



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

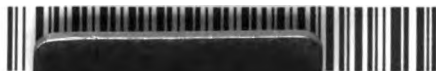
### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



Phys. 82

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT









PHILOSOPHIÆ  
NATURALIS  
THEORIA

REDACTA  
AD UNICAM LEGEM VIRIUM  
IN NATURA EXISTENTIUM.

AUCTORE  
P. ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH

SOCIETATIS JESU,  
PUBLICO MATHESEOS PROFESSORE  
IN COLLEGIO ROMANO.



VIENNÆ AUSTRIÆ,  
APUD AUGUSTINUM BERNARDI,  
UNIVERSITATIS BIBLIOPOLAM.

---

MDCCLIX.





## MONITUM.

**N**Otandum diligenter illud: ubi Num. 361, & 414 quatuor puncta disponuntur in quadratum, ac ex quadratorum serie fit velum, ex cuborum serie murus quidam omnino impenetrabilis; ac Num. 435 ex cuborum itidem serie particula quævis solida, figuræ tenacissima, ac impenetrabilis; ut res accurate procedat, requiruntur præter binas asymptotos inter se proximas, quæ ab initio abscissarum distent per intervallum æquale lateri quadrati, aliæ binæ ejusmodi, quæ distent per intervallum æquale diametro ejusdem quadrati; potest enim aliter quadratum abire in rhombum, non mutata laterum magnitudine, adeoque potest cum solis binis asymptotis mutari figura. Per unicum tamen binarium asymptotorum res æque bene perfici potest, adhibendo in plano seriem triangulorum æquilaterorum pro velo, & aliud velum ejusmodi pro muro ponendo ita parallelum priori, ut singula prioris puncta sint vertexes pyramidum regularium, habentium basin in totidem triangulis posterioris; ac eodem pacto per triangula solidissimæ fieri possunt particulae. Velum etiam constans quadratis, & murus cubis, erit fortissimus, si extrema puncta angulorum immota sint; neque enim quadrata possunt abire in rhombos, nisi velum contrabatur. Sed hæc ad accuratorem determinationem immuisse sit satis.



# EPISTOLA

P. ROGERII JOS. BOSCOVICH

SOCIETATIS JESU

AD

P. COROLUM SCHERFFER

EJUSDEM SOCIETATIS.

*Reverende in Christo Pater!*

**I**N meo discessu Vienna reliqui apud Reverentiam vestram imprimendum opus, cujus conscribendi occasionem præbuit Systema trium massarum, quarum vires mutuæ Theoremata exhibuerunt, & elegancia, & fecunda, pertinentia tam ad directionem, quam ad rationem virium compositarum e binis in massis singulis. Ex iis Theorematis evolvi nonnulla, quæ in ipso primo inventionis æstu, & scriptionis fervore quodam, atque impetu se se obtulerunt. Sunt autem & alia, potissimum nonnulla ad centrum percussionis pertinentia ibi attactum potius, quam pertractatum, quæ mihi deinde occurrerunt & in itinere, & hic in Hetruria, ubi me negotia mihi commissâ detinuerunt hucusque, quæ quidem ad Reverentiam vestram transmittenda censui, ut si forte satis mature advenerint, ad calcem operis addi possint; pertinent enim ad complementum eorum, quæ ibidem exposui, & ad alias sublimiores, ac utilissimas perquisitiones viam sternunt.

Inprimis ego quidem ibi consideravi directiones virium in eodem illo plano, in quo jacent tres massæ, & idcirco ubi Theoremata applicavi ad centrum æquilibrii, & oscillationis pro pluribus etiam massis, restrinxi Theoriam ad casum, in quo omnes massæ jaceant in eodem plano perpendiculari ad axem conversionis. In nonnullis Scholiis tantummodo innui, posse rem transferri ad massas, utcunque dispersas, si eas reducantur ad id planum per rectas perpendiculares plano eidem; sed ejus applicationis per ejusmodi redu-

tionem nullam exhibui demonstrationem, & affirmavi, requiri systema quatuor massarum ad rem generaliter pertractandam.

At admodum facile demonstratur ejusmodi reductionem rite fieri, & sine nova peculiari Theoria massarum quatuor generalis habetur applicatio tenui extensione Theoriæ massarum trium. Nimirum si concipiatur planum quodvis, & vires singulæ resolvantur in duas, alteram perpendicularem plano ipsi, alteram parallelam; priorum summa elidetur, cum oriantur e viribus mutuis contrariis, & æqualibus, quæ ad quamcunque datam directionem redactæ æquales itidem remanent, & contrariæ, evanescente summa; posteriores autem componentur eodem prorsus pacto, quo componerentur, si massæ per illas perpendiculares vires reducerentur ad illud planum, & in eo essent, ibique vires haberent æquales redactas ad directionem ejusdem plani, quarum oppositio & æqualitas redderet eandem figuram, & eadem Theoremata, quæ in opere demonstrata sunt pro viribus jacentibus in eodem plano, in quo sunt massæ. Porro hæc consideratio extendet Theoriam æquilibrii, & centri oscillationis ad omnes casus, in quibus systema quodvis concipitur connexum cum unico puncto axis rotationis, ut ibi globus vel systema quodcunque massarum invicem connexarum oscillat suspensum per punctum unicum.

Quod si sint quatuor massæ, & concipiatur planum perpendiculare rectæ transeunti per binas ex iis, ac fiat resolutio eadem, quæ superius; res iterum eodem recidet; nam illæ binæ massæ ita in illud planum projectæ, coalescent in massam unicam, & vires ad reliquas binas massas pertinentes habebunt ad se invicem eas rationes, quæ pro systemate trium massarum deductæ sunt. Hinc ubi systema massarum utcunque dispersarum converti debet circa axem aliquem, sive de æquilibrii centro agatur, sive de centro oscillationis, sive de centro percussionis, licebit considerare massas singulas connexas cum binis punctis utcunque assumptis in axe, & cum alio puncto, vel massa quavis utcunque assumpta, vel concepta intra idem systema, & habebitur omnium massarum nexus mutuus, ac applicatio ad omnia ejusmodi centra habebitur eadem, concipiendo tantummodo massas singulas redactas ad planum perpendiculare per rectas ipsi axi parallelas.

Sic



Sic ex. gr. ubi agitur de centro oscillationis, quæ pro massis existentibus in unico plano perpendiculari ad axem rotationis proposui ac demonstravi respectu puncti suspensionis, & centri gravitatis, traducuntur ad massas quascunque, utcunque dispersas respectu axis, & respectu rectæ parallelæ axi ductæ per centrum gravitatis, quam rectam Hugenus appellat axem gravitatis. Nimirum centrum oscillationis jacebit in recta perpendiculari axi rotationis transeunte per centrum gravitatis, ac ad habendam ejus distantiam ab axe eodem, sive longitudinem penduli isochroni, satis erit ducere massas singulas in quadrata suarum distantiarum perpendicularium ab eodem axe, & productorum summam dividere per factum ex summa massarum, & distantia perpendiculari centri gravitatis communis ab ipso axe. Rectangulum autem sub binis distantis centri gravitatis ab axe conversionis, & a centro oscillationis erit æquale summæ omnium productorum, quæ habentur, si massæ singulæ ducantur in quadrata suarum distantiarum perpendicularium ab axe gravitatis, divisæ per summam massarum. Si enim omnes massæ reducantur ad unicum planum perpendicularare axi conversionis, abit is totus axis in punctum suspensionis, totus axis gravitatis in centrum gravitatis, & singulæ distantie perpendiculares ab iis axibus evadunt distantie ab iis punctis; unde patet generalem Theoriam reddi omnem per solam applicationem systematis massarum trium rite adhibitam.

Quod ad centrum oscillationis pertinet, erui potest aliud Corollarium, præter illa, quæ proposui, quod summo sæpe usui esse potest; est autem ejusmodi. *Si plurium partium systematis compositarum ex massis quocunque, utcunque dispersis inventa fuerint seorsim centra gravitatis, & centra oscillationis respondentia dato puncto suspensionis, vel dato axi conversionis, inveniri poterit centrum oscillationis commune, ducendo singularum partium massas in distantias perpendiculares sui cujusque centri gravitatis ab axe conversionis, & centri oscillationis cujusvis ab eodem, & dividendo productorum summam per massam totius systematis ductam in distantiam centri gravitatis communis ab eodem axe.* Hoc Corollarium deducitur ex formula generali eruta in ipso opere pro centro oscillationis, quæ respondet Figuræ 63 exprimenti unicam massam A ex pluribus quocunque, quæ concipi possint ubicunque: exprimit autem ibidem P punctum suspensionis, vel axem conversionis, G centrum gravitatis, Q centrum oscillationis, M summam massarum A + B + C &c, & formula est  $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}$ .

Nam ex ejusmodi formula est  $M \times GP \times PQ = A \times AP^2 + B \times BP^2$  &c. Quare si singularum partium massæ  $M$  ducantur in suas binas distantias  $GP$ ,  $PQ$ ; habetur in singulis summa omnium  $A \times AP^2 + B \times BP^2$  &c. Summa autem omnium ejusmodi summorum debet esse numerator pro formula pertinente ad totum systema, cum oporteat singulas totius systematis massas ducere in sua cujusque quadrata distantiarum ab axe. Igitur patet numeratorem ipsum rite haberi per summam productorum  $M \times GP \times PQ$  pertinentium ad singulas systematis partes, uti in hoc novo Corollario enunciatur.

Ufus hujus Corollarii facile patebit. Pendeat ex. gr. globus aliquis suspensus per filum quoddam. Pro globo jam constat centrum gravitatis esse in ipso centro globi, & constat itidem, ac e superioribus etiam Theorematis facile deducitur, centrum oscillationis jacere infra centrum globi per  $\frac{2}{3}$  tertiæ proportionalis post distantiam puncti suspensionis a centro globi, & radius; pro filo autem considerato ut recta quadam habetur centrum gravitatis in medio ipso filo, & centrum oscillationis, suspensione facta per fili extremum, est in fine secundi trientis longitudinis ejusdem fili, quod itidem ex formula generali facillime deducitur. Inde centrum oscillationis commune globi & fili nullo negotio definietur per Corollarium superius.

Sit Longitudo fili  $a$ , massa seu pondus  $b$ , radius globi  $r$ , massa seu pondus  $p$ , distantia centri gravitatis fili ab axe conversionis erit  $\frac{1}{2}a$ : Distantia centri oscillationis ejusdem  $\frac{2}{3}a$ . Quare productum illud pertinens ad filum erit  $\frac{1}{3}a^2b$ . Pro globo erit distantia centri gravitatis  $a+r$ , quæ ponatur  $=m$ ; Distantia centri oscillationis erit  $m + \frac{2}{3} \times \frac{rr}{m}$ . Quare productum pertinens ad glo-

bum erit  $m^2p + \frac{2}{3}rr$ . Horum summa est  $m^2p + \frac{2}{3}rr + \frac{1}{3}a^2b$ . Porro cum centra gravitatis fili, & globi jaceant in directum cum puncto suspensionis, ad habendam distantiam centri gravitatis communis ductam in summam massarum satis erit ducere singularum partium massas in fuorum centrorum distantias, ac habebitur  $mp + \frac{1}{2}ab$ . Quare formula pro centro oscillationis utriusque simul erit

$$\frac{m^2p + \frac{2}{3}rr + \frac{1}{3}a^2b}{mp + \frac{1}{2}ab}.$$

Hic

Hic autem notandum illud, ad centrum oscillationis commune habendum non licere singularum partium massas concipere, ut collectas in suis singulis aut centrīs oscillationis, aut centrīs gravitatis. In primo casu numerator colligeretur ex summa omnium productorum, quæ fierent ducendo singulas massas in quadrata distantiarum centri oscillationis sui; in secundo in quadrata distantiarum sui centri gravitatis. In illo nimirum haberetur plus justo, in hoc minus. Sed nec possunt concipi ut collectæ in aliquo puncto inter medio, cujus distantia sit media continue proportionalis inter illas distantias; nam in eo casu numerator maneret idem, at denominator non esset idem, qui ut idem perseveraret, oporteret concipere massas singulas collectas in suis centrīs gravitatis, non ultra ipsa. Inde autem patet, non semper licere concipere massas ingentes in suo gravitatis centro, & idcirco, ubi in Theoria centri oscillationis, vel percussionis dico massam existentem in quodam puncto, intelligi debet, ut monui in ipso opere, tota massa ibi compenetrata, vel concipi massula extensionis infinitesimæ, ut massæ compenetratæ in unico suo puncto æquivalet.

Quod attinet ad centrum percussionis, id attingi tantummodo determinando punctum systematis massarum jacentium in recta quadam, & libere gyrantis, cujus puncti impedito motu sistitur motus totius systematis. Porro æque facile determinatur centrum percussionis in eo sensu acceptum pro quovis systemate massarum utcunque dispositarum, & res itidem facile perficitur, si aliæ diversæ etiam centri percussionis idæ adhibeantur. Rem hic paullo diligentius persequar.

In primis ut agamus de eadem centri percussionis notione, moveatur libere systema quodcunque ita inter se connexum, ut ejus partes mutare non possint distantias a se invicem. Centrum gravitatis totius systematis vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum, cum per theorema inventum a Newtono, & a me demonstratum in ipso opere, actiones mutuæ non turbent statum ipsius: systema autem totum sibi relictum vel movebitur motu eodem parallelo, vel convertetur motu æquali circa axem datum transeuntem per ipsum centrum gravitatis, & vel quiescentem cum ipso centro vel ejusdem uniformi motu parallelo delatum simul, quod itidem demonstrari potest haud difficulter.

Inde autem colligitur illud, in motu totius systematis composito ex motu uniformi in directum, & ex rotatione circulari circa axem iridem translatus haberi semper rectam quandam pertinentem ad systema, nimirum cum eo connexam, pro quovis tempusculo suam, quæ illo tempusculo maneat immota, & circa quam, ut circa quandam axem immotum convertatur eo tempusculo totum systema. Concipiatur enim planum quodvis transiens per axem rotationis circularis, & in eo plano sit recta quævis axi parallela; ea convertetur circa axem velocitate eo majore, quo magis ab ipso distat. Erit igitur aliqua distantia ejus rectæ ejusmodi, ut velocitas conversionis æquetur ibi velocitati, quam habet centrum gravitatis cum axe translato; & in altero e binis appulsibus ipsius rectæ parallelæ gyrantis cum systemate ad planum perpendiculare ei plano, quod axis uniformiter progrediens describit, ejus rectæ motus circularis fiet contrarius motui axis ipsius, adeoque motui, quo ipsa axem comitatur, cui cum ibi & æqualis sit, motu altero per alterum eliso, ea recta quiescet illo tempusculo, & systema totum motu composito gyraabit circa ipsam. Nec erit difficile dato motu centri gravitatis, & binarum massarum non jacentium in eodem plano transeunte per axem rotationis, invenire positionem axis, & hujus rectæ immotæ pro quovis dato momento temporis.

Quærat jam in ejusmodi systemate punctum aliquod, cujus motus, si per externam vim impediatur, debeat mutuis actionibus sisti motus totius systematis, quod punctum, si uspiam fuerit, dicatur centrum percussiois. Concipiantur autem massæ omnes translatae per rectas parallelas rectæ illi manenti immotæ tempusculo, quo motus sistitur, quam rectam hic appellabimus axem rotationis, in planum ipsi perpendiculare transiens per centrum gravitatis, & in Figura 64 exprimat id planum ipsi plano schematicis; sit autem ibidem P centrum rotationis, per quod transeat axis ille, sit G centrum gravitatis, & A una ex massis. Consideretur quoddam punctum Q assumptum in ipsa recta PQ, & aliud extra ipsam, ac singularum massarum motus concipiatur resolutus in duos, alterum perpendicularem rectæ PG agentem directione Aa, alterum ipsi parallelum agentem directione PG, ac velocitas absoluta puncti Q dicatur V.

Erit

Erit  $PQ.PA::V.\frac{PA \times V}{PQ}$ , quæ erit velocitas absoluta massæ A.

Erit autem  $PA.Pa::\frac{PA}{QA} \times V.\frac{Pa}{QA} \times V$ , quæ erit velocitas secun-

dum directionem Aa, & PA.  $Aa::\frac{PA}{PQ} \times V.\frac{Aa}{PQ} \times V$ , quæ erit

velocitas secundum directionem PG. Nam in compositione & resolutione motuum, si rectæ perpendiculares directionibus motus compositi, & binorum componentium, sunt velocitates ut latera ejus trianguli ipsis respondentia, velocitas autem absoluta est perpendicularis ad AP. Inde vero bini motus secundum eas duas directiones erunt  $\frac{Pa}{PQ} \times A \times V$ , &  $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$ .

Jam vero summa omnium  $\frac{Aa}{PQ} \times A \times V$  est zero, cum ob natu-

ram centri gravitatis summa omnium  $Aa \times A$  sit æqualis zero, &  $\frac{V}{PQ}$  sit quantitas data. Quare si per vim externam applicatam cuidam puncto Q, & mutuas actiones sistatur summa omnium motuum  $\frac{Pa}{PQ} \times A \times V$ , sistetur totus systematis motus, reliqua summa elisa per solas vires mutuas, quarum nimirum summa est itidem zero.

Ut habeatur id ipsum punctum Q, concipiatur quævis massa A connexa cum eo, & cum puncto P, vel cum massis ibidem conceptis, & summa omnium motuum, qui ex nexu derivantur in Q, dum extinguitur is motus in omnibus A, debet elidi per vim externam; summa vero omnium provenientium in P, ubi nulla vis externa agit, debet elidi per se. Hæc igitur posterior summa erit investiganda, & ponenda = 0.

Porro posito radio = 1 est ex Theoremate trium massarum ut  $P \times PQ \times 1$  ad  $A \times AQ \times \sin QAa$ , sive ut  $P \times PQ$  ad  $A \times Qa$ , ita actio in A secundum directionem perpendicularem ad PQ =  $\frac{Pa}{PQ} \times V$  ad actionem in P secundum eandem directionem, quæ evadit  $A \times$

$\frac{A \times QA \times Pa}{P \times PQ^2} \times V$ , nimirum ob  $Qa = PQ - Pa$ , erit actio in  $P =$

$\frac{A \times PQ \times Pa - A \times Pa^2}{P \times PQ^2} \times V$ . Cum harum summa debeat æquari

zero demptis communibus  $\frac{V}{P \times PQ^2}$ , æquabuntur positiva negativis,

nimirum positiva  $\int$  pro characteristica summæ habebitur  $\int A \times PQ$

$\times Pa = \int A \times Pa^2$ , sive  $PQ = \int \frac{A + Pa^2}{\int A \times Pa}$  vel ob  $\int A \times Pa$

$= M \times PG$ , posito ut prius  $M$  pro summa massarum, fiet  $PQ =$

$\frac{\int A \times Pa^2}{M \times PG}$ , qui valor datur ob datas omnes massas  $A$ , datas omnes

rectas  $Pa$ , ac datam  $PG$ . Q. E. F.

*Corollarium I.* Quoniam  $aP$  æquatur distantiae perpendiculari  $A$  a plano transeunte per  $P$  perpendiculari ad rectam  $PG$ , habebitur hujusmodi Theorema. *Distantia centri percussionis ab axe rotationis in recta ipsi axi perpendiculari transeunte per centrum gravitatis habebitur ducendo singulas massas in quadrata suarum distantiarum perpendicularium a plano perpendiculari eidem rectae transeunte per axem ipsum rotationis, ac dividendo summam omnium ejusmodi productorum per factum ex summa massarum in distantiam perpendicularem centri gravitatis communis ab eodem plano.*

*Corollarium II.* Si massæ jaceant in eodem unico plano quovis transeunte per axem;  $A$  &  $a$  congruunt, adeoque distantiae  $Pa$  fiunt ipsæ distantiae ab axe. Quamobrem in hoc casu formula hæc inventa pro centro percussionis congruit prorsus cum formula inventa pro centro oscillationis, & ea duo centra sunt idem punctum, si axis rotationis sit idem, adeoque in eo casu transferenda sunt ad centrum percussionis, quæcumque pro centro oscillationis sunt demonstrata.

*Corollarium III.* Si aliqua massa jaceat extra ejusmodi planum pertinens ad aliam quampiam, erit ibi  $Pa$  minor, quam  $PA$ , adeoque centrum percussionis distabit minus ab axe rotationis, quam distet centrum oscillationis.

*Corollarium* IV. In formula generali  $PG = \int \frac{A \times Pa^2}{M \times GP}$  habetur  $Pa^2 = PG^2 + Ga^2 - 2PQ \times Ga$ . Porro  $\int A \times 2PG \times Ga$  evanescit ob evanescentem  $\int A \times Ga$  &  $\int \frac{A \times PG^2}{M \times PG}$  est  $PG$ . Quare fit  $PQ = PG + \int \frac{A \times Ga^2}{M \times PG}$  &  $GQ = \int \frac{A \times Ga^2}{M + PG}$ . Inde autem deducuntur sequentia Theoremata affinia similibus pertinentibus ad centrum oscillationis deductis in ipso opere.

Si impressio ad sistendum motum fiat in recta perpendiculari axi rotationis transeunte per centrum gravitatis, centrum gravitatis jacet inter centrum percussionis, & axem rotationis. Nam  $PQ$  evasit major quam  $PG$ .

Productum sub binis distantis illius ab his est constans, ubi axis rotationis sit in eodem plano quovis transeunte per centrum gravitatis cum eadem directione in quacunque distantia ab ipso centro gravitatis. Nam ob  $GQ = \int \frac{A \times Ga^2}{M \times PG}$ , erit  $GQ \times PG = \int \frac{A \times Ga^2}{M}$ .

In eo casu punctum axis pertinens ad id planum, & centrum percussionis reciprocantur; cum nimirum productum sub binis eorum distantis a constanti centro gravitatis sit constans.

Abeunte axe rotationis in infinitum, ubi nimirum totum systema movetur tantummodo motu parallelo, centrum percussionis abit in centrum gravitatis. Nam altera e binis distantis excrecente in infinitum, debet altera evanescere. Porro is casus accidit semper etiam, ubi omnes massæ abeunt in unum punctum, quod erit ipsum gravitatis centrum totius systematis, & progredietur sine rotatione ante percussionem.

Abeunte axe rotationis in centrum gravitatis, nimirum quiescente ipso gravitatis centro, centrum percussionis abit in infinitum, nec ulla percussione applicata unico puncto motus sisti potest. Nam e contrario altera distantia evanescente, altera abit in infinitum.

*Corollarium* V. Centrum percussionis debet jacere in recta perpendiculari ad axem rotationis transeunte per centrum gravitatis. Id evincitur per quartum e superioribus Theorematis. Solutio problematis adhibita exhibet solam distantiam centri percussionis



nis ab axe illo rotationis. Nam demonstratio manet eadem, ad quodcunque planum perpendiculare axi reducantur per rectas ipsi axi parallelas & massæ omnes, & ipsum centrum gravitatis commune, adeoque inde non haberetur unicum centrum percussionis, sed series eorum continua parallela axi ipsi, quæ abeunte axe rotationis ejus directionibus in infinitum, nimirum cessante conversione respectu ejus directionis, transit per centrum gravitatis juxta id Theorema. Porro si concipiatur planum quodvis perpendiculare axi rotationis, omnes massæ respectu rectarum perpendicularem axi priori in eo jacentium rotationem nullam habent, cum distantiam ab eo plano non mutant, sed ferantur secundum ejus directionem, adeoque respectu omnium directionum priori axi perpendicularem jacentium in eo plano res eodem modo se habet, ac si axis rotationis cujusdam ipsas respicientis in infinitum distet ab earum singulis, & proinde respectu ipsarum debet centrum percussionis abire ad distantiam, in qua est centrum gravitatis, nimirum jacere in eo planorum parallelorum omnes ejusmodi directiones continentium, quod transit per ipsum centrum gravitatis; adeoque ad sistendum penitus omnem motum, & ne pars altera procurrat ultra alteram, & eam vincat, debet centrum percussionis jacere in plano perpendiculari ad axem transeunte per centrum gravitatis, & debent in solutione problematis omnes massæ reduci ad idipsum planum, ut præstitimus, non ad aliud quodpiam ipsi parallelum; ac eo pacto habebitur æquilibrium massarum, hinc & inde positarum, quarum ductarum in suas distantias ab eodem plano summæ hinc & inde acceptæ æquabuntur inter se. Porro eo plano ad solutionem adhibito, patet ex ipsa solutione, centrum percussionis jacere in recta perpendiculari axi ducta per centrum gravitatis; jacet enim in recta, quæ a centro gravitatis ducitur ad illud punctum, in quo axis id planum secat, quæ recta ipsi axi perpendiculari toti illi plano perpendicularis esse debet.

*Corollarium VI.* Impactus in centro percussionis in corpus externa vi ejus motum sistens est idem, qui esset, si singulæ massæ incurrerent in ipsum cum suis velocitatibus respectivis redactis ad directionem perpendicularem plano transeunti per axem rotationis, & centrum gravitatis, sive si massarum summa in ipsum incurreret directione, & velocitate motus, qua fertur centrum gravitatis.

Patet primum, quia debet in Q haberi vis contraria directioni illius motus perpendicularis plano transeunti per axem, & P G, par extinguendis omnibus omnium massarum velocitatibus ad eam di-

directionem redactis, quæ vis itidem requireretur, si omnes massæ eo immediate devenirent cum ejusmodi velocitatibus.

Patet secundum ex eo, quod velocitas illa pro massa A sit  $\frac{Pa}{PQ}$

$\times V$ , adeoque motus  $\frac{A \times Pa}{PQ} \times V$ , quorum motuum summa est

$\frac{M \times PG}{PQ} \times V$ . Est autem  $\frac{P G}{P Q} \times V$  velocitas puncti G, quod

punctum moveretur solo motu perpendiculari ad PG, adeoque si massa totalis M incurrat in Q cum directione, & celeritate, qua fertur centrum gravitatis G, faciet impressionem eandem.

*Corollarium VII.* Potest motus fisti impressione facta etiam extra rectam PG, seu extra planum transiens per axem rotationis, & centrum gravitatis, nimirum si impressio fiat in quodvis punctum rectæ eidem plano perpendicularis, & transeuntis per Q directione rectæ ipsius. Nam per nexum inter id punctum, & Q statim impressio per eam rectam transfertur ab eo puncto ad ipsum Q.

*Corollarium VIII.* Contra vero si imprimatur dato cuidam puncto systematis quiescentis vis quædam motrix, invenietur facile motus inde communicandus ipsi systemati. Nam ejusmodi motus erit is, qui contrario æquali impactu sisteretur. Determinatio autem regressu facto per ipsam problematis solutionem erit hujusmodi. Centrum gravitatis commune movebitur directione, qua egit vis, & velocitate, quam ea potest imprimere massæ totius systematis, quæ ad eam, quam potest imprimere massæ cuivis, est ut hæc posterior massa ad illam priorem, & si vis ipsa applicata fuerit ad centrum gravitatis, vel immediate, vel per rectam tendentem ad ipsum, systema sine ulla rotatione movebitur eadem velocitate; sin autem applicetur ad aliud punctum quodvis directione non tendente ad ipsum centrum gravitatis, præterea habebitur conversio, cujus axis, & celeritas sic invenietur. Per centrum gravitatis G agatur planum perpendiculare rectæ, secundum quam fit impactus, & notetur punctum Q, in quo eidem plano occurrit eadem recta. Per ipsum punctum G ducatur in eo plano recta perpendicularis ad QG, quæ erit axis quæsitus. Per punctum Q concipiatur alterum planum perpendiculare rectæ GQ, capiantur omnes distantie perpendiculares omnium massarum A ab ejusmodi plano, æquales ni-

mirum suis  $aQ$ : singularum quadrata ducantur in suas massas, & factorum summa dividatur per summam massarum, tum in recta  $GQ$  producta capiatur  $GP$  æqualis ei quoto diviso per ipsam  $QG$ , & celeritas puncti  $P$  revolvantis circa axem inventum in circulo, cujus radius  $GP$  erit æqualis celeritati inventæ centri gravitatis, directio autem motus contraria eidem. Unde habetur directio, & celeritas motus punctorum reliquorum systematis.

Patet constructio ex eo, quod ita motu composito movebitur systema circa axem immotum transeuntem per  $P$ , qui motus regressu facto a constructione tradita ad inventionem præmissam centri percussiois sisteretur impressione contraria & æquali impressioni datæ.

*Scholium.* Hoc postremo Corollario definitur motus vi externa impressus systemati quiescenti. Quodsi jam systema habuerit aliquem motum progressivum, & circularem, novus motus externa vi inductus juxta Corollarium ipsum componendus erit cum priore, quod, quo pacto fieri debeat, hic non inquiram, ubi centrum percussiois persequor tantummodo. Ea perquisitio ex iisdem principiis perfici potest, & ejus ope patet aperiri aditum ad inquirendas etiam mutationes, quæ ab inæquali actione solis & lunæ in partes supra globi formam extantes inducuntur in diurnum motum; adeoque ad definiendam ex genuinis principiis præcessionem æquinoctiorum, & nutationem axis; sed ea investigatio peculiarem tractationem requirit.

Interea gradum hic faciam ad aliam notionem quandam centri percussiois, nihilo minus, imo etiam magis aptam ipsi nomini. Ad eam perquisitionem sic progrediar.

*Problema.* Si systema datum gyrans data velocitate circa axem datum externa vi immotum incurrat in dato suo puncto in massam datam, datam velocitate data in directione motus puncti ejusdem, quam massam debeat abripere secum; quæritur velocitas, quam ei massæ imprimet, & ipsum systema retinebit post impactum.

Concipiatur totum systema projectum in planum perpendiculare axi rotationis transiens per centrum gravitatis  $G$ , in quo plano punctum conversionis sit  $P$ , massa autem in recta  $PG$  in  $Q$ . Velocitas puncti cujusvis systematis, quod distet ab axe per intervalum  $= i$  ante incursum sit  $= a$ , velocitas ab eodem amissa sit  $= x$ ,

$=x$ , adeoque velocitas post impactum  $=a-x$ , velocitas autem  
 massæ  $Q$  ante impactum sit  $=PQ \times b$ . Erit ut 1 ad  $AP$ , ita  
 $x$  ad velocitatem amissam a massa  $A$ , quæ erit  $AP \times x$ . Erit au-  
 tem ut 1 ad  $a-x$  ita  $PQ$  ad velocitatem residuam in puncto syste-  
 matis  $Q$ , quæ fiet  $PQ \times (a-x)$ , & ea erit itidem velocitas massæ  
 $Q$  post impactum, adeoque massa  $Q$  acquireret velocitatem  $PQ \times$   
 $\frac{a-b-x}{a-b-x}$  sive posito  $a-b=c$ , habebitur  $PQ \times (c-x)$ . Porro  
 ex mutuo nexu massæ  $A$  cum  $P$  &  $Q$  erit  $Q \times PQ$  ad  $A \times AP$ ,  
 ut effectus ad velocitatem pertinens in  $A = AP \times x$  ad effectum in  $Q$   
 $\frac{A \times A P^2}{Q \times Q P} \times x$ . Summa horum effectuum provenientium e massis

omnibus erit æqualis velocitati acquisitæ in  $Q$ . Nimirum  $\int \frac{A \times A P^2}{Q \times Q P}$   
 $\times x = QP \times c - QP \times x$ , sive  $\int \frac{A \times A P^2 + Q \times Q P^2}{Q \times Q P} \times x = QP \times c$ ,

&  $x = \frac{Q \times Q P^2}{\int A \times A P^2 + Q \times Q P^2} \times c$ . Dato autem  $x$  datur  $a-x$ ,

& is valor ductus in distantiam puncti cujusvis systematis, vel  
 etiam massæ  $Q$ , exhibebit velocitatem quæsitam  $Q. E. F.$

*Scholium.* Formula habet locum etiam pro casu, quo massa  $Q$   
 quiescat, vel quo feratur contra motum systematis, dummodo in  
 primo casu fiat  $b=0$ , &  $c=a$ , ac in secundo valor  $b$  mutetur in  
 negativum, adeoque sit  $c=a+b$ . Posset etiam facile applicari ad  
 casum, quo in conflictu ageret elasticitas perfecta vel imperfecta.  
 Determinatio tradita exhiberet partem effectus in collisione facti  
 tempore amissæ figuræ, ex quo effectus debitus tempori totius  
 collisionis usque ad finem recuperatæ figuræ colligitur facile, dupli-  
 cando priorem, vel augendo in ratione data, uti fit in collisionibus.

Itidem locum habet pro casu, quo massa nova non jaceat in  
 $Q$  in recta  $PG$ , sed in quovis alio puncto plani perpendicularis axi  
 transeuntis per  $G$ ; ex quo si intelligatur perpendicularum in  $PG$  ei  
 occurrens in  $Q$ , idem prorsus erit impactus ibi, qui esset in  $Q$ ,  
 translata actione per illam systematis rectam. Quin imo si  $Q$  non  
 jaceat in eo plano perpendiculari ad axem, quod transit per centrum  
 gravitatis, sed ubivis extra, res eodem redit, dummodo per id

punctum concipiatur planum perpendiculare axi illi immoto per vim externam ad quod planum reducatnr centrum gravitatis, & quævis massa A; vel si ipsa massa Q cum reliquis reducatnr ad quodvis aliud planum perpendiculare axi. Omnia eodem recidunt ob id ipsum, quod axis externa vi immorus sit. Sed jam ex generali solutione problematis deducemus plura Corollaria.

*Corollarium I.* Si distantia centri oscillationis totius systematis ab axe P dicatur R, distantia centri gravitatis G, massa tota M, habebitur  $x = \frac{Q \times P \times Q^2}{M \times G \times R + Q \times P Q^2} \times c$ , &  $\frac{c}{x} = \frac{M \times G \times R}{Q \times P Q^2} + 1$ . Patet

ex eo, quod ex natura centri oscillationis habetur  $R = \frac{\int A \times A P^2}{M \times G}$ ,

adeoque  $\int A \times A P^2 = M \times G \times R$ .

*Corollarium II.* Velocitas acquisita a massa Q erit  $\frac{M \times G \times R \times P Q}{M \times G \times R + Q \times P Q^2} \times c$ . Est enim ea velocitas  $P Q \times \frac{c}{c - x}$  five  $P Q \times (c - \frac{Q \times P Q^2}{M \times G \times R + Q \times P Q^2} \times c)$ , quod reductum ad eundem denominatorem elisis terminis contrariis eo redit.

*Corollarium III.* Si manente velocitate circulari systematis tota ejus massa concipiatur collecta in unico puncto jacente inter centra gravitatis, & oscillationis, cujus distantia a puncto conversionis sit media geometricè proportionalis inter distantias reliquorum punctorum, vel in eadem distantia ex parte opposita, velocitas eadem imprimeretur novæ massæ in quovis puncto sitæ. Tunc enim abiret in illud punctum utrumque centrum, & valor  $G \times R$  esset idem, ac prius, nimirum æqualis quadrato ejus distantiae ab axe, quod quadratum est positivum etiam, si distantia accepta ex parte opposita fiat negativa.

*Corollarium IV.* Si capiatur hinc vel inde in PG segmentum, quod ad distantiam ejus puncti ab axe sit in subduplicata ratione massæ totius systematis ad massam Q; ipsa massa Q in quatuor distantis ab axe, binis hinc, & binis inde, quarum binarum producta æquentur singula quadrato ejus segmenti, acquireret velocitatem in omnibus eandem magnitudinem, licet in binis directionis contrariæ,

riæ, quæ fiet maxima, ubi ipsa massa sit in fine ejus segmenti ex parte axis utralibet. Erit enim velocitas acquisita directe ut

$$\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c, \text{ vel dividendo per constantem } \frac{M \times G \times R}{Q}$$

$\times c$ , & ponendo illud segmentum  $= +T$ , cujus quadratum  $T^2$  debet esse  $= \frac{M}{Q} \times G \times R$ , erit directe ut  $\frac{PQ}{T^2 + PQ^2}$ , adeoque reciproce

ut  $\frac{T^2}{PQ} + PQ$ . Is autem valor manet idem, si pro  $PQ$  ponantur bini

valores, quorum productum æquetur  $T^2$ , migrante tantummodo altera binomii parte in alteram. Si enim alter valor sit  $m$ , erit alter

$$\frac{T^2}{m} T^2; \text{ \& posito illo pro } PQ \text{ habetur } \frac{T^2}{m} + m; \text{ posito hoc habetur } \frac{T^2 m}{T^2} + \frac{T^2}{m}, \text{ five } m + \frac{T^2}{m}.$$

Sed cum eæ distantiae abeunt ad partes oppositas, fiunt  $-m$ , &  $\frac{T^2}{m}$ , migrante in negativum etiam valore

formulæ, quod ostendit directionem motus contrariam priori, systemate nimirum hinc, & inde ab axe in partibus oppositis habente directiones motuum oppositas.

Quoniam autem assumpto quovis valore finito pro  $PQ$ , formula  $\frac{T^2}{PQ} + PQ$  est finita, & evadit infinita facto  $PQ$  tam infinito,

quam  $=0$ ; patet in hisce postremis duobus casibus velocitatem e contrario evanescere, in reliquis esse finitam, adeoque alicubi debere esse maximam. Non potest autem esse maxima, nisi ubi ad eandem magnitudinem redit, quod accidit in transitu  $PQ$  per utrumvis valorem  $+T$ , circa quem hinc & inde valores æquales sunt. Ibi igitur id habetur maximum.

*Scholium 2<sup>dam</sup>.* Libuit sine calculo differentiali invenire illud maximum, quod ope calculi ipsius admodum facile definitur. Ponatur  $T=t$ , &  $PQ=z$ . Fiet formula  $\frac{t^2}{z} + z$ , & differentiendo

$$-\frac{t^2}{z^2}$$

$$-t^2 \frac{dz}{dz} + dz = 0, \text{ sive } -t^2 + z^2 = 0, \text{ vel } z^2 = t^2, \text{ \& } z = \pm t, \text{ sive}$$

$PQ \pm T$ , ut in Corollario 4to inventum est. Licebit autem jam ex postremis duobus Corollariis deducere alias duas notiones centri percussionis, cum suis eorundem determinationibus. Potest primo appellari centrum percussionis illud punctum, in quo tota systematis massa collecta eandem velocitatem imprimeret massæ eidem incurrendo in eam eodem suo puncto cum eadem velocitate, quæ videtur omnium aptissima centri percussionis notio. Centrum percussionis in ea acceptione determinatur admodum eleganter ope Corollarii 3tii; jacet nimirum inter centrum gravitatis, & centrum oscillationis ita, ut ejus distantia ab axe rotationis sit media geometricæ proportionalis inter illorum distantias, vel ubivis in recta axi parallela ducta per punctum ita inventum. Potest secundo appellari centrum percussionis illud punctum, per quod si fiat percussio, imprimitur velocitas omnium maxima massæ, in quam incurritur. In hac acceptione centrum percussionis itidem eleganter determinatur per Corollarium quartum, mutando eam distantiam in ratione subduplicata massæ, in quam incurritur, ad massam rotius systematis.

In hoc secundo sensu acceptum, & investigatum esse centrum percussionis a summo Geometra Celeberrimo Pisano Professore Perellio, nuper mihi significavit Vir itidem Doctissimus, & Geometra insignis Eques Mozzius, qui & suam mihi ejus centri determinationem exhibuit pro casu systematis continentis unicam massam in rectilinea virga inflexili.

Libuit rem longe alia methodo hic erutam generaliter, & cum superioribus omnibus conspirantem, ac ex iis sponte propemodum profluentem proponere, ut innotescat mira sane fecunditas Theorematis simplicissimi pertinentis ad rationem virium compositarum in systemate massarum trium. Sed de his omnibus jam satis.

Dabam Florentiæ 17. Junii 1758.



# AD LECTOREM.

**H**Abes, amice Lector, Philosophiæ Naturalis Theoriam, ex unica lege virium deductam, quam & ubi jam olim adumbraverim, vel etiam ex parte explicaverim, & qua occasione nunc uberius pertractandam, atque augendam etiam susceperim, invenies in ipso primæ partis exordio. Libuit autem hoc opus dividere in partes tres, quarum prima continet explicationem Theoriæ ipsius, ac ejus analyticam deductionem; & vindicationem; secunda applicationem satis uberem ad Mechanicam; tertia applicationem ad Physicam.

Porro illud inprimis curandum duxi, ut omnia, quam liceret, dilucide exponerentur, nec sublimiore Geometria, aut Calculo indigerent. Et quidem in prima, ac tertia parte non tantum nullæ analyticæ, sed nec Geometricæ demonstrationes occurrunt, paucissimis quibusdam, quibus indigeo, rejectis in adnotatiunculas, quas in fine paginarum quarundam invenies. Quædam autem admodum pauca, quæ majorem Algebræ, & Geometriæ cognitionem requirebant, vel erant complicatiora aliquanto, & alibi a me jam edita, in fine operis apposui, quæ *Supplementorum* appellavi nomine, ubi & ea addidi, quæ sentio de spatio, ac tempore, Theoriæ meæ consentanea, ac edita itidem jam alibi. In secunda parte, ubi ad Mechanicam applicatur Theoria, a Geometricis, & aliquando etiam ab Algebraicis demonstrationibus abstinere omnino non potui; sed ex ejusmodi sunt, ut vix unquam requirant aliud, quam Euclidean Geometriam, & primas Trigonometriæ notiones maxime simplices, ac simplicem algorithmum.

In prima quidem parte occurrunt Figuræ Geometricæ complures, quæ prima fronte videbuntur etiam complicatæ rem ipsam intimius non perspectanti; verum ex nihil aliud exhibent, nisi imaginem quandam rerum, quæ ipsis oculis per ejusmodi figuras sistuntur contemplandæ. Ejusmodi est ipsa illa curva, quæ legem virium exhibet. Invenio ego quidem inter omnia materiæ puncta vim quandam mutuam, quæ a distantis pendet, & mutatis distantis muta-

b

tur

tur ita, ut in aliis attractiva sit, in aliis repulsiva, sed certa quadam, & continua lege. Leges ejusmodi variationis binarum quantitatum a se invicem pendentium, uti hic sunt distantia, & vis, exprimi possunt vel per analyticam formulam, vel per Geometricam curvam; sed illa prior expressio & multo plures cognitiones requirit ad Algebram pertinentes, & imaginationem non ita adjuvat, ut hæc posterior, qua idcirco sum usus in ipsa prima operis parte, rejecta in Supplementa formula analytica, quæ & curvam, & legem virium ab illa expressam exhibeat.

Porro huc res omnis reducitur. Habetur in recta indefinita, quæ axis dicitur, punctum quoddam, a quo abscissa ipsius rectæ segmenta referunt distantias. Curva linea protenditur secundum rectam ipsam, circa quam etiam serpit, & eandem in pluribus secat punctis: rectæ a fine segmentorum erectæ perpendiculariter usque ad curvam exprimunt vires, quæ majores sunt, vel minores, prout ejusmodi rectæ sunt itidem majores, vel minores; ac eadem ex attractivis migrant in repulsivas, vel vice versa, ubi illæ ipsæ perpendiculares rectæ directionem mutant, curva ab altera axis indefiniti plaga migrante ad alteram. Id quidem nullas requirit Geometricas demonstrationes, sed meram cognitionem vocuum quarundam, quæ vel ad prima pertinent Geometriæ elementa, & notissimæ sunt, vel ibi explicantur, ubi adhibentur. Notissima autem etiam est significatio vocis *Asymptotus*, unde & erus asymptoticum curvæ appellatur: dicitur nimirum recta asymptotus cruris cujuspiam curvæ, cum ipsa recta in infinitum producta, quæ ad curvilineum arcum productum itidem in infinitum semper accedit magis, ita, ut distantia minuatur in infinitum, sed nusquam penitus evanescat, illis idcirco nunquam invicem convenientibus.

Consideratio porro attentæ curvæ propositæ in Fig. 1, & rationis, qua per illam exprimitur nexus inter vires, & distantias, est utique admodum necessaria ad intelligendam Theoriam ipsam, cujus ea est præcipua quædam veluti clavis, sine qua omnino incassum tentarentur cetera; sed & ejusmodi est, ut tironum, & sane etiam mediocrium, immo etiam longe infra mediocritatem collocatorum, captum non excedat, potissimum si viva accedat Professoris vox medio-

diocriter etiam versati in Mechanica, cujus ope, pro certo habeo, rem ita patentem omnibus reddi posse, ut ii etiam, qui Geometriæ penitus ignari sunt, paucorum admodum explicatione vocabulorum accedente, eam ipsis oculis intueantur omnino perspicuam.

In tertia parte supponuntur utique non nulla, quæ demonstrantur in secunda, sed ea ipsa sunt admodum pauca; & iis, qui Geometricas demonstrationes fastidiunt, facile admodum exponi possunt res ipsæ ita, ut penitus etiam sine ullo Geometriæ adjumento percipiantur, quanquam sine iis ipsa demonstratio haberi non poterit; ut idcirco in eo differre debeat is, qui secundam partem attente legerit, & Geometriam calleat, ab eo, qui eam omittat, quod ille primus veritates in tertia parte adhibitas, ac ex secunda erutas, ad explicationem Physicæ, intuebitur per evidentiam ex ipsis demonstrationibus haustam; hic secundus easdem quodammodo per fidem Geometris adhibitam credet. Hujusmodi inprimis est illud, particulam compositam ex punctis etiam homogeneis, præditi lege virium proposita, posse per solam diversam ipsorum punctorum dispositionem aliam particulam per certum intervallum vel perpetuo attrahere, vel perpetuo repellere, vel nihil in eam agere, atque id ipsum viribus admodum diversis, & quæ respectu diversarum particularum diversæ sint, & diversæ respectu partium diversarum ejusdem particulæ, ac aliam particulam alicubi etiam urgeant in latus, unde plurium phænomenorum explicatio in Physica sponte fluit.

Verum qui omnem Theoriæ, & deductionum compagem aliquanto altius inspexerit, ac diligentius perpenderit, videbit, ut spero, me in hoc perquisitionis genere multo ulterius progressum esse, quam olim Newtonus ipse desideraverit. Is enim in postrema Opticæ quæstione prolatis iis, quæ per vim attractivam, & vim repulsivam, mutata distantia ipsi attractivæ succedentem, explicari poterant, hæc addidit: „ Atque hæc quidem omnia si ita sint, jam Natura universa „ valde erit simplex, & consimilis sui, perficiens nimirum magnos „ omnes corporum cælestium motus attractione gravitatis, quæ est „ mutua inter corpora illa omnia; & minores fere omnes particu- „ larum suarum motus alia aliqua vi attrahente, & repellente, quæ „ est inter particulas illas mutua. „ Aliquanto autem inferius de

primigeniis particulis agens sic habet: „ Porro videntur mihi hæc par-  
 „ ticulæ primigeniæ non modo in se vim inertiae habere, motusque  
 „ leges passivas illas, quæ ex vi ista necessario oriuntur; verum etiam  
 „ motum perpetuo accipere a certis principiis ætiosis, qualia nimi-  
 „ rum sunt gravitas, & causa fermentationis, & cohærentia cor-  
 „ porum. Atque hæc quidem principia considero non ut occultas  
 „ qualitates, quæ ex specificis rerum formis oriri fingantur, sed ut  
 „ universales Naturæ leges, quibus res ipsæ sunt formatæ. Nam  
 „ principia quidem talia revera existere ostendunt phænomena Na-  
 „ turæ, licet ipsorum causæ quæ sint, nondum fuerit explicatum.  
 „ Affirmare, singulas rerum species specificis præditas esse qualita-  
 „ tibus occultis, per quas eæ vim certam in agendo habeant; hoc  
 „ utique est nihil dicere; at ex phænomenis Naturæ duo, vel tria  
 „ derivare generalia motus principia, & deinde explicare, quemad-  
 „ modum proprietates, & actiones rerum corporearum omnium ex  
 „ istis principiis consequantur, id vero magnus esset factus in Phi-  
 „ losophia progressus, etiam si principiorum istorum causæ nondum  
 „ essent cognitæ. Quare motus principia supradicta proponere non  
 „ dubito, cum per Naturam universam latissime pateant. „

Hæc ibi Newtonus, ubi is quidem magnos in Philosophia  
 progressus facturum arbitratus est eum, qui ad duo, vel tria gene-  
 ralia motus principia ex Naturæ phænomenis derivata phænomeno-  
 rum explicationem reduxerit, & sua principia protulit, ex quibus  
 inter se diversis eorum aliqua tantummodo explicari posse censuit.  
 Quid igitur, ubi & ea ipsa tria, & alia præcipua quæque, ut ipsa  
 etiam impenetrabilitas, & impulsio reducantur ad principium uni-  
 cum legitima ratiocinatione deductum? At id per meam unicam,  
 & simplicem virium legem præstari, patebit sane consideranti ope-  
 ris totius Synopsis quandam, quam hic subjicio; sed multo  
 magis opus ipsum diligentius  
 pervolventi.

# SYNOPSIS

## TOTIUS OPERIS.

### PARS I.

**P**rimis septem Numeris exhibeo, quando, & qua occasione Theoriam meam invenerim, ac ubi hucusque de ea egerim in Dissertationibus jam editis; quid ea commune habeat cum Leibnitiana; quid cum Newtoniana Theoria; in quo ab utraque discrepet, & vero etiam utrique præster: addo, quid alibi promiserim pertinens ad æquilibrium, & oscillationis centrum, & quemadmodum iis nunc inventis, ac ex unico simplicissimo, ac elegantissimo theoremate profluentibus omnino sponte, cum dissertatiunculam brevem meditarer, jam eo consilio rem aggressus; repente mihi in opus integrum justæ molis evaserit tractatio.

Tum usque ad Num. 11 expono Theoriam ipsam: materiam constantem punctis prorsus simplicibus, indivisibilibus, & inextensis, ac a se invicem distantibus, quæ puncta habeant singula vim inertię, & præterea vim activam mutuam pendentem a distantis, ut nimirum data distantia detur & magnitudo, & directio vis ipsius, mutata autem distantia, mutetur vis ipsa, quæ imminuta distantia in infinitum sit repulsiva, & quidem excrescens in infinitum; aucta autem distantia minuat, evanescat, mutetur in attractivam crescentem primo, tum decrecentem, evanescentem, abeuntem iterum in repulsivam, idque per multas vices, donec demum in majoribus distantis abeat in attractivam decrecentem ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum; quem nexum virium cum distantis, & vero etiam earum transitum a positivis ad negativas, sive a repulsivis ad attractivas, vel vice versa, oculis ipsis propono in vi, quia binæ elastri cuspides conantur ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, prout sunt plus justo distractæ, vel contractæ.

Inde ad Num. 16 ostendo, quo pacto id non sit aggregatum quoddam virium temere coalescentium, sed per unicam curvam continuam exponatur ope abscissarum exprimentium distantias, & ordinatarum exprimentium vires, cujus curvæ ductum, & naturam expono, ac ostendo, in quo differat ab hyperbola illa gradus tertii, quæ Newtonianam gravitatem

exprimit: ac demum ibidem & argumentum, & divisionem propono operis totius.

Hisce expositis gradum facio ad exponendam totam illam analysis, qua ego ad ejusmodi Theoriam deveni, & ex qua ipsam arbitror directa, & solidissima ratiocinatione deduci totam. Contendo nimirum usque ad Numerum 20 illud, in collisione corporum debere vel haberi compenetrationem, vel violari legem continuitatis, velocitate mutata per saltum, si cum inæqualibus velocitatibus deveniant ad immediatum contactum, quæ continuitatis lex cum (ut evinco) debeat omnino observari, illud infero, antequam ad contactum deveniant corpora, debere mutari eorum velocitates per vim quandam, quæ sit par extinguendæ velocitati, vel velocitatum differentiæ, cuivis utcunque magnæ.

A Num. 19 ad 28 expendo effugium, quo ad eludendam argumenti mei vim utuntur ii, qui negant corpora dura, qua quidem responsione uti non possunt Newtoniani, & Corpusculares generaliter, qui elementares corporum particulas assument prorsus duras; qui autem omnes utcunque parvas corporum particulas molles admittunt, vel elasticas, difficultatem non effugiunt, sed transferunt ad primas superficies, vel puncta, in quibus committeretur omnino saltus, & lex continuitatis violaretur; ubi quemdam verborum lusum evolvo, frustra adhibitum ad eludendam argumenti mei vim.

Sequentibus Num. 28 & 29 binas alias responsiones rejicio aliorum, quarum altera, ut mei argumenti vis elidatur, affirmat quispiam, prima materiæ elementa compenetrari; altera dicuntur materiæ puncta adhuc moveri ad se invicem, ubi localiter omnino quiescunt: & contra primum effugium evinco impenetrabilitatem ex inductione; contra secundum expono æquivocationem quandam in significatione vocis *motus*, cui æquivocationi totum immititur.

Hinc Num. 30 & 31 ostendo, in quo a Mac-Laurino dissentiam, qui considerata eadem, quam ego contemplarus sum, collisione corporum, conclusit, continuitatis legem violari, cum ego eandem illæsam esse debere ratus ad totam devenerim Theoriam meam.

Hic igitur, ut meæ deductionis vim exponam, in ipsam continuitatis legem inquirō, ac a Num. 32 ad 38 expono, quid ipsa sit, quid mutatio continua per gradus omnes intermedios, quæ nimirum excludat omnem

omnem saltum ab una magnitudine ad aliam sine transitu per intermedias, ac Geometriam etiam ad explicationem rei in subsidium advoco; tum eam probo primum ex inductione, ac in ipsum inductionis principium inquirens usque ad Num. 43, exhibeo, unde habeatur ejusdem principii vis, ac ubi id adhiberi possit, rem ipsam illustrans exemplo impenetrabilitatis erutæ passim per inductionem, donec demum ejus vim applicem ad legem continuitatis demonstrandam: ac sequentibus binis Numeris casus evolvo quosdam binarum classium, in quibus continuitatis lex videtur lædi, nec tamen læditur.

Post probationem principii continuitatis petitam ab inductione, aliam Num. 46 ejus probationem aggredior Metaphysicam quandam, ex necessitate utriusque limitis in quantitatibus realibus, vel seriebus quantitatum realium finitis, quæ nimirum nec suo principio, nec suo fine carere possunt. Ejus rationis vim ostendo in motu locali, & in Geometria sequentibus duobus Numeris; tum Num. 63 expono difficultatem quandam, quæ petitur ex eo, quod in momento temporis, in quo transitur a *non esse* ad *esse*, videatur juxta ejusmodi Theoriam debere simul haberi ipsum *esse* & *non esse*, quorum alterum ad finem præcedentis seriei statuum pertinet, alterum ad sequentis initium, ac solutionem ipsius fuscæ evolvo, Geometria etiam ad rem oculo ipsi sistendam vocata in auxilium.

Ipsò Num. 63, post epilogum eorum omnium, quæ de lege continuitatis sunt dicta, id principium applico ad excludendum saltum immediatum ubi una velocitate ad aliam, sine transitu per intermedias, quod, & inductionem læderet pro continuitate amplissimam, & induceret pro ipsò momento temporis, in quo fieret saltus, binas velocitates, ultimam nimirum seriei præcedentis, & primam novæ, cum tamen duas simul velocitates idem mobile habere omnino non possit. Id autem ut illustrem, & evincam, usque ad Num. 72 considero velocitatem ipsam, ubi potentialem quandam, ut appello, velocitatem ab actuali secerno, & multa, quæ ad ipsarum naturam, ac mutationes pertinent, diligenter evolvo, non nullis etiam, quæ inde contra meæ Theoriæ probationem objici possunt, dissolutis.

His expositis concludo jam illud ex ipsa continuitate, ubi corpus quoddam velocius moveretur post aliud lentius, ad contactum immediatum cum illa velocitatum inæqualitate deveniri non posse, in quo scilicet con-

ta-



ractu primo mutaretur vel utriusque velocitas, vel alterius, per saltum; sed debere mutationem velocitatis incipere ante contactum ipsum. Hinc Num. 73 infero, debere haberi mutationis causam, quæ nimirum appellatur vis; tum Num. 74 hanc vim debere esse mutuiam, & agere in partes contrarias, quod per inductionem evinco; & inde infero Num. 75, debere esse repulsivam ejusmodi vim mutuam, ac ejus legem exquirendam propono. In ejusmodi autem perquisitione usque ad Num. 80 invenio illud, debere vim ipsam imminutis distantis crescere in infinitum ita, ut par sit extinguendæ velocitati utcunque magnæ; tum & illud, imminutis in infinitum etiam distantis, debere in infinitum augeri, in maximis autem debere esse e contrario attractivam, uti est gravitas: inde vero colligo limitem inter attractionem, & repulsionem; tum sensim plures, ac etiam plurimos ejusmodi limites invenio, sive transitus ab attractione ad repulsionem, & vice versa, ac formam totius curvæ per ordinatas suas exprimentis virium legem determino.

Eo usque virium legem deduco, ac definio; tum Num. 81 eruo ex ipsa lege constitutionem elementorum materiæ, quæ debent esse simplicia, ob repulsionem in minimis distantis in immensum auctam; nam ea, si forte ipsa elementa partibus constarent, nexum omnem dissolveret. Usque ad Num. 87 inquiri in illud, an hæc elementa, ut simplicia esse debent, ita etiam inextensa esse debeant; ac exposita illa, quam virtualement extensionem appellant, eandem excludo inductionis principio, & difficultatem evolvo tum eam, quæ peti possit ab exemplo ejus generis extensionis, quam in anima indivisibili, & simplice per aliquam corporis partem divisibilem, & extensam passim admittunt; vel omnipræsentiae DEI: tum eam, quæ peti possit ab analogia cum quiete, in qua nimirum conjungi debeat unicum spatii punctum cum serie continua momentorum temporis, uti in extensione virtuali unicum momentum temporis cum serie continua punctorum spatii conjungeretur; ubi ostendo, nec quietem omnimodam in Natura haberi usquam, nec adesse semper omnimodam inter tempus, & spatium analogiam. Hic autem ingentem colligo ejusmodi determinationis fructum, ostendens usque ad Num. 90, quantum profit simplicitas, indivisibilitas, inextensio elementorum materiæ, ob submotorum transitum a vacuo continuo per saltum ad materiam continuam, ac ob sublatum limitem densitatis, quæ in ejusmodi Theoria ut minui in infinitum potest, ita potest in-

infinitem etiam augeri, dum in communi, ubi ad contactum deventum est, augeri ultra densitas nequaquam potest; porissimum vero ob sublatum omne continuum coexistens, quo sublato & gravissimæ difficultates plurimæ evanescent, & infinitum actu existens habetur nullum, sed in possibilibus tantummodo remanet series finitorum in infinitum producta.

His definitis, inquiri usque ad Num. 99 in illud, an ejusmodi elementa sint censenda homogenea, an heterogenea; ac primo quidem argumentum pro homogeneitate saltem in eo, quod pertinet ad totam virium legem, invenio in homogeneitate tanta primi craris repulsivi in minimis distantis, ex quo pendet impenetrabilitas, & postremi attractivi, quo gravitas exhibetur, in quibus omnis materia est penitus homogenea. Ostendo autem, nihil contra ejusmodi homogeneitatem evinci ex principio Leibnitiano indiscernibilium, nihil ex inductione; & ostendo, unde tantum proveniat discrimen in compositis massulis, ut in frondibus, & foliis; ac per inductionem, & analogiam demonstro, naturam nos ad homogeneitatem elementorum, non ad heterogeneitatem deducere.

Ea ad probationem Theoriæ pertinent; qua absoluta, antequam inde fructus colligantur multiplices, gradum hic facio ad evolvendas difficultates, quæ vel objectæ jam sunt, vel objici posse videntur mihi; primo quidem contra vires in genere; tum contra meam hanc expositam, comprobamque virium legem, ac demum contra puncta illa indivisibilia, & inextensa, quæ ex ipsa ejusmodi virium lege deducuntur.

**Primo** quidem, ut iis etiam faciam satis, qui inani vocabulorum quorundam sono perturbantur, a Num. 100 ad 103 ostendo, vires hæc non esse quoddam occultarum qualitarum genus, sed patentem sane Mechanismum, cum & idea earum sit admodum distincta, & existentia, ac lex positive comprobata; ad Mechanicam vero pertineat omnis tractatio de Motibus, qui a datis viribus etiam sine immediato impulsu oriuntur. A Num. 103 ad 105 ostendo, nullum committi saltum in transitu a repulsionibus ad attractiones, & vice versa, cum nimirum per omnes intermedias quantitates is transitus fiat. Inde vero ad objectiones gradum facio, quæ totam curvæ formam impetunt. Ostendo nimirum usque ad Num. 120, non posse omnes repulsionem a minore attractione desumi; repulsionem ejusdem esse seriei cum attractionibus, a quibus differant tantummodo ut minus a majore, sive ut negativum a positivo; ex ipsa curva-

rum natura, quæ, quo altioris sunt gradus, eo in pluribus punctis rectam secare possunt, & eo in immensum plures sunt numero; haberi potius, ubi curva quæritur, quæ vires exprimat, indicium pro curva ejus naturæ, ut rectam in plurimis punctis secet, adeoque plurimos secum afferat virium transitus a repulsivis ad attractivas, quam pro curva, quæ nusquam axem secans attractiones solas, vel solas pro distantis omnibus repulsionem exhibeat: sed vires repulsivas, & multipliciter transire esse positive probatam, & deductam totam curvæ formam, quam itidem ostendo, non esse ex arcubus natura diversis temere coalescentem, sed omnino simplicem, atque eam ipsam simplicitatem in Supplementis evidentissime demonstro, exhibens methodum, qua deveniri possit ad æquationem ejusmodi curvæ simplicem, & uniformem, licet, ut hic ostendo, ipsa illa lex virium possit mente resolvi in plures, quæ per plures curvas exponantur, a quibus tamen omnibus illa reapse unica lex, per unicam illam continuam, & in se simplicem curvam componatur.

A Num. 120 refello, quæ objici possunt a lege gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ nimirum in minimis distantis attractionem requirit crescentem in infinitum. Ostendo autem, ipsam non esse uspiam accurate in ejusmodi ratione, nisi imaginarias resolutiones exhibeamus; nec vero ex Astronomia deduci ejusmodi legem prorsus accurate servatam in ipsis Planetarum, & Cometarum distantis, sed ad summum ita proxime, ut differentia ab ea lege sit perquam exigua: ac a Num. 123 expendo argumentum, quod pro ejusmodi lege desumi possit ex eo, quod cuipiam visa sit omnium optima, & idcirco electa ab Authore Naturæ, ubi ipsum Optimismi principium ad trutinam revoco, ac excludo, & vero illud etiam evinco, non esse, cur omnium optima ejusmodi lex censeatur: in Supplementis vero ostendo, ad quæ potius absurda deducat ejusmodi lex, & vero etiam leges aliæ plures attractionis, quæ imminutis in infinitum distantis excreseat in infinitum.

Num. 130 a viribus transeo ad elementa, & primum ostendo, cur punctorum inextensorum ideam non habeamus, quod nimirum eam habere non possumus per sensus, quos solæ massæ, & quidem grandiores, afficiunt, atque idcirco eandem nos ipsi debemus per reflexionem formare, quod quidem facile possumus. Ceterum illud ostendo, ne non inducere primum in Physicam puncta indivisibilia; & inextensa, cum

eo etiam Leibnitianæ monades recidunt, sed sublata extensione continua difficultatem auferre illam omnem, quæ jam olim contra Zenonicos obiecta, nunquam est satis soluta, qua fit, ut extensio continua ab inextensis effici omnino non possit.

Num. 139 ostendo, inductionis principium contra ipsa nullam habere vim, ipsorum autem existentiam vel inde probari, quod continuas se se ipsam destruat, & ex ea assumpta probeatur argumentis a me institutis hoc ipsum, prima elementa esse indivisibilia, & inextensa, nec ullum haberi extensum continuum. A Num. 141 ostendo, ubi continuitatem admittam, nimirum in solis motibus; ac illud explico, quid mihi sit spatium, quid tempus, quorum naturam in Supplementis multo uberius expono. Porro continuitatem ipsam ostendo a natura in solis motibus obtineri accurate, in reliquis affectari quodammodo; ubi & exempla quædam evolvo continuitatis primo aspectu violatæ, in quibusdam proprietatibus luminis, ac in aliis quibusdam casibus, in quibus quædam crescunt per additionem partium, non (ut ajunt) per interruptionem.

A Num. 152 ostendo, quantum hæc mea puncta a spiritibus differant; ac illud etiam evolvo, unde fiat, ut in ipsa idea corporis videatur includi extensio continua, ubi in ipsam idearum nostrarum originem inquiri, & quæ inde præjudicia profluant, expono. Postremo autem loco Num. 164 innuo, qui fieri possit, ut puncta inextensa, & a se invicem distantia, in massam coalescant, quantum libet, cohærentem, & iis proprietatibus præditam, quas in corporibus experimur, quod tamen ad tertiam partem pertinet, ibi multo uberius pertractandum: ac ibi quidem primam hanc partem absolvo.

## PARS II.

Num. 165 hujus partis argumentum propono; sequenti vero 166, quæ potissimum in curva virium consideranda sint, enuncio. Eorum considerationem aggressus, primo quidem usque ad Num. 171 in ipsos arcus inquiri, quorum alii attractivi, alii repulsivi, alii asymptotici, ubi casuum occurrit mira multitudo, & in quibusdam consuetudine notatu digna, ut & illud, cum ejus formæ curva plurium asymptotorum esse possit, Mundorum prorsus similium seriem posse oriri, quorum alter respectu

alterius vices agat unius, & indissolubilis elementi. Ad Num. 175 arcus contemplor arcubus clausas, quæ respondententes segmento axis cuicunque, esse possunt magnitudine utcunque magnæ vel parvæ, sunt autem mensura incrementi, vel decrementi quadrati velocitatum. Ad Num. 187 inquirō in appulsus curvæ ad axem, sive is ibi secetur ab eadem (quo casu habentur transitus vel a repulsione ad attractionem, vel ab attractione ad repulsionem, quos dico limites, & quorum maximus est in tota mea Theoria usus); sive tangatur, & curva retro redeat; ubi etiam pro appulsibus considero recessus in infinitum per arcus asymptoticos, & qui transitus, sive limites, oriuntur inde, vel in Natura admitti possint, evolvo.

Num. 188. a consideratione curvæ ad punctorum combinationem gradum facio, ac primo quidem usque ad Num. 202 ago de systemate duorum punctorum, ea pertractans, quæ pertinent ad eorum vires mutuas, & motus, sive sibi relinquantur, sive projiciantur utcunque; ubi & conjunctione ipsorum exposita in distantis limitum, & oscillationibus variis, sive nullam externam punctorum aliorum actionem sentiant, sive perturbentur ab eadem, illud innuo in antecessum, quanto id usui futurum sit in parte tertia ad exponenda cohaesionis varia genera, fermentationes, conflagrationes, emissiones vaporum, proprietates luminis, elasticitatem, molliorem.

Succedit a Num. 203 ad 236 multo uberior consideratio trium punctorum, quorum vires generaliter facile definiuntur data ipsorum positione quacunque; verum utcunque data positione, & celeritate, nondum a Geometris inventi sunt motus ita, ut generaliter pro casibus omnibus absolvi calculus possit. Vires igitur, & variationem ingentem, quam diversæ pariunt combinationes punctorum, ut ut tantummodo numero trium, persequor usque ad Num. 208. Hinc usque ad Num. 212 quædam evolvo, quæ pertinent ad vires ortas in singulis ex actione composita reliquorum duorum, & quæ tertium punctum non ad accessum urgeant, vel recessum tantummodo respectu eorundem, sed in latus; ubi & soliditatis imago prodit, & ingens sane discrimen in distantis particularum perquam exiguis, ac summa in maximis, in quibus gravitas agit, conformitas, quod quanto inde ad Naturæ explicationem futurum sit usui, significo. Usque ad Num. 218 ipsis etiam oculis contemplandum propono ingens discrimen in legibus virium, quibus bina puncta agunt

in

in tertium, five ad jaceat in recta, qua junguntur, five in recta ipsi perpendiculari, & eorum intervallum secante bifariam, constructis ex data primigenia curva curvis vires compositas exhibentibus; tum sequentibus binis numeris casum evolvo notatu dignissimum, in quo mutata sola positione binorum punctorum, punctum tertium per idem quoddam intervallum, situm in eadem distantia a medio eorum intervallo, vel perpetuo attrahitur, vel perpetuo repellitur, vel nec attrahitur, nec repellitur; cujusmodi discrimen cum in massis haberi debeat multo majus, illud indico Num. 221, quantus inde itidem in Physicam usus proveniat.

Hic jam Num. 221 a viribus binorum punctorum transeo ad considerandum eorum ipsorum systema, & usque ad Num. 227 contemplor tria puncta in directum sita, ex quorum mutuis viribus relationes quaedam exurgunt, quæ multo generaliores redduntur inferius, ubi in tribus etiam punctis tantummodo adumbrantur, quæ pertinent ad virgas rigidas, flexiles, elasticas, ac ad vectem, & ad alia plura, quæ itidem inferius, ubi de massis, multo generaliora fiunt. Demum usque ad Num. 235 contemplor tria puncta posita non indirectum, five in æquilibrio sint, five in perimetro ellipsium quarundam, vel curvarum aliarum, in quibus mira occurrit analogia limitum quorundam cum limitibus, quos habent bina puncta in axe curvæ primigeniæ ad se invicem, atque ibidem multo major varietas casuum indicatur pro massis, & specimen applicationis exhibetur ad soliditatem, & liquationem per celerem intestinum morum punctis impressum. Sequentibus autem binis Numeris generalia quædam expono de systemate punctorum quatuor cum applicatione ad virgas solidas, rigidas, flexiles, ac ordines particularum varios exhibeo per pyramides, quarum infimæ ex punctis quatuor, superiores ex quatuor pyramidibus singulæ coalescant.

A Num. 239 ad massas gradu facto usque ad Num. 262 confidero, quæ ad centrum gravitatis pertinent, ac demonstro generaliter, in quavis massa esse aliquod, & esse unicum; ostendo, quo pacto determinari generaliter possit; & quid in methodo, quæ communiter adhibetur, desit ad habendam demonstrationis vim, luculenter expono, & suppleo, ac exemplum profero quoddam ejusdem generis, quod ad numerorum pertinet multiplicationem, & ad virium compositionem per parallelogramma, quam alia methodo generaliore exhibeo analogia illi ipsi, qua gene-

raliter in centrum gravitatis inquirō: tum vero ejusdem ope demonstro admodum expedite, & accuratissime celebre illud Newtoni theorema de statu centri gravitatis per mutuas internas vires nunquam turbato.

Ejus tractationis fructus colligo plures; conservationem ejusdem quantitatis motus in Mundo in eandem plagam Num. 263; æqualitatem actionis, & reactionis in massis Num. 264; collisionem corporum, & communicationem motus in congressibus directis cum eorum legibus inde ad Num. 274; congressus obliquos, quorum Theoriam a resolutione motuum reduco ad compositionem, inde usque ad Num. 276, quod sequenti Numero 277 transfero ad incursum etiam in planum immobile; ac a Num. 278 ad 287 ostendo, nullam haberi in Natura veram virium, aut motuum resolutionem, sed imaginariam tantummodo, ubi omnia evolvo, & explico casuum genera, quæ prima fronte virium resolutionem requirere videntur.

A Num. 288 ad 294 leges expono compositionis virium, & resolutionis, ubi & illud notissimum, quo pacto in compositione decreseat vis, in resolutione crescat, sed in illa priore conspirantium summa semper maneat, contrariis elisis; in hac posteriore concipiantur tantummodo binæ vires contrariæ adjectæ, quæ consideratio nihil turbet phænomena; unde fiat, ut nihil inde pro virium vivarum Theoria deduci possit, cum sine iis explicentur omnia, ubi plura ibidem explico ex iis phænomenis, quæ pro ipsis viribus vivis afferri solent.

A Num. 295 occasione inde arrepta aggredior quædam, quæ ad leges continuitatis pertinent, ubique in motibus sancte servatam, ac ostendo illud, idcirco in collisionibus corporum, ac in motu reflexo, leges vulgo definitas, non nisi proxime tantummodo observari; & usque ad Num. 305 relationes varias persequor angulorum incidentiæ, & reflexionis, siue vires constanter in accessu attrahant, vel repellant constanter, siue jam attrahant, jam repellant: ubi & illud considero, quid accadat, si scabrities superficiæ agentis exigua sit, quid, si ingens; ac elementa profero, quæ ad luminis reflexionem, & refractionem explicandam, definiendamque ex Mechanica requiruntur; relationem itidem vis absolutæ ad relativam in obliquo gravium descensu, & non nulla, quæ ad oscillationum accuratiorem Theoriam necessaria sunt, prorsus elementaria, diligenter expono.

A

A Num. 306 Inquiro in trium massarum systema, ubi usque ad Num. 311 theoremata evolvo plura, quæ pertinent ad directionem virium in singulis compositarum e binis reliquarum actionibus; ut illud, eas directiones vel esse inter se parallelas, vel, si utrinque indefinite producantur, per quoddam commune punctum transire omnes: tum usque ad 319 theoremata alia plura, quæ pertinent ad earundem compositarum virium rationem ad se invicem, ut illud & simplex, & elegans, binarum massarum vires acceleratrices esse semper in ratione composita ex tribus reciprocis rationibus, distantiae ipsarum a massa tertia, sinus anguli, quem singularum directio continet cum sua ejusmodi distantia, & massæ ipsius eam habentis compositam vim, ad distantiam, sinum, massam alteram, vires autem morrices habere tantummodo priores rationes duas elisâ tertia.

Eorum theorematum fructum colligo deducens inde usque ad Num. 326, quæ ad æquilibrium pertinent divergentium utcumque virium, & ipsius æquilibrî centrum, ac nîsum centri in fulcrum, & quæ ad præponderantiam; Theoriam extendens ad casum etiam, quo massæ non in se invicem agant mutuo immediate, sed per intermedias alias, quæ nexum conciliant, & virgarum necitentium suppleant vices; ac ad massas etiam quocunque, quarum singulas cum centro conversionis, & alia quavis assumpta massa connexas concipio, unde principium momenti deduco pro machinis omnibus; tum omnium vectium genera evolvo, ut & illud, facta suspensione per centrum gravitatis haberi æquilibrium, sed in ipso centro debere sentiri vim a fulcro, vel sustinente puncto, æqualem summæ ponderum totius systematis; unde demum pateat ejus ratio, quod passim sine demonstratione assumitur, nimirum systemate quiescente, & impedito omni partium motu per æquilibrium, totam massam concipi posse ut in centro gravitatis collectam.

A Num. 327 ad 341 deduco ex iisdem theorematis, quæ pertinent ad centrum oscillationis quocunque massarum, sive sint in eadem recta, sive in plano perpendiculari ad axem rotationis ubicunque, quæ Theoria per systema 4 massarum, excolendum aliquanto diligentius, uberius promoveri debet & extendi ad generalem habendum solidorum nexum; qua re indicata, centrum itidem percussionis inde evolvo, & ejus analogiam cum centro oscillationis exhibeo.

Col-



Collecto ejusmodi fructu ex theorematibus pertinentibus ad massas tres, innuo Num. 345, quæ mihi communia sint cum cæteris omnibus, & cum Newtonianis potissimum, pertinentia ad summas virium, quas habet punctum, vel massa attracta, vel repulsa a punctis singulis alterius massæ; tum a Num. 347 ad finem hujus partis, sive ad Num. 357, expono quædam, quæ pertinent ad fluidorum Theoriam, & primo quidem ad pressionem, ubi illud innuo demonstratum a Newtono, si compressio fluidi sit proportionalis vi comprimenti, vires repulsivas punctorum esse in ratione reciproca distantiarum, ac vice versa; ostendo autem illud, si eadem vis sit insensibilis, rem, præter alias curvas, exponi posse per Logisticam, & in fluidis gravitate nostra terrestri præditis pressiones haberi debere ut altitudines; deinde vero attingo illa etiam, quæ pertinent ad velocitatem fluidi erumpentis e vase, & expono, quid requiratur, ut ea sit æqualis velocitati, quæ acquireretur cadendo per altitudinem ipsam, quemadmodum videtur res obtingere in aquæ effluxu: quibus partim expositis, partim indicatis, hanc secundam partem concludo.

### PARS III.

**N**UM. 357 propono argumentum hujus tertiæ partis, in qua omnes e Theoria mea generales materiæ proprietates deduco, & particulares plerasque: tum usque ad Num. 365 ago aliquanto fufius de impenetrabilitate, quam duplicis generis agnosco in meis punctorum inextensorum massis, ubi etiam de ea apparenti quadam compenetracione ago, ac de luminis transitu per substantias intimas sine vera compenetracione, & mira quædam phænomena huc pertinentia explico admodum expedire. Inde ad Num. 369 de extensione ago, quæ mihi quidem in materia, & corporibus non est continua, sed adhuc eadem præbet phænomena sensibus, ac in communi sententia; ubi etiam de Geometria ago, quæ vim suam in mea Theoria retinet omnem: tum ad Num. 377 figurabilitatem persequor, ac molem, massam, densitatem singillatim, in quibus omnibus sunt quædam Theoriæ meæ propria scitu non indigna. De Mobilitate, & Motuum Continuitate, usque ad Num. 383 notata digna continentur; tum usque ad Num. 385 ago de æqualitate actionis, & reactionis, cujus consecutaria vires ipsas, quibus Theoria mea innititur, mirum in mo-

modum confirmant. Succedit usque ad Num. 392 divisibilitas, quam ego ita admitto, ut quævis massa existens numerum punctorum realium habeat finitum tantummodo, sed qui in data quavis mole possit esse ut-cunque magnus; quamobrem divisibilitati in infinitum vulgo admittæ substituo componibilitatem in infinitum, ipsi, quod ad naturæ phænomena explicanda pertinet, prorsus æquivalentem. Iis evolutis addo immutabilitatem primorum materiæ elementorum, quæ cum mihi sint simplicia prorsus, & inextensa, sunt utique immutabilia, & ad exhibendam perennem phænomenorum seriem aptissima.

A Num. 394 ad 400 gravitatem deduco ex mea virium Theoria, tanquam ramum quendam e communi trunco, ubi & illud expono, qui fieri possit, ut Fixæ in unicam massam non coalescant, quod gravitas generalis requirere videretur. Inde ad Num. 413 ago de cohæsione, qui est itidem veluti alter quidam ramus, quam ostendo, nec in quiete consistere, nec in motu conspirante, nec in pressione fluidi cujuscumque, nec in attractione maxima in contactu, sed in limitibus inter repulsionem, & attractionem; ubi & problema generale propono quoddam huc pertinens, & illud explico, cur massa fracta non iterum coalescat; cur fibræ ante fractionem distendantur, vel contrahantur; & innuo, quæ ad cohæsionem pertinentia mihi cum reliquis Philosophis communia sint.

A cohæsione gradum facio Num. 414 ad particulas, quæ ex punctis cohærentibus efformantur, de quibus ago usque ad Num. 421, & varia persequor earum discrimina: ostendo nimirum, quo pacto varias induere possint figuras quascunque, quarum tenacissimæ sint; possint autem data quavis figura discrepare plurimum in numero, & distributione punctorum, unde & oriantur admodum inter se diversæ vires unius particulæ in aliam, ac itidem diversæ in diversis partibus ejusdem particulæ respectu diversarum partium, vel etiam respectu ejusdem partis particulæ alterius, cum a solo numero, & distributione punctorum pendeat illud, ut data particula datam aliam in datis earum distantis, & superficieum locis, vel attrahat, vel repellat, vel respectu ipsius sit prorsus iners, tum illud addo, particulas eo difficilius dissolubiles esse, quo minores sint; debere autem in gravitate esse penitus uniformes, quæcunque punctorum dispositio habeatur, & in aliis proprietatibus plerisque debere esse

d

ad

admodum (uti observamus) diversas, quæ diversitas multo major in majoribus massis esse debeat.

A Num. 421 ad 440 de solidis, & fluidis, quod discrimen itidem pertinet ad varia cohæſionum genera; & discrimen inter solida, & fluida diligenter expono, horum naturam potissimum repetens ex motu faciliori particularum in gyrum circa alias, atque id ipsum ex viribus circumquaque æqualibus; illorum vero ex inæqualitate virium, & viribus quibusdam in latus, quibus certam positionem ad se invicem servare debeant. Varia autem distinguo fluidorum genera, & discrimen profero inter virgas rigidas, flexiles, elasticas, fragiles; ut & de viscositate, & humiditate ago, ac de organicis, & ad certas figuras determinatis corporibus, quorum efformatio nullam habet difficultatem, ubi una particula unam aliam possit in certis tantummodo superficiei partibus attrahere, & proinde cogere ad certam quandam positionem acquirendam respectu ipsius, & retinendam. Demonstratio autem & illud, posse admodum facile ex certis particularum figuris, quarum ipsæ tenacissimæ sint, totum etiam Atomistarum, & Corpuscularium systema a mea Theoria repeti ita, ut id nihil sit aliud, nisi unicus itidem hujus veluti trunci fecundissimi ramus e diversa cohæſionis ratione prorumpens. Demum ostendo, cur non quævis massa, ut ut constans ex homogeneis punctis, & circa se maxime in gyrum mobilibus, fluida sit; & fluidorum resistantiam quoque attingo, in ejus leges inquirens.

A Num. 437 ad 444 ago de iis, quæ itidem ad diversa pertinent soliditatis genera, nimirum de elasticis, & mollibus, illa repetens a magna inter limites proximos distantia, qua fiat, ut puncta longe dimota a locis suis, idem ubique genus virium sentiant, & proinde se ad priorem restituant locum; hæc a limitum frequentia, atque ingenti vicinia, qua fiat, ut ex uno ad alium delata litem puncta, ibi quiescant itidem respective, ut prius. Tum vero de ductilibus, & malleabilibus ago, ostendens, in quo a fragilibus discrepent; ostendo autem, hæc omnia discrimina a densitate nullo modo pendere, ut nimirum corpus, quod multo sit altero densius, possit tam multo majorem, quam multo minorem soliditatem, & cohæſionem habere, & quævis ex proprietatibus expositis æque possit cum quavis vel majore, vel minore densitate componi.

Num.

Num. 445 inquiri in vulgaria quatuor elementa; tum a Num. 446 ad Num. 461 persequor chemicas operationes; Num. 447 explicans dissolutionem, 448 præcipitationem, 449 & 450 commixtionem plurimum substantiarum in unam; tum Num. 451, & 452 liquationem binis methodis, 453 volatilizationem, & effervescentiam; 456 emissionem effluviarum, quæ e massa constanti debeat esse ad sensum constans; 457 ebullitionem cum variis evaporationum generibus; 458 deflagrationem, & generationem aeris; 459 crystallizationem cum certis figuris; ac demum ostendo illud Num. 460, quo pacto possit fermentatio desinere; & Num. 461, quo pacto non omnia fermentescant cum omnibus.

A fermentatione Num. 462 gradum facio ad ignem, qui mihi est fermentatio quædam substantiæ lucis cum sulphurea quadam substantia, ac plura inde confectaria deduco usque ad Num. 465; tum ab igne ad lumen ibidem transeo, cujus proprietates præcipuas, ex quibus omnia lucis phænomena oriuntur, propono Num. 467, ac singulas a Theoria mea deduco, & fuscè explico usque ad Num. 497; nimirum emissionem Num. 468; celeritatem 469; propagationem rectilineam per media homogenea, & apparentem tantummodo compenetrationem a Num. 470 ad 467; pelluciditatem, & opacitatem Num. 477; reflexionem ad angulos æquales inde ad 479; refractionem ad 481; tenuitatem Num. 482; calorem, & ingentes intestinos motus allapsu tenuissimæ lucis genitos, Num. 483; actionem majorem corporum oleosorum, & sulphureosorum in lumen Num. 484; tum Num. 485 ostendo, nullam resistantiam veram pati; ac Num. 486 explico, unde sint phosphora; Num. 487 cur lumen cum majore obliquitate incidens reflectatur magis; Num. 488 & 489 unde diversa refrangibilitas ortum ducat; ac Num. 490, & 491 deduco duas diversas dispositiones ad æqualia redeuntes intervalla; unde Num. 492 vices illas a Newtono detectas facilioris reflexionis, & facilioris transmissus eruo; & Num. 493 illud, radios alios debere reflecti, alios transmitti in appulsu ad novum medium, & eo plures reflecti, quo obliquitas incidentiæ sit major; ac Num. 494 & 495 expono, unde discrimen in intervallis viciū, ex quo uno omnis naturalium colorum pendet Newtoniana Theoria. Demum Num. 495 miram attingo crystalli Islandicæ proprietatem, & ejusdem causam, ac Num. 496 diffractionem expono, quæ est quædam inchoata refraction, sive reflexio.

admodum (uti observamus) diversas, quæ diversitas multo major in majoribus massis esse debeat.

A Num. 421 ad 440 de solidis, & fluidis, quod discrimen itidem pertinet ad varia cohæsionum genera; & discrimen inter solida, & fluida diligenter expono, horum naturam potissimum repetens ex motu faciliori particularum in gyrum circa alias, atque id ipsum ex viribus circumquaque æqualibus; illorum vero ex inæqualitate virium, & viribus quibusdam in latus, quibus certam positionem ad se invicem servare debeant. Varia autem distingo fluidorum genera, & discrimen profero inter virgas rigidas, flexiles, elasticas, fragiles; ut & de viscositate, & humiditate ago, ac de organicis, & ad certas figuras determinatis corporibus, quorum efformatio nullam habet difficultatem, ubi una particula unam aliam possit in certis tantummodo superficiei partibus attrahere, & proinde cogere ad certam quandam positionem acquirendam respectu ipsius, & retinendam. Demonstro autem & illud, posse admodum facile ex certis particularum figuris, quarum ipsæ tenacissimæ sint, totum etiam Atomistarum, & Corpuscularium systema a mea Theoria reperti ita, ut id nihil sit aliud, nisi unicus itidem hujus veluti trunci fecundissimi ramus e diversa cohæsionis ratione prorumpens. Demum ostendo, cur non quævis massa, ut ut constans ex homogeneis punctis, & circa se maxime in gyrum mobilibus, fluida sit; & fluidorum resistantiam quoque attingo, in ejus leges inquirens.

A Num. 437 ad 444 ago de iis, quæ itidem ad diversa pertinent soliditatis genera, nimirum de elasticis, & mollibus, illa repetens a magna inter limites proximos distantia, qua fiat, ut puncta longe dimota a locis suis, idem ubique genus virium sentiant, & proinde se ad priorem restituant locum; hæc a limitum frequentia, atque ingenti vicinia, qua fiat, ut ex uno ad alium delata litem puncta, ibi quiescant itidem respective, ut prius. Tum vero de ductilibus, & malleabilibus ago, ostendens, in quo a fragilibus discrepent; ostendo autem, hæc omnia discrimina a densitate nullo modo pendere, ut nimirum corpus, quod multo sit altero densius, possit tam multo majorem, quam multo minorem soliditatem, & cohæsionem habere, & quævis ex proprietatibus expositis æque possit cum quavis vel majore, vel minore densitate componi.

Num.

Num. 445 inquiri in vulgaria quatuor elementa; tum a Num. 446 ad Num. 461 persequor chemicas operationes; Num. 447 explicans dissolutionem, 448 præcipationem, 449 & 450 commixtionem plurimum substantiarum in unam; tum Num. 451, & 452 liquationem binis methodis, 453 volatilizationem, & effervescentiam; 456 emissionem effluviorum, quæ e massa constanti debeat esse ad sensum constans; 457 ebullitionem cum variis evaporationum generibus; 458 deflagrationem, & generationem aeris; 459 crystallizationem cum certis figuris; ac demum ostendo illud Num. 460, quo pacto possit fermentatio desinere; & Num. 461, quo pacto non omnia fermentescant cum omnibus.

A fermentatione Num. 462 gradum facio ad ignem, qui mihi est fermentatio quædam substantiæ lucis cum sulphurea quadam substantia, ac plura inde confectaria deduco usque ad Num. 465; tum ab igne ad lumen ibidem transeo, cujus proprietates præcipuas, ex quibus omnia lucis phænomena oriuntur, propono Num. 467, ac singulas a Theoria mea deduco, & fuse explico usque ad Num. 497; nimirum emissionem Num. 468; celeritatem 469; propagationem rectilineam per media homogenea, & apparentem tantummodo compenetrationem a Num. 470 ad 467; pelluciditatem, & opacitatem Num. 477; reflexionem ad angulos æquales inde ad 479; refractionem ad 481; tenuitatem Num. 482; calorem, & ingentes intestinos motus allapsu tenuissimæ lucis genitos, Num. 483; actionem majorem corporum oleosorum, & sulphureosorum in lumen Num. 484; tum Num. 485 ostendo, nullam resistantiam veram pati; ac Num. 486 explico, unde sint phosphora; Num. 487 cur lumen cum majore obliquitate incidens reflectatur magis; Num. 488 & 489 unde diversa refrangibilitas ortum ducat; ac Num. 490, & 491 deduco duas diversas dispositiones ad æqualia redeuntes intervalla; unde Num. 492 vices illas a Newtono detectas facilioris reflexionis, & facilioris transmissus eruo; & Num. 493 illud, radios alios debere reflecti, alios transmitti in appulsu ad novum medium, & eo plures reflecti, quo obliquitas incidentiæ sit major; ac Num. 494 & 495 expono, unde discrimen in intervallis viciū, ex quo uno omnis naturalium colorum pendet Newtoniana Theoria. Demum Num. 495 miram attingo crystalli Islandicæ proprietatem, & ejusdem causam, ac Num. 496 diffractionem expono, quæ est quædam inchoata refractionis, sive reflexio.

Post lucem ex igne derivatam, quæ ad oculos pertinet, ago brevissime Num. 498 de sapore, & odore, ac sequentibus tribus Numeris de sono; tum Num. 502, 503, 504 de tactu, ubi etiam de frigore, & calore; deinde vero usque ad Num. 508 de electricitate, ubi totam Franklinianam Theoriam ex meis principiis explico, eandem ad bina tantummodo reducens principia, quæ ex mea generali virium Theoria eodem fere pacto deducuntur, quo præcipitationes, atque dissolutiones. Demum Num. 509, ac 510 magnetismum persequor, tam directionem explicans, quam attractionem magneticam.

Hisce expositis, quæ ad particulares etiam proprietates pertinent, iterum a Num. 511 ad finem usque generalem corporum complector naturam, & quid materia sit, quid forma, quæ censeari debeant essentialia, quæ accidentalia attributa, adeoque quid transformatio sit, quid alteratio, singillatim persequor, & partem hanc tertiam Theoriæ meæ absolvo.

De Appendice ad Metaphysicam pertinente innuam hic illud tantummodo, me ibi exponere de anima illud inprimis, quantum spiritus a materia differat, quem nexum anima habeat cum corpore, & quomodo in ipsum agat; tum de DEO, ipsius & existentiam me pluribus evincere, quæ nexum habeant cum ipsâ Theoria mea, & Sapientiam inprimis, ac

Providentiam, ex qua gradum ad revelationem faciendum innuo tantummodo. Sed hæc in antecessum veluti delibasse sit satis.



PHI-



# PHILOSOPHIÆ NATURALIS THEORIA.

## PARS I.

*Theoriæ expositio, analytica deductio, & vindicatio.*



I. **V**irium mutuarum Theoria, in quam incidi jam ab Anno 1745, dum e notissimis principiis alia ex aliis confectaria eruerem, & ex qua ipsam simplicium materiæ elementorum constitutionem deduxi, systema exhibet medium inter Leibnitianum, & Newtonianum, quod nimirum & ex utroque habet plurimum, & ab utroque plurimum dissidet; at utroque in immensum simplicius, proprietatibus corporum generalibus sane omnibus, & peculiaribus quibusque præcipuis per accuratissimas demonstrationes deducendis est profecto mirum in modum idoneum.

II. Habet id quidem ex Leibnitii Theoria elementa prima simplicia ac prorsus inextensa; habet ex Newtoniano systemate vires mutuas, quæ pro aliis punctorum distantis a se invicem aliæ sint; & quidem ex ipso itidem Newtono non ejusmodi vires tantummodo, quæ ipsa puncta determinent ad accessum, quas vulgo attractiones nominant; sed etiam ejusmodi, quæ determinent ad recessum, & ap-  

A

pel-



pellantur repulſiones: atque id ipſum ita, ut ubi attractio deſinat, ibi, mutata diſtantia, incipiat repulſio, & vice verſa, quod nimirum Newtonus idem in poſtrema Opticæ Quæſtione propoſuit, ac exemplo tranſitus a poſitivis ad negativa, qui habetur in Algebraicis formulis, illuſtravit. Illud autem utrique ſyſtemati commune eſt cum hoc meo, quod particula materiæ quæcunque cum aliis quibuſcunque, utcunque remotis, ita connectitur, ut ad mutationem utcunque exigua in poſitione uniuſcujuſque, determinationes ad motum in omnibus reliquis immutentur, & niſi forte elidantur omnes oppoſitæ, quiccuſque eſt infinities improbabilis, motus in iis omnibus aliquis inde ortus habeatur.

III. Diſtat autem a Leibnitiana Theoria longiſſime, tum quia nullam extensionem continuam admittit, quæ ex contiguis, & ſe contingentibus inextenſis oriarur; in quo quidem difficultas jam olim contra Zenonem propoſita, & nunquam ſane aut ſoluta ſatis, aut ſolventa, de compenetratone omnimoda inextenſorum contiguorum, eandem vim adhuc habet contra Leibnitianum ſyſtema: tum quia homogeneitatem admittit in elementis, omni maſſarum diſcrimine a ſola diſpoſitione, & diverſa combinatione derivato, ad quam homogeneitatem in elementis, & diſcriminis rationem in maſſis, ipſa nos naturæ analogia ducit, ac Chemicæ reſolutiones inprimis, in quibus cum ad adeo pauciora numero, & adeo minus inter ſe diverſa principiorum genera, in compoſitorum corporum analyſi deveniatur, id ipſum indicio eſt, quo ulterius promoveri poſſit analyſis, eo ad majorem ſimplicitatem, & homogeneitatem deveniri debere, adeoque in ultima demum reſolutione ad homogeneitatem, & ſimplicitatem ſummam, contra quam quidem indiſcernibilium principium, & principium rationis ſufficientis, uſque adeo a Leibnitianis deprædicata, meo quidem judicio, nihil omnino poſſunt.

IV. Diſtat itidem a Newtoniano ſyſtemate quam plurimum, tum in eo, quod ea, quæ Newtonus in ipſa poſtrema quæſtione Opticæ conatus eſt explicare per tria principia, gravitatis, coheſionis, fermentationis; immo & reliqua quamplurima, quæ ab iis tribus principiiſ omnino non pendent, per unicam explicat legem virium, expreſſam unica, & ex pluribus inter ſe commixtis non compoſita algebraica formula, vel unica continua Geometrica curva: tum in eo, quod in minimis diſtantiis vices admittat non poſitivas, ſive attractivas, uti Newtonus; ſed negativas, repulſivasque, quamvis itidem et majores in infinitum, quo diſtantiæ in infinitum decreſcant. Unde illud

illud necessario consequitur, ut nec cohæſio a contactu immediato oriatur, quam ego quidem longe aliunde defumo; nec ullus immediatus, &, ut illum appellare ſoleo, Mathematicus materiæ contactus habeatur, quod ſimplicitatem, & inextenſionem inducit elementorum, quæ ipſæ variarum figurarum voluit, & partibus a ſe invicem diſtinctis compoſita, quamvis ita cohærentia, ut nulla naturæ vi diſſolvi poſſit compages, & adhæſio labefactari, quæ adhæſio ipſi, reſpectu virium nobis cognitarum eſt abſolute infinita.

V. Quæ ad ejusmodi Theoriam pertinentia hucusque ſunt edita, continentur diſſertationibus meis, *De Viribus vivis*, edita An. 1745. *De Lumine* A. 1748. *De Lege Continuitatis* A. 1754. *De Lege virium in natura exiſtentium* A. 1755. *De diſiſibilitate materiæ, & principiis corporum* A. 1757. ac in meis Stayanæ Philoſophiæ verſibus traditæ (cujus primus Tomus prodiit A. 1755.) ſupplementis: eandem ſatis dilucide propoſuit, & ampliſſimum ipſius per omnem Phyſicam demonſtravit uſum vir e noſtra Societate doctiſſimus Carolus Benevenuto in ſua *Phyſicæ Generalis Synopſi* edita Anno 1754. In ea Synopſi propoſuit idem & meam deductionem æquilibrîi binarum maſſarum, viribus, parallelis animatarum, quæ ex ipſa mea Theoria per notiſſimam legem compoſitionis virium, & æqualitatis inter actionem, & reactionem, fere ſponte conſequitur, cujus quidem in ſupplementis illis §. 4. ad Lib. 3. mentionem feci, ubi & quæ in diſſertatione *De Centro Gravitatis* edideram, paucis propoſui; & de centro oſcillationis agens, protuli aliorum methodos præcipuas quasque, quæ ipſius determinationem a ſubſidiariis tantummodo principiis quibusdam repetunt. Ibidem autem de æquilibrîi centro agens illud affirmavi: *In natura nullæ ſunt rigide virgæ, inflexiles, & omni gravitate, ac inertia carentes, adeoque nec revera ullæ leges pro iis conditæ; & ſi ad genuina, & ſimpliciſſima naturæ principia res exigatur, invenietur, omnia pendere a compoſitione virium, quibus in ſe invicem agunt particule materiæ; a quibus nimirum viribus omnia naturæ phænomena proficiſcuntur.* Ibidem autem exhibitis aliorum methodis ad centrum oſcillationis pertinentibus, promiſi, me in quarto ejusdem Philoſophiæ Tomo ex genuinis principiis inveſtigaturum ut æquilibrîi, ſic itidem oſcillationis centrum.

VI. Porro cum nuper occaſio ſe mihi præbuiſſet inquirendi in ipſum oſcillationis centrum ex meis principiis, urgente Scherffero noſtro, caſu incidi in Theorema ſimpliciſſimum ſane, & admodum elegans, quo trium maſſarum in ſe mutuo agentium comparantur vires,

quod quidem ipsa fortasse tanta sua simplicitate effugit hucusque Mechanicorum oculos; nisi forte ne effugerit quidem, sed alicubi jam ab alio quopiam inventum, & editum, me, quod admodum facile fieri potest, adhuc latuerit, ex quo Theoremate & æquilibrium, ac omne vectium genus, & momentorum mensura pro machinis, & oscillationis centrum etiam pro casu, quo oscillatio fit in latius in plano ad axem oscillationis perpendiculari, & centrum percussiones sponte fluunt, & quod ad sublimiores alias perquisitiones viam aperit admodum patentem. Cogitaveram ego quidem initio brevi dissertationucula hoc Theorema tantummodo edere cum confectariis, ac breve Theoriæ meæ specimen quoddam exponere; sed paulatim excrevit opusculum, ut demum & Theoriam omnem exposuerim ordine suo, & vindicarem, & ad Mechanicam prius, tum ad Physicam fere universam applicaverim, ubi & quæ maxime notatu digna erant, in memoratis dissertationibus ordine suo digessi omnia, & alia adjeci quamplurima, quæ vel olim animo conceperam, vel modo sese obtulerunt scribenti, & omnem hanc rerum farraginem animo pervolventi.

VII. Prima elementa materiæ mihi sunt puncta prorsus indivisibilia, & inextensa, quæ in immenso vacuo ita dispersa sunt, ut bina quævis a se invicem distent per aliquod intervallum, quod quidem indefinite augeri potest, & minui, sed penitus evanescere non potest sine compenetracione ipsorum punctorum: eorum enim contiguitatem nullam admitto possibilem; sed illud arbitror omnino certum, si distantia duorum materiæ punctorum sit nulla, idem protus spatii vulgo concepti punctum indivisibile occupari ab utroque debere, & haberi veram, ac omnimodam compenetracionem. Quamobrem non vacuum ego quidem admitto disseminatum in materia, sed materiam in vacuo disseminatam, atque innatantem.

VIII. In hisce punctis admitto determinationem perseverandi in eodem statu quietis vel motus uniformis in directum (a) in quo semel sint posita, si seorsum singula in natura existant; vel si alia alibi exi-

(a) Id quidem respectu ejus spatii, in quo continemur nos, & omnia, quæ nostris observari sensibus possunt, corpora; quod quidem spatium si quiescat, nihil ego in ea re a reliquis differo; si forte moveatur motu quopiam, quem motum ex ejusmodi determinatione sequi debeant ipsa materia puncta; tum hæc mea erit quadam non absoluta, sed respectiva inertia vis, quam ego quidem exposui & in Dissertatione de Mariæ æstu, & in supplementis Stanyan Lib. 1. §. 13; ubi etiam illud occurrit, quam ob causam ejusmodi respectivam inertiam excogitarim, & quibus rationibus evincere putem absolutam omnino demonstrari non posse; sed ea hæc non pertinent.

existant puncta, componendi per notam, & communem methodum compositionis virium, & motuum, parallelogrammorum ope, præcedentem motum cum motu, quem determinant vires mutuae, quas inter bina quævis puncta agnosco a distantis pendentes, & iis mutatis mutatas, juxta generalem quandam omnibus communem Legem. In ea determinatione stat illa, quam dicimus, inertiae vis, quæ, an a libera pendeat Supremi Conditoris Lege, an ab ipsa punctorum natura, an ab aliquo iis adjecto, quodcunque istud sit, ego quidem non quæro; nec vero, si velim quærere, inveniendi spem habeo; quod idem sane cenſeo de ea virium lege, ad quam gradum jam facio.

IX. Cenſeo igitur bina quæcunque materiæ puncta determinari æque in aliis distantis ad mutuum accessum, in aliis ad recessum mutuum, quam ipsam determinationem appello vim, in priore casu attractivam, in posteriore repulsivam, eo nomine non agendi modum, sed ipsam determinationem exprimens, undecunque proveniat; cujus vero magnitudo mutatis distantis mutetur & ipsa secundum certam legem quandam, quæ per Geometricam lineam curvam, vel Algebraicam formulam exponi possit, & oculis ipsis, uti moris est apud Mechanicos, repræsentari. Vis mutuae a distantia pendens, & ea variata itidem variatæ, atque ad omnes in immensum & magnas, & parvas distantias pertinentis, habemus exemplum in ipsa Newtoniana Generali Gravitate mutata in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ idcirco nunquam e positiva in negativam migrare potest, adeoque ab attractiva ad repulsivam, sive a determinatione ad accessum ad determinationem ad recessum nusquam migrat. Verum in elastris inflexis habemus etiam imaginem ejusmodi vis mutuae variatæ secundum distantias, & a determinatione ad recessum migrantis in determinationem ad accessum, & vice versa. Ibi enim si duæ cuspides, compresso elastro, ad se invicem accedant, acquirunt determinationem ad recessum, eo majorem, quo magis, compresso elastro, distantia decrescit; aucta distantia cuspidum, vis ad recessum minuitur, donec in quadam distantia evanescat, & fiat prorsus nulla; tum distantia adhuc aucta, incipit determinatio ad accessum, quæ perpetuo eo magis crescit, quo magis cuspides a se invicem recedunt; ac si e contrario cuspidum distantia minuatur perpetuo, determinatio ad accessum itidem minuetur, evanescet, & in determinationem ad recessum mutabitur. Ea determinatio oritur utique non ab immediata cuspidum actione in se invicem, sed a natura, & forma totius intermediæ laminæ plicatæ; sed hic physicam rei causam non

moror, & solum persequor exemplum determinationis ad accessum, & recessum, quæ determinatio in aliis distantis alium habeat nisi, & migret etiam ab altera in alteram.

X. Lex autem virium est ejusmodi, ut in minimis distantis sint repulsivæ, atque eo majores in infinitum, quo distantie ipsæ minuuntur in infinitum, ita, ut pares sint extinguendæ cuivis velocitati utcunque magnæ, cum qua punctum alterum ad alterum possit accedere, antequam eorum distantia evanescat; distantis vero auctis minuuntur ita, ut in quadam distantia perquam exigua evadat vis nulla: tum adhuc aucta distantia mutantur in attractivas, primo quidem crescentes, tum decrescientes, evanescentes, abeuntes in repulsivas, eodem pacto crescentes, deinde decrescientes, evanescentes, migrantes iterum in attractivas, atque id per vices in distantis plurimis, sed adhuc perquam exiguis, donec, ubi ad aliquanto majores distantias ventum sit, incipiant esse perpetuo attractivæ, & ad sensum reciproce proportionales quadratis distantiarum, atque id vel utcunque augeantur distantie etiam in infinitum, vel saltem donec ad distantias deveniatur omnibus Planetarum, & Cometarum distantis longe majores.

XI. Hujusmodi lex primo aspectu videtur admodum complicata, & ex diversis legibus temere inter se coagmentatis coalescens; at simplicissima, & prorsus incompressa esse potest, expressa videlicet per unicam continuam curvam, vel simplicem Algebraicam formulam, uti innui superius. Hujusmodi curva linea est admodum apta ad sistendam oculis ipsis ejusmodi legem, nec requirit Geometram, ut id præstare possit: satis est, ut quis eam intueatur tantummodo, & in ipsa, ut in imagine quadam solemus intueri depictas res qualescunque, virium illarum indolem contempletur. In ejusmodi curva eæ, quas Geometræ abscissas dicunt, & sunt segmenta axis, ad quem ipsa refertur curva, exprimunt distantias binorum punctorum a se invicem; illæ vero, quæ dicuntur ordinatæ, ac sunt perpendicularæ lineæ ab axe ad curvam ductæ, referunt vires; quæ quidem, ubi ad alteram jacent axis partem, exhibent vires attractivas; ubi jacent ad alteram repulsivas, & prout curva accedit ad axem, vel recedit, minuuntur ipsæ etiam, vel augentur: ubi curva axem secatur, & ab altera ejus parte transit ad alteram, mutantibus directionem ordinatis, abeunt ex attractivis in negativas, vel vice versa: ubi autem arcus curvæ aliquis ad rectam quampiam axi perpendiculararem in infinitum productam semper magis accedit ita ultra quos-

quoscunque limites, ut in eam recidat nunquam, quem arcum asymptoticum appellant Geometrae, ibi vires ipsae in infinitum excreverunt.

XII. Ejusmodi curvam exhibui, & exposui in Dissertationibus de Viribus vivis a Num. 51. De Lumine a Num. 5. De Lege virium in natura existentium a Num. 68. & in sua Synopsi Physicæ Generalis P. Benevenutus eandem protulit a Num. 108. En brevem quamdam ejus ideam in Fig. 1. Axis CAC habet in puncto A asymptoticum curvæ rectilineam AB indefinitam, circa quam habentur bini curvæ rami hinc & inde æquales, & similes, quorum alter DEFGHIKLMNOPQRSTV habet inprimis arcum ED asymptoticum, qui nimirum ad partes BD si indefinite producatul ultra quoscunque limites, semper magis accedit ad rectam AB itidem ultra quoscunque limites, quin unquam ad eandem deveniat; hinc vero versus DE perpetuo recedit ab eadem recta, immo etiam perpetuo versus V ab eadem recedunt arcus reliqui omnes, quin uspiam recessus mutetur in accessum. Ad axem autem CC perpetuo primum accedit, donec ad ipsum deveniat alicubi in E; tum eodem ibi secto progreditur, & ab ipso perpetuo recedit usque ad quandam distantiam F, post quam recessum in accessum mutat, & iterum ipsum axem secat in G, ac flexibus continuis contorquetur circa ipsum, quem pariter secat in punctis quamplurimis, sed paucas admodum ejusmodi sectiones Figura exhibet, uti I, L, N, P, R. Demum is arcus definit in alterum crus TpsV, jacens ex parte opposita axis respectu primi cruris, quod alterum crus ipsum habet axem pro asymptoto, & ad ipsum accedit ad sensum ita, ut distantiae ab ipso sint in ratione reciproca duplicata distantiarum a recta BA.

XIII. Si ex quovis axis puncto  $a, b, d$ , erigatur usque ad curvam recta ipsi perpendicularis  $ag, bt, db$ , segmentum axis  $Aa, Ab, Ad$ , dicitur abscissa, & refert distantiam duorum materiae punctorum quorumcunque a se invicem; perpendicularis  $ag, bt, db$ , dicitur ordinata, & exhibet vim repulsivam, vel attractivam, prout jacet respectu axis ad partes D, vel oppositas.

XIV. Pater autem, in ea curvæ forma ordinatam  $ag$  augeri ultra quoscunque limites; si abscissa  $Aa$ , minuatur pariter ultra quoscunque limites; quæ si augeatur, ut abeat in  $Ab$ , ordinata minuetur, & abibit in  $bt$ , perpetuo imminutam in accessu  $b$  ad E, ubi evanescet: tum aucta abscissa in  $Ad$ , mutabit ordinata directionem in  $db$ , ac ex parte opposita augebitur prius usque ad F, tum decrescet per  $il$  usque ad G, ubi evanescet, & iterum mutabit directionem re-

gressa

gressa in  $\infty$  ad illam priorem, donec post evanescentiam, & directionis mutationem factam in omnibus sectionibus I, L, N, P, R, fiant ordinatæ  $op$ ,  $vs$ , directionis constantis, & decrecentes ad sensum in ratione reciproca duplicata adscissarum  $AO$ ,  $Av$ . Quamobrem illud est manifestum, per ejusmodi curvam exprimi eas ipsas vires, initio repulsivas, & imminutis in infinitum distantis auctas in infinitum, auctis imminutas, tum evanescentes, abeuntes mutata directione in attractivas, ac iterum evanescentes, mutatasque per vices, donec demum in satis magna distantia evadant attractivæ ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum.

XV. Hæc virium lex a Newtoniana Gravitate differt in ductu, Fig. 1. & progressu curvæ eam exprimentis, quæ nimirum, ut in Fig. 2, apud Newtonum est hyperbola DV gradus tertii, jacens tota citra axem, quem nusquam secatur, jacentibus omnibus ordinatis  $vs$ ,  $op$ ,  $bt$ ,  $ag$  ex parte attractiva, ut idcirco nulla habeatur mutatio e positivo in negativum, ex attractione in repulsionem, vel vice versa; cæterum utraque per ductum exponitur curvæ continuæ habentis duo crura infinita asymptotica in ramis singulis utrinque in infinitum productis. Ex hujusmodi autem virium lege, & ex solis principiis Mechanicis notissimis, nimirum quod ex pluribus viribus, vel motibus, componatur vis, vel motus quidam ope parallelogrammorum, quorum latera expriment vires, vel motus componentēs, & quod vires ejusmodi in punctis singulis, tempusculis singulis æqualibus, inducant velocitates, vel motus proportionales sibi, omnes mihi profuunt generales, & præcipuæ quæque particulares proprietates corporum, uti etiam superius innui, nec ad singulares proprietates derivandas in genere affirmo, eas haberi per diversam combinationem, sed combinationes ipsas evolvo, & Geometrice demonstro, quæ e quibus combinationibus phænomena, & corporum species oriri debeant. Verum antequam ea evolvo in parte secunda, & tertia, ostendam in hac prima, qua via, & quibus positivis rationibus ad eam virium legem devenerim, & qua ratione illam elementorum materiæ simplicitatem eruerim, tum, quæ difficultatem aliquam videantur habere posse, dissolvam.

XVI. Cum An. 1745. *De Viribus vivis* Dissertationem conscriberem, & omnia, quæ a viribus vivis repetunt, qui Leibnitianam ruerentur sententiam, & vero etiam plerique ex iis, qui per solam velocitatem vires vivas metiuntur, repeterem immediate a sola velocitate genita per potentiarum vires, quæ juxta communem omnium Mechanico-

nicorum sententiam velocitates vel generant, vel utcunque inducunt proportionales sibi, & tempusculis, quibus agunt, uti est gravitas, elasticitas, atque aliae vires ejusmodi; cæpi aliquanto diligentius inquirere in eam productionem velocitatis, quæ per impulsum censetur fieri, ubi tota velocitas momento temporis produci creditur ab iis, qui idcirco percussione vim infinites majorem esse censent viribus omnibus, quæ pressionem solam momentis singulis exercent. Statim illud mihi sese obtulit, alias pro percussione ejusmodi, quæ nimirum momento temporis finitam velocitatem inducant, actionum leges haberi debere.

XVII. Verum re alius considerata, mihi illud incidit, si recta utamur ratiocinandi methodo, eum agendi modum submovendum esse a Natura, quæ nimirum eandem ubique virium legem, ac eandem agendi rationem adhibeat: impulsus nimirum immediatus alterius corporis in alterum, & immediatam percussione haberi non posse sine illa productione finitæ velocitatis facta momento temporis indivisibili, & hanc sine saltu quodam & læsione illius, quam legem *Continuitatis* appellant, quam quidem legem in natura existere, & quidem satis valida ratione evinci posse existimabam. En autem ratiocinationem ipsam, qua tum quidem primo sum usus, ac deinde novis aliis, atque aliis meditationibus illustravi, ac confirmavi.

XVIII. Concipiantur duo corpora æqualia, quæ moveantur in directum versus eandem plagam, & id, quod præcedit, habeat gradus velocitatis 6, id vero, quod ipsum persequitur, gradus 12. Si hoc posterius cum sua illa velocitate illæsa deveniat ad immediatum contactum cum illo priore, oportebit utique, ut ipso momento temporis, quo ad contactum devenerint, illud posterius minuat velocitatem suam, & illud prius suam augeat, utrumque per saltum, abeunte hoc a 12 ad 9, illo a 6 ad 9, sine ullo transitu per intermedios gradus 11, & 7; 10, & 8;  $9\frac{1}{2}$ , &  $8\frac{1}{2}$  &c. Neque enim fieri potest ut per aliquam utcunque exiguam continui temporis particulam ejusmodi mutatio fiat per intermedios gradus, durante contactu. Si enim aliquando alterum corpus jam habuit 7 gradus velocitatis, & alterum adhuc retinet 11, toto illo tempusculo, quod effluxit ab initio contactus, quando velocitates erant 12 & 6, ad id tempus, quo sunt 11 & 7, corpus secundum debuit moveri cum velocitate majore, quam primum, adeoque plus percurrere spatii, quam illud, & proinde anterior ejus superficies debuit transcurrere ultra illius posteriorem superficiem, & idcirco pars aliqua corporis sequentis

B

cum



cum aliqua antecedentis corporis parte compenetrari debuit, quod cum ob impenetrabilitatem, quam in materia agnoscunt passim omnes Physici, & quam ipsi tribuendam omnino esse, facile evincitur, fieri omnino non possit, oportuit sane, in ipso primo initio contactus, in ipso indivisibili momento temporis, quod inter tempus continuum præcedens contactum, & subsequens, est indivisibilis limes, ut punctum apud Geometras est limes indivisibilis inter duo continuæ lineæ segmenta, mutatio velocitatum facta fuerit per saltum sine transitu per intermedias, læsa penitus illa continuitatis lege, quæ itum ab una magnitudine ad aliam sine transitu per intermedias omnino vetat. Quod autem in corporibus æqualibus diximus de transitu immediato utriusque ad 9 gradus velocitatis, recurrit utrique in iisdem, vel in utcunque inæqualibus de quovis alio transitu ad numeros quosvis. Nimirum ille posterioris corporis excessus graduum 6 momento temporis auferri debet, sive imminuta velocitate in ipso, sive aucta in priore, vel in altero imminuta utcunque, & aucta in altero, quod utique sine saltu, qui omiſſis infinitis intermediis velocitatibus habeatur, obtineri omnino non poterit.

XIX. Sunt, qui difficultatem omnem submoveri posse censeant, dicendo, id quidem ita se habere debere, si corpora dura habeantur, quæ nimirum nullam compressionem sentiant, nullam mutationem figuræ; & quoniam hæc a multis excluduntur penitus a natura; dum se duo globi contingunt, introcessione, & compressione partium fieri posse, ut in ipsis corporibus velocitas immutetur per omnes intermedios gradus transitu facto, & omnis argumenti vis eludatur.

XX. At inprimis ea responsione uti non possunt, quicumque cum Newtono, & vero etiam cum plerisque veterum Philosophorum prima elementa materiæ omnino dura admittunt & solida, cum adhæſione infinita, & impossibilitate absoluta mutationis figuræ. Nam in primis elementis illis solidis & duris, quæ in anteriore adsunt sequentis corporis parte, & in præcedentis posteriore, quæ nimirum se mutuo immediate contingunt, redit omnis argumenti vis prorsus illæsa.

XXI. Deinde vero illud omnino intelligi sane non potest, quo pacto corpora omnia partes aliquas postremas circa superficiem non habeant penitus solidas, quæ idcirco comprimi omnino non possint. In materia quidem, si continua sit, divisibilitas in infinitum haberi potest, & vero etiam debet; at actualis divisio in infinitum difficultates secum trahit sane inextricabiles; qua tamen divisione in infinitum

rum indigent, qui nullam in corporibus admittunt particulam utcunque exiguam compressionis omnis expertem penitus, atque incapacem. Ii enim debent admittere, particulam quamcunque actu interpositis poris distinctam, divisamque in plures pororum ipsorum velut parietes, poris tamen ipsis iterum distinctos. Illud sane intelligi non potest, qui fiat, ut ubi e vacuo spatio transitur ad corpus, non aliquis continuus haberi debeat alicujus in se determinatæ crassitudinis paries usque ad primum porum, poris utique carens; vel quomodo, quod eodem recidit, nullus sit extimus, & superficiei externæ omnium proximus porus, qui nimirum, si sit aliquis, parietem habeat utique poris expertem, & compressionis incapacem, in quo omnis argumenti superioris vis redit prorsus illæsa.

XXII. At ea etiam, utcunque penitus intelligibili, sententia admissa, redit omnis eadem argumenti vis in ipsa prima, & ultima corporum se immediate contingentium superficie, vel si nullæ continuæ superficies congruant, in lineis, vel punctis. Quidquid enim sit id, in quo contactus fiat, debet utique esse aliquid, quod nimirum impenetrabilitati occasionem præstet, & cogat motum insequente corpore minui, in præcedente augeri: id, quidquid est, in quo exeritur impenetrabilitatis vis, quo fit immediatus contactus, id sane velocitatem mutare debet per saltum, sine transitu per intermedia, & in eo continuitatis lex abrumpi debet, atque labefactari, si ad ipsum immediatum contactum cum illo velocitatum discrimine deveniatur. Id vero est sane aliquid in quacunque e sententiis omnibus continuam extensionem tribuentibus materiæ. Est nimirum realis affectio quædam corporis; videlicet ejus limes ultimus realis superficies, realis superficiei limes linea, realis lineæ limes punctum, quæ affectiones utcunque in iis sententiis sint prorsus inseparabiles ab ipso corpore, sunt tamen non utique intellectu confictæ, sed reales, quæ nimirum reales dimensiones aliquas habent, ut superficies binas, linea unam, vel realem motum, & translationem cum ipso corpore, cujus idcirco in iis sententiis debent esse affectiones quædam, vel modi.

XXIII. Est, qui dicat, nullum in iis committi saltum idcirco, quod censendum sit, nullum habere motum, superficiem, lineam, punctum, quæ massam habeant nullam. Morus, inquit, a Mechanicis habet pro mensura massam in velocitatem ductam; massa autem est superficies baseos ducta in crassitudinem, sive altitudinem, ex. gr. in prismatis. Quo minor est ejusmodi crassitudo, eo minor

est massa, & motus, ac ipsa crassitudine evanescente, evanescat oportet & massa, & motus.

XXIV. Verum qui sic ratiocinatur, inprimis ludit in ipsis vocibus. Massam vulgo appellant quantitatem materiæ, & motum corporum metiuntur per massam ejusmodi, ac velocitatem. At quemadmodum in ipsa Geometrica quantitate tria genera sunt quantitatuum, corpus vel solidum, quod trinam dimensionem habet, superficies, quæ binas, linea, quæ unicam, quibus accedit lineæ limes punctum, omni dimensione, & extensione carens; sic etiam in Physica habetur in communi sententia corpus tribus extensionis speciebus præditum; superficies realis, extremus corporis limes, prædita binis; linea, limes realis superficiei, habens unicam; & ejusdem lineæ indivisibilis limes punctum. Utrobique alterum alterius est limes, non pars, & quatuor diversa genera constituunt. Superficies est nihil corporeum, sed non & nihil superficiale, quin immo partes habet, & augeri potest, & minui; & eodem pacto linea in ratione quidem superficiei est nihil, sed aliquid in ratione lineæ; ac ipsum demum punctum est aliquid in suo genere, licet in ratione lineæ sit nihil.

XXV. Hinc autem in iis ipsis massa quædam considerari potest duarum dimensionum, vel unius, vel etiam nullius continuæ dimensionis, sed numeri punctorum tantummodo, uti quantitas ejus generis designetur; quod si pro iis etiam usurpetur nomen massæ generaliter, motus quantitas definiri poterit per productum ex velocitate & massa; si vero massæ nomen tribuendum sit soli corpori, tum motus quidem corporis mensura erit massa in velocitatem ducta; superficiei, lineæ, punctorum quotcunque motus pro mensura habebit quantitatem superficiei, vel lineæ, vel numerum punctorum in velocitatem ducta; sed motus utique iis omnibus speciebus tribuendus erit, eruntque quatuor motuum genera, ut quatuor sunt quantitatuum, solidi, superficiei, lineæ, puncti; ac ut altera harum erit nihil in alterius ratione, non in sua; ita alterius motus erit nihil in ratione alterius, sed erit sane aliquid in ratione sui, non pure nihil.

XXVI. Et quidem ipsi Mechanici vulgo motum tribuunt & superficibus, & lineis, & punctis, ac centri gravitatis motum ubique nominant Physici, quod centrum utique punctum est aliquod, non corpus trina præditum dimensione, quam iste ad motus rationem, & appellationem requirit, ludendo, ut ajebam, in verbis.

Porro

Porro in ejusmodi motibus extimarum saltem superficierum, vel linearum, vel punctorum, saltus omnino committi debet, si ea ad contactum immediatum deveniant cum illo velocitatum discrimine, & continuitatis lex violari.

XXVII. Verum hac omni disquisitione omiſſa de notione morus, & massæ, si factum ex velocitate, & massa, evanescente una e tribus dimensionibus, evanescit, remanet utique velocitas reliquarum dimensionum, quæ remanent, si eæ reapse remanent, uti quidem omnino remanent in superficie, & ejus velocitatis mutatio haberi deberet per saltum, ac in ea violari continuitatis lex jam toties memorata.

XXVIII. Hæc quidem ita evidentia sunt, ut omnino dubitari non possit, quin continuitatis lex infringi debeat, & saltus in naturam induci, ubi cum velocitatis discrimine ad se invicem accedant corpora, & ad immediatum contactum deveniant, si modo impenetrabilitas corporibus tribuenda sit, uti revera est. Eam quidem non in integris tantummodo corporibus, sed in minimis etiam quibusque corporum particulis, atque elementis agnoverunt Physici universi. Fuit sane, qui post meam editam Theoriam, ut ipsam vim mei argumenti infringeret, affirmavit, minimas corporum particulas post contactum superficierum compenetrari non nihil, & post ipsam compenetrationem mutari velocitates per gradus. At id ipsam facile demonstrari potest contrarium illi inductioni, & analogiæ, quam unam habemus in Physica, investigandis generalibus naturæ legibus idoneam, cujus inductionis vis quæ sit, & quibus in locis usum habeat, quorum locorum unus est hic ipse impenetrabilitatis ad minimas quasque particulas extendendæ, inferius sermonem faciam.

XXIX. Fuit itidem e Leibnitianorum familia, qui post evulgatam Theoriam meam censuerit, difficultatem ejusmodi amoveri posse dicendo, duas monades sibi etiam invicem occurrentes cum velocitatibus quibuscunque oppositis æqualibus, post ipsum contactum pergere moveri sine locali progressionem. Eam progressionem, ajebat, revera omnino nihil esse, si a spatio percurſo æstimeretur, cum spatium sit nihil; motum utique perseverare, & extingui per gradus, quia per gradus extinguatur energia illa, qua in se mutuo agunt, sese premendo invicem. Is itidem ludit in voce *motus*, quam adhibet pro mutatione quacunque, & actione, vel actionis modo. Motus localis, & velocitas motus ipsius, sunt ea, quæ ego quidem adhi-

beo, & quæ ibi abrumpentur per saltum. Ea, ut evidentissime constat, erant aliqua ante contactum, & post contactum momento temporis in eo casu abrumpuntur: nec vero sunt nihil, licet spatium pure imaginarium sit nihil. Sunt realis affectio rei mobilis fundata in ipsis modis localiter existendi, qui modi etiam relationes inducunt distantiarum reales utique. Quod duo corpora magis a se ipsis invicem distent, vel minus; quod localiter celerius moveantur, vel lentius, est aliquid non imaginarie tantummodo, sed realiter diversum: & in eo per immediatum contactum saltus utique induceretur in eo casu, quo ego superius sum usus.

XXX. Et sane summus nostri ævi Geometra & Philosophus Mac-Laurinus, cum etiam ipse collisionem corporum contemplatus vidisset, nihil esse, quod continuitatis legem in collisione corporum facta per immediatum contactum conservare, ac tueri posset, ipsam continuitatis legem deferendam censuit, quam in eo casu omnino violari affirmavit in eo opere, quod de Newtoni Compertis inscripsit Lib. I cap. 4. Et sane sunt alii nonnulli, qui ipsam continuitatis legem nequaquam admiserint, quos inter Maupertuisius, vir celeberrimus, ac de Republica Litteraria optime meritus, absurdam etiam censuit, & quodammodo inexplicabilem. Eodem nimirum in nostris de corporum collisione contemplationibus devenimus Mac-Laurinus, & ego, ut videremus in ipsa immediatum contactum, atque impulsione cum continuitatis lege conciliari non posse. At quoniam de impulsione, & immediato corporum contactu ille ne dubitari quidem posse arbitrabatur (nec vero scio, an alius quisquam omnem omnium corporum immediatum contactum subducere sit ausus antea, utcunque aliqui aeris velum corporis nimirum alterius in collisione intermedium retinuerint) continuitatis legem deferuit, atque infregit.

XXXI. Ast ego cum ipsam continuitatis legem aliquanto diligentius considerarem, & fundamenta, quibus ea innitur, perpenderim, arbitratus sum, ipsam omnino e natura submoveri non posse, qua proinde retenta contactum ipsum immediatum submovendum censui in collisionibus corporum, ac ea consecutaria persecutus, quæ ex ipsa continuitate servata sponte profuebant, directa ratiocinatione delatus sum ad eam, quam superius exposui, virium mutuarum legem, quæ consecutaria suo quæque ordine proferam, ubi ipsa, quæ ad continuitatis legem retinendam argumenta me movent, attigero.

XXXII.

XXXII. Continuitatis lex, de qua hic agimus, in eo sita est, uti superius innui, ut quævis quantitas, dum ab una magnitudine ad aliam migrat, debeat transire per omnes intermedias ejusdem generis magnitudines. Solet etiam idem exprimi nominando transitum per gradus intermedios, quos quidem gradus Maupertuius ita accepit, quasi vero quædam perquam exiguæ accessiones fierent momento temporis; in quo quidem is censuit violari jam necessario legem ipsam, quæ utcunque exiguo saltu utique violatur nihilo minus, quam maximo, cum nimirum magnum & parvum sint tantummodo respectiva: & jure quidem id censuit, si nomine graduum incrementa magnitudinis cujuscunque momentanea intelligerentur. Verum id ita intelligendum est, ut singulis momentis singuli status respondeant, incrementa, vel decrementa non nisi continuis tempusculis.

XXXIII. Id sane admodum facile concipitur ope Geometriæ. Sit recta quædam AB in Fig. 3, ad quam referatur quædam alia Fig. 3. linea CDE. Exprimat prior ex iis tempus, uti solet utique in ipsis horologiis circularis peripheria ab indicis cuspidē denotata tempus definire. Quomodo in Geometria in lineis puncta sunt indivisibiles limites continuarum lineæ partium, non vero partes lineæ ipsius; ita in tempore distinguendæ erunt partes continui temporis respondentes ipsis lineæ partibus, continuæ itidem & ipsæ, a momentis, quæ sunt indivisibiles earum partium limites, & punctis respondent; nec impostum alio sensu agens de tempore momenti nomen adhibebo, quam eo indivisibilis limitis; particulam vero temporis utcunque exiguam, & habitam etiam pro infinitesima, tempusculum appellabo.

XXXIV. Si jam a quovis puncto rectæ AB, ut F, H, erigatur ordinata perpendicularis FG, HI, usque ad lineam CD, ea poterit repræsentare quantitatem quampiam continuo variabilem. Cuicunque momento temporis F, H, respondebit sua ejus quantitatis magnitudo FG, HI; momentis autem intermediis aliis K, M, aliæ magnitudines KL, MN, respondebunt; ac si a puncto G ad I continua, & finita abeat pars lineæ CDE, facile patet, & accurate demonstrari potest, utcunque eadem contorqueatur, nullum fore punctum K intermedium, cui aliqua ordinata KL non respondeat; & e converso nullam fore ordinatam magnitudinis intermediæ inter FG, HI, quæ alicui puncto inter F, H intermedio non respondeat.

XXXV.

**XXXV.** Quantitas illa variabilis per hanc variabilem ordinatam expressa mutatur juxta continuitatis legem, quia a magnitudine FG, quam habet momento temporis F, ad magnitudinem HI, quæ respondet momento temporis H, transit per omnes intermedias magnitudines KL, MN, respondentes intermediis momentis K, M, & momento cuivis respondet determinata magnitudo. Quod si assumatur tempusculum quoddam continuum KM utcunque exiguum, ducta LO ipsi parallela, habebitur quantitas NO, quæ in schemate exhibito est incrementum magnitudinis ejus quantitatis continuo variatæ. Quo minor est ibi temporis particula KM, eo minus est id incrementum NO, & illa evanescente, ubi congruant momenta K, M, hoc etiam evanescit. Potest quævis magnitudo KL, MN appellari status quidem variabilis illius quantitatis, & gradus nomine deberet potius intelligi illud incrementum NO, quam aliquando etiam ille status, illa magnitudo KL nomine gradus intelligi solet, ubi illud dicitur, quod ab una magnitudine ad aliam per omnes intermedios gradus transeat; quod quidem æquivocationibus omnibus occasionem exhibuit.

**XXXVI.** Sed omissis æquivocationibus ipsis, illud, quod ad rem facit, est accessio incrementorum facta non momento temporis, sed tempusculo continuo, quod est particula continui temporis. Utcunque exiguum sit incrementum ON, ipsi semper responder tempusculum KM continuum. Nullum est in linea punctum M ita proximum puncto K, ut sit primum post ipsum; sed vel congruunt, vel intercipiunt lineolam continua bisectione per alia intermedia puncta perpetuo divisibilem in infinitum. Eodem pacto nullum est in tempore momentum ita proximum alteri præcedenti momento, ut sit primum post ipsum, sed vel idem momentum sunt, vel interjacet inter ipsa tempusculum continuum per alia intermedia momenta divisibile in infinitum: ac nullus itidem est quantitatis continuo variabilis status ita proximus præcedenti statui, ut sit primus post ipsum accessu aliquo momentaneo facto; sed differentia, quæ inter ejusmodi status est, debetur intermedio continuo tempusculo; ac data lege variationis, sive natura lineæ ipsam exprimentis, & quacunque utcunque exigua accessione, inveniri potest tempusculum continuum, quo ea accessio advenerit.

**XXXVII.** Atque sic quidem intelligitur, quo pacto fieri possit transitus per intermedias magnitudines omnes, per intermedios status, per gradus intermedios, quin ullus habeatur saltus utcunque  
exi-

exiguus momento temporis factus. Notari illud potest, tantummodo mutationem fieri alicubi per incrementa, ut, ubi  $KL$  abit in  $MN$ , per  $NO$ ; alicubi per decrementa, ut ubi  $KL$  abeat in  $N$   $M$  per  $ON$ ; quin immo si linea  $CDE$ , quæ legem variationis exhibet; alicubi secet rectam, temporis  $AB$ , potest ibidem evanescere magnitudo, ut ordinata  $MN$ , puncto  $M$  allapso ad  $D$ , evanesceret, & deinde mutari in negativam  $PQ$ ,  $RS$ , habentem videlicet directionem contrariam, quæ, quo magis ex opposita parte crescit, eo minor censetur in ratione priore, quemadmodum in ratione possessionis, vel divitiarum, pergit perpetuo se habere pejus, qui iis omnibus, quæ habebat, absumptis, æs alienum contrahit perpetuo majus. Et in Geometria quidem habetur a positivo ad negativa transitus, uti etiam in Algebraicis formulis, tam transeundo per nihilum, quam per infinitum, quos ego transitus persecutus sum partim in Dissertatione adjecta meis Sectionibus Conicis, partim in Algebra §. 14, & utrumque simul in Dissertatione de lege continuitatis; sed in Physica, ubi nulla quantitas in infinitum excrescit, is casus locum non habet, & non nisi transeundo per nihilum transitus fit a positivis ad negativa, ac vice versa; quanquam, uti inferius innuam, id ipsum sit non nihilum revera in se ipso, sed realis quidam status, & habeatur pro nihilo in consideratione quadam tantummodo, in qua negativa etiam, qui sunt veri status, in se positivi, ut ut ad priorem seriem pertinentes negativo quodam modo, negativa appellentur.

XXXVIII. Exposita hoc pacto, & vindicata continuitatis lege, eam in Natura existere plerique Philosophi arbitrantur, contradicentibus nonnullis, uti supra innui. Ego, cum in eam primo inquirerem, censui, eandem omitti omnino non posse, si eam, quam habemus unicam, naturæ analogiam, & inductionis vim consulamus, ope cujus inductionis eam demonstrare conatus sim in pluribus e memoratis Dissertationibus, ac eandem probationem adhibet Benvenutus in sua Synopsi Num. 119; in quibus etiam locis, prout diversis occasionibus conscripta sunt, repetuntur non nulla.

XXXIX. Longum hic esset singula inde excerpere in ordinem redacta; satis erit exscribere Dissertationis de Lege continuitatis numerum 138. Post inductionem petitam præcedente Numero a Geometria, quæ nullum uspiam habet saltum, atque a motu locali, in quo nunquam ab uno loco ad alium devenitur, nisi ductu continuo aliquo, unde consequitur illud, distantiam a dato loco nunquam mutari in aliam, neque densitatem, quæ utique a distantis pendet



particularum, in aliam, nisi transeundo per intermedias; fit gradus  
 in eo numero ad motuum velocitates, & ductus, quæ magis hic ad rem  
 faciunt, nimirum ubi de velocitate agimus non mutanda per saltum  
 in corporum collisionibus. Sic autem habetur: „ Quin immo in  
 „ motibus ipsis continuas servatur etiam in eo, quod motus o-  
 „ mnes in lineis continuis fiunt nusquam abruptis. Plurimos ejus-  
 „ modi motus videmus. Planetæ & Cometæ in lineis continuis  
 „ cursum peragunt suum, & omnes retrogradationes fiunt paulla-  
 „ tim, ac in stationibus semper exiguis quidem motus, sed tamen  
 „ habetur semper, arque hinc etiam dies paullatim per auroram ve-  
 „ nit, per vespertinum crepusculum abit, solis diameter non per  
 „ saltum, sed continuo motu supra horizontem ascendit, vel descen-  
 „ dit. Gravia itidem oblique projecta in lineis itidem pariter con-  
 „ tinuis motus exercent suos, nimirum in Parabolis seclusa aeris re-  
 „ sistentia, vel ea considerata, in orbibus ad hyperbolas potius ac-  
 „ cedentibus, & quidem semper cum aliqua exigua obliquitate pro-  
 „ jiciuntur, cum infinitis infinitam improbabilitatem habeat motus  
 „ accurate verticalis inter infinitas infinitas inclinationes, licet exi-  
 „ guas, & sub sensum non cadentes, fortuito obveniunt, qui qui-  
 „ dem motus in hypothese Telluris motæ a Parabolicis plurimum  
 „ distant, & curvam continuam exhibent etiam pro casu projectio-  
 „ nis accurate verticalis, quo quiescente penitus tellure, & nulla  
 „ ventorum vi deflectente motum, haberetur ascensus rectilineus,  
 „ vel descensus. Immo omnes alii motus a gravitate pendentes,  
 „ omnes ab elasticitate, a vi magnetica, continuitatem itidem servant,  
 „ cum eam servant vires illæ ipsæ, quibus gignuntur. Nam gra-  
 „ vitas, cum decrescat in ratione reciproca duplicata distantiarum,  
 „ & distantie per saltum mutari non possint, mutatur per omnes  
 „ intermedias magnitudines. Videmus pariter vim magneticam a  
 „ distantius pendere lege continua; vim elasticam ab inflexione, uti  
 „ in laminis, vel a distantia, ut in particulis aeris compressis. In  
 „ iis, & omnibus ejusmodi viribus, & motibus, quos gignunt, con-  
 „ tinuitas habetur semper, tam in lineis, quæ describuntur, quam  
 „ in velocitatibus, quæ pariter per omnes intermedias magnitudines  
 „ mutantur, ut videre est in pendulis, in ascensu corporum gravium,  
 „ & in aliis mille ejusmodi, in quibus mutationes velocitatis fiunt  
 „ gradatim, nec retro cursus reflectitur, nisi imminuta velocitate  
 „ per omnes gradus. Ea diligentissime continuitatem servant o-  
 „ mnia. Hinc nec ulli in naturalibus motibus habentur anguli, sed  
 „ sem-

„ *semper mutatio directionis fit paulatim, nec vero anguli exacti*  
 „ *habentur in corporibus ipsis, in quibus utcumque videatur tenuis*  
 „ *acies, vel cuspis, microscopii saltem ope videri solet curvatura,*  
 „ *quam etiam habent alvei fluviorum semper, habent arborum fo-*  
 „ *lia, & frondes, ac rami, habent lapides quicumque, nisi forte ali-*  
 „ *cubi cuspidēs continuæ occurrant, vel primi generis, quas natura*  
 „ *videtur affectare in spinis, vel secundi generis, quas videtur af-*  
 „ *fectare in avium unguibus, & rostro, in quibus tamen manente*  
 „ *in ipsa cuspe unica tangente continuitatem servari videbimus in-*  
 „ *fra. Infinitum esset singula persequi, in quibus continuitas in*  
 „ *natura observatur. Satius est generaliter provocare ad exhiben-*  
 „ *dum casum in natura, in quo continuitas non servetur, qui o-*  
 „ *mnino exhiberi non poterit.*

XL. Inductio amplissima tum ex hisce motibus, ac velocitati-  
 bus, tum ex aliis pluribus exemplis, quæ habemus in natura, in  
 quibus ea ubique, quantum observando licetprehendere, conti-  
 nuitatem vel observat accurate, vel affectat, debet omnino id effi-  
 cere, ut ab ea ne in ipsa quidem corporum collisione recedamus.  
 Sed de inductionis natura, & vi, ac ejusdem usu in Physica, libet  
 itidem hic inferere partem numeri 134, & totum 135 Dissertatio-  
 nis de lege continuitatis. Sic autem habent ibidem: „ Inprimis  
 „ ubi generales naturæ leges investigantur, inductio vim habet ma-  
 „ ximam, & ad earum inventionem vix alia ulla superest via. Ejus  
 „ ope extensionem, figurabilitatem, mobilitatem, impenetrabilita-  
 „ tem corporibus omnibus tribuerunt semper Philosophi etiam ve-  
 „ teres, quibus eodem argumento inertiam, & generalem gravita-  
 „ tem plerique e recentioribus addunt. Inductio, ut demonstra-  
 „ tionis vim habeat, debet omnes singulares casus, quicumque ha-  
 „ beri possunt, percurrere. Ea in naturæ legibus stabiliendis lo-  
 „ cum habere non potest. Habet locum laxior quædam inductio,  
 „ quæ, ut adhiberi possit, debet esse ejusmodi, ut inprimis in om-  
 „ nibus iis casibus, qui ad trutinam ita revocari possunt, ut depre-  
 „ hendi debeat, an ea lex observetur, eadem in iis omnibus inve-  
 „ niatur, & ii non exiguo numero sint; in reliquis vero, si quid  
 „ prima fronte contrarium videatur, re accuratius perspecta, cum  
 „ illa lege possint omnia conciliari, licet, an eo potissimum pacto  
 „ concilientur, immediate innotescere nequaquam possit. Si eæ  
 „ conditiones habeantur, inductio ad legem stabiliendam censi de-  
 „ bet idonea. Sic quia videmus corpora tam multa, quæ habe-

„ mus præ manibus, aliis corporibus resistere, ne in eorum locum  
 „ adveniant, & loco cedere, si resistendo sint imparia, potius  
 „ quam eodem perstare simul, impenetrabilitatem corporum admit-  
 „ timus; nec obest, quod quædam corpora videamus intra alia, li-  
 „ cet durissima, insinuari, ut oleum in marmora, lumen in cry-  
 „ stalla, & gemmas. Videmus enim hoc phænomenum facile con-  
 „ ciliari cum ipsa impenetrabilitate, dicendo, per vacuos corporum  
 „ poros ea corpora permeare. (Num. 135) Præterea, quæcun-  
 „ que proprietates absolutæ, nimirum quæ relationem non habent  
 „ ad nostros sensus, deteguntur generaliter in massis sensibilibus  
 „ corporum, easdem ad quascunque utcunque exiguas particulas  
 „ debemus transferre, nisi positiva aliqua ratio obstat, & nisi sint  
 „ ejusmodi, quæ pendeant a ratione totius, seu multitudinis, con-  
 „ tradistincta a ratione partis. Primum evincitur ex eo, quod ma-  
 „ gna & parva sunt respectiva, ac insensibilia dicuntur ea, quæ re-  
 „ spectu nostræ molis, & nostrorum sensuum sunt exigua. Quare  
 „ ubi agitur de proprietatibus absolutis non respectivis, quæcunque  
 „ communia videmus in iis, quæ intra limites continentur nobis  
 „ sensibiles, ea debemus censere communia etiam infra eos limites:  
 „ nam ii limites respectu rerum, ut sunt in se, sunt accidentales,  
 „ adeoque siqua fuisset analogiæ læsio, poterat illa multa facilius ca-  
 „ dere intra limites nobis sensibiles, qui tanto laxiores sunt, quam  
 „ infra eos, adeo nimirum propinquos nihilo. Quod nulla ceci-  
 „ derit, indicio est, nullam esse. Id indicium non est evidens,  
 „ sed ad investigationis principia pertinet, quæ si juxta quasdam  
 „ prudentes regulas fiat, successum habere solet. Cum id indi-  
 „ cium fallere possit, fieri potest, ut committatur error, sed con-  
 „ tra ipsum errorem habebitur præsumptio, ut etiam in jure ap-  
 „ pellant, donec positiva ratione evincatur oppositum. Hinc ad-  
 „ dendum fuit, *nisi ratio positiva obstat*. Sic contra hasce regulas  
 „ peccaret, qui diceret, corpora quidem magna compenetrari, ac  
 „ replicari, & inertia carere non posse, compenetrari tamen posse,  
 „ vel replicari, vel sine inertia esse exiguas eorum partes. At si  
 „ proprietas sit respectiva, respectu nostrorum sensuum, ex eo,  
 „ quod habeatur in majoribus massis, non debemus inferre, eam  
 „ haberi in particulis minoribus, ut est hoc ipsum, esse sensibile,  
 „ ut est, esse coloratas, quod ipsis majoribus massis competit, mi-  
 „ noribus non competit, cum ejusmodi magnitudinis discrimen, ac-  
 „ cidentale respectu materiæ, non sit accidentale respectu ejus de-  
 „ nomi-

„ nominationis *sensibile, coloratum*. Sic etiam si qua proprietas ita  
 „ pender a ratione aggregati, vel totius, ut ab ea separari non pos-  
 „ sit, nec ea, ob rationem nimirum eandem, a roto vel aggregato  
 „ debet transferri ad partes. Est de ratione totius, ut partes ha-  
 „ beat, nec totum sine partibus haberi potest. Est de ratione fi-  
 „ gurabilis, & extensi, ut habeat aliquid, quod ab alio distet, adeo-  
 „ que, ut habeat partes; hinc eae proprietates licet in quovis ag-  
 „ gregato particularum materiae, sive in quavis sensibili massa, in-  
 „ veniantur, non debent inductionis vi transferri ad particulas  
 „ quascunque.

XLII. Ex his patet, & impenetrabilitatem, & continuitatis le-  
 gem per ejusmodi inductionis genus abunde probari, atque evinci,  
 & illam quidem ad quascunque utcunque exiguas particulas corpo-  
 rum, hanc ad gradus utcunquelexiuos momento temporis adiectos  
 debere extendi. Requiritur autem ad hujusmodi inductionem primo,  
 ut illa proprietas, ad quam probandam ea adhibetur, in plu-  
 rimis casibus observetur, aliter enim probabilitas esset exigua; &  
 ut nullus sit casus observatus, in quo evinci possit, eam violari.  
 Non est necessarium illud, ut in iis casibus, in quibus primo aspe-  
 ctu timeri possit defectus proprietatis ipsius, positive demonstretur,  
 eam non deficere; satis est, si pro iis casibus haberi possit ratio  
 aliqua conciliandi observationem cum ipsa proprietate, & id  
 multo magis, si in aliis casibus habeatur ejus conciliationis exem-  
 plum, & positive ostendi possit, eo ipso modo fieri aliquando con-  
 ciliationem.

XLII. Id ipsum fit, ubi per inductionem impenetrabilitas  
 corporum accipitur pro generali lege naturae. Nam impenetra-  
 bilitatem ipsam magnorum corporum observamus in exemplis sane  
 innumeris tot corporum, quae pertractamus. Habentur quidem  
 & casus, in quibus eam violari quis crederet, ut ubi oleum per  
 ligna, & marmora penetrat, atque insinuat, & ubi lux per vi-  
 tra & gemmas traducitur. At praesto est conciliatio phaenomeni  
 cum impenetrabilitate, petita ab eo, quod illa corpora, in quae se  
 ejusmodi substantiae insinuant, poros habeant, quos eae permeent.  
 Et quidem haec conciliatio exemplum habet manifestissimum in spon-  
 gia, quae per poros ingentes aqua immissa imbuitur. Poros mar-  
 morum illorum, & multo magis vitrorum, non videmus, ac multo  
 minus videre possumus illud, non insinuari eas substantias, nisi per  
 poros. Hoc satis est reliquae inductionis vi, ut dicere debeamus,

eo potissimum pacto se rem habere, & ne ibi quidem violari generalem utique impenetrabilitatis legem.

XLIII. Eodem igitur pacto in lege ipsa continuitatis agendum est. Illa tam ampla inductio, quam habemus, debet nos movere ad illam generaliter admittendam etiam pro iis casibus, in quibus determinare immediate per observationes non possumus, an eadem habeatur, uti est collisio corporum; ac si sunt casus nonnulli, in quibus eadem prima fronte violari videatur, ineunda est ratio aliqua, qua ipsum phaenomenum cum ea lege conciliari possit, uti revera potest. Non nullos ejusmodi casus protuli in memoratis dissertationibus, quorum alii ad Geometricam continuitatem pertinent, alii ad Physicam. In illis prioribus non immorabor; neque enim Geometrica continuitas necessaria est ad hanc Physicam propugnandam, sed eam ut exemplum quoddam ad confirmationem quandam inductionis majoris adhibui. Posterior, ut saepe & illa prior, ad duas classes reducitur: altera est eorum casuum, in quibus saltus videtur committi idcirco, quia nos per saltum omittimus intermedias quantitates: rem exemplo Geometrico illustro, cui Physicum adjicio.

Fig. 4. XLIV. In axe curvæ cujusdam in Fig. 4. sumantur segmenta AC, CE, EG æqualia, & erigantur ordinatæ AB, CD, EF, GH. Areæ BACD, DCEF, FEHG videntur continuæ cujusdam seriei termini, ita, ut ab illa BACD ad DCEF, & inde ad FEHG immediate transeat, & tamen secunda a prima, ut & tertia a secunda, differunt per quantitates finitas; si enim capiantur CI, EK æquales BA, DC, & arcus BD transferatur in IK, area DIKF erit incrementum secundæ supra primam, quod videtur immediate advenire totum absque eo, quod unquam habitum sit ejus dimidium, vel quævis alia pars incrementi ipsius, ut idcirco a prima ad secundam magnitudinem areæ itum sit sine transitu per intermedias. At ibi omittuntur a nobis termini intermedii, qui continuitatem servant; si enim ac æqualis AC motu continuo feratur ita, ut incipiendo ab AC desinat in CE, magnitudo areæ BACD per omnes intermedias *bacd* abit in magnitudinem DCEF sine ullo saltu, & sine ulla violatione continuitatis.

XLV. Id sane ubique accidit, ubi initium secundæ magnitudinis aliquo intervallo distat ab initio primæ; sive statim veniat post ejus finem, sive quavis alia lege ab ea disjungatur. Sic in physicis, si diem concipiamus intervallum temporis ab occasu ad occasum,

vel

vel etiam ab ortu ad occasum, dies præcedens a sequenti quibusdam anni temporibus differt per plura secunda, ubi videtur fieri saltus sine ullo intermedio die, qui minus differat. At seriem quidem continuam ii dies nequaquam constituunt. Concipiatur parallelus integer Telluris, in quo sunt continuo ductu disposita loca omnia, quæ eandem latitudinem Geographicam habent: ea singula loca suam habent durationem diei, & omnium ejusmodi dierum initia, ac fines continenter fluunt, donec ad eundem redeatur locum, cujus præcedens dies est in continua illa serie primus, & sequens postremus. Illorum omnium dierum magnitudines continenter fluunt sine ullo saltu: nos, intermediis omisissis, saltum committimus, non Natura. Atque huic similis responsio est ad omnes reliquos casus ejusmodi, in quibus initia, & fines continenter non fluunt, sed a nobis per saltum accipiuntur. Sic ubi pendulum oscillat in aere, sequens oscillatio per finitam magnitudinem distat a præcedente, sed & initium, & finis ejus finito intervallo temporis distat a præcedentis initio, & fine, ac intermedii termini continua serie fluente a prima oscillatione ad secundam essent ii, qui haberentur, si primæ, & secundæ oscillationis arcu in æqualem partium numerum diviso, assumeretur via confecta, vel tempus in ea impensum, interjacens inter fines partium omnium proportionalium, ut inter trientem, vel quadrantem prioris arcus, & trientem, vel quadrantem posterioris, quod ad omnes ejus generis casus facile transferri potest, in quibus semper immediate etiam demonstrari potest illud, continuitatem nequaquam violari.

XLVI. Secunda classis casuum est ea, in qua videtur aliquid momento temporis peragi, & tamen peragitur tempore successivo, sed perbrevis. Sunt, qui objiciant pro violatione continuitatis casum, quo quisquam manu lapidem tenens, ipsi statim det velocitatem quandam finitam; alius aquæ e vase effluentis, foramine constituto aliquanto infra superficiem ipsius aquæ, velocitatem momento temporis finitam. At in priore casu admodum evidens est, momento temporis velocitatem finitam nequaquam produci. Tempore opus est, utcunque brevissimo, ad excursum spirituum per nervos, & musculos, ad fibrarum tensionem, & alia ejusmodi, ac idcirco ut velocitatem aliquam sensibilem demus lapidi, manum retrahimus & ipsum aliquamdiu, perpetuo accelerantes, retinemus. Sic etiam ubi tormentum bellicum exploditur, videtur momento temporis emitti globus, ac totam celeritatem acquirere; at id successive

cessive fieri, patet vel inde, quod debeat inflammari tota massa pulveris pyrii, & dilatari aer, ut elasticitate sua globum acceleret, quod quidem fit omnino per omnes gradus. Successionem multo etiam melius videmus in globo, qui ab elastro sibi relicto propellatur, & quo elasticitas est major, eo citius, sed nunquam momento temporis, velocitas in globum inducitur.

XLVII. Hæc exempla illud præstant, quod aqua per poros spongiæ ingressa respectu impenetrabilitatis, ut ea responsione uti possimus in aliis casibus omnibus, in quibus accessio aliqua magnitudinis videtur fieri tota momento temporis; ut nimirum dicamus fieri tempore brevissimo, utique per omnes intermedias magnitudines, ac illæsa penitus lege continuitatis. Hinc & in aquæ effluentis exemplo res eodem redit, ut non unico momento, sed successivo aliquo tempore, & per omnes intermedias magnitudines progignatur velocitas, quod quidem ita se habere optimi quique Physici affirmant. Et ibi quidem, qui momento temporis omnem illam velocitatem progigni, contra me affirmet, principium utique, ut ajunt, petat, necesse est. Neque enim aqua, nisi foramen aperiat, operculo dimoto, effluet; remotio vero operculi, sive manu fiat, sive percussione aliqua, non potest fieri momento temporis, sed debet velocitatem suam acquirere per omnes gradus, nisi illud ipsum, quod quærimus, supponatur jam definitum, nimirum an in collisione corporum communicatio motus fiat momento temporis, an per omnes intermedios gradus, & magnitudines. Verum eo omisso, si etiam concipiamus momento temporis *impedimentum* auferri, non idcirco momento itidem temporis omnis illa velocitas produceretur; illa enim non a percussione aliqua, sed a pressione superincumbentis aquæ orta, oriri utique non potest, nisi per accessiones continuas tempusculo admodum parvo, sed non omnino nullo: nam pressio tempore indiget, ut velocitatem progignat, in communi omnium sententia.

XLVIII. Illæsa igitur esse debet continuitatis lex, nec ad eam evertendam contra inductionem tam uberem quicquam poterunt casus allati hucusque, vel iis similes. At ejusdem continuitatis aliam Metaphysicam rationem adinveni, & proposui in Dissertatione de Lege continuitatis, petitam ab ipsa continuitatis natura, in qua, quod Aristoteles ipse olim notaverat, communis esse debet limes, qui præcedentia cum consequentibus conjungit, qui idcirco etiam indivisibilis est in ea ratione, in qua est limes. Sic superficies duo solida diri-

*dirimens*, & crassitudine caret, & est unica, in qua immediatus ab una parte fit transitus ad aliam; linea *dirimens* binas superficiei continuæ partes latitudine caret; punctum continuæ lineæ segmenta discriminans, dimensione omni: nec duo sunt puncta contigua, quorum alterum sit finis prioris segmenti, alterum initium sequentis; cum duo contigua indivisibilia, & inextensa haberi non possint sine compenetracione, & coalescentia quadam in unum.

XLIX. Eodem autem pacto idem debet accidere etiam in tempore, ut nimirum inter tempus continuum præcedens, & continuo subsequens unicum habeatur momentum, quod sit indivisibilis terminus utriusque; nec duo momenta, uti supra innuimus, contigua esse possint, sed inter quodvis momentum, & aliud momentum debeat intercedere semper continuum aliquod tempus divisibile in infinitum. Et eodem pacto in quavis quantitate, quæ continuo tempore duret, haberi debet series quædam magnitudinum ejusmodi, ut momento temporis cuivis respondeat sua, quæ præcedentem cum consequente conjungat, & ab illa per aliquam determinatam magnitudinem differat. Quin immo in illo quantitatuum genere, in quo binæ magnitudines simul haberi non possunt, id ipsum multo evidentius conficitur, nempe nullum haberi posse saltum immediatum ab una ad alteram. Nam illo momento temporis, quo deberet saltus fieri, & abrumpi series accessu aliquo momentaneo, deberent haberi duæ magnitudines, postrema seriei præcedentis, & prima seriei sequentis. Id ipsum vero adhuc multo evidentius habetur in illis rerum statibus, in quibus ex una parte quovis momento haberi debet aliquis status ita, ut nunquam sine aliquo ejus generis statu res esse possit; & ex alia duos simul ejusmodi status habere non potest.

L. Id quidem satis patebit in ipso locali motu, in quo habetur ~~phenomenum~~ omnibus sane notissimum, sed cujus ratio non ita facile aliunde redditur, inde autem patentissima est. Corpus a quovis loco ad alium quemvis devenire utique potest motu continuo per lineas quascunque utcunque contortas, & in immensum productas quaquaversum, quæ numero infinities infinitæ sunt; sed omnino debet per continuam aliquam abire, & nullibi interruptam. En inde rationem ejus rei admodum manifestam! si alicubi linea motus *abruptetur*; vel momentum temporis, quo esset in primo puncto posterioris lineæ, esset posterius eo momento, quo esset in puncto postremo anterioris, vel esset idem, vel antèrius? In primo, &



tertio casu inter ea momenta intercederet tempus aliquod continuum divisibile in infinitum per alia momenta intermedia, cum bina momenta temporis, in eo sensu accepta, in quo ego hic ea accipio, contigua esse non possint, uti superius exposui. Quamobrem in primo casu in omnibus iis infinitis intermediis momentis nullibi esset id corpus; in secundo casu idem esset eodem illo momento in binis locis, adeoque replicaretur; in tertio haberetur replicatio non tantum respectu eorum binorum momentorum, sed omnium etiam intermediorum, in quibus nimirum omnibus id corpus esset in binis locis. Cum igitur corpus existens nec nullibi esse possit, nec simul in locis pluribus, illa viæ mutatio, & ille saltus haberi omnino non possunt.

LI. Idem ope Geometriæ magis adhuc oculis ipsis subjicitur. Exponentur per rectam AB tempora, ac per ordinatas ad lineas CD, EF, abruptas alicubi, diversi status rei cujuscumque. Ductis ordinatis DG, EH, vel punctum H jaceret post G, ut in Fig. 5ta: vel cum ipso congrueret, ut in 6ta; vel ipsum præcederet, ut in 7ma. In primo casu nulla responderet ordinata omnibus punctis rectæ GH; in secundo binæ responderent GD, & HE eidem momento G; in tertio vero binæ HI, HE momento H, binæ GD, GK momento G, & binæ LM, LN momento cuivis intermediæ L; nam ordinata est relatio quædam distantiae, quam habet punctum curvæ cum puncto axis sibi respondente, adeoque ubi jacent in recta eadem perpendiculari axi bina curvarum puncta, habentur binæ ordinatæ respondentes eidem puncto axis. Quamobrem si nec omni statu carere res possit, nec haberi possunt status simul bini, necessario consequitur, saltum illum committi non posse. Saltus ipse, si deberet accidere, uti vulgo fieri concipitur, accideret binis momentis G, & H sibi in Fig. 6ta immediate succedentibus sine ullo immediato hiato, quod utique fieri non potest ex ipsa limitis ratione, qui in continuis debet esse idem, & antecedentibus, & consequentibus communis, uti diximus. Atque idem in quavis reali serie accidit; ut hic linea finita sine puncto primo, & postremo, quod sit ejus limes, & superficies sine linea esse non potest; unde fit, ut in casu figuræ 6tæ binæ ordinatæ necessario respondere debeant eidem puncto: ita in quavis finita reali serie statuum primus terminus, & postremus haberi necessario debent, adeoque si saltus fit, uti supra de loco diximus, debet eo momento, quo saltus confici dicitur, haberi simul status duplex; qui cum haberi non possit, saltus itidem ille

Fig. 5.  
6. & 7.

Fig. 6.

ille haberi omnino non potest. Sic, ut aliis utamur exemplis, distantia unius corporis ab alio mutari per saltum non potest, nec densitas, quia duæ simul haberentur distantiae, vel duæ simul densitates, quod utique sine replicatione haberi non potest: caloris itidem, & frigoris mutatio in thermometris, ponderis atmosphærae mutatio in barometris non fit per saltum, quia binæ simul altitudines mercurii in instrumento haberi deberent eodem momento temporis, quod fieri utique non potest, cum quovis momento determinata unica altitudo haberi debeat, ac unicus determinatus caloris gradus, vel frigoris; quæ quidem Theoria innumeris casibus pariter aptari potest.

LII. Contra hoc argumentum videtur primo aspectu adesse aliquid, quod ipsum prorsus evertat, & tamen ipsi illustrando idoneum est maxime. Videtur nimirum inde erui, impossibilem esse & creationem rei cuiuspiam, & interitum. Si enim conjungendus est postremus terminus præcedentis seriei cum primo sequentis, in ipso transitu a non esse ad esse, vel vice versa, debet utrumque conjungi, ac idem simul erit, & non erit, quod est absurdum. Responsio in promptu est. Seriei finitæ realis, & existentis, reales itidem, & existentes termini esse debent; non vero nihili, quod nullas proprietates habet, quas exigar. Hinc si realium statuum seriei altera series realium itidem statuum succedat, quæ non sit communi termino conjuncta, bini eodem momento debebuntur status, qui nimirum sint bini limites eorundem. At quoniam *non esse* est merum nihilum, ejusmodi series limitem nullum extremum requirit, sed per ipsum esse immediate, & directe excluditur. Quamobrem primo, & postremo momento temporis ejus continui, quo res est, erit utique, nec cum hoc *esse* suum *non esse* conjunget simul; at si densitas certa per horam dureret, tum momento temporis in aliam mutetur duplam, duraturam itidem per alteram sequentem horam, momento temporis, quod horas dirimit, binæ debebunt esse densitates simul, nimirum & simplex, & dupla, quæ sunt reales binarum realium serierum termini.

LIII. Id ipsum in Dissertatione de lege virium in natura existentium satis, ni fallor, luculenter exposui, ac Geometricis figuris illustravi, adjectis nonnullis, quæ eodem recidunt, & quæ in applicatione ad rem, de qua agimus, & in cujus gratiam hæc omnia ad legem continuitatis pertinentia allata sunt, proderunt infra; libet autem novem ejus Dissertationis numeros huc transferre integros,

incipiendo ab octavo, sed numeros ipsos, ut & schematum numeros mutabo hic, ut cum superioribus consentiant.

Fig. 8. LIV. „ Sit in Fig. 8. circulus  $GMGm$ , qui referatur ad datam  
 „ rectam  $AB$  per ordinatas  $HM$  ipsi rectæ perpendiculares; „ uti  
 „ itidem perpendiculares sint binæ tangentes  $EGF$ ,  $EGF$ .  
 „ Concipiatur igitur recta quædam indefinita ipsi rectæ  $AB$  per-  
 „ pendicularis, motu quodam continuo delata ad  $A$  ad  $B$ . Ubi ea  
 „ habuerit, positionem quamcunque  $CD$ , quæ præcedat tangentem  
 „  $EF$ ; vel  $CD$ , quæ consequatur tangentem  $EF$ ; ordinata ad cir-  
 „ culum nulla erit, siue erit impossibilis, & „ ut Geometræ loquun-  
 „ tur, imaginaria. Ubiunque, autem ea sit, inter binas tangen-  
 „ tes  $EGF$ ,  $EGF$ , in  $HI$ ,  $HI$ , occurret circulo in binis pun-  
 „ ctis  $M$ ,  $m$ , vel  $M$ ,  $m$ , & habebitur valor ordinatæ  $HM$ ,  
 „  $Hm$ , vel  $HM$ ,  $Hm$ . Ordinata quidem ipsa responderet soli interval-  
 „ lo  $EE$ , & si ipsa linea  $AB$  referat tempus, momentum  $E$  est limes  
 „ inter tempus præcedens continuum  $AE$ , quo ordinata non est, &  
 „ tempus continuum  $EE$  subsequens, quo ordinata est; punctum  $E$   
 „ est limes inter tempus præcedens  $EE$ , quo ordinata est, & sub-  
 „ sequens  $EB$ , quo non est. Vita igitur quædam ordinatæ est  
 „ tempus  $EE$ ; ortus habetur in  $E$ , interitus in  $E$ . Quid autem in ipso  
 „ ortu, & interitu? habeturne quoddam esse ordinatæ, an non es-  
 „ se? habetur utique esse, nimirum  $EG$ , vel  $EG$ , non autem non  
 „ esse. Oritur tota finitæ magnitudinis ordinata  $EG$ ; interit tota  
 „ finitæ magnitudinis  $EG$ , nec tamen ibi conjungit esse, & non esse,  
 „ nec ullum absurdum secum trahit. Habetur momento  $E$  primus  
 „ terminus seriei sequentis sine ultimo seriei præcedentis, & habe-  
 „ tur momento  $E$  ultimus terminus seriei præcedentis sine primo  
 „ termino seriei sequentis.

LV. „ Quare autem id ipsum accadat, si Metaphysica conside-  
 „ ratione rem perpendimus, statim patebit. Nimirum veri nihili  
 „ nullæ sunt reales proprietates: entis realis reales proprietates  
 „ sunt. Quævis realis series initium reale habere debet, & finem,  
 „ siue primum, & ultimum terminum. Id, quod non est, nullam  
 „ habet realem proprietatem, nec proinde sui generis ultimum ter-  
 „ minum, aut primum. Series præcedens ordinatæ nullius ulti-  
 „ mum terminum non habet, series consequens non habet primum:  
 „ series realis contenta intervallo  $EE$ , & primum habere debet, &  
 „ ultimum. Hujus reales termini terminum illum nihili per se se  
 „ excludunt, cum ipsum esse per se excludat non esse.

LVI.

LVI. „ Atque id quidem manifestum fit magis, si considerare-  
 „ mus seriem aliquam præcedentem realem, quam exprimant or-  
 „ dinatæ ad lineam continuam PLg, quæ respondeat toti tempori  
 „ AE ita, ut cuius momento C ejus temporis respondeat ordina-  
 „ ta CL. Tum vero si momento E debeat fieri saltus ab ordinata  
 „ Eg ad ordinatam EG, necessario ipsi momento E debent respon-  
 „ dere binæ ordinatæ EG, Eg. Nam in tota linea PLg, non po-  
 „ test deesse solum ultimum punctum g; cum ipso sublato debeat  
 „ adhuc illa linea terminum habere suum, qui terminus esset itidem  
 „ punctum; id vero punctum idcirco fuisset ante contiguum puncto  
 „ g, quod est absurdum, ut in eadem Dissertatione (de Lege Con-  
 „ tinuitatis) demonstravimus. Nam inter quodvis punctum, &  
 „ aliud punctum linea aliqua interjacere debet; quæ si non interja-  
 „ ceat, jam illa puncta in unicum coalescunt. Quare non potest  
 „ deesse nisi lineola aliqua gL, ita, ut terminus seriei præcedentis sit  
 „ in aliquo momento C præcedente momentum E, & disjuncto ab  
 „ eo per tempus quoddam continuum, in cujus temporis momen-  
 „ tis omnibus ordinata sit nulla.

LVII. „ Patet igitur discrimen inter transitum a vero nihilo,  
 „ nimirum a quantitate imaginaria ad esse, & transitum ab una ma-  
 „ gnitudine ad aliam. In primo casu terminus nihili non habetur;  
 „ habetur terminus uterque seriei veram habentis existentiam, &  
 „ potest quantitas, cujus ea est series, oriri vel occidere quantitate fi-  
 „ nita, ac per se excludere *non esse*. In secundo casu necessario ha-  
 „ beri debet utriusque seriei terminus, alterius nimirum postremus,  
 „ alterius primus. Quamobrem etiam in creatione, & in annihila-  
 „ tione potest quantitas oriri, vel interire magnitudine finita, & pri-  
 „ mum, ac ultimum *esse* erit quoddam *esse*, quod secum non conjun-  
 „ get una *non esse*. Contra vero ubi magnitudo realis ab una quanti-  
 „ tate ad aliam transire debet per saltum, momento temporis, quo  
 „ saltus committitur, uterque terminus haberi deberet. Manet  
 „ igitur illæsum argumentum nostrum metaphysicum pro exclusionem  
 „ saltus a creatione, & annihilatione, sive ortu, & interitu.

LVIII. „ At hic illud etiam notandum est; quoniam ad ortum,  
 „ & interitum considerandum Geometricas contemplationes assum-  
 „ ptimus, videri quidem prima fronte, aliquando etiam realis seriei  
 „ terminum postremum esse nihilum; sed re altius considerata, non  
 „ erit vere nihilum, sed status quidam itidem realis, & ejusdem ge-  
 „ neris cum præcedentibus, licet alio nomine insignitus.

LIX. „ Sit in Fig. 9. Linea AB, ut prius, ad quam linea  
 „ quædam PL deveniat in G, & five pergat ultra ipsam in GM,  
 „ five retro resiliat per GM. Recta CD habebit ordinatam CL,  
 „ quæ evanescet, ubi puncto C abeunte in E, ipsa CD abibit in  
 „ EF, tum in positione ulteriori rectæ perpendicularis HI vel, ab-  
 „ ibit in negativam MH, vel retro positiva regredietur in MH.  
 „ Ubi linea altera cum altera coit, & punctum E alterius cum al-  
 „ terius puncto G congregitur, ordinata CL videtur abire in ni-  
 „ hilum ita, ut nihilum, quemadmodum & supra innuimus, sit li-  
 „ mes quidam inter seriem ordinarum positivarum CL, & negati-  
 „ varum HM; vel positivarum CL, & iterum positivarum HM. Sed  
 „ si res altius consideretur ad Metaphysicum conceptum reducta,  
 „ in situ EF non habetur verum nihilum. In situ CD, HI habe-  
 „ tur distantia quædam punctorum C, L; H, M: in situ EF habe-  
 „ tur eorundem punctorum compenetratio. Distantia est relatio  
 „ quædam binorum modorum, quibus bina puncta existunt; com-  
 „ penetratio itidem est relatio binorum modorum, quibus ea exi-  
 „ stunt, quæ compenetratio est aliquid reale ejusdem prorsus ge-  
 „ neris, cujus est distantia, constituta nimirum per binos reales exi-  
 „ stendi modos.

LX. „ Totum discrimen est in vocabulis, quæ nos imposui-  
 „ mus. Bini locales existendi modi infinitas numero relationes pos-  
 „ sunt constituere, alii alias. Hæ omnes inter se & differunt, &  
 „ tamen simul etiam plurimum conveniunt; nam reales sunt, & in  
 „ quodam genere congruunt, quod nimirum sint relationes ortæ a  
 „ binis localibus existendi modis. Diversa vero habent nomina ad  
 „ arbitrium instituta, cum aliæ ex ejusmodi relationibus, ut CL,  
 „ dicantur distantia positivæ, relatio EG dicatur compenetratio,  
 „ relationes HM dicantur distantia negativæ. Sed quoniam ut a  
 „ decem palmis distantia demptis 5, relinquuntur 5, ita demptis  
 „ aliis 5, habetur nihil; non quidem verum nihil, sed nihil in ratione  
 „ distantia a nobis ita appellatæ, cum remaneat compenetratio; ab-  
 „ latis autem aliis quinque, remanent quinque palmi distantia negativæ.  
 „ Ista omnia realia sunt, & ad idem genus pertinent, cum eodem prorsus  
 „ modo inter se differant distantia palmarum 10 a distantia palmo-  
 „ rum 5, hæc a distantia nulla, sed reali, quæ compenetrationem im-  
 „ portat, & hæc a distantia negativa palmarum 5. Nam ex prima illa  
 „ quantitate eodem modo devenitur ad hæc posteriores per conti-  
 „ nuam ablationem palmarum 5. Eodem autem pacto infinitas el-  
 „ „ lipses,

lipfes, ab infinitis hyperbolis unica interjecta parabola discriminat, quæ quidem unica nomen peculiare sortita est, cum illas numero infinitas, & a se invicem admodum discrepantes unico vocabulo complectamur, licet altera magis oblonga ab altera minus oblonga plurimum itidem diversa sit.

LXI. „ Et quidem eodem pacto status quidam realis est quies, sive perseverantia in eodem modo locali existendi; status quidam realis est velocitas nulla puncti existentis, nimirum determinatio perseverandi in eodem loco; status quidam realis puncti existentis est vis nulla, nimirum determinatio retinendi præcedentem velocitatem, & ita porro: plurimum hæc discrepant a vero *non esse*. Casus ordinatæ respondentis lineæ EF (in Fig. 9.) differt plurimum a casu ordinatæ circuli respondentis lineæ CD Figuræ 8: in prima existunt puncta, sed compenetrata; in secunda alterum punctum impossibile est. Ubi in solutione problematum devenitur ad quantitatem primi generis, problema determinationem peculiarem accipit; ubi devenitur ad quantitatem secundi generis, problema evadit impossibile: usque adeo in hoc secundo casu habetur verum nihilum, omni reali proprietate carens; in illo primo habetur aliquid realibus proprietatibus præditum, quod ipsis etiam solutionibus problematum, & constructionibus, veras sufficit, & reales determinationes.

LXII. „ Firmum igitur manebit semper, & stabile, seriem realem quamcunque, quæ continuo tempore finito duret, debere habere & primum principium, & ultimum terminum realem, sine ullo absurdo, & sine conjunctione sui *esse* cum *non esse*, si forte duret eo solo tempore, dum si præcedenti etiam extitit tempore, habere debet & ultimum terminum seriei præcedentis, & primum sequentis, qui debent esse unicus indivisibilis communis limes, ut momentum est unicus indivisibilis limes inter tempus continuum præcedens, & subsequens. Sed hæc de ortu, & interitu jam satis.

LXIII. Ut igitur contrahamus jam vela, continuitatis lex & inductione, & Metaphysico argumento abunde nititur, quæ idcirco etiam in velocitatis communicatione retineri omnino debet, ut nimirum ab una velocitate ad aliam nunquam transeat, nisi per intermedias velocitates omnes sine saltu. Et quidem in ipsis motibus & velocitatibus inductionem habuimus Num. 39, ac difficultates solvimus Num. 46, & 47 pertinentes ad velocitates, quæ videri possent mutatæ per saltum. Quod autem pertinet ad Metaphysicum

argu-

argumentum, si toto tempore ante contactum subsequenter corporis superficies antecedens habuit 12 gradus velocitatis, & sequenti 9, saltu facto momentaneo ipso initio contactus, in ipso momento ea tempora dirimente debuisset habere & 12, & 9 simul, quod est absurdum. Duas enim velocitates simul habere corpus non potest, quod ipsum aliquanto diligentius demonstrabo.

LXIV. Velocitatis nomen, uti passim usurpatur a Mechanicis, æquivocum est; potest enim significare velocitatem actualem, quæ nimirum est ratio quædam in motu æquabili spatii percursum divisi per tempus, quo percurritur; & potest significare quandam, quam apto Scholasticorum vocabulo potentialem appello, quæ nimirum est determinatio ad actualem, sive determinatio, quam habet mobile, si nulla vis mutationem inducat, percurrendi motu æquabili determinatum quoddam spatium quovis determinato tempore, quæ quidem duo & in *Dissertatione de viribus vivis*, & in *Stayanis Supplementis* distinximus, distinctione utique necessaria ad æquivocationes evitandas. Prima haberi non potest momento temporis, sed requirit tempus continuum, quo motus fiat, & quidem etiam motum æquabilem requirit ad accuratam sui mensuram; secunda habetur etiam momento quovis determinata; & hanc alteram intelligunt utique Mechanici, cum scalas Geometricas efformant pro motibus quibuscunque difformibus, sive abscissa exprimente tempus, & ordinata velocitatem, utcunque etiam variatam, area exprimat spatium; sive abscissa exprimente itidem tempus, & ordinata vim, area exprimat velocitatem jam genitam, quod itidem in aliis ejusmodi scalis, & formulis algebraicis fit passim, hac potentiâ velocitate usurpata, quæ fit tantummodo determinatio ad actualem, quam quidem ipsam intelligo, ubi in collisione corporum eam nego mutari posse per saltum ex hoc posteriore argumento.

LXV. Jam vero velocitates actuales non posse simul esse duas in eodem mobili, satis patet, quia oporteret id mobile, quod initio dati cujusdam temporis fuerit in dato spatii puncto, in omnibus sequentibus occupare duo puncta ejusdem spatii, ut nimirum spatium percursum sit duplex, alterum pro altera velocitate determinanda, adeoque requireretur actualis replicatio, quam non haberi uspiam, ex principio inductionis colligere sane possumus admodum facile. Cum nimirum nunquam videamus idem mobile simul ex eodem loco discedere in partes duas, & esse simul in duobus locis ita, ut constet nobis, utrobique esse illud idem. At nec potentiales velo-



velocitates duas simul esse posse, facile demonstratur. Nam velocitas potentialis est determinatio ad existendum post datum tempus continuum quodvis in dato quodam puncto spatii habente datam distantiam a puncto spatii, in quo mobile est eo temporis momento, quo dicitur habere illam potentialem velocitatem determinatam. Quamobrem habere simul illas duas potentiales velocitates est esse determinatum ad occupanda eodem momento temporis duo puncta spatii, quorum singula habeant suam diversam distantiam ab eo puncto spatii, in quo tum est mobile, quod est esse determinatum ad replicationem habendam momentis omnibus sequentis temporis. Dicitur utique idem mobile a diversis causis acquirere simul diversas velocitates, sed eæ componuntur in unicam ita, ut singulæ constituant statum mobilis, qui status respectu dispositionum, quas eo momento, in quo tum est, habet ipsum mobile, complectentium omnes circumstantias præteritas, & præsentis, est tantummodo conditionatus, non absolutus; nimirum ut contineant determinationem, quam ex omnibus præteritis & præsentibus circumstantiis haberet ad occupandum illud determinatum spatii punctum determinato illo momento temporis, nisi aliunde ejusmodi determinatio per conjunctionem alterius causæ, quæ tum agat, vel jam egerit, mutareretur, & loco ipsius alia, quæ composita dicitur, succederet. Sed status absolutus resultans ex omnibus eo momento præsentibus, & præteritis circumstantiis ipsius mobilis, est unica determinatio ad existendum pro quovis determinato momento temporis sequentis in quodam determinato puncto spatii, qui quidem status pro circumstantiis omnibus præteritis, & præsentibus est absolutus, licet sit itidem conditionatus pro futuris: si nimirum eadem, vel aliæ causæ agentes sequentibus momentis non mutant determinationem, & punctum illud loci, ad quod revera deveniri deinde debet dato illo momento temporis, & actu devenitur. Porro patet hujusmodi status ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis absolutos non posse eodem momento temporis esse duos sine determinatione ad replicationem, quam ille conditionatus status resultans e singulis componentibus velocitatibus non inducit ob id ipsum, quod conditionatus est. Porro si haberetur saltus a velocitate ex omnibus præteritis, & præsentibus circumstantiis exigente ex. gr. post unum minutum punctum spatii distans per palmos 6 ad exigentem punctum distans per palmos 9, deberet eo momento temporis, quo fieret saltus, haberi simul utraque determinatio absoluta respectu circumstantiarum om-

E

mnium



mnium ejus momenti & omnium præteritarum; nam toto præcedenti tempore habita fuisset realis series statuum cum illa priore, & toto sequenti deberet haberi cum illa posteriore, adeoque eo momento simul utraque, cum neutra series realis sine reali suo termino stare possit.

LXVI. Præterea corporis, vel puncti existentis potest utique nulla esse velocitas actualis, saltem accurate talis, si nimirum difforem habeat motum, quod ipsum etiam semper in natura accidit, ut demonstrari posse arbitror, sed huc non pertinet; at semper utique haberi debet aliqua velocitas potentialis, vel saltem aliquis status, qui licet alio vocabulo appellari soleat, & dici velocitas nulla, est tamen non nihilum quoddam, sed realis status, nimirum determinatio ad quietem, quanquam hanc ipsam, ut & quietem, ego quidem arbitrer in natura reapse haberi nullam, argumentis, quæ in Stayanis supplementis exposui, ubi de spatio & tempore: sed id ipsum itidem nequaquam huc pertinet. Iis etiam penitus prætermisissis, eruitur e reliquis, quæ diximus, admissio etiam ut existente, vel possibili in natura motu uniformi, & quiete, utramque velocitatem habere conditiones necessarias ad hoc, ut secundum argumentum pro continuitatis lege superius allatum vim habeat suam, nec ab una velocitate ad alteram abiri possit sine transitu per intermediarias.

LXVII. Pater autem, hinc illud evinci, nec interire momento temporis posse, nec oriri velocitatem totam corporis, vel puncti non simul intereuntis, vel orientis, nec huc transferri posse, quod de creatione, & morte diximus; cum nimirum ipsa velocitas nulla corporis, vel puncti existentis, sit non purum nihil, ut monui, sed realis quidam status, qui simul cum alio reali statu determinatæ illius intereuntis, vel orientis velocitatis deberet conjungi; unde etiam fit, ut nullum effugium haberi possit contra superiora argumenta, dicendo, quando a 12 gradibus velocitatis transitur ad 9, durare utique priores 9, & interire reliquos tres, in quo nullum absurdum fit, cum nec in illorum duratione habeatur saltus, nec in saltu per interitum habeatur absurdi quidpiam, ejus exemplo, quod superius dictum fuit, ubi ostensum est, non coniungi *non esse* simul, & *esse*. Nam in primis 12 gradus velocitatis non sunt quid compositum e duodecim rebus inter se distinctis, atque disjunctis, quarum 9 manere possint, 3. interire, sed sunt unica determinatio ad existendum in punctis spatii distantibus certo intervallo, ut palmorum 12, elapsis datis quibusdam temporibus æqualibus quibuscunque. Sic etiam in ipsis ordi-

ordinatis  $GD$ ,  $HE$ , quæ exprimentur velocitates in Fig. 6, revera, in mea potissimum Theoria, ordinata  $GD$  non est quædam pars ordinatæ  $HE$  communis ipsi usque ad  $D$ , sed sunt duæ ordinatæ, quarum prima consistit in relatione distantiae, puncti curvæ  $D$  a puncto axis  $G$ , secunda in relatione puncti curvæ  $E$  a puncto axis  $H$ , quod est ibi idem, ac punctum  $G$ . Relationem distantiae punctorum  $D$  &  $G$  constituunt duo reales modi existendi ipsorum, relationem distantiae punctorum  $D$ , &  $E$  duo reales modi existendi ipsorum, & relationem distantiae punctorum  $H$ , &  $E$  duo reales modi existendi ipsorum. Hæc ultima relatio constat duobus modis realibus tantummodo pertinentibus ad puncta  $E$ , &  $H$ , vel  $G$ , & summa priorum constat modis realibus omnium trium,  $E$ ,  $D$ ,  $G$ . Sed nos indefinite concipimus possibilitatem omnium modorum realium intermediorum, ut infra dicemus, in qua præcisiva & indefinita idea stat mihi idea spatii continui; & intermedii modi possibiles inter  $G$ , &  $D$  sunt pars intermediorum inter  $E$ , &  $H$ . Præterea omissis etiam hisce omnibus ipse ille saltus a velocitate finita ad nullam, vel a nulla ad finitam, haberi non potest.

LXVIII. Atque hinc ego quidem potuissem etiam adhibere duos globos æquales, qui sibi invicem occurrant cum velocitatibus æqualibus, quæ nimirum in ipso contactu deberent momento temporis interire; sed ut hasce ipsas considerationes evitarem de transitu a statu reali ad statum itidem realem, ubi a velocitate aliqua transiatur ad velocitatem nullam, adhibui potius in omnibus Dissertationibus meis globum; qui cum 12 velocitatis gradibus assequatur alterum præcedentem cum 6, ut nimirum abeundo ad velocitatem aliam quamcunque haberetur saltus ab una velocitate ad aliam, in quo evidentius esset absurdum.

LXIX. Jam vero in hisce casibus utique haberi deberet saltus quidam, & violatio legis continuitatis, non quidem in velocitate actuali, sed in potentiali, si ad contactum deveniretur cum velocitatum discrimine aliquo determinato quocunque. In velocitate actuali, si eam metiamur spatio, quod conficitur, diviso per tempus, transitus utique fieret per omnes intermedias, quod sic facile ostenditur ope Geometriæ. In Fig. 10 designent  $AB$ ,  $BC$  bina tempora ante, & post contactum, & momento quolibet  $H$  sit velocitas potentialis illa major  $HI$ , quæ æquetur velocitati primæ  $AD$ ; quovis autem momento  $Q$  posterioris temporis sit velocitas potentialis minor  $QR$ , quæ æquetur velocitati cuidam datæ  $CG$ .

E 2

assum-

Assumpto quovis tempore HK determinatæ magnitudinis, area HIKL divisa per tempus HK, sive recta HI, exhibebit velocitatem actualem. Moveatur tempus HK versus B, & donec K adveniat ad B, semper eadem habebitur velocitatis mensura; eo autem progressu in O ultra M, sed adhuc H existente in M citra B, spatium illi tempori respondens componetur ex binis MNEB, BFPO, quorum summa si dividatur per MO, jam nec erit MN æqualis priori AD, nec BF, ipsa minor per datam quantitatem FE; sed facile demonstrari potest (b) capta VE æquali IL, vel HK, sive OM, & ducta recta VF, quæ secet MN in X, quatum ex illa divisione prodeuntem fore MX, donec abeunte toto illo tempore ultra B in QS jam area QRTS divisa per tempus QS exhibeat velocitatem constantem QR.

LXX. Patet igitur in ea consideratione a velocitate actuali præcedente HI ad sequentem QR transiri per omnes intermedias MX, quas continua recta VF definit; quanquam ibi etiam irregulare quid oritur inde, quod velocitas actualis XM diversa obvenire debeat pro diversa magnitudine temporis assumpti HK, quo nimirum assumpto majore, vel minore removeretur magis, vel minus V ab E, & decrescit, vel crescit XM. Id tamen accidit in motibus omnibus, in quibus velocitas non manet eadem toto tempore, ut nimirum etiam velocitas aliqua actualis debeat agnosci, & determinari spatio diviso per tempus, pro aliis, atque aliis temporibus assumptis pro mensura, aliæ, atque aliæ velocitatis actualis mensuræ obveniant, secus ac accidit in motu semper æquabili, quam ipsam ob causam velocitatis actualis in motu difformi nulla est vera mensura accurata, quod supra innui, sed ejus idea præcisa ac distincta æqualitatem motus requirit, & idcirco Mechanici in difformibus motibus ad actualem velocitatem determinandam adhibere solent spatium infinitesimo tempusculo percursum, in quo ipso motum habent pro æquabili.

LXXI. At velocitas illa potentialis, quæ singulis morrentis temporis respondet sua, mutaretur utique per saltum ipso momento B, quo deberet haberi & ultima velocitatum præcedentium BE, & pri-

(b) Si enim producaturs OP usque ad NE in T, erit  $ET = VN$ , ob  $VE = MO = NT$ . Est autem  $VE : VN :: EF : NX$ ; quare  $VN \times EF = VE \times NX$ , sive posito  $ET$  pro  $VN$ , &  $MO$  pro  $VE$ , erit  $ET \times EF = MO \times NX$ . Totum  $MNT O$  est  $MO \times MN$ , pars  $FETP$  est  $ET \times EF$ . Quare residuus gnomon  $NMOPFE$  est  $MO \times MX$ , quo diviso per  $MO$  habetur  $MX$ .

prima sequentium BF, quod cum haberi nequeat, uti demonstratum est, fieri non potest per secundum ex argumentis, quæ adhibuimus pro lege continuitatis, ut cum illa velocitatum inæqualitate deveniatur ad immediatum contactum; atque id ipsum excludit etiam inductio, quam pro lege continuitatis in ipsis quoque velocitatibus, atque motibus primo loco proposui.

LXXII. Atque hoc demum pacto illud constitit evidenter, non licere continuitatis legem deferere in collisione corporum, & illud admittere, ut ad contactum immediatum deveniatur cum illæsis binorum corporum velocitatibus integris. Videndum igitur, quid necessario consequi debeat, ubi id non admittatur, & hæc analysis ulterius promovenda.

LXXIII. Quoniam ad immediatum contactum devenire ea corpora non possunt cum præcedentibus velocitatibus, oportet, ante contactum ipsum immediatum incipiant mutari velocitates ipsæ, & vel ea consequentis corporis minui, vel ea antecedentis augeri, vel utrumque simul. Quidquid accidat; habebitur ibi aliqua mutatio status, vel in altero corpore, vel in utroque, in ordine ad motum, vel quietem, adeoque habebitur aliqua mutationis causa, quæcunque illa sit. Causa vero mutans statum corporis in ordine ad motum, vel quietem, dicitur vis: habebitur igitur vis aliqua, quæ effectum gignat, etiam ubi illa duo corpora nondum ad contactum devenerint.

LXXIV. Ad impediendam violationem continuitatis satis esset, si ejusmodi vis ageret in alterum tantummodo e binis corporibus, reducendo præcedentis velocitatem ad gradus 12, vel sequentis ad 6. Videndum igitur aliunde, an agere debeat in alterum tantummodo, an in utrumque simul, & quomodo. Id determinabitur per aliam naturæ legem, quam nobis inductio satis ampla ostendit; qua nimirum evincitur, omnes vires nobis cognitæ agere utrinque & æqualiter, & in partes oppositas, unde provenit principium, quod appellant actionis, & reactionis æqualium; est autem fortasse quædam actio duplex semper æqualiter agens in partes oppositas. Ferrum, & magnes æque se mutuo trahunt; elastrum binis globis æqualibus interjectum æque utrumque urget, & æqualibus velocitatibus propellit; gravitatem ipsam generalem mutuam esse ostendunt errores Jovis, ac Saturni potissimum, ubi ad se invicem accedunt, uti & curvatura orbitæ lunaris orta ex ejus gravitate in terram comparata cum æstu maris orto ex inæquali partium globi

terraquei gravitate in lunam. Ipsæ nostræ vires, quas nervorum ope exerimus, semper in partes oppositas agunt, nec satis valide aliquid propellimus, nisi pede humum, vel etiam, ut efficacius agamus, oppositum parietem simul repellamus. En igitur inductionem, quam utique ampliorem etiam habere possumus! ex qua illud pro eo quoque casu debemus inferre, eam ibi vim in utrumque corpus agere, quæ actio ad æqualitatem non reducet inæquales illas velocitates, nisi augeat præcedentis, minuat consequentis corporis velocitatem; nimirum nisi in iis producat velocitates quasdam contrarias, quibus, si solæ essent, deberent a se invicem recedere: sed quia eæ componuntur cum præcedentibus, hæc utique non recedunt, sed tantummodo minus ad se invicem accedunt, quam accederent.

LXXV. Invenimus igitur vim ibi debere esse mutuam, quæ ad partes oppositas agat, & quæ sua natura determinet per sese illa corpora ad recessum mutuum a se invicem. Hujusmodi igitur vis ex nominis definitione appellari potest vis repulsiva. Quærendum jam ulterius, qua lege progredi debeat, an imminutis in immensum distantibus ad datam quandam mensuram deveniat, an in infinitum excrescat?

LXXVI. Ut in illo casu evitetur saltus, satis est in allato exemplo, si vis repulsiva, ad quam delati sumus, extinguat velocitatum differentiam illam 6 graduum, antequam ad contactum immediatum corpora devenerint: quamobrem possent utique devenire ad eum contactum eodem illo momento, quo ad æqualitatem velocitatum deveniunt. At si in alio quopiam casu corpus sequens impellatur cum velocitatis gradibus 20, corpore præcedente cum suis 6, tum vero ad contactum deveniretur cum differentia velocitatum majore, quam graduum 8. Nam illud itidem amplissima inductione evincitur, vires omnes nobis cognitæ, quæ aliquo tempore agunt, ut velocitatem producant, agere in ratione temporis, quo agunt, & sui ipsius. Rem in gravibus oblique descendentibus experimenta confirmant; eadem & in elastris institui facile possunt, ut rem comprobent; ac id ipsum est fundamentum totius Mechanicæ, quæ inde motuum leges eruit, quas experimenta in pendulis, in projectis gravibus, in aliis pluribus comprobant, & Astronomia confirmat in cælestibus motibus. Quamobrem illa vis repulsiva, quæ in priore casu extinxit 6 tantummodo gradus discriminis, si agat breviori tempore in secundo casu, non poterit extinguere nisi pauciores, minore nimirum velocitate producta utrinque ad partes contrarias.

At

At brevior utique tempore aget: nam cum majore velocitatum discrimine velocitas respectiva est major, ac proinde accessus celerior. Extingueret igitur in secundo casu illa vis minus, quam 6 discriminis gradus, si in primo usque ad contactum extinxit tantummodo 6. Superessent igitur plures, quam 8; nam inter 20 & 6 erant 14, ubi ad ipsum deveniretur contactum, & ibi per saltum deberent velocitates mutari, nec compenetratio haberetur, ac proinde lex continuitatis violari. Cum igitur id accidere non possit, oportet, natura incommodo caverit per ejusmodi vim, quæ in priore casu aliquanto ante contactum extinxerit velocitatis discrimen, ut nimirum imminutis in secundo casu adhuc magis distantis, vis ulterior illud omne discrimen auferat, elisis omnibus illis 14 gradibus discriminis, qui habebantur.

LXXVII. Quando autem huc jam delati sumus, facile est ulterius progredi, & illud considerare, quod in secundo casu accidit respectu primi, idem accidere aucta semper velocitate consequentis corporis in tertio aliquo respectu secundi, & ita porro. Debebit igitur ad omnem pro omni casu evitandum saltum Natura cavisse per ejusmodi vim, quæ imminutis distantis crescat in infinitum, atque ita crescat, ut par sit extinguendæ cuicunque velocitati, utcunque magnæ. Devenimus igitur ad vires repulsivas imminutis distantis crescentes in infinitum, nimirum ad arcum illum asymptoticum ED curvæ virium in Fig. Ima propositum. Illud quidem ratiocinatione hactenus instituta immediate non deducitur, hujusmodi incrementa virium auctarum in infinitum respondere distantis in infinitum imminutis. Posset pro hisce corporibus, quæ habemus præ manibus, quædam data distantia quæcunque esse ultimus limes virium in infinitum excrecentium, quo casu Asymptotus AB non transiret per initium distantiae binorum corporum, sed tanto intervallo post ipsum, quantus esset ille omnium distantiarum, quas remotiores particulæ possint acquirere a se invicem, limes minimus; sed aliquem demum esse debere extremum etiam asymptoticum arcum curvæ habentem pro asymptoto rectam transeuntem per ipsum initium distantiae, sic evincitur: si nullus ejusmodi haberetur arcus, particulæ materiæ minores, & primo collocatæ in distantia minore, quam esset ille ultimus limes, sive illa distantia asymptoti ab initio distantiae binorum punctorum materiæ, in mutuis incurfibus velocitatem deberent posse mutare per saltum, quod cum fieri nequeat, debet utique aliquis esse ultimus asymptoticus arcus, qui asymptotum

tum habeat transeuntem per distantiarum initium, & vires inducat imminutis in infinitum distantis crescentes in infinitum ita, ut sint pares velocitati extinguendæ cuivis, utcunque magnæ. Ad summum in curva virium haberi possent plures asymptotici arcus, alii post alios, habentes ab exigua intervalla asymptotos intar se parallelas, qui casus itidem uberrimum aperit contemplationibus fecundissimis campum, de quo aliquid inferius; sed aliquis arcus asymptoticus postremus, cujusmodi est is, quem in Figura 1 proposui, haberi omnino debet. Verum ea perquisitione hic omissa, pergendum est in consideratione legis virium, & curvæ eam exprimentis, quæ habentur auctis distantis.

LXXVIII. In primis gravitas omnium corporum in terram, quam quotidie experimur, satis evincit, repulsionem illam, quam pro minimis distantis invenimus, non extendi ad distantias quascunque, sed in magnis jam distantis haberi determinationem ad accessum, quam vim attractivam nominavimus. Quin immo Keplerianæ leges in Astronomia tam feliciter a Newtono adhibitæ ad legem Gravitatis generalis deducendam, & ad Cometas etiam traductæ, satis ostendunt, gravitatem vel in infinitum, vel saltem per totum Planetarium, & Cometaryum systema extendi in ratione reciproca duplicata distantiarum. Quamobrem virium curva arcum habet aliquem jacentem ad partes axis oppositas, qui accedat, quantum sensu percipi possit, ad eam tertii gradus hyperbolam, cujus ordinatæ sunt in ratione reciproca duplicata distantiarum, qui nimirum est ille arcus STV Figuræ 1. Ac illud etiam hinc patet, esse aliquem locum E, in quo curva ejusmodi axem secet, qui sit limes attractionum, & repulsionum, in quo ab una ad alteram ex iis viribus transitus fiat.

LXXIX. Duos alios nobis indicat limites ejusmodi, five alias duas intersectiones, ut G, & I, phænomenum vaporum, qui oriuntur ex aqua, & aeris, qui a fixis corporibus gignitur; cum in iis ante nulla particularum repulsio fuerit, quin immo fuerit attractio, ob coherrentiam, qua, una parte retracta, altera ipsam consequebatur, & in illa tanta expansione, & elasticitatis vi satis se manifesto prodat repulsio, ut idcirco a repulsione in minimis distantis ad attractionem alicubi sit itum, tum inde iterum ad repulsionem & iterum inde ad generalis gravitatis attractiones. Effervescentiæ, & fermentationes adeo diversæ, in quibus cum adeo diversis velocitatibus eunt, ac redeunt, & jam ad se invicem accedunt, jam recedunt  
a se

a se invicem particulæ, indicant utique ejusmodi limites, atque transitus multo plures; sed illos prorsus evincunt substantiæ molles, ut cera, in quibus compressiones plurimæ acquiruntur cum distantiiis admodum diversis, in quibus tamen omnibus limites haberi debent, tam anteriore parte ad se attracta posteriores eam sequuntur; eadem propulsa, illæ recedunt, distantiiis ad sensum non mutatis, quod ob illas repulsiones in minimis distantiiis, quæ contiguitatem impediunt, fieri alio modo non potest, nisi si limites ibidem habeantur in iis omnibus distantiiis inter attractiones & repulsiones, quæ nimirum requiruntur ad hoc, ut pars altera alteram consequatur retractam, vel præcedat propulsam.

LXXX. Habentur igitur plurimi limites, & plurimi flexus curvæ hinc & inde ab axe præter duos arcus, quorum prior ED, in infinitum protenditur, & asymptoticus est, alter STV, si gravitas generalis in infinitum protenditur, est asymptoticus itidem, & ita accedit ad crus illud hyperbolæ gradus tertii, ut discrimen sensu percipi nequeat: nam cum ipso penitus congruere omnino non potest; non enim posset ab eodem deinde discedere, cum duarum curvarum, quarum diversa natura est, nulli arcus continui, utcunque exigui, possint penitus congruere, sed se tantummodo secare, contingere, osculari possint in punctis quocunque, & ad se invicem accedere utcunque. Hinc habetur jam tota forma curvæ virium, qualem initio proposui, directâ ratiocinatione a Naturæ phænomenis, & genuinis principiis deducta. Remanet jam determinanda constitutio primorum elementorum materiæ ab iis viribus deducta, quo facto omnis illa Theoria, quam initio proposui, patebit, nec erit arbitraria quædam hypothesis, ac licebit progredi ad amovendas apparentes quasdam difficultates, & uberrimam applicationem ad omnem late Physicam qua exponendam, qua tantummodo, ne dissertatio plus æquo excrescat, indicandam.

LXXXI. Quoniam imminutis in infinitum distantiiis vis repulsiva augetur in infinitum, facile patet, nullam partem materiæ posse esse contiguam alteri parti: vis enim illa repulsiva protinus alteram ab altera removeret. Quamobrem necessario inde consequitur, prima materiæ elementa esse omnino simplicia, & a nullis contiguis partibus composita. Id quidem immediate, & necessario fluit ex illa constitutione virium, quæ in minimis distantiiis sunt repulsivæ, & in infinitum excrescunt.

LXXXII. Simplicitate, & incompositione elementorum defi-

F

nita,



nita, dubitari potest, an ea sint etiam inextensa, an aliquam, ut ut simplicia, extensionem habeant ejus generis, quam virtualement extensionem appellant Scholastici. Fuerunt enim potissimum inter Peripatericos; qui admiserint elementa simplicia, & carentia partibus, atque ex ipsa natura sua prorsus indivisibilia, sed tamen extensa per spatium divisibile ita, ut alia aliis majus etiam occupent spatium, ac eo loco, quo unum ster, possint, eo remoto, stare simul duo, vel etiam plura; ac sunt etiamnum, qui ita sentiant. Sic etiam animam rationalem hominis utique prorsus indivisibilem censuerunt alii per totum corpus diffusam; alii minori quidem corporis parti, sed utique parti divisibili cuiuspiam, & extensionis, praesentem toti etiamnum arbitrantur. DEUM autem ipsum praesentem ubique credimus per totum utique divisibile spatium, quod omnia corpora occupant, licet ipse simplicissimus sit, nec ullam prorsus compositionem admittat. Videtur autem sententia eadem inniti cuidam etiam analogiae loci, ac temporis. Ut enim quies est conjunctio ejusdem puncti loci cum serie continua omnium momentorum ejus temporis, quo quies durat; sic etiam illa virtualis extensio est conjunctio unius momenti temporis cum serie continua omnium punctorum spatii, per quod simplex illud ens virtualiter extenditur; ut idcirco sicut illa quies haberi creditur in natura, ita & haec virtualis extensio debeat admitti, qua admissa poterunt utique illa primae materiae elementa esse simplicia, & tamen non penitus inextensa.

LXXXIII. At ego quidem arbitror, hanc itidem sententiam everti penitus eodem inductionis principio, ex quo alia tam multa hucusque, quibus usi sumus, deduximus. Videmus enim in his corporibus omnibus, quae observare possumus, quidquid distinctum occupat locum, distinctum esse itidem, ita, ut etiam satis magnis viribus adhibitis separari possint, quae diversas occupant spatii partes, nec ullum casum deprehendimus, in quo magna haec corpora partem aliquam habeant, quae eodem tempore diversas spatii partes occupet, & eadem sit. Porro haec proprietas ex natura sua ejus generis est, ut aequae cadere possit in magnitudines, quas per sensum deprehendimus, ac in magnitudines, quae infra sensum nostrorum limites sunt; res nimirum pendet tantummodo a magnitudine spatii, per quod haberetur virtualis extensio, quae magnitudo si esset satis ampla, sub sensu caderet. Cum igitur nunquam id comperiamus in magnitudinibus sub sensum cadentibus, immo in casibus innumeris deprehendamus oppositum, debet utique res

trans-

transferri ex inductionis principio supra exposito ad minimas etiam quasque materiæ particulas, ut ne illæ quidem ejusmodi habeant virtuales extensionem.

LXXXIV. Exempla, quæ adduntur petita ab anima rationali, & a DEI omni-præsentia, nihil positive evincunt, cum ex alio entium genere petita sint; præterquam quod nec illud demonstrari posse censeo, animam rationalem non esse unico tantummodo, simplici, & inextenso corporis puncto ita præsentem, ut eundem locum obtineat, exerendo inde vires quasdam in reliqua corporis puncta rite disposita, in quibus viribus partim necessariis, & partim liberis, stet ipsum animæ commercium cum corpore; DEI autem præsentia cujusmodi sit, ignoramus omnino; quem sane extensum per spatium divisibile nequaquam dicimus, nec ab iis modis omnem excedentibus humanum captum, quibus ille existit, cogitat, vult, agit, ad humanos, ad materiales existendi, agendique modos, ulla esse potest analogia & deductio.

LXXXV. Quod autem pertinet ad analogiam cum quiete, sunt sane satis valida argumenta, quibus, ut supra innui, ego censeam, in natura quietem nullam existere. Ipsam nec posse existere, argumento quodam positivo ex numero combinationum possibilium infinito contra alium finitum, demonstravi in Stayanis Supplementis, ubi de spatio, & tempore; nunquam vero eam existere in natura, patet sane in ipsa Newtoniana sententia de Gravitate Generali, in qua in planetario systemate ex mutuis actionibus quiescit tantummodo centrum commune gravitatis, punctum utique imaginarium, circa quod omnia planetarum, cometarumque corpora moventur, ut & ipse sol; ac idem accidit fixis omnibus circa suorum systematum gravitatis centra; quin immo ex actione unius systematis in aliud utcunque distans, in ipsa gravitatis centra motus aliquis inducitur; & generalius, dum movetur quæcunque materiæ particula, uti luminis particula quæcunque, reliquæ omnes utcunque remotæ, quæ inde positionem ab illa mutant, mutant & gravitatem, ac proinde moventur motu aliquo exiguo, sed sane motu. In ipsa Telluris quiescentis sententia, quiescit quidem Tellus ad sensum, nec tota ab uno in alium transfertur locum; at ad quamcunque crispationem maris, rivuli decursum; muscæ volatum, æquilibrio dempto, trepidatio oritur, perquam exigua illa quidem, sed ejusmodi, ut veram quietem omnino impediat. Quamobrem analogia inde petita evertit potius virtuales ejusmodi simplicium ejusmodi

elementorum extensionem positam in conjunctione ejusdem momenti temporis cum serie continua punctorum loci, quam comprobet.

LXXXVI. Sed nec ea ipsa analogia, si adesset, rem satis evinceret, cum analogiam inter tempus & locum videamus in aliis etiam violari: nam in Supplementis Strayanis demonstravi, nullum materiae punctum unquam redire ad punctum spatii quodcunque, in quo semel fuerit aliud materiae punctum, ut idcirco duo puncta materiae nunquam conjungant idem punctum spatii ne cum binis quidem punctis loci, dum quam plurima binaria punctorum materiae conjungunt idem punctum temporis cum duobus punctis loci; nam utique coexistunt: ac propterea tempus quidem unicam dimensionem habet diurnitatis, spatium vero habet triplicem, in longum, latum, atque profundum.

LXXXVII. Quamobrem illud jam tuto inferri potest, hæc primigenia materiae elementa, non solum esse simplicia, ac indivisibilia, sed etiam inextensa. Et quidem hæc ipsa simplicitas, & inextensio elementorum præstabit commoda sane plurima, quibus eadem adhuc magis fulcitur, ac comprobatur. Si enim prima elementa materiae sint quædam partes solidæ, ex partibus compositæ, vel etiam tantummodo extensæ virtualiter, dum a vacuo spatio motu continuo pergunt per unam ejusmodi particulam, fit saltus quidam momentaneus a densitate nulla, quæ habetur in vacuo, ad densitatem summam, quæ habetur, ubi ea particula spatium occupat totum. Is vero saltus non habetur, si elementa simplicia sint, & inextensa, ac a se invicem distantia. Tum enim omne continuum est vacuum tantummodo, & in motu continuo per punctum simplex fit transitus a vacuo continuo ad vacuum continuum. Punctum illud materiae occupat unicum spatii punctum, quod punctum spatii est indivisibilis limes inter spatium præcedens, & consequens. Per ipsum non immoratur mobile continuo motu delatum, nec ad ipsum transit ab ullo ipsi immediate proximo spatii puncto, cum punctum puncto proximum, uti supra diximus, nullum sit, sed a vacuo continuo ad vacuum continuum transitur per ipsum spatii punctum a materiae puncto occupatum.

LXXXVIII. Accedit, quod in sententia solidorum, extensorumque elementorum habetur illud, densitatem corporis minui posse in infinitum, augeri autem non posse, nisi ad certum limitem, in quo incrementi lex necessario abrumpi debeat. Primum constat ex eo, quod eadem particula continua dividi possit in particulas minores

nones quotcunque, quæ idcirco per spatium utcunque magnum diffundi potest ita, ut nulla earum sit, quæ aliquam aliam non habeat utcunque libuerit parum a se distantem. Atque eo pacto aucta mole, per quam eadem illa massa diffusa sit, atque id in ratione quacunque, minuetur utique densitas in ratione itidem utcunque magna. Patet & alterum; ubi enim omnes particulæ ad contactum devenerint, densitas ultra augeri non poterit. Quoniam autem determinata quædam erit utique ratio spatii vacui ad plenum, nonnisi in ea ratione augeri poterit densitas, cujus augmentum, ubi ad contactum deventum fuerit, abrumperetur. At si elementa sint puncta penitus indivisibilia, & inextensa, uti augeri eorum distantia poterit in infinitum, ita utique poterit etiam minui pariter in ratione quacunque, cum in ratione quacunque lineola quæcunque secari sane possit; adeoque uti nullus est limes raritatis auctæ, ita etiam nullus erit auctæ densitatis.

LXXXIX. Sed & illud commodum accidet, quod ita omne continuum coexistens eliminabitur e natura, in quo explicando usque adeo desudarunt, & fere incassum, Philosophi, nec idcirco divisio ulla realis entis in infinitum produci poterit, nec hærebitur, ubi quæ-ratur, an numerus partium actu distinctarum, & separabilium, sit finitus, an infinitus; ac alia ejusmodi sane innumera, quæ in continui compositione usque adeo negotium faceffunt Philosophis, jam habebuntur. Si enim prima materiæ elementa sint puncta penitus inextensa, & indivisibilia, a se invicem aliquo intervallo disjuncta, jam erit finitus punctorum numerus in quavis massa; nam distantia omnes finitæ erunt; infinitesimas enim quantitates in se determinatas nullas esse, satis ego quidem, ut arbitror, luculenter demonstravi & in dissertatione de Natura, & usu infinitorum, ac infinite parvorum, & in dissertatione de Lege continuitatis, & alibi. Intervallum quodcunque finitum erit, & divisibile utique in infinitum per interpositionem aliorum, atque aliorum punctorum, quæ tamen singula, ubi fuerint posita, finita itidem erunt, & aliis pluribus, finitis tamen itidem, ubi extrierint, locum relinquent, ut infinitum sit tantummodo in possibilibus, non autem in existentibus, in quibus possibilibus ipsis omnem possibilium seriem idcirco ego appellare soleo constantem terminis finitis in infinitum, quod quæcunque, quæ existant, finita esse debeant, sed nullus sit existentium finitus numerus ita ingens, ut alii, & alii maiores, sed itidem finiti, haberi non possint, atque id sine ullo limite, qui nequeat

præteriri. Hoc autem pacto sublato ex existentibus omni actuali infinito innumeræ sane difficultates auferentur.

XC. Cum igitur & positivo argumento, a Lege virium positive demonstrata desumpto, simplicitas, & inextensio primorum materiæ elementorum deducatur, & tam multis aliis vel indiciiis fulciatur, vel emolumentis inde derivatis confirmetur, ipsa itidem admitti jam debet, ac supererit quærendum illud tantummodo, utrum hæc elementa homogenea censerī debeant, & inter se prorsus similia, ut ea initio assumpsimus, an vero heterogenea, ac dissimilia.

XCI. Pro homogeneitate illud est quoddam veluti principium, quod in simplicitate, & inextensione conveniant, ac etiam vires quasdam habeant utique omnes. Deinde curvam ipsam virium eandem esse omnino in omnibus illud indicat, vel etiam evincit, quod primum crus repulsivum impenetrabilitatem secum trahens, & postremum attractivum gravitatem definiens, omnino communia in omnibus sint: nam corpora omnia æque impenetrabilia sunt, & æque gravia pro quantitate materiæ suæ, uti satis evincit æqualis velocitas auri, & plumæ cadentis in Boyliano recipiente. Si reliquus curvæ arcus intermedius esset difformis in diversis materiæ punctis, infinities probabilius esset, difformitatem extendi etiam ad crus primum, & ultimum, cum infinities pauciores sint curvæ, quæ, cum in reliquis differant partibus, differant plurimum etiam in hisce extremis, quam quæ in hisce extremis tantummodo tam arcte consentiant. Et hoc quidem argumento illud etiam colligitur, curvam virium in quavis directione a puncto eandem esse, cum & primum impenetrabilitatis, & postremum gravitatis crus pro omnibus directionibus sit ad sensum idem. Cum primum in Dissertatione de viribus vivis hanc Theoriam protuli, suspicabar diversitatem legis virium respondentis diversis directionibus; sed hoc argumento ad majorem simplicitatem, & uniformitatem deinde adductus sum. Diversitas autem legum virium pro diversis particulis, & pro diversis respectu ejusdem particulæ directionibus, habetur utique ex diverso numero, & positione punctorum eam componentium; qua de re inferius aliquid.

XCII. Nec vero huic homogeneitati opponitur inductionis principium, quo ipsam Leibnitiani oppugnare solent, nec principium rationis sufficientis, atque indiscernibile, quod superius innui Num. 3. Infinitam Divini Conditoris mentem, ego quidem omnino arbitror, quod & tam multi Philosophi censuerunt, ejusmodi per-

perspicacitatem habere, atque intuitionem quandam, ut ipsam etiam, quam individuationem appellant, omnino similium individuorum cognoscat, atque illa inter se omnino discernat. Rationis autem sufficientis principium falsum omnino esse censeo, ac ejusmodi, ut omnem veræ libertatis ideam omnino tollat, nisi pro ratione, ubi agitur de voluntatis determinatione, ipsum arbitrium, ipsa libera determinatio assumatur, quod nisi fiat in voluntate divina, quæcunque existunt, necessario existunt, & quæcunque non existunt, ne possibilia quidem erunt, vera aliqua possibilitate, uti facile admodum demonstratur; quod tamen si semel admittatur, mirum sane, quam prona demum ad fatalem necessitatem patebit via. Quamobrem potest Divina voluntas determinari ex solo arbitrio suo ad creandum hoc individuum potius, quam illud ex omnibus omnino similibus, & ad ponendum quodlibet ex iis potius eo loco, quo ponit, quam loco alterius. Sed de rationis sufficientis principio hæc ipsa fusius pertractavi tum in aliis locis pluribus, tum in *Steyanis Supplementis*, ubi etiam illud ostendi, id principium nullum habere usum posse in iis ipsis casibus, in quibus adhibetur, & prædicari solet tantopere, atque id idcirco, quod nobis non innotescant rationes omnes, quas tamen oporteret utique omnes nosse ad hoc, ut eo principio uti possimus, affirmando, nullam esse rationem sufficientem pro hoc potius, quam pro illo alio: sane in exemplo illo ipso, quod adhiberi solet, Archimedis hoc principio æquilibrium determinantis, ibidem ostendi, ex ignoratione causarum, sive rationum, quæ postea detectæ sunt, ipsum in suæ investigationis progressu errasse plurimum, deducendo per abusum ejus principii sphaericam figuram marium, ac Telluris.

XCIII. Accedit & illud, quod illa puncta materiæ, licet essent prorsus similia in simplicitate, & extensione, ac mensura virium pendentium a distantia, possent alias habere proprietates Metaphysicas diversas inter se, nobis ignotas, quæ ipsa etiam apud ipsos Leibnitianos discriminarent.

XCIV. Quod autem attinet ad inductionem, quam Leibnitiani desumunt a dissimilitudine, quam observamus in rebus omnibus, cum nimirum nusquam ex. gr. in amplissima silva reperire sit duo folia prorsus similia, ea sane me nihil movet; cum nimirum illud discrimen sit proprietas relativa ad rationem aggregati, & nostros sensus, quos singula materiæ elementa non afficiunt vi sufficiente ad excitandam in animo ideam, nisi multa sint simul, & in

mo-

nolem majorem excrescant. Porro scimus utique combinationes ejusdem numeri terminorum in immensum excrescere, si ille ipse numerus sit aliquanto major. Solis 24 litterulis Alphabeti diversimode combinatis formantur voces omnes, quibus huc usque usæ sunt omnia idiomata, quæ extiterunt, & quibus omnia illa, quæ possunt existere, uti possunt. Quid si numerus earum existeret tanto major, quanto major est numerus punctorum materiæ in quavis massa sensibili? Quod ibi diversus est litterarum diversarum ordo, id in punctis etiam prorsus homogeneis sunt positiones, & distantiae, quibus variatis variatur utique forma, & vis, qua sensus afficitur in aggregatis. Quanto major est numerus combinationum diversarum possibilium in massis sensibilibus, quam earum massarum, quas possumus observare, & inter se conferre (qui quidem ob distantias & directiones in infinitum variables præscindendo ab æquilibrio virium, est infinitus, cum ipso æquilibrio est immensus); tanto major est improbabilitas duarum massarum omnino similibus, quam omnium aliquantisper saltem in se dissimilibus.

XCv. Et quidem accedit illud etiam, quod alicujus dissimilitudinis in aggregatis physicam quoque rationem, cernimus in iis etiam casibus, in quibus maxime inter se similia esse deberent. Cum enim mutæ vires ad distantias quascunque pertineant, status uniuscujusque puncti pendebit saltem aliquantisper a statu omnium aliorum punctorum, quæ sunt in Mundo. Porro utcunque puncta quædam sint parum a se invicem remota, uti sunt duo folia in eadem silva, & multo magis in eadem fronde; adhuc tamen non eandem prorsus relationem distantiae, & virium habent ad reliqua omnia materiæ puncta, quæ sunt in Mundo, cum non eundem prorsus locum obtineant; & inde jam in aggregato discrimen aliquid oriri debet, quod perfectam similitudinem omnino impediat. Sed illud eam inducit magis, quod quæ maxime conferunt ad ejusmodi dispositionem, necessario respectu diversarum frondium diversa non nihil esse debeant. Omissa ipsa earum forma in semine, solares radii, humoris ad nutritionem necessarii quantitas, distantia, a qua debet is progredi, ut ad locum suum deveniat, aura ipsa, & agitatio inde orta, non sunt omnino similia, sed diversitatem aliquam habent, ex qua diversitas in massas inde efformatas redundat.

XCvi. Paret igitur, varietatem illam a numero pendere combinationum possibilium in numero punctorum necessario ad sensationem, & circumstantiarum, quæ ad formationem massæ sunt necessaria-



cessariæ, adeoque ejusmodi inductionem extendi ad elementa non posse. Quin! immo illa tanta similitudo, quæ cum exigua dissimilitudine commixta invenitur in tam multis corporibus, indicat potius similitudinem ingentem in elementis. Nam ob tantum possibilem combinationum numerum, massæ elementorum etiam penitus homogeneorum debent a se invicem differre plurimum, adeoque si elementa heterogenea sint, in immensum majorem debent habere dissimilitudinem, quam ipsa prima elementa, ex quibus idcirco nullæ massæ, ne tantillo quidem, similes provenire deberent. Cum elementa multo minus dissimilia esse debeant, quam aggregata elementorum, multo magis valere debet illa quæcunque similitudo, quam in corporibus observamus, potissimum in tam multis, quæ ad eandem pertinent speciem, quam ad illorum dissimilitudinem tam exiguum illud discrimen, quod in aliis tam multis observatur. Rem autem penitus conficit illa tanta similitudo, qua superius usi sumus in primo crure exhibente impenetrabilitatem, & in postremo exhibente gravitatem generalem, quæ crura cum ob hasce proprietates corporibus omnibus adeo generales, adeo inter se in omnibus similia sint, etiam reliqui arcus curvæ exprimentis vires omnimodam similitudinem indicant pro corporibus itidem omnibus.

XCVII. Superest, quod ad hanc rem pertinet, illud unum iterum hic monendum, quod initio hujus Dissertationis innui, ipsam naturam, & ipsum analyseos ordinem nos ducere ad simplicitatem & homogeneitatem elementorum, cum nimirum, quo analysis promovetur magis, eo ad pauciora, & inter se minus discrepantia principia deveniatur, uti patet in resolutionibus Chemicis. Quam quidem rem ipsum litterarum & vocum exemplum multo melius animo sistet. Fieri utique possent nigricantes litteræ, non ductu atramenti continuo, sed punctulis rotundis nigricantibus, & ita parum a se invicem remotis, ut intervalla non nisi ope microscopii discerni possent, & quidem ipsæ litterarum formæ pro typis fieri possent ex ejusmodi rotundis sibi proximis cuspidibus constantes. Concipiatur ingens quædam Bibliotheca, cujus omnes libri constarent litteris impressis, ac sit incredibilis in ea multitudo librorum conscriptorum linguis variis, in quibus omnibus forma characterum sit eadem. Si quis scripturæ hujusmodi & linguarum ignarus circa ejusmodi libros, quos omnes a se invicem discrepantes intueretur, observationem institueret cum diligenti contemplatione, primo quidem inveniret vocum farraginem quandam, quæ in quibusdam li-



bris occurrerent sæpe, cum in aliis nusquam apparerent, & inde le-  
xica posset quædam componere totidem numero, quot idiomatica  
sunt, in quibus singulis omnes ejusdem idiomatis voces reperiren-  
tur, quæ quidem numero admodum pauca essent, discrimine illo  
ingenti tot, tam variorum librorum redactio ad illud usque adeo mi-  
nus discrimen, quod contineretur lexicis illis, & haberetur in vo-  
cibus ipsa lexis constituentibus. At inquisitione promota, facile  
adverteret, omnes illas tam varias voces constare ex 24 tantummodo  
diversis litteris, discrimen aliquod inter se habentibus in ductu li-  
nearum, quibus formantur, quarum combinatio diversa pareret o-  
mnes illas voces tam varias, ut earum combinatio libros efformaret  
usque adeo magis a se invicem discrepantes. Et ille quidem si  
aliud quodcunque sine microscopio examen institueret, nullum aliud  
inveniret magis adhuc simile elementorum genus, ex quibus diversa  
ratione combinatis orirentur ipsæ litteræ; at microscopio arrepro,  
intrueretur utique illam ipsam litterarum compositionem e punctis  
illis rotundis prorsus homogeneis, quorum sola diversa positio, ac  
distributio litteras exhiberet.

XCVIII. Hæc mihi quædam imago videtur esse eorum, quæ  
cernimus in Natura. Tam multi, tam varii illi libri corpora sunt,  
& quæ ad diversa pertinent regna, sunt tanquam diversis conscripta  
linguis. Horum omnium Chemica analysis principia quædam in-  
venit minus inter se difformia, quam sint libri, nimirum voces.  
Hæ tamen ipsæ inter se habent discrimen aliquod, ut tam multas  
oleorum, terrarum, salium species eruit Chemica analysis e diver-  
sis corporibus. Ulterior analysis horum, veluti vocum, litteras mi-  
nus adhuc inter se difformes inveniret, & ultima juxta Theoriam  
meam deveniret ad homogenea punctula, quæ ut illi circuli nigri  
litteras, ita ipsa diversas diversorum corporum particulas per solam  
dispositionem diversam efformarent: usque adeo analogia ex ipsa  
Naturæ consideratione derivata non ad difformitatem, sed ad con-  
formitatem elementorum nos ducit.

XCIX. Atque hoc demum pacto ex principiis certis, & vul-  
go receptis, per legitimam confectariorum seriem devenimus ad om-  
nem illam, quam initio proposui, Theoriam, nimirum ad legem  
virium mutuarum, & ad constitutionem primorum materiæ elemen-  
torum ex illa ipsa virium lege derivata. Videndum jam superest,  
quam uberes inde fructus per universam late Physicam colligantur,  
explicatis per eam unam præcipuis corporum proprietatibus, & na-  
turæ

**ruræ phenomenonis.** Sed antequam id aggredior, præcipuas quasdam e difficultatibus, quæ contra Theoriam ipsam vel objectæ jam sunt, vel in oculos etiam sponte incurrunt, dissolvam, uti promisi.

C. Contra vires mutuas illud solent objicere, illas esse occultas quasdam qualitates, vel etiam actionem in distans inducere. Ad hæc satis jam responsum est supra N. 8 & 9. Illud unum hic addo, admodum manifestas eas esse, quarum idea admodum facile efformatur, quarum existentia positivo argumento evincitur, quarum effectus multiplices continuo oculis observantur. Sunt autem ejusmodi hæ vires. Determinationis ad accessum, vel recessum idea efformatur admodum facile. Constat omnibus, quid sit accedere, quid recedere; constat, quid sit esse indifferens, quid determinatum; adeoque & determinationis ad accessum, vel recessum habetur idea admodum sane distincta. Argumenta itidem positiva, quæ ipsius ejusmodi determinationis existentiam probant, superius prolata sunt. Demum motus varii, qui ab ejusmodi viribus oriuntur, ut ubi corpus incurrit in aliud corpus, ubi partem solidi arreptam pars alia sequitur, ubi vaporum, vel elastrorum particulæ se invicem repellunt, ubi gravia descendunt, hi motus, inquam, quotidie incurrunt in oculos. Patet itidem saltem in genere forma curvæ ejusmodi vires exprimentis. Hæc omnia non occultam, sed patentem reddunt ejusmodi virium legem.

CI. Sunt quidem adhuc quædam, quæ ad eam pertinent, prorsus incognita, uti est numerus, & distantia intersectionum curvæ cum axe, forma arcuum intermediarum, atque alia ejusmodi, quæ quidem longe superant humanum captum, & quæ Ille solus habuit omnia simul præ oculis, qui mundum condidit; sed id omnino nil officit. Nec sane id ipsum in causa esse debet, ut non admittatur illud, cujus existentiam novimus, & cujus proprietates plures, & effectus deprehendimus, licet alia multa nobis incognita eodem pertinentia supersint. Sic aurum incognitam, occultamque substantiam nemo appellavit, & multo minus ejusdem existentiam negabit idcirco, quod admodum probabile sit, plures alias latere ipsius proprietates, olim forte detegendas, uti aliæ tam multæ subinde detectæ sunt, & quia non patet oculis, qui sit particularum ipsum componentium textus, quid, & qua ratione Natura ad ejus compositionem adhibeat. Quod autem pertinet ad actionem in distans, id abunde ibidem prævenimus, cum fieri possit, ut punctum quodvis in se ipsum agat, & ad actionis directionem, ac

energiam determinetur ab altero puncto, vel ut **DEUS** juxta liberam sibi legem a se in Natura condenda stabilitam motum pro-  
gignat in utroque puncto. Illud sane mihi est evidens, nihilo magis occultam esse, vel explicatu, & captu difficilem productionem motus per hasce vires pendentes a certis distantis, quam sit productio motus vulgo concepta per immediatum impulsu, ubi ad motum determinat impenetrabilitas, quæ itidem vel a corporum natura, vel a libera Conditoris lege reperti debet.

CII. Et quidem hoc potius pacto, quam per impulsionem, in motuum causas, & leges inquirendum esse, illud etiam satis indicat, quod ubi huc usque, impulsionem omiſſa, vires adhibitæ sunt a distantis pendentes, ibi sane tantummodo accurate definita sunt omnia, atque determinata, & ad calculum redacta cum phænomenis congruunt ultra, quam sperare liceret, accuratissime. Ego quidem ejusmodi in explicando, ac determinando felicitatem nusquam alibi video in universa Physica, nisi in Astronomia Mechanica, quæ abjectis vorticibus, atque omni impulsionem submotâ, per gravitatem generalem absolvit omnia, ac in Theoria luminis, & colorum, in quibus per vires in aliqua distantia agentes, & reflexionem, & refractionem, & diffractionem Newtonus exposuit, ac priorum duarum potissimum leges omnes per calculum, & Geometriam determinavit, & ubi illa etiam, quæ ad diversas vices facilius transmissus, & facilius reflexionis, quas Physici passim relinquunt fere intactas, ac alia multa admodum feliciter determinantur, explicanturque, quod & ego præstiti in Dissertatione de Lumine, & præstabo hic in tertia parte; cum in ceteris Physicæ partibus plerumque explicationes habeantur subsidiariis quibusdam principiis innixæ, & vagæ admodum. Unde jam illud conjectare licet, si ab impulsionem immediata penitus recedatur, & sibi constans ubique adhibeatur in Natura agendi ratio a distantis pendens, multo sane facilius, & certius explicatum iri cetera; quod quidem mihi omnino successit, ut patebit inferius, ubi Theoriam ipsam applicavero ad Naturam.

CIII. Solent & illud objicere; in hac potissimum Theoria virium committi saltum illum, ad quem evitandum ea inprimis admittitur: fieri enim transitum ab attractionibus ad repulsionem per saltum, ubi nimirum a minima ultima repulsionem ad minimam primam attractionem transitur. At isti continuatis naturam, quam supra exposuimus, nequaquam intelligunt. Saltus, cui evitando  
Theo-

*Theoria* inducitur, in eo consistit, quod ab una magnitudine ad aliam eatur sine transitu per intermediarias. Id quidem non accidit in casu exposito. Assumatur quæcunque vis repulsiva utcunque parva; tum quæcunque vis attractiva. Inter eas intercedunt omnes vires repulsivæ minores usque ad zero, in quo habetur determinatio ad conservandum præcedentem statum quietis, vel motus uniformis in directum; tum omnes vires attractivæ a zero usque ad eam determinatam vim, & nullus erit ex hisce omnibus intermediis statibus, quem aliquando non sint habitura puncta, quæ a repulsione abeunt ad attractionem. Id ipsum facile erit contemplari in Fig. 1, in qua a vi repulsiva *b* *t* ad attractionem *d* *b* itur Fig. 1. utique continuo motu puncti *b* ad *d* transeundo per omnes intermediarias, & per ipsum zero in *E*, sine ullo saltu, cum ordinata in eo motu habitura sit omnes magnitudines minores priore *b* *d* usque ad zero in *E*; tum omnes oppositas majores usque ad posteriorem *d* *b*. Qui in ea veluti imagine mentis oculos defigat, is omnem apparentem difficultatem videbit plane sibi penitus evanescere.

**CIV.** Quod autem additur de postremo repulsionis gradu, & primo attractionis, nihil sane probaret, quando etiam essent aliqui ii gradus postremi, & primi; nam ab altero eorum transiretur ad alterum per intermediū illud zero, & in eo ipso, quod illi essent postremus, ac primus, nihil omitteretur intermediū, quæ tamen sola intermediū ommissio continuitatis legem evertit, & saltum inducit. Sed nec habetur ullus gradus postremus, aut primus, sicut nulla ibi est ordinata postrema, aut prima, nulla lineola omnium minima. Data quacunque lineola utcunque exigua, aliæ illa breviores habentur minores, ac minores in infinitum sine ulla ultima, in quo ipso stat, uti supra etiam monuimus, continuitatis natura. Quamobrem qui primum, aut ultimum sibi confingit in lineola, in vi, in celeritatis gradu, in tempusculo, is naturam continuitatis ignorat, quam supra hic innui, & quam ego idcirco initio meæ Dissertationis de Lege continuitatis abunde exposui.

**CV.** Videri potest cuipiam saltem illud, ejusmodi legem vitium, & curvam, quam in Fig. 1 protuli, esse nimium complicatam, compositam, & irregularem, quæ nimirum coalescat ex ingenti numero arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum, qui inter se nullo pacto cohæreant; rem eo redire, quo erat olim, cum apud Peripatericos pro singulis proprietatibus corporum singulæ qualitates distinctæ, & pro diversis speciebus diversæ formæ sub-

stantiales confingebantur ad arbitrium. Sunt autem, qui & illud addunt, repulsionem, & attractionem esse virium genera inter se diversa; satius esse, alteram tantummodo adhibere, & repulsionem explicare tantummodo per attractionem minorem.

CVI. Inprimis quod ad hoc postremum pertinet, satis patet, per positivam meæ Theoriæ probationem immediate evinci repulsionem ita, ut a minore attractione repeti omnino non possit; nam duæ materiæ particulæ si etiam solæ in Mundo essent, & ad se invicem cum aliqua velocitatum inæqualitate accederent, deberent utrique ante contactum ad æqualitatem devenire vi, quæ a nulla attractione pendere posset.

CVII. Deinde quod pertinet ad diversas species attractionis & repulsionis, id quidem licet ita se haberet, nihil sane obesset, cum positivo argumento evincatur & repulsio, & attractio, uti vidimus; at id ipsum est omnino falsum. Utraque vis ad eandem pertinet speciem, cum altera respectu alterius negativa sit, & negativa a positivis specie non differant. Alteram negativam esse respectu alterius, patet inde, quod tantummodo differant in directione, quæ in altera est prorsus opposita directioni alterius; in altera enim habetur determinatio ad accessum, in altera ad recessum, & uti recessus, & accessus sunt positivum, ac negativum; ita sunt pariter & determinationes ad ipsos. Quod autem negativum, & positivum ad eandem pertineant speciem, id sane patet vel ex eo principio: *magis & minus non differunt specie*. Nam a positivo per continuam subtractionem, nimirum diminutionem, habentur prius minora positiva, tum zero, ac demum negativa, continuando subtractionem eandem.

CVIII. Id facile patet exemplis solitis. Eat aliquid contra fluvii directionem versus locum aliquem superiori alveo proximum, & singulis minutis perficiat remis, vel vento 100 hexapedas, dum a cursu fluvii retroagitur per hexapedas 40; is habet accessum hexapedarum 60 singulis minutis. Crescat autem continuo impetus fluvii ita, ut retroagatur per 50, tum per 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 &c. Is accedet per 50, 40, 30, 20, 10, nihil; tum recedet per 10, 20, quæ erunt negativa priorum; nam erat prius  $100 - 50$ ,  $100 - 60$ ,  $100 - 70$ ,  $100 - 80$ ,  $100 - 90$ , tum  $100 - 100 = 0$ ,  $100 - 110 = -10$ ,  $100 - 120 = -20$ , & ita porro. Continua imminutione, sive subtractione itum est a positi-

sitivis in negativa, ab accessu ad recessum, in quibus idcirco eadem species manet, non duæ diversæ.

CLX. Idem autem & algebraicis formulis, & geometricis lineis satis manifeste ostenditur. Sit formula  $10 - x$  & pro  $x$  ponantur valores 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 &c.; valor formulæ exhibebit 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2 &c., quod eodem redit, quo erat superius in accessu & recessu, qui exprimerentur simul per formulam  $10 - x$ . Eadem illa formula per continuam mutationem valoris  $x$  migrat e valore positivo in negativum, qui æque ad eandem formulam pertinent. Eodem pacto in Geometria in Fig. 11, si duæ lineæ MN, OP referantur invicem per ordinatas AB, CD &c. parallelas inter se, secant autem se in E, continuo motu ipsius ordinatæ a positivo abitur in negativum, mutata directione AB, CD, quæ hic habentur pro positivis, in FG, HI, postevanescentiam in E. Ad eandem lineam continuam OEP æque pertinet omnis ea ordinarum series, nec est altera linea, alter locus Geometricus OE, ubi ordinatæ sunt positivæ, ac EP, ubi sunt negativæ. Jam vero variabilis quantitatis cujusvis natura & lex plerumque per formulam aliquam analyticam, semper per ordinatas ad lineam aliquam exprimi potest; si enim singulis ejus statibus ducatur perpendicularis respondens, vertices omnium ejusmodi perpendicularium erunt utique ad lineam quandam continuam. Si ea linea nusquam ad alteram abeat axis partem, si ea formula nulum valorem negativum habeat; illa etiam quantitas semper positiva manebit. Sed si mutet latus linea, vel formula valoris signum, ipsa illa quantitas debet itidem ejusmodi mutationem habere. Ut autem a formulæ, vel lineæ exprimentis natura, & positione respectu axis mutatio pendet, ita mutatio eadem a natura quantitatis illius pendeat; & ut non duæ formulæ, nec duæ lineæ speciei diversæ sunt, quæ positiva exhibent, & negativa; ita nec in ea quantitate duæ erunt naturæ, duæ species, quarum altera exhibeat positiva, altera negativa, ut altera progressus, altera regressus; altera accessus, altera recessus; & hic altera attractiones, altera repulsionem exhibeat, sed eadem erit, unica, & ad eandem pertinens quantitatis speciem tota.

CX. Quin immo hic laudem habet argumentum quoddam, quod usus sum in Dissertatione de Lege Continuaris, quo nimirum Theoria virium attractivarum, & repulsivarum pro diversis distantibus, multo magis rationi consentanea evincitur, quam Theoria

Fig. 11.

ria

ria virium tantummodo attractivarum, vel tantummodo repulsivarum. Fingamus nos ignorare penitus, quodnam virium genus in natura existat, an tantummodo attractivarum, vel repulsivarum tantummodo, an utrumque: hac sane ratiocinatione ad eam perquisitionem uti liceret. Erit utique aliqua linea continua, quæ per suas ordinatas ad axem exprimentem distantias, vires ipsas determinabit, & prout ipsa axem secuerit, vel non secuerit, vires erunt alibi attractivæ, alibi repulsivæ; vel ubique attractivæ tantum, aut repulsivæ tantum. Videndum igitur, an sit rationi consentaneum magis, lineam ejus naturæ, & positionis censere, ut axem alicubi secet, an ut non secet.

CXI. Inter rectas axem rectilineum unica parallela ducta per quodvis datum punctum non secat, omnes aliæ numero infinitæ secant alicubi. Curvarum nulla est, quam infinitæ numero rectæ secare non possint; & licet aliquæ curvæ ejus naturæ sint, ut eas aliquæ rectæ non secant; tamen & eas ipsas aliæ infinitæ numero rectæ secant; & infinitæ numero curvæ, quod Geometriæ sublimioris peritis est notissimum, sunt ejus naturæ, ut nulla prorsus sit recta linea, a qua possint non secari. Hujusmodi ex. gr. est Parabola illa, cujus ordinatæ sunt in ratione triplicata abscissarum. Quare infinitæ numero curvæ sunt, & infinitæ numero rectæ, quæ sectionem necessario habeant, pro quavis recta, quæ non habeat, & nulla est curva, quæ sectionem cum axe habere non possit. Ergo inter casus possibiles multo plures sunt ii, qui sectionem admittant, quam qui ea careant; adeoque seclusis rationibus aliis omnibus, & sola casuum probabilitate, & rei natura abstracte considerata, multo magis rationi consentaneum est, censere lineam illam, quæ vires exprimat, esse unam ex iis, quæ axem secant, quam ex iis, quæ non secant, adeoque & ejusmodi esse virium legem, ut attractiones, & repulsiones exhibeat simul pro diversis distantis, quam ut alteras tantummodo referat; usque adeo rei natura considerata non solam attractionem, vel solam repulsionem, sed utramque nobis objicit simul.

CXII. Sed eodem argumento licet ulterius quoque progredi, & primum etiam difficultatis caput amovere, quod a sectionum, & idcirco etiam arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum multiplicitate desumitur. Curvas lineas Geometriæ in quasdam classes dividunt ope analyseos, quæ earum naturam exprimit per illas, quas Analystæ appellant, æquationes, & quæ ad varios gradus ascen-

ascendunt. *Æquationes primi gradus exprimunt rectas; æquationes secundi gradus curvas primi generis; æquationes tertii gradus curvas secundi generis, atque ita porro; & sunt curvæ, quæ omnes gradus transcendunt finitæ algebræ, & quæ idcirco dicuntur transcendentes.* Porro illud demonstrant *Geometræ in Analysi ad Geometriam applicata*, lineas, quæ exprimuntur per æquationem primi gradus, posse secari a recta in unico puncto; quæ æquationem habent gradus secundi, tertii, & ita porro, secari posse a recta in punctis duobus, tribus, & ita porro: unde fit, ut curva noni, vel nonagesimi noni generis secari possit a recta in punctis decem, vel centum.

CXIII. Jam vero curvæ primi generis sunt tantummodo tres conicæ sectiones, ellipsis, parabola, hyperbola, adnumerato ellipsis etiam circulo, quæ quidem veteribus quoque Geometris innotuerunt. Curvas secundi generis enumeravit Newtonus omnium primus, & sunt circiter octoginta; curvarum generis tertii nemo adhuc numerum exhibuit accuratum, & mirum sane, quantus sit is ipse illarum numerus. Sed quo altius affurgit curvæ genus, eo plures in eo genere sunt curvæ, progressionem ita in immensum crescente, ut ubi aliquanto altius ascenderit genus ipsam, numerus curvarum omnem superet humanæ imaginationis vim. Idem nimirum ibi accidit, quod in combinationibus terminorum, de quibus supra mentionem fecimus, ubi diximus a 24 litterulis omnes exhiberi voces linguarum omnium, & quæ fuerint, aut sunt, & quæ esse possunt.

CXIV. Inde jam primum est argumentationem hujusmodi instituere. Numerus linearum, quæ axem secare possint in punctis quam plurimis, est in immensum major earum numero, quæ non possint, nisi in paucis, vel unico: igitur ubi agitur de linea exprimente legem virium, ei, qui nihil aliunde sciat, in immensum probabilius erit, ejusmodi lineam esse ex priorum genere unam, quam ex genere posteriorum, adeoque ipsam virium naturam plurimos requirere transitus ab attractionibus ad repulsiones, & vice versa, quam paucos vel nullum.

CXV. Sed omissa ista conjecturali argumentatione quadam, formam curvæ exprimentis vires positivo argumento a phænomenis naturæ deducto nos supra determinavimus cum plurimis intersectionibus, quæ transitus ejusmodi quam plurimos exhibeant. Nec ejusmodi curva debet esse et pluribus arcibus temere compaginata, & compacta: diximus enim, eorum esse Geometris, infinita esse

H

cur-



curvarum genera, quæ ex ipsa natura sua debeant axem in plurimis secare punctis, adeoque & circa ipsum sinuari; sed præter hanc generalem responſionem deſumptam a generali curvarum natura, in Diſſertatione de Lege Virium in Natura exiſtentium ego quidem directe demonſtravi, curvam illius ipſius formæ, cujuſmodi ea eſt, quam in Fig. 1 exhibui, ſimplicem eſſe poſſe, non ex arcubus diverſarum curvarum compoſitam. Simplicem autem ejusmodi curvam affirmavi eſſe poſſe: eam enim ſimplicem appello, quæ tota eſt uniformis naturæ, quæ in Analyſi exponi poſſit per æquationem non reſolubilem in plures, e quarum multiplicatione eadem componatur, cujuſcunque demum ea curva ſit generis, quoruncunque habeat flexus, & contorſiones. Nobis quidem altiorum generum curvæ videntur minus ſimplices, quia nimirum noſtræ humanæ menti, uti pluribus oſtendi in Diſſertatione de Maris æſtu, & in Strayanis Supplementis, recta linea videtur omnium ſimpliciſſima, cujuſ congruentiam in ſuperpoſitione intruemur mentis oculis evidentiffime, & ex qua una omnem nos homines noſtram derivamus Geometriam; ac idcirco quæ lineæ a recta recedunt magis, & diſcrepant, illas habemus pro compoſitis, & magis ab ea ſimplicitate, quam nobis conſinximus, recedentibus. At vero lineæ continuæ, & uniformis naturæ omnes in ſe ipſis ſunt æque ſimplices; & aliud mentium genus, quod cujuſpiam ex ipſis proprietatem aliquam æque evidenter intueretur, ac nos intuemur congruentiam rectarum, illas maxime ſimplices eſſe crederet curvas lineas, ex illarum proprietate longe alterius Geometriæ ſibi elementa conficeret, & ad illam ceteras referret lineas, ut nos ad rectam referimus; quæ quidem mentes ſi aliquam exempli gratia parabolæ proprietatem intime perſpicerent, atque intuerentur, non illud quærerent, quod noſtri Geometriæ quærent, ut parabolam rectificarent, ſed, ſi ita loqui fas eſt, ut rectam *parabolarent*.

CXVI. Et quidem analyſeos ipſius profundiorẽ cognitionem requirit ipſa inveſtigatio æquationis, qua poſſit exprimi curva ejus formæ, quæ meam exhibet virium legem. Quamobrem hic tantummodo exponam conditiones, quas ipſa curva habere debet, & quibus æquatio ibi inventa ſatis facere debeat. (c) Continetur autem

(c) Qui velit ipſam rei determinationem videre, poterit hic in fine, ubi ſupplementorum §. 1 exhibebitur ſolutio problematis, qua in memorata Diſſertatione continetur a Num. 77 ad 110. Sed & numerorum ordo, & figurarum mutabitur, ut cum reliquis hujusce operis coharcat.

autem id ipsum Num. 75, ubi habetur hujusmodi Problema: *Invenire naturam curvæ, cujus abscissis exprimentibus distantias, ordinatæ expriment vires, mutatis distantis utcumque mutatas, & in datis quocumque limitibus transeuntibus e repulsivis in attractivas, ac ex attractivis in repulsivas, in minimis autem distantis repulsivas, & ita crescentes, ut sint pares extinguendæ cuique velocitati utcumque magnæ.* Proposito problemate illud addo: *quoniam posuimus mutatis distantis utcumque mutatas, complectitur propositio etiam rationem, quæ ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum accedat, quantum libuerit, in quibusdam satis magnis distantis.*

CXVII. His propositis Numero illo 75, sequenti numero propono sequentes sex conditiones, quæ requirantur, & sufficiant ad habendam curvam, quæ quæritur. *Primo: ut sit regularis ac simplex, & non composita, ex aggregato arcuum diversarum curvarum. Secundo: ut sciet axem CAC Fig. 1 tantum in punctis quibusdam datis ad binas distantias AE, AE; AG, AG, & ita porro æquales (d) hinc & inde. Tertio: ut singulis abscissis respondeant singulæ ordinatæ. (e) Quarto: ut sumptis abscissis æqualibus hinc & inde ab A, respondeant ordinatæ æquales. Quinto: ut habeant rectum AB pro asymptoto, area asymptotica BAED existente (f) infinita. Sexto: ut arcus binis quibuscumque intersectionibus terminati, possint variari, ut libuerit, & ad quascumque distantias recedere ab axe CAC, ac accedere ad quoscumque quoruncumque curvarum arcus, quantum libuerit, eos secando, vel tangendo, vel osculando ubicumque, & quomodocumque libuerit.*

CXVIII. Verum quod ad multipliciter virium pertinet, quas diversis jam Physici nominibus appellant, illud hic etiam notari potest, si quis singulas seorsum considerare velit, licere illud etiam, hanc curvam in se unicam per resolutionem virium cogitatione nostra, atque fictione quadam, dividere in plures. Si ex. gr. quis velit considerare in materia gravitatem generalem accurate re-

H 2

cipro-

- (d) Id, ut & quarta conditio, requiritur, ut curva utrinque sit sui similis, quod ipsam magis uniformem reddit; quanquam de illo erare, quod est citra asymptotum AB, nihil est, quod solliciti simus, cum ob vim repulsivam imminutis distantis ita in infinitum exerescentem, non possit abscissa distantiam exprimens unquam evadere zero, & abire in negativam.
- (e) Nam singulis distantis singulæ vires respondent.
- (f) Id requiritur, quia in Mechanica demonstratur, aream curvæ, cujus abscissa expriment distantias, & ordinatæ vires, exprimere incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis: quare ut illa vires sint pares extinguendæ velocitati cuiusvis utcumque magnæ, debet illa area esse omni finita major.

reciprocam distantiarum quadratis, poterit sane is describere ex parte attractiva hyperbolam illam, quæ habeat accurate ordinatas in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ quidem erit quædam velut continuatio cruris  $VST$ , tum singulis ordinatis  $ag$ ,  $bd$  cur-  
 Fig. 1. væ virium expressæ in Fig. 1 adjungere ordinatas hujus novæ hyperbolæ ad partes  $AB$  incipiendo a punctis curvæ  $g$ ,  $h$ , & eo pacto orietur nova quædam curva, quæ versus partes  $Vp$  coincidit ad sensum cum axe  $oC$ , in reliquis locis ab eo distabit, & contorquebitur etiam circa ipsum, si vertexes  $F$ ,  $K$ ,  $O$  distiterint ab axe magis, quam distet ibidem hyperbola illa. Tum poterit dici, puncta omnia materiæ habere gravitatem decreascentem accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, & simul habere vim aliam expressam ab illa nova curva: nam idem erit, concipere simul hasce binas leges virium, ac illam præcedentem unicam, & idem effectus orientur.

CXIX. Eodem pacto hæc nova curva potest dividi in alias duas, vel plures, concipiendo aliam, quamcunque vim, ut ut accurate servantem quasdam determinatas leges, sed simul mutando curvam jam genitam, translatis ejus punctis per intervalla æqualia ordinatis respondentibus novæ legi assumptæ. Hoc pacto habebuntur plures etiam vires diversæ, quod aliquando, ut in resolutione virium accidit, inserviet ad faciliorem determinationem effectuum, & ea erit itidem vera virium resolutio quædam; sed id omne erit nostræ mentis partus quidam; nam reipsa unica lex virium habebitur, quam in Fig. 1 exposui, & quæ ex omnibus ejusmodi legibus componetur.

CXX. Quoniam autem hic mentio injecta est gravitatis decreascentis accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, cavendum, ne cui difficultatem aliquam pariat illud, quod apud Physicos, & potissimum apud Astronomiæ mechanicæ cultores, habetur pro comperto, gravitatem decreascentem in ratione reciproca duplicata distantiarum accurate, cum in hac mea Theoria lex virium discedat plurimum ab ipsa ratione duplicata distantiarum. Inprimis in minoribus distantis vis integra, quam in se mutuo exercent particulæ, omnino plurimum discrepat a gravitate, quæ sit in ratione reciproca duplicata distantiarum. Nam & vapores, qui tantam exercent vim ad se expandendos, repulsionem habent utique in illis minimis distantis a se invicem, non attractionem; & ipsa attractio, quæ in cohesione se prodit, est illa quidem in immensum major, quam quæ

ex

ex generali gravitate consequitur : cum ex ipsis Newtoni compertis attractio gravitati respondens in globos homogeneos diversarum diametrorum sit in eadem ratione, in qua sunt globorum diametri, adeoque vis ejusmodi in exiguum particulam est minor gravitate corporum in terram, quo minor est diameter particulæ diametro totius terræ, adeoque penitus insensibilis. Et idcirco Newtonus aliam admisit vim pro cohesione, quæ decreseat in ratione majore, quam sit reciproca duplicata distantiarum; & multi ex Newtonianis admiserunt vim respondentem huic formulæ  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ , cujus prior pars respectu posterioris sit in immensum minor, ubi  $x$  sit in immensum major unitate assumpta; sit vero major, ubi  $x$  sit in immensum minor, ut idcirco in satis magnis distantis evanescente ad sensum prima parte, vis remaneat quam proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum  $x$ , in minimis vero distantis sit quam proxime in ratione triplicata : usque adeo ne apud Newtonianos quidem servatur omnino accurate ratio duplicata distantiarum.

CXXI. Demonstravit quidem Newtonus, in ellipsis Planetariis, eam, quam Astronomi lineam apsidum nominant, & est axis ellipseos, habituram ingentem motum, si ratio virium a reciproca duplicata distantiarum aliquanto magis aberraret, cumque ad sensum quiescant in earum orbitis apsidum lineæ, intulit, eam rationem observari omnino in gravitate. At id nequaquam evincit, accurate servari illam legem, sed solum proxime, neque inde ullum efficax argumentum contra meam Theoriam deduci potest. Nam imprimis nec omnino quiescunt illæ apsidum lineæ, sive, quod idem est, aphelia Planetarum, sed motu exiguo quidem, at non insensibili prorsus, moventur etiam respectu fixarum, adeoque motu non tantummodo apparente, sed vero. Tribuitur is motus perturbationi virium ortæ ex mutua Planetarum actione in se invicem; at illud utique huc usque nondum demonstratum est, illum motum accurate respondere actionibus reliquorum Planetarum agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum; neque enim adhuc sine contemptibus pluribus, & approximationibus a perfectione, & exactitudine admodum remotis solum est problema, quod appellant, trium corporum, quo quæretur motus trium corporum in se mutuo agentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, ac illæ ipsæ adhuc amodum imperfectæ solutiones, quæ prolatae huc usque sunt, inserviunt tantummodo particularibus quibusdam casibus, ut ubi unum corpus sit maximum, & remotissimum, quem-

admodum sol, reliqua duo admodum minora, & inter se proxima, ut est Luna, ac Terra, vel remota admodum a majore, & inter se, ut est Jupiter, & Saturnus. Hinc nemo hucusque accuratum instituit, aut etiam instituere potuit calculum pro actione perturbativa omnium Planetarum; quibus si accedat actio perturbativa Cometarum, qui nec quam multi sint, nec quam longe abeant, sciuntur, multo magis evidenter patebit, nullum inde confici posse argumentum pro accurata penitus ratione reciproca duplicata distantiarum.

CXXII. Clairautius quidem in schediasmate ante aliquot annos impresso, crediderat ex ipsis motibus lineæ apsidum Lunæ colligi sensibilem recessum a ratione reciproca duplicata distantiae, & Eulerus in Dissertatione de Aberrationibus Jovis & Saturni, quæ præmium rerulit ab Academia Parisiensi An. 1748, censuit, in ipso Jove, & Saturno haberi recessum admodum sensibilem ab illa ratione; sed id quidem ex Calculi defectu non satis producti sibi accidisse Clairautius ipse agnovit, ac edidit; & Eulero quid simile accidisse constat, nec ullum habetur positivum argumentum pro ingenti recessu Gravitatis Generalis a ratione duplicata distantiarum in distantia Lunæ, & multo magis in distantia Planetarum. Verum nec ullum habetur argumentum positivum pro ratione ita penitus accurata, ut discrimen sensum omnem prorsus effugiat. At & si id haberetur, nihil tamen pati posset inde Theoria mea, cum arcus ille meæ curvæ postremus VT possit accedere, quantum libuerit, ad arcum illius hyperbolæ, quæ legem gravitatis reciprocam quadratorum distantiae, ipsam tangendo, vel osculando in punctis quotcunque, & quibuscunque; adeoque ita possit accedere, ut discrimen in iis majoribus distantis sensum omnem effugiat, & effectus nullum habeant sensibile discrimen ab effectu, qui responderet ipsi legi gravitatis, si accurate servaret proportionem cum quadratis distantiarum reciproce sumptis.

CXXIII. Nec vero quidquam ipsi meæ virium Theoriæ obfunt Meditationes Maupertuisii, ingeniosæ illæ quidem, sed meo quidem judicio non satis conformes naturæ legibus circa legem virium decrefcentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, cujus ille perfectiones quasdam persequitur, ut illam, quod in hac una integri globi habeant eandem virium legem, quam singulæ particulæ. Demonstravit enim Newtonus, globos, quorum singuli paribus a centro distantius homogenei sint; & quorum particulæ  
mini-

minimæ se attrahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, se itidem attrahere in eadem ratione distantiarum reciproca duplicata. Ob hasce perfectiones hujus Theoriæ virium ipse censuit hanc legem reciprocam duplicatam distantiarum ab Authore Naturæ selectam fuisse, quam in natura esse vellet.

CXXIV. At mihi quidem inprimis nec unquam placuit, nec placebit sane unquam in investigatione Naturæ causarum finalium usus, quas tantummodo ad meditationem quandam, contemplationemque, usui esse posse arbitror, ubi leges Naturæ aliunde innotuerint. Nam nec perfectiones omnes innotescere nobis possunt, qui intimas rerum naturas nequaquam inspicimus, sed externas tantummodo proprietates quasdam agnoscimus, nec fines omnes, quos Naturæ Author sibi potuit proponere, ac proposuit, dum Mundum conderet, videre, & nosse omnino non possumus. Quin immo cum juxta ipsos Leibnitianos inprimis, aliosque omnes defensores acerrimos principii rationis sufficientis, & Mundi perfectissimi, qui inde consequitur, multa quidem in ipso Mundo sunt mala, sed Mundus ipse idcirco est optimus, quod ratio boni ad malum in hoc, qui electus est, omnium est maxima; fieri utique poterit, ut in ea ipsius Mundi parte, quam hic, & nunc contemplamur, id, quod electum fuit, debuerit esse non illud bonum, in cujus gratiam tolerantur alia mala, sed illud malum, quod in aliorum bonorum gratiam toleratur. Quamobrem si ratio reciproca duplicata distantiarum esset omnium perfectissima pro viribus mutuis particularum, non inde utique sequeretur, eam pro Natura fuisse electam & constitutam.

CXXV. At nec revera perfectissima est, quin immo meo quidem judicio est omnino imperfecta, & tam ipsa, quam aliæ plurimæ leges, quæ requirunt attractionem imminutis distantiiis crescentem in ratione reciproca duplicata distantiarum, ab absurda deducunt plurima, vel saltem ad inextricabiles difficultates, quod ego quidem tum alibi etiam, tum inprimis demonstravi in Dissertatione de Lege Virium in Natura existentium a Num. 59. (g) Accedit autem illud, quod illa, quæ videtur ipsi esse perfectio maxima, quod nimirum eandem sequantur legem globi integri, quam particulæ minimæ, nulli fere usui est in natura, si res accurate ad exactitudinem absolutam exigatur, cum nulli in natura sint accurate perfecti glo-

(g) Quæ huc pertinent, & continentur novem numeris ejus Dissertationis incipiendo a 59, habentur in fine supplcm. §. 2.

globi partibus a centro distantis homogenei, sic præter non exiguam inæqualitatem interioris textus, & irregularitatem, quam ego quidem in Tellure nostra demonstravi in Opere, quod de *Litteraria Expeditione per Pontificiam diuisionem* inscripsi; in reliquis autem Planetis & Cometis suspicari possumus ex ipsa saltem analogia, præter scabritiem superficiæ, quæ utique est aliqua, ipsa rotatione circa proprium axem induci in omnibus compressionem aliquam, quæ ut ut exigua, exactam globositatem impedit, adeoque illam assumptam perfectionem maximam corrumpit. Accedit autem & illud, quod Newtoniana determinatio rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum locum habet tantummodo in globis materia continua constantibus sine ullis vacuolis, qui in Natura non existunt, & multo minus a me admitti possunt, qui non vacuum tantummodo admitto disseminatum in materia, ut Philosophi jam sane passim, sed materiam in immenso vacuo innatantem, & punctula a se invicem remota, ex quibus, qui apparentes globi fiant, illam habere proprietatem non possunt rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum, adeoque nec illius perfectionis creditæ maximæ perfectam, absolutamque applicationem.

CXXVI. Demum & illud nonnullis difficultatem parit summam in hac Theoria Virium, quod censeant, phænomena omnia per impulsione[m] explicari debere, & immediatum contactum, quem ipsum credant evidenti sensuum testimonio evinci: hinc hujusmodi nostras vires *immechanicas* appellant, & eas, ut & Newtonianorum generalem gravitatem, vel idcirco rejiciunt, quod Mechanicæ non sint, & Mechanismum, quem Newtoniana Theoria labefactare cæperat, penitus evertant. Addunt autem etiam per jocum ex serio argumento petito a sensibus, baculo utendum esse ad persuadendum neganti contactum. Hic quidem, quod ad sensuum testimonium pertinet, exponam uberius infra, ubi de extensione agam, quæ eo in genere habeamus præjudicia, & unde; cum nimirum ipsis sensibus tribuamus id, quod nostræ ratiocinationis, atque illationis vitio est tribuendum. Satis erit hic monere illud, ubi corpus ad nostra organa satis accedat, vim repulsivam, saltem illam ultimam, debere in organorum ipsorum fibris excitare motus illos ipsos, qui excitantur in communi sententia ab impenetrabilitate, & contactu, adeoque eundem tremorem ad cerebrum propagari, & eandem excitari debere in anima perceptionem, quæ in communi sententia excitaretur; quam ob rem ab iis sensationibus, quæ in hac ipsa  
 Theo-

**Theoria Virium haberentur**, nullum utique argumentum desumi potest contra ipsam, quod ullam vim habeat utcumque tenuem.

**CXXVII.** Quod pertinet ad explicationem phaenomenorum per impulsione[m] immediatam, monui sane superius, quanto felicius, ea prorsus omissa, Newtonus explicarit Astronomiam & Opticam; & patebit inferius, quanto felicius phaenomena quæque præcipua sine ulla immediata impulsione explicantur. Cum iis exemplis, tum aliis, commendatur abunde ea ratio explicandi phaenomena, quæ adhibet vires agentes in aliqua distantia. Ostendant isti vel unicum exemplum, in quo positive probare possint, per immediatam impulsione[m] communicari motum in natura. Id sane ii præstabant nunquam, cum oculorum testimonio ad excludendas distantias illas minimas, ad quas primum crus repulsivum pertinet, & contorsiones curvæ circa axem, quæ oculos necessario fugiunt, adhibere non possint; cum e contrario ego positivo argumento superius excluderim immediatum contactum omnem, & positive probaverim, ipsum, quem ii ubique volunt, haberi nusquam.

**CXXVIII.** De nominibus quidem non esset, cur sollicitudinem haberem ullam; sed ut & in iisdem aliquid præjudicio cuidam, quod ex communi loquendi usu provenit, illud notandum duco, Mechanicam non utique ad solam impulsione[m] immediatam fuisse restrictam unquam ab iis, qui de ipsa tractarunt, sed ad liberos in primis adhibitam contemplandos motus, qui independenter ab omni impulsione habeantur. Quæ Archimedes de æquilibrio tradidit, quæ Galilæus de libero gravium descensu, ac de projectis, quæ de centralibus in circulo viribus, & oscillationis centro Hugenus, quæ Newtonus generaliter de motibus in trajectoriis quibuscunque, utique ad Mechanicam pertinent, & Wolfiana, & Euleriana, & aliorum Scriptorum Mechanica passim utique hujusmodi vires, & motus inde ortos contemplatur, qui fiant impulsione vel exclusa penitus, vel saltem mente seclusa. Ubicunque vires agant, quæ motum materiæ gignant, vel immutent, & leges expendantur, secundum quas velocitas oriatur, mutetur motus, ac motus ipsi determinentur, id in primis ad Mechanicam pertinet in admodum propria significatione acceptam. Quamobrem ii maxime ea ipsa propria vocum significatione abutuntur, qui impulsione[m] unicam ad Mechanismum pertinere arbitrantur, ad quem hæc virium genera pertinent multo magis, quæ idcirco appellari jure possunt vires Mechanicæ, & quidquid per illas fit, jure affirmari potest.



est fieri per Mechanismum, nec vero incognitum & occultum, sed uti supra demonstravimus, admodum patentem, & manifestum.

CXXIX. Eodem etiam pacto in omnino propria significatione usurpare licebit vocem *contactus*, licet intervallum semper remaneat aliquod, quanquam ego ad æquivocationes evitandas soleo distinguere inter contactum *Mathematicum*, in quo distantia sit prorsus nulla, & contactum *physicum*, in quo distantia sensus effugit omnes, & vis repulsiva satis magna ulteriorem accessum per nostras vires inducendum impedit. Voces ab hominibus institutæ sunt ad significandas res corporeas, & corporum proprietates, prout nostris sensibus subsunt, iis, quæ continentur infra ipsos, nihil omnino curatis. Sic planum, sic læve proprie dicitur id, in quo nihil, quod sensu percipi possit, sinuetur, nihil promineat; quanquam in communi etiam sententia nihil sit in Natura Mathematicæ planum, vel læve. Eodem pacto & nomen contactus ab hominibus institutum est, ad exprimendum physicum illum contactum tantummodo, sine ulla cura contactus mathematici, de quo nostri sensus sententiam ferre non possunt. Atque hoc quidem pacto si adhibeantur voces in propria significatione illa, quæ ipsarum institutioni respondeat, ne a vocibus quidem ipsis huic Theoriæ virium invidiam creare poterunt ii, quibus ipsa non placent.

CXXX. Atque hæc de iis, quæ contra ipsam virium legem a me propositam vel objecta sunt hæctenus, vel objici possent, sint satis, ne res in infinitum excrescat. Nunc ad illa transibimus, quæ contra constitutionem elementorum materiæ inde deductam se menti offerunt, in quibus itidem, quæ maxime notatu digna sunt, persequar.

CXXXI. Inprimis quod pertinet ad hanc constitutionem elementorum materiæ, sunt sane multi, qui nullo pacto in animum sibi possint inducere, ut admittant puncta prorsus indivisibilia, & inextensa, quod nullam se dicant habere posse eorum ideam. At id hominum genus præjudicii quibusdam tribuit multo plus æquo. Ideas omnes, saltem eas, quæ ad materiam pertinent, per sensus hausimus. Porro sensus nostri nunquam potuerunt percipere singula elementa, quæ nimirum vires exerunt nimis tenues ad movendas fibras, & propagandum motum ad cerebrum: massis indiguerunt, sive elementorum aggregatis, quæ ipsas impellerent collata vi. Hæc omnia aggregata constabant partibus, quarum partium extremæ sumptæ hinc, & inde, debebant a se invicem distare per ali-  
quod

quod intervallum, nec ita exiguum. Hinc factum est, ut nullam unquam per sensus acquirere potuerimus ideam pertinentem ad materiam, quæ simul & extensionem, & partes, ac divisibilitatem non involverit. Atque idcirco quotiescunque punctum nobis animo sistimus, nisi reflexione utamur, habemus ideam globuli cujusdam perquam exigui, sed tamen globuli rotundi, habentis binas superficies oppositas distinctas.

CXXXII. Quamobrem ad concipiendum punctum indivisibile, & inextensum, non debemus consulere ideas, quas immediate per sensus hausimus, sed eam nobis debemus efformare per reflexionem. Reflexione adhibita non ita difficulter efformabimus nobis ideam ejusmodi. Nam inprimis ubi & extensionem, & partium compositionem conceperimus, si utramque negemus, jam inextensi, & indivisibilis ideam quamdam nobis comparabimus per negationem illam ipsam eorum, quorum habemus ideam; uti foraminis ideam habemus utique negando existentiam illius materiæ, quæ deest in loco foraminis.

CXXXIII. Verum & positivam quamdam indivisibilis, & inextensi puncti ideam poterimus comparare nobis ope Geometriæ, & ope illius ipsius ideæ extensi continui, quam per sensus hausimus, & quam inferius ostendemus, fallacem esse, ac fontem ipsum fallaciæ ejusmodi aperiemus, quæ tamen ipsa ad indivisibilem, & inextensum ideam nos ducet admodum claram. Concipiamus planum quoddam prorsus continuum, ut mensam, longum ex. gr. pedes duos; atque id ipsum planum concipiamus secari transversum secundum longitudinem ita, ut tamen iterum post sectionem jungantur partes, & se contingant. Sectio illa erit utique limes inter partem dexteram, & sinistram, longus quidem pedes duos, quanta erat plani longitudo, at latitudinis omnino expers: nam ab altera parte immediate motu continuo transitur ad alteram, quæ, si illa sectio crassitudinem haberet aliquam, non esset priori contigua. Illa sectio est limes secundum crassitudinem inextensus, & indivisibilis, cui si occurrat altera sectio transversa eodem pacto indivisibilis, & inextensa, oportebit utique, intersectio utriusque in superficie plani concepti nullam omnino habeat extensionem in partem quamcunque. Id erit punctum penitus indivisibile, & inextensum, quod quidem punctum, translato plano, movebitur, & motu suo lineam describet, longam quidem, sed latitudinis expertem.

CXXXIV. Quo autem melius ipsius indivisibilis natura concipi possit, quærat a nobis quispiam, ut aliam faciamus ejus planæ massæ sectionem, quæ priori ita sit proxima, ut nihil prorsus inter utramque intersit. Respondebimus sane, id fieri non posse: vel enim inter novam sectionem & veterem intercedet aliquid ejus materiæ, ex qua planum continuum constare concipimus, vel nova sectio congruet penitus cum præcedente. En quomodo ideam acquiramus etiam ejus naturæ indivisibilis illius, & inextensi, ut aliud indivisibile, & inextensum ipsi proximum esse sine medio intervallo non admittat, sed vel cum eo congruat, vel aliquod intervallum relinquat inter se & ipsum. Atque hinc patebit etiam illud, non posse promoveri planum ipsum ita, ut illa sectio promoveatur tantummodo per spatium latitudinis sibi æqualis. Utcunque exiguus fuerit motus, jam ille novus sectionis locus distabit a præcedente per aliquod intervallum, cum sectio sectioni contigua esse non possit.

CXXXV. Hæc si ad concursum sectionum transferamus, habebimus utique non solum ideam puncti indivisibilis, & inextensi, sed ejusmodi naturæ puncti ipsius, ut aliud punctum sibi contiguum habere non possit, sed vel congruant, vel aliquo a se invicem intervallo distent. Et hoc pacto sibi & Geometræ ideam sui puncti indivisibilis & extensi, facile efformare possunt, quam quidem etiam efformant sibi ita, ut prima Euclidis definitio jam inde incipiat: *punctum est, cujus nulla pars est*. Post hujusmodi ideam acquisitam illud unum intererit inter Geometricum punctum, & punctum physicum materiæ, quod hoc secundum habebit proprietates reales vis inertiae, & virium illarum activarum, quæ cogent duo puncta ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, unde fiet, ut ubi satis accesserint ad organa nostrorum sensuum, possint in iis excitare motus, qui propagati ad cerebrum, perceptiones ibi eliciant in anima, quo pacto sensibilia erunt, adeoque materialia & realia, non pure imaginaria.

CXXXVI. En igitur per reflexionem acquisitam ideam punctorum realium, materialium, indivisibilium, inextensorum, quam inter ideas ab infantia acquisitas per sensus in casum quarimus. Idea ejusmodi non evincit eorum existentiam, quam nobis exhibent positiva argumenta superius facta, quod nimirum, ne admitratur in collisione corporum saltus, quem & inductio & impossibilitas binarum velocitatum diversarum habendarum omnino ipso momento, quo saltus fieret, excludunt, oportet admittere in mate-

ria

ria vires, quæ repulsivæ sint in minimis distantis, & iis in infinitum imminutis augeantur in infinitum; unde fit, ut duæ particulæ materiæ sibi invicem contiguæ esse non possint: nam illico vi illa repulsiva resilient a se mutuo, ac particula iis constans disrumperetur, adeoque prima materiæ elementa non constant contiguis partibus, sed indivisibilia sunt prorsus, atque simplicia, & vero etiam ob inductionem separabilitatis, ac distinctionis eorum, quæ occupant spatii divisibilis partes diversas, etiam penitus inextensa. Illa idea acquisita per reflexionem illud præstat tantummodo, ut distincte concipiamus id, quod ejusmodi rationes ostendunt existere in Natura, & quod sine reflexione, & ope illius supellectilis tantummodo, quam per sensus nobis comparavimus ab ipsa infantia, concipere omnino non liceret.

CXXXVII. Ceterum simplicium, & inextensorum notionem non ego primus in Physicam induco. Eorum ideam habuerunt veteres post Zenonem, & Leibnitiani monades suas & simplices utique volunt, & inextensas: ego cum ipsorum punctorum contiguitatem auferam; & distantias velim inter duo quælibet materiæ puncta, maximum evito scopulum, in quem utrinque incurrunt, dum ex ejusmodi indivisibilibus & inextensis continuum extensum componunt. Atque ibi quidem in eo videntur mihi peccare utrique, quod cum simplicitate, & in extensione, quam iis elementis tribuunt, commiscunt ideam illam imperfectam, quam sibi compararunt per sensus, globuli cujusdam rotundi, qui binas habeat superficies a se distinctas. Neque enim aliter possent ejusmodi simplicibus inextensis implere spatium, nisi concipiendo unum elementum in medio duorum ab altero contactum ad dexteram, ab altero ad lævam, quin ea extrema se contingant, in quo præter contiguitatem indivisibilem, & inextensorum impossibilem, uti supra demonstravimus, quam tamen coguntur admittere, si rem altius perpenderit, videbunt sane, se ibi illam ipsam globuli inter duos globulos interjacentis ideam admiscere.

CXXXVIII. Nec ad indivisibilitatem, & inextensionem elementorum conjungendas cum continua extensione massarum ab iis compositarum profertur ea, quæ nonnulli ex Leibnitianorum familia proferunt, de quibus egi in una adnotatiuncula adjecta Num. 13 Dissertationis de Materiæ Divisibilitate & principiis corporum, ex qua, quæ eo pertinent, huc libet transferre. Sic autem habet: *Qui dicunt, monades non compenetrari, quia natura sua impenetrabiles*

les sunt, ii difficultatem nequaquam amoveant; nam si  $\mathcal{E}$  natura sua impenetrabiles sunt,  $\mathcal{E}$  continuum debent componere, adeoque contigua esse, compenetrabuntur simul,  $\mathcal{E}$  non compenetrabuntur, quod ad absurdum deducit,  $\mathcal{E}$  ejusmodi entium impossibilitatem evincit. Ex omni modo inextensionis,  $\mathcal{E}$  contiguitatis notione evincitur, compenetrari debere argumento contra Zenonistas instituto per tot sæcula,  $\mathcal{E}$  cui maxime satis responsum est. Ex natura, quæ in iis supponitur, ipsa compenetratio excluditur, adeoque habetur contradictio,  $\mathcal{E}$  absurdum.

CXXXIX. Sunt alii, quibus videri poterit, contra hæc ipsa puncta indivisibilia, & inextensa adhiberi posse inductionis principium, a quo continuitatis legem, & alias proprietates derivavimus supra, quæ nos ad hæc indivisibilia, & inextensa puncta deduxerunt. Videmus enim in materia omni, quæ se uspiam nostris objiciat sensibus, extensionem, divisibilitatem, partes; quamobrem hanc ipsam proprietatem debemus transferre ad elementa etiam per inductionis principium. Ita ii, at hanc difficultatem jam superius præoccupavimus, ubi egimus de inductionis principio. Pendet ea proprietas a ratione sensibilis, & aggregati, cum nimirum sub sensus nostros ne composita quidem, quorum moles nimis exigua sit, cadere possint. Hinc divisibilitatis, & extensionis proprietates ejusmodi est, ut ejus defectus, si habeatur alicubi is casus, ex ipsa earum natura & sensuum nostrorum constitutione, non possit cadere sub sensus ipsos, atque idcirco ad ejusmodi proprietates argumentum desumptum ab inductione nequaquam pertingit, ut nec ad sensibilitatem extenditur.

CXL. Sed etiam si extenderetur, esset adhuc nostræ Theoriæ causa multo melior in eo, quod circa extensionem, & compositionem partium negativa sit. Nam eo ipso, quod continuitate admissa, continuïtas elementorum legitima ratiocinatione excludatur, excludi omnino debet absolute; ubi quidem illud accidit, quod a Metaphysicis, & Geometris nonnullis animadversum est jam diu, licere aliquando demonstrare propositionem ex assumpta veritate contradictoriæ propositionis; cum enim ambæ simul veræ esse non possint, si ab altera inferatur altera, hanc posteriorem veram esse necesse est. Sic nimirum, quoniam a continuitate generaliter assumpta defectus continuitatis consequitur in materiæ elementis, & in extensione, defectum hunc haberi vel inde eruitur: nec oberit quidquam principium inductionis physiciæ, quod utique non est demonstrativum, nec vim habet, nisi ubi aliunde non demonstraretur,

retur, casum illum, quem inde colligere possumus, improbabilem esse tantummodo, adhuc tamen haberi, uti aliquando sunt & falsa veris probabiliora.

CLXI. Atque hic quidem, ubi de continuitate seipsam excludente mentio injecta est, notandum & illud, continuitatis legem a me admitti & probari pro quantitibus, quæ magnitudinem mutant, quas nimirum ab una magnitudine ad aliam censeo abire non posse, nisi transeant per intermedias, quod elementorum materiæ, quæ magnitudinem nec mutant, nec ullam habent variabilem, continuitatem non inducit, sed argumento superius facto penitus submovet. Quin etiam ego quidem continuum nullum agnosco coexistens, uti & supra monui; nam nec spatium reale mihi est ullum continuum, sed imaginarium tantummodo, de quo, uti & de tempore, quid in hac mea Theoria sentiam, satis luculenter exposui in Supplementis ad librum 1 Stavianæ Philosophiæ (h). Censeo nimirum quodvis materiæ punctum, habere binos reales existendi modos, alterum localem, alterum temporarium, qui num appellari debeant res, an tantummodo modi rei, ejusmodi litem, quam arbitror esse tantum de nomine, nihil omnino curo. Illos modos debere admitti, ibi ego quidem positive demonstro: eos natura sua immobiles esse, censeo ita, ut idcirco ejusmodi existendi modi per se inducant relationes prioris, & posterioris in tempore, anterioris vel citerioris in loco, ac distantiae cujusdam determinatæ, & in spatio determinatæ positionis etiam, qui modi, vel eorum alter, necessario mutari debeant, si distantia, vel etiam in spatio sola mutetur positio. Pro quovis autem modo pertinente ad quodvis punctum, penes omnes infinitos modos possibiles pertinentes ad quodvis aliud, mihi est unus, qui cum eo inducat in tempore relationem coexistentiæ ita, ut existentiam habere uterque non possit, quin simul habeant, & coexistant; in spatio vero, si existunt simul, inducant relationem compenetrationis, reliquis omnibus inducentibus relationem distantiae temporariæ, vel localis, ut & positionis cuiusdam localis determinatæ. Quoniam autem puncta materiæ existentia habent semper aliquam a se invicem distantiam, & numero finita sunt, finitus est semper etiam localium modorum coexistentium numerus, nec ullum reale continuum efformat. Spatium vero imaginarium est mihi possibilitas omnium mo-

(h) Binas Dissertationulas, quæ nimirum ad hanc Theoriam meam maxime pertinent, inde excerptas adjiciam itidem ad calcem hujusce operis, Supplementurum §. 3. & 4.

modorum localium confuse cognita, quos simul per cognitionem præcisivam concipimus, licet simul omnes existere non possint, ubi cum nulli sint modi ita sibi proximi, vel remoti, ut alii viciniore, vel remotiores haberi non possint, nulla distantia inter possibiles neque minima omnium, neque maxima; dum animum abstrahimus ab actuali existentia, & in possibilium serie finitis in infinitum constante terminis mente secludimus tam minimæ, quam maximæ distantiae limitem, ideam nobis efformamus continuitatis, & infinitatis in spatio, in quo idem spatii punctum appello possibilitatem omnium modorum localium, sive, quod idem est, realium localium punctorum pertinentium ad omnia materiæ puncta, quæ si ~~possint~~ <sup>convenirent</sup> compenetrations relationem inducerent, ut eodem ~~modo~~ <sup>modo</sup> idem nomino momentum temporis temporarios modos omnes, qui relationem inducunt coexistentiæ. Sed de utroque plura in illis Dissertatiunculis, in quibus & analogiam persequor spatii, ac temporis multiplicem.

CXLII. Continuitatem igitur agnosco in motu tantummodo, quod est successivum quid; non coexistens, & in eo itidem solo, vel ex eo solo in corporeis saltem entibus legem continuitatis admitto. Atque hinc patebit clarius illud etiam, quod superius innui, naturam ubique continuitatis legem vel accurate observare, vel affectare saltem. Servat in motibus & distantius, affectat in aliis casibus multis, quibus continuas, uti etiam supra definivimus, nequaquam convenit, & in aliis quibusdam, in quibus haberi omnino non potest continuas, quæ primo aspectu sese nobis objicit res non aliquanto intimius inspectantibus, acperpendentibus, ex gr. quando sol oritur supra horizontem, si concipiamus solis discum ut continuum, & horizontem ut planum quoddam, ascensus solis fit per omnes magnitudines ita, ut a primo ad postremum punctum & segmenta solaris disci, & chordæ segmentorum crescant transeundo per omnes intermedias magnitudines. At sol quidem in mea Theoria non est aliquid continuum, sed est aggregatum punctorum a se invicem distantium, quorum alia supra illud imaginarium planum ascendunt post alia, intervallo aliquo temporis interposito semper. Hinc accurata illa continuas huic casui non convenit, & habetur tantummodo in distantius punctorum singulorum componentium eam massam ab illo imaginario plano. Natura tamen etiam hic continuitatem quandam affectat, cum nimirum illa punctula ita sibi sint invicem proxima, & ita ubique dispersa, ac dis-

disposita, ut apparens quædam ibi etiam continuitas habeatur, ac in ipsa distributione, a qua densitas pender, ingentes repentini saltus non fiant.

CXLIII. Innumera ejus rei exempla liceret proferre, in quibus eodem pacto res pergit. Sic in fluviorum alveis, in frondium flexibus, in ipsis salium, & crystallorum, ac aliorum corporum angulis, in ipsis cuspidibus unguium, quæ accuratissimæ in quibusdam animalibus apparent nudo oculo, si microscopio adhibito inspicuntur, nusquam cuspis abrupta prorsus, nusquam omnino cuspideus apparet angulus, sed ubique flexus quidam, qui curvaturam habeat aliquam, & ad continuitatem videatur accedere. In omnibus tamen iis casibus vera continuitas in mea Theoria habetur nusquam; cum omnia ejusmodi corpora consistant indivisibilibus, & a se distantibus punctis, quæ continuam superficiem non efformant, & in quibus, si quævis tria puncta per rectas lineas conjuncta intelligantur, triangulum habebitur utique cum angulis cuspidatis. Sed a motuum, & virium continuitate accurata etiam ejusmodi proximam continuitatem massarum oriri censeo, & a casuum possibilium multitudine inter se collata, quod ipsum innuisse fit satis.

CXLIV. Atque hinc patebit, quid respondendum ad casus quosdam, qui eo pertinent, & in quibus violari quis crederet continuitatis legem. Quando plano aliquo speculo lux excipitur, pars refringitur, pars reflectitur: in reflexione, & refractione, uti eam olim creditum est fieri, & etiamnum a nonnullis creditur, per impulsione nimirum, & incursum immediatum, fieret violatio quædam continui motus mutata linea recta in aliam; sed jam hoc Newtonus advertit, & ejusmodi saltum abstulit, explicando ea phænomena per vires in aliqua distantia agentes, quibus fit, ut quævis particula luminis motum incurvet paullatim in accessu ad superficiem reflectentem vel refringentem; unde accessuum, & recessuum lex, velocitas, directionum flexus, omnia juxta continuitatis legem mutantur. Quin in mea Theoria non in aliqua vicina tantum incipit flexus ille, sed quodvis materiæ punctum a Mundi initio unicam quandam continuam descripsit orbitam, pendente a continua illa virium lege, quam exprimit Fig. 1, quæ ad distantias quascunque protenditur; quam quidem lineæ continuitatem nec liberæ turbant animarum vires, quæ itidem non nisi juxta continuitatis legem exerceri a nobis possunt; unde fit, ut quemadmodum

K

omnem



omnem accuratam quietem, ita omnem accurate rectilineum motum, omnem accurate circularem, ellipticum, Parabolicum excludam, quod tamen aliis quoque sententiis omnibus commune esse debet, cum admodum facile sit demonstrare, ubique esse perturbationem quandam, & mutationum causas, quæ non permittant ejusmodi linearum nobis ita simplicium accuratas orbitas in motibus.

CXLV. Et in eo quidem, ut alibi ubique, natura in mea Theoria accuratissimam continuitatem observat, ita & ibi in reflexionibus, ac refractionibus luminis. At est aliud ea in re, in quo continuitatis violatio quædam haberi videatur, quam qui rem altius perpendat, credet primo quidem servari itidem accurate a Natura, tum ulterius progressus, inveniet affectari tantummodo, non servari. Id autem est ipsa luminis diffusio, atque densitas. Videtur prima fronte discindi radius in duos, qui hiatu quodam intermedio a se invicem divellantur velut per saltum, alia parte reflexa, alia refracta, sine ullo intermedio flexu cujuspian. Alius itidem videtur admitti ibidem saltus quidam: si enim radius integer excipitur prismaticè, ita, ut una pars reflectatur, alia transmittatur, & prodeat etiam e secunda superficie, tum ipsum prisma sensim convertatur; ubi ad certum devenitur in conversione angulum, lux, quæ datam habet refrangibilitatem, jam non egreditur, sed reflectitur in totum; ubi itidem videtur fieri transitus a prioribus angulis cum superficie semper minoribus, sed jacentibus ultra ipsam, ad angulum reflexionis æqualem angulo incidentiæ, & jacentem citra, sine ulla reflexione in angulis intermediis minoribus ab ipsa superficie ad ejusmodi finitum angulum.

CXLVI. Huic cuidam velut læsioni continuitatis videtur responderi posse per illam lucem, quæ reflectitur, vel refringitur irregulariter in quibusvis angulis. Jam olim enim observatum est illud, ubi lucis radius reflectitur, non reflecti totum ita, ut angulus reflexionis æquetur angulo incidentiæ, sed partem dispergi quaquaversus; quam ob causam si solis radius in partem quandam speculi incurrat, quicumque est in conclavi, videt, qui sit ille locus, in quem incurrit radius, quod utique non fieret, nisi e solaribus illis directis radiis etiam ad oculum ipsius radii devenirent, egressi in omnibus iis directionibus, quæ ad omnes oculi positiones tendunt; licet ibi quidem satis intensum lumen non appareat, nisi in directione faciente angulum reflexionis æqualem incidentiæ, in qua resilit maxima luminis pars. Et quidem hisce radiis redeuntibus in angulis hisce inæqualibus egregie utitur Newtonus in fine Opticæ  
ad

ad explicandos colores laminarum crassarum: & eadem irregularis dispersio in omnes plagas ad sensum habetur in tenui parte, sed tamen in aliqua, radii refracti. Hinc inter vividum illum reflexum radium, & refractum, habetur intermedia omnis ejusmodi radiorum series in omnibus iis intermediis angulis prodeuntium, & sic etiam ubi transitur a refractione ad reflexionem in totum, videtur per hosce intermedios angulos res posse fieri citissimo transitu per ipsos, atque idcirco illæsa perseverare continuitas.

CXLVII. Verum si adhuc altius perpendatur res, patebit in illa intermedia serie non haberi accuratam continuitatem, sed apparentem quandam, quam natura affectat, non accurate servat illæsam. Nam lumen in mea Theoria non est corpus quoddam continuum, quod diffundatur continuo per illud omne spatium, sed est aggregatum punctorum a se invicem disjunctorum, atque distantium, quorum quodlibet suam percurrit viam disjunctam a proximi via per aliquod intervallum. Continuitas servatur accuratissime in singulorum punctorum viis, non in diffusionem substantiæ non compositæ, & quo pacto ea in omnibus iis motibus serveretur, & mutetur mutata inclinatione incidentiæ via a singulis punctis descripta sine saltu, satis luculenter exposui in secunda parte meæ Dissertationis de Lumine a Num. 97. Sed hæc ad applicationem jam pertinent Theoriæ ad Physicam.

CXLVIII. Haud multum ab similes sunt alii quidam casus, in quibus singula continuitatem observant, non aggregatum utique non continuum, sed partibus disjunctis constans. Hujusmodi est ex. gr. altitudo cujusdam domus, quæ ædificatur de novo, cui cum series nova adjungitur lapidum determinatæ cujusdam altitudinis, per illam additionem repente videtur crescere altitudo domus, sine transitu per altitudines intermedias: & si dicatur id non esse naturæ opus, sed artis, potest difficultas transferri facile ad naturæ opera, ut ubi diversa inducuntur glaciei strata, vel in aliis incrustationibus, ac in iis omnibus casibus, in quibus incrementum fit per externam applicationem partium, ubi accessiones finitæ videntur acquiri simul totæ sine transitu per intermedias magnitudines. In iis casibus continuitas servatur in motu singularum partium, quæ accedunt. Illæ per lineam quandam continuam, & continua velocitatis mutatione accedunt ad locum sibi debitum, quin immo etiam posteaquam eo advenerunt, pergunt adhuc moveri, & nunquam habent quietem nec absolutam, nec respectivam respectu aliarum partium,

tium, licet jam in respectiva positione sensibilem mutationem non subeant: parent nimirum adhuc viribus omnibus, quæ respondent omnibus materiæ punctis utcumque distantibus, & actio proximarum partium, quæ novam adhæSIONem parit, est continuatio actionis, quam multo minorem exercebant, cum essent procul. Hoc autem, quod pertineant ad illam domum, vel massam, est aliquid non in se determinatum, quod momento quodam determinato fiat, in quo saltus habeatur, sed ab æstimatione quadam pendet nostrorum sensuum satis crassa, ut licet perpetuo accedant illæ partes, & pergant perpetuo mutare positionem respectu ipsius massæ, tum incipiant censeri ut pertinentes ad illam domum, vel massam, cum definit respectiva mutatio esse sensibilis, quæ sensibilitatis cessatio fit ipsa etiam quodammodo per gradus omnes, & continuo aliquo tempore, non vero per saltum.

CXLIX. Hinc distinctius ibi licebit difficultatem omnem amovere dicendo, non servari mutationem continuam in magnitudinibus earum rerum, quæ continuæ non sunt, & magnitudinem non habent continuam, sed sunt aggregata rerum disjunctarum; vel in iis rebus, quæ a nobis ita censentur aliquod totum constituere, ut magnitudinem aggregati non determinent distantiam inter eadem extrema, sed a nobis extrema ipsa assumuntur jam alia, jam alia, quæ censeantur incipere ad aggregatum pertinere, ubi ad quasdam distantias devenerint, quas ut ut in se juxta legem continuitatis mutatas, nos a reliquis divellimus per saltum, ut dicamus pertinere eas partes ad id aggregatum. Id accidit, ubi in objectis casibus accessiones partium novæ fiunt, atque ibi nos in usu vocabuli saltum facimus; ars & natura saltum utique habet nullum.

CL. Non idem contingit etiam, ubi planetæ, vel animantia crescant succo se insinuante per tubulos fibrarum, & procurrente, ubi & magnitudo computata per distantias punctorum maxime distantium transit per omnes intermedias; cum nimirum ipse prokursus fiat per omnes intermedias distantias. At quoniam & ibi mutantur termini illi, qui distantias determinant, & nomen suscipiunt altitudinis ipsius plantæ, vera & accurata continuitas ne ibi quidem observatur, nisi tantummodo in motibus & velocitatibus, ac distantibus singularum partium: quamquam ibi minus recedatur a continuitate accurata, quam in superioribus. In his autem, & in illis habetur ubique illa alia continuitas quædam apparens, & affectata tantummodo a Natura, quam intuemur etiam in progressu sub-

*substantiarum*, ut incipiendo ab inanimatis corporibus progressu facto per vegetabilia, tum per quædam fere semianimalia torpentia, ac demum animalia perfectiora magis & perfectiora usque ad simios homini tam similes. Quoniam & harum specierum, ac existentium individuorum in quavis specie numerus est finitus, vera continuïtas haberi non potest, sed ordinatis omnibus in seriem quandam, inter binas quasque intermedias species hiatus debet esse aliquis necessario, qui continuïtatem abrumpat. In omnibus iis casibus habentur discretæ quædam quantitates, non continuæ; ut & in Arithmetica series ex. gr. naturalium numerorum non est continuïtas, sed discretæ; & ut ibi series ad continuam reducitur tantummodo, si generaliter omnes intermedie fractiones concipiuntur; sic & in superiore exemplo quædam velut continua series habebitur tantummodo, si concipiuntur omnes intermedie species possibiles.

CLL. Hoc pacto excurrendo per plurimos ejusmodi casus, in quibus accipiuntur aggregata rerum a se invicem certis intervallis distantium, & unum aliquid continuum non constituentium, nusquam accurata occurret continuïtatis lex, sed per quandam dispersionem quodammodo affectata, & vera continuïtas habebitur tantummodo in motibus, & in iis, quæ a motibus pendent, uti sunt distantie, & vires determinatæ a distantibus, & velocitates a viribus ortæ; quam ipsam ob causam ubi supra Num. 39 inductionem pro lege continuïtatis assumpsimus, exempla accepimus a motu potissimum, & ab iis, quæ cum ipsis motibus connectuntur, ac ab iis pendent.

CLII. Sed jam ad aliam difficultatem gradum faciam, quæ non nullis negotium ingens facessit, & obvia est etiam, contra hanc indivisibilibus, & inextensorum punctorum Theoriam; quod nimirum ea nullum habitura sint discrimen a spiritibus. Ajunt enim, si spiritus ejusmodi vires habeant, præstituros eadem phænomena, tolli nimirum corpus, & omnem corporeæ substantiæ notionem sublata extensione continua, quæ sit præcipua materiæ proprietas ita pertinens ad naturam ipsius, ut vel nihil aliud materia sit, nisi substantia prædita extensione continua, vel saltem idea corporis, & materiæ haberi non possit, nisi in ea includatur idea extensionis continuæ. Multa hic quidem congeruntur simul, quæ nexum aliquem inter se habent, quæ hic seorsum evolvam singula.

CLIII. Inprimis falsum omnino est, nullum esse horum punctorum discrimen a spiritibus. Discrimen potissimum materiae a spiritu situm est in hisce duobus, quod materia est sensibilis, & incapax cogitationis, ac voluntatis; spiritus nostros sensus non afficit, & cogitare potest, ac velle. Sensibilitas autem non ab extensione continua oritur, sed ab impenetrabilitate, qua fit, ut nostrorum organorum fibrae tendantur a corporibus, quae ipsis sistuntur, & motus ad cerebrum propagetur. Nam si extensa quidem essent corpora, sed impenetrabilitate carerent, manu contrectata fibras non sisterent, nec motum ullum in iis progignerent, ac eadem radios non reflecterent, sed liberum intra se aditum luci praeberent. Porro hoc discrimen utrumque manere potest integrum, & manet inter mea indivisibilia haec puncta, & spiritus. Ipsa impenetrabilitatem habent, & sensus nostros afficiunt, ob illud primum crus asymptoticum exhibens vim illam repulsivam primam; spiritus autem, quos impenetrabilitate carere credimus, ejusmodi viribus itidem carent, & sensus nostros idcirco nequaquam afficiunt, nec oculis inspecantur, nec manibus palpari possunt. Deinde in meis hisce punctis ego nihil admitto aliud, nisi illam virium legem cum inertiae vi conjunctam, adeoque illa volo prorsus incapacia cogitationis, & voluntatis. Quamobrem discrimen essentiae illud utrumque, quod inter corpus & spiritum agnoscunt omnes, id & ego agnosco, nec vero id ab extensione, & compositione continua desumitur, sed ab iis, quae cum simplicitate, & inextensione aequae conjungi possunt, & cohaerere cum ipsis.

CLIV. At si substantiae capaces cogitationis & voluntatis haberent ejusmodi virium legem, an non eosdem praestarent effectus respectu nostrorum sensuum, quos ejusmodi puncta? Respondebo sane, me hic non quaerere, utrum impenetrabilitas, & sensibilitas, quae ab iis viribus pendent, conjungi possint cum facultate cogitandi, & volendi, quae quidem quaestio eodem redit, ac in communi sententia de impenetrabilitate extensorum, ac compositorum relata ad vim cogitandi, & volendi. Illud ajo, notionem, quam habemus partim ex observationibus tam sensuum respectu corporum, quam intimae conscientiae respectu spiritus, una cum reflexione, partim, & vero etiam circa spiritus potissimum, ex principiis immediate revelatis, vel connexis, cum principiis revelatis, continere pro materia impenetrabilitatem, & sensibilitatem, una cum incapacitate cogitationis, & pro spiritu incapacitatem afficiendi

ficiendi per impenetrabilitatem nostros sensus, & potentiam cogitandi, ac volendi, quorum prima ego etiam in meis punctis admitto, secunda hæc in spiritibus; unde fit, ut mea ipsa puncta materialia sint, & eorum massæ constituent corpora a spiritibus longissime discrepantia. Si possibile sit illud substantiæ genus, quod & hujusmodi vires activas habeat cum inertia conjunctas, & simul cogitare possit, ac velle, id quidem nec corpus erit, nec spiritus, sed tertium quid, a corpore discrepans per capacitatem cogitationis, ac voluntatis; a spiritu per inertiam, & vires impenetrabilitatem inducentes. Sed, ut aiebam, ea quæstio huc non pertinet, & aliunde resolvi debet; ut aliunde utique debet resolvi quæstio, qua quærat, an substantia extensa & impenetrabilis hasce proprietates conjungere possit cum facultate cogitandi, volendique.

CLV. Nec vero illud reponi potest, argumentum potissimum ad evincendum, materiam cogitare non posse, deduci ab extensione, & partium compositione, quibus sublatis, omne id fundamentum prorsus corruere, & ad materialissimum sterni viam. Nam ego sane non video, quid argumenti peti possit ab extensione, & partium compositione pro incapacitate cogitandi, & volendi. Sensibilitas, præcipua corporum, & materiæ proprietas, quæ ipsam adeo a spiritibus discriminat, non ab extensione continua, & compositione partium pendet, uti vidimus, sed ab impenetrabilitate, quæ ipsa proprietas ab extensione continua, & compositione non pendet. Sunt, qui adhibent hoc argumentum ad excludendam capacitatem cogitandi a materia, desumptum a compositione partium: si materia cogitaret, singulæ ejus partes deberent singulas cogitationis partes habere, adeoque nulla pars objectum perciperet; cum nulla haberet eam perceptionis partem, quam habet altera. Id argumentum in mea Theoria omittitur; at id ipsum, meo quidem judicio, vim nullam habet. Nam posset aliquis respondere, cogitationem totam indivisibilem existere in tota massa materiæ, quæ certa partium dispositione sit prædita, uti anima rationalis per tam multos Philosophos, ut ut indivisibilis, in omni corpore, vel saltem in parte corporis aliqua divisibili existit, & ad ejusmodi præsentiam præstandam certa indiget dispositione partium ipsius corporis, quæ semel læsa per vulnus, ipsa non potest ultra ibi esse; atque ut viventis corporei, sive animalis rationalis natura, & determinatio habetur per materiam divisibilem, & certo modo constructam, una cum anima indivisibili; ita ibi per indivisibilem cogitationem-

rationem inhærentem divisibili materiæ natura, & denominatio cogitantis haberetur. Unde constat eo argumento amisso, nihil omnino amitti, quod jure dolendum sit.

CLVI. Sed quidquid de eo argumento censi debet, nihil refert, nec ad infirmandam Theoriam positivis, & validis argumentis comprobata, ac e solidissimis principiis directæ ratiocinatione deductam, quidquam potest unum, vel alterum argumentum amissum, quod ad probandam aliquam veritatem aliunde notam, & a revelatis principiis aut directè, aut indirectè confirmatam, ab aliquibus adhibeatur, quando etiam vim habeat aliquam, quam, uti ostendi, superius allatum non habet. Satis est, si illa Theoria cum ejusmodi veritate conjungi possit, uti hæc nostra cum immaterialitate spirituum conjungitur optime, cum retineat pro materia inertiam, impenetrabilitatem, sensibilitatem, incapacitatem cogitandi; & pro spiritibus incapacitatem afficiendi sensus per impenetrabilitatem, & facultatem cogitandi, ac volendi. Ego quidem in ipsius materiæ, & corporeæ substantiæ definitione ipsa assumo incapacitatem cogitandi, & volendi, & dico corpus massam compositam e punctis habentibus vim inertię conjunctam cum viribus activis expressis in Fig. 1, & cum incapacitate cogitandi, ac volendi, quæ definitione admissa, evidens est, materiam cogitare non posse; quæ erit Metaphysica quædam conclusio, ea definitione admissa, certissima; tum ubi solæ rationes physicæ adhibeantur, dicam, hæc corpora, quæ meos afficiunt sensus, esse materiam, quod & sensus afficiant per illas utique vires, & non cogitent. Id autem deducam inde, quod nullum cogitationis indicium præstent; quæ erit conclusio tantum physica, circa existentiam illius materiæ ita definitæ, æque physice certa, ac est conclusio, quæ dicat lapides non habere levitatem, quod nunquam eam prodiderint ascendendo sponte, sed semper e contrario sibi relictis descenderint.

CLVII. Quod autem pertinet ad ipsam corporum, & materiæ ideam, quæ videtur extensionem continuam, & contactum partium involvere, in eo videntur mihi quidem Cartesiani inprimis, qui tantopere contra præjudicia pugnare sunt visi, præjudiciis ipsis ante omnes alios indulgisse. Ideam corporum habemus per sensus; sensus autem de continuitate accurata judicare omnino non possunt, cum minima intervalla sub sensus non cadant. Et quidem omnino certo deprehendimus illam continuitatem, quam in ple-

plerisque corporibus nobis obijciunt sensus nostri, nequaquam haberi. In metallis, in marmoribus, in vitris & crystalis continuitas nostris sensibus apparet ejusmodi, ut nulla percipiamus in iis vacua spatiola, nullos poros, in quo tamen hallucinari sensus nostros manifesto patet, tum ex diversa gravitate specifica, quæ a diversa multitudine vacuitatum oritur utique, tum ex eo, quod per illa infunduntur substantiæ plures, ut per priora oleum diffundatur, per posteriora liberrime lux transeat, quod quidem indicat, in posterioribus hisce potissimum ingentem pororum numerum, qui nostris sensibus delitefcunt.

**CEVILL.** Quamobrem jam ejusmodi nostrorum sensuum testimonium, vel potius noster eorum ratiociniorum usus, in hoc ipso genere suspecta esse debent, in quo constat nos decipi. Suspiciari igitur licet, exactam continuitatem sine ullis spatiolis, ut in majoribus corporibus ubique deest, licet sensus nostri illam videantur denotare, ita & in minimis quibusvis particulis nusquam haberi, sed esse illusionem quandam sensuum tantummodo, & figmentum mentis, reflexione vel non utentis, vel abutentis. Est enim solemne illud hominibus, atque usitatum, quod quidem est maximorum præjudiciorum fons & origo præcipua, ut quidquid in nostris sensibus est nihil, habeamus pro nihilo absoluto. Sic utique per tot sæcula a multis est creditum, & nunc etiam a vulgo creditur, quietem Telluris, & diurnum solis, ac fixarum motum sensuum testimonio evinci, cum apud Philosophos jam constet, ejusmodi quæstionem longe aliunde resolvendam esse, quam per sensus, in quibus debent eadem prorsus impressiones fieri, siue stemus & nos & terra, ac moveantur astra, siue moveamur communi motu & nos, & terra, ac astra consistent. Motum cognoscimus per mutationem positionis, quam objecti imago habet in oculo, & quietem per ejusdem positionis permanentiam. Tam mutatio, quam permanentia fieri possunt duplici modo: Mutatio, primo si nobis immotis objectum moveatur; & permanentia, si id ipsum stet. Secundo, illa, si objecto stante moveamur nos; hæc, si moveamur simul motu communi. Motum nostrum non sentimus, nisi ubi nos ipsi motum inducimus, ut ubi caput circumagimus, vel ubi curru delati succutimur. Idcirco habemus tum quidem motum ipsum pro nullo, nisi aliunde admoneamur de eodem motu per causas, quæ nobis sint cognitæ, ut ubi *provehimur portu*, quo casu vector, qui jam diu assuevit ideæ littoris stantis, & navis promotæ

L

per



per remos, vel vela, corrigit apparentiam illius, *terraque, urbesque recedunt*, & sibi, non illis, motum adjudicat.

CLIX. Hinc Philosophus, ne fallatur, non debet primis hisce ideis acquiescere, quas e sensationibus haurimus, & ex illis deducere confectaria sine diligenti perquisitione, ac in ea, quæ ab infantia deduxit, debet diligenter inquirere. Si inveniat, easdem illas sensuum perceptiones duplici modo æque fieri posse, peccabit utique contra Logicæ etiam naturalis leges, si alterum modum præ altero pergat eligere, unice, quia alterum antea non viderat, & pro nullo habuerat, & idcirco alteri tantum assueverat. Id verò accidit in casu nostro: sensationes habebuntur eadem, siue materia constet punctis prorsus inextensis, & distantibus inter se per intervalla minima, quæ sensum fugiant, ac vires ad illa intervalla pertinentes organorum nostrorum fibras sine ulla sensibili interruptione afficiant, siue continua sit, & per immediatum contactum agat. Patebit autem in tertia hujusce operis parte, quo pacto proprietates omnes sensibiles corporum generales, immo etiam ipsorum præcipua discrimina, cum punctis hisce indivisibilibus conveniant, & quidem multo sane melius, quam in communi sententia de continua extensione materiæ. Quamobrem errabit contra rectæ ratiocinationis usum, qui ex præjudicio ab hujusce conciliationis, & alterius hujusce sensationum nostrorum causæ ignoratione inducto, continuam extensionem ut proprietatem necessariam corporum omnino credat, & multo magis, qui censet, materialis substantiæ ideam in ea ipsa continua extensione debere consistere.

CLX. Verum quo magis evidenter constat horum præjudiciorum origo, afferam hic Dissertationis de materiæ divisibilitate, & principiis corporum, numeros tres incipiendo a 14, ubi sic:

„ utcunque demus, quod ego omnino non censeo, aliquas esse  
 „ innatas ideas, & non per sensus acquisitas; illud procul dubio  
 „ arbitror omnino certum, ideam corporis, materiæ, rei corporeæ,  
 „ rei materialis, nos hausisse ex sensibus. Porro ideæ primæ omnium,  
 „ quas circa corpora acquisivimus per sensus, fuerunt omnino eæ,  
 „ quas in nobis tactus excitavit, & easdem omnium  
 „ frequentissimas hausimus. Multa profecto in ipso materno utero  
 „ se tactui perpetuo offerebant, antequam ullam fortasse saporum,  
 „ aut odorum, aut sonorum, aut colorum ideam habere possemus  
 „ per alios sensus, quarum ipsarum, ubi eas primum habere cepimus,  
 „ multo minor sub initium frequentia fuit. Ideæ autem

„ quas

„ quas per tactum habuimus, ortæ sunt ex phænomenis hujusmo-  
 „ di. Experiebamur palpando, vel temere impingendo resistenti-  
 „ am vel a nostris, vel a maternis membris ortam, quæ cum  
 „ nullam interruptionem per aliquod sensibile intervallum sensui  
 „ objiceret, obtulit nobis ideam impenetrabilitatis, & extensionis  
 „ continuæ: cumque deinde cessaret in eadem directione alicubi  
 „ resistentia, & secundum aliam directionem exerceretur; terminos  
 „ ejusdem quantitatis concepimus, & figuræ ideam hausimus.

CLXI. „ Porro oriebantur hæc phænomena a corporibus e  
 „ materia jam efformatis, non a singulis materiæ particulis, e qui-  
 „ bus ipsa corpora componebantur. Considerandum diligenter  
 „ erat, num extensio ejusmodi esset ipsius corporis, non spatii  
 „ cujusdam, per quod particulæ corpus efformantes diffunderen-  
 „ tur: num eæ particulæ ipsæ iisdem proprietatibus essent præ-  
 „ ditæ: num resistentia exerceretur in ipso contactu, an in minimis  
 „ distantis sub sensus non cadentibus vis aliqua impedimento ef-  
 „ set, quæ id ageret, & resistentia ante ipsum etiam contactum  
 „ sentiretur: num ejusmodi proprietates essent intrinsecæ ipsi ma-  
 „ teriæ, ex qua corpora componuntur, & necessariae; an casu  
 „ tantum aliquo haberentur, & ab extrinseco aliquo determinante.  
 „ Hæc & alia sane multa considerare diligentius opportuisset: sed  
 „ erat id quidem tempus maxime caliginosum, & obscurum, ac re-  
 „ flexionibus minus obviis minime aptum. Præter organorum de-  
 „ bilitatem, occupabat animum rerum novitas, phænomenorum pau-  
 „ citas, & nullus, aut certe satis tenuis usus in phænomenis ipsis  
 „ inter se comparandis, & ad certas classes revocandis, ex quibus  
 „ in eorum leges & causas liceret inquirere, & systema quoddam ef-  
 „ formare, quo de rebus extra nos positis possemus ferre judicium.  
 „ Nam in hac ipsa phænomenorum inopia, in hac efformandi sy-  
 „ stematis difficultate, in hoc exiguo reflexionum usu, magis etiam,  
 „ quam in organorum imbecillitate, arbitror sitam esse infantiam.

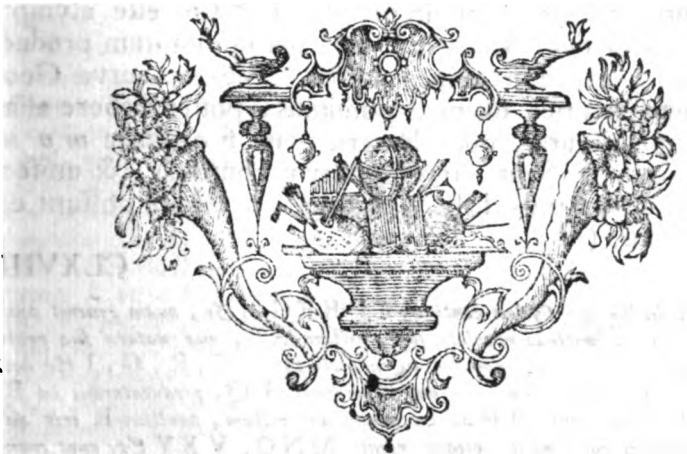
CLXII. „ In hac tanta rerum caligine ea prima sese obtule-  
 „ runt animo, quæ minus alta indagine, minus intentis reflexioni-  
 „ bus indigebant, eaque ipsa ideis toties repetitis altius impressa  
 „ sunt, & tenacius adhæserunt, & quemdam veluti campum nacta  
 „ prorsus vacuum, & adhuc immunem, suo quodammodo jure  
 „ quandam veluti possessionem inierunt. Intervalla, quæ sub sen-  
 „ sum nequaquam cadebant, pro nullis habita; ea, quorum ideæ  
 „ semper simul conjunctæ excitabantur, habita sunt pro iisdem,

„ vel arctissimo , & necessario nexu inter se conjunctis. Hinc  
 „ illud effectum est , ut ideam extensionis continuæ , ideam im-  
 „ penetrabilitatis prohibentis ulteriorem motum in ipso tantum  
 „ contactu corporibus afflexerimus , & ad omnia , quæ ad corpus  
 „ pertinent , ac ad materiam , ex qua ipsum constat , temere trans-  
 „ tulerimus : quæ ipsa cum primum infedissent animo , cum fre-  
 „ quentissimis , immo perpetuis phænomenis & experimentis con-  
 „ firmarentur , ita tenaciter sibi invicem adhæserunt , ita firmiter  
 „ ideæ corporum immixta sunt , & cum ea copulata , ut ea ipsa  
 „ pro primis corporibus , & omnium corporearum rerum , nimi-  
 „ rum etiam materiæ corpora componentis , ejusque partium pro-  
 „ prietatibus maxime intrinsecis , & ad naturam atque essentiam  
 „ eorundem pertinentibus , & tum habuerimus , & nunc etiam ha-  
 „ beamus , nisi nos præjudiciis ejusmodi liberemus. Extensionem  
 „ nimirum continuam , impenetrabilitatem ex contactu , compo-  
 „ sitionem ex partibus , & figuram , non solum naturæ corporum ,  
 „ sed etiam corporeæ materiæ , & singulis ejusdem partibus , tri-  
 „ buimus tanquam proprietates essentielles : cætera , quæ serius , &  
 „ post aliquem reflectendi usum deprehendimus , colorem , saporem ,  
 „ odorem , sonum , tanquam accidentales quasdam , & adventitias  
 „ proprietates consideravimus.

CLXIII. Ita ego ibi , ubi Theoriam virium deinde refero ,  
 quam supra hic exposui , ac ad præcipuas corporum proprietates  
 applico , quas ex illa deduco , quod hic præstabo in parte tertia.  
 Ibi autem ea adduxeram ad probandam primam e sequentibus pro-  
 positionibus , quibus probatis & evincitur Theoria mea , & vindi-  
 catur : sunt autem hujusmodi : Imo *Nullo prorsus argumento evinci-  
 tur materiam habere extensionem continuam , & non potius constare e  
 punctis prorsus indivisibilibus a se per aliquod intervallum distantibus ;  
 nec ulla ratio seculis præjudiciis suadet extensionem ipsam continuam  
 potius , quam compositionem e punctis prorsus indivisibilibus , inextensis ,  
 & nullum continuum extensum constituentibus. 2do Sunt argumenta ,  
 & satis valida illa quidem , quæ hanc compositionem e punctis indivi-  
 sibilibus evincant extensioni ipsi continuæ præferri oportere.*

CLXIV. At quondam extensionis genus erit istud , quod e  
 punctis inextensis , & spatio imaginario , sive puro nihilo constat ?  
 Quo pacto Geometria locum habere poterit , ubi nihil habetur reale  
 continuo extensum ? An non punctorum ejusmodi in vacuo innan-  
 tantium congeries erit ut quædam nebula unico oris statu dissolu-  
 bilis

bilis prorsus sine ulla consistenti figura, soliditate, resistantia? Hæc quidem pertinent ad illud extensionis, & cohæsionis genus, de quo agam in tertia Dissertationis parte, in qua Theoriam applicabo ad Physicam, ubi istis ipsis difficultatibus faciam satis. Interea hic illud tantummodo innuo in antecessum, me cohesionem desumere a limitibus illis, in quibus curva virium ita secat axem, ut a repulsione in minoribus distantis transitus fiat ad attractionem in majoribus. Si enim duo puncta sint in distantia alicujus limitis ejus generis, & vires, quæ immutatis distantis oriuntur, sint satis magnæ, curva secante axem ad angulum fere rectum, & longissime abeunte ab ipso, ejusmodi distantiam ea puncta tuebuntur vi maxima ita, ut etiam insensibiliter compressa resistent ulteriori compressioni, ac distracta resistent ulteriori distractioni; quo pacto si multa etiam puncta cohæreant inter se, tuebuntur utique positionem suam, & massam constituent formæ tenacissimam, ac eadem prorsus phænomena exhibentem, quæ exhiberent solidæ massulæ in communi sententia. Sed de hac re uberius, uti monui, in parte tertia Nunc autem ad secundam faciendus est gradus.



## PARS II.

### *Theoriæ applicatio ad Mechanicam.*

CLXV. **C**onsiderabo in hac secunda parte potissimum generales quasdam leges æquilibrî, & motus tam punctorum, quam massarum; quæ ad Mechanicam utique pertinent, & ad plurima ex iis, quæ in elementis Mechanicæ passim traduntur, ex unico principio, & adhibito constanti ubique agendi modo, demonstranda viam sternunt pronissimam. Sed prius præmittam non nulla, quæ pertinent ad ipsam virium curvam, a qua utique motuum phænomena pendent omnia.

CLXVI. In ea curva consideranda sunt potissimum tria, arcus curvæ, area comprehensa inter axem & arcus, quam generat ordinata continuo fluxu; ac puncta illa, in quibus curva secatur axem.

CLXVII. Quod ad arcus pertinet, alii dici possunt repulsivi, & alii attractivi, prout nimirum jacent ad partes cruris asymptotici ED; vel ad contrarias, ac terminant ordinatas exhibentes vires repulsivas, vel attractivas. Primus arcus ED debet omnino esse asymptoticus ex parte repulsiva, & in infinitum productus: ultimus TV, si gravitas cum lege virium reciproca duplicata distantiarum protenditur in infinitum, debet itidem esse asymptoticus ex parte attractiva, & itidem naturæ suæ in infinitum productus.

Fig. 1. Reliquos Fig. 1 exprimit omnes finitos. Verum curva Geometrica etiam ejus naturæ, quam exposuimus, posset habere alia itidem asymptotica crura, quot libuerit, ut si ordinata  $m n$  in H abeat in infinitum. Sunt nimirum curvæ continuæ, & uniformis naturæ, quæ asymptotos habent plurimas, & habere possunt etiam numero infinitas. (i)

### CLXVIII.

(i) Sit ex. gr. in Fig. 12 Cyclois continua CDEFGH &c, quam generet punctum peripheriæ circuli continuo revoluti supra rectam AB, quæ naturæ suæ protenditur utrinque in infinitum, adeoque in infinitis punctis C, E, G, I &c occurrit basi AB. Si ubique ducatur quavis ordinata PQ, producatque in R ita, ut sit PR tertia post PQ & datam quampiam rectam, punctum R erit ad curvam continuam constantem totidem ramis MNO, VXY &c. quot erunt arcus Cycloidales CDE, EFG &c, quorum ramorum singuli habebunt bina crura asymptotica, cum ordinata PQ in accessu ad omnia puncta C, E, G &c. decrescat ultra quoscunque limites, adeoque ordinata PR crescat ultra limites quoscunque. Erunt hic quidem omnes asymptoti CK, EL, GS &c. paralleli inter se,

CLXVIII. Arcus intermedii, qui se contorquent circa axem, possunt etiam alicubi, ubi ad ipsum devenerint, retro redire, tangendo ipsum, atque id ex utralibet parte, & possent itidem ante ipsum contactum inflecti, & redire retro, mutando accessum in recessum, ut in Fig. 1 videre est in arcu P e f g R.

CLXIX. Si gravitas generalis legem vis proportionalis inverſe quadrato distantiae, quam non accurate servat, sed quam proxime, uti diximus in priori parte, retinet ad sensum non mutatam solum per totum Planetarium, & cometarium systema, fieri utique poterit, ut curva virium non habeat illud postremum crus asymptoticum TV, habens pro asymptoto ipsam rectam AC, sed iterum secet axem, & se contorqueat circa ipsum. Tum vero inter alios

ſc, & perpendiculares baſi AB, quod in aliis curvis non eſt neceſſarium, cum etiam divergentes utſunque poſſint eſſe. Erunt autem & totidem numero, quot puncta illa C, E, G &c, nimirum infinita. Eodem autem paſſo curvarum quarumlibet ſinguli occuſus cum axe in curvis per eas hae eadem lege genitis bina crura asymptotica generant, cruribus ipſis jacentibus vel, ut hic, ad eandem axis partem, ubi curva genitrix ab eo regreditur retro poſt appuſum, vel etiam ad partes oppoſitas, ubi curva genitrix ipſum ſecet, ac tranſiliat: cumque poſſit eadem curva aliorum generum ſecari in punctis plurimis a recta, vel contingi, poterunt utique haberi & rami asymptotici in curva eadem continua, quo libuerit dato numero.

Nam ex ipſa Geometrica continuitate, quam perſecutus ſum in Diſſertatione de lege continuitatis, & in Diſſertatione de transformatione locorum Geometricorum adjecta Sectionibus Conicis, exhibui neceſſitatem generalem ſecundi illius cruris asymptotici redeuntis ex infinito. Quotieſcunque enim curva aliqua habet asymptoticum crus aliquod, debet neceſſario habere & alterum ipſi reſpondens, & habens pro asymptoto eandem rectam; ſed id habere poſteſt vel ex eadem parte, vel ex oppoſita; & crus ipſum jacere poſteſt vel ad eandem plagas partis utriuſlibet cum priore crure, vel ad oppoſitas, adeoque cruris redeuntis ex infinito poſitiones quatuor eſſe poſſunt. Si in Fig. 13 crus ED abeat in infinitum, exiſtente asymptoto ACA, poſteſt regredi ex parte A vel ut HI, quod crus jacet ad eandem plagam; vel ut KL, quod jacet ad oppoſitam; & ex parte A, vel ut MN, ex eadem plaga; vel ut OP, ex oppoſita. In poſteriore ex iis duabus diſſertationibus proſero exempla omnium ejusmodi regreſſuum; ac ſecundi & quarti caſus exempla exhibet etiam ſuperior generis, ſi curva generans contingat axem, vel ſecet ulterius progreſſa reſpectu ipſius. Inde autem ſit, ut crura asymptotica rectilineam habentia asymptotum eſſe non poſſent, niſi numero pari, ut & radices imaginaria in aequationibus algebraicis. Verum hic in curva virium, in qua arcus ſemper debet progredi, ut ſingulis diſtantiis, ſive abſciſſis, ſingula vires, ſive ordinata reſpondeant, caſus primus & tertius haberi non poſſunt. Nam ordinata RQ cruris DE occurreret alicubi in S, S cruribus etiam HI, MN; adeoque reliquerentur ſoli quartus & ſecundus, quorum uſus erit infra.

Fig. 13.

alios casus innumeros, qui haberi possent, unum cenſeo ſpeciminis gratia hic non omittendum; incredibile enim eſt, quam ferax caſuum, quorum ſinguli ſunt notatu digniſſimi, unica etiam hujusmodi curva eſſe poſſit.

Fig. 14.

CLXX. Si in axe  $CC$  ſint ſegmenta  $AA$ ,  $ÀÀ$  numero quocunque, quorum poſteriora ſint in immenſum majora, reſpectu præcedentium, & per ſingula tranſeant aſymptoti  $AB$ ,  $ÀB$ ,  $ÀB$  perpendiculares axi, poſſent inter binas quasque aſymptotos eſſe curvæ ejus formæ, quam, in Fig. 1 habuimus, & quam exhibet Fig. 14 in  $DEFI$  &c,  $DEFI$  &c, in quibus primum crus  $ED$  eſſet aſymptoticum repulſivum, poſtremum  $SV$  attractivum, in ſingulis vero intervallum  $EN$ , quo arcus curvæ contorquetur, ſit perquam exiguum reſpectu intervalli circa  $S$ , ubi arcus diutiſſime perſiſteret proximus hyperbolæ habenti ordinatas in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, tum vero vel immediate abiret in arcum aſymptoticum attractivum, vel iterum contorqueretur utcunque uſque ad ejusmodi aſymptoticum attractivum arcum, habente utroque aſymptotico arcu aream infinitam; in eo caſu collocato quocunque punctorum numero inter binas quascunque aſymptotos, vel inter binaria quotlibet, & rite ordinato, poſſet exurgere quivis, ut ita dicam, mundorum numerus, quorum ſinguli, eſſent inter ſe ſimillimi, vel diſſimillimi, prout arcus  $EF$  &c  $N$ ,  $EF$  &c  $N$  eſſent inter ſe ſimiles vel diſſimiles, atque id ita, ut quivis ex iis nullum haberet commercium cum quovis alio, cum nimirum nullum punctum poſſet egredi ex ſpatio incluſo iis binis arcubus, hinc repulſivo, & inde attractivo; & ut omnes mundi minorum dimensionum ſimul ſumpti vices agerent unius puncti reſpectu proxime majoris, qui conſtaret ex ejusmodi maſſulis reſpectu ſui tanquam punctualibus, dimensione nimirum omni ſingulorum, reſpectu ipſius, & reſpectu diſtantiarum, ad quas in illo devenire poſſint, fere nulla; unde & illud conſequi poſſet, ut quivis ex ejusmodi tanquam mundis nihil ad ſenſum perturbaretur a motibus, & viribus mundi illius majoris, ſed dato quovis utcunque magno tempore rotus mundus inferior vires ſentiret a quovis puncto materiæ extra ipſum poſito accedentes, quantum libuerit, ad æquales & parallelas, quæ idcirco nihil turbarent reſpectivum ipſius ſtatum internum.

CLXX. Sed ea jam pertinent ad applicationem ad Phyſicam, quæ quidem hic innui tantummodo, ut pateret, quam multa notatu digniſſima conſiderari ibi poſſent, & quanta ſit huiusce campi

pi fecunditas, in quo combinationes possibiles, & possibiles formæ sunt sane infinities infinitæ, quarum, quæ ab humana mente perspicui utcunque possunt, ita sunt paucae respectu totius, ut haberi possint pro mero nihilo, quas tamen omnes unico intuitu præsentis vidit, qui Mundum condidit, DEUS. Nos in iis, quæ consequentur, simpliciora tantummodo quædam plerumque confectabimur, quæ nos ducant ad phænomena iis conformia, quæ in Natura nobis pervia intuemur, & interea progrediemur ad areas arcibus respondentes.

CLXXII. Aream curvæ propositæ cuicunque, utcunque exiguo axis segmento respondentem posse esse utcunque magnam; & aream respondentem cuicunque, utcunque magno, posse esse utcunque parvam, facile patet. Sit in Fig. 15  $MQ$  segmentum axis utcunque parvum, vel magnum; ac detur area utcunque magna, vel parva. Ea applicata ad  $MQ$  exhibebit quandam altitudinem  $MN$  ita, ut ducta  $NR$  parallela  $MQ$ , sit  $MNRQ$  æqualis areae datæ, adeoque assumpta  $QS$  dupla  $QR$ , area trianguli  $MSQ$  erit itidem æqualis areae datæ. Jam vero pro secundo casu satis patet, posse curvam transire infra rectam  $NR$ , uti transit  $XZ$ , cujus area idcirco esset minor, quam area  $MNRQ$ ; nam esset ejus pars. Quin immo licet ordinata  $QV$  sit utcunque magna, facile patet, posse arcum  $MaV$  ita accedere ad rectas  $MQ$ ,  $QV$ , ut area inclusa iis rectis, & ipsa curva, minuatur infra quoscunque determinatos limites. Potest enim jacere totus arcus intra duo triangula  $QaM$ ,  $QaV$ , quorum altitudines cum minui possint, quantum libuerit, stantibus basibus  $MQ$ ,  $QV$ , potest utique area ultra quoscunque limites imminui. Posset autem ea area esse minor quacunque data, etiam si  $QV$  esset asymptotus, qua de re paullo inferius.

CLXXIII. Pro primo autem casu vel curva secet axem extra  $MQ$ , ut in  $T$ , vel in altero extremo, ut in  $M$ ; fieri poterit, ut ejus arcus  $TV$ , vel  $MV$  transeat per aliquod punctum  $V$  jacens ultra  $S$ ; vel etiam per ipsum  $S$  ita, ut curvatura illum ferat, quemadmodum figura exhibet, extra triangulum  $MSQ$ , quo casu patet, aream curvæ respondentem intervallo  $MQ$  fore majorem, quam sit area trianguli  $MSQ$ , adeoque quam sit area data; erit enim ejus trianguli area pars areae pertinentis ad curvam. Quod si curva etiam secaret alicubi axem, ut in  $H$  inter  $M$ , &  $Q$ , tum vero fieri posset, ut area respondens alteri e segmentis  $MH$ ,  $QH$  esset major, quam area data simul, & area alia assumpta, qua area assum-

Fig. 15,

M

pta



pta esset minor area respondens segmento alteri, adeoque excessus prioris supra posteriorem remaneret major, quam area data.

CLXXIV. Area asymptotica clausa inter asymptorum & ordinatam quamvis, ut in Fig. 1 BA ag, potest esse vel infinita, vel finita magnitudinis cujusvis ingentis, vel exiguae. Id quidem etiam geometricè demonstrari potest, sed multo facilius demonstratur calculo integrali admodum elementari; & in Geometriæ sublimioris elementis habentur theoremata, ex quibus id admodum facile deducitur (l). Generaliter nimirum area ejusmodi est infinita, si ordinata crescit in ratione reciproca abscissarum simplici, aut majore; & est finita si crescat in ratione multiplicata minus, quam per unitatem.

CLXXV. Hoc, quod de areis dictum est, necessarium fuit ad applicationem ad Mechanicam, ut nimirum habeatur scala quædam velocitatum, quæ in accessu puncti cujusvis ad aliud punctum, vel recessu generantur, vel eliduntur, prout ejus motus conspiret cum directione vis, vel sit ipsi contrarius. Nam, quod innuimus & supra in adnot. (f) ad Num. 117, ubi vires exprimuntur per ordinatas, & spatia per abscissas, area, quam textit ordinata, exprimit incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis, quod itidem ope Geometriæ demonstratur facile, & demonstravi tam in Dissertatione de viribus vivis, quam in Stanyan's Supplementis; sed multo facilius res conficitur ope calculi integralis. (m)

CLXXVI.

(l) Sit Aa in Fig. 1  $= x$ , ag  $= y$ ; ac sit  $x^m y^n = 1$ ; erit  $y = x^{-\frac{m}{n}}$ ; y d x

elementum area  $= x^{-\frac{m}{n}} dx$ , cujus integrale  $\frac{x^{-\frac{m}{n}+1}}{-\frac{m}{n}+1} + A$ , addita constanti A,

five ob  $x^{-\frac{m}{n}} = y$ , habebitur  $\frac{x}{n-\frac{m}{n}} y + A$ . Quoniam incipit area in A, in

origine abscissarum, si  $n - m$  fuerit numerus positivus, adeoque n major quam m, area erit finita, ac valor A  $= 0$ ; area vero erit ad rectangulum Aag, ut n ad  $n - m$ , quod rectangulum, cum a g possit esse magna & parva, ut libuerit, potest esse magnitudinis cujusvis. Si valor sit infinitus, si scilicet  $m = n$ , divisor evadat  $= 0$ ; adeoque multo magis sit infinitus valor area, si m sit major, quam n. Unde constat, aream fore infinitam, quotiescunque ordinata crescit in ratione reciproca simplici, & majore; secus fore finitam.

(m) Sit u vis, c celeritas, t tempus, s spatium; erit udt  $= dc$ , cum celeritatis incrementum sit proportionale vi, & tempusculo; ac erit cdt  $= ds$ , cum spatium con-

**CLXXVI.** Duo tamen hic tantummodo notanda sunt; primo quidem illud: si duo puncta ad se invicem accedant, vel a se invicem recedant in ea recta, quæ ipsa conjungit, segmenta illius axis, qui exprimit distantias, non expriment spatium confectum; nam moveri debet punctum utrumque: adhuc tamen illa segmenta erunt proportionalia accessibus, vel recessibus alterius puncti respectu alterius, quorum accessuum, vel recessuum incrementa, vel decrementa relata ad tempus, quo ea habentur, exhibent velocitates respectivas illius respectu hujus. Quamobrem in respectivis velocitatibus habebit locum Theoria exposita, & illæ areæ expriment incrementa vel decrementa quadrati velocitatis respectivæ puncti alterius respectu alterius.

**CLXXVII.** Secundo loco notandum illud, ubi areæ respondentes dato cuipiam spatio sint partim attractivæ, partim repulsivæ, earum differentiam, quæ oritur subtrahendo summam omnium repulsivarum a summa attractivarum, vel vice versa, exhibituram incrementum illud, vel decrementum quadrati velocitatis respectivæ, prout directio motus respectivi conspiret cum vi, vel oppositam habeat directionem. Quamobrem si interea, dum per aliquod majus intervallum a se invicem recesserunt puncta, habuerint vires directionis utriusque, ut innotescat, an respectiva celeritas creverit, an decreverit, & quantum, erit investigandum, an areæ omnes attractivæ simul, omnes repulsivæ simul superent, an deficient, & quantum; inde enim, & a velocitate respectiva, quæ habebatur initio, erui poterit, quod quaeritur.

M 2

**CLXXVIII.**

confectum respondeat velocitati, & tempusculo. Hinc eruitur  $dt = \frac{dc}{u}$ , & pariter

$dt = \frac{ds}{c}$ , adeoque  $\frac{dc}{u} = \frac{ds}{c}$ , &  $cdc = uds$ . Porro  $2cdc$  est incrementum quadrati

velocitatis  $cc$ , &  $uds$  in hypothese, quod ordinata sit  $u$ , & spatium  $s$  sit abscissa, qd areola respondens spatulo  $ds$  confecto. Igitur incrementum quadrati velocitatis conspirante vi, adeoque decrementum vi contraria, respondet area respondenti spatulo percursu quovis infinitesimo tempusculo; & proinde tempore etiam quovis finito incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis respondet area pertinenti ad partem axis referentem spatium percursum.

Hinc autem illud sponte consequitur, si per aliquod spatium vires in singulis punctis eadem permancant, mobile autem adveniat cum velocitate quavis ad ejus initium, differentiam quadrati velocitatis finalis a quadrato velocitatis initialis fore semper eandem, qua idcirco erit tota velocitas finalis in casu, in quo mobile initio illius spatii haberet velocitatem nullam. Quare, quod nobis erit inferius usui, quadratum velocitatis finalis, consperante vi cum directione motus, aequabitur binis quadratis binarum velocitatum, ejus, quam habuit initio, & ejus, quam acquisivisset in fine, si initio ingressum fuisset sine ulla velocitate

pta esset minor area respondens segmento alteri, adeoque excessus prioris supra posteriorem remaneret major, quam area data.

CLXXIV. Area asymptotica clausa inter asymptotum & ordinatam quamvis, ut in Fig. 1 BA ag, potest esse vel infinita, vel finita magnitudinis cujusvis ingentis, vel exiguae. Id quidem etiam geometrice demonstrari potest, sed multo facilius demonstratur calculo integrali admodum elementari; & in Geometriae sublimioris elementis habentur theoremata, ex quibus id admodum facile deducitur (l). Generaliter nimirum area ejusmodi est infinita, si ordinata crescit in ratione reciproca abscissarum simplici, aut majore; & est finita si crescat in ratione multiplicata minus, quam per unitatem.

CLXXV. Hoc, quod de areis dictum est, necessarium fuit ad applicationem ad Mechanicam, ut nimirum habeatur scala quaedam velocitatum, quæ in accessu puncti cujusvis ad aliud punctum, vel recessu generantur, vel eliduntur, prout ejus motus conspiret cum directione vis, vel sit ipsi contrarius. Nam, quod innuimus & supra in adnot. (f) ad Num. 117, ubi vires exprimuntur per ordinatas, & spatia per abscissas, area, quam texit ordinata, exprimit incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis, quod itidem ope Geometriae demonstratur facile, & demonstravi tam in Dissertatione de viribus vivis, quam in Stayanis Supplementis; sed multo facilius res conficitur ope calculi integralis. (m)

CLXXVI.

(l) Sit Aa in Fig. 1 = x, ag = y; ac sit  $x^m y^n = 1$ ; erit  $y = x^{-\frac{m}{n}}$ ; y d x

elementum area =  $x^{-\frac{m}{n}} dx$ , cujus integrale  $\frac{x^{-\frac{m}{n}+1}}{-\frac{m}{n}+1} + A$ , addita constanti A,

siue ob  $x^{-\frac{m}{n}} = y$ , habebitur  $\frac{x}{-\frac{m}{n}+1} y + A$ . Quoniam incipit area in A, in

origine abscissarum, si  $n - m$  fuerit numerus positivus, adeoque n major quam m, area erit finita, ac valor A = 0; area vero erit ad rectangulum Aag, ut n ad  $n - m$ , quod rectangulum, cum a g possit esse magna & parva, ut libuerit, potest esse magnitudinis cujusvis. Si valor sit infinitus, si scilicet  $m = n$ , divisor evadat = 0; adeoque multo magis sit infinitus valor area, si m sit major, quam n. Unde constat, aream fore infinitam, quotiescunque ordinata crescat in ratione reciproca simplici, & majore; secus fore finitam.

(m) Sit u vis, c celeritas, t tempus, s spatium; erit  $u dt = dc$ , cum celeritatis incrementum sit proportionale vi, & tempusculo; ac erit  $cdt = ds$ , cum spatium con-

**CLXXVI.** Duo tamen hic tantummodo notanda sunt; primo quidem illud: si duo puncta ad se invicem accedant, vel a se invicem recedant in ea recta, quæ ipsa conjungit, segmenta illius axis, qui exprimit distantias, non expriment spatium confectum; nam moveri debet punctum utrumque: adhuc tamen illa segmenta erunt proportionalia accessibus, vel recessibus alterius puncti respectu alterius, quorum accessuum, vel recessuum incrementa, vel decrementa relata ad tempus, quo ea habentur, exhibent velocitates respectivas illius respectu hujus. Quamobrem in respectivis velocitatibus habebit locum Theoria exposita, & illæ areæ expriment incrementa vel decrementa quadrati velocitatis respectivæ puncti alterius respectu alterius.

**CLXXVII.** Secundo loco notandum illud, ubi areæ respondentes dato cuipiam spatio sint partim attractivæ, partim repulsivæ, earum differentiam, quæ oritur subtrahendo summam omnium repulsivarum a summa attractivarum, vel vice versa, exhibituram incrementum illud, vel decrementum quadrati velocitatis respectivæ, prout directio motus respectivi conspiret cum vi, vel oppositam habeat directionem. Quamobrem si interea, dum per aliquod majus intervallum a se invicem recesserunt puncta, habuerint vires directionis utriusque, ut innotescat, an respectiva celeritas creverit, an decreverit, & quantum, erit investigandum, an areæ omnes attractivæ simul, omnes repulsivæ simul superent, an deficient, & quantum; inde enim, & a velocitate respectiva, quæ habebatur initio, erui poterit, quod quaeritur.

M 2

**CLXXVIII.**

confectum respondeat velocitati, & tempusculo. Hinc eruitur  $dt = \frac{dc}{u}$ , & pariter

$dx = \frac{ds}{c}$ , adeoque  $dc = \frac{ds}{c}$ , &  $cdx = uds$ . Porro  $2cdx$  est incrementum quadrati

velocitatis  $cc$ , &  $uds$  in hypothesi, quod ordinata sit  $u$ , & spatium  $s$  sit abscissa, qd arcus respondens spatulo  $ds$  confecto. Igitur incrementum quadrati velocitatis conspirante vi, adeoque decrementum vi contraria, respondet area respondenti spatulo percursu quovis infinitesimo tempusculo; & proinde tempore etiam quovis finito incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis respondet area pertinenti ad partem axis referentem spatium percursum.

Hinc autem illud sponte consequitur, si per aliquod spatium vires in singulis punctis eadem permaneant, mobile autem adveniat cum velocitate quavis ad ejus initium, differentiam quadrati velocitatis finalis a quadrato velocitatis initialis fore semper eandem, quæ idcirco erit tota velocitas finalis in casu, in quo mobile initio illius spatii haberet velocitatem nullam. Quare, quod nobis erit inferius usus, quadratum velocitatis finalis, conspirante vi cum directione motus, æquabitur binis quadratis binarum velocitatum, ejus, quam habuit initio, & ejus, quam acquisivisset in fine, si initio ingressum fuisset sine ulla velocitate

CLXXVIII. Hæc quidem de arcibus, & areis; nunc aliquanto diligentius considerabimus illa axis puncta, ad quæ curva appellat. Ea puncta vel sunt ejusmodi, ut in iis curva axem secet, cuiusmodi in Fig. 1 sunt E, G, I &c, vel ejusmodi, ut in iis ipsa curva axem contingat tantummodo. Primi generis puncta sunt ea, in quibus fit transitus a repulsionibus ad attractiones, vel vice versa, & hæc ego appello limites, quod nimirum sint limites inter eas oppositarum directionum vires. Sunt autem hi limites duplicis generis: in aliis, aucta distantia, transitur a repulsione ad attractionem; in aliis contra ab attractione ad repulsionem. Prioris generis sunt E, I, N, R; posterioris G, L, P: & quoniam, posteaquam ex parte repulsiva in una sectione curva transiit ad partem attractivam; in proxime sequenti sectione debet necessario ex parte attractiva transire ad repulsivam, ac vice versa; patet, limites fore alternatim prioris illius, & hujus posterioris generis.

CLXXIX. Porro limites prioris generis, a limitibus posterioris ingens habent inter se discrimen. Habent illi quidem hoc commune, ut duo puncta collocata in distantia unius limitis cujuscunque nullam habeant mutuam vim, adeoque si respective quiescebant, pergant itidem respective quiescere. At si ab illa respectiva quiete dimoveantur, tum vero in limite primi generis ulteriori dimotioni resistent, & conabuntur priorem distantiam recuperare, ac sibi relicta ad illam ibunt; in limite vero secundi generis, utcunque parum dimota, sponte magis fugient, ac a priore distantia statim recedent adhuc magis. Nam si distantia minuat, habebunt in limite prioris generis vim repulsivam, quæ obstabit ulteriori accessui, & urgebit puncta ad mutuam recessum, quem sibi relicta acquirant, adeoque tendent ad illam priorem distantiam: at in limite secundi generis habebunt attractionem, qua adhuc magis ad se accedent, adeoque ab illa priore distantia, quæ erat major, adhuc magis sponte fugient. Pariter si distantia augeatur, in primo limitum genere a vi attractiva, quæ habetur statim in distantia majore, habebitur resistentia ad ulteriorem recessum, & conatus ad minuendam distantiam, ad quam recuperandam sibi relicta tendent per accessum; at in limitibus secundi generis orietur repulsio, qua sponte se magis adhuc fugient, adeoque a minore illa priore distantia sponte magis recedent.

CLXXX. Hinc illos prioris generis limites, qui mutuæ positiones tenaces sunt, ego quidem appellavi *limites cohesionis*; & secundi

~~quasi~~ generis limites appellavi *limites non cohaesionis*. Illa puncta, in quibus curva axem tangit, sunt quidem terminus quidam virium, quæ ex utraque parte, dum ad ea acceditur, decrescunt ultra quoscunque limites, ac demum ibidem evanescunt; sed in iis non transiunt ab una virium directione ad aliam. Si contactus fiat ab arcu repulsivo, repulsiones evanescunt, sed post contactum remanent ~~idem~~ repulsiones; ac si fiat ab arcu attractivo, attractionibus evanescentibus attractiones iterum immediate succedunt. Duo puncta collocata in ejusmodi distantia respective quiescunt, sed in primo casu resistunt soli compressioni, non etiam distractioni; & in secundo resistunt huic soli, non illi.

CLXXXI. Limites cohaesionis possunt esse validissimi, & languidissimi. Si curva ibi quasi ad perpendicularum secat axem, & ab eo longissime recedit, sunt validissimi; si autem ipsum secet in angulo perquam exiguo, & parum ab ipso recedat, erunt languidissimi. Primum genus limitum cohaesionis exhibet in Fig. 1 arcus  $rNy$ , secundum  $cNx$ . In illo assumptis in axe  $Nz$ ,  $Nu$  utcunque exiguis, possunt vires  $zt$ ,  $uy$ , & areæ  $Nzt$ ,  $Nuy$  esse utcunque magnæ, adeoque mutatis utcunque parum distantis possunt haberi vires ab ordinatis expressæ utcunque magnæ, quæ vi comprimenti, vel distrahenti, quantum libuerit, valide resistent, vel areæ utcunque magnæ, quæ velocitates quantumlibet magnas respectivas elidunt, adeoque sensibilis mutatio positionis mutæ impediri potest contra utcunque magnam vel vim prementem, vel celeritatem ab aliorum punctorum actionibus impressam. In hoc secundo genere limitum cohaesionis assumptis etiam majoribus segmentis  $Nz$ ,  $Nu$  possunt & vires  $zc$ ,  $ux$ , & areæ  $Nzc$ ,  $Nux$  esse quantum libuerit exiguæ, & idcirco exigua itidem, quantum libuerit, resistentia, quæ mutationem veter.

CLXXXII. Possunt autem hi limites esse quocunque utcunque magno numero, cum demonstratum sit, posse curvam in quocunque, & quibuscunque punctis axem secare. Possunt idcirco etiam esse utcunque inter se proximi, vel remoti, ut alicubi intervallum inter duos proximos limites sit etiam in quacunque ratione majus, quam sit distantia præcedentis ab origine abscissarum  $A$ , alibi in intervallo vel exiguo, vel ingenti sint quamplurimi inter se ita proximi, ut a se invicem distent minus, quam pro quovis assumpto, aut dato intervallo. Id evidenter fuit ex eo ipso, quod possint sectiones curvæ cum axe haberi quocunque, & ubicunque.

Sed ex eo, quod arcus|curvæ ubicunque possint habere positiones quascunque, cum ad datas curvas accedere possint, quantum libuerit, sequitur, quod limites ipsi cohaesionis possint alii aliis esse utcunque validiores, vel languidiores, atque id quocunque ordine, vel sine ordine ullo; ut nimirum etiam sint in minoribus distantis alicubi limites validissimi, tum in majoribus languidiores, deinde itidem in majoribus multo validiores, & ita porro; cum nimirum nullus sit nexus necessarius inter distantiam limitis ab origine abscissarum, & ejus validitatem pendentem ab inclinatione, & recessu arcus secantis respectu axis, quod probe notandum est, futurum nimirum usui ad ostendendum, tenacitatem, sive cohaesionem, a densitate non pendere.

CLXXXIII. In utroque limitum genere fieri potest, ut curva in ipso occurfu cum axe pro tangente habeat axem ipsum, ut habeat ordinatam, ut aliam rectam aliquam inclinatam. In primo casu maxime ad axem accedit, & initio saltem languidissimus est limex; in secundo maxime recedit, & initio saltem est validissimus; sed hi casus debent esse rarissimi, si uspiam sunt: nam cum ibi debeat & axem secare curva, & progredi, adeoque secari in puncto eodem ab ordinata producta, debet habere flexum contrarium, sive mutare directionem flexus, quod utique fit, ubi curva & rectam tangit simul, & secat. Rarissimos tamen debere esse ibi hos flexus, vel potius nullos, constat ex eo, quod flexus contrarii puncta in quovis finito arcu datæ curvæ cujusvis numero finito esse debent, ut, in Theoria curvarum demonstrari potest, & alia puncta sunt infinita numero, adeoque illa cadere in intersectiones est infinites improbabilius. Possunt tamen sæpe cadere prope limites: nam in singulis contorsionibus curvæ saltem singuli flexus contrarii esse debent. Porro quamcunque directionem habuerit tangens, si accipiat exiguus arcus hinc, & inde a limite, vel maxime accedet ad rectam, vel habebit curvaturam ad sensum æqualem, & ad sensum æquali lege progredientem utrinque, adeoque vires in æquali distantia exigua a limite erunt ad sensum hinc, & inde æquales; sed distantis auctis poterunt & diu æqualitatem retinere, & cito etiam ab ea recedere.

CLXXXIV. Hi quidem sunt limites per intersectionem curvæ cum axe, viribus evanescentibus in ipso limite. At possunt esse alii limites, ac transitus ab una directione virium ad aliam non per evanescentiam, sed per vires auctas in infinitum, nimirum per asym-

**asymptoticos curvas arcus.** Diximus supra Num. 167 adnot. (i), quando crus asymptoticum abit in infinitum, debere ex infinito regredi crus aliud habens pro asymptoto eandem rectam, & posse regredi cum quatuor diversis positionibus pendentibus a binis partibus ipsius rectæ, & binis plagis pro singulis rectæ partibus; sed cum nostra curva debeat semper progredi, diximus, relinqui pro ea binis easque quatuor positionibus pro quovis crure abeunte in infinitum, in quibus nimirum regressus fiat ex plaga opposita. Quoniam vero progrediente curva abire potest in infinitum tam ~~crure~~ repulsivum, quam crus attractivum, jam iterum sunt casus quatuor possibiles, quos exprimant Figuræ 16, 17, 18, & 19, in quibus omnibus est axis ACB, asymptotus DCD, crus recedens in infinitum EKF, regrediens ex infinito GMH.

Fig. 16.  
 17. 18. 19.

**GLXXXV.** In Fig. 16 cruri repulsivo EKF succedit itidem repulsivum GMH; in Fig. 17 repulsivo attractivum; in 18 attractivo attractivum; in 19 attractivo repulsivum. Primus & tertius casus respondent contactibus. Ut enim in illis evanescerat vis, sed directionem non mutabat; ita & hic abit quidem in infinitum, sed directionem non mutat. Repulsioni IK in Fig. 16 succedit repulsio LM; & attractioni in Fig. 18 attractio. Quare ii casus non habent limites quosdam. Secundus & quartus habent utique limites; nam in Fig. 17 repulsioni IK succedit attractio LM; & in Fig. 19 attractioni repulsio; atque idcirco secundus casus continet limitem *cohesionis*; quartus limitem *non cohesionis*.

**GLXXXVI.** Ex istis casibus a nostra curva censeo removendos esse omnes præter solum quartum; & in hoc ipso removenda omnia crura, in quibus ordinata crescit in ratione minus, quam simplici reciproca distantiarum a limite. Ratio excludendi est, ne haberi aliquando vis infinita possit, quam & per se se absurdam censeo, & idcirco præterea, quod infinita vis natura sua velocitatem infinitam requirit a se generandam finito tempore. Nam in primo, & secundo casu punctum collocatum in ea distantia ab alio puncto, quam habet I, ab origine abscissarum, abiret ad C per omnes gradus virium auctarum in infinitum, & in C deberet habere vim infinitam; in tertio vero idem accideret puncto collocato in distantia, quam habet L. At in quarto casu accessum ad C prohibet ex parte I attractio IK, & ex parte L repulsio LM. Sed quoniam, si ea crescant in ratione reciproca minus quam simplici distantiarum CI, CL, area FKICD, vel GMLCD erit finita, adeoque punctum



Etum impulsū versū C velocitate majore, quam quæ respondeat illi areæ, deberet transire per omnes virium magnitudines usque ad vim absolute infinitam in C, quæ ibi præterea & attractiva esse deberet, & repulsiva, limes videlicet omnium & attractivarum, & repulsivarum; idcirco ne hic quidem casus admitti debet, nisi cum hac conditione, ut ordinata crescat in ratione reciproca simplici distantiarum a C vel etiam majore, ut nimirum area infinita evadat, & accessum a puncto C prohibeat.

CLXXXVII. Quando habeatur hic quartus casus in nostra curva cum ea conditione, tum quidem nullum punctum collocatum ex altera parte puncti C poterit ad alteram transilire, quacunque velocitate ad accessum impellatur versū alterum punctum, vel ad recessum ab ipso, impediēte transitum area repulsiva infinita, vel infinita attractiva. Inde vero facile colligitur, eum casum non haberi saltem in ea distantia, quæ a diametris minimarum particularum conspicuarum per microscopia ad maxima protenditur fixarum intervalla nobis conspicuarum per telescopia: lux enim liberrime permeat intervallum id omne. Quamobrem si ejusmodi limites asymptotici sunt uspiam, debent esse extra nostræ sensibilitatis sphaeram, vel ultra omnes telescopicas fixas, vel citra microscopicas moleculas.

CLXXXVIII. Expositis hisce, quæ ad curvam virium pertinebant, aggrediar simpliciora quædam, quæ maxime notatu digna sunt, ac pertinent ad combinationem punctorum primo quidem duorum, tum trium, ac deinde plurium in massas etiam coalescentium, ubi & vires mutuas, & motus quosdam, & vires, quas in alia exercent puncta, considerabimus.

CLXXXIX. Duo puncta posita in distantia æquali distantiae limitis cujuscunque ab initio abscissarum, ut in Fig. 1 AE, AG, AI &c, (immo etiam si curva alicubi axem tangat, æquali distantiae contactus ab eodem) ac ibi posita sine ulla velocitate quiescent, ut patet, quia nullam habebunt ibi vim mutuam; posita vero extra ejusmodi limites, incipient statim ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere per intervalla æqualia, prout fuerint sub arcu attractivo, vel repulsivo. Quoniam autem vis manebit semper usque ad proximum limitem directionis ejusdem, pergent progredi in ea recta, quæ ipsa urgebat prius, usque ad distantiam limitis proximi, motu semper accelerato, juxta legem expositam Num. 175, ut nimirum quadrata velocitatum integrarum, quæ acquisitæ jam sunt usque.

usque ad quodvis momentum (nam velocitas initio ponitur nulla) respondeant areis clausis inter ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimebat distantiam initio motus, & ordinatam respondentem puncto axis terminanti abscissam, quæ exprimit distantiam pro eo sequenti momento. Atque id quidem, licet interea occurrat contactus aliquis; quamvis enim in eo vis sit nulla, tamen superata distantia per velocitatem jam acquisitam, statim habentur iterum vires ejusdem directionis, quæ habebatur prius, adeoque perget acceleratio prioris motus.

CXC. Proximus limes erit ejus generis, cujus generis diximus limites cohesionis, in quo nimirum si distantia per repulsionem augebatur, succedet attractio; si vero minuebatur per attractionem, succedet e contrario repulsio, adeoque in utroque casu limes erit ejusmodi, ut in distantis minoribus repulsionem, in majoribus attractionem secumferat. In eo limite in utroque casu recessus mutui vel accessus ex præcedentibus viribus, incipiet velocitas motus minui vi contraria priori, sed motus in eadem directione perget, donec sub sequenti arcu obtineatur area curvæ æqualis illi, quam habebat prior arcus ab initio motus usque ad limitem ipsum. Si ejusmodi æqualitas obtineatur alicubi sub arcu sequente, ibi, extincta omni præcedenti velocitate, utrumque punctum retro reflectet cursum; & si prius accedebant, incipient a se invicem recedere; si recedebant, incipient accedere, atque id recuperando per eosdem gradus velocitates, quas amiserant, usque ad limitem, quem fuerant prætergressa; tum amittendo, quas acquisiverant usque ad distantiam, quam habuerant initio; viribus nimirum iisdem occurrentibus in regressu, & areolis curvæ iisdem per singula tempusculâ exhibentibus quadratorum velocitatis incrementa, vel decrementa eadem, quæ fuerant antea decrementa, vel incrementa. Ibi autem iterum retro cursum reflectent, & oscillabunt circa illum cohesionis limitem, quem fuerant prætergressa, quod facient hinc, & inde perpetuo, nisi aliorum externorum punctorum viribus perturbentur, habentia velocitatem maximam in plagam utramlibet in distantia ipsius illius limitis cohesionis.

CXCI. Quod si ubi primum transgressa sunt proximum limitem cohesionis, offendant arcum ita minus validum præcedente, qui arcus nimirum ita minorem concludat aream, quam præcedens, ut tota ejus area sit æqualis, vel etiam minor, quam illa præcedentis arcus area, quæ habetur ab ordinata respondente distantia

N

ha-

habitæ initio motus, usque ad limitem ipsum; tum vero devenient ad distantiam alterius limitis proximi priori, qui idcirco erit limes *non cohesionis*. Atque ibi quidem in casu æqualitatis illarum arearum consistent, velocitatibus prioribus prorsus elisis, & nulla vi gignente novas. At in casu, quo tota illa area sequentis arcus fuerit minor, quam illa pars areæ præcedentis, appellent ad distantiam ejus limitis motu quidem retardato, sed cum aliqua velocitate residua, quam distantiam idcirco prætergressa, & nacta vires directionis mutatae jam conspirantes cum directione sui motus, non, ut ante, oppositas, accelerabunt motum usque ad distantiam limitis proxime sequentis, quam prætergressa procedent, sed motu retardato, ut in priorē; & si area sequentis arcus non sit par extinguendæ ante suum finem toti velocitati, quæ fuerat residua in appulsu ad distantiam limitis præcedentis *non cohesionis*, & quæ acquisita est in arcu sequenti usque ad limitem cohesionis proximum, tum puncta appellent ad distantiam limitis *non cohesionis* sequentis, ac vel ibi sistent, vel progredientur itidem, eritque semper reciprocatio quædam motus perpetuo accelerati, tum retardati, donec deveniatur ad arcum ita validum, nimirum qui concludat ejusmodi aream, ut tota velocitas acquisita extingatur: quod si accadat alicubi, & non accadat in distantia alicujus limitis, cursum reflectent retro ipsa puncta, & oscillabunt perpetuo.

CXCII. Porro in hujusmodi motu patet illud, dum itur a distantia limitis cohesionis ad distantiam limitis non cohesionis, velocitatem semper debere augeri; tum post transitum per ipsam debere minui, usque ad appulsu ad distantiam limitis non cohesionis, adeoque habebitur semper in ipsa velocitate aliquod *maximum* in appulsu ad distantiam limitis cohesionis, & *minimum* in appulsu ad distantiam limitis non cohesionis. Quamobrem poterit quidem sisti motus in distantia limitis hujus secundi generis, si sola existant illa duo puncta, nec ullum externum punctum turbet illorum motum; sed non poterit sisti in distantia limitis illius primi generis, cum ad ejusmodi distantias deveniatur semper motu accelerato. Præterea patet & illud, si ex quocunque loco impellantur velocitatibus æqualibus vel alterum versus alterum, vel ad partes oppositas, debere haberi reciprocationes easdem auctis semper æque velocitatibus utriusque, dum itur versus distantiam limitis primi generis, & imminutis, dum itur versus distantiam limitis secundi generis.

CXCIII.

CXCIII. Pater & illud, si a distantia limitis primi generis dimoveantur vi aliqua, vel non ita ingenti velocitate impressa, oscillationem fore perquam exiguam, saltem si quidam validus fuerit limitis; nam velocitas incipiet statim minui, & ei vi statim vis contraria invenietur, ac puncta parum dimota a loco suo, tum sibi relicta statim retro cursum reflectent. At si dimoveantur a distantia limitis secundi generis vi utcumque exigua, oscillatio erit multo major, quia necessario debebunt progredi ultra distantiam sequentis limitis primi generis, post quem motus primo retardari incipiet. Quin immo si arcus proximus hinc, & inde ab ejusmodi limite secundi generis concluderet aream ingentem, ac majorem pluribus sequentibus contrariae directionis, vel majorem excessu eorundem supra areas interjacentes directionis suae, tum vero oscillatio poterit esse ingens; nam fieri poterit, ut transcurrantur hinc & inde limites plurimi, antequam deveniatur ad arcum ita validum, ut velocitatem omnem elidat, & motum retro reflectat. Ingens itidem oscillatio esse poterit, si cum ingenti vi dimoveantur puncta a distantia limitum generis utriuslibet; ac res tota pendet a velocitate initiali, & ab areis, quae post occurrunt, & quadratum velocitatis vel augment, vel minuunt quantitate sibi proportionali.

CXCIV. Utcumque magna sit velocitas, quae dimoveantur a distantia limitum illa duo puncta, utcumque validos inveniant arcus conspirantes cum velocitatis directione, si ad se invicem accedunt, debebunt utique alicubi motum retro reflectere, vel saltem *sistere*, quia saltem advenient ad distantias illas minimas, quae respondent arcui asymptotico, cujus area est capax extinguendae cuicumque velocitati utcumque magnae. At si recedant a se invicem, fieri potest, ut deveniant ad arcum aliquem repulsivum validissimum, cujus area sit major, quam omnis excessus sequentium arearum attractivarum supra repulsivas, usque ad languidissimum illum arcum postremi cruris gravitatem exhibentis. Tum vero motus acquisitus ab illo arcu nunquam poterit a sequentibus sisti, & puncta illa recedent a se invicem in immensum; quin immo si ille arcus repulsivus cum sequentibus repulsivis ingentem habeat areae excessum supra arcus sequentes attractivos; cum ingenti velocitate pergent puncta in immensum recedere a se invicem; & licet ad initium ejus tam validi arcus repulsivi deveniant puncta cum velocitatibus non parum diversis, tamen velocitates recessuum post novum ingens illud augmentum erunt parum admodum discrepantes a se invicem: nam &

ingentis radices quadrato addatur quadratum radices multo minoris, quamvis non exiguae, radix extracta ex summa parum admodum differet a radice priore.

Fig. 20. CXCIV. Id quidem ex Euclideâ etiam Geometria manifestum fit. Sit in Fig. 20 AB linea longior; cui addatur ad perpendicularum BC, multo minor, quam sit ipsa; tum centro A, intervallo AC, fiat semicirculus occurrens AB hinc, & inde in E, D. Quadrato AB addendo quadratum BC habetur quadratum AC, sive AD; & tamen hæc excedit præcedentem radicem AB per solam BD, quæ semper est minor, quam BC, & est ad ipsam, ut est ipsa ad totam BE. Exprimat AB velocitatem, quam in punctis quiescentibus gigneret arcus ille repulsivus per suam aream, una cum differentia omnium sequentium arcuum repulsivorum supra omnes sequentes attractivos: exprimat autem BC velocitatem, cum qua advenitur ad distantiam respondentem initio ejus arcus; exprimet AC velocitatem, quæ habebitur, ubi jam distantia evasit major, & vis insensibilis, ac ejus excessus supra priorem AB erit BD, exiguus sane etiam respectu BC, si BC fuerit exigua respectu AB, adeoque multo magis respectu EB; & ob eandem rationem perquam exigua area sequentis cruris attractivi ingentem illam jam acquisitam velocitatem nihil ad sensum mutabit, quæ permanebit ad sensum eadem post recessum in immensum.

CXCVI. Hæc accident binis punctis sibi relictis, vel impulsis in recta, qua junguntur, cum oppositis velocitatibus æqualibus, quo casu etiam facile demonstratur, punctum, quod illorum distantiam bifariam secat, debere quiescere; nunquam in hisce casibus poterit motus extingui in adventu ad distantiam limitis cohesionis, & multo minus poterunt ea bina puncta consistere extra distantiam limitis cujuspiam, ubi adhuc habeatur vis aliqua vel attractiva, vel repulsiva. Verum si alia externa puncta agant in illa, poterit res multo aliter se habere. Ubi ex. gr. a se recedunt, & velocitates recessus augeri deberent in accessu ad distantiam limitis cohesionis, potest externa compressio illam velocitatem minuere, & exstinguere in ipso appulsi ad ejusmodi distantiam. Potest externa compressio cogere illa puncta manere immota etiam in ea distantia, in qua se validissime repellunt, uti duæ cuspides elastri manu compressæ derinentur in ea distantia, a qua sibi relictæ statim recederent; & simile quid accidere potest vi attractivæ per vires externas distrahentes.

CXCVII.

**CXCVII.** Tum vero diligenter notandum discrimen inter casus varios, quos inducit varia arcuum curvæ natura. Si puncta sint in distantia alicujus limitis cohesionis, circa quem sint arcus amplissimi, ita, ut proximi limites plurimum inde distent, & multo magis etiam, quam sit tota distantia proximi citioris limitis ab origine abscissarum, tum poterunt externa vi comprimente, vel distrahente redigi ad distantiam multis vicibus minorem vel majorem priori ita, ut semper adhuc conentur se restituere ad priorem positionem recedendo, vel accedendo, quod nimirum semper adhuc sub arcu repulsivo permaneant, vel attractivo. At si ibi frequentissimi sint limites, curva sæpissime secante axem, tum quidem post compressionem vel distractionem ab externa vi factam, poterunt fisti in multo minore, vel majore distantia, & adhuc esse in distantia alterius limitis cohesionis sine ullo conatu ad recuperandum priorem locum.

**CXCVIII.** Hæc omnia aliquanto fufius considerare libuit, quia in applicatione ad Physicam magno ufui erunt infra hæc ipsa, & multo magis hisce similia, quæ massis respondent habentibus utique multo uberiores casus, quam bina tantummodo habeant puncta. Illa ingens agitatio cum oscillationibus variis, & motibus jam acceleratis, jam retardatis, jam retro reflexis, fermentationes, & conflagrationes exhibebit: ille egressus ex ingenti arcu repulsivo cum velocitatibus ingentibus, quæ ubi jam ad ingentes deventum est distantias, parum admodum a se invicem differant, nec ad sensum mutantur quidquam per immensa intervalla, luminis emissionem, & propagationem uniformem, ac ferme eandem in quovis ejusdem speciei radio fixarum, solis, flammæ, cum exiguo discrimine velocitatis inter diversos coloratos radios; illa vis permanens post compressionem ingentem, vel distractionem, elasticitati explicandæ inserviet; quies ob frequentiam limitum, sine conatu ad priorem recuperandam figuram, mollium corporum ideam suggeret; quæ quidem hic innuo in antecessum, ut magis hæreant animo, prospicienti jam hinc insignes eorum usus.

**CXCIX.** Quod si illa duo puncta projiciantur oblique motibus contrariis & æqualibus per directiones, quæ cum recta jungente ipsa illa duo puncta angulos æquales efficiant, tum vero punctum, in quo recta illa conjungens secatur bifariam, manebit immotum; ipsa autem duo puncta circa id punctum gyraunt in curvis lineis æqualibus & contrariis: quæ data lege virium per distan-

tias ab ipso puncto illo immoto (uti daretur data nostra curva virium Figuræ 1, cujus nimirum abscissas exprimunt distantias punctorum a se invicem, adeoque earum dimidiæ distantias a puncto illo medio immoto) invenitur solutione problematis a Newtono jam olim soluti, quod vocant *inversum problema virium centralium*, cujus problematis generalem solutionem & ego exhibui syntheticam eodem cum Newtoniana recidentem, sed non nihil expolitam, in Strayanis Supplementis ad Lib. 3 §. XIX.

CC. Hic illud notabo tantummodo, inter infinita curvarum genera, quæ describi possunt, cum nulla sit curva, quæ assumpto quovis puncto pro centro virium describi non possit cum quadam virium lege; quæ definitur per Problema directum virium centralium, esse innumeras, quæ in se redeant, vel in spiras contorqueantur. Hinc fieri potest, ut duo puncta delata sibi obviam e remotissimis regionibus, sed non accurate in ipsa recta, quæ illa jungit (qui quidem casus accurati occurfus in ea recta est infinities improbabilior casu deflexionis cujuspiam, cum sit unicus possibilis contra infinitos) non recedat retro, sed circa punctum spatii medium immotum gyrent perpetuo sibi deinceps semper proxima, intervallo etiam sub sensus non cadente; qui quidem casus itidem diligenter notandi sunt, cum sint futuri usui, ubi de cohesione, & mollibus corporibus agendum erit.

CCI. Si utcunque alio modo projiciantur, bina puncta velocitatibus quibuscunque, potest facile ostendi illud, punctum, quod est medium in recta jungente ipsa, debere quiescere, vel progredi uniformiter in directum, & circa ipsum vel quietum, vel uniformiter progrediens, debere haberi vel illas oscillationes, vel illarum curvarum descriptiones. Verum id generalibus pertinet ad massas quocunque & quascunque, quarum commune gravitatis centrum vel quiescit, vel progreditur uniformiter in directum a viribus mutuis nihil turbatum. Id theorema Newtonus proposuit, sed non satis demonstravit. Demonstrationem accuratissimam, ac generalem simul, & non per casuum inductionem tantummodo, inveni, ac in Dissertatione de centro gravitatis proposui, quam hic etiam inferius exhibebo.

CCII. Interea hic illud postremo loco adnotabo, quod pertinet ad duorum punctorum motum ibi usui futurum: si duo puncta moventur viribus mutuis tantummodo, & ultra ipsa assumatur planum quodcunque, accessus alterius ad illud planum secundum directionem-

ctionem quamcunque, æquabitur recessui alterius. Id sponte consequitur ex eo, quod eorum absoluti motus sint æquales & contrarii; cum inde fiat, ut ad directionem aliam quamcunque redacti æquales itidem maneant, & contrarii, ut erant ante. Sed de æquilibrio, & motibus duorum punctorum jam satis.

CCIII. Deveniendū ad systema trium punctorum, uti etiam pro punctis quotcunque, res, si generaliter pertractari deberet, reduceretur ad hæc duo problemata, quorum alterum pertinet ad vires, & alterum ad motus: Imo Data positione & distantia mutua eorum punctorum, invenire magnitudinem, & directionem vis, qua urgetur quodvis ex ipsis, compositæ a viribus, quibus urgetur a reliquis, quarum singularum virium lex communis datur per curvam figuræ 1mæ. 2do Data illa lege virium figuræ 1mæ, invenire motus eorum punctorum, quorum singula cum datis velocitatibus projiciantur ex datis locis cum datis directionibus. Primum facile solvi potest, & potest etiam ope curvæ figuræ 1mæ determinari lex virium generaliter pro omnibus distantiiis assumptis in quavis recta positionis datæ, atque id tam Geometrice determinando per puncta curvas, quæ ejusmodi legem exhibeant, ac determinent sive magnitudinem vis absolutæ, sive magnitudines binarum virium, in quas ea concipiatur resoluta, & quarum altera sit perpendicularis datæ illi rectæ, altera secundum illam agat; quam exhibendo tres formulas analyticas, quæ id præsent. Secundum omnino generaliter acceptum, & ita, ut ipsas curvas describendas liceat definire in quovis casu vel constructione, vel calculo, superat. (licet puncta sint tantumodo tria) vires methodorum adhuc cognitarum: & si pro punctis substituuntur massæ punctorum, est illud ipsum celeberrimum problema trium corporum, usque adeo quæsitum per hæc nostra tempora, & non nisi pro peculiaribus quibusdam casibus, & cum ingentibus limitationibus, nec adhuc satis promotum ad accuratorem calculo, solum a paucissimis nostri ævi Geometris primi ordinis.

CCIV. Pro hoc secundo casu illud est notissimum, si tria puncta sint in Fig. 21 A, C, B, & distantia AB duorum divisa semper bifariam in D, ac ducta CD, & assumpto ejus trienne DE, utcunque moveantur eadem puncta motibus compositis a projectionibus quibuscunque, & mutuis viribus, punctum E debere vel quiescere semper, vel progredi in directum motu uniformi. Pendet id a generali theoremate de centro gravitatis, cujus & superius in-

Fig. 21.



injecta est mentio, & de quo agemus infra pro *massis* quibuscunque. Hinc si sibi relinquantur, accedet C ad E, & rectæ AB punctum medium D ibit ipsi obviam versus ipsum cum velocitate dimidia ejus, quam ipsum habebit, vel contra recedent, vel hinc, aut inde movebuntur in latus, per lineas tamen similes, atque ita, ut C & D semper respectu puncti E immoti ex adverso sint, in quo motu tam directio rectæ AB, quam directio rectæ CD, & ejus inclinatio ad AB, plerumque mutabitur.

CCV. Quod pertinet ad inveniendam vim pro quacunque positione puncti C respectu punctorum A & B, ea facile sic invenitur. In Fig. 1 assumendæ essent abscissæ in axe æquales rectis AC, BC, & erigendæ ordinatæ ipsis respondentibus, quæ vel ambæ essent ex parte attractiva, vel ambæ ex parte repulsiva; vel prima attractiva, & secunda repulsiva; vel prima repulsiva, & secunda attractiva. In primo casu sumendæ essent CL, CK ipsis æquales (Figura 21 exhibet minores, ne nimis excrescat) versus A & B; in secundo CN, CM ad partes oppositas A, B; in tertio CL versus A, & CM ad partes oppositas B; in quarto CN ad partes oppositas A, & CK versus B. Tum completo parallelogrammo LCKF, vel MCNH, vel LCMI, vel KCNG, diameter CF, vel CH, vel CI, vel CG exprimeret directionem, & magnitudinem vis compositæ, qua urgetur C a reliquis binis punctis.

CCVI. Hinc si assumantur ad arbitrium duo loca quæcunque punctorum A, & B, ad quæ referendum sit tertium C, ducta quavis recta DEC indefinita, ex quovis ejus puncto posset erigi recta ipsi perpendicularis, & æqualis illi diametro, ut CF in primo casu, ac haberetur curva exprimens vim absolutam. Sed satius esset binas curvas construere, alteram, quæ exprimeret vim redactam ad directionem DC per perpendicularum FO, ut CO; alteram, quæ exprimeret vim perpendicularem OF: nam eo pacto haberentur etiam directiones vis absolutæ ab iis compositæ per ejusmodi binas ordinatas. Oportet autem ipsam ordinatam curvæ utriuslibet assumere ex altera plaga ipsius CD, vel ex altera opposita, prout CO jaceret versus D, vel ad plagam oppositam pro prima curva; & prout OF jaceret ad alteram partem rectæ DC, vel ad oppositam, pro secunda.

CCVII. Hoc pacto datis locis A, B pro singulis rectis egressis e puncto medio D duæ haberentur diversæ curvæ, quæ diversas admodum exhiberent virium leges; ac si quæreretur locus geometricus

metricus continuus, qui exprimeret simul omnes ejusmodi leges pertinentes ad omnes ejusmodi curvas, sive indefinite exhiberet omnes vires pertinentes ad omnia puncta C, ubicunque collocata, oporteret erigere in omnibus punctis C rectas normales plano A CB, alteram æqualem CO, alteram CF, & vertices ejusmodi normalium determinarent binas superficies quasdam continuas, quarum altera exhiberet vires in directione CD attractivas ad D, vel repulsivas respectu ipsius, prout, cadente O citra, vel ultra C, normalis illa fuisset erecta supra, vel infra hoc planum; & altera pariter vires perpendiculares. Ejusmodi locus geometricus, si algebraice tractari deberet, esset ex iis, quos Geometræ tractant tribus indeterminatis per unicam æquationem inter se connexis; ac data æquatione ad illam primam curvam Fig. 1, posset utique inveniri tam æquatio ad utramlibet curvam respondentem singulis rectis DC, constans binis tantum indeterminatis; quam æquatio determinans utramlibet superficiem simul indefinite per tres indeterminatas. (n)

O

CCVIII.

(n) *Stantibus in Fig. 22 punctis ADBCKFLO, ut in Figura 21, ducantur perpendiculara BP, AQ in CD, qua dabuntur data inclinatione DC, & punctis BP, AQ, ac pariter dabuntur & DP, DQ. Dicatur præterea DC = x, & dabuntur analytice CQ, CP: quare ob angulos rectos P, Q, dabuntur etiam analytice CQ, CP. Denominentur CK = u, CL = z, CF = y. Quoniam datur AB, & dantur analytice AC, CB, dabitur analytice ex applicatione algebrae ad Trigonometriam sinus anguli ACB per x, & datas quantitates, qui est idem, ac sinus anguli CKF complementi ad duos rectos. Datur autem idem ex datis analytice valoribus CK = u, KF = CL = z, CF = y; quare habetur ibi una aequatio per x, y, z, u, & constantes. Si præterea valor CB ponatur pro valore abscisse in aequatione curva figura 1ma, acquiritur altera aequatio per valores CK, CB, sive per x, u, & constantes. Eodem pacto invenietur ope aequationis curva Figura 1ma tertia aequatio per AC, & CL, adeoque per x, z & constantes. Quare jam habebuntur aequationes tres per x, u, z, y, & constantes, quæ, eliminatis u & z, reducuntur ad unicam per x, y & constantes, ac ea primam illam curvam definit.*

Fig. 22 .

*Quod si queratur aequatio ad secundam curvam, cujus ordinata est CO, vel tertiam, cujus ordinata OF, inveniri itidem poterit. Non datur analytice sinus anguli*

$$DCB = \frac{BP}{CB}, \text{ \& in triangulo FCK datur analytice sinus FCK} = \frac{FK}{CF} \times \sin CKF.$$

*Quare datur analytice etiam sinus differentia OCF, adeoque & ejus cosinus, & inde, ac ex CF, datur analytice OF, vel CO. Si igitur altera ex illis dicatur p, acquiritur nova aequatio, cujus ope una cum superioribus eliminari poterit pra-*

CCVIII. Si pro duobus punctis tantummodo agentibus in tertium daretur numerus quicunque punctorum positorum in datis locis, ac agentium in idem punctum, posset utique constructione simili inveniri vis, qua singula agunt in ipsum collocatum in quovis assumpto loci puncto, ac vis ex ejusmodi viribus composita definiretur tam directione, quam magnitudine, per notam virium compositionem. Posset etiam analysis adhiberi ad exprimendas curvas per æquationes duarum indeterminatarum pro rectis quibuscunque, & (o) si omnia puncta jaceant in eodem plano, superficies

*præterea una alia indeterminata; adeoque eliminata  $CF = y$ , habebitur unica æquatio per  $x, p$ , & constantes, qua exhibebit utramlibet eorumque curvis determinantibus legem virium  $CO$ , vel  $OF$ .*

*Pro æquatione cum binis indeterminatis, qua exhibeat locum ad superficiem, ducatur  $CR$  perpendicularis ad  $AB$ , & dicatur  $DR = x$ ,  $RC = q$ , denominatis, ut prius,  $CK = u$ ,  $CL = z$ ,  $CF = y$ ; & quoniam dantur  $AD, DB$ , dabuntur analytice per  $x$ , & constantes  $AR, RB$ , adeoque per  $x, q$ , & constantes  $AC, CB$ , & factis omnibus reliquis ut prius, habebuntur quatuor æquationes per  $x, q, u, z, y, p$ , & constantes, qua eliminatis valoribus  $u, z, y$ , reducuntur ad unicam datam per constantes, & tres indeterminatas  $x, p, q$ , siue  $DR, RC$ , &  $CO$ , vel  $OF$ , qua exhibebit quæsitum locum ad superficiem.*

*Calculus quidem esset immensus, sed patet methodus, qua deveniri possit ad æquationem quæsitam. Mirum autem, quanta curvarum, & superficierum, adeoque & legum virium varietas obveniret, mutata tantummodo distantia  $AB$  binorum punctorum agentium in tertium, qua mutata, mutatur tota lex, & æquatio.*

(o) *Hæc conditio punctorum jacentium in eodem plano necessaria fuit pro loco ad superficiem, & pro æquatione, qua legem virium exhibeat per æquationem indeterminatarum tantummodo trium: at si puncta sint plura, & in eodem plano non jaceant, quod punctis tantummodo tribus accidere omnino non potest, tum vero locus ad superficiem, & æquatio trium indeterminatarum non sufficit, sed ad eam generaliter exprimendam legem, Geometria omnis est incapax, & analysis indiget æquatione indeterminatarum quatuor. Primum patet ex eo, quod si manentibus punctis  $A, B$ , exeat punctum  $C$  ex dato quodam plano, pro quo constructus sit locus ad superficiem, licet convertere circa rectam  $AB$  planum illud cum superficie curva legem virium determinante, donec ad punctum  $C$  deveniret planum ipsum: sum enim erecto perpendiculari usque ad superficiem illam curvam, definiretur per ipsum vis agens secundum rectam  $CD$ , vel ipsi perpendicularis, prout locus ille ad curvam superficiem constructus fuerit pro altera ex iis.*

*At secundum sit manifestum ex eo, quod si puncta agentia sint etiam omnia in eodem plano, & punctum, ejus vis composita quaritur, in quavis recta posita extra ipsum planum, relationes omnes distantiarum a reliquis punctis, ac directionum, a quibus pendunt vires singulorum, & compositio ipsarum virium, longe alia essent, ac in quavis recta in eodem plano posita, uti facile videre est. Nunc pro quovis puncto*

cies per æquationem trium. Mirum autem, quanta inde diversarum legum combinatio oriretur. Sed & ubi duo tantummodo puncta agant in tertium, incredibile dictu est, quanta diversitas legum & curvarum inde erumpat. Manente etiam distantia AB, leges pertinentes ad diversas inclinationes rectæ DC ad AB, admodum

O z

*Et loqui ubique assumpto sua responderet vis composita, & quarta aliqua plaga, seu dimensio, præter longum, latum, & profundum, requireretur ad ducendas ex omnibus punctis spatii rectas iis viribus proportionales, quarum rectarum vertices locum continuum aliquem exhiberent determinantem virium legem.*

*Sed quod Geometria non assequitur, assequeretur quarta aliqua dimensio mente concepta, ut si conciperetur spatium totum plenum materia continua, quod in mea sententia cogitatione tantummodo effingi potest, & ea esset in omnibus spatii punctis densitas diversa, vel diversi pretii; tum illa diversa densitas, vel illud pretium, vel quilibet ejusmodi, exhibere posset legem virium ipsi respondentium, quæ nimirum ipsi essent proportionales. Sed ibi iterum ad determinandam directionem vis composita non esset satis resolutio in duas vires, alteram secundum rectam transcurrentem per datum punctum; alteram ipsi perpendicularem; sed requirerentur tres, nimirum vel omnes secundum tres datas directiones, vel tendentes per rectas, quæ per data tria puncta transcant, vel quavis alia certa lege definitas: adeoque tria loca ejusmodi ad spatium, quarta aliqua dimensione, vel qualitate affectum requirerentur, quæ tribus ejusmodi plusquam Geometricis legibus vis composita legem definirent, tum quod pertinet ad ejus magnitudinem, tum quod ad directionem.*

*Vernum quod non assequitur Geometria, assequeretur analysis ope æquationis quatuor indeterminatarum; si enim conciperetur planum, quod libuerit, ut ACB, & in eo quavis recta AB, ac in ipsa recta quodvis punctum D, tum quovis hujus segmento DR appellato x, quavis recta RC ipsi perpendiculari y, quavis tertia perpendiculari ad totum planum z, per hæc tres indeterminatas involveretur positio puncti spatii ejusdemque, in quo collocatum esset punctum materia, ejus vis quaeritur Punctorum agentium utrumque collocatorum ubique vel intra id planum, vel extra, possent definiri positiones per ejusmodi tres rectas, datas utique pro singulis, si eorum positiones dentur. Per eas, & per illas x, y, z, posset utique haberi distantia ejusdemque ex iis punctis agentibus, & positione datis, a puncto indefinite accepto; adeoque ope æquationis figura una posset haberi analytice per æquationes quasdam, ut supra, vis ad singula agentia puncta pertinet, & per easdem rectas ejus etiam directio resoluta in tres parallelas illis x, y, z. Hinc haberetur analytice omnium summa pro singulis ejusmodi directionibus per aliam æquationem derivatam ab ejus summa denominatione, ea nimirum facta = u, ac expansis omnibus subsidiariis valoribus, methodo non abfimili ei, quam adhibuimus superius pro loco ad superficiem, deveniretur ad unam æquationem constitutam illis quatuor indeterminatis x, y, z, u, & constantibus; ac tres ejusmodi æquationes pro tribus directionibus viri omnem compositam definirent. Sed hæc innuisse sit satis, quæ nimirum & aliora sunt, & ob ingentem complicationem casuum, ac nostræ humane mentis imbecillitatem nulli nobis inferius sunt usui.*

dum diversæ obveniunt inter se: mutata vero punctorum A, B distantia a se invicem, leges etiam pertinentes ad eandem inclinationem DC differunt inter se plurimum; & infinitum esset singula persequi, quanquam earum variationum cognitio, si obtineri utcumque posset, mirum in modum vires imaginationis extenderet, & objiceret discrimina quamplurima scitu dignissima, & maximo futura usui, & incredibilem Theoriæ fecunditatem ostenderet.

CCIX. Ego hic simpliciora quædam, ac faciliora, & usum habitura in sequentibus, ac in applicatione ad Physicam inprimis, attingam tantummodo; sed interea quod ad generalem pertinet determinationem expositam, duo adnotanda proponom. Primo quidem in ipsa trium punctorum combinatione occurrit jam hic nobis præter vim determinantem ad accessum & recessum, visurgens in  
 Fig. 21. latus, ut in Fig. 21, præter vim CF, vel CN, vis CI vel CG. Id erit infra magno usui ad explicanda solidorum phænomena, in quibus inclinato fundo virgæ solidæ tota virga, & ejus vertex moventur in latus, ut certam ad basin positionem acquirant. Deinde vero illud: hæc omnia curvarum & legum discrimina, tam quæ pertinent ad diversas directiones rectarum DC, data distantia punctorum A, B, quam quæ pertinent ad diversas distantias ipsorum punctorum A, B, data etiam directione DC, ac hasce vires in latus, haberi debere in exiguis illis distantiiis, in quibus curva Fig. 1 circa axem contorquetur, ubi nimirum mutata parum admodum distantia vires singulorum punctorum mutantur plurimum, & e repulsivis etiam abeunt in attractivas, ac vice versa, & ubi respectu alterius puncti haberi possit attractio, respectu alterius repulsio, quod utique requiritur, ut vis dirigatur extra angulum ACB, & extra ipsi ad verticem oppositum. At in majoribus distantiiis, in quibus jam habetur illud postremum crus Fig. 1. exprimens arcum attractivum ad sensum in ratione reciproca duplicata distantiarum, vis in punctum C a punctis A, B inter se proximis, utcumque ejusmodi distantia mutetur, & quæcunque fuerit inclinatio CD ad AB, erit semper ad sensum eadem, directæ ad sensum ad punctum D, & ad sensum proportionalis reciproce quadrato distantie DC ab ipso puncto D, & ad sensum dupla ejus, quam in curva Figuræ Imæ requireret distantia DC.

CCX. Id quidem facile demonstratur. Si enim AB respectu DC ~~est~~ perquam exigua, angulus ACB erit perquam exiguus, & a recta CD ad sensum bifariam sectus: distantie AC, CB erunt ad  
 se

se invicem ad sensum in ratione æqualitatis, adeoque & vires CL, CK ambæ attractivæ debebunt ad sensum æquales esse inter se, & proinde LCKF ad sensum rhombus, diametro CF ad sensum secante angulum LCK bifariam, quæ rhombi proprietas est, & ipsa CF congruente cum CO, ac (ob angulum FCK insensibilem, & CKF ad sensum æqualem duobus rectis) æquali ad sensum binis CK, KF, sive CK, CL, simul sumptis, quæ singulæ cum sint quam proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum CB, CA, erunt & eadem, & earum summa ad sensum in ratione reciproca duplicata distantia CD.

CCXI. Porro id quidem commune est etiam massulis constantibus quocunque punctorum numero. Mutata illarum combinatione, vis composita a viribus singulorum agens in punctum distans a massula ipsa per intervallum perquam exiguum, nimirum ejusmodi, in quo curva Figuræ imæ circa axem contorquetur, debet mutare plurimum tam intensitatem suam, quam directionem, & fieri utique potest, quod infra etiam in aliquo simpliciore casu trium punctorum videbimus, ut in alia combinatione punctorum massulæ pro eadem distantia a medio repulsionem prævaleant, in alia attractiones, in alia oriatur vis in latus ad perpendicularum, ac in eadem constitutione massulæ pro diversis directionibus admodum diversæ sint vires pro eadem etiam distantia a medio. At in magnis illis distantis, in quibus singulorum punctorum vires jam attractivæ sunt omnes, & directiones, ob molem massulæ tam exiguam respectu ingentis distantia, ad sensum conspirant, vis composita ex omnibus dirigitur necessario ad punctum aliquod intra massulam situm, adeoque ad sensum ejus directio erit eadem, ac directio rectæ tendentis ad mediam massulam, ac æquabitur vis ipsa ad sensum summæ virium omnium punctorum constituentium ipsam massulam, adeoque erit attractiva semper, & ad sensum proportionalis in diversis etiam massulis numero punctorum directe, & quadrato distantia a medio massulæ ipsius reciproce; sive generaliter erit in ratione composita ex directa simplici massarum, & reciproca duplicata distantiarum. Multo autem magis erit discrimen in exiguis illis distantis, si non unicum punctum a massula illa sollicitetur, sed massula alia, cujus vis componatur e singulis viribus singulorum suorum punctorum, quod tamen in massula etiam respectu massulæ admodum remotæ evanescet, singulis ejus punctis vires habentibus ad sensum æquales, & agentes in eadem ad sensum directione; unde fiet, ut vis

motrix ejus massulæ sollicitatæ, orta ab actionibus illius alterius **re-**motæ massulæ, sit ad sensum proportionalis numero punctorum, quæ habet ipsa, numero eorum, quæ habet altera, & quadrato distantia, quæcunque sit diversa dispositio punctorum in utralibet, quicunque numerus.

CCXII. Mirum sane, quantum in applicatione ad **Physicam** hæc animadversio habitura sit usum; nam inde constabit, cur **omnia** corporum genera gravitatem acceleratricem habeant **proportionalem** massæ, in quam tendunt, & quadrato distantia, adeoque in superficie terræ aurum, & pluma cum æquali celeritate descendant seclusa resistantia, vim autem totam, quam etiam pondus appellamus, **proportionalem** præterea massæ suæ, adeoque in ordine ad gravitatem nullum sit discrimen, quæcunque differentia habeatur inter corpora, quæ gravitant, & in quæ gravitant, sed ad solam demum massam, & distantiam deveniat res; at in proprietatibus, quæ pendent a minimis distantis, in quibus nimirum fiunt reflexiones lucis, & refractiones cum separatione colorum pro visu, vellicationes fibrarum palati pro gustu, incurfus odoriferarum particularum pro odoratu, tremor communicatus particulis aeris proximis, & propagatus usque ad tympanum auriculare pro auditu, asperitas, ac aliæ sensibiles ejusmodi qualitates pro tactu, cohæsiōnum diversa genera, secretiones, nutritionesque, fermentationes, conflagrationes, diplosiones, præcipitationes, ac alii effectus Chemicī omnes, & mille alia ejusmodi, quæ diversa corpora a se invicem discernunt, in iis, inquam, tantum sit discrimen, & vires tam variæ, ac tam varii motus, qui tam varia phænomena, & omnes specificas tot corporum differentias inducunt, consensu Theoriæ hujus cum omni natura sane admirabili. Sed hæc ad massas pertinent, & ad applicationem ad **Physicam**; interea peculiaria quædam persequor ex innumeris iis, quæ pertinent ad diversas leges binorum punctorum agentium in tertium.

CCXIII. Si libeat considerare illas leges, quæ oriuntur in recta perpendiculari ad AB ducta per D, vel in ipsa AB hinc, & inde producta, inprimis facile est videre illud, directionem vis compositæ utrobique fore eandem cum ipsa recta sine ulla vi in latus, & sine ulla declinatione a recta, quæ tendit ad ipsum D, vel ab ipso. Pro recta AB res constat per se se; nam vires illæ, quæ ad bina ea puncta pertinent, vel habebunt directionem eandem, vel oppositas, jacente ipso tertio puncto in directum cum utroque  
e prio-

e prioribus: unde fit, ut vis composita æquetur summæ, vel differentiæ virium singularum componentium, quæ in eadem recta remaneat. Pro recta perpendiculari facile admodum demonstratur. Si enim in Fig. 23 recta DC fuerit perpendicularis ad AB sectam bifariam in D, erunt AC, BC æquales inter se. Quare vires, quibus C agitur ab A & B, æquales erunt, & proinde vel ambæ attractivæ, ut CL CK, vel ambæ repulsivæ, ut CN, CM. Quare vis composita CF, vel CH, erit diameter rhombi, adeoque secabit bifariam angulum LCK, vel NCM; quos angulos cum bifariam secet etiam recta DC, ob æqualitatem triangulorum DCA, DCB, patet, ipsas CF, CH debere cum eadem congruere. Quamobrem in hisce casibus evanescit vis illa perpendicularis FO, quæ in præcedentibus binis figuris habebatur, ac in iis per unicam æquationem res omnis absolvitur, quarum ea, quæ ad posteriorem casum pertinet, admodum facile invenitur.

CCXIV. Legem pro recta perpendiculari rectæ jungenti duo puncta, & æque distanti ab utraque, exhibet Fig. 24, quæ vitandæ confusionis causa exhibetur, ubi sub numero 24 habetur littera B, sed quod ad ejus constructionem pertinet, habetur separatim, ubi sub Num. 24 habetur, littera A, ex quibus binis figuris habetur unica, si puncta XYEAE censeantur utrobique eadem. In ea X, Y sunt duo materiæ puncta, & ipsam XY recta CC secat bifariam in A. Curva, quæ vires compositas ibi exhibet per ordinatas, constructa est ex Fig. 1, quod fieri potest inveniando vires singulas singulorum punctorum, tum vim compositam ex iis more consueto juxta generalem constructionem Num. 205; (p) sed etiam sic facilius idem præstatur: centro Y intervallo, cujusvis abscissæ A d Fig. 1 inveniatur in Fig. 24 sub litera A in recta CC punctum d, sumaturque de versus Y æqualis ordinatæ db Fig. 1, ductoque ea perpendiculari in CA, erigatur eidem CA itidem perpendicularis db dupla da versus plagam electam ad arbitrium pro attractionibus, vel versus oppositam, prout illa ordinata in Fig. 1 attractionem, vel repulsionem expresserit, & erit punctum b ad curvam exprimentem legem virium,

qua

- (p) *Ducta enim LK in Fig. 23 ipsam FC secabit bifariam, & ad angulos rectos ex rhombi natura. Dicatur  $CD = x$ ,  $CF = y$ ,  $DB = a$ , & erit  $CB = \sqrt{aa + xx}$ , &  $CD = x$ .  $CB = \sqrt{aa + xx} :: CI = \frac{1}{2}y$ .  $CK = y \sqrt{\frac{aa + xx}{2x}}$ , quo valore po-*

*sito in aequatione curva Fig. 1 pro valore ordinatæ, &  $\sqrt{aa + xx}$  pro valore abscissæ, habebitur immediate aequatio nova per x, y, & constantes, quæ ejusmodi curvam determinabit.*



qua punctum ubicunque collocatum in recta CC sollicitatur a binis X, Y.

CCXV. Demonstratio facilis est: si enim ducatur  $dX$ , & in ea sumatur  $dc$  æqualis  $de$ , ac compleatur rhombus  $debc$ , patet, fore ejus verticem  $b$  in recta  $dA$  bifariam secante angulum  $XdY$ , cujus diameter  $db$  exprimet vim compositam a binis  $de$ ,  $dc$ , quæ bifariam secabitur a diametro altera  $ec$ , & ad angulos rectos, adeoque in ipso illo puncto  $a$ ; &  $db$ , dupla  $da$ , æquabitur  $db$  exprimenti vim, quæ respectu  $A$  erit attractiva, vel repulsiva, prout illa  $db$  Figuræ imæ fuerit itidem attractiva, vel repulsiva.

CCXVI. Porro ex ipsa constructione patet, si centro  $Y$ , intervallis  $AE$ ,  $AG$ ,  $AI$  Fig. 1mæ inveniantur in recta  $CAC$  puncta  $E$ ,  $G$ ,  $I$  &c, ea fore limites, respectu novæ curvæ; & eodem pacto reperiri posse limites  $EGI$  &c ex parte opposita  $A$ ; in iis enim punctis evanescente  $de$  evadit nulla  $da$ , &  $db$ . Notandum tamen, ibi mutari plagam attractivam in repulsivam, & vice versa; nam in toto tractu  $CA$  vis attractiva ad  $A$  habet directionem  $CC$ , & in tractu  $AC$  vis itidem attractiva ad  $A$  habet directionem oppositam  $CG$ . Deinde facile patebit, vim in  $A$  fore nullam, ubi nimirum oppositæ vires se destruent, adeoque ibi debere curvam axem secare; ac licet distantie  $AX$ ,  $AY$  fuerint perquam exiguæ, ut idcirco repulsiones singulorum punctorum evadant maximæ; tamen prope  $A$  vires erunt perquam exiguæ ob inclinationes duarum virium ad  $XY$  ingentes, & contrarias; & si ipsæ  $AY$ ,  $AX$  fuerint non majores quam sit  $AE$  Figuræ 1mæ, postremus arcus  $EDA$  erit repulsivus, secus si fuerint majores, quam  $AE$ , & non majores, quam  $AG$ , atque ita porro, cum vires in exigua distantia ab  $A$  debeant esse ejus directionis, quam in Fig. 1 requirunt, abscissæ paullo majores, quam  $YA$ . Postrema crura  $TpV$ ,  $Tp\bar{V}$ , patet, fore attractiva; & si in Figura 1ma fuerint asymptotica, fore asymptotica etiam hic; sed in  $A$  nullum erit asymptoticum crus.

Fig. 25.

CCXVII. At curva, quæ exhibet in Fig. 25 legem virium pro recta  $CC$  transeunte per duo puncta  $X$ ,  $Y$ , est admodum diversa a priore. Ea facile construitur: satis est pro quovis ejus puncto  $d$  assumere in Fig. 1 duas abscissas æquales, alteram  $Yd$  hujus figuræ, alteram  $Xd$  ejusdem, & sumere hic  $db$  æqualem summæ, vel differentie binarum ordinarum pertinentium ad eas abscissas, prout fuerint ejusdem directionis, vel contrariæ, & eam ducere ex parte attractiva, vel repulsiva, prout ambæ ordinatæ

Fig.

Fig. 1, vel earum major, attractiva fuerit, vel repulsiva. Habebitur autem asymptotus  $bYc$ , & ultra ipsum crus asymptoticum  $DE$ , citra ipsam autem crus itidem asymptoticum  $dg$  attractivum respectu  $A$ , cui attractivum, sed directionis mutatae respectu  $CC$ , ut, in Fig. superiore diximus, ad partes oppositas  $A$  debet esse aliud  $gd$ , habens asymptotum  $bc$  transeuntem per  $X$ ; ac utrumque crus debet continuari usque ad  $A$ , ubi curva secabit axem. Hoc postremum patet ex eo, quod vires oppositae in  $A$  debeant elidi; illud autem prius ex eo, quod si  $A$  sit prope  $Y$ , & ad ipsum in infinitum accedat, repulsio ab  $Y$  crescat in infinitum, vi, quae provenit ab  $X$ , manente finita; adeoque tam summa, quam differentia debet esse vis repulsiva respectu  $Y$ , & proinde attractiva respectu  $A$ , quae imminutis in infinitum distantius ab  $Y$  augebitur in infinitum. Quare ordinata  $ag$  in accessu ad  $bYc$  crescat in infinitum; unde consequitur, arcum  $ga$  fore asymptoticum respectu  $Yc$ ; & eadem erit ratio pro  $ag$ , & arcu  $gd$  respectu  $bXc$ .

CCXVIII. Poterit autem etiam, arcus curvae interceptus asymptotis  $bYc, bXc$ , sive cruribus  $de, dg$  secare alicubi axem, ut exhibet Fig. 26; quin immo & in locis pluribus, si nimirum  $AY$  sit satis major, quam  $AE$  Fig. 1mae, ut ab  $Y$  habeatur alicubi citra  $A$  attractio, & ab  $X$  repulsio, vel ab  $X$  repulsio major, quam repulsio ab  $Y$ . Ceterum sola inspectione postremarum duarum Figurarum patebit, quantum discrimen inducat in legem virium, vel curvam, sola distantia punctorum  $X, Y$ . Utraque enim Figura derivata est a Figura 1ma, & in Fig. 25 assumpta est  $XY$  aequalis  $AE$  Figurae 1mae, in Fig. 26 aequalis  $AI$  ejusdem, quae variatio usque adeo mutavit Figuram genitae ductum; & assumptis aliis, atque aliis distantius punctorum  $X, Y$ , aliae, atque aliae curvae novae provenirent, quae inter se collatae, & cum illis, quae habentur in recta  $CAC$  perpendiculari ad  $XAY$ , uti est in Fig. 24; ac multo magis cum iis, quae ad alias rectas pertinentes mente concipi possunt, satis confirmant id, quod supra innui de tanta multitudine, & varietate legum provenientium a sola etiam duorum punctorum agentium in tertium dispositione diversa; ut & illud itidem patet ex sola etiam harum trium curvarum delineatione, quanta sit ubique conformitas in arcu illo attractivo  $TpV$ , ubique conjuncta cum tanto discrimine in arcu se circa axem contorquente.

CCXIX. Verum ex tanto discriminum numero unum seligam maxime notatu dignum, & maximo nobis usui futurum inferius.

P

Sit

- Fig. 27. Sit in Fig. 27 CAC axis idem, ac in Fig. 1, & quinque arcus consequenter accepti alicubi GHI, IKL, LMN, NOP, PQR sint æquales prorsus inter se, ac similes. Ponantur autem bina puncta B, B hinc & inde ab A in Fig. 28 ad intervallum æquale dimidiæ amplitudini unius e quinque iis arcubus, ut uni GI, vel IL; in Fig. 29 ad intervallum æquale integræ ipsi amplitudini; in Fig. 30 ad intervallum æquale duplæ; sint autem puncta L, N in omnibus hisce Figuris eadem, & quærat, quæ futura sit vis in quovis puncto  $g$  intervalli LN in hisce tribus positionibus punctorum BB.

CCXX. Si in Fig. 27 capiantur hinc, & inde a  $g$  intervalla æqualia intervallis AB, AB reliquarum trium Figurarum ita, ut  $ge$ ,  $gi$  respondeant Fig. 28,  $gc$ ,  $gm$  Fig. 29;  $ga$ ,  $go$  Fig. 30, patet, intervallum  $ei$  fore æquale amplitudini LN, adeoque  $Le$ ,  $Ni$  æquales fore dempto communi  $Li$ , sed puncta  $e$ ,  $i$  debere cadere sub arcus proximos directionum contrariarum; ob arcuum vero æqualitatem fore æqualem vim  $ef$  vi contrariæ  $il$ , adeoque in Fig. 28 vim ab utraque compositam, respondentem puncto  $g$ , fore nullum. At quoniam  $gc$ ,  $gm$  integræ amplitudini æquantur, cadent puncta  $c$ ,  $m$  sub arcus IKL, LOP, conformes etiam directione inter se, sed directionis contrariæ respectu arcus LMN, eruntque æquales  $mn$ ,  $ci$  ipsi  $gL$ , adeoque attractiones  $mn$ ,  $cd$ , & repulsioni  $gb$  æquales, & inter se; ac idcirco in Fig. 29 habebitur vis attractiva  $gb$  composita ex iis binis dupla repulsivæ Fig. 27. Demum cum  $ga$ ,  $go$  sint æquales duplæ amplitudini, cadent puncta  $a$ ,  $o$  sub arcus GHI, PQR conformis directionis inter se, & cum arcu LMN, eruntque pariter binæ repulsionem  $ab$ ,  $op$  æquales repulsioni  $gb$ , & inter se. Quare vis ex iis composita pro Fig. 30 erit repulsio  $gb$  dupla repulsionis  $gb$  Fig. 28, & æqualis attractioni Fig. 29.

CCXXI. Inde igitur jam patet, loci geometrici exprimentis vim compositam, qua bina puncta B, B agunt in tertium, partem, quæ respondet intervallo eidem LN, fore in prima e tribus eorum positionibus propositis ipsum axem LN, in secunda arcum attractivum LMN, in tertia repulsivum, utroque recedente ab axe ubique duplo plus, quam in Fig. 27; ac pro quovis situ puncti  $g$  in toto intervallo LN in primo e tribus casibus fore prorsus nullam; in secundo fore attractionem; in tertio repulsionem æqualem  $ei$ , quam bina puncta B, B exercent in tertium punctum situm in  $g$ , si collocarentur simul in A, licet in omnibus hisce casibus distantia pun-

puncti ejusdem  $g$  a medio systematis eorundem duorum punctorum, live a centro particulæ constantis iis duobus punctis sit, omnino eadem. Possunt autem in omnibus hisce casibus puncta  $B$ ,  $B$  esse simul in arctissimis limitibus cohæſionis inter se, adeoque particulam quandam constantis positionis constituere. Æqualitas ejusmodi accurata inter arcus, & amplitudines ac limitum distantias in Figura 1 non dabitur uspiam, cum nullus arcus curvæ derivatæ utique continuæ, deductæ nimirum certa lege a curva continua, possit congruere accurate cum recta; ac poterunt ea omnia ad æqualitatem accedere, quantum libuerit; poterunt hæc ipsa discrimina haberi ad sensum per tractus continuos aliis modis multo adhuc pluribus, immo etiam pluribus in immensum, ubi non duo tantummodo puncta, sed immensus eorum numerus constituat massulas, quæ in se agant, & ut in hoc simplicissimo exemplo deprompto e solo trium punctorum systemate, multo magis in systematis magis compositis, & plures idcirco variationes admittentibus, in eadem centrorum distantia, pro sola varia positione punctorum componentium massulas ipsas vel a se mutuo repelli, vel se mutuo attrahere, vel nihil ad sensum agere in se invicem. Quod si ita res habet, nihil jam mirum accidet, quod quædam substantiæ inter se commixtæ ingentem acquirant intestinarum partium motum per effervescentiam, & fermentationem, quæ deinde cesset, particulis post novam commixtionem respective quiescentibus; quod ex eodem cibo alia per secretionem repellantur, alia in succum nutritivum convertantur, ex quo ad eandem præterfluente distantiam alia aliis partibus solidis adhæreant, & per alias valvulas transmittantur, aliis libere progredientibus. Sed adhuc multa supersunt notatu dignissima, quæ pertinent ad ipsum etiam adeo simplex trium punctorum systema.

CCXXII. Jaceant in Fig 31 tria puncta  $ADB$  in directum, Fig. 31. ea poterunt respective quiescere, si omnibus mutuis viribus careant, quod fieret, si tres distantie  $AD$ ,  $DB$ ,  $AB$  omnes essent distantie limitum; sed potest haberi etiam quies respectiva per elisionem contrariarum virium. Porro virium mutuarum casus diversi tres esse poterunt: vel enim punctum medium  $D$  ab utroque extremo  $A$ ,  $B$  attrahitur, vel ab utroque repellitur, vel ab altero attrahitur, ab altero repellitur. In hoc postremo casu, patet, non haberi quietem respectivam, cum debeat punctum medium moveri versus extremum attrahens recedendo simul ab altero extremo repel-

pellente. In reliquis binis casibus poterit utique res haberi; nam vires attractivæ, vel repulsivæ, quas habet medium punctum, possunt esse æquales; tum autem extrema puncta debebunt itidem attrahi a medio in primo casu, repelli in secundo, quæ si se invicem e contrario æque repellant in casu primo, attrahent in secundo, poterunt mutuae vires elidi omnes.

CCXXIII. Adhuc tamen ingens est discrimen inter hosce binos casus. Si nimirum puncta illa a directione rectæ lineæ quidquam removeantur, ut nimirum medium punctum  $D$  distet jam non nihil a recta  $AB$ , delatum in  $C$ , in secundo casu adhuc magis sponte recedet inde, & in primo accedet iterum; vel si vi aliqua externa urgeatur, conabitur recuperare positionem priorem, & ipsi urgenti vi resistet. Nam binæ repulsiones  $CM$ ,  $CN$  adhuc habebuntur in secundo casu in ipso primo recessu a  $D$ , licet eæ mutatis jam satis distantis  $BD$ ,  $AD$  in  $BC$ ,  $AC$ , evadere possint attractiones, vim component directam per  $CH$  contrariam directioni tendenti ad rectam  $AD$ . At in primo casu habebuntur attractiones  $CL$ ,  $CK$ , quæ component vim  $CF$  directam versus  $AB$ , quo casu attractio  $AP$  cum repulsione  $AR$ ; & attractio  $BV$  cum repulsione  $BS$  component vires  $AQ$ ,  $BT$ , quibus puncta  $A$ ,  $B$  ibunt obviam puncto  $C$  redeunti ad rectam transituram per illud punctum  $E$ , quod est in triente rectæ  $DC$ , & de quo supra mentionem fecimus Num. 204.

CCXXIV. Hæc Theoria generaliter etiam non rectilinearantum, sed & cuivis positioni trium massarum applicari potest, ac applicabitur infra, ubi etiam generale simplicissimum, ac fecundissimum theorema eruetur pro comparatione virium inter se; sed hic interea evolvemus non nulla, quæ pertinent ad simpliciores hunc casum trium punctorum. Inprimis fieri utique potest, ut ejusmodi tria puncta positionem ad sensum rectilineam retineant cum prioribus distantis, utcunque magna fuerit vis, quæ illa dimovere tentet, vel utcunque magna velocitas impressa fuerit ad ea e suo respectivo statu deturbanda. Nam vires ejusmodi esse possunt, ut tam in eadem directione ipsius rectæ, quam in directione ad eam perpendiculari, adeoque in quavis obliqua etiam, quæ in eas duas resolvi cogitatione potest, validissimus exurgat conatus ad redeundum ad priorem locum, ubi inde discesserint puncta. Contra vim impressam in directione ejusdem rectæ satis est si pro puncto medio attractio plurimum crescat aucta distantia ab utrolibet extremo, & plu-

plurimum decreſcat eadem imminuta; ac pro utrovis puncto extremo ſatis eſt, ſi repulſio decreſcat plurimum aucta diſtantia ab extremo, & attractio plurimum creſcat aucta diſtantia a medio, quod ſecundum utique fiet, cum, uti dictum eſt, debeat attractio mediū in ipſum creſcere aucta diſtantia. Si hæc ita ſe habuerint, ac vice verſa, differentia virium vi extrinſecæ reſiſtet, ſive ea tentet contrahere, ſive diſtrahere puncta, & ſi aliquod ex iis velocitatem in ea directione acquiſiverit utcunque magnam, poterit differentia virium eſſe tanta, ut extinguat ejusmodi reſpectivam velocitatem tempuſculo, quantum libuerit, parvo, & poſt percurſum ſpatiohum, quantum libuerit, exiguum.

CCXXV. Quod ſi vis urgeat perpendiculariter, ut ex. gr. punctum medium D moveatur per rectam DC perpendicularem ad AB; tum vires CK, CL poſſunt utique eſſe ita validæ, ut vis compoſita CF ſit poſt reſeſſum, quantum libuerit, exiguum ſatis magna ad ejusmodi vim elidendam, vel ad extingvendam velocitatem impreſſam. In caſu vis, quæ conſtanter urgeat, & punctum D verſus C, & puncta A, B ad partes oppoſitas, habebitur inflexio, ac in caſu vis, quæ agat in eadem directione rectæ jungentis puncta, habebitur contractio, ſeu diſtractio; ſed vires reſiſtentes ipſis poterunt eſſe ita validæ, ut & inflexio, & contractio, vel diſtractio, ſint prorſus inſenſibiles; ac ſi actione externa velocitas imprimatur punctis ejusmodi, quæ flexionem, vel contractionem, aut diſtractionem inducat, tum ipſa puncta permittantur ſibi libera, habebitur oscillatio quædam, angulo jam in alteram plagam obverſo, jam in alteram oppoſitam, ac longitudine ejus veluti virgæ conſtantis iis tribus punctis jam aucta, jam imminuta, fieri poterit, ut oscillatio ipſa ſenſum omnem effugiat, quod quidem exhibebit nobis ideam virgæ, quam vocamus rigidam, & ſolidam, contractionis nimirum, & dilatationis incapacem, quas proprietates nulla virga in natura habet accurate tales, ſed tantummodo ad ſenſum. Quod ſi vires ſint aliquanto debiliores, tum vero & inflexio ex vi externa mediocri, & oscillatio, ac tremor erunt majores, & jam hinc ex ſimpliciſſimo trium punctorum ſyſtemate habebitur ſpecies quædam ſatis idonea ad ſiſtendum animo diſcrimen, quod in natura obſervatur quotidie oculis, inter virgas rigidas, ac eas, quæ ſunt flexiles, & ex elatiſticitate trementes.

CCXXVI. Ibidem ſi binæ vires, ut AQ, BT fuerint perpendiculares ad AB, vel etiam utcunque parallelæ inter ſe, tertia

quoque erit parallela illis, & æqualis earum summæ, sed directionis contrariæ. Ducta enim CD parallela iis, tum ad illam KI parallela AB, erit ob CK, VB æquales, triangulum CIK æquale simili BTV, sive TBS, adeoque CI æqualis BT, IK æqualis BS, sive AR, vel QP. Quare si sumpta IF æquali AQ ducatur KF, erit triangulum FIK æquale AQP, ac proinde FK æqualis, & parallela AP, sive LC, & CLFK parallelogrammum, ac CF, diameter ipsius, exprimet vim puncti C utique parallelam viribus AQ, BT, & æqualem earum summæ, sed directionis contrariæ. Quoniam vero est SB ad BT, ut BD ad DC; ac QA ad AR, ut DC ad DA; erit ex æqualitate perturbata AQ ad BT, ut BD ad DA, nimirum vires in A & B in ratione reciproca distantiarum AD, DB a recta CD ducta per C secundum directionem virium.

CCXXVII. Ea, quæ hoc postremo numero demonstravimus, æque pertinent ad actiones mutuas trium punctorum habentium positionem mutuam quamcunque, etiam si a rectilinea recedat quantumlibet; nam demonstratio generalis est: sed ad massas utcunque inæquales, & in se agentes viribus etiam divergentibus, multo generalius traduci possunt, ac traducentur inferius, & ad æquilibrii leges, & vectem, & centra oscillationis, ac percussionis nos deducunt. Sed interea pergemus alia non nulla persequi pertinentia item ad puncta tria, quæ in directum non jaceant.

CCXXVIII. Si tria puncta non jaceant in directum, tum vero sine externis viribus non poterunt esse in æquilibrio, nisi omnes tres distantiae, quæ latera trianguli constituunt, sint distantiae limitum Fig. 1. Cum enim vires illæ mutuae non habeant directiones oppositas, sive unica vis ab altero e reliquis binis punctis agat in tertium punctum, sive ambæ, haberi debet in illo tertio puncto motus, vel in recta, quæ jungit ipsum cum puncto agente, vel in diagonali parallelogrammi, cujus latera binas illas exprimant vires. Quamobrem si assumantur in Figura 1 tres distantiae limitum ejusmodi, ut nulla ex iis sit major reliquis binis simul sumptis, & ex ipsis constituatur triangulum, ac in singulis angulorum cuspidibus singula materiæ puncta collocentur, habebitur systema trium punctorum quiescens, cujus punctis singulis si imprimantur velocitates æquales, & parallelæ, habebitur systema progrediens quidem, sed respectively quiescens; adeoque istud etiam systema habebit ibi suum quemdam limitem, sed horum quoque limitum duo genera erunt: ii, qui orientur ab omnibus tribus limitibus cohæsionis, erunt ejus-

mo-

modi, ut mutata positione, conentur ipsam recuperare, cum debeant conari recuperare distantias; ii vero, in quibus etiam una e tribus distantibus fuerit distantia limitis non cohaesionis, erunt ejusmodi, ut mutata positione, ab ipsa etiam sponte magis discedat systema punctorum eorundem. Sed consideremus jam casus quosdam peculiare, & elegantes, & utiles, qui huc pertinent.

CCXXIX. Sint in Fig. 32 tria puncta AEB ita collocata, ut Fig. 32. tres distantiae AB, AE, BE sint distantiae limitum cohaesionis, & postremae duae sint aequales. Focis A, B concipiatur ellipsis transiens per E, cujus axis transversus sit FO, conjugatus EH, centrum D; sit in Fig. 1 AN aequalis semiaxi transverso hujus DO, sive BE, vel AE, ac sit DB hic minor, quam in Figura 1 amplitudo proximorum arcuum LN, NP, ac sint arcus ipsi NM, NO similes & aequales ita, ut ordinatae  $ny$ ,  $zt$ , aequae distantes ab N, sint inter se aequales. Inprimis si punctum materiae sit hic in E, nullam ibi habebit vim, cum AE, BE sint aequales distantiae AN limitis N Fig. 1; ac eadem est ratio pro puncto collocato in H. Quod si fuerit in O, itidem erit in aequilibrio. Si enim assumantur in Fig. 1 Az, Au aequales hisce BO, AO, erunt Nz Nu illius aequales DB, DA hujus, adeoque & inter se. Quare & vires illius  $zt$ ,  $ny$  erunt aequales inter se, quae cum pariter oppositae directionis sint, se mutuo elident; ac eadem ratio est pro collocactione in F. Attrahetur utique A, & repelletur B ab O, sed si limes, qui respondet distantiae AB, sit satis validus, ipsa puncta nihil ad sensum discedent a focis ellipseos, in quibus fuerant collocata, vel si debeant discedere ob limitem minus validum, considerari poterunt per externam vim ibidem immota, ut contemplari liceat solam relationem tertii puncti ad illa duo.

CCXXX. Manet igitur immotum, ac sine vi, punctum collocatum tam in verticibus axis conjugati ejus ellipseos, quam in verticibus axis transversi; & si ponatur in quovis puncto C perimetri ejus ellipseos, tum ob AC, CB simul aequales in ellipsi axi transverso, sive duplo semiaxi DO; erit AC tanto longior, quam ipsa DO, quanta ea brevior BC; adeoque si jam in Fig. 1. sint Au, Az aequales hisce AC, BC habebuntur ibi utique  $ny$ ,  $zt$  itidem aequales inter se. Quare hic attractio CL aequabitur repulsioni CM, & LIMC erit rhombus, in quo inclinatio IC secabit bifariam angulum LCM; ac proinde si ea utrinque producat in P, & Q, angulus ACP, qui est idem, ac LCI, erit aequalis angulo



gulo BCQ, qui est ad verticem oppositus angulo ICM. Quæ cum in ellipsi sit notissima proprietas tangentis relatæ ad focos, erit ipsa PQ tangens. Quamobrem dirigetur vis puncti C in latus secundum tangentem, sive secundum directionem arcus elliptici; atque id, ubicunque fuerit punctum in perimetro ipsa versus verticem propiorem axis conjugati, & sibi relictum ibit per ipsam perimetrum versus eum verticem, nisi quatenus ob vim centrifugam motum non nihil adhuc magis incurvabit.

CCXXXI. Quamobrem hic jam licebit contemplari in hac curva perimetro vicissitudinem limitum prorsus analogorum limitibus *cohæisionis* & *non cohæisionis*, qui habentur in axe rectilineo curvæ primigeniæ Fig. 1. Erunt limites quidam in E, in F, in H, in O, in quibus nimirum vis erit nulla, cum in omnibus punctis C intermediis sit aliqua. Sed in E & H erit ejusmodi, ut si utravis ex parte punctum dimoveatur, per ipsam perimetrum debeat redire versus ipsos ejusmodi limites, sicut ibi accidit in limitibus *cohæisionis*; at in F, & O erit ejusmodi, ut in utramvis partem, quantum libuerit, parum inde punctum dimotum fuerit, sponte debeat inde magis usque recedere, prorsus ut ibi accidit in limitibus *non cohæisionis*.

CCXXXIII. Contrarium accideret, si BO æquaretur distantiaë limitis *non cohæisionis*: tum enim distantia BC minor haberet attractionem CK, distantia major AC repulsionem CN, & vis composita per diagonalem CG rhombi CNGK haberet itidem directionem tangentis ellipseos; & in verticibus quidem axis utriusque haberetur limes quidam, sed punctum in perimetro collocatum tenderet versus vertices axis transversi, non versus vertices axis conjugati, & hi referrent limites *cohæisionis*, illi e contrario limites *non cohæisionis*. Sed adhuc major analogia in perimetro harum ellipsium habebitur cum axe curvæ primigeniæ Fig. 1, si fuerit DO æqualis distantiaë limitis *cohæisionis* AN illius, & DB in hac major, quam in Fig. 1 amplitudo NL, NP; multo vero magis, si ipsa hujus DB superet plures ejusmodi amplitudines, ac arcuum æqualitas maneat hinc, & inde. Ubi enim AC hujus Figuræ fiet æqualis abscissæ AP illius, etiam BC hujus fiet pariter æqualis AL illius. Quare in ejusmodi loco habebitur limes, & ante ejusmodi locum versus A distantia longior AC habebit repulsionem, & BC brevior attractionem, ac rhombus erit KGNC, & vis dirigetur versus O. Quod si alicubi ante in loco adhuc propiore O distan-

distantiæ AC, BC æquarentur abscissis AR, AI Figuræ 1mæ, ibi iterum esset limes, sed ante eum locum rediret iterum repulsio pro minore distantia, attractio pro maiore, & iterum rhombi diameter jaceret versus verticem axis conjugati E. Generaliter autem ubi semiaxis transversus æquatur distantia cujuspiam limitis cohæſionis, & distantia punctorum a centro ellipseos, sive ejus eccentricitas est major, quam intervallum dicti limitis a pluribus sibi proximis hinc, & inde, ac maneat æqualitas arcuum, habebuntur in singulis quadrantibus perimetri ellipseos tot limites, quot limites transibit eccentricitas hinc translata in axem Figuræ 1, a limite illo nominato, qui terminet in Fig. 1 semiaxem transversum hujus ellipseos; ac præterea habebuntur limites in verticibus amborum ellipseos axium; eritque incipiendo ab utrovis vertice axis conjugati in gyrum per ipsam perimetrum is limes primus cohæſionis, tum illi proximus esset non cohæſionis, deinde alter cohæſionis, & ita porro, donec redeatur ad primum, ex quo inceptus fuerit gyrys, vi in transitu per quemvis ex ejusmodi limitibus mutante directionem in oppositam. Quod si semiaxis hujus ellipseos æquetur distantia limitis non cohæſionis Fig. 1, res eodem ordine pergit cum hoc solo discrimine, quod primus limes, qui habetur in vertice semiaxis conjugati sit limes non cohæſionis, tum eundo in gyrum ipsi proximus sit cohæſionis limes, deinde iterum non cohæſionis, & ita porro.

CCXXXIII. Verum est adhuc alia quædam analogia cum iis limitibus, si considerentur plures ellipses iisdem illis focus, quarum semiaxes ordine suo æquentur distantis, in altera cujuspiam e limitibus cohæſionis Fig. 1mæ, in altera limitis non cohæſionis ipsi proximi, & ita porro alternatim, communis autem illa eccentricitas sit adhuc etiam minor quavis amplitudine arcuum interceptorum limitibus illis Figuræ 1mæ, ut nimirum singulæ ellipsium perimetri habeant quaternos tantummodo limites in quatuor verticibus axium. Ipsæ ejusmodi perimetri totæ erunt quidam veluti limites relate ad accessum, & recessum a centro. Punctum collocatum in quavis perimetro habebit determinationem ad motum secundum directionem perimetri ejusdem; at collocatum inter binas perimetros diriget semper vim suam ita, ut tendat versus perimetrum definitam per limitem cohæſionis Fig. 1mæ, & recedat a perimetro definita per limitem non cohæſionis; ac proinde punctum a perimetro primi generis dimotum conabitur ad illam redire; & dimotum a peri-

metro secundi generis, sponte illam adhuc magis fugiet, ac receder.

Fig. 33. CCXXXIV. Sint enim in Fig. 33 ellipsium  $FEOH$ ,  $F\bar{E}\bar{O}\bar{H}$ ,  $F\bar{E}\bar{O}\bar{H}$  semiaxes  $DO$ ,  $D\bar{O}$ ,  $D\bar{O}$  æquales primus distantiae  $AL$  limitis non cohæſionis Fig. 1mæ; secundus distantiae  $AN$  limitis cohæſionis; tertius distantiae  $AP$  limitis iterum non cohæſionis, & primo quidem collocetur Caliquanto ultra perimetrum mediam  $F\bar{E}\bar{O}\bar{H}$ : erunt  $AC$ ,  $BC$  majores, quam si essent in perimetro, adeoque in Fig. 1 factis  $Au$ ,  $Az$  majoribus, quam essent prius, decreſcet repulſio  $zt$ , creſcet attractio  $uy$ , ac proinde hic in parallelogrammo  $LCMI$  erit attractio  $CL$  major, quam repulſio  $CM$ , & idcirco accedet directio diagonalis  $CI$  magis ad  $CL$ , quam ad  $CM$ , & inflectetur introrſum verſus perimetrum mediam. Contra vero si  $C$  ſit intra perimetrum mediam, factis  $BC$ ,  $AC$ , minoribus, quam si essent in perimetro media, creſcet repulſio  $CM$ , & decreſcet attractio  $CL$ , adeoque directio  $CI$  accedet magis ad priorem  $CM$ , quam ad poſtერიem, & vis dirigitur extrorſum verſus eandem mediam perimetrum. Contrarium autem accideret ob rationem omnino ſimilem in vicinia primæ, vel tertia perimetri: atque inde patet, quod fuerat propoſitum.

CCXXXV. Quoniam arcus hinc, & inde a quovis limite non ſunt prorfus æquales, quanquam, ut ſupra obſervavimus Num. 183, exigui arcus ordinatas ad ſenſum æquales hinc, & inde habere debeant, curva per cujus tangentem perpetuo dirigatur vis, licet in exigua eccentricitate debeat eſſe ad ſenſum ellipſis, tamen nec in iis erit ellipſis accurate, nec in eccentricitatibus majoribus ad ellipſes multum accedet. Erunt tamen ſemper aliquæ curvæ, quæ determinant continuam directionem virium, & curvæ etiam, quæ trajectoriam deſcribendam definiant, habita quoque ratione vis centrifugæ: atque hic quidem uberrima ſeges ſuccreſcit problematum Geometriæ, & analyſi exercendæ aptiſſimorum; ſed omnem ego quidem ejusmodi perquiſitionem omitatem, cujus nimirum ad Theoriæ applicationem uſus mihi idoneus occurrit nullus; & quæ huc uſque vidimus, abunde ſunt ad oſtendendam elegantem ſane analogiam alternationis in directione virium agentium in laſus, cum viribus primigeniis ſimplicibus, ac harum limitum cum illarum limitibus, & ad ingerendam animo ſemper magis caſuum, & combinationum diverſarum ubertatem tantam in ſolo etiam trium puncto-  
rum

rum systemate simplicissimo ; unde conjectari liceat, quid futurum sit, ubi immensus quidam punctorum numerus coalescat in massulas constituentes omnem hanc usque adeo inter se diversorum corporum multitudinem sane immensam.

CCXXXVI. At præterea est & alius insignis, ac magis determinatus fructus, quem ex ejusmodi contemplationibus capere possumus, usui futurus etiam in applicatione Theoriæ ad Physicam. Si nimirum duo puncta A, & B sint in distantia limitis cohaesionis satis validi, & punctum tertium collocatum in vertice axis conjugati in E distantiam a reliquis habeat, quam habet limes itidem cohaesionis satis validus, poterit sane vis, qua ipsum retinetur in eo vertice, esse admodum ingens pro utcunque exigua dimotione ab eo loco, ut sine ingente externa vi inde magis dimoveri non possit. Tum quidem si quis impediatur motum puncti B, & circa ipsum circumducatur punctum A, ut in Fig. 34 abeat in A, abibit utique & E versus E, ut servetur forma trianguli AEB, in qua sola poterit respective quiescere systema, & habebitur idea quædam soliditatis, cujus & supra injecta est mentio. At si stantibus punctis A, B, vis aliqua exerceatur in E ad ipsum a sua positione deturbandum, donec ea fuerit mediocris, dimovebit illud non nihil; tum illa cessante ipsum se restituet, & oscillabit hinc & inde ab illo vertice per perimetrum curvæ cujusdam proximæ arcui elliptico. Quo major fuerit vis externa dimovens, eo major oscillatio fiet; sed si non fuerit tanta, ut punctum a vertice axis conjugati recedens deveniat ad verticem axis transversi, semper retro cursus reflectetur, & describetur minus, quam semiellipsis. Verum si vis externa cogerit percurrere totum quadrantem, & transilire ultra verticem axis transversi, tum vero gyrabit punctum circumquaque per totam perimetrum motu continuo, quem a vertice axis conjugati ad verticem transversi retardabit, tum ab hoc ad verticem conjugati accelerabit, & ita porro, nec sistetur periodicus conversionis motus, nisi exteriorum punctorum impedimentis occurrentibus, quæ sensim celeritatem imminuant, & post ipsos ejusmodi motus periodicos per totum ambitum reducant meras oscillationes, quas contrahant, & pristinam debitam positionem restituant, in qua una haberi potest quies respectiva. An non ejusmodi aliquid accidit, ubi solida corpora, quorum partes certam positionem servant ad se invicem, ingenti agitatione accepta ab igneis particulis liquefunt, tum iterum refrigerantes, agitatione sensim cessante per vires, quibus igneæ

Fig. 34.

particulæ emittuntur, & evolant, positionem priorem recuperant, ac tenacissime iterum servant, & tuentur? Sed hæc de trium punctorum systemate hucusque dicta sint satis.

CCXXXVII. Quatuor, tum etiam plurium punctorum systemata multo plures nobis variationes objicerent, si rite ad examen vocarentur; sed de iis id unum innuam. Ea quidem in plano eodem possunt positionem mutuam tueri tenacissime, si singulorum distantia a reliquis æquentur distantis limitum satis validorum Figuræ Imæ; neque enim in eodem plano positionem respectivam mutare possunt, aut aliquod ex iis exire e plano ducto per reliqua tria, nisi mutet distantiam ab aliquo e reliquis, cum datis trium punctorum distantis mutuis detur triangulum, quod constituere debent, tum datis distantis quarti a duobus detur itidem ejus positio respectu eorum in eodem plano, & detur distantia ab eorum tertio, quæ, si id punctum exeat e priore plano, sed retineat ab iis duobus distantiam priorem, mutari utique debet, ut facili negotio demonstrari potest.

CCXXXVIII. Quin immo in ipsa ellipsi considerari possunt puncta quatuor, duo in focus, & alia duo hinc, & inde a vertice axis conjugati in ea distantia a se invicem, ut vi mutua repulsiva sibi invicem elidant vim, qua juxta præcedentem Theoriam urgentur in ipsum verticem; quo quidem pacto rectangulum quoddam terminabunt, ut exhibet Fig. 35, in punctis A, B, C, D. Atque inde si supra angulos quadratæ basis assurgant series ejusmodi punctorum exhibentium series continuas rectangulorum, habebitur quædam adhuc magis præcisæ ideæ virgæ solidæ, in qua si basis ima inclinetur, statim omnia superiora puncta movebuntur in latus, ut rectangulorum illorum positionem retineant, & celeritas conversionis erit major vel minor, prout major fuerit, vel minor vis illa in latus, quæ ubi fuerit aliquanto languidior, multo serius progredietur vertex, quam fundus, & inflectetur virga, quæ inflexio in omni virgarum genere apparet adhuc multo magis manifesta, si celeritas conversionis fuerit ingens. Sed extra idem planum possunt quatuor puncta collocari ita, ut positionem suam validissime tueantur, etiam ope unicæ distantia limitis unici satis validi. Potest enim fieri pyramis regularis, cujus latera singula triangularia habeant ejusmodi distantiam. Tum ea pyramis constituet particulam quandam suæ figuræ tenacissimam, quæ in puncta, vel pyramides ejusmodi aliquanto remotiores ita poterit agere, ut ejus puncta respecti-

vum

Fig. 35.

vum situm nihil ad sensum mutant. Ex quatuor ejusmodi particulis in aliam majorem pyramidem dispositis fieri poterit particula secundi ordinis aliquanto minus figuræ tenax ob majorem distantiam particularum primi eam componentium, qua sit, ut vires in easdem ab externis punctis impressæ multo magis inæquales inter se sint, quam fuerint in punctis constituentibus particulas ordinis primi; ac eodem pacto ex his secundi ordinis particulis fieri possunt particulae ordinis tertii adhuc minus tenaces figuræ suæ, atque ita porro, donec ad eas deventum sit multo majores, sed adhuc multo magis mobiles, atque variabiles, ex quibus pendent chemicæ operationes, & ex quibus hæc ipsa crassiora corpora componuntur, ubi id ipsum accideret, quod Newtonus in postrema Opticæ quæstione proposuit de particulis suis primigeniis, & elementaribus, alias diversorum ordinum particulas efformantibus. Sed de particularibus hisce systematis determinati punctorum numeri jam satis, ac ad massas potius generaliter considerandas faciemus gradum.

CCXXXIX. In massis primum nobis se offerunt considerandæ elegantissimæ sane, ac & fecundissimæ, & utilissimæ proprietates centri gravitatis, quæ quidem e nostra Theoria sponte propemodum fluunt, aut saltem ejus ope evidentissime demonstrantur. Porro centrum gravitatis a gravium æquilibrio nomen accepit suum, a quo etiam ejus consideratio ortum duxit; sed id quidem a gravitate non pendet, sed ad massam potius pertinet. Quamobrem ejus definitionem proferam ab ipsa gravitate nihil omnino pendentem, quanquam & nomen retinebo, & innuam, unde originem duxerit; rum demonstrabo accuratissime, in quavis massa haberi aliquod gravitatis centrum, idque unicum, quod quidem passim omittere solent, & perperam; deinde ad ejus proprietatem præcipuam exponendam gradum faciam, demonstrando celeberrimum theorema à Newtono propositum, centrum gravitatis commune massarum, sive mihi punctorum quocunque, & utcunque dispositorum, quorum singula moveantur sola inertia vi motibus quibuscunque, qui in singulis punctis uniformes sint, in diversis utcunque diversi, vel quiescere, vel moveri uniformiter in directum: deinde vero mutuas actiones quas-cunque inter puncta quælibet, vel omnia simul, nihil omnino turbare centri communis gravitatis statum quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, unde nobis & actionis, & reactionis æqualitas in massis quibusque, & principia collisiones corporum de-

finientia, & alia plurima sponte provenient. Sed aggrediamur rem ipsam.

CCXL. Centrum igitur commune gravitatis punctorum quoruncunque, & utcunque dispositorum, appellabo id punctum, per quod si ducatur planum quodcunque, summa distantiarum perpendicularium ab eo plano punctorum omnium jacentium ex altera ejusdem parte, æquetur summæ distantiarum ex altera. Id quidem extenditur ad quascunque, & quoruncunque massas; nam eorum singulæ punctis utique constant, & omnes simul sunt quædam punctorum diversorum congeries. Nomen traxit ab æquilibrio gravium, & natura vectis, de quibus agemus infra: ex iis habetur, singula pondera ita connexa per virgas inflexiles, ut moveri non possint, nisi motu circa aliquem horizontalem axem, exerere ad conversionem vim proportionalem sibi, & distantia perpendiculari a plano verticali ducto per axem ipsum; unde fit, ut ubi ejusmodi vires, vel ut ea vocant, momenta virium, hinc & inde æqualia fuerint, habeatur æquilibrio. Porro ipsa pondera in nostris gravibus, in quibus gravitatem concipimus, ac etiam ad sensum experimur, proportionalem in singulis quantitati materiæ, & agentem directionibus inter se parallelis, proportionalia sunt massis; adeoque punctorum eas constituentium numero; quam ob rem idem est, ea pondera in distantias ducere, ac assumere summam omnium distantiarum omnium punctorum ab eodem plano. Quod si igitur respectu aggregati cujuscunque punctorum quoruncunque, & quomodocunque dispositorum sit aliquod punctum ejusmodi, ut, ducto per ipsum quovis plano, summa distantiarum ab illo punctorum jacentium ex parte altera æquetur summæ distantiarum jacentium ex altera; concipiantur autem singula puncta animata viribus æqualibus, & parallelis, cujusmodi sunt vires, quas in nostris gravibus concipimus; illud utique consequitur, suspensio utcunque ex ejusmodi puncto, quale definivimus gravitatis centrum, omni eo systemate, cujus systematis puncta viribus quibuscunque, vel conceptis virgis inflexilibus, & gravitate carentibus, positionem mutuam, & respectivum statum, ac distantias omnino servant, id systema fore in æquilibrio; atque illud ipsum requiri, ut in æquilibrio sit. Si enim vel unicum planum ductum per id punctum sit ejusmodi, ut summæ illæ distantiarum non sint æquales hinc, & inde, converso systemate omni ita, ut illud punctum evadat verticale, jam non essent æquales inter se summæ momentorum hinc & inde, & altera  
pars

pars alteri præponderaret. Verum hæc quidem, uti supra monui, fuit occasio quædam nominis imponendi; at ipsum punctum ea lege determinatum longe ulterius extenditur, quam ad solas massas animatas viribus æqualibus & parallelis, cujusmodi concipiuntur a nobis in nostris gravibus, licet ne ipsis quidem accurate sint tales. Quamobrem assumpta superiore definitione, quæ a gravitatis, & æquilibrîi natura non pendet, progrediar ad deducenda inde corollaria quædam, quæ nos ad ejus proprietates demonstrandas deducant.

CCXLI. Primo quidem si aliquod fuerit ejusmodi planum, ut binæ summæ distantiarum perpendicularium punctorum omnium hinc & inde acceptorum æquantur inter se, æquabuntur & summæ distantiarum acceptarum secundum quamcunque aliam directionem datam, & communem pro omnibus. Erit enim quævis distantia perpendicularis ad quamvis in dato angulo inclinatam semper in eadem ratione, ut patet. Quare & summæ illarum ad harum summæ erunt in eadem ratione, ac æqualitas summarum alterius binarii utriuslibet, secum trahet æqualitatem alterius. Quare in sequentibus, ubi distantias nominavero, nisi exprimam perpendicularares, intelligam generaliter distantias acceptas in quavis directione data.

CCXLII. Quodsi assumatur planum aliud quodcunque parallelum plano habenti æquales hinc, & inde distantiarum summæ; summa distantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera superabit summam jacentium ex altera, excessu æquali distantia planorum acceptæ secundum directionem eandem ductæ in numerum punctorum; & vice versa si duo plana parallela sint, ac is excessus alterius summæ supra summam alterius in altero ex iis æquetur eorum distantia ductæ in numerum punctorum, planum alterum habebit oppositarum distantiarum summæ æquales. Id quidem facile concipitur, si concipiatur planum distantiarum æqualium moveri versus illud alterum planum motu parallelo secundum eam directionem, secundum quam sumuntur distantia. In eo motu distantia singulæ ex altera parte crescunt, ex altera decrescunt continuo tantum, quantum promoveretur planum, & si aliqua distantia evanescit interea, jam deinde incipit tantundem ex parte contraria crescere. Quare patet excessum omnium ceteriorum distantiarum supra omnes anteriores æquari progressui plani toties sumpto, quot puncta habentur, & in regressu destruitur e contrario, quidquid in ejusmodi pro-



Fig. 36.

progressu est factum, atque idcirco ad æqualitatem reditur. Verum ut demonstratio quam accuratissima evadat, exprimat in Fig. 36. recta AB planum distantiarum æqualium, & CD planum ipsi parallelum, ac omnia puncta distribui poterunt in classes tres, in quorum prima sint omnia puncta jacentia citra utrumque planum, ut punctum E; in secunda omnia puncta jacentia inter utrumque, ut F, in tertia omnia puncta adhuc jacentia ultra utrumque, ut G. Rectæ autem per ipsa ductæ in directione data quacunque, occurrant rectæ AB in M, H, K, & rectæ CD in N, I, L; ac sit quædam recta directionis ejusdem ipsis AB, CD occurrens in O, P. Patet, ipsam OP fore æqualem ipsis MN, HI, KL. Dicatur jam summa omnium punctorum E primæ classis E, & distantiarum omnium EM summa  $e$ ; punctorum F secundæ classis F, & distantiarum  $f$ ; punctorum G tertiæ classis summa G, & distantiarum earundem  $g$ ; distantia vero OP dicatur O. Patet, summam omnium MN fore  $E \times O$ ; summam HI fore  $F \times O$ ; summam omnium KL fore  $G \times O$ ; erit autem quævis  $EN = EM + MN$ ; quævis  $FI = HI - FH$ ; quævis  $GL = KG - KL$ . Quare summa omnium EN erit  $e + E \times O$ ; summa omnium FI  $= F \times O - f$ , & summa omnium GL  $= g - G \times O$ ; adeoque summa omnium distantiarum punctorum jacentium citra planum CD, primæ nimirum ac secundæ classis, erit  $e + E \times O + F \times O - f$ , & summa omnium jacentium ultra, nimirum classis tertiæ, erit  $g - G \times O$ . Quare excessus prioris summæ supra secundam erit  $e + E \times O + F \times O - f - g + G \times O$ ; adeoque si prius fuerit  $e = f + g$ ; factis  $e - f - g = 0$ , totus excessus erit  $E \times O + F \times O + G \times O$ , sive  $(E + F + G) \times O$ , summa omnium punctorum ducta in distantiam planorum, & vice versa si is excessus respectu secundi plani BC fuerit æqualis huic summæ ductæ in distantiam O, oportebit esse  $e - f - g = 0$ , adeoque  $e = f + g$ , nimirum respectu primi plani AB summas distantiarum hinc, & inde æquales.

CCXLIII. Si aliqua puncta sint in altero ex iis planis, ea superioribus formulis contineri possunt, concepta zero singulorum distantia a plano, in quo jacent; sed & ii casus involvi facile possent, concipiendo alias binas punctorum classes; quorum priora sint in priore plano AB, posteriora in posteriore CB, quæ quidem nihil rem turbant: nam prioris classis distantia a priore plano erunt omnes simul zero, & a posteriore æquantur distantia O ductæ in eorum numerum, quæ summa accedit priori summæ punctorum jacen-

jacentium citra; posterioris autem classis distantiae a priore erant prius simul aequales summae ipsorum ductae itidem in  $O$ , & deinde fiunt nihil; adeoque summae distantiarum punctorum jacentium ultra, demitur horum posteriorum punctorum summa itidem ducta in  $O$ , & proinde excessui summae citeriorum supra summam ulteriorum, accedit summa omnium punctorum harum duarum classium ducta in eandem  $O$ .

CCXLIV. Quodsi planum parallelum plano distantiarum aequalium jaceat ultra omnia puncta, jam habebitur hoc theorema: summa omnium distantiarum punctorum omnium ab eo plano aequabitur distantiae planorum ductae in omnium punctorum summam, & si fuerint duo plana parallela ejusmodi, ut alterum jaceat ultra omnia puncta, & summa omnium distantiarum ab ipso aequetur distantiae planorum ductae in omnium punctorum numerum; alterum illud planum erit planum distantiarum aequalium. Id sane patet ex eo, quod jam secunda summa pertinens ad puncta ulteriora, quae nulla sunt, evanescat, & excessus totus sit sola prior summa. Quin immo idem theorema habebit locum pro quovis plano habente etiam ulteriora puncta, si citeriorum distantiae habeantur pro positivis, & ulteriorum pro negativis; cum nimirum summa constans positivis, & negativis sit ipse excessus positivorum supra negativa; quo quidem pacto licebit considerare planum distantiarum aequalium, ut planum, in quo summa omnium distantiarum sit nulla, negativis nimirum distantibus elidentibus positivas.

CCXLV. Hinc autem facile jam patet, dato cuivis plano haberi aliquod planum parallelum, quod sit planum distantiarum aequalium; quin immo data positione punctorum, & plano illo ipso, facile id alterum definitur. Satis est ducere a singulis punctis datis rectas in data directione ad planum datum, quae dabuntur; tum a summa omnium, quae jacent ex parte altera, demere summam omnium, si quae sunt, jacentium ex opposita, ac residuum dividere per numerum punctorum. Ad eam distantiam ducto plano priori parallelo, id erit planum quaesitum distantiarum aequalium. Patet autem admodum facile & illud ex eadem demonstratione, & ex solutione superioris problematis, dato cuivis plano non nisi unicum esse posse planum distantiarum aequalium, quod quidem per se satis patet.

CCXLVI. Hisce accuratissime demonstratis, atque explicatis, progrediar ad demonstrandum, haberi aliquod gravitatis centrum in

R

qua-

quavis punctorum congerie, utcumque disperforum, & in quocunque massas ubicunque sitas coalescentium. Id fiet ope sequentis theorematism: si per quoddam punctum transeant tria plana distantiarum æqualium se non in eadem communi aliqua recta secantia, omnia alia plana transeuntia per illud idem punctum erunt itidem distantiarum æqualium plana. Sit enim in Fig. 37 ejusmodi punctum C, per quod transeat tria plana GABH, XABY, ECDF, quæ omnia sint plana distantiarum æqualium, ac sit quodvis aliud planum KICL transiens itidem per C, ac secans primum ex iis in recta CI quacunque; oportet ostendere, hoc quoque fore planum distantiarum æqualium, si illa priora ejusmodi sint. Concipiatur quodcumque punctum P; & per ipsum P concipiantur tria plana parallela planis DCEF, ABXY, GABH, quorum sibi priora duo mutuo occurrant in recta PM, postrema duo in PV, primum cum tertiâ in recta PO; ac primum occurrat plano GABH in MN, secundum vero eidem in MS, plano DCEF in QR, ac plano KICL in SV, ducaturque ST parallela rectis QR, MP, quas, utpote parallelorum planorum intersectiones, patet fore itidem parallelas inter se, uti & MN, PO, DC inter se, ac MS, PTV, BA inter se.

CCXLVII. Jam vero summa omnium distantiarum a plano KICL secundum datam directionem BA erit summa omnium PV, quæ resolvitur in tres summas, omnium PR, omnium RT, omnium TV, sive eæ, ut Figura exhibet, in unam colligendæ sunt, sive, quod in aliis plani novi inclinationibus posset accidere, una ex iis demenda a reliquis binis, ut habeatur omnium PV summa. Porro quævis PR est distantia a plano DCEF secundum eandem eam directionem; quævis RT est æqualis QS sibi respondentem, quæ ob datas directiones laterum trianguli SCQ est ad CQ, æqualem MN, sive PO, distantie a plano XABY secundum datam directionem DC, in ratione data; & quævis VT est itidem in ratione data ad TS æqualem PM, distantie plano GABH secundum datam directionem EC; ac idcirco etiam nulla ex ipsis PR, RT, TV poterit evanescere, vel directione mutata abire e positiva in negativam, aut vice versa, mutato situ puncti P, nisi sua sibi respondentens ipsius puncti P distantia ex iis PR, PO, PM evanescat simul, aut directionem mutet. Quamobrem & summa omnium positivarum PR, RT, TV ad summam omnium positivarum PR, PO, PM, & summa omnium negativarum prioris directionis ad summam omnium

omnium negativarum posterioris sibi respondentis, erit iridem in ratione data: ac proinde si omnes positivæ directionum PR, PO, PM a suis negativis destruuntur in illis tribus æqualium distantiarum planis, etiam omnes positivæ PR, RT, TV a suis negativis destruentur, adeoque & omnes PV positivæ a suis negativis. Quamobrem planum LCIK erit planum distantiarum æqualium. Q. E. D.

CCXLVIII. Demonstrato hoc theoremate jam sponte illud consequitur, in quavis punctorum congerie, adeoque massarum utcumque dispersarum summa, haberi semper aliquod gravitatis centrum, atque id esse unicum, quod quidem data omnium punctorum positione facile determinabitur. Nam assumpto puncto quovis ad arbitrium ubicunque, ut puncto P, poterunt duci per ipsum tria plana quæcunque, ut OPM, RPM, RPO. Tum singulis poterunt per Num. 245 inveniri plana parallela, quæ sint plana distantiarum æqualium, quorum priora duo si sint DCEF, XABY, se secabunt in aliqua recta CE parallela illorum intersectioni MP; tertium autem GABH ipsam CE debet alicubi secare in C, cum planum VPO secet PM in P: nam ex hac sectione constat, hanc rectam non esse parallelam huic plano, adeoque nec illa illi erit, sed in ipsum alicubi incurret. Transibunt igitur per punctum C tria plana distantiarum æqualium, adeoque per Num. 246 & aliud quodvis planum transiens per punctum idem C erit planum æqualium distantiarum pro quavis directione, & idcirco etiam pro distantibus perpendicularibus; ac ipsum punctum C juxta definitionem Num. 240, erit commune gravitatis centrum omnium massarum, sive omnis congeriei punctorum, quod quidem esse unicum, facile deducitur ex definitione, & hac ipsa demonstratione; nam si duo essent, possent utique per ipsa duci duo plana parallela directionis cujusvis, & eorum utrumque esset planum distantiarum æqualium.

CCXLIX. Demonstrandum necessario fuit, haberi aliquod gravitatis centrum, atque id esse unicum; & perperam id quidem a Mechanicis passim omittitur: si enim id non ubique adesset, & non esset unicum, in paralogismum incurrerent quam plurimæ Mechanicorum ipsorum demonstrationes, qui ubi in plano duas invenerunt rectas, & in solidis tria plana determinantia æquilibrium, in ipsa intersectione constituunt gravitatis centrum, & supponunt omnes alias rectas, vel omnia alia plana, quæ per id punctum ducantur, eandem æquilibrii proprietatem habere, quod utique fuerat non supponendum, sed demonstrandum. Et quidem facile est si-

R 2

milis

nilis paralogismi exemplum præbere in alio quodam, quod magnitudinis centrum appellare liceret, per quod nimirum figura sectione quavis secaretur in duas partes æquales inter se, sicut per centrum gravitatis secta, secatur in binas partes æquilibratas in hypothesis gravitatis constantis, & certam directionem habentis plano secanti parallelam.

CCL. Erraret sane, qui ita definiret centrum magnitudinis, tum determinaret id ipsum in datis figuris eadem illa methodo, quæ pro centro gravitatis adhibetur. Is ex. gr. pro triangulo ABG Fig. 38. in Fig. 38 sic ratiocinationem institueret. . Secetur AG bifariam in D, ducaturque BD, quæ utique ipsum triangulum secabit in duas partes æquales. Deinde secta AB itidem bifariam in E ducatur GE, quam itidem constat, debere secare triangulum in partes æquales duas. In earum igitur concursu C habebitur centrum magnitudinis. Hoc invento si progredereetur ulterius, & haberet pro æqualibus partes, quæ alia sectione quacunque facta per C obrirentur, erraret pessime. Nam ducta ED, jam constat, fore ED parallelam BG, & ejus dimidiam; adeoque similia fore triacula ECD, BCG, & CD dimidiam CB; quare si per C ducatur FH parallela AG, triangulum FBH, erit ad ABG ut quadratum BC ad quadratum BD, seu ut 4 ad 9, adeoque segmentum FBH ad residuum FAGH est ut 4 ad 5, & non in ratione æqualitatis.

CCLI. Nimirum quæcunque punctorum, & massarum congeries, adeoque & figura quævis, in qua concipiatur punctorum numerus auctus in infinitum, donec figura ipsa evadat continua, habet suum gravitatis centrum; centrum magnitudinis infinite earum non habent; & illud primum, quod hic accuratissime demonstravi, demonstraveram jam olim methodo aliquanto contractiore in *Dissertatione de Centro Gravitatis*; hujus vero secundi exemplum hic patet, ac in *Dissertatione de Centro magnitudinis*, priori illi addita in secunda ejusdem impressione, determinavi generaliter, in quibus Figuris centrum magnitudinis habeatur, in quibus desit; sed ea ad rem præsentem non pertinent.

CCLII. Ex hac generali determinatione centri gravitatis facile colligitur illud, centrum commune binarum massarum jacere in directum cum centris gravitatis singularum, & horum distantias ab eodem esse reciproce ut ipsas massas. Si enim binæ massæ, quarum centra gravitatis sint in Fig. 39 in A, & B. Si per rectam AB ducatur planum quodvis, id debet esse planum distantiarum æqua-

qualium respectu cujuslibet. Quare etiam respectu summæ omnium punctorum ad utrumque simul pertinentium distantia omnes hinc, & inde acceptæ æquantur inter se; ac proinde id etiam respectu summæ debet esse planum distantiarum æqualium, & centrum commune debet esse in quovis ex ejusmodi planis, adeoque in interse-  
ctione duorum quorumcunque ex iis, nimirum in ipsa recta AB. Quod si jam concipiatur per C planum quodvis secans ipsam AB, erit summa omnium distantiarum ab eo plano secundum directionem AB punctorum pertinentium ad Massam A, si a positivis demantur negativæ, æqualis per Num. 242 numero punctorum massæ A ducto in AC, & summa pertinentium ad B numero punctorum in B ducto in BC; quæ producta æquari debent inter se, cum omnium distantiarum summæ positivæ a negativis elidi debeant respectu centri gravitatis C. Erit igitur AC ad CB, ut numerus punctorum in B ad numerum in A, nimirum in ratione massarum reciproca.

CCLIII. Hinc autem facile deducitur communis methodus inveniendi centrum gravitatis commune plurium massarum. Conjunguntur prius centra duarum, & eorum distantia dividitur in ratione reciproca ipsarum. Tum harum commune centrum sic inventum conjungitur cum centro tertiæ, & dividitur distantia in ratione reciproca summæ massarum priorum ad massam tertiam, & ita porro. Quin immo possunt seorsum inveniri centra gravitatis binarum quarumvis, ternarum, denarum quocunque ordine, tum binaria conjungi cum ternariis, denariis, aliisque, ordine itidem quocunque, & semper eadem methodo devenitur ad centrum commune gravitatis massæ totius. Id patet, quia quocunque massæ considerari possunt pro massa unica, cum agatur de numero punctorum massæ tantummodo, & de summa distantiarum punctorum omnium: summæ massarum constituunt massam, & summæ distantiarum summam per solam conjunctionem ipsarum. Quoniam autem ex generali demonstratione superius facta devenitur semper ad centrum gravitatis, atque id centrum est unicum; quocunque ordine res peragatur, ad illud utique unicum devenitur.

CCLIV. Inde vero illud consequitur, quod est itidem commune, si plurium massarum centra gravitatis sint in eadem aliqua recta, fore etiam in eadem centrum gravitatis summæ omnium; quod viam sternit ad investiganda gravitatis centra etiam in pluribus figuris continuis. Sic in Fig. 38 centrum commune gravitatis totius trianguli est in illo puncto, quod a recta ducta a vertice anguli

cujusvis ad mediam basin oppositam relinquit tracentum versus basin ipsam. Nam omnium rectarum basi parallelarum, quæ omnes a recta BD secantur bifariam, ut FH, centra gravitatis sunt in eadem recta, adeoque & areae ab iis contextæ centrum gravitatis est nam in recta BD, quam in recta GE ob eandem rationem, nempe in illo puncto C. Eadem methodus applicatur aliis Figuris solidis, ut pyramidibus; at id, ut & reliqua omnia pertinentia ad inventionem centri gravitatis in diversis curvis lineis, superficiebus, solidis, hinc profluentia, sed meæ Theoriæ communia jam cum vulgaribus elementis, hic omittam, & solum illud iterum innuam, ea rite procedere, ubi jam semel demonstratum fuerit, haberi in massis omnibus aliquod gravitatis centrum, & esse unicum.

CCLV. In communi methodo alio modo se res habet: po-  
 Fig. 40. steaquam inventum est centrum C (in Fig. 40) gravitatis commune massis A & B, juncta pro tertia massa DC, & secta in F in ratione massarum D & A + B reciproca, habetur F pro centro communi omnium trium. Si prius inventum esset centrum commune E massarum D, B, & juncta AE, ea secta fuisset in F in ratione reciproca massarum A, & B + D, haberetur itidem illud sectionis punctum pro centro gravitatis. Nisi generaliter demonstratum fuisset, haberi semper aliquod, & esse unicum gravitatis centrum, oporteret hic iterum demonstrare, id novum sectionis punctum fore idem, ac illud prius; sed per singulos casus ire, res infinita esset, cum diversæ rationes conjungendi massas eodem redeant, quo diversi ordines litterarum conjungendarum in voces, de quarum multitudine immensa in exiguo etiam terminorum numero mentionem fecimus in prima parte.

CCLVI. Atque hic illud quidem accidit, quod in numerorum summa, & multiplicatione experimur, ut nimirum quocunque ordine accipiantur numeri, vel singuli, ut addantur numero jam invento, vel ipsum multiplicent, vel plurium aggregata seorsum addita, vel multiplicata; semper ad eundem demum deveniatur numerum post omnes, qui dati fuerant, adhibitos semper singulos; ac in summa patet facile deveniri eodem, & in multiplicatione potest res itidem demonstrari etiam generaliter, sed ea huc non pertinent. Pertinet autem huc magis aliud ejusmodi exemplum petitum a compositione virium, in qua itidem si multæ vires componantur communi methodo componendo inter se duas per diagonalem parallelogrammi, cujus latera eas expriment, tum hanc diagonalem cum

ter-

tertia, & ita porro; quocunque ordine res procedat, semper ad eandem demum post omnes adhibitas devenitur. Hujusmodi compositione plurimarum virium generali jam indigebimus, & ad absolutam demonstrationem requiritur generalis expressio compositionis virium quocunque, qua uti soleo. Compono nimirum generaliter motus, qui sunt virium effectus, & ex effectu composito metior vim, ut e spatiolo, quod dato tempusculo vi aliqua percurreretur, solet ipsa vis simplex quaelibet aestimari. Assumo illud, quod & rationi est consentaneum, & experimentis constat, & facile etiam demonstratur consentire cum communi methodo componendi vires, ac motus per parallelogramma, nimirum punctum sollicitatum simul initio cujusvis tempusculi actione conjuncta virium quarumcunque, quarum directio & magnitudo toto tempusculo perseveret eadem, fore in fine ejus tempusculi in eo loci puncto, in quo esset, si singulae eadem intensitate, & directione egissent aliae post alias totidem tempusculis, quot sunt ipsae vires, cessante omni nova sollicitatione, & omni velocitate jam producta a vi quaelibet post suum tempusculum: tum rectam, quae conjungit primum illud punctum cum hoc postremo, assumo pro mensura vis ex omnibus compositae, quae cum eadem perseveret per totum tempusculum, punctum mobile utique per unicam illam eandem rectam abiret. Quod si & velocitatem aliquam habuerit initio illius tempusculi jam acquisitam ante, assumo itidem fore in eo puncto loci, in quo esset, si altero tempusculo percurreret spatiolum, ad quod determinatur ab illa velocitate, altero spatiolum, ad quod determinatur a vi, sive aliis totidem tempusculis percurreret spatiola, ad quorum singula determinatur a viribus singulis.

CCLVII. Huc recidere methodum componendi per parallelogramma facile constat; si enim in Fig. 41 componendi sint plures Fig. 41. motus, vel vires expressae a rectis PA, PB, PC &c, & incipiendo a binis quibusque PA, PB, eae componantur per parallelogrammum PAMB, tum vis composita PM cum tertia PC per parallelogrammum PMNC, & ita porro; patet, ad idem loci punctum N per haec parallelogramma definitum debere devenire punctum mobile, quod prius percurrat PA, tum AM parallelam & aequalem PB; tum MN parallelam, & aequalem PC, atque ita porro additis quocunque aliis motibus, vel viribus, quae per nova parallela, & aequalia parallelogrammorum latera debeant componi.

CCLVIII.



CCLVIII. Deveniretur quidem ad idem punctum  $N$ , si alio etiam ordine componerentur ii motus, vel vires, ut compositis viribus  $PA$ ,  $PC$  per parallelogrammum  $PAOC$ , tum vi  $PO$  cum vi  $PB$  per novum parallelogrammum, quod itidem haberet cuspidem in  $N$ ; sed eo deveniretur alia via  $PAON$ . Hoc autem ipsum, quod tam multis viis, quam multas diversæ plurium compositiones motuum ac virium exhibere possunt, eodem semper deveniri debeat, sic generaliter demonstro. Si assumatur ultra omnia puncta, ad quæ per ejusmodi compositiones deveniri potest, planum quodcunque, ubi punctum mobile percurrit lineolam pertinentem ad quemcunque determinatum motum; habet eundem perpendicularem accessum ad id planum, vel recessum ab eo, quocunque tempusculo id fiat, sive aliquo e prioribus, sive aliquo e postremis, vel mediis. Nam ea lineola ex quocunque puncto discedat, ad quod devenit jam sit, habet semper eandem & longitudinem, & directionem, cum eidem e componentibus parallela esse debeat, & æqualis. Quare summa ejusmodi accessuum, ac summa recessuum erit eadem in fine omnium tempusculorum, quocunque ordine disponantur lineolæ hæ parallelæ & æquales lineolis componentibus, adeoque etiam id, quod prodit demendo recessuum summam a summa accessuum, vel vice versa, erit idem, & distantia puncti postremi, ad quod devenit est ab illo eodem plano, erit eadem. Inde autem sponte jam fuit id, quod demonstrandum erat, nimirum punctum illud esse idem semper. Si enim ad duo puncta duabus diversis viis deveniretur, assumpto plano perpendiculari ad rectam, quæ illa duo puncta jungeret, distantia perpendicularis ab ipso non esset utique eadem pro utroque, cum altera distantia deberet alterius esse pars.

CCLIX. Porro similis admodum est etiam methodus, quæ utitur ad demonstrandum præclarissimum Newtoni theorema, in quod coalescunt simul duo, quæ superius innui, & huc reducuntur. Si quocunque materiæ puncta utcunque disposita, & in quocunque utcunque disjunctas massas coalescentia habeant velocitates quascunque cum directionibus quibuscunque, & præterea urgeantur viribus mutuis quibuscunque, quæ in binis quibusque punctis æqualiter agant in plagas oppositas; centrum commune gravitatis omnium vel quiescet, vel movebitur uniformiter in directum eodem motu, quem haberet, si nulla adesset mutua punctorum actio in se invicem. Hoc autem theorema sic generaliter, & admodum facile, ac luculenter demonstratur. Concipiamus vires singulas per quodvis deter-

mina-

minatum tempusculum servare directiones suas, & magnitudines: in fine ejus tempusculi punctum materiæ quodvis erit in eo loci puncto, in quo esset, si singularum virium effectus, vel effectus velocitatis ipsius illi tempusculo debitus, haberentur cum eadem sua directione & magnitudine. alii post alios totidem tempusculis, quot vires agunt. Assumantur jam totidem tempuscula, quot sunt punctorum binaria diversa in ea omni congerie, & præterea unum, ac primo tempusculo habeant omnia puncta motus debitos velocitatibus illis suis, quas habent initio ipsius, singula singulos; tum assignato quovis e sequentibus tempusculis cuivis binario, habeat binarium quodvis tempusculo sibi respondente motum debitum vi mutuae, quæ agit inter bina ejus puncta, ceteris omnibus quiescentibus. In fine postremi tempusculi omnia puncta materiæ erunt in hac hypothese in iis punctis loci, in quibus revera esse debent in fine: ~~unici~~ primi tempusculi ex actione conjuncta virium omnium cum singulis singulorum velocitatibus.

CCLX. Concipiatur jam ultra omnia ejusmodi puncta planum quodcunque. Primo ex illis tot assumptis tempusculis alia puncta accedent, alia recedent ab eo plano, & summa accessuum omnium punctorum omnium demptis omnibus recessibus, si qua superest, vel vice versa summa recessuum demptis accessibus, divisa per numerum omnium punctorum, æquabitur accessui perpendiculari ad idem planum, vel recessui centri gravitatis communis; cum summa distantiarum perpendicularium tam initio tempusculi, quam in fine, divisa per eundem numerum exhibeat ipsius communis centri gravitatis distantiam per Num. 245. Sequentibus autem tempusculis manebit utique eadem distantia centri gravitatis communis ab eodem plano nunquam mutata, quia ob æquales & contrarios punctorum motus, alterius accessus ab alterius recessu æquali eliditur. Quamobrem in fine omnium tempusculorum ejus distantia erit eadem, & accessus ad planum erit idem, qui esset, si solæ adfuissent ejusmodi velocitates, quæ habebantur initio; adeoque etiam cum omnes vires simul agunt, in fine illius unici tempusculi habebitur distantia, quæ haberetur, si vires illæ mutuae non egissent, & accessus æquabitur summæ accessuum, qui haberentur ex solis velocitatibus, demptis recessibus. Si jam secundum tempusculum consideretur, in quo simul agant vires mutuae, & velocitates, debent considerari tria genera motuum: primum eorum, qui proveniunt a velocitatibus, quæ habebantur initio primi tempusculi; secundum eorum, qui

qui proveniunt a velocitatibus acquisitis actione virium durante per primum tempusculum; tertium eorum, qui proveniunt a novis actionibus virium mutuarum, quæ ob mutuas jam positiones concipiantur aliis directionibus agere per tertium secundum tempusculum. Porro quoniam hi posteriorum duorum generum motus sunt in singulis punctorum binariis contrarii & æquales, illi itidem distantiam centri gravitatis ab eodem plano, & accessum, vel recessum debitum secundo tempusculo non mutant, sed ea habentur, sicuti haberentur, si semper durarent solæ illæ velocitates, quæ habebantur initio primi tempusculi; & idem redit argumentum pro tempusculo quocunque: singulis advenientibus tempusculis accedet novum motuum genus durantibus cum sua directione, & magnitudine velocitatibus omnibus inductis per singula præcedentia tempuscula, ex quibus omnibus, & ex nova actione vis mutuæ, componitur quovis tempusculo motus puncti cujusvis: sed omnia ista inducunt motus contrarios, & æquales, adeoque summam accessuum, vel recessuum ortam ab illis solis initialibus velocitatibus non mutant.

CCLXI. Quod si jam tempusculorum magnitudo minuatur in infinitum, aucto itidem in infinitum intra quodvis finitum tempus eorundem numero, donec evadat continuum tempus, & continua positionum, ac virium mutatio; adhuc centrum gravitatis in fine continui temporis cujuscunque, adeoque & in fine partium quarumcunque ejusdem temporis, habebit ab eodem plano distantiam perpendicularem, quam haberet ex solis velocitatibus habitis initio ejus temporis, si nullæ deinde egissent mutuæ vires; & accessus ad illud planum, vel recessus ab eo, æquabitur summæ omnium accessuum pertinentium ad omnia puncta demptis omnibus recessibus, vel vice versa. Is vero accessus vel recessus assumptis binis ejus temporis partibus quibuscunque, erit proportionalis ipsis temporibus. Nam singulorum punctorum accessus vel recessus orti ex illis velocitatibus initialibus perseverantibus, adeoque ex motu æquabili, sunt in ratione eadem earundem temporis partium; ac proinde & eorum summæ in eadem ratione sunt.

CCLXII. Inde vero prona jam est theorematis demonstratio. Ponamus enim, centrum gravitatis quiescere quodam tempore, tum moveri per aliquod aliud tempus. Debeat utique aliquo momento ejus temporis esse in alio loci puncto, diverso ab eo, in quo erat initio motus. Sumatur pro prima e duabus partibus temporis continui pars ejus temporis, quo punctum quiescebat, & pro secunda  
tem-

tempus ab initio motus usque ad quodvis momentum, quo centrum illud gravitatis devenit ad aliud aliquod punctum loci. Ducta recta ab initio ad finem hujusce motus, tum accepto plano aliquo perpendiculari ipsi productæ ultra omnia puncta, centrum gravitatis ad id planum accederet secunda continui ejus temporis parte per intervallum æquale illi rectæ, & nihil accessisset primo tempore, adeoque accessus non fuissent proportionales illis partibus continui temporis. Quamobrem ipsum commune gravitatis centrum vel semper quiescet, vel moveretur semper. Si autem moveretur, debet moveri in directum. Si enim omnia puncta loci, per quæ transit, non jacent in directum, sumantur tria in directum non jacentia, & ducatur recta per prima duo, quæ per tertium non transibit, adeoque per ipsam duci poterit planum, quod non transeat per tertium, tum ultra omnem punctorum congeriem planum ipsi parallelum. Ad id secundum nihil accessisset illo tempore, quo a primo loci puncto devenisset ad secundum, & eo tempore, quo ivisset a secundo ad tertium, accessisset per intervallum æquale distantia a priore plano, adeoque accessus iterum proportionales temporibus non fuissent. Demum motus erit æquabilis. Si enim ultra omnia puncta concipiatur planum perpendiculare rectæ, per quam moveretur ipsum centrum commune gravitatis, jacens ad eam partem, in quam id progreditur, accessus ad ipsum planum erit totus, integer motus ejusdem centri, adeoque cum ii accessus debeant esse proportionales temporibus, erunt ipsis temporibus proportionales motus integri; & idcirco non tantum rectilineus, sed & uniformis erit motus; unde jam evidentissime patet theorema totum.

CCLXIII. Ex eodem fonte, ex quo profluxit hoc generale theorema, sponte fluit hoc aliud ut consuetarium: quantitas motus in mundo conservatur semper eadem, si ea computetur secundum directionem quamcunque ita, ut motus secundum directionem oppositam consideretur ut negativus, & ejusmodi motuum contrariorum summa subtrahatur a summa directorum. Si enim consideretur eidem directioni perpendiculare planum ultra omnia materiæ puncta, quantitas motus in ea directione est summa omnium accessuum, demptis omnibus recessibus, quæ summa tempusculis æqualibus manet eadem, cum mutua vires inducant accessus & recessus se mutuo destruentes; nec ejusmodi conservationi obsunt liberi motus ab anima nostra producti, cum nec ipsa vires ulla possit exerere, nisi quæ agant in partes oppositas æqualiter.

CCLXIV. Porro ex illo Newtoniano theoremate statim jam profluit lex actionis, & reactionis æqualium pro massis omnibus. Nimirum si duæ massæ quæcunque in se invicem agant viribus quibuscunque mutuis, & inter singula punctorum binaria æqualibus, binæ illæ massæ acquirant ab actionibus mutuis summas motuum æquales in partes contrarias, & celeritates acquisitæ ab earum centrīs gravitatis in partes oppositas, componendæ cum antecedentibus ipsarum celeritatibus, erunt in ratione reciproca massarum. Nam centrum commune gravitatis omnium a mutuis actionibus nihil turbabitur per hoc theoremata, & sive ejusmodi vires agant, sive non agant, sed solius inertiae effectus habeantur, semper ab eodem communi gravitatis centro distabunt ea bina gravitatis centra hinc, & inde in directum ad distantias reciproce proportionales massis ipsis. Quare si præter priores motus ex vi inertiae uniformes ob actionem mutuam adhuc magis ad hoc commune centrum accedet alterum ex iis, vel ab eo recedet, accedet & alterum, vel recedet, accessibus vel recessibus reciproce proportionalibus ipsis massis. Nam accessus ipsi, vel recessus, sunt differentia distantiarum habitarum cum actione mutuarum virium a distantis habendis sine iis, adeoque erunt & ipsi in ratione reciproca massarum, in qua sunt totæ distantia. Quod si per centrum commune gravitatis concipiatur planum quodcunque, cui quæpiam data directio non sit parallela, summa accessuum vel recessuum punctorum omnium massæ utriuslibet ad ipsum secundum eam directionem demptis oppositis, quæ est summa motuum secundum directionem eandem, æquabitur accessui, vel recessui centri gravitatis ejus massæ ducto in punctorum numerum; accessus vero vel recessus alterius centri ad accessum, vel recessum alterius in directione eadem, erit ut secundus numerus ad primum; nam accessus, & recessus in quavis directione data sunt inter se, ut accessus, vel recessus in quavis alia itidem data; & accessus ac recessus in directione, quæ jungit centra massarum, sunt in ratione reciproca ipsarum massarum. Quare productum accessus vel recessus centri primæ massæ per numerum punctorum, quæ habentur in ipsa, æquatur producto accessus, vel recessus secundæ per numerum punctorum, quæ in ipsa continentur; nimirum ipsæ motuum summæ in illa directione computatorum æquales sunt inter se, in quo ipsa actionis, & reactionis æqualitas est sita.

CCLXV. Ex hac actionum, & reactionum æqualitate sponte profluunt leges collisionis corporum, quas ex hoc ipso principio  
Wren-

Wrennus olim, Hugenius, & Wallisius invenerunt simul, ut in hac ipsa lege Naturæ exponenda Newtonus etiam memorat Principiorum Lib. 1. Ostendam autem, quo pacto generales formulæ inde deducantur tam pro directis collisionibus corporum mollium, quam pro perfecte, vel pro imperfecte elasticorum. Corpora mollia dicuntur ea, quæ resistunt mutationi figuræ, seu compressioni, sed compressa nullam exercent vim ad figuram recuperandam, ut est cera, vel sebum. Corpora elastica, quæ figuram amissam recuperare nituntur; & si vis ad recuperandam sit æqualis vi ad non amittendam, dicuntur perfecte elastica, quæ quidem, ut & perfecte mollia, nulla, ut arbitror, sunt in natura; si autem imperfecte elastica sunt, vis, quæ in amittenda, ad vim, quæ in recuperanda figura exercetur, datam aliquam rationem habet. Addi solet & tertium corporum genus, quæ dura dicunt, quæ nimirum figuram prorsus non mutant; sed ea itidem in natura nusquam sunt juxta communem sententiam, & multo magis nulla usquam sunt in hac mea Theoria. Adhuc qui ipsa velit agnoscere, is mollia consideret, quæ minus, ac minus comprimantur, donec compressio evadat nulla; & ita, quæ de mollibus dicuntur, aptari poterunt duris multo meliore jure, quam alii elasticorum leges ad ipsa transferant, considerando elasticitatem infinitam ita, ut figura nec mutetur, nec se restituat; nam si figura non mutetur, adhuc concipi poterit, impenetrabilitatis vi amissus motus, ut amitteretur in compressione; sed ad supplendam vim, quæ exeritur ab elasticis in recuperanda figura, non est, quod concipi possit, ubi figura recuperari non debet. Porro unde corpora mollia sint, vel elastica, hic non quaero; id pertinet ad tertiam partem, quanquam id ipsum innui superius Num. 198, sed leges, quæ in eorum collisionibus observari debent, & ex superiore theoremate fluunt, expono. Ut autem simplicior evadat res, considerabo globos, atque hos ipsos circumquaque circa centrum, in eadem saltem ab ipso centro distantia, homogeneos, qui primo quidem occurrant directe; nam deinde ad obliquas etiam collisiones faciemus gradum.

CCLXVI. Porro ubi globus in globum agit, & ambo paribus a centro distantis homogenei sunt, facile constat, vim mutuam, quæ est summa omnium virium, qua singula alterius puncta agunt in singula puncta alterius, habituram semper directionem, quæ jungit centra; nam in ea recta jacent centra ipsorum globorum, quæ in eo homogeneitatis casu facile constat, esse centra itidem gravita-

tis globorum ipforum; & in eadem jacet centrum commune gravitatis utriusque, ad quod viribus illis mutuis, quas alter globus exercet in alterum, debent ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere; unde fit, ut motus, quos acquirunt globorum centra ex actione mutua alterius in alterum, debeant esse in directione, quæ jungit centra. Id autem generaliter extendi potest etiam ad casum, in quo concipiatur massa immensa terminata superficie plana, sive quoddam immensum planum agere in globum finitum, vel in punctum unicum, ac vice versa: nam alterius globi radio in infinitum aucto superficies in planum desinit; & radio alterius in infinitum imminuto, globus abit in punctum. Quin etiam si massa quævis teres, sive circa axem quemdam rotunda, & in quovis plano perpendiculari axi homogenea, vel etiam circulus simplex, agat, vel concipiatur agere in globum, vel punctum in ipso axe constitutum.

CCLXVII. Præcurrat jam globus mollis cum velocitate minore, quem alius itidem mollis consequatur cum majore ita, ut centra ferantur in eadem recta, quæ illa conjungit, & hic demum incurrat in illum, quæ dicitur collisio directa. Is incurtus mihi quidem non fiet per immediatum contactum, sed antequam ad contactum deveniant, vi mutua repulsiva comprimuntur partes posteriores præcedentis, & anteriores sequentis, quæ compressio fiet semper major, donec ad æquales celeritates devenerint; tum enim accessus ulterior desinet, adeoque & ulterior compressio; & quoniam corpora sunt mollia, nullam aliam exercent vim mutuam post ejusmodi compressionem, sed cum æquali illa velocitate pergent moveri porro. Hæc æqualitas velocitatis, ad quam reducuntur ii duo globi, una cum æqualitate actionis, & reactionis æqualium, rem totam perficient. Sit enim massa, sive quantitas materiæ, globi percurrentis =  $q$ , insequentis =  $Q$ ; celeritas illius =  $c$ , hujus =  $C$ : quantitas motus illius ante collisionem erit  $cq$ , hujus  $CQ$ ; nam celeritas ducta per numerum punctorum exhibet summam motuum punctorum omnium, sive quantitatem motus; unde etiam fit, ut quantitas motus per massam divisa exhibeat celeritatem. Ob actionem & reactionem æquales, hæc quantitas erit eadem etiam post collisionem, post quam motus totus utriusque massæ, erit  $CQ + cq$ . Quoniam autem progrediuntur cum æquali celeritate, celeritas illa habebitur, si quantitas motus dividatur per totam quantitatem materiæ; quæ idcirco erit  $\frac{CQ + cq}{Q + q}$ . Nimirum ad habendam

velocitatem communem post collisionem, oportebit ducere fin-

singulas massas in suas celeritates, & productorum summam dividere per summam massarum:

CCLXVIII. Si alter globus  $q$  quiescat, satis erit illius celeritatem  $c$  considerare = 0; & si moveatur motu contrario motui prioris globi, satis erit illi valorem negativum tribuere; ut adeo & hic, & in sequentibus formula inventa pro illo primo casu globorum in eandem progredientium plaga, omnes casus contineat. In eo autem si libeat invenire celeritatem amissam a globo  $Q$ , & celeritatem acquisitam a globo  $q$ , satis erit reducere singulas formulas  $C - \frac{CQ + cq}{Q + q}$ , &  $\frac{CQ + cq}{Q + q} - c$  ad eundem denominatorem, ac habebitur  $\frac{Cq - cq}{Q + q}$ , &  $\frac{CQ - cQ}{Q + q}$ , ex quibus deducitur hujus-

modi theorema: *ut summa massarum ad massam alteram, ita differentia celeritatum ad celeritatem ab altera acquisitam*, quæ in eo casu accelerabit motum præcurrentis, & retardabit motum consequentis.

CCLXIX. Ex hisce, quæ pertinent ad corpora mollia, facile est progredi ad perfecte elastica. In iis post compressionem maximam, & mutationem figuræ inductam ab ipsa, quæ habetur, ubi ad æquales velocitates est ventum, agent adhuc in se invicem bini globi, donec deveniant ad figuram priorem, & hæc actio duplicabit effectum priorem. Ubi ad sphaericam figuram devenit, quod fit recessu mutuo oppositarum superficierum, quæ in compressione ad se invicem accesserant, pergunt utique a se invicem recedere aliquanto magis eadem superficies, & figura producet, sed opposita jam vi mutua inter partes ejusdem globi incipient retrahi, & productio perger fieri, sed usque lentius, donec ad maximam quamdam productionem devenit, quæ deinde incipiet minui, & globus ad sphaericam figuram accedet iterum, ac iterum comprimetur motu quodam oscillatorio, ac partium trepidatione hinc, & inde a figura sphaerica, uti supra vidimus etiam duo puncta circa distantiam limitis cohesionis oscillare hinc, & inde; sed id ad collisionem, & motus centrorum gravitatis nihil pertinebit, quorum status a viribus mutuis nihil turbatur; actio autem unius globi in alterum statim cessabit post regressum ad figuram sphaericam, post quem superficies alterius postica, & alterius antica in centra iam retractæ, ulteriore centrorum discessu a se invicem incipient ita distare, ut vires in se invicem non exerant, quarum effectus sentiri possit; & hypothesis perfecte elasticorum est,



est, ut tantus sit mutuæ actionis effectus in recuperanda figura, quantum fuit in amittenda.

CCLXX. Duplicato igitur effectu globus  $Q$  amitter celeritatem  $\frac{2Cq - 2cq}{Q + q}$ , & globus  $q$  acquirer celeritatem  $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$ .

Quare illius celeritas post collisionem erit  $C - \frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$ , five  $\frac{Cq - CQ + 2cQ}{Q + q}$ ; hujus vero erit  $c + \frac{2Cq - 2cq}{Q + q} = \frac{cQ - cq + 2Cq}{Q + q}$ ,

& motus fient in eandem plagam, vel globus alter quiescet, vel fient in plagas oppositas, prout determinatis valoribus  $Q$ ,  $q$ ,  $C$ ,  $c$  formulæ valor evaserit positivus, nullus, vel negativus.

CCLXXI. Quodsi elasticitas fuerit imperfecta, & vis in amittenda ad vim in recuperanda figura fuerit in aliqua ratione data, erit & effectus prioris ad effectum posterioris itidem in ratione data, nimirum in ratione subduplicata prioris; nam ubi per idem spatium agunt vires, & velocitas oritur, vel extinguitur tota, ut hic respectiva velocitas extinguitur in compressione, oritur in restitutione figuræ, quadrata velocitatum sunt ut areae, quas describunt ordinatæ viribus proportionales juxta Num. 175, & hinc areae erunt in ratione virium, si, viribus constantibus, sint constantes & ordinatæ, cum inde fiat, ut scalæ celeritatum ab iis descriptæ sint rectangula. Sit igitur rationis constantis illarum virium ratio subduplicata  $m$  ad  $n$ , & erit effectus in amittenda figura ad summam effectuum in tota collisione, ut  $m$  ad  $m + n$ , quæ ratio si ponatur esse 1 ad  $r$ , ut sit  $r = \frac{m + n}{m}$ , satis erit, effectus illos inventos

pro globis mollibus, five celeritatem ab altero amissam, ab altero acquisitam, non duplicare, ut in perfectè elasticis, sed multiplicare per  $r$ , ut habeantur velocitates acquisitæ in partes contrarias, & componendæ cum velocitatibus prioribus. Erat nimirum illa, quæ pertinet ad globum  $Q = \frac{rCq - rcq}{Q + q}$ , & quæ pertinet ad globum  $q$ ,

erit  $= \frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$ , adeoque velocitas illius post congressum erit  $C - \frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$ , & hujus  $c + \frac{rCq - rcq}{Q + q}$ ; quæ formulæ itidem re-

ducuntur ad eosdem denominatores; ac tum ex hisce formulis, tum e superioribus, quam plurima elegantissima theorematata deducuntur, quæ quidem passim inveniuntur in elementaribus libris, & ego ipse ali-

aliquanto uberius persecutus sum in Supplementis Stayanis ad Lib. 2 § 2; sed hic satis est, fundamenta ipsa, & primarias formulas derivasse ex eadem Theoria, & ex proprietatibus centri gravitatis, ac motuum oppositorum æqualium, deductis ex Theoria eadem; nec nisi binos, vel ternos evolvam casus usui futuros infra, antequam ad obliquam collisionem, ac reflexionem motuum gradum faciam.

**CCLXXII.** Si globus perfecte elasticus incurrat in globum itidem quiescentem, erit  $c = 0$ , adeoque velocitas contraria priori pertinet ad incurrentem, quæ erat  $\frac{2Cq - 2cq}{Q + q}$ , erit  $\frac{2Cq}{Q + q}$ ; velocitas acquisita a quiescente, quæ erat  $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$ , erit  $\frac{2CQ}{Q + q}$ ; un-

de habebitur hoc theorema: ut summa massarum ad duplam massam incurrentis, vel quiescentis, ita celeritas i currentis ad celeritatem amissam a primo, vel acquisitam a secundo; & si massæ æquales fuerint, fit ea ratio æqualitatis; ac proinde globus incurrens totam suam velocitatem amittit, acquirendo nimirum æqualem contrariam, a qua ea elidatur, & globus quiescens acquirit velocitatem, quam ante habuerat globus incurrentis.

**CCLXXIII.** Si globus imperfecte elasticus incurrat in globum quiescentem immensum, & qui habeatur pro absolute infinito, cujus idcirco superficies habetur pro plana, in formula velocitatis acquisitæ a globo quiescente  $\frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$ , cum evanescat  $Q$  respectu

$q$  absolute infiniti, & proinde  $\frac{Q}{Q + q}$  evadat  $= 0$ , tota formula evanes-

cit, adeoque ipse haberi potest pro plano immobili. In formula vero velocitatis, quam in partem oppositam acquireret globus incurrens,  $\frac{rCq - rcq}{Q + q}$ , evadit  $c = 0$ , &  $Q$  evanescit itidem respectu  $q$ .

Hinc habetur  $\frac{rCq}{q}$ , sive  $rC$ , nimirum ob  $r = \frac{m+n}{m}$ , fit  $\left(\frac{m+n}{m}\right) \times C$ , cujus prima pars  $\frac{m}{m} \times C$  sive  $C$ , est illa, quæ amittitur, sive acquiritur

in partem oppositam in comprimenda figura, &  $\frac{n}{m} \times C$  est illa,

quæ acquiritur in recuperanda, ubi si sit  $n = 0$  quod accidit nimirum in perfecte mollibus, habetur sola pars prima; si  $m = n$ , quod accidit in perfecte elasticis, est  $\frac{n}{m} \times C =$ , secunda pars æqualis

T

pri-

primæ; & in reliquis casibus, est ut  $m$  ad  $n$ , ita illa pars prima  $C$ , sive præcedens velocitas, quæ per primam partem acquisitam eliditur, ad partem secundam, quæ remanet in plagam oppositam. Quamobrem habetur ejusmodi theorema: si incurvas ad perpendicularum in planum immobile globus perfecte mollis, acquirit velocitatem contrariam æqualem suæ priori, & quiescit; si perfecte elasticus, acquirit duplam suæ, nimirum æqualem in compressione, qua motus omnis sistitur, & æqualem in recuperanda figura, cum qua resilit; si fuerit imperfecte elasticus in ratione  $m$  ad  $n$ , in illa eadem ratione erit velocitas priori suæ contraria acquisita, dum figura mutatur, quæ priorem ipsam velocitatem extinguit, ad velocitatem, quam acquirit, dum figura restituitur, & cum qua resilit.

CCLXXIV. Est & aliud theorema aliquanto operosius, sed generale, & elegans, ab Hugenio inventum pro perfecte elasticis, quod nimirum summa quadratorum velocitatis ductorum in massas post congressum remaneat eadem, quæ fuerat ante ipsum. Nam Velocitates post congressum sunt  $C - \frac{2}{Q+q} q(C-c)$  &  $c + \frac{2}{Q+q} Q(C-c)$ ;

quadrata ducta in massas continent singula ternos terminos: primi erunt  $QCC + qcc$ ; secundi erunt  $(-CC + Cc) \frac{4Qq}{Q+q}$

+  $(cC - cc) \frac{4Qq}{Q+q}$ , quorum summa evadit  $(-CC + 2Cc - cc) \frac{4Qq}{Q+q}$ ;

postremi erunt  $\frac{4Qqq}{(Q+q)^2} \times (CC - 2Cc + cc)$ , &  $\frac{4qQQ}{(Q+q)^2} \times (CC - 2Cc + cc)$ , sive simul  $\frac{4(Q+q) \times Qq}{(Q+q)^2} \times (CC - 2Cc + cc)$ ,

vel  $\frac{4Qq}{Q+q} \times (CC - 2Cc + cc)$ , quod destruit summam secundi

terminorum binarii, remanente sola illa  $QCC + qcc$ , summa quadratorum velocitatum præcedentium ducta in massas. Sed hæc æqualitas nec habetur in mollibus, nec in imperfecte elasticis.

CCLXXV. Veniendo jam ad congressus obliquos, deveniant dato tempore bini globi  $A$ ,  $C$  in Fig. 42 per rectas quasunque  $AB$ ,  $CD$ ; quæ illorum velocitates metiantur, in  $B$ , &  $D$  ad Physicum contactum, in quo jam sensibilem effectum edunt vires mutuz. Communi methodo collisionis effectus sic definitur. Junctis eorum centris per rectam  $BD$ , ducantur ad eam productam, qua opus est, perpendiculara  $AF$ ,  $CH$ , & completis reſtangulis  $AFBE$ ,  $CHDG$  resolvantur singuli motus  $AB$ ,  $CD$  in binos; ille quidem  $AF$ ,

Fig. 42.

AF, AE, five BE, BF, hic vero CH, CG, five GD, DH. Primus utrobique manet illæsus; secundus FB, & HD collisionem facit directam. Inveniantur per legem collisionis directæ velocitates DI, DK, quæ juxta ejusmodi leges superius expositas haberentur post collisionem diversæ pro diversis corporum speciebus, & componantur cum velocitatibus expositis per rectas BL, DQ jacentes in directum cum EB, GD, & illis æquales. His perfectis expriment BM, DP celeritates, ac directiones motuum post collisionem.

CCLXXVI. Hoc pacto consideratur resolutio motuum, ut vera quædam resolutio in duos, quorum alter illæsus perseveret, alter mutationem patiatur, ac in casu, quem Figura exprimit, extinguatur penitus, tum iterum alius producat. At sine ulla vera resolutione res vere accidit hoc pacto. Mutua vis, quæ agit in globos B, D, dat illis toto collisionis tempore velocitates contrarias BN, DS æquales in casu, quem Figura exprimit, binis illis, quarum altera vulgo concipitur ut elisa, altera ut renascens. Eæ compositæ cum BO, DR jacentibus in directum cum AB, CD, & æqualibus iis ipsis, adeoque exprimentibus effectus integros præcædentium velocitatum, exhibent illas ipsas velocitates BM, DP. Facile enim patet, fore LO æqualem AE, five BF, adeoque MO æqualem BN, & BNMO fore parallelogrammum; ac eadem demonstratione est itidem parallelogrammum DRPS. Quamobrem nulla ibi est vera resolutio, sed sola compositio motuum, perseverante nimirum velocitate priore per vim inertiae, & ea composita cum nova velocitate, quam generant vires, quæ agunt in collisione.

CCLXXVII. Idem mihi accidit, ubi oblique globus incurrit in planum, five consideretur motus, qui haberi debet deinde, five percussio obliquæ energia respectu perpendicularis. Deveniat in Fig. 43 globus A directione obliqua AB ad planum CD consideratum ut immobile, quod contingat physice in N, & concipiat planum GI parallelum priori ductum per centrum B, ad quod appellet ipsum centrum, & a quo resiliet, si resilit. Ducta AF perpendiculari ad GI, & completo parallelogrammo AFBE, in communis methodo resolvitur velocitas AB in duas AF, AE, five FB, EB; primam dicunt manere illæsam; secundam destrui a resistentia plani; tum perseverare illam solam per BI æqualem ipsi FB, si corpus incurrens sit perfecte molle, vel componi cum alia in perfecte elasticis BE, æquali priori EB; in imperfecte elasticis

T 2

B e,

*Be*, quæ ad priorem *EB* habeat rationem datam, & percurrere in primo casu *BI*, in secundo *BM*, in tertio *Bm*. At in mea Theoria globus a viribus in illa minima distantia agentibus, quæ ibi sunt repulsivæ acquirunt secundum directionem *NE* perpendicularem plano repellenti *CD* in primo casu velocitatem *BE*, æqualem illi, quam acquireret, si cum velocitate *EB* perpendiculariter advenisset per *EB*; in secundo *BL* ejus duplā; in tertio *BP*, quæ ad ipsam habeat illam rationem datam *r* ad *1*, sive *m + n* ad *m*, & haberet deinde velocitatem compositam ex velocitate priore manente, ac expressa per *BO* æqualem *AB*, & positam ipsi in directum, ac ex altera *BE*, *BL*, *BP*, ex quibus constat, componi illas ipsas *BI*, *BM*, *Bm*, quas prius, cum ob *OI* æqualem *AF*, sive *BE*, & *IM*, *Im* æquales *BE*, *Be*, sive *EL*, *EP*, totæ etiam totis *OI*, *OM*, *Om* sint æquales, & parallelæ.

CCLXXVIII. Res mihi per compositionem virium ubique eodem redit, quo in communi methodo per earum resolutionem. Resolutionem solent vulgo admittere in motibus, quos vocant impeditos, ubi vel planum subjectum, vel ripa ad latus procursum impediens, ut in fluviorum alveis, vel filum, aut virga sustentans, ut in pendulorum oscillationibus, impedit motum secundum eam directionem, qua agunt velocitates jam conceptæ, vel vires; ut & virium resolutionem agnoscunt, ubi binæ, vel plures etiam vires unius cujusdam vis alia directione agentis effectum impediunt, ut ubi grave a binis obliquis planis sustinetur, quorum utrumque premit directione ipsi plano perpendiculari, vel ubi a pluribus filis elasticis oblique sitis sustinetur. In omnibus istis casibus illi velocitatem, vel vim agnoscunt vere resolutam in duas, quarum utrique simul illa unica velocitas, vel vis æquivalet, ex illis veluti partibus constituta, quarum si altera impediatur, debeat altera perseverare, vel si impediatur utraque, suum utraque effectum edat seorsum. At quoniam id impedimentum in mea Theoria nunquam habebitur ab immediato contactu plani rigidi subjecti, nec a virga vere rigida, & inflexili sustentante, sed semper a viribus mutuis repulsivis in primo casu, attractivis in secundo; semper habebitur nova velocitas, vel vis æqualis & contraria illi, quam communis methodus elisam dicit, quæ cum tota velocitate, vel vi obliqua composita eundem motum, vel idem æquilibrium restituet, ac idem omnino erit, in effectuum computatione considerare partes illas binas, & alteram, vel utramque impeditam, ac considerare priorem totam, aut velocitatem.

citatem, aut vim, compositam cum iis novis contrariis, & æqualibus illi parti, vel illis partibus, quæ dicebantur elidi. In id autem, quod vel inferne, vel superne motum massæ cujuscumque impedit, vel vim, non ager pars illa prioris velocitatis, vel illius vis, quæ concipitur resoluta, sed velocitas orta a vi mutua, & contraria velocitati illi novæ genitæ in eadem massa, a vi mutua, vel ipsa vis mutua, quæ semper debet agere in partes contrarias, & cui occasionem præbet illa determinata distantia major, vel minor, quam sit, quæ limites & æquilibrium constitueret.

CCLXXIX. Id quidem abunde apparet in ipso superiore exemplo. Ibi in Fig. 43 globus (quem concipiamus mollem) advenit oblique per AB, & oblique impeditur a plano ejus progressus. Non est velocitas perpendicularis AF, vel EB, quæ extinguitur, durante AE, vel FB, uti diximus; nec illa urfit planum CD. Velocitas AB occasionem dedit globo accedendi ad planum CD usque ad eam exiguam distantiam, in qua vires variæ agerent, donec ex omnium actionibus conjunctis impediretur ulterior accessus ad ipsum planum; sive perpendicularis distantie ulterior diminutio. Illæ vires agent simul in oirectione perpendiculari ad ipsum planum juxta Num. 266; debebunt autem, ut impediant ejusmodi ulteriorem accessum, producere in ipso globo velocitatem, quæ composita cum tota BO perseverante in eadem directione AB, exhibeat velocitatem per BI parallelam CD. Quoniam vero triangula rectangula AEB, BIO æqualia erunt necessario ob AB, BO æquales, erit BEIO parallelogrammum, adeoque velocitas perpendicularis, quæ cum priore velocitate BO debeat componere velocitatem per rectam parallelam plano, debet necessario esse contraria, & æqualis illi ipsi EB perpendiculari eidem plano, in quam resolvunt vulgo velocitatem AB. Interea vero vis, quæ semper agit in partes contrarias æqualiter, urferit planum tantundem, & omnes in eo produxerit effectus illos, qui vulgo tribuuntur globo adveniienti cum velocitate ejusmodi, ut perpendicularis ejus pars sit EB.

CCLXXX. Idem accidet etiam in reliquis omnibus casibus superius memoratis. Descendat globus gravis per planum inclinatum CD (Fig. 44) oblique, quod in communi sententia continget hunc in modum. Resolvunt gravitatem BO in duas, alteram BR perpendicularem plano CD, qua urgetur ipsum planum, quod eum sustinet; alteram BI, parallelam eidem plano, quæ obliquum descensum accelerat, In mea Theoria gravitas cogit globum semper

Fig. 44.

magis accedere ad planum CD, donec distantia evadat ejusmodi, ut vires mutuæ repulsivæ agant, & illa quidem, quæ agit in B, sit ejusmodi, ut composita cum BO exhibeat BI parallelam plano ipsi, adeoque non inducentem ulteriorem accessum, sit autem perpendicularis plano ipsi. Porro ejusmodi est BE, jacens in directum cum RB, & ipsi æqualis, cum nimirum debeat esse parallela, & æqualis OI. Vis autem æqualis ipsi, & contraria, adeoque expressa per BR, urgebit planum.

Fig. 45.

CCLXXXI. Quod si grave suspensum (in Fig. 45) filo, vel virga BC debeat oblique descendere per arcum circuli BD, tum vero in communi methodo gravitatem BO iidem resolvunt in duas BR, BI, quarum prima filum, vel virgam tendat, & elidatur, secunda acceleret descensum obliquum, qui fieret ex velocitate concepta per rectam BA perpendicularem BC, ac præterea etiam tensionem fili agnoscunt ortam a vi centrifuga, quæ exprimitur per DA perpendicularem tangenti. At in mea Theoria res hoc pacto procedit. Globus ex B abit ad D per vires tres compositas simul cum velocitate præcedente; prima e viribus est vis gravitatis BO; secunda attractio versus C orta a tensione fili, vel virgæ, expressa per BE parallelam & æqualem OI, adeoque BR, quæ solæ componerent vim BI; tertia est attractio in C expressa per BH æqualem AD. Adest præterea velocitas præcedens, quam exprimit BK æqualis IA, ut sit BI æqualis KA. His viribus cum ea velocitate simul agentibus erit globus in D in fine ejus tempusculi, cui ejusmodi effectus illarum virium respondent. Nam ibi debet esse, ubi esset, si aliæ ex illis causis agerent post alias: gravitate agente veniret per BO; vi BE abiret per OI, velocitate BK abiret per IA ipsi æqualem; vi BH abiret per AD. Quamobrem res tota iidem peragitur sola compositione virium, & motuum.

CCLXXXII. Porro si sumatur EG æqualis BH; tum tota attractio orta a tensione fili erit BG, quæ prius considerata est tanquam e binis partibus in directum agentibus composita, ac res eodem redit; nam si prius componantur BH, & BE in BG (quo casu tota BG ut unica vis haberetur), tum BO, ac demum BK, ad idem punctum D rediretur juxta generalem demonstrationem, quam dedi Num. 258. Porro vi expressa per totum BG attraheretur contra punctum suspensionis versus B, ubi pars EG, vel BH ad partem BE habet proportionem pendentem a celeritate BK, ab angulo RBO, ac a radio CB; sed ista meæ Theoriæ cum omnium

vis-

usitatis Mechanicæ elementis communia sunt, posteaquam compositionis hujus cum illa resolutione æquivalentia est demonstrata.

CCLXXXIII. Quæ de motu diximus factæ vi oblique, sed non penitus impedita, eadem in æquilibrio habent locum, ubi omnis impeditur motus. Innitatur globus gravis B (Fig. 46) binis planis AC, CD, quæ accurate, vel in mea Theoria physice solum, contingat in H, & F, & gravitatem referat recta verticalis BO, ac ex puncto O ad rectas BH, BF ducantur rectæ OR, OI parallelæ ipsi BF, BH, & producta fursum BK tantundem, ducantur ex K ipsi BF, BH parallelæ KE, KL usque ad easdem BH, BF; ac patet, fore rectas BE, BL æquales & contrarias BR, BI. In communi methodo resolutionis virium concipitur gravitas BO resoluta in binas BR, BI, quarum prima urgeat planum AC, secunda CC; & quoniam si angulus HCF fuerit satis acutus, erit itidem satis acutus angulus R, qui ipsi æqualis esse debet, cum uterque sit complementum HBF ad duos rectos, alter ob parallelogrammum, alter ob angulos BHC, BFC rectos; fieri potest, ut singula latera BR, RO five BI, sint, quantum libuerit, longiora quam BO, vires singulæ, quæ urgent illa plana, possunt esse, quantum libuerit, majores, quam sola gravitas: mirantur multi, fieri posse, ut gravitas per solam ejusmodi applicationem tantum quodammodo supra se assurgat, & effectum tanto majorem edat.

CCLXXXIV. Difficultas ejusmodi in communi etiam sententia evitari facile potest exemplo vectis, de quo agemus infra, in quo sola applicatio vis in multo majore distantia collocatæ multo majorem effectum edit. Verum in mea Theoria ne ullus quidem difficultati est locus. Non resolvitur revera gravitas in duas vires BR, BI, quarum singulæ plana urgeant, sed gravitas inducit ejusmodi accessum ad ea plana, in quo vires repulsivæ perpendiculares ipsis planis agentes in globum componant vim BK æqualem, & contrariam gravitati BO, quam sustineat, & ulteriorem accessum impediat. Ad id præstandum requiruntur illæ vires BE, BI æquales & contrariæ hisce BR, BI, quæ rem conficiunt. Sed quoniam vires sunt mutuae, habebuntur repulsiones agentes in ipsa plana contrariæ, & æquales illis ipsis BE, BI, adeoque agent vires expressæ per illas ipsam BR, BI, in quas communis methodus gravitatem resolvit.

CCLXXXV. Quod si globus gravis P in Fig. 47 e filo BP Fig. 47. pendeat, ac sustineatur ab obliquis filis AB, DB, exprimat autem

BH



BH gravitatem, & sit BK ipsi contraria & æqualis, ac sint HL, KL parallelae DB, & HR, KE parallelae filo AB; communis methodus resolvit gravitatem BH in duas BR, BI, quæ a filiis sustentantur, & illa tendant; sed ego compono vim BK gravitati contrariam, & æqualem e viribus BE, BL, quas exerunt attractivæ puncta fili, quæ ob pondus P delatum deorsum sua gravitate ita distrahuntur a se invicem, donec habeantur vires attractivæ componentes ejusmodi vim contrariam, & æqualem gravitati.

CCLXXXVI. Quamobrem per omnia casuum diversorum genera pervagati jam vidimus, nullam esse in mea Theoria veram aut virium, aut motuum resolutionem, sed omnia phænomena pendere a sola compositione virium, & motuum, adeoque naturam eodem ubique modo simplicissimo agere, componendo tantummodo vires, & motus plures, sive edendo simul eum effectum, quem ederent illæ omnes causæ, si aliæ post alias effectus ederent suos æquales, & eandem habentes directionem cum iis, quos singulæ, si solæ essent, producerent. Et quidem id generale esse Theoriæ meæ patet vel ex eo, quod nulli possunt esse motus ex parte impediti, ubi nullus est immediatus contactus, sed in libero vacuo spatio punctum quodvis liberrime movetur parendo simul velocitati, quam habet jam acquisitam, & viribus omnibus, quæ ab aliis omnibus materiæ punctis proveniunt.

CCLXXXVII. Quanquam autem habeatur revera sola compositio virium, licebit adhuc vires imaginatione nostra resolvere in plures, quod sæpe demonstrationes theorematum, & solutionem problematum contrahet mirum in modum, ac expeditiores reddet, & elegantiores; nam licebit pro unica vi assumere vires illas, ex quibus ea componeretur. Quoniam enim idem omnino effectus oriri debet, sive adsit unica vis componens, sive reapse habeantur simul plures illæ vires componentes, manifestum est, substitutione harum pro illa nihil turbari conclusiones, quæ inde deducuntur: & si post resolutionem ejusmodi inveniatur vis contraria, & æqualis alicui e viribus, in quas vis illa data resolvitur, illa haberi potest pro nulla, consideratis solis reliquis, si in plures resoluta fuit, vel sola altera reliqua, si resoluta fuit in duas. Nam componendo vim, quæ resolvitur, cum illa contraria uni ex iis, in quas resolvitur, eadem vis provenire debet omnino, quæ oritur componendo simul reliquas, quæ fuerant in resolutione sociæ illius elisæ, vel retinendo unicam illam alteram reliquam, si resolutio facta est in duas  
tan-

tantummodo; atque id ipsum constat pro resolutione in duas ipsi-  
superioribus exemplis, & pro quacunque resolutione in vires quot-  
cunque facile demonstratur.

CCLXXXVIII. Porro quod pertinet ad resolutionem in plu-  
res vires vel motus, facile est ex iis, quæ dicta sunt Num. 256 de-  
finire legem, quæ ipsam resolutionem rite dirigat, ut habeantur vi-  
res, quæ datam aliquam componant. Sit in Fig. 48. vis quæcun-  
que, vel motus AP, & incipiendo ab A ducantur quotcunque, & Fig. 48.  
cujuscunque longitudinis rectæ AB, BC, CD, DE, EF, FG, GP,  
continuo inter se connexæ ita, ut incipiant ex A, ac desinant in  
P; & si ipsis BC, CD &c ducantur parallelæ & æquales Ac, Ad  
&c, vires omnes AB, Ac, Ad, Ae, Af, Ag, Ap component  
vim AP; unde patet illud: ad componendam vim quamcunque  
posse assumi vires quotcunque, & quascunque, quibus assumptis  
determinari poterit una alia præterea, quæ compositionem perficiat;  
nam poterunt duci rectæ AB, BC, CD &c parallelæ, & æqua-  
les datis quibuscunque, & ubi postremo deventum fuerit ad aliquod  
punctum G, satis erit addere vim expressam per GP.

CCLXXXIX. Eo autem generali casu continetur particularis  
casus resolutionis in vires tantummodo duas, quæ potest fieri per  
duo quævis latera trianguli cujuscunque, ut in Fig. 49, si darur vis Fig. 49,  
AP, & fiat quodcunque triangulum ABP, vis resolvi potest in  
duas AB, BP, & data illarum altera, darur & altera, quod quidem  
constat etiam ex ipsa compositione, seu resolutione per parallelogram-  
mum ABPC, quod semper compleri potest, & in quo AC est par-  
allela & æqualis BP, ac binæ vires AB, AC componunt vim AP;  
atque idem dicendum de motibus.

CCXC. Ejusmodi resolutio illud etiam palam faciet, cur vis  
composita a viribus non in directum jacentibus, sit minor ipsis com-  
ponentibus, quæ nimirum sunt ex parte sibi invicem contrariæ, &  
elisis mutuo contrariis & æqualibus, remanet in vi composita summa  
virium conspirantium, vel differentia oppositarum pertinentium ad  
componentes. Si enim in Fig. 50; 51, 52 vis AP componatur  
ex viribus AB, AC, quæ sint latera parallelogrammi ABPC, &  
ducantur in AP perpendiculara BE, CF, cadentibus E, & F inter  
A, & P in Fig. 50, in A, & P in Fig. 51, extra in Fig. 52, fa-  
tis patet, fore in prima & postrema æqualia triangula AEB, PFC, Fig. 50.  
ædeoque vires BE, FC contrarias & æquales elidi; vim vero AP 51. & 52.  
in primo casu esse summam binarum virium conspirantium AE, AF;

U

æqua-

æquari unicæ AF in secundo; & fore differentiam in tertio oppositarum AE, AF.

CCXCI. In resolutione quidem vis crescit quodammodo, quia mente adjungimus alias oppositas & æquales, quæ adjunctæ cum se invicem elidunt, rem non turbant. Sic in Fig. 52 resolvendo AP in binas AB, AC, adjicimus ipsi AP binas AE, PF contrarias, & præterea in directione perpendiculari binas EB, FC itidem contrarias, & æquales. Cum resolutio non sit realis, sed imaginaria tantummodo ad faciliorem problematum solutionem, nihil inde difficultatis auferri potest contra communem methodum concipiendi vires, quas huc usque consideravimus, & quæ momento temporis exercent solum nîsum, sive pressionem; unde etiam fit, ut dicantur vires mortuæ, & idcirco solum continuo durantes tempore sine contraria aliqua vi, quæ illas elidat, velocitatem inducunt, ut causæ velocitatis ipsius inductæ; nec inde argumentum ullum desumi poterit pro admittendis illis, quas Leibnitius invexit primus, & vires vivas appellavit, quas hinc potissimum necessario saltem concipiendas esse arbitrantur non nulli, ne nimirum in resolutione virium habeatur effectus non æqualis suæ causæ. Effectus quidem non æqualis, sed proportionalis esse debet, non causæ, sed actioni causæ, ubi ejusmodi actio contraria aliqua actione non impeditur vel tota, vel ex parte; quod accidit, uti vidimus, in obliqua compositione; ac utcumque & aliæ responsiones sint in communi etiam sententia pro casu resolutionis; in mea Theoria, cum ipsa resolutio realis nulla sit, nulla itidem est, uti monui difficultas.

CCXCII. Et quidem tam ex iis, quæ huc usque demonstrata sunt, quam ex iis, quæ consequentur, satis apparebit, nullum usquam esse ejusmodi virium vivarum indicium, nullam necessitatem, cum omnia naturæ phænomena pendeant e motibus, & æquilibrio, adeoque a viribus mortuis, & velocitatibus inductis per earum actiones, quam ipsam ob causam in illa Dissertatione de Viribus Vivis, quæ hujus ipsius Theoriæ occasionem mihi præbuit ante annos 13, affirmavi, vires vivas in natura nullas esse, & multa, quæ ad eas probandas proferri solebant, satis luculenter exposui per solas velocitates a viribus non vivis inductas.

CCXCIII. Unum hic proferam, quod pertinet ad collisionem globorum elasticorum obliquam, quæ compositionem resolutioni sub-

Fig. 53. stiruam illustrat. Sint in Fig. 53 triangula ADB, BHG, GML rectangula in D, H, M, ita, ut latera BD, GH, LM sint æqua-

lia

līa singula dimidiāe basi AB, ac sint BG, GL, LQ, parallelæ AD, BH, GM. Globus A cum velocitate  $AB = 2$  incurrat in B in globum C sibi æqualem jacentem in DB producta: ex collisione obliqua dabit illi velocitatem  $CE = 1$ , æqualem suæ BD, quam amittet, & progredietur per BG cum velocitate  $= AD = \sqrt{3}$ . Ibi eodem pacto si inveniat globum I, dabit ipsi velocitatem  $IK = 1$ , amissa sua GH, & progredietur per GL cum  $\sqrt{2}$ ; tum ibi dabit globo O velocitatem  $OP = 1$ , amissa sua LM, & abibit cum  $LQ = 1$ , quam globo R, directe in eum incurrens, communicabit. Quare ajunt, illa vi, quam habebat cum velocitate  $= 2$ , communicabit quatuor globis sibi æqualibus vires, quæ junguntur cum velocitatibus singulis  $= 1$ , ubi si vires fuerint itidem singulæ  $= 1$ , erit summa virium  $= 4$ , quæ cum fuerit simul cum velocitate  $= 2$ , vires sunt, non ut simplices velocitates in massis æqualibus, sed ut quadrata velocitatum.

CCXCIV. At in mea Theoria id argumentum nullam sane vim habet. Globus A non transfert in globum C partem DB suæ velocitatis AB resolutæ in duas DB, TB, & cum ea partem suæ vis. Agit in globos vis nova mutua in partes oppositas, quæ alteri imprimit velocitatem CE, alteri BD. Velocitas prior globi A expressa per BF positam in directum cum AB, & ipsi æqualem, componitur cum hac nova accepta BD, & oritur velocitas BG, minor ipsa BF ob obliquitatem compositionis. Eodem pacto nova vis mutua agit in globos in G & I, in L & O, in Q & R, & velocitates novas primi globi GL, LQ, zero, componunt velocitates GH & GN, LM, & LS, LQ & QL, sine ulla aut vera resolutione, aut translatione vis vivæ, natura in omni omnino casu, & in omni corporum genere agente prorsus eodem modo.

CCXCV. Sed quod attinet ad collisiones corporum, & motus reflexos, unde digressi eramus, imprimis illud monendum duco: cum nulli mihi sint continui globi, nulla plana continua, pleaque ex illis, quæ dicta sunt, habebunt locum tantummodo ad sensum, & proxime tantummodo, non accurate; nam intervalla, quæ habentur inter puncta, inducent inæqualitates sane multas. Sic etiam in Fig. 43, ubi globus delatus ad B incurrit in CD, mutatio viæ directionis non fiet in unico puncto B, sed per continuam curvaturam; ac ubi globus reflectetur, ipsa reflexio non fiet in unico puncto B, sed per curvam quandam. Recta AB, per quam globus adveniet, non erit accurate recta, sed proxime; nam vires ad di-

Fig. 43.

stantias omnes constanti lege se extendunt, sed in majoribus distantiiis sunt insensibiles, nisi massa, in quam tenditur; si enormis, ut est rotius terræ massa, in quam sensibili vi tendunt gravia. At ubi globus advenerit satis prope planum  $CD$ , incipiet incurvari etiam via centri, quæ quidem jam attracto, jam repulso globo serpet etiam, donec alicubi repulsio satis prævaleat ad omnem ejus perpendicularem velocitatem extinguendam (utar enim impofterum etiam ego vocabulis communibus a virium resolutione petitis, uti & superius aliquando usus fueram, & nunc quidem potiore jure, posteaquam demonstravi æquipollentiam veræ compositionis virium cum imaginaria resolutione), & retro etiam motum reflectat.

CCXCVI. Et quidem si vires in accessu ad planum, ac in recessu a plano fuerint prorsus æquales inter se, dimidia curva ab initio sensibilis curvaturæ usque ad minimam distantiam a plano erit prorsus æqualis, & similis reliquæ dimidiæ curvæ, quæ habebitur inde usque ad finem curvaturæ sensibilis, ac angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis. Id in casu, quem exprimit Fig. 43, curva ob insensibilem ejus tractum considerata pro unico puncto, pro perfecte elasticis patet ex eo, quod in triangulis rectangulis  $AFB$ ,  $MIB$  latera æqualia circa angulos rectos secum trahant æqualitatem angulorum  $ABF$ ,  $MBI$ , quorum alter dicitur angulus incidentiæ, & alter reflexionis, ubi in imperfecte elasticis non habetur ejusmodi æqualitas, sed tantummodo constans ratio inter tangentem anguli incidentiæ, & tangentem anguli reflexionis, quæ nimirum ad radios æquales  $BF$ ,  $BI$  sunt  $FA$  &  $Im$ , & sunt juxta determinationem, quam supra adhibuimus, & retinuimus hac usque, ut  $m$  ad  $n$ .

Fig. 45.

CCXCVII. Curvaturam in reflexione exhibet Fig. 54, ubi via puncti mobilis repulsi a plano  $CO$  est  $ABQDM$ , quæ circa  $B$ , ubi vires incipiunt esse sensibiles, incipit ad sensum incurvari, & desinit in eadem distantia circa  $D$ . Ea quidem, si habeatur semper repulsio, incurvatur perpetuo in eandem plagam, ut Figura exhibet; si vero & attractio repulsionibus interferatur, serpit, uti monui; sed si paribus a plano distantiiis vires æquales sunt, satis patet, & accuratissime demonstrari etiam posset, ubi semel devenit alicubi, ut in  $Q$ , ad directionem parallelam plano, debere deinceps describi arcum  $QD$  prorsus æqualem, & similem arcui  $QB$ , & ita similiter positum respectu plani  $CO$ , ut ejus inclinationes ad ipsum planum in distantiiis æqualibus ab eo, & a  $Q$  hinc, & inde sint prorsus

prorsus æquales; quam ob causam tangentes BN, DP, quæ sunt quasi continuationes rectarum AB, MD angulos faciunt ANC, MPO æquales, qui deinde habentur pro angulis incidentiæ, & reflexionis.

CCXCVIII. Si planum sit asperum, ut Figura exhibet, & ut semper contingit in natura; æqualitas illa virium utique non habetur. At si scabrities sit satis exigua respectu ejus distantiae, ad quam vires sensibiles protenduntur, inæqualitas ejusmodi erit perquam exigua, & anguli incidentiæ, & reflexionis æquales erunt ad sensum. Si enim eo intervallo concipiatur sphaera VRTS habens centrum in puncto mobili, cujus segmentum RTS jaceat ultra planum; agent omnia puncta constituta intra illud segmentum, adeoque monticuli prominentes satis exigui respectu totius ejus massæ, satis exiguum inæqualitatem poterunt inducere; & proinde sensibilem æqualitatem angulorum incidentiæ, & reflexionis non turbabunt, sicut & nostri terrestres montes in globo oblique projecto, & ita ponderante, ut a resistentia aeris non multum patiatur, sensibilibiter non turbant parabolicum motum ipsius, in quo bina crura ad idem horizontale planum eandem ad sensum inclinationem habent. Secus accideret, si illi monticuli ingentes essent etiam respectu ejusdem sphaeræ. Atque hæc quidem, qui diligentius perpenderit, videbit sane, & lucem a vitro satis lævigato resilire debere cum angulo reflexionis æquali ad sensum angulo incidentiæ, licet & ibi pulvisculus, quo poliuntur vitra, relinquat sulcos, & monticulos, sed perquam exiguos etiam respectu distantiae, ad quam extenditur sensibilis actio vitri in lucem; sed respectu superficierum, quæ ad sensum scabræ sunt, debere irregulariter dispergi quaqua versus.

CCXCIX. Pariter ubi globus non elasticus deveniat per AB in eadem Figura 43, & deinde debeat sine reflexione excurrere per BQ, non describet utique rectam lineam accurate, sed serpet, & saltitabit non nihil; erit tamen recta ad sensum; velocitas vero mutabitur ita, ut sit velocitas prior AB ad posteriorem BI, ut radius ad eosinum inclinationis planorum OBI, ac ipsa velocitas prior ad velocitatum differentiam, sive ad partem velocitatis amissam, quam exprimit IQ determinata ab arcu OQ habente centrum in B, erit ut radius ad sinum versum ipsius inclinationis. Quoniam autem imminuto in infinitum angulo, sinus versus decrescit in infinitum etiam respectu ipsius arcus, adeoque summa omnium sinuum verforum pertinentium ad omnes inflexiones infinitesimas tempore finito

nito factas adhuc in infinitum decrefcit; ubi inflexio evadat continua, uti fit in curvis continuis, ea fumma evanefcit, & nulla fit velocitatis amiffio ex inflexione continua orta, fed vis perpetua, quæ tantummodo ad habendam curvaturam requiritur perpendicularis ipfi curvæ, nihil turbat velocitatem, quam parit vis tangentialis, fi qua eft, quæ motum perpetuo acceleret, vel retardet; ac in curvilineis motibus quibuscunque, qui habeantur per quascunque directiones virium, femper refolvi poteft vis illa, quæ agit in duas, alteram perpendiculararem curvæ, alteram fecundum directionem tangentis, & motus in curva per hanc tangentialem vim augebitur vel retardabitur eodem modo, quo fi eadẽ vires agerent, & motus haberetur in eadem recta linea conftanter. Sed hæc jam meæ Theoriæ communia funt cum Theoria vulgari.

CCC. Communis eft itidem in Fig. 44 & 45 ratio gravitatis abfolutæ BO ad vim BI, quæ obliquum defcenfum accelerat, vel afcenfum retardat, quæ eft ut radius ad finum anguli BOI, vel OBR, five cofinum OBI. Angulus OBI eft is in Fig. 44, quem continet directio BI, quæ eft eadem, ac directio plani CD, cum linea verticali BO, adeoque angulus OBR eft æqualis inclinationi plani ad horizontem, & angulus idem OBR in Fig. 45 eft is, quem continet cum verticali BO recta CB jungens punctum oscillans cum puncto fufpensionis. Quare habentur hæc theoremata: *Vis accelerans defcenfum, vel retardans afcenfum in planis inclinatis, vel ubi oscillatio fit in arcu circulari, eft ad gravitatem abfolutam, ibi quidem ut finus inclinationis ipfius plani, hic vero ut finus anguli, quem cum verticali linea continet recta jungens punctum oscillans cum puncto fufpensionis, ad radium.* E quorum theorematum priore fluunt omnia, quæ Galilæus tradidit de defcenfu per plana inclinata; ac e posteriore omnia, quæ pertinent ad oscillationes in circulo; quin immo etiam ad oscillationes factas in curvis quibuscunque pondere per folum fufpenfo, & curvis evolutis applicato; ac eodem utemur infra in definiendo centro oscillationis.

CCCI. Hisce perfectis applicanda eft etiam Theoria ad motuum refractionem, ubi continentur elementa mechanica pro refractione luminis, & occurrit elegantiffimum theorema a Newtono inventum huc pertinens. Sint binæ superficies AB, CD (Fig. 55) parallelæ inter fe, & punctum mobile quodpiam extra illa plana nullam fentiat vim, inter ipfa vero urgeatur viribus quibuscunque, quæ tamen & femper habeant directionem perpendicularẽ ad ipfa plana,

Fig. 55.

na, & in æqualibus distantis ab altero ex iis æquales sint ubique; ac mobile deferatur ad alteram ex iis, ut AB, directione quacunque GE. Ante appulsum feretur motu rectilineo & æquabili, cum nulla urgeatur vi; ejus velocitatem exprimat EH, quæ erecta ER, perpendiculari ad AB, resolvi poterit in duas, alteram perpendiculararem ES, alteram parallelam HS. Post ingressum inter illa duo plana incurvabitur motus illis viribus, sed ita, ut velocitas parallela ab iis nihil turbetur, velocitas autem perpendicularis vel minuat, vel augeatur, prout vires tendent versus planum citerius AB, vel versus ulterius CD. Jam vero tres casus haberi hinc possunt; vel enim iis viribus tota velocitas perpendicularis ES extinguitur, antequam deveniatur ad planum ulterius CD; vel perstat usque ad appulsum ad ipsum CD, sed imminuta, vi contraria prævalente viribus eadem directione agentibus; vel perstat potius aucta.

CCCII. In primo casu, ubi primum velocitas perpendicularis extincta fuerit alicubi in X, punctum mobile reflectet cursum retro per XI, & iisdem viribus agentibus in regressu, quæ egerant in progressu, acquireret velocitatem perpendiculararem IL æqualem amissæ ES, quæ composita cum parallela LM, æquali priori HS, exhibebit obliquam IM in recta nova IK, quam describet post egressum, & erunt æquales anguli MIL, HES, adeoque & anguli KIB, GEA; quod congruit cum iis, quæ in Fig. 54 sunt exhibitæ, & pertinent ad reflexionem.

CCCIII. In secundo casu prodibit ultra superficiem ulteriorem CD, sed ob velocitatem perpendiculararem OP minorem prioræ ES, parallelam vero PN æqualem priorii HS, erit angulus ONP minor, quam EHS, adeoque inclinatio VOD ad superficiem in egressu minor inclinatione GEA in ingressu. Contra vero in tertio casu ob *op* majorem ES, angulus *uod* erit major. In utroque autem hoc casu differentia quadratorum velocitatis ES, & OP vel *op*, erit constans, per Num. 176 in not. (m), quæcunque fuerit inclinatio GE in ingressu, a qua inclinatione pendet velocitas perpendicularis SE.

CCCIV. Inde autem facile demonstratur, fore sinum anguli incidentiæ HES, ad sinum anguli refracti PON (& quicquid dicitur de iis, quæ designantur litteris PON, erunt communia iis, quæ exprimuntur litteris *pon*) in ratione constanti, quæcunque fuerit inclinatio rectæ incidentis GE. Sumatur enim HE constans, quæ exprimat velocitatem ante incidentiam, exprimet HS velocitatem



tatem parallelam, quæ erit æqualis rectæ PN expriment velocitatem parallelam post refractionem; ac ES, OP expriment velocitates perpendiculares ante, & post, quarum quadrata habebunt differentiam constantem. Sed ob HS, PN semper æquales, differentia quadratorum HE, ON æquatur differentiæ quadratorum ES, OP. Igitur etiam differentia quadratorum HE, ON erit constans; cumque ob HE constantem debeat esse constans ejus quadratum, erit constans etiam quadratum ON, adeoque constans etiam ipsa ON, & proinde constans erit & ratio HE ad ON; quæ quidem ratio est eadem, ac sinus anguli NOP ad sinum HES: cum enim sit in quovis triangulo rectangulo radius ad latus utrumvis, ut basis ad sinum anguli oppositi; in diversis triangulis rectangulis sunt sinus, ut latera opposita divisa per bases, sive directe ut latera, & reciproce ut bases; & ubi latera sunt æqualia, ut hic HS, PN, erunt reciproce ut bases.

CCCIV. Quamobrem in refractionibus, quæ hoc modo fiant motu libero per intervallum inter duo plana parallela, in quo vires, paribus distantis ab altero eorum pares sint, ratio sinus anguli incidentiæ, sive anguli, quem facit via ante incursum cum recta perpendiculari plano, ad sinum anguli refracti, quem facit via post egressum itidem cum verticali, est constans, quæcunque fuerit inclinatio in ingressu. Præterea vero habetur & illud, fore celeritates absolutas ante, & post in ratione reciproca eorum sinuum. Sunt enim ejusmodi velocitates ut HE, ON, quæ sunt reciproce ut illi sinus.

CCCVI. Hæc quidem ad luminis refractiones explicandas viam sternunt, ac in Tertia Parte videbimus, quo pacto hypothesis hujusce theorematis applicetur particulis luminis. Sed interea considerabo vires mutuas, quibus in se invicem agant tres massæ, ubi habebuntur generalius ea, quæ pertinent etiam ad actiones trium punctorum, & quæ a Num. 224, & 227 huc reservavimus. Porro si integræ vires alterius in alteram diriguntur ad ipsa centra gravitatis, referam hic ad se invicem vires ex integris compositas; sed etiam ubi vires aliam directionem habeant quamcunque; si singulæ resolvantur in duas, alteram, quæ se dirigat a centro ad centrum; alteram, quæ sit ipsi perpendicularis, vel in quocunque dato angulo obliqua, omnia in prioribus habebunt itidem locum.

Fig. 56.

CCCVII. Agant in se invicem in Fig. 56 tres massæ, quarum centra gravitatis sint A, B, C, viribus mutuis ad ipsa centra directis,

ctis, & confiderentur inprimis directiones virium. Vis puncti C ex utraque CV, Cd attractiva erit Ce; ex utraque repulsiva CY, Ca, erit CZ, & utriusque directio saltem ad partes oppositas producta ingreditur triangulum, & secatur illa angulum internum ACB, hæc ipsi ad verticem oppositum aCY. Vi CV attractiva in B, ac CY repulsiva ab A, habetur CX; & vi Cd attractiva in A, ac Ca repulsiva a B, habetur Cb, quarum utraque abit extra triangulum, & secatur angulos ipsius externos. Primæ Ce, cum debeant respondere attractiones BP, AG, respondent cum attractionibus mutuis BN, AE, vires BO, AF; vel cum repulsionibus AI, BR vires AH, BQ, ac tam priores binæ, quam posteriores, jacent ad eandem partem lateris AB, & vel ambæ ingrediuntur triangulum tendentes versus ipsum, vel ambæ extra ipsum etiam productæ abeunt, & tendunt ad partes oppositas directioni CT respectu AB. Secundæ CZ debent respondere repulsionibus BT, AL, quæ cum repulsionibus AI, BR constituunt AK, BS, cum attractionibus AE, BN constituunt AD, BM, ac tam priores binæ, quam posteriores jacent ad eandem plagam respectu AB, & ambarum directiones vel productæ ex parte posteriore ingrediuntur triangulum, sed tendunt ad partes ipsi contrarias, ut CZ, vel extra triangulum utrinque abeunt ad partes oppositas directioni CZ respectu AB. Quod si habeatur CX, quam exponunt CV, CY, tum illi respondent BP, & AL, ac si prima conjungatur cum BN, jam habetur BO ingrediens triangulum; si BR, tum habetur quidem BQ, cadens etiam ipsa extra triangulum, ut cadit ipsa CX; sed secunda AL jungetur cum AI, & habebitur AK, quæ producta ad partes A ingreditur triangulum. Eodem autem argumento cum vi Cb vel conjungitur AF ingrediens triangulum, vel BS, quæ producta ad B triangulum itidem ingreditur. Quamobrem semper aliqua ingreditur, & tum de reliquis binis redeunt, quæ dicta sunt in casu virium Ce, CZ.

CCCVIII. Habetur igitur hoc theorema. Quando tres massæ in se invicem agunt viribus directis ad centra gravitatis, vis composita saltem unius habet directionem, quæ saltem producta ad partes oppositas secatur angulum internum trianguli, & ipsum ingreditur: reliquæ autem duæ vel simul ingrediuntur, vel simul evitant, & semper junguntur ad eandem plagam respectu lateris jungentis earum duarum massarum centra; ac in primo casu vel omnes tres tendunt ad interiora trianguli jactendo in angulis internis, vel omnes tres ad exteriora in partes triangulo

X

oppo-

oppositas jacendo in angulis ad verticem oppositis; in secundo vero casu respectu lateris jungentis eas binas massas tendunt in plagas oppositas, in quam tendit vis illa prioris massæ.

CCCIX. Sed est adhuc elegantius theorema, quod ad directionem pertinet, nimirum: *omnium trium compositarum virium directiones utrinque productæ transeunt per idem punctum; & si id jaceat intra triangulum, vel omnes simul tendunt ad ipsum, vel omnes simul ad partes ipsi contrarias; si vero jaceat extra triangulum, binæ, quarum directiones non ingrediuntur triangulum, tendunt ad ipsum, ac tertia, cujus directio triangulum ingreditur, tendit ad partes ipsi contrarias; vel illæ binæ ad partes ipsi contrarias, & tertia ad ipsum.*

Prima pars, quod omnes transeant per idem punctum, sic demonstratur. In Figura quavis a 57 ad 62, quæ omnes casus exhibent, vis pertinens ad C sit ea, quæ triangulum ingreditur, ac reliquæ binæ HA, QB concurrant in D: oportet demonstrare, vim etiam, quæ pertinet ad C, dirigi ad D. Sint CV, Cd vires componententes, ac ducta CD, ducatur VT parallela CA, occurrens CD in T; & si ostensum fuerit, ipsam fore æqualem Cd, res erit perfecta; ducta enim dT remanebit CVTd parallelogrammum. Ejusmodi autem æqualitas demonstrabitur considerando rationem CV ad Cd compositam ex quinque intermediis, CV ad BP, BP ad PQ, PQ sive BR ad AI, AI sive HG ad Cd. Prima vocando A, B, C massas, quarum ea sunt centra gravitatum, est ex actione & reactione æqualibus massæ B ad C; secunda *sin* PQB, sive ABD, ad *sin* PBQ, sive CBD; tertia A ad B; quarta *sin* HAG, sive CAD, ad *sin* GHA, sive BAD; quinta C ad A. Tres rationes, in quibus habentur massæ, componunt rationem  $B \times A \times C$  ad  $C \times B \times A$ , quæ est 1 ad 1. Quare remanet ratio *sin* ABD  $\times$  *sin* CAD ad *sin* CBD  $\times$  *sin* BAD. Pro *sin* ABD, & *sin* BAD, ponantur AD, & BD ipsis proportionales; ac pro *sin* CAD, & *sin* CBD ponantur *sin* ACD  $\times$  CD, & *sin* BCD  $\times$  CD, ipsi

AD

BD

æquales ex trigonometria, & habebitur ratio *sin* ACD  $\times$  CD ad *sin* BCD  $\times$  CD, sive *sin* ACD, vel CTV, qui ipsi æquatur ob VT, CA parallelas, ad *sin* BCD, sive VCT, nimirum ratio ejusdem illius CV ad VT. Quare VT æquatur Cd, CVTd est parallelogrammum, & vis pertinens ad C, habet directionem iudem transeuntem per D.

Se.

Secunda pars patet ex iis, quæ demonstrata sunt de directione duarum virium, ubi tertia triangulum ingreditur, & 6 casus, qui haberi possunt, exhibentur totidem Figuris, in quibus omnibus demonstratio est communis juxta leges transformationis locorum Geometricorum, quas diligenter exposui, & fusius persecutus sum in Dissertatione adjecta meis *Sectionum conicarum elementis*, Elementorum tomo 3.

CCCX. Quoniam evadentibus binis parallelis, punctum D abit in infinitum, & tertia evadit parallela reliquis binis etiam ipsa juxta easdem leges, patet illud: *si binæ ex ejusmodi directionibus fuerint parallelæ inter se, erit iisdem parallela & tertia; ac illa, quæ jacet inter directiones virium transeuntes per reliquas binas, quæ idcirco in eo casu appellari potest media, habet directionem oppositam directionibus reliquarum conformibus inter se.*

CCCXI. Patet autem, datis binis directionibus virium dari semper & tertiam. Si enim illæ sint parallelæ, erit illis parallela & tertia; si autem concurrant in aliquo puncto, tertiam determinabit recta ad idem punctum ducta; sed oportet, habeant illam conditionem, ut tam binæ, quæ triangulum non ingrediantur, quam quæ ingrediantur, vel simul tendant ad illud punctum, vel simul ad partes ipsi contrarias.

CCCXII. Hæc quidem pertinent ad directiones; nunc ipsas earum virium magnitudines inter se comparabimus, ubi statim occurret elegantissimum illud theorema, de quo mentionem feci Num. 224: *Vires acceleratrices binarum quarumvis e tribus massis in se mutuo agentibus sunt in ratione composita ex directa sinuum angulorum, quos continet recta jungens ipsarum centra gravitatis, cum rectis jungentibus eadem centra cum centro tertiæ massæ; reciproca sinuum angulorum, quos directiones ipsarum virium continent cum iisdem rectis illas jungentibus cum tertia; & reciproca massarum.*

Nam est BQ ad AH simul ut BQ ad BR, & BR ad AI, & AI ad AH. Prima ratio est sinus QRP, sive CBA ad sinum BQR, sive PBQ, vel CBD; secunda massæ A ad massam B; tertia sinus IHA, sive HAG vel CAD, ad sinum HIA sive CAB: eæ rationes, permutato solo ordine antecedentium, & consequentium, sunt rationes sinus CBA ad sinum CAB, quæ est illa prima ratio directa; sinus CAD ad sinum CBD, quæ est secunda reciproca; & massæ A ad massam B, quæ est tertia iridem reciproca. Eadem autem est prorsus demonstratio, si comparetur

X 2

BQ,

BQ, vel AH cum CT, ac in hac demonstratione, ut & alibi ubique, ubi de sinubus angulorum agitur, angulis quibusvis substitui possunt, uti sæpe est factum, & fiet impofterum, eorum complementa ad duos rectos, quæ eosdem habent sinus.

CCCXIII. Inde consequitur, esse ejusmodi vires reciproce, ut massas ductas in suas distantias a tertia massa, & reciproce, ut sinus, quos earum directiones continent cum iisdem rectis; adeoque ubi ea ad ejusmodi rectas inclinentur in angulis æqualibus, esse tantummodo reciproce, ut producta massarum per distantias a massa tertia. Nam ratio directa sinuum CBA, CAB est eadem, ac distantiarum AC, BC, sive reciproca distantiarum BC, CA, qua substituta pro illa, habentur tres rationes reciprocæ, quas exprimit ipsum theorema hic propositum. Porro ubi anguli æquales sunt, sinus itidem sunt æquales, adeoque eorum sinuum ratio fit 1 ad 1.

CCCXIV. Vires autem motrices sunt in ratione composita ex binis tantummodo, nimirum directa sinuum angulorum, quos continent distantia a tertia massa cum distantia a se invicem; & reciproca sinuum angulorum, quos continent cum iisdem distantiiis directiones virium; vel in ratione composita ex reciproca illarum distantiarum, & reciproca horum posteriorum sinuum: ac si inclinationes ad distantias sint æquales, in sola ratione reciproca distantiarum. Nam vires motrices sunt summæ omnium virium determinantium celeritatem in punctis omnibus secundum eam directionem, secundum quam movetur centrum gravitatis commune, quæ idcirco sunt præterea directe, ut massæ, sive ut numeri punctorum, adeoque ratio directa, & reciproca massarum mutuo eliduntur.

CCCXV. Præterea vires acceleratrices, si alicubi earum directiones concurrunt, sunt ad se invicem in ratione composita ex reciproca massarum, & reciproca sinuum angulorum, quibus inclinantur ad directionem tertiæ; & vires motrices in hac posteriore tantum. Nam ob latera proportionalia sinubus angulorum oppositorum, erit  $AC \times \sin CAD = CD \times \sin CDA$ ; & pariter  $CB \times \sin CBA = CD \times \sin CDB$ . Quare ob CD communem, sola ratio sinuum ADC, BDC, quibus directiones AD, BD inclinantur ad CD, æquatur compositæ ex rationibus sinuum CAD, CBD, & distantiarum CA, CB, quæ ingrediebantur rationem virium B & A; ac eodem pacto  $AC \times \sin ACD = AD \times \sin ADC$ , &  $AB \times \sin ABD = AD \times \sin ADB$ , adeoque  $AC \times \sin ACD$  ad  $AB \times \sin ABD$ , ut sinus ADC ad sinum ABD, quibus directiones CD,

BD

BD inclinatur ad AD; & eadem est demonstratio pro sinibus ADB, EDB assumpto communi latere BD.

CCCXVI. Si ducatur MO parallela DA, occurrens CD in O, & compleatur parallelogrammum MOND, erunt vires motrices ad se invicem in C, B, A, ut DO, DM, DN; & vires acceleratrices præterea in ratione massarum reciproca. Sunt enim ad se invicem eæ rectæ, ut sinus angulorum DMO, MOD, MDO, sive ut sinus MDN, ODN, ODM. Quamobrem si tres vires agerent in idem punctum cum directionibus, quas habent eæ vires motrices, & essent iis proportionales, binæ componerent vim oppositam, & æqualem tertiæ, ac essent in æquilibrio. Id autem etiam directe patet; nam vires BQ, AH componuntur ex quatuor viribus BR, BP, AI, AG, quæ si ducantur in massas suas, ut fiant motrices, evadit prima æqualis, & contraria tertiæ, quam idcirco elidit; ubi deinde AH, BQ componantur simul, & in ejusmodi compositione remanent BP, AG, ex quarum oppositis, & æqualibus CV, Cd componitur tertia CT.

CCCXVII. Hinc in hisce viribus motricibus habebuntur omnia, quæ habentur in compositione virium, dummodo capiatur compositæ contraria. Si nimirum resolvantur singulæ componentes in duas, alteram secundum directionem tertiæ, alteram ipsi perpendicularem, hæ posteriores elidentur, illæ priores conficiunt summam æqualem tertiæ, ubi ambæ eandem directionem habent, uti sunt binæ, quæ simul ingrediantur, vel simul evitent triangulum; nam in iis, quarum altera ingreditur, altera evitat, tertia æquaretur differentiæ; & facile tam hic, quam in ratione composita, res traducitur ad resolutionem in aliam quamcunque directionem datam, præter directionem tertiæ, binis semper elisis, & reliquarum accepta summa, si rite habeatur ratio positivorum, & negativorum.

CCCXVIII. Est & illud elegans: tres vires motrices C, B, A, sunt inter se ut AB, AE, EB; & acceleratrices præterea in ratione

$$\overline{CD} \quad \overline{AD} \quad \overline{BD}$$

*reciproca massarum.* Est enim theorema elementare, in omni triangulo ADB in ejusmodi ratione esse sinus angulorum ADB, ADE, EDB, quod sic facile demonstratur: est  $AB = \sin ADB$ ; & AE

$$\overline{AD} \quad \sin BAD \quad \overline{AD}$$

$$\times 3$$

$$= \sin$$

$$= \frac{\sin ADE}{\sin EAD} = \frac{\sin ADE}{\sin BAD} \quad \text{Quare } \frac{AB}{CD} : \frac{AE}{AD} :: \sin ADB : \sin ADE;$$

& similis est demonstratio pro reliquis.

CCCXIX. Si punctum D abeat in infinitum, directionibus virium evadentibus parallelis, ratio rectarum ED, AD, BD, ad se invicem evadit ratio æqualitatis. Quare in eo casu illæ tres vires sunt ut AB, AE, EB. Conciplantur rectæ parallelæ directioni virium ductæ per omnium trium massarum centra gravitatis, quarum massarum eam, quæ jacuerit inter reliquarum binarum parallelas, diximus mediam; ac si ducantur in quavis alia directione data rectæ ab iis massis ad illas parallelas; erunt ejusmodi distantia ab iis parallelis, ut ipsæ AB, EB, ad quas erunt singulæ in ratione data, ob datas directiones. Quare pro viribus parallelis habetur hujusmodi theorema: *Vires parallelæ motrices binarum quarumvis ex tribus massis sunt inter se reciproce ut distantia a directione communi transeunte per tertiam; vires autem acceleratrices præterea in ratione reciproca massarum; & media est directionis contrariæ respectu reliquarum; ac vis media motrix æquatur reliquarum summa; utralibet vero extrema differentia.*

CCCXX. Hoc theorema primo quidem exhibet centrum æquilibrii, viribus utcunque divergentibus, vel convergentibus. Si nimirum sint tres massæ A, B, C (& nomine massarum etiam intelligi possunt singula puncta), quarum binæ, ut A, & B, sollicitentur viribus motricibus externis, poterunt mutuis viribus illas elidere, ac esse in æquilibrio; & eas elident omnino, mutatis, quantum libuerit, parum mutuis distantiis, si fuerint ante applicationem earum virium externarum in satis validis limitibus cohæsionis, ac vis massæ C elidatur fulcro opposito in directione DC, vel suspensione contraria; dummodo binæ illæ vires ductæ in massas habeant condiciones requisitas in superioribus, ut nimirum ambæ tendant ad idem punctum, vel ab eodem, aut si fuerint parallelæ, ambæ eandem directionem habeant, ubi simul ambæ ingrediantur, vel simul ambæ evitent triangulum ABC. Ubi vero altera ingrediat in triangulum, altera evitet, tendat altera ad punctum concursus, altera ad partes illi oppositas; vel si fuerint parallelæ, habeant directiones oppositas; & si parallelæ fuerint, sint inter se ut distantia a directione virium transeunte per C; si fuerint convergentes, sint reciproce ut sinus angulorum, quos earum directiones continent cum recta

recta ex C tendente ad earum concursum; vel sint in ratione reciproca sinuum angulorum, quos continent cum rectis AC, BC, & ipsarum rectarum conjunctim.

CCCXXI. Determinabitur autem admodum facile per ipsa theorematata etiam vis, quam sustinebit fulcrum C, quæ in casu parallelismi æquabitur summæ, vel differentiæ reliquarum, prout ibi fuerit media vel extrema; & in casibus reliquis omnibus æquabitur summæ pariter, vel differentiæ reliquarum ad suam directionem reductarum, reliquis binis in resolutione priorum locis se per contrariam directionem & æqualitatem elidentibus.

CCCXXII. Habebitur igitur, quidquid pertinet ad æquilibrium virium agentium in eodem plano, & connexarum non per virgas inflexiles carentes omni vi præter cohesionem, uti eas vulgo concipiunt, sed hisce viribus mutuis. Et Theoria quidem habebit locum tum hic, tum in sequentibus, licet massæ A, B, C non agant in se invicem immediate, sed sint aliæ massæ intermediatæ, quæ ipsas jungant. Nam si inter massam B & C sint aliæ massæ nullis externis viribus agitatae, & positæ in æquilibrio cum hisce massis, & inter se, ac prima, quæ venit post B, agat in ipsam vi motrice æquali BP, agat & B in ipsam vi æquali: quare debet illa ad servandum æquilibrium urgeri a secunda, quæ est post ipsam, vi æquali in partes contrarias. Hinc æquali contraria agat tertia in secundam, ut secunda in æquilibrio sit, & ita porro, donec deveniatur ad C, ubi habebitur vis motrix æqualis motrici, quæ erat in B, & erunt vires BP, CV acceleratrices in ratione reciproca massarum B & C, cum vires illæ motrices æquales sint producta ex acceleratricibus ductis in massas. At si circumquaque sint massæ quotcumque cum vacuis quibuscunque, ac ubicunque interjectis, quæ connectantur cum punctis A, B, C, affectis illis tribus viribus externis, quarum una concipitur provenire a fulcro, una solet appellari potentia, & una resistentia, ac vires illæ externæ QB, NA concipiantur resolutæ singulæ in binas agentes secundum eas rectas, quæ illa tria puncta jungunt, poterit elisis mutuo reliquis omnibus æquilibrium constituentibus deveniri ad vires in punctis binis, ut A & C, acceleratrices contrarias viribus BP, BR, & reciproce proportionales massis ipsarum respectu massæ B; licet ipsæ proveniant a massis quibusvis etiam non in eadem directione sitis, & agentibus in latus: nam per ejusmodi resolutionem, & ejusmodi virium considerationem, adhuc habetur æquilibrium totius systematis



ris affecti in illis tribus punctis per illas tres vires, cum assumantur in iis tantummodo vires motrices contrariæ, & æquales; unde fit, ut etiam illæ, quæ præterea ad has in illis considerandas assumuntur, & per quas connectuntur cum reliquis massis, se mutuo elidant.

CCCXXIII. Quod si vires ejusmodi non fuerint in ea ratione inter se, non poterunt puncta B & A esse in æquilibrio, sed consequetur motus secundum directionem ejus, quæ prævalet: ac si omnis motus puncti C fuerit impeditus, habebitur conversio circa ipsum C.

CCCXXIV. Quod si non in tribus tantummodo massis habeantur vires externæ, sed in pluribus, licebit considerare quamvis aliam massam carentem omni externa vi, & eam concipere connexam cum singulis reliquarum massis, & massa C per vires mutuas, ac habebitur itidem Theoria pro æquilibrio omnium, cum positione omnium constanter servata etiam sine ulla figuræ mutatione, quæ sensu percipi possit. Quin immo si singulæ vires illæ externæ resolvantur in duas, quarum altera urgeat in directione rectæ transcuntis per C, ac elidatur vi proveniente a solo puncto C, & altera agat perpendiculariter ad ipsam, ut habeatur æquilibrio in singulis ternariis, oportebit esse singulas vires novæ massæ assumptæ, ad vim ejus, cum qua conjungitur, in ratione reciproca distantiarum ipsarum massarum a C; cum jam sinus anguli recti ubique sit idem. Debeant autem omnes vires, quæ in massam assumptam agunt directionibus contrariis, se mutuo elidere ad habendum æquilibrio. Quare debet summa omnium productorum earum virium, quæ urgent conversionem in unam plagam, per ipsarum distantias a centro conversionis, æquari summæ productorum earum, quæ urgent in plagam oppositam, per distantias ipsarum, ut habeatur æquilibrio: cumque arcus circulares in ea conversione descripti dato tempusculo sint illis distantis proportionalis, & proportionales sint ipsis arcibus velocitates; debebunt singularum virium agentium in unam plagam producta per velocitates, quas haberent puncta, quibus applicantur secundum suam directionem, si vincerentur, vel contra, si vincerent, simul sumpta æquari summæ ejusmodi productorum agentium in plagam oppositam. Atque inde habetur principium pro machinis & simplicibus, & compositis, ac notio illius, quod appellant momentum virium, deducta ex eadem Theoria.

CCCXXV. Casus trium tantummodo massarum exhibet vestem, cujus brachia sint utcumque inflexa. Quod si tres massæ jaceant

ceant in directum, efformabunt rectilineum vectem, qui quidem applicatis viribus inflectetur semper nonnihil, ut & in superioribus casibus semper non nihil a priore positione discedet systema novis viribus externis affectum; sed is discessus poterit esse utcumque exiguus, ut supra monui, si limites sint satis validi, adeoque poterit adhuc vectis esse ad sensum rectilineus. Tum vero vires externæ debebunt esse unius directionis, & contrariæ directionis vis mediæ, & binæ quævis ex iis erunt ad se invicem reciproce, ut distantia a tertia. Inde autem oriuntur tria genera vectium: si fulcrum, vel hypomochlium, sit in medio in E, vis in altero extremo A, resistentia in altero B; vis ad resistentiam est, ut BE, distantia resistentiæ a fulcro, ad AE distantiam vis ab eodem; fulcrum autem sentiet summam virium. Et quod de hoc vectis genere dicitur, id omne ad libram pariter pertinet, quæ ad hoc ipsum vectis genus reducitur. Si fulcrum sit in altero extremo, ut in B, vis in altero, ut in A, & resistentia in medio, ut in E, vis ad resistentiam erit in ratione distantia EB ad distantiam majorem AB, cujus idcirco momentum, seu energia, augetur in ratione suæ distantia AB ad EB, ut nimirum possit tanto majori resistentiæ æquivalere. Si demum fuerit quidem fulcrum in altero extremo B, & resistentia in A, vis prior in E, tum e contrario erit vis ad resistentiam in majore ratione AB ad EB, decrescente tantundem ejus energia, seu momento. In utroque autem casu fulcrum sentiet differentiam virium.

CCCXXVI. Quod si perticæ utcumque inclinatae applicetur pondus in aliquo puncto E, & bini humeros supponant in A & B, sentient ponderis partes inæquales in ratione reciproca distantiarum ab ipso; & si e contrario bina pondera suspendantur in A & B utcumque inæqualia, assumpto autem puncto E, cujus distantia a punctis A & B sint in ratione reciproca ipsorum ponderum, adeoque massarum, quibus pondera proportionalia sunt, quod idcirco erit centrum gravitatis, suspensa per id punctum pertica, vel supposito fulcro, habebitur æquilibrium, & in E habebitur vis æqualis summæ ponderum. Quin immo si pertica sit utcumque inflexa, & pendeant in A, & B pondera; suspendatur autem ipsa pertica per C ita, ut directio verticalis transeat per centrum gravitatis, habebitur æquilibrium, & ibi sentietur vis æqualis summæ ponderum, cum ob naturam centri gravitatis debeant esse singula pondera seu massæ ductæ in suas perpendiculares distantias a linea ver-

Y

rica-

ticali, quam etiam vocant lineam directionis, hinc & inde æqualia. Nam vires ponderum sunt parallelæ, & in iis juxta Num. 319. satis est ad æquilibrium, si vires motrices sint reciproce proportionales distantis a directione virium transeunte per tertium punctum; sentietur autem in suspensione vis æqualis summæ ponderum. Atque inde fluit, quidquid vulgo traditur de æquilibrium solidorum, ubi linea directionis transit per basin, sive fulcrum, vel per punctum suspensionis, & apparet, cur in iis casibus haberi possit tota massa tanquam collecta in suo centro gravitatis, & habeatur æquilibrium impedito ejus descensu tantummodo. Gravitas omnium punctorum non applicatur ad centrum gravitatis, nec ibi agit; sed ejusmodi esse debent distantie punctorum totius systematis, ut inter fulcrum, & punctum ipsi imminens habeatur vis æqualis summæ virium omnium parallelarum, & directæ ad partes oppositas directionibus illarum.

CCCXXVII. At non minus feliciter ex eadem Theoria, & ex eodem illo theoremate, fluit determinatio centri oscillationis. Pendula breviora citius oscillant, remotiora lentius. Quare ubi connexa sunt inter se plura pondera, aliud propius axi oscillationis, aliud remotius ab ipso, oscillatio neque fiet tam cito, quam requirunt propiora, neque tam lente, quam remotiora, sed actio mutua debet accelerare hæc, retardare illa. Erit autem aliquod punctum, quod nec accelerabitur, nec retardabitur, sed oscillabit, tanquam si esset solum. Illud dicitur centrum oscillationis. Determinatio illius ab Hugenio primum est facta, sed precario, & non demonstrato principio; tum alii alias itidem obliquas inierunt vias, ac præcipuas quasque methodos huc usque notas persecutus sum in Supplementis Stanyan §. 4. Lib. 3. En autem ejus determinationem simplicissimam ope ejusdem theorematis Num. 312.

Fig. 63.

CCCXXVIII. Sint plures massæ, quarum una A (Fig. 63) mutuis viribus singulæ connexæ cum P, cujus motus sit impeditus suspensione, vel fulcro, & cum massa Q jacente in quavis recta PQ, cujus massæ Q motus a mutuo nexu nihil turberetur, quæ nimirum sit in centro oscillationis. Porro hic cum massas pono in punctis spatii A, P, Q, intelligo vel puncta singula, vel quævis aggregata punctorum quæ concipiantur, ut compenetrata in iis punctis. Velocitati jam acquisitæ in descensu nihil obstat is nexus, cum ea sit proportionalis distantia a puncto suspensionis P, nisi quatenus per eum nexum retrahentur omnes massæ a recta tangente ad arcum cir-

circuli, sustinente puncto ipso suspensionis juxta Num. 281 vim mutuam respondentem iis omnibus viribus centrifugis. Resoluta gravitate in duas partes, quarum altera agat secundum rectam, quæ jungit massam cum P, altera sit ipsi perpendicularis; idem punctum P sustinebit etiam priorem illam; posterior autem determinabit massas ad motus AN, QM, perpendiculares ipsis AP, QP, ac proportionales per ipsum Num 300 sinibus angulorum APR, QPR, existente PR verticali. Sed nexus coget describere arcus similes, adeoque proportionales distantis a P. Quare si sit AO spatium, quod vi gravitatis obliquæ, sed ex parte impeditæ a nexu, revera percurrat massa A; quoniam Q non turbatur, adeoque percurrit totum suum spatium QM, erit QM ad AO, ut QP ad AP. Demum actio ex A in Q ad actionem ex Q in A proportionalem ON, erit ex theoremate Num. 313 ut est  $Q \times QP$  ad  $A \times AP$ , & omnes ejusmodi actiones ab omnibus massis in Q debent evanescere, positivis & negativis valoribus se mutuo elidentibus. Ex illis tribus proportionibus, & hac æqualitate res omnis sic facillime expeditur.

CCCXXIX. Dicatur  $QM = V$ , sinus  $APR = a$ , sinus  $QPR = q$ . Erit ex prima proportionem  $q : a :: QM = V : AN = \frac{a \times V}{q}$ .

Ex secunda  $QP : AP :: QM = V : AO = \frac{AP \times V}{QP}$ . Quare  $ON$

$= \left( \frac{a}{q} - \frac{AP}{QP} \right) \times V$ . Sed ex tertia  $Q \times QP : A \times AP :: ON = \left( \frac{a}{q} - \frac{AP}{QP} \right) \times V$ :  $\left( \frac{a \times A \times AP}{q} - \frac{A \times AP^2}{QP} \right) \times \frac{V}{Q \times QP}$ , quæ erit actio in Q ex

nexu cum A. Ac eodem pacto si esset alibi alia massa B, itidem connexa cum P & Q, actio in Q inde orta haberetur, positis B, b loco A, a; & ita porro in quibusvis massis C, D &c. Omnes autem isti valores positi = 0, dividi possent per V, utique com-

mune omnibus, & deberent e valoribus conclusis intra parentheses positivi æquari negativis. Quare habebitur

$$a \times A \times AP + b \times B \times BP \&c = A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c; \& \text{ inde} \\ QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2 \&c}{a \times A \times AP + b \times B \times BP}$$

Y 2

CCCXXX.

CCCXXX. Sint jam primo omnes massæ in eadem recta linea cum puncto suspensionis P, & cum centro oscillationis Q; & angulus QPR æquabitur cuivis ex angulis APR, ac ejus sinus q singulis sinibus a, b &c. Quare pro eo casu formula evadit  $A \times AP^2 + B \times BP^2$  &c, quæ est ipsa formula Hugeniæ pro  $A \times AP + B \times BP$

ponderibus jacentibus in recta transeunte per centrum suspensionis.

CCCXXXI. Quod si jaceant extra ejusmodi rectam in plano POR perpendiculari ad axem rotationis transeuntem per P, sit G centrum commune gravitatis omnium massarum, ducanturque perpendiculara AA, GG, QQ ad PR, & erit ut radius = 1 ad a, ita AP ad AA = a x AP; & eodem pacto QQ = q x QP, GG = g x GP. Substitutis AA pro a x AP, & eodem pacto BB (quam Figura non exprimit) pro b x BP &c, evadet  $QP = \frac{q \times A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AA + B \times BB}$  &c. Sed si summa massarum di-

$$A \times AA + B \times BB$$

catur M, est ex natura centri gravitatis, per Num. 242  $A \times AA + B \times BB \&c = M \times GG = M \times g \times GP$ . Habebitur igitur valor QP radii nihil turbati in ea inclinatione

$$\frac{q \times A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}$$

CCCXXXII. Is valor erit variabilis pro varia inclinatione ob valores sinuum q & g variatos, nisi QP transeat per G, quo casu fit q = g; & quidem ubi G accedit in infinitum ad PR, decrescente g in infinitum, si PQ non transeat per G, manente finito q, valor q excrefcit in infinitum; contra vero appellente QP ad PR,

evadit  $q = 0$ , & g remanet aliquid, adeoque  $q$  evanescit. Id ve-

ro accidit, quia in appulsu G ad verticalem totum systema vim acceleratricem in infinitum imminuit, & lentissime acceleratur; adeoque ut radius PQ adhuc obliquus sit ipsi in ea particula oscillationis infinitesima isochronus, nimirum æque parum acceleratus, debet in infinitum produci. Contra vero appellente PQ ad BR ipsius acceleratio minima esse debet, dum adhuc acceleratio radii PG obliqui

liqui est in immensum major, quam ipsa; adeoque brevitate sua ipse radius compensare debet accelerationis imminutionem.

CCCXXXIII. Quare ut habeatur pendulum simplex constantis longitudinis, & in quacunque inclinatione isochronum composito, debet radius PQ ita assumi, ut transeat per centrum gravitatis G, quo unico casu fit constanter  $q = g$ , & formula evadit constans  $A \times AP^2 + B \times BP^2$  &c, quæ est formula generalis pro oscillatio-

$$\frac{M \times GP}{Y_3}$$

nibus in latus massarum quotcunque, & quomodocunque collocatarum in eodem plano perpendiculari ad axem rotationis, ad quas solas extenditur Theoria trium tantummodo massarum mutuis inter se viribus connexarum, qui casus generaliter continet casum massarum jacentium in eadem recta transeunte per punctum suspensionis, quem prius eruimus.

CCCXXXIV. Inde autem pro hujusmodi casibus plura corollaria deducuntur. Inprimis patet, gravitatis centrum debere jacere in recta, quæ a centro suspensionis ducitur per centrum oscillationis, uti demonstratum est Num. 333. Sed & debet jacere ad eandem partem cum ipso centro oscillationis. Nam utcunque mutetur situs massarum per illud planum, manentibus puncto suspensionis P, & centro gravitatis G, signum valoris quadrati cujusvis AP, BP manebit semper idem. Quare formula valoris sui signum mutare non poterit; adeoque si in uno aliquo casu jaceat Q respectu P ad eandem plagam, ad quam jacet G, debebit jacere semper. Jacet autem ad eandem plagam in casu, in quo concipiuntur omnes massæ abire in ipsum centrum gravitatis; quo casu pendulum evadit simplex, & centrum oscillationis cadit in ipsum centrum gravitatis, in quo sunt massæ. Jacebit igitur semper ad eandem partem cum G.

CCCXXXV. Deinde debet centrum gravitatis jacere inter punctum suspensionis, & centrum oscillationis. Sunt enim in Fig. 64. puncta A, P, G, Q eadem, ac in Fig. 63, ducanturque AG, AQ, & Aa perpendicularis ad PQ; summa autem omnium massarum ductarum in suas distantias a recta quapiam, vel plano, vel in earum quadrata, designetur præfixa libera  $\int$  soli termino pertinente ad massam A, ut contractiones evadant demonstrationes. Erit ex formula inventa  $PQ = \int A \times AP^2$ . Porro est  $AG^2 =$

$$\frac{M \times GP}{Y_3}$$

$$AP^2$$

Fig. 64.

$AP^2 + GP^2 - 2GP \times Pa$ , adeoque  $AP^2 = AG^2 - GP^2 + 2GP \times Pa$ , &  $\therefore A \times GP^2$  est  $M \times GP^2$ , ob  $GP$  constantem; ac  $\therefore A \times Pa$  est  $M \times GP$ , cum  $Pa$  sit æqualis distantiae massæ a plano perpendiculari ad  $QP$  transeunte per  $P$ , & eorum productorum summa æquetur distantiae centri gravitatis ductæ in summam massarum; adeoque  $\therefore A \times 2GP \times Pa$  erit  $= 2M \times GP^2$ . Quare  $\therefore A \times AP^2$  erit  $= \therefore A \times AG^2 - M \times GP^2 + 2M \times GP^2 = \therefore A \times AG^2$

$$\frac{M \times GP}{+ GP.} \text{ Erit igitur } PQ \text{ major, quam } PG, \text{ excessu } GQ = \frac{M \times GP}{M \times GP} \cdot \frac{M \times GP}{\therefore A \times AG^2} \cdot \frac{M \times GP}{M \times GP}$$

CCCXXXVI. Ex illo excessu facile constat, mutato utcumque puncto suspensionis, rectangulum sub binis distantibus centri gravitatis ab ipso, & a centro oscillationis fore constans. Cum enim sit  $QG = \therefore A \times AG^2$ , erit  $GQ \times GP = \therefore A \times AG^2$ , quod pro-

$$\frac{M \times GP}{M \times GP}$$

ductum est constans, & habetur hujusmodi elegans theorema: singula massæ ducantur in quadrata suarum distantiarum a centro gravitatis communi, & dividatur omnium ejusmodi productorum summa per summam massarum, ac habebitur productum sub binis distantibus centri gravitatis a centro suspensionis, & a centro oscillationis.

CCCXXXVII. Inde autem primo eruitur illud: manente puncto suspensionis, & centro gravitatis, debere etiam centrum oscillationis manere nihil mutatum, utcumque totum systema, servata respectiva omnium massarum distantia, & positione ad se invicem convertatur intra idem planum circa ipsum gravitatis centrum! nam illa  $GP$  inuenta eo pacto pendet tantummodo a distantibus, quas singulae massæ habent a centro gravitatis.

CCCXXXVIII. Sed & illud sponte consequitur: centrum oscillationis, & centrum conversionis reciprocari ita, ut si fiat suspensio per id punctum, quod fuerat centrum oscillationis, evadat oscillationis centrum illud, quod fuerat punctum suspensionis; & alterius distantia a centro gravitatis mutata, mutetur & alterius distantia in eadem ratione reciproca. Cum enim earum distantiarum rectangulum debeat esse constans, si pro secunda ponatur valor, quem habuerat prima, debet pro prima obvenire valor, quem habuerat secunda, & alteri debet æquari quantitati constanti divisæ per alteram.

CCCXXXIX.

**CCCXXXIX.** Consequitur etiam illud: altera ex iis binis distantiiis evanescente, abire alteram in infinitum, nisi omnes massæ in unico puncto sint simul compenetratae. Nam sine ejusmodi compenetratione summa omnium productorum ex massis & quadratis distantiarum a centro gravitatis, remanet semper finita quantitas; adeoque remanet finita etiam, si dividatur per summam massarum, & quotus, manente diviso finito, crescit in infinitum, si divisor in infinitum decreseat.

**CCCXL.** Hinc vero iterum deducitur, suspensione facta per ipsam centrum gravitatis nullum motum consequi. Evanescit enim in eo casu distantia centri gravitatis a puncto suspensionis, adeoque distantia centri oscillationis crescit in infinitum, & celeritas oscillationis evadit nulla.

**CCCXLI.** Quoniam utraque distantia simul evanescere non potest, potest autem centrum oscillationis abire in infinitum, nulla erit maxima e longitudinibus penduli simplicis isochroni pendulo facto per suspensionem dati systematis, sed aliqua debet esse minima, suspensione quadam inducente omnium celerrimam dati systematis oscillationem. Ea vero minima debet esse, ubi illæ binæ distantiae æquantur inter se. Ibi enim evadit minima earum summa, ubi altera crescente, & altera decrecente, incrementa prius minora decrementis, incipiunt esse majora, adeoque ubi ea æquantur in se. Quoniam autem illæ binæ distantiae mutantur in eadem ratione, ut ut reciproca, incrementum alterius infinitesimum erit ad alterius decrementum in ratione ipsarum, nec ea æquari poterunt inter se, nisi ubi ipsæ distantiae inter se æquales fiant. Tum vero illarum productum evadit utriuslibet quadratum, & longitudo penduli simplicis Isochroni æquatur eorum summæ; ac proinde habetur hujusmodi theorema: singula massæ ducantur in quadrata suarum distantiarum a centro gravitatis, & productorum summa dividatur per summam massarum: & dupla radix quadrata quoti exhibebit minimam penduli simplicis isochroni longitudinem. Vel Geometrice sic: pro quavis massa capiatur recta, quæ ad distantiam cujusvis massæ a centro gravitatis sit in ratione subduplicata ejusdem massæ ad massarum summam: inveniantur rectæ, cujus quadratum æquetur quadratis omnium ejusmodi rectarum simul, & ipsius duplum dabit quæsitam longitudinem mediam, quæ brevissimam præstet oscillationem.

**CCCXLII.** Hæc quidem omnia locum habent, ubi omnes massæ sint in unico plano perpendiculari ad axem rotationis, ut nimirum fin-



singulæ massæ possint connecti cum puncto suspensionis, & centro oscillationis. At ubi in diversis sunt planis, vel in plano non perpendiculari ad axem rotationis, oportet singulas massas connectere cum binis punctis axis, & cum centro oscillationis, ubi jam occurrat systema quatuor massarum in se mutuo agentium (q), & relatio virium, quæ in latus agant extra planum, in quo tres e massis jaceant, quæ perquisitio est operosior, sed multo fecundior, & ad problemata plurima rite solvenda magni usus; sed quæ hucusque protuli, speciminis loco abunde sunt; mirum enim, quo in hujusmodi Theoria promovenda, & ad Mechanicam applicanda progredi liceat. Sic etiam determinando centro percussione, virgam tantummodo rectilineam considerabo, speciminis loco futuram, sive massas in eadem recta linea sitas, & mutuis actionibus inter se connexas.

Fig. 65. CCCXLIII. Sint in Fig. 65. massæ A, B, C, D connexæ inter se in recta quadam, quæ concipiat revoluta circa punctum P in ea situm, & quaeratur in eadem recta punctum quoddam Q, cujus motu impedito debeat impediri omnis motus earundum massarum per mutuas actiones; quod punctum appellatur *centrum percussione*. Quoniam systema totum gyrat circa P, singulæ massæ habebunt velocitates Aa, Bb &c. proportionales distantis a P, adeoque singularum motus, qui per mutuas vires motrices extingui debent, poterunt exprimi per  $A \times AP$ ,  $B \times BP$  &c. Quare vires motrices in iis debebunt esse proportionales iis motibus. Concipiantur singulæ connexæ cum punctis P & Q, & quoniam velocitas puncti P erat nulla, ibi omnium actionum summa debet esse = 0; summa autem earum, quæ hebentur in Q, elidetur a vi externa percussione sustinente.

CCCXLIV. Quoniam actiones debent esse perpendiculares eidem rectæ jungenti massas, erit per theorema Num. 313 ut PQ ad AQ, ita actio in A =  $A \times AP$ , ad actionem in P =  $\frac{A \times AP \times PQ}{PQ}$ ,  
 five ob  $AQ = PQ - AP$ , erit ea actio  $\frac{A \times AP \times PQ - A \times AP^2}{PQ}$ .

Eo-

(q) Systema binarum massarum cum binis punctis connexarum, & inter se, sed adhuc in eodem plano jacentium, persecutus fueram ante aliquot annos; quod sibi a me communicatum exhibuit in sua Synopsi Physicæ Generalis P. Bernoullius, ut ibidem ipse innuit. Id inde excerptum habetur hic in Supplementis §. 5.

Eodem pacto actio in P ex nexu cum B erit  $\frac{B \times BP \times PQ - B \times PB^2}{PQ}$ ,

& ita porro. Lis omnibus positus  $= 0$ , divisor communis PQ abit, & omnia positiva æquantur negativis. Erit igitur  $A \times AP \times PQ + B \times BP \times PQ = A \times AP^2 + B \times P^2$  &c; quare  $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP}$

&c, quæ formula est eadem, ac formula centri oscillationis, ac habetur hujusmodi theorema: *distantia centri percussionis a puncto conversionis æquatur distantia centri oscillationis a puncto suspensionis*; adeoque hic locum habent in hoc casu, quæcunque de centro oscillationis superius dicta sunt.

CCCXLV. Quod si quis quærat vim percussionis in Q, hic habebit,  $QP \cdot AP :: A \times AP \cdot \frac{A \times AP^2}{QP}$ , quæ erit vis in Q ex ne-

xu cum A. Eodem pacto inveniuntur vires ex reliquis; adeoque summa virium erit  $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{PQ}$  &c, sive ob  $PQ =$

$\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP}$  &c, summa illa erit  $A \times AP + B \times BP$  &c; ni-

mirum ejusmodi vis erit æqualis summæ virium, quæ requiruntur ad sistendos omnes motus massarum A, B &c cum illis diversis velocitatibus progredientium, videlicet ejusmodi, quæ in massa percussione excipiente possit producere quantitatem motus æqualem toti motui, qui sistitur in massis omnibus, quod congruit cum lege actionis, & reactionis æqualium, & cum conservatione ejusdem quantitatis motus in eandem plagam, de quibus egimus Num. 264, & 263.

CCCXLVI. Haberent hic locum alia sane multa, quæ pertinent ad summas virium, quibus agunt massæ, compositarum e viribus, quibus agunt puncta, vel a Newtono, vel ab aliis demonstrata, & magni usus in Mechanica & Physica: hujusmodi sunt ea omnia, quæ Newtonus habet Sectione 12 & 13 Libri 1 Princip. de attractionibus corporum sphaericorum, & non sphaericorum, quæ componantur ex attractionibus particularum; ubi habentur præclarissima theoremata tam pro viribus quibuscunque generaliter, quam pro certis virium legibus, ut illa, quæ pertinet ad rationem reciprocæ duplicatæ distantiarum, in qua globus globum trahit, tan-

quam si omnis materia esset, compenetrata in centris eorundem, punctum intra orbem sphaericum, vel ellipticum vacuum nullas vires sentit, elisis contrariis; intra globos plenos punctum habet vim directe proportionalem distantiae; unde fit, ut in particulis exiguis ejusmodi vires fere evanescant, & ad hoc, ut vires adhuc etiam in iis sint admodum sensibiles, debeant decrescere in ratione multo majore, quam reciproca duplicata distantiarum. Hujusmodi etiam sunt, quae Mac-Laurinus tradidit de sphaeroide elliptico potissimum, quae Clairautius de attractionibus pro tubulis capillaribus, quae D' Alembertus, Eulerus, alique pluribus in locis persecuti sunt; quin omnis Mechanica, quae agit vel de aequilibrio, vel de motibus, seclusa omni impulsione, huc pertinet, & ad diversos arcus reduci potest curvae nostrae, qui possunt esse quantumlibet multi, habere quascunque amplitudines, sive distantias limitum, & areas, quae sint inter se in ratione quacunque, ac ad curvas quascunque ibi accedere, quantum libuerit; sed res in immensum abiret, & satis est, ea omnia innuisse.

**CCCXLVII.** Addam nonnulla tantummodo, quae generaliter pertinent ad pressionem, & velocitatem fluidorum. Tendant directione quacunque AB puncta disposita in eadem recta (Fig. 66) vi quadam externa respectu systematis eorum punctorum, cujus actionem mutuis viribus elidant ea puncta, & sint in aequilibrio. Inter primum punctum A, & secundum ipsi proximum debet esse vis repulsiva, quae aequetur vi externae puncti A. Quare urgebitur punctum secundum hac vi repulsiva, & praeterea vi externa sua. Hinc vis repulsiva inter secundum, & tertium punctum debet aequari vi huic utrique, adeoque erit aequalis summæ virium externarum puncti primi, & secundi. Adjecta igitur sua vi externa tendet deorsum cum vi aequali summæ virium externarum omnium trium; & ita porro progrediendo usque ad B, quodvis punctum urgebitur deorsum vi aequali summæ virium externarum omnium superiorum punctorum.

**CCCXLVIII.** Quod si non in directum disposita sint, sed ut-  
 cunque dispersa per parallelepipedum, cujus basin perpendicularem directioni vis externae exprimat recta FH (Fig. 67) & FE GH faciem ipsi parallelam; adhuc facile demonstrari potest componendo, vel resolvendo vires; sed & per se patet, vires repulsivas, quas debet ipsa basis exercere in particulas sibi propinquas, & ad quas vis ejus mutua pertinebit, fore aequales summæ omnium superiorum

vi-

virium externarum; atque id erit commune tam solidis, quam fluidis. At quoniam in fluidis particulae possunt ferri directione quacunque, quod unde proveniat, videbimus in tertia parte; quævis particula in omnem plagam urgebitur viribus æqualibus, & urgebit sibi proximas, quæ pressionem in alias propagabunt ita, ut, quæ sint in eodem plano IL parallelo FH, in cujus directione nulla vis externa agit, vires ubique eadem sint. Quamobrem quævis particula sita ubicunque in ea recta in N, habebit eandem vim tam versus planum EF, quam versus planum EG, & versus FH, quam habet particula collocata in eadem linea in MK etiam, ubi addantur parietes AM, CK paralleli FE, cum planis LM, KI, parallelis FH; nimirum vi, quæ respondet altitudini MA; ac particula sita in O prope basin FH urgebit ut quaquaversum, ita & versus ipsam, iisdem viribus, quibus particula sita in BD sub AC. Ipsam urgebunt particulae in eodem plano horizontali jacentes, & accedet ad omnes fluidi, & baseos particulas, donec vi contraria elidatur vis ejus tota ab ejusmodi pressione derivata. Quamobrem basis FH a fluido tanto minore FLMACKIH sentiet pressionem, quam sentiet a toto fluido FEFGH; superficies autem LM sentiet a particulis N vim æqualem vi massæ LEAM, accedentibus ad ipsam particulis, donec vis mutua repulsiva ei vi æquetur.

CCCXLIX. Hinc autem patet, cur in fluidis nostris gravitate præditis basis FH sentiat pressionem tanto majorem massæ fluidæ incumbentis pondere, & cur pondere perquam exiguo fluidi AMKC elevetur pondus collocatum supra LM etiam immane, ubi repagulum LM sit ejusmodi, ut pressioni fluidi parere possit, quemadmodum sunt coriacea. At totum vas FLMACKIH bilanci impositum habebit pondus æquale ponderi suo, & fluidi contenti tantummodo; nam superficies vasis LM, KI horizontalis vi repulsiva mutua urgebitur sursum, quantum urget deorsum puncta omnia N versus O, & illa pressio tantundem imminuit vim, quam in balancem exercet vas, ac tota vis ipsius habebitur dempta pressione sursum superficiei LM, KI a pressione fundi FH facta deorsum; & pariter se mutuo elident vires exercitæ in parietes oppositos. Atque hæc Theoria poterit applicari facile aliis etiam figuris quibuscunque. Respondebit semper pressio superficiei, & toti ponderi fluidi, quod habeat basin illi superficiei æqualem, & altitudinem ejusmodi, quæ usque ad supremam superficiem pertinet inde accepta in directione illius externæ vis.

CCCL. Quod si vires particularum repulsivæ sint ejusmodi, ut ad eas multum augendas requiratur mutatio distantiae, quæ ad distantiam rotam habeat rationem sensibilem, tum vero compressio massæ erit sensibilis, & densitas in diversis altitudinibus admodum diversa; sed in iisdem horizontalibus planis eadem. Si vero mutatio sufficiat, quæ rationem habet prorsus insensibilem ad totam distantiam; tum vero compressio sensibilis nulla erit, & massa in fundo eandem habebit ad sensum densitatem, quam prope superficiem supremam. Id pendet a lege virium mutua inter particulas, & a curva, quæ illam exprimit. Exprimat in Fig. 68 AD distantiam quandam, & assumpta BD ad AB in quacunque ratione utcunque parva, vel utcunque sensibili, capiantur rectæ perpendiculares DE, BF itidem in quacunque ratione minoris inæqualitatis utcunque magna; poterit utique arcus MN curvæ exprimentis mutuas particularum vires transire per illa puncta E, F, & exhibere quodcunque pressionis incrementum cum quacunque pressione utcunque magna, vel utcunque insensibili.

Fig. 68.

CCCLI. Compressionem ingentem experimur in aere, quæ in eo est proportionalis vi comprimenti. Pro eo casu demonstravit Newtonus Princ. Lib. 3 prop. 23, vim particularem repulsivam mutuat debere esse in ratione reciproca simplici distantiarum. Quare in iis distantis, quas habere possunt particulae aeris perseverantis cum ejusmodi proprietate, & formam aliam non inducentis (nam & aerem posse e volatili fieri fixum, Newtonus innuit, ac Halesius inprimis uberrime demonstravit), oportet, arcus MN accedat ad formam arcus hyperbolæ conicæ Apollonianæ. At in aqua compressio sensibilis habetur nulla, utcunque magnis ponderibus comprimatur. Inde aliqui inferunt, ipsam elastica vi carere, sed perperam; quin immo vires habere debet ingentes distantis utcunque parum imminutis; quanquam eadem particulae debent esse prope limites, nam & distractioni resistit aqua. Infinita sunt curvarum genera, quæ possunt rei satisfacere, & satis est, si arcus EF directionem habeat fere perpendicularem axi AC. Si curvam cognitam adhibere libeat, satis est, ut arcus EF accedat plurimum ad Logisticam, cujus subtangens sit perquam exigua respectu distantiae AD. Demonstratur passim, subtangentem Logisticæ ad intervallum ordinatarum exhibens rationem duplam esse proxime ut 14 ad 10; & eadem subtangens ad intervallum, quod exhibeat ordinatas in quacunque magna ratione inæqualitatis, habet in omnibus Logisticis ratione-

~~tionem eandem.~~ Si igitur minuatur subrangens Logistica, quantum libuerit, minuetur utique in eadem ratione intervallum BD respondens cuicunque rationi ordinarum BF, DE, & accedet ad æqualitatem, quantum libuerit, ratio AB ad AD, a qua pendet compressio, & ratio reciproca triplicata est ratio densitatum, cum spatia similia sint in ratione triplicata laterum homologorum, & massa compressa possit cum eadem nova densitate redigi ad formam similem. Quare poterit habere incrementum vis comprimentis in quacunque ingenti ratione auctæ cum compressione utcunque exigua, & ratione densitatum utcunque accedente ad æqualitatem. Verum ubi ordinata ED jam satis exigua fuerit, debet curva recedere plurimum ab arcu Logistica, ad quem accesserat, & qui in infinitum protenditur ex parte eadem, ac debet accedere ad axem AC, & ipsum secare, ut habeantur deinde vires attractivæ, quæ ingentes etiam esse possunt; tum post exiguum intervallum debet haberi alius arcus repulsivus, recedens plurimum ab axe, qui exhibeat vires illas repulsivas ingentes, quas habent particulæ aqueæ, ubi in vapores abierunt per fermentationem, vel calorem.

CCCLII. In casu densitatis non immutatæ ad sensum, & virium illarum parallelarum æqualium, uti eas in gravitate nostra concipimus, pressiones erunt ut bases, & altitudines; nam numerus particularum paribus altitudinibus respondens erit æqualis, adeoque in diversis altitudinibus erit in earum ratione; virium autem æqualium summæ erunt ut particularum numeri. Atque id experimur in omnibus homogeneis fluidis, ut in Mercurio, & aqua.

CCCLIII. Ubi facto foramine liber exitus relinquitur ejusmodi massæ particulis, erumpent ipsæ velocitatibus, quas acquirunt, & quæ respondebunt viribus, quibus urgentur, & spatio, quo indigent, ut recedant a particulis se insequentibus, donec vis mutua repulsiva jam nulla sit. Prima particula relicta libera statim incipit moveri vi illa repulsiva, quæ premebatur a particulis proximis: utcunque parum illa recesserit, jam secunda illi proxima magis distat ab ea, quam a tertia, adeoque movetur in eandem plagam, differentia virium accelerante motum; & eodem pacto aliæ post alias ita, ut tempusculo utcunque exiguo omnes aliquem motum habeant, sed initio eo minorem, quo posteriores sunt. Eo pacto discedunt a se invicem, & semper minuitur vis accelerans motum, donec ea evadat nulla; quin immo etiam aliquanto plus æquo a se invicem deinde recedunt particulæ, & jam attractivis viribus retrahuntur, acceden-

tes iterum, non quod retro redeant, sed quod anteriores moveantur jam aliquanto minus velociter, quam posteriores; tum iterum aucta vi repulsiva incipiunt accelerari magis, & recedere, ubi & oscillationes habentur quædam hinc, & inde.

CCCLIV. Velocitates, quæ remanent post exiguum quoddam determinatum spatium, in quo vires mutuæ vel nullæ jam sunt, vel æque augentur, & minuuntur, pendent ab area curvæ, cujus axis partes exprimant non distantias a proxima particula, sed tota spatia ab initio motus percurfa, & ordinatæ in singulis punctis axis exprimant vires, quas in iis habebat particula. Velocitates in effluxu aquæ experimur in ratione subduplicata altitudinum, adeoque subduplicata virium comprimentium. Id haberi debet, si id spatium sit ejusdem longitudinis, & vires in singulis punctis respondentibus ejus spatii sint in ratione primæ illius vis. Tum enim areæ totæ erunt ut ipsæ vires initiales, & proinde velocitatum quadrata, ut ipsæ vires. Infinita sunt curvarum genera, quæ rem exhibere possunt; verum id ipsum ad sensum exhibere potest etiam arcus alterius Logisticae cujuspiam amplioris illa, quæ exhibuit distantias singularum particularum.

Fig. 69. Sit ea in Fig. 69 MFIN. Tota ejus area infinita ad partes CN asymptotica a quavis ordinata æquatur producto sub ipsa ordinata, & subtangente constanti. Quare ubi ordinata ED jam est perquam exigua respectu ordinarum BF, HI, tota area CDEN respectu CBFN insensibilis erit, & areæ CBFN, CHIN integræ accipi poterunt pro areis FBDE, IHDE, quæ idcirco erunt ut vires initiales BF, HI.

CCCLV. Inde quidem habebuntur quadrata celeritatum proportionalia pressionibus, sive altitudinibus. Ut autem velocitas absoluta sit æqualis illi, quam particula acquireret cadendo a superficie suprema, quod in aqua experimur ad sensum, debet præterea tota ejusmodi area æquari rectangulo facto sub recta exprimente vim gravitatis unius particulæ, sive vis repulsivæ, quam in se mutuo exercent binæ particulæ, quæ se primo repellunt, sustinente inferiore gravitatem superioris, & sub tota altitudine. Deberet eo casu esse totum pondus BF ad illam vim, ut est altitudo tota fluidi ad subtangentem Logisticae, si FE est ipsius Logisticae arcus. Est autem pondus FE ad gravitatem primæ particulæ, ut numerus particularum in ea altitudine ad unicam, adeoque ut eadem illa tota altitudo ad distantiam primarum particularum. Quare subtangens illius Logisticae deberet æqua-

æquari illi distantiae primarum particularum, quæ quidem subtrahens erit itidem idcirco perquam exigua.

CCCLVI. An in omnibus fluidis habeatur ejusmodi absoluta velocitas, & an quadrata velocitatum in effluxu respondeant altitudinibus; per experimenta videndum est, ut constet, an curvæ virium in omnibus sequantur superiores leges, an diversas. Sed ego jam ab applicatione ad Mechanicam ad applicationem ad Physicam gradum feci, quam uberius in tertia Parte persequar. Hæc interea speciminis loco sicut satis ad immensam quandam hujusce campi fecunditatem indicandam utcunque.



**PARS**



res iterum, non quod retro redeant, sed quod anteriores moveantur jam aliquanto minus velociter, quam posteriores; tum iterum aucta vi repulsiva incipiunt accelerari magis, & recedere, ubi & oscillationes habentur quædam hinc, & inde.

CCCLIV. Velocitates, quæ remanent post exiguum quoddam determinatum spatium, in quo vires mutæ vel nullæ jam sunt, vel æque augentur, & minuuntur, pendent ab area curvæ, cujus axis partes exprimant non distantias a proxima particula, sed tota spatia ab initio motus percurfa, & ordinatæ in singulis punctis axis exprimant vires, quas in iis habebat particula. Velocitates in effluxu aquæ experimur in ratione subduplicata altitudinum, adeoque subduplicata virium comprimentium. Id haberi debet, si id spatium sit ejusdem longitudinis, & vires in singulis punctis respondentibus ejus spatii sint in ratione primæ illius vis. Tum enim areæ totæ erunt ut ipsæ vires initiales, & proinde velocitatum quadrata, ut ipsæ vires. Infinita sunt curvarum genera, quæ rem exhibere possunt; verum id ipsum ad sensum exhibere potest etiam arcus alterius Logisticae cujuspiam amplioris illa, quæ exhibuit distantias singularum particularum.

Fig. 69. Sit ea in Fig. 69 MFN. Tota ejus area infinita ad partes CN asymptotica a quavis ordinata æquatur producto sub ipsa ordinata, & subtangente constanti. Quare ubi ordinata ED jam est perquam exigua respectu ordinarum BF, HI, tota area CDEN respectu CBFN insensibilis erit, & areæ CBFN, CHIN integræ accipi poterunt pro areis FBDE, IHDE, quæ idcirco erunt ut vires initiales BF, HI.

CCCLV. Inde quidem habebuntur quadrata celeritatum proportionalia pressionibus, sive altitudinibus. Ut autem velocitas absoluta sit æqualis illi, quam particula acquireret cadendo a superficie suprema, quod in aqua experimur ad sensum, debet præterea tota ejusmodi area æquari rectangulo facto sub recta exprimente vim gravitatis unius particulæ, sive vis repulsivæ, quam in se mutuo exercent binæ particulæ, quæ se primo repellunt, sustinente inferiore gravitatem superioris, & sub tota altitudine. Deberet eo casu esse totum pondus BF ad illam vim, ut est altitudo tota fluidi ad subtangentem Logisticæ, si FE est ipsius Logisticae arcus. Est autem pondus FE ad gravitatem primæ particulæ, ut numerus particularum in ea altitudine ad unicam, adeoque ut eadem illa tota altitudo ad distantiam primarum particularum. Quare subtangens illius Logisticae deberet  
æqua-

æquari illi distantiae primarum particularum, quæ quidem subtangens erit itidem idcirco perquam exigua.

CCCLVI. An in omnibus fluidis habeatur ejusmodi absoluta velocitas, & an quadrata velocitatum in effluxu respondeant altitudinibus; per experimenta videndum est, ut constet, an curvæ virium in omnibus sequantur superiores leges, an diversas. Sed ego jam ab applicatione ad Mechanicam ad applicationem ad Physicam gradum feci, quam uberius in tertia Parte persequar. Hæc interea speciminis loco fuit satis ad immentam quandam hujusce campi fecunditatem indicandam utcunque.



**PARS**

## PARS III.

### *Applicatio Theoriæ ad Physicam.*

**CCCLVII.** **I**N secunda hujusce Opusculi parte, dum Theoriam meam applicarem ad Mechanicam, multa identidem immiscui, quæ applicationi ad Physicam sternerent viam, & vero etiam ad eandem pertinerent; at hic, quæ pertinent ad ipsam Physicam, ordinatius persequar; & primo quidem de generalibus agam proprietatibus corporum, quas omnes omnino exhibet illa lex virium, quam initio primæ partis exposui; tum eadem præcipua discrimina deducam, quæ inter diversas observamus corporum species, & mutationes, quæ ipsis accidunt, alterationes, atque transformationes evolvam.

**CCCLVIII.** Primum igitur agam de Impenetrabilitate, de Extensione, de Figurabilitate, de Mole, Massa, & Densitate, de Inertia, de Mobilitate, de Continuitate motuum, de Æqualitate Actionis & Reactionis, de Divisibilitate, & Componibilitate, quam ego divisibilitati in infinitum substituo, de Immutabilitate primorum materiæ elementorum, de Gravitate, de Cohæsione, quæ quidem generalia sunt. Tum agam de Varietate Naturæ, & particularibus proprietatibus corporum, nimirum de varietate particularum & massarum multiplici, de Solidis, & Fluidis, de Elasticis, & Mollibus, de Principiis Chemicarum Operationum, ubi de Dissolutione, Precipitatione, Adhæsione, & Coalescentia, de Fermentatione, & emissionem Vaporum, de Igne, & emissionem Luminis; ac ipsis præcipuis Luminis proprietatibus, de Odore, de Sapore, de Sono, de Electricitate, de Magnetismo itidem aliquid innuam sub finem; ac demum ad generaliora regressus, quid alterationes, corruptiones, transformationes mihi sint, explicabo. Verum in horum pluribus rem a mea Theoria deducam tantummodo ad communia principia, ex quibus peculiare singulorum tractatus pendent; ac alicubi methodum indicabo tantummodo, quæ ad rei perquisitionem aptissima mihi videatur.

**CCCLIX.** Impenetrabilitas corporum a mea Theoria omnino sponte fuit; si enim in minimis distantis agunt vires repulsivæ, quæ iis in infinitum imminutis crescunt in infinitum ita, ut pares sint extinguendæ cuilibet velocitati utcumque magnæ, utique non potest ulla finita vis, aut velocitas efficere, ut distantia duorum punctorum

eva-

evanescat, quod requiritur ad compenetrationem; sed ad id præstandum infinita Divina virtus, quæ infinitam vim exercent, vel infinitam producat velocitatem, sola sufficit.

CCCLX. Præter hoc impenetrabilitatis genus, quod a viribus repulsivis oritur, est & aliud, quod provenit ab inextensione punctorum, & quod evolvi in Dissertationibus de Spatio & Tempore, quas ex Stanyan Supplementis huc transtuli, & habetur hic in fine Supplementorum §. 3, & 4. Ibi enim ex eo, quod in spatio continuo numerus punctorum loci sit infinitus infinitus, & numerus punctorum materiæ finitus, erui illud: nullum punctum materiæ occupare unquam punctum loci, non solum illud, quod tunc occupat aliud materiæ punctum, sed nec illud, quod vel ipsum, vel ullum aliud materiæ punctum occupavit unquam. Probatio inde petitur, quod si ex casibus ejusdem generis una classis infinites plures contineat, quam altera, infinites improbabilius sit, casum aliquem, de quo ignoremus, ad utram classem pertineat, pertinere ad secundam, quam ad primam. Ex hoc autem principio id etiam immediate consequitur; si enim una massa projiciatur contra alteram, & ab omnibus viribus repulsivis abstrahamus animum, numerus projectionum, quæ aliquod punctum massæ projectæ dirigant per rectam transeuntem per aliquod punctum massæ, contra quam projicitur, est utique finitus, cum numerus punctorum in utraque massa finitus sit; at numerus projectionum, quæ dirigant puncta omnia per rectas nulli secundæ massæ puncto occurrentes, est infinitus infinitus, ob puncta spatii in quovis plano infinites infinita. Quamobrem, habita etiam ratione infinitorum continui temporis momentorum, est infinites improbabilius primus casus secundo; & in quacunque projectione massæ contra massam nullus habebitur immediatus occursum puncti materiæ cum altero puncto materiæ, adeoque nulla compenetratio, etiam independentem a viribus repulsivis.

CCCLXI. Si vires repulsivæ non adessent, omnis massa libere transiret per aliam quamvis massam, ut lux per vitra, & gemmas transit, ut oleum per marmora insinuat; atque id semper fieret sine ulla vera compenetratione. Vires, quæ ad aliquod intervallum extenduntur satis magnæ, impediunt ejusmodi liberum commercium. Porro hic duo casus distinguendi sunt; alter, in quo curva virium non habeat ullum arcum asymptoticum cum asymptoto perpendiculari ad axem, præter illum primum, quem exhibet Fig. I, cujus asymptotus est in origine abscissarum; alter, in quo adsint

alii ejusmodi arcus asymptotici. In hoc secundo casu si sit aliqua asymptotus ad aliquam distantiam ab origine abscissarum, quæ habeat arcum circa se attractivum, ultra repulsivum cum area infinita, ut juxta Num. 187 puncta posita in minore distantia non possint acquirere distantiam majorem, nec, quæ in majore sunt, minorem; tum vero particula composita ex punctis in minore distantia positis, esset prorsus impenetrabilis a particula posita in majore distantia ab ipsa, nec ulla finita velocitate posset cum illa commisceri, & in ejus locum irrumpere; & si duæ habeantur asymptoti ejusmodi satis proximæ, quarum citerior habeat ulterius crus repulsivum, ulterior citerius attractivum cum areis infinitis, tum duo puncta collocata in distantia a se invicem intermedia inter distantias earum asymptotorum, nec possent ulla finita vi, aut velocitate acquirere distantiam minorem, quam sit distantia asymptoti citerioris, nec majorem, quam sit ulterioris; & cum eæ duæ asymptoti possint esse utcumque sibi invicem proximæ, illa puncta possent esse necessitata ad non mutandam distantiam intervallo utcumque parvo. Si jam in uno plano sit series continua quadratorum habentium eas distantias pro lateribus, & in singulis angulis poneretur quicumque numerus punctorum ad distantiam inter se satis minorem ea, qua distent illæ duæ asymptoti, vel etiam puncta singula, fieret utique velum quoddam indissolubile, quod tamen esset plicatile in quavis & rectis continentibus quadratorum latera, & posset etiam plicari in gyrum more veterum voluminum. Si autem sit solidum divisum eodem modo in continuam cuborum seriem, & in singulis angulis collocarentur puncta, vel massæ punctorum, id esset solidissimum, & ne plicatile quidem, etiamsi crassitudo unicam cuborum seriem admitteret. Possent autem esse dispersa inter latera illius veli, vel hujus muri, puncta quocumque, nec eorum ullum posset inde egredi ad distantiam a punctis positis in angulis veli, vel muri, majorem illa distantia ulterioris asymptoti. Quod si præterea ultra asymptotum ulteriorem haberetur area repulsiva infinita, nulla externa puncta possent percurrere nec murum, nec velum ipsum, vel per vacua spatiola transire, utcumque magna cum velocitate advenirent; cum nullum in quadrato sit punctum, quod ab aliquo ex angulis non distet minus, quam per latus quadrati. Quod si ejusmodi binæ, asymptoti inter se proximæ sint in ingenti distantia a principio abscissarum, & in distantia media inter earum binas distantias ab ipso initio ponantur in cuspidibus trianguli æquilateri tria puncta materiæ, tum  
in

in cuspide pyramidis regularis habentis id triangulum æquilaterum pro basi ponantur quocunque puncta, quæ inter se minus distant quam pro distantia illarum asymptotorum; massula constans hisce punctis erit indissolubilis, cum nec ullum ex iis punctis possit acquirere distantiam a reliquis, nec reliqua inter se distantiam minorem distantia asymptoti citerioris, & majorem distantia ulterioris, & ipsa hæc particula impenetrabilis a quovis puncto externo materiæ, cum nulum ad reliqua illa tria puncta possit ita accedere, si distat magis, vel recedere, si minus, ut acquirat distantiam, quam habent puncta ejus massæ. Ejusmodi massis ita cohibitis per terna puncta ad maximas distantias sita posset integer constare Mundus, qui haberet in suis illis massulis, seu primigeniis particulis impenetrabilitatem continuam prorsus insuperabilem, sine ulla extensione continua, & indissolubilitatem itidem insuperabilem etiam sine ullo mutuo nexu inter earum puncta, per solum nexum, quem haberent singula cum illis tribus punctis remotis. In omnibus hisce casibus habetur in massa non continua vis ita continua, ut nulla ne apparens quidem compenetratio, & permixtio haberi posset æque, ac in communi sententia de continua impenetrabilis materiæ extensione. Quod autem in illo velo, vel muro exhibuit quadratorum series, idem obtineri potest per figuras alias quamplurimas, & id multo pluribus adhuc modis obtineretur, si non in unica, sed in pluribus distantis essent ejusmodi asymptotica repagula cum impenetrabilitate continua per non continuam punctorum dispersonum dispositionem. At in primo illo casu, in quo nulla habetur ejusmodi asymptotus præter primam, res longe alio modo se haberet. Patet in eo casu illud, si velocitas imprimi posset massæ cuiuspiam satis magna, fore, ut ea transeat per massam quamcunque sine ulla perturbatione suarum partium, & sine ulla partium alterius; nam vires, ut agant, & motum aliquem finitum sensibilem gignant, indigent continuo tempore, quo immutato in immensum, uti imminuitur, si velocitas in immensum augeatur, imminuitur itidem in immensum earum effectus. Rei ideam exhibebit globulus ferreus, qui debeat transire per planum, in quo dispersæ sint hac, illac plurimæ massæ magneticæ vim habentes validam satis. Si is globus cum velocitate non ita ingenti projiciatur per directionem etiam, quæ in nullam massam debeat incurrere, progredi ultra illas massas non poterit, sed ejus motus sistetur ab illarum attractionibus. At si velocitas sit satis magna, ut actiones virium magneticarum satis exiguo tempore durare possint,

sint, prætervolabit utique, nullo sensibili damno ejus velocitati illato.

CCCLXII. Quin immo ibi considerandum & illud: si velocitas ejus fuerit exigua, ipsum globum facite sisti, exiguo motu a vi mutua æquali seu reactione impresso magnetibus, quo per solam plani frictionem, & mutuas eorum vires impedito, exigua in eorum positionibus mutatio fiat. Si velocitas impressa aliquantulum creverit, tum mutatio in positione magnetum major fiet, & adhuc sistetur globuli morus; sed si velocitas fuerit multo major, globulus autem transeat satis prope aliquas e massis magneticis, ab actione mutua inter ipsum, & eas massas, communicabitur satis ingens motus iis ipsis massis, quo possint etiam ipsum non nihil retardatum, sed adhuc progredientem sequi, avulsæ a cæteris, quæ ob actiones in majore distantia minores, & brevitem temporis, remaneant ad sensum immotæ, & nihil turbatæ. Sed si velocitas ipsa adhuc augeretur, quantum est opus, eo deveniri posset, ut massa utcumque proxima in globuli transitu nullum sensibilem motum auferret illi, & ipsa sibi acquireret.

CCCLXIII. Porro ejusmodi exemplum intueri licet, ubi globus aliquis contra obstaculum aliquod projicitur, quod, si satis magnam velocitatem habet, concutit totum, & diffringit, ac eo majorem effectum edit, quo major est velocitas, ut in muris arcium accidit, qui tormentariis globis impetuntur. At ubi velocitas ad ingentem quandam magnitudinem devenerit, nisi satis solida sit compages obstaculi, sive vires cohæsionis satis validæ, jam non major effectus fit, sed potius minor, foramine tantum excavato, quod æquetur ipsi globo. Id experimur, si globus ferreus explodatur sclopeto contra portam ligneam, quæ licet semiaperta sit, & summam habeat super suis cardinibus mobilitatem, tamen nihil prorsus commovetur, sed excavatur tantummodo foramen æquale ad sensum diametro globi; quod in mea Theoria multo facilius utique intelligitur, quam si continuo nexu partes perfecte solidæ inter se complicarentur, & conjungerentur. Nimirum ut in superiore magnetum casu, particulæ globi secum abripiunt particulas ligni, ad quas accesserunt magis, quam ipsæ ad sibi proximas accederent, & brevitas temporis non permisit viribus illis, a quibus distantium ligni punctorum nexus præstabatur, ut in iis morus sensibilis haberetur, qui nexum cum aliis sibi proximis a vi mutua ortum dissolveret, aut illis, & toti portæ satis sensibilem motum communicaret. Quod si velocitas satis adhuc augeri posset, ne iis quidem avulsis massa per  
mas-

massam transvolaret, nulla sensibili mutatione facta, & sine vera compenetracione haberetur illa apparens compenetratio, quam habet lumen, dum per homogeneous spatium liberrimo rectilineo motu progreditur; quam ipsam fortasse ob causam Divinus Naturæ Opifex tam immanem luci velocitatem voluit imprimi, quantam inter ea nobis ostendunt ecclipses Jovis satellitum, & annua Fixarum aberratio, ex quibus Roemerus, & Bradleyus deprehenderent, lumen semiquadrante horæ percurrere distantiam æqualem distantie solis a terra, sive plura milliariorum millia singulis arteriæ pulsibus.

CCCLXIV. Ac eodem pacto, ubi herbarum forma in cinere cum tenuissimis filamentis remanet intacta, avolantibus oleosis partibus omnibus sine ulla læsione structuræ illarum, id quidem admodum facile intelligitur, qui fiat, ubi nova vis excitata ingentem velocitatem pariat brevi tempore, quæ omnem alium effectum impedit virium mutuarum inter olea, & cineres, oleaginosi particulis inter terreas cum hac apparenti compenetracione liberrime avolantibus sine ullo immediato impactu, & incurfu.

CCCLXV. Quod si ita res habet, liceret utique nobis per occlusas ingredi portas, & per durissima transvolare murorum septa sine ullo obstaculo, & sine ulla vera compenetracione, si nimirum satis magnam velocitatem nobis ipsis possemus imprimere, quod si natura nobis permisisset, & velocitates corporum, quæ habemus præ manibus, ac nostrorum digitorum celeritates solerent esse satis magnæ, apparentibus ejusmodi continuis compenetracionibus affueri, nullam impenetrabilitatis haberemus ideam, quam mediocritati nostrarum virium, & velocitatum, ac experimentis hujus generis a sinu materno, & prima infantia usque adeo frequentibus, & perpetuo repetitis debemus omnem.

CCCLXVI. Ex impenetrabilitate oritur extensio. Ea fita est in eo, quod aliæ partes sint extra alias: id autem necessario haberi debet, si plura puncta idem spatii punctum simul occupare non possint. Et quidem si nihil aliunde sciremus de distributione punctorum materiæ, ex regulis probabilitatis constaret nobis, dispersa esse per spatium extensum in longum, latum, & profundum; atque ita constaret, ut de eo dubitare omnino non liceret, adeoque haberemus extensionem in longum, latum, & profundum ex eadem etiam sola Theoria deductam. Nam in quovis plano pro quavis recta linea infinita sunt curvarum genera, quæ eadem directione egressæ e dato puncto extenduntur in longum, & latum respectu ejusdem rectæ, & pro quavis ex ejusmodi curvis infinitæ sunt cur-



væ, quæ ex illo puncto egressæ habeant etiam tertiam dimensionem per distantiam ab ipso. Quare sunt infinities plures casus positionum cum tribus dimensionibus, quam cum duabus solis, vel unica, & idcirco infinities major est probabilitas pro uno ex iis, quam pro uno ex his, & probabilitas absolute infinita omnem eximit dubitationem de casu infinite improbabili, ut ut absolute possibili. Quin immo si res rite consideretur, & numeri casuum inter se conferantur, inveniemus, esse infinite improbabile, uspiam jacere prorsus accurate in directum plura, quam duo puncta, & accurate in eodem plano plura, quam terna.

CCCXVII. Hæc quidem extensio non est Mathematicæ, sed physice tantum continua; at de præjudicio, ex quo ideam omnino continuæ extensionis ab infantia nobis efformavimus, satis dictum est in prima Parte a Num. 157; ubi etiam vidimus, contra meam Theoriam non posse afferri argumenta, quæ contra Zenonistas olim sunt facta, & nunc contra Leibnitianos militant, quibus probatur, extensum ab inextenso fieri non posse. Nam illi inextensa contigua ponunt, ut mathematicum continuum efforment, quod fieri non potest, cum inextensa contigua debeant compenetrari; dum ego inextensa admitto a se invicem disjuncta. Nec vero illud vim ullam contra me habet, quod nonnulli adhibent, dicentes, hujusmodi extensionem nullam esse, cum constet punctis penitus inextensis, & vacuo spatio, quod est purum nihil. Constat per me non solis punctis, sed punctis habentibus relationes distantiarum a se invicem: eæ relationes in mea Theoria non constituuntur a spatio vacuo intermedio, quod spatium nihil est actu existens, sed est aliquid solum possibile a nobis indefinite conceptum, nimirum est possibilitas realium modorum localium existendi cognita a nobis secludentibus mente omnem hiatum, uti exposui in prima Parte Num. 141, & fusius in ea Dissertatione de spatio & tempore, quam hic ad calcem adjicio; constituuntur a realibus existendi modis, qui realem utique relationem inducunt realiter, & non imaginarie tantum diversam in diversis distantiiis. Porro si quis dicat, puncta inextensa, & hosce existendi modos inextensos non posse constituere extensum aliquid; reponam facile, non posse constituere extensum mathematicæ continuum, sed posse extensum physice continuum, quale ego unicum admitto, & positivis argumentis evinco, nullo argumento favente alteri mathematicæ continuo extenso, quod potius etiam independentem a meis argumentis difficultates habet quamplu-

plurimas. Id extensum, quod admitto, est ejusmodi, ut puncta materiz alia sint extra alia, ac distantias habeant aliquas inter se, nec omnia jaceant in eadem recta, nec in eodem plano omnia, sint vero multa ita proxima, ut eorum intervalla omnem sensum effugiant. In eo sita est extensio, quam admitto, quæ erit reale quidpiam, non imaginarium, & erit physice continua.

CCCLXVIII. At erit fortasse, qui dicet, sublata extensione absolute Mathematica tolli omnem Geometriam. Respondeo, Geometricam non tolli, quæ considerat relationes inter distantias, & inter intervalla distantis intercepta, quæ mente concipimus, & per quam ex hypothesebus quibusdam conclusiones cum iis connexas ex primis quibusdam principiis deducimus. Tollitur Geometria actu existens, quatenus nulla linea, nulla superficies mathematicæ continua, nullum solidum mathematicæ continuum ego admitto inter ea, quæ existunt; an autem inter ea, quæ possunt existere, habeantur, omnino ignoro. Sed aliquid ejusmodi in communi etiam sententia accidit. Nulla existit revera in Natura recta linea, nullus circulus, nulla ellipsis, nec in ejusmodi lineis accurate talibus fit morus ullus, cum omnium Planetarum & Terræ in communi sententia motus habeantur in curvis admodum complicatis, atque altissimis, &, ut est admodum probabile; transcendentibus. Nec vero in magnis corporibus ullam habemus superficiem accurate planam, & continuam, aut sphericam, aut cujusvis e curvis, quas Geometrix contemplantur, & plerique ex iis ipsis, qui solida volunt elementa, simplices ejusmodi figuras ne in ipsis quidem elementis admittent.

CCCLXIX. Quamobrem Geometria tota imaginaria est, & idealis, sed propositiones hypotheticæ, quæ inde deducuntur, sunt veræ, & si existant conditiones ab illa assumptæ, existent utique & conditiones inde erutæ, ac relationes inter distantias punctorum imaginarias ope Geometriæ ex certis conditionibus deductæ, semper erunt reales, & tales; quales eas invenit Geometria, ubi illæ ipsæ conditiones in realibus punctorum distantis existant. Ceterum ubi de realibus distantis agitur, nec illud in sensu physico est verum, ubi punctum interjacet aliis binis in eadem recta positis, a quibus æque distet, binas illas distantias fore partes distantia punctorum extremorum juxta ea quæ diximus Num. 67. Physice distantia puncti primi a secundo constituitur per puncta ipsa, & binos reales ipsorum existendi modos, ita & distantia secundi a tertio; quorum summa omnia tria puncta cum tribus existendi modis, cum distantia

stantia primi a tertio constituitur per sola duo puncta extrema, & duos ipsorum existendi modos, quæ ablato intermedio reali puncto manet prorsus eadem. Illæ duæ sunt partes illius tertiæ tantummodo in imaginario, & geometrico statu, qui concipit indefinite omnes possibiles intermedios existendi modos locales, & per eam cognitionem abstractam concipit continua intervalla, ac eorum partes assignat, ac ope ejusmodi conceptuum ratiocinationes infert ab assumptis conditionibus petitas, quæ, ubi demum ad aliquod reale deducunt, non nisi ad verum possint deducere, sed quod verum sit tantummodo, si rite intelligantur termini, & explicentur. Sic quod aliqua distantia duorum punctorum sit æqualis distantiae aliorum duorum, situm est in ipsa natura illorum modorum, quibus existunt, non in eo, quod illi modi, qui eam individuum distantiam constituunt, transferri possint, ut congruant. Eodem pacto relatio duplæ, vel triplæ distantiae habetur immediate in ipsa essentia, & natura illorum modorum. Vel si potius velimus illam referre ad distantiam æqualem, dici poterit, eam esse duplam alterius, quæ talis sit, ut si alteri ex alterius punctis ponatur tertium novum ad æqualem distantiam ex parte altera; distantia nova hujus tertii a primo sit æqualis illi, quæ duplæ nomen habet, & sic de reliquis, ubi ad realem statum transitur. Neque enim in statu reali haberi potest usquam congruentia duarum magnitudinum in extensione, ut haberi nec in tempore potest unquam; adeoque nec æqualitas per congruentiam in statu reali haberi potest, nec ratio dupla per partium æqualitatem. Ubi decempeda transfertur ex uno loco in alium, succedunt alii, atque alii punctorum extremorum existendi modi, qui relationes inducunt distantiarum ad sensum æqualium: ea æqualitas a nobis supponitur ex causis, nimirum ex mutuo nexu per vires mutuas, uti hora hodierna ope egregii horologii comparatur cum hesternæ itidem æqualitate supposita ex causis, sed loco suo divelli, & ex uno die in alterum hora eadem traduci non potest. Verum hæc omnia ad Metaphysicam potius pertinent, & ea fufus cum omnibus loci, ac temporis relationibus persecutus sum in memoratis Dissertationibus, quas hic in fine subijcio.

CCCLXX. Ex extensione oritur figurabilitas, cum qua connectitur moles, & densitas supposita massa. Quoniam puncta disperguntur per spatium extensum in longum, latum, & profundum; spatium, per quod extenduntur, habet suos terminos, a quibus figura pendet. Porro figuram determinatam ab ipsa natura, &

exi-

existentem in re, possunt agnoscere tantummodo in elementis ii, qui admittunt elementa ipsa solida, atque compacta, & continua; & qui ab inextensis extensum continuum componi posse arbitrantur; ubi nimirum tota illa materia superficie continua quadam terminetur. Ceterum in corporibus hisce, quæ nobis sub sensum cadunt, idea figuræ, quæ videtur maxime distincta, est admodum vaga, & indefinita, quod quidem diligenter exposui agens superiore anno de Figura Telluris in Dissertatione inserta postremo Bononiensium Actorum tomo, in qua continetur Synopsis mei operis de *Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem*, ubi sic habeo: *Impri- mis hoc ipsum nomen figuræ terrestris, quod certam quandam, ac determinatam significationem videtur habere, habet illam quidem admodum incertam, & vagam. Superficies illa, quæ maria, & lacus, & fluvios, ac montes, & campos, vallesque terminat, est illa quidem admodum, nobis saltem, irregularis, & vero etiam instabilis: mutatur enim quovis utcumque minimo undarum, & glebarum motu; nec de hac Telluris figura agunt, qui in figuram Telluris inquirent. Alii enim ipsi sub- stituunt, quæ regularis quodammodo sit, sit autem illi priori proxima, quæ nimirum abrasis haberetur montibus, collibusque, vallibus vero op- pletis. Ad hæc iterum terrestris figuræ notio vaga admodum est, & in- certa. Ubi enim infinita sunt curvarum regularium genera, quæ per da- tum datorum punctorum numerum transire possint, ita infinita sunt genera curvarum superficialium, quæ Tellurem ita ambire possint, atque conclu- dere, ut vel omnes, vel datos contingant in datis punctis montes, colles- que, vel si per medias transire colles, ac montes debeat superficies qua- dam, ita, ut regularis sit, & tantundem materiæ concludat extra, quantum vacui aeris infra sese concludat usque ad veram banc nobis ir- regularem Telluris superficiem, quam intuemur; infinita itidem, & a se invicem diversæ admodum superficies haberi possunt, quæ problemati satisfaciant, atque eæ ejusmodi etiam, ut nullam, quæ sensu percipi pos- sit, præ se ferant gibbositatem, quæ ipsa vox non ita determinatam con- tinet ideam.*

CCCLXXI. Hæc ego tibi de Telluris figura, quæ omnino pertinent ad figuram corporis cujuscunque in communi etiam sen- tentia de continua extensione materiæ; nam omnium fere corpo- rum superficies hic apud nos utique multo magis scabræ sunt pro ratione suæ magnitudinis, quam Terra pro ratione magnitudinis suæ, & vacuitates internas habent quamplurimas. Verum in mea Theoria res adhuc magis indefinita, & incerta est. Nam infinitæ sunt

B b

sunt

stantia primi a tertio constituitur per sola duo puncta extrema, & duos ipsorum existendi modos, quæ ablato intermedio reali puncto manet prorsus eadem. Illæ duæ sunt partes illius tertiæ tantummodo in imaginario, & geometrico statu, qui concipit indefinite omnes possibiles intermedios existendi modos locales, & per eam cognitionem abstractam concipit continua intervalla, ac eorum partes assignat, ac ope ejusmodi conceptuum ratiocinationes instituit ab assumptis conditionibus petitas, quæ, ubi demum ad aliquod reale deducunt, non nisi ad verum possint deducere, sed quod verum sit tantummodo, si rite intelligantur termini, & explicentur. Sic quod aliqua distantia duorum punctorum sit æqualis distantiae aliorum duorum, situm est in ipsa natura illorum modorum, quibus existunt, non in eo, quod illi modi, qui eam individuum distantiam constituunt, transferri possint, ut congruant. Eodem pacto relatio duplæ, vel triplæ distantiae habetur immediate in ipsa essentia, & natura illorum modorum. Vel si potius velimus illam referre ad distantiam æqualem, dici poterit, eam esse duplam alterius, quæ talis sit, ut si alteri ex alterius punctis ponatur tertium novum ad æqualem distantiam ex parte altera; distantia nova hujus tertii a primo sit æqualis illi, quæ duplæ nomen habet, & sic de reliquis, ubi ad realem statum transitur. Neque enim in statu reali haberi potest usquam congruentia duarum magnitudinum in extensione, ut haberi nec in tempore potest unquam; adeoque nec æqualitas per congruentiam in statu reali haberi potest, nec ratio dupla per partium æqualitatem. Ubi decempeda transfertur ex uno loco in alium, succedunt alii, atque alii punctorum extremorum existendi modi, qui relationes inducunt distantiarum ad sensum æqualium: ea æqualitas a nobis supponitur ex causis, nimirum ex mutuo nexu per vires mutuas, uti hora hodierna ope egregii horologii comparatur cum hesternæ itidem æqualitate supposita ex causis, sed loco suo divelli, & ex uno die in alterum hora eadem traduci non potest. Verum hæc omnia ad Metaphysicam potius pertinent, & ea fusius cum omnibus loci, ac temporis relationibus persecutus sum in memoratis Dissertationibus, quas hic in fine subijcio.

CCCLXX. Ex extensione oritur figurabilitas, cum qua connectitur moles, & densitas supposita massa. Quoniam puncta disperguntur per spatium extensum in longum, latum, & profundum; spatium, per quod extenduntur, habet suos terminos, a quibus figura pendet. Porro figuram determinatam ab ipsa natura, & exi-

existentem in re, possunt agnoscere tantummodo in elementis ii, qui admittunt elementa ipsa solida, atque compacta, & continua; & qui ab inextensis extensum continuum componi posse arbitrantur; ubi nimirum tota illa materia superficie continua quadam terminetur. Ceterum in corporibus hisce, quæ nobis sub sensum cadunt, idea figuræ, quæ videtur maxime distincta, est admodum vaga, & indefinita, quod quidem diligenter exposui agens superiore anno de Figura Telluris in Dissertatione inserta postremo Bononiensium Actorum tomo, in qua continetur Synopsis mei operis de Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem, ubi sic habeo: *Imprimis hoc ipsum nomen figuræ terrestris, quod certam quandam, ac determinatam significationem videtur habere, habet illam quidem admodum incertam, & vagam. Superficies illa, quæ maria, & lacus, & fluvios, ac montes, & campos, vallesque terminat, est illa quidem admodum, nobis saltem, irregularis, & vero etiam instabilis: mutatur enim quovis utcumque minimo undarum, & glebarum motu; nec de hac Telluris figura agunt, qui in figuram Telluris inquirunt. Alii ipsi substituant, quæ regularis quodammodo sit, sit autem illi priori proxima, quæ nimirum abrasis haberetur montibus, collibusque, vallibus vero operietis. Ad hæc iterum terrestris figuræ notio vaga admodum est, & incerta. Uti enim infinita sunt curvarum regularium genera, quæ per datum datorum punctorum numerum transire possint, ita infinita sunt genera curvarum superficialium, quæ Tellurem ita ambire possint, atque concludere, ut vel omnes, vel datos contingant in datis punctis montes, collesque, vel si per medias transire colles, ac montes debeat superficies quædam, ita, ut regularis sit, & tantundem materiæ concludat extra, quantum vacui aeris infra sese concludat usque ad veram hanc nobis irregularem Telluris superficiem, quam intuemur; infinitæ iidem, & a se invicem diversæ admodum superficies haberi possunt, quæ problemati satisfaciant, atque eæ ejusmodi etiam, ut nullam, quæ sensu percipi possit, præ se ferant gibbositatem, quæ ipsa vox non ita determinatam continet ideam.*

CCCLXXI. Hæc ego tibi de Telluris figura, quæ omnino pertinent ad figuram corporis cujuscunque in communi etiam sententia de continua extensione materiæ; nam omnium fere corporum superficies hic apud nos utique multo magis scabræ sunt pro ratione suæ magnitudinis, quam Terra pro ratione magnitudinis suæ, & vacuitates internas habent quamplurimas. Verum in mea Theoria res adhuc magis indefinita, & incerta est. Nam infinitæ

B b

sunt

sunt etiam superficies curvæ continuæ, in quibus tamen omnia jaceant puncta massæ cujusvis: quin immo infinitæ numero curvæ sunt lineæ, quæ per omnia ejusmodi puncta transeant. Quamobrem mente tantummodo confingenda est quædam superficies, quæ omnia puncta includat, vel quæ pauciora, & a reliquorum coacervatione remotiora excludat, quod æstimatione quadam morali fiet, non accurata geometrica determinatione. Ea superficies figuram exhibebit corporis; atque hic jam, quæ ad diversa figurarum genera pertinent, id omne mihi commune est cum communi Theoria de continua extensione materiæ.

CCCLXXII. A figura pendet moles, quæ nihil est aliud, nisi totum spatium extensum in longum, latum, & profundum externa superficie conclusum. Porro nisi concipiamus superficiem illam, quam innui, quæ figuram determinet, nulla certa habebitur molis idea: quin immo si superficiem concipiamus tortuosam illam, in qua jaceant puncta omnia, jam moles triplici dimensione prædita erit nulla; si lineam curvam concipimus per omnia transeuntem, nec duarum dimensionum habebitur ulla moles. Sed in eo itidem incerta æstimatione indiget sententia communis ob intersticia illa vacua, quæ habentur in omnibus corporibus, & scabritiem, juxta ea, quæ diximus de indeterminatione figuræ. Hic autem itidem concepta superficie extrema terminante figuram ipsam, quæ deinde de mole relata ad superficiem tradi solent, mihi communia sunt cum aliis omnibus; ut illud, posse eandem magnitudine molem terminari superficiebus admodum diversis, & forma, & magnitudine, ac omnium minimam esse sphericæ figuræ superficiem respectu molis; in figuris autem similibus molem esse in ratione triplicata laterum homologorum, & superficiem in duplicata, ex quibus pendent phaenomena sane multa, atque ea inprimis, quæ pertinent ad resistenciam tam fluidorum, quam solidorum.

CCCLXXIII. Massa corporis est tota quantitas materiæ pertinentis ad id corpus, quæ quidem mihi erit ipse numerus punctorum pertinentium ad illud corpus. At hic jam oritur indeterminationis quædam, vel saltem summa difficultas determinandi massæ ideam, nec id tantum in mea, verum etiam in communi sententia, ob illud additum *punctorum pertinentium ad illud corpus*, quod heterogeneas substantias excludit. Ea de re sic ego quidem in Stanyan's Supplementis § 10 Lib. 1: *Nam admodum difficile est determinare, quæ sint illæ substantiæ heterogeneæ, quæ non pertinent ad corporis constitutionem.*

tionem. Si materiam spectemus, ea & mihi, & aliis plurimis homogenea est, & solis ejus diversis combinationibus diversae oriuntur corporum species. Quare ab ipsa materia non potest desumi discrimin illud inter substantias pertinentes, & non pertinentes. Si autem & diversam illam combinationem spectemus, corpora omnia, quae observamus, mixta sunt ex substantiis admodum dissimilibus, quae tamen omnes ad ejus corporis constitutionem pertinent. Id in animalium corporibus, in plantis, in marmoribus plerisque, oculis etiam patet, in omnibus autem corporibus, Chemia docet, quae mixtionem illam dissolvit.

CCCLXXIV. Ex alia parte tenuissima aetherea materia, quae omnino est aliqua nostro aere rarior, ad constitutionem massae nequaquam pertinere censetur, ut nec pro corporibus plerisque aer, qui meatibus internis interjacet. Sic aer inclusus spongiae meatibus, ad ipsius constitutionem nequaquam censetur pertinere. Idem autem ad multorum corporum constitutionem pertinet, saltem ad fixam naturam redactus, ut Halesius demonstravit, plures & animalis regni, & vegetabilis substantias magna sui parte constare aere fixitatem adeptis. Rursus substantiae volatiles, aere ipso tenuiores multo, quae in corporum dissolutione chemica in balitus, & fumos abeunt, & plures fortasse, quas nos nullo sensu percipimus, ad ipsa corpora pertinebant.

CCCLXXV. Nec illud assumi potest, quidquid solidum & fixum est, tantummodo pertinere ad corporis massam; quis enim a corporis humani massa sanguinem omnem, & tot lymphas excludat, a lignis resedatis succos nondum concretos? Praeterquam quod massae idea non ad solida solum corpora pertinet, sed etiam ad fluida, in quibus ipsis alia tenuiora aliorum densiorum meatibus interjacent. Nec vero dici potest, pertinere ad corporis constitutionem, quidquid materiae translato corpore, simul cum ipso transfertur; nam aer, qui intra spongiam est, partim mutatur in ea translatione, is nimirum, qui officio est propior, partim manet, qui nimirum intimior, & qui aliquamdiu manet, mutatur deinde.

CCCLXXVI. Haec & alia mihi diligentius perpendenti, illud videtur denique, ideam massae non esse accurate determinatam, & distinctam, sed admodum vagam, arbitrariam, & confusam. Erit massa materia omnis ad corporis constitutionem pertinens; sed a crassa quadam, & arbitraria aestimatione pendeat illud, quod est pertinere ad ipsam ejus constitutionem. Haec ergo ibi; tum ad molem transeo, de cujus indeterminatione jam hic superius egimus, ac deinde ad densitatem, quae est relatio massae ad molem, eo major, quo pari mole est ma-



jor massa, vel quo pari massa est minor moles. Hinc mensura densitatis est massa divisa per molem; & quaecunque vulgo proferuntur de comparationibus inter massam, molem, & densitatem, hæc omnia & mihi communia sunt. Massa est ut factum ex mole & densitate; moles ut massa divisa per densitatem. Raritas autem etiam mihi, ut & aliis, est densitatis inversa, ut nimirum idem sit dicere, corpus aliquod esse decuplo minus densum alio aliquo corpore, ac dicere, esse decuplo magis rarum. Verum quod ad densitatem & raritatem pertinet, in eo ego quidem a communi sententia discrepo, uti exposui Num. 88, quod ego nullum habeo limitem densitatis & raritatis, nec maximum, nec minimum; dum illi minimam debeant aliquam raritatem agnoscere, & maximam densitatem possibilem, utut finitam, quæ illis idcirco per saltum quemdam necessario abrumpitur, licet nullam agnoscant raritatem maximam, & minimam densitatem. Mihi enim materiae puncta possunt & augere distantias a se invicem, & imminuere in quacunque ratione, cum data linea quavis possit ex ipsis Euclideis elementis inveniri semper alia, quæ ad ipsam habeat rationem quamcunque utcunque magnam, vel parvam; adeoque potest, stante eadem massa augeri moles, & minui in quacunque ratione data; at illis potest quidem quævis massa dividi in quemvis numerum particularum, quæ dispersæ per molem utcunque magnam augeant raritatem, & minuant densitatem in immensum; sed ubi massa omnis ita ad contactus immediatos devenit, ut nihil jam supersit vacui spatii; tum vero densitas est maxima, & raritas minima omnium, quæ haberi possint, & tamen finita est, cum mensura prioris habeatur, massa finita per finitam molem divisa, & mensura posterioris divisa mole per massam.

CCCLXXVII. Inertia corporum oritur ab inertia punctorum, & a viribus mutuis; nam illud demonstravimus Num. 259, si puncta quaecunque vel quiescant, vel moveantur directionibus, & celeritatibus quibuscunque, sed singula æquabili motu, centrum commune gravitatis vel quiescere, vel moveri uniformiter in directum; ac vires mutuas quascunque inter eadem puncta nihil turbare statum centri communis gravitatis sive quiescendi, sive movendi uniformiter in directum. Porro vis inertiae in eo ipso est sita; nam vis inertiae est determinatio perseverandi in eodem statu quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, nisi externa vis cogat statum suum mutare; & cum ex mea Theoria demonstratur, eam proprietatem debere habere centrum gravitatis massæ cujuscunque compositæ

fitæ punctis quotcunque, & utcunque dispositis, pater, eam deduci pro corporibus omnibus; & hic illud etiam intelligitur, cur concipiantur corpora tanquam collecta, & compenetrata in ipso gravitatis centro.

**CCCLXXVIII.** Mobilitas recenferi solet inter generales corporum proprietates, quæ quidem sponte consequitur vel ex ipsa curva virium: cum enim ipsa exprimat suarum ordinarum ope determinationes ad accessum vel recessum, requirit necessario mobilitatem, sive possibilitatem motuum, sine quibus accessus, & recessus ipsi haberi utique non possunt. Aliqui & quiescibilitatem adscribunt corporibus; at ego quidem corporum quietem saltem in natura, uti constituta est, haberi non posse arbitror, uti exposui Num. 85. Eam excludi oportere censeo etiam infinitæ improbabilitatis argumento, quo sum usus in ea Dissertatione de spatio, & tempore, quam toties jam nominavi, & in Supplementis hic proferam § 3, ubi evinco, casum, quo punctum aliquod materiæ occupet quovis momento temporis punctum spatii, quod alio quopiam quocunque occupavit vel ipsum, vel aliud punctum quodcunque, esse infinites improbabilem, considerato nimirum numero punctorum materiæ finito, numero momentorum possibilitium infinito ejus generis, cujus sunt infinita puncta in una recta, qui numerus momentorum bis sumitur, semel cum consideratur puncti dati materiæ cujuscunque momentum quodvis, & iterum cum consideratur momentum quodvis, quo aliud quodpiam materiæ punctum alicubi fuerit, ac iis collatis cum numero punctorum spatii habentis extensionem in longum, latum, & profundum, qui idcirco debet esse infinitus ordinis tertii respectu superiorum. Deinde ab omnium corporum motu circa centrum commune gravitatis, vel uniformiter progrediens in recta linea, quies actualis itidem a natura excluditur.

**CCCLXXIX.** Verum ipsam quietem excludit alia mihi proprietas, quam omnibus itidem materiæ punctis, & omnium corporum centris gravitatis communem censeo, nimirum continuitas motuum, de qua egi Num. 295, & alibi. Quodvis materiæ punctum seclusis motibus liberis, qui oriuntur ab imperio liberorum spirituum, debet describere curvam quandam lineam continuam, cujus determinatio reducitur ad hujusmodi problema generale: Dato numero punctorum materiæ, ac pro singulis dato puncto loci, quod occupent dato quopiam momento temporis, ac data directio-

ne, & velocitate motus initialis, si tum primo projiciuntur, vel tangentialis, si jam ante fuerunt in motu, ac data lege virium expressa per curvam aliquam continuam, cujusmodi est curva Figuræ primæ, quæ meam Theoriam continet, invenire singulorum punctorum trajectorias, lineas nimirum, per quas ea moventur singula. Id problema Mechanicum quam sublime sit, quam omnem humanæ mentis excedat vim, ille satis intelliget, qui in Mechanica versatus non nihil noverit, trium etiam corporum motus, admodum simplici etiam vi præditorum, nondum esse generaliter definitos, uti monui Num. 203, & consideret immensum punctorum numerum, ac altissimam curvæ virium tantis flexibus circa axem circumvolutæ elevationem.

CCCLXXX. Sed licet ejusmodi problema vires omnes humanæ mentis excedat, adhuc tamen unusquisque Geometra videbit facile problema, esse prorsus determinatum, & curvas ejusmodi fore omnes continuas sine ullo saltu, si in lege virium nullus sit saltus. Quin immo & illud arbitror, in ejusmodi curvis nec ulla usquam cuspidem occurrere; nam nodos nullos esse consequitur ex eo, quod nullum materiæ punctum redeat ad idem punctum spatii, in quo ipsum aliquando fuerit, adeoque nullus habeatur regressus, qui tamen ad nodum est necessarius. Hujusmodi curvæ necessariae essent omnes, & mens, quæ tantam haberet vim, quanta requiritur ad ejusmodi problemata rite tractanda, & intimius perspiciendas solutiones (quæ quidem mens posset etiam finita esse, si finitus sit punctorum numerus, & per finitam expressionem data notio curvæ exprimentis legem virium) posset ex arcu continuo descripto a punctis materiæ omnibus exiguo etiam tempore derivare ipsam virium legem, cum quidam finiti tantummodo positionum numeri finitos determinare possint numeros punctorum curvæ virium, & arcus continuus legem ipsam continuam; & fortasse solæ etiam positiones omnium punctorum cum dato arcu continuo percurso ab unico etiam puncto motu continuo, exiguo etiam aliquo tempusculo, ad rem præstandam satis essent. Cognita autem lege virium, & positione, ac velocitate, & directione punctorum omnium dato tempore, posset ejusmodi mens prævidere omnes futuros necessarios motus, ac status, & omnia naturæ phænomena necessaria, ab iis utique pendentia, atque prædicere; & ex unico arcu descripto a quovis puncto, tempore continuo utcumque parvo, quem aliqua mens satis comprehenderet, eadem determinare posset reliquum omnem ejusdem continuæ curvæ tractum utraque e parte in infinitum productum.

CCCLXXXI.

**CCCLXXXI.** Nos eo aspirare non possumus, tum ob nostræ mentis imbecillitatem, tum quia ignoramus numerum, & positionem, ac motum punctorum singulorum; nam nec motus absolutos intuemur, sed respectivos tantummodo respectu Telluris, vel ad summum respectu systematis planetarii, vel systematis Fixarum omnium; tum etiam quia curvas illas turbant liberi motus, quos producant spirituales substantiæ. Harmonia præstabilita Leibnitianorum ejusmodi perturbationem tollit omnem, saltem respectu animæ nostræ, cum omne immediatum commercium demat inter corpus, & animam; & id, quod tantopere improbatum est in Theoria Cartesiana, quæ Bruta redegerat ad automata, ad homines etiam ipsos transfert, quorum motus a machina provenire omnes, & necessarios esse in ea Theoria, facile constat; & quidem idcirco etiam eadem mihi Theoria displicet plurimum, quam præterea si admitterem, nullam sane viderem, ne tenuissimam quidem rationem, quæ mihi suadere posset, præter animam meam, cujus ideæ per se, & sine ullo immediato nexu cum corpore evolvantur, me habere aliquod corpus, quod motus ullos habeat, & multo minus, ejusmodi motus esse conformes iis ideis, aut ullos alios esse homines; ullam naturam corpoream extra me; ad quæ omnia, & multo adhuc pejora, mentem suis omnia momentis librantem deducat omnino oportet ejusmodi sententia, quam promoveri passim, & vero etiam recipi, ac usque adeo gliscere, quin & omnino tolerari, semper miratus sum.

**CCCLXXXII.** Censeo igitur, & id intima vi, qua anima suarum idearum naturam, & proprietates quasdam, atque originem novit, constare arbitror, motus liberos corporis ab anima provenire; ac quemadmodum virium lex necessaria in ipsa fortasse materiæ natura sita ejusmodi est, ut juxta eam bina materiæ puncta debeant ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, determinata & quantitate motus, & directione per distantias; ita esse alias leges virium liberarum animæ, secundum quas debeant quædam puncta materiæ habentia ejusmodi dispositionem, quæ ad vivum, & sanum corpus organicum requiruntur, ad ipsius animæ nutum moveri; sed hujusmodi leges itidem censeo requirere illud, ut nulli materiæ puncto imprimatur motus aliquis, nisi alicui alteri imprimatur alius contrarius, & æqualis, quod constat ex ipso nisu, quem semper exercemus in partes contrarias, juxta ea, quæ diximus Num. 74; ac itidem arbitror, & id ipsum diligenti observatione, & reflexione facile

eile colligitur, ejusmodi quoque motus imprimi non posse, nisi servata lege continuitatis sine ullo saltu; quod si ab omnibus spiritibus observari debeat, discedent quidem veri motus a curvis illis necessariis, & a libera voluntatis determinatione pendebunt curvæ descriptæ, sed motuum continuitas nequaquam turbabitur.

CCCLXXXIII. Porro inde constat, cur in motibus nullum uspiam deprehendamus saltum, cur nullum materiæ punctum ab uno loci puncto abeat ad aliud punctum loci sine transitu per intermedia, cur nulla densitas mutetur per saltum, cur & motus reflexi, & refracti fiant per curvaturam continuam, ac alia ejusmodi, quæ huc pertinent. Verum simul patebit & illud, in cujus gratiam hæc conguessimus, nullam fore absolutam quietem, in qua nimirum continuatus ille curvæ descriptæ ductus abrumpatur, ea continuitate læsa nihilo minus, quam læderetur, si curva continua desineret alicubi in rectam.

CCCLXXXIV. Jam vero ad actionis, & reactionis æqualitatem gradu facto, eam abunde deduximus a Num. 264. pro binis quibusque corporibus ex actione & reactione æqualibus in punctis quibuscunque. Cum nimirum mutue vires nihil turbent statum centri gravitatis communis, & centra gravitatis binarum massarum debeant cum ipso communi centro jacere in directum ad distantias hinc & inde reciproce proportionales ipsis massis, ut ibidem demonstravimus; consequitur illud, motus quoscunque, quos ex mutua actione habebunt binarum massarum centra gravitatis, debere fieri in lineis similibus, & proportionalibus distantiae singularum ab ipso gravitatis centro communi, adeoque reciproce proportionalibus ipsis massis; & quod inde consequitur, summa motuum computatorum secundum directionem quancunque, quam ex mutuis actionibus acquireret altera massa, fore semper æqualem summæ motuum computatorum secundum oppositam, quam altera acquireret simul, in quo ipso sita est actionis & reactionis æqualitas, ex qua corporum collisiones deduximus in secunda parte, & ex qua multa phænomena pendent, in Astronomia inprimis.

CCCLXXXV. Illud unum hic adnotandum censeo, per hanc ipsam legem comprobari plurimum ipsas vires mutuas inter materiæ particulas, & deveniri ad originem motuum plurimorum, quæ inde pendet; si nimirum particulae massæ cujuslibet ingentem habeant motum reciprocum hac, illac, & interea centrum commune gravitatis iisdem iis motibus careat, id sane indicio est, eos motus pro-

provenire ab internis viribus mutuis inter puncta ejusdem massæ. Id vero accidit imprimis in fermentationibus, quæ habentur post quarundam substantiarum permixtionem, quarum particulae non omnes simul jam in unam feruntur plagam, jam in aliam, sed singulatim motibus diversissimis, & inter se etiam contrariis, quos idcirco motus omnes illarum centra gravitatis habere non possunt: ii motus provenire omnino debent a mutuis viribus, & commune gravitatis centrum interea quiescet respectu ejus vasis, in quo fermentatio fit, & terræ, respectu cujus quiescit vas.

CCCLXXXVI. Quod ad divisibilitatem pertinet, eam quidem in infinitum progredientem sine ullo limite in spatio continuo ille solus non agnosceret, qui Geometriæ elementaris etiam vim non sentiat, a qua pro ejusmodi divisibilitate in infinitum tam multa, & simplicia, & perspicua sane argumenta desumuntur. Ubi ad materiam fit transitus; si, ubi de ea agitur, quæ distinctas occupant loci partes, distincta etiam sunt; ab illa spatii continui divisibilitate in infinitum, materiae quoque divisibilitas in infinitum consequitur evidentissime, & utcumque prima materiae elementa atomos, sive Naturæ vi insectilia censeant multi, ut & Newtonus ipse, adhuc tamen absolutam eorum divisibilitatem agnoscunt passim illi ipsi.

CCCLXXXVII. Materiae elementa extensa per spatium divisibile, sed omnino simplicia, & carentia partibus, admiserunt non nulli e Peripateticis, & est etiam nunc, qui recentiorum Philosophiam professus admittat; at eam sententiam non ex præjudicio quodam, quanquam id etiam est ingens, & commune, sed ex inductionis principio, & analogia impugnavi in prima parte Num. 83. Quamobrem arbitror, si quid corporeum extensionem habeat per rotum quodpiam continuum spatium, id ipsum debere absolute habere partes, & esse divisibile in infinitum æque, ac illud ipsum est spatium.

CCCLXXXVIII. At in mea Theoria, in qua prima elementa materiae mihi sunt simplicia, ac inextensa, nullam eorum divisibilitatem haberi constat. Massæ autem, quæcunque actu existant, sunt mihi congeries punctorum ejusmodi numero finitæ. Hinc eæ congeries dividi utique possunt in partes, sed non plures, quam sit ipse punctorum numerus massam constituentium, cum nulla pars minus continere possit, quam unum ex iis punctis. Nec Geometrica argumenta quidquam probant in mea Theoria pro divisibilitate ultraeum limitem; posteaquam enim deventum fuerit ad intervalla minora, quam

C c

fit

fit distantia duorum punctorum, sectiones posteriores secabunt intervalla ipsa vacua, non materiam.

CCCLXXXIX. Verum licet ego non habeam divisibilitatem in infinitum, habeo tamen componibilitatem, ut appellare soleo, in infinitum. In quovis dato spatio habebitur quidem semper certus quidam punctorum numerus, qui idcirco etiam finitus erit; neque enim ego admitto infinitum ullum in Natura, aut in extensione, neque infinite parvum in se determinatum, quod ego positiva demonstratione exclusi primum in mea Dissertatione *de Natura & usu infinitorum, & infinito parvorum*; tum & aliis in locis; quod tamen requireretur ad hoc, ut intra finitum spatium containeretur punctorum numerus indefinitus; at longe aliter se res habet, si consideremus, qui numerus punctorum in dato spatio possit existere: cum enim nullus est numerus finitus ita magnus, ut alius adhuc finitus ipso major haberi in eo spatio non possit. Nam inter duo puncta quaecunque potest in medio interferi aliud, quod quidem neutrum continget; nam aliter etiam, ea duo se contingerent mutuo, & non distarent, sed compenetrarentur. Potest autem eadem ratione inter hoc novum, & priora illa interferi novum utrinque, & ita porro sine ullo limite; adeoque deveniri potest ad numerum punctorum quovis determinato utcumque magno majorem in unica etiam recta, & proinde multo magis in spatio extenso in longum, latum, & profundum. Hanc ego voco componibilitatem in infinitum. Numerus, qui in quavis data massa existit, finitus est; sed dum eum Naturæ conditor determinare voluit, multos habuit limites, quos non potuerit prætergredi, nullum ultimum habente terminum serie illa possibilium finitorum in infinitum crescentium.

CCCXC. Hæc componibilitas in infinitum æquivaleret divisibilitati in ordine ad explicanda naturæ phænomena. Posita divisibilitate materiæ in infinitum, solvitur facile illud problema, *datam massam utcumque parvam, ita distribuere per datum spatium utcumque magnum, ut in eo nullum sit spatiolum majus dato quocunque utcumque parvo penitus vacuum, & sine ulla ejus materiæ particula.* Concipitur enim numerus; quo illud magnum spatium datum continere possit hoc spatiolum exiguum, qui utique finitus est, & in se determinatus: concipitur in totidem particulas divisa massula, & singulæ particule destinantur singulis spatiolis; quæ iterum dividi possunt, quantum libuerit, ut parietes spatioli sui convektiant, qui utique ad unam ejus transversam sectionem habent finitam rationem, adeoque

que continua sectione planis parallelis facta possunt ipsi parietes convestiri segmentis suæ particulæ, vel possunt ejus particulæ segmenta iterum per illud spatium utcumque dispergi. In mea Theoria substituitur hujusmodi aliud problema: *intra datum spatium collocare eum punctorum numerum, qui deinde distribui possit per spatium utcumque magnum ita, ut in eo nullum sit spatium cubicum majus dato quocumque utcumque parvo penitus vacuum, & quod in se non habeat numerum punctorum utcumque magnum.*

CCCXCI. Quod in ordine ad explicanda phaenomena hoc secundum problema æquivalet illi primo, patet utique; quia solum deest convestitio parietum continua mathematicæ; sed illi succedet continuatio physica, cum in singulis parietibus collocari possit ejus ope quicumque numerus utcumque magnus, distantis idcirco imminutis utcumque. Quod in mea Theoria secundum illud problema solvi possit ope expositæ componibilitatis in infinitum, patet, quia ut inveniatur numerus, qui ponendus est in spatio dato, satis est, ut numerus vicium, quo ingens spatium datum continet illud spatium posterius, multiplicetur per numerum punctorum, quem velimus collocari in hoc ipso quovis posteriore spatio post dispersionem; & auctor Naturæ potuit utique intra illud spatium primum hunc punctorum numerum collocare.

CCCXCII. Jam quod pertinet ad divisibilitatem immanem, quam nobis ostendunt Naturæ phaenomena in coloratis quibusdam corporibus, immanem mollem aquæ inficientibus eodem colore, in auro usque adeo ductili, in odoribus, & ante omnia in lumine, omnia mihi cum aliis communia erunt; & quoniam nulla ex observationibus nobis potest ostendere divisibilitatem absolute infinitam, sed ingentem tantummodo respectu divisionum, quibus plerumque assuevimus; res ex meo problemate æque bene explicabitur per componibilitatem, ac in communi Theoria ex illo alio per divisibilitatem materiæ in infinitum.

CCCXCIII. Prima materiæ elementa volunt plerumque immutabilia, & ejusmodi, ut atteri, atque confringi omnino non possint, ne nimirum phaenomenorum ordo, & tota naturæ facies commutetur. At elementa mea sunt sane ejusmodi, ut nec immutari ipsa, nec legem suam virium, ac agendi modum in compositionibus commutare ullo modo possint; cum nimirum simplicia sint, indivisibilia, & inextensa. Ex iis autem juxta ea, quæ diximus Num. 237, ad distantias perquam exiguas collocatis in limitibus vi-



rium admodum validis oriri possunt primæ particulæ minus jam tenaces suæ formæ, quam simplicia elementa, sed ob ingentem illam viciniam adhuc tenacissimæ idcirco, quod alia particula quævis ejusdem ordinis in omnia simul ejus puncta fere æqualiter agat, & vires mutua majores sint, quam sit discrimen virium, quibus diversa ejus puncta sollicitantur ab illa particula. Ex hisce primi ordinis particulis possunt constare particulæ ordinis secundi; adhuc minus tenaces, & ita porro; quo enim plures compositiones sunt, & majores distantia, eo facilius fieri potest, ut inæqualitas virium, quæ sola mutuam positionem turbat, incipiat esse major, quam sint vires mutua, quæ tendunt ad conservandam mutuam positionem, & formam particularem; & tunc jam alterationes, & transformationes habebuntur, quas videmus in corporibus hisce nostris, & quæ habentur etiam in pluribus particulis postremorum ordinum, hæc ipsa nova corpora componentibus. Sed prima materiæ elementa erunt omnino immutabilia, & primorum etiam ordinum particulæ formas suas contra externas vires validissime tuebuntur.

CCCXCIV. Gravitas etiam inter generales proprietates a Newtonianis inprimis numeratur, quibus assentior, dummodo ea reipsa non habeat rationem reciprocam duplicatam distantiarum extensam ad omnes distantias, sed tantum ad distantias ejusmodi, cujusmodi sunt ea, quæ interjacent inter distantiam nostrorum corporum a parte multo maxima massæ terrestris, & distantias a sole Apheliorum pertinentium ad cometas remotissimos; & dummodo in hoc ipso tractu sequatur non accuratissime, sed quam libuerit, proxime, rationem ipsam reciprocam duplicatam, juxta ea, quæ diximus Num. 120. Ejusmodi autem gravitas exhibetur ab arcu illo postremo meæ curvæ Fig. 1, qui, si gravitas extenditur cum eadem illa lege ad sensum, vel cum aliqua simili, in infinitum, erit asymptoticus. Posset quidem, ut monui Num. 118, concipi gravitas etiam accurate talis, quæ extendatur ad quascunque distantias cum eadem lege, & præterea alia quædam vis exposita per aliam curvam, in quam vim, & in gravitatem accurate reciprocam quadratis distantia resolvatur lex virium Figuræ 1mæ; quæ quidem vis in illis distantis, in quibus gravitas sequitur quam proxime ejusmodi legem, esset insensibilis, in aliis autem distantis plurimis ingens esset; ac ubi Figura 1 exhibet repulsiones, deberet esse vis hujus alterius conceptæ legis iridem repulsiva tanto major, quam vis legis primitivæ Figuræ primæ, quanta esset gravitas ibi concepta, quæ nimirum.

rum ab illo additamento vis repulsivæ elidi deberet. Sed hæc jam a nostro concipiendi modo penderent, ac in mea lege primitiva, & reali, gravitas utique est generalis materiæ, ac legem sequitur rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum, quanquam non accurate, sed quam proxime, nec ad omnes extenditur distantias; sed illas, quas exposui.

CCCXCV. Ceterum gravitatem generalem haberi in toto Planetario systemate, ego quidem arbitror omnino evinci iisdem argumentis ex Astronomia petitis, quibus utuntur Newtoniani, quæ hic non repeto, cum ubique prostant, & quæ tum alibi ego quidem congesti pluribus in locis, tum in *Adnotationibus ad Poema P. Noceti de Aurora Boreali*. Illud autem arbitror evidentissimum, illum accessum ad solem Cometarum & Planetarum primariorum, ac secundariorum ad primarios, quem videmus in descensu a recta tangente ad arcum curvæ, & multo magis alios motus a mutua gravitate pendentes haberi omnino non posse per ullius fluidi pressionem; nam ut alia prætermittam sane multa, id fluidum, quod sola sua pressione tantum possit in ejusmodi globos, multo plus utique posset occursum suo contra illorum tangentialem velocitatem, quæ omnino deberet imminui per ejusmodi resistantiam, cum ingenti perturbatione arearum, & totius Astronomiæ Mechanicæ perversione; adeoque id fluidum vel resistantiam ingentem deberet parere Planetæ, vel Cometæ progredienti, vel ne pressione quidem ullum ipsi sensibilem imprimit motum.

CCCXCVI. Ejus autem præcipuæ leges sunt, ut directe respondeat massæ, & reciproce quadratis distantiarum a singulis punctis massæ ipsius: quod in mea Theoria est admodum manifestum ita esse debere; nam ubi ventum est ad arcum illum meæ curvæ, qui gravitatem refert, vires omnes jam sunt attractivæ, & eandem illam ad sensum sequuntur legem, adeoque aliæ alias non elidunt contrariis directionibus, sed summa earum responderet ad sensum summæ punctorum; nisi quatenus ob inæqualem punctorum distantiam, & positionem, ad habendam accurate ipsam summam, ubi moles sunt aliquanto majores, opus erit illa reductione, qua mechanici utuntur passim, & cujus ope inveniuntur leges, secundum quæ punctum in data distantia, & positione situm respectu massæ habentis datam figuram ab ipsa attrahitur; ubi quemadmodum indicavimus Num. 346, globus in globum ita gravitat, ut gravitaret,

¶ totæ eorum massæ essent compenetratæ in eorum centris; at in aliis figuris longe aliæ leges obveniunt.

CCCXCVII. Verum hic illud maxime Theoriam commendat meam, quod Num. 211 notandum dixi, quod videamus tantam hanc conformitatem in vi gravitatis in omnibus massis, licet eadem in ordine ad alia phænomena, quæ a minoribus distantis pendent, tantum discrimen habeant, quantum habent diversa corpora in duritie, colore, sapore, odore, sono. Nam diversa combinatio punctorum materiæ inducit summas virium admodum diversas pro iis distantis, in quibus adhuc curva virium contorquetur circa axem; & proinde exigua mutatio distantie vires attractivas mutat in repulivas, ac vice versa, summis differentias substituit; dum in distantis illis, in quibus gravitas servat quam proxime leges, quas diximus, curva ordinatas omnes ejusdem directionis habet, & vero etiam distantia parum mutata, fere easdem; quod necessario inducit tanta priorum casuum discrimina, & tantam in hoc postremo conformitatem.

CCCXCVIII. Distinctio gravitatis (quæ est ut massa, in quam tenditur, directe, & quadratum distantie reciproce) a pondere (quod est præterea ut massa, quæ gravitat) est mihi eadem, ac Newtonianis, & omnibus Mechanicis; & illa vim acceleratricem exhibet, hoc vim motricem, cum illa determinet vim puncti gravitantis cujusvis, a qua pendet celeritas massæ; hoc summam virium ad omnia ejusmodi puncta pertinentium. Pariter communia mihi sunt, quæcunque pertinent ad gravium motus a Galilæo, & Hugenio definitos, nisi quod gravitatis resolutionem in descensu per plana inclinata, & in gravibus sustentatis per bina obliqua plana, vel obliqua fila, reducam ad compositionem juxta Num. 280, & 281, & centrum oscillationis, una cum centro æquilibrii, & veste, & libra, & Machinarum principiis deducam e consideratione systematis trium massarum in se mutuo agentium, ac potissimum a simplici theoremate ad id pertinente, quæ fusè persecutus sum a Num. 306. Communia pariter mihi sunt, quæcunque habentur in cælesti Newtoniana Mechanica jam ubique recepta de Planetarum, & Cometarum motibus, de perturbationibus motuum potissimum Jovis, & Saturni in distantis minoribus a se invicem, de aberrationibus Lunæ, de Maris Æstu, de Figura Telluris, de præcessionibus æquinoctiorum, & nutatione axis; quin immo ad hæc postrema problemata rite solvenda, multa tutior, & expeditior mihi panditur via, quæ

quæ me eo deducet post considerationem systematis massarum quatuor jacentium etiam non in eodem plano communi, & connexarum invicem per vires mutuas, uti ad centrum oscillationis etiam instans in eodem plano, & ad centrum percussionis in eadem recta tam facile me deduxit consideratio systematis massarum trium.

**CCCXCIX.** Illud mihi præterea non est commune, quod pertinet ad immobilitatem stellarum fixarum, quam contra generalem Newtoni gravitatem vulgo solent objicere, quæ nimirum debeant ea attractione mutua ad se invicem accedere, & in unicam demum coire massam. Respondent alii, mundum in infinitum protendi, & proinde quamvis fixam æque in omnes partes trahi. Sed in existentibus actu infinitum absolutum ego quidem cenſeo haberi omnino non posse. Recurrunt alii ad immensam distantiam, quæ non sinat motum in Fixis oriundum a vi gravitatis, ne post immensam quidem sæculorum seriem sensu percipi. Ii in eo verum omnino affirmant; si enim concipiamus Fixas soli nostro æquales & similes, vel saltem rationem luminum, quæ emittunt, non multum discedere a ratione massarum; quoniam & vis ipsis massis proportionalis est, ac præterea tam vis, quam lumen decreſcit in ratione reciproca duplicata distantiarum; erit vis gravitatis nostri solaris systematis in omnes stellas, ad vim gravitatis nostræ in solem, quæ multis vicibus est minor, quam vis gravitatis nostrorum gravium in Terram, ut est tota lux, quæ provenit a Fixis omnibus, ad lucem, quæ provenit a sole, quæ ratio est eadem, ac ratio noctis ad diem in ætheris. Quam exiguus motus inde consequi possit eo tempore, utis temporis ad nos devenire potuit notitia, nemo non videt. Si Fixæ omnes ad eandem etiam jaceant plagam, is motus omnino haberi posset pro nullo.

**CCCC.** Adhuc tamen, quoniam nostra vita, & memoria respectu immensi fortasse subsecuturi ævi est itidem fere nihil; si gravitas generalis in infinitum protendatur cum eadem illa lege, & eodem asymptotico crure, utique non solum hoc systema nostrum solare, sed universa corporea natura ita, paullatim utique, sed tamen perpetuo ab eo statu recederet, in quo est condita, & universa ad interitum necessario rueret, ac omnis materia deberet demum in unicam informem massam conglobari, cum Fixarum gravitas in se invicem, nullo obliquo, & curvilineo motu elidatur. Id quidem haud ita se habere, demonstrari omnino non potest; adhuc tamen Divinæ Providentiæ videtur melius consylere Theoria, quæ ejus etiam

etiam ruinae universalis evitandae viam aperiat, ut aperit *sine mea*. Fieri enim potest, uti notavimus Num. 169, ut postremus ille curvae meae arcus, qui exhibet gravitatem, posteaquam recesserit ad distantias majores, quam sint cometarum omnium ad nostrum solare systema pertinentium, distantiae maximae a sole, incipiat recedere plurimum ab hyperbola habente ordinatas reciprocas quadratorum distantiae, ac iterum axem secet & contorqueatur. Eo pacto posset totum aggregatum Fixarum cum sole esse unica particula ordinis superioris ad eas, quae hoc ipsum systema componunt, & pertinere ad systema adhuc in immensum majus, & fieri posset, ut plurimi sint ejus generis ordines particularum ejusmodi etiam, ut ejusdem ordinis particulae sint penitus a se invicem segregatae sine ullo possibili comineatu ex una in aliam per asymptoticos arcus plures meae curvae, juxta ea, quae exposui a Num. 170.

CCCCI. Hoc pacto difficultas, quae a necessario Fixarum accessu repetebatur contra Newtonianam Theoriam, in mea penitus evanescit, ac simul a gravitate jam gradum fecimus ad cohaesionem, quam ex generalibus materiae proprietatibus posueram postremo loco. Cohæsiorem explicuerunt aliqui per puram quietem, ut Cartesiani, alii per motus conspirantes, ut Joannes Bernoullius, ac Leibnitijs, quam explicationem illustrarunt exemplo illius veli aquae, quod in fontibus quibusdam cernimus, quod velum sit tantummodo ex conspirante motu guttularum tenuissimarum, & tamen si quis digito velit perrumpere, eo majorem resistantiam sentit, quo velocitas aquae effluentis est major, ut idcirco multo adhuc major conspirantis motus velocitas videatur nostrorum cohæsiorem corporum exhibere, quae non nisi immani vi confringimus, ac in partes dividimus. Utraque explicandi ratio eodem redit, si quietis nomine intelligatur non utique absoluta quies, quae translata Tellure a Cartesianis nequaquam admittebatur, sed respectiva; nam etiam conspirantes motus nihil sunt aliud, nisi quies respectiva illarum partium, quae conspirant in motibus.

CCCCII. At neutra eam explicat, quam cohæsiorem reipsa dicimus, sed cohæsiorem quemdam velut effectum. Ea, quae cohærent, utique respectively quiescunt, sive motus conspirantes habent, atque id ipsum in mea Theoria accidit itidem, in qua cum singula puncta materiae suam pergant semper eandem continuam curvam describere, ea, quae cohærent inter se, toto eo tempore, quo cohærent, arcus habent curvarum suarum inter se proximos, & in

arcu-

arcubus ipsis conspirantes motus. Sed in iis, quæ coherent, id ipsum, quod motus ibi sint conspirantes, non est sine causa pendente a mutuis eorum viribus, quæ causa impediatur separationem alterius ab altero, ac in ea ipsa causa stat discrimen coherentium a contiguis. Si duo lapides in plano horizontali jaceant, utique habent motum conspirantem, quem circa solem habet Tellus; sed si tertius lapis in alterutrum incurrit, vel ego ipsum submoveo manu, statim sine ulla vi mutua, quæ separationem impediatur, dividuntur, & motus definit esse conspirans. Hanc ipsam quærimus causam, dum in cohesionem inquirimus. Nec velocitas motus, & exemplum veli aquæ rem conficit. Motus conspirans duorum lapidum contiguum cum tota Tellure est utique multo velocior, quam motus particularum aquæ proveniens a gravitate in illo velo, & tamen sine ulla difficultate separantur. In aqua experimur difficultatem perfrangendi velum, quia ille motus conspirans non est communis etiam nobis & Telluri, ut est motus illorum lapidum; unde fit, ut vis, quam pro separatione applicamus singulis particulis, perquam exiguo tempore possit agere, & ejus effectus citissime cesset, iis decedentibus, & supervenientibus semper novis particulis, quæ cum tota sua ingenti respectiva velocitate incurrunt in digitum. At in corporibus, in quibus partes coherentes cernimus, eæ partes nullam habent velocitatem respectivam respectu nostri, nec aliæ succedunt aliis fugientibus. Quamobrem longe aliter in iis se res habet, & oportet invenire causam longe aliam, præter ipsum solum conspirantem motum, ut explicetur difficultas, quam experimur in iis separandis, & in inducendo motu non conspirante.

CCCCIII. Sunt, qui adducant pressionem fluidi cujuspiam tenuissimi, uti pressio atmospheræ extracto aere ex hemispheriis etiam vacuis ipsorum separationem impedit vi respondente ponderi ipsius atmospheræ, quæ vis cum in vulgaribus cohesionibus, & vero etiam in hemispheriis bene ad se invicem adductis, sit multis vicibus maior, quam pondus atmospheræ ipsius, quod se prodit in suspensione Mercurii in barometris, aliud auxilio advocant tenuius fluidum. At in primis ejus fluidi hypothesis precaria est; deinde huc illud redit, quod supra etiam monui, ubi de gravitatis causa egimus, quod nimirum meo quidem judicio explicari nullo modo possit, cur illud fluidum, quod sola pressione tantum potest, nihil omnino ad sensum possit incursum suo contra celerissimos Planetarum, & Cometarum motus. Accedit etiam, quod distractio, & compressio fibrarum, quæ habetur ante fractionem

solidorum corporum, ubi franguntur appenso inferne, vel superne imposito pondere ingenti, non ita bene cum ea sententia conciliari posse videatur.

CCCCIV. Newtonus adhibuit ad eam rem attractionem diversam ab attractione gravitatis, quanquam is quidem videtur eam repetere itidem a tenuissimo aliquo fluido comprimente; repetit certe sub finem Opticæ a spiritu quodam intimas corporum substantias penetrante, cujus spiritus nomine quid intellexerit, ego quidem nunquam satis assequi potui; cujus quidem agendi modum & sibi incognitum esse profitetur. Is posuit ejusmodi attractionem imminutis distantis crescentem ita, ut in contactu sit admodum ingens, & ubi primigeniæ particulæ se in planis continuis, adeoque in punctis numero infinitis contingant, sit infinities major, quam ubi particulæ primigeniæ particulas primigenias in certis punctis numero finitis contingant, ac eo minor sit, quo pauciores contactus sunt respectu numeri particularum primigeniarum, quibus constant particulæ majores, quæ se contingunt, quorum contactuum numerus cum eo sit minor, quo altius ascenditur in ordine particularum a minoribus particulis compositarum, donec deveniatur ad hæc nostra corpora, inde ipse deducit, particulas ordinarum altiorum minus itidem tenaces esse, & minime omnium hæc ipsa corpora, quæ malleis, & cuneis dividimus. At mihi positiva argumenta sunt contra vires attractivas crescentes in infinitum, ubi in infinitum de-crescant distantia, de quibus mentionem feci Num. 125; & ipsa meæ Theoriæ probatio evincit, in minimis distantis vires repulsi-vas esse, non attractivas, ac omnem immediatum contactum exclu-dit; quamobrem alibi ego quidem cohesionis rationem invenio, quam mea mihi Theoria sponte propemodum subministrat.

CCCCV. Cohæsiō mihi est igitur juxta Num. 164 in iis vi-rium limitibus, in quibus transitur a vi repulsiva in minoribus di-stantiis, ad attractivam in majoribus; & hæc quidem est cohæsiō inter duo puncta, qua fit, ut repulsio diminutionem distantia impediatur, attractio incrementum, & puncta ipsa distantiam, quam ha-bent, tueantur. At pro punctis pluribus cohæsiō haberi potest, tum ubi singula binaria punctorum sunt inter se in distantis limi-tum cohæsiōnum, tum ubi vires oppositæ eliduntur, cujusmodi exemplum dedi Num. 222.

CCCCVI. Porro quod ad ejusmodi cohæsiōnem pertinet, multa ibi sunt notatu digna. Inprimis ubi agitur de binis punctis, tot diversæ haberi possunt distantia cum cohæsiōne, quot exprimitur.

du-

numerus intersectionum curvæ virium cum axe unitate auctus, si forte sit impar, ac divisus per duo. Nam primus quidem limes, in quo curva ab arcu asymptotico illo primo, sive a repulsionibus impenetrabilitatem exhibentibus transit ad primum attractivum arcum, est limes cohesionis, & deinde alterni intersectionum limites sunt non cohesionis, & cohesionis, juxta Num. 178; unde fit, ut si intersectionum se consequentium assumatur numerus par, dimidium sit limitum cohesionis. Hinc quoniam in solutione Problematis expositi Num. 116 ostensum est, curvam simplicem illam meam habere posse quemcunque demum intersectionum numerum, poterit utique etiam pro duobus tantummodo punctis haberi quicumque numerus distantiarum differentium a se invicem cum cohesione. Poterunt autem ejusmodi cohesiones ipsæ esse diversissimæ a se invicem soliditatis, ac nexus, limitibus vel validissimis, vel languidissimis utcumque, prout nimirum ibi curva secuerit axem fere ad perpendiculum, & longissime abierit, vel potius ad illum inclinetur plurimum, & parum admodum discedat; nam in priore eorum casuum vires repulsivæ imminutis, & attractivæ auctis utcumque parum distantis, ingentes erunt; in posteriore plurimum immutatis perquam exiguæ. Poterunt autem etiam e recentioribus limitibus aliqui esse multo languidiores, & alii multo validiores aliquibus e propioribus; ut idcirco cohesionis vis nihil omnino pendeat a densitate, sed cohesio possit in densioribus corporibus esse vel multo magis vel multo minus valida, quam in rarioribus, & id in ratione quacunque.

CCCCVII. Quæ de binis punctis sunt dicta, multo magis de massis continentibus plurima puncta, dicenda sunt. In iis numerus limitum est adhuc major in immensum, & discrimen utique majus. Inventio omnium positionum pro dato punctorum numero, in quibus tota massa haberet limitem quemdam virium, esset problema molestum, & calculus ad id solvendum necessarius in immensum excreceret, existente aliquo majore punctorum numero. Sed tamen data virium lege solvi utique posset. Satis esset assumere positiones omnium punctorum respectu cujusdam puncti in quadam arbitraria recta ad arbitrium collocati, & substitutis singulorum binariorum distantis a se invicem in æquatione curvæ primæ pro abscissa, ac valoribus itidem assumptis pro viribus singulorum punctorum pro ordinatis, eruere totidem æquationes; tum reducere vires singulas singulorum punctorum ad tres datas directiones, & sum-



nam omnium eandem directionem habentium in quovis puncto ponere = 0; oriantur æquationes, quæ paulatim eliminatis valoribus incognitis assumptis, demum ad æquationes perducerent deficiente punctorum distantias necessarias ad æquilibrium, & respectivam quietem, quæ altissimæ essent, & plurimas haberent radices; nam æquationes, quo altiores sunt, eo plures radices habere possunt; ac singulis radicibus singuli limites exhiberentur, vel singulæ positiones exhibentes vim nullam; ac inter ejusmodi positiones illæ, in quibus repulsioni in minoribus distantis habitæ, succederent attractiones in majoribus, exhiberent limites cohesionis, qui adhuc essent quam plurimi, & inter se magis diversi, quam limites ad duo tantummodo puncta pertinentes; cum in compositione plurium semper utique crescat multitudo, & diversitas casuum. Sed hæc innuisse sit satis.

CCCCVIII. Ubi confringitur massa aliqua, & dividitur in duas partes, quæ prius tenacissime inter se cohærebant, si iterum illæ partes adducantur ad se invicem, cohæsiō prior non redit, utcunque apprimantur. Ejus rei ratio apud Newtonianos est, quod in illa divisione non æque divellantur simul omnes particulæ, ut textus remaneat idem, qui prius; sed prominentibus jam multis, harum in restitutione contactus impediat, ne ad contactum deveniant tam multæ particulæ, quam multæ prius se mutuo contingebant, & quam multis opus esset ad hoc, ut cohæsiō fieret iterum satis firma; at ubi satis lævigatæ binæ superficies ad se invicem apprimantur; sentiri primo resistantiam ingentem dicunt, donec apprimuntur; sed ubi semel satis appressæ sint, cohærere multis vicibus majore vi, quam sit pondus aeris comprimentis; quia antequam deveniatur ad eos contactus, haberi debet repulsiva vis ingens, quam in majoribus distantis, sed adhuc exiguis, agnovit Newtonus ipse, cui cum deinde succedat in minoribus vis attractiva, quæ in contactu evadat maxima, & in lævigato marmore satis multi contactus obtineantur simul, idcirco deinde satis validam cohæsiōnem consequi.

CCCCIX. Quidquid ipsi de contactibus dicunt, id in mea Theoria dicitur æque de satis validis cohæsiōnis limitibus. In scabra superficie satis multæ prominentes particulæ progressæ ultra limites, in quibus ante sibi cohærebant, repulsionem habent ejusmodi, quæ impediat accessum reliquarum ad limites illos ipsos, in quibus fuerant ante divulsionem. Inde fit, ut ibi nimis paucae si-  
mul

mul reduci possint ad cohaesionem particulæ, dum in lævigatis corporibus adducuntur simul satis multæ. Ubi autem duo marmora, vel duo quæcunque satis solida corpora, bene comp' anata, & lævigata sola appensione cohaeserunt invicem, illa quidem admodum facile divelluntur, si una superficies per alteram excurrat motu ipsæ superficieribus parallelo, licet motu ad ipsas superficies perpendiculari usque adeo difficulter distrahi possint; quia particulæ eo motu parallelo delatæ, quæ adhuc sunt procul a marginibus partium congruentium, vires sentiunt hinc, & inde a particulis lateralibus, a quibus fere æquidistant, fere æquales, adeoque sentitur resistentia earum attractionum tantummodo, quas in se invicem exercent marginales particulæ, dum augent distantias limitum; nam mihi citra limitem quemvis cohaesionis est repulsio, ultra vero attractio; licet ipsi deinde adhuc aliæ & attractiones, & repulsiones possint succedere. Ubi autem perpendiculariter distrahuntur, debet omnium simul limitum resistentia vinci.

CCCCX. Nec vero idem accidit, ubi marmora integra, & nunquam adhuc divisa, inter se cohaerent; tum enim fibræ possunt esse multæ, quarum particulæ adhuc in minoribus distantis, & multo validioribus limitibus inter se cohaereant, ad quos sensim devenierint aliæ post alias iis viribus, quibus marmor induruit, ad quos nunc iterum reduci nequeant omnes simul, dum marmora apprimuntur, quæ ulteriorum limitum minus adhuc validorum, sed validorum satis repulsivas vires simul sentiunt, ob quas non possunt denticuli, qui adhuc supersunt perquam exigui post quamvis lævigationem in foveolas se immittere, & ad ultiores limites validiores devenire; præterquam quod attritione, & lævigatione illa plurimarum particularum ordinis proximi massis nobis sensibilibus inducit discrimen satis amplum inter massam solidam primigeniam, & binas massas complanatas, lævigatasque ad se invicem appressas.

CCCCXI. Inde autem in mea Theoria satis commode explicatur & distractio, & compressio fibrarum ante fractionem; cum nimirum nihil apud me pendeat ab immediato contractu, sed a limitibus, quorum distantia mutatur vi utcunque exigua; sed si satis validi sint, ad vincendam satis magno accessu omnem repulsionem, vel recessu attractionem, requiritur satis magna vis; quæ quidem repulsio, & attractio in aliis limitibus longe mihi alia est, tam si vis ipsa consideretur, quam si consideretur spatii, per quod ea agit; magnitudo; quæ omnia pendent a forma, & amplitudine arcuum,

quibus hinc, & inde circa axem contorquetur mea *vizium curva*. Hinc in aliis corporibus ante fractionem compressiones, & distractiones esse possunt longe majores, vel minores, & longe major vel minor vis requiri potest ad fractionem ipsam, quæ vis, ubi distantis immutatis, superaverit maximam arcus ulterioris repulsivam vim in recessu, superatis multo magis reliquis omnibus posterioribus viribus repulsivis ope celeritatis quoque jam acquisitæ per ipsam vincentem vim, & per attractivas intermixtas vires, quæ ipsam juvant, defert particulas massam constituentes ad illas distantias, in quibus jam nulla vis habetur sensibilis, sed ad tenuissimum gravitatis arcum acceditur.

CCCCXII. Hinc autem etiam illud in mea *Theoria* communius accidit, quam in communi, quod in mea statim *apparet*, ut *pila* quæcunque utcunque solidi corporis post certa *imposita pondus* confringatur, & confringatur etiam solidus globus utriusque *compressus*; cum multo magis appareat, quo pacto *texrus*, & dispositio particularum necessaria ad summam virium satis validam mutari possit, ubi omnia puncta a se invicem distant in vacuo libero, quam ubi continuæ compactæ partes se contingant, nec ulla mihi est possibilis solida *pila*, quæ mundum totum, si vi gravitatis in certam plagam feratur totus, sustineat, ut in sententia de continua extensione *materiae* *pila* perfecte solida utcunque tenuis ad eam rem abunde sufficeret.

CCCCXIII. Hisce omnibus jam accurate *expositis*, *communia* mihi sunt ea omnia, quæ pertinent ad methodos explorandi per experimenta *diversam* diversorum corporum cohesionis vim, quod argumentum diligenter, ut solet, excoluit *Musschenbrœkius*, & comparandi resistantiam ad fractionem, ubi divisio fieri debeat *divulsione* perpendiculari ad superficies divellendas, ut ubi trabi verticali ingens pondus appenditur inferne, cum *resistentia*, quæ habetur, ubi circa *latus* suum aliquod gyrate debeat superficies, quæ divellitur, quod accidit, ubi extremæ parti trabis horizontalis pondus appenditur; quam perquisitionem a *Gallileo* inchoatam, sed sine ulla consideratione flexionis, & compressionis *fibrarum*, quæ habetur in ima parte, alii plures excoluerunt post ipsum; & in quibus omnibus discrimina inveniuntur quam plurima. Illud unum hic addam, posse cohesionem ingentem acquiri ab iis, quæ per se nullam haberent, nova materia interposita, ut ubi cineres, qui oleis actione ignis avolantibus inter se inertes remanserunt, oleis novis in *mas-*  
*sam*

fam cohærentem rediguntur iterum, ac in aliis ejusmodi casibus; sed id jam pendet a discrimine inter diversas particulas, & massas, ac pertinet ad soliditatem explicandam inprimis, non generaliter ad cohæsionem, de quibus jam agam gradu facto a generalibus corporum proprietatibus ad multiplicem varietatem naturæ, & proprietates corporum particulares.

CCCCXIV. Et primo quidem se hic mihi offert ingens illud plurium generum discrimen, quod haberi potest inter diversas punctorum congeries, quæ constituunt diversa genera particularum corpora constituentium. Primum discrimen, quod se objicit, repeti potest ab ipso numero punctorum constituentium particulam, qui potest esse sub eadem etiam mole admodum diversus. Deinde moles ipsa diversa itidem esse potest, ac diversa densitas, ut nimirum duæ particulae nec massam habeant, nec molem, nec densitatem æqualem. Deinde data etiam & massa, & mole, adeoque data densitate media particulae, potest haberi ingens discrimen in ipsa figura, sive in superficie omnia includente puncta, & eorum sequente ductum. Possunt enim in una particula disponi puncta in sphaeram, in alia in pyramidem, vel quadratum, vel triangulare prisma. Sumatur figura quaecunque, & in eam disponantur puncta utcunque; tot erunt ibi distantiae, quot erunt punctorum binaria, qui numerus utique finitus erit. Curva virium potest habere limites cohæsionis quocunque, & ubicunque. Fieri igitur potest, ut limites iis ipsis distantis respondeant, & tum eam ipsam formam habeat particula, & ejus formæ poterit esse admodum tenax. Quia immo per unicam etiam distantiam cum repagulo infinitæ resistentiæ, orto a binis asymptotis parallelis, & sibi proximis, cum area hinc attractiva, & inde repulsiva infinita, potest haberi in quavis massa cujuscunque figuræ soliditas etiam infinita, sive vis, quæ impediret dispositionis mutationem non minorem data quacunque. Nam intra illam figuram posset inscribi continuata series cuborum juxta Num. 361 habentium pro lateribus illas distantias nunquam mutandas magis, quam pro distantia binarum illarum asymptotorum; & positis punctis ad singulos angulos, haberetur massa punctorum, quorum nullum jaceret extra ejusmodi figuram, nec ullum adesset intra illam figuram, vel in ejus superficie spatii punctum, a quo ad distantiam minorem illa distantia data non haberetur punctum materiæ aliquod. Possent autem intra massam haberi hiatus ubicunque, & quocunque prorsus vacui, inscriptis in solo residuo spa-

spatio cubulis illis, & in angulis quibusvis posset haberi quivis numerus punctorum distantiam a se invicem minus, quam distent illa binæ asymptoti, & quivis eorum numerus collocari posset inter latera, & facies cuborum. Quare posset variari densitas ad libitum. Sed absque eo, quod singulis distantis respondeant in curva primigenia singuli limites, vel singula asymptotorum binaria, vel ullæ sint ejusmodi asymptoti præter illam primam, innumera sunt sane figurarum genera, in quibus pro dato punctorum numero haberi potest æquilibrium, & cohesionis limes, per elisionem contractionum virium, ex solutione problematis indicati Num. 407. Hoc discrimen est maxime notatu dignum.

CCCCXV. Data etiam figura potest adhuc in diversis particulis haberi discrimen maximum ob diversam distributionem punctorum ipsorum. Sic in eadem sphaera possunt puncta esse admodum inæqualiter distributa ita, ut etiam paribus distantis ex altera parte sint plurima, ex altera paucissima, vel in diversis locis superficiei ejusdem concentricæ esse congeries plurimæ punctorum conglomeratorum, in aliis eorum raritas ingens, & hæc ipsa loca possunt in diversis a centro distantis jacere ad plagas admodum diversas in eadem etiam particula, & in eadem a centro distantia esse in diversis particulis admodum diversis modis distributa. Verum etiam si particulæ habeant eandem figuram, ut sphaericam, & in singulis circumquaque in eadem a centro distantia puncta æqualiter distributa sint, ingens adhuc discrimen esse poterit in densitate diversis a centro distantis respondente. Possunt enim in altera esse fere omnia versus centrum, in altera versus medium; in altera versus superficiem extimam; & in hisce ipsis discrimina, tam quod pertinet ad loca densitatum earundem; quam quod pertinet ad rationem inter diversas densitates, possunt in infinitum variari.

CCCCXVI. Hæc omnia discrimina pertinent ad numerum, & distributionem punctorum in diversis particulis; sed ex iis oriuntur alia discrimina præcipua, quæ maximam corporum, & phenomenorum varietatem inducant, quæ nimirum pertinent ad vires, quibus puncta particulam constituentia agunt inter se, vel quibus tota una particula agit in totam alteram. Possunt inprimis, & in tanta dispositionum varietate debent, puncta constituentia eandem particulam habere vires cohesionis admodum inter se diversas, ut aliæ multo facilius, aliæ multo difficilius dispositionem mutant, mutatione, quæ aliquam non ita parvam rationem habeat ad totum.

Est

Est autem casus, in quo possunt puncta particulae cohaerere inter se ita, ut nulla finita vi nexus dissolvi possit, ut ubi adsint asymptotici arcus in curva primitiva, juxta ea, quae persecutus sum Num. 221.

CCCCXVII. Discrimina autem virium, quas una particula exercet in aliam, debent esse adhuc plura. Inprimis ex Num. 221 patet, fieri posse, ut una particula coexistens etiam duobus punctis tertium punctum in iisdem distantis collocatum ab earum medio attrahat per totum quoddam intervallum, vel repellat per idem intervallum totum, vel nec usquam in eo repellat, nec attrahat, conspirantibus in primo casu binis attractionibus, in secundo binis repulsionibus itidem conspirantibus, & in tertio attractione, & repulsionem aequalibus se mutuo elidentibus. Multo autem magis summa virium totius cujusdam particulae in aliam totam in eadem etiam distantia sitam, si medium utriusque spectetur, erit pro diversa dispositione punctorum admodum inter se diversa, ut nimirum in una attractiones praevalent, in alia repulsionem, in alia vires oppositae se mutuo elidunt. Inde habebuntur particulae in se invicem agentes viribus admodum diversis, pro diversa sua constitutione, & particulae ad sensum inertes inter se, quae quidem persecutus sum ipso Num. 221.

CCCCXVIII. Aliud discrimen admodum notabile inter ejusmodi particularum vires est illud, quod eadem particula ex altera parte poterit datam aliam particulam attrahere, ex altera repellere; quin immo possunt esse loca quocumque in superficie particulae etiam sphaericae, quae alteram particulam in eadem a centro distantia sitam attrahant, quae repellant, quae nihil agant; cum nimirum in iis locis possint vel plura, vel pauciora esse puncta, quam in aliis, & ea ad diversas a centro, & a se invicem distantias collocata. Inde autem & illud fieri poterit, ut, quemadmodum in iis, quae vidimus a Num. 204, unum punctum a duorum aliorum altero attractum, ab altero repulsum, vi composita urgetur in latus, ita etiam una particula ab una alterius parte attracta, & repulsa ab altera in altera directione sita, urgeatur itidem in latus, & certam affecta positionem respectu ipsius, ad eam tuendam determinetur, nec consistere possit, nisi in ea unica positione respectu ipsius, vel in quibusdam determinatis positionibus, ad quas trahatur ab aliis rejecta. Quod si particula sphaerica sit, & in omnibus concentricis superficiebus puncta aequaliter distributa sint, ad distantias a se invicem perquam

E e

exi-

exiguas; tum ejus, & alterius ejus similis particulæ vires mutue diriguntur ad sensum ad earum centra, & fieri poterit, ut in quibusdam distantis se repellant mutuo, in aliis se attrahant, quo casu habebitur quidem difficultas in avellenda altera ab altera, sed nulla difficultas habebitur in altera circa alteram circumducenda in gyrum, sicut si Terræ superficies horizontalis ubique sit, & egregie lavigata, globus ponderis cujuscunque posset quavis minima vi rotari per superficiem ipsam, elevari non posset sine vi, quæ totum ipsius pondus excedat.

CCCCXLX. In hac actione unius particulæ in aliam generaliter, quo particulæ ipsæ minorem habuerint molem, eo minus ceteris paribus perturbabitur earum respectiva positio ab alia particula in data quavis distantia sita; nam diversitas directionis & intensitatis, quam habent vires agentes in diversas ejus partes, quæ sola positionem turbare nititur, viribus æqualibus, & parallelis nullam mutue positionis mutationem inducentibus, eo erit minor, quo distantiarum, & directionum discrimen minus erit; atque idcirco, quemadmodum jam exposui Num. 237, inferiorum ordinum particulæ difficilius dissolvi possunt, quam particulæ ordinum superiorum.

CCCCXX. Hæc quidem præcipue notatu digna mihi sunt visa inter particularum ex homogeneis etiam punctis compositarum discrimina, quæ tamen, quod ad vires pertinet, intra admodum exiguos distantiarum limites sistunt; nam pro majoribus distantis particularum omnium vires sunt prorsus uniformes, uti ostensum jam est Num. 211, nimirum attractivæ in ratione reciproca duplicata distantiarum ad sensum. Porro hinc illud admodum evidenter consequitur, massas majores ex adeo diversis particulis compositas, nimirum hæc ipsa nostra majora corpora, quæ sub sensum cadunt, debere esse adhuc multo magis diversa inter se in iis, quæ ad eorum nexum pertinent, & ad phænomena exhibita a viribus se extendentibus ad distantias illas exiguas, licet omnia in lege gravitatis generalis, quæ ad illas pertinet majores distantias, conformia sint penitus, quod etiam supra Num. 397 norandum proposui. De hoc autem discrimine, & de particularibus diversorum corporum proprietatibus ad diversas pertinentium classes jam agere incipiam.

CCCCXXI. Prima se mihi offerunt solida, & fluida, quorum discrimina quæ sint, & quomodo a mea Theoria ortum ducant, est exponendum. Solida ita inter se connexa sunt, ut quemcunque aliquot particularum motum sequantur reliquæ, promotæ, si illæ pro-

promoventur, retractæ, si illæ retrahuntur, conversæ in latus, si lineæ, in qua ipsæ jacent, directionem mutet, & in eo soliditas est sita: porro ea dicuntur rigida, si ingenti etiam adhibita vi positio, quam habet recta ducta per duas quasvis particulas massæ, respectu rectæ, quæ jungit alias quascunque, mutari ad sensum non possit, sed ad inclinandam unam partem oporteat inclinare totam massam, & basin, & quamvis ejus rectam eodem angulo; nam in iis, quæ flexilia sunt, ut elasticæ virgæ, pars una directionem positionis mutat, & inclinatur, altera priorem positionem servante; & priora illa franguntur alia majore, alia minore vi adhibita; hæc posteriora se restitunt. Fluida autem passim non utique carent vi mutua inter particulas, immo pleraque exercent, & aliqua satis magnam, repulsivam vim, ut aer, qui ad expansionem semper tendit, aliqua attractivam, & vel non exiguam, ut aqua, vel etiam admodum ingentem, ut Mercurius, quorum liquorum particulae se in globum etiam conformant mutua particularum suarum attractione, & tamen separantur admodum facile a se invicem majores eorum massæ, ac aliquot partibus motus facile ita imprimitur, ut eodem tempore ad remotas satis sensibilis non protendatur; unde fit; ut fluida cedant vi cuicunque impressæ, ac cedendo facile moveantur; solida vero non nisi tota simul moveri possint, & viribus impressis idcirco resistunt magis: quæ autem resistunt quidem multum, sed non ita multum, ut solida, dicuntur viscosa. Ipsa vero fluida dicuntur humida, si solido admoto adhærescant, & sicca, si non adhæreant.

CCCCXXII. Hæc omnia phænomena præstari possunt per illa sola discrimina, quæ in diverso particularum textu consideravimus. Ut enim a fluiditate incipiamus, inprimis in ipsis fluidis omnes particulae in æquilibrio esse debent, dum quiescunt, & si nulla externa vi comprimantur, vel in certam dirigantur plagam, id æquilibrium debet haberi a solis mutuis actionibus; sed ejusmodi casum non habemus hic in nostris fluidis, quæ incumbentis massæ premuntur pondere, & aliqua, ut aer, etiam continentis vasis parietibus comprimuntur, in quibus idcirco omnibus aliqua haberi debet repulsiva vis inter particulas proximas, licet inter remotiores haberi possit attractio, ut jam constabit. Tria autem genera fluidorum considerari poterunt: illud, in quo in majoribus ejus massulis nulla se prodit mutua particularum vis; illud, in quo se prodit vis repulsiva; & illud, in quo vis attractiva se prodit. Primi generis



fere sunt pulveres, & arenulae, ut illae, ex quibus etiam horologia clepsydri veterum similia construuntur, & ad fluidorum naturam accedunt maxime, si satis laevigatam habeant superficiem, quod in quibusdam granulis cernimus, ut in milio, nam plerumque scabritiem habent aliquam & inaequalitates, quae motum ~~difficiliorem~~ reddunt. Secundi generis sunt fluida elastica, ut aer; tertii vero generis liquores, ut aqua, & Mercurius. Porro in primis ostensum est Num. 221 & 417, posse binas particulas eodem etiam punctorum numero constantes, sed diverso modo dispositas, ita diversas habere virium summas in iisdem etiam centrorum distantis, ut aliae se attrahant, aliae se repellant, aliae nihil in se invicem agant. Quamobrem ejusmodi discrimina exhibet abunde Theoria. Verum multa in singulis diligenter notanda sunt; nam ibi etiam, ubi nulla se prodit vis attractiva, habetur inter proximas particulas repulsio, ut innui paullo ante, & jam patebit.

CCCCXXIII. Porro in primo casu statim apparet, unde facilis ille habeatur motus. Quoniam aucta distantia nulla sensibili vi se attrahunt particulae, altera non sequetur motum alterius, nisi ubi illa versus hanc promota ita accefferit, ut vi repulsiva mutua, quemadmodum in corporum collisionibus accidit, cogatur illi loco cedere, quae cessio, si satis laevigatae superficies fuerint, ut prominentes monticuli in exiguos hiatus ingressi motum non impediant, & sit locus aliquis, versus quem possint vel in gyrum actae particulae, vel elevatae, vel per apertum foramen erumpentes, loco cedere, facile fiet, nec alia requiretur vis ad eum motum, nisi quae ad inertiae vim vincendam requiritur, vel si graves particulae sint versus externam massam, ut hic versus Tellurem, quae requiritur ad vincendam gravitatem ipsam; verum ad vincendam solam vim inertiae, satis est quaecunque activa vis utcunque exigua, & ad vincendam gravitatem, in hoc fluidorum genere, si perfecta sit laevigatio, satis est vis utcunque paullo major massae fluidae pondere, quanquam nisi excessus fuerit major, lentissimus erit motus; ipsum autem pondus coget particulas ad se invicem accedere non nihil, donec obtineatur vis repulsiva ipsum elidens, uti supra ostendimus Num. 347; adeoque in statu aequilibrum se particulae, in hoc etiam casu, repellent, sed erunt citra, & prope ejusmodi limites, ultra quos vis attractiva sit ad sensum nulla. Quod si figura particularum praeterea fuerit sphaerica, multo facilius habebitur motus in omnem plagam ob ipsam circumquaque uniformem figuram.

CCCCXXIV.

**CCCCXXIV.** In secundo, ac tertio genere motus iidem habebitur facilis, si particulae sphaericae sint, & paribus a centro distantis homogeneae, ut nimirum vires dirigantur ad centra. In ejusmodi enim particulis motus quidem unius particulae circa aliam omni difficultate carebit, & vires mutuae solum accessum, vel recessum impiedient. Hinc impresso motu particulis aliquot, poterunt ipsae moveri in gyrum aliae circa alias, & alia succedere poterit loco ab alia relicto, quin partes remotiores motum ejusmodi sentiant, quanquam fere semper fortuita quaedam particularum dispositio hiatus, qui necessario relinqui debent inter globos, & directio impressionis varia inducent etiam accessus & recessus aliquos, quibus fiet, ut motus ad remotiores etiam particulas deveniat, sed eo minor, quo major fuerit earum distantia. Sed hic notandum erit discrimen ingens inter duos casus, in quibus partes fluidi se repellunt, & casus, in quibus se attrahunt.

**CCCCXXV.** In primo casu particulae proximae debebunt se omnino repellere, & vis ex parte altera elidet vim ex altera; sed si repente relinquatur libertas ex parte quavis, sine ulla externa vi, sed sola illa particularum actione mutua, recedent reipsa particulae a se invicem, & fluidum dilatabitur; quin immo externa vi opus est, ad continendam in eo statu massam ejusmodi, uti aerem gravitas superioris atmosphaerae continet, vel in vase occluso vasis ipsius parietes; & aucta illa externa vi comprimente augeri poterit compressio, imminuta imminui. Particulae illae inter se non erunt in limitibus quibusdam cohaesionis, sed erunt sub repulsivo arcu curvae exprimentis vires compositas particularum ipsarum.

**CCCCXXVI.** At in tertio genere particulae quidem proximae se mutuo repellent, repulsione aequali illi vi, quae necessaria est ad elidendam vim externam, & ad elidendam pressionem, quae oritur a remotiorum attractionibus; verum si fluidum est parum admodum compressibile, vel etiam nihil ad sensum, ut aqua, debent esse citra, & admodum prope limitem, ultra quem vel immediate, vel potius, si id fluidum neque distrahitur (ut nimirum durante sua forma nequeat acquirere spatium multo majus, quod iidem in aqua accidit) habeat post limites alios satis inter se proximos arcum attractivum ad distantias aliquanto majores protensum, a quo attractio illa prodeat, quae se in ejusmodi fluidorum massulis prodit; licet si iterum id fluidum majore vi abire possit in elasticos vapores,

ut ipsa aqua post eum attractivum arcum, arcus repulsivus debeat succedere satis amplius, juxta ea, quæ diximus Num. 194.

CCCCXXVII. In hoc fluidi genere illud mirum videri potest, quod illa attractiva vis, quæ in majoribus succedit distantis, & illa validus cohesionis limes, qui & compressionem, & ~~stretchationem~~ impedit, non impediat divisionem massæ, & ~~separationem~~ partis massæ ab alia. At quomodo id facile fieri ibi possit, & non possit in solidis, patebit hoc exemplo. Concipiatur terræ superficies sphaerica accurate, & bene levigata, ac gravitas sit ejusmodi, ut in distantia perquam exigua fiat jam insensibilis, ut vis magnetica in exigua distantia sensum jam effugit. Sint autem globi multi iidem læves mutua attractiva vi præditi, quæ vim in totam Terram superet. Si quis unum ejusmodi globum apprehendat, & attollat, secundus ipsi adhærebit relicta terra, & post ipsum ascendet, reliquis per superficiem Terræ progredientibus, donec alii post alios eleventur vi in globum jam elevatum superante vim in Terram. Is, qui primum manu teneret globum, sentiret, & deberet vincere vim unius tantummodo globi in Terram, quem separat, cum nulla sit difficultas in progressu reliquorum per superficiem Terræ, quo distantia non augetur, & globorum jam altiorum vis in Terram ponatur insensibilis. Vinceret igitur aliorum vim post vim aliorum, & vis ab eo adhibita major tantummodo vi globi unici requireretur ad rem præstandam. At si illi globi deberent elevari simul, ut si simul omnes colligati essent per virgas rigidas, deberent utique omnes illæ vires omnium in Terram simul superari, & requireretur vis major omnibus simul. Res eodem redit, ac ubi fasciculus virgarum debeat totus frangi simul, vel potius debeant aliæ post alias frangi virgæ.

CCCCXXVIII. Id ipsum est discrimen inter fluida hujus generis, & solida. In his motus particularum circa particulas liber ob earum uniformitatem permittit, ut separentur aliæ ~~post alias~~ dum in solidis vis in latus, de qua egimus jam in pluribus locis, & anguli prominentes, ac figurarum irregularitas, impediunt ejusmodi liberum motum, qui fiat sine mutatione distantiarum, & cogunt divulsionem plurimarum particularum simul; unde oritur difficultas illa ingens dividendi a se invicem particulas solidas, quæ in divisione fluidorum est adeo tenuis, ac ad sensum nulla.

CCCCXXIX. Successivam hujusmodi separationem particularum aliarum post alias videmus utique in ipsis aquæ guttis pendentibus,

visus, quæ ubi ita excreverunt, ut pondus totius guttæ superet vim attractivam mutuam partium ipsius, non divellitur tota simul ingens ejus aliqua massa, sed a superiore parte, utut brevissimo tempore, attenuatur per gradus, donec illud veluti filum jam tenuissimum penitus superetur. Fuerint prius mille particulae in superficie, quæ guttam pendentem connectebant cum superiore parte aquæ, quæ relinquitur adhærens corpori, ex quo pendeat gutta; sunt paullo post ibi 900, 800, 700 & ita porro imminuto earum numero per gradus, dum laterales accedunt ad se invicem, & attenuatur figura; quantum idcirco resistentia facile vincitur, ut ubi in illo virgarum fasciculo frangantur aliæ post alias. At ubi celerrimo motu in fluidum ejusmodi incurritur ita, ut non possint tam brevi tempore aliæ aliis particulae locum dare; & in gyrum agi, tum vero solida resistant, ut solida. Id experimur in globis tormentariis, qui ex aqua resiliunt, in eam satis oblique projecti, ut manente satis magna horizontali velocitate collisio in perpendiculari fiat more solidorum; ac eandem quoque resistentiam in aqua scindenda experiuntur, qui se ex editiore loco in eam demittunt.

CCCCXXX. Hinc autem pronum est videre, unde soliditatis phenomena ortum ducant. Nimirum ubi particularum figura recedit plurimum a sphaerica, vel distributio punctorum intra particulam inæqualis est, ibi nec habetur libertas illa motus circularis, & omnia, quæ ad soliditatem pertinent, consequi debent ex vi in latus. Cum enim una particula respectu alterius non distantiam tantummodo, sed & positionem servare debeat, non solum ea promota, vel retracta alteram quoque promoveri, vel retrahi necesse est; sed præterea ea circa axem quemcunque conversa, oportet & illam aliam loco cedere, ac eo abire, ubi positionem priorem respectivam acquirat; quod cum & tertia respectu secundæ præstare debeat, & omnes reliquæ circumquaque circa illam positæ, patet utrique, non posse motum in eo casu imprimi parti cuiquam systematis, quin & totius systematis motus consequatur respectivam positionem servantis, quæ est ipsa superius indicata solidorum natura. Res autem multo adhuc magis manifesta fit, ubi figura multum abhulat a sphaerica, ut si sint bina parallelepipeda inter se constituta in quodam cohesionis limite, alterum ex adverso alterius. Alterum ex iis moveri non poterit, nisi vel utrinque a lateribus accedat ad alterum, vel utrinque recedat, vel ex altero latere accedat, & recedat ex altero. In primo casu imminuta distantia habetur repul-

pulsiva vis, & illud alterum progreditur; in secundo eadem ~~massa~~ habetur attractio, & illud secundum ad prioris motum consequitur; in tertio casu, qui haberi non potest, nisi per inclinationem prioris parallelepipedo, altero latere attracto, & altero repulso, inclinari necesse est etiam secundum; quo pacto si ejusmodi parallelepipedorum sit series quædam continua, quæ fibram longiorem, vel virgam constituat, inclinata basi, inclinatur illico series rota; & si ex ejusmodi particulis massa constet, tota moveri debet, ac inclinari, inclinato latere quocunque.

CCCCXXXI. Quod de parallelepipedis est dictum, id ipsum ad figuras quascunque transferri potest inæquales utcunque, quæ ex altero latere possint accedere ad aliam particulam, ex altero recedere: habebitur semper motus in latus, & habebuntur soliditatis phænomena, nisi paribus a centro distantis homogeneæ, & sphericæ formæ particule sint. Verum ingens in eo motu discrimen erit inter diversa corpora. Si nimirum vires illæ hinc, & inde a limite, in quo particule constitutæ sunt, sint admodum validæ, motus in latus fiet celerrime, & nulla flexio in virga, aut in massa apparebit, quanquam erit utique semper aliqua. Si minores sint vires, longiore tempore opus erit ad motum, & ad positionem debitam acquirendam, quo casu inclinata parte ima virgæ, nondum pars summa obtinere potest positionem jacentem in directum cum ipsa, adeoque habebitur inflexio, quæ quidem eo erit major, quo major fuerit celeritas conversionis ipsius virgæ, uti omnino per experimentaprehendimus.

CCCCXXXII. Nec vero minus facile intelligitur illud, quid intersit inter flexilia solida corpora, & fragilia. Si nimirum vires hinc, & inde ab illo limite, in quo sunt particule, extenduntur ad satis magnas distantias eadem, arcu utroque habente amplitudinem non ita exiguam, tum vero vi externa adhibita utrique extremo, vel majore velocitate impressa alteri, incurvabitur virga, atque inflectetur, sed sibi relicta ad positionem abibit suam, & in illo inflexionis violento statu vim exercebit perpetuam ad regressum, quod in elasticis virgis accidit. Si vires illæ non diu durent hinc, & inde eadem, vel per satis magnum intervallum sit ingens frequentia limitum, tum quidem inflexio habebitur sine conatu ad se restituendum, & sine fractione; tam vi adhibita utrique extremo, quam ingenti velocitate impressa alteri, ut videmus accidere in maxime ductilibus, velut in plumbo. Si demum vires hinc & inde  
per

per exiguum intervallum durent, post quod nulla sit actio, vel ingens repulsivas arcus consequatur, qui sequentes attractivos superet, habebitur virga rigida, & fractio, ac eo major erit soliditas, & illa, quæ vulgo appellatur durities, quo vires illæ hinc & inde statim post limites fuerint majores.

§§§§§XXXIII. Atque hic quidem jam etiam ad discrimen devenimus inter elastica, & mollia; verum antequam ad ea faciamus gradum, adnotabo non nulla, quæ adhuc pertinent ad solidorum, & fluidorum naturam, ac proprietates. Inprimis media inter solida, & fluida, sunt viscosa corpora, in quibus est aliqua vis in latus, sed exigua. Ea resistunt mutationi figuræ, sed eo majore, vel minore vi, quo majus, vel minus est in diversis particularum punctis virium discrimen, a quo oritur vis in latus. Viscosa autem præter tenacitatem, quam habent inter se, habent etiam vim, qua adhærent externis corporibus, sed non omnibus, in quo ad humidos liquores referuntur. Humiditas enim est itidem respectiva. Aqua, quæ digitis nostris adhæret illico, & per vitrum, ac lignum diffunditur admodum facile, oleaginosa, & resinosa corpora non humectat, in foliis herbarum pinguibus extat in guttulas eminens, & avium plurium plumas non inficit. Id pendet a vi inter particulas fluidi, & particulas externi corporis; & jam vidimus pro diversâ punctorum distributione particulas easdem respectu aliarum debere habere in eadem directione vim attractivam, respectu aliarum repulsivam vim, & respectu aliarum nullam.

§§§§§XXXIV. In particulis illis, quæ ad soliditatem requiruntur, invenitur admodum expedita ratio phænomeni ad solida corpora pertinentis, quod Physicos in summam admirationem rapit, nimirum dispositio quædam in peculiare quasdam figuras, quæ in salibus inprimis apparent admodum constantes, in glacie, & in nivium stellulis potissimum adeo sunt elegantes etiam, & ad certas quasdam leges accedunt, quas itidem cum constanti admodum figurarum forma in gemmarum succis simplicibus observamus, quæ vero nusquam magis se produnt, quam in organicis vegetabilium, & animalium corporibus. In hac mea Theoria in promptu est ratio. Si enim particule in certis suæ superficiæ partibus quasdam alias particulas attrahunt, in aliis repellunt, facile concipitur, cur non nisi certo ordine sibi adhæreant, in illis nimirum locis tantummodo, in quibus se attrahunt, & satis firmos limites nancisci possunt, adeoque non nisi in certas tantummodo figuras possint coalescere. Quo-

niam vero præterea eadem particula, eadem sui parte, qua alteram attrahit, alteram pro ejus varia dispositione repellit, dum massa plurium particularum temere agitata prætervolat, ex tantummodo sistitur, quæ attrahuntur, & ad ea se applicabunt puncta, ad quæ maxime attrahuntur, ac in illis hærebunt; in quibus post accessum maxime tenaces limites nanciscentur; unde & secretionis, & nutritionis, vegetationis, & certarum figurarum patet ratio admodum manifesta. Et hæc quidem ad nutritionem, & ad certas figuras pertinentia jam innueram Num. 221, & 418.

CCCCXXXV. Quoniam ostensum est, qui fieri possit, ut certam figuram acquirant certa particularum genera, cujus admodum tenacia sint, si quis omnem veterum corpuscularium sententiam, quam Gassendus, ac e recentioribus alii secuti sunt, adhibentes variarum figurarum atomos, ut ad cohæsionem uncinatas, ab hac eadem Theoria velit deducere, is sane poterit, ut patet, & ejusmodi atomos adhibere ad explicationem eorum omnium phænomenorum, quæ pendent a sola cohæsione, & inertia, quæ tamen non ita multa sunt: poterunt autem haberi ejusmodi atomi cum infinita figuræ suæ tenacitate, & cohæsione mutua suarum partium per solas etiam binas asymptotas illas, de quibus Num. 414, inter se satis proximas. Et si curva virium habeat tantummodo in minimis distantis duas ejusmodi asymptotas, tum post crus repulsivum ulterioris statim consequatur arcus attractivus, primo quidem plurimum recedens ab axe cum exiguo recessu ab asymptoto, tum ad axem regrediens, & accedens statim ad formam gravitati exhibendæ debitam; haberentur per ejusmodi curvam atomi habentes impenetrabilitatem, gravitatem, & figuræ suæ tenacitatem ejusmodi, ut ab ea discedere non possent discessu quantum libuerit parvo; cum enim possint illæ duæ asymptoti sibi invicem esse proximæ intervallo utcunque parvo, posset itaque ita contrahi intervallum istud, ut figuræ mutatio æqualis datæ cuicunque utcunque parvæ mutationi evitetur. Ubi enim cuicunque figuræ inscripta est series continua cubulorum, & puncta in singulis angulis posita sunt, mutari non potest figura externorum punctorum ductum sequens mutatione quædam data, per quam quædam puncta discedant a locis prioribus per quædam intervalla data, manentibus quibusdam, ut manente basi, nisi per quædam data intervalla a se invicem recedant, vel ad se invicem accedant saltem aliqua puncta, cum data distantia puncti a tribus aliis detur etiam ejus positio respectu illorum, quæ mutari non

non potest, nisi aliqua ex iisdem tribus distantis mutetur; unde fit, ut possit data quævis positionis mutatio impediri, impedita mutatione distantiae per intervallum ad eam mutationem necessarium. Quod si illæ binæ asymptoti essent tantillo remotiores a se invicem, rum vero & mutatio distantiae haberi posset tantillo major, & idcirco singulis distantis illata vi aliqua posset figura non nihil mutari, & quidem exigua mutatione distantiarum singularum posset in ingenti serie punctorum haberi inflexio figuræ satis magna orta ex pluribus exiguis flexibus. Sic & spirales atomi efformari possent, quarum spiris per vim contractis sentiretur ingens elastica vis, sive determinatio ad expansionem, ac per huiusmodi atomos possent itidem plurima explicari phaenomena, ut & nexus massarum per uncas uncis, vel spiris insertos, quo pacto explicari itidem posset etiam illud, quomodo in duabus particulis, quarum altera ad alteram cum ingenti velocitate accesserit, oriatur ingens nexus novus, sine nimirum regressu a se invicem, unco nimirum alterius in alterius foramen injecto, & intra illud converso per virium inæqualitatem in diversas unci partes agentium, ut jam prodire non possit; nam unci cavitates, & foramen, seu porus alterius particulæ, posset esse multo amplior, quam pro exigua illa distantia insuperabili, ut idcirco inferi posset sine impedimento orto a viribus agentibus in minore distantia. Eadem autem atomi haberi possunt, etiam si curva habeat reliquos omnes flexus, quos habet mea, quo pacto ad alia multa plura, ut ad fermentationes inprimis, ac vaporum, & luminis emissionem multo aptiores erunt; & sine asymptoticis arcibus, qui vires exhibeant extra originem abscissarum in infinitum excrecentes, idem obtineri poterit per solos limites cohaesionis admodum validos cum tenacitate figuræ non quidem infinita, sed tamen maxima, ubi, quod illi veteres non explicarunt, cohaesio partium atomorum inter se, adeoque atomorum soliditas, ut & continuata impenetrabilitatis resistentia, & gravitas, ex eodem generali derivaretur principio, ex quo & reliqua universa Natura. Illud unum hic notandum superest, ejusmodi atomos habituras necessario ubique distantiam a se invicem majorem, quam pro illa insuperabili distantia, ad quam externa puncta devenire ibi non possunt.

**CCCCXXXVI.** Huc etiam pertinet solutio huiusmodi difficultatis, quæ sponte se objicit: si omnia materiae puncta simplicia sunt, & vires in quavis directione circumquaque exercent easdem, omnia corpora ex iis utique composita erunt fluida multo potiore



jure, quam fluida esse debeant, quæ globulis consent easdem in omni circum directione vires exercentibus. Huic difficultati hic facile occurritur: si particularum puncta possent vi adhibita mutare aliquanto magis distantias inter se, nam aliqua etiam ad circulationem exigua mutatio requiritur; posset autem imprimi exiguo numero punctorum constituentium unam e particulis primorum ordinum, quin imprimatur simul omnibus ejusmodi punctis, vel satis magno eorum numero, motus ad sensum idem, tum utique haberetur idem, quod habetur in fluidis, & separatis aliis punctis post alia, motus facilis per omnes omnium corporum massas obtineretur. At particulae primi ordinis ab indivisibilibus punctis ortæ, ut & proximorum ordinum particulae ortæ ab iis, sua ipsa parvitate molis tueri possunt juxta Num. 419 formam suam, & positionem punctorum; nam differentia virium exercitarum in diversa earum puncta potest esse perquam exigua, summa virium prohibente tantum accessum unius particulae ad alteram, quo tamen accessu inæqualitas virium, & obliquitas directionum habeatur adhuc satis magna ad vincendas vires mutuas, & mutandam positionem, qua positione manente, manet inæqualitas virium, quas diversa puncta ejus particulae exercent in aliam particulam. Ea inæqualitas in idem potest non esse satis magna, ut possit illius mutuas vires vincere, & retum dissolvere, sed esse tanta, ut motum inducat in latus, ac ejus motus obliquitas, & virium inæqualitas eo deinde erit major, quo ad altiores ascenditur particularum ordines, donec deveniatur ad corpora, quæ a nobis sentiuntur.

CCCCXXXVII. Solida externum corpus ad ea delatum intra suam massam non recipiunt, ut vidimus; at fluida solidum intra se moveri permittunt, sed resistunt motui. Resistentiam ejusmodi accurate comparare, & ejus leges accurate definire, est res admodum ardua. Oporteret nosse ipsam virium legem determinate, & numerum, & dispositionem punctorum, ac habere satis promotam Geometriam, & Analysin ad rem præstandam. Sed in tanta particularum, & virium multitudine, quam debeat esse res ardua, & humano captu superior, determinatio omnium motuum, satis constat ex ipso problemate trium corporum in se mutuo agentium, quod Num. 203 diximus nondum satis generaliter solutum esse. Hinc alii ad alias hypotheses confugiunt, ut rem perficiant, & omnes ejusmodi methodi æque cum mea, ac cum communi Theoria, consentire possunt.

CCCCXXXVIII.

CCCCXXXVIII. Ut tamen aliquid innuam etiam de eo argumento, duplex est resistentiæ fons in fluidis; primo quidem oritur resistentia ex motu impresso particulis fluidi; nam juxta leges collisionis corporum, corpus imprimens motum alteri, tantundem amittit de suo. Deinde oritur resistentia a viribus, quas particulae exercent, dum aliae in alias incurrunt, quæ earum motum impediunt, quo casu comprimuntur non nihil particulae ipsæ etiam in fluidis non elasticis egressæ e limitibus, & æquilibrio: acquirunt autem motus admodum diversos, gyran, & alias impellunt, quæ a tergo urgent non nihil corpus progrediens, quod potissimum a fluidis elasticis a tergo impellitur, dilatato ibi fluido, dum a fronte a fluido ibi compresso impeditur; sed ea omnia, uti diximus, accurate comparare non licet. Illud generaliter notari potest: resistentia, quæ provenit a motu communicato particulis fluidi, & quæ dicitur orta ab inertia ipsius fluidi, est ut ejus densitas, & ut quadratum velocitatis conjunctim: ut densitas, quia pari velocitate eo pluribus dato tempore particulis motus idem imprimitur, quo densitas est major, nimirum quo plures in dato spatio occurrunt particulae; ut quadratum velocitatis, quia pari densitate eo plures particulae dato tempore loco movendæ sunt, quo major est velocitas, nimirum quo plus spatii percurritur, & eo major singulis imprimitur motus, quo itidem velocitas est major. Resistentia autem, quæ oritur a viribus, quas in se exercent particulae, si vis ea esset eadem in singulis, quacunque velocitate moveatur corpus progrediens, esset in ratione temporis, sive constans; nam plures quidem eodem tempore particulae eam vim exercent, sed breviori tempore durat singularum actio, adeoque summa evadit constans. Verum si velocitas corporis progredientis sit major, particulae magis compinguntur, & ad se invicem accedunt magis, adeoque major est itidem vis. Quare ejusmodi resistentia est partim constans, sive, ut vocant, in ratione momentorum temporis, & partim in aliqua ratione itidem velocitatis.

CCCCXXXIX. Porro ex experimentis nonnullis viderur erui, resistentiam in nonnullis fluidis esse partim in ratione duplicata velocitatum, partim in ratione earum simplici, & partim constantem, sive in ratione momentorum temporis, quamvis ubi velocitas est ingens, deprehendatur major, & ubi fluiditas est ingens, uti aqua, ut secundum resistentiæ genus, quod est magis irregulare, & incertum, sit respectu prioris exiguum, satis accedit resistentia ad ratio-

nem duplicatam velocitatum. Sed & illud cum Theoria conspirat, quod viscosa fluida multo magis resistunt, quam pro ratione suæ densitatis, & velocitate corporis progredientis; nam in ejusmodi fluidis, quæ ad solida accedunt, illud secundum resistentiæ genus est multo majus, quod quidem in solidis usque adeo crescit; quamquam & in iis intrudi per ingentem vim intra massam potest corpus extraneum, ut clavus in murum, vel in metallum, quæ tamen si fragilia sunt, & sensibilem compressionem non admittant, diffringuntur.

CCCCXL. Jam vero quæcunque a Newtono primum, tum ab aliis demonstrata sunt de motu corporum, quibus resistitur in variis rationibus velocitatum, ea omnia consentiunt itidem cum mea Theoria, & hujus sunt loci, vel ad illam pertinent Mechanicæ partem, quæ agit de motu solidorum per fluida. Sic etiam determinatio figuræ, cui minimum resistitur, determinatio vis fluidi solidum impellentis directionibus quibuscunque, mensura velocitatis inde oriundæ per corporum objectorum resistentiam observatione definitam, innatio solidorum in fluidis, ac alia ejusmodi, & mihi communia sunt; sed oportet rite distinguere, quæ sunt hypothetica tantummodo, ab iis, quæ habentur reapse in natura.

CCCCXLI. Ad fluida, & solida pertinent itidem, quæcunque in parte secunda demonstrata sunt de pressione fluidorum, & velocitate in effluxu, quæcunque de æquilibrio solidorum, de vecte, de centro oscillationis, & percussione, quæ quidem in Mechanica pertractari solent. Illud unum addo, ex motu facili particularum fluidi aliarum circa alias, & irregulari earum congestione, facile deduci, debere pressionem propagari quaquaversus. Sed de his jam satis, quæ ad soliditatem, & fluiditatem pertinent; illud vero, quod pertinet ad discrimen inter elastica, & mollia, brevi expediam. Elastica sunt, quæ post mutationem figuræ redeunt ad formam priorem; mollia, quæ in nova positione perseverant. Id discrimen Theoria exhibet per distantiam, vel propinquitatem limitum, juxta ea, quæ dicta Num. 198. Si limites proximi illi, in quo particule cohærent, hinc, & inde plurimum ab eo distant, imminuta multum distantia perstat semper repulsiva vis; aucta distantia, perstat vis attractiva. Quare sive comprimatur plus æquo, sive plus æquo distrahatur massa, ad figuram veterem redit; ubi rediit, excurrit ulterius, donec contraria vi elidatur velocitas concepta, ac oritur tremor, & oscillatio, quæ paulatim minuitur, & extinguitur demum, partim actio-

actione externorum corporum, ut per aeris resistantiam sistitur paulatim motus penduli; partim actione particularum minus elasticarum, quæ admiscuntur, & quæ possunt tremorem illum paulatim interrumpere frictione, ac contrariis motibus, & sublapso, quo suam ipsam dispositionem non nihil immutent. Si autem limites sint satis proximi, causa externa, quæ massam comprimit, vel distrahit, posteaquam adduxit particulas ab uno cohaesionis limite ad alium, ibi eas itidem cogit subsistere, quæ ibidem semel constitutæ itidem in æquilibrio sunt, & habetur massa mollis.

CCCCXLII. Quædam elastica fluida non habent particulas positas inter se in limitibus cohaesionis, sed in distantis repulsionum, & quidem ingentium, ut aer; sed vel incumbente pondere, vel parietibus quibusdam impeditur recessus ille, & sunt quodammodo ibidem in statu violento; licet semper puncta singula in æquilibrio sint, oppositis repulsionibus se mutuo elidentibus. Omnia autem & solida, & fluida, quæ videntur nec comprimi, nec ullas habere vires mutuas inter particulas, sed in limitibus esse, adhuc elastica sunt, sive vim repulsivam exercent inter particulas proximas, saltem quæ sensibili gravitate sunt prædita, quæ nimirum vis repulsiva vim gravitatis elidat. Verum ea distantias parum admodum mutant, mutatione, quæ idcirco sensum omnem effugiat; quod accidit in aqua, quæ in fundo putei, & prope superficiem supremam habet eandem ad sensum densitatem, & in metallis, & in marmoribus, & in solidis corporibus passim, quæ pondere majore imposito nihil ad sensum comprimuntur. Sed ea idcirco appellari non solent elastica, & ad ejusmodi appellationem non sufficit vis repulsiva etiam ingens inter particulas proximas; sed etiam requiritur mutatio sensibilis distantiae respectu distantiae totalis respondens sensibili mutationi virium.

CCCCXLI. Dura corpora in eo sensu, in quo a Physicis duritiei nomen accipitur, ut nimirum figuram nihil prorsus immutent, nulla sunt in mea Theoria, ut & nulla compacta penitus, ac plane solida, quemadmodum Num. 367 est expositum; sed dura vocat vulgus, quæ satis magnam exercent vim, ne figuram mutant, sive elastica sint, sive fragilia, sive mollia. Fragilitas, unde orrum ducat, expositum est paullo superius Num. 432, & inde etiam quid ductilitas, ac molleabilitas sit, facile intelligitur. Ductilia nimirum a mollibus non differunt, nisi in majore, vel minore vi, qua figuram tuentur suam: ut enim mollia pressione tenui, & ipsis

ipsis digitis comprimuntur, vel saltem figuram mutant, sed mutata retinent, ita ductilia ictu validiore mallei mutant itidem figuram suam veterem, & retinent novam, quam acquirunt.

CCCCXLIV. Atque hoc demum pacto quaecunque pertinent ad fluidorum, & solidorum diversa genera, nam & elastica, mollia, ductilia, fragilia eodem referuntur, invenimus omnia in illo particularum discrimine orto ex sola diversa combinatione punctorum, quam nobis Theoria rite applicata exhibuit, in quibus omnibus immensa varietas itidem haberi poterit, & debet, si curva primigenia ingentem habeat numerum intersectionum cum axe, & particulæ primi ordinis, ac reliquæ ordinum superiorum dispositiones, quæ in infinitum variari possunt, habuerint plurimas, & admodum diversas inter se, ac eas inprimis, quæ ad hæc ipsa figurarum, & virium discrimina requiruntur. Illud unum hic diligenter notandum est, quod ipsam Theoriam itidem commendat plurimum, hæc proprietates omnes a densitate nihil omnino pendere. Fieri enim potest, uti Num. 182 notavimus, ut curva virium primigenia limites & arcus habeat quocunque ordine in diversis distantis permixtos quocunque numero, ut validiores, & minus validi, ac ampliores, & minus ampli commisceantur inter se utcunque, adeoque phænomena eadem figurarum, & virium æque inveniri possint, ubi multo plura, & ubi multo pauciora puncta massam constituunt.

CCCCXLV. Jam vero illa, quæ vulgo elementa appellari solent, Terra, Aqua, Aer, Ignis, nihil aliud mihi sunt, nisi diversa solida, & fluida, ex iisdem homogeneis punctis composita diversimode dispositis, ex quibus deinde permixtis alia adhuc magis composita corpora oriuntur. Et quidem Terra ex particulis constat inter se nulla vi conjunctis, quæ soliditatem aliarum admixtione particularum acquirunt, ut cineres oleorum ope, vel etiam aliqua mutatione dispositis internæ, ut in vitrificatione evenit, quæ transformationes quo pacto accidunt, dicemus postremo loco. Aqua est fluidum liquidum elasticitate carens cadente sub sensum per compressionem sensibilem, licet ingentem exerçant repulsivam vim ejus particulæ, sustinentes vel externæ vis, vel sui ipsius ponderis pressionem sine sensibili distantiarum imminutione. Aer est fluidum elasticum, quem admodum probabile est constare particulis plurimorum generum, cum e plurimis etiam fixis corporibus generetur admodum diversis, ut videbimus, ubi de transformationibus agendum erit, ac propterea continet vapores, & exhalationes plurimas,

mas, & heterogenea corpuscula, quæ in eo innatant; sed ejus particulæ satis magna vi se repellunt, & ea repulsiva particularum vis imminutis distantis diu perdurat, ac pertinet ad spatium, quod habet ingentem rationem ad eam tanto minorem distantiam, ad quam compressione reduci potest, & in qua adhuc ipsa vis crescit, arcu curvæ adhuc recedente ab axe: is vero arcus ad axem ipsum deinde debet ruere præceps, ut circa proximum limitem adhuc ingentes in eo residuo sitatio variationes in arcubus & limitibus haberi possint. Porro extensionem tantam arcus repulsivi evincit ipsa immanis compressio, ad quam ingenti vi aer compellitur, qui ut habeat compressiones viribus prementibus proportionales, debet, ut monuimus Num. 351, habere vires repulsivas reciproce proportionales distantis particularum a se invicem. Is autem etiam in fixum corpus, & solidum transire potest, quod qua ratione fieri possit, dicam itidem, ubi de transformationibus agemus in fine. Ignis etiam est fluidum maxime elasticum, quod violentissimo intestino motu agitur, ac fermentationem excitat, vel etiam in ipsa fermentatione consistit, emittit vero lucem, de quo pariter agemus paullo inferius, ubi de fermentatione, & emissionem vaporum egerimus inter ea, quæ ad Chemicas operationes pertinent, ad quas jam progredior.

CCCCXLVI. Chemicarum operationum principia ex eodem deducuntur fonte, nimirum ex illo particularum discrimine, quarum aliæ inter se, & cum quibusdam aliis inertes, alias ad se attrahunt, alias repellunt constanter per satis magnum intervallum, ubi attractio ipsa cum aliis est major, cum aliis minor, aucta vero satis distantia evadit ad sensum nulla; quarum itidem aliæ respectu aliarum habent ingentem virium alternationem, quam mutato non nihil textu suo, vel conjunctæ, & permixtæ cum aliis mutare possunt, succedente pro particulis compositis alia virium lege ab ea, quæ in simplicibus observabatur. Hæc omnia si habeantur ob oculos, mihi sane persuasum est, facile inveniri posse in hac ipsa Theoria rationem generalem omnium Chemicarum operationum; nam singulares determinaciones effectuum, qui a singulis permixtionibus diversorum corporum, per quas unice omnia præstantur in Chemia, sive resolvantur corpora, sive componantur, requirerent intimam cognitionem textus particularum singularum, & dispositionis, quam habent in massis singulis, ac præterea Geometriæ, & Analyseos vim, quæ humanæ mentis captum excedit longissime. Verum illud in genere omnino patet, nullam esse Chemiæ partem,

G g

in

in qua præter inertiam massæ, & specificam gravitatem, alia virium mutuarum genera inter particulas non ubique se prodant, & vel invitis incurrant in oculos, quod quidem vel in sola postrema quæstione opticaæ Newtoni abunde patet, ubi tam multa & attractionum, & vero etiam repulsionum indicia, atque argumenta proferuntur. Omnia etiam genera eorum, quæ ad Chemiam pertinent, singillatim persequi, infinitum esset; evolvam speciminis loco præcipua quædam.

CCCCXLVII. Primo loco se mihi offerunt Dissolutio, & ipsi contraria Præcipitatio. Immissis in quædam fluida quibusdam solidis, cernimus, mutuum nexum, qui habebatur inter eorum particulas, dissolvi ita, ut ipsa jam nusquam appareant, quæ tamen ibidem adhuc manere in particulas perquam exiguas redacta, & dispersa, ostendit Præcipitatio. Nam immisso alio corpore quodam, decidit ad fundum pulvisculus tenuissimus ejus substantiæ, & quodammodo depluit. Sic metalla in suis quæque menstruis dissolvuntur, tum ope aliarum substantiarum præcipitantur; aurum dissolvit aqua Regia, quod immisso etiam communi sale præcipitatur. Rei ideam est admodum facile sibi efformare satis distinctam. Si particulae solidi, quod dissolvitur, majorem habent attractionem cum particulis aquæ, quam inter se, utique avellentur a massa sua, & singulae circumquaque acquirerent fluidas particulas, quæ illas ambiant, uti limatura ferri adhæret magnetibus, ac fient quidem veluti globuli similes illi, quem referret terra, si ei tanta aquarum copia affunderetur, ut posset totam alte submergere, vel illi, quem refert terra submersa in aere versus eam gravitante. Si, ut reipsa debet accidere, illa vis attractiva in distantis paullo majoribus fit insensibilis, ubi jam erit ad illam distantiam saturata eo fluido particula solidi, ulterius fluidum non attrahet, quod idcirco aliis eodem pacto particulis solidi immergi affundetur. Quare dissolvetur solidum ipsum, ac quidam veluti globuli terrulas suas cum ingenti affusum marium vi exhibebunt, quæ terrulae ob exiguum molem effugient nostros sensus, nec vero decident sustentatæ a vi, quæ illas cum circumfuso mari conjungit; sed globuli illi ipsi constituent quandam veluti continui fluidi massam. Ea est dissolutionis idea.

CCCCXLVIII. Quod si jam in ejusmodi fluidum immittatur alia substantia, cujus particulae particulas fluidi ad se magis attrahant, & fortasse ad majores etiam distantias, ac attrahuntur ab illis, dissolvetur utique hæc secunda substantia, & circa ipsius particulas af-

fun-

fundentur particulæ fluidi, quæ prioris solidi particulis adhærebant, ab illis avulsæ, & ipsis ereptæ. Illæ igitur nativo pondere intra fluidum specificè levius depluent, & habebitur præcipitatio. Pulvisculus autem ille veterem particularum suarum nexum non acquireret ibi per sese, vel quia & gluten fortasse aliquod admodum tenue, quo connectebantur invicem, dissolutum simul jam deest in superficiebus illis, quarum separatio est facta; vel potius quia, ut ubi per limam, per tunctionem, vel aliis similibus modis solidum in pulverem redactum est, vel utcunque confractum; juxta ea, quæ diximus Num. 408, non potest iterum solo accessu, & appensione deveniri ad illos eosdem limites, qui prius habebantur.

CCCCXLIX. Hoc pacto dissolutionis, & præcipitationis acquiritur idea admodum distincta; & fortasse etiam pluvia est quoddam præcipitationis genus, nec provenit e sola unione particularum aquæ, quæ prius tantummodo dispersæ temere fuerint, & ob solam tenuitatem suam sustentatæ, ac suspensæ innataverint. Apparet ibi etiam, qua ratione binæ substantiæ commisceri possint, & in unam massam coalescere. Id quidem in fluido commixto cum solido patet ex ipso superiore exemplo solutionis. In binis fluidis facile admodum fit, & si sint ejusdem ad sensum specificæ gravitatis, solo motu, & agitatione impressa fieri quotidie cernimus, ut in aqua & vino. Sed etiam si sint gravitatum admodum diversarum, attractione particularum unius in particulas alterius fieri potest unius dissolutio in altero, & commixtio. Fieri autem potest, ut ejusmodi commixtione e binis etiam fluidis oriatur solidum, cujusmodi exempla in coagulis cernimus; & in Physica illud quoque observatur quandoque, bina fluida simul commixta coalescere in massam unicam minorem mole, quam fuerit prius, cujus phænomeni prima fronte admodum miri in promptu est causa in mea Theoria; cum particulæ, quæ nimirum se immediate non contingebant, aliis interpositis possint accedere ad se magis, quam prius accesserint. Sic si haberetur massa ingens elastrorum e ferro distractorum, quorum singulis inter cuspides adjungerentur globuli magnetici, hac nova accessione materiæ minueretur moles, victa repulsione mutua per attractionem magneticam, qua cuspides elastrorum ad se invicem accederent.

CCCCCL. Ubi solidum cum solido commiscendum est, ut fiat unica massa; tum vero oportet solida ipsa prius contundere, vel etiam dissolvere, ut nimirum exiguæ particulæ seorsim possint ad



exiguas alterius solidi accedere, & cum iis conjungi. Id autem fit potissimum per ignem, cujus vehementi agitatione, & vero etiam fortasse actione ingenti mutua inter ejus particulas, & inter quædam peculiaris substantiarum genera, ut olea, & sulphur, quæ ut gluten quoddam conjungebant inter se vel inertes particulas, vel etiam mutua repulsione præditas, dissolvit omnium corporum nexus mutuos, & massas omnes demum, si satis validus sit, cogit liquari, & ad naturam fluidorum accedere. Dissolutarum, ac liquefcentium massarum particulae commiscuntur, & in unam massam coalescunt: ubi autem sic coaluerunt, possunt iterum sæpe dissimiles separari eadem actione ignis, qui aliquas prius, alias posterius, cogit minore vi abire per evaporationem, & maxime fixas majore vi reddit volatiles. Ac inæqualibus ejusmodi diversarum substantiarum attractionibus, & inæqualibus adhæfionibus inter earum particulas, omnis fere nititur ars separandi metalla a terris, cum quibus in fodinis commixta sunt, & alia aliorum ope prius uniendi, tum etiam a se invicem separandi, quæ omnia singillatim persequi infinitum foret. Generalis omnium explicatio facile repetitur ex illa, quam exposui, particularum diversa constitutione, quarum aliæ respectu aliarum inertes sunt, respectu aliarum activitatem habent, sed admodum diversam, tum quod pertinet ad directionem, tum quod ad intensitatem virium.

CCCCLI. De Liquatione, & volatilizatione dicam illud tantummodo, eas fieri posse etiam sola ingenti agitatione particularum fluidi cujuspiam tenuissimi, cujus particulae ad solidi, & fixi corporis particulas accedant satis, & inter ipsarum etiam intervalla irrumpant; qui motus intestinus, unde haberi possit, jam exponam, ubi de fermentatione egero, & effervescentia. Nam inprimis ea intestina agitatione induci potest in particulas corporis solidi & fixi motus quidam circa axes quosdam, qui ubi semel inductus est, jam illæ particulae vim exercent circumquaque circa illum axem ad sensum eandem, succedentibus sibi invicem celerrime punctis, & directionibus, in quibus diversæ vires exercentur, qui etiam axes si celerrime mutantur, irregulari nimirum impulsu, habebitur in iis particulis id, quod æquivalet sphaericitati, & homogeneitati particularum, ex qua fluiditatem supra repetivimus, atque hujus ipsius rei exemplum habuimus Num. 236 in motu puncti per peripheriam ellipsos, cujus focos bina alia puncta occupant. Hæc fluiditas erit violenta, & desinente tanta illa agitatione, ac cessante vi, quæ agitationem inducebat, cessabit, ac fluidum etiam sine admixtione

tionem novæ substantiæ poterit evadere solidum. Poterit autem paulatim cessare motus ille rotationis tam per inæqualitatem exiguum, quæ semper remanet inter vires in diversis locis particulæ diversas, & obstitit semper non nihil rotationi; quam per ipsam expulsionem illius agitæ substantiæ, ut igneæ, & per resistentiam circumjacentium.

CCCCCLII. Deinde haberi etiam poterit liquatio per subtractionem heterogenearum & difformium particularum, quæ magis homogeneas, & ad sphericitatem accedentes particulas alligabant quodammodo impedito motu in gyrum. Id sane videtur accidere in pluribus substantiis, quæ quo magis depurantur, & ad homogeneitatem reducuntur, eo minus tenaces evadunt, & viscosæ. Sic viscositas est minima in Petroleo, major in Naphtha, & adhuc major in Asphalto, aut Bitumine, in quibus substantiis Chemia ostendit, eo majorem haberi viscositatem, quo habetur major compositio.

CCCCCLIII. Quod si priore modo liquatio accidat, & in eo motu particulæ a limitibus cohesionis, in quibus erant, abeant ad distantias paullo majores, in quibus habeatur ingens repulsivus arcus, se repente fugient, quo pacto corpus fixum evadet volatile. Eandem autem volatilitatem acquireret, si particulæ, quæ fixum corpus componebant, erant quidem inter se in distantis repulsionum validissimarum, sed per interjacentes particulas alterius substantiæ cohibebatur illa repulsiva vis superata ab attractione, quam exercebat in eas nova intrusa particula: si enim hæc agitatione illa excutitur, vel ab alia, quæ ipsam attrahat magis, prætervolante ad exiguum distantiam abripiatur, tum vero repulsiva vis particularum prioris substantiæ reviviscit quodammodo, & agit, ac ipsa substantia evadit volatilis, quæ iterum nova earundem particularum intrusionem figitur. Id sane videtur accidere in aere, qui potest ad fixum redigi corpus, & Halesius demonstravit per experimenta, partem ingentem lapidum, qui in vesica oriuntur, & calculorum in renibus, constare puro aere ad fixitatem reducto, qui deinde potest iterum statum volatilem recuperare: ac halitus inprimis sulphurei, & ipsa respiratio animalium ingentem aeris copiam transfert a statu volatili ad fixum. Ibi non habetur aeris compressio sola facta per cellularum parietes ipsum concludentes; ii enim disrumperentur penitus, cum aer in ejusmodi fixis corporibus reducatur ad molem etiam millecuplo minorem, in quo statu, si integras haberet elastica-

cas vires, omnia sane repagula illa diffringeret. Haleſius putat, eum in illo ſtatu amittere elãſticitatem ſuam, quod fieret utique, ſi particulæ ipſius ad eam inter ſe diſtantiã devenirent, in qua jam viſ repulſiva nulla ſit, ſed potius attractiva ſuccedat; ſed fieri itidem poteſt, ut vim quidem repulſivã adhuc ingentem habeant illæ particulæ, ſed ab interpoſita ſulphurei halitus particula attrahantur magis, ut paullo ante vidimus in elãſtris a globulo magnetico cohibitis, & conſtrictis. Tum quidem elãſticitas in aere ad fixitatem redacta maneret tota, ſed ejus effectus impediretur a prævãlente vi. Atque id quidem animadverti, & monui ante aliquot annos in Diſſertatione *de Turbine*, in qua omnia turbinis ipſius phænomena ab hac aeris fixatione repetii.

CCCCCLIV. Porro agitatio illa particularum in igne, ac in fermentationibus, & efferveſcentiis, unde oriatur, facile itidem eſt in mea Theoria exponere. Ut primum crus meæ curvæ mihi impenetrabilitatem exhibuit, poſtremum gravitatem, interſectiones autem varia cohæſionum genera; ita alternatio arcuum jam repulſivorum, jam attractivorum, fermentationes exhibet, & evaporationes variorum generum, ac ſubitas etiam deſſagrationes, ac exploſiones illas, quæ occurrunt in Chemia paſſim, & quam in pulvere pyrio quotidie intuemur. Quæ autem huc ex Mechanica pertinent, jam vidimus Num. 198. Dum ad ſe invicem accedunt puncta cum velocitate aliqua, ſub omni arcu attractivo velocitatem augent, ſub omni repulſivo minuunt; contra vero dum a ſe invicem recedunt, ſub omni repulſivo augent, ſub omni attractivo minuunt, donec in acceſſu inveniant arcum repulſivum, vel in reſeſſu attractivum ſatis validum ad omnem velocitatem extinguendam. Ubi eum invenerint, retro curſum refleſtunt, & oſcillant hinc, & inde, in quo itu, & reditu perturbato, ac celeri, fermentationis habemus ideam ſatis diſtinctam.

CCCCCLV. Et in acceſſu quidem ſemper devenitur ad arcum repulſivum aliquem parem extinguendæ velocitati cuilibet utcunque magnæ, devenitur enim ſaltem ad primum aſymptoticum crus, quod in infinitum protenditur: at pro reſeſſu duo hic caſus occurrunt potiſſimum conſiderandi. Vel enim etiam in reſeſſu devenitur ad aliquod crus aſymptoticum attractivum cum area infinita, de cujuſmodi caſibus egimus jam Num. 194, vel devenitur ad arcum attractivum recedentem longiſſime, & continentem aream admodum ingentem, ſed finitam. In utroque caſu actio punctorum, quæ  
ex-

extra massam sunt sita, aliorum punctorum massæ intestino illo motu agitatae oscillationem augebit, aliorum imminuet, & puncta alia post alia procurrent ulterius versus asymptotum, vel limitem terminantem attractivas vires; quin etiam actiones mutuae punctorum non in directum jacentium in massa multis punctis constante, mutabunt sane singulorum punctorum maximos excursus hinc, & inde, & variabunt plurimum accessus mutuos, ac recessus, qui in duobus punctis solis motum habentibus in recta, quæ illa conjungit, deberent, uti monuimus Num. 191, sine externis actionibus esse constantis semper magnitudinis. In accessu tamen in utroque casu ad compenetrationem sane nunquam deveniretur; in recessu vero in primo casu cruris asymptotici, & attractionis in infinitum crescentis cum area curvæ in infinitum aucta, itidem nunquam deveniretur ad distantiam illius asymptoti. Quare in eo primo casu utcunque vehemens esset interna massæ fermentatio, utcunque magnis viribus ab externis punctis in majore distantia sitis perturbaretur eadem massa, ipsius dissolutio per nullam finitam vim, aut velocitatem alteri parti impressam haberi unquam posset.

CCCCCLVI. At in secundo casu, in quo arcus attractivus ille ultimus ejus spatii inges esset, sed finitus; posset utique quorundam punctorum in illa agitatione augeri excursus usque ad limitem; post quem limitem succedente repulsione, jam illud punctum a massa illa quodammodo velut avulsam avolaret, & motu accelerato recederet. Si post eum limitem summa arearum repulsivarum esset major, quam summa attractivarum, donec deveniatur ad arcum illum, qui gravitatem exprimit, in quo vis jam est perquam exigua, & area asymptotica ulterior in infinitum etiam producta, est finita, & exigua; tum vero puncti elapsi recessus ab illa massa nunquam cessaret actione massæ ipsius, sed ipsum punctum pergeret recedere; donec aliorum punctorum ad illam massam non pertinentium viribus sisteretur, vel detorqueretur utcunque. In fortuita autem agitatione interna, ut & in externa perturbatione fortuita, illud accidet, quod in omnibus fortuitis combinationibus accidit, ut numerus casuum cujusdam dati generis in dato ingenti numero casuum æque possibilium dato tempore recurrat ad sensum idem, adeoque effluxus eorum punctorum, si massa perseveret ad sensum eadem, erit dato tempore ad sensum idem, vel massa multum imminuta; imminueretur in aliqua ratione massæ, cum a multitudine punctorum pendeat etiam casuum possibilium multitudo.

CCCCCLVII.

CCCCLVII. Hic jam plurima considerari possent, & casuum differentiam, ac combinationum numerus in immensum excrefcit; sed pauca quædam adnotabimus. Ubi intervallum, quod massam claudit inter limites accessus, & recessus, est aliquanto majus, & posteriorum arearum repulsivarum summa non multum excedit summam attractivarum, fiet paullatim lenta quædam evaporatio: puncta, quæ in fortuita agitatione ad eum finem deveniunt, erunt pauca respectu totius massæ, quæ tamen in ingenti massa, & eodem fermentationis statu erunt eodem tempore ad sensum æquali numero; ac massa imminuta imminuetur & is numerus; massa autem diu perseverabit ad sensum nihil mutata. Habebitur ibi quædam velut ebullitio, & vaporum quantitas, ac vis in egressu in diversis substantiis variari plurimum poterit, cum pendeat a situ, in quo illa puncta collocata sint intra curvam; nam possunt in aliis substantiis esse citra alios ingentes arcus attractivos, quorum posteriores vel sint prioribus minus validi, vel arcus repulsivos se subsequentes minus validos habeant.

CCCCLVIII. Sed si intervallum, quod massam claudit inter limites accessus & recessus, sit perquam exiguum, arcus attractivus postremus non sit ita validus, & succedat arcus repulsivus validissimus; fieri utique poterit, ut massa, quæ respective quiescebat, accedente exiguo motu a particulis externis satis proxime accedentibus, ut possint inæqualem motum imprimere punctis particularum massæ, agitatio ejusmodi in ipsa massa oriatur, qua brevissimo tempore puncta omnia transcendant limitem, & cum ingenti repulsiva vi, ac velocitate a se invicem discedant. Id videtur accidere in explosione subita pulveris pyrii, qui plerumque non accenditur contusione sola, sed exigua scintilla accedente dissilit fere momento temporis, & tanta vi repulsiva globum e tormento ejicit. Idem apparet in iis phosphoris, quæ deflagrant solo aeris contractu: ac nemo non videt, quanta in iis omnibus haberi possint discrimina. Possunt nimirum alia facilius, alia difficilius deflagrare, alia serius, alia citius: potest sine lenta evaporatione solvi tota massa tempore brevissimo; potest, ubi massa fuerit heterogenea, avolare unum substantiæ genus aliis remanentibus, & interea possunt ex iis, quæ remanent, fieri alia mixta admodum diversa a præcedentibus, mutato etiam textu particularum altiorum ordinum per id, quod plures particule ordinum inferiorum, quæ pertinebant ad diversis

no-

novi generis: hinc tam multæ compositiones, & transformationes in Natura, & in Chemia imprimis: hinc tam multa, tam diversa vaporum genera, & in aere elastico a tam diversis corporibus fixis genito tantum discrimen. Patet ubique immensus excursui campus; sed eo relicto progredior ad alia non nulla, quæ ad fermentationes, & evaporationes itidem pertinent.

CCCCCLIX. Substantia, quæ fuerat dissoluta, non solum per præcipitationem colligitur iterum, ut ubi metalla cadunt suo pondere in tenuem pulvisculum redacta; sed etiam per evaporationem, ut diximus, in salibus, qui evaporato illo fluido, in quo fuerant dissoluti, remanent in fluido. Et quidem sales non remanent sub forma tenuis pulvisculi, particulis minutissimis prorsus inertibus; sed colliguntur in massulas grandiusculas habentes certas figuras, quæ in aliis salibus aliæ sunt, & angulosæ in omnibus, ac in maxime corrosivis horrendum in modum cuspidatæ, ac ferratæ; unde & sapores salium acutiores, & aliquorum ex iis, quæ corrosiva sunt, fibrillarum tenuium in animantibus proscissio, ac destructio organorum necessariorum ad vitam. Quo autem pacto eas potissimum figuras induere possint, id patet ex Num. 434, ut & figuræ crystallorum & succorum, ex quibus gemmæ, & duri lapides fiunt, ubi simplices sunt, & suam quique figuram affectant, ac aliorum ejusmodi, quæ post evaporationem concresecunt, haberi utique possunt, ut ibidem ostensum est, per hoc, quod in certis tantummodo lateribus, & punctis particulæ alias particulas positas ad certas distantias attrahant, adeoque sibi adjungant certo illo ordine, qui responderet illis punctis, vel lateribus.

CCCCCLX. Fermentatio paullatim minuitur, & demum cessat, cujus imminuti motus causas attigi pluribus locis, ut Num. 196. Eodem autem pertinet illud etiam, quod innui Num. 435. Irregularitas particularum, ex quibus corpora constant, & inæqualitas virium, plurimum confert ad imminuendam, & demum sistendum motum. Ubi nimirum aliquæ particulæ, vel totæ irruerunt in majorum cavitates, vel ubi suos uncus quosdam aliarum uncis, vel foraminibus inferuerunt, explicari non possunt; & sublapsus quidam, & compressiones particularum accidunt in massa temere agitata, quæ motum imminunt, & ad sensum extinguunt, quo & in mollibus sisti motus potest post amissam figuram. Multum itidem potest ad minuendum, ac demum sistendum motum sola asperitas ipsa particularum, ut motus in scabro corpore sistitur per fri-

H h

Etio-

ctionem ; multum incurfus in externa puncta , ut aer pendulum sistit ; multum particulæ , quæ emittuntur in omnes plagas , ut in evaporatione , vel ubi corpus refrigescit , excussis pluribus igneis particulis , quæ dum evolant actione particularum massæ , ipsis massæ particulis procurrentibus motum in partes contrarias imprimunt , & dum illæ , quæ oscillationem auxerant , aliæ post alias aufugiunt ; illæ , quæ remanent , sunt , quæ oscillationes ipsas internis , & externis actionibus minuebant.

CCCCLXI. Porro non omnes substantiæ cum omnibus fermentant , sed cum quibusdam tantummodo : acida cum alcalinis ; & quod quibusdam videtur mirum , sunt quædam , quæ apparent acida respectu unius substantiæ , & alcalina respectu alterius. Ea omnia in mea Theoria facilem admodum explicationem habent : nam vidimus , particulas quasdam respectu quarundam inertes esse , cum quibus commixtæ idcirco non fermentant ; respectu aliarum exercere vires varias ; adeoque si respectu quarundam habeant pro variis distantis diversas vires , & alternationem satis magnam attractionum , ac repulsionum , statim , ac satis prope ad ipsas accesserint , fermentant. Sic si limatura ferri cum sulphure commisceatur , & inspergatur aqua , oritur aliquanto post ingens fermentatio , quæ & inflammationem parit , ac terræ motuum exhibet imaginem quandam , & Vulcanorum. Oportuit ferrum in tenues particulas discerpere , ac ad maiorem mixtionem adhuc adhibere aquam.

CCCCLXII. Ignem ego itidem arbitror esse quoddam fermentationis genus , quod acquirat vel potissimum , vel etiam sola sulphurea substantia , cum qua fermentat materia lucis vehementissime , si in satis magna copia collecta sit. Ignem autem voco eum , qui non tantum rarefacit motu suo , sed & calefacit , & lucet ; quæ omnia habentur , quando materia illa sulphurea satis fermentescit. Porro ignis comburit , quia in substantiis combustibilibus multum adest substantiæ cujusdam , quæ sulphure abundat plurimum , & quæ idcirco sulphurea appellari potest , quæ vel per lucem in satis magna copia collectam , vel per ipsam jam fermentescentem sulphuream substantiam satis prægnantem ipsa lucida materia sibi admotam fermentescit itidem , & dissolvitur , ac avolat. Is ingens motus intestinus particularum excurrentium fit utique per vires mutuas inter particulas , quæ erant in æquilibrio ; sed mutatis parum admodum distantis exigui etiam punctorum numeri per exiguum unius scintillæ , vel tenuissimorum radiorum accessum , jam aliæ vires

res succedunt, & per earum reciprocationem perturbatus punctorum motus, qui cito per totam massam propagatur.

CCCCCLXIII. Imaginem rei admodum vividam habere possumus in sola etiam gravitate. Emergat e mari satis editus mons, per cujus latera dispositæ sint versus fundum ingentes lapidum prægrandium moles; tum quo magis ascenditur, eo minores; donec versus apicem lapilli sint, & in summo monte arenulæ; sint autem omnia fere in æquilibrio pendentia ita, ut vi respectu molis exigua devolvi possint. Si avicula in summo monte commoveat arenulam pede, ea decedit, & lapillos secum dejicit, qui, dum ruunt, majores lapides secum trahunt, & hi demum ingentes illas moles: fit ruina immanis, & ingens motus, qui, decidentibus in mare omnibus, mare ipsum commoveret, ac in eo agitationem ingentem, & undas immanes ciet, imotu aquarum vehementissimo diutissime perdurante. Avicula æquilibrio arenulæ sustulit vi perquam exigua; reliquos motus gravitas edidit, quæ occasionem agendi est nata ex illo exiguo motu aviculæ. Hæc imago quædam est virium intestinarum agentium, ubi cum vires crescere possint in immensum mutata utcunque parum distantia, multo adhuc major effectus haberi potest, quam in casu gravitatis, quæ quidem perseverat eadem, aucta tantummodo velocitate descensus per novas accelerationes.

CCCCCLXIV. Quod si ignis excitatur tantummodo per sulphuræ substantiæ fermentationem, ubi nihil adsit ejus substantiæ, nullus erit metus ab igne. Videmus utique, quo minus ejusmodi substantiæ corpora habeant, eo minus igni obnoxia esse, ut ex amianto & telæ fiant, quæ igne moderato purgantur, non comburuntur. Censeo autem idcirco nostras hasce terrestres substantias ab igne satis intenso dissolvi omnes, & inflammari, quod omnes ejusmodi substantiæ aliquid admixtum habeant, quod necesse est etiam inter se plurimas inertes particulas. At si corpora habeantur aliqua, quæ nihil ex ejusmodi substantia haberent admixtum, ea in medio igne vehementissimo illæsa perstarent, nec ullum motum acquirerent, quem nimirum nostra hæc corpora acquirunt ab igne non per incursum, sed per fermentationem ab internis viribus excitatam. Hinc in ipso sole, & Fixis, ubi nostra corpora momento fere temporis conflagrarent, & in vapores abirent tenuissimos, possunt esse corpora ea substantia destituta, quæ vegetent, & vivant sine ulla organici sui textus læsione minima. Videmus certe maculas superficiiei solis proximas durantes aliquando per menses



etiam plures, ubi nostræ nubes, quibus eæ videntur satis analogæ, brevissimo tempore dissiparentur.

CCCCLXV. Id mirum videbitur homini præjudiciis præoccupato; nec intelliget, qui fieri possit, ut vivat aliquid in sole ipso, in quo tanto major esse debet vis ustoria, dum hic exiguus radiorum solarium numerus majoribus cavis speculis, vel lentibus collectus dissolvit omnia. At ut evidenter pateat, cujusmodi præjudicium id sit, fingamus nostra corpora compacta esse ex illis terris, quas bolos vocant, quæ a diversis aquis mineralibus deponuntur, & quæ cum acidis fermentant, ac omnia corpora, quæ habemus præ manibus, vel ex eadem esse terra, vel plurimum ex ea habere admixtum. Acetum nobis haberetur loco ignis: quæcunque corpora in acetum deciderent, ingenti motu excitato dissolverentur citissime; & si manum immitteremus in acetum, ea ipsa per fermentationem exortam amissa, protinus horrore concuteremur ad solam aceti viciniam, & eodem modo videretur nobis absurdum quoddam, ubi audiremus, esse substantias, quæ acetum non metuant, & in eo diu perstare possint sine minino motu, atque sui textus læsione, quo vulgus rem prorsus absurdam censebit, si audiat, in medio igne, in ipso sole, posse haberi corpora, quæ nullam inde læsionem accipiant, sed paratissime quiescant, & vegetent, ac vivant.

CCCCLXVI. Hæc quidem de igne; jam aliquid de luce, quam ignis emittit, & quæ satis collecta ipsum excitat. Ipsa lux potest esse effluvium quoddam tenuissimum, & quasi vapor fermentatione ignea vehementi excussus. Et sane validissima, meo quidem judicio, argumenta sunt, contra omnes alias hypothæs, ut contra undas, per quas olim phænomena lucis explicare conatus est Hugenius, quam sententiam diu conscriptam iterum excitare conati sunt nuper summi nostri ævi Geometræ; sed meo quidem judicio sine successu; nam explicarunt illi quidem, & satis ægre, paucas admodum luminis proprietates, aliis intactis prorsus, quæ sane per eam hypothesein nullo pacto explicari posse censeo, & quarum aliquas ipsi arbitror omnino opponi; sed eam sententiam impugnare non est hujus loci, quod quidem alibi jam præstiti non semel. Mirum sane, quam egregie in effluviis emanantium sententia ex mea Theoria profluant omnes tam variæ lucis proprietates, quam explicationem fuscè persecutus sum in 2da parte Dissertationis *de Lumine*: præcipua capita hic attingam; interea illud innuam, videri admodum rationi consentaneam ejusmodi sententiam materiæ effluen-

fluentis, vel ex eo, quod in ingenti agitatione, quam habet ignis, debet utique juxta id, quod vidimus Num. 194, evolare copia quædam particularum, ut in ebullitionibus, effervescentiis, fermentationibus passim evaporationes habentur.

CCCCLXVII. Præcipuæ proprietates luminis sunt ejus emissio constans, & ab æquali massa, ut ab eodem sole, ab ejusdem candelæ flamma, ad sensum eadem intensitate; immanis velocitas; nam semidiametrorum terrestrium 20 millia, quanta est circiter Solis a Terra distantia, percurrit semiquadrante horæ; velocitatum discrimen exiguum in diversis radiis, nam celeritatis discrimen in radiis homogeneis vix ullum esse, si quod est, colligitur e pluribus indicis; propagatio rectilinea per medium diaphanum ejusdem densitatis ubique cum impedimento progressus per media opaca, sine ullo impedimento sensibili ex impactu in se invicem radiorum tot diversas directiones habentium; aut in partes internas diaphanorum corporum utcunque densorum; reflexio partis luminis ad angulos æquales in mutatione medii, parte, quæ reflectitur, eo majore respectu luminis, quo obliquitas incidentiæ est major; refractione alterius partis in eadem mutatione cum lege constantis rationis inter sinum incidentiæ, & sinum anguli refracti; quæ ratio in diversis coloratis radiis diversa est, in quo stat diversa diversorum coloratorum radiorum refrangibilitas; dispersio & in reflexione, & in refractione exiguæ partis luminis cum directionibus quibuscunque quaquaversus; alternatio binarum dispositionum in quovis radio, in quarum altera facilius reflectatur, & in altera facilius transmittatur lux delata ad superficiem dirimentem duo media heterogenea, quas Newtonus vocat vices faciliores reflexionis, & facilioris transmissus, cum intervallis vicium, post quæ nimirum dispositiones maxime faventes reflexioni, vel refractioni redeunt, æqualibus in eodem radio ingresso in idem medium, & diversis in diversis coloratis radiis, in diversis mediorum densitatibus, & in diversis inclinationibus, in quibus radius ingreditur; ex quibus vicibus, & earum intervallis diversis in diversis coloratis radiis pendent omnia phænomena laminarum tenuium, & naturalium colorum tam permanentium, quam variabilium, uti & crassarum laminarum colores, quæ omnia satis luculenter exposuit in celebri Dissertatione de Lumine P. Carolus Benvenuti e Soc. nostra Scriptor accuratissimus; ac demum illa, quam vocant diffractionem, qua radii in transitu prope corpo-

rum acies inflectuntur, & qui diversum colorem, ac diversam refrangibilitatem habent, in angulis diversis.

CCCCCLXVIII. Quod pertinet ad emissionem, jam est expositum Num. 195 & Num. 456; ubi etiam ostensum est illud, manente eadem massa, quæ emittit effluvia, ipsorum multitudinum dato tempore esse ad sensum eandem. Porro fieri potest, ut massa, quæ lumen emittit, penitus dissolvatur, ut in ignibus subitis accidit; & fieri potest, ut perseveret diutissime. Id potissimum pendet a magnitudine intervalli, in quo fit oscillatio fermentationis, & a natura arcus attractivi terminantis id intervallum juxta Num. 194. Quin immo si Auctor naturæ voluit massam vehementissima etiam fermentatione agitatam prorsus indissolubilem quacunque finita velocitate, potuit facile id præstare juxta Num. 455 per alios asymptoticos arcus cum areis infinitis, intra quorum limites sit massa fermentescens; quorum ope ea colligari potest ita, ut dissolvi omnino nequiret, ponendo deinde materiam luminis emittendi ultra intervallum earum asymptotorum respectu particularum ejus massæ, & citra arcum attractivum ingentis areæ, sed non infinitæ, ex quo aliæ lucidæ particule evolare possint post alias. Nec illud, quod vulgo objici solet, tanta luminis effusione debere multum imminui massam solis, habet ullam difficultatem, posita illa componibilitate in infinitum, & illa solutione problematis, quæ habetur Num. 391. Potest enim in spatiolo utcunque exiguo haberi numerus utcunque ingens punctorum, & omnis massa luminis, quæ diffusa tam immanem molem occupat, potest in sole, vel prope solem occupavisse spatiolum, quantum libuerit, parvum, ut idcirco sol post quocunque sæculorum millia ne latum quidem unguem decreseat. Id pendet a ratione densitatis luminis ad densitatem solis, quæ ratio potest esse utcunque parva; & quidem pro immensa luminis tenuitate sunt argumenta admodum valida, quorum aliqua proferam infra.

CCCCCLXIX. Celeritas utcunque magna haberi potest ab arcubus repulsivis satis validis, qui occurrant post extremum limitem oscillationis terminatæ ab arcu ingenti attractivo juxta Num. 194; nam si inde evadat particula cum velocitate nulla, quadratum velocitatis totius definitur ab excessu arearum omnium repulsivarum supra omnes attractivas juxta Num. 177, qui excessus cum possit esse utcunque magnus, ejusmodi celeritas potest itidem esse utcunque magna. Verum celeritatis discrimen in particulis homogeneis erit prorsus insensibile, quis particulæ luminis ejusdem generis ad  
finem

*finem oscillationis* advenient cum velocitatibus fere nullis; nam eæ, quæ juxta Theoriam expositam Num. 194 paulatim augment oscillationem suam, demum adveniunt ad limitem cohibentem massam, & avolant; quo si tum, cum avolant, advenirent cum ingenti velocitate, advenissent utique eodem, & effugissent in oscillatione præcedenti. Demonstravimus autem ibidem, exiguum discrimen velocitatis in ingressu spatii, in quo datæ vires perpetuo accelerant motum, & generant velocitatem ingentem, inducere discrimen velocitatis genitæ perquam exiguum etiam respectu illius exigui discriminis velocitatis initialis, quod demonstravimus ibi ratione petita a natura quadrati quantitatis ingentis conjuncti cum quadrato quantitatis multo minoris, quod quantitatem exhibet a priori illa differentem multo minus, quam sit quantitas illa parva, cujus quadratum conjungitur. Discrimen aliquod sensibile haberi poterit, si quæ effugiunt, non sint puncta simplicia, sed particulæ non nihil inter se diversæ; nam curva virium, qua massa tota agit in ejusmodi particulas, potest esse non nihil diversa pro illis diversis particulis; adeoque excessus summæ arearum repulsivarum supra attractivarum potest esse non nihil diversus, & quadratum velocitatis ipsi respondens non nihil itidem diversum. Hoc pacto particulæ luminis homogeneæ habebunt velocitatem ad sensum profus æqualem; particulæ heterogeneæ poterunt habere non nihil diversam, uti ex observatione phænomenorum videtur omnino colligi. Illud unum hac in re notandum superest, quod curva virium, qua massa tota agit in particulam positam jam ultra terminum oscillationum, mutatis per oscillationem ipsam punctis massæ, mutabitur non nihil; sed quoniam in fortuita ingenti agitatione massæ totius celerissime succedunt omnes diversæ positiones punctorum, summa omnium erit ad sensum eadem, potissimum pro particula diutius hærente in illo initio suæ fugæ, ad quod advenit, uti diximus, cum velocitate perquam exigua, ut idcirco homogenearum particularum velocitas; ubi jam deventum fuerit ad arcum gravitatis, & vires exiguas, debeat esse ad sensum eadem, & discrimen aliquod haberi possit tantummodo in heterogeneis particulis a diverso earum textu. Patet igitur, unde celeritas ingens provenire possit, & si quod est, celeritatis discrimen exiguum.

CCCCLXX. Quod pertinet ad propagationem rectilineam per medium homogeneum diaphanum, & ad motum liberum sine ullo impedimento a particulis ipsius luminis, vel mediî diaphani,  
in

id in mea Theoria admodum facile exponitur, quod in aliis ingentem difficultatem parit. Et quidem quod pertinet ad impedimenta, si curva virium nullum habeat arcum asymptoticum perpendicularem axi præter primum, ostensum est Num 361, sola satis magna velocitate obtineri posse apparentem compenetrationem duarum substantiarum, quam tenuitas, & homogeneitas spatii, per quod transitur, plurimum juvat. Quoniam respectu punctorum prorsus indivisibilium, & inextensorum materiæ infinities infinita sunt puncta spatii existentium in eodem plano, infinities infinite est improbabilis pro quovis momento temporis directio motus puncti materiæ cujusvis accurate versus aliud punctum materiæ, ac improbabilitas pro summa momentorum omnium contentorum dato quovis tempore utcumque longo evadit adhuc infinita. Ingens quidem est numerus punctorum lucis, & propemodum immensus; sed in mea Theoria utique finitus. Ea puncta quovis momento temporis directiones motuum habent numero propemodum immenso, sed in mea Theoria finito. Verum quidem est, ubicunque oculus collocetur in immensa propemodum superficie sphaeræ circa unam Fixam remotissimam descripta, immo intra ipsam sphaeram, videri Fixam, & proinde aliquam luminis particulam afficere nostrum oculum; sed id fit in mea Theoria non quia accurate in omnibus absolute infinitis directionibus adveniant radii, sed quod pupila, & fibræ oculorum non unicum punctum sunt, & vires punctorum pariculæ luminis agunt ad aliquod intervallum. Hinc quovis utcumque longo tempore nullus debet accidere casus in mea Theoria, in quo punctum aliquod luminis directe tendat contra aliquod aliud punctum vel luminis, vel substantiæ cujusvis, ut in ipsum debeat incurrere. Quamobrem per incursum, & immediatum impactum nullum punctum luminis aut sistet motum suum, aut deflectet.

CCCCLXXI. Id quidem commune est omnibus corporibus, quæ corpora inter se congregiuntur. Ea nullum habent in mea Theoria punctum immediatum incurrens in aliud punctum; quam ob causam & illud ibidem dixi, si nullæ vires mutuae adessent, debere utique haberi apparentem quandam compenetrationem omnium massarum; sed adhuc vel ex hoc solo capite veram compenetrationem haberi nunquam omnino posse. Vires igitur, quæ ad aliquam distantiam proredunduntur, impediunt progressum. Eæ vires si circumquaque essent semper æquales, nullum impedimentum haberet motus, qui vi inertiae deberet esse rectilineus. Quare sola diffe-

ren-

rentia virium agentium in punctum mobile obſtare poteſt. At ſi nulla occurrat infinita vis arcus aſymptotici cujuſpiam poſt primum, vires omnes finitæ ſunt, adeoque & differentia virium ſecundum diverſas directiones agentium finita eſt ſemper. Igitur utcunque ea ſit magna, ipſam finita quædam velocitas elidere poteſt, quin permittat ullam retardationem, accelerationem, deviationem, quæ ad datam quampiam utcunque parvam magnitudinem aſſurgat: nam vires indigent tempore ad produçendam novam velocitatem, quæ ſemper proportionalis eſt tempori, & vi. Hinc ſi ſatis magna velocitas haberetur, quævis ſubſtantia trans aliam quamvis libere permearet ſine ullo ſenſibili obſtaculo, & ſine ulla ſenſibili mutatione diſpoſitionis propriorum punctorum, & ſine ulla jactura nexus mutui inter ipſa puncta, & cohæſionis, quod ibidem illuſtravi exemplo ferrei globuli inter magnetes diſperſos cum ſatis magna velocitate libere permeantis; ubi etiam illud vidimus, in hoc caſu virium ubique finitarum impenetrabilitatis ideam, quam habemus, nos debere ſoli mediocritati noſtrarum velocitatum, & virium, quarum ope non poſſumus imprimere ſatis magnam velocitatem, & libere trans murorum ſepta, & trans occluſas portas pervadere.

CCCCCLXXII. Id quidem ita ſe habet, ſi nullæ præter primam aſymptoti habeantur, quæ vires abſolute infinitas inducant; nam ſi per ejusmodi aſymptoticos arcus particulæ ſiant & indiſſolubiles, & prorſus impenetrabiles juxta Num. 361; tum vero nulla utcunque magna velocitate poſſet una particula alteram transvolare, & res eodem recideret, quo in communi ſententia de continua extensione materiæ. Tum nimirum oporteret lucis particulas minuire, non quidem in infinitum, quod ego quidem abſolute impoſſibile arbitror, ut & quantitates, quæ revera infinite parvæ ſint in ſe ipſis tales, ac independenter ab omni noſtro cogitandi modo determinatæ, nec vero earum uſquam habetur neceſſitas in Natura; ſed ita, ut adhuc incurſus unius particulæ in aliam pro quovis finito tempore ſit, quantum libuerit, improbabilis, quod per finitas utique magnitudines præſtari poteſt. Si enim concipiatur planum per lucis particulam quamcunque ductum, & cum ea progrediens, eorum planorum numerus dato quovis finito tempore utcunque longo erit utique finitus, ſi particulæ inter ſe diſtent quovis utcunque exiguo intervallo, quarum idcirco finito quovis tempore non niſi finitum numerum emittere maſſa utcunque lucida. Porro quodvis ex ejusmodi planis ad medias, qua latiffimæ ſunt, alias particu-

las luminis inter se distantes finito numero vicium appellet utique intra finitum quodvis tempus, cum id per intervalla finita tantummodo debeat accidere, & summa ejusmodi accessuum pertinentium ad omnia plana particularum numero finitarum finita erit itidem, utcunque magna. Licebit autem ita particularum diametros maximas imminuere, ut spatium plani ad datam quamvis distantiam protensi circumquaque utcunque etiam exiguam, habeat ad sectionem maximam particulæ rationem, quantum libuerit, majorem illa, quam exprimit ille ingens, sed finitus accessuum numerus, ac idcirco numerus directionum, per quas possint transire omnia illa plana ad omnes particulas pertinentia sine incurfu in ullam particulam, erit numero earum, per quas fieri possit incurfus, major in ratione ingenti, quantum libuerit, etiam si cum ea lege progredi deberent, ut altera non deberet transire in majore distantia ab altera, quam sit intervallum illud determinans exiguum illud spatium, ad quod assumpta est particularum sectio minor in ratione, quantum libuerit, magna. Infinito nusquam opus erit in natura, & series finitorum, quæ in infinitum progreditur, semper aliquod finitum nobis offert ita magnum, vel parvum, ut ad physicos usus quoscunque sufficiat.

CCCCLXXIII. Quod de particulis inter se collatis est dictum, idem locum habet & in particulis respectu corporum quorumcunque, potissimum si corpora juxta meam Theoriam constituta sint particulis distantibus a se invicem, & non continuo nexu colligatis, sive extensionis vere continuæ illius veli, aut muri continuam infinitam objicientis resistantiam, de quo egimus Num. 361. Verum ejusmodi asymptoticorum arcuum nulla mihi est necessitas in mea Theoria, & hic itidem per nexus, ac vires limitum ingentis, quantum libuerit, quanquam non etiam infiniti valoris, omnia præstari possunt in natura, & si principio inductionis inherere libeat, debemus potius arbitrari, nullos esse alios ejusmodi asymptoticos arcus in curva, quam Natura adhibet; cum in ingenti intervallo a Fixis ad particulas minimas, quas intueri per microscopia possumus, nullus ejusmodi nexus occurrat, quod indicat motus continuus particularum luminis per omnes ejusmodi tractus; nisi forte primus ille repulsivus, & postremus ejus naturæ arcus, ad gravitatem pertinens, indicio sint; esse & alios alibi in distantibus, quæ citra microscopiorum, vel ultra telescopiorum potestatem contrahuntur, vel protenduntur. Ceterum si vires omnes finitæ sint, & puncta materię

teriæ juxta meam Theoriam simplicia penitus, & inextensa; multo  
 sane facilius concipitur, qui fiat, ut habeatur hæc apparens com-  
 penetratio sine ullo incurfu, & sine ul'a dissolutione particularum  
 cum transitu aliarum per alias.

CCCCLXXIV. Porro duo sunt, quorum singula rem præ-  
 stare possunt, velocitas satis magna, quæ nimirum utcumque ma-  
 gnæ virium inæqualitatem potest eludere, & virium circumqua-  
 que positarum æqualitas, quæ differentiam relinquat omnino nul-  
 lam. Differentia nunquam sane habebitur omnino nulla, ubi pun-  
 ctum materiæ prætervolet per quandam punctorum veluti silvam,  
 quorum alia ab aliis distent; necessario enim mutabit distantiam ab  
 iis, a quibus minimum distat, jam accedens non nihil, jam rece-  
 dens. Verum ubi distributio particularum ad æqualitatem quan-  
 dam multum accesserit, inæqualitas virium erit perquam exigua, si  
 omnium virium habeatur ratio, quas exercent omnia puncta disposi-  
 ta circa id punctum ad intervallum, ad quod satis sensibiles mæ  
 curvæ vires protenduntur. Concipiamus enim spheram quandam,  
 quæ habeat pro semidiametro illam distantiam, ad quam proten-  
 duntur flexus curvæ virium primigeniæ, sive ad quam vires singulo-  
 rum punctorum satis sensibiles pertingunt. Si medium satis ad ho-  
 mogeneitatem accedat, secta illa sphaera in duas partes utcumque per  
 centrum, in utraque numerus punctorum materiæ erit quam pro-  
 xime idem, & summa virium quam proxime eadem, se compensan-  
 tibus omnibus exiguis inæqualitatibus in tanta multitudine, quod  
 in omnibus fit satis numerosis fortuitis combinationibus; adeoque  
 sine ullo sensibili impedimento, sine ingenti flexione progredietur  
 punctum quodcumque motu vel rectilineo, vel tremulo quidem  
 non nihil, sed parum admodum, & ad sensum æque in omnem  
 plagam.

CCCCLXXV. Quod si accedat ingens velocitas, multo ad-  
 huc minor erit inæqualitatum effectus, tum quod multo minus ha-  
 bebunt temporis vires, ut agant; tum quod in ipso continuato pro-  
 gressu inæqualitates jam in unam plagam prævalebunt, jam in aliam,  
 quibus sibi mutuo celerrime succedentibus, magis adhuc uniformis,  
 & rectilineus erit progressus. Sic ubi turbo ligneus gyrat celer-  
 rime circa verticalem axem cuspide tenuissima innixum solo, stat  
 utique, inæqualitate ponderis, quæ ad casum determinat, jam ad  
 aliam plagam jacente, & totam inclinante molem, jam ad aliam,



qui, celeritate motus circularis imminuta, decedit inclinatus, quo exigit præponderantia.

CCCCCLXXVI. Quod autem homogeneitas medii, & velocitas præstant simul, id adhuc auget multo magis is nexus, qui est inter materiæ puncta particulam componentia, & æquali ad sensum velocitate delata, qui mutuis viribus cum accessum ad se invicem punctorum particulam componentium, & recessum impediatur, cogit totam particulam simul trepidare eo solo motu, quem inducit summa inæqualitatum pertinentium ad puncta omnia, quæ summa adhuc magis ad æqualitatem accedit: nam in fortuitis, & temere hac, illac dispersis, vel concurrentibus casu circumstantiis, quo major numerus accipitur, eo inæqualitatum irregularium summa decrescit magis.

CCCCCLXXVII. Demum raritas medii ad id ipsum confert adhuc magis; quo enim major est raritas, eo minor occurrit punctorum numerus intra illam sphaeram, adeoque eo minor virium componendarum multitudo, & inæqualitas adhuc multo minor. Porro omnes hæ quatuor causæ æqualitatis concurrunt, ubi agitur de radiis collatis cum aliis radiis: homogeneitas; nam lumen a dato puncto progrediens suam densitatem imminuit in ratione reciproca duplicata distantiarum a puncto radiante, adeoque in tam exiguo circumquaque circa quodvis punctum intervallo, quantum est id, ad quod virium actio sensibilis protenditur, ad homogeneitatem accedit in immensum: celeritas, quæ tanta est, ut singulis arteriæ pulsibus quævis luminis particula fere bis centum millia Romanorum milliarium percurrat: nexus particularum mutus; nam ipsæ luminis partiæ ad diversos coloratos radios pertinentes habent perennes proprietates suas, quas constanter servant, ut certum refrangibilitatis gradum, & potentiam certo impulsu agitando oculorum fibras, per quam certam certi coloris sensationem eliciant; ac demum tenuitatem immanem, qua opus est ad tantam diffusionem, & tam perennem effluxum sine ulla sensibili imminutione solaris massæ, & cujus indicium aliquod proferam paullo inferius. Ubi vero agitur de lumine comparato cum substantiis pellucidis, per quas pervadit, priora illa tria tantummodo locum habent respectu particularum luminis, & omnia quatuor respectu particularum pellucidi corporis, quarum nexus non dissolvitur, nec positio turbatur quidquam ab intervolutis radiorum particulis. Quamobrem errat, qui putat, mea indivisibilia puncta prædita insuperabili potentia repulsiva per-

tin-

tingente ad finitam distantiam esse tam subiecta collisionibus, quam sunt particulæ finitæ magnitudinis, & idcirco nulli adminiculo esse pro comprehendenda mutua lucis penetratione; nam sine cruribus illis asymptoticis posterioribus meæ vires repulsivæ non sunt insuperabiles, nisi ubi puncta congruere debeant in recta, quæ illa jungit, qui casus in natura nusquam occurrit.

CCCCCLXXVIII. Et vero sola homogeneitas pelluciditatem parit, uti jam olim notavit Newtonus, nec opacitas oritur ab impactu in partes corporum solidas, & a defectu pororum jacentium in directum, uti alii ante ipsum plures censuerant; sed ab inæquali textu particularum heterogenearum, quarum aliæ aliis minus densis, vel etiam penitus vacuis amplioribus spaciolis intermixtæ satis magnam inducunt inæqualitatem virium, qua lumen in omnes partes detorquent, ac distrahunt flexu multiplici, & ambagibus per internos meatus continuis, quibus fit, ut si paullo crassior occurrat massa corporis ex heterogenis particulis coalescentis, nullus radius rectilineo motu totam pervadat massam ipsam, quod nimirum ad pelluciditatem requiritur. Indicia rei habemus quam plurima præter ipsam omnem superiorem Theoriam, quæ rem sola evinceret; cum nimirum sine inæqualitate virium nullum haberi possit libero rectilineo progressui impedimentum. Id sane colligitur ex eo, quod omnium corporum tenuiores laminæ pellucidæ sunt, uti norunt, qui microscopiis tractandis assueverunt; id evincunt illæ substantiæ, quæ aliarum poris injectæ easdem ex opacis pellucidæ reddunt, ut charta oleo imbuta fit pellucida, supplente aerem ipso oleo, cum quo multo minus inæqualiter in lumen agunt particulæ chartæ, quam agerent soli aeri, vel vacuo spatio intermixtæ. Rem autem oculis subijcit vitrum contusum in minores particulas, quod sola irregularitate figuræ particularum temere ex contusione nascentium, & aeris intermixti inæqualitate fit opacum per multiplicationem reflexionum & refractionum irregularium; nec aliam ob causam aqua in glaciem bullis continuis interruptam abiens pelluciditatem amittit, ut & alia corpora sane multa, quæ, dum concreverunt vacuolis interrupta, illico opaca fiunt.

CCCCCLXXIX. Quamobrem nec reflexio inde ortum ducit, sed habetur etiam in pellucidis corporibus ex inæqualitate virium seu repellentium, seu attrahentium, uti in Optica Newtonus ipse tam multis notissimis argumentis demonstravit, quorum unum est illud ipsum ex asperitate superficiei cujuscunque cujusvis corporis,

utcumque nobis, nudo potissimum inspectantibus oculo, laevis appareat, & perpolita, quod Num. 298 exposuimus; & ex eadem causa oritur etiam refractionio. Si velocitas luminis esset satis magna, impediret etiam hujusce inaequalitatis effectum, qui provenit a diversa mediorum constitutione; sed ex ipsis reflexionibus, & refractionibus in mutatione medii, conjunctis cum propagatione rectilinea per medium homogeneum, patet, celeritatem illam tantam luminis satis esse magnam ad eludendam illam inaequalitatem tanto minorem, quae habetur in mediis homogeneis; non illam tanto majorem, quae oritur a mediorum discrimine. Quod vero ad refractionis applicationem ex Mechanica requiritur, exposuimus a Num. 301, ubi adhibuimus principium illud virium inter duo plana parallela agentium aequae in distantis aequalibus ab eorum utroque, cujus explicationem ad luminis particulas jam expediemus.

CCCCCLXXX. Concipiatur (a) illa sphaerula, cujus semidiameter aequatur distantiae illi, ad quam agunt actione satis sensibili particulae corporum in lucis particulam, quae cum lucis particula pro-

- (a) Refert MN in Fig. 70 superficiem dividენტem duo media; GE viam radii adveniens; H particulam luminis; HE celeritatem ejus absolutam; HS parallelam; SE perpendicularem, qua est eo minor, quo radius incidit magis obliquus: abc est sphaera; intra quam habetur actio, sensibilis in particulam H, qua est adhuc tota in priore medio: X, X̄, X̄ sunt loca plura particulae progredientis inter plana AB, CD parallela superficiei MN, sita ad distantiam ab ea aequalem semidiametro sphaerae Hc. Particula sita inter illa plana utriusque, ut in X, sphaera illa eadem habebit suum segmentum FRL ultra superficiem MN: sit ejus axis RT, & eodem axe segmentum QTZ priori aequale, ac mn planum parallelum MN. Segmentum mFLn, mQZn ejusdem medii agent aequaliter. Segmenta FRL, QTZ inaequaliter, sed eorum vires diriguntur per axem TR in alteram e binis plagis oppositis; adeoque & differentia virium dirigetur per eundem, qui quidem perpendicularis est utrique planis AB, CD. Ea actione via incurva radii sinuatur per X X̄ X̄. Prout vis dirigetur versus CD, vel versus AB, curva erit cava versus eandem, & in mutatione directionis vis ipsius mutabitur flexus curva. Si autem curva evaserit abeundi parallela plano AB, flectet cursum retro, nisi id accidat accurate in situ vis = 0, qui casus est in infinitum improbabilis. Id accidit in aliis radiis citius, ut aliis serius, pro diversa absoluta celeritate radii, pro diversa inclinatione incidentia, & pro diversa natura, vel constitutione particulae, abeuntibus aliis particulis per QXIK, aliis per QXXIK, aliis per QX X̄X̄IK. Porro perquam exiguum discrimen in vi, vel celeritate, potest curvam uno aliquo in loco a positione proxima parallelismo ad ipsum parallelismum traducere, quo loco superato adhuc summa actionum usque ad 0 potest esse ad sensum eadem. Reliquae sunt hic, ut Num. 301.

progreſſatur ſimul. Donec ipſa ſphæruleſt in aliquo homogēneo medio tota, vires in particulam circumquaque æquales erunt ad ſenſum, & cum nullus habeatur immediatus incurſus, motus inertię vi factus erit ad ſenſum rectilineus, & uniformis. Ubi illa ſphæruleſt aliquod aliud ingreſſa fuerit diverſę naturę medium; cujus eadem moles exercet in particulas luminis vim diverſam a prioris medii vi, jam illa pars novi medii, quę intra ſphæruleſt immerſa erit, non exercet in ipſam particulam vim æqualem illi, quam exerit pars ſphæruleſt ipſi reſpondens ex altera centri parte, & facile patet, differentiam virium debere dirigi per axem perpendicularē illis ſegmentis ſphæruleſt, per quem ſingulę utriuſque ſegmenti vires diriguntur, nimirum perpendiculariter ad ſuperficiem dirimentem duo media, quę illud prius ſegmentum terminat; & quoniam ubicunque particula ſit in æquali diſtantiā a ſuperficie, illud ſegmentum erit magnitudinis ejusdem, vis motum perturbans in iisdem a ſuperficie illa diſtantiis eadem erit. Durabit autem ejusmodi vis, donec ipſa ſphæruleſt tota intra novum medium immergatur. Incipiet autem immergi ipſa ſphæruleſt in novum medium, ubi particula advenerit ad diſtantiā ab ipſius ſuperficie æqualem radio ſphæruleſt; & immergetur tota, ubi ipſa particula jam immerſa fuerit, & ad diſtantiā eandem proceſſerit. Quare ſi concipiantur duo plana parallela ipſi ſuperficie dirimenti media, quę ſuperficies in exiguo tractu habetur pro plana, ad diſtantiās citra, & ultra ipſam æquales radio illius ſphæruleſt, ſive intervallo actionis ſenſibilis; particula conſtituta inter illa plana habebit vim ſecundum directionē perpendicularē ipſis planis, quę in data diſtantiā ab eorum altero utrovis æqualis erit.

CCCCCLXXXI. Porro id ipſum eſt id, quod aſſumpſimus Num. 301, & deinde derivavimus reflexionis, ac refractionis legem: nimirum ſi concipiat ejuſmodi vis reſoluta in duas, alteram parallelam iis planis; alteram perpendicularē: illa vis poteſt perpendicularē velocitatem vel extingui totam, antequam deveniatur ad planum ulterius; vel imminuere; vel augere. In primo caſu debet particula retro regredi, & deſcribere curvam ſimilem illi, quam deſcripſit uſque ad ejusmodi extinctionem, recuperando iisdem viribus in reſreſſu, quod amiſerat in ingreſſu, adeoque debet egredi in angulo reflexionis æquali angulo incidentię. In ſecundo caſu habetur refractione cum reſreſſu a perpendiculari; in tertio refractione cum acceſſu ad ipſum, & in utrolibet caſu, quęcunque fuerit incli-

clinatio in ingressu, debet differentia quadratorum velocitatis perpendicularis in ingressu, & egressu esse constantis cujusdam magnitudinis ex principio Mechanico demonstrato Num. 175 in not. & inde Num. 305 est erutum illud, sinum anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti debere esse in constanti ratione, quæ est celeberrima hinc proprietas, cui tota innititur Dioptrica; & præterea illud, velocitatem in medio præcedente ad velocitatem in medio sequente esse in ratione reciproca sinuum eorundem.

CCCCCLXXXII. Hoc pacto ex uniformi Theoria deductæ sunt notissimæ, ac vulgares leges reflexionis, ac refractionis, ex quibus plura consuetaria deduci possunt. Inprimis quoniam debet actio semper esse mutua, dum corpora agunt in lumen ipsum reflectendo, & refringendo, debet ipsum lumen agere in corpora, ac debet esse velocitas amissa a lumine ad velocitatem acquisitam a centro gravitatis corporis sistentis lumen, ut est massa corporis ad massam luminis. Inde deducitur immensa luminis tenuitas; nam massa tenuissima levissimæ plumulæ suspensæ filo tenui, si impetatur a radio repente immisso, nullum progressivum acquirit motum, qui sensu percipi possit. Cum tam immanis sit velocitas amissa a lumine, facile patet, quam immensa sit tenuitas luminis. Newtonus etiam radiorum impulsioni tribuit progressum vaporum Cometicorum in caudam; sed eam ego sententiam satis valido, ut arbitrator, argumento rejeci in mea Dissertatione de Cometis. Sunt, qui Auroras Boreales tribuant halitibus tenuissimis impulsis a radiis solaribus, quod miror fieri etiam ab aliquo, qui radios putat esse undas tantummodo; nam undæ progressivum motum per se se non imprimunt: qui autem censent, & fluvios retardari Orienti solis contrarios, & Terræ motus fieri ex impulsu radiorum solis, ii sane nunquam per legitima Mechanicæ principia inquisiverunt in luminis tenuitatem.

CCCCCLXXXIII. Solis particulis tenuissimis corporum imprimunt motum radii, ex quo per internas vires aucto oritur calor, & quidem in opacis corporibus multo facilius, ubi tantæ sunt reflexionum, & refractionum internæ vicissitudines: exiguo motu impresso paucis particulis, reliqua internæ mutuae vires agunt juxta ea, quæ diximus Num. 463. Sic ubi radiis solaribus speculo collectis comburuntur aliqua, alia calcinantur etiam; omnes illi motus ab internis utique viribus oriuntur, non ab impulsione radiorum. Regulus antimonii ita calcinatus auget aliquando pondus decima sui

par-

parte. Sunt, qui id tribuant massæ radiorum ibi collectæ. Si id ita esset, debuisset citissime abire illa substantia cum parte decima velocitatis amissæ a lumine, sive binis arteriæ pulsibus ultra lunam fugere. Quamobrem alia debet esse ejus phænomeni causâ, qua de re fusius egi in mea Dissertatione de Luminis tenuitate.

CCCCCLXXXIV. Quoniam lumen in sulphuris particulas agit validissime, nam sulphureosæ, & oleosæ substantiæ facillime accenduntur, eæ contra in lumen validissime agunt. Substantiæ generaliter eo magis agunt in lumen, quo densiores sunt, & attractionum summa prævalet, ubi radius utrumque illud planum transgressus refringitur; & idcirco generaliter ubi fit transitus a medio rariore ad densius, refractione fit per accessum ad perpendicularum; & ubi a medio densiore ad rarius, per recessum. Sed sulphureosa, & oleosa corpora multo plus agunt in lucem, quam pro ratione suæ densitatis. Ego sane arbitror, uti monui Num. 462, ipsum ignem nihil esse aliud, nisi fermentationem ingentem lucis cum sulphurea substantia.

CCCCCLXXXV. Lumen per media homogenea progredi motu liberrimo, & sine ulla resistentia mediæ, per quod propagetur, eruitur etiam ex illo, quod velocitas parallela maneat constans, uti assumpsimus Num. 305, quod assumptum si non sit verum, manentibus ceteris, ratio sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti non esset constans; sed idem eruitur etiam ex eo, quod ubi radius ex ære abivit in vitrum, tum e vitro in aerem progressus est, si iterum ad vitrum deveniat, eandem habeat refractionem, quam habuit prima vice. Porro si resistentiam aliquam pateretur, ubi secundo advenit ad vitrum, haberet refractionem majorem; nam velocitatem haberet minorem, quæ semel amissa non recuperatur per hoc, quod resistentia minuatur; & eadem vis mobile minori velocitati motum magis detorquet a directione sui motus.

CCCCCLXXXVI. Posteaquam lux intra opaca corpora tam multis, tam variis erravit ambagibus, aliqua saltem sui parte deveniet iterum ad superficiales particulas, & avolabit. Inde omnino ortum habebit lux illa tam multorum phosphorum, quæ deprehenduntur e sole retracta in tenebras lucere per aliquot secunda; & a numero secundorum licet conjicere longitudinem itineris confecti per tot itus, ac reditus intra meatus internos. Sed progrediamur jam ad reliqua, quæ Num. 467 proposuimus.

CCCCCLXXXVII. Primo quidem facile patet ex Theoria expolita, cur, ubi radius incidit cum majore inclinatione ad superficiem,

ciem, major luminis pars reflectatur. Et quidem in *Dissertatione*, quam superiore anno die 12 Novembris legit Bouguerius in Academia Parisiensis Conventu Publico, uti habetur in *Mercurio Gallico* hujus anni ad mensem Januarii, profiteretur, se invenisse in aqua in inclinatione admodum ingenti reflexionem esse æque fortem, ac in Mercurio, ut nimirum reflectantur duo trientes, dum in incidentia perpendiculari vix quinquagesima quinta pars reflectatur. Porro ratio in promptu est. Quo magis inclinatur radius incidens ad superficiem novi medii, eo minor est perpendicularis velocitas, uti patet; quare vires, quæ agunt intra illa duo plana, eo facilius, & in pluribus particulis totam velocitatem perpendiculararem elident, & reflexionem determinabunt.

CCCCLXXXVIII. Verum id quidem jam supponit, non in omnes lucis particulas eandem exerceri vim, sed in iis discrimen haberi aliquod. Ejusmodi discrimina diligenter evolvam. Inprimis discrimen aliquod haberi debet ex ipso textu particularum luminis, ex quo pendeat constans discrimen proprietatum quarundam, ut illud inprimis diversæ radiorum refrangibilitatis. Quod idem radius refringatur ab una substantia magis, ab alia minus in eadem etiam inclinatione incidentiæ, id quidem provenit a diversa natura substantiæ refringentis, uti vidimus; ac eodem pacto e contrario, quod e diversis radiis ab eodem medio, & cum eadem inclinatione, alius refringatur magis, alius minus, id provenire debet a diversa constitutione particularum pertinentium ad illos radios. Debet autem id provenire vel a diversa celeritate in particulis radiorum, vel a diversa vi. Porro demonstrari potest, a sola diversitate celeritatis non provenire, atque id præstiti in secunda parte meæ *Dissertationis de Lumine*; quanquam etiam radii diversæ refrangibilitatis debeant habere omnino diversam quoque celeritatem; nam si ante ingressum in medium refringens habuissent æqualem, jam in illo inæqualem haberent, cum velocitas præcedens ad velocitatem sequentem sit in ratione reciproca sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti, & hæc ratio in radiis diversæ refrangibilitatis sit omnino diversa. Quare provenit etiam a vi diversa, quæ cum constanter diversa sit, ob constantem in eodem radio, utcunque reflexo, & refracto, refrangibilitatis gradum, debet oriri a diversa constitutione particularum, ex qua sola potest provenire diversa summa virium pertinentium ad omnia puncta. Cum vero diversa  
con-

constanter sit harum particularum constitutio, nihil mirum, si diversam in oculo impressionem faciant, & diversam ideam excitent.

CCCCXXXIX. At quoniam experimentis constat, radios ejusdem coloris eandem refractionem pati ab eodem corpore, five a stellis Fixis provenierint, five a sole, five a nostris ignibus, five etiam a naturalibus, vel artificialibus phosphoris; nam ea omnia eodem telescopio æque distincta videntur; patet, omnes radios ejusdem coloris pertinentes ad omnia ejusmodi lucida corpora eadem velocitate esse præditos, & eadem dispositione punctorum: neque enim probabile est, (& fortasse nec fieri id potest), celeritatem diversam a diversa vi compensari ubique accurate ita, ut semper eadem habeatur refractione per ejusmodi compensationem.

CCCCXC. Sed oportet invenire aliud discrimen inter diversas constitutiones particularum pertinentium ad radios ejusdem refrangibilitatis ad explicandas vices facilioris reflexionis, & facilioris transmissus; ac inde mihi prodibit etiam ratio phaenomeni radiorum, qui in reflexione, & refractione irregulariter disperguntur, & ratio discriminis inter eos, qui reflectuntur potius, quam refringantur, ex quo etiam fit, ut in majore inclinatione reflectantur plures. Newtonus plures innuit in Optica sua hypotheses ad rem utunque adumbrandam, quarum tamen nullam absolute amplectitur: ego utar hic causa, quam adhibui in illa *Dissertatione de Lumine* parte secunda, quæ causa & existit, & rei explicandæ est idonea; quam obrem admitti debet juxta legem communem Philosophandi. Ubi particula luminis a corpore lucido excutitur, fieri utrique non potest, ut omnia ejus puncta eandem acquisierint velocitatem, cum a punctis repellentibus diversas distantias habuerint. Debuerunt igitur aliqua celerius progredi, quæ sociis relictis processissent, nisi mutua vires, acceleratis lentioribus, ea retardassent; unde necessario oriri debuit particulæ progredientis oscillatio quædam, in qua oscillatione particula ipsa debuit jam produci non nihil, jam contrahi, & quoniam dum per medium homogeneum particula progreditur, inæqualitas summæ actionum in punctis singulis debet esse ad sensum nulla, durabit eadem per ipsum medium homogeneum reciprocatio contractionis, ac productionis particulæ, quæ quidem productio, & contractio poterit esse satis exigua, si nimirum nexus punctorum sit satis validus, sed semper erit aliqua, & potest itidem esse non ita parva, nec vero debet esse eadem in particulis diversi textus.



CCCCXCI. Porro in ea reciprocatione figuræ habebuntur limites quidam productionis maximæ, & maximæ contractionis, in quibus juxta communem admodum indolem maximorum, & minimorum diutissime perdurabitur, motu reliquo, ubi jam inde discessum fuerit ad distantiam sensibilem cum ingenti celeritate peracto, uti in pendulorum oscillationibus videmus pondus in extremis oscillationum limitibus quasi hæere diutius, in reliquis vero locis celerissime prætervolare; ac in alio virium genere diverso a gravitate constanti, illa mora in extremis limitibus potest esse adhuc multo diuturnior, & excursus in distantis sensibilibus ab utrovis maximo multo magis celer. Deveniet autem particula ad medium extremarum illarum duarum dispositionum diutius perseverantium post æqualia temporum intervalla, ut æquales pendulorum oscillationes sunt æque diuturnæ, ac idcirco dum particula progreditur per medium homogeneum, recurrent illæ ipsæ binæ dispositiones post æqualia intervalla spatiorum pendentia a constanti velocitate particulæ, & a constanti tempore, quo particulæ cujusvis oscillatio durat. Demum summa virium, quam novum medium, ad quod accedit particula, exercet in omnia particulæ puncta, non erit sane eadem in diversis illis oscillantis particulæ dispositionibus.

CCCCXCII. Hisce omnibus rite consideratis, concipitur jam ille fere continuus affluxus particularum etiam homogenearum ad superficiem duo heterogenea media dirimentem. Multo maximus numerus adveniet in altera ex binis illis oppositis dispositionibus, non quidem in medio ipsius, sed prope ipsam, & admodum exiguus erit numerus earum, quæ adveniunt cum dispositionibus remota ab illis extremis. Quæ in hisce intermediis adveniunt, mutabunt utrique dispositiones suas in progressu inter illa duo plana, inter quæ agit vis motum particulæ perturbans, ita, ut in datis ab utrovis plano distantis vires ad diversas particulas pertinentes, sint admodum diversæ inter se. Quare illæ, quæ retro regredientur, non eandem ad sensum recuperabunt in regressu velocitatem perpendicularem, quam habuerunt in accessu, adeoque non reflectentur in angulo reflexionis æquali ad sensum angulo incidentiæ; & illæ, quæ superabunt intervallum illud omne, in appulsu ad planum ulterius, aliæ aliam summam virium expertæ, habebunt admodum diversa inter se incrementa, vel decrementa velocitatum perpendicularium, & proinde in admodum diversis angulis egredientur dispersæ. At quæ advenient cum binis illis dispositionibus con-

tra-

trariis, habebunt duo genera virium, quarum singula pertinebunt constanter ad classes singulas, cum quarum uno idcirco facilius in illo continuo curvaturæ flexu devenietur ad positionem illis planis parallelam, sive ad extinctionem velocitatis perpendicularis; in altero difficilius: adeoque habebuntur in binis illis dispositionibus oppositis binæ vices, altera facilioris, altera difficilioris reflexionis, adeoque facilioris transitus, quæ quidem regredientur post æqualia spatio intervalla, quanquam ita, ut summa facilitas in media dispositione sita sit, a qua quæ minus, vel magis in appulsu discedunt, magis e contrario, vel minus de illa facilitate participant; qui ipse accessus major, vel minor ad summam illam facilitatem in media dispositione sitam in Benvenutiana Dissertatione superius memorata exhibetur per curvam quandam continuam hinc, & inde æque inflexam circa suum axem, & inde reliqua omnia, quæ ad vices, & earum consecutaria pertinent, luculentissime explicantur.

CCCCXCIII. Porro hinc & illud patet, qui fieri possit, ut e radiis homogeneis ad eandem superficiem advenientibus alii transmittantur, & alii reflectantur, prout nimirum advenerint in altera e binis dispositionibus; & quoniam non omnes, qui cum altera ex extremis illis dispositionibus adveniunt, adveniunt prorsus in media dispositione, fieri utique poterit, ut ratio reflexorum ad transmissos sit admodum diversa in diversis circumstantiis, nimirum diversi mediorum discriminis, vel diversæ inclinationis in accessu; ubi enim inæqualitas virium est minor, vel major perpendicularis velocitas per illam extinguenda ad habendam reflexionem, non reflectentur, nisi illæ particulæ, quæ advenerint in dispositione illi mediæ quam proxima, adeoque multo pauciores, quam ubi vel inæqualitas virium est major, vel velocitas perpendicularis est minor; unde fiet, ut quemadmodum experimur, quo minus est mediorum discrimen, vel major incidentiæ inclinatio, eo minor radiorum copia reflectatur; ubi & illud notandum maxime, quod ubi in continuo flexu curvaturæ viæ particulæ cujusvis, quæ via jam in alteram plagam est cava, jam in alteram, prout prævalent attractiones densioris medii, vel repulsionem, devenitur identidem ad positionem fere parallelam superfici ei dirimenti media, velocitate perpendiculari fere extincta; exiguum discrimen virium potest determinare parallelismum ipsum, sive illius perpendicularis velocitatis extinctionem totalem, quanquam eo veluti anfractu superato, ubi demum reditur ad planum citius in reflexione, vel ulterius in refractione,

summa omnium actionum, quæ determinat velocitatem perpendicularem totalem, debeat esse ad sensum eadem, nimirum nihil mutata ad sensum ab exigua illa differentia virium, quam peperit exiguum dispositionis discrimen a media dispositione.

CCCCXCIV. Atque hoc pacto satis luculenter jam explicatum est discrimen inter binas vices; sed superest exponendum, unde discrimen intervalli viciū, quod proposuimus Num. 467. Quod diversi colorati radii diversa habeant intervalla, nil mirum est; nam & diversæ velocitates diversa requiruntur intervalla spatii inter vices oppositas, quando etiam eæ vices redeant æqualibus temporis intervallis, & diversus particularum heterogenearum textus requirit diversa oscillationum tempora. Quod in diversis mediis particulæ ejusdem generis habeant diversa intervalla, itidem facile colligitur ex diversa velocitate, quam in iis haberi post refractionem ostendimus Num. 488; sed præterea in ipsa mediorum mutatione inæqualis actio inter puncta particulam componentia potest utique, & vero videtur etiam debere oscillationis magnitudinem, & fortasse etiam ordinem mutare, adeoque celeritatem oscillationis ipsius. Demum ejusmodi mutatio pro diversa inclinatione viæ particulæ advenientis ad superficiem, diversa utique esse debet, ob diversam positionem motuum punctorum ad superficiem ipsam, & ad massam agentem in ipsa puncta. Quamobrem patet, eas omnes tres causas debere discrimen aliquod exhibere inter diversa intervalla, uti reapse ex observatione colligitur.

CCCCXCV. Si possemus nosse peculiare constitutiones particularum ad diversos coloratos radios pertinentium, ordinem, & numerum, ac vires, & velocitates punctorum singulorum; tum mediorum constitutionem suam in singulis, ac satis Geometriæ, satis imaginationis haberemus, & mentis ad omnia ejusmodi solvenda problemata; liceret a priori determinare intervallorum longitudines varias, & eorundem mutationes pro tribus illis diversis circumstantiis exhibere. Sed quoniam longe citra eum locum consistimus, debemus illas tantummodo colligere per observationes, quod summa dexteritate Newtonus præstitit, qui determinatis per observationem singulis, mira inde consectaria deduxit, & Naturæ phænomena explicavit, uti multo luculentius videre est in illa ipsa Benvenuriata Dissertatione. Illud unum ex proportionibus a Newtono inventis haud difficulter colligitur, ea discrimina non pendere a sola particularum celeritate; nam celeritatum proportionem novimus

mus per sinum rationem; & facile itidem deducitur ex Theoria, quod etiam multo facilius infertur partim ex Theoria, & partim ex observatione, radium, qui post quotcunque vel reflexiones, vel refractiones regulares devenit ad idem medium, eandem in eo velocitatem habere semper; nam velocitates in reflexione manent, & in mutatione mediorum sunt in ratione reciproca sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti, ac tam Theoria, quam observatio facile ostendit, ubi planis parallelis dirimantur media quotcunque, & radius in data inclinatione ingressus e primo abeat ad ultimum, eundem fore refractionis angulum in ultimo medio, qui esset, si a primo immediate in ultimum transivisset. Sed hæc innuisse sit satis.

CCCCXCVI. Illud etiam innuam tantummodo, quod Newtonus in Opticis Quæstionibus exponit, esse miram quandam crysalli Islandicæ proprietatem, quæ radium quemvis, dum refringit, disceperit in duos, & alium usitato modo refringit, alium inusitato quodam, ubi & certæ quædam observantur leges, quarum explanationes ipse ibidem insinuat haberi posse per vires diversas in diversis lateribus particularum luminis; ac solum adnotabo illud, ex Num. 418 patere, in mea Theoria nullam esse difficultatem agnoscendi in diversis lateribus ejusdem particulæ diversas dispositiones punctorum, & vires, quæ ipsa diversitate usi sumus superius ad explicandam solidorum cohesionem, & organicam formam, ac cæteras figuras tot corporum, quæ illas vel affectant constanter, vel etiam acquirunt.

CCCCXCVII. Remanet demum diffractione luminis explicanda, quam itidem Num. 467 proposueramus. Ea est quædam velut inchoata reflexio, & refractione. Dum radius advenit ad eam distantiam a corpore diversæ naturæ ab eo, per quod progreditur, quæ virium inæqualitatem inducit, incurvat viam vel accedendo, vel recedendo, & directionem mutat. Si corporis superficies ibi esset satis ampla, vel reflecteretur ad angulos æquales, vel immergeretur intra novum illud medium, & refringeretur; at quoniam acies ibidem progressum superficiæ interruptit, progreditur quidem radius aciem ipsam evitans, & circa illam prætervolat; sed egressus ex illa distantia directionem conservat postremo loco acquisitam, & cum ea, diversa utique a priore, moveri pergit; ut adeo tota luminis Theoria sibi ubique admodum conformis sit, & cum generali Theoria mea apprime consentiens, cujus rami quidem sunt hinc Newtoni præclarissima comperta virium, quibus cælestia corpora motus peragunt

agunt suos, & quibus particulæ luminis reflectuntur, refringuntur, diffringuntur. Sed de luce & coloribus jam satis.

CCCCXCVIII. Post ipsam lucem, quæ oculos percellit, & visionem parit, ac ideam colorum excitat, pronum est delabi ad sensus ceteros, in quibus multo minus immorabimur, cum circa eos multo minora habeamus comperta, quæ determinatam physicam explicationem ferant. Saporis sensus excitatur in palato a salibus. De angulosa illorum forma jam diximus Num. 459, quæ ad diversum excitandum motum in papillis palati abunde sufficit; licet etiam dum dissolvuntur, vires varias pro varia punctorum dispositione exercere debeant, quæ saporum discrimen inducent. Odor est quidam tenuis vapor ex odoriferis corporibus emissus, cujus rei indicia sunt sane multa, nec omnino assentiri possum illi, qui odorem etiam, ut sonum, in tremore medii cujusdam interpositi censet consistere. Porro quæ evaporationum sit causa, explicavimus abunde Num. 198. Illud unum hic innuam, errare illos, ut pluribus ostendi in prima parte meæ Dissertationis *de Lumine*, qui multi sane sunt, & præstantes Physici, qui odoribus etiam tribuunt proprietatem luminis debitam, ut nimirum eorum densitas minuat in ratione reciproca duplicata distantiarum a corpore odorifero. Ea proprietas non convenit omnibus iis, quæ a dato puncto diffunduntur in sphaeram, sed quæ diffunduntur cum uniformi celeritate, ut lumen. Si enim concipiantur orbes concentrici tenuissimi data crassitudinis, ii erunt ut superficies, adeoque ut quadrata distantiarum a communi centro, ac densitas materiæ erit in ratione ipsorum reciproca, si massa sit eadem; quæ ut in ulterioribus orbibus sit eadem ac in ceterioribus, oportet sane, ut tota materia, quæ erat in ceterioribus ipsis, progrediatur ad exteriores orbes motu uniformi, quo fiet, ut appellente ad citeriorem superficiem orbis ulterioris particula, quæ ad citeriorem ceterioris appulerat, appellat simul ad ulteriorem ulterioris, quæ appulerat simul ad ulteriorem ceterioris, materia tota ex orbe citeriore in ulteriorem accurate translata; quod nisi fiat, vel nisi loco uniformis progressus habetur accurata compensatio velocitatis imminutæ, & impeditæ a progressu partis vaporum, quæ compensatio accurata est admodum improbabilis, non habebitur densitas reciproce proportionalis orbibus, sive eorum superficiebus, vel distantiarum quadratis.

CCCCXCIX. Sonus Geometricas determinaciones admittit plures, & quod pertinet ad vibrationes chordæ elasticæ, vel Campani

pani aeris, vel motum impressum aeri per tibias, & tubas, id quidem in Mechanica locum habet, & mihi commune est cum communibus Theoriis. Quod autem pertinet ad progressum soni per aerem usque ad aures, ubi delatus ad tympanum excitat eum motum, a quo ad cerebrum propagato idea soni excitatur, res est multo operosior, & pendet plurimum ab ipsa medii constitutione; ac si accurate solvi debeat problema, quo quærat ex data medii fluidi elasticitate propagatio undarum, & ratio inter oscillationum celeritates, a qua multipliciter variata pendent omnes toni, & consonantiae, ac dissonantiae & omnis Ars Musica, ac tempus, quo unda ex dato loco ad datam distantiam propagatur, res est admodum ardua, si sine subsidiariis principiis, & gratuitis hypothesibus tractari debeat, & determinationi resistentiae fluidorum est admodum affinis, cum qua motum in fluido propagatum communem habet. Exhibebo hic tantummodo simplicissimi casus undas, ut appareat, qua via ineundam censeam in mea Theoria ejusmodi investigationem.

D. Sit in recta linea disposita series punctorum ad data intervalla æqualia a se invicem distantium, quorum bina quæque sibi proxima se repellant viribus, quæ crescant imminutis distantis, & dentur ipsæ. Concipiatur autem ea series ex utraque parte in infinitum producta, & uni ex ejus punctis concipiatur externa vi celerissime agente in ipsum multo magis, quam agant puncta in se invicem, brevissimo tempusculo impressa velocitas quædam finita in ejusdem rectæ directione versus alteram plagam, ut dexteram, ac reliquorum punctorum motus consideretur. Utcunque exiguum accipiatur tempusculum post primam systematis perturbationem, debent illo tempusculo habuisse motum omnia puncta. Nam in momento quovis ejus tempusculi punctum illud debet accessisse ad punctum secundum post se dexterum, & recessisse a sinistro, velocitate nimirum in eo genita majore, quam generent vires mutuae, quæ statim agent in utrumque proximum punctum, aucta distantia a sinistro, & imminuta a dextero, qua fiet, ut sinistrum urgeatur minus ab ipso, quam a sibi proximo secundo ex illa parte, & dexterum ab ipso magis, quam a posteriore ipsi proximo, & differentia virium producet illico motum aliquem, qui quidem initio, ob differentiam virium tempusculo infinitesimo infinitesimam, erit infinities minor motu puncti impulsu, sed erit aliquis; eodem pacto tertium punctum utraque ex parte debet illo tempusculo infinitesimo

L 1

ha-

habere motum aliquem, qui erit infinitesimus respectu secundi, & ita porro. Post tempusculum utcumque exiguum omnia puncta æquilibrium amittent, & motum habebunt aliquem. Interea cessante actione vis impellentis punctum primum incipiet ipsum retardari vi repulsiva secundi dexteri prævalente supra vim secundi sinistri, sed adhuc progredietur, & accedet ad secundum, ac ipsum accelerabit; verum post aliquod tempus retardatio continua puncti impulsu, & acceleratio secundi reducent illa ad velocitatem eandem, tum vero non ultra accedent ad se invicem, sed recedent, quo recessu incipiet retardari etiam punctum primum dexterum, ac paullo post extinguetur tota velocitas puncti impulsu, quod incipiet regredi; aliquanto post incipiet regredi & punctum secundum dexterum, & aliquanto post tertium, ac ita porro aliud post aliud. Sed interea punctum impulsu, dum regreditur, incipiet urgeri magis a primo sinistro, & acceleratio minuetur; tum habebitur retardatio, tum motus iterum reflexus. Dum id punctum iterum incipit regredi versus dexteram, erit aliquod e dexteris, quod tunc primo incipiet regredi versus sinistram, & dum per easdem vices punctum impulsu iterum reflexit motum versus sinistram, aliud dexterum remotius incipiet regredi versus ipsam sinistram, ac ita porro motus semper progreditur ad dexteram major, & incipient regredi nova puncta alia post alia. Undæ amplitudinem determinabit distantia duorum punctorum, quæ simul eunt, & simul redeunt; ac celeritatem propagationis soni tempus, quod requiritur ad unam oscillationem puncti impulsu, & distantia a se invicem punctorum; quæ simul cum eo eunt, & redeunt; & quod ad dexteram accidit, idem accidit ad sinistram. Sed & ea perquisitio est longe altioris indaginis, quam ut hic institui debeat; & ad veras soni undas elasticas referendas non sufficit una series punctorum jacentium in directum, sed congeries punctorum, vel particularum circumquaque dispersorum, & se repellentium.

DJ. Interea illud unum adjiciam, in mea Theoria admodum facile solvi difficultatem, quam Eulerus objecit Mairanio, explicanti propagationem diversorum sonorum, a quibus diversi toni pendunt, per diversa genera particularum elasticarum, quæ habentur in aere, quorum singula singulis sonis interserviant, ut diversi sunt colorati radii cum diverso constanti refrangibilitatis gradu, & colore. Eulerus illud objicit, uti tam multa sunt sonorum genera, quæ ad nostras, & aliorum aures simul possint deferri, ita debere haberi continuam

tinuam seriem particularum omnium generum ad ea deferenda, quod haberi omnino non possit, cum circa globum quemvis in eodem plano non nisi sex tantummodo alii globi in gyrum possint consistere. Difficultas in mea Theoria nulla est, cum particulæ aliæ in alias non agant per immediatum contactum, sed in aliqua distantia, quæ diametro globorum potest esse major in ratione quacunque utcunque magna. Cum igitur certi globuli in iisdem distantis possint esse inertes respectu certorum, & activi respectu aliorum, patet, posse multos diversorum generum globulos esse permixtos ita, ut actionem aliorum sentiant alii. Quin immo licet activi sint globuli, fieri debet, ut alii habeant motus conformes tum eos, qui pendent a viribus mutuis inter duos globulos, a quibus proveniunt undæ, tum eos, qui pendent ab interna distributione punctorum, a qua proveniunt singularum particularum interni vibratorii motus, & qui itidem ad diversum sonorum genus plurimum conferre possint, & dissimilium globorum oscillationes se mutuo turbent, similium perpetuo post primas actiones actionibus aliis conformibus augeantur, quemadmodum in consonantibus instrumentorum chordis cernimus, quarum una percussa sonant & reliquæ. Ubique libertas motuum, & dispositionis, quæ sublato immediato impulsu, & accurata continuitate in corporum textu, acquiritur ad explicandam naturam, est perquam idonea, & opportuna.

DII. Quod pertinet ad tactiles proprietates, quid sit solidum, fluidum, rigidum, molle, elasticum, flexile, fragile, grave, abunde explicavimus. Quid lævigatum, quid asperum, per se patet. Caloris causam in motu vehementi intestino particularum igneæ, vel sulphurææ substantiæ fermentescentis potissimum cum particulis luminis, & qua ratione id fieri possit, exposuimus. Frigus haberi potest per ipsum defectum ejusmodi substantiæ, vel defectum motus in ipsa. Haberi possunt etiam particulæ, quæ frigus cieant actione sua, ut nitrosæ, per hoc, quod ejusmodi particularum motum sistant, & eas, attractione mutuas ipsarum vires vincente, ad se rapiant, ac sibi affundant quodammodo, veluti alligatas. Potest autem generari frigus admodum intensum in corpore calido per solum etiam accessum corporis frigefacti per solum ejusmodi substantiæ defectum. Ea enim, dum fermentat, & in suo naturali volatizationis statu permanet, niritur elasticitate sua ipsa ad expansionem, per quam, si in aliquo medio conclusa sit, utcunque inerte respectu ipsius, ad æqualitatem per ipsum diffunditur; unde fit, ut si uno



in loco dematur aliqua ejus pars, statim illuc ex aliis tantum devoler, quantum ad illam æqualitatem requiritur. Hinc nimirum, si in aere libero cesset fermentantis ejusmodi substantiæ quantitas, vel per imminutam continuationem impulsuum ad continuandum motum, ut imminuta radiorum solis copia per hyemem, ac in locis remotioribus ab Æquatore, vel per accessum ingentis copię particularum sistentium ejusdem substantiæ motum, unde fit, ut in climatis etiam non multum ab Æquatore distantibus ingentia pluribus in locis habeantur frigora, & glacies per nitroforum effluviolum copiam; e corporibus omnibus expositis aeri perpetuo erumpet magna copia ejusdem fermentescentis ibi adhuc, & elasticæ materiæ igneæ; & ea corpora remanebunt admodum frigida per solam imminutionem ejus materiæ; quibus si manum admoveamus, ingens illico ex ipsa manu particularum earundem multitudo avolabit, ut res ad æqualitatem reducat, & tam ipsa cessatio illius intestini motus, qua immutabitur status fibrarum organici corporis, quam ipse rapidus ejus substantiæ in aliam irrumpentis torrens, eam poterit, quam adeo molestam experimur, frigoris sensationem excitare.

DIII. Torrentis ejusmodi ideam habemus in ipso velocissimo aeris motu, qui si in aliqua spatii parte repente ad fixitatem reducatur in magna copia, ex aliis omnibus advolat celerrime, & horrendos aliquando celeritate sua effectus parit. Sic ubi turbo vorticosus, & aerem inferne exuens prope domum conclusam transeat, aer internus expansiva sua vi omnia evertit; avolant tecta, diffinguntur fenestræ, & tabulata, ac omnes portæ, quæ cubiculorum mutuam communicationem impediunt, repente dissiliunt, & ipsi parietes nonnunquam evertuntur, ac corruunt, quemadmodum Romæ ante aliquot observavimus annos, & in *Dissertatione de Turbine* superius memorata, quam tum edidi, pluribus exposui.

DIV. Verum hæc sola substantiæ hujusce fermentantis expansiva vis non est satis ad rem explicandam, sed requiritur etiam certa vis mutua, qua ejusmodi substantia in alias quasdam attrahatur magis, in alias minus, quod qui fieri possit, vidimus, ubi de Dissolutione, & Præcipitatione egimus; & ejusmodi attractio potest esse ita valida, ut motum ipsum intestinum prorsus impediat apprehensione ipsa, ac fixationem ejus substantiæ inducat, quæ si minor sit, permittet quidem motus fermentatorii continuationem, sed a se totam massam divelli non permittet, nisi accedente corpore, quod  
ma-

maorem exercent vim, & ipsam sibi rapiat. Hic autem raptus fieri potest ob duplicem causam; primo quidem, quod altera substantia maiorem absolutam vim habeat in ejusmodi substantiam igneam, quam alia, pari etiam particularum numero; deinde quod licet ea aequae, vel etiam minus trahat, adhuc tamen cum utraque in minoribus distantis trahat plus, in majoribus minus, illa habeat ejus substantiae multo minus etiam pro ratione attractionis suae, quam altera: nam in hoc secundo casu, adhuc ab hac posteriore avellerentur particulae affusae ipsius particulis ad distantias aliquanto majores, & affunderentur particulis prioris substantiae, donec in utraque substantia haberetur aequalis saturitas, si ejus partes inter se conferantur, & aequalis itidem attractiva vis particularum substantiae igneae maxime remotarum a particulis utriusque substantiae, quibus ea affunditur; sed copia ipsius substantiae igneae possit adhuc esse in iis binis substantiis in quacunque ratione diversa inter se; cum possit in altera ob vim longius pertinentem certa vis haberi in distantia maiore, quam in altera; adeoque altitudo ejusmodi veluti marium in altera esse major, minor in altera, & in iisdem distantis possit in altera haberi ob vim maiorem densitas major substantiae ipsius igneae affusae, quam in altera. Ex hisce quidem principiis, ac diversis combinationibus, mirum sane, quam multa deduci possint ad explicationem Naturae perquam idonea.

DV. Sic etiam ex hac diffusionem ad ejusmodi aequalitatem eandem inter diversas ejusdem substantiae partes, sed admodum diversarum inter substantias diversas, facile intelligitur, qui fiat, ut manus in hyeme exposita libero aeri minus sentiat frigoris, quam solido cuiuspiam satis denso corpori, quod ante ipsi aeri frigido diu fuerit expositum, ut marmori, & inter ipsa corpora solida, multo majus frigus ab altero sentiat, quam ab altero, ac ab aere humido multo plus, quam a sicco; rapta nimirum in diversis ejusmodi circumstantiis eodem tempore admodum diversa copia igneae substantiae, quae calorem in manu fovebat. Atque hic quidem & analogiae sunt quaedam cum iis, quae de refractione diximus; nam plerumque corpora, quae plus habent materiae, nisi oleosa, & sulphureosa sint, maiorem habent vim refractivam, pro ratione densitatis suae; & corpora itidem communiter, quo densiora sunt, eo citius manum admotam calore spoliunt, quae idcirco si lineam telam libero expositam aeri contingat in hyeme, multo minus frigescit, quam si lignum, si marmora, si metalla. Fieri itidem potest, ut aliqua sub-

stantia ejusmodi substantiam igneam repellat etiam, sed ob aliam substantiam admixtam sibi magis attrahentem, adhuc aliquid surripiat magis, vel minus, prout ejus admixtæ substantiæ plus habet, vel minus. Sic fieri posset, ut aer ejusmodi substantiam igneam respiceret, sed ob heterogenea corpora, quæ sustinet, inter quæ inorimis est aqua in vapores elevata, surripiat non nihil; ubi autem in ipso volitantes particulæ, quæ ad fixitatem adducunt, vel expellunt ejusmodi substantiam igneam, accedant ad alias, ut aqueas, fieri potest, ut repente habeantur & concrectiones, atque congelationes, ac inde nives, & grandines. A diffusionem vero ad æqualitatem intra idem corpus fieri, utique debet, ut ubi altius infra terræ superficiem descensum sit, permanens habeatur caloris gradus, ut in fodinis, ad exiguam profunditatem pertinente effectu vicissitudinem, quas habemus in superficie ex tot substantiarum permixtionibus continuis, & accessu, ac recessu solarium radiorum, quæ omnia se mutuo compensant saltem intra annum, antequam sensibilis differentia haberi possit in profundioribus locis; ac in diversa vi, quam diversæ substantiæ exercent in ejusmodi substantiam igneam, provenire debet & illud, quod experimenta evincunt, ut nimirum nec eodem tempore æque frigescent diversæ substantiæ aeris libero expositæ, nec caloris imminutio certam densitatum rationem sectetur, sed varietur admodum independenter ab ipsa. Eodem autem pacto & alia innumera ex iisdem principiis, ubique sane conformibus admodum facile explicantur.

DVI. Pater autem ex iisdem principiis repeti posse explicationem etiam præcipuorum omnium ex Electricitatis phænomenis, quorum Theoriam a Franklino mira sane sagacitate inventam in America & exornavit plurimum, & confirmavit, ac promovit Taurini P. Beccaria vir doctissimus opere egregio ea de re edito ante hos aliquot annos. Juxta ejusmodi Theoriam huc omnia reducuntur: esse quoddam fluidum electricum, quod in aliis substantiis & per superficiem, & per interna ipsarum viscera possit pervadere; per alias motum non habet, licet saltem harum aliquæ ingentem contineant ejusdem substantiæ copiam sibi firmissime adhærentem, nec sine frictione & motu intestino effundendam: quarum priora sint per commixtionem electrica, posteriora vero electrica natura sua: in prioribus illis diffundi statim id fluidum ad æqualitatem in singulis, licet alia majorem, alia minorem ceteris paribus copiam ejusdem possint ad quandam sibi veluti connaturalem saturitatem: hinc duo-

duobus ejusmodi corporibus, quæ respectu naturæ suæ non eundem habeant saturitatis gradum, esse alterum respectu alterius electricum per excessum, & alterum per defectum; quæ ubi admoveantur ad eam distantiam, in qua particulae circa ipsa corpora diffusæ, & iis utcumque adhaerentes ad modum atmosphaerarum quarundam, possint agere aliæ in alias, e corpore electrico per excessum thiere illico ejusmodi fluidum in corpus electricum per defectum, donec ad respectivam æqualitatem deventum sit, in quo effluxu & substantiæ ipsæ, quæ fluidum dant, & recipiunt, simul ad se invicem accedant, si satis leves sint, vel libere pendeant, & si motus coacervatæ materiæ sit vehemens, explosiones habeantur, & scintillæ, & vero etiam fulgurationes, tonitrua, & fulmina. Hinc nimirum facile repetuntur omnia consueta electricitatis phænomena, præter Batavicum experimentum phialæ, quod multo generalius est, & in Frankliniano plano æque habet locum: id enim phænomenum ad aliud principium reducitur; nimirum ubi corpora natura sua electrica exiguum habent crassitudinem, ut tenuis vitrea lamella, posse in altera superficie congeri multo majorem ejus fluidi copiam, dummodo ex altera ipsi ex adverso respondente æqualis copia fluidi ejusdem extrahatur recepta in alterum corpus per communicationem electricum; quod ut per satis amplam superficiem fieri possit, non excurrente fluido per ejusmodi superficies, aqua affunditur superficiem alteri, & ad alteram manus tota apprimitur, vel auro inducitur superficies utraque, quod sit tanquam vehiculum, per quod ipsum fluidum possit inferri, & efferri; quod tamen non debet usque ad marginem deduci, ut citior inauratio cum ulteriore conjungatur, vel ad illam satis accedat; si enim id fiat, transfuso statim fluido ex altera superficie in alteram, obtinetur æqualitas, & omnia cessant electrica signa.

DVII. Hujusmodi Theoriæ ea pars, quæ continet respectivam illam saturitatem, conspirat cum iis, quæ diximus de ignea substantia, ubi ipsam respectivam saturitatem abunde explicavimus. Dum autem fluidum vi mutua agente ab it altera substantia in alteram, facile patet, debere ipsa etiam ea corpora, quorum particulae ipsum fluidum, quanquam viribus inæqualibus, ad se trahunt, ad se invicem accedere; ac facile itidem patet, cur aer humidus, in quo ob admixtas aquæ particulas vidimus citius manum frigescere, electricis phænomenis contrarius sit, vaporibus abripiantibus illico, quod in catena a globi sibi proximi frictione in ipso excitatum,

tum, & avulsum congeritur. Secunda pars, ex qua Batavicum experimentum pendet, & successus plani Frankliniani, aliquanto difficilior, explicatione tamen sua non caret. Fieri utrique potest, ut in certis corporibus ingens sit ejus substantiæ copia ob attractionem ingentem, & ad exiguas distantias pertinentem, congesta, quæ in aliquanto majore distantia in repulsionem transeat, sed attractioni non prævalentem. Hæc repulsio cum illa copia materiæ potest esse in causa, ne per ejusmodi substantias transire possit is vapor, & ne per ipsam superficiem excurrat, nec vero ad eam accedat satis, nisi alterius substantiæ adjunctæ actio simul superveniat, & adjuvet. Tum vero ubi lamina sit tenuis, potest repulsio, quam exercent particulae fluidi prope alteram superficiem siti, agere in particulas sitas circa superficiem alteram; sed adhuc fieri potest, ut ea non possit satis ad vincendam attractionem, qua hærent particulis sibi proximis; verum si ea adjuvetur ex una parte ab attractione corporis admoti per communicationem electrici, & ex altera crescat accessu novi fluidi advecti ad superficiem oppositam, quod vim ipsam repulsivam intendat, tum vero ipsa prævaleat. Ipsa autem prævalente, effluet ex ulteriore superficie ejus fluidi pars novum illud corpus admotum ingressa, ac ex ejus partis remotione, cessante parte vis repulsivæ, quam nimirum id, quod effluit, exercebat in particulas exterioris superficiæ, ipsi citeriori superficiæ adhæreat jam idcirco major copia fluidi electrici admoti per aquam, vel aurum, donec tamen communicatione extrorsum restituta per seriem corporum sola communicatione electricorum defluxus ex altera superficie pateat per alteram. Porro explicationem ejusmodi & illud confirmat, quod experimentum in lamina nimis crassa non succedit. Quod autem per substantiam natura sua electricam non permeet, ut æqualitatem acquirat, id ipsum provenire posset ab exigua distantia, ad quam extendatur ingens ejus attractiva vis in illam substantiam fluidam, & aliquanto majore distantia suarum partium a se invicem. Nam in eo casu altera particula substantiæ per se electricæ, ut ut spoliata magna parte sui fluidi, non poterit rapere partem satis magnam fluidi alteri parti affusi, & appressi.

DVIII. Hæc quidem an eo modo se habeant, definire non licet, nisi & illud ostendatur simul, rem aliter se habere non posse. Sed illud jam patet, Theoriam meam, servato semper eodem agendi modo, suggerere ideam earum etiam dispositionum materiæ, quæ possint maxime omnium ardua, & composita explicare naturæ phænome-

nomena, ac corporum discrimina. Illud unum hic addam; quoniam & ingens inter igneam substantiam, & electricum fluidum analogia deprehenditur, & habetur itidem discrimen aliquod, fieri etiam posse, ut inter se in eo tantummodo discrepent; quod altera sit cum actuali fermentatione, & intestino motu, quamobrem etiam comburatur, & calefaciat, & dilater, ac rarefaciat substantias; altera ad fermentescendum apta sit, sed sine illa, saltem tanta, agitatione, quantam fermentatio inducit orta ex collisione ingenti mutua, vel ex aliarum admixtione substantiarum, quæ sint ad fermentandum idoneæ.

DIX. Quod ad magneticam vim pertinet, adnotabo illud tantummodo, ejus phænomena omnia reduci ad solam attractionem certarum substantiarum ad se invicem. Nam directio, ad quam & inclinatio, & declinatio reducitur, repeti utique potest ab attractione ipsa sola. Videmus acum magneticam inclinari statim prope fodinas ferri, intra quas idcirco nullus est pyxidis magneticæ usus. Si ingens adesset in ipsis polis, & in iis solis, massa ferrea, omnes acus magneticæ dirigerentur ad polos ipsos; sed quoniam ubique terrarum fodinæ ferreæ habentur, si circa polos eadem sint in multo majore copia, quam alibi, dirigentur utique acus polos versus, sed cum aliqua deviatione in reliquas massas per totam Tellurem dispersas, quæ poterit nunquam certum superare graduum numerum, nisi plus æquo ad fodinam aliquam accedatur. Declinatio ejusmodi diversa erit in diversis locis, ob diversam eorum locorum positionem ad omnes ejusmodi massas, & vero etiam variabitur, cum fodinæ ferri & destruantur in dies novæ, & generentur, ac augeantur, & minuantur in horas. Variatio intra unum diem exigua erit, cum eæ mutationes in fodinis intra unum diem exiguæ sint; procedente tempore evadet major, eritque omnino irregularis, si mutationes, quæ in fodinis accidunt, sint etiam ipsæ irregulares.

DX. Quod autem ad attractionem pertinet, eam in particulis haberi posse patet, & ab earum textu debere pendere; plurima autem sunt magnetismi phænomena, quæ ostendant, mutata dispositione particularum generari magneticam vim, vel destrui, & multò frequentius intendi, vel remitti, cujus rei exempla passim occurrunt apud eos, qui de Magneticis agunt. Poli autem ex altera parte attractivi, ex altera repulsivi, qui habentur in magnetismo itidem, cohærent cum Theoria; cum virium summa ex altera

M m

par-

parte possit esse major ; quam ex altera. Difficultatem aliquam majorem parit distantia ingens , ad quam ejusmodi vis extenditur ; at fieri utique id ipsum potest per aliquod effluviolum intermedium genus , quod tenuitate sua effugerit huc usque observantium oculos , & quod per intermedias vires suas connectat etiam massas remotas , si forte ex sola diversa combinatione punctorum habentium vires ab eadem illa mea curva expressas id etiam phænomenon provenire non possit. Sed hæc omnia singulares tractatus , & longas perquisitiones requirerent ; hic mihi satis est indicasse ingentem Theoriæ meæ fecunditatem , & usum in difficillimis quibuscunque Physicæ etiam particularis partibus pertractandis.

**DXI.** Superest , ut postremo loco dicamus hic aliquid de alterationibus , & transformationibus corporum. Pro materia mihi sunt puncta indivisibilia , inextensa , prædita vi inertiae , & viribus mutuis expressis per simplicem continuam curvam habentem determinatas illas proprietates , quas expressi a Num. 116 , & quæ per æquationem quoque algebraicam definiri potest. An hæc virium lex sit intrinseca , & essentialis ipsis indivisibilibus punctis ; an sit quiddam substantiale , vel accidentale ipsis superadditum , quemadmodum fuerant Peripateticorum formæ substantiales , vel accidentales ; an sit libera lex Auctoris Naturæ , qui motus ipsos secundum legem a se pro arbitrio constitutam dirigat , illud non quæro ; nec vero inveniri potest per phænomena , quæ eadem sunt in omnibus iis sententiis. Tertia est causarum occasionalium ad gustum Cartesianorum , secunda Peripateticis inservire potest , qui in quovis puncto possunt agnoscere materiam , tum formam substantialem exigentem accidens , quod sit formalis lex virium , ut etiam , si velint , destructa substantia remanere eadem accidentia in individuo , possint conservare individuum istud accidens ; ex quo sensibilitas remanebit prorsus eadem , & quæ pro diversa combinatione ejusmodi accidentium pertinentium ad diversa puncta , erit diversa. Prima sententia videtur esse plurimorum e Recentioribus , qui impenetrabilitatem , & activas vires , quas admittunt Leibnitiani , & Newtoniani passim , videntur agnoscere pro primariis materiæ proprietatibus in ipsa ejus essentia sitis. Potest utique hæc mea Theoria adhiberi in omnibus hisce Philosophandi generibus , & suo cujusque peculiari cogitandi modo aptari potest.

**DXII.** Hæc materia mihi est prorsus homogenea , quod pertinet ad legem virium , & argumenta , quæ habeo pro homogenei-

neitate, exposui Num. 91. Si quæ occurrent Naturæ phænomena, quæ per unicum materiæ genus explicari non possent, possent adhiberi plura genera punctorum cum pluribus legibus inter se diversis, atque id ita, ut tot leges sint, quot sunt binaria generum, & præterea, quot sunt ipsa genera, ut illarum singulæ expriment vires mutuas inter puncta pertinentia ad bina singulorum binariorum genera, & harum singulæ vires mutuas inter puncta pertinentia ad idem genus, singulæ pro generibus singulis. Porro inde mirum sane, quanto major combinationum numerus oriretur, & quanto facilius explicarentur omnia phænomena. Possent autem illæ leges exponi per curvas quasdam, quarum aliquæ haberent aliquid commune, ut asymptoticum impenetrabilitatis arcum, & arcum gravitatis, ac aliæ ab aliis possent distare magis, ut habeantur quædam genera, & quædam differentiæ, quæ corporum elementa in certas classes distribuerent; & hic Peripateticis, si velint, occasio daretur admittendi materiam ubique homogeneam, ac formas substantiales diversas, quæ accidentalem virium formam diversam exigant, & vero etiam plures accidentales formas, quæ diversas determinent vires, ex quibus componatur vis totalis unius elementi respectu sui similibus, vel respectu aliorum.

DXIII. Posset autem admitti vis in quibusdam generibus nulla, & tunc substantia unius ex iis generibus liberrime permearet per substantiam alterius sine ullo occurfu, qui in numero finito punctorum indivisibilibus nullus haberetur, adeoque transiret cum impenetrabilitate reali, & compenetracione apparente; ac posset unum genus esse colligatum cum alio per legem virium, quam habeant cum tertio, sine ulla lege virium mutua inter ipsa, vel possent ea duo genera nullum habere nexum cum ullo tertio; atque in hoc posteriore casu haberi possent plurimi mundi materiales & sensibiles in eodem spatio ita inter se disparati, ut nullum alter cum altero haberet commercium, nec alter ullam alterius notitiam posset unquam acquirere. Mirum sane, quam multæ aliæ in casibus illius nexus cuiuspiam duorum generum cum tertio combinationes haberi possint ad explicanda naturæ phænomena; sed argumenta, quæ pro homogeneitate protuli, locum habent pro omnibus punctis, cum quibus nos commercium aliquod habere possumus, pro quibus solis inductio locum habere potest. An autem sint alia punctorum genera vel hic in nostro spatio, vel alibi in distantia quavis, vel si id ipsum non repugnat, in aliquo alio spatii genere, quod nullam.



habeat relationem cum nostro spatio, in quo possint esse puncta sine ulla relatione distantiae a punctis in nostro spatio existentibus, nos prorsus ignoramus, nihil enim eo pertinens omnino ex naturæ phaenomenis colligere possumus, & nimis est audax, qui eorum omnium, quæ condidit Divinus Naturæ Fabricator limitem ponat suam sentiendi, & vero etiam cogitandi vim.

DXIV. Sed redeundo ad meam homogeneorum elementorum Theoriam, singulares corporum formæ erunt combinatio punctorum homogeneorum, quæ habetur a distantis, & positionibus, ac præter solam combinationem velocitas, & directio motus punctorum singulorum: pro individuis vero corporum massis accedit punctorum numerus. Dato numero & dispositione punctorum in data massa, datur radix omnium proprietatum, quas habet eadem massa in se, & omnium relationum, quas eadem habere debet cum aliis massis, quas nimirum determinabunt numeri, & combinationes, ac motus earum; & datur radix omnium mutationum, quæ ipsi possunt accidere. Quoniam vero sunt quædam combinationes peculiare, quæ exhibent quasdam peculiare proprietates constantes, quas determinavimus, & exposuimus, nimirum suæ pro cohesione, & variis soliditatum gradibus, suæ pro fluiditate, suæ pro elasticitate, suæ pro mollitie, suæ pro certis acquirendis figuris, suæ pro certis habendis oscillationibus, quæ & per se, & per vires sibi affixas diversos sapes pariant, & diversos odores, & colorum diversas constantes proprietates exhibeant; sunt autem aliæ combinationes, quæ inducunt motus, & mutationes non permanentes, uti est omne fermentationum genus; possunt a primis illis constantium proprietatum combinationibus desumi specificæ corporum formæ, & differentiae, & per hasce posteriores habebuntur alterationes, & transformationes.

DXV. Inter illas autem proprietates constantes possunt seligi quædam, quæ magis constantes sint, & quæ non pendeant a permutatione aliarum particularum; vel etiam, quæ si amittantur, facile & prompte acquirantur, & illæ haberi pro essentialibus illi speciei; quibus constanter mutatis habeatur transformatio; iisdem vero manentibus, habeatur tantummodo alteratio. Sic si fluidi particulæ alligentur per alias, ut motum circa se invicem habere non possint, sed illarum textus, & virium genus maneat idem, congelatum illud fluidum diceretur tantummodo alteratum, non vero etiam mutatum specificè. Ita alterabitur etiam, & non specificè mutabitur

tur

rur corpus, si aucta quantitate materiæ igneæ, quam in poris continet, vel aucto motu ejusdem, vel etiam aucta aliqua suarum partium oscillatione, dicetur calefactione nova alteratum tantummodo; & aquæ massa, quæ post ebullitionem redit ad priorem formam, erit per ipsam ebullitionem alterata, non transformata: figuræ itidem mutatio, ubi ex cera, vel metallo diversa fiunt opera, alterationem quandam inducet. At ubi mutatur ille textus, qui habebatur in particulis, atque id mutatione constanti, & quæ longe alia phænomena præbeat; tum vero dicetur corrumpi, & transformari corpus. Sic ubi e solidis corporibus generetur permanens aer elasticus, & vapores elastici ex aqua; ubi aqua in terram concre scat, ubi commixtis substantiis pluribus arcte inter se cohæreant novo nexu earum particulæ, & novum mixtum efforment; ubi mixti particulæ separatæ per solutionem nexus ipsius, quod accidit in putrefactione, & in fermentationibus plurimis, novam singulæ constitutionem acquirant, habebitur transformatio.

DXVI. Si possemus inspicere intimam particularum constitutionem, & textum, ac distinguere a se invicem particulas ordinum gradatim altiorum a punctis elementaribus ad hæc nostra corpora; fortasse inveniremus aliqua particularum genera ita suæ formæ tenacia, ut in omnibus permutationibus ea nunquam corrumpantur, sed mutantur quorundam altiorum ordinum particulæ per solam mutationem compositionis, quam habent a diversa dispositione particularum constantium ordinis inferioris; liceret multo certius dividere corpora in suas species, & distinguere elementa quædam, quæ haberi possent pro simplicibus, & inalterabilibus vi naturæ, tum compositiones mixtorum specificas, & essentielles ab accidentalibus proprietatibus discernere. Sed quoniam in intimum ejusmodi textum penetrare nondum licet, eas proprietates debemus diligenter notare, quæ ab illo intimo textu proveniunt, & nostris sensibus sunt perviæ, quæ quidem omnes consistunt in viribus, motu, & mutatione dispositionis massulurum grandiuscularum, quæ sensibus se nostris objiciunt; & constanter habitas, vel facile, & brevi recuperatas distinguere a transitoriis, vel facile, & constanter amissas, & ex illarum aggregato distinguere species, hasce vero habere pro accidentalibus.

DXVII. Verum quod ad omne hoc argumentum pertinet, non erit abs re, si postremo loco huc transferam ex Stayna *Recentiore Philosophia*, ac meis in eam adnotationibus, illud, quod habeo ad versum 547 Lib. 1: „ Quamvis intrinsecam corporum naturam

M m 3

„ in-

„intueri non liceat, non esse abjicinendum, affirmat, Naturæ in-  
 „vestigandæ studium: posse ex externis illis proprietatibus plures  
 „detegi in dies; id ipsum summæ laudi esse: ideam sane, quam  
 „habemus confusam substantiæ eas habentis proprietates, proprie-  
 „tatibus ipsis auctis extendimus. Rem illustrat aptissimo exem-  
 „plo ejus substantiæ, quam aurum appellamus, ac seriem pro-  
 „prietatum eo ordine proponit, quo ipsas detectas esse verosimi-  
 „liter arbitratur: colorem fulvum, pondus gravissimum, ductili-  
 „tatem, fusilitatem, quod in fusione nihil amittat, quod rubigi-  
 „nem non contrahat. Diu his tantummodo proprietatibus auri  
 „substantiam contineri est creditum; sero additum, solvi per il-  
 „lam, quam dicunt aquam regiam, & præcipitari immisso sale.  
 „Porro & aliæ supererunt plurimæ ejusmodi proprietates olim  
 „fortasse detegendæ: quo plures detegimus, eo plus ad confu-  
 „sam illam naturæ auri cognitionem accedimus; a clara, atque in-  
 „tima ipsius naturæ contemplatione adhuc absumus. Idem, quod  
 „in hoc vidimus peculiari corpore, de corporis in genere natura  
 „affirmat. Investigandas proprietates, quibus detectis illum in-  
 „timum proprietatum fontem attingi nunquam posse: nil nisi ina-  
 „nia proferri vocabula, ubi intimæ proprietates investigantur.

DXVIII. Hæc ego quidem ex illo; tum meam hanc ipsam  
 Theoriam respiciens, quam & ipse Libro 10 exposuit nondum edi-  
 to, sic persequor: „Quid autem si partim observatione, partim  
 „ratiocinatione adhibita, constaret demum, materiam homogeneam  
 „esse, ac omne discrimen inter corpora provenire a forma, ne-  
 „xu, viribus, & motibus particularum, quæ sint intima origo  
 „sensibilium omnium proprietatum. Ea nostros sensus non alia  
 „effugiunt ratione, nisi ob nimis exiguam particularum molem; nec  
 „nostræ mentis vim, nisi ob ingentem ipsarum multitudinem, & sub-  
 „limissimam, ut ut communem, virium legem; quibus fit, ut  
 „ad intimam singularum specierum compositionem cognoscendam  
 „aspirare non possimus. At generalium corporis proprietatum,  
 „& generalium discriminum explicationem Lib. 10 ex intimis iis  
 „principiis petitam, exhibebimus fortasse non infeliciter; peculia-  
 „rium corporum textum olim cognosci, difficillimum quidem esse,  
 „arbitror; prorsus impossibile, æstimare non ausim.

DXIX. Demum ibidem illud addo, quod pertinet ad genera,  
 & species: „Interea specificas naturas æstimamus, & distinguimus  
 „a collectione illa externarum proprietatum, in quo plurimum  
 „con-

„ confert ordo , quo deteguntur. Si quædam collectio , quæ sola  
 „ innoruerat , inveniatur simul cum nova quadam proprietate con-  
 „ juncta , in aliis fere æquali numero cum aliâ diverſa ; eam , quam  
 „ pro ſpecie infima habeamus , pro genere quodam habemus con-  
 „ tinente ſub ſe illas ſpecies , & nomen , quod prius habuerant ,  
 „ pro utraque retinemus. Si diu invenimus conjunctam ubique  
 „ cum aliqua nova , deinde vero alicubi multo poſterius inveniatur  
 „ ſine illa nova ; tum , nova illa jam in naturæ ideam admiſſa ,  
 „ hanc ſubſtantiam ea carentem ab ejusmodi natura arcemus , nec  
 „ ipſi id nomen tribuimus. Si nunc inveniretur maſſa , quæ ce-  
 „ teras omnes enumeratas auri proprietates haberet , ſed aqua regia  
 „ non ſolveretur , eam non eſſe aurum diceremus. Si initio com-  
 „ pertum eſſet , alias ejusmodi maſſas ſolvi , alias non ſolvi per  
 „ aquam regiam , ſed per alium liquorem , & utrumque in æquali  
 „ fere earum maſſarum numero notatum eſſet , putatum fuiſſet ,  
 „ binas eſſe auri ſpecies , quarum altera alterius liquoris ope ſol-  
 „ veretur.

Hæc ego ibi ; unde adhuc magis pater , quid ſpecificæ formæ  
 ſint , & inde , quid ſit transformatio. Sed de his  
 omnibus jam ſatis.



AP.

# APPENDIX

Ad Metaphysicam pertinens

DE

## ANIMA, & DEO.

**DXX.** **Q**uæ pertinent ad discrimen animæ a materia, & ad modum, quo anima in corpus agit, rejecta Leibnitianorum harmonia præstabilita, persecutus jam sum in parte prima a Num. 152. Hic primum & id ipsum discrimen evolvam magis, & addam de ipsius animæ, & ejus actuum vi, ac natura, non nulla, quæ cum eodem operis argumento arctissime connectuntur; tum ad eum colligendum, qui semper maximus esse debet omnium Philosophicarum meditationum fructus, nimirum ad ipsum potentissimum, ac sapientissimum Auctorem Naturæ conscendam.

**DXXI.** Inprimis hic iterum patet, quantum discrimen sit inter corpus, & animam, ac inter ea, quæ corporeæ materiæ tribuimus, & quæ in nostra spiritali substantia experimur. Ibi omnia perfecimus tantummodo per distantias locales, & motus, ac per vires, quæ nihil aliud sint, nisi determinationes ad motus locales, sive ad mutandas, vel conservandas locales distantias certa lege necessaria, & a nulla materiæ ipsius libera determinatione pendente. Nec vero ullas ego repræsentativas vires in ipsa materia agnosco, quarum nomine haud scio, an ii ipsi, qui utuntur, satis norint, quid intelligant; nec ullum aliud genus virium, aut actionum ipsi tribuo, præter illud unum, quod respicit localem motum, & accessus mutuos, ac recessus.

**DXXII.** At in ea nostra substantia, qua vivimus, nos quidem intimo sensu, & reflexione, duplex aliud operationum genus experimur, & agnoscimus, quarum alterum dicimus *sensationem*, alterum *cogitationem* & *volitionem*. Profecto idea, quam de illis habemus intimam, & prorsus experimentalem, est longe diversa ab idea, quam habemus, localis distantiae, & motus. Et quidem illud mihi, ut in prima parte innui, omnino persuasum est, inesse animis nostris vim quandam, qua ipsas nostras ideas, & illos, non locales, sed animasticos motus, quos in nobis ipsis inspicimus, intime cognoscamus, & non solum similes a dissimilibus possimus dis-

cer-

**cernere**, quod omnino facimus, cum post equi visi ideam, se nobis idea piscis objicit, & hunc dicimus non esse equum; vel cum in primis principiis ideas conformes affirmando jungimus, difformes vero separamus negando; verum etiam ipsorum non localium motuum, & idearum naturam immediate videamus, atque originem; ut idcirco nobis evidenter constet per se se, alias oriri in nobis a substantia aliqua externa ipsi animo, & admodum discrepante ab ipso, ut ut etiam ipsi conjuncta, quam corpus dicimus; alias earum occasione in ipso animo exurgere, atque enasci per longe aliam vim; ac primi generis esse sensationes ipsas, & directas ideas, posterioris autem omne reflexionum genus, judicia, discursus, ac voluntatis actus tam varios; qua interna evidentia, & conscientia sua illi etiam, qui de corporum, de aliorum extra se objectorum existentia dubitare vellent, ac idealismum, & egoismum affectant, coguntur vel inviti internum ejusmodi ineptissimis dubitationibus assensum negare, & quotiescunque directe, & vero etiam reflexe, ac serio cogitant, & loquuntur, aut agunt, ita agere, loqui, cogitare, ut alia etiam extra se posita sibi similia, & spiritualia, & materialia entia agnoscant: neque enim libros conscriberent, & ederent, & suam rationibus confirmare sententiam niterentur, nisi illis omnino persuasum esset, existere extra ipsos, qui, quæ scripserint, & typis vulgaverint, perlegant, qui eorum rationes voce expressas aure excipiant, & victi demum se dedant.

**DXXIII.** Et vero ex motibus quibusdam localibus in nostro corpore factis per impulsum ab externis corporibus, vel per se etiam eo modo, quo ab externis fierent, ac delatis ad cerebrum (in eo enim alicubi debet esse animæ sedes, ad quam nimirum tot nervorum fibræ pertingunt idcirco, ut impulsiones propagatæ, vel per succum volatilem, vel per rigidas fibras quaquaversus deferri possint, & inde imperium in universum exerceri corpus) exurgunt motus quidam non locales in animo, nec vero liberi, & ideæ coloris, saporis, odoris, soni, & vero etiam doloris, qui oriuntur quidem ex motibus illis localibus, sed intima conscientia teste, quæ ipsorum naturam, & originem intuemur, longe aliud sunt, quam motus ipsi locales: sunt nimirum vitales actus, ut ut non liberi. Præter ipsos autem in nobis ipsis illud aliud etiam operationum genus perspicimus cogitandi, ac volendi, quod alii & brutis iridem attribuunt, cum quibus illud primum operationum genus commune nobis esse censent jam omnes, præter Cartesianos paucos, Philosophi;

phi; nam & Leibnitiani brutis ipsis animam tribuunt, quanquam non immediate agentem in corpus; sed ex iis, qui ipsam cogitandi, & volendi vim brutis attribuunt, in iis agnoscunt passim omnes, qui sapiunt, nostra inferiorem longe, & ita a materia pendentem, ut sine illa nec vivere possint, nec agere, dum nostras animas etiam a corpore separatas credimus posse eosdem æque cogitationis, & volitionis actus exercere.

DXXIV. Porro ex his, qui cogitationem, & voluntatem brutis attribuunt, alii utrique generi applicant nomen spiritus, sed distinguunt diversa spiritum genera; alii vocem spiritualis substantiæ tribuunt illis solis, quæ cogitare, & velle possint etiam sine ullo nexu cum corpore, & sine ulla materiæ organica dispositione, & motu, qui necessarius est brutis, ut vivant. Atque id quidem admodum facile revocari potest ad litem de nomine, & ad ideam, quæ affigatur huic voci *spiritus*, vel *spiritualis*, cujus vocis latina vis originaria non nisi tenuem statum significat; nec magna erit in vocum usurpatione difficultas, dummodo bene distinguantur a se invicem materia expers omni & sentiendi, & cogitandi, ac volendi vi, a viventibus sensu præditis; & in viventibus ipsis anima immortalis, ac per se ipsam etiam extra omne organicum corpus capax cogitationis, & voluntatis, a brutis longe imperfectioribus, vel quia solum sentiendi vim habeant omnis cogitationis, & voluntatis expertia, vel quia, si cogitent, & velint, longe imperfectiores habeant ejusmodi operationes, ac dissoluto per organici corporis corruptionem nexu cum ipso corpore, prorsus dispereant.

DXXV. Ceterum longe aliud profecto est & tenuitas lamellæ, quæ determinat hunc potius, quam illum coloratum radium ad reflexionem, ut ad oculos nostros deveniat, in quo sensu adhibet coloris nomen vulgus, & opifices; & dispositio punctorum componentium particulam luminis, quæ certum ipsi conciliat refrangibilitatis gradum, certum in certis circumstantiis intervallum vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, unde fit, ut certam in oculi fibris impressionem faciat, in quo sensu nomen coloris adhibent Optici; & impressio ipsa facta in oculo, & propagata ad cerebrum, in quo sensu coloris nomen Anatomici usurpare possunt; & longe aliud quid, & diversum ab iis omnibus, ac ne analogum quidem illis, saltem satis arcto analogiæ, & omnimodæ similitudinis genere, est idea illa, quæ nobis excitatur in animo, & quam demum a prioribus illis localibus moribus determinatam in-

tue-

tuemur in nobis ipsis, ac intima nostra conscientia, & animi vis, de cujus vera in nobis ipsis existentia dubitare omnino non possumus, evidentissima voce admonent ea de re, & certos nos reddunt.

DXXVI. Porro commercium illud inter animam & corpus, quod unionem appellamus, tria habet inter se diversa legum genera, quarum bina sunt prorsus diversa ab ea etiam, quæ habetur inter materiæ puncta; tertium accedit ad ipsam, quamquam etiam ab eadem in multis discrepat. Priores sunt in ordine ad motus locales organici nostri corporis; vel potius ejus partis, siue ea sit fluidum quoddam tenuissimum, siue sint solidæ fibræ; & ad motus non locales, sed animasticos nostri animi, nimirum ad excitationem idearum, & ad voluntatis actus. Utroque legum genere ad quosdam motus corporis excitantur quidam animi actus, & vice versa, & utrumque requirit inter cetera positionem certam in partibus corporis ad se invicem, & certam animæ positionem ad ipsas: ubi enim læsione quadam satis magna organici corporis ea mutua positio partium satis turbatur, ejusmodi legum observantia cessat: nec vero ea locum habere potest, si anima procul distet a corpore extra ipsum sita.

DXXVII. Sunt autem ejusmodi legum duo genera: alterum genus est illud, cujus nexus est necessarius; alterum, cujus nexus est liber: habemus enim & liberos, & necessarios motus, & sæpe fit, ut aliquis apoplexia ictus amittat omnem, saltem respectu aliquorum membrorum, facultatem liberi motus; at necessarios, non eos tantum, qui ad nutritionem pertinent, & a sola machina pendunt, sed & eos, quibus excitantur sensationes, retineat. Unde apparet & illud, diversa esse instrumenta, quibus ad ea duo diversa motuum genera utimur. Quanquam & in hoc secundo legum genere fieri posset, ut nexus ibi quidem aliquis necessarius habeatur, sed non mutuus. Ut nimirum tota libertas nostra consistat in excitandis actibus voluntatis, & eorum ope etiam ideis mentis, quibus semel libero animastico motu intrinseco excitatis, per legem hujus secundi generis debeant illico certi locales motus exoriri in ea corporis nostri parte, quæ est primum instrumentum liberorum motuum; nulli autem sint motus locales partis ullius nostri corporis, nullæ ideæ nostræ mentis, quæ animum certa lege determinent ad hunc potius, quam illum voluntatis liberum actum; licet fieri possit, ut certa lege ad id inclinent, & actus alios aliis faciliores reddant, manente tamen semper in animo, in ipsa illa ejus facultate,



re, quam dicimus voluntatem, potestate liberrima eligendi illud etiam, contra quod inclinatur, & efficiendi, ut ex mera sua determinatione præponderet etiam illud, quod independenter ab ea minorem habet vim. In eodem autem genere nexus quidam necessarii erunt itidem inter motus locales corporis, ac ideas mentis, cum quibusdam indeliberatis animi affectionibus; quæ leges, quam multæ sint, quam variæ, & an singula genera ad unicam aliquam satis generalem reduci possint, id vero nobis quidem saltem huc usque est penitus inaccessum.

DXXVIII. Tertium legum genus magis affine legi mutue punctorum materiæ est illud, quod ad motum localem pertinet animæ ipsius, ac certam ejus positionem ad corpus, & ad certam organorum dispositionem. Durante nimirum dispositione, a qua pendet vita, anima necessario debet mutare locum, dum locum mutat corpus; atque id ipsum quodam necessario nexu, non libero; si enim præceps gravitate sua corpus ruit, si ab alio repente impellitur, si vehitur navi, si ex ipsius animæ voluntate progreditur, moveri utique cum ipso debet necessario & anima, ac illam eandem respectivam sedem tenere, & corpus comitari ubique. Dissoluto autem eo nexu organicorum instrumentorum, abit illico, & a corpore, jam suis inepto usibus, discedit. At in eo hæc virium lex localem motum animæ respiciens plurimum differt a viribus materiæ, quod nec in infinitum protenditur, sed ad certam quandam satis exiguam distantiam, nec illam habet tantam reciprocationem determinationis ad accessum, & recessum cum tot illis limitibus, vel saltem nullum earum rerum habemus indicium. Fortasse nec in minimis distantis a quovis materiæ puncto determinationem ullam habet ad recessum, cum potius ipsa compenetrari cum materia posse videatur: nam ex phænomenis nec illud certo colligi posse arbitror, an cum ullo materiæ puncto compenetraretur. Deinde nec hujusmodi vires habet perennes & immutabiles; pereunt enim destructa organizatione corporis, nec eas habet, cum suis similibus, nimirum cum aliis animabus, cum quibus idcirco nec impenetrabilitatem habet, nec illos nexus cohæsionum, ex quibus materiæ sensibilitas oritur.

DXXIX. Ubi sit animæ sedes ex phænomenis utique nosse non possumus; an nimirum ea sit præsens certo cuidam punctorum numero, & toti spatio intermedio, habens virtuale illam extensionem, quam Num. 82 in primis materiæ elementis rejecimus;

an

an compenetratur cum uno aliquo puncto materiæ, cui unita secum ferat necessarios illos, & liberos nexus, ut vel illud punctum cum aliis etiam legibus agat in alia puncta quædam, vel ut enatis certis quibusdam in ipso motibus cetera fiant per virium legem toti materiæ communem; an ipsa punctum spatii occupet a nullo materiæ puncto occupatum, sed adhuc corporis dicatur forma, & anima per nexum, quem cum certis habeat punctis, respectu quorum omnes habeat illas motuum localium, & animalisticorum leges, quas diximus; id sane ex puris naturæ phænomenis, & vero etiam, ut arbitror, ex reflexione, & meditatione quavis nunquam nobis innotescet. Illud unum haberi credo in omnibus hisce legibus, quod est observationibus conforme, quod Num. 74 innui, nunquam ab anima produci motum in uno materiæ puncto, quin in alio aliquo æqualis motus in partem contrariam producat; unde fit, ut nec liberi, nec necessarii materiæ motus ab animabus nostris orti perturbent actionis, & reactionis æqualitatem, conservationem ejusdem status centri communis gravitatis, & conservationem ejusdem quantitatis motus in mundo in eandem plagam computati.

DXXX. Hæc quidem de anima; jam quod pertinet ad ipsum Divinum Naturæ Opificem, in hac Theoria elucet maxime & necessitas ipsum omnino admittendi, & summa ipse, atque infinita potentia, sapientia, providentia, quæ venerationem a nobis demississimam, & simul gratum animum, atque amorem exposcant: ac vanissima illorum somnia corruunt penitus, qui Mundum vel casu quodam fortuito putant, vel fatali quadam necessitate potuisse cordi, vel per se ipsum existere ab æterno suis necessariis legibus consistentem.

DXXXI. Et primo quidem quod ad casum pertinet, sic ratiocinantur: finiti terminorum numeri combinationes numero finitas habent; combinationes autem per totam infinitam æternitatem debent extitisse numero infinitæ, etiamsi nomine combinationum assumamus totam seriem pertinentem ad quocunque millenos annos. Quamobrem in fortuita atomorum agitatione si omnia se æqualiter habuerint, ut in longa fortuitarum serie semper accidit, debuit quævis ex ipsis redire infinitis vicibus, adeoque infinites major est probabilitas pro reditu hujus individuæ combinationis, quam habemus, quocunque finito numero vicium redeuntis mero casu, quam pro non reditu. Hi quidem inprimis in eo errant, quod putent esse aliquid, quod in se ipso revera fortuitum sit; cum omnia determi-

natas habeant in natura causas, ex quibus profluunt, & idcirco a nobis fortuita dicuntur quædam, quia causas, a quibus eorum existentia determinatur ignoramus.

DXXXII. Sed eo omisso, falsissimum est, numerum combinationum esse finitum in terminis numero finitis, si omnia, quæ ad mundi constitutionem necessaria sunt, perpendantur. Est quidem finitus numerus combinationum, si nomine combinationis assumatur tantummodo ordo quidam, quo alii termini post alios jacent: hinc ultro agnosco illud, si omnes litteræ, quæ Virgilii poema componunt, versentur temere in sacco aliquo, tum extrahantur, & ordinentur omnes litteræ, aliæ post alias, atque ejusmodi operatio continuetur in infinitum, rediturum & ipsam combinationem Virgilianam numero vicium quemvis determinatum numerum superante. At ad mundi constitutionem habetur inprimis dispositio punctorum materiæ in spatio patente in longum, latum, & profundum: porro rectæ in uno plano sunt infinitæ, planæ in spatio sunt infinita, & pro quavis recta in quovis plano infinita sunt curvarum genera, quæ cum eadem ex dato puncto directionis oriantur, in quarum singularum classibus infinites plures sunt, quæ per datum punctorum numerum non transeant. Quare ubi seligenda sit curva, quæ transeat per omnia materiæ puncta, jam habemus infinitum saltem ordinis tertii. Præterea determinata ejusmodi curva potest variari in infinitum distantia puncti cuiusvis a sibi proximo; quamobrem numerus dispositionum possibilium pro quovis puncto materiæ adhuc ceteris manentibus est infinitus, adeoque is numerus ex omnium mutationibus possibilibus est infinitus ordinis expositi a numero punctorum aucto saltem ternario. Iterum velocitas, quam habet dato tempore punctum quodvis, potest variari in infinitum, & directio motus potest variari in infinitum ordinis secundi ob directiones infinitas in eodem plano, & plana infinita in spatio. Quare cum constitutio mundi, & sequentium phaenomenorum series pendeat ab ipsa velocitate, & directione motus, numerus, qui exprimit gradum infiniti, ad quem assurgit numerus casuum diversorum, debet multiplicari ter per numerum punctorum materiæ.

DXXXIII. Est igitur numerus casuum diversorum non finitus, sed infinitus ordinis expositi a quarta potentia numeri punctorum aucta saltem ternario, atque id etiam determinata curva virium, quæ potest itidem infinitis modis variari. Quamobrem numerus com-

combinationum relativarum ad Mundi constitutionem non est finitus pro dato quovis momento temporis, sed infinitus ordinis altissimi, respectu infiniti ejus generis, cujus generis est infinitum numeri punctorum spatii in recta quapiam, quæ concipiatur utrinque in infinitum producta. At huic infinito est analogum infinitum momentorum temporis in tota utraque æternitate, cum unicam dimensionem habeat tempus. Igitur numerus combinationum est infinitus ordinis in immensum altioris ordine infiniti momentorum temporis; adeoque non solum non omnes combinationes non debent redire infinities, sed ratio numeri earum, quæ non redeunt, est infinita ordinis altissimi, quam nimirum exponit quarta potentia numeri punctorum aucta saltem binario; vel si libeat variare virium leges, saltem ternario. Quamobrem ruit futile ejusmodi, atque inane argumentum.

DXXXIV. Sed inde etiam illud eruitur, in immenso isto combinationum numero infinities esse plures pro quovis genere combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos, & massam temere volitantium punctorum, quam quæ exhibeant mundum ordinatum, & certis constantem perpetuis legibus. Sic ex. gr. ad efformandas particulas, quæ constanter suam formam retineant, requiritur collocatio in punctis illis, in quibus sunt limites, & quorum numerus debet esse infinities minor, quam numerus punctorum sitorum extra ipsos; nam intersectiones curvæ cum axe debent fieri in certis punctis, & inter ipsa debent intercedere segmenta axis continua, habentia puncta spatii infinita. Quamobrem nisi sit aliquis, qui ex omnibus æque per se possibilibus seligat unam ex ordinatis, infinities probabilius est, infinitate ordinis admodum elevati, obventuram inordinatam combinationum seriem, & chaos, non ordinatam, & Mundum, quem cernimus, & admiramur. Atque ad vincendam determinate eam infinitam improbabilitatem, requiritur infinita vis Conditoris Supremi seligentis unam ex iis infinitis.

DXXXV. Nec vero illud objici potest, etiam hominem, qui statuat aliquam effingat, finita vi eligere illam individuatam formam, quam illi dat, inter infinitas, quæ haberi possunt. Nam inprimis ille eam individuatam non eligit, sed determinat modo admodum confuso figuram quandam, & individua illa oritur ex naturæ legibus, & mundi constitutione illa individua, quam naturæ Opifex Infinitus infinitam indeterminationem superans determinavit, per quam ab ejus voluntatis actu oriuntur illi certi motus in ejus brachiis,

chiis, & ab hisce motus instrumentorum. Quin etiam in genere idcirco tam multi Philosophi determinationem ad individuum, & determinationem ad omnes illos gradus, ad quos cognitio creati determinantis non pertingit, rejecerunt in DEUM infinita cognoscendi, & discernendi vi præditum, necessaria ad determinandum unum individuum casum ex infinitis ad idem genus pertinentibus; cum creatæ mentis cognitio ad finitum tantummodo graduum diversorum numerum distincte percipiendum extendi possit; sine ullq autem determinante ex casibus infinitis, & quidem tanto infinitatis gradu, individuus unus præ aliis per se, aut per fortuitam eventualitatem prodire omnino non potest.

DXXXVI. Sed nec dici potest, hunc ipsum ordinem necessarium esse, & æternum, ac per se subsistere, casu quovis sequente determinato a proxime præcedente, & a lege virium intrinseca, & necessaria iis individuis punctis, & non aliis. Nam contra hoc ipsum miserum sane effugium quamplurima sunt, quæ opponi possunt. Inprimis admodum difficile est, ut homo sibi serio persuadeat, hanc unam virium legem, quam habet hoc individuum punctum respectu hujus individui puncti, fuisse possibilem, & necessariam, ut nimirum in hac individua distantia se potius attrahant, quam repellant, & se attrahant tanta potius attractione, quam alia. Nulla apparet sane connexio inter distantiam tantam, & tantam talis speciei vim, ut ibi non potuerit esse alia quævis, & ut hanc potius, quam aliam pro hisce punctis non selegerit arbitrium entis habentis infinitam determinativam potentiam, vel pro hisce punctis id, si libeat, ex natura sua petentibus, non posuerit alia puncta illam aliam petentibus ex sua itidem natura.

DXXXVII. Præterea cum & infinitum, & infinite parvum in se determinatum, & in se tale, sit impossibile; quod de infinito in extensione demonstravi (b) pluribus in locis, nec una tantum de-

**Fig. 71. (b)** *En unam ex ejusmodi demonstrationibus. Sit in Fig. 71 spatium a C versus A E infinitum, & in eo angulus retilineus ACE bifariam sectus per rectam CD. Sit autem GH parallela CA, quæ occurrat CD in H, ac producat ut HF fiat dupla GH, ducaturque CF, & omnes CA, CB, CD, CE in infinitum producantur. Inprimis totum spatium infinitum ECD debet esse aequale infinito ACD; nam ob angulum ACE bifariam sectum sibi invicem congruerent. Deinde triangulum HCF est duplum HCG, ob FH duplam HG. Eodem pacto ductis aliis ghf ipsi parallelis, hCf erit duplum hCg, adeoque & area FHhf dupla HGgh. Quare & summa omnium FHhf dupla summa omnium HG*

demonstratione, ut in *Dissertatione de Natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum*, ac in *Dissertatione adjecta meis Sectionum communicarum elementis*, Element. tom. 3; finitus est numerus punctorum materiae, vel saltem in communi etiam sententia finita est materiae existentis massa, quæ finitum spatium occupare debet, & non in infinitum protendi. Porro cur hic sit potius numerus punctorum, hæc potius massæ quantitas in natura, quam alia, nulla sane ratio esse potest, nisi arbitrium entis infinita determinativa potentia præditi; & nemo sanus sibi facile serio persuadebit, in quodam determinato numero punctorum haberi necessitatem existentiae potius, quam in alio quovis.

DXXXVIII. Accedit illud, quod si mundus cum hisce legibus fuisset ab æterno, extitissent jam motus æterni, & lineæ a singulis punctis descriptæ debuissent fuisse jam in infinitum productæ; nam in se ipsas non redeunt sine arbitrio entis infinitam improbabilitatem vincentis, cum demonstraverim supra pluribus in locis, infinities improbabilius esse, aliquod punctum redire aliquando ad locum, quem alio temporis momento occupaverit, quam nullum redire unquam. Porro infinitum in extensione impossibile prorsus esse, ego quidem demonstravi, uti monui, & illa impossibilitas pertinere debet ad omne genus linearum, quæ in infinitum productæ sint. Potest utique motus continuari in infinitum per æternitatem futuram, quia si aliquando cæpit, nunquam habebitur momentum temporis, in quo jam fuerit existentia infinitæ lineæ: secus vero, si per æternitatem præcedentem jam extiterit: nec in eo futuram æternitatem cum præterita prorsus analogam esse censeo, ut illud indefinitum futuræ non sit verum quoddam infinitum præteritæ. Quod si linea infinita non fuerit, & quies est infinities adhuc improbabilior, quam regressus pro unico temporis momento ad idem spatii punctum, ac multo magis æter-

O o

na

HGgh, nimirum tota area infinita BCD dupla infinita DCE, adeoque dupla ACD, nimirum pars dupla totius, quod est absurdum. Porro absurdum oritur ab ipsa infinitate, si enim sint arcus circulares GMi, gmi centro C, sector GCM erit aequalis MCI, & triangulum FCH duplum HCG. Donec sumus in quantitatibus finitis, res bene procedit, quia FCH non est pars MCI, sicut BCD est pars DCA, nec MCG, & HCG sunt unum, & idem, ut DCE est unicum infinitum absolutum contentum cruribus CD, CE. Absurdum oritur tantummodo, ubi sublatis prorsus limitibus, a quibus oriuntur discrimina spatiorum inclusorum iisdem angulis ad C, sit suppositio infiniti absoluti, quæ contradictionem involvit.

na quies; utique nec motum habuit æternam materia, nec existere potuit ab æterno, cum sine & quiete, & motu existere non poterit, adeoque creatione, & creatore fuit opus, qui idcirco infinitam haberet effectivam potentiam, ut omnem creare posset materiam, ac infinitam determinativam potentiam, ut libero arbitrio suo utens ex omnibus infinitis possibilibus momentis totius æternitatis in utramque partem indefinitæ illud posset seligere individuum momentum, in quo materiam crearet, ac ex omnibus infinitis illis possibilibus statibus, & quidem tam sublimi infinitatis gradu, seligere illum individuum statum, complectentem unum ex illis curvis per omnia puncta dato ordine accepta transeuntibus, ac in ea determinatas illas distantias, ac determinatas motuum velocitates, & directiones.

DXXXIX. Verum hisce omnibus etiam omiſſis, est illud a determinatione itidem necessaria repetitum, & in quavis Theoria validissimum, sed adhuc magis in mea, in qua omnia phænomena pendent a curva virium, & inertiae vi. Nimirum materia licet ponatur ejusmodi, ut habeat necessariam, & sibi essentialem vim inertiae, & virium activarum legem; adhuc ut quovis dato tempore posteriore habeat determinatum statum, quem haber, debet determinari ad ipsum a statu præcedenti, qui si fuisset diversus, diversus esset & subsequens; neque enim lapis, qui sequenti tempore est in Tellure, ibi esset, si immediate antecedenti fuisset in luna. Quare status ille, qui habetur tempore sequenti, nec a se ipso, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum existente, habet determinationem ad existendum, & proprietates, quas habet materia perennes, indifferentiam per se continent, nec ullam determinationem inducunt. Determinationem igitur, quam habet ille status ad existendum, accipit a statu præcedenti. Porro status præcedens non potest determinare sequentem, nisi quatenus ipse determinate existit. Ipse autem nullam itidem in se habet determinationem ad existendum, sed illam accipit a præcedente. Ergo nihil habemus adhuc in ipso secundum se consideratò determinationis ad existendum postremo illi statui. Quod de secundo diximus, dicendum de tertio præcedente, qui determinationem debet accipere a quarto, adeoque in se nullam habet determinationem pro existentia sui, nec idcirco ullam pro existentia postremi. Verum eodem pacto progrediendo in infinitum, habemus infinitam seriem statuum, in quorum singulis habemus merum nihil in ordine ad determinatam exist-

rentiam postremi status. Summa autem omnium nihilorum utcumque numero infinitorum est nihil; jam diu enim constitit, illum Guidonis Grandi, ut ut summi Geometræ, parallogismum fuisse, quo ex expressione seriei parallelæ ortæ per divisionem  $1$  intulit sum-

$$\frac{1}{1+1}$$

nam infinitorum *zero* esse revera æqualem dimidio. Non potest igitur illa series per se determinare existentiam cujuscunque certi sui termini, adeoque nec tota ipsa potest determinate existere, nisi ab ente extra ipsam posito determinetur.

DXL. Hoc quidem argumento jam annis multis uti soleo, quod & cum aliis pluribus communicavi; neque ab usitato argumento, quo rejicitur series contingentium infinita sine ente extrinseco dante existentiam seriei toti, in alio differt, nisi in eo, quod a contingentia res ad determinationem est translata, & a defectu determinationis pro sua cujusque existentia res est translata ad defectum determinationis pro existentia unius determinati status assumpti pro postremo; id autem præstiti, ne eludatur argumentum dicendo, in tota serie haberi determinationem ad ipsam totam, cum pro quovis termino habeatur determinatio intra eandem seriem, nimirum in termino præcedente. Illa reductione ad determinationem existentiae postremi quæsitam per omnem seriem, devenitur ad seriem nihilorum respectu ipsius, quorum summa adhuc est nihilum.

DXLI. Jam vero hoc ens extrinsecum seriei ipsi, quod hanc seriem elegit præ seriebus aliis infinitis ejusdem generis, infinitam habere debet determinationem, & electivam vim, ut unam illam ex infinitis seligat. Idem autem & cognitionem habere debuit, & sapientiam, ut hanc seriem ordinatam inter inordinatas selegerit; si enim sine cognitione, & electione egisset, infinities probabilius fuisset, ab illo determinari aliquam ex inordinatis, quam unam ex ordinatis, ut hanc; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas sit infinita, & quidem ordinis altissimi; adeoque & excessus probabilitatis pro cognitione & sapientia, ac libera electione supra probabilitatem pro cæco agendi modo, fatalismo, & necessitate, sit infinitus, qui idcirco certitudinem inducit.

DXLII. Atque hic notandum & illud, pro quovis individuo statu respondente cuivis momento temporis, & multo magis pro quavis individua serie respondente cuivis continuo temporis, improbabilitas determinatæ ipsius existentiae est infinita, & nos debere-



mus esse certi de ejus non existentia, nisi determinaretur ab infinito determinante, & nisi ejus determinationis notitiam nos haberemus. Sic si in urna sint nomina centum & unum, & agatur de uno determinato, an extractum inde prodierit, centuplo major est improbabilitas ipsi contraria; si mille & unum, millecupla; si numerus sit infinitus, improbabilitas erit infinita, quæ in certitudinem transit: sed si quis viderit extractionem, & nobis nunciet, tota improbabilitas illa repente corrumpitur. Verum & in hoc exemplo individua illa determinatio a creato agente non habebitur inter infinitas possibiles, nisi ex legibus ab infinito determinante jam determinatis in natura, & ab ejusdem determinatione ad individuum, uti paullo ante dicebamus de individuae figuræ electione pro statu.

**DXLIII.** Porro qui aliquanto diligentius perpenderit vel illa pauca, quæ adnotavimus necessaria in distributione punctorum ad efformanda diversa particularum genera, quæ exhibeant diversa corpora; videbit sane, quanta sapientia, & potentia sit opus ad ea omnia perspicenda, eligenda, præstanda. Quid vero, ubi cogitet, quanta altissimorum Problematum indeterminatio occurrat in infinito illo combinationum possibilium numero, & quanta cognitione opus fuerit ad eligendas illas potissimum, quæ necessariæ erant ad hanc usque adeo inter se connexorum phenomenorum seriem exhibendam? Cogitet, quid una lux præstare debeat, ut se propaget sine occurfu, ut diversam pro diversis coloribus refrangibilitatem habeat, & diversa viciū intervalla, ut calorem, & igneas fermentationes excitet. Interea vero aptandus fuit corporum textus, & laminarum crassitudo ad ea potissimum emittenda radiorum genera, quæ illos determinatos colores exhiberent sine ceterarum & alterationum, & transformationum jactura; disponendæ oculorum partes, ut imago pingeretur in fundo, & propagaretur ad cerebrum, ac simul nutritioni daretur locus, ac alia ejusmodi præstanda sexcenta. Quid unus aer, qui simul pro sono, pro respiratione, & vero etiam nutritione animalium, pro diurni caloris conservatione per noctem, pro ventis ad navigationem, pro vaporibus continendis ad pluvias, pro innumeris aliis usibus est conditus? Quid gravitas, qua perennes sunt Planetarum motus, & Cometarum, qua omnia compacta, & coadunata in ipsorum globis, quæ una suis maria continentur litoribus, & currunt fluvii, imber in terram decedit, & eam irrigat, ac fecundat, sua mole ædificia consistunt, temporis mensuram exhibent pendulorum oscillationes? si ea repente deficeret, quo nos  
ster

ster incessus, quo situs viscerum, quo aer ipse sua elasticitate diffiliens? homo hominem arreptum a tellure, & utcunque exigua impulsu vi, vel uno etiam oris flatu impetitur, ab hominum omnium commercio in infinitum expelleret, nunquam per totam æternitatem rediturum.

DXLIV. Sed quid ego hæc singularia persequor? quanta Geometria opus ad eas combinationes inveniendas, quæ tot organica nobis corpora exhiberent, tot arbores, & flores educerent, tot brutis animantibus, & hominibus tam multa vitæ instrumenta subministrarent? Pro fronde unica efformanda quanta cognitione opus fuit, & providentia, ut motus omnes per tot sæcula perdurantes, & cum omnibus aliis motibus tam arcte connexi illas individuas materiæ particulas eo adducerent, ut illam demum, illo determinato tempore frondem illius determinatæ curvaturæ producerent? quid autem hoc ipsum respectu eorum, ad quæ nulli nostri sensus pervadunt, quæ longissime supra telescopiorum, & infra microscopiorum potestatem latent? Quid respectu eorum, quæ nulla possumus contemplatione assequi, quorum nobis nullam omnino licet, ne levissimam quidem conjecturam adipisci, de quibus idcirco, ut phrasi utar, quam alibi ad aliquid ejusdem generis exprimendum adhibui, de quibus, inquam, hoc ipsum, ignorari ea a nobis, ignoramus? Ille profecto unus immensam Divini Creatoris potentiam, sapientiam, providentiam humanæ mentis captum omnem longissime superantes, ignorare potest, qui penitus mente cæcutit, vel sibi ipsi oculos eruit, & omnem mentis obtundit vim, qui Naturæ altissimis undique inclamante vocibus aures occludit sibi, ne quid audiat, vel potius (nam occludere non est satis) & cochleam, & tympanum, & quidquid ad auditum utcunque confert, proscindit, dilacerat, eruit, ac a se longissime projectum amovet.

DXLV. Sed in hac tanta eligentis, ac omnia providentis Supremi Conditoris sapientia, atque exequentis potentia, quam admirari debemus perpetuo, & venerari; illud adhuc magis cogitandum est nobis, quantum inde in nostros etiam usus promanarit, quos utique respexit ille, qui vider omnia, & fines sibi istos omnes constituit, qui per ea omnia & nostræ ipsi existentiae viam stravit, ac nos præ infinitis aliis hominibus, qui existere utique poterant, elegit ab ipso Mundi exordio motus omnes, ad horum, quibus utimur, organorum formationem disposuit, præter ea tam multa, quæ ad tuendam, & conservandam hanc vitam, ad tot commodam,

& vero etiam voluptates conducerent. Nam illud omnino credendum firmissime, non solum ea omnia vidisse unico intuitu Auctorem Naturæ, sed omnes eos animo sibi constitutos habuisse fines, ad quos conducunt media, quæ videmus adhibita.

DXLVI. Haud ego quidem Leibnitianis, & aliis quibuscunque Optimismi defensoribus assentior, qui mundum hunc, in quo vivimus, & cujus pars sumus, omnium perfectissimum esse arbitrantur, ac DEUM faciunt natura sua determinatum ad id creandum, quod perfectissimum sit, ac eo ordine, qui perfectissimus sit. Id sane nec fieri posse arbitror; cum nimirum in quovis possibilium genere seriem agnoscam finitorum tantummodo, quanquam in infinitum productam, ut Num. 89 exposui, in qua, ut in distantis duorum punctorum nulla est minima, nulla maxima; ita ibidem nulla sit perfectionis maximæ, nulla minimæ, sed quavis finita perfectione utcunque magna, vel parva, sit alia perfectio major, vel minor: unde fit, ut quamcunque seligat Naturæ Auctor, necessario debeat alias majores omittere; nec vero ejus potentiæ illud officit, quod creare non possit optimum, aut maximum; ut nec officit, quod non possit simul creare totum, quodcunque creare potest; nam id eo evadit, ut non possit se in eum statum redigere, in quo nihil melius, aut majus, vel absolute nihil aliud creare possit; nec officit aut sapientiæ, aut bonitati infinitæ, quod optimum non seligat, ubi optimum est nullum.

DLXVII. Ex alia parte determinatio illa ad optimum & libertatem Divinam tollit, & contingentiam rerum omnium, cum, quæ existunt, necessaria fiant; quæ non existunt, evadant impossibilia, ac præterea nobis quodammodo in illa hypothese debemus, quod existimus, non illi. Qui enim potuit non existere id, quod habuit pro sua existentia rationem prævalentem, quam Naturæ Auctor cum viderit, non potuerit non sequi, nec vero potuerit non videre. Qui existere potuit id, quod eandem habuit non existendi necessitatem? quid vero illi pro nostra existentia debeamus, qui nos condidit idcirco, quia in nobis invenit meritum majus, quam in iis, quos omisit, & a sua ipsius natura necessario determinatus fuit, & adactus ad obsequendum ipsi huic nostro intrinseco, & essentiali merito prævalenti. Distinguendum est inter hæc duo: unum esse alio melius; & esse melius creare potius unum, quam aliud. Illud primum habetur ubique; hoc secundum nusquam, sed æque bonum est creare, vel non creare quodcunque, quod

quod physicam bonitatem quamcunque habeat, utcunque majorem, vel minorem alio quovis omisso; solum enim Divinæ libertatis exercitium infinities perfectius est quavis perfectione creata, quæ idcirco nullum potest offerre Divinæ libertati meritum determinativum ad se creandum.

**DXLVIII.** Cum ea infinita libertate Divina componitur tamen illud, quod ad sapientiam pertinet, ut ad eos fines, quos sibi pro liberrimo suo arbitrio præfixit DEUS, media semper apta debeat feligere, quæ finem propositum frustrari non sinant. Porro hæc media etiam in nostrum bonum selegit plurima, dum totam naturam conderet, quod quem a nobis exigat beneficiorum memorem, & gratum animum, quem etiam tantæ beneficentiæ respondentem amorem cum ingenti illa admiratione, & veneratione conjunctum, nemo non videt.

**DXLIX.** Superest & illud innuendum, neminem sanæ mentis hominem dubitare posse, quin, qui tantam in ordinanda Natura providentiam ostendit, tantam erga nos in nobis feligendis, in consulendo nostris & indigentis, & commodis beneficentiam, illud etiam præstare voluerit, ut cum adeo imbecilla sit, & hebes mens nostra, & ad ipsius cognitionem per se se vix quidquam possit, se ipse nobis per aliquam revelationem voluerit multo uberius præbere cognoscendum, colendum, amandum; quo ubi devenerimus, quæ inter tam multas falso jactatas absurdissimas revelationes, unica vera sit, perspiciemus utique admodum facile. Sed ea jam Philosophiæ Naturalis fines excedunt, cujus in hoc opere Theoriam meam exposui, & ex qua uberes hosce, & solidos demum fructus percepi.



SUP.

## SUPPLEMENTA.

## §. I.

*Solutio analytica Problematis determinantis naturam legis virium, ex Dissertatione de Lege Virium in natura existentium a Num. 77.*

**I.** **U**T hasce conditiones impleamus, formulam inveniemus algebraicam, quæ ipsam continebit legem nostram, sed hic elementa communia vulgaris Cartesianæ algebrae supponemus ut nota, sine quibus res omnino confici nequaquam potest. Dicitur autem ordinata  $y$ , abscissa  $x$ , ac ponatur  $xx = z$ . Capiantur omnium  $AE$ ,  $AG$ ,  $AI$  &c valores cum signo negativo, & summa quadratorum omnium ejusmodi valorum dicatur  $a$ , summa productorum e binis quibusque quadratis  $b$ , summa productorum e ternis  $c$ , & ita porro; productum autem ex omnibus dicatur  $f$ . Numerus eorundem valorum dicatur  $m$ . His positis ponatur

$$z + az^{m-1} + bz^{m-2} + cz^{m-3} \text{ \&c. . . . } + f = P.$$

Si ponatur  $P = 0$ , pater æquationis ejus omnes radices fore reales, & positivas, nimirum sola illa quadrata quantitatium  $AE$ ,  $AG$ ,  $AI$  &c, qui erunt valores ipsius  $z$ ; adeoque cum ob  $xx = z$ , sit  $x = +\sqrt{z}$ , pater, valores  $x$  fore tam  $AE$ ,  $AG$ ,  $AI$  positivas, quam  $\overline{AE}$ ,  $\overline{AG}$  &c negativas.

**II.** Deinde sumatur quæcunque quantitas data per  $z$ , & constantes quomodocunque, dummodo non habeant ullum divisorem communem cum  $P$ , & evanescente  $z$ , eadem evanescat, ac facta  $x$  infinitesima ordinis primi, evadat infinitesima ordinis ejusdem, vel

inferioris, ut erit quæcunque formula  $z + gz^{r-1} + bz^{r-2} \text{ \&c. } + l$ , quæ posita  $= 0$  habeat radices quotcunque imaginarias, & quotcunque, & quoscunque reales, (dummodo earum nulla sit ex iis  $AE$ ,  $AG$ ,  $AI$  &c, five positiva, five negativa) si deinde tota multiplicetur per  $z$ . Ea dicatur  $Q$ .

**III.** Si jam fiat  $P - Qy = 0$ , dico hanc æquationem satisfacere reliquis omnibus hujus curvæ conditionibus, & rite determinato valore  $Q$ , posse infinitis modis satisfieri etiam postremæ conditioni expositæ sexto loco.

IV.

IV. Nam inprimis, quoniam valores  $P$ , &  $Q$  positi  $= 0$  nullam habent radicem communem, nullum habebunt divisorem communem. Hinc hæc æquatio non potest per divisionem reduci ad binas, adeoque non est composita ex binis æquationibus, sed simplex; & proinde simplicem quandam curvam continuam exhibet, quæ ex aliis non componitur. Quod erat primum.

V. Deinde curva hujusmodi secabit axem  $CAC$  in iis omnibus, & solis punctis,  $E, G, I$  &c  $E, G$ , &c. Nam ea secabit axem  $CAC$  solum in iis punctis, in quibus  $y=0$ , & secabit in omnibus. Porro ubi fuerit  $y=0$ , erit &  $Qy=0$ , adeoque ob  $P-Qy=0$ ; erit  $P=0$ . Id autem continget solum in iis punctis, in quibus  $z$  fuerit una e radicibus æquationis  $P=0$ , nimirum, ut supra vidimus, in punctis  $E, G, I$ , vel  $E, G$  &c. Quare solum in his punctis evanescet  $y$ , & curva axem secabit. Secaturam autem in his omnibus patet ex eo, quod in his omnibus punctis erit  $P=0$ . Quare erit etiam  $Qy=0$ . Non erit autem  $Q=0$ , cum nulla sit radix communis æquationum  $P=0$  &  $Q=0$ . Quare erit  $y=0$ , & curva axem secabit. Quod erat secundum.

VI. Præterea cum sit  $P-Qx=0$ , erit  $y=\frac{P}{Q}$ ; determina-

ta autem utcumque abscissa  $x$ , habebitur determinata quædam  $z$ , adeoque &  $P, Q$  erunt unicæ, & determinatæ. Erit igitur etiam  $y$  unica, & determinata; ac proinde respondebunt singulis abscissis  $z$  singulæ tantum ordinatæ  $y$ . Quod erat tertium.

VII. Rursus si  $x$  assumatur positiva, siue negativa, dummodo ejusdem longitudinis sit, semper valor  $z=xx$  erit idem; ac proinde valores tam  $P$ , quam  $Q$  erunt semper iidem. Quare semper eadem  $y$ . Sumptis igitur abscissis  $z$  æqualibus hinc, & inde ab  $A$ , altera positiva, altera negativa, respondebunt ordinatæ æquales. Quod erat quartum.

VIII. Si autem  $x$  minuat in infinitum, siue ea positiva sit, siue negativa, semper  $z$  minuetur in infinitum, & evadet infinitesima ordinis secundi. Quare in valore  $P$  decrescent in infinitum omnes termini præter  $y$ , quia omnes præter eum multiplicantur per  $z$ , adeoque valor  $P$  erit adhuc finitus. Valor autem  $Q$ , qui habet formulam ductam in  $z$  totam, minuetur in infinitum, eritque

infinitesimus ordinis secundi. Igitur  $\frac{P}{Q}=y$  augebitur in infinitum,

$Pp$

ita

ita ut evadat infinita ordinis secundi. Quare curva habebit pro asymptoto rectam AB, & area BA ED excrefcet in infinitum, & si ordinatæ  $y$  positivæ assumantur ad partes AB, & exprimant vires repulfivas, arcus asymptoticus ED jacebit ad partes ipsas AB. Quod erat quintum.

IX. Patet igitur, utcunque assumpto Q cum datis conditionibus, satisfieri primis quinque conditionibus curvæ. Jam vero potest valor Q variari infinitis modis ita, ut adhuc impleat semper conditiones, cum quibus assumptus est. Ac proinde arcus curvæ intercepti intersectionibus poterunt infinitis modis variari ita, ut primæ quinque ipsius curvæ conditiones impleantur; unde fit, ut possint etiam variari ita, ut sextam conditionem impleant.

X. Si enim dentur quocunque, & quicunque arcus, quarumcunque curvarum, modo sint ejusmodi, ut ab asymptoto AB perpetuo recedant, adeoque nulla recta ipsi asymptoto parallela eos arcus secet in pluribus, quam in unico puncto, & in iis assumantur puncta quocunque, utcunque inter se proxima, poterit admodum facile assumi valor P ita, ut curva per omnia ejusmodi puncta transeat, & idem poterit infinitis modis variari ita, ut adhuc semper curva transeat per eadem illa puncta.

XI. Sit enim numerus punctorum assumptorum quicunque  $= r$ , & a singulis ejusmodi punctis demittantur rectæ parallelæ AB usque ad axem CAC, quæ debent esse ordinatæ curvæ quæsitæ, & singulæ abscissæ ab A usque ad ejusmodi ordinatas dicantur  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  &c. singulæ autem ordinatæ  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$

&c. Assumatur autem quædam quantitas  $Az + Bz^{\frac{r-1}{r}} + Cz^{\frac{r-2}{r}} + \dots + Gz$ , quæ ponatur  $= R$ . Tum alia assumatur quantitas T ejusmodi, ut evanescente  $z$  evanescat quivis ejus terminus, & ut nullus sit divisor communis valoris P, & valoris  $R + T$ ; quod facile fiet, cum innotescant omnes divisores quantitatis P. Ponatur autem  $Q = R + T$ : & jam æquatio ad curvam erit  $P - R\gamma - T\gamma = 0$ . Ponantur in hac æquatione successive  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  pro  $x$ , &  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  &c. pro  $y$ . Habebuntur æquationes numero  $r$ , quæ singulæ continebunt valores A, B, C, . . . . G, unius tantum dimensionis singulos, numero pariter  $r$ , & præterea datos valores  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  &c.,  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  &c. ac valores arbitrarios, qui in T sunt coefficientes ipsius  $z$ .

XII.

XII. Per illas æquationes numero  $r$  admodum facile determinabuntur illi valores  $A, B, C \dots G$ , qui sunt pariter numero  $r$ , assumendo in prima æquatione, juxta methodos notissimas, & elementares valorem  $A$ , & eum substituendo in æquationibus omnibus sequentibus, quo pacto habebuntur æquationes  $r-1$ . Hæ autem ejecto valore  $B$  reducentur ad  $r-2$ , & ita porro, donec ad unicam ventum fuerit, in qua determinato valore  $Q$ , per ipsum ordine retrogrado determinabuntur valores omnes præcedentes, singuli in singulis æquationibus.

XIII. Determinatis hoc pacto valoribus  $A, B, C \dots G$  in æquatione  $P-Ry-Ty=0$ , sive  $P-Qy=0$ , patet positis successive pro  $x$  valoribus  $M_1, M_2, M_3$  &c. debere valores ordinatæ  $y$  esse successive  $N_1, N_2, N_3$  &c; ac proinde debere curvam transire per data illa puncta in datis illis curvis; & tamen valor  $Q$  adhuc habebit omnes conditiones præcedentes. Nam imminuta & ultra quoscunque limites, minuentur singuli ejus termini ultra quoscunque limites, cum minuantur termini singuli valoris  $T$ , qui ita assumpti sunt, & minuantur pariter termini valoris  $R$ , qui omnes sunt ducti in  $z$ ; & præterea nullus erit communis divisor quantitarum  $P$  &  $Q$ , cum nullus sit quantitarum  $P$ , &  $R+T$ .

XIV. Porro si bina proxima ex punctis assumptis in arcubus curvarum ad eandem axis partem concipiantur accedere ad se invicem ultra quoscunque limites, & tandem congruere, factis nimirum binis  $M$  æqualibus, & pariter æqualibus binis  $N$ ; jam curva quæ sita ibidem tanget arcum curvæ datæ; & si tria ejusmodi puncta congruant, eam osculabitur; quin immo illud præstari poterit, ut coeant quot libuerit puncta, ubi libuerit, & habeantur oscula ordinis cujus libuerit, & ut libuerit sibi invicem proxima; arcu curvæ datæ accedente, ut libuerit, & in quibus libuerit distantis ad arcus, quos libuerit curvarum, quarum libuerit, & tamen ipsa curva servante omnes illas 6 conditiones requisitas ad exponendam legem illam virium repulsivarum, ac attractivarum, & datos limites.

XV. Cum vero adhuc infinitis modis variari possit valor  $T$ , infinitis modis idem præstari poterit; ac proinde infinitis modis inveniri poterit curva simplex datis conditionibus satisfaciens. Q. E. F.

XVI. *Coroll. 1.* Curva poterit contingere axem  $CAC$  in quot libuerit punctis, & contingere simul, ac secare in iisdem, ac proinde eum osculari quocunque osculi genere. Nam si binæ quævis e distantis limitum fiant æquales, curva contingeret rectam  $CA$ ,



evanefcente arcu inter binos limites; ut fi punctum  $I$  abiret in  $L$ , evanefcente arcu  $IKL$ , haberetur contactus in  $L$ , repulfio per arcum  $HI$  perpetuo decreferet, & in ipfo contactu  $IL$  evanefceret, tum non transfret in attraétionem, fed iterum creferet repulfio ipfa per arcum  $LM$ . Idem autem accideret attraétioni, fi coeuntibus punctis  $LN$ , evanefceret arcus repulfivus  $LMN$ .

XVII. Si autem tria puncta coirent, ut  $LNP$  curva contineret fimul axem  $CAC$ , & ab eodem fimul fecaretur, ac proinde haberet in eodem puncto contactus flexum contrarium. Haberet autem ibidem transitus ab attraétione ad repulfionem, vel vice verfa, adeoque verus limes.

XVIII. Eodem pacto poffunt congruere puncta 4, 5, quotcunque; & fi congruat numerus punctorum par, habebitur contactus; fi impar, contactus fimul, & feétio. Sed quo plura puncta coibunt; eo magis curva accedet ad axem  $CAC$  in ipfo limite, eumque ofcullabitur ofculo arctiore.

XIX. *Coroll. 2.* In iis limitibus, in quibus curva fecat axem  $CAC$ , poteft ipfa curva fecare eundem in quibuscunque angulis ita tamen, ut angulus, quem efficit ad partes  $A$  arcus curvæ in perpetuo recessu ab afymptoto apellens ad axem  $CAC$  non fit major recto; & ibidem poteft aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut ofculari, quocunque contactus, aut ofculi genere: nimirum habendo in utrolibet cafu radium ofculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evanefcentem, vel utcunque abeuntem in infinitum.

XX. Nam pro illis punctis datis in arcubus curvarum quarumcunque, quas curva inventa poteft vel contingere, vel ofculari quocunque ofculi genere, ex quibus definitus eft valor  $R$ , poffunt affumi arcus curvarum quarumcunque fecantium axem  $CAC$ , in angulis quibuscunque: folum quoniam femper arcus curvæ, ut  $zNb$  debet ab afymptoto recedere, non poterit punctum ullum  $z$  præcedens limitem  $N$  jacere ultra rectam axi perpendicularem erectam ex  $N$ , vel punctum  $b$  fequens ipfum  $N$  jacere citra; ac proinde non poterit angulus  $ANz$ , quem efficit ad partes  $A$  arcus  $zH$  in perpetuo recessu ab afymptoto apellens ad axem  $CAC$  effe major recto.

XXI. Poffunt autem arcus curvarum affumptarum in iisdem punctis aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut ofculari, quocunque contactus aut ofculi genere, ut nimirum fit

ra-

radius osculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evanescens, vel utcunque abiens in infinitum. Quare idem accidere poterit, ut innuimus, & arcui curvæ inventæ, quæ ad eos arcus potest accedere, quantum libuerit, & eos contingere, vel osculari quocunque osculi genere in iis ipsis punctis.

XXII. Solum si curva inventa retigerit in ipso limite rectam axi  $\dot{C}AC$  perpendicularem, debet simul ibidem eandem secare; cum debeat semper recedere ab asymptoto, adeoque debet ibidem habere flexum contrarium.

XXIII. *Scholium 1.* Corollarium 1 est casus particularis hujus corollarii secundi, ut patet: sed libuit ipsum seorsum diversa methodo & faciliore prius eruere.

XXIV. *Coroll. 3.* Arcus curvæ etiam extra limites potest habere tangentem in quovis angulo inclinatum ad axem vel ei parallelam vel perpendicularem cum iisdem contactum, & osculorum conditionibus, quæ habentur in corollario 2.

XXV. Demonstratio est prorsus eadem: nam arcus curvarum dati, ad quos arcus curvæ inventæ potest accedere ubicunque, quantum libuerit, possunt habere ejusmodi conditiones.

XXVI. *Coroll. 4.* Mutata abscissa per quodcunque intervalum datum, potest ordinata mutari per aliud quodcunque datum utcunque minus, vel majus ipsa mutatione abscissæ, & utcunque majus quantitate quacunque data: ac si differentia abscissæ sit infinitesima, & dicatur ordinis primi; poterit differentia ordinatæ esse ordinis cujuscunque, vel utcunque inferioris, vel intermedii, inter quantitates finitas, & quantitates ordinis primi.

XXVII. Patet primum ex eo, quod, ubi determinatur valor  $R$ , potest curva transire per quocunque & quæcunque puncta, adeoque per puncta ex quibus ductæ ordinatæ sint utcunque inter se proximæ, & utcunque inæquales.

XXVIII. Patet secundum: quia in curvis, ad quas accedit arcus curvæ inventæ, vel quas osculatur quocunque osculi genere, potest differentia abscissæ ad differentiam ordinatæ esse pro diversa curvarum natura in datis earum punctis in quavis ratione, quantitatibus infinitesimæ ordinis cujuscunque ad infinitesimam cujuscunque alterius.

XXIX. *Scholium 2.* Illud notandum, ubicunque fuerit tangens curvæ inventæ inclinata in angulo finito ad axem, fore differentiam abscissæ ejusdem ordinis, ac est differentia ordinatæ: ubi

tangens fuerit parallela axi, fore differentiam ordinatæ ordinis inferioris, quam sit differentia abscissæ, & vice versa, ubi tangens fuerit perpendicularis axi.

XXX. Præterea notandum: si abscissa fuerit ipsa distantia limitis, quæ vel augeatur, vel minuatur utcumque; differentia ordinatæ erit ipsa ordinata integra: cum nimirum in limite ordinata sit nihilo æqualis.

XXXI. *Coroll. 5.* Arcus repulsionum, vel attractionum intercepti binis limitibus quibuscunque, possunt recedere ab axe, quantum libuerit, adeoque fieri potest, ut alii propiores asymptoto recedant minus, quam alii remotiores, vel ut quodam ordine eo minus recedant ab axe, quo sunt remotiores ab asymptoto, vel ut post aliquot arcus minus recedentes aliquis arcus longissime recedat.

XXXII. Omnia manifesto consequuntur ex eo, quod curva possit transire per quævis data puncta.

XXXIII. *Coroll. 6.* Potest curva ipsum axem  $CAC$  habere pro asymptoto ad partes  $C$ , &  $C$  ita, ut arcus asymptoticus sit vel repulsivus vel attractivus; & potest arcus quivis binis limitibus quibuscunque interceptus abire in infinitum, ac habere pro asymptoto rectam axi perpendicularem, utcumque proximam utrilibet limiti, vel ab eo remotam.

XXXIV. Nam si bini postremi limites concipiantur coire, abeuntibus binis intersectionibus in contactum, tum ipsa distantia contactus concipiat excrecere in infinitum; jam axis æquivaleret rectæ curvam tangenti in puncto infinite remoto, adeoque evadit asymptotus: & si arcus evanescens inter postremos duos limites coeuntes fuerit arcus repulsionis; postremus arcus asymptoticus erit arcus attractionis. Contra vero, si arcus evanescens fuerit arcus attractionis.

XXXV. Eodem pacto si quævis ordinata respondens puncto cuilibet, per quod debet transire curva, concipiat abire in infinitum; jam arcus curvæ abibit in infinitum, & erit ejus asymptotus illa ipsa ordinata in infinitum excrecens.

## §. II.

*Contra vires in minimis distantis attractivas, & excrecentes in infinitum.* Ex eadem Dissert. a Num. 59.

XXXVI. **A**T præterea contra solam attractionem plures habentur difficultates, quæ per gradus crescunt. Nam inprimis

mis si ex imminutis utcunque distantis agant, augment velocitatem usque ad contactum, ad quem ubi deventum est, incrementum velocitatis ibi per saltum abrumpitur, & ubi maxima est, ibi perpetuo incassum nituntur partes ad ulteriorem effectum habendum, & necessario irritos conatus edunt.

XXXVII. Quod si in infinitum imminuta distantia, crescant in aliqua ratione distantiarum reciproca, multæ itidem difficultates habentur, quæ nostram oppositam sententiam confirmant. Inprimis in ea hypothesi virium deveniri potest ad contactum, in quo vis, sublata omni distantia, debet augeri in infinitum magis, quam esset in aliqua distantia. Porro nos putamus accurate demonstrari, nullas quantitates existere posse, quæ in se infinitæ sint, aut infinite parvæ. Hinc autem statim habemus absurdum, quod nimirum si vires in aliqua distantia aliquid sunt, in contactu debeant esse absolutæ infinitæ.

XXXVIII. Augetur difficultas, si debeat ratio reciproca esse major, quam simplex (ut ad gravitatem requiritur reciproca duplicata, ad cohæSIONem adhuc major) & ad bina puncta pertineat. Nam illa puncta in ipso congressu devenient ad velocitatem absolute infinitam. Velocitas autem absolute infinita est impossibilis. cum ea requirat spatium finitum percursum momento temporis, adeoque replicationem, sive extensionem simultaneam per spatium finitum divisibile, & quovis finito tempore requirat spatium infinitum, quod cum inter bina puncta interjacere non possit, requiret ex natura sua, ut punctum ejusmodi velocitatem adeptum nusquam esset.

XXXIX. Accedunt plurima absurda, ad quæ ejusmodi leges non deducunt. Tendat punctum aliquod in Fig. 72 in centrum F in ratione reciproca duplicata distantiarum, & ex A projiciatur directione AB perpendiculari ad AF, cum velocitate satis exigua: describet Ellipsim ACDE, cujus focus erit F, & semper regredietur ad A. Decrescat velocitas AB per gradus, donec demum evanescat. Semper magis arctatur Ellipsis, & vertex D accedit ad focum F, in quem demum recidit abeunte Ellipsi in rectam AF. Videtur igitur id punctum sibi relictum debere descendere ad F, tum post acquisitam ibi infinitam velocitatem, eam sine ulla contraria vi convertere in oppositam, & retro regredi. At si id punctum tendat in omnia puncta superficiei sphericæ, vel globi E GCH in eadem illa ratione, demonstratum est a Newtono debere  
per

per A G descendere motu accelerato eodem modo, quo acceleraretur, si omnia ejusmodi puncta superficiei vel sphaerae compenetrarentur in F. At abrupta lege accelerationis in G, debere per GH ferri motu aequabili, viribus omnibus per contrarias actiones elisis, tum per HI tantundem procurrere motu retardato, adeoque perpetuam oscillationem peragere, velocitatis mutatione bis in singulis oscillationibus per saltum interrupta.

XL. In eo jam absurdum quoddam videtur esse, sed id quidem multo magis crescit, si consideretur, quid debeat accidere, ubi tota sphaerica superficies, vel tota sphaera abeat in unicum punctum F. Tum itidem corpus sibi relictum, deveniet ad centrum cum infinita velocitate, sed procurret ulterius usque ad I, dum prius, ubi Ellipsis evanescebat, debebat redire retro. Nos quidem pluribus in locis alibi demonstravimus, in prima determinatione latere errorem, cum Ellipsi evanescente, nullae jam adsint omnes vires, quae agunt per arcum situm ultra F ad partes D, quae priorem velocitatem debebant extinguere, & novam producere ipsi aequalem. Verum adhuc habetur saltus quidam, cui & natura & geometria ubique repugnat. Nam donec utcumque parva est velocitas, habetur semper regressus ad A cum procurfu FD eo minore, quo velocitas est minor; facta autem velocitate nulla, procurfus immediate evadit FI, quin ulli intermedii minores adfuerint. Quod si quis ejus priorem determinationem tueri velit, ut punctum quod agatur in centrum vi, quae sit in ratione reciproca duplicata distantiarum, debeat e centro regredi retro; tum saltus habetur similis, ubi prius in sphaericam superficiem, vel sphaeram tendat, quae paulatim abeat in centrum. Donec enim aderit superficies illa, vel sphaera; habebitur semper is procurfus, qui abruptetur in illo appulsu totius superficiei ad centrum, quin habeantur prius minores procurfus.

Fig. 73. XLI. Haec quidem in ratione reciproca duplicata distantiarum; in reciproca triplicata habentur etiam graviora. Nam si cum debita quadam velocitate projiciatur per rectam AB Fig. 73 continentem angulum acutum cum AP, mobile, quod urgeatur in P vi crescente in ratione reciproca triplicata distantiarum, demonstratur in Mechanica, ipsum debere percurrere curvam ACDEFGH, quae vocatur spiralis logarithmica, quae hanc habet proprietatem, ut quavis recta, ut PF, ducta ad quodvis ejus punctum, contineat cum recta ipsam ibidem tangente angulum aequalem angulo PAB; unde illud

illud consequitur, ut ea quidem ex una parte infinitis spiris circumvolvatur circa punctum P, nec tamen in ipsum unquam desinat: si autem ducatur ex P recta perpendicularis ad AP, quæ tangenti AB occurrat in B, tota spiralis ACDEFGH in infinitum continuata, ad mensuram longitudinis AB accedat ultra quoscunque limites, nec unquam ei æqualis fiat; velocitas autem in ejusmodi curva in continuo accessu ad centrum virium P perpetuo crescat. Quare finito tempore, & sane breviori, quam sit illud, quo velocitate initiali percurreret AB, deberet id mobile devenire ad centrum P; in quo bina gravissima absurda habentur. Primo quidem, quod haberetur tota illa spiralis, quæ in centrum desineret, contra id, quod ex ejus natura deducitur, cum nimirum in centrum cadere nunquam possit: deinde vero, quod elapso eo finito tempore mobile illud nusquam esse deberet. Nam ea curva, ubi etiam in infinitum continuata intelligitur, nullum habet egressum e P. Et quidem formulæ analyticæ exhibent ejus locum post id tempus impossibilem, sive, ut dicimus, imaginarium; quo quidem argumento Eulerius in sua Mechanica affirmavit illud, debere id mobile in appulsu ad centrum virium annihilari. Quanto satius fuisset inferre, eam legem virium impossibilem esse?

XLII. Quanto autem majora absurda in ulterioribus potentiis, quibus vires alligatæ sint, consequentur? Sit globus Fig. 74 A Fig. 47. BE, & intra ipsum alius A b e, qui priorem contingat in A, ac in omnia utriusque puncta agant vires decrescentes in ratione reciproca quadruplicata distantiarum, vel majore, & quæatur ratio vis puncti constituti in concursu A utriusque superficiæ. Concipiatur uterque resolutus in pyramides infinite arctas, quæ prodeant ex communi puncto A, ut BAD, bAd. In singulis autem pyramidulis divisus in partes totis proportionales sint particule MN, mn similes, & similiter positæ. Quantitas materiæ in MN, ad quantitatem in mn erit, ut massa totius globi majoris ad totum minorem, nimirum, ut cubus radii majoris ad cubum minoris. Cum igitur vis; qua trahitur punctum A, sit, ut quantitas materiæ directe, & ut quarta potestas distantiarum reciproce, quæ itidem distantie sunt, ut radii sphaerarum, erit vis in partem MN ad vim in partem mn directe, ut tertia potestas radii majoris ad minorem, & reciproce, ut quarta potestas ipsius. Quare manebit ratio simplex reciproca radiorum.

XLIII. Minor erit igitur actio singularum particularum homologarum MN quam  $mn$ , in ipsa ratione radiorum, adeoque punctum A minus trahetur a tota sphaera ABE, quam a sphaera A  $be$ , quod est absurdum, cum attractio in eam sphaeram minorem debeat esse pars attractionis in sphaeram maiorem, quae continet minorem, cum magna materiae parte sita extra ipsam usque ad superficiem sphaerae majoris, unde concluditur esse partem maiorem toto, maximum nimirum absurdum. Et quidem in altioribus potentiis multo major

est is error; nam generaliter, si vis sit reciproce, ut R, posito R pro radio, &  $m$  pro quovis numero ternarium superante, erit

attractio sphaerae eodem argumento reciproce, ut R  $m-3$ , quae eo maiorem indicat vim in sphaeram minorem respectu majoris ipsam continentis, quo numerus  $m$  est major.

XLIV. Hoc quidem pacto inveniuntur plurima absurda in variis generibus attractionum, quae si repulsiones, in minimis distantis habeantur pares extinguendae velocitati cuilibet utcumque magnae, cessant illico omnia, cum eae repulsiones mutuuum accessum ac concursum penitus impediant. Inde autem manifesto iterum consequitur, repulsiones in minimis distantis praefendas potius esse attractioni, ex quarum variis generibus tam multa absurda consequuntur.

### §. III.

#### *De Spatio ac Tempore. Ex Supplementis in*

L. I. Stay. §. VI.

XLV. **E**GO materiae extensionem prorsus continuam non admitto, sed eam constituo punctis prorsus indivisibilibus, & inextensis a se invicem disjunctis aliquo intervallo, & connexis per vires quasdam jam attractivas jam repulsivas pendentes a mutuis ipsorum distantis. Videndum hic, quid mihi sit in hac sententia spatium, ac tempus, quomodo utrumque dici possit continuum, divisibile in infinitum, aeternum, immensum, immobile, necessarium, licet neutrum, ut in ipsa nota ostendi, suam habeat naturam realem ejusmodi proprietatibus praeditam.

XLVI. Inprimis illud mihi videtur evidens, tam eos, qui spatium admittunt absolutum, natura sua reali, continuum, aeternum,

num, immensum, tam eos, qui cum Leibnitianis & Cartesianis ponunt spatium ipsum in ordine, quem habent inter se res, quæ existunt, præter ipsas res, quæ existunt, debere admittere modum aliquem non pure imaginarium, sed realem existendi, per quem ibi sint, ubi sunt, & qui existat tum, cum ibi sunt, pereat cum ibi esse desierint, ubi erant. Nam admissio etiam in prima sententia spatio illo, si hoc, quod est, esse rem aliquam in ea parte spatii, haberetur tantummodo per rem, & spatium, quotiescunque existeret res, & spatium, haberetur hoc, quod est rem illam in ea spatii parte collocari. Rursus si in posteriore sententia ordo ille, qui locum constituit, haberetur per ipsas tantummodo res, quæ ordinem illum habent, quotiescunque res illæ existerent, eodem semper existerent ordine illo, nec proinde unquam locum mutarent. Atque id, quod de loco dixi, dicendum pariter de tempore.

XLVII. Necessario igitur admittendus est realis aliquis existendi modus, per quem res est ibi, ubi est, & tum, cum est. Sive is modus dicatur res, sive modus rei, sive aliquid, sive nonnihil; is extra nostram imaginationem esse debet, & res ipsum mutare potest, habens jam alium ejusmodi existendi modum, jam alium.

XLVIII. Ego igitur pro singulis materiæ punctis, ut de his loquar, e quibus ad res etiam immateriales eadem omnia facile transferri possunt, admitto bina realia modorum existendi genera, quorum alii ad locum pertineant, alii ad tempus, & illi locales, hi dicantur temporarii. Quodlibet punctum habet modum realem existendi, per quem est ibi, ubi est, & alium, per quem est tum, cum est. Hi reales existendi modi sunt mihi reale tempus, & spatium, horum possibilitas a nobis indefinite cognita est mihi spatium vacuum, & tempus itidem, ut ita dicam, vacuum, sive etiam spatium imaginarium, & tempus imaginarium.

XLIX. Modi illi reales singuli & oriuntur, ac pereunt, & indivisibiles prorsus mihi sunt, ac inextensi & immobiles, ac in suo ordine immutabiles. Ii & sua ipsorum loca sunt realia, ac temporaria, & punctorum, ad quæ pertinent. Fundamentum præbet realis relationis distantiae, sive localis inter duo puncta, sive temporariae inter duo eventa. Nec aliud est in se, quod illam determinatam distantiam habeant illa duo materiæ puncta, quam quod illos determinatos habeant existendi modos, quos necessario mutant, ubi eam mutant distantiam. Eos modos, qui in ordine ad locum sunt, dico puncta loci realia, qui in ordine ad tempus, momenta,

Q q 2

quæ-



quæ partibus carent singula, ac omni illa quidem extensione, hæc duratione, utraque divisibilitate destituuntur.

L. Porro punctum materiæ prorsus indivisibile, & inextensum, alteri puncto materiæ contiguum esse non potest, sed, si nullam habent distantiam, prorsus coeunt; si non coeunt penitus, distantiam aliquam habent. Neque enim, cum nullum habeant partium genus, possunt ex parte coire tantummodo, & ex parte altera se contingere, ex altera mutuo averfari. Præjudicium est quoddam ab infantia, & ideis ortum per sensus acquisitis, ac debita reflexione destitutis, qui nimirum nobis massas semper ex partibus a se invicem distantibus compositas exhibuerunt, cum videmur nobis puncta etiam indivisibilia, & inextensa posse punctis adjungere ita, ut se contingant, & oblongam quandam seriem constituent. Globulos nobis confingimus, nec abstrahimus animum ab extensione illa, & partibus, quas voce, & ore secludimus.

LI. Porro ubi bina materiæ puncta a se invicem distant, semper aliud materiæ punctum potest collocari in directum ultra utrumque ad eandem distantiam, & alterum ultra hoc, & ita porro, ut patet, sine ullo fine. Potest itidem inter utrumque collocari in medio aliud punctum, quod neutrum contingeret. Si enim alterum contingeret, utrumque contingeret, adeoque cum utroque congrueret, & illa etiam congruerent, non distarent, contra hypothesim. Dividi igitur poterit illud intervallum in partes duas, ac eodem argumento illa itidem duo in alias quatuor, & ita porro sine ullo fine. Quamobrem, utcunque ingens fuerit binorum punctorum intervallum, semper aliud haberi poterit majus, utcunque id fuerit parvum, semper aliud haberi poterit minus, sine ullo limite, & fine.

LII. Hinc ultra, & inter bina loci puncta realia quæcunque alia loci puncta realia possibilia sunt, quæ ab iis recedant, vel ad ipsa accedant sine ullo limite determinato, & divisibilitas realis intervalli inter duo puncta in infinitum est, ut ita dicam, interscribilitas punctorum realium sine ullo fine. Quotiescunque illa puncta loci realia interposita fuerint, interpositis punctis materiæ realibus, finitus erit eorum numerus, finitus intervallorum numerus illo priore interceptorum, & ipsi simul æqualium; at numerus ejusmodi partium possibilium finem habebit nullum. Illorum singulorum magnitudo certa erit, ac finita; horum magnitudo minuetur ultra quoscunque limites, sine ullo determinato hiatu, qui adjectis

no-

novis intermediis punctis imminui adhuc non possit, licet nec possit actuali divisione, sive interpositione exhauriri.

LIII. Hinc vero dum concipimus possibilia hæc loci puncta, spatii infinitatem, & continuitatem habemus, cum divisibilitate in infinitum. In existentibus limes est semper certus, certus punctorum numerus, certus intervallorum. In possibilibus nullus est finis. Possibilium abstracta cognitio excludens limitem a possibili argumento intervalli, & diminutione, ac hiatu infinitatem lineæ imaginariæ & continuitatem constituit, quæ partes actu existentes non habet, sed tantummodo possibiles. Cumque ea possibilitas & æterna sit, & necessaria, ab æterno enim, & necessario verum fuit, posse illa puncta cum illis modis existere; spatium huiusmodi imaginarium continuum, infinitum, simul etiam æternum fuit, & necessarium, sed non est aliquid existens, sed aliquid tantummodo potens existere, & a nobis indefinite conceptum: immobilitas autem ipsius spatii a singulorum punctorum immobilitate orietur.

LIV. Atque hæc omnia, quæ hucusque de loci punctis sunt dicta, ad temporis momenta eodem modo admodum facile transferuntur, inter quæ ingens quædam habetur analogia. Nam & punctum a puncto, & momentum a momento quovis determinato certam distantiam habet, nisi coeunt, qua major, & minor haberi alia potest sine ullo limite. In quovis intervallo spatii imaginarii, ac temporis adest primum punctum, vel momentum, & ultimum, secundum vero, & penultimum habetur nullum, quovis enim assumpto pro secundo, vel penultimo, cum non coeat cum primo, vel ultimo, debet ab eo distare, & in eo intervallo alia itidem possibilia puncta vel momenta interjacent. Nec punctum continuæ lineæ, nec momentum continui temporis, pars est, sed limes & terminus. Linea continua, & tempus continuum generari intelliguntur non repetitione puncti, vel momenti, sed ductu continuo, in quo intervalla alia aliorum sint partes, non ipsa puncta, vel momenta, quæ continuo ducuntur. Illud unicum erit discrimen, quod hic ductus in spatio fieri poterit, non in unica directione tantum per lineam, sed in infinitis per planum, quod concipietur ductu continuo in latus lineæ jam conceptæ, & iterum in infinitis per solidum, quod concipietur ductu continuo plani jam concepti, in tempore autem unicus ductus durationis habebitur, quod idcirco soli lineæ erit analogum; & dum spatii imaginarii extensio habetur triplex in longum, latum, & profundum, temporis habetur unica

in longum, vel diuturnum tantummodo. In triplici tamen spatii, & unico temporis genere, punctum, ac momentum erit principium quoddam, a quo ductu illo suo hæc ipsa generata intelliguntur.

LV. Illud jam hic diligenter notandum: non solum ubi duo puncta materiæ existunt, & aliquam distantiam habent, existere duos modos, qui relationis illius distantiae fundamentum præbeant, & sint bina diversa puncta loci realia, quorum possibilitas a nobis concepta exhibeat bina puncta spatii imaginarii, adeoque infinitis numero possibilibus materiæ punctis respondere infinitos numero possibiles existendi modos; sed cuivis puncto materiæ respondere itidem infinitos possibiles existendi modos, qui sint omnia ipsius puncti possibilia loca. Hæc omnia satis sunt ad totum spatium imaginarium habendum, & quodvis materiæ punctum suum habet spatium imaginarium immobile, infinitum, continuum, quæ tamen omnia spatia pertinentia ad omnia puncta sibi invicem congruunt, & habentur pro unico. Nam si assumatur unum punctum reale loci ad unum materiæ punctum pertinens, & conferatur cum omnibus punctis realibus loci pertinentibus ad aliud punctum materiæ; est unum inter hæc posteriora, quod si cum illo priore coexistat, relationem inducet distantiae nullius, quam compenetrationem appellamus. Unde patet punctorum, quæ existunt, distantiam nullam non esse nihil, sed relationem inductam a binis quibusdam existendi modis. Reliquorum quivis cum illo eodem priore induceret relationem aliam, quam dicimus cujusdam determinatæ distantiae, & positionis. Porro illa loci puncta, quæ nullius distantiae relationem inducunt, pro eodem accipimus, & quemvis ex infinitis hujusmodi punctis ad infinita puncta materiæ pertinentibus pro eodem accipimus, ac ejusdem loci nomine intelligimus. Ea autem haberi debere pro quovis punctorum binario, sic patet. Si tertium punctum ubicunque collocetur, habebit aliquam distantiam, & positionem respectu primi. Summoto primo, poterit secundum collocari ita, ut habeat eandem illam distantiam, & positionem, respectu tertii, quam habebat primum. Igitur modus hic, quo existit, pro eodem habetur, ac modus, quo existeret illud primum, & si hi bini modi simul existerent, nullius distantiae relationem inducerent inter primum, ac secundum; & hæc pariter, quæ hic de spatii punctis dicta sunt, æque temporis momentis conveniunt.

LVI. An autem possint simul existere, id vero pertinet ad relationem, quam habent puncta loci cum momentis temporis, si-

ve

ve spectetur unicum materiæ punctum, sive plura. Inprimis plura momenta ejusdem puncti materiæ coexistere non possunt, sed alia necessario post alia, sic itidem bina puncta localia ejusdem puncti materiæ conjungi non possunt, sed alia jacere debent extra alia, atque id ipsum ex eorum natura, & ut ajunt, essentia.

LVII. Deinde considerentur conjunctiones variæ punctorum loci, & momentorum. Quodvis punctum materiæ, si existit, conjungit aliquod punctum spatii cum aliquo momento temporis. Nam necessario alicubi existit, & aliquando existit; ac si solum etiam existat, semper suum habet, & localem, & temporarium existendi modum, per quod, si aliud quodpiam existat, quod suos itidem habebit modos, distantiae & localis, & temporariæ relationem ad ipsum acquireret. Id saltem omnino accidet, si omnium, quæ existunt, vel existere possunt, commune est spatium, ut puncta localia unius, punctis localibus alterius perfecte congruant, singula singulis. Quid enim, si alia sint rerum genera, vel a nostris dissimilium, vel nostris etiam prorsus similia, quæ aliud, ut ita dicam infinitum spatium habeant, quod a nostro itidem infinito non per intervallum quoddam finitum, vel infinitum distet, sed ita alienum sit, ita, ut ita dicam, alibi positum, ut nullum cum hoc nostro commercium habeat, nullam relationem distantiae inducat. Atque id ipsum de tempore etiam dici posset extra omne nostrum æternum tempus collocato. At id menti, ipsum conanti concipere, vim summam infert, ac a cogitatione directa admitti vel nullo modo potest, vel saltem vix potest. Quamobrem iis rebus, vel rerum spatiis, & temporibus, quæ ad nos nihil pertinere possent, prorsus omissis, agamus de nostris hisce. Si igitur primo idem punctum materiæ jungat idem punctum spatii, cum pluribus momentis temporis aliquo a se invicem intervallo disjunctis, habebitur regressus ad eundem locum; si secundo id jungat cum serie continua momentorum temporis continui, habebitur quies, quæ requirit tempus aliquod continuum cum eodem loci puncto, sine qua conjunctione habetur continuus motus, succedentibus sibi aliis, atque aliis loci punctis, pro aliis, atque aliis momentis temporis. Si tertio idem punctum materiæ jungat idem momentum temporis cum pluribus punctis loci a se invicem distantibus aliquo intervallo, habebitur illa, quam dicimus replicationem. Si quarto id jungat cum serie continua punctorum loci aliquo intervallo continuo contentorum, habebitur quædam, quam plures Peripatetici

tici admiserunt, virtualement appellantes extensionem, qua indivisibilis, & partibus omnino destituta materiae particula spatium divisibile occuparet. Sunt aliae quatuor combinationes, ubi plura materiae puncta considerentur; nimirum quinto si jungantur idem momentum temporis cum pluribus punctis loci, in quo sita est coexistentia; sexto si jungantur idem punctum spatii cum diversis momentis temporis, quod fieret in successivo appulsu diversorum punctorum materiae ad eundem locum; septimo si jungantur idem momentum temporis cum eodem puncto spatii, in quo sita esset compenetratio; octavo si nec momentum ullum, nec punctum spatii commune habeant, quod haberetur, si nec coexisterent, nec ea loca occuparent, quae ab aliis occupata fuissent aliquando.

LVIII. Ex hisce octo casibus primo respondet tertius, secundo quartus, quinto sextus, septimo octavus. Terrium casum, nimirum replicationem, communiter censent naturaliter haberi non posse. Quartum censent multi habere animam rationalem, quam putant esse in spatio aliquo divisibili, ut plures Peripatetici in toto corpore, alii Philosophi in quadam cerebri parte, vel in aliquo nervorum succo ita, ut cum indivisibilis sit, tota sit in toto spatio, & tota in quavis spatii parte, quemadmodum eadem indivisibilis Divina Natura est tota in toto spatio, & tota in qualibet spatii parte, ubique necessario praesens, & omnia creaturarum rerum realibus locis coexistens, ac adsans. Eundem alii casum in materia admittunt, cujus particulas eodem pacto extendi putant, ut diximus, licet simplices sint, licet partibus expertes, non modo actu separatis, sed etiam distinctis, ac tantummodo separabilibus. Eam sententiam amplectendam esse non censeo idcirco, quod ubicunque materiam loca distincta occupantem sensu percipimus, separabilem etiam, ingenti saltem adhibita vi, videmus, se junctis partibus, quae distabant; nec vero alio ullo argumento excludimus a natura replicationem, nisi quia nullam materiae partem, quantum sensu percipere possumus, videmus, binam simul occupare loca. Virtualis illa extensio materiae infinites ulterius progreditur ultra simplicem replicationem.

LIX. Si secundus casus quietis, & primus casus regressus ad eundem locum naturaliter haberi possent, esset is quidem defectus quidam analogiae inter spatium, & tempus. At mihi videor probare illud posse, neutrum unquam in natura contingere, adeoque naturaliter haberi non posse. Id autem evinco hoc argumento. Sit punctum materiae quodam momento in quodam spatii puncto, & pro quo-

quovis alio momento ignorantes, ubi sit, quæramus, quanto probabilius sit, ipsum alibi esse, quam ibidem. Tanto erit probabilius illud, quam hoc, quanto plura sunt alia spatii puncta, quam illud unicum. Hæc in quavis linea sunt infinita, infinitus in quovis plano linearum numerus, infinitus in toto spatio planorum numerus. Quare numerus aliorum punctorum est infinitus tertii generis, adeoque illa probabilitas major infinities tertii generis infinitate, ubi de quovis alio determinato momento agitur. Agatur jam indefinite de omnibus momentis temporis infiniti, decrescet prior probabilitas in ea ratione, qua momenta crescunt, in quorum aliquo saltem posset ibidem esse punctum. Sunt autem momenta numero infinita infinitate ejusdem generis, cujus puncta possibilia in linea infinita. Igitur adhuc agendo de omnibus momentis infiniti temporis indefinite, est infinities infinite improbabilius, quod punctum in eodem illo prior sit loco, quam quod sit alibi. Consideretur jam non unicum punctum loci determinato unico momento occupatum, sed quodvis punctum loci, quovis indefinite momento occupatum, & adhuc probabilitas regressus ad aliquod ex iis crescet, ut crescit horum loci punctorum numerus, qui infinito etiam tempore est infinitus ejusdem ordinis, cujus est numerus linearum, in quovis plano. Quare improabilitas casus, quo determinatum quodpiam materiæ punctum redeat, quovis indefinite momento temporis, & quodvis indefinite punctum loci, in quo alio quovis fuit momento temporis indefinite sumpto, remanet infinita primi ordinis. Eadem autem pro omnibus materiæ punctis, quæ numero finita sunt, decrescit in ratione finita ejus numeri ad unitatem (quod secus accidit in communi sententia, in qua punctorum materiæ numerus est infinitus ordinis tertii). Quare adhuc remanet infinita improabilitas regressus puncti materiæ cujusvis indefinite, ad punctum loci quodvis, occupatum quovis momento præcedenti indefinite, regressus inquam, habendi quovis indefinite momento sequenti temporis, qui regressus idcirco sine ullo erroris metu debet excludi, cum infinita improabilitas in relativam quandam impossibilitatem migrare censenda sit. Quæ quidem Theoria communi sententiæ applicari non potest. Quamobrem eo pacto patet, in mea materiæ punctorum Theoria e natura tolli & quietem, quam etiam supra exclusimus, & verum etiam regressum ad idem loci punctum, in quo semel ipsum punctum materiæ extitit. Unde fit, ut omnes illi primi 4 casus excludantur ex natura, & in iis accurata temporis, & spatii serveretur analogia.

LX. Quin imo si quærat, an aliquod materiæ punctum occupare debeat quopiam momento punctum loci, quod alio momento aliquo aliud materiæ punctum occupavit, adhuc improbabiliras erit infinities infinita. Nam numerus punctorum materiæ existentium est finitus, adeoque si pro regressu puncti cujusvis ad puncta loci a se occupata adhibeatur regressus ad puncta occupata a quovis alio, numerus casuum crescit in ratione unitatis ad numerum punctorum finitum utique, nimirum in ratione finita tantummodo. Hinc improbabilitas appulsus alicujus puncti materiæ indefinite sumpti ad punctum spatii aliquando ab alio quovis puncto occupati adhuc est infinita, & ipse appulsus habendus pro impossibili; quo quidem pacto excluditur & sextus casus, qui in eo ipso situs erat regressu, & multo magis septimus, qui binorum punctorum materiæ simultaneum appulsus continet ad idem aliquod loci punctum, sive compenetrationem. Octavus autem pro materia excluditur, cum tota simul creata perpetuo duret tota, adeoque semper idem momentum habeat commune. Solus quintus casus, quo plura materiæ puncta idem momentum temporis cum diversis punctis loci conjungant, non modo possibilis est, sed etiam necessarius pro omnibus materiæ punctis, coexistentibus nimirum; fieri enim non potest, ut septimus, & octavus excludantur, nisi continuo ob id ipsum includatur quintus ille, ut consideranti patebit facile. Quamobrem in ea analogia deficit, quod possint plura materiæ puncta conjungere diversa puncta spatii cum eodem momento temporis, qui est hic casus quintus; non autem possit idem punctum spatii, cum pluribus momentis temporis, qui est casus tertius, quem defectum necessario inducit exclusio septimi, & octavi, quorum altero incluso, excludi possit hic quintus, ut si possent materiæ puncta, quæ simul creata sunt, nec pereunt, non coexistere, tum enim idem momentum cum diversis loci punctis nequaquam conjungeretur.

LXI. Ex illis 7 casibus videntur omnino saltem 6 per Divinam Omnipotentiam possibiles, dempta nimirum virtuali illa materiæ extensione, de qua dubium esse poterit, quia deberet simul existere numerus absolute infinitus punctorum illorum loci realium, quod impossibile est, si infinitum numero actu existens repugnat in modis ipsis. Quoniam autem possunt omnia existere alia post alia puncta loci in quavis linea constituta, in motu nimirum continuo, & possunt itidem momenta omnia temporis continui, alia itidem post alia in rei cujusvis duratione; ambigi poterit, an possint &  
omnia

omnia simul ipsa loci puncta, quam quaestionem definire non a-  
 fim. Illud unum moneo, sententiam hanc meam de spatii natura,  
 & continuitate praecipuas omnes difficultates, quibus premuntur re-  
 liquae, penitus evitare, & ad omnia, quae huc pertinent, expli-  
 canda commodissimam esse. Tum illud addo, excluso appulsu pun-  
 cti cujusvis materiae ad punctum loci, ad quod punctum quodvis  
 materiae quovis momento appellit, & inde compenetracione, ve-  
 ram impenetrabilitatem materiae necessario consequi, quod in de-  
 cimo nobis libro plurimum proderit. Nimirum nisi vires repulsivae  
 prohiberent, liberrime massa quavis per quamvis aliam massam  
 permearet, sine ullo periculo occurfus ullius puncti cum alio quo-  
 vis, ubi haberetur apparens quaedam compenetratio similis pene-  
 trationi luminis per crystallam, olei per ligna, & marmora, sine ulla  
 reali compenetracione punctorum. In massis crassioribus, & mi-  
 nori celeritate praeditis vires repulsivae motum ulteriorem plerum-  
 que impediunt sine ullo impactu, & sensibilem etiam illam, ac ap-  
 parentem compenetracionem excludunt; in tenuissimis, & celer-  
 rimis, ut in luminis radiis per homogeneas substantias, vel per alios  
 radios propagatis, evitatur per celeritatem ipsam, actionum exigua  
 inaequalitas, ex circumjacentium punctorum inaequali distantia orta,  
 ac liberrimus habetur progressus in omnes plagas sine ullo occur-  
 fus periculo, quod summam, & unicam difficultatem propagationis  
 luminis per substantiam emissam, & progredientem, penitus amo-  
 vet. Sed de his jam satis.

## §. IV.

*De Spatio, & Tempore, ut a nobis cognoscuntur.*  
 Ex Supplementis in L. 1. Stay. §. VII.

LXII. **D**iximus in superiore Supplemento de spatio, ac tempore,  
 ut sunt in se ipsis; superest, ut illud attingam, quod per-  
 tinet ad ipsa, ut cognoscuntur. Nos nequaquam immediate cogno-  
 scimus per sensus illos existendi modos reales, nec discernere pos-  
 sumus alios ab aliis. Sentimus quidem a discrimine idearum, quae  
 per sensus excitantur in animo, relationem determinatam distantiae,  
 & positionis, quae e binis quibusque localibus existendi modis ex-  
 oritur, sed eadem idea oriri potest ex innumeris modorum, sive  
 punctorum realium loci binariis, quae inducant relationes aequalium

R r 2

di-



distantiarum, & similibus positionum tam inter se, quam ad nostra organa, & ad reliqua circumjacentia corpora. Nam bina materiæ puncta, quæ alicubi datam habent distantiam, & positionem inductam a binis quibusdam existendi modis, alibi possunt per alios binos existendi modos habere relationem distantiae æqualis, & positionis similis, distantibus nimirum ipsis existentibus parallelis. Si illa puncta, & nos, & omnia circumjacentia corpora mutant loca realia, ita tamen, ut omnes distantiae æquales maneant, & prioribus parallelæ; nos easdem prorsus habebimus ideas, quin immo easdem ideas habebimus, si manentibus distantiarum magnitudinibus, directiones omnes in æquali angulo converterentur, adeoque æque ad se invicem inclinarentur, ac prius. Et si minuerentur etiam distantiae illæ omnes, manentibus angulis, & manente illarum ratione ad se invicem, vires autem ex ea distantiarum mutatione non mutarentur, rite mutata virium scala illa, nimirum curva illa linea, per cuius ordinatas ipsæ vires oxprimuntur, nullam nos in nostris ideis mutationem haberemus.

LXIII. Hinc autem consequitur illud: si totus hic mundus nobis conspicuus motu parallelo promoveatur in plagam quamvis, & simul in quovis angulo convertatur, nos illum motum, & conversionem sentire non posse. Sic si cubiculi, in quo sumus, & camporum, ac montium tractus omnis motu aliquo telluris communi ad sensum simul convertatur; motum ejusmodi sentire non possumus; ideæ enim eadem ad sensum excitantur in animo. Fieri autem posset, ut totus itidem mundus nobis conspicuus in dies contraheretur, vel produceretur, scala virium tantundem contracta, vel producta; quod si fieret, nulla in animo nostro idearum mutatio haberetur, adeoque nullus ejusmodi mutationis sensus.

LXIV. Ubi vel objecta externa, vel nostra organa mutant illos suos existendi modos ita, ut prior illa æqualitas, vel similitudo non maneat, tum vero mutantur ideæ, & mutationis habetur sensus, sed ideæ eadem omnino sunt, sive objecta externa mutationem subeant, sive nostra organa, sive utrumque inæqualiter. Semper ideæ nostræ differentiam novi status a priore referent, non absolutam mutationem, quæ sub sensu non cadit. Sic sive astra circa terram moveantur, sive terra motu contrario circa se ipsam nobiscum, eadem sunt ideæ, idem sensus. Mutationes absolutas nunquam sentire possumus, discrimen a priori forma sentimus. Cum autem nihil adest, quod nos de nostrorum organorum muta-

tio-

tione commoneat; tum vero nos ipsos pro immotis habemus communi præjudicio habendi pro nullis in se, quæ nulla sunt in nostra mente, cum non cognoscantur, & mutationem omnem objectis extra nos sibi tribuimus. Sic errat, qui in navi clausus se immotum censet, littora autem, & montes, ac ipsam undam moveri arbitratur.

LXV. Illud autem notandum inprimis ex hoc principio immutabilitatis eorum, quorum mutationem per sensum non cognoscimus, oriri etiam methodum, quam adhibemus in comparandis intervallorum magnitudinibus inter se, ubi id, quod pro mensura assumimus, habemus pro immutabili. Utimur autem hoc principio, *quæ sunt æqualia eidem, sunt æqualia inter se*, ex quo deducitur hoc aliud, ad ipsum pertinens, *quæ sunt æque multipla, vel submultipla alterius, sunt itidem inter se æqualia*, & hoc alio, *quæ congruunt, æqualia sunt*. Assumimus ligneam, vel ferream decempedam, quam uni intervallo semel, vel centies applicatam si inveniamus congruentem, tum alteri intervallo applicatam itidem semel, vel centies itidem congruentem, illa intervalla æqualia dicimus. Porro illam ligneam, vel ferream decempedam habemus pro eodem comparationis termino post translationem. Si ea constaret ex materia prorsus continua, & solida, haberi posset pro eodem comparationis termino; at in mea punctorum a se invicem distantium sententia, omnia illius decempedæ puncta, dum transferuntur, perpetuo distantiam revera mutant. Distantia enim constituitur per illos reales existendi modos, qui mutantur perpetuo. Si mutantur ita, ut qui modi succedunt, fundent reales æqualium distantiarum relationes; terminus comparationis non erit idem, adhuc tamen æqualis erit, & æqualitas mensuratorum intervallorum rite colligetur. Longitudinem decempedæ in priore situ per illos priores reales modos constitutæ, cum longitudine in posteriore situ constituta per hosce posteriores, immediate inter se conferre nihilo magis possumus, quam illa ipsa intervalla, quæ mensurando conferimus. Sed quia nullam in translatione mutationem sentimus, quæ longitudinis relationem nobis ostendat, idcirco pro eadem habemus longitudinem ipsam. At ea revera semper in ipsa translatione non nihil mutabitur. Fieri posset, ut ingentem etiam mutationem aliquam subiret & ipsa, & nostri sensus, quam nos non sentiremus, & ad priorem restituta locum ad priori æqualem, vel similem statum rediret. Exigua tamen ali-

qua mutatio habetur omnino idcirco, quod vires, quæ illa materiæ puncta inter se nectunt, mutata positione ad omnia reliquarum mundi partium puncta, non nihil immutantur. Idem autem & in communi sententia accidit. Nullum enim corpus spatiolis vacat interjectis, & omnis penitus compressionis, ac dilatationis est incapax, quæ quidem dilatio, & compressio saltem exigua in omni translatione omnino habetur. Nos tamen mensuram illam pro eadem habemus, cum, ut monui, nullam mutationem sentiamus.

LXVI. Ex his omnibus consequitur, nos absolutas distantias nec immediate cognoscere omnino posse, nec per terminum communem inter se comparare, sed æstimare magnitudines ab ideis, per quas eas cognoscimus, & mensuras habere pro communibus terminis, in quibus nullam mutationem factam esse vulgus censet. Philosophi autem mutationem quidem debent agnoscere, sed cum nullam violatæ notabili mutatione æqualitatis causam agnoscant, mutationem ipsam pro æqualiter facta habent.

LXVII. Porro licet, ubi puncta materiæ locum mutant, ut in decempeda translata, mutetur revera distantia, mutatis iis modis realibus, quæ ipsam constituunt; tamen si mutatio ita fiat, ut posterior illa distantia æqualis prorsus priori sit, ipsam appellabimus eandem, & nihil mutatam ita, ut eorundem terminorum æquales distantiae dicantur distantia eadem, & magnitudo dicatur eadem, quæ per eas æquales distantias definitur, ut itidem ejusdem directionis nomine intelligantur binæ etiam directiones parallelæ; nec mutari distantiam, vel directionem dicemus in sequentibus, nisi distantiae magnitudo, vel parallelismus mutetur.

LXVIII. Quæ de spatii mensura diximus, haud difficulter ad tempus transferentur, in quo itidem nullam habemus certam, & constantem mensuram. Desumimus a motu illam, quam possumus, sed nullum habemus motum prorsus æquabilem. Multa, quæ huc pertinent, & quæ ad idearum ipsarum naturam & successionem spectant, diximus in notis. Unum hic addo, in mensura temporis, ne vulgus quidem censere ab uno tempore ad aliud tempus eandem temporis mensuram transferri. Videt aliam esse, sed æqualem supponit ob motum suppositum æqualem. In mensura locali æque in mea sententia, ac in mensura temporaria impossibile est certam longitudinem, ut certam durationem e sua sede abducere in alterius sedem, ut binorum comparatio habeatur per  
ter-

tertium. Utrobique alia longitudo, ut alia duratio substituitur, quæ priori illi æqualis censetur, nimirum nova realia punctorum ejusdem decempedæ loca novam distantiam constituentia, ut novus ejusdem styli circuitus, sive nova temporaria distantia inter biua initia, & binos fines. In mea Theoria eadem prorsus utrobique habetur analogia spatii, & temporis. Vulgus tantummodo in mensura locali eundem haberi putat comparisonis terminum, Philosophi ceteri fere omnes eundem saltem haberi posse per mensuram perfecte solidam & continuam; in tempore tantummodo æqualem; ego vero utrobique æqualem tantum agnosco, nuspiam eandem.

## §. V.

*De æquilibrio binarum massarum connexarum invicem per bina alia puncta.* Ex Synopsi Physicæ Generalis  
P. Caroli Benvenuti a Num. 146.

LXIX. **C**ontinetur autem, quod pertinet ad momentum in vecte, & ad æquilibrium, sequentis problematis solutione. Sit in Fig. 75 quivis numerus punctorum materiæ in A, qui dicatur A, in D quivis alius, qui dicatur D, & puncta ea omnia secundum directiones AZ, DX parallelas rectæ datæ CF sollicitentur simul viribus, quæ sint æquales inter omnia puncta sita in A, iidem inter omnia sita in D, licet vires in A sint utcumque diversæ a viribus in D. Sint autem in C & B bina puncta, quæ in se invicem, & in illa puncta sita in A & D mutuo agant, ac ejusmodi mutuis actionibus impediri debeat omnis actio virium illarum in A & D, & omnis motus puncti B; motus autem puncti C impediri debeat actione contraria fulcri cujusdam, in quod ipsum agat secundum directionem compositam ex actionibus omnium virium, quas habet; quæritur ratio, quam habere debent summæ virium A & D ad hoc, ut habeatur id æquilibrium, & quantitas, ac directio vis, qua fulcrum urgeri debet a puncto C.

LXX. Expriment AZ, DX vires illas parallelas singulorum punctorum positorum in A & D. Ut ipsæ elidantur, debebunt in iis haberi vires AG, DK contrariæ & æquales ipsis AZ, DX. Quoniam eæ debent oriri a solis actionibus punctorum C & B agentium in A secundum rectas AC, AB, & in D secundum rectas

etas DC, DB, ductis ex G rectis GI, GH parallelis BA, AC usque ad rectas AC, BA, & ex K rectis KM, KL parallelis BD, DC, usque ad rectas DC, BD, patet, in A vim AG debere componi ex viribus AI, AH, quarum prima quodvis punctum in A repellat a C, secunda attrahat ad B; & in D vim DK componi itidem ex viribus DM, DL, quarum prima quodvis punctum situm in D repellat a C, secunda attrahat ad B. Hinc ob actionem reactioni æqualem debet punctum C repelli a quovis puncto sito in A secundum directionem AC vi æquali IA, & a quovis puncto sito in D secundum directionem DC vi æquali MD; punctum vero B debet attrahi a quovis puncto sito in A secundum directionem BA vi æquali HA, & a quovis puncto sito in D vi æquali LD. Habebit igitur punctum C ex actione punctorum in A & D binas vires, quarum altera ager secundum directionem AC, & erit æqualis IA ductæ in A, altera ager secundum directionem DC, & erit æqualis MD ductæ in D. Punctum vero B itidem binas vires, quarum altera ager secundum directionem BA, & erit æqualis HA ductæ in A, altera ager secundum directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D.

LXXI. Porro vis composita ex illis binis, quibus urgetur punctum B, elidi debet ab actione mutua inter ipsum, & C; quare debet habere directionem rectæ BC in casu, quem exhibet figura, in quo C jacet in angulo ABD; nam si angulus ABD hiarum obverteret ad partes oppositas, ut C jaceret extra angulum, ea haberet directionem CB, & reliqua omnis demonstratio rediret eodem. Punctum autem C ob actionem & reactionem æquales debet habere vim æqualem, & contrariam illi, quam exercet B, adeoque vim æqualem, & ejusdem directionis cum vi, quam e prioribus illis binis compositam habet punctum B; nempe debet habere binas vires æquales, & directionis ejusdem cum viribus illam componentibus, nimirum vim secundum directionem parallelam BA æqualem ipsi HA ductæ in A, & vim secundum directionem parallelam BD æqualem ipsi LD ductæ in D. Habebit igitur quodvis punctum A binas vires AI, AH; quodvis punctum D binas vires DM, DL; punctum B binas vires, quarum altera dirigetur ad A, & æquabitur HA ductæ in A, altera dirigetur ad D, & æquabitur LD ductæ in D, ex quibus componi debet vis agens secundum rectam BC; & demum habebit punctum C vires quatuor, quarum prima dirigetur ad partes AC, & erit æqualis IA

IA ductæ in A; secunda ad partes DC, & erit æqualis MD ductæ in D, tertia habebit directionem parallelam BA, & erit æqualis HA ductæ in A; quarta habebit directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D; ac ipsum punctum C urgebit fulcrum vi composita ex illis quatuor, quæ omnia, si habeatur ratio directionis rectarum secundum ordinem, quo enunciantur per literas, huc reducuntur :

Quodvis punctum A habebit vires binas	-	-	AI, AH
Quodvis punctum D vires binas	-	-	DM, DL
Punctum B binas	-	-	$A \times AH, D \times LD$
Punctum C quatuor	-	-	$A \times IA, D \times MD, A \times HA, D \times LD.$

LXXII. Exprimat jam recta BC magnitudinem vis compositæ e binis CN, CR parallelis DB, AB; expriment BN, BR magnitudinem virium illarum componentium, cum expriment earum directiones, adeoque RC, NC ipsi æquales & parallelæ expriment vires illas tertiam & quartam puncti C. Producantur autem DC, AC, donec occurrant in O & T rectis ex N & R parallelis ipsi CF, sive ipsis GAZ, KDX, & demittantur AF, DE, NQ, RS perpendiculara in ipsam FC productam, qua opus est, quæ occurrat rectis AB, DB in V, P.

LXXIII. Inprimis ob singula latera singulis lateribus parallela erunt similia triangula IAG, CTR, & triangula MDK, CON. Quare erit ut IG sive AH, ad CR, sive NB, vel  $A \times AH$ , nimirum ut 1 ad A, ita AG ad TR, & ita AI ad TC. Erit igitur TR æqualis GA, sive AZ ductæ in A; & CT æqualis IA ductæ in A, adeoque illa exprimet summam omnium virium AZ omnium punctorum in A; hæc vim illam primam puncti C, nimirum  $A \times IA$ . Eodem prorsus argumento, cum sit MK, sive DL ad CN, sive RB, vel  $D \times DL$ , nimirum 1 ad D, ita DK ad ON, & ita DM ad OC, erit NO æqualis KD, sive DX ductæ in D, & OC æqualis MD ductæ in D; adeoque illa exprimet summam omnium virium DX omnium punctorum in D, hæc vim illam secundam puncti C, nimirum  $D \times DM$ . Quare jam erunt

Summa virium parallelarum in A	-	-	TR
Summa virium parallelarum in D	-	-	NO
Binæ vires in B	-	-	BN, BR
Quatuor vires in C	-	-	CT, OC, RC, NC

LXXIV. Jam vero patet, ex tertia RC, & prima CT componi vim RT æqualem summæ virium parallelarum A; & ex quarta

S s NC,

NC, ac secunda OC componi vim N:O æqualem summæ virium parallelarum in D. Quare patet, ab unico puncto C fulcrum urgeri vi, quæ eandem directionem habeat, quam habent vires parallelæ in A & D, & æquatur earum summæ, nimirum urgeri eodem modo, quo urgetur, si omnia illa puncta, quæ sunt in D & A, cum his viribus essent in C, & fulcrum per se ipsa immediate urgerent.

LXXV. Præterea ob parallelismum itidem omnium laterum similia erunt triangula 1<sup>mo</sup> CNO, DPC; 2<sup>do</sup> CNQ, PDE; 3<sup>tio</sup> CPR, VCN; 4<sup>to</sup> CRS, VNQ; 5<sup>to</sup> CVA, TCR; 6<sup>to</sup> XAF, CRS. Ea exhibent sequentes sex proportiones, quarum binæ singulis versibus continentur

$$ON . CP :: NC . PD :: NQ . DE$$

$$CP . CV :: CR . NV :: RS . NQ$$

$$CV . RT :: VA . RC :: AF . RS$$

Porro ex iis componendo primas, & postremas, ac demendo in illis CP, CV; in his QN, RS communes tam antecedentibus, quam consequentibus, fit ex æqualitate nimirum perturbata ON. RT :: AF . DE. Nempe summa omnium virium parallelarum in D, cui æquatur ON, ad summam omnium in A, cui æquatur RT; ut e contrario distantia harum perpendicularis AF a recta CF ducta per fulcrum directioni virium earundem parallela, ad illarum perpendiculararem distantiam ab eadem. Quare habetur determinatio eorum omnium, quæ quærebantur.

*Porro applicatio ad vectem est similis illi, quæ habetur hic post æquilibrium trium massarum.*



IN.

# I N D E X.

## P A R S I.

	Pag. 1	Num. 1
Introductio	4	7
Expositio Theoriæ	8	16
Occasio inveniendæ, & ordo, ac analytica deductio inventæ Theoriæ	15	32
Lex continuitatis quid sit	17	39
Ejus probatio ab inductione: vis inductionis	24	48
Ejusdem probatio metaphysica	31	63
Ejus applicatio ad excludendum immediatum contactum	37	73
Deductio legis virium, & determinatio curvæ cam exprimentis	41	81
Primorum elementorum materiæ indivisibilitas, & inextensio	46	90
Eorundem homogeneitas	50	99
Objectiones contra vires in genere, & contra hanc virium legem	66	130
Objectiones contra hanc constitutionem primorum elementorum materiæ		

## P A R S II.

### *Applicatio Theoriæ ad Mechanicam.*

Argumentum hujus partis	86	165
Consideratio curvæ virium	86	166
De arcibus	86	167
De areis	89	172
De appulsibus ad axem, & recessibus in infinitum, ubi de limitibus virium	92	178
De combinationibus punctorum, & primo quidem de systemate punctorum 2	96	188
De systemate punctorum 3	103	203
De systemate punctorum 4	114	237
De massis, & primo quidem de centro gravitatis, ubi etiam de viribus quocunque generaliter componendis	125	239
De æqualitate actionis, ac reactionis	140	264
De collisionibus corporum & incurfu in planum immobile	140	265
Exclusio veræ virium resolutionis	148	278
De compositione, & imaginaria resolutione virium, ubi aliquid etiam de Viribus vivis	153	288
De continuitate servata in variis motibus, ubi quædam de collisionibus, de reflexionibus, & refractionibus motuum	155	295
De systemate trium massarum	160	306
Theoremata pertinentia ad directiones virium compositarum in singulis	160	307
Theoremata pertinentia ad ipsarum virium magnitudines	163	312
Centrum æquilibrii, & vis in fulcrum inde	166	320
Momenta pro machinis, & omnia vectium genera inde itidem	168	324
Centrum itidem oscillationis	170	327
Centrum etiam percussionis	176	343
Multa huic Theoriæ communia cum aliis hic tantummodo indicata	177	346
De fluidorum pressione	178	347
De velocitate fluidi erumpentis	181	353

P A R S



# I N D E X.

## P A R S III.

	<i>Applicatio Theoria ad Physicam.</i>	<i>Pag.</i>	<i>184</i>	<i>Num.</i>
Argumentum hujus partis	-	184		357
Impenetrabilitas	-	184		359
Extensio cujusmodi sit in hac Theoria, ubi de Geometria	-	189		366
Figurabilitas, ubi de mole, massa, densitate	-	192		370
Mobilitas, & continuïtas motuum	-	197		378
Æqualitas actionis, & reactionis	-	200		384
Divisibilitas quæ sit: componibilitas æquivalens divisibilitati in infinitum	-	201		386
Immutabilitas primorum materiæ elementorum	-	203		393
Gravitas	-	204		394
Cohæsiō	-	208		401
Discrimina inter particulas	-	215		414
Soliditas, & fluiditas	-	218		421
Virgæ rigidæ, flexiles, elasticæ, fragiles	-	224		431
Viscositas	-	225		433
Certæ quorundam corporum figuræ	-	225		434
De fluidorum resistentia	-	228		437
De elasticis, & mollibus	-	230		441
Ductilitas, & Malleabilitas	-	231		443
Densitas indifferens ad omnes proprietates	-	232		444
Vulgaria 4 elementa quid sint	-	232		445
De operationibus chemicis singillatim	-	233		446
De natura ignis	-	242		462
De lumine, ubi de omnibus ejus proprietatibus, ac de Phosphoris	-	244		466
De sapore, & odore	-	264		498
De sono	-	264		499
De tactu, ubi de frigore, & calore	-	267		502
De electricitate, ubi de analogia, & differentia materiæ electricæ, & igneæ	-	270		506
De Magnetismo	-	273		509
Quid sit materia, forma, corruptio, alteratio	-	274		511

## APPENDIX

	<i>Ad Metaphysicam pertinet</i>		<i>280</i>	<i>520</i>
De Anima	-	280		521
De DEO	-	285		530

## SUPPLEMENTA.

§. I. Solutio analytica Problematis determinantis naturam legis virium	296	1
§. II. Contra vires in minimis distantis attractivas, & excre- scentes in infinitum	302	36
§. III. De Spatio & Tempore	306	45
§. IV. De Spatio & Tempore ut a nobis cognoscuntur	315	62
§. V. De Æquilibrio binarum massarum connexarum invicem per bina alia puncta	319	69

F I N I S.

# ADNOTANDA, ET CORRIGENDA.

**U**bi num. 361., & 414. quatuor puncta disponuntur in quadratum, ac ex quadratorum serie fit velum, ex cuborum serie murus quidam omnino impenetrabilis, ac num. 435. ex cuborum eisdem serie particula quavis solida figuræ tenacissima, ac impenetrabilis, ut res accurate procedat, requiruntur præter binas asymptotas inter se proximas, quæ ab initio abscissarum distent per intervallum æquale lateri quadrati, aliæ binæ ejusmodi, quæ distent per intervallum æquale diametro ejusdem quadrati; potest enim aliter quadratum abire in rhombum non mutata laterum magnitudine, adeoque potest cum solis binis asymptotis mutari figura. Per unicum tamen binarium asymptotorum res æque bene perfici potest adhibendo in plano seriem triangulorum æquilatorum præ velo, & aliud pro muro velum ejusmodi ponendo ita parallelum priori, ut singula prioris puncta sint vertex pyramidum regularium habentium basim in totidem triangulis posterioris, ac eodem pacto per triangula solidissima fieri possunt particulae. Velum etiam constans quadratis, & murus cubis, erit fortissimus, si extrema puncta angulorum immota sint; neque enim quadrata possunt abire in rhombos, nisi velum contrahatur.

In Fig. 1. in arcu DE pro  $t$  scribatur  $r$ , ut & in operis pag. 7 lin. 28, 30, 36, est enim alterum  $t$  prope N.

Pag. 300 ubicumque habetur  $s$ , &  $b$  ponatur pro iis  $t$ , &  $y$ .

In Fig. 54. circulus TV debet habere centrum in Q.

In Fig. 57. ponatur P pro Q, & Q pro P.

## Pag. lin. ERRATA. CORRIGE.

### In pravia synopsi.

7 16 interruptionem intulsumptionem  
10 21 ibidem itidem

### In ipso Opere.

26 26 possunt possint  
30 33 negativæ. Ista negativæ; ista  
36 5 ultra M ultra B  
22 etiam etiamfi  
41 28 & & ad  
44 9 loci temporis  
11 propterea præterea  
45 21 ac nec  
46 6 derivatis derivatis  
48 17 in se inter se  
53 14  $b d$   $b t$   
60 4 VST VTS  
62 25 quæ quæ exhibet  
63 12 nec fines & fines.  
65 12 testimonio testimonium  
68 29 crebrum cerebrum  
69 19 utrinque utrique  
75 18 compositæ æcontinus  
76 21 assumuntur assumantur  
105 5 CF OF  
20 BP, AQ B, A  
22 CQ, CP CA, CB  
106 18  $x, q, u, x$   $x, q, u, s$   
32 locus a locus ad  
108 14 CN CH  
109 34 magis majus  
111 14 absoluitur absolvitur ( $p$ )  
26 205; ( $p$ ) 205;

## Pag. lin. ERRATA. CORRIGE.

113 18  $d e$   $d g$   
114 19 LOP NOP  
28 Fig. 28. Fig. 27.  
38 exercent exercere  
116 5 attrahent attrahant  
16 vim & vim  
117 35 observatur obversatur  
120 5 ipsa ipsa  
14 erit erunt  
21 BO DO  
122 19 tertia tertia  
123 1 conjectari conjectare  
130 13 ABXY AEYX  
32 plano a plano  
38 summam summam  
131 18 VPO RPO  
133 1 cujuslibet utriuslibet  
138 38 mores motus  
139 9 quiescet quiescit  
142 11 punctum. Quin punctum; quin  
25 pergunt pergunt  
147 1 DE, BF ... DH EB, FB ... HD  
4 DI BI  
150 36 totum totum  
151 9 BK OB  
19 vires adeoque vires  
36 ipsam ipsa  
161 15 CT  $C_e$   
162 22 ad C  $d$  ad AG, AG ad C  $d$   
164 32 CBA CBD  
165 2 EDB CDB  
  
AB AB  $\times$  ED  
31 CD AD  $\times$  ED

Pag.

Pag. lin. ERRATA. CORRIGE.

	AB	AE	AB	AE
165 34	$\frac{AD}{AD} \dots \frac{AD}{AD}$		$\frac{BD}{BD} \dots \frac{ED}{ED}$	
166 1	$\frac{AB}{CD} : \frac{AE}{AD}$		$\frac{AB}{BD} : \frac{AE}{ED}$ , five	
			$\frac{AB \times ED}{AD \times BD} : \frac{AE}{AD}$	

Pag. lin. ERRATA. CORRIGE.

166 11	AB, EB	AB, AE, EB
167 19	Hoc theorema	Theorema numeri 312
167 31	NA	HA
169 20	&	sed

$$171 \ 30 \ a \times A \times AP + b \times B \times BP$$

$$A \times AP^2 + B \times BP^2$$

$$172 \ 24 \ \frac{q \times A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AA' + B \times BB'}$$

$$\frac{a \times A \times AP + b \times B \times BP}{q}$$

$$\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{QP}$$

$$q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AA' + B \times BB'}$$

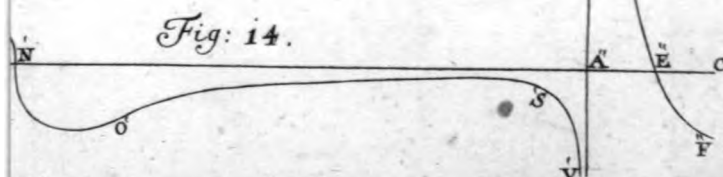
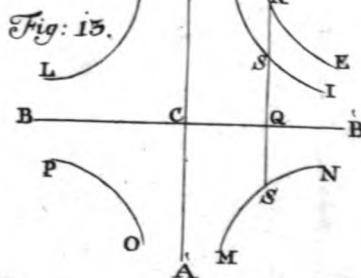
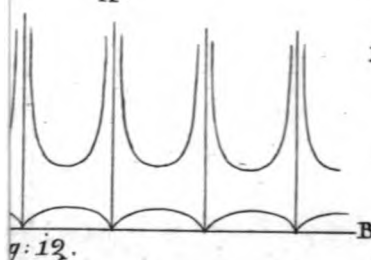
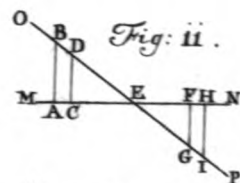
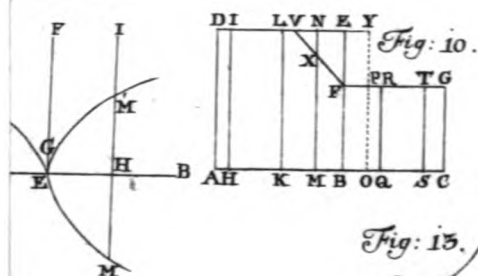
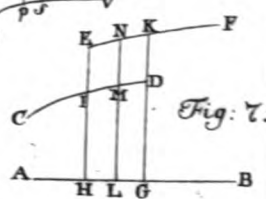
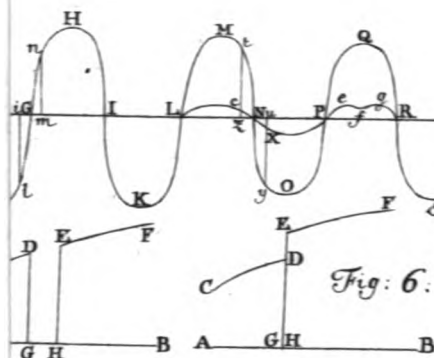
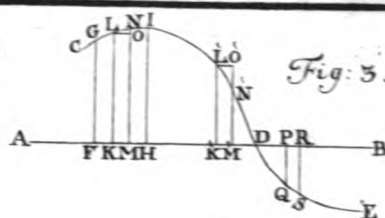
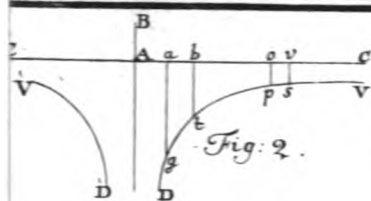
173 34	libera	litera
174 22	inveſta	inventa
175 22	in ſe	inter ſe
176 11	determinando	in determinando
177 4	$B \times P^2$	$B \times BP^2$
179 13	urgetur	urgetur
182 35	FE	FB
191 39	ſumma	ſumma continet
200 27	ſumma	ſummam
203 24	mollem	mollem
226 30	itaque	utique
232 30	diſpoſitia	diſpoſitionis
243 30	habeantur	haberentur
244 21	paratiſſime	pacatiſſime
31	que	quas
247 18	ſupra	ſupra ſummam
248 9	exiſtentium	exiſtentia
252 31	renuitatem immanem	tenuitas immanis
254 27	ſegmentum	ſegmenta
257 29	velocitati	velocitate
263 38	quidem	quidam
267 3	tantummodi	tantummodo
26	cauſam	cauſam repono
270 36	commixtionem	communicationem
286 18	directionis	directione

293 25	Natura	Natura
297 33	y	f
309 7	argumento	augmento
314 18	poſſit	poſſet
322 5	urgetur	urgetur
10	XAF	VAF
	In epistoſa ad calcem addita.	
4 29	rr .... rr	rrp .... rrp
35	rr	rrp
7 6	componentium	componentium conſtituant triangulum, ſunt motus ipſi
8 1	$A \times QA$	$A \times Qa$
5	$A + Pa^2$	$A \times Pa^2$
9 2	$A \times 2PG$	$A \times 2PQ$
4	$M + PG$	$M \times PG$
14 7	Ei	Si
	$\frac{T^2}{m}$	$\frac{T^2}{m}$
15 9	$\frac{T^2}{m}$	$\frac{T^2}{m}$
	$\frac{T^2}{m}$	$\frac{T^2}{m}$
11 &	$\frac{T^2}{m}$	$\frac{T^2}{m}$
16 2	PQ	PQ =

Ubiſcumque in epistoſa pag. 8, 9, 13, 14 habetur ſignum / ante rectam diviſionis; id perinet ad numeratorem exiſtentem in linea ſuperiore, ut pag. 9 linea prima

$$\text{pro } \frac{A \times Pa^2}{M \times PG} \text{ ſcribendum } \frac{A \times Pa^2}{M \times PG}.$$

Inverſiones literularum plerumque, & mutationes n pro u, vel r pro t, ac ſimilia, per ſe facile corriget Lector.





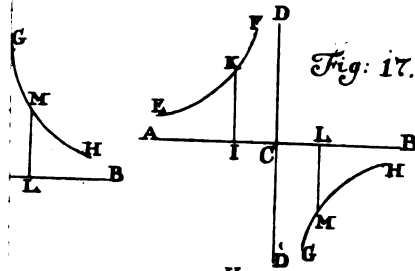


Fig. 17.

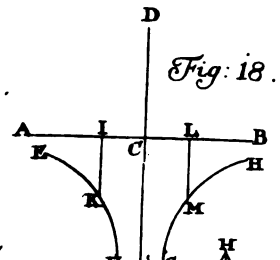


Fig. 18.

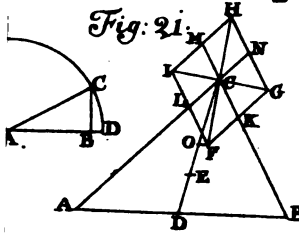


Fig. 21.

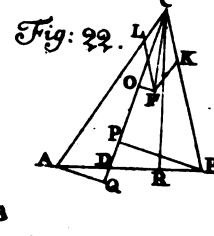


Fig. 22.

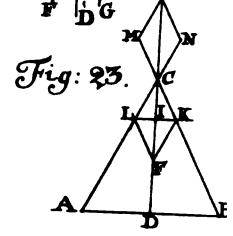


Fig. 23.

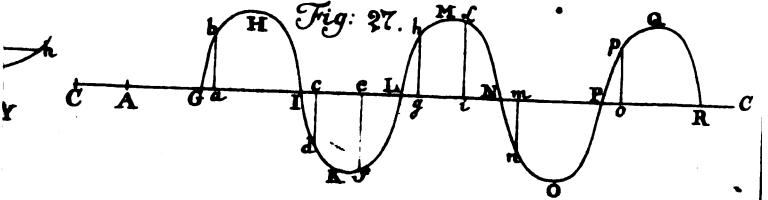


Fig. 27.

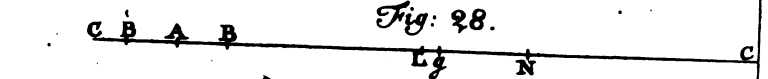


Fig. 28.

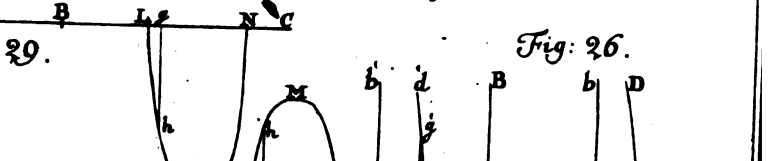


Fig. 26.

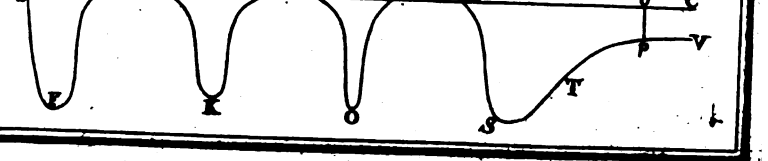
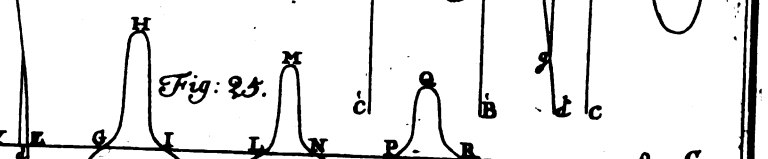
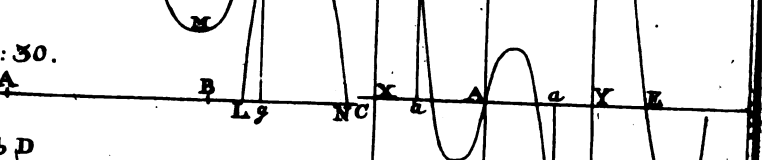
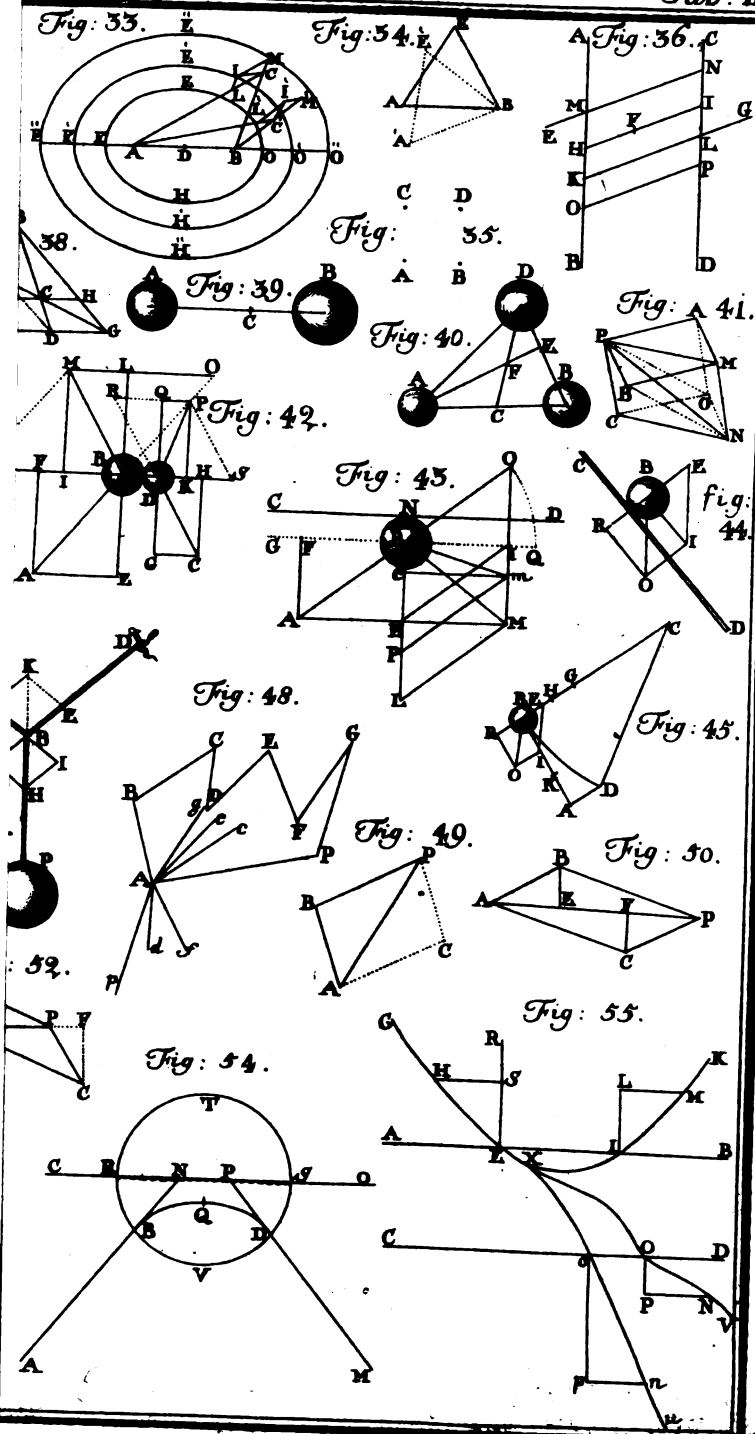


Fig. 25.









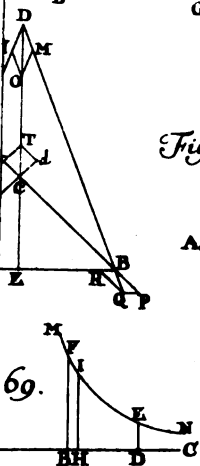
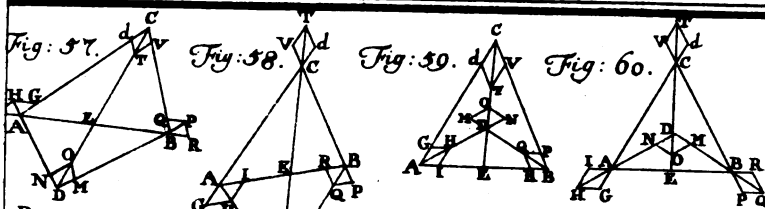


Fig: 63.

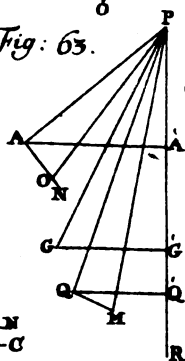


Fig: 64.

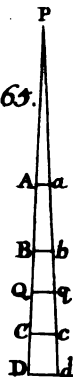


Fig: 66.

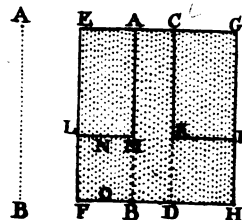


Fig: 67.

Fig: 64.

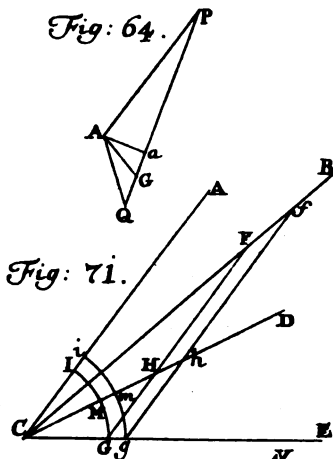


Fig: 71.

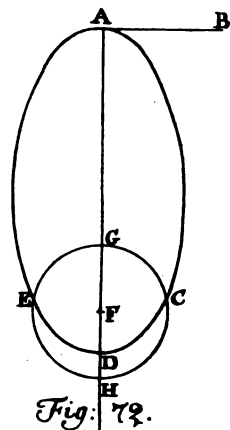


Fig: 72.

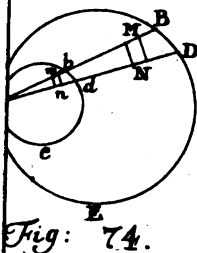


Fig: 74.

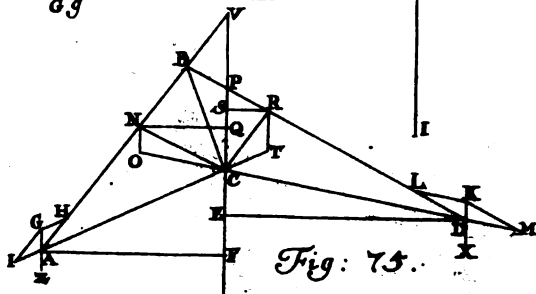


Fig: 75.









