

A. M. D. G.
GEOMETRIÆ
ELEMENTA,

THEODOSII SPHÆRICA,
Trigonometria; et Arith-
meticæ praxes

EXPOSITA

A^o P. JO: FRANCISCO
M U S A R R A

Soc. JESU, Siculo, Bidnenensi,
Olim in Eborenſi, ac Meffanensi Collegio;
nunc in Partbenia ejusd. Societatis
Academia Panormitana
secundum Matheſeos
Profeſſore.



P A N O R M I,

Typis DOMINICI CORTESE MDCCV.

Impr. Sidoti V. G.) (Impr. Vgo P.

ALOYSIUS VICARI

Provincialis Societatis Jesu
in Regno Siciliæ.

CUM opusculum, quod inscribitur :
Geometriæ elementa, Theodosij
Sphœrica, Trigonometricæ praxes, ex-
posita à P. Joanne Francisco Musarra
Soc. Jesu, tres ejusdem Societatis Sa-
cerdotes, quibus commissum fuit, re-
cognoverint, & in lucem edi posse pro-
baverint ; facultate nobis à Patre Mi-
chæle Angelo Tamburino, Societatis
nostræ Vicario Generali communicata,
ut Typis mandetur, concedimus, si ijs,
ad quos pertinet, videbitur. In quorum
fidem has literas dedimus Messanæ die
14. Julii 1705.

Aloysius Vicari.

S

AD LECTOREM

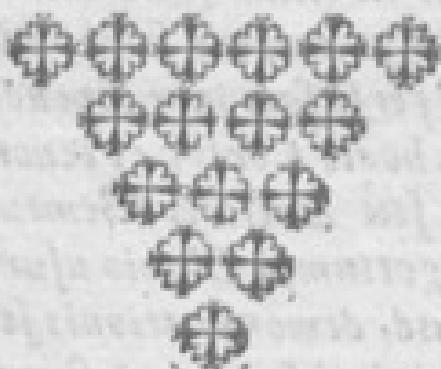
Astronomiam, tertius est annus, praeceps in eorum gratiam subieci, qui praeter Euclidis Elementa, jam Theodosij Sphaerica, Trigonometria, Arithmeticæq; ut minimum praxes callerent; nunc vero, ut commune omnibus fiat, quod ex ea Scientia Mathematicorum principe profuit bonum; quæ in perlegente requisihi, jam expono. At styllo utor satiis presso, ut uno pene intuitu, quæ oculis subiecto, teneantur; Algebre doctores imitatus, qui eodem, ut reor, consilio neadum abundantia ressecant, sed & breviora signa vocibus substituant; adeo adscendentem juvat compendiaria dogmatum propositio. Quod si, dum brevis esse laborat calamus, obscurus fiat, in Mathematicis disciplinis laudandum potius; cum. n. saepissime Problemata Tyrchibus per unum, aut alterum Euclidis assertum, aut libellum, evocanda, magno cum iforum emolumento præcipere solconus; quidni rem quidam, sed exigna perfusam luce tenendam jubeamus. A Clavij Matheseos hodie Coriphæi tenore vix ab secede; & sane in prioribus sex Euclidis Elementis, à quibus Novitio majus est negotium, à Clavio usurpatas adduco signras, etiam ubi ejusdem demonstrationis seriem (quod tamen frequens nō est) minimè sequor; ut, si cui lubeat illum omnino sequi, veluti memoriales figuræ non desideret. Illud interim cave, ubi propositiones citantur, earum nomine etiam conversas aliquando, vel etiam corollaria, immo & quæ in iisd. adnoto, sumenda penitus esse; nec in figuris præcisionem mensurarum expetio, immo una

6

in pluribus etiam oppositis hypothefibus uti fas erit;
ita fiet, ut menti potius, qudm oculo fidere affuescas.
Plura, que praefari licet, legentis judicio demandantur. Vale.

COMPENDIARIA EXPLICANTUR.

Tr. significat Triangulum; quadr. Quadratum.
Par--lum, parallelum: Par--mum, parallelogram-
num: Par--dum, parallelepipedum: Aeq. @quale:
Aeqm. @què multiplex; Rect--lum, rectangulum: $a \times b$,
& similia. Rectangulum sub $a \times b$; Hyp. hypothe-
sim. Constr. constructionem: \perp is, perpendicularis:
i. h. propos. i. hojus libri: i, 3: prima prop. lib. 3.
prop--lis proportionalis. Reliqua per se patebunt.



ELEMENTORUM EUCLIDIS

LIBER I.

DEFINI-
TIO. 1.



VNCTVM in quantitate con-
tinua, sive magnitudine est, cu-
jus pars nulla est. Ita scil. ut no-
cogitatione quidē dividī que-
at; adeoq: est quantitas, quam
sic concipimus, ut abstrahā-
mus ab ejus partibus, esto has obtineat; ita quæstio-
nem de Zenonicis punctis evitamus. In hoc sensu
deinceps puncta sumes.

2. *Linea est longitudine (scil. hac nō*
attenta) vel fluxus puncti.

3. *Lineæ termini sunt puncta.*

4. *Linea recta, que ex aequo sua interiacet pun-*
cta; vel ex Archimedē: que brevissima est omnium eadē
*habentium extrema; vel ex Platone: cuius media obum-*brant extrema; scil. si hæc essent luminosa, sed media**

opaca, ex uno extremo aliud non spectaretur.

5. *Superficies, que longitudinem, & latitudinem*
tantum (in sensu allato) habet.

6. *Superficiei extrema sunt lineæ.*

7. *Superficies plana, que ex aequo suas interiacet*
lineas; vel cuius media obumbrant extremas partes &c.

8. *Angulus planus est 2. linearum in plano se*
mutuò tangentium, & non in directum jacentium, alte-
ratis ad alteram inclinatio.

9. *Angulus rectilineus, qui rectis lineis continetur.*

10. *Sic etiam ab super rectam cd consistens, angulos*
deinceps (utrinq.) faciat egales, hi recti sunt; & ab

† invocatur ad cd.

11. Ob-

3

11. *Obtusus angulus*, qui *recto major*.
12. *Acutus*, qui *recto minor*.
13. *Terminus est* alicuius *extremum*.
14. *Figura est*, quæ *sub uno* (ut circulus) *vel pluribus terminis comprehenditur*, sive *ambitum* (ut triangulum).
15. *Circulus*, figura plana, una linea comprehensa, quæ *peripheria*, *vel circumferentia* appellatur; ad quam ab uno intra figuram fundo e omnes rectæ æq. sunt. Circumferentiam partiri solent in 360. partes æq. (gradus vocant) numerus. n. 360. habet plures partes aliquotas, scil. semissim, quæ est graduum 180. trientem grad. 120. quadrantem 90. &c. Hinc non semel semicirculum exprimam per gradus 180. pro quadrante, dicam gradus 90. (vel absolutè 90.) Partes sexagesimas unius gradus vocant minuta prima, vel absolutè minuta; quæ subdividuntur in 60. minuta secunda, & minutum 2. in 60. tercia &c.
16. *Hoc punctum dicitur circuli centrum*.
17. *Diameter circuli*, recta per centrum, utring. ad peripheriam, circulum bifariam secans. *semidiameter est radius circuli*, recta à centro ad circumferentiam.
18. *Semicirculus*, figura sub diametro contenta, & parte circumfer. à diametro abscondita.
19. *Rectilinea figura*, quæ fit à rectis.
20. *Trilatera*, quæ fit à 3. rectis.
21. *Quadrilatera*, à 4. rectis.
22. *Multilatera*, à pluribus quam 4.
23. *Trilaterarum, equilaterum Tr. est*, quod habet 3. latera æq. Communiter 2. latera primò nominata, dicuntur in quovis Tr. crura vel latera: tertium basis.

24. *Tr. Isoceles*, sive *equicure*, quod *crura* *solita*
duo *æq.* *obtinet*.
25. *Tr. Scalenum*, quod *tria* *inæq.*
26. *Tr. Rectangulum*, quod 1. *angulum rectum*.
27. *Tr. Amblygonium*, quod 1. *obtusum*.
28. *Tr. Oxygonium*, quod 3. *acutos*.
29. *Quadrilaterarum*, *Quadratum* *cū*, cuius *omnis*
latera *funt* *æq.* & *omnes* *anguli recti*.
30. *Altera parte longior figura*, quae *recti-la* *cū*, *nō*
equilatera.
31. *Rhombus*, *equilatera non recti-la*.
32. *Rhomboides* *nec* *equilatera*, *nec* *recti-la*; *sed ex*
adverso *babet* *æq.* *latera*, & *angulos*.
33. *Alias quadrilateras dic Trapezia*.
34. *Parallelæ rectæ*, quæ, cum in eod. *sint* *plano*,
si utring. *in infinitum* *producantur*, *nullibi* *sibi* *mutuo*
incident. Hoc hodie non placet; cum. n. dentur li-
neæ, una curva, ut Hyperbola, altera recta; vel am-
bæ curvæ, ut 2. Parabolæ æq. circa ennd. axim, quæ
in infinitum *protractæ*, licet semper magis, ac magis
mutuo *sibi* *propinquent*, tamen nunquam cōcurrunt;
non videtur per non concursum rectè explicari paral-
lelismus; posset. n. quis dubitare de 2. rectis, an etiā
ita disponi queant in eod. *plano*, ut propinquent, non
concurrant; nec. n. est per se notum utrumlibet. ali-
unde græca vox, parallelum, sonat æquidistans; ideo
Recentioribus definiuntur parallelæ rectæ, per hoc
quod cūm sint in eod. *plano* (non una in subiecto *pla-*
no, altera in sublimi transversim sita) utrinq. *in infi-*
nitum *producentæ* semper æquis intervallis invicem
distant; scil: duæ ab una ad aliam fæs quotlibet sint
æq. cūm per fæs distantiæ præcisæ desumantur.
35. *Parallelogrammum* ac *sive* *a b c d*, *est figura*
qua-

10

quadrilatera, cujus bina oppositalatera sunt parallelis.

36. Si in Par--mo sit diameter ac; & lateribus parallehi, et secant ac in uno g, ut resultant 4. par--ma; dicuntur ag, gc circa diametrum consisteret h f, gb, per quae non transit ac, complementa.

Postremæ 2. definitio non sunt Euclidis.

1. POSTULATUM (quod scilicet facile fieri posse per se patet; unde postulatur, ut concedatur) A punto ad punctum rectam ducere.

2. Rectam finitam in directum continuare.

3. Circulum quovis centro, & intervallo describere.

4. Data magnitudine, maiorem, vel minorem sumere.

1. AXIOMA (per se nota veritas) Quæ eidem sunt æqualia, sunt inter se. Et: quod uno æqualium majus est, aut minus, erit & altero. Et: si unum æqualium est majus, aut minus magnitudine quam prædictum, erit & alterum.

2. Si æqualibus æqualia addas, tota sunt æq.

3. Si æqualibus æqualia demas, restant æq.

4. Si inæqualibus addas æq. tota sunt inæq. si addas inæqualia, majori majus, minori minus, tota sunt inæq. illud major, hoc minor.

5. Si ab inæqualibus auferas æq. restant inæq. si auferas inæqualia, à majore minus, à minore majus, restant inæq. illud major, hoc minor.

6. Quæ ejusdem (vel æqualium) sunt duplicitio (vel triplicatio &c.) sunt æq. Et: duplum &c. unius æqualium, erit & alterum, & contra; si idem est dimidium &c. duorum, hæc sunt æq.

7. Ejusdem dimidia sunt æq. & contra.

8. Quæ sibi mutuò congruant (in quo congruant) sunt æq. Et: æq. lineæ rectæ, aut arcus circulorum æq. vel anguli, trianguli solidi, æq. congruant. Totaliter converti

verti nequit hoc axioma; sunt n. multa, ut triangula, & q. par-mis &c. sed iis non congruunt.

9. *Totum est sua parte majus.*

10. *Duae rectæ non habent idem segmentum cōmune a d, nisi efficiant unam rectam ut g e, d h in fig. propos. 9.*

11. *Duae rectæ concurrentes in uno b, in eos se concavant producunt.*

12. *Omnes anguli recti sunt æq.*

13. (Aliis 11.) *Si in 2. rectas a b, c d incidens e f faciat 2. angulos internos b e f, d f e (dicuntur e, f, quo concurrunt lineæ angulorum, horum vertices; & angulus vel 3. literis notatur, mediaq. notat verticem, ita internus angulus ad e notatur per bcf) vel unica lineis interclusa, aut vertici imposita, nisi plures inibi fiant anguli) ad easd. partes, minores 2. rectis angulis, tandem a b, c d concurrentes producunt, ad partes, ubi sunt 2. rectis minores. Hoc tanquam axioma nō recipiunt hodie, quicquid contradicat P. Marius Bettinus hic in suo Elementario; unde ut simplicem Propositionem demonstrabimus infra. Ejus loco duo affert P. Andreas Tacquet sibi axioma. 1. Si unij parallelae sit tis aliqua recta, erit & alteri. 2. Si ad 2. parallelas sint tis d b, e i in fig. propos. 1. lib. 2. erunt abscissæ d e, b i æq. Recentioribus morem geramus.*

14. *Duae rectæ spatium non comprehendunt; siue non claudunt figuram.*

PROPOSITIO 1. *Super recta linea a b finita coniungere Tr. æquilaterum. Radio a b sit circulus b c; & alius ex b ad a: duc e a, e b. factum nam ex definitione sunt æq. conradii a b, a c; & b c, b a; ergo per axiom. 1. a c æq. b c. & æquilaterum est Tr. a b c. Quod erat faciendum. Ubi quid fiat, propositio dicitur Problem;*

12

blema; ubi purè speculamur, Theorema.

2. Ad a fig. 1. ponere rectam æq. date b c. duc ex a circulum, cuius radius sit æq. b c.

3. Ex b c auferre minorem rectam æq. date a. duc circulum, cuius radius b c sit æq. a &c.

4. Sint in Tr. a b c, d e f, æq. latera a b, d e; item a c, d f, & angulus a æq. d, erunt æq. bases b c, e f. Positum. n. a b super æq. d e, ex ax. 8. illi congruet; & ac congruet æquali d f, cum a sit æq. d; tum b c vel congruet e f, unde huic erit æq. vel tendet supra, aut infra; & 2. rectæ claudent figuram contra ax. 14. ergo ne hoc absurdum dicamus, congruet, & erit æq. Quod erat demonstrandum. Ex his, erunt æq. reliqui b, c subtensi ab æq. a c, d f; & c, f subtensi ab æq. a b, d e.

5. In Tr. Isosceli a b c, ad basim b c sunt æq. b, c. Et si producas crura, erunt æq. d b c, e c b sub basi. Fac c f æq. b d; erit a d æq. a f; duc d c, f b. In Tr. a f, a c sunt ad, ac æq. ipsi a f, ab ex construit. & hyp. A cōis; ergo a quantur ex 4. h: d c, b f; d, f; a b f, ac d. In Tr. b f, b c d sunt jam æq. d c, b f; b d, c f; d, f; en 4. h: æq. anguli sub basi, d b c, b c f; item b c d, c b f; his ablati ab a c d, a b f æq. en, quod erat primum, a b c æq. a b b. Expediūs hæc ostendam post 13. h:

Corollarium. Tr. æquilaterum est æquiangulum.

6. Si ad basim b c sint æq. b, b c a, erunt æq. a b, a c. Negas; sit a b longius: fac æq. a c, d b; duc d c. In Tr. d b c, a b c, sunt b c, ea æq. b c, b d: ponitur b æq. a c b; en 4. h: d c b æq. b, sive c b hyp. a c b; pars toti.

Cor. Tr. æquiangulum est æquilaterum.

7. & 8. Sint latera singula Tr. a b c fig. 1. post 16. æqualia singulis lateribus Tr. d e f; erunt, & anguli. ex t, f ad d duc circulos g d b, k d i. Positum b c super æq.

13

$\pi q. cf$ congruet: ba ut $\pi q. ed$ certe terminabitur in peripheria gdb : ita ca in kdi ; atqui ne θ tuntur in a ; cadent ergo in punctum cōe circulis, in d ; & congruent cum ed, fd ob ax. 14. unde anguli $\pi q.$ ut in 4. h: Hæc est propos. 8. Igitur [& est 7.] Super bc, aut cf nequeunt versus a, vel d statui 2. reliæ $\pi q.$ ijsis ab, ac, vel de, df, quin cadant in idem a, vel d.

9. *Angulum bac bissecare.* Sit ex a circulus, en ad $\pi q. ac$: super recta de fac Tr. æquilaterum dfc i.h:duc af . In Tr. adf , aef est af cōe: ad $\pi q. ac$: $ef \pi q. df$ ob æquilaterum; en 8. h: $daf \pi q. fae$.

10. *Reflam de bissecare.* fac Tr. æquilaterum dei : biseca dat 9. h: In Tr. aid , aie jam est $dai \pi q.iae$: commune ai : $\pi q.da$, ae ob æquilaterum; en 4. h: $di \pi q. ie$.

11. *Per i.ducere $\frac{1}{2}em$ ad gh.* Fac $\pi q. id$, ie 2. h: sit Tr. æquilat. dat ; erit $ai \frac{1}{2}is$ per defin. 10. quia in Tr. adi , aei sunt, ob $\pi q.$ latera, anguli $\pi q.$ ad i 8. h:

12. *Ad gh ducere $\frac{1}{2}em$ ex a.* Sit ex a circulus; en ad $\pi q. ac$: biseca de in i ; en $ai \frac{1}{2}is$ ut supra.

13. *AB super cd confitens facit ad B rellor ang. vel æquales 2. rellis.* Si ab est $\frac{1}{2}is$, en 2. recti defin. 10. Si non $\frac{1}{2}is$, duc $\frac{1}{2}em$ be 11. h: en 2. recti cbe, cbd pares obliquis dba, abc .

Facilius modò demonstratur 5. h: sit Isosceles ade fig. 9. h: bisecta basi de , duc ai . ex 8. h: patet $d \pi q. e$; sunt ad d, e pares 2. rectis 13. h. aufer jam $\pi q. ade$, atd ; en $bde \pi q. ced$ sub basi.

14. *Ad c sint cd, ce; & ac faciat dca, ace $\pi q. 2. rectis$; erunt cd, ce in directum, sive una continuata. Secùs, sit una dcf (aut dcg) en 13. h: $dca, fca \pi q. 2. rectis$, uti erant dca, ace ; & pars $\pi q.$ toti.*

15. *AB secet cd, erunt $\pi q. aed, ceb$ ad verticem c oppositi. Accd, bcd 13. h: $\pi quant 2. rectos$, ut & deb ,*

14

ceb: tolle cōem deb; en. ad eq. ceb. Idem dic de
bed, ac.

Cor. 1. *Ad e sunt anguli eq. 4. rectis.*

Cor. 2. *Ad quodlibet punctum quotquot siant anguli,
sunt eq. 4. rectis.*

Ex Proclo. Si ad e rectas ab sit acd eq. ceb, erit una
ced. Ex 13. h: acd, deb equant 2. rectos; ut & deb, ceb
ob hyp. en 14. h: ced una est.

16. In Tr. abc, producio ba, erit dac extenus ma-
jor ut nolbet interno, & opposito abc, acb. Biseca ab in
h: duc cbis; fitq. ib eq. hc: duc iaf. In Tr. bai, bhc sunt
eq. anguli ad b 15. h: & jam aequilatera; en 4. h: cbb
eq. iab, sive das 15. h: unde dac superat abc. Biseca ac
in e: sit eb eq. cf &c. erit ceb. eq. eas, & dac major.

17. In Tr. non sunt 2. anguli, ut b, c eq. 2. rectis;
nam 2. rectos, quos acb 13. h: conflat cum acd, non
conflabit cum b minore 16. h: Ita erit de b, a &c.

18. In Tr. abc sit ac majus ab, erit abc subsensus
ab ac, major c. Fac ad eq. ab; en 5. h: adb eq. abd; &
abc superat adb majorem c, 16. h: unde abc superat c.

19. In Tr. bcd sit dbc major d, erit dc majus bc.
secus vel sit eq. & en 5. h: illi anguli eq. contra hyp.
vel minus; & en 19. h: dbc minor d contra hyp.

20. In Tr. abc quevis ab, ac simul superant bc.
produc ca: fac ad eq. ab: en 5. h: d eq. abd, & cbd ma-
jor d; & 19. h: bc minor dc, sive ab, ac.

21. Super bc sint bd, dc; item ba, ac; bae simul su-
perant illa simul, sed a est minor d. Produc bd in e. Est
d 16. h: major dec; & hic major bac; ergo d major a.
Per 20. h: ba, ac supercontinent bd, de; unde de repu-
tetur pars illorum; at qui de, ee superant de 20. h: ergo
ba, ac superant bd, dc.

22. Constituere Tr. ex datis a, b, c, quarum due

quilibet superent tertiam ob 20. h: In de fac df æq. a; sg æq. b: gb æq. c; sunt circuli ex g ad b, ex f ad d: duc if, ig. erit gi æq. conradio gb: si æq. fd.

23. *Ad c datæ ab ponere angulum eg. dato def. Fac Tr. gbe, & ci æq. eg: cl æq. cb: i m æq. gb. ex his fiat Tr. ike æq. gbe 22. h: en 8. h: c æq. e.*

24. *In Tr. abc, deg sint æq. ab, de: ac, dg; sed d major a; erit basis eg major bc. Fac edf æq. a: df æq. ac, sive dg: duc cf, fg; en q. h: bc æq. cf. & s.h: dgf æq. dfg; ergo cfg; major dgf, & parte egf; unde in Tr. esg 19. h: erit eg major cf, sive bc. In casu 2. sufficit figuram intueri suas. In casu 3. est hfg infra basim æq. fgi s.h: ergo fgt est minor hfg, & multò minor quām esg; unde es minor eg &c.*

25. *Sint latera eg. ut supra, sed basis eg major bc; erit edc major a; Si n. esset æq. forent 4. h: bases æq. contra hyp. si minor, esset 24. h: eg minor bc contra hyp.*

26. *In Tr. abc, def sint æq. e, b: c, dfe; Et q. uniu[er]s[us] non quodlibet latus; scil. vel ef adiacens notatis angularis sit æq. bc; vel subtensum uni angularum æq. ut df sit æq. ac subtenso ad bæq. e. dico duo Tr. omnino æq. Secundus sit cd majus ba, dum ef sit æq. bc; scil. ac æq. ge, ab: duc gf; en q. h: omnino æq. Tr. abc, gef; & gfe æq. acb, sive ob hyp. dfe. In casu 2. utere figura seq.*

27. 28. 29. *Par-las v q, y t fig. 2. post 16. 4. sequetur s p, erunt æq. alternis m i, m s r. Duc tes mr, is. Patet ex 8. h: ob ms cōe, & æq. mr, si, im, sr ex dictis ad def. 34. & ax. 13. Idem dic de smq, misy; nam 13. h: ad m, s sunt æq. 2. rectis; aufer smi, msr jam æq. restant illi æq. Item: internus msr est æq. externo pmq; hic. n. 15. hi est æq. smi jam æquali msr. Item 2. interni qms, msr ad eand. partem sunt q. 2. rectis; sunt n. ad*

16

n.ad m 13. h: æq. 2. rectis; sed fuit smi æq. msr; ergo
hic cum qms est æq. 2. rectis. Idem dic de mry, smi.
Hæc Eucli est 29. Tacqueto 27. Item (& est Eu-
clidi 27. Tacq. 28.) Sint æq. alterni vis, isr, [ne sup-
pone modò f̄es si, rm] erunt par-lla vq, yt. Secūs
sit xz par-lla yt; erit totus xz seq. alterno isr, cui
erat æq. pars vis. Demum [Euclidi 28. Tacq. 29.]
Sunt par-lla vq, yt, si internus msr sit æq. externo
pmq; sive 15. h: ims, unde sient æq. alterni, illæq.
erunt par-lla ex præcedenti. Item erunt par-lla, si
interni qms, msr sint eq. 2. rectis; tales. n. sunt 15. h:
qms, ims, ergo hic est æq. alterno msr. ergo.

30. Ab,cd par-lla eid. ef, sunt & inter se. Est 29.
h: [numerum Euclidæum intellige] i æq. l; & l æq.
lk; ergo hic æq. i; & 28. h: ab par-lla cd.

31. Per a vis par-lam ad bc? Duc ad: pone ad a
23. h: dae æq. adb; en ac par-lla bc 27. h:

Statuamus jam Theorema, quod Eucli est axio-
ma 13. [vel 11.] Recte on, sp. sp. 2. pos 16.4. in quas
incidentis ls faciat nos, osp. minores 2. rectis, versus p
concurrent. Fac nos, ost æq. 2. rectis, en 28. h: par-lla
on, yt. Per se patet, inter sp, st producias duci posse
mr par-lam ipsi ls, majorem os; fac si æq. mr: duc im;
en 29. h: æq. alterni smr, msi; & 4. h: ims æq. msr;
unde 27. h: ug est par-lla yt, sive 30. h: or, quæ con-
clusa à Tr. ims non evadet per im par-lam, neq. alia
via, quin incident producia in sp. ergo. Ex his statue
rectas non para-las concurrere ut sp, on; duc. n. yt par-
lam on, erunt rso, nos æq. 2. rectis 29. h: ergo psos
nos minores 2. rectis, unde ex dictis concurrent sp, on.

32. Sunt 2. interni a, b simul eq. externo acd. duc
ce par-lam ab; en 29. h: b æq. ecd: a æq. ace. ergo. Itē
3. anguli in Tr. sunt eq. 2. rectis. Sunt ad c 13. h: æq. 2.
rectis;

rectis; jam $ecd: eca$ sunt $\text{æq. } \sigma, b.$ ergo. Hinc notis 2. angulis in Tr. nescitur tertius, ut complens 2. rectos.

33. *Par-las* æq. ab, cd nequunt ad, $bc;$ erunt ba $\text{par-læ} \varsigma q.$ Duc ac diagonalem; erit 29. h: $cob \text{æq. } acc;$ ponitur $ab \text{æq. } ced;$ ac $cob;$ en q. h: $ad \text{æq. } bc:acb \text{æq. } cad;$ unde 27. h: $ad \text{par-la } bc.$

34. In *Par-mo* abcd sunt $\text{æq. latera, \& anguli, ex adverso.}$ Duc ac. cb par-las, è quibus sit par-min, sunt $\text{æq. } acc, bac 29. h: \& } acb, cad (\& toti a, c)$ est ac $cob.$ conclude ex 26. h: Item *Par-mum* bisecatur δ diametro ac. Patet ex ostensis.

35. *Par-mo* ad, cb super $cad, basi cd,$ & in iisdem *par-lis* sunt eq. quoad aream. In Tr. asc, cdb est 34. h: $ac \text{æq. } cd,$ sive $fb;$ aufer cob sc; en $af \text{æq. } cb.$ sunt $\text{æq. } ac, ed; cf, db;$ en g. h: triangula æq. adde cob scde, en $ad \text{æq. } cb.$ Casus 2. ex his, & figura patet. Casus 3. constat ex fig. 36. ubi, ut supri, sunt $\text{æq. } Tr. asc, cdb;$ oblateq. coi cfi , restant $\text{æq. } bdf,$ itac; adde cob scid; en $ad \text{æq. } cb.$

36. *Par-mo* ad, fh super $\text{eq. basibus } cd, gh,$ in iisdem *par-lis* sunt eq. Quia 35. h: $\text{æquant } cb.$

37. Tr. acd, cdb super $cad, bsi dc,$ in iisdem *par-lis*, sunt eq. Ex ax. 7. quia 34. h: semisses $\text{æqualium } ce, cf$ ex 35. h:

38. Tr. ace, fdb super $\text{eq. basibus},$ & in iisdem *par-lis* sunt eq. Ob eand. rationem ex 36. h:

39. Tr. abc, bcd $\text{eq. super } cad, bc,$ sunt in iisdem *par-lis.* Secus sit ac *par-la* $bc;$ ert Tr. $abc \text{æq. } Tr. bcc$ 37. h: & parti bdc ex hyp. ex his neq; dices of *par-lam* $bc.$

40. Idem offendes, si Tr. æq. sint super eq. basibus per 38. &c.

41. *Par-mum* ac est duplum *Tr. abc,* si super $cad,$

18

bc, & in illis. par--lis, ex 34. &c. facileq: ad vertes idē
fieri, si bas: s æq. &c.

42. *Conflituere par--mum æq. dato Tr. abc in dato
angulo d.* Biseca *bc* in *e*: duc *ae*: sit *ag* par--la *bc*: ad e
pone per 23. i: sec æq: d: perfice *eg*; erit quæsitum; nam
41. h. est duplum Tr. acc paris Tr. *abe* 38. h: unde
æquat Tr. *abc* &c.

43. *In db sunt cq. complementa gb, gd.* Ex Tr.
abc, adc æq. 34. h. aufer minora Tr. æq. 34. h: en
æq. *gb, gd*.

44. *Ad rectam æq. datę a applicare par--mum æq.
dato Tr. bcd in dato e.* Fac ex 42. *gd* æq. dato Tr. in
gfd æq. *e*: produc *gb*: fac *bi* æq. *a*: duc *idk*: perfice *gl*
erit d: quæsitum, quia æquat 43. h. *gd*, sive Tr. *bcd*;
æfq: super dñ æq. *bi* 34. h: sive datw a, in dñl æq. *bcd*,
sive *gfd* 29. h:

45. *Ad gfd constitutere par--mum æq. Redilinco bcd
in dato e.* L. videbis in plura Tr. ad *gf* constitue 44. h. *gi*
æq. *b*, cum ang. *f*. æq. *e*: ad *bi* sit *bk* æq.: ad *lk* sit *In*
æq. *d*. Res patet ex 29. 30. 24. h: *gm, fn* continuantur
ex 14. h: quiacum 29. h: *fgb, gbi* sint æq. 2. rectis,
& *ibl* æq. *fgb*, en al *b* æq. 2. rectis. Ita de aliis.

46. *A' ba describere Quadratum.* Sint f:is *ac, bd*
æq. *ba*: duc *ed*. Sum *a, b* recti; en *ac, bd* par--lae 28. h:
& æq: ex constr. ergo & *ab, cd* 33. h: ad par--mum
def. 35. recti *c, d* 34. h: ad quad. def. 29.

47. *In Tr. rect--lo abc, quadratum bc subtenden-
tis rectum a est æq. 2. quad. bg, ai simul.* Sit *ak* f:is *ed*: duc
ac, ff, &c. Est *bk* 41. h: duplum Tr. *bae* super *ead*. *be*
in par--lis *be*, *ak* 28. h: uti est *bg* duplum Tr. *fb* su-
per *fb*, in par--lis *fb, gc*, hæc 2. Tr. sunt æq. 4. h: (nā
ob quad. sunt *fb, bc* æq. *ba, bt*: constant *fbc, abe* ex
recto ob quad. & coi *abc*,) ergo ax. 6. *bg* est æq. *bk*.

Ita

Ita ostende *Id* æq. *ai*, & conclude. Una est *gac* 14. h:
ut & *bab*, ob rectos bac ex hyp. *bac* ob quad. &c.

Ob frequentem usum hujs 47. hæc adverte. 1. Non raro ubi ostendetur aliquod quad. æq. alteri ex 47. [vel aliunde] non subdam, esse æq. bases 2. quad. cum pateat; & contra. 2. Ubi in 2. Tr. *abc* fig. 4. h: *def*, rect--lis ad *b*, *c*, ostendentur 2. quad. *ab*, *bc* æq. 2. quad. *dc*, *cf*, per te ipse inferes bases æq. *ac*, *df* scil: latera sub rectis (latera hic circa rectum dicuntur crura, vel absolute latera) 3. Ostendo, aggregatum ex quadratis crurum unius Tr. rect--li æquare aggregatum ex quad. crorum alterius, si deinde ostendatur quad. *ab* æquare quad. *dc*, inferes alia æq. vel, si ex his unam ostendas alio majus, reliquum reliquo minus concludes. 4. Si 2. bases, unde & 2. quad. sint æq. inferes æq. aggregata crurum. 5. Datis in Tr. rect--lo cruribus *ab*, *ac* fig. 48. h: nescitur basis *bc*; si. n. à summa quad. crurum extrahas radicem quadratam, hæc dabit *bc*. Item si detur basis, & unum crus, alterum erues; si .n. noti cruris quadratum subtrahas à quad. basis, restat quad. ignoti cruris, quod extraña radice quadrata innotescet. Similia tibi ex 47. eruenda in decursu relinquam; & saepe ubi duo aderunt radii, illos, & quadrata eorum esse æq. ne annuam quidem. Ita solent Authores multa satis obvia silere. Demum phrasis illa: *bc* potest *ab, ac*; significat, quad. *bc* esse æq. 2. quad. *ab, ac*.

48. Si *bc* potest *ba, ac*, erit rectus bac. Duc ad *ba* T̄em ad æq. *ac*: duc *bd*. en 47. h: *bd* potest *ba, ad*, sive *ac*; quæ poterat ipsa *bc*; ergo hæc æq. *bd*; & 8. h: *bac* æquat rectum *bad*.

20

ELEM. LIB. II.

DEFIN. 1. **P**ar--mum reell--lum contineri dicitur
sub ad, ab circa reellum a. Pieri. n.
concipitur ex æquabili ductu longitudinis ad in
latitudinem ab; hinc per eas intelligitur quantitas
par--mi. Ita dicunt, numerū in numerum duci, si unus
per alium multiplicetur.

2. In Par--mo par--mum circa diametrum und cum
z. complementis, dicitur Gnomon.

PROPOS. 1. Seclio bc in d, e. &c. reell--lum gc (subau-
di par--mum) contentum sub bc, & in seclia a, vel eq.
bg, æquat reell--la bh, he, cf contenta sub a vel æq. &
quolibet segmentorum. Sint bg, db, ei, cf æq. & fes ad
bc, ex lib. i. ostendes unam esse cf, esseq. par--ma bb
&c. quæ cōtentia sub a, vel gb æq. &c. &c. sub segmentis
bd, de, ec, patet adæquare totum hf. Valet hoc etiam in
numeris, nam idem 100. producitur ex s. ducto in 20.
ac ex 5. ducto in 7. 10. 3. conflantes 20.

2. AB seclio in c, ejus quadratum ad æquat 2. reell--
la sub tota ab, vel æq. ac, aut cf, & sub quolibet segmen-
torum. Est .n. totum æq. partibus. In numeris, quad.
10. scil. 100. est æq. producito ex 10. in 7. & 3.

3. AB seclio in c, reell--lum ad sub tota, & segmen-
to ac, vel æq. ac æquat quad. ac, & reell--lum cd sub
segmentis cb, ca vel æq. cf. Facile patet, numerisq;
aptatur.

4. AB seclio in c, quad. ab æquat 2. quad. ac, cb,
& 2. reell--la sub segmentis. Duc eb: sit cf fisi ab: duc
bgi par--lam ab. In 2. Tr. abe, bde, ob æq. latera quad.
sunt 5. 1. æq. anguli ad c, b & semirecti 3 2. 1. ob p, d
rectos in quad. In 2. Tr. gib, gcb, ob rectos 29. 1. i, c ex-
ternos &c. & jam semirectos ad b, erunt ad g semirec-

Et i; & 6. i. æq. gi , ib ; ge , eb ; ergo gb est quad. ita ostendes eg quad. quæ stant super segmentis eb , ac vel $34.$
1. bg . sunt ob quadrata, vel $34.$ 1. æq. gi ; ge , eb , &
 ff , bg , ac ; en gd , ga sub segmentis, aut æqualibus. er-
go. Idem in numeris experire.

Cor. 1. In quad. par-ma circa diametrum sunt quad.

Cor. 2. In quad. diameter angulos bisecat.

S. AB bisecta in c, non bisecta in d; est quad. dimidiæ bc, æq. rect-lo. Id sub segmentis in æq. item quadrato he intermediae dc, sive bk. Est 36. i. cl æq. si, sive bg (ob bb cœ: dk æq. bf . 43. i:) ergo bg cum dk est æq. Id; item be conticet be quad. ex 1. cor. 4. h: ergo. In numeris simile fiet.

6. AB bisectæ in c adde bd, erit quad. ce æq. quad. dimidiæ cb, & rect-lo ai sub tota ad, & adiecta bd, sive di; nam ce conticet kg quad. eb 1. Cor. 4.h: & ei par-tem ai: & be æq. cb 43. i: sive ak 36. i: Valet in numeris.

7. Quadratum ab scissæ in c, una cum quad. segmè-
ti v.g. cb, est æq. quad. ge reliqui ac, sive hg. & 2. rect-
lit sub ab, cb (vel æq. ob quadrata) Sunt ei, kf
quad. 1.cor.4.h: quad. ad continet quad. bf, & fb; con-
tinere: q; ai, ni deesset quad. ci; ergo 2.quad. ad, ci om-
nia illa continent. Numeris applica.

8. AB scissæ in c adde bd æq. be; erit quad. da æq.
quad. ac (sive ok) & 4. rect-lis sub ab, cb. Ex cit cor.
ex 34. i: ex defin. quad. est kb æq. fc; en 1. rect-lum
ab: 2. lg. 3. be: 4. fiet ex quad. km æq. quad. nq (ob
æq. bd, bb, bn, ob quadrata) & ex kg æq. kl æq. 1. sunt
in hac duo æq. rect-lo lg: est & quad. fk in af. ergo.
Numeris apta.

9. AB bisecta in c, non bisecta in d, erunt quadra-
ta inæqualium ad, db dupla quadratorum intermedio. cd,

22

C° dimidi ζ ac. Sit $ce \dot{\pm} is ab$, & $\varpi q. ca$, vel $cb: df \dot{\pm} is ab$; duc ae, eb ; & fg par- -lam cd . Sunt $5. 1: \varpi q. ca$, $ce\sigma$; ceb, cbe ; & $32. 1: ob$ rectos ad c , semirecti ($re-$
 ℓ etus acb) en $6. 1: \varpi q. eg, gf$, sive $34. 1: cd$; item df ,
 db ; & $47. 1: af$ potest ad, fd , sive db ($segmenta in\varpi q.$)
vel ipsas ac, cf potentes duplum ac , ($ob \varpi q. ac, ce$) &
duplum gf , seu cd . Idem in numeris.

10. AB bisecte in c adde bd , erunt quad. ad, bd dupla quad. cd . C° dimidi ζ ac. Sit $ce \dot{\pm} is \varpi q. ac$,
vel $cb:$ comple rect- -lum cf : duc ae, eb ; & hanc pro-
duc, ut in g concurrat cum fd producta: duc ag . Ex
ritu $9. h:$ ostende $3.$ semirectos ad c ($cum ces$ sit re-
ctus) & cbe , ut & $15. 1: gbd$, unde & dgb ; ergo $6. 1: bd$ $\varpi q. dg$; suntq; $47. 1:$ quad. ad, bd ; sive ad, dg $\varpi q.$
quad. ag , sive iterum quadratis at, eg ; quorum ac est
duplum ac ; eg duplum $ef \varpi q. fg$ $6. 1:$ unde duplum
quad. cd $34. 1: &c.$ Hæc numeris cōia.

11. Vis ab ita sc̄iam, ut rect- -lū sub tota ab , C° seg-
mento minore, c̄quet quad. majoris? quadra ab bifeca ca
in f : duc fb ; cui sit $\varpi q. fg$: quadra ag : Produc bc in r . dico
 ib $\varpi q. quad. ac$ majoris segmenti. Est $6. h:$ quad fg , si-
ve fb , $\varpi q. cb$ & quadrato fa ; eidem quad. fb sunt
 $47. 1: \varpi equalia quad. ab, af$; ergo hæc $\varpi quant$ eb , &
quad. fa ; aufer cōe fa , en eb $\varpi q. quad. ab$; tolle cōe cc ;
en cd $\varpi q. gc$. In numeris hæc non valere notat Clavius.

12. In Tr. Amblygonio abc, quadratum ac sub ob-
tuso b superat quad. ab, bc, 2. rect- -lis sub bc, in
quod (productum) cadit $\dot{\pm} is ad$; C° sub bd extra Tr.
Est $4. h:$ quad. dc $\varpi q. quad. db, bc$, & 2. rect- -lis di-
ctis; sed ac $47. 1.$ potest ad, dc , ergo quad. ac $\varpi quant$
quad. ad, db, bc , & illa 2. rect- -la; quadrata autem
 bc, ab non $\varpi quant$ nisi quad. bc , & $47. 1:$ quadrata $ad,$
 db . ergo quad. ac excedit in 2. rect- -lis.

13. In Tr. Oxygonio abc, quadratum ab sub acuto c, superatur à quad. ac, cb, circa c, 2. rectilis sub bc, in quod cadie fit ad, & sub dc, prope c, nam quad. ac 47. 1: aequalat quad. ad, dc: quadratum bc, si ei adderetur quad. dc, æquaret quad. bd, & illa 2. rectilis simul igitur adæquant quad. ad, dc, bd, & illa 2. rectilis, modo addatur quad. dc. Quid quad. ab? si huic adderetur quad. dc, æquaret quad. dc, & 47. 1: quad. ad, ab. aufer utrinque cōe additum quad. dc; eni quad. ab æquat quad. ad, db; at quad. ac, cb æquunt quad. ad, bd & 2. rectilis, ergo in his est excessus.

14. Vix quad. æq. Rectilineo a? Fac 45. 1: rectilium bd æq. a: produc dc, ut cf sit æq. cb: biseca df in g: ex g ad d sit circulus: produc bc in h: duc gb. Est s.h: db cum quad. gc æquale quad. gf, sive gh; cui sunt æq. quad. cb, cg 47. 1: ergo his sunt æq. db, & quad. gc: aufer cōe cg; eni quad. cb æq. db, sive a.

E L E M. L I B. III.

DEFIN. 1. Circuli æq. sunt, si radii æq. (& contra; & major est cuius major radius)

2. Recta circulum tangit, si ita occurrit, ut produc Ha non fecerit.

3. Circuli se tangent, si cum se tangant, non secant.

4. Rectæ à centro circuli æquæ distent, si sint æq. Ita ipsæ à centro: illa magis distat, cuius fit maior.

5. Segmentum circuli, figura sub recta, & peripheria: ut sub diametro, & semicirculo.

6. Angulus segmenti, qui ad a fit (mihilineus) à recta ab, & arcu subtenso.

7. Angulus in segmento; fit à rectis è c ad extrema baseos ab.

24

8. *Angulus bac insinuere dicitur peripheriae bdc sibi oppositæ.*

9. *Sector circuli, figura sub 2. rectis à centro, & sub arcu ab his assumpto.*

10. *Segmenta circuli similia sunt, quæ angulos eq. copiunt.*

PROPOS. 1. *Circuli centram reperire.* Biseca quævis \angle in e: per e sit illi \hat{t} is bd : hæc bisecta dat centrū f. Secus, sit g. In Tr. gae, gec, ob gc, ga radios, \angle cœ, ac jam eq. ec en 8. ut gec, gca eq. & def. 10: 1: recti; unde gec eq. gca recto ob \hat{t} em.

Cor. Si in circulo recta rectam bisecet \hat{t} iter, in secante est centrum.

2. Si a, b in circulo neffat recta, intra illum cadet. à centro c duc cd ad ab. Est 5. 1: a eq. b; & 16. 1: cd major b, sive a; en 19. ut ca major cd; ergo hæc ad peripheriam non pertingit, & d intra circulum est. Ita de aliis punctis in ab. ergo.

Cor. Recta circulum in uno punto tangit.

3. *CE diameter bisecans non diametrum bd, \hat{t} iter secat (ex 8. 1: & def. 10. 1:)* & contra; ob rectos .n. ad f, & eq. b, d 5. 1: &c en bf 26. 1: eq. fd.

Cor. Si in Tr. sint 2. latera eq. linea basim bisecans est ei \hat{t} is, & contra.

4. AB,cd non diametri non se invicem bisecant. Secus è centro sit se, utriq; \hat{t} is 3. hi en sed eq. feb.

5. Circuli se secant, non erit cœ centrum c; ne sit cb eq. cf, cfa.

6. Circuli se intus tangant, non erit cœ centrum d, ob rationem precedentis.

7. Si à g extra centrum f cadant rectæ ad circumfer. maxima est ga centralis: minima gb; aliarum, centrali propriæ remota major; earundem qualibet unicam eq. habet.

babet. gc 20. 1: est minor gf , sc , sive ga ; idem est de gd &c. Ita est se , sive fb minor fg , ec ; deme cōem fg ; en gb minor ge &c. In Tr. fgc , fgd est fg cōe: radii æq. at csg , major dsg ; en 24. 1: gc major gd &c. Fac bsb , æq. bfe ; en 4. 1: gb æq. ge ; fac cfa æq; afo , en 13. 1: æq. ofg , csg ; & 4. 1: go , gc . bisq. nulla erit æq. quia propior centro, vel remotior &c.

8. Ab a in circulum cadant rectae; maxima intus cōdientium est centralis ah: cui propior superat remotam; extra circulum minima est ab pars centralis, cui propior superatur à remota: quelibet intra, vel extra unicam babet æq. Sunt 10. 1: ak , kg , sive ab , majores ag &c. In Tr. akg , ak est ag major af 24. 1: &c. Item ac , ck 20. 1: superant ak , non in radio, ergo in ac &c. Ita 24. 1: ad , dk superant ac , ck ; non in radio &c. Fac aki æq. akd , en 4. 1: ai æq. Ad Ge.

9. In circulo sint ex f 3. rectae æq. ad circuns. erit f centrum, ne fiat contra 7.

10. In 2. punctis tantum se circuli secant. Secus in 3. sit d centrum unius; en 3, radii; & 9. h: d centrum alterius contra 5. h:

11. Circuli se intus tangant, recta per centra cadet in contactum. secus est bc per centra minoris f , majoris g . Per 20. 1: gf af superant ag , sive gc ; deme cōe fg ; en fa , sive se conradius in minore, major fc .

12. Circuli se tangant exterius in b, recta per centra f, g ibit per b. Secus per c, e. Duc radios fb , gb ; erunt 20. 1: majores fg superante 2. radios.

13. Circuli in uno punto se tangunt. Secus (si intus) in a, c; in quo cadet 11. h: recta per centra e, f; en se æq. fa ; cum ea sit æq. ec. Ex dictis ad 12. h: &c. ostendes, neq; extra bis se contingere.

14. AB, dc æq. à centro e æquè distant, & contra.

Duc

26

Duc $\dot{t}es$ cf , cg : illas bisecabunt z . h : & ob $\alpha q.$ totas, erunt $\alpha q.$ semisses. sunt & $\alpha q.$ ca , cd ; en ex 47. i: $\alpha q.$ $\dot{t}es$, & distantia ab c ex def. 4. h : Pro Conversa ex def. 4. h : ponuntur $\alpha q.$ $\dot{t}es$, ergo ex 47. i: $\alpha q.$ semisses, unde & totæ.

15. In circulo maxima est diameter a f : centro propiores superant remotas. Est 20. i: be minor gb, gt , sive af ; at be superat cd 24. i: recole 7. h : Si bi sit proprius centro quam cd , erit def. 4: h : $\dot{t}is$ gl minor $\dot{t}ri$ gk ; fac gm $\alpha q.$ gl ; en 14. h : bi $\alpha q.$ be majori quam cd &c.

16. Sit diametro ac per extremum a $\dot{t}is$, extra circumferendum cadet. Secūs, intus, ut ab . duc db radium; en 5. i: eba $\alpha q.$ dab recto ob hyp. contra 17. i: Item: Inter ea, & arcum ab non cadet recta ex a. Secūs, sit ao , cui duc $\dot{t}em$ do ; en rectus θ subtensus à radio ad maximo latere ex 32. & 19. i: cùm sit ad minor do . Item: Semicirculi abc angulus bac superat quemlibet acutum rectilineum; jam n. nequit inter ae , ab duci recta formans cum ac angulum majorem cab (unde bac reliquus est minor acuto quovis rectilineo.)

Cor. Ad ac $\dot{t}is$ per a, tangit circulum.

Mirabilia, quæ hic quidam adducunt, Tacquet ostendit, esse fallacias, quod putent angulum esse quantitatem, non meram linearum inclinationem &c. videbis.

17. Ex a vis tangentem circuli bc? sit ex hujus centro d circulus ae: duc da ; eiq. $\dot{t}em$ be : duc de , ae . In 2. Tr. adt , dbe ob radios, & cōm d , en 4. i: acd $\alpha q.$ dtb recto ob $\dot{t}em$; & ae tangit, cor. 16. h :

18. DC a centro ad contrarium est $\dot{t}is$ tangentis ab. Secūs sit $\dot{t}is$ db ; en 19. i: &c. dc maior db .

19. In cd $\dot{t}ri$ ad ab tangentem in c, est centrum d. Secūs sit e: erit ec $\dot{t}is$ ab 18. h : & dcb, ecc recti, & $\alpha q.$

20. *BDC ad centrum est duplus bac ad circuns. si sit*
cōsī basī bc. Duc ade. Est 5. 1: dac æq. acd: ambos
æquat edc 32. i: unde hic est duplus dac; ita bdc duplus
bac. en bdc duplus bac. Ita in 2. casu res patet. In 3.
duc ade; erit edc duplus eac; & edb duplus cab; aufer
edb ab edc, & cab ab eac; en bdc duplus bac.

21. *In eod. segmento bdc est bac æq. bdc ex ax. 7.*
cum sit utriusq. duplus bac 20. h:

22. *Quadrilateri abcd in circulo sunt, ex adverso,*
abc, cda æq. 2. rectis; scil. 32. 1. tribus angulis Tr.
abc; nam 21. h: adb est æq. bca: bdc æq. bac. ergo. Idem
ostende de bcd, bad.

Schol. *Sunt æq. i; o fig; 3. post 16. 4. ad centra; &*
a, e ad circuns. si insistant similibus arcubus bcd, fgh.
Fac bcd, fgh sanè æq. def. 10. h: sunt jam c, a æq. 2. re-
ctis, ut & g, e; aufer æq. c, g; en æq. a, e. eorumq. du-
pli 20. h: i, o. Conversa etiam patet; nam si a, e æq. &
jam a, e æq. 2. rectis, ut & e, g; en æq. c, g; & def. 10.
h: arcus similes. Si i, o sunt æq. erunt & semisses a, e;
ergo ut supra arcus similes. Deniq. Si 2. circuli, aut
plures sint ex eod. centro l, è quo ducas 2. rectas aut plu-
res, erunt similes arcus yx, pq inter 2. quascunq. rectas
(tot graduum ex 360. quos diximus def. 15. 1: erit
unus, quot graduum alter, licet gradus arcus yx ma-
teria minores sint quam gradus pq, sicut triens statu-
ræ puerilis minor est triente virilis) sunt .n. æq; r,
lx, quia eorum duplus est plq 20.h: ergo, ex conver-
sa, arcus sunt similes.

23. *Super ab non habut ad easd. partes, 2. segmen-*
ta inæq. adb, acb, similia; cum acb superet adb 16. 1:

24. *Super æq. ab, cd sunt æq. segmenta similia; nū*
ab superposita cd congruet; tunc vel segmenta con-
gruent, eruntq; æq. vel non congruent; errantq; super

28

et segmenta ineq. & ex hyp. similia contra 23.

25. *Segmenti abc circulum describere. Bisectare ab in d duc f: idem fac cum bc; in utraq. Tri erit centrum cor. i. h: ergo in f, ex quo circulum perficies.*

26. *In æq. circulis, anguli æq. ad centra, inserviant peripheriis æq. ac, de. Erit. n. b æq. f 20. h: & recta ac æq. de 4. i: unde sunt segmenta similia abc, dfe, & æq. 24. h: ergo & residua ac, de ob hyp. Idem dit, si anguli æq. sint ad peripherias; erunt n. & ad centrū 20. h: &c.*

27. *In æq. circulis, anguli ad centra, vel peripb. qui inserviant æq. peripheriis ab, de, sunt æq. Secus fit agb major dbe; fiat æq. agi, en 26. h: de æq. ai contra hyp. Si acb major dfe fac æq. oci &c.*

28. *In æq. circulis sint æq. rectæ ac, df; erit major peripheria abc æq. majori def: minor minori. Est 8. i: g æq. b; & 26. h: arcus ac æq. df, ergo & residui ob hyp. Nota. In segmentis semicirculo minoribus major linea majorem auferit arcum; contra in semicirculo majoribus, ponamus .n. ac majorem df, erit 25. i: g major b; & ex 26. h. &c. arcus ac major df. ex his facile totum assertum patebit.*

29. *Conversa patet ex 27. h. & 4. i.*

30. *Biseccare arcum ac. Bisectare ac in d sit f: id est d: duc ab, bc; erunt æq. 4. i: & sui arcus 28. h:*

31. *Refluxus est abc in semicirculo. Duc bd radium. Est bdc 32. ut æq. dba, dab æq. 5. i: seu duplus dba. ita bda &c. duplus dæc sunt ad d æq. 2. rectis 13. i: & jis dupli totius abc, ergo hic est unus refluxus. Item: bac in minore segmento est major refluxo. Si .n. ducas ac, fiet refluxus acc pars ipsius bac; unde: Angulus in maiore segmento est minor refluxo, ut cum bac conflet 2. refluxos 22. h: Item: Angulus majoris segmenti factus ex recta bc & arcus bac (suppone circulum perfectum) est major re-*

Hoc abc sua parte. Et: Angulus minoris segmenti, ex arcu bcc, & recta bc est minor cbi recto 13. i: &c.

Cor. In Tr. rectius est abc, si æquæ 2. reliquo; cum hos etiam æquæ est cbi 3 2. i: unde est æq. ipsi abc, cum quo conflat 2. rectos 13. i:

Conversa partit 1. Si in Tr. recti lo bac fig. 21. i: circulus (quem mente concipe) sit, diametro bc subtendente rectum a, ibit per a; si .n. per d, erunt recti bdc 31. h: & a ex hyp. contra 21. i:

32. Circulum tangat ab, fecer ce; erunt ad contatum c, anguli æq. factis in alternis segmentis acc æq. cge: ecc æq. cde. Si .n. ce sit diameter, en 18. h: ad recti, ut & in alternis, 31. h: Non sit diameter ce, sed est: due cf; en cef rectus 31. h: & efc cum e/f unus radius 32. i: uti est acf; deme coem ecf; en ace æq. efc, sive ege 21. h: sunt ad c æq. 2. rectis 13. i: uti sunt d, g 22. h: deme æq. ace, cge; en ecc æq. cde.

33. Super ab describere segmentum capiens anguli æq. dato c. Si c rectus; super ab sit semicirculus &c. 31. h: Si c acutus, fiat bad æq. c: ex a sit ætis ad d: fac fba æq. bac; en fb æq. fa 6. i: unde ex f ad a circulus ibit per b: fac agb; erit dñi tangens 16. h: & dab, sive c æq. agb 32. h: ergo. Si deturobtusus b, fac ut prius; erit bai obtusus æq. akb.

34. A' dato circulo segmentum auferre capiens angulum æq. d. tangat cf: fac eab æq. d; erit acb 32. h: æq. eab, sive d &c.

35. In circulo, ab fecer cd, rectum ce--d erit æq. rectum ae--b. Si ab, cd sint diametri, rectum la erunt quadrata æq. Si sola cd, & bisecet ab, erit ei Ætis 3. h: sit radius fb, erit ce--d cum quad. se 5. 2. æq. quad. fd, sive fb, vel 47. i: quad. cf, eb; ergo haec sunt æq. ce--d & quad. fd; hoc deme; en æq. ce--d & quad. eb, si-

30

ve ae--b. Si cd non bisecet, ob, biseca in g:à centro duc
fg, fb; erunt ad g recti 3 h: Quadratum gb æquat tum
ae--b cum quad. ge §. 2: tum, ut ostendam, ee--d cum
quad. ge; aufer cōe quad. ge, en æq. rect--la. Ostendo
dictum. Est ee--d cum quad. se, sive 47. i: cū 2. quad.
fg, ge, æquale §. 2: quadrato fd, vel contradii f. b; atqui
quad. fb 47. i: æquat 2. quad. fg, gb. ergo quad. f
æquat tum ee--d cum 2. quad. fg, ge, tum quadrata fb
gb; unde ax. 1. hæc æquantur rect--lo ee--d cum
quad. fg, ge; tolle cōe quad. fg; en quad. gb æq. ee--d
cum quad. ge. ergo. Si neutra fit diametrix, duc gb di-
metrum per e; en æq. rect--la, quia æq. ge--b ex dictis.

36. Sint ex d tangens db, secans da, erit quad. db
æq. ad--c. Si da non it per centrum e, duc de, ec; & t
tem ac, quam bisecat 3. h: Ob rectum b: 8. h: est quad.
de æq. 47. i: quad. db, be; ergo quad. db æquat quad.
de mulctatum quadrato be, sive ee; eid. ita mulctato
ostendam aeq. ad--c; ergo hoc est æq. quad. db. ostend
eo. ad--c cum quad. se est 6. 2: æq. quad. df, quod cū
quad. cf 47. i: æquat quad. de; ergo 2. quad. cf, cf, si
ve 47. i: solum quad. ee cum ad--c æquant quad. db
ergo hoc spoliatum quadrato ee æquat ad--c. Si secas
eat, ut in fig. 37. per centrum d, erit quad. da æq. tum
2. quad. ac, de 47. i: tum rect--lo dicto cum quad. de
6. 2: sive dc; tolle cōe quad. dc, en quad. ac aeq. rect--lo.

Cor. 1. Si ex d fig. 36. sint 2. secantes, citata rect--lo
sunt æq. quia singula æquant quad. tangentis ejusd.

Cor. 2. A' d, 2. tangentes sunt æq. quia æq. dicto
rect--lo.

Cor. 3. Non nisi 2. tangenter à d: Ex 8. h:

Cor. 4. Si duarum æq. à d, ad bac una tangat, tanget
et altera:

37. A' e fecerit, ac incidat; Et rect--lum cit. æquid-

quad. ac, hæc tanget. Duc ab tangentem, & radius db; en rectos a bd 18. h: & rectum æq. tum quad. ab 36. h: tum quad. ac ex hyp. ergo æquantur hæc, & rectæ ab, ac; unde abd, acd 8. 1: æq. & recti; ergo ac tangit cor. 16. 3: Si secans non eat per centrum, duc centralem, & procede ut supra.

E L E M. L I B. IV.

- DEFIN.** 1. **F**igura rectilinea circulo inscribi, vel circulus illi circumscribi dicitur, cum omnes vertices angularum figure sunt in circuns. circuli.
 2. Figura rectilinea circulo circumscribi, vel circulus illi inscribi dicitur, cum latera omnia circulum tangunt.
 3. Figura ordinata, seu regularis est, quæ æquilatera est, & æquiangula.

PROPOS. 1. In circulo ac aptare rectâ æq. late d (nō majorem diametro bc ob 15. 3.) fac be æq. d: ex b sit circulus ea: duc ba. factum patet. Si d sit æq. diameter, res per se fit.

2. Circulo inscribere Tr. æquiangulum dato def. tâgat gh: sint æq. gab; e; csh, f: duc bc: en 32. 3: æq. gab, c; cab, b &c. 32. 1:

3. Circa circulum vii Tr. æquiangulum dato def. sit radius ia: tangens ak: aib æq. asb; bic æq. deg. sunt in oibl æq. 4. rectis (32. 1: si ducas il) recti lai, ibl cor. 16. 3: ergo l, i æq. 2. rectis. fuit i æq. asb; en l æq. cfd 12. 1: Ita m æq. e &c. 32. 1: Coibunt lk, mk ex dictis post 31. 1: ducta in ac, erunt ad a, c minores 2. rectis 17. 1: &c.

4. In Tr. vii circulum? bisectis b, c concurrent secantes in d; duc dc, df, dg t̄es ad latera; sit ex d in c cir-

32

circulus per G, F, (cum n. in Tr. bcd , bdf sint 2. recti, duo eq. & cōc bd ; en dē eq. df 16. 1: Ita $dg \text{ eq.}$ df) & cor. 16. 3. tanget.

5. *Circa Tr. circulus.* Bisecta bc , ac in e, d: ex his duc $\hat{\tau}$ es, coibunt ut supra, in sc centro circuli (per 9. 3: ob 3. eq. ex f 4. 1:) Si in Tr. sit rectus, vel obt. circa hos potius latera bisecabis. Cor. si centrū cadat intra Tr. omnes anguli sunt acuti: si in latu bc, est bac rectus: si extra Tr. est 1. obtusus. omnia patent ex 3. 1. 3. conversa ex hyp. patebit, & ex absurdo, quod secus sequeretur. figuris aptè formatis rem comperies ex 1. parte cor. secus destruenda.

6. *In circulo vis quad.* duc 2, diametros invicem $\hat{\tau}$ es, & ad, dc &c. Sunt ad e recti, ad bases semirecti ex 5. & 32. 1: en toti a, b, c, d recti; & 4. 1: latera eq. in ac quad. per def. 29. 1, unde & arcus 28. 3: &c. sunt quadrantes.

7. *Quad. circa circulum.* Sunt rursus diametri $\hat{\tau}$ es: ad e, f, g, h, tangentes, factum. Sunt recti ad i ob $\hat{\tau}$ es: & ad e, f, g, b 18. 3: ergo ex lib. 1. lineæ sunt par--la, & eq. & a, b, c, d recti &c.

8. *Circulus in quad.* Bisecata latera; duc $\hat{\tau}$ es eg, fb: ei si sit circulus 9. 3: ob lineas, & semisses eq. & par--la &c. tangetq. cor. 16. 3:

9. *Circulus circa quad.* Duc ac, bd. In Tr. abd est a rectus: ad b, d semirecti 5. 1: Ita de aliis; en 6. 1: eq. ca, cd, cb; & 9. 3: ex e circulus &c.

Nota. si circulo huic circumscribas quad. ex 7. h: facile patebit diameter ac eq. lateri illius quad. quod etiam duplum eē inscripti, haud egre noscet, si figuram aptè describas ductis per a, b, c, d tangentibus &c. Et si advertas, inscriptum est semicirculo suo majus, quia circumscriptum superat circulum, ergo semissis semicirculum.

10. *Vit Tr. Isosceles cum angulis ad basim duplificati reliqui: duetam ab seca in c. 11. 2: ita ut ab--c sit æq. quad. ac: ex a ad b sit circulus, in quo, bd 1. h: æquet ac: duc ad, cd. en ob radios est Tr. abd Isosceles: sit circa Tr. acd circulus ac s. h: Ob ab--c æq. quad. ac, sive bd, hæc tanget 37. 3: eritq. bdc æq. a 32. 3: unde a, cda, sive 32. 1: bcd æquabit bda, sive abd s. 1: ergo 6. 1: cd æq. bd, sive ex constr. ca; fietq; s. 1: a æq. cda; & bcd, sive abd, vel abd duplus a.*

Cor. A est una quinta 2. rectorum 32. 1:

11. *In circulo Pentagonum ordinatum. Fac Tr. Isosceles quale in 10. h: inscribe circulo 2. h: Tr. ccd æquiangulum Isosceli: ce, db biscent c, d: duc ae, ed &c. factum. Bisectis c, d duplis a; en æq. s. anguli, & s. arcus eorum bases 26. 3: unde ba, ac &c. sunt æq. 29. 3: & abcd eq. edcb; acd æq. bae 27. 3: ita reliqui. ergo.*

Cor. Bae est tres quintæ 2. rectorum, vel sex quintæ recticor. 10. h: ob tres eq. ad a.

12. *Idem circa circulum. Fac ipsum in circulo 11. h: duc radios fa, fb &c. & tangentes ad a, b &c. que (ut ad 3. h:) coibunt in i, k &c. factum. duc fg, fb &c. Ob rectos 18. 3: ad tangentes, en 47. 1: fb potest fa, ba; vel fb, bb; ergo eq. ba, bb; & 8. 1: eq. afb, bfb; abf, bb f; unde hic est semissis abb: idem de reliquis ad. i, k &c. Est ex constr. ab eq. bc; ergo & subtensi arcus 28. 3: & anguli ad f 27. 3: unde & semisses; cumq; sint bf b, bbf eq. bfi, ibf: coē bf, (ita de aliis) ex 26. 1: patebunt eq. seu semilatera bb, bi &c. (unde & tota latera, cum ostenderim ab eq. bb &c.) item eq. bbf, (bissec. semisses totorum b, i &c. unde & toti; factūq. quod petebatur.*

Cor. Ita figura quævis ordinata præinscripta circulo, circumscrifitur.

34

13. *Circulus in Pentagono.* Biseca abc , bac , singulos minorcs 1. rectis, in puncto scribunt bk , ai ; duc fc , fd &c. Est ex hyp. $ab \neq c$. cb : coēf bc : $abf \neq c$. cbs ex constr. en 4. 1: \neq . af , cf ; & baf , bcf ; scil: semisses aequalium erunt; ita de aliis. Duc ex f f̄es ad ab &c. Ostende jam ex 16. 1: $fg \neq fl$; ita de aliis f̄ibus. ergo circulus ex f ad g fit per b , i , k , l ; sanè inscriptus, cum latera tangant cor. 16. 3:

14. *Circa Pentagonum circulus.* Angulos a , b bisecat scribunt af , bf ; duc fc , fa &c. Ostende ut in 13. h: fb &c. semisses angularum \neq . ergo 6. 1: $fa \neq f b$ &c. circulusq; it per c , d &c.

15. *In circulo H exagonum regulare.* à d ad centrū g fit circulus gc ; duc diam. ad , cf , eb ; & ab , be &c. Ex aum. Sunt .n. ob radios circulorum \neq . equilatera Tr. cdg , dge ; & 5. 1: equiangula; anguliq; ad g singuli, 3. pars 2. rectiorum ex 32. 1: (scil. grad. 60.) ut & oppositi 15. 1: & reliqui ad g 13. 1: ut & afg , go &c. ob Tr. equiangula ex 5. & 32. 1: &c. unde & toti a , c &c. Item ab æquale bc &c. q. 1:

Cor. Hexagoni latitudē eff. æq. radio gd. & sub gr. 60

16. *In circulo Quintidecagonum ordinatum.* Inscribe latus Pentagoni ac 11. h; & Tr. æquilateri ab differentiam eb biseca in i ; erit ei latus quæsti, si .n. tota circunf. ponatur esse 15. partium, erit ac 3. ab si ergo be 2. ei 1. cui fac æq. reliqua 1. h; anguliq. erunt \neq . 27. 3: *Idem circulo circumscribes ex cor. 12. bi*
Plurimas figuræ ordinatas circulo inscriber sic. Inscribe
latera v. g. Pentagoni, & quad. denominatorum à 5.
& 4. duc 5. in 4. en 20. inscribetur ergo figura 20. la-
terum; & differentia denominantium 5. & 4. que
est 1. indicat arcum, quo in circulo differunt late-
ra Pentagoni, & quad. dare 1. latus novæ figuræ.

Ita

Ita superius, quia differentia Pentagoni à Tr. est 2.; ideo et differentia laterum harum figurarum, dedit 2. latera Quintidecagoni &c.

E L E M. L I B. V.

DEFIN. 1. **P**ars aliqua est, quæ suum totum aliquoties repetita metitur (præcisè; ali-
quanta n. deficit, vel excedit, unde non metitur.)

2. *Multiplex* est major magnitudo minoris, cùm
haec illam metitur.

3. *Ratio* (aliquibus etiam *proportio*) est mutua secundum quantitatem habitudo 2. magnitud. ejusd. gen-
eris, ut 2. linearum, 2. superficierum &c.

Nota. si b sit v. g. semissis d , erit rō b ad d , quæ 1.
ad 2. vel 2.ad 4. vel 100.ad 200. vel alia talis nonni-
fi materialiter diversa; unde aliquando non ut plus-
res, sed ut unam, & eand. licebit assumere rationes a
ad b , & c ad d , si sit a ad b , ut c ad d ; quamvis cor ra-
tiones similes, aut æq. vocentur.

Ubi dicitur [a est ad b ut c ad d] vocatur a antecedens, b consequens rationis a ad b ; ita c est aīs, d
conseq. secundæ rationis, scil. rationis c ad d .

4. *Propartio*, sive *Proportionalitas* est rationum similitudo.

5. Rationem inter se habent magnitudines, quæ possunt multiplicatae se invicem superare, hinc nullus est proportio lineæ finitæ ad infinitam.

6. In ead. ratione sunt magnitudo prima ad secundæ,
& tertia ad 4. cum æquæ multiplicata prima, & tertia,
ab æquæ multiplicib. secundæ, & 4. und. deficiunt,
vel una sunt æq. vel una excedunt; si sumantur, quæ
inter se respondent. Recentioribus duæ rationes sunt

36

similes, eæd. vel æq. cùm unius antecedens æquè, sive eod. modo continet suum consequens, quo alterius antecedens suum consequens.

7. *Eand. rationem habentes magnitud. a, b; c d (si ad b, ut c ad d). dicuntur proportionales.*

8. *Si æquè multiplicum, multiplex primæ magnitud. exceedit multiplicem secundæ; at multiplex tertii non exceedit quartæ; prima ad secundam habere dicitur majorem rationem quām tertia ad q. Per Recentiores major rō est, cuius antecedens continet suum consequens magis, quām alterius antecedens suum consequens.*

9. *Proportio solum habet 3. terminos: si n. sit ut a ad b, ita b ad c; constituent a, b, c proportionem; quæ sanè dicitur continua; si sit a ad b ut c ad d, proportio erit discreta, & 4. terminis constans; in qua prima rationis consequens non est secundæ antecedens.*

10. *Si sunt 3. magnitud. continuæ proportiones a, b, c, dicitur ratio a ad c duplicita rationis a ad b; si sunt 4. magnitud. continuæ proportiones a, b, c, d, dicitur ratio a ad d triplicata rationis a ad b; quia inter a & d sunt 3. rationes æq. rationi a ad b.*

11. *Magnit. homologæ, seu similes ratione dicuntur antecedentes antecedentibus, consequentes consequentiibus. Si a ad b est, ut c ad d; homologæ sunt a, c; & b, d; eodem n. modo, ob proportionalitatem, antecedentes æquabunt, excedent &c. suas consequentes.*

12. *Alterna ratio est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad cons. ut si ex eo quod a ad b sit ut c ad d, inferas esse a ad c ut b ad d. Illationem valere patebit ad 16. h.*

13. *Inversa ratio est sumptio consequentis tanquam ante-*

antecedentis, ad anteced. velut ad cons. v. g. si sit a ad b ut c ad d & inferas: ergo convertendo, vel invertendo, est b ad a ut d ad c. (hæc diversa est à conversione rationis , de qua dicetur in 30. h:) In cor. 4. h: ostendetur legitima illatio. Compositio rationis, divisio rationis, conversio rationis, & ratio ex æqualitate, ordinata, vel perturbata ; suis quæq. locis melius intelligentur .

PROPOS. 1. *Sint quotcunq. magnitud. a, b, c d æquæ multiplices totid. e, f; quam multiplex est una unius, erunt & omnes omnium. Divide ab, cd in partes æq. e, f; en ag, ci æq. e, f; gb, ik æq. e, f: bb, kd æq. e, f. ter igitur ab, cd continent e, f, quoties una ab unam e.*

2. *Sit prima ab æqmultiplex secundæ c; ac de tertia, quartæ f; sitq. quinta bg æqm. secundæ c, ac sexta eh, quartæ f; erit ag prima cum quinta, æqm. secundæ c, ac dh tertia cum sexta, quartæ f. Si .n. ad ab, dc æq. in continendo c, f, addas bg, cb æq. in continendo c, f; en ag, db æq. in continendo c, fax. 2.*

3. *Sit a æqm. b, ac c quartæ d; suntq. ei, fm æqm. a, c, erunt (ex æquo, sive ex æqualitate, quod vocabulum ad 20. h: commodius explicabo) ei, fm æqm. b, d. Divide ei, fm in partes æq. a, c; en eg, fk æq. a, c; adeoq. æqm. b, d. Ita ostendes gb, kl æqm. b, d; unde totas cb, fl æqm. b, d 2. h: ita pro reliquis &c.*

4. *Sit a ad b ut c ad d; suntq. e, f æqm. a, c ac g, h sunt b, d; erit itidem e ad g, ut f ad h. Sume i, k, l, m æqm. e, f, g, h; sive 3. h: ipsarum a, c, b, d. Est a ad b ut c ad d, scil: def. 6. si i excedit l, etiam k excedet m &c. ergo per eand. erit e ad g ut f ad h. Stat prop. vel cum c, d diversi generis.*

COR. Constat def.

13. scil: si a ad b est ut c ad d, erit b ad a ut d ad c, convertendo; nam æquæ multiplices a, c ab æquæ mult. b,

38

*J*uia deficent, vel unā excedent, aut unā & quabunt.
Jam excedant illæ v. g. ergo hæ unā excedentur, seu
unā deficent ab illis; & ex def. 6. concludetur.

5. *Sit ab æqm. cd, ac ablata ac ablatæ cf, erit resi-
dua cb æqm. residue fd, ac tota ab totius cd. fac. n. cb
æqm. gc, ac ac est cf; en. i. h: ab æqm. gf, ac ac fuit cf,
vel ex hyp. erat ead. ab ipsius cd; ergo cd æq. gf ax. 6.
aufer comunem cf; en. gc æq. fd; & cb æqm. tam gt,
quām fd &c.*

6. *Sit ab æqm. e, ac cd est f; sitq. ablata ag æqm. e,
ac ablato ch sit f; erit residua gb æq. vel æqm. e, ac re-
sidua hd sit f. Est ab in continendo e, par cd in continē-
do f: aufer ag, cb aequales continentias ipsarum e, f;
restant gb, bd ax. 2. aequales continentiae e, f, vel his
absolutè pares.*

Sequentes 4. propos. sunt axiomata.

7. *Aequales ad eand. habent eand. rationem, & ad-
ad aequales.*

8. *Magnitudinum inæq. maior ad eand. habet ma-
iorem rationem, quām minor. Et eadem ad minorem
habet maiorem rationem quām ad majorem.*

9. *Quæ ad eand. habent eand. rationem, vel ad quat
eod. habet eand. rationem, sunt æq.*

10. *Ad eand. magnit. rationem habentium, major
est, quæ majorem habet; minor vero, ad quam ead. habet
majorem rationem.*

11. *Sit ratio a ad b, quæ e ad f; & ratio c ad d, quæ
e ad f; erit ead. ratio a ad b, & c ad d. Patet ex dictis
def. 3.*

12. *Sit a ad b ut e ad f; & b e, ut c ad d & c. erunt
a, e, c simul ad b, f, d simul, ut una antecedens a ad unam
conf. b. Patet ex def. 6. siue .n. omnium æquè multi-
plices g, k &c. Ob hyp. si g deficit &c. à k, deficit i
ab m;*

$ab m$; & si i ab m , deficit b ab I ; ergo omnes ab omnibus ut una ab una. ergo.

13. Sit a ad b ut e ad f , sed ratio e ad f sit major ratione c ad d ; erit ratio a ad b major ratione c ad d . Patet ex dictis def. 3. ob identitatem priorum 2. rationum.

14. Sit a ad b ut c ad d ; sitq. a major c , erit b major d . Ad b habet majorem rationem a 8. h: quam c minor, ergo ratio a ad b , sive ex dictis def. 3. ratio e ad d est major ratione c ad b ; unde d est minor b 8. h.

15. Partes cum æquivalentibus sunt in ead. ratione, ut a ad b , ita cd ad ef ; erit .n. ut a ad b , ita cg ad ei (æquales ipsis a , b) ita gb ad ik , & bd ad kf ; ergo &c. 12. h:

16. Sit a ad b ut c ad d , erit vicissim, sive permutando (quæ est ratio alterna superius finita) a ad c ut b ad d . Si .n. a est major c , erit b major d 14. h: unde & æquivalentes excedent &c. conclude per def. 6.

17. Sunt compositæ magnit. propæties, erunt $\frac{1}{2}$ divisæ. Sit ab ad cb ut df ad ef ; erit, dividendo, ac ad cb , ut de ad ef . Sume gb , bi æquivalentes ac , cb ; ita ut gi sit totius ab . Iterum sume ik æqm. cb . similiter age in ko pro def. Si gi mult. ab excedit bn bis mult. cb , etiam km excedit lo ; aufer comunes bi , lm ; tum si gb mult. ac excedit in mult. cb , etiam kl excedet mo ; & concludere per def. 6.

18. Conversa. Si ab ad bc , ut de ad ef ; erit, componendo, ac ad bc ut df ad ef . Secus sit ut ac ad bc , ita df ad bf (vel df ad gf) en 17. h: ab ad bc , ut db ad bf , vel ex hyp. ut de ad ef ; & 11. h: de ad ef ut db ad bf ; cumq; sit de major db , erit 14. h: ef major bf &c.

19. Si ut totum ab ad cd , ita sit ab aliorum ac ad cf erit reliquum eb ad fd ut totum ad totum. Ob hyp. ab ad ac erit 16. h: ut cd ad cf ; & eb ad fd 17. h: ut fd ad cf

40

permuta: tb ad fd , ut ae ad cf ; si ve ob hyp. ut ab ad' cd,

20. Sit a ad b ut d ad e, & b ad c ut e ad f (eod. ordine in primo ac in 2. ternario) tum si a sit major tertia c, erit ex aequalitate, d major f. (& hæc dicitur ratio ordinata, ex æqualitate, ex æquo scil. ordine loquendo de prima respectu tertiae in 1. ternario, & de prima respectu tertiae in 2. ternario ; vel de prima respectu tertiae, de quarta respectu sextæ) nam ratio a ad b 8. h: est major ratione c ad b ob hyp. si ve major est ratio d ad e (ead. cum a ad b) ratione f ad e (ead. cum c ad b) ergo d major f.

21. Sit a ad b ut e ad f, & b ad e ut aliud quippiam d ad e (nunc e fit consequens; & hæc dicitur ratio perturbata, estq. altera species rationis ex æqualitate) tum si a sit major c, erit d major f; est .n. 8. h: major ratio a ad b quam c ad b; si ve ratio e ad f est major ratione e ad d, ergo d major f.

Ratio ex æqualitate est sumptio extremitum per subductionem mediorum; ut .n. vidisti, comparantur in his 2. propos. prima cum tertia, & 4. cum 6. nil de medijs loquendo. & quidem requirit saltem sex magn.

22. Sit a ad b ut d ad e; & b ad c ut e ad f, erit ex æquo, a ad c ut d ad f. Pone .n. æqmultiplices; erit q. h: g ad i, ut b ad k; & i ad l ut k ad m; ergo 20. h: si g excedit l, b excedit m. conclude per def. 6. Si sint (ut prius se habentes) magnitud. plures 3. a, b, c, n, & d, e, f, o; ostendo jam a ad c ut d ad f, ostendes a ad n; ut d ad e, quasi abessent b, c; & ita deinceps, si plures 4.

23. Si ratio sit perturbata, ut supra, erit a ad c, ut d ad f; ut .n. g ad b ita q. h: l ad m; & ut b ad k, ita i ad l; ergo 21. h: si g excedit k, i excedet m &c. def. 6. Ita si sint plures quam 6. sed hæc perturbata in plus.

ribus quām sex non est in usu apud Geometras.

24. Sit ab ad c ut de ad f; & bg ad c ut eh ad f; erit tota ag ad c, ut tota dh ad f. Est ab ad e ut de ad f; & c ad bg (convertendo) ut f ad eb; en ab ad bg ut de ad eb 22. h: compone; ut ag ad bg, ita db ad eb; cūmq. sit ag ad bg ut db ad eb, & bg ad c ex hyp. ut eb ad f; en 22. h: ag ad c ut db ad f.

25. Sit ab ad cd ut e ad f; erunt maxima ab cum minima f, majores alijs. Fac ag æq. e: cb æq. f. Est ab ad cd ut e ad f, sive ut ag ad cb; ergo residuum gb ad bd ut ab ad cd 19. h: ponitur autem ab major cd, en gb major bd. Si gb major addatur ad ag, f; & bd minor ad e, cb pares ipsis ag, f; en ab, f majores cd, e.

Huc usq. Euclides bīc; sequentes sunt Compani &c.

26. Sit major ratio a ad b quām c ad d, erit minor ratio b ad a quām d ad c. Pone e ad b ut c ad d. Ratio a ad b est major ratione c ad d, sive e ad b; ergo a major e; & ratio b ad a est minor ratione b ad e, sive d ad c.

27. Ijsd. positis, & constructis, erit ratio a ad c major b ad d. Nam, ut supra, a est major e; ergo ratio a ad c major e ad c, sive b ad d; est .n. e ad b ut c ad d; &c 16. h; e ad c ut b ad d.

28. Sit ratio ab ad bc major de ad ef; erit ratio ac ad be major df ad ef. Pone gb ad bc ut de ad ef. Ratio cb ad bc est major gb ad bc; ergo ab major gb, & ac major gbe; unde ratio ac ad bc est major gbe ad bc, sive df ad ef; cūm .n. sit gb ad bc ut de ad ef, erit 18. h: gbe ad bc ut df ad ef.

29. Sit ratio ac ad bc major df ad ef, erit ratio ab ad bc major de ad ef. fac ut df ad ef ita [sumpta gb minore ab] gc ad bc; en 17. h; de ad ef ut gb ad bc & 8. h: rō ab ad bc major gb ad bc, sive de ad ef.

30. Sit ratio ac ad bc major df ad ef, erit ratio ac ad bc

42

ad ab (conversionem rationis vocant) *minor d f ad*
de. nam ratio *ab ad bc* 29. h: est major *de ad cf*; & *ra-*
tio bc ad ab 26. h: minor *cf ad de*. compone: en ratio
ca ad ab 28. h: minor *fd ad de*.

31. *Sit ratio a ad b maior d ad e;* & *b ad c maior*
c ad f, erit ex aequalitate ordinata *ratio a ad c maior d*
ad f. Pone .n. *g ad c ut e ad f;* en ratio *b ad c maior g*
ad c; ergo *b maior g;* & ratio *a ad g maior a ad b ma-*
jorem. Sed ratio *a ad b* est major *d ad e;* ergo multò
maior ratio a ad g quam d ad e. Intellige rursus *b ad g*
ut d ad e; en maior ratio *a ad g quam b ad g;* ergo *b*
superat b; & ratio *a ad e maior b ad c;* sed ut *b ad c*, ita
22. h: d ad f (quia ut *d ad e* ita *b ad g*; & ut *e ad f* ita
g ad c) ergo maior etiam ratio *a ad c quam d ad f.*

32. *Sit ratio a ad b maior e ad f;* & *b ad c maior*
d ad e, erit ex aequalitate perturbata *ratio a ad c maior*
d ad f. Intelligatur *g ad c ut d ad e;* en ratio *b ad c ma-*
ior g ad c. ergo *b superat g;* & maior ratio *a ad g,* quā
a ad b. Est autem ratio *a ad b maior e ad f:* ergo mul-
tò maior a ad g, quam e ad f. Iterum intelligatur *b ad*
g ut e ad f; en maior *a ad g, quam b ad g;* unde *a su-*
perat b; & ratio *a ad e maior b ad c;* atqui 23. h: ut *b*
ad c, ita d ad f, ergo.

33. *Si maior ratio ab ad cd quam ablare ae ad cf;*
erit maior ratio residuae eb ad fd, quam totius ad totam;
erit .n. 27. h: maior ratio ab ad ae, quam cd ad cf; &
minor ratio ab ad eb 30. h: quam cd ad fd vel 27. h;
minor ratio ab ad cd quam eb ad fd.

Ultimam omittit I.P. Tacquet, & eius loco ponit
duas hasce. 1. Si rationes quæpiam sunt rationum æq.
duplicatæ, aut triplicatæ &c. sunt æq. 2. Sint rōnes æq.
duplicatæ &c. aliarum rōnum, hæ erunt æq. & am-
bas per se patere dic, vel ipsum adi.

E L E M. L I B. VI.

DEFIN. 1. Similes figuræ sunt, quæ angulos æq.
angulos invicem habent, & latera circa æq.
angulos propria.

2. Reciproce, cum in utraq. sunt antecedens, & con-
sequens diversarum rationum; scil: si sit ut ab ad ef (quæ
est una ratio) ita fg ad bc (quæ est 2. ratio) in una
figura habetur antecedens 1. rationis, & consequens
secundæ: contra in altera.

3. Relatio secatur extrema, ac media ratione, si fiat
ut tota ab ad ac maius segmentum, ita hoc ad cb minus.

4. Altitudo figuræ abc est ag tris à vertice a ad ba-
sim (etiam productam) ita, ut si sint æq. tris ag, db,
figuræ abc, def sint æquè altæ. Sunt æq. tris, si ver-
tices, & bases sint in ijsd. par--lis ad, bf; sunt .n. etiā
tris paralle 28. 1: ergo ag par--mum def. 35. 1: & ag
æq. db 34. 1:

5. Ratio ex rationibus componi dicitur, cum ratio-
num quantitates inter se multiplicatæ aliquam effe-
crint rationem. Explico. Ratio v. g. 12. ad 6. est dupla;
seu denominatur à 2, qui explicat, quantus sit 12. re-
spectu 6. unde quantitas rationis idem est ac denomi-
nator. Iam numerum quilibet statue inter 12. &
6. v. g. sic: 12. 9. 6. & vide rationem 12. ad 9. erit 4.
tertiarium: rationemq. 9. ad 6. erit 3. secundarum:
duc 4. tertias in 3. secundas; en 12. sextæ, vel duplū
integri unius; unde dupla erit ratio 12. ad 6. com-
posita: ex rationibus 12. ad 9. & 9:ad 6. Ita pro ratio-
ne 12. ad 60. statue sic: 12. 30. 120. 60. (potes n.
numeros intermedios quotlibet, & quoslibet assume-
re) jam 12. est 2. quintæ numeri 30. qui est 1. quar-
ta numeri 120. qui est duplus 60. habes igitur 2. quin-

44

tas, 1. quartam, 2. unesimas. duc 2. quintas in 1. quartam, en 2. vigesimæ; quas duc in 2. unesimas; en 4. vigesimæ, vel 2: decimæ, aut 1. quinta; ergo 12: est 1. quinta numeri 60. quæ ratio sit ex illis rationibus inter se ductis, ut vidisti. In lineis, sive alijs quantitatibus, sit c 3. quintæ linea \bar{e} b ; & b 5. sextæ linea \bar{e} a ; operando ut supra, habes 15. trigesimas, seu semiſſim; ergo c est ſemiſſis a , & ratio (sub dupla) c ad a fit ex rationibus c ad b , & b ad a . Qui plura velit,
Clavium adeat.

6. Si non totam ab occupet par--mum ad, dicitur deficere par--mo cf. si totam ac, & plus occupet par--mū af, dicitur exceedere par--mo cf.

PROPOS. 1. Tr. abc, def æquè alta (juxta def. 4.) ſunt inter ſe ut bases bc, cf. Sume quotlibet bi , ik , kl æq. bc ; & quotlibet fm , mn æq. cf : fac Tr. abi , aki , akl , æq. abc 38. 1: ut & dfm , dmu , æq. def. Eſt lc æqm. bc , ac Tr. alc fit Tr. abc . Ita en est æqm. cf , ac Tr. den fit Tr. def ; ergo ex 38. 1: ſi lc excedit en , Tr. alc excedet Tr. den ; & def. 6. 5. Tr. abc est ad Tr. def , ut basis bc ad cf . Item dic 15: 5: de Por--mis gc, df duplis eorum Tr. 4: 1: et ratiō p. 15: 5: quæ in p. 15: 5: ratiō dicitur.

2. DE par--la ad bc latus Tr. bca, prop--liter ſcēat reliqua latera; ſi:q. ce ad ec ut ad ad db . Duc dc , be ; en Tr. deb æq. dec 37. 1: unde eorum ratio ad Tr. ade 7. 5: eſt ead. ſed ratio Tr. dec ad ade eſt 1. h: quæ ec ad ea ; & ratio Tr. deb ad ade eſt quæ bd ad da ; ergo ead. eſt ratio ae ad ec 11. 5: ac ad ad db . (ſi compo-
nas, eſt ac ad ae ut ab ad ad .) Conversa. Eſt par--la de, ſi
ne ad ec ut ad ad db ; in quibus, ſive in qua ratione
ſunt 1. h: Tr. dec , deb ad Tr. ade ; unde æq. 9. 5: & ſunt
39. 1: in ijsd. par--lis de , bc .

3. Ad biseccet bac; erit bd ad dc ut ba ad ac . Sit bl
par--la

par--la $\hat{a}d$: produc ea in e; en 29. i: dce $\hat{a}q.$, e: bad $\hat{a}q.$, abe; & 2. h: cd ad db ut ca ad ae, sive ab $\hat{a}q.$. 6. i: ob e $\hat{a}q.$, dat, sive ob hyp. bad, aut abe. Conversa. a bisse-
catur, si \hat{G} c. Est 2. h: cd ad db, ut ca ad ae, sive ob hyp.
ad ab; unde ae $\hat{a}q.$, ab 9. 5: & e $\hat{a}q.$, eba 5. i: en cod $\hat{a}q.$,
bad 29. i:

4. Sint Tr. abc, dce $\hat{a}equiangula$, erunt circa $\hat{a}q.$
angulos latera prop--lia; de ad ec ut ac ad cb &c. pro-
duc ec, ed; ob $\hat{a}q.$, e, bca, posita bc, ca super ec, ed, ex
parte congruent, inde pergent usq. in i, m; et itq. iu
28. i: par--la $\hat{a}t$ ob hyp. unde ei ad ed 2. h: ut em ad
ec. permuta: ei ad em ut ed ad ec. Pro alijs similiter fiat
figuræ &c. Et nota, angulis $\hat{a}q.$ oppositi latera homologa;
recole def. 11. 5:

Cor. In Tr. abc per--la od ba auffert Tr. moc simile
totibac.

Clavius in schol. assert 2. Theorematum, quorum
secundum à me citatum §. 94. Astronomiae ita habet.
In Tr. acf, fig. 12. b; sit db par--la ce, & ex quilibet f
ad oppositum a sit fa; erit ut cf ad fe, ita bo ad od; sunt
i. p. similia Tr. acf, abo cor. 4. h: ut & cfe, god; ergo
ut cf ad fa ita bo ad oa; & ut fa ad fe, ita ep od od. ergo
22. §: ut cf ad fe, ita bo, ad od.

5. Sint in Tr. abc, def latera prop--lia, erunt $\hat{a}q.$
anguli super homologis lateribus. Fac feg, efg $\hat{a}q.$, b, c;
erit g $\hat{a}q.$, a 32. i: & ut ab ad bc ita 4. h: ge ad cf, vel
ex hyp. de ad ef; ergo ge $\hat{a}q.$ de 9. 5: ita ostende gf $\hat{a}q.$
fd: est ef cōmune; en 8. i: $\hat{a}equiangula$ Tr. def, efg, sive
abc &c. q. vni od ab ad bc.

6. Tr. abc, def habeant $\hat{a}q.$, b, c; & circa hos late-
ra prop--lia, erunt $\hat{a}equiangula$. Fac Tr. efg $\hat{a}equian-$
gulum abc ut supra. Est ob hyp. ut ab ad bc ita de ad
ef, vel 4. h: ge ad ef; ergo ge $\hat{a}q.$ de; & 4. i: ob hyp.
&c. $\hat{a}equiangula$ Tr. def, efg, sive abc.

46

7. In Tr. abc, defint $\alpha q.$ a, d; & circa f, c lateris propria; & b, e ambo recto minores, vel ambo non; erit Tr. equiangula. Secus sit c maior f; fac acg $\alpha q.$ f: ponamus b, e acutos; en Tr. def æquiangulum acg 3 2. 1: utq. cf ad se ita 4. h: ac ad cg, vel ob hyp. cb; & 9. 5: cg $\alpha q.$ cb, unde 5. 1: b jam acutus erit $\alpha q.$ bge; & 13. 1: age obtusus, ut & def ipsi æqualis, contra hyp. Sint e, b non minores recto; erit, ut prius, b jam nō minor recto, par cgb, & fieri contra 17. 1:

8. Sit a recto bac \dagger is ad, erunt Tr. abd, adc similia toti & inter se. In Tr. abc, abd est 1. rectus: alter communis ergo &c. 3 2. 1: & 4. h: Ita de Tr. abc, adc & nota jam esse $\alpha q.$ b, dac; unde jam etiam reliquum patebit.

Cor. Hec \dagger is est media propria inter segmenta basi; ut bd ad da, ita da ad dc. Item utrumlibet lotus, ut ba circa refluxit bac est medium proprie inter basim bc, & segmentum bd baseos illi lateri ba adiacent.

9. Vis v. g. 3. partem ab: duc ac: sume tres $\alpha q.$ ac, ei, id si vis 4. partem, sume 4. $\alpha q.$) duc bd, & parlam cf; en Tr. ofc: æquiangulum abd 29. 1: utq: ad ad ac 3. partem ipsius ad, ita 2. h: ab ad af.

10. Si hanc vis ab, utr: sicut ac in d, e? duc cb, eiq. parlam eg, ofc en 2. h: af ad fg ut ad ad de: sit db parlam ab; ut de ad ec, ita di ad ib, vel 34. 1: fg ad gb.

11. Vis 3. prop-lem ad ab, ad: sit bc $\alpha q.$ ad: duc ec parlam. Ut ab ad ad, ita 2. h: & permuto, bc, sive jam $\alpha q.$ ad, ad de quæsitam.

12. Vis 4. prop-lem ad ab, ad, bc: duc parlam ec, en de quæsita 2. h: &c.

13. Vis medianam prop-lem ad ab, bc: diametro abc sit circulus; bd \dagger is ac: ad rectus 31. 3. en quæsita bd cor. 8. h:

14. *Par-ma æq. db, bf cum æq-angulo b (fac unam abg & ex 15. i. cbe) habent reciproca latera circa æq: angulos; ut ab ad bg, ita be ad bc. Et si db ad bb i. h: ut ab ad bg: & bf ad idem bb ut eb ad bc, conclude ex 7. 5: Convoluta. Sint latera reciproca cum æq. b, erunt æq. par-ma 9. 5: nam db ad bb est ut ab ad bg, & bb ad bf ut cb ad bc, quæ sunt ead. ratio ob hyp.*

15. Itas ead. dic de Tr. abc, bde.

16. *Sint 4. prop-les; ab ad ef ut fg ad bc; erit rell-lum ac sub extremis ab, bc par eh sub medijs, & contra. Dispone illa ut in 14. hi &, ut ibi, conclude ab reciproca latera &c.*

17. *Sint 3. prop-les, erit quad. intermedia par rell-lo aliarum & contra. Patet ex 16. h: si secundā bis ponas.*

Cor. quilibet rell-a est media prop-lis inter 2. rell-as formantes rell-lum æq. quadrato illius.

18. *Super ab vix rell-linum simile est hoc resolue in Triangula: super ab fac Tr. abg æquiangulum edf: super ai, rb fac alijs æquiangula; en 4. h: gc ad cf, ut ka ad ar: & cf ad cd ut ai ad ab; & 22. 5: gc ad cd ut ak ad ab. Ita de alijs.*

19. *Similia Tr. a, d sunt in duplicata ratione (juxta def. 10. 5: laterum homologorum ut bce, ef; scil: inventa 3. prop-li bg 11. hi sunt ut be ad bg. Si bce, ef sunt æq. unde & bg, respacet ex 26. 1: ob hyp. &c. si secus, statue bg in latere be: duc ag. Est Tr. abc ad abg i. h: ut be ad bg, scil: in duplicata ratione bc ad ef; sed Tr. abg est i. 5. h: æq. def (cūm ponatur b æq. e; & ab ad bc ut de ad ef, vel ex æquo, ab ad de ut bc ad ef, vel ex constr. ut ef ad bg reciprocè) ergo.*

Cor. Sint 3. prop-les, erit Tr. super prima ad Tr. simile super secunda: vel Tr. super secunda ad Tr. simile super 3. ut prima ad 3.

48

20. *Similia polygona a, f dividantur in Tr. similia
seq. numero, & homologa totis; ductis at, ad; fb, fi, pate-
tet æq. numerus Tr. In Tr. abc, fgb ex hyp. & def. i.
sunt æq. b, g; & circa eos latera prop--lia; ergo 6. h:
sunt æquiangula Tr. & habent 4. h: latera-prop--lia;
unde similia sunt def. i. Idem est de acd, fki; ponis
æq. totos i, d, b, & c. aufer æq. ade, fik &c. en reliqui
æq. & Tr. acd simile fbi 4. h: & def. i. Iam 19. h: sunt
Tr. abc, fgb in ratione duplicata ac ad. fb; & in ead.
sunt acd, fbi; ergo 11. §: Tr. abc ad fgb ut Tr. acd ad
fbi, scil. in dupl. ac ad fb, vel ad, ad fi; in qua etiam
est Tr. ead ad fki 19. h: ergo ut Tr. acd ad fbi, ita cæ-
tera ad cætera; & 12. §: ita omnia ad omnia; sed ita
polygonum a ad f homologum def. 11. §: Item a ad f
est in ratione duplicata laterum homologorum; jam. n.
sunt ut triangula &c.*

*Cor. Sint 3. prop--les; erit ut prima cd ad 3. l, ita
polygonum a super prima, ad simile f super 2. ita supel-
secunda ad simile super 3:*

21. *Rectilinea a, b similia eid, c, sunt & inter se.
Patet ex def. i. h: 11. §: ax. i.*

22. *Sint 4. rectæ ab, cd, ef, gh prop--les; erint &
rectilinea k, i, m, l, si sunt similia. Est k ad i in dupli-
cata ab ad cd 19. h: &c. vel ex hyp. ef ad gh; in ead. sunt
m, l 20. h: ergo &c. 11. §: Conversa patet; si n. k ad
i ut m ad l, ead. est ratio utriusq; binarij; sed ratio k
ad i est duplicata ab ad cd 19. h: ergo ratio m ad l est
duplicata ab ad cd, vel 20. h: ef ad gh. &c.*

23. *Forrmaæquiangula x, y (disponit illa ut in
14. h:) habent inter se rationem, quæ ex latribus com-
ponitur; recole def. 5. ex qua ratio x ad y componitur
ex rationibus x ad o, & o ad y, scil: 1. h: bc ad eg, &
ac ad ce; ergo ex his fit ratio x ad y, ita ut si ponas i*

ad k ut bc, eg ; & k ad l ut dc, ce ; sit x ad y ut i ad l, z, s :

24. *Par--ma eg, fh circa diametrum sunt similia toti, & inter se.* Ex lib. 1. ostende æq. angulos in Triangulis; & $4 \cdot h$: latera prop--lia; unde & in parmis. Est br ad ca ut fc ad ci ; & ca ad cd ut ci ad cb ; en 22. s : bc ad cd ut fc ad cb &c.

25. *Vix rectilineum simile a, æq. b?* super cd fac 45. 1: x æq. a ; super de fac y æq. b cum gdc æq. dcf ; erit una cdg (ut ad 45. 1:) super ik media prop--li inventa ex 13. h : inter cd, dg ; fac l simile a 18. h : en cor. 20. h : ut cd ad dg , ita a , sive x ad l ; & 1. h : ita x ad y ; ergo l æq. y 9. s : sive b ; eritq. l quæsitum.

26. *Sit eg simile bd cum cōmuni a; erunt circa eandiam.* Duc af, fc . Si hæ sint in directum, res patet. Si esse neges, diameter sit abc ; duc bi par--lam fg ; en 24. h : simile bd ; utq. ab ad bc , ita ac ad cb , uti ponitur ac ad ef majorem.

27. 28. 29. Usui ferè non sunt.

30. *Secare ab extrema, ac media ratione (juxta def. 3.) seca illam 11. 2: ita ut quad. maioris segmēti ac sit æq. rect--lo cd sub tota ab (sive bd in quad. ad) & cb; en ab ad ac cor. 17. h: ut ac ad cb.*

31. *Sit rectus a in Tr. abc, figura quævis f super basi bc est æq. e, d similibus f, simul. Sunt continuè prop--les cor. 8. h: bc, ba, bg ; & bc, ca, eg ; en cor. 19. vel 20. h : ita est bg prima ad bc 2. ut d tertia ad f 4. & ita gc 5. ad bc 2. ut e 6. ad f 4. ergo 24. s : ut prima cum s . seu bg cum gc , ad bc 2. ipsis æqualem, ita tertia cum 6. d cum e , ad f 4. quæ erit æq. ipsis d, e .*

32. Vix usui est.

33. *In æq. circulis anguli ad centra, vel peripherias sunt ut peripheriae, quibus insstant. Idem est de secundis. Recole def. 9. 3: sume æqmultiplices &c. &*

50

procede ut in 1. hi at per 23. & 27. 3: notando , an-
gulos ad peripheriam esse semisses centralium; unde
quod de his, ostende de illis .

Cor. 1. *Seiores sunt ut anguli , cum ambo sint arcus .*

Cor. 2. *Vt est angulus ad centrum ad 4. rectos, quae
ibi sunt ex 15. 1: ita arcus ei subtensus ad totam cir-
cumf. Contra ut 4. recti ad angulum in centro, ita cir-
cumf. seu 4. quadrantes ad arcum, etc.*

E L E M. L I B. XI.

DEFIN. 1. **S**olidum, sive corpus est, quod habet 3 dimensiones ; in longum , latum ; & profundum, sive altum, aut crassum .

2. *Solidi extrellum est superficies .*

3. *Linea recta ab fig. 4. est ad planum cdef rectas
sive tis, cum ad omnes rectas, ut cb, lb, in eo plano si-
tas, à quibus tangitur, rectas facit angulos .*

4. *Planum gd fig. 14. est rectum piano ab, cum re-
cte ut Ko, quæ communi sectioni id planorum sint tis in
uno gd, sunt & alteri ab.*

5. *Si recta ge fig. 13. sit piano ab non tis, & ab
eius sublimi punto g fit gx tis piano, iungaturq: xe;
dicitur gex (acutus 17. 1:) inclinatio ge ad ab.*

6. *Plani ad planum inclinatio propriè est acutus
veg sicutis à rectis ve, ge in utroq: piano tibis communi
sectioni ad idem e. Obtusus impropriè dici solet incli-
natio, cum potius sit recessus .*

7. *Planum ad planum similiter inclinatum est ac al-
terum ad alterum , si inclinationum anguli sunt æq. Et
planum magis inclinatur, si angulus sit minor, seu à re-
cto magis recedens .*

8. *Par--la plana*, que undecunq. producta semper
æquè inter se distant.

9. *Similes solidæ figuræ*, que similibus, & acq.
numero planis continentur.

10. *Similes, & q. solidæ figuræ*, que similibus pla-
nis æq. magnitudine, & numero.

11. *Solidus angulus o fig. 15.* qui sit à pluribus quib
planis angulis nō in eod. plano, ad unū punctū cōstitutis.

12. *Pyramis est solidum fig. 30. 31.* planis conten-
tum ab uno piano ad unum punc̄tum x, z (verticem) con-
stitutis. Porrò basis potest esse quadrangula, ut ab
pentagona ut cfo; trigona ut abc fig. 28. &c. ex ea di-
citor pyramis trigona, pentagona &c. cætera. n. pla-
na sunt triangula.

13. *Prisma est solidum planis contentum, quorum
adversa 2. sunt æq. similia, & par--la (possunt esse
Tr. ut coa, sed fig. 8. vel quadrilatera, aut polygo-
na) alia verò par--ma ce, ae, cd. Uno verbo est co-
lumna laterata &c. Campanus, & olij restringunt
immetitò definitionem ad figuram solidam, cuius
duo plana adversa par--la æq. & similia sunt Tr. reli-
qua verò tria, par--ma.*

14. 15. 16. 17. sunt defin. Sphæræ, sui axis &c. vide
lib. i. Sphæric.

18. 19. 20. *Conus (relius) est quando Tr. reflili
nō op fig. 38. manente uno latere no circa rectum o, cir-
cumfūlum Tr. in seipsum revoluitur, unde moveri ex-
perat, circumassump̄ta figura. At ex Apollonio Per-
gæo, etiam pro scaleno: Si extra planum circuli yx,
sumatur n, & refla np, manente fixo n, volvatur per
circumf. yx, donec eodem redeat, unde discesserat, ita
descriptam ab np superficiem, voco superficiem conicam
conus, figuram contentam circulo, id conica superficie*

52

præstator basim ipsum circulum: axim no d vertice n centrum circuli: latus coni np. Porrò conus est rectus, axis sit basi rectus: secus, scalenus.

21. 22. 23. *Cylindrus (rectus) est quando rectus par-mi bi fig. 37. manente ci circunductum par-mi in se revolvitur, unde moveri cæperat, circumassumpta figura (columnam rotundam appellat Campanus) contenta 2. circulis ab, gh descriptis à cb, ih; & superficie convexa descripta à bh. Axis cylindri est ci basium centra neclens, scil: circulorum; latus cylindri est bh bses contingens. Cylindrus rectus hic est, ob axem basibus tem; recti simul, & scaleni, seu cum axi basib: obliquo, definitio hæc sit ex Sereno Antinsensi lib. I. de sectione cylindri. Si 2. circulorum æq. & par-lorū diametri semper inter se par-lx, in circulorum planis circa manens centrum circumferantur, und cum rectis metiente diameterorum ex ead. parte terminos, dum e redeant, unde moveri cæperant, superficies, que à circumlata recta describitur, cylindrica vocetur: cylindrus vero figura dictis circulis, & superficie contenta: bases axis, & latus ut supra.*

24. *Similes coni, & cylindri recti, quorum axes, & basium diametri (vel i. s. 5: semidiametri) prop-lti sunt. In scalenis vero non solùm axes, & diametri debent esse prop-ltes, sed etiam æquales inclinationis axium anguli.*

25. *Cubus est solidum sub 6. æq. quad. ut ag fig. 37. si eius omnia plana concipias æqualia quad.*

26. *Tetraedrum est solidum sub 4. Tr. æq. & equilateris.*

27. *Oktaedrum solidum sub 8. Tr. æq. & aquilateris.*

28. *Dodecaedrum sub 12. pentagonis æq. equilateris, & aquiangulis.*

29. *Icosaedrum sub 20. Tr. æq. & equilateris.*

30. *Parallelepipedum sub 6. figuris quadrilateris; quorum, quæ ex adverso, parallelae sunt.*

31. *Solidum solido inscribitur, si omnes anguli inscripti sint in angulis, vel lateribus, aut planis solidi, cui inscribitur.*

32. *Solidum solido circumscribitur, si anguli, vel latera, aut plana circumscripti tangunt omnes angulos solidi, cui circumscribitur.*

33. quæ Euclidis non est: *Magnitudines figurae alicui inscriptæ, aut circumscriptæ, sive figura minorer, aut maiores, in figuram desinere dicuntur, cum ab ea tandem differre possunt quantitate minori quacunq. datâ, seu quantumvis parva; adeoq: cum vix differat à figura, in eam quasi desinere videtur, hæc ex 2. 12: melius intelligetur.*

PROPOS. 1. *Non est rectæ pars ad fig. 1. in uno plano, pars ad in alio. Secùs, produc ad in plano de suas ex æquo lineas interiacente; en ad segmentum cōc 2. rectis contra ax. 10.*

2. *An, co fig. 2. se secant, erunt in uno plano, uti est omne Tr. oīn, quia planum 3. rectis contentū; hinc patet primum.*

3. *Planum ad fig. 3. secet cd, sc̄lio cōi: mo est recta. Secus, duc 2. rectas ex m ad o in utroq. plano, claudet figuram contra ax. 14.*

4. *Sit ab fig. 4. t̄is ce, df consellis; erit t̄is plano df per eas dulio. Fac bm æq. bi: bo æq. bk, en omnia æq. 15. & 4. 1: in Tr. mbk, boi. Idem dic de Tr. bbi, lbiw; blk, bob 26. 1: ob æq. angulos, & latera ex dictis, & 15. 1: Idem de Tr. abc, abk 4. 1: ob rectos ad b ex hyp. &c. Idem de Tr. amb, abi; & 8. 1: aci, akm; unde ang. aci æq. akw; & aic æq. amk. Idem de Tr. alk,*

54

*abo 4. i: unde ab æq. al. In Tr. abb, abl, erunt iam abh
abb 8. i: æq. & recti; unde ob †is lb, & piano df deb
3. Ita n. erit de alijs rectis in eo per b ductis. Bre
vior est P. Tacquet, sed tyronem aliquando exer
cere juvat.*

5. *Sit ab fig. 5. †is 3. rectis bc, bd, bi, erunt bc in
uno piano. Secus, sint bd, bc 2. h: in uno cf; bi in
alio ac; erit planorum cōis sectio be, & ab †is ad si
4. h: nam ob hyp. se secarent bd, bc productæ; unde
ab def. 3. rectus, & abi pars, non rectus, contra hyp.*

6. *Sint ab, c d fig. 6. †is piano fg, erunt par--læ.
Duc bd in piano sit be æq. dc, & †is ad bd. In Tr. cbh
bde est cd æq. be: cōe bd: rectus cdb ex hyp. & def. 3.
cdb ex constr. en bc æq. cd 4. i: & in Tr. cde, cbe erit 8.
i: cbe æq. cde recto ex hyp. & def. 3. Iam est cb †is ad
bc, & ex constr. ad bd, ex hyp. & def. 3. ad b; en 5.
hi ha 3. in uno piano, ut & Tr. bcd 2. h: omnes scil
rectæ in piano ducto per cb, bd cum igitur ab, cd sint
in uno piano, & in eas incidens bd fecerit 2. rectos
def. 3. illæ sunt par--læ 28. i: & def. 34. i:*

7. *Recta ai fig. 7. secans ce, df in uno piano fitas, in
cad. est. Secus, in alio; duc in primo rectam ani, clau
detur figura &c.*

8. *Sit par--larum una cd fig. 6. †is piano gf, erit
et altera ab. Construe quæ in 6. h: Est cdb rectus ex
hyp. & def. 3. ergo & abd 29. i: ostendam ab †em
etiam ad be, ergo & ad gf 4. h: ostendo. Est ut in 6.
h: cbe æq. cde recto def. 3. cum ergo sit cb jam †is ad
bc, & ex constr. ad bd, erit 2. & 4. h: †is piano. Tr.
bcd; arqui sunt cd, ab, bd in uno piano 7. h: & def. 34.
i: ergo cb †is piano bdc, sive cdba erit def. 3. †is ab.*

9. *Ce, bg fig. 7. par--læ ad df in alio piano fitam,
sunt, & inter se. Duc ad df †es ob; en 4. h: dō
is*

\dagger is ducto per eas piano acb ; ut & 8. h: tum bb , tum ca ; unde h α 6. h: par--la.

10. Sint ac, co fig. 8. par--la d f , sc alterius plani, erit ac α eq. d f e. Fac ca, co æq. fd, se: duc de, a α &c. Sunt ac, fd par--la æq. en ad, cf 33. i: par--laæ æq. idem dic de oe, if; ergo ad, oe sunt ax. i:æq. & 9. h: par--la; item oa æq. de 33. i: unde c, æq. f 8. i:

11. Ad planum ab fig. 9. vix \dagger em d c extraneo? In ab duc fd; cui ex e sit \dagger is ee 12. i: eid. in ab sit \dagger is em: huic è e sit \dagger is eg; erit et piano; sit .n. gh par--la df ob de jam \dagger em ce, em, & 4. h: piano ceg, huic erit 8. h: \dagger is gb; & def. 3.ad cg; ergo hac jam \dagger is ad gh, em, erit & piano ab 4. h:

12. Ex b fig. 6. plani gf vix huic \dagger em? sit è e extraneo \dagger is cd 11. h: duc bd; sit ab par--la cd; habes, & patet ex 8. h: In praxi utere norma.

13. Ex b non prodibunt ad id. planum 2. \dagger es; quia coirent, licet 6. h: par--la. Ita ex e extraneo non erunt ad gf 2. \dagger es cd, cb;

14. Sit xn fig. 10. \dagger is 2. planis, erunt hac par--la. secus coeant in goi; duc ox, on; en ad x, n 2. recti def. 3. contra 17. i: Conversa. sit xn \dagger is piano n, erit \mathcal{C} par--lo x. Secus fiet def. 3. rectus ad n tantum, & ex dictis ad 31. i: coibunt no, xo, & plana contra hyp.

15. Sint ab, ac fig. 11. par--la de, df; erunt \mathcal{C} earum plana. Sit a α \dagger is ef: op, oi par--la de, df, sive 9. h: ab, ac; en recti ioa, poa def. 3. & rao, bao 29. i: ergo 4. h: oa est \dagger is planis, 14. h: par--lis.

16. Planum bhdg fig. 12. fecerit par--la piano, erunt par--la sectiones bh, ci, dg. Secus coeant, coibunt, & plana contra hyp.

Schol. Sint 2. plana par--la ad rs, erunt \mathcal{C} intr se; nam cd \dagger is ad r, erit & ad r; & producta, ad l; unde l par--lum t. Omnia ex 14. h:

56

17. *Plana par--la secant prop--liter bd, hg. Pla-*
nun bbgd (unum ex 7. h:) facit par--las bb, ci, dg
16. h: estq. bc ad cd 2. 6: ut bo ad og: & bi ad ig ut bo
ad og, sive jam ut bc ad cd . Si lineæ seclæ sint bd, bg
cocuntes in b, tunc etiam si non adsit planum Iq, idē
fiet ex 2. & 16. h: & 2. 6:

18. *Sit gx fig. 13. tis plano ab, huic recta erunt*
quotlibet plana per gx; ceu cl; sectioni .n. cd sint in d
quotvis t̄es ni, ro; uti est gx def. 3.en 28. 1: ni, ro &c.
par--læ gx, & t̄es 8. h: ad ab: ergo def. 4. cl est re-
ctum ab.

19. *Mf, gd fig. 14. sc secantia sint recta piano ab,*
huic erit tis illorum settio ko; in illis .n. rectis ad abi-
poteſt ex cōi O duci tis ad ab def. 4. at unica ex 13.
h: ergo ko .

20. *Solidus angulus o fig. 15. constat 3. angulis pla-*
nit, horum duo superant tertium . Si .n. sunt oēs æq.
vel duo æq. & tertius minor , res patet . Si bod ma-
ximus , fac æq. boe, boc; oe, oe: per e ducta bd definiat
ob, od: junge bc, dc; erit be æq. bc q. 1: bc, cd 20. 1: su-
perant bd: aufer æq. be, bc; en cd major ed; & 15. 1:
cd major ed. ergo &c.

21. *Plani anguli formantes solidum o fig. 16. sunt*
minores 4. rectis. Duc bc, cd &c. velut in solo, sed o cle-
vacum concipe ita, ut bo, co &c. forment è solo erectas
Tr. bce, cod &c. licet bases, ut bc, sint in solo; en pyra-
mis, cuius vertex o, basis polygonum abcde; in quo
concipe centrum (sub o) à centro ad a, b &c. ductæ
rectæ forment alia Tr. quæ dicamus ima, erectis nu-
mero æqualia. Cùm in Tr. sint 2. recti 3 2. 1: en tot
recti (hic 10.) in Tr. imis , quot in erectis . Sunt
autem ad centrum 4. recti 2. cor. 15. 1: ergo ad a, b
&c. restant hic 6. recti in Tr. imis , & dicuntur an-

guli

guli baseos. Ex 10. autem rectis, in Tr. elevatis, sunt 20. h: ad a, b &c. plus 6. rectis, circa basim, ergo ad o restant minus 4. rectis.

22. & 23. Usui ferè non sunt.

24. *Par--di plana sunt par--ma;* & quæ ex adverso, sunt similia, & æq. Nam affig. 17. secans ab, bg parallela ex def. 30. facit 16. h: par--las ac, bf: secans bd, fb facit par--las ab, cf; unde bc par--mum est def. 35. i: Ita de alijs. Sunt ab, bc par--lx cf, fg 34. i: en abc æq. cefg 10. h: ita est bad æq. feb; Ita omnes adversi 34. i: ergo erunt similia bd, fb ex adverso (ex def. 1. 6: & ex 4. 6: si par--ma resolvas in Tr. ductis ac, eg, immo & bd, fb) Ita de alijs. Reliquum patet ex 4. vel 8. i: si resolvas &c.

25. *Par--dum secetur piano planis adversis par--la* pk; erit ut basis ad basim, ita solidum ad solidum. Ostende ut in 1. 6: Idem dic de quolibet prismate.

Cor. Prisma secutum piano par--lo planis adversis, habet similem, & æq. sectionem.

26. & 27. omittantur.

28. *Par--dum piano per diagonios ac, eg aduersorum planorum, secatur in 2. prismata æq.* Sunt bg, be par--ma 24. h: & cg, ac par--lx bf 34. i: & inter se 9. h: & in uno plano def. 34. i: ut & ac, eg 7. h: dico planum ag secare ut supra; nam bd, fb 24. h: sunt par--ma similia, & æq. ergo & eorum triangula abc, &c. 34. i: & 6. 6: similia, & æq. Ita fa, fc sunt similia, & æq. gd, ed: cœc ag; en duo Tr. & 3.par--ma prismatis sgeabc æq. & similia residuis in 2. prisme; ergo hæc æq. def. 10.

29. *Par--da faic, fboi fig. 18. super ead. basi fm;* & quæ alta (ubi sint in iisd. par--lis planis) sunt æq. si inter ead. lateralia plana par--la. Nam 24. h: & 34.

58

$1: ea, be$ sunt $\alpha q.$, cm , mo ; $vel ik; li$; $sive sg, fb$; & $\delta i\bar{u}$ anguli $\alpha q.$ $10. h$; ergo $4.$ it sunt $\alpha q.$ Tr. $eab, ikl \&c.$ en $\alpha q.$ prismata $eabfgh, cmoikl$ cum etiam cf, bf sunt $2. h$; $\alpha q. ci, oi$; & ab, cl $36.$ $1:$ sunt $\alpha q.$ Adde coē $fbic$, erunt $\alpha q.$ par--da. Alios casus ostende ut ad $35. 1: \&c.$

$30.$ Sunt etiam $\alpha equalia$, licet non inter ead. lateralia plana. Concipe $3.$ par--da $\alpha què$ alta super basi rm fig. $19.$ sed primum stet basi rectum, alterum oblique quasi me inter lateralia plana rf, om ; tertium quasi rq inter ro, pm ; erunt primo $\alpha equalia$ em, rq $29. h$; & inter se ax. $1.$ Conversa. Par--da $\alpha q.$ super ead. basi, sunt $\alpha què$ alta; secus ab altiori abscinde $\alpha què$ altum, ac est humile; en $\alpha q. hæc$ duo $29.$ vel $30. h$; & ax. $1:$ abscissum $\alpha q.$ toti altiori.

$31.$ Par--da super $\alpha q.$ basibus ag, eo eiusdem altitudinis s; sunt $\alpha q.$ Sint .n. latera basibus tria; produc ro, sc: fac ok $\alpha q.$ & simile ag : perfice op, oq : super eos ok, oq concipe par--da cum lateribus basi rectis, & cōi altit. s; en $25. h$: solidum eos ad ops , ut eo ad op ; vel ag ad op , vel ex constr. ut ok ad ops sive $35. 1:$ ut eq ad op ; vel $25. h$: ut ogs ad ops ; ergo $9. 5.$ eos est $\alpha q. ogs$, vel $29. h$: oks , ut ostendam; aut ags , ob ok, ag similia ex constr. & $\alpha q.$ ostendo promissum. Concipe par--mum stans sub om , s, erigi in sublime ita, ut om , sit eius latus infimum unicè restans in situ, in quo jā est in papyro figuræ ipsa om ; super tale par--mum ut basim, concipe $2.$ par--da ita, ut plani è basi ad verso latus infimum sit pro uno par--do lq , pro alio sit ik ; latera basi insistentia sint lo, gm ; $io, km \&c.$ si pericias hæc $2.$ par--da, erunt $29. h$: $\alpha equalia$, & ead. $\delta i\bar{u}$ cum ogs, oks . Si latera eos, ogs sunt basibus obliqua, super his concipe cum altit. s par--da recta, & $\alpha q.$ ut priūs; erunt $\alpha q.$ obliquis $29.$ aut $30. h$: unde obli-

obliqua æq. Conversa. *Par--da æq. super bases æq. sunt æquè alta.* Ostende per 31. h: ut in convers. 30. h: Et: *Par--da æq. æquè alta sunt super bases æq. vel eandem similiter ostende, abscissa æq. basi &c.*

32. *Par--da æquè alta sunt inter se ut bases ag, eo.* Fac ad ro par--mum op æq. ag 45. 1: super fr, op concipi par--da in altit. s; erant partes par--di emi; ergo 25. h: ut eo ad op, vel ag; ita eos ad ope, sive 31. h: ags.

Conversa. *Si ut bases, sunt æquè alta.* Ostende ut in Conv. 30. h: per 32. h: & 9. 5:

33. *Similia par--da af, pi fig. 20. sunt in triplicata ratione laterum homolog. ab, bi.* Statuantur ita, ut solum b sit coē: stentq: in directum ab, bi: ob, bk; anguliq. æq. stent ad verticem b. Ex hyp. plana par--dorum habent angulos æq. & latera homologa def. 9. &c. ut ab ad bi, ita cb ad be &c. Concipe par--dom bg continuans af, eiq. simile, ita ut bf sit coē . Ita cd continuet pi simile, sitq. ei coē. af ad bg 25. h: est ut ac ad ci, scilic. ut ab ad bi 1. 6: vel ob hyp. cb ad be. Item bg ad cd est 25. h: ut ci ad ie, vel 1. 6: ut cb ad be. Ita cd ad pi ut dn ad il, vel di ad im, vel cb ad bk; aut ob hyp. cb ad be. Nam ut cb ad be, ita af ad bg: ita bg (continuatim) ad cd: ita cd ad pi; ergo af ad pi est def. 10. 5: in ratione triplicata cb ad be, vel ex hyp. ab ad bi.

Coroll. *Si sint 4. rectæ continuæ prop--les, ut est prima ad 4. ita par--dum super prima ad simile super secunda.*

34. *Par--da æq. fd, qd fig. 17. reciprocant bases, & altitudines; basi fb ad go ut altitudo gm ad fb.* Si sint latera ad bases recta, & altitudo æq. res patet. Si altitudo inæq. fac qp æq. fb; duc pk par--lum go. Est 32. h: fb ad go ut fd ad qk; sive ob hyp. ut gi ad qk, vel 25. h: mn ad pn; vel 1. 6: ut altitudo gm ad qp, sive fb.

Si

60

Si latera sint ad bases obliqua, concipe super eis solidam rectam & quæ alta, & 29. vel 30. h: & qualia obliquis æq. & inter se; jam reciprocabunt rectorum bases, & altit. ergo & obliquorum æq. *Conversa.* Si reciprocatur, sunt æq. par--da. Sint hæc recta, sed non æquæ alta; fac qp æq. *fb*; erit fd ad qk æquè altum, ut *fb* ad qo 32. h: vel ex hyp. qm ad *fb*, vel ex constr. ad qp; vel 1. 6: ut *ql* ad *qu*; sive *qi* ad *qk* 25. h: unde *fd* est ad *qk* ut *qi* ad *qk*: ergo 9. 5: *fd* æq. *qi*.

Ostensa in propos. 29. 30. 31. 32. 33. 34: de par-dis convenienter etiam prismatis illorum semiæibus 28. h: si eæd. hypotheses serventur. Si .n. prismatis facias transire in par--da &c. ut sunt hæc, ita & sermisses erunt 15. 5: &c. unde si quando hæc propos. continentur pro prismatis, ne abs re esse puta.

35. omittatur.

36. Si 3. rectæ r, s, t, sint prop--les, par--dum q^æ ex eis solidum [si bases qo latus qz sit æq. r: zo æq. t: & æz insistens basi sit æq. s] est æq. par--do fe sallo ex a media (si omnia latera fiant æq. s) æquiangulo cum qx, ita ut solidus ang. g sit æq. z. ponitur .n. ut qz ad ex, sive sg, ita reciprocè hg (æq. ex constr. sg) ad zo; ergo bases *fb*, qo sunt æq. 14. 6: & par--da æq. 31. h: ob æq. altit. gc, æz; nam, cum solidi anguli g, z portantur æq. congruent ax. 8. & x cadet in c ob æq. zx, gc; unde altitudo seu $\frac{1}{2}$ is ex x, c ad basim, erit eadem.

37. Sunt 4. rectæ a, b, c, d fig. 21. prop--les, talis erunt & par--da similia, similiterq: ab eis descripta. Est 33. h: solidoruui a, b rō triplicata rectarum a, b: & solidorum c, d triplicata rectarum c, d; sive ob hyp. a b; ergo sunt æq. rōnes solidorū ex dictis fine libri 5. *Conversa* pater ex 33. h: est .n. solidi a ad b rō triplicata rectarum a, b; & rō solidi c ad d, sive ob hyp. a ad b,

ad b , est triplicata recta x ad d ; ergo ead. est rectarum ratio.

38. Sit planum gd fig. 14. rectum piano ab; & ex k plani gd ad ab sit $\hat{t}is$, cadet in coem sectionem di; secus extra in x , sitq. in piano ab ad id $\hat{t}is$ xo; duc ko x erit def. 4. xo $\hat{t}is$ piano gd ob hyp. unde rectus xo k def. 3. Ita rectus erit xo k def. 3. ob ko x tem ab; ergo in Tr. ko x sunt 2. recti contra 17. 1:

39. omittatur.

40. Sunt &q. 2. prismata triangularia æquæ altæ cbfgoa, iklpxq fig. 22. & 23. si uni sit basis ob parma dupla bases ikl triangularis alterius. Perfice .n. par--da (fiet il &q. ob 34. 1: &c.) erunt &q. 31. h: ergo & prismata eorum semisses 28. h:

E L E M. L I B. XII.

PROPOS. 1. Inscripta circulis polygona similia x, y fig. 24. 25. sunt in rōne duplicata diametrorum ad, eb; sive ut quadrata ex ad, eb. Duc ac, db: eg, bf. Est def. 1. 6:abc æq. efg; & ab ad bc ut ef ad fg; en 6. 6:æq. bca, fge, vel 21. 3:bda, fbe. In Tr. abd, efb sunt etiam æq. abd, efb 31. 3: &c. ergo 4. 6:ba ad ad ut fe ad eb; sive ba ad fe, ut ad ad eb; & 22. 6: polygonum x ad y simile ut quad. ad ad (simile) quad. eb.

2. Circuli sunt ut quad. à diametris eb, ip fig. 25. 26. Secus sint ut quadrata; ita major circulus y ad r minus circulo minore z tantum, quantum est s; erunt r, z æq. circulo z; cui inscribe 6. 4: quad. te, majus, ut notavi ad 9. 4: semisse circuli z; biseca arcus it, tp &c. in l, o &c. fac Tr. il, top &c. per l sit tangens mk parallela, ut ostendam, ad tis perfice rectilium mi duplum Tr. tli 41. 1: cumq. mi superet circuli segmentum it, semissis,

62

semissis, seu Tr. illi superabit semisegmentum; ita et de Tr. *top* &c. ita ut omnia superent semisses omnium segmentorum. Iterum, atq: iterum biseca arcus inde residuos *il*, *lt*, *to* &c. & construe Tr. ut modo; tolendo tandem omnia Tr. & quad. te à circulo, in segmentis restabit minus quam s (per se patere putor & est 1. 10:) & polygonum ex inscriptis tand. minimis lateribus Tr. constructum, quod ponamus esse *ilt* &c. superabit *r*, desinetq: in circulum ex def. 33. et 1:
Inscribe circulo y polygonum simile præfato; inscripto, ut prius, quad. mox octogono &c. erit .b: ut quad. *eb* ad quad. *ip*, ita polygonum in y ad polyg. in z; vel ex hyp, ita circulus y ad *r*. permuta; polygonum in *y* ad circulum *y* majorem se, ut polyg. in *z* ad *r* majorē se 14. 5: sanè contra ostensum. Ita non erit ut quad. *ip* minoris circuli ad quad. *eb* majoris, ita circulus *y* ad *r* minus *y* circulo majore; unde universim statutum nunquam esse ut illa quad. ita circulum ad minus circulo majore, vel minore. At sit *r* majus circulo *z*; & quad. *eb* ad quad. *ip* ut circulus *y* ad *r*. per
Adversarium; converte: erit *r* ad circ. *y* ut quad. *ip* ad quad. *eb*; pone ut *r* ad *y*, ita *z* ad *s*; & quia ponitur *r* majus *z*, erit 14. 5: *y* major *s*; ergo ut quad. *ip* ad quad. *eb*, ita *z* ad *s* minus *y* contra universim statutum.

Ostendo in simili promissum. *Tangens rx fig. 26.* per x punctum medium arcus px e est par-la subtensio pe. Tunc radios zx &c. en 27. 3: anguli aq. ad z ob hyp. & zep aq. zpe 5. 1: ergo in Tr. sup, que 3 2. 1: sunt aq. zup, zuc, & recti def. 10. 1: aut & pux; eux 13: vel 15. i: & ad x 18. 3: en 28. 1: nx par-la pe. Et **Clavigia ad 27. 3:**

Cor. Circuli sunt ut sua polygona similia, cum utraq: sint ut quad. à diametris.

3. *Pyramis abcd fig. 27. dividitur in 2. prismatibus*

eq. efgbhi, eikfhd; & in 2. pyr--des eq. aefg, ecki similes toti; suntq: 2. prismata majora dimidio totius. Bisecta latera ing, b, k, e, f, i. Duc eg, ei &c. In Tr. abd ob bisectiones est af ad fd æq. ut ag ad gb æq. en 2. 6: Ef par--la bd. Ita fb, bi &c. alijs par--læ; unde bf est par--mum, ut & bk, dc, be; item be (cum ei sit par--la bg, sive 9. 11. fb. ita ef par--la dc, sive bi) estq. be cõe 2. prismatis; in quorum primo plana par--la sunt efg, ibb 15. 11: in secundo sunt eik, fbd; suntq: prismata æquè alta, quia inter ead. plana jam par--la gfc, bcd; cumq: sit kb basis unius 41. 1: dupla baseos bbi alterius ob par--las bd, ik, & bases æq. bb, bd; en 40. 11: prismata æq. Pars 2. Ob bisectiones, 34. & 8. 1: est Tr. afg æq. fdb [fb æq. bg, sive ga. bd æq. bb, sive gf] sive eikb. Ita facile patent æq. Tr. aeg, eic, aef, ecki; egs, eik ob latera æq. (certè uni tertio) ergo pyr--des æq. def. 10. 11: agef, ecki. Pars 3. Sunt cor. 4. 6: similia Tr. age, abc; afe, ade; afg, adb. Item def. 1. 6: gfc, bdc ob æq. angulos, 10. 11: & prop--lia latera 4. 5: ergo Pyramis agef est similis toti. Ita sunt similia Tr. ikc, bdc; ric, abc; ekc, adc; & eik: abd; ergo pyramis ecki est similis toti. Pars 4. Est Tr. efg æq. ibb 34. & 8. 1: estq. Tr. aef 8. 1: æq. gib [nam ob æq. par--las 34. 1: fb, gb, sive ga sunt 33. 1: par--læ æq. gb, af; ita gi, at; estq. ef æq. bi] Ita Tr. aeg est æq. gib; & Tr. afg æq. gbb; unde omnia Tr. in gibb sunt æq. triangulis in agef; ergo pyr--des æq. Atqui prisma gesfib superat suam partem gibb, sive jam æq. aefg; ergo & reliquum prisma æq. superat ecki æq. aefg, & ambo semissim totius.

4. Si æquè altas 2. pyr--des a, e fig. 28. 29. cum habet triangulari, dividat [bisectis lateribus &c. ut in 3. b:] in 2. pyramidulas æq. ailm, mmod; epis, stvh similes

64

miles totis; & in 2. prismata &c. idemq: fiat cum pyramidalis &c. erunt ut bases abc, efg, ita omnia prismata in abcd ad omnia in efg. Est sg ad gg semissim ex constr. ut bc ad ck semissim; suntq: cor. 4. 6: humili Tr. abc, lck; efg, rgg; en 22. 6: Tr. abc ad lck ut lck ad rgg; vel Tr. abc ad efg ut lck ad rgg; ut autem hoc 2. ita prismata cklmno, ggristv, ut ostendam; ergo residua 2. prismata &c. his ex constr. utq: unum prisma ad unum, ita 2. ad 2. ex 12. 5: scil. erunt ut bases lck rgg; sive abc, efg, ita 2. prismata in una pyr--de ad 2. in alia. Ita ostendes 2. prismata in ailm ad 2. in epri esse in Tr. ail ad epr: sive cor. 4. 6: &c. ut abc ad efg Idem est de prismatis in mnod ad in stob; illis .n. Pyramidulis sunt haec &c. ut & prismata prismatis 3. ergo 12. 5: omnia prismata ad omnia ut abc ad efg. Ostendo promissum. Ex d, b ad bases sint fes, scil. pyr--dum altitudines &c. ex hyp. Plana Tr. abc, mnod par--la [ex 15. 11: ob par--ma &c.] secant. 17. 11: dc, & fes ex d prop--liter; atqui dc bissecatur in o eis constr. ergo & fes bissecatur, ubi occurrit piano mnod idem dic de fes ex b; sunt autem &c. fes, ergo & scil. misses, scil: altitud. prismatum [quae à planis mnod stv incipiunt] ergo ex 32. 11: & dictis ante 35. 11: prismata sunt ut bases lck, rgg.

5. Pyr--des a, e aequæ altæ, triangulares, sunt ut bases. Secus, ut abc ad efg ita sit abcd ad solidum x minus efgb, magnitudine y. Divide efgb in 2. pyr--des &c. & 2. prismata &c. majora dimidio totius ex 3. Idem fac cum pyramidulis &c. cum[ut in 2. h:] prismatis õib. ablatis, restabit minus quam y in efgb; ut de cum hec sit &c. x, y, erant prismata omnia majora x. Idem fac in abcd toties, quoties ibi; erunt prismata haec ad prefata ut bases 4. h: sive ex hyp. ut abc ad

ad x. cumq: sint prismata in abed hac minora, en 14. S: prismata in esgb minora x, contra ostensum . Sit x maius esgb. ponitur abed ad x ut bases; vel ut x ad abed ita esg ad abc; si ut hæ, vel ut x ad abed, ita ponas esgb ad y; cùm sit x maius esgb, erit 14. S: abed maior y; ergo ut esg ad abc, ita esgb ad y minus abed; absurdum ex 1. parte .

Conversa. Pyr--des trigone sunt ut bases, erunt æquæ altæ. Secus fac super basi altioris æquæ altam ac humili; jam erunt etiam hæ ut bases, & 9. S: abscissa æquat altiorem &c.

Cor. Pyr--des æquæ altæ super ead. vel æq. basi trigona, sunt æq. cùm sint ut bases æq. Unde & ex ritu Conversæ, pyr--des trigone æq. super ead. basi, vel æq. sunt æquæ altæ. Et: trigone æq. æquæ altæ habent eand. basi, vel æq. sequitur ex his, & ritu converse.

6. Pyr--des quilibet æquæ altæ sunt ut bases ai, cfo fig. 30. 31. resolve bases, & pyr--des in trigonas. Est pyramis ze, ad xa ut basis c ad a S. h: & zf ad xa ut f ad a; ergo 24. S: zcf ad xa ut cf ad a. Est autem & zo ad xa ut o ad a; ergo 24. S: zcf ad xa ut cfo ad a. Five xa ad zcf ad a ad cfo. Sic ostendes xi ad zcf ut i ad cfo. en xai ad zcf ut ai ad cfo. Ita procedes, si plura sint latera .

Cor. Pyr--des æquæ altæ super æq. bases polygani, vel eand. sunt æq. cùm jam sint ut bases. Et: Sunt æquæ altæ, si æq. & super æq. basi &c. Et: sunt super æq. basi &c. si æquæ altæ, & æq. Ostende ut in cor. S. ht.

7. Prisma trigonum fig. 32. dividitur in 3. pyr--des trigonas æq. abcf, adcf, efdc. Duc ac, cf, fd. Ut basis abc ad adcf æq. 34. 1; ita S. h: abcf, ad adcf æq. cùm sit æq. altitudo, scil: f is unica ex 13. i: ex f ad planum ac. Ita cfdc æq. adcf (ob æq. tem à c ad ac) five adcf ijsd. planis content: ergo.

66

Cor. *Pyramis est triens prismatis, aequaliter alti, in ead. basi trigona.* Si basis sit plusquam trigona, resolute prisma, & pyramidem in trigona; & ostende jam singulas partes prismatis triplas singolarum pyramidis, & totum totius tripulum. unde: *Pyr--des quilibet sunt trientes prismatum aequaliter altorum in ead. basi.* Ex his prismatis aequaliter alta sunt ut bases, quia ita sunt pyramides eorum trientes. Hæc dicta intellige solum de prismatis, quæ in vertice habent plana basi parallela, æq. & similia, ut advertit Clavius.

Cor. 2. *Prismata æquale alta, in ead. vel æq. basi quæcunq. sunt æq. quia ut bases æq.* Et: *prismata æq. in æq. basi* $\mathcal{O}c.$ *sunt aequaliter alta.* Et: *prismata æq. aequaliter alta sunt in æq. basi* $\mathcal{O}c.$ quæ, ut moris, ostende.

8. *Similes trigonæ pyramides abcd, efgh fig. 33. 34. sunt in triplicata ratione laterum homolog. bc, fg.* Perficie par--ma $b_1, b_2, b_3,$ & par--dum b_m aequaliter altum ac pyramis: ita perficie $f_1;$ ambo ob hyp. def. 9. 11. 34. ut &c. similia; duc $l_1, p_1;$ et sunt prismata $abcil_1, bfgnpe 15. 5;$ ut b_m, f_1 eorum dupla. 28. 11: ita & pyramides prismatum trientes 7. h: scilicet in triplicata b_1 ad fg 33. 11: b_1 ad b_m 15. 5: b_1 ad f_1 15. 5.

Cor. *Idem est, si illæ sint polygonæ; si. n. resolvias.* in trigonas, singulas singulis similes ex 20. & 5. 6: def. 9. 11: harum rō erit jam triplicata rōnis laterum homolog. ergo & rō totorum 12. 5:

9. *Pyr--dum æq. trigonarum reciprocantur basi* abc, efg; \mathcal{O} altitudinet. Perficie par--da b_m, f_1 aequaliter alta ac pyramides &c. en ax. 6. aequaliter prismata $abcil_1, bfgnpe$ tripla 7. h: pyr--dum æq. ergo & par--da prismatum dupla 28. 11: reciprocaeque bases $b_1, f_1,$ & altitudines 34. 11: sed 15. 5: ut b_1 ad $f_1,$ ita abc ad est. \mathcal{A} semisses 34. 1:) ergo reciprocae sunt etiam hæbas

fes, & coēs altit. *Conversa si reciprocatur, pyr--des æq.* Sunt jam ut bases, sive ut *bi, sn*, ita coēs altit, en 34. 11: æq. par--da, ut & semisses, sive illa prismata, & eorum trientes pyr--des .

10. *Conus rellat est triens cylindri relli super ead. basi circulari fig. 26. & cum æq. altit. z3. Secus sit cylindrus maior triplo coni, solido r; huic & triplo erit æq. cylindrus. In, & circa circulum fac quad. tt, ad 6. & 7. 4: erit te semissis ad ex 9. 4: & par--dum super te in altit. z3 erit 3 2. 11: semissis æquè alti par--di super ac, sanè maioris cylindro æquè alto; unde illud erit plus semicylindro . Super Tr. ilt, top &c. fac prismata in altit. z3, erit prisma super ilt semissim mi 41. 1: semissis prismatis super mi cum alt. z3. ex 1. cor. 7. b; idem dic de alijs . Aufer par--dum super te, & hæc prismata à cylindro, semper plus dimidio &c. [ut in 2. h;] restabit in segmentis cylindri minus r. & prisma in base superstite ut ilt &c. in alt. z3, superabit triplum coni, qui sic minor erit triente prismatis, sive 1. cor. 7. h: una pyr--de cum ead. basi, & altit. ac prisma; scil; inclusi minor. Si cylindrum diças minorē triplo coni, ita ut triens cylindri cū s æquet conum; construe super te pyr--dem in altit. z3; ita super ilt, top &c. ut tand. restet [ex 6.h:] in segmentis coni minus s. Ponitur conus æq. s, & trienti cylindri; aufer ex cono segmenta jam minora s, en in cono plus triente illo; & pyramis superstes ilto &c. erit major triente; unde cylindrus minor triplo pyr--dis, sive 7. h: prismate æquè alto &c. totum parte .*

Hæc extendi ad obliquos , ex ritu patebit ; unde Clavius statuit. *Conus quilibet est triens cuiuslibet Cylindri æquè alti in ead. basi, licet non sit idem axis coni, & cylindri.*

68

11. *Coni æquæ alti (& cylindri) sunt ut bases fig.*
 25. 26. Secus ut hæ, ita sit conus y ad r minus cono
 z per s; fac quad. sc &c. ut sæpe; si ex cono z tollas
 pyr--dē æquæ altam super te &c. en in segmentis mi-
 nus s: & pyramis super iit &c. major r. Sit in circulo
 y polygonum simile ipsi lt; en ut circuli; ita cor. 2. h:
 polygona: ita ex hyp. conus y ad r; sunt 6. h: ut po-
 lygona, ita pyr--des super his; ergo ut pyr. y ad pyr.
 z; ita conus y ad r; vel ut pyr. y ad conum y majorem;
 ita 14. 5: pyr. z ad r majus, contra ostensum. Si dicas
 r majus cono z, erit ob hyp. ut circulus z ad circ. y,
 ita r ad conum y conversum; pone ut r ad conum y,
 ita conum z ad s. Ponitur r maius cono z, en 14. 5:
 conus y maior s; ergo ut circuli, ita conus z ad s mi-
 norem cono y; absurdum ex 1. parte. *Idem esse*
de scalenis patesfaciet ritus. Et quia ut coni, ita
 15. 5: cylindri conorum tripli 10. h: en *ut bases, ita*
cylindri. Conversā ex sape dictis ostende.

Cor. Quilibet coni, & cylindri æquæ alti super ead.
 basi, vel æq. sunt æq. quia ut bases æq. Et: coni, & cy-
 lindri æq. super bases æq. &c. sunt æquæ alti. Et: æquæ
 alti, & æq. sunt super basi æq. &c. Ostende ut toties.

12. *Similes recti coni (& cylindri) sunt in rōnt*
triplicata diam. bd, fh fig. 35. 36. secus, illam habeat
conus a ad n minus cono e per o, fac, ut sæpe, quad.
eg &c. ita ut pyramis cfp &c. cū alt. lm, scil: axe coni, re-
stet major n; duc kb, kt (ik est altitudo) mf, mp; &
radios ti, pl. Coni sunt similes; en def. 24. 11: ut bd,
fb; vel 15. 5: ut radij bi, fl, ita axes ik, lm; vel ut bi
ik; ita fl, lm. Ob rectos bik, flm def. 3. 11: in conis
rectis, en 6. 6: æquiangular. Tr. bik, flm; & 4. 6: ut
kb, bi, ita mf, fl; ut autem bi, br ita fl, fp ob similia
Tr. bit, flp 6. 6: [sunt .n. æq. bit, flp insistentes si-

milibus arcubus bt, fp ex schol. 22. 3: estq; ut bi ad $\varnothing q.$, ita fl ad lp] ergo ex aequo ut kb ad bt , ita mf ad fp ; & ob ki, ib in Tr. ki_b , pares ki, it in Tr. ki_t , & rectos ad i def. 3. 11: en 4. 1: kb $\varnothing q.$, kt . Ita sunt $\varnothing q. mf,$ mp ; unde kb, kt $\varnothing q.$ erunt prop--les mf, mp $\varnothing q.$ Est 7. 5: ut kb ad bt , ita kt ad bt : item ut mf ad fp , ita mp ad fp : erat autem ut kb ad bt , ita mf ad fp ; en ut kt ad bt , ita mp ad fp ; converte: ut bt ad tk , ita fp ad pm ; unde cū sit ut tk ad kb , ita pm ad mf ; & ut kb ad bt , ita mf ad fp ; & ut bt ad tk , ita fp ad pm , ut ostendi, habebunt Tr. bkt, fmp latera prop--lia; ergo 6. 6: erunt \varnothing qualia angula, & ex defin. similia. Ita ostendes alia Tr. pyr--dum similia; cumq. sint numero \varnothing qualia, erunt pyr--des similes def. 9. 11: ergo in triplicata rōne bt, fp cor. 8. h: Ut autem bt ad fp , ita bi ad fl ob similia Tr. bit, flp , & 11. 5: ut bi ad fl , ita bd ad fb ; ergo pyr--des sunt in triplicata bd, fb ; ponebatur autem ead. rō coni a ad n ; ergo ut pyr--des, ita conus a ad n ; unde cū pyramis a sit minor cono a , pars toto; en pyramis a minor n contra ostensum.

Si dicas n maius cono e . Ponitur rō coni e ad n triplicata diam. eandem habent, & pyr--des a, e , ut supra; ergo ut conus a ad n , ita pyramis a ad pyr. e ; sive ut n ad conum a , ita pyr. e ad pyr. a , ergo cūm cor. 8. h: pyr--des e, a sint in triplicata pf, tb , sive fb, bd ; & n ad conum a habebit triplicatam fb ad bd . pone ut n ad conum a , ita conum e ad e ; en horum rō triplicata fb, bd ; ponitur n maius cono e , ergo 14. 5: conus a major e : unde conus e ad e minus cono a , habet triplicatam fb, bd ; absurdum ex 1. parte.

Idem dic de cylindris triplicis conorum.

Idem in scalenis demonstrat Clavius.

Hanc 42. brevius aliqui concludunt, nunquam igi-

70

tur tyro in difficultibus exercabitur?

13. *Cylindrus rectius ab fig. 37. piano secetur basibus parallelo dicitur aequaliter ad diametrum ut axis pars eius ad eius. Ostende ut 1. 6: Idem esse de superficie, notat P. Tacquet. Idem de scaleno dicit Clavius.*

14. *Super eaque basibus quae, interdum etiam non cylindri recti, (et coni) sunt ut altitudo eius, non [ipsi axes] faciunt aequaliter altos km, db; erunt eaque 11. h: Est 13. h: ab ad db, sive ad kp, ut ei ad ei, sive non. Pro Conis utere 15. 5: & 10. h: Idem de Scalenis ostendit Clavius. Idem de prismatis, et pyram. eod. ferè modo patebit per proprias propos. jam obvias lib. 12. & per 25. 11:*

15. *Cylindri [et coni] eaque reciprocant bases, et altitudines. Et contra. Ostende ferè ut 34. 11: sed hic utere 11. & 13. h: &c. Idem de Scalenis Clavius afferit.*

16. & 17. opus non sunt.

Lemma 1. ad 18. Si magnitudo per figuram 39. sit minor Sphaera, huius inscribi poterunt toti cylindri, quot superrent per unde in Sphaeram definantur. Maximi circuli aequaliter dividere radium ab ut in c, d; per quae duc parallolas ad kf; rectangula circulo inscribe, & circumscrive; haec illa superant parallimas a circunferentia sectis, & eaque km ex libro 1. Si circa ab voluatur semicirculus, parallama ex definitione 21. 11: describent cylindros inscriptos, ut & circumscriptos, qui eos excedunt cylindro kn, cuius bases sunt circuli, quorum diametri mn, kf; atque Sphaera excessus supra inscriptos est minor eo, quo hos superant circumscripti; ergo est minor cylindro kn &c. Unde si ab dividatur in infinitum, tandem erit kn minor per. Hac intellige etiam de 2. hemisphaerio, unde de tota sphæra.

Lemma 2. fig. 40. 41. Similes cylindri recti 2. Sphaeris inscripti habent rationem triplicatam diam. ab, bk. Sunt simili-

lia recta--la formantia cylindros similes ex def. 21. & 24. 11: &c. ergo lm ad mn , sive ng , ut cd ad ox def. 1. 6: & mn ad ng ut do ad ox 15. 5: en 6. 6: Tr. & quin-
gula mng, dox ; & 4. 6: ut nm ad mg , vel gh conradium,
ita od ad xa ; & Im [dupla nm] ad bg , sive bk , ut cd ad
 ab ; vel Im ad cd ut bk ad ab . atqui cylindrorum basium
diametri sunt ml , dc ; ergo 12. h: eorum rō est triplicata
 ml , dc ; sive bk , ab . Si tot in Sphæra a inscriberen-
tur, quot in b , cùm singuli ad respondentes habeant
diētam triplicatam, eand. habent ōes ad ōes 12. 5:

18. Sphærae a, h sunt in triplicata rōne diam. ab,
hk. Secus, in majore; sitq: rō p minoris a , ad b , illa
triplicata. Est p minor a , ergo ex lem. 1. cylindri in
 a superent p; concipe tot similes in b . Cylindri in a ad
in b per lem. 2. habent triplicatā illā; sed p ad b eand.
habet; ergo cylindri in a ad in b sunt ut p ad b ; atqui
illi in a superant p, ergo 14. 5: cylindri in b superant
 b , pars totum.

Cor. Sphærae sunt ut cubi diam. ab, hk; cùm n. cubi
sint par--da similia, habent 33. 11: triplicatam rōnē
laterum homol. sed Sphærae habent triplicatam rōnē
diam. ergo.

THEODOSIJ TRIPOLITÆ SPHÆRICORUM

LIBER I.

DEF. 1. **S**PHÆRA est figura solida, comprehensa
una superficie, ad quam ab uno intra fi-
guram puncto oēs rectæ duæ sunt eq.

2. Et ille punctus dicitur centrum Sphærae.

3. Axis Sphærae est recta per centrum, utring: in

71

Sphærae superficie terminata, circa quam quiescentem circumvoluitur Sphæra.

4. *Poli Sphærae sunt axes extremæ puncta.*

5. *Polus circuiti in Sphæra est punctum in superficie Sphærae à quo oës rectæ ad circunferentia circuiti sunt æquales.*

6. *In Sphærae à centro et quæ distant circuiti, cum tibi ex centro ad eorum plana sunt æquales longius abest ille, in cuius planum major tibi cœdit.*

PROPOS. i. fig. i. *Si Sphæra secetur plane, sellis eius erit circuitus x.* Si .n. planum eat per a (deinceps a, nisi aliter notetur, sonet centrum Sphærae) en def. i §. i: circuitus; quia ab a ad superficiem Sphærae oës rectæ sunt æquales. def. i. si non per a, duc i i. i i: aō tem plane, & rectas ob, oe &c. ad curvam, quæ sit in superficie Sphærae sectionem: duc ab, ae &c. In Tr. abo, aeo, sunt rectæ ad a def. 3. i i: cōbē ab æquales. ac def. i. en 47. i: ob æquales. Ita eidem. oe erunt æquales. od, oe &c. & inter se ax. i. unde x est circuitus def. i §. i:

Cor. *Circuli in Sphærae.* [hic semper circulos in Sphærae intelliges] *centrum est a; vel punctum, in quod ab eadit circulo tibi.* Item (quod cor huc non revocant) cum unica sit tibi i i. i i: à centro circuiti ad ipsum, tibi ad a tendet, & recta per a, & centrum circuiti est huic tibi.

2. *Invenire a.* Sphæra plane secetur; en circuitus x i. h: quare centrum a i. 3: duc circulo tem of i 2. i i: & utrinq. ad superficiem Sphærae produc; bisecta dat a cor. i. & def. i.

Cor. A est intra tem circuito ad centram ostendit: cōbē hic noto, ut cum cōbē citem.

3. *Sphæra planum tangit in puncto.* Secus in e, d: inveni i. h: centrum Sphærae o: duc od, oe: seca Sphærae planum per o; e, d; en circuitus x i. h: quem secat ed i. 2. 2: unde planum secat Sphæra contra hyp.

Cor.

Cor. *Recta per 2. puncta Spb. intra eam cadit.*

4. *Recta ab fig. 2. ob a ad contactum Spb. cum plano, hinc est tis. Duc 2. plana per ab; en circuli x, y in Sph. i. h: & in plano recte dg, hc 3. 1 1: se in b secantes, unde in uno piano 2. 1 1: sed ba est illis tis 1 3. 3: cum a sit centrum xy cor. i. ergo, & piano 4. 1 1:*

5. *A contactu, piano tis ab continet a. Secus hoc sit in bc; erit hæc 4. h: tis piano; cui ex b erunt 2. tis contra 1 3. 1 1:*

Nota. Numeri propos. deinceps erunt juxta versio-
nem Abb. D. Francisci Maurolyci Siculi Messanensis
ex traditione Arabum, qui alias addiderunt in scho-
lijs adductas à Clavio Joannem Penam secuto; licet
post nostros, respondentes quoq; Clavij numeros ad-
notabimus; vel scribemus o: ubi ab illo in corpore,
vel nobis aliqua propos. præteritur.

6. *Circularium, qui it per a cœu x fig. 3. est Maximus (sive Major) Minores ceteri; & hi sunt æq. si sint æq. tis ab a ad ipsos qui majorum habet tcm, est minor, & contra. Si .n. x it per a, erit a centrum x cor. i. h: sunt radij oc, id tis ad id duc ab, ac, ad xq. def. 1. Ob rectos i, o erunt 19. 1: &c. id, o: minores ac, ad, vel ab; ergo x maximus def. 1. 3: Ex 47. 1: & def. 1. 3: positis æq. tibus ac, ai, sunt æq. oc, id (ob æq. etiam ac, ad) unde & y, z; at y major z, si o: sit brevior ai: positis verò æq. oc, id sunt æq. tis. Maximum Maxi-
mo æqnari patet.*

7. *Clavio pars 6. Maximi per a transiunt; aliorū, æquales æquè distant ab a: minores longius patet ex dictis.*

8. *Clavio 7. Ao fig. 1. per a, & centrum Minoris x est hinc tis ex cor. 1. In 5. sequ. prop. a non denotet centrum Sph.*

74

9. Clav. 8. ab i centro Sph. ad x $\hat{\tau}$ is io(in o est cētrum x cor. 1. h:) tendit ad a, g polos x. neēte bd, et cū a. In Tr. aob, aoc sunt recti ad o def. 3. 11: &c. en 4. 1: ac æq. ab; ita ab æq. ac &c. ergo a def. 5. est polus. Ita ostendes g polum.

10. Clav. o. Ab o centro x, buic $\hat{\tau}$ is ad buius polos tendit. patet ut nuper.

11. Cl. o. OG a centro ad polum x, est buic $\hat{\tau}$ is; itq; ad 2. polum. Ostende rectos ad o 8. 1: & def. 5. & conclude ex 4. 11: & 10. h:

12. Cl. 9. A' polo g $\hat{\tau}$ is ad x in centrum o cadit, itq; ad 2. polum. Ob rectos ad o def. 3. 11: sunt def. 5. h: & 47. 1: æq. ob, od, oe; en 9. 3: O centrum. ex 11. h: patet 2.

13. Cl. 10. AG vellent polos x, buic est $\hat{\tau}$ is, itq; per centrum x, & Sphaeræ. per o punctum occursus, duc bd, ec &c. In Tr. abg, adg est coē ag, alia æq. def. 5. en 8. 1: anguli æq. ad o. In Tr. aob, aod sunt 4. 1: æq. anguli ad o, & recti def. 10. 1: ita goe, goe; en 4. 11: eg $\hat{\tau}$ is ad x, in o centro 12. h: itq. per centrum Sph. cor. 2. h:

14. Cl. o. Rēta ab polo fx fig. 4. ad a (centrum Sph.) tendit ad polum g. Sunt def. 1. & 5. æq. ab, ac; fb, fc: coē fa; en 8. 1: baf æq. caf; & 13. 1: bag, eac; unde in Tr. abg, acg 4. 1: eg æq. bg. Ita æq. aliæ ex g; ergo g polus def. 5.

Cor. Majoriens per unum polum, it per alterum, & polo ad polum recta est diameter Majoris, arcus gr. 180.

15. Cl. o. Rēta ab a ad o centrum minoris, ad buijus polos it. Est .n. 8. h: $\hat{\tau}$ is circulo, & tendit 9. h: ad polos.

16. Cl. 11. Maximi x, y fig. 2. se invicem bisecant. Sunt .n. æq. & a coē 6. & 7. h: unde non sunt parall;

75

in b , & se consecant: ergo b , a , c sunt utriusq. in sectione cōi, quæ est recta 3. 11: & diameter utriusq: seu bisecans, ob coē a .

17. Cl. 12. *Conversa.* bc cōis diam. ex hyp. bisecta dat eorum centrum, per quod ductæ f̄es ad x , y continent a cor. 2. h: unde Majores sunt 6. h: in pū, q̄o n. cōicant f̄es, ergo in a cōr contento.

18. Cl. 13. *Major x fig. 5. f̄is ad y Minorem* (vel *Majorem*, ut ex ritu patebit) *bunc bisecat, itq. per ejus polos.* Ex a centro x 7. h: duc ai f̄em ad y ; cadet 38. 11: in cōem bc , & in i centrum y cor. 1. h: en bc diameter; sed i est in plano x , ut & a ; ergo ai , vel fb est in g ; & 9. h: f , b sunt poli y .

19. Cl. 14. *Major x minorē y bisecans, secat f̄iter per polos.* Bc diameter y ex hyp. in medio i dat centrū; en 8. h: ai f̄is ad y ; & 18. 11: x f̄is ad y ; itq: 18. h: per polos y .

20. Cl. 15. *Major x ecit per f, h polos y, bunc bisecat f̄iter.* Est fb 13. h: f̄is ad y ; en 18. 11: x f̄is ad y , & bisecat 18. h:

21. Cl. o. *Si Major x it per polos Majoris y, ibit y per polos x.* Est x f̄is ad y 20. h: ergo & y ad x ; itq. per polos x 18. h:

22. Cl. o. *Si x it per f, h polos y, est Major, & bisecat y f̄iter.* It fb , unde & x per a 13. h: estq. major 6. h: & bisecat y f̄iter 20. h:

23. Cl. o. *Si x bisecat y f̄iter est Major, itq. per polos y.* Bc diameter y , det i centrum: in x duc fb f̄em ad bc cōem sectionem, erit def. 4. 11: f̄is ad y , continebitq. a cor. 2. h: unde x habens a est 6. h: major, itq. per polos y 18. h: ob hyp.

24. Cl. o. fig. 6. *Major est x, si ei f̄it fod suo polo f̄it eq. radio ejus.* It fog, 12. h: per o centrum x ad

76

2. polum, & 13. h: continet α ; per eam age planum; en 1. h: circulus y maximus ob contentum a , secans x in b , c . Sit oc radius x ; ob fo tem ad x , est def. 3. 11: rectus foc ; & ex 13. 6: ut fo ad oc æq. ex hyp. ita oc ad $æq.$ cg , sive of ; & o est in medio diametri fz habentis a , scil. est idem cum a , ergo x est major 6. h:

25. Cl. 16. Eb fig. 7. à Majoris x polo f ad circunf. est æq. bc lateri quad. inscripti in x . Ad a centrum x 7. h: duc fa tem ad x 11. h: en rectus fab def. 3. 11. & bac ex 6. 4: unde in Tr. fab , bac ob æq. ac , ab , af def. 1. en bc æq. bf 4. 1:

Cor. A' polo Majoris ad circunf. sunt gr. 90. Majoris, ex 6. 4: Adverte tamen; si numeres à sectione majoris x cum alio majore, gradus 90. in alio majore, non invenies ibi polum x , nisi alias major sit rectus ad x ex 18. h: &c.

26. Cl. o. Major est x , si à polo f ad circunf. sit fb æq. bc lateri quad. in x . Sit iterum fa à polo ad centrum x , erit huic fis ; & rectus fab , ut & bac ut supra. In Tr. abf , abc sunt æq. radij ab , ac , & ex hyp. bc , bf en 47. 1: æq. fa , af ; ergo x major 24. h:

27. Cl. 17. Major est x fig. 6. si fb à polo ad circunf. est æq. lateri quad. in Majore. per fb & a planum age; en 1. h: y , major 6: h: duc fc æq. fb def. 5. en bf , fc 2. latera quad. majoris, & bfc 180. ex 6. 4: cōsq. sección bc diameter majoris y , qui it per 2. polum g cor. 14. h: bisecatq. x 20. h: ergo x , y major res 17. h:

28. Cl. 18. Vis rectam æq. ic fig. 8. & 9. diametro x latenti in Spb. Signa o , i , p : circino adunco sumptis intervallis oi , ip , op , fac æq. latera Tr. fed 22. 1: erit hoc æq. Tr. occulto oip 8. 1: fac rectos efb , edb [concurrentur in b , ne ex 29. 1: sint fdb , dfb æq. 2-rc-

clis, quorum partes ipsi sunt] en eb æq. ite. nam ex
31. 3: si biseces eb in b , circulus ex b duci potest ad f ,
 e , d , b ; estq. 21. 3: ebd æq. efd , sive iop 8. 1: aut icp 21.
3: sunt recti ipc 31. 3: edb ex constr. ipæq. ed ut supra;
en 26. 1: eb æq. ite.

77

29. Cl. 19. Vis rectam æq. diametro Sph. Signa o , i
in Sph. polo i ad o sit z , cuius diametro inventæ per
28. h: fac æq. fd , sintq. fe , ed æq. oi : fac rectos efb , edb ;
erit eb quod quæris. concipe .n. diametrum Sph. ic,
& per ic , io planum agi; en x major 6. h: per polum i
ex constr. per 2. polum ex cor. 14. bissecans z 20. h:
facta op diametro z , unde æquali fd . facile patet Tr.
 fed æq. iop , & ut in 28. h; eb æq. ic .

30. Cl. o. Sit ab i polo z ad superf. Sph. recta is
æq. ir verienti ab i in circunf. z; in bac finetur is. Sit
planum per is, & a ; en 1. h: x , major 6. h: bissecans
 z 20. h: & cor. 14. Vel s erit in cōi o , aut p , & conclu-
dam; vel, si neges, cadat in v , ut fiat iv (five is) æq.
ir ex hyp. vel io def. 5. en 28. 3: iop æq. io .

31. Cl. 20. fig. 10. Per b, o iv Sp. vis Majorem.
Si recta bo sit diam. Sph. per illam age plana, en plu-
res majores 1. & 6. h: si secus, polis b , e , intervallo
lateris quad. in majore, duc y , x majores 27. h: à se-
ctione c ut polo, ad o duo z majorem 27. h: qui jam
it per o , & 30. h: per b , ob cb , co æq. quia æq. lateri
quad. &c.

32. Cl. 21. Vis polum x fig. 11. sit x minor; sume
 g , c : biseca eg , cdg in i , d : en ied æq. igd . per d , i duc
majorem y 31: h: biseca di in f ; erit f æquè distans à
 d , i , polus x 19. h: Sic x major, erunt, ut supra, ied ,
 igd æq. & semicirculi majoris; fac do 90, erit recta do
latus quad. in majore x ex 6. 4: polo o ad d sit y . ma-
jor 27. h: biseca di in f , en f polus x ; nam major x id

78

per o polum y majoris, & per 2. polum cor. 14. h: ergo
y per polos x 21. h: enf, ut supra, polus x. Ita bisectio
di in n habes 2. polum.

33. Cl. o. Si ab i sit. S. ad circumf. z cadant saltus
3. rectæ io, is, ir æq. erit i polus z. Concipe polo i duci
circulum per r, in hujus circumferentia erunt aliae æq.
30. h: ergo congruet ille cum z, ne sint cōia r, s, o cō-
tra 10. 3: unde i est etiam polus z.

34. Cl. o. Sunt æq. x, y fig. 12. si à polis f, g recti
gl, se ad circumf. sunt æq. Duc fi, go t̄es ad x, y; ca-
dant in centra o, i, & tendent ad 2. polos 12. h: per
a 13. h: duc ar, al; lo, ei. Sunt æq. ag, af, al, ae def. 1.
fe, gl ex hyp. en 8. 1: gal æq. fac. In Tr. aei, aol sunt
etiam def. 3. 11: recti o, i; & al jam æq. ae, en 26. 1:
lo æq. ei, & def. 1. 3: x æq. y. Conversa. Est ei ob hyp.
& def. 1. 3: æq. lo; & 7. h: x, y æquè distant ab a; en
def. 6. æq. t̄es ao, ai, & radiorum Sph. residua go, fi
sunt recti ad o, i; ergo 4. 1: se æq. gl.

o. Cl. 22. Si in Sph. per a fig. 13. duæ rectæ bisectæ
est bc non centrale, t̄iter secat; duc, n. per eas planū,
ut fiat x in Sph. major 6. h: conclude ex 3. 3: han⁹
& ejus conversam.

SPHERIC. LIB. II.

DEFIN. Ir:uli r, y fig. 3. se contingunt, si ambo
tangat pq cōis sc̄lio planorum r, y.

PROPOS. 1. Parallelæ x, y eosd. polos habent. Sint
f, g poli xy ibit fg 13. pr. (præcedentis libri) per o
t̄is ad x, & 14. 11. ad y, & per hujus polos. 9. pr.

2. Conversa poterit 14. 11: ob fg cōem t̄em 13. pr.

3. Clav. o. Solūm 2. par- li sunt æq. Secus sint si
j, e; æquè distabunt ab a 7. pr. scil. eis erunt def. 6.

Pr. $\hat{\tau}$ es $\approx q$: ab a ; ergo cùm fg ad polos i , h : cōes, sit
cōis $\hat{\tau}$ is 13. pr. en ao $\approx q$. an .

79

4. Cl. 3. x, y fig. 14. secant in i Majorēm z per eōrum polos euntē, se tangent in i, nam z bifecat x, y 20.
pr. [unde ib, id sunt diam.] titer; & vicissim ipsi sunt
 $\hat{\tau}$ es ad z ; ergo bk cōis sección ob hyp. iens per i , est 19.
11: $\hat{\tau}$ is ad z ; & def. 3. 11: ad id, ib ; tangens x, y . cor.
16. 3: in i , ergo def. h : in i se tangent x, y .

5. Cl. 4. Major iens per o , i fig. 15: polos x, y se
tangentium in c , it per c . Secus per b , sitq: obi ; per b
duc z parallum y , en cōes poli i , h : Cùm x, z in b se-
cent obi euntem per cōes polos, se tangent 4. h : & ta-
men se secant.

6. Cl. 5. Sit Major per g fig. 16. contallum x, y ; &
per n polum y ; ibit per o polum x . Secus per i , sitq: ngi ;
duc majorem per o, n polos; ibit per g s . h : eritq. ego ;
& recta ng 16. pr. diameter; & cor. 14. pr. in g erit 2.
polus y , in circunf. contra def. poli.

7. Cl. 6. Major z fig. 17. in n tangat x (tacti.)
majore sunt minores ex 16. pr.) tangent plium $\approx q$. &
parallum ad x . Sit o polus x : duc per n, o majorem ng :
fac mi $\approx q, no$: ex i ut polo ad m sit y . Sunt 180. nm, ni
ex 16. pr. & constr. estq. cor. 14. pr. diameter Sph.
recta, quæ ducatur or ; & i 2. polus x ; immo i, o poli
cōes x, y ; sunt 29. 3: $\approx q$. subtensæ arcuum $\approx q, no, mi$;
ergo y est $\approx q$. ≈ 34 . pr. & parallus 2. h : tactus à z 4.
 h : cum in m secant majorem fg euntem per polos y ex
constr. 2: ex 6. h : cùm eat per n , & polum x .

8. Cl. 7. x, y sint $\approx q$. & parall; major z tangens
 x tangent y 7. h : non .n. alium v ; qui nequit esse par-
luis $\approx q$. g, h :

9. Cl. 8. x, y parall; quos tangit major z , sunt
 $\approx q$. sit major fg per polos z , & per o, i polos x , unde

80

& y 1. h: ibit ex 5. h: bis adhibita, per m, n. Sunt t 80.
mn 16. pr. & oī cor. 14. pr. ergo no est æq. mī; & x.
æq. y 19. 3: & 34. pr.

10. Cl. 8. Major & inclinatus ad r taneit 2. minor
res æq. & ad r par--los. Ob hyp. non it & per polos r
ex 20. pr. inveni i polum r 32. pr. sit major gf per i,
& polos si: polo i ad m duc minorem y; erit y par--lus
r 2. h: tactus à & in m 4. h: qui è 7. h: tangit aliun
(x) æq. & ad y par--lum, habentem i. h: eisd. polos
ac y, sive r; scilicet 2. h: par--lum ad r.

11. Cl. 9. Si major & tangat x, erit obligatus ad
alios, ut r, quos secat, par--los x. Secus ibit 18. pr. per
polos r, sive x 1. h: secans x 20. pr. contra hyp.

12. Cl. 9. Major eisd fig. 18. iens per polos x, y si
secantium (per bc rectam 3. 11:) bisecat utrasq. por
tiones eorum, ut siant æq. bo, oc; bf, fc; be, ec; bd, dc
nam of, et cōes sectiones x, y cum oed sunt in hujus
plano, seq. secant in i; quod proinde est in planis x, y
sive in bc, in qua unicē cōicant. Ob hyp. oed 20. pr.
bisecat x, y (en of, et diametri) ipsisq. est tis, & vi
cissim; ergo bc est 19. 11: tis ad oed, & def. 3. 11: ad
of, & vicissim; unde diameter of bisecat bc 3. 3: duc fb
fc. In Tr. bif, cif, erunt 4. 1: æq. rectae bf, cf, & arcus
28. 3: Ita ostendes alios æq.

13. Cl. 9. Si x, y se consecant, oed bissecans eorum
segmenta it per polos eorum (unde) est major (& 2. pr.)
Secus duc alium majorem per polos x, y bisecabit
segmenta 12. h: sive ibit per o, f, e, d [aliter priores
non fuissent semisses] contra 10. 3: ergo non erit alius.

14. Cl. 9. x, y se secant, & major oed bisecet 2.
segmenta seu bdc, hoc arcu ofd, qui non sit 180. ibil
ille per polos x, y (unde bisecabit alia 2. per 12. h:)
Secus eat per polos alius major oed; bisecabit 12. h: i

o; d; unde secabit oed, eritq: 16: pr. et fd 180. contra hyp.
Cl. 10. Si pter par-lorum x, y, fig. 19: polos
cōes, cēt, eant Majores m, n; arcus x, y inter m, n erūt
similes [juxta def. 10. 3.] ut kd, ih; cb, el; arcus verd
Majorum inter par-los erunt eq. ut ik, hd. Per 20. pr.
m, n titer bisecant x, y; en diametri ed, eb; li, kb;
par-læ 16. 11: centraq; o, r; & job 10. 11: eq. krd;
ergo 33. 6: arcus ib est similis kd; idem de alijs. Sunt
def. 5. pr. eq. rectæ (& 28. 3: arcus) tk, td; ti, tb &c.
aufser ti, tb; en eq. ik, bd &c. nos itaq; l. annoi-100

16. Cl. 11. Si in diam. bc, hp fig. 20. & 21. circu-
lorum eq. x, y insstant titer eq. segmenta circulorum
z, r; suntq. arcus eq. dc, kp minores residuis (eq.) &
reclam eq. df; erit arcus cf. eq. pm; & vicissim: si hi
eq. rectæ eq. Duc di, kl tes ad x, y 11. 11: quæ eadent
38. 11: in bc, bp; sunt radij zf, um &c. In Tr. klp, dc
est p eq. c 27. 3: ob segmenta eq. db, kb: recti def. 3.
11: i, l; & 29. 3: recta dc eq. kp ob hyp. en 26. 1: eq.
tes; & lp, ic. In Tr. klm, df sunt eq. tes: recti l, i:
eq. km, df ob hyp. en 47. 1: lm eq. if: ab eq. radijs
gt, np aufser eq. lp, ic; en gi eq. nl. In Tr. nlm, gif en
8. 1: eq. igf, lvn; & 26. 3: arcus pm, cf. Cadant tes
in diam. productas fig. seq. In Tr. klp, dc est kpb 27.
3: eq. dc; & 13. 1: kpl eq. dc: subtensa dc eq. kp:
recti i, l; en 26. 1: eq. tes, & ci eq. pl; unde gi eq.
nl. In Tr. kml, df ob eq. tes, & km, df, en 47. 1: si
eq. ml. In Tr. nlm, gif, en 8. 1: n eq. g; unde pm eq. cf.
Cadant tes ad c; p. In Tr. cd, mpk sunt eq. tes
29. 3: df ponitur eq. km: en 47. 1: cf eq. pm, & ar-
cus 28. 3: n eq. g; unde pm eq. cf.

Pro conversa, Cl. 12. idem ferè est ritus; sed pro 3.
parte affulne angulos eq. ad g, n 27. 3: & conclude
ex 4. 1: &c. Ex his in alijs casibus dirigeris.

82

17. Cl. 14. Per in fig. 17. Minoris y, ducere m^o
jorem tangentem y. Inveni i polum y 3 2. pr. duc m^o
jorem inf 3 1. pr. fac md 90. polo d ad m duc ε; erit
major 2 7. pr. tanget y 4. h: Si velis maiorem intus
tangere x in n, fac 90. nd &c.

18. Cl. 13. Majores y, z fig. 22. tangant par-
x, secent alios; erunt aq. arcus majoram inter 2. quo-
cunq. par-lissimiles borum arcus inter majorum st-
misses non concurrentes mox signandas. Per b polum
par-lorum, & per contactus c, d sint majores bc₃, bd₄
fac du aq. pq: cn aq. pr. Sunt 1 6. pr. 1 80. nqp, nrp; et
go & dnq, cnr; & reliqui dpq, cpr; non concurrit dñ
cum cpr; nec cnr cum dpq. Ex 6. h: bc₃, bd₄ eunt per
polos z, y; hisq. 20. pr. sunt †es: eorum semicirculus
unus est cf₃, dg₄; alias ex c, d per b, usq; dum
occurratur ad z. Sunt def. 5. pr. aq. bc, bd; & minores
quadrante majoris; aliter par-lus x effet major 27.
pr. nec tangeret y 1 6. pr. (has lineas, & plerumq. alias
modò ut arcus, modò ut subtensas; immo bc, bd mo-
dò ut res par-lorum, modò ut res y, z &c. sapienter
assume) cùm igitur in circulorum aq. y, z utpote ma-
jorum, diametris c₃, d₄ erigantur †es cb, db aq. &
minores quadrante majoris, unde & reliquis ad jam
notatum semicire. sitq. bl aq. bt def. 5. pr. separant
1 6. h: aq. arcus cl, ds. Ita patebit ce aq. dt. Per 1 2. h:
cùm majores bc₃, bd₄ eant per polos y, z, & par-lo-
rum mc, bl, bisecant portiones; en cl aq. c7; ds aq. dk
cùmq. fuerint aq. cl, ds, erunt oēs 4. aq. Ita ostendes
aq. ce, co; di, dt. his ablatis ab illis q. aq. en aq. o7, iki
tl, st. *Pars 2.* Ob jam aq. 7 cl, kds, en aq. subtensas
eorum, & arcuum 7 bl, k8s; ergo hi aq. & eorum se-
misses; quæ 1 2. h: sunt 18, 8k; & 7b, bl. Ita sunt xq.
tv, vi; om, mc; & tv, om: deme cōe oi, erit two intel-

83

opp, cur non concurrentes, parime portioni inter non coeuntes dng, cpr. Fuit me æq. vi; ergo imē eq. vim; qui 15. h: est similis dc; enīm similis dc. Ita de alijs.

19. Cl. 15. *Vit majorē per c fig. 23. dōrum inter minores æq. C par--los x, y; qui tangat x. Inveni 32. pr. g, f polos x, y: duc 31. pr. maiorem z per g, c; ibit per f cor. 14. pr. sit ck 90. polo c duc ko majorē 27. pr. sit bn 90. gbn superat 90. unde à g ductus nm erit minor, si advertas; & par--lus ad x, y 2.h: secabiturq. à ko in o; duc majorē per o, f; ibit ing cor. 14. pr. secabitq. x in i; polo o ad i duc lic; erit major 27. pr. ob oi 15. h: æq. bn 90. tangens x 4. h: (ob consequum in i majorē fg cuntem per illorum polos o, g) & per c transiens; quia si major ko it per o polum lic, ibit hic 21. pr. per c jam polum ko. Ex his in alijs casibus procedes.*

20. Cl. 16. *Majores mq, np fig. 24. abscedentes similes par--lorum arcus mn, st, vel eunt per eorum polos cōes 1. h: vel unum cund. par--lum tangunt. Si solum mq dicas per polos ire, polus non erit o cōe; sit i: duc majorē itg; enīm 15. h: mg similis st, cui erat similis pars mn. Si neuter eat per polos, at mq tangat y; dico etiam np tangere y; aliter fecet [cūm nequeat abscondi oj similis mn, nisi per contactum, aut sectionem] sit 17. h: per i major tik, qui tangat; enīm 18. h: (inter om, ik non concurrentes) oj similis km parti mu contra hyp. Si neuter tangat y, vel per polos eat, & tamen abscondant similes mn, st, dico ambos tangere z par--lum minorem illis; nam mq non est retus ad x, y, aliter iret per polos 18. pr. ergo 10. h: tanget 2. æq. par--los ad x, y; tangat c [ipsis minorem, ut supposita fiat abscessio] & alium æq. sed minorem eisd. x, y; erunt hi inter tactos à qm; etiam np*

84

tanget \odot . secus 19. h: per situum inter \odot , & suum æq. par-lū sit major \odot ; tangens \odot in o; en inter nō coeuntes \odot ; ifm, similes mi, & st, cui fuerat similis m.

21. Cl. 17. Par-li df, cx fig. 25. seclli à majori mx̄f separantes à 2. partibus maximi par-li gk, e quos arcus gx, gd, sunt æq. qui separat majorem, et minor. Sunt sectiones cx, kg, fd par-lx 16. 11: en xg æq. ck: nam ducta eg, en 29. 1: alterni æq. & 26. 3: xg æq. ck: ita gd æq. kf: ita erunt oēs 4. æq. à 180. gmk, & 180. kng 16. pr. aufer illos æq. en æq. residua m̄m, dñf; & 29. 3: chordæ fd, cx, unde & par-li def. 1. 3: si hec sint diametri, scil. 20. pr. si mx̄f per eorum polos eat; si secūs, duc majorem imn per polos eorum, & mx̄f, unde ðibus ðem 20. pr. en 12. h: bisecti cmx, fnd jam æq. unde æq. m̄m, nd. Sit i polus par-lorum: fac no æq. mi; erit oī 180. uti est m̄m; & o est 2. polus cor. 14. pr. est etiam 180. mi cum reliquo arcu hic non descripto, usq. ad 2. sectionem in n; cūmq: nom, min æq. insistant titer in recta (si ducas) m̄m diametro mx̄f (qui duobus æquivaleat) sintq: æq. mi, no, sed minores 90. (cūm 90. sint 25. pr. ab i ad kg, & ab o per n ad kg) unde residua æq. majora 90. sintq. xm æq. nd; en 16. h: ix æq. od, & circuli æq. 34. pr. cūm i, o sint poli. Pars 2. modò patet ex 6. pr. &c.

22. Cl. 18. Conversa. Par-li præfati æq. separat ex mx̄f arcus æq. &c. ne fiat contra 21. h:

23. Cl. 19. Si Major bycx fig. 26. par-los de &c. non per polos secat, inæqualiter secat (excepto maximo hp ob 16. pr.) & segmenta in hemisphaerio bfc, que sunt inter hp, & polum conspicuum f, ut oey, sunt semipar-lo majora: minora verò, que inter hp, & polum occultum g ut mqn; sed sunt æq. segmenta alterna par-lorum æq. de, zq (oey est æq. mzm: ody æq. mgn)

Sit major f per f polum, & r sectionem $b\gamma c$ cum bp ; ibit per 2. polum g cor. 14. pt. bisecabitq. 20. pr. par-los ita, ut sint æq. iel , idl ; tqs , tzs ; unde oey superat semipar-lum iel : mgn deficit à semisse tqs . Pro alternis segmentis, sit major $f\beta p$ per polos $b\gamma x$, & per f , g ; en 12. h: æq. bo , $b\gamma y$; nc , cm ; & 21. pr. ibunt bc , bp per polos $f\beta p$; unde r , x , in quibus tantum coeunt bc , bp , sunt poli $f\beta p$; & def. 5. pr. sunt æq. rectæ (& arcus) rb , rc . Sunt 22. h: æq. ry , rn ob æq. de , zq ex hyp. ergo $b\gamma$, nc residua ad 180. brc , sunt æq. sed haec fuere semisses ybo , ncm ; ergo hi sunt æq. ut & subtensæ yo , nm , quæ auferent ex æq. de , zq , arcus æq. majorem oey majori mgn &c. 28. 3:

24. Cl. 20. Major bc par-los de $\mathcal{C}c$. non per polos fecet, erunt horum portiones, ut oey, in hemisphaerio bfc , propiores polo conspicuo f, majores quam ut sint similes ij , quæ ab f longius absunt, seu xpr; \mathcal{C} bæc major quam ut sit similis mgn . Per f , & r , x sint majores fr , fx ; erit lei 15. h: similis rpx ; en oey major quam lei similis rpx . Ita ostendes rpx majorem quam ut sit similis mgn , si per f , & m , n ducas 2. majores.

Cor. Oey est major pars par-li de, quam sit xpr sui hpa.

25. Cl. 21. Si in Sphærit æq. ad 2. majores y , z fig. 27. quorum poli o , m , inclinetur majores r , x , quorum poli i , n ; sitq. i altior n; erit r inclinatio ad y quam x ad z : si poli æquæ alti, inclinatio æq. Per 4. polos duc majores $b\gamma e$, fkg ; sectiones r , x cum y , z , sive 16. pr. diametri cd , bp ibunt per a ex 7. pt. Ob $b\gamma e$ tem ad y , r 20. pr. & vicissim, est dc 19. 11: $\hat{\tau}$ is ad $b\gamma e$, & def. 3. 11: ad ejus ba, la; en recti bad , lad ; & def. 6. 11: bal angulus inclinationis r ad y ; ita fak inclinatio x ad z . ponitur i altior n; ergo ei major gn; hi .n. arcus metuntur altitudines polorum ut $\hat{\tau}$ es ad y , z . Sunt il, nk 90.

36

COR. 25. pr. ergo $c\ell$ major gk ; & bl residuus ad 180. elb 16. pr. minor fk ; unde bal minor fak 27. 3: & ex def. 7. 11: r inclinatior ad y , quam x ad z . *Pars 2.* C° *conversa* ex dictis patebunt.

COR. Si io *distantia polorum i*, o sit eq. mn , *inclinationes prefatae erant æq.* sic .n. erunt æq. ci , gn ob 90. eo , gm ; unde poli n , i æquè distabunt à planis y , z , ergo &c. 25. h: at si o sit minor mn , erit ci major gn ; & inclinatior r ad y , quam x ad z . *Conversam eti* corollarij facile jam cum Clavio ostendes.

26. **Cl. o.** *Majores cb, ob fig. 28. tangant par-* lum oc , æquè inclinantur ad max. *par-lum de*: at gh iugen-*gens* gi grandiorē, est inclinatior ad de . *contra æquè inclinati tangunt eund. oc*; at gh inclinatior, grandior*ig.* Per f polū *par-lorum*, & contactus o , c due ma-*jores fd, fe*; ibunt 6. h: per polos ob, cb ; eruntq. his $\hat{\tau}$ es 20. pr. ergo of, cf metentur altitudinem f super ob, cb ; chm̄q. rectas fo, fe (& arcus) sint æq. def. 5. pr. de æquè inclinatur 25. h: ad ob, cb , & hi ad de . *Pars 2.* Altitudo fg est major fc , ergo &c. 25. h: *Converfa.* Per f , & polos ob, cb duc majores fd, fe illis $\hat{\tau}$ es 20. pr. erit altitudo fo æq. fc ex conversa 25. h: ob hyp. Polo f ad o , c duc oc ; tanget cb, ob 4. h: *Ex di-* *llis patet 2. pars.*

27. **Cl. o.** *Majores ob, cb æquè inclinati ad maxi-* *par-lum de* habent polos i , g in uno *par-lo* ig. per po-*los f, i, g*, sint majores fd, fe $\hat{\tau}$ es 20. pr. ad ob, cb ; en-*polorum distantiae if, gf æq. COR.* 25. h: ob hyp. ergo exducetur ig , *par-lus 2. in ad de, continens i, g.* *Converfa* patet ex cor. cit. ob æq. distantias fi, fg def. 5. pr. & hyp.

28: **Cl. o. fig. 29.** *Ad bo diam. x fit* $\hat{\tau}$ *is bdc, C* b *superet dc; rebarum d in x, minima erit dc: maxima*

db:df *propior* *de minor dh:solūm duc eq.cadentes in e,h*
&quē remota à b. Cadat $\hat{t}is$ ad x , in bc 38. 11:Est7.
 $3:ib$ maxima: *ic minima &c.* In *Tr.* *dis,dic,recto i def. 3.*
 $11: est cōe di:ic minus if;$ en 47. 1: *dc* minus *df*. Ita de
 alijs. Si cadat $\hat{t}is$ in *c* (figurā ut in 16. *h:quā* *recoleſ,*
aptē formabis) maxima erit *bc* 15. 3:&c. Si cadat in *dis.*
productam , uteris g. 3: Pro *dc* *eq. db,* *sint radij ne, nb;*
erit enb 27. 3: eq. bn *ob eq. cb, bb ex hyp. ergo 13.*
 $1: eni eq. bni: & 4. 1: ib eq. ie.$ hinc res patebit 47. 1:
 29. & 30. hic omittantur: cum Clavio ad lib. 3. ad-
 ducantur.

31. *Cl. o. fig. 30. Ab e non polo x fint arcus majorum minores 180.* (qui hoc dignoscas, consule 16.pr.) *maximus erit ec, in quo polus d: minimus ek; et propior ec; major eb: duo &quē remoti eq.* Nam *kec* 20. pr. bisecat $\hat{t}iter x$; unde diametro *kc* $\hat{t}ris$ insistit, & ob *eq. dc, dk* def. 5. pr. est *ek* minor *ec.* conclude ex 28. *h: & 28. 3:*

32. *Cl. o. fig. 31. Ab f extra x, non polo x, fint arcus majorum minores 180. secanter circunf. x; maximus erit fik, in quo polus i: illi propiores, remotis majoris: minimus fo; cui propiores (extrinseci ad x) remotis minores: duo tantum eq. circa fo,fik; Perfice fik ut fiat y, ibit per e 2.polum x cor. 14. pr. cruntq. eq. recta x [& arcus] *co, ek* def. 5. pr. item *y* bisecabit *x* $\hat{t}ter$ 20.pr. unde *ok* est diam. *x*; eiq. insistit $\hat{t}is ofk$; estq. jam *of* minor *fek*; ergo 28. *h: recta fo* minima, *fk* maxima; & 28. 3: *fik* subtensus etiam ab *fk* est maximus. Ita patetbunt reliqua. Volui ad 31. & 32. arcus min. 180, ut ex majore subtensa legitimè inferres majorem arcum, uti ad 28. 3: notatur.*

33. *Cl. 22. Major x fig. 33. tangat y in c: fecer*
hunc parallum z situm inter y, & a [unde z superat y

remotiore ab α 6. pr.] sit e polus κ inter y, z [hic & non it per polos y; aliter 20. pr. secaret y contra hyp. neq, per polos z 1. h: unde 19. pr. non bisecat z; estq. 23. h: bbd ad par--lorum polum conspicuum i, major portio. per ei duc majorem ga; bisecat 12. h: bgd, bbd] ab h æquè distent m, n, sed q magis tangatur z in g, m, h, n, q à majorib. inclinatis ad x (aliter 18. pr. irent per e, sectio, per viam, tacto z) dico hp minimum inclinari: gl maximè:mp, nk æquè: qk magis quam nk. Item esse polos eorum in par--lo minore quam y. Est .n. e polus κ , ergo 25. pr. ec est 90. fac bo 90. erit o inter i, r; cum br superet 90. majoris: hi sit minor 90. (qui sunt ab i ad max. par--lum, citra quem est z situus inter i, a) ergo ab i ductus ots est minor y par--lo z. h: In ots dico esse polos tangentium. Dic .n. per i & contactus majores mis, nit, qiv; ibunt 6. h: per polos tangentium; sunt def. 5. pr. æq. rectæ [& arcus] ib, im &c. ut & io, is &c. totiq. bo, mi &c. sunt æq. & 90. ob bo jam 90. sed hi jam cunt per tangentium polos distantes 25. pr. à circunf. gr. 90. ergo poli erunt o, s &c. jam distantes gr. 90. Primum sic patet. Majorum arcus ab e polo x ad o, s &c. tangentium polos, horum metentur distantias ab e, ne 90. quidem, qui sunt 25. pr. ab e ad x; en 32. h: eo maxima distantia e ab o polo bp: minima er distantia ab r polo gh: et æq. et (nam ob æq. bm, bn ex constr. sunt 27. 3: æq. mil, nib, & 15. 1: tio, nio; & 26. 3: to, so: ergo t, s æquè distant ab o &c.) et major ev; ergo cor. 25. h: maximum inclinatur gl: minimum bp &c.

34. Cl. 22. Iisdem positis, sint tangentium arcus æq. ut in R, nf, à contactibus ad f, R nodos ipsorum cum x, iphi ad x: æquè inclinantur. Majores giz, in, im cunt 6. h: per polos tangentium, quos titer bisecant 20.

pr. per cōes diam. 16. pr. in quibās insīstunt recti majorum i_n, i_m semicirculi æq. inchoati ab m , n , & per ipergentes, dum fiat 2. seūtio cum tangentibus; nec bisecti in i , quia 90. sunt, ut in 33. h: m_t , n_t ; sed ni est æq. m_i def. 5. pr. &c. pōniturq. mR æq. n_f ; en 16. h: recta iR æq. if ; ergo ab i -ad R par-lus $R8$ it per f. lā. eunt i_m , i_n per polos mR , $R8$, & n_f, f_4 ; en 12. h: bisecant 4. segmenta. Ita *gia* facit æq. $R8$, 2; f_4 , 2. atqui fuere bisecti $Rm7$, $fn3$; ergo erunt æq. ob æq. semisses Bm , nf ex hyp. unde & subtensæ, & 28.3: $R8, 7$ est æq. f_4 , 3; & semisses æq. f_4 , $R8$. Ob jam æq. f_2 , $R2$, en æq. residua 8, 2; 2, 4; & similia, quia ejusd. circuli; & 15. h: similia ipsis mb , nb , unde hi æq. Cūm igitur bhd bisecetur in b 12. h: sintq: jam æq. mb , nb , erunt 33. h: ad x æquè inclinati Rm , nf .

Librum 3. Tyroni operosum explanare ad propositum scopum opus non est.

TRIGONOMETRIA.

IN Tr. sunt 3. anguli, & 3. latera; & sāpe opus est, datis, sive notis aliquibus, cen 2. angulis, & uno latere Tr. reliqua tria ignota investigare. hoc Trigonometriæ munus est, scientiæ nimiram, qua tum rectilinea Tr. metimur, tum sphærica, sive quæ ex arcubus circulorum in Sph. fiunt, quorum notitia maxime præstat; hinc illam in Rectilineam, & Sphæricam dividemus.

L. I. B. I.

TRIGONOMETRIA RECTILINEA.

SIT circulus bdc fig. 1. in 4. quadrantes divisus

90

à diametris bc , de invicem fibus; assumptoq. arcu quilibet cf , duc fb fém ad bc , & Tangentem cm ; cui occurrat am circulum secans in ipso f ; erit fb bisecta in $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$: & fb in c ex 30. $\frac{1}{2}$: semisubtensa fg sinus dicitur arcus fc semisscos fb . Per hos Sinus, Tangentes, & Secantes propositum exequitur Trigonometra.

DEFIN. 1. *Sinus rellius, vel absol.* *Sinus arcus fc* \angle *anguli fac, est fg semissis chordæ fh subtensa duplo ejusd. sc.* Vek est $\frac{1}{2}$ is cadens ab arcus fc uno extremo f , in diam. bc ab altero extremo c duellam.

2. *Sinus versus est gc [verso collocatus modo] pars diam. inter c, & sinum rellium.* Dicitur etiam sagitta, quasi fb sit excusoris arcus.

3. *Sinus 2. vel complementi arcus fc, dicitur fi sinus arcus fd ex plentis quadrantem cd; cujus pars est cf.* Sinus 2. arcus cdk est kn sinus arcus kd excessus arcus cdk supra quadrantem; adeoq. vox complementum hic notat tum defecuum à quadrante, tum excessum. Porro si est sinus 2. cf , & fg est sin. 2. fd .

4. *Sinus totus, vel totius quadrantis cd, vel relliac (Sinus, Tangens &c. arcus, est etiam anguli, è cujus vertice arcus describitur; unde hic dicitur arcus illius anguli, qui sanè formatur à rectis ab eo vertice ad extrema illius arcus terminatis) est radius circuli; scil: sin. rellius da, vel versus ac quadrantis; unde equivalenter quilibet aliis radius est sin. totus.*

5. *Tangens arcus fc est cm fīs ad diam. bc, ex c ad m, quo coit Tangens cum Secante am.*

6. *Tangens 2. vel complementi ejusd. fc, est do fīs ad de, occurrentis Secanti ad arcus df, cujus est do Tangens prima.*

7. *Secans arcus fc est afm Tangenti cojens. Secans 2. est ao.*

91

8. *Duo arcus cf, fb continuantes semicirculum habent ex def. 1. eund. sinum fg (idem dic de suis ang. suq acuto, & fab obtuso) at sin. versus arcus cf est cg radio minor; sin. versus fb est bg radio major; scil: portio diametri inter fg, & extremum b arcus fb. sinus versi bg, gc constant diametrum bc. Tabula sinus versorum nō exhibetur ab Authorib. quia habito [ut mox] sinu 2. fi, sive ag 34. i: si à radio ac tollas ag, en sin. versus gc: si addas radio ab, en sin. versus bg.*

9. *In Tr. rectilo potest ita disponi figura, ut unum ejus latus, ut jam egimus in Tr. afg, evadat sinus; vel ita ut evadat tangent ut in Tr. acm rectilo ad c; vel ita ut am sit radius, cm sinus &c.*

PROPOS: 1. *In Tr. afg rectilo ad g, latera sunt inter se ut sinus ang. oppositorum. ag ad gf est ut sinus f ad sin. a. nam latera vel sunt sinus eorum ang. vel æquivalent; radius m. of est sin. totus, sive recti f def. 4. fg est sin. fac, sive sag def. 1. & 4. ag est æq. fi 34. i: qui est sin. sag, vel [æquivalenter] alterni afg; unde ag æquivalet sinui afg. banc æquivalentiam hic semper præcautus habe.*

2. *Idem dic de Tr. abc fig. 2. oxygonio, cui per s. 4: circumscrive circulum; cadet centrum o intra Tr. cor. 5. 4: biseca latera, & arcus in b, g, f; c, i, d. Est aob duplus acb 20. 3: ergo ab semissis ab arcus ipsius aob est arcus (æquipollenter) anguli acb; & ai est def. 1. sinus ab, & acb. Ita ostendes b: sinum bac: cd sinus abc; atqni est ab ad bc 15. 5: ut ai ad be &c. ergo. Ist est in Amblygonio Tr. abc fig. seq. ubi centrum o cadet extra Tr. cor. 5. q: Est .n. aob (cujus arcus est ab) duplus acb 20. 3: ergo ab est arcus acb; & amborum sinus est ar. Ita an est sin. abc. biseca bc in l: duc ole: afflume m: dac bw, cm. Est 8. 1: bol æq. loc, sive 20. 3:*

92

*emb; ergo he est arcus tum boe, tum m; & bl def. 1. si-
nus m, sive def. 8. bac; cum a, m 2 1. 3: conflent 2. 1°
etos. conclude ut in Oxygonio.*

3. *Datis ang. cuiuslibet Tr. noscitur rō laterum; si
bis adscribas sinus oppositorum ang. ostendi n. laterū
esse aut sinus. explicò. In Tr. rect. afg fig. 1. queris
qui se habeat sinus fg ad sin. totum, sive radium af; ita
ut si af in se sit, aut pro libito ponatur esse 20. pedum;
quot pedum sit fg? vel ita, ut si af non definiendo per-
des, stadia &c. divideretur in 1000. partes æq. quoctales
partes contineret fg. Trigonometræ posito ra-
dio quolibet af v. g. 100000. partium æq. quærunt
quot talium partium sint sinus, tangentes, & secan-
tes quorumlibet arcuum quadrantis cd, & reperta in
Tabulas coniiciunt. Sit igitur fc, sive fog gr. 60. ejus
sinus fg in tabulis Authorum, quas mox construere
docebo, est 86602. earum partium, quarum radius
af contineat 100000. docet hęc propos. esse fg ad af
ut 86602. sinus a oppositi iphi fg, ad 100000. sinum
recti g oppositi radio af. Item cùm sinus afg gr. 30.
oppositi lateri ag sit 50000. docet, ag ad af esse ut
50000. ad 100000. item ag ad gf ut 50000. ad 86602.
Si postmodum innotescat in aliqua operat. Geome-
trica &c. af esse v. g. 56. stadiorum; erues quot stadio-
rum sit fg per Auream regulam dicendo: af 40000.
transit in 56. stadia, in quot transibit fg 86602? en
48. stadia cum aliqua insuper minutia, quam in exē-
plis contemnere liceat; Res per se patet, licet P. Tac-
quet illam ostendat in sua Arithmet.*

4. *In Tr. rect. afg dato sinu fg 70000. diſpari par-
tium, invenire si sinum 2. arcus cf. A° radij 100000.
af, quadrato 1000000000. tolle quad. fg 490000000-
00; en 47. it: quad. ag 510000000. cuius radix qua-*

drata 71414. dat rectam ag , sive 34. 1: fi sin. quæ sitū

Nota univerſim: In calculis, transcribentis incuria fortasse non ſemel errorē deprebendes; unde in merū exemplum additōs volo: præcīſionem exercitationi tuc committo.

5. *Dato* ſinu mn fig. 3. *vis* ſinum ſemiff eos arcus hm ? ak \hat{t} is ad bm , in x, k , bifeſet 3. & 30. 3: erit mx ſinus ſemiff eos def. 1. inveni 4. h: mi , sive na ; tolle na ab ab 100000. en bn ; ſunt 47. 1: quad. bn, mn ; æq. quad. mb : radix dat rectā mb : ſemiffis quæſitam mx .

6. *Datis* ſin. ds, fg fig. 4. arcuum bd , bf , quorum differentia df non ſuperet 45·minuta; invenire et ſinum dati intermedij be . ſit dr par- la ab . In Tr. edy , fdr ſeſui reſtilineis, & æquiangulis ob ey par- lam fr &c. eſt 4. 6: ut df v. g. 40. min. ad de 18. min. ita fr diſſerentia datorum ſin. ad ey ; cui adde yt , sive 34. 1: ds ; ſumma dabit et. noſces de , ſi à dato be tollas bd .

7. *Invenire* ſinum gr. 45. Quadrantem eb fig. 1. & subtensam bifeſet in p, y \hat{t} ris ay 3. & 30. 3: erit by gr. 45. ejusq. ſinus bp def. 1. quadra radios ab, ae ; ſumma dabit 47. 1: quad. eb ob rectum a in quadrante; & radix rectam eb , cuius ſemiffis ſinum bp .

8. *Invenire* fg ſinum gr. 60. & fi 30. Eſt ſc latus hexagoni, par radio af 100000. cor. 15. 4: en 5. 1: ſea æq. fac: ad g ſunt recti, en 26. 1: eg æq. ag , vel fi ; & ſingula ſunt 50000. A' quad. cf æq. radio, tolle quad. cg ; en 47. 1: quad. fg &c. Sinum fi dat 4. h:

9. *Invenire* ſinum gr. 36. fig. 5. Sint $90. db, dc$: bifeſca radius ac in f : ſit fg æq. fd : ex ſcirculus gd . erit dg latus Pentagoni in eo deſcripti ex Ptolem. lib. 1. Almag. ſcil. subtensa gr. 72. ſemiffis di ſinus 36. def. 1. ſumma quad. radij, ad , & ſemiradij af dat quad. df , sive fg : radix rectam fg : à qua tolle ſa 50000. en ag .

94

summa quad. ag , ad dat quad. dg : radix rectam dg : semissis di sinum gr. 36. Hic per 4. b : babet sinum 2. scilicet sinum gr. 54. quo monstrarer.

10. *Invenire sinum gr. 12. A³ gr. 30. bd fig. 4.* ad 54. be , sunt gr. 24. de ; cujus subtensio semissis est sinus gr. 12. aufer eo sinum 2. gr. 54. scilicet sinum gr. 36. inventum 9. h: à dī sinu 2. gr. 30. noto per 8. h: en dy : aufer ds ab et sinu gr. 54. en ey ; recta et potest yc , yd &c.

11. *Ex notis jam finibus invenire reliquos.* Inveni sinus semissium arcuum, & subsemissium 5. h: inveni sinus 2. per 4. h: horumq. arcuum semissium, & eorum complementi, quoad potes sine minutis secundis; & 6. h: sinus inter arcus non differentes plusquam 45. min. Ita sinus öium gr. & min. ad conficiendam tabulam sinuum obtinebis. *Pro min. secundis,* constituta tab. minutorum, sit be min. 1. seu 60. secundus ejusq. sinus et partium 29. ex tab. vis ds sinum bd 40. sec. In Tr. db , ctb sensui rectilineis est ut be 60. ad bd 40. ita notus et ad ds .

12. *Pro Tangente cm fig. 1.* dato sinu fg à tabula, v. g. gr. 60. c₁ quare si sinum 2. sive ag . dic: ut ag ad gf , ita radius ac ad cm . Ex his Tabulam Tangentium construe.

13. *Pro secantia am dic: ut fi sinus 2. sive ag ad rad. af, ita rad. ca ad am.* Hinc Tabula secantium fieri.

Nota. Ead. est rō sinus fg fig. 1. ad rad. af , ac sinus fg fig. 4. ad rad. af , si sint similes arcus fc , fb ; adeoq; æq. anguli ad a , facilè patet ex 4. 6: &c. Idem dic de rōne sinuum, aut radiorum ad Tangentes, secantes &c. hinc exhibita tabula sinuum &c. pro uno circulo, valet pro quovis alio majore, vel minore.

Analysis Tr. rectanguli.

14. *Datis ang. Tr. rectili abc fig. 6. invenire laterum rationem. basi ac (ita vocant latus sub recto b: plus circa rectum absolutè latera, vel crura) adscribe raditum 100000. lateri ab, sinum oppositi c: lateri bc sinum a. patet ex 1. & 3. h:*

15. *Data basi ac ped. 100. & acuto a gr. 59. inventire latera. Pro cb dic: ac 100000. dat ped. 100: cb sinus a 85716? Pro ba dic: ac 100000. dat ped. 100. ba 51503? (quia sinus c gr. 31. ex 32. 1:)*

16. *Dato crure bc milliar. 39. c gr. 30. (unde & gr. 60.) noſſe crus ba, & basim ac. Pro ba dic: ex def. 9. ut bc 100000. ad ba tangentem gr. 30. c, 57735. ita bc mill. 39. ad ba mill.... Pro ac dic: ut bc 100000. ad ac secantem c 115470. ita bc mill. 39. ad ac mill... Per solos sinus, si eorum duntaxat tabulam confe-ris; inveni ba sinum c 50000. & bc sinum a 86602. dic: bc 86602. dat mill. 39. ba 50000/ en mill... Pro ac dic: ba 86602. dat mill. 39. ac 100000?*

17. *Data basi ac ped. 100. bc 70. vis acutos, & ba. Ut ac ped. 100. ad bc 70. ita ac 100000. ad bc sinum oppositi a 70000. quas quere in tab. Sin. invenies adscriptas sinui gr. 44. 26: (intellige 26. minuta prima, post gradus .n. veniunt minuta prima, post prima ve-niunt secunda &c. licet non nisi per interpositum punctum distinguantur) tantusq. erit a; ergo c gr. 45. 34: ex 32. 1: Si bc non fuisset sinus, sed v. g. Tangens, illa 70000. quarenda fuissent in Tabula Tangentiū, scil. in columna sinibus immediatè [uti solet] ap-posita; idem .n. numerus graduum respondet tum si-nui, tum Tangenti, tum Secanti, licet omnium diver-ſa sit quantitas partium. Ita angulo gr. 30. respondet sinus 50000. Tangens 57735. Secans 115470. & cō-*

96

tra. Pro ba , à quad. ac ped. 100, tolle quad. bc ; en 47: 1: quad. ba ; & radix dat ba ped....

18. *Datis cruribus* bc *paſi.* So. ba 60. *vis reliqua* quadrata bc 6400. ba 3600. danc 47. 1:quad. ac 10000. cuius radix 100. dat ac. Tum dic: ac 100. dat radium ac 100000. bc So! en 80000. sinus a gr. 53. 8:

Analysis Tr. Obliganguli.

19. *Datis ang. vis laterum xōnem;* his adscribe ſinus angulorum oppoſ. ex 3. hi 614 101728 a 201

20. *Datis lateribus* Tr. abc fig. 7. & 8. *vis segmenta* bf , *cf* *falla à tri af,* & ipsam tem. Si nolis uti 12 & 13. 2: duce circulum ex a, radio ab minimo cruce produc ea in l; erit cl summa laterum ca, ab: differentia oc; est 3. 3: bq bisecta in f; rect-la bc -- q. le-o 1 cor. 36. 3: sunt æq. en 14. 6: ut datum bc , in quod cadit \hat{t} is, ad le summam aliorum, ita oc differentia ad eq; que si \hat{t} is cadit intra Tr. ablata à bc dat bq; cuius semissis bf est segmentum minus, reliquum sc majus. Si \hat{t} is cadat extra, ut in fig. 8. inveni per similem diſcurſum eq; à quo tolle bc , en bq ; & semissis bf dat segmentum minus 19: 1: cui adde bc , en cf majus.

Pro \hat{t} ri af, ex quad. ba adiacentis minori ſegmento, tolle quad. bf minoris; residui radix dat af 47: 1: Indicat eq, quo cadat \hat{t} is; si .n. est minor dato bc , cadet intra Tr. si major, extra.

21. *Datis lateribus* *vis angulos in Tr.* abc. Sit \hat{t} is af ad aliquod latus ex ang. oppoſito: noſce: 20. b: bf: cf. In Tr. rect. bfa datur ba: noſti bf, en b 17. b: In Tr. rect. cfa datur ca: noſti cf; en c 17. b: habebis aen 32. 1:

22. *Dato quovis ac ped. 100.* & 2. angulis, unde tertio per 32. 1: invenire reliqua latera. Pro ab dic: ut sinus b oppositi dato ac ad ſinum c oppoſ. quæſito ab ita 2. h: ac ped. 100. ad ab ped... Pro bc dic: ut ſin. b ad ſin. c

23. *Datis ab, ac, & c ab eis non contento, vis reliqua.* Pro b dic: ut ab sub c ad ac, ita sin. c ad sin. b oppos. dato ac 2. h: ex 32. 1: habes a: ex 22. h: bc. *Cave.* Tabulae confessae sunt pro sinibus arcuum à gr. 1. ad 90. unde inventus sinus b dabit lunc acutum, v. g. 40. ergo si ipse sit obt. sumendi erunt gradus 140. residui ad 180. & tantus erit b; adeoq: hic prænoscenda est ejus species.

24. *Datis bc, ab, & suo b, vis reliqua.* ex alterutro ignoto a sit $\frac{1}{2}$ is af in bc oppos. In Tr. rect. bfa data basi ab, & acuto b, en 15. h: bf, af: tolle bf ex dato bc [adde in fig. 8:] en cf. hinc in Tr. rect. cfa datis crucibus en 18. h: ac, & c; & ex 32. 1: reliquus a. Non semel, ut modò, opus erit duplici operatione; priùs n. invenire quicquam oportebit, per quod intentum exquiras.

Subdam ex Clavio de Tr. Rectilineis pro inferiùs dicendis necessarias propos. 4. 5. 6. 7. quæ nobis erunt 25. 26. 27. 28.

25. *Ac diameter fig. 9. secet chordam bd; erunt he, de ut bff sinus ba def. 8. ad gd sinus da patet ex lib. 6. &c.*

26. *Chorda ad fig. 10. coeat in e cum diam. bc; erit ut ae ad ed, ita af sinus adc ad do sinus dc. ob rectos f, o, en paralæ 28. 1: af, do; & Tr. similia ose, doe cor. 4. 6: Ut oe ad af, ita de ad do. permuta: ut ae ad de &c.*

27. *Sit bf fig. 11. minor 180. ut & fd; deturq. rō sinuum corum, totusq: bd; vis arcus singulos. Sit bd minor 180. v. g. 130. biseca bb d in b: radius ea $\frac{1}{2}$ is ad bd 3: 3: bisecabit bad 30. 3: factio ba gr. 65. Sit sin. bf ad sin. fd ut 10. ad 5. en ex 25. h: ut hi sinus, ita bo ad do; critq. bo 10. do 5. bd 15. bb 7. cum dimidio: bo differentia semissimum à segmento majore bo, erit 2. cū dimid. Est bb sinus gr. 65. ba, ex tab. 90631. hm, sive be sinus 2. scil. gr. 25, erit 42262. dic. bb 7. 65. 3:*

98

dat 90631. $bo = 2$. cum dim? en rotundè 30210. quis
dra be, bo: summae 2698720744. radix dat eo 51949.
fiat eo radius circelli no, 100000. en ob sinus nec. dic:
eo 51949. transjt in 100000. in quot ob 30210? en
ob 53153. sive ex tab. sinus gr. 35. 34. & tantus est
nec, sive of: adde ob gr. 65. en bf gr. 100. 34. fd gr. 29.
26. Itaq: si fiat: Ut bh semissis bd aggregati datur sinus
rōnis, ad bh sinum ab semissis aggregati arcum [vel
angulorum] ita ho differentia inter semiaggregatum
terminorum rōnis. & alterum terminorum bo, ad
alium; en numerus, cuius quadrato addas quad. sinus
a. semiaggregati arcum, & dic: Ut compositi bujus nu-
meri radix ad radium, ita primum invenitum ad alium;
en sinus arcus differentiae utrinq. arcus a semiaggregato
corum &c.

At sint tum bc, tum fd minus 180. & bcd plus, ut 230.
en bad 130. detur rō sinus de ad sin. bc ut 10. ad 5. Ha-
bent bc, bf eund. sinum, ut & cd, fd def. 8. ergo etiam rō
sinuum bf, fd est 10. ad 5. unde ut supra, repertus bf
gr. 100. 34. (& bc complens 180. fbc, est gr. 79. 26.)
def gr. 29. 26. unde cd gr. 150. 34. Si bd sit 180. nil
cognoscet ob def. 8.

28. fig. 12. Datus bad differentia inter baf, df mi-
nores 180. & rōne sinuum eorum, ceteri 11. ad 5. vis ar-
cui singulos. In g coeant bd, cf non parallelae ex def. 34
1. ob inæq. sinus, sen tes bm, do ex hyp. & radius cd
biseccet bad, & titer bbd. Sunt sinus ut 11. & 5. ergo bf,
dg 26. hiut 11. 5, estq. bd 6, bd 3. bg 8. esto datus bd gr.
60. en 30. ad, & 30. ab; unde bd est 50000. quarum cd
est 100000. & be 80602. ut pote sinus 2. (æquipo-
tenter) arcus da. dic: bd 3. dat 50000. bg 8? en bg
133333. adde quad. fb, gb; en 47. i: quad. eg 252775
95793. & radix dat eg 158989. Posito 100000. eg, est

*bg sinus beg, sive eg, aut af. dic: eg 158989. transiit
in 100000. bg 133333; en-bg 83863. scil. gr. 57. &
tantus est af; adde ab 30. en bf gr. 87. tolle bd 60. en
df 27. Itaq. si fiat. Ut semidifferentia terminorum datæ
rōnis ad sin. semidiff. arcuum, ita hg aggregatum ex se-
semidiffer. terminorum datæ rōnis, & hujus consequente
dg ad aliud; en numeris, quo quadrato, & addito quad.
he sinus 2. semidiff. arcuum datæ, si tandem fiat: ut ra-
dix summae borum quad. ad radium, ita numerus jam in-
ventus ad aliud, en sinus arcus, cui addita semidiff. ar-
cuum data, prodit major arcus, sive angulus: ablatio semis-
fe, prodit minor.*

*At dbc minor : 80. superet bc, arcu bd v. g. gr. 60.
sitq. sinus dbc ad sin. bc ut 5. ad 11. (contra quām in
1. casu; & hoc sit quoties dbc, bc simul excedunt 180.)
ijsd. positis, & constructis, coabit db cum cf in g. Ha-
bent eund. sinum dbc, df; ut & bc, bf; ergo sinus df ad
sin. bf est ut 5. ad 11. vel sinus bf ad df ut 11. ad 5;
cumq. bf, df differant per datum bd, en bf, df ut supra,
gr. 87. gr. 27. qui ex 180. singillatim detraeti reli-
quant bc minorem gr. 93. dbc majorem 153. Igitur hic
inverte rōnem datam minoris inæqualitatis, & fiat ma-
joris; ex hac, & differentia data quare 2. arcus; dabit
major inventus ablatus à 180. minorem; minor ablatus
à 180. majorem.*

*Si rō data sinuum sit rō æqualitatis, quod fiet, ubi
dati arcus conflent 180. tolle differentiam gr. 60. à
180. en 120. quorum semissis 60. est arcus minor; se-
missis 60. cum differentia 60. dat majorem 120.*

100

L I B E R II.

TRIGONOMETRIA SPHÆRICA
EX CLAVIO.

DEF. 1. **A**ngulus Sphæricus est, quem in Sphæra superficie duo arcus Majorum se constantes formant.

2. Angulus rectus (intellige hic semper sphærich Tr. & angulos in superf. Sphæræ; circulos vero maiores; arcus etiam arcus majorum; nisi expressè significatur oppositum voce, circellus &c.) qui fit à 2. arcub. invicem rectis.

3. Obtusus, qui recto major.

4. Acutus, qui recto minor.

5. Tr. Sphæricum, quod fit 3. arcubus.

6. Arcus anguli est, cuius polus est in eo angulo, inter 2. arcus angulum formantes interceptus.

7. Complementum arcus est ejus defectus à quadrante, vel excessus.

8. Complementum anguli est excessus, quo arcum illius superat, vel superatur.

9. Sinus, Tangens, Secans anguli, est sinus &c. arcus eiusd. anguli.

Possunt in Sphæra atij anguli, aliaq. Tr. considerari non à majorum arcubus formata; sed de illis hic non agitur.

Deinceps adverte M. significare, minus; P. plus, aut majus.

PROP. 1. Ab arcu cd fig. 13. minore quam 180. deferre arcum æq. dato ab. Applica 1. 4: rectam md & rectæ ab; erit 28. 3: arcus md quæsitus.

2. In Tr. abc fig. 14. quodvis latus bc est M. 180°

eoeat cum ba in f ; en bef 180. 16. 1: Th. ergo.

3. In Tr. abc fig. 15. sunt quævis 2. latera maiora tertio. Polo b ad a sit circellus n secans maximum latius bc in c ; perfice bcd ; qui ibit per f 2. polum n cor. 14. 1: Th. eritq. bef 180. (bc est M. 180. 2. h:) sed c est inter b, c ; ergo c inter c, f ; & 32. 2: Th. ce minus ca ; adde cb , ab æq. 28. 3: & def. 5. 1: Th. en ac, ab maiora bc .

4. Latera Tr. abc fig. 14. non constant 360. Est ba cum ba 2. h: M. 360. ac 3. h: est M. af , sc complementib. 360. ex 16. 1: Th. ergo,

5. Super arcum bef consistens arcus ac facit angulos æq. 2. rectis. Ostende ut 13. 1. dueto ec per polos bef , ut huic sit rectus 20. 1: Th.

Cor. Duorum ang. æq. 2. rectis ad c, arcus ex def. 6. ba, af constat 180. ex 16. 1: Th:

6. Anguli ad verticem sunt æq. Ut 15. 1:

7. Si Tr. abc, def fig. 16. habeant 2. latera æq., & c. ut in 4. 1: sunt ðino æq. nam ab superpositum de congruet ax. 8. ut & ac cum df , ob ρ æq. d; si basis tendat via egf , en egf , ef 360. 16. 1: Th. contra 2. h:

8. fig. 17. isoscelium anguli supra basim, & infra sunt æq. cum .n. ab 2. h; sit M. 180. potest adhuc ad fieri M. 180. [sunt .n. 180. ex a usq. ad 2. concursum ab cum ac 16. 1: Th.] cui fac æq. af: duc 31. 1: Th. bf , cd , & procede ut in 5. 1: per 7. h: Ita in seq. propos. ubi remittetur ad lib. 1. intellige adhibendas hic proprias propos. hujus libri satis obvias.

Cor. Tr. equilaterum est æquiang.

9. Conserfa. Patet ut 6. 1: &c.

10. Ad c fig. 18. 19. vis angulum æq. d. Sume ci , dg . 90. per i , g & polos ab, de duc gb, ik ; en g, i recti 20. 1: Th. fac ik æq. gb ; duc ck ; en c æq. d 7. h:

102

11. Sit acb fig. 16. major bac, erit ab major bc. fac acb æq. a; en ab æq. cb 9. h: addc cōe bb; erit ab æq. bb, cb majorib. bc 3. h: *Conversa.* Si c dicatur æq. a, en ab æq. bc 9. h: contra hyp. si minor, fiet contra. 11.

12. Sint ab, ac fig. 20. 21. æq. de, df, sed edf major a; erit ef major bc. Fac edg æq. a: dg æq. ac. In Tr. abc, deg, en bases æq. 7. h: & dfg æq. dfg 8. h: &c. ut in 24. 1: Conversam ostende ut 25. 1:

13. B, f, fig. 14. oppositi semicirculo, sunt æq. sint 90. bd, df: duc do per polum bdf; en recti ad d 20: 1: Th. est do cōe, en 7. h: b æq. f.

14. Ad Tr. abc extermus acf est æq. b ad extreum bc, si ac, ab constent 180. major, si bac minor 180. minor, si majora. Sunt ba, af 180. 16. 17. Th. ut & ab, at ex hyp. en fa æq. ac; & acf æq. f 8. h: sive b 13. h:

Pars 2. ab, ac ponuntur M. 180. sive baf; ergo at minor af, & acf major f 11. h: sive b 13. h: 3. pars eod. ritu patet.

15. *Conversam doceant* 13. 9. 11. h:

16. In Tr. abc constent 180. ab, ac; ad basim erunt b, c æq. 2. rectis si illas sint P. 180. bi majores, & contra. Est b æq. fa 14. h: ad i sunt æq. 2. rectis 5. h: ergo. Ex his reliqua ostendit.

17. *Conversa* ad c sunt æq. 2. rectis 5. h: ergo ob hyp. b æq. acf. concludit ex 15. h: Ex his cætera patent.

18. *Similiter* 8. 1: secus bac fig. 16. sit major di en bc 12. h: maior est contra hyp.

19. *Conversa.* Secus in Tr. abc, def fig. 22. sit bc maior cf; fac bg æq. cf; & hoc semper retento, vel ba est æq. cd, & tunc 7. h: in Tr. abg, def en d æq. bag contra hyp. vel ba est maior cij fac bi æq. cd: duc gib: p. odu: co. Ob: gb, Di æq. cf, cd; & r æq. b, en 7. h: bgi

103

$\alpha q \cdot f$, sive c ob hyp. & gb cum cb i 5. h: 180. item en
 bis , sive bis $\alpha q \cdot d$, vel bac , aut bak ; unde sunt 180. bi ,
 ba ; & $\alpha q \cdot bg$, bc . Vel ba est M. ca ; fac bk $\alpha q \cdot cd$; en 7.
 $h \cdot k$, bgk $\alpha q \cdot d$, f , sive bac , c ; & i 5. h: al , lk 180. & cl ,
 lg 180. ergo ac , gk 360. contra 2. h: unde bt $\alpha q \cdot tf$.
Ita pro alijs.

20. *Habent duo Tr. duos ang. $\alpha q \cdot f$ latus adiacens
 $\alpha q \cdot bis$ sunt αq . Ostende ut 26. 1:*

21. *Sunt bis αq . Tr. o, n fig. 23. si sunt recti b , c ;
 \mathcal{G} $\alpha q \cdot c$, non recti; \mathcal{G} hypotenusa ac , df . Produc ac ,
 bc ; fac cb $\alpha q \cdot fd$, sive ca ; & cg $\alpha q \cdot fe$; duc gh ; en 6. h:
 geb $\alpha q \cdot acb$, sive f ; & Tr. n $\alpha q \cdot r$ 7. h: unde g $\alpha q \cdot recto$
 ℓ ; per c , & i polum bg duc ic . Per i ob rectos g , b trans-
eunt 18. 1: Th. ig , bi , ut jam ic ; & bes per k 2. polum
cor. 14. 1: Th. en cor. 25. 1: Th. $\alpha q \cdot ic$, kc . In Tr. n,
y ob αq . ad c , 6. h: & horum latera, en 7. h: omnia
 $\alpha q \cdot$ & 5. h: bac $\alpha q \cdot cbg$, ut & $b\bar{a}$, bg residua ad 90. bi ,
 kg cor. cit. Ex his en 7. h: αq . Tr. o, r , sive m .*

22. *Sunt αq . Tr. abc, def fig. 16. si sunt $\alpha q \cdot c$, f ; b ,
 $\mathfrak{b}isq$. subtensta ac , df ; modò ab, de non conflent 180. Se-
cundus sit cb maius tf ; fac co $\alpha q \cdot ef$; en 7. h: de $\alpha q \cdot go$; &
 aoc $\alpha q \cdot c$, sive b ; & 15. h: 180. ab , ac , sive de contra-
hyp. ergo &c. 7. h:*

23. *Sunt $\alpha q \cdot ead$. Tr. si habent b , c $\alpha q \cdot e, f$; \mathcal{G} αq .
lateral circa a, d non polos basium. Secundus oe sit $\alpha q \cdot cf$;
en 7. h: go $\alpha q \cdot de$, sive ab ; & 8. h: b $\alpha q \cdot aob$; item aoc
 $\alpha q \cdot c$, sive b ; ergo ad o sunt recti 5. h: & b rectus; euntq.
 ab , ab per polum bc 18. 1: Th. scil. coe a contra-hyp.
&c. 18. h:*

24. *Sunt $\alpha q \cdot ead$. Tr. si $\alpha q \cdot e$, b , \mathcal{G} lateral circa f, eg
& interq. a, d minor, vel maior recto. Secundus sit bb a o.
 cd ; en 7. h: d $\alpha q \cdot bb$; bc $\alpha q \cdot df$, sive ex hyp. ac ; & 9. 3.
h: $\alpha q \cdot cha$; sunt ad b ex. 2. rectis. ergo 2. rectis sunt*

104

$\text{æq. } a, b, c,$ sive a contra hyp. &c. 18. h:

25. In Isoscele fig. 21. sit ac 90. ab 90. erunt recti b, c : acuti, si utrumq. M. 90. si P. obtusi. Est aci $\text{æq. } 14. h:$ sive bca 8. h: & ambo recti ad e 5. h: unde & b : ex his facile patent 2. & 3. pars. Conversam ostendent 5. & 15. b:

Cor. In Tr. equilater. vel equiang. si latera sint 90. si sunt ang. si minora, acuti; si majora, obtusi; & contr.

26. In Isoscele abc sint ab, ac 90. dico basim bc 90. si a rectius: M. 90. si a rectius: P. si obt. Ob rectios, a ex hyp. b, c 25. h: en bc 90. cor. 25. h: 2. pars. Per a, & polum ba duc ad ob rectum bad 20. i: Th. & b 25. h: Isosceles est dob 90. h: & da, bd 90. 25. h: bc minor, 3^o pars. Sit rectus bay, & 25. h: b; en Isosceles yab, & by 90. ba major. Conversa ijd. positis, & construens facilè patet. Semper in his polus basis est a; nam ob 90. ab, ac, en recti b, c; & 18. i: Th. ab, ac eunt per polos bc. ergo.

27. Obtusi sunt anguli Tr. abc fig. 24. si arcus P. 90. Si n. Tr. est equilater. patet res cor. 25. h: si Isosceles, en obtusi v, g, b, c 25. h: Pro a fac 90. bd, be: duc edf; en recti d, e 25. h: jam b obtusus; en de 26. h: P. 90. ponis P. 90. ac; ergo sunt P. 180. dc, ac; cumq. sint M. 360. fd, fc 2. h: en M. 180. fd, fa; & rectus bdf 5. h: est maior fad 14. h: bac obt. 5. h: Si scalenum, & ac fig. 25. maius ab; fac ad æq. ab, erunt ambo P. 90. ob hyp: & 25. h: obtusi adb, abd, ergo & abc. Fac 90. be, bf; en 25. h: recti e, f; & jam obtusus ebf dat cf P. 90. 26. h: ponis ac P. 90. ergo cf, ac, P. 180. & multò plus fg, eg; unde jam rectus bfg est 14. h: minor c; ergo c obtusus. Sunt M. 360. fz, cg 2. h: & jam cf, ac P. 180. en ge, gd: M. 180. & rectus geb maior gab 14. h: & bac obt.

Idem dico: si bc fig. seq. sit 90. alij P. 90. nam vel abi

105

ac sunt æq. & 2 5. h: obtusi b, c ; fac bd 90. & cde , cat 360.
 16. i: Th. Sunt bc, bd 90. en 2 5. h: bdc, bcd recti, & c, cd 26.
 b, c : P. 90. ponis ac P. 90. ergo cd, ca P. 180. cd, ca M. 180.
 en cdb jam rectus major ead 14. h: & bac obt. Non sit
 ab fig. seq. æq. ac; fac aq æq. ab , unde P. 90. en 2 5. h:
 obtusi cqb, abq , & abc . sit be 90. duc cef . Sunt 90. bc ,
 be , & jam obt. cbe ; en 26. h: ec P. 90. sed recti sunt c, bce 2 5. h: ergo acb obt. Jam est ce P. 90. ut & ac; en
 fe, fa M. 180. & ceb rectus major fac, & obtusus bac.

28. In Tr. abc fig. 17. recto a, sunt arcus ðes M. 90.
 dico acutos b, c , fac 90. ad, af. Ob rectum a it af 90.
 per spolum ab 18. i: Th. & cor. 2 5. i: Th. en rectus
 abf 20. i: Th. acutus cba . Ita ostendes acutum acb .
 Propos. est vera, et si ignores, cb sub recto esse M. 90.

Conversa. fac rectos abf, acd . Sunt recti a, abf ; en
 90. af, bf 2 5. h: ac minor. Ita de ab. Pro bc; it ad per
 d polum af ut supra: est b intra circunf. af ob 90. ad,
 & extra d polum; en 31. 2. Th. bc minor bf 90.

29. In Tr. abc fig. 26. dico arcus M. 90. si ang. sunt
 acuti: Si n. hi æq. patet res cor. 2 5. h: Si c æq. b, sed
 a minor, en bc minimus 11. h: in hoc Isoscele 9. h: ubi
 ab, ac 2 5. h: sunt M. 90. Si b æq. c, sed a major;
 fac rectum bad ; & ad æq. ab , sine ac 9. h: duc bd . Sunt
 M. 90. ab, ac 2 5. h: & ad; ergo in Tr. abd , acutis b, d
 $2 5. h$: recto a , en 28. h: bd M. 90. ut & bc illo minor
 $12. h$: Si c fig. 27. major b , unde ab 11. h: major ac , sitq.
 a maximus, unde & bc 11. h: fac bd æq. ab ; duc ad ; en
 $8. h$: d æq: bad parti acuti bac ; ergo d acutus, & 2 5. h;
 ab, bd M. 90. ut & ac minor ab . Pro bc , fac rectum bac :
 & ae æq. ac; duc bc . Fuit ac M. 90. ergo & ae. In Tr.
 abc est rectus a : ab, ac M. 90. ergo alij acuti, ut nota-
 vi 28. h: hinc est M. 90. bc 28. h: unde & bc minor bc
 $12. h$:

106

30. *In Tr. abc fig. 28. habeat ac P. 90. cb, ab M. 90. non erit rectum.* Secus sit rectus b ; fac 90. ad , ae : duc de ; en recti c, d 25. h ; & duo ad b ; erunt 90. ef, bf 25. h ; & bc P. 90. contra hyp. Sit tibi rectus c ; jam ad d sunt recti; en 25. h : 90. df, cf ; & bc P. 90. contra hyp.

Sit rectus a; fac 90. ga, hc: duc gb; en recti 25. h: ad g; & b; suntq: ai, gi 90. ab P. 90. contra hyp.

31. *In Tr. bco fig. 21. sunt 3. anguli minores 6. rectilii (nam vel obtusus est minor 2. rectilii) at majoris 2. rectilii. Aut, n. o*c*i est &q. b ; & 15. h ; bo, co sunt 180. en b , ocb &q. 2. rectilii 16. h ; ergo. Aut *oci* est minor b ; & ob, oc 15. h ; P. 180. & ad bi plus 2. rectilii 16. h ; ergo. Si major, fac *aci* &q. b ; en ba , ac 180. ab , ac M. 180. ergo *oca* minor noa, sive *boc*; sunt ad c &q. 2. rectilii 5. h ; estq. *ocb* in Tr. & b &q. *ica*: *boc* major *oca*. ergo.*

32. *In Tr. abc fig. 29. sit c rectus, b acutus; si bc adiacens sit 90. erit 90. ba sub recto c: si minor ille, minor bic. & contra: sub acuto semper est M. 90. Fac rectum cbd, en 25. h : bd, cd 90. est bc 90. en b polus cd 26. h ; & a rectus 20. 1: Th. uti ponitur c ; ergo 25. h : ba 90. 2. pars. fac rectum cbd; en bd, cd 90. 25. h ; fac be 90. duc ed : produc ba . Ob 90. bd, be , en recti c, bde ; & b polus de : rectus f 20. 1: Th. & 25. h : be, bf 90. ba minor. 3. pars. fac rectum cbd; en 25. h : bd, cd 90. fac bg 90. duc dg . Ob 90. bd, bg sunt 25. h : recti bdg, bgd ; & b polus dg ; n rectus 20. 1: Th. & 90. bg, bn ; ab P. 90. Semper cd fuit 90. ca, M. 90.*

33. *In Tr. abc sit rectus c, acutus b; si adiacens bc sit 90: erit a rectus; si bc M. 90. acutus; si major, obtusus. Patet ex hyp. & 32. & 16. h :*

34. *In Tr. abc sit rectus c; si alter, ut b, sit rectus, erit ac 90. (25. h): si b acutus, ac M. 90. Fac rectum cbd;*

107

en 2 s. ht de 90. ac minor. Si b obtusus, ac P. 90. fac rectum cbo; en co 90. 2 5. h: ca major. *Conversa.*
 Sit ac 90. dico b rectum; nam ob rectum c, ibit ac per polum bc 18. i. Th. qui erit a cor. 2 5. i: Th. eritq. abc rectus 20. i: Th. Si ac M. 90. fac de 90. en d polus bt, & abt rectus, abc acutus. Si ac P. 90. fac co 90. en e polus bc: rectus obr: obt. abc.

35. In Tr. abc fig. 30. unum saltem crus circa rectum b sit 90. erit 90. basis ac: si utrūq. P. aut M. 90. erit ac M. 90. si unum magis, alterū minus 90. erit ac P. 90. Sint .n. ab, bc 90. conclude ex 26. h: si solum ab 90. cūm eat per polos bc ob rectum b, erit a polus, & c rectus, & 2 5. h: ac 90. 2. pars. Si ab, bc M. 90. fac 90. bd, cd. In Tr. bed recto b, 90. bd, en 34. h: rectus d. In Tr. dsc recto d, est de 90. en rectus f, & 2 5. h: sc 90. ac minus. Si ab, bc fig. 31. P. 90. fac 90. bd, cc. In Tr. bed recto b, est bd 90. en 34. h: rectus c. In Tr. cef recto c, 90. cc, en rectus; & 2 5. h: cf 90. ac, M. 3. pars. Si ab fig. seq. P. 90. bc minus; fac 90. bd, cc. In Tr. bed recto b, 90. bd, en rectus 34. h: In Tr. cef recto c, 90. cc, en 2 5. h: rectus, & cf 90. ac P. 90. non destruatur.

36. In Tr. rectang. si basis est 90. erit saltem unum crus 90. si illa M. erit utrumq. P. 90. vel M. 90. si illa P. erit unum P. alterum M. 90. ne destruatur 35. h:

37. In Tr. rectang. ad b sit saltem c rectus, erit 90. ac sub b: si uterq. a, c major, vel minor recto, erit ac M. 90. si unius minor rectio, alter major, erit ac P. 90. Patet ex hyp. & 34. 35. h:

38. In Tr. rect. sit 90. ac sub recto b, erit saltem aliis rectis; si ac M. 90. erit uterq. a, c major, vel minor recto: si ac P. 90. erant unius rectio, aliis P. Patet ex hyp. & 36. 34. h:

Cor. ex his dictis: in Tr. si est unus 90. pr. unius rectus.

108

*dabitur saltem aliis 90. & aliis rectis. Discute per 35.
34. 36. 38.*

39. *Anguli bac, edf fig. 32. sunt ut eorum arcus be-
ef. Producendo cb, sume quotuis bg, gh æq. bc, & perfice
triangula, òiro æq. 18. h: cum ab a ad bc sint 90. cor.
15. i: Th. & def. 6. h: eruntq. tot anguli æq. ad a to-
talem, quot arcus æq. sunt in bc. Ita fac in def &c. &
ex def. 6. 5: conclude; si .n. bc erit æq. el, etiam totus
a erit æq. toti d, 18. h: si bc major ef, etiam a erit ma-
jor d 12. h: &c.*

*Cor. Angulus ad 4. rectos est ut arcus ejus ad 360.
& contra 39. h: & 4. 5:*

40. *Maximi x, y fig. 33. se biseccent in ac non fit ei-
si sumas b, g in y; per quæ, & h polum x sunt max. ibk,
lqm; erit bn sinus ab (vel bc complementis 180.) ad bp
sinum bi (vel bk) fit ad x 20. i: Th. ut go sinus ag &
ad gq sinum gl fit ad x. (sunt bp, gq sinus; si .n. ducas
rectas ik, lm cōes sectiones x cum lqm, ibk, sive 16. i:
Th. diametros; duetæ ad x fit a b, g illorum punctis,
cadent 38. 11: in ik, lm; hisq. erunt def. 3. 11. fit es,
cum ergo ab uno extremo b, g arcuum bi, gl cadant in
diametrum ab altero duetam extremo, i, l fit es bp, gq,
erunt sinus def. 1. pr.) duc np, cq. In Tr. nbp, ogq re-
ctilineis sunt bn, go paralle 28. 1: & def. sinus; ut &
bp, gq 6. 11: en b æq. g 10. 11: sunt recti p, q &c. en
4. 6: ut nb ad bp, ita og ad gq.*

*Si sumas b, d. in 2. semicirculis, idem fieri; duc. n. per b,
d; & h, ut supra, ibk, dfi: fac v. g. ag æq. ad; erunt re-
cti 20. i: Th. l, sin Tr. agl, adf; & ob æq. ad a 6. h:
non rectos ob hyp. item ag æq. ad, en 21. h: gl æq. dfi
ut & sinus eorum; ergo sinus ad ad sin. dfi, ut sin. ag ad
sin. gl; sive, ut supra, sin. ab ad sin. bi. Idem ostendit
Clavius esse, si sumas b in y; l in x.*

Idem fiet, si x sit tis ad y, in quo erit s polus x. 18.1
 Th. sume .o. g, b; per quæ, & s sint arcus t̄es ad x, ut supra, erunt ipsi ba, ga; potest autem, esse sinus ab, bc ut sinus ag, ga. Si sumas b, s, erit arcus re t̄is ad s unde 90. ex cor. 25. 1: Th. & ut sin. ab ad ba; ita sinus ar 90. ad sin. sc, sive sa 90.

41. In Tr. abc fig. 34. sinus atriusuit ab ad sin. sub tensi c est ut sin. utrufuit reliqui ac ad sin. sub tensi b; nam sint recti a, b, c; en cor. 25. h: omnia latera 90. & ut sin. totus ab 90. ad totum recti c, ita sin. totus ac 90. ad totum b 90. cūm idem sit sinus recti, & quadrantis.

Sint recti a, b tantum; en 25. h: ac, bc 90. & 26. h: c polus ab arcus c def. 6. ergo ut sin. ab ad sin. sui c, sive suum: ita sin. totus ac 90. ad sin. totum recti b: ita sin. totus bc 90. ad totum recti a. Sit rectus c, acuti a, b; en 28. h: 3. arcus M. 90. fac 90. ac, ag; bd, bf; en recti d, f, e, g; & b, a poli df, eg arcuum b, a def. 6. (arcus recti ex 26. h: & def. 6. est 90.) Cūm bd, bf se secant in b; & à d, a sint t̄es ac, df ad bf; en 40. h: ut sin. ab ad sin. ac, ita sin. bd 90. sive totus recti c ad sin. df, sive sui b. vel: ut sin. ab ad sin. c ita sin. ac ad sin. b; ita (similiter) sin. bc ad sin. eg, sive sui a. Sint a, b obtusi, rectus c; en 37. h: ab M. 90. & 34. h: P. 90. ac, bc. fac 90. ac, ag, bd, bf; en b, a poli df, eg arcuum b, a; & bd, ac æquipollent arcui recti c. est ut supra 40. h: ut sin. ab ad sin. totum bd 90. vel recti c; ita sin. ac ad sin. df, sive sui b. ita pro reliquo. Sit a acutus, b obt. c rectus; en 37. h: ab P. 90. & 34. h: bc M. 90. ac P. 90. fac 90. ac, bf &c, en 40. h: ut sin. ab ad sin. ac, ita sin. bd ad sin. df. vel: ut sin. ab ad sin. totum bd, vel c; ita sin. ac ad sin. df, sive b &c. Sit nullus rectus; per a fig. 35. & polum bc sit ad, cadatq. intra Tr. en

T. 10

ad recti 20. ut Th. In Tr. a^2/b^2 est d , erit ut prius:
 ut sin. ab ad sin. d , ita sin. ad ad sin. b . vel: ut sin. ab ad
 *sin. ad , ita sin. ab ad sin. b . Ita in Tr. abc recto d , est
 ut sin. ad ad sin. c , ita sin. ac ad sin. d . vel: ut sin. ad ad sin.
 ac , ita sin. ad ad sin. recti d , sive recti b^2/a^2 ; unde ex sequenti
 & perturbata ratione erit ut sin. ab ad sin. ac ,
 ita sin. ad ad sin. b , ut in formula. permuta:
 ut sin. ab ad sin. ac ita sin. ac ad sin. b . Si \pm is
 cadat extra Tr. in e ; in Tr. abc recto e , en ut
 sin. ab ad sin. e , ita sin. ae ad sin. b . vel: ut sin. ab ad sin. ae ,
 ita sin. e ad sin. b . Ita in Tr. ace ut sin. ae ad sin. ce , ita sin.
 ac ad sin. e . vel: ut sin. ae ad sin. ac ,
 ita sin. ae ad sin. e . &: Ut sin. ab ad sin. ac , ita
 sin. ac ad sin. b , ut in 2. formula. vel: ut sin. ab
 ad sin. ac , vel def. 8. pr: acb , ita sin. ac ad sin. b .

ab	ac
ad	ab
ac	b

Si ex b ad ac ducatur aliis \pm is cadens intra Tr. vel
 extra, similiter ostende, esse sin. ab ad sin. ac , ut si
 bc ad sin. ba .

Cor. In Tr. recti. ut est sin. basos ad rad., ita sin. cuius-
 libet cruris ad sin. anguli ab eo subtensi.

42. In Tr. abc fig. 36. recto b, nullus arcus sit 90°
 sinus utriusvis c aliorum ang. est ad radium ut sin. 2. recti
 liqui a ad sin. 2. subtensi bc; nam ob hyp. non est aliis
 rectus ex 25. h: sit acutus a; & ab adiacens ad a, b sit
 M. 90. en c acutus 33. h: unde 28. h: oes arcus M. 90. fac
 90. ad ae; en recti d, e; ut & b; ergo bf, df 90. & de arcus
 a. In Tr. cef recto e, en cor. 41. ut sin. cf ad rad. ita sin. ef
 ad sin. c. converte: ut sin. cef, sive acb ad sin. cf, ita rad.
 ad sin. cf. permuta: ut sin. acb ad rad. ita sin. cf, scil.
 sin. 2. de, sive sui a, ad sin. cf, scil. sin. 2. cb. Sit a
 fig. 37. obtusus, ab M. 90. fac rectum bad: 90. ae:duc
 edf. Ob rectos bad, b, en bd, ad 90. est & ae 90. dat
 rectus, en de 90. 26. h: a polus edf, unde af 90. & re-
 f. Si ad f 20. ut Th. sese habet df complat, si sese habet

111

et compleat h. In Tr. *cdf recto f*, en cor. 41. ut sin. *cd* ad rad. ita sin. *cf* ad sin. *c*, convertunt sin. *c* ad sin. *df*, ita rad. ad sin. *cd*, vel: ut sin. *c* ad rad. ita sin. *cf* sinus 2. *bac* ad sin. *cd*, sinum 2. *bc*. Sit *a* fig. 38. acutus, ab P. 90. erit 33. *h*: *c* obt. ac sub *b* P. 90. 37. *h*: fac 90. *ad*, *ae*, en recti *d*, *e*, ut & *b*; ergo *bf*, *df* 90. & *de* arcus *a*: *cf* compl. *ed*, sive sui *a*. In Tr. *cdf recto c* 6. *h*: est cor. 41. ut sin. *cf* ad rad. ita sin. *cf* ad sin. *ccf*, vel: ut sin. *ccf*, sive *acb* def. 8. pr. ad sin. *cf*, sive ad sin. 2. *a* ita rad. ad sin. *cf* sinus 2. *bc*, sive: ut sin. *acb* ad rad. ita sin. 2. *a* ad sin. 2. *cb*. Sit *a* obt. fig. 39. ab P. 90. fiat rectus *bac*, *ac* 90. duc *edf*. Sunt recti *b*, *bac*; en *ad*, *bd* 90. Ob *ad*, *ac* 90. & rectum *dae*, en 26. *h*: *de* 90. *a* polus *cdf*: rectus *f* 20. 1: Th. *df* compl. *ef*, sive sui *bac*: *ed* compl. *bc*. In Tr. *cdf recto f*, ut sin. *cd* ad rad. ita cor. 41. sin. *cf* ad sin. *dcf*, vel: ut sinus *dcf* [vel *acb*] ad sin. *df*, sinum 2. *bar*; ita rad. ad sin. *cd*, sin. 2. *bc*, vel: ut sin. *acb* ad rad. ita sin. 2. *bac* ad sin. 2. *bc*.

43. In Tr. *abc* fig. 36. recto *b*, nullo arcu 90. erit sin. 2. *basf* ac ad sin. 2. utriusque *ab*, ut sin. 2. reliqui *bc* ad rad. Ob hyp. non est aliis rectus ex 25. *h*: sit *a* acutus: *ab* adiacens *a*, *b* sit M. 90. en *c* acutus 33. *h*: & *be* arcus M. 90. 28. *h*: fac 90. *ad*, *ae*; en recti *d*, *e*, ut & *b*; & *bf*, *df* 90. In Tr. *cfc* cor. 41. ut sin. *fc*, sinus 2. *bc* ad rad. ita sin. *ce*, sinus 2. *ac* ad sin. *f*, sive sui *bd*, sinum 2. *ab*, vel: sin. 2. *ac* ad sin. 2. *ab*, ut sin. 2. *bc* ad rad.

Sit obt. *a* fig. 37. *ab* M. 90. fac *bac* rectum; *ac* 90. Ob rectos *bac*, *abd*, en *ad*, *bd* 90. sunt *ad*, *ae* 90. & *dae* rectus, en *de* 90. 26. *h*: *be* arcus *bdc*, vel *cdf* 6. *h*: Ob *a* polum *ef*, en *af* 90. recti ad *f*. In Tr. *cdf* 41. *h*: est sin. *cf*, sinus 2. *ac* ad sin. *cd*, sive *bde*, aut sui *bc*, sinum 2. *ab*, ut sin. *basf* *cd*, sinus 2. *bc* ad rad. scil. sinus 2. *ac* ad sin. 2. *ab*, ut sin. 2. *bc* ad rad. Sit *a* acutus fig. 38. *ab* P. 90.

112

en 33. h: e obt. ac P. 90. 37. h: fac 90. ad, ae; en regi d, e, ut & b; & bf, df 90. unde db est arcus f. In Tr. 41. h: sinus ee sinus 2. ac ad sin. f, sive db sinus 2. est ut sinus cf sinus 2. bc ad sin. recti e, radium.

Sit a obt. fig. 39. ab P. 90. fac bad rectum, ae 90. Ob rectos b, bad, en 90. ad, bd. ob 90. ad, ac, & rectum dat, en de 90. a polus cf 26. h: f rectus 20. i: Th. 90. Ob db, de 90. est cb arcus bde, vel 6. h: cdf. In Tr. cdf 41. h: sinus cf, sin. 2. ac ad sin: cdf, & sui be, sive sinum 2. ab est ut sin. cd, sin. 2. bc ad rad.

Analyses Tr. Sphaericæ rectanguli.

Si ðes arcus sint 90. ðes ang. erunt recti Cor. 25. & cōtra. Si 2. arcus sint 90. erunt ad basim 2. recti, & cōtra 25. h: Si rectio b fig. 44. sit crus ab 90. erit 35. h: basis ac 90. & rectius c 25. h: a polus bc 26. h: bc arcus a def. 6. datoq. dabitur bc, & contra. Ita si bc sit 90. erit basis 90. rectius a, datoq. c dabitur ab, & contra. Si basis sit 90. erit 36. h: saltim unum crus 90. unde alia ut nuper elicies. Si ambo crura sint 90. erit & basis 35. h: unde 3. recti. Hæc habentur ex meris propos. cit. Restat casus quando unicus ang. sit rectus, unde nullus arcus 90. si .n. vel unus esset 90. non esset unicus rectus in Tr. cor. 38. Talis igitur Tr. rectanguli proponam Analyses sequentes.

Analys. 1. In Tr. abc fig. 44. rectio c, data basi ab, uno crure, ut ac, invenire b oppositum ac. Ex 41. h: si: Ut sinus basis ab ad radium, ita sinus dati ac ad f. Inventi in Tabula gradus &c. dabunt 34. h: b, si ac est M. 90. at si P. 90. illorum graduum complementum ad 180. dabit b. causam exposui ad 23. pr.

Anal. 2: Data basi ab, & quavis non rectio b, vis ac oppositum b. Ex 41. h: Ut radius ad sin. basis ab (convertendo) ita sin. dati b ad sin. ac. Erit ac M. 90. e

113

34. h: si datus b est acutus: P. 90. si obt. & in hoc casu iterum sume complem. ad 180.

An. 3. *Dato quolibet crure ac, eiq. opposito b, vis basim ab. Ex 41. h: & convertendo: Ut finis dati b ad fin. dati ac, ita rad. ad fin. basis. Oportet nosse speciem reliqui ang. a, vel cruris oppositi bc; vt sciatur, nisi aliunde constiterit, an ab sit P. 90 an M. si .n. a, b sint ambo acuti, vel obt. erit 37. h: ab M. 90. si sint diversæ affectionis (unus acutus, alter obt.) erit ab P. 90. Ita si cb, ac sint ambo M. vel P. 90. erit 35. h: ab M. 90. si diversæ affectionis, erit ab P. 90.*

An. 4. *Datis angulis vis latera, & basim. Ex 42. h: Ut fin. dati (a) adiacentis quæsto (ac) ad rad. ita fin. 2. dati b ad fin. 2. oppositi ac. Ita pro bc. Pro basi ab. inventis cruribus, utere analysi 3. sanè si b est acutus, erit ac M. 90. P. si obt. Ita de bc 34. h:*

An. 5. *Dato non recto, ut a, cum adiacente crure ac, vis reliqua. Pro b dic ex 42. h: & convert. Ut rad. ad fin. dati a, ita fin. 2. dati ac ad fin. 2. b. Notis non rectis elice arcus ex An. 4. Erit b acutus 34. h: si ac sit M. 90. si P. obt.*

An. 6. *Dato crure, ut ac, eiq. opposito b, vis reliqua, modo constet species a, vel bc. Ex 42. h: & conver. Ut fin. 2. dati ac, ad fin. 2. dati b; ita rad. ad fin. a. Erit a acutus [ubi ejus species non constet] si bc M. 90. si P. obt. 34. h: Vel: si nosti speciem basis, ubi haec sit M. 90. tunc erit acutus a, si b sit acutus; si b obt. erit a obt. 38. h: At si ab sit P. 90. & b acutus, erit a obt. si b obtusus, a erit obt. Notis non rectis elice arcus quæstos ex An. 4.*

An. 7. *Datis cruribus, vis reliqua. Ex 43. h: & convert. Ut rad. ad fin. 2. utriusvis cruris, reu ac, ita fin. 2. alterius cruris bc ad fin. 2. basis. Ex basi. & quovis cruris*

114

te, habes ei oppositum ang. ex An. 1. Erit ab M. 90 si utrumq. crus sit P. aut M. 90. erit P. 90. si illa variant ex 35. h:

An. 8. Data basi, & crure, ut ac, vis reliqua. Ex 43^o h: & conv. Ut sin. 2. dati ac ad sin. 2. basi; ita radii ad fin. 2. alterius cruris bc. Ex basi, & uno crure, huic oppositum ang. elice ex An. 1. Erit cb M. 90. si ab, ac sint M. 90. sed P. 90. si ab sit M. 90. ac P. 90. At si ab, ac sint P. 90. erit cb M. 90. si ab sit P. 90. ac M. 90. erit cb P. 90. ex 36. h:

Venio ad Tr. obliquangulum, pro quo 4. propos. permitto, omisis alijs à 44. ad 57. ut pote in nostra methodo superfluis.

57. In Tr. abc fig. 21. arcus ex a ḡis ad bc, cedit intra Tr. si ejusd. effect. sint b, c: extra, si diversæ. Scèus, acutis b, c, cadat extra, sitq. ad. In Tr. acd, recto d, obtuso acd 5. h: en ad 34. h: P. 90. In Tr. abd, recto d, acuto b, en 34. h: idem ad M. 90. &c. Idem est, si obtusis b, c, dicas ḡrem ad. Si b acutus, c obt. erit ḡris ad; alijs sit ay; erit 34. h: ay P. 90. & M. 90. in Tr. acy, aby.

58. omittatur.

59. In Tr. abc, def fig. 16. sit b æq. e: c æq. f; erit sin. ab ad sin. ac, ut sin. de ad sin. df; nam 41. h: ut sin. ab ad sin. c, ita sin. ac ad sin. b. Vel: sinus ab ad sin. ac ut sin. de, df; erunt æq. c, f; vel æq. 2. rectis; nam ut sin. ac, ab, ita sin. b, c; & sinus df, de, ut sinus e, f; vel ob hyp. ut sin. b, c, ita sin. e, f; atqui sunt æq. sinus b, e æqualium; ergo 14. 5: sinus e, ferunt æq. v. g. ambo sinus gr. 30. vel e gr. 30. f i 50. def. 8. pr. &c. Unde [nota] est vera propos. et si b, c, vel c, f non sint æq. sed go. 2. rectis.

115

60. In Tr. abc si ad biseget bac, erunt sin. ab, ac ut sin. bo, oc. In Tr. abo, aoc, ob æq. ad a, & æq. rectis ad o, en 59. h: ut sin. ab, bo, ita sinus ac, co. permuta &c. *Conversa.* Sunt æq. 2. rectis ad o; ergo ob hyp. & permuto, en 59. h: æq. ad o, vel æq. 2. rectis: non hoc, quia bac est minor 2. rectis, ergo æquales.

61. In Tr. abc, fig. 40. sit ad \hat{A} bis $b\hat{o}\hat{s}$ saltim producæ, erit sin. bad ad sin. dac, ut sin. 2. b ad sin. 2. c. In Tr. abd, recto d, est 42. h: sin. bad ad rad. ut sin. 2. b ad sin. 2. ad; & in Tr. adc, ut sin. dac ad rad. ita sin. 2. c in 2. fig. est angulorum ad c idem sinus, unde sinum acb pro sinu acd assumo] ad sin. 2. ad. Vel: ut rad. ad sin. $d\hat{G}c$, ita sin. 2. ad ad sin. 2. c; ergo ex æquo, in ut formula, stat assertum.

Analysis Tr. Obliquanguli Sphærici.

62. *Datis ang. vii arcus.* Sint inæq. a, b, c; en saltim duo (b, c) vel obtusi ambo, vel acuti. Duc \hat{A} ad, cadet intra Tr. 57. h: Est 61. h: sin. $b\hat{o}\hat{s}$ ad sin. dac ut sin. 2. b ad sin. 2. c; hanc rōnem noscere ex datis b, c , ergo & illam: datur bac minor 2. rectis; reperi per 27. pr. $b\hat{o}\hat{s}, dac$ (licet 27. pr. sit de arcubus, & ang. rectilineis, intelligatur & de ang. Sphæricis; cum eorum sinus à sinibus arcuum eorund. ang. non discrepent) datoq. b, c en ex An. 4. in Tr. abd basis ab, & latus $b\hat{o}$. Ita in Tr. adc noscere ac, cd, & jam totum bc. Si repères dac, vel $b\hat{o}\hat{s}$ rectum, uti est d, en 25. h: ac, cd, vel ab, db 90. Si sint æq. b, c , & 9. h: ab, ac; cadet \hat{A} intra Tr. 57. h: eruntq. æq. $b\hat{o}, cd$ 21. h: ut & $b\hat{o}, cd$ dimidia proinde dati bac. In Tr. abd datis non rectis, en ex An. 4. basis ab, (& ac æq.) item $b\hat{o}$ [Et dc æq.]

63. *Datis arcubus, vis angulos.* Sit ca fig. 36. ma-

116

þor $\hat{c}b$, ambo M. 90. fac 90. ad, ae : duc de , qui coeat cum bc producio, en recti d, e ; unde ex 40. h: cùm fb , fd coeant in f ; sintq. per c, b maximi ce, bd recti ad fd ; erit ut sin. bf, bd , ita sin. cf, ce . Vel: ut sin. bf, cf, ita bd, ce ; quorum rō datur [quia compleat 90. cum datis ac, ab] unde & rō sinuum bf, cf ; item datur horū ex 2. h: minorum 180. differentia bc ; ergo noscentur singuli per 28. pr. In Tr. bfd recto d , dantur bf, bd ; en df An. 8. & dbf & 5. h: abc . Ita in Tr. fce datis cf, ce en ecf , & 6. h: acb . Item en ef , qui sublatus à df relinquit de , & suum a .

Sint fig. 41. ab, ac P. 90. fac 180. abd, acd 16. 1: Th. nosces db, dc M. 90. en ut prius, anguli Tr. dbc & 5. h: abc, acb ; & 13. h: a æq. d .

Sit ab fig. 42. M. 90. ac P. 90. fac 90. ad, ae : duc de ; en recti d, e ; unde ex 40. h: cùm bc , de coeant in f ; & ex b, c ad de sint $\hat{f}es bd, ce$; erunt [permutando] sin. bf, cf ut sin. bd, ce ; quorum noscis rōnem, quia compleat datos ab, ac ; ergo & rōnem sin. bf, cf ; quorum aggregatum bc datur, estq. 2. h: M. 180. en bf, cf 27. pr. In Tr. bfd recto d , datur bf , & bd compl. ab ; en df An. 8. & dbf ; & 5. h: abc . Ita nosces $c, & cf$; totumq. $de, &$ suum a .

Sit fig. 43. ab 90. ac M. 90. fac 90. ad ; en recti d, b . In Tr. bcd recto d , datur bc ; & cd compl. ac ; en An. 8. bd (& suus a) bcd (& 5. h: bca) item cbd (& cba complens rectum.)

Sit ac 90. ab P. 90. fac 90. ae : en recti e, c . In Tr. bce recto e , datur be , & be complens 90. en an. 8. ec (suusq. a) cba ; & bce , quem adde recto ace , en acb .

Si sint æq. saltem ab, ae fig. 40. en 8. h: b, c æq. non recti ob Tr. obliqui nec 90. ab, ac 2 5. h: unde b, c acuti, vel obtusi. Duc \hat{f} em ad intra Tr. 57. h: In Tr.

 abf ,

abd, acd ob æq. b, c, & rectos ad d, & æq. ab, ac, en 21. h: æq. ad a; & bd, cd; unde semisses dati bc. In Tr. abd recto d, noscis bd, ab, en bad An. 8. (& bac duplus) & b, ut & æq. c.

64. *In Tr. abc obliqu. dato b, & suis ba, bc, vix reliqua. sint inæq. ba, bc, & neuter 90. duc ſem ad; an cadat intra Tr. operatio docebit. In Tr. abd ex datis, en ad An. 2. & bad, cum bd An. 8. Si bd sit minor bc, ſis cecidit intra &c. [quia utrinq. ab a duci potest ſis ad bc, nos, quando cadit extra, eligemus ſem sub abc] aufer bd à bc (vel contra) en cd. In Tr. acd datis ad, cd; en ac & cad An. 7. qui additus bad [vel sub latus] dat bac; & datis ac, ad, en An. 8. acd in fig. 1. vel acd in fig. 2. unde quæfutus acb 5. h: Nequit esse 90. ad, vel bd; aliás ab 3 5. h: foret 90. contra hyp. Si cd reperiatur 90. en ac 90. 3 5. h: cad rectus 3 4. h: alia ut prius quærentur.*

Si alter arcuum inæq. ut ab sit 90. dueto tri ad, en faltem unum crus 90. ad, vel bd 3 6. h: non ad, aliás b, d effent recti 2 5. h: contra hyp. ergo bd; unde 2 5. h: rectus bad; & 2 6. h: b polus ad; ergo sine ulla analysi ob datum b habes suum ad; alia tamen ut prius exquires.

Si dentur a, & fui ab, ac æq. en b æq. c 8. h: imbo acuti, vel obt. in Tr. obl. unde ab, ac non 90. 2 5. h: & ſis intra Tr. 57. h: item 2 1. h: æq. bd, cd; & bad, cad; unde semisses dati bac. In Tr. abd datis ab, bad, en bd An. 2. & duplus bc. Datis ab, bd, en b An. 8. & c æq. 65.

65. *Datis b, a in Tr. obl. abc, & adiacente ab, vix reliqua. Sit ab non 90. a, b inæq. duc ſem ad; an intra Tr. docebit calculus; nam in Tr. abd datis b, ab, en ad An. 2. & bad An. 8. qui si dato bac minor sit, cadet ſis intra Tr. &c. aufer bad ex bac, vel contra; en cad C non reperties rectum bad, ne fint 90. ab, bd 2 5. h: cō-*

118

tra hyp. cad poterit esse rectus] datisq. ab, bad, en An. 2. bd. In Tr. *acd* notis *a, ad; en ac An. 5.* Datis *ac, cd* non recto, *en cd An. 2.* qui additus *bd* [vel dēptus] dat *bc.* Datis *ac, ad, en acd An. 8.* in fig. 1. vel 5. h: *acb* in fig. 2. ut *c, d* non recti.

*.. Sit ab 90. b non æq. bac; en 36. h: in Tr. rect. abd 90. bd (non ad, ne sint 2 5. h: recti *b, d* contra hyp.) & rectus *bad* 2 5. h: *b* polus *ad* 26. h: ergo *ad* est arcus dati *b*, ideo sine analysi notus, alia ut prius.*

*.. Dentur *bc* sive 90. sive non; & *b, c* æq. en 9. h: *ab* æq. *ac;* & $\frac{1}{2}$ is *ad* intra Tr. bisecat datum *bc,* & *bac* 2 1. h: In Tr. *abd* datur *b,* & *bd* adiacens; en basis *ab* An. 5. & *ac* æq. Notis *ab, bd, en bad* An. 8. & duplus *bac.**

*.. 66. In Tr. *abc* datis *b, c;* & *ab* sub altero, ut *c, item specie* ac sub *b, vii: reliqua.* Sint inæq. *b, c: ab* non 90. duc $\frac{1}{2}$ em *ad;* intra Tr. si *b, c* sint ejusd. affect. In Tr. *abd* datis *ab, b; en An. 2. ad, & An. 8. bd, bad.* In Tr. *acd* datur *ad,* & oppos. *c* [si .n. $\frac{1}{2}$ is cadit extra, datur *acd* 5. h: ob datum *acb*] en An. 3. *ac,* cuius jam species constat. Datis *ac, ad, en cd An. 8.* qui additus *ba* [vel sublatus] dat *bc.* Datis *ca, cd, en dac An. 3.* qui additus &*c. bad* dat *bac.* nequit esse 90. *ad, vel bd,* ne sit 90. *ab* 3 5. h: contra hyp.*

*.. Si *ac* sit 90. erit 36. h: in Tr. *acd,* saltem unum crus 90. *ad, vel cd;* non *af, ne 2 5. h:* sit rectus *c* contra hyp. ergo *cd* 90. & *cad* rectus 2 5. h: Alia ut prius.*

*.. Sit *ab* 90. *b, c* inæq. erit 36. h: in Tr. *abd* 90. *bd,* rectus *bad* 2 5. h: Est *b* polus *ad* 26. h: & datus *b* dat *ad.* Reliqua ut prius. *ac* non est 90. uti est *ab,* ne sint recti *b, c* 2 5. h:*

*.. Sint æq. *b, c;* en 9. h: *ab, ac* æq. non 90. ne sint 2 5. h: *b, c* recti; $\frac{1}{2}$ is *ad* cadit intra Tr. bisecatq. *bc, bac* 2 1. h: In Tr. *abd* datis *ab, b; en ad An. 2. & bd, bad* 2 1. h: *ad* non est 90. uti est *ab,* ne sint recti *b, c* 2 5. h:*

67. *Datis ab, ac, & b super ac; item specie c, vis reliquo.* Sint *ab, ac* in æq. neuter 90. duc $\frac{1}{2}$ em ad. In Tr. *abd* datis *b, ab*, en *ad* An. 2. & An. 8. *bd, bad*. In Tr. *acd* noscis *ac, ad*; en *cad* An. 8. [qui additus &c. *bad*, dat *bac*] item *acd* [vel *acb* §. h: in fig. 2.] notis *ac, ead*, en An. 2. *cd*, qui additus &c. *bd*, dat *bc*. Non erit 90. *ad*, nec *bd*; ne sit 90. *ab* 3 §. h: contra hyp. neq. *ad* est 90. ne *ac* sit 90.

Si v. g. *ab* sit 90. erit 36. h: *bd* 90. (non *ad*, ne sit 2 §. h: *b* rectus contra hyp.) *bac* rectus, *b* polus *ad*; & *b* dat *ad*. Alia ut prius. Ita si *ac* sit 90. erit *cd* 90. *cad* rectus, *c* polus *ad*; unde inventus *ad* dat *acd* (vel *acb* §. h: in fig. 2.) Alia ut prius.

Sint æq. *ab, ac*; en *c* æq. dato *b*; & $\frac{1}{2}$ is intra Tr. bisecat 2 1. h: *bc, bac*. In Tr. *abd* ex basi *ab, & b*, en *ad* An. 2. & *bac* An. 8. & duplus *bac*; item *bd, & duplus bc*.

Facilius est analysis per tangentes, & secantes, at prolixa Theoremata; Clavum adi. Tabulistæ canones afferunt etiam per tangentes &c.

A R I T H M E T I C E

Praxes innuuntur.

I. *Nume-* **P**unctis, & commatis, aut aliâs, numerare.

Prum in ternaria dispesce; ubi punctum, lege millia: ubi comma, mil-

4, , , 319. 256, , 728. 243,579. 605.
liones, ubi duo commata, billions, vel milliones
millionum: ubi tria, trillions &c. hic lege: 4. millions
millionum millionum, vel 4. trillions; trecenta
decem, & novem millia cum 256. billionibus; 728.
millia & 243. millions; 579. millia, sexcenta, & quinq.
sine decadibus ob zero.

120

2. *Colligere.* Adde unitates 8, 2, 5, en 15. in summa scribe 5, mente retine denarium, qui cum 6, 9, o conflat 16; scribe 6, retine centuriam, quæ cum suis 2, 4 conflat 7. adde millia-tia, & scribe 14. *Examen.* à collectis tolle 9, quoties potes sic: 4, 2, 6 sunt 12; aufer 9. en 3; quæ cū 8 sunt 11; tolle 9. en 2 quæ cū 3, 4 sunt 9. abijce. Ita prosequendo restabunt 5. Si ita abiectis 9 à summa, tantundem restet, probè es operatus.

3. *Subducere.* Ut à 74295 tollas 29632; à 5 tolle 2, restant 3; scribe 3 in Residuo: à 9 tolle 3, en 6 in residuo: à 2 nequis auferre 6; mutua 1 à sequenti 4; tum à 12 tolle 6, en 6 residua; at ly 4 ob mutuum evasit 3. ut à 3 tollas 9, mutua 1 à 7, en 13: tolle 9, en 4. A' non 7, sed 6 tolle 2, en 4. *Examen.* adde subtrahendum, & residuum, en 74295 ut supra. bene. Ut à 500700 tollas 293546, mutua decadem à 7; à 10 tolle 6, en 4: & ly 700 evasit 690, unde à 9 tolle 4, en 5 &c.

4. *Multiplicare* 1758 per 4. dic: quater 8 sunt 32; scribe 2 in Producto, retine 3. quater 5 sunt 20, & cum retentis 3 sunt 23; scribe 3, retine 2. quater 7 sunt 28, & cum illis 2 sunt 30; scribe zerum, retine 3. quater 1 sunt 4; quæ cum 3 sunt 7. *Examen.* divide, ut mox, 7032 per multiplicatorem 4, quotus est 1758. bene est. Ut ducas 1758 in 64, cruto jam 7032, duc 6 in 8, in 5 &c. scribe productum ita, ut ejus prima ad dexteram nota stet sub 3: & ita semper uno ante loco, si plures figuræ sint in multiplicatore, producta collecta dant quæsitum. Usui hic erit

TABULA PYTHAGORICA,

Ut n. ducas 8
in 6, sume 8 in
frōte, 6 à late-
re tabulæ; vel
contra; en 48
in area cōi.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

S. *Dividere aureos 7529 in 5 mi-*
lites. Scribe 5 sub 7. dic: 5 in 7 sunt $\frac{0}{20}$
semel, abundat 2; scribe 1 post lunu- $\frac{7529(1505\frac{4}{5})}{5555}$
lam, 2 super deleto, si lubeat, 7. Pro-
move 5, uno semper loco, sub 5; dic: 5 in 25 est quin-
quies; scribe 5 post (, dele 25, aut superscribe 0, su-
premasq: tantum notas adverte. Veniat 5 sub 2; in
2 non est 5; scribe 0 post (. veniat 5 sub 9; dic: 5 in
29 (totum superstans) intrat quinquies, abundant
4; si n. ducas quotū 5 in divisorēm 5, en 25. scribe 5 post
(, ly 4 stet supra lineam, divisor infra. & cuivis mili-
ti dentur aurei 1505 cum 4 quintis, seu cum 4 parti-
bus aurei divisi in 5 æqualia. Examen. divisorēm 5
duc in quotientem 1505, en 7525; & cum residuo 4
en 7529, scil. dividendus. Ut dividas 7429 per 25,
dic: 25 semper ad modum unit, in 74 est bis, scribe 2
post (&c. ut supra. Nunquam divisor ingreditur
plusquam novies. Si à dato 7000 tollis unum etern,
dividis illum per 10: si duos 0, per 100: si 3, per
1000 &c. Si ad 7 addas, o, multiplicas per 10: si duos,
per 100: &c.

122

6. *Minutiarum valor.* 2 tertiae partes aurei superantne 4 quintas? scribe ut vides; duc numeratōē unius in denominatorē alterius, $\frac{2}{3} \frac{4}{5}$; 2 in 5, & 4 in 3; en 10, 12. plus prodijt ex docto numeratoris 4; ergo 4 quintæ superant.

7. Ad minimos terminos reducere minutias, seu fractos ut 36 centesimas. Tolle 36 à 100 quoties potes, dividendo per 36, en 28. tolle 28 à 36, en 8. tolle 8 quoties potes à 28. en 4. tolle, semper vicissim, 4 ab 8, nil restat; ergo 4 est partium fracti maxima cōis mensura; per hanc eas divide, en 9, & 25; erit quæsita minutia priori æqualis, 9 vigesimæ quintæ. Si cōis mensura sit unitas. numeri ad minores reduci nequeunt, & dicuntur primi inter se.

In qualibet praxi ubi cum fractis sint integra, bæc nonnunquam necesse erit resolvere in fractos ejusd. nōis; ita 2 cum 3 quartis resolues in 11 quartas, $\frac{2}{3} \frac{3}{4}$. dūlo 2 in denominatorem 4. at 27 quartas reduces ad 6 cum 3 quartis, diviso 27 per 4. Sunt 1 integrum 4 quartæ, 10 decimæ òr.

8. Fractos redigere ad æquales, & unius nōis. Vide, an 3 & 7 sint inter se primi; sunt sanè; duc 3 in 7, en 21 numerus minimus mensus à 3, & 7. confer 21 cum sequenti 9, $\frac{2}{3} \frac{4}{7} \frac{5}{9} \frac{8}{10}$ suntne primi inter se? nœtiqā, ob 3 cōcem mensoram, maximum ex praxi 9. per maximam divide 21, et 9; en quoti 7, 3. quotum 3 duc in 21, vel quotum 7 in 9; en 63 minimus mensus à 3, 7, 9. confer 63 cum 10; sunt primi; duc ergo 63 in 10, en 630. minimus dimensus à 3, 7, 9, 10; & cōis denominator futurarum fractionum. Divide 630 per primæ denominatorem 3, en 210: duc 210 in numerat. 2, en 420,

123

Novi primi fracti numerator. Diuide 630 per denominat. 7, en 90; duc 90 in numerat 4, en 360 numerator secundi fracti. Ita pro alijs. Si duo tantum dentur fracti, duc 2 in 7, & 4 in 3; en 14, & 12, novi numerat. duc 3 in 7, en 21 cōis denominator.

9. *Frac̄tos fraktionum*, ut 2 tertias 5 septimarum 8 decimarum, reducere ad simplicem aequalem. Scribe cū linea in primo tantum: duc 3 in 7, en 21: duc 21 in 10, en 210 denominator. Duc 2 in 5, en 10; duc 10 in 8, en 80 numerator. Si duo tantum sint, duc 3 in 7, en denom. duc 2 in 5, en numer.

10. *Frac̄tos colligere*. Reduc ad id. nomen: collige numeratores: summae nouum denom. subscribe. Si sint etiam integra, sc̄ortim collige. Examen. à somma tolle 1. minutiam, ut mox, restabit alia; vel, si plures sint, aliarum summa.

11. *Subducere 2 septimas à 5 sept.* *sælla reductiones* pueris patet. Examen ut praxi 3. Ut à 2 tollas 3. quartas, resolve 2 in 8 quartas; vel in 1, & 4 quartas.

12. *Multiplicare*. Duc 2 in 5 en 10: duc 3 in 7, en 21. produclum erit 10 vigesimæ primæ. Examen. Divide, ut mox, produclum per unum ex multiplicatis, en alter, si reducas ad minimos. Ut ducas (vel dividas) 1 in 2 tertias, integro suppone 1 (lege unam unciam, 2 unelimas &c.) ntq: prius, productum hinc 2 tertiaz sanè minus multiplicato 1; quia si ducas 1 in 1, en 1; ergo si ducas 1 in 2 tertias, in minus uno, en minus uno &c.

13. *Dividere 2 tertias per 4 octavas*. Inverte divisorem, ut vides. Duc 2 in 8, en 16: duc 3 in 4 en 12. quotus erit 16 duo-

134

decimæ, sive 1 & 4 duodecimæ, sanè plus diviso; quia
dividens querit quoties 4 octavæ, seu 1 secunda sit in
2. tertijs, sane plusquam semel. *Examen.* duc quotum
in divisorem non inversum, prodibit dividendus, si
reducatur ad minimos terminos.

14. *Regula aurea ob utilitates, vel Trium.* Si 2
fostores merentur 7 Julios, quot merentur 12? en 3
termini 2, 7, 12; vis quartum. duc secundum in ter-
tium, *vel contra, idem n. est;* productum 84 divide
per primum 2, en quæsitus 42. *Examen.* duc primum
in quartum, en iterum 84. bene. Si 60. merentur 5,
quid 7? duc 5 in 7, en 35: divide per 60; quotus non
dat integrum; scribe fractum, 35 sexagesimæ. Quan-
ti constant 6 ulnæ panni, si 30 constent 7 aureis? in-
verte: 30 constant 7; 6? Si 6 milites uno die 10 pa-
nes edunt, 3 milites 8 diebus? dic: 6 edunt 10, 3? en
5 panes pro 1 die. Et: 1 dies dat 5, 8? en 40. Ita rōnt
ſæpe utendum in hac *Regula proportionum,* quia sup-
ponit 4 terminos prop--les.

15. Radicem quadratam eruere à 274863. Supponere alterna puncta à 3 ad dexteram inchoans.

tolle à 4463. en 287, de quo mox. Ubi tollendum superat totum superstans, minue quotum, & opus refice. Ubi divisor non ingreditur, scribe o post (, & intactis öib. prosequere. Examen. duc radicem in se, en 274576. adde illa 287. en datus numerus. In Fractionis ut 9 centesimis, radix, 3 decimæ, ab utraq. parte cruetur.

16. *Radix cubica.* Ternas notas punctis signa: primi membrai 16, vel proximè minoris 8, radix 2 sic post (: residuum 8 stet super deletio 16. Radicis 2 quadratū 4 due in 300. en 1200, per quæ divide 8194, en 5 post (. duc 5 in divisorem 1200. en 6000. duc 25 quadratum 5 in 60, productum ex priori radice 2 ducta in 30. en 1500, quæ adde illis 6000, & ipsius 5 cubo 125, en 7625 tollenda ab 8194 restant 569. superscribe. Duc 625 quadratum radicis 25 in 300. en 187500, per quæ divide 569298. en 3 post (. Duc 3 in divisorem 187500; en 5 5 2500. Duc 9 quadratum 3 in 750 productum ex radice 25 ducta in 30. en 6750; quæ cum 562500, & 27 cubo ipsius 3 dant 569277; quæ tolle à 569298, en 21 residuum; ergo radix inventa est cubi proximi, non dati numeri, qui exactam non habet, sed sic proximè accedens invenietur. Appone illi quotvis zerorum ternaria, & prosequere radicis extractionem vt supra; ex radice demum reperta abiece tot ad dexteram notas, quot apposuisti ternaria; & ex abiectis fac numeratorem minutias, cuius denominator fit 1 cum tot zeris, quot fuere ternaria; quam appone radici 253, quæ cum minutia erit radix proximè major quam vera, prior .n. fuit proximè minor vera. Pro residuo radicis quadratæ similiter procede, at binaria zerorum appones.

126

In his 2. præc. potest 1. membrum esse una ucta; etiam si sit unitas, cuius radix utriusque est 1.

Examen. Duc 253 in 253, en 64009. in quæ duc 253: en 16194277. & cum residuo 21, en datus numerus. Residuum nonquam superat triplum radicis una cum 3 quadratis ejusd.

Nota. Typographi cōr non habent notas numerorum deletorum, ideo zeros superposui; at qui exercetur, potius deleat.

17. De Monetis. Sicuti utuntur unica, quæ reducitur ad tarenos 30, sive in hos resolvitur; tarenus reducitur ad grana 20, granum ad sex parua. Ordineq. sūo scribuntur, interpositis punctis distinguenda. Ut in summam redigas apposita, adde parua 4, 5, 1, en 10; seu granum 1, & parua 4. scribe 4, retine unum, quod cum alijs granis 16, 0, 8 conflat 25; sive tarenum 1 cum granis 5. scribe grana 5. retine tarenum, qui cum alijs 17, 21, 0 conflat 39; sive unciam 1, & tarenos 9. scribe 9, retine 1. &c. summa erit unc. 25. 9. 5. 4. Examen. à summa tolle, ut mox, unam seriem, ceu 9. 0. 8. 1. restabit aliarum summa, nisi erraveris. Pro subduktione, à 5. tolle 4, en 1. à 6. ne quis tollere 10; mutua grana 20

à tarenis, ita à 26 tollendo 10, restabunt 16. & ly 19. evasit 18. si à 18 tollas 18, en 0. à 12. tolle 9, en 3. Examen. adde Residuum, & subtractum; conflabunt minuendum; seu illud, à quo facta est subtractio.

unc. 12. 17. 16. 4.
unc. 3. 21. 0. 5.
9. 0. 8. 1.
unc. 25. 9. 5. 4.

unc. 12. 19. 6. 5.
9. 18. 10. 4.
3. 0. 16. 1.

127

Iulius Romanus respondet granis 25. Siculis; Ty-
toni in Arithmetica jam exercito primum erit mone-
tas Romanas reducere ad Siculas &c.

ERRATA CORRIGE

Pag. Lin.

14	12	aequilatera	æq. latera
14	23	19. h:	18. h:
15	10	cfg; major	cfg major
15	16	cde	cde
44	8	sub dupla	subdupla
74	22	Ab polo fx	Ab f polo x
87	32	fig. 33.	fig. 32.

A. M. D. G.



343

1. Белка	10	4
2. Кролик	10	4
3. Свинья	10	2
4. Говядина	10	2
5. Ягненок	10	4
6. Говядина	10	4
7. Говядина	10	4
8. Говядина	10	4
9. Говядина	10	4
10. Говядина	10	4

Д. А. М. А.



