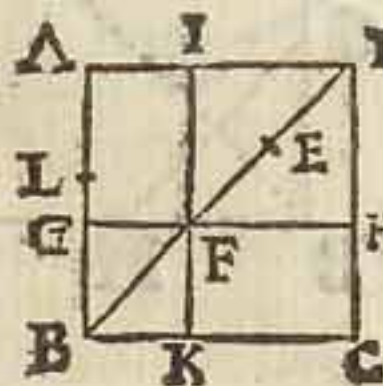
THEOR. 14. PROPOS. 32.

SI ex diametro quadrati detrahatur ipsius latus: Reliqua linea erit latus alterius quadrati, cuius diameter est linea, quæ relinquitur, si latus inuentum bis ex

ex diametro prioris quadrati auferatur; vel si idem
latus inuentum ex prioris quadrati latere tollatur.

EX diametro BD, quadrati ABCD, abscindatur recta BE, lateri AB, æ-
qualis, & ex eadem diametro dematur reliqua DE, bis vsque ad F, ita vt EF,
sit ipsi DE, æqualis: vel (quod idem est) reliqua DE, siue EF, illi æqualis
ex latere AB, hoc est, ex BE, auferatur. Dico DE, vel EF, latus esse qua-
drati, cuius diameter BF. Ductis enim per F, rectis GH, IK, parallelis ipsis
AD, AB; æ erunt GK, HI, circa diametrum quadrata. Dico rectam EF, vel
DE, æqualem esse lateri BG, quadrati GK, cuius dia-
meter BF, reliqua fuit post detractionem DE, bis ex
diametro BD. *b* Quoniam enim quadratum ex DF,
duplum est quadrati ex IF, siue ex AG, & quadru-
plum quadrati ex EF; si quadratum ex DF, ponatur
4. erit quadratum ex AG, 2. & quadratum ex EF,
1. Ac proinde quadratum ex AG, duplum erit qua-
drati ex EF. *d* Est autem & quadratum ex BF, qua-
drati ex BG, duplum. *e* Igitur erit vt recta AG, ad
rectam EF, ita recta BF, ad rectam BG; quandoquidem quadrata earum pro-
portionalia sunt, habentia nimirum proportionem duplam. Capiatur BL,
ipsi BF, æqualis ita vt reliqua LA, reliquæ FE, æqualis sit. Erit igitur quoque
AG, ad AL, vt BF, siue BL, ad BG; Et diuidendo GL, ad LA, vt GL, ad BG. *f*
Quocirca AL, siue EF, & BG, æquales sunt, quod erat ostendendum.

a coroll. 4.
secundi.



b schol. 47.
primi.

c schol. 40.
secundi.

d schol. 47.
primi.

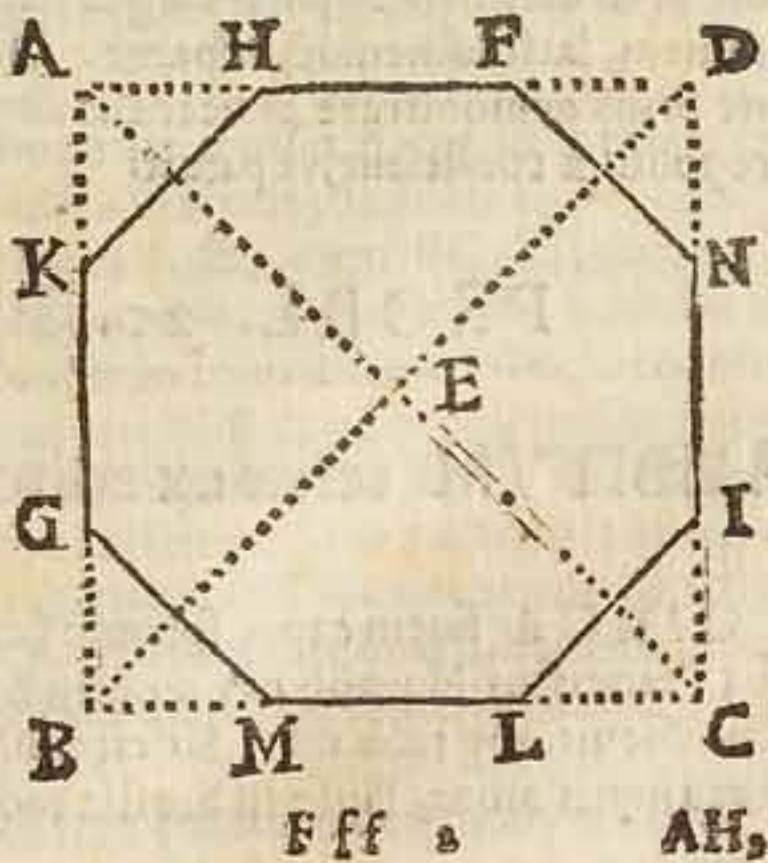
e 22. *secundi.*

f 9. *quinti.*

PROBL. 19. PROPOS. 33.

OCTOGONVM æquilaterum, & æquiangulum ad
datam altitudinem, latitudinemve constituere.

SIT ad altitudinem datam
AB, construendum octogonum
æquilaterum, & æquiangulum.
Descripto ex AB, quadrato
ABCD, ductisque diametris
AC, BD, se in E, secantibus bi-
sariam, & ad angulos rectos; ab-
scindantur ad interuallum EA,
ex quatuor angulis quadrati
rectæ æquales AF, AG; DH,
DI; BK, BL; CM, CN, iungan-
turque rectæ HK, GM, LI, NF.
Dico octogonū FHKGMLIN,
esse æquilaterum, & æquiangu-
lum. Quoniam enim rectæ



$\Delta H, AK, BG, BM, CL, CI, DE, DN$, relinquuntur post detractionem rectæ AE .

e 47. primi.

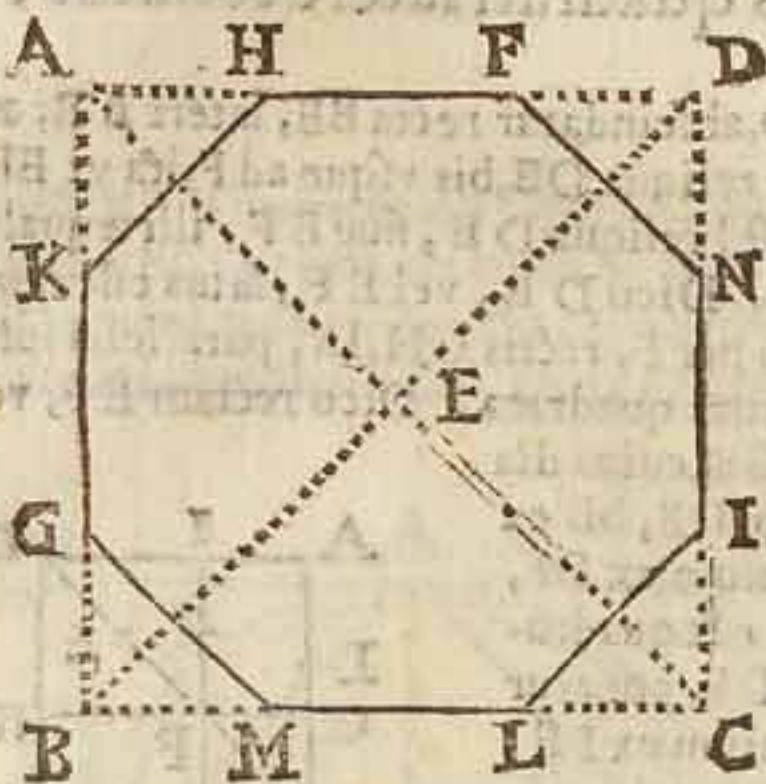
b 32. huius.

e schol. 47. primi.

d 13. primi.

e 4. primi.

f schol. 34. primi.



ti ex KA : ac proinde quadrata ex KH, KG , æqualia inter se erunt; ideoq. & rectæ KH, KG , æquales erunt. Eadem ratione ostendemus, eandem GK , æqualem esse rectæ GM ; & GM , æqualem rectæ ML , & sic de coeteris. Æquilaterum ergo est octogonum. *d* Quoniam autem bini anguli ad H, K, G, M, L, I, N, F , æquales sunt duobus rectis; & suntque anguli acuti versus angulos quadrati omnes inter se æquales: finimo semirecti, quod KH, GM , &c. sint diametri quadratorum ex lateribus AH, GB , &c. descriptorum: Erunt reliqui anguli obtusi in octogono æquales; ideoque octogonum æquiangulum etiam est quod est propositum.

SCHOLIUM.

$H \Delta C$ praxis, quam ante aliquot annos a quodam architecto sine demonstratione tamen accepi, pulcherrima est: quippe quæ non requirat diuisionem circuli in octo partes æquales, & describat octogonum ad datam altitudinem, latitudinemuè, ut patet. Quam praxem ut demonstrarem, oportuit prius demonstrare præcedens theorema. Ex eo enim facile problema propositum conficitur, ut patuit.

PROBL. 20. PROPOS. 34.

AMBITVM terræ ex edito aliquo monte metiri.

CIRCA finem cap. 1. sphaeræ Ioan. de Sacro bosco proposui rationem, qua Franciscus Maurolycus ambitum terræ ex edito aliquo monte inuestigare docuit, quæ talis est. Sit circulus terræ BCD , in quo eligatur editissimus aliquis mons, (ipse in Sicilia montem Aetnam ad hoc negotium censuit

angulo A, quando radius visua lis terram contingit, cognitus etiam erit angulus AFC, eius complementum. Ergo huius anguli secans AF, cognita erit in partibus sinus totius FC. Ex qua secante, si dematur sinus totus BF, nota relinquetur altitudo montis AB, in partibus sinus totius BF. Si igitur fiat ut altitudo montis AB, nota in partibus sinus totius ad eandem AB, notam in data mensura, ita sinus totus BF, ad aliud; proueniet semidiameter BF, nota in partibus altitudinis montis, &c.

PROBLEMA 21. PROPOS. 35.

PRISMATI cuicunque **Cylindrum** æqualem,
& **Pyramidi** Conum æqualem: Ac vicissim **Cylindro** **Prisma** æquale, & **Cono** æqualem **Pyramidem** constituere.

SI basi prismatis, vel pyramidis construatur circulus æqualis, per eam quæ ad finem lib. 7. scripsimus: Et super hunc circulum extruatur cylindrus, vel conus eiusdem altitudinis cum prisma, vel pyramide; erit cylindrus prismati, & conus pyramidi æqualis. Cum enim tam bases, quam altitudines æquales sint: producat autem prisma, & Cylindrus ex base in altitudinem multiplicata, & pyramis, atque conus ex tertia parte basis in altitudinem multiplicata, ut lib. 5. cap. 1. declarauimus; manifestum est, cylindrum prismati, & conum pyramidi esse æqualem.

SI vicissim basi cylindri, vel conici constituatur quadratum, aut aliqua rectilinea figura æqualis, per eam, quæ ad finem lib. 7. diximus, & super hoc quadratum, aut figuram rectilineam fiat prisma, vel pyramis eiusdem altitudinis cum cylindro, vel cono, erit prisma cylindro, & pyramis cono æqualis, quod est propositum.

PROBL. 22. PROPOS. 36.

DATO Cylindro, aut prismati æqualem conum, vel pyramidem sub eadem altitudine. Et vicissim dato cono, vel pyramidi æqualem cylindrum, aut prisma eiusdem altitudinis constituere.

a 16. sexti-
buius.

b 10. duo-
decimi.

c coroll. 7.
duodec.

d 11. & 6.
duodec.

SI tam basis cylindri, quam prismatis tripletur, & super triplicatam extruatur conus, vel pyramis eiusdem altitudinis, factum erit, quod in prima parte proponitur. Cum enim cylindrus triplus sit coni eandem cum illo basem, & altitudinem habentis: Item prisma triplum pyramidis eandem cum illo basem, atque altitudinem habentis: Sit autem & conus extructus

fructus eiusdem illius coni triplus; nec non & pyramis constructa eiusdem illius pyramidis tripla. *a* Erit tam conus extructus cylindro æqualis, *a* 9. quinti. quam pyramis constructa prismati. quod est propositum.

b SI vicissim bases coni, & pyramidis in tripla proportionem minuantur, & super tertias has partes cylindrus erigatur, & prisma: Erit tam cylindrus dato cono, quam prisma datæ pyramidi æquale. *c* Quoniam enim tam conus datus, quam cylindrus extructus, triplus est coni eandem basem, altitudinemque habentis cum cylindro extructo. *d* Item tam data pyramis, quam prisma extructum, triplum est pyramidis eandem habentis basem, atque altitudinem cum prismate extructo. *e* Erit tam cylindrus extructus dato cono æqualis, quam prisma constructum datæ pyramidis æquale. quod est propositum.

b 16. sexti.
huius.

c 11. & 10.
duodec.

d 6. et 7. duo
decimi.

e 9. quinti.

COROLLARIUM I.

QVIA igitur forme prisma in cylindrum, & pyramis in conum conuertitur: Et contra cylindrus in prisma, & conus in pyramidem: *g* Item cylindrus in conum, & prisma in pyramidem: Et contra conus in cylindrum, & pyramis in prisma conuertere potest; fit ut indifferenter tam cylindrus, quam prisma transmutari possit in pyramidem, aut conum, ac pyramis in cylindrum, aut prisma æquale.

f 35. huius.

g 36. huius.

COROLLARIUM II.

EX his etiam manifeste colligitur, omnem cylindrum, ac prisma; similiter & conum, ac pyramidem conuertere posse in parallelepipedum rectangulum, cuius basis sit quadrata. *h* Nam conuerso cylindro, aut cono, vel pyramide in prisma quaecunque, si basi prismatis fiat quadratum æquale, & supra illud erigatur parallelepipedum eiusdem altitudinis; *i* erit hoc parallelepipedum priori æquale, ac proinde & proposito cylindro, vel cono, aut pyramidi.

h 35. & 36.
huius.

i 2. coroll. 7.
7. duodec.

PROBL. 23. PROPOS. 37.

DATVM cylindrum, vel prisma: Similiter datum conum, vel pyramidem cuiuscunque altitudinis, in æqualem sub data qualibet alia altitudine, & supra basem quotcunque angulorum, reuocare.

IN proportionem, quæ data altitudo ad altitudinem propositi solidi habet, *k* augeatur vel minuaturs basis eiusdem solidi dati. Nam solidum supra hanc basem auctam, vel diminutam secundum datam altitudinem constructum, erit id, quod queritur. *l* Erit enim æquale dato solido: quippe cum altitudines cum basibus reciproce sint. Quod si basi constructi solidi fiat æqualis basis quotcunque angulorum & supra eam constituitur solidum sub data altitudine; erit hoc etiam solidum solido proposito æquale.

k 16. sexti.
huius.

l 15. & 9.
duodec.

PRO-

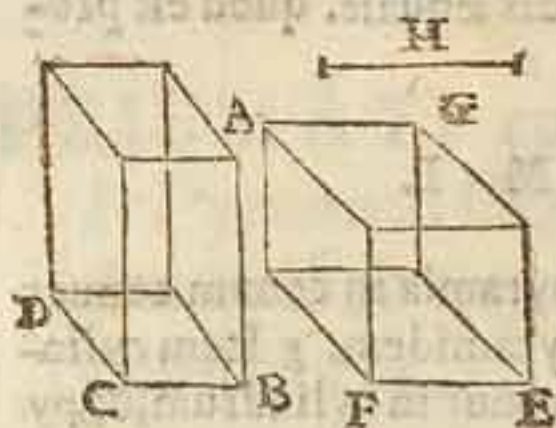
PROBL. 24. PROPOS. 38.

DATO parallelepipedo rectangulo cubum æqualem describere.

2. 14. secūdi

b. 2. corol. 7.
duodec.

Lemma 18.
sexti huius
d. 36. unde.



SIT parallelepipedum non habet basem quadratam, & fiat eius basi quadratum æquale BCD , supra quod erigatur parallelepipedum rectangulum eiusdem altitudinis AB , cum parallelepipedo dato, b quod æquale erit dato parallelepipedo. Huic ergo cubum æqualem construemus hac arte. Inter BC , latus quadrati BD , & AB , altitudinem parallelepipedum, inveniuntur duæ mediæ proportionales EF, H : ita ut sit BC , ad EF , quemadmodum EF , ad H , & H , ad AB . Et super EF , propinquiores lateri

BC , construatur cubus EFG . qui parallelepipedo $ABCD$, æqualis erit. **QVOD** si forte accadat, tres dimensiones parallelepipedum dati, cuius basis quadrata non sit, esse continue proportionales; & erit cubus ex media descriptus parallelepipedo æqualis.

COROLLARIUM.

e. 2. coroll.
36. huius

CVM igitur omnis cylindrus, omne prisma, conus, ac pyramis in rectangulum parallelepipedum possit commutari, liquido constat, cuilibet solido eiusmodi, cubum posse construi æqualem.

PROBL. 25. PROPOS. 39.

DATO cubo æquale parallelepipedum rectangulum sub data altitudine, vel supra datam basem construere.

11. sexti,

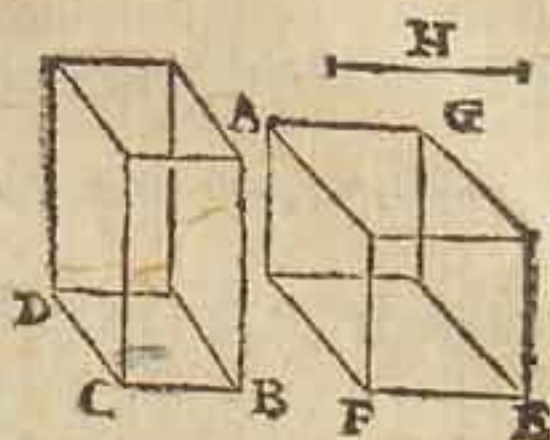
g. 36. unde.

SIT in præcedenti figura datus cubus EFG , & primum data altitudo AB , sub qua construendum sit parallelepipedum rectangulum cubo æquale. f Altitudini AB , & lateri cubi EF , reperitur tertia proportionalis BC . Et fiat rectangulum BD , comprehensum sub tertia proportionali BC , & recta CD , lateri cubi EF , æquali; erigaturque supra BD , parallelepipedum rectangulum sub data altitudine AB , quod dico cubo esse æquale. Quoniam enim parallelepipedum rectangulum ABD , continetur sub tribus rectis AB, CD, BC , hoc est, sub AB, EF, BC , continue proportionalibus; g erit parallelepipedum æquale cubo ex media EF , descripto, quod est propositum.

SIT



SIT deinde data basis BD, quæ si non est parallelogrammum, *a* reuocetur ad parallelogrammum æquale. Et quam proportionem habeat basis data BD, ad basem cubi dati, eam habeat latus cubi EF, ad rectam AB. (quod fiet, si supra latus cubi EF, fiat rectangulum æquale basi BD, & super alterum latus huius rectanguli aliud rectangulum æquale quadrato lateris cubi EF. *b* Nam tunc erit, ut primum rectangulum, id est, basis BD, ad secundum rectangulum, id est, ad quadratum, vel basem cubi, ita primum rectanguli basis, videlicet EF, ad basem secundi rectanguli.) Nam si supra basem BD, erigatur parallelepipedum in altitudine inuenta AB, *c* erunt parallelepipedum, & cubus æqualia: quippe cum bases, & altitudines sint reciproce, ex constructione. quod est propositum.



b 1. sexti.

c 34. unde.

COROLLARIUM.

QVONIAM igitur cuilibet cylindro, prismati, cono, ac pyramidi parallelepipedum rectangulum construi potest æquale: *e* si huic parallelepipedo fiat cubus æqualis; *f* & huic cubo parallelepipedum rectangulum sub data altitudine, vel base data æquale: commutatus erit cylindrus, prisma, conus, ac pyramis in parallelepipedum rectangulum æquale datæ altitudinis, vel basis.

d coroll. 38.

huius.

e 38. huius.

f 39. huius.

PROBL. 26. PROPOS. 40.

SPHAERAE datæ cubum æqualem: Et dato cubo æqualem sphaeram constituere.

QVONIAM per propof. 32. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro; Cylindrus rectus, cuius basis est maximus sphaeræ circulus, & altitudo diametro eiusdem sphaeræ æqualis, sesquialteram habet proportionem ad sphaeram: *g* Habet autem idem cylindrus ad cylindrum eiusdem basis, cuius altitudo contineat $\frac{2}{3}$ diametri sphaeræ, proportionem quoque sesquialteram; *h* erit posterior hic cylindrus sphaeræ æqualis. Si igitur huic cylindro fiat cubus æqualis; erit idem hic cubus datæ sphaeræ æqualis. quod est propositum.

g 14. unde.

h 9. quinti.

i coroll. 38.

huius.

VEL quia per eandem propof. 32. Archimedis, sphaera quadrupla est coni, cuius basis est maximus sphaeræ circulus, & altitudo semidiametro sphaeræ æqualis: *k* Est autem eiusdem coni quadruplus etiam conus eiusdem altitudinis, basem habens circuli maximi in sphaera quadruplam, hoc est, basem habens circulum, cuius semidiameter æqualis diametro maximi circuli; *l* erit posterior hic conus sphaeræ æqualis. *m* Si igitur huic cono fiat cubus æqualis, erit hic idem cubus sphaeræ datæ æqualis. quod est propositum.

k 11. duo-

decimi.

l 9. quinti.

m coroll. 38.

huius.

G g g

SIT

a 35. huius. SIT vicissim dato cubo fabricanda sphaera æqualis. *n* Fiat cubo, tanquam Prismati, cylindrus æqualis. Deinde sphaera fabricetur, habens diametrum sesquialteram altitudinis cylindri. *b* Hæc enim sphaera cylindro, ac proinde cubo dato æqualis erit: propterea quod cylindrus eiusdem basis altitudinem habens æqualem diametro sphaeræ, *c* sesquialter est tam prioris cylindri, *d* quam datæ sphaeræ quod est propositum.

COROLLARIUM I.

e 25. sexti. QVIA vero *e* si basi cubi fiat æqualis figura quocunque laterum, siue ea regularis sit, siue non; & supra hanc figuram erigatur solidum rectangulum ad altitudinem cubi, *f* solidum hoc cubo est æquale: sit ut sphaeræ datæ construi possit æquale solidum rectangulum supra basem quolibet angulorum; *g* si nimirum prius construaturs cubus æqualis: deinde huic cubo solidum rectangulum æquale, ut proxime dictum est. *h* Item quia cuicunque prismati pyramis construi potest æqualis; si cubo, qui sphaeræ est æqualis, tanquam prismati, fiat pyramis æqualis; erit quoque eadem pyramis sphaeræ æqualis.

i 36. huius. Immo quoniam cuilibet cylindro conus fieri potest æqualis: si cylindrus extruatur sphaeræ æqualis, supra basem videlicet maximo circulo in sphaera æqualem, & cuius altitudo contineat $\frac{2}{3}$ diametri, ut ad initium huius propositi ostendimus: Deinde huic cylindro conus æqualis; constitutus erit conus quoque datæ sphaeræ æqualis.

k 37. huius. VICISSIM *k* quia cuilibet prismati construi potest cubus æqualis: *l* Si huic cubo fiat æqualis sphaera, erit eadem hæc sphaera constituta æqualis dato prismati supra basem quocunque angulorum.

COROLLARIUM II.

m 2. coroll. QVIN etiam colligitur, posse sphaeram construi æqualem cuilibet corpori regulari. Nam de cubo quidem ostensum est hac proposit. 40. De Tetraedro vero, siue Pyramide regulari patet. Nam si Pyramidi *m* fiat Parallelepipedum æquale: *n* Et huic parallelepipedo cubus æqualis; Ac tandem huic cubo fabricetur sphaera æqualis; erit eadem hæc sphaera Tetraedro, siue pyramidi regulari æqualis. De Octaedro autem, Icosaedro, & Dodecaedro ita res peragetur. Si omnibus basibus corporis regularis fiat quadratum æquale, per ea, quæ ad finem lib. 1. Euclid. vel potius per ea, quæ lib. 4. huius Geometriæ cap. 4. Num. 4. tradidimus; & super hoc quadratum fiat pyramis habens altitudinem æqualem perpendiculari à centro corporis ad quamlibet basem ductæ, hoc est, altitudini vnius pyramidis ex ijs, in quas corpus dividitur à centro: *o* Erit hæc pyramis corpori regulari æqualis; *p* quippe cum ita se habeat tam pyramis hæc quadrilatera ad vnam pyramidem corporis regularis, quam omnes pyramides corporis regularis ad vnam pyramidem, ut basis illius, vel bases omnium pyramidum corporis, ad vnam basem; propterea quod in Octaedro proportio est utrobique octupla: In Icosaedro, vigecupla: Et in Dodecaedro, duodecupla. Quare si toti illi pyramidi cubus construaturs æqualis, ut paulo ante de Tetraedro dictum est: atque huic tandem cubo sphaera æqualis fabricetur; erit eadem sphaera illi pyramidi, hoc est, corpori regulari æqualis.

PROBL.

DVOBVS aut pluribus cubis vnum cubum æqua-
lem efficere.

SI supra basem superiorem primi cubi, a construatur parallelepipedum a 39. *huius*
rectangulum secundo cubo æquale, vt fiat vnum parallelepipedum duobus cu-
bis æquale: Et supra huius parallelepipedi basem superiorem aliud paralle-
lepipedum æquale tertio cubo, & sic deinceps, si plures adsint cubi, constru-
tum erit parallelepipedum propositis cubis æquale. Huic ergo b si fiat cubus b 38. *huius*
æqualis, factum erit, quod proponitur.

S C H O L I V M.

EADEM arte quotlibet figuris solidis non cubis, construetur cubus æ-
qualis: c si nimirum reuocentur ad vnum parallelepipedum, &c. c 37. *huius*

PROBL. 28. PROPOS. 42.

DATO cubo, corpus regulare, quod ex quinque
elegeris, æquale construere.

SIT datus cubus, cuius latus A , cui verbi gratia construendum sit æqua-
le Dodecaedrum. d Fiat quodcunque Dodecae-
drum, cuius latus B ; cui per ea, quæ in 2. co-
roll. præcedentis propos. dicta sunt, fiat æqualis
cubus, cuius latus C . e Et tribus lateribus C, A, B , reperiatur quarta propor-
tionalis D . Dico Dodecaedrum supra latus D , constructum, æquale esse
dato cubo lateris A . Quoniã enim, vt ex demonstratione propos. 37. lib. 11.
Euclid. patet, ita est cubus lateris C , ad cubum lateris A , vt Dodecaedrum
lateris B , ad Dodecaedrum lateris D : Est autem per constructionem, cubus
lateris C , æqualis Dodecaedro lateris B ; ferit quoque cubus lateris A , Do-
decaedro lateris D , æqualis, quod est propositum.

d 17. *tertijs*
decimi.

$C. A. B. D.$

e 12. *sexto.*

f 14. *quinto.*

PROBL. 29. PROPOS. 43.

EX maiori cubo detrahare minorem, residuoque cu-
bum æqualem exhibere.

SVpra basem maioris cubi g construatur parallelepipedum cubo mino-
ri g 39. *huius*

Ggg 2 ri 2-

ri æquale. Et ex latere cubi maioris abscindatur recta æqualis altitudini constructi parallelepipedum. Si enim per punctum abscissionis ducatur planum basibus cubi parallelum, detractum erit parallelepipedum parallelepipedo constructo æquale, cum habeat eandem basem & altitudinem cum illo, hoc est, minori cubo æquale. *a* Si igitur reliquo parallelepipedo fiat cubus æqualis, factum erit, quod proponitur.

38. huius.

S C H O L I V M.

b 1. & 2. co
roll 36. huius.
c 38. huius

IDEM fieri potest in alijs figuris solidis; *b* si prius reducantur ad parallelepipeda rectangula, quando non sunt parallelepipeda. *c* & deinde parallelepipeda ad cubos, &c.

P R O B L. 30. P R O P O S. 44.

D A T I S duabus, aut pluribus sphaeris, sphaeram vnam æqualem constituere.

d 40. huius. SPHAERIS propositis *d* construantur cubi æquales: *e* His deinde vnus
e 41. huius. cubus æqualis fiat, qui etiam sphaeris datis erit æqualis. *f* Si igitur huic cu
f 40. huius. bo extruatur sphaera æqualis; factum erit, quod iubetur.

P R O B L. 31. P R O P O S. 45.

E X maiori sphaera minorem sphaeram detrahere, residuoque sphaeram æqualem exhibere.

g 40. huius. *g* VTRAQUE sphaera in cubum reuocetur. *h* Detracto deinde minore
h 43. huius. cx maiore, *i* si residuo sphaera fiat æqualis; factum erit, quod proponitur.
i 40. huius.

P R O B L. 32. P R O P O S. 46.

D A T V M cubum, aut parallelepipedum, secundum proportionem datam secare.

k 32. unde. *SI* namque vnum latus in base cubi, aut parallelepipedum secetur secundum datam proportionem, & per punctum sectionis ducatur planum duabus basibus erectis solidi parallelum, diuidens ipsum solidum in duo parallelepipeda: habebunt hæc parallelepipeda datam proportionem. *k* Habent enim proportionem inter se eandem, quam bases. *l* Cum ergo bases habeant eandem proportionem, quam segmenta lateris secundum datam proportionem.

portionem diuisi; constat id, quod propositum est.

S C H O L I V M.

NON aliter prisina quodlibet, aut cylindrus secundum datam proportionem secabitur, si altitudo in datam secetur proportionem, & per punctum sectionis planum ducatur basibus parallelum. Hoc enim secabit *a* tam prisina, *b* quam cylindrum in datam proportionem.

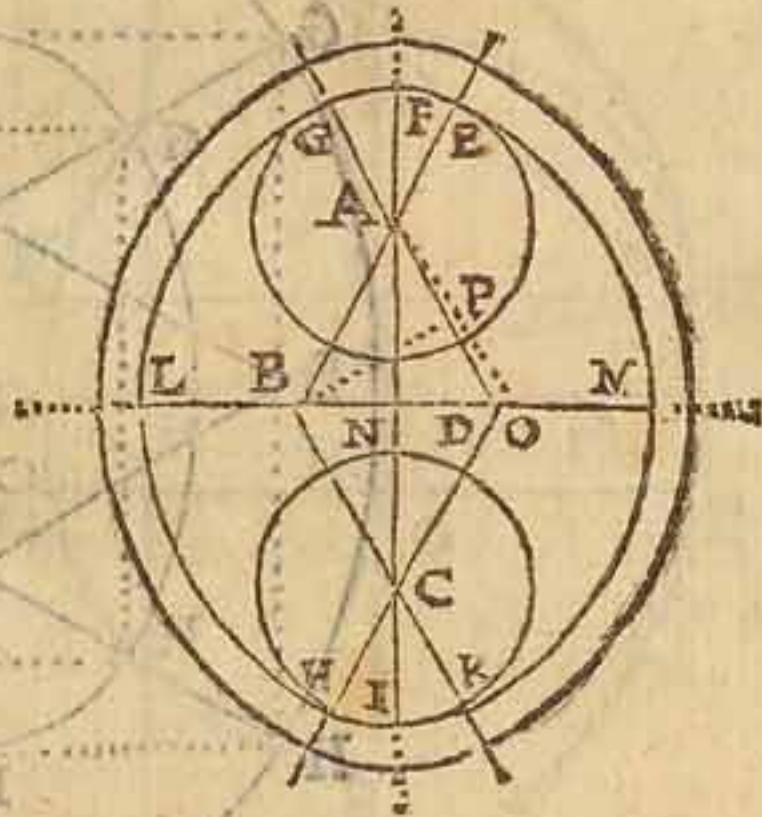
a schol. 14.
duodec.
b 14. duodec.

PROBL. 33. PROPOS. 47.

FIGVRAM Ellipsi similem, quam ouatam dicunt, circino describere.

LIBET miscellaneorum hunc librum peruulgato illo problemate concludere, quo artifices ope circini describere solent figuram ouatam Ellipsi similem, ita ut nullibi anguli appareant: cum non raro eiusmodi figura à Geometris in suis delineationibus adhibeatur. Docui quidem in lib. 1. nostre Gnomonicæ in scholio propos. 8. qua ratione vera Ellipsis, quæ conica sectio est, describenda sit: Sed hic similem figuram ex segmentis circularum constantem describendam proponimus. Itaque ergo, ut ex varijs scriptoribus colligitur, agemus. Construantur duo triangula æquilatera, vel Isoscelia supra basem communem AC, in diuersas partes ABC, ADC. (Æquilatera venustiore faciant figuram, ut experientia te docebit) productisque lateribus, describantur ex A, C, duo arcus EFG, HIK, usque ad latera producta. Si namque ex B, D, per E, K, G, H, alij arcus describantur, & tangent hi priores arcus in punctis E, K, G, H: ac proinde illos non secabunt, constitutaque erit figura ouata.

d 15. primi.



c schol. 13.
terig.

BENE autem vides, ex eisdem centris A, C, B, D, describi posse varias figuras, prout arcus EFG, HIK, maiores fuerint, aut minores, ut in figura apparet.

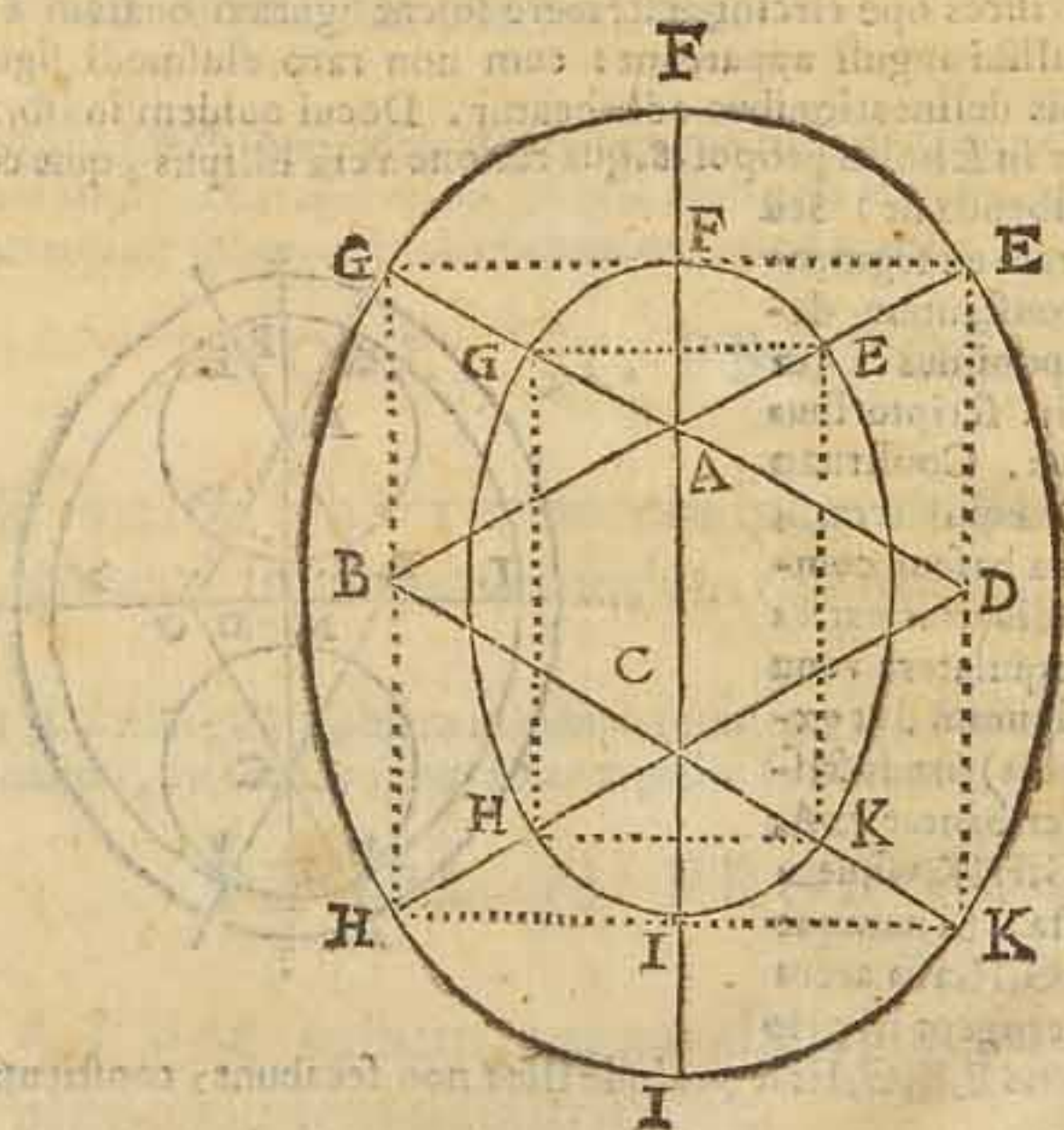
QVOD si triangula constituta sint Isoscelia, poterunt latera AB, CB, &c. vel maiora fieri base AC, vel minora. In figura nostra sunt minora.

POTES etiam, si placet, primo loco ex centris B, D, describere arcus EMK, GLH, ad quodcunque intervallum, pro latitudine figuræ describendæ: deinde

deinde ex centris A, C, minores arcus delineare EFG, HIK.

QVIN etiam sine constructione triangulorum idem efficiemus hoc modo. Ductis duabus rectis AC, BD, ad angulos rectos se secantibus in N; sumptisque æqualibus NA, NC, quantiscunque pro longitudine figuræ, describantur ex A, C, arcus circulorum EFG, HIK, parui, aut magni, prout desideras extremitates figuræ secundum longitudinem habere angustiores, latioresue. Deinde acceptis alijs duabus rectis æqualibus NB, ND, quantiscunque, (quo autem puncta B, D, remotiora fuerint ab N, eo angustior figura euadet: & quo minus remota, eo latior. Sed vsus magister optimus facile docebit, quantæ debeant esse rectæ NB, ND,) ducantur ex B, D, per centra A, C, rectæ secantes priores arcus in E, K, &c. Nam si ex B, D, per puncta E, K, &c. alij duo arcus describantur, perfecta erit figura Ellipsi similis.

VT autem videas, venustiores figuras describi, si triangula ABC, ADC, sint æquilatera, quæ fere ratio ab artificibus seruari solet, descripsimus hic duas figuras. In minori est latus BA, rectæ AE, duplum, in maiori vero æquale, &c.

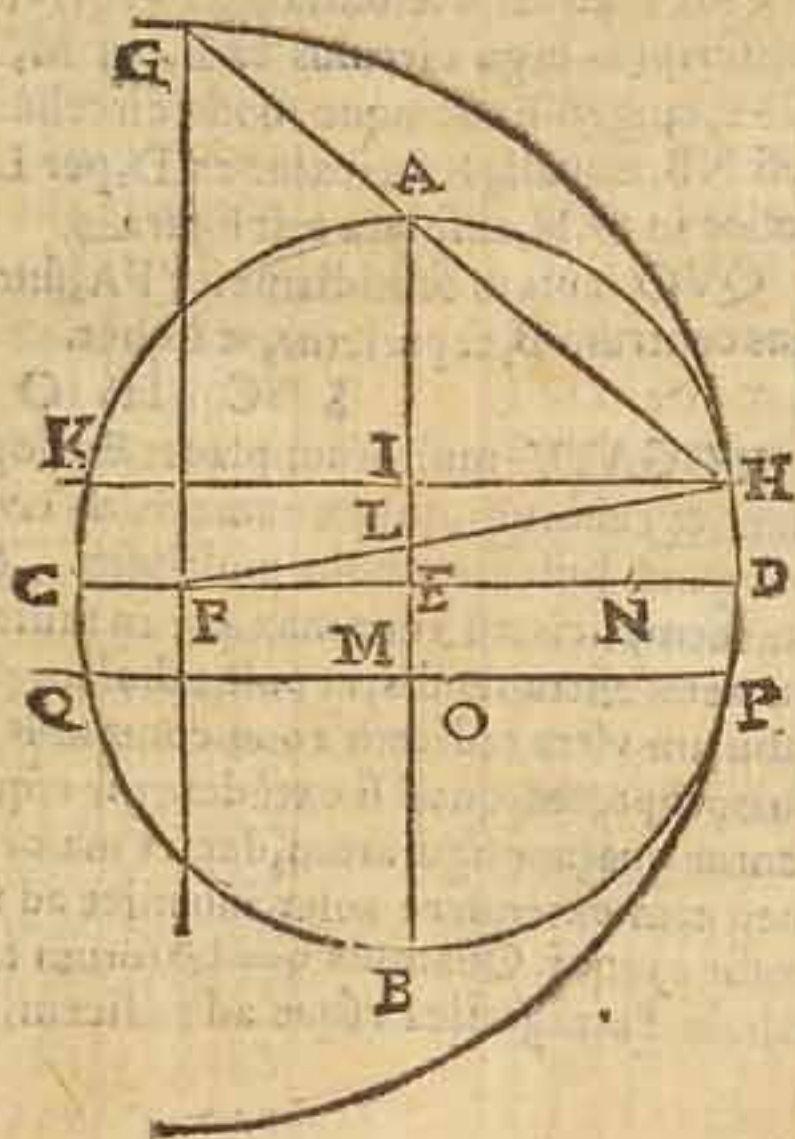


Area figuræ
ouatæ hinc de
scriptæ.

IAM vero area figuræ ouatæ, beneficio trianguli æquilateri descriptæ, quam artifices non raro expetunt, facile inuenietur, hoc modo. Sector BEK, est sexta pars circuli, cuius semidiameter BE, nota, nimirum latus trianguli æquilateri BEK, quod est in maiori figura duplum lateris AB, assumpti

præ ad libitum: in minori vero sesquialterum est eiusdem lateris AB. Inuenta ergo area illius circuli, ut lib. 4. ca. 7. docuimus, si ex eius sexta parte dematur triangulum æquilaterum BEK, cuius area reperietur per ea, quæ in eodem lib. 4. cap. 2. Num. 5. tradita sunt: reliquum fiet segmentum EK, ac proinde & GH, notum. Item sector AGE, est pars duodecima circuli, cuius semidiameter AG, nota, nimirum vel æqualis lateri assumpto AB, vel semissis ipsius. Si igitur ex duodecima parte areae illius circuli auferatur area isoscelis AGE, quæ reperietur per ea, quæ lib. 4. cap. 2. Num. 4. scripsimus: remanebit segmentum GFE, notum, ideoque & segmentum HIK. Quocirca si quatuor segmentis cognitis adijciatur area rectanguli EGHK, cognita erit area totius figuræ. Cognoscetur autem area huius rectanguli ex doctrina cap. 1. lib. 4. cum latus EK, chorda sit sextæ partis circuli, hoc est, semidiametro æquale: at EF, sit sinus grad 60, id est, semissis chordæ grad. 120.

VERVM quia hac ratione describi nequit figura ad datam longitudinem, latitudinemque; (quoniam si longitudo eligatur FI, ignotum erit, quanta sit futura latitudo: propterea quod arcus ex B, D, descripti raro transeant per electa puncta latitudinis: Si vero eligatur latitudo LM, in prima figura, ignorabitur futura longitudo: quippe cū arcus ex A, C, descripti raro etiam per electa puncta longitudinis transeant: ut perspicuum est,) docuimus cum Ioan. Baptista Benedicto, quo pacto, data tam longitudine, quam latitudine figura Ellipsi similis describenda sit. Sit ergo data longitudo AB, & latitudo CD, quæ se bifariam, & ad rectos angulos secant in E. Ex latitudine CD, abscindatur recta DE, quancunque ultra E, maior tamen intervallo inter punctum F, & A, extremum longitudinis. Hoc enim nisi fiat, describi non poterit figura ouata. Deinde centro F, & intervallo FE, describatur circulus DG, qui necessario ultra punctum A, transibit, quippe cum semidiameter FE, maior posita sit intervallo FA. Ducta autem FG, longitudini AB, parallela secante circulum descriptum in G; ducatur ex G, per A, recta secans eundem circulum in H. puncto, è quo ducatur HIK, latitudini CD, parallela, iungaturq. HF, secans AB, longitudinem in L; eruntq. FG, FH, æquales è centro F, ad circumferentiam. Et quia triangula HGF, HAL, similia sunt; b erit ut GF, ad FH, ita AL, ad LH. Cum ergo GF, ipsi FH, sit æqualis; erit quoque AL, ipsi LH, æqualis. Circulus ergo AH, ex L, per A, descriptus transibit per H, & ibique priorem circulum DG, tan-



a coroll. 4.
sexti.
b 4. sexti.
c schol. 13.
get
tertij.

get. Si igitur capiatur EO, æqualis ipsi EI, & EM, ipsi E L, ducaturque POQ, per O, rectæ CD, parallela, atque ex M, centro, intervallo autem LH, vel MP, circulus PBQ, describatur, tanget hic quoque priorem circum in P. Si denique sumpta EN, ipsi EF, æquali, describatur ex N, ad intervallo FD, prioris circuli circulus KCQ, tanget hic circulos HAK, PBQ, in K, Q, perfecta que erit figura ovata.

SED quia, ut dictum est, constatque ex descriptione, nisi latitudo CD, tanta sit, ut ex ea abscindi possit recta DE, maior intervallo FA, figura hac ratione describi nequit: adeo ut longitudo, ac latitudo ad libitum assumi non possint; instituetur operatio alio modo, sumpta quacunque longitudine AB, & latitudine CD. Secent se in prima figura longitudo, latitudoque FI, LM, datae mutuo bifariam in N, & ad angulos rectos, & sumantur rectæ FA, IC, æquales, & minores semisse latitudinis LN; describanturque ex A, & C, per F, & I, circelli EFG, HIK. Sumpta deinde MO, semidiametro AF, æquali, iungatur OA, ex O, ad centrum A, quam bifariam, & ad angulos rectos in P, secet recta PB, secans LM, etiam productam, si opus est, in B. ducaturque BA, usque ad circum GFE. Et quoniam dua latera OP, PB, duobus lateribus AP, PB, æqualia sunt, angulosque continent rectos, id est, æquales: a erunt bases OB, AB, æquales; additisque æqualibus OM, AB, (sumpta namque fuit MO, æqualis semidiametro FA, vel IC,) totæ BE, BM, æquales erunt. Descriptus ergo circulus ex B, per M, transibit per E, b ibique circum GFE, tanget. Eodemque modo circum HIK, tanget. Si igitur sumpta ND, ipsi NB, æquali, describatur ex D, per L, circulus tangens eosdem priores circellos in G, H, absoluta erit figura.

4. primi.

b schol. 13.
varijs.

QVO autem semidiameter FA, sumpta fuerit minor, quam MN, eo certius centrum B, reperietur, ut liquet.

S C H O L I V M.

ROGATV multorum placet Epilogi loco apponere tabulam quadratorum, & cuborum, qui ex numeris ab 1. usque ad 1000. producuntur: propterea quod huiusce tabulæ multiplex, & insignis est usus cum in alijs rebus Mathematicis, tum vero maxime in radicibus quadratis, & cubicis ex magnis numeris extrahendis, ut post tabulam paucis exponam. Non extendi autem tabulam ultra radicem 1000. contentus radicibus tres figuras non superantibus: propterea quod si extenderetur usque ad radicem 10000. ut radices haberentur quatuor figurarum, decies maior tabula conficienda esset. Si quis tamen eam extendere volet, inueniet ad finem tabulæ regulas, quibus id facile possit exequi. Quamvis quadratorum tabulam Doctissimus Maginus in sua tabula Tetragonica usque ad radicem, 10000. promouerit,

SEQVITVR TABVLA QVADRATORVM,
& Cuborum, quorum radices maiores non
sunt, quam 1000.

TABVLA

Tabula Quadratorum, & Cuborum.

Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi
1	1	1	41	1681	68921	81	1656	531441
2	4	8	42	1764	74088	82	4672	551368
3	9	27	43	1849	79507	83	6889	571787
4	16	64	44	1936	85184	84	9705	592704
5	25	125	45	2025	91125	85	7225	614125
6	36	216	46	2116	97336	86	7396	636056
7	49	343	47	2209	103823	87	7569	658503
8	64	512	48	2304	110592	88	7744	681472
9	81	729	49	2401	117649	89	7921	704968
10	100	1000	50	2500	125000	90	8100	729000
11	121	1331	51	2601	132651	91	8281	753571
12	144	1728	52	2704	140608	92	8464	778688
13	169	2197	53	2809	148877	93	8649	804357
14	196	2744	54	2916	157464	94	8836	830584
15	225	3375	55	3025	166375	95	9025	857375
16	256	4096	56	3136	175616	96	9216	884736
17	289	4913	57	3249	185193	97	9409	912673
18	324	5832	58	3364	195112	98	9604	941192
19	361	6859	59	3481	205379	99	9801	970299
20	400	8000	60	3600	216000	100	10000	1000000
21	441	9261	61	3721	226981	101	10201	1030301
22	484	10648	62	3844	238328	102	10404	1061208
23	529	12167	63	3969	250047	103	10609	1092727
24	576	13824	64	4096	262144	104	10816	1124864
25	625	15625	65	4225	274625	105	11025	1157625
26	676	17576	66	4356	287496	106	11236	1191016
27	729	19683	67	4489	300763	107	11449	1225043
28	784	21952	68	4624	314432	108	11664	1259712
29	841	24389	69	4761	328509	109	11881	1295029
30	900	27000	70	4900	343000	110	12100	1331000
31	961	29791	71	5041	357911	111	12321	1367631
32	1024	32768	72	5184	373248	112	12544	1404928
33	1089	35937	73	5329	389017	113	12769	1442897
34	1156	39304	74	5476	405224	114	12996	1481544
35	1225	42875	75	5625	421875	115	13225	1520875
36	1296	46656	76	5776	438976	116	13456	1560896
37	1369	50653	77	5929	456533	117	13689	1601613
38	1444	54872	78	6084	474552	118	13924	1643032
39	1521	59319	79	6241	493039	119	14161	1685159
40	1600	64000	80	6400	512000	120	14400	1728000

Hh h

Tabula Quadratorum, & Cuborum.

Radices	Qua- drati	Cubi	Radices	Qua- drati	Cubi	Radices	Qua- drati	Cubi
121	14641	1771561	161	25921	4173281	201	40401	8120601
122	14884	1815848	162	26244	4251528	202	40804	8242408
123	15129	1860867	163	26569	4330747	203	41209	8365427
124	15376	1906624	164	26896	4410944	204	41616	8489664
125	15625	1953125	165	27225	4492125	205	42025	8615125
126	15876	2000376	166	27556	4574296	206	42436	8741816
127	16129	2048383	167	27889	4657463	207	42849	8869743
128	16384	2097152	168	28224	4741632	208	43264	8998912
129	16641	2146689	169	28561	4826809	209	43681	9129329
130	16900	2197000	170	28900	4913000	210	44100	9261000
131	17161	2248091	171	29241	5000211	211	44521	9393931
132	17424	2299968	172	29584	5088448	212	44944	9528128
133	17689	2352637	173	29929	5177717	213	45369	9663597
134	17956	2406104	174	30276	5268024	214	45796	9800344
135	18225	2460375	175	30625	5359375	215	46225	9938375
136	18496	2515456	176	30976	5451776	216	46656	10077696
137	18769	2571353	177	31329	5545233	217	47089	10218313
138	19044	2628027	178	31684	5639752	218	47524	10360232
139	19321	2685619	179	32041	5735339	219	47961	10503459
140	19600	2744000	180	32400	5832000	220	48400	10648080
141	19881	2803221	181	32761	5929741	221	48841	10793861
142	20164	2863288	182	33124	6028568	222	49284	10941048
143	20449	2924207	183	33489	6128487	223	49729	11089567
144	20736	2985984	184	33856	6229504	224	50176	11239424
145	21025	3048625	185	34225	6331625	225	50625	11390625
146	21316	3112136	186	34596	6434856	226	51076	11543176
147	21609	3176523	187	34969	6539203	227	51529	11697083
148	21904	3241792	188	35344	6644672	228	51984	11852352
149	22201	3307949	189	35721	6751269	229	52441	12008989
150	22500	3375000	190	36100	6859000	230	52900	12167000
151	22801	3442951	191	36481	6967871	231	53361	12326391
152	23104	3511808	192	36864	7077888	232	53824	12487168
153	23409	3581577	193	37249	7189057	233	54289	12649337
154	23716	3652264	194	37636	7301384	234	54756	12812904
155	24025	3723875	195	38025	7414875	235	55225	12977875
156	24336	3796416	196	38416	7529536	236	55696	13144256
157	24649	3869893	197	38809	7645373	237	56169	13312053
158	24964	3944312	198	39204	7762392	238	56644	13481272
159	25281	4019679	199	39601	7880599	239	57121	13651919
160	25600	4096000	200	40000	8000000	240	57600	13824000



Tabula Quadratorum, & Cuborum.

Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi
241	58081	13997521	281	78961	22188041	321	103041	33076161
242	58564	14172488	282	79524	22425768	322	103684	33386248
243	59049	14348907	283	80089	22665187	323	104329	33698267
244	59536	14526784	284	80656	22909304	324	104976	34012224
245	60025	14706125	285	81225	23149125	325	105625	34328125
246	60516	14886936	286	81796	23293656	326	106276	34645976
247	61009	15069223	287	82369	23639903	327	106929	34965783
248	61504	15252992	288	82944	23887872	328	107584	35287552
249	62001	15438249	289	83521	24137569	329	108241	35611289
250	62500	15625000	290	84100	24389000	330	108900	35937000
251	63001	15813251	291	84681	24642171	331	109561	36264691
252	63504	16003008	292	85264	24897088	332	110224	36594368
253	64009	16194277	293	85849	25153757	333	110889	36926037
254	64516	16387064	294	86436	25412184	334	111556	37259704
255	65025	16581375	295	87025	25672375	335	112225	37595375
256	65536	16777216	296	87616	25934336	336	112896	37933056
257	66049	16974593	297	88209	26198073	337	113569	38272753
258	66564	17173512	298	88804	26463592	338	114244	38614472
259	67081	17373979	299	89401	26730899	339	114921	38958219
260	67600	17576000	300	90000	27000000	340	115600	39304000
261	68121	17779581	301	90601	27270901	341	116281	39651821
262	68644	17984728	302	91204	27543608	342	116964	40001688
263	69169	18191447	303	91809	27818127	343	117649	40353607
264	69696	18399744	304	92416	28094464	344	118336	40707584
265	70225	18609625	305	93025	28372625	345	119025	41063625
266	70756	18821096	306	93636	28652616	346	119716	41421736
267	71289	19034163	307	94249	28934443	347	120409	41781923
268	71824	19248832	308	94864	29218112	348	121104	42144192
269	72361	19465109	309	95481	29503629	349	121801	42508549
270	72900	19683000	310	96100	29791000	350	122500	42875000
271	73441	19902511	311	96721	30080231	351	123201	43243551
272	73984	20123648	312	97344	30371328	352	123904	43614208
273	74529	20346417	313	97969	30664297	353	124609	43986977
274	75076	20570824	314	98596	30959144	354	125316	44361864
275	75625	20796875	315	99225	31255875	355	126025	44738875
276	76176	21024576	316	99856	31554496	356	126736	45118016
277	76729	21253933	317	100489	31855013	357	127449	45499293
278	77284	21484952	318	101124	32157432	358	128164	45882712
279	77841	21717639	319	101761	32461759	359	128881	46268279
280	78400	21952000	320	102400	32768000	360	129600	46656000

Hh h 2



Tabula Quadratorum, & Cuborum.

Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi
361	130321	47045881	401	160801	64481201	441	194481	85766121
362	131044	47437928	402	161604	64964808	442	195364	86350888
363	131769	47832147	403	162409	65450827	443	196249	86938307
364	132496	48228544	404	163216	65939264	444	197136	87528384
365	133225	48627125	405	164025	66430125	445	198025	88121125
366	133956	49027896	406	164836	66923416	446	198916	88716536
367	134689	49430863	407	165649	67419143	447	199809	89314623
368	135424	49836032	408	166464	67917312	448	200704	89915392
369	136161	50243409	409	167281	68417929	449	201601	90518809
370	136900	50653000	410	168100	68921000	450	202500	91125000
371	137641	51064811	411	168921	69426531	451	203401	91733851
372	138384	51478848	412	169744	69934528	452	204304	92345408
373	139129	51895117	413	170569	70444997	453	205209	92959677
374	139876	52313624	414	171396	70957944	454	206116	93576664
375	140625	52734375	415	172225	71473375	455	207025	94196375
376	141376	53157376	416	173056	71991296	456	207936	94818816
377	142129	53582633	417	173889	72511713	457	208849	95443993
378	142884	54010152	418	174724	73034632	458	209764	96071912
379	143641	54439939	419	175561	73560059	459	210681	96702579
380	144400	54872000	420	176400	74088000	460	211600	97336000
381	145161	55306341	421	177241	74618461	461	212521	97972181
382	145924	55742968	422	178084	75151448	462	213444	98611128
383	146689	56181887	423	178929	75686967	463	214369	99252847
384	147456	56623104	424	179776	76225024	464	215296	99897344
385	148225	57066625	425	180625	76765625	465	216225	100544625
386	148996	57512456	426	181476	77308776	466	217156	101194696
387	149769	57960603	427	182329	77854483	467	218089	101847563
388	150544	58411072	428	183184	78402752	468	219024	102503232
389	151321	58863869	429	184041	78953589	469	219961	103161709
390	152100	59319000	430	184900	79507000	470	220900	103823000
391	152881	59776471	431	185761	80062991	471	221841	104487111
392	153664	60236288	432	186624	80621568	472	222784	105154048
393	154449	60698457	433	187489	81182737	473	223729	105823817
394	155236	61162984	434	188356	81746504	474	224676	106496424
395	156025	61629875	435	189225	82312875	475	225625	107171875
396	156816	62099136	436	190096	82881856	476	226576	107850176
397	157609	62570773	437	190969	83453453	477	227529	108531333
398	158404	63044792	438	191844	84027672	478	228484	109215352
399	159201	63521199	439	192721	84604519	479	229441	109902209
400	160000	64000000	440	193600	85184000	480	230400	110592000

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



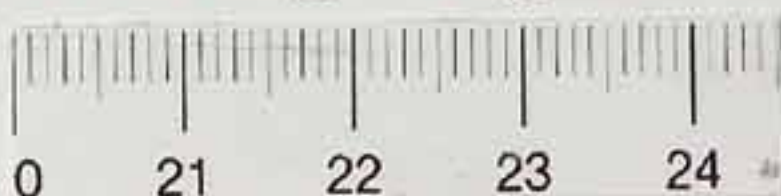
Tabula Quadratorum, & Cuborum.

Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi
481	231361	111284641	521	271441	141420761	561	314721	176538481
482	232324	111980168	522	274484	142236648	562	315844	177504328
483	233289	112678587	523	277529	143055667	563	316969	178453547
484	234256	113379904	524	274576	143877824	564	318096	179406144
485	235225	114084125	525	275625	144703125	565	319225	180362125
486	236196	114791256	526	276676	145531576	566	320356	181321496
487	237169	115501303	527	277729	146363183	567	321489	182284263
488	238144	116214272	528	278784	147197952	568	322624	183250432
489	239121	116930169	529	279841	148035889	569	323761	184220009
490	240100	117649000	530	280900	148877000	570	324900	185193000
491	241081	118370771	531	281961	149721291	571	326041	186169411
492	242064	119095488	532	283024	150568768	572	327184	187149248
493	243049	119823157	533	284089	151419437	573	328329	188131517
494	244036	120553784	534	285156	152273304	574	329476	189119224
495	245025	121287375	535	286225	153130375	575	330625	190109375
496	246016	122023936	536	287296	153990656	576	331776	191102976
497	247009	122763473	537	288369	154854153	577	332929	192100033
498	248004	123505992	538	289444	155720872	578	334084	193100552
499	249001	124251499	539	290521	156590819	579	335241	194104539
500	250000	125000000	540	291600	157464000	580	336400	195112000
501	251001	125751501	541	292681	158340421	581	337561	196122941
502	252004	126506008	542	293764	159220088	582	338724	197137368
503	253009	127263527	543	294849	160103007	583	339889	198155287
504	254016	128024064	544	295936	160989184	584	341056	199176704
505	255025	128787625	545	297025	161878625	585	342225	200201625
506	256036	129554216	546	298116	162771336	586	343396	201230056
507	257049	130323843	547	299209	163667323	587	344569	202262003
508	258064	131096512	548	300304	164566592	588	345744	203297472
509	259081	131872229	549	301401	165469149	589	346921	204336469
510	260100	132651000	550	302500	166375000	590	348100	205379000
511	261121	133432831	551	303601	167284151	591	349281	206425071
512	262144	134217728	552	304704	168196608	592	350464	207474688
513	263169	135005697	553	305809	169112377	593	351649	208527857
514	264196	135796741	554	306916	170031464	594	352836	209584584
515	265225	136590875	555	308025	170953875	595	354025	210644875
516	266256	137388096	556	309136	171879616	596	355216	211708736
517	267289	138188413	557	310249	172808697	597	356409	212776173
518	268324	138991832	558	311364	173741112	598	357604	213847192
519	269361	139798359	559	312481	174676879	599	358801	214921799
520	270400	140608000	560	313600	175616000	600	360000	216000000

Tabula Quadratorum, & Cuborum.

Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi
601	361201	217081801	641	410881	263374721	681	463761	315821241
602	362404	218767208	642	412164	264609288	682	465124	317214568
603	363609	219256227	643	413449	265847707	683	466489	318611987
604	364816	220348864	644	414736	267180084	684	467856	320013504
605	366025	221445125	645	416025	268336125	685	469225	321419125
606	367236	222545016	646	417316	269586136	686	470596	322828856
607	368449	223648543	647	418609	270840023	687	471969	324242703
608	369664	224755712	648	419904	272097792	688	473344	325660672
609	370881	225866529	649	421201	273359449	689	474721	327082769
610	372100	226981000	650	422500	274625000	690	476100	328509000
611	373321	228099131	651	423801	275894451	691	477481	329939371
612	374544	229220928	652	425104	277167808	692	478864	331373888
613	375769	230346397	653	426409	278445077	693	480249	332812557
614	376996	231475544	654	427716	279726264	694	481636	334255384
615	378225	232608375	655	429025	281011375	695	483025	335702375
616	379456	233744896	656	430336	282300416	696	484416	337153536
617	380689	234885113	657	431649	283593393	697	485809	338608873
618	381924	236029032	658	432964	284890312	698	487204	340068392
619	383161	237176659	659	434281	286191179	699	488601	341532099
620	384400	238328000	660	435600	287496000	700	490000	343000000
621	385641	239483061	661	436921	288804781	701	491401	344472101
622	386884	240641848	662	438244	290117528	702	492804	345948408
623	388129	241804367	663	439569	291434247	703	494209	347428927
624	389376	242970624	664	440896	292754944	704	495616	348913664
625	390625	244140625	665	442225	294079625	705	497025	350402625
626	391876	245314376	666	443556	295408296	706	498436	351895816
627	393129	246491883	667	444889	296740963	707	499849	353393243
628	394384	247673152	668	446224	298077632	708	501264	354894912
629	395641	248858189	669	447561	299418309	709	502681	356400829
630	396900	250047000	670	448900	300763000	710	504100	357911000
631	398161	251239591	671	450241	302111711	711	505521	359425431
632	399424	252435968	672	451584	303464448	712	506944	360944128
633	400689	253636137	673	452929	304821217	713	508369	362467097
634	401956	254840104	674	454276	306182024	714	509796	363994344
635	403225	256047875	675	455625	307546875	715	511225	365525875
636	404496	257259456	676	456976	308915776	716	512656	367061696
637	405769	258474853	677	458329	310288733	717	514089	368601813
638	407044	259694072	678	459684	311665752	718	515524	370146232
639	408321	260917119	679	461041	313046839	719	516961	371694959
640	409600	262144000	680	462400	314432000	720	518400	373248000

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale

<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

</start.htm>

Tabula Quadratorum, & Cuborum.

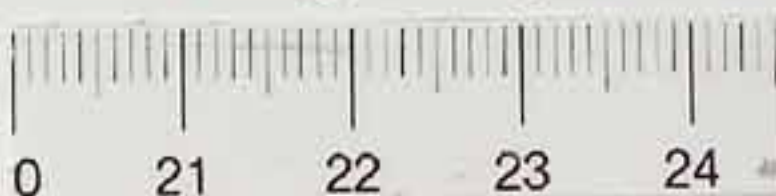
Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi
721	519841	374805361	761	579121	440711081	801	641601	513922401
722	521284	376367048	762	580644	442450728	802	643204	515849608
723	522729	377933067	763	582169	444194947	803	644809	517781627
724	524176	379503424	764	583696	445943744	804	646416	519718464
725	525625	381078125	765	585225	447697125	805	648025	521660125
726	527076	382657176	766	586756	449455096	806	649636	523606616
727	528529	384240583	767	588289	451217663	807	651249	525557943
728	529984	385828352	768	589824	452984832	808	652864	527514112
729	531441	387420489	769	591361	454756609	809	654481	529475129
730	532900	389017000	770	592900	456533000	810	656100	531441000
731	534361	390617891	771	594441	458314011	811	657721	533411731
732	535824	392223168	772	595984	460099648	812	659344	535387328
733	537289	393832837	773	597529	461889917	813	660969	537367797
734	538756	395446904	774	599076	463684824	814	662596	539353144
735	540225	397065375	775	600625	465484375	815	664225	541343375
736	541696	398688256	776	602176	467288576	816	665856	543338496
737	543169	400315553	777	603729	469097433	817	667489	545338513
738	544644	401947272	778	605284	470910952	818	669124	547343432
739	546121	403583419	779	606841	472729139	819	670761	549353259
740	547600	405224000	780	608400	474552000	820	672400	551368000
741	549081	406869021	781	609961	476379541	821	674041	553387661
742	550564	408518488	782	611524	478211768	822	675684	555412248
743	552049	410172407	783	613089	480048687	823	677329	557441767
744	553536	411830784	784	614656	481860304	824	678976	559476224
745	555025	413493625	785	616225	483736625	825	680625	561515625
746	556516	415160936	786	617796	485587656	826	682276	563559976
747	558009	416832723	787	619369	487443403	827	683929	565609283
748	559504	418508992	788	620944	489303872	828	685584	567663552
749	561001	420189749	789	622521	491169009	829	687241	569722789
750	562500	421875000	790	624100	493039000	830	688900	571787000
751	564001	423564751	791	625681	494913671	831	690561	573856191
752	565504	425259008	792	627264	496793088	832	692224	575930368
753	567009	426957777	793	628849	498677257	833	693889	578009537
754	568516	428661064	794	630436	500566184	834	695556	580093704
755	570025	430368875	795	632025	502459875	835	697225	582182875
756	571536	432081216	796	633616	504358336	836	698896	584277056
757	573049	433798093	797	635209	506261573	837	700569	586376253
758	574564	435519512	798	636804	508169592	838	702244	588480472
759	576081	437245479	799	638401	510082399	839	703921	590589719
760	577600	438976000	800	640000	512000000	840	705600	592704000



Tabula Quadratorum, & Cuborum.

Radices	Quadratus.	Cubi	Radices	Quadratus.	Cubi	Radices	Quadratus.	Cubi
841	707281	594823321	881	776161	683797841	921	848241	781229961
842	708964	596947588	882	777924	686128968	922	850084	783777448
843	710649	599077107	883	779689	688465387	923	851929	786330467
844	712336	601211584	884	781456	690807104	924	853776	788889024
845	714025	603351125	885	783225	693154125	925	855625	791453125
846	715716	605495736	886	784996	695506456	926	857476	794022776
847	717409	607645423	887	786769	697864103	927	859329	796597983
848	719104	609800192	888	788544	700227072	928	861184	799178752
849	720801	611960049	889	790321	702595369	929	863041	801765089
850	722500	614125000	890	792100	704969000	930	864900	804357000
851	724201	616295051	891	793881	707347971	931	866761	806954491
852	725904	618470208	892	795664	709732288	932	868624	809557568
853	727609	620650477	893	797449	712121957	933	870489	812166237
854	729316	622835864	894	799236	714516984	934	872356	814780504
855	731025	625026375	895	801025	716917375	935	874225	817400375
856	732736	627222016	896	802816	719323136	936	876096	820025856
857	734449	629422793	897	804609	721734273	937	877969	822656953
858	736164	631628712	898	806404	724150792	938	879844	825293672
859	737881	633839779	899	808201	726572699	939	881721	827936019
860	739600	636056000	900	810000	729000000	940	883600	830584000
861	741321	638277381	901	811801	731432701	941	885481	833237621
862	743044	640503928	902	813604	733870808	942	887364	835896888
863	744769	642735647	903	815409	736314327	943	889249	838561807
864	746496	644972544	904	817216	738763264	944	891136	841232384
865	748225	647214625	905	819025	741217625	945	893025	843908625
866	749956	649461896	906	820836	743677416	946	894916	846590536
867	751689	651714363	907	822649	746142643	947	896809	849278123
868	753424	653972032	908	824464	748613312	948	898704	851971392
869	755161	656234909	909	826281	751089429	949	900601	854670349
870	756900	658503000	910	828100	753571000	950	902500	857375000
871	758641	660776311	911	829921	756058031	951	904401	860085351
872	760384	663054848	912	831744	758550528	952	906304	862801408
873	762129	665338617	913	833569	761048497	953	908209	865523177
874	763876	667627624	914	835396	763551944	954	910116	868250664
875	765625	669921875	915	837225	766060875	955	912025	870983875
876	767376	672221376	916	839056	768575296	956	913936	873722816
877	769129	674526133	917	840889	771095213	957	915849	876467493
878	770884	676836152	918	842724	773620632	958	917764	879217912
879	772641	679151439	919	844561	776151559	959	919681	881974079
880	774400	681472000	920	846400	778688000	960	921600	884736000

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale

<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

Tabula Quadratorum, & Cuborum.

Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi
961	923521	887503681	975	950625	926859375	989	978121	967361669
962	925444	890277128	976	952576	929714176	990	980100	970299000
963	927369	893056347	977	954529	932574833	991	982081	973242271
964	929296	895841344	978	956484	935441352	992	984064	976191488
965	931225	898632125	979	958441	938313739	993	986049	979146657
966	933156	901428696	980	960400	941192000	994	988036	982107784
967	935089	904231063	981	962361	944076141	995	990025	985074875
968	937024	907039232	982	964324	946966168	996	992016	988047936
969	938961	909853209	983	966289	949862087	997	994009	991026973
970	940900	912673000	984	968256	952763904	998	996004	994011992
971	942841	915498611	985	970225	955671625	999	998001	997002999
972	944784	918330048	986	972196	958585256	1000	1000000	1000000000
973	946729	921167317	987	974169	961504803			
974	948676	924010424	988	976144	964430272			

9	81	729
10	100	1000
11	121	1331
12	144	1728



DE DIFFERENTIIS QVADRA TORVM

& cuborum, & de continuatione tabulæ eorundem.

Differētiæ quadratorū

QVONIAM quadrati numeri creantur per continuam additionem numerorum imparium, vt Arithmetici demonſtrant: ſit vt differentia inter quemlibet quadratum, & proxime inſequentem ſit dupla radicis minoris, addita inſuper vnitare. Itaq. duobus modis tabula quadratorum componi po teſt, & continuari. Vno modo ſi omnes numeri impares ordine ponantur, initio ſumpto ab 1. Nam 1. dat primum quadratum 1. Et ex 1. & 3. ſit ſecundus 4. cui ſi addatur ſequens impar 5. ſit tertius 9. & ſi addatur impar ſequens 7. ſit quartus quadratus 16. atque ita deinceps. Habet autem quilibet quadratus radicem tot vnitatum, quot numeri impares ipſum conſciunt. Vt quia ſolus impar 1. dat primum quadratum 1. propterea eius radix eſt 1. Deinde quia duo impares 1. & 3. conſciunt ſecundum quadratum 4. erit eius radix 2. Sic quia duodecim numeri impares 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. cōponūt quadratū 144. erit eius radix 12. & ſic de cæteris.

Compoſitio tabulæ quadratorum.

Numeri impares	Quadra ti.	Radices.
1	1	1
3	4	2
5	9	3
7	16	4
9	25	5
11	36	6
13	49	7
15	64	8
17	81	9
19	100	10
21	121	11
23	144	12

Atque in hunc modum ſi ſemper ſequens numerus impar adijciatur ad quadratum præcedentem, conflatur ſequens numerus quadratus, continuabiturque tabula in infinitum: ſi tamen prius ſeries numerorum imparium continuetur. Radices ſerie numerorum naturali progrediuntur.

ALIO modo condi poterit tabula quadratorum, & in infinitum continuari, ſine numerorum imparium ſerie, ſi omnes radices ponantur ordine, vt in tabula vides. Cum enim primus quadratus ſit 1. cuius radix 1, ſi hæc radix duplicata, addita inſuper 1. addatur primo quadrato 1. ſit ſecundus 4. cuius radix 2. Hæc duplicata, & inſuper addita 1. ſi adijciatur ſecundo quadrato 4. ſit tertius 9. cuius radix 3. quæ duplicata, & inſuper addita 1. facit 7. Si igitur addantur 7. ad quadratum 9. ſit quartus quadratus 16. & ſic in infinitum.

NUMERI autem cubi gignuntur quoque ex additione numerorum imparium



parium, hoc modo. Descripta serie imparium numerorum ab 1. incipien- Generatio
tium, primus 1. dat primum, cuborum.

cubum 1. cuius radix 1. Duo de
inde sequentes 3. 5. coaceruati
præbent secundum cubum 8. cu
ius radix 2. Tres insequentes 7.
9. 11. exhibent tertium cubum
27. cuius radix 3. Atque eundē
in modum sequentes quatuor
im pares conficiunt quartum cu
bum, & insequentes quinque
quintum, & sic deinceps in infi
nitum. Quilibet autem cubus
radicem habet tot unitatum,
quot impares numeri coacerua
ti ipsum component.

PRODVCITVR quoque
cubus cuiuscunque radicis, si
ea radix in suum quadratum
ducatur. Vt cubus radicis 16.
est 4096. genitus ex radice 16.
multiplicata in 256. quadratū
eiusdem radicis.

VERVM quia permole
stum est, tam seriem numero
rum imparium in tot terminis
continuare, vt ex eorum addi
tione omnes cubi generentur,
vt dictum est, quam radices oēs
per suos quadratos multiplica
re: obseruauit Ioan. Baptista,
Villalpandus nostræ Societatis
sacerdos Theologus, ac Mathematicus egregius, cuius eruditionis in rebus
Mathematicis specimen præclarum extat in apparatu Urbis, ac Templi Hie
rosolimitani, præsertim vero in multiplici duarum mediarum proportiona
lium inter duas rectas inuentione; obseruauit inquam pulcherrimam pro
prietatem cuborum numerorum, per quam differentiæ cuborum ordine,
sine magna difficultate reperiuntur, quæ postea ordine ad cubos præceden
tes additæ conficiunt cubos insequentes. Res autem sic se habet. In colum
na sinistra scribatur progressio Arithmetica, quæ à 6. incipiat, & per 6. pro
grediatur. In secunda columna reponantur numeri, qui ex numeris primæ
columnæ componuntur hac arte. Iuxta 6. ponatur 1. Deinde 7. qui numerus
ex 1. & 6. conflatur. Post hæc numerus 19. ex 7. & 12. coaceruatus. Atque
ita deinceps quilibet bini numeri primæ, ac secundæ columnæ simul additi
conficiat numerum inferiorem in secunda columna. In tertia deinde co
lumna collocentur omnes cubi, qui per continuam additionem numerorum
secundæ columnæ, quæ quidem differentias cuborum continet, colliguntur
hac ratione. Primus cubus est 1. cui si addas sequentem differentiam 7. fa
ciat

Numeri impares	Cubi	Radices
1	1	1
3	8	2
5	27	3
7	64	4
9	125	5
11		
13		
15		
17		
19		
21		
23		
25		
27		
29		

Differentiæ
cuborum quo
modo repe
riantur.

Constructio
tabulæ cubo
rum.

Iii 2 cie



cies secundum cubum 8. & addenda differentiam sequentem 19. conflabis
tertium cubum 27. & ita deinceps. Semper enim in tabella apposita iuxta

Progressio senarij	Differen- tię cuborū	Cubi	Radices
6	1	1	1
12	7	8	2
18	19	27	3
24	37	64	4
30	61	125	5
36	91	216	6
42	127	343	7
48	169	512	8
54	217	729	9
60	271	1000	10
66	331	1331	11
72	397	1728	12
78	469	2197	13
84	547	2744	14
90	631	3375	15
96	721	4096	16

quemlibet cubum ponitur differentia, qua à præcedenti cubo differt. In
quarta denique columna scribantur ordine cuborum radices. In
B A E D E M differentię cuborum in secunda columna descriptę inue-
nientur quoque hoc modo. Radicis propositę quadratum triplicetur, adda-
turque radix triplicata, atque insuper 1. Conflatus enim numerus erit diffe-
rentia, qua cubus propositę radicis ab insequenti cubo differt. Vt si deside-
retur differentia inter cubum 216. radicis 6. & cubum proxime maiorem.
Quadratum radicis 6. est 36. triplum eius est 108. cui si addatur triplum ra-
dicis, videlicet 18. & insuper vnitas, conflabitur differentia 127. quę sita. At-
que hoc modo, si continentur differentię cuborum ope progressionis sena-
rij, extendetur tabula cuborum, quātum libuerit. Sunt autem, vt vides, nume-
ri progressionis senarij sextupli radicem cuborum, singuli singularum. Vt
60, sextuplus est radicis 10.

QVIA



QVIA vero diximus, cubos gigni ex additione numerorum imparium, nimirum primum esse 1. secundum ex duobus sequentibus 3. 5. confici, & tertium ex tribus sequentibus 7. 9. 11. &c. ita ut quilibet ex tot imparibus coaceruetur, quot unitates in eius radice continentur; si curiosus quispiam nosse desideret, (quod scire non iniucundum est) quoniam sint illi numeri impares propositum cubum componentes, hoc est, à quonam impari illi impares incipiant, & in quo desinant, consequetur id hoc artificio. Radix propositi cubi, si impar est, multiplicetur per semissem numeri proxime minoris, & duplo producti addatur 1. Numerus enim conflatus erit primus imparium quæsitum. Quod si radix fuerit par, ducatur eius semissis in numerum proxime minorem radice, & duplo producti adijciatur 1. Rursus enim primus imparium, qui quærentur, conficietur. Exempli gratia. Propositus sit cubus 125. cuius radix 5. ac proinde ex quinque numeris imparibus coaceruatus. Duco radicem 5. quia est impar, in 2. semissem numeri 4. proxime minoris, efficioque 10. duplico, fiunt 20. & addita 1. fit primus imparium 21. Ergo quinque impares quæsitum sunt. 1. 3. 5. 7. 9. qui in unam summam collecti constituunt cubum 125. Rursus datus sit cubus 1728. cuius radix 12. ideoque ex 12. imparibus numeris coagmentatus. Semissem radicis, quia par est, nimirum 6. duco in 11. numerum proxime minorem radice, numerumque productum 66. duplico, addoque 1. Numerus enim compositus 133. erit primus 12. imparium, quos quærimus. Ergo omnes 12. erunt hi. 133. 135. 137. 139. 141. 143. 145. 147. 149. 151. 153. 155. conficientes cubum 1728.

Qui numeri
impares da-
tum cubum
componant

REGVLA hæc sic demonstratur. Quando radix impar per semissem numeri proxime minoris multiplicatur, vel semissis radicis par per numerum proxime minorem radice, producitur summa terminorum seriei naturalis numerorum ab 1. usque ad numerum proxime minorem radice, ut in progressionem Arithmetica diximus, hoc est, numerus terminorum imparium, qui primum imparem quæsitum præcedunt in serie numerorum imparium; cum primus sit unus, deinde sequantur duo, postea tres &c. Igitur ea summa, indicat, quoniam locum occupet impar numerus imparem quæsitum antecedens; quia vero is locus duplicatus, dempta 1. ex duplo, exhibet ultimum illum imparem, si ad eundem duplicatum addatur 1. efficietur primus imparium quæsitum. Verbi gratia, si quærat primus septem imparium, qui constituunt cubum 343. cuius radix 7. quærimus prius summam 6. terminorum seriei naturalis, quæ est 21. quod sit, si ad 6. addo 1. & summam 7. id est, radicem imparem, ducam in 3. semissem 6. terminorum. Igitur impar numerus præcedens primum quæsitum ponitur in 21 loco. Duplico, addoque 1. fit primus impar quæsitus 43. Sunt ergo septem quæsitum, 43. 45. 47. 49. 51. 53. 55. qui constituunt cubum 343.

SED ut certi simus, quando radix est magna, num primus imparium recte sit inuentus, ne cogamur omnes impares continuare, quod laboriosum est, inuestigabimus ultimum ex primo, deinde summam omnium, hoc modo. Differentiam progressionis numerorum imparium, nimirum 2. ducemus in numerum terminorum, minus uno, productumque primo inuento addemus. Conflatus enim numerus erit postremus imparium quæsitum. Si igitur ad hunc apponamus primum, & summam semissem in numerum terminorum, id est, in radicem

radicem cubi propositi ducamus, producet cubus, si primus imparium rectè inuentus est. Vt in proximo cubo 343. cuius radix 7. si ad 43. primum imparem inuentum addamus 12. numerum scilicet productum ex 2. in radicem 7. minus vno, fit septimus numerus impar quæsitus 55. ad quem si apponatur primus 43. fiunt 98. Et si huius numeri semissis 49. ducatur in radicem 7. producet cubus 343. &c.

A L I A etiam ratione perfacili eisdem numeros impares datum cubum componentes reperiemus hoc modo. Sit datus cubus 117649. cuius radix 49. ac proinde reperiendi 49. numeri impares, quorum summa sit 117649. Ponamus primum imparem esse 1 R. id est, 1. Radicem (vt in Algebra fieri solet) Et quia differentia numerorum imparium est 2. erit secundus impar 1R. + 2. hoc est, 1R. plus 2. tertius 1R. + 4. Et ne cogamur continuare omnes 49. terminos, ducemus differentiam 2. in 48. numerum terminorum, minus vno, & ad productum 96. addemus primum, quem posuimus esse 1. R. Ita enim fiet vltimus terminus quæsitus 1 R. + 96. cui si addamus primum, videlicet 1R. fit summa 2R. + 96. cuius semissis 1R. + 48. ducta in 49. numerum terminorum, facit numerum 49R. + 2352. qui æquatur cubo proposito 117649. Ablatis ergo vtriusque 2352. remanebunt 49. R. æquales numero 115297. quo diuiso per 49. fit Quotiens 2353. pro primo impari quæsito. quod vt probemus, ducemus differentiam imparium, nimirum 2. in 48. numerum terminorum, minus vno, productumque 96. primo 2353. addemus, vt conficiamus vltimum terminum 2449. Deinde primum huic adiiciemus, & summa 4802. semissem 2401. in 49. numerum terminorum ducemus, procreabiturque numerus 117649. qui dato cubo æqualis est. Recte ergo primus impar inuentus est.

VSVS PRAECEDENTIS TABVLAE quadratorum, & cuborum in radicibus extrahendis.

INTER alias utilitates habet superior tabula quadratorum, & cuborum egregium vsum in radicibus quadratis, & cubicis extrahendis; quippe cum per eam statim expediantur tria prima puncta ad sinistram, simulque tres figurae radicis inueniantur: quod vno, aut altero exemplo planum fiet.

SIT primum extrahenda radix quadrata ex appposito numero. Primum

1 1 7 6 8 9 0 1 4 5 (3 4 3 0 5.

quæro inter quadratos numerum 117689. trium punctorum, quem quia non inuenio, capio proxime minorem quadratum 117649. eiusque radicem 343. in Quotiente pono. Inuêto autè quadrato subtracto ex numero 117689. trium punctorum, remanent 40. Ergo sequens punctum erit 4001. quo (relicta figura 1.) diuiso per 686. duplum radicis inuentæ, reperitur Quotiens 0. eritque vltimum punctum 400145. quo (relicta etiam figura 5.) diuiso per 6860. duplum radicis inuentæ, inuenitur Quotiens 5. Est ergo tota radix 34305 $\frac{5}{6} \frac{7}{8} \frac{1}{8} \frac{2}{8} \frac{0}{8}$.

SIT

SIT deinde ex appposito numero extrahenda radix cubica. Primum in-

4 2 5 0 9 5 4 9 6 1 3 0 7 (1 6 1 9 9

ter cubos quæro numerum 4250954. trium primorum punctorum, quem quia non reperio, accipio cubum proxime minorem 4173281. cum sua radice 161. qui cubus ex tribus punctis subtractus relinquit 77673. ita ut sequens punctum sit 77673961.

P A R O ergo diuisorem, ut lib. 6. ad finem propof. 19. docuimus, multiplicando radicis inuentæ quadratum ex eadem tabula excerptum, nimirum 25921. per 300. qui erit 776300. per quem si meum punctum diuido, reperio Quotientem 9. & facta operatione remanent 7295302. adeo ut vltimum punctum sit 7295302307.

DENIQUE paro nouum diuisorem, multiplicando radicis 1619. inuentæ quadratum 2621161. per 300. qui erit 786348300. per quem si vltimum meum punctum diuido, inuenio Quotientem 9. Facta autem operatione, remanent 214232708. absolutaque est extractio.

NEQVE vero negligendum videtur non inutile compendium in extractione cubica. quod est eiusmodi. Quando nouus diuisor parandus est, nec cogamur totius radicis inuentæ quadratum supputare, diuidemus radicem inuentam in duas partes, ita ut vna pars sit vltima figura Quotientis inuenta, nimirum inuenta quarta figura 9. in dato exemplo, partiemur radicem inuentam 1619. in 1610. & 9. quas partes bis scribemus, ut

in appposita formula vides. Si igitur singulas partes in
singulas partes ducemus, producet quadratus quæsitus
radicis 1619. ut ad propof. 1. lib. 2. Eucl. demonstraui-

1610. 9.
1610. 9.

mus. Verbi gratia quia præcedens quadratum numeri 161. fuit 25921. appositis duabus cifris, habebimus productum 2592100. ex 1610. in 1610. cui si addemus 14490. bis numerum videlicet productum ex 1610. in 9. vel ex 9. in 1610. & insuper 81. productum ex 9. in 9. conficiemus 2621161. quadratum radicis inuentæ 1619. Eadem ratione si huius numeri 16199. quadratum desideremus, diuidemus eum in 16190. 9. bis, ut in hac formula vides. Deinde quia iam quadratum habuimus 2621161. numeri

1619. appositis duabus cifris, habebimus 262116100. 16190. 9.
quadratum numeri 16190. cui si addemus 145710. 16190. 9.
bis, productum videlicet ex 16190. in 9. vel ex 9. in

16190. & insuper 81. productum ex 9. in 9. efficiemus 262407601. quadratum numeri 16199. & sic de cæteris. Hoc ergo compendium reddet faciliorem cubicæ radicis extractionem, cum semper præcedentis radicis inuentæ quadratum habeamus, & appositis duabus cifris, quadratum conficiamus eiusdem radicis, apposita ei vna cifra, &c.

BENE autem vides, si tabula superior extenderetur, ut haberentur quadrati, & cubi radicum 4. aut 5. figurarum, multo faciliorem effici extractionem radicum. Sed quia tabula excreseceret hac ratione in immensum, cõtenti fuimus tabula, in qua radices habent 3. figuras ad summum, cum eam quilibet ex ijs, quæ diximus, extendere possit, & continuare.

FINIS OCTAVI LIBRI

Tabula Quadratorum, & Cuborum.

Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi
961	923521	887503681	975	950625	926859375	989	978121	967361669
962	925444	890277128	976	952576	929714176	990	980100	970299000
963	927369	893056347	977	954529	932574833	991	982081	973242271
964	929296	895841344	978	956484	935441352	992	984064	976191488
965	931225	898632125	979	958441	938313739	993	986049	979146657
966	933156	901428696	980	960400	941192000	994	988036	982107784
967	935089	904231063	981	962361	944076141	995	990025	985074875
968	937024	907039232	982	964324	946966168	996	992016	988047936
969	938961	909853209	983	966289	949862087	997	994009	991026973
970	940900	912673000	984	968256	952763904	998	996004	994011992
971	942841	915498611	985	970225	955671625	999	998001	997002999
972	944784	918330048	986	972196	958585256	1000	1000000	1000000000
973	946729	921167317	987	974169	961504803			
974	948676	924010424	988	976144	964430272			

1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000
11	121	1331
12	144	1728



DE DIFFERENTIIS QUADRATORVM

& cuborum, & de continuatione tabulæ
eorundem.

**Compositio
tabulæ qua-
dratorum.** QVONIAM quadrati numeri creantur per continuam additionem
numerorum imparium, vt Arithmetici demonſtrant: ſit vt differentia in-
ter quemlibet quadratum, &

Numeri impares	Quadra- ti.	Radices.
1	1	1
3	4	2
5	9	3
7	16	4
9	25	5
11	36	6
13	49	7
15	64	8
17	81	9
19	100	10
21	121	11
23	144	12

proxime inſequentem ſit dupla
radicis minoris, addita inſuper
vnitate. Itaq. duobus modis ta-
bula quadratorum componi po-
teſt, & continuari. Vno modo
ſi omnes numeri impares ordi-
ne ponantur, initio ſumpto ab 1.
Nam 1. dat primum quadratum
1. Et ex 1. & 3. fit ſecundus 4. cui
ſi addatur ſequens impar 5. fit
tertius 9. & ſi addatur impar ſe-
quens 7. fit quartus quadratus
16. atque ita deinceps. Habet au-
tem quilibet quadratus radicem
tot vnitatum, quot numeri im-
pares ipſum conficiunt. Vt quia
ſolus impar 1. dat primum qua-
dratum 1. propterea eius radix
eſt 1. Deinde quia duo impares
1. & 3. conficiunt ſecundum qua-
dratum 4. erit eius radix 2. Sic
quia duodecim numeri impares
1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21.
23. cōponūt quadratū 144. erit
eius radix 12. & ſic de cæteris.
Atque in hunc modum ſi ſem-

per ſequens numerus impar adijciatur ad quadratum præcedentem, conſta-
tur ſequens numerus quadratus, continuabiturque tabula in infinitum: ſi ta-
men prius ſeries numerorum imparium continuetur. Radices ſerie numero-
rum naturali progrediuntur.

ALIO modo condi poterit tabula quadratorum, & in infinitum conti-
nuari, ſine numerorum imparium ſerie, ſi omnes radices ponantur ordine,
vt in tabula vides. Cum enim primus quadratus ſit 1. cuius radix 1, ſi hæc
radix duplicata, addita inſuper 1. addatur primo quadrato 1. fit ſecundus 4.
cuius radix 2. Hæc duplicata, & inſuper addita 1. ſi adijciatur ſecundo qua-
drato 4. fit tertius 9. cuius radix 3. quæ duplicata, & inſuper addita 1. facit 7.
Si igitur addantur 7. ad quadratum 9. fit quartus quadratus 16. & ſic in-
infinitum.

NUMERI autem cubi gignuntur quoque ex additione numerorum im-
parium



parium, hoc modo. Descripta serie imparium numerorum ab 1. incipien- Generatio
tium, primus 1. dat primum cuborum.

cubum 1. cuius radix 1. Duo de
inde sequentes 3. 5. coaceruati
præbent secundum cubum 8. cu
ius radix 2. Tres insequentes 7.
9. 11. exhibent tertium cubum
27. cuius radix 3. Atque eundē
in modum sequentes quatuor
im pares conficiunt quartum cu
bum, & insequentes quinque
quintum, & sic deinceps in infi
nitum. Quilibet autem cubus
radicem habet tot vnitatum,
quot impares numeri coacerua
ti ipsum componunt.

PRODVCTVR quoque
cubus cuiuscunque radicis, si
ea radix in suum quadratum
ducatur. Vt cubus radicis 16.
est 4096. genitus ex radice 16.
multiplicata in 256. quadratū
eiusdem radicis.

VERVM quia permole
stum est, tam seriem numero
rum imparium in tot terminis
continuare, vt ex eorum addi
tione omnes cubi generentur,
vt dictum est, quam radices oēs
per suos quadratos multiplica
re: obseruauit Ioan. Baptista
Villalpandus nostræ Societatis
sacerdos Theologus, ac Mathematicus egregius, cuius eruditionis in rebus
Mathematicis specimen præclarum extat in apparatu Urbis, ac Templi Hie
rosolimitani, præsertim vero in multiplici duarum mediarum proportiona
lium inter duas rectas inuentione; obseruauit inquam pulcherrimam pro
prietatem cuborum numerorum, per quam differentiæ cuborum ordine
sine magna difficultate reperiuntur, quæ postea ordine ad cubos præceden
tes additæ conficiunt cubos insequentes. Res autem sic se habet. In colum
nâ sinistra scribatur progressio Arithmetica, quæ à 6. incipiat, & per 6. pro
grediatur. In secunda columna reponantur numeri, qui ex numeris primæ
columnæ componuntur hac arte. Iuxta 6. ponatur 1. Deinde 7. qui numerus
ex 1. & 6. conflatur. Post hæc numerus 19. ex 7. & 12. coaceruatus. Atque
ita deinceps quilibet bini numeri primæ, ac secundæ columnæ simul additi
conficiunt numerum inferiorem in secunda columna. In tertia deinde co
lumnâ collocentur omnes cubi, qui per continuam additionem numerorum
secundæ columnæ, quæ quidem differentias cuborum continet, colliguntur
hac ratione. Primus cubus est 1. cui si addas sequentem differentiam 7. fa
cies

| Numeri
impares | Cubi | Radices |
|-------------------|------|---------|
| 1 | 1 | 1 |
| 3 | 8 | 2 |
| 5 | 27 | 3 |
| 7 | 64 | 4 |
| 9 | 125 | 5 |
| 11 | | |
| 13 | | |
| 15 | | |
| 17 | | |
| 19 | | |
| 21 | | |
| 23 | | |
| 25 | | |
| 27 | | |
| 29 | | |

Differentiæ
cuborum quo
modo repe
riantur.
Constructio
tabulæ cubo
rum.

Iii 2 cie

cies secundum cubum 8. & addende differentiam sequentem 19. conflabitur
tertium cubum 27. & ita deinceps. Semper enim in tabella apposita iuxta

| Progressio
senarij | Differen-
tię cuborū | Cubi | Radices |
|-----------------------|-------------------------|------|---------|
| 6 | 1 | 1 | 1 |
| 12 | 7 | 8 | 2 |
| 18 | 19 | 27 | 3 |
| 24 | 37 | 64 | 4 |
| 30 | 61 | 125 | 5 |
| 36 | 91 | 216 | 6 |
| 42 | 127 | 343 | 7 |
| 48 | 169 | 512 | 8 |
| 54 | 217 | 729 | 9 |
| 60 | 271 | 1000 | 10 |
| 66 | 331 | 1331 | 11 |
| 72 | 397 | 1728 | 12 |
| 78 | 469 | 2197 | 13 |
| 84 | 547 | 2744 | 14 |
| 90 | 631 | 3375 | 15 |
| 96 | 721 | 4096 | 16 |

quemlibet cubum ponitur differentia, qua à præcedenti cubo differt. In
quarta denique columna scribantur ordine cuborum radices.

E A E D E M differentię cuborum in secunda columna descriptę inue-
nientur quoque hoc modo. Radicis propositę quadratum triplicetur, adda-
turque radix triplicata, atque insuper 1. Conflatus enim numerus erit diffe-
rentia, qua cubus propositę radicis ab insequenti cubo differt. Vt si deside-
retur differentia inter cubum 216. radicis 6. & cubum proxime maiorem.
Quadratum radicis 6. est 36. triplum eius est 108. cui si addatur triplum ra-
dicis, videlicet 18. & insuper vnitas, conflabitur differentia 127. quę sita. At-
que hoc modo, si continuentur differentię cuborum ope progressionis sena-
rij, extendetur tabula cuborum, quātum libuerit. Sunt autem, vt vides, nume-
ri progressionis senarij sextupli radicem cuborum, singuli singulatum, Vt
60, sextuplus est radicis 10.

QVIA

QVIA vero diximus, cubos gigni ex additione numerorum imparium, nimirum primum esse 1. secundum ex duobus sequentibus 3. 5. confici, & tertium ex tribus sequentibus 7. 9. 11. &c. ita ut quilibet ex tot imparibus coaceruetur, quot unitates in eius radice continentur; si curiosus quispiam nosse desideret, (quod scire non iniucundum est) quotnam sint illi numeri impares propositum cubum componentes, hoc est, à quonam impari illi impares incipiant, & in quo desinant, consequetur id hoc artificio. Radix propositi cubi, si impar est, multiplicetur per semissem numeri proxime minoris, & duplo producti addatur 1. Numerus enim conflatus erit primus imparium quæditorum. Quod si radix fuerit par, ducatur eius semis in numerum proxime minorem radice, & duplo producti adijciatur 1. Rursus enim primus imparium, qui quærentur, conficietur. Exempli gratia. Propositus sit cubus 125. cuius radix 5. ac proinde ex quinque numeris imparibus coaceruatus. Duco radicem 5. quia est impar, in 2. semissem numeri 4. proxime minoris, efficioque 10. duplico, sunt 20. & addita 1. fit primus imparium 21. Ergo quinque impares quæsi sunt. 1. 3. 5. 7. 9. qui in vnam summam collecti constituunt cubum 125. Rursus datus sit cubus 1728. cuius radix 12. ideoque ex 12. imparibus numeris coagmentatus. Semissem radice, quia par est, nimirum 6. duco in 11. numerum proxime minorem radice, numerumque productum 66. duplico, addoque 1. Numerus enim compositus 133. erit primus 12. imparium, quos quærimus. Ergo omnes 12. erunt hi. 133. 135. 137. 139. 141. 143. 145. 147. 149. 151. 153. 155. conficientes cubum 1728.

Qui numeri
impares da-
tum cubum
componant

REGVLA hæc sic demonstratur. Quando radix impar per semissem numeri proxime minoris multiplicatur, vel semis radice par per numerum proxime minorem radice, producitur summa terminorum seriei naturalis numerorum ab 1. vsq. ad numerum proxime minorem radice, ut in progressionem Arithmetica diximus, hoc est, numerus terminorum imparium, qui primum imparem quæsitum præcedunt in serie numerorum imparium; cum primus sit vnus, deinde sequantur duo, postea tres &c. Igitur ea summa indicat, quotum locum occupet impar numerus imparem quæsitum antecedens: quia vero is locus duplicatus, dempta 1. ex duplo, exhibet vltimum illum imparem, si ad eundem duplicatum addatur 1. efficietur primus imparium quæditorum. Verbi gratia, si quæretur primus septem imparium, qui conficiunt cubum 343. cuius radix 7. quærimus prius summam 6. terminorum seriei naturalis, quæ est 21. quod fit, si ad 6. addo 1. & summam 7. id est, radicem imparem, ducam in 3. semissem 6. terminorum. Igitur impar numerus præcedens primum quæsitum ponitur in 21 loco. Duplico, addoque 1. fit primus impar quæsitus 43. Sunt ergo septem quæsi, 43. 45. 47. 49. 51. 53. 55. qui constituunt cubum 343.

SED ut certi simus, quando radix est magna, num primus imparium rectè sit inuentus, ne cogamur omnes impares continuare, quod laboriosum est, inuestigabimus vltimum ex primo, deinde summam omnium, hoc modo. Differentiam progressionis numerorum imparium, nimirum 2. ducemus in numerum terminorum, minus vno, productumque primo inuento addemus. Conflatus enim numerus erit postremus imparium quæditorum. Si igitur ad hunc apponamus primum, & summam semissem in numerum terminorum, id est, in radicem

radicem cubi propositi ducamus, producet cubus, si primus imparium recte inuentus est. Vt in proximo cubo 343. cuius radix 7. si ad 43. primum imparem inuentum addamus 12. numerum scilicet productum ex 2. in radicem 7. minus vno, fit septimus numerus impar quæsitus 55. ad quem si apponatur primus 43. fiunt 98. Et si huius numeri semissis 49. ducatur in radicem 7. producet cubus 343. &c.

A L I A etiam ratione perfacili eosdem numeros impares datum cubum componentes reperiemus hoc modo. Sit datus cubus 117649. cuius radix 49. ac proinde reperiendi 49. numeri impares, quorum summa sit 117649. Ponamus primum imparem esse 1 R. id est, 1. Radicem (vt in Algebra fieri solet) Et quia differentia numerorum imparium est 2. erit secundus impar 1R. + 2. hoc est, 1R. plus 2. tertius 1R. + 4. Et ne cogamur continuare omnes 49. terminos, ducemus differentiam 2. in 48. numerum terminorum, minus vno, & ad productum 96. addemus primum, quem posuimus esse 1. R. Ita enim fiet vltimus terminus quæsitus 1 R. + 96. cui si addamus primum, videlicet 1R. fit summa 2R. + 96. cuius semissis 1R. + 48. ducta in 49. numerum terminorum, facit numerum 49R. + 2352. qui æquatur cubo proposito 117649. Ablatis ergo vtrunque 2352. remanebunt 49. R. æquales numero 115297. quo diuiso per 49. fit Quotiens 2353. pro primo impari quæsito. quod vt probemus, ducemus differentiam imparium, nimirum 2. in 48. numerum terminorum, minus vno, productumque 96. primo 2353. addemus, vt confirmamus vltimum terminum 2449. Deinde primum huic adiiciemus, & summæ 4802. semissem 2401. in 49. numerum terminorum ducemus, procreabiturque numerus 117649. qui dato cubo æqualis est. Recte ergo primus impar inuentus est.

VSUS PRAECEDENTIS TABVLAE quadratorum, & cuborum in radicibus extrahendis.

INTER alias utilitates habet superior tabula quadratorum, & cuborum egregium vsum in radicibus quadratis, & cubicis extrahendis; quippe cum per eam statim expediantur tria prima puncta ad sinistram, simulque tres figurae radicis inueniantur: quod vno, aut altero exemplo planum fiet.

SIT primum extrahenda radix quadrata ex appposito numero. Primum

1 1 7 6 8 9 0 1 4 5 (3 4 3 0 5.

quæro inter quadratos numerum 117689. trium punctorum, quem quia non inuenio, capio proxime minorem quadratum 117649. eiusque radicem 343. in Quotiente pono. Inueto autem quadrato subtracto ex numero 117689. trium punctorum, remanent 40. Ergo sequens punctum erit 4001. quo (relieta figura 1.) diuiso per 686. duplum radicis inuentæ, reperitur Quotiens 0. eritque vltimum punctum 400145. quo (relieta etiam figura 5.) diuiso per 6860. duplum radicis inuentæ, inuenitur Quotiens 5. Est ergo tota radix

34305 $\frac{5}{2} \frac{7}{8} \frac{1}{6} \frac{2}{1} \frac{0}{2}$.

SIT

SIT deinde ex appposito numero extrahenda radix cubica. Primum in-

4 2 5 0 9 5 4 9 6 1 3 0 7 (1 6 1 9 9

ter cubos quæro numerum 4250954. trium primorum punctorum, quem quia non reperio, accipio cubum proxime minorem 4173281. cum sua radice 161. qui cubus ex tribus punctis subtractus relinquit 77673. ita ut sequens punctum sit 77673961.

P A R O ergo diuisorem, ut lib. 6. ad finem propof. 19. docuimus, multiplicando radicis inuentæ quadratum ex eadem tabula excerptum, nimirum 25921. per 300. qui erit 776300. per quem si meum punctum diuido, reperio Quotientem 9. & facta operatione remanent 7295302. adeo ut vltimum punctum sit 7295302307.

DENIQUE paro nouum diuisorem, multiplicando radicis 1619. inuentæ quadratum 2621161. per 300. qui erit 786348300. per quem si vltimum meum punctum diuido, inuenio Quotientem 9. Facta autem operatione, remanent 214232708. absolutaque est extractio.

NEQVE vero negligendum videtur non inutile compendium in extractione cubica. quod est eiusmodi. Quando nouus diuisor parandus est, necogamur totius radicis inuentæ quadratum supputare, diuidemus radicem inuentam in duas partes, ita ut vna pars sit vltima figura Quotientis inuenta, nimirum inuenta quarta figura 9. in dato exemplo, partiemur radicem inuentam 1619. in 1610. & 9. quas partes bis scribemus, ut

in appposita formula vides. Si igitur singulas partes in

1610. 9.

singulas partes ducemus, producet quadratus quæsitus

1610. 9.

radicis 1619. ut ad propof. 1. lib. 2. Eucl. demonstraui-

mus. Verbi gratia quia præcedens quadratum numeri 161. fuit 25921. appofitis duabus cifris, habebimus productum 2592100. ex 1610. in 1610. cui si addemus 14490. bis numerum videlicet productum ex 1610. in 9. vel ex 9. in 1610. & insuper 81. productum ex 9. in 9. conficiemus 2621161. quadratum radicis inuentæ 1619. Eadem ratione si huius numeri 16199. quadratum desideremus, diuidemus eum in 16190. 9. bis, ut in hac formula vides. Deinde quia iam quadratum habuimus 2621161. numeri

1619. appofitis duabus cifris, habebimus 262116100. 16190. 9.

quadratum numeri 16190. cui si addemus 145710. 16190. 9.

bis, productum videlicet ex 16190. in 9. vel ex 9. in

16190. & insuper 81. productum ex 9. in 9. efficiemus 262407601. quadratum numeri 16199. & sic de cæteris. Hoc ergo compendium reddet faciliorem cubicæ radicis extractionem, cum semper præcedentis radicis inuentæ quadratum habeamus, & appofitis duabus cifris, quadratum conficiamus eiusdem radicis, appofita ei vna cifra, &c.

BENE autem vides, si tabula superior extenderetur, ut haberentur quadrati, & cubi radicum 4. aut 5. figurarum, multo faciliorem effici extractionem radicum. Sed quia tabula excrefceret hac ratione in immensum, cõtenti fuimus tabula, in qua radices habent 3. figuras ad summum, cum eam quilibet ex ijs, quæ diximus, extendere possit, & continuare.

FINIS OCTAVI LIBRI

217. *De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.*

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.

De rebus quibusdam quae in rebus sunt, et in rebus sunt.



INDEX

ALPHABETICVS

RERVM, AC VERBORVM:



A



ACCLIVEM
distantiā mon-
tis à loco men-
soris vsque ad
basem altitudi-
nis monti im-
positæ, etiam
non visam, vnā
cum ipsa altitu-

dine, quādo mensor in ascensu mon-
tis consistit, propè verum, beneficio
quadrati efficere cognitam. 147

Accliuem montis ascensum à loco men-
soris, vsq. ad basem altitudinis mon-
ti impositæ, etiam non visam, vnā
cum ipsa altitudine, quando mensor
in ascensu montis consistit, prope
verum, beneficio quadrantis notum
efficere. 86

Aceruus tritici, quo pacto mesure-
tur. 232

Aedificij cuiuscumque ad perpendicu-
lum erecti, vel putei profunditatem,
si modo angulus fundi, vel signum
aliquod in fundo positum conspiciat-
ur, per quadrantem reperire. 88

Aedificij cuiusvis ad perpendiculum
erecti, vel putei profunditatem, si mo-
do angulus fundi, vel signū aliquod
in fundo positum conspiciatur, per

quadratum efficere cognitam. 149

Aequilateri trianguli area. 183

Agri, campiue, aut vrbis, vel regionis
situm in plano describere. 164

Agro proposito figuram similem in
charta describere. 190

Alberti Dureri quadratura circuli per
numeros falsa est. 357

Aliquotæ partes similes plurium ma-
gnitudinum eandem habent propor-
tionem. 242

Altera parte longioris area. 175

Altimetra scala quid. 93

Altitudinem, ad cuius basem pateat
accessus beneficio speculi plani, vnā
cum distantia speculi à cacumine
altitudinis deprehendere. 160

Altitudinem, cuius basis imposita sit
monti, vel alteri cuiuspiam altitudini,
& vtraque illius extremitas cerni
possit, etiam si infimum punctum al-
terius, cui imponitur, lateat, & eius-
dem puncti infimi distantia à loco
mensoris cognita non sit, per qua-
dratum ex valle, aut ex plano Hori-
zontis explorare. 145

Altitudinem cuiuslibet rei erectæ, per
eius distantiam ab oculo mensoris,
beneficio quadrati conijcere. 116

Altitudinem cuiuslibet rei erectæ, etiā
si eius

K k k

si eius



I N D E X.

- E**i^{us} distantia ab oculo mensoris neque data sit, neque inuenta, per duas stationes in plano factas, auxilio quadrati patefacere. 117
- A**l^{titu}dinem cuius basis imposita sit alteri altitudini, & vtraque illius extremitas cerni possit, etiam si infimū punctum alterius, cui imponitur, lateat, & eiusdem puncti infimi distantia à loco mensoris cognita non sit, per quadrantem ex valle, aut ex plano Horizontis explorare. 84
- A**l^{titu}dinem cuiusque rei erectæ, ex eius vmbra, quam Sole lucente projicit, si nota fuerit, per quadratumprehendere. 155
- A**l^{titu}dinem inaccessibilem beneficio speculi plani, vna cum speculi distantia tam à base, etiam non visa, quam à cacumine altitudinis, cognoscere. 161
- A**l^{titu}dinem inaccessibilem, quando neque distantia à loco mensoris ad eius basem nota est, neque è directo ipsius duæ stationes in plano fieri possunt, neque denique basis apparet, per quadrantem notam reddere. Atque hinc obiter ipsam quoque distantiam elicere. 78
- A**l^{titu}dinem inaccessibilem, cuius basis non videatur, & ad quam per nulum spatium secundum lineam rectā accedere possimus, aut recedere, vt duæ stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramue ad locum, è quo eius basis appareat, per quadrantem explorare. 78
- A**l^{titu}dinem inaccessibilem, cuius basis non videatur, & ad quam per nulum spatium secundum rectam lineā accedere possit mensior, aut recedere, vt duæ stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramue ad locum, è quo eius basis cernatur, per quadratum explorare. 142
- A**l^{titu}dinem inaccessibilem, quando distantia à loco mensoris ad basem altitudinis ignota est, per duas stationes in plano factas, per quadrantem dimetiri. Atque hinc distantiam quoque ipsam eruere, etiam si extremus eius terminus non cernatur. 60
- A**l^{titu}dinem maiorem ex minori incognita, si tamen basis maioris cerni possit, per quadratum venari. 143
- A**l^{titu}dinem maiorem ex minori cognita, etiam si solum maioris vertex cernatur, per quadratum efficere notam. 142
- A**l^{titu}dinem maiorem ex minori cognita, per duas stationes in summitate, vel in duabus fenestris factas, etiam si solū maioris altitudinis vertex cernatur, per quadrantem adiuvenire. Atque hinc distantiam quoque inter altitudines colligere. 80
- A**l^{titu}dinem maiorem ex minori incognita, dummodo basis maioris cerni possit, per quadrantem perscrutari. 81
- A**l^{titu}dinem minorem ex maiori cognita, licet basis minoris cerni non possit, per quadratum scrutari. 144
- A**l^{titu}dinem minorem ex maiori incognita, dummodo basis minoris appareat, per quadratum elicere. 144
- A**l^{titu}dinem minorem ex maiori cognita, licet basis minoris non cerni possit, ope quadrantis peruestigare. Atque hinc distantiam quoque inter altitudines duas eruere. 82
- A**l^{titu}dinem minorem ex maiori incognita, dummodo basis minoris videri possit, per quadrantem explorare. Atque hinc distantiam quoque inter duas altitudines conijcere. 83
- A**l^{titu}dinem montis, vel turris ex eius fastigio, quando è directo mensoris intervallum aliquod inter duo signa vel etiam inter signum quodpiam ac turrim cognitum est, per quadratum conijcere. 135
- A**l^{titu}dinem montis, aut turris ex eius vertice per duas stationes in eiusdem summitate factas, è quibus signū aliquod in Horizonte appareat, per quadrantem

I N D E X

- quadrantem dimetiri. Atque hinc ipsam quoque distantiam à turris base, vel perpendiculo montis ad signū illud inuestigare. 63
- Altitudinem monti impositam, si modo altitudinis basis possit conspici: vel portionem superiorem alicuius turris, beneficio speculi plani efficere notam. 163
- Altitudinem montis metiri per quadrantem. 60. & 62
- Altitudinem montis, aut turris ex eius vertice per duas stationes in hasta, aliqua erecta, vel in duabus fenestris turris, quarum vna supra aliam existat, factas, è quibus signum aliquod in Horizonte videri possit, per quadrantem metiri. Atque hinc distantiam quoque à perpendiculo montis vel turris, vsque ad signum visum cognoscere. 66
- Altitudinem montis, aut turris ex eius vertice per quadrantem metiri, si in plano, cui insistit, spatium aliquod è directo mensuris notum sit, deprehendere. 69
- Altitudinem per vnicam stationem metiri per quadrantem, quando distantia nota est. 60
- Altitudo pyramidum, in quas corpora regularia è centrīs resoluuntur. 237
- Altitudinem propositam singulari quodam modo inuestigare. 118. & 120
- Altitudinem propositam, eiusq. distantiam ab oculo mensuris, vna cum hypotenusa ab oculo ad fastigium altitudinis extensa, venari ope quadrati stabilis per vnicam stationem, etiā si solum fastigium rei erectæ cernatur. 123
- Altitudinem propositam, quādo distantia ab oculo mensuris neq. data est, neque inuenta, neque è directo altitudinis duæ stationes fieri possunt, per duas stationes in aliqua hasta, erecta factas, per quadratum indagare. 121
- Altitudo quando maior sit, quam distantia, & quando æqualis, & quādo minor. 165
- Altitudinem Solis, vel stellæ cuiusvis per quadratum obseruare. 96
- Altitudinem turris, aut alterius rei per baculum indagare. 133
- Altitudinem turris vel mōtis ex eius summitate per vnicam stationem, ope quadrati stabilis metiri, vna cum distantia signi in Horizonte vī si vsque ad turrem, vel montis perpendiculum. 129
- Altitudinem turris ex eius vertice per vnicam stationem per quadrantem metiri, si distantia signi in Horizonte visi vsque ad basem turris nota sit. 68
- Altitudinem turris, aut mōtis, ex eius summitate per quadratum dimetiri, quando in plano summitatis Horizonti æquidistante duæ stationes fieri possunt, & signum aliquod in Horizonte cernitur. 125
- Altitudinem turris, vel mōtis ex eius summitate per duas stationes in hasta aliqua erecta factas, inuestigare per quadratum, quando signum aliquod in Horizonte videri potest. 128
- Altitudinem turris, aut alterius rei, per Normam inuestigare. 154
- Altitudinis maioris portionem ex minore altitudine, & minoris portionem ex maiore, per quadratum percipere. 145
- Altitudinis maioris portionem ex minori altitudine, & minoris portionem ex maiori, per quadrantem cognoscere. 83
- Altitudinis minoris portionem ex minore altitudine, & maioris portionem ex minore, per quadratum elicere. 145
- Ambitum terræ ex edito aliquo monte metiri. 412
- Anguli quantitas, quem latera instrumenti partium continent, quo pacto cognoscatur. 12

K k k 2 Angu-



I N D E X

| | | | |
|--|---------|---|-----|
| Angulorum, & linearum quarundam mechanicam mensurationem admittendam esse. | 186 | se circumferentiæ circuli. | 329 |
| Angulos duos trianguli obliquanguli ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso, reperire. | 50 | Area circuli tribus vijs, ex cognita diametro, & circumferentia. | 212 |
| Angulos duos trianguli obliquanguli ex duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito, (si modo constet species anguli alteri lateri oppositi, quâdo datus angulus acutus est) explicari. | 50 | Area Conoidis Hyperbolici. | 259 |
| Angulos omnes tres trianguli obliquanguli ex omnibus tribus lateribus peruestigare. | 50 | Area Conoidis parabolici. | 258 |
| Angulum acutum trianguli rectanguli ex base, & vno latere inquirere. | 47 | Area corporis planis superficiebus contenti & circa sphaeram circumscriptibilis, cui solido rectangulo sit æqualis. | 344 |
| Angulum acutum trianguli rectanguli ex utroque latere reddere cognitum. | 47 | Area corporum omnino irregularium, quæ. | 260 |
| Angulum rectilineum datum in tres equales angulos diuidere. | 399 | Area cuiuslibet portiones sphaeræ. | 256 |
| Angulus incidentiæ cur angulo reflexionis sit æqualis. | 381 | Area cuiusvis figuræ pulchra inuentio. | 191 |
| Angulus observationis quis. | 55 | Area cuiuslibet trianguli cui rectangulo sit æqualis. | 326 |
| Angulus, quem filum cû proximo quadrati latere facit, quando offerat altitudinem Solis, vel stellæ, & quando complementum altitudinis. | 96 | Area datæ Ellipsis. | 224 |
| Arabum quadratura circuli per numeros falsa est. | 357 | Area datæ parabolæ. | 224 |
| Arcus circuli ad arcum similem alterius circuli est, vt chorda ad chordâ, & contra. | 377 | Area doliorum. | 259 |
| Arcus datorum grad. ac Min. quo pacto ex circulo quouis ope instrumenti partium abscindantur. | 9. & 10 | Area figuræ lenticularis. | 221 |
| Area altera parte longioris. | 175 | Area figuræ quadrilateræ omnino irregularis. | 188 |
| Area campi, intra quem lacus, vel silua existat. | 190 | Area figuræ ex varijs circulorum segmentis coagmentatæ. | 221 |
| Area campi, quando in triangula resolui non potest. | 189 | Area figuræ regularis, cuius latus est vnitas, quo pacto inueniatur. | 199 |
| Area circuli accuratior. | 219 | Area figuræ regularis, cui rectangulo æqualis sit. | 327 |
| Area circuli cui triangulo rectangulo sit æqualis, secundum Archimedes. | 200 | Area figuræ regularis, quo pacto ex area alterius figuræ similis cognita eruatur. | 197 |
| Area circuli æqualis est rectangulo comprehenso sub semidiametro, & semis | | Area figuræ regularis, cui triangulo rectangulo sit æqualis. | 328 |
| | | Area figurarum regularium à triangulo vsque ad Dodecagonum, quando latus est vnitas. | 198 |
| | | Area frusti pyramidis, & coni. | 230 |
| | | Area frusti sphaeræ. | 257 |
| | | Aream circuli vera maiorem ex diametro inuestigare. | 217 |
| | | Aream circuli vera maiorem, ex circumferentia concludere. | 218 |
| | | Aream circuli vera minorem, ex diametro colligere. | 218 |
| | | Aream circuli vera minorem, ex circumferentia inferre. | 218 |
| | | Aream figuræ Ellipsi similis, quæ circulo describitur, inquirere. | 422 |

Area

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

I N D E X.

| | | | |
|--|------------|--|-----|
| Area multilateræ figuræ irregularis quæ. | 189 | Area trianguli rectanguli, ex vno latere circa angulum rectum, & latere quod recto angulo opponitur. | 185 |
| Area parallelogrammorum. | 187 | Area trianguli rectanguli, ex latere, quod recto angulo opponitur, & vno angulo acuto. | 185 |
| Area parallelepipedorum, Prismatum, & cylindrorum. | 227. & 228 | Area trianguli Isoscelis. | 183 |
| Area portionum sphaeroidis. | 258 | Area trianguli æquilateri. | 183 |
| Area pyramidis cui solido rectangulo sit æqualis. | 343 | Area trianguli obliquanguli, ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso. | 186 |
| Area pyramidum, & conorum. | 229 | Area trianguli obliquanguli, ex vno latere, ac duobus angulis. | 186 |
| Area quadrati. | 175 | Area vasis excavati. | 232 |
| Area quadrilaterorum non rectangulorum. | 187 | Arundinis, vel baculi beneficio distantiam propositam metiri. | 109 |
| Area quinque corporum regularium quæ. | 233. & 237 | Ascensum acclivem montis à loco menforis vsque ad basem altitudinis moti impositæ, etiam non visam, vna cum ipsa altitudine, quando menfor in ascensu montis consistit, prope verum, beneficio quadrantis efficere cognitum. | 86 |
| Area rectangulorum. | 175 | | |
| Area regularium figurarum. | 193 | | |
| Area Rhombi, & Rhomboidis. | 187 | | |
| Area sectoris circuli. | 220 | | |
| Area semicirculi, quadrantis, octauæ partis, &c. | 213 | | |
| Area segmentorum circuli. | 220. & 221 | | |
| Area segmentorum sphaeræ. | 254 | | |
| Area sphaeræ vera minor, ex diametro circuli maximi. | 254 | | |
| Area sphaeræ vera maior, ex circumferentia maximi circuli. | 253 | | |
| Area sphaeræ vera minor, ex circumferentia circuli maximi. | 253 | | |
| Area sphaeræ vera maior, ex diametro circuli maximi. | 254 | | |
| Area sphaeræ æqualis est solido rectangulo comprehenso sub semidiametro, & tertia parte superficiei conuexæ. | 255 | | |
| Area sphaeræ, & superficies eiusdem conuexæ. | 242. & 243 | | |
| Area, vel soliditas sectoris sphaeræ. | 256 | | |
| Area, vel soliditas hemisphaerij. | 256 | | |
| Area sphaeroidis. | 257 | | |
| Area trapezij nulla habentis latera parallela. | 188 | | |
| Area trapezij habentis duo latera parallela. | 188 | | |
| Area triangulorum. | 175. & 178 | | |
| Area trianguli rectanguli. | 182 | | |
| Area trianguli rectanguli, ex vno latere circa angulum rectum, & vno angulo acuto. | 186 | | |

B

| | |
|---|-----|
| Baculi beneficio distantiam inter pedes menforis, & signum aliquod in plano Horizontis metiri, quando extremus terminus distantiae videri potest. | 152 |
| Baculi beneficio turrim, aut alterius rei altitudinem metiri. | 153 |
| Baculi, aut arundinis beneficio distantiam propositam metiri. | 109 |
| Basem trianguli rectanguli ex vno latere, & vno angulo acuto inuestigare. | 46 |
| Basem trianguli rectanguli ex utroque latere perferutari. | 47 |
| Basis quadratricis, semidiameter quadrantis, & quadrans sunt continue proportionales. | 364 |

C

| | |
|---|-----|
| Campano ascripta circuli quadratura per lineas falsa est. | 357 |
| Campi | |

I N D E X.

- Campi**, agriue, aut vrbis, vel regionis
situm in plano describere. 164
ampi area, quando in triangula resol-
ui non potest. 189
Campi, intra quem lacus, vel silua exi-
stat, area. 190
Campo proposito figuram in charta si-
milem describere. 190
Centesimæ, vel millesimæ partes in-
quavis recta linea quo pacto capian-
tur, ope instrumenti partium. 6
Chorda alicuius arcus data, vna cum
perpendiculari ex medio eius pun-
cto ad arcum educta, quot gradus,
vel palmos tam arcus, quam semi-
diameter cõplectitur, inuenire. 395
Circuli pulcherrima proprietas. 402
Circuli quadraturam esse possibile. 359
Circuli quadratura per Hyppocratem
Chium falsa est. 357. & 358
Circuli quadratura per lineas Campa-
no ascripta falsa est. 357
Circuli quadratura per numeros secun-
dum Arabes falsa est. 357
Circuli quadratura per numeros ex Al-
berto Durero falsa est. 357
Circuli quadratura per lineas. 356
Circuli area tribus vijs, ex cognita dia-
metro, & circumferentia. 212
Circuli area accuratior. 219
Circuli aream vera maiorem, ex diame-
tro inuestigare. 217
Circuli aream vera minorem, ex diame-
tro colligere. 218
Circuli aream vera minorem, ex circum-
ferentia inferre. 218
Circuli aream vera maiorem, ex cir-
cumferentia concludere. 218
Circuli area cui triangulo rectangulo
sit æqualis, secundum Archimedis
doctrinam 200
Circuli area æqualis est rectangulo cõ-
prehensio sub semidiametro, & semis-
se circumferentiæ circuli. 329
Circuli dimensio ex Archimede. 200
Circuli diameter quam proportionem
habeat ad peripheriam, secundum
Archimedem. 204
Circuli diameter in numeris, ex dato
arcu. 222
Circuli diameter ex data peripheria,
& peripheria ex data diametro accu-
rator. 219
Circuli diametrum vera maiorem, ex
data circumferentia indagare. 214
Circuli diametrum vera minorem ex
data peripheria inuestigare. 214
Circuli diameter ducta in $3\frac{1}{7}$. gignit
numerus maiorẽ circumferentia. 214
Circuli peripheria, ac diameter, ex
eius area. 222
Circuli peripheria ex data diametro,
& diameter ex data peripheria accu-
rator. 219
Circuli peripheria quam proportio-
nem habeat ad diametrum, secun-
dum Archimedem. 204
Circuli peripheria diuisa per $3\frac{1}{7}$. facit
numerus minorem diametro. 211
Circuli peripheriam vera maiorem, ex
data diametro reperire. 213
Circuli peripheriam vera minorem, ex
data diametro elicere. 214
Circuli parti octauæ, decimæ sextæ, &c.
rectangulum constituere Isoperime-
trum, & æquale. 352
Circuli sectoris area. 220
Circulo figuram rectilineam æqualem,
& alteri similem constituere. 370
Circulo dato quadratum æquale consti-
tuere. 367
Circulo quadratum æquale quo pacto
facile exhibeatur ex propria fi-
gura. 368
Circulorum peripheriæ inter se sunt,
vt diametri. 215. & 376
Circulorum duorum, vel figuratum si-
milium proportio, ex datis diame-
tris circumferentijsue, vel duobus la-
teribus homologis. 223
Circulorum diametri inter se sunt, vt
circumferentiæ. 215. & 376
Circulum quadrato æqualem descri-
bere. 369
Circulum, vel figuram planam recti-
lineam

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

I N D E X

- lineam, in data proportione augere vel minuire. 304
- Circulum cuilibet figuræ rectilineæ æqualem describere. 370
- Circulum per tria puncta describere, inuentis nimirum alijs punctis, per quæ transire debet. 385
- Circulum pluribus circulis, quorum diametri, vel circumferentiæ datæ sint, æqualem: Et figuram similem pluribus figuris similibus, quarum latera homologa data sint, æqualem describere. 223
- Circulus ad quadratum diametri proportionem habet, quam 11. ad 14. proxime, secundum Archimedē. 211
- Circulus ad quadratum circumferentiæ maiorem proportionem habet, quam 7. ad 88. minorem vero, quam 71. ad 892. 216
- Circulus omnibus figuris rectilineis regularibus sibi isoperimetris maior est. 342
- Circulus omnium figurarum rectilinearum sibi isoperimetrarum maximus est. 343
- Circulus ad quadratum diametri maiorem proportionem habet, quam 223. ad 284. minorem vero, quam 11. ad 14. 216
- Circumferentiæ circuli ad diametrum proportio accuratior, quæ. 219
- Compendium pulchrum in longitudinibus metiendis per quadratum stabile. 107
- Conchoideos lineæ descriptio, eiusque duæ proprietates insignes. 301
- Coni, & cylindri superficies conuexa. 261
- Conicæ superficiei proportio ad suam basem, 262
- Conoidis Hyperbolici soliditas. 239
- Cono, cylindro, prismati, ac pyramidi cubum æqualem efficere. 416
- Cono, vel pyramidi æqualem cylindrum, aut prismam sub eadem altitudine: Et contra cylindro, vel prismati æqualem conum, aut pyramidem sub eadē altitudine constituere. 414
- Conoidis parabolici soliditas. 258
- Conorum, ac pyramidum area. 229
- Constructio tabulæ Gnomonicæ facillima, eiusque vsus. 97
- Constructio & vsus tabellæ pro minutis, & secundis. 19
- Constructio & vsus tabulæ pro minutis, & sec. cognoscendis ex quadrante. 21
- Constructio quadrantis ad min. & sec. cognoscenda. 15
- Constructio quadrati Geometrici. 93
- Constructio pinnacidiorum pro radio visuali. 17
- Constructio regulæ loco fili cum perpendiculo. 17
- Constructio instrumenti partium. 4. & 13
- Conum, ac pyramidem in cylindrum, & prismam: Item prismam, & cylindrum in conum, ac pyramidem transmutare. 414
- Conum, cylindrum, prismam, ac pyramidem in æqualem sub data altitudine, & supra basem quouis angulorum reuocare. 415
- Conum, cylindrum, prismam, ac pyramidem in parallelepipedum æquale datæ altitudinis vel basis commutare. 415
- Conum datæ sphaeræ constituere æqualem. 418
- Conum pyramidi, & cylindrum prismati æqualem: Ac vicissim pyramidem cono æqualem, & prismam cylindro æquale constituere. 414
- Conum, pyramidem, prismam, & cylindrum in parallelepipedum supra basem quadratam conuertere. 415
- Corpori regulari sphaeram æqualem exhibere. 418
- Corporum quinque regularium superficies conuexæ. 237
- Corporum quinque regularium area quæ. 233. & 237
- Corporum omnino irregularium area. 260
- Corpus regulare quoduis dato cubo æquale constituere. 419

Cor-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



I N D E X.

- Corpus planis superficiebus contentū,
& circa sphæram circumscriptibile,
cui solido rectangulo sit æquale. 334
- Cubicam, & quadratam radicem in nu-
meris nō quadratis, & non cubis per
lineas Geometricè inuenire. 322
- Cubicæ radicis extractio. 313
- Cubicæ & quadratæ radicis extractio
ex data minutia 320. & 321
- Cubo dato corpus regulare quodcunq.
æquale construere. 419
- Cubo dato parallelepipedum rectangu-
lum sub data altitudine, vel supra da-
tam basem, æquale constituere. 416
- Cuborum differentia quo pacto repe-
riantur. 435
- Cuborum, & quadratorum tabula vsq.
ad radicem 1000. 425
- Cuborum generatio. 435
- Cubum cylindro, prismati, cono, ac py-
ramidi æqualem construere. 416
- Cubū datæ sphæræ æqualem: Et sphæ-
ram dato cubo æqualē efficere. 417
- Cubum datum, aut parallelepipedum
in datam proportionem secare. 420
- Cubum duobus, aut pluribus cubis æ-
qualem construere. 419
- Cubum minorem ex maiori detrahente
residuumq. in cubū conuertere. 419
- Cubum parallelepipedo rectangulo æ-
qualem construere. 416
- Cubum solidis quolibet æqualem con-
stituere. 419
- Cubus alterutrius mediarum propor-
tionalium inter duas rectas, æqua-
lis est parallelepipedo sub quadrato
extremæ prope mediam assumptam
& altera extrema comprehenso. 307
- Cubus diametri sphæræ ad sphæram,
maiorē proportionem habet, quā
21. ad 11. minorem vero, quā 4. 6.
ad 223. 247
- Cubus circumferentiæ maximi circuli
in sphæra ad sphæram, maiorē
proportionem habet, quā 298374.
ad 5941. minorem autem, quā 2904.
ad 49. 246
- Cylindri, & conī superficies conut-
- xa. 261
- Cylindrica superficies, demptis basi-
bus, 262
- Cylindrorum, prismatum, ac parallele-
pipedorum area. 227. & 228
- Cylindro, aut prismati æqualem co-
num, vel pyramidem sub eadem alti-
tudine; Et vicissim cono, vel pyra-
midi æqualem cylindrum, aut prif-
ma eiusdem altitudinis constituere.
414
- Cylindro prismati, cono, ac pyramidi
cubum æqualem constituere. 416
- Cylindrum datæ sphæræ constituere
æqualem. 417
- Cylindrum, ac prisma in pyramidem,
& conum: Item conum, ac pyrami-
dem in cylindrum, vel prisma æqua-
le transmutare. 415
- Cylindrum, aut prisma datum in pro-
portionem datam diuidere. 421
- Cylindrum, conum, prisma, ac pyrami-
dem in parallelepipedum rectangulū
æquale datæ altitudinis, vel basis
commutare. 417
- Cylindrum, prisma, conum, ac pyrami-
dem cuiuscunque altitudinis, in æ-
qualem sub data qualibet alia altitu-
dine, & supra basem quocunq. angu-
lorum conuertere. 415
- Cylindrum prismati, & conum pyra-
midi æqualem: Et vicissim prisma
cylindro æquale, & pyramidem co-
no æqualem construere. 414
- Cylindrum, prisma, conum, & pyrami-
dem in parallelepipedum supra ba-
sem quadratam conuertere. 415

D

Decimæ partes millesimarum, quo
pacto sumantur, etiam si instrumē-
tum partium diuisum sit in 100. par-
tes duntaxat. 8

Decimæ, vel centesimæ partes quocun-
que, quo pacto ex quavis parte recte
in partes æquales diuisæ per circi-
num auferantur. 45

De-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

I N D E X

Declinationem cuiuslibet paralleli
in diametro Astrolabij, per instru-
tum partium inuenire. 111
Diameter circuli, ac peripheria, ex eius
area. 222
Diameter circuli in numeris, ex dato
arcu. 222
Diametri circuli ad circumferentiam
proportio accuratior, quæ. 219
Diameter circuli ducta in $3\frac{1}{7}$, facit nu-
merum maiorem circumferentia. 211
Diametrum circuli vera maiorem, ex
data circumferentia indagare. 214
Diametrum circuli vera minorem, ex
data circumferentia inuestigare. 214
Diameter circuli quam proportionem
habeat ad peripheriam, secundum
Archimedes. 204
Diameter circuli ex data peripheria,
& peripheriam ex data diametro ac-
curatior. 219
Diametri circulorum inter se sunt, ut
circumferentia. 215. & 376
Differentiæ cuborum quo pacto repe-
riantur. 435
Differentiæ quadratorum. 434
Differentia stationum quid. 54
Difficultas in extractionibus radicum
quæ sit, & quo pacto superetur. 315
Dimensiones quo modo siue numero-
rum supputatione fiant. 57. 62. 65. 68
Dimensio altitudinis quo pacto fiat, si-
ne reductione umbræ versæ ad re-
ctam, quando in vna statione um-
bra recta, & versa in altera seca-
tur. 112
Dimensiones distantiarum eodem mo-
do sunt in quadrato stabili, ac pen-
dulo. 112
Dimensio distantia quo modo fiat sine
reductione umbrarum rectarum ad
versas, quando in vtraque statio-
ne latus umbræ rectæ secatur. 114
Dimensio distantia quo modo fiat sine
reductione umbræ rectæ ad versam,
quando in vna statione umbra recta
& in altera versa secatur. 115
Dimensio circuli ex Archimede. 200

Dioptræ portio intra quadratum stabi-
le quo pacto reperiatur. 4
Distantiam ab oculo vel pede mensoris
ad quoduis punctum in Horizonte
notatum, per vnicam stationem, per
quadrantem metiri. 71
Distantiam accliuem montis à loco
mensoris vsque ad basem altitudinis
monti impositæ, etiam non visam,
vna cum ipsa altitudine, quando me-
sor in ascensu montis consistit, pro-
pe verum efficere cognitam, benefi-
cio quadrantis. 86
Distantiam accliuem montis à loco
mensoris vsque ad basem altitudi-
nis monti impositæ, etiam non visam,
vna cum ipsa altitudine, quando
mensor in ascensu montis consistit,
prope verum, beneficio quadrati ef-
ficere cognitam. 147
Distantiam à summitate turris, vel mu-
ri vsque ad signum aliquod in Hori-
zonte positum, licet ad illud accessus
non pateat, per quadratum eruere,
vbique mensor existat. 141
Distantiam horizontalem inter tur-
rim aliquam, & aliud quodpiam
signum, ex turri per duas stationes
in fastigio factas, vel in duabus fene-
stris, quarum vna ad perpendicularum
sit sub alia, quando spatium inter il-
las fenestras notum est, etiam si to-
tius turris altitudo ignota sit, per
quadrantem dimetiri. Atque hinc
obiter altitudinem turris pateface-
re. 75
Distantiam ab oculo, vel pede menso-
ris (vbique existat) ad quoduis
punctum in aliqua altitudine, vel
etiam in Horizonte notatū per qua-
dratum exquirere, per vnicā etiam
stationem. 136. & 139
Distantiam inter duo puncta in quoli-
bet plano eleuato, siue illud ad Ho-
rizontem sit rectum, siue inclinatum
per quadrantem metiri. 72
Distantiam in plano, siue accessibilis ea-
sit, siue inaccessibilis, per duas sta-
tio-

Lll tio-

I N D E X.

riones in eodem plano factas per
 quadrantem tam pendulum, quam
 stabilem metiri, quando in eius ex-
 tremo erecta est altitudo aliqua,
 perpendicularis, etiam si infimum
 eius extremum non cernatur. Atque
 hinc altitudinem quoque ipsam eli-
 cere. 54. & 57
 Distantiam à base turris ad signum pro-
 positum in Horizonte, ex summitate
 turris, vel ex aliqua eius fenestra,
 per quadratum cognoscere. 131
 Distantiam ab oculo, vel pede menso-
 ris ad quodvis punctum in aliqua
 altitudine notatum, per duas sta-
 tiones in plano factas, per quadran-
 tem metiri. 69
 Distantiam inter signum quodpiam in
 Horizonte positum, & summitatem
 turris, vel muri alicuius, licet ad ip-
 sum signum accessus non pateat, per
 quadrantem colligere. 77
 Distantiam inter te, & signum quodcum-
 que in plano Horizontis positum, per
 quadratum peruestigare. 105. & 106
 Distantiam in Horizonte inter mensu-
 rem, & signum aliquod visum, per
 simplicissimum quoddam instrumen-
 tum indagare. 157
 Distantiam in plano per duas stationes
 in eodem plano factas, per quadra-
 tum metiri, quando in eius extre-
 mo erecta est altitudo aliqua per-
 pendicularis, etiam si infimum eius
 extremum non cernatur. 110
 Distantiam inter duo montium, aut
 turrium cacumina, per simplicissi-
 mum quoddam instrumentum re-
 perire. 158
 Distantiam in plano Horizontis inter
 mensorem, & signum quodvis, bene-
 ficio Naxæ adinuenire. 154
 Distantiam inter duo signa in plano,
 cui altitudo insistit, si ea distantia
 è directo mensuris iaceat, & utrum
 que eius extremum cerni possit, ex
 altitudinis fastigio, etiam si altitudo
 sit mensuris statuta, per quadratum

comprehendere. 133
 Distantiam in plano Horizontis, quæ
 non sit valde magna, facillimo quo-
 dam modo dimetiri. 155
 Distantiam inter pedes mensuris, & si-
 gnum aliquod in plano Horizontis
 beneficio baculi metiri, quando ex-
 tremus terminus distantie videri
 potest. 152
 Distantiam inter duo signa, vel puncta
 in quolibet plano siue recto ad Ho-
 rizontem, siue inclinato, per quadra-
 tum metiri. 139
 Distantiam per unicam stationem me-
 tiri per quadrantem, quando altitu-
 do nota est. 62
 Distantiam, quando mensur in vno
 eius extremo, vel in aliqua altitudi-
 dine nota ad planum, in quo est di-
 stantia, perpendiculari existens alte-
 rum extremum videre potest, per
 quadrantem metiri. 73
 Doliorum capacitas. 259

B

Ellipsis centro dato in linea axis,
 una cum duobus punctis Ellipsis,
 utrumque axis utriusque extremum
 reperire. 491
 Ellipsis datæ area. 224
 Ellipsi similem figuram, quam ouatam
 dicunt, circino describere. 421
 Examen extractionis radicum. 312
 Extrahere radicem cuiusvis generis ex
 dato numero. 398

F

Facilis inuentio lineæ rectæ cuius
 circumferentiæ æqualis, ex propria
 figura. 367
 Facilis inuentio quadrati circulo æqua-
 lis. 368
 Figura regularis circulo circumscripta
 maiorem ambitum habet, quam
 circulus. 372. & 375
 Figuræ numeri, ex quo radix extra-
 hitur

I N D E X.

hitur, quo modo per puncta signen-
tur. 309
Figuræ rectilineæ cuilibet circum-
qualem describere. 370
Figuræ regularis area, cui triangulo re-
ctangulo sit æqualis. 328
Figuræ regularis area, cui rectangulo
æqualis sit. 327
Figuræ Ellipsi similem, quam ouatam
dicunt, circino describere. 421
Figuram rectilineam circulo æquale,
& alteri similem constituere. 370
Figuram rectilineam in quotuis partes
æquales per rectam datæ rectæ pa-
rallalam distribuere. 289
Figuram solidam quamcunque ex ijs,
de quibus Eucl. in Stereometria agit
augere vel minuere in data propor-
tione. 305
Figuram rectilineam ex dato angulo,
vel puncto in latere, in quotuis par-
tes æquales partiiri. 280
Figuram planam rectilineam, vel circu-
lum, in data proportionem augere, vel
minuere. 304
Figuram similem pluribus figuris simi-
libus, quarum latera homologa data
sint, æqualem. Et circum pluribus
circulis, quorum diametri, circunfe-
rentiæve datæ sint, æqualem descri-
bere. 223
Figurarum duarum similium, aut circu-
lorum proportio, ex datis duobus la-
teribus homologis, vel diametris,
circunferentijsue. 223
Figurarum isoperimetrarum latera,
numero æqualia habentium, maxi-
ma & æquilatera est, & æquian-
gula. 339
Figurarum regularium Isoperimetra-
rum maior est illa, quæ plures con-
tinet angulos, pluraue latera. 330
Figuris rectilineis regularibus circu-
lus, cui isoperimetræ sunt, maior
est. 342
Filum perpendiculi secans umbram re-
ctam facit angulum completi alti-
tudinis: secans vero umbram ver-

sam, angulum constituit ipsius alti-
tudinis. 198
Fractionem magnam ad minorem fere
æquivalentem reducere. 196
Fractionis inter duas mediæ facilis in-
uentio. 196
Frustrum marmoris regularis soliditas. 232
Frustrum pyramidis, & coni area. 230
Frustrum sphaeræ soliditas. 257
G
Genera radicum innumera. 308
Generatio cuborum. 435
Generatio quadratorum. 434
Gendæfia, ac Geometria quid. 264
Geometria, & Geodæfia quid. 264
Geometrici quadrati constructio. 93
Gnomonica tabula. 100
Gnomonice tabulæ facillima constru-
ctio, eiusque usus. 97
Gnomon, seu latus quadrati medio lo-
co proportionale est inter umbram
rectam, ac versam. 95
Gradus ac Min. in dato arcu quot con-
tineantur, per instrumentum partiū
cognoscere. 10
Gradus, ac Min. quotlibet, quo pacto ex
circulo quouis, ope instrumenti par-
tium, abscindantur. 9. & 10

H

Hemisphaerij conuexa superfi-
cies. 254
Hemisphaerij soliditas. 256
Heptagoni latus non rectè à Carolo
Mariano, Alberto Durerò, & Franci-
sco Flustate inueniri. 408
Hyperbolici Conoidis soliditas. 259
Hypotenuse inuentio per quadran-
tem. 56. 61. 65. & 67

I

Impares numeros quemlibet cubum
componentes inuenire. 437
Imperata pars quo pacto ex data recta
abscin-

Lll 2

I N D E X . I

- abscondatur, per instrumentum partium. 10
- Inaccessibilem altitudinem, cuius basis non videatur, & ad quam per nullū spatium secundum rectam lineam accedere possit menfor, aut recedere, ut duæ stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramve ad locum, è quo eius basis cernatur, per quadratum explorare. 142
- Inaccessibilem altitudinem, cuius basis non videatur, & ad quam per nullum spatium secundum lineam rectā accedere possimus, aut recedere, ut duæ stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramve ad locum, è quo eius basis appareat, per quadrantem explorare. 78
- Inaccessibilem altitudinem, quando distantia à loco mensoris ad basem altitudinis ignota est, per duas stationes in plano factas, per quadrantem dimetiri. Atque hinc distantia quoque ipsam eruere, etiamsi extremus eius terminus non cernatur. 69
- Inaccessibilem altitudinem, quando neque distantia à loco mensoris ad eius basem nota est, neque è directo ipsius duæ stationes in plano fieri possunt, neque denique basis appareat, per quadrantem notam reddere. Atque hinc obiter ipsam quoque distantiam elicere. 78
- Inaccessibilem altitudinem beneficio speculi plani, vna cum speculi distantia tam à base, etiam non visa, quam à cacumine altitudinis cognoscere. 161
- Inaccessibilem distantiam per quadrantem tam pendulum, quam stabilem metiri, quando in eius extremo erecta est altitudo perpendicularis, etiā si infimum eius extremum non cernatur. Atque hinc altitudinem quoque ipsam elicere. 54. & 57
- Incidentiae angulus cur angulo reflexionis sit æqualis. 381
- Instrumenta mensurandi varia. 51
- Instrumenti, quod Italis Squadra zoppa dicitur, constructio, & usus. 167
- Instrumentum partium quid, & quo pacto construatur. 3. & 4.
- Instrumentum partium quo pacto aliter construatur. 13
- Instrumentum pro librationibus aptissimum. 170
- Intervallum, ad cuius extrema accedere non liceat, dummodo ea appareant & ipsum intervallum productum ad pedes mensoris pertingat, ex altitudine aliqua nota, per quadrantem metiri. 73
- Intervallum è directo mensoris positū cuius utrumque extremum, vel alterum non appareat, nisi menfor ad dextram, vel sinistram accedat, per quadrantem comprehendere. 77
- Intervallum in Horizonte inter turrin aliquam, & aliud quodpiam signum, ex turri per duas stationes in fastigio factas, vel in duabus fenestris, quarum vna sit ad perpendiculū sub alia, quando spatium inter illas fenestras notum est, etiamsi totius turris altitudo ignota sit, per quadrantem dimetiri. Atque hinc obiter altitudinem turris patefacere. 75
- Intervallum in Horizonte, inter mensorem, & signum aliquod visum, per simplicissimum quoddam instrumentum indagare. 157
- Intervallum in plano Horizontis inter mensorem, & signum quodvis, beneficio Normæ adinvenire. 154
- Intervallum inter duo puncta in quolibet plano elevato, siue illud ad Horizontem sit rectum, siue inclinatum, per quadrantem metiri. 72
- Intervallum inter duo signa, vel puncta in quolibet plano siue recto ad Horizontem, siue inclinato, per quadratum metiri. 139
- Intervallum, quando menfor in vno eius extremo, vel in aliqua altitudine nota ad planum, in quo intervallum est, perpendiculari existens alterum

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

I N D E X

rum extremum videre potest, per quadrantem metiri. 73
 Interuallum transversum in Horizonte, cuius utrumque extremum videri potest, per quadratum metiri. 141
 Interuallum inter pedes mensuris, & signum aliquod in plano Horizontis, beneficio baculi metiri, quando extremus terminus interualli videri potest. 152
 Interuallum transversum in Horizonte, cuius utrumque extremum inspicere potest, per quadrantem efficere notum. 74
 Iosephus Scaliger perperam Archimede de Dimensione circuli reprehendit. 203
 Irregularium omnino corporum area. 260
 Isoperimetrae figurae quae, & tractatio de eis instituta. 325
 Isoperimetrarum figurarum regularium maior est illa, quae plures continet angulos, pluraue latera. 330
 Isoperimetrarum figurarum latera numero habentium aequalia, maxima & aequilatera est, & aequiangula. 339
 Isoperimetrorum triangulorum eandem habentium basem, maius est illud, quod duo latera habet aequalia. 332
 Isoscelis trianguli area. 183
 Isoscelia duo triangula similia basium inaequalium, simul maiora sunt duobus Isoscelibus simul super easdem bases, quae quidem inter se sint dissimilia, prioribus vero Isoperimetra, habeantque quatuor latera inter se aequalia. 335
 Isoscelibus duobus triangulis datis, quorum bases inaequales sint, & duo latera unius duobus alterius aequalia: super eisdem basibus duo triangula Isoscelia similia, & prioribus simul sumptis Isoperimetra constituere. 334

L

Latera duo trianguli obliquanguli, ex tertio latere, & duobus quibusvis angulis, inuenire. 48
 Latera tria in quadrilatero maiora

sunt quarto latere. 385
 Lateris trianguli obliquanguli segmenta à perpendiculari facta, ex datis tribus lateribus cognoscere. 47
 Laterum proportionem ex datis angulis cuiusvis trianguli patefacere. 46
 Latus figurae regularis, quo pacto eius area deprehendatur. 199
 Latus figurae regularis quo pacto ex semidiametro circuli circumscripti cognoscatur. 196
 Latus polygoni propositi quo pacto in dato circulo per instrumentum partium inueniatur. 11
 Latus quadratricis aequale est quadranti circuli, cuius semidiameter est basis quadratricis. 366
 Latus trianguli rectanguli, ex base, & alterutro angulorum acutorum, notum efficere. 46
 Latus trianguli rectanguli, ex base, & altero cognoscere. 46
 Latus trianguli rectanguli ex altero latere & alterutro angulo acuto eruere. 46
 Latus trianguli obliquanguli ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso colligere. 48
 Latus trianguli obliquanguli ex duobus reliquis lateribus, & duobus quibusvis angulis, addiscere. 48
 Latus trianguli obliquanguli ex duobus lateribus, & angulo vni eorum, opposito, (si modo constet species anguli alteri lateri dato oppositi, quando datus angulus acutus est) exquirere. 50
 Lenticularis figurae area. 221
 Librare spatium terrae inaequale, pro duce aquis: aut etiam, si lubet, Horizonti aequidistans efficere. 170
 Linea recta diuisa in quotuis partes aequales, quot eiusmodi partes in quavis alia recta contineantur, ope instrumenti partium cognoscere. 6
 Linea recta in quotuis partes aequales diuisa, quot decimae, vel centesimae, &c. in quavis particula unius partis contineantur, per circinam de.

I N D E X.

deprehendere. 43
Lineæ superficies, ac solida, penes quid mensurentur. 174
Lineæ rectæ sub dimensionem cadentes quæ sint. 53
Lineæ duæ, una recta, & altera inflexa, nunquam concurrentes, licet in infinitum producantur, & semper magis una ad alteram accedat. 302
Lineam quadratricem describere. 359
Lineam rectam, ad cuius extrema accedere non liceat, dummodo ea appareant, & ipsa linea recta producta ad pedes mensoris pertingat, ex altitudine aliqua nota, per quadrantem metiri 73
Lineam rectam in Horizonte inter turrim aliquam, & aliud quodpiam signum, ex turri per duas stationes in fastigio factas, vel in duabus fenestris quarum una ad perpendicularum sit sub alia, quando spatium inter illas fenestras notum est, etiamsi totius turris altitudo sit ignota, per quadrantem dimetiri. Atque hinc obiter altitudinem turris patefacere. 75
Lineam rectam datam per instrumentum partium diuidere, ut alia recta diuisa est. 71
Lineam rectam è directo mensoris positam, cuius utrumque extremum, vel alterum non appareat, nisi ad dextram vel sinistram mensor accedat, per quadrantem comprehendere. 77
Lineam rectam in Horizonte per quadratum metiri, quando mensor in uno eius extremo existens alterum extremum videre non potest, neque altitudo in promptu est, sed solum ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem recedere potest ad locum, è quo alterum extremum appareat. 133
Lineam rectam arcui quadrantis æqualem reperire. 365
Lineam rectam in Horizonte è directo mensoris iacentem, per quadratum cognoscere, ad cuius extrema neque

accedere liceat, neque è loco mensoris eam dimetiri: dummodo ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem ad locum aliquem ire possit mensor, ex quo utrumque extremum appareat 135
Lineam rectam, quando mensor in uno eius extremo, vel in aliqua altitudine nota ad planum, in quo est linea, perpendiculari existens alterum extremum videre potest, per quadrantem metiri. 73
Lineam rectam transversam in Horizonte, cuius utrumque extremum videri potest, per quadrantem metiri. 141
Lineam rectam transversam in Horizonte, cuius utrumque extremum inspicere potest, per quadrantem notam efficere. 74
Linearum quarundam, & angulorum mechanicam mensurationem admittendam esse 186
Longitudinem transversam in Horizonte, cuius utrumque extremum inspicere potest, per quadrantem notam efficere. 74
Longitudinem trabis ad Horizontem inclinatæ, cuius portio superior tantum conspiciatur, una cum angulo inclinationis, distantia basis à mensore, & altitudine fastigij supra Horizontem, per quadratum metiri. 167
Longitudinem rectæ è directo mensoris positæ, cuius utrumque extremum vel alterum non appareat, nisi ad dextram, vel sinistram accedat mensor, per quadrantem comprehendere. 77
Longitudinem umbræ ab altitudine, Sole lucente projectæ, quando altitudo est cognita, ope quadrati adipisci. 156
Longitudinem lineæ rectæ, quando mensor in uno eius extremo, vel in altitudine aliqua nota, quæ perpendicularis sit in eo extremo ad planum, in quo linea iacet, existens alterum extremum videre potest, per quadrantem comprehendere. 73
Longitudinem in Horizonte inter turrim



I N D E X.

- rim aliquam, & aliud quodpiam signum, ex turri per duas stationes in fastigio factas, vel in duabus fenestris quarum una sit sub alia ad perpendicularum, quando spatium inter illas fenestras notum est, etiamsi totius turris altitudo ignota sit, per quadrantē dimetiri. Atque hinc obiter altitudinem turris patefacere. 75
- Longitudinem in Horizonte extensam per quadratum metiri, quando mensor in vno eius extremo existens alterum videre non potest, propter tumorem aliquem interiectum, neque altitudo in promptu est, sed solum ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem recedere potest ad locum, è quo alterum extremum appareat. 133
- Longitudinem in Horizonte è directo mensoris iacentem, per quadratum cognoscere, ad cuius extrema neque accedere liceat, neque è loco mensoris eam dimetiri, neque vlla adsit altitudo: dummodo ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem ad locum aliquem ire possit mensor, ex quo vtrumque extremum appareat. 135
- Longitudinem, ad cuius extrema accedere non liceat, dummodo ea appareant, & ipsa longitudo producta ad pedes mensoris pertingat, ex altitudine aliqua nota, per quadrantem metiri. 73
- Longitudinem ascensus alicuius montis, si eius cacumen ab oculo in radice constituto videatur, per instrumentum simplicissimum cognoscere. 159
- M**
- Magnitudinum quatuor proprietates quædam. 373
- Magnitudinibus in partes proportionales sectis, si in singulis una pars iterum secetur proportionaliter, erunt ab eadem totæ etiam sectæ proportionales. 268
- Marmoris regularis soliditas. 232
- Mechanica mensuratio in nonnullis lineis, & angulis admittenda est. 186
- Medias duas proportionales inter duas datas, ex Nicomede, prope verum, adinuenire. 303
- Medias duas proportionales inter duas datas, ex Diocle, prope verum, inquirere. 299
- Medias duas proportionales inter duas datas, ex Herone, & Apollonio Pergæo, prope verum, inuenire. 297
- Medias duas proportionales inter duas datas, ex Philone Byfancio, & Philopono, prope verum, inquirere. 298
- Medium numerum proportionalem, vel duos medios inter duos numeros comperire. 306
- Mensurandi ratio communis in area cuiusvis figuræ, vel agri inuestiganda. 190
- Mensurandi varia instrumenta. 51
- Mensuræ linearum, superficialium, ac solidorum penes quid sumantur. 174
- Millesimarum decimarum partes quo modo sumantur, etiamsi instrumentum partium diuisum sit in 100. partes duntaxat. 8
- Millesimarum partes quomodo capiantur, etiamsi in instrumento partium contineantur tantum 100. partes. 7
- Millesimarum, vel centesimarum partes in quavis recta linea quo pacto capiantur, ope instrumenti partium. 6
- Minuta quolibet quo pacto ex gradu quouis abscindantur per circinū. 42
- Minuta ac secunda quo pacto per circinū in quavis particula gradus deprehendantur. 40
- Minuta, & secunda quo pacto ex quadrante constructo reperiantur. 18
- Minutia, cuius Numerator ex duarum minutiarum Numeratoribus, & Denominator ex denominatoribus conflatur, maior est minore, & maiore minor. 303
- Minutiarum inter duas mediarum facilis inuentio. 268

I N D E X.

uentio. 196
 Minutiam magnam ad minorem fere
 æquivalentem reducere. 196
 Montis altitudinem metiri per qua-
 drantem. 60. & 62
 Montis vel turris altitudinem ex eius
 summitate per vnicam stationem,
 ope quadrati stabilis metiri, vna
 cum distantia signi in Horizonte
 visi vsque ad perpendicularum mon-
 tis, aut turris. 129
 Montis, aut turris altitudinem ex eius
 vertice per quadrantem metiri, si in
 plano, cui insistit, spatium aliquod
 è directo mensuris notum sit, de-
 prehendere. 69
 Montis, aut turris altitudinem ex eius
 summitate per quadratum dimeriri,
 quando in plano summitatis Hori-
 zonti æquidistante duæ stationes fie-
 ri possunt, & signum aliquod in Ho-
 rizonte cernitur. 125
 Montis aut turris altitudinem ex eius
 vertice per duas stationes in hasta
 aliqua erecta, vel in duabus fenestris
 turris, quarum vna sit supra aliam,
 factas, e quibus signum aliquod in
 Horizõte videri possit, per quadratè
 metiri. Atque hinc distantia quoq.
 a perpendiculo montis, vel turris,
 vsq. ad signū visum cognoscere. 66
 Montis, aut turris altitudinem ex eius
 vertice per duas stationes in eisdē
 summitate factas, e quibus signū ali-
 quod in Horizõte appareat, per qua-
 drantem dimeriri. Atque hinc ip-
 sam quoque distantiam à montis
 perpendiculo, vel turris base ad si-
 gnum illud inuestigare. 63
 Montis vel turris altitudinē ex eius fa-
 stigio, quando e directo mensuris
 intervallum aliquod inter duo signa
 vel etiam inter signum quodpiam
 ac turrim cognitum est, per quadra-
 tum conijcere. 135
 Montis, vel turris altitudinem ex eius
 summitate per duas stationes in ha-
 sta aliqua erecta factas, inuestigare

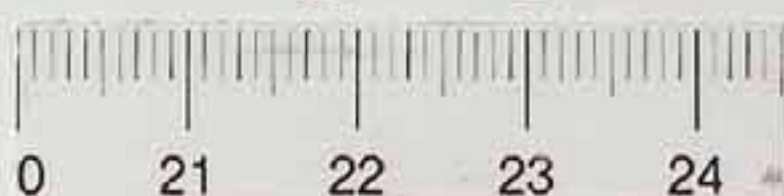
per quadratum, quando signum ali-
 quod in Horizõte videri potest. 128
 Multilateræ figuræ irregularis area,
 quæ. 189
 Muri cuiusque soliditas. 232

N

Normæ beneficio altitudinem tur-
 ris, aut alterius rei inuestiga-
 re. 154
 Normæ beneficio distantiam in plano
 Horizontis inter mensuram, & signū
 quodvis, percipere. 154
 Numeri particulares pro singulis ra-
 dicū speciebus, quo modo reperian-
 tur. 310
 Numeros impares datum cubum com-
 ponentes reperire. 437
 Numerum aliquo concipiente, quot ei
 vnitates remaneant post tres opera-
 tiones imperatas, conijcere. 381

O

Obliquanguli trianguli area, ex
 vno latere, ac duobus angu-
 lis. 186
 Obliquanguli trianguli area, ex duo-
 bus lateribus, & angulo ab ipsis com-
 prehenso. 186
 Obliquangulorum quadrilaterorum
 area. 187
 Obliquangulorum triangulorum recti
 lineorum problemata. 47
 Observationis angulus quis. 55
 Quatam figuram Ellipsi similem circi-
 no describere. 421
 Octogonum regulare ad datam altitu-
 dinem latitudinemue constitue-
 re. 411
 Octogonum regulare circulo inscri-
 ptum medium proportionale est in-
 ter quadratum circulo circumscrip-
 tum, & quadratum eidem inscri-
 ptum. 410



I N D E X.

P

- P**arabolici Conoidis soliditas. 258
 Parabolæ datæ area. 224
 Parallelepipedum sub quadrato alteru-
 trius extremarum, (si sint quatuor
 lineæ continue proportionales) &
 altera extrema comprehensum, æ-
 quale est cubo mediæ propo- tiona-
 lis, quæ priori extremæ assumptæ
 est propinquior. 307
 Parallelepipedorum, Prismatum, & cy-
 lindrorum area. 227. & 228
 Parallelepipedo rectangulo cubum æ-
 qualem exhibere. 416
 Parallelepipedum, aut cubum in datam
 proportionem dividere. 420
 Parallelepipedum rectangulum sub da-
 ta altitudine, vel supra datam ba-
 sem dato cubo æquale constitue-
 re. 416
 Parallelogrammum datum in quocun-
 que partes æquales dividere per
 rectas duobus lateribus oppositis pa-
 rallelas. 296
 Parallelogrammum datum per rectam
 ex puncto siue extra, siue intra ipsi,
 siue in aliquo latere dato ductam bi-
 fariam secare. 296
 Parallelogrammum in dato angulo æ-
 quale dato quadrilatero constitue-
 re. 379
 Pars imperata quo pacto ex data re-
 cta abscindatur, per instrumentum
 partium. 10
 Partes aliquotæ similes plurium ma-
 gnitudinum eandem habent propor-
 tionem. 242
 Partes decimæ millesimarum quo pa-
 cto sumantur, etiam si instrumentum
 partium diuisum sit in 100. partes
 duntaxat. 8
 Partes centesimæ, vel millesimæ in-
 quavis recta linea, quo pacto ope in-
 strumentum partium capiantur. 6
 Partes quocunque decimæ, vel cente-
 simæ, &c. quo pacto ex quavis parte
 rectæ in partes æquales diuisæ per
 circinum anferantur. 45
 Partes millesimæ, quo modo capian-
 tur, etiam si in instrumento partium
 contineantur tantum 100. par-
 tes. 7
 Particula quælibet vnius partis cente-
 simæ instrumenti partium, quot par-
 tes decimas vnius centesimæ, vel
 quot millesimas totius lateris instru-
 menti complectatur, quo pacto co-
 gnoscatur. 9
 Partium instrumentum quid, & quo pa-
 cto construatur. 3. & 4
 Partium instrumentum, quo pacto ali-
 ter construatur. 13
 Pendulus quadrans quid. 18
 Pentagonum regulare non recte con-
 strui ab Alberto Durerò, & alijs. 405
 Peripheria circuli ex data diametro;
 & diameter ex data peripheria, ac-
 curatior. 219
 Peripheria circuli, ac diameter, ex eius
 area. 222
 Peripheria circuli quam proportionē
 habeat ad diametrum, secundum Ar-
 chimedem. 204
 Peripheria circuli diuisa per $3\frac{1}{7}$. gi-
 gnit numerum maiorem diame-
 tro. 251
 Peripheriæ circuli ad diametrum pro-
 portio accuratior, quæ. 219
 Peripheriæ circulorum inter se sunt, vt
 diametri. 215. & 376
 Peripheriam circuli vera maiorem, ex
 data diametro reperire. 213
 Peripheriam datæ rectæ æqualem repe-
 rire. 370
 Peripheriam circuli vera minorem, ex
 data diametro elicere. 214
 Perpendicularem in latus quodcunque
 trianguli ex angulo opposito caden-
 tem, ex omnibus tribus lateribus
 efficere notam. 51
 Perpendicularis quæ segmenta faciat
 in latere trianguli obliquanguli 47
 Perpendicularis ex quolibet gradu qua-
 drantis demissa, in quodnam pun-
 ctum semidiametri cadat, per instru-
 men-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



I N D E X.

- mentum partium cognoscere. 11
- Perpendicularis in triangulo quando est numerus surdus, quid agendum. 182
- Perpendicularis in triangulo æquilatæ ro quo pacto cognoscatur. 193
- Perpendicularis è centro figuræ regularis, quo pacto cognoscatur. 193
- Perpendiculari filum secans umbram rectam facit angulum complementi altitudinis: secans vero umbram versam, angulum constituit ipsius altitudinis. 98
- Pinnacidia pro radio visuali quo pacto construenda sint. 17
- Pinnacidia quo pacto in quadrante sint affigenda. 17
- Polygoni propositi latus quo pacto in dato circulo per instrumentum partium inueniatur. 11
- Portionē altitudinis maioris ex minori altitudine, & minoris portionem, ex maiori, per quadrantem cognoscere. 83
- Portionem altitudinis maioris ex minore altitudine, & minoris portionem ex maiore, per quadratum percipere. 145
- Portionis sphaeræ superficies conuexa. 254
- Portionis sphaeræ soliditas. 256
- Portionum sphaeroidis soliditas. 258
- Primi inter se numeri si ambo non sint quadrati, aut cubi; neque ulli eorum æque multiplices quadrati erunt aut cubi. Et si duorum numerorum æque multiplices sint ambo quadrati, aut cubi, etiam ipsi quadrati erunt, aut cubi. 384
- Prisma, ac cylindrum in conum, & pyramidem: Item, conum, ac pyramidem in cylindrum, vel prisma æquale transmutare. 415
- Prisma, conum, cylindrum, ac pyramidem in æqualem sub data altitudine, & supra basem quouis angulorum conuertere. 415
- Prisma, cylindrum, conum, ac pyramidem in parallelepipedum supra basem quadratam conuertere. 415
- Prismati, cono, cylindro, ac pyramidi cubum æqualem construere. 416
- Prismati cuicunque cylindrum æqualem, & pyramidi conum æqualem: Ac vicissim cylindro prisma æquale, & cono æqualem pyramidem construere. 414
- Prismati dato sphaeram æqualem construere. 418
- Prisma pyramidem, cylindrum, & conum in parallelepipedum rectangulum æquale datæ altitudinis, vel basis commutare. 417
- Prisma, vel cylindrum datum in datam proportionem diuidere. 421
- Prismati, aut cylindro æqualem pyramidem vel conum sub eadem altitudine: Et contra pyramidi, vel cono æquale prisma, vel cylindrum constituere eiusdem altitudinis. 414
- Prismatum, parallelepipedorum, & cylindrorum area. 227. & 228
- Probatio extractionis radicum. 312
- Problemata 3. 4. 5. 6. & 7. libri 3. quo pacto per vnicam stationem, operæ quadrati stabili absoluantur. 123
- Problemata triangulorum rectilineorum rectangulorum. 46
- Profunditatem putei, vel ædificij cuiusuis ad perpendicularum erecti, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadratum efficere cognitâ. 149
- Profunditatem putei, vel ædificij cuiuscunque ad perpendicularum erecti, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadrantem reperire. 88
- Profunditatem vallis, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, eiusque terminus, vel aliquod in valle signum conspici possit, per quadrantem scrutari. 90

Pro-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

I N D E X.

- Profunditatem vallis, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, & eius terminus, vel aliquod in ea signum conspici possit, per quadratum cognoscere. 151
- Propinquam radicem veræ, in numeris non quadratis non cubis, non Zenizenis, non surdesolidis, &c. inuenire 317
- Proportionalem numerum medium, vel duos medios, inter datos duos numeros reperire. 306
- Proportionales duas medias inter duas datas, ex Diocle; prope verum inuestigare. 299
- Proportionales duas medias inter duas datas, ex Nicomede, prope verum, adinuenire. 303
- Proportionales duas medias inter duas datas, ex Philone Byfantio, & Philo pono, prope verum, inquirere. 298
- Proportionales duas medias inter duas rectas, prope verum, ex Herone, & Apollonio Pergæo inuenire. 297
- Proportionales laterum ex datis angulis cuiusvis trianguli patefacere. 46
- Proportionalis tertia, & quarta quo pacto per instrumentum partium reperitur. 13
- Proprietas pulchra quadrati. 411
- Proprietas circuli pulcherrima. 402
- Proprietas quædam quatuor magnitudinum. 373
- Proprietas pulchra Quadratricis. 363
- Punctum, in quo duæ rectæ ad inuicem inclinatæ concurrant, inuenire. 58
- Punctum declinationis cuiuslibet paralleli in diametro Astrolabij per instrumentum partium inuenire. 11
- Putei, vel ædificij cuiuscunque ad perpendiculum erecti profunditatem, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadrantem reperire. 38
- Putei, vel ædificij cuiusvis ad perpendiculum erecti profunditatem, si modo angulus in fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadratum efficere cognitum. 149
- Pyramidem, conum, cylindrum, ac prisma in æqualem sub data altitudine, & supra basem quotuis angulorem reuocare. 415
- Pyramidem, prisma, conum, & cylindrum in parallelepipedum rectangulū æquale datæ altitudinis, vel basis commutare. 417
- Pyramidem datæ sphaeræ æqualem extruere. 418
- Pyramidem, prisma, cylindrum, & conum in parallelepipedum supra basem quadratam conuertere. 415
- Pyramidi, cono, cylindro, ac prismati cubum æqualem efficere. 416
- Pyramidi conum æqualem, & prismati cylindrum æqualem: Et contra cono pyramidem æqualem, & cylindro prisma æquale construere. 414
- Pyramidi, vel cono æquale prisma, vel cylindrum eiusdem altitudinis: Et vicissim cylindro, vel prismati æqualem conum, vel pyramidem sub eadem altitudine constituere. 414
- Pyramidum, & conorum area. 229
- Pyramis cui solido rectangulo æqualis sit. 343

Q

- Q**uadrans pendulus quid. 18
- Quadrans stabilis quid 18
- Quadrans, semidiameter, & basis Quadratricis, continue sunt proportionales. 364
- Quadrantis lib. 1. cap. 2. constructi vsus in minutis, & secundis exquirendis. 18
- Quadranti circuli rectangulum constituere Isoperimetrum, & æquale. 352

M m m 2 Qua-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

I N D E X.

| | | | |
|---|-----|---|------------|
| Quadrantis constructio ad Min. & Sec. cognoscenda. | 15 | proportionem habet quam 7. ad 223 | |
| Quadrati area. | 175 | minorem vero, quam 71. ad 223 | 245 |
| Quadratae radices extractio. | 312 | Quadratum datae figurae aequale, quo pacto facile construatur. | 191 |
| Quadratae, & cubicae radices extractio ex data minuria. | 320 | Quadratum diametri circuli ad circumulum proportionem habet, quam 14. ad 11. proximè, secundum Archimedes. | 211 |
| Quadratam & cubicam radicem in numeris non quadratis, & non cubis per lineas Geometricè inuenire. | 322 | Quadratum diametri circuli ad circumulum habet maiorem proportionem, quam 14. ad 11. minorem vero, quam 284. ad 223. | 216 |
| Quadrati Geometrici constructio. | 93 | Quadratum circumferentiae circuli ad circumulum habet maiorem proportionem, quam 892. ad 71. minorem vero, quam 88. ad 7. | 216 |
| Quadrati pulchra proprietas. | 411 | Quadratum circumferentiae circuli maximi in sphaera ad superficiem conuexam sphaerae, maiorem proportionem habet, quam 223. ad 71. minorem vero, quam 22. ad 7. | 245 |
| Quadratorum differentiae. | 434 | Quadratum maximi lateris trianguli minus est, quam duplum summæ quadratorum ex reliquis duobus lateribus descriptorum. | 396 |
| Quadratorum, & cuborum tabula vsq. ad radicem 1000. | 425 | Quadratura circuli per numeros secundum Arabes falsa est. | 357 |
| Quadratorum generatio. | 434 | Quadratura circuli per lineas Capano ascripta falsa est. | 357 |
| Quadratum, altera parte longius, Rhombum, ac Rhomboides, ex excessu diametri supra latus, &c. describere. | 387 | Quadratura circuli per numeros ex Alberto Durero falsa est. | 357 |
| Quadratum numerum in quotlibet quadratos distribuere. | 383 | Quadratura circuli per lineas. | 356 |
| Quadrilateri tria latera maiora sunt quarto latere. | 385 | Quadratura circuli per Hippocratem Chium falsa est. | 357. & 358 |
| Quadrato circumulum aequalem describere. | 369 | Quadraturam circuli esse possibilem. | 359 |
| Quadratricis latus aequale est quadranti circuli, cuius semidiameter est basis quadratricis. | 366 | Quadrilateri oïno irregularis area. | 88 |
| Quadratricis basis, semidiameter quadrantis, & quadrans sunt continue proportionales. | 364 | Quadrilatero aequale parallelogrammum facile construere in dato angulo. | 379 |
| Quadratricis pulchra proprietas. | 363 | Quadrilaterorum non rectangulorum area. | 187 |
| Quadratricem lineam describere. | 359 | Quantitas anguli, quem latera instrumenti partium continent, quo pacto cognoscatur. | 12 |
| Quadratum pendulum, ac stabile, quo modo vsurpetur. | 94 | Quarta & tertia proportionalis, quo pacto | |
| Quadratum circumferentiae circuli maximi in sphaera ita est ad superficiem sphaerae, ut circumferentia circuli maximi ad diametrum. | 244 | | |
| Quadratum circulo aequale quo pacto facile exhibeatur ex propria figura. | 368 | | |
| Quadratum dato circulo aequale constituere. | 367 | | |
| Quadrati diametri circuli maximi in sphaera ad superficiem sphaerae, maiorem | | | |



I N D E X

Et per instrumentum partium repe-
riatur. 13

R

- R** Adicis cubicæ extrahendæ regu-
la propria. 316
Radice cubicæ extractio. 313
Radice quadratæ, & cubicæ extractio
ex data minutia 320
Radice quadratæ extractio. 312
Radice surdesolidæ extractio. 314
Radice cuiuslibet generis extrahere
ex dato numero. 308
Radice cuiusque generis ex data mi-
nutia extrahere. 319
Radice quadratam, & cubicam in nu-
meris non quadratis, & non cubis
per lineas Geometricè inueni-
re. 322
Radice veræ propinquam in nume-
ris non quadratis, non cubis, non
zensizensis, non surdesolidis, &c. in-
uenire. 317
Radice infinitæ species. 308
Radix quadrata numeri fracti quo pa-
cto eruatur. 184
Radix quælibet extrahenda quot figu-
ras habere possit. 311
Recta linea in quotuis partes æquales
diuisa, quot decimæ, vel centesimæ,
&c. in quavis particula vnius partis
contineantur, per circinum depre-
hendere. 43
Recta ducta ex angulo acuto trianguli
rectanguli in oppositum latus, maior
est proportio huius lateris ad eius
segmentum prope rectum angulum,
quam illius anguli acuti ad eius par-
tem dicto segmento lateris opposi-
tam. 329
Recta linea diuisa in quotuis partes æ-
quales, quot eiusmodi partes in qua-
uis alia recta contineantur, ope in-
strumenti partium, cognoscere. 6
Recta data, quamuis minima, partem,
vel partes imperatas ex ea aufer-

- re. 399
Recta connectens duos angulos opposi-
tos in duobus triangulis æqualibus
latus commune habentibus, & in di-
uersas partes vergentibus, à commu-
ni latere bifariam diuiditur. 290
Recta cuius circumferentiæ æqualis,
quo pacto facile reperiat ex pro-
pria figura. 367
Rectæ duæ tangentes circulum, & in
vno puncto coeunt, maiores sunt
omnibus chordis interceptum arcum
diuidentibus in quocunque partes
æquales. 373
Rectæ lineæ adiungere rectam, ita vt
quadratum totius compositæ æqua-
le sit quadrato rectæ adiunctæ, vna
cum quadrato rectæ, quæ ex adiun-
cta, & proximo segmento prioris li-
neæ conflatur. 394
Rectæ tres circulum tangentes, & in
duobus punctis coeunt, maiores
sunt omnibus chordis arcus duos in-
terceptos in partes æquales secanti-
bus. 374
Rectæ lineæ circumferentiæ æqualem
reperire. 370
Rectæ quamuis minimæ exhibere mul-
tiplicem quamcumque, etiam si circi
no ipsa non accipiat. 398
Rectæ lineæ sub dimensionem cadentes
quæ sint. 53
Rectam lineam transversam in Hori-
zonte, cuius vtrumque extremum in
spici potest, per quadrantem notari
efficere. 74
Rectam lineam transversam in Hori-
zonte, cuius vtrumque extremum vi-
deri potest, per quadratum meri-
ri. 141
Rectam lineam, ad cuius extrema acce-
dere non liceat, dummodo ea appa-
reant, & ipsa recta linea producta ad
pedes mensuris pertingat, ex altitu-
dine aliqua nota, per quadratam me-
tiri. 73
Rectam lineam in Horizonte per qua-
dratam.

I N D E X.

- dratum metiri, quando mensor in vno eius extremo existens alterum extremum videre non potest, neque altitudo in promptu est, sed solum ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem recedere potest ad locum, è quo alterum extremum appareat. 133
- Rectam lineam, quando mensor in vno eius extremo, vel in aliqua altitudine nota ad planum, in quo est recta, perpendiculari existens alterum extremum videre potest, per quadrantem metiri. 73
- Rectam lineam è directo mensoris positam, cuius vtrumq. extremum, vel alterum non appareat, nisi ad dextram, vel sinistram mensor accedat, per quadrantem comprehendere. 77
- Rectam lineam in Horizonte è directo mensoris iacentem, per quadratum cognoscere, ad cuius extrema neq. accedere liceat, neque è loco mensoris eam dimetiri: dummodo ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem ad locum aliquem ire possit mensor, ex quo vtrumque extremum appareat. 135
- Rectam lineam in Horizonte inter turrim aliquam, & aliud quodpiam signum, ex turri per duas stationes in fastigio factas, vel in duabus fenestris, quarum una sit ad perpendiculum sub alia, quando spatium inter illas fenestras notum est, etiam si totius turris altitudo sit ignota, per quadrantem dimetiri. Atque hinc obiter altitudinem turris patefacere. 75
- Rectam arcui quadrantis æqualem reperire. 365
- Rectam lineam datam per instrumentum partium diuidere, vt alia recta diuisa est. 11
- Rectanguli trianguli area, ex latere, quod recto angulo opponitur, & vno angulo acuto. 185
- Rectanguli trianguli area, ex vno latere circa angulum rectum, & vno angulo acuto. 186
- Rectangulorum duorum triangulorum similium proprietas quædam. 333
- Rectanguli trianguli area, ex vno latere circa angulum rectum, & latere, quod recto angulo opponitur. 185
- Rectanguli trianguli area. 182
- Rectangulo dato supra datam rectam æquale rectangulum facile construere. 179
- Rectangulum, cuius duo excessus dantur, quibus diameter vtrumque latus superat, constituere. 392
- Rectangulum dato rectilineo æquale facile construere. 380
- Rectangulum, in quo excessus diametri supra maius latus, & maioris lateris supra minus datur, constituere. 393
- Rectangulum sub differentia excessuum, quibus diameter alicuius rectanguli vtrumque latus superat, & minore excessu bis sumptum, vnà cum quadrato minoris excessus bis sumpto, æquale est quadrato recte, qua minus latus minore excessum superat. 391
- Rectangulum sub segmentis diametri alicuius rectanguli (ductis per idem punctum diametri parallelis) comprehensum, æquale est duobus rectangulis sub segmentis duorum laterum inæqualium comprehensis. 400
- Rectangulum sub diametro, & circumferentia maximi circuli in sphæra, quadruplum est circuli maximi, & superficie conuexæ eiusdem sphære æquale. 243
- Rectangulorum area. 175
- Rectangulorum triangulorum rectilineorum problemata. 46
- Rectarum duarum proportionem habentium, quâ latus quadratricis ad basem, maior æqualis est quadrantem circuli, cuius semidiameter est minor recta. 367
- Rectilineam figuram planam, vel circumlum



I N D E X

- lum in data proportione augere, vel
minuere. 304
- Rectilineum angulum in tres æquales
angulos diuidere. 399
- Rectis tribus datis in vno plano non
parallelis, rectam ducere, etiam per
datum interdum punctum in media,
ita vt eius segmenta inter mediam,
& extremas sint æquales, vel datam
habeant proportionem. 397
- Rectilineis duobus inæqualibus datis,
ex maiore per lineam vni lateri pa-
rallelam detrahare rectilineum mi-
nori æquale 271
- Rectilineo cuilibet æquale rectangulū
facile construere. 380
- Rectilineo dato æquale quadrilaterum
inter duas rectas super datam re-
ctam per lineam parallelam consti-
tuere. 266
- Rectilineo in triangula resolutio ex vno
aliquo puncto, rectas ipfis triangulis
ordine proportionales inuenire. 274
- Rectilineo dato parallelogrammum re-
ctangulum æquale, & Isoperimetru
constituere. 355
- Rectilineum datum per rectam à quo-
nis angulo, vel puncto lateris, in da-
tam proportionem secare. 276
- Rectilineum datum ex angulo, vel pun-
cto dato in latere, in quotuis partes
æquales distribuere. 280
- Rectilineum datum in quotuis partes
æquales per rectam datæ rectæ pa-
rallelam distribuere. 289
- Rectilineum datum per rectam datæ
rectæ parallelam in datam propor-
tionem diuidere 282
- Rectilineorum triangulorum obliquan-
gulorum problemata. 47
- Rectilineorum triangulorum rectangu-
lorum problemata. 46
- Regionis, aut vrbs, vel campi situm
in plano describere. 164
- Rectis duabus datis, quarum maior dia-
metrum quadrati minoris non supe-
ret: maiorem ita secare, vt partium
quadrata simul sumpta quadrato mi-
noris lineæ sint æqualia. 394
- Reflexionis angulus cur angulo inci-
dentia sit æqualis. 381
- Regula communis mensuræ in area
cuiusvis figuræ, vel agri inuestigan-
da. 190
- Regula propria extractionis radicis cu-
bicæ. 316
- Regula vnica ad omnes rectas dimetiē-
das, quando rerum extrema viden-
tur. 169
- Regulæ constructio loco fili cum per-
pendiculo. 17
- Regulare corpus quodlibet dato cubo
æquale constituere. 419
- Regulari corpori sphæram æqualem
exhibere. 418
- Regularis figuræ area, cui rectangulo
æqualis sit. 327
- Regularis figuræ area, cui triangulo re-
ctangulo sit æqualis. 328
- Regularis figura circulo circumscripta
maioris ambitum habet, quam cir-
culus. 372. & 375
- Regularibus figuris rectilineis circu-
lus, cui isoperimetra sunt, maior
est. 342
- Regularium figurarum Isoperimetra-
rum maior est illa, quæ plures con-
tinet angulos, pluraue latera. 330
- Regularium figurarum areæ à triangu-
lo vsque ad Dodecagonum, quando
latus est vnitas. 198
- Regularium figurarum area. 193
- Regularium quinque corporum area
quæ. 232. & 237
- Regularium quinque corporum superfi-
cies conuexa. 237
- Rhomboidis, ac Rhombi area. 187
- Rhombi ac Rhomboidis area. 187
- Rhombum, ac Rhomboides, ex excessu
diametri supra latus, &c. describe-
re. 388

Saccus

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

I N D E X.

S

S Accus tritici, quo pacto mensure-
tur. 232
Saxi regularis soliditas. 232
Scala altimetra quid. 93
Secantes ac sinus quo pacto in instrumē-
to partium capiantur. 8
Sectoris circuli area. 220
Sectoris sphaeræ soliditas. 256
Segmenta lateris trianguli obliquangu-
li à perpendiculari facta, ex datis tri-
bus lateribus cognoscere. 47
Semicirculo, quadranti, octavæ parti
circuli, &c. rectangulum constituere
Isoperimetrum, & æquale. 352
Semidiametri circuli inuentio ex late-
re figuræ regularis inscriptæ. 196
Similem figuram pluribus figuris simi-
libus, quarum latera homologa da-
ta sint, æqualem: Et circulum pluri-
bus circulis, quorū diametri, circun-
ferentiæve datæ sint, æqualem de-
scribere. 223
Similium duorum triangulorum re-
ctangulorum proprietas quæ-
dam. 333
Similium duarum figurarum, aut circu-
lorum proportio, ex datis duobus la-
teribus homologis, vel diametris,
circunferentijsue. 223
Similes partes aliquotæ plurium ma-
gnitudinum eandem habent propor-
tionem. 242
Sinus totus quando tam parvus est, ut
in instrumentum partium transferri
nequeat, quid agendum. 12
Sinu totoposito 10000. quo pacto in-
strumento partium Tangentes su-
mantur. 8
Sinu totoposito 100. quo pacto Tan-
gentes per instrumentum partium
capiantur. 6
Sinus ac secantes quo pacto in instru-
mento partium capiantur. 7
Solidam figuram quamcunque ex ijs,
de quibus Eucl. in Stereometria agit

secundum proportionem datam au-
gere, vel minuere. 305
Solida, vel corpora præcipua, quorum
aræ inuestigantur, quæ. 226
Solida, superficies, ac lineæ, penes
quid mensurentur. 174
Soliditas cuiusvis portionis sphæ-
ræ. 256
Soliditas sphaeræ. 248
Soliditas sphaeræ vera minor, ex circun-
ferentia maximi circuli. 253
Soliditas sphaeræ vera maior, ex diame-
tro circuli maximi. 253
Soliditas sphaeræ vera minor, ex diame-
tro maximi circuli. 254
Soliditas sphaeræ vera maior, ex cir-
cunferentia circuli maximi. 253
Soliditas sphaeroidis. 257
Soliditas, vel area hemisphaerij. 256
Soliditas portionum sphaeroidis. 258
Soliditas sectoris sphaeræ. 256
Soliditas muri cuiusque. 232
Soliditas frusti regularis marmo-
ris. 232
Soliditas frusti sphaeræ. 257
Soliditas Conoidis Hyperbolici. 259
Soliditas Conoidis parabolici. 258
Soliditas vasis excavati. 232
Solidum planis superficiebus conten-
tum, & circa sphaeram circunscri-
ptibile, cui solido rectangulo sit æ-
quale. 344
Solidorum quinque regularium area
quæ. 233. & 237
Solidorum quinque regularium super-
ficies convexa. 237
Solidorum omnino irregularium
area. 260
Solidum minus ex maiori detrahens,
residuumque in cubum transforma-
re. 419
Solidum rectangulū supra basem quot-
cunque angulorum, datæ sphaeræ æ-
qualem construere. 418
Solis, vel stellæ cuiusvis altitudinē per
quadratum observare. 96
Spatium terræ inæquale pro ducendis
aquis

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



I N D E X

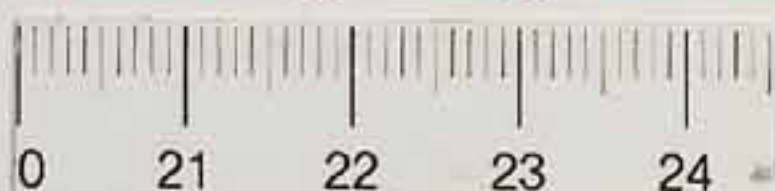
aquis libraretur aut etiam, si lubet, Horizonti æquidistans efficere. 170
 Spatiū inter duo pūcta in quolibet plano eleuato, siue illud ad Horizontem sit rectum, siue inclinatum, per quadrantem metiri, 72
 Species radicum infinitæ. 308
 Speculi plani beneficio altitudinem monti impositam, si modo altitudinis basis possit conspici: Vel portionem superiorem alicuius turris, metiri. 163
 Speculi plani beneficio altitudinem, ad cuius basem pateat accessus, vna cum distantia speculi à cacumine altitudinis, deprehendere. 160
 Speculi plani beneficio altitudinem inaccessibilem, vna cum speculi distantia tam à base, etiam non visa, quam à cacumine altitudinis, cognoscere. 161
 Sphæra ad cubum circumferentiæ maximi circuli, maiorem proportionem habet, quam 49. ad 2904. minorem vero, quam 5041. ad 298374. 246
 Sphæra quolibet cono, & cylindro sibi Isoperimetro maior est. 351
 Sphæra æqualis est solido rectangulo comprehenso sub semidiametro, & tertia parte superficiæ conuexæ. 345
 Sphæra maior est quouis corpore regulari sibi isoperimetro. 348
 Sphæra omnibus corporibus sibi isoperimetricis, quæ planis superficiebus cōtineantur, circaque alias sphæras circūscriptibilia sint, maior est. 348
 Sphæra omnibus corporibus sibi isoperimetricis, & circa alias sphæras circūscriptibilibus, quæ superficiebus conicis contineantur, maior est. 349
 Sphære area, vel soliditas, ex diametro maximi circuli. 253
 Sphære datæ conum efficere æqualem. 418
 Sphære datæ cylindrum æqualem exhibere. 417

Sphære datæ cubum æqualem: Et dato cubo æqualem sphæram efficere. 417
 Sphære datæ pyramidem constituere æqualem. 418
 Sphære datæ solidum rectangulum æquale supra basem quocunque angulorum constituere. 418
 Sphære superficies vera minor, ex circumferentia maximi circuli. 252
 Sphære superficies vera minor, ex diametro circuli maximi. 252
 Sphære superficies vera maior, ex diametro circuli maximi. 252
 Sphære area, seu soliditas vera minor, ex circumferentia circuli maximi. 253
 Sphære area, seu soliditas maior, quæ vera, ex circumferentia maximi circuli. 253
 Sphære area, siue soliditas, ex diametro maximi circuli. 254
 Sphære soliditas. 248
 Sphæra ad cubum diametri sphære, maiorem proportionem habet, quam 223. ad 426. minorem verò, quam 11. ad 21. 247
 Sphære superficies conuexa cui rectangulo sit æqualis. 243
 Sphære superficies conuexa ad quadratum circumferentiæ circuli maximi, maiorem proportionem habet, quam 7. ad 22. minorem verò, quam 71. ad 223. 245
 Sphære segmentorum area. 254
 Sphære superficies ad quadratum circumferentiæ circuli maximi est, vt diameter ad circumferentiam circuli maximi. 244
 Sphære superficies vera maior, ex circumferentia circuli maximi. 251
 Sphære portionis superficies conuexa. 258
 Sphære portionis soliditas. 256
 Sphære area, eiusdemque superficies conuexa. 242. & 243
 Sphære superficies ad quadratum diametri sphære, vel circuli maximi,

N n n

ma-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

I N D E X.

maiolem proportionem habet ,
quam 223. ad 71. minorem vero ,
quam 22. ad 7. 245
Sphæram duabus, aut pluribus sphæ-
ris æqualem describere . 420
Sphæra dato corpori regulari æqua-
lem constituere . 418
Sphæram dato prismati æqualem ,
construere . 418
Sphæram minorem ex maiori detra-
here, residuoque æqualem sphæram
exhibere . 420
Spheroidis portionum soliditas. 258
Sphæroidis area, vel soliditas. 257
Sphæram, vel figuram solidam in da-
ta proportionē augere, vel minue-
re . 305
Squadra zoppa apud Italos quid, eius-
que usus . 167
Stabilis quadrans quid . 18
Stationum differentia quid . 54
Stellæ cuiusvis, vel Solis altitudinem
per quadratum observare . 96
Superficies conuexa quinque corpo-
rum regularium . 237
Superficies conicæ proportio ad suam
basem . 262
Superficies conuexa sphære, eiusdem
que area . 242. & 248
Superficies cōuexa hemisphærij. 254
Superficies conuexa sphære ad qua-
dratum circumferentiæ circuli maxi-
mi, maiorem proportionē habet, q̃ 7. ad
22. minorem verò, q̃ 71. ad 223. 245
Superficies, lineæ, ac solida, penes
quid mensurentur . 174
Superficies conuexa sphære cui re-
ctangulo sit æqualis. 243
Superficies sphære vera maior, ex
circumferentiâ circuli maximi. 251
Superficies sphære vera maior, ex
diametro maximi circuli. 252
Superficies sphære vera minor, ex
circumferentiâ circuli maximi. 252
Superficies sphære vera maior, ex
diametro maximi circuli. 252
Superficies sphære ad quadratum

circumferentiæ circuli maximi est,
vt diameter ad circumferentiâ cir-
culi maximi . 244
Superficies conuexa portionis sphæ-
re . 254
Superficies sphære ad quadratum
diametri circuli maximi, maiorem
proportionem habet, quam 223.
ad 71. minorem verò quam 22.
ad 7. 245
Superficies conuexa coni, & cylindri
recti. 261
Superficies cylindrica, demptis ba-
sibus . 262
Superficies frusti coni, demptis basi-
bus . 261
Surdesolidæ radicis extractio. 314

T

T Abula continens latera figu-
rarum regularium à triangulo
vsque ad figuram 80. laterum, posi-
ta diametro 20000000. vel sinu to-
to 10000000. 195
Tabula mirifica ad depromendos nu-
meros pro singulis radicum specie-
bus . 310
Tabulæ constructio & usus pro minu-
tis, & sec. ex quadrante cognoscen-
dis. 21
Tabula gnomonica. 100
Tabulæ gnomonicæ facillima constru-
ctio, eiusque usus . 97
Tabulæ pro minutis ad plures qua-
drantes extensio sine regula au-
rea. 21
Tabula pro minutis, & secundis ex
quadrante inuestigandis . 23
Tabula quadratorum, & cuborum vs-
que ad radicem 1000. 425
Tabella pro min. & sec. cognoscendis
ex quadrante constructo. 20
Tangens quando superat sinum to-
tum, quid agendum, vt per vnicam
translationem per instrumentum
partium punctum quæsitum repe-
ria-

INDEX.

- riatur. 12
- Tangentes, posito sinu toto 10000. quo pacto in instrumento partium sumantur. 8
- Tangentes quo modo inveniuntur ope instrumenti partium, posito sinu toto 1000. 7
- Tangentes tres in duobus punctis coeuntes, maiores sunt omnibus chordis duos arcus interceptos in partes æquales secantibus. 374
- Tangentes duæ in vno puncto coeuntes, maiores sunt omnibus chordis arcum interceptum in quocunq; partes æquales diidentibus. 373
- Tangentes quo modo accipiantur respectu sinus totius 100. ope instrumenti partium. 6
- Tangentes quo pacto sumantur, quando instrumentum partium continet 1000. partes. 6
- Tangente aliqua inuenta in latere instrumenti partium, quo pacto eadem reperiatur respectu dati sinus totius. 8
- Tangentes per exiguæ quo pacto in instrumento partium sumantur. 8
- Terræ ambitum ex edito aliquo monte metiri. 412
- Tertia & quarta proportionalis, quo pacto per instrumentum partium reperiatur. 13
- Trabis longitudinem ad Horizontem inclinatæ, cuius portio superior tantum conspiciatur, vnâ cum angulo inclinationis, distantia basis à mensore, & altitudine fastigij supra Horizontem, per quadratum metiri. 167
- Trapezij habentis duo latera parallela, area. 188
- Trapezij irregularis facilis dimensio. 193
- Trapezij nulla latera habentis parallela, area. 288
- Triangula duo Isoscelia similia basium inæqualium, simul maiora sunt duobus Isoscelibus simul super easdem bases, quæ quidem inter se sint dissimilia, prioribus vero Isoperimetra, habeantque quatuor latera inter se æqualia. 335
- Trianguli Isoscelis area. 183
- Trianguli obliquanguli area, ex vno latere, ac duobus angulis. 186
- Trianguli obliquanguli area, ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso. 186
- Trianguli rectanguli area, ex vno latere circa angulum rectum, & latere, quod recto angulo opponitur. 185
- Trianguli pulchra proprietas, si in eo ducatur vni lateri parallela, &c. 291
- Triangulis duobus Isoscelibus datis, quorum bases sint inæquales, & duo latera vnus duobus alterius æqualia: super eisdem basibus duo triangula Isoscelia similia, & prioribus simul sumptis Isoperimetra constituere. 334
- Trianguli æquilateri area. 183
- Trianguli cuiuslibet area cui rectangulo sit æqualis. 326
- Trianguli rectanguli area. 182
- Trianguli rectanguli area, ex vno latere circa angulum rectum, & vno angulo acuto. 186
- Trianguli rectanguli area, ex latere, quod recto angulo opponitur, & vno angulo acuto. 185
- Trianguli insignis proprietas, si in eo à duobus angulis ad media puncta oppositorum laterum rectæ ducantur, &c. 291
- Triangulo duorum laterum inæqualium supra tertium latus triangulum constituere priori Isoperimetrum duorum equalium laterum. 331
- Triangulo parallelogrammum æquale, & Isoperimetrum constituere. 353
- Triangulorum rectilineorum rectangulorum problemata. 46
- Triangulorum duorum rectangulorum similitum proprietas quædam. 333

N n n 2 Trian-

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale

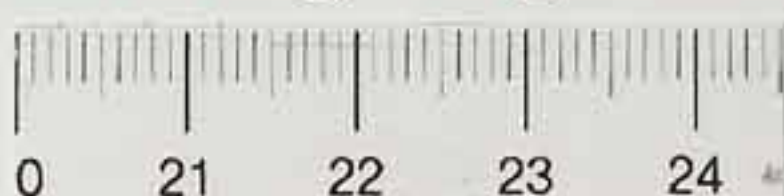


I N D E X.

- Triangulorum Isoperimentrorum** eandem habentium basem, maius erit illud, quod duo latera habet æqualia. 332
- Triangulorum rectilineorum obliquangulorum** problemata. 47
- Triangulum datum ex dato puncto** in latere in quolibet partes æquales dividere. 293
- Triangulum datum per lineas** uni lateri parallelas in quolibet partes æquales distribuere. 294
- Triangulum datum per rectam ex puncto** extra triangulum dato in duas partes æquales parti. 295
- Triangulum totum ad triangulum abscissum** per rectam, est, ut rectangulum sub duobus lateribus sectis ad rectangulum sub duobus lateribus trianguli abscissi comprehensum. 293
- Tritici aceruus**, quo pacto mensuretur. 232
- Tritici fæcus**, quo pacto mensuretur. 232
- Turris, aut montis altitudinem**, ex eius summitate per quadratum dimetiri, quando in plano summitatis Horizonti æquidistante duæ stationes fieri possunt, & signum aliquod in Horizonte cernitur. 125
- Turris, aut alterius rei altitudinem** per baculum indagare. 153
- Turris, aut alterius rei altitudinem**, per Normam inuestigare. 154
- Turris, vel montis altitudinem** ex eius summitate per duas stationes in hasta aliqua erecta factas, inuestigare per quadratum, quando signum aliquod in Horizonte videri potest. 128
- Turris altitudinem** ex eius vertice per unicam stationem per quadratum metiri, si distantia signi in Horizonte visi vsque ad basem turris nota sit. 68
- Turris, vel montis altitudinem**, ex eius summitate per unicam stationem, ope quadrati stabilis metiri, una cum distantia signi visi in Horizonte vsque ad turrem, vel montis perpendiculum. 129
- Turris, aut montis altitudinem** ex eius vertice per quadrantem metiri, si in plano, cui insistit, spatium aliquod è directo mensuris positum notum sit. 69
- Turris, vel montis altitudinem** ex eius fastigio, quando è directo mensuris interuallum aliquod inter duo signa, vel etiam inter signum quodpiam, ac turrem cognitum est, per quadratum conijcere. 135
- Turris, aut montis altitudinem** ex eius vertice per duas stationes in eiusdem summitate factas, è quibus signum aliquod in Horizonte appareat, per quadrantem dimetiri. Atque hinc ipsam quoque distantiam à turris base, vel perpendiculo montis ad signum illud inuestigare. 63
- Turris, aut montis altitudinem** ex eius vertice per duas stationes in hasta aliqua erecta, vel in duabus fenestris turris, quarum una sit supra aliam, factas, è quibus signum aliquod in Horizonte videri possit, per quadrantem metiri. Atque hinc distantiam quoque à perpendiculo turris, vel montis, vsque ad signum visum cognoscere. 66
- Turrium duarum summitatibus** visis, etiam si bases propter ædificia interiecta occultentur, distantiam tam inter earum bases, quam inter earundem fastigia, una cum ipsarum altitudinibus, ac distantis à mensore, per quadratum conijcere. 169

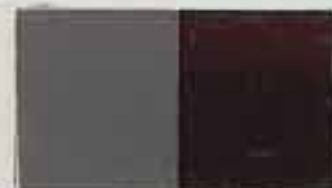
Vallis

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

</start.htm>

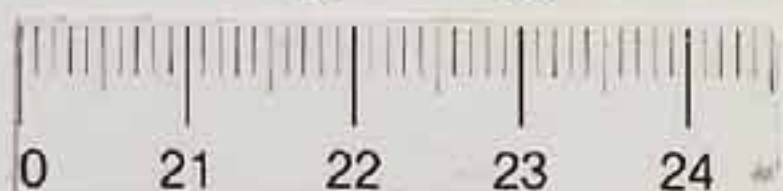
I N D E X.

V

- | | |
|--|---|
| <p>Vallis profunditatem, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, eiusque terminus, vel aliquod in valle signum cōspici possit, per quadrantem scrutari. 90</p> <p>Vallis profunditatem, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, & eius terminus, vel aliquod in ea signum conspici possit, per quadratum cognoscere. 151</p> <p>Varia instrumenta mensurandi. 51</p> <p>Vasis excavati soliditas. 232</p> <p>Vasis excavati capacitas. 232</p> <p>Vmbra recta, ac versa quo pacto in quadrato Geometrico cognoscenda sit. 94</p> <p>Vmbra longitudinem ab altitudine,</p> | <p>Sole lucente, proiectæ, quando altitudo est cognita, ope quadrati adipsi. 156</p> <p>Vmbra recta ac versa in quadrato quæ & in quot partes à Geometris utraque secetur. 93</p> <p>Vmbra recta ac versa in quot partes in hoc opere diuidatur. 93</p> <p>Vmbra rectæ ad versam reductio, & contra. 95</p> <p>Vrbis, vel campi, aut regionis situm in plano describere. 164</p> <p>Vsus & cōstructio tabulæ pro minutis & sec. cognoscendis ex quadrante. 21</p> <p>Vsus quadrantis constructi in minutis, & secundis exquirendis. 18</p> <p>Vsus tabulæ quadratorum, & cuborū in extrahendis radicibus quadratis & cubicis. 438</p> |
|--|---|

F I N I S.

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

REGESTVM.

† a b c.

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S
T V X Y Z.

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm
Nn Oo Pp Qq Rr Ss Tt Vv Xx Yy Zz.

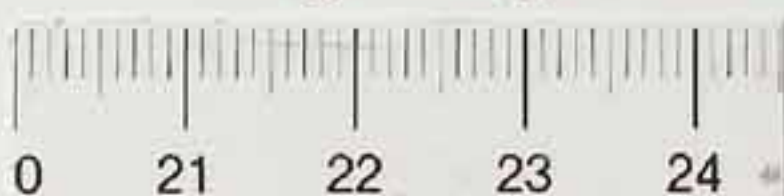
Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii
Kkk Lll Mmm Nnn.

Omnia sunt folia integra.



R O M A E,
Ex Typographia Aloisij Zannetti. MDCIIII.
Superiorum Permissu.

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale

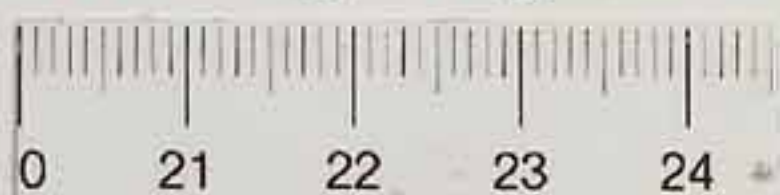


<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



<http://diglib.hab.de/drucke/>

Kodak

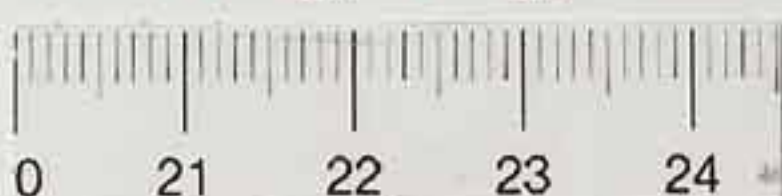
Gray Scale



17-1-geom-1

</start.htm>

Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



0 21 22 23 24

Kodak

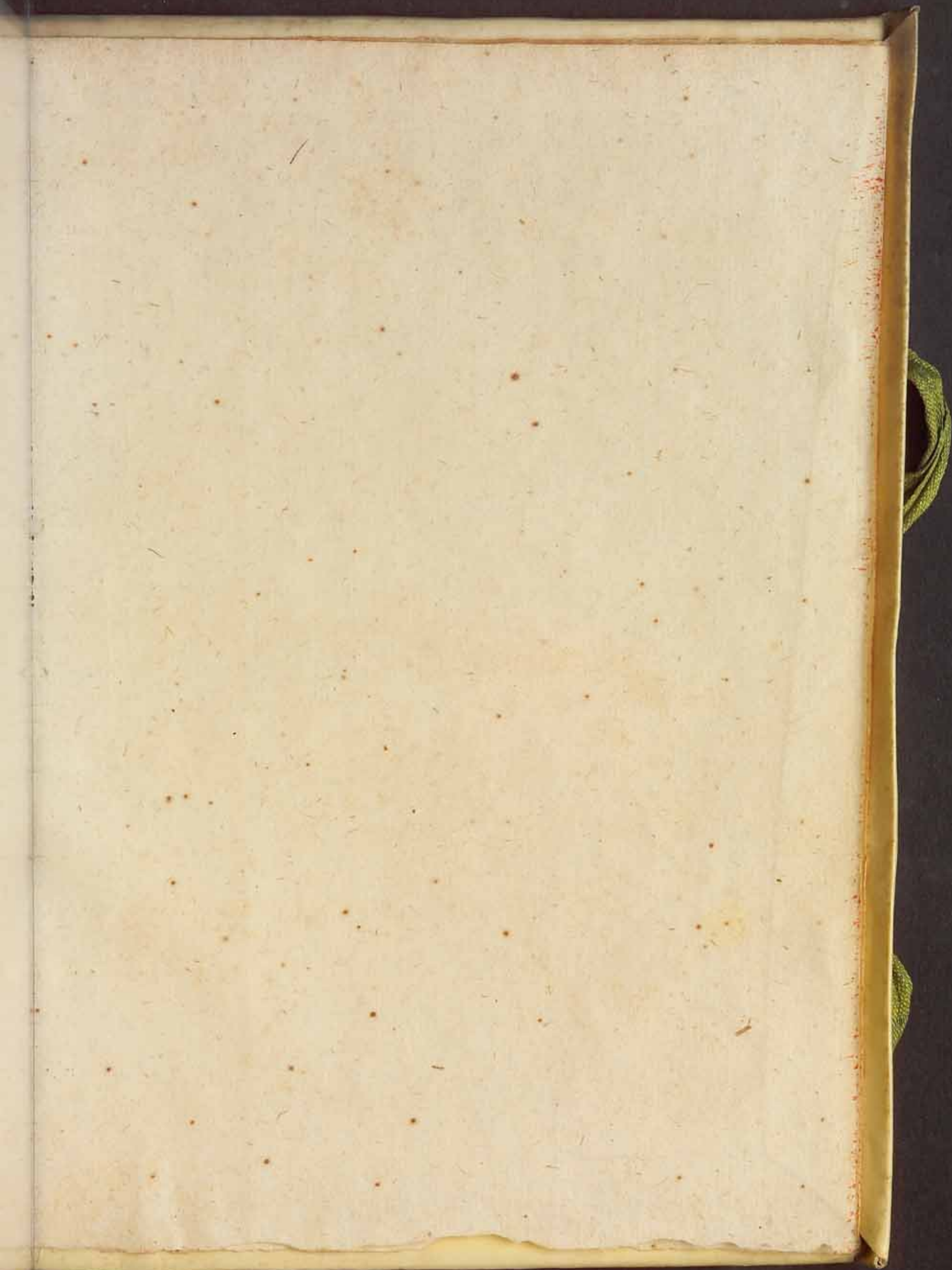
Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm



Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

/start.htm



Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel



0 21 22 23 24

Kodak

Gray Scale



<http://diglib.hab.de/drucke/>

17-1-geom-1

</start.htm>