



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

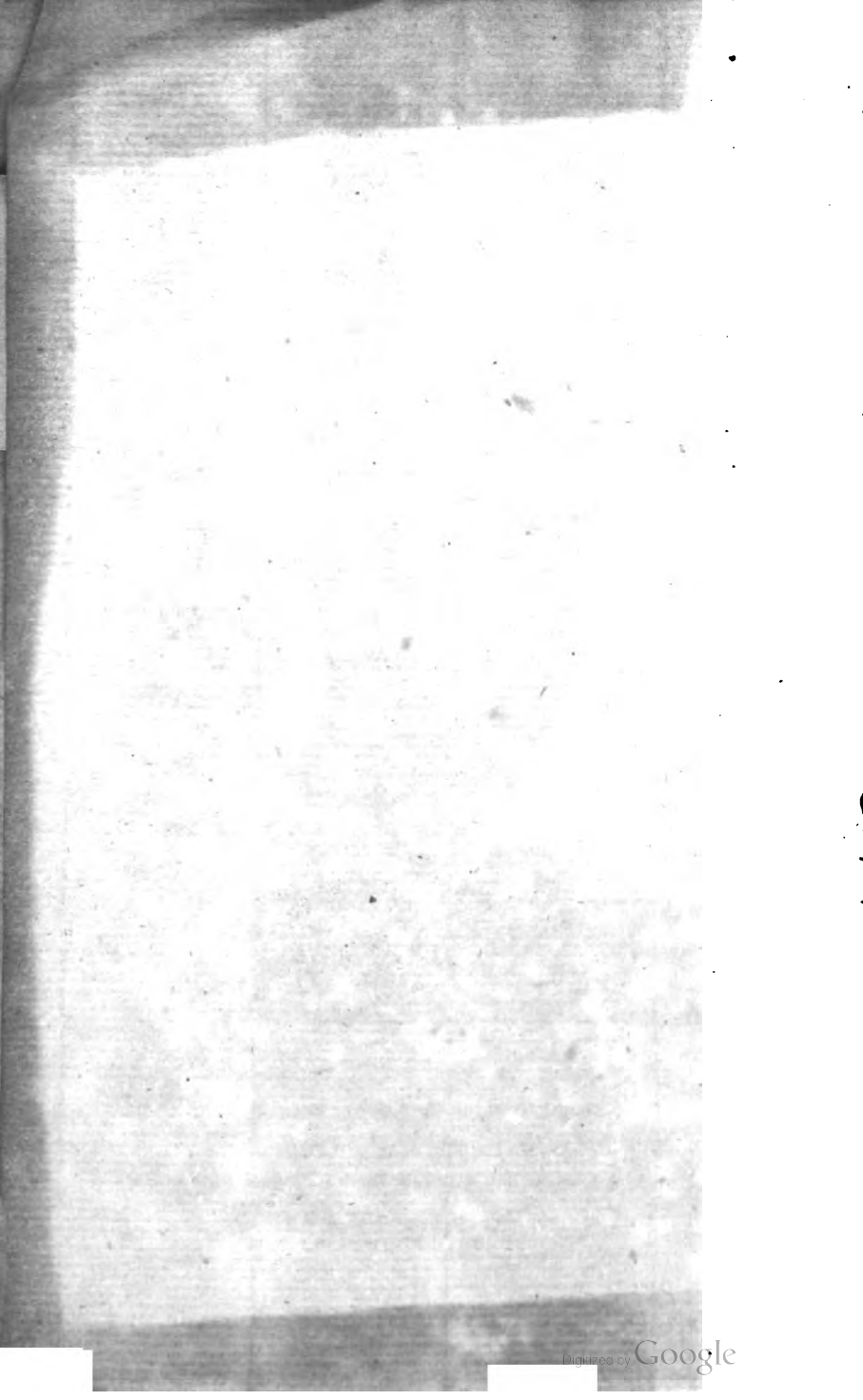
We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

Godw. 450



PHILOSOPHIÆ RECENTIORIS

A BENEDICTO STAY

IN ROM. ARCHIGYM. PUBL. ELOQ. ET HISTORIÆ ROM. PROFESS.

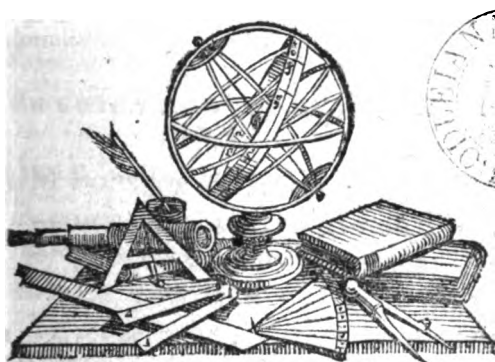
VERSIBUS TRADITÆ
LIBRI X

CUM ADNOTATIONIBUS, ET SUPPLEMENTIS
P. ROGERII JOSEPHI BOSCOVICH S. J.

IN COLLEGIO ROM. PUBL. MATHESIOS PROFESS.

TOMVS II.

AD CAROLUM
REZZONICUM
CARDINALEM AMPLISSIMUM




ROMÆ MDCCLX.



TYPIS, ET SUMPTIBUS
NICOLAI ET MARCI PALEARINI
PRÆSIDUM FACULTATE.

CAROLO REZZONICO
CLEMENTIS XIII. P. M.
FRATRIS FILIO
CARDINALI AMPLISSIMO
ET
S. R. E. VICECANCELLARIO.

BENEDICTUS SIT SALUTEM.

 **UM Pontifex Maximus CLEMENS XIII.**
Patruus tuus post Christianæ Reipublicæ gubernationem susceptam Nationis Illyricæ patrociniū, quod ipse diu sustinuerat, ad Te, **CARDINALIS AMPLISSIME**, tanquam hereditatem suæ erga nos optimæ voluntatis, transmissum esse voluisset, hujusmodi honorificentissimo decreto me ipsum præsertim, qui Nationi eidem hic in Urbe præsum, tutelæ, atque auctoritati tuæ commendatum existimavi. Quapropter mihi præ cæteris enitendum esse arbitratus sum, ut
Te

Te officiis omnibus demereri, Tibique magnitudinem observantiæ meæ quoquomodo declarare possem. Cum igitur ego ætatem pene omnem in investigatione, ac contemplatione Naturæ insumpserim, eaque studia cum humanioribus disciplinis semper conjunxerim, nullum majus habeo, mihiq; carius munus, quam hunc laborum, vigiliarumque mearum fructum, alterum de Philosophia Volumen, quod ad Te deferam in publicum obsequii mei testimonium. Qua quidem in re quanquam magis decoris mei, quam tuæ dignitatis rationem habere videor, nihil tamen ab ea ipsa alienum facere me puto, si exornari per Te, illustrariq; desidero; cum qui ab aliis sibi student ornamenta adsciscere, hoc ipso ornatissimos eos esse fateantur. Quod iudicium de Te meum communi hominum rumore famaue præcipue comprobatur, ex quo ad Te repente oculos omnium, sermonesque convertisti. Antea enim, quanquam splendidissima, locupletissimaque Domo natus, eaque omnium morum sanctitate instructissima, aperire tamen, ac munire Tibi ad honores viam domesticis maluisti virtutibus, quam copiis. Cum dignitates minime per cupiditatem ipse exquirereres, atque ambires, sed ultro delata munera obires diligentissime, non jam in aliorum oculos incurrere, nec inanem aucupari gloriam, sed vera solidaque laude instrui gestiebas. Posteaquam vero divinitus factum est, ut Patruus tuus summa omnium lætitia, ac plausu Pontifex Maximus esset renunciatus, illud etiam effici debuit, ut, cui præsertim tuæ perspectæ

lau

▼

laudes , exploratæque erant , facile suadentibus , ac pene cogentibus Bonis omnibus Te ad honores maximos , simulque ad gravissimam curarum suarum partem evocaret ; qua in re satis constat minus illum cognationi atque in suos charitati dare , quam utilitatibus omnium , ac Christianæ Reipublicæ commodis consulere voluisse . Ac tum illud quidem effecit , ut virtutes tuas efferret in publicum , ac augustiore collocaret in gradu , quo conspectiores redderet , atque illustriores . Enituit enimvero tum maxime tua illa morum suavitas , atque candor , illa vitæ æquabilitas , animique moderatio , quæ eo admirabilior est , quo difficilior in tam secundis rebus esse solet , atque infrequentior ; tantis enim , ac tam subitis obsequentis fortunæ muneribus minime commoveri , excellentis cujusdam est animi , eaque constantia præditi , quæ ex vera rerum æstimatione constat , priorumque bonorum , ac supra terrenas omnes fluxasque res constitutorum fiducia comparatur . Quid mirum igitur , si in tanta potestate tantam abstinentiam , atque integritatem , tantam in omnes humanitatem præferas , præcipue vero mirifico religionis ac pietatis studio ardeas , ac demum hoc Patri tui imperium ornes , & fulcias iis artibus , quibus idem est ipse consequutus ? Sed me vix in virtutes ingressum tuas ea deterret , ac retrahit cogitatio , ne in modestiæ offensionem ipsa laudum incurrat veritas , illamque , quam ex benignitate tua sperabam , minuat , ac corrumpat gratiam . Quapropter ut ad me ipsum ex periculoso hujus-

VI

modi argumento me referam , si hoc officii genere impetravero benevolentiam erga me tuam , tantoque me propterea patrocínio fultum ac munitum intellexero , eximium sane laborum ac studiorum meorum præmium me consequutum putabo . Tu vero tua in me gratia palam illud facies , optimo Te in litteras esse ac bonas artes animo , Virosque , qui eas profitentur , ac colunt , diligere , complecti , ac fovere diceris ; quo quidem haud scio , an ulla alia res magis ad dignitatem tuam , tuique Nominis immortalitatem conferat . Semper hæc Urbs claris atque in omni bonarum artium genere illustribus favit ingeniis , atque idcirco semper præstantissimis doctrinarum omnium monumentis excelluit ; illi enim , qui hîc rerum potiebantur , optime norant , quantum civitati decus , quantum religioni quoque columen in doctrina , atque eruditione sit positum , & quanta exinde fiat auctoritatis accessio . Hujusmodi sapientissimo consilio insistere , atque eorum temporum renovare exempla Te potissimum omnes desiderant ; in tua enim tanta amplitudine , ac potestate , singularique apud Summum Pontificem gratia sita maxime , & constituta præsidia pene omnia vident artium optimarum . Eas si patrocínio tuo , ut profecto facies , complexus fueris , huic Imperio , atque hisce temporibus , quibus integritatem , atque justitiam , virtutemque omnem , ac sanctitatem florere præcipue lætatur , mirificam quandam claritatem , ac lucem adjunxeris . Vale .

AR-

A R G U M E N T U M

LIBRI QUARTI.

DE caelestium corporum gravitate acturus Cali pra Terra magnitudinem considerat, Naturaque in eo majestatem admiratur; omnesque, qui ratione utuntur, tanquam Mundi Crues, leges ejusdem ais tantummodo observare debere, mutare vero non posse. Tum ad Newtoni laudes delabitur, in iisque ad vers. 100. insistit. Ordinem, quem sibi proponit servandum, exemplo astronomicarum dimensionum explicat, atque a vers. 114 Lunam aggreditur attingens ejus motus, ac vestigans distantiam, unde gravitatem ejusdem in Terram deducit, eamque esse in ratione reciproca duplicata distantiarum probat, exemploque confirmat ad vers. 308. Ad hanc deinde progreditur distantiarum legem in ceteris quoque Planetis stabilendam; quod ut praeferat, Cali descriptionem prae mittit, fixas primo stellas definiens, tum quas errantes vocant, earumque a Sole distantias, motus, ac conversionum tempora subjicit, quibus adjungit & Cometas. Cur dix vera caelestium corporum dispositio latuerit una cum variis veterum, nec non & recentiorum Astronomorum erroribus declarat, receptumque jam inter Planetas ordinem statuit, tresque proponit Keplerianas leges, ad quas intelligendas ea, qua in Ellipsi scitu necessaria sunt, breviter persequitur. A vers. 514 prima Kepleri lex Solem in altero loca e binis Ellipseos focus, qua in Curva quivis Planeta orbem percurrit suum. Per secundam legem area orbium Planetariorum sunt temporibus proportionales. Tertia denum lex quadrata temporum periodicorum facit esse, ut mediarum distantiarum cubos. Haec leges, ut in Planetis primariis circa Solem, ita & in secundariis, seu Satellitibus circa primarios suos servantur; iis tamen Luna aliquantulum repugnare videtur ob varias ejusdem inaequalitates. Hac ad vers. 635. Maris deinde astus cum Sole & Luna conjunctus, aberrationes Jovis, & Saturni, eorumque Satellitum, cum illi propius inter se distant, astronomicarum tabularum post aliquod tempus corrigendarum necessitas, forma Planetarum globosa, nonnullorumque circa proprium axem observata revolutio, aequinoctiorum denum praecessio in hoc apparatu non desunt. Quorum omnium causas redditurus a vers. 687 ex tertia Kepleri lege deducit Planetas omnes primarios in Solem, omnesque secundarios in suos primarios illa gravitatis vi tendere, qua in ratione sit reciproca duplicata distantiarum, ea videlicet ipsa, qua inventa est in gravitate Luna cum gravitate nostrorum corporum comparata. Qua in ratione explicanda, ac confirmanda ad vers. 822 immoratur. Ex quibus infert gravitatem nostrorum corporum in Terram ejusdem esse ac eam generis, qua primarios Planetas in Solem, secundarios in primarios trahit; propterea diffusam undique per totum Planetarum hoc ingens spatium esse, ut jam solis, ut hactenus creditum, Terra attribuendam. A vers. 851 descendit ad problemata quadam motus corporum projectorum, qua ejusmodi vi sollicitentur, definiens, quid corpora, ut in Ellipsi ferantur, aut in parabola, aut in hyperbola, determinet. Expofiturus porro Cometarum quoque eadem, qua Planetas, tenori gravitatis in Solem vi, eos pri-

num describit, quales observari solent, a sideribus ceteris distinguens; nihil mortalibus, ait, funesti ab iis significari, cum vulgo jam pridem timori essent, neque Telluri proximas perstrare; neque ab ejusdem Telluris illos, ut nec a Planetarum, aut Solis exhalationibus exoriri posse: Esse igitur Cometæ corpora mundo coarva motu semper constante per Calum labentia. Post Cartesii, Bernoullii, & Cassini propositas de Cometis, rejectasque sententias ad Newtonianam transit, vique gravitatis in Solem eorum explicat motus, quos in Ellipsi maxime longa & procurrente fieri probat; pro qua Newtoniana theoria Cometarum multas affert observationes; unde evincit ad vers. 1266, confirmatque generalem illam in Solem gravitatem revera existere. Eam veteres Pythagoricos agnovisse ex illa caelesti eorum harmonia quidam suspicantur, qua tamen conjectura solido argumento non innititur. A versu 1350 gravitatem hanc esse mutuam inter omnes materia particulas docet, proinde & mutuam esse inter Solem, & primarios Planetas, & secundarios, eamque generatim ad omnem, ubicumque sit, materiem extendi; exinde a vers. 1446 consequitur, si bina masse utcumque inæquales in bina puncta per compenetrationem, ut ajunt, constringantur, totam vim prioris in secundam massam fore æqualem toti vi secunda in primam. Quid, si massa non sint in puncta constituta? Porro præcipua quedam inferuntur a vers. 1518, scilicet si punctum materia situm intra crustam sphericam sit, ibi punctum idem nulla moveri vi, quod etiam in orbe elliptico contingit; moveri tamen, si materia ejus crusta æquo densa non sit: id punctum extra positum attrahi in sphaera centrum; unde fieri, si duo globi se mutuo trahant, idem ipsis accideret, quod duobus se mutuo trahentibus punctis. Duorum punctorum super duobus globis collocatorum vires sunt, ut horum diametri; cujus rei ratio ad omnes figuras solidas similes extenditur. Excurrit inde ad dissolvendum illud, quod contra gravitatem objici solet, cur decedentes lapides a parietibus trahi non videantur, ac in deviationes, ut vocant, pendulorum in magnum aliquem montem sit transitus, ratioque eas deviationes investigandi indicatur ad vers. 1768. Superioribus hoc elegantissimum Newtoni inventum additur, descendendo in sphaera, vel in sphaeroide elliptica a superficie ad centrum gravitatem decrescere in ratione directâ simplici distantiarum; hinc determinatur & ratio, qua gravitas decrescit ad aequatorem pergentibus a polo, qua res cum Telluris figura connexa est, multoque expeditius invenitur, quam datis Ellipsoidis axibus gravitas tota, sive ipsius ad hæc sua incrementa ratio. Tunc quadam a Newtono inventa theorematâ innuit ad hoc argumentum spectantia, quem tamen non demonstrasse ait figuram sphaeroidis Ellipticæ induci debere a fluido homogeneo circa proprium axem gyrate, cujus particula se in ratione reciproca duplicata trahant, idque primum a Mac-Laurino ostensum accuratissime, ut absoluta jam videri possit investigatio Telluris figura ex æquilibrio, nisi obstat aliquid ipsius partium inæqualis textus, & fore varia ejusdem interior usque ad medium constitutio. Concludit idcirco a vers. 1993 non constare nobis veram Terræ figuram, si a solo æquilibrio repetatur, ad veram tamen proximam conjecturam nos duci. Quarit deinde vim generaliter in corpus figura quavis prædictum, exponitque ad vers. 2089 rationem in totius Terræ densitatem median

inqui-

inquirendi . Demum ex intimo terrestrium partium textu capta occasione episodum concinnat enumerando multorum de constitutione Terra, ipsiusque ortu sententias, postque Poetarum somnia, Cartesiique, Burnetii, ac Wihoni commenta, multa ex Taliamedis libro affert tanquam in exemplum labentis in praeceptis plerumque rationis humana, cum finium a Natura sibi positorum oblita temere procurrit .

ARGUMENTUM

LIBRI QUINTI.

Primum homines necessitas effecit industrios ad artes, quibus vita subvenirent, inveniendas, qua deinde ad delicias, ad fastum, ambitionemque traducta sunt; quod pluribus illustratur exemplis; illud praecipue exquisitur, unde homines a naturali inter se aequalitate ad inaequalitatem transierint, & ad rerum dominia, ac terrarum pro cuiusque jure divisiones, qua ex re agros dimetiendi profuxit ars, praesertim in Aegypto exundante Nilo, qua deinde mirum aucta in modum sub Geometria nomine transit ad universa Telluris magnitudinem, figuramque deprehendendam, & ad distantias, ac moles siderum . Hae praefatus de magnitudine, & figura Telluris per observationes investigata agere aggreditur, expositoque totius libri quinti argumento a vers. 124 varia innuit artificia, quibus id cum consequi Heratostenes, & Posidonius tentarunt, quidque Arabes hoc in genere multis post saeculis peregerint, explicat ad vers. 270, a quo transit ad recentiorum Fernelii, & Riccioli conatus, quorum omnium methodi aut nobis parum nota, aut intuta, imperfectaeque sunt . Accuratior demum investigationis ratio reperta est, qua primi Piccartus & Cassinus Terra gradus mensuris suis comprehenderunt, quos subsequuti sunt alii multo diligentiores, illi praesertim Parisenses Academici, polum versus alteri, alteri sub aequatorem dimissi . Horum caterorumque labores, antequam describat, a vers. 367 methodum docet unum in Terra superficie metiendi gradum, quaque in Calo peragenda observationes, quaque in Tellure triangulorum series instituenda, adhibendaque animadversiones, fusc ad vers. 580 persequitur . Tum ad Piccartum in Boreali Gallia gradus dimetiencem, & ad Cassinum in Australi redit, Cassinique inde errorem in definienda Terra figura arguit; quo nihilominus errore detecto Terra figura ex observationibus deducta eidem ex aequilibrio reperta non congruebat . Exorta igitur cupiditate accuratius rem cognoscendi praesertim in maximo distantibus Terra intervallis, ut facilius evitari possint errores, missa sunt illa duae Academicorum turmae, altera in Americam, in Lapontiam altera sub Ducibus Godinio, & Maupertuisio, qua quid quam diu egerint, quantaque cura, laboribus, & periculis, refertur ad vers. 65, aliaque referuntur in Gallia tunc temporis ipita graduum dimetitiones, quaque postmodum ad Promontorium Bona Spei, atque in Italia peracta sunt . Ex quibus omnibus deducitur Terram esse ad polos compressam; quatenus autem, adhuc incertum esse, cum omnia graduum dimensionum discrimina uni tantummodo forma consentire non possint . Quae

occa-

Godw. 458

PHILOSOPHIÆ RECENTIORIS

A BENEDICTO STAY

IN ROM. ARCHIGYMN. PUBL. ELOQ. ET HISTORIÆ ROM. PROFESS.

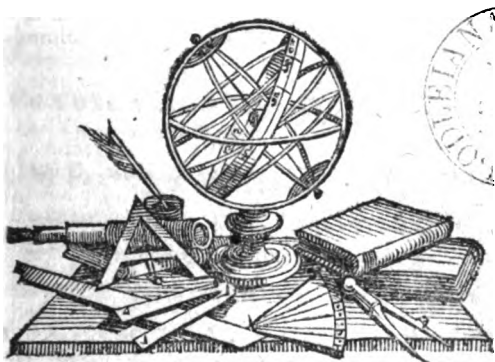
VERSIBUS TRADITÆ
LIBRI X

CUM ADNOTATIONIBUS, ET SUPPLEMENTIS
P. ROGERII JOSEPHI BOSCOVICH S. J.

IN COLLEGIO ROM. PUBL. MATHESIOS PROFESS.

TOMVS II.

AD CAROLUM
REZZONICUM
CARDINALEM AMPLISSIMUM



ROMÆ MDCCLX.




TYPIS, ET SUMPTIBUS
NICOLAI ET MARCI PALEARINI

PRÆSIDUM FACULTATE.

CAROLO REZZONICO
CLEMENTIS XIII. P. M.
FRATRIS FILIO
CARDINALI AMPLISSIMO
ET
S. R. E. VICECANCELLARIO.

BENEDICTUS SIT SALUTEM.

 **UM Pontifex Maximus CLEMENS XIII.**
 Patruus tuus post Christianæ Reipublicæ gubernationem susceptam Nationis Illyricæ patrocinium, quod ipse diu sustinuerat, ad Te, **CARDINALIS AMPLISSIME**, tanquam hæreditatem suæ erga nos optimæ voluntatis, transmissum esse voluisset, hujusmodi honorificentissimo decreto me ipsum præsertim, qui Nationi eidem hic in Urbe præsum, tutelæ, atque auctoritati tuæ commendatum existimavi. Quapropter mihi præ cæteris enitendum esse arbitratus sum, ut

2 2

Te

Te officiis omnibus demereri, Tibique magnitudinem observantiæ meæ quoquomodo declarare possem. Cum igitur ego ætatem pene omnem in investigatione, ac contemplatione Naturæ insumpserim, eaque studia cum humanioribus disciplinis semper conjunxerim, nullum majus habeo, mihiq; carius munus, quam hunc laborum, vigiliarumque mearum fructum, alterum de Philosophia Volumen, quod ad Te deferam in publicum obsequii mei testimonium. Qua quidem in re quanquam magis decoris mei, quam tuæ dignitatis rationem habere videor, nihil tamen ab ea ipsa alienum facere me puto, si exornari per Te, illustrariq; desidero; cum qui ab aliis sibi student ornamenta adsciscere, hoc ipso ornatissimos eos esse fateantur. Quod judicium de Te meum communi hominum rumore famaue præcipue comprobatur, ex quo ad Te repente oculos omnium, sermonesque convertisti. Antea enim, quanquam splendidissima, locupletissimaque Domo natus, eaque omnium morum sanctitate instructissima, aperire tamen, ac munire Tibi ad honores viam domesticis maluisti virtutibus, quam copiis. Cum dignitates minime per cupiditatem ipse exquireret, atque ambires, sed ultro delata munera obires diligentissime, non jam in aliorum oculos incurrere, nec inanem aucupari gloriam, sed vera solidaque laude instrui gestiebas. Posteaquam vero divinitus factum est, ut Patruus tuus summa omnium lætitia, ac plausu Pontifex Maximus esset renunciatus, illud etiam effici debuit, ut, cui præsertim tuæ perspectæ lau-

V

laudes , explorataeque erant , facile suadentibus , ac pene cogentibus Bonis omnibus Te ad honores maximos , simulque ad gravissimam curarum suarum partem evocaret ; qua in re satis constat minus illum cognationi atque in suos charitati dare , quam utilitatibus omnium , ac Christianae Reipublicae commodis consulere voluisse . Ac tum illud quidem effecit , ut virtutes tuas efferret in publicum , ac augustiore collocaret in gradu , quo conspectiores redderet , atque illustriores . Enituit enimvero tum maxime tua illa morum suavitas , atque candor , illa vitae æquabilitas , animique moderatio , quæ eo admirabilior est , quo difficilior in tam secundis rebus esse solet , atque infrequentior ; tantis enim , ac tam subitis obsequentis fortunæ muneribus minime commoveri , excellentis cujusdam est animi , eaque constantia præditi , quæ ex vera rerum æstimatione constat , priorumque bonorum , ac supra terrenas omnes fluxasque res constitutorum fiducia comparatur . Quid mirum igitur , si in tanta potestate tantam abstinentiam , atque integritatem , tantam in omnes humanitatem præferas , præcipue vero mirifico religionis ac pietatis studio ardeas , ac demum hoc Patri tui imperium ornes , & fulcias iis artibus , quibus idem est ipse consequutus ? Sed me vix in virtutes ingressum tuas ea deterret , ac retrahit cogitatio , ne in modestiæ offensionem ipsa laudum incurrat veritas , illamque , quam ex benignitate tua sperabam , minuat , ac corrumpat gratiam . Quapropter ut ad me ipsum ex periculoso hujus-

modi argumento me referam, si hoc officii genere impetravero benevolentiam erga me tuam, tantoque me propterea patrocinio fultum ac munitum intellexero, eximium fane laborum ac studiorum meorum præmium me consequutum putabo. Tu vero tua in me gratia palam illud facies, optimo Te in litteras esse ac bonas artes animo, Virosque, qui eas profitentur, ac colunt, diligere, complecti, ac fovere diceris; quo quidem haud scio, an ulla alia res magis ad dignitatem tuam, tuique Nominis immortalitatem conferat. Semper hæc Urbs claris atque in omni bonarum artium genere illustribus favit ingeniis, atque idcirco semper præstantissimis doctrinarum omnium monumentis excelluit; illi enim, qui hîc rerum potiebantur, optime norant, quantum civitati decus, quantum religioni quoque columen in doctrina, atque eruditione sit positum, & quanta exinde fiat auctoritatis accessio. Hujusmodi sapientissimo consilio insistere, atque eorum temporum renovare exempla Te potissimum omnes desiderant; in tua enim tanta amplitudine, ac potestate, singularique apud Summum Pontificem gratia sita maxime, & constituta præsidia pene omnia vident artium optimarum. Eas si patrocinio tuo, ut profecto facies, complexus fueris, huic Imperio, atque hisce temporibus, quibus integritatem, atque justitiam, virtutemque omnem, ac sanctitatem florere præcipue lætatur, mirificam quandam claritatem, ac lucem adjunxeris. Vale.

AR-

A R G U M E N T U M

LIBRI QUARTI.

DE caelestium corporum gravitate acturus Cali pra Terra magnitudinem considerat, Naturaque in eo majestatem admiratur; omnesque, qui ratione utuntur, tanquam Mundi Cives, leges ejusdem ait tandemmodo observare debere, mutare vero non posse. Tum ad Newtoni laudes delabitur, in iisque ad vers. 100. insistit. Ordinem, quem sibi proponit servandum, exemplo astronomicarum dimensionum explicat, atque a vers. 124 Lunam aggreditur attingens ejus motus, ac vestigans distantiam, unde gravitatem ejusdem in Terram deducit, eamque esse in ratione reciproca duplicata distantiarum probat, exemploque confirmat ad vers. 308. Ad hanc deinde progreditur distantiarum legem in ceteris quoque Planetis stabilendam; quod ut praestet, Cali descriptionem praemittit, fixas primo Stellaras definiens, tum quas errantes vocant, earumque a Sole distantias, motus, ac conversionum tempora subjicit, quibus adjungit & Cometas. Cur dix vera caelestium corporum dispositio latuerit una cum variis veterum, nec non & recentiorum Astronomorum erroribus declarat, receptumque jam inter Planetas ordinem statuit, tresque proponit Keplerianas leges, ad quas intelligendas ea, qua in Ellipsi scitu necessaria sunt, breviter persequitur. A vers. 514 prima Kepleri lex Solem in altero locat & binis Ellipses foetis, qua in Curva quivis Planeta orbem percurrit suum. Per secundam legem area orbium Planetariorum sunt temporibus proportionales. Tertia demum lex quadrata temporum periodicorum facit esse, ut mediarum distantiarum cubos. Haec leges, ut in Planetis primariis circa Solem, ita & in secundariis, seu Satellitibus circa primarios suos servantur; iis tamen Luna aliquantulum repugnare videtur ob varias ejusdem inaequalitates. Hac ad vers. 635. Mavis deinde astus cum Sole & Luna conjunctus, aberrationes Jovis, & Saturni, eorumque Satellitum, cum illi propius inter se distant, astronomicarum tabularum post aliquod tempus corrigendarum necessitas, forma Planetarum globosa, nonnullorumque circa proprium axem observata revolutio, aequinoctiorum demum praecessio in hoc apparatu non desunt. Quorum omnium causas redditurus a vers. 687 ex tertia Kepleri lege deducit Planetas omnes primarios in Solem, omnesque secundarios in suos primarios illa gravitatis vi tendere, qua in ratione sit reciproca duplicata distantiarum, ea videlicet ipsa, qua inventa est in gravitate Luna cum gravitate nostrorum corporum comparata. Qua in ratione explicanda, ac confirmanda ad vers. 822 immoratur. Ex quibus infert gravitatem nostrorum corporum in Terram ejusdem esse ac eam generis, qua primarios Planetas in Solem, secundarios in primarios trahit; propterea diffusam undique per totum Planetarum hoc ingens spatium esse, nec jam soli, ut haecenus creditum, Terra attribuendam. A vers. 851 descendit ad problemata quadam motus corporum projectorum, qua ejusmodi vi sollicitentur, definitque, quid corpora, ut in Ellipsi ferantur, aut in parabola, aut in hyperbola, determinet. Expositurus porro Cometas quoque eadem, qua Planetas, tenori gravitatis in Solem vi, eos pri-

mum describit, quales observari solent, a sideribus ceteris distinguens; nihil mortalibus, ait, funesti ab iis significari, cum vulgo jam pridem timori essent, neque Telluri proximas perstare; neque ab ejusdem Telluris illos, ut nec a Planetarum, aut Solis exhalationibus exoriri posse: Esse igitur Cometas corpora mundo coarva motu semper constante per Cælum labentia. Post Cartesii, Bernoullii, & Cassini propositas de Cometis, rejectasque sententias ad Newtonianam transit, vique gravitatis in Solem eorum explicat motus, quos in Ellipsi maxime longa & procurrente fieri probat; pro qua Newtoniana theoria Cometarum multas offert observationes; unde evincit ad vers. 1266, confirmatque generalem illam in Solem gravitatem revera existere. Eam veteres Pythagoricos agnovisse ex illa celestis eorum harmonia quidam suspicantur, qua tamen conjectura solido argumento non innititur. A versu 1350 gravitatem hanc esse mutuum inter omnes materia particulas docet, proinde & mutuum esse inter Solem, & primarios Planetas, & secundarios, eamque generatim ad omnem, ubicumque sit, materiem extendi; exinde a vers. 1446 consequitur, si bina massa utcumque inequales in bina puncta per compenetrationem, ut ajunt, constringantur, totam vim prioris in secundam massam fore aequalem toti vinctura in primam. Quid, si massa non sint in puncta constricta? Porro precipua quadam inferuntur a vers. 1518, scilicet si punctum materia situm intra crustam sphericam sit, ibi punctum idem nulla moveri vi, quod etiam in orbe elliptico contingit; moveri tamen, si materia ejus crusta aequo densa non sit: id punctum extra positum attrahi in sphaera centrum; unde fieri, si duo globi se mutuo trahant, idem ipsis accidere, quod duobus se mutuo trahentibus punctis. Duorum punctorum super duobus globis collocatorum vires sunt, ut horum diametri; cujus rei ratio ad omnes figuras solidas similes extenditur. Excurret inde ad dissolvendum illud, quod contra gravitatem objici solet, cur decedentes lapides a parietibus trahi non videantur, ac in deviationes, ut vocant, pendulorum in magnum aliquem montem sit transitus, ratioque eas deviationes investigandi indicatur ad vers. 1768. Superioribus hoc elegantissimum Newtoni inventum additur, descendendo in sphaera, vel in sphaeroida elliptica a superficie ad centrum gravitatem decrescere in ratione directa simplici distantiarum; hinc determinatur & ratio, qua gravitas decrescit ad aequatorem pergentibus a polo, qua res cum Telluris figura connexa est, multoque expeditius invenitur, quam datis Ellipsoidis axibus gravitas tota, siue ipsius ad hac sua incrementa ratio. Tunc quadam a Newtono inventa theoremata innuit ad hoc argumentum spectantia, quem tamen non demonstrasse ait figuram sphaeroidis Elliptica indui debere a fluido homogeneo circa proprium axem gyrante, cujus particula se in ratione reciproca duplicata trahant, idque primum a Mac-Laurino ostensum accuratissime, ut absoluta jam videri possit investigatio Telluris figura ex aequilibrio, nisi obstat aliquid ipsius partium inaequalis textus, & fors varia ejusdem interior usque ad medium constitutio. Concludit idcirco a vers. 1995 non constare nobis veram Terrae figuram, si a solo aequilibrio repetatur, ad vera tamen proximam conjectura nos duci. Quarit deinde vim generaliter in corpus figuram quavis prae dictum, exponitque ad vers. 2089 rationem in totius Terrae densitatem mediam inqui-

inquirendi. Demum ex intimo terrestrium partium textu capta occasione episodum concinnat enumerando multorum de constitutione Terra, ipsiusque ortu sententias, postque Poetarum somnia, Cartesiique, Burnetii, ac Wilsoni commenta, multa ex Taliamedis libro offert tanquam in exemplum labentis in praeceptis plerumque rationis humana, cum finium a Natura sibi positorum oblita temere procurrit.

ARGUMENTUM

LIBRI QUINTI.

Primum homines necessitas effecit industrios ad artes, quibus vita subvenirent, inveniendas, qua deinde ad delicias, ad fastum, ambitionemque traducta sunt; quod pluribus illustratur exemplis; illud praecipue exquiritur, unde homines a naturali inter se aequalitate ad inaequalitatem transierint, & ad rerum dominia, ac terrarum pro cuiusque jure divisiones, qua ex re agros dimetiendi profuxit ars, praesertim in Aegypto exundante Nilo, qua deinde mirum aucta in modum sub Geometria nomine transiit ad universa Telluris magnitudinem, figuramque deprehendendam, & ad distantias, ac moles siderum. Hac praefatus de magnitudine, & figura Telluris per observationes investigata agere aggreditur, expositoque totius libri quinti argumento a vers. 124 varia innuit artificia, quibus id olim consequi Herastolenes, & Posidonius tentarunt, quidque Arabes hoc in genere multis post saeculis peregerint, explicat ad vers. 270, a quo transit ad recentiorum Fernellii, & Ricciolii conatus, quorum omnium methodi aut nobis parum nota, aut intuta, imperfectaeque sunt. Accuratio-
 demum investigationis ratio reperta est, qua primi Piccartus & Cassinus Terra gradus mensuris suis comprehenderunt, quos subsequuti sunt alii multo diligentiores, illi praesertim Parisenses Academici, polum versus alteri, alteri sub aequatorem dimissi. Horum caterorumque labores, antequam describat, a vers. 367 methodum docet unum in Terra superficie metiendi gradum, quaque in Calo peragenda observationes, quaque in Tellure triangulorum series instituenda, adhibendaque animadversiones, fusa ad vers. 580 persequitur. Tum ad Piccartum in Boreali Gallia gradus dimetientem, & ad Cassinum in Australi redit, Cassinique inde errorem in definienda Terra figura arguit; quo nihilominus errore detecto Terra figura ex observationibus deducta eidem ex aequilibrio reperta non congruebat. Exorta igitur cupiditate accuratius rem cognoscendi praesertim in maxime distantibus Terra intervallis, ut facilius evitari possint errores, missa sunt illa duae Academicorum turmae, altera in Americam, in Lapponiam altera sub Ducibus Godinio, & Maupertuisio, qua quidquam diu egerint, quantaque cura, laboribus, & periculis, refertur ad vers. 865, aliaeque referuntur in Gallia tunc temporis ipita graduum dimensiones, quaque postmodum ad Promontorium Bona Spei, atque in Italia peracta sunt. Ex quibus omnibus deducitur Terram esse ad polos compressam; quatenus autem, adhuc incertum esse, cum omnia graduum dimensionum discrimina uni tantummodo forma consentire non possint. Quae
 occa-

occasione inquirat, quamquam ea Terra forma sit, qua per graduum mensuras revera investigatur, ipsamque ait ob inaequalem textum in Terra partibus praesertim prope superficiem, inaequalem aliquantulum esse, atque undantem quodammodo, eo nempe discrimine, quod a nobis ob ignotam Terra partium constitutionem ignoratur, tantoque magis graduum dimensiones ubique tentandas, ut ad eam ipsam inaequalitatem per observationes semper magis detegendam accedatur. Pergit a vers. 1063 ad terrestrem atmospharam, cujus quoque exteriorem formam a gravitate pendere necesse est; aer enim, ut cetera corpora, gravis est, proinde inferior a superiore comprimitur eo usque, dum ejus elasticitas cum ipso pondere aequilibretur. Exponit porro legem, qua aeris attenuatio progreditur in ascensu, quaque densitate in altitudine quavis sit ille praeclitus, & cur hic plerumque observationes a theoria dissentiant. Eum non longe a Terra protendi, finiri-que debere ait ab ingenti Solis atmosphara, quam a vers. 1250 probat illa praesertim luce, quam zodiacalem appellant, cujus speciem describit, ortumque ab ipsa Solis atmosphara repetit, a qua Boreales quoque Auroras deducit, de quibus agit a vers. 1360 praecipua exponens earum phaenomena, phaenomenorumque rationem reddit Mairanii, rejectis aliis, inharens sententia ad vers. 1589: redit inde ad terrestris atmosphara terminum definiendum, progressionem ejusdem raritatis non in immensum excurrente, sed turbata ipsius atmosphara Solaris occursum. Quadam porro de sono docet, quem in vibratione particularum aeris consistere asserit, celeritatemque propagationis ejus investigat. Tum a vers. 1692 ab atmosphara terrestri tanquam gradu facto Calum conscendit ipsa ducente gravitate, agitque de massis & densitatibus quorundam Planetarum, gravitatisque ratione in singulorum superficiebus. Transiit deinde ad commune gravitatis Planetarum omnium, Cometarumque centrum, unde infert nullum totius Solaris systematis corpus unquam quiescere posse, neque revera in Ellipsi circa Solem moveri, sed alias curvas vias circa commune illud centrum longe implexas, quamquam non longe ab Ellipsi distantes debere describere; idque ad vers. 1835. Eas invenire Curvas, ac determinare veras Planetarum cum primariorum, tum secundariorum orbitas humani ingenii his saltem, qua nunc habemus, praesidiis muniti vires exsuperat. Ipsum quoque trium corporum se mutuo trahentium systema inextricabile videtur, quod mitescit tamen, si unum corpus sit longe maximum, reliqua vero duo minora, & ad ingentem locata distantiam, cujusmodi esse Solem, Terram, ac Lunam, cum inter se comparantur, scimus. Hinc a vers. 1920 ad motuum Luna theoriam delabitur, a gravitate mutua in Terram ac Solem repetitam, omniumque ejus mutationum, praesertim celeritatis, distantia, orbita inclinationis, apsidum linea, nodorumque rationem reddit ad versum 2341. Hanc Luna in suis motibus varietatem, atque inconstantiam hominibus ait causam fuisse, ut ejus sideri omnia hic apud nos mutationibus obnoxia tribuerent, ac animorum quoque nostrorum vitia, ac furorem, quo nostra plerumque culpa vexamur, inde deducerent; ex hoc humani generis communem insaniam fabella quadam perstringit, ac tranquillitatis animi, sapientia, atque virtutis vim breviter in ipso libri suae demonstrat.

ARGUMENTUM

LIBRI SEXTI.

P Ramissis quibusdam de quietis ac laborum vicissitudine in hominum vita a Natura instituta, quam & ipse in studiis experitur suis, primo sexti libri argumentum proponit, tum a vers. 93 ad vers. 264 in librationis Luna causam inquirat, eandemque exinde librationem ad Jovis & Saturni Satellites per conjecturam transfert, carentibus eadem Planetis primariis. Ea porro, qua dicta sunt de nodis lunaris orbita, transfert ad Saturni anulum, atque ad aequinoctiorum praecessionem explicandam, quam a vers. 376 ad vers. 449 pertractat. Tum locum ait esse ad evolvens maris aestus delabi, quorum primo phaenomena omnia, qua in diurna, menstrua, atque annua dividuntur, describit, praeterea & singularia quadam pro certo regionum sita indicat, tum quaque causis attribuit suis, qua generatim in mutua Terra in Lunam ac Solem gravitate continentur; qua occasione post fluminum quorundam ac puteorum astuaciones, maris alios quoque motus considerat, & qui prope polos fieri observati sunt, & qui a ventis & fluminibus, atque ab ipsius Terra exhalationibus excitantur. Qua omnia fusa ad vers. 1002 persequitur. Inde & in terrestri atmosphaera aëstem quendam haberi docet similem marino aestui, a quo tamen ventos exoriri posse, quod quidam suspicati sunt, negat; neque a causa aëstem gignente nullam ait in barometris, quam percipiamus, mutationem effici. Eos porro aestus, qui in Jove, ac Saturno, illo quatuor, hoc quinque circumferente Lunas, fieri debent, considerat, ubi & de Jovis fasciis agit, qua possunt & a nubibus circa Jovem ipsum exortis nostrarum similibus provenire. Ex hoc ad caelestium corporum atmosphaeras gradum facit, quarum quoddam est in Venere observatum indicium. A vers. 1122 Luna atmosphaera sitne, qualisque, ad vers. 1175 consuevit. Cometarum dein, qua certissime existunt, atmosphaeras aggreditur, in earumque inquirat usus, quos a nostro deducit aëre, cujus praeter ceteris officium est lucem, caloremque dividere ita, ut & illam ab uno loco in alium transferat, & hunc in aliud & tempus & locum; quod profecto animantium vita ducenda tuendaque pernecessarium est. Is atmosphaera usus in Cometis maximus est ob ipsorum recessus a Sole, ad Solemque accessus discrimen maximum. Ex hoc tanto discrimine eandem quoque in Cometis ortus deducitur, qua in Planetis, quibus parva est distantiarum a Sole mutatio, ne exoriri quidem, nedum conservari possunt. Ob diversam hujusmodi caudarum speciem, Cometa alii caudati, erinisi alii, alii appellantur barbati, licet eum tractum nebulosum semper in partem Soli contrariam distendant, in quo etiam deflexus ejusdem, ac contraria ratio redditur, tempusque definitur, a quo avulsus a Cometa corpore tanquam quidam fumus ascendat in eandem, qua fumi conscensio ab impulsu lucis a Sole incurrentis gigni non potest. Cur quidam nigrantes sulci observentur in caudis, exquiratur, qui possint esse nobis indicio, Cometas etiam circa propriam axem converti. Denique vapores Cometa caudas efformantes dissipari perpetuo, mutarique demonstrat. Qua omnia ad vers. 1555 expediuntur. Refelluntur exinde nonnulla de Cometarum caudis,

dis, Cometaeque ipsis falsa sententia, repetentes scilicet antiquum illud totius orbis Terra d'luvium a cauda Cometae cuiuspiam prope Terram ipsam transeuntis, contraque praesagientes ab ipso Cometa ob solis inflammato viciniam, Terra totius illud olim, quod credimus, exoriturum incendium. Cometarum corporibus enutrirī Solem ad reparandam sui luminis jacturam non posse; posse vero Cometam nimis prope Terram transire, nostroque tunc aeri insinuare vel lethalia, vel vitalia potius quadam semina, posse mutua gravitate & ipsius & suum motum varie perturbare, posse suo in Terram incursum ipsam confringere, externamque faciem, axisque, super quo diurnus motus peragitur, situm immutare: at hac ipsa metuere insipientium esse, provido siquidem sapientissimi Conditoris consilio est nobis in Mundi gubernatione aquietandum. Postquam ut Terra, ita Caelo quoque vigere gravitatis vim fuisse, accurateque evictum est, nunc a vers. 1696 ea dissolvit, qua contra eandem gravitatem a plerisque objici solent, praecipue, cur stella fixa ad se invicem, atque ad Solem accedere non videantur, cur ipsius gravitatis natura ignoratio nihil officiat, quin ea possit existere, cur demum aetheris resistentia calestes motus a gravitate ortos non perturbet, ubi & spatium materia ubique stipatum ac plenum a Natura prorsus excluditur; unde ad vortices Cartesianos a vers. 1891 fit transitus, eosque neque existere, neque, si existerent, perdurare, neque, si perdurarent, leges caelestium motuum servare posse ad vers. 2147 probatur. Collapsio igitur vorticum systemati successit gravitas, qua tot undique in Mundo rerum distinctam perspicuamque reddimus rationem, numerisque subiecta singula singillatim solvimus, atque expedimus; eam quapropter commendans transit ad aliam quandam generaliore celebrandam vim gravitati analogam, cujus ipsa gravitas sit quidam veluti ramus, non ejusdem tamen generis, neque mole corporea necessario affixam, sed qua in animantes etiam agat quibusdam adhuc ignotis legibus, qua in re per varia discurrens exempla usque ad libri finem immoratur.

INDEX SUPPLEMENTORUM

AD LIBRUM QUARTUM.

§. I.	De Mundi systemate astronomico.	pag. 399
§. II.	De gravitatis generalis theoria deducenda ex astronomico Mundi systemate.	329
§. III.	De Cometis.	340
§. IV.	De synthetica deductione plurium, quæ pendent a generali lege gravitatis mutus inter particulas.	350
§. V.	De continuitatis conservatione, & latione in legibus gravitatis.	356
§. VI.	De inaequalitate gravitatis per superficiem Telluris, & figura ipsius Telluris ex æquilibrio.	359
§. VII.	De deviationibus pendulorum ex asperitate superficiei terrestris, & methodo definiendi massam Terræ.	380

AD LIBRUM QUINTUM.

§. I.	De veterum conatibus pro magnitudine Terræ determinanda.	385
§. II.	De primis Recentiorum conatibus pro determinanda magnitudine Telluris.	390
§. III.	De dimensione graduum Meridiani & Paralleli.	393
§. IV.	De figura & magnitudine Terræ ex plurium graduum comparatione.	400
§. V.	De recentissimis graduum dimensionibus, & figura, ac magnitudine Terræ inde derivanda.	406
§. VI.	De progressu densitatis in atmosphæra terrestri, & ejus densitate.	426
§. VII.	De Solis atmosphæra, & Aurora Boreali.	438
§. VIII.	De soni propagatione.	448
§. IX.	De mole, massa, densitate, & centro communi gravitatis Planetarum, ac Cometarum.	450
§. X.	De inaequalitatibus lunaribus, & earum causis mechanicis.	455

AD LIBRUM SEXTUM.

§. I.	De libratione Lunæ.	473
§. II.	De præcessionem æquinoctiorum, & nutatione axis.	479
§. III.	De causa mechanica marini æstus.	483
§. IV.	De Cometarum caudis.	491
§. V.	De Vorticibus.	492
§. VI.	De apium cellulis.	498

IMPRIMATUR,

**Si videbitur Reverendissimo Pat. Mag. Sac. Pal.
Apost.**

D. Archiep. Nicomed. Vicefg.

IMPRIMATUR,

**Fr. Th. Augustinus Ricchini Mag. Sac. Pal. Ap-
Ord. Præd.**

POTERIT IMPRIMI

Si iis ita videbitur, ad quos pertinet.

Philippus M. Pirellius Archib. Rom. Pro-Rect.

APPROBATIONES

V. Oculum alterum, quo continentur libri quartus, quintus, & sextus *Philosophia Recentioris* a Cl. Viro Benedicte Stray verbis tradita Rm. P. M. Sacri Palatii Apost. jussu legi; nec in eo quidquam reperi, quod vel ab orthodoxa Fide abhorreat, vel bonis moribus sit alienum. Magnam autem jam nunc Poeta summo gratulor laudem, quam hoc quoque Volumine certe feret, ubi itidem, ut in prioribus libris, ad Naturæ scientiam explicandam jucundissima carminum elegantia adhibita, sic duarum diversissimarum rerum hilaritatis & tristitia temperavit modum, ut neque de Musarum suavitate quidquam detrahat Philosophiæ severitas, nec de philosophicarum rerum gravitate vel cantillum imminuat Musarum venustas & lepore.

Dat. Frid. Non. Maii MDCCLX.

*Michael Angelus Giacomellus SS. D. N. Clementis XIII.
a Latinis Epistolis.*

Idem, quod de prima, de altera hac *Philosophia Recentioris* verbis tradita parte censeo, res subtilissimas mira perspicuitate explicatas, reconditam e media Philosophia & Mathematicis facultatibus doctrinam cum orationis elegantia, copiaque, & carminis nitore conjunctam, ut nihil obesse, prodesse etiam multum cum bonis artibus, tum Religioni possit. Nam pertinere ad Christiani nominis amplitudinem, dignitatemque videtur; ut qui sunt Romane Ecclesiæ arctiori quodam sacerdotii, aut vitæ instituti vinculo, loci etiam, quem incolunt, conditione obstricti, appareat, atque exstet, utrum sint præclarissimis artibus, & disciplinis instructi, iidemque de humaniorum litterarum, & cultoris Philosophiæ, ac Mathematicarum scientiarum penu ea depromant, quibus, quasi Egyptiis opibus (quod Origines in litteris ad Gregorium Neocæsareensem aiebat) ipsa crescat, cum suis ista Decretis non modo non repugnare, sed mirifice congruere & coherere inveniantur. Itaque quam Rm. Pater Sacri Palatii Apostolici Magister celeberrimi operis partem recognoscendam dedit, de illa judicium hoc meum lubens protuli, scripsi que etc. Non. Maj. MDCCLX. e Collegio Romano.

Petrus LAXOTI Soc. Jesu.

Pag. lin.	ERRATA	CORRIGERE
4 27	mutatiores	mutationes
36 35	prima arearum	secunda arearum
38 34	illum	illud
42 26	conciplat	concipit
43 25	earum	eorum
72 10	pyramidisque	pyramidisc
79 10	orbe	axe
88 11	densius	rarius
35	maiore	minore
91 38	2". 38"	2". 31"
92 7	congoscere	cognoscere
107 19	cum Sol, per	cum Sol per
113 36	Pater	Pater-
148 39	numerus	numerus post primam
41 7	cum cyfris 75	1 cum cyfris 72
149 8	vitri	vivi
152 36	armillari	armillari
156 15	Et, coeunt	Et coeunt
41	pertingere reradii	pertingere radii
177 42	fiunt	fiant
183 28	Sola	sola
186 16	ex ali	ex alio
205 6	occafumne	occafumve
212	Pro ultimis tribus lineis primæ columnæ lege: D'Alambertus hoc Newtoni assumptam, demonstratione indigere censet, & demonstrat, reliquam autem ejus theoriam	
223 16	longeque,	longeque
224 42	decefferat	decefferat
237 30	exaltationibus	exaltationibus
240 3	longingui	longinquus
22	labens	labens

Pag. lin.	ERRATA	CORRIGERE
254 5	parte fit viat	parte viat
261 18	Contractu	Contractu
283 19	summa,	summa.
286 31	perirent & ipsa	periret & ipsa
308 44	in fig. 6	in fig. vr
& ad marginem		E. vi
313 11	communem	commune
335 35	suppanatur	supponatur
347	Pro lineis 25, & 26 lege: Hal- lejus ob quasdam vagas de retar- datione periodi conjecturas ex- pectandum eundem cometam esse sub finem anni 1758, vel anno 1759 incunare. Alii vero post idem circiter intervallum cum esse appariturum existimabant, adeoque sub finem anni 1757, vel anno 1758	
351 37	ad $\frac{QI}{2}$	ad eI
359 15	dirigitur	dirigeretur
370 33	res res	res
373 11	si exiguus	fit exiguus
375 25	tom. 3.	tom. 4.
380 21	densitas fluidi 1	densitas fluidi
		hi β
382 13	$\frac{4}{5} pr3$	$\frac{4}{5} pr3$
391 36	maxima	maxime
392 25	5760	57060
393 28	agemus	agemus
399 29	sensunt	sensum
401 19	demonstrave- raam	demonstra- veram;
428 15	contractum	contractum
16	possit	possint
429 28	expensiva	expansiva
439 ult.	pondet	pendet
455 15	5. 9	5. 10
504 6	fuisse	fuisset



PHILOSOPHIAE

LIBER QUARTUS

QUIS cupidum hinc tollat humo, liquidasque per auras
 Alti volante levem penna sustentet, titimias
 Prætereant hubes, latumque per æthera vester?
 Ire vias Cæli vacuas juvat, atque tueri
 Omnia, quæ vasti peraguntur per loca Mundi,
 Quæ teneant leges Naturæ corpora magna,
 Solem, & quæ certo circum palantia lapsu
 Astra feruntur, & immenso quæ consista tractu
 Undique nativam diffundunt sifera lucem,
 Cundarum vires, & fœdera denique rerum
 Scrutari, atque artem, quæ totus flectitur Orbis.
 Quo² nunc Pætrea parens, hominum gratissima sedes,
 Nostræ ubi sunt & opes, & maxima regna, ubi curæ

T. II.

1. Expōita in superiore libro gravitate terrestri, ad celestem hic Noster gradum facit, & in ipso exordio argumentum proponit vices secundi tomi, qui potissimum Mechanicam Astronomicam respicit, pendente a mutua personali gravitate Newtoniana; quæ complectitur Solem, & Planetas, & Cometas, astra, quæ feruntur circa ipsum curvis certo, & vero, etiam stellis fixis, quarum orbi apparentes motus pendunt ab ea

dem gravitate. Fixæ nimirum designat per lumen proprium, quod emittunt, nam Planete Solis lumine reflectunt, & eadem Fixæ per immania Cæli spacia longe, lateque dispersæ sunt.

Quis hic non agnoscet celeberrimum Ciceronis locum de Somnio Scipionis, ubi Scipio Tellurem e Cælo prospectantem. Jam ipsa recta, inquit, ita vultu parva visa est, ut me imperio nostro, quo quasi pendunt ejus siderum, ponnit-

Ingentes, nostrique metus, & gaudia nostra,
 Effugis ex oculis? quo moles tanta recessit?
 Credideram tua res ad commoda quasque referri,
 Et Solem lucere tibi, tibi condita noctis
 Sidera, te primam, prælatamque omnibus esse,
 Te Dominam, atque uni tibi cuncta vigere, tuoque
 Inservire bono. Cur sit tua gratia tanti?
 Tamne queas de Natura bene sola mereri?
 Sic quoque formicis, qua fervent agmina nigra,
 Area, quaque trahunt prædas, latebrisque recondunt,
 Nobilior, potiorque suat, quam quidquid ubique est.
 Qui sua miratur tantum, ludaque, secretis est;
 Extera quæ constant, alienaque, nesciat idem.
 Nam quocumque oculos lustrantes proferat extra,
 Inveniat majora, opus est, melioraque notis
 Usque; ferax adeo rerum est Natura bonarum,
 Magnarumque itidem; consistunt undique pulchro
 Ordine cuncta, atque invicto se fœdere nodunt.
 Tenuia cum magnis, cum parvis magna vicissim.
 Propterea ad Terram libeat si cuncta referre,
 Par erit, hanc pariter referas, ut ad omnia Terram,

15

20

25

30

Omnia

niteret. Sed & omnia reliqua, & ipsum imprimis fornicarum exemplum, quod paulo aliter adhibet Noster, magis respiciunt videri illud Seneca locum lib. 1 Naturalium questionum, ubi is sapientem inducit, qui totum circumvenit Mundum, & terrarum orbem superne despiciens, angustum &c. ita loquatur: Hoc est illud punctum, quod inter tot gentes ferro, & igni dividitur! O quam ridiculi sunt mortalium termini? Ultra Afrum, Dacus, non exeat; Styro Thraces includat; Parthis obstat Euphrates; Danubius Sarmatica, ac Romana disternit; Rhænus Germania modum faciat; Pireneus, medium inter Gallias, & Hispanias, jugum extollat; inter Egyptum, & Æthiopas, in remanens inculta, vastitas pacat.

Sed quis formicis dei intellectum hominis, nonne & illa unam arcem in multas provincias dividens? Punctum est, in quo navigatis, in quo bellatis, in quo regna disponitis Sursum ingenia spacia sunt, in quorum possessionem animus admittitur.

Ceterum hic Noster non illud improbat, in postremum etiam usum a Providentissimo; & humani generis amantissimo rerum omnium Conditor creatum esse. Solem, ac sidera, quod est omnino certum ex ipsis sacris litteris, & ipse etiam expresse docet; sed ad vanitatem conspectum molis philosophica quadam, & poetica simul abreptus extasi; illud inclamat, fieri posse, ut alia plurima creaturarum etiam rationalium genera fiat, alibi, ut in Plantis, & circa finem, quibus hæc

iii.

LIBER QUARTUS

3

Omnia ut ad Solem, sic ipsum & ad omnia Solem. 35
 Proficiat nihil in summa sibi denique tantum,
 Sed capiat, sed reddat opem. Quodcumque sit, æquum
 Jus habet, ut pars sit Mundi, vigetque, suoque
 Munere fungatur, propriis & regnet in oris.
 Non igitur Tellus aliis se præferat ullis 40
 Corporibus, si non aliis concedere multis
 Ipsa velit: si nos sumus hic Telluris alumni,
 Fors alibi alterius variaz Telluris alumni
 Sunt alii; quid jam refert, qua parte colatur
 Orbis hic? Orbis enim cives sumus unius omnes, 45
 Quotquot ubique sumus, qui vita, qui ratione,
 Et memori mentis motu, ingenioque potimur.
 Non tamen hanc Patriam communem flectere nostra
 Possumus arbitrio cives, legesque movere;
 Invidiæ quoniam leges sunt. Arbitræ, olim 50
 Qui sanxit, modo sancit item, sanctasque tuetur:
 Nostrium admirari est, spectare, inquirere Mundi
 Leges, & rerum naturam noscere velle:
 Proin vidit qui plura, per astraque lapsus, & altum
 Æthera mente sua, domuit non ante inacta, 55
 Eduxitque diu lætitantia multa sub auras

A 2

Imp-

itidem usui sunt; & idcirco illud uni
 apposuit: *Te dominam, atque uni
 tibi cuncta vigere, & illud bene sola
 mereri*; ac ut cautius loqueretur, nec
 homines, nostram nimirum speciem,
 ibi collocavit, sed in genere *alumnos
 alios*, & adiecit illud *Fors alibi*.

Est autem quidam rerum omnium
 saltem corporum nexus cum om-
 nibus. sane admirabilis, atque is
 non solum in systemate Leibnitia-
 no, in quo quæcumque monas cum
 monade quacumque arctissime con-
 necitur, sed & in aliis, ut apud
 Newtonum generalis gravitas ad
 omnia longissime spacia protenditur
 ita, ut ad motum cuiuscumque,
 utcumque exigui materie puncti,
 moveantur omnia unumque ma-
 gna, ac remota corpora. In syste-
 mate autem nobis inspicimus, ut a

Fixis, & Planetis ad Terram defer-
 tur lux, ita & a Terra defertur ad
 Planetas, vel Fixas lux itidem refle-
 xa, quanquam ea, ubi ad Fixas de-
 venit, in immensum est tenuis;
 Terra autem Lunæ phasies exhibet,
 ut Luna Terræ, ac alia sexcenta ejus-
 modi officia mutua facile admodum
 proferri possent.

Generales quidem Naturæ leges
 mutare homines non possumus, nec
 vero motus ipsos Telluris nostræ ad
 sensum perturbare ob ipsam parvi-
 tatem nostram, & disjuncta studia:
 ac si quamplurimi homines in eo
 convenirent, ut ex una telluris pla-
 ga in aliam perpetuo transferrent
 ingentem materię copiam, & ingentem
 ex-gr. multorum milliariorum
 montem elevarent alicubi; muta-
 rent utique ipsam diurni motus di-
 re-

Immensos Patriæ visus distendere fines,
 Ille aliis longe præcurrere dignior unus,
 Ut Patriæ Pater, & Princeps, viventia læta
 Omnia quandoquidem non auro, & viribus anteit, 60
 Rerum at notitiis magnarum, Orbisque regundi;
 At alii Plebs sunt, qui pauca, & prima tuerentur,
 Et velut externo Naturæ in cortice adhærent,
 Et patriam agnoscunt, ut sensus afficit ipsos
 Tantum, & qua stolido tractari corpore possit. 65

Sed quis is est, qui se sublimibus inferat astris,
 Subjiciatque oculis adeo distantia nostris,
 Factaque mortali struat immortalia nisu?
 Ille Vir, ille viam ingressus, per carmina clarum
 Cui Pindus sacra lauro prætexere nomen 70
 Instamus, potuit volacri transcurrere mente
 Ætheris immensi tractus, & cuncta tueri
 Arte novâ, Lunæque vias, Terramque trahentem,
 Et Sole a magno diffusas undique vires,
 Supponens numeris etiam infinita repertis. 75
 Extraxit Vidor cæca a caligine noctis
 Naturam fictos ponentem denique vultus,
 Et vera, ut Protheum, forma apparere coegit;
 Illius adventu proprias nocte mutat, ut ante,
 Jam Doctrina vices; sic undique certa refulsit. 80
 Nam vicibus studia, & mentes, ut cuncta, regēbat

Arbi-

rectionem, & axem, ut & alias
 possent mutationes plures inducere;
 sed ea pro inani, & inutiles ejusmo-
 di labore ingenti conspiratio nun-
 quam sane habebitur. Satis est ip-
 sas contemplari Naturæ leges, &
 hujus patriæ nostræ motus scrutari;
 quod est homine mente prædito sa-
 ne dignissimum, & philosophum
 jure meritoque inter omne indo-
 ctum vulgus distinguit, & quam
 longissime sejungit, atque attollit.
 Nevvtonum hic respicit, &
 præclarissima ejus inventa, potissi-
 mum lunares motus ad certas leges
 reductos, & gravitatem mutuam
 generalem, ex qua tam multa ad
 generalem pertinentia Mundi con-

situationem, & tam varia Naturæ
 phenomena, mira admodum sagaci-
 tate derivavit usus infinitesimali
 in primis methodo a se inventa, &
 exculca. Et quidem, quod ad ip-
 sam generalem gravitatem pertinet,
 ea jam ab Academicis per Europam
 omnibus, ut compertum quoddam
 ita admittitur, & habetur pro cer-
 ta, ut ea sit unica ad Naturæ aditus
 referandos, quæ Cælum, & Tello-
 rem nostram complectitur, quæ-
 dam veluti clavis. Nec vero dicen-
 dum est illud, ne, ut tot alia philo-
 sophiæ genera exciderunt alia post
 alia, sic & hic exolat philosophan-
 di modus. Cuiusmodi, dum li-
 teraria Respublica floret, & vi-
 guerit

LIBER QUARTUS

Arbitrio Fortunæ fur; sic Porticus olim
 Claruit, at pundo est longa deleta senecta;
 Hos casus Epicure tui sublere sub umbris
 Florentes horri; male orudo & frigore tecti;
 Quodque ratum doctis stetit; innotumque Lyctis
 Viluit, & numerum tot rebus inanibus auxilium
 Et qui Socratica divinus prodit arte,
 Pertulit interitus totidem, quod vidit & ortus
 Ergo ubi magna novo rationum lumine solent
 Newtoni mens, a certis incerta dirempta
 Vidimus, atque suis hæc intentata reliquit
 Eternum in latebris, rupta illa educta supernè
 Solis ita exortu noctis fugere tenebræ,
 Atque iter ingressis ductus pavore viarum
 Illum igitur placido tranantem sidera cursu
 Usque sequens; Terra gravitas tum qualis in omnis
 Vidissem; quod jam superest, an didici conset,
 Inquiram, ætherias, qualisque; & quanta peroras
 Principio², incerto ne tramite propinquamus
 Rapti præcipiti per vasta, per invia motu,
 Sternere iter prius est opus; & consilia firma
 Figere paulatim; & post tægum relinquere rerum
 Indomitum, ignotumque nihil; ne fallere possit,
 Sed gradibus veluti tuto conscendere strudis;
 Sic quoque quæcupiunt metiri, sidera quantis

A 3

Træ

guerrit Geometria, uti inter tam
 multas, tam varias opinionum com-
 mütationes, Archimedis, & Gali-
 lei geometrica, ac mechanica com-
 perta manent adhuc, & vident,
 mansura unque semper; quod eo-
 rum est proprium, quæ verè solida
 comperta sunt, non ficticia com-
 menta.

1. Illud est celebre Newtoni epita-
 phium, a summo Poeta Anglo Pepio-
 bipis conclusum versibus Anglicis,
 quæ Latine redditi accurate sic sonant:
*Natura, & Natura leges erant, se-
 pulchra in nocte; Deus dixit, exibat
 Newtonus, & eorum fuit lux.* Son-
 lent autem latinis versibus, sed mul-
 to minore vi præditis, sic reddi:

*Naturam legesque suas non atra
 sequebat:*

*Sis, Newton, Deus dixit, &
 orta dies.*

2. Ordinem hic proponit, quæ
 progredi oporteat, & exemplum ad-
 hibet aptissimum. Nimirum ante-
 quam Philosophi cælestium corpo-
 rum distantiam a Terra determinare
 aggressi sint, Geometriam excolue-
 runt, & ad dimensiones intervallo-
 rum in superficie Terræ positurum
 applicaverunt, ac altitudines mon-
 tium dimensæ sunt: tum ipsam toti-
 us Telluris peripheriam definiverunt,
 ac diametrum; deinde Lunæ a Terra

Traſtibus inter ſe ſint, a nobiſque remota;
 Non ſubito attollunt ſurſum ſe, ſideraque ipſa
 Subdunt menſuris, ubiſque, & paſſibus æquant;
 Unde etenim inciperent, vel ubi conſiſtere poſſent? 110
 Quid notum foret, ut conſerre ignota valerent?
 Primò igitur Terræ varios cognoviſcere tractus
 Uſus erat, facile & campos, & culmina celſa
 Metiri, ſeſeque magis diſtendere ſemper,
 Millibus eſt donec Tellus circumdata notis; 115
 Exinde eſt ejus penetratum in viſcera denſa,
 Tum fuit &, ſenſu qua nullo poſſit adiri,
 Cognita. Luna gradus meſuris proximus ipſa
 Exiit; ad Lunam ſic certo eſt tramite ventum.
 Non tam difficiliſ nobis fuit inde remotam 120
 Tranſitus ad Solem, errabundaque ſidera Cæli
 Haud aliter, res in Terra qua lege gerantur,
 Qui prius, & qua vi, perpexeris, ire per altum
 Æthera tum poſſit; nobis viciniſ ipſa
 Qua deſceſtis ita bigis exercita Phœbe; 125
 Hujus ubi agnitiſ cum noſtra fœdera Terra,
 Evolet ad Rhœthum ſubito, atque vagantia circum
 Corpora conſeſcat; jam certior, ipſa, requirens,
 Qua vi per Cælum ſeſe, qua lege gubernent,
 Omnibus in ſumma quæ ſint communia jura. 130
 Viribus inde etiam pergens ſublimior auſis
 Immenſo hærentes invadat in æthere ſtellas,
 Victor & inventas ſub leges cogat caſdem.
 Surſum ergo audenti conſurgere, Luna repente,
 Extat quandoquidem viciniſ, obvia fiet. 135
 Tel-

diſtantiã, ac ejus ope ad Solem
 evocari ſunt, & per eum ad reliquos
 Planetas. Sic igitur & Noſter poſte-
 aquam in primo tomo perſecutus
 eſt ea, quæ ad terreſtrem gravita-
 tem pertinent; progreditur ad cæ-
 leſtem; & quoniam prima nobis,
 dum elevamur occurrit Luna; pri-
 mum de ejus gravitate agit, mox
 deinde aſcenſurus ad Solem, & Pla-
 netas, ac Cometas, qui iplum am-
 biunt, tum ad remotiſſimas demum
 Fixas.

1 Hic jam aggreditur Lunam,
 & ejus motus craiſa æſtimatione de-
 finit: primo loco affirmat, eſſe om-
 nium cæleſtium corporum proximi-
 mam; & quidem eſt; diſtat enim
 in mediocri a Terra diſtantiã ſemi-
 diametris terreſtribus 60, ut inferius
 docet, dum Venus, quæ inter omnes
 Planetas accedit proximè in peri-
 geo, diſtat tum etiam plus quam
 6 millibus earundem ſemidiamet-
 rorum.

Tellurem¹ circum mediam concepta diebus
 Septenis quater hæc dempto præpe volvitur uno;
 Quamvis ut rodet sub Solem, conque sequatur;
 Ipsa dies geminos his addat, prætereaque
 Plus quam dimidium; quoniam non invenit illa 145
 Solem parte, præus Cæli qua parte reliquit;
 At paulum, ad speciem, progressum hoc tempore toto.
 Et quoniam illius molem prope corporis æquam
 Conspicimus semper, circum rapiatur in orbem
 Si non æquum, opus est, at qui vix distet ab æquo; 145
 Ut prope sint gyrum spatia haud mutata per annos
 A² Terræ medio procul illa recessit ubique

A 4. Sed

1 Motus Lunares perstringit, & affirmat illud Lunam describere circa Terram orbem; qui parum abundat a circulari, atque idipsum probat ex eo, quod apparet Lunæ magnitudo sit præter propter semper eadem; objectum autem quoddamque, eo majus apparet, quo est propius. Porro Lunæ quidem orbita non est accuratè circularis, sed elliptica, & quædam inæqualitatibus prædicta quamplurimis, & ipsæ apparentes magnitudines, siue diametri apparentes definitæ accuratis instrumentis astronomicis inveniuntur inæquales; verum inæqualitates istæ omnes respectu totius non ita ingentes sunt, ne crasso modo æstimanti lunarem motus hic in hoc exordio haberi orbita pro circulari non possit. Inæquilitates autem lunarium motuum distinctius persequetur Noster in sequentibus, ut & earum causas a gravitate generali repetitas.

Proponit etiam tempus conversionis lunaris, quod itidem definit crasso modo: distinguit autem duo conversionum genera, alterum, quo Luna e Terra visa redit ad eandem Cæli syderei partem, qui dicitur mensis periodicus, & est dierum paulo plus, quam 27, quod exprimit illud quater septenis dempto prope

uno; alterum conversionum genus est, quo iterum Solem, interea ab ipsa proprio progressu in Orientem, assequitur, qui dicitur mensis synodicus, & est paulo plus quam dierum 29 $\frac{1}{2}$. Nam Sol motu proprio lentiore per eclipticam procedit in Orientem ita, ut novum integrum infumar annum in tota orbita percurrenda, adeoque singulis diebus per singulos circulos gradus promoveatur. Quare cum Luna redit post dies 27 ad idem Cæli punctum, distat adhuc a Sole per gradus fere 27, quos ut percurrat, & Solem tum etiam fugientem assequatur, impendit illa quidem minus, quam dies duos cum dimidio, sed tanto plus impendit, quam dies duos; ut cum mensis periodicus excedat dies 27, mensis synodicus excedat itidem dies 29 $\frac{1}{2}$. Sed de his accuratius in supplementis.

Porro dicit Solem progressum ad speciem, nam Solis motus annuus est apparet ob annum nostrum motum in orbita Terræ.

2 Distantiæ hic definit Lunæ, quam, in motu assumpto pro circulari, mediocrem accipit scindiametrorum terrestrium 60, & ut ejus ideam distinctiorem ingerat, & poetico lepore carmen aspergat, Gygarum imaginem proponit, qui non

Sex decies spatii, quæ nos removemur ab oris.
 His ipsis Terræ mediis. Si more Gigantum
 Exinde aggressus non monti imponere montem,
 Sed Terræ pergas iterum, atque iterum ordine longo 150
 Terram aliam, atque aliam, non ante inscendere bigas
 Lucentes poteris, quam sit trigesima Tellus.
 Addita, & admotæ frontem contingere Lunæ.
 Possumus hoc equidem facili cognoscere pacto; 155
 Nam si inclusa tube gemina inter fila receptes
 Lunam, quæ lata est, vix ortam, sive obituram,
 Præterit atque eadem cum summum altissimæ culmen,
 Invenies decies sexta illius parte minorem.
 Proin decies sexta pariter mage parte remota est. 160
 At tum dimidiam trans Terram cernitur, ac si,
 Qui spectat, medio Tellyris staret in ipso.
 (Non ita, cum supera caput alte vertitur errans)
 Dimidium id Terræ decies proin sexta fatendum est
 Sit spatii pars illius, quo Luna recessit. 165
 Verum hos, atque modos alios, quæ tempora, motus,
 Et spatia, & moles astrorum, & cætera multa,

Hoc

non mones montibus, sed triginta
 terrestres globos alterum alteri su-
 perimponant, ut Lunam attingant:
 sunt enim 30 diametri, idem ac 60
 semidiametri. Semidiametrum Ter-
 ræ exprimit per distantiam, quæ nos
 in superficie constituti distamus a
 Terræ medio, nimirum a centro.

I. Innuit hic etiam e methodis de-
 finiendi distantiam Lunæ a Terra;
 quod præstari potest ope instrumen-
 ti illius, quod Astronomi appellant
 micrometrum: Sunt in eo instru-
 mento binæ fila parallelæ, quæ ope
 chochleæ possunt ad se invicem ad-
 moveri, & removeri a se invicem,
 ac revolutiones ipsius chochleæ, &
 revolutionum singularum partes ex-
 habent distancias filorum. Includi-
 tur instrumentum telescopia ira, ut
 fila sint in eo loco, in quæ ab ob-
 jecto visio efformatur objecti ima-
 go distincta, quam nos per ocula-
 rem lentem inquamur. Admotis ad

se invicem filis ita, ut lunarem in-
 cludant discum, & contradant hinc,
 & inde, definimus magnitudinem
 apparentis diametri.

Porro si capiatur ope ejus instru-
 menti diametres apparentes, tum cum
 Luna est in Horizonte in ipso orta,
 vel occasu, ac deinde, cum accedis
 proxime ad Cæli verticem, sive ze-
 nith; invenitur oritur sexagesima
 sui parte minor in illo primo casu,
 quam in hoc secundo; quod indi-
 cat sexagesima circiter sui parte Lu-
 nam accessisse ad spectatorem. Di-
 stantia autem ipsius a spectatore, cum
 est in Horizonte, est circiter eadem
 ac distantia a centro; cum vero est
 prope ipsum zenith, est minor cir-
 citer per unam Terræ semidiamete-
 rum. Debet igitur una semidia-
 meter Terræ esse pars circiter sexa-
 gesima distantie totalis.

Hæc est methodi indicati sum-
 ma, circa quam methodum, ut &
 circa

Hoc genus, inveniant Mensores, tradere, nosser -
Non labor est, nos hæc: & ab illis: cuncta petemus
Mutua, cum fuerit nobis his usus, opusque. 170

Nunc quoniam curvos in Terram Luna meatus
Continuo facit, in Terram vi nititur ire
Continua; tangens iter usque relinquere debet
Propterea, atque orbis loca per deflexa revolvit
Vis facit hæc quiddam volvendo in corpore Lunæ 175
Consimile, ac gravitas, quæ deorsum hic corpora pellit.
Nec, si quid Lunam rapientes tramite vires
Tangenti impediat subito, non protinus illa
Ad Terræ medium recta debet adire;
Nec contra Terræ grave corpus quodlibet auras 180
Ultra restantes si mobilitate cieri,
Quantum opus, incipiat magna, non ibit in orbem
Perpetuos, Terramque omnem amplectetur eundo,
Fiet & exiguum, quod se circumferat, astrum.
Concipe propterea resonantes (horrida Martis 185
Instrumenta) tubos jacere, atque emittere plumbi,
Aut ferri, lapidumve pilas: ejecta volabit
Ex uno pila fors passus per mille, sed illa

Majo-

circa apparentem Lunæ magnitudinem multa notanda hic essent, quæ supplementis reservamus; & quoniam hic Noster, quod pertinet ad methodos definiendi cælestium corporum distantias a Terrâ; & magnitudines, & motus, ad Geometras, & Astronomos provocat, agemus de iis omnibus supplementorum §. 1. ubi & systematis mundani generalem ideam proponemus, quæ totius Newtonianæ cælestis philosophiæ est basis.

1 Hic jam ex motu proximè circulari circa Terram, deducit gravitatem Lunæ in ipsam Terram ratione petita à theoria motus curvilinei expressa tomo 1. Nimirum per vim inertiæ Luna perpetuo conatur abire per tangentem orbitæ, quam describit: Quamobrem retineri debet in ipsa orbita per vim, quæ Lunam

ipsam perpetuo retrahat a tangente ad arcum curvilineum, quæ vis in circulo descripto motu uniformi dirigitur ad centrum circuli; adeoque Luna perpetuo urgeri debet in Terram vi quadam, uti nostra hæc gravitas a gravitate sua urgentur in ipsam Terram; & si repente cessaret omnis tangentialis velocitas (nam Noster mobilitatis nomine intelligit velocitatem, ut in idem diximus tomo 1.) Luna ipsa, ut cætera gravia, recta in Terram decideret.

Id ipsum confirmat exemplo passim adhiberi solito nostrorum projectorum. Si nimirum e contrario ex altitudine aliqua, quæ superet crassum, & moribus resistentem aerem, projiceretur grave aliquod corpus velocitate satis magna horizontaliter; id describeret circulum circa Terram, & evaderet quidam

ve-

Majori ex aliis, & potiori pulveris idæ
 Incita sulphurei procurret longius, ad bis, 190
 Aut quater, aut decies quoque passus mille, vel ultra;
 Impulsus donec sic semper mobilitate
 Increfcente novi perventum ad mobilitatem
 Illam sit, pila qua transcurrere millia millo
 Bis decies, Terræ converti denique circum 195
 Totius molem queat, & loca videre prima,
 Unde-emissa fuit, confecto scilicet orbe.
 Ac tum servata, qua primum est mobilitate
 Jacta, parem rursus gyrum repararet, eaque
 Præterea ratione alios, aliosque sine ulla 200
 Fine; ita perpetuū privata quiete mearet.
 Sed¹ quæ mobilitas hæc debeat esse, referre
 Ad sua prima pilam queat ut loca, nec minuatur,
 Nec crescat tot per tractus, servetur ut isdem
 Una, eademque locis, si fors cognoscere avebis; 205
 Illa est, quam paribus gravitatis ab ictibus, atque
 Nusquam intermissis deorsum actum acquireret illic
 Corpus, ubi Terræ pars esset quarta profundæ:
 Projectum hoc etenim valido tunc impete cursus

Æqua-

veluti novus Planeta. Si enim e tormento bellico cum determinata quadam velocitate ex quadam determinata altitudine projiciatur globus; abibit ex. gr. ad mille passus procul. Majore vi pulveris projectus abibit ad distantiam majorem, velocitate adhuc majore, quæ velocitas si perpetuo major fiat, ut jam emittatur globus cum ea velocitate, qua possit abire ad distantiam majorem etiam viginti miliariorum millibus; poterit & totam telluris circumferentiam transcurrere, ac eo redire, unde discesserat, cum velocitate eadem, adeoque perpetuo gyrate in eodem orbe.

Posuit hic Noster transcurrere millia mille bis decies, numerum adhibens, ut ajunt, rotundum, proximum circumferentiæ terrestris, eaque minorem. Si adhibeantur miliaria, quæ geographica appellant,

quorum nimirum 60 numerentur in uno circuli maximi gradu, eorundem miliariorum continet circumferentia 21600 ducto 60 in 360.

¹ Hic vero ipsam ejusmodi velocitatem determinat, qua grave projectum perpetuo describeret circumlum circa centrum Terræ: est nimirum ea, quam grave acquireret cadendo motu uniformiter accelerato per quartam partem diametri terrestris. Id pendet a theoremate Christiani Hugonii, qui invenit, si grave gyret in circulo cum velocitate, quam acquireret cadendo per altitudinem æqualem quartæ parti diametri, habiturum vim centrifugam æqualem gravitati suæ. Porro id ipsum theorema demonstravimus in supplementis tom. I num. 212, & determinatio proposita consentit cum iis, quæ de problemate inverso vi-
dem

Æqualem circum semper raperetur in orbem,
Continuoque via a tangente rediret in arcus.

Nonne vides, fiat quod faxi in pondere jacto,
Prorsus & in Luna feri? & scilicet illud
Projiciatur ea, qua dixi mobilitate,
Aura neque obftet, iter autem deterquebit in arcum

A tangente via descendens; ut quoque motu
Descendit Luna acta suo; fin Luna ferentes

In diversa illos perdat sibi credita motus,
Queis nunc torquetur, solis properatit ad imam
Tellurem recta delabens, accelerantque

Viribus, ut saxum quoque labitur, accelerantque.
Hæc ergo paria inter se cum prioribus, & æqua

Sint, atque idcirco causa produciatur una
Possint; produci par est, fateamur, ab una,

A gravitate igitur, quæ Lunam, ut corpora cuncta.
Hic gravia inter nos, semper deflectere cogit.

Quapropter gravis esse in terram Luna videtur,
Hand minus, ac lignum, lapides, ac dura metalla.

Æqua! sed non Lunæ gravitas, majorne, minorne
Harum sit rerum gravitate, age, perspicere necum.

A Terre

demum. 264. Eam velocitatem facili calculo determinabimus in supplementis.

Quod vero tum illi globo gravi ita projecto accideret, id ipsum ad Lunam transferri debere docet, ut nimirum & Luna circulares suæ motum peragat velocitate quadam, per spæm non resistens ad sensum, & vi perpetuo urgente in Terram, quæ utroque calu idem præster, effectura in utroque descensum rectilinum, si velocitas illa desit; unde infert utranque vim ejusdem generis esse, & Lunam iidem gravitare in terram, ut cetera omnia gravia corpora, quæ hic habemus.

1 Illud jam hic inquirendum proponit, an hæc Lunæ gravitas sit æqualis gravitati terrestrium corporum, an, & quanto major, vel minor; ac ejusdem questionis solutionem subijcit eam ipsam, quam

Nevvtonus proposuit Princ. lib. 3. pr. 4, sed numeris utitur integris tantummodo, carmini nimirum aprioribus. Sic autem progreditur.

Cum sit nota distantia Lunæ a Terra, innotescet & tota peripheria orbitæ habitæ pro circulari, & ob notum conversionis integræ tempus, erit notus etiam arcus debitus sexagesimæ parti unius horæ, sive uni minuto primo. Hinc innotescet etiam intervallum, quo extremum ejus arcus punctum distet a tangente ducta per punctum primum. Per id intervallum Luna gravitatis suæ vi deprimitur ab ipsa tangente ad arcum curvilineum. Porro inito calculo id intervallum invenitur pedum proximè 15; quo nimirum intervallo nostra corpora gravia in superficie Terræ delabuntur tempore unius minuti non primi, sed secundi, juxta ea, quæ dicta sunt tomo 1 lib. 3

A Terra quantis jam tractibus illa recedat, Cum notum tibi sit; cognoscēs; quanta sit orbis Illius via, circum; & cum ejus tempora noscās Circuitus pariter, quantis quoque prodeat arcus Parte horæ decies in sexta, scire licebit. Proinde etiam quanto pars arcus ultima, tractu A tangente via distet, quæ parte sit ejus Producta a prima, communi scilicet ortu. Sola parit gravitas tantum illo tempore lapsam Deducens Lunam; hanc inita ratione videbis Ter quinos æquare pedes; quot nempe deorsum Corpora per nostras regiones concita currunt; Sed tamen æquali non tempore, simplicis horæ Nimirum decies non sexta parte; sed hujus Partis item decies quoque sexta parte minuto. Ut superâ certo nixus tentamine vici. Nunc prius a didis deduces, cum quoque partem Horai per, eam, bis quæ trigesima tantum est; Hic grave descendet corpus; debere cadendo Id peragi spatium, quod non, ut tempore, tempus, Sex decies, sed tot toties sit partibus ille Longius; hæc siquidem lapsus spatia usque necesse est

versu 614. Jam vero cum spatia a gravibus libere decidentibus percurra sint, ut quadrata temporum (tomo 1 lib. 2 a versu 918); erit spatium, quod nostra gravia libere percurrunt unius minuti primi tempore, sexagies sexaginta vicibus majus, quam id, quod uno minuto secundo percurrunt. Quare effectus gravitatis in Terram in superficie ipsius Terræ est sexagies sexaginta vicibus major, quam ibi, ubi est Luna. Cum igitur etiam distantia Lunæ sit semidiametrorum terrestrium sexaginta, & superficies a centro distet per unam semidiametrum; decrescet gravitas usque ad Lunam in ea, quæ dicitur ratio reciproca duplicata distantiarum, nimirum in eadem ratione, in qua crescunt distantia in se ipsas ductæ, sive distantiarum quadrata.

Porro spatium, per quod nostra gravia cadunt uno secundo temporis, non est accurate pedum 17, sed pedum $15 \frac{1}{12}$, sive pedum 15, & unius digiti, & eo spatio Newtonus utitur; ac invenit id ipsam in Luna pro uno minuto primo; assumit autem distantiam Lunæ a terra eandem semidiametrorum 60, menssem periodicum diet. 27 hor. 7 min. 43, & ambitum terræ pedum Parisiensium 12; 249600. Sed nec hi ipsi numeri penitus accurati sunt; & fractiones inde erutæ sunt minus aptæ versibus. Præterea ad calculum accuratum oportet habere rationem plurium aliarum causarum, quæ inæqualitates aliquas pariunt: considerare nimirum vim centrifugam motus diurni, & eam separatæ, confide-

Crescere, uti repetita in sese tempora crescunt.
 Quapropter gravitas, quam pelleret multa videmus.
 Hic prope, major est. Lunc gravitate remotæ
 Non nisi jam toties tot partibus; esse minorem.
 Nempe illic videas, ad eam majora quot extant
 A medio spatia in sese repetita vicissim.

Hinc tibi jam patet, vires gravitatis, ut in se est;
 Integræ pro non æque distantibus esse
 Diversas, variasque locis, decrescere semper.
 Plus, loca distando quam disjungantur; eisdem
 Scilicet a spatiis, in sese si repetantur
 Mutuâ, metiri, quanto sunt, possumus illas;
 Nimirum quanto loca per majora minores.

Utque fidem nobis hic tenuas adjungere dictis,
 Protinus exemplo multarum constabile
 Ipse queas legem hanc rerum, quas cernimus uno
 A puncto circum exire, & diffundere vires;
 Scilicet ut lux est, quam fulgida lumina jactant;
 Tractibus hæc etenim duplis, bis duplicè debet
 Parte sui minui, pariter ter triplice ternis,
 Et denis densa decies, proin in minuendo
 Respondens semper repetitis tractibus in se,

13

fidetate, diversas. Tunc non proflus
 sphericæ semidiametros, & inve-
 nire spatium, quo gravia caderent
 in Terram, si ea esset spherica, habere
 rationem perturbatorum, quas
 in lunarem motum induunt vires
 Solis; considerare non integram di-
 stantiam hanc a Terra, sed distan-
 tiam a centro communis gravitatis,
 circa quod Terra, & Luna convertit-
 ur. Sed hæc omnia debuerunt diligen-
 tiam considerare nonnulli, qui Nevv-
 tonem carpunt, idcirco, quod non
 penitus accuratissimam inveniant ra-
 tionem quadrari distantiarum in ef-
 fectu gravitatis terrestriæ, & luna-
 ris. Sed de his, utrum in supple-
 mentis,

Quo minorum pariter admira-
 tionem ejusmodi, lædelementa re-
 spondentia quadrare distantiæ faci-

procè, proponit hic multo generalio-
 rem ejusdem legis extensionem ad
 ea omnia, quæ a certo puncto dif-
 funduntur in gyrum circumquaque
 ita, ut rectilincò, & uniformi mo-
 tu progrediantur, ac proponit exem-
 plum in luce, cujus intensitas decre-
 scit itidem in ratione reciproca du-
 plicata distantiarum ita, ut in dupla,
 tripla, decupla distantia sit bis du-
 plo, ter triplo, decies decuplo mi-
 nus intensa: id ipsum demonstrat
 hoc pacto. Dum lux progreditur,
 diffunditur semper magis, nam quæ
 in minore distantia erat collecta in
 superficie minore, eadem in di-
 stantia majore diffunditur per ma-
 jorem superficiem, adeoque eo mi-
 nus densa esse ibi debet, quo am-
 plior est superficies. Sunt autem su-
 perficies in diversis spheris in ratio-

14

In quos excurrit diffusa per ampla locorum;
 Quandoquidem lux illa eadem, quæ non ita distans;
 Ante globi brevioris erat stipata minorem,
 Per faciem, sese faciem diffundit in amplam,
 Fingere quam possis majoris deinde pilai,
 Vivida propterea minus hic, densataque tanto,
 Est opus, ut lux sit, quanto magis ampla rotundi;
 Est spatii facies; facies sed crescere certum est
 (Augentur cum mole globi.) ratione profecto
 Non alia, quam qua tractus a lumine semper
 Scilicet in sese repetiti crescere debent,
 Quare quo tractus puncto a flammante sit ipse
 Major, cum repetas in se se ubi scilicet, illa
 Rarior hoc certe lux, languidiorque meabit
 Subjicere hanc oculis rationem, sic quoque possis;
 Lampade per noctem succensa longius adita
 Te retrahens, ægre dum verba inscripta papyro.

Possis

ne reciproca duplicata semidiametrorum, adeoque distantiarum a puncto radiante. Quare de luminis densitas decrevit in ratione eadem.

Proponit autem & methodum eandem legem deprehendendi per experimenta. Per noctem te retrahere in eam distantiam ab una lampade, in qua vix possis librum legere, sed tamen possis. Adde alias tres lampades priori prope ipsam, & si recedas ad distantiam, in qua itidem ægre legere possis, sed possis; invenies distantiam prioris duplam, & distantia tripla novem lampades, decupla centum æquales requirit, quod ostendit intensitatem luminis singularum esse in ratione reciproca duplicata distantiarum, cum intensitas singularum, ubi lumen omnium simul est idem, debeat esse in ratione reciproca simplici numeri lampadum, & numerus harum assumptus sit in directa duplicata distantiarum.

Hæc quidem demonstratio vim suam habet in his omnibus, quæ a dato puncto diffunduntur in gyrum

circumquaque motu rectilineo, & uniformi, quam conditionem Notetur pure exprobit. Nam ad densitatem determinandam non est satis considerare superficies in geometrico rigore acceptas sine crassitudine ulla; sed oportet adhibere spatium trina dimensione præditum, adeoque orbes quosdam, utut tenuissimos, clausos binis superficiibus sphericis concentricis, qui, si æque sint crassi, sunt ut superficies ipsæ, quibus terminantur. Hinc si ejus substantiæ progredientis id, quod erat in uno orbe minore, idem sit deinde in majore, densitas in secundo casu erit ad densitatem in primo, ut primus orbis ad secundum, adeoque ut superficies ad superficiem, sive reciproce ut quadratum majoris distantia ad quadratum minoris. Ut autem idem sit in majore orbe, quod fuerat in minore, debet quidquid erat in minore perungere ad majorem, & debet celeritas per crassitudinem utriusque esse eadem; ut nimirum deveniente ad superficiem ulteriorem orbis majoris eo, quod

Possis perlegere, at possis tamen; adde prior
 Lampada tum triplicem, ut bis duplo lumine tectum
 Floreat; invenies expertus non nisi duplo
 Inde recedere te spatio debere, papyro 295
 Demum ut vix possis perarata agnoscere sensa;
 Accensa sed deinde novena lampade, terno
 Tantum intervallo decedes; denique deno.
 Si libeat retrahi tractu, quotamina posces,
 Vix legere ut possis, velut ante? Sat ulla profesto 300
 Non prius esse, micent donec centena, videbis.
 Ergo ita diffundi a puncto cum debeat uno
 Lux, alizque etiam res, quæ se parte propagant
 Ex omni circum; in mentem facile infausabis
 Non alio fundi gravitatis per loca pacto 305
 Vires; ipsa licet non res sit, quæ moveatur,
 Corporea, assimilis luci, tenuive vapor.

Verum hanc diffuse gravitatis noscere legem

Cer-

quod devenerat ad ulteriorem noti-
 tiam, deveniat simul ad citiorem
 illius id, quod simul devenerat ad
 citiorem huius.

Hinc erant ii, qui hanc demon-
 strationem transferunt ad ea, quæ
 non progrediuntur motu rectilineo,
 & uniformi, nec progrediuntur il-
 lusa. Eum errorem admisit Keil-
 lius eandem theoriam aptans efflu-
 viis odoriferis, quæ nec omnia,
 nec motu uniformi, & rectilineo
 progrediuntur, uti ego quidem de-
 monstravi in dissertatione de lumi-
 ne parte prima, ubi & alium ejus-
 dem, sane merito celeberrimi, Autho-
 ris errorem deprehendi in compu-
 tanda eorundem effluviorum sum-
 ma. Ea de causa hic Noster hanc
 non adhibet tanquam demonstra-
 tionem aliquam decrementi intensi-
 tatis virium gravitatis in diversis
 distantis, sed tanquam exemplum
 quoddam ejusdem legis in re simili,
 quæ eam reddat faciliorem capui;
 atque idcirco monet etiam illud in
 fine, gravitatem non esse vim quan-
 dam, quæ motum realem habeat,

& e centro virium velut excussa e-
 grediantur, sed cum pertineat quod-
 dammodo ad illud centrum, quod
 respicit, & pertingat ad majores
 distantias, utur ingentes, habeat
 itidem eandem legem decremento-
 rum respondentem reciproce qua-
 dratis distantie. Demonstrationem
 pro distantis nostrorum corporum
 & Lunæ a centro Terræ desumptæ
 curvatura orbis lunaris comparatæ
 cum nostrorum gravium descensu,
 uti supra vidimus.

Gravitatem decrecentem in ra-
 tione reciproca duplicata distantia-
 rum huc usque deprehenderat Noster
 cum Nevvtono in huius tantummo-
 do distantis ab unico centro, nimi-
 rum in nostris gravibus, & Luna
 gravitantibus in Terræ centro, hinc
 progreditur ad confirmandam le-
 gem eandem multo ampliore indu-
 ctione, petita nimirum a Planetis.
 Sunt autem Planete qui dicuntur
 Primarii, qui quidem gyrant circa
 Solem. Deinde sunt alii, qui di-
 cuntur Secundarii, qui nimirum gy-
 rant circa quosdam e primariis.

Certius ut possimus, opus conscendere & ultra est:
 Nam quoniam circa Solem vaga multa feruntur 320
 Astra, feruntur item vario cingentia gyro
 Astrum errans aliquod, proin quæ dixere Secunda,
 Et flectunt quandam vim propter continuatam
 Continuo cursus, nobis vidisse necesse est,
 Primum vis ea quæ nitatur, deinde totorum 315
 Pro spatiis, quæ vel crescat, vel minuatur
 Ordine; sed paulum nobis ante omnia motus
 Astrorum varii, factes lustrandaque Cæli
 Omnis, ut est magno demum detecta labore,
 Ante tuos quam tu Cæli trans nubila cursus 320
 Conciperes, Newtonæ, adiens procul avia Mundi:
 Hoc tibi sæcula iter servando multa parabant.

Principio & immensi numero lucentia magna

Cor-

Proponit autem hic determinandum
 ceptum illud, in quod gravitant, &
 legem gravitatis pro diversis distan-
 tiis, quæ demum obveniunt illa ipsa
 reciproca duplicata distantiarum.

Verum ut id præstare possit, præmit-
 tit brevem notitiam motuum, qui ante
 Newtonum ipsum deprehensi fue-
 rant in cælestibus his corporibus,
 & leges quasdam, quæ ipsi New-
 tono fuerant quedam veluti basis ad
 totam admirabilem illam mechani-
 cæ cælestis molem educendam: nos
 in supplementis ea, quæ huc perti-
 nent, quanto contractius fieri possit,
 sed accurate simul exposita produce-
 mus. Interea hic attingemus ea,
 quæ Noster persequitur eodem ordi-
 ne, quo ab ipso proponuntur.

I. Primo quidem agit de stellis fi-
 xis, ac de iis innuit ea omnia, quæ
 vulgo sunt cognita: eas esse corpo-
 ra lucentia, nimirum lumen per se
 se emittere: esse numero immensi,
 & quidem quocumque telescopia di-
 rigimus, ingentem earum conge-
 riem cernimus, potissimum ubi est
 via lactea, & quo ampliora telesco-
 pia sunt, eo plures cernuntur, ul-
 tra omnem definitum numerum:
 esse ex eodem genere, ex quo est
 Sol; nam idcirco ita tenue ad nos

lumen emittitur, & instans pendens ap-
 parent, quia remotissimæ sunt: ead-
 dem esse dispersas per immensa Cæ-
 li spatia ad maximas a nobis, & a
 se invicem distantias: non quidem
 infixas alicui solido lacunari, ut
 multi e Veteribus crediderunt, sed
 velut infixas, quæ nimirum infixæ
 videantur idcirco, quod positionem
 mutam ad se invicem servant. Ser-
 vant autem ad sensum: nam ha-
 bent quatuor apparentes motus, motum
 diurnum, motum præcessionis
 æquinocciorum, nutationem axis,
 & aberrationem luminis; quorum
 primi tres positionem earum mu-
 tam non mutant, quartus mutat
 quidem, sed paucis admodum se-
 cundis. Multo autem adhuc mino-
 res sunt motus quidam veri Fixarum,
 quos habent saltem earum ali-
 quæ, qui vix per longissima tele-
 scopia deprehenduntur.

Solem appellat parentem lacis, &
 vite: hic nimirum apud nos in to-
 to hoc solari systemate, in quo sine
 Sole, & nox haberetur perpetua; &
 corpora, ac durissimum gelu immor-
 to motu, quæ ad vitam in primis
 requiruntur. Singula autem Fixæ
 eodem modo sunt systematibus præ-
 stant.

Corpora, uti Sol est, per vasti concava Cæli
 Immensis dispersa locis, nimiumque remotis 325
 Stant circum velut infixæ, atque immota vicissim.
 De genere hoc igitur Sol est quoque, quem loca terris
 Non adeo disjuncta, illis longe omnibus astris
 Majorem ostentant, lucis, vitæque parentem
 Scilicet¹: hunc obeunt vario famulantiâ motu 330
 Terna bis astra, Deum præclarum nomen adepta,
 Discurruntque vago cursu in regionibus amplis,
 Mercuriusque, Venusque vagantur, Vestaque Tellus,
 Et Mars, & major patre Juppiter, & pater ipse 335
 Saturnus; media fulgens Sol regnat in aula.
 Diversis spatiiis diverso tempore volvunt
 Illi se, & vario transmittunt æthera cursu.
 Queis² quatuor distat spatiiis Cyllenius, illis
 Septenis a Sole Venus, sed Terra recedit 340
 Bis quinis, aliis quinis Mars insuper; ipse
 Editus at quanto est plus Juppiter? huic duo magni
 Nempe queas spatia, & decies dare quinque recessus.
 Quanto & plus illo Saturni altissimus orbis?
 Inter utrumque quater denis loca tractibus æques. 345
 At Maja genitus menses tres conficit uno
 Circuitu, octonos Paphium contundit & astrum.
 Annuus ingentem est Telluris gyros in orbem;
 Volvitur & gemino circum Mars igneus anno.

T. II.

B

Ad

¹ Transit ad Planetas, sive errantes stellas. Hos affirmat esse quosdam Solis velut satellites, *famulantiâ* sidera; qui motibus ferantur variis, nam licet leges habeant quasdam motuum generales, tamen alii in aliis orbibus, & cum aliis velocitatibus feruntur. Sunt autem sex, ut exprimit illud *bis terna*, & adepta sunt *præclara* apud Veteres nomina, Deorum nimirum. Eisdem nominat eodem ordine, quo a Sole distant, incipiendo a proximo: sunt nimirum Mercurius, Venus, Terra, quam Veteres dixerunt Vestam, Mars, Jupiter, Saturnus.
² Subjicit & distantias, & tempora, quibus suas singuli periodos

circa Solem absolvunt, quæ exprimit numeris, ut ajunt rotundis, sed tamen vero proximis, divisa nimirum distantia mediocri Mercurii a Sole in partes quatuor, earum partium distantiarum eodem ordine sunt 4, 7, 10, 15, 52, 95. Reliquæ satis dilucidè exprimuntur; postremam exhibet addendo penultimæ spatia 40, quo pacto fiunt 92, distantia nimirum sit satis proxima veræ 95. Tempora periodica adhibet mensium 3, mensium 8, anni unius, annorum duorum, 12, & 30. Numeros multo adhuc accuratiores tam pro distantiiis, quam pro periodicis temporibus inveniet, qui velit, in supplementis.

Ad duo lustra duas hiemes, Solisque calorès 350
 Æstivi totidem si jungis, tanta obeuntis
 Tempora erunt Jovis; it Cælo tardissimus alto
 Ipse suum Genitor per iter sex lustra moratus.
 Luna ¹ obit ut Terram longe minor, & comitatur,
 Quo se cumque ferat, Dominam; sic quattuor ipsum 355
 Alte ambire Jovem Lunas, sic quinque videmus
 Saturnum, varia se mobilitate ferentes,
 Et spatiis omnes, & tempore; prætereaque
 Annulus hunc late circumdat magnus ab omni
 Parte in se nitens tantum, atque avulsus ab ipso 360
 Undique Saturno; subtilis frons lateq, at quæ
 Sunt latera hinc illinc, & plana, & lata patescunt.
 Sæpe ² videntur item Cælo nova lumina ferri
 Stellarum caudas ducentum, aut crine micantum.

Qui

1 Facit hic gradum ad Secundarios Planetas. Ut Luna multo minor circa Terram convertitur in orbe suo, & interea comitatur Terram ipsam delatam circa Solem, ita & quatuor Lunæ circa Jovem, quinque circa Saturnum convertuntur temporibus itidem, & orbibus diversis. Hos eorum satellites appellant, & illos quidem, ubi Galileus deprehendit primo, Mediceas stellas appellavit. Præterea circa Saturnum habetur anulus latus, sed tenuis, qui ab ipso circum undique disjunctus est; cum dicit sibi ipsi quodammodo inniti, quemadmodum nimirum & pons quidam circularis, qui totam obiret Terram, si bene esset æquilibratus, nullis indigeret pilis, quibus inniteretur.

Ea autem est multorum de anulo Saturni sententia; sed sunt itidem, qui censeant, congeriem esse quandam ingeniem minorum, & sibi proximorum satellitum, quorum series, intervallis sensum effugientibus continua videatur.

2 Post Planetas commemorat Cometas. Cometarum tria sunt genera; alii sunt criniti, alii barbati,

alii caudati. Criniti, ubi quædam veluti nebula, quæ caput, seu nucleum comitatur, circa ipsum undique in gyrum diffunditur; barbati cum eadem in longum protenditur, & nucleum præcedit motu proprio; caudati, cum in longum itidem protensa sequitur nucleum ipsum. Sed barbati etiam caudæ nomine vulgo appellant, & idcirco Noster crines, & caudam tantammodo nominat. Vocat autem *novæ lumina*, quia post longa annorum intervalla ita ex improvviso veniunt sub aspectum, ut habeantur pro novis.

Porro nondum anni centum effluerunt, ex quo inventæ sunt Cometarum orbitæ, & leges, quas in iis servant, ac determinamus eam partem orbitæ, quam trajiciunt, dum nobis conspicui sunt, & loca, quæ ad data quævis tempora in iis occupare debent, calculo definimus. Bene autem post illud *quas trajicit astrum* addidit *conspicuum*; nam Cometarum orbitæ sunt quædam Ellipses ita oblongæ, ut earum arcus proximi Soli esistenti in altero foco, & idcirco propiores etiam nobis, in quibus nimirum conspicui sunt,

Qui motus, quæ forma viæ, legesque meandi 369

Illis sint, patuit demum post sæcula longa:

Cœpimus his aliquam jam certam condere legem,
Orbis & immanis partes, quas trajicit astrum
Conspicuum, numeris supponere, mensurisque,
Prosequimurque diu fugiens, & prædimus alte 370
Abductum, & spatiis longe deducimus amplis.

Ne tamen hæc obducta prius latuisse tenebris
Mireris; motus, liceat quoque scire, vagantum
Stellarum, atque orbes ignotos ante fuisse,
Quanquam conspicuæ servantibus usque paterent. 375
Indignum Cælo, & cælestibus esse putatum est
Nempe vias varie curvarier, atque meari
Impetibus variis; proin & debere vagantis
Æquales astri motus, orbisque videri:

B 2

Quin

sunt, haberi possint pro parabolicis, & ex hac suppositione computantur, ignota reliqui arcus forma, & longitudine, quod Halleyus præstitit in Cometis 24, quotquot accurate usque ad illius tempora observari fuerant; nuper autem Caillius posteriorum omnium supplementum exhibuit in suis Astronomicis lectionibus. Porro etiam ubi ad satis ingentes abierunt distantias ultra omnes etiam Planetas, vel ex satis ingentibus redeunt, sæpe adhuc Cometam prospicimus, quod ipsum Noster innuit per illud *prædimus alte abductum, & spatiis longe deducimus amplis*.

1 Jam exponit, cur diu & Cometarum motus, & tota vera Cæli facies latuerit, ac plures proponit causas, inter quas, quæ de Telluris motu dicuntur, omnia intelligenda sunt juxta id, quod diximus in suppl. lib. 1. §. 13, ubi de vi inertis egimus, & ostendimus, in quo sensu accipi debeant quæcumque in hoc opere de motu Terræ dicuntur, accipiendo ea de motu respectivo respectu totius mundani systematis nobis conspicui, qui motus compe-

ni possit cum absoluta quiete, illis omnibus Recentiorum causis, & theoriis, per solam inertie vim respectivam, sed cum inter motus nobis cognitos il minime omnium respectivi sint, dicuntur hic absolute motus, & vero etiam motus absoluti.

Prima autem causa, quam hic profert, est, quod censuerint Veteres omnem inæqualitatem & orbitæ, & celeritatis esse indignam cælestibus corporibus, adeoque iis deberi motum & circularem, & æquabilem. Possent sane, qui etiamnum finales causas Philosophi adhibent ad problematum solutionem, & inventionem causarum, vel ex hoc uno documento discere, quam fallax ea sit via. Ad contemplationem, & interpretationem quandam Naturæ post inventionem, est sane idonea ea philosophandi ratio, ad investigationem ineptissima vel ob ipsam nostrarum mentium angustiam, & hebetudinem, quas nimirum latent innumerabilia finium aptissimorum genera, quæ sibi posset Auctor Naturæ proponere.

Secunda erat persuasio de eo, quod
Tetra

Quin etiam immotam Tellurem, cunctaque contra 380
 Sidera converti, Solemque ascendere currum
 Propterea, & circum Vestæ inservire vagantem.
 At quia erant rerum tunc absona cuncta, nec ullas
 Idcirco quibant certas agnoscere leges,
 Ut tunc esset opus, numerorumque ordine clausas; 385
 Sollicitata aliis ratio ne motibus esset
 Illa, nec incolumes non orbes, assimilesque
 Usque sibi motus, media horum de regione
 Deducta est paulum Tellus: num proinde peracta
 Omnia? non Cælum discors rationibus istis 390
 Tum quoque erat? Structi jam protinus orbibus orbes
 Magnis exigui, terga ut devexa voluti
 Hi super illorum, secum unâ hærentia summo
 Margine deferrent errantia scilicet astra,
 Per Terræ ut convexa extantem fert rota clavum. 395
 Quanquam ¹ olim at melius multis statione movere

Vi-

Terra immota esset centrum omnium ejusmodi circularium motuum, quos haberent Planetæ circa ipsam.

Cum autem ex iis positionibus nullo pacto computari possent cælestium corporum motus, & observationes a locis per eas hypotheses computatis penitus dissentirent, alias hypotheses quæsierunt Astronomi, quæ motum & æquabilem, & circula rem quodammodo circa Terram cum phænomenis conciliarent. Harum rationum proponit duas, nimirum eccentricos circulos, & epicyclos. Eccentrici dicti sunt ii, quorum centrum non congrueret cum centro Terræ: epicycli autem ii, qui haberent centrum in circumferentia alterius circuli ita, ut epicycli quidem centrum semper esset in peripheria circuli concentrici, & per ipsam moveretur; astrum autem interea converteretur in circumferentia epicycli. Porro facile patet ejusmodi motu describi quoddam cycloidum genus, sive esse ex eodem genere motuum, ex quo est motus clavi rotæ progredientis per æqua-

lem superficiem Terræ, nimirum per circumferentiam circuli Terræ maximi. Nam centrum quidem rotæ describit itidem circulum circa centrum Terræ, & interea clavus describit circumferentiam ipsius rotæ.

I Cum nec epicycli eccentricis superinducti satis essent; alii Telluri attribuerunt motum quiescente Sole, in qua sententia fuerat olim Pythagoras, & Aristarchus, uterque Samius. Verum hæc deinde sententia exoleverat, ubi illud eleganter a Nostro dictum *scilicet oblii sese sunt ire per altum Æthera Mortales cum Terra corpore magno*. Ejusmodi sententiam excuscitavit Copernicus natione Sarmata, summus sanè Astronomus, qui circa immotum Solem Planetas, & Tellurem in eccentricis circulis traduxit; Dum Tycho Cimber, qui Uranoburgi speculam illam celeberrimam extruxit, aliud systema cuderet Terræ quiescentis, & Planetarum describentium circa Solem eccentricos suos circulos translatos deinde cum ipso Sole circa Terram.

Vifum fit Terram, atque immotum figere Solem:
 Post facile effluxit, Samio Sene condita Cæli
 Quæ fuerit facies, atque aſtris reddita jura;
 Scilicet obliiti ſefe ſunt ire per altum 400
 Æthera Mortales cum Terræ corpore magno;
 Id quoniam ſenſus vulgo non afficit ullos;
 Donec & e Veterum monumentis protulit oras
 Hanc rurfum in ſuperas, Cæli & rationibus artem
 Aere Sarmatico quanquam nutritus, & illa 405
 Fruge Vir indigena, mediis tamen eſſet Athenis
 Qui decori, circa immotum ſex corpora magna
 Convertens illo, quo diximus, ordine Solem;
 Dum Cimber, tibi qui ſemotam condidit Urbem
 Uranie a vulgo, non inter verſa locaret 410
 Corpora Tellurem, ſed ſola ea quinque juberet
 Phœbi ambire ignes, & tanto cum comitatu
 Phœbum ipſum Auctorem lucis, rerumque parentem
 Impete præcipiti Terram luſtrare manentem.

Hæ¹ tamen illuſtres animæ, ſacrandaque Cælo 415
 Nomina, non æquos curſus, orbefque movendos
 Viderunt Cælo, neque parte hac quærere, clauda

B 3

A6

¹ Poſt eas ſententias, quæ jam exoleverunt, demum devenit ad eam, quæ adhuc viget, & vigebit, donec inſtrumenta exacta, & Obſervatores extiterint. Keplerus nimirum, quem hic innuit, veros a Planetis deſcriptos orbef invenit, primo quidem conjectando, & poſitiones varias permutando, donec in veram inciderit theoriam, atque id ope Martis, cujus motus maxime inæquales omnem Aſtronomorum induſtriam eludebant, nec unquam cum calculis potuerant conſentire, dum circulares adhibiti ſunt orbef, utcumque variis hypotheſibus, & correctionibus permutati.

Subſtituit autem circulis ovalem figuram, quam Ellipſim dicimus, & eſt una, e tribus conicis ſectionibus; ac ideo Noster *Claudos hac parte* Planetas appellat, qui inæquali motu in orbibus inæquali curva-

tura præditiſ ſerantur.

Keplerum autem vocat *Legiſerum Mundi*, alludens ad illas tres, quæ vulgo jam appellantur Keplerianæ leges, & quæ totius Newtonianæ Aſtronomiæ ſunt quædam veluti baſis, & fundamentum. Sunt autem hujusmodi: Planetas Primarios converti circa Solem in orbibus ellipticis ita, ut ſingularum Ellipſium focus alterum Sol occupet: Areas, quas verrit recta conjungens Planetam cum Sole, eſſe temporibus proportionales: Quadrata temporum periodicorum eſſe in diverſis Planetis, ut cubos diſtantiarum mediarum. Has leges hic explicandas Noſter ſuſcipit. Eas & nos hic in annotationibus exponemus, quantum ſine Geometria licebit, ipſum ſecuti; ſed omnia evadent magis dilucidâ iis, qui Geometriam callent in ſupplementis in hunc locum.

Astrane sint, subiit. Quis Cæli in sedibus almis
 Conjicere id primus pavido tum pectore posset?
 Protinus excepit tamen hanc audentior ætas, 420
 Nam, tum qui latuit, dubitando est proditus error.
 Sic etiam insidias hostiles Induperator,
 Cum timuit, detexit, & evitavit; at idem
 Securus sæpe improvisum illatus in hostem est.
 Scilicet ætherii tibi Legifer inclite Mundi, 425
 Dum dubitas, fraudemque times, nova jura per altum
 Contigit invehere, & certissima figere Cælum.
 Mars prius indomitus cunctorum restitit ausis;
 Devincique repugnavit, nunc e latere hostem
 Sponte suo recipit, captivus & omnia prodit. 430
 Namque animadversum tunc est, loca, quæ daret æquus,
 Circum si per eum Mars se converteret, orbis,
 Servatis distare locis, verisque, nec esse
 Non alia omnino: nimirum tanta reperta
 Hæc discrimina, uti manibusve, ullisque referri. 435
 Ussus haud possent oculorum, artique videndi.
 Multos ille modos, ut nectere cuncta valeret,
 Quæ superà sunt, tentavit; denique solers
 Non bene res aliis aptari posse supernas
 Orbibus invenit, tantum nisi habentibus ovi 440
 Et speciem, & nomen, genus illud, quod libuit jam
 Effigies secto de cono dicere primas.
 Quanquam ¹ igitur multa effati nos ante viai
 Illius de natura, cum terna per auras
 Eductos conos in segmina divideremus; 445
 Hic tamen est aliquid, singillarim addere quod nos,
 Quippe opus est, debemus, uti pernoscere possis,
 Quod doceo; quare mentem huc paulum ipse reflecte.
 Trames ² hic in sese quoddam gerit utile longe

Mu-

¹ De natura Ellipseos una cum
 reliquis binis conic sectionibus Pa-
 rabola, & Hyperbola egit Noster
 superiore tomo libro 2, ubi & in
 adnotationibus, & in supplementis
 libri 2 §. 6 de iis multa diximus.
 Verum hic de Ellipsi agit iterum sin-
 gillarim exponens ea tantummodo,
 quæ ad priores duas Kepleri leges
 intelligendas sunt necessaria.

² Primo loco proponit proprie-
 tatem Ellipseos primariam, per
 quam ea curva facile delineatur in
 plano delineatione accurata ope fi-
 lorum, quæ & fabri murarii utun-
 tur, & villarum, ac viridariorum
 cultores.

Nimirum Ellipsis habet lineam
 transversum ductam, omnium, quæ
 in-

Munus, per quod eum facili ratione queamus, 459

Inflexo signaro, super lato æquore, filo,
Subjicere & sensu verum, atque videre meantem.

Est via, quæ medium longissima trajicit orbem,
Quam proin transversum, & majorem dicimus axem,
Bina habet hinc illinc æque distantia puncta 455

A medio; punctis ex his educere rectos
Si libeat tractus ad punctum quodlibet unum,
Margine in extremo quod circum ubicumque locatur,
Hos geminos tractus simul axem æquare necesse est;
Tractuum & istorum proin esse æqualia quæque 460

Inter se paria, & spatio protendier æquo.

Hinc quoque, queis labor est flores addere villis

Hortos, circum & humo varias inducere formas,

Hanc sic inducunt sola per variata figuram.

Tam longum, quam longus item, voluere, sit axis, 465

Filum in acum patulam intrudunt, extremaque fili

Tum capita insigunt terræ distantia, tractu

Inter sese aliquo majori, siue minori,

Ut latam minus esse velint hanc, plusve figuram.

Post ita circumfertur acus, sit ut usque trahentia 470

Vi distensa manus pars ipsius utraque fili

B 4

Con-

intra ipsam duci possunt, longissimam, quæ idcirco totam ejusmodi ovalis figuræ longitudinem determinat, & dicitur axis transversus. Medium ejus axis punctum dicitur centrum Ellipseos: sunt autem bina puncta hinc, & inde a centro æque distantia in ipso axe prædita hujusmodi proprietate, ut si ab iis punctis ad quodvis punctum perimetri ducantur duæ rectæ lineæ, hæ simul sumptæ æquantur illi axi transverso; ut idcirco, si ab iisdem ad plura perimetri puncta ducantur rectæ lineæ, nimirum ad singula binæ, omnia binaria ejusmodi rectarum æquantur prorsus inter se. Ejusmodi puncta dicuntur foci Ellipseos ob rationem ponendam paullo inferius.

Hic jam exponit ipsam metho-

dum usitaram delineandi Ellipsim deductam ex ea proprietate. Filum desumitur ejus longitudinis, cujus est axis, cujus caput alterum transmittunt per foramen aliquanto amplius acus cujuspiam *patula*, quo nimirum libere possit filum ipsum excurrere: tum bina capita designant in illo plano, in quo delineanda est Ellipsis, in distantia minore, vel majore a se invicem, prout Ellipsim volunt latiore, pinguioremque, vel graciliorem, & tenuiorem; ac filo tenso per acum, circumductum acum ipsam, ut filo excurrente, pars ejus altera minutatur tantum, quantum altera crescit, cujus acus acies foraminis, & filo proxima *subtus* posita, nimirum applicata ad planum, quod in villis est humus, describit Ellipsim,

Continuo per acum proin transcurrentis, & illa
 Quantum incrementis, tantum hac de parte minuiti.
 Sic per humum circum species signabitur ovi
 (Subtus acus acies signabit), scilicet illa, 475
 Quam libuit secto de cono dicere primam.
 Sed capita hæc fili si non disjuncta fuissent
 A sese, sed fixa simul, vertisset in orbem
 Sese acus æqualem prorsum, & signasset eundem.
 Ergo inter sese quanto magis illa recedent, 480
 Hoc orbis magis æquali distabit ab orbe,
 Atque ea forma magis gracilis, compressaque fiet.
 Quod si concipias unum evanescere demum
 Extremum, velut in spatia infinita remotum;
 Nascetur coni species tunc altera secti: 485
 Tertia proveniet, si, postquam evanuit illud,
 Post infinitos percurfos denique tractus,
 Parte ex opposita claras reddatur in oras.
 Illæ igitur quoque tres formæ hæc discrimina habebunt,
 Ut, genus hoc, duo puncta gerat, quæ tertia forma est, 490
 Partibus oppositis tamen, unum ut nempe receptet
 Intra se, teneatque sinu, sit id alterum at extra,
 Nimirum oppositi conclusum limite rami:

At

psim, cujus bina illa puncta sunt
 foci; nam binæ rectæ ab iis ductæ
 ad quodvis punctum perimetri ab
 acu delineatæ æquantur longitudi-
 ni fili, adeoque constantis magni-
 tudinis sunt. Facile autem patet
 & illud, maximam longitudinem
 figuræ evadere, ubi acus jacet in
 directum cum focus hinc, vel in-
 de, & quoniam filum eo casu pro-
 currens ultra focum alterum appli-
 catur ad se ipsum, duplicaturque,
 atque id ipsum æque a parte utra-
 liber, debere totam ejusmodi lon-
 gitudinem, sive axem, æquari lon-
 gitudini ipsius fili.

Si bina capita fili cocant, patet,
 haberi circulum, in quem nimirum
 abit Ellipsis, ubi foci cocant inter se,
 & proinde etiam cum centro, qui
 foci, quo magis distant a se invi-

cem, eo magis tenuem, adeoque
 magis a circulari forma distantem
 Ellipsim exhibent, atque ipsa de-
 mum in rectam lineam abit, ubi
 ipsi foci tantum distent inter se,
 quanta est longitudo totius fili,
 quod proinde in ipsa capitum defi-
 nitione maneat distentum.

Innuit autem & transformatio-
 nem quandam sectionum conica-
 rum in se invicem, quæ Geome-
 triam sublimiorem callentibus est
 notissima, cum nimirum si concipi-
 atur, alterum Ellipseos focum a-
 bire in infinitum, Ellipsis, quam
 lib. 2 versu 1321 appellavit pri-
 mam coni sectionem, abeat in Pa-
 rabolam, quam appellavit secun-
 dam, qui focus si, posteaquam in
 infinito veluti demersus quodam-
 modo evanuit, per ipsum infinitum
 quo-

At coni species proscissi, aut forma secunda
Tantum unum interius recipit cava; denique, primum 493
Quod genus, in como simulantes ova figuræ,
Circumsepta tenent intra sese utraque puncta.

Percipe¹ nunc aliud munus, quod nomina punctis
Certa dabit, pulchrumque, & multis utile rebus:
Ex illis si nempe vias ad quodlibet unum 500
Marginis inflexi punctum deducere rectas
Instituas, utramque ejusdem ad marginis arcum
Æquo inclinari flexu cognoscere possis.

Inde fit, ut speculi si frons hanc nempe cavetur
Prorsus in effugiem; genus hoc, & persitet in uno 505
Per cunctas vibrans sua partes lumina puncto
Aurea lampas; in objectam radiantia frontem
Spicula quæ circum veniunt, exinde remitti
Omnia cum sit opus, flexuque remissa redire,
Quo venire, pari candente a fronte; fit, inquam, 510
Alterp ut in puncto coeant, in eoque coacti
Corpora comburant ignis vi, conficiantque;
Proin ea puncta a re nomen sortita focorum.

His² tibi subjunctis, est illius arte repertum,
Ponere qui Cælo proin visus jura, focorum 515
Sem-

quodammodo traductus ad partem
oppositam abeat; oriuntur bini ra-
mi Hyperbolæ, tertius nimirum
sectionis coni, in cuius altero ra-
mo utrovis fit alter focus, altero
existente extra ipsum in ramo op-
posito; atque idcirco hoc etiam fit
discrimen inter tres conicas sectio-
nes, ut Hyperbola habeat duos fo-
cos, sed alterum intra alterum ra-
mum, altero posito extra ipsum,
Parabola unicum, Ellipsis binos, &
utrumque intra se.

Hæc iidem uberius exponemus
in supplementis, ubi innuemus ali-
quid etiam de geometrica continui-
tate in transitu per infinitum, &
ipsius Geometriæ mysteriis quibus-
dam in ipsa continuitate servanda.
¹ Hic aliam focorum Ellipseos
proprietatem exponit, quæ ipsis

& nomen dedit. Nimirum binæ
illæ rectæ a focus ductæ, ad quod-
vis punctum perimetri inclinantur
ambæ ad ipsam perimetrum in an-
gulis æqualibus hinc, & inde.
Quamobrem cum radius luminis,
ubi reflectitur, semper in regressu
faciat angulum reflexionis æqua-
lem angulo incidentiæ, si in alte-
ro foco ellipticæ figuræ levigatæ
iç, ut regularem pariat luminis
reflexionem, constituatur punctum
radians, ut candelæ flammula, om-
nes radii in ipsam ellipticam peri-
metrum incidentes debent post re-
flexionem dirigi ad focus alterum,
ibique colligi in unum, & ignem,
etiam excitare, si lumen applica-
tum ad focus alterum sit satis vi-
vidum.

² Præmissa focorum notione, jam

Semper in alterutro Solem constare, suaque
 Errabunda vias circum astra, ut diximus, orbis
 Haud æqui facere; haud æquo proin impete ferri,
 Sed citius, cum sunt orbis propiore locata
 Parte, meare; magis cum contra a Sole recedunt, 520
 Serius, hanc semper motus servantia legem;
 Nempe ut clausa arcu, quem signet tempore corpus
 Quolibet, & rectis quoque clausa, a limite utroque
 Arcus ad Solem medium quos tendere singas,
 Tramitibus, constet par area quolibet areæ 525
 Arcu alio clausæ, per quem æquo tempore corpus
 Procurret, rectisque itidem quoque ductibus; illis
 Denique temporibus semper respondeat omnis
 Area, queis agitur corpus quoscumque per arcus,
 Prodeat ut duplex a duplici, ternaque terno, 530
 Cumque illo ratione pari paria augmina sumat.
 Hinc¹ patuit, cur Mars aliis magis avius erret,

(Ex-

jam hic progreditur ad explicandam primam e tribus illis Keplerianis legibus, quas proposuimus in nota ad versum 449, & cum ea conjungit secundam.

Prima igitur est, Solem esse in altero e binis focus cujusvis Ellipseos pertinentis ad Planetam quemvis describentem circa ipsum ejus generis curvam.

Secunda autem lex arearum temporum proportionalium in eo sita est, quod per ejusmodi Ellipsim non ferantur Planetæ motu æquabili, sed ubi magis a Sole distant, retardato, ubi minus, accelerato, atque id ita, ut area sectoris, ut vocant, elliptici sit semper æqualis æqualibus temporibus.

Hanc æqualitatem arearum temporum proportionalium exposuimus etiam tomo 1 l. 1 ad v. 1709. Concipiatur arcus Ellipseos descriptus aliquo tempore dato, a cujus extremis punctis ducantur binæ rectæ lineæ ad Solem in foco positum: his rectis, & illo arcu curvo termi-

nabitur figura quedam, quæ dicitur sector: area sectorum ejusmodi contenta iis lineis, ac extensa in longum, & latum, si sectores pertineant ad arcus descriptos æqualibus temporibus, erit semper magnitudinis ejusdem, amplitudine majore anguli in foco, & celeritate in arcu, compensante minorem in minoribus distantis productionem ipsius sectoris. Ejusmodi aream quodammodo veluti verrit recta conjungens Solem, & Planetam, quam nimirum motu continuo percurrit, & pertradit. Æqualitas autem æqualibus temporibus respondens trahit secum proportionalitatem pro inæqualibus utcumque; nam ex æqualitate facile deducitur, fore duplam aream duplo tempore, triplam triplo, & ita porro.

1 Martis orbita omnium maxime recedit a forma circulari dempta unica Mercurii orbita, quem raro admodum observare licet. Quare in ipso Marte facilius potuit Keplerus primas suas leges invenire, quam

(Excipe Mercurium, nobis quem cernere raro est)

Ejus nempe foci multum inter mutua sese.

Distant, & gracilis via, longaque ducitur alte,

333

Proin & ab æquali multum diversa meatu.

Ast aliis minus est, genus hoc, discrimen in astris,

Sed varium tamen, ut varie duo puncta focorum

Inter se sita sunt; vaga pergunt astra per orbes

Proin varios, magis hæc æquis contermina gyris,

340

Illa minus, quædam ut ferri videantur in æquos.

En¹ geminæ Cæli leges; prior illa profecto est,

Orbis nempe via haud æqui; porro altera surgit,

Undique temporibus respondens area lapsis.

Præterea conferre astrorum mobilitates

345

Si libeat, toto quas gyri a tempore pronum est

Eruere, & spatii medio de Sole petitis,

Lex alia inventa est; sed quæ mihi, forsitan ulla

Quam res, difficilis magis est, scraposæque dictu,

Exque plicatu; etenim vix nomina suppeditantur

350

Carmen ad ingenuum; nam barbara verba perosæ

Nil nisi more suo comptum, ornatumque Camœnæ

Suscipiunt, tolluntque loca ad sublimia Pindi,

Et sibi res, non se rebus submittere tentant.

Non socias artes adsciscunt, excipiuntque

355

Hospitio, veteri Persarum more, suo ni

Indatas habitu, notoque colore nitentes,

Et

quam in nullo alio Planeta. Ejus enim observationes habebat plurimas, quæ cum hypothefi circulari, & motu æquabili nullo pacto conciliari poterant, cum nimirum, quo magis a circulari forma disceditur, eo majus habeatur distantiarum discrimen, adeoque eo major motuum etiam observatorum inæqualitas, & eo majus discrimen ab inæqualitate illa, quam Eccentrici, & Epicycli, & aliz hypothefes quæcumque circulo innixæ requirunt.

1 Concludit hæc binas exprimens, quas exposuimus, priores Kepleri leges. Ad tertiam transiurus, monet Lectorem suum de difficultate summa, quam experitur in ea ex-

ponenda ob vocabulorum inopiam apud Vereres. Et quidem jure omnino affirmat, non licere in Poësi etiam barbaras admiscere voces, utut jam receptas in scholis, cum nimirum Mula summum leporem, & venustatem requirant ab ipsa vocabulorum proprietate petitam. Utique si Noster etiam censuisset, libere sibi illa adhibere: Quod si quadrata cubaveris, cumque Copernicæ systemate, & alia ejusmodi, quæ occurrunt in postremo opere celebrissimi Poetæ nostri ævi, multum ille quidam laboris declinasset, sed tantundem simul, immo etiam multo magis, de sui venustate poematis detraxisset.

Et non externa, & peregrina voce sonantes.

Virgineas pedibus soleas aptare necesse est

Quantumvis nimium per dura, per aspera ituris; 560

Assuevi tamen, & sum plurima doctus ab usu.

Quæque¹ suis hæc temporibus distantia confert

Lex loca; nam si tu numeros, qui tempora signant,

Queis duo se totum vaga vertunt astra per orbem;

Si numeros sumas itidem, interjecta notando 565

Sic spatia ambofium, medio queis Sole recedunt,

Illorum & repetas semel in se quemlibet, addens

Se toties sibi nempe, quot extat partibus unis

Compositum: at repetas in se bis quemlibet horum,

Se sibi cum toties, quot constat partibus unis, 570

Scilicet addideris, toties, quod prodiit inde,

Rursum addens; ita formatos ratione videbis

Respondere pari primos, qua deinde secundos

Inter se numeros, atque ordine stare vicissim

Seu duplo pariter, seu triplo, dimidiove, 575

Aut quocumque alio magno, parvoque; sed æquo.

Sic

¹ Lex tertia hic exponenda est hujusmodi: in diversorum Planetarum orbitis sunt quadrata temporum periodicorum, ut cubi distantiarum mediarum. Medias hic quidem Noster non exprimit; sed eas adhibendas esse monet paullo inferior. Ad eam legem explicandam exponendum est, quid sint tempora periodica, quid distantiarum mediarum, quid illarum cubi, quid harum quadrata, quid sit illos esse, ut hæc.

Tempora periodica sunt ea, quibus integræ periodi absoluntur. Sic tempus periodicum Terræ est unus annus. Distantiarum mediarum sunt ea, quæ inter maximas, & minimas mediarum sunt: æquatur autem distantia media dimidio axi illi transverso Ellipseos. Quadratum numeri habetur, cum is toties sumitur sibi ipsi additus, quot unitatibus ipse constet, sive, quod idem sonat, cum multiplicatur per se ipsum; cubus

autem est, cum ipsum quadratum numeri multiplicatur per ipsum illum eundem numerum. Sic cum decies decem sit centum, & decies 100 sit mille; centum est quadratum decem, & mille est ejus cubus. Esse autem duos numeros, ut sunt alii duo, significat ita illorum priorem continere posteriorem, vel contineri ab ipso, ut horum prior continet horum posteriorem, vel ab ipso continetur. Hæc omnia etiam in primo tomo sunt abunde explicata.

Patet jam igitur sensus tertiæ legis; quem hic Noster satis dilucide expressit. Capiantur duo numeri exprimentes duo tempora periodica, & alii duo exprimentes distantias medias a Sole duorum Planetarum: fiant illorum quadrata, & horum cubi, & uti se illa quadrata continebunt, ita itidem continebunt se & hi cubi.

Sic¹ poscit quia Mars, ut se circumferat, octo
Tempora, Mercurius quorum uno volvitur ales,
In sese numerum semel istum post repetitum
Protinus insilies ad quattuor, & decies sex.

580

Quattuor at porro plus, quam ipse Caducifer, extet
Cum prope Mars spatiis erectus, quattuor in se
Fac semel ut repetas, ut fiant sexque, decemque;
Tum sibi deinde quater conjungens sexque, decemque,
Quattuor, & decies sex agglomerabis in unam
Componens summam, ut nuper, quater ipse quaternus
Quo numerus toties sibi junctus surgat, oportet.
Quapropter numerus manet idem hac parte, vel illa;
Proin utrosque modus similis, quos diximus, inter
Est numeros, ratioque una, & par mutuus ordo.

590

Attamen² ut possint peragi bene cuncta, caveto,
Ne spatia hic capias tu quælibet unius astri.

Ersantis, non æqua sibi sunt omnia circum:

Utere sed mediis tantum, inter maxima quæ sunt

E cunctis, interque brevissima; dimidiasis

595

Ipsa æquantur enim transversis axibus apta

Illarum, peragunt circum quas astra, viarum.

Jam³ tribus his, quas nunc doceo, tibi sepa teneri

Legi-

1 Illustrat legem exemplo petito
a Marte, & Mercurio. Martis tem-
pus periodicum est proxime octu-
plo majus tempore periodico Mer-
curii, cum illud sit proxime anno-
rum duorum, hoc mensium trium:
distantia vero media Martis a Sole
est circiter quadruplo major, quam
distantia media Mercurii. Exprimi
igitur possunt tempora per 8, & 1,
distantiæ per 4, & 1. Illorum qua-
drata sunt 64, & 1, horum cubi iti-
dem 64, & 1, nam octies octo sunt
64, & quater quatuor sunt 16, tum
quater 16 itidem 64. Igitur & tem-
poris primi quadratum quadratum
secundi, & cubus distantie prioris
cubum posterioris æque continet,
nimirum vicibus 64, in quo stat,
quod quadrata temporum sint, ut
cubi distantiarum mediarum.

Porro hic omnino illud diligenter
notandum est, quam dilucide, &
tamen eleganter, ac latine simul ex-
presserit Noster multiplicationes il-
las, quæ ad efformandum quadra-
tum, ac cubum requiruntur.

2 Hic monet assumi debere di-
stantias non quascunque, sed me-
dias; quod nos quidem paullo su-
perius exposuimus.

3 Jam vero has leges, quas Ke-
plerus in primariis Planetis depre-
hendit, monet Noster, servari iti-
dem a Satellitibus Jovis, & Satur-
ni, qui quidem postea inventi sunt
per telescopia; sed tertiam potissi-
mum; nam priores duæ satis ac-
curatè ibi observari non possunt, ob
ingentem distantiam a nobis or-
bium, qui cum appareant perquam
exigui, eorum discrimen a circulis;
& fo-

Legibus astra, nec unquam illis exsolvere sese
 Servatum est; quin & simul ipsa secunda cieri 600
 His itidem, Comites Saturni. his ire, Jovisque.
 Tertia præsertim hic mage lex deprensa vigere est;
 Namque duæ vix comparent, illa omnia gyros
 Cum circum tenues invertant, tamque remotos 605
 A nostris oculis, ut & inter puncta focorum
 Vagascant spatium, & volvi videantur in æquis
 Orbibus, exempto prorsus discrimine motus.
 Lunæ¹ pariter via se convolvit in ovi
 Elligiem, Tellusque focum media occupat unum.
 Mille tamen vicibus subjecta est proxima Phœbe, 610
 Instabiles motus ut nulla lege refrænet
 In speciem. Fuit ante labor proin irritus omnis
 Indocile hoc numeris vincere, & subjicere astrum,
 Exhibat facile, & frangebatur vincula quævis;
 Nam via circuitus, ovum quæ visa referre est, 615
 Nunc gracilis, nunc se pandit latissima contra
 Perpetuo immutans media intervalla focorum;
 Quod fieri nequeat sex in primoribus astris.

Sem-

& focorum distantia inter se vix potest sub sensum cadere, dum distantiarum integritatem, & temporum periodicorum ratio inter se multo facilius determinatur.

I Ad Lunam hic iterum redit, quæ itidem ellipticum orbem habet Tellure in altero foco sita, sed inæqualitatibus plurimis est obnoxia, quæ quidem sub sensum cadunt ob ingentem viciniam, atque id ita, ut idcirco nullam Astronomi per solas observationes, & erroneas theorias suas inire potuerint rationem eas accurate definiendi. Earum inæqualitatum præcipuas hic Noster innuit: sunt autem hujusmodi: species Ellipseos mutatur ita, ut ea, jam, recedentibus a se invicem binis focus, contrahatur, jam, accedentibus, dilatetur, & ad circuli formam accedat magis; quod quidem in Planetis Primariis non accidit,

quorum Ellipses ejusdem ad sensum speciei manent: axis transversus Ellipseos jam longior fit, jam brevior: idem etiam jam alias aspiciat Cæli plagas, jam alias, directione mutata, quæ itidem in Primariis Planetis manet fere immobilis. Is motus dicitur motus Apogei, vel motus lineæ Aptidum; nam extrema puncta axis transversi appellantur Apfides, alterum quidem Apfis summa, & Apogeum in Luna, Aphelium in Planetis Primariis, alterum vero Apfis ima, & ibi quidem Perigeum, hic vero Perihelium: Planum orbitæ lunaris, quod in Planetis Primariis est ad sensum immobile, positionem suam mutat, ac ad diversas Cæli siderei partes obvertitur, tum quod ipsa ejus inclinatio ad planum orbitæ terrestris, sive Eclipticæ mutatur, tum etiam magis, quod positionem suam mutat ipsa

Semper eis speciem gyri retinentibus unam;
 Axis item nunc est brevior transversus, & idem 620
 Longior, hasque plagas Cæli nunc respicit, atque
 Nunc illas, servant cum sex ea sidera semper,
 Ut fuit, axem, unaque fere in regione locatum:
 Præterea, velut illorum, non constat in una
 Semper planitie Lunæ orbita, nutat in oras 625
 Sed Cæli varias, diversaque sidera spectat:
 Et, qua planitiem Terræ secat ipsa meantis,
 Vertitur hæc regio, & reperitur tempore longo
 Semper in occalum promotior; omnia demum
 Semper, uti dico, varie mutantur ibidem. 630
 Nil erat idcirco magnis conatibus ante
 Depreſsum, nisi posse vias has forsitan omnes
 Pendere a Terræ positu, Lunæque vicissim
 Ad Solem; patere aditus ad cætera nulli.

Jamⁱ quoque erat jungi Solis, Lunæque notatum, 635
 Præcipue Lunæ cum motibus, æqueris æstus:
 Tum quoque conspectum, patrio cum Juppiter astro
 Eſſet jam propior, simul hunc in motibus ipsis

Tur.

ipsa illa, quam Astronomi appellant lineam nodorum, in qua planum orbitæ lunaris interfecat planum Eclipticæ, quæ linea post longiora temporum intervalla semper in occidentem regreditur contra signorum ordinem.

Porro hi motus ipsi omnes sunt admodum inæquales ita, ut videantur nulla certa lege ea omnia jam augeri, jam minui, jam regredi, jam progredi, atque id ipsum per multas vices. Ac tanta est harum omnium vicissitudinum varietas, ut nihil aliud possent Astronomi stabilire, nisi fortasse illud unum, pendere omnia a diversa Terræ, & Lunæ positione ad Solem; quin licet definire singillatim ea, quæ ad ejusmodi nexum pertinerent,

i Congerit hic alia multa, quæ ad Newtonianam Astronomiam Mechanicam sternunt viam, & can-

dem plurimum commendant, explicata nimirum per ipsam: maris æstus, de quo illud tantummodo innotuerat in genere, ipsum pendere a Solis, & Lunæ situ: aberrationes Jovis, ac Saturni, & eorum satellitum, ubi ad se invicem accedunt magis, quæ ad Veterum Mythologiam eleganter, ac venuste Noster hic refert: tabularum astronomicarum vicissitudines, quæ posteaquam per aliquod tempus utcumque satis accurate exhibuerant motus Planetarum, corrigendæ erant subinde, ac immutandæ: formam globosam Planetarum detectam post detecta telescopia, & vertiginem circa proprium axem observatam in Sole, Marte, Venere, ac Jove, sed in ipso Jove, qui omnium celerrimè, nimirum horis minus quam decem convertitur circa proprium axem, figuram ad polos com-

Turbari, simul & Saturnum; forte Vetustas
 Inter vivere eos odia illa antiqua putasset, 640
 Imperiique avidos & adhuc contendere velle;
 Nam comites utriusque etiam turbantur, ut ipsi
 Præsidio qui sunt Rēgi, & defendere debent.
 Ipsas præterea, queis Cæli condimus acta,
 Tempore post longo fidas non esse tabellas; 645
 Nam prius astrorum monstrassent certa vagantum
 Cum loca, post senio lapsæ velut, immemoresque
 Monstrantes eadem errabant; rursusque novare
 Sæpe necesse fuit, Cæloque aptare recenti.
 Adjice, cum primùm prospectum vitra dederunt, 650
 Et propius domus alta accessit, templaque Divum,
 Parte rotundari ex omni palantia visa
 Sidera, more globi, circumque inflexa tumere;
 Visum itidem Solem, & Venerem, Martemque, Jovemque,
 Haud secus ac Terram proprio super axe revolvi, 655
 Ast illis, Terraque Jovem velocius; horis
 Namque decem in se integrum circumplicat orbem;
 Atque ipsum geminis compressum a partibus esse
 Hinc illinc, medius qua ducitur axis utrinque, &
 Surgere plus oris circum distantibus æque. 660
 Denique non axem Terræ semper easdem
 Respectare plagas Mundi, sed tempore longo
 (Parva etenim a sæclis discrimina percipiuntur,
 Accumulantur ubi, & coalescunt multa, remotis)
 Paulatim positus mutarier illius; orbem 665
 Nam sinuat circum, nec jam ad loca prima revertit,
 Biscentum nisi post, decies & sæcula sena;
 Propterea quæ verna, vel autumnalia puncta
 Affigunt Cælo, regredi, & simul omnia signa
 Exinde adverso motu provecta videri, 670
 Sed tardè, cum tot sint gyro sæcula in uno.

Hæc

compressam nonnihil: motum illum
 astrorum omnium, quem Astrono-
 mi appellant præcessionem equino-
 ctiorum, quo motu astra omnia
 apparent promota in Orientem per
 circulos Eclipticæ parallelos ita lea-

te, ut vix post 26 annorum millia
 unicam absolvant periodum, qui
 quidem pender a motu axis terre-
 stris regredientis e contrario in Oc-
 cidentem.

LIBER QUARTUS

93

Hæc ¹ Cæli facies, hic magnis constitit ordo
Corporibus demum; at peragentes omnia causæ
Deerant, & diam jungentes cuncta per artem;
Tum verò patuere, ex quo post condita Cæli
Legifero sacra jura Viro, Vir lampade lucem
Major ab ætheria Terras deduxit ad imas.

675

Ergo age, protulerit quod Divum nectare pasta
Mens illa inventum Mortalibus, unde videmur
Omnia subicere, & victum dare jura per Orbem,
Suauidico conor dum protinus edere versu,
Et Latiis, quantum fas est, vulgare Camœnis,
Da mihi te vacuum curis, rerumque, docebam
Quas supera, non immemorem, nimiumque sagaci,
Et volucris vi mentis in omnia pervadentem,
Tecum unà ut possim tam grandem evolvere summam.

680

685

Tertia ² lex (si non inspexes acriter, atque
Si fingas motus astrorum, orbisque vagantum,
Quod licet hic, æquos, nam sunt discrimina parva)
Protinus ostendet vires, quibus astra ferantur
Ad medium Solem, & pariter quibus astra Secunda
Non minus ad Solem contendant, ad sua quæque
Quam Prima, excurrunt quæ circa, seque revolvunt.
Nimirum vires, genus hoc, si corpore species
In gemino quovis, medium quod tendat ad unum,
Lex eadem ostendet decrescere, cum removentur,
Imminuique magis, quam sint spatia aucta, recedunt
Per quæ de medio, nimirum pro repetitis
In sese spatiis, ut diximus ante trahenti
In Terræ gravitate etiam, atque in luce profusa.

690

695

700

T. II.

G

Quod

¹ Expositis Kepleri legibus, & aliis Cæli phænomenis addit, eorum omnium causas latuisse penitus humanum genus usque ad Newtonum, qui hanc Naturæ partem patefecit primus, ad cuius inventa prædara quidem, sed explicatu difficillima cum faciat gradum, jure attentum animum exigit. Exponemus hic ea omnia ipsum itidem secuti sine Geometria, sed eadem multo clariora sicut in supplemen-

tis, ubi Geometriam in subsidium vocabimus.

² Primo quidem affirmat illud, e tertia Kepleri lege, si Planetarum orbes habeantur pro circulis, a quibus parum admodum distant, derivari illud, Planetas omnes Primarios gravitare in Solem, & Secundarios in suos Primarios in ratione reciproca duplicata distantiarum, quam rationem superius explicavimus.

Quod¹ tibi possit ut hîc aliquo clarescere pacto,
 Ante cape hæc animo vera, interiûsque reconde,
 Quæ revoluta prius, supera collataque dictis,
 Cum de compositis generatim viribus actum,
 Corpora quæ retrahunt, & cogunt ire per arcus, 705
 Tutemet agnosces, & certa fateberis esse:
 Primum diversos si corpora tempore eodem
 Conficiant orbes; vires, quibus ipsa trahuntur,
 Quo mage de medio distant, mage crescere semper
 Esse opus, haud alia, quam qua ratione locorum 710
 Augentur spatia a medio distantia puncto:
 At si deinde pares, vel eosdem corpora in orbes
 Tempore procurrant non æquo, esse ordine verso
 Vires, in sese est repetitum ut tempus utrinque.
 Ergo ubi perspicuas rationes videris horum; 715
 Aude, age, mecum animo gemina ad vaga sidera scande
 Quævis, Mercurii velut, & Mavortis ad astrum;
 Jamque aliud quoque finge astrum, quod Martis in orbem
 Raptetur, non tam diuturno at tempore, sed quo
 It Maja Genitus: Vis, qua foret istud in orbe 720
 Inflexum, raptumque suo, magis exsuperaret
 Tanto Mercurii vim, quanto majus ad ipsum
 Solem illinc esset spatium, vi nempe quaterna;
 Mars siquidem mage tanta per intervalla recessit.

At

1 Ut id ipsum demonstraret, ad-
 hibet bina theoremata pertinentia
 ad eâ, quæ exposuit lib. 1, ubi po-
 steaquam egit de vi composita dela-
 psus est ad motus curvilineos viri-
 bus quibuscumque factos, & ad mo-
 tus curvilineos factos viribus ad i-
 dem centrum directis. Ea deducun-
 tur ex generali theoremate, quod
 proposui in supplementis tom. 1.
 num. 264, uti patebit hîc in supple-
 mentis in hæc loca. Sunt autem hu-
 jusmodi: si duo corpora describant
 binos circulos eodem tempore, vi-
 res, quibus urgentur in centrum,
 erunt, ut circulorum radii, sive ut
 distantiz ab ipso centro: si autem
 in circulo eodem diversis tempori-

bus ferantur, vires erunt reciproce,
 ut quadrata temporum, sive eo mi-
 nor erit vis, quo majus fuerit qua-
 dratum temporis.

Sint jam bina corpora, quæ mo-
 veantur circa idem centrum in di-
 versis circulis diversis temporibus,
 ut Mars, & Mercurius, ita, ut
 quadrata temporum sint, ut cubi
 radiorum, seu distantiarum, & o-
 porteat demonstrare, esse vires re-
 ciproce, ut quadrata distantiarum.
 Concipiatur tertium corpus, quod
 describat circulum eundem, quem
 describit primum, sed tempore
 alio, nimirum illo, quo suum cir-
 culum describit secundum corpus.
 Vires secundi, & tertii erunt dire-

ctæ

At Martis vis est minor illa, quæ trahit astrum
 Confictum, quanto minus in sese repetitum
 Hujus erit tempus (quod idem quoque diximus esse
 Mercurii tempus) repetito tempore Martis;
 Nempe quater, sex & decies opus esse minorem est:
 At toties minus est (quod jam lex tertia præfert) 730
 Mercurii spatium, repetitum protinus in se.
 Et semel, atque iterum, Martis sic repetito
 Ad medium Solem spatium; quater esse quaternis
 Tractibus illius concretum ut noscere possis,
 Atque iterum quater hoc spatium. Quapropter inesse 735
 Quæ debet vis in rubicundo Marte locata,
 Mercurii vi major ab una parte reperta est,
 Ut simplex spatium est ad Solem majus ab illo,
 Quam sit ab hoc astro (vis illa est nempe quaterna),
 At minor ex alia parte est, (spatia ut sua constant 740
 Majora, in sese repetita bis; inde necesse est,
 Ellisa opposita, vis tota in Marte supersit
 Tanta, ut pro spatiis decrescat non repetitis.
 Ni semel in sese; nempe hæc quater ordine quarto
 Depressa est præ vi, qua se Cyllenius intert. 745
 Hac vaga item ratione queas discurrere in astra
 Cætera, quas floret lex tertia cumque per oras,
 Atque videre, quod hic in Martis, Mercuriique
 Viribus inter se collatis constat apertum.

C 2

Assi-

At ut distantia a centro, ex theoremate primo, cum circulos illos describant æqualibus temporibus: vires tertiæ, & primi erunt reciproci, ut cubi distantiarum, quia cum describant eundem circulum diversis temporibus, erunt per theorema secundum vires reciproci, ut quadrata temporum, & quadrata ipsa temporum sunt ex hypothesi, ut cubi distantiarum. Quare comparando primum cum secundo, & componendo idcirco ejusmodi rationes, erunt eorum vires in ratione composita ex directa simplici & reciproca triplicata distantiarum; adeoque erunt in ratione tantum duplicata reciproca distantiarum ipsarum.

Retinendo superiores Martis, ac Mercurii distantias, & tempora, erit vis novi Planetæ concepti quadruplo major vi Mercurii ob quadruplo majorem distantiam, & tempus idem: erit autem vis Martis 64 vicibus minor vi ejus Planetæ concepti, cum tam quadratum temporis Martis quadrato temporis Mercurii, & novi Planetæ, quæ cubus distantia illius cubo distantia hujus sit major 64 vicibus. Quare vis Martis vi Mercurii erit minor 16 vicibus tantummodo, assumpta numeri 64 parte quarta duntaxat; & eadem est methodus pro reliquis Planetis omnibus.

Affiduisne ¹ vides igitur vaga viribus astra
 Ad Solem medium urgeri, pariterque Secunda
 Præterea ad sua Prima rapi, nec legibus isdem
 Non agere has vires, gravitas quibus ipsa propinquam
 Hic agit in Lunam, atque in cætera corpora circum,
 Scilicet ut, decreſcat, & imminuatur eundo 755
 Pro ſpatiorum, in ſe ſi tum repetantur, adauctu.

Ipsa ² huc temporibus reſpondens area ſemper,
 Ut docui, nos jam propius quoque duxit, ut aſtri.
 Eſſe videremus vires cujuſlibet ejus

Ia medium Solem directas: namque ubi curvi 760
 Corpore ſignantur circum properante meatus,
 Sic ut quæque ſuis mutatis area ſemper
 Æquè temporibus mutetur; corpora, quæ tum
 Detorquent vires, punctum nituntur in illud,
 Undique quo coit, & conjungitur area quæque. 765

Quin ³ etiam vires, quibus unum quodlibet aſtrum
 Vertitur, in Solemque locis ex omnibus errans
 Urgetur jam non illinc diſtantibus æque,
 Si conferre velis, & noſcere, num minuantur,
 Qua dixi, ratione; hoc natura ipſa meatūs, 770
 Quo properatur, erit, ſinat ut deprenderet curvi.
 Hæc tamen haud facilis ratio, nec pervia cuique,
 Sed cui volvendis ingentibus incita curis

Vis

1 Concludit hic demum vim omnium Planetarum Primariorum in Solem, & Secundariorum in ſuos Primarios ſequi rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum illam eandem, quam ſupra invenimus in gravitate Lunæ comparata cum gravitate noſtrorum gravium in ſuperficie Telluris collocatorum.

2 Progreditur adhuc, & a lege ſequentis arearum, quæ ad Solem terminantur, proportionalium temporibus deducit ſingulos Planetas urgeri in Solem; cum nimirum lib. 1 a verſu 1769 oſtenderit corpus, quod cum ea arearum lege orbitam quampiam deſcribat, urgeri vi quadam in ipſum centrum arearum ejuſmodi.

3 Quod ſi quæſtatur ratio, in qua variantur ejuſmodi vires, quarum directionem determinant illæ areæ temporibus proportionales; id, ait, deſignari a natura orbitæ deſcriptæ, ſed rem ſine Geometria, & quidem ſublimi admodum determinari, & & explicari omnino non poſſe, ac proinde rem eſſe Muſis prorsus imperviam. Quamobrem ſe hic, aſſeruat, ejuſmodi determinationem omittere, ubi ſapienter admodum obſequitur celeberrimo illi Horatiano præcepto; & qua deſperes tractata niſcercere poſſe, relinquant. Adhuc tamen pollicetur ſe indicaturum methodum illam, qua in ejuſmodi perquiſitione Newtonus eſt uſus.

LIBER QUARTUS

37

Vis animæ est, usu & jamdudum exercita longo
Rerum in mensuris, quas nostro in carmine non est 775

Dicere, tractatas non vocibus utpote nostris,
Plus ubi cognosci, quam dici denique possit:

Difficili proin absistens procul ipse labore
Longe iter ostendam tamen, &, quam repperit, artem,
Naturæ Interpres, quo non solertior ullus. 780

Primò ' infinite distensum tenuiter arcum
Siste tibi ante oculos, illius nempe meatûs,
In quem inquirendum est; extremis ejus ab oris
Duc medium ad punctum, quo tendunt undique vires,
Rectos hinc illinc tractus; sic area certa 785

Certo ut tempori item respondens clausa sit intus.

Ex uno libeat tunc arcûs limite parvi
Tangens ducere iter; tractum quoque ducere rectum

Ex alio tunc fine, viæ tangentis ad oras,
Qui distans æquè intervallo curreret illi, 790

Limite quod rectum a primo distenditur arcûs
Ad medium punctum, tenuans quo se area finit.

Illa via est certe, quæ, quod vis efficit illic,
Metitur, prorsusque refert, atque exprimit æque.

Ipse viam hanc igitur variis in flexibus arcûs, 795
C 3 Inque

1 En methodum, quam hic proponit. Consideretur arcus infinitesimus orbitæ, quæ describitur: a binis ejus extremis ducantur ad centrum virium binæ rectæ, ut simul cum arcu concludant areolam, quæ si dato cuiuspiam tempusculo respondeat, erit constans: ex altero extremo arcus ducatur ejus tangens, & ex altero usque ad tangentem ducatur recta parallela illi, quæ a priore tendit ad centrum virium, in quo areola illa terminatur velut in cuspidem tenuata. Hæc lineola intercepta inter arcum, & tangentem unice metitur vim; nam sine vi centrali mobile abiisset per rectam tangentem, a qua ad arcum deducitur ab ejusmodi vi per intervallum æquale illi lineolæ.

Si igitur considerentur ejusmodi

lineolæ pertinentes ad quosvis arcus descriptos a dato quovis Planeta, vel ad arcum etiam quemvis unius Planetæ cum arcu Planetæ alterius, inveniuntur eæ majores, vel minores in ratione reciproca duplicata distantiarum a foco communi, nimirum a Sole: contra vero si comparentur inter se binæ orbitæ binorum Planetarum, nimirum ellipticæ, & ponantur in iis ejusmodi lineolæ in ratione reciproca duplicata distantiarum, ac inde comparentur inter se tempora periodica, & distantia mediæ [quod quidem qua ratione fieri possit, patebit in supplementis], inveniatur illud, quod in tertia Kepleriana lege est propositum, nimirum esse quadrata temporum periodicorum, ut cubos distantiarum mediarum.

Inque locis variis expendens, quodlibet astrum
 Queis errat, speciem dum circum terminet ovi,
 Crescere, vel minui cernes, velut ordine verso
 Imminui debet repetitum scilicet in se,
 Crescere vel contra spatium, quo parvulus arcus 800
 Est procul a medio puncto rapiente remotus.

Nunc versa si forte viæ ratione subire
 Ad verum, atque illuc, discessum est unde, reverti
 Si cupias, geminos si scilicet ipse meatus,
 Hoc genus, inter se tentes conferre vicissim 805
 Per Cælum spatio quantumvis impare ductos,
 Aspicias, illa, qua dico, si ratione
 Vis in utroque trahens etiam collata vicissim
 Decrescat spatiis, legem te protinus esse
 Deducendum ad eam, quæ circum tertia Solem 810
 Floret de numero ternarum, qua referuntur
 Tota ad dimidios transversos scilicet axes
 Tempora, vel media ad spatia, ut jam diximus ante.
 Nonne vides, certo ut junguntur fœdere vera?

His¹ veluti gradibus si progrediaris & ultra, 815
 Jam pateat, secti e ternis, quæcumque sit, unam
 Per speciem conï si pergat corpus, eodem
 Illic vim fieri variam quoque more; neque ullos
 Possè alios generis cujuscumque meatus
 Corpore signari, quod vis ea scilicet urget, 820
 Quæ spatiorum in se repetito carpitur auctu.

Proin² circa Solem vis Solis in omnia late

Diffusa

¹ Hic innuit generalem determinationem problematis directi, & inversi virium centralium reductam ad casum peculiarem virium decre-scentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, de quibus egimus tomo 1 in supplementis a num. 254, quod vis centralis decre-scat in ratione reciproca duplicata distantiarum, ubi describatur quæcumque e tribus conicis sectionibus, si nimirum terminentur areæ æquales ad focum alterum, & viceversa si vis centralis decre-scat in

ea ratione, non nisi conicam sectionem aliquam posse describi, quod memorato loco in supplementis accurate demonstravimus.

² Percipit jam hic totius perquisitionis molestissimæ fructum deducendo illud, circa Solem haberi vim, quæ urgeat corpora in Solem ipsum, circa Saturnum, & Jovem itidem vim, quæ in ipsos urgeat, prorsus ut circa Tellurem habetur nostra gravitas, & illas decre-scere in eadem ratione reciproca duplicata distantiarum, in qua decre-scit hæc.

Diffusa est spatia, & Saturni vis quoque circa
Saturnum, circaque Jovem Jovis, ut gravitas est
Hic Terræ circa molem. Quocumque locorum 825
Jam quodvis statuas si corpus, debet idipsum
Percipere has vires, atque ad cuiusque vocari
Regna simul; magis ire illuc, pollentius unde
Urgetur: Quanquam magna intervalla relinquo
In medio, quanquam tentes latera omnia circum, 830
Vires effugies has nusquam, nullaque constet,
Contentant illæ non extrahere unde, latebra.
Proin simili jam sunt natura prorsus, & una
Hæ vires, gravitasque, atque una lege vigentes,
Ut gaudere etiam communi nomine possint. 835

En¹ igitur semper Mortales unius esse
Telluris quod crediderant, hanc quippe videbant
Et trahere, & solam gravitatis fonte potiri,
Nempe ut non alio, grave quod sit, corpus agatur,
Hoc decus, hanc laudem largitam cernimus esse 840
Saturno quoque Naturam, Solique, Jovique,
Astris fors aliis itidem, & fors omnibus, usquam
Quæ sunt, corporibus, quod post manifesta patebit.
Anne ideo nostris his esse simillima rebus
Multa alibi attoniti, & mirantes excipiamus? 845
At neque Pastores si Solem, & sidera noctis
Audivere aliis Terrarum fulgere in oris,
Mirantur, nec prata alibi non esse, neque herbas
Credunt, aut liquidos sola per ridentia fontes,

C 4

Nec

hæc. Quamobrem ejusdem generis sunt illæ etiam, & eodem gravitatis generalis nomine appellari possunt: nimirum protenditur longissime ad maximas distantias vis ejusmodi, & corpus, quod in hæc omnia virium centra urgetur, obtemperat potissimum illi vi, quæ est validissima, ad quam nimirum accedit maxime vis ex omnibus composita.

¹ Invenit jam hinc analogiam Naturæ, quæ apparet, ubi vis gravitatis, quam indocti homines solius Terræ propriam censuerant, tra-

ducta est superioribus argumentis ad Jovem, Saturnum, & Solem. Quid ni inde etiam conjectando eadem transferatur ad reliqua omnia astra, & quidem etiam ad omnia corpora generatim? Id inferius se facturum adhuc aliis argumentis pollicetur; interea tamen vim ipsam analogiæ proponit ob oculos exemplo ipsis etiam pastoribus maxime rudibus manifesto, qui nimirum, quas apud se herbas vident, & frondes, & fontes, ac fluvios, alibi quoque in remotis etiam regionibus repetiri non dubitant.

Nec rapidis alas ventis, nec frondibus umbras. 850

Præterea ¹ corpus gravitatis viribus istis
Perceptis, seu Solis ea est, Terræve, Jovisve,
Falciterive Patris, si tum loca projiciatur
In vacua, obliquaque via contendat abire,
Segminibus coni debebit de tribus unum 855

Signare, atque illo deferri semper eodem:
Quodque sit, ex ipsa regione, & mobilitate,
Qua jacias, simul & gravitatis ab impete certo
Cognosces, es si rebus non hospes in istis.

Atque hoc, quod facile est, generatim concipe verum 860
Discrimen; nam si, cœpit qua currere corpus,
Mobilitas minor est ejusdem mobilitate,
Quæ foret in medio jam puncto, denique vires
Qua coeunt, illuc si tum cecidisset ab alto

Inde loco celerans æqualibus incrementis 865
Ejus, quam primò sensit, gravitatis ob ictus;
Sexti forma prior coni signabitur oras

Per

¹ Stabilita lege gravitatis decre-
scentis in ratione reciproca duplica-
ta distantiarum, proponit jam theo-
remata nonnulla pertinentia ad mo-
tus corporum projectorum, quæ
solicitantur ejusmodi vi, quæ qui-
dem omnia demonstravimus accu-
rate in Supplementis ad lib. 1 § 19.
Nimirum si corpus quodpiam ejus-
modi vi sollicitatum in datum cen-
trum projiciatur utcumque in spa-
tio non resistente, debet perpetuo
describere unam e sectionibus con-
icis, cujus species determinabitur
data directione, & velocitate pro-
jectionis. Determinationem simpli-
cissimam sane ibidem exhibui, ut
& illud, quod inveni jam olim,
& proposui in dissertatione de mo-
tu corporis projecti in spatio non
resistente viribus decrecentibus in
ratione reciproca duplicata distan-
tiarum, & quod hic Noster expri-
mit, pertinens ad determinandum,
an orbita futura sit Ellipsis, an Pa-
rabola, an Hyperbola; quod qui-
dem a sola velocitate pendet, nul-

la habita ratione ad directionem
projectionis.

Nimirum concipiatur illa velo-
citas, quam acquireret corpus sibi
sine ulla projectione relictum in illo
puncto, ex quo projicitur, si acce-
leraretur uniformiter vi ea, quam
initio habet manente semper, & ni-
hil mutata. Velocitatem is quidem
semper augeret, & in appulsu ad
centrum ipsum haberet quandam
velocitatem determinatam. Si ve-
locitas, qua projicitur, sit minor
ejusmodi velocitate, describet El-
lipsum, si æqualis Parabolam, si
major, ramum Hyperbolæ citerio-
rem, habentem centrum virium
pro foco intra se ipsum posito.
Quod si vis non urgeret corpus in
centrum, sed ipsum a centro re-
pelleret, & ramen eandem servaret
rationem reciprocam duplicatam
distantiarum, tum vero describe-
retur Hyperbolæ ramus ulterior
convexitatem obvertens ipsi vicinum
centro extra se posito.

Per superas; sed si fuerit par illa, necesse est, Altera signetur; sin major, tertia fiat.

At si de medio gravitas se denique puncto

870

Convertat, removementem & transeat in levitatem,

At servans legem, a spatiis quæ pender, eandem;

Tertia tum conï effigies tranetur, oportet,

Proscissi, sed qua ramus contrarius ibit.

Ex ¹ his nonne vides, curvos quos nostra meatus

875

Corpora conficiunt vacuas projecta per oras,

Qui conï effigiem scissi simulare secundam

Nempe videbantur, primarum ex ordine tantum

Esse, nimis noster cum consistet debilis omnis

Projectus: sed pars horum suprema putatur,

880

Parvaque cum specie confuadi nempe secunda;

Nam nimis & longi, & graciles sunt, utpote quorum

In media Tellure focus tam distet, & ipsi

Alterius prope sint proin ad confinia formæ.

Nam ² conum ductus nimis inclinare secantes

885

Utrin-

Ut a Planetis ad Cometas gradum faciat, observat hic primum, quode superius expositis consequitur, nostra gravia, quæ, ubi oblique projiciantur, vulgo censentur, Parabolas describere juxta Galilei doctrinam, revera describere Ellipsim, cujus focus sit in centro Terræ, cum nimirum velocitas, qua projiciantur, sit nimis exigua; sed eandem haberi pro Parabola, quia cum Ellipsis abeunte altero foco in infinitum desinat in veram Parabola, eadem foco longissime abeunte ita, ut sit alteri axis vertici proximus ipse focus, attenuata plurimum, sit Parabolæ proxima, & ab illa nihil ad sensum discreper.

Et quidem Galilei doctrina innititur gravitati agenti nîsu constanti, & secundum directiones parallelas, in qua gravitatis lege illa ejus Parabola locum habet: ea lex obtrinet proxime non accurate in terrestribus corporibus, quorum gravitas & varia est, & agit directionibus

convergentibus ad centrum Terræ. Sed revera nec Ellipsium accurate talem nostra gravia describunt etiam abstrahendo animum a resistentiâ aeris, quæ ipsam quoque Parabolam Galileanam plurimum turbat. Gravitas nimirum non dirigitur accurate ad centrum Terræ, quæ non est spherica, nec decrescit accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum ab eodem tum ob ipsam formam non accurate sphericam, sed compressam, tum ob inæqualem textum partium internarum Terræ, & montium, ac collium procursum, intra quorum limites nostræ projectiones fiunt. Et hoc discrimen est multo majus, quam illud, quod parit mutatio distantiarum, & directionum tam exigua, præter quam quod & vis centrifuga rem turbat. Inde autem & contumacitati virium, ac motuum consulitur mitum in modum, ut parebit in supplementis in hunc locum.

² Ut ostendat Ellipsim longe pro-

ductam

Utrunque, ut docui, si pergas, transitus extat
 Hic celer; ante ideo quam transeat, incipit esse
 Forma prior similis nimium, nimiumque secundæ;
 Ut nequeas prima præsertim in origine sensu
 Prendere discrimen, neque, si tum vertere cœptes 890
 Forte vices, primæque secundam sufficere, erres.
 Sic ¹ quoque quo nocti committitur excipienti
 Alma dies, tempus, possis ad utrumque referre
 Scilicet aut finem lucis, noctisque ruentis
 Principium; nam lux crepera est, & mixta tenebris: 895
 Ultima sic quæ sunt hiemis, tu prima tepentis
 Tempora item veris dicas; ætasque virilis
 Sic postrema coit cum subrepente senecta.

Inde etiam facili ratio tum prodita pacto
 Vera ² Cometarum; nam legibus ire Cometas 900
 Inventum est illis etiam, viresque trahentis,
 Plusve, minusve, tamen certas sentiscere Solis.
 Sed dum te motus illorum, orbisque, viasque
 Edoceo, patere interea, quæ credita nempe
 His super antea jam tempore, multa doceri, 905

Erro-

ductam nihil ad sensum differre a Parabola, ut proinde pro se mutuo promiscue accipi possint in arcu proximo alteri foco, considerandum proponit conum, qui secetur oblique, & concipiat, ipsum sectionis planum ita inclinari, ut ab Ellipsi fiat per Parabolam transitus ad Hyperbolam. Transitus quidem ipse fit momento temporis, cum unica Parabola in unica plani secantis positione interjaceat infinitis numero hinc Ellipsis, inde Hyperbolis. Ante quam deveniatur ad illam unicam Parabolam, ad eam utique planum sectionis accedit ita, ut infinitæ numero fiat ejus positiones, quæ ab ipsius plano distent minus, quam ut distantia in prima origine sensu percipi possit. Quare & Ellipses illæ, quæ ejusmodi planis respondebunt, nihil ad sensum discrepabunt in ipsa origi-

ne ab illa Parabola, licet deinde recessu continuo planorum secantium ab ea plurimum in maximis distantis discrepare debeant.

¹ Hunc transitum accessu facto per differentias utcumque exiguas, qui pertinet ad geometricam continuitatem, illustrat pluribus exemplis pertinentibus ad continuitatem physicam, diei migrantis in noctem per crepusculum, hiemis sensum, & per gradus intermedios abeuntis in ver, ac virilis ætatis in senectutem, in quibus omnibus, quæ limiti sunt proxima, ad utrumvis terminum referre licet.

² Incipit hic agere de Cometis, qui quidem eadem Keplerianas Leges observant, & eadem gravitate in Solem, quæ Planetæ, feruntur circa ipsum Solem in Ellipsis habentibus focum in Sole ipso; sed Ellipses Cometarum productæ plurimum

Erroresque virum varios, fixa, atque reflexa
 Judicia, ambiguas rationes; omnia donec
 Constiterunt tandem, sublata vi gravitatis
 In Cælum, circumque suis vaga legibus astra,
 Proptereaque suos etiam cohibente Cometas 910
 In gyros. Ipsi ¹ sunt scilicet astra Cometæ,
 Quæ Cælo interdum comparent, obsita circum
 Crine, & lucentem plerumque trahentia caudam:
 Motu hos raptari, quo sidera cuncta, diurno,
 Præterea & proprio, velut astra errantia, ferri 915
 Suspiciamus: sed quod nova dent spectacula semper,
 Nec diuturna sui Terris, cum sidere raro
 Æquipares illos, cujus lux fulgere sæpe
 Ex improvise visa est, obtestaque rursus.
 At cauda, & Cæli partes excursus in omnes 920
 Liber, & haud ullo signatus limite certo
 (Quamvis continuum, quodcumque est, nec sine lege
 Ipsorum sit iter) certe est propriumque, suumque,
 Ut distent aliis hoc uno scilicet astris.
 Fulgentes ² veluti ferali luce Cometas, 925
 Præ-

ritum accedunt ad Parabolas ita
 in arcibus Soli proximis, & nobis
 conspicuis, ut pro Parabolis assumi
 possint. Sed ante quam veram
 eorum theoriam Newtonianam ex-
 ponat, rem totam altius repetit,
 & errores etiam præcedentium Phi-
 losophorum proponit nonnullos.

¹ In primis Cometas esse, ait, quæ-
 dam astra, quæ interdum apparent
 in Cælo, cum quodam crine circa
 caput, & plerumque cum cauda.
 Caudam nunc quidem vocare solent
 illam etiam, quam Philosophi di-
 cebant barbam, ductum nimirum
 nebulosum quendam longiorem,
 quæ si a nucleo protenditur in cas-
 pes, in quas motu proprio Co-
 meta tendit, dici solebat olim bar-
 ba, si in partes oppositas, cauda;
 ut idcirco tria Cometarum genera
 distinguere fuerint soliti Philosophi
 Barbatos, Caudatos, Crinipos.

Addit, in ipsis observari motum
 diurnum communem astris omnibus,
 & proprium, ut præter communem
 habent itidem proprium motum
 Planetæ. Illos autem affirmat con-
 venire cum Stellis novis, quæ in-
 ter Fixas etiam observatæ quando-
 que sunt, quod ex improvise appa-
 reant, nec perpetuo conspicui sint,
 sed quodam tempore plerumque ad-
 modum exiguo, quanquam & ab
 iis, & ab omnibus tam Fixis, quam
 Planetis differant in eo, quod cau-
 dam habent, & nulla certa Cæli
 plaga cohibeatur motus ipsorum,
 quoquoque excurrentium, utur
 non sine certa lege. Et quidem Do-
 minicus Cassinus certum Cometis
 quoque Zodiacum destinaverat,
 quem tamen egressi sunt deinde plu-
 rimi ita, ut nulla sit ipsis constituta
 certa Cæli plaga.

² Refert communem vulgi, &
 præca-

Præfagaque mali, perterrita pectora quondam
 Indicium irati credebant lugubre Cæli,
 Divorumque minas: populis immittere pestes,
 Nec non sanguineo Martis præcurrere ludo,
 Regnorum excidiis quoque, funeribusque Potentum. 930
 Attamen ærumnas, atque infortunia nostra
 Omnia si Mundo, genus hoc, per signa liceret
 Noscere, quando foret, non diram ut suspiceremus
 Per Cælum lucem? Cur tam rara illa micaret?
 Semper an insuetum vis sæva secuta malorum est 935
 Lumen, & id nanquam pavitantia corda fefellit?
 Nunquamne uberior, longeque salubrior annus
 Successit, vel composito pax læta tumultu?
 Scilicet insuetis, quæ præcessere, solemus
 Ignari rebus, qui sunt tum deinde secuti, 940
 Eventus tristes præsertim, luctificosque,
 Quique premente malo nostros percellere possint
 Plus animos, veluti causis, signisve referre,
 Cum nullo prorsus jungantur mutuâ nexu.

Ante¹ videbantur Cæli statione teneri 945
 Hi prope Terram humili, & terrestri ab origine nasci,
 Nem-

Pseudophilosophorum, Veterum in primis, errorem, qui Cometas censuerunt esse funestorum eventuum vel causas, vel signa prævia; qui quidem error apud cultiores Europæ imprimis regiones jam exolevit. Ipsum egregie refellit ex eo, quod si mala etiam ingentia ejusmodi signis prænunciari deberent, fere semper Cometas haberemus, cum nullum sit tempus, quo alicubi miseri Mortales ingentibus malis non premantur: addit & illud; sæpissime multo minus funesta extitisse tempora, quæ adventum Cometæ cujuscumque subsequuta sunt, quam ea, quæ nullus Cometa præcesserat. Addit demum, & causam, cur imperiti potissimum homines in eum errorem prolapsi sint, quod nimirum in eorum, quæ minus usitata repente accidunt, &

quorum causas ignorant, admirationem rapti, iis & alia attribuerunt, quæ eorum animos maxime percellunt, ut sunt potissimum eventus infausi, quibus premimur, & afficimur multo magis, quam aliis quibuscumque; licet nullus interea nexus habeatur.

1 Transit ad alium errorem eorum, qui censuerunt Cometas esse Telluri proximos, & proinde etiam nasci e Terræ vaporibus, atque exhalationibus, ut cætera ignea methœora. Horum errorem refellit ex eo, quod illa careant, quam Astronomi vocant *parallaxim*. Cum aliquam nubem, vel vaporem Terræ proximum suspicimus in aere, alii idem illud corpus ad Boream vident, alii ad Austrum, vel ad aliam Cæli plagam; & in eo discrimine locorum, ad quæ referimus idem obje-

Nempe a condenso, nubes velut ipsa, vapore;
 At quoniam a Terra spatia horum magna reperta
 Sunt porro, ruit hæc ratio; nam tempore eodem
 Partibus a variis illos, longeque remotis
 Aspiciunt homines sub eodem sidere Cæli;
 Quod fieri nequeat, si sint regione locati
 Terræ in vicina, qua sunt regione vapores.
 Sic nubem, vel cum loca per sublimia longe
 Denfat se, cernunt alii devergere ad ortum,
 Ast alii haud multis distantes millibus atram
 Surgere ab occasu, a gelida vel mittier Arcto.

950

955

Propterea nimis a Terræ regione Cometæ
 Cum distent, opus est ingenti corporis auctu
 Esse; quod apparens, ut lata est, indicat ejus
 Frons etiam; haud ideo concrefcunt rebus ab illis,
 Quas vaga, uti fumos, exhalent astra (quod ipsum
 Noïce alios docuisse), vagis non esse minores,
 Inveniuntur enim, at majores sæpius astris,
 Et plerumque ab eis immaniter esse remoti.
 Quin ipsi errantium fumi, eductique vapores
 Corpore ab astrorum, sua rursus in atra revertunt

960

965

Deci-

objectum e diversis locis visum, consistit parallaxis. At Cometæ quicumque eodem tempore e remotissimis Terræ partibus observant, inveniuntur omnes in eadem Cæli plaga, & sub iisdem Stellis Fixis, quod quidem sine immani distantia a Terra fieri non potest. Tycho jam olim ex defectu parallaxeos sensibilis Cometæ diligenter ab ipso observati deduxit ingentem Cometarum distantiam a Terra, & ipsos supra Lunam evexit inter Planetas.

¹ Aliam erroneam itidem aliorum sententiam refellit, qui Cometæ censuerunt coalescere ab exhalationibus reliquorum Planetarum. Immo cum adeo remoti sint, & tamen magnitudinem suam apparentem habeant (Planetarum enim diametris apparentibus sæpe multo majores sunt Cometarum apparentes diametri) oportet ingen-

tis veræ magnitudinis sint; & mensuris rite capitis inveniuntur quandoque ipsis Planetis Primariis majores. Quamobrem ab eorum exhalationibus oriri non possunt. Præterea Planetarum exhalationes, & vapores in ipsos recidunt gravitate sua, ut vapores Terræ decidunt in Terram. Et quidem tam observationes nonnullæ, quam ipsa analogia, & multo magis utrumque simul suadet utrique Planetas Primarios quosque suas habere atmosphæras, & in iis suas pluvias, & nives. Inde autem consequitur, Cometæ non oriri ab exhalationibus, & vaporibus Planetarum, quæ a Planetis non avelluntur, atque id quidem vim habet maximam idcirco, quod fere semper Cometæ apparere incipiunt in maxima distantia a Planetis.

Decidui; pluviasque suas, Martique putandum est
Esse, Jovique suas, canaque Senem nive spargi
Saturnum, aut dura contundi grandine sæpe.

970

At ¹ neque, Solis uti maculæ, de Sole Cometæ
Concrescunt, adeo distant nam sæpe, repelli
Tam procul ut nequeant tam densa mole vapores
Retrorsum assidua Solis gravitate trahente.

Restat ² ut antiqua cunctarum ab origine rerum
Ipsi etiam æterno sint corpore, qui moveantur
Certis per Cælum, ut circumvaga legibus astra.

973

Qui ³, quot luce sua flammantia sidera fulgent,
Turbineos voluit stipatos esse tot orbes,
Senaque proin pelago velut astra natantia vasto
Materiæ a Solis raptari vortice circum,
Accidere interdum, maculis ut fixa coortis
Sidera densentur quædam, velataque circum
Et lucem amittant, & vires, credidit idem,
Nec proin tuta suo remanere in vortice posse,
Ast a finitimis forberier, inque aliorum
Transire arbitrium veluti captiva, nec unquam
Cessare, inque alios fugitiva, aliosque meare,

980

985

Et

¹ Sunt, qui putant Cometæ ori-
ri ab exhalationibus Solis, ut ejus
maculas. Hos refellit ex eo, quod
Cometæ sæpissime apparere inci-
piant in maxima a Sole distantia,
quo vapores adeo densi, & crassi
ascendere non possunt, obstante
nimirum gravitate, qua in Solem
retrahuntur.

Est autem & argumentum peti-
tum a positione orbitæ ipsorum,
quod & hanc evertit sententiam,
& aliam nihilo minus erroneam
eorum, qui censent Cometæ, im-
mo & Planetas esse particulas So-
laris massæ inde avulsas, & ejectas.
Nimirum quidquid e Sole projicia-
tur, debet ad sensum describere vi
gravitatis sectionem conicam trans-
euntem per ipsum projectionis pun-
ctum, nimirum per Solem, cum
tamen & omnium Planetarum, &

omnium fere Cometarum Orbitæ
in ipsa minima a Sole distantia si-
ve Perihelio, ab eodem Sole distent
longissime.

² Rejctis sententiis reliquis con-
cludit demum, Cometæ debere
esse corpora Mundo cœva, suis
delata per Cælum motibus, ut
Planetas.

³ Cartesii sententiam hic com-
memorat, & refellit. Is quidem
censuit, Fixas omnes suos habere
vortices, ut Solem, qui circa se in
ipso vortice suo sex Primarios Pla-
netas circumagat. Ubi earum ali-
quæ maculis oneratz, ac penitus
coopertæ extinguantur, tum & vor-
tices ipsarum a vorticibus proxi-
mis absorberi; ipsas vero ab ipsis
proximis vorticibus abripi, & er-
rare ex alio in alium temere trans-
latas, quarum aliqua ubi ad Sola-
rem

Et sine lege viæ, & sine motûs ordine certi,
Et Solem Dominum procul aspectare Cometas, 990
Saturnique altos ultra consistere fines

Propterea voluit nequidquam? namque vagantum
Plerique astrorum in regiones conspiciuntur
Demitti, Solis lustrantes cominus ignem.

Ultra¹ Saturnum geminis de Fratribus alter, 995
Quos ut Tyndaridas quondam fama extulit ingens

Pugnaci ingenio claros, magnisque repertis,
Esse ait errantum de gente, & volvier astrum
Immenso circa phœbeam lampada gyro

Ob spatia haud oculis deprensam immania nostris; 1000

Præterea Comites, ut Saturnumque, Jovemque
Circumstant, quocumque abeant, hoc cingere multos,

Atque sequi; nostra qui cum se parte meantes

Demisere, videntque propinquius ora comantis

Solis, & a vultu jacentis lucida tela, 1005

Usurpari oculis, pariterque audire Cometæ

Cœptant; in spatia abducti se cætera condunt.

Horum ille & spatia, & motus, & tempora, tantum

Nota sibi, quia ficta, docet; sed protinus auso

Cælum adversatum est reditus prædicere vati. 1010

Vesti-

rem vorticem devenierit, supra Sa-
turnum feratur in eodem in ipso
ejus margine, donec in alium tran-
seat aliquem, & longe fugiat.

Hanc sententiam refellit inde,
quod plures Cometas sciamus lon-
ge infra Saturnum, immo & infra
Mercurium aliquos descendisse. Ve-
rum tota illa arbitraria vorticum
hypothesis jam exolevit, quæ qui-
dem penitus labefactata post Me-
chanicam, & Astronomiam diligen-
tius excultas, ita corrui, ut erigi
omnino non possit.

¹ Jacobum Bernoullium fratrem
Joannis hic innuit, qui aliam hy-
pothesim proposuit adhuc junior:
Planecam quendam remotissimum
ultra Saturnum circa Solem defer-
ri, qui ob ipsam immanem distan-
tiam oculos fugiat Terricolarum.
Hanc habere circa se suos satelli-

tes, qui ubi ad nos propius acces-
serint in inferiore parte orbitæ suæ,
magis etiam simul illustrati a Sole
sub aspectum cadant. Ille quidem
& motus ipsos definivit, quibus
tamen statim phænomena Cometa-
rum contraria obstiterunt, quæ
cum ejusmodi hypothesi, præterea
etiam penitus arbitraria, concilia-
ri omnino non possunt. At ii ju-
veniles existerunt conatus hominis
summam deinde, & meritissimo
quidem famam adepti cum ipso fra-
tre, ut adeo uterque summis lau-
dibus, quibus eos Noster hic ex-
ornavit, meritissimus sit, qui qui-
dem ejusmodi laudem propagarunt
in totam familiam, in qua suam
quodammodo veluti perennem sed-
em videtur Mathesis sublimior
defixisse,

Vestigatorem ¹ magnum in cælestibus oris,
 Altrici Italiæ rapuit quem Gallia civem,
 Scimus in immensos orbes, & forsitan æquos
 Tractus per Cæli vastos egisse Cometas,
 Usque adeo, ut possent recti apparere meatus, 1015
 (Parvula cum pars sint orbis) quos ingrediuntur
 Illi, cum nostris expositi sensibus errant,
 Et docuisse modum, quo tu prænoscere possis
 Servatis tribus ante locis, quæ sidera adibit
 Præterea, & quo se feret unusquisque videndum. 1020
 Fors fecit persæpe fidem; feliciter ista,
 Cum procul arderent illi nimis, eveniebant;
 At, prope cum Solem lustrarent, cuncta ruebant,
 Namque intorquebant cursum, obliqueque meabant.

Sic ² etiam inventis aliorum obsistere visum est 1025
 Cælum; semper enim post servabatur ibidem,
 Rebus quod positis adversaretur; ab omni
 Nunquam parte potest veram res ficta imitari.
 Ipsa at vi Veri post irradiante; quod alte
 Extulit Inventor gravitatis in omnia fusæ, 1030
 Vidi-

¹ Ad Dominicum Cassinum hic delabitur, qui ex Italia, in qua & ortum habuerat, & Mathematicarum disciplinarum, atque in primis Astronomiæ fama inclaruerat, in Galliam a Ludovico XIV evocatus sedem Parisiis fixit, & ad filium superiore anno nobis ereptum, ac nepotem nunc maxime eadem fama florentem quodammodo velut hæreditariam transmittit Astronomiæ scientiam. Is censuit Cometæ deferri in orbibus maximis, & fortasse etiam circularibus, quorum exigua portio, in qua nobis, ubi ad nos accedunt magis, conspicui sunt, haberi possit pro recta linea, habito itidem motu pro æquabili. Is quidem docuit etiam, quo pacto ex tribus observatis Cometæ locis in hypothesi motus rectilinei, & æquabilis, definiri posset totus reliquus apparens cursus.

Et quidem res non infelicitè succedebat, ubi satis a Sole distarent Cometæ; sed ubi ad ipsum accedebant magis, & curvarura viæ, & recessus ab hypothesi motus æquabilis satis magnus hypothesim ipsam penitus evertit.

Hypothesim motus rectilinei, & æquabilis, ad quam Cometæ accedunt plurimum, ubi a Sole satis distant, excoluit & Newtonus, proponendo in Arithmetica universalis methodum determinandi etiam distantiam ejus orbitæ a Terra per quatuor observationes; quam tamen in ea etiam hypothesi ineptam esse ad rem perficiendam demonstravi in mea dissertatione de Cometis, quæ de re, ut & de aliis nonnullis ad Cometæ pertinentibus agam hic in supplementis.

² Ad Newtoni theoriam transfertur illud hic generatim enunciat;

©MCCS

Vidimus in tenebras nativas cuncta relabi,
 Quæ steterant prius; ut Lunam pallere tuemur
 Ad Solis jubar, & nitidos compeiscere fastus,
 Ille igitur sola gravitate, ut cætera, vinxit
 Æthera lustrantes motu variante Cometas, 1035
 Orbibus & variis, spatiisque coercuit idem
 Lege rata, & prorsum in cœmunia fœdera flexit.

Principio ⁱ apparent cum nobis, esse Cometas
 Scire licet sæpe astrorum in regione vagantium;
 (Ultra vel si sint quandoque, prope esse profecto) 1040
 Ipsisque interdum plus Soli accedere multo
 Astris, & nimium radios haurire propinquos:
 Tutemet ex ipso possis quod noscere motu
 Illorum inter se collato, & lumine, quo sunt
 Perfusi, pariter collato errantibus astris, 1045
 Si varias rerum mensuras scilicet, atque
 Si numeros tentare ausos cælestia calles,
 Proin veluti, quicumque aliqua in ditione moratur,
 Cogitur illius leges, & jura subire
 Imperii, ritumque pari cum civibus uti, 1050
 Sic quoque, nonne vides, oculis mortalibus ipsi
 Depressi cum sunt spatio in propiore Cometæ,
 Scilicet in noto Solis discurrere regno,
 Nonne vides, inquam, vaga ut astra coercita certa
 Sunt gravitate, atque invicta vi Solis aguntur 1055
 In Solem, quoque vimque, potestatemque Cometas

T.II.

D

Debe-

omnes alias hypothesés, si quid determinati attulerant, quod cum observationibus comparari posset, ab observationibus ipsa fuisse everfas, quod falsæ hypothesés cum veris phenomenis consentire penitus, & conspirare non possint. Id veris tantummodo theoriis accidere, ut omnibus phenomenis satisfaciunt; atque id ipsum accidisse theoriæ Cometarum Newtonianæ, quæ vulgata reliquæ conciderint, illa una jam per omnes Europæ Academicas recepta.

ⁱ Pro fundamento theoriæ ipsius ponit Noster illud, quod & Newto-

nus posuit, nimirum Cometas descendere in regionem Planetarum, & plerumque etiam infra ipsos Planetas deprimi: Id quidem, affirmat, erui ex eorum motu, & luce. Quæ ratione id Newtonus inde deduxerit, exponemus in supplementis.

Cum igitur in Planetarum regione versentur, ubi conspicui sunt, oportet, inquit, gravitatem habere in Solem, ut Planetæ, adeoque describant circa ipsum conicam aliquam sectionem, quod necessario fieri debet juxta ea, quæ superius dicta sunt in adnotatione ad verbum 815.

Debere illius, nisi que audire trahentis,
 Nec proin incerta cum libertate vagari,
 Intorquere suum sed iter, velut astra, per oras
 Sublimes, & de coni signare figuris
 Unam proficisci, quod scilicet ante probatum est,
 Ipse foci cuius punctum Sol occupet amplius,
 Et sedeat velut in solio rutilante Tyrannus.

1060

Sed ¹ quæ semita erit proficisci hæc denique coni?
 Non etenim æqualis parti quæst, orbis ab omni
 Esse, nec æqualem pariter qui accedit ad orbem;
 Illos quandoquidem prope semper templa per alta
 Volvier aspiceremus, ut & vaga cernimus astra,
 Quæ tum dumtaxat nobis oblecta lateſcunt,
 Prætereunt supra cum Solem, infraque micantem;
 Ast, illi quia parva sui spectacula præbent,
 Cumque abiere, diu conduntur, nonne necesse est
 Parte iter ex una demitti Solis ad ignes,
 Atque oculos simul ad nostros, contraque reflexos
 Ex alia longe spatiis discedere magnis?
 Quare erit aut coni primo de segmine nata,
 Sed nimium obliquo ductu longissima forma,
 Altera vel species, vel tertia. Sed quia ramo
 Hæ constant geminæ haud in se redeunte, nec unquam
 Brachia in immensos cessant protendere tractus,
 Credibile est per eas ullum non ire Cometam:
 Nam per eas ullus si pergeret, integer unquam

1065

1070

1075

1080

Non

¹ Querit jam hic, quæ coni sectio debeat esse Cometarum orbita: nam theoria gravitatis permittit quamcunque incipiendo a circulo, & per totam omnium Elliptium seriem, ac Parabolam abeundo ad seriem omnium Hyperbolarum.

In primis excludit circulum, & Elliptium accedentem ad formam circularem; quia tum fere semper conspicui essent, ut sunt Planetæ dempto nimirum exiguo tempore, quo Soli conjungerentur supra, vel infra ipsam.

Quoniam igitur Cometæ brevi tempore conspicui sunt, & dimis-

sime latent; oportet illorum orbitæ pars exigua sit Soli, & nobis proxima, reliquæ omni arcu longissimè recedente. Hinc ea vel debet esse Ellipsis, sed maximè attenuata, vel Parabola, vel Hyperbola. Sed quoniam posteriores duæ recedunt in infinitum, credibile esse dicit, neutram esse orbitam Cometarum, qui si in iis moverentur, ne unicum quidem unquam gyrum integrum absolverent, nec semel digressi a Sole redirent unquam, sed in infinitum recederent in loca æterno frigore torpencia, velocitatem semper imminuta.

Non fieret circum gyros, Solemque videre,
 Ni semel, haud posset propius; cum protinus inde
 Ausurgeret, semperque magis discederet alta 1085
 Per loca, mobilitate adeo tamen usque minuta,
 Ut torperet iners æterno tempore demum,
 Nec posset vitæ extinctum renovare calorem,
 Adventuque novo ad Solem dispellere frigus
 Corpore perpetuum, tepidumque haurire vigorem 1090
 Partibus, aut fœtus unquam, indigenasque fovere.

Prima¹ igitur superest, sed quæ est longissima coni
 Proscissi effigies, cuius duo puncta focorum
 Magnum intercipiunt tractum; sic denique multos
 Post annos cursus ut flectens, & sua prisca 1095
 Flectendo relegens iterum vestigia gyros
 Instaret longos, Titaniaque ora Cometa,
 Longius, aut propius, sed ab omni parte revifat.
 Certius hoc geminam conjectes ob rationem:
 Primò, cum nimium procul editus ille, meatum 1100
 Ejus, ut est, recto similem deprendere possis;
 Si vero accessit, cernes iter illud in arcum
 Flecti, & dimidium prope flexu hoc cingere Solem.
 Illi præterea qua Cæli parte videntur
 Crebrius? an qua Sol medius micat? oppositave? 1105
 Nimirum opposita vix quintus quisque videtur
 A nobis parte, ast alia in regione prope omnes,

D 2

Quam-

¹ Exclusis reliquis binis conicis
 Sectionibus relinquitur, ut Come-
 tarum orbita sit Ellipsis. At, Ellip-
 sim huiusmodi, hic affirmat, debere
 esse maxime oblongam, remotissi-
 mis a se invicem ejus focus. Id qui-
 dem patet ex eo, quod superius
 dictum est, quod nimirum diutis-
 sine lateant Cometae, sed hic alias
 binas ejusdem rei conjecturas ad-
 dit, ex quibus id primo quidem
 Newtonus est suspicatus. Nimirum
 ita sit, ut arcus a Sole satis remo-
 tus ad rectam lineam accedat plu-
 rimum, illi autem proximus plu-
 rimum incurvetur, quod observa-
 tiones ostendunt. Tum vero inde

etiam illud perspicuum fit, cur Co-
 metæ plerumque appareant in illo
 Cæli hemisphærio, in quo est Sol,
 distantes ab eo minus, quam in-
 tegro quadrante, & multo rariores
 vili sunt in hemisphærio opposito.
 Nam in Ellipsi in immensum ob-
 longata non possunt apparere nisi
 in arcu proximo Soli occupanti fo-
 cum, quod non accideret, si alterius
 formæ esset orbita.

Quod autem appareant tantum-
 modo, ubi sunt propiores Soli, & non
 longe ultra Saturnum, Newtonus sic
 probat in corol. 2 lemmatis 4 lib. 3
 Principiorum. Si cernerentur in re-
 gionibus ultra Saturnum, deberent
 sæpius

Quamvis in Solis radiis ibi sæpe lateſcant,
 Nec cerni poſſint, quod porro haud accidit illic:
 Reveraque novis oſſuſo Sole tenebris 1110
 Objeſtam ob Lunam, & ſummum ſubeunte laborem,
 Cum ſtellis aliis, media quæ luce diei
 Intempeſtivo ſurgebant tempore sæpe,
 Interdum quoque viſus erat pallere Cometa
 Haud a Sole procul, terrebat & anxia corda. 1115

His ita judiciis firmatis, deinde meatus,
 Qui ſint, in veros ſervando inquirere cœptum eſt;
 Servatis loca nempe locis deprenderere paucis
 Omnia tentarunt numeris gravitatis, adiret
 Tempore conſpicuus toto quæ deinde Cometa; 1120
 Nam viſum, ſi congruerent his vera, fore, ingens
 Momentum ut poſitis rationibus adjiceretur,
 Atque ibi phœbeæ gravitatis certa vigerent
 Jura etiam, atque uno retinerent omnia nexu.
 Difficilis tamen, & proſum inſuperabilis omnes 1125
 Terrebat labor hic, quoniam non puncta locorum
 Ultima cognita ſunt, ſed, quo directæ, videntur
 Tantum, & qua Mundi perſtant de parte locata.

Tan-

*Sapius apparere in partibus Soli op-
 poſitis. Forent enim Terra vicini-
 res, qui in his partibus verſantur,
 & Sol interpoſitus obſcurat ceteros.
 Verum percurrendo historias Come-
 tarum reperi, quod quadruplo, vel
 quintuplo plures deſecti ſunt in he-
 miſphærio Solem verſus, quam in
 hemiſphærio oppoſito, præter alios
 procul dubio non paucos, quos lux
 ſolaris obtexit.*

I His in genere conſtitutis de
 forma orbitæ Cometicæ, affirmat,
 cœptum deinde inquire in deter-
 minationem ſingularum orbitalium
 ad ſingulos Cometas pertinentium,
 per obſervationes nimirum, & gra-
 vitatis theoriam; nam dato certo
 numero locorum per obſervationes
 accuratas determinatorum, defini-
 ri poteſt tota orbita elliptica, po-
 tiſſimum ſi adhibeantur theorema-

ta, quæ locum habent, ubi ab ea-
 dem gravitatis lege determinentur
 orbitæ ejuſmodi, a qua pendent
 Planetarum Ellipſes, quod quidem
 multo magis problema determinat.
 Plurimi nimirum intererat videre,
 an eadem gravitas vigeret etiam in
 Cometis omnibus, quæ in Plane-
 tis; Sed ejuſmodi perquiſitio erat
 admodum ardua pro orbe elliptico
 & fere penitus inacceſſa. Facilis eſ-
 ſet Ellipſeos determinatio, ſi præ-
 ter focum darentur tria puncta cur-
 væ. Datis iis tantummodo inveni-
 rentur omnia reliqua. Verum per
 obſervationes Aſtronomicas non
 definiuntur determinatè ipſa Come-
 tæ loca, ſed tantummodo direction-
 es rectarum, quæ ad ipſa ten-
 dunt.

At illud Newtonus vidit, longe
 facilius eſſe rem perficere pro orbe
 Para-

Tandem animadversum est, cum sit longissimus orbis
 Proficisso primæ de cono nempe figuræ, 1130
 Illa parte, foco propior quæ constat, eandem
 Esse viam prope, quæ fieret via nempe secunda
 E specie, veraque parum re discrepitantem:
 Toto propterea, quo cernimus esse Cometas
 Tempore, nos eadem prorsum omnia cernere, quæ, si 1135
 Formæ iter alterius fiat, videamus ibidem:
 Difficile & non tam numeris hos esse secundos
 Subdere, & ad rectos, notosque referre meatus;
 Nam quæcumque aliis illi mitescere possunt
 Ductibus incurvis magis, atque patescere menti. 1140
 Sic quæsitæ via est, loca quæ deferre Cometas
 Per servata queat, radiorum & fila secare,
 Scilicet ex oculis rectâ quæ tendereingas,
 In regione spæci consistat ut ignivomus Sol,
 Temporibusque suis respondeat area quæque. 1145
 Protinus eventu res est lustrata secundo,
 Visæque sunt positæ rationes cuncta subire.

Tempore ¹ jamque illo lux Cælo dira refulsit,
 Quo non major erat, neque visâ minacior ulla,

D 3

Nec

Parabolico, quæ curva est admodum
 facilius tractatu, & arcum
 Ellipticos Cometicæ a nobis obser-
 varum pro parabolico assumi posse.
 Investigavit igitur orbem parabo-
 licum, qui ita secaret rectas e Tel-
 lure ad eum abeuntes, ut radiis
 inde ductis ad Solem in foco posi-
 tum areæ respondeant temporibus,
 quibus percurruntur, nimirum sint
 ipsi proportionales, & præterea ma-
 gitudinem eam habeant, quam
 requirit gravitas Cometæ compara-
 ta cum Planetarum gravitate nobis
 cognita. Et ea investigatio est satis
 ardua, sed Newtonus difficultati-
 bus omnibus superatis eo pervasit
 demum, ut per tres solas observa-
 tiones orbitam parabolicam defini-
 verit partim per attentionem, &
 saltz positionis methodum, partim
 per directas determinaciones.

Ego quidem in mea dissertatione
 de Cometis ostendi methodum,
 qua per finitam algebram id pro-
 blema solvi posset, deveniendo ad
 unicam determinatam æquationem;
 sed ejusmodi æquatio ita esset ar-
 dua, & calculus ita implexus, ut
 omnem omnino humanum cona-
 tum effugeret. Quamobrem om-
 nes, qui post Newtonum idem pro-
 blema redegerunt ad usum, atten-
 tionibus sunt usi, quæ quidem
 succedunt, & approximationes ex-
 hibent, quantum libuerit accura-
 tas.

¹ Orbitæ calculo præter ex tribus
 observationibus exhibent loca pro
 reliquis omnibus temporibus, quæ
 comparata cum observatis theoriam
 vel confirmant, vel penitus ever-
 tunt. Porro omnes observaciones
 Cometarum, quocumque satis ac-
 curate

Nec magis immani loca Cæli vasta terebat 1150
 Discurrens cauda, sævum quo tempore bellum
 Europæ populos concussit, sanguine multo
 Danubii fluctus cum tingeret, imperique
 Urbs Caput intremere, qua non augustior ulla.
 Illa ferum Martem tum pertulit una, suasque 1155
 Totum Orientem in opes ire, & disperdere velle
 Omnia, & horribili vidit sua quassa fragore
 Mœnia tum prope jam minitantes ultima Lunas
 Excipere. At versis post quæ fuga barbara fati!
 Quæ cædes! quantum prædæ, laudisque relatam est! 1160
 Non ita magna quidem primò lux visa Cometæ
 In Solem fuit ire, sua ipsum Scorpius inter
 Brachia cum Solem versaret prætereuntem,
 Condita post paulo est; per brumam lumina rursus
 Extulit, ad vernos Zephyrorum & perstitit ortus 1165
 Diffugiens Solem; cumque omnes mole viderent
 Diversa in speciem, motuque, & lumine, nuper
 Quam quo visus erat, diversum hunc esse putarunt.
 Sed via posterior demum hæc expensa recenti
 Ut ratione fuit, molem astri nempe prioris 1170
 Continuasse via, quæ post quoque trita, repertum est,
 Legibus hæud aliis nimirum, quam quibus una
 Quæviscumque orbis pars a palantibus astris

Signa-

curate sunt habitæ, miro consensu
 Theoriam Newtonianam confirma-
 rant. Ante omnes alios id præsti-
 tit Cometa celeberrimus anni 1680,
 & 1681, de quo hic Noster loqui-
 tur, qui Viennensem obsidionem,
 & Turcicam illam immensam cla-
 dem hæud ita multo antecessit. Is
 apparuerat primum Novembri men-
 se anni 1680, quo tempore Sol est
 in Scorpio, descendens ad Solem;
 tum Decembri, Januario, Februa-
 rio, ac Martio mense cauda in ipso
 accessu ad Solem in immensum au-
 cta apparuit iterum, a Sole regre-
 diens. Is quidem a multis Astrono-
 mis creditus fuit duplex Cometa,
 non unicus: Sed Newtonus deter-

minata orbita Cometæ in secunda
 sui ostensione visi, non solum in-
 venit cum ea congruere loca omnia
 eorum mensum, sed etiam loca
 illa omnia, in quibus superiore No-
 vembri fuerat visus, quod evicit
 simul & illud, Cometam utrumque
 fuisse unicum, eundemque, & il-
 lud, veram esse theoriam, quæ cum
 ejus motibus maxime ad speciem
 irregularibus tam belle consenserit.

En quæ Newtonus in eam rem
 habet Princ. lib. 3, ubi fuse agit
 de hoc Cometa, quem locum No-
 ster hic habuit ob oculos. *Perge-
 bat hic Cometa per signa fere no-
 vem, a Virginis scilicet duodecimo
 gradu ad principium Geminorum tra-*
 ter

Signatur, siue a servatis ante Cometis.
 Proin non diversas, geminasque fuisse, sed unam 1175
 Tum patuit lucem reflexam a corpore eodem;
 Plusquam dimidium quod trajecisse notatum
 Cum fuerit Cælum cursu variante, vicissim
 Nunc celerante, moras nunc longas sæpe trahente,
 Attamen hoc ad iter dein, ad notosque reductum 1180
 Calles, constabat sibi protinus; ibat in una
 Nam scissi effigie conji, legemque tenebat
 Unam, temporibus qua consonat area notis.
 Quare tam varius, tam discors iste Cometæ
 In speciem motus, tam porro legibus arctis 1185
 Nexus, & adstrictus, tam certo denique constans
 Fœdere, communique repertus jure teneri
 Tam bene, tam inviste, velut astra vagantia quæque,
 Auctori certam rationem hanc esse probavit,
 Errandique metu procul omni, & suspitione 1190
 Tum demum solertem animum, cautumque retraxit.

Proin¹ fuit in cunctos animum qui verteret acrem,
 Quorumcumque prius via erat servata, Cometæ,
 Et loca vulgaris præstabant tradita chartis,
 Nempe quæter senos elegerat ad sua visos 1195
 Tempora, & inventam rationem his omnibus aptans
 (Proh quantus labor, & numerorum denique quantæ

D 4

Amba-

ter signum Leonis, per quod pergebat, antequam videri cepit, & nulla alia exeat theoria, qua Cometa tantam Cali partem motu regulari percurrat. Motus ejus fuit maxime inaequalis; nam circa diem vigesimum Novembris descripsit gradus circiter singulis diebus; dein motu retardato inter Nov. 26, & Dec. 12 spatio scilicet dierum 15 cum semisse descripsit gradus tantum 40, postea autem motu iterum accelerato descripsit gradus fere singulis diebus, antequam motus iterum retardari cepit: & theoria, qua motui tam inaequali per maximam Cali partem probe responderet, quæque eandem observatæ leges cum theoria Planetarum,

& cum accuratis observationibus astronomicis accurate congruit, non potest non esse vera.

¹ Addit hic Noster incredibilem illum, sed felicissimum, & utilissimum laborem Edmundi Halley, qui percussus tanto illius Cometæ consensu, collegit observationes omnes, quas obtinere potuit Cometarum usque ad sua tempora accuratè observatorum, quos invenit 24, & omnium orbitas determinavit, ac in tabellam compegit, in qua singularum habentur elementa, quæ Noster hic exprimit: nimirum determinat planum orbitæ, determinando ejus inclinationem ad planum Eclipticæ, & nodos, in quibus

Ambages!) numeris loca repperit omnia prorsus
 Consentire suis, cum de tribus illa relatis
 Erueret quæcumque locis, & cuncta videret 1200
 Haud quidquam diversa prius prodire notatis.
 Ipse Cometarum proin horum elementa tabella
 Inscriptis, doctumque etiam evulgavit in orbem:
 Planitiem, Cælique plagam cujusque viai
 Edocet, & qua quæque fecet regione meantis 1205
 Terræ iter (extremas Mundi quod finge per oras
 Distendi quoque, si sit opus), spatiumque, quod extet
 A Solis medio minimum, & qua parte locetur
 Conversum, vertex transversæ scilicet axis,
 Quoque hic trajicitur, momentum temporis ipsum. 1210
 Hæc elementa tibi cum monstrant puncta secundæ
 Omnia, quæ a cono est, formæ, primæ quoque partim
 Monstrant, conspicitur dum cælo lux nova labens
 Illa Cometarum, &, quo tum directâ videri
 Nobis debuerit quocumque in tramite, certum est. 1215
 Constitit e positis id legibus; unde necesse
 Cum fuerit motus inter se mutuâ quorum-
 Cumque Cometarum necti, illæ e parte fuissent
 Si non prorsum omni veræ, e tot rebus in altâ
 Æthere servatis, rationi cum potuisset 1220
 Res quævis facile officere haud accommoda falsæ,
 Saltem

quibus ipsa orbita Eclipticam secar; minimam distantiam a Sole, quæ habetur in Perihelio, positionem Perihelii ipsius, in quo est vertex axis Parabolæ, ac tempus, quo Cometa ad id Perihelium appulit, quibus datis cetera loca omnia ad datum tempus facile determinantur methodo tradita ab ipso Halleyo. Porro illa orbitæ Parabolæ pars computata ad sensum congruit cum parte orbitæ ellipticæ, quæ verè describitur, & quidem habentur methodi, quas & Halleyus ipse adhibuit, transferendi loca a Parabolâ ad finitimam Ellipsim, ubi differentia sensibilis ostendit in majore distantia a Sole arcus adhuc

perspicui sensibilem recessum orbitæ ellipticæ a parabolica.

Porro cum adeo inter se connexæ sint omnium Cometarum orbitæ, & adeo cum Planetarum orbitis connexæ, cum quævis etiam unica observatio possit dissenso suo totam evertere theoriam, ejusmodi vero dissenso nâsqum in tanto numero observationum circa tot Cometas habitatum occurrerit; jure sane affirmât Noster, inde sine ulla dubitatione erui debere, gravitatem solarem extendi per omne id spatium, in quo Cometæ versantur, & ejusmodi gravitate ferri Cometas ipsos in orbibus, quas eadem gravitas requirit.

Saltem aliqua officisset, & una evertere cuncta
 Sat foret, atque illam mendacem ostendere prorsus.
 Quare cum numero e tanto nec dissonet una,
 Omnia sic collecta simul suffragia firmant, 1225
 Quas docui, leges gravitatis in ardua fulæ
 Illa etiam spatia, excurrunt queiscumque Cometæ;
 Unaque rerum vox Naturæ detegit artem.
 Adde ¹, quod ex illo dein tempore ad ultima demum
 Quotquot fulserunt hæc tempora nostra Cometæ, 1230
 Et servati omnes, numerisque recentibus omnes
 Suppositi, atque omnes his convenisse reperti;
 Proin ut nil Cælo constet jam certius omni,
 Nec magis quod falsi procul a regione recedat.

Sex ² velut a spatiis astrorum, atque ordine noto, 1235
 Et motu, ratio percepta est ordinis horum,
 Motusque, spatiique, ad Solem scilicet una
 Lege trahens gravitas; sic a gravitate, suaque
 Lege Cometarum fieri qui finxerat ipsos,
 Quos tum ignorabat, motus, re denique tales 1240
 Deprendit vera, motusque hos limite fixit
 Incertos certò, atque errore exemit ab omni;
 Hic & opinandi varios sic sustulit usus,
 Et magis inventos gravitatis constabilivit
 Undique firmatos ita mores: quin magis harum 1245
 Aucta

¹ Confirmat hanc tot Cometa-
 rum inductionem Cometis omni-
 bus, qui post Haleyi obitum ap-
 paruerunt, quorum orbitas subin-
 de computarunt Astronomi, & sem-
 per iisdem gravitatis legibus, &
 Newtonianæ theoriæ conformes in-
 venerunt. Halleyanarum, & se-
 quentium omnium catalogum cum
 orbitarum elementis tradidit in suis
 Astronomicis lectionibus Caillius
 vir in Astronomia potissimum sum-
 mus, quos habet 48, & postremi,
 qui superiore anno 1757 Septem-
 bri mense apparuit, orbitam com-
 putatam transmisit Viennam ad P.
 Scherfferum doctissimum e nostra
 Societate hominem, qui latine red-

ditas ibidem edidit lectiones ipsas.
 Nulla observatio e tam multis in-
 stitutis post inventam, evulgatam-
 que theoriam ipsi adversata est,
 quod quidem casu accidisse, nemo
 sibi sanus facile persuadebit.

² Lectorem hic suum remoratur
 Noster Philosophica animadversi-
 uncula quadam huiusmodi. New-
 tonus e Planetarum situ, & moti-
 bus gravitatem generalem deduxit:
 ex ipsa eruit, cuiusmodi deberent
 esse Cometarum orbitæ, quas tum
 ignorabat. Assumpsit ejusmodi or-
 bitas, & comparavit loca iis debita
 cum observationibus, quæ cum
 consenserint, fuerunt quidam ve-
 luti testes, qui quo plures exte-
 runt

Ausa fides rerum; quidquid servatur ubique
 Nimirum, numerus testantium crescit id ipsum,
 Et nihil est, quod dissideat, prorsusque repugnet.
 Et velut incorrupta, atque optima proinde, fatemur
 Judicia esse inter Cives, ubi rem neque turbat 1250
 Aut favor, aut odium, nec dives copia fandi,
 At verique secant testes, mutæque tabellæ,
 Resque ipsæ, quæ sunt certa ratione peractæ;
 Sic itidem nos de Natura recta putandum est
 Judicia exercere, quibus non jam ulla tributa est 1255
 Aut blandis commendantium pars vocibus, ulla
 Vocibus aut contra pugnacibus adversantium;
 Delatæ partes servatis ante sed omnes
 Rebus, & assiduæ collectis undique ab usu,
 Atque eadem semper testantibus; & licet inde 1260
 Obscura interdum reddantur, & indupedita,
 Quod bene res nequeas vigilanti prendere sensu,
 Insincera tamen nunquam, corruptæque constant
 Responso, ut valeant te ad fraudem cogere flecti,
 Mendacique velut fulgore abducere captum. 1265

Propterea ¹ jam non, an forte antiqua Virorum
 Rebus in his eadem steterit sententia, quæras,
 Nec nimis hanc præ Natura, rebusque moreris;
 Quanquam ita multa fides in vulgus conciliatur
 Dictis, & prisca accedit pondus ab annis, 1270
 Ut quidam pretium tantis adjungere rebus
 Optantes donent ætatibus hæc nova prisca;
 Cum Veteres nil non possint docuisse videri;
 Ambigua in multis qui sunt ratione locuti.

Hæc

runt, eo magis invento illi fidem
 conciliarunt. Hæc nimirum est ve-
 ra philosophandi methodus, in qua
 nihil auctoritati, & gratiæ, sed
 totum observationibus tribuitur,
 quæ quidem ob sensuum imbecil-
 litatem ambigunt quandoque esse
 possunt, mendaces esse non pos-
 sunt, si satis accurate instituantur.

¹ Infert jure illud, nihil nos hæc
 in remorari debere Veterum aucto-
 ritatem, nec ad assensum præstan-

dam gravitatis generalis theoriæ,
 debere investigare, an Veteres Phi-
 losophi illam agnoverint, æque
 docuerint. Adhuc tamen esse asser-
 mat quædam, quæ quibusdam vi-
 deantur indicia, quibus denotetur
 etiam Veteres agnovisse legem gra-
 vitatis decrefcentis in ratione reci-
 proca duplicata distantiarum, quæ
 Planetas circa Solem circumduce-
 ret, ac id ipsum per quædam velut
 ænigmata posteritati prodidisse.

Sunt

LIBER QUARTUS

29

Hæc igitur rentur Veteres novisse reperta,
 Qui Sene cum Samio quondam excepiſſe feruntur
 Conventus Cæli divinos, harmoniamque,
 Si non suribus, at sensu interiore stupentes,
 Et mira penitus mentis dulcedine capti.
 Propterea, Phœbum chordas agitare tremantes, 1275
 Et canere ad cytharam, sc̃tum, circumque choreis
 Exultare leves, & in orbem plaudere Musas.
 Duxisse ex vera nempe hoc ratione fatentur,
 Verborum obſcuris atque involviſſe latebris.
 Diverſæ inter ſe ſi vi non imparo chordæ 1285
 Tendantur, varios percuſſæ peſtine reddent
 Illæ, quod tentans facile experiere, ſonores:
 At ſi diverſis contra tantum una trahetur
 Ponderibus, ſingillatim quæ mutuâ ſefe
 Excipiant vario pro tempore, quæque viciffim 1290
 (Sed verſa vice) ſiat, ut longi nempe priorum
 Chordarum tractus, repetas ſi quemlibet in ſe,
 Illa ſonos iterat ſola omnes, prorſus eodẽm,
 Nunc hos, nunc illos (iteres ſi ad ſingula pulſum
 Pondera) multiplex quois nuper chorda tremebat. 1295
 Quare, chordarum referunt quæ pondera tractus,
 Quos in ſe repetas, inverſoque ordine nectas,
 Unam nimirum extendentia pondera chordam
 Efficere harmoniam poſſunt, ſenſumque movere
 Suaviter, & dulci perfundere peſtora motu. 1300
 Conſimile eſt quiddam, ſi circum obeuntia Solis
 Extendas vires in ſidera; ſcilicet ipſas
 Concipias Solis vires vaga in aſtra, Cometaſque

Inten-

Sunt nimirum, qui credant huc
 reſperiffe harmoniam illam, & con-
 cernum cæleſtem, quem a Philo-
 ſophis quibuſdam, ut a Pythagora,
 Samio nimirum cive, exauditu o-
 lim Veteres prodiderunt, ut & Phœ-
 bi cytharam, ac Muſarum cho-
 ras. Nam illud conſtat, chordas
 æque tenſas diverſæ longitudinis,
 diverſos ſonos edere, nimirum eo
 graviore, quò longiores ſunt:
 quod ſi ad chordam eandem ten-

dendam adhibeantur diverſa pon-
 dera alia poſt alia, quæ ſint in ra-
 tione reciproca duplicata priorum.
 longitudinum chordarum æque ten-
 ſarum, eodẽm haberi ſonos, qui
 habebantur prius. Hinc arbitran-
 tur vires gravitatis, quæ ſunt iti-
 dem in ratione reciproca duplicata.
 diſtantiarum, ſive intervallorum,
 quibus Planetæ a Sole, nimirum a
 mythologico Veterum Phœbo di-
 ſtant, illis ponderibus, & diſtantiæ
 hæc

Intendi varie, proin & diversa referre
 Pondera posse, minora quidem crescentibus ipsis 1305
 In sese spatiis repetitis, quæ videantur
 Proin vice chordarum fungi, queis nempe vicissim
 Nexa inter sese mediis sint astraque, Solque.
 En igitur species concentus, harmonizque,
 Qua Cæli varios per motus consonat ordo, 1310
 En Phœbus vocem inflectens, cytharamque retentans,
 Elliciensque melos varium, & discrimina vocum
 Pluribus e chordis jucunda, jubensque Camœnas
 Ire, redire vias circum, & glomerare choreas
 Per varios ductas flexus, pulchrosque per orbes, 1315
 Scilicet astra quibus circumvaga corripiuntur.
 Mos erat hic olim, Veteres quæ multa docebant,
 Indoctam plebem celare, animosque profanos,
 Et procul ipsas res, tenuique in parte referre,
 Credebant fidis tantum quas auribus, atque 1320
 Tentatis animis per dura, per aspera longum,
 Scilicet integris vitæ, egregiique silentij.
 Quamvis hæc igitur solers magis esse videri,
 Quam mihi vera queat ratio, qua creditur ætas
 Prisca Virum Solis vires texisse trabentes 1325
 Voce sub harmoniz, quam desuper æthere ab alto
 Demissam in terras jactabant cominus illi
 Sese, dum Cælum convertitur, exaudire,
 Inter & esse choris, vulgo admirante, Deorum,
 Haud nimium pugnem, rem tantam auctoribus illis 1330
 Tu quoque si dones, neque tum latuisse rearis.
 Quidquid ¹ id est, alios usus, moremque sequuti

Nos,

hæc illis longitudinibus expressas,
 quæ sonorum discrimina exhibent
 ad harmoniam necessaria; has esse
 chordas Phœbeæ cytharæ, & Pla-
 netarum orbiculares motus esse illas
 Musarum choreas.

Et quidem agnoscit ultro Noster
 fuisse hunc Veteribus morem, ut
 abstrusiora quæque, & sublimiora
 Philosophiæ arcana symbolicis qui-
 busdam notis, & vulgo imperviis
 obtegerent, revelanda studiosis tan-

tummodo, & Philosophiam appe-
 tentibus; adhuc tamen ingeniosior
 illi videtur, quam solidior hæc con-
 jectura de Veterum notitia gravi-
 tatis decrescantis in ratione recipro-
 ca duplicata distantiarum.

1 Improbatur hic jure cum morem
 tradendi Philosophiam involutam
 mysteriis ejusmodi, & Naturæ ar-
 cana satis per sese abdita, & ab-
 stracta, magis adhuc obducendi ca-
 ligine, & obruendi, per symboli-
 cas,

Nos, quæcumque datum est reperire, suisque latebris
 Eruere intestum, clavis evolvere dictis
 Conamur, superasque palam proferre sub auras. 1335
 Naturam satis est variis se obducere formis,
 Prætentaque suas artes caligine velle
 Sepire, in cæcos atque abdere sponte recessus;
 Quid tenebris tenebras, nocti juvat addere noctem?
 Quæve hæc ambitio est, minus, intellecta, morari, 1340
 Nostra ut sint, alii quam ne secreta locutos
 Non admirentur, studioque sequantur inani
 Propterea, Phœbi quasi cæca oracula captent?
 Suspecti tibi sint certe, qui ostendere Verum
 Dum spondent, famæ magis inservire videntur; 1345
 Illud enim qui vidit, idem proponere vulgo
 Protinus, oblitus jam tum famæque, sui que,
 Exundante animi mira dulcedine, gestit,
 Illius & late prolatam expandere lucem.

Sed jam ad finitima, & veluti cognata reperta 1350
 Progrediamur ab his paulatim, ad cetera porro
 Multa; resectorum procul est quippe ultima rerum
 Meta, & adhuc longi cursûs pars magna relicta est.
 Ergo hinc indicium certum est, in Sole receptas
 Non tantum vires, quibus ad se cuncta reducit; 1355
 Munus at hoc omnis late, quæcumque sit, esse
 Materiæ, partes ad sese illius ut omnes
 Contendant, omnesque trahant, pariterque trahantur,
 Sintque graves omnes, quotquot sunt, undique in omnes,
 Plusve, minusve, velut sunt intervalla minora, 1360
 Seu majora, in se repetita, ut sæpe tibi ante

Dixi-

cas, & intellectu difficiles expres-
 siones. Claritati in primis debere
 operam dare eum, qui Philoso-
 phiam docere velit, solidum uni-
 versi humani generis fructum ex-
 quirendo, non vanæ gloriæ ina-
 nem fumum captando.

1 Confirmata per Cometas gra-
 vitate in Solem ulterius progredi-
 tur, ut demonstret, gravitatem ip-
 sam esse generalem, & mutuam
 inter omnes particulas materiæ, ut

omnes particule æquales æque se
 mutuo trahant in iisdem distantis,
 & in diversis in ratione reciproca
 duplicata distantiarum, quam ra-
 tionem reciprocā duplicatam in-
 telligi vult, ubicumque de gravi-
 tate agens eam dixerit respondere
 distantis, licet id ipsum aperte non
 exprimat per illud suum distantias
 in se repetitas, spatia in se repe-
 titas.

Diximus, & sæpe est dicendum, & omittere si fors
Contingat quandoque, vide, ne prorsus omittas
Percipere ipse animo, & sensa hæc adjungere verbis.

Argumenta ¹ probent, genus id, tibi plurima verum, 1365

Sed longum nitidis, durumque evolvere verbis

Cuncta sit, ipse legam pauca, & potiora docebo.

Astrorum quæ forma vagantum est? nonne globosa?

Nonne Cometarum pariter? prælata sit una

At cur hæc aliis? qua se ratione tueri

1370

Contra omnes queat, & nunquam decedere victa?

Nempe trahit pars una aliam, trahiturque vicissim

Affimili vi, nostra trahit qua corpora Tellus,

Tellurem qua Sol trahit, & vaga sidera circum.

Ulla sit an ratio, partes qua pergere molis

1375

In latus hoc potius, quam possint illud? oportet

Quapropter totum tendendi in corpus oriri

Vires a junctis nimirum viribus, omnes

Queis singillatim in partes connititur omnis

Undique pars, quocumque loco sita quælibet extet, 1380

Dextrorsumve, sinistrorsumve, extrave, vel intra.

Mutuus in cunctis proin natus partibus extet.

Possis ² hunc etiam cognoscere, corpora quæque

Oppo-

¹ Proferre incipit ea, quæ probent, gravitatem esse mutuam inter particulas omnes. Primum est figura globosa astrorum. Ea oritur in nostra Tellure a vi gravitatis, quæ quævis particula tendit in Terram, & ex principio actionis, & reactionis æqualium, tota Terra in quamvis particulam, quemadmodum ostendimus lib. 2 ad vers. 359. Igitur & ibi a simili vi mutua oritur ejusmodi figura, quæ nec orta fuisset, nec tam constanter conservaretur sine ejusmodi vi mutua. Est autem ea vis ejusdem generis, ac vis, qua in Solem gravitant Tellus, & Planetæ, ac Cometæ. Nimirum hæc gravitas dirigitur ad omnes Solis particulas, & est omnium particularum Terræ, aut alterius Planetæ; non unius potius, quam al-

terius, in unam, quam alteram. Transferatur particula Terræ in Solem, adhuc ibi in alias gravitabit, ut prius gravitabat, adeoque & reliquæ partes materiæ existentis in Sole in se invicem gravitant, & sic de reliquis. Hoc jam est quoddam validum indicium gravitatis mutue, & ad idem pertinentis genus virium.

² Progreditur inde, & infert, gravitatem esse mutuam etiam inter Solem, & Terram, inter Solem, & Planetas Primarios, ac inter Primarios, & suos Secundarios: ut itidem inter Terram, & Lunam exemplo nimirum particularum globosæ figuræ in se mutuo agentium vi, quæ, cum possit, debet ad idem virium genus referri.

Oppositis quod agunt æqualiter, & quod aguntur
 Frontibus inter se; quæ corpora proinde trahuntur, 1385
 Ipsa etiam trahere, & contra, fateamur, oportet.
 Mutua propterea Solem vis astra trahentem
 Viribus oppositis gravitatis in astra vicissim
 Efficit adniti consurgere, quæque Secunda
 Saturnumve, Jovemve petunt, simul astra necesse est 1390
 A Jove, Saturnove peti, & quoque vincere victa.
 Nostraque Terra etiam, dum Lunam adducere tentat,
 Atque gravem facit, in Lunam gravis ipsa feratur,
 Est ¹ opus: hoc vario tumor æquoris indicat æstu,
 Qui sequitur Lunæ cursus, auditque moventem. 1395
 Sena ² quoque inter se nituntur viribus astra;
 Proin turbare suos cursus vicina videntur:
 Quod noscas, subter propior cum Juppiter astat
 Saturno, comitumque agitantur utrinque cohortes.
 Mutuus hic amor est, coeant, junctique ferantur, 1400
 Abripiat vis invites vi major in orbem
 Quemque suum, procul & cognato a lumine flectat.
 Illis proin paulum Cæli, quas diximus ante,
 Legibus a ternis decedere quemque notamus;
 Quin ³ vaga cætera ab his decedere tempore longo 1405
 Astra

1 Gravitatem Terræ in Lunam confirmat argumento petito a maris æstu, quo maria intumescunt, & versus Lunam assurgunt; cujus quidem phenomena quam accuratè respondeant gravitati partium omnium Terræ in Lunam, ac Solem, patebit inferius.

2 Mutuam esse gravitatem etiam inter Planetas primarios illud indicat, quod hic addit, Jovem, ac Saturnum, cum ad se invicem accedunt, turbare motus suos, & Sæclerum suorum, ac illud etiam, quod in omnibus Planetis apparent aberrationculæ quædam a tribus Keplernianis legibus, unde oritur etiam illud, quod Astronomicæ tabulæ, posteaquam aliquo tempore satis accurate consenserunt cum obser-

vationibus, incipiant dissentire. An non hæc omnia proveniant ab actione mutua perquam exigua illa quidem, respectu gravitatis in Solem, cujus moles est tanto major, sed non aut penitus nulla, aut etiam effugiente omnem sensum.

3 Huc usque omnia illa Naturæ phenomena, quæ initio hujus libri præmiserat, adhibuit pro determinatione gravitatis generalis per analysim quandam investigata, & e phenomenis deducta. Hic jam adhibet analogiam, & simplicitatem Naturæ, & ejus vi, quæ inventa sunt in tot corporibus, & corporum particulis, transfert ad omnes particulas materiæ, eas etiam, circa quas experimenta, & observationes immediatas non habemus, vel

Astra (moventur enim paulum turbata vicissim),
 Ut Tabulæ illorum loca, tempora, mobilitates,
 Et spatia, & cursus referentes ordine certo
 Incipiant sæclis confectæ errare vetustis,
 Mutato Cælo haud mutatæ scilicet ipsæ,
 Poscere & incudi se reddier, & renovari,
 Atque iterum ex obitu florente ætate renasci.

1410

Simplice nitatur porro cum pergere semper,
 Quidquid agit Natura, via, nec in omnibus unam
 Non spectet rebus rationem, consimilemve;
 Jam fateare, opus est, proprium quoque materiali
 Scilicet hoc omnis munus trahere esse, trahique,
 Cum quæ subiecta est nobis, trahat, atque trahatur,
 Quo possunt sensus pertingere cumque, trahentem,
 Tractam & materiem servantibus undique nobis.

1415

1420

Nonne sat esse queant proin tot servata, videri
 Cunctis corporibus gravitas ut possit inesse,
 Quorum in se partes nitantur viribus æquis
 Æquis in spatiis; sed cum sunt impare tractu
 Distantes illæ, vires minuantur eundo
 Non alio, quam quo firmatum est, more? videtur
 Quandoquidem par esse, ut, quidquid possit ab ipso
 Munere deduci, cum tu deduxeris, atque id
 Deductum porro servatis congruat apte,

1425

Res

vel etiam circa quas habere non possumus. Id quidem jure, ex principio inductionis, cujus vim exposuimus in supplementis ad lib. I §. 11.

Ille quidem eodem analogiz principio addit vires ejusmodi servare rationem reciprocā duplicatā distantiarum, quam invenimus in gravitate Planetarum Primariorum in Solem, Secundariorum in Primarios, ac Lunæ, & nostrorum gravium in Terram. Ego ejusmodi rationem cenſeo etiam in majoribus distantis, adeoque in iis etiam casibus non esse accurate talem, sed ad eam accedere quamproximè, ita tamen, ut in minimis

distantis, in quibus particulæ sibi quam proximæ in se invicem agunt, recedat plurimum ab ea lege, cum aliam generaliore sequatur, quæ ad reciprocā duplicatā distantiarum accedat in majoribus tantummodo distantis, quam sententiam & Noster exponet pluribus tomo quarto. Verum id nihil turbat ea omnia, quæ in hoc tomo pertractabuntur, & quæ pertinet ad vires agentes in ejusmodi distantia, in qua illa lex quadrati distantie reciproce sumpti servatur quam proxime.

Posteaquam ad legem gravitatis generalis evasit per analytium cum Nevvtono, jam ea assumpta, ut per

per

Res quoque, quæ nequeant seruari, esse rearis 1430

Consimiles aliis, deductas utpote eadem

Duntaxat ratione; super quia nulla profecto est

Præterea ratio, atque aditu præcludimur omni.

Tanti proinde Viri vestigia fixa premendum est,

Ire, redire vias Naturæ simplice filo

1435

Qui novit, textumque hoc grande retexit omnes

Scrutatas vires, sua nec vestigia flectens

Usquam alio, quam quo detectæ denique ducunt

Vires, ipsa viget per quas fecunda, novando

Incubat & foetu Natura, auctumque ministrat.

1440

Sic etiam invento capiuntur sæpe cubili

Per nemus hirsuta teneri cum matre catelli.

Quare age, materia cum mutua constat in omni

Undique vis, quid jam fieri tum debeat, & quæ

Plurima sint exinde orientia munera, nosce.

1445

Principio ¹ punctum si conducatur in unum

Moles materiæ quævis, pariterque receptet

Alterum item in punctum se corporis altera moles,

Ast impar, quacumque velis ratione, priori;

Illa prior rapietur in hanc, rapietur in illam

1450

Hæc quoque; visque, prior qua nititur, est opus æqua

Alterius sit vi nitentis, nam manifestum est

Æqualem vim vi, cum sese mutua raptant.

T.II.

E

Sin-

per synthefim delabatur itidem cum Newtono, & ad illa, unde ipsam derivaverat, & ad alia, quæ prius non innoverant, proponit hic investigandum, quid ex eo virium principio consequatur.

¹ Primo quidem deducit illud: si binæ massæ utcumq; inæquales concipiantur per compenetrationem redactæ ad binæ puncta, singulæ ad singula; tota vis, qua tota massa prior tendit in totam secundam, erit quidem æqualis toti vi, qua tota secunda tendit in totam primam; cum nimirum, si concipiantur omnia binaria, quæ possunt constituere singulæ particule massæ alterius, cum singulis alterius, ex vires componantur ex æquali numero binariorum virium æ-

qualium, quæ in binas quasque æquales particulas æque agunt: sed vis, qua quævis particula primæ massæ urgebitur in totam secundam non erit æqualis vi, qua quævis particula massæ secundæ urgebitur in totam primam, sed major, vel minor in ea ipsa ratione, in qua e contrario numerus particularum massæ secundæ est itidem major, vel minor, quam numerus massæ primæ. Nam illa quidem componitur e tot viribus æqualibus, quot sunt particule massæ secundæ, hæc a tot viribus, quot sunt particule massæ primæ. Erit igitur vis puncti cuiusvis massæ tendentis in aliam massam pari distantia, ut massa, in quam tenditur, non ut massa, quæ tendit.

Singula sed quæ vis punctum unumquodque prioris

Materiæ raperet, sic puncta & in altera ferret,

1455

Par foret haud illi contra vi, quodlibet iret

Qua punctum alterius stipata ad puncta prioris,

Sed tanto major, quanto puncta altera plura.

Vis, in congerie quapropter quodlibet una

Qua rapitur punctum, debet pendere trahentis

1460

Punctorum a numero; numerus nihil hic suus addit

Punctorum; properat quoniam unumquodque, sua vi.

Et ¹ quia mobilitas oritur vi, non ea certe

Materiæ raptæ respondet, sed rapienti.

Sic superà æquali lapsu celerare probatum est

1465

Scilicet in terram parva, atque ingentia eandem

Pondera. Quapropter gemina ratione necesse est

Mutari vim posse, hæret quæ in corpore tracto,

Mutato aut numero punctorum nempe trahentium

(Quo crescet crescente, minutoque imminuetur),

1470

Interceptorum mutato sive locorum,

Quo distant, spatio, veluti jam diximus ante.

Sic ab inæquali gemino si corpore moles

Una trahatur (at intervallum utrinque sit æquum)

In majus major tendet vis, dupla, quaterna,

1475

Denave, vel centena; illud duplove, quaternove,

Aut si sit deno, aut centeno corpore demum.

Sin ² tum sint spatia imparia, imminuetur ibidem

Pro

¹ A vi puncti cujusvis massæ tendentis transit ad celeritatem genitam in ipsa massa. Celeritas genita in quovis puncto erit proportionalis vi ipsum urgenti. Sed celeritas totius massæ dicitur ea ipsa, quam habet quodvis ejus punctum. Igitur & massæ tendentis totius celeritas erit, paribus distantis, proportionalis massæ, in quam ea tendit, quin ejusmodi determinatio ullo modo respiciat massam ipsam tendentem.

Hinc autem oportebit distinguere in massa quavis tendente duplex virium genus, vim motricem, quæ in nostris terrestribus gravi-

bus est idem, ac pondus, & ea est proportionalis, pari distantia, tam massæ, quæ tendit, quam massæ, in quam tenditur; ac vim acceleratricem, quam plerumque intelligimus solo nomine vis gravitatis, & ea paribus distantis est proportionalis soli massæ, in quam tenditur, quin ad ejusmodi determinationem pertineat ullo pacto massæ, quæ tendit.

² Addit, quid accidat, ubi distantia sunt inæquales; nimirum sunt vires præterea in ratione reciproca duplicata distantiarum. Graviter punctum in unam massam, & aliud in aliam quadruplo, seu cen-

Pro spatlis in se repetitis ; quæque quaterna ,
Aut centena foret vis , unum cum remouetur
Seu bis , seu decies corpus , fit non nisi simplex ,
Exæquatque alli sese , atque hinc plurima tute
Ire per exempla , & vim quamque putare valebis .

1480

Si vero non sint , ut finximus , utraque nuper
Corpora densata , & geminum facientia punctum ,
Revera ut non esse videmus , nec queat esse ;
Majus opus , majorque labos , ars major ibidem est
Quærere vim , in molem qua moles altera tendit .

1485

Esset opus primo vim quærere , quodque prioris
Qua punctum in molem rapitur ; celeratque secundam ,

1490

Viribus e totidem constantem , compositamque
Nimirum , sunt alterius quot singula puncta ;
Colligere hinc primæ vim totam , viribus omnium

Unâ a punctorum conjunctis exorituram ,
Quæ quia sese inter vicinos puncta , valentesque

1495

Ob raptus corpus coalescunt omnia in unum ,
Mutuum ob auxilium præsensque ut conficit urbem

Unam conjunctus populus , debere fatendum est

Unum hæere alii , dum pellitur , & simul una

Omnia mobilitate moveri , quæque minorem ,

1500

Majoremque inter media est : nani quodlibet unum

Non æque punctum a punctis raptantibus extra

Cum distet , non æquam itidem vim percipit illinc ;

E 2

Cum-

centuplo majorem , sed positam in
dupla , vel decupla distantia : eo-
rum gravitates erunt æquales : nam
secunda gravitas ratione massæ de-
beret esse quadruplo , vel centuplo
major , & ratione distantiz itidem
quadruplo , vel centuplo minor , a-
deoque vires ejusmodi æquales re-
manent . Facile est alia ejus generis
templa sibi deligere , quot libuerit .

Hæc , quæ dicta sunt , perti-
nent ad massas , quæ concipian-
tur compenetratæ singulæ in sin-
gulis punctis : quod si particulæ aliæ
extra alias positæ sint , ut debent
esse , & aliquam molem constitu-
ant , res est multo operosior . O-

portet determinare summam viri-
um , quibus quodvis punctum mas-
sæ tendentis tendit in omnia pun-
cta massæ alterius , habita etiam ra-
tione directionum diversarum , quæ
ad eandem quandam communem
reduci debent : tum colligere sum-
mam virium , quas habent singu-
la puncta massæ tendentis constan-
tes ex prioribus illis summis , fa-
cta hic etiam reductione ad medi-
am directionem communem : nam
ob nexum punctorum eam mas-
sam constituentium orietur in ea ve-
locitas respondens ejusmodi vi me-
diæ collectæ ex summarum summa .

Cumque plagæ variant etiam, in quas quodque agitur,
 Confit diversis regio regionibus una 1505
 In medio, qua puncta simul connexa ferantur.

Verum¹ has ad vires generatim perspicendas,
 Et, quæ sint, omnes censendas cominus ire
 Difficile est plusquam possint contendere Musæ,
 Celsior exsurgit Permessi vertice mons hic, 1510
 Et longe divisus, & invius extat ab illo:
 Difficile est etiam hunc jam prima ab origine fontem
 In varios huc, atque illuc deducere rivos:
 Accedam sed jam ad deductos, ac per apertum
 Aggere dimoto veluti telluris euntes, 1515
 Quos & trajicere, & vada pertentare queamus,
 Et quemque a proprio metiri, & noscere fundo.

Intra² si crustam quavis de parte globosam
 Punctum ubicumque loces unum, quod lege trahatur
 Jam tibi supposita, immotum perstabit ibidem, 1520
 Sentiet & vires, nec victum viribus ibit,
 Librantur quoniam oppositæ, officiuntque vicissim.
 Hoc³ fit item, primam coni si crusta figuram
 Proscissi referat, similem utraque, scilicet intra
 Et quæ clausa latet, quæque extra inflectitur, atque 1525
 Inter se quibus est punctum commune relatis
 In medio; interno siquidem vicinius uni

Tum

1 Jure affirmat hanc perquisitionem esse maximè arduam, & Musis penitus inaccessam; adeoque pollicetur tantummodo, se enunciaturum quædam jam ab aliis inventa, & demonstrata. Generales methodos cum aliquot præcipuorum theorematum deductione proferemus in supplementis.

2 Primo loco profert theorema hujusmodi. Si punctum materię locetur intra crustam sphericam, five orbem sphericum terminatum binis superficiebus sphericis concentricis; id punctum ibi nullam vim sentit, viribus oppositis se mutuo destruentibus hinc, & inde. Id theorema, ut & sequentia, quæ

hic profert, a Newtono demonstratum fuit non pro orbe tantummodo, sed etiam pro simplici superficie spherica.

Idem affirmat etiam in orbe elliptico accidere, clauso nimirum binis ellipticis superficiebus concentricis similibus, & similiter positis. Innuir & rationem; quod nimirum si punctum illud accedat ad alteram orbis partem magis, quam ad alteram, quanto plus vivida sit vis punctorum propiorum trahentium in unam plagam, quam punctorum trahentium in oppositam, tanto itidem accurate minor sit horum numerus, quam illorum. Inde autem deducit illud; punctum in spacio vacuo

Tum lateri atque axi statuas si ductile punctum,
 Parte venit propiore vigor mage vividus urgens,
 Languidior parte ex alia, at numerosior instat; 1530
 Materiæ magis est tantundem namque trahentis;
 Utraque proin momenta æquo conamine pollent,
 Nec statione sua possunt deducere punctum,
 Ejus nec possunt motum turbare receptum
 Fors alia a causâ, nec demere, & addere quidquam, 1535
 Quin ratione una peragatur, qua fuit ortus.
 Obstabunt ¹ tamen his, si non hæc crusta sit æquæ
 Circum densa; at eam si vestiât altera crustam
 Extra, aut interius diversa, atque altera porro
 Cortice dissimili, & condenso plusve, minusve 1540
 Obtegat; ille status puncti haud mutabitur, ut si
 Una sinu quævis ex illis claudat inani:
 Propterea neque erit, queat ut mutarier una
 In crusta, quæ, qua crassa est, hoc ordine eodem,
 Quo multæ a medio, fiat mage densa, minusque. 1545
 Extra ² materiæ faciem nunc pone rotundæ
 Punctum, raptus erit mediam illius in regionem,
 Ac si materies densata ibi tota coisset,
 Directus; quanquam sunt puncta trahentia multa
 Materiæ hanc citra regionem, proin magis ad se 1550
 Adducentia, & ultra itidem sunt plura locata,

E 3

Pro-

vacuo constitutum intra ejusmodi
 orbes debere perseverare in statu
 quietis, vel motus uniformis in
 directum, in quo forte sit positum
 ab alia causâ quacumque, tanquam
 si ille orbis non adesset.

¹ Hic monet illud, hujusmodi
 æquilibrium turbari, si materia in-
 tra eum orbem constituta non sit
 ubique densitatis ejusdem, quod
 quidem patet; si enim æqualis den-
 sitas æquilibrium inducit, inæqua-
 lis jam ipsum tollit. At si alii, at-
 que alii sint orbes ejusmodi inclusi
 orbibus, & densitas sit quidem ead-
 em in orbe quovis, sed in diver-
 sis orbibus utcumque diversa; ad-
 hæc æquilibrium idem fore; quod

itidem patet; si enim singuli orbes
 nullam inducunt vim, nec omnes
 simul ullam vim possunt inducere,
 cum nihilorum summa quævis sit
 nihilum.

² Considerat jam hic punctum
 positum extra superficiem sphæri-
 cam. Affirmat autem, id punctum
 debere attrahi ab omnibus simul
 eadem prorsus vi, qua attrahere-
 tur, si omnia superficiæ attrahen-
 tis puncta essent compenetrata in
 centro sphære. Propiora quidem
 trahunt magis, quam si ibi essent,
 remotiora minus; quæ sunt ad late-
 ra, trahunt oblique directione re-
 ducenda ad mediam; sed habita
 ratione eorum omnium, geome-
 tricè

Proptereaque minus rapiëntia; quæque jacebunt
 Hinc illinc puncta, obliqua ratione movebunt,
 Proin vis conspirat partim, & partim perit ipsa.
 His e principiis si summam educere motus
 Jam cupies omnem, nosces vim prorsus eandem
 Esse, acsi media facies regione coiret;
 Proin huc extrorsum punctum contendat, oportet.
 Fiet idem, solidus si sit globus, & varianti
 Natura, ut libeat, repletus materiali,
 Tractibus e medio tamen ut densetur in æquis
 Æque, nec spatio varietur, ni variato.

1555

1560

Rebus¹ ab his facili possis cognoscere risu,
 Si duo sese orbis, solida vel mole vicissim
 Hinc, atque inde globi raptent, ut quodlibet unum
 Unius punctum nitatur quodlibet unum
 Ad punctum alterius, queis dixi legibus ante;
 Non agere hanc aliter gravitatem mutuam utrinque,
 Quam si utrinque suam conducere se regionem
 In mediam fingas ea corpora, nec nisi bina
 Ut persistent totas vires servantia puncta.
 Legem igitur, duo quam sese inter puncta trahendi
 Servant, materiæ vel magna a mole necesse est
 Servari, in geminos ea si conflata sit orbis,
 Pro spatio, ut dico, media a regione utriusque.
 Propterea vasti palantia sidera Cæli

1565

1570

1575

Cum

trice demonstratur ita omnia compen-
 sari, ut exsurgat eadem vis,
 quæ haberetur punctis omnibus in
 centro sphaeræ constitutis.

Hinc autem consequitur illud,
 quod subdit, si globus constet ma-
 teria, quæ circumquaque in eadem
 a centro distantia eandem habeat
 densitatem, utcumque eandem mu-
 tet in progressu a centro ad super-
 ficie; adhuc tamen punctum po-
 situm extra ipsum debere attrahi,
 uti attraheretur, si ea omnis materia
 esset collecta, & compenetrata in
 centro sphaeræ.

1 Illud statim inferit, quod inde
 facile colligitur, nimirum si duo
 globi adsint, quorum puncta se mu-

tuo trahant in ratione reciproca du-
 plicata distantiarum, ac in pari a cen-
 tro distantia circumquaque habeant
 singula eandem densitatem quamvis,
 etiam alterum globum ab altero de-
 bere trahi ita, ut traheretur, si om-
 nis materia in suo utriusque centro
 compenetrata coiret; adeoque in
 hac gravitatis lege globi integri in-
 gentes eandem servant legem, quam
 particulæ minimæ, sive singula pun-
 cta, nimirum itidem reciprocam
 duplicatam distantiarum. Quam-
 obrem cum alstra sint formæ ad
 sensum globosæ; vim ipsorum mu-
 tuam debere eandem pariter legem
 sequi.

Cum sint, ut sensu deprendis, fronte rotunda,
 Horum hac si partes raptentur lege, vicissim
 Hac ipsa debere trahi quoque tota fatendum est.
 Hoc ¹ aliis in mille, velis quas fingere cumque, 1580
 Materiae fieri non possit legibus; ergo
 Scrutantes quidam; quid Mundi illexerit ipsum
 Artificem, legem ut voluisset material
 Ponere, quam doceo; multis rationibus addunt.
 Hanc etiam, totis communem scilicet istam 1585
 Corporibus legem, queiscumque & partibus esse
 Illorum exiguis, &, quo libet, usque minutis.

Præterea ² duo puncta globorum sulca duorum
 Frontibus externis si sustineantur (ut ipsi
 Materia simili, non æqua mole sed extent), 1590
 Quantum distabit media a regione pilai
 Quodque suæ, tanta vi connitetur in ipsam;
 Et quamvis tum forte globo includatur in uno
 Tantum materiae, quanta constare minores
 Hos alios octo posses; non major ibidem. 1595
 Tanto vis erit ipsa, at duplo scilicet; illud
 Ut duplo a media punctum regione recessit
 Plus quam aliud. Ratio est horum manifesta profecto;
 Namque rotunda trahunt duo sic ea corpora, punctum
 Quodque suum, veluti traherent, utriusque coacta 1600

E 4

Un-

¹ Hic innuit illud, quod Maupertuis protulit ad finales causas pertinens; nimirum cum hoc soli conveniat rationi reciproce duplicatae distantiarum inter infinita numero legum aliarum genera, idcirco hanc legem perfectissimam esse, & ab Auctore Naturæ debuisset aliis anteponi.

Id quidem Noster commemorat tantummodo, nec probat, nec reprobat. Ego quidem nec video; ut debeat censeri omnium perfectissima ea lex, in qua globi eandem habeant legem virium, quam puncta, cum nec ea mihi quidem videatur ingens perfectio per sese, & ea ipso, quod habeatur in glo-

bis, haberi in reliquis figuris non possit; nec arbitror idcirco eam eligi debuisse, aut electam esse, cum non nisi in globis continuis perfectis, & pari a centro distantia homogeneis habeatur, globi autem ejusmodi in Natura nulli sint etiam in communi sententia de continua extensione materię. Et quidem in mea theoria hæc ipsa lex decrescendi in ratione reciproca duplicata distantiarum nusquam accuratè observatur, sed in magnis distantis ad eam acceditur tantummodo quam proxime, in minimis ab eadem in immensum receditur.

² Inde illud deducit, si duo puncta collocentur in superficiebus binorum

Undique si medias introcessisset in oras
Materies; sed tum majoris quælibet æqua
Particula e medio vis quarta parte vigeret
Tantum, nam spatii distaret duplici tractu.

Quare si major quater esset particularum
Istarum numerus, vis tum foret æqua; necesse est
Ergo ut sit duplex, si bis quater iste sit auctus.

1605

Hoc¹, licet, extendas generatim ad corpora quæque

Assimilis formæ, & naturæ, ad dura metalla,

Aut lapides geminos in quadrum, pyramidis

1610

In speciem sectos, vel coni, aut forte cylindri,

Vel rhombi, alterius cujusvis sive figuræ,

Excurrat quæ in planities quocumque; locabis

Bino, quodque suo, genus id, nam corpore supra

Si duo puncta situs parili ratione, trahetur

1615

Quodque suo tanta vi, respondentibus oris

Metiri quantam, laterisque excursibus ipsis,

Cui situs assimilis proprio sit corpore, possis.

Quandoquidem similes si in partes quodque secetur

Corpus, & æquali numero, quocumque libebit,

1620

Quæ-

rum globorum homogeneorum alterum in altera, vires non fore ut massas, sed ut diametros, seu radios globorum ipsorum; ut nimirum si altera diameter sit dupla alterius, licet ille contineat octuplo plus materię, quam hic; adhuc tamen vis in illum non octuplo, sed duplo sit major. Nam si utriusque materia coiret in centro, remanente puncto gravitante, ubi prius erat superficies; distantia a primo centro erit duplo major, quam a secundo, adeoque erit quidem vis ratione massę octuplo major, sed ratione distantię quadruplo minor, & proinde compositis rationibus major duplo tantummodo. Vis generaliter erit ratione massę directè ut cubus radii, ratione distantię, quæ æquatur radio, reciproce ut quadratum radii, adeoque simul ut radius.

1 Extendit hic idem theorema generaliter ad omnes figuras similes solidas, in quarum superficie si capiuntur bina puncta homologa, sive, quæ sibi respondeant æque ad ipsas figuras relata, & in iis collocentur bina puncta attracta hac lege, erunt vires in singula ejusmodi solida, non ut massę, quæ sunt in triplicata ratione laterum homologorum, sed ut latera ipsa tantummodo. Nam si utrumque solidum dividatur in eundem numerum particularum perquam exiguarum similitum, & similiter positarum; erit quidem in singulis massa, ut sunt tota solida, sive in ratione triplicata laterum homologorum; erit autem distantia ab ipsis in ratione simplici eorundem, ut ex ipsa similitudine patet; adeoque ratio composita ex directâ simplici massarum, & reciproca duplicata distantiarum, erit

Quævis materiem comprehendet pars ea tantam,
 Excurrens quantam referet latus, ante quod in se
 Tu repetas semel, atque iterum, at distabit, ut ipse est
 Excursus lateris; proin punctum quodque trahetur
 Vi, quæ materiem respectet corporis omnem, 1635
 Nempe bis in sese repetito pro latere, atque
 Vi simul, inverso repetitum quam semel illud
 Ordine designet; quæ vis facit utraque juncta
 Vim, lateri quæ, sicut id est, respondeat ipsi.
 Propterea binis simili super axe figuris 1630
 Conuersis, quæ sint primo de segmine coni,
 Seque inter similes, si fiant corpora bina
 Haud minus inter se simili constantia forma,
 Atque utroque super duo si regione locentur
 Puncta itidem simili; pariter nitetur utrumque 1635
 Ovi quodque sui in medium, nisumque valebis.
 Quemque suis spatiis medio ipso æquare relatis.
 Jam¹ facile agnoscas, cur non grave corpus, ab alto
 Vertice si turris demittitur, illicet ejus
 Murorum ad moles vicinas, atque trahentes, 1640
 Sed

erit composita ex triplicata directâ,
 & duplicata reciproca laterum ho-
 mologorum, adeoque erit ratio
 simplex eorundem. Vis autem in
 tota, quæ componitur ex iis viribus
 agentibus secundum directiones
 prorsus homologas, & in eadem
 ratione, in eadem itidem ratione
 esse debet.

Addit autem idcirco, si fiant duæ
 sphaeroides ellipticæ ex conversione
 circa proprios axes homologos bi-
 latera Ellipsium similium, & col-
 locentur puncta gravitantia in pun-
 ctis homologis superficierum earun-
 dem sphaeroidem, fore vires com-
 positas, quibus tendent ad medium,
 a ratione directâ simplici distan-
 tiam a centro; cum nimirum ex
 sphaeroides debeant esse solida si-
 milia, & distantie punctorum ho-
 mologorum a centro sint latera ho-
 mologa. Porro id habebit usum

ad eruendum aliud theorema satis
 egregium, quod paullo inferius oc-
 curret.

¹ Interea hic ope superiorum
 theorematum dissolvit illud, quod
 ab imperitis hominibus contra New-
 tonianam gravitatem generalem ob-
 jici solet, quod eam vim non
 experiamur in lapidibus decidenti-
 bus, qui nimirum non attrahuntur
 in murum, dum decidunt secus
 ipsum, nec corpora alia in superfi-
 cie Terræ collocata videamus ad
 alia tendere, flecti versus illa, vel
 coirè in cumulum, & acervum.

Nimirum si paries trahat lapidem
 vi tanta, quanta traheret globus
 crassus passus octo sive pedes 40,
 cujusmodi vim parietes communes
 utrique non exercent; adhuc, po-
 sito, quod is globus eandem me-
 diam densitatem habeat, quam Ter-
 ra, vis ejusmodi esset millies mil-
 le-

Sed rectà ad Terram, quasi nil detorqueat, imam
 Deproperet; quoniam si raptus tantus inesset
 Parjetibus, quantus, bis passus crassa quaternos
 Quem generet pila, Terrai pila tota trahentis
 Exæquet decies centenos mille necesse est 1645
 De genere hoc raptus, centenis mille quod ipsa
 Crassior est Tellus jam partibus, utpote mille
 Bis quater enumerat quæ millia, nempe profundæ,
 Si spectes, quantus sese diffundat hiatus.
 Proinde etiam magnæ rupes, avulsæque saxa 1650
 Horribili sonitu labuntur montibus altis
 Interdum; retinere fugam, & consistere dorso
 Devexo nequeunt, licet ipso a monte trahantur,
 At quanto magis a Terra? Super æquore lævi
 Magnum si magneta loces, multoque minores 1655
 Dispergas circum, ferri globus iret in illum
 Exiguus, paulumque licet torqueret eundo
 Rectum iter, in latera hinc illinc deductus; at illa
 Fragmina si longe sint tenuia, non nisi rectum
 Ferri iter aspicias grandem ad magneta, neque huc atque 1660
 Illuc errores oculis deprendere possis.
 Hinc videas, ratio multorum quam sit inanis,
 Falsæque, queis nostræ gravitatis mutuus ille

Displi-

lecuplo minor, quam vis, qua gravia in Tellurem tendunt, habentem nimirum circiter octo millia millium passuum crassitudinis. Vis igitur ejusmodi respectu gravitatis in Terram est ita tenuis, ut fere omnem sensum effugiat, & gravia, cum descendunt, fere nihil ad sensum deflectant iter suum ob ejusmodi vim.

Diximus autem *fere nihil*, quod & Noster expressit per illud *quasi nil*; nam deflectitur nonnihil. Es quidem quid ejusmodi inclinatio præster in quibusdam casibus, ubi majores agant moles, ut montium, videbimus infra, ac multo uberius in supplementis in hunc locum, ut & quo pacto perquisitiones Astronomicas, & Geographicas nonnul-

las id ipsum perturbet, & quo pacto ejus ope erui possit media densitas Telluris totius, sive ipsius hujusce nostri globi vera haberi massa.

Rem autem Noster illustrat aptissimo sanè exemplo. Sit in plano horizontali ingens magnes, tum per quam exigua quedam magnetum frustula hac illac temere disperfa. Ferri globulus sibi relictus, licet non solum ab ingenti magnetis trahatur, sed etiam ab exiguis frustulis; tamen ita tendet in illum, & ad illum abibit citissime ita recto, ut deviatio sensus omnes effugiat. Invenit & aliud exemplum luminis Solaris, cujus vi amittimus sensum omnem luminis adeo tenuioris, quod stelle etiam interdum emittunt.

Displicuit raptus, nequeant labentia turre
 Corpora quod subito a muris detorta videre, 1665
 Raptaque, & evulsas rupes a montibus altis
 Non cadere, in diram & semper pendere ruīnam,
 Vertice deducto nec læta arbuta, nec herbas
 Flectier ad vicina trahentum structa domorum,
 Plurima nec molem paulatim pergere in unam 1670
 Undique saxa, lyræ nec prisca exempla novari,
 Quando Amphionizæ cœperunt surgere Tebæ.
 Inter saxa quidem, glebasque, herbasque virentes
 Mutua vis hæc est, & ligna, & dura metalla;
 Tellus tota tamen longe, longeque trahendo 1675
 Prævalet, absorbetque leves has undique vires
 Ingens, atque illos conatus præpedit omnes,
 Ut Sol, cum radios Cælo jaculatur ab alto,
 Non extincta licet stellarum lumina velat.

Si ¹ fieri hoc posset, qua sese Terra tumescens 1680
 Flectit, uti facies plusquam de marmore lævis,
 Perque polita foret, quam nec circumdaret aer,
 Aut ullus liquor, unde queant obstacula nasci;
 Tum, super imponas si saxea qualiacumque
 Bina, vel alterius cujusvis materiali 1685
 Pondera, contendunt ad sese rapta vicissim
 Illa quidem, lente tamen, ut vix tempore longo
 Perciperes motum; cum multo debeat esse
 Mobilitas minor hæc, si sit cum mobilitate,

Qua

1 Ut ostendat nihil posse con-
 dendi contra gravitatem mutuam ex
 eo, quod gravia circumterrestria
 ad se invicem non accedant, nec
 coeant in cumulum, considerat,
 quid accideret, si superficies Terræ
 esset prorsus horizontalis alicubi,
 & perfectè lævis. Duo globi iti-
 dem perfectè leves huic superfi-
 cie impositi deberent illi quidem
 scilicet omni resistantia aeris ob mu-
 tuam vim ad se invicem accedere,
 at celeritate ita minore, quam sit
 celeritas gravium detidentium in
 Terram, uti est vis illa minor,
 quam sit vis gravitatis tota; ni-

mirum celeritate ita exigua, ut
 longum tempus deberet requiri ad
 hoc, ut is motus sub sensu cade-
 ret. Accedat jam inæqualitas su-
 perficiei, & asperitas, accedat re-
 sistentia aeris; & omnis effectus e-
 jusmodi vis elisæ evanescet. Inep-
 tus sane sit, qui inde censcat im-
 pugnari posse gravitatem mutuam
 generalem, ut esset is, qui mus-
 cam non esse gravem in Terram
 censeret idcirco, quod crassum
 & bene tensum funem, nihil ad
 sensum videret deprimi ipsa ad eam
 musca advolante.

Qua grave descendit corpus, collata, minus sint 1690
 Nimirum quam crassa ea pondera, si referantur
 Ad Terræ totum, qua sit crassissimus, orbem.
 Nunc paulum immuta faciem hanc, aut adjice quiddam
 Asperitatis, & obstantes circum aeris auras
 Funde leves, tenuis vis protinus illa, necesse est, 1695
 Ullos elliciat ne motus, impediatur.
 Nunc quam desipere est, quia non deprendere sensu
 Possis, quod sensu certe haud deprendere debes,
 Omnis materiæ raptus si mutuus extat,
 Omnino in rebus jam raptum hunc esse negare! 1700
 At neque qui triviis nutritus, vel pecus inter,
 Ingenium qui pingue gerit, puerique bilustres
 Si videant muscam distenso insistere funi
 A latere, aut rimum super obreptare tenacem,
 Nec flecti funem, tenui nec corpore rimum 1705
 Intremere, idcirco credant gravitate carentem
 Esse feram, nullumque in parva pondus inesse.
 Indicium¹, genus hoc, at raptus forsitan habere
 Possis, constituas vicinum si prope montem
 Latum, atque educto penetrantem nubila dorso, 1710
 Pondera seu virga, seu longo pendula filo;
 Debebunt quoniam deduci ea pondera magnum

Pro-

1 Hujus deviationis, quam habet gravitas in Tellurem totam a gravitate in corpora imposita ejus superficiem, indicium haberi posse, affirmat, in deviatione pendulorum versus montem aliquem ingentem, pro ratione massæ ipsius ad massam Telluris, & tanto majoris vicinæ. Si sit mons, cujus vis æquivalet vi spheræ homogeneæ Telluri habentis diametrum duorum circiter milliariorum; deflectetur pendulum circiter per unum minutum primum, quæ nimirum est pars gradus sexagesima; quod quidem in supplementis admodum facile demonstrabitur.

Ar illud hic addit, rem esse admodum difficilem, ejusmodi deviationem cognoscere. Esset qui-

dem sine deviationem ipsa directio penduli perpendicularis superficiem terrestri cuidam regulari; adeoque satis esset observare, quantum ab hac positione perpendiculari deflectat pendulum. At superficies Terræ est ita aspera, ut ejus ductum regularem immediate determinare non liceat intra limites tam arctos, quam est tenuis deviatio. Sed nec licet ibi, ubi habetur pendulum, adhibere aquæ stagnantis superficiem, quæ ad plani horizontalis determinationem adhiberi solet; nam ea superficies debet esse perpendicularis ipsi directioni gravitatis deviantis, & ob eandem rationem nec archipendulo uti licet, in quo nimirum per ipsam directionem gravitatis deviantis res peragitur.

LIBER QUARTUS

77

Protinus in montem, quantum ejus nempe reposcit
Moles usque trahens, Terræ collata trahenti.

Siqua tibi moles montis vi polleat æqua, 1718

Ac globus, interius qui qua est latissimus, ad bis

Excurret passus mille; id deflectere pondus

Debeat in montem prope tanta parte, sit ipsa

Ut decies pars sexta gradus: at qua minus ampli

Sunt montes, qua sunt valles, qua densior extat 1720

Interius Tellus, & rarior, inque vacantes

Structa specus, flexus suspensi ponderis illi

Tam parvi esse queant, ut non deprendere possis.

Præterea non jam qualis foret, undique lævis,

Terrai positus, quique asperitate careret, 1724

Noscimus, ut varios deflexus inde petamus.

Scilicet haud aliter, nisi stratz marmore lymphæ

Nos Terræ positum finimus; sternitur unda

Ast ob eam tantum rationem, pondera deorsum

Qua sese directa ferunt; hinc ipsa nitentem 1736

Mutet planitiem, si pondera pendula notis

Deflectant causis, &, quo sit cumque locorum,

Scilicet excipiat labentia corpora restà.

Præsertim¹ at magnos, quos quærimus, inveniendi

Deflexus ratio constat non invia nobis. 1739

Diri-

¹ Addit tamen methodum, qua cognosci possit, & determinari deviatio orta ab actione montis. In majore distantia ab aliquo ingenti monte adhibito instrumento astronomico, ut ingenti quadrante, vel sectori, observetur distantia conjunctæ stellæ fixæ a zenith, dum appellitur ad meridianum: tum accedendo ad ipsum montem in directione meridiani fiat altera ejusmodi observatio, & præterea diligenter observetur distantia duorum locorum, in quibus observatio instituta est. Cum innotescat saltem proximè figura Telluris, innotescet quantum curvaturam, sive quantum distantiam binorum zenith requirat in arcu meridiani terrestreis ea di-

stantia; nimirum singula secunda meridiani cælestis respondent proximè 16 hexapedis. Si differentia binarum distantiarum ejusdem Fixæ a zenith fuerit major, quam debeat illi distantia inter duo observationum habitatum loca, excessus poterit tribui excessui actionis montis ipsius in vicinia, supra actionem in loco remotiore, sive toti actioni montis, si distantia hujus loci remotioris fuerit satis magna; nam in distantibus aliquanto majoribus actio montis fere penitus evanescit.

Duo hic notanda censeo 1. quidem si observationes illæ binæ fiant hinc, & inde a monte, methodum fore multo aptiorem; habebitur summa



P H I L O S O P H I Æ

Dirige, cum longe te monte removeris alto,
 Usibus his aptum quod feceris, instrumentum
 In quodvis, medio cum Cæli est culmine, fidus,
 Atque ita, transferit qua filum pondere tensum
 Parte instrumenti, catus inspicere, quos & in illo, 1740
 Ut dixere, gradus signarit; deinde nec oras
 Prorsus ad occiduas flectens, nec prorsus eoas,
 Sed medio pergens, cum monti accesseris illi,
 Sidus idem translata per instrumenta notato,
 Quique gradus, Cælo cum sese evexerit alto, 1745
 Signati filo sint a pendente: videbis
 Filum ibi, produci sursum quod concipis, an se
 Dirigat id Cæli ad punctum, quod distet ab illo,
 In quod erat prima producier a statione
 Filum itidem visum, quantum mutata locorum 1750
 Hæc Terræ spatia exposcunt; nam cognita moles
 Cum Terræ circum, & pars orbis cognita magni
 Esse queat nobis, stationi interstita binæ,
 Cognosces itidem, quo scilicet intervallo
 Distare inter se par sit cælestia puncta, 1755
 Impendere locis quæ rectâ cernimus illis.
 Mutatus fili positus tum denique si plus
 Ille tibi sit, quam quantum debere repertum est
 Mutari, credas istud discrimen oriri
 A montis, flectunt quo paulum pondera, raptu. 1760
 Illos, nempe Viros hac usos novimus arte,
Quos

summa actionum in partes opposi-
 tas: 2. posse turbari methodum ab
 aliis irregularitatibus, quæ habeantur
 in textu partium Terræ proximi-
 marum superficiei infra ipsam. Sic
 si ex parte opposita sit prope pri-
 mam stationem ingens aliquod va-
 cuum, ut hiatus quidam, poterit
 & ibi pendulum ad partem oppo-
 sitam hiatus flecti versus montem,
 & elidi omnis differentia; ac ali-
 quid ejusmodi potest rem turbare
 etiam in casu, quo observationes
 fiant hinc, & inde ab ipso monte.
 Id quidem accideret, si mons non

sit plenus materia, sed vacuus, or-
 tus ex. gr. ex pura elevatione crustæ
 cujuspiam terrestris facta vi subter-
 raneorum ignium, quam ego qui-
 dem plurimum montium originem
 esse arbitror: eo casu actio montis
 nulla esset ad pendulum devian-
 dum.

1 Hanc methodum ait, adhi-
 buisse ad hanc deviationem de-
 terminandam Parisienses Academi-
 cos, qui pro determinanda Tel-
 luris figura in Americam se con-
 stituerunt. Præstiterunt id quidem
 Bouguerius, & Condaminus, in-
 vestigando ope quadrantis pedum
trium

LIBER QUARTUS.

Quos miratus erat nuper novus Orbis euntes
Non venas quæsitum auri, argentique metalla,
Munera nec pelagi, sed mensum totius Orbem
Terrarum circum magnum, & cælestium avaros.

1769

Ingenti hi referunt vicino pendula monte
Tum sibi visa situ deflecti pondera recto.

Sed jam, quod superest, supera deducere possis
E, genus hoc, dictis, descendat si grave punctum

Intra sive globum, seu molem a semine primo

1770

Quæ prodit coni alterutro super ~~voluto~~ voluto,

Viribus haud aliis mediis fore tendat ad oras,

Quam quæ respondent spatiis remanentibus usque

Ad medium: quoniam punctum quo concipis intra

Cumque loco, exterius, tranatum est quidquid eundo

1775

Corporis, excidens animo circum undique tolle

In formam, qualis facies erat ante superas,

Et prorsus seclude; omnes quia scilicet ejus

Materiæ, ut docui, raptus vanescere debent,

Interior pars sola trahit, formam ipsa globosam,

1780

Vel referens primo revoluta a semine coni

Exortam, tantum proin illis, ut quoque dixi,

Viribus, a medio loca quas distantia signant.

Proinde minus paulo gravitatis inesse videtur,

Squamigeris in corporibus, dum pascua læta

1785

Sectantur per humum pelagi demersa profundo,

Quam si pasta diu saturo seles agmine sursum

Extol-

tionem actionem montis *Chimboraco*, mole quidem ingentis, sed cujus actio inventa est ab iis perquam exigua. Inter observationes quamplurimas assumendo medium invenerunt deviationem minorum secundorum tantummodo 7. Ea quidem tam exigua est, ut in quadrante adeo exiguo, meo quidem iudicio, determinari tuto omnino non possit. Vidi ego quidem adhuc, quod noverim, ineditam ipsam observationum seriem, quæ a se invicem plurimum discrepant, cum aliæ deviationem exhibeant multa

vicibus majorem, aliæ nullam, aliæ oppositum effectum; quamobrem illam quantitatem deviationis incertissimam arbitror, & ad ejusmodi investigationem censeo necessarios majores sectores illos, quibus graduum mensura definitur, & verticales stellarum. Solum illud inde conjicio, cum montem cavum esse, crustam nimirum tantummodo elevatam ignium vi, quibus omnis ille tractus abundat ubique, ut idcirco & ignivomi montes ibidem frequentissimi occurrant.

1 Superioribus theorematibus aliud addit

Extollant, vibrentque, instrataque marmora turbent
Saltibus exiguis, Solemque, aurasque laceffant.

Altaque defossæ subeuntes viscera Terræ

1790

Horrida nigranti late densissima nocte,
Tantum illi proprio limant de pondere, quanto

Restat iter Terræ ad medias contractius oras;

Tantumque adjiciunt massæ prædivitis auri,

Dum claram spolia in lucem pretiosa reportant,

1795

Regressi media quantum a regione recedunt.

Nunc ¹ age discrimen² varium gravitatis in ipsa

Pro regione loci Telluris percipe fronte,

Quæ referat primo coni de segmine formam:

Nempe locis extra diversis esse necesse est

1800

Vim totam gravitatis ea ratione vigentem,

Polleat ut tanto minus in majoribus oras

Ad medias spatiis, quanto majora ea constant.

Concipe propterea molem hanc Telluris ubique

Esse liquentem undam veluti, totamque fluentem,

1805

Nota lege trahant cujus se mutua partes:

Atque illæ interez medio rapiantur in orbem

Axe super; debent ob gyrum hunc vertere formam

Exterius, faciemque extremi in finibus axis

Reddere compressam; quia dum convertitur omnis

1810

Par-

addit sanè elegans a Newtono itidem inventum, quod ex iis sponte fluit. Descendendo a superficie ad centrum in sphaera, vel in sphæroide elliptica homogenea, gravitas non crescit, sed decrescit in ratione directa simplici distantiarum. Nam orbes exteriores punctum jam demersum nihil trahant, uti vidimus; adeoque relinquitur sola actio sphæræ, seu sphæroidis interioris. At hæc ex demonstratis est ut simplex distantia a centro. Igitur ut simplex distantia a centro decrescit, decrescet & gravitas in accessu ad ipsum.

Ad ornandum poema addit exempla piscium, qui idcirco in fundo maris habent minus gravitatis, quam

in superficie suprema, pro ratione distantiarum a centro, & auri, quod si e Terræ visceribus profundis eruat ad superficiem, acquirit pondus cum distantia a centro itidem aucta. Sed revera in tanta vicinia superficiæ hæc lex turbatur plurimum, quemadmodum & supra vidimus.

¹ Theoremate tradito hic utitur ad determinandum decrementum gravitatis a polo ad æquatorem, ubi definita jam lege, in qua variatur gravitas primo extra globum Terræ, tum intra ipsum, determinat legem, in qua variatur pergendo per ejus superficiem. Hæc investigatio est penitus connexa cum figura Telluris, de cujus determinatione

LIBER QUARTUS

81

Particula, & geminis agitatur viribus, a vi
Hinc gravitatis, & hinc conatibus effugiendi,
Quæque sua regione loci libretur, oportet,
Ne semper commota excurrat, & undique turbas
Ancipites cieat, sed demum dulcia captet. 1815
Ota, cumque suis tranquilla pace fruatur.
Ergo age finge loco supera a quocumque canalem
Interius restà ad medias producier oras;
Hunc quocumque velis, statuas, vertasque, videbis
Pondus idem liquida semper constare columna; 1820
Hanc porro in multas animo dispesce columnam
Æquas particulas; debent cujuslibet harum
Ad medium raptus spatio languere minuto,
Quod superest, ad idem medium; pariterque fugam vis
Tentans, ipsa quoque a spatio pendeat eodem; 1825
Nam peragens gyrum quæque uno tempore circum
Quo magis a medio hoc, tanto magis axe remota est,
Quare, cujusvis summa in regione columnæ
Particulæ extantis pondus respondet eodem
Ordine, particulæ ad pondus cujuslibet ejus, 1830
Quæ sita sit quavis alia in regione canalis,
Ordine quo debent alio in quocumque canali
Respondere aliæ simili regione locatæ:

T.II.

F

Pro-

natione ex æquilibrio agit Noster
statim inferius, & quam hic etiam
nominat; quamobrem quæ ad utrumque argumentum pertinent, & altiora sunt, ac Geometriam requirunt, simul pertractabimus in supplementis in hunc locum. Hic Nostrum sectabimur, & exponemus, quantum sine Geometria liceat.

Primo quidem proponit investigandam variationem gravitatis in ipsa superficie Ellipsoidis, & affirmat eam decreſcere in ratione reciproca simplici distantiarum a centro, nimirum eo minorem, quo hæc distantia est major. Ut id probet, concipit totam Tellurem, ut fluidam, & præditam gravitate mu-

tua exposita. Dum ea convertitur, debet, inquit, induere formam compressam ad polos ob vim gravitatis conjunctam cum vi centrifuga orta a motu circulari, qua de re agemus infra.

In hujusmodi sphæroide concipit canalem aliquem productum a centro ad superficiem, qui si convertatur utcumque, semper ob æquilibrio totius fluidi debet continere idem pondus. Si is secetur in datum quemcumque numerum partium æqualium pergentium a circumferentia ad centrum, singulæ partes, & earum distantia a centro erit, ut erunt integræ columnæ fluidi contenti illo canali in diversis ejus positionibus. Jam vero ex illo

Propterea illa extans in summo margine debet
 Respectare aliam extantem quoque margine in alto 1835
 Particulam hand aliter, quam qua se illius, & hujus
 Mutua respectant totæ ratione columnæ.
 Quare particularum extantum in culmine summo
 Hujus, & illius cujuscumque canalis
 Pondera sese inter paria esse videbis, ut ipsæ 1840
 Par quoque pondus habent, librantur quippe, columnæ.
 At sunt particulæ majores, est ubi lymphæ
 Longior ad Terræ medium distensa columna,
 Materiemque in se majorem proinde receptant
 Tanto, hæc est medii quanto distantia major; 1845
 Quare, in particulis his, punctum materiali
 Pendit eo quodcumque minus, distantia restat
 Illius ad Terræ medium quo denique major.
 Ponderis oppositum Terra discrimen in ipsa
 His cupide agnosces a rebus, quamlibet ejus 1850
 Ad spatia a medio tantum respexeris: ire
 Nimirum peregre incipiant duo puncta, sed unum
 Per superam Terræ faciem, locaque alterum ad ima
 Terrai medium versus; tum protinus istud,
 Quo magis accedet, pendet minus; esse priori 1855
 Contra opus, aspicias, in puncto, nempe propinquit
 Cum medio, medium crescant ut pondera ad ipsum.
 Hæc

illo theoremate gravitas singulorum
 punctorum fluidi, pergendo ad cen-
 trum, est, ut distantia a centro; &
 vis centrifuga etiam, quæ in cir-
 culis, nimirum eodem tempore de-
 scriptis, est, ut distantia ab axe,
 five ut radius circuli, adeoque in
 eodem canali, ut distantia a cen-
 tro, proportionalis ipsi distantia ab
 axe. Quare vires totæ partium ca-
 nalis habentium similem a centro
 distantiam erunt ad se invicem in
 diversis diversorum canalium colu-
 mnis in eadem ubique ratione: &
 proinde singularum vires ad tota-
 lia canalium pondera in eadem ra-
 tione; unde illud consequitur vires
 partium positarum in superficie su-

prema, & pertinentium ad diver-
 sos canales fore ad se invicem, ut
 pondera ipsorum integra, nimirum
 æquales. Numerus autem particu-
 larum materie erit eo major, in iis
 partibus singulis, quo et majores
 erunt in eadem ratione; adeoque
 pondus particularum singularum,
 quod ad habendam eam æqualita-
 tem debet esse eo minus in singulis,
 quo et sunt plures, ex ista ratione
 reciproca partium illarum canalium,
 nimirum in ratione reciproca cana-
 lium integrorum, quibus et partes
 proportionales sunt, five in ratione
 reciproca distantiarum a centro.
 Quod erat demonstrandum.

Concludit autem comparando duo
 puncta,

Hæc¹ igitur si sit Terræ compressa figura
 Molis ab effigie paulum diversa globosæ,
 Prorsus & effigiem coni de segmine primò
 Quæ ducat, poteris facili pertingere pacto,
 Quæ capiat ratione sua incrementa polorum
 Ad glaciem æstiferis translatum pondus ab oris.
 Concipe propterea puncto a quocumque superni
 Terræ forte loci quoddam trans viscera filum
 Duci ad planitiem, atque incurfu tangere recto
 Illam, quæ partes Tellurem findit in æquas
 Trajiciens mediam, quaque ipsa tumentior extra est;
 Nam quantum hi tractus florum in se repetiti
 Crescunt, excessu crescent quoque pondera tanto,
 Nempe ipso hoc calida positum vincentia pondus
 In regione: etenim tali ratione reperta
 Mutari a medio discrimina sunt spatiorum
 Terræ in mole, globi paulum quæ distat ab orbe
 Formam ipsam referens coni de segmine primam:
 Cunctis cuncta locis gravitatis scire profecto
 Hoc valeas pacto discrimina, si, loca quæque
 Quam distent orbe a noctes æquante, diesque,
 Videris antè, situsque cupitos noveris omnes.
 Nunc², quod te supera docui, reminiscere fila
 F 2 Pen-

puncta, quorum alterum a certo puncto superficiæ ejus sphæroidis descendat recta ad centrum, alterum feratur utcumque per superficiem: illius gravitas ita decrescet, hujus contra ita crescet, uti decrescant distantia a centro. Nimirum illud habebit vim directè, hoc reciproce proportionalem distantia ab ipso centro.

¹ Quæ de illa sphæroide dixerit, hic transfert ad Tellurem ejusmodi figura præditam, ac affirmat inde facile erui, in qua ratione sint incrementa gravitatis pergendo ab æquatore ad polum. Ait enim fore proportionalia quadrato distantia perpendicularis loci cujuscvis a plano æquatoris, cui quadrato pro-

portionale est decrementum distantia a centro. Porro prior illa distantia, sive ea recta perpendicularis, quam hic concipit, appellatur a Mathematicis sinus latitudinis loci, sive sinus distantia loci ab æquatore: & est theorema à Newtono inventum, esse incrementum gravitatis pergendo ab æquatore ad polum in ratione duplicata sinus latitudinis, quod idcirco idem sonat. Demonstrabimus autem in supplementis ea omnia, & cū Newtono pariter reducemus eam rationem ad aliam simpliciorē notā itidem Geometris, quæ dicitur ratio sinus versū latitudinis duplicatæ.

² Inde vero jam transit ad id, quod

Pendula, vel virgas, quæ se æquo tempore vibrant,
 Protendi magis in longum, qua fortior urget
 Vis gravitatis, itemque minus, qua languidior fit;
 Nam geminis varie a medio distantibus orbe
 Si quam longa locis hæc constent pendula fila, 1885
 Servaris, satis est, ut porro prendere possis,
 Illa locis aliis quam longa quibullibet esse
 Debent, quin sit opus loca Terræ invisere cuncta,
 Et certos possis numeros signare tabellis,
 Quarum ope mensuras vel adhuc quoque tutius ipsas 1890
 Transmittas procul ad regionem quamque remotam;
 Mensuras quoniam referendo ad pendula fila,
 Quæ decies sextis huc illuc cursibus æquant
 Partem horæ sextam decies, tum quisque notarit
 Si prius, in patriis quam longum finibus hoc sit 1895
 Filum, alia, poterit, quàm debeat in regione
 Esse loci longum, cognoscere, quantaque constet
 Quasque peregrinas ideo mensura per oras.
 Sic quoque, si gravitas eadem perdurat in annos
 Non mutata, potes servare in postera sæcla 1900
 Mensuras rerum, serosque docere Nepotes.
 Jam ¹ facilis magis est operæ, incrementa videre
 Hæc gravitatis uti referantur mutua seîe

Inter

quod in fine libri tertii pertractatum est de inæqualitate gravitatis in diversis locis determinanda ope pendulorum isochronorum, quæ nimirum æquali tempore æqualem faciunt numerum oscillationum, quorum longitudines sunt, ut ipsæ vires gravitatis. Quare & ipsæ longiora esse debent in progressu ab æquatore ad polos ita, ut excessus supra pendulum sub æquatore brevissimum, sint in eadem illa ratione duplicata sinus latitudinis. Quamobrem si observentur in binis latitudinibus binæ pendulorum longitudines, jam innotescunt & reliquæ omnes pro omnibus aliis, invenientur nimirum facili calculo exponendo in supplementis.

Porro & illud addit, hoc pacto observata uno in loco longitudine fili oscillantis ad singula minuta secunda, quæ sunt partes sexagesimæ partium sexagesimarum unius horæ, posse determinari longitudinem fili penduli ejusmodi pro quovis alio loco, & eo pacto posse transmitti accuratius mensuras accuratas extensionis in longum ad posteros, dummodo gravitas perseveret semper eadem; qua de re itidem agemus in supplementis.

¹ Exposuit huc usque relationem, quam habent inter se incrementa virium gravitatis pergendo ab æquatore ad polum in Ellipsoide orta ex motu circa proprium axem, & parum compressa. Hoc ait esse multo faci-

Inter fronte super , paulum quæ distet ab orbe ,
 Exorta a primo revoluto segmine coni , 1905
 Circum & librata ob fugientes undique vires ,
 Quam formaque data , notisque ex axibus ipsam
 Prendere , qualis sit , gravitatem , quantaque tota ,
 Servet quemque modum ad sua quælibet incrementa ;
 Hic magnus certe labor est , at non ita porro 1910
 Durus , & asper erit , generatim noscere raptum
 Nimirum puncti , quod sit super axe locatum
 Corporis externo , formam cui finiat axe
 Curva super revoluta suo via , ductaque circum .
 Est , genus hoc , etiam ratio non una reperta , 1915
 Ardua nec nimium : Tu nos , tu maxime rerum
 Inventor docuisti , e primo segmine coni
 Axe super verso cum nata est corporis ora
 Exterior , gravitas puncti ut respondeat ejus ,
 Æquali spatio quod cardine distat utroque , 1920
 Illi itidem puncti gravitati , est nempe polorum
 Quod super alterutro , docuisti in cardine semper
 Hanc mage pollentem , si moles scilicet extet
 In geminis utrinque polis compressa , nec illinc
 Non brevior , quam qua mediis magis eminet oris : 1925
 Et si Terra magis mediis his eminet oris

F 3

Gen-

facilis , quam datis axibus invenire gravitatem totam , sive rationem ipsius ad hæc sua incrementa . Adhuc tamen illud affirmat , non esse ita difficile determinare attractionem puncti collocati in axe solidi geniti conversione curvæ cujuscumque circa proprium axem ; & esse inventas plures methodos id præstandi . Expeditissimam omnium exhibebimus hic in supplementis .

Deinde enunciat plura theorematum a Newtono inventa pertinentia ad hoc argumentum : Newtonum nimirum ostendisse , quo pacto inveniri possit ratio vis , quæ a sphæroide elliptica attrahitur punctum collocatum in æquatore , ad vim , quæ attrahitur punctum collocatum

in polis , & invenisse , si sphærois sit compressa ad polos , hanc esse majorem illa . Præterea ipsum invenisse illud ; si Terra habet ejusmodi formam , & $\frac{1}{230}$ sui parte sit altior semidiameter æquatoris semiaxe , fore in æquilibrio omnes columnas fluidi a superficie ad centrum pertinentes ; & idcirco 17 circiter milliariis altior esse sub æquatore , quam ad polos , discrimine respectu totius exiguo , quod ipsam relinquat ad sensum sphæricam , & in ejusmodi figura gravitatem ad polos superare gravitatem sub æquatore una ducentesima trigesima sui parte . Hæc omnia patebunt ex his , quæ in supplementis pertractamus .

Centena bis parte, & adhuc trigesima quæ sit
 Parte sui, qua lata profunda in viscera currit,
 Vidisti tendentem undæ quamcumque columnam
 In medium a superis regionibus exæquari 1930
 Pondere, librarique aliam efformante columnam
 Cum lympha e medio protensam in cardinem utrumvis;
 Nec non propterea septenis millibus esse,
 Atque decem superextantem æstiferam regionem,
 Exiguum certe discrimen, quodque relatum 1935
 Magnam ad Terrai molem vanescat, & ipsam
 Non nisi, ut ante, globum penitus sinat esse videri;
 Ac fore tunc etiam, alterutra ut regione polorum est
 Quæ gravitas, superet gravitatem æquante sub orbe
 Parte e ter denis, biscentum & partibus unâ. 1940
 At ⁱ reperire, suo num motu Terra diurno
 Illam debuerit, quam coni segmina prima
 Proscissi dant, induere, & circumdare formam,
 Æque etiam si densa, fluensque fuisset, ut unda,
 Inclite Vir, porro non hoc accepimus a te 1945
 Inter munera magna, quibus nos undique ditas;
 Fors voluisti, alii ut quid tantis addere possent;
 Sic alios Rex sæpe suis ditescere gaudet
 Thesauris, atque in vulgus diffundere dona,
 Postquam ipse immensam fuerit largitus opum vim. 1950
 Hoc donum, Laurine, tuum est; stupuere docentem

Multa

I Enunciatis ejusmodi Newtoni theorematibus addit hoc, Newtonum non potuisse demonstrare illud, ejusmodi figuram debere habere ob diurnum motum Tellurem, si homogenea sit: fortasse, inquit, voluit eam alteri gloriam reservare: verum nemo sibi facile persuadebit, ipsum, si rem attingere potuisset, fuisse prætermisurum, & quod directe, & immediatè determinare posset, ac demonstrare, quæsiturum fuisse per tot ambages, & obliquos calles, ac sine demonstratione relicurum, & simplici tantummodo conjecturæ innixum.

Id igitur probat Mac-Laurino solum esse, affirmat, summo

idem mathematico Scoto. Is mirum demonstravit accuratè primus, fluidum homogeneum, cujus particulæ se invicem attrahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, si gyret circa proprium axem, debere induere figuram sphaeroidis ellipticæ, in qua idcirco gravitas in ea ratione decreascit ab æquatore ad polos, & posita gravitate, & celeritate vertiginis, quam observamus, debere esse eam ipsam axium rationem, quam diximus. Ejus solutionem ego simpliciorē reddidi in opusculo Expeditionis litterariæ per Pontificiam ditionem, de qua agemus hic in supplementis.

Multa Caledoniis Mortales te quoque in oris.
 Inter multa tamen longe hoc præstantius unum est:
 Illam nempe doces formam a Tellure fuisse,
 Gyros agglomerat dum circa se, subeundam, 1955
 Si liquida, & molem foret æque densa per omnem,
 Atque, polos inter, medias attollier oras
 Mensura circum, dixi qua nuper, eadem
 Propterea debere, atque hinc quoque crescere eodem
 Ordine, quo dixi, paulatim pondera rerum, 1960
 Inque polos illas gravitati accedere vires.
 Nonne¹ videtur ab his tibi rebus vera profecto
 Proditæ Telluris facies, dispulsaque circum
 Caligo? tamen est & adhuc, quod non sinat omnem
 Pellere curam, animo prorsum, errandique timores, 1965
 Hic tibi quis dabitur fors nunquam exire soluto.
 Non Tellus etenim fluida est, ut finximus, omnis;
 Sed partim oceano late natat, arida partim est,
 Duraque, & huc illuc glebis, lapidumque manentum
 Ordine non certo consternitur, & varianti 1970
 Natura non densa æque, interruptaque passim est.
 Fors magnum crusta gerit intus inane sub una,
 Corpore fors vario contra, variaque figura
 Multiplices nucleos; quæ possunt singula Terræ
 Mille modis superam mutare, & vertere formam. 1975
 Adde, quod hac quærat si quis ratione figuram,

F 4

Exte-

¹ Videretur per ejusmodi solutionem absoluta jam investigatio figuræ Telluris ex æquilibrio; verum plurimæ difficultates supersunt, quæ ipsam admodum incertam reddant non solum post ejus problematis solutionem, sed etiam post solutiones problematum multo generaliorum. Nonnullas hic profert ex iis, quæ jam olim in pluribus protulimus dissertationibus, quæ nunquam poterant penitus dissolvi.

Hujusmodi difficultates sunt iniquis textus partium ipsius Terræ, qui prope superficiem est maxime irregularis, & si etiam infra irregularis esset, omnem perquisitio-

nem turbaret: non immotescit, an Terra ad centrum usque sit sphaerica, an constet orbe quopiam interiori cavo, nec cujus figuræ is orbis sit interior: non constat, an intra ejusmodi orbem sit aliquis nucleus, aut etiam fortasse plures, nec cujus densitatis, quæ omnia diversas pro æquilibrio requirerent superficies figuræ.

Accedit, quod si quærat per ejusmodi problematis solutionem inmixtam homogeneitati, invenitur, figuram Jovis, qui quidem celerissime convertitur circa se, nam minimus, quam 10 horas impendit in conversione integra, dum Terra im-
 pendit

Exterius circumfusam quam debet habere
 Juppiter, expendens gravitatem particularum
 Illius inter se, & conjungens cum fugiente
 Vi multo majore illic (convolvitur in se 1980
 Nam citius multo, quam Tellus, Juppiter ipse),
 Qua tumet, inveniet decima consurgere supra
 Axem parte sui debere; at de duodenis,
 Si serves oculis, vix partibus addier unam
 Illic invenies: unde hæc discrimina tanta 1985
 Parva in re? densatum aliquis fors autumet intus
 Esse Jovem varie, sive illic ~~densum~~ astrum,
 Qua tumet, esse, via est quam qua devexa polorum.
 Præterea reperire queas, verumque probare
 Rebus in his fieri contra quoque posse, polorum 1990
 Ut de parte magis Tellus excurrat utraque,
 Quamvis ipsa suo sese super axe revolvat,
 Intus si nucleum plus denso corpore claudat
 Scilicet, atque plagas se distendente sub illas.
 Quare ¹ cum veram Terrai particularum 1995
 Naturam nos scire, situsque, sit inficiandum,
 Non erit, ut possimus & ejus nos gravitatem,
 Et formam externam clara ratione videre.
 Non tamen idcirco veri videatur id esse

Non

pendit horas 24, debere esse compressam ad polos decima circiter sui parte, cum tamen vix duodecima sui parte brevior sit axis; quod quidem discrimen innuit provenire fortasse a majore densitate versus centrum, quam prope superficiem (nam major densitas centrū versus requirit, ut patebit in supplementis, minorem compressionem, contra id quod Newtonus censuerat) vel a ~~magiore~~ densitate ad æquatorem, quam ad polos.

Addit demum fieri posse & illud, ut Tellus ad polos sit etiam producta, licet rotetur circa proprium axem, si nimirum nucleum solidum habeat adhuc magis productum: nucleī hypotheseū diligenter confide-

ravit, & excoluit ante omnes Cle-
 rautius, & eo est usus ad concilian-
 das observationes graduum, & gra-
 vitatis: sed ea indē attingemus
 in supplementis.

I Concludit, incertam esse e tot capitibus & figuram Terræ, & mutationem gravitatis, si a solo æquilibrio repetantur; adhuc tamen esse admodum probabile saltem illud, non multum distare textum partium internarum Terræ ab æqualitate densitatis, paribus a centro distantis, & idcirco, quæ superius determinatæ sunt, esse veris saltem proxima.

Addit illud, observari gravitatis discrimen in diversis distantis ab æquatore esse majus, quam poscat figura,

LIBER QUARTUS

89

Non simile, intertextam æquis aut partibus illam 2000

Scilicet, aut æque saltem in regione remota

Puncto de medio sese densare prope æque,

Formam & propterea prope eodem flectier extra

Ordine, quo docui, nec posse recedere multum.

At quia servantes gravitatum differitatem, 2005

Quæque utrisque polis, quæque est regione calenti,

Illam majorem deprendimus esse, reposcat

Quam species, quæ deberet vestire supernam

Tellurem; idcirco conjectant esse sub altis

Visceribus supera densam magis, unde oriatur 2010

In gravitate, quod est, discrimen. Forsitan hic tu

Conjectes melius, si, qua torretur ab æstu,

Esse magis raram, magis &, qua frigida, densam

Tellurem dicas; retrahuntur frigore namque

Multa, æstu partes at diducuntur in omnes; 2015

Quanquam sit, qui sub Cælo contra esse reatur

Densatam magis æstifero, sub verbere Solis

Nam veluti torretur, & indurescit ad ignem.

At ¹ si forte velis vim cernere, qua traheretur

Jam non inflexo, velut ante, a corpore punctum, 2020

Nec cui jam constet, medium qui transeat, axis,

Quanquam difficile est, rebus contendere possis

Id

figura, quæ haberi deberet ex homogeneitate: id quidem tribui a nonnullis majori densitati Terræ versus centrum, quæ quidem cum effectum pareret; sed fortasse melius tribui posse majori densitati ad polos, quam ad æquatorem, quod ego jam olim proposui; cum enim corpora pleraque vi caloris dilatentur, vi frigoris condensentur, videtur esse probabilius, Terram sub æquatore esse rariorem, quam ad polos, non e contrario densiorem, quod Newtonus suspicatus est: sed ea omnia incerta sunt.

¹ Agit, hic de problemate, quo quæritur generaliter vis in corpus cujusvis figuræ, etiam si non sit collocatum in axe corporis geniti re-

volutione curvæ cujuspiam circa eum axem. Affirmat plerumque esse admodum difficile computare ejusmodi vim; licere tamen nonnunquam, & inde fructus posse colligi non contemnendos. Atque hoc pacto sternit sibi viam ad exponendam methodum, quam ego proposui in Dissertatione de observationibus astronomicis, determinandi mediam densitatem totius Terræ, cujus & superius injecta est mentio. Methodus autem est hujusmodi.

Sunt loca, in quibus æstus marinus affurgit etiam ad 50 pedes, ut in Batavia, ubi aggeribus altis mare cohibent, ne in summo æstu campos, & urbes obruat. Ibi adveniente æstu succedit ultra aggeres illos ingens stratum

Id tamen in multis, multo & pertingere lucro;
 Inde queas etenim, Terræ, comprehendere, tota
 Quam moles sit densa, inter summum minimumque 2025
 Si medium teneas, & quanto pondere constet.
 Est regio non una, fluenti concitus æstu
 Per decies ubi quinque pedes, atque amplius audet
 Surgere pontus, humumque minatur subdere fluctu,
 Ut Morinos apud, & Schaldis, Rhenuſque bicornis 2030
 Qua pelagus subit, & falsis confunditur undis.
 Aggere clauduntur populi, retinentque fluentem
 Oceanum, qui siqua sibi via forte pateſcat,
 Irruat, & canos camporum per ſata fluctus
 Inducat, ſilvaſque ruat, pervadat & urbes. 2035
 Littus ad id celſæ tu mœnia turris adito
 Pendula diſtendens adiuncto pondere ſila.
 Ergo ubi ſe Oceani cœptat ſuſtollere fluctus,
 Scilicet expulſis auris ſuccedere ſtratum
 Undai, quod plus diſtendi a littore circum 2040
 Concipias procul, ad decies quam miſſia quina,
 Inque Galedonias regiones, inque Britannas,
 Inque patens pelagus, vel adhuc plus continuata
 Semper planitie; pondus ſentire recentes
 Incipiet raptus ex illa parte tumentum 2045
 Undarum, atque illuc coget deſcendere ſilum.
 Tum ſpatium, per quod cogit deſcendere, longo
 Totius eſt fili tractu minus, advenientis
 Ut minor eſt raptus maris, undarumque tumentum
 Totius raptu, quam magno eſt corpore, Terræ. 2050
 Hanc

ſtratum aquæ ſtrato aeris. Huius
 ſtrati & altitudo nota eſt, nimi-
 rum altitudo aquæ, & ſuperficies,
 cum nimirum nota ſit ex Geogra-
 phia forma circumjacentium, &
 oppoſitorum littorum. Quare com-
 putari poteſt, quanta debeat eſſe
 attractio in hanc aquæ advenientis
 maſſam reſpectu attractionis in to-
 tam Terram, poſito quod media
 denſitas Terræ ſit æqualis denſitati
 aquæ. Jam vero poteſt in Turri
 aliqua ſans alta aggeribus proxima

conſtitui ingens pendulum, & ob-
 ſervari, an adveniente æſtu pen-
 dulum inclinetur in eam partem,
 & quantum. Si deviatio inveniarur
 major, vel minor, quam exhibuerit
 calculus, denſitas media Terræ erit
 e contrario minor, vel major den-
 ſitate aquæ in eadem ratione. Hoc
 pacto invenietur denſitas media Ter-
 ræ, & cum detur magnitudo ipſius
 Terræ, invenietur & maſſa ipſius,
 quæ hoc pacto innoveſcet in menſu-
 ris nobis notis comparata cum no-
 ſtris

Hanc igitur raptus rationem scire utriusque
 Possis, suspensi clinamen ponderis illud
 Si serves, æstus summo cum in culmine pendet.
 Terræ ad materiem, quanta est, delabier ex hoc
 Ut valeas, reperire modum, aut prænosse necesse est, 2055
 Quo pateat, uti pila punctum pertrahit ad se
 Desuper impositum, cuius sit cognita moles,
 Utque trahit stratum quoddam, quod fingere debes
 Naturæ assimilis, distensum non nisi nota
 Undique mensura: nam tum quia cognita Terræ 2060
 Moles est, & quam distensum fluctisonum sit
 Stratum, & quam crassum; nosces discrimina, raptum
 Terræ inter quæ sint, stratique liquentis, & illam,
 Et simul hoc æque densato corpore fingens.
 Ergo ita per numeros inventus si fuerit par 2065
 Hic raptus strati servato, par quoque aquai
 Naturæ Tellus, ut densa est, constet, oportet,
 Ut densa est, æque a minimo summoque remota
 Scilicet; at major, quem diximus, ille, minorve
 Si fuerit, quam quem deductio pondere filum 2070
 Significat, Terram tanto magis corpore ipso
 Esse, minusve opus est, liquidum quam corpus aquarum.
 Ex hoc materiem quoque quantam Terra coerces
 Mole sua, nosces, & quanto pondere tota est;
 Nam ratio certe non hic erit invia (si sis 2075
 Assuetus numeris versandis) perveniendi
 Ad verum strati raptum, molemque fluentis:

Durus

stris substantiis aqua, & per eam
 cum marmoribus, & metallis, aliis-
 que substantiis notis, & non tantum
 cum massa Lunæ, Solis, Jovis,
 Saturni, quod Newtonus præstitit.

Porro concipiendo stratum altum
 pedibus 50, & protensum in semi-
 circulum circumquaque per 50 mil-
 lia inveni, deviationem penduli
 in hypothefi densitatis mediæ aqua-

lis densitati aquæ debere esse 2, 38,
 quæ quidem est admodum sensibi-

lis, & quod commodissimum accidit,
 si ultra eum limitem plurimum pro-
 tendatur, parum admodum mutari
 valorem inventum, qui nec nimis
 multum mutatur, si aliquanto magis
 contrahatur idem intervallum; nam
 remotiores particule multo minus
 trahunt, quam proximæ, quod com-
 modissimum accidit, cum idcirco
 parum sollicitus esse oporteat de for-
 ma distantium oppositorum litto-
 rum, ad inveniendam deviationem
 debitam veræ proximam.

Durus ¹ & ille labor nec jam queat esse, videre,
 Quanta sit in vasto Terrai corpore moles;
 Multo opere, atque modis multis per tempora longa 2080
 Postquam tentarint Tellurem prendere notis
 Mensuris Homines. Quod qua ratione peractum
 Sæpe sit, & quantam spem veri suppeditante,
 Est operæ porro pretium cognoscere nobis,
 Quandoquidem quid sit nostris magis utile rebus, 2085
 Quid placeat mage, quam Matrem cognoscere Alumnis?
 Ast aliud tamen ad tempus, carmenque remitti
 Id sine; nunc fessum scopulis adnare necesse est.

Interea ² dum vela sego, littusque saluto
 Vicinum, quamvis altricis plurima nescant, 2090
 Ut memoro, Terræ Mortales, attamen ejus
 Dicendum est nescire sinus, qualisque sub altis
 Constat visceribus, latebrosisque invia regnis:
 Scrutamur propiora, cutemque invertimus ipsam,
 Cum fodimus venas argenti, aurique sequentes; 2095
 Proinde specus persæpe cavos, constructaque stratis
 Strata, atque ingenti sese flexcentia ductu
 Sub montes, valesque, sinusque sub æquoris ipsos
 Conspicimus, mediasque subire, & serpere lymphas;
 At quis adhuc infra per millia continuavit 2100
 Multa iter, & merces peregrinas inde redemit,
 Ut nova de Mundo, mirandaque diceret illo?
 Soli adeant Vates, aut quos descendere solis
 His libeat; gressus Alcmenæ Filius ingens
 Inferat audaces: Veneris ducente Sibylla 2105
 Descendat quoque cura, pius Vir; adite sepulta
 Vos quoque Tyndaridæ Fratres loca, vosque redite

Alter-

¹ Oporteret hic quidem, & ad superiorem theoriam exhibere methodum determinandi magnitudinem Terræ, & ad nexum cum iis, quæ dicta sunt, inquirere in figurâ Terræ ex mensuris graduum Meridiani, uti actum est de ipsa ex æquilibrio; sed libro jam excrecente plus æquo, eam tractationem alio remittit; ac interea episodium aggreditur, cui

occasionem præbent, quæ dicta sunt de textu interno partium Terræ, enumerando plures plurium Philosophorum sententias, vel potius meditationes, aut etiam commenta pura, ac figmenta inania, & absurda etiam, ac cum revelatis principiis pugnantia, circa ortum, & constitutionem ipsius Terræ.

² Primo loco Poetarum veterum somnia

LIBER QUARTUS

73

Alternis ; illuc cimba transmittitur una ,
Judicia exercet Minos , fatalia Parcæ
Ducunt fila , sedet furvo Proserpina vultu ,
Torpet Styx inamœna , Acheron pice labitur atra ,
Trans Lethem nemus elysium ; tranquilla per alta
Discurrunt , pacemque agitant , & gaudia gentes ;
Gentibus esse suum Solem , & sua sidera dicunt .

2110

At cur vos adeo transcurritis , o , ratio quos
Sola regit ? cur mens , quo scilicet ire vetatur ,
Irruit , insano nimium correpta furore ?
Vos & qualis erat Tellus , qualisque futura est ,
Fingitis ; & primos ortus , & fata refertis
E satis ventura , vicesque in sæcula longa
Ignotas canitis ; series quæ , quantaque surgit !
Errorem trahit error , & ingens nescitur ordo
Errorum ; cumulata solent mendacia ferri .

2115

Quis credat ? demum ad monstra , & portenta venit .

Illuxisse ¹ olim Terram , lucemque dedisse ,
Et clarum proprio dominatam in vortice sidus ,
Ut Solem , memorant , nocturnaque lumina Mundi :
Obrecta est porro in magnum coeuntibus augmen ,
Ut spuma , maculis , atque obnubentibus ora
Lucida , cumque suo vortex efferbuit igne .

2120

Languida propterea Terra , & jam corpore opaco
Vicinum fuit in Solem correpta valentem .

2130

E maculis steterunt montes , mare , susus & aer
Undique , & externa quodcumque in fronte videtur ;
Interius coquitur vel adhuc , gremioque coercet
Clausum antiquum ignem ; proin volvitur ipsa voluto
Illo , & vitalem partit per membra calorem .

2135

Usque adeo Terræ procul accersenda fuero
Hæc primordia , uti , qualis nunc , edita staret ?

Est

omnia occurrunt circa Strygẽm , &
Elysios , ubi fabulas Nostræ comme-
morat Poetis utique sat cognitæ :
tum in Philosophorum quorundam
mendaciam invehitur , qui de iis igno-
tissimis rebus philosophantes , non
nisi errores erroribus , & mendaciis
mendacia cumularunt .

1 Sententia fuit Cartesii Terram

olim fuisse unam c stellis fixis , qua
maculis nimium obruta in superfi-
cie , & idcirco cessante vi in circum-
fusum suum vorticem , ipsa cum
suo ipso vortice absorpta fuerit a
vortice solari , sed adhuc intra sua
viscera ignem foveat , qui & in tot
Vulcanis erumpat .

Est ¹ Terram contra liquidam, corpusque fuisse 2140
 Qui velit undisonum; post extra Solis ab igne
 Concretum crusta lymphas texisse sub una.
 Nusquam attollebant montes caput, atque supinis
 Tum neque nomina erant convallibus; omnia sætu
 Ubere florebant, brumaque carentia, & æstu; 2145
 Quippe erat ad Terram medius Sol; atque animantes
 Ducebant vitam facilem, expertemque laborum.
 Tempore post aliquo diro concussa tumultu
 In multis confracta locis, passimque dehiscens
 Crusta ruit; pars ima petit, pelagique latentis 2150
 Impulsos subiit fluctus; sonuere patentes
 Oceani furiz, & voluere immergere cuncta;
 Mersissentque, altos ni fragmina profluisent
 Protinus in montes, & sustentantia flexu
 Se vario inter se servassent culmina magno 2155
 Colsa a naufragio; quamvis altissima paulum
 Tum quoque inundari debebant; namque ruina
 Commotus vasta, expressusque cadentibus intro
 Molibus oceanus cumulo superabat aquarum
 Magnarum, & falso complebat nubila rore. 2160
 Ex illo proin in Terra jam forma remansit
 Excidii antiqui: resonanti pars bona cessit
 Terrarum pelago; quæ pars eductior, illa
 Rupes, & scopulos, atque inter culmina valles,
 Raraque camporum, nec lata sat æquora præfert; 2165
 Undis interius variata est, fragminibusque
 Illis, de crusta quæ tum cecidere ruente:
 Quem casus tum forte locum dedit, hunc tenere.
 Ergo non poterat sine magna Terra ruina
 Esse, velut nunc est? altos sustollere montes 2170

Non

¹ Burnetius, & Wistonius censue-
 runt, Terram olim fuisse totam flu-
 idam: supremam superficiem con-
 crevisse calore Solis: hanc contra-
 ctam in frusta juxta Burnetium ob
 inæqualem exsiccationem, juxta Wi-
 ltonum ex inæquali attractatione
 Cometæ nimis proximi, concidisse
 æmere: inde montes, & quidem ma-

rinis productionibus confertos plu-
 ribus in locis; quasi vero, addit No-
 ster, ipsos montes Naturæ Auctor,
 qui ipsius Naturæ nomine hæc intel-
 ligitur, non potuerit ipse condere,
 dum Terram condidit, ad haben-
 dam hanc omnem vicissitudinem, &
 hosce usus, quos inæqualitas super-
 ficiei Terrestris habet maximos.

Potue-

LIBER QUARTUS

95

Non valuit Natura, marisque extendere tractus,
 Ut sit pulchra simul nobis, & commoda sedes?
 Culpañt præcipue tranantem luce Cometam
 Vicina, qui plus ex una parte trahendo
 Obduſtam circum cruſtam confregerit, atque 2175
 Conſraſtas vario partes colliferit iſtu
 Inter ſe, interea cauda involvente ruinas.

Non alii libitum eſt violento vertier omnia
 Excidio ¹, atque extra ſubito, & mutarier intra
 Tellurem, ſed paulatim per ſæcula longa 2180
 Eſſe hanc ad ſpeciem liquido de gurgite ventum.
 Namque fuiſſe globum jam tum docet ille fluentem,
 Oceanumque patrem tractus tenuiſſe patentes
 Undique, materies varios unde omnis ad ortus
 Suppeditata fuit; ſecerni limus ab undis 2185
 Principio liquidis, ſolida & conſiſtere mole,
 Conſtringi & ſalſo denſatus glutine cœpit.
 Et jam prima novis creſcebant auctibus orſa
 Perpetuo, magis hac, minus illac, ætus ut undas
 Auctificas pullabat agens, motuſque ciebat; 2190
 Nam variis (quamvis nondum prognata fuiſſent
 Flamina ventorum) currebant æſtibus undæ.
 Ergo ſe ad ſummum fundo attollente liquorem
 Paulatim, & contra ſe demittente liquenti
 Plantie in fundum, fuit, ut conſurgere primo 2195
 Mons apice anderet novus, & prorumpere demum.
 Interea ſervebat opus genitale ſub alto
 Oceano, atque uno ſcopulo apparente ſubibant
 Haud procul huc illuc brevis eruptura ſub auras,
 Ipſa madens etiam donec caput eduxere, 2200
 Jam ſcopuli; prior hîc cretus, poſt alter, & alter

Diviſi

Pomertunt utique montes plurimi,
 & colles fuiſſe initio conditi; ſed
 ego pro certo habeo, quod & No-
 ſtra inferius amplectitur, uti novi-
 mus inſulas quaſdam vi ſubterra-
 neorum ignium e mari exortas no-
 ſtro etiam hoc ſæculo; ita plurimos
 montes, & maximos Continentis
 tractus emeriſſe olim, aliis conſra-

ctis, atque demerſis, quod itidem
 exiguis quidem tractibus, ſed ta-
 men accidit non ſemel hoc etiam
 ipſo ſæculo.

I Congerit hîc iam multa ex Ta-
 liamede, id celebri paucos ante an-
 nos edito libro eſt nominis; ubi
 quamplurima per ſe quidem egre-
 gia, & ſcitu digniſſima congerun-
 tur

Divisi inter se; sed plus minvente relecti
 Se pelago, gemini coeuntes, tergemineve,
 Una biceps, seu forte triceps velut insula ponto,
 Sese ostentabant; nova proles adveniebat 2205
 Oceani rursus, & rumpebat viscera patris.
 Montibus hic magnis ortus, sic Taurus, & ingens
 Caucasus, & mediis præcinctæ nubibus Alpes,
 Celsus Athos, & Olympus, & imbrifer Apenninus
 Prodiit; hinc & Pyrenes, & Atlantis origo, 2210
 Inniti dorso cui sidera cernimus alto.
 Dein alii, qui nunc constant, alique minores
 Profluere, diuque etiam post usque minores
 Ordine distensi, quo motis fluctibus intra
 Cursus erat variante æstu, ventisque coortis 2215
 Post quoque, cum cœpit Tellus prætere frons.
 Atque ipsi interea scopulorum culmina venti,
 Et Sol, & pluvie minuebant, atque ferebant
 In mare detractas prædas, operamque juvabant,
 Ocyus ut multis in partibus exoriantur 2220
 Incepti montes, Terram & protendere possint.
 Sic demum patuit depressio gurgite, junctis
 Montibus, & magnis siccatis undique campis
 Terra ingens vastis tot regnis par capiendis.
 Oceani nec jam cessat labor; additur usque, 2225
 Et nova progenies fundo procuditur omni,
 Et scopuli augescunt, & littora distenduntur,
 Acquirat Tellus, perdit mare. Pluribus oris,
 Ut referunt, olim quas laverat æquor arenas,
 Nunc feritur, glebæque boum sudore madescunt, 2230
 Dimoto non pauca procul per jugera ponto.
 Quique olim portus tot magnis tutæ carinis
 Sedes, perfugiumque fuere, rigantur ab unda
 Vix tenui, possuntque leves admittere cimbæ;
 Aut penitus fundo tellus patet ima relecto. 2235
 Præterea quot sunt urbes, audivimus ante

Quas

rur deprompta ex historia naturali,
 quæ probent, nunc esse Terram, ubi
 olim fuere maria excursu facto per
 Affricam, Asiam, & Europam, &

quidem panllatim progressu tempo-
 ris Tertæ superficiem esse auctam,
 & imminutam superficiem maris;
 at ea ibi adhibentur ad id, ut inde
 adstrua-

Quas circum pelago pulsatas, rauca furentis
 Exaudire sali quæ vix nunc murmura possunt?
 Egypti extremis in finibus, incipit ora
 Quæ libyca, & sterilis regio, infœcundaque arena est, 2240
 Visuntur, magnorum operum monumenta, ruinæ,
 Mœnia arenarum cumulis protecta, domusque
 Exesæ, & turres diffractæ, scilicet amplæ,
 At collapsæ urbes. Non Juppiter irrigat imbræ,
 Longum iter ad Nili ripas est, terraque nullos 2245
 Frustra culta potest sætus dare; proptereaque
 Vedabant, quod opus sibi, per commercia gentes;
 At quod commercij vastas genus inter arenas
 Esse potest? igitur substructas has mare propter
 Credibile est urbes, resque huc trans æquora vectas; 2250
 Quin superest & adhuc ut portus forma cavati.
 Condita principio fuit una, & deinde remoto
 Littore successit structis urbs altera muris,
 Hospitiumque recens populo dedit; altera porro
 Sic quoque, postremamque excepit Juppiter Ammon, 2255
 Desertoque Jovi sufficit, de Jove natum
 Qui voluit se, deinde suam; sed & hinc modo pontus
 Se retrahit, magno aequæ portu clausus, ut olim, est.
 Huic conjuncta Pharus jam tum fuit; insula at ante
 Uque adeo terra medio divisa profundo; 2260
 Ut, cum hic Mæonius detentum ob numina læsa
 Cum sociis caneret Vates Àtrida minorem,
 Hic & fatidico nescientem vincula Proteo,
 Diceret Ægypto tantum distare, diei
 Quantum iter unius est ætæ per cærula puppi, 2265
 Flamme quam stridens impelleret aura secundo.
 Qui prior incœpit Grajorum condere doctas
 Historias, & scripta sacrare volumina Musis,
 Ille refert, Memphim prope magnam, tamque remotam
 A pelago, æratos sibi visos scilicet orbes, 2270
 Ad quos fama fuit religatas ante carinas

T. II.

G

Hæ-

adstruat fides inani commento;
 Terram olim fuisse itidem totam
 aquis circumdatam, quibus partim
 deponentibus limum, partim exsicca-
 tis, & post solutionem in pluvias

concretescentibus, primo quidem
 paulatim emerferint altiorum mon-
 tium vertex; tum colles, & cari-
 pi, viventibus omnibus, & homini-
 bus ipsis prognatis ab iisdem aquis.

Hæſiſſe, adveſtis ſtarent cum mercibus auctæ.
 Et geminæ fuerant adlabens ad mare Syrtes
 Quondam, & navifrago terrebant æquore nautas,
 Nunc longo diſtant ſejunctæ a littore tractu. 2275
 Quin Libyæ partem quoque nunc, Nubiæque calentis
 Appellant priſco ſervato nomine Pontum,
 Utque mare, inſcribunt loca ſic deſerta tabellis.
 Jam quos Oceano prætendit Gallia portus,
 Omnes pene novi, ſiccatis atque reſiſtis 2280
 Antiquis; præſens non eſt, Phocæa ubi quondam,
 Maſſilia; at diducta ſitu, pontumque ſecuta.
 Portubus in Latiis, quibus ad certamina ſtruſtas
 Romulidæ puppes condebant, nunc viret herba,
 Atque alii portus fodiuntur, & uſque novantur. 2285
 Brunduſium claſſes olim, claſſesque Ravenna
 Excipiebat; at hæc miratur littore ſeſe
 Eſſe ſuo jam diductam; vix parva coerces
 Illud navigia, & fundo ſtant ſæpe carinæ.
 Littora quid memorem ſidonia, quaque erat ingens 2290
 Antiochi regnum, quid grajos undique portus?
 Vel modo viſuntur nuſquam, vel ab æquore longe
 Diſcluſi. Egæi eſt eduſtor inſula ponti
 Omnis, & Epiri quoque latior ora, novisque
 Conſeritur ſcopulis illud mare, Cyclades olim 2295
 Ut genitæ, & Delos Latonia. Proinde tabella
 Diſcere de veteri ſi nunc Terræque, mariſque
 Collibeat fines, quantum illas denique culpes?
 Mentiri credas, cum ſic mutata lotorum
 Sit facies; virides modo campos eſſe videbis, 2300
 Qua fluctus olim deſpumavere; propinqua
 Inſula quaque fuit terris, velut inſula Circes,
 Inſula nunc non eſt, ſed tellus addita terræ,
 Qua brevia, apparent ſcopuli nunc, atque cæluntur.
 Plus altis olim Venetam Neptunus in undis 2305
 Urbem admiratus; miracula nunc ea certe
 Decreſcunt; urbs jam fundo propiore habitatur.
 Amplior eſt Batavum regio modo, quam fuit olim,
 Et, licet aggeribus, ne campos obruat æſtu,
 Arceat Oceanum, ſemper minor advenit ille. 2310
 Tu quoque littoribus diſtenſa Britannia circum

Cre-

Crescis: Vos etiam Cimbri, Boreæque nivalis
Indigenæ; magis usque humilis circumsonat unda.

Cunctis¹ rebus ab his qui tentat vincere semper
Imminui pelagus, magis & descendere ad ima 2315

(Non pugnem), vero fors nititur argumento:
Ante opus inspexisse tamen, causa omnia possint
Ne peragi hæc alia; ne portus obstruat ætas
Fors aliquos saxa advolvens; ne flumina longe
Protendant terram, & sæcundent littora limo; 2320

Ne juvet Oceanus, cumulosque advehet arenæ,
Atque suo proprios restringat munere fines,
Et venti, & pelagi miscentes ima procellæ;
Denique ne motus terræ sæpe inopini
Id faciant usquam, scopulosque repente recentes 2325

Educant, veluti nuper, terrestria post tot
Fulmina, post crebros mugitus, prætereuntes
Quos exaudibant Nautæ procul, & fugiebant
Jonio in magno, fumosque, ejectaque saxa,
Insula dimoto visa est consurgere fluctu 2330

Haud longe aspectans Phæacum regna, novæque
Invitans tum spe Cultores ubere glebæ.
Exuviis compacta maris sunt edita saxa,
Duri etiam pisces rastris, conchæque ruuntur.
Sic itidem omnigenis quantam concreta videtur 2335

Æquoris exuviis, Afram venisse sub auras
Credibile est Melitem, quæ nunc tam nobilis ora est.

Proin qui conspiciunt terram sub fluctibus esse
Nostræ, quam colimus, similem, & sub fluctibus ipsis
G 2 Pau-

¹ Sententiam de continua immi-
natione aquæ hic Noster proficitur,
a se non rejici, quæ fortasse sit vera;
sed affirmat alias plures adhuc esse
posse causas, quas & commemorat,
cum in pluribus locis sit nunc terra,
ubi fuerit olim mare: materiam,
quam flumina in mare evolvunt;
arenam, quam maris agitatio propel-
lit ad littora; terræmotus, qui super-
ficiem Terræ immutant, uti simi-
lem ortum habuit nova insula ini-
tio hujus sæculi orta in Græcia prope
insulam, quam nunc dicimus San-

torino; cujus postremæ causæ indi-
cium desumit etiam ex productioni-
bus marinis, quæ in montibus in-
veniuntur in lapides conversæ, ut
pisces, conchæ, coralia, & plu-
rima alia plantarum marinarum ge-
nera, quæ veterem suam formam
servant, vel in lapides jam conver-
sa, addit autem & anchoras, & na-
vium fragmenta, & ossa humana
tabulis adhærentia, quæ inventa
sunt non semel in ipsis montium vi-
sceribus.

Paulatim sterni sola, marmora, saxa creari,
Compingique lutum varium, & coalescere arenas,

2340

Hæc eadem cunctis aliis exordia rebus
Ante fuisse putant; ideoque sub æquore vasto
Ut multi sæpe solent durescere pisces,
Ostreæque, & conchæ, & rubicunda coralia condi

2345

In silice, & fructus omnes, herbæque marinæ,
Sæpe eadem siccis hæc condita sic reperiri
Montibus a falso distantibus æquore longe.

Sunt quot in Helvetiis ea rupibus, atque nivosis
Alpibus? omnigenos discissa caute tuemur

2350

Pisces; in duro non desunt corpore squamæ,
Spinarumque tenor, dentesque, oculique rotundi,
Omnia naturæ speciem servantia veram.

Certaque quin etiam Phocarum, & grandia Cete
Visuntur spolia, & variantes pingere conchæ

2355

Telluris gremium sublimi in monte cavatum.

His alienigenis Pyrenes viscera rebus

Consita sunt; Itali montes crevistis & ipsi

Sic quoque, & æquorei tumulastis monstra profundi.

Totius Europæ demum quis nesciat istis

2360

Portentis fœtos montes, Asiamque feracem,

Et Libyam, atque alio terras sub Sole repertas?

Quidquid sub pelago viret, innatat, omnibus hæret

In scopulis, duræ moliti viscera terræ

Inveniunt homines; tactu lapis omnia constant,

2365

Sed remanet sua forma vel imis certa medullis,

Et modus, atque color; nec congesta omnia casu,

Projecta & temere, at veluti constrata manu sunt,

Formæ quæque suæ, gravitatis & ordine certo.

Præterea quot adhuc terram quoque signa ruendo

2370

Non maris invenias? non sæpe est anchora multis

Quam procul a pelago, quam celsis montibus inter

Eruta duratos pisces, aplustra que fracta

Saxea, non remi, non malus, parsque carinæ?

Naufragii non ille fuit locus? ergo putandum

2375

Illa quoque anteaſto juga tempore merſa fuiſſe.

Sæpe etiam ad fractas tabulas in monte repertas

Eruta sunt hominum multorum saxea membra,

Oſſaque, & armorum, & varii veſtigia amiſſus.

Pro-

LIBER QUARTUS

Propterea ¹ mare si decreſcere debuit annis
 Anteaſtis, neque nunc ceſſat ſe littora circum
 Omnia contrahere, & limoſo accedere fundo,
 Adveniet tempus, dicunt, magnumque canentes
 Augurium vanas tentant percellere mentes;
 At non illudunt Vates Sapientibus, illud
 Adveniet tempus, pede ſicco Hiſpanus ad Afros
 Ut tranſmigret, & ipſa vetet Natura columnas
 Trajicere Herculeas; vicinis inſula terris
 Omnis ut accedat; Gallisſque Britannia conſtet
 Pervia, & Ægæi ſcopuli maris unica fiant
 Inſula; Boſphoriæ fauces claudantur, ut olim
 Hyrcanæ, Euxinusque lacus quoque nominitetur;
 Quodque Atlanta ſalum lavat imum, deſinat eſſe;
 Et brevis, & nullus demum quoque tranſitus orbem
 Extet ab orbe novo ad veterem, deſoſſaque campis,
 Collibus & mediis tot naufraga noſtra ruantur
 Navigia, argentiſque abſorpta metalla, vel auri.
 Innumerabilibus paulatim talia ſæclis
 Sed fient, ut, quid terraſque, mariſque ſit ante,
 (Undique deletis monumentis) neſciat, æſtum,
 Poſteritas tam ſera, aut fors conjeſtet, uti nos.
 Interea liquido ſemper pereunte elemento
 Incipiant montes late exardeſcere multi,
 Ut nunc Ætna furens, atque ora recludere flammæ
 Undique, dum Tellus igneſcat denique tota
 Siccato Oceano, atque omni Cultore perempto,
 Faſtaſque Sol, aſtrumque novum luceſcat: at iſte
 Nec quoque perpetuus conſtet nitor, almaſque demum
 Lux palleſcat, & abſumpta vi ſulphuris omni
 Deſinat in cinerem Tellus ingloria inertem:
 Ac porro ingentes per Mundi colligat oras

101
2380

2385

2390

2395

2400

2405

2410

G 3

Dis-

¹ Pergit hic exponere, quo progrediar is, cujus somnia exposuerat pertinentia ad ortum telluris, & montium ex imminutione continua fluidi: fore, ut primum freta siccentur, tum & sinus: inde amissio omni humore, Terra exardescat, & fiat stella: deinde absumpta, & in cinerem redacta novum humo-

rem contrahat per immensos æthereos tractus, ac ea iterum fluido circumfusa, progignat Oceanus rerum omnium semina, ex quibus oriantur & homines, qui siccata superficiiei parte emergant, ac sint primo quidem rudes, tum paulatim excolantur, ut prius.

Diffusum humorem paulatim, & forbeat undas;
 Proin iterum in magnum concresecat cooperientem
 Terras Oceanum, renovantemque omnia, ut ante.
 Scilicet Oceanus cunctis det semina rebus, 2415
 Et, velut altricem terram, terrestria sæcla
 Omnia sic gignat late, volucresque, feraeque:
 Tritonumque genus Mortales, monstraque ponti;
 Mutaque gens primum pelagus proscindere tantum
 Gnara sit, ut pisces, quandoque attollat in auras 2420
 Phocarum de more caput, consuescat & illis
 Paulatim; sed post audentior unus, & alter
 Emergat, victumque velit sibi quærere campis,
 Sæcla propagare, & cultores condere Terræ.
 Proin patrem Oceanum rerum, Veneremque marinis 2425
 Fluctibus exortam, nantemque ad littora fingant.

Jam¹ quo non mentem primus procul auferat error?
 Alta movet veluti qui per declivia gressus,
 Si ruat, haud subito valeat compescere casum,
 Quin ruat ulterius; tum præceps terque, quaterque 2430
 Volvitur, & multa contunditur usque ruina.
 Dum tamen has grandes nugas, & docta videmus,
 Miramurque hominum deliria, cautior ipsa
 Nostra sit, ut proprios mens, dum cavet ex alienis
 Casibus, evitet casus, turpesque ruinas. 2435
 Nam revocare suam quis speret tum rationem,
 Cum semel excessit fines, exlexque vagatur,
 Effrænesque ciet motus, lumenque secuta
 Vix tenue in tenebris clara esse in luce diei
 Somniat, atque Jovis diva pro conjuge ut olim 2440
 Ixion nebulas amplexu stringit inanes.

LI-

¹ In hosce errores, & hæc somnia demum invehitur, ac illud monet; mentem etiam, ut gravia corpora, si semel incipiat ruere, ita paulatim in præceps abripi, ut consistere nequaquam possit.



LIBER QUINTUS

Prima ¹ in præsidium vitæ procudit Egestas
 Olim tot varias miseris Mortalibus artes
 Ingenia exacuens pro rebus, opemque ministrans:
 Fastus, & ambitio dein exceperè, repertos
 Protuleruntque usus, quanto plus, commoda nostra,
 Et vitæ utilitas inopis quam poscere visa!
 Sic vestes primùm inventæ, defendere membris
 Frigus uti possimus, acutaque verbera venti;
 Parvaque sic tepidis in vallibus edita testæ
 Sunt, rabiem quoque detur uti vitare ferarum:
 At nunc purpurea, aurataque in veste locamus
 Luxum, & delicias, nunc laxa palatia surgunt
 Effigies etiam e saxo exceptura silentes,

G 4

Mar-

¹ In ipso superioris libri fine pollicitus est Noster se acturum de magnitudine, & forma Telluris investigare per observationes, & mensuras. Id præstiturus, ut amœniore exordio Lectorem excipiat de more, & ad asperiora præparet, exponit progressum Geometrix, quæ ab agrorum mensura traducta est ad dimensionem Terræ totius; sed & ante hunc ipsum Geometrix exortum, rem longe altius repetens proponit, unde profluxerit ipsa necessitas dimetiendi, quin & distinguendi agros, quod argumentum connectitur cum ipsa origine inæqualitatis inter homines, quos ini-

tio Natura pares condiderat.

Hic igitur orditur ab artium progressu, quæ a necessaria vitæ conservatione ad luxum quandam traductæ sunt, ac proponit explicandum, unde, & quibus gradibus eo devenit sit. Porro & hoc ipsum exemplum artium a naturæ necessitate traductarum ad luxum bellè quadrat cum Geometria traducta a dimensione agrorum necessaria potissimum in Ægypto obruto aquis Nili, ad investigationem quodammodo veluti luxuriosam magnitudinis, & figuræ Telluris, ac distantiarum etiam inter astra, & magnitudinis eorundem.

Marmoreisque nitent laquearia fulta columnis,
 Unde urbi, gentique decus, nomenque paratur. 15
 Utque tibi ex aliis vitæ rationibus istas
 Clarius evolvam causas, rudibusque recentes
 Artibus exortus, & grandes unde recepti
 Porro auctus, in res procurrare me sine paulo
 Longius, usus erat queis primitus instituisse 20
 Vitam homines, ne deficeret, queis deinde reductæ
 Deliciæ, & fines Naturæ simplicis illi
 Dimoti, atque aliis alii de moribus orti
 Mores, atque novi cultus, distensaque longe
 Grandia propterea res incrementa per omnes. 25
 Principio ¹ Natura pari ratione creavit
 Nos Homines, mortale, omnes, genus, ut neque quisquam
 Jactet sese aliis potiori vivere ab ortu,
 Nec majora sibi deberi, primaque rerum.
 Omnibus æquum jus vitam, stirpemque tueri est, 30
 Et capere ad victum de terra, quæ velit usus;
 Utile quidquid habet nam Tellus, divitiæ sunt
 Communes hominum: repleta est undique succo,
 Et Natum ad sua quemque vocat velut ubera Mater.
 Nil proprium est, nostrumque, labor nisi, curaque tantum. 35
 His igitur cum percipimus, communia quæ sunt,
 Fiunt nostra; velut qui carpit mitia poma,
 Jam sua sunt, glandesque suæ, quas colligit alta
 Sub quercu, aut leporem capiens, cervumque fugacem,
 Aut piscem motis findentem cærulea pinnis; 40
 Namque penu de communi res extrahit illas.
 Quantum at cumque libet, non fumere proinde licebit;

Ast

¹ Proponit primo juxta probabiliorem sane sententiam (licet alii nonnulli, & quidem magni nominis Auctores alio modo rem explicant repetentes divisionem a conventionem expressa) æqualitatem inter homines a Natura initio institutam : omnia fuisse omnibus communia, quæ fierent primi occupantis : fuisse par, ut nemo asservaret plus, quam necessitas, vel etiam deliciarum requirerent, ne quæ acquisita ab uno ab eodem absumi non

possent, corrumpere in aliorum damnum : Inde factum, ut ex occupatis, quæ facilius corrumpi poterant, commutarentur cum iis, quæ diutius poterant asservari : inde initium commercii : ad faciliorem conservationem acquisitionum inventam deinde pecuniam, & certis rebus, ut metallis, & gemmis imposuimus pretium : inde vero opum discrimen, inde occupata pretio & Terræ superficies, quæ communis aliter exstitisset, opibus, & camporum

LIBER QUINTUS

104

Ast & opus quantum, & quantum petit ipsa voluptas.
 Quod superest, non fas corrumpi; prodiga non est,
 Quamvis sit Natura ferax, & in utilitatem 45
 Omnia vult verti, ne, quæ struit, irrita fiant.
 Propterea tantam Terræ sumere partem,
 Quam colat, & largo fecundet semine versam.
 Cuique licet, victum sibi quanta effundere possit.
 Non aliis id erit damno, non causa querelæ 50
 Iusta. Quid? una satis non Terra sit omnibus, æque
 Qui capiant? unquamne fuit penuria parvi?
 Ulli deficient sola, queis pascatur, aranda?
 Pleraque sed quoniam, quæ vitæ accommoda nostræ,
 Tempore non possunt longo servata manere, 55
 Sed nisi forte brevi nostros vertamus in usus,
 Putrescunt facile, & minuuntur, dispereuntque;
 Qui sinat hoc fieri, Naturæ dona profundit,
 Atque injurius est aliis, quia sumit acervo
 Plus de communi, quam quantum postulat usus, 60
 Proinde aliis damno est, consumere qui potuissent
 Utiliter. Tum par largiri mutuâ partem,
 Quæ superest, post ut tantundem restituatur,
 Fragaque cum nucibus brevia, ut servantur in annum,
 Et collapsuris victuros frugibus agnos 65
 Mutare, & pretium hinc variis edicere rebus.
 Huc igitur nos paulatim traduxit Egestas
 Multa docens; mox hunc longe, longeque receptum
 Protulimus morem; pretium confingere quippe
 Rebus inutilibus libuit tunc, utpote raris, 70
 Et quæ perpetuo possint servarier ævo,

Æ3

porum dominio distinctis hominibus, coeppisse & familiarum discrimen, habitis pro nobilioribus iis, qui a ditioribus orti essent, ac proinde & Reges exortos, qui plurimis præessent; & populos, qui divites parerent Regibus, & e contrario paupertatem, ac servitutem; tum & vim, ac furta, & rapinas, & ideo leges, ac iudices, quibus cuique suum adjudicaretur: inde vero & arborum fines circumseptos, & limites positos, cumque

potissimum in Ægypto Nilus fines confunderet, limitibus vel abreptis, vel aggestione terræ sepultis, Geometriam habuisse ortum, quæ ipsos definiret campos delineationibus ad altiores positiones alligatis: hanc vero Geometriam eo delatam a necessitate, inde ad luxum quandam processisse, ut Terram totam dimetiri sit aula, & definire distantias ac magnitudines Solis, & Planetarum.

Æs velut, argentum, atque aurum, atque adamantina saxa.
 Hinc est signato pecore orta pecunia primum
 Scilicet, hac nobis constant ab origine nummi.
 Crevit avarities hinc, nam, quam servet, adepta est 75
 Rem facile, accumuletque, diu si parcat abuti:
 Hinc cessere in opes privatas publica terræ
 Jugera, quæ populo quoque magno sint sat alendo,
 Et potiundi aucti, extensique per omnia fines;
 Nempe ita servari, quodcumque dat ubere gleba 80
 Tellus ipsa, potest, nihil ulla & disperit e re.
 Sic cui principio potiundi cura, laborque
 Major erat, magis & servabat, major haberi
 Idem aliis, longeque potentior, ad sua flectens
 Multos arbitria, & fors omnes, debuit unus; 85
 Et sua progenies meliori e semine visa est
 Duci, atque exortus sortiri nobiliores.
 Protinus hinc Regum, & Dominorum nomina terris,
 Prorsum ignota prius, sunt prodita, nobilitasque
 Cum censu venit; paupertas, servitiumque 90
 Fluxerunt etiam, simul & vis, furta, rapinæ:
 Propterea & leges ortæ, cujusque quod esset,
 Tutum quæ facerent, & habendi quæ sua, normas
 Præciperent, lites ne litibus exciperentur.
 Et quoniam cum nos procurrimus immoderate 95
 In rebus, prima amota, nova surgere Egestas
 Usque solet; debet nova suppeditarier usque
 Ars etiam, multas post se tractura quoque artes.
 Quare & præsentis finiti sepibus agri,
 Et positus campis limes, mensuraque in arva 100
 Inducta est, quod quisque habet, ut cognoscere possit,
 Quodque suum est, colere, atque aliena abstinere gleba.
 Præsertim sola partiri per jugera lata
 Vobis cura prior fuerat, repetita quotannis,
 Qui lætam Ægyptum colitis, ripasque feraces 105
 Nili exundantis; debebat quippe quotannis
 Omnes agrorum confuso limite fines
 Nilus, & æquabat limosis omnia limphis.
 Proin sua servandi Mensorum hinc extudit artem
 Ardor, opumque fuit terras numerare cupido 110
 Quæ docuit; post ad fastigia pergimus artis

Hujus

LIBER QUINTUS

107

Hujus item, prætergressi, quo duxit Egestas:
Ad Terræ nam sic noscendum venimus augmen-
Totius, hinc etiam ad Solem, & palantia Cæli
Sidera, non humili correpti huc ambitione.

115

Quapropter ¹ ne te in promissis plura moremur;
Terra quibus dimensa, modos, age, percipe plures;
Tum lustrandum auras obeuntes undique Terram,
E liquidis iterum ad Cælum sustollar ab auris,
Quam gravis astrorum, visurus, quæque vagantum 120
Sit moles, non libræ examine, sed rationis,
Visurus Lunæ indociles motusque, vicesque:
Ire, redire vias sublimes sæpe necesse est.

Quærebant ² olim qui Terræ totius augmen,
Esse rotundam ipsam prius omnes arripiebant; 125
Proin facile ex aliqua dimensa parte rotundæ
Delabi fuit ad totam, & cognoscere, quanto
Orbe sit, & notis circumdare millibus amplam.
Hoc prodit tentasse vetus quem fama, Syenem
Ille urbem, cum Sol. per chelas Canceris iret, 130
Alti crediderat sub recto verbere Solis
Esse sitam; nam rumor erat tum lumine adiri
Immisso puteos ex omni parte profundos,
Et tenebris prorsus spoliari, umbraque carere.
Præterea illam urbem (Pelleo condita Rege 135
Urbs erat huic sedes Ægyptum prima per omnem)
Æliferum rectâ a sese sic vergere ad Austrum,
Ut simul aspicerent mediam noctemque, diemque.

Jam

¹ Hic jam aggreditur argumen-
tum suum, & proponit, quæ po-
tissimum hoc libro pertractaturus
sit: plures methodos dimeriendi
Terram: inde plura, quæ pertineant
ad aerem Terræ circumfusum, quo
superato iturus est iterum in Cæl-
lum ad determinandam molem, &
massam plurium Astrorum, quibus
desiniris ager de Lunarum motuum
vicissitudinibus.

² Incipit a Veteribus, qui Tellu-
ris figuram habuerunt pro sphæri-
ca, in qua hypothefi admodum fa-
cile fuit investigare magnitudinem

totius Terræ, quæ nimirum pro-
fluebat statim e dimensione arcus
terrestris cujuscumque, ubicumque
per accuratas mensuras determina-
ti. Hoc argumentum pertractabi-
mus de more uberius in supplemen-
tis in hunc locum, hic interea
Nostrum sequuti pressius: porro
pleraque ex iis, quæ profert huc per-
tinentia, continentur in meis disser-
tationibus de Veterum argumentis
pro Telluris sphæricitate, ac de fi-
gura Telluris, & in meo opere *De
Literaria expeditione per Pontificiam
ditionem*, ac ejusdem operis synopsi
iti-

Jam prope distantes æque inter mutua sese
 Cum radii Terram veniant a Sole per omnem 140
 Tam procul eduſto (cui punctum eſt Terra relata
 Immani ſpatio), talem catus extudit artem.
 Surſum dimidiam convertit ad alta cavati
 Aſtra globi partem, cui ſilum aptarat ahenum
 E medio recta ſurgens, mediaque cacumen 145
 Summum prorfus habens ſectæ in regione pilai.
 Ergo per Cancrī, qua Sol fuit altior hora,
 Solſtitium, fili vidit quam longa ſit umbra;
 Nimirum decies quintam comprehendere partem
 Ejus circuitus, tantam proin totius eſſe 150
 Circuitus Terræ partem percepit idipſum
 Intervallum, urbem diſtenſum hanc inter utramque;
 Quo te ipſum ratio tibi non impervia ducet.
 Aſt utramque urbem quod diſtinet intervallum,
 Æquabant quin ſtadiorum millibus, oras 155
 Æſtiſeræ longe regionis qui peragrabant.
 Quapropter cingit qui Terram maximus orbis,
 Biſcentum, & decies ſtadiorum quinque neceſſe eſt
 Millibus excurrat: Quod, ſi prima omnia conſtent

Vera,

itidem mea inſerta Commentariis
 Academiz Bononiensis.

Primo loco exponit diſenſionem
 Terræ factam ab Heratostene. Is
 ex obſervationibus habitis in Africa
 in urbe Syene, & Alexandria
 definiit ambitum circuli Terræ
 maximi ſtadiis 250000.

Suppoſuit Syenem eſſe ſub ipſo
 Tropico Cancrī, quod in meridie
 æſtivi Solſtitii dicerentur ibi putei
 illuminari uſque ad fundum, quo-
 rum unum, ajunt, fuiſſe profun-
 diſſimum, ex cujus fundo extra id
 tempus noctem alenem umbroſiſſi-
 mam interdiu etiam ſtellæ appare-
 rent, quo & Virgilium ſpectaſſe
 putant binis illis verſibus.

*Dic quibus in terris, & eris
 mihi magnus Apollo,
 Tres pateat Cali ſpatium non
 amplius ulnas.*

Deinde ſuppoſuit Syenem, & A-

lexandriam ſub eodem meridiano
 eſſe, illa jacente accurate ad Au-
 ſtrum reſpectu hujus: id an ita ſe
 habeat, cognosci poterat in primis
 ex Lunæ defectibus, qui ſi eæ ur-
 bes ſub eodem meridiano erant,
 debebant utrobique apparere eodem
 horarum numero ante, vel poſt
 meridiem aut mediam noctem.

Suppoſuit itidem ex communi in-
 nerantium fama intervallum inter
 eas urbes eſſe ſtadiorum quinque
 millium.

Iis ſuppoſitis erexit Alexan-
 driæ hemiſphærium, in cujus cen-
 tro erat vertex ſtyli e medio he-
 miſphærio verticaliter erecti. Ob-
 ſervavit ejus ſtyli umbram in me-
 ridie ſolſtitii æſtivi, nimirum di-
 ſtanciam cuſpidis umbræ ipſius æ
 pede ſtyli, quam invenit eſſe par-
 tem quinquageſimam circumferen-
 tiæ circuli maximi ejuſdem hemiſ-
 phærii.

LIBER QUINTUS

Vera, queat nulla prorsus ratione refelli.

109

Verum¹ non illarū mediam noctemque, diemque

160

Prorsus eodem agitant momento temporis urbes,

Altera ad occasum sed paulum flestit, ad ortum

Altera; nec prorsus Cancrī sub culmine summo,

Quo deorsum se Sol parat intorquere, Syene est;

165

Nam non e medio venientes Sole profundos

Tam radii illustrant puteos, sed proximiorē

Extremæ a puncto flammantis lampadis oræ.

Præterea neque sunt illo uno de rutilante

Emissi puncto radii, quibus ultimus umbræ

170

Finitur limes, sed limbo prorsus ab omni

Circum Solis, uti non possint fingier æque

Distare inter se, quin sit discrimen in umbra.

Denique, quod superest, stadiorum millia quina

Urbibus esse putes illis intersita prorsus?

175

Posse iter exhaustum metiri tam bene credas,

Qui faciunt, ducuntque viam, quam longa, labore?

Singula quæ possunt, quod tu deduxeris illinc,

Irrepente aliqua facili corrumpere fraude.

At non illa sagax ratio minus esse videtur

180

Idcirco, per quam Terræ metirier orbem

Scilicet inventum est, suæque ars exordia cœpit.

Porro² alium non Sol, nocturni at sideris ignis

Du-

phæti. Inde autem intulit intervallum inter Alexandriam, & Syenem esse partem itidem quinquagesimam circuli Terræ maximi, quod qua ratione ex quadam parallelarum linearum proprietate consequatur, videbimus in supplementis.

Cum igitur 50 ductum in 5000 exhibeat 250000, inde consequetur necessario totum Terræ ambitum continere stadia 250000.

¹ Hic ea exhibet, quæ ejusmodi mensuram reddunt minus accuratam: nam nec illæ urbes sunt satis accuratè sub eodem meridiano, nec Syene est prorsus sub ipso tropico, puteos illustrantibus die solitū ad fundum radiis non a cen-

tro, sed ab alio disci solaris puncto provenientibus, nec umbram styli finiunt radii provenientes a centro Solis, quod requireretur ad illam parallelarum proprietatem, sed radii provenientes a supremo margine; & ipsum intervallum quinque millium stadiorum, nimis crasso tantummodo viatorum iudicio, & æstimatione quadam creditum, non erat satis accuratum; quas omnes ob causas mensura terrestris ambitus obvenit erronea, nimirum multo major iusta: adhuc tamen methodus est admodum ingeniosa, & sagax.

² Aggreditur methodum adhibitam a Possidonio, qui ad eam dimensionem est usus stella fixa pri-

ma

Duxit, uti fines Terræ præscriberet orbi.
 Namque Rhodo, tanto claram quam fecerat ipse 185
 Hospitio, plus quam moles ea vasta Colossi;
 Submisit fasces Doctrinæ Oriente subacto
 Magnus ubi, & subiit parvos, ut templa, penates;
 Tu quoque ab Arpino, largum cui flumen & aureum
 Eloquenti, cupidus fontem hunc virtutis adisti; 190
 Ergo Rhodo ex humili summas ita radere ponti
 Aspiciebat aquas sidus (dixere Canopum,
 Fulgurat Argoæ quod clavo navis inhærens)
 Ut subito exortum caderet, pelagusque subiret.
 Illud at Ægypti primo de littore visum, 195
 Mœnia quo Macetæ surgunt de nomine Regis,
 Parte aliqua ætherii sursum se totius orbis
 Extollebat, ubi jam summum culmen adiret;
 Et quia utrumque ratus mediæ esse sub orbe diei
 Uno eodemque locum; pariter, sese inter, utrumque 200
 Percepit tantis removerier intervallis,
 Æqua illi parti Terrarum ut totius extet
 Pars se inflectentis circum, & redeuntis in orbem.
 Sed spatium certis finibat millibus illud;
 Ergo itidem hunc certis cingebat millibus orbem. 205
 An minus ambiguis, quam sit prior, hæc elementis
 Mensura innixa est Terræ, suspectaque nobis?
 Adde, quod hoc humili quia sidus fulget ab ora,
 Se magis infringunt radii, quam Solis, ab alto
 Culmine cum Cæli rutilantia spicula vibrat, 210
 Ut novus hinc aliis cumulari debeat error.

Men-

mæ magnitudinis, quam Canopum appellant, ac est in temone navis Argo. Eam Rhodi videbat horizontem stringere. Alexandriæ vero censuit elevari supra horizontem parte quadragesima octava totius circuli cælestis. Hinc cum censeret eas urbes sub eodem meridiano esse, intulit intervallum inter easdem esse partem quadragesimam octavam ambitus terrestres, quod intervallum cum itidem ex crassa navigantium æstimatione censeret esse stadiorum 5000, attribuit toti cir-

cumferentiæ terrestri stadia 240000 & singulis gradibus stadia 667.

Verum hanc etiam mensuram Noster affirmat æque incertam esse, tum quia incerta sunt, immo minus accurata ea omnia, quæ ipse assumpsit, & præterea refractione horizontales observationes perturbat plurimum, quæ & Veteribus incognita erat, & est maxime variabilis, ac incerta; stellas autem attollit.

Quo autem Noster initio hujus loci respiciat, satis patet: Pompejum

Mensuræ¹, genus hoc, sed adhuc fallacior illa
 Tum tentata fuit ratio. Procul urbe Syene,
 Cujus & hæc servant, excisa & marmora nomen,
 Qui tum adventabant, velut inter mira, referre 215
 Hoc quoque consuerant, illa regione sub Austrum
 Tercentum stadia a Borea protendere sese;
 Queis stadiis per humum quæ corpora constita recta
 Tolluntur, muri veluti, celsæque cupressi,
 Erectique situ quoque aheni proinde cylindri, 220
 Ipso in Solstitio qua Sol altissimus hora est,
 Ex ulla prorsus non ullas parte cadentes
 Projicerent umbras; nam pars super imminet una,
 Cuique aliqua, illustrans Solis, qui corpore lato est.
 Perceptum hinc facile est, quam partem corpore lato 225
 Cæli circuitus Sol occupat, hanc quoque partem
 Terræ circuitus comprehendi totius illis
 Debere a stadiis. Sed jam quis nesciat, illos
 Quam tutum non sit fines servare sine umbra,
 Et latam Solis faciem, limbisque receptam 230
 Oppositis, illo præsertim tempore, quo, cum
 Servarent, satis esse putabant in capiendis
 Mensuris magnas tantum cognoscere partes,
 Et non partium item partes, iterumque resectas,
 Atque iterum; quæ integris demasce, vel addas. 235
 Bar-

jam nimirum innuit, qui Rhodi ad
 ipsius Possidonii domum diverxit per-
 motus hominis fama, ac Cicero-
 nem, qui ad ipsum audiendum eod-
 em se contulit.

1 Aliam hic commemorat metho-
 dum minus adhuc exactam, qua
 idem Possidonius est usus. Cum ni-
 mirum fama esset, solstitii æstivi
 de in meridie corpora erecta per-
 pendiculariter ad horizontem per
 300 stadia nullam umbram proje-
 cere, hinc intulit, quam partem
 celestis circuli Sol occuparet sua
 apparenti diametro, eandem occu-
 pare in terrestri circulo id inter-
 vallum, cujus nimirum singulis pun-
 ctis puncta singula Solaris diame-
 tri ad perpendicularum imminerent.

Cum Sol circiter dimidit gradus
 mensuram occupet, erueretur in-
 de, singulos terrestres gradus con-
 tinere 600 stadia, adeoque totum
 circulum 216000. Verum, & hanc
 mensuræ methodum, dicit, multo
 minus exactam esse potuisse, cum ad-
 modum difficile sit definire, ubi
 incipiat umbra esse aliqua, & cum
 apud Veteres non licuerit accurate
 definire diametrum apparentem So-
 lis; nam ii non habebant instrum-
 enta satis accurate divisa in mi-
 nutissimas partium particulas, uti
 habemus nos: casu tamen factum
 est, ut hæc omnium maxime inter
 Veteres ad veram mensuram accé-
 dat, cum exhibeat pro gradu mil-
 liaria antiqua 75.

Barbæra¹ cum premerent Europam bella, ferique
 Vexarent usus; proin late inculta jaceret,
 Atque artes, legesque sibi lugeret ademptas,
 Soli vos Arabes Terræ felicis Alumni
 Astrorum motus cupidi spectastis, & alta 240
 Convexa, atque caput supra labentia signa;
 Effusique aliis Victores protinus oris
 Excultas artes nostrum immisistis in orbem.
 Tum vos fama refert præclaræ laudis amore
 Incensos, Terræ, quam vestris subdere totam 245
 Legibus optastis, voluisse inquirere molem;
 Propterea in vastis Asiæ, quos Tigris, & ingens
 Alluit Eufrates, campis comprehendere certa
 Mensura tentasse (gradum quam dicimus) unam
 Terrai partem, quæ sexagesima sextæ 250
 Nimirum partis constat pars unius orbis;
 Tentasse, atque situ ex uno servasse locorum
 Campestri, gradibus quot se illic eyechat, alte
 In Cælum Boreæ vertex; exinde sub ipsum
 Isse polum, donec visus sublimior uno est, 255
 Hic crevisse gradu, dimensos esse locorum
 Dein interceptum spatium; totiesque repertæ,
 Sunt quot in orbe gradus, numeros iterasse per orbem
 Mensuræ. Numeros facile hos excepimus ipsi,
 At non cum numeris rationem, qua fuit alte 260
 Quæsitus vertex, non artem, qua loca mensi
 Sunt ea, non ipsas mensuras, quantaque prorsus
 Millia tum fuerint, quæ nunc accommodat aptans,
 Ut vult, quisque suis mensuris; lesbia virgæ

Re-

¹ Quarto loco commemorat mensuram, quam octavo sæculo, quo jam ingens Europam omnem barbaries oppræsserat, tentarunt Arabes sub Rege Maimone in campis Singar. Ut unum gradum obtinerent, nimirum partem sexages sextam totius circuli terrestriis, processerunt in iis campis in directione meridiani, donec iis uno gradu polus elevatior evaderet. In eo intervallo invenerunt ii quidem miliaria 56; unde universus Terræ ambitus facile deduceretur; sed non satis

constat, qua mensura sint usi, & cujus magnitudinis fuerit eorum milliare: hinc eandem mensuram nunc alii alio accipiunt modo, & suis usibus accommodant, atque id eadem ratione, inquit Noster, qua crudelissimus ille apud veteres Proculus est usus, quem ferunt, hospites suos necare solitum, & vero etiam torquere, cum breviorum membra in equleo vi distenderet, donec æquarentur lecto, longiorum abscinderet.

Regula qualis erat, ferus aut mos ille Procutis

263

Aptantis peregrina cubantum corpora lecto;

Exæquabat enim vi, cum breviora fuissent,

Distendens artus, nervorum & texta resolvens,

Sin contra a pedibus superessent longa, recidens.

Sed ¹ quid opus tam prisca sequi, jam nostra reductis 270

Jamdudum his studiis si florent tempora? magnum

Terræ ad quærendum certatim incumbitur augmen

Nunc iterum: primum nempe hunc hausere laborem

Unde omnes Italique viri, Gallique, tumentis

Quique colunt Thamefis ripas, Rhenique bicornis. 275

Protinus est ratio sua cuique inventa, modisque.

Namque ² fuit, qui, posset uti cognoscere Terræ

Id spatium, quantum est, quod scilicet ante sub uno

Esse gradu Cæli servaverat, ibat in alto

Inveſtus curru, per quot converteret orbes 280

Se rota, dinumerans, cujus jam marginis oras

Ærati fuerat circum dimensus, iterque

Inde suum sic omne putabat; quodque viai a

Flexibus, atque solo visum est discrimen iniquo

Prodire, id summa minuens tollebat ab omni. 285

Num terræ Menſor totius fidere talia

Debit, & tantis menſuræ erroribus ætæ?

Quid sit opus demi, non cernat, at æſtimet anceps?

Tum ³ fuit & triquetra qui rem cognoscere forma

Aggreſſus, aruxit tali triquetram arte figuram, 290

T. II.

H

Ejus

¹ Tranſit jam ad conatus Recen-
tiorum in inveſtiganda Telluris ma-
gnitudine, qua in re omnium Eu-
ropæ cultioris populorum induſtria
cunctis.

² Primum memorat Fernellium
in Gallia, qui obſervata in æſtivo
Solſtitio altitudine Solis meridiana
proceſſus eſt curſu in directione
meridiani, donec unius gradus diſ-
crimen inveniret. Interea, ut bino-
rum locorum intervallum obtine-
ret, numerabat converſiones rotæ,
ex cujus circumferentia cognita,
& converſionum numero eruebat
intervallum ſublata ea parte, quam

æſtimatione quadam cenſuit debe-
ri curvaturæ, & inæqualitati viæ,
per quam vehebarur. At quam
cralla ſit ſic ratio determinandi in-
tervalli, nemo non videt.

³ Secundo loco proponit tenta-
mina P. Riciolii, qui ulus eſt tri-
angulo, cujus unus angulus eſſet
in centro Terræ, reliquorum alter
in turri Mutinenſi, alter in Pater-
no monte Bononiæ. Deſinitis per
obſervationem angulis in Turri,
& monte ope lineæ viſualis ten-
dentis ab altera ſtatione ad alter-
ram, & ſili penduli tendentis ad
centrum Terræ habitæ pro ſphæ-
ra,

Ejus apex Terræ in medio ut se conderet imæ,
 Flexus & in summa turri foret alter, & alter
 Culmine in aerii montis, prospectus in illam
 Unde patet; flexum hunc utrumque, receperit intra
 Quot sua crura gradus, facile exploravit, & istis 295
 Percepit notis, quantus prior ille profunda
 Confitus in Terra, qui formæ in acumine summo est,
 Constitit; quot proinde gradus sit partibus inter
 Se disjunctus apex turris, montisque vicissim;
 Quod spatium pedibus dimensus deinde, per omnem 300
 Circuitum sic se potuit convertere Terræ.
 Sed præter quam quod tractus brevis iste locorum est,
 Quique, vel exiguum nulla vitabile cura
 Discrimen, faciat, magnum ut grandescat in auctum,
 Dum vice multiplici totum transfertur in orbem; 305
 Illuc fraudis item multum irrepsisse, necesse est,
 Quod lux, a rebus dum mittitur, inter eundem
 Per liquidos calles, sætasque vaporibus auras,
 Flectitur, & torquetur; & ipsum id noscere, quidnam
 Hic faciat, semper durum est, incertaque constat 310
 Quærendi hoc ratio; ratio proin semper, oportet,
 Hæc quoque servandi fallax, incertaque constat:
 Scilicet in montem curvo de turre profusa
 Tramite convexam vertente ad sidera partem,
 Ibat lux; ideo magis apparere patentes 315
 Hi flexus, quam par, gemini, & subtilior ille,
 Quam

ra, definivit angulum in centro Terræ, cui respondebat intervallum inter ea duo loca, quod mensuris diligenter actis obtinuit, ac inde & unius gradus, & totius terrestris periphæriz mensuram deduxit.

Verum & hæc methodus erronea fuit: præter brevitatem ejus tractus, in quo minus invenit, quam trientem unius gradus, ut idcirco error in ea dimensione commissus, dum ipsa ad totum ambitum traducitur, excreseat plus quam mille vicibus, erroneam plurimum reddit eam methodum illa luminis proprietates, quæ dicitur refraction, quæ rarius, dum a medio rariore tran-

sit ad densius, cæteris paribus inclinatur ad perpendicularum; unde sit, ut linea visualis, quæ transit per regiones aeris non æque densas, incurvetur, & angulos observatos reddat majores justo, adeoque tertius, qui deber esse residuum eorum ad gradus 180, justo minor evadit, & proinde plura, quam par est, uni gradui, & toti Telluri milliaria tribuuntur. Hunc errorem Ricciolus nequaquam consideravit, quem quidem accurate æstimare est admodum difficile, quin immo is pro diversa constitutione atmosphæraz diversus est.

LIBER QUINTUS

115

Quam par, tertius esse; gradus pars scilicet illa
Major ob hoc, & major item quoque Terra videri
Debuerat, quam sit, sedesque excrefcere nostra.

Cætera ¹ quid memorem, primo velut artis in ortu 320

Quam variis tentata modis? cum noscere paucis
Possis certus ab his, non esse sagaciter illas
Tractatas Terræ mensuras; proinde tuaris
Congruere inter se non illas posse vicissim,
Sed magnum numeris prendaſ discrimen in illis. 325

At ſi ſexque, decemque retrorſum in luſtra abeamus
Mente haud immemori, admiſſique Lutetia, muris,
Pulchrarum rerum, & magnarum dædala mater,
Hoſpitioque tuo, peregrinis ſubjiciamus
Cuncta oculis, alte magnas conſurgere moles 330

Æternam in ſedem doctrinarum, atque leporum
Aſpiceremus, & Uranies ſuper omnia turrim
Attolli, qua jura Deæ cæleſtia conſtent;
Tum ſubito in ritus veteris, legesque Academi
Conventus hominum fieri, doctumque Senatum 335

Cogier. Hæc conſulta Virum graviora fuere,
Primaque, mole ſuper Terræ, formaque videnda.
Jamque ² Duces leſti; gelidas metitur in oras
Alter ab urbe, gradus quantum protenditur unus,
Alter at oppoſitum ad Pyrenes uſque nivosa 340

Radices per quinque gradus procurrit in Auſtrum.
Italia hunc Gallis civem donarat habendum,

H 2

Ipſe

¹ Cum horum methodi extiterint
uſque adeo imperfectæ, mirum ne-
quaquam eſſe, affirmat, ſi menſu-
ræ horum omnium, & aliorum,
qui ſimiles adhibuerunt methodos, a
ſe invicem uſque adeo diſcreparint.
Tum gradum facit ad investiga-
tionem in immenſum accuratiorem,
que inſtituta eſt poſtremis hiſce
poſſimum 80 annis poſt conditam
in primis Pariſienſem Academiam,
quam meritis eſſet laudibus, & c-
rectam non Turrim tantummodo
Aſtronomicam, ſed quoddam ve-
luti anguſtiſſimum Uraniz templum
in celeberrimo Pariſienſi Obſerva-
torio.

² Duas hic graduum diſenſiones
conjungit ab Academicis Pariſienſi-
bus inſtitutas, alteram a Piccarto
in Boreali Gallia, alteram a Do-
minico Caſſino in Auſtrali, qui
quidem a Pariſienſi Obſervatorio
per 3 gradus Pariſienſem meridia-
nam lineam produxit in Auſtrum
uſque ad Pyreneos montes, quam
Jacobus Caſſinus ejus filius in Bo-
ream deinde produxit DunKerKam
uſque. Utrumque autem tractum
multo deinde diligentius novis de-
terminavit menſuris cum Caillio
Caſſinus de Thury Dominici Ne-
pos, Jacobi filius, qui nunc ma-
xime

Ipse parem post se vestigia magna ferentem
 Progeniem; Natique labor fuit ire remensum
 Arctoa de parte gradum, procurrere & ultra: 345
 In laudes, nomenque Nepos succedit utrique,
 Mensurisque suis loca mensa retentat, avitam
 Et relegit, patriamque viam, & quoscumque Priores
 Lustrare gradus partiti Gallica regna,
 Lustrat agens, & opus multorum perficit unus. 350

Porro ¹ majus opus decretum, nempe remota
 Tentandæ regione viæ, spatia atque adenda
 Inter se vasto longe distantia Cælo,
 Rem magis aucta fides ut panderet; ire Americæ
 Ad loca tum visum, supra quæ præterit orbis 355
 Nocte diem exæquans, atque ad torpentia brumæ
 Regna, polo vicina, æterni ad frigoris oras.
 Quas tibi mensuras Terræ dum pandimus omnes,
 Et variam longo rationem carmine, & artem,
 Exhaustosque viris evolvimus inde labores, 360
 Tenuia, spero equidem, non argumenta quereris
 Texere me pertæsus; at huc tibi proinde libebit
 Subtractam interea curis adjungere mentem;
 Nam neque nobilius, veteri neque majus ab ævo
 Ad seros quidquam transmittere fama Nepotes, 365
 Volvendæque diu ætati contradere possit.

Ipse ² gradu cupias uno si noscere, quantum
 Prendatur spatii, geminas res ante necesse est

Pro-

xime Parisiis floret, uti videre est
 in præstantissimo opere, cui titulus
Meridienne Verifée. Nondum au-
 tem omnia perfecerat, cum pri-
 mum hæc Noster scriberet.

¹ Progreditur ad ulteriora, &
 multo utiliora, ac multo majore
 celebratione digna ejusdem Acade-
 miæ tentamina. Ea, cum inter-
 vallum inter gradus in Gallia de-
 finitos esset nimis exiguum ad de-
 finiendam inæqualitatem graduum,
 quæ jam investiganda erat, Tel-
 luris figura abludente a spherica,
 sed nimis parum ab eadem disce-
 dente, binas Academicorum tur-

mas dimisit ad loca inter se di-
 stantia fere per quadrantem circuli
 Terræ maximi, nimirum alteram
 sub æquatorem, & alteram polum
 borealem versus, ut ad eum, quan-
 tum liceret, accederet: accessit au-
 tem usque ad polarem circulum.
 Methodum ab his adhibitam ex-
 ponere aggreditur: nos hic eum se-
 quemur de more, at in supplemen-
 tis in hunc locum, quæ ad hanc
 investigationem pertinent, diligen-
 tius evolvemus, expositis iis, quæ
 pertinent ad determinationem figu-
 ræ terrestris per gradus.

² In primis ad habendam men-
 suram

LIBER QUINTUS

Propterea tentes reperire; sub orbe diei
 Nimirum mediæ distantia puncta vicissim
 Inter se Terræ duo percipe; noscere flexum
 Primò illum debes, quem fila cadentia rectà
 Terræ ad planitiem, rectàque meantia utrinque
 Efficerent illic, ubi opus concurrere longe est
 Obvia visceribus sub Terræmersa profundis :
 Præterea debes, inter duo puncta quid extet
 Distensum spatii, quot passus nempe, vel ulnæ,
 In medio cognosse solo, æquataque superne
 Planitie, ne quid montes, vallesque supinæ,
 Turrita officiant vel mœnia, vel nemora alta.
 His subito mensura gradus constabit ab actis;
 Nam gradui si flexus erit par scilicet uni,
 Punctorum intervalla gradu claudentur ab uno;
 Sin major, seu forte minor, minor ipsa necesse est
 Sit tanto mensura gradus, majorve reperto
 Terræ illo tractu gemina inter puncta recepto.

Propositum¹ sed jam metiri qua ratione
 Possimus flexum? sensu non pervia Terra est,
 Visceraque illius penetrare sub alta negatum:
 At non oppositas in partes ire negatum est
 Posse, atque in Cælum contra protendere fila,
 Ut signent nostris puncta impendentia punctis,
 Ætheriique arcus medios inquirere tractus.
 Propterea quoddam sidus, quod, culmine motus

H 3

Cum

suram unius gradus proponit seli-
 genda duo puncta in superficie ter-
 restri, a quibus concipiantur binæ
 rectæ lineæ perpendiculares ad su-
 perficiem regularem Terræ, quæ re-
 dz ibi, ubi concurrerent, quen-
 dam angulum continerent. Opor-
 tet determinare illum angulum, &
 determinare illorum punctorum di-
 stantiam assumptam itidem in su-
 perficie quadam Telluris, quam
 concipiamus æqualem. Si enim ille
 angulus fuerit unius gradus; hæc
 distantia exhibebit mensuram gra-
 dus terrestris, secus facile res per-
 ficietur factis ut est angulus ille

inventus in concursu earum recta-
 rum ad gradum unum, ita distan-
 tia inventa ad unum gradum.

Exponit hic primo loco diffi-
 cultatem, quæ se objicit, observan-
 di illum angulum, quem nimirum
 immediate determinare non licet,
 cum non possimus producere illas
 rectas perpendiculares superficiei in-
 tra viscera ipsius Terræ usque ad
 concursum, & eo nos pervadere ad
 capiendas mensuras: tum exhibet
 methodum id præstandi definiendo
 distantiam inter binam zenith, sive
 puncta, quæ iis binis terrestris su-
 perficiei punctis imminet in Cælo

ad

Cum fuerit summo, nimum non vertice flectat
 A nostro procul (ex humili fracti omnia turbent
 Nam radii), servant oculo vigilante, & utraque
 Suspiciunt regione loci, quam vertice distet
 Servantum, prope præteriens cum transit, utroque.
 Sic geminus quem tum vertex intercipit, arcum 400
 Scire datur, proin & Terræ quem puncta coercent.
 Quarta orbis parte id peragunt; divisa superno est
 Inque gradus æquos limbo, graduumque minutas
 Particulas; medio dependet acumine filum,
 Tenditur adjuncto quod deorsum a pondere plumbi;
 405 Binaque, ab hoc medio curvas quod tendit ad oras,
 Vitra hærent lateri, queis sidera transpiciuntur;
 Inter quæ, species ubi rerum pingitur omnis,
 Fac, transversa loces, seseque secantia recta
 410 Ærea fila: latus tum si direxeris alte
 In Terram vertens signati marginis oras,
 Videris & nodo filorum fidus in ipso,
 Arcum, quo fidus nimirum a vertice distat
 In Cæli spatii, similem illi prorsus habebis,
 Quem finit latus hinc, illinc a pondere filum 415
 Distensum; dum namque latus stat fidus in ipsum
 Directum, filum petet alti verticis oras
 Pendens, atque apicem Cæli transcurreret eundo.

Nec

ad perpendiculum; ad quæ puncta
 tendunt illæ binæ rectæ sursum
 productæ.

Porro horum distantia facile de-
 finitur, si jaceant in eodem Meri-
 diano, capiendo ope quadrantis A-
 stronomici distantiam utriusque ze-
 nith a quapiam stella non nimis
 distante ab ipso zenith, ubi nimi-
 rum refractionem tenuissima investiga-
 tionem turbare non possit, in ipso
 ejus appulsu ad meridianum; nam
 summa, vel differentia distantia-
 rum ejus stellæ a binis zenith, prout
 stella jacuerit inter ipsa, vel extra
 id intervallum, exhibebit distan-
 tiam ipsorum zenith, quæ metitur
 angulum illum quæstrum, cujus
 caput diximus latere in intimis vi-
 sceribus Terræ.

Exponit hæc autem breviter, sed
 satis & dilucide, & eleganter con-
 structionem, & usum quadrantis.
 Quadrans astronomicus est quarta
 pars circuli terminata binis circuli
 radiis, quæ sunt quadrantis latera,
 & arcu circuli. Pendet e centro fi-
 lum cum appenso pondere, & alte-
 ri lateri adnexum est telescopium,
 quod binas habet vitreas lentes, in
 quarum communi foco, in quo ob-
 jecti imago pingitur, distendun-
 tur bina fila se ibidem intersecan-
 tia, ubi illud curandum, ut recta
 linea, quæ transit per hanc filorum
 intersectionem, & maximam cras-
 situdinem lentis objecto obversæ,
 sit in eadem directione ejus late-
 ris, vel saltem innoscatur, quan-
 tum

LIBER QUINTUS

Nec ¹ Terræ spatium gemina inter puncta locatum
 Ipse queas propter montes, silvasque vetantes 420
 Directa ratione viæ deprendere mensum,
 Sed variis opus est idcirco ambagibus uti.
 Principio sola sunt tibi longa, atque æqua legenda,
 Ut campusve patens, vel stratum littus arenis;
 Atque ea, signatas ulnis, pedibusve catenas 425
 Rectâ extendendo, super aptandoque sine ullis
 Flexibus, in totidem metiri millia debes,
 Quot liceat, libeatque. Atque ex hac altera nobis
 Quærenda est, quam proposui, mensura locorum.
 Quantum hic consilii est? Quanti ratio ista laboris? 430
 Tentandum, si fors transferre in carmina possim,
 Exorandaque sunt, præsentia numina, Musæ,
 Ne me sponte sequi juga per montana, nivæque,
 Præruptasque vias, nemora & per inhospita nolint
 Vadentem, hasque etiam super alti inscribere Pindi 435
 Culmine mensuras, artemque ex ordine totam.

Scire ² licet triquetra in quacumque hoc esse figura,
 Ut rerum sex de summa, quæ constat ab ipsis
 Flexibus, & laterum costis, si terna patefiant
 Aut latera, aut gemina hæc cum flexu scilicet uno, 440
 Cum latere aut contra duo flexus simplice, possis

H 4

Arte

tum ab eo declinet. Dirigitur telescopia ad stellam, & arcus quadrantis interceptus inter latus illud, ac filum penduli, correctus declinatione telescopii ab ipso latere, si qua sit, exhibet quæsitam distantiam ejus stellæ a zenith in arcu celesti. Nam latus quadrantis cum telescopia, si produceretur, abiret ad stellam, & filum penduli ad zenith, & proinde eundem angulum decussatæ eæ rectæ continerent ultra centrum, quem continent citra ipsum, ubi æ ab arcu circuli definitur.

Notandum hic & pro refractione comæmiculam adhibendam, de qua in supplementis.

¹ Jam ad alterum transit opus dimetiendi intervallum binorum locorum superficiæ terrestris, quod

ne immediate definiri possit, ventant interjecti colles, ac montes, & omnis superficiæ terrestris inæqualitas. Primo igitur loco seligenda est basis aliqua in quapiam planitie, vel ad littus maris, quæ actuali mentura determinari possit accuratissimè redacta ad rectam lineam. Hic etiam multum industriæ requiritur, qua de re dicemus aliquid in supplementis.

Ex ejusmodi basi, quæ ad plura miliaria extendi debet, eruitur deinde intervallum methodo, quam admodum difficile verbis exprimere posse, jure affirmat; sed jam asperioribus quibusque assuetus rem aggredditur.

² Primo loco præmittit illud, quod ex Trigonometria constat: primi-

Arte haud ignota Menforibus, omnia quæ sunt
 Prendere præterea, & sic lena elementa videre.
 Quapropter cum tu tractum per millia certa
 Jam noscas dimentus, ab hoc exordia duces 445
 Inde oculis signans varios ex ordine montes,
 In Boream calido qui protendantur ab Austro,
 Aut contra a Borea qui protendantur in Austrum;
 Horum apices ita sint positi, ut prospectus in alterum
 A geminis pateat, surgentibus ante, sequentem. 450
 His ita suppositis triquetram nunc concipe formam,
 Finibus extremis quæ tractus illius ante
 Jam mensi, geminos habeat, metirier ipse
 Quos debes, flexus, in primi vertice montis
 Tertius extet; erit, latus, ut deprendere utrumque 455
 Possis in montem excurrrens a finibus illis.
 Extrue nunc aliam speciem, velut ante, triquetram,
 Uæus ad unum illum ut pertingat nunc quoque finem,
 Alter at hunc primum præstringat acumine montem
 Flexus, & alter item innitatur monte secundo; 460
 Jam latus agnoscis, quod ab illo limite primum
 Tollitur in montem, geminos servare licebit
 Et flexus quoscumque; patefcet proinde, quod optas,
 Id lateris spatium, quod montem est inter utrumque.
 Tres inter montes iterum educenda figura est, 465
 Quam

nimirum in quovis triangulo sunt
 tria latera, sive rectæ lineæ, quæ
 ipsum terminant, & tres anguli fa-
 cti in eorum concursibus. Quo-
 tiescumque innotescat unum latus;
 & duo anguli, semper & tertius
 angulus, & reliqua latera inveniri
 possunt per ipsam Trigonometriam.

Hoc posito seligatur series quæ-
 dam montium pergens Boream, vel
 Austrum versus, quorum primi ver-
 tex videri possit a binis extremis
 baseos, secundus a primo monte,
 & ab alterutro baseos extremo,
 tertius a præcedentibus binis, quar-
 tus a secundo, & tertio, atque ita
 porro, & concipiantur ea omnia
 puncta conjuncta rectis lineis, quæ
 exhibebunt seriem quandam trian-

gulorum, quam & polygonum ap-
 pellant. In omnibus hîcæ triangu-
 lis licebit per immediatam observa-
 tionem ad eundo ea loca definire
 angulos: tum vero in primo trian-
 gulo licebit ex basi jam inventa,
 & angulis invenite ejus latera, quo-
 rum unum erit commune secundo
 triangulo: in eo igitur dato uno
 latere, & angulis invenientur la-
 tera reliqua, ut illud, quod binos
 illos montes conjungit: ex hoc la-
 tere communi tertio triangulo, &
 angulis invenientur reliqua bina la-
 tera, quæ jungunt priores binos
 montes cum tertio, & ita porro
 omnia polygoni latera innotescunt.

Præcipit autem & illud, ut po-
 strema duo puncta postremum po-
 ligoni

Quam doceo, cujus latus unum, scilicet illud;
 Jam patuit, quod montem est inter utrumque priorem;
 Ex hoc, atque aditis a flexibus altera nosces
 Jam latera, inter eos tres proin spatia omnia montes,
 Hac ratione novas effingens inde figuras 470
 Ad quartum, atque alios transcurres ordine montes.
 Cunctorumque petes apicum intervalla per omne
 Propositum Terræ spatium. Cum denique fini
 Accedes, facito, extremæ duo puncta figuræ
 Ultima non gemino sint fixa cacumine, verum 475
 Campi in planitie lati sita, detur ut illum
 Tractum interjectum, numeris quem inveneris ante,
 Passibus aptatis revera, ulnisque probare.

Ergo¹ congruere hæc ubi videris, est opus omnes
 Intervallorum sursum, deorsumque meantum, 480
 Ut varii haud æquo consurgunt vertice montes,
 Obliquas series Terræ demittere in æquor,
 Atque æquare solo. Hoc facias, a monte minori
 Si rectum extendas nec se attollente meatum
 Ductu, nec contra se demittente deorsum. 485
 Hunc apice ex alio celso magis in subeuntem
 Inferius, recto incurfu via, quamque cadendo
 Signaret corpus, superincidat; ecce triquetra
 Prodit forma recens, hoc cujus tertius extat

Fle-

ligoni latus jungentia capiantur non in binis montium verticibus, sed in planitie aliqua, ubi aliam basim metiri liceat, quæ & calculo ex præcedentibus triangulis eruta, & per actualem dimensionem definita, si ejusdem magnitudinis inveniat, confirmabit ipsam seriem, & calculos præcedentes.

Hanc secundam appellant basim verificationis; est autem etiam pro angularum mensura sua verificatio, capitis enim non binis tantum, sed omnibus angulis trianguli cujusvis, satis est videre, an simul compleant accuratè gradus 180.

¹ Habitis distantis omnibus, si ve lateribus poligoni, binæ requiruntur reductiones eorundem, al-

tera ad superficiem æquabilem Telluris, sive horizontalem ad sensum respectu cujusvis puncti ab illa inclinatione, in qua ob inæqualem montium altitudinem jacent, altera ad directionem meridiani ab illa declinatione, quam inducit eorundem positio hinc, & inde a meridiano.

Priorem hic persequitur, quæ pluribus methodis fieri potest: omnium commodissimam, & accuratissimam exhibebimus in supplementis, ipse explicari facillimam hic exponit. Concipiatur ab humilioris montis vertice recta horizontalis, quæ tendat versus verticem sublimioris, & ab hoc recta in eam perpendicularis. Onitur triangu-

lum,

Flexus in incurſu notus tibi, namque fit inter. 490
 Exiguum, & magnum medius, rectumque vocamus.
 Vertice verum alii conſtant in utroque minores,
 Quos valeas, quanti ſint, explorare, laſuſque
 Hos apices inter notum quoque, quippe repertum eſt.
 Invenies igitur, via quæ ſubtenditur imo 495
 Æquore procurrens, referatur qua laſus iſtud,
 Obliquum veluti projecta corpus ab umbra.
 Hæc iterum, atque iterum perage, intervallaque in æquor
 Projice cuncta, nihil ſurſum, deorſumque relinquens.
 Et jam, quod ſupereſt, ſpatia hæc projecta, locati 500
 Ipſi ut ſunt montes, vario ſerpentia ductu,
 Inque alias, aliasque plagas pergentia Mundi,
 Nunc opus eſt partem convertere cuncta ſub unam,
 Qua medius Cæli orbis ab Auſtro tendit ad Arcton,
 Atque uno directâ utrinque extendere ductu. 505
 Propterea debes ſervare a monte priori
 Quovis, quot gradibus, medium quem dicimus, orbis,
 Seu mediæ malis orbem illum dicere lucis,
 Diverſus declinet ab illo, qui meat alte
 Per noſtrum caput, atque ſequentis montis acumen: 510
 Tum ſat erit, ſi concipias a monte ſequenti
 Planitiem ſublata alte procurrere in orbis
 Planitiem mediæ, rectoque ſecare meatu,

Nam

lum, cujus angulus in earum re-
 ctarum concurſu erit rectus ob per-
 pendiculum demiſſum, angulus ve-
 ro uterlibet, e binis acutis, qui
 habentur in montium verticibus, de-
 finiatur obſervando ope quadrantis
 ex altero elevationem alterius ſu-
 pra horizontem, vel depreſſionem
 infra. Quare cum præterea jam
 innotefcat diſtantia verticium, nem-
 pe laſus obliquum prioris poligo-
 ni; habebitur & laſus horizontale
 illud, ſive diſtantia reducta ad ho-
 rizontem, vel ad quandam æqua-
 lem Telluris ſuperficiem.

I Secundam reductionem hic do-
 cet. Pro quovis monte definiatur
 angulus, quem continet planum
 verticale tranſiens per montem al-

terum, quo laſus reducendam ter-
 minatur, cum plano meridiani,
 & per hunc alterum montem con-
 cipiatur planum itidem verticale,
 & perpendiculare plano meridiani.
 Horum planorum interſectiones
 cum ſuperficie horizontali Terræ
 continebunt triangulum, cujus la-
 tera erunt diſtantia reducta ad pla-
 num horizontale, diſtantia ſecun-
 di montis a meridiano ducto per
 primum, & ſegmentum meridiani
 contentum inter binos montes. An-
 gulus contentus his poſtremis lateri-
 bus innotefcet, erit enim rectus:
 angulus in monte priore itidem no-
 tus ſupponitur; & notum eſt pri-
 mum laſus. Quare innotefcet & di-
 ſtantia cujuſvis montis a meridiano
 ducto

LIBER QUINTUS

123

Nam triquetram cernas Telluris in æquore formam,
Cujus flexus & hic rectus noscetur, & ille,

515

Quem monte in primo servaveris; adde repertum

Jam latus, est inter montes quod scilicet illos

Projectum spatium: quare, quod restat, habebis

Illud item latus, a primo quod vertice in orbis

Planitie medii, & Telluris in æquore tendit.

520

Sic faciens iterum binos, iterumque per omnes,

Qui superant, montes altos, humilesque vicissim,

Ipsaque prima etiam camporum, extremaque signa,

Denique pervenies Telluris in æquore ad unum

Perpetuum spatium de primo limite summam

525

Protensum ad metam, mediæque sub orbe diei

Uno eodemque situm, mensuraque certa patebit.

Ne¹ tamen addubites, dabitur, rectene peractus,

Explorare, labor; proin sic age, limite utroque

De spatii pariter servetur Luna, Jovisque

530

De comitatu astrum quodcumque est, cum subit umbram,

Ut sic percipias, an eadem prorsus in hora,

Quam media incipiens numeres a nocte dieve,

Lumen id a prima carpi videatur utrisque

Nempe locis umbra; quod in illo tramite nullam

535

Significet fraudem, nec ad ortum vergier illinc,

Hinc contra occasum, medio sed pergiei orbe,

Gau-

ducto per alterum, & quod magis
queritur, arcus meridiani inter-
ceptus iis montibus, sive distantia
montium jam secundo reducta ad
eum meridiani.

Hoc pacto collectis omnibus fru-
stis meridiani intermediis, habebi-
tur totus tractus continuus ejusdem
inter extrema puncta binarum ba-
sium, vel etiam binorum puncto-
rum quorumvis eodem pacto con-
nectorum cum ipsis basibus. Sunt
autem & hic correctiuncule plures
adhibende, de quibus in supple-
mentis, ubi etiam dicemus aliquid
de methodo determinandi angu-
lum, quem continet quodvis pla-
num verticale transiens per binos
montes, cum plano meridiani.

¹ Innuit hic verificationem quan-
dam, quæ adhiberi potest ad vi-
dendum, an bene processerit tot
calculorum labor. Nam in illa re-
ductione ad meridianum, ex di-
stantiis montium ulteriorum a me-
ridianis transeuntibus per citerio-
res, definiri demum potest, quan-
tum distet postremum punctum a
meridiano transeunte per primum.
Porro si observetur eclipsis Lunæ,
vel Satellitis Jovis simul in utroque
extremo, & conferantur inter se
horæ ejusdem illius phænomeni per-
tinentes ad bina illa loca, inno-
tescet, an ea sint sub eodem me-
ridiano, & si non sint, quantum
distent, quod exhibet horarum dis-
crimen, uti diximus L. 3 ad vers. 819,
quod

Gaudebis tunc incassum haud cecidisse laborem;
 Namque operum in serie tam longa, difficilique,
 Qui, licet exiguus, subrepserit, omnia prorsus
 Disturbet malus error, & irrita reddat, & illud
 Durum opus immani molimine rursus adiri,
 Et refici cogat; velut in montem grave saxum
 Quod vix truditur, & clivi prope culmen adeptum est,
 Deficiente solo, aut tenui prodente lapillo
 In vallem celerans subito devolvitur imam;
 Damnati flent, Syssiphium repetuntque laborem.

540

545

At ¹ quod ad ætherii fines, quos diximus, arcus
 Pertinet, hic itidem fraus nequa illudere possit,
 Inspicere in motum, quicumque est, convenit omnem,
 Accedit quo nempe polo, seu forte recedit
 Stella micans (nisi tum geminis servetur eodem
 Tempore forte locis), diverso tempore namque
 Non statione una Cæli de culmine fulget.
 Motus & hic certe duplex est, proditus alter
 Jamdudum, quo quæque videntur sidera ferri
 Axe super (quo se convertit & annua Tellus)
 Lenta tamen nimium: biscentum sæcula gyrum
 Conficiunt unum, deciesque his addita sena.
 Proditus alter at est nuper, qui consistit ab ipso
 Terrarum motu, & diuturna lucis ab alto

550

555

560

Ad

quod discrimen collatum cum iis, quæ calculo eruta sunt, omnem laborem illum immanem vel confirmabit, vel evincet erroneum, quo casu oportebit ipsum iterare omnem, ubi Noster elegantem instituit comparationem cum lapide everso prope montis verticem; unde si prolatur, non potest in ipsum verticem efferri, nisi improbo labore illo iterum renovato.

Ejusmodi verificatio a nonnullis adhibetur, at error perquam exiguus, & inevitabilis in observatione eclipsium, qua definitur differentia longitudinum geographiarum pertinentium ad bina extrema, multo maiorem errorem parit, quam qui in ejusmodi reductione

timeri possit. Sunt aliz verificationes explicatu quidem difficiliore, sed multo accuratiores, de quibus in supplementis.

¹ Correctiones hic proponit adhibendas observationibus illis distantiz a zenith ad habendum arcum cælestem interceptum inter bina zenith, si binæ observationes non sint factæ eodem tempore: Habent nimirum Fixæ suos motus, quorum mentionem fecimus lib. 4 ad vers. 323, & ex iis motibus tres correctiones requirunt: primus est motus etiam Veteribus, qui dicitur præcessio æquinoctiorum, & oritur a lentissima conversione axis diurnæ vertiginis Terræ circa axem eclipticæ, ac unam periodum vix ab-

LIBER QUINTUS

125

Ad nos usque via ; non se uno hæc namque propagat
Temporis in puncto , spatia & simul omnia carpit ;

Has ob res geminas , radius qui nostra laceffit
Lumina , ab obliqua fert ictum parte ; videmus

565

Propterea fidus , non qua regione locatum

Revera tunc est , locus at , quem cernimus ipsi ,

Per Cælum se circumfert in marginis oram

Exiguæ coni primo de tegmine formæ .

Tertius his addi quoque motus denique possit ,

570

Hæc reperit nuper quem nostra sagacior ætas ,

Scilicet exiguum quo se polus ipse per orbem

Bis denos uno decerpto volvit in annos ,

Nunc ad Solis iter propius , nunc longius aditans

Signiferum , vastoque ad consita sidera Mundo .

575

Hos igitur numeris motus comprehendere par est ,

Cum tuimur , quantum decedat vertice sidus

A nostro , variique sitûs discrimen adimus ,

Ne spes sollicitos animos deludat inanis .

Ergo ¹ age , qui Boreæ Gallorum primus ad oras

580

Protulit urbe gradum a regali mensus , eundem

Congruere octonis decies ad millia sena

Millibus adjunctis invenit , tendere & ultra

Plus quater ad centum quam passus , scilicet istis

Jam decies septem debes , atque addere binos .

585

No-

absolvit annorum 26 millibus : secundus ante hos triginta annos inventus a Bradleyo ortus ex motu annuo Terræ , & propagatione luminis successiva , ex quibus fit , ut non videamus objecta cælestia eo loco , quo sunt , sed alio ita , ut videantur nobis describere exiguam quandam ellipsim qui motus singulis annis absolvitur : tertius est ab eodem Bradleyo inventus , qui appellatur nutatio axis , idcirco , quia consistit in motu quodam exiguo , & velut nutatorio axis terrestris , quo nimirum polus ipse æquatoris circumagitur circa punctum quoddam medium , adeoque jam recedit , jam accedit ad planum Ecclipticæ , & ad stellas quasvis , qui motus

perficitur spatio proximè annorum 19 .

Oportet nosse , quantum ob hosce motus accesserit illa fixa ad zenith loci prioris observationis ab ejus tempore usque ad tempus observationis posterioris .

1 Expositis , quæ pertinent ad observandi methodum , jam ipsas graduum determinationes ea methodo factas aggreditur , & ea , quæ inde consequuntur .

Primum quidem profert Piccardianam determinationem gradus in Gallia Boreali factam , quam fuisse dicit passuum 68472 : passum autem conficit ex 3 Parisiensibus pedibus , & Piccarius invenit hexapedas 57060 , cui numero si addatur sua quinta

ass

Novimus at quoniam lentos nihil esse moratum
 Sidereos illum motus, mensura, necesse est,
 Claudicet hinc paulum. Verum qui primus in Austrum
 Incipiens illa mensuram duxit ab urbe,
 Distenditque gradus in quinque (in quolibet uno, 590
 Si quis erat, divisus uti vanesceret error),
 Invenit medium a geminis utrinque receptum
 Scilicet extremis gradibus, majoribus esse
 Distensum paulo spatiis, quam parte repertus
 Qui fuit argentis Cynosuræ ad lumina versâ. 595

Tum¹ discrimine ab hoc menti facile incidit æquum
 Terræ non esse globum, veramque repente
 Exortum desiderium cognoscere formam.
 Protinus² hinc etiam falsa ratione putatum est
 Idcirco a gemino compressam cardine Terram 600
 Esse, & plus medio tumefactam augerier orbe;
 Quippe his servatis a rebus, forma profecto
 Debuerat Terræ prorsus contraria reddi,
 Nempe in utrumque polum quæ paulo longior esset,
 Et primum coni segmen, velut ova, referret; 605
 Nam qua curva magis frons Terræ est, nonne meatus
 Sub Terram citius concurrant, convenientque
 In flexum, rectâ quos subtus ducere tentes
 Æque longorum geminis de finibus arcuum?

Atque

pars 11412, hexapedæ vertuntur in
 passus, & obtinentur passus illi
 68472.

Primam subiicit Cassini determi-
 nationem, qui in Australi Gallia
 gradum medium æstimaverat lon-
 giorum. Nam Johannes Dominicus
 Cassinus tribuerat gradui medio in
 Gallia australi hexapedas 57292,
 quas Jacobus Cassinus in Commen-
 tarius Paris: ad annum 1718 reduxit
 ad 57100, quæ mensura Piccardia-
 nam adhuc excedit 40 hexapedis.

¹ Ex hoc primo discrimine faci-
 le deductum est illud, figuram Tel-
 luris non esse sphericam, nam in
 sphaera omnes gradus æquales esse
 debent; unde orta est investigatio
 figuræ Telluris, pro qua postremis

hisce lustris tot observationes sunt
 habitæ.

² Principio quidem per errorem
 censuit Cassinus inde inferri figu-
 ram Terræ compressam ad polos,
 & elevatam ad æquatorem, cum
 nimirum ipsi viderentur debere esse
 remotiora a centro illa loca, in
 quibus majores gradus essent; sed
 statim paruit deduci contrarium.
 Nam ubi curvatura est major, ibi
 rectæ perpendiculares superficiei ci-
 tius coeunt, ubi minor, serius; a-
 deoque mensura graduum debet esse
 minor, ubi curvatura est major,
 & major, ubi curvatura est mi-
 nor; at in ellipsi prope verticem
 axis majoris curvatura est major,
 prope verticem minoris minor,
 adeo-

LIBER QUINTUS

Atque ideo flexum hunc majorem mutuâ juncti
 Non faciant? Quapropter eo minor esse profecto
 Unius mensura gradus non debeat illic?
 Ast in ea coni, quæ sit de segmine primo,
 Effigie, mage frons curvato inflectitur arcu,
 Qua de parte magis producitur; atque ubi distat 615
 Planitie minus a recta, subtilior exit,
 Et minor axis ibi est; ita ad axem crescere debent,
 A majore gradus dum pergunt axe, minorem
 Continui, minimusque gradus majore sub axe est.
 Inde fit, ut, Terræ si in cardinem utrumque minores 620
 Pergunt usque gradus, Tellus protuberet illac
 Haud secus ac ovum; sin ora augmentur utraque,
 Sit compressa, velut sunt poma, a partibus ambis;
 Fit pariter, si distantum discrimina noscas
 Mensuræ graduum, formam ut deducere possis, 625
 Terrai quæ sit circum, compressane constet,
 Longane, uter major nimirum, & quatenus axis.
 Ergo¹ ex servatis gradibus quoque, fraude resecta,
 Compressam non parte polorum ab utraque putarunt
 Esse, sed ex illa contra percurrere Terram; 630
 Nimirum non tum stetit hæc sententia primum,
 Quippe aliquis jam contulerat, quod rebus in istis
 Omnibus & Terris tentatum, & tempore in omni est,
 Et quod in Ægypto quondam, & quod nuper in oris
 His Italis, Gallosque inter, Batavosque peractum, 635
 Imminuique gradus hoc viderat ordine notos.
 Quin fuit & Lunæ servatos ante labores

De

adeoque Terra prominet ad eam partem, ad quam gradus decrescunt; & si gradus crescunt versus æquatorem, debet esse producta ad polos, & ovo similis, si versus polum, compressa, & similis pomo, vel epe.

¹ Hinc igitur eo errore comper- to, ait Noster, putatum esse juxta eas mensuras Tellurem esse produ- ctam ad polos, quod alius etiam ante Cassinum suspicatus fuerat ex aliis gradibus antea definitis, ni- mirum Eisanschmidius, videns gra- dus definitos a Snellio in Belgio,

a Piccardio in Gallia, a Ricciolio in Italia, ab Eratostene in Ægy- pto ita inæquales esse, ut poste- riores, qui & australiores sunt, es- sent longiores prioribus; & alius, nimirum Kildæus, rem deducens ex arcu umbræ terrestris in Lunæ Ecclipsibus, qui ei visus fuerat inæ- qualis curvaturæ accedens ad for- mam ellipticam ellipicos productæ ad polos. Quin immo & ejus pro- ductionis causam protulerat Kildæ- us, nives perpetuas nivibus nondum solutis superingestas ad polos.

De tabulis qui cognoscens, numerisque retentans
Diceret haud æquis curvarier arcubus umbras,
Sed flexis ovi in speciem, qua prædita Tellus.

640

Scilicet ¹ hæc illis pugnabant, diximus ante
Quæ fluere ex ipsa gravitate, itidemque voluta
In sese a Terra; proin hoc fuit, unde coactus
Est alios aliquis gravitatis quærere fontes,
Atque aliam legem, & rationem, qua revoluta
Terra licet, possit longa consistere forma;
Nam visum est potius Terræ transire figura
Ante a servata ad gravitatem, quam gravitate
Ad Terræ formam delabier ante reperta,
Cum gravitas variis possit rationibus æque
Aptari, at nequeat, quæ jam servata, refingi
Forma, & non species ea, quæ deprenditur, esse.

645

Certius ² ipsam igitur servandi exorta cupido est
Formam animis, curasque laboribus adjiciendi
Exhaustas aliis; siquidem minus apta videri
Debuit umbra, jacet quam denso corpore Tellus
In Lunam; exigua est etenim pars illius orbis
Umbrosi, facies Lunæ quo carpitur, arcus:
Ambiguam neque rem manifesto pandere quibant
Mensuræ indicio, vel adhuc quæcumque recenti,
Et fida fuerant quantumlibet arte peractæ,
Scilicet unius conclusæ limite regni.

650

655

660

Nam-

¹ Hujusmodi figura producta ad polos pugnante cum theoria gravitatis superius exposita, quæ videtur requirere ob diurnam vertiginem figuram compressam, quaesita est & conciliatio ejus figuræ cum theoria gravitatis ipsius, quod consilium hic innuit Noster. Censuit nimirum Mairanius non ex theoria gravitatis inquirendum esse in figuram Terræ, sed ex figura Terræ inquirendum in gravitatis theoriā. Directio vis totius compositæ ex gravitate, & vi centrifuga debet esse perpendicularis superficiei, quæ data figura datur, & data per theoriā directione, & magnitudine vis centriugæ, ac per observatio-

nes magnitudine vis totalis invenitur directio, & magnitudo gravitatis primitivæ, quæ cum vi centrifuga componit vim totalem.

² Inde ortam affirmat cupiditatem investigandi accuratius Telluris figuram per alias observationes, cum nec umbra Terræ in Eclipsis Lunæ ad eam rem apta sit, cujus nimirum nimis exiguum arcum videmus in Luna, nec observationes graduum nimum propinquorum in sola Gallia institutæ possint rem conficere ob differentiam ipsorum graduum nimis exiguam, & minorem, quam ut per observationes accurate definiti possentur.

Namque propinquorum graduum discrimina tam sunt
Parva, ut in hæc longe tenues nos ducere possint
Errores, quos unquam ulli vitare negatum est, 665
Utpote mortali quos non est prendere sensu.

Proinde¹, Virum geminas visum est dimittere turmas,
In domitas alios æterno frigore terras,
Æternoque alios æstu exsuperante perustas,
Ut spatiis ita distantes ingentibus illi 670
Inter se, tantam sperent vitare sagaces
Servando, sunt quanta gradus discrimina, fraudem.
Quis memoret, quam dura locis utrisque laborum
Exantlata? Quibus sese immisere periclis?

Jam² Laponum regna, ut vocitant, glacialia longe 675
Prima cohors adiit; quamvis & senior oris
Exisset patriis, gelida tamen ocyor istuc
Se retulit victrix, mensuramque extulit Ursa,
Vix tum iterum Cælo Sol ducere cœperat animum.
Nan tot monstra tamen Minyis domitanda fuere, 680
Dum narent prima Ætæa ad regna carina,
Fulvo surripereut ut clarum vellus ab auro,
Conspersum quamvis mare concurrentibus esset
Tranandum scopulis, offlantes naribus ignem
Et Tauri æripedes subigendi, atque atra veneno 685
Ora soporifero vigilis religanda draconis;
Quot subeunda olli horrenti rerum aspera terrâ,

T. II.

I

Et

¹ Delabitur jam ad expeditiones
binas, quarum & superius est facta
mentio. Nimirum ad incundas ob-
servationes in locis ita distantibus,
ut differentia graduum errores ob-
servatorum omnino superet, an-
no 1735 missi sunt Duce Godinio in
Americam Bouguerius, & Conda-
minius, ac paullo post duce Mau-
perius in Laponiam Clerautius,
Monierius, & Camusius, qui qui-
dem utrique, quos labores pertu-
lexit, satis patet legentibus, quæ
Maupeyusius, Bouguerius, Conda-
minius evulgarunt.

² Posterioris turmæ expeditionem
primo hic loco profert idcirco, quod

paullo plus, quam per annum com-
morata, multo ante alteram, erat
profectam prius, regressa est. Con-
tulerunt se Torneam, in urbem Lap-
poniæ proximam ostio fluminis ejus-
dem nominis, proximam polari
circulo, in quo ortum ducit zona
frigida, quæ perennes per hyemem
noctes habet, & quidem in medio
sui, nimirum in ipso polo, sex diei
perpetua, sex vero noctis menses
nunquam interruptos ullo Solis or-
tu: basi locum dedit ipsa glaciati
fluminis superficies operata nivibus,
intolerabili frigore oppressis Menso-
ribus, cujus frigoris effectus horri-
dos hic Noster elegantissime descri-
bit:

Et quot erat curis duras opus addere curas .
 Lecta fuit sedes operi opportuna gerendo
 Tornea , ad gelidæ procul Urbs confinia Zonz , 690
 Unde esse incipiunt hyberno tempore noctes
 Perpetuæ magis , atque magis , dum maxima senos
 Exæquet menses , & lux quoque maxima senos .
 Hic calcanda jacet fluvii cognominis unda ,
 Cujus mensuræ visa est aptissima primæ 695
 Planities ; sed enim fuerat nix sæpe viai
 E medio evolvenda recens , quærendaque subter
 Firma sola ; argentes tractabat pellibus undas
 Proin frustra defensa manus , nam immobilis hæsit
 Interdum ; usque adeo sævit Jove frigida crudo 700
 Tempestas hyberna , ut gens quoque nata sub illo
 Æthere sæpe gelu deperdat membra secante ,
 Et tanquam a bello truncatos deferat artus .
 Obsidione velut conclusa , arctataque parvis
 Abdit se domibus brumali tempore torpens ; 705
 Nix superat , canoque sepultam pulvere condit .
 Deficit unda fluens in potus versâ manentem
 In glaciem , silice & prædura durior extat ,
 Vinaque vincta gelu , ferroque secanda rigescunt ;
 Tantum , Bacche , tuo fera temnis frigora flore , 710
 Hoc uno gelidis non stringeris aeris auris .
 Postquam flumineq mensura est cognita dorso
 Illa prior ; montes tum qua ratione adeundi ?
 Undique præruptis silvæ stant montibus altæ
 Verbera ventorum tantum frangentia ramos 715
 Perpeßæ , nunquam flammæ , diramque bipennem ,

690

695

700

705

710

715

Ob-

bit : tum commemorat polygonum deductum usque ad montem Kitrim , per vertices montium nivolum , in quibus etiam dumosa silvæ prius fuerant excidendæ , erigenda tuguriola , & observatoriola plura , ac eodem devehenda ingentis ponderis instrumenta , quæ Grahamus celeberrimus Astronomicorum instrumentorum Artifex in Anglia perfecerat , in quibus & gradus , & minuta , & minorum fractiones , ope lentis , vel etiam , in sectore nimirum , ope microscopii discerni pos-

sunt ; ubi Noster & vehicula commemorat , quibus incolarum more Maupertuisius est usus , quæ per nivem raptant bestię cervis admodum similes , quas appellant *Reene* .

Commemorat autem & illud , quod Maupertuisius affirmat , Lapones , cum viderent tantam in instrumentis transferendis curam adhibitam [adhibebatur autem , ne laxarentur] censuisse , idolum aliquod ibi esse ad religionem pertinens peregrinam .

LIBER QUINTUS

721

Obstruæ nivibus, mortali fors pede nunquam
Tentatæ; jam sunt nudanda cacumina, Cæloque
Illæ ostentandæ rupes, jam montis ad imam
Radicem aerii, Kittim dixere Coloni,
Hærendum est; illie fabricanda patentia fursum
Pastorum de more mapalia, suspicerentur
Unde faces Cæli, & sublimes verticis ulnæ,
Et sunt multa locis aptanda, movendaque multis
Instrumenta gravi molimine, Dædalus ille
Præsertim multa quæ fecerat arte Britannus,
Uranie cujus tantum est munita labore;
Ipse gradus, graduumque dedit cognosse per arcum
Particulas senas decies in quolibet uno,
Atque harum totidem quoque fragmina particularum,
Quæ non, convexis nisi vitris, cernere, tantum est.
Nimirum, genus hoc, arte conclusa supellex,
Ne quid in offensa vario, compage soluta,
Turbaretur, eos montes, præruptaque curru,
Sive levi potius scandeat culmina cimba,
Consimilis cervo quam bellua juncta trahebat,
Ocyor at multo, multoque ferocior illo,
Perque nives, glaciemque, per horrida saxa volabat.
Indigenæ, rude vulgus, iners, nullisque juvare
Consiliis, operisque potens, cum sæpe viderent
Circum alienigenas fundi, atque, ut sacra ferentes,
Lente onus id vestire Viros, intus latitare
Numina credebant, Divum & procedere magnam
Matrem inter Gallos; namque illos stulta premebat
Religio, exanimisque Deos, & inania signa
Thure coli, votisque jubens, & sanguine fuso.

720

725

730

735

740

745

Hand ¹ dimota minus tamen hæc obstacula circum
Omnia sunt; quid enim obstiterit, queis gloria vires

I 2

Addit

¹ Fractum totius expeditionis hic
posuit, mensuram nimirum gra-
dus, quæ fuerit passuum 68226, fuit
enim hexapedarum 57438, cui ac-
cessit mensura exacta penduli oscil-
lantis ibi ad singula minuta secunda
temporis medii: addit & observa-
tiones pertinentes ad refractiones lu-
minis in atmosphæra factas, ad Bo-
reales auras, ad phenomena or-

ta ab ipsa constitutione loci [aeris
nimirum nivali pulvere glaciato
conferti, & Solis, ac Lunæ hæren-
tis diu prope horizontem infra ip-
sum] videlicet halones, irides, par-
helia, aliaque ejusmodi, quæ ipse
Maupertuisius commemorat, ac ad
historiam naturalem, & Physicam
illustrandam pertinent.

Addit, & exagitat velut acri pectora thyrso?
 Unius mensura gradus tunc prodita demum 750
 Constitit, ipsa novem, decies & millia fena
 Exæquans, passus si tollas inde quaternos,
 Et decies septem. Doctæ Dux signa cohortis
 Jam movet; excedunt læti glacialibus oris.
 Ille nova at tellure, novi & sub tegmine Cæli 755
 Multa etiam solers servaverat, esset ut inde
 Ditior ars, quæ Naturæ procul abdita quærit,
 Pendentis tractus virgæ, cum tempore certo
 Vibratur, longisque moras pro tractibus ejus,
 Quaque via radii torpentes aeris auras 760
 Desuper ingressi, & densatas frigore multo
 Progrediantur, item flammæ innoxia Cælo
 Plurima per noctem spectacula, & Iridis arcus
 Versicoloratos, geminosque per æthera Soles
 Sæpe, coronatosque, nec unam sæpe per umbras 765
 Fulgentem, aut cultu redimitam simplice Lunam.
 His spoliis, his ille opibus ditatus, Iason
 Plusquam olim pulchra cum Colchide vellere rapto,
 Finibus a gelidis Ursæ, & regione nivali
 Gaudentes socios præclaro munere functos 770
 Restituit patriæ incolumes, Cæloque tepenti.
 Interea¹ calidis Americæ errabat in oris

Al-

¹ Ad alteram turmam facit gradum, quæ suas in Quitenſi Provincia, sub ipſo æquatore, observationes habuit, & vix poſt decem integros annos laborem abſolvit ſuum, & æſtum immanem perpeſſa, & quod mirum videri poſſit, ſub ipſa torrida zona, frigus fere intolerabile, & glacies, ac nives. Jacet autem Quitenſis vallis in Auſtrum protenſa longiſſimè inter bina montium juga ediniſſima, quæ omnium aliorum altitudinem, quotquot habemus in Orbe nobis cognito, longiſſime excedunt, cum aſſurgant alicubi ultra quatuor millia-ria: ipſa autem vallis in media tam immani altitudine ſita nihil concedit ediniſſimis noſtrarum Alpium verti-

cibus, & adhuc inſtar earundem Alpium noſtrarum imminentium patentibus campis ſuſpicit in Cælum erectos ipſos vertices in immenſum.

Porro dum horridas eorum montium nives perſequitur, quæ alicubi obſervatæ ſunt ad 100 etiam pedes aſſurgere, aliis ſuper alias congeſtis, nunquam ſolutas, commemorat & illud, quod Bouguerius retulit, longe e mari ſpectantibus apparere cujuſdam continuz lineæ ductum, ſupra quam, quidquid eminet, nive ſit obrutum; dum interea in ipſis navibus, & ad littora æſtus ob Solem fere verticalem eſt intolerabilis; at in ipſa Quitenſi valle perpetua temperies quædam, & veluti perenne ver, cujuſ loci amœ-
nita-

LIBER QUINTUS

133

Altera missa manus. Comitum; terra illa, marique
Jactata Iliadas decimum protraxit in annum.

Vix fuit, ut magnam ad Quiti consideret urbem, 775

Atque ibi castra velut duro sub Marte locaret,
Nimirum qua se flectit noctemque, diemque
Æquans, qui mediam Terram discriminat, orbis.

Tempore eodem illa Cæli regione quis omnes
Aeris esse vices, atque unâ frigora, & æstium 780
Crederet, & mites unâ infedisse tepores?

Non procul æstiferi de littore gurgitis illic
Consurgunt vasti montes, quibus altior alter
In Terris se nullus apex ad sidera tollit;

A Borea longo decurrunt ordine ad Austrum 785

Perpetui; medio est at quæ ingens consista vallis,
Illa quidem centum repetita in millia longe
Trâns terræ vastas pariter distenditur oras,

Atque humilis quanquam præ verticibus præruptis,
Tantundem super undisonum sustollitur æquor, 790

Quantum ipsi montes convexo ad sidera dorso
Se super evexere, minus subvesta nec alte est,
Aeriis quam quæ magis Alpibus edita rupes.

Illi recta licet violenti ad verbera Solis
Persistent perpetuum procero culmine montes, 795

At quoniam & terræ procul a fervoribus imæ
Eduxere caput, circum & tenuissimus aer
Obsedit, longæque levissimus, horrida semper
Regnat hyems glacie concreta, & frigidus annus,
Semper & æterna nive cadent obruta saxa; 800

Quippe prior superat, super & constructa vetustam
Incidit usque recens, cumulo proin crescere magno
Visa, locisque pedes multis assurgere centum.

Qui procul aspiciunt has alto à gurgite terras, 805
I 3 Mi-

vitatem felicissimam quam fusc Bou-
perius exposuit, Noster paucis e-
legantur admodum de more per-
stringit.

Dum æternas illas proponit nives
edissimorum illorum montium, &
frigora; non omittit Noster binas
earum causas, nimirum tenuitatem
æris in tanta elevatione, qui minus

idcirco solaribus possit radiis inca-
lescere [nam quo rariora sunt cor-
pora cæteris paribus, eo minorem
possunt concipere, & fervere caloris
vim] ac distantiam a subterraneis
ignibus, & perpetuo illo totius ter-
restris massæ tepore interno, qui in
fodinis profundioribus manet per
totum annum invariatus.

Mirantur certo præcingi limite montes,
 Quem super omnia sunt candenti testa pruina;
 Interea immodico languescunt Solis ab æstu
 Ipsi, & dum pelago puppi fluitante feruntur,
 Et post dum portus tetigere, obeuntque propinqua
 Oppida; namque fero finduntur saxa calore
 Illic, terraque hiat ventis, radiisque perusta.
 At valle in media, qua sese viribus aer
 Temperat adversis, hinc ardens, frigidus illinc,
 Ver agitur; pulcher nec jam unquam vertitur annus;
 Nam paulum Sol hinc se a vertice flectit, & illinc;
 Perpetuumque dies alternans noctibus æquos,
 Haud mutata facit Cæli placidissima constet
 Tempestas, hæc Elysii videantur ut esse
 Fortunata loca, & campi, sedesque beatæ.
 Cuncta fovet Zephyris natura tepentibus, atque
 De terra omnigenos simul omni tempore factus
 Fundit; opes verno proprias permiscet honore
 Autumnus; pariter frondes, floresque virescunt,
 Maturique vigent una super arbore fructus.

Visum¹ his jamque locis mensuram inquirere primam;
 Optima sed visu regio licet, optima certe
 Tentandis non his fuit, opportunaque rebus;
 Nempe erat ille solo labor impendendus iniquo,
 Ut strati per humum deberent pectore prono
 Serpere multa Viri producto in millia tractu.
 Protinus ad triquetras cum ventum exinde figuras
 Aeste signandas liquido, incubuere quot aeres
 Ærumnæ, Herculeis aucturæ & viribus ingens

No-

¹ Exponit jam labores incredibiles exantlatos in dimetienda basi, cum iniquo solo, proni etiam, per plura passuum millia perreperint; ac in ordinanda triangulorum serie, cum stationes eligendæ fuerint in locis nive obrutis, ubi & aer tenuissimus vix respirationem permitteret, & nives decidentis prostrarent tentoria, diuturna in frigidissimo loco sæpe mora ob nebulas furtipientes reliquarum stationum prospectum.

Addit Noster & alia, quæ in tot annos expeditionem produxerunt, instrumentorum vitia, discordiam inter Academicos, quæ demum in aperta erupit dissidia producta in alios saltem 10 annos post rediit, & errores plures in observationibus cælestibus detectos, quibus aliud alii proponebant remedium; quæ omnia videre est in iis, quæ Bouguerius, Condaminus, & Hispani socii additi prodidere.

Con-

LIBER QUINTUS

Nomen, & exhausturæ odia imperiosa Novercæ !
 Illarum tantum flexus servare coacti
 Montium in ascensu medio; quippe invia longe
 Culmina erant glaciæ æternæ contrita pruinae,
 Et non vitales auræ, aut spirabilis æther.
 Quin sæpe & mediis tentoria montibus olli
 Figebant, depressa nivis plerumque ruina;
 Pertæsos quoties illic hæzere videres
 Nequidquam, longosque dies trahere, atque morari,
 Donec disiectis jam Cælum purius esset
 Invisis nebulis, fudusque vaporibus aer
 Et Cælum, & terras aperiret, & æquora, posset
 Prospectus procul in montem ut de monte patere.
 Ætherii demum ad mensuram scanditur arcus.
 Protinus ipsa aliquam partim fecere labori
 Instrumenta moram, queis serò haud fidere discunt,
 Partim inter socios facile in diversa abeuntes
 Discordes animi paulum, atque exorta simultas,
 Tum fraudes etiam in servando sæpe resectæ,
 Vitæque modis variis, & proinde novata
 Jam toties, iterumque opera instaurata, iterumque,
 Omnia tentantes denos tenere per annos.
 Tandem inventa gradus longo quæsitæ labore
 Mensura est; potuere illam haud corrumpere quidquam
 Extinctæ nondum, atque incertam reddere lites.
 Rerum non inter certantes scilicet harum
 Exitus ambigitur; quin major constat ab ipsis
 Litibus orta fides; cavere utrinque sagaces
 Quippe Viri, ne parte queant culparier ulla,
 Neve suo in vulgus patefacto errore puderet,
 Dum spectant animo de se infrendente triumphum.

I 4

Ergo

Concludit vero ab ejusmodi dis-
 cussionibus non modo non evasisse
 terminus, sed multo magis certam eam
 gradus mensuram, in qua fere con-
 veniunt; cum ipsæ lites, & quæ ea-
 rum occasione prodierunt anecdota,
 multo certiores nos reddant de iis
 omnibus, quæ ibidem peracta sunt.
 Definitum autem esse arcum gra-
 dum trium, quorum medius gra-

dus inde erutus sit minor Mauperrui-
 siano invento in Laponia; & qui-
 dem sive Hispanorum determinatio
 accipiat, quæ prodiit omnium
 prima, sive Bougueriana, sive Con-
 daminiana, quæ omnes inter se pa-
 rum admodum differunt, habet
 semper mensura multo minor: nam
 media inter hæc postremas est he-
 xapedarum 56753.

57430
 56753
 875

Addit, & exagitat velut acri pectora thyrsos?
 Unius mensura gradus tunc prodita demum 750
 Constitit, ipsa novem, decies & millia fena
 Exæquans, passus si tollas inde quaternos,
 Et decies septem. Doctæ Dux signa cohortis
 Jam movet; excedunt læti glacialibus oris.
 Ille nova at tellure, novi & sub tegmine Cæli 755
 Multa etiam solers servaverat, esset ut inde
 Ditiior ars, quæ Naturæ procul abdita quærit,
 Pendentis tractus virgæ, cum tempore certo
 Vibratur, longisque moras pro tractibus ejus,
 Quaque via radii torpentes aeris auras 760
 Desuper ingressi, & densatas frigore multo
 Progrediantur, item flammæ innoxia Cælo
 Plurima per noctem spectacula, & Iridis arcus
 Versicoloratos, geminosque per æthera Soles
 Sæpe, coronatosque, nec unam sæpe per umbras 765
 Fulgentem, aut cultu redimitam simplice Lunam.
 His spoliis, his ille opibus ditatus, Iason
 Plusquam olim pulchra cum Colchide vellere rapto,
 Finibus a gelidis Ursæ, & regione nivali
 Gaudentes socios præclaro munere functos 770
 Restituit patriæ incolumes, Cæloque tepenti.
 Interea¹ calidis Americæ errabat in oris

Al-

¹ Ad alteram turmam facit gradum, quæ suas in Quitensi Provincia, sub ipso æquatore, observationes habuit, & vix post decem integros annos laborem absolvit suum, & æstum immanem perpeffa, & quod mirum videri possit, sub ipsa torrida zona, frigus fere intolerabile, & glacies, ac nives. Jaceret autem Quitensis vallis in Austrum protensa longissimè inter bina montium juga edinissima, quæ omnium aliorum altitudinem, quotquot habemus in Orbe nobis cognito, longissime excedunt, cum assurgant alicubi ultra quatuor milliaria: ipsa autem vallis in media tam immani altitudine sita nihil concedit editissimis nostrarum Alpium verti-

cibus, & adhuc instar earundem Alpium nostrarum imminetium patentibus campis suspicit in Cælum erectos ipsos vertices in immensum.

Porro dum horridas eorum montium nives persequitur, quæ alicubi observatæ sunt ad 100 etiam pedes assurgere, alijs super alias congestis, nunquam solutas, commemorat & illud, quod Bouguerius retulit, longe e mari spectantibus apparere cujusdam continuæ lineæ ductum, supra quam, quidquid eminet, nive sit obrutum; dum interea in ipsis navibus, & ad littora æstus ob Solem fere verticalem est intolerabilis; at in ipsa Quitensi valle perpetua temperies quædam, & veluti perenne ver, cujus loci amoenitas

LIBER QUINTUS

133

Altera missa manus Comitum; terra illa, marique
Jactata Iliadas decimum protraxit in annum.

Vix fuit, ut magnam ad Quiti consideret urbem, 775

Atque ibi castra velut duro sub Marte locaret,
Nimirum qua se flectit noctemque, diemque
Æquans, qui mediam Terram discriminat, orbis.

Tempore eodem illa Cæli regione quis omnes
Aeris esse vices, atque unâ frigora, & æstium 780
Crederet, & mites unâ insedisse tepores?

Non procul æstiferi de littore gurgitis illic
Consurgunt vasti montes, quibus altior alter
In Terris se nullus apex ad sidera tollit;

A Borea longo decurrunt ordine ad Austrum 785

Perpetui; medio est at quæ ingens confita vallis,
Illa quidem centum repetita in millia longe

Trans terræ vastas pariter distenditur oras,
Atque humilis quanquam præ verticibus præruptis,
Tantundem super undisonum sustollitur æquor, 790

Quantum ipsi montes convexo ad sidera dorso
Se super evexere, minus subvesta nec alte est,

Aeriis quam quæ magis Alpibus edita rupes.
Illi recta licet violenti ad verbera Solis

Persistent perpetuum procero culmine montes, 795

At quoniam & terræ procul a fervoribus imæ
Eduxere caput, circum & tenuissimus aer

Obsedit, longæque levissimus, horrida semper
Regnat hyems glacie concreta, & frigidus annus,
Semper & æterna nive canent obruta saxa; 800

Quippe prior superat, super & constructa vetustam
Incidit usque recens, cumulo proin crescere magna
Visa, locisque pedes multis assurgere centum.

Qui procul aspiciunt has alto à gurgite terras,

I 3

Mi-

vitatem felicissimam quam fusc Bou-
perius exposuit, Noster paucis e-
leganter admodum de more per-
tingit.

Dum æternas illas proponit nives
edissimorum illorum montium, &
frigora; non omittit Noster binas
earum causas, nimirum tenuitatem
æris in tanta elevatione, qui minus

idcirco solaribus possit radiis inca-
lescere [nam quo rariora sunt cor-
pora cæteris paribus, eo minorem
possunt concipere, & fovere caloris
vim] ac distantiam a subterraneis
ignibus, & perpetuo illo totius ter-
restris massæ tepore interno, qui in
fodinis profundioribus maspet pet
totum annum invariatus.

Mirantur certo præcingi limite montes , 305
 Quem super omnia sunt candenti testa pruina ;
 Interea immodico languescunt Solis ab æstu
 Ipsi , & dum pelago puppi fluitante feruntur ,
 Et post dum portus tetigere , obeuntque propinqua
 Oppida ; namque fero finduntur saxa calore 310
 Illic , terraque hiat ventis , radiisque perusta .
 At valle in media , qua sese viribus aer
 Temperat adversis , hinc ardens , frigidus illinc ,
 Ver agitur ; pulcher nec jam unquam vertitur annus ;
 Nam paulum Sol hinc se a vertice flectit , & illinc , 315
 Perpetuùmque dies alternans noctibus æquos ,
 Haud mutata facit Cæli placidissima constet
 Tempestas , hæc Elysii videantur ut esse
 Fortunata loca , & campi , sedesque beatæ .
 Cuncta fovet Zephyris natura tepentibus , atque 320
 De terra omnigenos simul omni tempore sætus
 Fundit ; opes verno proprias permiscet honore
 Autumnus ; pariter frondes , floresque virescunt ,
 Maturique vigent una super arbore fructus .
 Visum¹ his jamque locis mensuram inquirere primam ; 325
 Optima sed victu regio licet , optima certe
 Tentandis non his fuit , opportunaque rebus ;
 Nempe erat ille solo labor impendendus iniquo ,
 Ut strati per humum deberent pectore prope
 Serpere multa Viri producto in millia tractu . 330
 Protinus ad triquetras cum ventum exinde figuras
 Aeste signandas liquido , incubuere quot aeres
 Ærumnæ , Herculeis succursæ & viribus ingens

No-

1 Exponit jam labores incredibiles exantlatos in dissecanda basi , cum iniquo solo , prout etiam , per plura passuum millia petreperint ; ac in ordinanda triangulorum serie , cum stationes eligendæ fuerint in locis nive obrutis , ubi & aer tenuissimus vix respirationem permetteret , & nives decedentes prostrarent tentoria , diuturna in frigidissimo loco sæpe mora ob nebulas surripientes reliquarum stationum prospectum .

Addit Noster & alia , quæ in tot annos expeditionem produxerunt , instrumentorum vitia , discordiam inter Academicos , quæ demum in aperta erupit dissidia producta in alios saltem 10 annos post rediit , & errores plures in observationibus cælestibus detectos , quibus aliud alii proponebant remedium ; quæ omnia videre est in iis , quæ Bouguerius , Condaminus , & Hispani loci additi prodidere .

Con-

LIBER QUINTUS

Nomen, & exhausturæ odia imperiosa Novercæ !
 Illarum tantum flexus servare coacti
 Montium in ascensu medio; quippe invia longe
 Culmina erant glaciæ æternæ contrata pruinæ,
 Et non vitales auræ, aut spirabilis æther.
 Quin sæpe & mediis tentoria montibus olli
 Figebant, depressa nivis plerumque ruina;
 Pertæfos quoties illic hæerere videres
 Nequidquam, longosque dies trahere, atque morari,
 Donec disiectis jam Cælum purius esset
 Invisis nebulis, fudusque vaporibus aer
 Et Cælum, & terras aperiret, & æquora, posset
 Prospectus procul in montem ut de monte patere.
 Ætherii demum ad mensuram scanditur arcus.
 Protinus ipsa aliquam partim fecere labori
 Instrumenta moram, queis serò haud fidere discunt,
 Partim inter socios facile in diversa abeuntes
 Discordes animi paulum, atque exorta simultas,
 Tum fraudes etiam in servando sæpe resectæ,
 Vitæque modis variis, & proinde novata
 Jam toties, iterumque opera instaurata, iterumque,
 Omnia tentantes denos tenere per annos.
 Tandem inventa gradus longo quæsitæ labore
 Mensura est; potuere illam haud corrumpere quidquam
 Extinctæ nondum, atque incertam reddere lites.
 Rerum non inter certantes scilicet harum
 Exitus ambigitur; quin major constat ab ipsis
 Litibus orta fides; cavere utrinque sagaces
 Quippe Viri, ne parte queant culparier ulla,
 Neve suo in vulgus patefacto errore puderet,
 Dum spectant animo de se infrendente triumphum.

I 4

Ergo

Concludir vero ab ejusmodi dis-
 sen- sionibus non modo non evasisse
 annos, sed multo magis certam eam
 gradus mensuram, in qua fere con-
 veniunt; cum ipsæ lites, & quæ ca-
 rum occasione prodierunt anecdotæ,
 multo certiores nos reddant de iis
 omnibus, quæ ibidem peracta sunt.
 Definirum autem esse arcum gra-
 dum, trium, quorum medius gra-

dus inde erutus sit minor Mauperrui-
 siano invento in Laponia; & qui-
 dem sive Hispanorum determinatio
 accipiat, quæ prodiit omnium
 prima, sive Bougueriana, sive Con-
 daminiana, quæ omnes inter se pa-
 rum admodum differunt, habetur
 semper mensura multo minor: nam
 media inter hæc postremas est he-
 xapedarum 56753.

57430
 56753
 575

Ergo gradus certis comprehensi, suppositique
Denique terni sunt mensuris, & minor horum.
Unus quisque gradu, gelidæ qui subjacet Urfæ,
Detestus; ratio compressæ ab utroque polorum
Certius inde fuit firmata, receptaque Terræ.

865

Jam¹ non ipsa dies securos prorsus agebas
Interea, genus hoc, in rebus, Gallia; pubes
En iterum excitur florentia regna peragrans,
Inquirisque gradus in mensos ante, novaque
Te ratione, novis te totam denique subdit
Mensuris, quanta ad Boream procurrens ab Austro,
Prætereaque gradus transversis indagine lustrat,
Expertis ne multa, via intentata videri
Ulla queat; rursusque polis utrisque repertum est
Arctari Terram, medioque tumere sub orbe;
Nec quovis tum de tentamine non tumor iste
Perceptus, prorsus dubitandi ut copia deesset.
Secura tamen hic num constes undique mente?
Ambiguum² vel adhuc quod reddat, sollicitamque,
Scilicet est aliquid: graduum non ordine eodem
Inter se crescunt collatæ, vel minuuntur
Mensuræ, debent quo crescere, diminuisse,
Si sit ubique æque densato corpore Tellus.
Tunc etenim primam præferre e segmine coni
Extra debet speciem, certoque tumore
Sic flecti, e geminis gradibus quæcumque repertis
Ut valeas totam numeris cognoscere frontem.

870

875

880

885

890

At

1 Progreditur ad ea, quæ interea per Galliam sunt præstita, quæ tantummodo innuit; novas nimirum habitas iterum mensuras per universam Galliam; quæ videre est in primis in opere memorato *Meridiane verifæ*. Definiti sunt nimirum gradus plures meridiani per totum tractum Parisiensis meridiani ab oceano ad Pyreneos, & unus præterea gradus paralleli circuli, ex quibus gradibus rite collatis inter se, & cum Lapponico, ac Quitenfi, prodiit semper figura Terræ compressa ad polos, & elevata ad æquatorem.

2 Verum licet ex dimensionibus in eo consentiant, ut exhibeant figuram compressam, adhuc addit Noster illud, quod huc maxime pertinet, summam in eo ambiguitatem relinqui, quod differentiarum horum graduum non servant eam inter se proportionem, quam requirit figura elliptica, debita ipsi Terræ, si homogenea sit. Datæ nimirum binis gradibus, ut supra diximus, definitur ellipticos species, & magnitudo: at hic diversa graduum determinantum binaria inter se collata diversas admodum ellipses exhibent.

At nunc a geminis collatis mutuà nunc his,
Nunc illis gradibus, non certa, atque una tumentis
Formæ, at dissimilis ratio, diversaque prodit.

Adde &, post etiam graduum quæ mensa fuere 895

Diversis spatia in regionibus, ipsa figuram
Efficere hanc varie diversam, dissimilemque,
Seorsum aliis eadem ut gradibus collata tuaris.

Scilicet ¹ Oceano in magno qua se Africa terra
Trans nigros longe Æthiopas protraxit in Austrum, 900

Occiduoque bona lassatos æquore nautas.

Spe reficit, pontoque repente immittit Eoo,

Sidera servatum summo labentia Cælo,

Gallia, missus in has Civis tuus iverat oras,

Præsertim Lunam ut posset, Martemque rubentem, 905

Tempore quos aliis alii regionibus uno

Servarent, velut in Terram deducere Cælo,

Carmine non magico, aut cantati turbine rhombi,

Sed procul obliquis aspectibus, unde pateret,

Interjecta forent quot millia descensuri; 910

Ergo etiam nactus facile opportuna locorum,

Ipsæ gradum Terræ sub millia nota recepit

Dimensus, nostrasque libens transmisit ad pras.

Tempore ² quanquam illo Domina Romanus ab Urbe,

Ut solet, æternis flectebat legibus Orbem 915

Doctrina Pater effulgens, & Numinis instar,

Ad mores Populas, ad munera dia vocabat,

Tu tamen inducti, vel ab his decus, inclite Silvi,

Vellet

bant, quam ambiguitatem auferunt
deinde, ut Noster subdit, alii gra-
dus alibi observati, gradus nimirum
Caillii definitus ad Promontorium
Bonæ spei, & meus, ac Mairii,
mei in expeditione mea cõstitis, in
Pontificia ditione hic in Italia.

¹ Memorat occasionem, qua Ca-
illus in Africam navigavit, missos
nimirum a Galliz Rege ad obser-
vandas Australes stellas, quam
catalogum amplissimum incredibili
labore, & diligentia concinnatum
ex immenso observationum nume-
ro in Europam remisit, & ad in-
-

undas observationes, quam posset,
plurimas, circa Martem in primis
Perigeum, & Lunam, quæ compa-
rata cum aliis eodem tempore in-
stitutis per Europam, exhiberent
parallaxes eorum siderum, ac earum
ope veras, & ipsorum, & omnium
Planetarum, Cometarumque distan-
tias a Terra, ac magnitudines.

² Meam hic, & Mairii expedi-
tionem innuit, quam opusculis plu-
ribus exposuimus in opere superius
memorato *De Litteraria expeditione*
per Pontificiam ditionem suscep-
tam jussu Benedicti XIV Pontificis
doctri-

Quamquam parte sui parva, at contractior illo
 Protinus alteruter tum constitit, ante per oras
 Quem Galli patrias signarunt, quemque prope æquo 945
 Distantem spatio Boreæ de cardine prendaſ.

Ex his tute queas facili cognoscere pacto
 Tellurem non prorsus ea constare figura,
 Quam gravitas exposcit in æque corpore denſo;
 Ejus nec facies, circum ut tornata, videri 950
 Jam queat, & parili ratione inflectier æque
 In spatio circum distante a cardine utrovis.
 Propterea mensis cum Terræ inquirere formam
 Tentamus gradibus; reuera quid sit id ipsam,
 Quo nos mensuris tum tendimus, inspiciendum est. 955
 Scilicet haud hæc est, qualem spectantibus offert
 Terra sui speciem variatam montibus altis,
 Et late campis discretam, & vallibus imis.
 Hæc si namque foret, nunc ille brevissimus, alti
 Inflectunt qua se colles, gradus esset, & ulnis 960
 Vix tribus interdum porrectus; at abforet omnis
 Æqua in planitie campi tumor; eque supinis
 Contra frons Terræ cava vallibus efficeretur.
 Certam exin nobis fieri non posse figuram,
 Quam memoro, Terræ quis nesciat; undique campis, 965
 Atque jugis, variis & vallibus interruptam,

Sepe

1 Exponit jam hic meas de figura
 Terræ meditationes. In primis ex
 his omnibus, quæ dicta sunt, pa-
 tet Terram non habere eam figu-
 ram, quam requirit homogeneus
 ipsius textus; ex meâ autem obser-
 vatione collata cum illa Gallica de-
 ducitur, nec parallelos esse circulos,
 sive Terram non esse solidum quod-
 dam ortum rotatione curvæ cujus-
 dam circa proprium axem; nam
 eo casu omnes Meridiani essent si-
 milis, adeoque omnium gradus æ-
 quales ab æquatore distantes es-
 sent æquales.

Utiq; aliquando diligentius res
 ad terminam revocetur, oportet con-
 siderare, quid queratur, ubi figura
 Terræ investigatur per graduum

mensuram. In primis non querimus
 figuram illam, quam Terra exhibet,
 ut est scabra, & montibus as-
 pera; nam ejusmodi figuræ curvatu-
 ra est admodum inæqualis: in sum-
 mis quibusdam collibus ne tres qui-
 dem ulnas exæquat gradus ejusmo-
 di figuræ: ubi campi sunt plani,
 nulla sæpe curvatura occurrit, val-
 les autem cavitatem habent extor-
 sam obversam. Et quidem ea figu-
 ra perpetuo etiam variatur lapsu
 rupium; imo etiam in mari ejus-
 modi superficies undarum tumore
 mutato mutatur perpetuo.

Sed nec figura, in quam per gra-
 duum mensuras inquirimus, est fi-
 gura aliqua regularis, quam con-
 sideramus æqualem, & quæ habe-
 retur

Sæpe & pro vario mutata tempore? rupes
 Quippe cadunt ævo, valles opplentur, & amplius
 Desidunt campi, eductove cæumine surgunt.
 Illa neque esse potest Terræ quæsitæ figura, 970
 Quæ fieret, valles si montibus æquarentur,
 Quippe incerta foret, nos utpote quam variare
 Arbitrio nostro possemus, multiplicique
 Deprimere hinc montes, illic educere valles.
 Limite; quandoquidem infinitæ continuato 975
 Esse queant ductu formæ, & sine flexibus ullis,
 Ad quas hæc redigi Terræ frons aspera possit
 Demendo, quantum libet, addendoque vicissim.
 Præterea nec ad hanc tali ratione redactam
 Possemus gradibus mensis pertingere formam; 980
 Quippe gradus cum metimur, quæ pondera deorsum
 Deducit via de tenui pendentia filo;
 Rectâ ad quæsitam Terræ cadat illa figuram
 Est opus; at eadem num rectio incurrere possit
 Descensu in talem, modo quæ conflata, figuram, 985
 Depressis conflata jugis, & vallibus alte
 Sublatis? Siquidem velut undique pondera tendunt
 Quælibet in partes Terrai totius omnes,
 Sic quidquid varium Terrai in partibus extat
 Texturam propter raram, densamque, necesse est, 990
 Immutet varie, qua corpora sponte feruntur
 Lapsa, viam, magis in densum & detorqueat augmen;
 Proinde etiam asperitas istam facit extrema Terræ
 Incertam, variamque viam, quod noscere possis,

Ut

retur abrais montibus, & oppletis
 vallibus. Nam in primis ejusmodi
 figura arbitraria est. Infinitæ nu-
 mero superficies regulares duci pos-
 sunt, quæ contingant datos dato-
 rum editissimorum montium verti-
 ces, vel quæ per datas radices tran-
 seant, & si libeat concipere super-
 ficiem regularem, quæ ita secet
 montium, & collium juga, ut tan-
 tum materiz supra se excludat, quan-
 tum vacui aeris infra se comprehen-
 dat; adhuc infinitæ numero sunt
 regulares superficies, quæ proble-

mati faciant satis. Deinde directio
 ponderum, per quam ope pendulo-
 rum definiuntur gradus instrumeta-
 ris astronomicis, non est perpen-
 dicularis ad ejusmodi figuram; & si
 revera omnes abraderentur montes,
 & colles, ac exæquarentur valles,
 non esset eadem accurate directio
 gravium, adeoque directio pendulo-
 rum, quæ nunc habetur; cum gra-
 vitas coalescat ex attractione in om-
 nes particulas eorum etiam mon-
 tium, & collium.

Ut docui, memori recolas si mente, sub altos
Declinent filo ut pendentia corpora montes.
Sed ¹ jam age, quæsitam nobis cognosce figuram.
Punctum finge aliquod Terra super; illud ad Austrum
Sic iter argentem vel ab Austro flectat ad Arcton,
Imprimat ut gravitas idus, ubicumque locorum est, 1000
Directos, ad idem rectis & pondera filis
Desuper insistant, erit hoc iter, orbe diei
Quod mediæ per dimensos prodire necesse est
Nempe gradus, Terræ ob scabram quod proinde figuram,
Intus multiplici variataque viscera textu 1005
Atque huc, atque illuc ductu curvatur iniquo,
Et varie undanti deductum tramite serpit;
Propterea par est ipsa hac ratione rearis
Undantem Terræ faciem, quam quærimus, esse;
Idque tibi gravitas varii ob discrimina textus 1010
Suadeat, idque gradus servati, ut diximus, una
Non bene pro quavis concordēs cumque figura,
Insinuent, dubiosque fugent de pectore sensus.
At quia per terras extrinsecus asperitates
Quæ sunt, vanescunt prope Terræ ad totius auctum, 1015
Credibile est etiam discrimina tenuia textus
Esse ea sub terris intrinsecus, atque figuram
Propterea turbari adeo non posse, polorum
Ne regione ea sit paulum compressa, tumensque
In medio, curva hic mage scilicet, & minus illic. 1020
Non tamen idcirco prorsus verissima frontis
Quæsitæ species unquam, limesque patebit

Qua-

¹ Exponit igitur hic figuram, quam revera quærimus per graduum mensuram. Assumatur punctum quodlibet in superficie terrestri, & concipiatur superficies continua ducta ab eo puncto circumquaque cum ea lege, ut ubique sit perpendicularis directioni ejus gravitatis, quam habemus coalescentem ex attractione in omnes Terræ particulis ibi sitas, ubi nunc jacent, & affectu vi centrifuga conversionis dimittit. Hujus figuræ gradus determinamus, cum per instrumenta a-

stronomica pendulis instructa accipimus distantias Fixæ a binis zenith. At ob adeo inæqualem textum in Terræ partibus tam prope superficiem, ubi cum utique cernimus, quam in intimis visceribus, ubi ipsum jure licet conjicere inæqualem, debet & ea ipsa superficies habere ductum inæqualem, atque irregularem saltem aliqua inæqualitate, cujus quantitas pendeat ab ea nobis ignota constitutione partium Terræ interiorum.

Cum

Quicumque in regione suus, cum quilibet ille
 Insecti varie diversis possit in oris.
 Protulit ipsa gradus sic Itala Terra minores, 1025
 Nam gemino hinc illinc consurgit ab æquore semper
 Altior, & medio præcingitur Apennino;
 Propterea in vastos hinc illinc pendula filo
 Deduci paulum debebant pondera montes,
 Majoremque arcus ideo comprehendere tractum 1030
 In Cælo, & gemini disjungere verticis oras,
 Debuerint ut proinde gradus minus esse patentes.
 At contra illorum plus amplam Gallia præfert
 Mensuram, quoniam calidæ de parte dici
 Pyrenes vastis finitur montibus, in quos 1035
 Pondera tum deducta arcabant ætheris arcum.
 Propterea¹ nobis semper mage cognita constet
 Ut facies Terræ, sedesque hæc alma pateſcat,
 Eſſet opus tractus mensuris ire per omnes,
 Atque gradus, quaque ad Boream conversa, vel Austrum, 1040
 Et qua Memnonia tendit de sede cubile
 Solis ad Hesperium Tellus queiscumque sub oris,
 Prendere, pro quavis demum regione repertus
 Crescentum graduum, & minuentum surgat ut ordo.
 At longum est opus, & nobis post longa manendum 1045
 Sæcula, venturo si quando id prodeat ævo.

Inte-

Cum videamus inæqualitatem e-
 jusmodi in ipsa superficie esse exi-
 guam respectu totius massæ terre-
 stris, erit probabile, in intimis e-
 tiam visceribus non esse adeo in-
 gentem respectu totius, ut cum theo-
 ria exhibeat potius figuram compres-
 sam pro casu homogeneitatis, & re-
 gularitatis, ac graduum mensuræ
 huc usque habitæ fere omnes ean-
 dem exhibeant compressam formam,
 revera non sit utcumque compressa;
 adhuc tamen accurata compressio,
 accurata pro locis omnibus curva-
 tura ex habitis huc usque mensu-
 ris nequaquam obtinebitur, sed ir-
 regularitatem habebit aliquam ipsa
 superficies expōita, & idcirco cre-
 dibile est, minorem in Italia obve-

nisse gradum, quam in Gallia in
 latitudine eadem. Nam hic in Ita-
 lia observationes astronomicæ in-
 stitutz sunt Romæ, & Arimini, in-
 teriecto toto Italiz solo altiore, &
 Apenninis montibus, quorum actio
 in pendulum hinc, & inde inclina-
 tum versus ipsos debuit exhibere
 bina zenith a se invicem remotio-
 ra, adeoque arcum cælestem ma-
 jorem, & curvaturam inde erutam
 majorem, & proinde breviorum
 gradum; dum in Gallia in accessu ad
 Pyreneos montes sitos ad Austrum
 extra arcum mensuris definitum de-
 buit contrarius deviationis haberi
 effectus, & gradus augeri potius.

¹ Subdit id, quod ex dictis de-
 ducitur, incertam adhuc esse veram
 Terræ

Interea paucas, at quas servavimus, omnes
 Aptamus graduum mensuras vi gravitatis
 Perfacile expositæ, & probe consentire videmus.
 Inter se aptatas: Fundata est vi gravitatis 1059
 Scilicet hæc Terræ moles, conflataque forma,
 Et maris, & terræ; quanquam & rerum Arbiter amplæ
 Compagi formam quamcumque inducere, Mundum
 Cum strueret, potuisset; at, ut Faber, aut super undas
 Labentes, aut forte vias cum fornice pontem 1059
 Erigit inflexo, speret retinere tenaci
 Calce licet pondus lapidum, tamen ipse figuram
 Inducit, qualem consistere posse sine ullo
 Ante putet vinclo, proprioque ut pondere tantum
 Scilicet in sese niti putat; Arbiter, inquam, 1060
 Sic quoque Telluri talem conflasse figuram
 Creditur, æquali qualem in se pondere partes
 Libratæ poscunt, compressam ab utroque polorum,
 Ut docui, & media paulum regione tumentem.
 Nunc ⁱ circumfusas mecum te transfer ad auras 1063
 E Terra, breve constat iter, superamque fluentis
 Inspice naturæ quoque frontem, cortice quali
 Includat Terram; num se conformet, ut illa,
 Et velut adstrictos vestis se inflectat in artus?
 At non huc gradibus, non huc conscenditur ullis 1070
 Men-

Terræ figuram, ad cuius determi-
 nationem majorem proderit quam
 plurimos ubique dimetiri & longi-
 tudinis, & latitudinis gradus, quod
 non nisi longissimo tempore possit
 perfici. Interea tamen nobis ad-
 modum probabile debere esse, Ter-
 ram non multum distare ab illa fi-
 gura, quam haberet, si tota esset
 fluida, adeoque debere esse com-
 pressam ad polos. Quamvis enim
 Naturæ Auctor pro arbitrio suo po-
 tuit constituisse Terram ita, ut
 haberet nucleum cujuscumque for-
 mæ, vel textum utcumque irregu-
 larem, qui tenacitate sua tueretur
 figuram contrariam ei, quam re-
 quirit æquilibrium gravitatis, & vis
 centrifuga; tamca est credibile ip-

sum noluisse multum recedere ab
 illa æquilibrii forma, ut etiam peri-
 tus Architectus in ædificio ingenti
 delineando tenacitati calcis debet
 fidere, quam minimum fieri potest,
 & omnia ad æquilibrii leges exigi-
 re, licet nonnihil & ipsi calci tri-
 buat.

ⁱ Relicta Terra assurgit in atmos-
 phæram terrestrem, cuius etiam
 constitutio pendet a gravitate: nam
 per ipsam gravitatem fit, ut circum
 undique affundatur ipsi Terræ, &
 adeoque, cum etiam non ad ingentem
 ab ea distantiam protendatur,
 ut videbimus, figuram habeat vel
 eandem, vel parum admodum ab
 ea discrepantem. Porro multa in-
 dem, quæ ad atmosphæras perti-
 nent

Mensuris. Quod non oculis, manibusque valebis
Subjicere, omni alio nequeas proin prendere pacto?
Hic etiam inniti gravitatis viribus ipsis

Quis vetet, & facili sic illuc scandere clivo?

Nimirum videas extrinsecus aera posse

1075

Non alia fundi sctum, comptumque figura,

Exornat quam qua Tellus sese ipsa revolvens,

Vel si alia, propior quæ sit tamen; utpote terram,

Et mare cum late cingat complexibus artis,

Et parvo assurgat cumulo liquidissimus aer,

1080

Quippe gravis, formamque ideo a gravitate receptet.

Namque ¹ ut cuncta, suum quis & aera pondus habere

Nesciat, assiduisque licet conatibus instet

Sese evolvere, & in spatium distendere majus,

Constringi tamen usque sua sub mole, premique?

1085

Usque adeo premitur deorsum, arctaturque, prope imam

Ut qua planitiem ponti demissior aer

Contingit, tanto sit pondere, pondus ut æquet

Argenti fluitantis, & undæ more liquentis,

Quod digitos quater in septem suspendere possis

1090

Inclusum vitri rectâ impendente columna.

Et licet aurarum calor augeat exsiliendi

Conatum; calor ast idem, & quæ cætera circum,

Si constent eadem, densabitur aura premente

Plus aucto superâ pro pondere, quoque tenetur,

1095

Decrescet spatium pro ponderis ipsius auctu.

His ² tibi jam claris subjunctis rebus, & ipsa,

Quam tu cumque velis, gravitatis lege manente

In

ment, susus in supplementis per-
tractabimus: ex iis autem, quæ huc
pertinentia profert, pleraque conti-
nentur in mea dissertatione de lu-
minis tenuitate.

¹ Gravitate aeris usus ad figuram
Atmosphærz determinandam, hic
distinctius affirmat, aerem etiam
esse gravem, cujus elasticitas elida-
tur ab ipso pondere incumbentis
atmosphærz ipsius, quod pondus
ipsum definitur ope barometri, in
quo columna atmosphærz terrestris
æquilibatur cum columna metcu-

rii ejusdem basis alta circiter 28
Parisienfes pollices, adeoque ei
ponderi æquale est ipsius pondus.
Addit & illud, quod experimentis
convincitur, aerem cæteris paribus
comprimi in ratione ponderis com-
primentis ita, ut in tot vicibus
minorem molem contrahatur eadem
massa aeris, quot vicibus est majus
pondus comprimens.

² Exprimit hic jam legem, se-
cundum quam progreditur attenua-
tio atmosphærz in ascensu a super-
ficie Terræ, quæ pendet ab illa
ipsa

In spatiis Terræ a medio variantibus, illuc
 Pervenies numeris, quærendique æte recenti,
 Ut videas, progressus in aere rarefendi
 Qui sit, dum sursum cumulatam mente sequeris.
 Invenies igitur, gravitas dum constat ubique
 Non mutata caput super altum, eademque per omne
 Aerium pelagus, binis si partibus aura
 Decreseat, qua densa, aliquo super edita tractu
 A nobis, opus esse, ut partibus ipsa quaternis
 Decreseat duplici in spatio, bis deinde quaternis,
 Deinde bis octonis, sese si scilicet ipsam
 Terno attollentem, spatioque sequare quaterno.
 Ordine quo possis invento pergere tutus,
 Innitque auris levibus, sursumque volare,
 Hæc lex est, gravitas ubi constans, unaque ubique est
 Scilicet; at spatiis eadem in se pro repetitis
 Si decreseat, uti vere decrescere certum est,
 Lex parvis ab ea paulo diversa vigeat
 In spatiis; magnum in magnis discrimen habebis:
 Tum quoque rarefcent quatuor jam partibus auræ,
 Jamque novem, bisque octonis jam rursus, ut ante,
 In spatiis, non ut tamen ante a fronte petitis,
 Sed Terræ a medio, & crescentibus ordine longo
 Inter sese alio, nimirum terna struantur
 Post bina ut spatia, & succedant sena repente;
 Ordine quo numeri cum progrediuntur, eosdem
 Dicimus Harmoniæ de nomine, quippe ubi primus
 T.II. K Non

ipsa ratione densitatis proportiona-
 lis ponderi comprimenti, & a New-
 tono definita est pro binis hypo-
 thesibus gravitatis constantis, &
 gravitatis decrescantis in ratione
 reciproca duplicata distantiarum.
 Mathematicis terminis exprimuntur
 hæc: Densitates atmosphæræ decre-
 scant in progressionem geometricam,
 distantis a centro Terræ crescen-
 tibus in progressionem quidem arith-
 metica, si gravitas sit constans, in
 progressionem vero harmonica, si gra-
 vitas decreseat in ratione reciproca
 duplicata distantiarum.

Utramque legem Noster perspi-
 cuam reddit allumendo ipsas notio-
 nes progressionis arithmetice, geo-
 metricæ, harmonicæ. Arithmetica
 progressio est cum termini sequentes
 eadem semper quantitate superant
 suos præcedentes, vel ab iis supe-
 rantur; geometrica, cum eodem
 modo illos continent, vel ab iis
 continentur; harmonica, cum as-
 sumptis tribus contiguis terminis
 quibuscumque est primus ad tertium,
 ut differentia primi a secundo ad
 differentiam secundi a tertio. Sunt
 10, 12, 14, 16 &c. in progressio-
 ne

Non aliter respectat eum, qui tertius exit,
 Quam, quæ est differitas primi a subeunte secundo,
 Respectet discrimen ab excipiente secundi;
 Qui melicos certe concentus efficit ordo.

Hinc ¹ tibi si fuerit geminis servata vicissim, 1130
 Quam varie sit densa, locis liquida aura, valebis
 Hanc aliis queiscumque locis cognoscere densam.
 At geminis servare locis discrimen in aura
 Denata, facile est; prælongo nesciat istud
 Quis bene servari vitro, quo plusve, minusve 1135
 Consurgens liquidi argenti suspensa columna
 Desuper aurai compressæ pondera, vimque
 Signat, quamque locis denata quibusslibet extet?
 Rarior ² inventa est sic partibus aura quaternis,
 Quam nos inter, ubi esteducta ad millia septem. 1140

Per-

ne arithmetica, quia termini proximi omnes se excedunt per binarium. sunt 10, 20, 40, 80 &c. in progressionem geometrica, quia se bis continent; 3, 4, 6 sunt in progressionem harmonica, quia est; dimidium 6, sicut 1 differentia inter 3, & 4 est dimidium differentie inter 4, & 6, quæ est 2.

Hinc si gravitas sit constans, & densitas atmospheræ sit duplo minor in quadam distantia a superficie; in dupla distantia erit 4 vicibus minor, in tripla octo, in quadrupla 16 vicibus; illæ enim distantie a superficie ob æqualem excessum sunt etiam in progressionem arithmetica, si computentur a centro Terræ, & 2, 4, 8, 16 sunt in progressionem geometrica. Ad habendam autem in theoria gravitatis decrecentis eandem progressionem in densitate, quæ sit ut 2, 4, 8, 16; oportebit assumere terminos ita, ut incipiendo a centro Terræ sit quævis prima ad tertiam in eadem ratione, in qua est ejus differentia a secunda ad differentiam secundæ ad tertiam, quo pacto differentie altitudinum crescant aliquanto magis, quam prius; sed pro exiguis altitudinibus, ad quas as-

surgit atmosphaera, exempla sine fractionibus molestis proferri non possunt. De iis agemus pluribus in supplementis, ubi & illud parebit, quod affirmat Noster, initio quidem ejusmodi binas progressionem fere congruere, sed in majoribus distantis recedere plurimum.

¹ Addit inde, si observetur densitas in binis locis (quod fieri utique potest ope barometri, cum ea, si sit proportionalis ponderi comprimenti, debeat esse proportionalis altitudini mercurii in barometro) haberi inde posse densitatem pro quavis altitudinis data. Id præstat a peritis calculi videndo, quot termini progressionis arithmetice in prima hypothesi, harmonice in secunda, quorum primi sint binæ distantie illarum binarum altitudinum a centro, habeantur usque ad illam datam altitudinem, & toties continuando progressionem geometricam, cujus primi duo termini sint binæ densitates observatæ: ratio ineundi calculi parebit in supplementis.

² Inventam esse affirmat in altitudine milliariorum circiter 7 atmospha-

Perge vices per quadruplices ita semper in altum,
 Septenis septem cumulata prioribus addens
 Millia, si gravitas constans sit, credere certe
 Difficile est, quam tum longe tenuabitur aer,
 Scilicet obruimur tanta a levitate fluentis.

1145

Fama¹ Repertorem ludi, quem Schachida dicunt,
 Monstravisse ferunt olim, quam protulit artem,
 Regnatori Indo; belli simulacra placebant,
 Et nigræ, canæque acies, variatæque miro
 Prælia consilio, & pugnacis nomina buxi,
 Motus, insidiæque, armorumque usus, & ordo.
 Non Rex ingenium infœcunda ornavit, uti mos
 Pluribus est, tantum laude, at, pete, dixit, habebis
 Præmia, quæ cupias: Voti hic prætulerit esse
 Callidus: exilis, munusque exposcere visus

1150

1155

K 2

Per-

atmosphæram quadruplo rariorem;
 hinc in hypothesi gravitatis constan-
 tis, si assurgamus ulterius, habebim-
 us, post singula septena milliaria
 densitatem immixtam vicibus 16,
 64, & ita porro, quæ progressio
 incredibile dictu est, quo brevi as-
 surgat.

quot ad eam frumenti copiam de-
 vehendam requirantur.

Ut ejus incredibilis augmenti
 ideam aliquam ingerat Noster, il-
 lud in memorat, quod fama fertur de
 Inventore ludi, quem vulgo dici-
 mus *gli scacchi*: cum nimirum a
 Rege, qui ipsi obtulerat, ut præ-
 mium pulcherrimi inventi peteret,
 quod vellet, postulasse tantum fru-
 menti, quantum requireretur, ut
 poni possent, super primo quidem
 ulioris mensulæ quadrato unicum
 granam, tum vero duo super se-
 cundo, quatuor super tertio, & ita
 porro, duplicando semper usque
 ad 64, quot nimirum ibidem ha-
 beretur quadrata. Regem risisse præ-
 mii petiti tenuitatem, sed brevi ob-
 stupuisse admonitum ab ministris
 suppuratione inita reperiri, vim
 frumenti petitam ejusmodi esse, ut
 in universo Terrarum orbe tanta
 non adsit, quin immo, ut non ha-
 beretur in universo orbe tot naves,

Calculationum in supplementis inibi-
 mus: superat autem postremi qua-
 dratuli immanis numerus 9 trilio-
 nes, & summa omnium 18 trilio-
 nes. Addit autem illud Noster; si
 eo evadat progressio rationis duplæ,
 quo evasuram censendum erit ra-
 tionis quadruplæ progressionem,
 quam per septena milliaria conti-
 nuaveramus! Eo abire, ut post 35
 milliaria plusquam millecuplo mi-
 nor evadat atmosphæræ densitas, &
 post 210 milliaria assurgat ad nu-
 merum constantem 19 arithmetice
 notis hisce Arabicis, quibus utimur,
 qui numerus latino sermone vix
 potest exprimi, superat enim tri-
 lionem, quem latine diceremus mil-
 lies, millies, millies, millies, mil-
 lies mille.

Porro eo rem evadere facile con-
 stat; nam post 7, 14, 21, 28, 35
 habentur quadruplicando semper,
 4, 16, 64, 256, 1016. Tum post
 alia totidem milliaria 35, nimirum
 ad 70, 105, 140, 175, 210, habe-
 bitur plusquam unitas cum cyf-
 ris 6, 9, 12, 15, 18, adeoque habe-
 bitur numerus notarum 19.

Pertenuē, optarem, Regnantum maxime, dixit,
 Tot Cereris mihi grana, quot hac ratione putentur;
 Princeps hæc unum sedes (albaeque, nigraeque
 Quadratas tabulae sedes monstrabat, ubi ambæ
 Insistunt acies, & noto limite pugnant), 1160
 Altera bina ferat, tum tertia quattuor, octo
 Quarta, & sic duplici crescant repetita per omnes
 Grana coloratas vice sedes, quolibet octo
 Quæ sunt in latere, & toto non æquore plures,
 Quam decies senis adjunctæ quattuor, extant. 1165
 Rex inopem ridens animum tam parva petenti
 Annuit. Ast inita porro ratione Ministri
 Per numeros, adeunt illum, attonitique fateantur;
 Non si vel toto dominetur solus in Orbe,
 Posse reum exsolvi promissi; haud esse per amplum 1170
 Navigia oceanum segeti satis ampla ferendæ,
 Omnia gente procul si conducantur ab omni.
 Rex stupet, atque viri magnum admiratus acumen
 Regni consiliis ratus est ingentibus aptum;
 Proin opibus donatum in publica munera rerum 1175
 Detinuit, nunquam & propria dimisit ab Aula.
 Tanta vi numeri cumulantur progredientes
 Ordine vel duplo; quot erunt, si quadrupla constant
 Perpetua incrementa, velut consurgere nuper
 Per rarefcentes dixi auras? Millia si per 1180
 Quinque animo subeas sursum, & ter dena, videbis
 Mille, hunc quam nostrum, mage partibus æra rarum.
 Surge age, & ulterius, bis millia confice centum,
 Et super adde decem, quantus, quantusque repente
 Prodibit numerus? non illum efferre valebis 1185
 Voce, sed exscribens per signa decemque, novemque
 Ellicies, Arabum fuerunt quæ more notari.
 Scilicet¹ hæc fiunt, ut paulo finximus ante,
 Si gravitas sursum non sit mutata; profecto
 Sed mutatur, uti docui, numerisque notantur 1190

Di-

¹ Illud jam monet in ratione reciproca duplicata distantiarum minorem numerum obvenire; adhuc tamen & hunc eo evadere, ut post milliaria 840 jam superet notas 60, quem quidem numerum ne imagi-

natione quidem satis complecti possumus. In priore progressionē, cum distantia 840 contineat quater distantiam 210, notarum numerus evaderet quadruplo major, & excederet numerum, cum cyfris

post primam

LIBER QUINTUS

149

Diversis paulo spatia ipsa, minusque repente
Progredieris, at immensum tamen; utpote si tu
Millia sublimi post octingenta volatu
Tum quoque dena quater scandas, tam rarus ibi aer
Fundetur, vix ut decies sub sena reduci
Signa queat; numeris quæ nomina reddita tantis?

1195

Verum ¹ a servato diversus cernitur ordo
Ordine descensus interdum, pondera vis
Sursum cum ferimus gracili conclusa cylindro.
Argenti, atque alia densarier aura videtur
Tum ratione. Aliquis dum montem scanderet altum
Paulatim, supraque maris consisteret æquor
Sex pedibus decies; quæ limpha argentea vitro
Clauditur, ipsa aliquem descensum prodere cœpit,
Scilicet hanc digito partem decerpfit ab alto,
Quæ de bisseis pars unica partibus extat.

1200

1205

Tantundem dorso conscendere montis eodem
Pergit; & est digiti nondum pars altera visa
Descensu confecta novo, nisi donec & uno
Hos decies supra senos pede cellior esset;
Conscensisque aliis decies sex, jam duo deerant.
Scandendi, digiti rursus ut pars æqua vacaret.
Hoc igitur, quantum valuit tentare, probavit
Ordine depressas argenti mobilis undas

1210

1215

Usque viæ magis alta petens; quin credidit istis
Sublimes se posse etiam deprendere tractus,
Evehi queis consistant supra mare montes,
Queis aliisque alio vincatur vertice vertex.
At variantia dicendum hæc discrimina posse
Ponderis aurarum producier a calefactis
Hic prope nos auris varia ratione. Calores
Scilicet & Terra clausi (mons plurimus unde
Sæpe ignem eructat), locaque aeris ima vapores
Replentes tepidi, & radiorum multiplicatæ

1220

1225

K 3

Ter-

¹ Hanc progressionem ipsam, quam requireret gravitas decrescens in ratione reciproca duplicata distantiarum, prope Terram, affirmat, non deprehendi per observationes: exhibet autem progressionem elegan-

tem sane, quam Cassinus invenit observando, cum nimirum per 60 pedes Parisienses in altitudinem evectus a superficie maris, invenerit mercurium in barometro deprimi per 1 lineam, sive duodecimam partem

Terræ a reflexu vires, & densior aura
 Suscipere apta magis, captumque fovere calorem
 Efficiunt, magis hæc loca celis ima calefant,
 Illic ut nivium sit, duræ & grandinis ortus
 Tunc etiam, cum nos fervente exurimur æstu. 1230
 Propterea esse aer prope nos pro pondere densus
 Non queat aggesto, constante nec ordine tractus
 Sublimis minui, nec, quæ servata, manere
 Quoque loco possint, & tempore; tempore quovis
 Nam regione calor varie mutatur in omni. 1235
 Ast aliquo a Terra tractu procul, æqua per auras
 Temperies est, quo nequeant hæ scandere causæ;
 Ordo propterea, & progressus certus ibidem
 Rarescentibus est mutato a pondere in auris.
 Multi hunc distenso distendunt aere multa 1240
 Progressum longe per millia, currere tantis
 Quippe volunt spatiis fufum mare mobilis auræ
 In Cælum, Terræ prope sint ut tractibus altis
 Dimidiæ paria; at nobis propiore videtur
 Esse opus aerios constringi limite campos; 1245
 Auris quandoquidem Soli circumfusus aer

His

tem Parisiensis pollicis, post alios
 61 per aliam, atque ita porro post
 62, 63, 64 &c. per tertiam, quar-
 tam, quintam &c. lineam mercurii
 descendisse; unde factum sit,
 ut cehseretur, per ipsas mercurii
 altitudines in barometro posse in-
 quæ in altitudines montium, qua
 de re, ut & de aliis huc pertinenti-
 bus, agemus in supplementis.

Verum nec eam progressionem
 ubique accurate servari ait, & im-
 pedimenta congerit orta a calore
 in primis inæquali prope superficiem
 Terræ, quæ inconsistentem etiam
 reddat in eadem altitudine densita-
 tem, uti constat ex ipsis barometri
 variationibus: est autem & alia ir-
 regularitatis causa prope superfi-
 ciem, nimirum perturbatio rationis
 reciprocæ duplicatæ distantiarum in
 gravitate, ob Terræ figuram non
 sphericam, ac montes.

Addit, in majoribus a Terra di-
 stantiis attenuacionem atmosphæræ
 longe magis debere accedere ad il-
 lam progressionem expositam: eam
 vero a nonnullis longissime protendi
 ita, ut pertineat etiam ad distan-
 tiam semidiametri Terræ, at longe
 humiliorem esse atmosphæram ter-
 restrem, & illam progressionem ter-
 minari, ubi terrestris atmosphæra
 comprimitur ab atmosphæra solari,
 quæ ad ipsam Tellurem pertingit;
 ubi occasione arrepta Noster ad at-
 mosphæram solarem gradum facit,
 & pleraque ex iis, quæ de ea, & de
 Aurora Boreali commemorat, con-
 tinentur in meis dissertationibus de
 Aurora Boreali, & de Atmosphæra
 lunari, ac in adnotationibus ad
 poemam de Aurora Boreali P. Caroli
 Noceti, & dialogis de ipsa Boreali
 Aurora italico sermone conscriptis,
 & editis.

His levibus levis occurrit, sursumque volentes.
Ire æqua retinet vi, nitentesque refrænât,
Inque vicem simul his ipse interrumpitur auris.

Namque ¹ quis esse suum magnum neget aera Soli 1250.
Præterea, immensis & fundier ætheris oris?

Indicio primùm maculæ sunt lucida Plœbi
Turpantes ora, & quædam velut aere in illo
Nubila suspensa, & faciem radentia diam;
Indicio candens porro est lux illa, tenebris 1255

Quæ Solem offusum, & subiecto corpore Lunæ
Obstructum penitus nobis, complexa coronat.
Esse sed hunc nobis magis indicat aera vastum
Lumen id, in Cælo quod dudum aspeximus alto,
Cassino monstrante, via quod spargitur orbis 1260

Signiferi, eque loco grajum sibi nomen adeptum est.
Hoc sub signifero longum distenditur orbe
Lumen & occidua de parte, & Solis eoa.
In speciem rhombi, pelusiacæque per alta
Procurrit lentis, quam spectes e latere ipso 1265

Transversam; supremus apex nunc profugit ejus
Centum a Sole procul gradibus, nunc pervenit idem

K 4

Vix

¹ Solem habere suam atmosphæram probat primo quidem maculis solaribus, quas affirmat esse quasdam ejus veluti nubes, quæ sententia de solaribus maculis est cæteris omnibus longe probabilior; tum illâ luce, quæ, ubi Sol in totalibus suis eclipsibus a luna regitur, circa Solem ipsum cernitur, quam nonnulli Atmosphæræ lunari tribuunt, sed Atmosphæræ Solis eandem Noster tribuit, ut & ego ipsi tribuendam omnino censeo minus vividam illam, quæ tum ad majorem inde distantiam circumquaque protenditur.

Verum multo adhuc evidentius vicini affirmat solarem atmosphæram per illud, quod olim a Joanne Dominico Cassino detectum appellant lumen Zodiacale idcirco, quia sub Zodiaco cernitur. Id protenditur sub Zodiaco ad magnam

a Sole distantiam versus Orientem, & versus Occidentem sub forma rhombi cujusdam, vel lentis transversum conspectæ. Jam ejus vertex distat a Sole gradibus etiam 100, jam vix ad 70 pertingit: est tenue id lumen instar luminis vix lactæ, nec semper videri potest, sed tantummodo, ubi satis magno temporis intervallo post Solis occasum, vel ante ejus ortum, satis longe protensum satis alte emergit e crassioribus nebulis, atque vaporibus horizonti proximis.

Quod satis longe protendatur a Sole, id pendet ab ipsa extensione atmosphæræ solaris, quam quibusdam sæculis, & annis multo majorem, aliis multo minorem extitisse per vices quasdam probat Mairanius in celeberrimo ejus opere, quo de Aurora Boreali egit inde deducta. Quod alte adhuc emergat ab hori-

Vix decies ad quinque; & longa, brevisque vicissim
 Bellantis veluti comparet lancea Phœbi.
 Debile lumen id est, via qualis candida lactis, 1270
 Conspicuum nec idem patet omni tempore nobis.
 Non igitur lucem hanc cernes, si vespere summo,
 Vel nondum rosea Tithoni conjuge cani
 Exoriente, eadem non Cælo ita persistet in alto,
 Ut superet nebulas, fuscantesque ima vapores; 1275
 At persistat, superatque umbrantes ima vapores,
 Si procul altus apex a Sole excurrat utrinque
 (Ævò quod certo, quod certis accidit annis),
 Et plaga, quam Phœbi currus perlabitur, orbis
 Si tum signiferi nostrum minus extet ad æquor 1280
 Obliqua, ante suos quam jungere quadrijugos Sol
 Incipiat, vel post quam solverit imus anhelos.
 Signifer orbis enim diversos efficit ipsam
 Terræ ad planitiem flexus, nobisque, borea
 Qui regione sumus Mundi, æquantemque videmus 1285
 Tempora non paucis distantem tractibus orbem,
 Signa quidem, vernum quæ circa Vellus utraque
 Parte micant, obliqua nimis nascuntur eoq
 Ettore; non ideo propera elustantur ab imis
 Telluris nebulis, clarumque educere possunt 1290
 Non subito jubar in fusca caligine mersum;
 Ast eadem occiduis occumbunt recta prope oris.
 Contra quæ oppositam circumdant lucida Libram,
 Obliquant se signa cadentia, at alta oriuntur.
 Idcirco e nostris regionibus aeris illa 1295
 Non bene conspiciamus Phœbei lumina Cælo
 Edita, ni vernæ per suda crepuscula noctis,
 Et

horizonte, id pendet ab inclinatione ad horizontem ipsum arcus Zodiaci occidentis post Solem, vel orientis ante ipsum. Signa circa Arietem, quod facile est videre in armillari sphaera, nobis quidem sitis in boreali hemisphaerio ad satis magnam distantiam ab Æquatore, nascuntur nimis obliqua, & occidunt satis erecta, contra vero signa circa Libram nascuntur erecta, & occidunt obliqua; & idcirco Lumen

Zodiacale nobis quidem supra nebulas non satis eminet, nisi vere post crepusculum vespertinum, & autumnali tempore ante matutinum: oppositum autem accidit in australi hemisphaerio sitis, dum zonæ torridæ incolis per totum annum Zodiacus satis elevatus & oritur, & occidit; unde fit, ut si satis longe protendatur a Sole Lumen Zodiacale, ipsum toto anno videre possint & mane, & vespere.

Et matutinis Autumni divitis horis.

Omnia in adversi contraria partibus Austri
His, opus est, fiant. Quæ vero Æquante sub orbe, 1300
Vel prope sunt gentes, rectus queis signifer orbis
Occumbitque, oriturque, vident hanc tempore lucem
In quovis, dum se distendat cuspide longa.

Hanc¹ vero lucem exortam de parte quis illa
Ambigat aurarum, quæ sit mage crassa, potensque 1305
Deorsum occurrentes radios convertere pulsos,
Augmine vel proprium majori effundere lumen?

Ipse suum jam Sol quia circa vertitur axem
(Ejus ut a maculis patefit, quas cernimus omnes
Tempore circuitus facere æquo, & volvier uno 1310
Axe super, varias quanquam, & sine lege coortas
Ex improvisò, certa nec lege obeuntes),

Atque suum secum quia pertrahit aera raptans,
Ipsum hunc compressam sese conflare necesse est
In lentem, propter majorem particularum 1315

Nisum de medio fugiendi limite gyri,
Propterea nobis oblique ut visa sub illa
Debeat, ut docui, rhombi apparere figura.

Corporis utque sui partem, quæ rapta per orbem
Est latum, ad nos Sol convertit, ita aera quanto 1320
Plus a se projectat agens, accedere nobis

Plus facit, interdum transmittat ut oscula Terræ
Contactu ætherio; quod fit, cum cernimus auras
Eductas gradibus novies ab origine denis.

Si vel adhuc magis excurret, convestiet omnem 1325
Lux ea Tellurem circum, quo tempore quidam
Undique diffusus tota de nocte videri

Debe-

¹ Jam ostendit, quo pacto id lumen ortum ducat ab Atmosphæra Solis vel reflectente radios ipsius Solis, ubi ea est densior, vel suum etiam lumen emittente. Solem circa proprium axem converti, probant maculæ, quæ licet tam varix sint, & sine ulla certa lege exturgant, & evanescant, semper circa eundem Solis axem convertuntur iisdem conversionum integrorum temporibus.

Eo motu Sol secum abripit in gyrum atmosphæram suam, quæ ob vim centrifugam majorem in æquatore motus, quam ad polos, debet inducere figuram sphæroidis compressæ accedentem ad formam lentis, atque ea ipsa lens a nobis oblique videri debet; cum Sol ipsum æquatorem suum aliquando accurate, semper vero satis proximè Telluræ obvertat.

Quan-

Debebit splendor tenuis: mirantur agentes
 Excubias proin interdum, vel longa viarum
 Carpentés noctu, cur nox hac fuscior illa,
 Scilicet hæc formas varias distinguere rerum
 Cur sinat, illa nigris æque omnia contegat alis:
 Ignorant, id qua possit contingere causa.

1330

Aeris ¹ hujus at hîc num meta, & terminus hærens,
 Ipsum quo monstrant oculi finire? profecto
 Idem & adhuc, nequeant oculi ut pertingere, pergit

1335

Rarior, atque ideo subtili corpore cæcus
 Ætheris intervalla per ardua continuatur
 Edita fors ultra longe Saturnia regna.

1340

Hoc caudata probent ingentibus intervallis
 Astra eversa procul, quorum præsentia caudæ
 Nubila fumantis speciem, sursum aere eodem
 Tolli credibile est (ratio tibi vera probari
 Quæ post efficiet); quo pacto noster & aer
 Nostros scilicet hinc sustollit ad alta vapores.

1345

Sic ² itidem noster, qui circumfunditur, aer

Altior

Quando satis a Sole protenditur
 illa pars ejus atmosphæræ, quæ lu-
 minis vel emittendo, vel reflectendo
 per Lumen Zodiacale efformatur; rum
 vero ad Terram etiam pertingit ali-
 quando, & aliquando ultra eandem
 quoque transcurrit. Primum illud
 accidit, ubi vertex ipsius Luminis
 Zodiacalis ad 90 gradus pertingit;
 hoc secundum, ubi ultra eum ter-
 minum procurrit, quod facile ad-
 modum demonstratur, & videbi-
 mus in supplementis.

Hinc etiam censet fieri posse, ut
 quædam noctes æque serenæ sint
 multo lucidiores aliis; ubi nimirum
 Lumen Zodiacale Terram ambiens
 multo plus vividum sit, & altius
 ultra ipsam excurrat illustrans um-
 brosum conum.

¹ Docet jam Atmosphæram Solis
 multo longius a Sole protendi, quam
 Luminis Zodiacalis materiam, quod
 argumentum in Dissertatione de Co-
 metis pertractavi fusius, ut & cæ-

tera, quæ ad Cometarum in primis
 pertinent atmosphæras, & caudas,
 atque id ipsum ostendere Cometa-
 rum caudas ortas, uti infra expo-
 netur, ex eo, quod vapores Come-
 tici in atmosphæra solari ascendunt
 ad partes Soli oppositas, quemadmo-
 dum hic apud nos nostri flumi ascen-
 dunt in Atmosphæra terrestri. Cau-
 das autem habent Cometæ etiam
 ibi, ubi multo longius a Sole di-
 stant, quam quo luminis Zodiacal-
 is materia protenditur.

² Eodem pacto affirmat etiam in
 nostra atmosphæra se rem habere:
 ea pars, quæ radiis Solis reflecten-
 dis est par, & crepusculum gignit,
 ultra quadraginta passuum millia
 non extenditur, si crepusculum ori-
 tur per unicam reflexionem radio-
 rum Solis in aere factam; si per du-
 plicem, non ultra decem; cum ejus
 pars magis tenuis, & incapax re-
 flectendæ lucis multo altius eleve-
 tur, ea nimirum, quæ sustineat ma-
 teriam.

Altior est multo, quam quis reflectere lucem
 Quit spatiis: statuunt hos ipsa crepuscula fines,
 Quæ Solis lux sunt ad lumina nostra repulsa
 Corpore ab aërio: brevia, atque fugacia cum sint 1350
 Illa, quater denis non plus quam millibus alte
 Posse repulsantes inventum attollier auras,
 Quin denis tantum his spatiis, si forte repulsi
 Bino ad nos dubiam credas descendere lucem.
 Aura at quæ radios nequeat convertere deorsum, 1355
 Officione alio monstret se impervia visu?
 Ejus an in vasto pelago non innatet illa
 Lux insueta, novo Boreæ quam nomine dicunt
 Auroram? re tam tenui se sustinet ardens.

Hic¹ mihi par etiam peregrinam hanc dicere lucem, 1360
 Qualis, & unde suos descendens hauriat ortus,
 Queisque magis, Terræ, an Phœbeis debeat auris.
 Illa quidem rubeos Tithoni conjugis ortus
 Visa polo plerumque refert: solet altivolantis
 Principio, ad Cauri regionem fumidus ingens 1365
 Spectari globus; ejus humo pars conditur ima,

Edita

teriam exhibentem Auroras Boreales juxta Mairanii sententiam, quam sententiam Noster amplectitur, & ad quam hic gradum facit; eandem autem infra in fine hujus tractationis commendat plurimum, & tam ipsam, quam celeberrimum Auctorem meritis attollit laudibus, ingentem cum tot aliis suis scriptis, tum ex hoc ipso argumento nominis celebritatem & adepto jam, & ad posterum transmissuro.

¹ Acturus de Boreali Aurora primo quidem ipsius præcipua phænomena exponit, quæ nimirum plerumque solent occurrere, ubi Auroræ Boreales insigniores effulgeant: vocat autem Noster eam lucem peregrinam, quod identidem tantummodo, & quidem rarius, apparere solent. De hoc itidem argumento agemus pluribus in supplementis.

Solet initio sub finem crepusculi vespertini apparere caliginosi, & obscuri ejusdam amplioris globi segmen-

tum supra horizontem extans inter Boream, & Occidentem: ejus limbus evadit lucidus, & aliquando plures habentur arcus ad sensum concentrici alternatim dispositi alij circa alios lucidi, & obscuri. Inde erumpunt, ac longè protenduntur plures radii, & velut ignes columnæ, quæ formam perpetuo mutant, & sæpe obscurus ille globus disrumpitur, & radios vibrat tanquam ex ulteriore quodam incendio. Nunquam & corona quædam a radiis, vel columnis quibusdam lucidis efformatur coeuntibus in ipso Zenith, vel prope ipsum. Quando autem ingens est phænomeni lux, vapores, & nubes ingentem sæpe ruborem concipiunt, quo & objecta omnia terrestria inficiuntur circumquaque. Desinit demum illud færale spectaculum ad Boream in lucem placidam quandam, & quietam matutinæ Auroræ similem.

Edita pars sese post paulo lumine tingit,
 Et nitet, interdum fuscas, clarasque vicissim :
 Distincta in zonas; multiplex proditur inde
 1370 Formarum ratio, scēnz variantis ad usum,
 Ludicra gaudentis velut in spectacula Cæli.
 Funditur in spatium globus ille, locisque recurvus
 Rumpitur in variis limbus, lucemque profundit
 Eructans, acsi se retro incendia volvant
 Flammarum; surgunt alternis, intereuntque
 1375 Ex improvise radii, rectoque columnas
 Stare situ videas, seu paulum forte reclin
 Lucentes alte super atro fornice nixas.
 Sæpe illæ educto protensæ cubmine longe
 Contingunt nostri supremas verticis oras,
 1380 Et coeunt illic multæ, & tentoria castris
 Formant in speciem, fulgentemve igne coronam.
 Et si tum radiis vis insit magna, videbis
 Sanguineo aërios tingi fulgore vapores,
 Nubilaque, & montes, & silvas, consitaque arva,
 1385 Et pavidas urbes populi inter densa rubere
 Murmura, distinguique vias, & mœnia lævas
 Umbras projicere, & tenebras discedere noctis.
 Ista minax species finitur denique luce
 Innocua, placidaque poli sublimis ad axem;
 1390 Ac si illinc versa vice rerum nuncia Solis
 Prodire, & mundo roseos ostendere vultus
 Diva velit, thalamisque senis frigentibus illas
 Præferat iracunda nives, brumalia regna.
 Hæc ¹ multi radiis Solis tribuere, putantes
 1395 Esse

1 Ad causas gradum faciens duas
 hic tantummodo recenset, & confu-
 tat. Sunt, qui censeant oriri phœ-
 nomenon a reflexione radioꝝ Solis
 infra horizontem delitescentis,
 & quidem sunt etiam, qui censeant
 reflecti lumen a nubibus ad nives,
 & inde ad nubes pluribus vicibus.
 Hanc sententiam omnino evertit illa
 humilitas tanta atmosphæræ terre-
 stris, ad cujus partem nobis con-
 spiciam non possunt pertinge, sta-

dii Solis usque adeo infra horizon-
 tem depressi per hyemem, quo ta-
 men tempore Auroræ Boreales in-
 dem occurrunt, & sanè multæ.

Alii hoc phœnomenon tribuant
 exhalationibus sulphureis, quæ ac-
 cendantur; sed nec tanta haberi
 potest exhalationum simul inflam-
 mandarum copia, ut tantum univer-
 sæ simul Europæ præbeat spectacu-
 lum, nec exhalationes terrestres
 ascendunt ultra illam adeo humilem
 atmo-

Esse vel a nivium cumulatis montibus, illis
 Sive reperiçflos a denfis aeris auris,
 Nequidquam, quoniam nimis alta conditur ardens
 Terra Sol mediæ brumali tempore noctis,
 Tempore quo feptem quoque sæpe arfere Triones, 1400
 Ut nequeant illuc radii pertingere miffi.
 Frufta alii accenflos evulgavere vapores
 Urfas fub gelidas fimul undique convenientes;
 Nam neque vim tantam cogi illuc poffe vaporum
 Credendum eft, uno ignefcant qui tempore in ingens 1405
 Diffenfi Cæli fpatium, ut de parte videri
 Terrai magna poffint, nimiumque remota,
 Nec tantum educi poffe in fublime volantes,
 Longe ut prætereant fines, qui fuftinet illos,
 Aeris; hos fines diffendi poffe probatum eft 1410
 Vix ad dena quater nimirum millia, nuper
 Ut docui; aft ardens Auroræ tollitur illa
 Flammantis fpecies (præfertim totius ingens
 Europæ populis converfis lumina ad Urfas
 Cum micat, & Boreæ haud foli videre corufcam 1415
 Indigenæ) plus quam fexcenta ad millia furfum,
 Alteraque interdum his cumulata, atque altera centum
 Præterit; invia funt quæ regna vaporibus imis.
 Ergo¹ cum poffit tanta ad fpectacula Cæli
 Terra nec ima ullos, neque fuppeditare paratus 1420
 Imus & ipfe aer; quid fummus poffit inani
 Affimilis, fubtili imbellis corpore, inersque?
 At fors poffit, ubi introrfum quid defuper haurit,
 Fœcundoque finu cæleftem percipit auram,

Scili-

atmofphæræ noftræ nobis confpicua
 partem; dum e contrario Auroræ
 Borealis materia, quæ per univerfam
 Europam sæpe ubique apparet ad
 eandem Cæli plagam, nimirum ad
 Boream, ex tam difjunctis regionibus
 parallaxi tam exigua exiftente,
 debet effe editiffima.

¹ Veram hinc originem a Mair-
 aio inventam prodit. Maffa ingens
 atmofphæræ folaris, de qua paul-
 lo ante egimus, quando ipfa ita ac-

cedit ad Terram, ut gravitas in
 eam fit major gravitate in Solem,
 decidit verfus ipsam Terram, & ra-
 rior illa etiam terreftis atmofphæ-
 ræ parte, quam radiis reflectendis
 imparem diximus altiffimè elevari,
 illi innatat, ac congelta, & concuf-
 fa, dum effunditur, quandoque igne-
 fcit etiam, & lumen emittit fuum.
 Sæpe tamen, immo plerumque fit,
 ut ante, quam ignefcat, decidat;
 tum vero verfus pelum propiorem
 fluit.

Scilicet illam ipsam, phœbeo funditur astro
 Quæ circum, ut docui, atque apparet sæpe sub orbe
 Signifero, cujus formam, loca, tempora dixi.
 Illius ut pars densa solet protendier ipsam
 Ad Terram interdum, procurrere forte vel ultra,
 Fiet, uti fines ea transmeet ætheris illos,
 Terram in vicinam gravitas quibus incipit esse
 Major paulatim in Solem gravitate remotum.
 Tum subito, si præsertim cumulator illic
 Forte sit, in Terram properat phœbeius aer
 Avulsus parte haud modica de corpore magno,
 Ut rupes de monte, novique sit incola regni.
 Nostra dat aura locum celeri; tum densior obstat,
 Inneſtitque moras sensim, cursumque refrænât:
 Aura retenta fremens ferviscit, læsaque tristes
 It velut in flammâ irarum; sæpe sed, ante
 Quam cœptet motu interius flammescere diro,
 Alterutrum projecta polum petit, ob fugiendi
 Vim medio a motûs, peragit quem Terra, diurni,
 Quæ motu hoc languente polum languescit ad ipsum,
 Ob calidas itidem, magis & sub Sole tumentes
 Auras, inque polum proin ob declivia utrumque.
 Dum petit ille polos, interdum concipit aer
 Ardorem, interdumque polis procul editus ipsis,
 Aut quoque post multo depressior, insinuatus
 Auris interius terrestribus, atque deorsum
 Descendentibus hoc citius, quia pondus ob auras
 Has alienigenas increſcit convenientes.

Hæc ¹ si percipias bene cuncta, resolvere possis

1429

1430

1435

1440

1445

1450

Quæ-

fluit, tam ob vim centrifugam motus diurni, quæ, quo ad æquatorrem magis acceditur, eo est vividior, & ipsam auram affluentem magis repellit; tum quia calore Solis exustus aer terrestribus æquatorrem versus, & rarefactus attollitur, ac inde ad polos defluit, & secum atmosphæræ solaris massam rapit, quæ ibi congesta facilius effervescit, vel dum adhuc est elevatissima, vel etiam postquam addensata ibi, & acri retri-

gerato commixta descendit inferius, Ope hujus theoriz, affirmat, explicari optime præcipua quæque phænomena ad Auroram Borealem pertinentia. Plerumque videri incipit vespere ad occidentem, quæ plaga est postrema obversa Soli per diem, & proinde parti ejus atmosphæræ propiori ipsi Soli, & crassiori. Apparet instar globi, vel circuli, in quem nimirum diffunditur ingens massa delapsa, ut gutta olei aquæ affusa

LIBER QUINTUS

Quæcumque aspicias, cum septem arserè Triones.
 Inter hyperboreas primò, occiduasque videri
 Incipit illa plagas ad Caurum fumida nubes,
 Nam Mundi pars illa die conversa cadente est
 Phœbo, & phœbigenis mage densis aeris auris;
 Et globus est, nondum concepto expanditur igne
 Quandoquidem, Terræ super auras fusa per orbem,
 Haud secus ac olei super undas gutta tenacis:
 Post hæc aspiciamus lucentes marginis oras
 Nigrantis guttæ; quia pars magis apta cremari,
 Imbuiturque prius quæ flammis, altior extat
 Ad Cælum conversa, aliisque obstructa latefcit
 Inferioribus, & sistentibus undique visum;
 Tantùm igitur fìli apparet lucentis imago
 Circum oras, ubi præter ea impediencia nigra
 Corpora subtiles expansæ nant quoque partes.
 Tum varios illic fuscòs, clarosque videbis
 Alternatim orbes, cum decidet altera major
 Massam massa super, guttam ut super altera gutta.
 Tum limbum illius brevioris fumida oportet
 Hujus pars transcurrat, & illud corpore nigro
 Excipiat lucens filum, post proferat igneum
 Ipsa suum pariter, qua circum desinit, orbem.
 Sed rarò fit, uti plures sic accumulatz
 Usque magis lato distensæ corpore guttæ
 Desuper adveniant; idcirco non erit unquam,
 Ni raros, paucosque, queas ut cernere claris

139

1455

1460

1465

1470

1475

1480

Hos

affusa in circulum conformatur; ac obscurus est circulus ante inflammationem: quoniam autem pars superior, ut tenuior, inflammatur prius, ea a crassiore oblecta latet, sed ipsam transgressa zonam exhibet lucidam circa eandem; ac si plures massæ cadant aliæ post alias ita, ut sequentes præcedentibus majores sint, dum hæc supra illas expanduntur, exhibent circularem zonam nigram circa inferiorem lucidam, cum suam lucidam superiorem circa eam nigram se inferiorem, & ita porro; quod quidem cum raro evenire de-

beat, raro itidem plures spectantur zonæ.

Posteaquam vel ardore superioris incendii consumi coepit inferior obscura pars, vel etiam agitatione dirumpi; erumpunt radii, qui etiam ultra globum, & anulos protenduntur, ut interdiu trans nubes diruptas erumpunt radii, quaquaversum a nubibus profecti superioribus a Sole illustratis; sed vibrantur, & tremunt, ac mutantur situ, ob agitationem ingentem superioris illius incendii.

Hos intermixtos nigrantes orbibus orbes.

Præterea Cæli non longo tempore prima

Permanet hæc species, nam sive abluimur illa

Fumida materies, seu sese distrahit a se

Mutuâ, divellitque, incendj protinus ardor

1485

Comparet, radiique erumpunt; haud secus, alte

Ac per constratas nubes cum funditur alma

Solis lux imo nigrantum nubium hiatu

Eluctata; vias loca per caligine densa

Distendit longas, & claro tramite signat.

1490

At ¹ quæ non vasto nimium se corpore deorsum

Præcipitant guttæ, varias formare columnas

Dicendum est; siquidem casu producier illo

Debent, nam crassæ quæ sunt magis, ad ima revolvunt

Se partes loca, subtiles retinentur in altis

1495

Ordine quæque suo, tenui pro mole, locatæ.

Deorsum ipsas nostri si circum verticis oras

Labuntur; graciles magis, apparere necesse est

Altius, & summa inclinare cacumina sese

Inter, ut in medio coeant, formamque coronæ

1500

Præendant, aut fixa altis tentoria stellis.

Sic etiam longo si consista robora cernas

Ordine, vel tristes præcelsa fronte cupressos

Hinc illinc tractu campis protendier æquo,

Extremæ longe quæ sunt, conjungere ramos

1505

Inter se apparent nexos, truncisque coire.

Postremo ² rubeus color ille, & sanguine splendens,

Qui silvas montesque, paventesque imbuit urbes,

Illa

¹ Omnium in hac theoria ingeniosissima est Mairanii explicatio coronæ, quæ cernitur prope zenith, quam hic Noster exponit. Dum guttæ plures minores decidunt, singularum pars densior descendit in crassiorum atmosphæræ nostræ partem, tenuior remanet altior; adeoque fiunt quædam veluti columnæ verticales, quas qui cernit e superficie Terræ, debet videre inclinatæ versus suum zenith; cum remotiora appareant ex Opticæ legibus propiora inter se; ut si plures habentur ordines

arborum paralleli, apparent statim in prima earum origine, tanquam coeuntes in majore distantia. Nonnunquam motu atmosphæræ nostræ fieri potest, ut ejusmodi columnæ non nihil inclinentur, quo casu non in ipso zenith, sed prope ipsam apparet coronæ illius vertex, quod ipsum aliquando accidit.

² Coloris rubei eadem est origo inter nocturnos vapores, quæ generaliter, ubi mane, vel vespere, Cælo admodum caliginoso ruber omnia, cujus phænomeni optica ratio

tio

Illa continētis a luce vaporibus ortum
 Non referat, Cælo obscuro, noctisque per umbras? 1510
 Sic etiam Cælum, multo si foeta vapore est
 Aeris aura, rubere videmus, purpureoque
 Lumine contingi nubes, jam Sole sub undas
 Equoreas lapso, & fessos solvente jugales.

Nunc¹, quibus aspicere est ea rubro incendia Cælo, 1515
 Tempora temporibus conspectas Solis ob auras
 Vulgatis quam convenient, pariterque revertant
 Utraque, ne certæ possis te opponere causæ,
 Percipe. Si fastos, rerumque antiqua revolvās,
 Auroræ persæpe leges conspecta Boreæ 1520
 Lumina, quæque metus pavidis expresserat olim,
 Nomina non eadem luci sunt indita, Cælum
 Scilicet aut ardens, pollutum aut sanguine diro,
 Forte vel armatas contis, pilisque cohortes
 Prælia miscentes dicebant, tristia proinde 1525
 Vulgus in attonitum fundebant omina vates;
 Madabant populi pecudes, stratique per aras
 Numina placabant votis; donisque Sacerdos
 Lenitus meliora Deum spondebat ab ære;
 Hæc, inquam, prileis quanquam olim lumina sæclis 1530
 Proditæ, visæque sunt, non omnibus emicuere;
 Nimirum sæclis lucis vestigia nulla
 Comparent aliis, ut tum neque visæ, neque illa
 Nota fuisse putes: Quibus at conspecta fuere
 Temporibus, jam non una ratione quotannis 1535
 Lumina fulserunt, modo rarave, nullave proflus

T. II.

L

Pro-

tio exhibebitur tomo tertio; hic
 factis est exemplum a re simili, &
 frequentissima desumptum.

1 Nihil, magis confirmat hanc
 Maiorani sententiam, quam mirus
 quidam consensus frequentiar, vel
 raritatis huiusce phænomeni cum
 in temporibus, quæ juxta ejus theo-
 nam maximè favent, vel obsunt ei-
 dem phænomeno. Rem accuratius
 exhibebimus in supplementis ex-
 ceptam ex egregio ipsius volumine.

Primo quidem ostendit ipse Mai-
 orani Auroram Borealem quibus-
 dam sæculis fuisse admodum fre-

quentem, nam omnia illa Veterum
 spectra, cum Cælum ardere crede-
 rent, & præliorum simulacra vide-
 re sibi viderentur exterriti, censen-
 dum est, Auroras Boreales extitisse;
 at iisdem temporibus invenit
 frequentia etiam vestigia luminis
 zodiacalis visæ, & nobis proditi
 sub specie ingentis rhombi, vel
 immanis lanceæ, & enumerat plures
 vices regressuum utriusque phæno-
 meni, quæ conjunctio illud suad-
 et, ab eadem pendere causa com-
 muni, majore nimirum solaris at-
 mosphæræ exensione, ac densitate.

Prodigant, modo crebra, sui que feracia longe.
 Ergo si repetas ea prodigalia volvens
 Tempora, quam docui, lucis quoque signa notabis
 Tunc quædam per Solis iter conspecta, suasque 1540
 Effudisse comas Phœbum magis orbe sub illo.
 Præterea tria sunt, quæ propter quolibet anno
 Res redeunt faciles luci, adversæve Boreæ:
 Nimirum Soli accedens, seu Terra recedens,
 Ipsaque hyperboreæ regio telluris ad auras 1545
 Conversa has Solis densas mage, vel mage raras,
 Postremo Terræ polus idem, aut obviis auris
 Incurrens, fulcanique mare illud, ut ærea prora,
 Aut retro incurfu absistens, velut ultima puppis.
 Quod primum est, Terræ non æquo pendet ab orbe, 1550
 Annua quo Solem cingit; quod deinde secundum,
 Obliquo a positu deprendes Solis ad orbem
 Terrai magnum; nec enim protenditur ær
 Ex omni circum phœbeus parte, sed ipsum
 Trajicit obliqua Tellus regione meando, 1555
 Bis ternis conversa polum nunc mensibus istum
 Ipsius in faciem, totidem nunc mensibus illum.
 Demum, quod superest discriminis, axis ab ipso
 Exoritur flexu terrestris, quo secat orbem
 Annua Terra terens magnum; nempe annuus iste 1560
 Si gemina Terræ cursus sit parte retextus,
 Una per æquantem pars orbem recta feretur,
 Quæ celerare facit motum, aut tardare diurnum,
 Vimque auget, minuitve illam, quæ projicit hinc, atque
 Illinc in geminam regionem utrinque polorum 1565
 Hanc

I Deinde considerat tria anni
 tempora, quæ maximè favent Au-
 roræ Boreali, dum iis opposita ei-
 dem contraria sunt. Sunt autem
 cum Terra ob orbis annui ellipti-
 citatem est Soli propior in Perihel-
 io, vel contra ab eo remotior in
 Aphelio: cum noster Borealis polus
 obvertitur versus æquatorē at-
 mosphæræ solaris, sive versus me-
 diam lentis crassitudinem, quæ, uti
 diximus, obliquo positu Terram

excipit, fere nunquam accuratè ipsi
 Telluri obversa, vel cum e contra-
 rio Borealis polus spectat partes ip-
 sius lentis extimas: cum in motu
 annuo, quo Terra partim movetur
 secundum directionem æquatoris
 terrestris, accelerato tantummo-
 do per hunc motum, vel retardato
 diurno motu, partim secundum di-
 rectionem axis ejusdem æquatoris,
 ob obliquitatem nimirum Ecclipti-
 cæ, noster polus in hoc secun-
 do motu

Hanc alienigenam phœbeæ lampadis auram :
 Altera pars cursûs Terram protrudit in illo
 Etherio pelago, per ut undas truditur alnus .
 Ergo tempora, quæ aptæ, facilesque per annum
 Res, genus hoc, unâ coeunt, & mutua jungunt 1570
 Auxilia, inuenies magis illa splendida luce
 Sithonia, tantoque magis, quo fortior inde
 Adueniet causæ vis, & numerosior unâ .
 Quæ cum convenient, quantumlibet aucta, minuta,
 Et variata modis multis, mutataque rebus, 1575
 Vero quis dubitet conjungi ea denique nexu?
 Nobis Sequanicis quæ prodidit omnia ab oris
 Maranus Sophiæ cultor, verique minister,
 Ingenique sui fulgenti lumine claram
 Extulit, ut cunctas per gentes nota clueret, 1580
 Auroram: cui vix olim nomenque, locusque
 Conlitterat, nunc est ortus, patefactaque causa,
 Nunc nihil ambiguum in rara, aut mirabile luce est;
 Ille ut proinde queat (sileat licet inuida Fama
 Cætera, quæ sæclis longe noscenda futuris . 1585
 Transmisit) censeri inter memoranda Virorum
 Nomina, Naturæ qui fuerunt pandere claustra
 Ærea, nec victi rerum atra nocte recedunt .
 Hac¹ tibi subjuncta Borealis origine lucis,
 Et spatio, quo se tollit celsissima, quo tu 1590
 Millia pertingas post septingenta superne
 Accumulata; nimis non hos excedere fines
 Aera cognosces nostrum, at solaribus auris
 Finiri circum, atque induscto ut parjete claudi .

L 2

Pro-

motu præcedit, ut prora quædam,
 & veluti spumam agit in ipsa so-
 lari atmosphæra, vel e contrario
 consequitur polum oppositum, ut
 puppis.

Consultando autem historiam Au-
 roræ Borealis, & catalogos pluri-
 marum observationum inter se con-
 ferendo, in quibus nimirum fortui-
 te combinationes ob ingentem nu-
 merum se mutuo elidunt; semper
 inveniuntur plures Auroræ Boreales

mensibus faventibus, quam oppo-
 sitis, atque id in constanti qua-
 dam ratione, & quidem eo ma-
 jore, quo tempora assumuntur pro-
 piora momento maxime faventi;
 qui admirabilis sanè consensus sen-
 tentiam mirum in modum con-
 firmat.

¹ Cum Auroræ Boreales ad 600,
 vel 700, & ad summum 800 mil-
 liaria assurgant, inde Noster de-
 ducit, atmosphæram terrestrem
 non

Progressus pariter, quo tenuior usque fit aer 1595
Surgendo, sisti sub eodem limite debet.

Quantum & compressus foret aer hic prope, si nil
Officeret semper sursum ulteriora petenti;
Tantum comprimitur revera, ponderis ejus
Phœbeo supplente vices super adveniente 1600
Aere, & usque magis dilatari impediante.

Sic intra clausum thalami penetrare videmus
Aera compressum nihilo minus esse, superno
Non interrupto quam si aere continetur;
Nam retinet fornix, quantum retineret id ipsum 1605
Aeris aggesti pondus super accumulatum.

Non nostri perstant fines tamen aeris idem
Ad Solem mutante situs Tellure, modo ipsa
Nam Soli propior, modo contra abductior extat,
Et nunc densatis magis illius innatat auris, 1610
Nunc mage laxatis; proin & sua densior illic,
Et compressior est, hic contra rarior aura,
Et sublimior est eadem, mutataque semper.

Progressus ¹ quin ille prius turbetur in auris
Nonne opus aeriis, quam summi limitis oras 1615
Contigerit scandens? nonne impellantur utrinque
Mutua contiguæ, diverfoque ordine motæ,
Semper & extremis pugnent in finibus auræ?
Nam qua non multo est solaris densior aer
Aere terrestri, tardari debet, & a se 1620
Discerpi victus multis in partibus, atque
Commisceri alii, diversaque jura subire,
Telluremque sequi, & leges turbare receptas.

Quod

non assurgere longe ultra cum terminum cum ea progressionem densitatis, quam statimus, respondente ponderi comprimenti, sed finiri conclusam ipsa solari atmosphæra, ut in cubiculo ea lex usque ad fornitem pertingit, nec intra ipsum continuatur, eo supplente vim, quæ a superiore pondere haberetur. Addit & illud, cum Terra jam Soli propior sit, jam ab eo remotior, ac ipsa solaris atmosphæra jam contrahatur, jam dilatetur; atmosphæ-

ra terrestris constantem mensuram non habet, sed mutatur, prout ab ejus densiore, vel tenuiore parte comprimitur, & terminatur.

¹ Accedit & illud, progressionem propositam pro densitate atmosphæra terrestris debere turbari plurimum etiam ante, quam deveniatur ad atmosphæram solarem, prope quam omnia perturbari debent, & ob utriusque motum ingens alterius pars cum altera commisceri.

LIBER QUINTUS

165

Quod ¹ superest, quoniam varie facit æra densum,
Ut docui, gravitas, ab ea quoque manet, oportet, 1625
Mobilitas, qua se resonans fluida aura propagat.

Ergo auras facili se mobilitate cientes,
Seque propagantes fluctu non simplice circum,
Unde suus gemina sensus fit in aure, sequamur
Mente agili, nam non oculis ea pervia vis est. 1630

Aura sonum circum fundit, cum nempe frementi
Concutitur motu, trepidatque reciprocus aer,
Cujus particulæ, quibus est vis indita sese
Compressis dilatandi, in spatia arcta premuntur,
Inque vicem saliant, expandunturque repulsæ, 1635
Et mediis velut unda frequens se suscitatur auris.

At solet unda fluens sese ulteriora propagare
In loca, demittens partem, quæ se altius ante
Intulerat, tollensque profundam, quæque quieta
Ante fuit; moti pulsus sic aeris ultra 1640

Extenduntur, ubi constrictæ dissiluisse
Particulæ, in spatiumque breve adduxere patentem,
Immotasque alias prius, exteriusque locatas.
His vicibus, veluti vibratur pendula virga,
Nexibus inter se vibratur particularum 1645

Sic aer variis, & itus, reditusque repente
Multiplices peragit, finesque extendit eundo.
At quæ mobilitas vibrantum particularum est?
Quove modo fluit ex ipsa gravitate? profecto
Pendet mobilitas auræ a corpore denso 1650

Scilicet, & sese dilatandi, exque plicandi
Nisibus assiduus: hoc porro pendet utrumque

L 3

Desu-

¹ Pauca hic de sono attingit, qui
oritur a vibratorio motu particu-
larum aeris, & pendet ab ipsa ejus
compressione, & expansiva vi indu-
cta a pondere superincumbente,
adeoque pertinet ad argumentum
illud de æris gravitate, & densita-
te, ex qua ad atmosphæram sola-
rem, quæ terrestrem terminat, &
ad Aëtoras Boreales inde ortas di-
veneramus. Ut undæ nascuntur in
aqua dempto æquilíbrio, descen-

dentibus nimirum particulis, quæ
ascenderant, & cogentibus ascen-
dere tam eas, quæ descenderant,
quam sibi proximas, quæ quiesce-
bant, atque id per multas vices,
propagatis eo pacto undis ipsis; sic
particulæ aeris, quæ percussæ ad se
invicem accesserant, vel recesserant
a se invicem dimotæ ab ea posi-
tione, quam requirit æquilíbrio
virium elasticarum ad earum sin-
gulas pertinentium, oscillant per
vices,

Desuper incumbente aurarum a pondere; quare
 Mobilitas etiam; proinde a gravitate receptat
 Vires ipsa suas. Numeris efferre retectam
 Hinc liceat; siquidem postquam cognoveris, ær
 Quantum densus is est, ejus si æquare frementis
 Pondus comperias argenti pondera vivi,
 Quod se ad bisdenos digitos, septemque per altum
 Eduxit vitri tubulum; prope mille videbis
 Ire pedes sonitus aurarum tempore perquam
 Exiguo, quod nimirum pars una sit horæ
 In decies senas partes divisæ, iterumque
 In decies pariter senas pro qualibet illa.
 Atque hoc a vario tentamine constabiliri
 Percipies, si fors ire in tentamina rerum,
 Vel, genus hoc, cognosse aliis tentata libebit.

1655

1660

1665

His¹ a principiis sonitus ad cætera defer
 Munera te, cunctosque aurarum conjice motus
 Vocales; rapiunt memet majora, viamque
 Difficilem ostendunt; intenta percipe mente
 Tu tamen, & durum tecum partire laborem
 Me sine, verba cadant ne si irrita, protinus artem
 Cauferis nostram, nec idonea carmina damnes,
 Cum tu non eadem, qua polles, mente sagaci
 Excipias, subeasque animo vigilante, tuaque
 Proin perent culpa nostris vis indita dictis.
 Sic pila non dextræ mittentis, at excipientis
 Sæpe errore cadit, socio transmittere Lusor
 Nimirum debet jactu longove, brevive,
 Novit ut illis brevi spatio, aut colludere longo,
 Excipere atque oculis illic, manibusque cadentem.
 At licet audaci jam tum transmittere jactu,

1670

1675

1680

Cum

vices, & oscillationem propagant.
 Celeritatem propagationis Newtonus, quem hic Noster sequitur, investigavit Principiorum lib. 2; & assumpto pondere aeris, quod barometrum indicat, ac ipsius aeris densitate, quam experimenta ostendunt plura, invenit per mille circiter pedes progredi sonum singulis minutis secundis temporis, qua de

re dicemus aliquid in Supplementis.

¹ A sono pertinente ad gravitatem Terræ addensantem atmosphæram Terræ ipsius conscensuras ad nonnulla, quæ Planetas respiciunt a gravitate generali deducta, attentum lectorem jure exquirat, quem ad ardua magis præparat amatoriore episodio.

Cum contra expectat facilis manus, exque pedita,
Quæque reperiens, quacumque ea parte volarit, 1685
Audaci pariter jactu, longeque remittat.

Expertum sic cum nostris rationibus esse
Te rear, atque agili posse undique mente subire,
Effice, ne prorsus temeraria nostra videri

Ars queat, & vano contendere ad ardua nisu; 1690
Quas pote, majores proin exere pectore vires.

Ergo¹ etiam hic Terris Cælum conscende relictis,
Et nunc hæc, desultor uti, nunc illa repente
Mecum sidéra adi, præsertim errantia lustra;
Contemplator ibi in multis quid rebus agatur 1695

A gravitate, per ætherias quæ funditur oras.
Primò materies fulgenti Solis in astro

Quam sit densa, Jovisque etiam, Terræque videndum in
Corpore, Saturnique, quibus parere videmus
Altra alia inflexis medios obeuntia gyris. 1700

Proin² si diversis obeantur corpora circum
Corporibus diversa, opus est cognoscere quæque
Et spatia a medio, & volventum mobilitates,
Tempora nimirum, quibus unus clauditur orbis; 1705

His etenim a rebus videas constare duabus
Vires; a medio nam debent tractibus istæ
Respondere suis, repetitis & semel in se
Temporibus, versa verum ratione relatis.

At si æquare velis sese inter mutua tractus, 1710
Tum vires varias, quæ volvunt corpora in orbes,

Insuper ad tractus debes expendere, sed qui
Sint semel in sese repetiti. Proinde necesse est

Tum quoque corporum item circa se versa trahentum
Corpora materies, quæ viribus æquiparari

L 4

Jam

¹ Argumentum proponit eorum, ad quæ transitum facit, acturus de massis, & densitatibus Planetarum

quorundam inter se comparandis, nimirum his, quæ habeantur in Sole, Terra, Jove, Saturno, quorum massæ per theoriam gravitatis admodum facile inter se comparantur, & ope massarum, ac apparentium magnitudinum etiam densitates. Id jam olim Newtonus præstitit Principiorum lib. 1.

² Tradit ipsam investigationis methodum. Si circa quoddam corpora gyrent alia, datis orbium radiis, & periodicis temporibus facile invenitur ratio inter vires, quibus ibi hæc trahuntur in illa; nam sunt directæ, ut distantie, & reciprocæ, ut quadrata illorum temporum

Jam queat æquales ad tractus nempe relatis, 1713
 Materies, inquam, duplici hac ratione putetur,
 Quæ ratio constet repetitis tractibus in se
 Et semel, & rursus repetitis, at semel ipsis
 Temporibus, sed quæ inverso sint ordine nexa..
 Jam cum Solem obeant medium Titania circum 1720
 Astra, Jovemque sui Comites, ut Delia Terram,
 Saturnumque sui, cumque horum & tempora constant,
 Et spatia; ad vires cujusvis, materiemque
 Exin pervenies, &, quæ discrimina, nosces.
 Tum vero moles astrorum inquire, quod ipsis 1725
 A spatiis Terra distantum pendet, & auctu,
 Quo nostris extendi oculis servata videntur.
 Materia porro percepta, & mole vagantum
 Astrorum, invenies, ea tum quam densa vicissim
 Constant; materies queis major namque, minorque 1730
 Est moles, mage densa aliis sunt, raraque contra
 Sunt mage, materies quibus est minor, amplior auctus.
 A Terra jam si ponas consurgere Solem,
 Undecies Terræ quantum axes mille profundæ
 Metirentur (uti ponunt, qui cætera tentant 1735
 Eruiere intervalla illinc), hac arte videbis
 Majorem mille, & biscentum partibus esse
 Materiem Soli prope, quam tibi magne Deorum
 Juppiter, & plus quam tibi corpore cedere Patrem
 Dimidio; tenuis vel ab hoc quam Terra recessit! 1740
 Vicina

rum simul; id facile deducitur ex
 iis, quæ de vi centrifuga diximus in
 supplementis tomo primo, ut hic
 eundem patebit in supplementis, ad
 hunc locum: si reducenda fuerit vis
 secundi corporis ad distantiam per-
 tinentem ad primum, oportebit ite-
 rum assumere rationem quadrati
 distantie pertinentis ad primum
 corpus ad quadratum distantie per-
 tinentis ad secundum, adeoque vi-
 res redactæ ad eandem distantiam
 erunt in ratione composita ex dire-
 ctâ triplicata distantiarum, quas
 habent corpora gyrantia ab iis,
 circa quæ gyraunt, & reciproca du-

plicata temporum, in qua eadem
 ratione sunt & massæ trahentes.

Cum igitur Sol habeat circa se
 Planetas primarios, Saturnus, &
 Juppiter suos Satellites, Terra Lu-
 nam, assumptis eorum distantis,
 & temporibus periodicis habetur
 ratio massarum.

Porro densitates sunt, ut massæ
 divisæ per moles, & moles defi-
 niuntur ab Astronomis per diame-
 tros apparentes, & distantias. Hinc
 facile est & densitatum rationem
 determinare.

Exhibet hic rationem massa-
 rum, & densitatum, quæ prove-
 niunt

Viſta quater centum prope partibus . Inde repertis
Molibus , accedes ad corpora denſa ; decemque
Quos , genus hoc , numeros Phœbus , prope Juppiter oſto ,
Sex Saturnus habebit ; at his præſtare repertum
Tellurem , quoniam eſt decies compaſta quaternis . 1745

Illis ¹ præterea poſſis in quattuor aſtris
Noſcere , quæ conſtet facie in cuiuſque ſuperna
Quælibet inter ſe gravitas collata viciffim ;
Namque ea materiæ bene congruit , & repetitis
In ſeſe a medio ſpatiis , aſt ordine verſo . 1750

Quapropter facie in Solis ſi vis gravitatis
Mille ferat partes , decies feret in Jove partes
Oſtonas , decies Saturno quinque , quaternas
Sortita & decies prope Terra eſt , hic ubi noſter
Aſſicitur ſenſus , Telluremque excipit aer . 1755

Ne ² vereare tibi ſecreta his prodita Divum ,
Viribus & quantis , & quanto corpore conſtent
ſcilicet . Idcirco ſubeundæ num mihi pœnæ ,
Concilio admiſſus Divum quas garrulus olim
Dicitur in Hygiis perſolvere Tantalus umbris , 1760
Dum limphas inhians , & poma fugacia captat
Nequidquam ? num propterea ne numine lævo
Aſpiciat me Saturnus , neu Juppiter a me
Avertat , placidos quanquam , inclementior ignes ,
Formidem ? morer anne tuos rubicunde furores . 1765

Marſi

nium in iis quatuor corporibus , poſita diſtancia Solis a Terra 11 mil-
lium diametrorum terreſtrium ,
quæ circiter reſpondet parallaxi ſe-
cundorum 10 , expreſſam craſſiori-
bus numeris : Solis maſſam eſſe
1100 partibus maiorem maſſa Jo-
vis , huius maſſam eſſe circiter du-
plam maſſæ Saturni , hunc autem
quadringentis partibus eſſe majo-
rem ipla Terra in immenſum exi-
gua : denſitates autem eorundem
eſſe ut 10 , 8 , 6 , 40 . De his om-
nibus accuratius in ſupplementis .

¹ Inde facile aſſeruat crui poſſe
& rationem gravitatis in ſingulo-
rum eorundem Planetarum ſuper-
ficiæ . Ea nimirum debet eſſe , ut

maſſa diviſa per quadratum diſtan-
tiæ a centro , quibus idcirco datis
datur . Exprimit eaſdem Noſter
craſſioribus numeris , & aſſeruat eſ-
ſe ut 1000 , 80 , 50 , 40 .

² Poſt breve poëticum epiſo-
dium illud monet Marſi , Vene-
ris , & Mercurii maſſam determi-
nari non poſſe , cum Satellites cir-
ca ſe nullos habeant ; deſiniri tan-
tummodo eorum molem per Aſtro-
nomicas obſervationes , quæ cum
multo minor ſit mole Jovis , & Sa-
turni , ac horum maſſa ſit exigua
reſpectu maſſæ Solis , addit , eſſe
admodum credibile , multo magis
exiguam eſſe & illorum maſſam
reſpectu Solis ipſius .

Marſque, Venusque tuos, polluto qualis amore es?
 Veſtra etiam jam ſiqua via ad ſecreta daretur,
 Tentarem vel Lemniacis comprehendere vinculis;
 Nec clam adeo nobis furtive Caducifer ires.

Scilicet illa aliis incerta errantibus aſtris 1770

Omnia ſunt; aditus nondum illuc ſtant patefacti,
 Quippe carent famulis Dominos prodentibus: horum
 Depreſſæ tantum ſunt moles, utpote pendent
 Quæ ſpatio a ſervantum, & viſæ molis ab auctu.
 Haud tamen idcirco eſt, nequeas ut credere, Terræ 1775
 Cum nimium ad Solem ſit, Saturnique, Joviſque
 Parvula materies, Veneris, Martiſque quoque eſſe
 Fors magis exiguam, multo illis quippe minorum.

Hinc facile efficies, prope libræ examine poſſis
 Ut Solem hinc, illinc errantia ſidera cuncta 1780

Pendere, non longe ſecus, ac quæ parva movemus
 Inter nos facili molimine corpora, eorum
 A ſpatiis inquirentes, & pondere noto,
 Quo commune loco medium gravitatis ineſſe
 Debeat, & quantum de corpore quoque recedat. 1785

Ergo age, ſinge animo, quod fors vix accidat unquam,
 Cuncta tamen ſinge aſtra ſimul, quæcumque vagantur,
 Deſlexiſſe latus phœbeæ ad lampadis unum;
 Solis tunc medium medio gravitatis ab ipſo
 Diſtabit paulum puncto, nam major ibidem 1790

Quanto eſt materies, tanto hoc vicinius olli eſt;
 Nec turbet quidquam, medium dicantur obire
 Quin Solem, in mediumque ſuis contendere circum
 Flexibus errantes intra vacuum æthera Stellæ.

Tam

1 Inde gradum facit ad centrum commune gravitatis Planetarum omnium, quod, datis maſſis, & poſitionibus ipſorum, facile determinatur accuratè. Illud autem unum in genere affirmar. Solis centrum diſtare parum admodum a centro communi gravitatis Planetarum omnium etiam pro caſu, rariſſimo illo quidem, quo omnes Planetæ jaceant ad eandem Cæli plagam reſpectu Solis; cum nimirum maſſæ majori debeat eſſe propius, cæte-

ris paribus in eadem ratione maſſarum, & ſumma omnium maſſarum ſit exigua reſpectu maſſæ Solis, & quidem invenitur ejuſmodi diſtantiæ minor una ſolari diametro. Deducit inde parum inter ſe diſſerre hæc duo, Planetas gyrare circa Solem, vel circa commune gravitatis centrum: eſt tamen diſcrimen in eo non inſenſibile, & ex ea diſtantiæ aberrationes non inſenſibiles oriuntur in motibus Planetarum.

Tam ¹ tenui pariter deprensos mole Cometas
 Scire licet, vix ut Solem deducere possint,
 Et, commune quod est, medium gravitatis ab ipso
 Vix distet Solis medio, nisi forsitan horum
 Orbis in immensas nimium cum ducitur oras,
 Cumque una constant tam multi e parte recessu 1800
 Illo in longinquo, simul addita materiali
 Materia ut faciat longe discedere punctum
 Id, commune quod est, medio de corpore Solis.
 Parvula sic quanquam, quæ nec lassare ferentes
 Forte queant digitos, longe procul addita vestri 1805
 Ingentes possint convertere pondera moles
 Oppositas, montesque etiam, Terramque movere.

Jam ² si, quidquid agant immenso sidera tractu
 Edita, fixa velut quæ Cæli in fornice constant,
 Negligere ipse velis, nihil inde ut turbet, oportet 1810
 Commune hoc Solisque, Cometarumque, vagantiumque
 Astrorum punctum, fixum, immotumque vel esse
 Constituas semper, vel, si moveatur, eadem
 Usque via recta, & cursu sibi labier æquo;
 Scilicet ut vera, cum de communis agebam 1815
 Puncti natura medii, ratione probavi.

Jam quoniam positus sese inter semper eisdem
 Hærentes Cælo conservant undique Stellæ
 Ia speciem, punctum id dicendum est stare quietum
 In speciem; nam si moveatur tramite recto 1820
 Perpetuum, Cæli nos partem semper ad unam
 Accedamus, & hic sentiri sæcula post tot
 Accessus si longa queat, confusa tuamur,

Quæ

¹ Nec Cometas, ait, multum
 turbare locum centri communis
 gravitatis Planetarum, & Solis,
 cum ipsi sint perquam exigui; nisi
 forte cum in immensum recedant,
 id præsent, & potissimum si multi
 recedant ad eandem Cæli plagam;
 acutur opportuno sanè exemplo
 rectis, in quo vel digito ad ingen-
 tum distantiam applicato, ingens
 pondus attollitur. Revera unicus
 etiam Cometa si satis longe rece-

dar, potest inducere non exiguum
 distantiam centri ejusdem a centro
 communi Planetarum, & Cometa-
 rum: sed orbitæ Cometarum, qui
 nobis sunt noti, quaquaversus di-
 sperstæ sunt ita, ut alix aliarum ef-
 fectum elidant in ordine ad ejus-
 modi recessum.

² Centrum commune gravitatis
 Planetarum, & Cometarum, affir-
 mat, ne a Fixis quidem ad sen-
 tum turbari, dispersis nimirum cir-
 cum-

Quæ modo fixa, locis inter se sidera versis,
 Multa magis, quam sint, vicina, remotaque multa, 1825
 Vanescentia multa, nova exorientia multa.

Hoc ¹ medium circa punctum commune necesse est
 Corpora cuncta, quibus nempe est commune, moveri
 Perpetuò, & nullo capere ullam tempore pausam
 Posse; etenim vires, sese quibus inter aguntur, 1830
 Vel si alio quovis starent expertia motu,
 Mutua pulsarent, & in illud cuncta cierent.
 Si nunc vel nullos confingimus esse Cometas,
 Cætera vel turbare nihil, quia forte tributis
 Æque sunt circum, atque æquali momine pollent, 1835
 Sol minimo motu circa commune feretur
 Id medium; circa sed Solem cætera turba
 Astrorum, non, ut positum, superaue receptum est,
 Signabit primas coni de segmine formas,
 Verum longe alias implexas, inque peditas, 1840
 Compositasque; etenim quas Sol, & quodlibet astrum
 Efficerent singillatim, commune obeundo
 Usque sibi punctum, coni de segmine formas,
 Perturbant aliæ hinc vires, atque inde aliorum,
 Difficileque alios texunt, varioſque meatus: 1845
 Hoc certe exiguum est discrimen tempore parvo,
 Crescit labente, & diuturno tempore magnum est.

Pro-

cumquaque, & quidem ad immanes distantias. Quamobrem id ipsum juxta ea, quæ de centro gravitatis massæ nullis externis viribus agitate dictum est lib. 3. ad versum 1846, vel debet quiescere, vel moveri uniformiter in directum. Non moveri uniformiter in directum, videtur erui ex eo, quod omnes Fixæ eandem post tot sæcula ad sensum distantiam ad se invicem, & positionem tueantur, quod non accideret, si ad quasdam perpetuo accederet nostrum systema, & ab aliis recederet.

Hæc quidem rite procedunt de nostra positione respectu Fixarum, saltem ad excludendum ingentem

motum respectivum; ac nulla ratione philosophica evinci posse arbitror, non esse aggregatum ipsum omnium, quæ nos videre possumus, particulam perquam exiguam Mundi majoris, in quo ea tota communes alios, & parallelos ad sensum suorum punctorum motus habeat quoscumque.

1 Neglecta actione Fixarum, & Cometarum, quæ ob oppositionem se elidant, haberi posse, affirmat, centrum commune gravitatis Planetarum omnium, & Cometarum pro immobili, sed nullum corpus totius systematis quiescere, motis nimirum omnibus per gravitatis actionem, & velocitates præcedentes,

Propterea tabulæ, queis Cæli condimus æta,
 Et leges servamus, in annos sæpe recudi
 Exposcunt longos (aliter non vera profantur); 1850
 Illi dum numeris adeantur scilicet orbes
 Difficiles, curvæque viæ flectantur, uti sunt,
 Corpora quas varie varias projecta per oras
 Conficiunt, dum se retrahuntque, trahuntque vicissim.

Verum¹ has scire vias, atque omnes noscere flexus 1859
 Tam varios, ortos rerum a gravitate vicissim,
 Humanæ positum est vim supra mentis, & ultra
 Obtutus animi, saltem majoribus ipsi
 Auxiliis donec firmemur, ut aucta potestas
 Mentis, & inventrix animi vis illa sagaci 1860
 Excutiat motu, &, modo quæ sunt invia, lustret.
 Jam nunc, quidquid in his est artis opisque, feraci
 Obruitur rerum numero, dum viscera tentat
 Intima, multiplicique opera, longaque laborat,
 Quamque suo nequeat cunctam comprehendere textu. 1863
 Corpora terna etiam, quæ se ad se mutua ducunt,
 Ducunturque, ubi rem generatim expendere cœptes,
 Nodus non simplex & inextricabilis ambit,
 Præsertim res ad privas cum veneris inde.
 Unum ex his longe si vincat cætera corpus 1870
 Mole sua, veluti Terram Sol, & famulantem

Tellu-

tes, quæ etiam si nullæ essent, ad-
 hæc tamen gravitatis vi moveren-
 tur omnia, & tenderent ad se in-
 vicem unienda in ipso communi
 gravitatis centro. Verum ob pro-
 jectiones habitas, & celeritates
 jam acquisitas Solem circa ipsum
 id centrum, ut sibi proximum, mo-
 veri motu exiguo, Planetas autem
 cæteros, nec circa Solem, nec circa
 ipsum debere describere accuratas
 ellipses, sed alias curvas admodum
 implexas, & sublimes, quæ ta-
 men ab ellipsis non multum di-
 fferunt, uti vidimus. Hinc oriri per-
 turbationes illas, quæ exiguo tem-
 pore exiguz, post longum tempus
 collectæ excrecant in majorem

summam, & Astronomicas tabulas
 turbent; ut idcirco eadem identi-
 dem corrigendæ sint, nec haberi
 possint satis accuratæ; donec illæ
 ipsæ orbitæ, quæ debentur Plane-
 tis omnibus, ex omnium actione
 mutua in se invicem definiantur.

¹ Problema hujusmodi, deter-
 minandi orbitas plurium corporum,
 vel quorumcumque, vel saltem nu-
 mero 17, quot sunt Planetæ Prima-
 rii, & Secundarii, affirmat exco-
 dere vires humanæ mentis; saltem
 donec alia sibi præsidia non com-
 pararet; uti quæ ante calculum in-
 tegralem cognitum fuerant insolubilia,
 nunc demum solvantur ad-
 modum facile. Ipsum, quod ali-

bi

Telluri vincit Lunam, venietur ad ipsos
Implexos Lunæ motus, solvique tenaces.

Monstrum¹ aliquod Tellus olim cum vasta tulisset,
Arcadiumve suum, Nemeæve leonis hiatum, 1875
Hydræ aut multiplici vallatam peste, bifformes
Taurus, Harpyas, Pythonaque, Geryonemque,
Fama est exciri solitos Heroas in arma,
Insuetique ingens belli tentasse periculum,
Ut bene mortali possent de stirpe mereri; 1880
Multos at ferro projecto sæpe tulisse
Vix sua membra domum exundantia sanguine multo,
Et laceros artus, diffractaque sæviter ossa;
At contra horrendo, atque informi corpore nulli
Hærebant ictus, discussaque tela cadebant. 1885
Arte nova nova monstra ollis subigenda fuere.
Jam quoniam pugnas post Herculis, Æacidæque,
Et magicos quibus arma ferunt fabricata per usus,
Aut riguisse feris Cyclopium pulsa lacertis,
Omnia sunt terris latè portenta perempta, 1890
Vel vasti tantum montes, terræque remotæ
Hoc terrore scatent, ut nos vitare queamus,
Est alio conversa Virorum illa inclyta virtus,
Et diversus agit flagrantia pectora fervor;
Contendunt mentis nunc viribus, atque procellas, 1895
Ventorumque domos, adeuntque tonantia magni

Regna

bi etiam diximus, trium corporum
se attrahentium systema nodos ad-
huc habet inextricabiles, si non
generalem quandam expressionem
querimus, sed *res privas*, nimirum
singulares determinaciones, quæ
calculis determinate incundis suf-
ficient. Si eo deveniatur, ut sal-
tem solvatur id problema pro ca-
su, in quo unum corpus sit lon-
ge maximum, ac reliqua duo mi-
nora ad ingentem sita sint distan-
tiam ab illo, exiguum a se invi-
cem; habebitur theoria Lunæ per-
fecta, quod hic Noster proponit,
ut ad ipsam Newtonianam Lunæ
theoriam gradum faciat.

1 Episodiu amœniore præparat
Lectorem ad asperiora, quæ con-
sequentur de Lunæ theoria, in qua,
cæteris, quæ ad Primarios Planc-
tas pertinent, multo facilius, sa-
tis proximè definitis, Astronomi
ad ea, quæ observantur, determi-
nanda, diu incassum laborarunt.
Newtonus eo per theoriam suam
accessit multo propius, quam ul-
li ante ipsum Philosophi, sed nec
ipse theoriam omnem satis perfec-
cit. In eam inquisitum est pluri-
mum postremis hisce annis a pri-
mis nostri ævi Geometris, Eule-
ro, D' Alamberto, Clerautio in
primis, & quidem tabulæ mole-
stissimæ

LIBER QUINTUS

I

Regna Jovis, Martemque domant, pennisque fugacem
 Mercurium arripiunt, te Phœbe Sagittifer alto
 Audaces curru spoliant, adimuntque jugales.
 Sola triformis adhuc hominum Dea vincla recusat, 1900
 Vertit se in formas varias, varioque meatu,
 Multiplicique via multorum elabitur arti.
 Illi, de capta veluti, persæpe triumphos
 Concinnuere, sed est tenui sublapsa volatu
 Lubrica; cumque novam jactanti voce vocassent 1905
 Ad prædam socios, nusquam præda illa reperta est;
 Tantùm fixa pedum levium vestigia quædam;
 Illiusque recessere. Iritata sed istis
 Plus acuit virtus sese, atque audentior urget
 Magnū opus. Haud longum fors, auguror, arte latendi, 1910
 Obstantique tua lætabere, Diva triformis;
 Est qui te nimium latebroso indagine cinxit,
 Arctavitque tuos fines, intraque coegit
 Cedere sollicitam, jamjamque extrema timentem.
 Ille docet, queis tu possis tum denique vinci 1915
 Insidiis, & nuda viris impune videri.
 Ille novo obsedit monstrum insuperabile bello,
 Scribere quod mi animus festinat, tantaque cunctis
 Tot veterum Heroum gestis opponere gesta.
 Nil¹ usquam in rebus, nisi Tellus, Lunaque tantum 1920
 Si foret, exererentque suas si mutua vires

Pro

stissimæ illæ quidem, quæ nimirum ad 60 æquationes, seu correctiones se extendunt, ab hoc potestimo computatæ per theoriam, satis proxime accedunt ad loca observata; sed & ille multa adhuc negligere cogitur. Walmsleyus inde theoriam Newtonianam mirum in modum exultam, promotamque edidit superiore anno Florentiæ. Ista omnia spem faciunt expugnandi olim hujusce veluti monstri; sed adhuc supersunt multa ad absolutam rei perfectionem.

¹ Tria hic congeriuntur, quæ ad Lunaris theoriæ specimen aliquod exhibendum pertinent. Primo qui-

dem si solæ essent in immenso vacuo Terra, & Luna, quæ in se invicem gravitarent in ratione reciproca duplicata distantiarum, & projicerentur utrumque; illæ quidem describerent sectiones conicæ similes circa commune gravitatis centrum, vel quiescens, vel delatum motu rectilineo, & uniformi, quorum casuum primus haberetur, si binæ projectiones fierent per rectas parallelas directionibus contrariis, & velocitatibus, quæ essent massis reciprocarum, ut nimirum quantitates motuum impressorum, & contrariæ essent, & æquales.

Secundo, si projectionum directiones

Pro spatiis in se repetitis usque minutas,
 Et si tum oblique a recto nectente meatu
 Projiceretur in adversas simul utraque partes,
 Protinus excurrrens atque hæc, atque illa figuras 1925
 Signaret circa punctum commune orientes
 Coni e segminibus, mediumque immobile staret
 Hoc punctum, aut rectâ motu procederet æquo
 Semper, ut a jacto nimirum corpore Terræ,
 Et Lunæ fuerint qui motus protinus orti, 1930
 Inter sese illos æquales, oppositoque,
 Sive nec oppositos singas venisse, nec æquos.
 Præterea oppositus projectus corpora ferret
 Si rectâ a medio, jungit qui corpora, tractu,
 Primaque mobilitas si æquaret mobilitatem, 1935
 Quam motu sibi quodque æqualiter accelerato
 Ob gravitatem illam ex illa regione cadendo
 Confectum post dimidium tum denique haberent
 Commune ad punctum spatium; æquo verteret orbe
 Sese, quodque suo, punctum hoc immobile circa, 1940
 Majori, cui materies minor, orbe minori
 At contra, cui nimirum cumulator illa est.
 Jamque extra positus qui bina hæc corpora longe
 Spectaret, properans utrumque videret in orbes
 Ire suos; at qui supra consisteret horum 1945
 Alterutro, haud proprios motus sentiret, at omnes

Qui

Etiones essent perpendiculares rectæ
 jungenti illas inter se, & cum cen-
 tro gravitatis communi, ac velo-
 citates æquales illis, quæ acquire-
 rentur cadendo usque ad dimidiam
 distantiam a centro communi mo-
 tu uniformiter accelerato per vim,
 quam habent ibi, ubi sunt, descri-
 berent circulos, massa major mi-
 norem, & minor majorem.

Tertio, qui extra utramque si-
 tus earum motum contemplaretur,
 videret utique suam ab utralibet
 describi orbitam; at qui in altera
 earum esset, ut nos in Terra, to-
 tum motum tribueret alteri, tan-
 quam ea describeret orbitam cir-

ca suum globum immotum radio
 æquali summæ radiorum.

Priora duo facile deducuntur ex
 iis, quæ demonstrata sunt in sup-
 plementis ad lib. 1. §. 18. de mo-
 tibus curvilineis ortis viribus ten-
 dentibus ad centrum immotum
 vel motum; nam vires, quæ ad
 alterum corpus diriguntur, diri-
 guntur ad centrum gravitatis com-
 mune, in eadem recta existens,
 quæ jungit ipsa corpora: tertium
 patet ex eo, quod Spectator solum
 respectivum motum advertit, quod
 quidem hic Noster illustrat exem-
 plo navium in contrarias partes ten-
 dentium in aperto mari; ubi, qui

m

LIBER QUINTUS

177

Qui sunt, extra corpus transferret in alterum,
 Appareret & hoc majori flexier orbe,
 Unius ut radius spatio se extenderet omni,
 Quod geminum corpus jacet inter, dimidiosque 1950
 Amborum simplex æquaret hic orbium hiatus.
 Sic geminæ tranant cum motibus æquora puppes
 Oppositis, aliam citius properare tuetur
 Nauta, suos motus nam motibus illius addit.
 At ¹ si & projectus vis paulum obliqua veniret, 1955
 Ipsaque mobilitas esset diversa prioræ,
 Æqui non orbes, paulum sed ab orbibus æquis
 Distantes primo coni de segmine formæ
 Inter se similes fierent, similique locatæ
 Ordine circa ipsum punctum, commune quod extat, 1960
 Quod pariter totus orbis & hujus, & illius esset.
 Qui tum unum incoleret corpus, se crederet ipsum
 Immotum, pariter molem & se cernere volvi
 Diceret alterius tantum, velut illius illic
 Ipse focum efficeret gyri, qui tempore eodem 1965
 Majori, quam sit revera, ducitur arcu.
 Porro ² sic positas moles, sic se inter agentes
 Mobilitate pari regionem projice in unam:
 Quid fiet? medium gravitatis progredietur
 Illuc æquali lapsu, inter corpora at idem 1970
 Respectus, prior & species servabitur omnis,

T. II.

M

Et

in una est navi, alteram censeret moveri celerius attributo illi motu & illius, & suo. Sed de his hic itidem in supplementis,

¹ Addit id, quod accideret, si vel directio projectionis a perpendiculari nonnihil recederet, vel velocitas ab ea mensura, quam designamus; nimirum debere tum describi binas ellipses similes circa centrum commune gravitatis positum in utriusque foco, ita tamen, ut qui in altero globo esset, motum haberet alteri totum, tanquam si moveretur in ellipsi prioribus simili, sed habente focum in globo suo, & omnia latera homologa æqualia summæ laterum

pertinentium ad priores ellipses.

² Progreditur, & concipit totum systema, sive utrumque corpus, dum ita circa commune gravitatis centrum gyrat, projici velocitatibus æqualibus & directionibus parallelis: eo casu centrum quidem gravitatis commune moveretur uniformiter eadem directione, & celeritate, circa ipsum autem peragerentur iidem motus respectivi, ac prius; nam motus communis parallelus positionem respectivam partium nihil turbat, ut dum tota simul navis uniformiter progreditur, reliqui motus omnes intra ipsam ita fiant, ac si ea quiesceret.

Et motum circa punctum, at velut ante, ferentur.

Nunc ¹ age, finge loco corpus consistere quovis
 Exoriens aliud, quod pertrahat, atque trahatur,
 Materiaque sua longe quod vincat utramque, 1975
 Proin faciat regione sibi constare propinqua,
 Quod gravitatis erit punctum inter corpora terna,
 Scilicet ut Sol est Terræ, Lunæque relatus.
 Tunc in idem gravitas coget deflectere motu
 Punctum a directo, quod erat commune priorum, 1980
 Atque viam intorquere, & iter signare recurvum.
 Et si quod spatium est inter duo prima, minus sit
 Usque adeo spatio, quo distat tertia moles,
 Ut prope vanescat collatum, conveniatque
 Ut punctum in medium penetrans, in seque retractum; 1985
 Hoc ejus spatii punctum commune feretur
 Ternorum circa punctum, & sedetur in orbem
 Aut æquum, aut ovi similem, si, nampe quod orbis.
 Ille, vel iste petat, puncti ejus jactus habebit.
 Qui stet in alterutro geminorum corpore proinde 1990
 Prospiciens longe positam, quæ tertia, molem,
 Credet eam volvi, sele orbis stare focorum
 Non æqui alterutro, media regione vel æqui:
 Revera tamen interea tum maxima moles

CON.

1 Constituit jam tertium aliquod corpus, uti est Sol, in quod gravitent priora illa bina: tum vero ipsa cum suo communi gravitatis centro, intorquebunt motum circa commune gravitatis centrum omnium trium; & si illius tertii distantia fuerit ita magna, ut distantia mutua priorum duorum respectu illius sit fere nihil, ut nimirum hæc duo considerari possint tanquam unicum exiguum corpus respectu ejus distantie; harum commune gravitatis centrum, & centrum tertii movebuntur circa commune gravitatis centrum omnium trium in ellipsis similibus, vel circulis habentibus illud punctum pro foco, vel centro communi. Ex

spectu reliquorum duorum, ut est Sol respectu Lunæ, & Terræ, movebitur motu exiguo; sed qui fuerit in altero e binis prioribus globis, ut in Terra, attribuet illi utriusque motum, & censetur, illud tertium corpus, moveri circa se in ellipsi, vel circulo habente focum, vel centrum in se.

Sinuabitur quidem utrumque e prioribus corporibus ob motum circa suum centrum gravitatis, jam scilicet accedens magis ad tertium, jam recedens, jam progrediens plus justo, jam minus, & ipsum commune eorum, centrum non feretur accurate in ellipsi, vel circulo, ob aliquam nimirum inæqualitatem virium, quibus ea duo corpora tendent in tertium; sed ejus-

Conteret exigues circa commune meatus
 Temporum punctum, similes tamen omnia visis.
 Reveraque itidem via, quam percurrit utrumque
 E geminis, circum undanti sinuabitur arcu
 Citra, utraq; orbem, quo corpora juncta mearent,
 Commune & ritu paulum fluitabit eodem 2000
 Propterea puppuar ambarum. Sed quid queat ista
 Turbare ad sensum serpens via, conque voluta
 Omni cum motu circum collata, viaque?
 Ille tibi motus, quo corpora bina vicissim
 Sese ea respectant, turbabitur, atque meatus, 2005
 Quo punctum inter se circa commune volarent,
 Invertent formas, seseque novo ordine flectent,
 Prendier hæc sensu ut variantia possit ab illis,
 Desuper alterutro qui vitam corpore ducunt,
 De Terra incertos ut Lunæ est prendere motus. 2010
 Ergo hos incertos, age, motus, nitere, certa
 Si ratione queas, & veris prendere causas.
 Ipse tuo certe ingenio confusus, & arte,
 Rebus in his longo qua moxum exercitus usu es,
 Discutere horrentes adeo caliginis umbras 2015
 Conitar, tanque implexos dissolvere nodos;
 Atque hæc me temere aggressum non esse videri,
 Spero equidem, efficies; duro non parva labori

M 2

Laus

ejusmodi aberratio erit perquam
 exigua respectu motus apparen-
 tes in tertio corpore, quod ob exi-
 guam distantiam puncti, in quo
 est aliud alterum e binis, a puncto
 in quo esset, si utriusque massa in
 unum coiret, apparebit ad sen-
 sum ibi, ubi appareret in casu
 horum coalescentiar.

Aberratio, quæ inde in apparen-
 tem motum Solis inducitur, est
 quidem aliqua, sed paucorum se-
 cundorum. Eam Veteres neglexe-
 runt Astronomi, sed nunc & ip-
 sius habetur ratio, ut in recentis-
 simis Cassini tabulis. Spectatori in
 Luna posito esset multo major,
 ad plura minurum assurgens minu-
 ta prima.

1 Delabitur ad perturbationem
 motus respectivi binorum illorum
 corporum, quæ ob viciniam ipso-
 rum sensus nequaquam effugit;
 & in eo sitæ sunt lunarium mo-
 tum perturbationes, ad quarum
 abstrusissimam, & maxime impli-
 catam considerationem, atque evo-
 lutionem invitat Lectorem suum,
 non singularia ille quidem phæ-
 nomena deducturus, & totam per-
 fecturus Lunæ theoriā, quod li-
 brum exigit iusta molis, & subli-
 mem admodum geometriam, ac
 intricatissimos calculos; sed causas
 præcipuas exhibiturus, & ad præ-
 cipua quædam capita deducturus
 totum hoc argumentum.

Laud est, si nequeant grandes reprehendi usus.

Principio¹ si vis, qua Terra, & Luna trahuntur 2020

In Solem, foret æqua, atque æquis per loca distans

Cuncta intervallis, quid eas turbaret euntes?

Quippe fit, ut turbet, quæ nec sunt tramite in uno

Semper, ut obliquæ nequeant non mutua vires

Esse, nec inter se vario non vergerè flexu, 2025

Æque nec distant a Sole, trahantur ut æque.

Atque mage ut valeas turbantes noscere vires;

Quæ Terram via recta, & Solis lampada nescit,

Illa tibi Terræ gravitatem in lampada Solis,

Fac, referat; fac deinde, in lampada Solis eandem 2030

Quæ Lunæ est gravitas, referat via scilicet illac

Ducta, meat qua Solem inter, Lunamque locatus

Trames; at hoc eadem tum sit contractior, & tum

Longior, hic contra trames cum longior, atque

Cum brevior fuerit, quem dixi, tramite ducto 2035

A Sole ad Terram; Lunæ nam gravitatem

Hæc referens debet via respondere vial,

Quæ Solem est, Terramque intersita (nempe refertur

Quæ Terræ gravitas in Solem) scilicet illo

Ordine, quo semel hæc in se repetita locato 2040

Re-

1. Orditur igitur hoc pacto. Si vis, qua in Solem gravitant Terra, & Luna, ageret per directiones parallelas æqualiter, motus ipsarum respectivus nihil turbaretur: sed ob ipsarum distantiam a se invicem id fieri non potest; nam ubi jacent in directum cum Sole in conjunctione, & oppositione lunari, vires ob inæqualem distantiam a Sole sunt inæquales: ubi æque ab ipso distant, altera sita ad latum respectu alterius, directiones virium sunt diversæ, convergentes nimirum ad Solem: in reliquis casibus & energia, & directio virium est diversa. Hoc discrimen turbat statum respectivum.

Ut possint cognosci partes istarum, quæ statum mutuum perturbant, oportet concipere alteram,

ut vim Lunæ, ita resolutam in duas, ut prima habeat directionem eandem, quam vis Terræ, & secundæ ad illam inclinatur: & jam hæc secunda erit vis perturbatrix: præterea si illa prima non fuerit assumpta æqualis vi Terræ, oportet illam itidem resolvere in duas partes, quarum altera sit æqualis vi Terræ, & tum altera remanebit vis itidem perturbatrix. Sic autem id jubet fieri cum Newtono, sed res appposito schemate in supplementis patebit magis.

Concipiatur recta, quæ jungit centrum Terræ cum centro Solis, quæ referat gravitatem Terræ in Solem. In recta; quæ jungit centrum Lunæ cum centro Solis, accipiatur recta, quæ referat vim Lunæ in Solem, quæ tamen erit mi-

nor,

Respondet spatio claram inter lampada Solis,
 Lunaque globum in sese quoque sed repetito;
 Nimirum gravitatis uti natura reposcit.
 Hanc porro Lunæ gravitatem ita nempe relatum
 Dissolve in geminas, quarum directæ sit illuc. 2045
 Altera, dirigitur quo tractus, corpore, nescit
 Qui Lunæ, & Terræ pariter; pars altera at illuc
 Contendat, quo Tellurem, Solemque meatus
 Conjungens medius. Quæ vis est prima, prope æquat,
 A Terra ipsatium est quod Lunæ, & turbat eandem, 2050
 Atque auget Lunæ gravitatem in corpora Terræ:
 Altera Telluri partim est communis; at hujus
 Discrimen quod erit Terræ a gravitate, venire
 Turbantum in partem causarum debet, idemque
 Discrimen (facile ut Mensores noscere possunt) 2055
 Respondet triplici spatiorum differentiæ,
 Phoebea queis Lunæ a lampade, Terraque distat.
 Concipere ut valeas hæc pronius, eja age, magnam
 Finge globi faciem, quæ Terræ transeat altæ
 Per medium, mediumque sui imo in Sole recondat: 2060
 Hæc facies, prope plana a Terra transit ad orbem
 Luniferum. Tum Lunæ, sui quacumque sit orbis

M 3

In

nor, vel major, quam ipsa distan-
 tia Lunæ, & etiam, quam distan-
 tia Terræ a Sole, prout ipsa di-
 stantia Lunæ fuerit a contrario
 major, vel minor, quam distan-
 tia Terræ a Sole, cum vires de-
 beant esse in ratione reciproca du-
 plicata distantiarum.

Resolvatur jam hæc vis Lunæ
 in exposta in duas, quarum altera
 agat secundum directionem rectæ
 ingentis Lunæ cum Terra, & al-
 tera secundum directionem rectæ
 tendentis a Terra ad Solem. Huius-
 modi re peracta in schemate aliquo,
 sicut admodum facile perspicitur
 rectam, quæ priorem exprimit par-
 tem æuari ad sensum distantia Lunæ
 a Terra; quæ vis auget semper
 gravitatem Lunæ in Terram, cujus
 legem turbat, cum varietur in ra-

tione simplici, & non in ratione
 reciproca duplicata distantiarum a
 Terra. Tum & illud facile demon-
 stratur, rectam, quæ exprimit se-
 cundam vim, differre a distantia
 Terræ a Sole exprimente vim Ter-
 ræ ita, ut ejus defectus, vel ex-
 cessus æqueretur triplo excessui, vel
 defectui distantia Lunæ a Sole su-
 pra distantiam Terræ ab eodem.

Ut hæc secunda pars vis per-
 turbantis intimius cognoscatur, ju-
 bet concipi superficiem quandam
 ingentis sphaeræ habentem Solem
 pro centro, & transcurrentem per
 centrum Terræ. Si jam a Sole per
 Lunam agatur recta, quæ hanc
 ipsam superficiem irajiciat, diffe-
 rentia illa distantiarum erit æqua-
 lis distantia Lunæ ab hac superfi-
 cie. Igitur tripla distantia perpen-
 dicu-

In regione, velat directo a Fratre petatur
 Teli istu, faciem pariter quod transmeat illam.
 Rectu iter hoc teli, faciem est, Lunamque quod inter, 2065
 Discrimen monstrat spatiorum, Luna recessit,
 Terraque queis a Sole procul; proin virium & illud
 Discrimen, quod jam decet, deprendere possis.
 Triplo ex hoc inter Lunam, faciemque metui;
 Directumque in eam partem sit, oportet, id ipsum, 2070
 Parte in qua Luna ad faciem collata moratur:
 Nunc hoc, nunc illud sic in lacus æra carente
 Armatae obvertunt, et ab hoc latere impedit hostis,
 Aut illo, sævus & oberrans dirigit istus.
 Omni Lunigeri tractu namque orbis in illo, 2075
 Qui jacet a facto partes ad Solis, oportet;
 Luna magis vicina trahatur fortius, ipsa
 Quam Tellus; proin deferere hanc contendat, & alia
 Diffugere a facie ad Fratrem, jungique vicissim.
 Orbis at oppositum per tractum Luna recedet, 2080
 Quam Tellus, a Sole magis; minus inde trahetur
 Propterea, a Terraque relinqui invita videbit.
 Tantundem, quantum procul ipsa optaret, ultra,
 Viribus exteriori si tantum pateretur ab æquib;
 Idem turbati tum fient denique motus 2085

Quo-

dicularis Lunæ ab ejusmodi superficie exhibebit hanc secundam partem vis perturbatricis: ea autem semper dirigetur ad partes illi superficie contrarias, ad quas respectu ipsius jacet Luna ipsa. Nam ubi Luna jacebit citra ejusmodi superficiem propior Soli, quam Terra, ipsa tendet in Solem magis, quam Terra, adeoque differentia virium distrahet Lunam a Terra versus Solem; cum autem jacuerit ultra remotior, differentia eadem distrahet Terram a Luna, adeoque ad motus respectivos desinendos eadem considerata in Luna distrahet ipsam Lunam a Terra, & idcirco in utroque casu tendet ad removendam Lunam ab illa superficie transiente per centrum Terræ.

1 Concludit omnia penitus consideratione illius partis virium Terræ, & Lunæ, quæ redacta est ad eandem directionem, & magnitudinem, debere omnia peragere eodem modo, quo perageretur, si nequaquam adfueret Sol, sed Luna gyraret circa Terram, & prout vis in ratione reciproca duplicata distantiarum a Terrâ haberet binas vires, alteram directam in Terram, & agmen in ratione directa simplici distantiarum ab ipsa, alteram directam ad partes oppositas superficie perpendiculari rectæ, quæ Terram cum Sole jungit, & transiret per ipsam Terram, proportionalem triplic distantie Lunæ ab ejusmodi superficie. Remota vires perturbatrices utriusque orbis

Quolibet in Terræ pariter, Lunæque meatu,
 Quo circa punctum raptæ commune feruntur,
 Qui fierent, immota foret si Terra, neque ullus
 Fulgeret usquam Sol, neque solas Cynthia vires
 Sentiret, spatiis in sese pro repetitis 2090
 Quæ minuuntur, at & geminas has insuper, unam
 Scilicet in Terræ directam corpus, & ipsum,
 Crescentem, ut spatium, directamque alteram in oras,
 Collata ad notam faciem quas Luna peragrat,
 Quamque æques noto, ut docui, cum triplice tractu. 2095
 Quæ superest, communis erit vis, proptereaque
 Non inter sese Lunam, Terramque meantem
 Perturbans; Terræque orbes, Lunæque vicissim
 Cætera turbati simili ratione ferentur,
 Ut nihil intersit, soli si denique Lunæ 2100
 Attribuat, ab ansarum quod motibus exit.

Turbantes ¹ geminas has Solis dicere vires
 Possumus, & Lunam proprio de tramite agentes:
 Quarum præterea quæ est altera, proderit ad res
 Non paucas velut in geminos disjungere ramos, 2105
 Nempe iterum haud simplex in bina retexere filum.
 Una igitur pars est, tractum quæ devenit illum
 Recta super, Terræ, & Lunæ qui corpora jungit;

M 4

Alte-

bitam perturbant; sed cum respectivi motus quærantur tantummodo, & orbes sint similes, possunt vires perturbatrices considerari in Sole Luna, habita Terra pro immota.

¹ Hæc duas vires vocat vires Solis perturbantes Lunam, & eam posteriorem iterum considerat resolutam in duas, quarum altera dirigatur secundum rectam, quæ tendit a Terra ad Lunam, altera secundum directionem huic rectæ perpendiculararem, & considerat huius posterioris effectus.

Ubi Luna devenit ad illam superficiem perpendiculararem rectæ, quæ Terram cum Sole jungit; tum quidem est in altera quadratura, & ibi secunda vis perturbatrix evadit nulla, ob distantiam Lunæ ab

illa superficie nullam; ibidem autem directionem suam mutat & ipsa tota, & illa ejus resolutæ pars perpendicularis rectæ ipsam jungenti cum Terra; quæ quidem directionem mutat etiam in conjunctione, & oppositione, nimirum in Plenilunio, & Novilunio, quæ ab Astronomis dicuntur syzygiæ. Ab utraque quadratura ad proximam syzygiam ea vis accelerat motum Lunæ, & efficit, ut arearum descriptio fiat major, quam pro ratione temporum: e contrario ab utraque syzygia ad proximam quadraturam eadem vis retardat Lunæ motum. Altera vero pars huius secundæ vis resolutæ in duas perpetuo retrahit Lunam a Terra; contraria semper directioni primæ vis perturbatricis.

Altera in hoc ipso tractu est: pars prima propellit
 Lunam in circuitum, cum transit scilicet illa, 2110
 Quam finxi, a facie (quo sunt loca, dimidiato
 Lumine queis Phœbe hinc, atque illinc clara renidet)
 Ad loca, quæ constant suprema, atque infima, fulget
 Tota quibus, vel cæca filet, conjuncta ubi Terræ
 Dicitur; acceleratque ea motum causa, suis ut, 2115
 Quam pro temporibus, major tunc area fiat,
 Et Dea quadrijugos videatur ut addere bigis;
 Ast eadem pars prima retardat circumeuntem,
 Ad latus alterutrum cum ex his jungentibus itur:
 Altera pars retrahit Terræ de corpore Lunam 2120
 Vi primæ officiens a fronte, adversaque prorsus.

Altera¹ vis, geminas quam nuper scidimus ipsi
 In partes, ea tota locis extinguitur illis,
 Fulget dimidia tantum queis Cynthia fronte,
 At subito redit in lucem, atque adolescit eunte 2125
 Ulterius Luna, loca dum jungentia tangat,
 In quibus illa quidem vis fiet tripla prioris,
 Sedem ubi nempe velut regni, soliumque locavit;
 Et sua crescet item pars prima, per omne sed istud
 Non spatium (paulum decedit nata parenti), 2130
 At spatium per dimidium, quod totius orbis
 Dissecti pars octava est, proin dicitur Octans.
 Illic maxima fit, propriique in culmine perstat
 Imperii tantum, porro decerpitur æquo

De-

* 1 Hic binas vires perturbatrices inter se comparat. Secunda, quam nunc in duas resolvimus, in ipsis quadraturis est nulla, uti diximus, ob distantiam Lunæ nullam a superficie illa, quam concepimus; at dum Luna inde tendit ad syzygiam, ita crescit, ut in ipsis syzygiis evadat tripla primæ vis perturbatricis: ibi enim exponitur per triplam distantiam ab ipsa Terra, per quam transit illa superficies, quam concepimus. Pars ejus prima illa perpendicularis rectæ jungenti Lunam cum Terra crescet utique & ipsa a quadratura ad syzygiam, sed non æque; nam cre-

scet usque ad octantem, sive ad medium locum inter quadraturam, & syzygiam; tum usque ad syzygiam decrescet; adeoque quater evanescet, in binis nimirum syzygiis, & binis quadraturis, ac quater fiet maxima in quatuor nimirum octantibus. Pars autem secunda perpetuo crescit a quadraturis ad syzygias, in quibus evadit æqualis toti, altera nimirum parte evanescente; tum usque ad novam quadraturam decrescit, bis tantum evanescens in quadraturis, & bis facta maxima in syzygiis.

Decrescens damno, atq. ima ad loca, summaque nulla est; 2135

Altera pars vero crevit tunc, æquat & illic

Totam vim; contraque minor, minor usque recedit

Ad latera ipsa, quibus vanescens excidit omnis.

Hæc¹, loca proin propter laterum, exsuperetur, oportet,

A prima vi Solis, & unâ hæc utraque juncta 2140

Pertrahat ad Terram Lunai corpus ibidem:

Inde recedendo tenuari differitatem

Hanc opus est; cumque ad quimos sit denique ventum,

Terque gradus denos, eadem jam desinit omnis;

Exæquatur enim vis prima, atque altera pars, quæ 2145

Protinus incipiet jam hoc limite prætergresso

Exsuperare aliam, tanto plus, Cynthia quanto

Illuc accedit, quo fulget tota, latetve.

Atque ita major ibi duplo, quæ distrahit, exit

Vis vi, quæ Terram contra impellebat ad imam 2150

Illuc, dimidiam quo monstrat Delia frontem;

Sic vario hinc illinc fiunt discrimine pugne,

Multaque sic varia succedunt fœdera parte.

Tunc itidem ambarum contra conjuncta potestas

A Terra retrahet Lunam; totumque per orbem 2155

Plus est, quod retrahet, quam quod trahet, & quia major

Est arcus, per quem retrahens agit illa potestas,

Et quia conatus retrahendi sit quoque major.

Sed

¹ Comparat hic primam vim perturbatricem, cum illa secundæ vis prima parte, quæ ipsi primæ vi est contraria. Cum in quadraturis hæc pars sit nulla; habetur ibi tota vis prima urgens Lunam in Solem: ea post quadraturam exorta, & crescente urget Lunam in Terram sola virium differentia, quæ crescente hac parte secundæ vis decrescit; donec alicubi iis æqualibus factis differentia decrescat. Affirmat id fieri in distantia 35 graduum a quadratura. Post cum limitem jam fiet major illa pars, quæ Lunam retrahit a Terra, & excessus erit eo major, quo magis ad syzygiam acceditur,

ubi differentia virium distrahens Lunam a Terra sit duplo major, quam fuerit in quadraturis vis urgens Lunam in Terram.

Concludit autem in toto orbe Lunam in Terram jam urgeri ab his viribus conjunctis, jam distrahi per vices, sed vim, quæ Lunam a Terra distrahit, prævalere vi, quæ ipsam in Terram urget, tum quia agit per arcum majorem, tum quia ubi evadit maxima, est major: agit nimirum hæc per 35 gradus hinc, & inde a quadraturis, & illa per reliquos 55 hinc, & inde a syzygiis, & illa in syzygiis est duplo major, quam hæc in quadraturis.

Sed ¹ quid præterea faciant hæc, percipe, vires.
 Prima quidem vis, alterius parsque altera, cum sint 2166
 Directæ ad Terram, vel contrâ, non pote quidquam
 Immutare modos, quæis area verritur æquo,
 Nec celeres Lunæ multum turbare meatus;
 Quod prior alterius porro pars turbat utrumque;
 Ipsa quidem tardat motum a regione silentis 2165
 Lunæ, donec quarto hæc se proferat arcu.
 Est tamen extremum minima hæc prope limitum utrumque,
 Maximaque in medio, veluti stet culmine summo;
 Deinde loco a medio simili auget pars ea motum
 Lege, prius qua carpebat; dum lumine pleno 2170
 Luna micet; rursus minuit, dum rursus aditur
 Alter ab adverso medius locus; acceleratque
 Rursum itidem, redeat dum ad nota silentia Phœbe.
 Sic clivo ex alto descendens insilit altum
 Alterius clivum qui collis; defiliturus 2175
 Porro, & dein aliò subiturus, it impare gressu,
 Descendit celeri, tardo subit; inque pedito.
 Propterea in mediis lentissimus ille; necesse est,
 Modis utrisque locis, contrâque celerissimus extet
 In summis, imisque: Sed est, ut diximus ante, 2180
 Ad

¹ Expositis, & inter se comparatis hisce binis viribus, quæ conjunctæ per compositionem, ut coalescant in unam, urgent circa quadraturas Lunam in Terram, & circa syzygias ipsam a Terra distrahunt, effectum hic persequitur tam earum, quam primæ illius partis secundæ vis. Quod attinet ad illas, cum respiciant ipsum Terræ centrum, nihil turbant descriptionem arearum æqualium, nec multam celeritatem turbant, quorum utrumque turbat plurimum, uti vidimus, prima pars secundæ perturbatricis, agens nimirum perpendiculariter ad rectam tendentem a Luna ad Terram. Hæc quidem a novilunio ad quadraturam retardat, uti vidimus, descriptionem areæ, & celeritatem; sed in ejus

arcus extremis punctis est nulla, uti vidimus, in medio maxima: eadem lege auget usque ad plenilunium, minuit usque ad alteram quadraturam, auget usque ad novilunium.

Inde infert celeritatem Lunæ fore maximam in syzygiis, & minimam in quadraturis; cumque e contrario vis Lunæ in Terram debeat esse minima in syzygiis, ubi a viribus perturbatricibus distrahitur, & maxima in quadraturis, ubi in illam urgetur; consequitur, ut etiam si ex prima projectione deberet circulum describere, debeat ob hujusmodi vires perturbatrices mutare circulum in ellipsum. Nam ubi velocitas est major, & vis in Terram minor in syzygiis, debet orbis minorem habere curvaturam; con-

Ad Terram gravitas minor his, & major in illis;
 Vi siquidem gravitas a prima augetur in illis
 Vanefcente alia, sed in his contraria prorsus,
 Triplaque vi primas hæc fiet; decrefcere triplo
 Propterea hic gravitas, plusquam illic crefcere debet. 2185
 Fiet at hinc æquum vel si deberet in orbem
 Luna sua a gravitate rapi, ob jactumque priorem }
 Orbis ut a geminis, quæ turbant, iste prematur
 Viribus, & speciem sese conformet in ovi,
 Nempe locis laterum paulo productior extet, 2190
 Inque locis aliis se finibus inferat artus.
 Quandoquidem rerum paria extent cætera circum }
 Mobilitas cum major inest, mediumque petendi
 Conatus minor; arcus item, quem mobile signat
 Corpus, erit minus incurva ratione reflexus. 2195
 Quapropter Lunæ flexus minus orbis, oportet,
 Illic sit, quo tota lætet, vel plena refulget;
 Et gracilis magis, & partu compressus utraque;
 Nam tum est liberior Eunæ fuga; plus fugit ille
 Ut duro puer a Domino, qui callibus exit 2200
 Obliquis, rectosque capessit. Crescere debet
 Hæc fuga principio, porro decrefcere furtim

Fur-

contra vero ubi vis est major, & velocitas minor in quadraturis, debet orbis habere curvaturam majorem; adeoque debet esse figura quadam ovalis compressa in syzygiis, & protuberans in quadraturis, uti est ellipsis.

Notat autem & illud, non debere haberi maximam distantiam a Terra, ubi est maxima accedendi causa, & ibi minimam, ubi est maxima causa recedendi. Nam a syzygia, in qua vis in Terram est maxima, & velocitas maxima, fugit Luna quodammodo, & conatur perpetuo recedere plus æquo; dum interea vis in Terram crescit, & velocitas imminuta perpetuo ipsius fugam cohibent; & illa facta maxima, hac minima in quadratura, retrahatur jam Luna in Terram, & cogatur accedere; do-

neo in altera syzygia imminuta iterum vi, & aucta velocitate, iterum incipiat fugere usque ad novam quadraturam, atque ita porro.

Sic & penduli pondus ubi maximè recessit a medio infimo puncto arcus descripti, ibi maxime a gravitate obliqua in ipsum urgetur.

Potest hæc jam sit, ut Luna cæteris paribus magis a Terra distet in quadraturis, & minus in syzygiis, etiam cum in ellipsi moveretur, ob eandem nimirum causam; unde oritur & mutatio ipsa formæ orbis elliptici; sed Noster ad aliam mutationem gradum facit; qua nimirum ipsa linea apsidum, quæ jungit apogæum cum perigeo, & est axis major ellipseos, non semper eandem speciem Caligat.

Furtim aucta gravitate, & mobilitate minuta,
 Ulterius donec tandem fugere impediatur,
 Et rursus incipiat Telluri accedere Luna, 2205
 Atque sub imperium Dominæ fugitiva reverti:
 Semper quoque loco laterum qui vertitur ordo.
 Primo itidem accessus augentur, tum minuuntur
 Furtim mobilitate aucta, & gravitate minuta.
 Accessus proin deinde recessibus immutantur; 2210
 Hic fit nempe locis & summo, & transitus imo.
 Proinde accedendi queis major causa locis est,
 Illa magis distant a Terra; contra ubi major
 Causa recedendi, minor est distantia ibidem.
 Hæc eadem quoque causa facit, cum Lunifer orbis 2215
 Debeat a prima non æquus origine gigni,
 Sed species fieri coni de segmine princeps,
 Continuo ejusdem ut mutetur tempore forma,
 Sic tamen, ut si sint rerum paria omnia circum,
 Luna silens, vel plena micans minus esse remota 2220
 Debeat, in medio lecta quam fronte renidens.
 Nunc ¹ orbis locus a Terra sublimior unus
 Longe extans, cur non Mundi prospiceret easdem
 Perpetuo partes, at ad has vertatur, & illas,
 Quærendum est; quin, quo præcesserit inclytus harum 2225
 Monstrator rerum, & rationum Inventor, eundem.
 Ipse igitur primo discrimen virium earum
 Inquirens, fieret per quas immotus, & idem
 Mobilis orbis, uti, quem Lunæ conterit astrum,
 Haud temere esse orbem constringimus, extudit istud 2230
 Arte sua, spatiis bis crescere pro repetitis
 In sese; porro in numeros, ut vincla coegit
 In sua, quas vires addi, demive necesse est,

Orbis

¹ In hac itidem perquisitione proficitur se Newtonum sequi. Is nimirum inquisivit in differentiam vis, quæ requiritur ad hoc, ut mobile quoddam describat orbitam quandam immobilem, & vis, quæ requiritur, ut describat orbitam eandem, sed gyrantem circa centrum virium; ac invenit, primo

debere esse vim ejusmodi in ratione reciproca triplicata distantiarum; invenit methodum reducendi eandem ad calculum, & invenit debere ipsam orbitam regredi contra directionem motus corporis eam percurrentis, vel progredi, prout vis tota, decrescit in ratione majore, vel minore, quam

Orbis ut immotus (sit qui æquo proximus orbi)
 Mobilis exoriatur; iter quoque deinde peregit 2235
 Oppositum, vertitque vices, & mobilis orbis
 Motu ex proposito discrimen venit ad ipsum,
 Eduxitque animo relegens, quod corpus in orbem
 Pergeret immotum, si in sese pro repetito
 Decresceas spatio vis exagitaret, iturum 2240
 Jam per mobile iter, si vis non illa maneret,
 Verteret & morem, quo se circum undique fundit.
 Debet enim jungens vicina, remotaque, in orbe
 Quæ loca sunt, tractus procedere, sive retrorsum
 Verti, ut vis agitans mutatur plusve, minusve 2245
 Illa, quæ immotos deterret corpus in orbes.
 Nunc vis illa prior, gravitati qua fit adauctus,
 Alteraque alterius pars, qua decerpitur inde,
 Cum non mutantur spatiorum more recepto,
 Efficiunt, Lunæ vis tota ex omnibus una 2250
 Conveniens non pro spatiorum illo ordine constet,
 Proptereaque loci pariter brevis, atque remoti
 Mutetur plaga, quæ secum ipsum deferat orbem.
 Utraque juncta simul geminarum effecta, meante
 Infra, vel supera Luna, quod diximus ante, 2255
 Assueto reddunt gravitatem more minorem,
 Majoremve, illa ad latera obversante vicissim.
 Quod tollunt, duplicem est, quam restituere quod istic,
 Majoremque etiam fiunt ea furta per arcum.
 Tum variatur & hic gravitas, variatur & illic 2260
 Mensurâ, quam quæ est spatiorum certa, minori.
 Nonne vides igitur, quod opus, cum dempseris illic,
 Quod tum exit, minus immutari lege recepta,
 Cumque hæc addideris, magis immutarier illâ.
 Proin loca conjungens vicina, remotaque tractus, 2265
 Luna

æ, quæ ad immobilem orbem de-
 tendendum requiritur.

Quamobrem vis illa composita
 et prima perturbatrice, & parte
 secundæ perturbatricis, dum cir-
 ca syzygias minuit gravitatem in
 Terram, & circa quadraturas auget,
 cogit lineam apsidum in primo
 casu progredi, in secundo regre-

di, & regressus erit minor pro-
 gressu, tum quia vis ea, quæ mi-
 nuit in primo casu, est dupla, ut
 vidimus, ejus, quæ auget in secun-
 do, tum quia diutius habetur il-
 la, quam hæc, adeoque post sin-
 gulas conversiones invenitur pro-
 motius apogæum secundum signo-
 rum ordinem.

Luna illic versante, antrorsum progredietur,
 Hic Luna versante, retrorsum deproperabit:
 At citior progressus, & est spatiosior. Quid
 Ergo circuitu confecto, signa secundum
 Signiferi provectus erit sublimior orbis 2270
 Mobilis ille locus. Sed erat, quæ rodere posset
 Viscera Avis reparata ligati ut rupe Promethei,
 Cælestem non, quod furto decerpserit ignem,
 Sed quod adhuc tanti doerat pars ultima furti:
 Nimirum motus ¹ minor hic discrimine duplo 2275
 Prodigat numeris, quam servaretur. Ubique
 Tollere certatim pugnatum obstacula tanta.
 Conditur in latebris jam frustra his, calæque lucis
 Ne nimium fidat Trivia, ut Mortalibus extet
 Invia, neu cæco educatur capta recessu; 2280
 Namque iterum numeros, iterumque, ut retia lata,
 Præstendunt; jamque arte domant, reteguntque latentem,
 Deprenduntque vias omnes, fraudesque retexunt.
 Nunc ² geminis hærendum in nodis, Lunifer orbis
 Quos facit hinc illinc, secat æquor grande meantis 2285
 Dum circum Terræ, partimque extollitur alte,
 Conditur atque humilis partim, subterque latebit,
 Interea flexu non inclinatus eodem.
 Nam vis illa prior cum sese dirigit ipsa
 A Luna ad Terram, positus conservat, uti sunt, 2290
 Orbis Luniferi, neque flexu hunc commoret ullo.

Altera

¹ Hic innuit illud, quod Clerautio accidit ineunti calculos pro hoc motu, quem Newtonus nequaquam determinaverat. Obvenit ipsi motus apogei duplo minor, quam eundem observationes definiant. Censuit initio inde colligi gravitatem Lunæ in hac minore distantia aberrare nonnihil a ratione reciproca duplicata distantiarum; sed deinde deprehendit errorem calculi, in quo terminum neglexerat, non negligendum; & nunc quidem jam compertum est etiam aliis methodis, hic etiam Newtonianam theoriā conspirare cum observationibus.

² Progreditur hic ad motum nodorum, nimirum filorum pericloram, in quibus orbitæ Lunæ focar planum Eclipticæ, transiens ex parte australi in borealem, vel ex hac in illam. Prima e binis viribus perturbatricibus cum dirigatur ad Terram, agit in plano orbitæ lunaris, adeoque non turbat ipsum planum, nec nodos. Secunda extra id planum dirigitur, & ea turbat tam nodos, quam inclinationem planorum. Concipiatur ille arcus, qui describeretur sine hac vi, tum ille, qui describitur ipsa accedente: si continetur huius positionis

Altera vis non est Lunæ distensa per orbem,
 At per eum, magno quem signat Terra meatu;
 Propterea propria Lunam deducere tentat
 Usque a planitie, semperque inferre recentem 2295
 Inque aliam, inque aliam; quæ non iter amplius illud
 Terræ magnum seest unâ, qua prius, ora,
 Ipsi nec flexu inclinatur, quo prius, uno,
 Ast alio, atque alio pariter, flexuque, locoque.
 Si nunc tractum illum tenuera, quem tempore perquam 2300
 Exiguo peragit, dum fertur Luna per orbem,
 Componas alio cum tractu, tempore eodem
 Vis ea quo Lunam ducit, reperire protecto
 Tunc exit, & quantum nodus mutetur uterque,
 Et quantum varient inter gemina æquora flexus. 2305
 Scilicet inventum est illa procedere nodos,
 Qua sunt signa, plaga, quoties Luna ipsa moratur
 Alterutram e geminis inter latus orbis, ubi ore
 Dimidio fulget, cum transimeat, inter & ipsum
 Nodum, qui alterutro huic lateri vicinior exten; 2310
 Et regredi nodos, contraque incurrere signa,
 Cum fuerit ratione alia quacumque locata.
 Qui laterum jungit loca, sese quique per ambos
 Extendit nodos, tractus ratione secant se
 In medio obliqua prope semper, conficiuntque 2315
 Hinc illinc acie flexus sese inter acuta,
 A latere ast alios obtuso culmine hiantes;
 Atque ita dividitur non æquas quattuor orbis
 Lunifer in partes: cum pars subtilior harum

Lunam

rioris planum, nec secabit planum
 eclipsæ, ubi id secabatur, a pla-
 no prioris arcus, nec inclinabitur
 zque, ac illud. Inde motus nodo-
 rum, & mutatio inclinationis.

Porro Newtonus, qui hanc no-
 dorum theoriam plurimum exco-
 luit, ac perfecit, invenit illud,
 ubi Luna versatur inter nodum,
 & quadraturam sibi propiorem,
 nodos progredi, cum autem ver-
 satur inter nodum, & quadraturam
 remotiorem, eosdem regredi. Con-
 cipiatur linea tendens ab una qua-
 dratura ad aliam, & linea tendens

ab uno nodo ad alium. Hæ bi-
 næ lineæ se plerumque oblique in-
 tersecant, & continent binos angu-
 los acutos, & binos obtusos. Dum
 Luna est in acutis, nodi progredi-
 untur, dum in obtusis, regrediun-
 tur; hinc plus regrediuntur, quam
 progrediuntur, adeoque post sin-
 gulas conversiones occupant loca oc-
 cidentiora, & singulis annis 19 cir-
 citer gradus conficiunt regressu suo,
 si medius eorum spectetur motus,
 ac intervallo paullo minore annis
 19 conversionem integram absol-
 vunt.

Lunam habet utralibet, per signa secunda feretur 2320

Nodus; ab his retro contra conversus abibit,

Obtusos intra cum flexus illa vagatur.

Et quoniam hos intra mora longior, intervallo
Retrorsum proin nodus eat majore, neceffe est.

Nodi, circuitum cum denique Luna peregit, 2325

Apparent retrogressi; denisque quotannis,

Atque novem pergunt gradibus; denisque prope annis

Atque novem toto circum sese orbe revolvunt.

Atque ¹ hæc per numeros posita ratione oriuntur,

Hæc Cælo servantur item; proin vera videtur 2330

Hæc ratio, circa Terram qua Luna cietur

Per varios motus; queis nunquam cum sibi constet,

Ut docui, possit constare an tempore, gyros

Quo peragit circa Tellurem? nonne neceffe est,

Nunc brevius, nunc fiat idem diuturnius, ut sunt 2335

Turbantes circum causæ, & sunt cætera circum?

Esse vices etiam diversas adjice cunctas,

Non æquis spatiis ad Terram Sole manente,

Non Terra ad Lunam, non orbis partibus hujus

Solem uno positu, & Cæli spectantibus oras. 2340

Omnes ² sed varios me Lunæ evolvere mores

Jam piget, errantemque sequi, vicibusque agitatam

Perpetuis, duroque diu insudare labori.

Ex his jamque potes facili tu noscere pacto,

Unde sit, ut varium confluerit Luna vocari 2345

In Cælo sidus, quo deinde a nomine vulgus

Detulit imperium Triviæ, instabilesque potenti

Subjecit Dominæ res, assuetasque novari.

Propterea quia quidquid habet mare, terra, vel aer

Naturam præfert variantem, multiplicemque, 2350

Tel-

¹ Hisce fufius expofitis alias in-
qualitates hic congerit inuens tan-
tummodo: nimirum tot orbitæ,
& celeritatis mutationibus mutari
etiam tempus periodicum, quo Lu-
na conversionem abfolvit fuam:
præterea mutationes omnes hæc-
enus expofitas pendere etiam a di-
ftantia Terræ a Sole, diftantia Lu-
næ a Terra, ac pofitione orbitæ

lunaris ad Solem, quibus muta-
tis mutantur ipfæ vires perturban-
tes, & earum ratio ad gravitatem
in Terram, adeoque mutantur &
ipfi earum virium effectus.

² Ab his Lunæ erroribus occa-
fionem arripit evagandi per finale
epifodium, & primo loco hanc ip-
fam, ait, tantam Lunæ inconstan-
tiam in fuis motibus dediffe oc-
cafio.

Tellurem, pelagus dixere, atque aera Lunæ
 Subiectum, quæ clausa illo & sunt omnia gyro.
 Proinde mari faciles ventos, Cælique nitorem
 Nauta soluturus patrio de littore longum
 Dum sedet expectans, in menstrua tempora Lunæ 2355
 Quattuor inquit, nam credit quattuor illis
 Temporibus Lunam Cæli convertere mores,
 Non aliis, tunc imbriferas dispellere nubes,
 Ventorumque feros compescere posse furorē,
 Inque aliud differt spes tempore tempus ab uno: 2360
 Propterea neque nos fieri quoque tempore credunt
 Egrotos alio, tantum illo solvere morbos
 Se, vel adaugere, atque exanguia linquere membra
 Expirantem animam; ætates cognoscere Lunæ
 Mos erat idcirco medicam exercentibus artem, 2365
 Opportuna dare ut non lævo pocula possent
 Tempore, felicemque horam, aut prædicere tristem.
 Non nisi servato mandantur tempore Lunæ
 Semina procißam in terram, non messis in arva
 It flaventia, non ad robora dura bipennem 2370
 Admover agricolæ, aut fructus ex arbore carpit,
 Non herbas, floresque movet missurus in urbem
 Villicus ignarus; corrumpi hæc omnia credunt
 Nam secus, & celeri interitu sublapsa necari,
 Et damnum sprete se credulitate manere. 2375
 Interius Cancræ Luna crescente putantur
 Crescere, echinorumque genus, conchæque sub undis,
 Ostreaque, & quidquid vestitur cortice duro;
 Forsitan id fiat, quia Cynthia præstat amicum
 Lumen, uti captare cibum, & pinguescere possint, 2380
 Namque die torpent, epulas de nocte requirunt.

T.II.

N

Visa

causam tribuendi ejus cuidam in-
 flumini, quæcumque accidunt, po-
 tissimum ea, quæ variationes ha-
 bent subitas, & sine causis paren-
 tibus; ac rem illustrat exemplo
 constitutionis aeris in ordine ad
 pluviam, & ventos, pro qua so-
 let vulgus observare illa, quæ pun-
 cta Lunæ nominant, syzygias, &
 quadraturas, exemplo morborum,

pro quorum curatione, & periodicis
 observari itidem solebat Luna a
 pluribus Medicis, ac exemplo agri-
 culturæ, pro qua itidem sunt, qui
 usque adeo Lunam observant.

Addit cancrōs, qui censentur Lu-
 na crescente pinguescere, quod fieri
 posse arbitratur idcirco, quia per
 noctem prædam non ita facile ca-
 piunt, nisi Luna suū lumen sufficiat.

Addit

Visa movet stomachum plerisque, & molle cerebrum
 Luna; vomunt capitis cum magno sæpe dolore,
 Et somnos adimi, desideriumque ciborum
 Sæpe queruntur; at hoc quædam conjuncta nitore 2385
 Illius species a nostra mente videtur
 Efficere, ut visa quosdam nuce concutit horror,
 Aut oleo appposito stomachi fastidia surgunt;
 Namque hos a claro percussos verberare Lunæ,
 Si non advertant animum, haud ægre scire cernas. 2390
 Creditur ipsa etiam vulgo magica orsa juvare,
 Thesalicas & anus splendenti luce potentes
 Efficere, ut valeant in aves, & in ora ferarum
 Converti, & latum deferri nocte per Orbem.
 Stultitia sed nostra sua quia construit artes 2395
 Mens magicas, aliquas dum scilicet esse fatetur,
 Errorem ex animis tantum hæc prudentior ætas
 Dispulit, evellens sagis volitantibus alas,
 Concilioque sacras nocturno diruit ædes.
 Creditur in mentes quoque Lunæ extensa potestas, 2400
 Nam mentes plerumque etiam variare videmus
 Humanas, ipsumque animi versatile nostri
 Consilium, ingeniumque volubile prorsus, & exlex;
 Præsertim quos intesit vesania jugis,
 Aut brevis illa itidem lymphatos, irave torquet 2405
 Præcipites, quatit aut incertus pectora mœror,
 Dicimus hos Triviz contactos esse flagello:
 Hinc animos furor omnis inundat, & Evius Evan,
 Sævities, & triste odium, & rationis egestas.
 Crimina sic Cælo donamus, transferimusque 2410
 Nostra, nec, unde ortus ducunt, auctusque, videmus,
 Illa, neque e medio conamur vellere corde.
 Scilicet insontes videamur ut esse, bonique,
 Non tamen, ut simus, contendimus: O mala mentis
 Libertas! Quidam ignotus nos perculit ardor, 2415
 Pro-

Addit & eos, quorum morbi in eorum sensorio, & cerebro:
 quidam augeantur, vel minuantur sunt enim quædam concussiones,
 pro incremento, vel decremento quæ vel ab assuetudine, vel a pe-
 illuminationis lunaris, quod phœ- culiari fibrarum constitutione pro-
 nomenum pendere putat ab impres- ficiscuntur, quibus ii effectus tri-
 sione, quam lunare lumen efficit bui possint, quod, ait, plerumque
 non

Protinus ætherio percussos credimus æstro,
 Nosque Deum monitu velut insanire putamus:
 Tunc inimicitii contendere, ad arma volare,
 Et miscere venena, & ficta incessere culpa,
 Et consanguineo turpari sanguine sæpe 2420
 Fas, justumque videtur, & aras vertere Divum;
 Talia qui damnant, nimium in contraria sese
 Convertunt plerumque, nec agnovere, feroces
 Cum videant alios furere, incusentque, furore
 Opposito se proinde rapi, pariterque nocenti. 2425
 Quin etiam interdum Sapientibus esse negatum est;
 Scilicet in furias flagrante quiescere Mundo,
 Nec flagrare itidem, parilique ardescere motu,
 Esse quidem trunco propius, lapidique videtur.
 Cecropidum leges multabant, si quis in unam 2430
 Non partem civis secesserit, arma movente
 Hinc illinc populo civilia, spectaritque
 Interno patriæ lacerari viscera bello
 Immotus, tulerit nec opem, quam credidit aptam.
 Ac male quam mixtus furibundis, quamque locatus 2435
 Difficili statione foret pacatus, inermis,
 Et sapiens inter stulta, irrequietaque corda,
 Clarius ut noscas, age, percipe, fabula quondam
 Quod facile in terris vulgata, & credita profert;
 Nimirum prisco sapientes tempore, sudo 2440
 Sub Divo vixisse homines, cum lactea forsan
 Flumina manabant rivis, & roscida mella
 Sudabant silvæ, cum nullo agitante tumultu
 Aurea per lætos florebant sæcula campos.
 Sidera namque ferunt tum quendam, aviumq. volatus 2445
 Perdoctum vidisse, brevi fore, ut horridus imber
 Decidat, atque nova quem forte asperferit unda,
 Excusso cogat velut insanire cerebro.

N 2

Hor-

non accidere, nisi ii, quibus accidunt, advertant Lunam excrevisse.

Inde progreditur ad fabulas aniles Veterum, ut Lunæ magicis incantationibus deducendæ de suo curru, & alias ejusmodi, quæ qui-

dem prudentiore jam ævo exciderunt omnia, tum ad vim, quam Luna creditur a nonnullis in humanam exercere mentem, quem errorem eo etiam perstringit nomine, quod nostra vitia, & furorem

Horrui, & Mundo vulgavit triste periculum,
 Nequidquam, nam nullus erat tum cognitus Augur; 2450
 Cavui at ipse sibi, atque illo adventante subiit
 Antra die, cæcolque aditus, terramque profundam.
 Ecce tonante ruit Cælo pluvia unda profusa,
 Irriguique natant campi, montesque superne
 Evolvunt rapido torrentes gurgite lymphas. 2455
 Jam mortale genus, latis errabat ut arvis
 Securum, subito madefactum est rore, novoque
 Corruptum pariter morbo; jam protinus omnes
 Bacchantes latis homines excurrere campis,
 Quassare & capita, & truculentas mittere voces, 2460
 At Sapiens terra latitans, ut nubila sensit
 Disiecta, & Cæli speciem rediisse serenam,
 Prossilit in superos, & luci redditur almæ,
 Spectaculum infelix! furiis immanibus omnes
 Vidit agi; quæ tum monstra ac portenta notavit! 2465
 Hunc vexare timorem, illum ambitione domari,
 Illum & avaritia, & viso impallescere ab auro,
 Multos ira, odiis, cæcæque libidine multos
 Corruptos; spes ante oculos, & gaudia vana,
 Et dolor, & lacrymæ, & tristes nova nomina curæ, 2470
 Omnia turbarum plena undique, & omnia viâ
 A ratione repulsa, in eo confusa tumultu.
 Dum stupet, & sana se solum mente potiri
 Lætatur; lætum sinere illi haud esse; repente
 Ad monstrum veluti vis undique circumfusa 2475
 Irruit irridens hominum, atque huc pellit, & illuc,
 Et vice mutata malesanum hunc incita clamat,
 Jamque in dura parat detrudere vincula captum.
 Ille malum miserans tantum nunc increpitabat,
 Nunc frustra revocabat ad amissam rationem, 2480
 Et bona præteritæ repetebat perdita vitæ;
 Acius urgebant illi, circumque premebant.

Quid

rem cæcum, quo nostra plerumque culpa abripimur, ut nos excusemus, in Cælum rejicimus. Atque hic ad insaniam humani generis carpendam, & communia in primis vitia perstringenda vulgatissimam adhibet fabellam illam pluvie homines ad dementiam adgentis, quos attingeret; quam unus qui evitaverat, cum a furentibus urge-

Quid faceret? vitam intutam sibi ducere durum,
 Irrisamque fuit, cunctorum & ferre furores;
 Scilicet haud illos proprium cognoscere morbum, 2485
 Stultitiamque suam cæcos perferre libenter.
 Illic forte lacus pluvia collectus ab unda
 Nuper erat; mediam sese projecit in undam,
 Involvitque luto turpi; stultissimus unde
 Prodiit, atque hilaris nimium ratione relicta, 2490
 Stultorumque a concilio plaudente receptus.
 Proin Sapiens inter mortalia sæcla relictus
 Nullus erat, prolem semper genuere Parentes
 Infani non dissimilem, atque antiqua Nepotes
 Semper in humano renovant deliria corde. 2495
 Quidnam etenim nostris medium est in rebus, & æquum?
 Quæ studia inter nos versamus, non ubi multam
 Nostra habeat partem vesania consiliorum?
 Omnibus in rebus virtutem audire, sequique
 Semper quis suevit solam, solaque moveri? 2500
 Protinus invadit quædam vis fervida pectus;
 Qua rapimur, magnoque obstantia quæque fragore
 Dejicimus, non vitamus, non arte movemus.
 Vel fuerit ratio, quæ nos commorit, eandem
 Cur furor insequitur plerumq., atque omnia turbat? 2505
 Ut Leo Marmaricis escam dum quærit in arvis,
 Interviscit, & ex oculis micat acribus ardor,
 Proterit & sata, Pastoremque interficit ipsum,
 Dispergitque pecus. Cur non Pax oscula jungit,
 Pax bona, præsentum pax munus amabile Divum? 2510
 Scilicet humanæ Status optimus est Rationis,
 Pectore pacato constans, vultuque sereno:
 Tunc nihil exagitat rerum, quæcumque quietis
 Advenisse queant, solido nil pectore stantes
 Concutit; usque procax, fac, turba irrideat; ipsi, 2515
 Latrantis vocem catuli ut bos fortis eundo
 Temnit, eo properant, quo lumen ab æthere dium

N 3

Ex.

urgeretur undique, habitus ipse pro
 insano, ut imminens vitaret pe-
 riculum, se immergit in lacum, in
 quem aquæ ex ea pluvia residuæ
 confluxerant, & furens illico, æ

furentibus jam similis habitus est
 pro sano: tum fortitudinis, & so-
 lidæ virtutis præcepta inculcans li-
 brum absolvit.

Extulit, immotis & Virtus fulsit ab astris.
Mors atra horribili semper circumfusa luctu
Nil habet, impavidos quo terreat; omnia solvat
Vitæ claustra, animi nequeat corrumpere pacem.
Quidquid fata ferant, fatorumque Arbiter, ultro
Excipiunt, æqua subeuntes funera mente,
Et duros vitæ, quos jussi cumque, labores.

2520





LIBER SEXTUS

Alma¹ quies, duræ statio placidissima vitæ,
 Proposita est votis hominum, semperque laborum
 Jactantes inter fluctus, curasque petita;
 Attamen ignavæ diuturna per otia vitæ
 Haud cessare homines juvat, & languescere semper; 5
 Quoddam pondus inest animo, cum torpet, inerti,
 Quod deponere quærit, & ipsam tædia vitam
 Lassant nil rerum peragentem; proinde teneri
 Optat, & usque suas aliquo contendere vires.
 Nil dare, quo possint exerceri, est sinere illas 10
 Diffluere, & propria fraudari sorte vacantes.
 Scilicet id voluit Naturæ providus Auctor,
 Ut nostra nunquam cessemus ab utilitate;
 Proinde voluptatem duro immiscere labori
 Collibuit quandam, quæ nos invitet, agatque 15
 Ad bona nostra trahens, blando avellatque sopore.
 Ergo sagax lassos, defecturosque labore
 Natura ad requiem vocat, & dulcedine spargit
 Otia, & insueto somnos rigat alma lepore:
 Otia post, somnumque, ardorem suscitât ipsa 20
 In membris, animoque, ut possit utrinque capessi

N 4

Inter-

¹ Exordium desumit ab alterna-
 tione, quam ipsa Natura instituit
 inter ocium, & laborem ita, ut
 illud nequaquam delectet, nisi huic,

& quidem multo diuturniori in-
 termixtum, atque id, ut in reli-
 quis omnibus vitæ humanæ institu-
 tis, ita & in studiis, quod in se
 ipso

Intermissa opera, & labor opportunus adiri;
 Propterea facit & luci succedere noctem,
 Æstatique hyemem. Tamen ipsi cura laboris
 Est prior, hunc proprium nobis Mortalibus esse, 25
 Perpetuumque jubet, propterque hunc otia nobis
 Instituit; quare nulla est humana, vacare
 Debeat ut curis, ætas. Juvenesque, Virique
 Emeritos fore se sperant, cum ruga notarit
 Ora; atque imbelles ierint per tempora canis; 30
 Spes juvat hæc; verum nunquam nova cura, laborque
 Deficit; & si fors amoti a rebus agendis
 Tunc fuerint, tædetque sui, miserumque, dolensque
 Incusant ævum, nec vitam agitare videntur.
 Agricola incurvo terram molitus aratro 35
 Æstivos soles ubi condidit, otia captat
 Stratus humi, somnumque brevem, lætusque peracto
 Noctis circuitu redit ad sua munera, & herbas
 Evellens canit, & ramorum culmina stringens,
 Taurorumque regens iuga duro innixus aratro. 40
 Idem etiam pressus longæva ætate sub alta
 Deciduos fructus legit arbore, lac premit, uvas
 Colligit, & crates de vimine texit ad ignem;
 Si nequeat, querula moribundum voce vocat se.
 Usque adeo dulcis labor est, ingrataque nobis 45
 Otia, cum non sunt multo interrupta labore.
 Quin & nobilior quo sit, jucundior omnis
 Est opera, hæc quanquam lassat magis; ire per altum
 Mente juvat Cælum, juvat ima in viscera rerum,
 In-Superumque domos, atque insinuarier artem, 50
 Fataque; Naturamque, & eo lassarier ausu.
 Me quoque causarum lassat labor, & juvat idem,
 Me quoque Musarum; studia hæc sociare vicissim
 Durum, & dulce simul, curisque adjungere curas,
 Et veluti geminum fragili mare findere puppi. 55
 Jamque opere assiduo vexatus nocte, dieque
 Interdum laudare meo, atque optare quietem

Cæ-

ipso experiat Noster ita, ut ubi
 a studiis defessus per rusticationem
 Tusculanam in primis; vel Tibur-
 tinam animum relaxat, se iterum

litterarii laboris amore sollicitari
 sentiat; quem hic idcirco libentis-
 sime resumit.

Gæpto animo. Quæ tum securæ obliuiz vitæ
 Vel prope Tiburni resonantes ducimus undas,
 Vel juga Telegoni qua se frondentia tollunt! 60
 Quam campis hilares latè expatiamur apricis!
 Umbrosūque iuvat nemus, & lustrare perennes
 Lenis aquæ rivos, & musco consita saxa,
 Et pastorales audire per arua cicutas
 Silvestrem tenui modulantes carmine musam, 65
 Et solis tenerum narrantes montibus ignem,
 Festivumque diem, & spectacula rustica adire;
 At non & curas ludis miscere severas
 Innocuis, nec bella novo conflata tumultu,
 Consilia aut inter Reges agitata morari 70
 Ambitione procul, procul aulæ mobilis æstu,
 Pectore propterea læto magis, exque plicato,
 Præsertim nitidi si soles, sudaque Cæli
 Tempestas animis Zephyrorum mollibus auras
 Mulceat, & volucrum cantu, & redolentibus herbis. 75
 Has tamen inter opes naturæ, deliciasque,
 Nec longum, assueti reviviscit cura laboris,
 Et desiderium causarum; jamque novatas
 Acrius ardet mens illuc convertere vires,
 Quam tædet torpere diu, & languere vacantem. 80
 Ergo¹ age, quod superest, mecum hic delabere motus
 Ad tennes Lunæ, queis sese corpore paulum
 Nutanti huc illuc librat; lustrabimus inde
 Deductæ paulum pariter quoque pondera Terræ,
 Dum sit, uti lucis æquantia noctibus omni
 Tempora præcedant anno; veniemus ad æstus 85
 Protinus æquoreos; & caudas esse Cometis,
 Et qua, dicemus, fiant ratione; videri
 Denique si quidquam gravitati possit obesse,
 Inquiremus, & id, quodcumque est, disjiciemus

Auræ

¹ Proponit paucis argumentum
 huiusce libri acturus primo de li-
 bratione Lunæ utique exigua, de
 præcessionē æquinoctiorum orta ab
 inæquali gravitate Terræ non sphæ-
 ricæ in Lunam, & Solem, de æstu
 maris, de Cometarum caudis, quæ
 omnia relationem habent cum gra-

vitate, denum objectiones, quæ
 contra gravitatem fieri solent, dis-
 soluturus. Immiscet autem iisdem
 & alia nonnulla, ut patebit infe-
 rius, velut ea, quæ pertinent ad
 atmosphæras Planetarum, & Lu-
 næ in præmiis.

Auras in vacuas, tela ut mucrone retuso
Irrita sæpe volant rapidis ludibria ventis.
Confer ad hæc cupidam, vacuum sed cætera mentem.

90

Diversa ¹ ut Lunæ gravitas in lampada Solis
Diversa super orbe suo regione locatæ
Mutari ipsius vires facit, & variari;
Partium ita ejusdem gravitas diversa trahentem
In Terram, diversa figuraque, materiesque,
Efficiunt, semper faciem convertat ut unam
Terræ Luna; licet quid in hoc appareat exlex.
Cum tuimur Lunæ faciem, nos semper eandem
Conspicimus maculas fundi super, exiguoque
Vibrari tantum motu deprendimus ipsam,
In latus occiduum, vel eoum scilicet, oras
Atque in hyperboreas Ursarum, Austrique calentes.
Namque aliquo maculæ quæ tempore conspiciuntur
In media Lunæ regione, videmus eandem
Tempore post alio regione recedere paulum
A media; paulum quæ limbo accedere visæ,
Aut illinc paulum dimotas deinde tuemur,
Aut nusquam, averfa jam Lunæ in parte latentes.
Hæc est parva tamen variantia, vixque, peritis
Ni vigilans oculis observes, aspicienda;
Ipsaque proin species Lunæ haud mutata videtur.
At ² neque vel prorsus si mutaretur, in orbem
Visa suum verti, fors multum id nostra profecto
Referret, oolumus qui Terram; profit, & obfit
Solis id Lunæ Cultoribus: inde tuentur

95

100

105

110

115

Nam-

¹ A libratione Lunæ exorsus affirmat illud, ut diversa positio Lunæ in orbe suo vires illas perturbatrices inducit, de quibus actum est in fine quinti libri, ita diversam gravitatem diversarum partium Lunæ in Terram, figuram ejusdem Lunæ non exacte sphericam, & densitatis aliquod discrimen in causa esse, cur eandem Telluri obvertat faciem ipsa Luna, qua de re agemus in supplementis: at non eandem accuratè

faciem obverti semper, unde fiat, ut eadem maculæ jam remotiores a limbo appareant, jam propiores, & earum nonnullæ aliquando etiam ultra limbum abeant in partem nobis inconspiciam: at ejusmodi nutationem esse admodum exiguum.

² Exponit, quid accadat Lunæ incolis, si qui sint, ob hanc positionem Lunæ, eandem semper faciem obvertentis Telluri. Nimirum, qui sunt in hemisphærio Lu-

næ

Namque alii Tellurem, immotum semper ut astrum
 Ingens, ni quantum nutare videtur, eidem
 Nam Terræ tribuunt motus, queis Lunam agitari 120
 Cernimus; &, visum nisi densus sistat is aer,
 Aspiciunt nostro motus super axe diurnos.
 Horum & pars astrum superis hoc verticis oris,
 Aut prope, pars tantum Mundi super æquore lato,
 Pars medium secto super extans corpore cernunt. 125
 Ast alii, quibus est ad nos loca versa negatum
 Incolere, hand ullo prospectant tempore Terram;
 Ut nec ab Europæ Boreæ contraria quimus
 Astra videre, nec his subiecta ingentia regna
 Nobis conspicuos unquam aspexere Triones. 130
 Multi & spectatum peregre ibunt, oppositasque
 Invisent gentes, tranantes æquora vasta,
 Et magnos montes, & silvas trajicientes,
 Narrabuntque domum spectacula mira reversi,
 Augebuntque etiam miracula tanta, velut mos 135
 Est a longinqua procul adventantibus ora.
 Forsitan & superæ credunt de gente potentem
 Tellurem (velut & Phœbi coluere sororem
 Qui quondam), magnamque Deum vocitare Parentem
 Consuescunt, & vota ferunt, & tempore certo 140
 Conjunctæ veniunt diversa a gente quotannis
 Nos veneraturæ, majora ut numina, turmæ.
 Haud secus ac Arabum sitibundos advena fines
 Multorum adjuncta sibi Thraxque, Syrusque caterva
 Trajicit armatus, rapturum & distinet hostem 145
 Vi-

næ nobis conspicuo, videbunt Tellurem instar ingentis Lunæ ejusdem, in qua nullum fere alium advertent motum præter diurnum, quo circa se convertitur, cum accessu ad ipsorum zenith, vel recessu ob librationem ipsam, exiguo. Sunt autem qui idcirco & nomen comminiscantur a Lunicolis Terræ impositum, qui, ut Wolfius, eam apud ipsos arbitrantur debere dici *Volvam*, a volvendo.

Inde progreditur ad eos, qui in hemisphærio nobis inconspicuo siti

Terram nunquam videre possunt, nisi per longa itinera id in altero hemisphærio spectaculum visuri eo contendant, uti nos Australi polo vicina sidera videre non possumus, nisi pergamus ad Æquatorem, vel ultra ipsum, & recenser, quæ narrare possint, quæ etiam consingere, in quas superstitiones abire, ac solemnes etiam peregrinationes instituere ad visendam hanc sibi tanquam Deam, Turcarum more ad Mahumedis sepulchrū turmatim euntium quotannis.

Vilurus vatis cunas simul, atque sepulchrum,

Fatales orbi cunas, fatale sepulchrum

Vatis, erythrææ pollutæ cujus arenæ

Nomine, divinusque suum rediturus ad orbem.

Sæpe illi vultum spectabunt Solis ab astro

150

Hoc ¹ tanto obsecrum; nostro tunc aere denso

Fracti diversa circum ratione meantes

Ibunt in varios radii, pulchrosque colores,

Proinde colent alto superam Thaumantida Cælo.

Hæc illis monstrabit iter fax maxima in undis

155

Æquoreis, plusquam nobis Cynosura, Heliceque;

Fixa manens etenim, qua sint regione, docebit;

Quoque loco positæ volitantes per mare puppes.

Hoc ² igitur, Lunæ facies quod versa videtur

Usque eadem ad Terram, tentant deducere multi

160

Illius a gemino motu, qui tempore eodem

Conficitur, nam se proprio super axe revolvit

Ipsa semel, Terram dum circum fertur in omnem.

Et certe hic geminus si Lunæ corpora volvens

Motus, quisque sibi semper pede curreret æquo,

165

Non celerans, tardansque vicissim, & Lunifer axis

Effet Luniferum quoque semper rectus ad orbem;

Tum Terræ puncto a medio quæ tramite recto

Ad

1 Mirum sane debet esse in Luna spectaculum, quod hic memorat, Solis defectus, vel etiam Tellus Soli proxima, ob atmospheram terrestrem, per quam radii transmissi colores etiam varios exhibebunt; & quidem ii tantum, qui incolant hemispherium nobis conspicuum, Solis defectum videre poterunt, & videbunt frequentissime, aliis, qui alterum incolant, nullum unquam habentibus ejusmodi phenomenon. In eodem autem hemisphærio & ad suam geographiam, seu potius selenographiam, ordinandam debet prodesse plurimum hoc ingens astrum, quod & ad itinera dirigenda proderit æque plurimum: de quibus omnibus itidem in supplementis.

2 Agit jam de causa hujus constantis positionis faciei lunaris ad Terram, quam causam ait multos derivare a combinatione binorum Lunæ motuum, quorum alter sit totius Lunæ circa Terram, & alter ejusdem circa quendam propriam axem, qui motus cum æque diuturni sint, id efficiant, ut semper eadem facies obvertatur Telluri. Et quidem, ut hic Noster monet, si hi duo motus essent non tantum æquedfuturi, sed & æquabiles, ac axis conversionis esset perpendicularis ad planum orbitæ lunaris, semper idem punctum faciei lunaris esset in recta jungente centra Terræ, & Lunæ, adeoque Lunæ semper eandem faciem obverteret centro Terræ. E diversis quidem

super-

Ad Lunæ medium duci via fingitur, ipsa
 Usque locum Lunæ in facie tranaret eundem; 170
 Proptereaue videns Lunam alto in vertice stantem
 Aspiceret semper facie ad se vertier una;
 Non ita, spectantis fuerit translatus in ortum
 Si locus, occasumque; etenim mutabitur unam
 Ad Lunæ faciem positus; proin ipsa vel illud, 175
 Vel latus hoc paulum retegetque, tegetque vicissim.
 Vertere sic latera, & nutare videbitur illo
 Tempore, in occasum quo rubro transit ab ortu.
 Et quia si Terram de Lunæ corpore spectes,
 Aspicias binis gradibus comprehendier omnem; 180
 Ille gradus nequeat binos excedere nutus,
 Qui fiet. Quin in Boream nutabit ab Austro
 Tum quoque Luna, vel a Borea dum migrat in Austrum.
 Sed quoniam Lunæ mediam non motus ubique
 Est sibi par circa Tellurem, ut par sibi constat 185
 Alter, Luna suo quo circumvolvitur axe;
 Punctum illud debet idem, quod diximus esse
 In Lunæ facie trajectum a tramite recto,
 Mutari, quantum gemini discrimina motus
 Poscunt, quæ gradibus par est comprehendere multis. 190
 Sci-

superficiæ terrestris locis appare-
 ret discrimen aliquod, cum Ter-
 ra e Luna spectata occupet fere gra-
 dus duos diametro sua apparenti,
 adeoque si punctum Terræ existens
 versus marginem jungatur cum cen-
 tro Lunæ per rectam quandam;
 ea recta perforabit ejus faciem in
 puncto per unum circiter gradum
 distante a priore illo, adeoque in
 motu Lunæ ab ortu ad occasum,
 qui sit translato puncto quopiam
 superficiæ terrestris ab uno mar-
 gine ad alterum, haberi debet etiam
 inde mutatio aliqua in puncto fa-
 ciæ medio, & proinde etiam in
 limbo; ut pariter pro diversa po-
 sitione orbitæ lunaris ad Terram,
 quæ mutatur in ipso excursu per
 Eclipticam, quo Luna jam ad Bo-
 ream accedit, jam ad Austrum,

aliqua mutatio haberetur. Sed cum
 omnis illa etiam maxima mutatio
 ab ortu ad occasum non excedat
 ad sensum duos gradus circuli lu-
 naris unum hinc, & unum inde;
 perquam exigua etiam, & parum
 admodum sensibilis inde nutatio
 oriri potest in lunari facie.

Inæqualitas major provenit ex
 inæqualitate motus lunaris circa
 Terram; nam inde fit, ut pun-
 ctum illud respondens mediæ fa-
 ciæ respectu ipsius centri mutetur
 hinc, & inde tanto intervallo,
 quantum est totum discrimen in-
 ter motum æquabilem, quem di-
 cimus motum medium, & motum
 inæqualem, quem dicimus motum
 verum, nimirum pluribus gradi-
 bus.

Scilicet ¹ hæc ratio jam credita, vertat eandem
 Cur ad nos faciem, famulantum more, potenti
 Adstant qui Domino, paulum & cur Luna tremiscat.
 Sed præterquam quod latera hoc mutata tremore
 Solis his causis bene non aptare valebis; 195
 Num tibi mens facile hæc conjungere tempora possit,
 Ut nihil intersit, quibus & se Luna revolvit
 Axe super proprio, & Tellurem menstrua lustrat?
 Forsthan hic nunquam æquali sit tempore Lunæ
 Circuitus; certe quisque horum dissidet unus 200
 A multis, variant enim turbantur ab ipso
 Sole, aliisque etiam longum post tempus ab astris,
 Quæ Solem circa medium errabunda feruntur,
 Sæpe peregrinis itidem, ignotisque Cometis.
 Quin si forte velis mediam de pluribus unam 205
 Mensuris variis mensuram fingere motus,
 Ut fingunt, mediamque vocant, qui sidera norunt;
 Cum ficta quid perficies? an cernere, quidquid
 Fingere collibuit, possis? in sæcula longa
 Quis tibi servari vel eandem spondeat æquam, 210
 Scilicet ut causas ob tantas insinuari
 Nullum ne possit discrimen, tempore longo
 Multiplices ob circuitus quod denique tantum
 Augeretur, uti Lunæ foret altera prorsus
 Nunc facies, quam quæ tum primo tempore visa est? 215
 Di-

¹ Ostendit, hanc rationem non esse satis ad explicandam nutationem Lunæ: nec enim accuratè respondere phænomena ei hypothese, nec esse credibile sine causa aliqua determinata inducente nexum inter motum circa Terram, & conversionem circa proprium axem, utriusque periodos ita accuratè æquales esse, ut post longissimam annorum, & tot conversionum seriem nullum habeatur discrimen. Crescit autem hujus argumenti vis, si consideretur tanta inæqualitas motus circa Terram inducta ab actione Solis, Planetarum, Cometarum, ut idcirco non vero alicui, sed illi fictitio medio

motui debeat esse æqualis conversio circa axem, in qua ne post longam quidem illam seriem discrimen aliquod appareat: quod si medius etiam is fictitius assumatur motus; sunt plura indicia, hunc medium motum sensim mutari post aliquot sæcula, & cum tam lenta sit conversio circa axem, & tam aspera Lunæ facies, fieri utique facile posset mutatio aliqua in ipso tempore ejus conversionis; inductis autem perquam exiguis mutationibus non prorsus æqualibus, earum summa post multas conversiones evaderet utique ingens, nec eadem facies Telluri obverteretur.

Dicendum ¹ est igitur Lunam vel habere suarum
 Partium inæqualem textum, circum esse figura
 Vel non conflata simili sibi, parte sit omni
 Ut gravitas non æqua, nec æquo momine pulset.
 Nam si concipias istam procedere Lunam, 220
 Ut cursu partes æque distante ferantur
 Omnes inter se, quo cœpit, tendere perget
 Partibus haudquaquam converfis, nec revolutis.
 Interea gravitas in Terram flectere cogit;
 Fune Magister equum nitentem pergere rectâ 225
 Ut medius tenet, ille orbes iterumque, iterumque
 Agglomerat circum, & videt omni a parte moventem.
 Si tunc a Terra Lunæ per corpus agatur,
 Qua medium est, moles faciens binaeque, paresque
 Planities quæcumque, trahanturque a latere omni 230
 Haud minus hæc moles æqualiter usque, necesse est
 Servato jam Luna situ descendat eodem
 Partium, ut ante fuit, super axe revolvere nec se
 Incipiat quoquam. Gravitas in parte sed una
 Si major sit, erit pars ut magis ista deorsum 235
 Descendat, Lunam & se circa flectere cogat.
 Hac modo, quæ gravior, partem ratione locari,
 Fac, reputes, latere ut gravitas æqualis ab omni
 In Terram rapiat; cum deinde recesserit illo

Luna

¹ Assignat jam huius phœnomeni causam mechanicam, quam Maioranius protulit. Dicendum esse nimirum centrum gravitatis Lunæ non congruere cum centro magnitudinis, sive quod figura a spherica abluat, ut nimirum hinc, & inde a circulo tam nobis terminante non æque procurrat, sive quod in altero hemisphærio sit densior, quam in altero. Nam si Luna projiciatur motu parallelo, conabitur vi projectionis abire motu itidem parallelo, & sine ulla conversione circa axem proprium. Gravitas coget deflectere, quæ si inveniat globum homogeneum, coget quidem incurvare viam, sed partibus hinc, & inde æquilibra-

tis, nulla circa axem quempianam induceretur conversio, sed totus globus motu parallelo descendet ad arcum curvum. At si habetur inæqualitas; illa pars, quæ plus ponderat in Terram, debet utique se convertere versus ipsam, & descendere propius, quæ quidem, dum progressu centri Lunæ ab illo statu dimoveretur, perpetuo ob hanc præponderantiam regrederetur versus locum suum, ut lapis quidam inæqualis figuræ dum descendit in aqua, graviolem partem semper fundo obvertit, ac tantummodo nutare potest hinc, & inde, non potest fundo leviolem faciem obvertere.

Luna loco haud mutata suis in partibus, ipsum	240
Quod Terram punctum prius aspiciebat, abibit,	
Aspicietque aliud; circum at nova puncta manebit	
Jam non par gravitas, cum nec globus illa, nec æque	
Densa sit; ad punctum subito venietur, ubi istinc	
Pars gravior, levior pars illinc altera constet.	245
Propterea assidui conatus exorientur	
Partibus ad positus se primos restituendi.	
Cum paulum Luna a statione recesserit illa,	
Hic erit exiguus conatus, crescet at idem	
Aucto pro spatio, donec tum denique major	250
Conatu fiat perstandi una in ratione.	
Quare non positu nimium discedere ab illo	
Luna queat; plus, sive minus sed abire necesse est	
Ut fuerit sua mobilitas majorve, minorve.	
Quapropter faciem semper convertit eandem	255
Ad Terram, nisi se quantum in latera utraque vibrat,	
Paulum nempe, suo tenues dans corpore nutus.	
Sic quoque cum lapidem non omni a parte rotundum,	
Aut ferrum æquoreis projectum mergimus undis,	
Volvitur in fundum haud libratis partibus, & se	260
Inchoat in gyros hac illac vertere frustra,	
Dimotæ redeunt nam partes, ad mediumque	
Se subito flectunt; sic non nisi nutat eundo.	
Jam ¹ videas, quare res hæc, contingere dico	
Quam Lunæ Terram cingenti, astrisque secundis	265
Fors aliis medium Jovis & cingentibus orbem,	
Saturni & medium; Solem cingentibus insum	
Non contingere item possit primoribus astris;	
Quæ tantum colere, & Regem revereri obeundo	
Velle videntur, at officium servile recusant.	270
À varia gravitate petès discrimen idipsum	

Pro

¹ Hoc phenomenon Lunæ obvertentis eandem faciem Telluri, commune fortasse etiam aliis Satellitibus Jovis, & Saturni, affirmat, non esse commune Planetis Primariis, qui eandem semper Soli faciem nequaquam obvertunt, atque id idcirco, quod nimis ab eo

distant: inde nimirum fieri, ut inæqualitas gravitatis diversarum partium in Solem ipsum ad gravitatem totalem habeat rationem ad sensum nullam, quam ob causam ea non possit inducere ullam rotationem sensibilem, si initio sit projectio impresso motu parallelo omni-

LIBER SEXTUS

209

Pro longe vario spatiorum nempe recessu .
 Nimirum cum pars in tracto corpore major
 Una est , ut corpus se circum cogere verti
 Fortius acta queat , si tentes altius ipsum
 Evehere e medio corpus , decrescat eundo
 Cum gravitas , decrescet item vis partis in axe
 Vertendi corpus ; demum si maxima consent
 Intervalla , magis partis tenuata , magisque
 Vis ea majoris cum vi exæquabitur omni
 Circum aliarum , ut non ullo convertere motu
 Ipsa queat corpus , variosque inducere nutus . -
 Quare si corpus non extra exceperit ullum
 Circa se motum , non illam flectere sese
 Propter vim partis poterit . Primoribus astris
 Proin longe evectis medio de Sole , necesse est ,
 Non inferre queat motus id scilicet ullos ;
 Ut veluti Proceres Domina videantur ab aula
 Disjuncti procul , audentes proin regia iussa
 Negligere , ast alios adstantes ad sua cogant
 Imperia : id notos aliis namque indere motus ,
 Ut docui , possit , Lunæ velut , atque Secundis
 Saturnique , Jovisque astris , quia cominus adsint .
 Atque his principio si extrinsecus aditus esset
 Semper multiplices in gyros se glomerandi
 Impetus ; inducens partes libramen in omnes
 Vis ea paulatim , seu tardans , sive secundans
 Impressos motus , faceret tum denique , ut illi
 Circuitus , axemque super , totumque per orbem
 Qui sunt , uno prope tempore conficerentur ;
 Propterea ut parvo sit opus discrimine densa
 Astri in materia , sive in variante figura .
 Quare ¹ nonne vides , rerum ut Natura reposcat

275

280

285

290

295

300

T.II.

O

Ipsa ,

omnibus particulis : & ubi aliqua
 rotatio initio impressa fuerit glo-
 bo in ea distantia ingenti proje-
 cto ; ejusmodi inæqualitas non nisi
 admodum insensibiliter turbare pos-
 sit æquabilitatem rotationis ipsius .

¹ Cum ipsa Natura requirat in
 astris proximis illi , circa quod

revolvuntur , ut eandem semper
 faciem ipsi obvertant , quod in
 remotis non accidat ; inde affirmat
 posse conjici , idem etiam accide-
 re in Satellitibus Jovis , & Sa-
 turni . Et quidem ejus rei indicium
 haberi in extimo Saturni Satellite ,
 qui semper , ubi ad certam po-
 sitionem

Ipsa, ut Luna sua facie se vertat eadem
 Perpetuo ad Terram? proin ut quoque credere possis 305
 Pertacile, assimili circum vertigine volvi
 Saturni, atque Jovis Comites, id lumina quanquam
 Nostra sibi nequeant supponere, ni Comes unus
 Saturni, extremo qui desuper ordine perstat,
 Forte per ambages, genus hoc, rem prodere tentet. 310
 Semper, cum proprii venit ad loca certa meatus,
 Saturni eoa cum nempe moratur in ora,
 Deficit ille, & se quærentes ludit acutos
 Quanquam oculos; hujus jam non erit invia certe
 Defectus ratio, vultus convertere eosdem 315
 Illum ad Saturnum si concipis, eoque
 Propterea cum Saturni de parte vagatur,
 Semper idem latus ex illa convertere parte
 Ad nostros oculos; tegere illud namque videbis
 Plusquam aliud quodcumque latus caligine posse 320
 Obscure maculas, neque nostros inde lacessi
 Possit oculos; proin ex illa regione latere
 Ut sit opus nobis frustra inspectantibus astrum.
 Tum regione loci mutata, corporis ipso
 Et latere, extemplo sub lumina nostra redibit. 325
 At quid Saturnique, Jovisque sequacibus astris
 Ex aliis porro conjectes, fulgere luce
 Dum variante yides in partibus orbis eisdem?
 Forsitan hoc circa sese glomerata revolvit
 Indicet illa, nec una intro convertere semper 330
 Se facie ad prima, & dominantia sidera, proinde
 Densa æque mole, ac prorsus constare rotunda.

Sed

sitionem devenit respectu Saturni,
 evanescit ex oculis: id quidem pos-
 se tribui maculis, quæ in certa par-
 te ejus superficiei majores sunt,
 quæ ipsa superficies semper in ea
 positione obvertatur Terræ, cum
 obvertendo eandem semper faciem
 Saturno, debeat eandem in cer-
 tis ad ipsum positionibus & Ter-
 ræ obvertere. Quod in aliis Sa-
 tellitibus Jovis, & Saturni in ea-
 dem etiam positione ad suos Pri-
 marios habeantur mutationes va-

riaz in quantitate luminis, id No-
 ster tribuendum esse affirmat vel
 figuræ accuratius sphericæ, & den-
 sitati æquali, unde fiat, ut non
 eandem semper obvertant Prima-
 rio suo faciem, vel maculis ad-
 ventitiis, uti sunt solares maculæ,
 quæ jam habeantur in illa eadem
 parte, jam desunt. Sic etiam in
 Terra nives, & nubes debent ali-
 quam varietatem luminis inducere
 prospectanti Tellurem ipsam.

Sed si nec prorsus tornata mole, nec æque
 Esse velis densa, variantibus haud male circum
 Id referas maculis; velut in Jovis ore videtur
 Multiplex, varioque fitus formasque receptans
 Falcia, quæ varia lucem quoque parte retundit.

335

Jam¹ veluti ratio, qua Cynthia vertit eandem
 Ad Terram faciem, Comites quoque possit ad omnes
 Perfacile induci; cur non & cætera multa
 His tribuas pariter, fieri quæ diximus ante
 In Luna, positus dum mutat, tempora, motus?
 Quin plures illic causæ sunt, mutua turbant
 Nam se præterea, vicibusque ita pluribus errant.

340

Utque² in Lunigero supera jam diximus orbe
 Mutatos nodos, eadem non persistet in ipso
 Et res, & ratio Saturni scilicet augmen
 Amplectente orbe, & nusquam tangente rotundum,
 Qui mediis constat suspensus ut annulus auris?
 Nonne etiam in Terra similis res, causaque persistet,
 Cum sit plusquam alibi sublata æquante sub orbe?

345

Innumeras jam si Luna pro simplice Lunas
 Perpetuo sese tangentes ordine volvi
 Concipias circum Terram, cum quælibet harum
 Nodorum positum mutet, videatur, oportet,
 Annulus ut quidam circum (licet ipse solutis
 Partibus inter se est) totum se ferre per orbem;
 Atque ille haud aliter nodos variare, videntur
 Quam varie hîc Luna mutari simplice nodi.

350

Nunc aliquo facias compingi glutine Lunas,
 Ut solidus, nullaue fluens in parte sit orbis;

355

360

O 2

Muta-

¹ Ut constantem Lunæ positio-
 nem ad Terram transferri posse
 ad Satellites affirmaverat, ita ad-
 dit, & cæteras inæqualitates tri-
 bui debere etiam ipsis, quin im-
 mo & plures; nam præter vim
 perturbatricem Solis, ipsi etiam se
 invicem turbant.

de nodis orbitæ Lunaræ regredien-
 tibus post integras conversiones,
 transfert ad annulum Saturni, cu-
 jus nodi cum plano orbitæ Satur-
 ni ipsius debent eadem regredi.
 tum ad illum veluti annulum ma-
 teriæ extantis æquatorem versus,
 quem habet Terra compressa ad po-
 los, & elevata ad æquatorem.

² Hic ad explicandam præcessio-
 nem æquinoctiorum facit gradum,
 de qua agamus in supplementis;
 ac primo loco, quæ dicta sunt

Concipit primo cum ipso New-
 tono seriem quandam continuam
 Lunarum, quæ circa Terram con-
 vertantur.

. aliter. fin

Mutabuntur item nodi, non prorsus ut ante,
 Majorem cum pars hæc possit, at illa minorem
 Motum; sed motus tamen, ut fuit ante, manebit,
 Qui medius certe, qui scilicet inter utrumque est, 365
 Plus celerem, celeremque minus; namque ocyor ille
 Quantum hunc impellit, tantum tardatur eodem.
 Hos ergo in motus Saturnius annulus ibit;
 Proptereaque locis, secat illud queis iter ingens
 Falciferi Patris, it retrorsum, ut Lunifer orbis. 370
 At si Lunarum distensior annulus ille
 Introrsum sit, uti corpus tum denique ad ipsum
 Pertingat, circumque infixus adhæreat arde;
 Tunc quoque mutantur nodi, sed lentius; omnis
 In toto namque hic partit se corpore motus. 375
 Nunc ¹, ades, ad Terram in media regione tumentem
 Verte animum, inscriptumque puta, quantum potes, amplum
 Esse globum; quidquid superabit materiai,
 Æquantem excretum, circumductumque per orbem,
 Annulus illud erit, Terræ velut additus ipsi. 380
 Hujus quapropter nodi, loca nempe, vicissim
 Queis via Terræ magna illa secantur, & æquans
 Orbis hic inter se, debebunt quolibet anno

Ire

vertantur, ut unica Luna. Habere-
 retur quidam velut annulus con-
 stans ex Lunis nullo inter se ne-
 xu colligatis, cujus anuli interse-
 ctio cum plano Eclipticæ deberet
 habere nodos regredientes, ut uni-
 cæ Lunæ nodi regrediuntur. Coa-
 lescent jam Lunæ in unicum annu-
 lum solidum: hujus annuli nodi re-
 gredientur, non quidem ut ante;
 nam aliæ partes alium requirent
 motum, cum in unica Luna nodi
 jam progrediantur, jam regredian-
 tur, ut diximus. Affirmat tamen
 cum Newtono morum medium
 horum nodorum fore eundem, ac
 prius, elidentibus se mutuo acce-
 lerationibus, & retardationibus.

D'Alambertus hoc Newtoni as-
 sumptum affirmat esse falsum, &
 idcirco totam Newtoni theoriam

id. errata.

hanc reformandam censet, & cor-
 rigit; quanquam est & alius ma-
 gni nominis Geometra, qui in hoc
 ipsum problema per geometriam
 inquirens, ope calculi facilis me-
 todo Newtoni, totam ejus theoriam
 ipsam tueatur, ac demonstratam
 censcat.

Hanc igitur mutationem subire
 affirmat Saturni annulum, qui annu-
 lus habebit retrogredientes nodos
 suos cum plano orbitæ ipsius Sa-
 turni. Si autem is pertineret us-
 que ad globum Saturni, haberet
 adhuc nodorum retrogradationem,
 sed multo minorem, quia eodem
 motu deberet secum totam globi
 massam abripere.

1 Jam ad rem ipsam delabitur,
 & considerat Terram, ut globum
 quendam, qui habeat adnexum
 sibi

Ire retro, atque eadem non unquam sidera Cæli
Respicere, at sensim mutare, sed ordine semper
Signorum adverso, seque in contraria ferre.

385

Tempora propterea facientia noctibus æquos
Esse dies, redeunt non, cum rediisse videtur

Sol ad eas Cæli partes, quas liquerit anno
Anteaſto, verùm prius, ut præcedere paulum
Idcirco dicantur ea ipsum tempora Solem.

390

Nodorum ¹ hunc igitur regressum Lunaque, Solque
Viribus efficiunt obliquis in loca circum
Edita Telluris, magnoque tumentia gyro.

Sed plus Luna facit longe, longeque propinqua,
Quam Sol, qui spatium interjectum immane relinquit.

395

Hunc numeris qui tentavit deprendere motum

Vis utriusque simul conjuncta effecta requirens;

Nempe ubi se in medio majora minoribus æquant;

Particulas decies quinas æquare quotannis

400

Repperit, illarum tenui quæ ex ordine constent,

Nempe gradum decies si sena in fragmina scindas,

Atque iterum decies in senas quæque resolvas

Fragmina particulas. Servato inventa probantur

O 3

Hæc

sibi amplum annulum materiæ ex-
tantis in parallelis omnibus, cujus
omnes particule motu diurno mo-
vantur circa axem æquatoris, ut
Luna motu menstruo circa axem
sue orbitæ. Quare nodi hujus annu-
li, sive intersectiones æquatoris
cum plano Ecclipticæ debebunt re-
gredi singulis annis, & ipsum pun-
ctum æquinoctii verni respicere
quotannis fixas occidentaliores, ac
proinde æquinoctium continget
paulo ante, quam contigisset sine
hoc motu, ubi nimirum locus
apparens Solis appulerit non ad id
Cæli fiderei punctum, quod sectio
verna, vel autumnalis respiciebat
anno superiore, sed quod respicit
post annum.

¹ Porro motus nodorum Lunæ
oriatur ab actione inæquali Solis
tamammodo, ac motus hic nodo-

rum Terræ, seu intersectionum
æquatoris cum ecliptica, effici de-
bet tam ab actione inæquali So-
lis, quam ab actione inæquali Lu-
næ in eam exuberantem materiam.
Sed multo plus pendet ab actio-
ne Lunæ hic motus, quam ab ac-
tione Solis, cum semidiameter
ejus annuli sive semidiameter Ter-
ræ, a qua pendet inæqualitas actio-
nis, multo majorem habeat ratio-
nem ad distantiam Lunæ a Ter-
ræ, quam ad distantiam Solis a
Terra, atque is excessus est tan-
tus, ut actio Lunæ adhuc præva-
leat, licet ejus massa sit tanto mi-
nor, quam massa Solis.

Ob eandem rationem inferius pa-
tebit etiam in æstu maris orto a
simili causa actionem lunarem præ-
valere solari.

Jam vtro illud addit, Newto-
num,

Hæc Cælo; decies quinis his namque videmus
 Omnia particulis revera quolibet anno
 Sidera ab ingressu veris, nodoque prioris
 Disjungi, & rubrum decedere semper in Ortum.
 Proin¹ modo ab antiquo diversus Signifer extat,
 A Tauroque Aries, Polluce, & Castore Taurus,
 Hi Cancro expulsi, & sic vellere denique Pisces
 Phryxæo; verum constant, quæ tradita primum
 Nomina sunt, Ariesque suis proin cornibus usque
 Ver aperit, proin Libra pares examinat horas
 Autumni; gemitibus annorum hæc millibus acta.
 Hac ratione itidem Cæli non partibus hæret,
 Queis quondam cardo, atque eadem non sidera signat.
 Et veniet tempus, quo jam polus ipse minorem
 Paulatim magis usque remotus deserat Ursam;
 Non tunc conspicienda sit ut Cynosura per æquor
 Amplius undisonum nocturno tempore nautis,
 Demum hæc cuncta loco referentur versa priori
 Post decies sena, & biscentum sæcula lapsa.

Non² fat erat tamen hos motus pro quolibet anno

Astro-

nomum, qui ad calculum revocavit utriusque luminaris effectum, invenisse per suam theoriam illa ipsa 50 secunda retrogressionis debet singulis annis, quæ habentur ex observationibus.

1 Inde deducit illam, quam Astrologi adhibent distinctionem Zodiaci in rationalem, & apparentem. Apparens Zodiacus, quem oculis cernimus est, qui constat stellis quibusdam, quarum congeries occupantes fasciam quandam celestem divisam in partes 12 appellatur illis nominibus Aries, Taurus &c. quæ dicuntur signa Zodiaci, atque horum postremum est signum Piscium. Rationalis autem, quem tantum mente concipimus, eundem locum occupat totus, & totidem signa continet iisdem nominibus designata, sed divisionis initium sit ab ipsa sectione verna, seu puncto æquinoctiali

verno. Cum id punctum regredietur in Occidentem illo lentissimo motu; omnia astra respectu ipsius progrediuntur in Orientem, & jam per bis mille annos, ex quo nomina sunt imposita, ita processerunt, ut Aries apparens sit in Tauro rationali, Taurus in Geminis, Gemini in Cancro, atque ita porro, Piscibus occupantibus præcam Arietis sedem. Inde autem & ipse polus, circa quem diurno motu videmus omnia converti astra, mutavit sedem; ac illud olim adveniet tempus, quo, quæ nunc est polaris stella in Uræ minoris canda, quam idcirco Cynosuram appellant, ab ipso polo recedat longissime, nimirum ad 47 gradus post annorum circiter 13 millia, post 26 millia annorum omnibus ad priorem sedem regressis.

2 Attingit alterum motum, quem appellant mutationem axis,

qui

LIBER SEXTUS

Astrorum, mediū qui sunt, reperisse, sed ipsa
 Vestiganda itidem discrimina cuncta, venirent
 Quæ Sole obliquos Terræ flectente jugales,
 Et Luna flectente suos. Servare licebat
 Orbem Luniferum præsertim, cum suis ille
 Ascendens nodus, qui dicitur, utpote Luna
 Scandente in Boream, primi secat Arjetis astrum,
 Longius a Terra media, qua ducitur æquans,
 Flectere, decedat quam signifer orbis eadem,
 Quinos quippe gradus Zona a torrente remotum.
 Contra, idem tetigit cum Libræ examina nodus,
 A media propius Terra, quam signifer orbis,
 Abduci, quinos nimirum a limite Zonæ
 Interiore gradus distantem; ut proinde sit omne
 Discrimen minimi pariter, summique recessus
 Denorum graduum a media Tellure tumentī.
 His a diversis repetendo flexibus ergo,
 Mutaque signorum, & numerorum oracula movendo,
 Anni regressus censerier incipientis,
 Verus & inde potest servari, sidera fixa
 Qui desert, motus. Non scilicet illa moveri
 Apparent aliter, detectum quam fuit istis
 Revera numeris nota ob discrimina certis.
 Tam bene servatis oracula ea consona rebus.

qui quidem potissimum pender ab
 inæqualitate præcessionis æquino-
 ctiorum. Nam æquator Terræ ad
 planum Ecclipticæ inclinatur in an-
 gulo fere constanti, qui nimirum
 paucis tantummodo secundis va-
 riatur. Hinc actio Solis in mate-
 riam redundantem ad æquatorem
 est fere semper eadem. At planum
 orbitæ lunaris ob motum nodo-
 rum perpetuo mutatur. Id inclina-
 tur proximè; gradibus ad planum
 Ecclipticæ, respectu cuius jam ca-
 dit ad partes æquatori contrarias,
 cum nimirum nodus ascendens est
 in principio Arietis, jam ad par-
 tes ipsius æquatoris, cum nimirum
 is est in principio Libræ, adeoque
 inclinatio ad æquatorem est minor
 in primo casu, major in secundo,

O 4 Nunc
 angulo ipsius orbitæ cum plano
 æquatoris majore in primo casu,
 quam in secundo 10 gradibus. In-
 de in primo casu actio Lunæ est
 multo major, quam in secundo.
 Ex his principiis, ait molestissi-
 morum calculorum opē inquisitum
 esse in motus hosce, & omnia ob-
 servationibus inventa esse confor-
 mia. Prostat D' Alamberti opus de
 hoc argumento geometria sublimi,
 & calculis altissimis refertum; vidi
 autem & brevem summi Geome-
 træ tractatum de eodem argumento
 nondum editum, ubi formulæ New-
 tonianæ methodo erutæ ad Geome-
 triam accedente magis, cum Brad-
 leyianis observationibus mirum in
 modum consentiebant.

Nunc ¹ locus est late undisonos maris ire per æstus,
 Oceanique statos immensi visere motus, 450
 Temporaque, & vires, & agentes æquora causas;
 Neve fluentibus, & refluentibus avehar undis,
 Vestris me audentem manibus sustollite Musæ,
 Naturæ quæ jam mores didicistis, & artem.
 Æquoris æstus item causis quoque pendet ab isdem, 455
 Luna quibus turbatur. Uti non æqua moventem
 In Solem gravitas Terræ, Lunæque meantum,
 Collatam Terræ Lunam turbare videtur;
 Sic & inæqualis gravitas, quam Terra recepit
 Partibus in variis non æque a Sole remotis 460
 Adducente, statum perturbat partium earum
 Inter se. Lunæ vires quoque viribus adde
 Phœbeis similes, sed plus turbare valentes,
 Utpote quæ Terram spectat vicina, facitque
 Intervallorum discrimina partibus ejus 465
 Majora. Hæ tollunt ergo a libramine vires
 Et Lunæ, & Solis concussas æquoris undas,
 Et motu impellunt vario, quem dicimus æstum.

Sed ² prius ad causas quam labar, dicere par est
 Quid fiat, motusque, ut sunt, evolvere cunctos, 470
 Et seriem veluti gestarum pandere rerum.
 Tunc effecta suis tribuentur cognita causis
 Persfacile: haud illas opus est finxisse, potentes
 Sed cognoscere & hic, quæ pluribus ante repertæ
 In rebus jam sunt nobis, variisque per artem 475
 Nexibus, & varia ratione aptare, modisque.

Scilicet ³ in partes ternas tribuenda putamus
 Effecta, in falsis quæ cernimus omnia campis.

Prima

1 Transit hic ad æstum maris, qui a gravitate itidem pendet, nimirum ab inæquali actione tam Solis, quam Lunæ in partes fluidi Terræ affusi, ut Solis actio inæqualis perturbat Lunæ motus; quin immo, ut supra innuimus, & Noster hic refert, multo plus Luna tanto propior, confert ad marinum æstum. Porro de hoc argumento agemus pluribus in supplementis de mare,

2 Ordinem proponit hujus tractationis: primo loco nimirum promittit se prolaturum phænomena marini æstus, tum ipsas non confictas, sed veras phænomenorum causas expositurum.

3 Quod ad phænomena pertinet, ea partitur in tres classes, nimirum in diurna, menstrua, annua, acturus de singulis.

Prima diurna feret pars, altera menstrua porro,
Tertia postremo feret annua; qualibet illa
Nempe die ut fiunt, vel quovis mense, vel anno.

480

Quaque¹ die pelago bis crescens alta patenti
Tollitur, & toties decrescens desilit unda.

Cumque tumens crescit, non summo in culmine pendet

Ante, orbem mediæ supera quam Luna diei,

485

Aut subter mediæ noctis trajecerit orbem.

Inque vicem cum descendit, non ante profundos

Pervenit ad fines, eoa prodierit quam

Luna, vel occidua sese demerserit ora.

Temporis hoc itidem momentum pendet utrumque

490

A positu Lunæ ad Solem. Intervalla necesse est

Temporis, undarum quæ sunt intersita magnis

Fluctibus, & minimis, nimirum cum meat ipsa

Luna extra æquantem luces cum noctibus orbem,

Prorsum inter sese non esse æqualia; eoque

495

Tempore præterea geminos neque surgere cursus

Æquoris exundantis ad æquum culmen, at oras

Integere impariles vario discrimine, ut illo,

Abluit Europæ qui lambens littora, ponto

Undas majori sit opus cumularier auctu,

500

Nimirum cum Luna terens Borealia signa

Conspicui sese per Cæli sustulit oras;

Majorique itidem, pedibus contraria nostris

Demisit cum se, & de parti claudicat Austri.

Denique quaque die surgit velocius æquor

505

Insiuens, lapsis descendit lentius undis.

Men-

¹ Exorsus a diurnis phænomenis statim proponit illud, singulis diebus mare bis attolli, bis deprimi, maximam aquæ elevationem haberi post appulsam Lunæ ad meridianum, sive supra, sive infra horizontem, maximam autem depressionem post ejusdem Lunæ ortum, vel occasum: tempus ipsum maximæ æstus pendere a positione Lunæ ad Solem, quod tamen ad menstrua phænomena reducitur, ut & id, quod sequitur, partim ad

diurna pertinet, partim ad menstrua: nimirum intervalla temporum inter maximam, & minimam aquæ altitudinem Luna extra æquatorem existente inæqualia esse, ut & illud, esse tum inæquales ipsos binos æstus ita, ut nobis in Boreali temperata zona sitis æstus, qui habetur Luna extante supra horizontem, sit major eo tempore, quo ipsa versatur in signis Boreali-
libus, idem autem minor altero, qui sit Luna infra horizontem depressa,

Menstrua¹ nunc quæ sint, genus hoc, effecta canamus.
 Primò Luna meat cum vel contraria Soli,
 Vel conjuncta, magis moti tolluntur aquarum
 Fluctus, quam loca si tranet transversa, tumorque 510
 Hoc minimus paulo post tempore, maximus illo est.
 Præterea magis alta tenet cum Luna recedens
 A Terra loca, (si consent æqualia circum
 Cætera) crescentes undæ minus inferviscunt,
 At mage, cum nobis loca per vicina vagatur, 515
 Et pariter magis, æquantem cum læta per orbem
 Exagitat bigas, quam cum extra excurrit utrinque.
 Porro intervallum, geminos quod temporis extat
 Inter eos, qui se succedunt mutuà, cursus
 Integram post quamque diem, fit majus, ubi illa 520
 Cæca filet, vel plena micat. Diuturnius ac tum
 Multo tempus erit pariter, quod fugerit, ex quo
 Illa altum ad mediæ lucis devenierit orbem
 Scilicet, ad cursus primi, qui est maximus, horam.
 Postremo² sunt hæc in moribus annua moti 525

Occa-

pressa, ubi ea sit in hemisphærio
 australi. Demum addit & illud,
 singulis diebus generaliter velocius
 elevari aquas, quam deprimantur.

Porro hæc phænomena ita acci-
 dunt in aperto Oceano; & qui-
 dem æstus sit circiter binis horis,
 posteaquam Luna per meridianum
 transiit, cum anticipatione quadam,
 vel posticipatione, quæ provenit
 a positione Lunæ ad Solem. In
 portibus Europæ hora est alibi
 alia, prout majore gyro, vel mi-
 nore indiget unda, ut eo deveniat.
 Est autem quædam hora media ubi-
 que sua, & ubique deinde eadem
 ad sensum anticipatio, ac postici-
 patio pendens a positione Lunæ ad
 Solem, de qua hic aliquid in men-
 struis phænomenis, tum uberius in
 supplementis de more.

¹ Menstrua jam enumerat phæ-
 nomena: Æstus maximi sunt cir-
 ca syzygias, minimi circa quadra-
 turas ita, ut paulo post syzygias

ipsas, vel quadraturas ad illud ma-
 ximum, vel minimum deveniant:
 æstus majores sunt Luna Tellari
 proxima in perigeo, quam remota
 in apogeo: majores sunt Luna exi-
 stente in æquatore, quam extra
 ipsum; quæ quidem tres causæ ubi
 simul conveniant, æstus præter
 morem maximi sunt.

Est & aliud phænomenum, quod
 supra innuimus, quod quidem mi-
 ro consensu theoriz cum phæno-
 menis ad accuratum etiam calcu-
 lum redactis, mirum in modum
 ipsam Newtonianam theoriam con-
 firmat: nimirum intervallum inter
 binos æstus binorum dierum se
 immediate consequentium est ma-
 jus circa syzygias, minus circa qua-
 draturas, & hæc anticipatio, vel
 posticipatio pendens a positione Lu-
 næ ad Solem est illa, quæ ad calcu-
 lum accurate reducitur.

² Delabitur ad phænomena an-
 nua: maximos æstus esse in No-
 vili-

Oceani. Magis exsiliens turgescit in illis
 Temporibus, luces queis fiant noctibus æquæ,
 Cynthia si fratri conjuncta, oppositave stectat,
 Quam cum Sol tetigit Cæli vertentia signa.
 Tum quoque concussum convexius infilit æquor 530
 Terra a Sole minus discedente, atque remota,
 Quam cum se in spatia errando dimoverit alta.

Scilicet ¹ hæc servata diu, longosque per annos
 Collecta, & certo demum firmata Virorum
 Judicio, motus qui magni exquirere nuper 535
 Oceani voluere, atque ejus noscere mores
 Instabiles; varios proin portus, multaue ponti
 Littora lustratum fluctus adiere sonoros.

Jam quoque præcipua his communibus adjice quædam;
 Nullis de genere hoc agitari scilicet æquor 540
 Fluctibus, exiguum quod sit, quod & undique clausum,
 Nullis atque lacus omnes quantumlibet amplos;
 Majores undas cumulari ad littora porro,
 Qua ruit angusto constrictus gurgite pontus,
 Euripisque furit, quam qua distenditur ingens 545
 In pelagus; tum sæpe illic consurgere visum
 Quinque pedes decies, & longo excurrere tractu
 In terram; locaque esse, anni ad quæ tempore certo
 Advenit undarum nullus tumor, advenit anni
 Tempore verum alio (Barsham dixere vocantes 550
 Ton-

vilunius, ac Plenilunii æquinoctia-
 libus: tum vero cæteris paribus
 majores esse Sole perigeo, quam
 apogeo.

¹ Hæc omnia, affirmat, diligen-
 ti navigantium observatione depre-
 hensæ esse: generalia autem sunt ea-
 dem, quibus hic addit singularia quæ-
 dam, quæ pertinent ad certas quas-
 dam locorum constitutiones: maria
 exigua, & undique clausa, uti est
 mare Caspium, non habere hosce
 alternos æstus, uti nec lacus ur-
 cumque ingentes: majores haberi
 æstus in angustis quibusdam fretis
 ad littora, quam in aperto Oceano,
 & quidem alicubi in ejusmodi locis

ad quinquaginta etiam pedes ali-
 quando assurgere maria, & alicubi
 per plura millia passuum excurrere
 in terras ultra consueta littora: esse
 loca, in quibus quodam anni tem-
 pore nullus habetur æstus, quodam
 alio habetur aliquis, ut in Ton-
 chinensi portu Barsham, quem ip-
 se Newtonus memorat, in pleni-
 lunii, & novilunii æquinoctiali-
 bus nullus est æstus: esse alia lo-
 ca, in quibus plures, quam bini,
 habeantur æstus diebus singulis; ac
 demum ventos, & procellas per-
 turbare nonnihil æstum tantæ statæ
 tempora, quam magnitudines.

Tonchini portum, quo non fluit æquor inundans,
 Æqualis cum lux fit noctibus alma diei,
 Non refluit, Luna opposita, aut loca versa terente
 Ad Solem): esse etiam portus, & littora multa,
 Quo veniunt plures, quam bini, abeuntque vicissim 555
 Fluctus quaque die, sine lege & tempore certo:
 Præterea ventos, tempestatesque fluentis
 Perturbare vices ponti; nam sæpe retardant,
 Sæpe moras adimunt, minuunt quoque sæpe, vel augment.
 Hæc¹ sunt, quæ Veteres Naturæ arcana putarunt 560
 Invia, quæ propter, si vera est fama, fluenti
 Merfit se: Sapiens ponto, dum littora mæstus
 Lustrat ad Eubœam refluo spumantia fluctu,
 Quem non perciperet prorsum, ut caperetur ab illo.
 Hic furor interdum sublimia pectora vexat, 565
 Ut, ni cuncta suæ possint supponere menti,
 Indignentur, uti rerum de jure suarum
 Depulsi. Cur non videant, quam parva supellex
 Perceptorum animo? quantis Natura per omnes
 Sit fecunda modis res undique, quas tamen ipsis 570
 Prorsum ignorandum est? quæ tanta insania notis
 Ut paucis prima in Naturæ fronte locatis
 Debere ignotum nobis nihil esse putemus?
 At multi causas tot rerum quærere nuper
 Tentarunt, acri ingenio, plausumque repertis 575

Dein-

1 Phœnomenis expositis gradum
 facit ad ipsorum causas, quas diu
 incognitas extitisse ait ita, ut hoc
 censeretur quoddam Naturæ arca-
 num humanis mentibus inacces-
 sum, ubi & illud commemorat,
 quod perhibere solent de Aristotele,
 qui cum videret aquam in Eu-
 ripo, celebri inter Aulidem, &
 Eubœam freto, septies fluere, &
 toties resuere, nec causam ejus
 reciprocationis excogitare posset,
 se ipsum demersisse, ut ab eo, quem
 mente non caperet, caperetur; ubi
 occasione arrepta invehitur in cæ-
 cam hominum superbiam, qui non
 videant, quam parum sciant de
 Natura, & scire possint; adhuc ta-

men, addit, postremis hisce tem-
 poribus majore contentione ita in
 Naturam ipsam inquisitum esse,
 ut multa deprehensa sint: fuisse,
 qui & ad æstus marinum expli-
 candum hypotheses confixerint, quæ
 tamen paulo post conciderint,
 (Cartesiana quidem & Galileana
 æstus marini explicatio jam om-
 nino concidit), sed Newtonam
 demum, qui tum multa per gra-
 vitatem suam generalem & in Cæ-
 lo explicavit, & in Terra, nimirum
 Planetarum motus, ac Cometarum
 & Telluris figuram, ac motus axis
 varios, veram etiam marini æstus
 causam protulisse.

Deinde suis hilares, frustra tamen, ingeminarunt;
 Instabili fundata solo nam machina, visu
 Quamquam pulchra, trahat rimas, casumque, necesse est.
 Denique qui reperit gravitatem, hic cuncta peregit
 Ut Cælo, Terraque, ita magni in gurgite ponti, 580
 Omnes undique res, hoc certo ut pondere, firmans.

Scilicet¹, ut supera docui, ut Sol ipse Sorori
 In Terram vires, gravitatemque auget, ubi illa
 E latere excurrit, minuitque exinde vaganti
 Duplo plus imos orbis, summofque per arcus; 585
 Sic etiam Terræ diversis accidit ipsis
 Partibus ob Solem pariter, Lunamque trahentem.
 Quæ Lunæ, aut Soli Telluris subijciuntur
 Partes, averfa vel contra fronte latefcunt,
 Has partes, veluti Luna super ipse probavi 590
 Prætereunte sui hæc orbis loca, perdere oportet
 De gravitate aliquid, contraque acquirere, denis
 Hinc novies gradibus cum distant; proptereaque
 Ut librentur, eæ niti se tollere debent,
 Deprimere hæc; tum se quia vertit Terra rotatu 595
 Continuo, situs ad Solem, Lunamque trahentem
 Continuo mutatur; ea ratione fatendum est
 Nunc has, nunc illas liquidas confurgere circum
 Partes, & nunc has, & nunc demittier illas;

Lit-

¹ Causam ipsam sic expedit: ut in Luna supra vidimus, ejus gravitatem in Terram minui ab actione Solis in noviluniis, ac pleniluniis, in quibus ipsa vel versus Solem jacet, vel ad partes oppositas, augeri in quadraturis; ita itidem corporum supra centrum Terræ extantium gravitatem in Terram minui ab actione Lunæ, & Solis, ubi jacent in recta, quæ jungit id luminare cum ipso centro hinc, vel inde, & augeri circumquaque ad latus in distantia graduum 90. Quare dempto æquilibrio debent maria sub iis luminaribus attolli, ad latera deprimi, & cum diurna conversione jam alix marium partes eo loci appellant, jam alix; debebit in iisdem partibus haberi per diem

reciprocatio quædam elevationis, ac depressionis, quæ pariat æstum.

Eandem causam & aliter profert. Loca, quæ luminari obvertuntur, cum ab eo minus distent, trahuntur in ipsum plus, quam centrum: loca, quæ ad oppositam plagam sunt sita, cum distent magis, trahuntur minus, quam centrum ipsum. Quare illa conantur ipsum deferere, hæc ab ipso deseruntur; adeoque utrobique habetur recessus quidam a centro, sive tumor: at partes positæ circumquaque ad latera, obliquis attractæ viribus deprimuntur introrsus, & descendunt: hinc elevationis, ac depressionis vicissitudo, & æstus.

Littore proin uno non una stare fluentes 600
 Undas planitie; sed Terræ, unoque dici
 Circuitu, varias, summas percurrere, & imas,
 Allabique ideo pontum, contraque relabi.
 Quin alio hoc possis summam noscere pacto.
 Telluris partes, quæis Titan, Lunaque restâ 605
 Desuper impendet, plus, quam Terra ipsa, trahentur,
 Qua media est, & plus media hæc, quam desiquo partes
 Retrorsum positæ; proin debent anteriores
 Scilicet a media Tellure assurgere paulum
 Partes, posticis medium & deducere Terræ 610
 Paulum corpus ab his, proin tota tumescere utrinque.
 Quæ sunt ad latera, interius ratione prementur
 Obliqua partes; facient proin augmina primis.
 Ut ¹ tamen has singillatim cognoscere causas,
 Atque minutatim possimus, percipe primum, 615
 Rebus in his fieri quid debeat, æthere sidus,
 Lunave, Solve, unum si fulgeat, ipsaque constet
 Circum tota liquens Tellus, & tempore puncto
 Possit ea fingi forma, quam postulat ipsum
 Libramen, possitque aliam quoque tempore puncto 620
 Induere, ut motus nil turbent ante recepti;
 Tunc adjuncto alio quid in istis accadat astro,
 Quid Terra partim solida constante, quid ipsis
 Undis ad primum subito haud parentibus istum,
 Propter inertem vim, mutari quæque vetantem. 625
 Principio ² Luna nitente adducere Terram,

Terra

¹ Ut singula ritè oculis proponantur, concipi jubet Terram, ut totam fluidam, & spoliatam vi inertiae nimirum ita, ut figuram, quam æquilibrium requirit, possit momento temporis acquirere, & mutare; nam si aliam ante acquisierit, aliam præfens virium constitutio requirat, tempore aliquo est opus, ut illam deponat, hanc induat: tum prius consideretur alterius tantummodo luminaris actio, ut Lunæ solius, ac deinde & alterius actio consideranda accedat.

² Primo quidem ob inæqualem actionem Lunæ Terra huiusmodi fluida, etiam si mente ~~secludatur~~ vis centrifuga diurnæ vertiginis, debeat recedere a figura sphaerica, & induere figuram sphaeroidis productæ in ea diametro, quæ ad Lunam ipsam dirigitur, cuius sphaeroidis formam, affirmat, jam deprehensum debere esse ellipticam: id nimirum Mac-Laurinus demonstravit. Quamobrem intumescet fluidum ejusmodi, & elevabitur, ac maxima elevatio erit ibi, ubi Luna appellit ad Zenith, vel

Terra liquens possit non amplius esse rotunda,
 Longior hinc illinc sed se producet, ut ovum,
 Et Lunam, qua longa, videbit, scilicet illuc
 Longæ directo, quæcumque est, axe figuræ. 630
 Atque hujus jam certa per artem inventa figuræ.
 Natura est, oritur quæ coni a semine primo,
 Si veltigia linquat, ubi est super axe rotatum
 Majori circum. Quare pars altior illa est
 In Terra, summo cui supra in vertice Luna est. 635
 Inferius vel sub pedibus; depressior ora
 Illinc Telluris circum usque recedet utrinque.
 Illa aliis humilis mage erit quapropter, eo
 Quæ videt, occiduoque lavantem gurgite Lunam,
 Sic quoque, si Sol est, qui pertrahat, illa necesse est 640
 Longa sit in Solem simili constata figura.
 Sed quia vis Solis longe longeque, remoti
 Vi Lunæ minor est propioris, sit licet ipsa
 Sole minor; tumor ille exortus Sole trahente,
 Quam quem Luna facit, multo minor extet, oportet. 645
 Denique¹ conjunctis amborum viribus una
 Quid fiet? partes si Terræ prorsus easdem
 Commoveant, aut oppositas; super axe tumescet
 Illas directo Terra, oppositæque per oras;
 Namque axes geminis prognati viribus illis 650
 Efficiunt unum, qui tanto est longior, axem.
 At cum axes utriusque obversi ad sideris oram
 Non jam conveniunt, verum inclinantur utrinque

Mutua

vel Nadir; tum in aliis locis altitudo eo erit minor, quo ipsa loca inde magis distiterint, & maxima depressio habebitur, Luna in horizonte ipsorum sita. Actione Solis idem accidet in diametro obversa Soli; sed cum vis Solis tanto remotioris, quanquam & majoris, minor sit, ut diximus; minor erit elevatio sub Sole, & in parte averfa ab ipso.

¹ Hæc a separatis actionibus; quid autem a conjunctis? Si Luna, ac Sol in eadem jaceant recta linea cum centro Terræ, tum ve-

ro ut utriusque elevationis axes conveniunt, & fluidum maxime elevatur in binis punctis, nimirum in eo, quod luminaria directe respiciunt, & in eo, quod ab iis avertitur. Quod si axis directus ad Lunam non congruat cum axe directo ad Solem, sed obliqui sint, & angulos efficiant hinc acutos, & inde obtusos; tum intumescencia omnium maxima sub neutro erit, sed cadet in angulos eorum axium acutos, vicinior tamen lunari axi, quam solari. Hinc tres axes considerari jubet; axem Lu-

næ

Mutua, & efficiunt sic quattuor inclinati
 Inter se flexus obliquos, proinde nec æquos; 655
 Maximus ille tumor flexus jacet inter acutos
 Undarum, at verso in Lunam vicinior axi,
 Fitque axis Terræ hac media regione tumentis.
 Tres igitur, genus hoc, axes distingue, vocaque
 Lunæ axem, Solisque axem, Terræque tumentis. 66a
 Nunc illum Lunæ immotum confinge, tuaque
 Mente sequens alios circum, quocumque ferantur,
 Percipe, quos habeant & ad illum, & mutuâ circum
 Respectus, positusque, vices quæ cuique, modusque.
 Jam cum Luna filet, coeunt, ut diximus, omnes, 665
 Exinde immoto phœbeius axis ab axe
 Disjungi, & procul occiduas se ferre sub oras
 Continuo, donec rectâ ad latera ipsa secentur;
 Axis ad occasum quoque Terræ avulsus abire
 Principio; sed cum discesserit intervallo 670
 Ægre aliquo, verâ haud longo (cum scilicet a se
 Multo phœbejus properans velocius axis
 Digressus sit quinque gradus, deciesque quaternos)
 Retrorsum sua facta modo in vestigia fertur,
 Et redit in Lunam, & Lunai jungitur axi 675
 Tum, cum transversa media phœbeius ille
 Se posuit regione loci; qua deinde relicta

Per-

nz, nimirum diametrum Terræ,
 quæ producta transiret per Lunam,
 axem Solis, & axem maximæ in-
 tumescentiæ ortæ ex communi a-
 ctione utriusque, quem vocat axem
 Terræ: concipiatur primus immo-
 tus, dum secundo recedente a pri-
 mo post novilunium, recedit &
 tertius, ac considerentur horum
 motus, & relatio ad se invicem,
 ac cum illo primo.

Si axes in novilunio coeunt, uti
 diximus: post Novilunium axis So-
 lis abit in Occidentem respectu
 axis Lunæ, donec in prima qua-
 dratura fiat ipsi perpendicularis,
 abeunte Luna in Orientem respec-
 tu Solis, donec ab eo distet per
 quadrantem: Axis Terræ initio qui-

dem & ipse in Occidentem rece-
 dit ab axe Lunæ, sed multo minus,
 quam axis Solis: maxima ejus e-
 longatio ab axe Lunæ, sed ad-
 huc exigua habetur, ubi axis So-
 lis distet per 45 gradus ab ipso
 axe Terræ; tum retro regreditur,
 & in quadratura iterum congruit
 cum axe Lunæ: Continuante axe
 Solis motum suum usque ad ple-
 nilunium, quo motu prior ejus ver-
 tex pergit ultra quadrantem rece-
 dere a vertice axis Lunæ, sed al-
 ter ipsi oppositus sit ipsi propior;
 axis Terræ pergit moveri ultra
 axem Lunæ, & abit versus orien-
 talem plagam, ac ubi ab eo di-
 scesserit, quantum descenderat ad
 Occidentem, retro iterum in ple-
 nilunio

Pergit ad oppositam quia Solis protinus axis,
 Ipse quoque a Luna rursus divulsus in ortum
 Progreditur; multum non longo at tramite; rursus 680
 Namque gradus relegit; cumque oram venerit ille
 Prorsus ad oppositam, Lunæ hic componitur axi.
 Hæ redeunt quoque deinde vices, phœbejus in orbem
 Axis dum procedit, & altera dum loca visit
 E latere, atque ex his Lunæ dum transit ad axem. 685
 Adversa idcirco summi duo puncta tumoris
 Continuo huc illuc a Lunæ duplici puncto
 Subiecto oppositoque abeunt, redeuntque vicissim,
 Et citra excurrunt bis toto mense, bis ultra;
 Major & excursus tum fit, pollentior extat 690
 Cum Phœbi vis ad Lunæ collata vigorem;
 Ocyor atque locis idem est excursus in illis,
 Queis adversa meat Soli, conjunctaque Luna,
 Nec non & quarta queis orbis parte recedit;
 Proinde locis mediis, in parti scilicet orbis 695
 Qualibet octava, motus lentissimus exit.

Jam ¹ manifesta vides, quare advolvantur aquarum
 Majores cumuli ad portus, longeque propellant
 Littoream multo venientes agmine arenam,
 Cum Soli conjuncta silet, vel splendida tota 700
 Cynthia nocte micat; fraternis viribus addit

T.II.

P

Ipsa

nilunio cum eo congruit; quæ vi-
 ces redeunt eodem pacto a pleni-
 lunio ad alteram quadraturam, &
 inde ad novilunium.

Hoc pacto habebuntur in singu-
 lis lunaribus mensibus binæ oscil-
 lationes binorum punctorum maxi-
 mæ intumescentiæ hinc, & inde
 a binis punctis altero subiecto Lu-
 næ, altero ipsi opposito: ferentur
 nimirum puncta maximæ intume-
 scentiæ in Occidentem respectu ip-
 sis circa syzygias, & in Orien-
 tem circa quadraturas. Elongatio
 abem ipsorum eo erit major quo
 actio solaris respectu actionis luna-
 ris major fuerit, & motus circa sy-
 zygas, & quadraturas erit veloci-

simus, circa octantes perquam exi-
 guus.

Hanc omnem theoriam, & lo-
 cum maximæ intumescentiæ exhi-
 buit Daniel Bernoullius, eleganti
 usus, & expedita analysi in dis-
 sertatione, quæ inter præmio do-
 natas ab Acad. Paris. habetur ad
 an. 1740. Ejusdem solutionem geo-
 metricam & sanè simplicem, ac ele-
 gantem dedi ego in Romano Lit-
 terarum diario, quam & hic in
 supplementis exhibebo.

¹ Inde ad pluriūm phœnomeno-
 norum explicationem gradum fa-
 ciens, primo loco ponit illud: pæ-
 tere cur in noviluniis, & pleni-
 luniis æstus sint maximi, & mini-
 mi

Ipsa suam quia vim validam, & situs axibus idem est.
 At minor æstus erit, medio cum secta nitebit
 Corpore, ibi alter enim sustollit, ubi altera fluctus
 Deprimit, auget & hæc, ubi decutit ille vicissim, 705
 Mutuaque adversis pugnantes viribus obstant,
 Impediuntque; quod est discrimen, denique solum
 Apparet, quantum Phœbo pollentior ipsa est
 Nempe mari Luna in tollendo, æstuque ciendo.
 Sic gemini adversis venientes: partibus arcto 710
 Tramite si currus nectuntur, & axibus hærent
 Impliciti extremis; sævi insonuere flagello
 Protinus aurigæ, & stimulant clamore jugales,
 Verberaque ingeminant, quippe æmulus ardor utrumque,
 Et furor exagitat; demum quo fortior urget 715
 Quadrupedum vis, itur, iterque id carpitur una
 Tantum, quo superans vis fervida raptat equorum.

At ¹ quia materies vi prædita semper inertis est
 Omnis, aqua in subitam nequeat se vertere formam,
 Quam poscunt, rerum quæ sunt præsentia; motus 720
 Nam remanent prius impressi, turbantque recentem;
 Pendula virga velut vibrata haud sistitur uno
 Desuper adveniens puncto, sed surgit in arcum
 Oppositum contra gravitatem, quo prior urget
 Impetus; usque recens gravitas demum addita vincet. 725
 Inde fit, ut motus, quos diximus ante, fluentis
 Omnes Oceani contingant serius, ipsæ
 Quam notæ poscunt causæ, & discrimina quædam

Præ-

mi in quadraturis. Nam in illis, congruentibus axibus Solis, & Lunæ eorum actiones conspirant, in his alterius actio alterius actionem impedit. Patet autem lunarem actionem esse majorem solari; cum, ubi penitus opponuntur, nimirum in quadraturis, Sole depressionem procurante ibi, ubi Luna elevationem imperat, Lunæ, non Soli pareat intumescencia, utut minor, quæ nimirum respondet soli differentie actionum.

1 Vim inertie hic considerat: cum maria non possint accipere momento temporis eam positio-

nem, quam æquilibrium requirit, sed motus ante impressi perseverent, aliquo tempore a novis viribus destruendi, ut penduli pondus ascendit velocitate jam concepta, licet gravitas per totum ascensum retro ipsum urgeat, donec omnem illam priorem velocitatem extinguat: hinc omnia illa phænomena, quæ ab æquilibrio exiguntur, serius accidunt, quam sine hac inertie vi acciderent. Sic ex: gr: æstus in ipsis syzygiis non advenit etiam in libero Oceano Luna appellente ad meridianum, sed una, alterave hora post.

Præterea irrepant, tibi quæ memorabimus infra.

Denique ¹ Terra liquens quamvis, ut finximus ante, 730

Undique jam non sit; dubitesne, ea fluvida partim

Cum sit, quin poscat librari, & proinde figuram

Induere hanc ipsam, quam circum tota subiret,

Si nihil officeret solidum, restansque superne?

Perfacile ² evolves jam tutemet, exque plicabis 735

Omnia rebus ab his memorata effecta, diurna,

Menstruaque, annuaque, his causas aptare repertas

Si tentes. Quid enim? non causis cernis ab istis,

Æstifer ut bis quaque die consurgere motus

Debeat in pelago, bis & idem ponere aperto? 740

Ut tumor adveniat, postquam orbem Luna diei

Transierit mediæ, mediæ infra noctis & orbem?

Ut mare demittat se contra, inviserit ortus

Postquam, obitusque eadem? momentum hoc pendet utrumq.

A positu Lunæ ad Solem variante; tumentis 745

Nam quoniam Terræ modo ad ortum flectitur axis,

Et modo ad occasum; maturior accidit idem

Fluctus ad occasum, sed contra fluctus ad ortum

Senior; illud, ubi laterum orâ enaverit; ast hoc,

Postquam delituit, vel Cynthia tota resulsit. 750

Non causis quoque cernis ab his cur debeat esse

Æstium inæqualis geminorum motus, ab orbis

Finibus æquantis cum distat Luna? diurno

Tunc motu non Luna orbem contundit eundem,

P 2

Ac

¹ Licet Terra non sit tota fluida, affirmat, maria debere induere eandem formam, quam induerent, si tota fluida esset. Id quidem verum est, si pars solida sit homogenea in se ipsa, & cum parte fluida, ac nihil, vel fere nihil emergat; nam nexus mutuus partium nihil æquilibrium turbat in partibus solutis. Partes, quæ emergunt, turbant nonnihil vires gravitatis, quas multo plus turbat heterogeneitas internarum partium, siqua sit: sed si adhuc curvatura æquilibrii, quæ haberetur sine hisce actionibus Solis, & Lunæ,

non multum differat a figura, quam homogeneitas requirit, differentia inducta ab hisce actionibus in se perquam exigua nihil ad sensum different ab iis, quæ inducerentur in casu homogeneitatis: & si ea æquilibrii figura non multum differat a sphaerica, tumores erunt iidem, quos sphaerica figura requirit. Soliditas partium extantium aliam turbationem inducet impediendo propagationem promptam undarum, de quo inferius.

² Conglobationem hic explicat plurimorum phaenomenorum incipiens a diurnis: patere, affirmat,

ex

Ac ipsi oppositum punctum, quo scilicet errat
 Ex ortu occasuque alias trans ætheris oras;
 Cunctisque ab Boream regionibus; ipsa Borea
 Si per signa meet, supra caput altius ibit,
 Oppositum id punctum quam porro scandere possit,
 Ipsa ubi se mediæ demisit noctis ad orbem;
 Ille tumor debet proin altior esse sequente.

751

760

Quid¹ memorem, cur Luna ferat conjunctave Soli
 Majores æstus, oppositave, quam loca pergens
 Per laterum hinc illinc? & cur non maximus æstus
 Fiat tempore eo, sed qui post advenit, alter
 Vel post hunc, porro sive alter? tute quod ipse
 Percipias, si vim possis cognoscere inertem,
 Quæ vetat, ut subito causis obtemperet unda;
 Sic venit a media quæ luce, calentior hora est,
 Plusque dies post solstitium infervescere fuerunt.
 Æstivæ, plus post brumam crudefcere noctes
 Hybernæ: medios prævertit causâ tepores.

765

770

An doceam, Luna a nobis abeunte remota
 In loca, cur æstus longe, longeque minores
 Procurrant? Spatio ignores decrefcere vires?

775

At

ex iis, quæ dicta sunt, cur maria singulis diebus bis intumescant, bis detumescant: cur maxima intumescencia haberi debeat aliquanto post appulsam Lunæ ad Meridianum supra, ac infra horizontem, maxima detumescencia aliquanto post ortum, & occasum: cur id ipsum momentum maximæ intumescentiæ pendeat a positione Lunæ ad Solem; ut nimirum a novilunio, & plenilunio usque ad quadraturam proximam, quo tempore axis maximæ intumescentiæ jacet respectu axis Lunæ ad occidentem, celerius res contingat, quam in syzygiis, & quadraturis, contra vero a quadraturis ad syzygiam proximam ob oppositam rationem ferius: cur inæquales debeant esse hi bini æstus Luna extra æquatorem sita; cum nimirum in eo casu Luna, & punctum ipsi

oppositum non percurrant eundem diurno eundem circulum, sed diversos, unde fit, ut Luna habente declinationem boream, magis accedat ad zenith ipsa, cum ad meridianum appellit supra horizontem, quam punctum ipsi oppositum, cum ea appellit ad meridianum infra horizontem; & idcirco prior æstus posteriore in eo casu sit major.

¹ Ad menstrua phenomena transiens innuit tantummodo æstus majores in syzygiis, quam in quadraturis, quod paullo ante exposuerat, ut & illud a vi inertia repetit, cur maximi æstus non habentur in syzygiis accurate, sed secundum vel tertii post ipsas: tum & illud innuit, quod per se patet, æstus ceteris paribus majores fore Luna perigea, quam apogea.

At, cur progrediens æquantem Luna per orbem
 Majores fluctus extollat, & ardet inundans
 Littoreas nautis plusquam ullo tempore arenas,
 Protinus haud illo pateat, quo cætera, pacto.
 Est, super alterutro qui Lunam proinde polorum 780
 Cardine perstantem fingat, mutarier undas
 Et cum percipiat tum non debere, tumorem
 Sed constare parem, qua Terræ ducitur axis,
 Cardine disjungit paulum, parvasque creare
 Tum nescit debere vices, nam parvus ibidem 785
 Cum Terra simul est tumidarum gyros aquarum.
 Quapropter quo Luna polo vicinior uni est,
 Sive æquante magis quo deducetur ab orbe,
 Equoreos æstus tanto vult esse minores.
 Verum quantumvis mutari tum minus æquor 790
 Contingat; tamen esse loco haud quocumque minores
 Debebunt æstus. Æquantem quæ loca longe
 Prospiciunt orbem, veluti nos, maximus æstus
 Abluet haud alio nimirum tempore, quam quo
 Luna æquante procul tantundem abcesse-rit illo, 795
 Si queat, orbe; tumor nam tum, qui maximus, illinc

P 3

Pra-

* Transit ad explicandum, cur
 cæteris paribus æstus majores sint
 Luna existente in æquatore, cu-
 jus phenomenon causam affirmat es-
 se minus obviam, ac primo loco
 innuit, & rejicit explicationem da-
 tam a Bernoullio in memorata dis-
 sertatione, tum eam exhibet;
 quæ ego, illa rejecta, in mea
 dissertatione de araris æstu exhibui.

Is concipit Lunam primo qui-
 dem in æquatore sitam, deinde
 abire paulatim ad utrumvis po-
 lum. Mutatio, inquit, figuræ ter-
 restris ex ejus motu debet fieri eo
 minor, quo ea ad polum ipsum
 accedit magis; nam ubi in ipsum
 defuit, cessante penitus omni diur-
 no motu, nulla habebitur figuræ
 mutatio, & nulla reciprocatio.

Verum quidem est, mutationem
 eo minorem fieri respectu totius

Terræ, quo Luna magis ad po-
 lum accedit, sed non respectu lo-
 corum quorundam particularium,
 in quibus adhuc & oritur, & oc-
 cidit. Concipiamus Lunam ita re-
 cedentem versus polum boreum:
 ea accedet ad nostrum zenith, & ubi
 declinatio ejus fuerit æqualis nostræ
 latitudini geographicæ, transibit per
 ipsum zenith. Quare is æstus eo
 erit major respectu nostri, quo ea
 magis recesserit ab æquatore us-
 que ad eum limitem; & quoniam
 tum quidem adhuc oritur, & oc-
 cidit, nos eo tempore & ma-
 ximam altitudinem, & maxi-
 mam depressionem aquarum ha-
 bebimus, adeoque maximam reci-
 procationem, quanquam sequens
 æstus respondens Lunæ appellenti
 ad meridianum infra horizontem
 erit multo minor, puncto Lunæ
 oppo-

Præterit: at tumor hic certe haud pertinet eodem,
 Luna iter æquantis medium cum cõteret orbis,
 Sed loca confadet supposita. Ergo incipit orbem
 Deserere æquantem si Luna, atque usque recedit, 800
 Æquoris unda loco debebit major eodem
 Surgere perpetuo, dum fiat maxima, Luna
 Æque dimota: plus ipsa abeunte, poloque
 Accedente uni, decrescere, diminuique
 Paulatim, donec mutari desinat æquor, 805
 Nec subeat persistente vices in cardine Luna.

Concipe¹ propterea Lunam super orbe vagantem
 Æquante; in Terræ tunc oris omnibus æquum
 Temporis est spatium, quo Cynthia transit ab ortu
 Ad Cæli culmen medii, & quo volvitur ex hoc 810
 Culmine in occasum, seu supra, sive sit infra.
 Quare inter geminas refluentes, atque fluentes
 Undas, tempus item par intercurrat in omnes
 Undique Terrarum tractus, & uterque sub uno
 Maximus undarum tumor accadat orbe; necesse est. 815
 At cum Luna terit dextros, lævosve meatus
 Orbe æquante procul, loca cuncta æquante remota
 Orbe procul pariter supero non æthere cernunt
 Æqua & supposito ducentem tempora; quare
 Æquoris unum inter cursum, geminosque recursus 820
 Tempus longius est, porro ocyus inter eosdem,
 Atque alium cursum: & qui maximus extat utrinque
 Præterea geminus tumor, infra nempe, supraque
 Confurgens, æquante æqualiter orbe remotus
 Atque hinc atque illinc, non tramite fertur eodem 825

Qua-

opposito distante plurimum a nostro zenith. Progrediente Luna versus polum perpetuo, etiam respectu nostri æstus decrescet itidem perpetuo, & ipsa appellente ad polum, fiet nullus. Quare reciprocatio æstus respectu nostri in illo motu fictitio Lunæ ab æquatore usque ad polum non decrescit perpetuo, sed debet crescere, donec Luna possit advenire ad nostrum zenith, tum decrescere.

¹ Hinc aliam hic exhibet explanationem illam meam. Nimirum Luna existente in æquatore, tam ipsa, quam punctum ipsi oppositum describunt eundem circulum, & pro quovis Terræ loco ortus, & occasus æque distant ab utroque appulsu ad meridianum. Quare secundus tumor maximus eodem advenit, quo advenerat prior, & illi æqualis est, ac æquali intervallo temporis adveniunt maximæ depressiones post maximas elevationes,

Quaque die, sed diversos procurrit in orbes,
 Et loca continuo mutat; nec qua regione
 Fit prior, hac ipsa fieri queat alter in ora.
 Jam primum si post cursum, primumque tumorem
 Ex improvise Lunam cessare movere 830
 Coningas maria, illa in se suspensa recumbent,
 Atque cadendo ultra procurrent impete cœpto,
 Et se demittent plus, quam libramina possunt,
 Atque iterum exsurgent, iterum labentur eisdem
 Usque locis, & itus æquali tempore fient, 835
 Et reditus, & ubi est prior horum, ibi & alter, & alter:
 Sic etenim impressos conservat inertia motus.
 Porro suspensas æquante sub orbe moranti
 Redde suas Lunæ vires; bene congruat istis
 Vis, quæ servat iners motum, nam tempore, & orbe, 840
 Convenietque situ; proin incrementa sequentes
 Usque ferent primis vires; atque omnia reddent
 Majora. Æquantem at contra si Luna sit extra
 Orbem, quidquid erit post factum a viribus ejus,
 Vi pugnabit inerti, ipsi non orbe, locoque, 845
 Tempore non concors; hinc cuncta minora, necesse est,
 Utpote turbata, & sese inter dissona, fiant.
 Summi non aliter pendentia culmine templi
 Ærea demisso cum pondera fune moventur,
 Ut populum festis cieant ad sacra diebus; 850
 Quique suo impulsus si tempore transmittantur,
 Nimirum nova vis cumulabitur usque priori,
 Quæ celeret lapsum, quæque altius efferat æra;
 Tempore sin alio, atque alia de parte lacerti

P 4

Impel-

tiones, & viceversa. Hinc oscillatio quædam marium instituitur, in qua conspirantibus actionibus cum motu jam impresso, quotidie crescit effectus. At Luna extra æquatorem sita, nec secundus tumor maximus advenit ad eundem locum, ad quem advenit primus, nec æqualibus temporis intervallis ii distant ab ortu, & occasu, adeoque a maximis detumescit; quamobrem motus undæ posterioris diversus admodum a motu prioris, turbatur ab ejus continuatione ortu a vi inertiae, & confunduntur invicem; adeoque decrescit totalis effectus. Sic in pulsando ære campano, si nova per funem impressio motus fiat, dum manubrium descendit, facile augetur, & conservatur oscillatio: sed si quis funem trahat, dum manubrium e contrario ascendit, oscillationem perturbat, & ipse plurimum defatigatur sine fructu.

Impellant, funemque trahant, licet usque valentes, 855
Imminuunt motum tamen, excursumque, sonumque
Impediunt; vires adversis viribus obstant.

E laterum¹ cum Luna locis movet æquoris undas,
Tam certa adstricti non æstus lege videntur,
Ut sunt, cum movet ex aliis, sublimibus, imis. 860
Exlex ipsa etenim ferri illa Luna videtur
Orbis parte sui magis, ulla quam regione.
Quare etiam antiquæ signantes cuncta tabellæ,
Lunai quæ sunt variis in moribus, omnes
Immane errabant, confectarentur in arcu 865
Dum Lunam gemino hoc; alia regione nec omnes,
Nec nimium, fraus forte illis tum siqua subesset.
Porro plus debent sensum turbantia cuncta
Afficere in parvis rebus, quam grandibus; illis
Nam facile emineat, quod in his vanescat; in æstu 870
Illa ideo apparent parvo, in majore lateſcunt.

Tempore² quæ Phryxi Vector, vel Libra comantem
Fert Solem, motum Luna a latitante fit æquor,
Sive etiam tota a rutilante tumentius, ille
Quam cum per Cancrum, perque Ægocerotæ vagatur; 875
Tempore namque illo saltem vicina vagatur
Luna tibi æquanti (ciet unde valentius) orbi;
Ast alio procul excurrit quoque, signaque lustrat
Hyberna, aut æstiva; ideo minus incitat undas.
Attamen haud subito summi, vim propter inertem, 880
Adveniunt æstus, minimive, ut diximus ante,
Summus erit, minimusque sed alter deinde, vel alter.

Denique cognosces quoque fluctibus augmina reddi
Illis temporibus multo majora, quibus Sol
Aspicit oppositam sibi, conjunctamque sororem, 885
Ipsi si Soli propior sit Terra; propinquo

Nam

¹ Hic exponit, cur extra syz-
gias æstus sint multo magis irre-
gulares: quia nimirum extra ip-
sas multo magis irregulares sunt &
motus Lunæ, uti diximus, cum
de ipsa ageremus.

² Ad annua phænomena demum
delapsus ostendit, cur in noviluniis,
& pleniluniis æquinoctialibus majores
sint æstus; quia nimirum tum &

Luna Soli conjuncta, vel opposi-
ta in ipso æquatore versatur: cum
maximi æstus non sint æquinoctia-
les ipsi, sed posteriores, tertii,
vel quarti, nimirum ob vim iner-
tiæ conservantem præcedentium
impressionum effectum: cur Sole
perigeo majores sint æstus syzy-
giarum, nimirum quia tum vires
Solis conspirantis majores sunt.

Nam magis e spatio trahit ille, magisque valenti
Tecum conspirat vi, Cynthia. Cætera solves
His facile exemplis, his causis, siqua per annum
Præterea sint, vel mensem servata, diemve.

890.

At ¹ non a causis his cernes, ocyus unda
Cur saliat, quam desiliat; non pondus aquai
Libratæ id peraget; per eosdem crescere namque
Temporis ipsa gradus, per quos decrescere debet.
Proinde maris vas est spectandum, atque ipsius oræ,
Hoc ubi servatum est (illo nempe æquore, rauco
Quod late Oceani perfundit gurgite Gallos).

895.

Unda fluens totum per Terræ vertitur orbem
Semper in occasum; sed quæ pars tendit in Austrum
Arentis Libyæ, cursum interrumpit ab Indis
Oceano venienti; ergo novus æstus, oportet,
Post Lunam exoriatur eo, quod nomine dicunt
Atlantis, vasto in pelago, motumque sequatur,
Quo rapit illa, sub occasum: sed sistitur æstus
Finibus objectis Americæ, nec valet ultra
In mare porro aliud disclusus ab aggere Terræ
Irruere; at retinetur, & omnia littora circum,
Qua patet, inque tuas effusus Gallia latè
Objectas oras, cessat descendere lentus

900

905

Tam subito, modo quam conscenderat altus inundans. 910

Æquora ² parva quidem, vel quæ sunt clausa, lacusque
Nullos ferre queunt procurfus, atque recursus;
Namque opus est, uno sese unda hic offerat, illic
Tempore desiliat, simul utraque proinde receptet
Longe diversas agitante a sidere vires.

915

Poscit at hoc tractum vastum maris, atque patentem;

Nam-

¹ Quod alicubi, ut hic in Europa, observatum est in Gallia portibus, maria velocius ascendere, lentius descendere, id repetit a peculiari constitutione Continentis turbantis progressum undæ; cum nimirum Africa procurrens diu impediat appulsam undæ oceani orientalis, qua circa ipsam lapsa, dum vires interea maria elevant in occidentaliore oceano

interjecto Africa, & America, brevi tempore ad maximam intumescantiam deveniatur; obstante vero progressui undæ America, diutius peritet ipsa intumescantia, quam perstaret, si unda progressum habente suum, pars aquarum aliqua in Occidentem exonerari posset.

² Quod exigua maria clausa, & lacus non habeant æstum, in-

de

Namque brevis si sit, gravitas in finibus unis
 Decrescens, crescentive, in finibus æquoris æque
 Decrescet, crescentve aliis; discrimina nulla
 Froin suberunt, ut, aquis quæ sunt, libramina tollant. 920

Æstuat¹ in cumulum majorem ad littora, & intra
 Euripos, lato exurgens quam gurgite fluctus;
 Advenientis enim tum sistitur impetus undæ,
 Proptereaque prius quam sese victa resolvat,
 Accumulatur; ubi sed leni littora clivo 925
 Ascendunt, saliens late distenditur æquor
 Per Terræ spatia ampla, & rauco advolvitur arenas
 Murmure; post labens per jugera multa resorbet
 Lævia saxa; novis albescunt littora spumis.

Tum² quoque si scopulos circumflectatur oberrans 930
 Hinc atque hinc æstus, procurrunt frontibus undæ
 Adversis occurrentes, & murmura magna
 Edunt impulsu valido, ingeminantque tumores,
 Protinus & vasto labuntur pondere deorsum.
 Sic plerumque furit, qui tæ, ampla Britannia, pontus 935
 Distinet a Gallis; nautæ at sua tempora norunt.
 Hunc humiles tumidum Belgæ vidistis adire
 Vestras sæpe domos, fora reddere vasta, viasque
 Undique, sublimes immissum evertere muros,
 Naufragioque novo miseros involvere cives, 940

Et

de id consequi docet, quia ad æstus requiritur inæqualitas virium in diversas fluidi partes impressarum, quod idcirco alibi plus, alibi minus ponderet; id autem requirit ingentem tractum; nam in exiguo tractu semper actio Lunæ æque ad sensum addit, vel demit gravitati omnium fluidi partium, quæ idcirco eodem semper plano horizontali terminantur.

1 Quod ad littora major sit aquarum motus, & ad angusta freta major etiam elevatio, quam in aperto mari, id repetit ab impedimento, quod ibi objicitur procurrui aquarum, quæ dum sustinentur, debent elevari magis advenientibus novis cum impetu jam

concepto, nec extinguendo, nisi per vim gravitatis agentem in illa majore elevatione; ubi autem inclinatio camporum habeatur exigua ad horizontem, mare paucis etiam pedibus elevatum debet ad ingentem distantiam procurere, & immani velocitate affluere, dum assurgit, ac item desfluere, dum detumescit.

2 Ubi per plures vias allapsa unda quodammodo velut colliditur, sibi invicem occurrent, ibi elevationem, notat, debere haberi multo maximam: Hinc ingentem illam inter Belgium, & Britanniam elevationem marium, quæ in Continenti habente humilem camporum positionem, ubi aggeres aliquando ever-

Et pecora, & timidos fugientes ante colonos
Præripere, & vastas etiam prosternere silvas,
Et prædam omnigenam Naptuno inferre sonanti,
Ac dape squamiferis peregrina occurrere monstris.

Accidit¹, ut certus Lunæ situs excitet undas, 945
Sustineatque; brevi cum scilicet altera cursu
Advenit, altera post mage longa ambage vagata,
Cum parat illa prior jamjamque recedere, præiens
Impedit, & retinet, proinde ut compareat undæ
Nullus itus, reditusque. Sed his nova deinde reperta 950
Est ratio multo solertior, unaque forsan
Vera; etenim rebus servatis congruit una.

Scilicet id pelagus, quod ab orbe æquante sub Arcton
Extensum est, duplo sed plus prope currit in Austrum,
Æstu interfuscit, boreali in margine, nullo, 955
Tempore nimirum, quo Luna æquante sub orbe est;
Magnus namque tumor qui tollitur, omnis in Austrum
Tunc effunditur; ex alia proin æqua manebunt
Æquora parte: situm sic illum scilicet esse
Tonchini referunt portum, quo tollitur ullus 960
Vix æstus, certos & norunt littora fines.

Sunt² aliæ portus, sunt littora multa, sinusque
Trans freta, trans scopulos positi, longeque remoti,
Pertingunt quo. quaque die ternique, quaternique
Æstus,

erexit, immanes illas edidit strages
protensas ad multa passuum
millia, quas vulgo novimus.

1 Ostendit hic, quo pacto fieri
possit, ut certa Lunæ positio om-
nem alicubi æstum summoveat: si
nimirum ex alia parte in eum lo-
cum mare affluat, & effluat ex
alia, adveniat autem æstus diver-
sis viis alia citius, alia tardius ita,
ut dum effluit aqua, quæ priore via
advenerat, affluat, quæ advenit
via posteriore; cum altitudo erit
in eo loco semper eadem. Hæc
explicatio est Newtoni: ipsi aliam
addit, quæ habetur apud Eulerum
in dissertatione impressa itidem in-
ter donata præmio anno 1740 de-
ductam ex ipsa generali theoria. Is
invenit in mari satis arcto, quod

dirigatur a Borea in Austrum, &
duplo plus excurrat ab æquatore in
Austrum, quam in Boream, Luna
existente in æquatore nullum ad bo-
realem marginem debere haberi æ-
stum, sed tumorem, qui habetur
in medio, debere effundi totum in
Austrum: ejusmodi autem positio
est ad sensum illa Tunchinensis por-
tus. De hoc singulari phænomeno
agemus itidem in supplementis.

2 Causam hic profert plurium
æstuum, qui in quibusdam locis
habentur eodem die. Id provenit
ex eo, quod per diversos ductus
eo adveniat unda æstus generalis,
trans varias extantes insulas, &
scopulos, vel per anfractus varios
latentes intra ipsum mare.

Æstus, atque etiam septeni; pluribus illuc
Diversis fluit unda viis non tempore eodem
Insinuata; prior quare hinc transcurrit, at illinc
Posterior, sequiturque alia, atque alia ordine certo.

Sunt ¹ etiam putei, sunt quædam flumina, constant
Telluris queis secreti trans viscera ductus
Ad mare, sæpe die quæ crescant, & minuantur,
Atque fluant, refluantque; at non stata tempora servant;
Nam varii, per quos ea transit ab æquore causa,
Calles sunt, varæque viæ, incertique meatus.

Æquore ² verum alia longe prope cardinis oras
Sunt utriusque vices; ibi supra, infrave moratur
Multos Luna dies semper; semel itque, reditque
Proin mare quaque die: communi cætera deduc
A causa, & supra positis rationibus apta.

Ast ³ illo magni fiunt quoque in æquore motus
Propterea; quoniam sive acta sit æstibus unda,
Seu ventis, leviterque polo propulsa propinquet,
Continuo admota ad partes sese applicat illas,
Queis minor in Terra se circa motus cunte est;
Cumque suum servet motum, quem ceperat illo,
Quo fuerat dimota, loco, transcurrit in ortum.
At contra ex ipso venientes cardine fluctus,
Partibus occurrunt quoniam velocius actis,
Destituuntur ab his semper, retroque relictii
Ire sub occasum comparent. Insula monte

965

970

975

980

985

990

A gla-

¹ Æstus quidam puteorum, quorundam vel fluminum repetit a communicatione occulta cum mari, qui etiam ob incertas, & maxime irregulares vias, per quas eiusmodi communicatio habetur, incerti sunt, & irregulares.

² Notat, longè alias debere esse leges æstuum prope polos, ubi cum Luna nec oritur, nec occidit, semel tantum debent maria intrumescere, ac detumescere per diem: sic & alia, quæ ibi accidunt, deducenda esse, ait, ex communi causa superius exposita, ritè ad singulos casus applicata.

; Alium aquarum motum, qui prope polos haberi debet, hic proponit, qui nimirum oritur ex inæqualitate motus diurni in diversis circulis parallelis. Dum enim eîguo etiam æstu, vel alia quavis de causa aquæ, & glaciæ ingentia frustra, a mari glaciæ avulsa, non nihil discedunt a polo, delata ad circulos parallelos majores, in quibus velocitas motus diurni est multo major, quæ velocitate carens ex aquæ, & ea frustra, antequam acquirant eam majorem velocitatem in Orientem, relinquuntur a reliquis partibus majore illa velocitate

A glaciali avulsa illic dum sæpe per undas
Innatat, ad Zephyri sedem, seu flectit ad Euros.

Æquoreis¹ in aquis pariter quoque cernere sæpe est
Cursus huc illuc diversos, flumina vel quod
A Terra impellunt, vel ab imo orientia fundo, 995
Concitus aut aer in ventos desuper ortos,
Aut sub aquis etiam; nam quidam & ventus aquarum est,
Ebullit per quem veluti, & versatur ab imo
Despumans pelagus; terræ fit & unda tremore
Ut tremat assimili violentis acta procellis, 1000
Externo quas non agitari flamine cernas.

Nunc² liquidas undis mecum te transfer ad auras
A liquidis, æstumque hujus quoque nosce elementi
Instabilis, quique a causâ gignatur eadem
Aerio tumor in pelago circum undique fuso. 1005

Aer cum fluidus sit, ut unda, quis, aera, pugnet,
Æstum percipere ob causas gravitatis easdem
Ne credas, similique huc illuc more cieri?
Credidit atque aliquis, cum limphis esse videret
Multo plus tenues auras, raræque, tumentis 1010
Desuper attolli tanto plus gurgite tractas;
Scilicet Oceani pedibus si libera denis
Unda fluens se sustollit, debere fluentem
Aera se pedibus decies attollere mille.
At vera id nequeat ratio suadere profecto, 1015
Quæ quanquam longa deducta ambage labori

Sub-

citare translatis, adeoque in Occidentem feruntur motu respectivo respectu circumjacentis regionis; contra vero si ad polum accedant, majore illa præcedenti velocitate procurrunt in Orientem. Is motus prope polum debet esse ingens, cum ibi paralleli circuli polum habentes proximum, si parum admodum etiam a se distent, rationem habeant inæqualitatis ingentem, secus ac in majore accidit distantia a polo.

¹ Phæres alias marinorum motuum irregulares causas congerit, ex quibus sæpe oriuntur & illæ, quas dicimus *le corrente*, fluvios vel extrorsum

allapsos, vel ortos in ipso maris fundo, ventos vel itidem externos, vel sub ipsis aquis ortos, ab exhalationibus subterraneis, unde etiam aliquando & terræmotus oriuntur, qui marium quoque æstum inducant, & motus varios.

² Ab æstu maris transit ad æstum atmosphæræ terrestris. Affirmat æstum quidem ibi haberi similem æstui maris, & ab eadem causâ ortum. Commemorat id, quod Danieli Bernoullio viro plane summo, & de ipsa æstus marini theoria benemerentissimo excidit in illa Dissertatione anni 1740, quam

Ac ipsi oppositum punctum, quo scilicet errat
 Ex ortu occasuque alias trans ætheris oras;
 Cunctisque ab Boream regionibus; ipsa Borea
 Si per signa meet, supra caput altius ibit,
 Oppositum id punctum quam porro scandere possit,
 Ipsa ubi se mediæ demisit noctis ad orbem;
 Ille tumor debet proin altior esse sequente.

755

760

Quid¹ memorem, cur Luna ferat conjunctave Soli
 Majores æstus, oppositave, quam loca pergens
 Per laterum hinc illinc? & cur non maximus æstus
 Fiat tempore eo, sed qui post advenit, alter
 Vel post hunc, porro five alter? tute quod ipse
 Percipias, si vim possis cognoscere inertem,
 Quæ vetat, ut subito causis obtemperet unda;
 Sic venit a media quæ luce, calentior hora est,
 Plusque dies post solstitium infervescere fuerunt
 Æstivæ, plus post brumam crudefcere noctes
 Hybernæ: medios prævertit causa tepores.

765

770

An doceam, Luna a nobis abeunte remota
 In loca, cur æstus longe, longeque minores
 Procurret? Spatio ignores decrefcere vires?

775

At

ex iis, quæ dicta sunt, cur maria singulis diebus bis intumescant, bis detumescant: cur maxima intumescencia haberi debeat aliquanto post appulsam Lunæ ad Meridianum supra, ac infra horizontem, maxima detumescencia aliquanto post ortum, & occasum: cur id ipsum momentum maximæ intumescencie pendeat a positione Lunæ ad Solem; ut nimirum a novilunio, & plenilunio usque ad quadraturam proximam, quo tempore axis maximæ intumescencie jacet respectu axis Lunæ ad occidentem, celerius res contingat, quam in syzygiis, & quadraturis, contra vero a quadraturis ad syzygiam proximam ob oppositam rationem serius: cur inæquales debeant esse hi bini æstus Luna extra æquatorem sita; cum nimirum in eo casu Luna, & punctum ipsi

oppositum non percurrant motu diurno eundem circulum, sed diversos, unde fit, ut Luna habente declinationem boream, magis accedat ad zenith ipsa, cum ad meridianum appellit supra horizontem, quam punctum ipsi oppositum, cum ea appellit ad meridianum infra horizontem; & idcirco prior æstus posteriore in eo casu sit major.

¹ Ad menstrua phenomena transiens innuit tantummodo æstus majores in syzygiis, quam in quadraturis, quod paullo ante exposuerat, ut & illud a vi inertiae repetit, cur maximi æstus non fiat in syzygiis accurate, sed secundæ, vel tertiæ post ipsas: tum & illud innuit, quod per se patet, æstus cæteris paribus majores fore Luna perigea, quam apogea.

At ¹ cur progrediens æquantem Luna per orbem
 Majores fluctus extollat, & ardet inundans
 Littoreas nautis plusquam ullo tempore arenas,
 Proximus haud illo pateat, quo cætera, pacto.
 Est, super alterutro qui Lunam proinde polorum 780
 Cardine perstantem fingat, mutarier undas
 Et cum percipiat tum non debere, tumorem
 Sed constare parem, qua Terræ ducitur axis,
 Cardine disjungit paulum, parvasque creare
 Tum noscit debere vices, nam parvus ibidem 785
 Cum Terra simul est tumidarum gyros aquarum.
 Quapropter quo Luna polo vicinior uni est,
 Sive æquante magis quo deducetur ab orbe,
 Equoreos æstus tante vult esse minores.
 Verum quantumvis mutari tum minus æquor 790
 Contingat; tamen esse loco haud quocumque minores
 Debebunt æstus. Æquantem quæ loca longe
 Prospiciunt orbem, veluti nos, maximus æstus
 Abluet haud alio nimirum tempore, quam quo
 Luna æquante præcul tantundem abcefferit illo, 795
 Si queat, orbe; tumor nam tum, qui maximus, illinc

P 3

Præ-

Transit ad explicandum, cur cæteris paribus æstus majores sint Luna existente in æquatore, cujus phænomeni causam affirmat esse minus obviam, ac primo loco innuit, & rejicit explicationem datam a Bernoullio in memorata dissertatione, tum eam exhibet, quam ego, illa rejecta, in mea dissertatione de maris æstu exhibui.

Is concipit Lunam primo quidem in æquatore sitam, deinde abire paulatim ad utrumvis polum. Mutatio, inquit, figuræ terrestris ex ejus motu debet fieri eo minor, quo ea ad polum ipsum accedit magis; nam ubi in ipsum definit, cessante penitus omni diurno motu, nulla habebitur figuræ mutatio, & nulla reciprocatio.

Verum quidem est, mutationem eo minorem fieri respectu totius Terræ, quo Luna magis ad polum accedit, sed non respectu locorum quorundam particularium, in quibus adhuc & oritur, & occidit. Concipiamus Lunam ita recedentem versus polum boreum: ea accedet ad nostrum zenith, & ubi declinatio ejus fuerit æqualis nostræ latitudini geographicæ, transibit per ipsum zenith. Quare is æstus erit major respectu nostri, quo ea magis recesserit ab æquatore usque ad eum limitem; & quoniam tum quidem adhuc orietur, & occidet, nos eo tempore & maximam altitudinem, & maximam depressionem aquarum habebimus, adeoque maximam reciprocationem, quanquam sequens æstus respondens Lunæ appellenti ad meridianum infra horizontem erit multo minor, puncto Lunæ oppo-

Præterit: at tumor hic certe haud pertinget eodem,
 Luna iter æquantis medium cum cõteret orbis,
 Sed loca cõfradet supposita. Ergo incipit orbem
 Deserere æquantem si Luna, atque usque recedit, 800
 Æquoris unda loco debet major eodem
 Surgere perpetuo, dum fiat maxima, Luna
 Æque dimota: plus ipsa abeunte, poloque
 Accedente uni, decrescere, diminuique
 Paulatim, donec mutari desinat æquor, 805
 Nec subeat perstante vices in cardine Luna.

Concipe¹ propterea Lunam super orbe vagantem
 Æquante; in Terræ tunc oris omnibus æquum
 Temporis est spatium, quo Cynthia transit ab ortu
 Ad Cæli culmen medii, & quo volvitur ex hoc 810
 Culmine in occasum, seu supra, sive sit infra.
 Quare inter geminas resfluentes, atque fluentes
 Undas, tempus item par intercurrat in omnes
 Undique Terrarum tractus, & uterque sub uno
 Maximus undarum tumor accidat orbe; necesse est. 815
 At cum Luna terit dextros, lævosve meatus
 Orbe æquante procul, loca cuncta æquante remota
 Orbe procul pariter supero non æthere cernunt
 Æqua & supposito ducentem tempora; quare
 Æquoris unum inter cursum, geminosque recursus 820
 Tempus longius est, porro ocyus inter eosdem,
 Atque alium cursum: & qui maximus extat utrinque
 Præterea geminus tumor, infra nempe, supraque
 Confurgens, æquante æqualiter orbe remotus
 Atque hinc atque illinc, non tramite fertur eodem 825

Qua-

opposito distante plurimum a nostro zenith. Progrediente Luna versus polum perpetuo, etiam respectu nostri æstus decrescet itidem perpetuo, & ipsa appellente ad polum, fiet nullus. Quare reciprocatio æstus respectu nostri in illo motu fictitio Lunæ ab æquatore usque ad polum non decrescit perpetuo, sed debet crescere, donec Luna possit advenire ad nostrum zenith, tum decrescere.

¹ Hinc aliam hic exhibet explanationem illam meam. Nimirum Luna existente in æquatore, tam ipsa, quam punctum ipsi oppositum describunt eundem circulum, & pro quovis Terræ loco ortus, & occasus æque distant ab utroque appulsu ad meridianum. Quare secundus tumor maximus eodem advenit, quo advenerat prior, & illi æqualis est, ac æquali intervallo temporis adveniunt maximæ depressiones post maximas elevationes,

Quaque die, sed diversos procurrit in orbes,
 Et loca continuo mutat; nec qua regione
 Fit prior, hac ipsa fieri queat alter in ora.
 Jam primum si post cursum, primumque tumorem
 Ex improvise Lunam cessare movere 830
 Constringas maria, illa in se suspensa recumbent,
 Atque cadendo ultra procurrent impete cæpto,
 Et se demittent plus, quam libramina possunt,
 Atque iterum exsurgent, iterum labentur eisdem
 Usque locis, & itus æquali tempore fient, 835
 Et reditus, & ubi est prior horum, ibi & alter, & alter:
 Sic etenim impressos conservat inertia motus.
 Porro suspensas æquante sub orbe moranti
 Redde suas Lunæ vires; bene congruat istis
 Vis, quæ servat iners motum, nam tempore, & orbe, 840
 Convenietque situ; proin incrementa sequentes
 Usque ferent primis vires; atque omnia reddent
 Majora. Æquantem at contra si Luna sit extra
 Orbem, quidquid erit post factum a viribus ejus,
 Vi pugnabit inerti, ipsi non orbe, locoque, 845
 Tempore non concors; hinc cupita minora, necesse est,
 Utpote turbata, & sese inter dissona, fiant.
 Summi non aliter pendentia culmine templi
 Ærea demisso cum pondera fune moventur,
 Ut populum festis cieant ad sacra diebus; 850
 Quique, suo impulsus si tempore transmittantur,
 Nimirum nova vis cumulabitur usque priori,
 Quæ celeret lapsum, quæque altius efferat æra;
 Tempore sin alio, atque alia de parte lacerti

P 4

Impel-

tionem, & viceversa. Hinc oscillatio quædam marium instituitur, in qua conspirantibus actionibus cum motu jam impresso, quotidie crescit effectus. At Luna extra æquatores sita, nec secundus tumor maximus advenit ad eundem locum, ad quem advenit primus, nec æqualibus temporis intervallis ii distant ab ortu, & occasu, adeoque a maximis detumescens; quamobrem motus undæ posterioris diversus admodum a

motu prioris, turbatur ab ejus continuatione orta a vi inertia, & confunduntur invicem; adeoque decrescit totalis effectus. Sic impulsando ære campano, si nova per funem impressio motus fiat, dum manubrium descendit, facile augetur, & conservatur oscillatio: sed si quis funem trahat, dum manubrium e contrario ascendit, oscillationem perturbat, & ipse plurimum defatigatur sine fructu.

Impellant, funemque trahant, licet usque valentes, 855
Imminuunt motum tamen, excursumque, sonumque
Impediunt; vires adversis viribus obstant.

E laterum¹ cum Luna locis movet æquoris undas,
Tam certa adstricti non æstus lege videntur,
Ut sunt, cum movet ex aliis, sublimibus, imis. 860
Exlex ipsa etenim ferri illa Luna videtur
Orbis parte sui magis, ulla quam regione.
Quare etiam antiquæ signantes cuncta tabellæ,
Lunai quæ sunt variis in moribus, omnes
Immane errabant, confectarentur in arcu 865
Dum Lunam gemino hoc; alia regione nec omnes,
Nec nimium, fraus forte illis tum siqua subesset.
Porro plus debent sensum turbantia cuncta
Afficere in parvis rebus, quam grandibus; illis
Nam facile emineat, quod in his vanescat; in æstu 870
Illa ideo apparent parvo, in majore lateſcunt.

Tempore² quæ Phryxi Vector, vel Libra comantem
Fert Solem, motum Luna a latitante fit æquor,
Sive etiam tota a rutilante tumentius, ille
Quam cum per Cancrum, perque Ægoceroſa vagatur; 875
Tempore namque illo ſaltem vicina vagatur
Luna tibi æquanti (ciet unde valentius) orbi;
Aſt alio procul excurrit quoque, ſignaque luſtrat
Hyberna, aut æſtiva; ideo minus incitat undas.
Attamen hæud ſubito ſummi, vim propter inertem, 880
Adveniunt æſtus, minimive, ut diximus ante,
Summus erit, minimuſque ſed alter deinde, vel alter.

Denique cognosces quoque fluctibus augmina reddi
Illis temporibus multo majora, quibus Sol
Aſpicit oppoſitam ſibi, conjunctamque ſororem, 885
Ipi ſi Soli propior ſit Terra; propinquo

Nam

¹ Hic exponit, cur extra ſyzy-
gias æſtus ſint multo magis irre-
gulares: quia nimirum extra ip-
ſas multo magis irregulares ſunt &
motus Lunæ, uti diximus, cum
de ipſa ageremus.

² Ad annua phænomena demum
deſapſus oſtendit, cur in noviluniis,
& pleniluniis æquinoctialibus majore
ſint æſtus; quia nimirum tum &

Luna Soli conjuncta, vel oppoſi-
ta in ipſo æquatore verſatur: cur
maximi æſtus non ſint æquinoctia-
les ipſi, ſed poſteriores, tertii,
vel quarti, nimirum ob vim iner-
tiæ conſervantem præcedentium
impreſſionum effectum: cur Sole
perigeo majores ſint æſtus ſyzy-
giarum, nimirum quia tum vires
Solis conſpirantis majores ſunt.

Nam magis e spatio trahit ille, magisque valenti
Tecum conspirat vi, Cynthia. Cætera solves
His facile exemplis, his causis, siqua per annum
Præterea sint, vel mensem servata, diemve.

890.

At ¹ non a causis his cernes, ocyus unda
Cur saliat, quam defiliat; non pondus aquai
Libratæ id peraget; per eosdem crescere namque
Temporis ipsa gradus, per quos decrescere debet.
Proinde maris vas est spectandum, atque ipsius ora,
Hoc ubi servatum est (illo nempe æquore, rauco
Quod late Oceani perfundit gurgite Gallos).

895.

Unda fluens totum per Terræ vertitur orbem
Semper in occasum; sed quæ pars tendit in Austrum
Arentis Libyæ, cursum interrumpit ab Indis
Oceano venienti; ergo novus æstus, oportet,
Post Lunam exoriatu eo, quod nomine dicunt
Atlantis, vasto in pelago, motumque sequatur,
Quo rapit illa, sub occasum: sed sistitur æstus
Finibus objectis Americæ, nec valet ultra
In mare porro aliud disclusus ab aggere Terræ
Irruere; at retinetur, & omnia littora circum,
Qua patet, inque tuas effusus Gallia late
Objectas oras, cessat descendere lentus

900

905

Tam subito, modo quam conscenderat altus inundans. 910

Æquora ² parva quidem, vel quæ sunt clausa, lacusque
Nullos ferre queunt procursus, atque recursus;
Namque opus est, uno sese unda hinc efferat, illic
Tempore defiliat, simul utraque proinde receptet
Longe diversas agitante a fidere vires.

915

Poscit at hoc tractum vastum maris, atque patentem;

Nam-

¹ Quod alicubi, ut hinc in Europa, observatum est in Galliarum portibus, maria velocius ascendere, lentius descendere, id repetit a peculiari constitutione Continentis turbantis progressum undæ; cum nimirum Africa procurrens diu impediat appulsam undæ oceani orientioris, qua circa ipsam alapsa, dum vires interea maria elevant in occidentaliore oceano

interjecto Africæ, & Americæ, brevi tempore ad maximam intumescenciam deveniatur; obstante vero progressui undæ America, diutius peristit ipsa intumescencia, quam perstaret, si unda progressum habente suum, pars aquarum aliqua in Occidentem exonerari posset.

² Quod exigua maria clausa, & lacus non habeant æstum, inde

de

Namque brevis si sit, gravitas in finibus unis
 Decrescens, crescensve, in finibus æquoris æque
 Decrescet, crescetve aliis; discrimina nulla
 Proin suberunt, ut, aquis quæ sunt, libramina tollant. 920
 Æstuat¹ in cumulum majorem ad littora, & intra
 Euripos, lato exurgens quam gurgite fluctus;
 Advenientis enim tum sistitur impetus undæ,
 Proptereaque prius quam sese victa resolvat,
 Accumulatur; ubi sed leni littora clivo 925
 Ascendunt, saliens late distenditur æquor
 Per Terræ spatia ampla, & rauco advolvitur arenas
 Murmure; post labens per jugera multa resorbet
 Lævia saxa; novis albescunt littora spumis.
 Tum² quoque si scopulos circumflectatur oberrans 930
 Hinc atque hinc æstus, procurrunt frontibus undæ
 Adversus occurrentes, & murmura magna
 Edunt impulsu valido, ingeminantque tumores,
 Protinus & vasto labuntur pondere deorsum.
 Sic plerumque furit, qui tæ, ampla Britannia, pontus 935
 Distinet a Gallis; nautæ at sua tempora norunt.
 Hunc humiles tumidum Belgæ vidistis adire
 Vestras sæpe domos, fora reddere vasta, viasque
 Undique, sublimes immissum evertere muros,
 Naufragioque novo miseros involvere cives, 940
 Et

de id consequi docet, quia ad æstus requiritur inæqualitas virium in diversas fluidi partes impressarum, quod idcirco alibi plus, alibi minus ponderet; id autem requirit ingentem tractum; nam in exiguo tractu semper actio Lunæ æque ad sensum addit, vel demit gravitati omnium fluidi partium, quæ idcirco eodem semper plano horizontali terminantur.

1 Quod ad littora major sit aquarum motus, & ad angusta freta major etiam elevatio, quam in aperto mari, id repetit ab impedimento, quod ibi objicitur procursui aquarum, quæ dum sustinentur, debent elevari magis advenientibus novis cum impetu jam

concepto, nec extinguendo, nisi per vim gravitatis agentem in illa majore elevatione; ubi autem inclinatio camporum habeatur exigua ad horizontem, mare paucis etiam pedibus elevatum debet ad ingentem distantiam procurrare, & immani velocitate affluere, dum assurgit, ac item defluere, dum detumescit.

2 Ubi per plures vias allepsa unda quodammodo velut colliditur, sibi invicem occurrent, ibi elevationem, notat, debere haberi multo maximam: Hinc ingentem illam inter Belgium, & Britanniam elevationem marium, quæ in Continenti habente humilem camporum positionem, ubi aggeres aliquando ever-

Et pecora, & timidos fugientes ante colonos
Præripere, & vastas etiam prosternere silvas,
Et prædam omnigenam Neptuno inferre sonanti,
Ac dape squamiferis peregrina occurrere monstris.

Accidit¹, ut certus Lunæ situs excitet undas, 945
Sustineatque; brevi cum scilicet altera cursu

Advenit, altera post mage longa ambage vagata,
Cum parat illa prior jamjamque recedere, præiens
Impedit, & retinet, proinde ut compareat undæ
Nullus itus, reditusque. Sed his nova deinde reperta 950
Est ratio multo solertior, unaque forsan

Vera; etenim rebus servatis congruit una.
Scilicet id pelagus, quod ab orbe æquante sub Arcton
Extensum est, duplo sed plus prope currit in Austrum,
Æstu inferviscit, boreali in margine, nullo, 955

Tempore nimirum, quo Luna æquante sub orbe est;
Magnus namque tumor qui tollitur, omnis in Austrum
Tunc effunditur; ex alia proin æqua manebunt
Æquora parte: situm sic illum scilicet esse

Tonchini referunt portum, quo tollitur ullus 960
Vix æstus, certos & norunt littora fines.

Sunt² alii portus, sunt littora multa, sinusque
Trans freta, trans scopulos positi, longeque remoti,
Pertingunt quo. quaque die ternique, quaternique

Æstus,

venit, immanes illas edidit strages
protensas ad multa passuum
millia, quas vulgo novimus.

1 Ostendit hic, quo pacto fieri
possit, ut certa Lunæ positio om-
nem alicubi æstum summoveat: si
nimirum ex alia parte in eam lo-
cum mare affluat, & effluat ex
alia, adveniat autem æstus diver-
sis viis alia citius, alia tardius ita,
ut dum effluit aqua, quæ priore via
advenerat, affluat, quæ advenit
via posteriore; cum altitudo erit
in eo loco semper eadem. Hæc
explicatio est Newtoni: ipsi aliam
addit, quæ habetur apud Eulerum
in dissertatione impressa itidem in-
ter donata præmio anno 1740 de-
ductam ex ipsa generali theoria. Is
invenit in mari satis arcto, quod

dirigatur a Borea in Austrum, &c
duplo plus excurrat ab æquatore in
Austrum, quam in Boream, Luna
existente in æquatore nullum ad bo-
realem marginem debere haberi æ-
stum, sed tumorem, qui habetur
in medio, debere effundi totum in
Austrum: ejusmodi autem positio
est ad sensum illa Tunchinensis por-
tus. De hoc singulari phænomeno
agemus itidem in supplementis.

2 Causam hic profert plurimum
æstuum, qui in quibusdam locis
habentur eodem die. Id provenit
ex eo, quod per diversos ductus
eo adveniat unda æstus generalis,
trans varias extantes insulas, &
scopulos, vel per anfractus varios
latentres intra ipsum mare.

Æstus, atque etiam septeni; pluribus illuc
Diversis fluit unda viis non tempore eodem
Insinuata; prior quare hinc transcurrit, at illinc
Posterior, sequiturque alia, atque alia ordine certo.

Sunt ¹ etiam putei, sunt quædam flumina, constant
Telluris queis secreti trans viscera ductus 970
Ad mare, sæpe die quæ crescant, & minuantur,
Atque fluant, refluantque; at non stata tempora servant;
Nam varii, per quos ea transit ab æquore causa,
Galles sunt, variæque viæ, incertique meatus.

Æquore ² verum alia longe prope cardinis oras 975
Sunt utriusque vices; ibi supra, infrave moratur
Multos Luna dies semper; semel itque, reditque
Proin mare quaque die: communi cætera deduc
A causa, & supra positis rationibus apta.

Ast ³ illo magni fiunt quoque in æquore motus 980
Propterea; quoniam sive acta sit æstibus unda,
Seu ventis, leviterque polo propulsa propinquet,
Continuo admota ad partes sese applicat illas,
Queis minor in Terra se circa motus cuncte est;
Cumque suum servet motum, quem cœperat illo, 985
Quo fuerat dimota, loco, transcurrit in ortum.
At contra ex ipso venientes cardine fluctus,
Partibus occurrunt quoniam velocius actis,
Destituuntur ab his semper, retroque relictis
Ire sub occasum comparent. Insula monte 990

A gla-

¹ Æstus quidam puteorum, quorundam vel fluminum reperit a communicatione occulta cum mari, qui etiam ob incertas, & maxime irregulares vias, per quas eiusmodi communicatio habetur, incerti sunt, & irregulares.

² Notat, longè alias debere esse leges æstuum prope polos, ubi cum Luna nec oritur, nec occidit, semel tantum debent maria intumescere, ac detumescere per diem: sic & alia, quæ ibi accidunt, deducenda esse, ait, ex communi causa superius exposita, ritè ad singulos casus applicata.

; Aliam aquarum motum, qui prope polos haberi debet, hic proponit, qui nimirum oritur ex inæqualitate motus diurni in diversis circulis parallelis. Dum enim exiguo etiam æstu, vel alia quavis de causa aquæ, & glaciæ ingentia frustra, a mari glaciæ avulsa, non nihil discedunt a polo, delata ad circulos parallelos majores, in quibus velocitas motus diurni est multo major, quæ velocitate carens ex aquæ, & ea frustra, antequam acquirant eam majorem velocitatem in Orientem, relinquuntur a reliquis partibus majore illa velocitate

A glaciali avulsa illic dum sæpe per undas
Innatat, ad Zephyri sedem, seu flectit ad Euros.

Equoreis¹ in aquis pariter quoque cernere sæpe est
Cursus huc illuc diversos, flumina vel quod
A Terra impellunt, vel ab imo orientia fundo, 995
Concitus aut aer in ventos desuper ortos,
Aut sub aquis etiam; nam quidam & ventus aquarum est,
Ebullit per quem veluti, & versatur ab imo
Despumans pelagus; terræ fit & unda tremore
Ut tremat assimili violentis acta procellis, 1000
Externo quas non agitari flamine cernas.

Nunc² liquidas undis mecum te transfer ad auras
A liquidis, æstumque hujus quoque nosce elementi
Instabilis, quique a causâ gignatur eadem
Aerio tumor in pelago circum undique fuso. 1005

Aer cum fluidus sit, ut unda, quis, aera, pugnet,
Æstum percipere ob causas gravitatis easdem
Ne credas, similique huc illuc more cieri?
Credidit atque aliquis, cum limphis esse videret
Multo plus tenues auras, rarasque, tument 1010
Desuper attolli tanto plus gurgite tractas;
Scilicet Oceani pedibus si libera denis
Unda fluens se sustollit, debere fluentem
Aera se pedibus decies attollere mille.
At vera id nequeat ratio suadere profecto, 1015
Quæ quanquam longa deducta ambage labori

Sub-

citare translatis, adeoque in Occidentem feruntur motu respectivo respectu circumjacentis regionis; contra vero si ad polum accedant, majore illa præcedenti velocitate procurrunt in Orientem. Is motus prope polum debet esse ingens, cum ibi paralleli circuli polum habentes proximum, si parum admodum etiam a se distent, rationem habeant inæqualitatis ingentem, secus ac in majore accidit distantia a polo.
¹ Plures alias marinorum motuum irregulares causas congerit, ex quibus sæpe oriuntur & illæ, quas dicimus *le corrente*, fluvios vel extrorsum

allapsos, vel ortos in ipso maris fundo, ventos vel itidem externos, vel sub ipsis aquis ortos, ab exhalationibus subterraneis, unde etiam aliquando & terræmotus oriuntur, qui marium quoque æstura inducant, & motus varios.

² Ab æstu maris transit ad æstum atmosphæræ terrestris. Affirmat æstum quidem ibi haberi similem æstui maris, & ab eadem causa ortum. Commemorat id, quod Danieli Bernoullio viro plane summo, & de ipsa æstus marini theoria benemerentissimo excidit in illa Dissertatione anni 1740, quam

Subtrahitur nostro, ducique in carmina nescit,
 Certa tamen nihilo minus esse videbitur, illam
 Si bene pernoscas, & tutemet ipse revolvās:
 Monstrabit siquidem, nihil hīc discriminis altis 1020
 Esse locis, tumeat sublata vel unda, vel aer;
 Nam si materia constaret Terra fluenti,
 Assimilique sui, velut aer, tota, & abiret,
 Quidquid præterea est, seseque reconderet imum
 In medium, in sese conducto corpore; corpus 1025
 Hoc ipsum conductum in se, in medioque receptum
 Gignendis faceret nihil æstibus, & variandis
 Aera per liquidum, nusquam velut esset; & illa
 Materies, quam tam, ut solam, perstare videbis,
 Æstiferis æque se motibus exagitabit, 1030
 Quantumvis denso constet, raroque vicissim
 Corpore, nimirum vel diffuat unda, vel aura.
 Huc possit ratio, si certam evolvere calles,
 Ducere te; satis est regionem ostendere Veri
 Nam mihi, cum nostris loca sunt impervia musis. 1035
 Errat¹ præterea, qui hinc ventis construit alas,
 Exorietur enim tam parvus in aere motus
 Tam late aeris a parte patentibus omni
 In campis, nequeat qui nostrum impellere sensum.
 Nimirum ventis Sol causā potentior auras * 1040
 Discutiens radiis; stabili pater Æolus illinc

Lege

quam superius commemoravimus, ubi deduxit illud; eo majorem debere esse elevationem atmospheræ ob ejus æstum, quo ipsa sit rarior, quam aqua, nimirum proximè millecuplo majorem, adeoque duorum milliariorum. Unde is illi error profluxerit, ostendi in dissertatione de æstu maris anno 1747, rem Noster affirmat esse imperviam ventibus; innuit tantummodo rationem, qua ad deprehendendum errorem deveniri possit. Nimirum, si totus Terræ globus reducat ad eandem tenuitatem, quam habet aer, amandata in centrum reliqua omni materia, æstum fore eundem

ad sensum, qui debet haberi nunc in atmosphæra: eundem autem futurum ad sensum in ea hypothefi, qui haberetur, si illa materia aggesta in centro nulla esset; in hoc autem casu fore eundem æstum fluidi tenuissimi, qui esset utcumque densi. Verum de his omnibus plura, & accuratius de more in supplementis.

1 Addit & illud, non posse ab hoc æstu aeris desumi causam ventorum, cum ob adeo exiguam elevationem ejus æstus, nullus satis sensibilis possit oriri motus in aere. Potentio rem causam ventorum, eorum nimirum, qui perennēs

nēs

Lege movet turbam mira levitate valentem;
 Quam tibi postremo rationem carmine pandam,
 Prætereaque alias, propter quas aeris ingens
 Hoc liquidum variis mare curret undique ventis. 1045

Jam¹ quia inæqualis gravitas ciet æquoris undas,
 Et ciet aerias; cur non & pondere vivum
 Comprimat argentum diverso, dum salit alte
 Longo suspensum in vitro? discrimina nempe
 Sunt tenuissima in hoc mutato pondere, totum. 1050
 Scilicet ad pondus referas si corporis illa.

A Terræ gravitate etenim sic exsuperatur
 Hæc Solis, Lunæque trahentum, ut mille minorem
 Centenis decies repetitis partibus esse
 Dicendum sit; & hinc sursum quo scandere vivum 1055

Debeat argentum, vel quo demittier infra,
 Tam parvum constat spatium, ut nec cernere possis,
 Ulla nec ratione ullam sentire per artem.

Nec maris æstus item revera perciperetur,
 Ni deberet in hanc extrinsecus unda figuram 1060

Verti, quam, si Terra liquefceret omnis, haberet,
 Dimidiæque tumor nisi respondere profundæ
 Deberet Terræ, & spatii pars tantula magni
 Esse, atque idcirco possit quæ magna videri.

In² Jove, qui Lunas circumfert quattuor, inque 1065
 Saturno, cui quinque adsunt, majoribus illud,

Si

nes sunt in aperto oceano, esse Solis radios acrem calefacientes; sed de hac & aliis ventorum causis, se inferius acturum pollicetur.

¹ Querit hic, cur inæqualitas illa gravitatis alibi auctæ, alibi imminutæ ab actione inæquali Solis, & Lunæ, quæ gignit æstum maris, & aeris, nullam mutationem pariat in barometris: causam profert, quia inæqualitas ponderis respectu ponderis rotius est nimis exigua, ut idcirco inæqualitas altitudinis mercurii perquam exigua, respectu exiguæ altitudinis pollicum 17 sensum omnem effugiat. Intumescencia in æstu est sensibilis, licet sit itidem perquam exigua respectu

semidiametri Terræ, quia ipsa semidiameter est ingens, adeoque id, quod est perquam exiguum respectu ipsius, potest non esse exiguum respectu nostri.

² Notat hic, quanto majores, & magis complicari esse debeant æstus in Jove, qui habet 4 Lunas, nimirum Satellites, & in Saturno, qui habet 5. Solis quidem actio in iis est multo minor, sed multo major, & multo magis varia in tam varia tot Satellitum positione, ipsorum actio. Quid verò in intimo Jovis Satellite, qui distat minus, quam tribus Jovis diametris a centro Jovis ipse?

Si quod sit, vicibus diffusum exæstuat æquor.
 Languidior multo, quam nobis, Solis erit vis
 Longinqui; sed tot Lunarum corpora, ab una
 Omnia præsertim fuerint cum parte locata,
 Vel partim opposita, possint ut jungere vires
 Viribus, immanes cursus, pariterque recursus
 Undarum parient. Quanto Jovis intimus ille
 Desuper incumbet Comes impete, transitus ad quem
 Tam brevis est, Jovis ædifices ut si tria sursum
 Corpora, transcurras! tum quot mutabitur æstus
 Et vicibus, cum sub Luna mare quaque tumescat!

1070

1075

Multa ¹ Jovem medium præcingens fascia semper
 Apparet: memorent dictæa rupe latentem
 Hac cinxisse Deum Nymphas, quem læte capella
 Paverat implentem vagitibus aera blandis,
 Quos dirus Pater audisset, Matrique dedisset
 Æternum vulnus sub pectore, ni Curetes
 Armati in numerum pulsassent æribus æra,
 Magna & perniciēs plausissent voce choreas.
 Continuo species mutatur, crebraque sæpe,
 Raraque fit, modo juncta, modo & divisa videtur
 Fascia; fors ejus quia læpens littora fluctus
 Integit Oceani, retegittque exinde revertens,
 Et colles aperit submeritos, tectaque in auras
 Insula multa redit, scopulique cacumina tollunt,
 Claudunturque lacus, & montes continuantur.

1080

1085

1090

Mutari ² at species posse has Jovis aere verso
 Credibile est etiam. Terram velut obsidet aer,

Cur

¹ De Jovis fasciis hic agit, quas longioribus telescopiis in co intuemur jam plures, jam pauciores, quæ & formam mutant; ac in iis sunt partes quædam, quæ jam cum iis conjunguntur, jam separatæ cernuntur, ut quædam insulæ. Eiusmodi fascias docet repeti posse cum Astronomis pluribus ab ipso æstu, qui cum in Jove & major esse debeat, & tam varius; possunt ingentes ab ejus oceano jam occupari tractus, jam deseri; unde om-

nis illa variatio tanta oriri potest. Porro & fabella poetica Lectorem fessum demulcet ad hujusmodi fascias pertinente.

² Facturus gradum ad agendum de atmospheris cælestium corporum, hic illud affirmat primo loco, posse Jovis fascias provenire a nubibus etiam, quæ nostris analogæ in ipsa Jovis atmosphaera jam coalescant, jam dissipentur: analogiam nimirum Naturæ nos docere a terrestri atmosphaera ad atmospha-

Cur non ipse Jovem, cur non convestiat astra
 Errabunda alia, & similem prætendat amictum?
 Scilicet in Mundo Natura haud protulit unam
 Uſquam rem, niſi fors portenta informia quædam;
 Nulla avis eſt, ſimilis cui non ſit plurima, nullis
 Proinde ſuum phœnica vetus conſpexerat ætas 1100
 In ſilvis, unum quem finxerat eſſe; nec ulla
 Eſt fera, non arboſ uſquam, non herba viſcit
 Una genus: Multi genus unum nos ſumus omnes
 Inter nos ſimiles, niſi Pyrrhæ ad ſæcula ſcandas.
 Noſtrum multiplicant diſtantia ſidera Solem. 1105
 Unica cur igitur Tellus ſit, & unicuſ aer
 Noſter hic? aſſimilis non circum errantia fuſuſ
 Cuncta ſit aſtra? licet non inde laceſſere noſtros
 Ipſe queat ſenſuſ, nihilo tamen at minus idem
 Indiciuſ dat ſæpe ſui, ſic candida viſæ 1110
 Idaliæ Veneriſ turpanteſ ora, genæque
 Sunt maculæ quædam; quæſitæ deinde ſed illo
 Sidereo in vultu nulla ſunt arte repertæ;
 Hinc ortam potuere Viri neque cernere litem;
 Alter ob haſ viſaſ etenim id ſe volvere ſiduſ 1115
 Pugnat tribuſ in ſeſe, deniſque biſ horiſ:
 Alter quinque dieſ, & biſ conſumere denoſ
 Uno in circuitu; quoniam huic, quodcumque per unum
 Eſſet forte diem mutatuſ, non niſi gyri
 Eſſe videbatur tantuſ pars uniſ, illi 1120
 At poſt exactuſ alteriſ pars addita gyruſ.
 Curⁱ non & Lunam quidaſ circumſluuſ aer

T.II.

Q

Ob-

moſphæraſ primarioꝝ Planeta-
 ruſ, quæ quamviſ ob immanem
 diſtantiã ſub ſenſu noſtroſ im-
 mediãtè non cadant, indicia ta-
 men ſui exhibeant: atque hîc oc-
 caſione arrepta memorat maculaſ
 quaſdam, quaſ in Venere depre-
 hendit Joanneſ Dominicuſ Caſſinuſ,
 & Blanchinuſ, ex quibuſ hîc qui-
 demuſ 25 dieruſ converſionem eruit
 Veneriſ circa propriuſ axem, ille
 vero horaruſ 23, cum motuſ ab
 uno die obſervatuſ uſque ad ſe-
 quentem hîc tribuerit toti illi tem-

pori, ille exceſſui ſupra integram
 converſionem. Videre eſt ejuſmo-
 di controverſiam in Elementiſ A-
 ſtronomiæ Jacobi Caſſini.

1 De Lunæ atmophæra hîc a-
 git, de qua ego fuſioreſ ante hoſ
 paucos annoſ diſſertationem edidi
 & hîc itidem dicam aliquid in ſup-
 plementiſ: ex ea diſſertatione hîc
 præcipua quædam deſcripta. Noſter
 tranſtulit; ac primo quidam innuit
 argumenta, quæ videantur probare
 ipſam Lunæ atmophæram; nimi-
 rum quod aliquando videantur qui-
 dam

Obtegat ? indicium dare quoddam errantia dicunt
 Sidera ; visa suam nam sunt mutare figuram
 Interdum , pariterque suos mutare colores 1125
 Pallida , cum propius Lunæ accessere , latere
 Jamque parant ; visa & contactum fixa sub illum
 Intremuisse etiam turbata sidera luce ,
 Obiecto velut ac tunc aere transpicerentur
 Incolumes ad nos radios transire vetante . 1130
 Præterea toto Phœbus cum deficit orbe
 Luna interjecta , qui tum illam lucidus ambit
 Annulus , aeriis progignier illius auris
 Creditur . At si vel longe tenuissimus illic
 Perpetuo circum amplexu diffunditur aer , 1135
 Cur vaga non semper mutant frontemque , coloremque
 Astra suum , cum sunt Lunæ propiora , magisque
 Multo etiam immutent , quam cum immutasse feruntur ?
 Sidera cur paulum turbato lumine raro
 Fixa tremant ? porro non certo limite , uti nunc , 1140
 Finitam , ambiguo paulatim at lumine carpi
 Circum oras , sit opus , Lunam tuearis , & illic
 Paulatim , quæ sunt discrimina lucis & umbræ ,
 Confundi , & crepera natura utramque subire ,
 Cum tamen excipiant nitida umbras lumina densas . 1145
 De-

dam Planetæ, antequam a Luna eclipsum patiantur , prope ipsius limbum mutare figuram , & colorem , ac fixæ itidem stellæ in appulsu ad ejus limbum intremiscere , quibus addit annulum quendam lucidum , qui videri solet in solaribus eclipsibus circa Lunam obtegentem ipsum Solem.

Iis argumentis propositis contraria profert , vel quæ ipsorum etiam solutionem continent , vel ad eam sternunt viam : imprimis si aliqua esset perpetua Lunæ atmosphæra , quanquam etiam admodum tenuis , non aliquando tantummodo , sed omnino semper in appulsu ad Lunam Planetæ figuram mutarent , ac pallefcerent , & tremere Fixarum lumina ; & tamen habetur immanis observationum numerus sine ulla

prorsus mutatione , quæ sensu percipi poterit .

Addit illud , si habeatur atmosphæra lunaris , in ipsius Lunæ disco a parte lucida ad obscuram debere haberi transitum per intermedium pallorem ortum a crepusculo quodam , cum e contrario incedamus longioribus etiam telescopiis finem inter partem umbrosam , & lucidam terminis distinctum , qui nullam sensibilem amplitudinem habeant ; ut & cuspidēs quædam emergunt e media umbra lucidissimæ .

Ut respondeat contrariis argumentis , affirmat , raram illam figuræ , ac coloris mutationem in Planetis , tremorem in Fixis posse tribui alteri cuiuspiam causæ , ut atmos-

Demum in sideribus, siquæ sunt forte colorum
 Servatæ, lucisque vices, non causâ valet
 Eduxisse alia, ut Telluris protinus aer
 Mutatus circum, ut fallentia sæpe tuborum
 Vitrea septa? aer Solis quoque nonne nitentem 1150
 Concinnat, cum Sol oblecta luce laborat,
 Annum, ut amissæ parva in solatia formæ?
 Et tamen (a vero quantum deducere possunt
 Jam præcepta animo, & temere insinuata volenti
 Judicia!) invenies, qui juret in aere Lunæ 1155
 Cernere se nubes, tempestatesque sonoras,
 Fulminaque, albescentesque nives, & grandinis ictus;
 Mirum, si nequeant, quæ sunt majora, videre
 Idem illic, urbes, classes, hominesque, ferasque!
 Num¹ tamen idcirco privanda est tegmine prorsus 1160
 Luna suo, careatque fluenti ipsa unica amictu?
 Quin magis sese aliis pudibunda involvere querit.
 Funditur haud certe circum illam, noster ut aer,
 At tegit immensum late velut æquor aquarum,
 Paulatim quod non sursum tenuetur eundo, 1165
 Æque densata consurgat at undique mole,
 Et non ambiguo, sed certo limite constet.
 Scilicet in medio facies est aspera Lunæ,

Q 2.

Lævis

atmosphære nostræ, vel vitio cui-
 piam telescopii. Ego & illud ad-
 didi, fieri posse aliquando, ut in Lu-
 nam decidat pars quæpiam crassior
 atmosphære solaris illi analoga,
 quæ apud nos Auroras Boreales pa-
 rit, uti supra diximus, quæ tum
 maxime in appulsu ad illam lim-
 bi partem addensata raros illos ef-
 fectus exhibeat. Annum autem,
 qui apparet in solaribus eclipsibus,
 tribuit atmosphære Solis.

Demum illos carpit, qui censeant
 se in Luna tempore solaris eclipses,
 & procellas vidisse, ac fulgura, &
 fulmina, cujusmodi observationes
 nonnullas & Wolfius profert. Cum
 ista tanto minora sint, quam urbes,
 & silvæ; has prius, & alia ejus-
 modi iis telescopiis licuisset depre-

hendere, antequam fulgura, & ful-
 mina cerneremus in Luna. Nulla
 telescopiorum vis eo sanè pertingit,
 ut fulgura, & fulmina lunaria ex-
 hibere possit, licet ponantur ea ibi-
 dem existere.

1 Innuit hic meam itidem sen-
 tentiam de fluido quodam homo-
 geneo, & nostris aquis analogo,
 quod totum ambiat lunarem globum:
 profert autem unum e præcipuis ar-
 gumentis, quæ pro eo fluido pro-
 tuli, quod nimirum videamus limi-
 tem inter lucem, & umbram in
 Luna non plena semper scabrum
 admodum, & sinuosum, quæ lim-
 bi inæqualitas usque ad marginem
 protendatur; cum tamen Lunæ lim-
 bum in eclipsibus Solis videamus
 semper accuratè circularem sine ul-
 la

Lævis at extremo comparet margine circum.

Credere sed tantum non esse in margine scabram

1170

Difficile est; quare dicendum illa æquora densa

Conspecta obliqua extremas ratione per oras,

Quidquid inæquale est, tegere, æqualique videri

Undique propterea finitam lumine Lunam.

Sic fundi asperitas, si nostra hæc æquora recta

1175

Despectes, apparet; at asperitate carere

Creditur extensum circum undique finibus æquis,

Obliqua pelagus si fors ratione tuaris.

At ¹ tollas aliis, crinitis aera certe

Tollere sideribus non possis, aera quorum

1180

Crines constituunt ipsi, & coma lucida circum.

Nudis hic oculis etiam dignoscitur aer,

Corpore qui, circa quod funditur, amplior esse

Ter decies sæpe est conspectus; cernimus ipsum

Quin quod & in medio corpus, nucleumque Cometæ

1185

Dicimus, haud solidum est, at ut aer crassior extra

Nec bene finitus, nebularum more, remotis

Infedere procul quæ vallibus, altaque condunt

Culmina villarum, & frondentes per juga silvas.

Quapropter quoniam tam clarus conspiciendusque est

1190

Aer hic, Cælo cum lux est orta Cometæ,

Mirantum ut soleat convertere mentem oculosque,

Et terrere Virum, diro velut horribilique

Spectaculo, propius quod nos contingere credant

Mortales, usus, exortus, & rationes

1195

Edere, queis fiat novus hic, tantusque paratus,

Et

la scabritie. Idem accideret in nostro mari. Fundi scabritiem transpiceremus usque ad marginem velut depictam in superficie suprema, sed marginem maris in disco Solis sine ulla scabritie intrueretur, si Tellus nobis extra ipsam positus pareret solarem eclipsim.

¹ Delabitur hic ad atmosphæras Cometarum, excerpens inde pleaque ex iis, quæ protuli in mea dissertatione de Cometis huc pertinentia. Crines, & cauda Cometarum in ipsos oculos incurrunt; ipse nucleus per telescopia confide-

ratus ita nebulosus est, ut statim appareat id, quod cernimus, non esse accuratè solidum, sed esse nebulosum veri nuclei solidi tegumentum. Quoniam autem Cometarum crines, & caudæ usque adeo hominum oculis animosque percellunt, de iis hic se uberius acturum profiteretur; & quidem ipsæ atmosphære affusæ Planetis, & multo magis ipsæ Cometarum caudæ sunt quoddam conspectarium gravitatis generalis, de qua huc usque cogitat, & cujus occasione ad hæc argumenta delapsus est.

Et longo par est per cuncta excurrere versu :

Permullis¹ suis hic Terræ datus usibus aer
Scilicet est, aliisque suis quoque proficit astris
Aer, si quis is est, errantibus hæc sed ab illo 1200
Commoda percipimus nostræ non ultima vitæ,
Nobis distribuit quod lucem, quodque calorem
Undique, tamque bonas Terram res spargit in omnem.

Si radios aer, & spicula Æia reflectens
Absoret, haud aditus, referataque septa domorum 1205
Vel mediæ lux alma diei transgredederetur,

Oppositus radios nisi Sol immitteret intro
Directos, nimiumque fugaces; cætera semper
Torperemus, uti tenebroso in carcere clausi.
Quidquid se radiis opponeret, ilicet umbras 1210
Cimmerias inferret, ut alti culmina collis,
Exigua ut nubes, paries, frondosaque silva.

Ex improvise tenebras offunderet atras
Horrida nox, vix Sol occumberet, ulla nec esset
Aurora ante ortus almæ præmancia lucis; 1215

Sed subito foret a tenebris ad lumina clara
Migrandum. Tum quis vibratos luminis ictus
Nulla per aurarum defessi obstacula ferret?

Æstivos media ferinus vix luce calores,
Nam magis impellunt directius advenientes 1220

Ex alto radii; brevior via namque per auras
Tunc est obstantes, atque undique disjicientes:
At cum longior est, ut mane, aut luce cadente,
Aut etiam mediam per brumam, obtunditur illa

Q 3

Vis

¹ Primo loco hic proponit duos
e præcipuis officiis, & usibus no-
stri aeris delectos ex aliis inname-
ris, quos is habet: is nimirum di-
vidit lucem, & calorem; & illam
ab uno loco ad alium; hunc &
ab uno loco; & ab uno tempo-
re ad alium transfert: Nisi ad-
fer nostra atmosphæra radios lu-
minis circumquaque reflectens, in
omnibus iis locis, quæ non essent
expositæ directis Solis radiis, ad-
esset horribiles tenebræ; ut intra
domos, quæ illustantur: admissis

per fenestras radiis, qui reflectun-
tur ab atmosphæra terrestri. Nubes
exigua, atram pareret noctem, &
in ipso Solis occassu nox nigerrima
haberetur: illico sine ullo crepusculo,
quæ sine ulla aurora usque ad Solis
ortum æque tenebrosa perderetur.

Ea ad lucem pertinent, sed &
calor esset intolerabilis in ipsa di-
recta luce Solis, ac intolerabile
frigus in umbra, ut & frigus in-
tolerabile per noctem; nisi aer ra-
diorum solarium directorum vim
retunderet, ac idem calefactus, &

atmosphæra adimplenda nubes?

Vis acris, longaque venit languentior ad nos.

1225

Quanto percuteret proin impete iacta sine auris?

Esset & in quanto degendum frigore contra,

Quo non lux Solis pertingeret? ipse calorem

Aer servat enim nobis, quo vita fovetur.

Omnis nox igitur gelida magis algida nocte

1230

Brumali foret, atque domus foret omnis ut acri

Condita de glacie. Nimum dum comprimit aer

Luminis ardorem, bibit ipse, & servat eundem,

Inque loca huc illuc, in egentia tempora desert

Impediens, magno ne magna ad frigora ab æstu

1235

Migremus subito, contraque a frigore ad æstum

Immodicum nimio, mediis extremaque jungit.

At ¹ quanto magis est distensa illa aura Cometis

Utilis? immenso cum tractu a Sole recedunt,

Ut fugiant nostros oculos, penitusque latecant,

1240

Exciperent ² paucos, qui non disrumpere possent

Noctem, tam longe radios, lumenque profusum

Pertenuē; idcirco ne commoda deficeret lux,

Ufus erat, partes circum dispersa per omnes

Ut sit materies ea late vasta, potensque

1245

Arripere, & radios deducere prætereuntes

Tam magno in spatio, venarique undique lucem,

Et distensa velut captare in retia raram.

Reve-

vicino aeri calorem communicans, eundem a Sole ad umbram, a die ad noctem traduceret. Sol in meridie per æstarem directo radiorum appulsu ingentem calorem parit, qui per hyemem, ac in ipsa æstate manet, & vespere calorem multo minorem gignit. Id discrimen inde provenit, quod radii, qui aëre obliqui adveniunt, multo longius conficiunt iter per atmosphæram terrestrem, quæ idcirco maximam illorum partem reflectens, reliquos, qui transmittuntur, plurimum debilitat. Si igitur nulla esset atmosphæra, quanto vehementius urent directi Solis radii, & nullis reflexionibus attenuati! Loca autem in umbra posita, & nullo so-

ta calore aeris, torperent immani frigore.

¹ Expositis hæc, atmosphære usus, qui generales sunt pro omnibus Planetis, ostendit, quanta in Cometis necessitas fuerit tanto majoris atmosphære, quam in Planetis ad eos ipsos usus; est autem in immensum major; dum enim atmosphæra terrestris est perquam exigua, & fere insensibilis respectu diametri Terrestris; atmosphæra Cometarum diametris nuclei multis vicibus majores sunt.

² Primum agit de iis, quæ pertinent ad lucem. Cum Cometæ usque adeo recedant a Sole, & Solis lux in recessu ab ipso attenuetur in ratione reciproca duplicata distan-

Reveraque illos per tractus aura Cometæ
 Ulla a parte premi nullo queat aere Solis;
 1250 Debet in immensum proin fundier, & capiendæ
 Tenuibus ut maculis fines distendere lucis.
 Inde fit, ut cæca pars nunquam nocte prematur
 Ulla; sed, ut Terræ, cum nubes lampada Solis
 1255 Eripit ex oculis, non deficit ipsa profecto
 Alma dies, quam tunc desert circumlitus aer,
 Jam non præstet idem longe vastissimus ille
 Nunquam luce carens aer? non arceat umbras?
 Nam, quanquam solidi pars corporis una Cometæ
 Solem habet aversum, lucem latere haurit ab omni
 1260 Nimirum ipmissam late cingentibus auris,
 Nullaque propterea noctis discrimina sentit.
 Hinc ratio patefit, cur non, ut Luna, Venusque,
 Apparent vario pariter sic ore Cometæ:
 Non horum faciem nos inspexisse queamus
 1265 Intectam densa semper caligine; verùm
 Illuc forte oculis nostris via siqua daretur,
 Haud equidem partem, quæ Soli obvertitur, esse
 Opposita multo mage claram perciperemus.
 Qui penetrant in eam recti trans subula tanta,
 1270 Languentes radii nimium sunt, vincere longe
 Qui nequeant alios, qui per latera omnia fracti

Q 4

De-

distantiarum; ii multo magis indigent luce, quam atmosphæræ adeo vastæ contractæ, & ad nucleum reflexæ augebunt, quæ quidem atmosphæræ in illa majore distantia dilatabuntur adhuc magis liberatæ ab atmosphæra solari, quæ illas ibi non comprimet. Ex ea autem ingenti atmosphæra & illud accidet in Cometis, ut nulla uspiam habeatur nox, ne in parte quidem averfa a Sole. Debet enim vividissimum, & perenne haberi quoddam crepusculum ubique, & quidem admodum exiguum debet esse discrimen inter intensitatem lucis in parte Soli obversa, ac in averfa; quæ ipsa etiam vera est causa, cur nullas in Cometis in-

tueamur phasces, ut in Luna, & Venere; non autem quod Cometarum nucleus sit pellucidus, quod senserunt nonnulli, non perpendentes hoc tantum perenne crepusculum.

Ea tamen atmosphæræ commoda pertinentia ad distributionem æquiorum lucis pensari debent ingenti incommodo; quod nimirum Cometarum incolis, si qui sunt, ademptum est spectaculum omne Cæli, & Stellarum, quæ nimirum trans tantam nebulosæ atmosphæræ crassitudinem a Sole perpetuo illustratam transpici nequaquam poterunt: Solem ipsum vix, & quidem admodum pallentem, intuebuntur,

Detorquentur, & oppositæ dant lumina genti.
 Illic nulla quidem proin nox; at sidera nusquam
 Propterea populi poterunt nocturna tueri,

1275

Clara neque his Mundi tam pulchri scena patebit.
 Aspiciant tantùm pallentis lampada Solis
 Unica de toto miseri spectacula Cælo.
 Solos in Mundo proin sese vivere credant,
 Ut Rex oceani divisum forte patentis
 Qui scopulum incoleret, quo nunquam accesserit hospes,
 Non alias usquam sua classis adiverit oras,
 Solum se toto dominari audiret in Orbe.

1280

Cumⁱ nimium Phœbo admoti accessere Cometæ,
 Deberent lucis violento ardere furore,
 Si non densus eos radios infringeret aer.
 Nonne vides, quantum primo Sol debilis ortu est?
 Longius illud enim paulo, atque implexius ad nos
 Tunc iter aerium est; jam quid foret, hæc via mille
 Si spatiis plus, quam nunc est, productior esset?
 Et tamen in multis tantundem est sæpe Cometis
 Hoc nostro protensior atque implexior aer.
 Horrendum ante alios nostri videre Parentes

1285

Usque adeo in Solem demitti, ut abesset ab ejus
 Biscentum spatiis minus, ac nos, impete flammæ;

1295
Mille

ⁱ Multo major utilitas, & vero etiam necessitas extitit tantæ Cometarum atmosphæræ pro iis, quæ pertinent ad calorem. Cum ii tanto magis accedant ad Solem in perihelio, & usque adeo recedant in Aphelio, immane esset, & prorsus intolerabile discrimen in ordine ad calorem in hisce oppositis eorum constitutionibus. In Solis vicinia calor esset immanis, nisi tam ampla, & crassa atmosphæra radios ad nucleum delatos debilitaret, & in distantibus illis ingentibus immanis torpor succederet, nisi atmosphæra in perihelio calefacta, calorem conservaret usque ad aphelia ob ipsam tantam suam molem, nam, quo majora sunt corpora, eo diutius calorem conceptum servant.

Quantum debeat conferre ad cohibendum calorem Solis tanta atmosphæra, patet vel ex eo, quod supra diximus, tanto discrimine caloris radiorum Solis per hyemem, & per æstatem, vel manè, & meridie. Si illa longitudo viz radiorum per atmosphæram tantum debilitat eorum vim; quid præstabit via millecuplo longior, uti habetur in pluribus Cometis. Atque hinc Noster illud etiam affirmat, quod in illa dissertatione exhibui, celebrem illum Comeram anni 1680, cujus cauda tertiam Cæli conspicui partem occupabat, non debuisse concipere immensum illum calorem, vel potius ardorem, quem ipsi Newtonus tribuit in multa sæcula conservandum. Is Cometa ad Solem ita accessit,

Mille quaterdecies proin partibus acrior illic,
 Quam regione hac in nostra, & ferventior esse
 Debebat splendor radiorum, quique rubentis
 Ferri ad fervorem tam sævas mille caloris
 Adjiceret vires, & mille iterumque, iterumque. 1300
 Hæc qui pervidit numeris, ratus ipse propinquo est
 Revera tantum Sole incaluisse Cometam,
 Exceptumque ideo semet illo in corpore magno
 Servari voluit per sæcula longa calorem.
 Omnis enim calor in majore tenacior auctu est. 1305
 At clypeum aurarum contra ictus luminis acres
 Non vidit, partim quæ sistunt lucida tela,
 Partim rejiciunt; ideo moderantior ille
 Debuit esse calor, neque tantas edere vires.
 Hic igitur calor e vicino Sole receptus 1310
 Servaturque diu, & defertur ab aere vasto
 Avia per loca, quo discedunt quippe Cometæ
 Protinus a medio fugientes Sole; sine ista
 Namque ope semoti a radiis & lumine amico
 Oblepti horribili frigerent denique bruma. 1315
 Temperat hinc hyemem reliquus calor aeris illam,
 Ut calefactus & hic per lucis tempora noster
 Aer egelidam noctem, & facit esse tepentem.

Qua-

cessit, ut ab ejus superficie disti-
 terit sexta parte tantummodo To-
 laris diametri; ac proinde ejus di-
 stantia a centro Solis erat circiter
 biscentum vicibus minor, quam
 nostra; & proinde radii Solis ibi
 debuerunt esse quadragies mille vi-
 cibus intensiores. Inde Newtonus
 intulit debuisse ejus Cometæ nu-
 cleum concipere calorem bis mille
 vicibus majorem calore ferri can-
 dentis. Id accideret fortasse, si nul-
 la adesset, vel exigua atmosphæ-
 ra: at ea ejusmodi effectum im-
 pedire debuit. Partes extimæ ejus
 atmosphæræ non possunt ita inflam-
 mari ob ipsam tenuitatem; nam
 cæteris paribus, quo tenuiora sunt
 corpora, eo minorem concipiunt
 caloris vim, adeoque illæ partes ex-

timæ, licet in tanta radiorum in-
 tensitate positæ sint, moderatum
 quendam calorem concipiunt; in-
 terea vero aliquam partem radio-
 rum cohibent, & reflectunt: quo
 magis descenditur ad nucleum,
 eo magis crescit densitas, sed de-
 crescit radiorum intensitas, eorum
 parte jam cohibita, vel reflexa,
 adeoque adhuc moderatus quidam
 ubique calor concipitur, donec ad
 nucleum deveniatur, quo radii jam
 multo languidiores, multo itidem
 minorem calorem inferant.

Hoc pacto potest in tota illa mas-
 sa ingenti concipi calor ubique mo-
 deratus, qui ob ejus immānem tra-
 ctum diutissime perseveret usque ad
 Aphelia, & usque ad reditum, dem-
 pta illa ingenti inæqualitate, & il-
 lo

Quapropter denso protensoque aere, tarde
 Qui per vasta loca excurrunt, opus esse Cometis 1320
 Nonne vides, ut distribui bene luxque calorque
 In spatia, & longe distantia tempora possit?

Quodque ¹ vices redeundi, iterumque a Sole abeundi
 Ingentes peragunt, caudatos esse Cometas
 Dicemus, vicibusque carent quod cætera tantis 1325
 Astra vaga, haud ullis ea Cælum verrere caudis.

Dum loca discedens Soli vicina relinquit
 Quisque Cometarum, & Phœbei trajicit auras
 Aeris, & tenuem semper magis æthera tranat;
 Ætheriæ partes, primo queis densior extat 1330

Natura, atque aliæ porro, queis rarior ipsa est,
 Et magis atque magis superis subtilis in oris,
 Propter & incursum findentis ut æquora proræ,
 Et propter gravitatem in magni corporis augmen
 Prætereuntis, adhærescunt properantibus auris 1335

Circum astrum affusis, facile illabuntur & intro,
 Immixtæque novi regni interiora pererrant.
 Hospes ibi assuescit paulatim moribus illis
 Materies; semperque magis fugiente Cometa
 Ob mitescentem fit ibidem densior æstum. 1340

At diuturna ubi se porro fuga magna revolvit
 In Solem, & cœptant paulatim cuncta calere,
 Persentiscit & ipse novam jam vim radiorum
 Aer; se partes evolvunt protinus, inque
 Antiquam redeunt molem, primasque figuras. 1345

Quin propiora aliquæ Soli ad loca, quam quibus ante
 Intro

lo tanto ardore nuclei. Sic & nostra atmosphaera radiorum vim re-
 tundit per diem, uti vidimus, & teporem conservat per noctem.

¹ Exponit jam juxta meam ea de re sententiam, unde fiat, ut Cometæ habeant caudas, quas Planetæ non habent. Nimirum id in illis provenire arbitror ex tanta mutatione distantia a Sole, quam distantiam Planetæ mutant admodum parum. Dum Cometa a perihelio tendit ad Aphelium, multæ

particulæ pertinentes ad atmosphaeram Solis commiscuntur ipsius atmosphaeræ tam ob attractionem gravitatis in Cometam, quam ob ipsum impulsum anterioris partis ipsius atmosphaeræ Cometæ proscindentis instar cujusdam proræ atmosphaeram solarem, in qua collisione omnino debent partes extrinse commisceri invicem, & multæ particulæ atmosphaeræ solaris ita commixtæ particulis atmosphaeræ cometæ descendunt etiam intra ipsam,

Intro immigrarant, devastæ, se mage raro,
 Quam fuerit prius, in latera omnia corpore fundunt.
 Propterea Solis longe magis aera densum
 Se circa inveniunt, & vi majore valentem 1350
 Ejicere, & longe fursum protrudere vietas.
 Hinc ergo ætheriis facile expelluntur ab auris,
 Et celeres saliunt fursum; velut aere nostro
 Impulsi fursum fumi graviore feruntur.
 Idcirco opposita Solis de parte tuemur 1355
 Ducere fumantes tractus, caudamque Cometas.
 Quo propius Soli accedunt, hoc longior exit
 Cauda minax, crescit quoniam calor, & magis aer
 Densus ibi est Solis; quapropter major earum
 Est numerus Solem fugientum particularum. 1360
 Cum porro incipiunt averti, & abire Cometæ,
 Ille tamen sequitur fumus, quia protinus uno
 Non possunt omnes exire in tempore partes
 Insinuatæ olim; velut igni admota propinquo
 Fumant ligna diu, neque tempore jactat in uno 1365
 Omnes ex sese, quæ bulliat, unda vapores,
 In quos paulatim debet calefacta resolvi.
 Verum illi quanto in spatia ulteriora recedunt
 Decrescente calore, & rarefcentibus auris
 Phœbeis circum, fumi minus effluet usque, 1370
 Tractu & se brevior distendet cauda minori.
 Ergo alia alstra carent caudis vaga, quod regione
 Aeris, in qua sunt, phœbei semper in una
 Perstant se circum volventia: materiemque

Illam

lam, & insinuabuntur. Cometa
 progrediente ad Aphelium, hæ ip-
 sæ frigescens magis addensabun-
 tur etiam. Ubi is redire cœperit,
 & iterum incallescere magis, ex-
 dem illæ particulæ iterum ad ve-
 terem raritatem rediguntur, ut, ubi
 ventum fuerit infra eam atmosphæ-
 ræ solaris partem, ad quam perti-
 nebant, effluant, & prævalente ejus
 gravitate in Solem intra ipsam
 ascendant ad partes Soli oppositas,
 ut noster fumus in nostro aere ascen-
 dit ad partes oppositas Terræ ob

prævalentem aeris gravitatem in
 Terram ipsam. Hinc etiam cau-
 dæ in perihelio ipso excresecunt
 plurimum.

In Planetis, qui distantiam a So-
 le parum admodum mutant, si
 quid unquam fuit, quod eo gra-
 du caloris, qui debetur ei distan-
 tiæ, posset attenuari ultra tenuita-
 tem atmosphæræ solaris in ea ip-
 sa distantia, id omne debuit jam
 ab initio effluxisse per exhalationes.
 Hinc Planetæ caudam habebant
 nullam, quam Cometæ habent.

Illam exhalantem si primitus insinuatam 1375
 Forte receperissent, atque illis rejicere oris
 Possent, a primo jamdudum tempore cunctam
 Ex se effudissent, prorsusque effœta recentem
 Non jam concipere, atque iterum profundere possent,
 Ut faciant moti spatia in diversa Cometæ. 1380
 Jam¹ positus repetas caudæ a rationibus istis;
 Quippe ejus positus diversos esse videmus,
 Diversoque vocamus eam proin nomine; caudam
 Præcipuè, insequitur cum caudæ more Cometam,
 Dicimus, at barbam, currit cum prima meatûs 1385
 Illius in partem, quo tenditur, anteriorem;
 Demum est cæsaries, cum circumfunditur, una
 Aut nimium est de parte brevis: tamen usque necesse est,
 Quo sit cumque loco, quod nomen cumque reposcat,
 Illa situ ad Solem, quo dixi, ut semper eodem 1390
 Perstet, ut oppositas nimirum pergat in oras.
 Barbigerum est igitur sidus, cum a Sole recedit,
 Caudatum, cum tendit in ipsum, denique crines
 Fundit, ubi aut tenues curtatur fumus ob auras,
 Exiguumq. brevis sit ob æstum, aut nostra Cometam 1395
 Versatur Solemque inter cum Terra, vel ille
 Solem ultra educus cum paulum de latere uno
 Flectit, ut & nobis fiat contraria cauda,
 Ceu Soli, in medioque sit astri a corpore opaco
 Obstructa, aut. nebulae densa caligine tecta, 1400
 Postremo cum: nos inter Solemque Cometa est,

Si

i Cometæ alii appellantur cau-
 dati, alii barbati, alii criniti: cau-
 dati dicuntur, cum ille vaporum
 tractus in longum protenditur ad
 eam plagam, quam Cometa mo-
 tu proprio deserit, ipsum nucleum
 consequens; barbati, cum is tra-
 ctus præit directus in eam plagam,
 in quam Cometa tendit; criniti
 cum circa nucleum vapores æque cir-
 cumquaque diffunduntur in gyrum.
 Exponit hic unde proveniat id dis-
 crimmen. Semper ille vaporum
 ascendentium tractus dirigitur ad
 partes Soli oppositas, uti diximus.
 Quare ubi Cometa ad Solem ten-

dit, is relinquitur post Cometam;
 & dicitur cauda; cum Cometa a
 Sole recedit, is præit, & dicitur
 barba; quod si moretur procul in
 parte atmosphæræ solaris nimis te-
 nuui, ut vapores intra ipsam non
 ascendant, vel si Cometa jaceat ad
 partes Soli oppositas, & respectu
 nostri otiam jaceat cauda ultra Co-
 metæ caput, vel Cometa jaceat inter
 nos; & Solem, ac in eo situ ad-
 huc videri possit, est crinitus, vel
 nullum vaporibus efformantibus lu-
 cidum longiorem tractum, vel tra-
 ctu ipso effugiente oculos nostros.
 tum quibus in directum jacet.

Si tamen inde queat nostros impellere visus.

Prorsus ¹ at oppositas Soli ne rere sub oras
 Directos longe caudam protendere tractus,
 Quin paulum declinet in illam plusve minusve 1405
 Nempe viæ partem, motu quam deserit astrum
 Obliquo, partemque itidem curvetur in illam,
 Plus, ubi proximior Phœbo, via vertitur ejus,
 At minus, ut sese in longinqua loca abdere tentat.
 Thure age Paachæo fumantem percipe acerram. 1410
 Si stet, odoratam laquearia fundit ad alta
 Surgentem rectâ nubem; quæ & recta manebit,
 Illam si rectâ sursum deorsumque movebit
 Sacrificus; circum sed si celer egerit aram
 Obliquans, videas retro se extendere fumum; 1415
 Nam quævis saliens rectâ pars, desuper illi,
 Unde emissâ, loco impendet; locus ipse sed omnis
 Est aliisque aliisque; nec ædificata superne est
 Propterea pars una alii, retroque relinqui
 Plus opus est, quæ sit prior, & sublimior; & si 1420
 Longior est fumi species, curvabitur alte,
 Lentius exsurgunt quia primæ denique partes,
 Quam quæ sunt igni propiores; namque volando
 Altius inveniunt obstacula plura, morasque.
 Propterea remanent humiles magis, insiluissent 1425
 Quam si æquo semper motu. Tum curvus, oportet,
 Sit vapor ipse ferens sursum se, tergaque vertat
 In regionem illam, quo fumans fertur acerra.

Flexu

¹ Deviationem, & curvaturam
 caudæ hic explicat; ea enim non
 dirigitur accuratè in partes Soli op-
 positas, sed deflectit nonnihil ver-
 sus partes, quas nucleus relinquit,
 quæ deflexio prope perihelium est
 maxima; ubi etiam incurvatur ip-
 sa cauda convexitate spectante eam
 plagam, in quam nucleus tendit.
 Phœnomeni imaginem exhibet in
 ductu fumi ascendentis: e thuribu-
 lo, qui ductus inclinatur, si thu-
 ribulum ipsum transferatur, & si
 motus etiam sit celerior aliquanto,
 incurvatur plurimum.

Phœnomeni causa in promptu est.
 Dum vapores ascendunt rectâ, nu-
 cleus progreditur, adeoque vapo-
 res in summo ductu existentes non
 imminet ad perpendicularum illi lo-
 co, in quo est nucleus, sed in
 quo is fuit, quando ex eo egressi
 sunt. Hinc debet ductus ipse in-
 clinari in partes relictas. Quod si
 motus sit celerior, ac inclinatio
 sit ingens, debet haberi & illa cur-
 vatura; nam nucleus progreditur
 motu ad sensum uniformi, dum
 vapores ob impedimenta, in quæ
 incurrit, & minus ponderantem
 auram

Flexu¹ ex hoc speres deprendere tempora, fumus
 Queis salit extremas solido de corpore ad oras; 1430
 Propterea expendens, quantum dimoverit illo
 Sidus se puncto, recta quod subjacet alto
 Caudæ apici, quantumque sit ista parte viai
 Temporis absumptum, credas ascensibus istum
 Non male fors tempus deberi conficiendis, 1435
 Impediat si nil nimirum, motus ut auræ
 Officere ætheriæ queat in situs, incitat illam
 Qui ferri in gyrum, velut astra errantia circum,
 Ambire & Solem; quoniam vel flexus ab isto
 Crescit ut a vento, adverso qui flamine spirat; 1440
 Vel decrescit, ubi puppim velut aura secundat.
 Illud² at hæc falsa ferri ratione videtur,
 Quod perhibent, nempe avulsos a sidere fumos
 Impete phœbeæ transferri lucis ad oras
 Oppositas Solis; tenui lux corpore longe est, 1445
 Quamlibet atque leves res ullo haud concitet ictu,
 Quid? dare perceleres in motus ut queat? illi
 Nam celeres constant fumi, cum nempe Cometis
 Vicini, nec adhuc sese inflexisse videntur.
 Nostri si tenues volitantes aere fumi 1450
 Percussi a radiis Sole exoriente profusia

Impul-

auram superiorem solaris atmosphæ-
 ræ, ascendunt motu retardato,
 ut & nostros fumos videmus in ip-
 so egressu moveri celerrime, tum
 sensim lentius, ac lentius. Hinc su-
 prema pars ejus ductus vaporum
 remanet minus alta, quam esset,
 si motu æquabili ascendisset cum
 ea velocitate, qua ascendit prope
 nucleum, adeoque debet incurvari
 ita, ut sit cavus versu partes re-
 lictas, & convexus versus eas, in
 quas tenditur.

1 Ex ipsa inclinatione caudæ
 Newtonus docuit illud, quod hic
 Noster commemorat, posse desi-
 gnari tempus, quo fumus ille ascen-
 dit; cum possit definiri punctum
 orbitæ Cometæ, cui ad perpen-
 diculam insistit, & inde distantia

puncti, in quo erat nucleus, cum
 il vapores e nucleo ipso egressi sunt,
 a puncto, in quo tum est; adeo-
 que & tempus in eo arcu percur-
 rendo impensum a nucleo.

Verum illud notat Noster, quod
 in eadem illa dissertatione propo-
 sui, fieri posse, ut motus aliquis
 intestinus atmosphæ- ræ solaris, si-
 milis nostræ atmosphæ- ræ ventis,
 rem perturbet, dimotis a loco suo
 vaporibus, & ipse motus atmos-
 phæ- ræ solaris circa Solis axem, vel
 augeat inclinationem, vel minuat,
 translatis vaporibus, & secum ab-
 repts, prout motus nuclei ipsi op-
 ponitur, vel cum eo conspirat.

2 Sunt, qui censent, oriri Co-
 metarum caudas ab impulsu ra-
 diorum Solis in particulas atmos-
 phæ- ræ

Impulsus nequeunt ullos sentire, neque ullos,
Quos videas, ire in motus; perneciter ire
Cur poterunt illic, præsertim ubi vincere debent
Oppositam quoque vim gravitatis abire vetantem?

1455

Præterea cur non caudas errantibus astris
Tunc adnectendum foret omnibus, ipsa vapores
Cum queat illorum quoque lux jactare superne,
Et secum abripere, & distendere per regiones
Illas, quas cauda visus majore Cometa

1460

Trajicere insignis, prælongo & verrere tractu.
Postremo neque post tergum deflexa vaporum
Illa columna foret, curvataque vertice cello,
Ut docui; abducti motu celerante volarent

1465

Quandoquidem fumi sursum, cum corripientis
Vis lucis non tam spatio decresceret illo,
Quam gravitas contra efficiens, caudæque cacumen
Proin, æquo quam si motu irent, altius esset.

Interdum ¹ caudis tractus nigrantior ire
Longis, sulcus uti tenuis, filumve videtur:
Falleris, hunc ejus projectam corporis umbram
Si credas, quoniam non tam queat illa videri
Longa, sed a spatio semper subtilior esse,
Et demum in puncti extremum finire cacumen;

1470

Tum

phæz Cometice, quas ii avulsas
secum abripiant, quam causam,
& Newtonus adjunxit alteri petitz
a præponderantia atmosphæz so-
laris: hanc hic impugnat, ut & ego
impugnaveram, a nimia in primis
tenuitate luminis, de qua tenui-
tate ego quidem & separatam dis-
sertationem edidi in Romano Lite-
ratorum diario, cujus occurret usus
in supplementis-tomi tertii. Secun-
do loco eam sententiam impugnat
ex eo, quod nostri fumi perculsi in
nostro libero aere a radiis solaribus,
non abripiuntur ne in latius quidem
motu horizontali in ortu Solis;
quanto enim minus abripiendi erunt
fumi Cometici prope nucleum, &
protrudendi in partes Soli contra-
rias, contra ipsam etiam gravita-

tem, qua in nucleum gravitant!
Tertio loco ex eo, quod ea causa
gigneret caudas etiam in Planetis,
quarum atmosphæz æque impetit
solaris lux. Quarto demum, ex
eo, quod si ea esset causa ascensus
fumi Cometici in cauda; cauda ip-
sa deberet habere curvaturam pror-
sus oppositam; nam continuo im-
pulsu novo radiorum, deberet a-
scensus vaporum esse acceleratus;
cum gravitas, quæ ascensui obstat,
multo magis decrescat in recessu a
nucleo, quam radiorum propellen-
tium intensitas; a motu autem ac-
celerato curvatura oriri deberet op-
posita illi, quam observationibus
conformem eruimus e motu retar-
dato.

¹ Agit hic de sulcis quibusdam,
vel

Tum quoque lucis eo fractæ vis atque reflexæ
 Aere, quæ sparsa distinguat lumine fumos,
 Omnes impediat prorsus, dispellat & umbras.
 Præterea vel si non dispellatur, & ejus
 Jacta retrorsum illic sit corporis umbra, videri
 Attamen a nobis non jam queat, ire per axem
 Quæ medium debet fumi, proin condier ipsa
 Dispersa in cauda, & sepeliri in lumine circum:
 Denique non tractu distincta est simplice semper
 Cauda, at multiplici maculantur lumina sulco
 Interdum; tractus medio neque semper in axe
 Ille oritur: varia vidi regione locorum
 Quaque die positus mutantem, tempore parvo
 Post etiam gemini conspecti, qui quoque lata
 Mutavere situs in cauda; denique Soli
 Cum jam vicinum caudam protenderet astrum
 Prælongam, quini supera nigrescere visi,
 Hoc genus, & multo mage densa extendere fila.
 Cum cauda flexu sese intorquentia eodem.
 Credibile est non hos loca luce carentia sulcos
 Esse, queant reliquo nam circum lumine vinci,
 Et circumposito claro velamine condi,
 Sed plus fumantes, & nigros proinde vapores,

1475

1480

1485

1490

1495

In

vel oblongis nigricantibus tractibus, qui aliquando apparuerunt in caudis. Hæc nonnulli tribuerunt umbræ nuclei. Hanc ipsam sententiam impugnat pariter primo ex eo, quod umbra nuclei, si qua sit, nec debeat esse tam longa, quam longi observari solent hi sulci; nec ejus formæ, nam debet in cuspidem desinere; quod in hisce sulcis non accidit: Secundo, quod ob tot reflexiones radiorum in tanta atmosphæra nulla debet esse umbra, uti nullam ibi noctem debere esse vidimus: Tertio, quia etiam si adsit ea umbra, nobis illa non apparet, nam responderet axi caudæ, quam nos dum conspicimus, haberemus hinc, & inde ab illa tenui umbra ingentem fumi illuminati

tractum in ipsa ejus directione, qui eam elideret, & oculis nostris surriperet: Quarto, quia non unicus apparet aliquando is tractus, sed multiplex, nec in medio nucleo. Plures ego quidem vidi in Cometa anni 1743, & 1744: primo quidem unicum, sed quotidie mutantem positionem suam, tum duos, deinde ubi cauda maxime prope perihelium excrevit, & illuxit, vidimus quinque ejusmodi sulcos nigricantes, quos ego exhibui in schematis dissertationis meæ de Cometis.

Eos ego ibidem repetendos duxi non ab hiatus aliquo, & defectu materiæ reflectentis radios solares, qui nequaquam apparet, ob tantam crassitudinem reliqui fumi in eadem directione positi, & radios reflectentis,

In nos conversa qui caudæ a parte ferantur;
Pinguibus educti fors illi corporis ejus,
Aeris aut crassis surgunt regionibus imi.

1500

Sic cum nostra furunt incendia, depopulantque
Annosæ silvas, piceo de cortice fumi

Surgentes, flammæ inter lucemque, videntur,
Et nigro clarum conspergunt æra tractu.

Plures sunt, cum plus Solis calor auctior urit.

1505

At mutare situs quod cernimus, indicat esse

Illorum prima impressos in origine motus,

Scilicet ipsos se volvi super axe Cometas,

Ut super axe suo sese vagæ sidera volvunt.

Præterea¹ exortam urentis prope lampada Solis

1510

In loca mox caudam longe disjuncta abeuntem,

Quamquam eadem in speciem sit, at isdem partibus unam

Ne peristare putes; verum discindier usque,

Ut tractam per humum vestem, & dispergier auris

Percipe phœbeis partē involventibus omni.

1515

Exhalans circumpositis nam rarior auris

Est fumus, proprio proin quem cum sidere motum

Percepit, sejunctus ab illo amittere debet

Procinus; ipse foret quin si quoque densus, ut aura est,

Perderet extemplo: clara ratione repertum

1520

T.H.

R

Est

dentis, sed esse partem ipsius caudæ nigricantiorem, & cum ineptam ad reflectendos radios suos, tum intercipientem radios reflexos a particulis post se positis, sitam prope anteriorem caudæ superficiem nobis obversam, & exhalatam fortasse a crassioribus, pinguioribusque nuclei partibus; hinc eos ego fulcos notavi nigricantiores prope ipsam nucleum, & incurvatos cum reliquo ductu vaporum a nucleo egredientium, & abeuntem ab ipso ad plagas Soli oppositas.

Plures appaerunt in perihelio, quia ibi vis caloris est major, & fumi sunt copiosiores; motum autem tribui rotationi ipsius nuclei circa proprium axem, quo motu illa nuclei pars, quæ fumos ejus-

modi emittat, locum mutat respectu superfæciei ejusdem nuclei, adeoque & ille ductus fumi, respectu superfæciei caudæ, quod censeo esse unicum indicium conversionis Cometarum circa proprium axem analogæ conversioni, quam in pluribus Planetis observamus, in omnibus passim credimus.

¹ Impugnatur hic Newtoni locus, qui habetur in prop. 41 lib. 1 Princip., in quo posteaquam protulit sententiam ex ascensu vaporum in majore vicinia Solis, ob prævalentem gravitatem atmospheræ solaris in Solem, & vim centrifugam vaporum Cometicorum a Sole ex motu circa Solem cum nucleo, sic habet: *Ha sunt cause ascensus caudarum in vicinia Solis,*
ubi

Est siquidem, si forte globus moveatur in æque
 Densatis auris, alio aut quocumque liquore,
 Obsisti contra tanta vi, decutere omnem,
 Quæ motum queat hunc breviori tempore, quam quo
 Curritur id spatium, quo ter distendier auctus 1525
 Ille globi possit. Quare cum tantulus auctus
 Fumantum constet nimirum particularum,
 Omnem momento debent in temporis uno
 Perdere, quem motum per iter tenere Cometæ,
 Et servare alium tantum, quo scandere pergunt, 1530
 Aurarum dum librentur cum pondere eodem.
 Vel si nulla forent aurarum obstacula circum,
 Et pacto incolumes possent quocumque vapores
 Exire, & sursum vacuis illabier oris,
 Tum gravitas cadere hos demum compelleret intro, 1535
 Et circumlabi, velut aer undique fusus,
 Longe & magnificam caudæ dissolvere formam,

Nam

ubi orbes curviores sunt, & Cometa intra densiorem, & ea ratione graviorem Solis atmospheram consistunt, & caudas quamlongissimas mox emittunt. Nam cauda, quæ tunc nascuntur, conservando motum suum, & interea versus Solem gravitando, movebuntur circa Solem in Ellipsis more capitum, & per motum illum capita semper comitabuntur, & iis liberrimè adhærebunt; tum pergit dicendo gravitatem ad sensum æqualem particularum caudæ, & nuclei in Solem effecturas, ut positionem mutuam a se invicem non mutant; ac concludit: Cauda igitur, quæ in Cometarum periheliis nascuntur, in regiones longinquas cum eorum capitibus abibunt, & vel inde post longam annorum seriem cum iisdem ad nos redibunt, vel potius ibi rarefacta paulatim evanescent; novis nimirum, ut ipse ibi persequitur, breviusculis enatis iterum in regressu.

Hunc ego Newtoni locum semper plurimum miratus sum ob rationes, quas hic exposuit Noster.

Particulæ vaporum Cometicorum, ubi ascendunt intra densiorem atmospheram Solis, debent utique statim amittere omnem tangentialem velocitatem, quam habebant una cum nucleo, ob resistenciam illius atmospheræ utique densioris se; nam motus globi intra finem etiam æque densum amittitur totus ex resistencia tempore, quo is

globus percurreret spatium $\frac{8}{3}$ dia-

metri suæ, adeoque spatium minus tribus diametris; nam juxta schol. post prop. 36 lib. 2. ipsius Newtoni in casu resistenciæ omnium minimæ globus resistenciam patitur, quæ est ad vim, qua motus ejus motus vel tolli possit vel generari, quo tempore motu illo uniformiter continuato partes 8 tertias diametri suæ describat, ut densitas mediæ ad densitatem globi. Igitur illa velocitas, quam habebant cum nucleo vapores Cometici, non potest efficere, ut ii describant motu libero orbitas æquales orbitæ ipsius

Nam pollens longe gravitas per inane Cometæ est ;

Dicendum est igitur mutare , novosque Cometam

Induere ornatus caudæ , veteremque per auras

1540

Spargere phœbeas , nullam perstare , nec unquam

Desinere esse aliquam . Non Solis in aere debet

Materies ideo concrescere major , & isti

Non aliis fumī accedent errantibus astris ,

Molem ut paulatim majorem ea ducere possint ,

1545

Namque ea materies est aere Solis ab ipso

Hausta , atque ex una quantum ejus parte Cometæ

Emittunt , alia tantundem a parte receptant ;

Perpetuoque ita circuitu Natura gerit rem ;

Haud secus ac alias gyro res cernimus isto

1550

Verfari , atque illinc reparari damna , profusæ

Sunt ubi opes ; recipit , quos reddit Terra , vapores ,

Æquora fluminibus non exsaturata redundant ,

Illinc his quoniam vis suppetit omnis aquarum .

R 2

Qua-

sius Cometæ , & ob eam causam ii vapores non possunt comitari Cometam ad Aphelium . Deinde omittit hic Newtonus considerationem gravitatis vaporum in Cometam . Pingamus caudam abiisse cum nucleo procul extra omnem solarem atmosphæram , & motu illo libero comitari nucleum : gravitas mutua nuclei , & vaporum libertatem tollit ejus motus , & positionem mutua turbabit , ac efficiet , ut fluidum cadat in nucleum , & ipsi circum affundatur . Unietur igitur reliquæ atmosphæræ Cometæ illa pars , quæ caudam efformabat , nec conservabit caudæ formam . Non igitur abire possunt caudæ cum nucleis ad Aphelia servata mutua positione , & multo minus inde redire possunt .

Accedit autem & illud : dum ii vapores ascendunt in Apheliis , etiam si retineant velocitatem , quam habebant cum nucleo , utique ipsam component cum velocitate ascensus in partes Soli contrarias , & ex iis fit nova directio motus admodum diversa a directione motus nuclei . Quare si seclusa omni

resistentia illæ particulæ vaporum Cometicorum debeant vi gravitatis in Solem describere orbitam ellipticam ; describent utique orbitam diversissimam & longitudine , & positione ab orbita nuclei , nec servabunt positionem , quam habent ad ipsum . Aut ego prorsus cæcutio , aut Newtonus hic , re levissime inspecta , humani aliquid est passus .

Quamobrem omnino dicendum illud , vapores , qui Cometæ caudam efformant ascensu suo , ibi dissipari , & manere intra atmosphæram solarem , ubi emissi sunt , & sursum protrusi ab hujus gravitate majore , ac a novis semper vaporibus oriri semper novam in regressu : haberi autem reciprocationem quandam fluidi emissi , & absorpti , qua reparetur id , quod fuerat emissum , similem illi , quam videmus ubique in Natura , ut vaporum , qui in pluvias decidunt , & rursum in nubes ascendunt , fluviorum , qui aquam in mare ingerunt , quæ inde iterum vel per pluvias , vel etiam per filtrationem redeat quampiam ad fluvios efformandos .

Quapropter¹ quid erit, cur credas, quod fuit olim
 Vastam cooperiens, & mergens undique Terram
 Diluvium, ex propiore ortus traxisse Cometa,
 Qui dum transiret propter nos, liquerit unam
 Abreptam caudæ partem, bos linquit ademptam
 Interdum in spinis. velut, aut in rupe capella,
 Atque illam in magnos sese vertisse liquores
 Protinus, & Cælo Terram texisse cadente?
 Tantula res tantos possit progignere motus?
 Vel parva apparent trans magnam sidera caudam;
 Est opus, ut constet tenuissima proinde; nec ingens
 Possit diluvium, fuit illud quale, creare.
 Sic quoque ne credas, ingens cum machina Mundi
 Debeat extremo flammæ perferre furentes
 Exitio, ex aliquo id propius veniente Cometa,
 Qualis ab igne rubens Solis redit, exoriturum;
 Quandoquidem nimios radios arcere Cometam
 Diximus, ingenti quia circum est aere septus.
 Denique ne credas in dulcia pabula Soli
 Ob lucem effusam exhausto se terre Cometæ;
 Tam tenuis lux est, immensos ista per annos
 Effusa ut lato minuat vix pollice Solem
 (Rem porro a veris repetam rationibus omnem),
 Proinde Cometarum quid opus tam corpore magno,

1555

1560

1565

1570

1575

Tam

1 Plures hic congerit, & refellit
 opiniones pertinentes ad Cometa-
 rum caudas, & Cometæ ipsos:
 Primo eorum, qui repetunt Noemi-
 cum diluvium a transitu caudæ Co-
 metæ cujuscumque prope Terram,
 quæ in eam decedens, inundatio-
 nem illam ingentem pepererit: hanc
 rejicit ob immanem tenuitatem
 materiz caudas efformantis, per
 quam tanta crassitudine præditam
 transparent fixæ sine ulla sensibi-
 li refractione. Utiq; oportet tam
 raram esse eam materiam; ut id,
 quod in transitu vicino ita sentire
 possit gravitatem in Terram, ut in
 eam decidat, illud horrendum, ac
 mirum phenomenon patere omni-
 no non possit, quod præterea e sa-

cris litteris novimus longe alio mo-
 do accidisse.

Deinde refellit opinionem, vel
 commentum eorum, qui censent
 transitum Cometæ inflammari in
 vicinia Solis, combusturum olim
 Terram incendio illo, quod itidem
 futurum novimus e sacris litteris;
 nam supra ostensum est Cometæ
 non excandescere in Solis vicinia ob
 atmosphæram ingentem, quæ calo-
 rem distribuit.

Præterea rejicit & Newtoni opi-
 nionem censentis, Cometæ esse So-
 li pro pabulo ad reparandam ja-
 cturam factam emissionem continua
 luminis; Resistentia, quam pa-
 tiuntur intra atmosphæram solarem,
 exigua quidem, sed tamen aliqua,

minima

LIBER SEXTUS

261

Tam lautis epulis, quid tanto denique sumptu?
 Vastus præterea suus aer undique lucem
 Colligit a stellis jactantibus æthere in omni,
 Abraditque vagis idem quoque plurima ab astris,
 Ipsum quæ recidunt in Solem, non secus ac quæ
 Sunt in eo maculæ, sorbentur ab illius æstu.
 Hac ratione tibi rerum stat summa perennis
 Partibus in magnis, nec eget, quæ corrigat, ulla
 Auxiliante manu, & deformia multa reformet:
 Nil ibi culpandum, nil est deforme, nec errans,
 Ut solet in multis, quæ nos compingimus, esse
 Molibus, atque ideo quæ poscunt sæpe refingi.

1585

1590

Transitus¹ at propior nobis cum forte Cometæ
 Accidere interdum possit, quoque multa venire
 Inde mala in Terras interdum posse videntur.
 Fumantis caudæ pars ejus in aera nostrum
 Insinuata, venenifero nos lædere possit
 Contactu, pestemque feram, atque immittere clades,
 Et sata conficere, & campos vastare feraces;
 Possit item contra succis vitalibus auras
 Replere, & longe mortis differre furores
 In viventia sæcla, atque herbis addere vires.
 Possit & hoc fieri, ut vicinus calle Cometa
 Deflectat proprio, & faciat deflectere Terram,

1595

1600

R 3

Mutua

minui eorum vim projectilem ita,
 ut, orbita semper magis arcuata,
 debeant demum incurrere in ip-
 sum solare corpus. At Noster as-
 firmat, non indigere Solem ejus-
 modi pabulo ob illam tantam lu-
 minis tenuitatem, quam ejusmo-
 di esse ait, quod ego proposui in
 memorata dissertatione de luminis
 tenuitate, ac ipse alibi, nimirum
 sequenti tomo, se expoliturum, ac
 demonstraturum pollicetur, ut quid-
 quid luminis huc usque emittit Sol,
 longè minus materiz contineat,
 quam unicus aquæ nostræ digitus:
 addit aliquid etiam ex lumine Fi-
 xarum incidere in immanem Solis
 atmosphæram, & per eam in So-
 lem recidere, ac multa Planetarum

effluvia immixta atmosphæraz sola-
 ri recidere itidem in ipsum Solem,
 ut ejus maculæ in ipsum recidunt,
 ac alias ejusmodi compensationes
 haberi debere, sine corporum pri-
 mariorum destructione ejusmodi,
 quæ manum reformatricem requi-
 rat operis a tanto Artifice fabrefacti.
 1 Persequitur hic ea, quæ a Co-
 metis in nos derivari possint. Si
 Cometa nimis prope Tellurem tran-
 scat, potest pars aliqua ejus cau-
 dæ in Terram decedens, & insinua-
 ta intra atmosphæram nostram ef-
 se nobis vel venenifica, vel vita-
 lis: fieri potest, ut Cometa tran-
 siens prope Terram ita mutua gra-
 vitate & suum, & ipsius morum
 perturbet, ut vel ipse fiat Satelles

Tel-

Mutuà namque trahunt inter sese, atque trahuntur,
 Et faciat, Tellus ut se, vel ut ipse sequatur
 Tellurem Comes; & mutato protinus orbe 1605
 Diversi procul abscedamus, circuitusque
 Æthera per magnum diuturnos conficiamus.
 Proinde Cometarum credunt de stirpe fuisse
 Nunc aliqui Lunam; & Saturnum quinque, Jovemque
 Quattuor observant famulo quæ sidera ritu, 1610
 Et temere excurrisse illac, pœnalque dedisse
 Protinus, ærata religata ut compede circum.
 Quin ex impulsu valido (& si vastior ipse
 Sit multo Terra, percussaue Terra resultet,
 Haud secus ac vitrum, vel ebur) sic crescere Terræ 1615
 Possit mobilitas, atque impetus exsiliens,
 Sidera fixa queat procul ire invisere ut hospes,
 Et contundat iter coni de segmine forma
 In prima nimium gracili, seu forte secunda
 Semper hiante, magis vel ea, quæ tertia, hiante, & 1620
 Ut nunquam ex illo redeat post exul hiatu
 In Solem, lucemque suam, neque nota revisat.
 Jam si in nos cursu directo impingeret alte
 Adveniens celeri, & prægrandi mole Cometa,
 Omnia conquassari in puncto tempore prorsus 1625
 Deberent, vasto tremere omnia victa fragore,
 Omnia confringi, in montes maria insiluisset,

Cam-

Telluris, vel Terra ipsius Satelles,
 ac mutata orbita, longe alius sit
 nobis annus, longe alia omnia ab
 annuo, & vero etiam diurno mo-
 tu pendentia phenomena. Sic sunt,
 qui censeant Saturnum, & Jo-
 vem 4 Cometæ lucrarum suos ef-
 fecisse Satellites, Terram minorem
 lucratam esse suam Lunam, quod
 postremum sacris litteris manifestè
 adversatur: posse ingenti impactu
 Cometæ cujuscumque in ipsam Ter-
 ram mutari directionem ejus mo-
 tus tangentialis ita, ut ex ea, & gra-
 vitate in Solem non debeat descri-
 bi in posterum ellipsis circulo pro-
 xima, sed maximè oblonga, vel
 etiam parabola, vel hyperbola, ab-

cunte Terra ad Fixas, sine ullo re-
 gressu ad Solem: posse valido di-
 recto incurſu Cometæ tremorem
 oriri ingentem totius Terræ: con-
 quassari omnia momento tempo-
 ris, & confringi, ac contractis,
 & in cumulos temere congestis stra-
 tis ipsius Terræ, mutari positio-
 nem marium, & continentis, ac
 insularum, & cujus rei specimen cen-
 sent multi se videre in ipsis nostris
 montibus, in quibus apparent stra-
 torum perfractorum frustra sibi in-
 vicem aggesta permixtis maris, ac
 Terræ productionibus admodum di-
 versis ita temere, ut Telluris fa-
 cies appareat alterius cujuscumque
 mundi contracti vestigium, non
 primi-

Campique in putres sese solvisse ruinas;
 Fragmina deciderent huc illuc undique multos
 Dispersa in cumulos temere; atque agnoscere multi 1630
 Nunc, genus hoc, rentur cumulos, latera ardua montis
 Cum videre, superque aliis consurgere stratis
 Strata alia aut lapidum, aut variantis plurima terræ
 Multis interrupta locis, productave flexu
 Incerto; non artis opus, sed fortis id esse 1635
 Ut videatur, & antiqui vestigia Mundi
 Diruta, & ingentes projectæ forte ruinæ.
 Posset ab impulsu Tellus super axe revolvi
 Tunc alio incipere, atque aliis insigere punctis
 Sorte polos, alia & converti mobilitate. 1640
 Fors ideo ad partes Americæ visitur illas,
 Quæ non plus Austro, quam Galli, sive Britannæ
 Accedunt Boreæ, queis non rigidissimus aer,
 Horribili glacie cumulata, adstrictaque multa
 Insula; & ipsa ideo per regna Japonia, dicunt, 1645
 A torrente plaga quanquam distantia paulum,
 Frigora crudescunt scythicas imitantia brumas.
 Nempe putant Terram per sæcula longa propinquis
 Se vertisse polis; proin sic induruit olim
 Nixque geluque illic, mutato ut cardine porro 1650
 Ponere naturam nondum gelida ora priorem
 Quiverit, & magnos nivium demittere montes.

R 4

Possit

primigenius textus: posse & axem
 rotationis diurnæ ex eo impactu mu-
 tari, mutato polorum situ, quo
 pacto, quæ loca nunc in Zona tem-
 perata sunt, posse abire in Torri-
 dam, vel Frigidam, & viceversa,
 mutata omni rerum, & locorum
 constitutione, quod, sunt, qui &
 olim accidisse suspicentur, & per-
 petuis nivibus, ac glacialibus mas-
 sis ad veteres polos aggestis, ac non-
 dum solutis tribuant illud, quod
 propè Australem Americam occur-
 rant in mari in ipsa temperata Zo-
 na glaciales insule, & frigora in
 immensum intensiora ibi sint in lo-
 cis pluribus, quam ipsa constitu-
 tio locorum petat; sic autem e con-

traria Telluris parte in Japonia, &
 proximis locis frigora multo inten-
 siora sunt, quam ferat exigua co-
 rum distantia a Zona torrida: pos-
 se demum eo impulsu dirigi mo-
 tum nostrum in Solem, in quem
 si recideremus, horribili incendio
 periret momento fere temporis to-
 ta Tellus.

Porro illud addit, si ab ullo alio
 Cometa ejusmodi quidpiam time-
 ri possit, id posse ab eo, qui anno
 1680 tantus apparuit; qui quidem
 nodum habet orbitæ Telluris satis
 proximum, in quo ipso nodo si fuisset
 tum, cum ex ea parte erat
 Tellus, multo propius ad eandem
 accessisset; ac ea metuere insanire
 redant

Possit item fieri, ut dimoti præcipitemus
 Directa regione viæ, Solemque petamus,
 Absumatque sua nos flamma voragine volvens. 1655
 Si cladis, genus hoc, ærumnarumque timendum
 Nobis est; aliis plus omnibus ille minari
 Visus erat, speciem horribilem qui protulit olim
 Terris (bis septem prope lustra abiere) Cometa;
 Nam Terræ prope iter non tum illa parte vagantis 1660
 Contigerat; quanto subito turbata tumultu
 Tellus, isset ea si tum regione, fuisset!

Credere verum illinc Terris venisse ruinas,
 Aut instare novas, venturaque fingere corde
 Sollicito, nimis & tam rara timere pericla, 1665
 Desipere est, instent cum tot propiora, premantque
 Undique Mortales. Novit, cum condidit orbem,
 Ille Opifex rerum, Mundi suprema Potestas,
 Facto quid sit opus, bene uti partita vicissim
 Maxima sint, quæ sese huc illuc corpora volvunt; 1670
 Quodque sua, alterius sine noxa, ut lege teneri,
 Atque loco possit, tantosque innectere motus.
 Hinc videas, quare cum sex errantia circum
 Sidera deproperent, orbem prope quodque per æquum,
 Una & planitie pariter prope cuncta locentur, 1675
 In spatia errantes adeo diversa Cometæ
 Dispersi varium percurrant undique Cælum;
 Nam cum circuitu bis in omni semper ad æquos
 Perveniant tractus spatiorum a Sole, profecto
 Difficile esset, uti semper vitare valerent 1680
 Incur-

redarguit, & Auctorem Naturæ, affirmat, ea omnia prævidisse; adeoque potuisse ita cursum singulorum corporum dirigere, ut nihil eorum accideret, quod & credibile sit, providentissimum, ac nostri amantissimum Conditorum Mundi præstitisse. Hinc cum Planetæ primarii, qui ob orbitas fere circulares ad se invicem ita accedere non possunt, ut se plus æquo perturbent, motus suos perficiant in planis ad se invicem parum admodum inclinatis, nam eodem continentur Zo-

diaco; Cometarum orbitæ habent plana in omnes Mundi plagas directæ, alia alias, ut nimirum ubi Cometæ ipsi in Apheliis plurimum a Sole recedentes, imminuta gravitate in eum, possent plurimum se invicem turbare gravitate mutua, recedant a se invicem in imensum, nec in se possint incurere, nec ad se invicem accedere, quod in tanto Cometarum numero difficilius præstari potuisset, si eorum omnium orbitæ in eodem jacerent plano: nam orbes ipsi, quo-

Incursum inter se gemini, cujusque nisi esset
 Orbis planities alia regione locata,
 Atque alii inclinata nimis cuicumque; per æquor
 Unum nam si omnes irent (nisi forsitan orbis
 Orbem alium cingens prorsus concluderet intra), 1685
 In geminis punctis orbis quicumque secaret
 Orbem alium; quare toties totiesque secando
 Multiplices per circuitus occurreret astro
 Perfacile astrum aliud, perturbaretque, vicissim
 Turbaretur item, atque illata incommoda ferret. 1690
 Quapropter tantum cum distent avia longe
 Per loca dimoti, disperfique undique Cælo,
 Scire licet sic Naturam vitare tumultus
 Horrendos, atque insontes voluisse Cometas
 Labi, & civili non astra involvere bello. 1695

Postquam¹ per Cælum fumus, & per multa vagati
 Sidera, nec multas non Terræ & adivimus oras,
 Cunctaque diffusam gravitatem in corpora vulgo,
 Queis sint cumque locis, invenimus, & sua jura
 Fiximus, & mores, & qua quid lege geratur, 1700
 Quod superest, quamvis lustrantem talia mecum
 Te reor ambigua non jam consistere mente,
 Certa solo stabili tua sed vestigia figi;
 Attamen haud operæ pretium non esse putarim
 Multa refellere, quæ positis rationibus ante, 1705
 Et nostræ possint gravitati obstare videri;
 Deque via veluti spinas excindere cunctas,
 Vel paulum ne te properantem forte morentur.

Nila

rum alter in altero non penitus
 inclusi essent, ut sanè non essent
 orbes adeo oblongi, se invicem
 bini quique in binis secarent no-
 dis, & aliquis simultaneus appul-
 sus binorum ad nodum suum ha-
 beri deberet demum post ingentem
 seriem conversionum, cum collisione,
 & confractione, ac horrendis
 illis effectibus, quos vidimus.

¹ Postquam omnia gravitatis
 confectaria persecutus est Noster
 tam fuscè per libros fere integros
 quinque, & per eam tor celestia,

ac terrestria phenomena explica-
 vit, demum hic solutionem aggre-
 ditur eorum, quæ solent objici con-
 tra ipsam Newtonianam gravita-
 tem. Horum aliqua jam a se dis-
 soluta esse affirmat, ubi se occa-
 sio opportuna præbuit, ut illud, cur
 Planetæ licet in perihelio majorem
 habeant vim gravitatis, quam in
 Aphelio; tamen non pergant acce-
 dere ad Solem, ut ibi, sed rece-
 dant, quod quidem exposuit lib. 1
 a vers. 193; & lib. 4 a vers. 851 cur
 licet lapides etiam in patientem gra-
 vitent;

Illa quidem magicis velut artibus edita constant
 Omnia; namq. procul prospecta, haud vana videntur, 1710
 Et terrent animos simulacris grandibus; at, si
 Accedat propius ratio, evanescere debent.
 Jamque horum quædam ante mihi dimota profesto
 Sunt, ubi visa fuit res poscere, nempe ubi dixi,
 Ad loca cur Soli veniens vicina trahenti 1715
 Astrum, vi quamvis illic majore trahatur,
 Debeat incipere in regiones ire remotas;
 Corpora cur gravia, a vicino pariete quamvis,
 Cum prope lapsa cadunt, raptentur, non tamen imam
 Terram non feriant, ut, non raptata, ferirent; 1720
 Atque alia e genere hoc, quæ sunt permulta, videbis
 Esse suis prolata locis, penitusque repulsa:
 Porro quæ superant, imbellia multa videntur
 Partim tela, neque hoc certamine digna retundi;
 Id¹ genus est, audis sæpe harum vociferari 1725
 Quod rerum ignaros, Lunam, dum transmeat inter
 Tellurem Solemque, ubi plus raptatur in istum,
 Quam contra in Terras, in eam debere trahentem
 Aut cadere, aut ibi plus a Terra abscedere multo,
 Quam cum se prorsus loca per contraria volvit, 1730
 Ducit ubi simul ad Terram Sol, Terraque raptans.
 Hoc fiat, nisi te cum Terra Luna quotannis
 Convertat circa Solem, proin vim fugientem
 Ipsa habeat, qua vi Terram non deserit, atque

Non

vitent; tamen in Terram decidunt,
 non in ipsum, quod exposuit lib. 4
 a versu 1638, atque alia ejusmodi.
 Addit esse alia multa, quæ ab im-
 veritis hominibus objiciantur tan-
 quam validissima argumenta, quæ
 tamen omni vi ita destituta sunt,
 ut longa, & peculiari confutatio-
 ne non indigeant.

1 Hujusmodi esse affirmat illud,
 quod ajunt, ubi Luna versatur in-
 ter Solem, & Terram in Novilu-
 niis, inito calculo gravitare plus
 in ipsum Solem, quam in Ter-
 ram; ac proinde debere vel in So-
 lem cadere, vel magis removeri a

Terra, quam in Plenilunio, ubi
 ejus gravitas in Solem conspirat
 cum gravitate in Terram. Id qui-
 dem, affirmat, futurum omnino,
 nisi Luna gyraret simul cum Ter-
 ra circa Solem motu annuo, ex
 quo motu concipit vim centrifugam
 a Sole, quæ elidit ejus gravitatem
 in ipsum Solem ita, ut remaneat
 inæqualitas illa tantummodo actio-
 num, quæ perturbat motum respec-
 tivum Lunæ respectu Terræ, est
 enim in Novilunio vis centrifuga
 a Sole paullo minor, quam gra-
 vitas in ipsum, in plenilunio ipsa
 paullo major, quam gravitas in
 Solem.

Non ruit in Solem. Tantùm, cum prima vagatur
 Per loca Luna, fugam gravitas ea vincere paulum
 In Solem debet, fuga vincere sed gravitatem
 Paulum, ex opposita cum fertur parte; fit, ergo,
 Quod supera docui, gravitas ut utroque locorum
 Sit paulo minor in Terram, quam debeat esse. 1748
 Id genus est etiam, quod jactant, nostra trahentem
 Si maria in Lunam tollantur, cum ciet æstus,
 Attolli debere magis, magis usque, trahenti
 Accedunt quoniam Lunæ sublata, suasque
 Percipiunt vires majores, donec in ipsam 1749
 Demum abeant: id fiat item, nisi Terra trahendi
 Prædita majori sit vi, quam Luna, nec unquam
 Attolli possint maria, a gravitate nisi illa
 In Terram valida, vi raptans Luna minori,
 Demat in his, aliisque aliquid regionibus addat, 1750
 Ut proin librari non æquo pondere possint;
 Idcirco tollantur & hic, labantur & illic,
 Ponderis haud æqui donec discrimina sentiant.

Partim² at sunt potiora alia, & rem credita totam
 Conficere, & magnam valida vi vertere molem: 1755
 Quippe putant, gravitas si sit per corpora late
 Diffusa, atque ad se pellantur cuncta vicissim
 Undique, perpetuisque accedere nisibus instant,
 Omnia conjungi, & confundi fixa trahendo
 Debere inter se, & cum nostro sidera Sole. 1760

Verum

Solem, adeoque in utroque casu
 ejusmodi differentia tendit ad di-
 strahendum Lunam a Terra, & im-
 minuit gravitatem in Terram.

¹ Eodem prorsus redire, affirmat,
 & illud, quod objiciunt ex eleva-
 tione nostrorum marium in Lu-
 nam, in quam putant debere de-
 mum ipsa recidere, si gravitas in
 accessu ad ipsam, quæ sit per in-
 tumescentiam, semper crescat in
 ratione nimirum reciproca dupli-
 cata distantiarum. Id quidem ac-
 cideret, nisi gravitas in Terram
 praevaleret. Cum trahantur maria
 obversa Lunæ magis, quam cen-

trum Terræ, & averfa minus;
 differentia virium sola agit ad ma-
 tandum statum respectivum, & mi-
 nuit nonnihil gravitatem in Ter-
 ram, quæ augetur ad latera ob di-
 rectionem obliquam gravitatis in
 Lunam; & sublato æquilibrio ele-
 vantur ibi maria, hic deprimuntur,
 non nisi, quantum est satis ad com-
 pensandam majore elevatione gra-
 vitatem minorem in Terram, &
 minore majorem.

² Proponit jam, & dissolvit ob-
 jectionem aliam, quam graviorem
 esse dicit, seu solidiorem; neque
 enim profuit & sola ignoratione

theo-

Verùm hac abſtante ratione, immania quam ſint
 Si videant ſpatia illa, & ſe queis fixa recedunt
 Sidera, & a noſtro queis abſunt edita Sole.
 Sunt ideo forſan vaſta in regione locata,
 Ne gravitas facile arripere, atque adducere poſſit. 1765
 Per ſpatia hæc gravitas nam cum decreſcat, uti lux,
 Par ſi forte habeant ea pondus ſidera Soli,
 Viſ inter Solem, quodvis & mutua ſidus
 Vi tanto Terræ in Solem minor eſſet (at iſta
 Quam longe conſtat tenuiſſima præ gravitate, 1770
 Scilicet in Terram, qua noſtra hic corpora aguntur!),
 Quanto phæbea lux tenuior illius extat
 Sideris. Immenſum nonne hinc diſcrimen habebis?
 Quandoquidem gravitas ſi cuncta hic corpora cogit
 Per ter quinque pedes labi, quo tempore vibrat 1775
 Vivida ſeſe agitans noſtra uno arteria pulſu,
 Jam quot erunt anni, quot ſæcula, mutua queis nos
 Hæc cum ſideribus gravitas compelleret ire
 Per ter quinque pedes? Et ſi contracta fuiſſent
 Jam ſpatia hæc per tot, quot conſtant millia Solem 1780
 Inter noſque, tamen non percepſiſſe queamus;
 Ingens nam Terræ, quo magnum obit annua Solem,
 Circuitus quid jam eſt ad ſidera fixa relatus,
 Cum nequeant poſitu illa ſuo mutata videri?
 Adjice, ſublato quod vultu, nocte ſerena, 1785
 Igni-

theoriz; eſt autem huiusmodi. Si
 gravitas eſſet generalis, omnes Fi-
 xæ ad ſe invicem, & ad noſtrum ſo-
 lare ſyſtema perpetuo accederent in
 unicam aliquando maſſam coactæ.

Reſpondet primo, motum ejuſ-
 modi fore prorsus inſenſibilem,
 ob immanem Fixarum diſtanti-
 am. Gravitas cum decreſcat in ratione
 reciproca duplicata diſtantiarum,
 decreſcit eodem modo, quo lux.
 Quare uti eſt lux cujuſpiam Fixæ
 ad lucem Solis hic apud nos; ita
 eſt viſ illius in nos & Solem ad
 vim noſtræ gravitatis in Solem,
 quæ eſt multo minor noſtra gra-
 vitate in Terram: ea ratio eſt in-
 immenſum exigua. Porro noſtræ

gravitatis vi descendunt corpora
 uno ſecundo horario per pedes 15;
 quam longo igitur tempore opus
 erit ad hoc, ut illa adeo exigua
 vi percurrantur pedes 15? Quid ve-
 ro, ut percurratur ſpatium, quod
 poſſit in tanta diſtantiâ cadere ſub
 noſtros ſenſus? Nam tota diameter
 orbis annui Terræ circa Solem 40 mil-
 lium ſemidiametrorum terreſtrium,
 eoque major, eſt inſtar puncti reſpec-
 tu diſtantiæ a nobis Fixarum et-
 iam proximarum.

Accedit, quod tam multas ſtel-
 las videmus in cælo circumquaque,
 & per teleſcopia immenſum ca-
 ram numerum, eoque majorem, quo
 longiora teleſcopia ſunt; unde pa-
 tet

Ignibus innumeris tibi Cæli fulgurat ardens,
 Scena; sed excrescit numerus, si vitrea septa.
 In longo conclusa tubo obvertamus; & ille est
 Major adhuc numerus, si moles vitrea multo
 Aptæ magis; quin innumeras superare necesse est, 1790
 Quæ nullis oculis valeant, nulla arte videri,
 Per Cælum stellas spatio majore remotas.
 Quare conspiciamus quæ jam nos sidera cumque,
 His alia ulteriora putes consurgere, rursus
 Ulteriora aliis alia, & sic ordine longo 1795
 Præterea spatiis majoribus usque remota.
 Idcirco oppositas hinc illinc cuncta trahuntur
 In partes; vires ideo eliduntur, oportet;
 Oppositæ inter se gravitatum, immotaque prorsus
 Sidera sint. Tantùm quæ Mundi in finibus ardent 1800
 Extremis, paulum medio accessisse necesse est;
 Sed neque sidera nos datur hæc, neque cernere motum.

Cum¹ nequeant multi gravitatem in corpora fusam
 Omnia percipere, & quid constet, cum fateantur
 A se non penitus cognosci posse, neque unde 1805
 Adveniat, rerum a numero secludere certant;
 Præsertim quoniam spatio discurrere inani,
 Nulla & re media, distantianectere cuncta
 Corpora non possit, nisi que agitare valenti;
 Cum, nisi permultis rerum contactibus, ullæ 1810

Trans-

ret adhuc majorem latere numerum
 innumerabilem remotiorum stella-
 rum per telescopia adhuc longiora
 videndarum. Quare singulæ earum,
 quas cernimus, habent ingentem nu-
 merum earundem circumquaque,
 quarum vires oppositæ se mutuo
 elidunt, & motus aliquis haberi
 deberet tantummodo in margina-
 libus illis, quæ sub nostros oculos
 non cadunt, & de quibus ignora-
 mus illud ipsum, an habeant mo-
 tus quospiam, qui mutux gravita-
 tis effectus elidant.

Hæc quidem in communi New-
 tonianorum sententia, quibus gravi-
 tas decrevit accuratè in ratione re-
 ciprocâ duplicata distantiarum: at

in mea theoria ejusmodi gravitas
 in distantis Planetarum, & Come-
 tarum eam rationem sequitur tan-
 tum proximè, a qua in minimis
 distantis recedit plurimum. Fieri
 sanè posset, ut & in maximis Fi-
 zarum distantis ab ea recederet,
 & migraret alicubi etiam iterum
 in repulsiyam, quo casu fieri pos-
 set, ut Fixæ omnes inrer se essent
 in limitibus quibusdam attractio-
 num, vel repulsionum, & positio-
 nem, quam habent, tenacissimè con-
 servarent, qua de re iterum aliquid
 in tomo 4.

1 Aliam hic difficultatem dissol-
 vit eorum, qui invehuntur in gra-
 vitatis theoriam, quod ejus causam,
 & ori-

Transmitti nequeant. disjuncta in corpora vires .
 Ergo qua tot res peragi , tantasque per omnem
 Undique materiam clara ratione probatum est ,
 Ipsa tamen gravitas nobis erit inficianda
 Propterea , quoniam ejusdem natura latescit , 1815
 Ac si res extent ideo , quia novimus ipsi?
 Num bene naturæ ratio non reddita rerum
 Idcirco , quia cum gravitatem denique ventum
 Est ad communem , gravitatis reddita non fit
 Ipsius ratio ? Nili fons iavius solim , 1820
 Ignotusque fuit ; Nilo quis proinde feraces
 Non retulit terras Ægypti , ipsumque fluentem
 Ullis ire locis , ulloque subire negavit ,
 Qui subit obstantem septeno gurgite pontum ?
 Tempora signantem molem noctuque diuque 1825
 Cum quis nosse cupit , quæ sese ob pondera versat
 Suspensa , aut chalybem contortum , ubi noverit intus
 Volventum gyros numerumque , modumque rotarum ,
 Si non præterea naturam ponderis ipsam
 Aut evolventis se vires exque plicantis 1830
 Pertingat chalybis , se cætera scire , movetur
 Dædala queis moles , aut inficiabitur artem ?
 Et si non videas medios in corpora funes
 Distendi a gravitate , quibus disjuncta trahantur ,
 At non propterea nequeat tamen insinuari 1835
 Per-

& originem ignorent : dicunt nimirum necessarios esse funes quospiam , quibus se trahant mutuo corpora , & cum actio in distans exerceri non possit , non debere admitti remotorum corporum attractionem mutuan sine ullo intermedio quodam actionis tanquam vehiculo.

Respondet , debere admitti , quidquid positis rationibus , vel immediatis argumentis probatur existere ; licet ejus intrinseca natura , & causa ignoretur . Stultum futurum fuisse , qui negasset Nilum existere , Nilum esse causam immediatam tantæ fecunditatis Ægypti , atque id idcirco , quod ipsius Nili fons nondum esset detectus : ubi

reddenda est ratio motuum horologii , bene ipsorum rationem reddi deveniendo ad pondus , vel elasticam laminam , a quibus primæ rotæ motum accipiant , quem certæ lege trasferant ad reliquas ; nec cum redargui posse idcirco , quod ipsius ponderis , seu gravitatis , vel quod elasticitatis naturam non explicet , & causam non assignet .

Hæc indirecta est responsio ; deinde directè respondet dicendo , nihil esse opus actione in distans : posse hanc ipsam esse naturam materię , & unam ex essentialibus ejus proprietatibus , ut binæ quævis ejus particule ad se invicem tendant vi pendente a distantis , adeoque non per

Perfacile hoc animo, jamdudum ad prodita nobis
 Munera corporeæ naturæ accedere munus
 Posse modo inventum hoc, ut tendat in altera quodque
 Corpora corpus, iners quanquam, atque his jungier usque
 Nitatur, sed non ingratis, vique coactum; 1840
 Ut faceret, si vel funes, vel sentiat ictus;
 At veluti sponte, atque illectum ut amore, volensque;
 Sponte quoque extendi veluti vult, nec penetrari,
 Motibus & nullis, nulli pugnare figuræ.
 Singravitatem & adhuc tamen ipse hoc ordine perstas 1849
 Velle movere, locoque jubes decedere primo;
 At saltem gradibus consistere posse secundis
 Quis vetet, hisque pares quis census abnuat olli?
 Nempe illam proprium si corporis esse repugnes
 Munus; at esse putes in res extrinsecus omnes 1850
 Industam summi arbitrio, imperioque potenti
 Artificis, talem voluit qui cudere Mundum,
 Qualis is est, & non alia ratione ciere
 Austifcos motus, quam qua vis illa reposcit.
 An pudeat diam hic pro causa adsciscere legem? 1855
 At quocumque velis alio dissolvere pacto
 Naturam, venies ad quosdam denique fines
 Extremos, queis consistas, ut reddier ulla
 Non queat ulterius ratio, nisi sola voluntas.
 Sic & ab impulsu peragi qui singula rentur, 1860

Si

per vim attractæ, sed sponte quo-
 dammodo in se ipsas agendo singulæ,
 accedant ad se invicem. Quod si
 hæc sententia non placeat, posse rem
 reperi a libera lege Conditoris Na-
 turæ juxta sententiam causarum oc-
 casionalium. Poruit is eam sancire
 legem, & motum deinde produce-
 re ex occasione tantæ distantiae pro-
 portionalem reciproce quadrato ip-
 sius; nec illi sanè facilius fuit as-
 sumere pro occasione producendi
 motus, quod in ea sententia admit-
 titur, in collisione corporum di-
 stantiam nullam, quam in theoria
 gravitatis in quavis distantia deter-
 minata assumere distantiam illam
 ipsam quamcumque.

Et quidem rem illustrat exemplo
 petito ab ipsa collisione facta juxta
 communem sententiam per immo-
 diarum impactum. Cur motus quie-
 scenti globo communicatur ab alio
 globo incurrente? Nihil sanè re-
 sponderi poterit, nisi impenetrabi-
 litatem in causa esse, cur eorum
 corporum status immutari debeat,
 cum sine immutatione necessario
 debeant compenetrari. Si ulterius
 progrediamur interrogando, quid
 sit impenetrabilitas ipsa, & unde
 ortum ducat; dicetur profecto, vel
 eam esse ipsam corporum naturam,
 vel esse liberam legem Conditoris
 Naturæ. Idem igitur de gravitate
 dicendum erit: vel est sita in ipsa
 natu-

Si causas iterumque roges, iterumque priores,
Tandem pervenient, ut non penetrabile corpus
Dicant esse, unoque simul non posse teneri
Bina loco; sed & hujus item si exordia quæras.
Officii, quo confugient? ad corporis ipsam 1865
Naturam nempe, ad Domini vel iussa potentis.

At ¹ cur astra, obeunt quæ Cælo errantia Solem,
Perpetuos glomerent sua per vestigia gyros,
Nec fluidus, per quem nant, æther denique longos
Carpendo motus paulatim extinguere possit? 1870

Nimirum spatii nihil usquam prorsus inænis
Si foret in rebus, stipata sed undique in æquis
Materies spatii consisteret omnibus æque,
Æquaque iners itidem vis omni in corpore inesset;
Quis tum vel gigni motus, vel, si editus, idem 1875
Non cito compesci, penitusque perire valebit?

Ejaculata cavo vix glans erumperet ære,
Protinus effuso loca per circumscrita motu
Imbellis caderet; longoque ex tempore gyros
Sic etiam, inceptos vix primitus, astra fuissent, 1880

Quæ vaga sunt, oblita; sed & gignuntur, & orti
Perstant sæpe diu motus, seque æthere volvunt
Præsertim vasto incolumes, nihil inde videre
Scilicet ut longa decerptum ætate queamus;
Corporibus debes proin mixtum agnoscere inane 1885
Esse

natura corporum, vel pendet a libera Conditoris supremi lege, Atque hæc ego quidem omnia perlocutus sum & in Dissertatione de Viribus Vivis, & in recenti opere de Philosophiæ Naturalis Theoria.

1 Potest & illud, de quo hic agit Noster, reduci ad classem eorum, quæ contra theoriæ Newtonianam obijci solent; quod nimirum medii ætherei resistentia deberet motum paulatim minuere, ac demum etiam elidere totum, ac extinguere. Respondet, id quidem debere accidere, & brevissimo tempore, si totum spatium esset plenum materia; quo casu & Planetarum, & multo magis nostrorum projecti-

lium motus cessaret omnis brevissimo tempore. At si ingens sit vacui spatii quantitas immixta ita, ut medii densitas respectu densitatis corporum, quibus motus imprimatur, sit ad sensum nulla; nulla itidem ad sensum erit & resistentia. Cum vero resistentia per multa sæcula vel nullam experiamur, vel fere nullam, fieri utique debet id ipsum, ut nimirum tenuissimum sit, ingenti copia vacui spatii immixta, æthereum fluidum, in quo Cometarum motus peraguntur.

Sunt e nostri ævi Astronomis, qui comparando vetustissimas observationes cum recentissimis cœlescant, deprehendi aliquem resistentiæ effectum

Esse, atque ætheriis magna vi fundier oris,
 Astra pati offensus ubi non deprendimus ullos;
 Alma licet lux, & phœbeius imbuat aer
 Illa loca; usque adeo tenuis natura utriusque est,
 Distare a spatio nihil ut videatur inani.

1890

Sed ¹ qui corporibus late spatia omnia complent,
 Et spatii rentur naturam, & corporis unam,
 Idem multiplici cunctas res vortice volvunt,
 Et causam gravitatis in his, motusque vagantium
 Turbinibus statuunt astrorum, & quidquid ubique est. 1895
 Sed, genus hoc, vortex nec jam queat esse, nec, esse
 Si possit, longos valeat durare per annos,
 Nec, si duret, erit, notis ut deferat astra
 Legibus. En bellum transfertur in hostica castra,
 Dum procul a nostris inimica avertimus arma 1900
 Finibus. In rebus primò ² locus esse videtur
 Nullus vorticibus, circum quibus astra ferantur
 Errabunda; etenim non possint ire Cometæ
 In partes, ut eunt, omnes, latera omnia Mundi,
 Nec minus & contra, quam Cæli signa secundum, 1905
 Trans & utrumque polum: in regiones sæpe vagantium
 Astrorum veniunt, transcurrunt sæpe vel infra;
 Proin si turbineis vaga motibus astra ferantur,
 Hi quoque turbineo motu raptentur, oportet;
 Non igitur possint concepto pergere cursu;

1910

T.II.

S

Ra-

Etum quamvis perquam exiguum;
 qua de re nihil arbitror satis certo
 constare. Sed & hic fortasse haberi
 posset compensatio aliqua, qua
 ejusdem resistantiæ effectus impe-
 diretur, ut Mundus suis legibus,
 quibus est conditus, sine manu re-
 paratrice diutissime durare possit,
 quarum compensationum plures in-
 dicari etiam hic possent, nisi nimis
 in longum res abiret.

¹ De gravitate agens delabitur
 ad vortices Cartesianos, a quibus
 ipse Cartesius gravitatis causam re-
 petebat, in quorum impugnatione
 habet multa ex iis, quæ proposui
 in mea disquisitione in Universam

Astronomiam. Affirmat autem hæc
 tria, quæ deinde probat: vortices,
 quales Cartesiani voluerunt, non
 posse existere; si existant, non pos-
 se durare diu; si durent, non pos-
 se satisfacere legibus motuum cæ-
 lestium.

² Probat vortices existere non
 posse ex libero Cometarum motu
 in omnem plagam. Si quidem et-
 iam in Planetarum regionem de-
 scendant, & eorum multi feruntur
 etiam contra ordinem signorum:
 ii utique abriperentur cum Plane-
 tis, & in suis motibus perturbaren-
 tur ab iisdem vorticibus, si ii vor-
 tices existerent, & Planetas circum-
 ferrent

Raptatosque illos cogi, quo turbinis urget
 Vis ea, deducique suo de tramite cernas;
 Cum tamen usque suo properent impune meatu.
 Quod si quemque velis penetrari vorticis æstum
 Vorticibus variis, & turbine semper in uno 1915
 Pluribus esse locum: proin turbine quemque Cometam
 Ire suo; tam diversos involvere motus
 In spatiis isdem atque una regione quis ausit,
 Tantum nempe sua fretus ratione? quis omnes
 Certos in cæco versari posse tumultu 1920
 Afferat, atque uno pariter debere, suoque
 De tot vorticibus pulsari quemque Cometam,
 Deduci & proprio nusquam, & deflectere cursu?
 Nonne hoc a vera demum ratione remotum est
 Haud minus, in nostro pariter quam si aereingas 1925
 Flumina materiæ totidem procurrere, quot sunt
 Diversi rerum projectarum aere motus?
 Cumque lubet lapidem varianti emittere nisu
 E funda, magis ut procurrat sæpe, minusve,
 Præsto materiem tibi protinus esse ferentem, 1930
 Partitis velut officiis, non quamlibet, at quæ
 Id peragat tantum, quod ea ratione jubetur
 Non alia, solumque illum quæ deferat istum?
 Sed ⁱ jam, si libeat, constantem concipe summam.
 Vorticibus totidem, quot toto sidera Cælo 1935
 Fixa micant, proprio & dominari in vortice Solem.
 Cur sibi non fuerint damno, exitioque vicissim
 Tam varii motus? turbarier, inque pediri

De-

ferrent in gyrum. Quod si quis
 dicat vortices esse plures, quorum
 alii alios penetrent, & per ipsos
 ferantur, ac singuli Planetas singu-
 los, & Cometæ circumferant; id,
 affirmat, fore æque ridiculum, ac
 si quis in aere sibi confingat tot pa-
 rabolicos vortices, quot sunt proje-
 cta, quæ gravitatis vi parabolas
 describunt.

i. Existant jam, inquit Noster,
 ii vortices ita, ut Fixa quævis ha-
 beat suum, & suum itidem Sol:
 ii deberent se invicem turbare ibi,

ubi se contingunt, & in unicum
 demum generalem abire vorticem:
 is autem ipse deberet paulatim
 semper magis de suo motu deper-
 dere aliquid, ob ipsum aliquam
 incursum mutuum suarum partium,
 & aliquam materiæ tenacitatem,
 cujus actione ea semper ad quie-
 tem vergit. Accedit multo major
 difficultas persistendi pro minoribus
 vorticibus in majore conclusis, ut
 vortice Saturni, Jovis, Terræ, in
 vortice Solis. In his minoribus
 vorticibus cum partes e diametro
 oppo-

LIBER SEXTUS

Debebant occurrantes in finibus altis
 Paulatim, multique a multis vincier, atque
 Confundi, fieri junctis & ab omnibus unus?
 Ultimus hic perstare diu tamen haud potuisset;
 Nam per se confusus, & in sua concitus isset
 Pernix exitia: adversus offensibus inter
 Se partes aliquid de motu amittere primo,
 Et detorqueri varie, & configere semper;
 Crescere pernicies paulatim, & in intima labi,
 Demum magna quies, & iners stipata jacere
 Materies. Porro quam non diuturna fuisset
 Vorticibus parvis in magno vortice clausis
 Etas, ut Jovis, & Saturni creditur esse,
 Et Terræ vortex in magno vortice Solis!
 Nam cum in circuitus alienos ire necesse
 Sit, retro quæ sunt partes, subterque locatæ,
 Inveniunt propriis obstacula motibus extra;
 Ergo aut sistuntur, vel quo non convenit ire,
 Concitæ eunt, aliaque suo immiscere tumultu
 Gaudent, & varia pellunt regione, feruntque:
 Sic in fluminibus quoque reddi his parva secundis
 Tempora vorticibus, præsertim ubi flectitur alveus,
 Cernimus; intereunt vix orti, impletque cavatos
 Protinus unda sinus, quos fecerat ante retorta.
 Præterea vortex aliquod consistere tempus
 Possit, si libeat, qui se æquos flectit in orbes;
 At compressus ab hac, & ab illa parte tumescens
 Quid dubites, quin se cito per se destruat ipsum
 Nesciens ipse moras, & miscens cuncta tumultu?

S 2

De-

oppositæ, nimirum quæ interiores
 Solem spectant, & quæ exteriores
 ab eo avertuntur, debeant move-
 ri directione contraria, debet earum
 motus in altero locorum esse
 contrarius motui vorticis solaris,
 adeoque ibi debet haberi colli-
 sio quædam, & impedimentum
 progressui motus illius; quæ bre-
 vi vorticem ipsum minorem ex-
 tinguant. Sic in fluviis, præsertim
 ubi alveus inflectitur, videmus

ejusmodi vorticulos, qui pariter
 intereunt vix exorti. Demum ut-
 cumque aliquandiu durare possit
 vortex circularis; is, qui pluribus
 in locis comprimat, quemadmo-
 dum suos vortices Cartesiani volunt
 comprimî, ut Planetarum ellipti-
 cos inducant motus, durare om-
 nino non poterit, ea vi destruen-
 te vorticem, quæ creditur ipsum
 comprimere.

Demum ¹ turbineos ut jam & consistere motus
 Largiar, & longos convolvi posse per annos;
 Num tibi propterea his peragetur, quidquid ubique 1970
 Conspicimus fieri Terram Cælumque per omne?
 Ut diversa forent, quam nunc sunt, omnia vulgo?
 Principio vortex si deorsum corpora cogit
 Delabi gravia in Terram, & subtilis codem
 Pellit materies, quæ circa vertitur axem, 1975
 Cur sunt in punctum medium directæ, nec ipsum
 Terræ pulsa petunt axem propiore meatu
 Omnia? Cur pelagi se flectunt æquora in orbem,
 Æque obeunt axem nec circum quasque per oras,
 Ex una planam faciunt neque parte figuram, 1980
 Scilicet in Boream Tellus qua tendit ab Austro?
 Quandoquidem corpus, quod circumfertur, ab orbis
 Quodque sui medio tentat fugere, atque repellit
 Introrsum, quæ sunt conatu versa minori.
 Hoc videas, hæc structa tibi si machina constet. 1985
 Vitreus aptatur globus, ut super axe revolvī
 Te versante queat, lymphæ tamen ante repletus;
 Frustraque, quæ possint extare natantia, rerum
 Clauduntur, fucata tamen, ne morsâ latebant.
 Immoto hoc vitro super undam educta natabunt; 1990
 Non ita, si celeres cœptos agitare per orbis;
 Descendentia paulatim coguntur in axem

Nam

¹ Demum probat illud, vortices ipsos, etiamsi existant, & durent, non esse pares præstandis iis motibus, qui in Planetis observantur.

Atque hic primo loco ostendit a vorticibus non posse repeti causam gravitatis corporum terrestrium in Terram, uti Cartesiani voluerunt. Vis centrifuga orta ex conversione materiæ vorticis debet ea, quæ minore sunt prædicta motu centrifugo, urgere versus centrum motus circularis; at centrum motus circularis particularum vorticis, non est unicum aliquod totius vorticis centrum, sed sunt omnia

puncta axis. Hinc gravia extra æquatorem sita non debent nisi versus centrum Terræ, sed versus axem, & figura marium non deberet esse sphærica, sed cylindrica. Et quidem id ipsum experimento confirmatur subijciente rem ipsi oculis. Impleatur aqua globus vitreus, in qua innascent frustula levioris materiæ, sed colorata, ut videri possint. Dum vas quiescit, ea colliguntur in summo vase ob minorem illam gravitatem suam; si autem ipsum vas motu veloci agatur in gyrum, tam illa frusta a prævalente vi centrifuga particularum aquæ trahuntur versus axem, & ibi

Nam medium, non in formam stipata pilæ,
 Sed ducentia se in longam, teretemque figuram.
 Præterea ¹ hic mirus, qui Terram circuit æther, 1995
 Unde venit rebus gravitas, ut corpora deorsum
 Possit trudere agens, debet majore profecto
 Mobilitate rapi, quam qua se Terra revolvit
 Axe super; super & Terra volvente locatum
 Corpus de medio conatum profugiendi 2000.
 Concipit, exiguum præ nifibus at gravitatis,
 Nam prope tercentum decedit partibus ille.
 Ergo hic ut fugiens gravitatem exæquet eandem
 Conatus, sese convertere corpus in orbem
 Debeat circum Tellurem mobilitate, 2005
 Quæ bis ob octonum velocior incrementum
 Scilicet est illa, qua sese corpora volvunt
 Illic in Terra, quo latior ambitus extat.
 Proin & adhuc æther majori mobilitate
 Se convertere debet; at his conatibus ipse, 2010
 Dum fugit a medio, si corpora deprimat intro,
 Et cadere in Terram cogat, quanto magis illa
 Trudat agens secum, directoque impete raptet?
 Impete quo silvas, turres, & celsa domorum
 Culmina humi, totas etiam prosternat & urbes: 2015
 Omnia quin avulsa fero tum flamine secum
 Corripiat. Fors propterea sed flamine ab isto

S 3

Inter-

& ibi non quidem in sphaeram, sed in cylindrum conformantur. Quæcumque contra hanc rationem proposita sunt a Cartesianis, nullam sanè vim habent, quorum aliqua proponemus in supplementis.

¹ Alium hic validissimum proponit argumentum petiitum a velocitate materię vorticis necessaria ad generandam gravitatis vim. Ea velocitas, quam habent ex motu diurno corpora terrestria in ipso æquatore, generat vim centrifugam multo minorem vi gravitatis; est enim vis gravitatis, quam experimur, excessus gravitatis, ut vocant, primitivæ supra vim centri-

fugam ipsam, qui quidem excessus ad eam vim centrifugam juxta Newtonum propos. 13 lib. 3; Principiorum est proximè, ut 288 ad 1, adeoque tota gravitas ad eam vim, ut 289 ad 1, sive, ut Noëster exprimit, prope tercentum partibus major. Hinc in materia vorticis ad generandam eam vim requireretur velocitas multo major; sunt enim juxta num. 265. supplementi 1 vires, ut quadrata velocitatum divisa per radios, adeoque velocitas illa deberet esse 17 vicibus major, quam velocitas motus diurni, & excessus velocitatis, sive velocitas respectiva fluidi respectu

Interius prorsum penetrari corpora dicant,
 Sentiri ætherius ne impulsus possit, & ingens
 Plaga, nec avelli quidquam, raptumque moveri. 2020
 Verum quæ projecta cadunt, deorsumque revertunt,
 Cur ea non penetret quoque tunc, adeatque sine ictu?
 Cur latere hoc tantum, cur hac regione resistat
 Materies? Mireris aquam, quæ pondera ligni
 Vi depressa vomit sursum, levioraque rerum 2025
 Cætera, ni videas prono quoque flumine ferre,
 Ast ea, præcipiti quanquam amne, immota natæ.
 Utque hæc materies cogit deflectere Lunam
 Circum, cur etiam non circum hæc corpora pellat?
 Vel cur non Lunam deorsum deturbet, ut illa? 2030
 Demum ¹, quod superest, totus cum vorticis æstus,
 In quo versatur medius Sol, & vaga circum
 Sidera, converti super uno debeat axe
 Illo ipso, Solem qui trajicit, omnia certe
 Sex vaga debebunt quoque circa hunc sidera volvi; 2035
 Cur igitur vario declinant omnia flexu?
 De medique abeunt, quo vis properantior, orbis
 Æquore, & huc illuc tentant diversa meatus?
 Præterea qua tum poterit ratione figuram
 Astrum unumquodvis de coni segmine primam 2040
 Signare, & facere, ut respondeat area semper

Tem-

pectu velocitatis motus diurni 16
 vicibus major ipso diurno motu,
 qua respectiva velocitate id fluidum
 incurreret in nostras turres, & cor-
 pora reliqua extantia in superficie
 Terræ. Ea tam immanis est, ut
 debeat momento temporis everte-
 re omnia, & abripere; mirum en-
 nim, quam in immensum superat ve-
 locitatem venti cujuscvis validissimi.

Nec reponi potest id non acci-
 dere, quia materia vorticis pene-
 trans intimos quosque poros resi-
 stentiam non paritur, nec tantum
 impulsus gignit: si enim id ita sit,
 multo minus per simplicem pressio-
 nem ageret, adeoque nec tantam
 gravitatis vim gigneret, quæ imma-
 nem labentium ex alto rupium ve-

locitatem parit, nec Lunam abri-
 peret in gyrum motu suo. Quæ ad
 ea præstanda tantum potest, ever-
 teret utique & turres, ac motu
 præcipiti, quæcunque in superficie
 Terræ sunt sita, secum abrepta lon-
 gissimè alportaret. Idem est sanè
 tantam tribuere ei materię vim ad
 premendum deorsum, & nullam
 ad impellendum vehementissimo in-
 cursu, ac dicere, posse lignum
 aquarum gravitate prævalente sur-
 sum protrudi, sed deinde in me-
 dio præcipiti cursu fluvii cujuscpiam
 posse immotum & quietum innatare.

¹ Proponit hic demum Noster
 ea, quæ ex Planetarum motu con-
 traria sunt theoriz vorticum. Pri-
 mo quidem illud. Vortex solaris
 uni-

Temporibus? Qui propterea vult ire fluentem
 Sic in vorticibus stipatam materiæ vim,
 Scilicet, ut, quidquid clausum quocumque sub arcu est,
 Directosque inter geminis a finibus arcuum 2045
 Ad Solem, & medio coeuntes Sole meatus,
 Par & semper idem sit, porro quamlibet arcus
 Mutetur, siquidem si fiat hic amplior, atque
 Ad Solem flexus tanto diductior, unâ
 Curtari laterum debet semita duplex, 2050
 Quantum opus est; contra his protensis longius, arcus
 Fit brevior, flexusque adstrictior, area semper
 Constet uti sibi par; procul a ratione vagatur,
 Talia qui fieri putat, inquam, posse: quis æquo,
 Materiæ dedit, ut partiri limite campos 2055
 Inter se valeat? Se, quo monstrante, peritam,
 Mentis inops cum sit, tam doctæ reddidit artis?
 Scilicet impulsu id solo, plagaque geratur?
 Tum, si vicini sic possit motus & orbis
 Mercurii, qui non turbatur ab interjecto 2060
 Astro alio, constare, queant consistere motus
 Astrorum, quæ sunt porro superedita, & orbes?
 Materies deserit quæ Martem, extenditur ipsum
 Non usque ad Solem, sed Terræ clauditur inter
 Atque Jovis fines; jam si par area Martis 2065

S 4

In

unicum axem deberet habere totus, adeoque Planetæ non possent constanter deferri in planis se mutuo interfecantibus, sed in eodem plano æquatoris solaris, in quo motus vorticis est velocissimus.

Tum illud, non posse conciliari vortices cum forma elliptica, & arcis tempori proportionalibus, ubi impugnat illud, quod Jacobus Cassinus ad vortices tuendos olim proposuerat, quod nimirum cum materia vorticis ex uno sectore in alium translata eadem sit, idem etiam spatium continere debeat; unde æqualitas arearum proficiscatur. Nam in primis unde fit id ipsum, ut quæ materia quodam tempore in uno sectore simul fuit, ea-

dem simul sit deinde in alio? Id est contra naturam vorticis; nam requireret, ut quæ fluidi particule in una recta tendente ad Solem sint semel, semper itidem sint in una pariter recta ad Solem tendente, dum e contrario in vortice eæ, quæ remotiores sunt, minorem habent angularem motum. Deinde utcumque id pro Mercurio intervenire possit, non potest sanè pro aliis superioribus Planetis; nam materia, quæ Martem ex. gr. deserit, non extenditur usque ad Solem, sed clauditur inter orbes Terræ, & Jovis, & arearum frustra hisce orbibus finita, non sunt æqualia, sed totæ areæ usque ad Solem. Hinc motus vorticis aptatus uni Plane-

tæ

In Solem protensa sibi sit semper in æquo
 Tempore, non poterit Terræ par esse, neque almæ
 Quæ teritur Veneris curru, aut pernicipibus alis
 Mercurii: aptatum sic astrum cætera ob unum 2070
 Turbentur; properent plus, quam properare videmus
 Sæpe ea, vel cunctentur, ubi est mora nulla citatis.

At ¹ quidam in pelago voluit primùm esse locatum
 Astrum ibi turbineo, gravitas ubi particularum
 Extiterit minor; illud enim conscendere sursum 2075
 Debuit, atque suos celerans transcurrere fines,
 Seque in particulas graviores mergere porro;
 Tum cogetur ab his, advenerat unde, reverti
 Compulsus; rursus salit, & descendit, ut ante,
 Post etiam rursus; sic pausa est nulla meandi, 2080
 Has sine fine vias relegit, semperque revolvit.
 Interea in gyros circumvolventibus ibit
 Flexum a particulis; tum si, quo tempore gyrum
 Conficit, hoc & itus etiam persolvat, & illos
 Reflexum reditus, signare videbitur ovi 2085
 Ductum iter in speciem, per idem & se volvere semper.
 Tempus at id gyri brevius si constat, idipsum
 Ire iter antrorsum spectabitur, ire retrorsum,
 Si contra gyri tempus diuturnius exit.
 Tanto sed quid agit rerum molimine? semper 2090
 Labendique vices, saliendique esse necesse est,
 Nec minui, neque postremo finire fluenti

Illa

æ non respondet aliorum motibus,
 & eorum areas constantes evertit,
 ac eam, quam in iis observamus,
 velocitatem penitus tollit.

1 Hic aliam impugnat Bernoul-
 lianam conciliationem vorticum
 cum forma orbis elliptici. Is in dis-
 sertatione, quæ habetur inter præ-
 mio donatas ab Academia Parisien-
 si anno 1738, sic rem expedit.
 Concipiatur Planeta positus in su-
 periore parte vorticis, in qua non
 æquilibrium cum ipsa materia vort-
 icis, sed debeat descendere, dum
 in gyrum abripitur ab ea ipsa ma-
 teria: is descendet infra locum æ-

quilibrii, tum ascendet, & oscil-
 labit; ac si una oscillatio absolva-
 tur eo tempore, quo absolvitur
 unus circuitus, habebitur motus el-
 lipticus.

At in primis ille oscillatorius
 motus ascendendi, ac descendendi
 intra illud fluidum deberet utique
 ob resistantiam ipsius fluidi paul-
 larim minui, ac demum extingu-
 ui, ut extinguatur motus oscillatorius
 penduli in aere, & multo citius in
 aqua: deinde quam multas oport-
 tebit arbitrarias hypotheses excogi-
 tare, & confingere, & quam va-
 rias sine ulla certa lege densitates,

ac in-

Illa in materie, quæ quiddam e motibus aufert
 Continuo obfistens? veluti vibrata per auras
 Virga suos demum procursus pendula fiftit. 2095
 Accidet & porro, sursum deorsumque meantis,
 Propter densatas non æque in vortice partes,
 Astri ut non aliter varientur mobilitates,
 Quam res poscat, uti respondeat area semper
 Temporibus, conique e segmine conficiantur 2100
 Tantum orbes primo? neque quidquam motibus ulla
 Obstet parte ratis, aut exeat ordine certo?
 Nonne vides quantas fingendo cudere leges
 Mens debet, varie queis densæ sint celeresque
 Pro spatiis partes, astro & pro quoque novatæ 2105
 Diverso? varie commutat quodlibet astrum
 Nam spatia, a Solis quibus imo limite distat.

Astrorum¹ inter se varios jam confer & orbes,
 Scilicet efficies nunquam hîc, ut tempora consent,
 Et spatia inter se, ut debent constare vicissim, 2110
 In sese repetita ut tempora nempe referri
 Possint in se itidem spatia ad repetita bis, ante
 Ut docui; quoniam ut quævis diversa fluentis
 Crusta velut, quæ se circumfert, materiai
 Tali lege queat flexos finire meatus, 2115
 Est opus, in sese repetitæ mobilitates
 Pro spatiis ut decrescant crescentibus ipsis.
 At cum particulæ consent in vortice quæque
 Natura simili, quam longe mobilitates

Ordi-

ac inter se pugnantes velocitates
 fluidi illius ad hoc, ut motus oscilla-
 torius combineretur cum circulari ita,
 ut pro singulis Planetis illa sua de-
 terminata obveniat Ellipsis, & qui-
 dem cum arcis æqualibus?

1 Addit hic tertiam Kepleri re-
 gulam, quæ cum vorticum syste-
 mate conciliari non potest. Qua-
 drata temporum proportionalia cu-
 bis distantiarum requirunt veloci-
 tates medias Planetarum tales, ut
 earum quadrata sint eo majora,
 quo minores sunt distantiz, nimi-
 rum sint in harum ratione recipro-
 ca. Porro in vortice ejusmodi con-

stante materia homogenea celeri-
 tates debent esse in longe alia ra-
 tione. Noster hic innuit tantum-
 modo methodum, qua in ejusmo-
 di velocitarum rationem inquiri-
 tur, concipiendo nimirum quem-
 vis orbem sphericum tenuissimum,
 & considerando illud ipsum ab in-
 feriore magis veloci debere acce-
 lerari tantum, quantum a superio-
 re minus veloci retardatur. Porro
 quæ huc pertinent, & Noster af-
 firmat tantum, exponemus, & de-
 monstrabimus in supplementis de
 more.

Ordine pro spatiis diverso progredientur ! 2120
 Progressus erit hos reperire, ubi quamque fluentis
 Materię crustam subtilem finxeris esse,
 Interior celerans tantum quam crusta propellet,
 Quantum a contigua tardabitur ipsa superna.
 Ut ¹ Faber occurrit lapsuris ædibus, atque 2125
 Testa novat, mutatque trabes, lapidesque revulsos
 Inferit, & ferri nectit laxa omnia nodis;
 Sic fabrefactum opus hoc, qua parte est rima reperta,
 Cura Virum reficit, sed inanis; plurima mutant
 Nequidquam, quoniam faciendos omnis inepta est 2130
 Materies prorsum auctificos ad vorticis æstus.
 Jam cum consimili a natura particularum
 Vortex confieri non possit, qualis egemus,
 Dissimiles ad particulas tum protinus itur,
 Quæ nequeant æque densari, & celerare. 2135
 Densior in spatio est Soli propiore locanda
 Materies; quod qui possit? cum densior omnis
 Majores medio fugiendi a vortice nifus
 Concipiat, rarasque loco deturbet ab alto,
 Et sese statuatur per se in regione superna. 2140
 Præterea loca cuncta vacant quia prorsus inani,
 Turbineo primus quod ab æstu Fictor abegit,
 Jam quid densius esse potest, quid rarius illic?
 Omnia sunt stipata æque, majorque minorque
 Particula esse potest, at non quæ densior extet 2145
 Materies alia, neque contra rarior ulla.

Sic

¹ Posteaquam innouit vortices, ut a Cartesio fuerant proposti, pugnare cum hac tertia lege Kepleri, alii alias reformationes ejus hypotheseos adhibuerunt, quos hic Noster respicit. Inter hos Bernoullius ad diversam confugit densitatem fluidi in vorticem abrepti. Is tamen, ut in supplementis videbimus, invenit ejusmodi progressionem densitatis necessariam esse ad habenda quadrata temporum proportionalia cubis distantiarum, ut ipsa densitas major sit in minore distantia a Sole. Id ipsum jam repugnat; nam densior materia ob

majorem centrifugam vim semper ab axe vorticis recedit magis, rariore ad ipsum detrusa, uti & experimento superius memorato sit manifestum. Præterea cum per Cartesianos nullum sit vacuum, nullum in vorticoso fluido densitatis discrimen esse potest.

Hæc Noster: accedit autem & illud, quod, quæ ratio velocitatum angularium in motu fluidi est necessaria ad quadrata temporum proportionalia cubis distantiarum, eadem est contraria æqualitati arearum, & viceversa, quæ omnia itidem in supplementis videbimus.

Sic ¹ male compacti primùm, licet ipsa favere
 Visa fuit fortuna novis, post sæpe recusi,
 Primùm & tentati leviter, sed deinde inimica
 Sæpe laceffiti, & quassati vi rationis, 2150
 Denique turbinei prorsus cecidere tumultus.
 Jam quid materia est subtilis, & ætheris aura
 Illa levis, quæ trans impervia cuncta meabat,
 Impulsuque potens cuncta omniparente struebat?
 Quid tria sunt elementa illa, unde exorta putatum est 2155
 Omnia, scobs, agilesque globi, molesque striata?
 Scilicet in putres resoluta abiire ruinas,
 Et speciem præbent magnam, ut Cartaginis altæ
 Illa diu per humum vestigia visa; vigentis
 Urbis enim motus, populique ferocia bella, 2160
 Et vires, & opes repetebat mente viator,
 Orbis & imperium jam totius affectatum.
 Successit Gravitās, submisit & omnia victrix
 Protinus, atque alte Cælo sublata refulsit
 Sola potens ima, & media, & conjungere summa. 2165
 Iam quibus ipsa ratis immensum temperat orbem
 Legibus, exterius nobis non invida claram
 Extulit in lucem, communia fœdera pandens;
 Nec levia inducit nos per vestigia tantùm,
 Magnarum desert sed prorsus in intima rerum, 2170
 Et, quæ nativa sunt obsita nocte, recludit
 Funditus, & tenui dat quæque evolvere filo,

Con-

I Hicce argumentis impetitæ
 vorricum theoriam, affirmat, de-
 mum penitus concidisse, licet hæc
 hypothesis cum tanto plausu exce-
 pta fuerit in ipso primo exortu suo:
 cum vorricibus autem concidisse
 simul totum Cartesianum systema
 trium elementorum, quod videba-
 tur esse quædam veluti clavis ad
 omnes Naturæ aditus referandos:
 ei systemati collapsæ gravitatem
 succedisse, quæ tot phænomenorum
 rationem reddat non vagam illam
 quidem, & indefinitam, ac con-
 fusam, sed distinctam, sed singu-
 laria quæque per accuratos calcu-
 los exhibentem.

Hic autem occasione arrepta epi-
 sodium finale adornat poetico le-
 pore, ac venustate summa expo-
 nens, ac celebrans aliam quandam
 vim analogam illi generaliori, cu-
 jus gravitas, juxta ea, quæ dicen-
 tur libro 10, est quidam veluti ra-
 mus, sed analogam tantummodo,
 non ejusdem generis, non mate-
 rialem, quæ agat in Brutorum ani-
 mas, & illum pariat, quem dici-
 mus instinctum, quin etiam in ani-
 mos nostros, quos inclinet, & per-
 trahat, quamvis arbitrii libertatem,
 & potestatem obfistendi relinquat.

P H I L O S O P H I Æ

Contemptimque finit nil jam transcurrere, fidens
 Scilicet ipsa sibi, & rerum secunda suarum.
 Humanæ non hæc simulacrum, ut plurima, mentis, 2175
 Ingenioque refert sua non exordia nostro,
 Inventa est nobis, non edita, rebus ab ipsis,
 Quas agitat, versatque, educta est scilicet, atque
 Prodit, & hinc cupidas in mentes insinuata.
 Procedit velata caput, vultusque nitorem 2180
 Obtegit, & nostris animorum obtutibus arcet;
 Vim tamen esse suam monstrat, propriumque vigorem,
 Quo procul inter se distantia corpora nescit.
 Sed ⁱ num cuncta sibi subdat, dominetur & una
 In rebus? cieat, quotquot sunt, undique motus 2185
 Sola omnes, nihil ut constet jam denique quovis
 Vel tenui in spatio mutatum, in corpore quovis,
 Quod non ipsa sua moderatrix conficiat vi?
 An potius vires diversa a stirpe receptans
 Sit veluti quidam diffusus in ardua ramus 2190
 Sidera, præterea tamen ut se multa propagent
 Radice hinc illinc ramorum brachia ab una?
 Quæque suas referant vires, disjunctaque præstent
 Officia, unde in res varii sint germina motus,
 Et varii pariter nexûs, ut denique possit 2195
 Multiplex adeo consurgere, certus & ordo
 In magnis, minimisque, & grandia, parvaque prenda.
 Stipite nimirum vis diffundatur ab uno
 Irorans veluti vitalibus omnia succis,
 Rebus & auctifcos motus dans, exagitanisque, 2200
 Adducens, removenisque, ligans, solvensque vicissim,
 Non

ⁱ Newtoniani gravitatis legem extendunt plerumque ad omnes distantias tam ingentes, quam exiguas, ubique decrecentem in ratione reciproca duplicata distantiarum. Juxta meam theoriam, quam Noster exponet lib. 10, lex virium in majoribus distantiiis accedit quamproximè ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum, sed in minimis ab eadem recedit in immensum, ac exponitur per curvam quandam, cujus postremum crus acce-

dit ad curvam gravitatis Newtonianæ quamproximè, in minoribus autem distantiiis contorquetur circa axem, & in minimis exhibet repulsionem auctas in infinitum, ubi in infinitum distantiarum decrecant. Hinc in ea sententia gravitas est tantummodo quidam ramus legis generalis virium, a qua unica generali lege ego repeto omnia Naturæ phenomena, & omnes motus. Huc respicit hic Nostri locus.

Non temere, at legum ratio velut ipsa reposcit
 In paucis nota, in cunctis certissima rebus.
 Jam tu, quæcumque es, quæ vires una profundis
 Tam varias, tanquam foetus, Vis alma, feraces, 2205
 Salve mira opifex Mundi, o communis origo
 Fœderis, omniparens & amor, rerumque voluptas,
 O elementorum Venus, o Natura capaci
 Cuncta sinu capiens, vel quo tu nomine dici
 Cumque vells alio, non grandibus impare factis. 2210
 Nos ¹ tibi subijcimus sed inertia corpora tantum,
 Et Mundum hunc spatii distensum, dispositumque.
 Tu ne te Mundo longe meliore regendo
 Immiscere velis; mentes contingere nostras
 Interius nequeas, animi tua iussa recusant. 2215
 Attamen est aliquis quoque mentibus impetus, & vis
 Indita, non qualis late per corpora fusa est,
 At certa tamen inflectens ratione, agitantque
 Interius nostros animos, ut protinus inde
 Possint tam varii gigni sub pectore motus: 2220
 Sed penetrare animis animorum impervia nondum
 Contigit, & seriem arcanam cognoscere morum,
 Excutere & latebras omnes, motusque repositos.
 Tempora forte manent nostros ea fausta Nepotes.
 Se produnt aliqua, at longe modo tenuia nobis 2225
 Indicia; ista sequi, quæsisse & proderit olim
 Plurima; nunc lat erunt faciendo in postera sæcla
 Augurio, & tanta spe mentibus alliciendis.
 Principio ² si mens animantium bruta videtur

Esse

¹ Hic eidem vi suos designat limites: ea est murus inter omnia materię puncta, & ad sensibilem Mundum pertinet, nam ab ea pendet in mea theoria impenetrabilitas, cohesio, gravitas, quin immo omnis sensibilitas ipsa, nullum autem in animas jus habet, siue ex Brutorum animarum sint minus perfectæ, siue nostræ spirituales, ac perfectiores animi. Addit tamen esse & aliam vim alterius generis, nimirum non materiale, quæ in animos quoque possit; ac certis qui-

busdam legibus agens, eos inflectat, & varios motus excitet, eos nimirum, quos in nobis ipsis indeliberatos experimur quamplurimos. Eas leges, ait nunc quidam incognitas esse nobis, quas olim fortasse posteritas detegat, uti nimirum & gravitatis lex usque ad Newtonum fuit prorsus incognita.

² Primo quidem hic a Brutis exordium ducit, quæ animam habere innuit a materia distinctam, & ipsa materia nobiliorem. De ea egi ego quidem in adnotationibus, & sup-

PHILOSOPHIÆ

e aliquid majus, quam quod de corpore ducit 2230
 Exortum, vires sentire ad multa trahentes
 Quis dubitat? propriæ quærunt cur commoda stirpis?
 Quid teneram matris compellit ad ubera prolem?
 Implumes avium quid hiare coegit ad escam
 In nidis fœtus, quid matrem ferre labores, 2235
 Inque fovere diu, blandirier, atque tueri?
 Verna parat fieri cum primùm mater hirundo,
 Fictile sub trabibus sibi par sobolique ferendæ
 Condit opus; condunt de spinis undique lectis
 Alcyones, scopulisque infigunt tecta sub altis 2240
 Usque adeo mira compagine nexa, resolvi
 Ut nequeant undis, nec adiri; condit & altis
 In ramis Philomela suos de cespite nidos.
 Has artes sub quo primùm didicere magistro?
 Unde & inexpertæ norunt, quid postulat usus? 2245
 Cur similes faciunt, quas jam fecere parentes,
 Atque pares operas? non hæc vis insita quædam est,
 Ultro quæ trahat huc indocita atque inscia corda?
 Mutat avis peregrina plagas, quærítque tepentes
 E gelidis oras regionibus, æque tepore 2250
 Immodico fugit in desertos ante recessus.

Dum

& supplementis lib. I: eam Schola-
 stici omnes per tot sæcula censue-
 runt nec materiam esse, nec spi-
 ritum, sed substantiam incomple-
 tam materialem, quæ posset cogno-
 scere, & spontaneas etiam opera-
 tiones exercere, dependenter tamen
 a materia ita, ut pereunte corpore
 periret & ipsa, nec sine illa de-
 terminata materiæ conformatione,
 quæ ad corpus organicum requiri-
 tur, ejusmodi operationes animales
 exercere posset, posset autem cum
 ea: alii autem e Recentioribus ple-
 rique eandem appellat spiritualem
 substantiam, sed nostra imperfe-
 ctioem; nec præter Cartesianos so-
 los ulla alia, quod sciam, Philo-
 sophorum secta aliquod animæ ge-
 nus denegavit Brutis a materia di-
 stinctum.

Hic autem illud tantummodo
 monendum censeo, ineptum sanè
 fore illum, qui censcat confundi
 posse hæc duo: esse materiam, &
 esse substantiam in operando, ac
 existendo dependentem a materia:
 ut & hæc duo: agere dependenter
 a materia, & actionem esse puram
 combinationem materiæ. Omnis
 fere Scholasticorum Catholicorum
 multitudo, inter quos tam multi
 primæ notæ, & summæ auctorita-
 tis Theologi, admisserunt in Brutis
 animam in hoc sensu materialem,
 & admisserunt illud, Bruta exerce-
 re operationes suas, ac determi-
 nate hoc ipsum, cognoscere, &
 sponte agere, dependenter a mat-
 ria, quin iidem admisserint quoque,
 cognitionem esse puram materiæ
 combinationem, qui quidem mal-
 to mi-

Dum migrat, pulchrum liquido deducitur agmen

Aere, ne nimium venti, nubefque morentur.

Quis docuit Mensor pulchras aptasque figuras,
Excepisse quibus ventos & nubila possent?

2255

Quis Terræ faciem in tabula depinxit, ut illinc
Opportuna sibi legerent loca tramite certo?

Quidam quo raptat vigor intus, pergitur illuc
Scilicet, & varios tentant exinde volatus.

Inspice pulvereos per campos ordine longo

2260

Formicarum acies; segetem sectantur in arvis,

Atque onera important scrobibus, prædamque cavatis;

Fervet opus, releguntque viam, repetuntque labores.

Sed tanto fera parva quid efficit utile nisi?

Prospicit illa hyemi, longum qua languida torpet,

2265

Plurima cum nullas hyemes, neque viderit ulla

Frigora? Nimirum sibi longo accommoda somno

Testa parat, segetemque locat, quam corpora possit

Sternere parva inter, brumam & defendere membris.

Neu tumeat faciles terra seges abdita in herbas

2270

Eruptura, illa corrodit parte, futurae

Prodiret species qua parvo a semine aristæ.

Hæc tu scire putes animantem, & noscere cuncta

Mensif-

to minus aut metuerunt, aut etiam censuerunt metui posse, ne inde deduceretur, cogitationes animæ nostræ tanto perfectioris, & independentis a materia in existendo nihil esse aliud, nisi puras materię combinationes, quæ est impia Materialistarum opinio.

Porro hic Noster ostendit illam vim, quam suscepit celebrandam, agere in hæc Brutorum animas, & cum in iis parere, quem appellamus instinctum. Hujus generis operationes hic plures congerit sanè miras, & ad probandum id, quod sibi proposuit, perquam idoneas; nimirum eas, quæ pertinent ad speciei propagationem, ubi admirabilem nidorum textum commemorat, nullo magistro fabricatorum: eas, quæ pertinent ad avium transmigrations in plagas diversæ anni tempestatibus accommoda-

tas, nulla duce Geographia, & in hisce ipsi transmigrationibus ordines in volatu ad aerem proscindendum aptissimos: tum formicarum providentiam, & æstivos labores pro frumento in hyemem præparando, quo se foveant tum, cum maxime torpent, & diutissime quodam veluti somno obruuntur; quæ quidem præstant etiam ante, quam ullam hyemem viderint; si enim recens exortæ formicæ a senioribus separantur; adhuc tamen eidem labori dant operam: ubi illud mirum, quod frumenti punctum germinans arrodunt, ne sepultum granulum fecundet, & radices agat.

Hæc omnia, cum non sit, unde ea formicæ possint addiscere, fiant, oportet, instinctu quodam, nimirum quadam interna vi, quæ coim-pellat ipsas earum animas.

Mensibus aut paucis prognatam!, aut forte diebus?
 Nempe rapit quidam has, &, quo rapit impetus, itur. 2275
 Quæ¹ vomit e parvo, net aranea, corpore fila.
 Retiaque intexit liquidis pendentia in auris.
 Hinc illinc videas affixo ut fune teneri
 Saxa inter ramosque leves, velut alta tenetur
 Ad scopulos puppis circum religata manentes; 2280
 Artis opus miræ; circumplicat orbibus orbes,
 Alligat &, radiis ex omni parte profusis
 Ante, tenax filum, extremis rarefcit in oris
 Densior in medio, pellucida quæ plaga confit,
 Sed duri mage sunt in summo fine rudentes. 2285
 Expectat sic densa leves in retia muscas.
 Piscibus exemplum capiendis unde, ferisque
 Silvicolis, avibusque homines nos hausimus ipsi.
 Illa sed unde hausit? proprio talem extudit artem
 Ingenio? an potius quidam ingens impetus intus, 2290
 Quod facit, id cogit facere, impellitque sequentem?
 Non ego præteream, qui nobis serica fila
 Donant, & pulchra faciunt in veste nitere,
 Innocuos vermes, teneris qui cura puellis
 Præcipua, inde sibi ut peplum, pallamque receperunt. 2295
 Tempus ut advenit, cibus & maturuit aptum
 In succum interius, splendentia corpora densis
 Attollunt ramis; illuc namque impetus ire est;

Ora-

1 Multo magis me quidem semper in admirationem rapuit illa sanè admirabilis velut architectura, quam hic exponit, qua araneæ suas telas contextunt. Nam est quidem in iis quædam constans structura; sed & ingens observatur varietas respondens loco, cui tela affigitur, ductis transversis velut funibus ad sustinendam, ac a ventorum impetu tuendam molem, ubi omnino notatu digna & varia filorum crassitudo pro loco, in quo adhibentur, & eorum ordo, ac dispositio. omnis admodum mira, ac ad muscas capiendas ita idonea, ut inde homines videantur didicisse re-

gium usum in aucupio, & in piscatu. Acutissimam ea quidem ingenii vim quandam requirerent, & mentis aciem perspicacissimam, nisi a cæco instinctu, nimirum interna quadam impellente, ac determinante vi provenirent; nam quævis aranea statim etiam post exitum suum ab aliis segregata easdem eodem ordine telas contextit ad eundem usum.

Porro illud apposuimus: *Quæ vomit a parvo, net aranea, corpore fila;* nimirum per minutissima quædam foraminula, quorum immanis est in quibusdam veluti pilis numerus, emittit succum quandam aranea, qui

Oraque multiplici convertere ut ebria gyro
 Incipiunt; quaque ora feruntur, succus in auris 2300
 Fila in tenuia flavescentes deducitur; ultro
 Paulatim in tereti concluditur ipse sepulchro,
 Et clausus quoque pergit opus, dum scilicet omnem
 Evomit succum, atque exanguia membra reliquit
 Acceptura novam porro rediviva figuram. 2305
 Quæ¹ facitis ceras, & mella liquentia, parvæ,
 Vos ego, apes, fileam? quando divinius esse
 Ingenium, & rerum fato prudentia major
 Creditur in vobis. Plebs duro nata labori est
 Atque operis, sexuque caret; stirps mascula, fuci, 2310
 Rarior est, multo sed femina rarior, una
 Sæpe genus magno in populo: Rex credita priscis
 Hæc fuit agricolis; Reginæ nomine verum
 Dignanda est mater; regnum hoc muliebre feratur.
 Nullum fervet opus sine matre, aut publica tangunt 2315
 Commoda; projiciunt ingratham tum quoque vitam:
 Ipsa movet, regit ipsa & pacis & arbitra belli.
 Mel de flore legunt, scrutari florea norunt
 Septa, ubi congesti succi, dulcemque liquorem
 Protinus educunt sugentes, oraque complent; 2320
 Cereus, & norunt, quo florum stamine pulvis
 Hæreat, his ergo se deluper applicat ales
 Staminibus, circum & se pulvere tingit odoro,

T.II.

T

Accu-

qui in filum concrefcit tenuiorem,
 vel crassiorẽ, prout e pauciori-
 bus, vel pluribus tenuissimis filis
 ad singula foraminula pertinentibus
 coalescit.

Araneæ autem addit bombyces,
 quorum itidem admirabilis est in-
 stinctus ille, quo fila sua e simili e-
 ducunt succo, ut sibi sepulchrum
 simul construant, & cunas sub nova
 inde forma redituris ad vitam.

1 Quod in apibus observatur,
 & hic commemorat Noster, id qui-
 dem reliqua omnia huc usque ex-
 posita longissimè superat: tota enim
 illius cujusdam ordinatissimæ veluti
 Reipublicæ forma, atque omnis in-

dustria, & ædificationis ratio in
 summam Naturæ Contemplatores
 admirationem rapit. Potiora, quæ
 huc pertinent, decerpit ex immor-
 tali opere Reaumurii de Insectis:
 primo quidem tres apum species
 commemorat, plebem operi desti-
 natam, & omni carentem sexu,
 cujus maxima est multitudo: ma-
 res pauciores numero, laboris ex-
 pertes, & soli generationi destina-
 tos, quos, ubi rem suam peregerint,
 singulis annis plebs mactet omnes,
 atque hos, corpore nimirum gran-
 diores, & inertes, Fucos appellat
 Noster: feminas demum omnium
 mole maximas, ac paucissimas, qua-
 rum

Accumulatque, impletque sinus per crura cavatos.
 Sæpe init & bellum pugnax genus; aspera retro 2325
 Pro cauda est acies, jacet unde in vulnera virus.
 Hanc etiam in fucos vertunt, ut inutile cœptant
 Hi genus esse suo genitali munere functi,
 Fundendoque petunt fraterno a sanguine laudem.
 Jura vetant nil proficere, atque labore alieno 2330
 Pasci, & non partis per sese accumbere mensis,
 Arte favus mira compingitur, & licet ollis
 Haud ulla artifici tractetur regula dextra,
 Appositos tamen & flexus novere, modosque
 Senorum laterum; spatia implent cuncta, caventque, 2335
 Nusquam ne constet ceræ parcissimus usus.
 Tum quoque pro vario cunabula semine condunt;
 Plurima, parva tamen, queis sexus nescia multa
 Excludatur apes; magis ampla & rara virili
 Pro stirpe; angusta surgunt rarissimâ mole, 2340
 Parvula queis mulier, soboles regalis, alatur.
 Scit mater, nunquam confundit provida cunas.
 Vere novo incipiet sedes animantibus arcta
 Esse, neque immensas capiet domus; ergo colonos
 Decernunt alias quæsitum emittere sedes. 2345
 Tunc subito possis magnum exaudire tumultum
 Exortum; erumpunt densæ plaudentibus alis

Unam

rum sæpe unicam totum alveare
 habet, eamque ut Reginam obser-
 vat. Mira celebrat sub ejus mu-
 liebri velut regimine plebis opera,
 miram industriam in colligenda e
 floribus, ac seorsum seponenda,
 & deportanda domum mellis, ac
 ceræ materia: tum bella, quæ qui-
 dem potissimum pro Regina inter
 plures feminas deligenda, ac toti
 alveari destinanda fieri solent, ex
 hujus regiminis occasione commemo-
 rat, atque illam ipsam totius
 masculini inertissimi generis eadem:
 deinde mirum exponit in cellulis
 construendis artificium, in quo
 quidem duo sunt notata digna,
 alterum, quod exagona figura utan-

tur, quæ pari perimetro est o-
 mnium capacissima, quod & Ve-
 teres novere, & idcirco apes geo-
 metras appellarunt; alterum hoc
 nostro sæculo observatum, quod
 suarum cellularum cuspides tribus
 terminent rhombis in angulum so-
 lidum coeuntibus, ea existente ip-
 sorum rhomborum figura, sive as-
 eorum planis angulis, ut cum ea-
 dem cellularum capacitate mini-
 ma, quæ possit, omnium impen-
 datur quantitas ceræ, cui maxime
 parcent, cum eandem multo ma-
 jore labore e pulvere dissoluto ad
 tenacitatem, & ductilitatem per-
 ducant. Hosce angulos, qui tam
 appositi sunt ad illud minimum ob-

Unam observantes, quæ sæcundissima, matrem;
Non odio huc, vel amore, sed utilitate trahuntur.

Omnia quæ peragi si docta mente fateris, 2350
Et populo quæcumque alia admiramur in illo,
Falleris; impellunt constanti lege valentes
Interius vires, quas nobis noscere non est,
Impulsus illæ excipiunt, ultroque sequuntur.

Quid¹ jam aliud vulpis dolus, insidiæque luporum, 2355
Quidve canum furor in cervos, cervique timores,
In teneram accipitris quid mens inimica columbam?
In nemora ire mihi nec jam vacat, inque profunda

Oceani, &, quæ vos agitis, spectare leones,
Ursique, tigresque, & corpora vasta elephantum, 2360
Et mutæ Protei pecudes & squamea sæcla,

Vos rhombi, vos delphines, vos grandia cete;
Quam varias vires in vobis, quam simulantés

Optima consilia, & rationes esse viderem!

Exuere ast omni non vos tamen hîc ratione 2365

Consilioque ausim, dum pelli viribus istis
Suspisor ignotis; quoniam cum viribus istis

Et ratio queat esse aliqua, & mens sponte receptans
Impulsus, ferrique videns, quo fertur, & optans.

Quis² neget igniculos nobis rationis inesse? 2370

Et tamen impulsu trahimur persæpe valenti,

T 2

Dum

obtinendum innuit Noster per illud *Appositos tamen & flexus novere*, ac pro hexagonis addit, *modosque senorum laterum*. De his a-
berius in supplementis.

Addit destinationem cellularum diversæ magnitudinis pro diversis speciebus, respondentem singularum multitudini, vel paucitati, in quibus Regina, tanquam ovi pariendi conscia, sine ullo errore singulis debita deponat ova: ac demum coloniarum deductionem adjicit crescente plus æquo novis fabricibus multitudine.

Hæc, inquit, videntur mente peragi, atque consilio; at multo est verosimilius, rem pendere ab

internis quibusdam, & nobis adhuc incognitis viribus, quæ coram animas certa lege ad hæc opera ipsa determinent.

1 Congerit hîc alia multa per-
tinentia ad alia animalia, quæ, ne in infinitum res abeat, vix innuit: mira autem sunt, & fere incredibilia, quæ ipse quidem longiore carmine fuerat persecutus, sed cum in immensum res abiret, contraxit, & paucis adumbravit solum, omis-
sis etiam prorsus quamplurimis. Hæc autem omnia itidem non con-
silio quodam peragi, affirmat, sed interna illa nobis incognita deter-
minante vi.

2 Jam ad homines gradum fa-
cit,

Dum, bonæ quæ remur, sequimur; cum scilicet illuc
Experiamur agi ut naturæ a pondere quodam.

Has primum ingenitas in nostris mentibus intus
Sentimus vires; inde esse, & vivere quemque 2375

Allicit; & miseram quanquam, duramque trahamus
In luctu vitam, tamen esse, & vivere dulce est.

Notitiis trahimur rerum quoque, veraque nostri
Exoptant animi, & dulcedine tangimur horum
Mira, nescio qua; de veris exoriuntur 2380

Vera alia, & cupido se nexu in pectore jungunt.

Excolere in tacita res longum, & volvere mente

Ignotas, non sit propius propiusque locare,

Ut possint a mente rapi, junctæque teneri?

Porro ob conjunctas majorem extendere nisum 2385

Possumus, atque alias adducere longius, atque

Porro alias, semperque novas adjungere vires.

Quæ

cit, in quibus negari omnino non
potest esse rationem, esse ani-
mum a materia prorsus distinctum,
& idcirco a materialibus viribus,
ac materiali agendi modo immu-
nem. Et tamen nos etiam homi-
nes experimur internæ cujusdam
vis impulsus admodum validos, &
indeliberatos motus in nobis ipsis;
quod inculcat, ut probet illud,
quod assumpserat, esse quoddam
aliud virium genus a viribus illis
inter materiæ puncta mutuis lon-
ge diversum, & nobilius, quod
certis quibusdam legibus agat in
nobiliorem substantiam.

Hujusmodi impulsuum ejus in-
ternæ vis commemorat plura ge-
nera. In primis, bonum appeti-
mus in genere; & voluntas nostra
interna vi, quodam velut pondere,
fertur in bonum sub ratione boni:
ex hac generali inclinatione ad id,
quod nobis apparet sub ratione boni,
deducit appetitus omnes ejus, quod
nobis censemus utile, quod nimi-
rum respicimus, ut bonum nobis:
hinc nimirum nos, utilissimam no-
bis amare viam nostræ conserva-

tionem, utut laboriosam, & mise-
ram; & is vitæ conservandæ appe-
titus in nobis ab intima quadam
vi oritur, ac naturæ nostræ determi-
natione penitus indeliberata.

Bonum ad voluntatem pertinet, at
verum, de quo deinde agit Noster,
ad intellectum, qui non nisi ad ve-
ritatem tendit, nec assentitur, ni-
si illi, quod ipsi apparet verum,
ubi & nexus est admirabilis vero-
rum cum aliis veris, ex quo ne-
xu omnis ratiocinatio, deductionis
vis, & syllogizzandi ars consequi-
tur. Nec intellectus tantummodo
in verum tendit, sed & voluntas;
nam ea veri assequendi cupiditatem
innatam sentit, & ipsius notitiam
consecuta voluptate percellitur. Hic
autem analogiam quandam attingit
inter hæc vires, & mate-
riales illas. Ut ibi gravitas in mi-
nore distantia majorem exercet
nisum; ita hic videmur quodam-
modo, dum mente sistimus tan-
quam præsentibus veritatibus quasdam,
id agere, ut majorem exerant
vim, & alterius veri, nimirum con-
clusionis, notitiam post se trahant;
noti-

LIBER SEXTUS

Quæ ¹ semel arripuere animi, retinere tenaces
 Contendunt; exin fiunt constantia quædam
 Rerum judicia, & fluxerunt protinus usus, 2390
 Et varii mores: ea si quis vellere tentat
 Ex animis, vitam prorsum ipsam evertere ab imo,
 Naturamque aliò convertere velle videtur.
 Ordinis hinc animis, Pulchrique, Bonique cupido est
 Indita, justitiæ vel corda injusta leporem 2395
 Agnoscunt; Virtus fert laudem, & honesta probantur.
 Ipsæ ² etiam mentes inter se nonne trahuntur
 Mutua? Cur igitur solas tam tædeat esse?
 Cur sociale genus sumus haud deserta per arva
 Dispersum, vel per silvas, vacuosque recessus? 2400
 Unde tot in populos, tantasque coivimus urbes?
 Unica non homines junxerunt mutua vitæ
 Subsidia inter se, neque magni commoda cœtus;
 At quoque posse loqui, atque aliis exponere sensa,

T 3

Atque

notitiis autem aliis adjectis post alias, ad ulteriora detegenda majore vi progredimur, ut in gravitate vis ipsa respondet massæ, & adjectis materiæ particulis, una cum iisdem augetur.

1 Pergit in deducendis consecutis ejus animæ vis, & inclinationis animorum: inde nimirum consequi certum consensum in illis, quæ prima principia dicimus, quod pertinet ad intellectum, & amorem pulchri, ac boni, quod pertinet ad voluntatem, quæ ita sunt omnibus communia, ut de axiomatis dubitare, virtutis amorem non sentire homines, ne inviti quidem, possint; quod si facerent, humanam exuile naturam dicerentur.

2 Hic jam in ea vi mutuam quandam animorum attractionem agnoscit; ex qua nimirum una ille oritur innatus in nobis amor vitæ socialis, qui homines in populos coadunavit. Sunt quidem & silvestrium hominum genera quædam inter barbaros, verum & ibi minus frequentes utique, sed tamen

habentur societates aliquæ, saltem familiarum; & silvestres ipsi Americani barbari suas habent respublicas, & foderatos ab hostibus discernunt. Societatem autem inter homines, jure affirmat, non oriri tantummodo ab utilitate, quam inde trahunt, sed etiam ab instinctu quodam, & impulsu interno Naturæ, quo fit, ut amemus communicationem internorum animi sensuum, & ut unque omnibus affluentes commodis, ac deliciis ad perpetuam solitudinem condemnati, angere debeamus, & vera, ac stabili voluptate carere.

Commemoramus autem ea, quæ in sociali vitâ maxime appetimus, ut solatia, quæ ab amicis recipimus, dum ea, quibus angimur, enarramus, & in eorum sinus effundimus curas internas: addit amorem laudis, & ambitionem, quibus usque adeo ducuntur homines, quæ sine societate nulla essent, cum nec regni, nec primatus, & prælationis idea haberi possit sine idea multitudinis, vel plurium.

Atque aliorum etiam cognoscere, & inde moveri. 1405
 Finge aliquem solam placidi inter veris honores,
 Et melicos inter cantus producere vitam,
 Mollihus in stratis jucundos carpere somnos,
 Auratamque domum, laxosque habitare penates,
 Affluere atque esca regali, deliciisque; 2410
 Num minus exagitet quædam vis insita mentem,
 Et faciat, vitam socialem ut protinus istis
 Præferat? haud ulla est sociis sine pura voluptas;
 Crescunt, cum sociis partimur gaudia nostra,
 Curaque dividitur narrata, minusque dolores 2415
 Sævire, inque animos incumbere mœror & angor.
 Præterea & laudam, & famam captare, decusque
 Unde sit? ex ipso vitæ socialis amore
 Non fluat? ambitio non vires exerat illinc,
 Qua primi in rebus contendimus omnibus esse, 2420
 Et præferri aliis, regnare, atque esse potentes,
 Quod solis petere haud unquam, neque nosse liceret.
 Postremo¹ nexus inter corpusque animamque
 Cernimus esse aliquos, & mutua fœdera quædam.
 Ulla neque apparet, potuit quæ jungere causa 2425
 Naturas tam dissimiles; id præstet utrinque
 Inditus, hinc animis in consona corpora quidam,
 Illinc corporibus quidam conatus in illas,
 Ut vita, atque omnis quoque vitæ hinc prodeat usus.
 Jam quid opus tam distantes contingere sese 2430
 Naturas? per vim sine tactu mutua possunt
 Officia exercere suam, & communia quæque
 Efficere. At², genus id, multas cognoscere vires,

Quot-

¹ Postremo loco innuit corporis unionem cum anima, quod quidem tam admirabile inter adeo dissimiles naturas commercium vi quadam sit, non utique per pressionem aliquam ex contactu, vel per contactum ipsum, per quæ plures Philosophi cohesionem materiz corporeæ explicare conati sunt, sed alio aliquo modo admodum diverso, per miram quandam, & nobis incognitam vim, quæ in ani-

mos ipsos agere possit, & reipsa agat. Ego quidem nec corporum cohesionem desumo a pressione, & contactu: at in quo eam reponam, & quantum ea distet ab unione inter animam, & corpus, ut & quam variz sint hujusce unionis leges, quæ præcipue earum classes, luculenter expolui in mea recenti theoria Physicæ Generalis, de qua hic etiam aliquid in supplementis.

² Has vires, quæ in animos nostras

Quotquot sunt, ullas & earum prendere leges
 Non opis est nostræ forsan, præsentia quamvis 2435
 Omnia sint, atque intra nos peragantur, & ipsum
 Afficiant sensum; neque jam deprendere motus;
 Id quoque si liceat, sat erit, qui scilicet omnes
 Interius varia in nobis ratione geruntur,
 Cum volumus, cupimus, gaudemus, percipimusque; 2440
 Compositi nimium motus sunt; proinde necesse
 Hos foret in motus alios iterumque, iterumque,
 Inque alios motus dissolvere, donec ad ipsa
 Prima retexendo sit ventum elementa; vicissim
 Tum conferre elementa inter se, quoque geratur 2445
 Ordine quid rerum, qua quid quoque lege, videre;

T 4

Nec

Astrôs agant, quanquam in nobis ipsi
 sint, nobis, ait, esse inco-
 gnitas ita, ut earum numerum,
 si non ad unicam omnes rami, ve-
 lut arborem, reducantur, & singu-
 larum leges ignoremus: atque id
 in primis, quod, nec omnes mo-
 tus, qui ex iis in nobis ipsis conse-
 quuntur, deprehendimus, multi e-
 nim fiunt sine reflexione ulla; nec,
 si omnes etiam ejusmodi motus de-
 prehendamus, qui fiunt, *Cum vo-*
lumus, cupimus, gaudemus; perci-
pimusque, adhuc ita facilis inde ad
 legem virium deprehendendam est
 transitus. Nimis enim compositi
 sunt ii motus ipsi, & nimis mul-
 ti. Oporteret uti resolutione qua-
 dam motuum, ac virium in alia
 simpliciora; donec demum ad pri-
 ma, & simplicissima elementa de-
 veniretur.

Eodem sanè pacto & Astrorum
 motus per tot sæcula fuerunt co-
 gniti, inecognita penitus illa lege,
 qua eos unica gravitas efficit, quam
 Newtonus deprehendit; & quidem
 iam Newtonus ipse incidit id-
 circo, quod Primarii Planetæ So-
 lis fore unius adeo majoris viribus
 parent: si planetarium systema con-
 stiteret corporibus fere aequalibus;

ita implexi fuissent illorum motus,
 ut nulla ingenii vi eos licuisset
 dissolvere, & ad gravitatis princi-
 pium devenire agentis in ratione
 reciproca duplicata distantiarum;
 ut nec cum sublimioris Geome-
 triæ & infinitesimalis calculi tan-
 to præsidio, adhuc motus defini-
 vimus, qui ex gravitatis nota le-
 ge debeant consequi in massis et-
 iam tribus tantummodo inter se
 parum inæqualibus, & quacumque
 data directione, & velocitate un-
 decumque projectis. Multitudo ele-
 mentorum materiæ, & mutuarum
 relationum, quæ inde oriuntur, ac
 virium, quæ singulis relationibus
 respondent, in causa est, cur, li-
 cet ego arbitrer, ab unica, & ge-
 nerali lege, & omnibus punctis
 communi pendere omnes omnium
 materiæ punctorum motus, adhuc
 tamen omnino mihi persuadeam;
 in immensum supra nostræ men-
 tis vim positam esse evolutionem
 singulorum motuum, ac omnium
 virium resolutionem, vel e contra-
 rio compositionem, per quam nec
 ad unius frondis constructionem in-
 telligendam devenire unquam pos-
 sumus. Idem accidat, oportet, & in
 tam multis, tam variis animarum

no

Nec ¹ tamen interea nostræ, quæ libera, mentis
 Vim secludere ab his, dominam aut adsciscere talem,
 Arbitrio mens ipsa suo ut quascumque movere
 Se queat in partes, & quoslibet edere motus; 2450
 Texere post contra, ad motusque redire priores
 Effet opus, quales nos intra percipiuntur.
 Ipse sequens at se sensus fugit, undique nodos
 Nestens difficiles, magnoque volumine rerum
 Implicat, ut proprias nequeat cognoscere vires. 2455
 Nobis ² hunc tenuem nostrum lustrare profecto
 Difficile est mundum, &, quid simus, scire; videmus
 Cætera, sunt oculis at nostra impervia nostris.
 Non ideo tamen est, ut vitæ debeat omnis
 Cursus forte regi, &, quocumque impellimur, ire. 2460
 Vis

nostrorum motibus, in tam varia, & multiplici relatione nostra ad tot externa objecta tot generum inter se discrepantium; ut nimirum neque a datis motibus per tam multiplicem resolutionem ad vires, neque a datis viribus ad motus adeo complicatos per tam implexam compositionem humana usque adeo imbecilla mens possit pervadere.

¹ Inculcat hic illud: quod in toto hoc episodio apprime notandum est, & sanam, ac sobriam, & revelatis principiis conformissimam simul, ac solidissimam philosophandi rationem commendat plurimum; inter vires illas, quæ in nobis agunt, & quæ internos nostros motus determinant, arbitrii libertatem numerandam esse, quæ nos supra inertem, & suis semper penitus determinatam viribus ad certos motus Brutorum animam altissimè attollat; quin etiam, quæ ipsa nos juxta præcedentem theoriam a brutis animantibus discriminet, a suo illo interno instinctu ad illas operationes individuas sine mente, & consilio determinatis.

Hanc sanè in nobis ipsis experimur ita, & ita videmus intimo

sensu, ac conscientia, eam in nobis inesse, nec in eo nos falli, ut de eo dubitare nulli mortalium liceat; nec vero quisquam contrarium sibi ita persuadere potest, ut serio rem credat. Eam etiam nobis indicat tanto major, & principiis liberæ determinationis conformior varietas in nostris operibus, circumstantiis parum admodum commutatis, quam quæ in Brutis ipfis animantibus appareat.

Verùm hæc ipsa liberi arbitrii facultas investigationes illarum virium impedit plurimum, ac perturbat. Nam cum ea non agat semper, & necessario certo quodam modo; sed ubi etiam indeliberatorum impulsuum æquilibrium habetur quoddam, vel etiam prævalens vis, possit pro libera sua voluntate utrumvis terminum eligere, fieri potest, ut quandoque eligat illud, ad quod æquè, vel etiam minus inclinatur viribus, quas sentit; unde fit, ut a motibus, qui consequuntur, virium impellentium nisum, & certam illam, ac stabilem legem deducere non possimus.

² Ex hisce omnibus concludit, nostrum internum hæc Mundam, quam-

Vis etiam in nobis (Rationem dicere suemus)
 Quædam se prodit moderandæ aptissima vitæ;
 Humani hæc veluti currus Auriga videtur
 Fræna regens, &, recta, movens, qua semita ducit.
 Illius impulsus aliis secernere oportet 2465
 Motibus, atque sequi solos; properare secundis
 Scilicet his liceat, spatioque excurrere jussu
 Securos; aliter transverso obstacula calle
 Grassantur, longæque moræ, certisque periclis
 Obsita sunt loca; quam triste & quam lugubre nostri 2470
 Spectaculum tum fiat, ubi, cum maximus Orbis
 Consonet, hic tenuis discors, exlexque feratur !

SUP-

quamvis hoc exteriore usque adeo magis præsentem nobismetipsis, multo adhuc magis incognitum nobis esse; ubi illud accidit nostræ menti, quod oculo, ut externa videat, se ipsum intueri non possit.

Addit tamen, quod & in præcedenti tomo inculcaverat, qui verus esse debet, & solidus sanæ Philosophiæ fructus, habere nos inter tot ambiguos, & cæcos animorum nostrorum impulsus, ac nixus duces fatis certam, & opportunam Rationem nobis inditam, qua verum a falso, bonum, & honestum a malo, & inhonesto discernamus, quam unam ut infallibilem regulam sequi debemus, cui si fiderimus uni, recto incedemus itinere,

nunquam ab æstuante cupiditarum inordinatarum turba, & pravæ voluptatis vi multiplici in transversum acti. Id vero nobis præstandum accuratissime etiam idcirco, ne, dum hic materialis Mundus exterior motus omnes suos tam ordinatè peragat, & leges a summo sibi Conditorre impressas exactè servet, noster hic interior, & tanto nobilior Mundus, præscriptum sibi ad eodem Divino Opifice modulum negligat, & violatis sanctissimis ejus legibus, abjectis rectæ rationis monitis, humana omnia, ac divina jura commisceat, & non ordinato operi, sed implicatissimo cuidam, ac confuso, & penitus inordinato chaos respondeat.

SUPPLEMENTUM AD LIBRUM QUARTUM

§. I. Ad notas in vers. 100 &c.

DE MUNDI SYSTEMATE ASTRONOMICO.

1 **A** Versu 100 ad 673 et Noster vel pertractat, vel attingit, quæ pertinent ad Astronomicum Mundi systema, quæ sunt quedam velut basis, & fundamentum totius Newtonianæ celestis Physicæ. Multa eodem pertinentia innui in adnotationibus pluribus, & in hac in versam 100 accipere ordinem, quo a determinationibus terrestrium intervallorum Astronomi ad celestium corporum distantias, magnitudines, motus progressi sunt; in adnotatione autem ad vers. 115, & 307 promisi uberiores notitiam totius Mundani systematis, de quo in sequentibus Noster agit singillatim.

2 Si hoc argumentum pro dignitate pertractari deberet, plura jussu molis volumina requirerentur. Quamobrem hinc summa tantummodo quedam capita percurram, & ea illustrabo potissimum, quæ ad Nostrium rite intelligendum necessaria sunt. Longe autem alio ordine progrediar, ut brevitatè studeam, quantum licerit: proponam nimirum primo loco, qualem Astronomiam habeamus nunc ab omnibus Astronomis passim admittam, & cum observationibus demum consentientem vel accuratè, vel satis proximè, ad quam non nisi per longas ambages, & post longos tot sæculorum errores, ac correctiones positionibus assumptis sensim adhibitas devenitum est. Nulla enim adest, ne nunc quidem, directa methodus, qua satis tuto, & accurate per observationes, ac directæ earum consuetudinem eruta ope Geometriæ, & calculi possimus immediate deprehendere celestium corporum distantias, magnitudines, motus, sine ulla suppositione physica, & sine crassioribus theoriis sensim, & per gradus corrigendis, perpelliendisque: ubi illud prorsus accidit, quod de universa evolutione Naturæ diximus tomo 1 in adnotatione ad vers. 1222, hanc rem peragi eodem modo, quæ in enucleatione epistolæ arcanis notis conscriptæ; ut nimirum per crebras positiones, & positionum factarum correctiones deveniatur demum ad eam consensum, qui evincat veram clavem detectam esse. Accessit autem & instrumentorum ratio, quæ sero tandem, nec nisi diu post inventa telescopia, & horologia oscillatoria eo deducta est, unde progredi vix possit; & Geometriæ vis, quæ post infinitesimales methodos excultas eo devenit, quæ nemo Mortalium olim devenituram credidisset.

3 Ponam igitur primo loco Mundi systema, ut in se est: tum ut e Tellure spectantibus appareat, ubi, quæcumque de motu Telluris dixero, intelligenda sunt juxta ea, quæ proposui in supplementis ad tomm 1 §. 13.

4 Duo sunt celestium corporum classes: Stellæ fixæ, & errantes, quarum priores dicimus absolute Fixas, posteriores dividimus in Planetas, & Cometas.

5 Fixæ sunt numero innumerabiles, & quocunque telescopia in Cælum dirigantur

rigimus, ubique immanem earum vim cernimus, eo autem plures videmus, quo longiora, & perfectiora sunt telescopia. Caillius incredibili labore, & diligentia, dum ante hos aliquot annos esset ad promontorium Bonæ Spei, definivit loca decem millium Fixarum, quæ bipedali telescopio videri facile possint, conclusarum tropico Capricorni. Longioribus telescopiis in immensum plures apparent ubique, potissimum in ea, quam Galaxiam, seu Viam Lacteam appellanti.

6 Ex positæ sunt ad distantiam a nobis adeo immanem, ut quæcunque mensuræ nobis cognita sint impares eidem definienda. Ipsa distantia Terræ a Sole respectu ejus distantie est instar puncti. Hinc veri earum motus, vel nulli sunt, vel respectu distantie a nobis fere nulli: & ideo hinc a nobis, visæ positionem ad se invicem saltem ad sensum eandem servant nunc, quam ante duo annorum millia habuerant. Habent illæ quidem quosdam motus nobis apparentes, de quibus infra, quorum leges demum ita detectæ sunt, ut jam intra unum, vel alteram secundum Fixæ cujusvis locum apparentem ad datum tempus definire liceat: habent itidem earum nonnullæ & veros motus aliz alios, sed perquam exiguos, & qui nonnisi longioribus telescopiis deprehendantur. Censentur autem in immenso spatio ad sensum vacuo dispersæ in immanibus itidem a se invicem distantis.

7 Luce propria omnino fulgent, ut Sol, qui censetur ex earum numero esse ita, ut ex ideo tantummodo adeo minores, & minus lucidæ appareant, quod a nobis in immensum magis distent. De vera earum magnitudine nihil omnino novimus. Admodum probabile censeo, alias ex iis esse Sole nostro majores, alias minores, & quidem nullo certo neque inter veram magnitudinem, distantiam, intensitatem luminis partium superficiæ æqualium, & magnitudinem nobis apparentem. Et quoniam inde consequitur, aliquas ex iis, quæ minutissimæ apparent, esse Sole ipso majores, & lucidiores, major erit ratio distantie ipsarum a nobis ad distantiam a Sole, quam sit subduplicata luminis Solis ad ipsarum lumen; lumen enim dum propagatur, minuit intensitatem suam in ratione reciproca duplicata distantiarum. Porro, quam immensa sit ea ratio, satis patet.

8 Inter Fixas sunt aliquæ, quæ dicuntur nebulosæ, quod tenuem quandam lucem, ut nebulam circa se habeant: sunt nonnullæ, quæ vel apparent, & evanescent statim temporibus, vel lumen suum minuunt, & augent per vices; aliz, quæ de novo apparuerunt per exiguum tempus, & deinde evanuerunt, ut illa celeberrima, quæ Tychonis tempore in cathedra Cassiopeæ per aliquot menses reliquas omnes Fixas fulgore suo superavit, tum paulatim evanuit; quæ mutationes esse possunt non tantummodo apparentes nobis, sed etiam reales. Neque enim credibile mihi est id provenire ex accessu ad Terram, & recessu; cum enim nullus fere sensibilis habeatur inter Fixas motus in latius, qui apparentem ipsarum distantiam mutet a se invicem, deberent fieri tantummodo in recta, quæ huc tendit, mutationes distantiarum, quæ ad totas distantias tantam rationem habeant. Quare hæc et mutationes pertinent, verè nimirum, non tantummodo apparentes, quæ quidem provenire possunt etiam a maculis, quæ analogæ sint maculis solaribus, sed multo majores, plures, ac diuturniores, & fortasse conjunctæ cum aliquo

aliquo ipsarum motu circa proprium axem, quæ quidem innuisse sit satis.

9 Planetæ alii dicuntur Primarii, alii Secundarii. Primarii præter Solem, qui etiam Fixis adscribitur, numerantur sex. Mercurius, Venus, Terra, Mars, Jupiter, Saturnus, qui quidem circa Solem gyraut, hoc eodem ordine ab eo distantes, priores minus, posteriores vero magis. Secundarii sunt 10. Luna satelles, seu comes Terræ, quatuor Jovis satellites, & quinque Saturni, gyrautes circa ipsos. Accedit annulus circa Saturni globum tenuis, & latus ab eodem circumquaque disjunctus.

10 Cometæ, hæc usque rite ab Astronomis observati, sunt 45, vel revera 41, nam 4 ex his sunt idem Cometa, quorum postremus, dum hæc scribimus Junio mense anni 1759 nuper videri desit. Hos distinguit a Planetis immanis atmosphæra, quæ ut quidam fumus nucleum ad distantiam multis vicibus majorem ejus diametro ambit, ac in quendam longiorem ductum protenditur ad partes Soli oppositas, qui ubi e Tellure cernitur ita productus, appellatur barba, vel cauda, prout ad eam partem protenditur, ad quam Cometa tendit, vel ad oppositam, qui si lateat cum ipso & oculo in directum jacens, crinitus dicitur Cometa.

11 Planetæ omnes, & Cometa a Sole lumen accipiunt, & reflectunt. Admodum probabile est eisdem habere figuram proximè sphericam, quod de Planetis fere omnibus est omnino certum. Jupiter tamen, uti dictum est in adnotatione ad versum 1962, habet figuram sphaeroidis non ita parum compressæ, nam axis ad diametrum æquatoris est in eo proximè ut 12 ad 13.

Diametri veræ Planetarum posita diametro Solis partium 10000, sunt proximè Saturni 792, Jovis 1000, Martis 95, Telluris, & Veneris 109, Mercurii 48. Et quidem reliquæ intra limites satis proximæ certæ sed Telluris diameter adhuc subdubla, ut infra patebit. Est autem diameter Lunæ ad diametrum Terræ proximè ut 21 ad 78.

12 Convertuntur Planetæ circa proprium axem, quæ conversio per observationes definita est in Sole dierum $25 \frac{1}{2}$ in Jove hor. 10. 56', in Marte hor. 24. 40', in Terra hor. 23. 56'. 4'', in Venere hor. 23. 20', Luna autem menstruo motu circa suum axem convertitur.

13 Motus Planetarum Primariorum sunt omnes in Orientem circa Solem, in planis proximè immobilibus, ad se invicem nonnihil inclinatis in spatio nihil, vel fere nihil resistente. Illud, in quo movetur Tellus vel potius centrum commune gravitatis Terræ, & Lunæ, dicitur planum Eclipticæ: reliquorum plana inclinantur ad hoc planum in sequentibus angulis: planum orbitæ Saturni gr. 2. 30', 36''; Jovis 1. 19'. 30''; Martis 1. 50'. 54''; Veneris 3. 23'. 20''; Mercurii 7. 0'. 0''. Illa puncta, in quibus ex orbitis secant planum Eclipticæ, dicuntur nodi: nodus ascendens is, in quo transitur ab hemisphærio australi ad boreale, alter vero nodus descendens.

14 Orbitæ eorum motuum habent formam proximè ellipticam ita, ut alterum singularum ellipsium focum Sol occupet. Ea est una e tribus conicis sectionibus, de quibus egimus tomo 1 in supplem. ad lib. 2 §. 6. Illustranda sunt hic schematis, quæ Noster de illa & reliquis binis exhibet a versu 443.

15 Exhibet in fig. 1 *ABPD* perimetrum ellipseos, *C* centrum, *AP* axem *F* transversum longiorem, *BD* axem conjugatum breviorum. In axe longiore

AP sunt binæ puncta S , F æque distantia hinc, & inde a centro, quæ dicuntur foci, & habent hæc duas admodum insignes proprietates. Si ex iis ducantur ad quodvis perimetri punctum binæ rectæ SE , FE ; amba simul æquantur axi transverso AP : eadem autem ad ipsam perimetrum ita æque inclinantur, ut si per E ducatur recta perimetrum contingens, eadem hinc cum altera ex iis angulum contineat æqualem illi, quem inde continet cum altera.

16 Posterior ex iis proprietatibus dedit nomen ipsi foci: cum enim radii luminis reflectantur ad angulos æquales; omnes radii profecti ex altero foco S , & incidentes in quodvis punctum E perimetri elliptici reflectentis debent abire in F , & ibi colligi, ac ignem etiam excitare, si satis vivida sit radiorum origo in S . Prior autem proprietates exhibet constructionem ellipticos admodum expeditam. Sumatur filum ejusdem longitudinis, cujus est axis AP , quod traducatur per foramen acus cujuscumque, & ejus binæ capita defigantur in binis punctis S , F æque remotis hinc, & inde a medio C ; tam circumducatur acus ex P per E in A ita, ut distentum teneat filum, & describatur perimetres ellipticos: nam semper binæ rectæ ES , EF simul æquales erunt longitudini fili, adeoque axi AP . Patet autem ex hac ipsa constructione, si foci S , F coeant in C , haberi circumlam; iis autem a se invicem recedentibus attenuari ellipsim perpetuo, cum datâ SB debeat eo minor esse CB , quo major est CS . Quod si dentur binæ axes AP , DB cujuscumque magnitudinis, facile inveniuntur foci ad eam describendam idonei, cum satis sit, facto centro in vertice B axis conjugati, intervallo CP invenire binæ puncta S , F in axe transverso AP .

17 Ellipsis, producta prius in latusculam, abit in Parabolam habentem unicum ratum infinitum, tum in Hyperbolam habentem binos ramos itidem infinitos. Id expositum est tomo 1 in supplem. ad lib 2 §.6, ubi ostensum est id accidere conversione continua plani focantis conum, & ellipses in latusculam productas nihil ad sensum differre in sua origine ab arcu Parabolæ. Hic addendum id, quod pertinet ad earum focos, quod quidem hic Noster proposuit.

E.2. 18 Arcum Parabolæ QPR exhibet fig. 2, ejus axis PSM in infinitum 3. producit. Ea habet unicum focum S , cujus ea inter cæteras est proprietas, ut radii omnes NE , qui adveniant paralleli axi MP , debeant post reflectionem abire in ipsum focum S . Binus hyperbolæ ramos QPR , qAr exhibet fig. 3. In ea axis transversus est AP , centrum C , binæ foci in ipso axe producto S , F , quorum prior solus S continetur intra ramos QPR , alter vero F extra ipsum, sed intra raturam oppositum qAr . Porro est et focorum proprietas in hyperbola, ut differentia rectarum FE , SE sit constantet æqualis axi AP ; radii autem NE , qui incurrant in perimetrum cavam in E directionibus convergentibus ad focum ulteriorem F , debeant post reflectionem convergere ad alteriorem S .

F.1. 19 Jam vero orbitæ Planetarum Primariorum habeant formam fig. 1, occupante Sole focum alterum S . Punctum P , in quo habetur distantia minima a Sole; dicitur Perihellum, vel Apis ima; punctum A , in quo habetur distantia maxima, Aphelium, vel Apis summa; unde etiam axis major dicitur linea Apfidum, quas quidem Apfides etiam Auges appellare solent. **¶**

est distantia media, quæ nimirum æquatur semiaxi transverso: CS distantia foci a centro dicitur Eccentricitas. Quando autem Terra respectu Solis est in Perihelio, vel Aphelio, Sol dicitur esse in Perigeo, vel Apogeo.

20 Et hæc quidem pertinent ad primam e tribus Kepleri legibus, de quibus egimus in adnotationibus ad vers. 415, 443, 514. Pertinet autem ad secundam motus ipse per ejusmodi orbitam, qui non est æquabilis, sed ita ætemperatus, ut area PSE clausa arcu PE percurso quopiam tempore, & binis rectis PS, ES ab ejus extremo utroque ductis ad focum S, sit proportionalis ipsi tempori, ut nimirum sit sector ellipticus PSE ad totius ellipseos aream, uti est tempus, quo percurritur arcus PE, ad tempus integræ conversionis. De hac proportionalitate arearum egimus tomo 1 in supplem. ad lib. 1. §. 18. Dicitur autem ea a Kepleri arca, quam vetit radius vector & nam ipse concepit Planetas tanquam vectos circa Solem a Solis radio, & radius in recta pertingens a Sole ad Planetam, si concipiatur ut rigida quædam virga, perradit, & quodammodo everrit illam aream.

21 Porro ex hac motus lege facile patet, nec celeritatem linearem verum motus, nec conversionem angularem circa punctum S centrum arearum æqualium, fore æquabilem. Ad hoc ut sector ellipticus tempusculis æqualibus sit ejusdem semper magnitudinis, debet celeritas esse major, ubi distantia est minor, & accuratam rationem ejus celeritatis exposuimus in supplem. tom. 1. a num. 249. Quod autem pertinet ad motum angularem, id facile definitur, ac demonstratur. Nimirum celeritas motus angularis circa centrum arearum æqualium est in ratione reciproca duplicata distantiarum ab ipso foco. Nam sectores elliptici infinitesimi possunt considerari, ut exigui sectores circulares. Sectores autem circulares habent aream proportionalem angulo, & quadrato radii conjunctim, ut facile demonstratur; unde fit, ut si area sit constans, debeat esse angulus in ratione reciproca quadrati radii.

22 Motus igitur spectatus ex ipso etiam foco S, qui æstimatur ab angulo, quem continent directiones inde tendentes ad binæ loci Mobilis, non erit æquabilis, sed eo celerior, quo quadratum distantia est minus. Nimirum ubi Planeta discedet ab Aphelio A per ABEP, accelerabitur perpetuo motus ejus angularis, tum a Perihelio ad Aphelium retardabitur tantundem, & inæqualitatis quantitas pendebit a distantia Planete ab Aphelio. Hinc apud Astronomos angulus ASE, quem continet recta ducta ad Planetam eam recta ducta ad Aphelium, dicitur *Anomalia*. Porro concipitur alius Planeta, qui circa ipsum punctum S moveatur motu angulari æquabili, eodem autem tempore integram conversionem absolvat, cujus motus dicitur respectu prioris motus medius. Angulus, quem efficit recta ducta a foco S ad eum Planetam fixum cum recta SA tendente ad Aphelium computatus ab hac recta usque ad illam secundum directionem motus ipsius Planete, dicitur *Anomalia media*: angulus autem ille, quem efficit recta SE tendens ad verum Planetam eam eadem recta SA, dicitur *Anomalia vera*: differentia autem eorum angulorum dicitur *Æquatio*. Porro data specie ellipseos, sive data ratione semiaxis transversi ad eccentricitatem, invenitur ope Geometria, & calculi pro quavis anomalia media anomalia vera, & viceversa; invenitur locus, in quo

In quo æquatio est maxima, & data æquatione maxima invenitur species elliptica, five eccentricitas, quæ quidem conducunt ad computandos veros Planetarum motus, & inveniendâ eorundem loca *Heliocentrica*, nimirum loca, in quibus apparent spectati e Sole, ac ad eruendas ex observationibus species orbitarum.

23 Hæc pertinent ad motum cujusvis Planetæ in orbita sua circa Solem; ac tertia Kepleri lex confert motum unius Planetæ in orbita sua, cum motu cujusvis alterius in sua. Sunt nimirum quadrata temporum periodicorum, ac cubi distantiarum mediarum. Hanc legem exposuimus satis luculenter hic in annotatione ad versum 514, ubi etiam crassioribus numeris usi proposuimus exemplum Martis cum Mercurio comparati. Accuratioribus numeris hic proponam decerptos ex Lectionibus Astronomicis Caillii num. 170, unde & superiora decerpsi plura, & alia decerpsi inferius. Hosce numeros ipse calculo eruit e Cassiniani tabulis, quamquam & hi correctiunculis adhuc indigent, sed exiguis. Ponam autem primo loco tempus periodicum pro quovis Planetâ, tum axem majorem, cujus dimidium est distantia media, addito axe minore, & eccentricitate, ut forma orbitæ, ac distantia maxima, & minima inde faciliè eruantur. Ut autem formæ orbium unico intuitu melius inter se comparentur, ponam postremo loco eccentricitatem in his partibus, quarum semilaxis major continet 1000000. Ea continentur in sequenti tabella.

Pro	Tempus periodicum	Axis major	Axis minor	Eccentricitas in hisd. parti.	Eccentricitas in diversis
	dies horæ				
Saturno	10579. 8	190753	190448	5430	56982
Jove	4332.12	100420	103899	2505	48188
Marte	686.23.30. $\frac{1}{2}$	30474	30342	1415	93134
Terra	365. 6. 9. $\frac{1}{4}$	20000	19997	168	16881
Venere	224.16.48. $\frac{1}{2}$	14466	14463	52	7141
Mercurio	87.23.15. $\frac{1}{2}$	7742	7570	810	21165

24 In hac tabella si assumantur duo Planetæ quicunque, & reducantur ad unicam mensuram duo eorum tempora, ut ad minuta, ac fiat, ut cubus axis majoris primi Planetæ ad cubum axis majoris secundi Planetæ, ita quadratum temporis primi Planetæ, ad numerum quandam, tum extrahatur ex hoc numero invento radix quadrata, invenietur ea radix quamproximè equalis tempore secundi Planetæ.

25 Ad hoc, ut ex hisce elementis inveniri posset locus heliocentricus cujusvis Planetæ, oporteret addere & positionem aphelii, & positionem nodi, & tempus aliquod transitus per aphelium, vel anomaliam pro aliquo tempore dato; sed ea non sunt hujus loci. Hic tantummodo illud addendum est, ipsa aphelia, & nodos non penitus quiescere, sed moveri motu lechissimo, qui nondum apud Astronomos satis certo constat: apponam ex ipso

Caill.

Caillio tabellam horum motuum juxta Cassini, & Halley opinionem, ubi signum $+$ significat motum fieri in Orientem, signum $-$ in Occidentem.

Pro	Motus Aphelii		Motus nodi	
	ex Cassino	ex Halleyo	ex Cassino	ex Halleyo
Saturno	$+$ 2 ⁿ	$+$ 30 ⁿ	$+$ 6 ⁿ	$-$ 33
Jove	$+$ 6	$+$ 22	$-$ 27	0
Marte	$+$ 21	$+$ 20	$-$ 17	$-$ 12
Venere	$+$ 35	$+$ 6	$-$ 17	$-$ 19
Mercurio	$+$ 29	$+$ 2	0	0

26 Terra nodos non habet, motus autem ejus aphelii est $+$ 18ⁿ. Porro ex hoc apheliorum, & nodorum motu profluxit discrimen inter tria genera conversionum, quas in Planetis Astronomi considerant. Conversio periodica est ea, qua Planeta regreditur ad eandem positionem respectu Fixarum; conversio anomalistica, qua regreditur ad eandem positionem respectu aphelii, sive ad eandem anomaliam, & conversio synodica, qua regreditur ad eandem positionem respectu nodi ascendentis; quanquam in Luna synodicam conversionem communius appellant eam, qua regreditur ad eandem positionem respectu Solis, ut a Novilunio ad Novilunium.

27 Utcumque autem his etiam motibus adhibitis ad calculum reducantur Planetarum loca, adhuc exiguae quaedam differentiae inveniuntur inter loca calculo eruta, & observata, quarum nonnulla ad certas leges deductae sunt postremis hisce annis, sed nondum penitus omnes, nec ex observationibus, nec ex theoria ad certas leges deduci potuerunt.

28 Hæc de Primariis Planetis: jam vero Luna, & Terra circa commune illarum gravitatis centrum convertuntur pariter in ellipsis inclinatis itidem ad eclipticam in angulo per 18 minuta variato, cujus medium est graduum 5, min. 9. Ejus distantia a Terra est semidiametrorum terrestrium ex Caillio maxima $64 \frac{2}{3}$, media $60 \frac{1}{3}$, minima $55 \frac{1}{4}$. Sed forma ipsius orbitæ, & magnitudo mutatur perpetuo, ut & apogeeum ipsius, & nodi moventur motu ingenti: tempora conversionum integram, & verus motus in orbita, & inclinatio orbitæ ad eclipticam patiuntur inæqualitates plurimas; quæ quidem in syzygiis, sive novilunio, & plenilunio sunt multo minores, quam alibi. Linea apsidum facit revolutionem integram mediam respectu Fixarum in orientem intra annos 8, dies 310, horas 10, minuta 58; linea nodorum in occidentem intra annos 18, dies 219, horas 8, min. 48. Lunæ autem conversio media respectu Fixarum fit diebus 27 horis 7, 43', 12", respectu nodi utriuslibet diebus 27, horis 5, 5', 35", respectu apogei diebus 27, horis 13, 18', 34".

29 Satellites Jovis circa Jovem, & Saturni circa Saturnum, vel potius circa commune centrum gravitatis ipsorum, & sui Primarii, moventur motu quamproximè æquabili in orbibus quamproximè circularibus inclinatis ad planum orbitæ sui Primarii. Eorum tempora periodica, & evagationes maximæ hinc & inde a centro sui Primarii respondentibus distantiam mediam a Sole

In quo æquatio est maxima, & data æquatione maxima invenitur species elliptica, five eccentricitas, quæ quidem conducunt ad computandos veros Planetarum motus, & inveniendæ eorundem loca *Heliocentrica*, minimum loca, in quibus apparent spectati e Sole, ac ad eruendas ex observationibus species orbitarum.

23 Hæc pertinent ad motum cujusvis Planetæ in orbita sua circa Solem; ac tertia Kepleri lex confert motum unius Planetæ in orbita sua, cum motu cujusvis alterius in sua. Sunt nimirum quadrata temporum periodicorum, ac cubi distantiarum mediarum. Hanc legem exposuimus satis luculenter hic in annotatione ad versum 514, ubi etiam crassioribus numeris usi proposuimus exemplum Martis cum Mercurio comparati. Accuratiores numeros hic proponam decerptos ex Lectionibus Astronomicis Caillii num. 170, unde & superiora decerpsi plura, & alia decerpsi inferius. Hosce numeros ipse calculo eruit e Cassiniani tabulis, quanquam & hi correctianculis adhuc indigent, sed exiguis. Ponam autem primo loco tempus periodicum pro quovis Planetæ, tum axem majorem, cujus dimidium est distantia media, addito axe minore, & eccentricitate, ut forma orbitæ, ac distantia maxima, & minima inde facile eruantur. Ut autem formæ orbium unico intuitu melius inter se comparentur, ponam postremo loco eccentricitatem in his partibus, quarum semilaxis major continet 1000000. Ea continentur in sequenti tabella.

Pro	Tempus periodicum	Axis major	Axis minor	Eccentricitas in ista parti.	Eccentricitas in diversis
	dies horæ				
Saturno	10579. 8	190753	190448	5430	56982
Jove	4332.12	100420	103899	2505	48188
Marte	686.23.30. $\frac{1}{2}$	30474	30342	1415	93134
Terra	365. 6. 9. $\frac{1}{4}$	20000	19997	168	16881
Venere	224.16.48. $\frac{1}{2}$	14466	14465	52	7141
Mercurio	87.23.15. $\frac{1}{2}$	7742	7570	810	21165

24 In hac tabella si assumantur duo Planetæ quicunque, & reducantur ad unicam mensuram duo eorum tempora, ut ad minuta, ac fiat, ut cubus axis majoris primi Planetæ ad cubum axis majoris secundi Planetæ, ita quadratum temporis primi Planetæ, ad numerum quandam, tum extrahatur ex hoc numero invento radix quadrata, invenietur ea radix quamproximè æqualis tempori secundi Planetæ.

25 Ad hoc, ut ex hisce elementis inveniri posset locus heliocentricus cujusvis Planetæ, oporteret addere & positionem aphelii, & positionem nodi, & tempus aliquod transitus per aphelium, vel anomaliam pro aliquo tempore dato; sed ea non sunt hujus loci. Hic tantummodo illud addendum est, ipsa aphelia, & nodos non penitus quiescere, sed moveri motu lechissimo, qui nondum apud Astronomos satis certo constat: apponam ex ipso

Caill.

Caillio tabellam horum motuum juxta Cassini, & Hallei opinionem, ubi signum $+$ significat motum fieri in Orientem, signum $-$ in Occidentem.

Pro	Motus Aphelii		Motus nodi	
	ex Cassino	ex Halleyo	ex Cassino	ex Halleyo
Saturno	$+$ 2 ⁿ	$+$ 30 ⁿ	$+$ 6 ⁿ	$-$ 32
Jove	$+$ 6	$+$ 22	$-$ 27	0
Marte	$+$ 21	$+$ 20	$-$ 17	$-$ 12
Venere	$+$ 35	$+$ 6	$-$ 17	$-$ 19
Mercurio	$+$ 29	$+$ 2	0	0

26 Terra nodos non habet, motus autem ejus aphelii est $+$ 18ⁿ. Porro ex hoc apheliorum, & nodorum motu profuxit discrimen inter tria genera conversionum, quas in Planetis Astronomi considerant. Conversio periodica est ea, qua Planeta regreditur ad eandem positionem respectu Fixarum; conversio anomalistica, qua regreditur ad eandem positionem respectu aphelii, sive ad eandem anomaliam, & conversio synodica, qua regreditur ad eandem positionem respectu nodi ascendentis; quanquam in Luna synodicam conversionem communius appellant eam, qua regreditur ad eandem positionem respectu Solis, ut a Novilunio ad Novilunium.

27 Utrumque autem his etiam motibus adhibitis ad calculum reducuntur Planetarum loca, adhuc exiguae quaedam differentiae inveniuntur inter loca calculo eruta, & observata, quarum nonnullae ad certas leges deductae sunt postremis hisce annis, sed nondum penitus omnes, nec ex observationibus, nec ex theoria ad certas leges deduci potuerunt.

28 Haec de Primariis Planetis: jam vero Luna, & Terra circa commune illarum gravitatis centrum convertuntur pariter in ellipsis inclinatis itidem ad eclipticam in angulo per 18 minuta variato, cujus medium est graduum 5, min. 9. Ejus distantia a Terra est semidiametrorum terrestrium ex Caillio maxima $64 \frac{2}{3}$, media $60 \frac{2}{3}$, minima $55 \frac{1}{4}$. Sed forma ipsius orbitae, & magnitudo mutatur perpetuo, ut & apogaeum ipsius, & nodi moventur motu ingenti: tempora conversionum integram, & verus motus in orbita, & inclinatio orbitae ad eclipticam patiuntur inaequalitates plurimas; quae quidem in syzygiis, sive novilunio, & plenilunio sunt multo minores, quam alibi. Linea apsidum facit revolutionem integram mediam respectu Fixarum in orientem intra annos 8, dies 310, horas 10, minuta 58; linea nodorum in occidentem intra annos 12, dies 219, horas 8, min. 48. Lunae autem conversio media respectu Fixarum fit diebus 27 horis 7, 43', 12", respectu nodi utriuslibet diebus 27, horis 5, 5', 33", respectu apogei diebus 27, horis 13, 18', 34".

29 Satellites Jovis circa Jovem, & Saturni circa Saturnum, vel potius circa commune centrum gravitatis ipsorum, & sui Primarii, moventur motu quamproxime aequabili in orbibus quamproxime circularibus inclinatis ad planum orbitae sui Primarii. Eorum tempora periodica, & evagationes maximae hinc & inde a centro sui Primarii respondent distantiae mediae a Sole

Sole (quarum evagationum dimidia exhibent etiam distantias ipsorum ab eodem Primarij centro) continentur in sequenti tabella, in cujus numeris sunt quamproximè quadrata temporum, ut cubi distantiarum.

		Tempora periodica		Evagationes
Satellites	Saturni	1	di. 1 hor. 21, 17', 58"	1', 27"
		2	2 17, 40, 20	1, 52
		3	4 12, 22, 23	2, 36
		4	15 22, 7, 16	6, 0
		5	78 17, 52, 4	17, 25
	Jovis	1	1 18, 27, 33	3, 55
		2	3 13, 14, 41	6, 14
		3	7 3, 42, 37	9, 58
		4	16 16, 32, 10	17, 30

30 Cometæ feruntur circa Solem in foco positum in orbibus ellipticis ita oblongis, ut pro parabolicis assumi possint arcus perihelio proximi. Bæm orbium formam exhibet fig. 1. Areas describunt terminatas ad S tempori proportionales: quadrata temporum, quibus ab iis describuntur arcus similes PSE , sunt, ut cubi distantiarum homologarum, ut SP , & siue comparatur celeritas ejusdem Cometæ in uno loco cum celeritate in alio, siue celeritas unius in uno loco cum celeritate cujusvis alterius in quovis alio, in quo adhuc sit conspicuus, velocitates sunt in ratione reciproca subduplicata distantiarum.

31 Ipsorum orbitæ ad planum eclipticæ inclinantur in angulis admodum diversis, quorum alii sunt multo minores, alii multo majores semirecto ita, ut non solum in 24 orbitis ab Halleyo definitis, sed in omnibus 45 huc usque observatis media inclinatio est graduum 45; unde constat ab inclinatione o ad inclinationem perpendicularem temere, & sine ullo certo vinculo dispersas jacere ejusmodi orbitas. Nodi, & Aphelia sine ulla itidem certa lege in omnes Cæli plagas diriguntur. Distantiæ itidem periheliæ admodum diversæ sunt. Cometa anni 1680, & 1681 ad Solem ita in perihelio accessit, ut vix sexta parte ejus diametri ab eo distiterit: at contra Cometa anni 1729 in ipso perihelio distabat a Sole quadruplo plus, quam Terra. Puncta, in quibus orbitæ per planum eclipticæ transeunt, sunt admodum diversa, nec ullum in orbitam Terræ accuratè incurrat, sunt tamen nonnulla satis proxima. 2 Cometis 45 observatis, 23 retrogradam habuerunt motum in Occidentem, 22 directum in Orientem.

32 Elementa ipsorum orbitæ parabolica sunt, inclinatio orbitæ, locus nodi ascendens, locus perihelii, distantia perihelia, tempus appulsus ad perihelium, & directio motus; & apud Caillium num. 571 videre est hæc elementa pro Cometis 43, accessit in scheda adjecta editioni Viennensi alius, & postremus per hosce dies, ut supra diximus, videri desit, qui tamen est idem cum aliis tribus Halleyanis, & habet elementa orbitæ paræ admodum immutata, quam proferemus inferius, ubi de Cometis.

33 Magnitudo Cometarum incerta est, cum ipsum nucleum solidum nunquam accuratè videre liceat, sed ad summum densiorem ejus atmosphæram insit albicantis nuclei. Atmosphæra autem etiam illa, quæ ad caput pertinet circa ipsum diffusa, multis vicibus superat & ipsorum nucleum, & Terræ diametrum: in Cometa anni 1744 ego ipsius diametrum diametro Terræ triginta etiam vicibus majorem reperi.

34 Hæc pertinent ad motus, & magnitudines, ut sunt in se: dicendum nunc de iis, ut e Terra spectantur. In primis dum nos e Tellure Cælum suspicimus, nec ullum videmus objectorum cælestium terminum, consingimus nobis immensam spheram Telluri concentricam, & cum ipsa translatam, ad ejus superficiem referimus omnia objecta cælestia, & locum verum geocentricum objecti cælestis dicimus illud ejus punctum, ad quod tendit recta a centro Terræ ducta per ipsum objectum. In hac superficie consingunt Astronomi depictas figuras quasdam plerumque petitas a Veterum mythologia, ad quas pertineant Fixæ, quæ in earum spatia cadant, quæ figura dicantur constellationes, & inter eas sunt illa 12 signa Zodiaci, sive fasciæ cujusdam, quæ hinc & inde ab Ecliptica æque protenditur, & dicantur Aries, Taurus &c. Ea fascia determinat locum, extra quem Planetæ e Tellure visi nunquam egrediuntur, licet intra eam evagari possint alii magis, alii minus ab Ecliptica discedendo.

35 Bayeras Fixas magis conspicuas, incipiendo a lucidioribus, græcis plerumque litteris designavit, quæ designatio adhuc in usu est, & is Zodiaco 16 gradus latitudinis attribuit. Fixæ, quæ extra ejusmodi constellationum formas apparent in Cælo, dicuntur informes.

36 Locum objecti cælestis geocentricum nobis in superficie Terræ sitis, & cum ipsa translatis tria perturbant: parallaxis, refraçtio, & Bradleyana lammis aberratio.

37 Sit in fig. 4. *C* centrum Terræ, *A* locus Observatoris, ejus punctum *E*. 4
verticale *Z* dicatur Zenith, *B* sit objectum quoddam: ducta recta *CBD* usque ad illam immensæ spheræ superficiem, *D* est ejus locus geocentrius: at recta *AB* ab oculo Spectatoris ducta per ipsum *B* refert illud ad aliud punctum ejus superficiei *E*. Angulus *ABC* dicitur parallaxis, & si sphaera concipiatur immensa, ejus mensura est *DE*. Distantia vera a Zenith est angulus *ZCB*, distantia apparens ex parallaxi est angulus *ZAB*. Circa hæc parallaxim habentur plurima theoremata, quorum usus occurrit sæpe.

38 Parallaxis objectum deprimit in plano verticali removens ipsam a Zenith, & minuens altitudinem ipsius supra horizontem. Cum autem sit, ut distantia *CB* objecti a centro Terræ ad *CA* semidiametrum Terræ, ita sinus *CAB*, vel *ZAB* ad sinum *ABC*, habebitur hujusmodi theorema: *est distantia a centro Terræ ad semidiametrum Terræ, ut sinus distantia apparentis a zenith, ad sinum parallaxeos*. Atque hinc facile deducitur, manente distantia, & semidiametro, fore sinum parallaxeos, vel, si ea sit exigua, ipsam parallaxim, uti est sinus distantie apparentis a zenith. Inde autem deducitur, ubi objectum existens in *I* appareat in ipso zenith, parallaxim esse nullam: tum eo majorem fore, quo magis distet ab ipso zenith locus visus, & existente objecto in ipso horizonte *AEH* in *F*, parallaxim ejusmodi horizontalem fore maximam. In eo autem casu ob angulum *CAF*

CAF rectum, theorema evadet huiusmodi: *Distantia objecti a centro Terræ ad semidiametrum ipsius Terræ est, ut radius ad sinum parallaxes: ac per superiora theoremata patet determinata quavis parallaxi, inveniri horizontalem, inventa hac, & data semidiametro Terræ, inveniri distantiam: parallaxim quamcumque cæteris paribus in superficie Terræ non spherica fore, uti est semidiameter Terræ pertinens ad locum Observatoris.*

39 Si radius lucis recta deveniret ad oculum quiescentem in *A*, sola parallaxis turbaret locum geocentricum; at ipse radius *BA* rectus non advenit, sed prope superficiem Terræ invenit atmosphæram terrestrem, a qua incurvatur, & oculus quiescens æstimat directionem loci objecti a directione *F.5* ne postrema radii in ipsum oculum incidentis. Exprimat in fig. 5 *MIN* atmosphæram terrestrem. Radius, qui ex objecto *B* advenit ad oculum *A*, percurrit usque ad summitatem atmosphære ipsius rectam lineam *BI*, tum perpetuo densiora atmosphære strata inveniens incurvat motum suum accedendo perpetuo ad perpendicularum per curvam *IA*. Si *AL* sit recta tangens ejusmodi curvam in *A*, oculus quiescens objectum videt directione *AL*, & angulus *LAB* est error ortus a refractione.

40 Porro patet, refractionem elevare objectum in plano verticali, adque præstare effectum parallaxi contrarium. Jam constat apud Astronomos refractionem omnium Planetarum, Cometarum, Fixarum eandem esse, eadem apparenti altitudine, pari atmosphære constitutione, nisi quod puncto *B* recedente in recta *IB*, recta *AB* inclinatur tantillo magis, manente *AL*, sed refractione eo modo definita evadit major; at ob exiguam inclinationem, & distantiam rectarum *IB*, *AB*, & ingentem omnium celestium objectorum distantiam id discrimen nusquam sub sensum cadit. Idem constat, refractionem haberi ubique, etiam in minimis distantis a zenith: in iis est admodum regularis, & uniformis, ac constans ad sensum, & usque ad 43 gradus distantie a zenith uno minuto minor, vix ullam a mutatione atmosphære sensibilem mutationem patitur. In primis 6 gradibus distantie a zenith æquabiliter crescit usque ad 7 secunda, quæ debentur distantie graduum 6; nec ibi ullam sensibilem mutationem patitur a mutatione ipsa atmosphære. Prope ipsum horizontem plurimum incerta est, & varia, ac ultra semiminutum protenditur; ubi idcirco perquam exigui usus sunt observationes pleraque. Habemus autem recens editam a Caillio tabellam refractionum adjiciendam ejus fundamentis Astronomiæ, in qua pro varia altitudine mercurii in barometro, & vario gradu caloris in thermometro Reaumuriano assignatur pars proportionalis, qua refractione assignata in tabella augeri debet, vel minui; sed ea correctio refractiones penitus exactas non reddet, nisi in minoribus distantis a zenith, ubi exiguæ sunt refractiones ipsæ, & proinde correctiones exiguæ.

41 Directio postrema radii subeantis oculum determinat locum visum objecti, si oculus quiescat: at si oculus moveatur, propagatio luminis successiva jam dudum ab Astronomis deprehensa combinata cum ipso oculi motu, erroncam visionem reddit. Feratur in fig. 6 radius ad *A* directione *LPA*, dum oculus fertur per *BAC*, & sit *BA* ad *AP*, uti est celeritas oculi ad celeritatem luminis: si tubulus *BP*, simul cum oculo transferatur in *AQ*, particula luminis ingressa medium tubulum in *P*, semper erit in axe ipsius tubuli

tuli promoti, & ad oculum deveniet in A egressa ex ipso medio tubuli axe. Spectator autem æstimabit positionem objecti ex directione tubuli per AQ , pro APL . Distantia directionis veræ radii a directione visa erit angulus LAO , qui dicitur aberratio luminis. Patet eam fieri in plano motus oculi, & radii in eam plagam, in quam oculus tendit: erit autem ut AP ad PQ æqualem AB ita sinus anguli AQP æqualis angulo QAC ad sinum aberrationis QAP . Nimium ut celeritas radii ad celeritatem oculi, ita sinus anguli, quem directio apparens objecti continet cum via radii, ad sinum aberrationis.

42 Immensa luminis celeritas illud efficit, ut ea aberratio in motibus, quibus nos in superficie Terræ mutamus locum, sit ad sensum prorsus nulla. At celeritas motus annui Terræ circa Solem tanta est, ut sensibilem aberrationem pariat. Ubi angulus ille CAO est rectus, ea aberratio ad 20 secunda pertingit; atque inde pendet primus e binis Fixarum motibus apparentibus a Bradleyo detectis, qui hanc ejus theoriam prodidit cum phænomenis consentientem mirum in modum. Is autem & Fixas, & Planetas afficit omnes.

43 Ex propagatione successiva luminis, & illud oritur, quod locus objecti cælestis correctus etiam per parallaxim, refractionem, aberrationem luminis, non sit locus ipsi debitus momento temporis, quo ipsum oculus videt, sed momento temporis, quo ab objecto prodit radius. Inde alia correctio oritur loci visi necessaria pro iis objectis, quæ moventur celeritate habente aliquam rationem sensibilem ad celeritatem luminis. In stellis Fixis ea correctio nulla est; licet ab iis lumen, quod a Sole huc devenit post horæ semiquadrantem, deveniat inde post plures annos, & ab earum nonnullis, ut ego quidem arbitror, post plura annorum millia; nam eundem occupant locum, cum lumen ad oculum appellit, quem occupabant, cum ab iis discessit. Illud autem notatu dignum, aberrationem, quæ inde oritur in loco viso objectorum, quæ in superficie Terræ cernimus, semper ad sensum accurate compensari a priore illa Bradleyana luminis aberratione, uti demonstravi jam olim in mea dissertatione de annuis Fixarum aberrationibus; qui quidem errores & in Luna fere penitus se mutuo destruunt. In motibus quos habent objecta terrestria respectu superficiei Terræ ob exiguam eorum velocitatem, hæc secunda aberratio est ad sensum nulla.

44 Hæc pertinent ad errorem admissum in determinando loco geocentrico objecti a parallaxi, a refractione, a propagatione successiva luminis combinata cum motu vel oculi, vel objecti: iis correctis habetur locus verus geocentricus objecti in illa immensa sphaera, quam nobis confinimus. Ex mutatione hujus loci oritur is, quem dicimus apparentem objecti celestis motum: ea mutatio haberi potest, vel ex motu objecti, vel ex motu Terræ, vel ex motu utriusque simul composito. Motus apparens proveniens etiam ex vero motu objecti diversus est ab ipso. Si objectum illud recta tendat ad Terram, vel ab illa recedat, & ipsa etiam quiescat, motus apparens erit nullus. Angulus, quem faciunt rectæ tendentes ad bina loca ejusdem objecti, sive arcus, quem in superficie illius sphaeræ percurrit objecti locus, exhibet ejus apparentem motum.

45 Quoniam Terra multos habet motus, quorum præcipuos exposuimus,

omnes si inducunt motum in Fixas, Planetas, Cometas. Omnium maximus, & maxime notabilis est is, qui oritur a motu diurno Terræ. Eo motu movetur Terra in Orientem circa proprium axem tempore horarum 23, 56^h, 4^u. Hinc omnia extra Tellurem sita apparent motu contrario translata ab Oriente in Occidentem circa eundem axem continuatum usque ad illius immense sphaeræ superficiem, qui axis cum sit inclinatus ad planum Eclipticæ, astra omnia diurno motu apparent translata ab Oriente in Occidentem in circulis inter se parallelis, sed inclinatis ad planum Eclipticæ. Inde omnes fere circuli sphaeræ armillaris ortum ducunt, quos in primis consingimus in illa cælesti superficie, ut effectum hujus diurni motus exponamus. Poli Æquatoris sunt ibi, ubi is axis ad illam superficiem terminatur, Æquator ab utroque polo æque distans est circulus maximus, qui Eclipticam secat in duobus punctis, quorum alterum appellatur sectio autumnalis, alterum sectio verna, & ab hac cælestium motuum initium desumit sol, ut & Zodiaci rationalis initium, adeoque ibidem est principium Arietis rationale. Is autem circulus ad Eclipticam inclinatur nunc quidem in angulo graduum proxime 23 $\frac{1}{2}$.

46 Confectaria hujus diurni astrorum motus traduntur, ubi de sphaera armillari agitur: hic notanda quædam, quæ ad ipsum pertinet. Hic motus censetur prorsus æquabilis, & est ad sensum saltem intra eundem annum, & exiguum annorum numerum; nam fieri posset, ut longo sæculorum cursu mutaret celeritatem etiam, ut alias plures mutationes subit. Axis, circa quem is motus fit respectu Terræ, intra eundem annum, & intra paucos annos nullam mutationem subit, quæ sensu percipi possit, ut idcirco poli, & meridiani terrestres, qui per ipsos ducuntur, nullam respectu superficiei Telluris mutationem patiantur. An etiam post longam annorum, & potissimum sæculorum seriem, mutationem nullam patiatur ea positio terrestris axis, nondum ex observationibus satis certo constat. Pyramides Ægyptiæ, quarum latera etiam nunc post terna circiter annorum millia meridianæ lineæ directionem accuratè servant, suadent positionem eo temporis intervallo conservatam potius, quam casu quodam accuratè restitutam; meridianæ autem Tychois lineæ, quæ Uranoburgi inventa est a vera positione pluribus minutis aberrans, oppositum indicat. Sed, si Astronomia sequentibus sæculis æque exulta fuerit, ac nunc excolitur, id maxime patebit ex accurata determinatione altitudinum poli, quas nunc intra pauca secunda obtinemus. Eas enim mutari necesse est, si poli terrestres in superficie Terræ locum mutant, adeoque ab alijs locis recedant accedentes ad alia.

47 Plures tamen mutationes sensibiles inventæ sunt in iis, quæ pertinent ad diurnum motum. Ejus axis, qui respectu Terræ idem manet saltem eodem anno, & exiguo annorum intervallo, Tellure translata non progreditur motu uniformi, sed inclinatione ad planum Eclipticæ suis proxime servata, convertitur circa ipsius Eclipticæ axem; ex qua conversione illud fit, ut poli Æquatoris circa polos Eclipticæ respectu Fixarum describant circulum ad distantiam graduum 23 $\frac{1}{2}$ circiter, unde fit, ut & puncta æquinoctialia, in quibus æquator eclipticam secat, regrediantur in Occidentem contra signorum ordinem. Hinc eo motu fit, ut omnia objecta cælestia motum habeant nobis apparentem per circulos Eclipticæ parallelos in Orientem, & alia Fixæ post alias ad polos Æquatoris accedant, ac ad se-

ditionem

tionem vernam appellat Terra, & æquinoctium vernum celebret ante, quam integram conversionem absolvat. Ideirco is motus dicitur *Præcessio æquinoctiorum*.

48 Eo motu factum est, ut signa Zodiaci apparentis distinguantur a signis Zodiaci rationalis. Divisio Zodiaci rationalis incipit ab ipsa sectione ver-
na, & totum circum pergitur in duodecim partes æquales, quæ dicuntur Aries, Taurus &c. In iis olim erant stellæ, quæ pertinent ad constellationem Arietis, Tauri &c. Sed nunc ita progressa sunt post annorum circiter duo millia, ut in Tauro rationali jam sit is apprensus Aries, Taurus in Geminis, & ita porro. Duobus circiter annorum millibus per unius rationalis signi spatium progressa sunt signa apparentia, quia is motus est lentissimus. Singulis annis eo motu percurruntur secunda $50 \frac{1}{2}$, adeoque is non absolvitur, nisi post annorum fere 26 millia; & eo singula astra promoveantur in Orientem respectu principii Arietis, quo nomine intelligi semper solet ab Astronomis principium Arietis rationalis, sive illa mobilis verna sectio, per secunda $50 \frac{1}{2}$ in longitudinem, latitudine nihil mutata.

49 Porro is motus, qui olim ab Astronomis credebatur æquabilis, inæqualitates habet quasdam, ut & inclinatio axis Æquatoris ad planam Eclipticæ variatur nonnihil, & ex utraque variatione simul oritur motus, quem dicant Astronomi nutationem axis, quem itidem motum, ejusque leges invenit Bradleyus. Is absolvitur spatio fere 19 annorum, nimirum eodem tempore, quo Luna nodi respectu principii Arietis unam conversionem absolvunt; nimirum post annos 18, dies 224, horas 5, 5', 35". Conce-
pitur quidam locus medius poli Æquatoris, qui lentissimo illo motu circum describat circa polum Eclipticæ: circa eum locum medium Bradleyus concepit circellum, cujus semidiameter secundorum 9, per quem ita ferretur locus verus, ut semper occuparet ejus punctum per gradus 90 orientalis eo puncto, quod nodus ascendens Lunæ occupat in Ecliptica. Observatio-
nes accuratiores ostenderunt postea, phaenomenis magis consentire ellipsim, cujus axis major secundorum 18 sit is, qui ad polum Eclipticæ dirigitur, jacens in coluro solstitiorum, alter vero axis sit aliquanto minor. D'A-
lambertus eum ex gravitatis theoria deduxit secundorum fere 14, in quo & eum Entero consentit.

50 An hic ipse medius poli locus eandem semper distantiam servet a polo Eclipticæ, & cujusmodi mutationes subeat ea distantia, nondum satis comper-
tum est apud Astronomos. Eques de Louville censuit eam distantiam, & pro-
inde inclinationem Æquatoris ad Eclipticam imminui singulis sæculis per sin-
gula minuta prima. Caillius illam ponit pro an. 1750 incunat gr. 23, 28', 19",
& singulis annis putat imminui per $\frac{44}{100}$ unius secundi. Exigua est sane muta-

tio pro exiguo annorum numero, & rem accuratius determinabit posteritas.
51 Hi motus omnes oriuntur ex mutatione parallelismi, quem Tellus in
motu suo, quo ejus centrum progreditur, non accurate servat. Ex ipsa
translatione centri oriuntur alii motus apparentes in Planetis, & Cometis.
Censuerunt Astronomi nonnulli superiore sæculo, & initio hujus, oriri ex
translatione annua Telluris circa Solem correctis etiam mutationibus loci
sæculis a mutatione parallelismi, motum quandam exiguum in Fixis, quem

appellarunt annuam Fixarum parallaxim. Sed jam constat ejusmodi parallaxim Fixarum ob immanem illarum distantiam esse minorem, quam ut ullo sensu percipi possit. Loca Fixarum deducta per solos motus superius expositos jam intra unum, vel alterum secundum cum observationibus ita congruunt, ut satis certo constet nullis aliis motibus generaliter Fixas affici, & proinde nullam esse ad sensum annuam illam parallaxim.

52 Ex motu Terræ circa Solem annuo oritur in primis annuus apparens motus Solis. Ejus locus geocentricus est semper prorsus oppositus nostro loco heliocentrico, sive loco, quem Terra occupat e Sole visa. Hinc ut annuo motu hic locus mutatur, ita pariter mutatur & ille, ac Sol nobis appareret describere ellipsim aequalem illi, quam Terra describit circa Solem, positam situ contrario illi, quem occupat ellipsis descripta a Terra circa Solem.

53 Elementa ejus theoriæ aliquanto accuratiora, quam quæ num. 23 proposuimus, exhibet Caillius ex accuratioribus observationibus, & calculis a num. 481. Ponit ejus conversionem annuam periodicam respectu Fixarum fieri diebus 365, horis 6, 8', 58": Conversionem anomalisticam, quæ regreditur ad eandem positionem respectu Apogæi, & quæ (ob motum ipsius Apogæi, exiguum quidem, sed non nullum in Orientem nimirum secundorum proxime 17 in singulos annos) est tantillo longior, dierum 365, hor. 6, 16', 0": Conversionem tropicam, quæ nimirum Sol regreditur ad eundem punctum Eclipticæ computatum ab initio Arietis, ut ad eundem Tropicum, vel ad Æquatorem, quæ ob regressum annuum punctorum æquinoctialium, est aliquanto brevior conversione periodica, dierum 365, hor. 5, 48', 23": æquationem maximam ponit gr. 1, 55', 36" $\frac{1}{2}$, & inde eccen-

tricitatem 16814 in partibus, quarum semiaxis major continet 1000000: appulsus autem ad Apogæum invenit pro tempore medio Parisiensis meridiani ex suis observationibus habitis ad caput Bonæ Spei anno 1751, Janii die 30 hor. 11, 40', 52", existente Apogæo in fig. 3, gr. 8, 39', 12"; quod simul, & loci medii, & Apogæi Epocham exhibet.

54 Ob hanc annuam translationem Terræ, & motum Solis progredientis per Eclipticam inde ortum fit illud, ut dies considerati ab altero appulsu Solis ad meridianum ad alterum appulsus longiores sint conversione diurna tanto intervallo, quantum requiritur, ut interea sub meridiano transeat is arcus Eclipticæ, quem Sol eo die descripsit: qui quidem arcus, cum ob inæqualitatem motus terrestris, vel solaris sit alio anni tempore alius, & præterea non eandem positionem habeat semper ad æquatorem, dies computati per illos appulsus Solis inæquales sunt; unde oritur discrimen inter tempus inæquale, quod appellant Astronomi verum, vel apparens, & tempus æquabile, quod concipiunt, & medium vocant: Hinc divisa die media in horas 24, Fixarum diurna conversio orta e rotatione æquali Terræ est hor. 23, 56', 4".

55 Ex hac eadem translatione Terræ circa Solem fit, ut motus Cometarum, & Planetarum appareant nobis admodum irregulares, & Planetæ quidem jam directi, jam ad sensum stationarii, jam retrogradi, licet revera sint omnes semper directi, & circa Solem in Orientem serantur. Pendet id

a com-

in combinatione motus apparentis, qui resultat ab eorum translatione circa Solem, & motu, qui resultat a translatione Telluris circa ipsum Solem; ac idcirco Astronomi ad inveniendum eorum locum geocentricum ex ipsorum theoria, prius determinant locum heliocentricum tam Planetæ, quam Terræ, & utriusque distantiam a Sole, tum considerato triangulo, quod terminatur in Sole, Planeta, ac Terra, ex dato angulo ad Solem, & binis lateribus, inveniunt angulum ad Terram, & distantiam a Terra, ex quibus prodit ipsius Planetæ locus respectu Terræ.

56 Hoc motu Luna comitatur Terram circa Solem, qui proinde quantum cum ipso motu Terræ conspirat, in Luna non deprehenditur: at motus, quem Luna, & Terra circa communem gravitatis centrum habent mensurum, totus a nobis Lunæ tribuitur, tanquam si Terra quiescente ipsa Luna circa Terram converteretur in ellipsi habente focum in ipsa Terra. Elementa præcipua huiusce motus proposui supra num. 28, hic addenda dux alim conversiones, quæ in ea considerari possunt, quarum altera est tropica, sive respectu principii Arietis regredientis, dierum 27, hor. 7, 43', 12", altera synodica respectu Solis, qua ad conjunctionem, vel oppositionem redit cum Sole, sive ad Novilunium, vel Plenilunium, est dierum 29 hor. 12, 44', 3", quæ quidem periodi sunt mediæ, nam eadem ob inæqualitatem motuum lunarium sunt admodum inæquales; & de pluribus Lunæ inæqualitatibus dicemus aliquid inferius, ubi de ejus theoria.

57 Hic motus Terræ circa commune centrum gravitatis cum Luna inducit motum apparentem paucorum admodum secundorum in Solem, & viciniore Planetas. Ejus rationem jam incipiunt habere Astronomi, & in tabulis ad theoriâ Solis pertinentibus, quas Caillius edidit addendas suis Astronomiæ fundamentis, adiecit tabellam eo etiam pertinentem, ut & aberrationes motus Solis oriundas ab actione Jovis, & Veneris in ipsum, & Tellurem. Sed hæc singillatim persequi non vacat.

58 Ex iis, quæ dicta sunt, constat Fixas habere 4 illos motus apparentes, de quibus egimus in adnotatione ad versum 322, motum diurnum, de quo hic num. 45, motum præcessionis, de quo hic num. 48, motum nutationis axis, de quo hic num. 49, & motum ex aberratione luminis, de quo hic num. 41. Constat itidem, quos motus habeant, & quas distantias Planetæ, & Cometæ, de quibus egimus in adnotationibus pluribus, ut ad vers. 330, 354, 363: expositæ sunt etiam Keplerianæ leges a num. 14, de quibus egimus in adnotatione ad vers. 415, 443, 514, 597. Innuimus etiam inæquales esse Lunæ motus, & adhuc in Planetis aberrationes quasdam superesse, postea quam omnium expositorum motuum ratio est habita, quarum pleræque nondum ad certas leges redactæ sunt, ut nec omnes inæqualitates lunares, licet harum plures sint jam satis cognitæ, & in tabulas astronomicas redactæ, de quibus egimus in adnotatione ad vers. 608.

59 Nunc de distantis, & magnitudinibus astrorum apparentibus dicendum aliquid. Distantia apparens binorum astrorum est arcus circuli maximè ejus immensæ sphaeræ, ad quam ea referimus, qui interjacet inter bina loca in eadem superficie ab ipsis occupata, quem determinant binæ rectæ a centro Terræ ductæ per bina eorum centra; & idcirco Fixarum distantias a se invicem metimur gradibus, & minutis,

60 Semidiameter apparens aſtri dicitur angulus, quem continent in oculo binæ rectæ, quarum altera tendat ad centrum aſtri, altera ejus ſuperficiem contingat; ut in fig. 6, ſi oculus ſit in C, angulus FCD dicitur ſemidiameter apparens, quia is determinat arcum AG circuli immenſi illius ſphæræ, quem occupat ſemidiameter vera ED ſpectata ex ipſius ſphæræ centro C. Diameter autem apparens eſt EG dupla ipſius AG.

61 Cum angulus CDF ſit reſtus, facile patet, fore CF ad FD, ut eſt radius ad ſinum anguli FCD. Quare habetur hujusmodi theorema: *Eſt radius ad ſinum ſemidiametri apparentis, ut eſt diſtantia vera aſtri ab Obſervatore ad ſemidiametrum veram*. Inde autem deducitur fore ſinum ſemidiametri apparentis, vel, ſi exigua ſit, ipſam ſemidiametrum, ac diametrum, directe, ut eſt ſemidiameter vera, & reciproce, ut diſtantia conjunctim; & in eodem aſtro, in quo diameter vera eſt ſemper eadem, fore ſinum ſemidiametri apparentis, vel ipſam ſemidiametrum, aut diametrum in ſola ratione reciproca diſtantiarum. Datis autem binis ex iſtis cribus, diametro vera, diametro apparente, & diſtantia, invenitur ſtatim tertium ope expoſiti theorematiſ.

62 Notandum & illud, parallaxim horizontalem aſtri nihil eſſe aliud, niſi ſemidiametrum apparentem Telluris ſpectatæ e centro illius aſtri, quod patet in fig. 4, in qua parallaxis horizontalis aſtri Feſt angulus APC, quem continet recta FC tendens ad centrum Terræ cum recta FA tangente ejus ſuperficiem. Eſt autem in fig. 4 AF, in fig. 6 CF diſtantia oculi a centro aſtri, & ea aſſumpta pro radio eſt ibi ſemidiameter Terræ AC tangens parallaxes horizontalis, hic ſemidiameter aſtri FD ſinus ſemidiametri apparentis. Quare habetur hujusmodi theorema: *Eſt ſemidiameter Terræ ad ſemidiametrum veram aſtri, vel diameter ad diametrum, ut tangens parallaxes horizontalis ad ſinum ſemidiametri apparentis, vel, ubi ii anguli ſint ſatis exigui, ut ea parallaxis ad ſemidiametrum apparentem, ac idcirco hæc ultima ratio eſt proximè conſtans in omnibus Planetis, in quibus nimirum ii anguli exigui ſunt*.

63 Hoc eſt quoddam breve ſpecimen theoriæ corporum caeleſtium, ad quam demum alicubi ſermè accuratè, ut in Fixis, & in Planetis pluribus, ac Cometis, alicubi ſatis proximè cum obſervationibus conſentientem devenimus poſt longum tot ſeculorum laborem, & ambages admodum implexas. Porro in eo, quod pertinet ad obſervationes, inſtrumenta, & methodi, quæ hodie adhibentur ad incredibilem iidem ſubtilitatem devenerunt, ut idcirco exigui etiam diſſenſus theoriæ ab obſervationibus tuto deprehendi poſſint. Veterum & inſtrumenta, & methodi erant admodum cræſſæ, quæ obſervationum ruditas, atque craſſities diu etiam poſt reſtauratam ſæculo xv Aſtronomiam perduravit ita, ut plures Aſtronomi tam demum ſibi multum profeciſſe viderentur, cum errores obſervationum infra ſecantes graduum deprimerent. Nunc autem ad ſecunda minuta devenitur, & multa ex iſis, quæ immediatè exhibentur ab inſtrumentis, intra unam, vel alteram ſecundum ſatis certo determinantur.

64 Hujusmodi inſtrumenta ſunt in primis horologium oſcillatorium, & teleſcopium. Teleſcopio additur micrometrum ad exiguas apparentes diſtantias, & ad apparentes diametros determinandas, ſive id ſit internum,

con-

constans illis tenuissimis vel fixis rite dispositis, vel mobilibus in foco objectivæ lentis, sive externum constans chocklea totum telescopium promoven- te, sive id, quod nuper inventum dicitur objectivum micrometrum, & con- stat objectiva lente bifariam secta partibus ita a se invicem diductis, ut bi- nas cujusvis objecti imagines exhibeat, quarum distantiam distantia partium ipsarum promotorum determinet. Telescopium autem ipsum additum qua- drantibus, atque sectoribus, dioptris, & pinnulis antea adhiberi solitis successit cum incredibili lucro ob tanto majorem distinctionem, & auctam objectorum apparentem diametrum, atque id vel unicum uni lateri affixum cum filo penduli suspensi e centro altitudines apparentes supra horizontem definit, vel duplex, alterum fixum, alterum mobile circa quadrantis cen- trum angulos exhibet, sive apparentes distantias, quæ multo facilius, & accuratius definiuntur per recentissimum itidem instrumentum, quod qua- drantem reflexionis appellant, in quo per unicum telescopium collimatur simul in bina objecta, quorum distantia apparens queritur, in alterum qui- dem per radios directos, in alterum vero per radios reflexos a speculo rite disposito. Telescopio autem immoto, vel in gyrum ducto per quadrantem muro meridiano affixum, & horologio adhibito, determinatur tempus, quod intercedit inter binos appulsus binorum astrorum ad filum rite in ipso tele- scopio dispositum, & per ipsum quanto alterius locus alterius loco orienta- lius sit, quin ex differentia temporis effluentis inter appulsus ad diversa mi- crometri fila rite itidem disposita deducitur etiam, quantum alterum altero borealius sit, & respectiva astrorum omnium positio ad se invicem definitur.

65 Hic jam indicandum illud, quo ordine eo deventum sit, & per quas ambages, erroresque. Motus diurnus omnium corporum celestium primus innouit, ut & discrimen inter Fixas mutuam positionem servantes, ac Pla- netas libere evagantes. & quidam motus diurnus ipse habitus est pro accu- ratè æquabilis; at diu ignoratum illud, quantum loca, quæ inde eruntur, mutantur per diurnam parallaxim, & refractionem. Ex motu diurno plures eruntur methodi pro determinando effectu conjuncto utriusque, quarum al- tera deprimit, altera attollit, uti diximus, objecta visa; sed ne hæ qui- dem erant satis exactæ ante inventum horologium oscillatorium, quod ex- hiberet accuratam mensuram temporis. Hinc diutissime circa effectum etiam conjunctum erratum est, & multo magis in dividendo alterius effectu ab alte- ra; ac refraction quidem diu neglecta penitus ab Astronomis, diu per erroneas theorias ex paucis observationibus quasita. Tycho primus de refractionibus determinandis cogitavit; sed idem eas, & fere omnes ejus ætatis, ac plu- rimi etiam posteriores, & ipse Ricciolius censuerunt alias esse pro Fixis, alias pro Planetis aliis, quas deinde deprehensum est, & ex theoria, & ex ob- servationum consensu debere esse ferè accuratè communes omnibus celestibus corporibus in eadem apparenti altitudine: easdem diu creditum fieri in sola suprema superficie atmosphæræ, & ultra quadragesimum quintum altitudinis gradum nullas esse: exculta paullatim theoria ipsa refractionum repetitarum a suis causis, & cum observationibus comparata, demum innouit incurvari perperno radium, & refractiones usque ad zenith haberi ubique.

66 Parallaxim ab effectu conjuncto ingentem in Planetis, adhuc satis magnam in ipsis Fixis detrahendam censuerunt ab effectu conjuncto utriusque,

cam

cum multo minorem distantiam censerent astrorum a Terra, quam deinde inventa sit: & quidem nonnulli superioris sæculi Astronomi etiam uno minuto majorem Fixarum parallaxim censuerunt, Tycho vero ipse 15 secundorum, quam quidem Ricciolus ad secundum unicum depreffit, qui tamen adhuc ingens discrimen admisit inter refractiones Planetarum diversorum, ac Fixarum. Posteaquam tum alia argumenta, tum aberratio illa luminis adeo cum phenomenis consentiens Terram circumduxit circa Solem, loca Fixarum computata per illos 4 motus, quos num. 58 recensuimus, cum observatis intra unum etiam, vel alterum secundum conformia demonstrarunt orbis annui parallaxim pro Fixis non esse uno secundo majorem; adeoque diurnam parallaxim in immensum adhuc uno secundo minorem esse.

67 Igitur desinito demum post multa tentamina, refractiones astris omnibus communes esse, parallaxim diurnam Fixarum esse nullam, assumptoque diurno motu ut æquabili saltem intra eundem diem, refractionum tabulæ ex observationibus deductæ sunt, computata altitudine debita horis datis, & collatæ cum theoria petita a constitutione atmospheræ, & generali natura refractionis luminis, ac per eam expolitæ, exhibuerunt refractiones ipsas pro omnibus celestibus corporibus, satis jam tutas saltem supra quadragesimum quintum altitudinis gradum, per quas corrigantur observata loca. Ea vero & parallaxibus investigandis per immediatas observationes locum reliquerunt.

68 Verum ad investigandas parallaxes Planetarum viam stravit vel ipsa sola æqualitas refractionum pertinentium ad Fixas, & ad Planetas, ac immensa distantia Fixarum parallaxi carentium; comparando enim locum Planetæ visi simul & duobus Terræ locis satis remotis cum Fixa quaptam ipsius loco apparenti proxima, differentia distantiarum ab eadem parallaxim exhibet, nullo ad refractiones respectu habito, quæ eundem effectum præstant in loco Fixæ, & Planetæ. Joannes autem Dominicus Cassinus methodum tradidit determinandi parallaxim ex observationibus in eodem loco habitis Planetæ cum eadem Fixa comparati bis prope horizontem, & circa meridianum, comparando utrobique ejus locum cum loco Fixæ, quæ quidem methodus post inventum micrometrum objectivum multo majoris usus esse potest.

69 Parallaxi determinata facile deducitur distantia a Terra ope theorematum exppositorum num. 38; determinata autem distantia, & loco viso, sive directione, in qua objectum jacet, determinatur verus locus, ac per plura ejusmodi vera loca definita progredi licet ad motus ipsos veros determinandos. Determinata autem diametro apparente præter distantiam, vera etiam magnitudo definitur per theoremata num. 61. Diametrorum vero apparentium ratio saltem rationem distantiarum exhibet ab Observatore juxta num. 61, ex qua, & loco viso in orbium species inquiri possit.

70 Verum parallaxis ita exigua in Planetis omnibus præter Lunam inventa est, ut ea ad mutationes distantiarum definendas, & formam orbium nulli usui esse possit, quæ quidem etiam pro lunari orbe definendo non multum conducit, nisi bini Observatores simul in ingenti distantia satis diu multas contemporaneas observationes intire possint, nam ipsa Cassini methodus, ac alim ad parallaxim definendam excogitata: ab inæqualibus Lunæ motu-

moribus plurimum perturbantur. Veteres autem ne hæc quidem pro Planetis methodos habuerunt parallaxes investigandæ. Quæserunt diu Solis parallaxim per ecclipsarum theoriam, ex magnitudine umbræ terrestris in Luna, quæ ob ejusdem parallaxes nimis exigua quantitate, & ob plurima admodum incerta, quæ assumenda iis erant ad eandem umbram determinandam, prodixit semper mirum in modum erronea. Constat nunc deorum methode, quam infra indicabimus, parallaxim horizontalem Solis non esse nisi secundorum $10\frac{1}{2}$, quam ipse & Tycho, & Copernicus in distantia media tribus minus primis majorem esse censuerunt.

71 Cum Planetarum parallaxes ignorari Astronomi vetustiores, eorum distantias quoque a Terra ignorarint, necesse est. Lunæ quidem distantiam a Terra minus erroneam prædiderunt ob parallaxim ipsius aliquando etiam uno gradu majorem. Quoniam ex parallaxi eruitur juxta num. 38 ratio distantie astri ad semidiametrum Terræ, patet, quo pacto a mensura diametri terrestris potuerint Astronomi assergere ad determinandam distantiam Lunæ a Terra, quod hic illustrandum reliquimus in adnotatione ad vers. 100; quamquam etiam idem ope diametrorum apparentium fieri potest, methode, quam in adnotatione ad versum 157 reliquimus itidem hic illustrandam, & exponemus paullo inferius; quo autem pacto ipsam diametrum Telluris invenerint, quod ibidem est propositum, patebit in supplementis ad lib. 5, ubi fusius agitur de figura, & magnitudine Telluris. Parallaxim Lunæ horizontalem inveniunt nunc Astronomi in distantia ejus media a Terra circiter minutorum 57, 6" & factis ut sinus 57, 6" \approx 1661 ad radium 100000 ita 1 ad quartum, prodit $60\frac{340}{1661}$, sive quamproximè $60\frac{1}{5}$, uti numero 38 posuimus. Porro e vetustissimis, & vetustioribus Astronomis Ptolemæus quidem parallaxim horizontalem mediam in quadraturis posuit immanem minutorum 89, utut in syzygiis tolerabiliorem 58; Tycho utrobique nimiam 60, Copernicus tamen veræ proximam 57, ast alii alias admodum diversas.

72 Quod ad diametros apparentes pertinet, eas pro Sole, & Luna, ubi majores sunt, utcumque definiebant, quanquam id ipsum determinatione admodum crassa; ac pro cæteris astris nulla fuit methodus ante inventa, & excolta telescopia, nec ulla satis accurata ante inventum micrometrum, qua diametri apparentes desiniri possent. Fixarum, quas primæ magnitudinis dicimus, diametrum apparentem Tycho censuit unius minuti: eisdem Ricciolus ipse telescopia usus ad 18 secunda protendit; ac melioribus telescopiis adhibitis, innotuit illam apparentem magnitudinem provenire a solis radiis intra oculum aberrantibus, quo enim longiora, & melioris notæ sunt telescopia, eo magis instar puncti apparere Fixas omnino jam constat, ac pluribus methodis eadem jam infra tertium, ac quartum minutum deprimuntur. Hinc Fixarum magnitudines apparentes non ab apparenti diametro metimur, sed a vi luminis, qua oculos percellunt, a qua itidem pendet, ut majores etiam nudo oculo spectatæ appareant, cum quo vividius est earum lumen, eo ad majorem distantiam a medio aberrantes radii sensu percipiuntur. Septem autem magnitudinis hujusce apparentis gradus Astronomi passim

passum distinguunt, & minoris luminis Fixas appellant telescopicas, quod nedorum oculorum aciem effugiant.

73 Planetarum quoque omnium apparentes diametros crassis admodum methodis definitas & Tycho, & omnes inuicem post Tychonem saeculo Astronomi erroneas admodum prodiderunt, quas non nisi ex longissimorum telescopiorum usu aliquanto accuratiores demum habuimus: sed earum usus in definiendis Planetariorum orbium speciebus, si Solem, ac Lunam demas, nullus esse potest ob ipsam exiguitatem earundem. Ipsis diametris apparentibus innititur methodus illa determinandi distantiam Lunæ a Terra, quam in ea adnotatione ad vers. 147 proposuimus. Si micrometro definiantur diameter Luna apparens prope horizontem, tum prope zenith, invenitur sexagesima circiter sui parte major in secundo casu, quam in primo. Hinc Noster deducit, semidiametrum Terræ esse proximè partem sexagesimam distantie ipsius Lunæ a Terra. Id demonstratur hoc pacto. Quoniam juxta num. 3 diameter apparentes sunt in ratione reciproca distantiarum, erit in F.4 fig.4 AF ad AI proximè ut 60 ad 39: est autem AF satis proximè equalis CF : nam in triangulo rectangulo, in quo unum latus est admodum exiguum respectu alterius, facile demonstratur differentiam baseos a latere longiore esse perquam exiguam etiam respectu lateris minoris, & CF est proximè equalis CI , cum Luna distantiam a Terra parum admodum mutet paucorum horarum tempore. Igitur est CI ad AI , ut 60 ad 39, & CA pars sexagesima distantie CI .

74 Ut hæc methodus reddatur accurata, oportet determinare in ipso horizonte diametrum horizontalem, non verticalem: nam hæc differentia refractionis in summa, & in ima diametri parte multo brevior reddit, ut idcirco & Sol, & Luna prope horizontem appareat plerumque ovalis, diametro nimirum verticali multum imminuta, diametro vero horizontali manente ad sensum eadem. Præterea cum distantia mutetur nonnihil, oportet iterum sequenti die diametrum Lunæ prope horizontem metiri, & factis, ut totum tempus inter primam, & tertiam observationem ad tempus inter primam, & secundam, ita differentia inventa inter primam, & tertiam diametrum ad correctionem adhibendam secunda, si habeatur illa, quæ haberetur, si nulla mutatio ex distantia mutata adfuerit; nam intra unum diem & distantia a centro, & diameter apparens ei distantie debita, mutantur ad sensum æquabiliter; & ad sensum æquabilis mutatio inde inducitur in diametrum visam ex A . Eadem autem simili pacto defini etiam accuratius correctio posset, si tertia observatio post minus temporis intervallum fieret Luna ad horizontem accedente iterum in occasu. Demum facta $CF = CI = x$, $CA = 1$, fieret $AI = 1 - x$, & $AF = \sqrt{xx - 1}$. Positis autem diametris observatis m , & n , esset $n . m :: \sqrt{xx - 1} . 1 - x$, & $nn . mm :: xx - 1 . 1 - 2x + xx$, unde æquatio proveniret secundi gradus exhibens accuratius valorem questum.

75 Quod si in binis quibuscvis altitudinibus apparentibus supra horizontem proximè definitis, definiantur accuratè diametri apparentes, & posterior ex his superiore methodo corrigeretur a mutatione, quam interea inducit mutatio distantie a centro; haberi posset distantia hoc pacto. Dicar

tur AB in prima observatione x , erit eadem in secunda $\frac{mx}{n}$. Dicatur cossinus distantie a zenith, sive anguli IAB in prima a , in secunda B , & concipiatur BL perpendicularis in CI , & erit AL in primo casu $= ax$, in secundo $\frac{amx}{n}$. Est autem $CB^2 = CA^2 + AB^2 + 2CA \times AL$, Quare posito $CA = 1$, erit CB^2 in primo casu $= 1 + x^2 + \frac{2amx}{n}$, & in secundo $= 1 + \frac{m^2x^2}{n^2} + \frac{2amx}{n}$, quibus valoribus aequalis, divisione instituta per x , & transpositione facta habetur $x = \frac{m^2x}{n^2} = \frac{2am}{n} - \frac{2am}{n}$, adeoque $x = \frac{2am}{n^2m^2} \times (b-a)$, quo valore invento obtinetur etiam CB per utrumlibet e binis valoribus ejus quadrati, ut $1 + x^2 + \frac{2amx}{n}$. Verum ad majorem accurationem melius erit observatas altitudines a refractione liberare.

76 Hoc pacto, ex continua diametrorum apparentium observatione facile in singulas Lunæ distantias liceret inquirere, adeoque orbitam respectivam, quam circa Terram describit, ex observationibus immediate deducere. Eadem autem methodus pro Sole adhiberi non potest, cum in eo semidiameter Terræ respectu distantie sit fere nihil, adeoque mutatio diametri apparentis insensibilis. Eadem tamen methodus etiam pro lunari distantia est multo minus accurata, quam methodus parallaxium: Parallaxis enim, quæ tota exhibet distantiam, est minorum 57 in media distantia, ubi error 2 secundorum inducit in distantiam errorem $\frac{1}{2710}$ totius; at diameter apparens est circiter 32', cujus sexagesima pars est 32 secundorum, adeoque error 2'' inducit in distantiam, a qua pendet, errorem $\frac{1}{26}$ partis centuplo majorem priore illo, Quamobrem distantia aliqua ex observationibus per parallaxim potius inveniendæ cum diametro apparente, quæ tum illi respondeat, ac deinde distantie reliquæ per solam diametri apparentis observationem inventientur per theorematum num. 32, & forma orbis lunaris, ac ejus inæqualitates per distantias, & loca apparentia definiuntur.

77 In eadem illa adnotatione ad versum 100 diximus, Astronomos a Luna fecisse gradum ad Solem. Id præstiterunt omnes Astronomi usque ad Tychonem ope Ecclipsium, sed methodo erroribus obnoxia maxime, ut idcirco vetustissimi quique, ut Ptolemæus, & vetustiores plurimi, ut Tycho, Copernicus, & Galilæus ipse iis posterior, ac alii plerique vix Solem ultra 1000 Terræ semidiametros in altum evexerint, quem ultra 20000 semidiametrorum terrestrium distare jam certo constat. Tycho per dichotomiam Lunæ, sive per eam phasim ipsius, in qua ea videtur semiplena, sive in quæ limes inter partem obscuram, & lucidam apparet rectilineus, in eandem distantiam inquisivit sine successu, quam ea methodo diu, & cum omni ea diligentia, quam ipsa methodus patitur, investigavit Ricciolius, & Solem amandavit aliquanto ultra 7000 semidiametrorum terrestrium, quem Venedinus earundem imprimis ope duplo remotiorem reddidit.

78 En autem ejusdem methodum. Sit in fig. 7 T Terra, S Sol, L Luna F. 7, dichotoma. Opertebis angulum TLS tum esse rectum, nam recta; quæ duci-

ducitur a centro Solis ad centrum Lunæ debet esse perpendicularis plano circuli terminantis illuminationem, assumpta figura Lunæ pro spherica, & in eo plano debet jacere Terra, ut is terminus appareat rectilineus. Quod si igitur determinetur angulus LTS , quem efficiunt rectæ tendentes ad Solem, & Lunam, habebitur in triangulo rectangulo ratio distantie TL ad TS , nisi est cosinus ejus anguli LTS ad radium, & data distantia TL Lunæ a Terra, obtinebitur distantia TS Solis a Terra. Angulum autem LTS definiebant a distantia temporis inter Lunam dichotomiam, & quadraturam Lunæ, in qua Luna appellat ad rectam TQ perpendiculararem TS , erucendo angulum QTL ex motu Lunæ debito illi exiguo tempori, qui motus ex tabulis satis proxime eruitur pro exiguo illo tempore, qui angulus est complementum anguli LTS .

79 Ea tamen methodus fallax esse debuit ex ipso tempore quadraturæ eructo per tabulas, quæ pro Lunæ motibus factis accuratæ potissimum extra syzygias sero demum sunt habitæ, & ne nunc quidem habeatur penitus accuratæ. Et malo mederi licet determinando quadraturam per ipsam observationem loci Lunæ comparati cum Fixis, sed maxima difficultas superest in definiendo momento dichotomiz potissimum idcirco, quod Lunæ scabrities mandantem exhibet illuminationis limitem. Tempus autem inter dichotomiam, & quadraturam Q exiguum, quod nimirum Ricciolius censuit unius circiter horæ, unde angulus QTL , qui æquatur angulo S , & cujus errori est proxime proportionalis error distantie, prodit circiter dimidii gradus. Porro longe ultra semihoram incertum est tempus dichotomiz, quod Ricciolii quoque tempore plures subodorarunt vix a tempore quadraturæ discerni posse, & patet ex ipso errore Ricciolii tantum in eo adhibentis induriam; nam eorum temporum discrimen triplo minus deprehenditur ex ea distantia Solis, quam nunc habemus longe accuratioribus methodis definitam per parallaxes. Adhuc tamen ei methodo debemus Solem primo elatum longe ultra nimis humilem sedem ipsi attributam ab ipsis Astronomiæ Restauratoribus ante hæc duo sæcula, & patet, quo pacto a Luna gradus ad Solem sit factus, quod hic Noster expressit.

80 In eadem adnotatione ad versum 100 ianninus cum Nostro a Sole ad cætera cælestia corpora progressum patuisse; id quidem nunc post telescopia inventa pluribus modis utcumque etiam immediatè præstari potest potissimum pro Jove, & Saturno per eorum satellites, pro Venere, & Mercurio, & verò etiam pro Martè per eorum phases.

F.8 81 Sic in fig. 6 Sol in S , Terra in T , Planeta in P , & notetur ope horologii tempus, quod satelles impendit a media eclipsi in A ad conjunctionem superiorem cum Planeta in B , quæ parum ab ea distat, vel viceversa, & tempus integræ revolutionis synodicæ a conjunctione præcedenti ad sequentem. Ex his deducetur angulus APB , habito motu satellitis pro æquabili, adeoque angulus TPS , nam recta SP producta pergit ad mediam umbra in A . Observato igitur angulo ad T , qui obrineri potest definiendo per observationem immediatam loco Planetæ, & computato loco Solis, habentur omnes anguli in triangulo TSP , adeoque ratio distantie ST Solis a Terra ad distantiam SP Planetæ a Sole, vel TP distantiam a Terra.

F.9 82 Pro determinatione per phases, sit in fig. 9 Sol in S , Terra in T , cen-

centrum Planetae in P , $DACB$ sectio globi Planetae per planum SPT , & in eo EPF perpendicularis ad SP , quae definiet terminum hemisphaerii illuminati, APB perpendicularis ad TP , quae definiet terminum hemisphaerii a Terra visi, ac recta TEH abscindet partem diametri BH , quam Spectator a T videt illuminatam, quae quidem ob diametrum apparentem nimis exiguum erit ad sensum parallela TP , & perpendicularis ad AB . Quare si in fig. 10 $AMBN$ exhibeat discum apparentem Planetae, $MHNB$ partem ejus illustratam a Sole, $MHNA$ obscuram, erit BH eadem in utraque figura, & licebit per micrometrum, potissimum objectivam, & aptatam telescopio praebenti ingens objecti augmentum, definire rationem MN ad BH , adeoque & PM , quae est prioris dimidia, ad PH differentiam inter dimidiam priorem, & totam posteriorem. Est autem PM figura 10 eadem, ac PE figura 9, & in ipsa fig. 9 PE ad PH , ut radius ad cosinum anguli HPE , qui ob APC , EPG rectos aequatur angulo CPG , sive TPS . Determinato igitur, ut prius, etiam angulo TSP aquiruntur distantiae SP , TP a Sole, & a Terra.

83 Quoniam vero & anguli ad T , S simul definiuntur, habentur simul etiam positiones Planetae respectu Terrae, & Solis, & potest ex iis facile innotescere, motum circa Terram esse admodum irregularem, motum autem circa Solem multo magis regularem esse; ac si phasis in hac posteriore methodo, & tempus inter conjunctionem, ac mediam eclipsem satis accurate definiri possent: orbium forma, & motus in iis accurate definiretur, sed obstat nimis exigua diametrorum apparentium magnitudo, & in Marte praeterea nimis exigua differentia BH a tota diametro BA , ubi angulus ad T non sit quadranti proximus: difficultas autem observandi satis accurate differentiam temporis in priore methodo inter conjunctionem, & mediam eclipsem una cum exiguitate ejus temporis, potissimum nisi angulus iidem ad T parum a quadrante differat, hasce etiam methodos reddit admodum crassas, & tamen iis ipsis caruerunt Veteres omnes, & Recentiores etiam usque ad detecta telescopia, & micrometra.

84 Et vero nulla adest, ne nunc quidem, directa methodus, qua satis accurate determinari possint per immediatas observationes distantiae respectivae Planetarum a Sole & a Terra, ut ex iis, & distantia ipsius Terrae ab Sole a aliquo eorum semel cognita, reliquae deducantur: sed recurrendum est ad theorias orbitarum, & motuum, quibus & Veteres sunt usi, atque ipsi primi Restauratores Astronomiae cum successu, ex quibus paulatim excolitis, & expolitis, ac perenni consensu cum phaenomenis quandam certitudinis vim adeptis, definiuntur semper accuratius & distantiae, & motus.

85 Quod autem pertinet ad theorias ipsas, primo quidem cum Planetas viderent mutare locum respectu Fixarum cum velocitatibus, & directionibus admodum variis, & jam directos, jam stationarios, jam retrogrados, censuerunt Observatores antiquissimi eosdem libero cursu evagari, & nulla extra lege, qua liberet, moveri, quam ipsam ob causam eos appellarent *Planetas*, sive *Errantes*. Tum paulatim accuratiori observatione deprehensum est, & ipsos suis adstrictos legibus esse, inter quas illa ante omnes deprehensa, eosdem non egredi extra fasciam illam, quam Zodiacum appellaverunt: notatum est iidem eorum motum plerumque in Orientem di-

signi, & post certum annorum numerum in aliis alium ad caput redige, retrogradationes autem, & stationes, ac permutationes velocitatum illas tantas, esse anomalias quasdam, pro quibus explicandis plures hypotheses excogitarunt adiectis aliis, posteaquam priora non sufficere deprehensum est.

86 At Solem quidem statim apparuit motum habere magis regularem, & per circulum sphaerae caelestis maximum ferri inclinatum ad aequatorem, atque idcirco easdem Fixas singulis diebus serius ad meridianum pervenire. Initio quidem est creditum, cum motum aequabilem esse; sed tum ex ipsis Fixarum phaenomenis, tum ex eo, quod ab aequinoctio verno ad autumnale plures sunt dies, quam ab hoc ad aequinoctium vernum, tum adultiore jam Astronomia ex ipsis locis Solis observatis constitit, cum motum non esse aequabilem circa Terram, ut & ex diametrorum apparentium differentia innotuit distantiam a Terra non esse semper eandem.

F.11 87 Ad hasce inaequalitates explicandas primo quidem excogitati sunt circuli eccentrici. In fig. 11 T est locus Terrae, C centrum eccentrici PSA , in quo TC eccentricitas, P perigeum, A apogaeum, S quivis locus Solis. AGS anomalia media posito motu aequabili per circulum ASP , ATS anomalia vera, & idcirco TSC earum anomaliarum differentia, sive aequatio. Ex hac hypothesi observatis aliquot locis veris, quae respondeant eisdem datis temporibus, habentur plures methodi, quibus eorum ope definiatur & positio apogaei, & eccentricitas; & inde obtinentur loca debita pro quovis alio tempore. Sic ex. gr. si inveniantur hinc anni tempora, quibus motus e Tellure visus sit aequae celer, ut videlicet eidem numero dierum idem numerus graduum, & minorum respondeat, constat apogaeum, vel perigeum esse in medio, adeoque invenitur positio lineae aphidum AP . Ea inventa, & invento toto tempore periodico per reditum ad eundem locum, invenitur anomalia media pro quovis dato tempore, factis, ut tempus integre conversionis ad tempus inter appulsam ad aphelium, & tempus datae observationis, ita gradus 360 ad anomaliā mediā quaesitam. Sit ea AGS . Observato loco astri, & cognito loco apogaei invenitur angulus ATS , nimirum anomalia vera, adeoque & earum differentia, sive aequatio TSC . Inde jam in triangulo STC habetur eccentricitas in partibus radii eccentrici, cum sit eccentricitas CT ad eum radiū CS , ut est sinus aequationis TSC ad sinum anomaliae mediae STC . Inventa autem semel eccentricitate, jam habetur pro quovis alio casu STC aequatio pro quavis anomalia media, cum in triangulo eodem STC dentur latera TC , CS , & angulus ad C . Inde autem inventa ex motu aequabili anomalia media pro quovis dato tempore, & ex calculo aequationi ipsi respondente, invenitur anomalia vera, & locus verus; & potest comparari theoria cum observationibus ad videndum, an consentiant.

88 Et quidem motus apparens Solis non ita multum ab ea hypothesi dissentit, atque idcirco non solum a Ptolemaeo, sed a Tycho, & aliis plurimis post ipsum ea est adhibita ad motus solares computandos, dissenso exiguo attributo observationibus, & crassioribus usque ad ea tempora instrumentis, ac methodis. At jam ab ipso initio constitit, per solum eccentricum non posse explicari anomalias Planetarum; nam inter cetera illud statim incurrit in oculos, motum in eccentrico aequabilem, debere apparere jam

jam magis, jam minus celerem, sed debere fieri semper in eandem plagam, adeoque nullum esse retrogradationibus, & stationibus locum. Hinc jam a Ptolemæi temporibus induci sunt epicycli. Si centro *P* assumpto in periphæria eccentrici concipiatur alius circulus *DEG*, cujus centrum concipiatur moveri per ipsam periphæriam eccentrici, dum Planeta in ejus periphæria movetur; is dicitur epicyclus, & ille eccentricus dicitur circulus deferens.

89 Variata eccentricitate deferentis, positione ejus apogei, radio epicycli, positione ejus centri, tempore periodico centri epicycli in periphæria eccentrici, & tempore eccentrici in periphæria epicycli multo plures combinationes oriuntur, adeoque multo pluribus inæqualitatibus explicandis applicari potest theoria. Ea applicata innotuit adhuc nimis loca observata differre ab iis, quæ theoria exposcebat etiam apud Veteres illos, quorum observationes erant admodum crassæ. Hinc jam ab ipso Ptolemæi tempore alius in theoriam Planetarum eccentricus est inductus, qui dicitur æquans. Ejus centrum est *H*, periphæria *LMI*, quæ rectæ *HS* occurrit in *M*. Ponebant *TC*, & *CH* æquales, motum autem centri epicycli inæqualem ita, ut recta ad ipsum ducta e centro æquantis *H* abscinderet arcus temporis proportionales, attributo motu æquabili illi puncto *M*, periphæriæ æquantis, in quo ea recta ipsi occurreret. Hæc nova inæqualitas prioribus adjecta, satisfecit Astronomis diu, ob eorum observationes usque ad Copernicum, & Tychonem nimis crassas, & idcirco usque ad ipsos viguit systema Mundi Ptolemæicum, quo ponebatur, motus omnium Planetarum fieri circa Tellurem, cui Luna esset proxima, tum Mercurius, Venus, Mars, Sol cum aliquo discrimine ordinis inter hosce quatuor Planetas, ac demum Jupiter, & Saturnus.

90 At restaurata sæculo decimo sexto Astronomia, & aliquanto accuratioribus observationibus institutis, innotuit, ejusmodi theoriam cum phænomenis concillari nullo modo posse. Hinc Copernicus tentavit illud, an, si poneretur Planetas Primarios una cum ipsa Terra circa Solem converti in circularibus vel concentricis, vel ad summum eccentricis, res melius procederet. Eodem autem & Aristarchi, & Veterum Pythagæorum opinio ipsum impellebat; nam ille ex longiore fortasse accuratiorum observationum periodo, quæ ante & Chaldæos, & Ægyptios fortasse innotuit, ad nostram notitiam non devenerunt, Terram Planetis adscripserant. At Tycho retento motu 5 Primariorum Planetarum circa Solem, posuit Solem ipsum moveri circa Terram, & secum traducere motu parallelo orbitas Planetarum eorundem, qui præterea diurnum motum debuit & Planetis omnibus tribuere, & Fixis, quem Copernicus tribuebat conversioni Terræ circa propriam axem.

91 Posito quod motus Planetarum fiant circa Solem in orbitis ad circulares accedentibus, & sint proximè æquabiles, facile fuit & rationem distantiarum a Sole verè proximam definire, & investigare, an observationes theoria responderent, & quantum ab ea recederent. Nam in primis ex pluribus oppositionibus, vel conjunctionibus, in quibus locus e Sole visus est idem, vel oppositus loco e Terra viso, obtinetur facile tempus, quo Planeta respectu Solis integram conversionem absolvit, potissimum conferendo inter se observationes admodum remotas, & a vetustissima antiquitate petitas. Inde habito motu circa Solem pro æquabili, facile est computare locum hæc

heliocentricum. Habito itidem loco Telluris heliocentrico, qui oppositus est loco geocentrico Solis, habetur eorum differentia, & inde in triangulo *TPS*

P.8 fig. 8, eruitur angulus *TSP*, & quoniam angulus *T* innotebit per immediatam observationem habitam in Terra, habetur & tertius angulus, adeoque ratio distantia Terræ a Sole ad distantiam Planetæ a Sole.

P.12 92 Plures alii habentur methodi investigandi easdem distantiarum rationes ex eadem hypothefi; ut pro Planetis inferioribus ex maxima elongatione a Sole. Sic enim in fig. 12 *S* locus Solis, *T* locus Terræ, *ADCEP* orbita Planetæ inferioris, qui in *P*, & *A* sit in conjunctione inferiore, vel superiore cum Sole, quo tempore & is, & Sol appareat in *F*: dum idem est in *D*, vel *E*, apparet in *G* elongatus a Sole per arcum *FG*, quæ elongatio sit maxima, ubi Planeta sit in *C* in recta *TCH* tangente orbitam. Si igitur notatis pluribus elongationibus a Sole inveniat maxima, quæ exhibeat angulum *STC*, cum angulus in contactu ad *C* sit rectus, jam habebitur species trianguli *TCS*, & ratio *TS* ad *SC*, quæ erit, ut radius ad sinum maximæ elongationis. Sic in Venere elongatio maxima invenitur graduum circiter 56, vel 57, & idcirco distantia Terræ a Sole ad distantiam Veneris ab eodem est circiter ut 100 ad 73.

93 Ratio distantiarum in omnibus ex eadem hypothefi erui potest etiam ex celeritate motus e Terra apparentis in diversis positionibus a Sole, ex distantia stationum, in quibus motus incipit esse retrogradus a conjunctione, vel oppositione cum Sole, ac post detecta telescopia etiam ex ratione diameterum apparentium, quæ observentur potissimum circa conjunctiones, & oppositiones; sed magis generalis, & usus continui est methodus exposita num. 91.

94 Eiusmodi methodo statim consistit tam in Copernicana, quam in Tyconica hypothefi, Mercurium esse Soli proximum, tum Venerem, Terram, Martem, Jovem, Saturnum, ut & illud, multo magis cum eiusmodi hypothefi observationes congruere, quam cum hypothefibus Ptolemaicis; & motum inferiorum Planetarum circa Solem prorsus demonstrarunt ipsorum phasæ a Galilæo detectæ per telescopium, cum nimirum Mercurius, & Venus jam pleno orbe appareant, jam dimidiato, jam falcato, ut Luna, præ varia positione ad Solem. Inde factum est, ut nemo deinde Ptolemaicum systema sit amplexus, sed vel Copernicanum, vel Tyconicum, mutatis ad summum iis, quæ ad Jovis & Saturni orbes pertinent per alia intermedia systemata, quæ tamen ipsa cito exciderunt, & systema Copernicanum tam quidem sola sua majore simplicitate quadam commendabatur.

P.8 95 Verum computatis ex ea hypothefi Planetarum locis, & collatis cum observationibus, quod ubi cum Sole conjunguntur, vel illi opponuntur, immediate sit, in aliis autem casibus facile obtinetur ope illius ipsius trianguli *TPS* figur. 8, innuit motus non fieri in circulis habentibus Solem pro centro, quod quidem & analogia orbitæ Terræ circa Solem, vel Solis circa Terram, abunde innuebat. Hinc Astronomi retinuerunt aliquandiu orbitas circulares, & motum in iis æquabilem, sed eccentricos circulos adhibuerunt; & quidem adsunt methodi plures determinandi eccentricitatem, & positionem aphelii in circulo, posito motu æquali, ex aliquot observationibus, quæ duo ipsa facile desumantur per tres solas observationes factas in con-

in conjunctionibus, vel oppositionibus, in quibus ex dato loco geocentrico datur immediate locus heliocentricus.

96 Methodus est admodum expedita. Sit in fig. 13 Sol in S , centrum F .¹³ eccentrici BED in C , adeoque linea apsidum $ACSP$. Datis tribus locis heliocentricis dantur tres directiones SE , SB , SD , & datis tribus observationum momentis dantur bina temporum intervalla, quibus ob motum circa C æquabilem respondent anguli ECB , BCD . Quare si fiat circulus centro C radio arbitrario, tum in ejus peripheria assumantur arcus EB , BD respondentes datis temporibus: deinde supra chordas BE , BD describantur arcus circularum, qui contineant angulos respondentes observatis BSE , BSD ; eorum concursus in S determinabit punctum S , adeoque eccentricitatem CS , & positionem lineæ apsidum AP . Et hic quidem accepimus motum Planetæ tanquam factum in ecliptica, & temporis solaris fluxum, ut æquabilem, verum inclinatio orbitæ, & inæqualitas temporis aliquod exiguum discrimen inducit, cujus determinatio aliis methodis investigata, & definita theoriam perficit semper magis.

97 In motu Solis circa Terram, & in motu plurium Planetarum theoria eo deducta exhibebat loca observata satis proxima computatis; ut in aliis Planetis, ut in Marte potissimum, adhuc discrimen erat nimis magnum, quam ut in observationes rejici posset. In theoria autem motus solaris licet loca observata cum illa consentire viderentur saltem, quantum eorum temporum observationes paterentur; adhuc tamen orbita inde eruta cum diametris apparentibus nequaquam consentiebat. Nam in quavis hypothesi Solis progredientis in orbita PSA fig. 11 diameter apprens in pe-^{F.11}rihelio P ad diametrum apparentem in aphelio A debet esse, ut distantia TA ad distantiam TP per num. 60; adeoque si C sit in media PA , debet esse AC ad eccentricitatem TC , ut semisumma earundem diametrorum apparentium ad earam semidifferentiam. Porro eccentricitas inde eruta proveniebat duplo minor, quam ea, quæ ab æquatione maxima, sive ab angulo TSC , & a reliquis æquationibus deducebatur in hypothesi motus æqualis facti in circulo eccentrico PSA . Quin immo sola etiam celeritas motus apparentis in perigeo P , & apogeo A collata cum diametris apparentibus satis ostendebat motum in eo eccentrico non esse æquabilem. Nam si motus reipsa æqualis esset, deberet tota inæqualitas esse pure optica, nimirum proveniens ab inæqualitate distantiarum, & in eo caso motus apparens debitas dato tempori exiguo, ut uni diei in perihelio, & aphelio deberet esse in ratione reciproca simplici distantiarum, nimirum in ea eadem, in qua sunt diametri apparentes; & tamen observationes ostendunt differentiam celeritatum apparentium respectu totius esse proxime duplo majorem, quam differentiam diametrorum apparentium, unde constat præter inæqualitatem opticam, haberi etiam inæqualitatem physicam motus, qui in perihelio sit velocior, quam in aphelio.

98 Inde facile fuit progressi ad introducendum in ipsam etiam theoriam Solis æquantem illum, quem Veteres pro Planetis Primariis adhibuerant, & idcirco bissecandam eccentricitatem illam, quam æquatio maxima, & ratio celeritatum exhiberet. Assumpta igitur TH pro eccentricitate inventa ex priore suppositione motus æqualis in unico eccentrico, & ea bisariam

secta in C , centro C intervallo CS descriptus est circulus PSA , in quo appareret, Solem moveri circa Terram, sed id inæquali velocitate, ut nimirum angulus ad H æquabiliter mutaretur, sive ut descripto æquante LKI ejus punctum M pertinens ad rectam HS moveretur æquabiliter per ejus peripheriam. Eo pacto diametri apparentes, & loca per theoriam definita multo magis, & fere accuratè inter se congruebant, quantum nimirum observationum, & instrumentorum ratio permetteret. Et quidem de æquante in theoriam Solis inducendo ipse Tycho cogitaverat, sed nihil addere constituerat: at id præstitit Keplerus, Tychonianarum observationum hæres, inducens potissimum a ratione diametrorum apparentium non respondeente inæqualitati motus tantummodo optice, quam alii plures superioris sæculi Astronomi secuti sunt.

99 Inde autem pronum fuit eandem eccentricitatis bisectionem, & motum æquabilem non circa centrum, sed circa punctum positum in eadem distantia ultra centrum, in qua esset Sol citra ipsum, transferre ad theorias Planetarum Primariorum circa Solem. Et ea re peracta obvenerunt loca eruta ex theoria multo magis proxima observatis, & quidem ita proxima in Planetis plerisque, ut nihil tum quidem ulterius desiderari posse videretur. At in Marte res adhuc minus succedebat, & æquationes proveniebant ex observatione adhuc majores, quam ex theoria, angulo TSH majore, quam circularis distantia æqualis a puncto C requireret, quod ipsum indicio fuit puncta S orbitæ esse propiora rectæ TH , quam ratio circuli posceret, & figuram orbitæ inter perihelium, & aphelium esse compressam. Id quidem in Marte potissimum animadvertit Keplerus; nam, ut constat ex postrema columna num. 23, ejus eccentricitas est multo major, quam ullius alterius Planetæ, dempto Mercurio. Nam e 1000 partibus distantia mediæ Venæ viz habet 7, Terra 17, Jupiter 48, Saturnus 57, cum habeat Mars 93, Mercurius autem 211. Hinc reliquæ orbitæ multo minus a circulo differunt, quam hæ postremæ, & hi duo postremi Planetæ sunt reliquis omnibus aptiores ad detegendam compressionem illam orbitæ. Et quidem ratione ipsius compressionis orbita Mercurii esset omnium aptissima; sed quoniam is raro admodum observari poterat potissimum ante inventa telescopia; idcirco Mars, cujus plurimas observationes Keplerus habuerat, omnium reliquorum erat aptissimus ad hanc compressionem indicandam.

100 Inventa compressione, & habitis ob oculos binis illis punctis T , & H sitis ad eandem distantiam hinc, & inde a centro, pronum fuit recurrere ad ellipsim, quæ habet binos focos ad eandem a centro distantiam sitos hinc, & inde, & collocare Solem in altero foco T , quod quidem Keplerus præstitit. Quamobrem ipsa eccentricitatis bisectione adhibita jam olim a Ptolemæo, & Veteribus plerisque, & iterum revocata a Keplero, ellipticam ipsi formam suggessit; verum Ricciolus censet, occasionem adhibendi ellipsim Keplero dedisse Reinholdum, qui in fine theoricarum Purbachii pro orbita Lunæ ovalem figuram descripserat, quam cum Keplerus viderit, eandem pro sua sagacitate ad Planetas Primarios transtulisse.

101 Ex natura æquantis, & eccentricitatis bisariam sectæ pronum erat conservare motum æquabilem circa focum alterum, qua hypothese conjuncta sum elliptica forma usi sunt nonnulli Astronomi: at ex ea ipsa facile erat dela-

delabi ad arearum æqualium theoriā; nam in ellipsi parum abludente a circulo motus angularis æquabilis circa alterum focum secum trahit quamproximè æquabilem descriptionem arcæ sectoris terminati ad alterum focum, quod sic haud difficulter demonstratur. Sit in fig. 14 semiellipsis PSA , focus T , H , & centro C , ac semicirculus PDA . Sit autem quævis ordinata BSD ad idem axis punctum B , & ex natura ellipseos, ac ejus elementis constet tangentes per D , & S ductas debere convergere ad idem punctum axis F , quarum posterior si occurrat ei semicirculo in E , fore CE parallelam HS , & TE perpendicularē eidem; fore demum BS ad BD in constanti ratione, adeoque & aream ellipticam PBS ad circulare PBD fore in eadem ratione illa constanti, in qua ratione cum sit etiam triangulum TBS ad triangulum TBD , erit & sector ellipticus PTS ad sectorem circulare PTD in eadem illa ratione constanti, adeoque erit sector PTS ad aream totius ellipseos, ut sector PTD ad aream totius circuli.

102 Porro sector circularis PTD erit proximè æqualis sectori circulari PCE , in ellipsi non multum abludente a circulo. In ea enim ellipsi erit SD exigua respectu DF , adeoque SF , DF parum a parallelismo abludent; cumque sit TE perpendicularis priori, & CD posteriori, parum hæc etiam a parallelismo abludent, & proinde habito exiguo arcu ED pro recta linea, erunt proximè æqualia triangula TDE , TCE habentia basim communem TE , & adjecta communi area PTE , erit sector PTD æqualis proximè sectori PCE , adeoque erit sector ellipticus PTS ad totius ellipseos aream proximè ut sector circularis PCE ad aream totius circuli, sive ut angulus PCE in centro constitutus, vel angulus PHS ipsi æqualis ad 4 rectos; ac proinde si angularis motus rectæ SH circa H æquabilis sit, etiam fluxus arcæ sectoris PTS erit æquabilis; unde patet transitus facilis ab altera hypothefi ad alteram.

103 Hanc igitur posteriorem hypothefim arearum æqualium circa Solem substituit Keplerus illi æquabili descriptioni anguli circa imaginarium illud punctum, nimirum circa alterum focum, quo pacto lex inæqualitatum non ab imaginario quodam puncto, sed a Solis loco penderet, in quo & causa ejusmodi legis exquiri posset. In ea autem hypothefi invenit rationem satis expeditam ex anomalia vera deducendi mediam, sive ex angulo ATS deducendi aream sectoris ATS respondentem anomaliz mediæ æquabiliter crescenti, sed nullam is quidem invenit directam methodum immediate ex anomalia mediæ deducendi veram; nam id problema requirit Geometriam sublimiorem ea, quæ tum erat cognita, & infinitesimales methodos, ac series infinitas. Adhuc tamen invenit indirectam methodum id præstandi, & tabulas computavit, per quas liceret in ejusmodi hypothefi ex data ellipsi computare loca Planetarum ad datum tempus, ut & illud, ex quibusdam observationibus datis inveniendi speciem, & positionem ellipseos descriptæ, quæ methodi deinde a posterioribus Geometris semper magis excultræ sunt, & expolitæ, ac ad faciliorem usum deductæ ita, ut nunc quidem innotescat ratio, qua ex datis tribus heliocentricis Planetæ locis ad data tempora, inveniantur Planetæ ipsius orbita, quæ quidem loca ex observationibus e Tellure factis circa conjunctiones, vel oppositiones facile deducuntur, ut innuimus num. 95.

104 Statim innotuit loca in ejusmodi hypothefi computata mirum in mo-

dum consentire cum observatis, qui consensus eo major extitit, quo plures observationes institutæ sunt, & accuratioribus instrumentis, unde illud effectum est, ut Astronomi posteriores plerique in ejus sententiam abierint, quæ jam fere communis erat, cum Newtonus philosophari cœpit. Porro ex eadem theoria definitis etiam axibus ellipsium Planetarum reliquorum respectu axis ellipticos Terræ circa Solem, deprehendit illam aliam legem Kepleris ipse pertinentem ad tempora periodica, & distantias medias, sive semiaxes, quod nimirum illorum quadrata sint, ut harum cubi; unde factum est, ut distantiam a Sole, vel a Terra Planetæ cujusvis debitam cuivis momento temporis, liceat comparare cum distantia media, vel cum distantia debita cuivis alteri momento Planetæ alterius cujusvis, quo pacto ratio distantiarum, sive distantiarum respectivarum status innotescit.

105 Inde autem est factum, ut unica distantia unus cujusvis Planetæ inventa pro dato tempore per ejus parallaxim illi tempori debitam, exhibeat distantias, & parallaxes Planetarum omnium Primariorum tam pro distantias mediis, quam pro aliis quibuscumque. Mars perigeus, & Venus, ubi idem ad Terram accedit magis, sunt astra omniū aptissima ad aliquam eorum parallaxim determinandam: hinc ea provincia commissæ fuit Caillio ante hosce decem annos profecto ad promontorium Bonæ spei, ubi ipse ex Martis observationibus potissimum comparatis cum observationibus habitis

Berolini, deduxit horizontalem Solis parallaxim secundorum $10\frac{1}{2}$, ex qua reliquæ omnes proficiuntur, quæ jam multo tutius ex distantias per Kepleri leges definitis eruuntur, quam ex iis erui possint distantie. Sed anno 1761 expectatur transitus Veneris sub Sole, ex quo multo certius, & accuratius parallaxis ipsa Solis, & ex ea cæteræ parallaxes, ac distantie absolute, & veræ magnitudines eruentur.

106 Ingens consensus observationum cum Keplerianis regulis Astronomos eo impulit, ut jam non pro hypothesi, sed pro detecta veritate ejus theoriam respiciant, quæ communis persuasio in immensum est aucta, posteaquam ex ejus legibus Newtonus causas cælestium motuum derivavit, & ex iis causis derivatæ sunt pleræque ex inæqualitatibus, quæ utcumque multo minores adhuc supererant, & adhuc multo magis crevit ipsa theoriæ æstimatio, ubi Cometarum orbitæ ex iisdem principiis computatæ, cum phænomenis apprimè consenserunt, & ubi inæqualitates lunares, quæ longo tot sæculorum labore ad nullas certas leges reduci potuerant extra syzygias, ex iisdem causis derivatæ cum phænomenis consenserunt; accedentibus præterea aliis, quæ in adnotatione ad versum 635 innuimus, & quæ ex iisdem causis derivata sunt.

107 Hinc autem & Telluris translatio circa Solem, quam Keplerus adhibuit, & cui Newtoniana theoria innititur, in Astronomia passim recepta jam est, quæ quo pacto cum absolute ejus immobilitate conciliari debeat, innuimus jam supra num. 3. Hæc autem translatio ad illam immensam distantiam amandavit Fixas. Cum enim ex translatione Telluris annua circa Solem nulla oriatur parallaxis in ipsis Fixis, sed earam ita accuratissime inveniantur per solos 4 motus ipsarum expositos num. 58, constat diametrum orbis annui esse instar puncti respectu distantie ipsarum, nimirum esse ejusmodi,

modi, ut distantia Terræ a Sole ne unum quidem secundum subtrahat visum & visis proximis, quod distantiam ipsarum ad limitem reducit, quo ea minor non sit.

108 Porro consensus theoriæ cum observationibus per accurata instrumenta habitis, theoriam ipsam directe non demonstrat, quam directam demonstrationem nullam haberi pro Astronomia constituenda jam ab initio diximus; ac eam indirecte validissime probat, ut illa epistola arcanis notis conscripta enucleatio ejusmodi, per quam sensus habeatur continuus, & negotiis, quæ pertractantur, respondeas. Posset etiam in gradum probabilitatis, sive certitudinis cujusdam morales inquiri, inquirendo in discrimina, quæ adhuc inveniuntur, & designando eorum rationem ad ea tanto majora, quæ haberi possent, si theoria esset falsa, & ea discrimina non provenirent ab iis, quæ nunc circa ipsam theoriam accuratè demonstrata sunt; ac probabilitas veritatis ad probabilitatem falsitatis esset, ut numerus discriminum illorum possibilem, ad numerum horum, qui habentur, & calculo into immensa quadam probabilitas inveniretur.

Verum longissimo huic paragrapho imponendus est demum finis, monendo illud tantummodo, contineri hoc paragrapho illustrationem eorum omnium, quæ proposita sunt in adnotationibus ad ipsius paragraphi titulum pertinentibus. Nunc progrediendum ad ulteriora, in quorum gratiam hæc præmissas.

§.2. Ad notas in vers. 171. &c.

DE GRAVITATIS GENERALIS THEORIA DEDUCENDA EX ASTRONOMICOMUNDI-SYSTEMATE.

109 **H**IC usum habent maximum ea, quæ demonstrata sunt tomo 1 §. 19 supplementorum lib. 1, potissimum illud, quod habetur num. 264 de vi centrali: *vis in circulo erit, ut quadratum velocitatis directæ, & diameter, seu radius reciproci: motu autem uniformiter accelerato per quorundam diametri partem ea vi, quæ habetur in motu circulari, acquireretur velocitas, cum qua motus in circulo fit.*

110 Primo loco occurrit deductio gravitatis Lunæ in Terram, a qua Newtonus totam hanc Naturæ analysim inchoavit. Sit orbita lunaris *AFE* in fig. 13 circa Terram centro *C*, quæ orbita pro hac prima crassiore investigatione sumatur, ut circularis, cum parum a circulo abluat, & motus proportionabilis. In motu circulari æquabili arcus describuntur æquales circa centrum circuli, adeoque Luna præter vim inertie, qua perpetuo conatur abire per tangentem, debet, per num. 242 tom. 1, habere aliam vim directam ad centrum ipsius circuli: nimirum si arcus *AF* sit perquam exiguus, *FD* ipsius sinus, & *ABFD* parallelogrammum, Luna nititur in *A* abire per tangentem *AB*, & vi centrali per *AD* determinatur ad arcum *AF*.

111 Exemplum adhibet Noster gravium terrestrium, quæ, si projiciantur cum debita velocitate, debent itidem gyrate perpetuo circa Terram. Quoniam ipsa gravia in Terram perpetuo gravitant, patet, si oblique projiciantur.

clanque utraque, ea debere describere curvam quandam per num. 319 tom. 1, & per num. 374 ea curva erit circulus, si directio projectionis sit perpendicularis rectæ tendenti ad centrum, velocitas autem sit ea, quæ acquireretur motu uniformiter accelerato ea vi per dimidium distantia a centro, sive per quartam partem diametri.

112 Quanta sit ejusmodi velocitas, facile definitur, si habeatur effectus gravitatis in Terram, & semidiameter Terræ, quæ duo elementa necessaria sunt ad ejusmodi determinationem. Sunt enim per num. 166 tom. 1 in motu uniformiter accelerato quadrata celeritatum, ut spatia, & per num. 169 corpus eodem tempore, quo motu uniformiter accelerato delabitur, percurreret motu uniformi cum finali velocitate duplum ejus spatii, quod percurrit. Quare si pro velocitatis mensura assumatur id spatium, quod ea velocitate motu uniformi percurratur uno minuto secundo temporis, duplum spatii, quod gravia libere descendendo vi gravitatis percurrunt, exprimet velocitatem acquisitam in casu per id spatium, & si fiat, ut id spatium ad quartam partem diametri Terræ, ita quadratum ejus dupli ad quartum; hujus radix quadrata exhibebit celeritatem quæsitam.

113. Sit nimirum semidiameter Terræ r , spatium vi gravitatis uno secundo percursum g , celeritas necessaria ad revolvendum in circulo circa Terram c ; erit $g : \frac{1}{2}r :: 488. cc = 1gr$; adeoque $c = \sqrt{2gr}$. Quod si etiam requiratur tempus ejusmodi conversionis; id facile obtinebitur, si posita 1 ad p ratione radii ad circumferentiam, ut sit $p = \frac{710}{113}$ quamproximè, unde habetur circumferentia $= pr$, ea dividatur per valorem celeritatis; nam expressio inde orta $\frac{pr}{\sqrt{2gr}}$ exhibebit id tempus in minutis secundis, quod si dicatur t , erit $t^2 = \frac{p^2 r^2}{2gr} = \frac{p^2 r}{2g}$, ex quibus formulis facile evadentur valores c , & t datis r , & g , potillimum si logarithmi adhibeantur.

114. Eorum determinatio pendet ab iis, quæ habebimus infra; valor r determinabitur, ubi agemus de figura Telluris: pro valore g ex longitudine penduli oscillantis ad singula minuta secunda sub Æquatore definita a Bouguerio pedum Paris. 3 lin. 7 $\frac{21}{100}$, invenimus num. 633 tom. 1, gravia cadendo sub æquatore conficere pedes 15, lin. 7. 42; accuratior autem est numerus pedum 15 lin. 7. 41, sive linearum 2167. 41. Sed ille casus oritur a gravitate impedita per vim centrifugam: inveniemus infra suo loco ejus effectum esse linearum 7. 5309 ex radio æquatoris pedum 19668203. Hinc effectus gravitatis totius esset linearum 2174. 94, sive pedum 15. 104. Inde autem ea semidiametro æquatoris adhibita obtinetur e superioribus formulis $c = 24375$, ac $t = 5070''$. Nimirum si ex aliquo æquatoris puncto projiciatur grave directione horizontali in ipso æquatoris plano cum ea celeritate, qua singulis secundis horariis possint percurrì pedes Parisienses 24375, sive passus 4875; seclusa resistentia aeris describet circa Terram circulum evadendo quidam veluti Planeta satelles Terræ, ac tempus conversionis erit secundorum 5070 sive horæ 1 min. 23 $\frac{1}{2}$.

115 Porro diximus debere projici in æquatore Terræ; quia si projiciatur alibi, directione perpendiculari ad rectam tendentem ad centrum Terræ, incurret in materiam sub æquatore elevatam ob figuram sphæroidalem, & adjectimus projici debere in plano æquatoris, nam si projectio fiat extra id planum, gravitas ob ipsam figuram sphæroidalem non erit semper ejusdem magnitudinis, & non dirigetur ad centrum, adeoque motus non erit circularis. Quod si concipiatur sphæra æqualis terrestri sphæroidi, inveniemus infra pro ejus radio posse assumi pedes 19641762, & pro effectu gravitatis in ejus superficie pedes 15.067. Inde oritur celeritas corporis gyrantis circa eam sphæram prope superficiem pedum 24329, sive 46 pedibus minor, & tempus 5072".65, tribus fere secundis majus.

116 Velocitas inventa est immanis, qua nimirum fiant fere quinque miliaria Parisiensis pedis singulis secundis, fere 20 vicibus major, quam sit velocitas, qua sonus propagatur. Velocitati inventæ addenda est velocitas motus diurni sub æquatore, si projectio fiat in Occidentem, demenda, si fiat in Orientem, ut habeatur velocitas imprimenda gravi jam abrepto motu diurno in Orientem: ea velocitas est in æquatore pedum 1417, in superficie sphære æqualis 1414. Adhuc remanet, dempta etiam ea diurni motus velocitate, velocitas immanis, quæ velocitates a nobis impressas nimis excedit. Idcirco nostrorum tormentorum globi cito in Terram decidunt.

117 Si projectio, quavis alia directione fiat, & Terra habeatur pro sphærica, nostra gravia projecta directione quacunque, seclusa aeris resistentia, describunt ellipsim circa focum positum in centro Terræ; sed ob exiguam projectionis velocitatem ea ellipsis est plurimum contrada, sit idcirco arcus, qui percurritur, ante quam recidant in Terram gravia, sit ad sensum parabolicus. Pro vera parabola requireretur velocitas projectionis æqualis ei, quæ acquireretur cadendo usque ad centrum juxta num. 274 tomi 1, quæ ad velocitatem inventam est, ut $\frac{1}{2}$ ad 1, juxta num. 166 ejusdem, velocitate majori describeretur hyperbola, minori ellipsis, quæcunque directio sit; & si moles Terræ non obstaret, sed ea tota conciperetur compenetrata in centro, quodvis grave, utcunque projectum evaderet in hoc potestremo casu Planeta quidam. Sed ejus motus perturbaretur a Sole, ut motus Lunæ perturbatur, si aliquanto magis a Terra recederet. Motus autem gravium projectorum perturbantur etiam plurimum ab inæqualitatibus, quæ habentur in superficie Terræ, quæ quidem gravitatis vim exigua, sed admodum irregulari mutatione perturbant, quæ tamen conducunt plurimum ad illustrandam continuitatem visum corporis transeuntis a spatio extra tellurem sito, ad spatium intra ipsam, quam innuimus in adnotatione in versum 875, & illustrabimus intra §.5 ad id destinato.

118 Hæc quidem pertinent ad adnotationes in versus 171, & 201, nunc comparanda est vis Lunæ in Terram, cum vi nostrorum corporum, quod pertinet ad adnotationem in versum 229. Ut eam instituamus crassiore methodo, habeatur ejus orbita pro circulari, & motus pro æquabili, ac distantia a Terra fiat semidiametrorum terrestrium 60; inveniendum erit spatium AD posito, quod AF sit arcus a Luna descriptus, & comparandum cum illo spatio g, quo gravia libere cadendo descendunt uno secundo.

119 Si

119 Si fiat ut tempus lunaris periodi minorum primorum (ut eratur *en* num. 28) 39343.2 ad 1, ita gradus 360 ad quartum, invenitur motus Lunæ debitus uni minuto primo, qui est secundorum 32.941, five proxime 33. Ex tabulis sinuum radius ad sinum versum 33" est, ut 1000000000000 ad 12798. Quare ea erit ratio radii orbitæ lunaris *Cd* ad effectum *AD* vis eam retinentis in orbita debitus uni minuto primo. Sumatur pro radio orbitæ numerus vero proximus semidiametrorum terrestrium 60, five retinendo ex num. 115 radius sphaeræ æqualis Telluri pedum 19641762, sumantur pedes 1278505720, & adhibita superiore ratione proveniant pedes 15.081. Effectus gravitatis uno secundo juxta eundem numerum 115 erat pedum 15.067, qui se una quidem millesima sui parte differt ab eodem 15.081; is autem auctus in ratione 1 ad 60X60 exhibet effectum debitum uni minuto primo, cum spatia quadratis temporum proportionalia sint in descensu gravium uniformiter accelerato. Igitur vis nostrorum gravium ad vim, quæ Lunam in orbita retinet, est, ut 60X60 ad 1, five ut quadratum distantie Lunæ a centro Terræ ad distantiam nostrorum gravium ab eodem.

120 Hæc prima fuit deductio Newtoni gravitatis decrescantis in ratione reciproca duplicata distantiarum; quam proposuit prop. 4 lib. 3 Principiorum, fere eadem methodo sed paulum diversis numeris adhibitis; licet ibidem prop. 3 ex motu exiguo apogei Lunæ idem deducat, quod argumentum ibi prius propositum innititur iis, quæ ipse postea invenit, ubi ipsam ejusmodi gravitatis vim aliquanto magis excoluit. At methodus hæc adhibita, ut reddatur exactior, requirit plures correctiones, quas ipse persequitur corol. 7 prop. 37 ejusdem lib. 3, quæ tamen ipsæ ejus correctiones correctionibus indigent, nec de tota hac re judicium proferri potest, nisi post lunarem theoriam aliquanto magis excultam.

121 In primis Luna non convertitur in circulo, sed in ellipsi: deinde non convertitur circa Terram, sed circa commune gravitatis centrum unum cum ipsa Terra; quamobrem etiam si in circulo converteretur, non esset radius orbitæ ipsa distantia a Terra, sed eadem imminuta in ratione summarum massarum Lunæ, & Terræ ad massam Terræ, cum per num. 812 tom. 1, sint distantie a communi centro gravitatis in ratione reciproca corporum. Denique Luna non movetur in orbita vi tota gravitatis in Terram, sed vi eadem perturbata ab actione Solis. Ea omnia superiorem perquisitionem perturbant. Præterea determinatio distantie Lunæ pendet a parallaxi Lunæ, quæ quidem non nisi intra aliquot secunda definiri posset, etiam si bini Observatores in eodem prorsus meridiano sitæ eam observarent, capiendò distantiam ejus limbi a parallelo altius Fixæ, cum lumen erraticum disci lunaris varium pro varia oculorum, & telescopiorum constitutione etrorosius aliquos inducat; quod ipsum cum nusquam accidat, sed Observatores in diversis meridianis siti observent, reducenda sunt loca Lunæ ad eundem meridianum, quod requirit theoriam irregularitatum lunarium nonnum penitus competentem, & eandem requirit methodus inquirendi in parallaxim Lunæ per occultationes Fixarum ab ipsa Luna. Deinde ipsa parallaxis definiri ex observationibus non potest, nisi pro illis individuis observationum temporibus, ex quibus si ad alia tempora debeant observari parallaxes, vel ex his deduci.

deducta distantia transferri, iterum opus est adhibere lunarem theoriam nondum penitus definitam: porro exigua mutatio in distantia assumpta rationem gravitatum perturbat plurimum.

122 Hinc potius ex lege gravitatis per crassiorem consensum jam stabilitam determinanda est accuratius distantia, & parallaxis: quam ex parallaxi, & distantia ex observationibus eruta accuratior gravitatis lex. Quæri nimirum potest, quæ deberet esse distantia Lunæ a Terra, in qua ipsa Luna converti posset in circulo per suam gravitatem in Terram imminutam ab actione solaris, considerando actionem ipsam, quæ revera est inæqualis, ut æquabilem, assumendo nimirum eam, quæ si æquabilis esset, summa ejus actionum æqualem sit eadem, ac summa inæqualium actionum, quæ revera habentur. Id erit idem, ac illud, quod appellant mediam distantiam, & ex ea parallaxim querere. Hic solutionem exhibebimus generalem per analyticos valores adhibendam inferius, ubi determinata fuerit actio solaris, & in rationem massarum fuerit inquisitum.

123 Sit summa massarum ad massam Terræ ut 1 ad m ; radius spheræ æqualis spheroidi terrestri r ; actio gravitatis in ejus superficie æstimata a spatio, per quod gravia totali gravitate libere descenderent, g ; distantia Lunæ a Terra x ; ratio vis mediæ, quæ solaris actio Lunam a Terra distrahit, ad gravitatem Lunæ in Terram n ad 1; ratio radii ad sinum versum motus mediæ lunaris respondentis uni secundo s , tempus periodicum Lunæ redactum ad minuta secunda t . Erit primo ut 1 ad m , ita x ad mx radium orbis lunaris: tum 1. s :: mx . msx effectum vis retinentis Lunam in orbita. Ex alia parte xx . rr :: o . $\frac{rrg}{xx}$ effectum respondentem soli gravitati in Terram; tum 1. n :: $\frac{rrg}{x^2}$. $\frac{rrrg}{xx}$; effectum vis solaris. Quare vis Lunam retinens in orbita erit $\frac{rrg}{x^2} \times (1-n)$, quæ si fiat $= msx$ expressioni priori, habetur $x^3 = \frac{1-n}{m} \times rrg$, & si queratur sola ratio distantie ad semidiametrum Terræ, fiet $\frac{x^3}{r^3} = \frac{(1-n)g}{msr}$ formula, in qua per logarithmos ex datis n , g , m , s , r facile admodum eruetur valor $\frac{x}{r}$, sive distantia ejusmodi, in qua ratio virium gravitatis sit accurate reciproca duplicata distantiarum. Numeris substitutis inferius, ubi egerimus de valoribus m , & n , inveniemus $\frac{x}{r} = 60$. 24, & assumpto pro r radio æquatoris 60. 16, inter quos numeros cadit 60. 20 distantia semidiametrorum terrestrium 60 $\frac{1}{4}$, quam posuimus n. 28.

124 A Luna pergendum ad Planetas Primarios; & primo loco e tertio Kepleri lege, quod quadrata temporum sint, ut cubi distantiarum, habitis orbibus Planetarum pro circularibus, & motu pro uniformi, eruitur gravitas ipsorum in Solem decrescens in ratione reciproca duplicata distantiarum, quod ostendimus in adnot. ad vers. 701 hic illustrandum. Patet autem; nam in ejusmodi motu circulari, & uniformi debet haberi vis directæ ad Solem, ut de vi Lunæ directæ ad Terram diximus hic num. 110. Deinde como 1 num. 267 demonstratum est illud: si fuerint quadrata temporum peria-

periodicorum, ut cubi distantiarum; erunt vires in ratione reciproca duplicata distantiarum, quod rem conficit, & quidem ibi demonstratur ex ipso illo generali theoremate numeris 264, quem in hac adnotatione nominavimus.

125 Sed cum alia via id ipsum Noster demonstret, in primis deducenda sunt ex eo num. 264 tom. 1 ea bina theoremata, quibus utitur Noster, & quæ proposuimus in hac adnotatione. Generale illud theoremata est: *esse vires in circulo, directe, ut quadratum velocitatis, & reciproce, ut radius circuli.* Primum e binis theorematis, quibus hic Noster utitur, est: *si duo corpora describant binos circulos eodem tempore, vires, quibus utentur in centrum, erunt ut circularum radii:* secundum est hujusmodi: *si in circulo eodem diversis temporibus ferantur, vires erunt reciproce, ut quadrata temporum.* Ut hæc deducantur ex illo, ponatur radius $\equiv R$, celeritas $\equiv C$, tempus $\equiv T$, vis $\equiv V$: erit ex generali theoremate $V \equiv \frac{CC}{R}$. Porro celeritas est, ut spatium divisum per tempus in motu æquabili per num. 72 tom. 1, & spatium, sive circumferentia circuli descripti, est ut radius R . Igitur erit $C \equiv \frac{R}{T}$, adeoque $V \equiv \frac{RR}{RTT}$, sive $\equiv \frac{R}{TT}$; ut eruimus num. 265 tom. 1; unde ibidem profluxit hoc theoremata: *vis est directe, ut radius, & reciproce, ut quadratum temporis periodici.* Si igitur tempus sit idem, vis erit directe ut radius, quod erat primum: & si radius circuli sit idem, vis erit reciproce, ut quadratum temporis, quod erat alterum.

126 Ex hisce binis theorematis sic Noster progreditur. Assumit duos Planetas, ut Martem, & Mercurium, ac concipit tertium corpus, quod describat circulum eundem, quem describit primus Planeta, sed tempore, quo secundus describit suum. Dicantur duorum Planetarum distantie, sive radii, R , & r , tempora T , & t . Erit ob circulum communem ex theoremate primo vis primi Planetæ ad vim corporis concepti, ut T^2 ad T^2 , sive ob quadrata temporum proportionalia cubis distantiarum, ut r^3 ad R^3 , & ex theoremate secundo erit ob tempus commune vis corporis concepti ad vim secundi Planetæ, ut R ad r . Igitur conjunctis rationibus vis primi ad vim tertii, ut r^3R ad R^3r , sive dividendo per rR , ut r^2 ad R^2 in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut oportebat.

127 Id autem immediate profluit e formula $V \equiv \frac{R}{TT}$, in qua cum suppanatur $TT \equiv R^3$, fit $V \equiv \frac{R}{R^3} \equiv \frac{1}{R^2}$, vis in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut hac ipsa methodo in illo num. 267.

128 Exemplum hujus rationis hic Noster exhibuit in Marte, & Mercurio adhibitis crassioribus numeris; idipsum facile desumi potest cum accuratioribus numeris exceptis ex tabella num. 23. Distantia media est semiaxis major, qui pro Marte est 15237, pro Mercurio 3821; tempora autem redacta ad minuta prima sunt ibidem 989250 $\frac{1}{2}$, & 126675 $\frac{1}{2}$. Exponens rationis 15237 ad 3821 est 3.997, cujus cubus 61.033 neglectis ulterioribus

bus fractionibus ; exponens autem rationis $989250 \frac{1}{2}$ ad $126675 \frac{1}{2}$ est 7:812, cujus quadratum 61.027 discrimine exiguo in postrema nota ob ultiores fractiones neglectas in exponentibus rationum.

Progrediendo ad orbitas accuratius consideratas, ut recedentes a circulo ex lege 1 Kepleriana arearum æqualium terminatarum in Solem, deducit Noster vires Planetarum dirigi ad ipsum Solem, quod pertinet ad adnotationem in vers. 757. Ejus deductionis demonstratio habetur num. 242 tom. 1.

129 Pergit Noster ad deductionem legis hujusmodi virium decreescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro a forma orbis elliptici, & centro virium existente in foco, quod pertinet ad adnotationem in versum 781. Demonstrationem versibus imperviam omittit, & innuit methodum hujusmodi eam investigandi. Sit in fig. 16 curva quævis *ABCF* descri- F. 16 pta viribus tendentibus ad punctum *S*, & concipiatur arcus infinitesimus *AB* constanti quodam tempusculo descriptus, tum sector *ASB*, qui ob areas constantes erit itidem magnitudinis constantis. Sit *AE* tangens, & *AEBD* parallelogramma; ac lineola *EB* æqualis nimirum lineolæ *AD* metitur vim, qua mobile a puncto tangentis *E* ad arcum curvæ deprimitur ad *B*.

130 His expositis addit Noster primo, si capiantur bini arcus ab eodem Planeta descripti in eadem ellipti, cujus focus sit *S*, æqualibus tempusculis, ut *AB*, *CF*, ubi sectores *ASB*, *CSF* æquales erunt, lineolæ *AD*, *CH*, sive *EB*, *GF*, quæ vires exprimunt, erunt reciproce, ut quadrata distantiarum *SA*, *SC*. Addit secundo, si considerentur bini ejusmodi arcus contemporanei pertinentes ad diversos Planetas, adhuc illas lineolas fore inter se in ratione reciproca duplicata distantiarum a communi foco *S*. Porro in iis sectores illi elliptici terminati ad *S* non erunt æquales, sed erunt directæ, ut aræ totarum ellipsis, & reciproce, ut tempora periodica, cum debeant habere ad areas totas eam rationem, quam habet idem illud tempusculum ad tota tempora. Jam vero aræ ellipsis sunt ex conicis, ut rectangula sub semiaxibus, adeoque quadrata earum arearum, ut quadrata semiaxium utrorumque; quadrata autem temporum ponuntur, ut cubi distantiarum mediarum. Quare quadrata illorum sectorum elisa ratione directâ, & reciproca duplicata axium transversorum, sunt, ut semiaxes transversi directæ, & ut quadrata semiaxium conjugatorum reciproce, nimirum reciproce ut latera recta principalia, quæ æquantur quadratis axium conjugatorum divis per transversos.

131 Quod illa lineola sit semper in ratione reciproca duplicata distantiarum a foco communi *S* in ellipsis quibuscumque, dummodo lineola ad ipsum focum terminata assumatur in eadem ellipti constans, in diversis, reciproce proportionalis lateri recto principali, id demonstratum est tom. 1, ubi generaliter ostensum est num. 253 hoc theorema: *vis* (nimirum illa lineola) *ubicumque in curvis quibuscumque est in ratione composita ex directâ duplicata area dato quovis tempore descriptæ, simplici directâ distantia a centro virium, reciproca triplicata perpendiculari demissi e centro in tangentem, reciproca simplici radii circuli osculatoris*. Deinde id theorema a num. 269 applicatur ellipsis circa focum descriptis colligendo ex natura ellipsos singulas ejusmodi rationes, & num. 271 sic concluditur: *In omni-*

omnibus ellipsis, vires directæ ad focum sunt in ratione composita ex directâ triplicata semiaxium transversorum, reciproca duplicata temporum periodicorum, & reciproca duplicata distantiarum: in eadem ellipsi semiaxēs & tempora periodica sunt eadem, in diversis ponitur ratio directâ triplicata semiaxium transversorum eadem, ac directâ duplicata temporum, adeoque elidit reciprocam triplicatam eorundem. Quare utrobique relinquitur sola ratio reciproca duplicata distantiarum.

132 In eadem adnotatione facta est mentio & inversi theorematis, quod nimirum, si vires sint in ratione reciproca duplicata distantiarum, describuntur conicæ sectiones circa focum, quæ si fuerint ellipses, erunt quadrata temporum periodicorum, ut cubi semiaxium transversorum, & ejusmodi inversum theorema Noster proposuit a versu 802, cujus demonstrationem generalem huc reservavimus etiam num. 288 tom. 1 deducendam ex theoremate directo virium centralium. Quod in quavis sectione conica vis decrescat in ratione reciproca duplicata distantiarum a foco, id expresse deductum est num. 269 tom. 1. Si vero comparantur inter se binæ quævis sectiones conicæ, & areæ equalibus temporibus descriptæ sint in ratione subduplicata laterum rectorum principalium, adhuc vires ad focum directæ erunt in ratione reciproca duplicata distantiarum. Nam in ea ratione fore in ellipsis, si areæ sint in ratione subduplicata laterum rectorum principalium, patet ex eo, quod si quadrata temporum periodicorum sint, ut cubi distantiarum mediarum, inferatur ea virium ratio, & inferatur ea ratio arearum juxta num. 130. Porro juxta generales leges transformationis locorum geometricorum, quas persecutus sum in dissertatione adjuncta ad calcem sectionum conicarum tomo 3 elementorum, id ab ellipsi ad parabolam, & hyperbolam transferri debet, cum lineolæ interceptæ inter tangentem, & curvam, areæ terminatæ ad focum, distantia a foco, & latera recta principalia maneant in omnibus transformationibus analogæ. Quia immo idem debet transferri ad casum, quo ramus ulterior hyperbolæ describitur circa focum ceteriorem, quo tamen casu cum ipsi foco obvertatur ejus curvæ convexitas, vires non tendent ad ipsum focum, sed ab ipso foco repellent motibiles juxta num. 248 tom. 1.

P.17 133 Ut autem sternamus viam ad inversum theorema, sint in fig. 17 puncta S, D, A, E, B eadem ac in fig. 16, sit autem axis transversus GH , in quo centrum C , focus alter F , LC semidiameter conjugata diametri ACK , cui occurrat AS in P , occurrente DB ipsi AK in O , sumaturque AI versus S æqualis illi altitudini, ex qua motu uniformiter accelerato per viam, quæ habetur in D , acquireretur velocitas tangentialis, quæ ibidem habetur, ac AM ad partes oppositas æqualis AF . Ex conicis notæ sunt sequentes proprietates, quibus adscribam numeros pertinentes ad mea elementa ipsarum, & easdem continentes. Est $AP = CG$ (n. 194) $GH = (\text{num. } 92) SA + AF = SM$; $CL^2 = SA \times AF$ (num. 483); $CA^2, CL^2 :: AO \times OK$. OB^2 (num. 351); unde facile deducitur esse AO infinitesimam respectu OB infinitesimæ, adeoque DO , quæ ad ipsum AO habet rationem finitam PC ad CA , esse itidem infinitesimam respectu OB , & DB , OB sumi posse pro æqualibus, ut & potiore jure OK, AK .

134 Fiat igitur $CA^2 \cdot CL^2 :: AO \times OK = AO \times AK = 2AO \times AQ$.

$$OB^2 = DB^2 = \frac{2AO \times CL^2}{CA} = \frac{2AO \times SA \times AF}{AC}, \text{ cumque sit } AP = CG. AC^2$$

$$AD, AO = \frac{AC \times AD}{CG}, \text{ eo valore substituto fiet } DB^2 = \frac{2AD \times SA \times AF}{CG}.$$

Ex alia parte cum velocitate finali acquisita in I per motum uniformiter acceleratum percurreret motu uniformi (num. 169 tom. 1) eodem tempore descensus per AI duplum ipsius AI , & cum eadem illa velocitate percurreret $AE = DB$ motu uniformi eo tempusculo, quo per illum eundem motum uniformiter acceleratum percurreretur AD , & spatia in motu uniformi cum eadem velocitate sunt, ut tempora (num. 73 tom. 1), spatia vero in motu uniformiter accelerato sunt (num. 166 tom. 1) ut quadrata temporum. Erit igitur $AI : AD :: 4AI^2 : DB^2 = 4AI \times AD$. Idem valor fuerat $\frac{2AD \times SA \times AF}{CG}$. Igitur dividendo per $\frac{2AD}{CG}$ fiet $SA \times AF = 2CG \times AI =$

$SM \times AI$, unde provenit $SM \cdot AF = MA$; $SA \cdot AI$, & per conversionem rationis $SM \cdot SA :: SA \cdot SI$. Nimirum si sumatur AI versus S equalis illi altitudini, ex qua motu uniformiter accelerato per vim, quæ habetur in A , acquireretur velocitas tangentialis habita ibidem, & sumatur SI tertia continue proportionalis post SI , SA , ea erit equalis axi transverso. Quoniam autem coeuntibus focus F , & S cum centro C habetur circulus, in quo altitudo illa AI æquatur dimidio radio (num. 174 to. 1), adeoque in ipsa SI , & SM cadunt ad eadem partes SA ; disjunctis utcumque focus, ut fiat ellipsis, cadet semper utraque ad eandem partem, & ubi ellipsis abierit in parabolam, factò axe SM infinito, evanescet SI , & abeunte in hyperbolam axe SM negativo ad partes oppositas post transitum per infinitum, abibit itidem SI post transitum per o . Sed in hyperbolæ ramo citeriore debebit vi directionem habente contrariam abire AI ad partes oppositas S , adeoque SI erit semper positiva, & major, quam SA ; ac proinde SM positiva itidem, sed minor.

135 Hæc ad directum pertinent virium centralium theorema; ut autem inde gradus fiat ad demonstrationem theorematum inversi, notandum in primis illud: data quavis directione, & velocitate projectionis, data vi initiali in datum centrum, & data lege virium utcumque pendentium a distantis, determinatur curva describenda, per num. 287 tomi 1, cujus tangens in puncto projectionis est ipsa projectionis directio juxta num. 231 tomi ejusdem; ac proinde non nisi unica curva cum iis conditionibus describi potest. Si igitur data quavis tangente, & velocitate tangentiali, ac puncto contactus, & distantia a foco, ac vi in ipsum focum in ipso puncto contactus, inveniatur sectio conica habens illum focum, transiens per illud punctum, ac habens eam directionem, & motus in ea talis, ut velocitas tangentialis ibidem sit equalis datæ; jam patebit projectione facta per illam tangentem cum illis conditionibus debere describi illam ipsam sectionem conicam, & proinde inversum illud theorema demonstrari. At id problema, quo ejusmodi sectio conica quaratur, utique solvi potest ops eorum, quæ num. 134 demonstravimus.

136 Sit enim S centrum virium, & corpus ex quovis puncto A projiciatur directione quavis AN , sit autem vis in A magnitudinis cujuscumque, &

decreseat in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro. Invenietur (num. 43 tom. 1) illa altitudo, ex qua motu uniformiter accelerato acquireretur velocitas illa data projectionis, & capiatur AI ipsi equalis versus S , vel ad partes ipsi oppositas; prout vis fuerit attractiva in S , vel repulsiva. Si I cadat in S in prioris casu foco S describatur parabola, quæ transeat per punctum A , & habeat pro tangente AN , quod facile præstabitur; **Fig. 18** si enim in fig. 18 puncta S , A , & recta NA sint eadem, ac in fig. 17, ducatur ST perpendicularum in tangentem, producatque tantundem in V , ac ducta AV , & ipsi perpendiculari VX , ea erit directrix, quod satis patet, & facile deducitur ex num. 65 meorum Conicorum, qua data una cum foco S facile describetur quæsitæ parabola per num. 126. At in reliquis casibus omnibus, facta SM in fig. 17 ad partes SI tertia post SI , & SA , ductaque MN perpendiculari in tangentem, & tantundem producta in F , erit F alter focus sectionis conicæ describendæ, quod patet ex æqualitate rectarum AM , AF in ea figura; & focus S , F , axe transverso aequali SM describatur, ubi I ceciderit inter S , & A , ellipsis, ubi extra ad partem utramlibet, hyperbola, (num. 124, & 125 Conicorum), quæ erit quæsitæ sectio conica.

137 Porro hujusmodi conica sectio describi potest vi quavis existente in A , & projectione facta per tangentem AN cum quavis velocitate (num. 26 tom. 1); & ex directæ theoremate vis in ea erit in ratione reciproca duplicata distantiarum. Quare cum unica curva describi possit his datis; illa ipsa, quæ constructa est, conica sectio describetur; adeoque quæcumque fuerit directio, & velocitas projectionis, ac vis initialis; si vires decreascent in ratione reciproca duplicata distantiarum, describetur sectio conica, & ad hoc ut in diversis etiam ellipsis sint vires in ratione reciproca duplicata distantiarum, oportebit, sint quadrata temporum, ut curvi distantiarum mediarum, sive semiaxium transversorum, quod idem patet ex primo theoremate.

138 Hoc pacto per Geometriam demonstratum est accuratissimè, licet indirectè, inversum theorema virium centralium decreascentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, ad quod directè eruendum ex constructione generali posita num. 282 tom. 1, requiritur infinitesimalis calculus, a quo hic ubicumque licet, abstinemus. Ejus demonstrationem directam sublimiore infinitesimali geometria adhibita exhibui etiam in dissertatione de motu corporis attracti in centrum immobile viribus decreascentibus in ratione reciproca duplicata distantiarum, quæ etiam in Actis Bononiensibus prodit tomo 2; sed operosior est methodus; ac ad communem captam est multo aptior hæc indirecta, quam hic proposui.

139 Ibidem autem primum comperi, & edidi in dissertatione de motu corporis attracti in centrum immobile viribus decreascentibus in ratione reciproca duplicata distantiarum plura corollaria, quæ in hac annotatione proposui, quæ quidem ex hac constructione sponte consequuntur; quam ipsam constructionem simplicissimam sanè primam protuli in dissertatione de invenciónda orbita Planetæ ope catoptricæ, in quam nimirum incidi in contemplatione quadam simplicissimi catoptrici problematis. Sunt autem ea corollaria hujusmodi. *Quæcumque sit projectionis distantia, & directio non*

transiens per centrum virium, si vires fuerint attractivæ in ratione reciproca duplicata distantiarum ab ipso centro, describetur ellipsis, parabola, vel ramus hyperbolæ citior, prout illa altitudo, per quam motus uniformiter accelerato vi, quæ habetur in puncto projectionis, acquireretur velocitas projectionis ipsius, fuerit minor, æqualis, vel major. respectu distantia puncti projectionis a centro; si vires fuerint repulsivæ, & in ea ratione decreverint, describetur semper ramus hyperbolæ ulterior. Hæc satis per se patent ex ipsa constructione exhibita; illa vero facillime inde deducuntur. si directio projectionis fuerit perpendicularis rectæ tendenti ad centrum virium, fore punctum projectionis verticem alterum axis transversæ: nam e rectis per focus transcuntibus solus axis transversus transeat per utrumque focus est perpendicularis tangenti, quod eruitur facile e num. 181 Conicorum; & ubi describitur ellipsis, centrum virium erit focus ulterior, ad quod mobile statim incipit accedere, vel erit centrum circuli, in quod coeuntibus focus abibit ellipsis, circulo eandem distantiam retinente perpetuo ab ipso centro, vel erit focus citior, a quo mobile statim incipit recedere, prout illa altitudo fuerit minor, æqualis, vel major respectu dimidia distantia puncti projectionis ab ipso centro virium; quod quidem facile eruitur ex ipsa constructione, cum AM debeat esse major, æqualis, vel minor respectu dimidia SM , nimirum dimidia axis transversæ, prout SI fuerit major, æqualis, vel minor respectu dimidia distantia SA , adeoque e contrario AI minor, æqualis, vel major, & quod de accessu, ac recessu est dictum, pendet ab iis, quæ de maximo, & minimo foci radio demonstrata sunt in Conicis num. 58. Sed de his jam satis.

140 Quæ dicta sunt de vi decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum, eruta ex orbita elliptica, locum habent etiam in gravitate Lunæ versus Terram, cum ejus quoque orbita sit elliptica, licet admodum perturbata. Quod dictum est de eadem eruta ex quadratis temporum proportionalibus cubis distantiarum, habet locum etiam in vi satellitum, quæ in suos Primarios gravitant, cum & in iis tertia Kepleri lex locum habeat. Idem habere potest locum in comparanda etiam vi Lunæ cum nostris gravibus, si consideretur, ut satelles quidam, illud grave, quod num. 114 concepimus ita projectum, ut in circulum debeat abire, factus quidam velut Planeta. Nam quadratum temporis periodici Lunæ minorum primorum 39343 (num. 119) ad quadratum temporis ejus gravis gyrantis 83 $\frac{1}{4}$, ut eruitur ex num. 14, est proximè, ut cubus distantia Lunaræ, ad cubum radii sphaeræ æqualis Terræ, sive, juxta num. 123, ut cubus numeri 60. 34 ad 1. Sed revera non sunt accuratè proportionales ii numeri; nam illud grave gyraret circa centrum Terræ quamproxime, & insensibilem prorsus haberet perturbationem a Sole, Luna vero gyrat circa centrum commune gravitatis Terræ, & Lunæ non ita parum distans a centro Terræ, & sensibilem patitur perturbationem. Ad accuratam rationem inveniendam oporteret prius imminuere tempus periodicum Lunæ in ratione subduplicata vis non perturbata ad perturbatam, tum in ratione simplici summæ massarum ad massam Terræ, sive distantia a Terra ad distantiam a centro orbitæ, cum vires in eodem circulo sint in ratione duplicata reciproca temporum periodicorum,

& vires eodem periodico tempore directè, ut radii circulorum (num. 125). Eo pacto inveniretur tempus Lunæ periodicum in ratione sesquuplicata distantia ad tempus gravis gyrantis, & accuratius haberet locum applicatio legis tertiæ Kepleri.

141 Hisce demonstratis, jam habetur satis ampla inductio investigationi ulteriori accommodatissima, gravitatis in toto Planetario systemate decrescantis in ratione reciproca duplicata distantiarum, a qua aperitur transitus ad Cometas, qui eandem vim sentire debent, & per eam conicas sectiones describere, quas si & ii describant, mirum in modum confirmari debet illa eadem gravitatis lex. Quamobrem hic jam ad eos transibimus; sed illud monendum superest de illis, quæ Noster tantummodo innuit a versu 608, & 635, quæ per theoriam ejusdem generalis gravitatis explicantur, nos inferius acturos, ubi & Noster de eorum explicatione agit.

§. 3. Ad notas in versu 875 &c.

DE COMETIS.

142 **H**IC illustrabimus ea, quæ ad Cometas pertinentia Noster fuscè persequitur ab hoc versu 875 ad 1266; sed quæ ad ipsorum caudam pertinent, habebuntur inferius lib. 6. Ac primo quidem diversa Cometarum genera, in quo convenient cum Planetis, & cum stellis novis, in quo discrepent, exposuimus in adnotatione in versum 911. Ibidem innuimus zodiacum quendam, quem Cometis assignaverat Cassinus; is continetur illis binis veluti versibus *Antinous, Pegasusque, Andromeda, Taurus, Orion, Praecejon, atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus*: Addidimus ibidem falsum esse hisce limitibus Cometarum orbitas contineri, quæ juxta num. 31 liberrime quaquaversus diriguntur aliæ alio. Et quidem in Cometa hujus anni 1759, qui dum hæc scribimus, jam videri desit, satis manifesto apparuit hæc ipsa falsitas; is enim ab omnibus ejusmodi signis ita recessit, ut ad polum australem accesserit, progressus ultra circulum nunquam apparentium, & circa 26 Aprilis per plures dies perpetuò infra nostrum Romanum horizontem depressus. Id nimirum accidit hypotesibus falsis, quas posteriores observationes plerumque solent evertere, dum veras semper magis confirmat consensus eorum, quæ consequuntur, cum his, quæ ex theoria deducuntur.

143 Vanos pseudophilosophorum terrores ex Cometarum apparitione exposuimus in adnot. in versum 915, confutavimus in adn. in versum 945 errores eorum, qui Cometas censuerant Telluri proximos, ortos ex ipsius Telluris exhalationibus, in quo errore & Galilæus spit, ejus omnis theoria de Cometarum natura, & orbitis erronea fuit, & statim concidit. Diximus ibidem ex diurna parallaxeos defectu innouisse jam olim ipsi Keplero ingentem distantiam Cometarum a Terra. Quid sit parallaxis, exposuimus num. 37. Patet autem ex theoremate propositum num. 38 parallaxim horizontalem unius integri gradus habere objectum, quod distet per semidiametros Terræ plures, quam 57; & media Lunæ parallaxis est minores

rum

rum proxime 57. Parallaxis autem in Cometis plerumque nulla ad sensumprehenditur; quod evincit illos longissime ultra Lunam sitos esse. Posset quidem Cometa aliquis ita ad Terram accedere, ut ingens etiam parallaxis oriretur, sed nullus e Cometis huc usque observatis evasis propior, quam Luna. Postremus Cometa hujus anni circa 26 Aprilis ita ad Terram accessit, ut parallaxim horizontalem habere debuerit multo majorem uno minuto primo, quæ idcirco observari, & definiti potuisset, si in Australi hemisphærio adfuissent Observatores: & quidem Cometæ satis accedentis ad Terram occasio esset admodum opportuna pro determinanda parallaxi diurna, & distantia a Terra ipsius, & per eam Solis, ac Planetarum reliquorum, qui minus accedant ad Terram, quam ipsi.

144 In adnotatione ad vers. 958, satis probatum est ipsos Cometæ non oriri ab exhalationibus Planetarum etiam ex eo, quod videri incipiunt plurimi Cometæ in maxima distantia a Planetis omnibus. Id ex historia Cometarum satis constat; nam plures primo apparuerunt, & procul a Planetis omnibus, & procul etiam a Zodïaco; quod autem in adn. ad vers. 971 est dictum ab eorum orbita everti sententiam, quæ ipsos a solaribus exhalationibus repetat, id habet vim post eorum demonstrationem, quæ superiore §. posuimus. Nam ex num. 139 constat corpus ubicunque projectum debere describere conicam sectionem transeuntem per punctum projectionis; si Cometæ essent exhalationes a Sole emissæ vi quacunque, deberent arcus, in quibus eos observamus, pertinere ad sectionem conicam transeuntem per ipsum Solem. Porro inter omnes 41 Cometæ hæcenus ita observatos, ut definitus sit ductus eorum orbitæ, nullius orbita per Solem transit, unius, nimirum Cometæ anni 1680, ad Solem satis prope accessit: postremi Cometæ orbita in ipso Perihelio, ad quod is die 12 Martii debuit appellere, distabat a Sole plus quam per dimidiam Terræ a Sole distantiam.

145 Cometæ esse sydera Mundo cœva conclusimus in adn. ad vers. 975, confutatis nimirum reliquis sententiis. Opiniones Veterum omnium, & sævi Philosophorum de Cometis eruditissime, ut solet, congestit Ricciolius *Almagesti* tomo 2 lib. 8, sectione 1, cap. 4; quæ jam obsoleverunt omnes. Quod Cometæ sint sydera Mundo cœva, id satis jam persuasum erat Astronomis omnibus post ingentem consensum theoriæ Cometarum analogæ theoriæ Planetarum cum observationibus tum in 24 Cometis Halleyanis, quorum 3 fuerint idem Cometa, tum in reliquis 20 postea observatis, de quo consensu egimus in adnotat. ad vers. 1235. Sed ejus argumenti vis mirum quantum est aucta reditu postremi Cometæ hujusce anni, quem ipse Halleyus prædixerat. Sed de eo paullo inferius. Interea notandum illud, hanc sententiam de Cometis Mundo cœvis etiam apud Veteres plurimos viguisse ita, ut apud eos non desint, qui affirmant, eorum reditus a Chaldeis prænunciatos fuisse, de quibus Veterum sententiis plurima lectu dignissima eodem capite congestit Ricciolius, ubi maxime notatu digna sunt plura egregia Senecæ loca de Cometis, quos & is censuit, esse sydera Mundo cœva, quæ tum demum apparere incipiunt, cum ad nos accedant propius. Sed cum eos Aristoteles censuerit esse sublunaria quædam metheora, & Peripateticorum doctrina per tot consecuta sæcula vigeret sola, ea etiam sententia oppressa, & conspectula delituit.

donec Astronomia renascente in publicam iterum lucem est educta, & ad summum jam demum certitudinis gradum evedta.

146 Stabilito etiam, quod Comete sint quaedam Sydera Mundo coeva, super sunt plures theoriae ipsorum falsae refellendae. Contra Cartesii opinionem abunde est, quod diximus in adnotatione ad vers. 978, & Hypothesi Jacobi Bernoullii, quam innuimus in adnot. ad vers. 995, ita statim evincit, ut eam fusius exponere non sit operae pretium: facile est eandem videre inter opera ipsius Bernoullii simul impressa. Omnes subsecuti Cometae hypothesim deseruerunt.

147 In adnotatione ad versum 1011 egimus de theoria Cassini, & problemate Newtoni pertinente ad motum Cometae, ut rectilineum, & aequabilem respectu Telluris considerat, ut immotae. Cassini theoria non exhibebat distantiam Cometae, sed tantummodo motum apparentem, quem ex tribus observationibus designabat admodum facile hoc pacto. Sit in fig. 19 recta AB , per quam Cometa feratur motu aequabili. Spectanti e centro C sphaerae caelestis apparebit ejus motus in quodam circulo maximo, qui sit intersectio plani ACB cum ejus sphaerae superficie, in quo circulo data longitudine, & latitudine binorum punctorum D , & F facile est invenire ipsius circuli positionem, nimirum intersectiones cum Elliptica, sive nodos, & inclinationem. Datis autem per tres observationes ejus circuli punctis tribus D , E , F , dabuntur positiones rectarum CD , CE , CF , in quas allenbi incidet recta AB in G , H , I . Concipiatur GN parallela CI , occurrens ipsi CF in I , & quoniam ex observatione dantur anguli GCN , NCI , sive CNG , dabitur ratio CG ad CN , quae est inter finem posterioris, & finem prioris. Ratio autem GN ad CI eadem ac GH ad HI datur, cum ob motum aequabilem sint ut tempora inter observationes elapsa. Igitur datur etiam ratio CG ad CI ex iis rationibus composita, ex qua, & angulo GCI observato invenietur angulus CGI , sive inclinatio rectae AB ad rectam CD datam.

148 Hoc angulo invento, si concipiatur perpendicularium CK , dabitur ratio GC ad GK , & cum in triangulo GNC specie dato detur etiam ratio GI ad GC , dabitur ratio GI ad GK , sive ratio temporis inter extremas observationes, & appulsus ad minimam distantiam in K . Dato autem quovis alio tempore, quo Cometa appellat ad L , dabitur ratio GK ad KL eadem, quae est inter tempora per ipsas impensa, & ea est ratio tangentis anguli GCK ad tangentem KCL , quae dabitur, cum detur angulus GCK complementum inventi CGK ; nimirum pro quovis alio tempore datur locus M circuli maximi ejus orbitam exprimentis, in quo Cometa apparere debet. Et haec quidem ad apparentem motum sufficient; verus autem cum vera distantia ex ea theoria definiri non potest; quia si recta AB concipiatur translata motu parallelo utcumque ita, ut accedat ad C , v-l inde recedat utcumque, ratio rectarum, quae sola datur, manet omnino eadem.

149 Ubi Cometa a Perihelio satis distant, ut arcus Parabolae, quam describunt, satis accedat ad rectam, & motus ad aequabilem, haec theoria exhibet loca non multum erronea. Hinc res Cassino utcumque successit; ac prima ea fuit methodus, qua ex aliquot observationibus cum successu aliquo inquisitum est in motum apparentem, & reliquum Cometarum cursum nunc observatum.

§ 30. Ex eadem hypothesi motus rectilinei, & uniformis inquisivit Newtonus in orbitas Cometarum per quatuor observationes, arbitratus, posse ita & distantiam, & positionem orbitæ definiri, ac ea methodo inquiri in distantiam Cometæ veræ proximam saltem, ubi ipse factis distat a perihelio, quam methodum, & ad id ipsum adhibendam proposuit David Gregorius, & irritò conatu Astronomi nonnulli adhibuerunt. Problema autem est huiusmodi. Datis positione 4 rectis invenire aliam, quæ ipsas secet ita, ut tria illa segmenta his intercepta sint in ratione data. Id problema applicatur Cometis in ea hypothesi accipiendo pro 4 rectis datis, quatuor rectas tendentes a 4 locis Terræ ad quatuor loca Cometæ redacta ad Eclipticam, & sumendo pro ratione data eorum segmentorum rectæ quæsitæ tria intervalla temporum inter illas quatuor observationes. Huius problematis solutionem & Wrennius, & Vallisius dedit, & Newtonus solutionem ejus exhibuit in Arithmetica Universalis prop. 35, & ipsum binis aliis methodis solvit in corollario lem. 27 lib. 1. Omnes quidem pro ejus solutione inveniunt necessarium illud, ut illæ quatuor rectæ per idem punctum non transeant; quo casu vel impossibile problema est, vel infinitas solutiones admittit; si enim sint 4 rectæ datæ CD , CE , CF , CM , & inventa directione rectæ AB per sola intervalla GH , HI , obveniat forte etiam tertium intervallum IL in eadem illa ratione data ad præcedentes; quæcumque recta ejusdem directionis utcumque distans habebit tria illa segmenta in eadem illa ratione data inter se, ac solutiones erunt infinitæ; secus vero illud problema erit impossibile.

§ 31. Si verò illæ quatuor rectæ per idem punctum non transeant; solutiones exhibitæ determinabant distantiam per valores datos ita, ut videretur semper problema esse determinatum, & unicam solutionem admittere. Ac ego quidem inveni, & facile demonstravi in mea dissertatione de Cometis, esse casum, in quo problema indeterminatum remaneat, & nihil prorsus de distantia, & positione rectæ quæsitæ definire possit; & quidem is casus est ille ipse, qui occurrit in applicatione ad Cometas. Is casus habetur quotiescunque binæ rectæ inter se non parallelæ habeant terna segmenta singula, quæ ad se invicem sint in eadem ratione, & per extrema respondentium segmentorum puncta agantur 4 rectæ, quæ quidem ad idem punctum non concurrerent, ut facile demonstrari potest. Porro in eo casu, si accipiat in quavis ex iis 4 rectis punctum ad arbitrium, potest semper, ut ibidem demonstravi, duci per id recta, cujus tria segmenta sint in eadem illa ratione inter se, in qua sunt binarum assumptarum segmenta; unde consequitur datis illis 4 rectis, & illa segmentorum ratione, non posse definiri distantiam, & positionem rectæ quæsitæ, sed problema indeterminatum esse, & infinitas solutiones admittere. Porro eum ipsum casum occurrere in applicatione ad Cometas patet ex eo, quod ad ipsam applicationem oportet assumere arcum Cometæ non ingentem, qui haberi possit pro rectilineo, & motus in eo pro uniformi: inde autem fit, ut & arcus eodem tempore a Terra descriptus pro rectilineo haberi debeat, & motus pro uniformi; ac proinde 4 rectæ, quæ a 4 Terræ locis ducuntur in plano Eclipticæ per 4 loca Cometæ, habent jam interceptas binas rectas, nimirum viam Terræ, & viam Cometæ, habentes segmenta rationis ejusdem definitæ a temporum intervallis, & problema indeterminatum relinquunt.

donec Astronomia renascente in publicam iterum lucem est educta, & ad summum jam demum certitudinis gradum evecta.

146 Stabilito etiam, quod Cometae sint quaedam Sydera Mundo coepta, supersunt plures theoriae ipsorum falsae refellendae. Contra Cartesii opinionem abunde est, quod diximus in adnotatione ad vers. 978, & Hypothesis Jacobi Bernoullii, quam innuimus in adnot. ad vers. 995, ita statim euncidit, ut eam fusius exponere non sit operae pretium: facile est eandem videre inter opera ipsius Bernoullii simul impressa. Omnes subsequenti Cometae hypothesim deseruerunt.

147 In adnotatione ad versum 1011 egimus de theoria Cassini, & problemate Newtoni pertinente ad motum Cometae, ut rectilineum, & aequabilem respectu Telluris considerat, ut immotae. Cassini theoria non exhibebat distantiam Cometae, sed tantummodo motum apparentem, quem ex tribus observationibus designabat admodum facile hoc pacto. Sit in fig. 19 recta AB , per quam Cometa feratur motu aequabili. Spectanti e centro C sphaerae celestis apparebit ejus motus in quodam circulo maximo, qui sit intersectio plani ACB cum ejus sphaerae superficie, in quo circulo data longitudine, & latitudine binorum punctorum D , & F facile est invenire ipsius circuli positionem, nimirum intersectiones cum Elliptica, sive nodos, & inclinationem. Datis autem per tres observationes ejus circuli punctis tribus D , E , F , dabuntur positiones rectarum CD , CE , CF , in quas alienubi incidet recta AB in G , H , I . Concipiatur GN parallela CI , occurrens ipsi CF in I , & quoniam ex observatione dantur anguli GCN , NCI , sive CNG , dabitur ratio CG ad CN , quae est inter sinum posterioris, & sinum prioris. Ratio autem GN ad CI eadem ac GH ad HI datur, cum ob motum aequabilem sint ut tempora inter observationes elapsa. Igitur datur etiam ratio CG ad CI ex iis rationibus composita, ex qua, & angulo GCI observato invenietur angulus CGI , sive inclinatio rectae AB ad rectam CD datam.

148 Hoc angulo invento, si concipiatur perpendicularium CK , dabitur ratio GC ad GK , & cum in triangulo GAC specie dato detur etiam ratio GI ad GC , dabitur ratio GI ad GK , sive ratio temporis inter extremas observationes, & appulsam ad minimam distantiam in K . Dato autem quovis alio tempore, quo Cometa appellat ad L , dabitur ratio GK ad KL eadem, quae est inter tempora per ipsas impensa, & ea est ratio tangentis anguli GCK ad tangentem KCL , quae dabitur, cum detur angulus GCK complementum inventi CGK ; nimirum pro quovis alio tempore datur locus M circuli maximi ejus orbitae exprimentis, in quo Cometa apparere debet. Et haec quidem ad apparentem motum sufficient; verum autem cum vera distantia ex ea theoria designari non potest; quia si recta AB concipiatur translata motu parallelo utcumque ita, ut accedat ad C , v-l inde recedat utcumque, ratio rectarum, quae sola datur, manet omnino eadem.

149 Ubi Cometae a Perihelio satis distant, ut arcus Parabolae, quam describunt, satis accedat ad rectam, & motus ad aequabilem, haec theoria exhibet loca non multum erronea. Hinc res Cassino utcumque successit; ac prima ea fuit methodus, quae ex aliquot observationibus cum successo aliquo inquisitum est in motum apparentem, & reliquum Cometarum cursum nondum observatum.

130. Ex eadem hypothesi motus rectilinei, & uniformis Inquisivit Newtonus in orbitas Cometarum per quatuor observationes, arbitratus, posse ita & distantiam, & positionem orbitæ definiri, ac ea methodo inquiri in distantiam Cometæ veræ proximam saltem, ubi ipse factis distat a perihelio, quam methodum, & ad id ipsum adhibendam proposuit David Gregorius, & irritò conatu Astronomi nonnulli adhibuerunt. Problema autem est huiusmodi. Datis positione 4 rectis invenire aliam, quæ ipsas secet ita, ut tria illa segmenta iis intercepta sint in ratione data. Id problema applicatur Cometis in ea hypothesi accipiendo pro 4 rectis datis, quatuor rectas tendentes a 4 locis Terræ ad quatuor loca Cometæ redacta ad Eclipticam, & sumendo pro ratione data etiam segmentorum rectæ quæsitæ tria intervalla temporum inter illas quatuor observationes. Huius problematis solutionem & Wrennius, & Vallisus dedit, & Newtonus solutionem ejus exhibuit in Arithmetica Universalis prop 35, & ipsum binis aliis methodis solvit in corollario lem. 27 lib. 1. Omnes quidem pro ejus solutione inveniunt necessarium illud, ut illæ quatuor rectæ per idem punctum non transcant; quo casu vel impossibile problema est, vel infinitas solutiones admittit; si enim sint 4 rectæ datæ CD , CE , CF , CM , & inventa directione rectæ AB per sola intervalla GH , HI , obveniat forte etiam tertium intervallum IL in eadem illa ratione data ad præcedentes; quæcumque recta ejusdem directionis utcumque distans habebit tria illa segmenta in eadem illa ratione data inter se, ac solutiones erunt infinitæ; secus vero illud problema erit impossibile.

131. Si verò illæ quatuor rectæ per idem punctum non transcant; solutiones exhibitæ determinabant distantiam per valores datos ita, ut videretur semper problema esse determinatum, & unicam solutionem admittere. Ac ego quidem inveni, & facile demonstravi in mea dissertatione de Cometis, esse casum, in quo problema indeterminatum remaneat, & nihil prorsus de distantia, & positione rectæ quæsitæ definire possit; & quidem is casus est ille ipse, qui occurrit in applicatione ad Cometas. Is casus habetur quotiescunque binæ rectæ inter se non parallelæ habeant æterna segmenta singula, quæ ad se invicem sint in eadem ratione, & per extrema respondentium segmentorum puncta agantur 4 rectæ, quæ quidem ad idem punctum non concurrerent, ut facile demonstrari potest. Porro in eo casu, si accipiat in quavis ex iis 4 rectis punctum ad arbitrium, potest semper, ut ibidem demonstravi, duci per id recta, ejus tria segmenta sint in eadem illa ratione inter se, in qua sunt binarum assumptarum segmenta; unde consequitur datis illis 4 rectis, & illa segmentorum ratione, non posse definiri distantiam, & positionem rectæ quæsitæ, sed problema indeterminatum esse, & infinitas solutiones admittere. Porro eum ipsum casum occurrere in applicatione ad Cometas patet ex eo, quod ad ipsam applicationem oportet assumere arcum Cometæ non ingentem, qui haberi possit pro rectilineo, & motus in eo pro uniformi: inde autem fit, ut & arcus eodem tempore a Terrâ descriptus pro rectilineo haberi debeat, & motus pro uniformi; ac proinde 4 rectæ, quæ a 4 Terræ locis decuntur in plano Eclipticæ per 4 loca Cometæ, habentes jam interceptas binas rectas, nimirum viam Terræ, & viam Cometæ, habentes segmenta rationis ejusdem definita a temporum intervallis, & problema indeterminatum relinquunt.

152 Id quidem ibi a me demonstratum, an alii adverterint, ignoro sane. Sed id in causa est, cur ejusmodi problema adhiberi non possit ad investigandas distantias ne veris quidem proximas. Si motus Cometarum esset revera rectilineus, & æquabilis, & observationes assumerentur ita remotæ, ut arcus orbitæ terrestris plurimum a recta linea recederet, nam motus ejus ab æquabilitate semper parum admodum recedit, usum haberet aliquem problema ipsum; sed motus Cometarum non fieri in rectis lineis vel ex eo innuitur, quod in ea hypothesi non possunt integrum semicirculum percurrere, nec ad eclipticam devenire, nisi in unico puncto, cum tamen Cometæ plures peregrinerint plusquam semicirculum, ut & hic postremus hoc anno, & per modum utrumque transferint in eadem apparitione. Patet autem idem ex eo etiam, quod cum versentur in regione Planetarum, debeant vi gravitatis in Solem detorqueri ad conicam sectionem. Idcirco applicatio ejus problematis ad Cometæ requirit exiguum arcum, qui pro rectilineo assumi possit: eo assumpto problema remanet adhuc determinatum idcirco, quod arcus uterque Terræ, & Cometæ a recta linea, & motus ab æquabili abludit. At quoniam ex aberrationes in motu Cometæ remouent simul conditiones a conditionibus problematis, & ipsæ fere solæ determinationem perficiunt; idcirco solutio exhibere debet plerumque errores immanes. Et ideo Eustachio Zanotto viro Astronomicarum rerum peritissimo hoc Gregorianum præceptum reducenti ad praxim in Cometa anni 1739 posito orbitæ Cometæ per ejus problematis solutionem determinata obvenit prorsus contraria ei, quæ debuerat obvenire, ut nimirum cum Cometa versus Solem apparuerit, rejectus fuerit a solutione problematis ad partes Soli oppositas.

153 Eodem vitio laborare ibidem demonstravi aliam Methodum a Bouguerio prolatam in Commentariis Acad. Parisiensis ad annum 1733, in qua, assumpto exiguo arcu a Cometa descripto pro rectilineo, per tres observationes proximas definit, ad quam sectionem conicam legibus Keplerianis descriptam is pertineat; quam ob causam orbitam Cometæ anni 1730 pro ad sensum parabolica, uti revera extitit, invenit hyperbolicam, & quidem remotissimam; errore totam investigationem evertente, quod probe notandum est in solutionibus problematum, in quibus non raro inciditur in hujusmodi casus, in quibus problematum solutiones exhibentur ab his tantummodo, quibus vera problematis data discrepant ab assumptis, quæ accipiuntur pro hisdem, ut ipsis proxima.

154 Ut a falsis theoriis delabamur ad veram, vidimus in adnot. ad versum 1038 pro fundamento investigandæ theoriæ ipsius, Cometæ descendere inter Planetas, unde consequitur eos debere vi gravitatis solaris describere unam e tribus conicis sectionibus juxta num. 139, & exclusa Hyperbola, ac Parabola, ne in infinitum abeant, & solare systema relinquunt, remanere ellipsim, sed oblongam admodum, cum perquam exiguo integræ conversionis tempore appareant, uti in adnot. ad vers. 1092 definiimus, adjecis binis aliis ejusdem rei conjecturis, quæ Newtonum sensum ad veram theoriam deduxerunt indirecta illa investigationis methodo procedente per attentionem, & positiones, ac conjecturas prudentes, non per directas demonstrationes, quæ ubique in Astronomia aditum ad veras theorias aperuit.

155 Stabilito, quod motus fieri debeant in orbe elliptico satis oblongo, debebat

debebat videri, an observationes ejusmodi motibus responderent. In adn. ad vers. 1117 affirmavimus facile definiri orbitam ellipticam, si præter focum dentur tria orbitæ puncta. Id quidem omnibus conicis sectionibus generale est. Sit in fig. 20, F focus, tria puncta A , B , C . Capta in FB recta F . 20 $FI = FA$, & in FC recta $FL = FB$ ducantur IA , LB , & iis parallela FD , FE , quæ in D , & E occurrant rectis BA , CB , & directrici recta MN per illas ducta, foco F , ratione FA ad perpendicularum BG in ipsam MN demissum, describatur conicæ sectio (num. 34 conicorum), quæ transibit etiam per puncta A , B , C . Ductis enim etiam perpendicularis AK , CH erit FB . $FI = FA :: BD$. $AD :: BG$. AK , & alternando FB . $BG :: FA$. FK ; & simili argumento erit etiam FB . $BG :: FC$. CH , adeoque omnia puncta A , B , C ad illam eandem conicam sectionem pertinebunt.

156 Ea methodo uti liceret, si quis e Sole Cometam observaret, & præter tres directiones rectarum FA , FB , FC posset acquirere tres diametros apparentes, quæ distantiarum actionem exhiberent. Sed etiam sine diametris apparentibus, ex sola directione illarum trium rectarum, & temporibus impensis in percurrentis arcibus AB , BC , posset determinari orbita, uti innuimus etiam num. 103; verum illa directio, quæ in Planetis obtinetur per observationes pluribus oppositionibus, vel conjunctionibus respondentes, in Cometis non habent locum, qui per exiguum longissimarum periodorum tempus apparent.

157 Oportuit igitur adhibere ad determinationem orbitæ Cometarum solas directiones rectarum, quæ a tribus Terræ locis ducuntur ad tria loca Cometæ, & temporum intervalla. Ea ipsa problema determinant, sed pro elliptici difficultas solutionis est inextricabilis: & illud commode accedit, quod ellipses longissimæ arcum foco proximum habent arcui parabolico ita finitimum, ut vix alter ab altero discerni possit, quod patet ex ipsa transformatione ellipsæos in parabolam, quam pluribus jam vicibus nominavimus; pro parabola autem solutio saltem indirecta, & per falsas positiones difficilis quidem est, & molesta, sed non penitus intrastabilis. Directa etiam problematis solutio pro parabola non excedit vires finitæ Algebrae ob quadraturam parabolæ ab ipso Archimede inventam, quæ comparationes arcarum analyticas permittit finitis valoribus algebraicis expressas, & methodum, qua ad æquationem deveniri possit, exposui; sed, quod ibidem notavi, æquatio ipsa ad altissimum gradum ita assurgit, ut nulli usui esse possit.

158 Aliam ego quidem exhibui methodum in eadem dissertatione, qua per tres observationes ita proximas, ut motus interea facti a Tellure, & Cometa pro rectilineis accipi possint, definiuntur ope æquationis sexti gradus distantia a Sole, & per eas positio arcus parabolici, ac exhibui ipsas correctiunculas debitas curvaturæ exiguæ, & inæqualitati motus utriusque, quæ quidem methodus directa est, & ad veros valores cito conducit, sed ipsa quoque resolutio æquationis gradus sexti est admodum molesta; adeoque præstat alias adhibere indirectas methodos, quæ adhibitis observationibus utcumque remotis ad solutionem deducunt per plures falsas positiones, ejusmodi methodum Newtonus invenit, & adhibuit, tum plures Astronomi excultam magis, ac expositam tradiderunt. Præcepta, & exempla inveniet satis ad rem idonea, qui velit, in Caillianis etiam elementis; nam ea res

ea res est multo prolixior, quam ut intra nimis arctos horum supplementorum limites contineri possit.

159 Ex orbita determinata multo facilius inveniantur loca ad datum tempus, ut qui orbitam vel invenerit per tres observationes, vel ab alio inventam acceperit, possit ex suarum observationum consensu, vel dissensu judicare de theoria ipsa. Id autem sit per expeditissimam constructionem, quæ apud Newtonum habetur Princ. lib. 1. pr. 30, vel per calculum itidem expeditissimum, quem Halleyus digressit, computata unica tabula, quæ ob omnium parabolarum similitudinem una omnibus inservit Cometarum parabolicis motibus, & ea applicatio innititur huius principio, quod tempora, quibus habentur motus angulares iidem a perihelio, sint in ratione squiplicata distantiarum homologarum quaruncunque, adeoque & distantiarum periheliorum, quæ pertinent ad orbitæ determinationem. Eiusmodi tabelam videre est etiam ad calcem Gregorianæ Astronomiæ, & in Caillianis elementis, in quibus habetur tota ratio incundi calculi tam in orbe parabolico, quam in elliptico, ut & apud alios recentiores Astronomos passim occurrit. Est autem pro Cometarum motu & illud elegans a Newtono demonstratum princ. lib. 1 cor. 7 pr. 16 velocitatem in quovis parabolæ puncto ad velocitatem corporis gyrantis in circulo in eadem a foco distantia esse in ratione subdupplicata numeri 1 ad 2; unde facile deducitur, velocitatem tum ejusdem Cometæ in diversis punctis orbitæ suæ, tum diversorum Cometarum ubicunque esse semper in ratione reciproca subduplicata distantia a Sole, quod omnium Cometarum motus secum invicem arctissimo quodam nexa conjungit.

160 Theoria tam arctis connexa vinculis, & quæ ad quævis data momenta determinat ipsum locum Cometæ, sine ullo arbitrio ipsam ad observationes pertrahendi, est sane aptissima ad hoc, ut per observationes vel everatur penitus, vel penitus confirmetur. Ubi enim quis novus Cometa illucescit, præter observationes tres, quæ orbitam determinant, quævis alia observatio dissensu suo totam funditus theoriæ everteret; atque idcirco consensus observationum cum theoria ipsa eam probat vi, quam metitur ratio summæ locorum, in quibus si observaretur, dissentiret, ad summam locorum, in quibus cum sit, non habetur dissensus major, quam is, quem observatio satis conformis theoriæ exhibet, qui in observationem, vel in aberrationunculas a Planetarum actione ortas refundi possit, quæ quidem ratio immensa est, ubi arte observandi usque adeo promota non nisi perquam exigua discrimina inveniantur. At id re ipsa accidit: nam & in Cometa anni 1680, & in tot Halleyanis, & in omnibus Cometis post Halleyum observatis, ut monuimus in adnot. ad vers. 1148, 1192, 1129 tantas ejusmodi consensus inventus est, ut in Planetarum theoriis major non hæcatur, & quidem in recentioribus selectis observationibus vix aliquot secundorum discrimen invenitur.

161 Sed maxima toti theoriæ accessit vis ex postremo hujusce anni Cometa, qui ab Halleyo primum prænunciatus, ab Astronomis omnes expectatissimus, tandem advenit, & sententiam de Cometis per ellipses maxime oblongas, sed ellipses, in gyrum actis, ac totam Newtonianam theoriæ mixtum in modum confirmavit. En brevem ejus historiam. Cum Halleyus in 24 orbitas Cometarum a se ex Newtoniana theoria definitas dilige-

zins

et inquireret, ac eorum elementa inter se conferret; invenit tres tantummodo ex iis inter se ita conformes, ut pro eadem assumenda omnino esse viderentur. Hæ sunt, quæ pertinent ad Cometæ annorum 1531, 1607, 1681. Sunt autem earum orbitarum elementa, quæ sequuntur: positur primo loco annus, quo ad perihelium appulerunt, secundo locus nodi ascendens, tertio inclinatio orbitæ ad eclipticam, quarto locus perihelii, quinto distantia perihellia a Sole in iis partibus, quarum distantia media Terræ a Sole continet 10000, quinto tempus medium transitus per perihellium ad meridiana Parisiensem juxta Caillium; fuit autem Cometa semper retrogradus.

Annus	Locus Nodi A.	Incl. orbitæ	Lo. perihelii	Distantia	Tempus perihelii
	1. 0 "	0 "	1. 0 "		Mensis. d. h.
1531	1. 19. 35. 0	17. 56. 0	10. 1. 39. 0	5670	Augusti 24. 21. 27
1607	1. 30. 21. 0	17. 2. 0	10. 2. 16. 0	5849	Octobr. 26. 18. 14
1681	1. 21. 16. 30	17. 56. 0	10. 2. 52. 45	5833	Septem. 14. 7. 48

162 Discrimen, ut constet, erat perquam exiguum, & quidem is, qui videtur progressus nodi, & aphellii, est potius regressus, nam interea principium Arietis, a quo il numerus exordium sumunt, regressum est paullo plus quam per unum minutum, nimirum spatio annorum circiter 75. Intervalla autem temporum sunt annorum 76, vel 75, parum itidem discrepantia, & ante simile intervallum in Cometarum historia occurrit Cometa insignis anno 1456, cujus tamen astronomica observationes defunctæ ad determinandam accurate orbitam. Cum admodum inverosimile videretur diversos Cometæ eandem fere, ad æqualia fere temporum intervalla, tenuisse viam, censuit Halleyus omnino post eundem circiter intervallum expectandum esse eundem Cometam, adeoque sub finem anni 1757, vel anno 1758 appariturum. *Id. anno 1757.* Apparuit quidem anno 1757 Cometa, quem tamen statim constitit longe aliam terere viam; adeoque longe alium esse ab eo, qui expectabatur; & maxima pars sequentis anni 1758 effluerat, quin Astronomis atque Geographicis quidquam de Cometa expectato constaret; cum Clerautius die Novembris 13 in primo Academiæ Parisiensis consessu, suas cum Academicis de eodem Cometa meditationes communicavit, ex quibus ejus reditum præmatuè expectatum videri sibi affirmabat, quem circa 18 Aprilis sequentis ad perihelium adventurum ex calculis molestissimis a se initis arbitraretur.

163 Viderat jam olim ipse Halleyus inæqualitatem binarum periodorum, cum prior habuerit annos 76, dies fere 63, posteriori ad 75 annos defuerint dies 42; quod discrimen repetendum erat ab actione Planetarum, nam orbitæ ellipticæ parabolis proximæ minima perturbatione velocitatis, & vis, possunt augere plurimum axem transversum, & ideo etiam tempus periodicum. Nimirum in ejusmodi ellipsis in fig. 17 *Al* debet esse quam *F. B* proxime æqualis *AS*, cui accurate æqualis est in Parabola. Quamobrem residua *Sl* est perquam exigua, & mutatio rectæ *Al* pendentis a vi, & velocitate, exigua respectu ipsius, debet non exigua esse respectu *Sl*, quæ ideo
circò

circo mutationem inferet axis SM non exiguam respectu ipsius, cum sit ipse axis SM tertius post SI , SA , adeoque manente SA , debeat esse mutatio SM ad ipsam SM , ut est mutatio SI ad ipsam SI .

164 Id quidem erat admodum manifestum, sed nemo adhuc ausus erat vivente Halleyo inquirere per Geometriam, & calculum in mutationes, quas sibi invicem inducunt Planetarum, & Cometarum actiones. In id problema jam ab aliquot annis inquiritur summo Geometrarum primi ordinis conatu, qua de re & ego dissertationem edidi, qua sine integrali calculo theoriam exposui Geometricam determinandis aberrationibus mutuis Jovis, & Saturni, ut arbitror, non ineptam: & quam cenfeo ad has ipsas hujus Cometae inaequalitates determinandas ex Planetarum actionibus ortas, applicari facile posse, quod etiam, si per tempus licuerit, me olim praestiterum confido. At primus id in Cometis sua methodo Clerautius praestitit, qui post longissimas calculorum ambages, computatis tantummodo Jovis, ac Saturni actionibus, qui in hoc potissimum Cometa plurimum possunt, invenerat & priorem illam binorum periodorum inaequalitatem unius anni, ac mensium plusquam trium, & hanc periodum deduxerat fore circiter 76 annorum, & mensium 7, nimirum longiorem postrema mensibus circiter 20, & praecedente mensibus circiter 5. Id ipsum in eo congressu modeste admodum, & subdubitanter proposuit.

165 Exitus admodum felix ingentem summis tanti viri laudibus cumulum adjecit. Sub finem Decembris deprehensus est in Saxonia a Rusticis Cometa ad Solem redux, adhuc remotus, ægre conspicuus, quem Hinsius Lipsiae observavit Januario mense, & ex iis observationibus cognovit esse illum ipsum, qui expectabatur, ac reliquum apparentem futurum cursum, utcumque definitum, praenunciavit. Fuit, qui & Parisiis cum eodem tempore observaverit, re cum aliis Astronomis aequaquam communicata, quae communicatio multo plures nobis, & admodum opportunas observationes peperisset. Paulo post ad superiorem cum Sole conjunctionem accedens videri desit, & 12 Martii ad perihellum appulit, unde redux primo quidem mane ante ortum Solis sub Martii finem, & magna Aprilis parte conspicuus est, & a pluribus Astronomis observatus, quem hic Romae usque ad Aprilis 22 vidimus, quum latitudine ipsius Australi aucta plurimum ob distantiam a Terra plurimum imminutam ita ad Australem polum accessit, ut supra horizontem usque ad diem 28 ipsius mensis nunquam prodierit. Regressum versus Aequatorem tum vidimus, ad quem accessit semper magis, & vespere videri coepit diu conspicuus, donec declinante jam Majo Lunae crescentis fulgor, & distantia a Terra ita cum nobis eripuerunt, ut deinde penitus videri desierit ob suam distantiam, & atmospharam ingentem obtundentem vim luminis jam penitus inconspicuis.

166 Mihi quidem admodum paucas observationes, quibus fidere possum, inire licuit defectu commodi ad observandum loci: adhuc tamen ex orbita superiore saeculo definita, & unica observatione medio Aprili Romae habita a R. P. Audifredo diligenti ex Dominicanorum familia observatore, qui & alias plures deinde instituit potissimum, ubi vespere se in conspectum dedit, reliquum omnem cursum sola constructione deductum in globo Caelesti ex-

stante

stante in hac nostra Bibliotheca publicè proposui, quem utut maxime inæqualem, omnino tenuit ita, ut paucorum plerumque minorum discrimen viz ibi tum initio delineatæ a via, quam tenuit, habuerim.

167 At uberiores accuratissimarum observationum seriem ad me nuper Caillius transmisit literis datis 3 Junii, quarum postrema pertinet ad diem Maii 28, ubi hæc addit. *Interim jam theoriam in arcu elliptico supputare aggressus sum; peractis autem calculis, sed incudi nondum redditis, inveni periheliu^m incidisse in diem Martii 13, h. 13, 53' temp. med. Parisiis, cum Cometa esset in puncto orbita sua sig. 10. 30. 17', distaretque a Sole 0. 5835, posita orbis magni semidiametro = 1, locus nodi ascendentis sig. 1. 230. 51', & inclinatio orbita 170. 39'. Assumo autem periodicam revolutionem 27700 dierum, trientem nempe intervalli inter primam anno 1531 apparitionem, & postremam hanc. Clairautius parat libellum de eo Cometa edendum. Hæc ille, ubi satis jam constat consensus horum elementorum cum præcedentibus, mutatione utique, quæ & ipsa ab actionibus Planetarum provenire potuerit, quod e Clerautianis calculis breviter docchimar.*

168 Hunc nemo sane, primum nimirum ea in re conatum, non felicissimum esse arbitrabitur, nam illud 37 dierum discrimen, quo appulsus ad perihelium proxime tantummodo determinatum tempus prævertit, vix totius periodi est, pars septingentesima quinquagesima, quam ipsam approximationibus calculorum ulterioribus, & aliorum Planetarum actionibus computatis sublato tri, nullus dubito, ac intra multo actiores limites proximum ejus sequenti sæculo reditum prænunciandum, quem multi ex iis, qui jam vivunt, utique intuebuntur; interea huic jam septimo fere Planetæ detecto audio, dum hæc scribo, vulgo Parisiis meritissimè *Clairautii* nomen impositum.

169 Hic igitur Cometa, & Cometarum rite prænunciatum reditum jam primus exhibuit, & non solum cursu ad gravitatis solaris leges exacto, gravitatem in Solem per totum systema Planetarum, ac Cometarum longe lateque pertinentem confirmavit, in quo cum cæteris Cometis convenit; sed per ipsam hanc periodorum inæqualitatem ab actionibus Jovis, ac Saturni repetitam confirmavit etiam gravitatem mutuam Planetarum omnium ac Cometarum, quam mutuam gravitatem inter omnes particulas proposuimus in adn. ad vers. 1350, & comprobavimus in adn. ad vers. 1356, & 1365 per figuram globosam astrorum omnium, ac Terræ, & per actionem, & reactionem æquales, in adn. 1394 per maris ærum indicantem gravitatem partium Telluris in Lunam, de quo agemus fusius lib. 6, & in adn. ad vers. 1405 per aberrationes Planetarum, & exiguum dissensum tabularum post longum tempus a phænomenis, quod argumentum majorem acquireret vim, si perfectæ adhuc magis solutione problematis, quod appellant trium corporum, satis certo per satis convergentes series reduci poterunt ad certos calculos, & determinate erui omnes inæqualitates illæ, quas theoria requirit, ut cum observationibus conferri possint.

170 Interea, quæ huc usque obtinuimus, abunde sunt adhibenti investigationis methodos ad extendendam legem gravitatis mutuz decrepcentis in ratione reciproca duplicata distantiarum a se invicem, ut ab analysi, qua ad
cam

eam devenitum est, pergamus ad synthetum, quæ ejus consuetudina videmus, ut ex ipsa deduci possint tum per certum regressum ea, ex quibus ad ipsam devenimus, tum alia, quorum leges frustra per solas observationes quaeremus, licet pleraque, ubi per theoriam invenerimus, possimus cum observationibus conferre, & ex consensu semper magis theoriam ipsam confirmare. Id pertinet ad adn. in vers. 1405, in qua tamen notandum illud, quod innui de mea opinione circa gravitatis generalis legem, quam solum in aliquanto majoribus distantiiis arbitror satis proxime accedere ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum, sed ab ea in minimis distantiiis recedere in immensum, & esse partem legis virium multo generalioris, de qua libro 10 agemus multo uberius.

§. 4. Ad not. in versus 1446. &c.

DE SYNTHETICA DEDUCTIONE PLURIUM, QUÆ PENDENT A GENERALI LEGE GRAVITATIS MUTUÆ INTER PARTICULAS.

171 **P**rimo quidem, quod pertinet ad binas massas, quæ concepiantur compenetratæ singula in singulis punctis, abunde patet ex iis, quæ dicta sunt in adnot. ad vers. 1446, 1463, 1476. Satis patet, cum singula puncta primæ massæ gravitent in singula puncta secundæ, fore in data quadam distantia vim, quæ urgetur punctum quodvis primæ massæ in quodvis punctum secundæ, æqualem summæ virium æqualium, quibus tendit in singula puncta alterius, adeoque fore vim ejusmodi proportionalem numero punctorum massæ, in quam tenditur, & cum mutata distantia quævis ex iis viribus, quæ id punctum urgetur in singula puncta, mutari debeat in ratione reciproca duplicata distantiarum, tota vis, quæ punctum quodvis primæ massæ urgetur in totam massam secundam, erit directe ut massa secunda, & reciproce, ut quadratum distantie. Erit autem huic vi proportionalis celeritas; quæ oriri debet tempusculo infinitesimo in quovis puncto primæ massæ, quæ celeritas dicitur etiam celeritas massæ totius, adeoque ea erit vis acceleratrix massæ ipsius.

172 Habebitur igitur hujusmodi theorema: *vis acceleratrix, quæ massæ quævis tendit in aliam quamvis, erit directe, ut massa, in quam tenditur. Et reciproce, ut quadratum distantie.* Dicatur G ea vis acceleratrix primæ massæ, quæ quidem solet appellari gravitas, g vis ejusmodi massæ secundæ, dicatur autem prior massa M , posterior m , distantia vero communis D , eritque $G = \frac{m}{DD}$, & $g = \frac{M}{DD}$, unde fit, ut hæc binæ gravitates non sint æquales, sed sit $G : g :: m : M$, nimirum, *ubi duæ massæ in se mutuo tendunt, vis acceleratrix, sive gravitas primæ ad vim acceleratricem, seu gravitatem secundæ erit, ut secunda massa ad primam.*

173 At summa virium, quibus omnia puncta alterius massæ tendent in totam secundam massam, erit præterea multiplicanda per numerum punctorum ipsius.

ipſus. Ea erit vis motrix, quæ dicatur pondus, adeoque ſi eadem dicatur P , & p , erit tam P , quam $p = \frac{Mm}{DD}$ Nimirum, erit vis motrix, ſive pondus directe ut ſcſum ex utraque maſſa, & reciproce, ut quadratum diſtantiæ, ac bina ejuſmodi vires motrices erunt inter ſe æquales; quod poſterioris continet actionis, ac reactionis æqualitatem.

174 Hiſce facilioribus expeditis, tranſeundum ad id, quod in adn. ad verſ. 1484 promittitur, nimirum ad methodum computandi vim, qua maſſa molem occupans tendit in maſſam diſfuſam itidem per molem aliquam, ubi oportet colligere ſummam omnium inæqualium virium, quibus ſingula puncta maſſæ tendentis gravitant in ſingula maſſæ, in quam tenditur, redactarum ad directionem eandem, tum, ſaltem pro globis vim mediam, quæ oriatur in maſſa tendente, ortam e ſumma omnium virium, quibus ejus puncta tendunt, redactarum itidem ad eandem directionem, & diſviſam per ſummam eorundem punctorum, quæ cum ob mutuum nexum non poſſint ſe invicem deſerere, debent communi quadam velocitate ferri. Hanc theoriã altius repetam methodo, quam olim propoſui in diſſertatione de Obſervationibus Aſtronomiſis, incipiendo a determinatione vis, quæ punctum quodpiam gravitat in maſſam mole data præditam, & ſæpe iſſidem verbis.

175 Lem. 1. Trahatur in fig. 21 corpusculum C poſitum in centro ſphæræ $F.21$ AbB æqualiter ab omnibus punctis B ſitis intra curvam quæcumque $QOVH$, deſcriptam in ſuperficie ſphæræ ipſius, & vis abſoluta ſecundum CE reſolvatur in duas per CD , ED , alteram normalem plano circuli maximi ABb , quæ dicatur perpendicularis, alteram in ipſo plano ſacentem, quæ dicatur lateralis. Demum curva $QOVH$ projiciatur in planum ejuſdem circuli in curvam MRL per rectas ipſi plano perpendiculares. Dico vim abſolutam totius arcus curvæ projectæ $QOVH$ ad vim ipſius perpendicularẽ fore, ut eſt ipſa area ad aream curvæ MRL genitæ ex projectione.

176 Demonſtratur. Dividatur area $QOVH$ per quadrantes PB , Pb infinite proximos inter ſe ductos ex P polo circuli ABb in ſpatia $QOVH$, quæ iterum per arcus EF , ef circulorum, quorum P polus, dividantur in ſpatiola $EFef$, & demittantur ab omnibus eorum punctis perpendicularia ED , ed , FG , fg , projectis arcibus Ee , Ef in arcus DG , dg circulorum ex centro O deſcriptorum, divideturque area curvæ MRL in totidem particulas, quarum una $DdgG$. Ducatur præterea CE , & el parallela, & æqualis Dd occurrens DE in I . Satis patet areolas Ef , Dg æquivalere rectangulis, quorum baſes EF , DG æquales, & quorum altitudines Ee , Dd . Eſt autem ob ſimilita triangula rectangula CDE , EIe , Ee ad QI æqualem Ed , ut CE ad ED , ſive ut vis abſoluta ad perpendicularẽ. Erit igitur altitudo rectanguli Ef ad altitudinem rectanguli Dg , ſive area primi ad aream ſecundi, ut vis abſoluta ad normalem. Exprimatur vis abſoluta ſingulorum punctorum areolæ Ef per unitatem, & vis abſoluta totius areolæ exprimeretur per ipſam areolam, ac proinde vis perpendicularis per areolam Dg . Cumque eadem ſit demonſtratio pro omnibus particulis curvarum $QOVH$, MRL , exprimet prima vim ſuam abſolutam, & ſecunda vim ipſius perpendicularẽ. Quare erit ea vis abſoluta ad perpendicularẽ, ut prima area ad ſecundam. $Q. R. D.$

177 Cor. 1. Si curva $QOVH$ abeat in totam superficiem hemisphærii, ablatæ arcæ MRL in circulum maximum. Cum igitur ex Archimedis invenitur superficies hemisphærii sit dupla circuli maximi, erit vis absoluta superficiæ circuli maximi dupla vis normalis ejusdem: vis autem lateralis elidetur tota actionibus contrariis.

178 Inde jam facile definiri potest vis, qua trahitur a toto hemisphærio punctum situm in ejus centro, si ab omnibus ejus punctis trahatur in ratione reciproca duplicata distantiarum. Sit vis in punctum quodvis in distantia $z = 1$, & si distantia quævis dicatur x , erit in ea distantia $\frac{1}{x^2}$: sit ratio radii ad dimidiam circumferentiam 1 ad c : erit cx^2 circulus maximus, & $2cx^2$ superficies hemisphærii radio x ; & $2cx^2 dx$ dimidium orbis spherici, cujus crassitudo dx , & ejus vis absoluta $\frac{2cx^2 dx}{x^2} = 2cx$, adeoque ejus vis perpen-

dicularis directæ per ejus axem erit cdx , quarum omnium summa evadit cx , quæ est semicircumferentia circuli maximi ejusdem hemisphærii.

179 Lem. 2. Si HO (fig. 23) sit communis intersectio superficiæ spherice CH , cum pyramide CP , cujus basis Pp infinite parva, & supra arcam DR genitam ex projectione arcæ HO erigatur cylindricum RDM , cujus altitudo æquetur segmento NP lateris ejus pyramidis, ac vim absolutam, qua singulæ ejus particule trahunt corpusculum situm in G , exprimat unitas divisa per quadratum distantie, vim segmenti NP perpendicularem exprimet cylindricum RN divisum per quadratum CH .

180 Demonstratur. Concipiatur tota pyramis divisa per superficies sphericas æquali intervallo inter se distantes in particulas infinite parvas, ut Hb , Ns , & cylindricum RM in particulas Dd planis eodem intervallo inter se distantibus. Vis absoluta cujuscunque particule Ns æquabitur vi absolutæ Hb ; nam erit solidum Hb ad solidum Ns , ut basis HO ad basem NE , quæ bases sunt, ut quadrata laterum CH , CN , adeoque erunt vires singulorum punctorum solidi Ob ad vires punctorum Es , ut numerus punctorum in Es ad numerum in Ob , ac proinde summæ omnium æquales. Æquabuntur idcirco & vires perpendiculares. Nam si ex singulis eorum punctis demittantur perpendiculara HD , NS ; erunt omnia triangula NCS , HCD vel accuratè vel æquipollenter similia; ac proinde vis absoluta singulorum punctorum utriuslibet particule, & omnium simul ad vim perpendicularem in eadem constanti ratione CH ad HD , vel CN ad NS , & alternando vis perpendicularis totius primæ particule ad vim perpendicularem secundæ, ut absoluta primæ ad absolutam secundæ. Jam vero vim perpendicularem particule Hb exprimet particula Dd divisa per CH^2 : nam vim absolutam particule Ob exprimet ipsa Ob divisa per CH^2 , critque eadem demonstratione lemmatis 1 vis ejus absoluta ad perpendicularem, ut ipsa QH ad particulam Rd . Igitur & vim perpendicularem singularum particularum Es exprimet quævis ex æqualibus particulis Rd divisa per CH^2 , & ob earum numerum æqualem in cylindrico DM , & in segmento NP , exprimet vim perpendicularem totius segmenti NP totum cylindricum DM divisum per CH^2 .
Q. E. D.

181 Ex hoc Lem. per constructionem expeditissimam invenietur & directio,

atio, & mensura vis, qua corpusculum C positione datum attrahitur in solidum IEN utcumque irregulare, in hypothefi vis decrefcantis in ratione reciproca duplicata diftantiarum. Defcribatur in fig. 23 fphæra FAM radio quo-
vis CF . In ejus fuperficiem incurrat in A recta quævis CEH , incurrens in
ipfum folidum in EH . Demiffa AN normali ad planum cujufvis circuli ma-
ximi fphære, quod repræfentetur per diametrum FM ; in ea fumatur NO
æqualis segmento EH rectæ CH demerfo intra folidum, vel fi plura fint
ejufmodi segmenta, æqualis fimul omnibus. Solidum POQ inclufum fuperfi-
cie defcripta ab omnibus punctis O , & plano circuli FM divifum per CF^2 ex-
hibebit vim totius folidi IEH perpendicularem ipfi plano FM . Si enim ex
 C intelligantur prodire infinitæ numero pyramides, quarum segmenta EH
impleant totum folidum IEH ; totidem cylindrica NO defcripta juxta lem-
ma 2 implebunt totum folidum POQ .

182 Prodeant jam in fig. 24 ex C rectæ CR , CS fibi invicem perpen-
diculares, & erigatur CT perpendicularis plano SCR , quarum quælibet
exhibeat vim folidi IEH figuræ 23 fibi parallelam hac methodo definitam,
& completo primum rectangulo $RCSV$, tum rectangulo $TCVX$ exprimet PX
& directionem, & quantitatem vis ejus, qua punctum C attrahitur in datum
folidum, compofitam ex omnibus viribus fimul conjunctis. Nam vis puncti
cujuslibet poteft primo refolvi in duas, alteram perpendicularem plano SCR ,
alteram lateralem fecundum ipfum planum, & iterum hæc posterior in vires
parallelas SC , CR , quarum omnium fummæ expriment per conftructionem
rectæ CS , CR , CT .

183 Si punctum C effer intra ejufmodi folidum, oporteret assumere NO
æqualem non toti EH , fed differentiæ diftantiarum puncti C interjacentis in-
ter puncta E , & H ab iis, ob virium contrarias directiones habentium eli-
fionem. Quamobrem fi punctum ipfum C fuerit intra cavitatem cruftæ cujuf-
dam habentis ejufmodi proprietatem, ut ducta per ipfum quavis recta æqua-
les ejus partes intercipientur hinc, & inde intra ipfius cruftæ craffitudinem,
vis erit nulla, evanefcente eo cafu illa NO æquali ipfarum differentiæ. Por-
ro id accidit intra orbem fphæricum, & intra orbem ellipticum claufum hi-
nis fuperficiebus ellipticum fimilium, & eodem centro defcriptarum, quod
facile deducitur ex meorum conicorum num. 343, & demonstratione nume-
ri 633. Quare punctum ubicunque pofitum intra ejufmodi orbem erit in
æquilibrio elife in quacumque directione omnibus oppofitis actionibus, quod
propofuimus demonftrandum in adnotatione ad verf. 1517, & 1523.

184 Si in fig. 23 folidum IEH fuerit genitum ex revolutione curvæ cu-
juslibet IEG circa axem CIG , fatis erit invenire vim parallelam ipfi axi,
reliquis ad hanc normalibus elifis per actiones contrarias, & fatis erit de-
fcripto quadrante FV circuli FAM determinare curvam tantum POS , tum
eam revolvere circa axem CS . Immo poffet ipfa curva IEH transformari in
curvam ieh factis Ne , Nh æqualibus ipsis CE , CH . Nam fieret femper
 $eh = EH$, & eadem demonftratione numeri 181 folidum genitum a curva
nova $IehG$ divifum per CF^2 exhiberet vim prioris folidi. Porro fi ducta ER
normali ad CF detur ex æquatione ad primam curvam CR per RE , adeoque
etiam per CE , ftatim determinabitur æquatio ad curvam $IehG$. Eft enim
 $CA : CN :: CE = Ne$. CR . Quare factis $CA = 1$, $CN = x$, $Ne = y$,
Tom. II. Z erit

erit $CR = xy$, qui valor si ponatur æqualis valori ipsius CR dato per y , habebitur æquatio.

185 Et hoc quidem pacto computari potest vis in solidum quodcumque habens ejusmodi axem puncti positi in axe ipso, quod problema proposuimus in adn. ad vers. 1902, ubi & ejus solutionem promissimus omniam expeditissimam. Hæc quidem est satis expedita, & sponte ab hac theoria consequitur, quæ ad liberandam fidem erit satis, cum ea indigere non debeamus; nam pro ellipsoide dabimus inferius peculiarem ex ipsa ellipsoidis natura repetitam, quæ erit ad nostrum usum accommodatior, & expeditior. Hic interea erucemus ex hac theoria vim puncti siti extra spheram aliquam, qua determinatione hic indigemus ad illustranda, quæ proposuimus in adnotatione ad vers. 1537.

186 Sic in fig. 25 sphaera $GHEI$ solidum illud figuræ 23, & si radius CV F. 25 circuli FVM transeat per ipsum centrum circuli $GHEI$, eadem sphaera in figura 25 erit æqualis solido PSQ fig. 23. Occurrat enim RA ipsi sphaeræ in N , & O , ducaturque VP perpendicularis ad AC , & æqualis erunt triangula rectangula CRA , CNV ob angulos ad A , & C alternos æquales, & bases CV , CA æquales. Quare erit $RC = VP$, adeoque chorda NO distabit a centro æque, ac chorda EH ; & proinde erit ipsi æqualis, adeoque æqualis erit rectæ NO figuræ 23; quod cum ubique accidat, erit & tota area $GONI$, & solidum ab ipsa genitum, æqualis areæ PSC figuræ 23, & solido ab ipsa genito. Quare ipsa sphaera divisa per quadratum distantie CV ab ejus centro exprimet quæsitam vim. Ipsa autem sphaera divisa per idem ejusdem distantie quadratum exprimeret vim, si tota compenetraretur in centro. Igitur punctum extra spheram positum in eam tendit eodem modo, ac si omnia ejus puncta compenetrarentur in ejus centro, quod erat postremo loco propositum in ea adnotatione.

187 Conditio puncti extra spheram positi necessaria est, ut habeatur summa virium omnium parallelarum CD directa in eandem plagam; idem autem theorema habet locum etiam pro orbe sphaerico clauso binis superficieribus concentricis, quod punctum extra se positum trahit, tanquam si omnia ejus puncta sint compenetrata in centro; cum enim & tota sphaera exterior, & tota interior trahat, tanquam si omnia puncta essent in centro, oportet & id, quo sphaera major minorem excedit, eodem modo trahat.

188 Quod dictum est de puncto sito intra & extra orbem sphaericum, locum habet etiam in simplici superficie, in quam orbis in infinitum attenuatus abit, quanquam in orbe elliptico locum non habeat, quod quidem accurate demonstrari posset, sed hic omitimus, quia nullus simplicium superficierum usus occurreret inferius in his, de quibus Noster agit, & in quorum gratiam hæc præmisit.

189 Cum vis puncti in spheram sit eadem, quæ esset, si omnia ejus puncta essent in centro, etiam vis sphaeræ in punctum erit eadem, ac esset, si omnia ejus puncta in centro essent, quod facile deducitur ex æqualitate actus ionis, & reactionis. Sed vis sphaeræ compenetratæ in suum centrum in spheram non compenetratam esset eadem, ac si hæc secunda sphaera esset tota compenetrata in centro suo. Igitur vis sphaeræ in spheram erit eadem, quæ esset, si ambæ essent compenetratæ in suis centrīs. Quamobrem lex virium pro sphaeris erit

erit eadem, ac pro punctis, vel massulis occupantibus spatia, quæ respectu distantia haberi possint pro punctis; de quâ hujus legis proprietate notandum id, quod in adnotatione ad vers. 1580 exhibui; ut & illud notandum, quod de homogeneitate, & heterogeneitate densitatis in iisdem, vel diversis orbibus est dictum in ada. ad versum 1537, quod ad omnia superiora rite applicari posse patet ex ipsa demonstrationis exhibitæ consideratione.

190 Ex num. 187 sponte consequitur id, quod proposuimus in adnot. ad vers. 1588, vim puncti positi in superficie binorum globorum fore, ut eorum radios. Nam massæ sunt, ut cubi radiorum, qui divisi per eorundem quadrata, relinquunt radios simplices; quod quidem theorema extendi ad omnia solida similia, in quorum punctis homologis vires sint, ut latera homologa, demonstravimus abunde in adnot. ad vers. 1607. Pariter in ada. ad vers. 1638. abunde declaratum est, quo pacto hinc inferatur vim in parietes gravium delabentium debere esse ad sensum nullam: ibidem & in 4 e sequentibus adnotationibus agitur de deviationibus pendulorum perturbantibus astronomicas observationes, & innuitur posse definiri eorum ope massam Terræ; sed cum de hac re Noster inferius agat fusius, ea simul omnia illustranda reservamus §. sexto, & postremo hujus libri.

191 Interea illustrandum hic occurrit, quod in adnot. ad vers. 1680 proponitur de binis globis positis in superficie horizontali exacte lævi, secunda omni resistance aeris. Sit radius eorum globorum a , distantia centrorum b , & queratur vis, qua in se mutuo tendunt respectu vis gravitatis in Terram, ac tempus, quo ad se invicem accedent per datum spatium c , existente e motu utriuslibet. Dicatur radius Terræ r , & erit vis globi alterius in alterum ad vim gravitatis, ut $\frac{a^3}{b^2}$ ad $\frac{r^3}{r^2} = r$. Sed ex num. 166 tam 1 sunt spatia, ut vires, & quadrata temporum conjunctim, adeoque quadrata temporum directe, ut spatia, & reciproce, ut vires. Igitur si sit g effectus vis gravitatis respondens radio r , erit ut $\frac{g}{r}$ ad $\frac{b^2 c}{a^3}$, ita unum secundum ad quadratum temporis debiti illi accessui c computati in secundis, quod erit $\frac{b^2 c r}{a^3 g}$.

192 Si radius a sit pedis unius, distantia b pedum 10, motus c pedis unius; cum per num. 185 sit $r = 19641762$, & $g = 15.067$, substitutis iis valoribus habetur tempus questum $11418''$, quod tempus superat horas tres. Tempus quidem erit multo brevius, si bini globi collocentur in minore distantia, & queratur tempus, quo debeat percurrere spatium multo minus. Si nimirum distantia superficierum sit perquam exigua, ut nimirum assumi possit distantia centrorum $b = 2$, & spatium percurrendum c sit unius lineæ pedis Parisiensis, invenietur tempus $190''$, quod vix superat minuta tria. At & id tempus non est ita breve pro motu tam exiguo, & ratio ejus vis ad gravitatem, quæ in priore casu erit $\frac{1}{100}$ ad 19641762 , sive 1 ad 1964176200 , erit in secundo adhuc $\frac{1}{4}$ ad 19641762 , sive 1 ad 78567048 , adhuc ita exigua, ut minimum impedimentum ortum a frictione, vel inclinatione

natione plani prorsus insensibili omnem ejus effectum impediat. Et quidem; quod ad plani inclinationem pertinet, cum gravitas absoluta ad respectivam sit (num. 501 to. 1) ut radius ad sinum anguli, quo planum inclinatur ad æquatorem; si fiat ut 78567048 ad 1, ita radius ad sinum anguli cujusdam, invenietur is angulus minor 10 minutis quartis, adeoque inclinatio plani minor decem minutis quartis, quæ est prorsus insensibilis, elidit omnem effectum ejusmodi vis mutuz.

193 Veniendum jam ad illud, quod habetur in adnotatione ad versum 1768 de gravitate puncti intra globum homogeneum pergentis a superficie ad centrum. Ea decrevit in ratione directâ distantiz a centro, quod convenit etiam sphæroidi ellipticæ, & in ea adnotatione rite demonstratur. Nam si concipiatur globus, vel sphærois interior similis, cujus superficies transeat per locum puncti, orbis exterior nihil agit (num. 183), & vis in reliquum interiorem globum, vel in sphæroidem interiorem (num. 190) erit, ut distantia a centro.

194 Progrediendum nunc esset ad vim puncti translati per superficiem sphæroidis ellipticæ, & habetur in adn. ad vers. 1797; sed id quidem est nimis connexum cum determinatione figuræ Telluris ex æquilibrio, de qua paullo inferius. Interea agemus hic de quibusdam, quæ pertinent ad legem continuitatis læsam a vi decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum.

§. 5. Ad notam in vers. 1768.

DE CONTINUITATIS CONSERVATIONE, ET LÆSIONE IN LEGIBUS GRAVITATIS.

195 **S**I ratio puncti accedentis ad centrum intra globum homogeneum conferatur cum ratione puncti positi extra globum, committitur quidam saltus, quo altera lex abruptitur læsa continuitate, & abit in alteram momento temporis, qui saltus videtur haberi etiam in Natura, ubi aliud quod grave ex aliqua altitudine descendat, & per fossam excavatam pergat moveri intra terram. At revera ea continuitatis læsio in Natura non habetur. Nam in primis illæ leges supponunt rationem reciprocam duplicatam distantiarum accurate servatam usque ad minimas distantias, quam ego nunquam arbitror penitus accuratam esse, & in minimis distantis censeo in repulsionem etiam abire vim. Deinde posita etiam illa lege vis punctorum in puncta decrescens in ratione reciproca duplicata distantiarum, leges propositæ pro puncto posito extra, & intra globum, non habent locum, nisi globus constet materia continua totus, sine ullis poris, ejusmodi globi nulli sunt in Natura, nec in mea theoria ulli esse possunt. Præterea posito, quod hujusmodi globi haberi possent, nimirum posita continuitate materiz, non potest haberi unicum punctum, quod descendat, sed corpusculum quoddam, pro quo, si sit & ipsam globulus quidam, ratio reciproca duplicata distantiarum habebitur, dum erit totus extra globum, sed altera directâ distantiarum.

stantiarum non habebitur accurate intra, nec ingressus fiet momento temporis totus, sed prius immergetur particula ejus exigua, tum alia, atque alia, & interea mutatio prioris legis in novam fiet sensim per intermediarias rationes continuitate servata. Accedit autem & illud præcipuum, quod cum compenetratio haberi non possit, debet adesse in globo hiatus, & defectus materiæ in eo, qui defectus turbat legem respondentem globulo tum existenti extra, tum immerso. Et quidem si detur foraminis magnitudo, & figura, ac quantatur lex gravitatis in globum ita perforatum globuli existentis extra, & intra invenietur lex continua pro utroque casu eadem, & expressa per eandem curvam, quæ in majoribus distantii a superficie parum recedet a legibus, quæ sine foramine haberentur, si foramen ipsum exiguum sit, at prope superficiem ab utraque recedet plurimum, & alteram tum altera connectet continuitate servata.

196 Ex his patet in casu proposito nullam in Natura læsionem continuitatis haberi, & vim gravium descendentium extra Tellurem esse non accurate, sed proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro, ac vim gravium intra itidem proxime in ratione directa ipsarum. Id quidem tum ex omnibus superioribus eruitur, tum etiam e superficie scabritie, sive montibus. Omisitis reliquis omnibus hæc una causa efficit, ut lex, quæ in magna distantia iis non obstantibus esset quamproxime reciproca duplicata distantiarum, in accessu ad superficiem Terræ incipiat recedere magis ab eadem, & in spatio, quod montes, & valles occupant, neque sit reciproca duplicata, neque directa, sed variabilis ita, & quodammodo veluti fluctuans, ac serpens, ut non nisi in ea distantia a superficie, respectu cuius inæqualitates sint ad sensum nullæ, fiat ad sensum ratio directa, continuitate servata, & omni saltu excluso. Quam ipsam ob causam gravitas quæsitæ per pendula isochrona, & ad litus maris non respondet altitudini montis comparati ad semidiametrum Terræ assumpta ratione reciproca duplicata distantiarum.

197 Solum igitur si concipiatur accurata sphaera homogenea continua, & verum punctum, quod descendat, & immergatur intra ipsam compenetratum cum omnibus punctis lineæ rectæ, quam intra globum percurrit, abrumperetur lex in ipso appulsu ad superficiem; sed eo pacto læderetur continuitas geometrica, non physica. Porro hæc eadem continuitatis geometricæ læsio, quæ nusquam ab ipsa Geometria committitur, ortum ducit tantummodo ex eo, quod ratio reciproca duplicata distantiarum est hypothetis, quæ per se ipsam lædit continuitatem geometricam, & generaliter per Geometriam exponi non potest, ut nec per Algebram, quod mirum videbitur rem altius non perpendenti; sed facile demonstratur.

198 In recta AB fig. 26 sit C centrum virium decreescentium in ratione reciproca duplicata distantiarum, ad quod tendat punctum P positum in ea ubicumque, & exprimat ejusmodi vim PL ordinata ad curvam DLE . Patet hanc curvam fore ramum Hyperbolæ cubicæ, in qua solidum ex quadrato PL ducto in PC erit æquale cubo cuidam dato, cujus asymptoti erunt ACB , & recta MCN ipsi ACB perpendicularis. Ejus curvæ continuatio, ut constat, & ut per solam etiam Geometriam demonstravi in dissertatione adjuncta tertio meorum Elementorum tomo, est ramus MSI jacens in angulo MCB posito deinceps respectu prioris ACM ita, ut uterque jaceat ad eandem partem res-

specu AB , non vero ramus HLI positus in angulo NCB ad verticem opposito. Quare ubi punctum P transgresso puncto C abeat in p , oporteret eam vim exprimi per rectam pl jacentem ad eandem plagam, adeoque esse directionis ejusdem. Et tamen cum ea dirigatur ad C , debet mutasse directionem, & exprimi per pl' . Quare ejusmodi lex in ipso transitu per C abruptitur, & abit in aliam, & dum prius exprimebatur per ramum DLE unius hyperbolæ, ejus continuatione ELG prorsus relicta, ipsi substituat crux HLI pertinenens ad aliam curvam nihil commune habentem tum curva priore, præter similitudinem, & æqualitatem cum positione contraria conjunctam.

199 Idem accidit algebraicæ formulæ; quæ vim exprimat. Si distantia CP dicatur x , erit vis $\propto \frac{1}{x^2}$. Abeat CP in Cp : mutatur x in $-x$, sed formula $\frac{1}{x^2}$ valorem non mutat. Non igitur mutari debet directio vis expressæ per eam formulam; & cum debeat mutari, ut dirigatur ad C , generaliter per illam formulam hujusmodi centripeta vis non exprimitur. Inde nimirum accidit, ut si punctum tendens debeat transire per illud punctum, in quod cadit, & abire ad partes oppositas, debeat necessario per ejusmodi legem ladi continuitas geometrica, & analytica; atque id ipsam accidit, ubi punctum, quod erat extra globum continuum, abit intra ipsum. Si pro globo continuo adhibeatur globus perforatus cylindro quodam, ut nulla puncti advenientis distantia evadat negativa; invenietur lex continua pro omni tractu extra, & intra globum sit, quod facile patebit ejusmodi legem exquirere.

200 Patet igitur, quidquid hic habetur vitii, id omne provenire ab ipsa lege vis accuratè decrescantis in ratione reciproca duplicata distantiarum; & ideo ea non solum non est omnium legum perfectissima, sed est admodum imperfecta, & eliminanda ex ipsa Geometria & Analyti. Quin immo inde patet repugnare legem quæcumque vis centripetæ decrescantis in ratione reciproca cujusvis potentiz habentis exponentem parem, quæ eodem laborat vitio. Verum plura mihi argumenta sunt contra omne genus virium attractivarum, & crescentium in infinitum imminutis in infinitum distantis, quæ proposui in mea dissertatione de lege virium in Natura existentium, & in supplementis meæ Theoriæ Philosophiæ Naturalis, quam Viennæ primum edidi superiore anno. In eadem meâ Theoriâ nullæ sunt ejusmodi difficultates, cum in minimis distantis ibi repulsivas, non attractivas vires admittam; & quæ hic dicemus de ratione reciproca duplicata distantiarum, ea applicabuntur ad Naturæ proximè, non accuratè, & in majoribus, non in minimis distantis. Theoremata omnia eo pertinentia rite procedent, & per communes methodos transformationis locorum geometricorum applicari poterunt ab uno casu ad alios, dummodo nusquam concipiatur distantia post evanescentiâ facta negativa, in quo transitu continuitatem ladi ea lex; quam ob causam quæ de vi centrali directâ ad focum Ellipseos demonstrata sunt, omnia transferri jure possunt ad reliquas conicas sectiones; sed quæ demonstrantur de vi puncti sit extra globum, vel orbem sphericum, non possunt transferri ad vim puncti sit intra ipsum, quo nimirum abire non potest, nisi aliqua distantia mutante directionem post evanescentiâ, adeoque ludente continuitatem.

§. 6. Ad notam in vers. 1797. &c.

DE INÆQUALITATE GRAVITATIS PER SUPERFICIEM
TELLURIS, ET FIGURA IPSIUS TELLURIS
EX ÆQUILIBRIO.

301 **I**N hac, & sequentibus adnotationibus proposita sunt multa, quæ pertinent ad hæc duo argumenta, quæ inter se plurimum connexa sunt, quæ quidem indigent illustratione geometrica. Hæc ego alibi multo uberius pertractavi, atque in primis, quod pertinet ad figuram Telluris, in quinto opusculo voluminis de Litteraria Expeditione: hic proponam quamcontractissime licebit præcipua, quæ ad rem ritè cognoscendam videbuntur maxime necessaria, atque eadem ordine diverso ab eo, qui habetur in ipsa adnotationibus, conimitemur; qui ad deductionem videbitur aptissimus. Ordiam autem ab ipsa figura Telluris, ex qua, quod pertinet ad inæqualitatem gravitatis, facile derivatur.

302 Si gravitas terrestrium corporum dirigatur ad unicum centrum, determinatio figuræ terrestris esset maxime expedita. Ejus perquisitio duplici modo fieri potest, vel querendo figuram, cujus superficiei sit perpendicularis directio gravium, quod est necessarium, ne in ipsa superficie defluant aquæ ex altera in alteram plagam, vel querendo figuram, in qua bini canales quicunque demissi ad centrum in æquilibrio sint: utraque eandem determinationem exhibet: assumitur autem tota Terra in ea hypothese, ut homogenea, & fluida; si enim tota constet aquis, tum post æquilibrio acquisitum concresecat quæcunque fluidi pars, ac addensetur utcunque; & ipsi addantur moles aliæ extantes, quæ positionem centri non mutant, adhuc fluidum reliquum manebit immotum, nulla inde in ejus particulas inducitur vi nova. Quare maria, eandem habebunt figuram, quæ per ejusmodi suppositionem definitur, quam figuram proxime debet habere & Tellus, quæ tam parum supra marium superficiem assurgit.

303 Porro in primis si Terra quiescat, facile patet ex utroque capite in ea hypothese gravitatis debere figuram Telluris esse sphericam. Nam facile demonstratur figuram, cujus superficies sit perpendicularis rectis tendentibus ad datum centrum, esse spheram, & solos canales æqualis altitudinis posse æqualia pondera continere. At Terra gyrante circa proprium axem vis centrifuga æquilibrio in spherica figura tollit, cum ea sub æquatore sit maxima, per totum axem nulla.

304 Generalem constructionem figuræ pro quavis hypothese gravitatis directæ ad unicum centrum exhibui primum ope simplicis Geometriæ in mea dissertatione de Figura Telluris: eandem multo simpliciore reddidi in eo opusculo; voluminis de Litteraria Expeditione, ac fusius pertractatam ad plures casus peculiare applicavi a num. 16 ad 73; potissimum ad binos, alterum gravitatis constantis, quam Galileus adhibuit, & in hac perquisitione Hugenius, alterum gravitatis crescentis in ratione directa distantiarum a centro, qua Hermannus est usus. Sed quoniam de hac hypothese gravitatis

directæ ad unicum centrum, quæ in Natura nequaquam existit, Noster non agit, nec nimis arcti horum supplementorum limites latius evagari permittunt, proponam tantummodo sine accurata demonstratione ipsam generalem constructionem, sanè simplicem, & elegantem.

F.26 205 Referat in fig. 16 AC semidiametrum æquatoris, & ordinatæ IM ad curvam quandam DME exhibeant vim gravitatis pro quavis distantia CI . Sic autem CHF quadratrix ejus curvæ ita, ut IK sit semper æqualis areæ $ECIM$ applicatæ ad rectam CA , quæ quadratricis ordinata pro quavis abscissa CI dabitur per curvarum quadraturas, data curva DME exprimente legem gravitatis. Sumatur vero FG ad DA in ratione dimidiæ vis centrifugæ sub æquatore ad vim gravitatis ibidem, ducaturque GH parallela AC , quæ occurrat rectæ IK in L , & assumpta CN versus A , quæ sit ad CA in ratione subduplicata rectæ LK ad GF , ducatur NO perpendicularis ad CA , & in ea centro C intervallo CI inveniat punctum O ; quod erit ad curvam questam referentem figuram Telluris.

206 Hæc constructio eruitur ex num. 19 ejusdem opusculi. Inde autem facile eruitur pro ejusmodi hypothefi etiam ratio semidiametri æquatoris ad semiaxem. Si enim GH occurrat in H curvæ CKF , & ducatur HP parallela FA occurrens rectæ CA in P , erit CP æqualis semiaxi CB . Nam puncto I appellente ad P , evanescit LK , adeoque evanescit CN , & rectæ CO , ON abeunt in CB , quæ æqualis erit CP , cum in ipsam tum abeat CI æqualis CO .

207 In hypothefi gravitatis constantis hæc curva evadit algebraica gradus quarti, ea ipsa, quam invenit Hugenius: in hypothefi gravitatis crescentis in ratione directâ simplici distantiarum evadit ellipsis conica; in omnibus autem hypothefibus gravitatis directâ ad unicum punctum, si vis centrifuga respectu gravitatis sub æquatore sit exigua; erit proxime excessus semidiametri æquatoris supra semiaxem ad ipsam æquatoris semidiametrum in ratione dimidia vis centrifuga sub æquatore ad vim gravitatis ibidem, qua ratio habebitur accurate in hypothefi gravitatis constantis, cujuscunque magnitudinis sit vis centrifuga. Cum enim sit area $DACE = CA \times AF$, & arca $CPQ = CA \times PH = CA \times AG$; erit area $DAPQ = CA \times GF$. Porro si vis sit constans, erit IM semper æqualis AD , & $DAPQ$ accurate rectangulum sub PA , & AD ; in quacumque autem alia curva, si GF fuerit satis exigua respectu AD , erit GH , & AP exigua, adeoque $DAPQ$ haberi poterit pro rectangulo sub DA , & AP . Quare fiet $CA \times GF = AD \times AP$, adeoque $AP : CA :: GF : AD$, nimirum ex constructione ut dimidia vis centrifuga sub æquatore ad gravitatem ibidem.

208 Posita semidiametro æquatoris pedum Parisienseum 19668203, & pendulo oscillante sub æquatore ad singula secunda horaria pedum 3 lin. 7.31. vis centrifuga sub ipso æquatore ad vim gravitatis ibidem est juxta num. 114, ut 1 ad 188. 7. Hinc excessus semidiametri æquatoris supra semiaxem ad semidiametrum æquatoris erit, ut 1 ad 577. 4; sive pedum 34063, vel passuum 6813. Quare in hypothefi gravitatis constantis elevatio æquatoris esset minor 7 milliariis, & in quacumque hypothefi gravitatis directæ ad unicum punctum esset ea elevatio proxime ejusdem mensuræ, adeoque perquam exigua terrestris figuræ compressio.

209 Hæc quidem pertinent ad gravitatem tendentem ad unicum punctum :

at

at ea lex gravitatis non habet locum in Natura, uti vidimus, cum ipsa gravitas oriatur ex generali mutua vi, qua singulæ materiæ particulæ in alias singulas tendunt in ratione reciproca duplicata distantiarum. Determinatio figuræ terrestris in hac theoria gravitatis est multo magis ardua, & prolixa, cum ipsa gravitas in locis singulis pendeat a figura, & figura pendeat a gravitate ipsa, in qua perquisitione Newtonus incassum laboravit, uti diximus in annotatione ad vers. 1941; feliciter autem rem confecit Mac-Laurinus. Ego rem totam ad solius finitæ Geometriæ vires redegi in memorato opusculo, cuius ope simplices erui algebraicas formulas, & theorematum maxime necessaria ad eandem rem, ejusque consecutaria scitu digniora, ac in eo argumento versatus sum a num. 84 usque ad 255, nimirum usque ad finem capituli primi. Singula fuisse persequi, & accurate demonstrare non fuit ipsa horum supplementorum brevitatis; quamobrem indicabo tantummodo methodum, quam adhibui, & theorematum præcipua, ac formulas inde erutas; ubi tamen occurrerent quædam & perpoluta magis, & promota ulterius, quam ibi.

210 Methodus omnis innuitur sequenti elegantissimo theoremati invento a Mac-Laurino. Si in fig. 27 *PBlb* sit sectio sphaeroidis genita conversione ellipsos circa axem suum utrumlibet, cujus sectionis *Bb* sit vel axis, vel diameter aquatoris, & vires singula, quibus punctum *P* positum in perimetro ipsius sectionis tendit in omnia sphaeroidis puncta, resolvantur in duas, quarum altera sit perpendicularis ipsi *Bb*, altera vero agat secundum ipsius directionem, ducta autem chorda *PDl* perpendiculari ad ipsam *Bb*, cui occurrat in *D*, concipiatur sphaeris priori similis transiens per *D*; summa omnium virium urgentium *P* secundum directionem *Bb* erit æqualis vi, quæ urgeretur punctum positum in *D* a sphaeroide *DEd* secundum directionem eandem.

211 Hoc theorema requirit ad sui demonstrationem plura lemmata, quorum ego ibidem & numerum imminui, & demonstrationem aliquanto simpliciorrem exhibui. Inde autem, & ex illis, quæ supra demonstravimus, sponte consequitur hoc aliud. Pro punctis omnibus existentibus ubicumque in *p* in chorda *Pl* summa virium agentium directione *Bb* est eadem, ac ipsa ad vim puncti positi in *B*, est ut *CD* ad *CB*. Primum patet ex eo, quod si concipiatur alia sphaeris transiens per *p*, vis in totum orbem clausum inter ejus superficiem, & superficiem *PBlb* sit nulla juxta num. 183; vis autem in sphaeroidem hanc novam, similem utique sphaeroidi *DEd* sit æqualis vi puncti positi in *D*. Secundum patet ex num. 190, cum vires in solida similia punctorum similiter collocatorum sint, ut latera homologa; adeoque vis puncti positi in *D* ad vim puncti positi in *B*, ut *CD* ad *CB*.

212 Præter hoc Mac-Laurini theorema requiritur ad absolutam demonstrationem hoc aliud. Si educitis utcumque usque ad extremam superficiem e quovis puncto assumpto utcumque intra quoddam fluidum binis canalibus, summa virium agentium versus id punctum in altero, æquetur summa virium agentium in altero in idem punctum; id fluidum erit totum in æquilibrio. Ad hoc ut fluidum in æquilibrio sit, requiritur, ut canales quicumque non solum rectilinei, sed & utcumque curvilinei, nec tantummodo terminati ad superficiem, sed etiam utcumque in se redeuntes in æquilibrio sint; ac præterea, ut vis punctorum, quæ in superficie sunt sita, sit perpendicularis superfici

sciel ipsi. Mac-Laurinus solos rectilineos canales adhibuit, Clerautius in egregio opere de figura Telluris etiam curvilineos adhibendos, censuit calculo integrali usus; at ex rectilineis solis facile ad curvilineos quoscumque sit transitus methodo, quam adhibui in eodem opusculo a num. 115, & quod pertinet ad directionem vis in superficie, inde itidem derivari facile demonstravi ibidem num. 118; unde fit, ut solum rectilineorum canalium equilibrium sufficiat ad absolutam demonstrationem.

213 Theorema inde demonstrandum, & rem totam efficiens huc reduci-
F. 28 tur. *Consuet spherois elliptica ABab in fig. 28, cujus axis Bb, fluido homoganeo, cujus particula gravitent in se invicem in ratione reciproca duplicata distantiarum, & præterea sollicitentur aliis tribus viribus, quarum prima dirigatur ad centrum spheroidis C, & sit proportionalis distantii CP ab ipso centro, altera sit perpendicularis axi spheroidis Bb, & proportionalis distantii PK ab ipso axo, tertia sit parallela axi ipsi, & proportionalis distantii a plano æquatoris perpendiculari axi ipsi, & ducto per centrum; & si semiaxes CB, CA ellipseos genitricis sint inverse proportionales viribus totis, qua agant in particulas aequales sitas in extremis punctis axium A, & B; fluidum erit in æquilibrio.*

214 Ad absolutam hujus theorematism demonstrationem concipitur planum transiens per axem, & punctum quodvis assumptum vel intra spheroidem, vel in ejus superficie, quod efficiet ellipsim genitricem transcurrentem per illud idem punctum, & vires omnes, quibus id punctum argetur in omnia puncta spheroidis, resolvuntur in tres, quarum prima agat secundum directionem axis, secunda agat secundum directionem ipsi perpendicularem, tertia secundum directionem perpendicularem plano illi concepto: porro vires omnes agentes secundum hanc tertiam directionem eliduntur mutuo; cum illud planum secet spheroidem in bina segmenta prorsus æqualia; & similia; ac remanent illæ primæ duæ, quæ juxta num. 211 sunt, ut distantie a binis axibus ejus ellipseos genitricis; cum nimirum in fig. 27 vis puncti P secundum directionem Bb sit eadem, ac vis puncti D; hæc autem sit, ut DC. Reliquarum autem trium virium secunda, ac tertia sunt ex hypothesi proportionales distantii ab ipsis axibus ellipseos genitricis, & tertia proportionalis distantie a centro resolvi potest in duas proportionales distantii ab ipsis axibus; quæ obrem omnes illæ quatuor vires reducuntur ad duas proportionales distantii ab axibus ipsis, & iisdem perpendicularates.

215 Jam vero si in fig. 28 ex quovis puncto E assumpto intra spheroidem concipiatur primo quidem quivis canalus EF intra planum ABab, & cujusvis ejus particule si vires secundum rectas IG, Gi parallelas AA, Bb resolvantur in duas, alteram perpendicularem canali ipsi agentem secundum OG, vel GO, alteram secundum ipsius directionem IOi; & capiatur posteriorum omnium summa; ea invenitur constans; quæcumque fuerit directio canalus EF; tum si canalus concipiatur quicumque utcumque positus extra id planum, invenitur summa virium particularum omnium pertinentium ad ipsum redacta ad directionem ipsius canalus æqualis summæ virium pertinentium ad canalem positum in illo priore plano; atque eo pacto deveniunt ad æquilibrium omnium canalium rectilineorum proceduntium e quovis puncto E eam directione quæcumque usque ad superficiem; quod absolutum totius fluidi æquilibrationi indicit.

216 Sed si utamur sola directione vis punctorum in superficie collocatorum; ea jam satis per se determinat rationem semiaxium CA , CB reciproce proportionalium viribus in eorum verticibus A , & B . Sit enim ejusmodi ratio axium, & assumpto quovis puncto P in superficie spheroidis, cujus sectio per axem transiens per ipsum P sit ea, quam figura exhibet, sint PD , PK perpendiculares axibus Aa , Bb ejusdem sectionis, ac PL normalis ad axem Bb ita occurrerit ipsi in L , ut (conicorum num. 462) sit KL ad KC , ut quadratum CA ad quadratum CB . Est autem vis puncti P secundum PK ad vim secundum PD in ratione composita ex hisce tribus, vi P per PK ad vim puncti A , vi A ad vim B , vi B ad vim per PD . Prima ratio est DC , seu PK ad AC ; secunda BC ad CA ; tertia BC vel CK , quæ conjunctæ evadunt PK ad KC , & BC^2 ad CA^2 , cumque ea secunda ratio sit eadem, ac KC ad KL , habebitur ratio PK ad KL . Quare vires agentes in P iis directionibus, & in ea ratione component vim per ipsam normalem PL ; quod oportebat ad æquilibrium.

217 Ut jam applicetur hoc theorema ad inveniendam figuram Telluris in casu fluidi homogenei, vel fluidi cum solido ipsi homogeneo, & demerso, satis erit considerare binas tantummodo ex illis quatuor viribus, quas posuimus; reliquæ autem binæ habebunt locum infra, & ubi agitur de maris aestu. Prima est vis, quam parit mutua particularum gravitas in se invicem, secunda vero vis centrifuga orta ex motu diurno. Ea vis dirigitur ad partes oppositas centro circuli descripti motu diurno, quod centrum est in axe, & cum omnes circuli in motu diurno describantur eodem tempore, erit (num. 266 tomi 1) ut radius circuli descripti. Nimirum habebit directionem perpendicularem axi, & erit proportionalis distantie ab ipso axe, quæ erant conditiones assumptæ in ejusmodi vi. Quamobrem jam habetur illud, Tellurem, si constet fluido homogeneo, debere ex motu circa proprium axem induere figuram accurate ellipticam, cujus semiaxis ad semidiametrum æquatoris sit, ut est vis gravium sub æquatore ad vim gravium sub polo. Oportebit autem invenire earum binarum virium valores in A , & B saltem per ipsas semidiametros CA , CB , ut ex iis valoribus positis reciproce proportionalibus iisdem semidiametris obtineatur harum ratio, & figuræ ellipticitas.

218 Vim ex mutua gravitate in æquatore, & polo, datis axibus ellipseos genitricis, liceret investigare ope theorematum generalis expositi num. 179, sed applicatio ipsius est admodum operosa, & molestas approximationes requirit. Accuratam expressionem earum virium & admodum simplicem invenit Mac-Laurinus, sed per hyperbolæ, & circuli quadraturam methodo allquanto sublimiore, quam sit ea, quam pro hisce mihi supplementis proposui adhibendam; ubicumque licuerit. Hinc aliam ego adhibui methodum admodum expeditam, & satis accuratam pro casu, in quo jam constet, ellipticitatem exiguum esse, uti hic omnino constat. Innuam autem hic tantummodo methodum, qua rem ipsam conficio.

219 Sit in fig. 29 Bb axis; circa quem convertatur semicirculus BEb , & F , 29 semiellipsis BAb ; sit autem quadam ordinata PDK communis, & PD exigua utique; si ellipticitas sit exigua, describet anulum, cujus valor erit ipsa PD ducta in peripheriam descriptam a puncto D . Invenio igitur vim, qua anulus PD trahit punctum B directione Kb , fore ut $bK \times BD$; & si assumpta bN perpendiculari ad Bb , & ipsi æquali, concipiatur parabola BAN , in qua ordinata

nata KL ut $BK^{\frac{1}{2}}$, ac alia curva BMN e Parabolaram familia, in qua ordinata KM ut $BK^{\frac{3}{2}}$, rectam ML fore, ut $bK \times BD$, five ut illam vim, lade adhibito valore totius aree $BLNM$, quem invenio fore $\frac{16}{15} BC^2$ (abi Cd centrum commune, ut CEA perpendicularis ipsi Bb), &posito, quod vim exprimat massa divisa per quadratum distantie, invenio demum vim totam gravitatis puncti siti in axis vertice in B in totam materiam $BAbEB$ differentiam sphaeroidis a sphaera exprimi per $\frac{8}{15}$ peripherie circelli descripti radio AE , quae est differentia semiaxium ellipseos genitricis; vel posita ad e ratione radii ad circumferentiam, exprimi ejusmodi vim per $\frac{8}{15} c \times AE$.

220 Inde gradu facto ad punctum situm in aequatore sphaeroidis in A , considero sphaeram habentem pro radio ejusdem aequatoris semidiametrum, & facile demonstro vim in differentiam sphaeroidis ab hac sphaera habere dimidium prioris expressionis, nimirum $\frac{4}{15} c \times AE$. Est autem vis in sphaeram puncti positi in ejus superficie juxta num. 186, eadem, ac si tota sphaera esset in centro, nimirum sphaera divisa per quadratum radii, five ex inventis ab Archimede $\frac{2}{3} c$ ductum in ejus radium. Quare vis tota puncti in polo B erit $\frac{2}{3} c \times CB = \frac{2}{3} c \times AE$, five ob $CB = CA - CE$, erit $= \frac{2}{3} c \times CA - \frac{2}{3} c \times AE = \frac{2}{3} c \times AE = \frac{2}{3} c \times CA - \frac{2}{15} c \times AE$. Vis autem tota in aequatore in A erit $\frac{2}{3} c \times CA - \frac{4}{15} c \times AE$. Ratio igitur earum virium erit $\frac{2}{3} CA - \frac{2}{15} AE$ ad $\frac{2}{3} CA - \frac{4}{15} AE$, vel addito utrobique termino perquam exiguo $\frac{2}{15} AE$, erit quamproxime $\frac{2}{3} CA$ ad $\frac{2}{3} CA - \frac{2}{15} AE$, vel CA ad $CA - \frac{1}{3} AE$.

221 Dicatur jam gravitas tota in aequatore m , vis centrifuga ibidem n , & erit ibi gravitas residua $m - n$; posita autem semidiametro aequatoris $= r$, & ejus differentia a semiaxe $= x$, erit, ut $r - \frac{1}{2} x$ ad r , seu quamproxime ut r ad $r - \frac{1}{2} x$, ita gravitas in aequatore m ad gravitatem in polo, quae evadet $m = \frac{mx}{sr}$. Quare vis in aequatore ad vim in polo erit, ut $m - n$ ad $m = \frac{mx}{sr}$, five proxime ut m ad $m = n = \frac{mx}{sr}$. Haec vires debent esse in ratione reciproca semiaxium, adeoque ut $r - x$ ad r , five proxime ut r ad $r - x$. Igitur multiplicando extrema, & media erit $mr = mx = mr = sr = \frac{1}{2} mx$, & $x = \frac{sr}{4m}$, five $m : \frac{s}{4} n :: r : x$, unde deducitur hujusmodi theorema: *Semidiameter aequatoris ad differentiam ipsius a semiaxe est, ut gravitas tota sub aequatore ad quinque quadrantes vis centrifuga ibidem.*

222 Inventum fuerat num. 217 pro omnibus hypothefibus gravitatis tendentis ad unicum centrum eandem rationem esse, ut est gravitas sub aequatore ad dimidiam vim centrifugam ibidem; quare excessus semidiametri aequatoris supra semiaxem evadit hic major, quam ibi, in ratione $\frac{5}{2}$ ad $\frac{1}{2}$, five 5 ad 1. Assumpta fuerat ibidem ratio vis centrifugae ad gravitatem 1 ad 288.7, igitur erit differentia semidiametri aequatoris a semiaxe ad semiaxem, ut 1 ad $\frac{4}{5} \times 288.7 = 231$, & ratio semidiametri aequatoris ad semiaxem

maximam 231 ad 230, quamproxima illi 230 ad 229, quam Newtonus, exiguis quantitatibus paullo aliter contemptis, per falsam positionem inveniente assumpta ratione vis centrifugæ ad gravitatem 1 ad 289.

223 Et hæc quidem pertinent ad hypothesim fluidi homogenei; quæ itidem locum habent in casu nuclei solidi fluido & ipsi, & sibi homogeneo penitus demersi. Si enim posteaquam massa fluidi homogenei ad æquilibrium redacta est, concresecat quæcunque ejus pars; nihil is novus partium concresecientium nexus mutuus turbabit reliquarum vires, adeoque & canales omnes à quovis puncto utcumque egressi, & utcumque traducti per residuum fluidum erunt adhuc in æquilibrio, & vis in superficie dirigetur perpendiculariter ad ipsam superficiem. At si nucleus sit densitatis diversæ, determinatio problematis mutabitur, accedente nova materia, vel recedente parte aliqua materiæ veteris, qui accessus, vel recessus mutat vires partium residui fluidi gravitantis in ejusmodi partes; ut etiam si pro unico fluido homogeneo habeatur mutatæ densitatis fluidum, longe aliter se res haberet, & problematis solutio esset longe difficilior, quam quidem egregiè sublimioribus methodis pertractarunt plures nostri ævi Geometræ primi ordinis.

224 Nos hic ejusmodi sublimioribus perquisitionibus omissis, inquiremus tantummodo in casum simplicissimum nuclei solidi densitatis cujuscunque, qui habeat figuram sphericam, & demersus sit intra fluidum homogeneum, cujusmodi est aqua, intra quam solidum Terræ nucleum demersum cernimus, licet ejus partes aliquæ nonnihil extant, & hanc etiam ob causam marium figuram nonnihil perturbent. Hunc casum pertractavi in illo ipso opusculo 5 Expeditionis Litterariæ: notandum autem pro eo casu illud, si nucleus ipse in variis a centro distantis sit densitatis utcumque diversæ, dummodo in eadem circumquaque a centro distantia eandem densitatem habeat, rem eodem redire, uti esset, si totus esset homogeneus, & eadem massa constans, densitatis nimirum mediæ. Nam puncta extantis fluidi tendent in orbes singulos, & in totum nucleum eadem vi, qua tenderent, si cota eorum massa esset in centro, ut toties diximus.

225 Porro ad determinandum, quid in hac hypothesi debeat accidere, ego sic progredior. Concipio nucleum redactum ad eandem densitatem cum fluido, amandata in centrum omni materia redundante, qua prima mutatione nihil mutabitur æquilibrium fluidi, cujus singulæ partes iisdem viribus agentur, ac prius, & si nucleus contra fuerit rarior fluido, ea materia, vel potius vis in ipsam habebitur pro negativa, concipiendo ibidem tantundem materiæ repellentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, ut vis in nucleum homogeneum, & in ejusmodi repellentem materiam conceptam simul accepta æquetur vi nuclei rarioris. Deinde concipio solvi nucleum, qua solutione æquilibrium itidem nihil turbabitur, & habebitur jam massa fluida homogenea, cujus particulæ in se mutuo tendent in ratione reciproca duplicata distantiarum, habebunt vim centrifugam ortam ex motu diurno, & habebunt præterea vim in centrum ob illam massam eo amandatam, quæ vis decrescet in ratione reciproca duplicata distantiarum ab ipso centro.

226 Si hæc tertia vis cresceret in ratione simplici directâ distantiarum, haberetur casus generalis Mac-Laurinianæ solutionis assumptis tribus ex iis quatuor viribus, quas ipse assumpsit juxta num. 213. Cum ea decrescat in ratio-

ratione reciproca duplicata distantiarum a centro, discrimen aliquod haberi debet in eo casu a casu Mac-Lauriniana hypotheseos. Verum inquirens in ipsum discrimen in eodem illo opusculo inveni ipsum ita exiguum, ut nisi deosius nuclei sit multo minor densitate fluidi, & respectu ipsius perquam exigua, ratio contemni possit. Inveni enim huiusmodi theorema, quod pro exigua ellipticitate locum habet; *differentiam elevationis fluidi sub aequatore in casu vis in centrum crescentis in ratione directa distantiarum a casu vis decrescentis in ratione reciproca duplicata esse ad tertiam continue proportionalem post semiaxem, & ejus differentiam a semidiametro aequatoris, uti est vis particula sita in aequatore tendens in massam in centro positam ad $\frac{2}{3}$ totius vis ejusdem particula*, quæ ratio si non sit ingens, debebit illa differentia quaesita esse exigua respectu ipsius differentiae semiaxis a semidiametro aequatoris, cum debeat esse ejusdem ordinis, ac tertia post semiaxem, & ipsam, jam exiguam respectu semiaxis ipsius.

227 Quamobrem concipiemus vlm illam in massam in centro positam, ut crescentem in ratione directa distantiarum a centro, & ex hac hypothese determinabimus rationem semiaxium. Id autem sic præstabitur. Dicatur densitas fluidi ρ , densitas nuclei solidi, quem primo concepimus ρ , & sit $\rho - \rho = q$, quæ quidem redactio nucleo ad homogeneitatem cum fluido erit densitas materiz amandata ad centrum. Dicatur ut prius semidiameter aequatoris r , ejus excessus supra semiaxem x , ratio vis gravitatis in aequatore ad vim centrifugam ibidem m ad n , radius autem nuclei u , & amandata materia redundante in centrum, erit ejus massa $\frac{2}{3} \rho q n^3$, adeoque vis in ipsam in aequatore $\frac{2 \rho q n^3}{3 r^2}$. Quoniam autem hic ea supponitur crescens in ratione directa simplicis distantiarum, erit ut r ad x ita $\frac{2 \rho q n^3}{3 r^2}$ ad ejus discrimen in aequatore, & polo, quod fiet $\frac{2 \rho q n^3 x}{3 r^3}$.

228 Jam vero ex nu. 220 vis in aequatore in sphzroidem est $\frac{2}{3} c r - \frac{4}{15} c x$, qui valor hic per densitatem ρ multiplicatus evadet $\frac{2}{3} c r \rho - \frac{4}{15} c x \rho$. Vis autem in polo in ipsam erit $\frac{2}{3} c r \rho - \frac{2}{15} c x \rho$ ex eodem numero. Quare vis tota gravitatis in aequatore erit $\frac{2}{3} c r \rho - \frac{4}{15} c x \rho = \frac{2 \rho q n^3}{3 r^2}$, & idcirco vis centrifuga ibidem $\frac{n}{m} \left(\frac{2}{3} c r \rho - \frac{4}{15} c x \rho = \frac{2 \rho q n^3}{3 r^2} \right)$, unde vis tota in aequatore $\left(1 - \frac{n}{m} \right) \times \left(\frac{2}{3} c r \rho - \frac{4}{15} c x \rho = \frac{2 \rho q n^3}{3 r^2} \right)$. Differentia autem viriarum in aequatore, & polo erit triplex, ex massa in centro collocata $\frac{2 \rho q n^3 x}{3 r^3}$, ex tota sphzroide $\frac{2}{15} c x \rho$, ex vi centrifuga, quæ in polo est nulla, $\frac{n}{m} \times \left(\frac{2}{3} c r \rho - \frac{4}{15} c x \rho = \frac{2 \rho q n^3}{3 r^2} \right)$, quarum trium prima pro excessu gravitatis in polo supra gravitatem in aequatore, existente excessu x positivo, erit negativa, cum in minore distantia vis crescens in ratione directa distantiarum debeat esse minor, reliquæ binæ erunt positivæ. Cum autem debeat esse vis in aequatore ad vim in polo, ut semiaxis ad semidiametrum aequatoris, erit illa ad differentiam, ut hic ad differentiam nimirum

(1—

$\left(1 - \frac{n}{m}\right) \times \left(\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2eqn^3}{3r^2}\right) - \frac{2eqn^3x}{3r^3} + \frac{2}{15} ctx + \frac{n}{m} \times$
 $\left(\frac{2}{3} ctr - \frac{4}{15} ctx + \frac{2eqn^3}{3r^2}\right) : r - x . x ;$ ubi multiplicando extrema , & media habebitur pro quavis differentia densitatum q , & pro quovis radii nucleo n valor x , qui eruetur facilius , si omitantur termini , in quibus x , valor exiguus , assurgat ad secundam potentiam , vel multiplicetur per quantitatem $\frac{n}{m}$ exiguam .

229 Omisfis ejusmodi terminis habetur $\frac{2}{3} ctrx + \frac{2eqn^3x}{3r^2} = - \frac{2eqn^3x}{3r^2} + \frac{2}{15} ctrx + \frac{n}{m} \left(\frac{2}{3} ctr^2 + \frac{2eqn^3}{3r^2} \right)$; unde eruitur valor $x = \frac{n}{m} \times \frac{tr^4 + qn^3r}{\frac{2}{3} tr^3 + 2eqn^3}$.

Quod si radius nuclei n habeatur pro equali radio æquatoris r , contempta nimirum exigua marium altitudine , ponaturque pro q suus valor $p - t$, formula evadit $\frac{n}{m} \times \frac{pr}{2p - \frac{t}{3}}$ five $\frac{nr}{2m \left(1 - \frac{3t}{5p}\right)}$, in qua $\frac{t}{p}$ est ratio densitatis

fluidi ad mediam densitatem nuclei , $\frac{n}{m}$ ratio vis centrifugæ in æquatore ad vim gravitatis totius ibidem , r semidiameter æquatoris .

230 Hanc ipsam formulam invenit num. 199 illius opusculi tertii , ubi tamen , ob exiguas quantitates alio pacto neglectas , erat r semiaxis non semidiameter æquatoris , discrimine utique perquam exiguo . Eandem ibidem num. 204 ostendi cohzere cum formula D'Alamberti , & num. 215 eam formulam generaliorem Clerautii ; ac num. 202 ostendi , eandem non cohzere cum formula proposita a Daniele Bernoullio in suo tractatu de æflu maris , de cujus , summi cæteroquin viri , hoc methodi vitiosæ lapsu agemus infra , ubi de maris æflu .

231 Multa circa ejusmodi formulam notanda occurrunt , illud in primis , quotiescunque densitas nuclei p fuerit major , quam densitas fluidi t , valorem x fore positivum , qui erit positivus etiam , ubi ea fuerit minor , dummodo ad densitatem fluidi habeat rationem majorem , quam 3 ad 5 ; ad quam si satis accesserit , compressio augebitur in immensum , & fiet infinita , si eam ipsam rationem habuerit ; quæ densitas si adhuc fuerit minor , evadet jam $1 - \frac{3t}{5p}$ quantitas negativa , & valor x negativus . Nimirum figura sphaeroidis erit semper compressa ad polos , ubi densitas nuclei fuerit major densitate fluidi , vel non minor ipsa , quam in ratione 3 ad 5 . At si fuerit ea densitas adhuc minor , figura erit potius producta ad polos , & compressa ad æquatorem , quod veluti mysterium quoddam unde proveniat , quo pacto accipiendum sit pro æquilibrio quodam , quod persistere non possit , minima vi inducente perpetuum recessum ab ejusmodi figura , ut idcirco ea figuræ productio nulli usui esse possit pro figura Telluris determinanda , abunde exposui a num. 209 ejusdem illius opusculi , in quibus , ut & in aliis notatu dignis , quæ ibidem persecutus sum , hic immorari non licet .

232 Sed aliud elegantissimum theorema a Clerautio inventum omnino omitti non debet , quod nobis summo erit usui ad conferendam theoriam cum observationibus ; est autem hujusmodi . Dicatur differentia semidia-
 metri

metri aequatoris a semiaxe divisa per ipsam semidiametrum *ellipticitas*, ut hactenus praestitimus, differentia virium in aequatore, & polo divisa per vim in aequatore *fractio gravitatis*, & erit in *hypothesi homogeneitatis ellipticitas aequalis fractioni gravitatis* (nimirum utraque $\frac{1}{231}$); in *hypothesi vero nuclei sphaerici diversa densitatis erunt eadem inaequales ita*, ut ea fractio, & ellipticitas pertinens ad casum homogeneitatis sit media arithmetice proportionalis inter easdem pertinentes ad casum heterogeneitatis.

233 Ad eruendum id theorema oportet determinare fractionem gravitatis, cum binæ ellipticitates jam habeantur altera ex num. 221 pro homogeneitate $\frac{5n}{4m}$, cum nimirum sit ibi $x = \frac{5nr}{4m}$, quæ divisa per r evadit $\frac{5n}{4m}$; altera eodem pacto ex numero 228 pro nucleo heterogeneo, quæ evadit $\frac{n}{m} \times \frac{er^3 + gn^3}{er^3 + gn^3} = \frac{n}{m} \times \frac{5er^3 + 5gn^3}{4er^3 + 4gn^3}$, & in illam abit, facto $g = 0$.

234 Quod attinet ad casum homogeneitatis, erat num. 221 vis in aequatore $m - n$, & differentia virium $n \mp \frac{m^2}{5r}$; si in illa priore omittatur ille terminus exiguus n , & hæc per illam dividatur, evadit fractio gravitatis $\frac{n}{m} \mp \frac{n}{5r}$, quæ ob $x = \frac{5nr}{4m}$ evadit $\frac{n}{m} \mp \frac{n}{4m} = \frac{5n}{4m}$, æqualis nimirum ellipticitati inventæ superiore numero; unde patet primum; patet autem ex n. 222 cum valore fore $\frac{1}{231}$.

235 Pro casu nuclei heterogenei notandum diligenter illud, ellipticitatem quidem esse eandem pro casu, quo vis in massam in centrum amandatam agat in ratione directa simplici distantiarum, & pro casu, quo eadem agat in ratione reciproca duplicata earundem, sed posita juxta num. 228 vi in eam massam in aequatore $\frac{2eqn^3}{3r^2}$, vim in eandem in polo non esse eandem pro utroque casu: sed pro primo casu debere esse minorem in ratione $r - x$ ad r , & in secundo majorem in ratione rr ad $rr - 2rx \mp x^2$. Quare erit pro primo casu vis illa in aequatore ad differentiam virium ibi, & in polo, ut r ad x , in secundo ut rr ad $2rx - x^2$, vel omisso x^2 respectu $2rx$, erit ut r ad $2x$, nimirum differentia dupla prioris, & non subtractiva, ut illa, sed additiva. Factis igitur, ut r ad $2x$, ita $\frac{2eqn^3}{3r^2}$ ad $\frac{4eqn^3}{3r^3}$, hæc erit differentia virium in massam in centro positam pro secundo casu, pro quo vis tota in aequatore in eam massam est $\frac{2eqn^3}{3r^2}$ sequenti num. vis in sphaeroidem fuerat in aequatore $\frac{2}{3}ctr - \frac{2}{15}ctx$, & differentia virium ibi, & in polo $\frac{2}{15}ctx$, quæ pro utroque casu est eadem, ac vis centrifuga fuerat $\frac{n}{m} \left(\frac{2}{3}ctr - \frac{4}{15}ctx \mp \frac{2eqn^3}{3r^2} \right)$, ex quibus jam habetur & vis tota in aequatore constans binis viribus positivis, & hac vi centrifuga negativa, & differentia virium debita secundo casui constans tribus, omnibus positivè acceptis.

236 Si accipiendo hanc differentiam in vi centrifuga contemnatur terminus $\frac{4}{15} cix$ exiguus respectu reliquorum binorum, differentia ipsa tota virium evadit: $\frac{4eqn^3}{3r^3} \div \frac{2}{15} cix \div \frac{\pi}{m} \left(\frac{2}{3} cix \div \frac{2eqn^3}{3r^2} \right)$; & si pariter in vi tota in æquatore omittatur vis centrifuga exigua respectu summæ reliquarum duarum, & in harum posteriore contemnatur secundus terminus $\frac{2}{15} cix$ exiguus respectu præcedentis, relinquetur vis in æquatore tota $\frac{2eqn^3}{3r^2} \div 3ctr = \frac{2eqn^3 + 2ctr^3}{3r^2}$. Differentia illa virium per hanc divisa, evadit $\frac{2qn^3x + \frac{1}{5}ctr^3x}{qn^3r + ctr^4} \div \frac{\pi}{m}$, quæ erit fractio gravitatis. Addatur ipsi ellipticitas $= \frac{x}{r}$, & reductis prioribus terminis ad eundem denominatorem fiet $\frac{15qn^3x + 8ctr^3x}{5qn^3r + 5ctr^4} \div \frac{\pi}{m}$. Est autem $x = \frac{\pi}{m} \times \frac{5ctr^4 + 5qn^3r}{4ctr^3 + 10qn^3}$ ex num. 228 juxta numerum 223. Igitur illa summa remanet $\frac{\pi}{m} \times \frac{2}{2} \div \frac{\pi}{m} = \frac{5\pi}{2m}$, qui valor cum sit duplus valoris $\frac{5\pi}{4m}$ exprimentis fractionem gravitatis, & ellipticitatem respondentem homogeneitati; oportet idem sit medius arithmetice proportionalis inter fractionem gravitatis, & ellipticitatem respondentem nucleo heterogeneo, quod erat alterum demonstrandum.

237 Hoc pacto Clerautianum theorema remanet demonstratum pro quavis nuclei sphaerici magnitudine, quod quidem in illo Expeditionis Litterariz opusculo demonstraveram solum pro casu, in quo esset nuclei radius æqualis semiam. Facile autem illud statim innotescit non posse in casu nuclei sphaerici, & fractionem gravitatis, & ellipticitatem esse simul majorem, vel simul minorem, quam in casu homogeneitatis, sed alteram majorem, alteram minorem. Utra autem major esse debeat data nuclei densitate, & magnitudine respectu fluidi facile deduci poterit e superioribus formulis. Nam e formula exhibente el-

lipticitatem $\frac{x}{r} = \frac{\pi}{m} \times \frac{5ctr^3 + 5qn^3}{4ctr^3 + 10qn^3}$ divisione instituta habetur $\frac{5\pi}{4m} = \frac{5qn^3}{8ctr^3 + 20qn^3}$; qui valor erit minor, vel major valore $\frac{5\pi}{4m}$, prout posterior

terminus sine suo signo consideratus fuerit positivus, vel negativus. Porro si densitas nuclei fuerit major densitate fluidi, semper valor q erit positivus, adeoque ille secundus terminus positivus totus. Si autem densitas nuclei fuerit minor, valor q erit negativus, & idcirco numerator $15qn^3$ negativus semper, denominator autem $8ctr^3 + 20qn^3$ erit positivus, vel negativus, prout $20qn^3$ fuerit minor, vel major, quam $8ctr^3$, sive valor $\frac{q}{2}$ minor, vel major, quam $\frac{2r^3}{5m^3}$. Porro in iisdem casibus erit etiam positi-

vus, vel negativus denominator $4ctr^3 + 10qn^3$ ellipticitatis, cujus numerator $5ctr^3 + 5qn^3$ debet esse semper positivus, cum debeat radius nuclei esse minor radio æquatoris r , & differentia densitatum q fluidi, ac nuclei non major densitate fluidi, ubi, existente q negativo, nucleus minorem densitatem habet, vel nullam. Quamobrem quotiescunque ellipticitas fuerit

positiva, adeoque figura compressa, densitas nuclei minor conjungeretur cum ellipticitate majore, quam sit ea, quæ pertinet ad casum homogeneitatis.

238 Hinc eruitur pro figura compressa hujusmodi generale theorema: *Si densitas nuclei fuerit major densitate fluidi, differentia virium in aquatore, & polo erit major, quam in casu homogeneitatis, sed ellipticitas minor: contra vero si densitas fuerit minor.* Prima pars est directè contraria illi, quod Newtonus expressè affirmavit Principiorum lib. 3 prop. 19 sub ipsum finem, ubi sic habet. *Hæc ita se habent ex hypothesi, quod uniformis sit Planetarum, materia. Nam si materia densior sit ad centrum, quam ad circumferentiam; diameter, quæ ab Oriente in Occidentem ducitur, erit adhuc major.* Porro illa diameter, quam ibi nominat, est diameter æquatoris, & pro ipsa æquatoris diametro ibidem ab eo assumitur in contextu: & hunc quidem Newtoni errorem Clerautius deprehendit, ac protulit. Censuit fortasse Newtonus conjectura quadam usus, & re ad geometricam trutinam nequaquam redacta; in quavis hypothesi, ut in casu homogeneitatis; vires in æquatore, & in polo, esse reciprocas distantis, quas vidit magis augeri in polo, si massa nuclei fiat major; ob excessum gravitatis in illam massam adjunctam pro loco viciniore ipsi in polo. At illa ratio reciproca distantiarum a centro locum habet in casu, in quo massa redundans concipiatur amandata in centrum, & vis in ipsam variata in ratione directâ distantiarum, non in casu, in quo vis in ipsam mutetur in ratione reciproca duplicata distantiarum, pro quibus binis casibus figura quidem est proxime eadem, sed virium differentia longe diversa, uti vidimus num. 235, nimirum in altero major, ubi minor in altero, & vice-versa.

239 Ex formula ellipticitatis respondentis casui homogeneitatis $\frac{\sum m}{4^n}$ haberi potest figura pro eodem casu debita etiam reliquis Planetis, in quibus haberi possit ratio vis centrifugæ ad gravitatem sive $\frac{n}{m}$, Ea potest erui pro iis omnibus, quorum cognoscitur massa, & conversio circa proprium axem; sed hic agemus de solo Jove, de quo hic egit Noster, & in quo solo ob celeritatem diurni motus conjunctam cum ingenti mole compressio tantâ est, ut sensus percellat.

240 Porro res hoc pacto admodum facile expeditur in ipso Jove. Sit s ad d , ut semidiameter Jovis ad semidiametrum orbitæ satellitis cujuscumque: sit tempus conversionis satellitis T , tempus conversionis Jovis circa proprium axem t , & erit primo (num. 265 tom 1) vis centrifuga in æquatore Jovis ad vim gravitatis satellitis in Jovem, ut $\frac{1}{t^2}$ ad $\frac{d}{T^2}$. Deinde gravitas satellitis in Jovem ad gravitatem in superficie Jovis, ut s ad dd . Quare ratio vis illius centrifugæ ad hanc vim gravitatis erit; ut $\frac{1}{t^2}$ ad $\frac{d^3}{T^2}$, adeoque pro Jove $\frac{n}{m} = \frac{T^2}{s^2 d^3}$, & ellipticitas $\frac{5T^2}{4s^2 d^3}$.

241 Est ex §. 1 tempus T satellitis Jovis extimi dierum 16, hor. 16. 32' 10" = 14032'. 2, tempus rotationis Jovis t horarum 9. 56' = 596', distantia satellitis in semidiametris Jovis $d = 28.4$, nec hic habenda est ratio

tio centri gravitatis communis, cum satellitis respectu Jovis sint perquam exigui, adeoque centrum commune quamproximum centro Jovis. Hisce valoribus substitutis obtinetur ellipticitas $\frac{1}{11}$, uti diximus in adn. ad versum 1962; Newtonus invenit circiter $\frac{1}{10}$ alia methodo; nec in tanta compressione approximationes adhibitæ accuratæ sunt usque ad limites tam arctos.

At ex observationibus ea censetur $\frac{1}{13}$ juxta adn. in vers. 1962. Ejus discriminis ratio esse potest major densitas in Jove centrum versus, quæ est altera e causis; quas innuimus in eadem adnot. ad versum 1962. At nec satis certas censeo observationes compressionis Jovis, cum in tam exigua diametro apparente error in ratione axium diametri apparentis facile committatur tantus, ut rem omnem perturbet; Jovis enim diameter apparens in distantia media a Terra est 37'', ejus pars decima est 3''.70, pars decima tertia 2''.84, ut idcirco error uno secundo minor in differentia axium observanda alteram rationem alteri substituat. Mihi nuper post adnotationes impressas dimetienti Jovis diametros ope micrometri objectivi aptati egregio telescopio Gregoriano duorum pedum, cujus mihi usum Barberinus Princeps humanissime concesserat, plures ineunti observationes prodiiit semper ellipticitas decimæ, vel nonæ parti proxima. Sed unius secundi determinatio in diametro apparenti capienda & mihi tum minus certa fuit, & erit sane incerta semper, ubi etiam longe majora instrumenta adhibeantur.

242 Quæ de Tellure demonstravimus, cum observationibus facile conferri possent, si haberemus observationes gravitatis in polo ipso, ut eas habemus in æquatore institutas; liceret enim videre, an fractio gravitatis sit $\frac{1}{231}$, uti etiam supra ostendimus debere haberi in casu homogeneitatis. Ac nulli Mortalium licuit eo huc usque progredi. Adhuc ei malo aliud remedium adest petitum a proportionem, qua gravium vis mutari debet per superficiem Telluris, de qua hic itidem agendum, ubi & Noster de ea agit, ex qua nimirum licet invenire, quæ debeat esse vis in ipso polo.

243 In primis pro casu homogeneitatis vis in centrum ubicumque per superficiem sphaeroidis debet esse in ratione reciproca simplici distantiarum, uti abunde exposuimus, & demonstravimus in adn. ad vers. 1797 ex eo, quod columnæ omnes terminatæ ad centrum sint inter se in æquilibrio, & vis intra singulas columnas sit, ut distantia a centro. Id quidem in ea hypothese accurate locum habet, si consideretur vis directæ ad centrum sphaeroidis, & ad absolutam rei demonstrationem abunde sunt, quæ in eadem adnotatione diximus. Atque hic illud sane notatu dignum e lege rationis reciproce duplicatæ distantiarum pertinente ad vires mutuas inter puncta, & vini in globum puncti extra ipsum siti necessario produere, non ad arbitrium temere compaginatæ coniungi, binas alias leges adeo simplices, & contrarias, alteram rationis directæ simplicis distantiarum pro puncto descendente intra globum, vel sphaeroidem ellipticam recta versus ejus centrum, alteram rationis distantiarum itidem simplicis, sed reciproce pro puncto abeunte per superficiem sphaeroidis.

244 At in vi absolutâ, qua urgetur punctum positum in superficie sphaeroidis, quæ quidem non dirigitur ad centrum, sed perpendiculariter ad su-

perficiem, illa ratio reciproca distantiarum non est accurata, ne in hypothesi quidem homogeneitatis. Nam, uti vidimus numer. 233, ea est ut normalis *PL* figura 28 terminata ad axem, quae quidem ex conicis est reciproca, ut perpendicularum demissum ex centro *C* in tangentem ductam per *P*, quod perpendicularum est proxime, non accuratè aequale distantiae *CP*; atque ea ratio reciproca ejus perpendiculari habet locum etiam, ubi in centro concipiatur massa, in quam vis tendat in ratione distantiarum directæ, sed ne ipsa quidem habet locum in casu nuclei solidi diversæ densitatis, in quem vis tendat in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro. Sic & pro casu homogeneitatis, & pro casu nuclei habet locum satis proximè, non accuratè aliud theorema, quod enunciamus in adnotatione ad vers. 1858, pertinens ad incrementum gravitatis, quod habetur pergendo ab æquatore ad polos, quod theorema hic demonstrandum est, & illa ipsa adnotatio illustranda. Ejus theorematibus demonstrationem pro casu nuclei omisi in illo opusculo Expeditionis Litterariæ, contentus demonstratione applicata vi directæ ad centrum pro casu homogeneitatis, ad quam tamen hæc etiam reducitur.

245 Theorema est hujusmodi. *Excessus gravitatis supra gravitatem in æquatore, qui habetur pergendo ab ipso æquatore ad polos est, ut quadratum sinus latitudinis, vel ut sinus versus latitudinis duplicata.* Secunda pars profluit a priore. Sit enim in fig. 29 arcus *AE* duplus *AD*, & radius *AD* secabit chordam *AE* perpendiculariter bifariam in *F*, eritque *AF* sinus *AD*. Demisso autem *EG* perpendiculari in diametrum *AB*, erit *AG* sinus versus arcus *AE*, qui ex natura circuli æquatur quadrato *AE* diviso per *AB*. Igitur, mutato utcumque arcu *AD*, erit is sinus versus, ut quadratum chordæ *AE* ob *AB* constantem, adeoque erit, ut quadratum ejus dimidii *AF*, five sinus versus arcus dupli *AE*, ut quadratum sinus recti arcus simpli *AD*.

246 Porro ut demonstretur, eum excessum esse proximè, ut est quadratum sinus latitudinis, satis est demonstrare ipsum esse, ut est decrementum distantiae a centro. Sit enim in fig. 30 *ABab* sectio sphaeroidis per axem, cujus æquator in *A*, & *a*, poli *B*, *b*, & ducta per quodvis ejus punctum *F* recta, quæ secet *Aa* ad angulos rectos in *G*, occurrat ipsi in *D*, & circulus radio *CA*, qui rectis *FC*, *Bb* occurrat in punctis *H*, *b*, & *E*, & eritque *FH* decrementum distantis a centro *C*. Quoniam autem ex natura ellipseos (conicor. num. 365) est semper *GD* ad *GF* in constanti ratione *CE* ad *CB*, erit & earum summa *Fd*, & earum differentia *FD* proportionalis ipsis, adeoque erit rectangulum *DFd*, five ipsi æquale rectangulum *HFb*, ut quadratum *GD*. Si igitur ob exiguam ellipticitatem habeatur *Fb* pro constanti, & pro distantia loci *F* ab æquatore, five pro ejus latitudine arcus *AD*, cujus *DG* est sinus; erit solum decrementum *HF* distantiae *CA* abeuntis in *CF*, ut quadratum sinus latitudinis. Q. E. D.

247 Jam vero excessum vis in *F* supra gravitatem in *A*, esse, ut defectum distantiae *FH*, sponte patet, ubi vis sit proximè in ratione reciproca distantiae *CF*. Erit etenim, ut *CF* ad *CA*, five *CH*, ita vis in *A* ad vim in *F*, adeoque ut *CF* ad *FH*, ita vis in *A* ad eum excessum, cumque primus terminus sit ad sensum constans, & tertius omnino constans, mutabuntur

buntur in eadem ratione secundus, & quartus, eritque ille excessus ut FH .

248 Vim autem esse proxime in ratione distantiae a centro pro casu homogeneitatis, & pro casu massae in centro collocatae, cuius massae vis mutetur in ratione simplici directae distantiae, diximus num. 243; & id facile pro istis hypothesebus evincitur ex eo, quod ipsa vis sit directè, ut normalis PL figuræ 28, sive reciproce ut perpendicularum ductum ex F in tangentem. Id enim perpendicularum ita proxime æquale est distantiae CP , ut utriusque excessus etiam ac defectus sint proxime in eadem ratione. Ducta enim CV perpendiculari in PL , patet eam fore parallelam tangenti, adeoque PV æqualem illi perpendicularo demisso ex C in tangentem. Cum autem angulus CPV exiguus, & angulus V rectus, differentia inter CP , VP est exigua respectu ipsius CV , adeoque exigua secundum ordinis, quæ ideo erit exigua etiam respectu differentiae distantiarum CP , CA , cuius ideo rationem non turbabit ad sensum.

249 Pro casu nuclei solidi vis in P erit diversa a vi, quæ habetur, ubi vis in massam agat in ratione directae distantiae a centro, sed totum discrimen erit in ea vi, quæ pertinebit ad huiusmodi massam in centrum amandatam; nam vis in sphaeroidem, quæ pro utroque casu est ad sensum eadem, & vis centrifuga, quæ pendet a sola distantia ab axe, manebunt eadem. Id autem discrimen erit & ipsum, ut est differentia distantiarum CA , CP . Si enim dicatur $CA = r$, & ea differentia $= z$, erit $CP = r - z$, & si vis in A in massam in centro positam dicatur μ , ad habendam vim in P , fiet in casu rationis simplicis directæ $r : r - z :: \mu : \mu - \frac{rz}{r}$, & in casu rationis reciproce duplicatae fiet, ut $rr - rz + rz$ ad rr , ita μ ad $\frac{rr - rz + rz}{rr - rz + rz}$, sive divisione instituta $\mu = \frac{rz}{r} = \frac{rz}{rr - rz + rz}$. Differentia vis posterioris a priore, contempto termino, in quo habetur z^2 , & z^3 respectu ejus, in quo habetur z , evadit $\frac{1}{2} \frac{rz}{r}$, qui excessus ob z , μ , & constantes evadit, ut differentia distantiarum z .

250 Referat PH vim secundum PL , & ducatur HQ parallela PC referens ejusmodi excessum: eritque PQ vis composita, angulus vero HPQ erit perquam exiguus respectu ipsius HQP sive QPC exigui, ut HQ est respectu PH , adeoque directio PQ erit directioni PL ita proxima, ut ideo figura primo casui debita non mutetur ad sensum in secundo casu. Quod si centro P intervallo PQ fiat arcus QR usque ad PHL , facile patet, ob angulum QHR æqualem interno, & opposito HPC exiguo, fore HR proxime æqualem HQ , adeoque excessus vis etiam compositæ PQ supra vim priorem PH erit proxime, ut differentia distantiarum CP , CA . Cum igitur & excessus vis debite puncto P in primo casu supra vim debitam puncto A in utroque idem sit, ut eadem differentia, erit etiam excessus vis in P supra vim in A in secundo casu, nimirum in casu nuclei heterogenei, ut eadem differentia distantiarum. Quamobrem cum hæc differentia distantiarum sit, ut est quadratum sinus latitudinis, sive ut est sinus versus latitudinis duplicata, erit etiam ubicunque excessus vis in casu nuclei heterogenei supra vim in æquatore, ut idem quadratum, sive ut idem sinus versus, quo pacto remanet accuratè demonstratum idem theorema etiam pro casu nuclei heterogenei.

351 Patet igitur vim graviam terrestriam pergendo ab æquatore ad polos debere augeri, & patet, in qua ratione progredi debeant ea incrementa, si Terra homogenea sit cum aquis, & si paribus a centro distantis sit æque densa, utcunque diversam in diversis distantis habeat densitatem, Porro minorem esse vim gravium prope æquatorem, quam pergendo ad polos, ex observationibus a Richero primum institutis in insula Cajenna, & Parisiis, tum ab aliis pluribus vidimus sub fine tom. 1, ubi & Noster a versu 1725 ad 2064, & nos in adnotationibus in ea loca fuisse egimus de eo argumento, ac Huguenianis meditationibus expositis huc reservavimus ea, quæ ad Newtoni theoriam circa idem argumentum pertinerent; quod quidem hic præstitimus. Notandum tantummodo illud, rationem hanc, in qua mutatur excessus vis supra vim in æquatore, habere locum etiam in theoria gravitatis constantis, quam Hugenus consideraverat, quod quidem facile demonstrari potest, considerata, & ad directionem debitam redacta vi centrifuga, quæ sola in ea hypothese cum constanti gravitate composita vim gravium perturbat; sed varium esse absolutum discrimen vis gravium ab æquatore ad polos, cujus ratio ad vim totam posita m ad n ratione gravitatis sub æquatore ad vim centrifugam ibidem est in hypothese gravitatis constantis $\frac{n}{m-n}$, vel proxime $\frac{n}{m}$; ut patet; in theoria gravitatis Newtonianæ cum homogeneitate $\frac{2n}{4n}$ juxta numer. 230, & in eadem theoria, sed posito nucleo heterogeneo, est adhuc majus, vel minus, prout nuclei densitas respectu densitatis fluidi fuerit iidem major vel minor juxta num. 238.

352 Ad instituendam comparationem cum observationibus, utar eadem methodo, quam adhibui in illo opusculo Expeditionis Litterariz, qua quidem unico intuitu statim patet, an observationes incrementi gravitatis consentiant cum theoria, & quam ellipticitatem exhibeant binæ quævis ex ipsis. Ad habendam ellipticitatem per binas quæcunque satis est invenire differentiam virium in æquatore, & polo respondentem differentie ipsarum, factis, ut differentia sinuum versorum latitudinum duplicatarum locorum, ubi observationes institutæ sunt, ad duplum radium, qui est sinus versus dupli quadrantis, seu semicirculi, ita differentia virium observationum (pro quibus viribus exprimendis adhiberi possunt ipsæ longitudines observatæ pendulorum isochronorum, ipsis nimirum proportionales) ad differentiam quasitam debitam toti quadranti. Ea differentia divisa per vim in æquatore exhibet fractionem gravitatis, & vis in æquatore inveniri potest ex illis ipsis quibus, faciendo, ut eadem differentia sinuum versorum ad sinum versus alterius, ita ea differentia virium, ad quantitatem demonstratam a vi, cujus sinus versus assumptus est, ut habeatur vis in æquatore. Sed cum ea vires a vi in æquatore parum admodum differant, assumi potest pro vi in æquatore vis altera, ut illa, quæ æquatori est propior, & ad calculum numericum facilius instituendum assumi possunt dimidii sinus versû, ut pro duplo radio adhibeat radius simplex. Habita fractione gravitatis, si ea æqualis obtulerit valori $\frac{2n}{4n}$ sive $\frac{1}{2}$ juxta num. 232, ea ipsa erit ellipticitas quaesita; secus ea ablata ab ejus valoris duplo relinquet ellipticitatem juxta numerum eundem.

253 Jam vero si fractio gravitatis ex omnibus binariis obveniat eadem; differentia illa observata respondebunt sinibus versis, ut oportebat; secus, ab ea discrepabunt; sed si nimis inter se proxima sint binarum observationum loca, exiguum gravitatis observata discrimen a debita ingentem secum trahet differentiam a debito in excessu computato pro toto quadrante. Quamobrem idcirco, & etiam ut unico intuitu liceat deprehendere, an consentiant, & quantum discrepent observata pendulorum longitudines, satius est assumere binas ex ipsis maxime remotas, ac ex iis eruta differentia debita toti quadranti, invenire differentiam vis debita loco cuiusvis a vi in æquatore, factis, ut *radius ad dimidium sinum versus latitudinis duplicata ejus loci, ita differentia illa totalis inventa ad differentiam quasitam*, cujus consensus, vel dissensus ab observata, exhibebit consensum vel dissensum observationum cum theoria.

254 Hujusmodi comparationes exhibentur sequentibus binis tabellis, quas proposui in eodem illo opusculo, quarum prima pertinet ad hanc comparationem incrementorum, secunda ad ellipticitates inde erutas. Adhibui autem quinque pendulorum longitudines, quas noveram maxime accuratas usque ad eos limites, quos nunc in adeo delicatis observationibus requirimus. Priores quatuor occurrunt in Bouguerii opere de figura Telluris pag. 342, quas ipse liberavit & ab aeris impedimento, & a differentia caloris, adhibitis correctiunculis inæqualitatum, quas ex causis inducunt; postremam ego deduxi inde, & ex differentia, quam Maupertuis invenit 59" in eodem pendulo Græhami adhibito Pelli, & Parisiis spatio horarum 24, calculo rite instituto ad eruendam inde differentiam longitudinis penduli debitam iis binis locis; sed priori tabellæ addo differentiam calculo erutam, uti addidi in opusculo inserto actis Bononiensibus to. 4, & posteriorem compleo adjectis tribus combinationibus, quas omiseram.

Tabula 1 pro gravitate

Locus Observationis	Latitudo	sin. vers. ad rad. 10000	Pendulum in lin. Paris.	Differētia a primo	Differētia cōputata	Error
In æquatore	0. 0	0.	439. 21	0	0	0
A Portobello	9. 34	271.	439. 30	. 09	. 07	. 02
A Petit Goave	18. 27	1092.	439. 47	. 26	. 26	. 02
Parisiis	48. 50	5667.	440. 67	1. 46	1. 38	. 08
Pelli	66. 48	8450.	441. 27	2. 06	2. 06	0

Tabula 2 pro ellipticitate

Bina- rium	Differ. in polo & æqu.	Fraçtio gravi- tatis	Ellipti- citas	Bina- rium	Differ. in polo & æqu.	Fraçtio gravi- tatis	Ellipti- citas
1, & 3	2. 44	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{319}$	2, & 4	2. 54	$\frac{1}{173}$	$\frac{1}{343}$
2, 3	2. 41	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$	3, 4	2. 57	$\frac{1}{171}$	$\frac{1}{351}$
3, 5	2. 42	$\frac{1}{183}$	$\frac{1}{312}$	1, 3	2. 59	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$
4, 5	2. 16	$\frac{1}{203}$	$\frac{1}{265}$	2, 3	2. 33	$\frac{1}{188}$	$\frac{1}{300}$
1, 4	2. 58	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$	1, 2	3. 32	$\frac{1}{132}$	$\frac{1}{918}$

255 In prima tabula patet errorem in postrema columna reduci ad paucis admodum centesimas lineæ. In secunda tabula postrema differentia secundæ columnæ 3. 32 nimis discrepat a reliquis, ut & quarta 2. 16 ob nimiam locorum viciniam; omnes tamen exhibent fractionem gravitatis positivam, & omnes majorem $\frac{1}{231}$, adeoque omnes indicant compressionem ad polos, cumque minorem compressionem debita homogeneitati, adeoque indicant densitatem Telluris mediam majorem densitate marium. Si assumatur omnium medium, differentia debita toti quadranti erit 2. 536, sed rejectis quarta, & decima habetur differentia media 2. 485, quæ quidem adhuc a priorè non nisi 5 centesimis lineæ diffidet.

256 Ex hac differentia media inter 8 minus dissidentes habetur fractio gravitatis $\frac{1}{277}$, & inde ellipticitas $\frac{1}{332}$. Ratio autem densitatis mediæ Telluris ad densitatem aquæ erueretur e formula $x = \frac{27}{2m \left(1 - \frac{3f}{5p} \right)}$ posita n. 228. Ellipti-

citas enim hæc $\frac{1}{332}$ debet esse æqualis $\frac{p}{r} = \frac{n}{2m \left(1 - \frac{3f}{5p} \right)}$, ubi juxta num. 208 est $\frac{n}{m} = 288.2$, adeoque $1 - \frac{3f}{5p} = \frac{332}{577.4}$, & $\frac{3f}{5p} = \frac{245.4}{577.4}$, adeoque $\frac{f}{p} = \frac{122.7}{288.2}$ paullo plus, quam $\frac{2}{3}$. Nimirum densitas mediæ Terræ paullo minor, quam scquialtera densitatis aquæ.

257 In illo opusculo postremis tribus comparationibus adhibueram priores tres, cum ommissa quarta tres reliquas, unde differentia mediæ gravitatis profluxerat 2. 49 fere eadem; sed cum pro valore $\frac{7n}{4m}$ adhiberem $\frac{1}{230}$, profluxerat ellipticitas tantillo minor $\frac{1}{335}$. Sed quid mihi de re tota sciendum videatur, aperiam, ubi sequenti libro egerimus de figura Telluris investigata per gradus.

258 El-

238 Hisce fufius expofitis percurreremus jam adnotationes a verfu 1797 ad 1995, quæ pertinent ad hæc duo argumenta figuræ Telluris ex æquilibrio, & inæqualitatis gravitatis in diverfis Tertæ locis, ut illuftrantur, quæcumque adhuc illuftratione indigent.

239 Quæ dicta funt in adnot. ad verf. 1797, & 1858 abunde patent ex iis, quæ hic pertractavimus. In adnot. ad verf. 1880 promiffimus oftenduros, quo pacto ex binis pendulorum ifochronorum longitudinibus obfervatis in binis latitudinibus datis poffint facili calculo deduci longitudines eorundem pro aliis locis datis quibufvis: id & præftitum eft hic num. 253, & immediate facile præftatur facili, ut *differentia finuum verforum latitudinis duplicata pertinentis ad loca, in quibus eft obfervatum, ad differentiam finuum verforum alterius ex iis locis, & loci dati, ita differentia longitudinum obfervatarum ad quartum addendum longitudini pertinenti ad locum obfervationis affumptum, vel demandum ab eo, ut habeatur penduli longitudo quaefita, prout is locus fuerit propior æquatori, quam novus datus, vel ab eo remotior.*

260 Attigimus ibidem illud, poffe eo pacto transmitti accuratius menfuras magnitudinum ad Posteror, quod & Nofter hic attigit. De methodo transmittendi menfuras magnitudinum ope pendulorum egimus tomo 1 in Supplementis a num. 634, quod nimirum fit referendo eas menfuras ad longitudinem penduli oscillantis ad fingula fecunda horaria, & vocando ex. gr. pedem horarium trientem ejus longitudinis. Inter alias rei difficultates illud etiam ibidem eft notatum, oportere noffe, in qua ratione mutetur vis gravitatis pergendo ab æquatore ad polum, ut ex longitudine penduli pertinente ad unum locum deducatur longitudo pertinens ad alium. Is progressus hic definitus eft ponendo exceffum gravitatis proportionalem finui vero latitudinis duplicatæ. At id ipfum non habet locum, nifi in hypothefi homogeneitatis, vel nuclei fphærici habentis denfitatem paribus a centro diftantiis æqualem, & in alia quapiam ejusmodi regulari hypothefi. At fi Terræ pars folida habeat inæqualitates denfitatis irregulares, & non ita exiguas, poteft ea omnis ratio perverti, & inde fieri poteft, ut alicubi in eadem etiam latitudine pendulorum ifochronorum longitudo diverfa fit, uti vidimus in tabella 1 cum progressum non accuratè inventum effe, fed in obfervatione haberi difcrimen 8 centefimarum lineæ ab eo, quod ei latitudini conveniret, cunque in alio loco paralleli ejusdem poffit æque inveniri difcrimen æquale oppofitum, poteft, refpiciendo etiam eas folas obfervationes, haberi inter pendula ejusdem ab æquatore diftantiæ difcrimen 16 centefimarum lineæ, quod menfuram illam generalem erroneam redderet, errore, qui fub fenfus cadat; quin immo & multo majus adhuc difcrimen inveniri poteft, ac a pluribus Obfervatoribus jam eft inventum, quanquam nullam ego adhuc habeam obfervationem, quæ magis difcrepet, cui omnino fidere poffim. Huc autem refpicit id, quod hac de re diximus in iisdem tomi 1 Supplementis num. 635.

261 In adn. ad verf. 1902 primo loco, diximus effe multo facilius invenire relationem, quam habent inter fe incrementa virium gravitatis pergendo ab æquatore ad polos in ellipfoide orta ex motu circa proprium axem, quam datis axibus invenire gravitatem; five rationem gravitatis totius ad hanc fuam differentiam; adhuc tamen repertas effe plures methodos inveniendi

attra-

attractionem puncti collocati in axe solidi geniti conversione curvæ ejusdem circa proprium axem. De hoc posteriore egimus supra §. 4 ; illud prius constat ex eo , quod curvarum quadraturis est opus ad computandam vim gravitatis absolutam in sphaeroidem in polo , & æquatore , quod & Mac-Laurinus generaliter accurate præstitit , & nos hic generaliter , sed tantum proxime , & pro compressione exigua invenimus num. 221 posita semidiametro æquatoris r , differentia ipsius a semiaxe x , esse ejusmodi rationem r ad $r - \frac{1}{5}x$; Newtonus autem exhibuit non expressione generali , sed in prop. 19 lib. 3 pro data ratione axium 100 ad 101 , ex qua deinde per falsam positionem progressus est ad figuram Terræ debitam in casu homogeneitatis .

262 Is nimirum ibi invenit , in ratione axium 100 ad 101 esse vim in sphaeroidem in polo ad vim in sphaeram radio 100 , ut 126 ad 125 ; vim in eam sphaeram ad vim in sphaeram radio 101 in superficie esse , ut 100 ad 105 ; vim in hanc sphaeram ad vim in sphaeroidem , cujus idem superficiei punctum esset polus , ut 126 ad 125 ; vidit autem illud , quod in parum compressis ellipsoïdibus locum habet , & quod ego in opusculo illo Litterariæ Expeditionis facile demonstravi num. 153 , differentiam virium in sphaeroidem , & sphaeram in casu , in quo idem punctum sit in superficie sphaeræ , & in æquatore sphæroidis , esse proxime dimidium ejus , in quo id punctum sit in polo sphæroidis ; adeoque vidit rationem vis in eam sphaeram , & in punctum possum in ejus sphæroidis æquatore esse 126 ad 125 $\frac{1}{5}$. Hinc hisce tribus rationibus collectis , invenit rationem 126 \times 100 \times 126 ad 125 \times 100 \times 125 $\frac{1}{5}$, sive 501 ad 500 . Ea ratio ex nostra formula obvenit eidem satis proxima ; nam in eo casu sit 101 ad 100 $\frac{4}{5}$, sive 505 ad 504 , discrimine exiguo ex diversa approximandi methodo , & diverso exiguarum quantitarum contemptu .

263 Hoc elucutus vidit binorum canalium e centro e ductorum pondera fore inter se , ut hæc vires , & longitudines canalium conjunctim , cum in utroque canali in eadem ratione decreverint vires versus centrum , adeoque ut 501 \times 100 ad 500 \times 101 , sive ut 501 ad 505 ; adeoque vidit ad æquilibrium requiri illud , ut vis centrifuga compenset illas $\frac{4}{505}$ ponderis , quæ vis centrifuga si habeatur , haberi æquilibrium in ellipticitate $\frac{8}{801}$. Hic jam supposuit ellipticitates esse proportionales vi centrifugæ , quam cum invenisset pro nostris gravibus in æquatore $\frac{1}{289}$, iniecit rationem ut $\frac{4}{505}$ ad $\frac{1}{101}$, ita $\frac{1}{289}$ ad ellipticitatem quaesitam , quæ illi obvenit $\frac{1}{230}$, quamproxima illi , quæ obvenit hic nobis $\frac{1}{131}$ discrimine exiguo orto ex illa diversa ratione 505 ad 504 pro 501 ad 500 , & ex vi centrifuga apud nos $\frac{1}{288.7}$ pro $\frac{1}{289}$.

264 Clerautius in opere de figura Telluris miratur , Newtonum vidisse figuram Telluræ debitam hac methodo , velut trans nebulam quandam ; & mihi quidem videntur prona omnia in hac ejus methodo . Invenerat vim gravium descendentium in æquatore ad vim in polo esse reciproce , ut distantia a centro , adeoque in parva compressione differentiam virium proportionalem

tem esse differentie distantiarum, sive ellipticitati assumenda. Ex ipso calculo inito pro eruendo gravitatis primitivæ discrimine in casu axium, ut 101 ad 100, facile videre potuit, ipsam discrimen debere esse proportionalem eidem ellipticitati. Quare debuit inde inferre, vim etiam centrifugam debere esse eidem ellipticitati proportionalem, ex qua nimirum, & vi gravium descendendam conficitur gravitas primitiva. Nihil in toto hoc progressu mihi videtur alienum a sagaci quidem, sed & solida, & usitata Newtono perquirendi ratione. Esse autem ellipticitatem exiguam proportionalem vi centrifugæ in hypothesi homogeneitatis, constat etiam ex nostra ellipticitatis formula $\frac{7n}{4m}$; quæ est ut $\frac{n}{m}$.

265 Ibidem additur ex eo, quod ellipticitas sit $\frac{1}{230}$, elevationem sub æquatore esse circiter milliariorum 17, id constat diviso radio æquatoris r , qui per num. 208, est pedum 19668203, per 230, vel per 231; proveniunt enim pedes 85501, vel 85131, nimirum in utroque casu milliaria 17, & præterea passus 100, vel 26. Newtonus ex assumpto majore æquatoris radio invenit in eadem prop. pedes 85820, qui adhuc exhibent milliaria 17, & passus 164. Additur itidem Newtonum invenisse differentiam vis, qua gravia descendunt in æquatore, & polo esse itidem $\frac{n}{230}$ majoris, vel $\frac{1}{229}$ minoris. Id ipsam habet Newtonus ibidem, & sponte consequitur ex eo, quod vires sint in ratione reciproca distantiarum, adeoque differentia virium ad vim, ut differentia distantiarum ad distantiam. Id & nostra formula proximè exhibet, cum offensum sit, ellipticitatem in hypothesi homogeneitatis æquari fractioni gravitatis.

266 Quæ habentur in sequenti adnotatione ad vers. 1941, prona sunt omnia ex iis, quæ hic fuscè sunt pertractata. In sequenti adnotatione plures difficultates proponuntur contra solutionem problematis de figura Telluris ex æquilibrio, ex quibus, quæ pertinent ad inæqualem textum partium Telluris, quem etiam irregularem suspicari licet, per se patent; sed de eo uberius sequenti libro, Quod attinet ad figuram Jovis, quam observationes indicant minus compressam, quam requirat hypothesi homogeneitatis, & de Newtoni lapsu circa effectum majoris densitatis versus centrum, abunde hic pertractavi a num. 240.

267 Addidit Nolter ibidem & aliam causam, quæ possit fortasse conferre aliquid ad mutandam figuram in Jove, si nimirum in eadem a centro distantia densitas æquatore versus sit diversa a densitate versus polos; & quidem major densitas in nucleo versus æquatorem pareret majorem ellipticitatem, minor minorem; nam in fig. 28, si post æquilibrium concipiatur nova materia compenetrata in ipsa peripheria æquatoris *As*, directio vis novæ in novam materiam in punctis *P* Meridiani *BAs* in infinitum accedentibus ad æquatorem, in infinitum accederet ad punctum *A* æquatoris sibi proximum, adeoque eadem etiam in punctis sensim remotioribus, etiam ubi materia diffunditur nonnihil ab æquatore hinc, & inde circa ejus peripheriam, respectu prioris directionis *PL* vis agentis in sphæroidem caderet ad partes oppositas centro *C*, adeoque & directio vis ex utraque compositæ recederet a centro, & ad habendam superficiem ei novæ directioni perpendicularem debe-

ret

ret crescere compressio ad partes *B*, & augeri curvatura, atque intumescencia ad partes *A*. Quamobrem major raritas versus aequatorem Jovis posset parere illam minorem ellipticitatem; si revera est minor. Videretur autem mihi materia prope aequatorem, ubi perpetuo caloris vi rarefcent omnia, debere esse potius rarior, quam ubi perpetuo densantur frigore ad polos, quantumvis Newtonus censuerit potius materiam sub aequatore veluti totam densiorem esse, quanquam quodecunque inde discrimen proveniat, exiguum esse debeat. Sed si ex primigenio Telluris textu materia sit collocata prope aequatorem satis rarior, potest inde obvenire etiam pars incrementi gravitatis solum versus, ut innuimus in adnot. ad vers. 1995, qua de re iterum aliquid sequenti libro, ubi de figura Telluris determinata per graduum mensuras.

268 Mentio ibidem injecta est etiam nuclei solidi elliptici, cujus theoriam excoluit Clairautius, ut conciliaret figuram Telluris cum inaequalitate gravitatis. Posset nimirum figura Terrae esse etiam producta ad polos, cum tota vertigine circa proprium axem, si nucleus solidus adhuc magis productus esset, ut vis centrifuga productionem, quae sine vertigine in ea hypothesi haberetur, minueret. Potest autem considerari is nucleus vel ut homogeneus, vel cujuscunque diversae densitatis, tum etiam cujuscunque figurae. Pro nucleo homoganeo elliptico Clairautius hanc ellipticitatis formulam exhibuit §. 31

partis 2 operis de figura Terrae $\frac{6a^2fa + 5a^2fb + 5\varphi}{10a^2f + 4}$; ubi semidiameter figurae fluidi $\frac{1}{2}a$, figurae nuclei b , ellipticitas hujus a , densitas fluidi $\frac{1}{2}f$, densitas nuclei $\frac{1}{2}f$, ratio vis centrifugae in aequatorem ad gravitatem ibidem φ .

269 Hujusmodi disquisitionem, ut & alias eo pertinentes omitto, quae & sublimiores sunt, atque prolixiores, potissimum, si ut fere ubique hic praestamus, rem geometrica methodo, qua & Newtonus fere semper est usus, tractare oporteat, & ex alia parte ad arbitrarías hypotheses delabuntur: ubi enim a sphaerica figura receditur, nihil est, quod suadeat nuclei figuram ellipticam esse potius, quam alterius figurae cujuscunque; ut & si ab uniformi densitate receditur, infinita sunt genera mutationum, quae haberi possint, in quibus & irregularitates plurimas debere occurrere suadent omnia fere, quaecunque intuemur Naturae opera. Sed de hoc iterum aliquid sequenti libro.

§. 7. Ad notam in vers. 1707. &c.

DE DEVIATIONIBUS PENDULORUM EX ASPERITATE SUPERFICIEI TERRESTRIS, ET METHODO DEFINIENDI MASSAM TERRAE.

270 I N adnotationibus ad vers. 1707, 1734, 1761 egimus de deviationibus pendulorum in montes, ac in adnotatione ad vers. 2019 exposui meam methodum determinandi massam Terrae relataam ad corpora nobis nota, ut ad aquam; unde etiam media ejus densitas potest innotescere, a qua uti vidimus para-

paragrapho superfore, & Terræ figura pender. Supplendæ sunt hic demonstrationes nonnullæ ibi omiffæ, ac alia quædam pauca adnotanda.

271 In primis dictum est illud in adn. ad vers. 1707, *si sit mons, cujus vis æquivaleret vi sphaera homogenea Telluri habentis diametrum duorum circiter milliariorum, deflecti debere pendulum circiter per unum minutum primum*. Accurata ejus deviationis quantitas facile definitur. Sit in fig. 31 C centrum Terræ, I centrum globi impositi superficiei Telluris habitæ pro sphaerica, quod hanc perquisitionem nihil ad sensum perturbat, & pendeat e filo DB pondus B proximum ejus superficiei in radio BI perpendiculari ad BC, in quem radium IB productum incurrat in E recta DE parallela BC, adeoque ipsi BE perpendicularis. Patet fore DE ad EB, ut est vis in Terram ad vim in eum globum, cum DB dirigatur juxta vim ex utraque compositam, quæ quidem vires sunt, ut sphaerarum radii (ex §. 4) cum vis in Terram in B sit proximè eadem, ac in A. Est autem DE ad EB, ut radius ad tangentem deviationis EDB a positione rectæ BC perpendicularis superficiei terrestri. Habebitur igitur hujusmodi theorema. *Radius ad tangentem deviationis penduli est, ut semidiameter Terra ad semidiametrum globi*. Semidiameter sphaeræ æqualis ipsi Terræ pedum 19641762, semidiameter globi mille passuum habet pedes 5000. Hinc tangens deviationis 254 ad radium 1000000, & angulus quæsitus secundorum 53. Unum autem minutum accurate haberetur, si adhiberetur milliare Geographicum, cujusmodi 60 continet gradus circuli Terræ maximi, cum arcus unius minuti debeat esse natus milliarius, & idem confundatur cum sua tangente, existente radio ipsa semidiametro Terræ.

272 Hinc patet, massam, quæ æquivaleret globo habenti decimam milliariis geographici partem pro radio, parere aberrationem secundorum sex, adeoque si observatio instituitur hinc, & inde ab eadem, habetur aberrationum summa 12 secundorum, quæ quidem majoribus instrumentis, ut ope sectoris, admodum facile definiri possunt, cum & unius vel alterius secundi satis accurata determinatio obtineri possit eorum ope: eundem verò effectum præstant addensationes ingentes materiæ, quæ forte occurrant infra superficiem prope ipsam; ut si infra superficiem sit ingens hiatus superficiei proximus, parit deviationem in partem contrariam.

273 Montes, qui molem habeant multo majorem, quam ut æquivalent globo habenti pro radio passus 100, occurrunt ubique. Hinc ope ejusmodi observationis inquiri posset in ipsam Terræ massam, cujus densitas media esset major, vel minor media densitate montis in ea ratione, in qua deviatio observata esset e contrario minor, vel major densitate computata; & facile per theorema generale numeri 179 computari posset deviatio debita vi in montem cujuscunque formæ, determinata proxime per observationes ejus formæ, & magnitudine, ac eruta ex eo theoremate vi in ipsum, & comparata cum vi in Tellurem. Sed ea obstant, quæ exposuimus in adn. ad vers. 1734, nimirum perturbationes, quæ haberi possunt ab aliis irregularitatibus, & id, quod in plerisque montibus accidit, vacuum ipsi subiectum, & æquale, quod ubi vi internorum ignium Terræ crusta in montem assurrexit, ejus loco relictum est.

274 Hinc ut in ejusmodi mediam densitatem Terræ inquiri possit methodo exposita in adnot. ad vers. 2019, proponam hic solutionem problematis ibi pro-

promissam, excerptam ex mea dissertatione de observationibus Astronomicis, quod quidem & ad deviationum vim intimius cognoscendam conducet. Est autem hujusmodi, ac iisdem fere verbis inde & problema, & ejus solutionem excerpo correctio exiguo calculi errorculo, quem dum hac inde exscribo, animadverto.

P. 32 275 Problema. Attrahatur vi Newtoniana corpusculum C in fig. 31 collocatum in communi intersectione FM plani horizontalis FEM cum plano verticali $FNQM$ a singulis punctis existentibus inter ea plana, & alterum planum horizontale NQ usque ad datam distantiam CV , data præterea distantia CA planorum horizontalium. Resolutis omnibus viribus in tres sibi invicem perpendiculares, secundum directiones CM , CE , CA , & disjuncta prima actionibus contrariis, quantantur reliqua dua.

276 Centro C intervallo CF sit quadrans sphaera, qui occurrat planis horizontalibus in semicirculis, quorum radii CF , & AN . Poneis $CF = x$, $CA = 1$, $CV = m$, erit $AN = \sqrt{(xx - 1)}$, & per notissimam circuli quadraturam erit segmentum $FNQM$ semicirculi verticalis $FTM = 2x - \frac{1}{2}x^{-1} - \frac{1}{20}x^{-3} - \frac{1}{56}x^{-5} - \frac{1}{576}x^{-7}$ &c. Jam vero attractio perpendicularis plano FTM superficiei sphaericae est (ex §. 4) area $FNQM$ divisa per CF^2 . Quare si radius sphaerae CF augeatur per elementum dx , ea vi ducta in ipsum dx , erit vis orbis sphaerici clausi iisdem planis, & earum sphaerarum superficibus $2x^{-1}dx - \frac{1}{2}x^{-3}dx - \frac{1}{20}x^{-5}dx - \frac{1}{56}x^{-7}dx - \frac{1}{576}x^{-9}dx$ &c. Ejus integrale est $2 \log. x = \frac{1}{6}x^{-2} = \frac{1}{80}x^{-4} = \frac{1}{336}x^{-6} = \frac{1}{3456}x^{-8}$ &c. $\mp Q$, addita constanti Q , si opus erit.

277 Ponatur pro $CF = x$ primo $CV = m$, tum $CH = 1$, & formularum differentia exhibebit attractionem orbis sphaerici clausi planis horizontalibus, & superficibus sphaerarum, quarum radii CV , CH , quæ erit $2 \log. m = \frac{1}{6} \left(m^{-2} \right) = \frac{1}{80} \left(m^{-4} \right)$ &c, & si m fuerit numerus nimis magnus, evanescet m^{-2} , m^{-4} &c. His igitur omissis, evadit vis $= 2 \log. m - \frac{1}{80} - \frac{1}{336} = \frac{1}{3456}$ &c. Huic si addat ut vis in dimiduum hemisphaerium HAI , quæ ex §. 4 erit quadrans HA peripheriæ, siue posita ratione radii ad semiperipheriam 1 ad p , erit $\frac{1}{2}p$ siue $\frac{155}{126} = 1.571$ (hic valor in illa dissertatione assumptus fuerat $= p$, duplus veri valoris, sed error evadit admodum exiguus in summa, ubi valor m sit satis magnus, ut patebit paullo inferius) subducta summa, erit vis tota secundum $CE = 2 \log. m = 1.571 - 0.182 = 2 \log. m = 1.389$.

278 Ut vero inveniat vis normalis ad planum horizontale, attractio superficiei sphaericae NTQ est ex §. 4 semicirculus in quem projicitur divisus per quadratum radii, qui radius æquatur $AN = \sqrt{(xx - 1)}$. Ejus semicirculi area est $\frac{1}{2}pxx - \frac{1}{2}p$, & proinde attractio ejus superficiei $\frac{1}{2}p - \frac{1}{2}p x^{-2}$; ac attractio orbis $NTQ = \frac{1}{2}p dx - \frac{1}{2}p x^{-2} dx$, cujus integrale $\frac{1}{2}p x = \frac{p}{2x} = Q$. Facto primum $x = m$, tum $x = 1$, & sumptis differentia formularum, erit vis in segmentum quadrantis hemisphaerici radio CV descripti-

descripti jacens infra planum $NQ = \frac{1}{2}pm - \frac{1}{2}p + \frac{p}{2m} - \frac{1}{2}p = \frac{1}{2}pm - \frac{p}{2m} - p$. Vis totius quadrantis hemisphaerici est quadrans peripheria circuli maximi $\frac{1}{2}pm$. Igitur vis residua quantitas $p - \frac{p}{2m}$, & evanescens $\frac{p}{2m}$, ubi numerus m est nimis magnus, ea vis evadet $p = 3.141$.

279 Sit jam altitudo CA pedum 50, sive passuum 10, CV milliarium 100, ut posita $CA = 1$, sit $CV = m = 10000$. Erit in logistica tabularum, cujus subtangens 0.4339, $\log. m = 4$; ac proinde in logistica, cujus subtangens 1, erit 9.2313; vis igitur horizontalis corpusculi C secundum directionem $CE = 2\log. m + 1.389$ erit 19.851, & vis verticalis 3.141 paullo major, quam septima ejus pars.

280 Jam vero semidiameter Terræ est pedum 19641762 (num. 114) sive unitatum CA , quarum singula continent 50 pedes, 3928355, qua posita $= r$, est sphaera $\frac{4}{3}\pi r^3$, & proinde vis in ipsam (n. 186) $\frac{4}{3}\pi r = 1645504$; adeoque gravitas ad vim horizontalem in id stratum, ut 1645504 ad 19.851, sive ut radius 10000000 ad 121 tangentem deviationis, quæ evadit 2".31", vix quidquam discrepans ab illa, quæ in ea dissertatione inventa fuerat 2".38". Porro multum etiam aucto, vel imminuto intervallo $CV = m$, parum mutatur deviatio, cum logarithmi ingentium numerorum, ut est $\log. m$, parum mutantur, ipsis etiam multum mutatis.

281 Altera vis verticalis, quæ gravitatem in Terram auget, & erat ad horizontalem ut 3.141 ad 19.851, vix est ad ipsam gravitatem, ut 2 ad 1000000, quam idcirco nihil ad sensum auget. Sic etiam ille globus I figuræ 3:1 radio unius miliaris, si jaceret non ad latus corpusculi B , sed infra ipsum, gravitatem augetet parte ipsius $\frac{254}{1000000}$, quod incrementum longitudinem penduli oscillantis ad singula secunda augetet eadem parte, quæ longitudo cum sit linearum proxime 440, vix augetetur $\frac{18}{100}$ unius lineæ, quod probe notandum est; ut appareat, quanto magis directionem penduli turbent inæqualitates, quas habemus in superficie Telluris, & infra ipsam, quam longitudinem penduli oscillantis ad singula secunda; dum massa, quæ integri minuti primi deviationem parit, eam longitudinem vix mutet decima parte lineæ. Contra vero majores inæqualitates altius depressæ infra superficiem Terræ, cum nimis oblique trahant, debent, si adsint, multo majorem productionem parere in penduli ad secunda horaria oscillantis longitudine, & deviationem minorem in directione quiescentis, quod probe notandum est.

282 Sed ut ex solutione problematis capiamus eos fructus, quos nobis proposuimus, in primis notetur illud, stratum ejusdem extensionis in longum, & latum, quod sit altum 500 pedibus, sive sola decima miliaris parte, debere parere deviationem decuplo majorem secundorum 25, 10", ingentem sane; ac proinde ubi solum perpetuo assurgit ad ingentem distantiam, ut Italia ab utroque mari ad Appenninos attollitur, ingentem haberi debere deviationem penduli, nisi aequali inferno hiati illa materię aggestio compensetur; ac illud demum, inæqualitates, quas in superficie Telluris cernimus, licet exigua sint respectu Telluris totius, & penduli oscillantis longitudinem

vix

vix quidquam ad sensum immutent, pares esse deviationibus etiam ingentibus inducendis, nisi per infernos hiatus habeatur compensatio, quam utcumque haberi sepiissime videatur admodum verosimile, adhuc tamen ubique satis accuratam esse, mihi quidem suadere nequaquam possum.

283 Deveniendo deinde ad determinationem massæ terrestris, ea obrineti posset per hujusce problematis solutionem methodo exposita in ea adnotatione. Quoniam sunt loca, in quibus maris æstus assurgit etiam ad 50 pedes, ut in Britanico freto, ac ad multa milliaria protenditur illud stratum unda recens allapsa, & succedentis æquali strato aeris; pendulum longius constitutum in ipso marium margine, ut supra, vel statim post aggeres, potissimum microscopio adhibito, debet admodum sensibilem deviationem acquirere versus undam ipsam, si densitas media Telluris non sit multo major, quam media aquarum densitas. Erit in fig. 32 *NQ* superficies aquæ infima, *HM* suprema, & quoniam massæ remotæ parum trahunt, etiam si procul a littore elevatio sit aliquanto minor, ac littora opposita serpant, & magis distent, deviatio pro altitudine pedum 50 debita mediæ densitati Telluris homogeneæ aquæ erit proximè 2", 31"', quæ pro aliis altitudinibus erit proximè proportionalis ipsi, & pro diversa densitate media Telluris, erit reciprocè proportionalis ipsi densitati, ut idcirco observata altitudine maris succedentis aeri, & deviatione, definiri possit ea densitas, & ex data mole Telluris, etiam ejus massa relata ad hæc corpora nobis nota, non tantummodo ad Solem, Jovem, Saturnum, Lunam, quod unum hæcenus est præstitum; unde etiam liceret conjicere, an Terra sit ad centrum usque perpetuo materiæ ductu plena, an crusta quædam tantummodo, cum ingenti vacuo nucleo, ut etiam inde de figura Terræ inducta per æquilibrium judicari melius posset, cum ea, uti vidimus superiore paragrapho, pendeat a media Telluris densitate comparata cum densitate marium.

284 Ad accuratiorem calculum satis esset determinare accuratius figuram littorum, altitudinem marium circumquaque, respondentem datæ cuivis altitudini loci assumpti pro observatione, & elevationem etiam versus medium fretum, cujus satis accuratè determinandæ ex ipso littore per majoris telescopii micrometrum ratio est tuta, & facilis, ex quibus datis determinari posset admodum accuratè vis in illam massam aquæ allapsæ, ac per eam deviatio debita, ex cujus collatione cum observata emerueret densitas quæsitæ.

285 Sed sunt etiam in superficie Telluris loca plurima, in quibus regis impensis concludi posset muro, vel aggere ingens tractus satis altus, ubi valles montibus concluduntur, in quem ex altioribus fontibus deduci posset aqua succedens aeri, ac deinde emitte; & inde etiam ope ingentis penduli ad latus constituti observari deviatio, & comparari cum deviatione computata. Satis est meminisse illud deviationem secundorum sex respondere molæ aquæ æquivalenti globo habenti pro radio decimam partem miliaris geographici, cujusmodi hiatus haudita difficulter concludendi inter asperos montes non raro occurrunt. Hoc pacto posset perpetuum quoddam constitui velut *Gæmetrum*, quo impleto, ac evacuato ad libitum, universa Terra tanquam ad stateram quandam appenderetur, comparata ejus actione, cum actione datæ massæ aquæ, data molis, & formæ.

SUPPLEMENTUM AD LIBRUM QUINTUM

§. I. Ad notas a versu 124 ad 270.

DE VETERUM CONATIBUS PRO MAGNITUDINE
TERRÆ DETERMINANDA.

286 **I**N præcedentis libri supplementis diutius moratum, utcumque omnia, quantum licuit, contraxerim, hic adhuc contraſtorem eſſe oportebit, & in iis tantummodo plerumque verſari, quæ ad Noſtrum rite intelligendum neceſſaria erunt. Sed argumentum de magnitudine, & figura Telluris investigata per graduum meſuras a Veteribus, & Recentioribus, quod fere dimidium hunc librum occupat apud Noſtrum, nos aliquanto diutius detinebit, quod argumentum in plures partiti paragraphos, hoc priorè, quæ ad Veterum methodos, & obſervationes pertinent, paucis percurremus.

287 Veteres habuerunt Terram pro ſphærica, uti innuimus in adn. ad verſum 124; neque enim hic moramur abſurdas quorundam imperitiſſimorum Veterum ſententias, quas Ricciolius perſequitur Almageſti lib. 2 cap. 1, ut eſt illa Anaximandri, qui conſult columnæ ſimilem, Leucippi, qui cylindro, Cleantis, qui cono, Heracliti, qui ſcaphio, Democriti, qui diſco cævo, Anaximandri, & Empedoclis, qui menſæ planæ, Xenophanis Colophonii, qui deorſum inſinitis ſultam radicibus per ſummam Naturæ ignorationem exſtimavit. Nec vero novimus, an Ariſtarchus, & qui Veteres Pythagoræ Telluri motum tradiderunt, quidquam de vi centriſuga, & compreſſa Telluris forma inde proveniente ſubodorarint. Ita autem ſententia de accurata figura ſphærica marium, atque Telluris, abraſis, vel neglectis aſperitatibus exantæ continentis, & montium vigne ſæculis omnibus, quorum monumenta ad nos pervenerunt, ut uſque ad ſæculum ſeptimum decimum, nemo de illa, quod ego ſaltem aut noverim, aut nunc meminerim, dubitarit. Argumenta, quibus ejuſmodi ſententia innitebatur, ſuſius perſecutus ſum, & ad accuratiorem trutinam revocaſi in mea diſſertatione de Veterum argumentis pro Telluris ſphæricitate. Fuerunt autem potiſſimum primo quidem æquilibrii leges, cum nimirum gravitatis vim cenſerent dirigi ad unicum commune centrum, nec niſi illam ſolam conſiderarent; cujuſ directio cum perpendicularis eſſe debeat ſuperficiæ fluidi quieſcentis, uti & ratio, & experimenta docent, nec niſi ſola ſphæra habeat ſuperficiem ubique perpendicularem rectis tendentibus ad datum punctum, neceſſario conſequebatur ſphærica marium figura, cui argumento addebatur & æquilibrium æquiliæ tantummodo columnarum Telluris conceptæ, ut fluidæ uſque ad centrum, qua ratione Archimedes eſt uſus. Deinde globosam Telluris formam perſuaſit curvatura perpetua, quam indicabat, & poli elevatio, ac depreſſio tendentibus in Boream, vel Auſtrum, & ortus, ac occaſus anticipatio, vel poſticipatio tendentibus in ortum, vel occaſum indicata ab eclipſibus, conferentibus unius loci horas cum horis alterius, & circularis forma, quæ in marino horizonte ſe ubique oculis obſciebat, & notiſſimum illud phænomenon,

Tom. II.

B b

menon,

menon, quo adventantibus e mari prius summi montes, tum littora, prius domorum tecta, tum limina, ac prospectantibus e littore prius summi mali, & vela, tum ipsæ naves, & spuma rostris eruta apparebant. Sed præ reliquis argumentis ab observatione petitis umbra Terræ, quæ in eclipsibus Lunæ circularis apparet semper, sphericam Telluris formam persuadebat, cum sola spherica forma umbram solaris disci, qui circularis cernitur, circumquaque projiciat; eclipses autem tam ad Orientalem, quam ad Occidentalem plagam quamcunque contingant, & in magna etiam amplitudine ad Boream, & Austrum.

388 Verum quid ex æquilibrio deduci possit, fuscè vidimus in penultimo superioris libri §, quod quidem argumentum enervat penitus sententia de gravitatis tendentia orta ex vi composita in omnes Terræ particulas, & incerta constitutio partium internarum Tellurem solidam constituentium, & veru etiam externarum, tam exigua ejus parte nota Veteribus, orbe nondum circum navigato, nondum America, & Orientali Asia detectis, ac Boreali Europa, australi Africa perlustratis. Argumenta autem petita a curvatura, curvaturam ipsam perpetuam tantummodo, non accuratam sphericitatem evincebant, cum nullæ adessent, præter incertam quandam oculorum æstimationem, accuratæ mensuræ, quæ æqualem ubique curvaturam evincerent, nullis accuratis graduum dimensionibus, quæ inter se conferri possent, nullis determinatis phænomenorum, quæ enumeravimus, comparisonibus institutis cum dimensionibus rite definitis intervallorum, per quæ acciderent, ac mutationes certas subirent, nulla accurata mensura inita ad definiendam, an horizontis marini limbus satis accuratè circularis sit, quam quidem perquisitionem nunc etiam inutilem reddit refractionum horizontalium inæqualitas, quæ sæpe eodem tempore horizontem physicum ex altera parte attollit magis, quam ex altera. Demum quod pertinet ad Terræ umbram, id quidem, licet ea atmosphæræ, non Terræ sit umbra, utcumque haberet vim, supposita nimirum ubique exigua, & ad sensum æquali elevatione atmosphæræ supra superficiem Telluris (quanquam ne id quidem satis constare potuit Veteribus, potissimum barometro, quod atmosphæræ pondus exhibeat, nondum invento) sed utcumque vim habere posset, si integrum terrestris umbræ ambitum, vel simul maximam ejus partem in Lunæ disco suspiceremus, ac dimetiremur accuratè, & formam accuratè circularem semper deprehenderemus; at nec arcum nisi exiguum in Luna cernimus, cujus disci diametro diameter umbræ est fere triplo major, & ita incertum reddit umbræ marginem penumbra, ut nihil inde, ne pro illo quidem exiguo arcu, quem videmus, inferri possit, nec post accuratissima astronomica instrumenta, quibus utimur, quorum instrumentorum defectus multo magis incertam apud Veteres reddidisset hanc methodum inquirendi in accuratam Telluris figuram, si quidquam supra incertam oculorum æstimationem tentandum ea in resuscipissent.

389 Inde constat suppositam apud Veteres, non satis solidis probatam fuisse rationibus Terræ sphericitatem; videndum nunc, quo pacto ex ejusmodi suppositione in magnitudinem inquisierint ipsius Terræ, & illustranda, quæ Noster proposuit, & quæ attingimus in adnotationibus sequentibus, utcumque satis elementaria. In adnot. ad vers. 131 occurrit dimensio Hæratostei-

sis,

nis, & ibidem expofita funt principia, quibus innitebatur. In fig. 33 refert T centrum Terræ, A Alexandriam, DAE semicirculum hemisphærii ibi erecti ab Heratoflene, positum in plano Meridiani, STF radium Solis terminantem arcum AF , per quem extendi debuit umbra styli verticalis AI positi in directum cum radio Terræ TA , B Syenem, cujus puteum BH radius Solis verticalis illuminabat ad fundum usque, qui radius idcirco supposebatur proveniens a Sole verticali ita, ut ejus productio in directum esset ipse radius Terræ BT . Assumptis oblimanem Solis distantiam radiis Fs , TS pro parallelis, habitus est angulus ATB pro æquali alterno AIF , cujus arcus AF cum esset ex observatione pars quinquagesima circuli maximi ejus hemisphærii, habitus est hujus arcus AB pro parte quinquagesima circuli itidem maximi sphaeræ terrestreis, & cum hic ex viatorum æstimatione esset 5000 stadiorum, intulit Heratoflenes circulum Terræ maximum continere stadia 5000 \times 50, nimirum 250000.

290 Plura falso assumpta, quæ hujusmodi determinationem reddiderunt erroneam, habentur in adn. ad vers. 161, quibus correctis methodus pro illis temporibus fuisset utcumque opportuna. Quod pertinet ad parallelismum radiorum; si radii provenirent ab eodem Solis puncto, haberi utique possent pro parallelis. Si enim concipiatur, puncta S , & s coire in unicum punctum, angulus IST esset perquam exiguus. Nam integer Terræ radius TK visus e Sole est tantummodo secundorum $10 \frac{1}{2}$, quanta est parallaxis horizontalis Solis juxta n. 70, & 105. Est autem TK circiter pars sexta peripheriæ terrestreis, & IB , seu AB intervallum illi ad sensum parallelum pars quinquagesima, adeoque hoc ad illud, ut 6 ad 50, sive ejus pars minor quam octava, quæ idcirco videri debet e Sole sub angulo paullo majore, quam unus secundi. Et is error committeretur in angulo ATB assumpto pro æquali AIF , a quo debet deficere, quod quidem in unum gradum circuli terrestreis, qui est minor quam septima pars totius arcus AB continentis $7^{\circ} 12'$, induceret errorem fractionis exiguæ unius secundi. At possunt ii radii non provenire ab eodem puncto Solis. Nam umbra AE terminatur a puncto supremo disci solaris, non a centrali radio, ut patet, ac ad illuminandum totum puteum utcumque profundum, & arcum usque ad fundum, satis est, sit verticale quodcumque punctum disci solaris; quod quidem punctum si fuerit ipsum punctum disci, in accipiendo parallelismo committitur error æqualis toti diametro solari, nimirum circiter dimidii gradus; quod inducit errorem fere $4 \frac{1}{2}$ in singulos gradus, nempe errorem fere $\frac{1}{13}$ totius.

291 Ea methodus pro accuratioribus perquisitionibus, cujusmodi hodie in usu sunt; est minus apta erroribus etiam correctis, quia determinatio umbræ styli satis accurata haberi nequaquam potest ob penumbram. Quamobrem quadrantes vel sectores requiruntur, qui accurate determinent angulum FIA oppositum ad verticem angulo ZIS distantie a zenith limbi Solis utriuslibet, & ad definiendam in B distantiam itidem a zenith ejusdem limbi, si Sole uti libeat, ac præterea & refractionis habenda ratio, quæ pro 7 gradibus est circiter $8''$, & minuit distantiam apparentem in AA zenith.

292 In adn. ad vers. 183 habetur methodus prior Possidonii, qui usus Canopo stella æmulsit binas ejus positiones, alteram Rhodi, ubi horizon-

tem stringebat, alteram Alexandriæ, ubi simul ad meridianum appellam elevabatur supra horizontem parte $\frac{1}{48}$ totius celestis circuli, five gradibus 7. Si observatio accurata fuisset, rite inde intulisset arcum inter eas urbes concentum esse $\frac{1}{48}$ totius terrestris ambitus. Cum enim horizon distet a zenith per unum quadrantem, oporteret arcum inter bina zenith interceptum esse eundem $\frac{1}{48}$ circuli celestis, a cuius altero distaret stella $\frac{1}{48}$ parte ejusdem circuli minus, quam ab altero. Arcus autem terrestris ut similis arcui celesti inter bina zenith in hypothese Telluris sphericæ, ut itidem patet.

293 Verum & huic determinationi obsunt plura, quæ in eadem annotatione innuimus, inter quæ refractio horizontalis & ingens, & admodum incerta, ac varia juxta num. 40, rem prorsus omnem perturbat. Fixarum observatio, ut infra videbimus, est omnium aptissima ad graduum mensuram, sed Fixarum, quæ proximæ zenith habeant refractionem exiguam, & satis certo definitam, non quæ proximæ horisonti habeant ingentem, & incertam.

294 In add. ad versum 212 habetur altera Possidonii methodus per intervallum, per quod gnomones verticales umbram non projiciunt in meridie. F. 34 Sint in fig. 34 *TS*, *Ts* binæ rectæ jacentes in plano meridiani, & tangentes globum Solis *Ss*, quæ incurvant in arcum *I*, *i* meridiani terrestris. Satis patet stylos verticales *IC*, *ic*, & omnes alios, qui inter illos erigantur, nullam debere umbram projicere in meridie; stylos autem *AB*, *ab* projecturos umbram *AD*, *ad* terminatam a radiis *EBD*, *ebd* provenientibus a punctis *E*, *e* paullo ulterioribus. Arcus *Is* carens umbra metitur angulum *ITi*, five *STs*, qui est diameter apparentis Solis visi, e centro Terræ: & quoniam diametri apparentes sunt reciproci, ut distantie, semidiameter autem Terræ *TI* habetur jure instar puncti respectu distantie a Sole, semidiameter visa ex *I* accipi potest pro eadem, ac si videretur ex *T*; si fiat, ut diameter apparentis Solis ad unum gradum, ita arcus meridiani terrestris, per quem nulla apparet umbra, ad quartum, habebitur mensura unius gradus, & per eam integer ambitus Terræ.

295 Difficultates contra hanc methodum habentur in eadem annotatione petite a difficultate definiendi satis accuratè limites, in quibus incipiat, & desinat umbra verticalium corporum esse nulla, ob penumbram, & difficultate summa determinandi apparentem diametrum ante inventa telescopia, & micrometra; accedit nimis exiguus tractus assumptus, pro mensura totius circuli, qui est circiter dimidii gradus, ut Solis apparens diameter, ut idcirco error in eo tractu commissus crescat, ubi per ipsum definitur unus gradus, qui decrescit, si adhibeatur tractus aliquot graduum. Ceterum cum hac methodus Solem verticalem adhibeat, evitat difficultatem petitam a refractionibus.

296 Additur in eadem annotatione, casu hanc methodum inter omnes veteres exhibuisse minime omnium erroneam mensuram gradus. Ea quidem exhibuit milliaria Romana antiqua 75, Nos gradum in Italia invenimus hexapedarum Parisiensem 56979, ut infra videbimus, five reductis mensuris, eorum milliarium $74\frac{1}{2}$, quam proxime, & gradus sub Tropico, ubi ea observatio instituta est, debuit esse paullo brevior ita, ut dam alia methodi

thodi errorem induxerant plurimum milliarium, hæc ne unius quidem milli-
liaris errorem induxerit.

297 In adn. ad vers. 236 occurrit dimensio Arabum per poli altitudinem, qua in patentibus campis observata, progressi sunt recta in Boream, donec eadem uno gradu major inveniretur, quem Terræ tractum habuerunt pro uno gradu terrestris circuli. Si altitudo poli accuratè definiatur, constat methodum rite procedere; si enim ab eodem polo alter horizon distat plus, quam alter, uno gradu, distat itidem & alterum zenith plus, quam alterum; quæ puncta si in eodem arcu ejusdem meridiani jacent, differentia illa distantiarum binorum zenith a communi puncto est ipsa distantia inter eadem bina zenith, quæ distantia idcirco erit unius gradus, adeoque unius gradus etiam arcus terrestris inter bina loca, quibus ea bina zenith verticaliter imminet.

298 Ibidem additur, cur incerta sit ea dimensio, cum nimirum nec constet, quibus mensuris sint usi ad illum terrestrem camporum tractum definiendum (ei malo mederi potuisset saltem quamproxime mensuræ communis determinatio per pedem horarium ab Hugenio inventum ope penduli ad minuta secunda oscillantis, de qua egimus supra num. 260); nec qua ratione determinaverint poli altitudinem. Ea definiri solet capiendò altitudinem supra horizontem maximam, & minimam ejusdem Fixæ circumpolaris, ubi ad meridianum appellit supra, & infra polum; nam altitudo poli est media arithmetica inter illas binas altitudines observatas. Verum & instrumenta requiruntur accuratiora, quam, quæ tum in usu fuerint, & refractionis habenda est ratio, cujus an illi rationem habuerint, non constat; & si Fixis utendum est, sine determinatione ipsius polaris altitudinis, quæ per bina observationum ejusdem Fixæ binaria perficitur, satis est adhibere in locis singulis observationes ejusdem Fixæ, ut habeantur binæ ejus maximæ altitudines supra horizontem, sive minimæ distantie a zenith, quæ solæ binorum zenith distantiam definiunt. Verum & ubi Fixarum usus esse debeat, multo satius est, uti supra monuimus, Fixas adhibere proximas zenith, quam proximas polo, ad evitandos nimirum refractionum errores, & ad faciliorem, certioremque determinationem per sectores majoris radii verticaliter erectas.

299 Omnes hæc Veterum methodi exhibebant immediate aliquem circuli celestis arcum, per quem immediate obveniret circumferentia circuli Terræ maximi, ex qua deinde diametrum eruebant ope rationis circumferentiæ ad circumferentiæ, quam Archimedes definiuit 22 ad 7, & quæ multo veræ propior exhibetur ab illis notissimis numeris 355 ad 113. Atque hinc patet illud, quod initio libri 4. Noster proposuit, & innuimus in adn. ad vers. 100 ejusdem libri, ac in §. 1 supplementorum libri ejusdem huc remisimus illustrandum: homines nimirum, inventa Geometria, & exulta per minora camporum intervalla, ac montium altitudines, primo quidem peripheriam terrestrem determinasse, tum diametrum, ex ea nimirum deductam. Verum methodi & diametri immediate definiendæ pares a Recentioribus, & inventæ sunt, & adhibitæ, ut constabit sequenti §. in quibus etiam evidentius perspicitur, quo pacto a dimensionibus agrorum; & montium itum sit ad Tellurem, & inde in Cælum, ac Geometria a necessitate Naturæ velut ad luxum quendam traducta: sed eæ methodi parum itidem felices extiterunt, nec ad absolutam accuratorem idoneæ esse possunt. Sed de eo aliquid sequenti §.

B b 3

§. 2.

§.2. Ad notam in vers. 270. &c.

DE PRIMIS RECENTIORUM CONATIBUS PRO
DETERMINANDA MAGNITUDE TELLURIS.

300 **S**tatim post restitutam sæculo decimosexto Astronomiam, quæ diu tam diuturna tot præcedentium sæculorum barbarie velut obruta cum cæteris omnibus bonis studiis jacuerat, de magnitudine Telluris determinanda cogitari est cœptum, & quidem usque ad Richerianum compertum gravitas inæqualis, evulgatum sub finem sæculi superioris, & inæqualitatem graduum accuratius definitorum deprehensam paullo post, semper ex hypothefi Telluris sphericæ. Plura ejusmodi tentamina extiterunt vix iterum ortis, vel adhuc ad lescendentibus hisce studiis, quorum bina tantummodo Noster attingit Fernellii in Gallia, & Riccioli in Italia.

301 Et Fernellius quidem usus methodo nimis crassa potissimum ad intervallum terrestris arcus dimetiendum, nihil certi, & accurati præstare potuit. Ricciolius incredibili industria, & instrumentorum pro eo tempore apparatu, vicio methodi, cui fidebat maxime, gradum auxit circiter $\frac{1}{21}$ sui par-

te. En ejus methodum ex Geographiæ Reformatæ lib. 5 cap. 33. In fig. 35 exhibet *C* centrum Terræ, *BA* montem Paternum Bononiæ, *MD* Mutinensem editissimam turrim. Observavit angulem $CAD = 89^{\circ}, 26', 13'', 27'''$, $CDA = 90^{\circ}, 15' 7''$, quibus subductis a 180 , reliquus est angulus $ACD = 18^{\circ}, 39'', 33'''$; intervallum *AD* invenit passuum Bononiensium $20016 \frac{10}{504}$; unde intulit gradum eorundem passuum 64363 , qui adhibita ratione pedis Bononiensis ad Parisiensem $1682 \frac{2}{9}$ ad 1440 , & passus ad hexapedam 5 ad 6, reducitur ad hexapedas 62665 . Cum vero gradus in Italia obvenerit Maiorio, & mihi hexapedarum 56979 ; differentia evadit 5686 , pars $\frac{1}{21}$ hujus posterioris.

302 Et quidem incredibilem in angulis capiendis adhibuit diligentiam, usus satis longa aquæ stagnantis superficie, summam itidem adhibuit industriam in deducendo intervallo per triangula, & basim actuali mensura definitam, curam itidem summam in comparandis inter se mensurarum modis; ac redacto hoc suo gradu ad milliaria Romana antiqua proximè 81, omnem itidem conatum intendit, ut aliorum mensuras correctionibus adhibitis ad hanc suam adduceret. Verum ipsi refractiones in primis imposuerunt, quarum nullam rationem habuit, tanquam si in imo aere, iis saltem dici bonis, quibus ad vaporum vim evitandam observationes instituerat, refractionis nihil posset. At ea potest utique semper, ubi radius per satis ingentem tractum progreditur, in quo ob Terræ curvaturam debet mutare distantiam a superficie Telluris, & diversæ densitatis atmosphæram permeare. Refractionis attollit objecta, & ejus vi lineæ visualis *AD* attollitur ad *AE*, & *DA* ad *DE* tangentes curvæ *AID*, quam radius percurrit. Hinc anguli *CAD*, *CDE* proveniunt majores iusto, & angulus *ACD* iusto minor; unde ubi sit, ut angulus

Ius ACD ad unum gradum, ita intervallum BM ad intervallum debitum uni gradui, manente secundo, & tertio termino, quartus provenit major iusto in ea ratione, in qua primus est minor.

303 Porro plerumque illudprehendi solet in huiusmodi observationibus circumterrestribus, ubi montes adhibentur, ut angulus BGM obveniat $\frac{1}{2}$ sui parte minor iusto. Ipsi, qui alteram stationem habuit humiliores in Turri Mutinensi, & horas selegit, quibus purgatissimus esset aer, error obvenit aliquanto minor, partis nimirum $\frac{1}{11}$; nam fere totum errorem deberi refractionibus crediderim ob tantam in ceteris omnibus adhibitam curam, quanquam aliquem errorculum & illa dimetiendorum angulorum ratio parere omnino debuit, & tractus trientis gradus erat nimis exiguus, errore multiplicato, dum itur ad gradum integrum. Addidit ille quidem ad hanc determinationem confirmandam & alias methodos, adhibitis observationibus Astronomicis nonnullis, sed & per sese minus idoneas, & Astronomia nondum satis exulta, minus accuratas, quam ob causam ab iis etiam in eundem errorem inductus est.

304 Et quidem methodus, quam proposuimus, ob admodum incertas in primis, & varias prope horizontem refractiones objectorum etiam alte intra atmosphæram depressorum nunquam sane ita perfici poterit, ut. usui esse possit; ceterum ipsa est omnium aptissima ad videndum progressum, quo humana mens ab agrorum dimensione Geometriam traduxit ad dimetigndam Telluris diametrum, & inde ad astrorum distantias definiendas sese extulit. Ubi eam terrestres distantias dimetimur, basim aliquam definimus actuali mensura, ex qua & binis angulis observatis deducimus ad tertium angulum, tum ad latera, ac ex lateribus eo modo inventis, & binis angulis iterum observatis in extremis inventorum angulorum punctis progredimur, ut patebit sequenti §, ad alia aliorum triangulorum latera determinanda. Sic ibi potuisset Ricciolius ipsa obliqua rectilinea distantia AD per triangulorum seriem definita sine illius reductione ad distantiam BM horizontalem, vel potius horizontali proximam in triangulo CDA factis, ut unus anguli C ad sinum CAD , ita AD ad CD , eruere immediate semidiametrum, ex qua deinde per eandem Trigonometriam ascenditur ad Lunam, tum ad Solem methodis, quas exposuimus §. 1 libri precedentis. Verum & hic refraçtio obest, & ubi in Cælum assurgitur, tot difficultates occurrunt, quemadmodum ibi exposuimus, ut quæ methodi directæ videntur prima fronte omnium aptissimæ ob theoriæ simplicitatem, plerumque fato quodam conditionis humanæ sicut maximæ omnium ineptæ, & per ambages sæpe indirectas ægrè demum eo, quo tenditur, liceat evadere.

305 Norwoodus in Anglia, & Snellius in Hollandia astronomicis observationibus usi, ac meridiani arcum dimensi eam rationem secuti sunt in gradu dimetiendo, quam nunc adhibemus, & §. sequenti explicabimus; sed Astronomia itidem nondum satis exulta, erroneum uterque gradum obtinuit. Et Norwoodus quidem, quem Newtonus prop. 19 lib. 3 commemorat, dimensus distantiam Londinum inter, & Eboracum pedum Londinensium 905751, & observando differentiam latitudinum 20, 38', collegit mensuram unius gradus pedum 367196, quos Newtonus reducit ad hexapedas 57300. Is gradus si

cum iis conferatur, quos nunc obtinemus, est 250 circiter hexapedis iusto major, licet Newtono visus sit satis vero proximus ob consensum cum grada definito in Gallia a Jo. Dominico Cassino hexapedarum 57292, quem quidem erroneum esse constitit, ut infra docebimus, mensuris a filio, & nepote iteratis pluribus vicibus, & correctionibus pluribus adhibitis.

306 Et quidem, quod ad Norwoodi mensuram pertinet, ego quidem haud scio, an ullus ejus observationes iteraverit, & invenerit, ubi & qui error commissus sit; in Snellii gradum plures inquisiverunt post ipsum, & alias post alias correctiones proposuerunt. Is quidem ingentem ordinaverat triangulorum seriem, cujus ope distantiam obtineret ad directionem meridiani redactam inter bina extrema loca observationibus astronomicis destinata, prorsus uti nunc fit, & intervallo, ac arcu caelesti intermedio definitis, invenerat eum, qui redactis mensuris evadit hexapedarum 55020. Eum Monschembrockius, rectificatis triangulis, & recentis observationibus astronomicis ipsius Snellii reduxit ad hexapedas 57033; Jacobus Cassinus repetitis etiam observationibus astronomicis anno 1701 invenerat 56496, Cassinus vero de Thury novam basim dimensus, sed paternis adhibitis observationibus produxit iterum ad hexapedas 57145; sed optandum esset, ut ipsae observationes astronomicae iterarentur, quae quidem initio hujusce saeculi mondu ad eam accuratorem devenerant, quae in tam subtili investigatione requiritur.

307 Felicior exitu ex fortuita errorum plurium compensatione ad mensuram gradus verae quamproximam evasit sub finem superioris saeculi Piccardus in Boreali Gallia. Is enim Ambianum, inter & Malvoisiam ex intervallo, quod ipsi obvenerat, 19, 22', 55", definitivat gradum hexapedis 5760. Hunc Maupertuisius primum in opusculo edito statim post regressum ex Laponia correctione adhibita, quam Fixarum motus a Piccarto neglectus requirebat, reduxit ad hexapedas 56925, tum iteratis ejus observationibus astronomicis iterum immutavit redactum ad hexapedas 57183; at Cassinus de Thury cum Caillio, invento in ipsa etiam Piccartiana basi errore, qui astronomicarum observationum errorem fere accuratè corrigeret, reduxerunt iterum ad hexapedas 57074 mensuram quamproximam primae 57060, quae quidem postrema correctio baseos licet quinquies coram multis testibus ad veritatem revocata, observationibus intra paucos digitos conformibus, nihilo tamen minus impugnata iterum, & in suspensionem adducta, ab omni, ut ego arbitror, dubitationis alea est penitus liberata a novis observationibus iussu Academiae institutis ab illa nova Academicorum turma, quae suas cum ejus approbatione superiore anno typis impressas evulgavit. Inde autem vel in hoc solo Piccarti gradu facile constat, per quas ambages, & inter quos errorum scopulos ad veritatem emergat humana mens.

308 At nihilo minus perspicuum humanae conditionis exemplum, sed infelicius, quia sine errorum compensatione, apparuit in gradu illo Jo. Dominici Cassini, quem, quanquam, veluti nunc ex tam multis, & accuratissimis nepotis mensuris certo constat maxime erroneum, Newtonus ut maxime tutum adhibuit; quem nimirum is accepto medio ex arcu 6°, 18' in Australi Gallia inter Observatorium Parisiense, & villam Colloivre deduxerat hexapedarum 57292 fere 250 hexapedis longiorem vero. Eum Jacobus

Stiles

Alius in Comment. Acad. Paris. ad ann. 1718 reduxit ad hexap. 57097, ut innuimus in adn. ad vers. 580. Idem autem nunc demum reducitur ad hexapedas 57047, si assumatur medium inter 9 gradus, quos Cassinus de Thury ejus nepos, in Gallia Australi definitos a se, & Cassilio, proposuit in opere memorato *Meridienne Verifiée*, in quo quidem & artis observandi ad supremum jam evectæ apicem, & diligentie summæ atque industria vis omnis emicat, & ubique se prodit.

309 Atque hic quidem primus Cassini gradus collatus cum Piccartiano, & cum alio, quem Jacobus Cassinus paternis mensuris Dunkerkam usque, per Borealem Galliam produxerat, qui cum pariter inventus hexapedarum 56960, paterno multo minor obvenerat, quæstiones omnes initio hujusce sæculi movit de figura Telluris, ac tot meditationibus, tot celeberrimis expeditionibus occasionem præbuit, ad ipsam figuram, a qua & vera magnitudo pendet, determinandam, de quo argumento agemus pluribus sequentibus paragraphis. Hic interea concludendum illud, post tam multos, tam diuturnos tot hominum doctissimorum labores, adhuc, quod ad magnitudinem Telluris determinandam pertinet, nihil ex hisce primis Recentiorum conatibus satis certo constituisse, quanquam dubiorum limites sensim semper magis contracti sint: dum enim discrimen inter gradus a Snellio, & Ricciolio propositos est hexapedarum 7645, plus quam octava prioris pars, discrimen inter primum hunc Cassini, & Piccarti gradum est hexapedarum tantummodo 232, nimirum $\frac{1}{246}$ pars hujusce posterioris.

310 Assumpto medio inter hosce postremos gradus, vel adhibito altero, facile inde ex hypothese Telluris sphericæ obtineretur tota Terræ circumferentia graduum æqualium 360, & ex ea diameter; sed post recentissimas observationes tam multas, tanto apparatu instrumentorum, tanto Observatorum labore, tantis Principum munificentissimorum sumptibus peractas, de quibus agemus §. 5, priores illa dimensiones evaserunt jam prorsus inutiles. His igitur hic omisissis agemus sequenti §. de ipsa ratione dimetiendorum meridiani graduum, ut illustrentur ea, quæ Nostrum secuti proposuimus in adnotationibus a vers. 386 ad 547.

§. 3. Ad notam in vers. 386. &c.

DE DIMENSIONE GRADUUM MERIDIANI, ET PARALLELI.

311 **P**rimo quidem *meridianus terrestris dicitur illa curva, qua oritur in subversio Telluris, si ea secetur plano per axem conversionis diurna, & unus ejus gradus dicitur is ejus curva tractus, ex cuius extremis punctis ducta in ejus plano dua recta perpendiculares ad ipsam curvam continent, ubi concurrunt, angulum unius gradus. Parallelus autem dicitur curva, qua oritur sectione perpendiculari ad axem, & ejus gradus eodem pacto definitur respectu ipsius. Hæ definitiones sunt generales, quæcumque sit figura Terræ, quæ ubi spherica concipiatur, meridianus erit, ut patet,*

ter, circulus ejus sphaerae maximus, & rectae illae perpendiculares concurrent in centro, in quo cum gradum continebunt. Quod si ex perpendiculares contineant angulum majorem, vel minorem, ille arcus curvae dicetur tot graduum, vel minorum, quot erunt ejus anguli mensura. Parallelus autem erit **F.36** circulus habens centrum in axe. Sit in fig. 36 AB arcus ejus curvae, DA , EB binae normales ad ipsam curvam, quae productae concurrant in C . Si angulus ACB fuerit aliquot minorum, vel unius gradus, duorum, trium; arcus AB dicetur totidem minorum, vel gradus unius, duorum, trium, & patet ad determinandum meridiani gradum in mensuris datis, ut in hexapedis Parisiensibus, duo requiri; mensuram anguli ACB pertinentis ad aliquem arcum meridiani AB in gradibus, minutis, secundis, & mensuram intervalli AB in hisdem illis mensuris datis, ut hexapedis. Si enim angulus ACB inventus fuerit accuratè unius gradus, is ipse tractus AB exhibebit unum gradum; secus habito arcu AB pro accuratè, vel proximè circulari, fiet, ut angulus ACB ad unum gradum, ita intervallum AB ad quæsitam unius gradus mensuram.

312 Si superficies Terrae non esset aspera, & scabra, sed polita, & laevis, liceret erigere lineas AD , BE perpendiculares ad ipsam superficiem in plano ejus circuli, quibus deorsum continuatis, si posset penetrari in intima ipsius Terrae viscera usque ad eorum concursum in C , liceret ibi aequali mensura determinare angulum ACB , qui arcum AB denominet. Sed quoniam neutrum licet, definimus pro gradu meridiani verticales lineas DA , EB ope penduli, cujus filum cum debeat sequi directionem gravium, debet habere directionem rectae perpendiculae ad totam superficiem, & si Terra sit solidum eorum rotatione curvae cujuspiam circa axem, jacere in plano illius curvae AB posita in superficie ipsa, ac ex rectae productae ad partes D , & E , abirent ad bina zenith locorum A , B assumpta in immensa illa caelesti sphaera Telluri concentrica, quam §. 1 lib. 4 concepimus, ut adeo angulus ACB sit distantia illorum ipsorum zenith considerata in arcu caelestis meridiani pertinentis ad illam immensam sphaeram.

313 Ad angulum ACB definiendum utimur Fixa quapiam, ut F , dum ad meridianum appellit, determinando in A , & B angulos DAF , EBF , qui exhibent apparentem Fixae distantiam ab illis zenith, & si Fixa jaceat inter bina zenith, ut F , assumitur pro angulo ACB summa eorum angulorum; si jaceat extra, ut f , assumitur eorum differentia. Nam angulus externus ADF aequatur binis ACF , AFC internis, & oppositis, & angulus EBF binis BCF , BFC ; adeoque bini anguli DAF , EBF simul aequantur binis ACB , AFB simul, nimirum, cum angulus AFB sit ad sensum nullus ob immanem distantiam Fixarum (esset enim uno secundo minor etiam, si terminaretur ad Solem), soli angulo ACB ; & similis est demonstratio pro differentia respectu f .

314 Mensura igitur anguli ACB , sive arcus caelestis inter bina zenith respondentis arcui terrestri AB , reducitur ad mensuram anguli, quem recta verticalis indicata a filo penduli continet cum recta tendente ad Fixam. Id praestatur ope quadrantis Astronomici, ut cum Nostro diximus in adu. ad vers. 386, vel potius ope longioris sectoris. Quadrans, quem Noster describit, exprimitur in fig. 37. Telescopium CG affigitur lateri BA , & dirigitur ad Fixam F . **F.37** Exprimit BIE quartam periphaziae circularis partem, cui occurrat in I filum

At pen-

AP penduli pendentis a centro *A*; quod si concipiatur productum sursum in *D*, angulus *DAF* erit idem, ac in fig. 36; erit nimirum quaesita illa distantia a zenith.

315 Quoniam in dimetiendis gradibus utimur Fixis proximis ipsi zenith; pro toto quadrante *BIE* adhibetur sector paucorum graduum hinc, & inde a telescopio *CG*, quo pacto facile assumi potest instrumentum etiam longius, radio nimirum 9, vel 10 pedum; quod si in totum quadrantem extendere-tur, molem haberet immanem, & ad eos usus transferri, ac tractari omnino non posset.

316 Porro, quæ & in constructione, & in usu quadrantis, ac sectoris ne-cessaria sunt, fusè persecutus sum opusculo 4 Expeditionis Litterariæ, ubi plures methodos exhibui & rectificandi ea instrumenta, & errores æstimandi, corrigendique, ac universam praxim ad eam rem necessariam evolvi diligen-tissimè. Satis est monere illud, quod & primo superioris libri §. monui, eo-jam devenum esse in instrumentorum apparatu, & usu, ut si inter plures plu-rium dierum observationes ejusdem Fixæ satis diligenter institutas ac ritè re-ductas assumatur medium, id a singulis observationibus plerumque ne uno quidem integro minuto secundo dissentiat.

317 Reductione autem est opus multiplici, ubi plurium dierum observa-tiones adhibentur, ex multiplici Fixarum motu. De Fixarum motibus egimus num. 58; tres autem motus, qui mutant distantiam a zenith, commemo-rat hic Noster juxta adn. in vers. 347, pro quibus motibus omnibus habemus demum & tabulas a Castilio computatas in summum Astronomorum commodum in egregio, & immortal opere, quod inscripsit *Fundamenta Astronomia*, ut in illo §. monuimus, oportet itidem adhibere correptionem ex refractione juxta adn. in vers. 386, de qua egimus §. 1 lib. 4. Verum satis est eam non singulis observationibus, sed toti arcui cælesti demum adhibere, cum in exiguis distantis a zenith, ut ibidem vidimus, sit ipsi distantie proportio-nalis, & pro duobus, vel tribus gradibus, sit proximè duorum, vel trium secundorum. Ea vera cum Fixæ ipsi zenith admoveat distantiam apparentem minuens, addenda est arcui invento per observationes non correctas, ut ha-beatur arcus correctus.

318 Jam quod pertinet ad intervallam terrestre *AB* fig. 36, si superficies *T* 36 Terræ esset polita, & lavis, liceret in *A* meridianam lineam ducere, tum in ejus directione progredi applicando modulum aliquot hexapedarum, usque ad alteram stationem *B* satis remotam, & eligendam pro observationibus astronomicis instituendis. Sed quoniam id non licet, eligantur bina loca *A*, & *B* satis inter se distantia, quæ constet parum abesse ab ejusdem meridiani directione, tum assumantur plures stationes editorum locorum hinc, & inde a directione ipsius meridiani crasso modo æstimata, ut ordinari possit series continua triangulorum ab *A* ad *B*, sive polygonum, de quo egimus in advoc. ad vers. 437; & requiritur saltem una basis rectilinea posita in aliqua planitie, quæ actuali mensura definiri posset, & ex eujus extremo altero ad binas stationes prospectus pateat, ex altero saltem ad eam alteram, ex qua nimirum, & observatis angulis in ipsis ejus extremis, ac in omnibus polygoni stationibus, omnia polygoni latera, & omnes ipsorum respectivæ positiones ad se

ad se invicem innotescant; sed præstat binas ejusmodi habere bases, quarum altera alterius deductiones confirmet.

F.38 319 Polygonum refert fig. 38. A, B sunt extrema puncta selecta pro observationibus astronomicis; C, D, E, F, G sunt stationes intermedia, per quas procedit continua series triangulorum ACD, CDE, DEF, EFG, FGB : binæ bases sunt HI , & KL , & prima connectitur cum latere AC per duo trianguia HCI, AIC , secunda cum BG per duo KBL, LBG . Habita basi HI , & observatis omnibus angulis omnium ejusmodi triangulorum, primo quidem videre licet, an omnes tres anguli cujusvis trianguli sint æquales duobus rectis, & a differentia, quæ semper erit aliqua ob difficultatem observandi, innotescet, quam exacta fuerit observatio, quæ differentia si fuerit paucorum secundorum, negligi potest, his per tres angulos distributis ita, ut iidem correcti æquantur duobus rectis. Tum in triangulo HCI factis, ut finis anguli HCI ad sinum IHC , ita HI ad IC , obtinetur IC : eodem pacto in triangulo IAC ex angulis A , & I , ac latere IC invenitur latus AC , tum in tri. ADG ex angulis omnibus, & latere AC inveniuntur AD, CD , & ita porro devenitur ad extremum latus BG , ex quo latus BL , tum basis LK calculo erui potest, ut innotescat, an eadem sit, quæ ex immediata observatione eruitur.

320 Porro quæ industria adhibenda sit in dimetienda basi, quæ instrumenta ad eam rem idonea sint, quæ correctiones adhibende, quæ comparatio mensuræ cum modulo ab aliis adhibito in eadem re versatis; quid in stationum defectu observandum, quæ signa in ipsis stationibus erigenda ad certam collineationem, quæ adhibenda correctio, ubi, quod plerumque accidit, ex ipso signi centro observatio institui non potest, qui anguli observandi, & qua methodo ope quadrantis interrupti regula deferente alterum telescopium, & mobili circa centrum ipsius quadrantis, ut & illud, qui errores committi possint, ac timeri, atque alia ejusmodi satis multa fusc persequutus sum in illo eodem opusculo totam hanc ipsam & theoriam evolvens, & praxim, tum quod pertinet ad ea, quæ diximus, tum quod ad ea, quæ supersunt, quæ quidem hic tantummodo cursum attingimus.

321 Dicendum nunc de binis reductionibus polygoni, de quibus egimus in adnotationibus ad vers. 479, & 500. Prima redactio est polygoni ad planum horizontale; nam ejus latera temere jacent inclinata alia magis, alia minus ad horizontem, ad quem reduci debent per rectas a singulis stationibus demissas perpendiculariter in ipsum. Ea methodum, quam Noster proposuit, F.39 versibus utcumque perviam. Sit in fig. 39 unum e triangulis ADC reducendum ad planum horizontale transiens per A . Concipiantur Dd , & Cc perpendiculares superficiei Terræ habitæ pro plane quodam horizontali ob exiguum in exiguo tractu curvaturam, & rectæ Dd occurrat in N recta CN parallela cd , cui & æqualis erit. Habebitur angulus DAd elevatio stationis D visa ex A ope quadrantis fig. 37, in qua cum arcus BI metiatur distantiam a zenith, arcus residuus IE metitur elevationem supra horizontem: hic vero angulus AdD est rectus, & habetur latus AD polygoni non redacti; quare ope Trigonometriæ habebitur idem latus reductum Ad . Eodem pacto ex elevatione Cdc , & latere AC habebitur latus Ac reductum, & ex elevatione NCD , ac la-

ac latere CD , latus reduci CN , vel cd . Ex tribus autem lateribus inventis Ad , Ac , cd invenientur & anguli ejus trianguli, five anguli omnes polygoni ad horizontem reduci.

322 Hæc quidem methodus est operosior, cum angulos reduci invenire oporteat ex tribus lateribus singulos, post deductionem omnium laterum obliquorum, ac ex iis horizontalium omnium, & est minus accurata ob curvaturam neglectam. Altera quam ibidem innui, & promisi, est multo commodior, & accuratior; est autem hujusmodi. Omnes anguli pertinentes ad singulas stationes reduci immediate possunt ope Trigonometriæ sphericæ ad angulos, quæ efficiunt projectiones laterum factæ in subjectam superficiem Terræ habitam pro spherica. Sint enim in fig. 40 rectæ AD , F 40 Ad , AC , Ac , eadem, ac in 39, & centro A , quovis radio AO concipiatur sphaera iis occurrens in P , O , Q , R , ac planorum DAd , CAc communis intersectio sit CV occurrens superfici ei sphericæ in V . Arcus PQ metietur angulum DAC observatum, & arcus VP , VQ erunt complementa arcuum OP , OQ metientium elevationes DAd , CAc itidem observatas, qui idcirco daretur, & darentur itidem, si pro elevationibus, quas figura exhibet, observatz fuissent depressiones infra horizontem. Igitur in triangulo spherico PVQ datis jam tribus lateribus invenietur angulus PVQ , five inclinatio planorum verticalium DAd , CAc , quæ planorum inclinatio est ipse angulus sphericus, quem continent in superficie Terræ arcus, in quos per plana ejusmodi verticalia projiciuntur latera AD , AC .

323 Habitis hæc pacto angulis omnibus polygoni redacti ad sphericam superficiem Telluris, jam a basi HI incipiendo eodem ordine habebuntur omnia latera polygoni ipsius jacentis in ea superficie spherica, prorsus ut habebantur latera rectilinea inclinata; nam in Trigonometria spherica sinus laterum sunt, ut sinus angulorum oppositorum. Cumque arcus exigui sint quamproxime, ut sui sinus, erunt illa ipsa latera, ut sinus angulorum oppositorum. Habebuntur igitur immediate & latera omnia, & anguli polygoni primo reduci.

324 Secunda reductio est operosior. Oportet invenire tractum Ab meridiani interceptum inter punctum A , & parallelum Bb transeuntem per b ; quo pacto observatio facta in B pro distantia Fixæ a zenith in appulsu ad suum meridianum exhibebit distantiam, quæ inventa fuisset in b , si ibi observatio peracta fuisset, & hoc intervallum Ab referet illud intervallum AB fig. 36 suppositum in eodem meridiano. Hæc secunda reductio fiet concipiendo arcum ipsum meridiani AM , & concipiendo hinc, vel inde in ipsum demissos arcus circularum maximorum ipsi perpendicularium DO , FQ , BM , vel CN , EP , GR , qui singuli assumi poterunt pro rectis lineis. Oportebit autem nosse positionem saltem primi lateris AV cum Meridiano AM . Ea definiri poterit ducendo adu in A meridianam lineam, & notando angulum, quem cum ea constituit planum verticale tendens ad D ; sed multo facilius id præstabitur, si ope quadrantis observetur angulus VAD , quem efficit recta AD cum recta tendente ad solem horis proximum, assumendo ad solum quadrantis verticale alterum ejus limbum, vel utrumque, ubi licet, ut licet in sphaera satis obliqua, ut habeatur appulsus centri, ac notando diligenter horam, quod admodum necessarium est, ob refractiones horizontales incertas, & varias, ex qua in-

not-

notescet per astronomicas tabulas angulus, quem cum plano meridiani continet planum verticale ea hora radens limbum, vel centrum solare. Innotescet autem & elevatio Solis supra horizontem, ex qua, & ex elevatione puncti *D* visi ex *A*, una cum angulo *VAD* observato eruerur methode superius tradita in fig. 40 angulus, quem planum verticale transiens per *D* continet cum plano verticali transeunte per Solis limbum; sed si angulus *DAV* sit rectus proximus, quod facile obtineri poterit respectu alterius e lateribus *AD*, *AC*, in ortu, vel occasu Solis, si opportunum anni tempus ad eam observationem feligatur, is ipse erit quamproxime sine ulla reductione angulus ille quaesitus planorum verticalium. Inventis autem angulis, quos continent illa plana verticalia, nimirum angulis *VAD*, *VAO* reductis ad superficiem Telluris, relinquetur & angulus *DAO*, qui quaerebatur.

325 Ex eo angulo, & angulo *AOD* recto, ac latere *AD* primo reducto habebuntur *AO*, & *DO*. Si jam concipiatur *DS* parallela *AO*, angulus *ADS* habebitur, nimirum complementum *DAO* ad duos rectos: ejus differentia a binis *ADE*, *EDF* exhibebit angulum *FDS*, ex quo, & angulo recto *FSD*, ac latere *DF*, habebitur *DS* aequalis *OQ*, & *ES*, ex qua, & *SQ* aequali *DO* habebitur *FQ*; ac eadem methode licebit progredi ad reliqua polygoni latera utraque ex parte, nam & in triangulo *CAN* ex angulis *CAD*, *NAD* jam notis innotescet *CAN*, ac per ipsum, & rectum *N*, ac latus *AC* invenietur *AN*, & *CN*. Eo pacto habebuntur omnes distantiae stationum omnium primo reductarum a meridiano *AM*, & fusta omnia meridiani *AO*, *OG*, *QM*, vel simili methode ex alia parte *AN*, *NP*, *PR*, *RM*, ex qua secunda reductione laterum adhuc obliquorum ad meridianum innotescet *AM*.

326 Erit autem *AM* ad sensum eadem, ac *Ab*, si distantia *BM* fuerit exigua, quae si fuerit aliquanto major, haud difficulter deduci calculo poterit etiam lineola *Mb* semper adhuc exigua interepra inter arcum *BM* circuli maximi, & arcum *Bb* circuli paralleli. Ea facile definitur methode, quam exposui num. 294 ejus opusculi per resolutionem trianguli sphaerici rectanguli, cujus basis est distantia loci *B* a polo, sive complementum ejus elevationis poli, angulus ad *M* rectus, & latus *Bm*, ex ipso intervallo iam cognito in hexapedis, & gradu proxime cognito, notum etiam in partibus circuli maximi. Est enim *Mb* differentia inter basim ejus trianguli, & latus, quod tendit ab *M* ad polum, & iis datis invenitur.

327 Ex ejusdem trianguli sphaerici resolutione invenitur angulus, quem in *B* continet meridianus cum latere *BM*, cujus differentia a recto exhibet convergentiam meridiani transeuntis per *B*, cum meridiano *AM*, adeoque angulum, quem is meridianus continet cum recta parallela *AM* ducta ex *B*. Hinc cum methode numeri 325 inveniatu angulus, quem *FB*, vel *BG* continet cum ea recta, obtinetur angulus, quem utrumvis latus continet cum meridiano, qui angulus si observetur, uti observatus est in *A*, ope Solis, habetur jam comparatio anguli computati cum observato, ut innotescat, an error aliquis in tot angulis observatis, & angulorum reductionibus irrepperit. Et eodem pacto haberi posset angulus, quem quodvis latus reductum continet cum meridiano, quod promissimus in adnot. ad vers. 500, ut & in adn. ad vers. 528 promissa est alia verificatio positionis polygoni; quam nimirum hic exhibuimus per novam observationem solarem factam in *B*,
vel

vel in alia statione quavis, quæ quidem est multo tutior illa, quam ibidem innuimus, observandi per eclipses, an differentia longitudinum pertinentium ad loca *A*, & *B* respondeat intervallo *BM* reducto ad partes paralleli transeuntis per *B*. Hujusmodi reductio est facilis; reducto enim intervallo *BM* ad partes circuli maximi, satis est efficere, ut cosinus latitudinis loci *C* ad radium, ita numerus partium circuli maximi ad numerum ejus paralleli. Sed cum unius secundi error in tempore eclipses secum trahat errorem 15 secundorum in latitudinum differentia, ea methodus maximis erroribus obnoxia perquam exigui usus esse potest, nec est cum hac posteriore omnino comparanda.

328 Hoc pacto ex intervallo *Ab*, sive *AB* figuræ 36, & angulo *ACB* ejusdem, invenitur juxta num. 311 mensura quesita unius gradus debita proximè medio illi intervallo. Quod si observationes astronomicæ tam pro arcu celesti, quam pro positione polygoni institui non possint in ipsis extremis polygoni punctis *A*, & *B*, sed prope ipsa, requiritur reductio eorum locorum ad ea puncta, quæ quidem non est difficilis: eandem autem, ut & plura præcepta ad contrahendas operationes, & exempla fuscè persecutus sum, ut monui, in eodem opusculo. Sic etiam si polygonum jaceat in sublimi in magna elevatione supra maris superficiem, ut in Quiteni valles accidit, reducendum est intervallum inventum ad superficiem maris, reductione facili, ubi elevatio innotescat. Sed ad præsentis instituti rationem, & ad Nostrum prorsus intelligendum, abunde sunt hic, quæ diximus, pertinentia ad hanc graduum meridiani mensuram.

329 Posteaquam tum fuscè est actum de dimetiendi meridiani gradibus, dicendum hic est aliquid etiam de mensura graduum paralleli, nimirum lineæ, quæ oritur secundo Tellurem plano perpendiculari ad axem. Sed quoniam de iis nihil Noster, & meo quidem judicio parum admodum accurata haberi possunt; inuam tantummodo hæc pauca. Satis est polygonum disponere secundum directionem ad sensum perpendicularem meridiano cuiuspiam, & æque ad sensum hinc, & inde ab eo productum. Ibi distantia binorum extremorum polygoni punctorum reducta ad lineam meridiano perpendicularem obtineri potest fere penitus, ut distantia reducta ad meridianum. In binis illis locis capiendus est accuratissimè appulsus ad meridianum Solis, vel Fixæ cujuspiam per plures observationes altitudinum æqualium; ac eadem nocte in monte edito intermedio, qui ex utroque extremo conspici possit, excitandus ingens ignis subitus accensione pulveris pyrii, quod tempus utrobique notatum, & collatum cum temporibus appulsuum, exhibebit differentiam temporum inter binos illos appulsus ad meridianum, & ex ea numerus partium paralleli inter illa puncta extrema intercepti innotescet. Illa verò distantia inventa, & reducta poterit assumi pro arcu paralleli, qui, si libeat, facile corrigi etiam poterit inventa differentia arcus paralleli ab eo arcu circuli maximi, quem illa perpendicularis exhibet, ex hypothese Telluris sphericæ, quæ hypothesis differentiam ipsam nihil ad sensum turbabit. Inde per regulam auream prorsus, ut in gradu meridiani, obtinebitur valor paralleli pro latitudine respondente extremis punctis.

330 Difficultas maxima in eo est sita, quod error unius secundi in tempore trahit secum errorem 15 secundorum in arcu paralleli: non licet autem multos

multos paralleli gradus assumere ob necessitatem habendi signum commune subitum, & certum, cujusmodi satis aptum in Cælo occurrit nullum; & in singulis temporis determinationibus vix sperare licet accuratorem, usque ad dimidium secundum. Adhuc tamen multis assumptis Fixarum appellationibus per multas altitudines, signis iterum, atque iterum repetitis, & continuato labore per multos dies, error, sumendo medium, imminui potest, & inde etiam aliquid erui pro Telluris figura.

§. 4. Ad notam in vers. 596. &c.

DE FIGURA, ET MAGNITUDE TERRÆ EX PLURIUM GRADUUM COMPARATIONE.

331 **U**BI ex inæqualitate graduum deprehensa in ipsam Telluris figuram inquiri est ceptum, statim constitit, & plures, & remotiores gradus ad id requiri, quæ tot expeditionum, ac dimensionum occasio fuit, de quibus fuscè Noster, & nos eum secuti in adnotationibus. De iis & hæc nobis agendum erit. At videndum prius, quid ex ipsis gradibus eruatur pertinens ad Telluris figuram, & magnitudinem; quoniam magnitudo a figura ipsa pendet, & figuram non esse sphericam constitit ex graduum inæqualitate, uti in hac ipsa adnotatione monuimus, quod erit hujuscæ §. argumentum. Primo autem loco videndum, quo pacto ex gradibus in figuram sit inquirendum.

332 Primum se offert primus Cassini error, qui cum censeret gradum obvenisse longiorem in Australi Gallia, censuerat primo aspectu, ut in ada. ad vers. 599 monuimus, inde inferri, Tellurem esse compressam ad polos. Occurrebat nimirum illud, si in fig. 41 e centro Coevalis figuræ exeant anguli *ACa*, *BCb* unius gradus, fore arcum *Aa* longiorem *Bb* existente distantia *CA* majore. Verum re aliis considerata statim constitit pro figura elliptica prorsus contrarium evinci. Nam gradum definit angulus, quem continent non rectæ tendentes ad centrum figuræ, sed rectæ perpendiculares superficiei, ut vidimus num. 311, quas nimirum determinant directiones gravium, sive filum penduli adhibitum in quadrante, vel scabore pro Fixarum observationibus; nimirum angulus *DAF*, & *BIE*, quem continent ejusmodi normalium concursus, qui sunt in ipso centro circuli curvam osculantis alicubi circa medium arcus; qui assumitur pro ipsius circuli osculatoris arcu. Porro hic concursus est remotior, radio osculi existente majore, ubi figura minorem curvaturam habet, propior eo minore, ubi hæc habet majorem, & in elliptici quidem curvatura est minor in vertice axis majoris, major in vertice axis minoris, & idcirco figura elliptica debet assurgere ad eam partem, ad quam gradus minores sunt. Hinc patet ex Cassiniano gradu collato cum grada Piccarti d. buisse obvenire figuram compressam ad æquatorem, & elevatam ad polos, nimirum ovo similem, quod cum pugnaret cum theoria gravitatis, & Richeriana observatione, inde potissimum tot perquisitiones, & expeditiones sunt ortæ; expeditis in regiones maxime a se invicem distantes Academicis, ut ex binis gradibus a se invicem differentibus magis, quam ut ex observationum errore differentia plus aquo perturbari posset, Telluris figura, & magnitudo investigaretur.

333 Por-

333 Porro bini gradus dati, sive bini radii osculi in binis angulis eum axe, non pro quavis figura utcumque ignota sufficiunt ad ipsam figuram determinandam, sed notum est Geometris, datis generaliter utcumque radiis osculi, per eorum inelinationes ad axem curvæ, posse definiri curvam ipsam, ejusmodi syntheticam curvæ constructionem exhibui in opusculo 5 Expeditionis Litterariæ num. 309. In dissertatione autem de figura Telluris exhibui etiam curvam, quæ in axis brevioris verticibus minorem compressionem habet, quam in verticibus axis longioris, cum e contrario in plerisque curvis oppositum accidat, & ut de ellipsi diximus, ubi compressio est major, ibi curvatura sit minor. Verum, ut ubi de circulis agitur, datis tribus peripheriæ punctis, per ea circulus definitur; sic in ellipsi, quam requirit, ut vidimus §. 6 superioris libri, hypothesi quidem homogeneitatis accuratè, hypothesi verò nuclei sphaerici heterogenei proximè, datis binis gradibus ad binas latitudines datas pertinentibus, datur & species, & magnitudo ellipsos.

334 Methodum determinandi speciem ellipsos per binos gradus, utcumque magna sit ellipticitas, exhibui in eodem opusculo 5 a num. 269, & quidem purè geometricam, & simplicissimam, deductam ex nonnullis ellipsos proprietatibus, quas in meis conicorum elementis demonstraveram: sunt autem hæ proprietates hujusmodi conicorum num. 520, *Radii circulorum osculatorum inter se sunt in ratione reciproca triplicata perpendiculari e centro in tangentem, ac directæ triplicatæ normalis ad utrumlibet axem terminatæ* & ex num. 523 *radius osculi est quartus continuè proportionalis post dimidium latus rectum principale, & normalem axi transverso, vel generalius est quartus continuè proportionalis post latus rectum axis utriuslibet, & normalem terminatam ad ipsum*: his accedit lemma hujusmodi admodum elegans, *in ellipsi differentia quadratorum binarum ordinatarum quarumvis axi utriuslibet, ad differentiam subnormalium, quæ ipsas respondent, est, ut quadratum semiaxis ejusdem ad quadratum alterius, cujus lemmatis propterea elementaris demonstrationem admodum expeditam exhibui num. 275 ejusdem opusculi.*

335 Ex hisce proprietatibus habetur hujusmodi expedita solutio problematis. Sit in fig. 42 *BAb* semiellipsi meridiani terrestris axe *Bb*, & dentur bini gradus respondentes binis locis *I, i* cum datis latitudinibus locorum; sint autem *IE, ie* normales terminatæ ad axem; & constet, fore angulos *IFB, ifb* eos, quorum mensura est distantia poli, ad quem tendit *FB* producta, & zenith, ad quod tendit *FI*, adeoque ipsos esse complementa latitudinum, & angulos *FIH, fib* latitudines ipsas locorum *I, i*, quibus datis dabuntur ob angulos ad *H*, & *b* rectos rationes ipsarum normalium *IE, ie* tam ad ordinatas *IH, ih*, quam ad subnormales *HF, hf*. Quare cum datis gradibus detur ratio radiorum osculi, adeoque per num. 334 ratio normalium *IE, ie* eorum radiorum directæ subtriplicata ad se invicem; dabitur & ratio ordinatarum *HI, hi*, & subnormalium *HF, hf* ad se invicem; adeoque & ratio differentiarum quadratorum illarum ad differentiam quadratorum harum, sive ratio quadrati *CB* ad quadratum *CA*, adeoque & species ellipsos.

336 Quod si dentur bini gradus parallelorum, qui sunt ut radii *HI, hi*, res eodem redit, ob datam rationem earundem ad *HF, hf*, quæ est radii ad

tangentes latitudinum HIF , hif , unde iterum datur ratio illarum, & huiusmodi ad se invicem. Porro ex priorē illā analysi geometrica, & constructionem geometricam admodum simplicem erui num. 285, quā ex datis binis meridiani gradibus invenitur species ellipsens, & aliam num. 286, quā invenitur magnitudo, quā haud difficulter reducitur ad casum etiam, quo datur bini gradus parallelorum. Eruo autem inde & formulas analyticas pro hūc binis problematis. Si nimirum dicatur gradus propior aequatori g , remotior

G , & $g^{\frac{1}{2}} = a$, $G^{\frac{1}{2}} = A$, sinus, & cosinus illius ad radium 1 sit s , & c , huius S , & C ; sit autem $CB = 1$, $CA = x$, patet, ubi ratio quaeritur, poni posse a , & A pro ipsis normalibus, adeoque fore $bi = ac$, $HI = AC$, $bf = as$, $HF = AS$, & idcirco $a^2c^2 = A^2C^2$. $A^2s^2 - a^2S^2 :: 1 : xx = \frac{A^2S^2 - a^2S^2}{A^2C^2 - A^2C^2}$, unde jam habetur species ellipsos. Inde autem ob $cc = 1 - ss$, & $CC = 1 - SS$ eruitur $\frac{1}{a^2} = 1 - \frac{A^2 - a^2}{A^2S^2 - a^2S^2}$, formula expeditior, & ex illa num. 288 hoc elegans theorema, fore eccentricitatem ad semiaxem in subdivisam ratione $AA - aa$ ad $AASS - aass$; unde pro ellipticitate exigua facile num. 289 eruitur differentia semidiametri CA & semiaxe $CB = \frac{1}{2} \times \frac{G - g}{GSS - gss}$ formula notissima, quam longe alia methodo invenit Maupertuisius, & quā puncto i existente in aequatore reducitur ad hanc $\frac{1}{2} \times \frac{G - g}{GSS}$, & puncto quoque i abeunte in polum, ad hanc $\frac{1}{2} \times \frac{G - g}{G}$ atque simplicissimam.

337 Aequē facile inveniri potest formula pro binis gradibus parallelorum. Si datur gradus meridiani, & paralleli in eadem latitudine, problema facile expeditur ibidem num. 279 pro specie, & magnitudine simul; si autem datur gradus paralleli in uno loco, & aequatoris in alio, id problema num. 280, & 281, ubi eius solutio analytica indicatur, dicitur esse nimis sublime. Id ad aequationem gradus quinti sic facile reducitur. Dicatur, ut prius, $CB = 1$, $CA = x$, gradus meridiani in $i = g$, & gradus paralleli in $I = G$; dicantur autem s , & c sinus ac cosinus latitudinis in i , ac T tangens latitudinis in I ; ratio autem gradus ad radium sit 1 ad r . Erit $IH = rG$, $HF = rTG$; erit autem (ex conicis) dimidium latus rectum axis $Bb = \frac{1}{2}$, & posita normali $if = z$, erit n. 334 radius osculi rg quartus continue proportionis post $\frac{1}{2}$, & z . Quare factis $\frac{1}{2} : z :: z : zx :: zx : z^2x^2 = rg$, erit $z^2 = \frac{rg}{x^2}$, & $x^2 = \frac{r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{z^{\frac{2}{3}}}$; unde $ib^2 = c^2z^2 = \frac{c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{z^{\frac{2}{3}}}$, & $bf^2 = \frac{s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{z^{\frac{2}{3}}}$. Cum igitur sint $IH^2 = r^2G^2$, & $HF^2 = r^2T^2G^2$, patet per lemma num. 334 obtineri huiusmodi proportionem $\frac{c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{z^{\frac{2}{3}}} - r^2G^2 :: r^2T^2G^2 - \frac{s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}}{z^{\frac{2}{3}}} :: 1 : x^2$, ad. 07. posito $x^{\frac{2}{3}} = y$, unde $y^3 = x^2 = x^2$, erit $c^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}y - r^2G^2y^3 = r^2T^2G^2y^3 - s^2r^{\frac{2}{3}}g^{\frac{2}{3}}y^3$, aequatio gradus quinti, ex cuius resolutione penderet inventio valoris y , & per eam $x = y^{\frac{3}{2}}$,

338 Verum ubi ellipticitas sit exigua, habeo methodum adhuc multo con-
gratiorē, quæ immediate deducat ad formulas simplices pro omnibus qua-
tuor his problematis, quam terius inventam protuli in ipso fine ejus operis:
innititur autem huic lemmati pertinenti ad sectiones conicas: *ubi ellipticitas
sit exigua, differentia dimidii lateris recti axis utriuslibet a semiaxe ab-
zero, ad differentiam ejusdem a normali terminata ad eundem priorem
axem est proxime in ratione duplicata radii ad cosinum latitudinis.* Id
lemma admodum expeditam habet demonstrationem, quam exhibui ibidem
num. 334. Quamobrem si dimidium latus rectum axis Bb dicatur 1, ejus dif-
ferentia a CA dicatur x , cosinus latitudinis I ad radium 1 sit, ut prius C ,
cosinus i sit c , factis 1. $CC : x . CCx$, erit normalis $IF = 1 - CCx$, &
inde 1. $C : FI = 1 - CCx$. $IH = C - Cx$; cum autem radius circuli
osculatoris sit quartus continue proportionalis post dimidium latus rectum,
& normalem num. 334, erit ejus differentia a latere recto proxime tripla dif-
ferentia normalis ab eodem, nimirum $3CCx$, adeoque erit in radius osculi
 $1 - 3CCx$.

339 Habemus igitur pro radio paralleli, & radio osculi in I binos valo-
res $C - Cx$, & $1 - 3CCx$, & eodem pacto, pro iisdem in i valores erunt
 $c - cx$, & $1 - 3ccx$. Hi valores sunt ut gradus, adeoque datis vel binis
gradibus G , & g paralleli, vel binis meridiani, vel gradu paralleli, &
meridiani in eodem loco, vel gradu paralleli in uno, & meridiani in alio,
habetur semper proportio, quæ valorem exhibeat admodum simplicem x ;
is autem valor est ipsa ellipticitas; cum enim sit CB ad CA , ut CA ad di-
midium latus rectum, erit priorum differentia divisa per primum, sive $\frac{2}{3}$, &
æqualis posteriorum differentia divisa per tertium, nimirum ellipticitati.

340 Pro binis gradibus meridiani datis, 1 - $3CCx$, 1 - $3ccx :: G . g$
inde $g - 3CCgx = G - 3ccGx$, & $x = \frac{1}{7} \times \frac{G - g}{3G - 3Cg}$.

341 Pro binis gradibus parallelorum datis $C - Cx$, $c - cx :: G . g$
inde $Cg - Cxg = cG - cxG$, & $x = \frac{cG - Cg}{3G - 3Cg}$.

342 Pro gradu meridiani, & paralleli in eodem loco, ut in I , datis,
posito primo G , & secundo g sit 1 - $3CCx$. $C - Cx :: G . g$, sive $g - 3CCgx = CG - Cxg$, & $x = \frac{CG - g}{C^2G - 3C^2g}$.

343 Pro gradu meridiani G in I , & paralleli g in i datis 1 - $3CCx$.
 $c - cx :: G . g$, sive $g - 3CCgx = cG - cxG$, & $x = \frac{cG - g}{3G - 3CCg}$.

344 Ego quidem vix crediderim posse simpliciore, & magis instructum me-
thodo solvi hæc quatuor problemata, quæ omnes hoc in genere combinationes
complectuntur, & prima quidem formula ob G proximè æqualem g , & CC
 $= 1 - ss$, $cc = 1 - ss$, adeoque $cc - CC = ss - ss$ abiit in illam
 $\frac{1}{7} \times \frac{G - g}{3G - 3g}$ positam num. 336. Earundem autem formularum ope facile ad-
modum, & magnitudo invenitur ellipseos. Si enim dimidium latus rectum
fuisse appellatum x pro 1, haberetur pro radio osculi $x - 3CCx$, & pro
radio paralleli $Cx - 3CCx$, ac valor x in singulis e quatuor formulis obve-
niret

siret multiplicatus per x . Quare valor radii jam haberetur per x ; qui posita ratione gradus ad radium 1 ad r , esset $\equiv rG$, vel rg , unde crueretur x .

345 Sit exemplum in binis meridiani gradibus. Esset $x = \frac{1}{7} \times \frac{G-g}{rG-CG}$ $\times x$, quod ponatur $\equiv mx$. Quare radius osculi $x = 3CGx$ fiet $x = 3CCmx \equiv rG$, adeoque $x = \frac{rG}{1-3CCm}$, ubi ob $3m$ valorem exiguum, & CC adhuc minorem unitate, facta divisione habebitur proximè $x \equiv rG (1 + 3CCm)$ cujus ope invento $x \equiv mx$, habebitur dimidium latus rectum x , & $CA \equiv x - x \equiv x (1 - m)$, adeoque etiam magnitudo ellipsos, existente CB proximè $\equiv x - 2x \equiv x (1 - 2m)$.

346 Porro inventis valoribus x , & x licebit etiam computare tabulas graduum omnium tum meridiani, tum parallelorum per formulas superiores, quæ exhibent eorum radios, adeoque & gradus ipsos.

347 Hæc aliquanto fusius persequi libuit, ut illustrarentur, promoverentur, & ordinatiora sub unicum conspectum proponerentur, quæ ad hanc perquisitionem pertinentia in eo opere continentur; verum remanet adhuc pro binis meridiani gradibus methodus omnium expeditissima, & prorsus similis illi, quam superioris libri § 6 adhibui pro investiganda ellipticitate ex pendulis isochronis, qua quidem ibidem sum usus, sed cujus demonstratio est simplicior, quam ibi adhibita, & ipsa etiam prorsus analoga demonstrationi hic adhibita pro iisdem pendulis, pendet nimirum tota methodus, e solo theoremate primo num. 334, quod *radius circuli osculatoris* (adeoque & gradus) *fit in ratione reciproca triplicata perpendiculari demissi e centro in tangentem*, dummodo ipsi accedat hoc lemma elementare, *differentia exigua binorum cuborum divisa per primum cubum est tripla differentia radicum divisa per primam radicem*, quod est multo generalius pro omnibus potentiis, & pertinet ad elementa infinitesimalis methodi; hic autem sic facile demonstrari potest per simplicem Geometriam. Sint in fig. 43, AB , AC , AD , AE continue proportionales, eritque $AB \cdot AE :: AB^3 \cdot AC^3$. Quare $AC^3 - AE^3 :: BE \cdot AB$. Sunt autem BC , CD , DE ad se invicem in eadem ratione AB ad AC , quare si hæc sunt proximè æquales inter se, sunt & illæ, adeoque $BE \equiv 3BC$. Igitur $\frac{AC^3 - AE^3}{AC^3} \equiv \frac{3BC}{AC}$. Q. E. D.

348 Jam vero primo quidem excessus gradus cujusvis supra gradum in æquatore erit proximè ex illo theoremate, ut defectus cubi perpendiculari, seu proximè per hoc lemma, ut defectus ipsius perpendiculari in tangentem, sive juxta D. 244 proximè, ut defectus distantia a centro, vel juxta n. 245 proximè ut quadratum sinus latitudinis, vel juxta num. eundem proximè, ut sinus versus latitudinis duplicata. Hinc eadem methodo, qua in illo §. ex binis penduli longitudinibus inventa est totalis differentia penduli in æquatore, & polo, longitudo in utroque loco, & longitudo pro quavis loci latitudine, etiam hic eadem omnia locum habebunt in gradibus. Quare eodem modo & hic licebit explorare, an gradus habeant differentias ellipsi debitas, quantus sit error, & an eadem ex binis quibusque gradibus discrepantia obveniat pro toto quadrante. Ibi autem deinde ellipticitatem exhibebat in casu homogeneitatis hæc differentia divisa per longitudinem totalem, hic autem ex superiore lem.

lemmate exhibebit eandem ellipticitatem triens ejusdem differentie graduum F. 42 divisus per totum gradum, cum perpendiculara ex centro in tangentes ductas in fig. 42 per *A*, & *B* sint ipsæ *CA*, *CB*, adeoque gradus in *A*, & *B* reciproci ut cubi ipsarum *CA*, *CB*, & differentia ipsarum *CA*, *CB* divisa per *CA*, five ellipticitas, triens differentie eorum graduum divisa per gradum in *B*.

349 Habito autem gradu in æquatore, & differentia totali graduum in æquatore, & polo, admodum facile eructur magnitudo ellipsoidis. Nam si ipſius differentie triens addatur gradui in æquatore, & idem triens ei summe, habebuntur gradus circularum habentium pro radio semiaxem, & semidiametrum æquatoris. Radii enim circularum ellipsoidis osculantium in verticibus axium sunt (ex conicis) dimidia ipsorum latera recta; quorum singula cum sint tertia continuè proportionalia post semiaxem alterum, & suum (ex conicis), erunt ipsi semiaxes medii continuè proportionales inter bina illa semilatera recta, & proinde etiam ipsorum gradus inter gradus illorum, adeoque si in fig. 43 *AE*, & *AB* referant gradus in polo, & æquatore. referent *AD*, *AC*, media inter illas, gradus debitos semidiametro æquatoris, & semiaxi, ac *ED*, *CD*, *BC*, proximè æquales inter se, erunt proximè trientes totius *BE*. Ex gradu autem invenitur radius ob datam rationem semicircumferentie ad radium. F. 43

350 Quod si quæzatur radius sphaeræ æqualis sphaeroidi, statim est a semidiametro æquatoris demere trientem differentie ipsius a semiaxe: nam (ex conicis) is radius est primus e binis terminis continuè mediis inter semidiametrum eandem, & semiaxem. Porro ex ipsa fig. 43 facilis eruitur ratio deducendi aliquanto accuratiorem ellipticitatis fractionem habentem unitatem pro numeratore, & expeditior, ubi jam habeatur gradus in æquatore, & inventa sit differentia totalis. *Per trientem differentia totalis graduum in æquatore, & polo dividatur gradus in æquatore, & quotò addatur binarium, ac habebitur denominator quæſitus.* Nam ellipticitas erit $\frac{CD}{AD}$. Quare dividende est *AD* per *CD* ad habendum denominatorem. *CD* est multo accuratius triens *BE*, quam reliquarum utralibet, cum sit media inter *BC*, & *DE*, & dividendo *AD* per *CD*, habetur $\frac{AB}{CD} = 3$ ob *BC*, *CD* proximè æquales. In superioribus formulis, e quibus ellipticitas est $\frac{1}{7} \times \frac{BE}{AE}$, addendum esset ternarium discrimine exiguo ob contemptum exiguum, qui sit, ubi *DE* sumitur pro triente *BE*. Hæc notare libuit, ut haberetur methodos minus erronea; licet ad expeditiorem calculum passim & nos hic etiam sæpe exiguas ejusmodi quantitates, & differentias contemnemus; unde fiet, ut sæpe in substitutionibus numerorum accurationem substitutionis promoveamus longe ultra limites illos, intra quos, ob alios contemptos, quantitas accurata esse non potest.

DE RECENTISSIMIS GRADUUM DIMENSIONIBUS,
ET FIGURA, AC MAGNITUDINE TERRÆ
INDE DERIVANDA.

351 **Q**UÆ expeditiones, & a quibus susceptæ fuerint post Cassiniani, & Piccartiani gradus dissidia, & a se invicem, & a theoria gravitatis, ubi, & quanto cum labore observationes institutz, universim exposuimus in pluribus adnotationibus usque ad adn. in vers. 947. Infinitum esset singula persequi, & observationes ipsas, quibus singulæ determinationes innituntur, producere. Videri ea possunt in pluribus Maupertusii, Bouguerii, & Condaminii, Cassini de Thury, Caillii vel voluminibus, vel opusculis, & dissertationibus eo de argumento editis, &, quod ad meam pertinet, in opere de Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem, in quibus constabit, quantum hæ recentissimæ observationes, atque determinationes illis veteribus præstent. Quamobrem producam hic tantummodo ipsum tot laborum fructum, nimirum gradus in quinque postremis hisce expeditionibus definitos in Iaponia a Maupertuisio, Chairantio, Camusio, Moineiro, per Galliam a Cassino de Thury, & Caillio, in ditione Pontificia a Maiorio mecum, ad Promontorium Bonæ Spei a Caillio, in Quicentis valle in America a Godinio, Bouguerio, & Condaminio.

352 Utinam haberem jam absolutam dimensionem, quam dum hæc scribo, ineunt in Austria Liefganigius, & Scherfferus doctissimi, mihiq; amicissimi e nostra Societate homines jussu, auspiciis, munificentia Augustissime Romanorum Imperatricis Mariæ Theresiæ, quam ego superiore anno sub ipsum discessum meum ab urbe Vienna incitavi volentem, anuenteq; ad id opus, quod ad hanc de Telluris magnitudine, ac figura nobilissimam perquisitionem promovendam locorum opportunitate permotus, censebam maxime idoneum, ipsi autem admodum facile, quæ domi haberet homines, & in astronomicis rebus versatissimos, & celebritatem nominis apud Litterariam Remp. jam affectos, atque idcirco rei optime gerendæ aptissimos; quod quidem opus ea tum, pro suo incredibili studio in bonas artes, & in omne cultioris litteraturæ genus, omnino curaturam promissit; nunc autem inter hosce tantos atrocissimi belli tumultus tam proximos, tanasque imperii caras, nihil animo perturbata, tanquam in media securissimæ pacis tranquillitate, exequitur.

353 Dum ejus dimensionis exitum expectamus habendum brevi, proferam hic tabellam graduum ad superiores quinque expeditiones pertinentium, quam proposui etiam in opusculo § Expeditionis Litterariæ: primus est Laponticus, detractis tamen hexapedis 16; uti jam passim in eo gradu sit ob refractionem 1" neglectam in ejus arcu celesti determinando: succedunt 1. per Galliam definiti, & desumpti ex Cassiniano opere *Meridienne Verifée*, tum noster in Italia, deinde Africanus Caillii, 16 demum Quicentis, quem assumpsit medium inter Bouguerianum, & Condaminianum solis 4 hexapedis a se invicem discrepantes. Si omnes meridianorum sunt gradus, quibus adjecti possint

postremo loco gradum paralleli ex eodem excerptum opere Cassini de Thury .
Omnium numeri Parisienses hexapedas exprimunt .

	Latitudo	Gradus		Latitudo	Gradus
1	66°. 20'	57422	9	45°. 45'	57050
2	49. 36	57084	10	45. 43	57040
3	49. 23	57074	11	44. 53	57042
4	49. 1	57069	12	43. 31	57048
5	47. 58	57071	13	42. 59	56979
6	47. 41	57057	14	33. 18	57037
7	46. 31	57055	15	0. 0	56751
8	46. 35	57049	16	43. 32	41618

334 Hanc tabellam vel primo aspectu intuenti statim patet, hosce gradus multo minus cum theoria consentire, quam pendulorum longitudines consenserint §. 8 lib. 4; neque enim imminuta latitudine imminuuntur perpetuo & gradus. Mitto nonum octavo longiorem, duodecimum undecimo, hunc decimo, qui & nimis inter se proximi sunt, & paucissimis hexapedis differunt, intra quas determinatio ab observationibus repetita non potest esse satis certa; ac decimus quartus, qui in latitudine 10 gradibus minore, deberet esse plurimis hexapedis minor; est adhuc major hexapedis 58. Tertius decimus, & duodecimus, qui in latitudine fere eadem deberent esse fere aequales, differunt hexapedis 89. Id jam exhibet dissensum observationum a theoria majorem, quam qui ab ipsis observationum erroribus timeri possit; quas intra 30 ad summum hexapedas arbitror satis tutas, uti nunc quidem sunt.

335 Infinitum esset in tanto numero omnes binariorum combinationes inferre, ut innoscescat, quantum inter se discrepent ellipticitates a singulis oriunda, & præterea, uti & de pendulorum longitudinibus diximus num. 333, proximorum combinationes ad rem ineptæ sunt, crescente nimiam errore datorum in quæsitis. Quamobrem seligam tantummodo quinque, quos & in corpusculo adhibui, & in dissertatione, quam inserui tomo 4 Actorum Academiae Bononiensis, ex illis 11 Cassinianis selecto illo Piccartiano observationibus toties repetitis, & ad trutinam revocatis correcto, qui quidem in tabella est tertius; & eadem fere methodo, qua usi sumus ad computandas binas tabellas num. 334 pro longitudinibus pendulorum ex num. 333, proponemus binas alias computatas pro gradibus ex num. 348.

Tabula 1 pro gradibus.

Locus Observationis	Latitudo	$\frac{1}{2}$ sin. verif. ad rad. 10000	Gradus	Differētia a primo	Differētia computata	Error
In America	0. 0	0.	56751	0	0	0
Africa	33. 18	2987.	57037	286	240	-46
Italia	42. 59	4648.	56979	228	372	144
Gallia	49. 23	5762.	57074	323	461	138
Lapponia	66. 19	8386.	57422	671	671	0

Tabula 3 pro ellipticitate

Bina- rium	Differ. in polo & æqu.	Ellipti- citas	Bina- rium	Differ. in polo & æqu.	Ellipti- citas
1, & 3	800	$\frac{1}{215}$	2, & 4	133	$\frac{1}{1282}$
2, 3	713	$\frac{1}{241}$	3, 4	853	$\frac{1}{202}$
3, 5	1185	$\frac{1}{146}$	1, 3	491	$\frac{1}{349}$
4, 5	1327	$\frac{1}{130}$	2, 3	350	$\frac{1}{47}$
1, 4	543	$\frac{1}{316}$	1, 2	957	$\frac{1}{80}$

356 Quod ad primam pertinet ex hisce tabulis, nihil in ea computanda diversum occurrit ab eo, quod præstitum est pro priore e binis ad pendula pertinentibus: ex primo, & postremo gradu computantur reliquorum differentiarum ex illo theoremate eodem proportionis cum sinibus veris latitudinis duplicata. Ex eodem itidem computatur eodem prorsus pacto differentia totalis in æquatore, & polo. Hoc unicum habetur discrimen, quod ibi ad habendam ellipticitatem dividebatur differentia totalis per totam gravitatem, hic debet dividi triens differentiarum totalis per totum gradum. In opusculo 5 illo meo, & in dissertatione inserta Actis Acad. Bonon. trientem differentiarum divisi per gradum in æquatore; hic ad habendam eam, quam ellipticitatem dico, nimirum differentiam semidiametri æquatoris, & semiaxis divisam per semidiametrum æquatoris, divido juxta num. 350 gradum in æquatore per trientem differentiarum totalis, & quotientem auctum binario assumo pro denominatore, existente numeratore 1: eo pacto proveniunt denominatores priores binario aucti, & paullo accuratiores juxta numerum eundem.

357 Considerando hæc tabulas, statim patet ingens discrimen observationum a theoria; ubi enim in priore gravitatis tabula error erat 8 centesimarum linearum, hic error in priore tabula pertingit ad hexapedas 144, qui quidem & respectu totius est multo major, quam ibi (hic nimirum respectu gradus in æquatore 56751 est $\frac{1}{394}$ totius, ibi respectu penduli in æquatore centesimarum 41931 erat tantummodo $\frac{1}{3490}$) & est omnino sensibilis, cum meo quidem judicio intra 10 hexapedas, & vero etiam intra pauciores, mensura unius gradus definiri possit methodis, & instrumentis, quæ nunc habemus, contra quam censerem, cum primam meam de figura Telluris dissertationem conscriberem. Unius enim minuti error in arcu celesti, qui habetur dividendo 56751 per 60, inducit errorem hexapedarum 945, & unius secundi error

error errorem hexapedarum 16, qui error si committatur in arcu duorum, vel trim graduum, inducit errorem hexapedarum 8, vel 5 tantummodo in unum gradum; intervalli autem terrestres mensura obtineri & ipsa potest intra limites paucarum admodum hexapedarum; & dum ibi denominatores fractionum experimentium ellipticitates fere omnes inter se intra paucissimas unitates conveniebant, hic nulli fere sunt, qui a se invicem non plurimum discrepant, cum alius alio sit & duplo, & triplo, & vero etiam octuplo major; quin immo ex combinatione nona oritur ellipticitas negativa prorsus contraria, nimirum figura producta ad polos, non compressa.

358 Quod si gradum paralleli adhibere libeat propositum postremo loco in tabula graduum, & per formulam numerorum 342 & 343 ipsum conferre cum hisce 5 gradibus meridiani obtineatur, uti proposui in ipso fine operis de expeditione iteraria, ellipticitates $\frac{1}{317}$, $\frac{1}{244}$, $\frac{1}{148}$, $\frac{1}{129}$, $\frac{1}{154}$, adhuc inter se plurimum discrepantes, quod ostendit figuram illam, cujus gradus determinantur, abluere plurimum non solum a curva, quam homogeneitas requirit, in qua bini quique gradus exhiberent ellipticitatem $\frac{1}{231}$ juxta num. 332, sed etiam a figura quavis elliptica, quam nuclei etiam heterogenei hypothesis requirit; quin immo etiam a figura quavis regulari, in qua series graduum non incerto salu, sed continua quadam, & regulari lege debeat procedere.

359 Donec bini tantummodo gradus habebantur Laponiensis, & Gallicus, Gallicis nimirum omnibus pro uno habitis ob locorum viciniam, tota dissimulata in eo erat sita, quod ellipticitas ex iis inventa nec cum homogeneitate consentiret, nec cum hypothese nuclei sperici heterogenei. Homogeneitas requirit ellipticitatem $\frac{1}{231}$, vel $\frac{1}{230}$: at assumendo gradum Laponicum hexapedarum 57438, ut a Maupertuisio est traditus, & gradum Piccarti primo correctum ab ipso 56925, prodit gradus in equatore 56787, differentia totalis 1955, ac inde ellipticitas juxta num. 350 evadit $\frac{1}{89}$; assumendo vero gradum Piccarti secundo correctum a Maupertuisio 57183, prodit ellipticitas $\frac{1}{878}$ duplo minor priore, sed adhuc multo major illa $\frac{1}{230}$. Ex alia parte fractio gravitatis eruta ex longitudine penduli isochroni Parisiis, ac in Laponia, quam in quarta combin. tabula secunda n. 355 invenimus ex hisce observationibus rite correctis $\frac{1}{203}$, est & ipsa major quam $\frac{1}{230}$, dum, ut Clairautius invenit juxta num. 232, debet altera esse æque major, ac altera est minor; quod ipsum Clairautium impulit ad considerandum nucleum solidum ellipticum productum, qui inæqualitatem gravitatis conciliaret cum inæqualitate graduum ita, ut figura evaderet magis compressa, quam æquilibrium requireret ob solidi nuclei ellipticitatem.

360 Ubi gradus Quitenensis est definitus, assumptis iis tribus, & Gallico gradu primum assumpto, uti cum secundo Maupertuisius correxerat, invenit differentias graduum, adhibita paucarum hexapedarum correctione singulis, facis consentire cum ratione sineum versorum debita ellipsi, & eandem e tribus binariis posse ellipticitatem erui; sed mutata paullo post Gallici gradus magnitudine per novam correctionem, qui ipsum reduxit iterum ad hexape-

das

das 59074, vidit cum figura elliptica rem omnino conciliari non posse, disferentis graduum non sequentibus rationem illam sinuum versorum, & idecirco tribus binariis prodentibus tres ellipticitates diversas. Hinc aliam hypothesein invenit, in qua excessus graduum sequerentur rationem sinuum versorum latitudinis duplicatæ duplicatam, non simplicem; nimirum rationem quadruplicatam; non duplicatam sinuum versorum latitudinis, cum qua hypothesi li tres gradus consentiebant quamproximè, sed quam nulla ratio physica tuebatur, & ex ea hypothesi derivatam prodidit figuram, ac magnitudinem Telluris.

361 Communicavit post paucos annos Caillius cum Academiâ suam Africanum gradum, qui a Lapponico, & Quitoensi non multum recedit, admissam etiam elliptica figura, cum ut hic apparet ex postrema tabulæ primæ columnâ, illis nihil mutatis, ejus error sit hexapedarum 43, qui per gradus distributus exiguum in singulis admittit discrimen, adeoque ejusmodi, ut in observationes commodè refundi possit. At is idcirco vel maxime obstabat Bouguerianæ hypothesi, cum sequeretur in excessibus rationem sinuum duplicatam, non quadruplicatam; dum e contrario hypothesim ellipticam ab eo confirmatam Gallicus gradus everteret.

362 Hinc iterum turbati omnia, quæ, ut conciliarentur, rursus in suspicionem vocatæ sunt Gallicæ mensuræ, meo quidem judicio contra omne fas, cum in Gallia ipsa non unicus gradus definitus esset, sed 11 gradus ex notidem intervallis collatis cum observationibus astronomicis, quos in tabulâ num. 355 proposuimus, & hi quidem ea diligentia illi instrumentis ab Academicis in observandi arte peritissimis determinati, ut si iis abroganda sit fides, nihil usquam in universa & Astronomia, & Physica habeamus; cui fidem adhibere possimus; at si omnes, qui a se invicem parum differunt, discrepant, uti diximus, plurimum ab hypothesi elliptica definita per reliquos illos tres gradus. Accessit in ejus opem & noster in Italia gradus, qui utrumque a Gallicis nonnihil discreperet, brevior 69 hexapedis illo, qui in eadem fere latitudine est definitus in Gallia juxta num. 357; adhuc tamen idcirco etiam magis discrepat, quam ipse ab ellipsi per reliquos tres definita; cumque hæc omnia adhuc non satisfacerent hominibus obstrictis in opinione regularis ellipticæ figuræ, quam æquilibrium videtur requirere; novæ mensuræ sunt initæ, quæ judicio Academiæ discrepantem illam Gallicum gradum confirmarunt; ut jam habeamus, meo quidem judicio, penitus indubitatum graduum seriem, quæ cum elliptica forma conciliari nullo modo possit.

363 Adhuc tamen fuerunt multi, qui concillationem quaesierint illata observationibus vi, querendo correctiones distribuendas ita per gradus inventos, ut cum hypothesi homogeneitatis requirente ellipticitatem illam $\frac{2}{211}$ & vel $\frac{2}{210}$ vel cum aliqua saltem ellipticitate conciliarentur; verum correctiones adhuc occurrunt tam immanes, ut eas in hac tanta Astronomia luce, in tantæ Observatorum cura admittere omnino non liceat.

364 Alibi meo quidem judicio multo potiore jure dubitarunt de aliqua irregularitate in Telluris figura; de qua Maupertuis ipse etiam ante Caillianum, & nostrum gradum dubitavit in epistola de scientiarum progressu; ubi illud expressè habet latine redditus: *post omnes operationes infinitas ad aquarum*

tem in Gallia, & ad polarem circulum, chorda arcus intercepti Quintum inter, & Parisios, ac Parisios inter, & Pellum, possent esse ad se invicem in ratione ita diversa ab ea, qua ex curvaturis sunt supposita, ut figura Terra multum recederet ab illa, quam ea habere creditur. Accedit illud, quod cum nulla mensura in hemisphario meridionali sit capta, dubitari posset, id hemispharium alteri non esse simile, Tellure forte composita ex duobus hemisphariis eidem basi innixis. Quid pro irregularitatis suspicione inducenda idoneum magis? Eiusdem autem irregularitatis suspensionem & Condaminus versus finem operis, quo suas Quitenenses observationes est persecutus, pluribus egregiè promover, & confirmat. Quanto potiore jure id ipsum post adjectos hosce duos, Africanam, & Italicam gradum, de eadem irregularitate suspicari licet, cum in postremis hisce binis tabulis tantus confectationum dissensus per sese incurrat in oculos?

365 At ego quidem jam ab anno 1738 in dissertatione de Telluris figura suspensionem irregularitatis in graduum observandorum serie, & figura Telluris, proposui, ejus ipsius & causam; quam potissimam arbitror, indicavi, & quam cum ibi, tum in binis aliis dissertationibus anno 1741; & 1742 persecutus sum, deviationes nimirum pendulorum, de quibus egimus postremo superioris libri §; In qua quidem dissertatione cum affirmassem, nihil adhuc satis certo constare de Telluris figura, post ipsum Maupertuisii opusculum de figura eadem determinata per observationes ad circulum polarem habitas, tanquam audacissimus, & ineptus traductus sum; Verum ab eadem imputatione ipse me demum exitus liberavit, dum ad eandem illam veterem, adeo tum improbatam sententiam meam nos ipsa tot dimensionum series necessario deducit, & dum illam ipsam tantam compressionem, quam in eo opusculo Maupertuisius vulgaverat, exceptam illico passim per Europam omnem, ut certo jam definitam, is idem in suis Elementis Geographiæ aliquanto post, correcto Piccarti gradu, dimidiavit; nec eandem ullus jam admittit usquam post dimensionem reliquas, quarum nulla prorsus cum eadem consentit.

366 Cæterum ipsa mea cujuspiam irregularitatis suspicio nostræ etiam Italicæ dimensionis occasio extitit, ut exposui opusculo; Expeditionis Litterarum toties jam nominatæ. Videbam enim, si minus regularis esset Telluris figura, uti Maupertuisius de inæqualitate binorum hemisphæriorum dubitari posse affirmaverat; sic eodem, vel etiam potiore jure dubitari posse de recessu aliquo parallelorum etiam a circulari forma, vi ejus, licet Terra circa propriam axem diurno motu converteretur, adhuc tamen non esset solidum ortum ejusdem curvæ conversione circa propriam axem. Cumque in id minus tuto inquiri posse arbitrarer per dimensionem graduum ipsorum parallelorum, quos minus accuratè definiri jam diximus, quam gradus meridianorum, censui rem fore opportunam ad ejusmodi investigationem, si meridiani gradum metirer alicubi in eadem latitudine, in qua alius aliquis jam haberetur, & satis diversa longitudine; nam ipsi ejusmodi gradus æquales inter se esse debent; vel inæquales, prout meridiani omnes eandem, vel diversas habent curvas, parallelis circulem habentibus formam, vel ab ea recedentibus; atque eam investigationem, quam nemo alius aggressus fuerat, proposui Sylvio Cardinali Valentio homini de ingenuis artibus, & omni cultioris litterarum genere benemerentissimo, cujus opera id mihi negotii a

Scæ-

Benedicto XIV. P. M. commissum est, Mairio adjuncto, qui ut mihi adjungeretur molestissimæ expeditionis comes, & ab ipso Cardinali, & a Summo Pontifice impetravi.

367 Dimensionis exitus suspicionem confirmavit; nam hic noster Italicus gradus, uti sæpius jam monui, in latitudine 42° , $59'$ brevior evasit hexapedis 69 illo, qui respondet latitudini 4° , $31'$, quo quidem brevior esse debuerat ob latitudinum differentiam hexapedis tantummodo $6\frac{1}{2}$. Nam assumpto medio inter 10 valores excessus totalis tabulæ num. 355, habetur 665, & differentia dimidiorum sinuum versorum latitudinum 4° , $59'$, & 4° , $31'$ est 98, ac factis, ut radius 10000 ad 98, ita 665 ad quantum, produnt $6\frac{1}{2}$, crescentibus ibi gradibus per singulos latitudinis gradus hexapedis proxime it, si debeant esse proportionales illis sinibus versis. Accedit autem, quod nostri gradus mensuram, quam exhibuimus, censcam omnino longiorem justo, uti expressi num. 384 opusculi 4 Expeditionis Litterariæ.

368 Hanc ego horum graduum inæqualitatem repeo ab illa ipsa penduli deviatione, quam hic nominavi, uti jam exposui in ipso 1 opusculo ejusdem Expeditionis Litterariæ sub finem. Nostræ enim observationes astronomicae institutæ sunt Romæ, & Arimini, inter quæ loca assurgit perpetuo ascensus Italix solum cum Appenninis montibus, dum ad partes oppositas humiles camporum tractus, & mare jacet. Dum in hoc solum declinat pendulum sectoris utrinque, recedunt bina zenith, crescente intermedio caelesti arcu, per quem diviso intervallo terrestri, gradus obvenit minor. In Gallia autem cum postremus ille gradus Pyreneis montibus sit proximus; si quid eorum actio potuit in pendulum extremi propioris, quæ in altero remotiore extremo minor esse debuit, admovit utique primum illud zenith huic secundo, & ac cum caelestem imminuit, ac gradum auxit; sed priori causæ arbitror plus tribui debere, cum statim ab ipsis observationum astronomicarum locis incipiat utrinque solum atcolli, & assurgat perpetuo, ac & nostrum, & Gallicum ex hac causâ suspicor breviores justo.

369 Et quidem admodum exigua penduli devlatio requiritur ad hanc inæqualitatem inducendam. Nam juxta num. 355, uni secundo respondent hexapedæ 16; adeoque 9 secunda ad hanc totam rem abunde sunt, cum differentia demptis $6\frac{1}{2}$ reducat ad hexapedas 6; $\frac{1}{2}$ pro uno gradu, adeoque pro toto nostro arcu fere 2° , $10'$ hexapedas 17, quarum 9" requirunt 144. Porro constat ex num. 280 stratum solis 10 passibus altum, & ad 50 milliaris protensum deviationem penduli parere, si sit ejusdem densitatis, quæ est media Terræ densitas, $2''$, $31'''$, quæ actio duplicata in binis locis hinc, & inde, evadit $5''$, ut ideo stratum passuum 20 abunde sit, cujuscumque strati actionem pluribus etiam vicibus superare deberet illud perpetuum solum tanto altius assurgens ad editissimos montes, nisi juxta num. 273, interoræ cavitates actionem maxima ex parte eliderent.

370 Et quidem ab hac ipsa causâ reliquas omnes inæqualitates oriri posse, quas exhibent tabulæ num. 355, facile patet; nam ex ad 144 hexapedas assurgunt in nostro arcu, ad quas solum assurgens ad 40 passus abunde sufficit, quæ quidem ipsa quantitas minuitur, si extremi quoque gradus, ex quibus prioris tabulæ postrema columna computata est, partem aliquam habeant deviationis.

371 Atque ex his, quæ diximus, jam satis patet inæqualitates, quas cernimus in ipsa superficie Telluris, abunde esse ad inducendam hanc totam graduum perturbationem sine ullo Observatorum errore, qui si tantum admitterent, nimis utique oscitantes in observando existerent. Nam ubique passim occurrunt in ipsa superficie Telluris inæqualitates ejusmodi, quæ multo adhuc majores aberrationes parere possint, nisi ex tumore vacuum immane inferius relinquente sint ortæ. Mons, uti vidimus, qui æquivalet sphaeræ habenti pro radio dimidium milliare geographicum, 30 secundorum in singulis observationibus deviationem parit; quam multi sunt ejusmodi, & vero etiam majores montes? Stratum æquivalens strato superficiebus parallelis orto, & per dimidii milliarii altitudinem elevato, ac per 50 milliaria producto elevationem parere potest minorum primorum duorum. Quam multa etiam multo majora strata occurrunt, ut ad Appennini jugi, ad Alpium, ad Pyreneorum montium radices, & potissimum in meridionali America, ubi non montes tantummodo, sed ipsa Quitensis vallis iis conclusa, adeoque omne illud immane continentis solum ad duo milliaria assurgit, par 8 minorum deviationem inducendi, nisi obster interior materiæ defectus. Multo est major utique hæc ipsa Telluris asperitas, utut tam exigua respectu totius diametri, & multis partibus major, quam, quæ totam etiam possit quadringenarum hexapedarum inæqualitatem parere, quam inter Quitentem, & Japonicum gradum observationes exhibent; quæ ipsa cum non nisi 25 secunda requirat, in singulis binorum arcuum comparandorum extremis induci potest a deviatione, quæ pariat differentiam senum tantummodo secundorum respondentem gradibus singulis, a determinatione, quæ in polita, & lævi Tellure haberetur. Et quidem si iis ipsis externis asperitatibus accedant inæqualitates aliæ quamplurimæ, quæ infra superficiem delitescunt, quæ hiatus immanes, quæ ingentes, ut in marmoribus, & metallis congeries, atque addensationes materiæ, quas partim sæpe effudiendo detegimus, partim ex jam detectis, & multo adhuc majores conjicimus; mirari licebit potius, non multo majorem adhuc in observatis gradibus irregularitatem occurrere, quæ quidem omnino nonnisi toties memorata illa compensatione aliqua impeditur.

372 Et hæc quidem de hisce harum inæqualitatum causis ex admodum probabili conjectura; nam inæqualitates ipsas graduum, & quidem satis irregulares haberi constat ex observationibus indubitatis, uti jam toties diximus. Ex illud omnino evincunt, curvæ terrestris æquilibrii superficiem inæqualem esse, & irregularem, quanquam multo minus, quam hanc physicam, & undantem, quam exterius intuemur, & quæ curvaturam per tot anfractus, & valles, per tot colles, & asperos montes perpetuo sinuat, & nulla certa lege perpetuo etiam immutat. Atque huc ea cadunt, quæ de triplici figuræ terrestris, & curvaturæ genere diximus in adnotationibus ad versum 947, & 997, figura nimirum hæc aspera, quam reipsa habet Tellus, figura æquilibrii, & figura, quæ abrais asperitatibus, & Tellure ad polituram quandam continuam redacta haberetur. Primæ illius irregularitatem nemo non videt, hujus tertiæ ideam vagam omnino esse, atque incertam, ubi res non crassa quadam æstimatione pensanda sit, sed ad aliquam præcisionem exigenda, ibidem abunde demonstravimus. Quid illa secunda sit, ex-

posui-

possimus satis dilucide in earum adnotationum posteriore, in quam quidem figuram unam per graduum dimensionem inquiritur. Eam solida Telluris inaequalitates internae, & exteriores hi procursus inaequales nihil turbarent in hypothefi gravitatis ad unicum punctum directae; at in hac mutae gravitatis theoria, quam superiore libro stabilitam hic applicamus ad varias Naturae partes, immutant plurimum. Si inaequalitates internae multo majores essent, posset illa tertia Telluris figura vel ad sphaericam, vel ad sphaeroidalem quancunque accedere, quantum libet, figura aequilibrii ita finuata, ut curvatura, & in immensum augetetur, & evanesceret, & in negativam etiam abiret, obveria internis partibus convexitate; inaequalitates autem externae, quas cernimus, licet tantam inducere mutationem in curvaturam nequaquam possint, possunt tamen, uti vidimus, graduum seriem perturbare mutationibus multo etiam majoribus, quam huc uique detegat sint.

373 Nec contra hujusmodi irregularitatem figurae obest illud, quod Marpertuisius in Elementis Geographiae proposuit articulo 15, ubi latine reditus haec habet. *Omnes observationes Astronomicae, & Geographicae docent oppositum. Si ad easdem ab aequatore distantias lineae verticales angulos eisdem non continerent cum axe Terra; quando quispiam descendat ab eadem latitudine percursus in Boream, vel in Austrum distantias aequalibus, non eandem altitudinem poli inveniret. Verum in omnibus Terra locis, ubi itinera habita sunt, & observationes instituta, post aequales distantias percursas, semper haec altitudines eadem inventae sunt.* Hac ille, quae nihilo sane majoris sunt ponderis in re praesenti, quam Veterum argumenta ex supposita curvaturae aequalitate pro sphaericitate Telluris. Nihil in eo genere ante meam observationem habuimus, nisi forte admodum incerto oculorum judicio, & itinerantium aestimatione, definitum. Nemo distantias ab aequatore ad ea loca, in quibus altitudines poli definiti, dimensus est unquam in superficie terrestri, nec vero potuit, Nemo ab eadem latitudine incipiendo dimensus est in binis longitudinibus intervalla datis poli altitudinibus respondentia, cum nullae habeantur uspiam, ne crassiore quidem aliqua geometrica methodo instituta dimensiones graduum meridiani in facie magna longitudinum differentia, quo in genere est omnium prima meae gradus comparatio cum australi Gallico, & ne ipsa quidem pertinet ad latitudinem accuratè eandem, sed intervallo dimidii gradus. Quia immo ne illud quidem mihi uspiam legenti occurrit, ut quispiam certam aliquam communiam saltem Agrimensurum dimensiones in testimonium adducens, affirmet non ex vulgari suppositione, sed ex determinata aliqua observatione constare, aequalibus intervallis aequalia proxime altitudinum poli discrimina respondere; nam ipsi potius altitudinibus poli observatis utuntur passim Geographi Tellure habita pro sphaerica ad tabulas delineandas, & distantias locorum deducendas; vel a distantibus itinerariis crassa aestimatione ad eandem directionem reductis, in ipsas poliarum altitudinum differentias inquirunt.

374 Is addit si dicatur illud, *differentias esse nimis exiguas, minores nimirum, quam ut a Geographis deprehendi possint; is male ratiocinatur, supponendo id, cujus ab experientia nec documentum extat, nec suspitionis fundamentum.* At in primis aliud est positive affirmare, rem ita se habere, aliud profiteri incertum esse, an ita se habeat. Ad hoc, ut ex bi-

nis

plis gradibus accurata dimensione institutis non evincatur determinata Telluris magnitudo, & figura, satis est, si regularitas non constet positive, non est necessarium, ut irregularitas positive affirmetur; & ad suspicionem non requiritur positiva observatio irregularitati favens, satis est defectus observationum evincendum oppositum; quas quidem nullas accuratas pro regularitate extitisse diximus, ex minus autem accuratis, sed adhuc maxima pro eo tempore institutis cura, Snelliano, Fernelliano, Norwoodiano, Riccioliano, Piccartiano, Cassiniano, tam inter se discrepantibus indicium potius irregularitatis haberetur; usque adeo cum ea scriberet Maupertuisius, nulla aderant pro regularitate argumenta satis validi ponderis, & observationes incerta oppositum potius indicabant. Accedit, quod si ad graviolem etiam positivam irregularitatis conjecturam observationes decerant satis certæ, aderat tamen theoria gravitatis mutue, cum tot inæqualitatibus asperitatibus, & densitatis diversis, quas in superficie videmus, & prope ipsam; ac aderat Naturæ analogia in tot hisce corporibus, quæ intuemur, sive ad animale, sive ad vegetabile, sive ad minerale regnum pertineant, in quibus fere nunquam, vel etiam omnino nunquam occurrit figura ita accuratè regularis, ut non plurimas irregularitates contineat. Accedit demum, quod Geographorum ratio in ordinandis locorum positionibus non solum exiguas hasce figuras irregularitates (quæ tamen solæ omnem etiam inventam graduum inæqualitatem perturbare possunt, minorem quam, quæ paucorum secundorum discrimen requirat) non excludebat, sed, uti vidimus superiore numero, ne multo quidem majores,

375 Addit is ibidem, deviationem quidem in montes maximos in theoria gravitatis generalis haberi, Newtono definiente deviationem minorum duorum in montem, cujus basis sit milliarius trium, altitudo sex; favere quoque deviationi observationem Bouguerli, & Condaminii in montem Chimboraco, sed raro admodum ejusmodi magnitudinis montes occurrere, & facile evitari posse in delectu locorum ad instituendas observationes. Verum ad irregularitatem observatorum graduum, & verò etiam ad inæqualitatem totam inducendam, non binorum minorum, sed paucorum admodum secundorum deviatio abunde est, uti vidimus; & colles, & juga, quæ ad ejusmodi deviationem sufficiant, ubique passim occurrunt: montis autem Chimboraco actionem, utut ingentis, perquam exiguam debuisse existere, uti extitit, si ulla revera extitit (nam de eo ipso dubitari posse constat ex adu. in vers. 176 lib. 4) conjici poterat ex eo, quod vulcanus olim extiterit, adeoque internam fere omnem materiam debuerit evomuisse jam pridem. Deinde aliud est, quod montes evitari possint, aliud, quod evitari sint in locorum delectu: Maupertuisius ipse observationes suas astronomicas instituit non in vertice montis Kittis, sed ad ipsas ejus radices, Demum utut evitari possint in eo delectu montes, qui extant, & juga altioris soli, quod quidem nec ubique potest, ut in hoc Italiæ tractu, qui totus ab utroque mari perpetuo assurgit; adhuc tamen infernæ cavitates, quæ sub ipsa superficie Telluris delitescunt, & aliæ inæqualitates ejusmodi, nullâ sanè industria cognosci possunt, & evitari, ac ex deviationibus inducendis sunt æque pares.

376 Atque hic quidem abunde mihi videtur satisfactum iis omnibus, quæ in eo articulo proposuit vir doctissimus, & de hac terrestris figura perquisitio-

ne benemerentissimus. Miratus sum sanè hæc eadem, ad quæ jam dudum maxime ex parte responsum fuerat, responsione ad reliqua æque facili, & patente, quam hic produxi, iterum ab alio summo viro proponi in Parisiensis Encyclopædia in articulo de figura Telluris, & addi illud, irregularitati obesse ipsam diærum ac noctium longitudinem, quæ altitudini poli respondet ubique. Longitudo ejusmodi pendet a refractionibus horizontalibus, quæ intra plura minuta prima incertæ sunt, & variæ; cum ab iis pendeat ortus, & occasus Solis, si ex immediata observatione deprehendi debeant, quæ quidem refractiones id efficiunt, ut re ipsa diærum, ac noctium longitudines, si ritè observentur, cum altitudinibus poli nequaquam consentiant. Deinde si ortus ipse æstimandus est ex horizonte physico, ab aspera Telluris superficie definito, hæc ipsa asperitas observationem perturbat, rara enim admodum ea loca sunt, quæ & Orientem e mari, & Occidentem in mare Solem intueantur. Si vero horizontem definiamus ducto, vel conceptu plano ad directionem gravitatis perpendiculari; tum vero deviatio penduli, & irregularitas curvæ æquilibrii utcumque magna, nihil proflus, nec diærum longitudines, nec ullas alias observationes astronomicas, immutabit. Cum enim ipsa poli altitudo per eandem gravium directionem definiatur, per quam is horizon; omnia cælestia phenomena, quæ ad horizontem, & meridianum pertinent, ibi habebuntur eodem prorsus pacto, quo Tellure spherica haberentur in illo alio puncto superficiæ ipsius Terræ, in quo recta illi superficiæ perpendicularis parallela esset verticali. huic directioni gravitatis: nam hæc verticalis recta tendit ad idem punctum cælestis spheræ, ac illa, existente nullo, respectu ingentis distantie, intervallo locorum, quorum alteri verticalis rectæ directio deberetur sine ulla deviatione, alteri debetur ob deviationem, & irregularitatem curvæ æquilibrii. Distinctio figuræ æquilibrii, a reliquis binis, quas nominavimus num. 372, omnes hujusmodi difficultates omnino fam-mover.

377 Atque ex iis omnibus patet, quantum possit præoccupata, potissimum de regularitate opinio, ad perturbandam rectæ investigationis rationem, apud doctissimos etiam, & oculatissimos viros, ac in metaphysicis meditationibus versatissimos, quæ sæpe ad præmatura judicia mentes minus in aliud intentas impellit. Id ipsum accecidit superiorum ætatum Astronomis, inter quos habentur multi, eorum potissimum, qui postremis hisce duobus sæculis floruerunt, uti Copernicus, Tycho, & vero etiam Ricciolius noster, maxima & ingenii, & eruditionis, ac doctrinæ laude pollentes, & maxima etiam in observationibus astronomicis institutendis, comparandisque solertia præditi, quibus ad Astronomiam rite excolendam obstitit plurimum præoccupata vel de æquabili astrorum motu, vel saltem de circulari orbium forma, & præjudicata opinio. At & hic quidem notare, & admirari licet humanæ gentis conditionem ubique uniformem, quæ per crebras positiones falsas, erroresque atque errorum correctiones multiplices, post erroneas observationes, erroneas etiam ratiocinationes multas ægre demum per longam observationem, & contrariarum opinionum seriem eritatur ad veritatem. Longe adhuc absumus a vera figura Telluris satis tuto definita, & cognita, ad quam non nisi post alias observationes plurimas, in plurimis Terræ locis institutas devenimus olim, vel nostra potius aliquando deveniet posteritas.

378 Hujusmodi autem observationes meo quidem iudicio esse debent dimensiones quamplurimarum graduum meridianorum plurium, & vero etiam parallelorum, quanta maxima licebit cura, & diligentia instituantur, atque iterantur. Nam methodum parallaxium Lunarium a Manfredio propositam, a Maupertuisio excultam, satis jam constat multo minus accuratam esse posse, quam res exigat, ut ostendimus §. 1. superioris libri. Nihilominus laborant itidem aliae methodi ab aliis productae, ut investigandi ex editiore monte, ex quo late circumspectus in mare pateat, depressionem horizontis physici circumquaque, quam methodum perturbant penitus vapores horizontales, qui tantam refractionum inaequalitatem inducunt. Methodi itidem, quas Eulerus proposuit in egregia dissertatione de Trigonometria spheroidica eruta ex principis maximorum, & minimorum, inserta Commentariis Academiae Berolinensis ad annum 1753, tanto sane homine dignissima, minimo observationum errore plurimum perturbantur; dum Meridiani gradus intra 15, vel 20 hexapedas satis certo definiri potest, ut superius ostendi, & gradus etiam paralleli potest itidem intra laxiores aliquanto limites, sed si debita diligentia adhibeatur, & operationes repetantur saepe, potest intra limites multo minus laxos, quam ea, quae iis aliis methodis investigantur.

379 Ex magna multorum graduum congerie multo tutius in hac investigatione licebit procedere. Si ex. gr. habeantur nunc bini gradus inter se proximi, alter ex intervallo per Moraviam, Austriam, Stiriam inter asperos montes, & potissimum initis etiam observationibus astronomicis in pluribus intermediis tractus positionibus, alter in patentibus vicinis Hungariae campis; poterunt ii & inter se conferri, & cum Galliae borealis gradu ad eandem latitudinem pertinente. Si ii duo a se invicem discrepent, & multo magis, si multum differant inter se gradus ad priorem tractum pertinentes, licebit coniecere, id utique provenire ab ipsa hac asperitate superficiei terrestris per expositam deviationem; neque enim est verosimile ex generali constitutione figurae terrestris eam in tanta vicinia inaequalitatem provenire. Quod si ii fere aequales inter se fuerint omnes; id erit indicium vel mediam densitatem Telluris esse multo majorem densitate corporum, quae habemus in superficie, vel infra illos montes, & eorum exemplo etiam infra alios plurimos haberi vacua spatia, & cavitates immanes, quae actionem elidant. Tum vero iis comparatis cum gradu Gallico, poterit se prodere discrimen aliquod, quod habeatur in gradibus ad aequales latitudines pertinentibus ex generali constitutione figurae terrestris, ob longitudinum differentiam non ita exiguum: & haec praeter idoneam dispositionem camporum, ac rectissimarum etiam, & aequissimarum viarum ad bases, & montium, atque collium ad polygonum, est illa locorum opportunitas, quam hic num. 353 commemoravi, haec utilitas illa summa, quae me ad eam potissimum dimensionem desiderandam, & promovendam permovit, quam tam ipsam & Augustissimae Imperatrici, ut rem impetrarem, proposui, & scripto etiam expressam apud patronos, & amicos reliqui.

380 Si multas ejusmodi dimensiones habuerimus olim, licebit potiore jure aliquid de hac re tota statuere; interea ex hisce paucis, quas habemus hucusque, cautius, & subdubitanter, sed tamen mihi videor sic de re tota coniecere posse. Quoniam inaequalitatem graduum invenimus satis irregu-

larem, id indicio esse potest eas provenire non a regulari aliquo progressu certæ cuiuspiam, & regularis curvaturæ, sed ab irregulari aliqua causa, ut essent deviationes pendulorum, quas exposuimus in massas irregulariter dispositas. Quoniam vero vidimus longitudines pendulorum in tabulis n. 254, multo minus aberrare a ratione debita ellipticæ figuræ, quam in tabulis numeri 355 longitudines graduum, licebit coniecere id non provenire ex inæqualitatibus majoribus alte infra superficiem depressis, sed ex hisce minoribus supra superficiem extantibus, cum n. 281 ostensum sit, hæc multo magis agere in positionem pendulorum quiescentium, quam in longitudinem quiescentiam, contra quam ex illis haberetur. Et quidem globus habens pro radio partem unius milliarii quartam partem deviationem 13'', in unici gradus dimensione mutationem pareret hexapedarum proximè 240, nimirum partis $\frac{2}{340}$ totius gradus; & tamen is ipse infra superficiem depressus penduli longitudinem auget in ratione $\frac{2}{4}$ ad 3438, sive ad radium Terræ in his milliariis, nimirum $\frac{1}{13772}$ parte totius, adeoque vix tribus centesimis lineæ Partienfis, quarum 44000 circiter tota continet penduli ad secunda horaria oscillantis longitudo. Quoniam autem ipsa deviatio multo minorem perturbationem parit in graduum hucusque inventorum irregularitatem juxta n. 371, quam quæ ab hac prominentium partium inæqualitate, quam cernimus, expectanda esset, id indicio erit, vel Terram in intimis visceribus multis visibus densiorem esse, quam prope superficiem, vel hæcæ superficiem inæqualitates debere maximam suæ originis partem infernis ignibus, qui dum crassam elevant, tantundem vacui spatii relinquunt.

381 In illud primum liceret inquirere methodis, quas proposui postremo superioris libri §, potissimum inquirendo in deviationem penduli versus undam advenientis marini ætus, ubi est ingens, quæ observatio non ita difficulter institui potest. Hoc posterius ego arbitror multo verosimilius, ut & hic, & alibi pluribus in locis significavi; cum certo constet plures eo pacto insulas emeruisse e mari, & immanis illius Athlanticæ Platonice una nocte demersæ, si verum exemplum est, indicio sit, eam inferne vacuum cecidisse, cavitate relicta, cum ea terrestris crustæ pars in vastam insulam primo assurgeret, in quam contracta reciderit; sed alia minorem insularum exempla ad eandem rem confirmandam non desunt; & inclinata pluribus in locis Terræ strata secundum directionem collium, ac montium, & marina productione in editissimis locis, ac frequentiores in montanis tantummodo positionibus vulcani, quorum tanta est in Peruanis, & Chilensibus montibus editissimis multitudo, ac frequentissima in inæqualibus Italiæ partibus thermalium aquarum vis, conjecturam ipsam confirmant, quam quidem montanam Italiæ partem arsisse olim totam, indicio sunt innumera, quæ passim occurrunt materiam semiustæ, & ex pluribus generibus liquatis commixtæ documenta, quæ ubique occurrunt, ut & ipsa Phaetonæ casus fabula, orta ex recenti adhuc, utut nimis corrupta incendiorum ejusmodi traditione vetusta apud Italos. Ea si esset inæqualitatum origo, nullas, vel fere nullas deviationes haberemus ex inæqualitatibus ipsis. Verum, cum & aquarum cursu assidue maxima assurgentis materię pars devoluta sit, & per eas ipsas collapsorum collium.

ae mentium fragmenta alio asportata, magna itidem internæ materiæ pars ignium vi eructata in liquidas massas, & in cineres ipsos redacta longissime ejecta, & ingenti terremotuum concussione commutata locorum positio, qua novis hiatus apertis, qua ingentibus immanium massarum fragmentis in ingentes cunulos aggregatis; (nam eam Sorianensis montis Cimini originem exitisse admodum probabili ratione indicavi opusculo 1 Expedi. Litter. num. 194) deviationes ex hisce perturbationibus exortæ sunt, minores utique, quam ipsa inæqualitatum hæc moles omnis externa indicat, sed tamen aliquæ, quæ hanc graduum perturbationem pepererunt.

382 At si ea est hujusce perturbationis causa, ex ea ipsa spes exoritur fore, ut post uberiorem graduum seriem, demum aliquid multo certius de figura, & magnitudine hujusce nostri globi innotescat. Nam in fortuitis ejusmodi combinationibus, si satis magno numero habeantur termini, fortuitarum causarum effectus se mutuo elidunt, & id, quod rei Natura sine his exhiberet, satis manifeste se prodit, qua de re inferius etiam, ubi de Boreali Aurora agendum erit, occurrit sermo. Accedit, quod & errorculi inter observandum admissi ejusdem conditionis sunt, nimirum pertinentes ad combinationes fortuitas, quæ in magno numero se mutuo elidunt. Huc usque nimis quidem paucos habemus gradus, si Gallicos omnes non ita multum a se invicem dissentientes habeamus pro unico, & unicum ex his seligamus, quod & præstitimus. Eos tamen interea hæc adhibebimus, dum plures accedant.

383 In primis ex illis decem combinationibus in tab. 2 n. 355 novem exhibent compressionem ad polos, & unicus productionem, ac ex quinque combinationibus gradus paralleli cum his quinque gradibus meridiani (n. 358) omnes exhibent compressionem ad polos. Quod si adhibeantur gradus omnes 15 tabulæ num. 353, qui habent binaria $\frac{15 \times 24}{1 \times 1} = 105$; solæ quinque exhibent productionem, cum solæ 8¹ & 9¹; 10¹ & 11¹; 10¹ & 12¹; 11¹ & 12¹; 13¹ & 14¹ exhibeant gradum posteriorem priori majorem, reliquis 100 exhibentibus compressionem. Quare si omnibus combinationibus eadem adhibenda sit fides, probabilitas pro compressione ad probabilitatem pro productione est, ut 14 ad 1, vel ut 20 ad 1, quæ tamen in immensum crescit, si notetur illud, combinationes, quæ productionem indicant, esse graduum nimis proximorum, saltem priores quatuor, & differentiam esse unius hexapedæ, vel hexapedarum paucissimarum. Igitur si spectentur observationes huc usque institutæ, debet sine ulla prædenti dubitatione haberi Terra pro compressa ad polos.

384 Quantitas compressionis multo magis incerta erit: verum si ex illis quinque meridiani gradibus, quos habemus in tabulis num. 353, capiamus medium inter 10 combinationes tabulæ 2, habebimus totalem differentiam mediam columnæ secundæ 665: gradus in æquatore 56751 divisus per ejus orientem exhibet 256, cui si addatur 2 juxta n. 350, obtinetur denominator ellipticitatis, quæ evadit $\frac{1}{258}$, ejus triens divisus per gradum in æquatore 56751, exhibet $\frac{1}{256}$, cujus denominatori si addatur 2, obtinetur $\frac{1}{258}$; demptis autem tertia, quarta, & nona, quæ a reliquis plus æquo discrepant, reli-

quarum media erit 648, ex qua ellipticitas $\frac{7}{265}$ paullo minor priorē: ea est minor quidem $\frac{7}{334}$, quam requirit homogeneitas, sed adhuc multo major illa $\frac{7}{332}$, quam num. 256 cinimus ex mediā gravitatum determinatione.

385 Verum ut ipsum medium assumatur, non utcumque medium arithmeticum, sed aliqua lege accuratius ad regulas fortuitarum combinationum, & probabilitatis redactas, utemur hic problemate, quod indicavi sub finem dissertationis insertæ Actis Bononiensibus tomō 4, & cujus non solutionem, sed solutionis fructum exhibui ibidem. Est autem huiusmodi: *dato graduum numero invenire correctionem adhibendam singulis ita, ut serventur tres conditiones; nimirum ut differentia ipsorum sint proportionales differentis sinuum versorum latitudinis duplicata, ut summa correctionum positivarum sit equalis summa negativarum, ut summa omnium tum positivarum, tum negativarum correctionum sit omnium minima, quæ servari prioribus binis conditionibus haberi possit.* Primam requirit lex æquilibrii poscens figuram ellipticam; secundam requirit equalis probabilitas pro deviationibus, & erroribus Observatorum ad augendos gradus, minuendosque; tertia requiritur, ut ad observationum fidem accedamus, quammaximè licet, potissimum, cum deviationes perquam exiguas esse sit admodum probabile juxta num. 381; & summa ab Observatoribus adhibita inter observandum diligentia suspensionem relinquat errorculorum perquam exiguorum.

386 Hoc problema pertinet ad methodos maximorum, & minimorum; sed communi analytica methodo tractari non potest. Nam algebraica expressio positivæ quantitates a negativis non distinguit, sed eodem generali valore exprimit. Valor correctionum, quæ adhibendæ sunt, ut prima conditio servetur, obtinetur admodum facile, denominatis binis quibusvis altera $= x$, altera $= y$, per quas, & graduum, ac sinuum versorum valores invenitur quivis alius gradus correctus, cujus differentia a dato exhibet valorem analyticum correctionis, qui dabitur per x , y , & valores dados, nec nisi ad primum assurgeret gradum. Ad faciendum satis conditioni secundæ ponenda erit tota summa valorum $= 0$, quæ unica positio efficit summam positivorum, & negativorum æqualem, & ex ea æquatione deducto valore y per x , ac substituto, relinquetur summa omnium correctionum data per x . Sed hæc summa, ut per analysim exprimitur, constabit semper positivis, ac negativis permixtis, nec erit variabilis, ut alicubi ad maximum deveniat, sed erit semper $= 0$. Hinc e positione $dx = 0$ nihil eruetur, sed omnis formula evanescet, Investigatore spe sua frustrato. At ope Geometria simplicis, Mechanica etiam in subsidium vocata, sic rem facile expeditio.

F. 44 387 Referat in fig. 44 AF diametrum circuli, & AE , AD , AC , AB sinus versos latitudinum duplicatarum, pertinentium ad gradus observatos, ac ex punctis E , D , C , B , ac si in ipso æquatore observatus sit gradus, ut hic, etiam ex puncto A , exeant rectæ EE' , DD' &c. perpendiculares ad ipsam AF , indefinitè productæ, quarum segmenta Ee , Dd , Cc , Bb , Aa ad eandem plagam accepta referant gradus, ut notentur puncta extrema a , d , c , b , x .

388 Patet primo, si ducatur quavis recta, ut $A'H$, quæ occurrat iis rectis

rectis in M, L, K, I, A' , per ipsam definiti gradus, qui satisfaciunt primæ conditioni. Ducta enim $A'F'$ parallela AF , quæ iisdem occurrat in E', D', C', B' , erunt excessus graduum supra gradum in aequatore $E'M, D'L, C'K, B'I$, zero, proportionales rectis $A'E', A'D', A'C', A'B'$, zero, sive sinibus versis AE, AD, AC, AB , zero. Problema adhuc remanet bis indeterminatum, cum recta duci possit in quavis distantia, & cum quavis inclinatione. Eini gradus assumpti, utcumque eam determinant, qua determinata, determinatur per ejus concursum cum recta & parallelis illis una pertinente ad quamvis latitudinem datam gradus ipsi respondens, determinatione conspirante cum methodo proposita num. 348; & hæc exhiberet valores illos indicatos num. 386 datos per x , & y .

389 Unum ejus rectæ punctum determinabit secunda conditio. Correktionnes erunt eM, dL, cK, bI, aA' , positivæ, vel negativæ, prout puncta e, d, c, b, a jacebunt respectu AF citra ipsam $A'H$, vel ultra. Debebit igitur per secundam conditionem summa jacentium citra æquari summæ jacentium ultra. Id habebitur, si ea transeat per centrum commune gravitatis G punctorum e, d, c, b, a , cum ex notissima proprietate centri gravitatis communis summa omnium distantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera secundum directionem quamcumque, sit æqualis summæ omnium ex parte opposita. Datis autem illis punctis datur & eorum commune centrum gravitatis G . Datur igitur unum punctum rectæ quæ sita definitum a secunda conditione. Hæc determinatio æquivaleret illi valori y inveniendò juxta numer. 386 per æquationem, quæ ponat summam correktionum $= 0$.

390 Remanet adhuc indeterminatum problema, cum infinitæ possint per id punctum duci rectæ, quæ omnes utrique & præcedentibus binis conditionibus satisfaciunt: unicum ipsa gradum determinat, ducta GS perpendiculari ad AF , ubi exprimet ipsa GS eum gradum, & AS sinum versum ejus latitudinis, ad quam is pertinet. Ipsam rectam, & per eam reliquos gradus determinaret quisvis alius gradus assumptus ad arbitrium; sed ea determinanda est per conditionem tertiam, ut nimirum summa correktionum jacentium ad plagam utramvis, nam hinc, & inde sunt semper æquales, sit minima omnium, quæ haberi possunt. Ut id præstetur, concipiamus rectam $A'GH$ discedere a positione SGT in partem utramlibet; initio quidem, donec angulus cum ipsa fuerit perquam exiguus, omnes correktiones aA, bI, cK, dL, eM erunt immensæ; tum perpetuo decrescent; donec ipsa recta appulerit ad aliquod e punctis a, b, c, d, e ; ubi vero ea fuerit transgressa quodcumque ex iis punctis, correctio ei puncto respondens mutata in positionem contrariam incipiet crescere, & deinde perpetuo crescet, reliquis, quæ pertinent ad puncta nondum superata a recta mobili, adhuc decrescentibus: summa autem omnium correktionum simul sumptarum decrescet, donec summa decrementorum fuerit major, quam summa incrementorum; & fiet minima, ubi illa desinet esse minor, quam hæc. Ibi vero, ubi fuerit minima summa omnium, fiet etiam minima summa solarum positivarum, & summa solarum negativarum, cum singulæ ex summæ debeant esse dimidium summæ omnium, ob earundem æqualitatem perpetuam inter se.

391 Porro singularum correktionum mutationes respondentes mutationibus positionis rectæ mobilis, erunt proportionales distantis AS, BS, CS .

D d 3

DS, ES.

DS, *ES*, five ea sint incrementa, seu decremēta; nam ea mutationes erant bases triangulorum similium habentium verticem in *G*, inclusa binis positionibus rectarum *GA'*, *GI*, *GK*, *GL*, *GM*, adeoque erunt ut hae rectae, nimirum ex natura parallelarum, ut illae *AS*, *BS*, *CS*, *DS*, *ES*. Quamobrem, si notetur, quo ordine recta mobilis appellere debeat ad puncta *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, & eodem ordine addantur in unam summam illae e rectis *AS*, *BS*, *CS*, *DS*, *ES*, quae ad ea puncta pertinent; donec erit minor haec summa, quam semisumma omnium simul earundem rectarum, five minor, quam summa jacentium ex parte utralibet puncti *S* (nam summa jacentium ex parte altera aequatur summae jacentium ex opposita); summa mutationum pertinentium ad correctiones crescentes erit adhuc minor, quam summa pertinentium ad decrescētes, & summa correctionum adhuc decrescet, quae iam demum evadet minima, ubi summa rectarum *AS*, *BS*, *CS*, *DS*, *ES* pertinentium ad puncta, ad quae jam appulit recta mobilis, desinet esse minor, quam semisumma omnium rectarum ejusmodi, five quam summa omnium jacentium ex parte utralibet puncti *S*.

392 Nec erit difficile invenire centrum gravitatis *G*, & illum ordinem appulsuum etiam facili numerico calculo. Si colligantur in unam summam finis versu *AE*, *AD*, *AC*, *AB*, zero, & ea summa dividatur per numerum punctorum; habebitur *AS*; cum distantia centri gravitatis a plano quovis *AE* aequetur summae distantiarum punctorum omnium divisa per ipsorum summam, Eodem pacto si summa omnium graduum *Ea*, *Da* &c. dividatur per ipsorum numerum, habebitur *SG*. Quin immo satis erit summam excessuum supra primum dividere per ipsorum numerum, & addere primo: si enim a parallela *AE*, secet rectas *EB'*, *DD'*, *CC'*, *SG*, *BB'*, *AA'* in *R*, *Q*, *P*, *N*, *O* erit *NG* summa excessuum *Re*, *Qd* &c. divisa per radium.

393 Ad inventionem autem seriei appulsuum concipiatur recta per *G* parallela *AE*, quae occurrat rectis *FF'*, *EE'*, *DD'*, *CC'*, *BB'*, *AA'* in *T*, *r*, *q*, *p*, *o*, *X*, & statim innotescet, in quo ex angulis *SGT*, *TGT*, *TGX*, *XGS* jaceat quodvis punctum; nam debet jacere citra, vel ultra *SGT*, prout ejus finis versus est minor, vel major inventa *AS*, & citra, vel ultra *XGT*, prout ejus gradus est minor, vel major invento *SG*. Innotescet etiam facile tangens anguli, quem recta transiens per quodvis punctum continebit cum *GS*, vel *GT*. Est enim pro puncto *o*, ut *re* ad *Gr*, ita radius ad tangentem anguli *roG*, five *eTG*, quae idcirco erit, ut $\frac{rG}{ro}$, & eodem pacto in reliquis: angulorum autem minorum minores sunt tangentes, & ad puncta angulorum minorum prius appellitur in angulis *SGX*, & *TGT*; tum ad puncta angulorum majorum prius in angulis *TGX*, *TGS* ordine suo. Cum igitur sit *Gr* differentia finis versu puncti *e* ab invento valore *AS*, & *re* differentia gradus ipsius ad invento *SG*; habebitur hujusmodi regula. Dividatur pro singulis punctis differentia ejus finis versu ab invento valore *AS* per differentium ejus gradus ab invento *SG*, & quoti punctorum pertinentium ad binos angulos ad verticem oppositos simul considerati ordinentur incipiendo a minoribus, tum quoti pertinentes ad reliqua puncta jacentia in reliquis binis ordinentur eodem pacto incipiendo a majoribus, ac ordinem ita institutum sequetur in appulsibus recta mobilis, si abeat initio motus in illos angulos pri-

prioris; contrarium, si incipiat moveri in posterioribus. Sed etiam sine calculo plerumque sola utcumque accurata constructio seriem appulsum multo facilius indicabit.

394 Atque hoc pacto jam habetur, quidquid requiritur ad correctiones quasitas, & etiam sine ipsis ad eruendam ellipticitatem. Nam is gradus, qui pertinet ad appulsum, remanet sine correctione, ut patet, adeoque per ipsum, & gradum SG jam inventum, inveniuntur juxta num. 348 reliqui gradus omnes, adeoque & inventorum differentia ab observatis, sive correctio, & differentia totalis, ac per ipsam ellipticitas quasita.

395 Patet autem methodum generalem esse pro correctione eorum omnium terminorum, qui datam debeant rationem sequi, qua substituta illi rationi sinuum versorum, omnia eodem redeunt. Sed hic applicanda est methodus ad rem nostram, ubi dimidius sinus versos accipiemus pro integris, ut faciliore calculo numerico, utamur valoribus tabulæ primæ num. 353. Valores AB, AC, AD, AE sunt iidem, qui in columna 3 ejus tabulæ, quorum summa divisa per 5, habetur AS , sive $aN = 4356.6$; Ob, Pc, Qd, Re , sunt iidem, qui ibi in columna 5, quorum summa divisa per 5, habetur $NG = 301.6$, ex quibus definitur gradus $SG = 56751.4 - 301.6 = 57052.6$ pro latitudine, cujus duplæ dimidius sinus versus 4356.6 ad radium 10000, sive pro latit. $41^{\circ}.15'$: sed id quidem nullius est usus. Distantiæ aN, ON, PN, QN, RN punctorum a, b, c, d, e a recta SGT erunt differentie prioris numeri $4356.6 = aN$ a numeris columnæ 3, adeoque $4356.6, 1369.6, -291.4, -1405.4, -4029.4$ existente summa tum positivarum tum negativarum 5726.2 , & distantiæ aX, bX, cX, dX, eX a recta XY erunt differentie posterioris $301.6 = NG$ a numeris columnæ 5, adeoque $301.6, 15.6, 73.6, -21.4, -369.4$. Quæ habent signa conformia, pertinent ad angulos SGX, TGT , quæ habent disformia, ad reliquos TGX, SGI , adeoque priora sunt a, b, d, e , posterioris generis est solum c . Divisis autem seriei prioris terminis per terminos posterioris, obveniunt tangentes angularum cum recta SGT $14, 88, 4, 66, 11$. Igitur illa quatuor, quæ pertinent ad priores angulos a, b, d, e , incipiendo ab angulis minoribus, sequuntur ordinem $11, 14, 66, 88$, sive e, a, d, b , quibus si accedat reliquum punctum c , appellet recta ad ea puncta ordine e, a, d, b, c . Prioris e prior distantia 4029.4 est minor, quam summa 5726.2 binarum positivarum, vel trium negativarum, sed accedente distantia sequentis $a = 4356.6$, jam habetur 8386 , quod illam summam excedit. Igitur habetur minimum quasitum in appulsu rectæ ad a , gradu in æquatione As manente sine correctione, & cæteris correctis per positionem rectæ aGV .

396 Si motus rectæ mobilis concipiatur ex parte opposita, ordo appulsum erit contrarius c, b, d, a, e , & patet ad superandam summam 5726.2 requiri quatuor priorum distantias seriei primæ, nimirum $291.4, 1369.6, 1405.4, 4356.6$, ut idcirco etiam hoc motu idem illud minimum inveniat in appulsu ad a .

397 Inventa hac minimi quasiti positione, statim jam habetur facile ellipticitas. Positio enim rectæ hic erit ipsa aGV , manente gradu in æquatione, quod & commodius accidit ad inveniendam statim & differentiam totalem

calem, & ellipticitatem. Eric enim ut inventa $AN = 4356.6$ ad inventam $NG = 301.6$, ita tota $af = 10000$, ad differentiam totalem $fv = 692$, per quam diviso gradu 56751 , & addito 2 juxta num. 349, habetur ellipticitas quæsitæ $\frac{3}{248}$, accedens aliquanto magis ad ellipticitatem homogeneitatis $\frac{1}{234}$, quam superiores duæ $\frac{1}{265}$, & $\frac{1}{258}$, sed remotior ab illa $\frac{1}{332}$, quam æquilibrium requirit in hypothesi nuclei sphericæ. Correktionem autem graduum calculo instituto pro 5 gradibus a, b, c, d, e prodeunt 0; — 79.2; — 93.8; — 75.9; — 90.5.

398 Si certi essemus, nullum adhuc errorem latere ex deviationibus penduli in gradibus, nec ex gravitate utcumque parum imminuta, vel æcta in longitudinibus isochronorum pendulorum, oporteret vel ad hypothesin nuclei elliptici recurrere, vel ad aliam aliquam. Verum quinque termini sunt adhuc nimis exigui numerus, ut in summa irregularitates dispareant; & de re tota certius aliquid statueretur, ubi multo plures habebantur, & gradus, & pendulorum isochronorum longitudines, pro quibus etiam hæc eadem methodus adhiberi poterit, si a debita ratione aliquanto magis recesserint eorum incrementa, quæ cum hic rationem ipsam sequantur tam proxime, communem assumendi mediæ rationem æquè patiuntur perquam exiguo discrimine, si hæc adhibeatur. Tum vero, & Galliz tractu distributo in partes duas borealem alteram, alteram australem hinc & inde ab urbe Lutetia poterit assumi medium inter priores tres boreales, ac inter posteriores 8 australes, qui sunt in tabula num. 353 illi 11 gradus post primum, ut habeatur in ipsa australi Gallia gradus pro latitudine aliquantum diversa a nostra Italica, ac habebuntur gradus bini, pro latit. $49^{\circ}, 27' = 57056$, & pro latit. $46^{\circ}, 7' = 57051$.

399 Sed si interea retineamus ellipticitatem, quam observationes requirunt, assumpto illo medio $\frac{3}{248}$, licebit quærere, an ea tantum differat a pendulis isochtonis, ut cum iis conciliari non possit. Si ea dematur a $\frac{3}{231}$, habebitur fractio gravitatis $\frac{1}{216}$. Divisa longitudine penduli in æquatore 439.21 per 216 , habetur differentia totalis 2.03 . Hæc quidem est minor omnibus 10, quæ habentur in tabula 2 num. 355, & a media inter octo minus difformes, quam num. 355 invenimus 2.48 , differt per 45 centesimas, quæ immittuntur in ratione 2.48 ad 2.06 differentie totalis calculo erutæ, a differentia inter longitudines pertinentes ad loca maxime remota, quam immediate exhibent observationes in combinatione prima ejusdem illius secundæ tabulæ, reducit ad centesimas 36. Ea divisa b fariam pro singulis observationibus reducit ad differentiam 18 centesimarum, quæ omnino est major, quam ut in Observatorio oscitantiam refundi possit. Error maximus, qui occurrit in postrema columna primæ partis ejusdem numeri, est centesimarum 8 plusquam duplo minor, at non est tantus, ut inæqualitates, quæ sub ipsa superficie Telluris occurrant, ipsum facile parere non possint. Si enim fiat, ut longitudo penduli proximè centesimarum 44000 ad 18, ita semidiameter Terræ passuum 4000000 quamproximè ad quartum, invenitur is proximè 1600, adeoque massa æquivalens globo habenti pro radio circiter sesquimilliare, quæ in

altero loco deficit per hiatum, in altero addit duplicata per addensationem; potest ejusmodi discrimen inducere, & majores adhuc inæqualitates occurrere infra superficiem Telluris, est admodum probabile.

400 Quamobrem plures adhuc pendulorum observationes requiruntur ad hoc, ut de eo ipso prudenter judicari possit. Si ex constanter ostenderint gravitatis fractionem majorem, quam quæ in hypothesi nuclei sphaerici respondeat ellipticitati erutz e gradibus, adhuc non erit necessaria hypothesi nuclei elliptici, sed res conciliari poterit per majorem materiz raritatem versus æquatorem, a qua, juxta §. 7 l. 4 potest oriri pars illa inæqualitatis gravitatis centesimarum lineæ 36, quæ quidem & imminui potest nonnihil ellipticitate nonnihil aucta per ipsam juxta eundem §. 7; licet si continua lege ea raritas crescat a polo ad æquatorem, parum admodum inde perturbari debeant graduum dimensiones, uti mihi videor demonstrasse Expeditionis Litterariz opusculo 5. num. 327, cum nimirum in ea hypothesi exigua mutatio densitatis fiat in initio, & in fine gradus cujuslibet, adeoque differentia deviationis penduli in materiam redundantem fiat in utroque extremo in eandem plagam debeat esse exigua respectu deviationis ipsius jam exiguæ; ut nimirum ex ea hypothesi longitudines pendulorum mutantur per quantitatem analogam infinitesimis ordinis primi, & dimensiones graduum, ac ellipticitas inde deducta per analogam infinitesimis ordini secundi, & idcirco insensibilem.

401 Accedit, quod, ut ibidem innui, nec mihi omnino indubitatum est, gravitatis legem, quæ in distantia Planetarum, & fortasse etiam Lunæ satis fere accuratè sequitur rationem reciprocā duplicatā distantiarum, in distantia tanto minore particularum Terræ a se invicem, jam non recedere nonnihil ab ea ratione, a qua in mea Physicæ Generalis theoria in immensum recedit, cum demum abeat etiam in vim repulsivā. Exiguus ab ea lege recessus discrimen aliquod parebat in mutatione gravitatis, adeoque in illis pendulorum differentiis.

402 Idcirco, donec ea omnia post longas observationum repetitiones innotescant certius, vocatis etiam in subsidium illis omnibus, quæ pendent a theoria gravitatis, ac figura, magnitudine, massa Terræ, uti est præcessio æquinoctiorum, nutatio axis, Lunaris motus, & si qua alia sunt ejusmodi, interea hic adhibebo ellipticitatem, quam ex gradibus meridiani postremo loco eruimus (gradui enim paralleli, ut sæpius innui, parum fido) $\frac{1}{248}$ etiam idcirco, quod magis accedat ad eam $\frac{1}{231}$, quam requirit homogeneitas, quam, ut Noster censet, juxta adn. in vers. 1037, est probabile respexisse supremum Naturæ Opificem, nec ab ea multum recessisse, exemplo Architecti, qui licet aliquid & calcæ tenacitati tribuat, adhuc tamen in edificio extruendo non multum debet recedere ab ea figura, quam postulat æquilibrium ipsarum partium, quæ disponuntur.

403 Ea assumpta, jam ex gradibus, ex quibus est orta, admodum facile definitur magnitudo Telluris methodo exposita num. 349. Gradus in æquatore est hexapedarum 56751, differentia totalis inventa num. 397 est 692, fractionibus neglectis, adeoque gradus in polo 57443. Sed ad eruendos axes ellipticos usus sum differentia totali, quæ provenit ex gradu in æquatore hexa-

pedarum 56751, five pedum 340506, & gradu Laponico correcto per deductionem 90. 5 juxta numerum eundem, qui gradus evadit hexapedarum 57331. 5, five pedum 343989, factis nimirum, ut hujus dimidius sine versus 8386 erutus e tab. 2 num. 355, ad radium 10000, ita eorum gradum differentia, quæ jam evadit pedum 3483, ad differentiam totalem, quæ fit 4153. 35 (quod a priori determinatione differt in solis hexapedæ fractionibus, cum reddat hexapedas 692. 22) pedum 344659. 35.

404 Si horum graduum differentia triens 1384. 45 addatur gradui in æquatore, tum idem triens summa, habentur gradus circularum habentium pro radio semiaxem, & semidiametrum æquatoris 341890. 45, & 343374. 90. Ex his adhibita prius ratione gradus ad semicircumferentiam 1 ad 180, tum semicircumferentia ad radium 318309886 ad 100000000, obtinentur is semiaxis, & ea semidiameter pedum 19588880, & 19668203, quorum differentia 79923 triente 26441 dempto a semidiametro æquatoris, obtinetur radius spheræ æqualis spheroidi 19641762. Et hi sunt valores, quos adhibuimus prioris libri §. 2, & deinde pluribus sequentibus locis, ubi his dimensionibus opus erat; & utamur impostherum.

§. 6. Ad notam in vers. 1065.

DE PROGRESSU DENSITATIS IN ATMOSPHERA TERRESTRI, ET EJUS DENSITATE.

405 **A** Versu 1065 ad 1250 agit Noster de Atmosphæra terrestri; quatenus connectitur cum gravitate, de qua hic agit, & a qua comprimitur: ea in 7 adnotationibus se continenter excipientibus proposuimus, reservatis huc pluribus de more, quæ Geometriam, vel calculum requirunt: ea illustrabimus, quam licebit, contrarius, ob limites nimis arctos hisce supplementis constitutos, quibus fit, ut quo magis progredimur, eo plura ad argumentum, de quo agimus, pertinentia omittere debeamus.

406 Horum omnium, quæ prioribus adnotationibus continentur, fundamentum est, aerem esse gravem, & elasticum: elasticitatem autem habere hujusmodi, ut comprimatur in ratione vis comprimentis. Gravitatis aeris experimentis quamplurimis demonstratur, quæ ipsius proprietates, & Veritibus cognita fuit; ut & elastica ejus vis omnibus est notissima, cujus effectus in compressione, & dilatatione aeris observantur etiam vulgo innuunt, & utriusque simul conjunctus effectus est etiam elevatio mercurii in barometris, uti jam & certissimum, & notissimum est, ubi mercurius æquilibratur ab æquali pondere atmosphæræ, quæ aerem imminentem mercurio premens ipsum sustinet. Sustinetur autem mercurius ad altitudinem digitorum Parisiensium circiter 28; unde fit, ut pondus atmosphæræ prementis certam partem superficiæ terrestris æquetur columnæ mercurii habentis basim illi superficiæ æqualem, & altitudinem pollicum 28: cumque mercurii pes cubicus sit proximè librarum 1064, si is numerus augeatur in ratione 12 ad 28, habebitur pondus librarum 2463 premens quemvis quadratum pedem superficiæ terrestris, immo pedem cujusvis corporis immergi aeri prope superficiem Terre

ob pressionem fluidorum æqualem in omnes partes; unde facile est per regulam auream computare pressionem pro quavis alia superficie. Quod si habeatur mutatio altitudinis in barometro ex mutata constitutione atmosphæ, quæ mutatio est alibi digiti 1, alibi 2, alicubi etiam 3, factis, ut 28 ad eam mutationem, ita numerus inventus ad quartum, invenietur differentia pressionum inde proveniens, quæ est sane ingens.

407 Plurima experimenta circa gravitatem instituta sunt ad invenendam rationem ponderis aeris, ad pondus aquæ, pari mole, quæ ratio eorum densitatis rationem exhibet: ea varia inventa est ob mutationes, quæ accidunt in ipso aere. Riccioli in aere proximo superficiæ Terræ hanc rationem invenit 1 ad 1000, Boyleus idem censuit 1 ad 1000 posse assumi pro ratione proxima, & communi, cum invenisset prope Londinum 1 ad 938; Merseus eam censuit inter 1 ad 1300, & 1 ad 1600; Galileus contra 1 ad 400: plures accuratiores observationes eam in Angliâ exhibuerunt 1 ad 840, ad 852, ad 860; unde Newtonus Princ. lib. 3 prop. 41 adhibuit rationem 1 ad 850. Muschembroekius autem invenit admodum variabilem inter 1 ad 600, & 1 ad 1000.

408 Inter alias methodos eruendi hanc rationem est & illa videndi, quantum descendat mercurius in barometro elevato ad datam aliquam altitudinem, in qua nimirum densitas aeris sit proximè uniformis; erit enim densitas aeris circa mediam illam altitudinem, ad densitatem mercurii, ut ille descensus ad illam altitudinem, illo aere intermedio habente pondus æquale mercurio detracto; densitas autem mercurii ad densitatem aquæ, ut 14 ad 1. In Cassiniana serie, quam exposuimus in adn. ad vers. 1197, responderet in superficie ima Terræ altitudini pedum 60 descensus unus lineæ. Inde eruitur densitas aeris ad densitatem aquæ 1 ad 617, quæ est fere maxima ratio Muschembroekiana. Ex ratione 1 ad 1000 responderet uni lineæ altitudo pedum 97.

409 Derhamus institutis Londini observationibus in edita columna invenit descensui $\frac{1}{10}$ unius Londinensis respondere pedes Londinenses 96; unde ratio densitatis aeris ad densitatem aquæ, ut 1 ad 82; congruens cum Londinensibus cæteris. Halleyus observatione instituta in summo monte Snowdon, & ad ejus radices invenit differentiam unius $\frac{1}{10}$, altitudo autem erat pedum Londinensium 3720; unde infertur pro $\frac{1}{10}$ unius altitudo pedum 98, & ratio densitatis aeris ad densitatem aquæ 1 ad 839, quæ tamen debet esse mediæ, non imi montis atmosphæ. Illa altitudo montis reducitur ad pedes Parisienses 3483, vel 3489, prout adhibeatur ratio pedis Londinensis ad Parisiensem 1000 ad 1068 vel ad 1066, quæ posterior est accuratior, sed hic parum refert id exiguum discrimen.

410 Elasticitas debet esse æqualis ponderi comprimentis atmosphæ; & enim hoc pondus eam superaret, comprimeretur aer adhuc magis: si id superaretur ab ipsa, aer idem dilataretur. Sed ipsa datæ massæ aeris elastica vis est varia pro varia ejus densitate, & vario calore. Et quidem, quod ad calorem attinet, Amontoni experimentis institutis tradidit, æscensionem vis elasticæ in aere redactæ ad calorem aquæ ebullientis esse ad suam elasticam

vim

vim, qua pondus atmosphære sustinet, ut 10 ad 35. Quod autem pertinet ad densitatem, plures Physici invenerunt, & experimentis institutis, iteratiquè demonstrarunt, quod jam olim & Boyleus, & Mariottus tradiderant, aerem comprimi in ratione ponderis comprimentis, ut nimirum, quo majas sit pondus premens, eo minus in eadem ratione sit spatium, ad quod aer reducitur; & huic proprietati innituntur, quæ Noster tradit cum Newtono de progressu densitatis per atmosphæram.

411 Hanc legem non servari accuratè Mariottus tradit, ubi densitas sit satis ingens ita, ut posteaquam aer ad quadruplo minorem molem redactus est, quam eam habeat in superficie Terræ, requirat jam vim majorem, quam pro ratione reciproca ejus spatii, ad quod reduci debeat. At ubi dilatari debeat, ad magnas dilataciones extendi satis accuratè ejusmodi legem, constat ex plurimis experimentis institutis jussu Academiæ Parisiensis, & alibi ab aliis Physicis. Sunt, qui censent necessario abrumpi debere eam legem in compressione; cum ubi particule aeris ad contactum devenierint, nulla ulteriori vi, magis comprimi possint. At id in mea theoria punctorum simplicium, inextensorum, & a se invicem distantium, nullam habet vim, in qua nimirum potest in quacunque ratione densitas augeri, imminuta punctorum distantia, quantum libet, quæ puncta nunquam possunt ad contactum devenire, sed si abstrahamus animum a vi repulsiva, devenient ad compenetrationem post omnes omnium densitatum gradus.

412 Et quidem si ejusmodi puncta habeant vires repulsivas in ratione reciproca simplici distantiarum, comprimentur eorum massæ in ratione virium comprimentium, uti invenit Newtonus lib. 3 Princ. prop. 33, quæ puncta cum possint eam rationem accuratè servare in distantiiis quibuscvis; possunt existere massæ, quæ illam compressionum rationem sequantur & compressæ, & rarefactæ in quacunque ratione utcumque magna.

413 Illud Newtoni theorema sic facile demonstratur. Dilatetur massa AC ejusvis figuræ in molem similem $A'C'$, cujus pars similis, & aequalis AC sit $A'e$; sint autem superficies homologæ AB , $A'B'$, $A'b$, & distantie punctorum a se invicem in primo, & secundo statu ipsæ etiam homologæ sint d , & D . Erit ob similitudinem moles AC ad $A'C'$ ut d^3 ad D^3 . Quare densitas ad densitatem ut D^3 ad d^3 . Numerus autem punctorum in superficie AB erit idem, ac numerus punctorum in superficie $A'B'$, is autem ad numerum in $A'b$, erit ut superficies $A'B'$ ad superficiem $A'b$, sive ut D^2 ad d^2 , & vis singulorum punctorum in AB ad vim in $A'b$ contra aequale obstaculum comprimens erit, ut D ad d , ob rationem reciprocam distantiarum. Igitur summa virium in AB ad summam in $A'b$, erit ut D^3 ad d^3 , nimirum ut densitas posterior ad priorem. Q. E. D.

414 Quod si vis repulsiva fuerit in quavis ratione reciproca potentiarum distantiarum, & dicatur compressio C , vis comprimens V , distantia particularum D , eadem prorsus ratione invenitur, fore virium repellentium summam,

sive vim comprimentem $V = \frac{1}{D^2} \times \frac{1}{D^m} = \frac{1}{D^{m+2}}$: hinc $D = V^{\frac{-1}{m+2}}$.

Est autem $C = \frac{1}{D^3}$, adeoque $D = C^{\frac{1}{3}}$. Igitur $V^{\frac{-1}{m+2}} = C^{\frac{1}{3}}$, & ideo

$C =$

$C = \sqrt[m+2]{3}$. Compressio ut dignitas $\frac{3}{m+2}$ vis comprimentis. In ratione vis repulsivæ reciproca simplici distantia est $m = 1$, & $\frac{3}{m+2} = \frac{3}{3} = 1$, compressio ut vis comprimens. Pro quavis alia ratione reciproca vel directæ satis est ponere pro m suum valorem, & obtinetur ex ea formula valor dignitatis, qui tamen evadit infinitus, si vis repulsiva sit in ratione directæ duplicata distantia, factò $m = -2$. Sed hæc innuisse sit satis.

415 Verum in Natura ea lex virium non poterit extendi ad omnes distantias. Nam in recessu deveniri debet ad vim attractivam gravitatis, quæ agit in magnis distantis, & in accessu, saltem in aere, devenietur itidem ad vires etiam attractivas, & alternatas; nam constat ex pluribus observationibus in primis Halesii in Statica vegetabilium, posse aerem reduci ad fixitatem, quod indicat, licet non necessario evincat, amitti ibi elasticitatem, vi repulsiva versâ in attractivam; & omnino non est verosimile puncta aeris esse in mea theoria in ultimo arcu repulsivo asymptotico, nec vero is ultimus arcus in mea curva exhibet accuratè rationem reciprocâ distantiarum. Sed ea parebunt magis post meam theoriâ explicatâ tomò 4.

416 Adhuc tamen possunt puncta aeris esse sub arcu repulsivo servante illam rationem reciprocâ distantiarum quam libuerit proximè, cujus arcus amplitudo ad reliquum intervallum usque ad distantiam zero sit major in quacunque ratione utcumque magna, & eo casu dilatio, & contractio sequerentur legem compressionis reciprocæ vi comprimenti per intervalla utcumque magna, & utcumque parva in quacunque ratione. Halleyus censuerat aerem comprimi non posse ultra rationem 800 ad 1; sed Halesius ipsum compressit in ratione 18; 8 ad 1, & juxta expostam theoriâ nulla est ratio, ad quam in compressione deveniri non possit; verum ubi ad ingentem rationem deventum fuerit, molis ita imminutæ mensura iniri non poterit, ut cum vi comprimente compareretur. Dilatationem aeris immanem sanè ipsa etiam experimenta docent, & Muschembroekius censuit, aerem in quibusdam crassioribus experimentis dilatatum fuisse in ratione 4000 ad 1, Boyleus autem sola sua expansiva vi dilatatum in ratione 13679 ad 1, quem tamen censuit esse ultimum terminum dilatationis ita, ut ad eum statum redigi debeat in vacuo nulla vi compressum. Acid quidem nullis experimentis constare potest; nam aer ad ingentem raritatem redactus sensum effugit. Newtonus sanè loco citato num. 407 censuit in immensum rarefieri, & quidem servata eadem lege, ac unum nostri aeris digitum delatum ad distantiam semidiametri terrestris debere ita rarefcere, ut sit par implendo toti circumquaque spatio a Sole ultra Saturnum, & censet ultra eam altitudinem unius semidiametri terrestris aerem adhuc rarefcere in immensum magis, qua de re hic aliquid inferius.

417 Pendet autem Newtoni calculus a theorematibus propositis in adn. ad vers. 1097, pertinentibus ad progressionem, qua aer attenuari debet ascendendo a superficie Terræ. Eas progressiones Newtonus definivit in propositionibus 21, & 22 lib. 2, ac earum Scholio. Rem aliquanto generalius hic evolvemus analysi, & constructione geometrica.

418 Sic CA in fig. 46 semidiameter Terræ producta indefinitè in G . Or $F. 40$ dinatæ DH ad curvâ FHM expriment vim gravitatis debitam cuivis distantia

tia CD a centro, & ordinata DE ad curvam BEK pariter indefinitam expriment densitates atmosphæ pro altitudinibus AD , quarum curvarum sint ordinatæ etiam AF , AB ; & si sint aliz ordinatæ edh infinitè proximæ prioribus EDH , ac el parallela Dd abscindat El differentiam ordinatarum DE , de ; pondera atmosphæ DG , dG poterunt exprimi per densitates DE , de ipsi proportionales; adeoque & differentia ponderum per El . Erat autem ea differentia æqualis ponderi altitudinis Dd , ubi massam exprimet spatium ductum in densitatem, sive $Dd \times DE$; cumque vim singulorum ponderum exprimat DE , erit pondus, ut $DH \times Dd \times DE$, adeoque erit El , ut $DH \times Dd \times DE$, & $\frac{El}{DE}$, ut $DH \times Dd$, sive ut areola $HDdh$.

419 Sit jam quævis logistica PpR accedens ad axem CT perpendicularem AC , & ad eandem plagam curva ALN quadratrix arcem $DAFH$ ita, ut ejus ordinata DL æquetur ei arcem applicatæ ad rectam datam quamcumque C ; ducanturque LQ , lq parallelæ DC , quæ occurrant axi CT in Q , q , logistica in P , p , ac earum posterior rectæ EL in O , & sit pV parallela, & æqualis qQ , ac chordula Pp occurrat axi in S , ubi QS haberi poterit pro constanti subtangente logistica.

420 Ob triangula PpP , PQs similia erit $\frac{Pp}{PQ}$, ut $\frac{Pp}{QS}$, nimirum ob QS constantem, ut Vp , sive ut LO , quæ cum æquetur areolæ $DHbd$ ductæ in Ct , erit ut ipsa, sive ut $\frac{El}{ED}$, ut oportebat, & decrescente DE cum pondere, decrescet simul QP . Si igitur logistica fuerit ejusmodi, ut assumpta alicubi differentia altitudinum Dd , & definitis per ipsam, & per quadratricem curvæ gravitatis binis QP , qp exprimentibus rationem densitatum DE , de , sit ibi DE æqualis QP ; erit ea ubique deinceps ipsi æqualis; & quavis aliz binæ ordinatæ ad eam logisticam ita determinatæ expriment deinde binas densitates debitas iis binis altitudinibus. Hinc facilius logistica determinabitur, & solvetur problema sequenti pacto.

421 Descripta quadratrice ALN , & observatis binis densitatibus in binis altitudinibus AD , Ad quibuscumque a se invicem differentibus, ductis DL , dl parallelis CT ; axe ipso CT construat logistica PR per punctum quodvis s ad arbitrium assumptum, ad ejus subtangentem sit LO differentia ordinatarum DL , dl , ut est logarithmus rationis inventæ densitatum assumptus in quavis logistica ad arbitrium ubivis descripta ad subtangentem ejusdem logistica; & mutato utcumque puncto D fiat semper DE æqualis QP , ac habebitur curva BEK densitatum quæsitæ.

422 Inde autem patet illud, si assumantur differentia arearum $ADHF$, sive ordinatarum DL , debere haberi seriem densitatum consistentem progressionem geometricam. Sumptis enim continuo aequalibus segmentis Qq magnitudinis cujuscunque in axe logisticae habetur series ordinatarum in progressionem geometricam ex ipsa logisticae notione; & si sumantur binæ altitudinum differentia, quibus respondeant segmenta ejus area æqualia, vel æquales differentia ejus ordinatæ; utcumque ea differentia altitudinum inter se distent, habebuntur quatuor densitates geometricè proportionales, quod constat ex eadem logistica natura.

423 Sic jam vis gravitatis constans, & curva FHM fig. 46 abibit in fig. 47 P. 47 in rectam parallelam CG , facta DH constanter aequali AF . Hinc DL , quæ est, ut area $AFHD$, erit, ut AD , adeoque differentiis aequalibus rectæ AD respondebunt differentiæ æquales rectæ DL , & idcirco per num. 422 siidem æqualibus differentiis rectæ AD respondebunt ordinatæ PQ , sive DE in progressionem geometricam. Inde autem patet ipsam quoque BEK in eo casu fore logarithmicam, quæ idcirco sine quadratrice, & logarithica PR immediate describi poterit. Habebitur autem hujusmodi theorema: *densitates atmosphaerae decrescunt in progressionem geometricam distantis a centro, vel superficie Terra crescensibus in progressionem arithmetica*, quod est primum theorema propositum in adn. ad vers. 1097: erunt autem præterea ex eodem numero geometricè proportionales densitates respondentæ binis æqualibus altitudinum differentiis quibuscumque.

424 Hæc quidem theoremata expeditius sic demonstrantur. Exprimant in fig. 46 ordinatæ DE ad curvam BEK densitates, & concipiatur series conti. F. 46 una earum ordinarum, quæ a se invicem distent per differentiæ æquales Dd infinitesimas altitudinum: erunt densitatum differentiæ EI , ut EDd differentiæ arearum, quæ in ea hypothesi expriment pondera pendentia a solis massis. Quare erunt EI , ut $ED \times Dd$, sive ob Dd constantes, ut DE . Nimirum differentiæ densitatum, ut densitates totæ, quæ est elementaris proprietates progressionis geometricæ. Quamobrem erunt illæ densitates in continua progressionem geometricam, in qua si sumantur termini utcumque a se invicem remoti, sed æquidistantes, in eadem erunt geometrica ratione. Sed hic libuit generalem constructionem exhibere, & ex ea hunc etiam casum derivare.

425 Quod si fuerit gravitas in aliqua ratione reciproca distantiarum, nempe DH , ut CD^{-m} , erit FHM ex genere hyperbolarum; & quovisunque fuerit m pluraquam 1, erit ex harum hyperbolarum natura area $GDHM$ ad rectangulum $CD \times DH$, ut est 1 ad $m - 1$. Captatur in ea ratione illa arbitraria Ct ad AC , & erit $Ct \times AF$ ad $CA \times AF$, ut 1 ad $m - 1$, ut area $GAFM$ ad idem rectangulum $CA \times AF$; adeoque $Ct \times AF$ erit æquale toti areæ $GAFM$. Per punctum F ducatur ZFT parallela CAG , & occurrent CT in Z , EH in X ; & cum sit etiam $Ct \times DL = ADHF$, erit $Ct \times LX = GDHM$, quæ area cum sit, ut $CD \times DH$, & Ct sit constans, erit & XL , ut $CD \times CH$, sive ut $CD \times CD^{-m}$, vel ut CD^{-m+1} , nimirum ut abscissa ZX^{-m+1} . Est igitur etiam ALN ex natura hyperbolarum una gradu inferior habens centrum in Z , & res inde generaliter traduci potest ad valores quovisunque.

426 Sed si gravitas sit in ratione reciproca simplici distantiarum, evadit $m = 1$, ac eo unico casu formula fallit, evadente $-m + 1 = 0$; sed determinatio evadit facilior, & elegans. Tum enim FHM evadit hyperbola conica, & ejus quadratrix ALN logarithica etiam ipsa. Hinc æqualibus partibus axis CT respondet progressio geometrica tam ordinarum QL , quam QP , sive tam distantiarum CD a centro, quam densitatum DE . Hinc habetur hujusmodi theorema: *Si gravitas decrescat in ratione reciproca distantiarum simplici, acceptis distantis a centro in progressionem geometricam, erunt & densi-*

densitates itidem in geometrica progressionē. Hoc est theorema Newtoni prop. 21.

427 Si gravitas decreascit in ratione reciproca duplicata distantiarum, evadit $m = 2$, & proinde XL , ut ZX^{-1} : nimirum evadit ALN hyperbola conica. Sic in fig. 48 ALN eadem hyperbola, cujus tres ordinatæ XL , BF , HI habeant æquales differentias LP , FM ordinarum: & cum sit $LY.FB::ZB.ZX$, erit dividendo $LP.FB::BX.ZX$; eodem pacto erit & $FM.FB::BH.ZH$. Igitur ob $LN=FM$ erit $BX.ZX::BH.ZH$, & alternando $BX.BH::ZX.ZH$, nimirum rectæ ZX , ZB , ZH , sive AD , AE , AG , harmonicè proportionales. Quoniam autem LP , FM , sunt differentie ordinarum etiam DL , EF , GI quadratricis ejus curvæ, quæ exprimit legem gravitatis, ac sunt inter se æquales, respondebunt (n. 422) distantis CD , CE , CG densitates in continua proportionē geometrica. Habetur igitur hujusmodi theorema: *Densitates atmosphaerae decreascent in progressionē geometrica, distantis a centro crescentibus in progressionē harmonica*, quod est secundum theorema expressum in adn. ad vers. 1097.

428 Notandum autem illud, in casu gravitatis constantis densitatem decreascentem in infinitum auctis in infinitum distantis, cum ipsa BEK sit logistica in F. 47 infinitum accedens ad axem CG , & in fig. 47 aucta AD in infinitum augetur DL , adeoque CQ , & decreascent QP pariter in infinitum. Idem demonstratur facile etiam de casu num. 426. At in casu gravitatis decreascentis in quavis ratione reciproca distantiarum majore, quam simplici accedit in infinitum densitas ad certam quandam densitatem, quam nunquam transgreditur. Eam determinat EZ , ubi occurrit logistica in f , exprimitur enim a Zf . Quare tenuitas non augetur in infinitum in theoria gravitatis Newtonianæ. In omnibus autem hypothesebus gravitatis theoria locum habere potest, licet atmosphaera in infinitum non assurgat, si nimirum ubi desinit, comprimatur vi extranea, quæ respondeat illi altitudini, expressa per ordinatam ei debitam in curva BEK .

429 Hæc pertinent ad compressionem proportionalem ponderi compriment in ratione simplici directâ; quod si pondus sit, ut aliqua dignitas compressionis, erit in fig. 46 pondus ut DE^n ; differentia ponderis, ut $DE^{n-1} \times EI$, neglectis minoribus infinitesimis, quæ cum sit, ut $DE \times Dd \times DH$, erit $DE^{n-2} \times EI$, ut $Dd \times DH$, quarum summæ cum sint, ut DE^{n-1} , & area $ADHF$, sive & ordinata DL , abeunte autem D in A , area quidem evanescat cum ordinata DL , & DE^{n-1} abeat in AB^{n-1} , tum illa crescat, hæc decreascent, erit $AB^{n-1} - DE^{n-1}$, ut ordinata DL ; unde facilis eruitur ratio rem expediendi etiam in eo casu.

430 Sed eo omisso sistendum est in hypothesi compressionis priorē, & in binis hypothesebus gravitatis constantis, ac decreascentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, de quibus solis agit Noster, & primo loco demonstrandum illud, quod diximus in adn. ad versum 1097, initio exiguum esse earum discrimen, quod deinde sit ingens. Patet utramque; quia donec in F. 48 fig. 48 AK est exigua, ratio CK ad CD est proxime ratio æqualitatis, adeoque & KE , ED sunt proxime æquales; adeoque densitates geometricè pro-

portionales respondeant intervallis fere aequalibus. Secus ubi AK sit ingens. AD exigua. Potest intervallum EK habere ad ED quancunque rationem, utcunque magnam. Et quidem vidimus earum hypotheseum determinationes a se invicem discrepare in immensum, cum in altera in immensum attenuari debeat atmosphaera, in altera habeatur attenuationis ultimus limes. Is limes admodum facile, & eleganter in ea hypothesi definitur: est nimirum densitas tertia continue proportionalis post eam, quae habetur in superficie Terrae, & eam, quae habetur in distantia unius semidiametri terrestris. Cum enim sit alternando $CD : DE :: CK, KE$; ubi DE fiat aqualis DC , ea ratio sit ratio aequalitatis, & punctum K abit in infinitum.

431 Hinc illud quod Newtonus affirmavit, juxta num. 416, ultra distantiam semidiametri terrestris a superficie augeri tennitatem in immensum, non habet locum in hac hypothesi, si nomine in immensum intelligi debeat absolute in infinitum, vel in quavis ratione, atque id, tum quia nostra atmosphaera demum debet confundi cum solari, desinentibus ibi hisce progressionibus juxta adnot. ad versum 1197; tum etiam ex eo, quod gravitas non sit constans, & in hypothesi gravitatis decrefcentis in ratione reciproca duplicata distantiarum habetur ille limes tertius proportionalis hic definitus: in majoribus distantis turbatur lex etiam a gravitate in Solem. Hujus autem atmosphaera aliam fortasse compressionis legem sequitur non proportionalem ponderi comprimenti; ut idcirco fortasse multo minus in ipsa propositae progressionis locum habere possint.

432 Jam vero attenuatio debita cuivis altitudini, & altitudo debita cuivis attenuationi facile invenitur in octavis hypothesi ex his, quae posuimus n. 408. Cum enim logarithmi rationum earundem in diversis logisticiis sint iidem, possumus adhibere tabulas logarithmorum jam computatas, & pro hypothesi gravitatis constantis, in qua ipsae altitudinum differentiae sunt differentiae logarithmorum respondentes rationibus densitatum, habebitur hujusmodi theorema. *Ut differentia altitudinum locorum debitarum binis observationibus densitatum, ad altitudinem quamvis a superficie Terra; ita logarithmus rationis densitatum observata, ad logarithmum quaesita pro illa alia altitudine;* ex quo theoremate, & directum, & inversum problema facile solvitur.

433 Ponam exemplum in inverso, ad illustrandum illud, quod occurrit in adn. ad vers. 1139 altitudini milliariorum 7 respondere densitatem quadruplo minorem. Queratur nimirum altitudo, in qua densitas sit duplo minor. Ex observatione Cassini (num. 408) uni lineae respondent pedes 60 in superficie Terrae, est autem media altitudo mercurii pollicum 28, sive lin. 28 $\times 12 = 336$. Quare ratio densitatum est $\frac{336}{115}$; cujus logarithmus aequalis differentiae logarithmorum eorum numerorum est 12945 in canone decimalium septem notarum; logar. rationis $\frac{2}{1} = 3010300$. Factis 12945. 3010300 : : 60a 13953, haec erit in pedibus altitudo debita illi rationi duplae, quae altitudo est passuum 2771, & ejus duplum 5542 minus adhuc 6 milliariis exhibet rationem quadruplam. Ex determinatione Derhami tribuentis pedes Londinenses 96 uni decimae unciae eruitur altitudo pro ratione dupla pedum Parisi, 18697, sive passuum 3739; nam altitudo media barometri est unciarum Londinen-

sum 30, adeoque ratio est $\frac{300}{199}$ pro una decima uncie, & 96 pedes Lond-
nenses sunt proxime 90 Parisienses, ex quibus datis instituitur calculus eodem
prius pacto. Quare pro quadrupla passus 7478. Denum ex Halleyana ob-
servatione, cum uncia $3\frac{8}{10}$ sint $\frac{38}{10}$, ratio erit $\frac{300}{263}$ pro pedibus Parisiensibus
3483; unde pro ratione dupla procedunt pedes 17814, five passus 3761,
ac pro ratione quadrupla passus 7530. Prima ex hisce tribus determinatio-
nibus exhibet multo minus quam 7 milliaria, reliquæ duæ paullo plus, & de-
terminatio media inter ipsas exhibet passus 6850, five milliaria fere 7, quod
ostendit jure a Nostro assumptam esse rationem quadruplam pro 7 milliariis,
ut in adn. ad vers. 1139: in altitudine vero ita exigua respectu semidiamet-
ri terrestri ea ratio potest assumi etiam pro gravitate decrescente in ratione
reciproca duplicata distantiarum.

434 Ex ratione densitatis aeris ad densitatem aquæ potest itidem facili-
terui generalis formula ad idem inveniendum. Sit 1 ad r ratio densitatis aeris
ad densitatem aquæ, & erit ad densitatem mercurii 1 ad 147. Igitur pro al-
titudine pedum 100, deprimetur mercurius per digitos $\frac{1200}{147} = \frac{800}{77}$. Ratio
igitur densitatum erit 10 ad 18 $= \frac{600}{77} = \frac{1967}{1967-600}$. Sit quævis ratio den-
sitatum p ad 1, & altitudo, cui ea convenit, dicatur 100x: erit $\log. 196 =$
 $\log. 7 - \log. (1967 - 600) : \log. p :: 100 : 100x :: 1 : x$. Quare habe-
bitur $x = \frac{\log. p}{\log. 196 - \log. 7 - \log. (1967 - 600)}$. Hinc pro quavis ratione r

dato p datur x , & viceversa. Assumpta est altitudo $= 100x$, non $= x$ ad
communiorem calculum numericum, ne nimirum nimis exigua fiat differen-
tia logarithmorum adhibende. Si assumatur ratio densitatis aeris ad den-
sitatem aquæ 1 ad 800 illa media Mutschbroeckiana, & quærat altitudo
100x pro ratione quadrupla, erit $r = 800$. $p = 4$, & facta substitutione
evadit $x = 361.57$, adeoque altitudo 100x pedum 36157, five passuum
7331; nimirum milliariorum proxime 7, quæ accurate exhiberentur a ra-
tione densitatis aeris paullo majore illa media 1 ad 800.

435 In adnotatione ad vers. 1147 duo occurrunt illustranda; primo qui-
dem duplicatio granuli per vices 64, quæ summam efficit, cui aychenda pe-
res naves aufequam habeantur: tum in hypothesi gravitatis constantis post 100
milliaria deveniri ad numerum constantem 19 notis. Hoc secundam ibidem
facile evincitur; sed facile ope logarithmorum sic demonstratur sine actuali
calculo ingenti numerico. Est $\frac{2^{10}}{7} = 30$. Igitur deveniri debet ad num-
erum trigiesimum post primum progressionis 1, 4, 16, 64 &c. Patet enim fore
potentiam trigiesimam num. 4, & proinde ejus logarithmum $= 30 \log. 4 =$
 $30 \times 0.6020600 = 18.0618000$. Cum ejus logarithmi caracteristica sit
18, oportet ipsum constare notis 19.

436 Ad illud primum ostendendum in progressionem 1, 2, 4 &c. habebitur
sexagesimo quarto loco 2 elevatum ad potentiam 63. Summa autem in hujus-
modi progressionem terminorum omnium, addita unitate, æquatur duplo pr-
stremo; ut facile perspicitur, & admodum facile ex ipsa progressionum ar-
para

AD LIBRUM QUINTUM

435

cura demonstratur. Quare tota series addita unica unitate est (3)⁶⁴, & ejus log. est $64 \log 3 = 64 \times 0.3010300 = 19.2659200$, qui numerus constabit notis 30, ac ex ipsis tabulis per numeros post caracteristicam statim primæ notæ innotescunt. Est nimirum numerus major quam 1844 cum 16 cyphris zero, adeoque multo major 18 trilionibus.

437 Jam vero navis oneraria ingens sit, oportet, ut possit deferre 3000 Illarum mensurarum tritici, quas dicimus *rubbia*, & singulæ continent 600 Libras. Quare ingens est oneraria, quæ ferat tritici libras 3000000. Una uncia continet grana 480, quæ ab ipsis frumenti granis nomen acceperunt; sed plerumque continet plurimum granorum frumenti pondus, & grana ipsa non omnia sunt ejusdem aut molis aut ponderis. Ego in una uncia, parte duodecima ejusdem illius libræ, inveni grana mediocris speciei frumenti plurimum generum 568, 608, 600, 568; quod a pluribus aliorum determinationibus non multum abluat. Medium est 586, sed ponamus adhuc plus, nimirum 600. Continebit una libra 7200, adeoque satis ingens oneraria deferret ægre 14400000000 grana. Si per hunc numerum dividatur ille 1844 cum 16 cyphris, obveniet plus quam 1 cum 9 cyphris, sive plus quam mille milliones earum navium requirerentur. Nimirum requirerentur plussquam mille nationes, quarum singulæ haberent plussquam mille urbes maritimas ejus commercii, ut singulæ haberent mille naves ejus magnitudinis, ad superandam unitatem cum 9 cyphris. Is numerus nusquam est sane in Orbe universo.

438 In adnot. ad vers. 1188 comparantur inter se binæ gravitatum theoriae, & affirmatur gravitate constanti post milliaria 840 haberi numerum majorem, quam 7 cum 73 cyphris; gravitate autem decreescente in ratione reciproca duplicata distantiarum superari notas 60. Primum patet ex eo, quod cum sit $840 = 4 \times 210$, oportebit adhuc multiplicare per 4 logarithmum 18.0618000 inventum pro 210, & habebitur 72.2472000, cujus numerus continet notas 73, & est major quam 1 cum cyphris 73.

439 Secundum pendet a solutione hujus problematis. *Datis binis terminis progressionis harmonica invenire, quot ejus termini haberi debeant post primum usque ad datum quandam quantitatem.* Id facile solvitur ope theorematum prorsus elementaris, quod occurrit etiam in meis elementis tomo 1, ubi de progressionibus sub finem: nimirum si per terminos progressionis harmonice dividatur quantitas eadem quæcunque, obveniunt termini progressionis arithmetice. Sint igitur bini termini a , b , & illa magnitudo, ad quam deveniri debet, c : dividatur $\frac{1}{c} - \frac{1}{a}$ per $\frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, & habebitur numerus quæsitus
$$= \frac{(c-a) \times ab}{(b-a) \times ac} = \frac{b}{c} \times \frac{c-a}{b-a}$$
. Nam is numerus exhibet, quoties in progressionem arithmetica distantia terminorum replicanda sit, ut deveniatur ad terminum $\frac{1}{c}$.

440 In casu nostro a est semidiameter Terræ milliariorum quamproxime 4000, igitur $b = 4007$, $c = 4840$. His valoribus substitutis habetur
$$\frac{4007 \times 840}{4840 \times 7} = 100$$
 quamproximè, & totidem erunt termini post primum

progressionis harmonicae distantiarum a centro, totidem progressionis geometricae 1, 4, 16 &c. attenuationum. Si in hypothesei gravitatis constantis erant 120; unde statim patet discrimen ingens. Ad habendam rationem densitatis pro ea distantia oportebit logarithmum $4 = 0.6020600$ ducere in 100, & habebitur 60.206000, cui respondent notae 61.

441 Quod si quæatur, quot termini futuri sint usque ad altitudinem semidiametri terrestris, erit $a = 400$, $b = 4007$, $c = 8000$, adeoque $\frac{4007 \times 4000}{8000 \times 7} = \frac{4007}{14} = 286$, dum in gravitate constanti habetur $\frac{8000}{7} = 1143$ discrimine sane enormi, cum hic sit triplus illius, adeoque numerum notarum post primam triplicet, quod in numeris adeo ingentibus, quo evadat, vix imaginando utcumque concipiamus, & fere ne vix quidem. Ducendo 0.6020600 in 286 habetur 173.1891600. Quare ratio densitatum exprimitur per n. 173 notarum, sane enormem; numerus autem qui ultimum in hac hypothesei rarefactionis terminum exprimeret, haberet (n. 430) duplum logarithmum, adeoque contineret notas 345: effect quidem immanis, sed longissime distaret ab infinito, respectu cuius effect merum nihil.

442 Numerus illam rarefactionem exprimens adhuc est ita immanis, ut eam a Newtono instituta sit, fere dixerim, in immensum debilius iusto. Semidiameter Terræ continet pedes minus, quam 30000000 (num. 404), adeoque minus, quam pollices $24 \times (10)^7$. Distantia Terræ a Sole est proxime 20000 semidiametrorum terrestrium, & Saturni distantia media minus, quam decupla. Hinc ea continet semidiametros terrestres minus, quam $2 \times (10)^8$, & proinde digitos minus, quam $48 \times (10)^{14}$, sive minus, quam $3 \times (10)^{15}$. Quare cubus ejus lateris continet pollices cubicos minus quam $125 (10)^{45}$, & cum sphaera sit proxime quadrupla cubi radii, totum spatium circumquaque usque ad Saturnum continet pollices cubicos minus, quam $5 \times (10)^{47}$; adeoque per eam imaginem non devenimus nisi ad 3 cum cyphris 47. Digitus igitur aeris nostri ad eam raritatem redactus impleret non unicum id spatium, sed tot ejusmodi globos, quot exprimit numerus major, quam 2 cum cyphris $173 - 47 = 125$. Is ipse ita adhuc immanis est, ut cubus lateris, quod ad pollicem habeat rationem, quam is pollex habet ad totam Saturni distantiam, debeat sufficere ad implendum adhuc immensum numerum globorum, quorum singuli spatium usque ad Saturnum tantundem contineant, quia assumpta illa minima molecula aeris, & hoc immani globo non devenimus, nisi ad cyphras 142, remanentibus pro horum globorum numero cyphris 30.

443 Patet inde, quam imparem Newtonus imaginem ibi elegerit ad illam suam tenuitatem exprimendam, cum assumpsit spatium usque ad Saturnum, quod præteriri debeat a pollice reddito ad eam tenuitatem, quam ejus progressionem requirunt in distantia unius semidiametri Terræ a superficie; etiam assumpta secunda progressionem, quanquam, ut facile colligitur ex loco Opticæ analogo huic, ipse primam respexerit, quæ adhuc fere in immensum rem augeat. Cum 800 miliaria notas 60 exhibuerint, satis erat 600 circiter miliariorum altitudo, quæ per adeo humilem imaginem exprimeretur.

444 Verum tam immanem attenuationem debere haberi est omnino investigabile; nam ad id requiritur, ut compressio sit semper proportionalis vi com-

comprimenti, nimirum ut vis repulsiva pergat perpetuo esse aliqua in ea ratione distantiarum reciproca, & fluidum nulla alia vi urgeatur, quam gravitate in illud centrum, quæ conditiones non habentur in Natura; & cum nobis nec innotescat, nec possit, ut arbitror, innotescere, quorsum vis repulsiva extendatur, & in qua ratione agat, ubi distantie punctorum paulo majores transierint; quid post satis ingentem dilatationem accidat, ignoramus.

445 Compressionem in dilatationibus multo majoribus, quam quæ in montium summorum altitudinibus possit occurrere, esse satis accurate proportionalem vi comprimenti deprehensum est plurimis, & accuratissimis experimentis institutis jussu Academiæ Parisiensis potissimum, ubi innotuit depressionem mercurii in ascensu in montes non procedere juxta hujusmodi progressionem; invenerat enim Cassinus illam, quam exposuimus in adnot. in vers. 1197. Ea progressio plurimum discedit ab utraque proposita. Ejus lex sic ad formulam facile reducit. Sit depressio mercurii infra altitudinem debitam superficiei maris linearum n , habeantur pedes 608, & præterea n termini progressionis numerorum naturalium incipiendo a zero; nimirum 608

$$\frac{n \times n - 1}{2} = \frac{nn - 119n}{2} . \text{Formula pro gravitate constanti habetur}$$

num. 434, in qua cum p sit ratio densitatis in superficie Terræ ad densitatem propositam, erit $p \frac{28 \times 12}{28 \times 12 - n} = \frac{336}{336 - n}$, & altitudo est 1008. Quare

$$\text{formula pro altitudine evadit } \frac{100 \log. 336 - 100 \log. (336 - n)}{\log. 196 - \log. 7 - \log. (196 - 600)} , \text{ ubi}$$

bi ex prima Cassiniana linea est (num. 408) $r = 617$, & formula est generalis pro quavis supposita aeris tenuitate r in superficie terrestri. Simplicior pro data altitudine depressionis primæ lineæ invenitur formula, si illa altitudo dicatur b , & fiat $\log. \frac{336}{335} : \log. \frac{336}{336 - n} :: b . b \times \log. 336 - \log. (336 - n)$.

$$\log. 336 - \log. 335$$

446 Hæ posteriores formulæ locum habent in theoria gravitatis constantis, quæ in exiguis montium altitudinibus assumi potest pro theoria gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum; pro qua tamen facile admodum erueretur sua formula ex hujusmodi positione; dicatur semidiameter Terræ a , una linea b , altitudo quaesita x , & erunt tres termini harmonici a , $a + b$, $a + x$, adeoque arithmetici $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a + b}$, $\frac{1}{a + x}$. Quare

$$\text{erit } \log. \frac{336}{335} : \log. \frac{336}{336 - n} :: \frac{1}{a} - \frac{1}{a + b} : \frac{1}{a} - \frac{1}{a + x} :: \frac{b}{a + b} \cdot \frac{x}{a + x} ;$$

ubi donec $a + b$ haberi potest pro æquali $a + x$, redit formula superior; pro quavis autem altitudine obtinetur formula ex valore x , quem statim exhibet æquatio eruta ex ea proportionem.

447 Si ponatur $n = 60$, nimirum depressio pollicum quinque, & fiat $b = 60$ juxta Cassini determinationem; habebitur $\frac{nn + 119n}{2} = 3370$. &

$$b \times \frac{\log. 336 - \log. (336 - n)}{\log. 336 - \log. 335} = 60 \times \frac{854302}{12945} = 3960, \text{ quæ secunda}$$

æ c 3

altit.

altitudo est tanto minor, quam illa Cassiniana; ut idcirco in *Serie a Cassio* observata serius habeantur eadem attenuationes, quam postulat theoria. Dissensum ejusmodi observationum a theoria tribuebant multi initio compressioni non proportionali viribus comprimentibus; sed posteaquam inventum est plurimis, uti diximus, experimentis, extra limites ingentis compressionis eam legem satis accurate servari, ad alia impedimenta est itum. In adn. ad vers. 1197 proposita sunt plures causæ, sed potissima est sane illa diversi caloris. Nimirum experimenta, quæ exhibent compressionem aeris proportionalem ponderi comprimenti, sunt circa massam aeris eodem gradu caloris dilatatam; si mutetur is calor, mutatur etiam pondus ad eandem compressionem necessarium. Porro aer propior Terræ non habet eandem gradum caloris, quem editus aer in montibus. Igitur illius, & hujus densitates non debent esse proportionales ponderibus comprimentibus. Si innotesceret ratio caloris, posset reformati formula, ubi satis exploratum esset, in qua ratione diversus calor intendat elasticitatem aeris. At ea & incerta sunt, & pro varia constitutione locorum, ac atmosphaeræ diversa.

448 Hinc irritus ego quidem arbitror Recentiorum conatus, qui extiterunt plurimi ad hanc rem accuratius determinandam, cum qua connectitur, & refractionum ratio, & methodus determinandi altitudines montium ope barometri; nec enim satis est notare gradum caloris in superficie Terræ, sed oporteret nosse totam seriem caloris per totam altitudinem verticalem, de qua agitur, & prope ipsam, Hinc refractiones multo melius determinantur per observationes astronomicas, quam ex theoria addensationis atmosphaeræ, & ratio determinandi altitudines montium per barometrum est merito suspecta. Cassiniana ista series pluribus posterioribus observationibus inventa est contraria, ut in eadem adnot. diximus, Idem accidit aliis methodis, quæ si alicubi aliquando utique consenserunt, sæpe alibi dissentient.

449 Prolatæ est nuper in Actis Berolinensibus ad an. 1753 formula eo pertinsens eruta ex hypothesi, quod aeris compressio non sit accurate proportionalis ponderi comprimenti, sed cuidam ejus potentie, cujus exponentis e quibusdam observationibus determinatus est, & inventas unitatis facis proximus. Etiam si eam legem sequatur compressio, quod recedit nonnihil ab aliis determinationibus plurium Observatorum; adhuc tamen ob expostas difficultates etiam ista formula ab observationibus omnino dissentiet, Sed relicta jam terrestri atmosphaera, assurgendum est ad solarem.

§. 7. Ad not. in vers. 1250 &c.

DE SOLIS ATMOSPHERA, ET AURORA BOREALI.

450 **Q**Uoniam nimis arcti limites nobis constituti pro hisce Supplementis cogunt omnia jam contrahere, conjuagemus hæc duo argumenta, & illa tantummodo exponemus, quæ ad intelligendum, vel comprobandum id, quod Noster proponit, necessaria sunt, quæ quidem Noster etiam conjunxit a versu 1250 ad 1614.

451 Primo locum adu. ad vers. 1230 probatur, atmosphæram solarem existere tribus rationibus. Prima petitur a maculis solaribus, quas esse quasdam veluti tæbes atmosphære solaris, iam est fere communis opinio. Neque enim Socratores habuit hypothese Philippi De la Hire concipientis massam informem, solidam, nigram, demersam intra quiddam lucidum solaris substantiæ, quæ identidem emergat exigua sui parte; quæ quidem hypothesis & arbitraria est prorsus, & nulli analogiæ innixa, & contraria etiam phenomeno frequenti macularum sibi e diametro oppositarum, cujus phenomeni oppositum ipse assumpserat pro fundamento quodam suæ hypotheseos: phenomenum vero macularum, quæ augentur, decrescunt, scinduntur in plures, & pluribus conjunctis coalescunt, evertunt funditus sententiam eorum, qui hæc etiam maculas, ut rarissimas illas Mercurii, & Veneris sub Sole, censuerunt oriri ex interpositione Planetarum inconspicuum extra discum Solis, ob nimiam viciniam: analogia autem petita a nubibus, ipsa illa scissio, & coalescentia, ac exigua crassitudo, qua sit, ut ubi in limbo oblique spectantur, tenuissimæ appareant, sententiam hic propositam confirmant.

452 Secunda ratio petitur a lumine circa Solem in Eclipsibus. Observatur quidem in illis, ubi etiam totales sunt, annulus quidam arctissimus lucidior, qui unde proveniat, dicemus fortasse, ubi de Lunari atmosphæra: at spectatur & amplius aliud spatium lucidum, quod Lunari atmosphære non posse tribui, patebit, ubi Lunam carere atmosphæra ad id apta ostenderitimus, uti ostendimus in dissertatione de atmosphæra Lunari. Pronum est autem id tribuere atmosphære Solari, cui & Keplerus, qui id lumen observaverat in totali eclipsi, tribuendum jam olim censuit. Is in Epit. Astron. Cop. lib. 6 sic habet: *substantia crassa circa Solem non hic in nostro aere, sed in ipsa sede Solis interdum circumfusa, quæ resplendet radiis Solis, apparetque etiam recto Sole, ut flamma circulariter emitans, tantumque luminis proferens, ut mera nox esse nequeat*, quam sententiam confirmant mirum in modum plures observationes eclipsium, in quibus id lumen apparuit oblongum ab Oriente in Occidentem, quas observationes Mairanius congerit in suis *Eclaircissements sur l'Aurore Boreale* §. 4. Nam ea ipsa est directio æquatotis Solaris, secundum quam ipsa atmosphæra Solaris debet nonnihil produci, ut producit & lumen zodiacale, a quo tertium argumentum Noëler desumit.

453 Hoc lumen visum etiam ab antiquioribus, & cujus vestigia inveniuntur etiam apud Veteres, diligentius observari cepit a Cassino jam ab anno 1683, qui plurimas circa ipsum observationes iniit, ut & Mairanius deinde plurimas, & ex omnibus satis constat, id ipsum debere repeti ab atmosphæra Solari. Ejus forma distenditur hinc & inde a Sole sub zodiaco in formam cujusdam ingentis veluti rhombi, nec ob luminis tenuitatem sub oculos cadit, nisi ante matutinum, vel post vespertinum crepusculum aliqua non exigua sui parte satis exte supra horizontem. De ea videnda, quæ fuit Mairanius operis sui de Aurora Boreali sectione 1.

454 Ut ea possit satis exte supra horizontem, requiruntur duo, ut reipsa protendatur multum a Sole, & ut pars illa zodiaci, per quam protenditur, emergat ab horizonte in angulo satis magno; secus enim confunditur cum horizontis vaporibus. Porro hæc secunda conditio pendet a positione sphæ-

et, & si sphaera armillaris collocetur ad altitudinem poli debitam, statim apparebit pro zona temperata boreali circa aequinoctium vernum elevari zodiacum Soli proximum vespere supra horizontem in magno angulo, mane inclinari in exiguo; contra circa autumnale aequinoctium, elevari autem semper in magno angulo pro zona torrida; contrarium accidere in zona temperata australi. Id provenit ex eo, quod ecliptica inclinetur in angulo graduum $23\frac{1}{2}$ ad aequatorem, & posito principio Arietis in occidentali parte horizontis, jacet hic apud nos ecliptica ipsa inter aequatorem, & zenith, eodem posito ex parte orientali, jacet inter aequatorem, & horizontem; ipse autem aequator sub aequatore est ad horizontem perpendicularis, sub zona torrida ubique maxime erectus, ut idcirco ibi illa declinatio eclipticae graduum $23\frac{1}{2}$ non admoveat zodiacum horizonti plus aequo.

455 Accedit etiam declinatio aequatoris solaris ab ipsa ecliptica, quae est proximè graduum $7\frac{1}{2}$, cujus positionem sequitur lumen zodiacale: eam aequatoris solaris positionem Mairanius considerat sect. 4. cap. 5. & 6. & evolutis iis, quae inde consequuntur, invenit augeri inde adhuc aliquot gradibus differentiam inclinationis matutinae, & vespertinae ad horizontem in aequinoctiis, ut & illud, quod est observationibus conforme, facilius videri debere circa aequinoctium vernum vespere, quam circa autumnale mane.

456 Inde patet, quae anni tempora sint aptissima ad observandum id lumen, quod quidem in hac temperata zona plerumque, ubi apparet, cernitur vespere verno tempore, & mane autumnali: raro autem admodum videri potest eadem nocte, & vespere, & mane, nimirum ubi multum protendatur a Sole, quod Cassino contigit nocte inter 4 & 5 Decembris anni 1687, quo tempore invenit utramque cuspidem a Sole distantem gradibus 70 cum latitudine gr. 20. At aliis annis ea cuspis visa est multo propior Soli usque ad gr. 60, & 50, quae erat distantia frequentior circa annum 1683, immo & ad 45 devenit; aliquando vero est multo remotior, ut circa annum 1686 usque ad gradus 95, 100 & vero etiam 103 pervenerit observante Cassino. Mairanius autem brevissimo etiam intervallo temporis paucorum dierum ingentes mutationes invenit in ea distantia; uti exponit sect. 1. cap. 8.

457 Porro & figura oblonga luminis zodiacalis confirmat id ipsum, quod id lumen sit ipsa atmosphaera Solaris: nam constans motus macularum circa eundem axem ostendit, Solem cum tota sua atmosphaera converti circa proprium axem, in qua conversione patet concipi vim centrifugam, quae aequilibrium tollat, quod restitui non possit, nisi fluidum componatur in sphaeroidem compressam ad polos, uti vidimus §. 6 lib. 4. Et quidem huc transferri deberet solutio problematis propositi n. 205, quo quaeritur figura fluidi, cujus singulae partes gravitent in datum centrum. Nam ob ingentem ipsius atmosphaerae Solaris tenuitatem, vis, quae oritur ex mutua actione partium ipsius, est fere nulla respectu vis in Solem, quae agit in ratione reciproca duplicata distantiarum.

458 Sed in hisce hypothesibus vis reciprocae simplicis vel plus quam simplicis distantiarum, peculiares difficultates occurrunt, & aliis reductionibus est opus. Nam curva DQ habet CE pro a symptoto, & arca QPC est infinita. Oritur autem peculiaris difficultas ex tanta compressione figurae, in quam

componi debet atmosphaera Solaris, ut lumen zodiacale exhibeat. Cum enim juxta num. 456 visa sit distantia inter duas cuspides graduum 140, & latitudo 20, erit axis longior ad breviorē, ut 7 ad 1; vel quoniam ea latitudo non erat ipse axis minor, sed chorda segmenti visi, quæ debuit versus axem crescere nonnihil, debuit esse ratio axium 6, vel ad summum 5 ad 1. At si fluidum sit homogeneum, in vanio in hypothesi gravitatis decrescentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, maximi compressionem haberi, ubi vis centrifuga in æquatore jam æquetur gravitati (nam si ea sit major, partes avolant), eamque esse existentibus axibus, ut 3 ad 2. Quam ob rem recurrendum est ad elasticitatem, ad variam densitatem fluidi, & ad alias causas extraneas ipsi æquilibrio, quæ materiam versus æquatorem solarem compellant, & congerant, ibique adhuc magis elevent; sed hæc persequi hic non vacat, ubi nimis arctis limitibus coercemur.

459 Quoniam atmosphaera solaris obvertit æquatorem suum, vel accurate, vel proxime Terram versus, inde facile ex distantia cuspidis extremæ a Sole in gradibus observata eruitur ejus distantia rectilinea a Sole ipso. Sit in figura 49 Sol in *S*, Terra in *T*, & sit primo atmosphaera solaris *BAC* radio *SB* ^{F. 49} minore, quam *ST*. Cuspis apparebit secundum tangentem *TA*, eritque *ST* ad *SA*, ut radius ad sinum elongationis *STA*, qui angulus quociescunque fuerit acutus, erit *SA*, vel *SB* minor, quam *ST*, & atmosphaera ad Terram non pertingeret: existente autem eo angulo graduum 80, 70, 60, 50, 45, & *ST* partium 1000 erit *SB* partium 985, 940, 866, 766, 707, cetera quos limites cum aliquando contineatur lumen zodiacale, & nusquam appareat; oportet ipsam aliquando non pertingere ad Venerem, ejus distantia a Sole est 723 in his partibus juxta num. 92. Quod si distantia angularis fuerit graduum 90, terminabitur ad tangentem *TD*, existente angulo *STD* recto, adeoque pertingeret ad ipsam Terram *T*, eritque *TIE*. Si autem superet quadrantem aliquot gradibus, tunc protenditur ultra Terram in *F*, sed parum admodum. Tunc enim in exigua altitudine *TF* sensum effugiet obrenitatem, ut & nebula exiguo intervallo non discernitur; at *TD* ordinata ad circulum *FDG* media inter *TF* exiguam, & *TG* immanem, adhuc poterit esse satis longa, ut satis sensibilem exhibeat candorem luminis ab ea reflecti, & erunt alii *TH* in angulis cum ipsa exiguis adhuc satis longæ, quæ in angulis aliquanto majoribus statim exigue evanescent.

460 Et eam quidem ob causam etiam in positione graduum 100 oportebit, transcendat nonnihil distantiam *ST*, ut recta *TD* pars aliqua non ita exigua intra ipsam immergatur; & distantia *SB* in casu graduum 80, 70 &c. erit tantillo major, quam quæ superius est definita, ut nimirum tangentis *TA* pars non ita exigua immergatur intra atmosphaeram, & eam conspicuam reddat. Quod si *TF* transcursus ultra Terram sit major, tum totum Cælum apparebit per totam noctem albescens ejusmodi perpetuo lumine, quod certum terminum habebit nullum, cujusmodi noctes plures observavit Maffanius, & ego ipse Romæ pluribus annis, sed potissimum superiore Julio hujusce anni 1759 non semel.

461 Et ex hac jam majore, jam minore extensione atmosphaerae solaris debuit provenire, ut quibusdam annorum seriebus nullum ejus indicium vel satis tenue habitum sit, aliis frequentissimè sit visum zodiacale lumen suis tem-

poribus, ejusmodi vicissitudines nonnullas persequitur Mairaninus *sch.* 4 cap. 8, & eam nexum ibidem exhibet cum vicissitudinē fuiti illādem temporibus observata in reditu, ac defectu Auroræ Borealis, quod ipsum jam indicat inde ortum ducere Auroram ipsam Borealem, ad quam faciemus gradum. Sed interea notandum ex iis, quæ hæc usque sunt dicta, patere, quæcunque continentur in adn. ad vers. 1250, 1304.

462 In adn. ad vers. 1354 habetur illud, atmosphæram solarem debere dividi in duas partes, quarum inferior lumen reflectat, quam hucusque consideravimus, superior autem ultra illam protendatur prorsus inconspicua, quod luminis reflectendi sit incapax. Hanc ulteriorem materiam indicant causæ Cometarum, quæ ut ibi diximus, & iterum dicemus inferius, sunt vapores a Cometa emissi, & sursum protrusi ab ipsa atmosphæra solari in partes oppositas Soli, ut nostri fumi sursum protruduntur in partem oppositam Terræ a nostro aere. Caudas Cometarum ascendere etiam in ea regione, ad quam atmosphæra lumen reflectens non pertingit, observatum est in Cometis pluribus, quæ caudas habuerunt, & quidem satis longas etiam orbem Telluris transgressæ plurimum eo tempore, quo nullum erat indicium atmosphære solaris Terram ambientis, & longe ultra ipsam protensæ; noctibus nimirum obscurissimis. Id patuit in primis in Cometa anni 1680, casus longissima extitit cauda, & in postremo hujusce anni Cometa vidimus, ubi is jam supra orbem Terræ se longe eduxerat procedente Majo mense, licet ipsa ejus cauda tenue lumen emitteret.

463 Nec vero in eo difficultas est ulla, quod Cometæ fumi lumen reflectant, ubi atmosphæra solaris ipsos protrudens sursum, adeoque ipsis densior non emittat. Sic nostri fumi trudentur sursum ab aere ipsis utique longe graviore, & interea ingenti luce albicant, ipso ad sensum prorsus pellucido, & nubes tam alte suspensæ intercipiunt lumen, quod aer non intercipit; nam non a densitate pendet opacitas, sed ab inæquali particularum densitate, uti constabit tomo 3.

464 Exemplo hujusce duplicis atmosphære solaris etiam terrestrem duplicem atmosphæram proposuimus in adn. ad vers. 1346, quarum altera continet vapores, & exhalationes aptas ad reflectendum solare lumen, altera longe elevatior, & adhuc ad Terram pertinens, ac cum ipsa circumacta motu diurno, sit penitus diaphana, ad quam terrestres exhalationes, & vapores luci reflectendæ idonei ascendere nequaquam possunt. Et duplicis atmosphære terrestris distinctio est quidam veluti basis Mairaniana theoria de Auroræ Borealis; alterius enim nimia humilitas excludit omnes causas ab aliis adductas, alterius elevatio supra hanc relinquit locum suspensioni, vel retardationi partium crassiorum atmosphære solaris, quæ si Telluri occurrant, dum in eam decidunt gravitate ob viciniam superante jam gravitatem in Solem, in supremam hujus sublimioris terrestris atmosphære parte colliduntur, & addensentur, ac dum ad polos defluunt, Auroræ Borealis phænomena exhibeant.

465 Ad demonstrandam humilitatem atmosphære terrestris, quæ luminis reflectendo sit par, argumento, quod innuimus in adn. ad vers. 1346, sit in *B. 50* fig. 50 *T* centrum Terræ, cujus *DCK* sit sectio plani transcurantis per ipsam centrum, per locum *C*, & per Solem in fine crepusculi vespertini, vel initio matutini. Sit autem *HL* in eodem plano atmosphæra luminis reflectendo par,

par, quam fecit in *B* recta *ABC* tangens Terram in *C*, & exhibens ipſius loci *C* horizontem: tanget in *D* ipſam Tellurem radius *SDB* tum delatus a Sole, ſi ille extremus crepuſculi limes ſit per unicam reflexionem, & radiorum via concipiatur reſtilinea. Jam vero ille limes crepuſculi habetur ex obſervationibus plurimis, Solis centro depreſſo infra horizontem per gradus circiter 18: tendit autem *SB* a limbo ſuperiore Solis, qui poſtremum radium emittit ad punctum extremum *B* reſpondentem horizonti loci *B*; quare angulus *ABS*, dempta a gradibus 18 ſemidiametro Solis 16', erit 17°. 44'. Is erit æqualis angulo *DTC*; nam in quadrilato *DTCB* ob duos angulos reſtos ad *D*, & *C*, erunt æquales duobus reſtis & anguli *DTC*, *DBC*, quibus & anguli *SBA*, *DBC* æquantur, adeoque dempto communi *DBC*, erit *SBA* = *DTC*.

466 Facile autem perſpicitur angulum *BTC* fore dimidium *DTC*, adeoque 80, 52'. Quare ſi ipſa *BT* occurrat arcui *DEQ* in *T*, erit ut radius 1000000, ad exceſſum ſecantis 80, 52' ſupra radium = 120948, ita ſemidiameter Terræ pedum 19641762 (n. 404), ad altitudinem atmophære *BE*, quæ evadit pedum 237562, ſive paſſuum 47512, quæ altitudo eſt paullo minor milliariis 48. At ſi conſideretur præterea refractio, multo minor altitudo requiritur. Refractio radii horizontalis *ABC* eſt, circiter minorum 34, eſt enim aliquando 32, & aliquando etiam 36, ac 37. Triplicatur autem ejus effectus in intervallis *HD*, *DB*, *BC*. Quare demptis adhuc $\times 34' = 1^\circ, 42'$, angulus *ABS* haberi poterit pro 16°. 2', & angulus *BTC* pro 80, 1', cujus exceſſus ſecantis ſupra radium eſt 98689; & inde altitudo *EB* pedum 193842, ſive paſſuum 38768, adeoque minus quam milliariorum 40, ut in ea adnotatione eſt dictum pro unica reflexione.

467 Quod ſi in recta horizontali *CA* in ipſo crepuſculi limite non devenit ad *B* radius directus *SDB*, ſed devenit ad *F* radius reflexus ex *I* per *IEF*, tum facile patet, æquales fore angulos *DTI*, *ITB*, *BTF*, *FTC*, adeoque angulus *FTC* erit prioris dimidius, unde altitudo *GF* atmophære invenietur proxime ſubquadrupla prioris, ut patebit ineunti calculum, & altitudo pro radiis directis minor milliariis 12, pro reflexis minor 10, ut ibidem eſt dictum.

468 Jam vero Auroræ Borealis altitudo debet eſſe longiſſimè altior, argumento, quod attigimus in adn. ad verſ. 1395. Quid ea ſit, & quæ ſint præcipua ejus phænomena; abunde expoſitum eſt in adn. ad verſ. 1360. Porro ipſa, & idem ejus limbus, ut lucidus ille circulus, vel arcus obſcuri limes per Europam univerſam aliquando apparet ſimul; & vero ubique ad eandem Cæli plagam. Si ſit aliquod objectum in *B*, id videri non poteſt, niſi per arcum terreſtrem *DEC* graduum 18, atque id ita; ut ſi in *D* ſpectetur ad meridiem, in *C* ſpectari debeat ad Boream; quod ſi ad eandem plagam videri debeat, oportet ſpatium ſit minus arcu *DE* graduum 9, & objectum *F* minus quam per arcum graduum 4, quibus arcubus eſt tanto major univerſæ Europæ tractus.

469 Sed accuratius res deſignitur obſervata arcus lucidi altitudine eodem tempore in binis locis. Sicut in ſig. 36 bina loca *A*, & *B*, phænomenum *F*, 36 autem obſervatum in *f*. Data elevatione ſupra horizontem, dantur & diſtantia a zenith *EBf*, *DAf*, adeoque dantur & anguli *CBf*, *CAf*. Datis locis

locis A, B , datur arcus circuli Terræ maximi AB , adeoque angulus ACB , quem is metitur, & proinde anguli CAB, CBA dimidii ipsius complementi ad duos rectos. Si prior cum CA aufertur a 4 rectis, & posterior a CB , relinquuntur anguli Baf, ABf , ex quibus, & distantia AB eruitur Af , adeoque datis jam CA, Af & angulo CAf , datur Cf , qua ablata a radio CA habetur altitudo phænomeni supra superficiem Terræ.

470 Porro hac methodo applicata pluribus observationibus, invenit Mairanius sect. 2 cap. 3 elevationes leucarum Gallicarum (quarum 25 continentur in gradu circuli maximi, & proinde continent satis proxime millia Gallica singulæ 2 $\frac{1}{4}$) 266, & 250; ego autem methodo haud multum abimili inveni elevationem adhuc etiam majorem in mea dissertatione de Aurora Boreali, in qua, & in adnotationibus ad carmen P. Noceti de hoc argumento exhibui constructionem geometricam facilem problematis alterius, quod Mayerus proposuit, & per algebram solvit, investigandæ ejusmodi elevationis ex aliis datis, observata nimirum sola amplitudine horizontali arcus lucidi, & ejus elevatione maxima in medio, & ostendi, quo pacto eodem uti liceat definito loco, cui respondet ejus circuli centrum; ac eandem methodum extendi etiam ad casum, quo observetur amplitudo arcus lucidi in aliquo plano ad horizontem inclinato, quæ prodiit in *Thesibus ex uni. Phil.* P. Lunardi editis anno 1755; ut itidem in ipsis meis dissertationibus proposui plura præcepta, quæ si servantur in observandis Auroris Borealibus, multo tutius, & exactius earum altitudo definiri possit.

471 Sed hisce omnibus hic omissis, concludemus argumentum contra omnes sententias expositas in adnotatione ad vers. 1395: nimirum nullam eorum veram esse posse, cum ejus sedem constituat in atmosphæra terrestri reflectente radios, quæ est adeo humilis, dum Auroræ Borealis sedes est e contrario ita elevata. Sunt contra earum singulas & alia argumenta, ut contra eam, quæ repetit hoc phænomenum a radiis Solis incidentibus in nives polo proximas, tum inde in nubes, & inde iterum in nives, atque ita porro, valet plurimum ingens numerus ejusmodi reflexionum, qui requireretur Sole usque adeo depresso per hyemem sub horizonte versus mediam noctem, & nubibus ita parum elevatis supra superficiem Terræ; sed hæc & alia multa hac pertinentia omittenda necessario sunt ob limites nimis arctos, uti diximus, hisce supplementis constitutos.

472 Mairaniana causa, quam Noster amplectitur, & veram ipse etiam esse censo, repetita ab atmosphæra solari decedente versus Terram expolitur in adn. ad vers. 1395: videndum hic, quantum extendi debeat atmosphæra solaris illa, quæ continet materiam lumini reflectendo parem, ut in Terram possit decidere. Si spectentur solæ binæ gravitates, limes, in quo gravitas in Terram incipiat esse major gravitate in Solem, sic facile invenitur. Sit distantia media Solis a Terra $= D$, distantia Lunæ a centro communis gravitatis Terræ, & Lunæ $= d$, tempus periodicum Solis $= T$, Terræ $= t$, distantia limitis quæsitæ a Terra $= x$; vis Terræ in Solem sit $= s$. Erit (num. 265 tom. 1.) ut $\frac{D}{Tt}$ ad $\frac{d}{t}$, ita s ad vim Lunæ in Terram $= \frac{ds}{Dt}$. Est autem ut $(D - x)^2$ ad D^2 ita vis Terræ s ad vim in Solem in eo limi-
que

quæ evadit $\frac{D^2 x}{(D-x)^2}$; & ut x^2 ad d^2 ita vis Lunæ $\frac{d^3 TT}{D^2}$ in Terram ad vim in eandem in eodem limite, quæ evadit $\frac{d^3 TT}{D^2 x^2}$. Cum ea debeat esse æqua-

lis priori, obtinetur æquatio $D^3 TT x^2 = d^3 TT \times (D-x)^2$, ex cujus resolutione obtinetur x . Verum ob x exiguum respectu D , si libeat assumere

$\frac{D^2}{(D-x)^2} \text{ pro } 1$, evadit $x^2 = \frac{d^3}{D} \times \frac{T^2}{2}$. Est ex parallaxi $10'' \frac{1}{2}$ distan-

tia D media Solis a Terra semidiametrorum terrestrium 20000 quamproximè, distantia Lunæ $d = 60$, Tempus periodicum T dierum $365 \frac{1}{4}$; tempus Lunæ t dierum $27 \frac{1}{2}$ proximè, quibus valoribus substitutis habetæ proximè distantia semidiametrorum terrestrium 42.

473 Sed distantia adhuc major sufficet ad virium limitem, quæ determinari posset, si accuratè innotesceret ratio vis centrifugæ ortæ ex conversione atmosphæræ solaris circa ejus axem; nam ea gravitatem in Solem minuit, pendet autem a progressu velocitatis per distantias ignoto. At si ea vis centrifuga minuit distantiam necessariam ad hoc, ut vis in Terram prævaleat, velocitas tangentialis minuit distantiam necessariam, ut fluidum inde deveniat ad Terram; nam ea velocitate abrepta illa materia, deflectet quidem motum nonnihil Terram versus, sed simul transvolabit; & ad hoc ut ad eam deveniat, necessaria erit extensio ipsius atmosphæræ solaris quamproximè æqualis distantie Terræ a Sole.

474 Inde constabit, cur non semper Auroras Boreales habeamus. Verum nec si atmosphæra solaris ad Terram perveniat, & ultra ipsam abeat, continuo habebuntur Boreales Auroræ. Ad eas requiri arbitror, ut occurrat Telluri aliqua pars ipsius atmosphæræ crassior, & aptior ad fermentandum cum atmosphæra terrestri, & ad inflammationem. Ut enim nostra atmosphæra non semper æque est onusta exhalationibus, quæ fatuos ignes, & cadentes stellas exhibeant; sic idem in atmosphæra solari contingere censendum est; atque ita & explicatur, cur etiam ubi lumen zodiacale protenditur ultra 90 gradus, non habeamus perpetuo Boreales Auroras, & ratio redditur ignitorum quorundam globorum, qui aliquando sunt visi altiores, quam poscat terrestris atmosphæræ humilitas illa; quin immo id ipsum confirmant scintillationes quædam, quas aliquando majoribus telescopiis in atmosphæra solari & Cassinus, & Mairanius deprehendere sibi sunt visi.

475 Explicatio phænomenorum proposita in adn. ad vers. 1453 est per se prona, & facilis. Quod ad corenam pertinet, de qua in adn. ad vers. 1491, id sequenti schemate facile illustrabitur. Sint in fig. 51 AB , CD bini ductus F. 51 materiæ zodiacalis orti juxta eam adnotationem ex productione massæ, cujus imæ partes A , C densiores inferius descendant, quæ habebunt directionem inter se ad sensum parallelam, horizonti perpendicularem, vel nonnihil obliquam, prout vel atmosphæra ipsa, vel materiæ zodiacalis ibi caruerit motu transversali, vel ipsum habuerit. Oculi constitutus in O prope superficiem Terræ ipsos referet ad superficiem sphæræ EIG sibi concentricæ per rectas visuales OA , OB , OC , OD , OE , qui ductus omnes apparebunt inclinati versus punctum I , ad quod tendit recta OI ipsius parallela, quod

in

in primo casu erit zenith loci O , in secundo ab eo distabit magis, vel minus, prout inclinatio duarum AB , CD fuerit major vel minor. Igitur omnes ductus apparebunt inclinati in arcibus EF , HG , & convergentes ad illud punctum I , ac quisque Spectator videbit quandam veluti coronam radiis versus suum zenith convergentibus, vel prope ipsum.

476 In adn. ad vers. 1507 nihil occurrit hic illustrandum. In adnot. ad vers. 1511 habetur consensus vicissitudinum inter regressum frequentie huius phenomēni, & luminis zodiacalis, quod ad utriusque historiam pertinet, videndam apud Mairaniam sect. 4 cap. 9, uti diximus num. 461. Tria anni tempora phenomēno maximè faventia succedunt in adn. ad vers. 1542, de quibus hic agendum.

477 In primis cum orbita Terræ sit elliptica, Terra ipsa jam est propior Soli, jam ab eo remotior, & patet plures debere accidere Auroras Boreales cæteris paribus in primo casu, quam in secundo, cum in primo sæpius debeat ad ipsam pertingere atmosphæra solaris, quam in secundo. Porro Terra est in Perihelio in ipso fine Junii, & in Aphelio in fine Decembris. Quamobrem hæc ex eo capite sunt duo anni puncta, maximè favens, & minimè favens Auroræ Boreali.

478 Deinde cum Lens illa materiæ zodiacalis sit obliqua ad eclipticam juxta num. 455, patet conferre ad formationem Auroræ Borealis etiam diversam positionem Terræ ad nodos æquatoris solaris, vel ipsius lentis. Refert in fig. 52 $ABCD$ planum eclipticæ, cujus SP semiaxis, & $AFCE$ planum æquatoris solaris, cujus nodus ascendens C , limes Borealis E , nodus descendens A , limes Australis F . Cæteris paribus existente Terræ in C , & in A , si atmosphæra solaris pertingit ad ejus orbem, pertinget ad ipsam; & si eam transgrediatur, ipsa erit immersa in media ejus crassitudine in ejus æquatore: & existente Terra in D , & B , potest atmosphæra solaris pertingere ad orbitam Terræ, & eam transgredi, quin ad Terram pertingat; erit enim ob obliquitatem ejus æquator in E , & B , nec ad Terram ea atmosphæra pertinget, nisi usque adeo transgrediatur orbitam Terræ, ut ob suam crassitudinem, eandem involvat, quo tamen casu, erit propior margini extremo, quam si esset in A , & C , adeoque erit immersa intra atmosphæra partem minus densam.

479 Id quidem efficit, ut cæteris paribus circa A , & C plures debeant esse Auroræ Boreales, quam circa D , & B . Appellit autem Terra ad C circa finem Novembris, nam C est in gradu 8 Geminorum, & ad A circa finem Maii; in D autem, & B est circa finem Februarii, & Augusti. Hanc comparisonem omisit Noster & nos omisimus in ea adnotatione, Mairanius autem eam exponit; sed sect. 6 cap. 9, ostendit, cur adhuc non debeat inveniri inter observationes, quas habemus, major numerus circa nodos A , & C , quam circa limites D , & B . Est autem alia comparatio inter limitem D , & B , quam nos attigimus, quod nimirum in D noster polus borealis obvertatur solari atmosphære, vel illius parti densiori; in B vero polus australis; adeoque in primo casu circa finem Februarii frequentiores Auroræ esse debent, quam in B circa finem Augusti; accedit autem præterea in D major proximitas respectu perihelii, quod habetur in fine Decembris, quam in B proximior aphelio; hanc comparisonem apud Mairaniam non invenio.

480. Denum si consideretur directio motus anni Terræ, habebitur alia comparatio instituenda. Referat in eadem figura, ad hanc aliam usum jam destinata *CEAF* æquatorem, *CDAB* eclipticam, & sit *C* principium Arietis, ac sint *Eb*, *Ed* arcus æquales, & oppositi *ED*, *EB*. Motus annuus Terræ per eclipticam *CDAB* potest concipi, ut resolutus in duos, secundum æquatorem *CEAF*, qui motus motum diurnum ex altera parte æquatoris terrestris accelerat, ex altera retardat nonnihil, & in motum per *bED*, *dEB* perpendiculararem ipsi æquatori, quorum posteriore a solstitio æstivo *B* traducto per æquinoctium autumnale *C* ad solstitium hybernium *D* (nam existente Terra in Ariete in *C*, Sol est in Libra respectu ipsius) præcedit ut prora quædam noster borealis polus; priore contra consequitur ut puppis a solstitio hyemali ad æstivum, & hic motus est velocissimus, ubi maxime mutatur inclinatio, nimirum circa æquinoctia *C*, & *A*.

481. Jam vero, ut hæc cum observationibus comparari possint, Mairanius persequitur in suis *Eclaircissements* in omnes Auroræ borealis observationes, quæ extant, ut ingentes massas colligat digestas per anni menses, ex quibus unicam demum conficit continentem Auroras Boreales 1441, ubi fortuitorum casuum combinationes debent eo magis evanescere, & se mutuo elidere, quo major est summa, prævalentibus illis, quæ ad rei naturam pertinent; ac plurimas combinationes init, & inter se comparat tota dilucidatione 21. Nos hic solam omnium summam postremam proferemus, & combinationes ex ea inibimus.

482. Inveniuntur Auroræ Boreales Januario 113, Febr. 141, Mar. 202, Apr. 124, Mai. 45, Jun. 22, Jul. 22, Aug. 84, Sept. 172, Oct. 212, Nov. 153, Dec. 151. Comparando 6 menses nimirum ternos hinc & inde circa perihelium, quod habetur in fine Decembris, cum reliquis 6 mensibus, habentur 972, & 469, comparando quatuor, sive binos hinc & inde, inveniuntur 558, & 173, comparando duos, sive singulos hinc, & inde inveniuntur 264, & 44. Prima ratio est 2.07 ad 1, secunda 3.23 ad 1, tertia 6 ad 1; ubi patet, quo magis acceditur ad punctum maxime favens, eo majorem fieri rationem in hac causa, quæ omnium maxime conferre debet, ad ipsius Auroræ formationem, cum hæc sit ipsa distantia Terræ a Sole, & proinde cæteris paribus ab atmosphæra solari. Easdem autem rationes quamproxime invenit in aliis 4 massis satis ingentibus alio modo collectis.

483. Quod si adhibeatur nostra comparatio num. 479, circa limitem borealem respondentem postremis diebus Februarii, & assumantur menses 6, habentur Auroræ 798, & 643; si assumantur quatuor, habentur 602, & 468; si duo, 343, & 256: rationes sunt 1.24 ad 1, 1.28 ad 1, 1.34 ad 1, ubi semper ratio est majoris inæqualitatis, exigua quidem in causa utique minus efficaci, sed semper crescens in accessu ad maximum.

484. Denum si adhibeatur postrema comparatio circa æquinoctium autumnale; sive menses circa ipsum æquinoctium autumnale, & circa vernum, incipiendo a Julio, exhibent 794, & 647; quaterni, 622, & 512; bina 384, & 343; ubi quæquam ratio non semper crescat, adhuc tamen semper est pro eo tempore, quod prævalere debet juxta theoriam, qui tantus consensus non est utique fortuitus. Idem autem consensus in massa majore apprehendetur olim, ut mihi omnino persuasum est, multo major.

485 Quæ in adnotationibus ad verbum 1589, & 1614 continentur, illustratione non indigent.

§. 8. In not. ad verf. 1624.

DE SONI PROPAGATIONE.

486 **I**N hac adnotatione promissimus dicturos aliquid de soni propagatione. Totum argumentum de sono illustrationem ampliorem mereretur, at id argumentum Noster hic vix attingit, quod connectatur utcumque, sed parum admodum cum gravitate generali, de qua hic agit: ex ea digressus est ad argumentum de constitutione atmospheræ terrestris ab ea magis dependens, & inde soni propagationem innuit, quæ pendet ab elasticitate, & densitate ipsius atmospheræ; sed & nimis angusti supplementorum limites cogunt jam vela contrahere, & postremo tomo occurreret fortasse locus opportunus magis evolvendis iis, quæ ad sonum pertinent. Quamobrem hic indicabo tantummodo ea, quæ ad propagationem soni pertinentia vel ipsi analogæ habet Newtonus Princ. lib. 3 sect. 8, demonstrationibus omisiss.

487 Is primum prop. 41 demonstrat pressionem fluidi non propagari per lineam rectam, nisi ipsius fluidi particule in directum jaceant, quod cum nunquam habeatur, patet pressionem perpetuo divergere in omnes plagas: tum prop. 42 ostendit motum undarum in superficie fluidi gravis, & pulsuum fluidi elastici, ac motum quemvis fluidi divergere in omnes plagas immotas ita, ut si trans foramen aliquod transeat, deinde divergat ab eodem foramine: prop. 43 ostendit corpus tremulum in medio elastico debere propagare motum pulsum undique in directum, in medio autem non elastico solum circularem motum a loco, ex quo pellitur, ad locum, quod vacuum relinqueretur sine eo motu. Ex his autem in scholio post prop. 50 eruit illud; cum lux propagetur per rectas lineas, & a foramine, per quod transiit, non divergat, divergat autem sonus in omnes plagas, lucem non esse motum in fluido propagatum, sed effluvium progrediens, sonum autem consistere in pulsibus, quos corpus tremulum excitat in medio elastico, uti est aer, quod confirmat tremoribus, quos graviores, fortioresque soni, ut tympanorum, excitant in objectis corporibus.

488 Hisce præmissis inquirit primo quidem in undas, quas sublato æquilibrio excitat in superficie aquæ gravitas, & in pulsus iis audis similes, quos in medio elastico excitat ipsa elasticitas æquilibrio itidem sublato; & quod ad primum caput pertinet prop. 44 satis accuratè demonstrat, aquam in canali ubique aquæ crasso desinente in duo crura verticalia debere oscillationes suas exiguas peragere eo tempore, quo pendulum radii æqualis dimidiæ longitudini canalis oscillationes peragit suas, adeoque si longitudo aquæ totius oscillantis sit pedum Parisiensium $6 \frac{2}{3}$, oscillationem fore unius secundæ, oscillationum autem ad reliquas longitudines pertinentium tempora fore in ratione subduplicata longitudinum, uti sunt in pendulis; quam theoriam applicans ad undas in superficie aquæ excitatas, quæ nimirum sunt aquæ ascensu, & descensu, conjuncto idcirco etiam cum motu proximo simili motui aquæ

aquæ oscillantis in canali, deducit prop. 45 undarum velocitates fore in ratione subduplicata latitudinum, ac prop. 46 progressum undæ per spatium æquale suæ latitudini, siue distantia inter binos binarum undarum proximarum vertices imos, vel ima puncta hinc, & inde ab eodem vertice summo, fieri eo tempore, quo pendulum simplex longitudinem habens ei latitudini æqualem peragit suas oscillationes; unde infert undas, quarum latitudo sit pedum Parisiensium $3\frac{1}{8}$ procurrere per 11000 pedes quamproximè spatio unius horæ; undas vero alias celeritate, quæ sit in ratione subduplicata latitudinum.

489 Tum factò gradu ad propagationem pulsum fluidi elastici, prop. 47 proponit illud, pulsibus per fluidum propagatis particulas singulas motu brevissimo euntes, & redeuntes accelerari semper, & retardari pro lege oscillantis penduli; in cujus tamen demonstratione ad summum evincit illud tantummodo, si ex particula ita accelerentur, & retardentur, earum dilatationes, & vires, quæ inde consequuntur, esse eas ipsas, quæ ad eum motum requiruntur; non autem eam esse unicam rationem celeritatum, qua omnia inter se apte cohæreant, vel si sint plures ad id idoneæ rationes, eam ipsam esse, quam inter ceteras selectam Natura requirit, & adhibet. Deducit autem ex sua theoria, & illud, numerum pulsum propagationum esse eundem, ac numerum vibrationum corporis tremuli, quibus cessantibus cessent & illæ; deinde prop. 48 habet illud: si condensationi fluidi sit proportionalis vis elastica, velocitatem propagationis pulsum fore in ratione directa subduplicata vis elasticæ, & subduplicata inversa densitatis conjunctim; ac demum in prop. 49, & corollario 1 ipsam celeritatem sic determinat. Concipiatur medium ejusdem densitatis cum fluido, in quo pulsus excitantur, ac ejus altitudinis, ut aequet pondus, quo id fluidum comprimitur, & velocitas pulsum propagationum erit ea, quam gravia acquirerent cadendo motu uniformiter accelerato per dimidiam ejusmodi altitudinem.

490 Propositio 50 determinat distantias pulsum; tum in scholio ex postremo theoremate definitur ipsa soni celeritas, quam invenit pro uno minuto secundo pedum Londinensium 979, multo utique minorem, quam observationes exhibeant; nam ii pedes adhibita ratione 1000 ad 1066 reducantur ad Parisienses 919 (ipse adhibet ubique rationem 1000 ad 1068, quæ exhibet adhuc minus nempe 915); at ex observationibus plurimis multo majus provenit intervallum: Gassendus quidem definitur pedes 1473, Academiæ Florentini 1185, Cassinus, Hugenius, & Roemerus 1173; Flamstedius vero & Halleyus Londinenses 1148, adeoque Parisienses 1077, Cassinus junior in Comment. Academiæ Paris. ad an. 1738 exhibet 1038; atque aliz aliorum determinationes habentur diversæ, etiam post accuratiorem in observationibus summam, ob diversam potissimum ipsius atmosphæræ constitutionem. Sed omnes ejus generis determinationes excedunt pedes Parisienses 1000.

491 Adhibet Newtonus rationem densitatis aeris ad densitatem aquæ, pro eo tempore, quo mercurius est suspensus ad altitudinem Londinensium digitorum 30, ut 1 ad 870, rationem hujus ad densitatem mercurii, ut 1 ad 13 $\frac{2}{3}$, unde provenit altitudo fluidi aque densi, ac est aer, digitorum

$30 \times 870 \times 13 \frac{2}{7}$, pedum Anglieanorum 29725. Ii redacti ad Parisienſes exhibent 27942, cujus dimidium 13942 eſt illa altitudo, ex qua grave libere cadendo acquireret quæſitam velocitatem. Ex numer. 633 tomi 1, tempore unius ſecundi gravia cadunt Pariſijs per pedes Pariſ. 15 lin. $14 \frac{62}{100}$, ſive per pedes 15.0101, & (num. 422 to. 1) quadratum celeritatis exprimitur per 42225, ubi pro noſtris gravibus æ eſt ipſa gravitas = 1, æ eſt ſpatium ipſum pedum 15.0101 caſus liberi per 1^{am}, & æ eſt altitudo dâta 13942, quibus valoribus ſubſtitutis, & extracta radice, obtineantur pedes 915.

492 Si pro tenuitate aeris 870 adhibeatur etiam 1000, & pro denſitate mercurii $13 \frac{2}{7}$, adhibeatur 14, creſcit celeritas quæſita in ratione ſubdupplicata $870 \times 13 \frac{2}{7}$, ad 1000×14 , ſive 11890 ad 14000, & obtineatur celeritas 993 adhuc multo minor inventa; ſed ratio illa 1 ad 1000 pro ea barometri altitudine eſt nimis exigua, nec ea theoria cum obſervationibus immediate conciliari poteſt ſine alio aliquo ſubſidio. Recurrit Newtonus ad ſolidas aeris particulas, per quas motus propagetur in inſtanti, quarum diametros ad intervalla aſſumit ex leviſſima ſane conjectura, immo potius ex arbitraria hypotheſi, ut 1 ad 9, vel 10; tum addit vapores intermixtos, qui longe minorem elasticitatem habeant, quam aqua, & inde extendit celeritatem ſoni ad pedes Pariſienſes 1070, quod ait conſentire cum obſervationibus; addit autem auſta per ætatem elasticitate a vi caloris, & imminuta per hyemem in ratione majore, quam ſit ea, in qua mutatur denſitas, fore celeritatem in primo caſu aliquanto majorem, in ſecundo minorem; nam ubi mutantur in eadem ratione, ut in aſcenſu in montes, celeritas remanet eadem, quæ itidem non mutatur juxta eandem theoriâ ab intenſitate ſoni, quod cum obſervationibus congruit, & a vento conſpirante, vel oppoſito debet accelerari, vel retardari, quantum aeris maſſa, in qua pulſus ſunt, progreditur, vel regreditur, qui tamen aeris motus etiam in ventis validiſſimis minor eſt pedibus 40.

493 Diverſa vaporum elasticitas, & craſſitudo particularum poſſunt celeritatem ſoni augere, licet ipſæ particule non ſint duræ, nec per eas in inſtanti propagetur motus, quod nuſquam in Natura cenſeb contingere; ſed ipſa theoria correctionem aliquam poteſt admittere, in quam plures Geometræ inquiſiverunt. Verum de his iterum fortâſſe occurret ſermo tomo 4.

ſ. 9. Ad not. in verſ. 1692.

DE MOLE, MASSA, DENSITATE, ET CENTRO COMMUNI GRAVITATIS PLANETARUM, AC COMETARUM.

494 ILLUſtrabimus hic ea, quæ ad hoc argumentum pertinentia illuſtratione indigent ab hac adnot. uſque ad adnot. in verſ. 1874, ubi ad Lunarem theoriâ ſit tranſitus.

495 Primo loco, quod pertinet ad moles Planetarum, earum ratio ha-

betur, si habeatur ratio diametrorum verarum, cum sint globi in ratione triplicata diametrorum; ratio autem diametrorum verarum habetur, habita ratione distantiarum & diametrorum apparentium; cum ex num. 61 sit diameter vera in ratione directa diametri apparentis, & distantie. Ratio diametrorum apparentium habetur ex observatione, & ratio distantiarum partim ex observatione, partim ex theoria juxta ea, de quibus fufe egimus §. 1 lib. 4, & distantia Cometarum juxta ea, de quibus egimus §. 3 ejusdem. Notandum illud tantummodo diametrum apparentem nuclei nunquam haberi in Cometis, cum is involutus lateat nebula densissima; sed habetur utcumque diameter apprensus ipsius densioris nebule cingentis nucleum, & diameter apprensus totius capitis tenuiori etiam vapore terminati; & quidem etiam in Planetis habemus diametros apparentes globi, & atmospheræ simul, sed earum atmospheræ debet esse parum elevata, quod deduci potest tum exemplo atmospheræ terrestris, tum ex ipsa luminis vi: nam Comete ob ingentem illam altitudinem atmospheræ radios intercipientis in itu, & reditu, usque adeo languidum habent lumen, ut plerumque videri desinant multo ante, quam ad Jovis regionem deveniant. Cometa hujus anni videri desijt, cum vix distantiam Martis a Sole superasset.

496 Quod pertinet ad comparisonem molis tam Planetarum, quam Cometarum, eorum moles inter se multo certius comparamus, quam cum Tellure. Nam distantie eorum ad se invicem innotescent in partibus distantie mediæ Telluris a Sole, ad quas & diametros veras eorum referre possumus, adeoque & omnes reliquas ad unam earum quamvis; et nondum satis certo innotescent distantia mediæ Telluris a Sole in semidiametris Terræ, licet ex parallaxi horizontali Solis, quæ jam censetur $10 \frac{1}{2}$ juxta num. 70, colligatur esse semidiametrorum Terræ 19644; atque inde etiam semidiameter Solis obtinetur in semidiametris Terræ, dividendo juxta num. 61 ejus semidiametrum apparentem $26'. 2''$ per hanc parallaxim horizontalem, quo pacto obtinetur $\frac{1924}{21} = 91.619$, ac eadem est ratio diametrorum.

497 Pro reliquis, quæ hic querimus, determinandis ponemus in sequenti tabella primo loco diametros apparentes, qui habentur spectati a distantia æquali singulorum distantie mediæ a Sole, & diametrum apparentem Solis spectati in distantia mediæ a Terra. Diametri veræ sunt, ut distantie, & diametri apparentes conjunctim juxta num. 61. Quare posita diametro Terræ 1, habebitur diameter vera cujusvis Planetæ, si fiat, ut distantia Terræ a Sole ducta in suam apparentem diametrum ad distantiam Planetæ ductam in suam, ita 1 ad diametrum ipsam veram quesitam; distantias autem medias a Sole eruemus ex tabula numeri 23. Diametros sic inventas ponemus secundo loco, retinendo diametrum Solis, quam superiore numero invenimus a fractione $\frac{8924}{21} = 91.619$. Succedent loco tertio, & quarto superficies, & moles, quæ posita superficie, & mole Telluris = 1, habentur, considerata omnium figura pro spherica, quadrando, & cubando numeros inventos diametrorum verarum, sive duplicando, vel triplicando eorum logarithmos; nam hic logarithmorum jam inventorum ad logarithmos eorum, quæ consequuntur deducendor, usus est expeditissimus, cum alia ex illis pendeant.

498 Quinto loco habebuntur massæ, quarum ratio haberi non potest, nisi in Sole, Jove, Saturno, & Terra juxta adnot. in vers. 1701, & 1756. Ea autem habetur ex Planetis circa ipsos gyrañtibus. Nam si massa Planetæ, circa quem fit conversio, dicatur Q , distantia ab eo D , radius orbis R , tempus periodicum T ; erit vis ex theoria gravitatis juxta num. 173, ut $\frac{Q}{DD}$, & eadem ex theoria virium centralium (num. 265. tom. 1) ut $\frac{R}{TT}$. Quare massa Q , ut $\frac{RDD}{TT}$, adeoque si logarithmus ejus valoris pertineas ad Terram auferatur a logarithmo pertinente ad aliam ex iis Planetis, habetur logarithmus numeri experimentis massam.

499 Et quidem in Luna gyrante circa Terram R , & D sunt nonnihil diversi valoris juxta num. 123, cum sint, ut massa Terræ ad summam massarum, quæ ratio ponitur a Newtono 40 ad 41, a Bernoullio 70 ad 71, a D'Alamberto 80 ad 81; sed id quidem parum mutat calculi producendum, & hic adhibebimus Bernoullianam crutam methodo, quam sequenti libro videbimus, ubi de Maris aestu, $R = \frac{70}{71} D$; adeoque pro Tellure erit expressio massæ $\frac{70}{71} \times \frac{D^3}{T^3}$, pro reliquis D , & R ad sensum æquantur, & formula est $\frac{D^3}{T^3}$.

Negligemus autem etiam actionem Solis, quæ gravitatem Lunæ in Terram turbat, sed parum admodum, ut & in reliquis ejusmodi perturbationes negliguntur. Tempora periodica Terræ circa Solem, Lunæ circa Terram, satellitum a Jove, & Saturno eruimus c. § 1 lib. 4, adhibendo satellitem Jovis extimam, & Saturni quartum ab Hugenio detectum ante alios, magis conspicuum, ac diligentius observatum. Distantiæ D pro Luna, & satellitibus reducentur ad seculam communem, si ducantur maximæ elongationes heliocentricæ debite distantis mediis a Sole in distantias ipsas ab eo; nam si fit in F. 12 fig. 12 δ Planeta Primarius, ac C positio maximæ elongationis; est, ut radius ad sinum anguli STC , ita TS ad SC ; adeoque δC ut distantia ST ducta in eum sinum, sive, ubi angulus est exiguus, quemadmodum in ejusmodi elongationibus, ducta in arcum, qui eum metitur. Elongationem quarti satellitis Saturni, & extimi Jovis ponemus (juxta n. 39) 3', 0", ac 8', 45"; elongationem Terræ habebimus ducta distantia Lunæ a Terra, quam ex num. 123 ponemus semidiametrorum Terreſtrium 60.26 respondentem rationi massarum 70 ad 1, in 10" $\frac{3}{2}$ parallaxim horizontalem Solis respondentem semidiametro Terræ visæ c. Sole, unde proveniet proximè 10'. 33". Distantia autem Terræ a Sole reducetur ad eandem mensuram, si fiat, ut sinus 10'. 33" ad radium, ita valor D adhibitus pro Luna gyrante circa Terram, ad valorem adhibendum pro distantia Terræ gyrantis circa Solem.

500 Massæ divisæ per moles exhibent densitates (num. 84 tom. 1), quæ habebuntur loco sexto, ac eadem divisæ per quadrata semidiametrorum exhibent (num. 173) gravitatis vires in superficie, quæ habebuntur postremo loco. Hinc jam patet, quo pacto sequens tabella comparata sit. Notandum tantummodo illud, ultiores fractiones ubique omitti de more, sed longe infra limites fractionum assumptarum incerta esse omnia, cum pendeat pleraque a semidiametris apparentibus, quæ sunt adeo exigua, & quarum
mini.

minimus error duorum, vel trium secundorum omnia mutat plurimum. Deinde, cum assumpta sit unitas pro Tellure, omnes numeri prepositi pendente a parallaxi horizontali Solis, ejus dupla est diameter apparens Terræ præter densitates, in quibus ratio diametri Terræ occurrit, spectatis omnibus, triplicata, & directa, & reciproca. Cæterum si ea parallaxis mutetur, mutantur diametri veræ reliquorum Planetarum hic expressæ in ejus ratione reciproca simplici, superficies in duplicata, moles in triplicata itidem reciproca, massæ in ratione triplicata reciproca, vires in superficie in ratione reciproca simplici. Et idcirco, ut etiam ob aliquod discrimen in aliis calculi elementis hi numeri discrepabunt ab iis, qui apud alios Auctores occurrunt, ut & ab iis, qui habentur apud Newtonum, apud quem in diversis editionibus ipso vivente factis diversi sunt.

Planeta	Sol	Saturnus	Jupiter	Mars	Terra	Venus	Merc.
Diam. appa..	32 ¹ / ₄ "	16"	37"	12"	21"	29"	21"
Diam. veræ	91.619	7.261	9.158	0.869	1	0.999	0.387
Superficies	8394.06	52.724	83.876	0.753	1	0.998	0.150
Moles	679056.	382.833	768.833	0.656	1	0.997	0.058
Massæ	199244.	60.318	221.004		1		
Densitates	0.259	0.158	0.288		1		
Vires in superf.	23.736	1.144	2.635		1		

501 Ex his patet, quæ occurrunt in adnot. ad vers. 1703, & 1746. Numeri hic propositi differunt nonnihil ab iis, qui habentur in adn. ad vers. 1734, & 1736, qui desumpti sunt ex aliis elementis; & plerumque accedunt ad eos, quos Newtonus adhibuit, qui & a nostris, ut diximus, & inter se dissentiunt. Et quidem ubi comparatio instituitur cum Tellure, discrimen provenit etiam a parallaxi Solis horizontali, quæ nobis cum Callisto est $10'' \frac{1}{2}$, Newtono & Cassino 10". Maximum discrimen apud Nostrum est in ratione massæ Jovis ad massam Solis, quæ illi est 1 ad 1200, nobis evadit 1 ad 902, Gravesandio in postrema editione 1 ad 1077, Newtono in editione Amstelodamensi anni 1714 est 1 ad 1037, in Londinensi anni 1726 est 1 ad 1067. Ac apud ipsum Newtonum in Saturno densitas est major: habet pro eo in priore editione 1 ad 2411, in posteriore 1 ad 3021: ea Gravesandio evadit 1 ad 3078, nobis hic 1 ad 3304: tantum potest hoc in genere non ita magnum discrimen in elementis.

502 Ubique tamen densitas Telluris est multis partibus major densitate reliquorum omnium. Densitas quidem in remotioribus est minor, sed non in eadem ratione, nec in ulla ratione molis, cum Terra minima sit densissima, & Saturnus Jove minor sit eodem rarior. Sol autem tanto major Saturno & Jove, densior illo, hoc rarior. Nulla sane occurrit certa ratio inter moles, massas, densitates, distantias.

503 In adn. ad vers. 1756 habetur illud, 'massas horum 4 Planetarum esse exiguas respectu massæ Solis. Id patet: nam eorum summa ad massam Solis est in ratione minore, quam 283 ad 199244, sive minore, quam sit 1

Ff 3

ad

ad 703. Reliquorum Planetarum massæ debent unique esse adhuc perquam exigua ob exiguam molem. Si omnes censcantur ejusdem densitatis cum Terra densissima respectu priorum trium, eorum massæ exprimentur per numeros, qui moles expriment. Iis adiectis, vix omnium 6 massarum summa pertingit ad 285, & ratio vix evadit 1 ad 700.

504 In adn. ad vers. 1779 diximus, datis massis, & positionibus Planetarum, centrum commune gravitatis facile inveniri accurate. Quo pacto id fieri possit, patet ex adn. ad vers. 1628, & 1632 lib. 3, & prioris adnotationis methodo facile eruitur illud, quod ibidem diximus; si omnes etiam Planetæ jaceant ad eandem plagam in directum, centrum commune gravitatis omnium debere distare a centro Solis minus, quam per unam Solis diametrum. Ea methodus huc reducitur pro globis. *Assumatur planum quodcumque jacens ultra omnes massas, & singulorum globorum massa ducatur in suorum centrorum distantias ab eodem plano: tum horum productorum summa dividatur per summam massarum omnium; & habebitur distantia centri gravitatis communis ab eodem plano.* Licebit autem pro plano ulteriore assumere planum transiens per extremi globi centrum, ut hic per centrum Solis, ac habere pro ∞ hujus distantiam, & productum ad ipsum pertinet, ac obveniet distantia centri communis gravitatis a centro ejus globi.

505 Quamobrem in casu proposito satis erit massas Saturni, Jovis, Terræ, & moles Martis, Veneris, Mercurii ducere in eorum distantias maximas a Sole, quo pacto obtinetur summa proximè minor quam 18141000; summa autem omnium massarum erit proximè major, quam 199529, per quam si dividatur illa summa, provenit distantia proximè minor, quam 910. Quod si fiat ut radius ad sinum semidiametri apparentis Solis 16'. 2", ita (num. 61) distantia media Solis a Terra earundem partium 10000 ad semidiametrum veram Solis; ea prodit proximè major, quam 468, adeoque diameter proximè major, quam 932, nimirum proxima illi distantia centri gravitatis 910, sed adhuc major; Luna autem, & satellites, quorum moles est perquam exigua respectu suorum Primariorum, nihil hunc calculum turbant, minores nimirum sunt, quam quantitates in calculo neglectæ.

506 Hæc distantia est motus maximus, quem durante hac orbium summa, & aphellis etiam in eandem directionem olim coeuntibus habere potest centrum Solis circa centrum commune gravitatis omniū Planetarum hinc, & inde. Casus hic extremus vix unquam, vel potius omnino nunquam adveniet; ac quoniam respectu massarum Jovis, & Saturni ceteræ sunt perquam exiguae, & propiores, ac horum eccentricitates exigue sunt respectu totius; ubi ii singulis vicenis annis coniunguntur, debet Solis centrum a centro communi gravitatis recedere in plagam oppositam per spatium paullo minus una solari diametro. Id quidem spatium est perquam exiguum respectu distantia Fixarum, respectu cujus tota distantia Terræ a Sole est ad sensum nihil. At respectu nostræ distantia non est ita exiguum; nam diameter solaris apparens est utique non solum sensibilis, sed dimidio gradu major. Et quidem inde nobis obveniret in loco Solis viso aberratio fere dimidii gradus pro varia positione Jovis, & Saturni; sed illud commodum accidit, quod eadem Jovis, & Saturni actione nos quoque hunc ipsum Solis motum constamus ita, ut
scn-

sentiamus effectum solius differentie actionum, qui effectus ad secunda minuta deprimitur. Major effectus ejus inæqualitatis debet esse in superioribus Planetis; ut & perturbatio in motibus Planetarum nobis visis inde oritur sensibilis; & ea est, casus mentionem fecimus in eadem annotatione ad vers. 1779, & 1827.

507 Reliquæ, quæ ad actiones pertinent Cometarum, & Fixarum se mutuo elidentes in adnot. ad vers. 1795, & 1808 satis patent; & quod in adn. ad vers. 1827 pertinet ad immobilitatem centri communis gravitatis Planetarum, neglectis actionibus Fixarum, & Cometarum se compensantibus, atque elidentibus, patent ex adnot. in vers. 1715 lib. 3; ut & quæ pertinent ad problema trium corporum, ac multo magis 17, quot sunt omnia nobis nota corpora Planetarii systematis, satis est attigisse in adn. ad vers. 1854. Quamobrem ad Lunares inæqualitates transeundum est, quod est postremum hujusce libri argumentum.

§. 9. In notam ad vers. 1874.

DE INÆQUALITATIBUS LUNARIBUS, ET EARUM CAUSIS MECHANICIS,

508 **S**I totam Lunæ theoriam oporteret excolere, justæ molis libellus requireretur, & methodi sublimiores, quam sint hæc, quas in hisce supplementis ad communiorem usum adhibendas censuimus: difficultatem argumenti proposuimus in adn. ad vers. 1878. Quamobrem ea persequemur tantummodo, quæ Noster proposuit, determinando vires, ex quibus præcipue inæqualitates proficiuntur, ac generalem quandam ejusmodi motuum ideam.

509 Sint in fig. 51 binæ massæ in A , & a , ut Terra, & Luna, ac earum F. 51 centrum commune gravitatis C in recta Aa , quam debet dividere in ratione reciproca massarum: ac proiciantur per rectas AB , ab parallelas, sed in plagas oppositas, velocitatibus, quæ sint itidem reciproci, ut massæ, nimirum directe, ut ipsæ CA , Ca . Ductis CB , Cb erant similia triangula CAB , cab ob latera circa angulos æquales alternos proportionalia. Quare erunt æquales etiam anguli ad C , & BC producta abibit in Cb , eritque & CB ad Cb in eadem ratione CA ad Ca . Sint AE , ae effectus vis mutux, & completis parallelogrammis $ABDE$, $abde$ abibunt eæ massæ viribus compositis in D , & d . Erunt autem ipsæ AE , ae , adeoque & BD , bd (num. 172) reciproce massis, adeoque itidem, ut CA , Ca , sive ut CB , cb . Igitur eodem argumento etiam puncta DCd jacent in directum, & idem punctum C dividit rectam Dd in ratione reciproca massarum, adeoque est centrum commune gravitatis in nova positione massarum earundem. Cumque eadem demonstratio redeat post quocunque tempuscula; patet centrum commune gravitatis in eo casu debere quiescere, massas autem illas debere circa ipsum immotum moveri legibus, quas requirunt vires directæ ad centrum immobile C . Curvæ autem ADF , adf descriptæ erunt, ut satis constet, & videre licet, in tomo 3 meorum Elementorum, similes, & similiter positæ circa punctum C ob rationem

nem constantem CD ad Cd ; latera vero homologa erunt reciproce, ut *massa*.

§ 10 Cum autem vis gravitatis mutuz decescat in ratione reciproca duplicata distantiarum Dd , decrescet itidem in ratione reciproca duplicata distantiarum CD , Cd , adeoque (num. 135.) curvæ descriptæ erunt sectiones conicæ, cum iis omnibus diversis casibus, quos exposuimus a num. 139, inter quos continetur & casus circuli describendi ab utraque massa, si directiones AB , ab fuerint perpendiculares rectæ ACa , & velocitates eæ, quæ acquirerentur motu uniformiter accelerato viribus, quas habent in A , & per dimidiam distantiam Cd , Ca .

§ 11 Quod si ducatur semper Ad' parallela Dd , donec occurrat rectæ ad productæ in d' , erit $ADdd'$ parallelogrammum; nam AD , add' sunt itidem parallela ob angulos alternos ad A , & æquales in triangulis CAD , Cad' similibus. Erit igitur Ad' parallela, & æqualis Dd ; adeoque massa A delata ad D spectabit massam a delatam ad d , tanquam si illa mansisset immota in A , & hæc abiisset ad d' . Punctum autem d' erit semper ad altam curvam $ad'f$, quæ ob rationem ad' ad ad constanter æqualem rationi As ad AG , erit similis priori Adf , & habebit latera sua ad latera homologa ipsius prioris in ratione summæ massarum ad massam A . Hoc pacto Spectator constitutus in A , & sum motum non sentiens tribuet motum utriusque soli massæ a , quæ ipsi videbitur converti circa se in orbita simili ei, quam revera describit, sed majore ita, ut hujus latera ad latera homologa illius sint in ratione summæ massarum ad massam, in qua ipse consistit.

§ 12 Quod si etiam libeat conferre inter se tempora, & vires horum motuum, facile eruentur hæc theoremata. *Motus massa secunda in orbita vera fiet eodem modo, quo fieret, si in centro gravitatis adesset alia massa immota quarta continue proportionalis post summam massarum, & massam primam*. Nam vis in ejusmodi massam ad vim in massam A esset (num. 172) directæ, ut ea massa ad massam primam, & reciproce, ut quadratam AG ad quadratam AG : quæ ratio posterior cum sit reciproca duplicata massæ A ad summam massarum, erit reciproca simplex massæ novæ ad massam A , & elidet eandem rationem directam, factis æqualibus iis viribus. *Vis, quæ massa secunda gravitat in primam, & describit orbitam veram, ad vim, quæ possit circa massam primam immotam describi eodem tempore, orbita apparens, & celeritas, quæ habetur in illa, ad celeritatem, quæ haberetur in hac, est, ut massa prima ad summam massarum*. Si enim ducatur $d'b'$ parallela db , vis, & celeritas requisita ad describendum arcum ad' eo tempore, quo describitur ad , erit, ut $d'b'$, & ab' ad db , & ab , nimirum ut $d'a$ ad da , sive Aa ad Ca , vel summa massarum ad massam A . *Tempus, quo arcus quivis curvæ apparentis describitur, ad tempus, quo eadem vi describeretur circa massam primam verè immobilem, est in ratione subduplicata massa prima ad summam massarum, & celeritas in singulis punctis in eadem ratione reciproca*. Nam eadem curva describitur (num. 257 tom. 1), si vires eadem lege variatæ sint in ratione duplicata primarum velocitatum, & in eo motu velocitates ubivis sunt, ut primæ velocitates; adeoque tempuscula in iisdem arcibus, & summæ tempusculorum, sive tempora tota in eadem ratione reciproca. Hic autem vis, quæ haberetur in orbita apparens, si esset realis, & describeretur tem-

tempore, quo nunc describitur, ad vim, quæ reipsa habetur, est, ut summa massarum ad massam primam ex præcedente theoremate. Quare celeritas huic vi respondens ad celeritatem respondentem illi alteri vi esse debet in ratione subduplicata summæ massarum ad massam primam, & tempus ad tempus in ratione subduplicata massa primæ ad summam massarum.

§ 13 Accedat jam massis A , & a in fig. 52 præter motus AD , & a motus illi F . 53 per rectas AG , ag parallelas, & æquales; & motu composito erunt massa in punctis oppositis F , f parallelogrammorum $DAGF$, $dagf$. Cum vero sit DF parallela, & æqualis AG , adeoque & ag , sive df , erunt & Ff , Dd parallelae, & æquales. Quare massa prima ex F spectabit massam secundam in f in eadem directione, & distantia, in qua ex D spectaret ipsam positam in d ; unde generaliter constat quovis motu parallelo, & æquali impresso utrique massæ, nihil turbari motum respectivum ipsarum massarum. Si autem sit H intersectio rectarum Ef , Gg , quæ cum ob GF , gf parallelas jaceant in eodem plano, debent se alicubi secare; satis patet, fore æqualia triangula DAC , FGH ob latera AD , GF æqualia, & æquales omnes angulos laterum parallelorum. Erit igitur & DC æqualis FH , adeoque H centrum gravitatis commune massarum delatarum ad F , & f , cujus motus fiet per CH æqualem, & parallelam rectæ DF , adeoque parallelam motibus massarum parallelis AG , ag . Gyrabit igitur in hoc casu systema binarum massarum eodem modo circa centrum commune gravitatis promorum æquabiliter in directum velocitate, quæ systematis partibus impressa est, quo gyraret circa idem immortum.

§ 14 Concipiatur jam, binas massas A , & a projici utcumque directionibus quibuscumque etiam non in eodem plano positis, & velocitatibus quibuscumque AF , af . Juncta Ef & divisa tam ipsa in H , quam Aa in C in ratione reciproca massarum, ducatur CH , tum ipsi parallela, & æquales ducantur binæ AG , ag , & compleantur parallelogrammata $AGFD$, $agfd$. Quoniam AG , CH , ag sunt æquales, & parallelae rectis AG , ag inter se æqualibus, & parallelis, adeoque & inter se æquales sunt, & parallelae, erunt & GH , Hg parallelae & æquales rectis AC , Ca , & GHg erit unica recta, ut ACa : eodem pacto ob FD , FG , fd æquales, & parallelas inter se, erunt & DC , Cd æquales & parallelae rectis FH , Hf , & DCd unica recta. Hinc in triangulis ACD , aCd erunt anguli ad C ad verticem oppositi æquales, cumque sit CD ad Cd , ut FH ad Hf , sive per constructionem, ut AC ad Ca ; erunt ea triangula similia, adeoque AD parallela ad , & ad illam, ut CA ad Ca , in ratione massarum reciproca. Movebitur igitur centrum gravitatis per rectam CH , qui motus erit uniformis ex natura centri gravitatis demonstrata in adn. ad vers. 1646 lib. 2, & per eandem nihil ejus status turbabitur a viribus mutuis, quæ accedunt præterea, & quarum actione massæ A , a habebunt, ut num. præcedenti, circa ipsum mobile eisdem respectivos motus, quos haberent projectæ per AD , ad contrarias, & parallelas, ac reciprocas massis, circa centrum immobile C num. 510.

§ 15 Aquæ hoc pacto remanent accuratissimè demonstrata, quæ propoſita sunt in adnot. ad vers. 1920, 1955, 1967. Sint jam in fig. 53 puncta F . 53 A , a , C , H eadem, ac in fig. 52, & adsit præterea juxta adnot. in versum 1973 tertia massa S , ut Sol, ingens, & ita remota, ut distantia As respectu
ejus

ejus distantia sit exigua; & si R sit centrum commune gravitatis omnium trium, ac habeat S projectionem per Sb contrariam, & parallelam CH , ad quam ea sit, ut summa massarum A , & a ad massam S , gyraabit circa centrum commune gravitatis R hinc massa S , inde illud systema massarum A , & a , quod interea peraget suos motus circa centrum C ipsorum duorum corporum, & linea AC convertetur ita, ut jam corpus A , jam corpus a jaceat versus S , & jam abeat ad dexteram, jam ad levam; ac ob viciniam, quam habent corpora A , & a inter se, & cum centro C , si totum systema habeatur pro unico puncto, describet hinc S , inde ipsam systema sectionem conicam, & punctum A apparebit ex S in directione proxima directioni SC . Et quidem cum centrum C distet a terra minus, quam una semidiametro, & saltem omnino minus, quam una diametro terrestri, ut facile deducitur ex ratione massarum A , a , & distantia Lunæ a Terra, angulus ASC erit paucorum secundorum, quo angulo aberrabit Tellus spectata e Sole mensura aberrationum periodo hinc, & inde a positione SC . Sol autem S apparebit existenti in A tanquam translatus circa ipsum A immotum in ellipsi contraria ei, quam describit C cum aberratione contraria respondente angulo ASC ; ex quo patet, quæ dicta sunt in adn. ad vers. 1973.

§ 16 Si vires massarum A , & a dirigerentur semper per rectas parallelas, & essent inter se æquales, earum motus respectus nihil omnino turbarent juxta num. § 13, sed circa suum centrum commune gravitatis translatus describerent accurate suas sectiones conicas; & si ea directio esset parallela rectæ CS , ac ipsa vis mutaretur accurate in ratione reciproca duplicata distantia, ipsius CS punctum C , & massa S describerent sectiones conicas itidem accuratas. Sed cum ex conditiones non sint accuratæ; oritur aberratio aliqua, & in illo respectivo motu corporum A , & a , & in motu punctorum C , & S ; sed ob exiguum recessum ab his conditionibus, quem inducit propinquitas punctorum A , & a , aberrationes ejusmodi erunt perquam exiguæ, respectu distantia CS , inveniuntur autem satis sensibiles respectu distantia AS , ut idcirco nullæ inde aberrationes sensibiles oriantur in motu apparenti Solis S spectati e Terra A , qui fiet tanquam si punctum C revera moveretur in accurata ellipsi, cum legibus ipsi debitis, & A , & a moverentur in veris ellipsibus; immo & substituto ellipsi describere a Terra A circulo, & habito motu pro æquabili, nulla sensibilis aberratio in Sole oritur ex ejusmodi positionis differentia a motu elliptico turbato.

§ 17 Et quidem illud adhuc multo magis commodum accedit, quod aberratio motus puncti C a vera ellipsi erit adhuc multo minor, quam sit aberratio, quæ haberi debet in A , & a , etiam respectu distantia SC . Sinc enim AI , si vires punctorum A , & a in S , & ducta SC , quæ rectam iK parallelam aA secet in L , ducatur Le parallela So , quæ secabit iI in e in ratione iL ad LK , sive aC ad CA , nimirum massæ A ad massam a ; adeoque, si massæ iis viribus obtemperantes descenderent ad I , & i , centrum gravitatis C abiret in C ; & idcirco Ce exprimit directionem, & magnitudinem vis, qua urgeat centrum C ; ac si assumatur CM versus S , quæ ad ai sit, ut quadratum So ad quadratum SC , ac vis Ce resolvatur in duas CM , Mc , prima ducet punctum C in ellipsi accurata, & secunda sola Mc perturbabit motum. Porro ipsa est exigua etiam respectu differentia virium AI , ai , & deviatio directionis Ce a directione CS erit exigua etiam respectu anguli ASC .

§ 18 Ac-

§ 18 Accipiantur enim AP , AQ medię geometricę inter AI , AK ; & eam sit AI ad ai , ut est SA^2 ad sa^2 , five ut ia^2 ad KA^2 , erit AI ad AK , ut ai^2 ad AK^2 . Est autem AI ad AK , ut AQ^2 ad AK^2 . Igitur ai , & AQ æquantur, & est AI ad AQ , ut as^2 ad AS^2 , adeoque AI ad AP ut as ad AS , nimirum proxime in ratione æqualitatis, in qua eadem ratione cum debeant esse ex natura progressionis geometricę terminorum differentię IP , PQ , QK , erit AQ differentia virium AI , AI quamproxime $\frac{2}{3}$ rectę IK . Eodem pacto erit & differentia virium ai , CM quamproxime $\frac{2}{3}$ ML . Quare erit IK ad LM , ut differentia virium ai , AI ad differentiam virium ai , CM , five proxime ut differentia quadratorum SA , sa ad differentiam quadratorum SC , sa , quę in quadratis parum differentibus sunt quamproxime, ut differentię ipsarum SA , sa , & SC , sa , adeoque si arcus circuli radio SA occurrat rectis SC , sa in Q , N , ut aN , CO , nimirum habito arcu AON pro rectilinen, & CO , aN pro parallelis, ut sa , CA , five ut iK , iL , vel demum ut eadem illa prima IK ad Lc . Hinc Lc , LM sunt proxime æquales; & proinde ob angulum cLM perquam exiguum æqualem angulo ASC paucorum secundorum, erit CM proxime perpendicularis CS , & erit ad LC minorem K , five minorem $\frac{2}{3}$ differentię virium massarum A , & a , ut sinus perquam exigui anguli ASC ad radium; nimirum ea vis erit perquam exigua respectu illius ipsius differentię. Quoniam autem e superioribus facile paret, etiam cL esse exiguum respectu Cc , pater itidem, deviationem cCL esse exiguam respectu anguli cLC , five anguli ASC .

§ 19 Patet præterea vim CM esse proportionalem differentię virium A , & a , & sinui anguli ASC conjunctim. Porro differentia virium est proxime, ut differentia quadratorum SA , SN , quę est proxime, ut aN , five habito arcu AN pro perpendiculari ad aN , ut sinus anguli aAN , nimirum cosinus anguli aAS distantię angularis Lunę a Sole: sinus vero anguli ASC erit, ut AO , five ut sinus anguli ACO , vel proximo ipsius CAS ob CS , AS proxime parallelas. Erit igitur ea vis, ut factum ex sinu, & cosinu distantię Lunę a Sole, nimirum, cum in Trigonometria facillime demonstretur esse radium ad cosinum, ut duplam sinum ad sinum arcus dupli, erit ea vis, ut sinus duplę distantię Lunę a Sole. Is sinus, ubi dupla distantia evadit semicirculus, evanescit, & mutat directionem. Igitur ea vis in quadraturis, & syzygiis est nulla, in transitu autem per quadraturam utramvis, & syzygiam mutat directionem. Cum ea sit tota ad sensum perpendicularis rectę CS , nihil aliud præstabit, nisi accelerare descriptionem æqualium arearum in primo, & tertio quadrante, retardare in secundo, & quarto, & is effectus post integras conversiones compensabitur, ac elidetur.

§ 20 Hinc jam, & ob tantam ejusmodi vis exiguitatem nullius est usus perquisitio ejus magnitudinis absolutę in aliquo situ, ex qua crueretur magnitudo pro quovis alia, & effectus ipse computari posset. At id ipsum si libeat facile præstari potest. Nam differentia virium AI , ai , quę ad gravitatem Terrę A in Solem est, ut differentia quadratorum SA , sa ad quadratum sa , facile definitur, & definitur paullo inferior: ejus $\frac{2}{3}$ est IK , quę ad Lc est, ut Ki ad iL , five Am ad ac , vel summa massarum ad massam A ; ac demum

demum Lc ad cM est, ut radius ad sinum anguli Asc , qui angulus admodum facile definitur data positione Lunæ, & ratione massarum.

521 Ut autem determinemus aberrationes, quas in motu respectivo Lunæ circa Terram inducit inæqualitas illa & convergentia virium utriusque in **Sol. 54** lem; sit in fig. 54 Sol in S , Terra in T , orbita-Lunaris circa Terram $HfKE$, in qua Luna in L . Sit autem centro S arcus circuli HTK occurrens rectæ SL productæ, si opus est, in C , capianturque SD , SB continuè proportionales post SL , SC ; & cum sit vis T in S ad vim L , ut SL^2 ad $ST^2 = SC^2$, sive ut SC , vel ST ad SB ; si TS exprimat vim Terræ T in Solem S , exprimet BS vim Lunæ L in ipsum Solem. Ducta BA parallela LT , ea vis resolvi poterit in duas BA & AS ; secundo autem AT in duas AT , & TS . Vis TS parallela, & æqualis vi, quæ urget Terram in Solem, nihil turbabit statum respectivum Lunæ, ac Terræ: binæ vires BA & AT sunt illæ, quæ statum respectivum perturbant. Quare considerandi sunt soli effectus harum virium conjuncti cum motu in ellipsi circulo proxima, quem determinat velocitas tangentialis, & vis Lunæ in Terram. Quin immo, ut consideremus orbitam ipsam apparentem circa Terram, considerabimus in Luna in L juxta theor. 1 num. 512, vim, quæ ad suam vim in Terram fit, ut summa massarum ad massam Terræ, qua vti ipsa orbita NLK describeretur circa Terram immotam eodem tempore; quod erit transferre in Lunam etiam motum, quo movetur Terra, & vim, qua ipsa urgetur in Lunam; ac jam habebimus motum apparentem eundem, qui haberetur, si Luna moveretur in orbe elliptico proximè circulari circa Terram immotam vi, quæ ad vim, quam habet in Terram, sit, ut est summa massarum ad massam Terræ, ac interea perturbaretur illis binis viribus BA , AT , quæ remanent considerandæ, ut computentur earum effectus.

522 Hæc resolutio vis lunaris in partes tres, quarum TS motum respectivum non turbat, est illa, quæ proponitur in adn. ad vers. 2020, & hoc est illud schema, quod ibi inspiciendum proponitur. Binæ vires perturbatrices ibi propositæ sunt vis BA , & vis AT . Additur ibi, rectam BA , quæ exprimit primam vim, esse ad sensum æqualem distantia LT , & urgere Lunam in Terram, ac augere gravitatem in ipsam, rectam vero AT esse ad sensum æqualem triplo excessui, vel defectui distantia SL Lunæ a Sole supra distantiam ST Terræ ab eodem.

523 Prima pars patebit melius post hanc secundam. In primis SL erit minor, vel major, quam ST , prout Luna jacuerit citra arcum HTK in L , vel ultra in L' , & in primo casu AT jacebit ultra, in secundo $A'T$ circa T , ac in utroque dirigeretur respectu B ad partes oppositas plano perpendiculari ad ST ducto per T . Nimirum in primo casu a vi AS majore ob minorem distantiam demenda erit vis TS æqualis, & parallela vi Terræ, ut habeatur residua perturbatrix, & in secundo vi SA' minori ob majorem distantiam addenda erit vis TA' ad obtinendam æqualitatem, & parallelismum cum vi Telluris, tum alia $A'T$ ipsi contraria, & æqualis, quæ ipsam elidat, & rem reducat ad verum statum. Idem enim est habere vim AS , ac habere vires TS , $A'T$, & effectus illius solius erit idem, ac harum duarum. Harum prior statum respectivum non turbat, turbat posterior. Hinc hujusmodi vis perturbatrix & in arcu citiore HfK , & in superiore KEH distrahit Lunam a plano

plano perpendiculari ad ST transeunte per T , & in novilunio in F , ac in plenilunio in E directè ipsam distrahit a Terra.

524 Ut demonstretur ipsam AT esse proximè æqualem triplæ illi differentiæ distantiarum SL , ST nimirum triplæ TC , satis est notare ipsam esse proximè æqualem LB . Est enim ad ipsam, ut ST ad SL , quæ est proximè ratio æqualitatis. Nam differentia ipsarum ST , SL , nunquam est major, quam TL , distantia Lunæ a Terra, quæ nunquam pertingit ad semidiametros Terreſtres 65, dum ST (num. 496) est semidiametrorum proximè 19644, adeoque differentia est minor, quam $\frac{1}{1000}$ totius, ubi est maxima circa syzy-

gias in apogeo, quæ adhuc minuitur in accessu L ad quadraturas H , K , & in accessu ad Solem. Inde autem consequitur etiam illud fore AT proximè triplam LC : Sunt enim LC , CD , DB differentiæ terminorum SL , SC , SD , SB progressionis geometricæ, ut SL , SC , proximè in ratione æqualitatis, adeoque LB proximè tripla LC , & idcirco etiam AT proximè tripla ipsius.

525 Nunc jam patet & prima pars; nam est BA ad LT , ut SB ad SL , quæ sunt proximè æquales inter se, cum earum differentia LB proximè tripla LC debeat esse minor, quam $\frac{1}{1000}$ totius, & inde habetur illustratio eorum omnium, quæ dicta sunt in adn. ad vers. 2058, cum HLK referat superficiem sphericam ibi expressam, ut & quæ dicta sunt in adn. ad vers. 2085.

526 Utraque vis perturbatrix erit aliquanto major in arcu HLK , minor in arcu KEH , quam pro ea data mensura; quæ tamen differentiæ assumpto illo mediò pro tota periodo lunari se compensabunt. Facile autem definitur differentia ipsa virium pro novilunio F , & plenilunio E , in distantia Lunæ data, ut in media. Ibi distantia Lunæ est proximè semidiametrorum 60, si-
ve est distantia TS semidiametrorum 19644 pars $\frac{1}{355}$ totius, adeoque LD $\frac{3}{355} = \frac{1}{118}$ totius, & proinde eam differentiam duplicando, erit per $\frac{6}{355}$ sui, si-
ve per $\frac{1}{59}$ vis prima SA major in novilunio, quam in plenilunio. Ac TA erit per $\frac{1}{355}$ sui partem in novilunio major, quam LB : erit autem CD quamproxime triens ipsius LB , pro qua sumitur CL , quæ ab ipsa differt per $\frac{1}{355}$, adeoque BL superat triplam CL per $\frac{2}{355}$ sui partem, & AT evadit major per $\frac{3}{355}$ sui, quam tripla LC , nimirum eadem per $\frac{4}{355}$, vel $\frac{1}{89}$ sui major in novilunio, quam in plenilunio: cumque illa urgeat in Terram, hæc distrahat, sed hæc sit tripla illius, vis tota perturbans, & adhuc distrahens in novilunio erit major, quam in plenilunio per $\frac{12-6}{355} = \frac{6}{145}$ vis primæ urgentis; nimirum per $\frac{2}{355} = \frac{1}{178}$ vis compositæ ex ea, & tripla distrahente, quæ est tota vis agens, & distrahens in utroque casu; & id quidem aliquem parit excessum perturbationis in novilunio supra perturbationem in plenilunio, sed non ita magnum.

527 Si in fig. 55, 56 sit orbita EFL eadem, ac in fig. 54 cum eadem recta ETF , sit autem HTK perpendicularis ad EF , & LC perpendicularis ad HK , adeoque parallela EF , patet fore hanc LC quamproximè æqualem LC figuræ 54; nam ibi HTK arcus perquam exiguus, cum sit mensura duplæ
eius

elongationis Lunæ a Sole, quæ per num. 499 est $8'$, $33'$, adeoque haberi potest pro recta perpendiculari ipsi ST . Quare in fig. 55 referent LT , & $3CL$ accuratè directionem, proximè quantitatem binarum virium perturbatricium, & habebitur plenilunium in E , novilunium in F accuratè, binæ autem quadraturæ in H , & K quamproximè; concipiatur autem motus per FHE , ut sit H prima quadratura post novilunium, & inquiratur in omnes effectus, & mutationes secundæ vis $3CL$, sed ea prius resolvatur in duas per CI perpendiculararem ad TL , & IL , quas in adn. ad vers. 2102 appellavimus cum Nostro partem primam, & secundam secundæ vis perturbatricis.

528 Prima pars motum angularem retardat, vel accelerat, prout directio conspirat cum motu Lunæ, vel ipsi opponitur. Porro facile patet, quod in ea adnotatione affirmatur, ipsam CI evanescere in syzygiis, punctis L , L' abeuntibus in F , E , & CI , $C'I'$ in T , ac in quadraturis abeuntibus simul omnibus LCI , $L'C'I'$ in H , K . In primo autem, & in tertio quadrante, ut in fig. 55, CI , $C'I'$ habebunt directionem oppositam directioni motus per FLH , $EL'K$, in secundo autem, & quanto, ut in fig. 56 conspirantem cum directione motus per HLE , $KL'E$. Quare in primo, & tertio quadrante retardabunt descriptionem areæ circa T , seu motum angularem, in secundo, & quarto accelerabunt. Secunda pars IL semper habet directionem contrariam vi LT , adeoque opponitur directioni vis primæ perturbatricis, ac minuit gravitatem in Terram, quam illa auget: & hæc quidem pertinent ad eam adnot. in vers. 2102.

529 Facile etiam determinatur ratio, in qua crescant, & decreascent hæc binæ partes vis secundæ. In primis sunt TL , LC , TC , ut radius, sinus, & cosinus anguli HTL , vel cosinus, & sinus anguli CLT , vel LTF , ac ipse angulus HTL est distantia Lunæ a quadratura, & LTF distantia ejusdem a syzygia. Deinde si **F. 57** in fig. 57 triangulum TLC sit idem, ac in fig. 55, & 56, & triangulo rectangulo LCT circumscribatur semicirculus; patet, in eo circulo LT , quæ exprimit primam vim, fore diametrum; CI , quæ exprimit primam partem vis secundæ, fore sinum arcus TC , vel CL , qui sunt dupla mensura angulorum TLC , CTL , quorum primus in fig. 55, & 56 est æqualis distantia LTF Lunæ a syzygia, & secundus est ibidem ipsa distantia LTH a quadratura; IL , quæ exprimit secundam partem vis perturbatricis secundæ, erit in fig. 57 sinus versus arcus LC metientis duplam distantiam Lunæ a quadratura, & ob similia ubique triangula rectangula TCL , $T'IC$, CIL , est TL . $TC :: LC$. $LI = \frac{TC \times LC}{TL}$ & $TL \cdot LC :: LC$. $LI = \frac{LC^2}{TL}$. Inde autem profluunt plurimæ comparationes inter ejusmodi vires, & ratio mutationum.

530. 1. Est vis prima ad vim secundam, ut radius ad triplum sinum distantia Luna a quadratura, vel triplum cosinum distantia a syzygia: est enim, ut LT ad $3CL$. 2. Est vis prima ad primam partem vis secundæ, ut quadratum radii ad triplum factum ex sinu, & cosinu distantia, vel a syzygia, vel a quadratura, ac ut radius ad $\frac{3}{2}$ sinus dupla distantia a syzygia, vel a quadratura: est enim ut TL ad $3CI = \frac{3TC \times LC}{TL}$, sive, ut TL^2 ad $3TC \times LC$, & ut LT duplum radii in fig. 57 ad $3CI$ triplum sinum or-
cas

cus CT, vel CL. 3. Est vis prima ad secundam partem secunda, ut quadratum radii ad triplum quadratum sinus distantia a quadratura, vel cosinus distantia a syzygia, ac ut radius ad $\frac{1}{2}$ sinus versus dupla distantia a quadratura: est enim ut LT ad 3LI, & $LI = \frac{CL^2}{CT}$.

4. Vis secunda, & bina ejus partes sunt ad se invicem, ut radius, sinus, & cosinus distantia a quadratura, vel cosinus, & sinus distantia a syzygia. Sunt enim in fig. 55. LC, CI, IL ad se invicem, ut LT, LC, CT. Quod si orbita habeatur pro circulari, adeoque TL pro constanti, 5. erit vis secunda, ut sinus distantia a quadratura, vel cosinus distantia a syzygia; nam erit ut CL. 6. Erit pars prima vis secunda, ut scilicet ex sinu, & cosinus distantia utriuslibet, ac ut sinus dupla distantia, vel a quadratura, vel a syzygia; est enim CI per TL ut LC X CT, ac eadem in fig. 57 est sinus tum arcus CL, tum CT, & hæc est illa æquipollentia binarum rationum, quam ex Trigonometria assumpsimus num. 519, & analogia vis perturbantis motum centri gravitatis cum hac secunda parte vis secunda, quarum virium utraque mutat celeritatem angularem, & in eadem ratione crescit, ac decrescit. 7. Erit pars secunda, ut quadratum sinus distantia a quadratura, vel ut sinus versus ejus distantia duplicata. Est enim ut LI, quæ manente LT est, ut LC², ac LC est in fig. 55 ille sinus rectus, in fig. 57 LI est ille sinus versus. 8. Mutata distantia Luna a Terra, vel Terra a Sole, amba vires perturbatrices, & amba partes vis secunda mutantur in ratione directâ simplici prioris, & reciproca triplicata posterioris. Est enim in fig. 54 ST ad TL, ut gravitas Terræ in Solem, quæ dicatur G, ad vim primam perturbatricem, quæ erit $= \frac{TL \times G}{ST}$, nimirum cum sit G, ut $\frac{1}{ST^2}$, erit cavis, ut $\frac{TL}{ST^3}$.

Cum autem ea ad secundam, & ejus partes habeat (num. 530) rationem, data Lunæ positione, datam per radium sinus, & cosinus datos, mutantur & ipsæ in eadem ratione.

531 Hæc theoremata exhibent intimiorem notitiâ harum virium, & plura ex iis usum habent ad exponenda, & demonstranda, quæ proposuimus in hac, & sequentibus adnotationibus. In adn. ad vers. 2102. habetur illud, 1. Vis secunda in quadraturis est nulla, at dum Luna inde tendit ad syzygias, isâ crescit, ut in ipsis syzygiis evadat tripla vis prima. Nam sinus distantia a quadratura, cui ea est proportionalis per superius theor. 3, in ipsa quadratura evanescit, tum versus syzygias perpetuo crescit, ac in ipsis syzygiis fit æqualis radio, & idcirco in theor. 1 erit ibi vis prima ad ipsam, ut radius ad triplum radium, ut 1 ad 3.

532 Additur 2. pars ejus prima crescet utique & ipsa a quadratura ad syzygiam, sed non æque; nam crescet usque ad octantem, tum usque ad syzygiam decrescet, adeoque quater evanescet in binis nimirum syzygiis, & in binis quadraturis, ac quater fiet maxima, in quatuor nimirum octantibus. Nam sinus duplæ distantia a quadratura, cui sinui ea est proportionalis per theor. 6, in ipsa quadratura evanescente ea distantia, est nullus, crescit autem inde perpetuo, donec ipsa dupla distantia fiat quadrans, nimirum distantia fiat octans, tum decrescit, donec dupla distantia fiat semicirculus, nimirum

rum distantia fiat quadrans, ubi evanescit, adeoque in syzygiis, & quadrans est nulla, in obstantibus est maxima. Addi poterat, in obstantibus est $\frac{1}{2}$ vis prima; cum ex theor. 1 vis prima sit ad eam, ut radius ad $\frac{1}{2}$ ejus sinus, qui ibi evadit radius

533 Additur 2. pars secunda perpetuo crescit a quadraturis ad syzygias; in quibus evadit aequalis toti, evanescente parte altera, tum usque ad novam quadraturam decrevit, bis tantum evanescente in quadraturis, & bis facta maxima in syzygiis; nam sinus distantiae a quadratura, cujus quadrato ea est proportionalis per theor. 7, in quadratura ipsa evanescit, tum crescit crescente distantia, usque dum ea fiat quadrans, quo casu est maximus aequalis radio; evanescit autem ibi pars altera, & huc fit aequalis toti vi secundae, cum per theor. 4 vis secunda, pars prima, & pars secunda sint ut radius, sinus, & cosinus distantiae a quadratura, cujus cosinus, ubi ea sit quadrans, evanescit, & sinus sit aequalis radio.

534 Aequae facile inde patebunt jam, quaecunque habentur in adn. ad vers. 2130: in quadratura urgebit Lunam in Terram tota vis perturbatrix: in recessu a quadratura eam urgebit initio excessus ipsius vis primae supra partem secundam vis secundae, qui decrevit usque ad distantiam proxime gr. 35, ubi is evanescet: evanescet enim, ubi vis prima, & pars secunda vis secundae aequabuntur, nimirum ubi per theor. 3, erit radius $\frac{1}{2}$ sinus versus duplæ distantiae, adeoque is sinus versus $\frac{2}{3}$ radii, & ejus differentia a radio, nimirum cosinus duplæ distantiae $\frac{2}{3}$ radii $\frac{2}{3}$ ad rad. 10000, cui cosinui respondet dupla distantia 70° , $32'$, adeoque distantia 35° , $16'$. Tum facta jam majore vi distrahente, ejus excessus supra vim primam distrahet Lunam a Terra, qui crescet usque ad syzygiam, ubi differentia virium distrahens fiet duplo major, quam fuerit vis prima urgens in quadratura. Erit nimirum dupla, si ponatur vis prima aequalis in utroque casu; cum enim vis distrahens in syzygiis sit tripla vis primae urgentis in Terram in ipsis syzygiis, excessus erit duplus hujus, adeoque duplus ejus vis primae, quae habetur in quadraturis. Quod si distantia Lunae a Terra, vel Terrae a Sole fuerit in illis binis casibus diversa; erit vis distrahens in syzygia ad vim urgentem in quadratura, ut 2 ad 1, & praeterea in ratione directa simplici prioris, & reciproca triplicata posterioris juxta theor. 8 numeri 530.

535 Ibidem additur, prevalere in tota periodo vim distrahentem vi urgenti in Terram, tum quia vis urgens agit per arcum minorem, tum quia eadem in quadraturis est duplo minor, quam vis distrahens in syzygiis. Si queratur medius effectus utriusque vis simul agentis, habita orbita pro circulo descripto ad distantiam semper eandem, ut ad distantiam mediam, & considerata quadam determinata distantia a Sole, ut media permanente per totum Lunarem mensem, id quidem sic facile praestabitur. In fig. 57. fiat quadratum $LTQP$, cujus lateri QP , & diametro LP occurrat CI producta in R , & V , ac divisio LQ , TP bifariam in N , M , ducatur NM secans IR bifariam in O . Jam vero vim primam constantem poterit semper exponere IR aequalis LT distantia Lunae a Terra, & vim distrahentem tripla IV aequalis tripla LI . Quare summam virium urgentium in Terram exprimet quadratum $LT PQ$, &

summam virium distrahentium exprimet triplum triangulum LTP , cujus excessus $PLTP$ erit unum triangulum LTP , id autem æquale uni rectangulo $LTMN$, in quo vis media $LO = LN$, quæ per totum quadrantem conversionis continuata æquetur excessui summæ omnium virium distrahentium supra omnes urgentes, erit æqualis dimidiæ vi primæ comprimenti; quod cum redeat eodem pacto in reliquis quadrantibus, *vis media perturbans gravitatem Luna in Terram per totam periodum erit vis eam gravitatem minuens, eritque æqualis dimidiæ vi primæ perturbatricis.*

536 Hujus postremi theorematibus usus nobis obvenit § 2. l. 4, ubi gravitatem Lunæ in Terram contulimus cum gravitate nostrorum corporum a num. 118, & ejus ope inquisivimus in distantiam Lunæ a Terra, cujus ope obtinetur etiam mensura tum vis primæ perturbatricis, tum reliquarum, quæ ad illam habent rationem datam. Ibi posito radio sphaeræ æqualis Terræ $= r$, gravitatis effectû redactio ad pedes in ejus superficie pro uno minuto secundo $= g$, distantia Terræ a Sole media $= d$, Lunæ a Terra $= x$, ratione duplicata temporis periodici Terræ ad tempus Lunæ t ad 1, ratione massæ Terræ ad summam massarum m ad 1, sinu verso motus mediæ Lunæ debiti 1^a ad radium 1 $= s$, obvenit radius orbitæ Lunaræ $= mx$, effectus vis retinentis Lunam in orbita sua circa centrum commune gravitatis $= msx$, effectus vis Terræ in Solem $= dsx$. Inde factis ut distantia Terræ a Sole $= d$ ad distantiam Lunæ a Terra $= x$, ita hic effectus $\frac{sd}{r}$ ad $\frac{sx}{r}$, ea juxta num. 530 est vis perturbatrix prima urgens Lunam in Terram, cuius dimidium $\frac{sx}{2r}$ juxta hoc

postremum theorema superioris numeri est vis media distrahens Lunam a Sole; & huic vi distrahenti, quam elidit, ac vi msx retinenti Lunam in orbita æqualis gravitas Lunæ in Terram, quæ cum sit ad gravitatem in Terram g , ut r^2 ad x^2 , est $\frac{x^2 g}{r^2}$, exhibet æquationem $msx = \frac{sx}{2r} = \frac{x^2 g}{r^2}$, sive $\frac{x^3}{3} = \frac{r}{r_s} \times$

$\frac{2r}{m+1}$ inventam ibidem, ex qua pro diversis valoribus m , $\frac{80}{81}$, $\frac{70}{71}$, $\frac{40}{41}$, inventis a Newtono, Bernoullio, D'Alamberto per diversas methodos, eruta est distantia x in semidiamentris r , 60. 24, 60. 26, 60. 32; ac parallaxis horizontalis Lunæ 57', 4" 57', 3" 56', 59" $\frac{4}{7}$, mutatione utriusque tam exigua, licet in his tribus valoribus m , ratio massæ Lunæ ad massam Terræ autetur adeo immaniter; est enim $\frac{3}{80}$, $\frac{1}{70}$, $\frac{1}{40}$ ipsius; unde, cum ex parallaxes sint observationibus quamproximæ, & parallaxes Lunæ intra pauca secunda satis certo observari non possint, consequitur distantiam ipsam mediam Lunæ a Terra, quæ ex theoria gravitatis deducitur, consentire cum observationibus astronomicis, quantum fert earundem observationum natura, amque multo accuratius, ac certius per theoriam ipsam definiri posse, determinato aliunde valore m , sive ratione massarum, quæ ratio hinc e contrario definiri accuratè non potest; distantiam autem ipsam conclusam jam esse intra arctissimos limites, etiam si non censetur adhuc illa massarum ratio satis accuratè, & satis certo definita.

537 Facile autem ex valore $\frac{sx}{r}$ exhibente vim primam perturbatricem deducitur ejus ratio ad vim, quæ Lunam retinet in orbe suo circa Terram immotam, nimirum ad summam gravitatum Terræ in Lunam, & Lunæ in Terram juxta num. 521; nam ejusmodi vis esse debet sx ob ejus orbitæ radium x , & diviso $\frac{sx}{r}$ per sx , relinquitur quæsitæ ratio $\frac{1}{r}$. Ea ratio pertinet ad tempus quadraturarum, in quibus evanescente in fig. 54 LC , adeoque & LB , recta BA exprimens vim primam congruit cum distantia $LT = x$, ac habetur hujusmodi theorema. *Vis prima perturbatrix in media distantia Luna a Terra, & Terra a Sole circa quadraturas est ad vim, quæ concipitur retinere Lunam in orbe suo circa Terram habitam pro immota in ratione duplicata temporis periodici Luna ad tempus periodicum Terra.* Ea ratio ex numeris temporum jam toties adhibitis evadit $\frac{1}{178.72}$, nec pendet, ut patet, a distantia Lunæ a Terra, nec a parallaxi, sed a solis temporibus periodicis. Ratio autem vis perturbatricis ejusdem ad vim minorem, quæ Luna revera describit orbitam circa centrum commune gravitatis, obtinetur, diminuendo ejus fractionis denominatorem in ratione summæ massarum ad massam Terræ, adeoque si pro ea ratione assumatur 71 ad 70, erit $\frac{1}{176.20}$: ratio autem vis mediæ perturbatricis distrahentis Lunam a Terra, & minuens gravitatem totam illius in hanc, quæ vis est dimidia vis primæ perturbatricis ad vim eandem, quæ Luna retinetur in orbe suo circa centrum commune, sive ad gravitatem totam imminutam est $\frac{1}{352.40}$, & proinde ratio ejusdem ad totam gravitatem Lunæ in Terram $\frac{1}{352.40}$, & ratio totius vis primæ perturbatricis, quæ est hujus dupla, ad eandem gravitatem $\frac{1}{176.20}$, adeoque demum eadem ad gravitatem nostrorum corporum in superficie spheræ æqualis Telluri, ut 1 ad $176.70 \times 60.26 \times 60.26 = 641645$.

538 Potest hæc postrema ratio haberi minore ambitu; cum enim ea vis sit $\frac{sx}{r}$, & gravitas illa nostra g , est eadem ratio $\frac{sx}{r}$, ubi assumptis valoribus s , r , g ex num. 118, & posito $x = 60.26$, obvenit eadem ratio 1 ad 641351, discrimine exiguo orto ex fractionibus omissis in superioribus calculis ad obtinendam distantiam Lunæ, & vim adeo exiguam cum tanto majore gravitate comparandam.

539 Primam illam rationem $\frac{1}{178.72}$ pendentem a solis accuratissime definitis temporibus periodicis Newtonus etiam eandem exhibuit pr. 25 lib.; expressam per $\frac{1}{178.29}$; & easdem dedit relationes reliquarum viriarum perturbatricium ad hanc, & hujus in casu expresso in theoremate num. 537 ad ipsam in re

in reliquis casibus; sed ubi deinde utriusque vis perturbatricis effectum simul reducit ad vim, quæ Lunam distrahit a Terra, & ejus gravitatem minuit, addibet & in pr. 3 lib. 3, ac ejus corol. & in corol. 7 prop. 38, non dimidium ejus vis, sed fere ipsam vim integram; aucter enim vim in orbe in ratio-

ne $177 \frac{29}{40}$ ad $178 \frac{20}{40}$, sive ad $177 \frac{9}{40} = 1$, ut obtineat vim totam gravitatis in orbe Lunæ; cum debeat ex vi media assumi $178 \frac{29}{40}$ ad $178 \frac{20}{40} = 1 \frac{1}{2}$. Id ipse videtur derivasse ex sua methodo determinandi motum apogei Lunaris, ubi satis vereor, ne duplex error, alter in ipsa methodo investigandi motum apogei, analogus illi, qui aliis summis viris principio imposuerat, exhibens motum ipsius apogei duplo minorem justo, alter in æstimanda vi media perturbatricis assumpta duplo majore justo, id exerceant, ut ipse censuerit motum medium apogei ipsius, cujus calculum vel non iniit, vel saltem non expressit, congruere cum theoria virium perturbatricium; sed ea de re fortasse aliquid inferius.

540 Hic interea statuendum illud, vim mediam, quæ Lunam distrahit, esse omnino dimidiam vis primæ perturbatricis, cujus idcirco dimidium, sive $\frac{1}{2}$ adhibendum omnino arbitror, ut adhibui, ad investigationem gravitatis totalis; & distantiam Lunæ conciliandam cum theoria. Dimidium idem adhibuit in perquisitione parallaxes lunaris ex gravitatis theoria D. Mayer, licet de hoc, quem arbitror Newtoni errorem, mentionem faciat nullam saltem in eo loco, quem D' Alambertus profert sub finem sum Lunaris theoriæ, nec ipse D' Alambertus, qui id ibi discrimen vidit inter ipsum, & Newtonum, ac Newtoni potius determinatione utitur, in ejus discriminali fontem inquisivit. Porro Newtonus partim e distantia Lunæ inde eruta, partim ex aliis elementis diversis a nostris, in eadem pr. 25 l. 3 deduxit rationem vis perturbatricis primæ ad gravitatem nostrorum gravium hic 1 ad 638092.6 aliquanto majorem nostra.

541 Pergendum jam ad ea, quæ habentur in adn. ad vers. 2159. Patent nimirum ex tam multis theorematibus, quæ de hisce viribus demonstravimus, ea omnia, quæ ibidem proponuntur, ut illud, velocitatem debere esse minorem in quadraturis post actionem partis primæ vis secundæ, quæ in primo, & tertio quadrante minuit velocitatem angularem, majorem contra in syzygiis post contrariam ejus actionem in secundo, & quarto: vim autem majorem in quadraturis, in quibus eam prima vis aucter, quam in syzygiis, in quibus eandem minuit excessus secundæ partis vis secundæ supra vim primam, & idcirco recedere Lunam, dum abit ad quadraturas, magis, quam sine his viribus perturbatricibus recederet; accedere magis, dum redit ad syzygias, quam accederet; unde fiat, ut etiam si ejus orbis ex projectione, & gravitate in Terram debeat esse circularis, vires perturbatrices ipsum mutare debeant in ovalem productam axe majore transeunte per quadraturas.

542 Newtonus prop. 28 l. 3 inquisivit in rationem axium ejusdem ovalis hoc pacto: determinavit rationem celeritatum, quæ habentur in quadraturis post retardationem factam a prima parte vis secundæ, & in syzygiis post ac-

celerationem ejusdem; & rationem virium in quadraturis, ubi vis augetur a vi prima perturbante, & in syzygiis, ubi ipsa vis minuitur ab excessu partis secundæ vis secundæ supra vim primam. Inde invenit rationem curvaturæ orbis in syzygia, & in quadratura. Quoniam autem a syzygia ad quadraturam concipitur ipsam orbitam gyrare circa suum centrum eo motu, quo totum systema convertitur interea circa Solem; reducit alteram curvaturam ad eam, quam haberet orbis immobilis: hunc orbem concipit, ut ellipticum, & assumpta ratione curvaturarum, quam relatè ad suas axes debet habere ellipsis, & comparata cum ratione inventa per celeritates, & vires, determinat demum rationem ipsorum axium, & per eam determinat, quantum in orbe, qui sine viribus perturbatricibus esset circularis, debeat crescere ob ipsas vires perturbatrices distantia in quadraturis supra distantiam in syzygiis.

543 Hæc methodus rite procederet, si curva illa reducta, quam Newtonus ut ellipsem considerat, esset vera ellipsis, vel saltem si constaret in ea rationem curvaturarum esse eandem, ac in ellipsi eorundem axium. At id Newtonus nequaquam demonstravit, nec nisi casu aliquo accuratum esse potest illud, quod ea methodo inde deducitur: nam ut etiam supra innotuit, ovals diversæ eorundem axium diversas admodum habere possunt curvaturas in eorundem axium verticibus, quod admodum facile demonstratur. Simili methodo est usus Newtonus ipse in investiganda compressione Telluris; & ibi res successit, quia Mac-Laurinus demonstravit deinde figuram æquilibrii in casu homogeneitatis debere esse ellipsem comicam. Sed haud ita facile demonstrabitur, curvam, quam hic considerat, esse ellipsem; a cujus forma parum quidem abluat, cum & a circulo abluat parum, sed poterit ab eadem plurimum etiam recedere in ratione curvaturarum. Nec desunt nunc quidem aliæ methodi inquirendi directè in formam orbis descripti vi gravitatis in Terram conjuncta cum illis viribus perturbatricibus supra definitis, & cum projectione, seu tangentiali vi ejusmodi, ut sine viribus perturbatricibus debeat haberi orbis circularis; sed ea fusius singillatim persequi, non est hujus instituti.

544 In adnot. ad versus 2231, & 2275 attigimus, quæ pertinent ad motum apogei lunaris, sive lineæ aphædum: primo loco occurrit theorema, quod Newtonus proposuit lib. 1 prop. 45, quod nimirum si aliud mobile describat quandam orbitam immobilem, aliud eandem mobilem circa centrum virium, differentia virium, quæ in his binis casibus requiruntur, debeat esse in ratione reciproca triplicata distantiarum. Id quidem theorema facile accuratè demonstratur, sed facile est itidem ejus veritatem hoc passu deprehendere. Concipiatur motus in curva mobili referatus in duos, quorum prior describat mobile arcum curvæ immobilis, posteriore arcum circuli circa centrum virium, & vis requisita ad hunc posteriorem motum erit differentia virium. Porro cum area descripta tam in curva immobili, quam in mobili debeat esse constanti tempusculo constans, erit area etiam sectoris circularis constans, quæ cum sit productum ex dimidio arcu in radium, sive distantiam, erit is arcus, sive velocitas, reciprocè ut distantia. Est autem (num. 264 tom. 1) vis in circulo directè, ut quadratum velocitatis, & reciprocè ut radius. Quare erit ea vis, sive differentia virium in orbita mobili, & immobili, in ratione composita ex reciproca duplicata, & ex reciproca sim-

plici; adeoque erit in ratione reciproca triplicata distantiarum Q. E. D.

545 Omittenda est hic nobis itidem expositio methodi, & demonstratio theorematis, quod ibidem innuimus, quibus Newtonus investigavit ipsum motum apsidum in orbibus ellipticis, qui sint finitimi circulo, & invenit apsidem progredi, vel regredi, prout vis tota decrevit in ratione minore, vel majore, quam sit reciproca duplicata distantiarum. Illud tantummodo innuam hic pertinens: Ubi vis tota non sit accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, is assumit formulam constantem binis terminis, quorum alter sit accurate in ea ratione, & alter in ratione reciproca triplicata: Hinc formulæ aequat expressionem vis totalis, & determinat motum apsidum ex homogeneorum comparatione, posteaquam generaliter determinaverat, quæ motus orbitæ ellipticæ respondere debeat in casu binarum virium eas rationes reciprocam duplicatam, & triplicatam accurate servantium, datâ ratione vis alterius ad alteram in dato loco.

546 Porro hæc methodus duplici ex capite videtur mihi minus tuta, & erronea. Primo quidem, quod dum orbes circulis finitimos indiscriminatim assumit, eccentricitatem negligit, & terminos ab ea pendentes, in quo neglectu negligitur magna pars motus apsidum: sic ex termino seriei neglecto à Clairautio profluxit ille error, quem is ipse deprehendit, qui error ei motum apsidum dimidiaverat, uti diximus in adn. ad vers. 2275. Deinde videtur mihi erronea methodus Newtoni idcirco, quod solas vires considerat, non etiam velocitatem tangentialem, à qua itidem res pender. Si mobile, quod in ellipsi immobili movetur, debeat moveri deinde in eadem mobili cum datâ quadam ratione motus apsidum ad motum corporis; præter illam vim in ratione reciproca triplicata, oportet, accedat velocitatis tangentialis mutatio, quæ iis velocitatibus motuum respondeat; nam si velocitas non mutetur simul ea ipsa mutatione, quæ ad rem requiritur, non describetur ea curva, quæ oritur ex motu composito in ea ellipsi, & ex eo motu ellipseos ipsius.

547 Atque hinc puto ipsi Newtono obvenisse erroneam determinationem motus apogei lunaris. Dum enim mutatur vis Lunæ in Terram ob perturbationem ortam a vi solari, non mutatur & velocitas tangentialis illa ipsa mutatione, quæ requiritur ad motum in orbita mobili respondentem illi ipsi mutationi vis; ex quo, & ex illo eccentricitatis contemptu erroneum obvenire necesse est motum apogei, nisi forte fortuna se errores mutuo compensent.

548 Newtonus quidem posteaquam prop. 45 l. 1. suam illam methodum exposuit, gradum facit ad ea, ex quibus pender applicatio ad Lunam in cor. 2, ubi illud habet; si vi decrecenti in ratione reciproca duplicata distantiarum addatur vis, quæ sit in ratione directa simplici, sic autem hæc $\frac{1}{397.45}$ illius, motum apsidum in singulis revolutionibus fore 1', 31", 28" & atque in posterioribus editionibus addit illud *Apsis Luna est duplo velocior circiter*; unde constat, ipsum ibi respexisse lunarem theoriam. In cor. 7 prop. 37 l. 3 ad habendam gravitatem Lunæ in Terram auget vim Lunæ in orbita per $\frac{1}{176.19}$ ob a-

ctionem Solis, quæ Lunam distrahit, & citat corollarium 3 prop. 3 ejusdem libri, in quo corollario idem incrementum adhibet, posteaquam in ipsa pro-

positione dixerat illud *Albis Solis*, quatenus Lunam distrahit a Terra, qd, ut distantia Luna a Terra quamprimum, ideoque per ea, quæ dicuntur in cor. 2. prop. 13 l. 1, est ad Lunæ vim centripetam, ut 2 ad 357.45 circiter, seu ut 1 ad $178\frac{29}{40}$.

549 Ex his patet, Newtonum censuisse, motum apsidum, quem habet Lunariorum orbita, provenire a vi distrahente Lunam a Terra, quæ æquivalcat parti $\frac{1}{178\frac{29}{40}}$ vis Lunæ in Terram, & inde intulisse, vim mediam perturbatricem distrahentem Lunam a Terra ejusmodi esse, ac ideoque in perquirenda gravitate Luna in Terram addidisse ejusmodi vim. Porro vidimus Superius, vim mediam perturbatricem non esse $\frac{1}{178\frac{29}{40}}$, sed $\frac{1}{357\frac{45}{40}}$ ejus dimidium; unde

patet methodo adhibita a Newtono, si assumatur vis media perturbatrix non erronea, inveniri dimidium motum, ut & Clairautius dimidium invenerat methodo sua; adeoque erroneam esse Newtoni methodum, & correctionibus indigere: binos autem errores apud ipsum compensari, quorum alter situs est in erronea methodo exhibente dimidium ejus, quod exhibere debet, alter in valore vis medię perturbatricis, quam inde deduxit duplo majorem justo.

550 Sunt, qui in explicando motu apsidum in alios errores incurrant: dicunt motum lineæ apsidum fieri contra motum in orbita in descensu ab apside summa, si vis sit major, quam quæ requiritur ad describendam orbitam immobilem, & conspirare cum ipso, si vis sit minor, ac rem sic expediunt.

F. 38 In fig. 38 si vis sit major, quam quæ requiritur ad deveniendum ex *A* ad *B*, deveniatur ad distantiam *SC* minorem distantia *SB*; quod si orbita moveretur directione contraria, quoddam ejus punctum *D* motu retrogrado per *DC* abibit in *C*, eritque corpus in puncto *D* orbitæ ita translate: contra vero si vis sit minor, erit mobile in *e* ultra *B*, quod si deveniat per arcum *de* punctum *d* motu conspirante, erit ipsum mobile in puncto *d* orbitæ mobilis.

551 Hæc theoria nec generalis est, cum non possit ullum orbitæ punctum devenire ad *C*, vel *e*, si distantia *SC* sit minor, quam *SP*, vel distantia *Se* major, quam *SA*; & præterea erronea est ex hoc capite, quod motum apsidum inducat etiam pro casu, in quo nullus eorum sit motus. Si nimirum projiciatur ex *A* corpus directione perpendiculari ad *SA*, & velocitate tali, ut orbitam describat ellipticam vi decrescente in ratione reciproca duplicata distantiarum, concipiatur autem addita vis altera priori semper æqualis; adhuc manebit ratio virium reciproca duplicata distantiarum, & describetur ellipsis, diversa quidem a priorē, sed ejus apsidēs jacebunt in eadem illa recta *ASP*; adeoque nullus apsidum motus orietur adjecta hac nova vi. Id vero accidit, quia non omnia illius prioris ellipseos puncta adduci possunt ad puncta ellipseos posterioris motu illo orbitæ prioris, & si eo motu pars motus in orbita posteriore habiti explicetur per motum compositum ex motu in orbita, & motu orbitæ, erit mobile in apside novæ orbitæ, & acquirat maximam, vel minimam distantiam etiam, ubi non sit in apside orbitæ prioris.

552 Substituenda hic esset aliqua theoria genuina motus apsidum Lunæ, & ostend-

ostendendum eundem motum conspirare cum vi gravitatis; sed id quidem longam tractationem requireret. Hunc consensum calculo integrali maxime elevato approximationibus usi invenerunt Clairautius, D'Alambertus, Eulerus: eundem methodo multo expeditiore, & fere prorsus geometrica invenit Walmesleyus in opere impresso Florentiæ superiore anno 1758, quod inscripsit: De inæqualitatibus motuum lunarium, ubi a pag. 46 habetur elegantissima determinatio motus medii apogei lunaris. Is assumpta vi media perturbatrice distrahente $\frac{3}{357.45}$, invenit motum apogei annum 4c8, 40', 38", qui apud Halleyum in tabulis est 40°, 40', 43"; nimirum adhibita vi dimidia vis adhibita a Newtono, & ejusmodi, cujusmodi vis media habetur revera ex actione Solis, invenit motum medium conspirantem cum observato. Multo autem adhuc difficilior est determinatio motus veri ipsius apogei, qui motus variationes plurimas subit, jam directus, ut in syzygiis, jam retrogradus, ut in quadraturis; sed hæc itidem vix licet innuere.

553 Etiam in mea dissertatione de inæqualitatibus Jovis, & Saturni habentur formulæ erutz methodo synthetica pro motu apsidum, quæ facile applicari possunt ad lunares motus; sed id ipsam vix itidem licet innuere, & progrediendum est ad motum lineæ nodorum, quem attingimus in adpot. ad vers. 3284. Verum & hinc demonstrationes plures omittendæ necessario sunt, & illustrandum schemate opportuno id unum, quod Noster expressit verbis.

554 Sit in fig. 59 orbita lunaris *HKKE* inclinata ad planum eclipticæ, P. 59 quod secet in recta *Nn*; & si *TS* tendat ad Solem, erit *STN* planum eclipticæ, cui perpendicularia si sint duo plana, alterum transiens per *ST*, alterum ipsi *ST* perpendicularare, occurret illud quidem orbitæ lunari in recta syzygiarum *FE*, hoc autem in recta quadraturarum *HK*, ac si recta nodorum *Nn* non congruerit cum linea syzygiarum *FE*, efficiet cum linea quadraturarum *HK* binos angulos acutos, ut *HTN*, *KTn*. & binos obtusos, ut *HTn*, *KTN*. Invenit igitur Newtonus, ubicunque fuerit in utrolibet e prioribus Luna, ut in *L*, nodos progredi eorum motu conspirante cum motu Lunæ, ubicunque autem fuerit in utrolibet e posterioribus, ut in *l*, nodos e contrario regredi.

555 Fiat enim motus Lunæ *L* directione *FLH*, & arcus tempusculo infinitesimo describendus vi gravitatis in Terram sit *LA*, cujus chordula producta occurrat lineæ nodorum *nN* in *C*. Binæ sunt vires perturbatrices, quarum altera agit secundum directionem *LT*, quæ cum jaceat in plano orbitæ *HLNF*, non educit Lunam extra planum ipsum, adeoque nec turbat positionem lineæ nodorum, nec inclinationem orbitæ ipsius ad eclipticam. Altera vis perturbatrix agit directione parallela rectæ *TS*. Sit *AB* ejus effectus debitus tempusculo, quo describitur arcus *LA*, & si producat *BL* usque ad planum eclipticæ in *D*, erit *CD* parallela *AB*; nam per *BA* parallelam & *ST* potest concipi planum parallelum plano eclipticæ, & intersectiones eorum planorum cum plano *ALB*, quæ debent esse *AB*, *CD*, debent esse parallelæ inter se. Erit autem *CD* contrariæ directionis respectu *AB*, cum jaceant hinc, & inde ab *L*, & jacebit *D* respectu lineæ nodorum *TNC* ad eandem plagam, ad quam *A* respectu *TL*. Erit autem nova linea nodorum *TD*, nam orbita novæ motu composito transibit per *B*, & ejus planum erit

BLT, ejus intersectio cum ecliptica erit **TD**, existente **CTD** motu lineæ nodorum in eo casu in consequentia.

556 At existente Luna in **l**, & effectu vis perturbatricis **ab**, si arcus **Nl** sit minor quadrante, jacebit & **c** ad partes **N** respectu **T**, & **cd** habebit eandem directionem, quam **ab**, jacente nova linea nodorum **Td** ad partes contrarias respectu **Tc**, & existente motu nodorum retrogrado. Similis figura applicata punctis omnibus arcuum **NH**, **NK** ostendet semper motum nodorum directum, & punctis arcuum **NK**, **NH** motum eorundem retrogradum.

557 Quoniam autem etiam inclinatio plani **LDT** ad planum eclipticæ **DTC** non erit eadem, ac inclinatio plani **LCT**; mutabitur etiam inclinatio orbitæ lunaris ad eclipticam. Omnes mutationes tam lineæ nodorum, quam inclinationis orbitæ ad eclipticam Newtonus rite persequitur, & determinat, & quod ad hanc pertinet in prop. 30 l. 3 determinat motum nodorum in orbita habita pro circulo, in pr. 31 motum in orbita elliptica, & in pr. 32 motum medium. Invenit autem illud in pr. 30, nodis existentibus in quadratura, & Luna in syzygia esse motum horarium nodi in orbita habita pro circulari $33''$, $10''$, $33''$, $12''$; pro aliis casibus ductis **LO**, **LM**, **LG** perpendicularibus ad **TN**, **TF**, **TH**, fore motum horarium ad hunc, ut est factum ex iis tribus sinibus **LO**, **LM**, **LG** distantia Lunæ a nodo, a syzygia, a quadratura ad eubum radii **LT**; ac in prop. 32 invenit motum medium esse retrogradum, cum diutius is retrogradus sit, quam directus, cumque in anno sydereo esse 19° , $18'$, $1''$, $23'''$, qui ex observationibus est 19° , $21'$, $21''$, $50'''$: discrimen autem est minus parte trecentesima motus totius, quod ipsum discrimen is tribuit eccentricitati orbis lunaris, & inclinationi orbitæ.

558 Calculis accuratius institutis, & exactioribus methodis adhibitis, invenitur multo major consensus; sed angustiis preffi cogimur omittere omnem ejusmodi tractationem, ut & reliquas omnes inæqualitates, quarum nonnullas innuimus in adn. ad ver. 329. Earum omnium expositio, & demonstratio majoris molis opus requireret, nec angustissimis horum supplementorum finibus contineri potest. Quæ autem proposuimus, ad quoddam specimen admirabilis consensus theoriæ cum observationibus motuum adeo inæqualium, & prima fronte irregularium, abunde sunt.

SUPPLEMENTUM AD LIBRUM SEXTUM

559 **Q**UÆ hæc libro continentur, vix amplo volumine satis illustrari possent; hic autem priores bini libri spatium jam omne huic tome destinatum surripuerunt. Quamobrem vix quidquam perstringemus, præter maxime necessaria ad intelligenda ea, quæ Noster proposuit, indicatis nonnullis aliis, quæ nexum cum iis arctiorem habeant.

§. I.

DE LIBRATIONE LUNÆ.

560 A versu 93 ad 103 agit Noster de libratione Lunæ, & initio quidem causas ejus indicat, tum illud persequitur, cur tempus conversionis Lunæ circa proprium axem sit æquale tempori conversionis Lunæ circa Terram.

561 Hoc in genere notandum illud. Affirmavit jam olim Jo. Dominicus Cassinus omnia macularum phænomena explicari, si assumatur, Lunam motu æquabili converti circa proprium axem, dum inæquali motu convertitur circa Terram ita, ut conversionum tempora æqualia sint: æquatorem hujus motus inclinari ad eclipticam in angulo graduum $\frac{1}{2}$, puncta vero æquinoctialia coincidere cum nodis orbitæ lunaris ita, ut ecliptica semper interjaceat inter orbitam, & æquatorem lunarem.

562 Primam ex his tribus conditionibus expressit Noster a versu 159, & quidem æqualitas temporum evidenter deducitur ex eo, quod post tot sæcula eadem semper Lunæ facies obvertatur Telluri. Secunda, & tertia quam veræ sint, ego quidem adhuc ignoro. Cassinus observationes, ex quibus eam theoriam deduxit, nequaquam exhibuit; nec vero eo tempore observandi ratio eo deducta fuerat, ut satis accuratas ad hanc determinationem observationes exhiberet. Fusc hoc argumentum petraçavit vir doctissimus Thobias Meyerus in suo tractatu de motu Lunæ circa proprium axem Germanicè edito, ubi & observationes habet plurimas plurimum Lunæ macularum potissimum Manilii, & theoriam eruendi per tres ejusdem maculæ positiones inclinationem æquatoris, ac positionem punctorum æquinoctialium proponit, sed admodum implexam, & per approximationem tantummodo.

563 At id problema solutiones plures admittit directas, & expeditas tam per trigonometriam sphericam, quam per planam. Ego rem perfecì per calculum trigonometricum erutum ex constructione, quam jam olim proposui in dissertatione de maculis solaribus, & adhibui tria ejus observationum ternaria pertinentia ad annos 1748, & 1749, nimirum 11, 16, 17, Maii, 2, 10, 15 Julii, Dec. 27, Febr. 25, Mar. 4. Inveni autem inclinationes ex iis ternariis $20^{\circ} 8' : 1^{\circ}$, $22' : 10$, $38'$, distantias puncti æquinoctialis ascendentis a nodo ascendente orbitæ lunaris $\approx 110, 48'$; $40, 1'$; $200, 13'$, exprimente signo positivo illud esse orientalius hoc, negativo vero occidentalius. Meyerus sua methodo ex secundo ternario invenit inclinationem $1^{\circ} 40'$, distantiam a nodo $30, 36'$, errore pluriam minorum
exi-

exiguo in se, sed non ita exiguo respectu totius: adhibitis autem alia methodo, sed itidem eidem approximandi rationi inixa simul omnibus Manilli observationibus, & supposito utroque valore proximè constanti per integrum annum, invenit inclinationem $1^{\circ}, 30'$, distantiam a nodo $3^{\circ}, 46'$.

564 Et quidem, quod pertinet ad positionem punctorum æquinoctialium, ipsa, ob adeo exiguam inclinationem, satis certo definiti non potest, saltem per observationes Mayeri, in quibus singula distantia a polo ne ab ipso quidem censetur certæ, nisi intra arcum, qui visus e Terra subterdat 5 secunda, adeoque contineat fere trientem lunaris circuli; nam satis exigua assumptæ distantie mutatione, mutatur plurimum positio punctorum æquinoctialium. Verum quod pertinet ad inclinationem multo accuratius, & certius definitur, quamobrem illud videtur colligi posse ex hisce determinationibus collatis inter se, & cum Cassiniana eam variabilem esse, ut & mutationi distantie a nodo, ac positionis in ecliptica favent deductiones, quas habuimus, utcumque minus certæ: optandum autem, ut instictis multis accuratioribus observationibus, quæ pertineant ad plures diversas positiones nodi orbitæ lunaris, hic motus, quem huc usque Astronomi nimis neglexerunt, certius definitur, ut de re tota iudicium ferri possit.

565 Certe: am si inclinatio æquatoris mutatur, simplex motus conversionis circa proprium axem ad librationem Lunæ explicandam non sufficit, ut itidem is solus non sufficit, si puncta æquinoctialia perpetuo mutant locum in ecliptica, quæ si re ipsa comitantur semper accurate, vel proximè nodos Lunæ ita, ut post longam conversionum seriem adhuc sint ipsis proxima, operabitur, ipsorum motus medius sit idem, ac motus medius eorundem nodorum, nec illud jam tantum, quod in adnotationibus diximus, mirum videbitur, & causam physicam requireret, revolutionem mediam circa se esse æque diuturnam, ac sit revolutio circa Terram; sed etiam tempora media conversionum punctorum æquinoctialium, & nodorum aequalia itidem esse inter se.

566 Quod autem pertinet ad causam mechanicam prioris æqualitatis, quam proposuit Noster, & exposuimus in adnotatione ad vers. 216, eam ibi sententiam Mairanio adscripsimus. Illud quidem mihi videbar cum adnotationes perferipsi jam impressas, dum hæc conscribo, memoria retinere, me eam sententiam vidisse alicubi in aliquo Mairanii opere, & cogitabam hic ipsum indicare locum, quem cum quaesierim, invenire non potui, ut idcirco jure etiam dubitare inciperim, an in eo sim falsus. Ubi vero in eam ipsam causam diligentius inquisivi, paullo alia mihi quidem ratione visum est deduci debere illud phænomenum ab inæquali textu partium Lunæ, vel a discrimine aliquo non exiguo a figura spherica, quæ omnia hic brevissimè indicabo tantummodo.

567 Et primo quidem, ut habeatur recessus aliquis a motu parallelo non sufficit discrimen in vi motrice, sive in pondere particularum æqualis molis, sed requiritur omnino discrimen aliquod in vi acceleratrice. Hinc si grave cujuscumque figuræ proficiatur utcumque in spatio non resistente impresso motu æquali æqualibus ejus particulis, abibit motu parallelo, & gravitas, quæ concipiatur itidem æque agere in qualvis æquales ejus particulas per lineas parallelas, nihil turbabit parallelismum motus ejus corporis, utcumque alicubi multo sit densius, & cum multo majore pondere, sive motrice vi, quam alibi.

alibi . Corpus , quod habeat centrum gravitatis extra centrum figuræ , ubi in aqua demersum sit , idcirco ita suspenditur , vel descendit , ut pars ponderosior imum fundum conetur despiciere , quia quæ specificam gravitatem majorem habent , minus amittunt suæ vis pro ratione suæ materiæ , quam quæ minorem ; atque idcirco vim acceleratricem majorem habent . Hac ratio eodem pacto Lunæ applicari non potest , utcumque diversa ponatur ejus densitas ; cum vis acceleratrix non pendeat a densitate , hæc turbetur a motu circa Tellurem eodem pacto , quo a fluido , in quo innatat corpus grave .

568 Hoc discrimen patebit multo magis , posteaquam indicavero , quo pacto eam ego rem concipiam , ubi quæ mihi genuina videantur hujus perquisitionis principia , paucis proponam . Transferatur huc theoria illa , quam superiore libro persecuti sumus pro motu Lunæ circa Terram perturbato ab actione Solis in fig. 54 , sed in ea referat jam δ Terram , T centrum gravitatis $F. 54$ Lunæ , L particulam quamvis lunaris massæ . Hæc præter vim in Terram communem puncto T habebit binas vires alteram agentem directione LT in T , & proportionalem ipsi distantie LT , alteram agentem secundum directionem TF , TE perpendicularem plano , quod refert linea HTK habita pro recta . Prima vis nullam conatur inducere conversionem circa T , secunda conatur utrique eodem pacto , quo si grave per T suspensum sit , gravitas data directione agens , & pertinens ad omnia puncta ipsius sita extra directionem gravitatis transeuntem per punctum suspensionis sollicitat totum corpus ad conversionem circa axem aliquem , quæ conversio habebitur , nisi opposita virium momenta se destruant .

569 Verum longe alia hic erit oppositionis ratio , ac in casu gravis suspensi ; nam ibi quidem gravitas punctorum omnium dirigitur in eandem plagam , hic autem vis punctorum sitorum citra planum HTK dirigitur in unam plagam , vis autem punctorum jacentium ultra dirigitur in plagam oppositam . Si concipiuntur puncta omnia jacentia in unico plano $HFKE$, actiones punctorum jacentium in angulis HF , KE ibi opponerentur , hic tendunt simul ad inducendam conversionem secundum directionem $HFKE$, dum actio punctorum jacentium in angulis FK , HE tendit simul ad inducendam conversionem oppositam . Adest autem etiam discrimen in ipsa magnitudine vis , quæ ibi est constans in punctis omnibus , hic est proportionalis distantie a plano HK .

570 Adhuc tamen si Luna sit globus homogeneus , facile perspicitur actionum contrariarum summam aequalem fore , neque ullam hic haberi debere conversionem , ut in globo gravi homogeneo per centrum suspensio nulla itidem haberi debet conversio . At si vel figura non sit spherica , vel densitas non sit homogenea , poterunt illæ summæ non esse æquales , adeoque haberi poterit determinatio ad conversionem . An autem habeatur conversio , & in quam plagam haberi debeat , data singularum particularum positione , & densitate sic facile definiti possent . Quævis particula ubicunque in tota massa jacens ultra planum HK , ut L' , concipiatur translata citra ipsum per rectam $L'T$ tantundem productam in L , quo pacto tota massa jacebit jam citra planum : hujus massæ jacentis ita citra planum particula quædam , ut F , retineat suam densitatem , reliquæ autem omnes concipiuntur attenuatæ in ratione suæ distantie LC a plano HK ad distantiam FT' illius particulæ ab eodem plano .

exiguo in se, sed non ita exiguo respectu totius: adhibitis autem alia metho-
do, sed itidem eidem approximandi rationi inixa simul omnibus Manilii ob-
servationibus, & supposito utroque valore proximè constanti per integrum
annum, invenit inclinationem 1° , $30'$, distantiam a nodo 3° , $46'$.

564 Et quidem, quod pertinet ad positionem punctorum æquinoctialium,
ipsa, ob adeo exiguum inclinationem, satis certo definiri non potest, saltem
per observationes Mayeri, in quibus singulæ distantie a polo ne ab ipso qui-
dem censentur certæ, nisi intra arcum, qui visus e Terra subtendat 5 secun-
da, adeoque contineat fere trientem lunaris circuli; nam satis exigua as-
sumpta distantie mutatione, mutatur plurimum positio punctorum æquino-
ctialium. Verum quod pertinet ad inclinationem multo accuratius, & cer-
tius definitur, quamobrem illud videtur colligi posse ex hisce determinacioni-
bus collatis inter se, & cum Cassiniana eam variabilem esse, ut & mutatio-
ni distantie a nodo, ac positionis in ecliptica favent dedaciones, quas ha-
buimus, utcumque minus certæ: optandum autem, ut institatis multis accu-
ratoribus observationibus, quæ pertineant ad plures diversas positiones no-
di orbitæ lunaris, hic motus, quem huc usque Astronomi nimis neglexerant,
certius definatur, ut de re tota iudicium ferri possit.

565 Certe: um si inclinatio æquatoris mutatur, simplex motus conversionis
circa proprium axem ad librationem Lunæ explicandam non sufficit, ut ite-
dem is solus non sufficit, si puncta æquinoctialia perpetuo mutant locum in
ecliptica, quæ si re ipsa comitantur semper accurate, vel proximè nodos Lu-
næ ita, ut post longam conversionum seriem adhuc sint ipsis proxima, opor-
tebit, ipsorum motus medius sit idem, ac motus medius eorundem nodorum,
nec illud jam tantum, quod in adnotationibus diximus, mirum videbitur,
& causam physicam requireret, revolutionem mediam circa se esse æque di-
urnam, ac sit revolutio circa Terram; sed etiam tempora media conver-
sionum punctorum æquinoctialium, & nodorum æqualia itidem esse inter se.

566 Quod autem pertinet ad causam mechanicam prioris æqualitatis, quam
proposuit Noster, & exposuimus in adnotatione ad vers. 216, eam ibi sen-
tentiam Mairanio adscripsimus. Illud quidem mihi videbar cum adnotatio-
nes perscripsi jam impressas, dum hæc conscribo, memoria retinere, me
eam sententiam vidisse alicubi in aliquo Mairanii opere, & cogitabam hæc
ipsum indicare locum, quem cum quaesierim, invenire non potui, ut idcirco
jure etiam dubitare inciperim, an in eo sim falsus. Ubi vero in eam ipsam
causam diligentius inquisivi, paullo alia mihi quidem ratione visum est deduci
debere illud phænomenum ab inæquali textu partium Lunæ, vel a discrimi-
ne aliquo non exiguo a figura spherica, quæ omnia hic brevissimè indicabo
tantummodo.

567 Et primo quidem, ut habeatur recessus aliquis a motu parallelo non
sufficit discrimen in vi motrice, sive in pondere particularum æqualis molis,
sed requiritur omnino discrimen aliquod in vi acceleratricæ. Hinc si grave
cujuscumque figuræ proficiatur utcumque in spatio non resistente impresso mo-
tu æquali æqualibus ejus particulis, abibit motu parallelo, & gravitas, quæ
concipiatur itidem æque agere in quasvis æquales ejus particulas per lineas
parallelas, nihil turbabit parallelismum motus ejus corporis, utcumque ali-
cubi multo sit densius, & cum multo majore pondere, sive motrice vi, quam
alibi.

alibi . Corpus , quod habeat contrum gravitatis extra centrum figuræ , ubi in aqua demersum sit , idcirco ita suspenditur , vel descendit , ut pars ponderosior immo fundum conetur despicere , quia quæ specificam gravitatem majorem habent , minus amittunt suæ vis pro ratione suæ materiæ , quam quæ minorem ; atque idcirco vim acceleratricem majorem habent . Hæc ratio eodem pacto Lunæ applicari non potest , utcumque diversa ponatur ejus densitas ; cum vis acceleratrix non pendeat a densitate , hæc turbetur a motu circa Tellurem eodem pacto , quo a fluido , in quo innatat corpus grave .

568 Hoc discrimen patebit multo magis , posteaquam indicavero , quo pacto eam ego rem concipiam , ubi quæ mihi genuina videantur hujus perquisitionis principia , paucis proponam . Transferatur huc theoria illa , quam superiore libro persecuti sumus pro motu Lunæ circa Terram perturbato ab actione Solis in fig. 54 , sed in ea referat jam δ Terram , T centrum gravitatis F. 54 Lunæ , L particulam quamvis lunaris massæ . Hæc præter vim in Terram communem puncto T habebit binas vires alteram agentem directione LT in T , & proportionalem ipsi distantia LT , alteram agentem secundum directionem TF , TE perpendiculararem plano , quod refert linea HTK habita pro recta . Prima vis nullam conatur inducere conversionem circa T , secunda conatur utique eodem pacto , quo si grave per T suspensum sit , gravitas data directione agens , & pertinens ad omnia puncta ipsius sita extra directionem gravitatis transeuntem per punctum suspensionis sollicitat totum corpus ad conversionem circa axem aliquem , quæ conversio habebitur , nisi opposita virium momenta se destruant .

569 Verum longe alia hic erit oppositionis ratio , ac in casu gravis suspensi ; nam ibi quidem gravitas punctorum omnium dirigitur in eandem plagam , hic autem vis punctorum sitorum citra planum HTK dirigitur in unam plagam , vis autem punctorum jacentium ultra dirigitur in plagam oppositam . Si concipiuntur puncta omnia jacentia in unico plano $HFKE$, actiones punctorum jacentium in angulis HF , KE ibi opponerentur , hic tendunt simul ad inducendam conversionem secundum directionem $HFKE$, eam actio punctorum jacentium in angulis FK , HE tendit simul ad inducendam conversionem oppositam . Adest autem etiam discrimen in ipsa magnitudine vis , quæ ibi est constans in punctis omnibus , hic est proportionalis distantia a plano HK .

570 Adhuc tamen si Luna sit globus homogeneus , facile perspicitur actionum contrariarum summam aequalem fore , neque ullam hic haberi debere conversionem , ut in globo gravi homogeneo per centrum suspensio nulla itidem haberi debet conversio . At si vel figura non sit spherica , vel densitas non sit homogenea , poterunt illæ summæ non esse æquales , adeoque haberi poterit determinatio ad conversionem . An autem habeatur conversio , & in quam plagam haberi debeat , data singularum particularum positione , & densitate sic facile definiri possit . Quævis particula ubicunque in tota massa jacens ultra planum HK , ut L' , concipiatur translata citra ipsum per rectam $L'T$ tantundem productam in L , quo pacto tota massa jacebit jam citra planum : hujus massæ jacentis ita citra planum particula quædam , ut F , retineat suam densitatem , reliquæ autem omnes concipiuntur attenuatæ in ratione suæ distantia LC a plano HK ad distantiam FT illius particulæ ab eodem plano .

plano. *Massæ* hoc modo redactæ invenitur centrum commune gravitatis; quod si jacuerit in recta *TS*, nulla habebitur conversio: si autem jacuerit extra, conversio habebitur circa axem transeuntem per *T* perpendiculararem plano transeunti per id punctum, & per rectam *TS*. Nam omnia puncta *L'* translata in *L* idem ibi momentum exercebant, quod in *L'*, ad conversionem ob directiones virium in iis locis contrarias; & particula densior sita in *L* cum vi respondente distantia *CL* aequè aget, ac particula tenuior cum vi respondente distantia *FT*. Quare motus fiet in eandem plagam, in quam fieret in ea massa uniformi gravitate prædita; in qua massa cum centrum gravitatis debeat descendere ad rectam *TS*, debet motus fieri circa axem perpendiculararem plano transeunti per *TS*, & per id punctum, in quo plano nimirum fit ejus motus.

571 Verum ad inveniendam celeritatem ejus conversionis oportet, translatis omnibus particulis alterioribus *L'* in *L* sine illa attenuatione, querere centrum oscillationis massæ ita primo redactæ considerando gravitatem in singulis punctis non constantem, sed proportionalem distantia *LC* a plano *HK*; nam acceleratio motus circularis erit eadem, quæ esset in pendulo simplici determinato per distantiam centri oscillationis a puncto *T*. Hinc ad eam theoriam evolvendam requiritur determinatio centri oscillationis pro hypothefi gravitatis etiam non constantis, de qua agendum erit tomo 4, ubi, uti promissimus tomo 1, ex genuinis principiis inquiremus in ipsam oscillationis centrum, cujus determinationes ex subsidiariis quibusdam principiis petitas sub finem ejus tomi dedimus tantummodo pro gravitate constanti. At difficultas determinationis etiam pro data massa, & positione particularum augetur ex eo, quod conversione ipsius circa *T* mutantur distantia particularum ipsarum a plano *HK*, & totius massæ positio respectu ipsius, quod mutat ipsas particularum vires, & pro diversis positionibus anguli diversam requirit centri oscillationis distantiam a puncto *T*.

572 Facile autem jam hic apparet discrimen hujus theoriæ a theoria solidi immerfi in aqua. Sit *EHFK* sphaera homogenea, in qua in *H* addatur massa utrumque densa; in hac theoria nulla habebitur sollicitatio ad conversionem, cum vis massæ additæ evanescat evanescente distantia *CL*; ejusmodi autem grave immersum in aqua statim converteretur ita, ut punctum *H* abiret ad rectam *TS*.

573 Ut vero appareat, quo pacto ex hisce viribus oriri possit phænomenum ejusdem proximæ faciei lunaris respicientis Tellurem, concipiatur corpus lunare *EHFK* non prorsus sphaericum, vel non prorsus homogeneum in ea positione, in qua centrū illud gravitatis num. 570 sit in recta *TL* congruente initio cum *CF*: motu ipsius Lunæ menstruo circa *S* per *TH*, linea *TFS* respectu ipsius Lunæ movebitur motu angulari circa *T*, & radius *TF* abibit versus *TK* directione *HFK* per omnes positiones intermedias recedendo ita a recta *TL*. Hinc illud centrum conabitur redire ad ipsam novam positionem lineæ *TF*, & punctum illud *L* superficiei lunaris, quod prius congruens cum *F* respiciebat Terram *S*, conabitur abire versus ipsum punctum *F*, quod Terram tum respicit, inducā hoc modo conversione quadam, qua semper eadem facies nitatur se Telluri obvertere, & vis hujusmodi motum angularem inducens par sit gignendæ velocitati equali illi, quam habet punctum *F* conversione menstrua rectæ *TS* circa *T*, adeoque desinat augeri distantia puncto-
rum

sum LF , & incipiat minui, donec etiam elidatur. Porro vis ejusmodi *primis* crescit in recessu rectæ TS a positione æquilibril, tum decrescit, & potest evadere etiam negativa, sive motum urgere in partem contrariam; ubi oritur ingens complicatio casuum, quos hic evolvere non vacat.

574 Huc autem reducitur causa ejusdem faciei Lunæ obversæ semper Telluri, quam Newtonus innuit tantummodo in corol. propositionis 38 lib. 3 sed is Lunam concipit ut homogeneam, & inde illa propositione determinat figuram, quam ipsa Luna afficit sphaeroidis oblongæ obversæ Telluri, quam si Luna initio habuit, debet illa materia redundans circa axem id efficere, ut axis ipse oscillet hinc & inde a recta Telluri obversa. Ut id pronius fiat, considerabimus hic casum simplicissimum rectæ lineæ, in cujus extremis punctis sint binæ massæ, quæ concipiantur connexæ per virgam inflexilem, & omni inertia carentem.

575 Sit ejusmodi recta LTL' , cujus medium T , ac recta $ETFS$ constanter respiciant Terram sit HTK recta quædam ipsi semper perpendicularis. Si LTL' congruat cum ETS , nulla erit vis ad conversionem; sed si jaceat in angulis HTF , ETK , uti figura exhibet, habebitur utique a viribus CL , $C'L'$ vis proportionalis rectæ CI urgens descensum obliquum versus positionem FTE , quæ vis in majore angulo LTF erit perpetuo major usque ad gradus 45, tum incipiet decrescere; & si LTL' congruat cum HTK , evanescet. In omnibus autem his positionibus ea vis conabitur inducere motum angularem directione HEK . At si angulus LTF sit major recta, ut puncta L , L' abeant in quadrantes HE , KF , jam vis oppositam directionem acquireret, & conabitur inducere conversionem contraria directione KFH .

576 Jaceat recta LTL' in plano orbitæ lunaris, & per ipsam initio transeat directio TS : motu angulari puncti T , directione TH , abibit recta TS a positione TL directione HEK . Tum statim vis CI incipiet inducere motum angularem lineæ TL versus TF . Quoniam initio is motus erit perquam exiguus, erit utique minor motu rectæ TF , quæ idcirco ab ipsa recedet, adeoque augebitur vis urgens motum angularem rectæ TL , qui idcirco crescit motu plusquam uniformiter accelerato.

577 Si jam alicubi ante, quam angulus LTF fiat rectus, evadat celeritas ejus motus angularis æqualis motui angulari rectæ TF , eo motu continua ejusdem vis actione adhuc crescente, incipiet e contrario recta TL accedere ad TF , & ad ipsam deveniet, tum ad partem oppositam transcurreret, abeunte L in arcum EK , & celeritas motus angularis minuetur, donec velocitas angularis rectæ LT evadat iterum æqualis velocitati ipsius FT , quod fiet in eadem priore distantia, si conversio rectæ FT concipiatur æquabilis. Inde vero velocitate rectæ TL adhuc imminuta eadem accedet ad TF , & sic circa ipsam perpetuo oscillabit. Habebitur nimirum conversio media rectæ TL æqualis conversioni mediæ rectæ TF , sed eadem hinc & inde ab ipsa TF oscillabit, celeritate ejus conversionis jam imminuta, jam aucta.

578 Quod si recta TL recedat per quadrantem a recta TF ante, quam ii motus angulares fiant æquales, abibit ipsa recta TL in angulum HTB , ubi opposita virium æqualium actione ejus motus angularis minuetur per eisdem gradus, per quos creverat, & in appulsu L ad E evanescet.

579 Si congruente LT cum ET habeat massa motum angularem aliquem aliam-

aliunde in eadem directione parum differentem a motu rectæ FT , vis multo minor sufficit ad inducendam aequalitatem: nam relicta TL post TF ubi habuerit motum minorem, aget vis CL ad accelerandum ipsum, vel ea progressa, ubi habuerit motum majorem, aget eadem jam contraria ad ipsum minuendum, & citius ad aequalitatem perducet elisa differentia motuum mediorum, & inducitur motu medio aequali motui rectæ TF . At si is motus angularis impressus rectæ TL fuerit multo major motu rectæ TF , vis autem CL exigua; tam abibit punctum L ad K , imminuta quidem perpetuo velocitate circulari puncti L , sed non extincta, qua deinde per arcum KE crescet iterum, ac proinde habebitur conversio integra rectæ TL circa TF velocitate tantummodo variata magis, vel minus pro quantitate illius vis; quod quidem accidet multo magis, ubi velocitas rectæ TL impressa fuerit in partem contrariam.

380 Hic posterior casus pertinet ad Planetas primarios, quorum conversio, saltem eorum, in quibus ea deprehendi potuit, circa propriam axem est multo velocior, quam conversio circa Solem, vis vero perquam exigua erit etiam, si concipiatur tota eorum massa redacta in illa bina puncta L , L' , ob exiguam diametrum respectu distantiae a Sole, quæ multo minor evadet ob eorum formam sphericam, & evanescet, si vel homogenea sit massa, vel ita distributa, ut contrarias actiones se elidant; atque idem & Terræ debet accidere respectu Lunæ ob majorem celeritatem motus diurni, ob exiguam Lunæ massam, & ob materiam circa centrum fere aequaliter distributam, quod e pluribus indicibus colligitur. Priores autem bina ex hisce tribus causis applicari possunt etiam Jovi respectu suorum satellitum, ac secunda Saturno quoque respectu suorum. Idcirco Planetæ primarii nec Suli, nec suis secundariis eandem semper faciem obvertent, motum autem circa propriam axem habebunt nonnihil variabilem, sed parum admodum, si inæqualitas omnium actionum provenientium ab omnibus viribus CL fuerit exigua.

381 Prior ille casus exhiberet Lunam, si tota ejus massa redacta esset ad illa duo extrema puncta; nam ejus exigua distantia a Terra id efficit, ut in eo casu illa vis sit multo major, quam quæ requiritur ad inducendum motum circulare, qui evadat aequalis motui circa Tellurem, antequam deveniatur ad quadrantem; sed ut reducat ad Lunam juxta Newtoni theoriam, oportet concipere non virgam inertia carentem, sed globum, qui connectat, non massas in binis punctis constitutas, sed dispergas per totam superficiem, quo pacto vis minuitur plurimum, & dum dividitur effectus per totam massam globi, pene totus evanescit; nam in illa Newtoni prop. sphaeroidis elevatio est tantummodo pedum 187 pars utique nimis exigua respectu totius Lunæ. Quamobrem omnino necessarium arbitror adhibere etiam inæqualitatem densitatis, & motum primitivum aliquem initio impressum, ac parum recedentem a motu circa Terram; sed ea omnia calculos requirunt admodum sublimes, & fere inextricabiles, ad accuratam determinationem.

382 Insistendo casui virgæ cum duabus massis, illud addam tantummodo, si recta LTL' jaceat in plano orbitæ lunaris, & ipsum planum sit immotum, conversionem inductam debere fieri constanter in plano.

383 Atque hic quidem patens admodum aperitur campus investigationi, ut determinetur omnis motus primo quidem binarum massarum LL' , ac

que id ipsum cum conversione impressa secundum quamcumque directionem, qui casus facilius ad calculum reduci potest, tum plurium massarum, atque id eum conversione impressa secundum quamcumque directionem, & conferatur theoria cum observationibus circa macularum loca, quæ, ut huc usque habentur, indicant variationem tam inclinationis, quam positionis punctorum æquinoctialium: verum multo accuratiores requiruntur observationes, ut initio diximus. Credo autem omnino illud, à principiis, quæ hic exposui, petendam esse omnem explicationem, & determinationem librationis Lunæ; ipsam enim Lunam aliis viribus non agitari præter gravitatem in Solem, & Terram, videtur omnino deduci a consensu motuum ejusdem cum theoria gravitatis generalis, qui eo major invenitur in diès, quo magis ipsa theoria excolitur, inæqualitas autem virium in Solem pertinentium ad diversas particulas nihil ad sensum turbare poterit motum angularem inductum a vi in Terram, cum ex ob tantam a Sole distantiam tanto minores sint. Sed nobis hic in eo diutius immorari non licet.

§. 2.

DE PRÆCESSIONE EQUINOCTIORUM,
ET NUTATIONE AXIS.

584 **D**E hoc argumento egimus cum Nostro ab adnot. in versum 145 usque ad adn. in vers. 449. Id etiam argumentum exigit longiorem tractationem, & sublimes methodos; pendet autem a theoria centri rotationis spontaneæ, connexa cum theoria centri percussiois, & oscillationis, de quibus agemus juxta meam theoriam virium tomo 4, ubi, si locus adfuerit, indicabimus etiam, quæ huc pertinent. Hic tantummodo innuam, quæ ratione Newtonus progressus sit ad præcessionem æquinoctiorum determinandam, & in quo ejus theoriam corrigendam censet D'Alambertus.

585 Newtonus omnem hanc præcessionem æquinoctiorum repetit, uti diximus in adnotationibus, ab inæqualitate virium, quas exercent Sol, & Luna in illam quantitatem materiæ terrestris, quæ redundat supra globum inscriptum illi sphaeroidi compressa ad polos, cujus figuram habet Terra ob rotationem diurnam. Pertractat autem id argumentum post prop. 38 lib. 3, ubi prius quidem præmittit quædam lemmata pertinentia ad virium comparationes, tum partim ex theoria motus nodorum Lunæ, partim ex earum virium consideratione deducit quantitatem motus medii præcessionis æquinoctiorum.

586 Ut hæc omnis ejus ratio intelligatur, referat in fig. 54 *HPKE* scđio F. 54 nem Telluris factam per polos, quæ in æquatore *LL'* affurgat in formam sphaeroidis ellipticæ, sit autem homogenea ejus materia, uti eam Newtonus considerat, & recta *ETP* tendat ad Solem *S*. Singulæ ejus particulæ, uti *L*, habebant vires perturbatrices secundum *TL*, & *CL*, quarum prima nullam contender inducere conversionem, contendet autem secunda, uti & in superiore paragrapho vidimus, eritque proportionalis distantie cujusque particule a plano *HK*, & particulæ quidem, quæ fuerint in angulis *HTP*, *ETK* nitan-

nitantur inducere conversionem directione *HFK*, quæ vero in angulis *KTF*, *ETH*, directione opposita. Quod si diameter æquatoris *L'L* obvertatur Soli *S*, vires omnium particularum in angulis illis prioribus erant æquales viribus in hisce posterioribus ob similem positionem respectu rectæ *EF*, & *HK*; si vero diameter æquatoris *L'L* recedat a linea *EF*, oportebit concipere sphaeroidem divisam in partes duas, quarum altera sit globus inscriptus, altera materia redundans in forma cuiusdam annuli lati, vel cuiusdam veluti duplicis pilei hinc, & inde ad polos perpetuo attenuati. Facile patet, sphaeræ materiam fore itidem in æquilibrio; at redundantis materiæ vires erant maiores in illis angulis, in quibus illa æquatoris diameter jacuerit, ut hic in angulis *HTF*, *ETK*, ubi nimirum crassitudo pilei maxima in *L*, & *L'* rotationem in eandem plagam inducit.

587 Circa harum virium considerationem Newtonus ante prop. 39 præmittit in posterioribus editionibus tria lemmata, & quam hypothesim, Lemmate 1. habet illud, vires ejusmodi in ea sphaeroide elliptica niti ad inducendam conversionem circa axem perpendicularem plano transcurrenti per polos æquatoris terrestris, & Solem; vim autem totam, & efficaciam ad circumagendam Terram particularum omnium uniformiter distributarum per æquatoris peripheriam in formam annuli, ad vim, & efficaciam particularum totidem sitarum in æquatoris puncto *L*, quod maximè omnium distat a plano *HK*, esse ut unum ad duo. Lemmate 2. habet illud, vim totam, & efficaciam particularum omnium sitarum extra globum in illis binis velut pileis ad vim, & efficaciam totidem particularum distributarum uniformiter per totam peripheriam æquatoris in morem annuli fore, ut 3 ad 5. Lemmate 3. habet illud, motum Terræ totius compositum ex motibus omnibus particularum circa eum axem fore ad motum annuli prædicti circa eundem axem in ratione, quæ componitur ex ratione materiæ in Terra ad materiam in annulo, & trium quadratorum quadrantis peripheriæ cuiusvis circuli ad duo quadrata diametri, quæ secunda ratio est, ut 935273 ad 1000000.

588 Hisce propositis, ac demonstratis circa ejusmodi vires, & motum, qui debet esse earundem virium effectus, proponit hypothesim pertinentem ad theoriam motus nodorum, quod nimirum si is annulus, Terra sublata, solus in orbe annuo circa Solem ferretur, & interea circa axem suum ad planum eclipticæ in angulo graduum $23\frac{1}{2}$ inclinatum motu diurno revolveretur; idem foret motus medius punctorum æquinoctialium, sive is annulus esset fluidus, sive constaret ex materia rigida, & firma. Nodi quidem singularum particularum in casu fluidi jam progredierentur, jam regrederentur, sed post integras conversiones excessum regressus supra progressum haberent æqualem omnes; in casu autem solidi impedito progressu haberetur semper continuus regressus æqualis motui medio prioris casus. Newtonus, mutuum illum nexum nihil officere illi medio regressui, sed actiones ex illo nexu profluentes se mutuo elidere ita, ut effectus medius sit idem cum ipso, qui esset sine ipso.

589 Jam vero in prop. 39 sic progreditur ad determinandam præcessionem æquinoctiorum. Primo quidem ex theoria motus nodorum Lunæ assumit motum medium eorundem nodorum, quem Luna haberet, si moveretur in orbe
cicac-

titulari ad distantiam mediam a Terra, quem ponit 20° , $11'$, $46''$. Deinde ex eadem theoria habet illud, si Luna spatio diei sideris, quo nimirum Terra diurnam suam conversionem absolvit, juxta superficiem Terræ revolveretur, motum annuum nodorum fore ad 20° , $11'$, $46''$, ut est dies sideris horarum 23, 56' ad tempus periodicum Lunæ dierum 27, hor. 7, 43', five ut est 1436 ad 39343. Quamobrem motum ex hac proportionem erutum attribuit annulo continuo in periphæria æquatoris sito, nulla adhuc habita ratione inclinationis æquatoris ad Eclipticam, quæ minuit vim, & effectum in ratione radii ad cosinum ipsius: eam imminutionem neglexerat, ubi egerat de Lunæ nodis: ob ipsius exiguitatem (nam inclinatio orbitæ lunaris ad Eclipticam est proxime graduum 5) & indicaverat tantummodo in ipso fine prop. 22; hic autem ejus rationem habet post totum calculum, cum inclinatio sit tanto major, nimirum graduum 23 $\frac{1}{2}$.

590 Ut a motu ejus annuli transeat ad motum Terræ et annulo adhaerentem, considerat illud, motum ipsum, dum ob adhesionem hanc debet communicari toti etiam Terræ, fore minorem pro ratione motus ipsius annuli ad motum totius Terræ ab eo inductum. Concipit igitur materiam in annulo æqualem toti materiæ, quæ ob figuram spheroidalem habetur in Terra supra globum inscriptum, & assumpta ratione diametri æquatoris ad axem 290 ad 229 invenit rationem materiæ in globo ad materiam in annulo, ut 52443 ad 459, adeoque ex lem. 3 motum annuli ad motum globi in ratione composita ex 459 ad 52441, & 1000000 ad 925275, five ut 4590 ad 485283, adeoque motum annuli ad summam motuum ut 4590 ad 489813. In hac igitur ratione terminato motu annuli, invenit, illum fore ad 20° , $11'$, $46''$ in ratione composita ex ratione 1436 ad 39343, quæ habebatur prius, & hac nova 4590 ad 489813, nimirum in ratione 100 ad 292369. Hunc autem motum adhuc minuit ex lem. 2 in ratione 5 ad 3 idcirco, quod materia illa non est collecta in unicum annulum, sed dispersa per totum spatium ab æquatore ad polos, quo pacto denum invenit motum annuli ostendendum a Sole 9° , $56''$, $50'''$.

591 Hunc jam minuit in ratione radii ad cosinum 23 $\frac{1}{2}$ inclinationis nimirum hujus annuli ad eclipticam, quo pacto ipsam reducit ad 9° , $7''$, $20'''$.

592 Hæc illi est præcessio æquinoctiorum orta a Sole: definiverat autem ex phænomenis ætus marini actionem Lunæ ad actionem Solis in ordine ad ejusmodi effectus esse, ut 44815 ad 10000, unde illi consequitur motus a Luna oriundus $40''$, $52'''$, $52'''$, adeoque tota præcessio æquinoctiorum oriunda ab utraque causa $50''$, $00'''$, $12'''$.

593 Mirum sanè, quam bellè hæc determinatio congruat cum phænomenis Naturæ; nam 50 secundorum proxime est media æquinoctiorum præcessio annua, quam Astronomi per observationes determinarunt; & quidem methodus ipsa expedita, & elegans videtur primo aspectu ad rem ipsam aptissima; ac multas contra totam solutionem hanc difficultates D'Alambertus movet in introductione ad tractatum de præcessione æquinoctiorum.

594 Primo quidem, ut in annotationibus dictum est, censet demonstratione positiva indigere illud, quod Newtonus assumit, motum medium nodorum rigentis annuli debere esse eundem, ac motum medium nodorum se-

riel lunularum a se invicem disjunctarum, quam tamen æqualitatem ipse demonstrat.

595 Deinde difficultatem habet in compressione Telluris, quam Newtonus assumit $\frac{1}{230}$, cum eam censcat D'Alambertus assumendam $\frac{1}{178}$ ex observa-

tionibus graduum, quæ major compressio majorem deberet effectum gignere, & proinde consensum Newtonianæ determinationis evenire. Verum ex iis, quæ de figura Telluris diximus, constat adhuc incertam esse compressionis quantitatem: Newtonus autem in fine addidit & illud, si Terra magis compressa sit, oportere ad eundem gignendam effectum, sit densior prope centrum; quanquam, ut pariter vidimus, ubi de Telluris figura agebatur, id theoria opponitur, cum major densitas prope centrum requirat minorem compressionem, non majorem, ut Clairautius invenit, & ibidem offendimus.

596 Præterea ipse majorem adhuc difficultatem habet in ratione actionis Solis ad actionem Lunæ. Hanc Newtonus eruit e phaenomenis astus marini methodo, quam & ipse D'Alambertus, & alii minus accuratam censent. Ea ratio requirit massam lunarem respectu massæ terrestri esse $\frac{1}{40}$ circiter, quam Daniel Bernoullius alia ratione, de qua agemus infra, ubi de Maris astu, invenit $\frac{1}{70}$, D'Alambertus potius $\frac{1}{80}$, & alii fere omnes minorem agnoscunt, quam Newtonus statuerit.

597 Hæc ad hypotheses pertinent, siue data, quibus solutio initium, & calculus; at in ipsa geometrica ratiocinatione difficultates habet D'Alambertus, censens male a Newtono assumi motum nodorum annuli in æquatore facti ad motum totius materiæ dispersæ ab æquatore ad polos in ratione summe virium, quæ habentur in uno casu ad summam in alio; ac præterea male distributionem motuum nodorum annuli inter ipsam, & globum, cui adhaeret, quam distributionem Newtonus desumit a summis motuum: demum Newtonum omisisse considerationem motus diurni ipsius globi, quæ tamen ita influat, ut ejus ratione habita, & habita ratione omnium virium, quæ agunt, oriri debeant ex sola actione Solis 24 secunda præcessionis æquinoctiorum annuæ, quod nisi Lunæ actio statueretur multo minor, quam apud Newtonum haberetur, totalem effectum redderet multo majorem, quam observationes exhibeant.

598 Hinc alia methodo in ipsam æquinoctiorum præcessionem inquiri D'Alambertus, idque ita, ut ei produat ex eadem solutione tam præcessio æquinoctiorum, quam mutatio axis, quæ partim provenit ab inæqualitate ipsarum præcessionis, partim a mutatione anguli, quo inclinatur æquator terrestris ad eclipticam. Angustia, quibus premimur, non sinit hæc licet dividere, sed nec singula singillatim persequi, & sola evolutio methodi, quæ D'Alambertus est usus, ac eo um, quæ plures alii ad eam questionem pertinencia protulerunt, in longum abiret nimis, & justum fere opus exigeret. Quamobrem innuam paucæ tantummodo, ac primo illud inveniri a D'Alamberto, polos æquatoris terrestris juxta theoriam gravitatis non debere describere circellum, quem Bradleyus proposuit, sed exiguum ellipsim, cujus axes sint proxime ut 3. ad 4., quod quidem cum tota semidiameter circelli sit secunda-

rum proximè 9, exiguum a medio duorum circiter secundorum discrimen afferre potest: inveniri præterea ab eodem ex eo, quod præcessio æquinoctiorum debeat viribus conjunctis Solis, & Lunæ, nutatio autem soli Lunæ actionem Lunæ ad actionem Solis esse tantummodo ut 7 ad 3, quod illi obvenit, quæcunque lege inæqualem ponat densitatem in accessu ad centrum, quin immo, etiam, si ponatur figura æquatoris elliptica, certa quadam ratione, & meridianorum itidem elliptica, uti definivit in dissertatione edita in Commentariis Parisiensibus anni 1754, ubi multo longius promoveret perquisitionem hanc, quam in suis perquisitionibus de Mundi systemate itidem longe promoverat.

599 Illud quoque adjiciam, ubi agitur de definienda quantitate absoluta præcessionis æquinoctiorum, ex materia, quæ supra globum attollitur ob figuram Terræ compressam, rem pendere tantummodo a parte solida; nam actio, quæ in ipsam partem solidam agens, inducit mutationem in positione æquatoris terrestris, agens in partem fluidam, uti sunt maria, quæ pars potest ipsi actioni obedire, sine motu inde inducitur in globum solidum, partem æstus maris, de quo mox. si tota materia redundans supra globum esset fluida, nulla haberetur præcessio æquinoctiorum, quæ cæteris omnibus stantibus erit major, vel minor, prout minor, vel major erit pars fluida respectu solidæ; cumque ignorata Oceani profunditate ignoremus omnino & quantitatem, & positionem ejusmodi fluidi; nunquam penitus accuratè, quæ huc pertinent, definiri poterunt, quanquam admodum probabile est, satis exactam esse Oceani massam respectu totius extantis solidi.

§. 3. Ad notam in vers. 582.

DE CAUSA MECHANICA MARINI ÆSTUS.

600 **P**hænomena marini æstus exposuimus in annotationibus cum Nostro versu 449. Illustranda sunt hic per Geometriam, quæ ad causas pertinent. Causa est actio Solis, & Lunæ orta ex viribus perturbantibus, quæ in fig. 54 agunt directionibus LT , CL , & quarum prima est proportiona-
 F. 54
 lis ipsi distantie LT a centro, secunda ipsi CL distantie perpendiculari a plano MK , de quibus fusc egimus a num. 531. Patet ex iis, quæ ibi demonstrata sunt, summam earum virium in E , & B distrahere a centro T , in H , & K premere versus ipsum. Hinc si consideretur actio Luminaris unius existentis in S , figura producti debet in axe EF , qui respicit ipsum Luminare, & contrahi in toto circulo maximo, qui transit per H , & K , & mutata positione axis directi ad Luminare, debet mutari locus maximæ elevationis, quod parit reciprocactionem marini æstus.

601 Et quidem Mac-Laurinus invenit illud, quod diximus, cum de figura Telluris ageremus num. 203, fluidum homogeneum, cujus particule se invicem trahant in ratione reciproca duplicata distantiarum, habeant autem tria virium genera, quarum primum directionem habeat perpendicularem ad axem quendam transcurrentem per centrum, & sit proportionale distantis ab ipso, secundum directionem habeat perpendicularem ad planum quoddam

$H h a$

trans

transiens per idem centrum, & proportionem. idem habeat distantiarum eorundem, tertium vero directionem habeat transeuntem per centrum, & sit proportionale distantia ipsi, debere id fluidum induere figuram sphaeroidis orta ex ellipsi conica, in qua vis in axe ad vim in aequatore sit, ut est vis in hoc ad vim in illo, quod & ego aliquanto contrahiore methodo demonstrari in postremo opusculo voluminis de Litteraria expeditione per Pontificiam ditionem.

602 Pertinet id quidem generaliter ad figuram Terræ consideratæ, ut homogeneæ, & fluidæ, habita ratione & motus diurni, & harum binarum virium perturbatricium; aut ibi rationem habuimus tantummodo gravitatis, & vis centrifugæ ad eruendam pro figura Telluris formulam, quæ habetur num. 228 neglecta harum virium perturbatricium actione, quæ nimis exigua est respectu reliquarum. Hic ubi in maris æstus inquiritur, & consideratur sola mutatio figuræ, quam vires perturbantes inducant, poterit omitti consideratio vis centrifugæ, & considerari figura Telluris, ut sphaerica sine actione virium perturbantium, ac determinari mutatio, quam inducerent solæ illæ binæ vires perturbatrices; nam mutatio, quæ inducitur in sphaeroidem sphaeræ proximam, a mutatione, quæ induceretur ab iisdem viribus in eam sphaeram, parum admodum differre iisdem potest.

603 Et quidem hic methodo haud ab simili illi, quæ usi sumus pro figura Telluris orta ex vi centrifuga rotationis diurnæ ad eruendam formulam pro ellipticitate inde orta, liceret erui formulam pro elevatione, quæ debetur hisce viribus perturbantibus etiam in hypothesi densitatis nuclei solidi diversæ a densitate fluidi ambientis assumpta ratione vis solaris perturbatricis ad gravitatem. Verum multo facilius res perficietur ope illius ipsius formulæ inventæ num. 228, in qua posita differentia semiaxium ellipseos genitricis $= x$, semiaxe nuclei solidi $= r$, ratione vis centrifugæ sub æquatore ad gravitatem $\frac{n}{m}$, ratione densitatis fluidi ad densitatem solidi $\frac{f}{g}$, & posito semiaxe ipso nuclei aequali semiaxi sphaeroidis, est $x = \frac{r}{2m} \frac{1 - \frac{3f}{5g}}{1 - \frac{3f}{5g}}$

Eadem formula inserviet pro hisce viribus perturbatricibus, si $\frac{n}{m}$ exprimat rationem, quam habet summa virium contrarias perturbaciones inducentium in fig. 54 in H , & F ad vim gravitatis.

604 Id facile deducitur ex eo, quod & vis centrifuga, & hæc vires perturbatrices in singulis canalibus TH , TF agant in ratione distantia a centro, ac proinde, si concipiatur in canali tendente secundum axem sphaeroidis TF vis nulla, & in canali TH vis prementis æqualis vi prementi ibi, & vi distrahenti in TF ; nimirum tripla vis prementis in HT , res eodem redibit, ac si consideretur in TF solæ rævitas, & in TH vis analoga vi centrifugæ: formula nimirum eadem obveniet, & solum, ob directionem vis prementis in centrum contrariam vi centrifugæ distrahenti, exprimet x productionem, non contractionem figuræ in axe.

605 Hinc autem substituto hoc novo valore pro x , & reliquis manentibus, habebitur huiusmodi theorema: *elevatio aquæ sub Sole orta a vi solaris perturbante ad elevationem Telluris sub æquatore ortam a motu diurno*

no erit tam in hypothesi nuclei sphaerici homogenei, quam in hypothesi densitatis diversa, ut est vis centrifuga ex motu diurno ad triplam vim Solis perturbatricem primam, directam in centrum Terra.

606 Porro huiusmodi ratio facile invenitur; nam per num. 265 tomi 1, juxta theoriam virium pertinentium ad motus circulares, si semidiameter Terræ dicatur d , & tempus motus diurni, sive dies sidereus t , distantia Terræ a Sole D , & annus sidereus T , erit vis centrifuga motus diurni, ad vim, qua Terra retinetur in orbe annuo, ut $\frac{d}{t^2}$ ad $\frac{D}{T^2}$. Est autem hæc posterior vis ad vim primam perturbatricem in L vel H , ut ST ad TL , sive TH , nimirum ut D ad d . Igitur vis centrifuga ad primam vim perturbatricem ut $\frac{Dd}{t^2}$ ad $\frac{Dd}{T^2}$, sive ut TT ad dd nimirum in ratione duplicata anni sideris ad diem sidereum.

607 Hinc igitur habetur huiusmodi theorema: *Ut quadratum anni sideris ad triplum quadratum diei sideris, ita elevatio sub æquatore orta a motu diurno ad elevationem marium, quam pro altu marino gignit solæ actio solaris.* Est autem annus sidereus dierum 365 hor. 6. 9'; dies autem sidereus hor. 23. 56'; elevationem autem sub æquatore ex motu diurno n. 404

statuimus $\frac{1}{248}$ semidiametri æquatoris, quam numer. 402 invenimus pedum

19668203; unde calculo inito profuit elevatio ex motu diurno pedum 79307, & elevatio ex vi solari æsum gignente proxime pedis 1 digitorum 8. Newtonus, qui adhibet elevationem sub æquatore ob motum diurnum

num $\frac{8}{230}$, ac adhibet semidiametrum æquatoris aliquanto majorem, adhi-

bito etiam ambitu paullo longiore ad eruendam rationem, quam habet vis centrifuga ad vim perturbatricem solare, invenit elevationem pedis 1 & digitorum 11 aliquanto majorem hac nostra, sed utraque pendet ab assumptis nondum satis accuratè definitis.

608 Progreditur Newtonus, & querit rationem vis solaris ad vim lunarem methodo, quæ huc reducitur: elevatio aquarum in syzygiis est summa effectuum Solis, & Lunæ, uti vidimus in adnotationibus in hunc locum m, & in quadraturis differentia: dicatur vis Solis S , vis Lunæ L , elevatio in syzygiis a , in quadraturis b , eritque $L = S \cdot L - S : a \cdot b$. Est autem $2L$ summa, & $2S$ differentia priorum terminorum. Igitur erit $2L$ ad $2S$, sive L ad S , ut $a = b$ ad $a - b$; nimirum *vis Luna ad vim Solis est, ut summa effectuum, qui habentur in syzygiis, & in quadraturis, ad eorum differentiam.* Porro pro hisce effectibus adhibet observationem Sturmii, qui in syzygiis invenit Bristolii elevationem pedum circiter 45, in quadraturis 25; unde a , & b essent, ut 45 ad 25, sive ut 9 ad 5, quibus numeris substitutis habetur vis Lunæ ad vim Solis, ut 14 ad 4, sive ut $3\frac{1}{2}$ ad 1. Sed Newtonus adhibitis pluribus eorum numerorum reductionibus demum delabitur ad rationem 4. 4815 ad 1; & inde eruit elevationem a Luna oriundam pedum 8 digitorum 7, & ab utraque vi conjuncta elevationem pedum circiter 10. Inde autem itidem progreditur ad definiendam densitatem Lunæ ex

H h 3

theo-

theoremate, quod demonstraverat cor. 14 prop. 66 lib. 13 quod ejusmodi vis Lunæ ad vim Solis sit, ut densitas Lunæ ad densitatem Solis, & cubus diametri apparentis illius ad cubum hujus; ex ratione autem densitatem progreditur etiam ad rationem massarum.

609 Verum ea methodus definiendi rationem actionum videtur minus accurata, cum admodum diversa inveniat in diversis locis ratio elevationis in syzygiis ad elevationem in quadraturis, quæ quidem pendet a pluribus circumstantiis in superficie marium tot solidis partibus interrupta, præterquam quod in aperto itidem mari perseverantia motus impressi ab actionibus precedentibus turbat rationem effectuum. Atque idcirco Daniel Bernoullius longe alia methodo aggressus est eandem determinationem, quam eruit e solutione problematis, de quo mentionem fecimus in adn. ad vers. 646, ex qua fluxus etiam tota illa constructio, quam exposuimus ibidem.

F. 61 Problema est hujusmodi: referat in fig. 61 *LQlq* sectione Telluris factam plano transeunte per Lunam, & Solem, in quorum directione sunt diametri *LL*, *SS*, ac utriusque Luminaris actiones tendant ad mutandam formam circulearem in ellipicam mutationibus exiguis: quæ itur punctum *G*, in quo summa elevationum supra arcum circulearem respondentium binis actionibus sit omnium maxima.

611 Ille quidem analyticam solutionem exhibet; & ex ea deducit corollaria, quæ Noster est persecutus, at ego geometrica methodo primam facile invenio illud, elevationem in *L*, vel *S* ad elevationem debitam alteri puncto cuilibet proveniente ab actione Lunæ, vel Solis esse, uti est quadratum radii ad quadratum cosinus distantie ejus puncti ab *L*, vel *S*. Inde autem consequitur, ibi haberi ejusmodi maximam summam, ubi quadrata cosinuum arcuum *GL*, & *GS* ducta singula in singulas actiones totales Lunæ, ac Solis simul sumpta exhibeant maximam summam. Tum tribus theorematis utriusque pertinentibus ad Geometriam elementorum infinitesimalium: primum est, ubi queritur maxima summa duarum quantitarum, debere differentias ipsarum æquales esse, unde mihi producit illud, debere differentiam cosinus arcus *LG* ad differentiam cosinus arcus *SG* esse, uti est actio totalis Solis in *S* ad actionem Lunæ in *L*: secundum est, differentiam quadrati esse duplum productum ex differentia lateris & ipso latere: tertium est esse radium ad sinum, uti est differentia arcus ad differentiam cosinus. Ex his tribus theorematis ablatis differentia arcuum *LG*, *SG*, quæ est eadem, & radio, mihi provenit maximum, ubi producta ex sinibus, & cosinibus arcuum *LG*, *SG*, sive, quod eodem redit, ubi sinus duplorum eorundem arcuum fuerint e contrariis, ut sunt actiones totales in *S*, & *L*. Quamobrem remanet arcus datus *LS* secandus in *G* ita, ut sinus dupli alterius segmenti ad sinum dupli alterius sit in ea ratione data. Id autem methodo satis expedita deduco ad constructionem, quæ sequitur.

612 Secetur radius *LC* in *A* in ratione actionis Solis in *S* ad actionem Lunæ in *L*. Centro *A*, radio *AL* describatur circulus occurrens diametro *LL* in *B*. Ducatur ejus chorda *BD* parallela diametro *SS*. Per *C*, & *D* ducatur diameter *ff*, & sectis bisariam arcibus *LF*, *If* in *G*, & *g*, ea puncta exhibebunt maximum quæsitum: arcus autem *Lf*, *If* bisariam secti in *H*, & *h* exhibent e contrario minimum.

613 Aptissima est hæc constructio ad calculum numericum ineundum, ubi ratio actionum totalium innotescat. Ducta enim AD satis constat angulum LAD , duplum ABD , sive LCS fore summam angulorum ADC , ACD trianguli CAD , ejus latera AD , AC sunt, ut actiones Solis, & Lunæ. Habebit enim ex Trigonometria per ejus trianguli resolutionem hujusmodi theorema. *Ut summa actionum ad differentiam, ita tangens elongationis Luna a Sole ad tangentem arcus, qui ablatas ab ejusmodi elongatione exhibebit duplum arcus quasi LG.*

614 Ex eadem autem constructione facile eruentur etiam casus omnes, ac mutationes positionis axis maxima elevationis Gg respectu axium Ll , Ss ; quos tres axes Noster considerat, ac appellat primum quidem axem Terræ, secundum axem Lunæ, tertium axem Solis. Concipiatur ut immotus axis Ll , dum axe Ss recedente ab ipsius positione post Novilunium (nam ab eo distat versus Occidentem, quantum locus Solis distat a loco Lunæ, sive quantum Luna respectu Solis progreditur in Orientem) recedit etiam axis Gg , ac consideretur horum motus, & relatio ad se invicem, ac cum ipso Ll . secentur autem bifariam semicirculi Lsl , Lsl in Q , & q .

615 Si axes in Novilunio congruunt, ut patet: post Novilunium axis Solis Ss abit in Occidentem respectu axis Lunæ Ll , donec in prima quadratura delatis punctis S , s ad q , Q fiat ipsi perpendicularis, abeunte nimirum Luna in Orientem, donec ab eo distet per quadrantem. Interea vero punctum D percurrit semicirculum LDB , & puncto S appellente ad q ipsum D appellet ad B . Nam ob angulum LBD æqualem LCS , & terminatum ad circumferentiam habebit arcus LD duplo majorem numerum graduum & minorum, quam arcus LS ; discedet autem D in eandem plagam, in quam abibit S , & semicirculum percurrit, dum S percurrit quadrantem Lq : idcirco etiam pereurret D secundum semicirculum BdL , dum S percurrit secundum quadrantem ql : hoc autem percurrente quadrantem tertium lQ , & quartum QL , iterum D percurrit semicirculum LDB , & deinde BdL .

616 Quod si, ut phenomena ostendunt, actio Solis sit minor, quam actio Lunæ, erit LA minor, quam CA , & proinde C jacebit extra circulum $LDBq$, & puncto D existente in primo semicirculo LDB , punctum F , adeoque & G jacebit ab L versus q citra ipsum, ac ipso D existente in secundo semicirculo BdL , jacebit F , & G ab L versus Q itidem citra ipsum. Erit autem LF semper minor, quam LS in primo semicirculo, nam angulus BCD , quem metitur LF , internus, & oppositus, erit semper minor, quam ABD , sive quam ipsi æqualis LCS , quem metitur LS , & idcirco ipso initio magis recedet ab L punctum S , quam F , & multo magis, quam G ; erit autem GS major, quam GF , adeoque major, quam LG ; nimirum locus maximæ intumescentie erit propior loco Lunæ, quam loco Solis in primo quadrante mensis lunaris, quod & pro tertio quadrante habet eandem vim subeunte s locum S ; & in secundo, ac quarto, abeunte s in quadrantem LQ , erit itidem maxima intumescencia propior loco Lunæ, quam loco Soli opposito.

617 Porro excurrente puncto D per semicirculum LDB , patet punctum F initio quidem recessurum ab L semper magis, donec CF evadat tangens ipsius circuli, quo casu LF erit distantia puncti F ab L omnium maxima, tum recedente adhuc magis D ab L , & accedente ad B incipiet F regredi ad L , in

H h 4

quod

quod incidet, ubi D abibit in ipsum B abeunte S in prima quadratura in q . Deinde abeunte D in semicirculum BdL eodem ordine retrogrado abibit F in arcum LQ , recedendo ab L , donec in eadem distantia maxima fiat iterum CD tangens, ac deinde in ulteriore accessu D ad L accedet ad ipsum $\& F$, ac in ipsum recidet in ipso appulsu S ad L , iisdem vicibus redeuntibus in reliquo lamtionis dimidio. Et eadem vices habebuntur in motu portuum maximæ intumescenzæ G, g , quæ puncta in singulis lunationibus peragent binos itus, & reditus singula circa locum Lunæ L , & ipsi oppositum I oscillando hinc, & inde ab his punctis. Quater autem cum ipsis congruent, bis nimirum in binis syzygiis, & bis in binis quadraturis, sed in illis movebuntur directione $QLqI$ in Occidentem, in his directione opposita in Orientem; nec difficile est perspicere velocitatem motus ibi fore maximam in media nimirum oscillatione, quæ in maximis illis excursionibus in infinitum decrescet.

618 Porro maximus excursus facile invenitur, si consideretur, ubi recta CD evadat tangens, angulum CDA fore rectum, adeoque fore CA ad AD , ut est radius ad sinum anguli ACD , five arcus LF , nimirum dupla elongationis maximæ LG . Inde enim eruitur huiusmodi theorema. *Ut est vis Luna ad vim Solis, ita radius ad sinum dupla maxima elongationis.* Inde vero colligitur & illud, quo major fuerit actio Lunæ respectu actionis Solis, eo minorem fore ipsam elongationem maximæ intumescenzæ a loco subiecto Lunæ.

619 Is autem casus maximæ elongationis habebitur, ubi distantia ipsius maximæ intumescenzæ a loco Solis, five arcus GS fuerit graduum 45. Nam ab angulo externo LAD , quem metitur arcus LD , five duplus arcus LS , demendo angulum ACD internum & oppositum, quem metitur arcus LF , five duplus LG , remanet angulus alter internus ADC , qui in casu contractus est rectus. Quare ab LS demendo LG , remanebit arcus GS metiens dimidium rectum, adeoque graduum 45.

620 Et ex his quidem patent omnia, quæ hic in annotationibus sunt dicta, & ex iis consequantur explicationes posteriores phenomenorum, in quibus nihil fere occurrit, quod illustratione aliqua indigeat, præter id, de quo hic nos acturos promissimus in adn. ad vers. 945, pertinuens ad singularem positionem tractus marini inclusi, in quo in certa Lunæ positione nullus habetur æstus ad certum littus, quæ de re paullo inferius; nam interea proderit notare illud, quod omnem hanc Newtonianam theoriam marini æstus miram in modum commendat, & fuit ex illa Bernoulliana problematis solutione.

621 Nimirum cum ex inertia fluidi intumescenzæ maxima debeat accidere aliquanto post, quam vires poscant, ad plures autem portus unda ipsa deveniat serius per longiora itinera; etiam in syzygiis & quadraturis hora maximæ intumescenzæ non erit in ipso appulsu Lunæ ad Meridianum, sed alia hora alibi. Hæc hora haberi poterit pro hora quadam lunari media intumescenzæ maximæ, quæ in aliis portibus erit alia. Porro extra ejusmodi tempora æstus anticipabunt, vel posticipabunt momentum maximæ intumescenzæ respectu illius horæ mediæ, prout punctum illud G fig. 58 jacuerit respectu L ad Occidentem, vel Orientem: tempus hujus anticipationalis, vel posticipationalis exhibebitur ab arcu illo LG , qui data distantia Lunæ a Sole inven-

venitur per theorema supra propositum in nostra problematis solutione, reducendo ipsum ad tempus lunare, quo nimirum Luna motu diurno tantum arcum percurrit. Id tempus erit quædam æquatio demenda, vel addenda horæ mediæ, ut habeatur hora vera, & hæc æquatio erit communis proximè omnibus iis portubus.

622 Porro haberi horam mediam diversam pro diversis Galliæ portubus, & æquationem communem omnibus, deductum jam fuerat initio hujusce sæculi a Cassino ex observationibus institutis jussu Academiæ Parisiensis, & mediarum horarum, ac æquationum regulæ inde deductæ, ac editæ jam fuerant, cum Bernoullius eandem æquationum tabulam computavit ex theoria ipsa per solutionem problematis, quod proposuimus, quam in eadem dissertatione hic in adnotationibus indicata exhibet, intra pauca minuta consentientem cum Cassiniani regulis, consensu sane admirabili in phænomeno, quod & vehementiores venti, & locorum constitutio, & aliæ plures accidentales causæ facile admodum perturbare possunt.

623 Data ex observationibus æquatione maxima, & redacta a lunari hora ad arcum circuli, facile definitur ratio vis lunaris ad vim solarem, quæ est, ut radius ad sinum dupli ejus arcus, juxta theorema paullo superius erutum. Verum etiam data quavis æquatione pertinente ad datam distantiam Lunæ a Sole, potest eadem ratio inveniri regressu facto in theoremate, quod eruimus ex solutione generali, ac ex ipsa differentia intervalli inter binos æstus consequentes in syzygiis, & quadraturis, erui potest ea ratio si minus accuratè (nam ea momenta æstuum nunquam penitus accuratè observari possunt, & sæpe perturbantur ab aliis causis, ut innuimus) at saltem proximè; & ejusmodi methodo Bernoullius invenit rationem actionis Lunæ ad actionem Solis, ut 5 ad 2, ac inde eruit Lunæ massam $\frac{1}{70}$ massæ Telluris; ea vero deductio

facile fit ope hujus theorematism; *Massa Luna ad massam Terra est in ratione composita ex ratione simplici actionis lunaris exposita ad actionem solarem, & duplicata mensis periodici lunaris ad annum sidereum*, quod theorema facile demonstratur. Sed hæc innuisse sit satis.

624 Quod pertinet ad casum singularem illum, quem exposuimus in adn. ad vers. 945, sem hîc absolvemus methodo diversa ab Euleriana. Sit in fig. 62 *P. 62* *PApB* circulus, cujus diameter *AB* perpendicularis ad *Pp*. Per quodvis ejus punctum *D* transeat ellipsis parum ab ipso abludens *FDEG*, cujus semiaxis major *CE* sit radius *CA* productus, quæ quidem secabit arcum *Ap* in puncto *H* ita, ut sit arcus *AH* æqualis *AD*. Si radius *AI* occurrens ipsi in *K* abscindat arcum *AI*, cujus sinus sit duplus sinus *AD*, convertatur autem tunc figura circa axem *Pp*; superficies *DAHE* generabit solidum æquale solidò genito ab *HKI*. Hoc theorema haud difficulter demonstratur ope geometriæ infinitesimalis, vel calculi, sed ipsam demonstrationem hîc omittimus ob angustias, quibus coercemur; inde autem, quæ huc pertinent, facile deducuntur.

625 Referat enim *PAp* meridianum terrestrem quendam, & sit *DLNMI* sectio maris concepti sinu clauso binis meridianis proximis, & binis parallelis transeuntibus per *D*, & *I*. Illo momento temporis, quo Luna sita in æquatore, & syzygia, puncta maxima intumescentiæ in ipso æquatore distant

stant a puncto *A* per quadrantem, debet superficies illius aquæ disponi in formam arcus circularis *DAI*. Progredientibus illis punctis, debet eadem assumere formam ellipsoideam parum a circulo recedentis cum ea conditione, ut spatium contentum nova superficie, & fundo sit æquale priori, ut nimirum eandem aquæ quantitatem contineat. Hinc si ellipsis ejus speciei, quæ respondet tali distantie cuicumque, sit *FEG*; & transeat per *D* superficies nova, in quam aqua illa conformabitur, erit ipsa *DEHK*. Nam forma meridiani proximi meridiano *PAP*, debet esse proxima ejus formæ, adeoque superficies erit proxime eadem, quæ haberetur facta conversione superficiæ *DEK* circa axem *Pp*, & spatium *DAHE* æquale erit spatio *HKI* inter illos meridianos contento; adeoque & totum spatium *MNLDAH/KM* æquale toti *MNLDEHKM*. Quare adsurgit quidem aqua in *A* per *AE*, depressimur autem in *I* per *KI*, sed in *D*, & *H* perseverabit in eadem altitudine; & in tota conversione res eodem modo habebitur, aqua *DEHA* post maximam intumesceniam abeunte in *HIK*, sine alteratione elevationis in *D*.

626 Si arcus *AI* non fuerit ingens, arcus ipse erit proxime duplex, existente duplo ejus sinu; atque adeo id accidet proxime, ubi mare duplo plus excutrat in Austrum, quam in Boream, uti in adnotationibus diximus. Eulerus hunc casum dupli sinus invenit pro spatio arcto & longo, nimirum binis proximis meridianis incluso; sed ibidem multo generalius problema resolvit, in quo alia plura ad æstum marinum pertinentia, & scitu dignissima continentur. Hic postremo loco notari potest illud; in mari ita clauso eodem momento temporis haberi elevationem in *A*, quo habetur depressio in *I* sub eodem meridiano, dum si tota Terra esset fluida, & arcus *DI* non ingens, per totum ipsum arcum ubique elevatio haberetur simul, & simul ubique depressio. Impedimenta, quæ solidarum partium occursum parit, æstuum phenomena variant plurimum. Sed hæc itidem innuisse sit satis.

627 Æstui maris respondet æstus atmosphæræ, de quo in adn. ad vers. 1002 promissimus hic ostensuros, quod pertinet ad elevationem ipsius atmosphæræ oriundam ab eadem causa, a qua æstus maris oritur. Daniel Bernoullius censuit elevationem debere esse eo majorem elevatione aquæ, quo minor est aeris densitas densitate aquæ; sed in eo vir sane summus humani quidpiam est passus. Vidimus nimirum num. 228 differentiam æstuum contineri formula

$$\frac{27}{27m \left(1 - \frac{3^2}{5^2}\right)}$$
, quæ exprimit ellipticitatem, si $\frac{27}{m}$ sit ratio vis centrifugæ ad gravitatem, sed eandem, ut paullo supra hic diximus, ea exprimit pro æstu, si $\frac{27}{m}$ sit ratio actionis Luminarium ad gravitatem, ubi r exprimit semidiametrum Terræ, & $\frac{2}{p}$ rationem densitatis fluidi ad densitatem solidi, quæ quidem formula convenit cum eâ, quam longe alia methodo & Clerantius, & D'Alambertus invenerunt.

628 In ea formula stantibus valoribus reliquis, & mutata sola densitate fluidi ρ , erit valor formulæ reciproç, ut $1 - \frac{3^2}{5^2}$, sive reciproç ut $5\rho - 3\rho$. Si valor ρ decreseat, valor $5\rho - 3\rho$ crescat, adeoque valor formulæ ipsæ

reciprocus decreſcet, non creſcet. Hinc major atmofphæræ tenuitas non auget, ſed minuit ejuſ æſtum. Si aqua ſit ad ſenſum ejuſ denſitatis, quæ eſt media Terræ denſitas, erit pro ipſa $z = p \& 5p = 3z = 2p$; ſi autem ſit in immenſum minor, ut eſt aeris denſitas, evanefcente $3z$ fiet $5p = 3z = 5p$. Erit igitur intumeſcentia in hoc ſecundo caſu, ad intumeſcentiam in primo, uti eſt 2. ad 5, minor non major.

629 Quoniam autem ita exiguus eſt æſtus maris, perquam exiguus erit etiam æſtus aeris, & in hoc ſenſu accipiendum eſt id, quod hic Noſter expreſſit, & in adnotatione inuoluimus; nimirum æſtus tenuiſſimi fluidi erit perquam exiguus, ut eſt exiguus æſtus fluidi magnæ denſitatis, quam habet aqua; nam ex illis ipſis hypotheſibus, quas hic expoſuiſumus in adnotatione, amandata nimirum in centrum materia nuclei redundante ſupra denſitatem æqualem fluidi, eruitur formula ſuperior, quæ variata ratione denſitatis z ad p non remanet ejuſdem valoris, ſed mutatur; mutatur tamen ita, ut relinquat contra id, quod Bernoullius propoſuerat, minorem potius, quam maiorem atmofphæræ æſtum: ſed in æſtibus exiguis paucorum nimirum pedum dici quodammodo hic poterit, *aque ſe exagitant*, nimirum parum admodum & aqua, & aer.

ſ. 4. Ad notam in verſ. 1403.

DE COMETARUM CAUDIS.

630 **A**ntequam ad Cometarum caudas delabatur Noſter, agit de converſione Planetarum circa propriam axem, & de atmofphæra Lunari attingens præcipua capita de more. In iis, quæ ipſe proponit, nihil eſt, quod ulteriorem declarationem, & geometriam, ac calculum penitus requirat, quamquam utrumque argumentum longiorem hic tractationem admitteret, ſi liberioſorem haberemus excursionibus campum; quamobrem ad Cometarum caudas faciemus gradum.

631 De iis egimus ab adnot. in verſum 1403, & in iis, quæ perſecuti ſumus, per figuram geometricam clariora ſient duo potiſſimum; primo quidem illud, quod in hac adnotatione occurrit, de inclinatione, & curvatura caudæ. Sit in fig. 60 δ Sol, CGA portio exigua orbitæ cometæ, & dum Co- F. 60

meta progreditur ex C in A , ſumus egreſſus in C aſcendat recta a Sole per CD , ſumus autem egreſſus ex G per GE . Tractus ſumi non dirigetur ad partes oppoſitas Soli S per rectam AK continuationem rectæ SA , ſed deſcendet ab ipſa per AED ad partes C , quas nucleuſ relinquit. Ea eſt deviationis cauſa.

632 Si ſumus aſcenderet motu ad ſenſum uniformi ex C per CB , ex G per GI , tractus AIB eſſet rectilineuſ ad ſenſum. Nam exiguus arcuſ CGA eſt iidem ad ſenſum rectilineuſ, & percurritur motu uniformi, eſt autem GI ad ſenſum parallela CB . Quare eſſet GI ad CB , ut tempuſ per AG , ad tempuſ per AC , ſive ut ipſa AG ad AC : nimirum alternando AG ad GI in ratione conſtanti AC ad CB ; unde ob ſenſibilem paralleliſmum rectarum CB , GI ſequitur punctum I eſſe in recta AB . Sed ſi celeritas aſcendendo minuat, tum vero accepta AG infinitiſſima, vel perquam exigua, aſcenſuſ GE erit equi-

æquipollenter, vel proximè, ut AG , & initium ductus continget illam rectam AB , quæ in casu ascensus uniformis exprimeret directionem caudæ: verum assumpto majore intervallo AG ascensus GE magis deficiet a recta GI , & proinde habebitur curva quædam AED , cujus tangens erit AB , & cavitās respiciet plagam C , ex qua Cometa venit, adeoque convexitas illam plagam, in quam tendit; uti in ea adnotatione est dictum.

633 Quod si ascensus esset potius acceleratus, tum vero tractus GF , CH essent majores, quam GI , CB , qui sunt debiti motui uniformi, adeoque curvatura respiceret partem oppositam, atque id proposuimus in adnot. ad vers. 1442, ad excludendam sententiam, quæ impulsui radiorum Solis tribuit ascensum vaporum Cometicorum efformantium Cometarum caudas. Nam cavitās caudæ respicit semper partes, quas Cometa deserit, quæ tamen ingens esse solet in Cometis satis accedentibus ad Solem, ubi discrimina densitatum atmosphæræ solaris, per quas vapores transeunt, majora sunt, ac velocitas Cometæ major, & directio motus magis divergens a recta transiente per Solem, & Cometam, majorem deviationem caudæ parit a directione Soli opposita, sine qua curvatura non haberetur; si enim Cometa staret, vel recta in Solem descenderet, aut a Sole ascenderet, nec deviatio exposita caudæ haberetur, nec curvatura.

634 In ascensu vaporum nos hic non habuimus rationem motus, quem vapores habebant prius cum nucleo, cujus habet rationem Newtonus de his agens, nam hic statim perit totus, cum ascensus vaporum protrahatur ab atmosphærâ Solis ibi gravitante magis in Solem, quam ipsi gravitent, ostendat, ipsos esse in medio densiore, in quo idcirco amittunt citissimè ob ejus resistentiam omnem motum sibi impressum, & ascendunt solum ob continuam actionem præponderantis atmosphæræ solaris; sed ob ipsam ejusmodi resistentiam, & actionis diminutionem ascendunt motu retardato, non accelerato.

§. 5. Ad notam in vers. 1891 &c.

DE VORTICIBUS.

635 **P**osteaquam de Cometis egit Noster, proposuit difficultates nonnullas, quæ contra gravitatis generalis theoriâ proferri solent, quas nos exposuimus in adnotationibus ab adnotatione in vers. 1696. Multa essent, quæ eo pertinentia proferri possent, ad evolvendas æquivocationes eorum, qui ignari theoriæ, & destituti calculo, geometria, mechanica, necessariis ad eruenda, vel etiam percipienda consecutaria theoriæ ipsius incertas objectiones congerunt; verum in iis immorari non licet. Nec vero quidquam in iis adnotationibus occurrit, cujus explicationem uberiorem reservaverimus supplementis, & quod sine uberiore ipsa expositione satis intelligi nequaquam possit. Quamobrem faciemus gradum ad ea, quæ ad vortices pertinentia illustratione indigent.

636 De vorticibus agere cœpimus in adn. ad vers. 1891, de quibus, quæ reservavimus hic illustranda, jam persequemur. Primo autem loco occurrunt ea, quæ dicta sunt in adn. ad vers. 1968, de directione vis centrifugæ in vortice. F. 63 Sit in fig. 63 Pp axis vorticis sphaerici, cujus centrum C , æquator AB . Quod-

Quodvis punctum D positum extra planum æquatoris ipsius describet circulum non maximum, cujus diameter DF parallela AB , & centrum alicubi in E in ipso axe Pp extra centrum C . Quare vis centrifuga, quæ oritur ex eo motu, dirigitur ad partes contrarias puncto axis E , non centro C , & corpora, quæ ab ista vi centrifuga debeant trudi ad partes oppositas, tendent ad punctum axis E , non ad centrum C . Atque idcirco corpuscula, quæ in vitrei rotundi vasis aqua pleni vertigine versus medium protruduntur in experimentis, non sphericam, sed cylindricam assumunt figuram.

637 Ex his, quæ ad hanc difficultatem dissolvendam sunt dicta, de quibus hæc aliquid promissimus, seligemus duo, quorum alterum Hugenius protulit in Diatriba de causa gravitatis, alterum Bulefingerus in Dissertatione de causa physica gravitatis generali, quæ a Parisiensi Academia præmium retulit anno 1728.

638 Hugenius censuit, ex collisione continua particularum vorticis debere illud sequi, ut particule ipsius singulæ directionem motus mutant post exiguos tractus, qui haberi possint pro arcubus circulorum maximorum, adeoque vim centrifugam habeant directam ad centrum, diversæ autem particule habeant diversas motus directiones, ut idcirco non transferant secum in aliquam determinatam plagam, sed tantum eogant descendere corpora fluido gyranti immersa. At præterquam quod fluidum ejusmodi, quod pressione orta ex vi centrifuga posset gignere tantum descensum gravium, deberet multo magis corporibus ipsi immersis resistere; illi exigui motus in omnem plagam, non est, cur fiant in arcubus circulorum maximorum potius, quam circulorum minorum, quorum arcus exigui itidem ad rectas accedunt, ut arcus circulorum maximorum, vis autem centrifuga dirigitur extra centrum spheræ. Quin etiam illi motus ita temere excitati sæpe peragentur in lineis ad sensum rectis, in quibus nulla est vis centrifuga, & multo sæpius in arcubus aliarum curvarum jacentium in positionibus admodum diversis a positione arcuum circulorum maximorum.

639 Bulefingerus autem censuit rem expediri posse per duplicem rotationem, cujus exhibendæ & machinam excogitavit. Inclusit globum circulo $BApB$ inserens ejus axem punctis Pp ita, ut motum circularem posset acquirere celerem circa eum axem, dum interea ipse circulus infixus polis A , B circa eosdem haberet conversionem æquæ celerem. Censuit autem, ea duplici rotatione motum compositum puncti cujusvis assumpti in eo globo debere fieri in circulo maximo, adeoque vim centrifugam debere dirigi ad partes ipsi centro oppositas, & gravitatem e contrario ad centrum idem, ac machinam exhibituram in materia levi ad centrum abacta formam sphericam, sed machinam nondum acceperat ab Artifice, cum dissertationem transmissit.

640 Præter difficultatem a resistantia repetitam, & omnibus communem vorticibus, illud hanc explicationem funditus evertit, quod demonstravi jam olim, & ed' di, nimirum viam a singulis punctis globi motu illo composito descriptam non fore circulum maximum, immo nec circulum, sed curvam altiorem, cujus projectio sit gradus sexti. Et quidem idcirco machina pluribus in locis confecta ad exemplum ab ipso propositum sphericam in centro figuram nequaquam exhibuit.

641 In sequenti adnotatione affirmavimus celeritatem, quæ vim centrifugam habeat gravitati terrestri æqualem, fore 17 vicibus majorem celeritate moras diurni; quod quidem ibidem satis accuratè est demonstratum.

642 Quod attigimus in adn. ad vers. 1031 de Cassiniana conciliatione vorticii cum motu elliptico, & arcibus aequalibus, huc redit. Refertur in fig. 64 *ABCD* orbitam Mercurii: ut arcus *AB*, *BC*, *CSD*, sint æquales aequalibus temporibus, censuit Cassinus id obtineri posse, si materia vorticis ex uno sectore eadem in alium transeat, adeoque idem occupet spatium. Præter alia multa, quæ contra ejusmodi hypotheseos obijci possunt, illud in hac adnotatione proposuimus, primo in ejusmodi hypotheseos omnes particulas fluidi, quæ semel fuerint in eadem recta, debere itidem semper esse in eadem recta. Id parer, si assumantur sectores infinitesimi; nam materia, quæ simul fuit in sectore quovis *ASB*, semper erit in alio quovis *CSD*; sectores autem imminutis in infinitum angustis in rectas abeunt. Id autem est contra vorticum naturam, in quibus particule remotiores lentius moventur, non celerius, uti illa communis angularis conversio requireret.

643 Secundo loco diximus, utrumque id habere locum possit pro orbita intima, non posse applicari orbitis reliquis. Sit *ABCD* orbita Mercurii, & *EFH* orbita Veneris, & sint arcus *ASB*, *CSD* æquales: productis rectis *SA*, *SB*, *SC*, *SD* in *E*, *F*, *G*, *H*, non erunt æquales sectores *ESF*, *GSH*; nam ob diversam ellipsium speciem, & apheliorum positionem anguli ad focus *S* requisiti ad habendas areas æquales in orbitis diversis diversi sunt. Si *A* sit aphelium Mercurii, *G* aphelium Veneris, quæ aphelia se invicem distant per 54 gradus, ac arcus *ASB*, *CSD* æquales sint, angulus *CSD* debet esse major angulo *ASB*, ob *SC*, *SD* minores *SA*, *SB*; erunt autem & *SG*, *SH* majores, quam *SE*, *SF*, adeoque *CG* major, quam *AE*. Quamobrem area *GC DH* erit major, quam *EABF*, & tota *GSH* major, quam *EAF*, nec ideo simul poterit transferri & fluidum *ASB* in *CSD*, & *ESF* in *GSH*.

644 Accedit, quod in orbe spherico æqualitas fluidi non pendet a parvis arcibus in uno plano positis: accedit inclinatio planorum ad diversas orbitas pertinentium: accedit resistentia, quam Cometae sentirent: accedunt alia plurima, quæ hanc peculiarem vorticum correctionem evertunt, ut reliquas.

645 In adnot. in vers. 1073 sit mentio theoriæ Joannis Bernoullii ab ipso propositæ in dissertatione, quæ præmium retulit a Parisensi Academia anno 1730, in qua illud itidem pertractavit, quod pertinet ad adnotationem sequentem. Porro ita ibi a Bernoullio explicantur, elliptica orbium forma, motus apheliorum, & tertia Kepleri lex, quod nimirum quadrata temporum periodicorum sint, ut cubi distantiarum mediarum. Breve quoddam ejus theoriæ specimen hic exhibebimus, comparando ejus determinationes inter se, & cum determinationibus Newtoni, quas ipse impugnat.

Fig. 646 Sit in fig. 65 *SM* in *S*, circa quem converteretur fluidum motu circulari per *BAC*, *DLG*, *HMK*; sit autem collocatus Planeta in aliqua parte vorticis *A*, quæ densitatem habeat diversam ab ipso ita, ut dum circa *S* convertitur cum ipso vortice, a quo transferretur, cogatur descendere versus *S*: posteaquam advenierit ad regionem suæ densitatis, motu jam concepto transiret ultra, donec iterum cogatur retro regredi, & oscillare per ascensus, ac descensus alternos.

647 Cir-

647 Circulis *DZG*, *HMX* habentibus centrum in *S* ellipsis *AEP* habens focus in ipso *S* occurrat in punctis *E*, *I*, recta autem *AS* in *L*, *M*, & rectae *SI*, *SE* in *F*, & *N*. Planeta describet ellipsim illam, si cuius descensui *AL*, *AM* respondeat motus angularis *ASE*, *ASI*, nimirum si cuius descensui per *EN* aequalem *LM* respondeat motus materiae vorticosa *EF*, vel *NI*. Sumpta *SO* equali, & opposita minimae distantiae *SP*, oscillatio ascensus, & descensus fiet per amplitudinem aequalem *AO*, quae oscillatio si juxta factam hypothesein absolvatur accuratè illo eodem tempore, quo completur integer circulus motus angularis, redibit Planeta ad idem punctum *A*, ex quo discessit, & ellipsis erit immobilis; sed si oscillatio absolvatur tempore tantillo breviori, aut longiori, redibit Planeta ad aphellum paullo citius, aut serius, adeoque ipsum aphellum regreditur nonnihil versus *B*, vel progreditur versus *C*. Denum si velocitas vorticis motum circularem imprimantis fuerit in ratione reciproca subduplicata distantiae, habebuntur tempora periodica, qualia requirit tertia Kepleri regula, existentibus quadratis temporum, ut sunt cubi distantiarum. Nam generaliter quadrata temporum sunt directè, ut quadrata spatiorum, & reciprocè ut quadrata celeritatum, adeoque sunt directè; ut quadrata distantiarum, quibus distantiae sunt proportionales peripheriis circulorum descriptorum sive spatia, & iterum directè ut distantiae, quarum ratio directà supponitur esse eadem, ac ratio reciproca quadrati celeritatum. Quoniam autem Newtonus methodo indicata in hac postrema annotatione deduxerat longe aliam celeritatum rationem in vortice sphaerico; ipsius solutionem carpit, & ea reformata substituit aliam, in qua, assumpta etiam differentia densitatis ipsius materiae vorticis, ipsi obvenit ejusmodi velocitatum ratio, quam tertia requirit Kepleri regula.

648 Ut hac singula evolvantur, in primis mihi videtur admodum manifestum illud, quod in ipsis hisce annotationibus exposui, cum Planeta ponatur in medio jam aequè denso, jam etiam densiore, semper autem satis denso respectu ipsius, debere ejus oscillationem paulatim minui, ut oscillatio penduli etiam plumbei in aqua cito deficit ex ipsius aquae resistentia.

649 Mitto consensum celeritatis in ascensu, & descensu oscillatorio cum celeritate circulari vorticis tali, qualis requiritur determinate ad ellipsim, & quidem aliam in aliis Planetis, quam conspiratio fortasse repugnat, sed omnino haberi non potest sine hypotheseibus prorsus arbitrariis, & secum invicem parum admodum consentientibus; ac illud potissimum considerandum propono, non esse satis, ut describatur ellipsis utcumque, sed cum prima Kepleri lege arcarum equalium. Porro ea lex requirit celeritatis legem omnino diversam ab illa, quam exigit tertia Kepleri lex quadrati temporum proportionalis cubo distantiae. Nam hac tertia lex exigit, uti vidimus, celeritates in ratione reciproca subduplicata distantiae; ut areas aequales requirunt eandem celeritates in ratione reciproca simplici. Nam si sector *ESF* sit infinitesimus, erit area *ESI* dimidium productum ex basi *ES*, & altitudine *NI*; adeoque ut area sectoris binis diversis tempusculis eadem sit, debet esse altitudo in uno casu ad altitudinem in alio, ut basis in hoc ad basin in illo; nimirum celeritas expressa per *NI* debet esse in ratione reciproca simplici distantiae expressa per *SE*. Quare pugnant haec duae leges inter se,

se, & si assumantur conditiones, per quas habeatur vortex respondens legi tertiæ Kepleri, evocetur lex prima arcarum æqualium.

650 Verum, quod ad hæc ipsas conditiones pertinet, Newtonus prop. 52. libri 2 Principiorum inquitens in vorticum sphaericorum naturam hac methodo P.66 in ejusmodi investigatione progreditur. In vortice sphaerico AGH in fig. 66 considerentur tria strata æque crassa BD, DE, EF, quarum singula concipiuntur translata motu circulari in omnibus suis partibus eodem. Ut vortex in statu permanenti conservari possit, oportebit, stratum intermedium tantumdem acceleretur ab inferiore, quantum retardatur a superiore, adeoque oportebit, actiones extremorum in medium æquales sint. Assumit autem eas actiones proportionales superficiibus contiguas, quæ separantur, & translationi a se invicem, a qua nimirum pendet celeritas separationis. Superficies autem sphaericæ sunt, ut quadrata radiorum CE, CD, sive distantiarum. Quare debebunt esse illæ translationes reciprocæ ut hæc quadrata, & inde constructione hyperbolæ gradus quarti inferre fore tempora periodica, ut quadrata distantiarum, quæ ratio differt a ratione sesquuplicata distantiarum tertiæ Keplerianæ legis, & ab ipsa inferitur, celeritates fore reciprocæ, ut distantias, quæ lex, uti diximus, differt a lege celeritatis reciprocæ subduplicatæ; unde ipse intulit Newtonus non posse tertiæ Kepleri legem conciliari cum hac hypothesi vorticum.

651 Bernoullius hanc Newtoni solutionem carpit primo quidem, quod is omittat vim vectis, quæ ipse censet stratum alterum agere in alterum; secundo, quod is faciat vim proportionalem superficiibus, quæ se separant, & omittat vim ortam e vi centrifuga, quæ altera contra alteram apprimitur, nam in frictionibus solidorum corporum constat illud, frictionis vim esse proportionalem vi, quæ alteram superficiem contra alteram apprimat, & nihil pendere omnino a magnitudine superficialium, quæ contra se invicem applicantur: tertio quod consideraverit materiam vorticis ut homogentiam, cum possit in diversis distantis diversa densitas concipi. Ex hisce elementis ita mutatis calculum restituit, ac soluto generaliter problemate pro lege quavis densitatum pendendum a distantis, invenit ad habenda quadrata temporum, uti sunt cubi distantiarum, satis esse, si densitates sint in ratione reciproca subduplicata distantiarum, nimirum in illa eadem, in qua sunt celeritates.

652 In primis ego quidem arbitror hic Newtonum male a Bernoullio carpi. Nam illa strata, quæ in se invicem agunt, non sunt solida strata, neque per aliquem vectem cum centro connectuntur. Hinc primo considerationem vectis nullum arbitror habere locum. Deinde nec leges frictionum habent locum: nam in solidorum frictione, quæ ab asperitate oritur, difficultas motus provenit ab eo, quod, ut detur procursus partium prominentium alterius superficiei insertarum cavitatibus alterius, debet discedere una superficies ab alia contra directionem vis prementis, & quantitas hujus discessus est eadem, sive superficiei appressæ pars sit exigua, sive sit ingens; unde fit, ut resistentia orta a frictione sit proportionalis vi comprimenti, non magnitudini superficiei. At in casu vorticis resistentia oritur a vi, quæ sibi mutuo adherent particule fluidi, quæ separari debent a se invicem altera superficie ultra alteram procurrente. Hinc resistentia inde orta est proportionalis summæ momentorum, quibus omnes particularum separandarum vires agunt.

agunt. Momenta autem singularum sunt, ut celeritates, quibus particulae debent a se invicem discedere, & numerus virium est, ut summa particularum, nimirum, ut superficies, quae separatur. Quare illa resistentia est solum, ut superficies, & translatio ab invicem conjunctim, quemadmodum Newtonus posuit. Quod autem ad densitates pertinet, Newtonus, ubi Cartesianos vortices ad trutinam revocavit, debuit utique homogeneam considerare materiam cum ipso Cartesio, & ejus affectis.

653 Verum admissa ratione ineundi calculi, quam Bernoullius adhibuit, adhuc res male illi cedit; cum densitas ipsi obveniat major in minore distantia. Nam in vorticum systemate materia densior recedit a centro vorticis ob prevalentem centrifugam vim. Viderat Newtonus etiam variata densitate posse rem accommodari tertiae legi Kepleri, quod innuit in scholio ejus propositionis, sed eam hypothesein rejicit idcirco etiam ipse, quod ad id requireretur densitas major in distantis minoribus. Vidit eandem difficultatem Bernoullius, quam amovere studuit distinguendo duplex densitatis genus; ut nimirum alterum consistat in majori mole particularum, alterum in eo, quod particulae minores quidem sint mole, sed inter se propiores; ac dicit admodum probabile esse, hanc spissitudinem esse majorem prope centrum vorticis, quam in majore distantia. Verum cum nifus totius vis centrifuga debeat esse major in distantis majoribus, aequalis nimirum summa pressurorum, quas exercent omnes inferiorum orbium vires centrifugae, patet & eam spissitudinem ibi majorem esse debere, contra id, quod Bernoullii theoria requireret.

654 Demum & illud addi potest, aliud esse, quod densitas versus centrum sit major, aliud quod sit major in aliqua ratione reciproca distantiae imminutae. In hoc secundo casu densitas versus centrum deberet in infinitum augeri, quod fieri non potest in sententia Cartesianorum, nec vero illorum omnium, qui, ut & Bernoullius, continuam admittunt extensionem materiae, in qua sententia ratio materiae ad rationem spatii finita est, & proinde densitas augeri non potest, nisi in ratione finita, & evadit quidem maxima, ubi totum spatium ea materia sit plenum, sed finita omnino remanet.

655 Ex his omnibus, quae dicta sunt, constat, vorticum theoriā nullo modo cohaerere posse cum Keplerianis legibus, cum quarum una si concilietur, pugnat cum altera, nec vero cum his etiam singulis ita conciliari potest, ut alia absurda secum non trahat; usque adeo haec moles toties labefacta, & nequidquam reparata, perpetuo rimas iterum agit, & ruit, quam omnium maxime evertit tot Cometarum liberrime permeantium motus, qui cum his conciliari nullo modo potest; quam ob causam haec Naturae explicandae ratio ab omnibus jam Academicis rejecta soli generali gravitati locum ita cedit, ut haec una demum censatur quaedam veluti clavis totius omnium caelestium corporum theoriae.

§. 6. In adnot. ad vers. 2306.

DE APIUM CELLULIS.

556 **D**UO hic ad Geometriam pertinentia proponit Noster, alterum jam olim cognitum, figuram hexagonam, qua utuntur apes in cellulis construendis, inter omnes figuras regulares spatium implentes eadem magnitudine perimetri omnium maximam aream concludere; alterum recens detectum, cellulam quamvis terminari tribus rhombis, quæ ejusmodi formæ fiat, ut datam capacitatem minima omnium superficiei quantitate concludant, adeoque utrobique apes parere cera, quam licet, maxime, in qua concludenda laborant plurimum. Utrumque hic exponendum.

657 In elementis Geometriæ demonstrari solet illud, tres soles figuras planas regulares posse spatium implere, nimirum triangula æquilatera, quadrata, & hexagona: primum anguli sex, secundo omnes quatuor, tertiorum tres efficiunt 4 rectos, quod requiritur ad spatium planum implendum. Porro facile demonstratur, inter hæc tria figurarum genera omnium maximam aream includere hexagonum.

F. 67 658 Sic in fig. 67 ABC triangulum æquilaterum, in fig. 68 $EHGF$ quadratum, in fig. 69 $IKLMNO$ hexagonum, in quibus perimenter æqualis sit. Patet 69 in primis latus quodvis hexagoni fore dimidium lateris trianguli, cum illa sex latera æquantur hisce tribus. Ductis autem ad centrum P rectis IP , KP &c. dividitur hexagonum in 6 triangula æquilatera, quorum singulorum area erunt ad aream trianguli itidem æquilateri ABC , ut quadrata laterum, sive ut 1 ad 4. Hinc area totius hexagoni continentis sex ejusmodi triangula erit ad aream trianguli ABC , ut 6 ad 4, non solum major, sed & multo major.

659 Ad comparandum hexagonum cum quadrato concipiatur perimenter data divisa in partes 12, & latus quadrati erit partium 3, ac area 9; demisso autem perpendiculari PQ , quod basim IK trianguli IPK bisariam secabit, continebit IK , sive IP partes 2, PQ partem 1, adeoque erit $PQ = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$; & area $IPK = \frac{1}{2} \times PQ$ erit itidem $= \frac{1}{2} \sqrt{3}$, adeoque totius hexagoni area $= 6 \sqrt{3} = \sqrt{108}$, quæ quidem evadit major, quam 10, adeoque adhuc major, quam area quadrati 9.

660 Et hoc quidem ad præsentem rem sufficit: verum generaliter, & quidem facile demonstratur illud, inter omnia polygonæ ejusdem numeri laterum cujuscumque, polygonum regulare eadem perimetro maximam aream comprehendere, atque inter polygonæ regularia illud semper majorem, quod latera habet plura, ac proinde inter omnes rectilineas figuras omnium maximam complecti aream circuli, in quem polygonæ regularia desinunt numero laterum crescente in infinitum. Sed ea hic non pertinent.

661 Ut alterum, quod propositum fuerat, demonstretur, oportet prius concipere formam alveoli, quam fusc explicat Reaumurius tomo 5 de Insectis Dissertatione 3. Ejus basis altera est in fig. 70 hexagonum apertum $A:CDEF$, supra quod eriguntur ad perpendicularum sena latera in morem prismatis, sed non terminatur, ut prisma, basi altera $GHIKLM$ parallela prio-

priori, & aequali, quo casu latera singula essent rectangula; ut $AGHB$, $BHIC$ &c. Ea latera sunt trapezia $ANHB$, $BHOC$, $COKD$, $DKPE$, $EPMF$, $FMNA$, quae sine alia basi efformante operculum relinquerent figuram sex laterum $NHOKPMN$, non jacentem in eodem plano, sed continentem tres angulos in H , K , M procurrentes in cuspidem, & tres in N , O , P recurrentes in hiatum quendam. Hisce tribus hiatibus singulis singuli inferuntur anguli trium quadrilincorum $MNHR$, $HOKR$, $KPMR$, quae quadrilinea concurrunt in puncto R elevato ad perpendicularum supra centram Q hexagoni $GHIKLM$, ad distantiam QR aequalem rectis GN , IO , LP , per quas hiatu N , O , P deprimuntur infra basim eandem, ob quam aequalitatem, & formam hexagoni regularis, facile constat illa quatuor quadrilinea fore rhombos inter se aequales.

662 Igitur tres ejusmodi rhombi basim alteram efformant, quae alveolus claudunt, cuspidatam in R ad formam pyramidis, & habentem eandem basim seniorum laterum $NHOKPMN$, sed e contrario cum tribus angulis procurrentibus in N , O , P , qui inferuntur tribus hiatibus figurae prismatica, & cum tribus hiatibus in H , K , M , quibus inferuntur cuspidem ejusdem. Hoc pacto in hac basi alveoli habentur anguli solidi septem, quarum quatuor constant ternis angulis planis singuli in R , N , O , P , tres vero singuli quaternis in H , K , M , & in priore quidem ex illis quatuor in R omnes anguli plani pertinent ad rhombos singuli ad singulos, in singulis autem reliquorum trium in N , O , P unus angulus pertinet ad unum e tribus rhombis, reliqui duo ad duo latera figurae prismaticae. In posterioribus vero angulis solidis in H , K , M bini anguli plani singulorum pertinent ad binos rhombos, reliqui autem bini ad binas prismatica latera.

663 Ejusmodi alveoli constructionem Maraldus cum Cassino diligenter contemplant, ut ipse Maraldus affirmat in Commentariis Parisicis ad annum 1712, invenerunt angulum rhombi cujusvis ad R , una cum opposito ad N , O , P esse circiter graduum 110, reliquos autem angulos idcirco esse graduum circiter 70. In trapeziis autem angulos idem ad N , O , P observant graduum circiter 110, ad H , K , M circiter 70, & notarunt idcirco angulos solidos ad N , O , P esse aequales angulo solido ad R , constantes nimirum tribus angulis planis equalibus, his, quibus, ita constat; angulos vero solidos ad H , K , M constare singulos quatuor angulis idem equalibus inter se. Verum idem Maraldus ibidem addit ad habendam aequalitatem angulorum rhombi, & trapezii in N , O , P requirit angulum graduum 109 min. 28, remanente altero ad H , K , M gr. 70 min. 32.

664 Ipsi quidem nihil cogitaverant de ullo minimo, quod in ejusmodi inclinatione contineri posset; at Reaumurius loco supra citato affirmat, se suspicatum latere ibi aliquod ceræ compendium, pluribus Geometris proposuisse problema, quo quæzatur forma rhombi, quæ cellulam efficiat habentem superficiem minimam omnium eandem capacitatem includentium; solutionem autem impetrasse a solo Koenigio, qui invenerit angulos rhombi ad id minimum pertinentes debere esse gr. 109, 26' & 70, 34', quam determinationem affirmat consentire intra duo minuta cum ea, quam Maraldus definivit, ubi cum majore præcisione dimensiones rhombi dedit, atque ita invenit Maraldum invenisse per observationem angulos 109, 28' & 70, 32'.

quod quidem ipsum expressius affirmatur in Historia Academiae Parisiensis ad annum 1709, ubi dicitur, Maraldum per observationem invenisse illa minuta 28, & 32, & minimi determinationem a Koenigio inventam 26, & 34 solis duobus minutis ab ea determinatione discrepare.

665 Mirum sane esset, si Maraldus ex observatione, angulum aestimasset intra minuta, quod in tam exigua mole fieri utique non poterat. At is, ut satis patet ex ipsa ejus dissertatione, affirmat se invenisse angulos circiter graduum 110, & 70, nec minuta eruit ex observatione, sed ex aequalitate angularum pertinentium ad rhombos, & ad trapezia; ad quam habendam Geometria ipsum docuit requiri illa minuta. Quia immo satis veretur, ne haec ipsa, aut aliqua ejusmodi consideratio dederit ipsum graduum numerum illum tam proximum; nam observatio intra plures grades incerta esse debuit in mole adeo exiua, nec ita accuratè efformata; cum plures irregularitates, & in hisce rhombis, & in omni reliqua constructione alveolorum observari passim affirmet ipse Reaumurius.

666 Verum quidquid sit de graduum numero, certe numerum minutorum Maraldus non proponit tanquam observatione immediata definitum, sed ex illa aequalitatis consideratione, quam diximus, adeoque si Koenigii solutio rite procederet, determinatio minimi non ab angulo observato per illa duo minuta discederet, sed ab angulo requisito ad ejusmodi aequalitatem, cum observato tamen congrueret adhuc intra limites admodum arctos, & qui in ejusmodi argumento omnem superant Observatoris industriam. At ejus solutio intra illos ipsos limites aberrat ita, ut conditio minimi non emgat illa Koenigiana 26' & 34', sed illa ipsa 28' & 32', quae Maraldus invenerat requiri pro aequalitate. Oporteret sanè, Koenigius in solutione problematis viam aliquam inierit admodum implexam, quae ipsum deduxerit ad formulam, ex qua per approximationem eruerit angulum duobus minutis aberrantem a vero, ac mihi sane displicet, quod ipsam ejus solutionem nusquam invenerim, ut methodum, quam is adhibuit, videre possem. Caterum ac illa quidem minuta accuratè rem exhibent ita, ut secunda non remaneant; verum & problematis solutio est admodum expedita, sive adhibeatur calculus, sive etiam sola Geometria, & determinatio rhombi, atque angularum provenit admodum simplex, & elegans, quae simul & aequalitatem illam angularum accuratè exhibet, cum accurata minimi quaesiti conditione connexam. Rhombus nimirum provenit is, in quo quadratum majoris diametri est duplum quadrati diametri minoris, & anguli illi, quorum cosinus est triens radii. Ea geometricam solutionem problematis, quae co deducit.

667 Ductis MH , MQ , HQ , satis patet $MGHQ$ fore rhombum, in quo triangula MHQ , MHG aequalia erunt, ac proinde pyramides, quae habent ea triangula pro basibus, & vertices in R , ac N erunt itidem aequales ob altitudines QR , GN aequales. Quoniam autem substituendo rhombum $MNHR$ rhombu $MGHQ$, substituitur pyramidi $MGHN$ pyramis $MQHR$, atque idem fit in reliquis tribus rhombis $HQKI$, $KQML$, mutatis in rhombos $HRKO$, $KRMP$, satis patet fore capacitatem cellulae terminatae in R a tribus rhombis semper aequalem capacitati cellulae terminatae hexagono $GHIKLM$, quaecumque fuerit eorum rhomborum forma, & inclinatio.

668 Querenda igitur superest forma rhomborum ejusmodi, quae superficem

ciem exhibent omnium minimam. Minimum illud habebitur, ubi, mutata positione rhomborum transeuntium semper per eadem tria puncta M , H , N , binæ superfices infimè proximè fuerint inter se æquales, redeunte retro quantitate post minimum, ad magnitudinem, quam habuerat ante. Absente igitur rhombo $MNHR$ in $M\alpha H\gamma$ (latera $M\gamma$, $H\gamma$ non ducuntur hic, vitanda confusionis gratia) oportebit, ut excessus rhombi longioris supra brevioris æquetur binis triangulis $NH\alpha$, $N\alpha\gamma$, quibus decrescunt trapezia $ANHB$, $ANMF$.

669 Porro cum in rhombis $MGHQ$, $MNHR$ diametri se mutuo bisariam fecerint ad angulos rectos, tam GQ , quam RN transibit per idem punctum S , existentibus SN , SH , SG dimidiis RN , MH , QG , ac area rhombi $MNHR$ dupla trianguli MNH æquali rectangulo sub MH , & SN . Cum vero latus hexagoni GH æquetur radio QG circuli circumscribendi, erit & GH dupla GS , adeoque quadrata rectarum GH , GS , SH ut 4, 1, 3.

670 Jam vero si abeunte N in α concipiatur usque ad $S\alpha$ arcus NT radio SN ; erit excessus rhombi terminati ad α , 7, supra rhombum terminatum ad N , $R = MH \times NT$, & similia erunt triangula rectangula $NT\alpha$, $SG\alpha$, sive SGN ; binæ autem triangula $NH\alpha$, $N\alpha\gamma$ cum habeant supra basim $N\alpha$ altitudines æquales HG , MG , erunt ambo simul $= N\alpha \times GH$. Erit igitur $MH \times NT = N\alpha \times GH$, adeoque $N\alpha$ ad NT , sive NS ad NG , ut MH ad GH , vel, sumptis dimidiis, ut SH ad SG , quarum quadrata cum sint ut 3 ad 1, erit & $N^2 \cdot N\alpha^2 :: 3 \cdot 1$, adeoque $SG^2 \cdot NG^2 :: 3 \cdot 1$. Sed alternando in proportionem $NS \cdot NG :: SH \cdot SG$, habetur $NS \cdot SH :: NG \cdot SG$. Igitur & quadratum NS erit dimidium quadrati SH , ac sumptis duplis quadratum diametri NR dimidium quadrati MH . Quod fuerat inveniendum.

671 Hinc admodum facile geometrica constructione invenitur rhombus $MRHN$ in fig. 71 data in fig. 70 ejus diametro longiore MH . Ipsa bisariam & 71 secða in S fiat angulus HSA semirectus, & demittatur HA perpendicularum in ipsam, eriganturque ipsi MH perpendiculares SN , SR æquales SA , & erit factum; ut patet; nam triangulum rectangulum HAS erit isosceles, & proinde quadratum SA , sive SN dimidium quadrati SH .

672 Facile autem inveniuntur etiam inde anguli per tabulam sinuum. Est enim NS ad SH , ut radius ad tangentem anguli RNE , adeoque ejus anguli tangens logarithmica habetur, si logarithmo radii addatur $\frac{1}{2} \log. 3$, $= 0.1505150$, quæ idcirco evadit 10. 1505150: ipsi respondet in tabulis angulus $54^\circ, 44', 8''$, cujus duplum $109^\circ, 28', 16''$ idem cum Maraldiano illo, si secunda demantur, a quo inventus a Koenigio diffidet per $2', 16''$.

673 Verum angulus ipse adhuc facillius invenitur simul totus, ducta RB perpendiculari ad MN . Erunt enim similia triangula rectangula RBN , MSN ob angulum ad N communem, adeoque erit $MN \cdot NS :: NR \cdot NB$, & preinde $MN \times NB = NS \times NR = 2NS^2 = MS^2$, ac idcirco $MN \times NB$ ad MN^2 , sive NB ad MN erit, ut MS^2 ad MN^2 , sive ut 3 ad 2. Quare MB erit triens MN , sive MR , nimirum aqualis trienti radii sinus anguli MRB , qui est complementum tam anguli acuti NMR , quam obtusi MNH ejus complementi ad duos rectos; unde oritur hoc theorema: *anguli rhombi exhibentis quasitum minimum sunt ii, qui habent pro cosinu trientem radii*. Ex eo theo-

theoremate sola inspectione tabularum invenitur angulus in minutis, cum triens radii 10000000, sit 3333333, qui est sinus 19°, 28', ubi si secunda adhibere libet, redeunt illa eadem 16'', qua prius, existentibus binis angulis quæsti rhombi 129°, 28', 16'', & 70°, 31', 44''.

674 Sic quidem idem angulus minimi est ille, qui exhibet accuratè, non proxime solum, æqualitatem angularum rhombi, & trapeziorum. Cum enim F. 70 sit inventum in fig. 70 GS^2 duplum GN^2 , & GH^2 quadruplum GS^2 , erit GH^2 octuplum GN^2 , adeoque NH^2 noncuplum ipsius, & idcirco HN erit tripla GN , nimirum sinus anguli GHN , qui est complementum eam anguli acuti BHN , quam obtusæ ANH , erit triens radii; & proinde ii duo anguli erunt accuratè æquales angulis rhombi, & idcirco casus minimi quæsti erit accuratè idem, ac casus angularum solidorum ad N , O , P æqualiam angulo solido ad R , quem casum accuratè in minutis primis exhibuit Maraldus, non quidem ex observatione, sed ex inquisitione geometrica in casum æqualitatis, observatione illum exhibente multo crassius, & a quo casu Koenigius discessit paulo plus, quam per duo minuta ex eo, quod approximatione aliqua est casus minus accurata intra limites tam arctos.

675 At multo magis illud a veritate aberrat, quod Reaumurius addit de ipsius Koenigii solutione, dicens illum demonstrasse, apes præferendo fundum pyramidibus terminatum fundo plano, lucrari tantum cere, quantum requiritur ad integrum ipsum fundum planum. Ipse apes ponunt rhombum $MNEP$ pro rhombo $MGHQ$, & binis triangulis NMS , NHG . Quare erit id, quod lucrantur, ad planum $GHKL$, ut excessus horum trium super id, quod substituitur ad rhombum $MGHQ$, qui substituitur. Dicant $SG = 1$, erit $GH = 2$, $GN = \sqrt{\frac{1}{2}}$, $SH = \sqrt{3}$, $MH = 2\sqrt{3}$, $SN = \sqrt{\frac{1}{2}}$. Hinc rhombus $MQHG = NH \times G = 2\sqrt{3}$, binæ triangula MGN , $HGN = GH \times GN = \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$, rhombus $MRHN = MH \times SN = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$. Quare erit ille excessus $= \sqrt{6} + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$, qui non est æqualis rhombo $2\sqrt{3}$, sed illo multo minor, nimirum est ad illum, ut $\sqrt{3} = \sqrt{2}$ ad $\sqrt{2}$, five ut $\sqrt{6} = 2$ ad 2, nimirum cum $\sqrt{6}$ sit adhuc aliquanto minor, quam $2\frac{1}{2}$, erit lucrum minus quadrante illius superficiei planæ, cui ipsum Koenigius æquale fecerat juxta Reaumurium. Si quis pro $\sqrt{6} = 2$, includat sub signo radicali ipsum 2, fit $\sqrt{4} = 2$, & ratio illa evadet ratio æqualitatis. Quid, si eam ejusmodi equivocationem commiserit vel Koenigius inter calculandum, vel Reaumurius in calculo legendo, & describendo?

676 Æqualitas illa angularum solidorum ad N , O , P cum angulo ad R aliam æqualitatem secum fere, cujus nec Maraldus meminisse, nec Reaumurius, nimirum inclinationem æqualem omnium planorum ad plana, quibus adnectuntur in toto hoc admirabili sane Naturæ opere, tam ubi plana vel trapeziorum vel rhomborum junguntur sibi invicem, quam ubi junguntur illorum plana planis horum, quæ quidem omnes sunt graduum 120°. Cum enim tres anguli plani in N æquantur inter se, inclinationes ipsorum ad se invicem erunt

erunt omnes æquales, nimirum æquales angulo FAB , qui ætetur inclinationes planorum ANM , ANH , & est graduum 120, quod rem conficit pro omnibus inclinationibus trapeziorum ad se invicem, & cum rhombis. Cum autem angulus solidus R constet angulis planis æqualibus iis, quibus constat N , erunt ibi inclinationes rhomborum ad se invicem æquales inclinationibus in N , nimirum ipsæ etiam graduum 120 singulæ.

677 Fieri sane posset, ut hæc ipsa omnium inclinationum æqualitas conferret plurimum ad determinandam constructionem alveoli, instrumentis, quibus apes utuntur ad perficiendum opus adeo mirum, ita ab Authore Naturæ dispositis, ut non nisi in hoc angulo possint planum plano adnectere, quæ quidem instrumenta cum fere nunquam habeant penitus perfectam constitutionem, uti videmus in nostris etiam humanis membris tam multos defectus, & inæqualitates, inde oriuntur irregularitates illæ tam multæ, quas Reaumurius non dissimulat, cum dicat, sæpe visa sibi esse quadrata pro rhombis, sæpe figuram aliam nonnihil oblongam, licet addat, plerumque haberi formam rhombi cum angulis Maraldianis, addit autem & facies sæpe se invenisse inæquales, aberrante altera quoque basi ab hexagonali forma, & trapezilis nec per totam longitudinem æque latis, nec ad H , K , M non accuratè conspirantibus ad unicum punctum, qui fortasse pendent ab angulis ad R , N , O , P prius constructis, sed nonnihil aberrantibus ab accurata mensura.

678 Quidquid de eo sit, Divinum Auctoris Naturæ consilium in eo admirari licet, quod ejusmodi instrumenta indiderit, & instinctum, sive principii harum bestiarum activi determinationem, quæ ad eam formam cellularum impellant, in qua maximum cæcæ compendium habeatur.

679 Problema superius à Mac Laurino etiam solutum esse novi, cujus solutionem nec vidi, nec ejus opera incassum conquesta habeo præ manibus, dum hæc scribo, ut videam: quamobrem ignoro, an eadem synthetica methodo illud solverit, qua hic ego, & an eadem, quæ hic ego adnotavi, notaverit, quod quidem admodum facile fieri potest, cum in tanto Geometra nihil desiderari unquam possit, quod aut ad simplicitatem solutionum, aut ad penetrationem, & combinationes consecratorum pertineat. Illud tantummodo hic addam, si analytica usitata methodo sit procedendum, adhuc admodum expeditam solutionem esse, & eandem determinationem obvenire.

680 Ponatur $AB = GH = a$, $AG = b$, $GN = x$. Erit trapezium $ANHB = ab - \frac{1}{2}ax$, adeoque summa facierum $6ab - 3ax$. Erit autem $GS = \frac{1}{2}a$, & $SH = \sqrt{\frac{1}{4}aa}$, $MH = \sqrt{3aa}$, $SN = \sqrt{xx} = \frac{1}{4}aa$, adeoque rhombus $MNHR = MH \times SN = \sqrt{3aax} = \frac{1}{4}a^2$, cujus triplum additum faciebus exhibet superficiem $6ab - 3ax + 3\sqrt{3aax} = \frac{1}{4}a^2$.

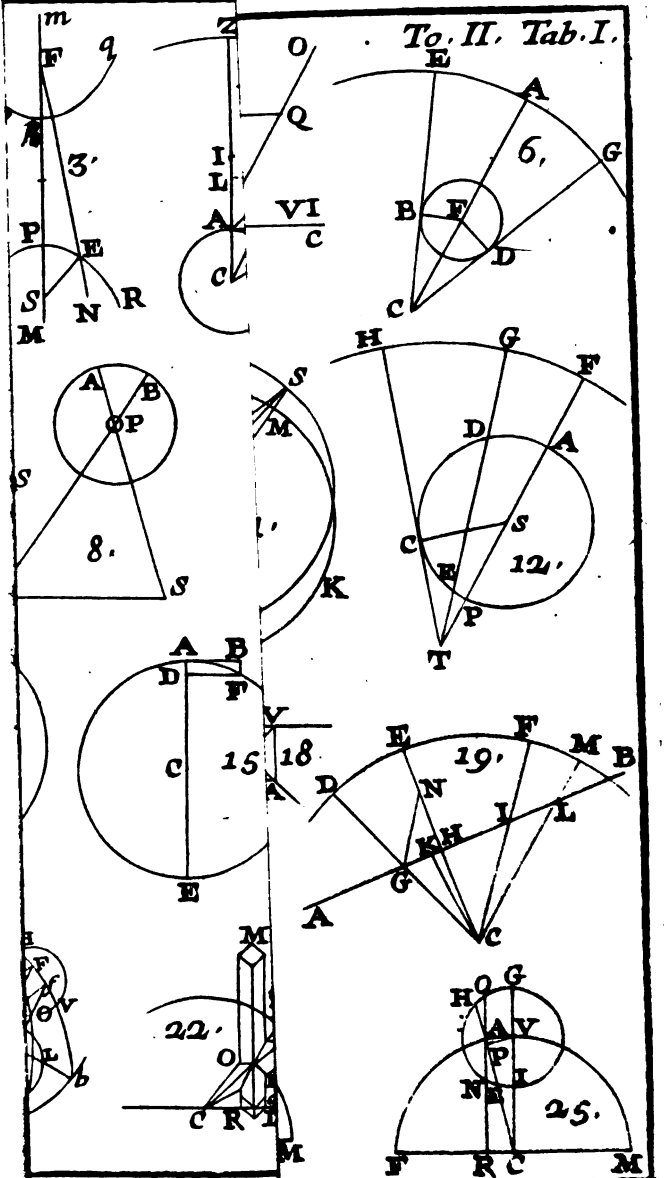
Differentiando hanc formulam, ponendo differentiam $= 0$, ac dividendo per dx obtinetur $-3a + \frac{9aax}{3aax + \frac{1}{4}a^2} = 0$, & dividendo per $3a$,

transponendo ac quadrando $\frac{9aax}{3aax + \frac{1}{4}a^2} = 1$, sive $3xx = xx + \frac{1}{4}aa$.

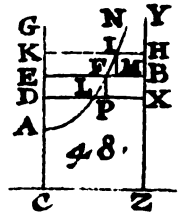
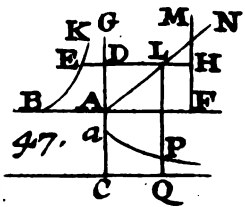
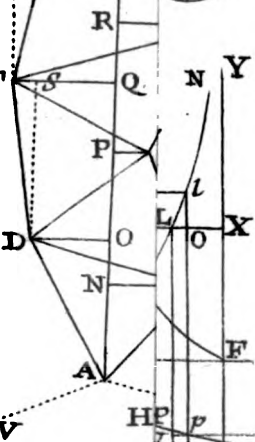
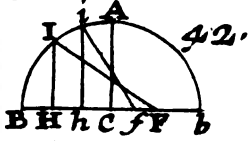
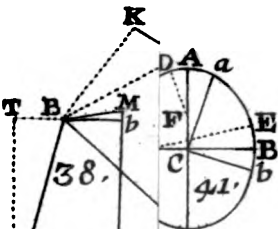
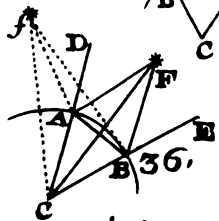
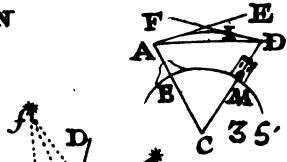
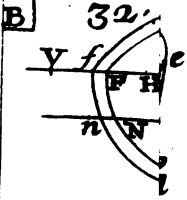
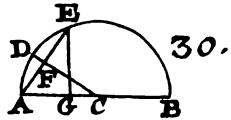
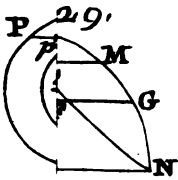
vel

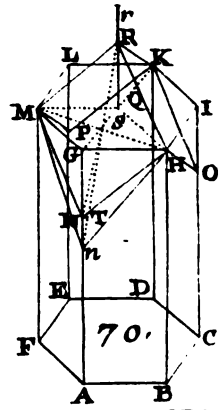
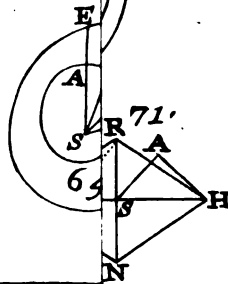
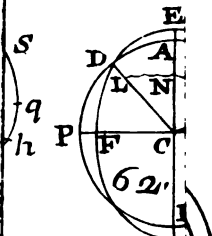
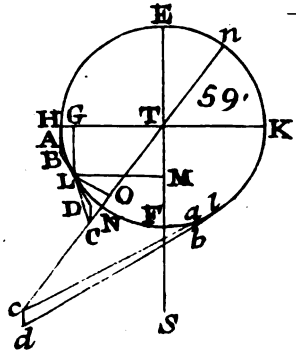
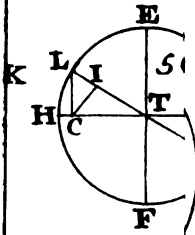
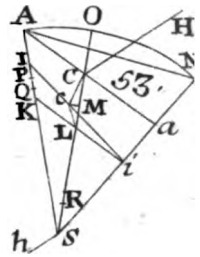
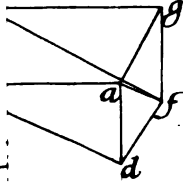
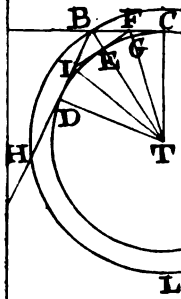
vel $12xx = 4xx + aa$, five $xx = \frac{1}{4}aa$. Cum autem sit $SG^2 = \frac{1}{4}aa = \frac{2}{8}aa$, erit $SN^2 = \frac{6}{8}aa$. Erat $SH^2 = \frac{1}{4}aa$. Igitur quadratum SN est dimidium quadrati SH , & quadratum NK dimidium quadrati MH , ut per Geometriam inventum fuerat. Verum Geometria ipsa immediatè eo deduxit, quo calculis non deduxisset, nisi ex notitia tam simplicis relationis inter diametros rhombi, data opera quasitus fuisset valor NS , & comparatus cum valore SH . Et quidem saepe accidit, potissimum in hujusmodi problematis admodum simplicibus, ut Geometria simpliciores, & elegantiores determinationes exhibeat, quam calculus. Hic tamen calculus angulos trapeziorum satis expedite exhibet: cum enim sit $x^2 = \frac{1}{6}a^2$ patet fore $GH^2 = a^2 = 8x^2$, & $NH^2 = 9x^2$, adeoque $NH = 3x = 3NG$. Sed de his omnibus jam satis.

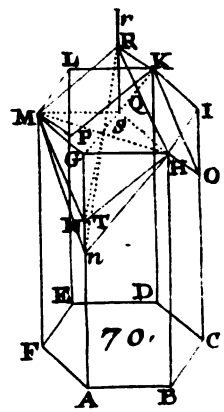
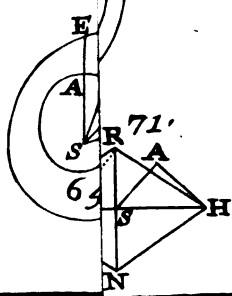
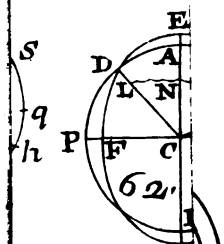
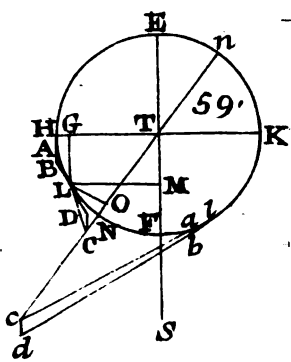
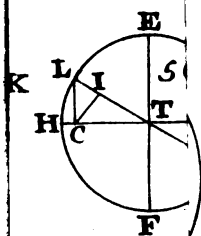
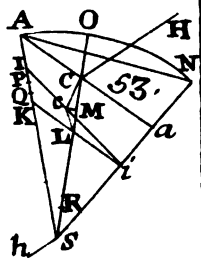
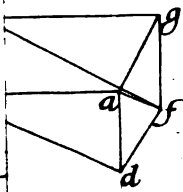
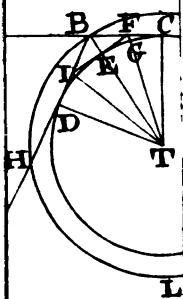




To II. Tab. II.






















CATALOGUS LIBRORUM

IN TYPOGRAPHIA PALLADIS

Roma prostantium anno 1760.

- SS. **P**atrum opera selecta De Gratia Dei, & Prædestinatione Sanctorum. *Scilicet*.
 S. Aurelii Augustini Hipponen. Episcopi, S. Prosperi, & S. Fulgentii de Gratia Dei, & Libero arbitrio hominis, & prædestinatione Sanctorum Opera selecta. Editionem emendatis, & variis lectionibus undique collectis, præcipue vero ex Codd. mss. Vat. adornatam curavit Petrus Franc. Fog inius. 12. 5. to. Ro. 1758. 1760.  2. 50
 — Enchiridion ad Laurentium, sive de Fide, Spe, & Caritate liber unus, Editio emendatis. cum variis lectionib. 12. Ro. 1754.  20
 S. Prosperi Opera de Gratia Dei &c. 12. Rom. 1758. *separatim*.  50
 — Ejusdem Carmen de Ingratis, & epigrammata cum notis. 12. Rom. 1758.  20
 S. Fulgentii Ruspensis Episcopi opera de Gratia Dei, & Prædestinatione Sanctorum. 12. Romæ 1760.  1. —
 Baconis, *Franc. Rogeri*, Opus Majus, ad Clementem IV. P. M. primum a Samuele Jebb. M. D. Londini editum 1733. nunc vero diligenter revisum. Accedit Prologus Galeatus in reliqua Opera ejusdem auctoris. Ven. 1750. 4.  1. 10
 Ballarini, *Simon*, Animadversiones in Museum Florentin. Gorli. 4. Rom. 1743.  15
 — *Petri*, De Jure Divino & Naturali circa Usuram lib. IV. 4. 2. tom. Bononiæ 1747.  1. 50
 Belloni, *March. Hieron.*, de Commercio dissertatio. Italice & Latine. in fol. Romæ 1751.  50
 Boscovich, *Rog.*, De centro gravitatis & de Centro Magnitudinis. 4. Romæ 1752. cum fig.  35
 Bullarium, sive Collectio Bullarum, Brevium, Decretorum, Rescriptorum & Oraculorum &c. quæ a S. Sede Apostolica pro Ordine S. Francisci Cappuccinorum emanarunt, cum notis, ac variis scholiis illustrata a PP. Michaelæ a Tugio ejusd. Ord. fol. max. 7. vol. Romæ 1745. 1753.  12. —
 Castellani, *Fr. Vinc. M. Cong. s. Marci Ord. Pr.*, Preces & Meditationes ex divinis Scripturis depromptæ, & paraphrasi illustratæ. 12. Rom. 1752. Lat. Ital.  20
 Chiapponi *Justiniani* Acta Canonizationis Sanctorum habitæ a Clemente XI. fol. Romæ 1720.  1. 50
 Clementis XI. Pont. Max. Albani Epistolæ & Brevia selectiora. fol. 4. tom. Rom. 1724.  8. —
 Concina Epistolæ Theologico Morales adversus librum *P. Benzi* inscriptæ. Dissertatio in Casus reservatos. 8. Ven. 1744.  15
 Corsini, *Edvardi*, Dissertatio in qua dubia adversus Minnifari Regis

K k

Num-

- Nummus, & novam Atfacidarum Epocham a Froelichio propoſita diluuntur. 4. Rom. 1757. — 30
- Corſini Epistoſa in qua Gotarſis Parthiz Regis nummus haſtenus inceditus explicatur, & plura Parthica hiſtoria capita illuſtrantur. 4. Rom. 1758. — 20
- S. Epiphaniſi Salaminis in Cypro Epiſcopi de XII. Gemmis Rationalis ſummi Sacerdotis Habreorum liber ad Diodorum. Prodit nunc primum ex antiqua verſione latina opera & ſtudio Fr. Foggini, qui & notas adjeit. 4. Rom. 1743. — 35
- Epistoſa Clarorum Viſorum Theodori Prodrumi gr. lat. Danthiſ, Pererarchæ, Colutii Salutati, Leonardi Aretini, Porcelli, Manzini de Motta, & Jacobi Cardinalis Sadoleti, Pontificum Rom. ſec. XIII. ſcriptæ, Aonii Palcarſii, M. A. Mureti, Lambini, Lipſii, P. Morini nunc primum editæ, & notis illuſtratæ a P. Lazzari. 8. Rom. 1754. 1758. 2. tom. *Tomus ſecundus ſeparatim.* — 2. —
- De Florianis, Horatii, & Luca Terranova Epistoſa, quibus Malpighii innumeri loci exponuntur, & proponuntur. Adjecta ſunt multa ad ejuſdem Vitam, atque opera attinentia nunquam antehac edita. 4. Romæ 1765. — 40
- Fontanini, Juſſi, Hiſtoria Litterariæ Aquilejenſis libri v. accedit Diſſertatio ejuſdem Auctoris de Anno emortuali S. Athanaſii Patriarchæ Alexandrini, necnon Virorum illuſtrium Provinciae Fori Julii Catalogus, cum duplici Indice. Opus Poſt. 4. Ro. 1742. — 3. 80
- Georgii, Dominici, Vita Nicolai V. Pont. Max. ad Fidem Veterum Monumentorum. Accedit ejuſdem Diſquiſitio de Nicolai V. erga litteras, & Litteratos Viros patrocinio. 4. Romæ 1742. — 60
- De Liturgia Romani Pontificis in ſolemnſi celebratione Miſſarum: ubi ſacra Myſteria ex antiquis codicibus præſertim Vatiſcanis, aliisque monumentis plurimum illuſtr. 4. to. 2. & 3. Ro. 1743. 1744. — 2. 60
- Joanne (Jo.) Codex Diplomaticus Siciliæ, complectens Documenta a primo Chriſtiana Religionis ſæculo ad noſtram uſque ætatem, notis, diſſertationibusque illuſtrat. fol. Panormi 1743. — 2. 50
- Gori, Ant. Fr., Symbola litterariæ, Opuſcula varia Philologica, ſcientifica, antiquaria, ſigna, lapides, numiſmata, gemmas, & monumenta mediæ ævi nunc primum edita complectentes. Dec. Romana. 8. to. x. cum fig. ære incuſ. Rom. 1754. — 5. —
- Gradonici, Jo. Hier. Cl. Reg., S. Gregorius M. Pont. Rom. æ criminatationibus Caſimiri Oudinſi vindicatus. Aceſſit Diſſertatio Epistoſalis de nova S. Gregorii M. editione procuranda, ſecundis curis retractata, & aucta. 8. Rom. 1753. — 40
- Inſcriptiones Antiquæ Baſilicæ S. Pauli ad viam Officinenſem. fol. Rom. 1654. — 70
- Laderchii, Jacobi, Acta Sanctorum Chriſti Martyrum vindicata. 4. 2. to. Rom. 1728. — 1. 50
- Lancii Jo. M. de Motu Cordis & Aneurysmatibus Opus poſth. in duos libros diviſum, editio Romana ſecunda quamplurimis acceſſionibus aucta, ſtudio, & opera Ant. Leprotti. 4. Rom. 1745. fig. — 1. 20.
Lan.

- Laufredini**, „*Jacobi S. R. E. Card.*“, Responsa juris ex ejus Codd.
 Mss. excerpta tom. 1. Juris Canonici Responsa continens. fol.
 Rom. 1747. 1. —
- Lauretana Synopsis**. Sive Summorum Pontificum Constitutiones Sac.
 Congr. Lauretanae resolutiones super Controversiis Jurisdictionalibus
 inter Episcopum, & Gubernatorem Lauretanos, ac plurima dubia
 a SS. D. N. Benedicto XIV. Decisa, cum Alphabetica Synopsi. 4.
 Rom. 1743. — 40
- Marchini**, *Martha Virginis Neapolitana*, Musa Postuma. 8. Ro-
 ma 1662. — 5
- Mazzocchi** Epistola qua veterem inscriptionem Christianam nuper in
 Cœmeterio Prætextati detectam interpretatur, & illustrat. 4. Ro-
 ma 1745. — 10
- Moncliz**, *Fr. Thom. Vinc.*, De annis Jesu Christi Servatoris, & de
 Religione utriusque Philippi Augusti Dissertationes duæ, Tabulis
 æri incisis illustratæ. 4. Romæ 1741. — 80
- Ven. P. Monetz** Cremonensis Ordinis Præd. S. P. Dominico æqualis,
 adversus Catharos, & Valdenses lib. v. quos ex Mss. Codd. Vatica-
 no, Bononiensi, & Neapolitano nunc primum edidit, notisque per-
 petuis, & Dissertationibus illustravit P. F. Thomas Augustinus Ric-
 chinius. fol. Romæ 1743. 20 50
- Pacchioni**, *Antonii*, Opera omnia Medica, & Anatomica: editio
 quarta novis Accessionibus auctior, præsertim Tabulis eleganter
 æri incisis. 4. Romæ 1741. cum fig. — 80
- Pacciaudi**, *Pauli Maria Cl. R.*, Diatriba, qua Græci anaglyphi in-
 terpretatio traditur. 4. Rom. 1751. cum fig. — 30
- *Σκιατογραφίμα*, sive de Umbellæ Gestatione Commentarius. 4.
 Romæ 1752. cum fig. — 50
- De Beneventano Cereris Augustæ Mensore Commentarius, cum
 notis & tab. æri incisis. Romæ. 4. 1753. — 35
- De Athletarum palestra exercitatione Græcorum Commentar. 4.
 Rom. 1756. — 30
- Ad Nummos Consulares Triumviri Marci Antonii Animadver-
 siones philologicæ. Accedit explicatio Tabulæ Peloponnesis. 4.
 Romæ. 1757. fig. — 35
- Putcus Sacer agri Bononiensis jussu SS. D. N. Benedicti XIV.
 P. M. Commentario illustratus. 4. Rom. 1757. — 25
- De cultu s. Johannis Baptistæ Antiquitates Christianæ. Accedit
 in Veterem Ordinis Hierosolymitani Liturgiam Commentarius. 4.
 Romæ 1755. cum tab. æri incisis. 20 50
- De Sacris Christianorum Balneis Liber Singularis, secundis cu-
 ris emendator & auctior. 4. Rom. 1758. cum fig. — 1. —
- Pilissimi** in Deum Affectus cordis laudantis, pœnitentis, humilis, gra-
 tias agentis, amantis, petentis ex D. Augustini Confessionibus sin-
 cero delecti. 12. Romæ 1748. — 20
- Placentini** De Sepulcro Bened. IX. P. M. in templo Monasterii Cryptæ
 ferratæ detecto Diatriba, in qua ejusdem Pontif. pius obitur vindicatur,

- eatur, atque ad mss. Codices acta illustrantur, & castigantur . 4.
 Romæ 1747. — 40
- Posini, *Petri*, Isidorianæ collationes, quibus s. Isidori Pelusiotæ
 epistolæ omnes hætenus editæ cum multis antiquis optimæ notæ Mss.
 Cod. comparantur; & inde circiter bis mille locis suplentur aut
 emendantur ex Bibliotheca Barberina . 8. Rom. 1670. — 80
- De Probabilistarum querelis, Sermones 11. ad Danielem Concisam . 4.
 Lucæ 1744. — 30
- Precationes ante, & post Missam dicendæ, quæ ex Missali Rom. aliisq.
 locis depromptæ emendatiores & Auctiores prodeunt. 12. Ro. 1757.
 rub. nigr. — 10
- Rigantii, *Iosephi*, de Protonotariis Apostolicis tam de numero par-
 ticipantium, necnon Titularibus, seu non participantium. fol. Ro-
 mæ 1751. — 1. —
- Rondinini, *Philippi*, De S. Clemente Papa, & Martyrē ejusque Ba-
 siliæ in Urbe Roma. Lib. 11. 4. Rom. 1706. — 60
- De Rotundis, *Petri*, De Victus ratione in febrī acuta continua . 4.
 Rom. 1739. — 40
- Stay *Bened.* Philosophiæ recentioris versibus traditæ lib. x. cum Noctis
 P. Rogerii Jos. Boscovich . 8. tom. 3. Romæ 1755. — 1. 30
- Tomus secundus separatim.
- P. Terentii Comædiæ sex cum novis Prologis elegantissime scriptis edi-
 tæ ab Academicis Latinis . 8. Romæ 1737. — 1. 30
- Victorii *Frans.* SS. Septem Dormientium historia, Dissertations, &
 Veteribus Monumentis Sacris, prophanisq; illustrata. 4. Ro. 1741.
cum fig. — 50
- Dissertatio Philologica, qua nonnulla Monumenta sacre Vete-
 ratis deprompta, æri incisa tabula vulgantur, expendantur, illu-
 strantur . 4. cum fig. Rom. 1751. — 50
- Veteris Gemmæ ad Christianum usum Excelsæ . 4. Ro. 1760. — 15
- P. Virgilii Maronis Codex Antiquissimus a Rustio Turcio Aproniano v. c.
 distinctus, & emendatus, qui nunc Florentiæ in Bibliotheca Me-
 diceo Laurentiana adservatur bono publico typis descriptus an. 1741.
 cura Pet. Franc. Foggini . 4. Florentiæ . —
- De Vita, *Johannis*, Thesaurus Antiquitatum Beneventanarum, in quo
 de Urbe Beneventana: de rebus sacris veterum Beneventanorum:
 de tempore quo primum Beneventi suscepta est Christiana fides: de
 Antiquis Magistratibus Urbis Beneventanæ, de Collegiis veter. Be-
 neventanor. de Via Trajana Benevento Brundisium producta: de Au-
 gustis Viris qui Beneventum frequentarunt: de Re Litteraria: de
 Re Militari vet. Beneventanor. de Operibus publicis vet. Beneven-
 ti; & de Sepulchralibus titulis veterum Christianorum Beneventi
 extantibus. Accedunt. Dissert. Joh. Baptistæ Passeril de veteri Ana-
 glypho Beneventano; & Pauli M. Pacciaudi de Beneventano Ce-
 zæris augustæ mensore, & appendix omnium veterum Inscriptionum
 Beneventanarum in proprias Classes distributarum, quibus etiam
 illustrandis brevès notæ sunt adjunctæ fol. cum fig. Ro. 1754. — 3. 50

F I N I S

