



## Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

## Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

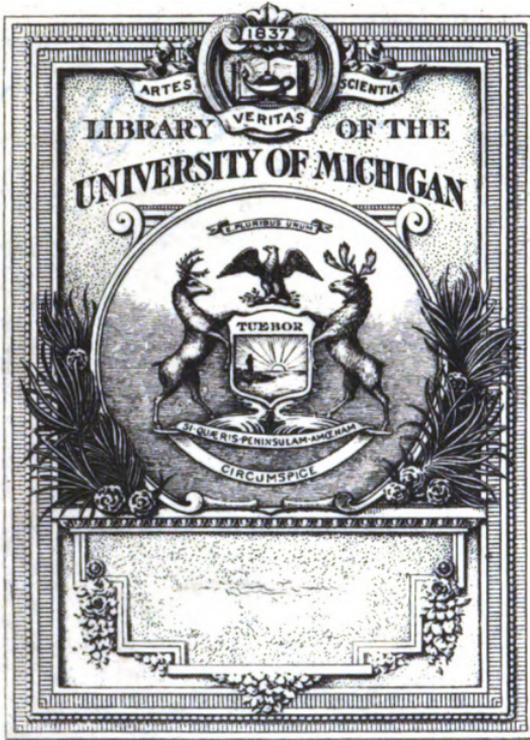
- + *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.
- + *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.
- + *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.
- + *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertarti di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

## Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da <http://books.google.com>

**A**

913,007



Q  
125  
A56  
1840



**STORIA**

D'OGNI

**MATEMATICA**

DI

**GIOVANNI ANDRES**

D. C. D. G.

BREVIATA E ANNOTATA

PER

**ALESSIO NARBONE**

D. M. C.

---

**Palermo**

STAMPERIA GIOVANNI PEDONE

**1840.**



ALLA  
R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE \*  
CLASSE SECONDA  
DELLA SOCIETA' REGALE BORBONICA \*\*  
ORNAMENTO E SPLENDORE  
DELL' ALMA SEBEZIA METROPOLI  
CHE CON ALTO SENNO  
LE ESATTE LE NATURALI LE MORALI  
DISCIPLINE COLTIVA \*\*\*  
CON SUDATI VOLUMI  
DISVELA DI NATURA GLI ARCANI  
DI SAPERE I TESAURO DI DISSERRA \*\*\*\*  
LA STORIA DELLE MATEMATICHE  
ALESSIO NARBONE  
PEGNO DI CONOSCENTE ANIMO  
OFFRE E RASSEGNA

ANNOTAZIONI

\* Un'Assemblea scientifica, procreata dal Galeani, e diretta dal Cirillo, esistea già fin da' tempi di Carlo III. Indi Ferdinando IV suo figlio, nel 1779, la pose sotto sua protezione, le diè forma stabile, e approvò gli Statuti, che col catalogo de' primi accademici fur pubblicati. Primo presidente il principe di Francavilla, Michele Imperiale; cui succedette il principe di Belmonte, Antonio Pignatelli. Secretari perpetui, Michele Sareoni per le scienze, Andrea Serao per le lettere. Nel 1787, venne fuori un volume degli Atti, pubblicato dal segretario Pietro Napoli-Signorelli, che nel discorso preliminare ci descrisse la Storia e i lavori dell'Accademia.

\*\* Nel 1808, sotto la dominazione francese, quest'Accademia rinacque una colle altre due di Archeologia e di Belle arti, e di tutte e tre formossi la R. Società sul modello di quelle di Londra e di Parigi. Fu essa poi restaurata nel 1817, da re Ferdinando I; e poi di nuovi Statuti e Regolamenti corredata nel 1822.

\*\*\* Sotto la forma attuale, quest'Accademia ha divulgato finora tre buoni volumi di sue Memorie. Essa è partita in tre sezioni, di scienze cioè matematiche, di scienze fisiche, di scienze morali. Conta tra' membri suoi i più cospicui del Reame e dell'Europa tutta: de' quali si legge l'onorando stuolo nell'Almanacco Reale delle due Sicilie.

\*\*\*\* Capì nel 1809 il conte de' Camaldoli, Francesco Ricciardi, presidente perpetuo della R. Società, e triennale dell'Accademia delle scienze; il cav. Teodoro Monticelli, segretario generale dell'una, e perpetuo dell'altra; cui è aggiunto il cav. Vincenzo Elia, segretario della sezione di matematica, la cui Storia questo volume presenta. Non mi fa di mestieri altro che averne qui cennati i nomi, i quali, alto risonando per tutto, disdegnano i nostri elogi, siccome disuguali agli eminenti lor meriti.

## PREFAZIONE

Una storia, che rinchiuda per entro angusti spazi il deposito delle verità dallo studio di tanti secoli scoperte; che renda ragione delle fatiche durate da sommi ingegni a crescerne il capitale; che metta in veduta dello spirito umano, dove gli sforzi felici nell'inventare, dove le assidue industrie nel progredire, e quando gli sgraziati smarrimenti nel travedere: ella è un lavoro che, raggiugnando in uno l'utile al dilettevole, leggermente si attira lo sguardo e l'attenzione dell'erudita curiosità.

Dotti ed indotti prendon vaghezza dal contemplare in solo un quadro le scienze tutte che d'ordinario si veggono in più scompartite e staccate; passare quasi a rassegna le tante scoperte, frugarne le remote origini, seguirne le svariate vicende, conoscere le cagioni or dell'andare innanzi or del tornare indietro, che quelle han fatto; vagheggiare i sovrani scrittori di tutti i secoli, di tutti i popoli; assaggiare i frutti delle squisite produzioni loro, e voltare con profitto insieme e con piacere gli immortali loro volumi, che offrono

errori combattuti e disfatti, verità disotterrate e difese, e quanto che in breve alla conoscenza dell'umano sapere conduce.

Ben egli è vero che un così fatto lavoro, a degnamente trattarlo, richiede tutt'altra estensione, che alla ragion di quest'opera non si consente : e basta il volgere un leggier guardo alle voluminose istorie che vanta, non dico già ciascuna scienza, dico quasi ogni parte di scienza, a dedurne l'impossibilità d'abbracciare in corte pagine così immense materie. Della sola cicloide abbiám due o tre storie; una ne abbiám della sola quadratura del circolo; altre della sola elettricità; altre di questo o quel ramo semplice di natural facoltà. Potrà veruno mai, a buona equità, aspettarsi da noi e compresi con pari accuratezza i rami tutti, e con pari profondità discusse, rifrustate, esaurite le facoltà tutte quante?

Che se tutto questo è vero a chi legge l'opera grande del nostro autore, or che diremo di questo compendio? il quale, comunque siasi studiato di non intralasciar nulla delle notizie, degli autori, delle opere in quella disaminate, ad ogni modo ha dovuto recidere ogni lunga riflessione, e quasi sfrondare ogni ornamento che l'abbelliva, per ridurla alla minor mole che fosse possibile. Confessa qui l'Andres, come gli uomini grandi, le luminose scoperte, svegliano l'entusiasmo dello

scrittore, e lo trasportano a contemplare le relazioni, abbandonarsi alle riflessioni, distendersi negli elogi, e mostrar l'impressione che fa nel suo animo la vista di obbietti sì grandi; ma che egli ha pur dovuto affogare ogni movimento, ritrarsi d'ogni spianazione, toccar tutto di volo, e ristriggersi a fredda e digiuna narrazione. Al che fare, soggiugne, aver dovuto travagliarsi non poco; chè per fermo gli era men brigoso e molesto il lasciar correre liberamente la penna, versar su la carta quanto gli appresentava la lettura, la meditazione e la fantasia, empier molti e grossi volumi su ciascheduna scienza, di quel che non fu l'aver di continuo a contare le righe, compassar le parole, troncar le spressioni, e faticarsi doppiamente a ristriggere in poche pagine e rendere breve ed oscuro, secco ed informe, ciò che in maggior ampiezza tornato sarebbe e più spontaneo e meglio disposto. La difficoltà del disegno dee di necessità partorire l'infelicità dell'esecuzione; e l'una e l'altra addimandano l'indulgenza degli equi lettori.

Persuasos del non poter dar tutto in poche, ho supplito a quest'impotenza coll'additare agli studiosi le fonti, onde attignere più copiose contezze e più minute. Al cominciare d'ogni capo indico gli storici più riputati di quella scienza; e poi, cammin facendo, a luogo a luogo mi riporto a chi sulla trattata

materia, sulla insorta quistione, sulla seguita scoperta scrisse alla distesa. Di molte opere, che o sfuggirono al nostro autore, o che son comparse dopo lui, ne do rapidi cenni: ma non più che cenni; altrimenti il mio compendio sarebbe diventato più grosso che l'opera sua. In questo mi è stato forza di provar quelle angustie, ch'egli di sè riferisce: giacchè, ove punto nulla dimentico del mio proponimento, lasciava la penna in balia di se o per tratteggiare i meriti d'un autore o per colorire i pregi di un'opera, non senza rincrescimento mi addava d'aver travalicati i limiti ad un compendiaro lavoro segnati. Per la qual cosa, se il discreto lettore rinverrà nelle mie note non più che citati molti libri, senza nulla qualificatili, come a severa critica si converrebbe; si contenterà di sapere che non il volere ma sì il bisogno è stato di tal parsimonia la cagione.

# ORIGINE, PROGRESSI, STATO

DELLE

# SCIENZE NATURALI

---

## INTRODUZIONE

**I** *I. Pregio della storia delle scienze naturali.*  
IL quadro e la storia delle naturali scienze è il più chiaro monumento della sublimità, e direi quasi divinità, dello spirito umano; il quale, squarciando il velo dietro a cui celasi la natura, entra a disamina de' più segreti fenomeni e penetra ne' suoi più arcani misteri. Le sotterranee miniere, gl'invisibili insetti, le belve feroci, gli uccelli, i pesci, le conchiglie, le piante, i sassi, gli esseri tutti della terra e del cielo, piccioli o grandi che sieno, tutti s'arrendono a' sagaci suoi sguardi. Lo stesso spirito si rende soggetto di finissime contemplazioni; Iddio stesso si lascia quasi che maneggiare nelle filosofiche specolazioni; la natura tutta creata col suo creatore si è sottomessa a sottili teorie, e in varie classi divisa già forma le classi diverse delle naturali discipline. Or che vago spettacolo la storia loro! Veder levare da piccoli fondamenti il vasto lor edificio, vederne alcune nascere e crescere in breve, altre appena già nate cadere in obbligo; osservar le nazioni asiatiche in sì lunghi spazi produrre sì pochi frutti, i Greci al contrario in poco salire al sommo, e poi i Romani trapiantare nel proprio suolo le produzioni di quegli, e poi gli Arabi conservarne i semi e tramandarli agli Europei, e

questi all'ultimo coltivarle, aggrandirle, perfezionarle con immenso ardore, profitto e felicità: ecco ciò che fa l'argomento delle nostre ricerche e del presente volume.

### II. Antiche nazioni.

Senza dar fede alle vane favole d'alcuni rabbini e moderni filologi intorno alle scienze, a' libri, alle scuole, alle sette, alle accademie d'Adamo e de' primi nostri antenati, potremo pur credere che que' vetustissimi padri, dotati di fibre più vigorose, occupati in pensieri men distruttivi, prendessero la natura a soggetto delle loro meditazioni e discorsi. Certo *Adamo* che seppe agli animali imporre il conficevole nome, non avrà ignorato il corso de' pianeti, le varietà delle stagioni, il movimento delle acque, le proprietà del fuoco e degli altri elementi, nè non avrà consumata inerte e sonnacchioso la lunga vita e le facoltà intellettuali ond'era sì largamente fornito. Simil cosa dobbiamo de' suoi posterì giudicare, se non vogliamo credere i primitiv uomini deteriori a' nostri, mentre pur furono più perfetti. L'interminabile loro vivere dovea render più facile lo stabilimento delle scienze, ciocchè non è concesso a' moderni. Per altro la coltura de' campi, le fabbriche delle città, l'invenzione delle arti, l'istituzione delle società suppongono negli antediluviani molte osservazioni, attento studio, scientifiche notizie. Ma qualunque esse fossero, chè poco a noi n'è rimasto, e pochissimo d'accertato, gli Asiatici gli Egiziani i Fenici, que' popoli da' Greci chiamati barbari possederono alcune scienze; le quali però, quanto sono antiche di tempo, altrettanto ci sembrano scarse di merito.

### III. Greci.

Cotali scienze barbariche vennero in seguito studiate da' Greci, che divenuti maestri d'ogni bella letteratura vollero anche il primato nelle più sublimi facoltà. E di vero non sappiamo se debbano più alla Grecia le amene lettere, ovver le severe. Al mirare un Omero un Pindaro un Sofocle un Platone un Demostene un Erodoto ed altri eroi di poesia d'eloquenza di storia

per tanti secoli divinizzati, sembra che lo splendore del nome greco ripetasi dalle belle lettere. Ma quando si scerne un *Ippocrate* ed altri medici e chirurghi greci tuttor venerati tradotti illustrati dal Cocchi dal Boerhaave dal Gorther dal Piquer dal Lorry da altri dotti e stimati medici; un *Euclide* ed altri geometri greci rispettati studiati commendati dal Simson dal Maclaurin dallo stesso Newton; un *Aristotele* per la sua storia naturale ammirato dall'Accademia delle scienze dal Bekman dal Buffon da cent'altri naturalisti; un *Teofrasto* e un *Dioscoride* citati con deferenza e rispetto da' moderni botanici: bisogna pur confessare che le glorie scientifiche della Grecia non cedono punto alle filologiche. Nè l'essere i componimenti di queste più perfetti che le produzioni di quelle, o l'esser i Greci nelle belle lettere forse superiori a' moderni, mentre nelle scienze restano inferiori, pregiudica alla gloria di queste: dacchè le prime, nate solo dall'immaginazione e dal gusto, posson tosto salire a perfezione; laddove le altre, abbisognando di replicati sforzi d'ingegno e di continuate sperienze, un corso hanno più grave e posato. A che aggiugnasi, che senza i greci esemplari sarebbonsi i moderni avanzati nell'amena letteratura, non così nella severa: perocchè quella edifica sul proprio fondo, questa sulle scoperte altrui. Ma lasciando i confronti, non è da dubitare che ogni ramo di scienze non conti la Grecia per culla e alcun greco per padre, e che, grande fosse e sublime, o picciola e bassa, non fosse a maggior chiarezza ridotta, a maggior estensione: ciò che appresso partitamente dimostremo.

#### IV. Romani.

Non così potremo dir de' Romani, emuli de' greci studi: quant'essi lor si appressarono in belle lettere, tanto rimasero nelle scienze lontani. Non un chiaro matematico od astronomo, non una setta medica o filosofica, non un libro classico di fisica o d'altra scienza: ma contenti tutti d'ammassare le greche dottrine, alcuni anche adopraron il greco idioma, come *L.*

*Arunzio* scrisse degli astri, *Sestio Nigro* e *Giulio Basso* di medicina, (a) *Sesto* pittagorico le sue sentenze che ci rimangono. Che se un *Rabirio*, se un *Amafunio*, se tal filosofo scriver volle latinamente, il fece sì rozza-mente, che *Tullio* potè asserire (b), non essere per anco la filosofia dalle latine lettere adornata. Nulladimeno vi furon parecchi scrittori di varie scienze, dei quali *Plinio* (c) ed altri antichi intessono prolissi cataloghi. Benchè non tanto dalle opere, quanto dall'uso che fer di quelle i Romani, rilevar deggiamo il loro sapere. Il ponte sul Reno, la correzione del calendario, altrettali opre d'ingegno mostrano in *Cesare* una mente versata nella geometria nella meccanica nell'astronomia. Un architetto, qual fu *Vitruvio*, quante cognizioni mostra di fisica di musica di matematica! quale studio fece de' greci scrittori! qual idea ci porge degli artisti romani! Che diremo di lor che faceano professione di lettere? L'orator *Tullio*, il poeta *Lucrezio*, quanto si trovano informati l'uno di filosofia, l'altro di fisica! quanto *Munilio* d'astronomia! quanto *Virgilio* di dritto civile ed augurale! quanto *Seneca* e *Plinio* d'istoria naturale! quanto *Frontino* d'idrostatica, *Vegezio* di ballistica, altri d'altre facultà! quanto *Furro* e *Columella* d'agricoltura, quanto *Celso* di medicina, quanto *Bruto* di morale! Non aprivano, è vero, veruna scuola, non professavano d'insegnare; paghi di sapere avanzavano i Greci lor coetanei: siccome oggidì ancora si son veduti un *Fagnani* e un *Riccati* in matematica, un *Maffei* in teologia, un *Carli* in polimatia; benchè non cattedratici, anzi da gravi cure distratti, saperne più e scriverne meglio de' medesimi professori.

#### V. Bassi tempi.

Mancando col tempo a' Romani la lettura de' Greci, scemossi l'amore delle scienze, nè più pensossi allo studio della natura. Quale sciagura dover andare pescando nella lunga serie di dieci secoli un *Macrobio* un

(a) *Plin. Elenc. lib. omn.* — (b) *Tusc. l. I, n. 3.* — (c) *L. I, et al.*

*Boezio un Isidoro un Beda un Gerberto e qualch' altro rarissimo spositore di parole tecniche e di notizie elementari! Una scoperta, una oculata osservazione, una giusta spiegazion di fenomeno, una leggiera mostra di sublimità non si trova tra le infinite millanta di quegli scrittori.*

#### *VI. Arabi.*

La vera coltura rinviensi soltanto negli Arabi, i quali, com'altrove è narrato, non pur conservarono, ma si accrebbero il tesoro delle scienze, non curate dai Latini ed obbliate da' Greci. Nondimeno la gloria loro precipua fu suscitare negli Europei l'amore di quelle, che venne poi migliorato per lo studio de' Greci.

#### *VII. Moderni.*

Cominciarono infatti a vestir nuove sembianze le matematiche, poichè tradusse il *Regiomontano* dal greco fonte alcune opere di matematica: nuovo lustro riprese collo studio de' greci medici la medicina: la filosofia depose i ghiribizzi scolastici dopo le guerre letterarie sul merito di Platone e d'Aristotele: lo stesso dite delle altre discipline. Ma queste, di grecanica origine, in mano a' moderni hanno acquistato nuovo essere; sì notevole in pochi secoli n'è stato l'accrescimento. L'umano ingegno, che sì lungamente giaciuto era inoperoso, rifar volle le perdite della passata sua oziosità; nè sappiam diffinire, se rechi stupor maggiore il vedere sì lunga inerzia o il rimirare sì maravigliosa attività. *Galileo Cassini Cartesio Leibnitz Newton Boerhaave Morgagni Haller Linneo* e tant'altri uomini, a dir così, sovrumani, fanno onore al secolo, decoro all'umanità: e l'immenso apparato di macchine e di stromenti chirurgici anatomici chimici fisici astronomici, fabbricati in due secoli; e la continua successione di tante e sì strepitose scoperte, fatte in tal tempo, provano dell'umano spirito un vigore, una fertilità quasi divina: fertilità e vigore, che niente non fia esausta dal tempo avvenire, ma che imprenderà nuovi sforzi, tenterà nuove invenzioni, farà nuovi acquisti; e noi seguiremo a vedere altri *la Grange*, altri *la Place*, altri

*Buffon*, altri *Bonnet*, che arricchiranno sempre più le scienze d'ulteriori ritrovamenti, intantochè noi prenderemo il piacere di contemplare distintamente i progressi di ciascheduna.

# ORIGINE, PROGRESSI, STATO

DELLE

# MATEMATICHE

## CAPITOLO I.

### MATEMATICHE IN GENERALE.

#### I. *Preminenza loro.*

**Q**uanto la certezza e l'evidenza superano i sistemi e le ipotesi, le opinioni e gli errori, tanto la dignità di questa scienza vince quella d'ogni altra. In nessuna si son tolti meno abbagli che in questa, in nessuna si sono scoperte sì nobili verità, in nessuna s'è veduto lo spirito di tant'onor coronato. Il che forse ha dato ad essa, a distinzione dell'altre, il nome di *matematica*; se pur non le venne dall'essere stata nelle scuole la prima, chiamata però *propædia* da Platone (a), e da Senocrate (b) *ansa della filosofia*; ovvero la prima a ridursi in certi principi, ed a levarsi all'onore di vera scienza. Diamle per ora un guardo generale (1).

(a) *De Rep.* VII. — (b) Laert. in *Xenocr.* n. 6.

(1) Questa scienza, ripartita per l'ampiezza sua in tante scienze, quanti sono i suoi rami, vanta di ciascheduna più storie particolari; delle quali si farà parola a suo luogo ne' capi appresso. Parecchi poi ce l'han data generale di tutte. Lasciando da canto le greche storie dell'aritmetica, della geometria e dell'astronomia, descritte da Teofrasto, da Eudemo, da Gemino, oggi più non esistenti: messo anco da banda quel che ne trasmessero e Proclo nel suo commento sul primo libro

ANDRES vol. V.

2

## II. Studio degli antidiluviani.

L'artificiosa riduzione de' numeri in unità, decine e centinaia, già usata fin dal principio, che a detta del

di Euclide, e Laerzio nelle Vite de' filosofi, e Plutarco nei Placiti di essi filosofi, e Stobeo nell'Egloghe fisiche, e Achille Tazio nella Isagoge a' fenomeni di Arato: diciamo de' moderni che ne scrissero di proposito. Bernardino Baldi e Blancano distesero, l'uno in italiano, in latino l'altro, cataloghi cronologici de' chiari matematici: somigliante cronologia aggiunse il Vossio al suo libro *De universae matheseos natura et constitutione*, dove a' nomi degli autori soggiugue i titoli delle lor opere. Anco il Wolfio dettò un comentario *De praecipuis scriptis mathematicis*, nel V volume del suo Corso di matematiche, ove pur si hanno utili istruzioni sul metodo di studiarle e gli usi da farne. Consimili elenchi si trovano nelle opere del Riccioli, del Deschales, del Wallis. Ma più pienamente che altri l'Heilbronner; nella sua *Historia matheseos universae*, abbracciò vite sistemi opere pubblicate e manuscritte de' precipui matematici, dal principio del mondo sino al secolo XVI, giuntovi una rivista de' corsi elementari e compendiosi, lessici e totali opere d'istituzione. Se non che codesti scritti riguardavano più la storia degli autori che non della scienza. Di questa propriamente descrisse e le origini e le vicende e le scoperte e i sistemi e le opere tutte quante, il Montucla, in due buoni volumi che mandò primamente in luce a Parigi 1758. Indi nel 1799 (che fu di sua vita il postremo) ne cominciò una ristampa notevolmente cresciuta di molti articoli nel corpo, e di vari supplimenti nel fondo d'ogni volume. E poichè essa arrivava al secolo XVII, due altri volumi vi aggiunse per la storia del secolo XVIII, che solo gli ministrò tanta materia, quanta tutte insieme l'età trapassate. Ma questa seconda edizione, rimasta incompiuta per la morte dell'autore, fu condotta a fine da Lalande; il quale, oltre a non poche giunte, vi appose in ultimo la vita di esso Montucla. Di questo poi rimase inedita la Bibliografia matematica, sul fare della Bibliografia astronomica già pubblicata dello stesso Lalande.

Parimente il Bossut premise una breve istoria di questa scienza al Dizionario di matematica, che fa parte dell'Enciclopedia metodica: il qual Saggio poscia, da lui impinguato, riuscì solo in due tomi a Parigi 1802. Condusse egli la storia sino al 1782, e si riserbò di dare in altra opera le Considerazioni sullo stato attuale delle matematiche; opera che non sappiamo s'egli eseguisse. Ben ha supplito a questo il Delam-

Wallis ci mostra nel suo inventore un grande aritmetico e protomatematico (a); la divisione del tempo in giorni, mesi ed anni *Caino* che fabbricava città (b); *Jubal* che inventava strumenti musicali; *Tubalcain* che lavorava metalli; *Enoch* riputato inventore dell' astronomia e dagli Ebrei e da' Greci (c); il ciclo di 600 anni; le osservazioni astronomiche incise in due colonne, se crediamo a Gioseffo; e molte altre memorie, sì genuine che apocrife; quanti argomenti ingegnosi non avrebbero ministrati al Bailly, se diretto avesse agli antediluviani l'amore che mostrò pe' suoi atlantidi, per predicare la coloro perfezion matematica? Noi però, mentre crediamo quegli autori e padri delle arti e della vita sociale istruiti di questa scienza, non abbiain distinte notizie per tenervi fondato ragionamento (1).

### III. Degli atlantidi.

Nè il popolo degli atlantidi dal Bailly immaginato ci presta più validi fondamenti; che anzi è stato atterrato siffattamente dall' erudito Carli (d) e da valenti altri scrittori, che non pure da' critici, ma sembra fosse abbandonato dallo stesso autore; il quale nel po-

(a) *Orat. inaugur.*—(b) *Joseph Ant.* l. II, c. 2.—(c) *Ap. Eus. Praep. ev.* l. IX, c. 17.—(d) *Lett. amer.* t. III.

bre nel suo Rapporto istorico su' progressi delle scienze matematiche dopo il 1789; rapporto da lui fatto all' Istituto di Francia, di cui era segretario. Egli però si restringe alla Francia. La nostra Italia oggi vanta un Saggio sulla storia delle matematiche, dato dal Franchini, che nel V volume di Supplementi alla sua Scienza del calcolo sublime vi fe' delle giunte; ma più che altra è oggi lodata la novella *Histoire des sciences mathématiques en Italie*, dalla rinascita delle lettere fino al secolo andato; opera di gran lena, di profondo sapere, e di non minor lustro alla nazione che al suo autore Guglielmo Libri, che l'ha divulgata in sei volumi a Parigi dal 1838.

(1) Quanto quei primi sapessero, quanto valessero in ciò, si è sforzato addimostrarlo il Reimanno nella sua *Historia antediluviana*, piena però tanto di congetture, quanto vota di fatti. Con più di critica ne scrissero il Buckero il Feuerliuo il Buddeo, disaminaudo la filosofia adamitica e primitiva.

sterior suo trattato dell' astronomia indiana nè tampoco ne parla.

#### IV. Indiani.

Nè tanto è antica quest'altra nazione in tale studio, come vuol darci a credere lo stesso Bailly nell'or citato libro, con più prestigio d'incantatrice facondia che con prove di stabili monumenti (a). Meglio potea parlarne Rabuel Burrow, che, vivuto lunghi anni nell'India, ebbe studiati que' libri e cavatone notizie certe. Dic' egli d'aver trovata una carta geografica e un trattato di geografia, secondo il sistema di *Bood*, ch'è quello di Filolao; alcuni seguire i *bramini*, ch'ei crede autori del sistema tolemmaico; altri i *boodhiisti*, del filolaoico; avanzatesi molto fra loro l'aritmetica e l'algebra; il teorema binomiale applicato da quegli a' numeri interi meglio che dal celebre Briggs; conosciuta l'attrazione newtoniana; istituite regole astronomiche e problemi algebratici (b). Promise egli pure di tradurre le opere *L'avatti* e *Beigia Ganeta*, ossia l'aritmetica ed algebra degl' Indiani; e confessò che i miglior monumenti sono periti, e che i rimasti sono imperfetti. Per opposito il Jones, più internatosi in quella letteratura, attestò che nell'esatte scienze gli Asiatici non erano rimpetto agli Europei più che bambiui, e i lor libri non più ch'elementi (c).

#### V. Cinesi.

Quanto a' Cinesi, tuttochè vantino dal tempo di *Yuo*, cioè da oltre a 40 secoli un tribunale di matematici, e fin d'allora riportino e osservazioni astronomiche e geometriche teoremi; pur niente hanno contribuito, atteso e la distanza del luogo e la privazion del commercio, agli avanzamenti di questa scienza (1).

(a) V. Cassini *Acad. des sc. dès 1666 à 1699*, t. II, c. 8.  
— (b) *Asiat. recherches* vol. II. — (c) *Ivi*.

(3) L'or lodato Reimmanno nella sua *Storia letteraria de' Babilouii, Cinesi ed altri orientali*, ha raccolto quanto potrà soddisfare l'erudita curiosità. Di fresco son venuti a luce nostra alquanti saggi dell'indiano sapere: così a Calcutta 1811,

## VI. Egizi, Caldei, Fenici.

A più vicine contrade dobbiam ricorrere, a scovirne i principî. Aristotele li deriva dagli Egiziani (a), appo cui erano i sacerdoti esenti da altre faccende, per vacare allo studio. Strabone (b) ripete da quelli bensì la geometria; ma l'aritmetica e l'astronomia da' Fenici, obbligati questi dalle navigazioni loro a studiarle, come quelli dalle inondazioni del Nilo. Porfirio (c) poi consente a ciò, se non che a' Caldei il primato assegna sull'astronomia, come a quelli che influirono con essa non pare nell'egiziana e nella greca, ma forse ancora nell'indiana, come crede il Gentil (d) (1).

## VII. Greci.

Da tali popoli passarono alcuni luccicori ne' primi Greci; e Lino scrisse allor della sfera (e); ed Omero ed Esiodo se ne mostrarono istruiti. Ma il vero principio non può dedursi che da' Greci posteriori, il che

(a) *Met.* 1. — (b) *Lib.* XVI. — (c) *In vita Pythag.* — (d) *Voyag. aux Indes*, p. 1, c. 3. — (e) *Læert. in Proem.*

fu impresso un compendio di aritmetica e geometria, scritto già in arabo da Buhæ-Ood-Deen, traslato in persiano da Muulwee, ed or prodotto in inglese: così a Bombay 1816, un altro di Bhascara Acharia, fatto pur inglese dal Taylor: così a Londra 1813, un altro di algebra degl' Indiani, col titolo *Bija Ganita*, per opera di Strachey: donde può trarsi argomento delle matematiche conoscenze asiatiche. Delle cinesi in ispezietà, oltre a quanto ce ne descrissero il Kircher nella *China illustrata*, il Martini nella *Historia sinica*, il Leibnizio in *Novissimis sinicis*, il le Comte il du Halde il Bouvet il Grosier nelle Descrizioni loro di quell'imperio, e sopra tutto i missionari gesuiti ne' 16 volumi di *Mémoires concernant les Chinois*; può riscontrarsi la dotta *Dissert. de Mathesi sinica* dell' Algoewer, che dice molto in poche.

(1) Parecchi sono i trovati in opera di geometria, di geografia, di astronomia, che ci vengono dall'Egitto: il quale conta tra' primi suoi inventori un Thoot, che i greci Ermete e i latini dimandarono Mercurio, un Petosiri, un Necepso, lodati da Giulio Firmico *Math.* l. VII, c. 5; e cotali, le cui opere ci annunziano gli storici Erodoto l. II, Diodoro l. I, ed altri antichi e moderni.

avvenne a tempo de' Sette Savi. Beda (a) vuol chiamare: *Talete* creator della fisica, ma per fisica intende la matematica, di che saggi ne porge Laerzio (b). Questi anche cita un *Euforbo* di Frigia, intendente di geometria; e taluno coll' autorità di Plutarco (c) vuol montare sino a *Licurgo*; e Suida afferma che *Anassimandro* desse un compendio di geometria (d).

### VIII. Pittagorici.

Contuttociò la vera aurora del loro splendore le matematiche l'ebbero da' Pittagorici, come scrive Aristotele (e). Essi per istituto si dedicarono a tutte le loro parti; e la seconda classe di quella scuola, secondo Gellio (f), era di matematici. Anche dipoi narrò di sè Giustino martire di non aver potuto entrare nella filosofia pitagorica se non passando la trafila delle matematiche (g). A *Pitagora*, ad *Ippaso*, ad altri di quella scuola son debitrice l'astronomia e la musica, ridotte da loro a calcoli ed a scienze esatte. Da tali autori si propagò tale studio, e venne a sublimi teorie nelle mani di *Platone* d' *Archita* di *Timeo* di *Filolao* d' *Eudosso* e di tant' altri e tanti, che già da' tempi di *Alessandro* dier copiosa materia a due storie di matematiche, in più libri distese da *Eudemo* e da' *Teofrasto*.

### IX. Alessandrini.

A ogni modo la madre feconda di quelle scienze non fu che la scuola d' *Alessandria*, fondata e protetta da' *Tolommei*. Indi uscirono, quasi da cavallo troiano, i primi eroi di matematica, gli *Aristei* gli *Euclidi* gli *Eratosteni* gli *Apolloni* gl' *Ipparchi*. *Archimede* fu il dio delle matematiche greche, venerato da' *Leibnizi* e da' *Newtoni*, oracoli delle moderne; e poi *Tolommeo*, *Diofanto*, *Pappo*, e poi *Teone*, *Ippazia*, *Proclo*, *Eutocio*, e poi anche *Marino* napoletano, ed *Isidoro* milesio, e *Diocele*, *Erone*, *Filone*, *Sporo*, e qualch' altro avanzo di quella

(a) Opp. t. I, de *Arith.* — (b) In *Thal.* — (c) *Symp.* 1, quest. 2. — (d) In *Anaximand.* — (e) *Met.* 1. — (f) L. 1, c. 9. — (g) *Dial. cam Tvyh.*

scuola, seppero e trovar verità nuove ed illustrare le antiche; finchè col cader della scuola verso il settimo secolo si estinse il genio matematico.

#### X. Arabi.

Gli Arabi, distruttori di quel ginnasio, conquistatori in parte del greco impero, studiosi ed emoli del loro sapere, gli Arabi sottentrarono alla coltura loro, e le perdite compensarono da se cagionate; conservarono, accrebbero, trasmisero agli Europei le greche dovizie, quando questi n' erano affatto sforniti.

#### XI. Europei.

Difatti la matematica nostrale d' allora più guardava l' uso degli ecclesiastici riti che la propria erudizione, e riduceasi a calcoli per formar calendari e ordinare le feste. Le quistioni sul dì della pasqua, l' uso del canto e della musica negli offizi divini, eccitaron lo studio de' padri alle matematiche. Così sant' *Ippolito* studiò l' astronomia per comporre un canone pasquale, santo *Agostino* scrisse di musica, ed altri Greci e Latini, chi fero ciclo, chi maneggiarono l' astrolabio, e chi regolarono i giorni festivi.

#### XII. Greci.

Oggetti però tanto ristretti qual ampio frutto potean produrre? Sbandite dalla Grecia le matematiche col l' irruzione de' Saraceni, fur rivate al X secolo da Costantino Porfirogenito, e restaurate dalla sua industria, a dir di Cedreno (a); ma non si vide gran pro, nè sorse scrittore alcuno. Venne poi *Psello* il giovane, ed ebbe fama tra' suoi d' uom sapientissimo, come chiamollo l' Allazio (b): ma le sue opere non sono che i primi elementi di quelle scienze; e tal è pure un trattato suo astronomico, di che ci dà ragguaglio l' *Yriarte* (c). *Barluamo* ed *Isacco Argirese* sono forse i due greci più celebri in matematica dopo la distruzione della scuola alessandrina; pure il libro del primo, citato dal *Fabricio* (d), sul vero metodo di conoscer il tempo

(a) *Comp. hist.* — (b) *De Psellis* 14. — (c) *R. Bibl. Matr. codd. gr. ms.* p. 175. — (d) *Bibl. gr. tom. X.*

da celebrare la pasqua, e i due d'Isacco riportati dal Petavio (a), per trovare i cicli del sole e della luna, ci mostrano qual fosse lo scopo de' loro studi. *Teodoro*, *Metochita*, *Niceforo Gregora*, *Niccolò Cabasila* e tal altro ebbero tutti le stesse mire, e nessuno pensò ad arricchirsi di nuovi lumi (1).

#### XIII. Romani.

Or se tale fu la greca coltura, qual sia stata la romana? Sappiamo che *Sesto Pompeo*, che *Sulpizio Gallo* scrisse d' eclissi ; che gli astri trattarono *L. Arunzio* e *G. Cesare*; che *Varrone* e *Nigidio Figolo* dier opere matematiche ; ma pur lamentava Tullio (b) gli scarsi progressi di quelle appo i Romani. Che se *Vitruvio*, *Columella*, *Frontino* ed altri ne fecero studio, ciò fu per farle servire alle materie che trattavano.

#### XIV. Latini.

Nè *Apuleio* nè *Macrobio* nè *Cassiodoro* nè *Capella* nè altri posteriori si mostrano in questa scienza inoltrati gran fatto. *Boezio* può riputarsi il maestro in ciò de' Latini, e come tale il riconobbero *Beda*, *Isidoro* e tutti i seguenti; eppure non fe' che tradurre, com' ei confessa, le opere più elementari de' Greci. L'unico libro dappoi studiato era l' *Etimologie* di santo *Isidoro*, da cui poco potea ritrarsi, cioè la cognizion delle voci proprie di quelle scienze. San *Gregorio magno*, sì impegnato pel canto e per la musica, non potea certo sbandire dalla sua corte le matematiche, cui quella suppone; e ciò che scrisse sei secoli appresso *Giovanni di Sarisbury* (c), non puot' intendersi che dell' astrologia giudiziaria, bandita pure sotto quel nome più volte

(a) *Uranol.*—(b) *Tusc.* l. 1, 2.—(c) *Policrat.* l. II, c. 26.

(1) Quali scrittori per tutto questo intervallo desse alle matematiche *Alessandria*, quali l' *Arabia*, quali la *Grecia* e l' *Europa* tutta, senza i qui menzionati, veggasi appo l' *Hcibronner* che ne intesse la lista ben lunga secondo l' ordine de' secoli ; nè qui porta il pregio dell' opera travagliare di strani nomi le orecchie.

dagl' imperadori. Accanto a Boezio non possiamo collocare che *Beda*, le cui opere aritmetiche dirette, secondo l' uso, a formar cicli, scoprirono la precessione seguita negli equinozi dopo il concilio niceno, e l' bisogno che v' era di riformare il calendario. Non si veggono in seguito che i superficiali trattati del quadrivio d' *Alcuino*, e simili opericciuole di frivolo momento (a).

#### XV. Spagnuoli.

Or dunque il risorgimento di questo studio venne dagli Arabi. Se Gerberto trovò in Ispagna un maestro di matematiche nel vescovo *Aitone*, uno scrittore d'aritmetica in *Giuseppe*, uno d' astronomia in *Lupito*; se moltissimi fur gli scritti degli Spagnuoli, de' quali ne restano nella biblioteca di Toledo, come scrive il Burriel; se ottenner fama le opere di *Giovanni* da Siviglia; se vi comparver le tavole alfonsine, che fur la sorgente dell' astronomia Europea; frutti son questi del saraceno magistero.

#### XVI. Inglesi.

Nè da Beda nè da Alcuino, ma dagli Arabi apparò *Atelardo* goto e il *Mortey*, e indi il celebre *Ruggero Bacon*, l' onorato padre de' fisici e matematici inglesi, e poscia *Giovanni* da Sacrobosco autore della famosa *Sfera*, stata lungo tratto l' opera classica degli Europei. L' ottica dee agli Arabi l' esser locata tra le matematiche, esclusa imprima e dalla greca enciclopedia e dal latino quadrivio; e dalle opere di *Alhacen* trassela *Vittellione*.

#### XVII. Tedeschi.

Le tante e sì varie produzioni che diede Gerberto non le apprese che dall' Arabia: a lui scrisse l' imp. *Ottone* pregandolo di lumi sull' aritmetica; a lui dirizzò il vescovo *Adelboldo* l' opuscolo sul trovare la grossezza d' una sfera; a lui si debbe l' ardore acceso tra gli Alemanni di questo studio. Scrisse dappoi *Ermanno* Conratto sulla quadratura del circolo, sulla misura e l' utile

(a) V. Ximenes *Intr. istar. del vecchia e nuovo gnomone*.

dell'astrolabio, sull'eclissi e siffatti punti, e dappertutto fe' uso delle arabiche cognizioni. *Alberto Magno*, *Giordano Nemorario* ed altri Tedeschi prepararono la Germania a produrre i grandi ristoratori di queste scienze, i Purbach i Regiomontani i Copernici.

#### XVIII. Italiani.

Anco l'Italia ricevè i primi suoi lumi dalle scuole de' musulmani, d'onde recolli e *Gherardo*, carmonese o cremonese che fosse, maestro degli Italiani e autor di Teorica su' pianeti, tanto apprezzata a que'tempi; e *Campano* novarese, stimato scrittore della Teoria dei pianeti, e de' Commentari d'Euclide, lodati tanto e citati dal Clavio e dal Viviani; e sopra tutti *Leonardo* pisano, che introdusse in Toscana e propagò altrove la scienza dell'algebra.

#### XIX. Moderni.

Contuttociò quelle non furono che le prime mosse: a' greci fonti convenne ricorrere per addestrarsi a rapidi voli, non agli arabici rivi: quindi le versioni latine di quegli autori, lungamente noverate dal Montucla, tra le quali si scalarono il *Regiomontano* il *Maurolico* il *Commandino*. Nuova schiatta di matematici si vide sorgere d'altra immaginazione, d'altro ingegno, d'altra invenzione. *Ticone* e *Galileo* poteron oscurare gl'Ipparchi e i Tolommei: *Vieta* e *Keplero* emularon le glorie degli Archimedi e degli Apolloni. Quali avanzi fecero *Guldino*, *Gregorio*, *Kevelio*, *Bayero*! quante verità si scopersero col metodo del *Cavalieri* e del *Roberval*! Qual nuova scena all'apparir di *Cartesio* di *Fermat* di *Wallis* di *Ugenio*! e quanto più nuova al succedere di *Leibnitz* di *Newton* di *Cassini* di *Flamsteed* di *Halleio* di *Bernoulli*, che co' calcoli loro han colta nelle sue opre natura, scoperti i suoi arcani e sottomessala alle lor leggi! Quest'è l'epoca della vera gloria per le matematiche, questo il punto del maggior loro innalzamento: da quel tempo non corsero ma volarono, e più progressi fero in poc'anni che pria in molti secoli. *Bradley* *Simson* *Bouguer* *Clairaut* *Alembert* *Bernoulli* *Eulero* *Boscovich* *la Grange* *la Place* e

mille altri han fatto sì, che il calcolo la meccanica l'idraulica l'ottica l'astronomia la nautica e perfino l'acustica si veggiano omai arricchite non pur di nuove verità, ma di nuovi rami accresciute: il che noi entreremo a disaminare distintamente in rilevando di ciascuna classe i gloriosi avanzamenti (1).

(1) Il compartimento di questa moltiplice facoltà, che or qui entriamo a contemplare, è stato da vari variamente disposto. Piacemi di qui arrecare il prospetto che ne manda innanzi al suo corso il la Caille. Le matematiche sono altre pure, altre miste. Le pure dividonsi in aritmetica e in geometria: delle quali la prima è o numerica o algebrica; l'una e l'altra o elementare o infinitesimale, che pure ripartesi in differenziale ed in integrale. La geometria è altresì o elementare, e racchiude architettura civile e militare; o trascendentale, e dà la teoria delle curve. Le miste comprendono, 1. Meccanica, che si parte in statica e dinamica; a quella si riferisce la idrostatica, a questa la balistica, e l'idrodinamica, contenente idraulica, nautica, architettura navale. 2. Astronomia geometrica, che si dirama in cosmografia, in cronologia, in gnomonica: la prima di esse abbraccia descrizione di cieli di terre di mari, onde nasce la uranografia, la geografia, la idrografia. 3. Ottica, a che si aggiugne la diottrica, la catottrica, la prospettiva. 4. Acustica, a che si riporta la musica, la melodia, l'armonia. 5. Pneumatologia, che considera le proprietà de' fluidi elastici, pesanti, e simili. 6. Arte di congetturare, che spone l'analisi e le leggi de' giuochi e degli azzardi. Altre più minute diramazioni non è di questo luogo lo addurre, bastandoci questo cenno all'intendimento della seguente trattazione.

Chi vuole oltre scompartizioni, potrà riscontrare l'albero genealogico, preposto alla Enciclopedia dal d'Alembert, senza dir nulla di quelli che dierono e Chambers e Bielfield ed altri enciclopedisti, altri trattatisti, altri compilatori di dizionari.

## CAPITOLO II.

## ARITMETICA (1).

## I. Origine.

De' primi coltivatori di questa scienza nulla non sappiamo di certo; se fossero gli Egiziani, come crederettersi Platone (a), Ecateo ad Aristagora (b); ovvero i Fenici, come vollero Strabone (c), Porfirio (d) e Proclo (e); o altri che fossero: sappiamo soltanto, ciò che osservò Aristotele (f), che tutte quasi le nazioni convennero nel ridurre il calcolo ad un comune sistema di numerazione, e nell'abbracciare la decupla progressione; il che egli attribuisce al contar che faceasi colle dita delle mani. Su che riflette l'Hervas (g) che vari popoli americani danno il nome di una mano al cinque, e di due al numero diece; e che alcuni selvaggi contano per venti, perocchè scalzi come sono aggiungono alle dite delle mani quelle de' piedi, onde formare il computo a ventine. I Traci soltanto, a dir d'Aristotele, non passavano oltre il quattro: gli altri tutti erano sì uniformi nel numerare, che indarno se ne attribuisce l'invenzione a *Pittagora* (2).

(a) In *Phaedro*.—(b) *Laert. in proem.*—(c) *Lib. XVI.*—  
 (d) *In vit. Pyth.*—(e) *Com. in Eucl.*—(f) *Probl. 15.*—  
 (g) *Aritm. delle naz. art. 1.*

(1) La Storia dell'aritmetica occupa il primo posto in tutte le Storie generali delle matematiche, che furono mentovate al principio del capo precorso. Ma oltre ad esse una ne contiamo peculiare di questo ramo. Il celebre Adriano M. Legendre sì famoso per la sua Teoria dei numeri e per altre produzioni di matematica sublime, n'ha dato altresì la Storia de' numeri, con quella accuratezza di discussioni e pienezza di notizie, che possano soddisfare chiunque ami saperne di vantaggio.

(2) Aristotele nel luogo addotto (*Sect. XV, probl. 3*) novera parecchie ragioni di convenienza, perchè gli uomini d'ogni nazione s'accordassero in anteporre ad ogni altro il contar per decie. Che se i Traci non andavano di là da' quat-

II. *Pitagora.*

Questi sì fu il primo che studiò le combinazioni dei numeri (a); e benchè il Malala (b), sant' Isidoro (c) e il Cedrene (d) dubitino s'ei scritto avesse di questi, ad ogni modo molte cose ne insegnò a' discepoli, sicchè tal dottrina è tutta pitagorica. Vero è che questa era in gran parte misteriosa e simbolica, occupandosi troppo nel dar a' numeri de' sensi allegorici, raccolti già dal Meursio (e), ne quali si scorge molto di vanità: nondimeno, se cotali studj fur vani alla sognata lor teologia, proficui furono all'aritmetica per iscoprire curiose ed interessanti verità.

III. *Tetrattì.*

Vuolsi da certi che Pitagora, veneratore della *tetrattì* o del numero quadernario, contasse su quattro, tornando all'unità dopo i quattro, come noi usiam dopo i dieci; e infatti il Weigelio (f) il Wallis (g) ed altri han ridotto a pratica tal uso: ma ciò non ha valevole fondamento per credersi, nè vien accennato dall'indagator di tali usi Aristotele (1). *Archita* taren-

(a) In *Pyth.* 11. — (b) *Chron.* t. I. — (c) *Orig.* III, c. 2. — (d) *Com. hist.* — (e) *De denar. pythag.* — (f) *Tetract. pythag.* — (g) *App.* t. I.

tro, ciò dice esser avvenuto, *eo quod amplius, more puerorum, meminisse non possent, neque miliarum rerum usum haberent.* Pitagora poi fu sì da lungi all'esserne l'inventore, che, come ci contesta lo scrittor di sua vita Porfirio, apparò la ragione de' numeri dai Fenici, come dagli Egiziani la geometria, l'astronomia dai Caldei: benchè possiamo con altri concedergli il vanto d'averne egli scritto il primo tra' Greci.

(1) Per *tetrattì* non intese Pitagora il quaternario numero, ma sì il decennario; e così lo appellava, perocchè il dieci risulta dalla somma di uno, due, tre e quattro: ciò che han confermato Nicomaco e il suo comentatore Giamblico, e poscia il Meursio che ha esaurita questa materia nel suo *Denarium Pythagoricum*, contra l'opinione del Weigel che nella sua *Tetractys Pythagorica* mantenne non aver quel filosofo contato oltra la quaternità.

ANDRÉS col. V.

3

tino scrisse un' opera *della decina*, *κρη' δεκάδος*, citata da Teone smirneo; e per amor che portava Pittagora al numero decenario, dice Boezio (a), che il pittagorico Archita costitul dieci predicamenti.

#### IV. Abaco.

Il medesimo (b) narra l'istituzione dell' *abaco*, dicendo che i Pittagorici, per non fallare nelli moltiplichi, nelle divisioni e nelle misure, immaginarono una formola che chiamarono *Tavola pitagorea*, ed altri dicono *Abaco*; e, riportata questa, dispiegane l' uso in guiso, che alcuni han creduto, essere state lor note le cifre arabiche. Ma il fatto è che negli antichi codici di Boezio si trovan cifre diverse affatto dalle arabe, e sol veggonsi numeri romani e lettere greche e segni sconosciuti.

#### V. Cifre.

I numeri della prima riga hanno i nomi *igin andras ormis arbus quimas caltis zenis zemenias scelentis* che sanno dell'arabo e dell'ebraico; e l'ordine loro da destra a sinistra mostra tosto l'origine orientale. I codici dunque boeziani che portano quella tavola con cifre nostrali sono di data posteriore. Nè può dirsi con Uezio (c) che dalle lettere greche alterate nascerò i numeri arabici: solo può dirsi con Isidoro (d) che i Greci usano lettere alfabetiche per segni numerici (1).

#### VI. Greci.

Gli scritti aritmetici di *Telaugé*, (e) d' *Archita* e di

(a) *Aritm.* l. II, c. 41.—(b) *Geom.* l. I.—(c) *Dem. evang.* prop. 4.—(d) *Or.* l. I, c. 3.—(e) *Suid.* in *Thelaugé*.

(1) Non pure i Greci, non pure i Latini, ma e gli Ebrei e gli Orientali adoperavano le lettere per numeri. Esse però dovevano riuscire a grave impiglio nelle grosse computazioni: il che produsse ritardo alla loro scienza. Vedi presso il Montucla gli antichi caratteri aritmetici di che usarono Boezio, Planude, Alesfadi, Sacro-Bosco, Ruggiero Bacone, e gl' Indiani moderni. *Histoire des math.* t. I, *planche IV*; caratteri già prima divulgati dal Vard, *Trans. phil.* an. 1735, n. 439.

altri pitagorici, dal Fabricio (a) noverati, son oggi smarriti. De' numeri armonici da *Platone* recati nel suo *Timeo* ci diede un'opera il celebre Alkindi (b); ed esso nel *Teeteto* e in altri dialoghi mostra possesso delle proporzioni e di simili operazioni. *Aristotele* pure fa soventi allusioni e richiami a queste dottrine, e suppone tai notizie comuni già nella greca nazione; e perfino istorie scrisser di questa scienza *Eudemo* e *Teofrasto* (c): Ma la prima opera realmente aritmetica venne dappoi, e sono alcuni libri d'*Euclide* (d) che trattan di numeri con ingegnose combinazioni. *Archimede* col suo *Psammitte*, ossia del numero de' grani d'arena, fece un nobile sforzo d'aritmetica, provando che il 50 termine d'una progression decupla crescente basterebbe a riempier di tali grani l'universo allor conosciuto. Ciò prova e la finezza del suo ingegno e i progressi di quell'età in tale studio (1). Volle poi *Eratostene* facilitare le operazioni col rinvenire un *cribro* aritmetico, mentovato da Nicomaco (e) e da Boezio (f); il qual è una tavola de' numeri dispari coll'aggiunta de' divisori comuni ai composti o secondi, per distinguerli da' semplici o primi: cosa oggi leggiera, ma in allora sublime, commentata da *Giovanni Fello* vescovo d'Oxford, come porta il Fabricio (g), e poi dal dotto *Pell*, come scrive il Leibnizio (h).

#### VII. Altri Greci.

Quegli però che chiamato venne per distinzione l'a-

(a) *Bibl. graec.* l. II, c. 13. — (b) *Arab. phil. bibl.* — (c) *Laert. in Theophr.* — (d) L. VII, VIII, IX. — (e) *Aritm.* — (f) *Arith.* l. I. — (g) *Bibl. graec.* l. IV, c. 21, §. 3. — (h) *Ep. ad Oldenburg.*

(1) Questo computo ardito di Archimede è stato messo in miglior luce dal Wallis, illustratore del suo *Arenario*, che pubblicò in greco e latino nel terzo volume delle sue opere matematiche. Suppone quivi egli i granelli di arena sì minuti, che diecimila di essi non agguagliano un grano di papavero; e nondimeno conclude che l'unità seguita da 63 cifre, o come egli dice, mille miriadi di numeri settimi riempiranno tutto quant'egli è lo spazio mondiale.

ritmico, fu *Nicomaco*, a' principi dell'era volgare; che per le vaghe complessioni di numeri pari e dispari, primi e secondi, semplici e composti, perfetti ed imperfetti, fu illustrato tradotto abbreviato ed ampliato da' seguenti greci latini ed arabi. Più utile fu la dottrina di *Diofanto*, il quale non ispiegando, come *Nicomaco*, ma supponendo le dottrine teoriche degli aritmetici, entra nella pratica e corre di questione in questione sciogliendole tutte di volo. Dopo lui non ci resta che un frammento di *Teone* smirneo e alcuni pezzi delle Raccolte matematiche di *Pappo*, e con essi chiudesi la greca aritmetica (1).

#### VIII. Latini.

I Latini non aveano miglior opera che quella di *Boezio*, il quale confessa averla tolta da *Nicomaco*, tradotta già prima dall'africano *Apuleio*. Nè *Marciano Capella*, nè il vero o falso *Agostino*, nè *Cassiodoro*, nè *Isidoro*, nè altro scrittor del *quadripartito* merita nome d'aritmetico. Solo il celebre *Beda* propose quesiti numerici e gli sciòse, e ravvisò le operazioni degli antichi; presso cui fu in uso la *dattilonomia*, o l'arte di contar colle dita, della quale poi scrissero il *Nebrissense* (a), il *Wouer* (b) ed altri moderni (2).

#### IX. Arabi.

Assai più che a' Latini è debitrice l'aritmetica agli

(a) *De digit. supput.* — (b) *Polymath.*

(1) Ci rimane tuttavia un monumento di greca aritmetica nei XLV problemi o sia *Epigrammi* che ci riporta l'*Heilbronner* nel l. V, c. I, della sua *Istoria matematica*, sposti in versi greco-latini, e da lui esplicati. Sono altrettante equazioni numeriche, presentate sotto il velo di fatti e quesiti curiosi. Autore della più parte d'essi dicesi *Metrodoro*, secondo che avvisa il *Bachet* nel suo *Diofanto* pag. 349.

(2) Siccome tra' Greci fu *Pitagora* il primo a scrivere di aritmetica, che poi *Nicomaco* ridusse a perfezione; altresì tra' Latini (se crediamo a *Cassiodoro de math. disc. cap. de arithm.*, e ad *Isidoro Orig. l. III, c. 2*), fu primo *Apuleio*, e secondo *Boezio*. Se non che questo va inteso dell'aritmetica pratica, che della teorica n'avea già dianzi scritto *Varrone*.

Arabi, de' quali se ne contano infiniti che l'illustrarono. *Thebit ben Corrah* scrisse de' numeri poligoni, della proporzione composta, e l'epitome di Nicomaco con molta laude: *Abi Abdalla Moamad* fu nomato l'aritmico: *Abu Barza* ottenne il soprannome di calcolatore. La regola di *falsa posizione*, detta pur d'*Elcatain*, è dovuta agli Arabi, come apparisce dal nome e da Luca di Borgo (a) che la riporta dietro a Leonardo da Pisa (1). Ma il più che loro dobbiamo è l'introduzion delle cifre numerali e dell'uso loro, senza cui fora tuttor balbettante l'aritmetica pratica. Noi rimettiamo al Bevereggio (b) e ad altri scrittori la storia de' segni numerici degli antichi, e ricordiamo ciò che fu provato nel primo volume, che le cifre nostrali son venute dagl' Indiani per mezzo degli Arabi; benchè il Villoison (c) e l'Adler (d), fondati ad una Dissertazione inatematico-critica d'anonimo (e), sostengono, ma falsamente, nelle sigle lapidarie e nelle note librarie essersi dagli antichi usate tai cifre.

#### X. Introduitori delle cifre.

Eppure nè Valerio Probo ed altri antichi che scrissero intorno all'interpretazione delle note romane, riportati nella Raccolta de' latini gramatici del Gotofredo; nè il Nicolai, nè l'Orsato, nè altri moderni, che spiegano le sigle vetuste, non trovano le nostre cifre; e dove trovano i segni 3, 7, 9, non gli veggono indicar numeri, ma tutt'altro: nè qui cerchiam la figura, ma l'uso delle cifere, a poter dare loro la romana cittadinanza. Nè Gerberto, com'essi vogliono, conobbe punto le stesse; dacchè nelle opere sue nessun vestigio ve n'ha, nessuna menzione: anzi egli confessa (f) d'aver nel-

(a) *Summa arith. ac geom.* — (b) *Arithm. chron.* l. I. —  
 (c) *Anecd. graec.* p. 152. — (d) *Mus. cuf. borg.* p. 37 etc.  
 — (e) *Racc. di Opusc. venez.* t. XLVIII. — (f) *Geom.* l. pref.

(1) Di molti altri arabi aritmetici ne fanno ampia rassegna il Labbe il Montfaucon il Casiri nelle loro Biblioteche dei manoscritti; e di più altri tien conto l'Herbelot nella sua Orientale.

l'aritmetica seguito Boezio, il quale certo ignorò queste cifre. Che se vuoi con Giovanni di Malesbury (a), sostenere che avesse Gerberto acquistata nella Spagna la cognizione dell'abaco, e insegualata poi nelle Gallie, con certe regole tolte da' saraceni che facean sudar gli abachisti; chi non vede che dagli Arabi dunque, non da' Latini, venner le cifre?

#### XI. *Ed epoca loro.*

Rimane a fermar l'epoca in che vennero: e qui l'Adler (b) vuole che gli Arabi le prendessero nelle guerre cogli Indiani, al secolo XI secondo altri, ma che secondo lui verso l'anno 1189, o 1280, cioè cavando da una moneta del museo borgiano. Questa però nè si può leggere chiaramente, nè determina il primo anno, ma suppone l'uso più antico. Piuttosto direi che la imparassero infin dal tempo d'Almamon, quando spedizioni letterarie si faceano all'India per acquistar le scienze de' bracmani. Veggiamo difatti che *Alkindi* dal secolo IX scrisse già dell'aritmetica indiana, nel X *Almogetabi* diè l'arte de' numeri indiani, ed *Alkarabisi* la maniera di conteggiare degl' Indiani, e nell' XI *Athassan* sviluppò i principi del conteggio degl' Indiani: onde possiamo riportare l'introduzion delle cifre appresso gli Arabi al secolo VIII (1).

#### XII. *E loro propagazione.*

Dagli Arabi le ricevettero gli Spagnuoli; e il Tarreros nella Paleografia ispanica (c), spiegando uno scritto del 1136 d'una versione di Tolommeo, riportato nella tavola XII, dice che quello è de' più antichi con cifre numeriche, veggendosi negli altri i numeri castigliani ch'e-

(a) *Hist. angl.* l. II. — (b) *Ubi. sup.* — (c) Pag. 102.

(1) Una più copiosa notizia di questo articolo potranno i curiosi cavarla dalla Dissertazione critica del Weidler *De characteribus numerorum vulgaribus et eorum aetate*, e dal suo Spicilegio di osservazioni pertinenti alla storia delle note numericali. dov'egli porta sentenza le nostre cifere non essere state incognite ai Greci antichi. Ma fatto sta che questi nè verun uso ne fecero, nè ce ne lasciarono alcun seniore.

raho quasi i romani. Al medesimo secolo attribuisce il Wallis (a) l'introduzione di quelle nell'Inghilterra, al ritorno degl'inglesi Atelardo, Roberto Resinense, Guglielmo de' Conchi, Daride, Morlac ed altri di Spagna venuti, poichè v'ebbero apprese tali scienze; ed al secol seguente riporta i libri di Giovanni da Sacrobosco e d'altri Inglesi che ne fer uso. Dagli Arabi le prese Leonardo da Pisa nel XII, ed usolle nel codice serbato nella Magliabecchiana, e nella R. Napolitana. Dagli Arabi l'ebbero anche i Greci, e Massimo Planude scrisse dell'uso loro. Tutta insomma l'Europa debbe a quelli il beneficio di queste cifre, senza cui resterebbe inceppata l'aritmetica, atteso il legame imbarazzante de' numeri romani, disadatti secondo l'Uezio (b) a complicati calcoli. Per mancanza di esse, dicono il Vossio (c) e il Wallis (d), non poterono i Greci nè i Latini avanzarsi; e per aiuto di esse han fatto i moderni de' voli sorprendentissimi.

#### XIII. Greci moderni.

Svegliaronsi a quel tempo i Greci, e Psello nell'XI scrisse dell'aritmetica, ma con troppa superficialità; nel XIV ne scrisse Barlaamo con maggiore profondità; scrisse Massimo Planude ed altri dal Fabricio (e) lodati. Degno è di memoria distinta Manuello Moscopule scrittore dell'opera aritmetica de' Quadrati magici, che serbasi ms. nella R. biblioteca di Parigi.

#### XIV. Quadrati magici.

A lui dobbiamo tali quadrati, invenzione utile e curiosa. Tutt'i numeri che compongono un quadrato, v. g. da 1 a 25 disposti a progressione aritmetica il formano *naturale*; e *magico* diventa, qualora quelli scrivansi per tal ordine, che, sommandosi i numeri di ciascuno de' lati sì orizzontali e verticali che diagonali, da ognuno risulti la stessa somma. Il la Hire (f), esaminato quel codice di Moscopule, presentò ne' numeri

(a) *Alg.* c. 4. — (b) *Dem. ev. prop.* 4 — (c) *De sc. math.* Addenda p. 431. — (d) *Alg.* c. 3. — (e) *Bibl gr.* l. IV, c. 22. — (f) *Ac. sc.* au. 1705.

dispari due metodi di formar que' quadrati. Fur poi questi adoperati, ed *Agrippa* formonne de' sette numeri, che sono dal 3 al 9, per applicarli a' pianeti. Vedendo questi *Bachet di Meziriac* propose una regola per farne de' simili, ma in numeri dispari (a). Di pari ancor diede metodi l'ingegnoso *Frenicle*, e variò i quadrati per mille guise (b). Un altro reconne dall'India il *de la Loubere*, non dissimile molto dal primo di Moscopulo, e ne diè la difficile dimostrazione (c). Di recente il fiammingo *Poignard* pubblicato ha un trattato di quadrati *sublimi*, ne' quali invece della progressione aritmetica usa la geometrica e l'armonica, e vi trova piacevoli novità ed ingegnose combinazioni. Indi il *la Hire* in due dissertazioni propose più e più metodi all'Accademia delle scienze; ed altri in seguito gliene propose il *Sauveur*, che per renderli più generali li fece, non in numeri, ma in lettere: formò quadrati per analogia per reciprocazione per eccedenti per mancanti; li tagliò non solo in contorno, ma in croce e in altre fogge; diè formole algebriche per que' che n'eran capaci; nè pago di tanti quadrati, fe' anco de' cubi magici; sicchè credette il Fontenelle esausta questa materia (1). Ma pure nel 1750 presentò il *d'Ons-en-Brux* un'altra memoria, in cui non aceresceva già le condizioni a' quadrati, ma semplificava la soluzione del problema; e così varî altri han trattato di questo argomento, poco profittevole sì, ma molto sottile.

#### XV. Latini.

Quanto a' Latini, avea già dal secolo X scritto lo spagnuolo *Giuseppe* della moltiplicazione e divisione dei

(a) *Probl. plaisans.* — (b) *Anc. Mèm. de l'Acad. des sc.* l. V. — (c) V. la Hire *Mèm. Acad. des sc.* 1705.

(1) Circa i quadrati e i cubi magici leggiamo delle osservazioni del gesuita Adamo Rochanski, matematico del re di Polonia, negli Atti degli Eruditi di Lipsia 1686: dove ha degl'ingegnosi problemi; com'è una foggia novella di quadrati che, non sommando, ma sottraendo, vi rendon per tutto un medesimo numero; e cotali arguzie da sollazzare la gente.

numeri, libro ricercato da *Gerberto*, il qual fece sull'abaco il principale suo studio, e ne acquistò perizia nella Spagna e comunicolla al resto d'Europa. Ma il primo, di cui restino monumenti, benchè mss., è l'celebre *Lionardo Fibonacci* ossia figlio di Bonaccio pisano, di cui è celebre il *Liber abaci*. Menato egli nell'Africa da suo padre, impiegato in una dogana, v'imparò il conteggiar indiano od arabico, e nel 1202 mise fuori quest'opera magistrale; e lasciò anche un Trattato sopra i numeri quadrati, lodato la *Luca Pacioli* (a) e copiato nel libro XVI d'un codice di Firenze (b).

*XVI. Ed altri.*

Autori più acclamati furono *Giordano Nemorario* e *Giovanmi di Sacrobosco*. L'aritmetica del primo fu stimata assai dal Regiomontano dal Fabro dal Clavio; quella del secondo non è men conosciuta che la famosa sua *Sfera*. *Prosdocimo* da Padova, e *Biagio* da Parma sparsero lumi di quella scienza; e di *Paolo dei Dugomari* scrisse Filippo Villani che fu peritissimo aritmetico, e nell'equazioni tutti gli antichi e moderni passò, e lo *Ximenez* (c) crede esser egli quel Paolo che per la perizia di numerare venne detto dell'*Abaco*. Il citato codice amplissimo, che serbasi nello Spedale di s. Maria nuova di Firenze, contiene un copioso Trattato dell'abaco (d). Fiorirono pur allora e un *Benedetto*, laudato dal Verini nella sua *Illustrazion di Fiorenza*, e un *Luca Pacioli* di Borgo san Sepolcro, la cui *Somma di aritmetica, geometria, proporzioni e proporzionalità*, in cui abbreviò le dottrine altrui, fu la prima opera stampata in tal genere. La coltura stessa dell'algebra giovò all'aritmetica, come in effetto giovaronle i *Tartaglia*, i *Cardani* ed altri algebristi. L'amor del grecismo e dell'antichità le tornò anche a profitto, ed i comenti d'*Euclide*, d'*Archimede*, di *Diofanto* ne arricchirono questa scienza. L'astrologia vana e la vera astronomia,

(a) *Somma ec. dist. 1, tract. 4, art. 6.* — (b) *Targioni Viag. tosc. t. II.* — (c) *Del gnom. fior. Introd. stor. par. II.* — (d) *Targ. ivi.*

richiedendo gran possesso di numeri, ne promosser anco lo studio; e la dottrina delle frazioni decimali è nata o almeno cresciuta per l'influenza degli astri e per opera del *Regiomontano*. Ed allora lo *Stüfels* il *Pelletier* il *Maurolico*, il *Clavio*, il *Vieta* con fini e giusti lumi trattaron l'arte del conteggiare (1).

#### XVII. Logaritmi.

Il dono però più prezioso ch'abbia fatta l'aritmetica alle altre scienze, è quello de' logaritmi, inventati a principio del trapassato secolo dallo scozzese *Neper*, benemerito perciò di quelle e della umanità. Egli ci ha procurato il mezzo di schivar tanti inciampi e fatiche noiose, e di finire con prestezza e facilità ogni più complicata operazione. L'idea di due linee percorse con velocità, variabile l'una, l'altra uniforme, e delle relazioni e ragioni che fra quelle ritrovansi, gli fe' nascere pensiero di formare due tavole di numeri in proporzione, geometrica l'una, e l'altra aritmetica; e di sostituire alli moltiplichi e alle divisioni de' numeri geometrici la somma e la sottrazione degli aritmetici, e trovarne lo stesso risultamento, ed applicarlo alla trigonometria: la quale in uno colle altre scienze riceve quinci aiuti squisiti. La formazione però di quelle tavole ricerca molti riguardi, nè vi riuscì sì bene lo stesso *Neper*, che fu il primo a ravvisarne gl'incomodi; onde propose la correzione in un'opera postuma da suo figliuol pubblicata (2). Fu questo metodo eseguito

(1) Sarebbe un non finirla il tener dietro a tutti gli aritmetici. Di quelli soltanto che scrissero dal 1500 al 1740 ne annoverò presso a dugento d'ogni nazione l'*Heilbronner*, *Hist. math.* l. IV, c. 4 et seq. E pure non vi comprese nè i libri elementari nè quelli di mera pratica. E quanto s'ingrosserebbe di vantaggio il catalogo, se fosse prolungato per fino a di nostri?

(2) La prima opera del barone *Neper* su questo argomento era uscita ad Edimburgo 1614, col titolo *Mirifici logarithmorum canonis descriptio eiusque usus*. La correzione ch'egli propose, fu quivi medesimo, nell'anno stesso 1618 ch'egli morì, divulgata da Roberto suo figlio. Due altri preziosi lavori dob-

dal *Briggs* suo dotto allievo, il quale nell'*Aritmetica* logaritmica pubblicò una lunghissima tavola de' numeri naturali, ed altra ne ordì de' logaritmi de' seni e delle tangenti, per tutti i gradi e centesimi di gradi, del quarto di circolo, la quale fu poi terminata dal *Gellibrand*. L'olandese *Ulacq* recò a quelle maggior finezza, ed altri dietro a lui v'han lavorato intorno. Celebrata venne da tuttj la *Logarithmotechnia* del *Mercator*, le cui teorie avea contemporaneamente scoperte il *Newton*. *Giacomo Gregory* altre n' aggiunse, altre l'*Halleio*, proponendo nella R. Società di Londra un metodo più universale (a). *Abramo Lharp*, *Euclide Speidell*, e sopra gli altri l'*Eulero* han formate in questa parte utilissime teorie.

### XVIII. Di quantità negative.

Romorosa fu la quistione, se avessero o no logaritmi le quantità negative. Affermava ciò il *Bernoulli*, ripugnava il *Leibnizio*; entrambi ne scrissero, e fur seguiti, l'uno dal d' *Alembert*, l'altro dall' *Eulero*; che ne trattarono a lungo, questi nelle memorie (b), quegli nei suoi opuscoli (c). Restò indecisa la lite, ma or sembra propendere a favor di *Leibnizio* e di *Eulero*; come pensano, a tacer di cent' altri, un *Foncenex* nell' *accademia torinese* (d), e un *Fontana* nella società italiana (e), benchè il *Malfatti* nell' *accademia mantovana* (f) tentato a abbia di conciliar ambe le opinioni.

- (a) *Trans. phil.* an. 1695. — (b) *Ac. de Berl.* an. 1747.  
 — (c) *Tom. I.* — (d) *Miscel. Taurin.* t. I, II. (e) *Memor. t. I.*  
 — (f) *Mem. t. I.*

hiamo a *Giovanni* il padre: l'uno l'*Aritmetica logaritmica*, contenente i logaritmi de' numeri naturali fino a 100000: cresciuta e riformata, prima dal *Briggs* e poscia dall' *Ulacq*: l'altro la *Rhabdologia*, ch'è un metodo pratico di spedire con prestezza il moltiplicare e dividere i grandi numeri per via di certe bacchette in cui son segnate le cifre: metodo che poscia il *Raussain* volle affinare, e darne conto all' *Accademia delle scienze di Parigi*, che n' inserì la Memoria nella sua storia del 1738, come or or si dirà.

## XIX. Scrittori di essi.

Intanto quelle tavole sono state di continuo cresciute, nell'Inghilterra, dallo *Shervin* e dal *Gardiner*; e poi il *Long* e il *Dodson* produssero tavole antilogaritmiche, comechè con esito poco felice. Nella Germania lo *Schulze*, il *Wolfram*, il *Vega*; in Francia il *Callet*; in Inghilterra l'*Hutton*; altri altrove hanno corrette migliori accresciute sì le tavole, sì gli usi loro: delle quali quest'ultimo ci ha dato anche una storia, e una raccolta degli scrittori logaritmici ci ha pur dato il *Mazeres*. Dopo questi ce n'ha porte altre più facili il *Taylor* autore delle tavole sessagesimali; la cui opera fu terminata d'imprimere dal *Muskeline* che v'aggiunse alcuni precetti; e sì questa, come quella del *Callet*, nell'edizione stereotipa del *Didot*, sono le più emendate e corrette (1).

## XX. Aritmetica istrumentale.

Trovò inoltre il *Neper* una macchinetta, da lui proposta nella sua *Rhabdologia*, e dal *Wolfio* (a) e da altri recata, colla quale, per mezzo di certe bacchette

(a) *Arith.* c. 2.

(1) Dai tipi di *Firmino Didot* uscirono prima le grandi tavole stereotipe de' logaritmi pe' numeri fino a 100000, e per li seni e le tangenti di 10 in 10 secondi: poscia le tavole piccole pe' numeri fino a 10000, a che lavorarono successivamente la *Caille*, *Marie*, de la *Lande*: il quale, a smenomare il volume e breviare il calcolo, ridusse le note numeriche dei logaritmi da 11, che prima erano, a 6 solamente. Oltre alle tavole degli autori mentovati dall'*Andres*, meritano la nostra attenzione le nuove tavole trigonometriche decimali, pubblicate per *Hobert* e *Ideler* a Berlino 1799, quelle del *Borda* e *Delambre* a Parigi 1801. A Berlino altresì nel 1798 mise fuori il *Gruson* una *Pinacothèque*, o raccolta di tavole per moltiplicare e dividere; a *Daventria* nel 1811 il *Chernac* un *Cribrum arithmeticum*, o collezione di tavole, che agevolano i calcoli; e a Parigi 1817 altre il *Burckhardt* ne diede de' divisori per tutti i numeri de' primi tre milioni, con esso i numeri primi che vi esistono; e così veggiamo per cento guise condotta al più alto seguò d'affinamento quest'arte.

le laminette ingegnosamente combinate, presenta alla vista qualunque moltiplico e divisione senza fatica. Fu essa migliorata e presentata dal *Roussain* all'Accademia delle scienze (a). Altra macchina inventò il *Pascal* più universale, ma più complicata. Altra più semplice ne presentò alla R. Società di Londra (b) il *Leibnizio*, approvata dallo *Tschirnaus*, dall' *Ugenio*, da altri (c), ma poi negletta, finchè a dir del *Dutens* (d) fu rimessa in uso dal *Kuestner*. Altra n'avea già inventata e descritta il *Moreland*, ed altre sono state ancor di recente presentate dall' *Epine*, dal *Boitissendeau* e da altri; ma tutte son ite in disuso, nè l'aritmetica stromentale ha potuto riscotere applausi. Le matematiche son troppo sublimi a volersi servire di tali giochi di mani.

### XXI. Meccanica.

Più onore fece al *Pascal* l'invenzione del triangolo aritmetico, nel quale segnando alla punta un numero a piacimento si van formando i numeri figurati, si determinano le ragioni c' hanno tra loro que' di due caselle, e le somme di que' della stessa fila, e se ne fanno le applicazioni. Il *Fermat* lavorava intorno ai numeri figurati, a' numeri primi, e vi trovava teoremi da occupare le menti dell' *Eulero* (e), del la *Grange* (f) e d' altri moderni; promovea l'analisi numerica di *Diofanto*, illustrata già dal *Bachet di Meriziac*. Il *Frenicle* occupavasi molto ne' quadrati magici, e dienne un lungo trattato, ed altro ne diede intorno a' triangoli rettangoli in numeri, ed altro d' un' abbreviazione delle combinazioni, in cui si leggono curiose ed utili specolazioni, lodate dal *Fermat* e dal *Cartesio*, come dice il *Condorcet* (g), per altro discordi tra loro. Il Metodo dell' esclusioni gli facilitava ogni soluzione di problema, e le sue opere la insegnarono a bene co-

(a) An. 1738. — (b) An. 1675. — (c) *Opp. Leibn.* t. II, *Brev. descr.* — (d) *Ib. praef.* — (e) *Ac. Petr. Nov. Comm.* t. V et al. — (f) *Ac. Berl. t. XXXI*, al. — (g) *Elog. de Fren.*

mune, tantochè le più solenni accademie non risonavano che di siffatti problemi.

XXII. *Quadernaria e binaria.*

Intanto il *Weigel*, osservando la *tetratti* de' pitagorici, cioè l'aritmetica che usasse il periodo non di dieci ma di quattro, nè avesse più cifre che 1, 2, 3, o, credè trovarvi sommi vantaggi, e ne sposò il metodo in due opere, il 1670. Indi il *Leibnitz* inventò un'aritmetica ancora più semplice, cioè la binaria o *dyadica* che, co' soli caratteri 1 2 0, puot' esprimere tutti i numeri, ne' quali trovò nuove proprietà, di che nel 1702 ne diè parte all' *Academia delle scienze*. Il *Lagny*, nulla consapevole della scoperta leibniziana, pensò anch' egli ad un'aritmetica binaria, colla quale il moltiplicare e dividere si fa sommando e sottraendo, come si usa co' logaritmi (a). Il *Dugincourt* (b) mostra la maggior agevolezza di trovare con essa le leggi delle progressioni. Mandata essa dal Leibnizio al p. Bouvet nella Cina, parve opportuna per far intendere gli antichissimi ignoti caratteri di *Fohi* (c). Ma benchè vantaggiose tali aritmetiche, pur sono d'imbarazzo per le quantità alquanto alte; anzi invece del corto periodo di 4 o 2, sarebbe più utile quello di 12 o 16 che soffrono più divisioni senza rotti. Benchè difficile impresa è l'introdur cangiamenti in metodi sì universalmente adottati; e come or giace negletta la tetrattica e la duale, così rimarrebbero la duodecimale o la sedecimale (1).

(a) *Ac. sc. an. 1703.* — (b) *Misc. Ber. t. I.* — (c) *Acad. sc. 1703.*

(1) A parte dell'aritmetica *tetrattica* escogitata dal *Weigel*, e della *dyadica* promossa dal Leibnizio, avvi la *decimale* e la *sessagesimale*, che riguarda le unità divise in 10, o 60 frazioni. La prima fu introdotta dal *Regiomontano* e adottata dallo *Stevin*, per computare le tavole de' seni: la spiegarono a lungo il *Bayer* nella sua *Logistica decimale*, e il *Muller* nel suo *Computo decimale*. La seconda che fu introdotta per la misura del circolo (del quale ogui grado costa di 60 minuti

## XXIII. Degl' infiniti.

A più sublimi teorie alzavansi frattanto gl' Inglesi : un' aritmetica degl' infiniti ardì formare il *Wallis*; le più lunghe serie di numeri riducevansi alle giuste lor somme, scoprivano le mutue loro ragioni; indi nacque la frazione continua del *Brounker*, di cui tanti begli usi hanno mostrati l' *Eulero* (a) e il *la Grange* (b). L' infinito istesso e le inesplicabili serie de' numeri senza fine si lasciavano poi svolgere alle mani del *Mercator* e del *Barrow*.

## XXIV. Universale.

Tutto quanto il conteggio o calcolo, sia definito o indefinito, sia di numeri a numeri o di quantità a quantità, abbracciò il gran *Newton* nella sua Aritmetica universale, cui ridusse in un corpo coll' algebra per formare un corpo perfetto dell' arte calecolatoria.

## XXV. Di vario uso.

Per altre vie fu pure nobilitata quest' arte, e dal *Pascal* (c) dal *Sauveur* (d) dall' *Ugenio* (e) fu fatta servire alle combinazioni de' giuochi; dal *Leibnizio* (f) alla giurisprudenza e alla morale, determinando con essa le usure e i frutti del denaro; dal *Petty* a calco-

(a) *Ac. Petr.* an. 1737. — (b) *Ac. de Berl.* t. XXIV. —  
 (c) *Triang. arith.* — (d) *Fonten. elog. de Mr. Sauv.* —  
 (e) *De ratioc. in lud. aleae.* — (f) *De int. sim.* Act. Lips. 1683.

primi, ogni primo di 60 secondi, e così via via), ebbe a precipui illustratori un *Henischio* nella sua *Arithmetica perfecta*, uno *Stiefel* nell' *Arithmetica integra*, un *Barlaamo* in *Logistica*, un *Wolffo* in *Elementis arithmetis*. Avvi altresì l' aritmetica calecolatoria e la *divinatoria*. Della prima che si serve di lapilli o simili zacchere per conteggiare, ci han dato ragione il *Dechales* e l' *Heilbronner*: della seconda che serve ad indovinar gli occulti numeri, oltre a questi due, scrissero lo *Scotti* e lo *Schwenter*. Chi poi volesse di questa scienza trarre solazzevoli ricreamenti, potrà ricorrere alle *Récreations mathématiques*, date in tempi diversi dai francesi *Prevost*, *Meziriac*, *Leurechon*, *Ozanam*, *Guyot*, e quelle che di fresco ha soggiunte in quattro volumi l' inglese *Hutton*, e fattele di pubblica ragione a Londra 1814.

lare gli abitanti, le derrate, i lavori, la coltura, il commercio d'una uazione, onde nacque un'aritmetica politica; e così da altri ad ogni materia fu applicata, ad ogni questione, come sono l'arte del congetturare, la dottrina della sorte, il calcolo della probabilità, che poi fur devolute all'algebra.

XXVI. *E varie combinazioni.*

Or benchè i posterì, come attesta l'Eulero (a), poco amassero le aritmetiche specolazioni; pur tuttavolta il Carrè sviluppò una curiosa proprietà del 6, che tolto a divisore de' cubi lascia in ciascuno un resto ch'è la radice di quel cubo; e il la Hire trovò in tutti i numeri levati a qualunque potenza la medesima proprietà (b). Il Kræfft lavorò intorno a' multipli del 7, nè pago della regola data già dallo Stifels. e da un altro Kræfft, ne propose una nuova all'accademia di Pietroburgo, più semplice e chiara (c); trattò de' numeri amichevoli, di quelli cioè, il cui minore si forma dalla somma de' numeri aliquoti del maggiore, come 220, e 284 (d). Il Winsheim scrisse de' numeri perfetti (e), l'Hanschio (f) d'una nuova teoria, il Goldbach (g) de' divisori de' numeri, il Kruger de' numeri primi, il Lambert de' medesimi ampliandone le tavole, il Moulrières (h) de' medesimi con nuovo metodo, e de' medesimi altresì il Rallier des Ourmes per iscoprir quelli che includonsi in una serie di dispari, e per distinguere i divisori semplici dal rimanente (i). Il Buffon il Lambert il Beguelin il Bernoulli insieme colla geometria hanno abbracciata l'aritmetica; e i due oracoli delle moderne matematiche, Eulero e la Grange, han fatte d'essa le loro delizie, e guardate hanno le dottrine numerali non, come sterili verità (1); benchè,

(a) *Ac. Petr. nov. Comm.* t. I. — (b) *Hist. de l'ac. sc. an.* 1704. — (c) *Ac. Petr.* t. VII. — (d) *Ib.* t. II. (e) *Ibid.* — (f) *Ep. ad math.* 1738. — (g) *Act. Lips.* suppl. t. VI. — (h) *Hist. de l'ac.* 1705. — (i) *Mem. de math. et de phys. pres. à la R. Ac. des sc.* t. V.

(1) Tra' più moderni spositori e meglio riputati di questa

a dir vero, la facilità e speditezza che presta ne' più sublimi calcoli l'algebra, ha fatto levare questa, di ministra ch'era e serva dell'aritmetica, a sua principale e padrona; di che perciò tempo è di parlare.

scienza possiamo non senza lode contare la Caille, cresciuto da Marie e schiarito da Thévenau; Francœur, Legendre, Lacroix, Suzanne, Gauss, Bossut, Bezout; i cui corsi riuniscono ai principj dimostrativi le utili applicazioni, e alle sublimi teorie le pratiche conseguenze.

Più recentemente son sorti a darci de' nuovi trattati aritmetici i francesi Blanchet, Montferrier, Menjaud, Vernhes, Loysel, Jacques, Reynaud, Dessez, Bernadon, Bourdon e cento altri. L'aritmetica decimale viene illustrata da Ballin, Sarrus, Marseul: l'aritmetica teorica e pratica da Wantzel e Garnier: l'aritmetica delle arti e mestieri da Loysel e la Roche: l'aritmetica popolare da Baudouin, Despouy, Martelet. Nuovi manuali, nuovi corsi, nuovi elementi di questa scienza ci vengono tutto di da Boillot, George, Voulot, Bergery, e da cotanti che si studiano di sempre più semplificarne i metodi e facilitarne i calcoli.

Intra gl' Italiani poi contiamo tra' primi gli Elementi del gesuita Andrea Caraffa, tradotti dal latino e annotati da Paolo Volpicelli; quelli d' Antonio Lombardini, stampati in Parma; quelli del Soave, rettificati e cresciuti dal Bariola; quelli del Thouard e poi del Casano stampati a Palermo; quelli del Racagni e d'altri pubblicati altrove. Un nuovo trattato d'aritmetica decimale, impresso a Chambéry 1836, merita special menzione, perchè ha seco un Vocabolario etimologico delle misure novelle.

## CAPITOLO III.

## ALGEBRA (1).

## I. Origine.

Questa scienza che prima non era se non un'aritmica di segni applicabili a' numeri, più universale ed astratta, si è quindi applicata a qualunque grandezza e quantità; ond' ella occupa un posto di mezzo tra l'arimmetica e la geometria, ed è da entrambe distinta, ovvero compresa da entrambe. Il suo nome traesi dall'arabo *gibir* che suona restituzione od unione in un intero; ma non è arabesca del pari la sua origine, ella è grechesca. Credono alcuni (a) trovare in *Euclide* (b) i suoi fondamenti: ma, a dir vero, nè in lui nè in altri anteriori so trovarne vestigio; e *Diofanto* è il primo che ci abbia data a conoscere l'algebra, e l'unico che l'abbia trattata con estensione e maestria.

## II. Diofanto suo inventore.

Egli stesso ne parla come di cosa tutta sua, non tentata per altri, e dice che il suo metodo riuscirà più difficile perchè sconosciuto. La sua dottrina versa soltanto sull'equazioni del primo grado, ma mostra di non ignorar quelle altresì del secondo (c), e maneggia con accortezza somma i problemi, i quali se ora non recano maraviglia, sono però commendati da' più dotti moderni. L'arte sua di sfuggire i valori irrazionali e

(a) Bettini *Appiar.* II, c. 2. — (b) *Elem.* I. II. c. 9, prop. 7. — (c) Lib. I, des. II.

(1) La Storia dell'algebra è stata illustrata da quanti hanno scritto quella delle matematiche, di cui è ramo potissimo. In particolare poi ne scrisse il rinomato Giovanni Wallis nel suo *Algebrae tractatus historicus et practicus*, stampato a Oxford 1684, che poi fu riprodotto nell'inglese favella. In lingua nostra, e con maggior ampiezza è stata descritta la Storia critica dell'algebra da Pietro Cossali, in due buoni volumi, a Parma 1797. L'uno e l'altro istorico dieran altresì eccellenti trattati di questa scienza.

di risolvere l'equazioni semplici o doppie è stata giudicata degna delle recenti illustrazioni. Molti libri abbiamo perduti di Diofanto, ma bastano quelli che ci rimangono a darne idea del suo sapere. Fur essi commentati dalla celebre ed infelice *Ipazia*, come attesta Suida (a), ma niente ci resta di tal commentario, e que' libri sono i soli monumenti dell'algebra greca (1).

### III. Arabi suoi coltivatori.

Se vero pronuncia il Fontenelle (b), che le scoperte appartengano a chi dà loro il nome, gli Arabi hanno diritto su questa scienza, la cui nascita e dal Cardano (c) e dal Tartaglia (d) riferiscesi a *Mouamad* figliuol di Mosè; da altri al medico e filosofo *Giaber*; e a *Geber*, famoso astronomo di Siviglia. Il Wallis (e) crede bensì che l'algebra sia stata già spiegata da' greci, ma

(a) In *Hypatia*. — (b) *Elog.* — (c) *Artis mag. seu de reg. alg.* c. 1. — (d) Pref. ad *Eucl.* — (e) *Alg.* t. II, a. 22.

(1) Questo Diofanto fu Alessandrino, ma non ci è conosciuta la precisa età in che visse, tenendolo alcuni anteriore all'era nostra, altri posteriore. I più lo fanno del secolo IV, certamente innanzi ad *Ipazia* che commentollo al cominciare del V. *Abulfaragio Hist. Dynast.* il fa fiorire sotto l'imp. Giuliano; è un epitaffio enigmatico in versi che dalla greca Antologia cavatolo il Bachet inserì nelle note al libro V, ne accenna aver egli toccato gli anni 84. Se crediamo al Regiomontano (*Praef. in Alfraganum*), è Diofanto il vero creatore dell'algebra; benchè non sappiamo s'egli trovasse la scienza o più veramente il metodo nuovo. Adopera egli il  $\varsigma$  a dinotare il numero incognito che noi chiamiamo  $x$ ; il  $\delta^v$  breviato di *δινάμις potentia*, ad indicare il suo quadrato; il  $\kappa^v$ , cifra di *κῦβος cubus*, per designare la terza potenza; il  $\delta\delta^v$  per la quarta, ossia quadrato-quadrato; il  $\delta\kappa^v$  per la quinta o quadrato-cubico: de' quali segni gli algebristi si valsero per fino ad introdotte le lettere ne' calcoli. De' XIII libri che scrisse di Problemi aritmetici, non ci avanzano che i primi sei, ed uno de' Numeri poligoni, che forse era l'ultimo dell'opera grande. Risolve in essa le equazioni del primo grado, e promette di sciogliere quelle pur del secondo in altra opera che non più esiste.

che gli Arabi altronde l'abbiano ricevuta, da' Persiani forse o dagl' Indiani; ciò che egli argomenta dalla diversa denominazione delle potenze e dalla nuova inserzione de' *supersolidi*; ed è ciò confermato dal dotto p. Cossali nell' *Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell' algebra* (a). Or benchè io prima sia stato di contrario sentimento, veggendo che gli Arabi stessi confessano essere debitori a Diofanto, come parla l' egiziano autore della Biblioteca arabica de' filosofi, e prova il Casiri nella Biblioteca arabica dell' Escuriale (b); contuttociò, vedendo dipoi la memoria di Rabel Burrow (c), che dice aver trovati nel *Sanscrit* problemi algebratici maneggiati dagl' Indiani e libri antichissimi d' algebra, credo poter conciliare ambi i partiti, dicendo che gli Arabi l'imparassero prima da questi, e poscia ricorressero a' Greci. Ma non avendo oggimai le cognizioni sufficienti dell' arabica e dell' indica algebra, non possiamo addurre che tenui congetture su tale sentenza.

#### IV. E scrittori varî.

Qualunque però sia l' origine d' essa appo gli Arabi, essi certo le recarono avanzamenti. Il primo, per testimonio del Casuineo presso il Casiri (d), fu *Moamad ben Musa*, detto il *Khuarezmita*, nome celebre eziandio presso i Latini che lo credettero l'inventore. Altro *Moamad*, detto *Albuzgiani*, comentò il suo libro dell' algebra, come quello di Diofanto, e molti libri compose di trattati aritmetici e di tutta l' arte logistica. Suo allievo *Thebit ben Corrah* diè, oltre a varie opere, problemi algebrici da comprovare con geometriche dimostrazioni. Il Montucla (e) cita un codice d' *Omar ben Ibraim* dell' equazioni cubiche, ciò che dinota il valore di quella nazione sì inoltrata in tale scienza (1).

(a) Cap. 6. — (b) T. I, p. 370. — (c) *Trans. fil. di Bengala* t. II. — (d) *Ib.* p. 433. — (e) *Hist. des math.* p. 2, t. I, §. 9.

(1) Il primo Moamad qui mentovato trovò, a detta del

Dell'algebra scrissero allora *Ahmad Altajeb*, *Ebn Albanna*, *Kosein*, *Iahia*, *Tejoddin* ed altri infiniti; e persino un poema ne distese *Ibn Iasmin*, sul quale esistono comenti nella biblioteca bodleaana (a); un altro *Moamad ben Alcassen* di Granata, ed un altro nella biblioteca dello Scuriale. Che se oggidì i moderni analisti ci fanno obbliare gli arabi lumi, deggiam nonpertanto grata riconoscenza a chi ci appianò la via per ulteriori progressi.

V. *Europei coltivatori.*

Indi fu l'algebra a noi trasmessa, ma da chi? forse da quel *Giosciff* spagnuolo, sì stimato da *Gerberto*? forse da questo istesso che studiolla in Ispagna? forse da *Giovanni* di Siviglia? forse... ma vano è tracciar quello, di che non restaci sicuro indizio. Il primo europeo, di cui conservinsi monumenti, è *Lionardo* da Pisa, di cui il capo XV della parte IX dell'*Abaco* contiene quistioni d'algebra e d'*almuchabaka*, dove si serve delle lettere e d'altri segni algebratici, come dice il Targioni (b). Non ardirò di collocare tra gli algebristi *Paolo de' Dagomari* o dell'*Abaco*, siccome vuole *Ximenez*; ma certo è che nel secolo XV ce n'avea parecchi Italiani, de' quali a lungo ragiona il soprallodato *Cossali*; ed in tre nomi segnvasi, ora d'algebra, or d'arte maggiore, or di regola della cosa.

VI. *E scrittori d'essa.*

La primiera opera che sia venuta a luce, contenente

(a) *Heilbronner hist. math.* p. 611.—(b) *Relaz. d'alo. viag.* t. II.

*Cardano in Algebra*, la risoluzione dell'equazioni quadrate; e la sua opera esiste inedita in più librerie, come ci fa fede il *Montfaucon Bibl. mss.* Inedita pur si giace quella di *Thebit*, e ne fa cenno il *Labbe Bibl. nov. mss.*; dalla cui lezione trar si potrebbe, se conoscessero gli Arabi l'applicazione dell'algebra alla geometria. Da *Luca di Borgo*, che fu allievo di quelli, caviamo ch'essi ignorarono le equazioni del terzo grado, poichè le chiama insolubili; ma il contrario ci mostra un manoscritto dal *Montucla* citato, che ha titolo di *Algebra delle equazioni cubiche, o risoluzione dei problemi solidi*, esistente nella biblioteca di *Leida*.

questa dottrina, è la Somma di *Luca Pacioli dal Borgo di san Sepolcro*; la cui distinzione ottava, in sei lunghi trattati compresa, versa intorno a quest'arte, detta da lui *maxime necessaria* alla pratica d'aritmetica ed anche di geometria. Egli non passa oltre l'equazioni del secondo grado, nè abbraccia che le radici sol positive; egli non fa che esporre l'altrui scoperte, nè stende i confini dell'arte sua; come poi fece *Scipione del Ferro* con ritrovar quelle del terzo grado, invenzione dal *Cardano* chiamata maravigliosa, ad ogni umano ingegno superiore; la quale comunicata dall'autore ad *Anton Maria del Fiore* gli diè facilità di dissolver problemi per lo innanzi insolubili, ed animollo a sfidare in aritmetica il famoso *Tartaglia*. Ma questi spronato dall'ardore di vincere inventò una regola più generale ed applicabile a più casi che non era quella di Scipione. E l'uno e l'altro furon gelosi di pubblicare i loro segreti, di che lagnasi il *Nugnez*: fintantochè strappati loro di bocca dal *Cardano*, questi mancando alla promessa li rendè pubblici. Questi men profondo, ma più colto del *Tartaglia*, sposò il suo metodo in chiara latinità, e trovonne la dimostrazione ed amplionne le regole sì fattamente, che ottenner da' posteri il nome di *Formole del Cardano*, spiegate dal *Gua* (a). Il celebre caso irriducibile dell'equazioni del terzo grado, in cui oioè si ritrovano tre radici reali sorde, che ha renduti vani gli sforzi finora usati ad esprimerle in termini razionali, fu da lui primamente notato, e pronunziato insolubile tanto all'algebra, quanto è la quadratura del circolo alla geometria. A schiarimento delle sue dottrine si sono applicati *Wallis* (b), *Baker* (c), *Eulero* (d), altri moderni.

VII. Altri Italiani.

Illustre suo discepolo fu *Luigi Ferrari*, cui lo stesso *Cardano* riporta alcune dimostrazioni e scoperte (e),

(a) *Ac. des sc.* an. 1741. — (b) *Algebra*. — (c) *Cardan. prom.* — (d) *Elem. de alg.* sect. 4, ch. 12. — (e) *Art. magn.* c. 6.

e cui il Leibnizio (a) attribuisce il *martello cubico*, con che risolveansi l'equazioni quadrato-quadrate. Il maggior suo merito fu trovare un metodo di resolver quelle del quarto grado, oltre a cui nessuno è trascorso finora. Questo metodo però vien conosciuto sotto il nome del *Bombelli*, che lo sposò con più chiarezza e gli diede più estensione: i suoi libri di algebra sono il corso più compiuto che fosse in quel secolo. Dice di lui Leibnizio (b) che insegnò ad estrar le radici razionali da' binomi cardanici, in apparenza immaginari. Egli infatti fu più accorto del Cardano nell'esame del caso irreducibile, e ne dimostrò in qualche modo la possibilità. Il Gua (c) gli dà il vanto d'aver il primo parlato del calcolo de' radicali, d'aver fatto entrare nei calcoli le radici impossibili, e d'aver insegnata una regola per l'equazioni del quarto grado di cui è svanito il secondo termine (1). Finora l'algebra è italiana; itali sono i lodati scrittori, ed italico n'è anco il nome, chiamandosi universalmente *Scienza della cosa*; ed anche il tedesco *Rudolfs* e l suo editore *Stifel* dieder titolo *Die coss* ad un'opera d'algebra; e l'inglese *Record* la disse *Regola della cosa*, *The rule of cos*, e *cosici* si chiamaavno anche in latino i numeri, e *cosiche* le radici fin al secolo scorso. Pur nondimeno le nazioni tutte ebbero nel cinquecento scrittori di questa scienza.

#### VIII. E stranieri.

Oltra gli or nominati due tedeschi ed un inglese,

(a) Ep. ad *Oldemb.* — (b) *Ibid.* — (c) *Ubi sup.*

(1) Spiegò il Pacioli in otto libri l'algebra, quale aveala ricevuta dagli Arabi, cioè sino all'equazioni quadrate: ciò che in seguito fecero e Cristoforo Rudolfo nel suo libro *Die Coss*, e Michele Stifelio nell' *Arithmetica integra*, e Giorgio Henischio nell' *Arithmetica perfecta*. Le equazioni cubiche son trovamento di Scipione del Ferro, fatte pubbliche dal Cardano il 1545, nella sua *Arte magna*: le biquadrate, da Lodovico Ferrari trovate, da Raffaele Bombelli fur divulgate il 1579, nella sua *Algebra*. Ecco i progredimenti su questo articolo fatti fin qui.

v'erano i francesi *Peletier* e *Buteon*; e da questo v'glion alcuni trar l'origine di segnare i numeri colle lettere : v'era l'ispano *Nugnez* o *Nonio*, di cui fur seguiti parecchi metodi, riportati dal *Bachet di Meriziac* (a), dal *Dechales* (b) e da altri : v'era l'olandese *Stevin*, v'eran altri altrove stimati algebristi. Ma tutti restaron eclissati dal francese *Vieta*, da cui nuova epoca preudono le matematiche : egli può riguardarsi a padre de' più profondi analitici odierni, ed apri le vie che corsero gli *Arriot* i *Cartesi* gli *Ougtred*.

#### IX. Scoperte di problemi.

Fur suo merito una più comoda preparazione dell'equazioni, da' nostri abbracciata, immaginando egli varie trasformazioni; un metodo ch'ei chiama *sincrisi*, a riconoscere col raffronto di due equazioni, differenti solo a' segni, la relazione che v'ha tra ciascuno dei coefficienti che son loro comuni, e le radici dell'una e dell'altra; la formazione dell'equazioni composte per le loro radici semplici positive; la risoluzione numerica di quelle conforme all'estrazione delle radici numerali; la costruzione ingegnosa di quelle del terzo grado col mezzo di due medie proporzionali; la decomposizione di quelle del grado quarto; e parecchi altri ritrovati furon suoi meriti nell'analisi; e quello soprattutto di segnar con lettere le quantità conosciute e le sconosciute, che ha il vantaggio d'esser più generale e di dar soluzioni ad ogni caso comuni.

#### X. E di segni algebrici.

Ognun sa gl'imbarazzi che recherebbero i numeri a' calcoli complicati, laddove con dettrarre o aggiungere una lettera si risolve tutto speditamente, la buona mercè del *Vieta* : il cui bel metodo fu poi ridotto a maggior semplicità dall'*Arriot* che sostituì a' maiuscoli i caratteri minuscoli, e scrisse insieme congiunte le lettere esprimenti i fattori, e componenti il prodotto (1).

(a) In *Diaph.* l. 1, q. 33. — (b) *Alg.* l. III.

(1) Molte sono le opere del *Vieta*, piene di significanti

Il *Cartesio* poi inventò gli esponenti, ossia i numeri additanti una potenza, invece di replicare una lettera tante volte; e sottopose ad una riga superiore (ciò che altri fanno col chiudere entro parentesi) l'espressione de' polinomi. Altri in seguito han fatti de' cangiamenti sì vari intorno alle lettere ed a' segni, che sarebbe utile impresa una paleografia dell'algebra ed una storia della sua stenografia per l'intelligenza de' primi scrittori.

XI. *Arriot e altri.*

Tornando all'*Arriot*, ei solo emulò la gloria del suo maestro *Vieta*; e comechè il *Gua* (a) non gli consenta altra che quella d'aver impiegate nell'equazioni del 3 e 4 grado le radici negative, e 'l *Montucla* (b) dica ch'egli di queste ebbe poco chiara l'idea; pure il *Wallis* (c) afferma esser questa una delle più nobili invenzioni: oltre a che inventò il metodo sì proficuo di trasportare ad un lato tutti i termini ed agguagliarli a zero, cambiando i segni positivi o negativi: trovò che tutte l'equazioni d'ordini superiori sono prodotti di semplici equazioni; donde derivano immensi vantaggi, che benemerito rendono l'autore ed immortale il suo nome: *Oughtred*, *Girard*, *Anderson* ed altri parecchi sparsero nuova luce sull'algebra, ed avanzarono le acquistate cognizioni.

XII. *Spositori di Diofanto.*

Allora pure fu illustrata l'algebra di *Diofanto*. Già dal secolo XIV il greco *Planude* comentati n'avea alquanti libri: *Xilandro* nel XVI li tradusse in latino e gli spiegò come seppe: più maestria usò il *van-Ceulen* nell'analisi del greco maestro: *Stevin*, il *Bombelli*, il *Vieta* discussero molti di lui problemi. Ma più esatta

(a) *Ac. des sc.* 1741.—(b) *Hist.* p. IV, l. XI — (c) *Alg.* c. 32 seq.

scoperte e di vedute nuove. Fur esse riunite e pubblicate insieme dallo *Schooten* nel 1646. Le opere del suo allievo *Arriot* videro la luce a Londra nel 1631 per opera del *Warner*. La sua *Praxis artis analyticae* riduce a miglior forma i metodi del *Vieta*, e vie meglio d'spiega l'indole dell'equazioni.

versione, più dotti comenti, più chiara sposizione dell'algebra diofantea ci dette il *Bachet di Meziriac*. Egli fu il primo, dice la Grange (a), che trovasse un metodo generale da risolvere in numeri interi tutte l'equazioni del primo di due o più incognite, e nessuno n'ha dato altro migliore. Più ch'altri avanzò l'analisi del greco algebrista il sommo geometra *Fermat*: nuove vie aperse e nuove regioni; diè nuovi metodi da risolvere l'equazioni indeterminate, sciolse problemi dianzi insolubili, propose teoremi fecondi d'interessanti verità. Le accademie di Pietroburgo e di Berlino son piene di memorie per dimostrare alcune sue proposizioni, per seguire alcune sue viste, per esplicar le ricchezze analitiche da lui lasciate. Il *Billy* ha raccolti da varie lettere, scrittegli da esso, i nuovi suoi ritrovati (b), e dice a ragione che Diofanto è un pigmeo rimpetto a questo gigante, e che Bachet è ottuso in confronto di questa linca. Oltre a costoro v'avea un *Frenicle*, un *Pell*, un *Ozanam*, un *Billy* medesimo, illustratori del Diofanto, coltivatori della sua analisi, e di tutta la scienza splendidi ampliatori (c).

### XIII. Cartesio.

D'uopo però fia che tutti cedano al genio creatore, all'immortale *Cartesio*; che mal contento di seguirare altrui, volle sempre pensare da sè, benchè non sempre sodamente, sempre però utilmente, a distrugger

(a) *Ac. de Berl.* — (b) *Doctr. anal. inv. nov.* Edit. Tolos. op. Dioph. 1670.

(1) In quanto pregio aver si voglia l'analisi diofantea, poco affè curata da' cartesiani, si sforzò di provarlo il Leibnizio negli Atti di Lipsia 1702, pag. 219. Ad ogni modo non è da negare, come il detto metodo riesce a' giorni nostri più astruso e prolisso che proficuo e vantaggioso: basta leggere l'algebra inglese del Kersey, la francese dell'Ozanam, la latina del Bachet, a chiarirsi che, dopo la gran fatica durata a comprenderli, non si è fatto che breve viaggio. Il perchè pensò il Lamy ne' suoi Elementi di ridurre a compendio la grossa opera del Prestet: ma egli per servire alla chiarezza si astenne dagli artifici del metodo di Diofanto.

gli errori allor dominati. Tutte le scienze a lui debbono, ma più l'algebra e la geometria, dove colse i frutti più sani e trasse gloria più salda. Oltre l'espressione de' polinomi e i segni delle potenze già dette, di lui sono i principj elementari del calcolo delle potenze, sì utili e necessari. Fu il primo a far uso delle radici negative, dall'Arriot e Girard sol conosciute (1): egli insegnò a conoscere, per la sola vista de' segni, quante sien le radici positive e quante le negative in ogni equazion che non abbiane immaginarie: egli diè i limiti alle radici dell'equazioni che non ponno esattamente risolversi: il solo nome d'*analisi cartesiana* dato al metodo delle indeterminate per quelle del quarto grado, e quello d'*algebra cartesiana* applicato all'analisi delle quantità finite, ci mostrano quanta superiorità e padronanza avesse egli su tutta l'algebra.

*XIV. Applicatore dell'algebra alla geometria.*

E qual nuova risoluzione non produsse in tutte le matematiche, applicando quella alla geometria? Di ciò quantunque alcun vestigio si trovi presso Thebit, Leonardo, Regiomontano, Tartaglia ed altri del cinquecento; ciò però non era che assegnar alla linea data valori numerici, a' quali poscia sostituì il Vieta le lettere. Ma Cartesio ad arte ridusse quell'applicazione, formonne metodo, ne diè regole, ne spiegò l'artificio; e dalla piccola espressione delle linee dritte la levò alle difficili teorie delle curve, e la proprietà di queste mostrò senza l'imbarazzo delle linee parallele. Così e l'algebra e la geometria han ricevuto mutui giovamenti,

(1) Mantengono gl'Inglese avere il Cartesio cavato dal loro compatriota Arriot il meglio delle sue invenzioni. Vera cosa è che la costui Pratica dell'arte analitica, pubblicata già a Londra 1631, rinchiede importanti scoperte, siccome è il dare all'equazioni forma più comoda, e il mostrare com'esse talora contengano radici sorde ed insieme reali. Può vedersi descritta dal Wallis la lizza de' due partiti, sorti a sostenere chi l'inglese e chi il francese analista; lizza somigliante a quella che si accese poscia più ostinata tra' fautori del Newton e del Leibnizio sopra il primo autore del calcolo infinitesimale.

ed han cambiato d'aspetto per opra di quello, cui compete l'onore di glorioso conquistatore nel regno delle matematiche. L'originale sua opera di geometria ha prodotte altre opere similmente originali. Il *Beaune*, oltre le note a quella, ha data la teoria a' limiti dell'equazioni, determinando i due numeri, fra' quali si trovano la più grande e la più picciola delle ricerche radici; metodo abbracciato ed ampliato dal *Newton*. L'*Hudde* si segnalò per la riduzione dell'equazioni e pel metodo *de' massimi e de' minimi*. Lo *Schooten* commentò l'opera cartesiana, e diede un nuovo modo di formare le dimostrazioni geometriche col calcolo algebrico. Lo *Sluse* inventò un metodo di costruire qualunque equazione solida in guise infinite, non solo per mezzo del circolo e della parabola, come faceva *Cartesio*, ma di qualche siasi altra sezione conica. Il *Craig* il *Witt* il *Rabuel* il *Bernoulli* ed altri illustri geometri le pedate calcarono e le glorie accrebbero di *Cartesio* (1).

#### XV. *Newton*.

Non ristettero qui i progressi dell'algebra: il *Wallis* il *Brounker* il *Barrow* il *Mercator* e parecchi altri nuove scoperte fecero e ulteriori dovizie le recarono. Ma infra la copia vasta di profondi analisti sorge qual di tutti principe l'impareggiabile *Newton*. Di quanto pro sono state le belle ed eleganti sue regole per determinare in nuova forma i limiti dell'equazioni, per ap-

(1) Non iscrisse *Cartesio* per candidati di questa scienza, scrisse per professori e maestri: il perchè fu bisogno di commentarlo. Ciò fece in prima lo *Schooten*, voltando dal francese in latino e chiosando la *Geometria* di quel filosofo. Ma poichè questo commentatore ebbe anch'egli bisogno di commentari, però sorse il gesuita *Rabuel* a darli più pieni nel 1730. Altri han preso ad illustrare i metodi cartesiani; come il *Bartolini* nei suoi *Principia matheseos universalis*, il *Backer* nella sua *Clavis geometrica catholica*, lo *Slusio* nelle *Miscellaneae*, il *Fermat* nelle *Opere matematiche*, il *Roberval* il *Barrow* e più altri di varie nazioni, che applicavano l'algebra alla geometria più sublime col metodo del *Cartesio*.

plicar le frazioni al calcolo degli esponenti, per ridur l'espressioni frazionarie o irrazionali in serie infinite, e l'eccellente suo metodo d'approssimazione nelle radici dell'equazioni, e il famoso teorema del *binomio*, e quella formola generale d'esprimer due quantità per se stesse moltiplicate, e l'applicazione di questi ritrovati alla quadratura e alla rettificazione delle curve ed a' più ardui problemi geometrici, e mille altre sue invenzioni utilissime a tutta l'algebra sì pura che mista, esposte nella sua Analisi per equazioni infinite, nell'Arithmetica universale, e in altri brevi sì, ma sugosi suoi scritti, che sono il più autorevole codice delle matematiche verità? Le quali però, per quantunque grandi e squisite, spariscono quasi a vista della luminosa sua scoperta del calcolo delle *flussioni*, di che or ora parleremo a diffuso (1).

#### XVI. Leibnizio.

L'unico ingegno ch'entrar potesse in paragone col l'inglese algebrista non fu che l'alemanno *Leibnitz*, profondo quasi al pari del *Newton*, ma più universale. Filosofo giurisperito antiquario storico filologo e matematico ad ogni scienza recò inestimabili vantaggi, e segnatamente alla nostra. E lasciamo stare il ritrovato d'un nuovo genere d'equazioni, da lui dette *esponenziali*; il metodo da lui scoperto a trovar le radici di tutte l'equazioni; l'ingegnosa sua regola pel caso irreducibile; le sottili sue specolazioni su la natura dei logaritmi di quantità negative; e mille altre scoperte, da lui spesso proposte, ma di rado spiegate: vegnamo solo alla nobilissima invenzione del calcolo infinitesimale, ossia delle *flussioni*.

(1) Una più compiuta sposizione de' ritrovati algebrici, così del *Newton*, come del suo rivale *Leibnizio*, ce l'ha fornita il *Fontenelle* negli *Elogi* d'entrambi, senza dire gli storici delle matematiche nè gl'illustratori delle opere loro. Anco l'inglese *Raphson*, il quale nella sua *Historia fluxionum* descrisse in iscorcio l'origine e i progressi della scoperta novella, riportò in fine alquante lettere di questi due principi sopra la controversia che qui ora sporremo.

XVII. *Calcolo infinitesimale da entrambi scoperto.*

L'algebra cartesiana non mirava che l'analisi finita delle grandezze curvilinee; ma bisognava ancor rilevare i picciolissimi ed infinitesimi elementi delle linee curve, i quali han tra loro de' rapporti, che quelle non hanno di cui sono elementi. Il trovar questi, il calcolarli, lo scoprire per essi le grandezze finite, egli è il soggetto dell'analisi infinitesimale; e questa è che sotto aspetti diversi scopersero il Newton e l'Leibnitz ad un tempo. Come le affezioni delle curve conosconsi col riferirle alle variabili loro ascisse ed ordinate, essi prendono a disaminar gl'istantanei cambiamenti, e gl'insensibili incrementi e decrementi loro, ne cercano i rapporti, e ne forman le leggi. Leibnitz chiama questi *differenze infinitesime*, che son quasi nulle rispetto alle grandezze finite, e si ponno imperciò trascurare; anzi fa infinitesimi d'infinitesimi, di più e più ordini inferiori, da trasandar parimenti nel calcolo de' superiori. Newton chiama *flussioni* le velocità variabili, onde son prodotte le quantità matematiche, senza introdurre l'idea di parti infinite ed infinitesime, ne cerca le relazioni e ne forma più ordini. Or le differenze dell'uno sono le flussioni dell'altro: le differenze si segnano col  $d$ ; e  $dx$  è la differenza di  $x$ ; e  $d^2x$ ,  $d^3x$ ,  $d^4x$ , sono infinitesimi di 2<sup>o</sup>, 3<sup>o</sup>, 4<sup>o</sup> ordine: le flussioni si segnano con un punto; e  $\dot{x}$  è quella di  $x$ ; e  $\ddot{x}$ ,  $\dddot{x}$ ,  $\dots$  son flussioni di 2<sup>o</sup>, 3<sup>o</sup>, 4<sup>o</sup> ordine ec. Il risultamento è lo stesso, benchè provenga da ragioni diverse, come ben riflette il Maclaurin (a). Il calcolo infinitesimale si dinomina pur *differenziale*; e questo si oppone all'*integrale* che n'è un seguito, al dire di Fontenelle (b); perchè, dove l'uno discende dal finito all'infinitesimo, l'altro dall'infinitesimo al finito rimonta; quello quasi scompone una grandezza, questo la ristabilisce. V'ha pur il metodo *diretto* e l'*inverso*; il primo risponde al

(a) *Traité des Flux.* Pref. — (b) *Hist. de l'Ac. des sc.* 1700.

calcolo differenziale, il secondo all' integrale. Così da ogni parte combinano il calcolo leibniziano ed il newtoniano. Leibnizio fu il primo a pubblicare il suo metodo (a), seguito ben tosto da' due Bernoulli e indi da tutto Europa; tranne gl'Inglese che vollero pel loro Newton intera la gloria della scoperta, anzi il Fazio ed il Keil accusaron di plagio il tedesco competitore, cui nè anco la R. Società di Londra volle dichiarare assolto di tale accusa.

*XVIII. Dispute intorno ad esso.*

Può questa lite sì ardente vedersi esposta dal Fontenelle (b), dal Jaucourt (c), dal Montucla (d). Io però, leggendo il commercio epistolare del Leibnitz su questi punti coll' Oldenburg col Collins col Wallis e collo stesso Newton, trovo di non poter negare a quello la lode dell' invenzione; e vedo che tutta la repubblica matematica, a riserva del Buffon traduttore del Newton, e di qualche partigiano degli Inglese, conferisce ad amendue siffatto onore (1).

*XIX. Ed esposizioni fatte.*

L' introduzione degl' infiniti e degl' infinitesimi in geometria, considerandosi come un abuso lesivo dell' esattezza geometrica, cagionò altra disputa contra il nuovo calcolo leibniziano, senza punto ferire il newtoniano. Il Rolle rigettava affatto le quantità infinitesime, e ne ribatteva il calcolo, come scevero di certezza: il

(a) *Act. Lips.* an. 1684. — (b) *Eloge de Leibnitz.* — (c) *Vit. Leibn.* — (d) *Hist. math.* t. II, p. IV, l. VI.

(1) Il *Commercium epistolicum*, dall' autore qui commemorato, e riportato nel terzo tomo delle opere del Wallis, ci porge le lettere e le difese di questi due sovrani antagonisti. Certo che Leibnizio rendè pubblico il suo calcolo negli *Acti* degli Eruditi di Lipsia il 1684, pag. 467; ma fin dal 1677 ne avea già scritto al Newton (Wallis tom. III, pag. 634 et 648). Questi non divulgò il suo metodo che al 1687 nei suoi *Principi matematici della filosofia naturale*; nella cui prima edizione confessò averne da quello avuto sentore (Lib. II, pag. 253); la qual confessione però fu tolta nelle ristampe.

*Newtentit* le ammetteva mal volentieri, nè soffrir non potea che introdur si volessero altre minori e minori, niente potendo esser più picciolo di ciò ch'è picciolo infinitamente. Picciole obbiezioni, ribattute dallo stesso *Leibnizio* dal *Bernoulli* dall'*Erman* dal *Varignon* dal *Gaurfn.* L'Accademia delle scienze di Parigi esaminò lungamente il calcolo infinitesimale, finchè questo restò trionfante; e l'ingegnoso segretario di quella, il *Fontenelle* contribuì non poco a stabilirlo (a). Pure a questo volle rispondere il *Maclaurin* (b), ed altri geometri hanno bensì ammessi i nomi d'infiniti e d'infinitesimi, ma n'hanno negata la realtà. Le flussioni anch'esse del *Newton*, da lui sposte con istile stretto e conciso, nè però inteso da tutti, dier luogo ad attacchi: fu accusato tal metodo quasi pieno di misteri e fondato su falsi ragionamenti; ma fu difeso dal *Robin* dal *Colson* e sopra tutti dal *Maclaurin* (c). A questo si oppose il *Cousin* (d), perchè i suoi principi introduceano il moto nell'algebra e nella geometria, idea loro straniera ed aliena dalla semplicità di queste scienze. Il *d'Alembert* cerca di spiegar la natura del nuovo calcolo, dicendo che consiste in determinare algebricamente il limite di un rapporto del quale si ha già l'espressione in linea, ed in uguagliar questi due limiti (e). Or a concludere dirò che il calcolo di *Leibnizio*, se fu men fecondo di verità che quello di *Newton*, si estese maggiormente per l'Europa; e fu studiato illustrato propagato da' *Bernoulli* dal *Varignon* dall'*Hôpital* dall'*Euler*o dal *Grance* da' *Riccati* e da' più chiari analisti moderni (1).

(a) *El. de la géom. de l'instn.* — (b) *Traité des flux.* Intr. — (c) *Loc. cit.* — (d) *Leçons de calcul.* Disc. prel. — (e) *Encycl.* V. *Calc. différent.*

(1) I due *Bernoulli*, *Jacopo* e *Giovanni*, avendo più che altri messo in chiara luce il calcolo *leibniziano*, passarono a darci più chiare idee degl'infinitesimi. L'*Hôpital*, allievo del secondo, mise pur fuori un'Analisi de' medesimi nel 1696: la quale però per l'astrusità sua ritraeva gli studiosi e abbi-

## XX. Serie infinite.

Fu allora che levossi a più splendore la teoria delle serie infinite, da cui dipende il novello calcolo, e di cui troviamo i principî nel libro delle Serie geometriche di *Gregorio da san Vincenzo*, e gl'incrementi nelle opere del *Wallis* e del *Brounker* che trovò la famosa serie d'una frazione detta *continua*, il cui denominatore è un intero più una frazione, e così il denominatore di questa, e così all'infinito. Il *Mereator* diè nella sua *Logaritmotecnia* maggior estensione a questa dottrina, ed aprì quasi la via al calcolo leibniziano. Il *Gregori* il *Bernoulli* il *Taylor* il *Cotes* e più il *Leibnitz* e molto più il *Newton* l'avvantaggiarono mirabilmente (1). Quindi *Stirling* *Moivre* *Simpson* *Riccati* *Eulero* la *Grance* la *Place* *Fontana* *Lorgna* *Mazeres* *Hutton* e quasi tutti gl'ingegni analitici han formata di cotal teoria le loro delizie, e le hanno cercato di nuovi accrescimenti; siccome, oltre alle opere loro, dimostrano le Memorie delle accademie di Parigi di *Pietroburgo* di *Berlino* di *Torino* e della Società italiana.

sognava di commento. Dettelo il *Crousaz* nel 1721, se non che egli poco altro fece che ampliare i concisi computi dell'autore. Assai meglio dilucidò quel trattato il *Varignon* pe' suoi *Eclaircissemens sur l'Analyse des infiniment petits*, che usciron postumi a Parigi 1725. L'inglese *Stone* volle voltare in sua lingua il trattato dell'*Hôpital*, e cresciutolo della seconda parte del calcolo integrale, stampollo a Londra 1730 col titolo, *A method of fluxions both direct and inverse*. Quest'altra parte avea l'autore francese in animo di trattare; ma se ne rimase all'udire che sarebbe per trattarla il *Leibnizio*. Questi però non dienne che pochi saggi negli Atti lipsiensi del 1702-3: a che poi soddisfecero con abbondanza e il *Carré* e lo *Stone* e il *Manfredi* e cento altri.

(1) Ai due *Gregori*, *Jacopo* e *Davide*, zio e nipote, che chiamar possiamo i padri delle serie infinite, e agli altri dall'autore citati, possiamo allogare accanto un *Giorgio Cheyne* autore del *Methodus fluxionum inversa*; un *Giovanni Craige* scrittore di due libri *De calculo fluentium* e d'altri trattati; un *Reynau* spositore dell'*Analyse démontrée*; un *Hayes* nel suo *Traité de fluxions*; e, per passarli di altri, un *Jones* che, al pari di *Stirling* e *Colson*, dilucidò l'analisi newtoniana.

XXI. *Calcolo di probabilità.*

Con tali dottrine prese anche vigore il calcolo della *probabilità*, e formossi un ramo della scienza analitica. Dopo i primi saggi suddetti del *Pascal* dell' *Hugenio* del *Leibnitz* del *Petty*, si diede il *Montmort* a maneggiarlo intimamente, e trattare a fondo l'analisi dei *giuochi* (a); e presentando invece di spirali di cicloidì di logaritmiche e d' altre curve il faraone la bassetta l'ombra il trictrac scopri, dice *Fontenelle* (b), un nuovo mondo a' geometri. V' accorsero avidamente i *Bernoulli* e il *Mairè*, dal la *Place* (c) e dal *Fontana* (d) commendatissimo per l'originale e classica sua *Dottrina degli azzardi* (1). Il giuoco della *lotteria* ministrò argomenti e problemi algebratici, che lo studio s'occuparono, a tacer di molt'altri, del *Beguelin* dell' *Eulero* e di *Gio. Bernoulli*. Un caso di scommessa nel giuoco de' dadi ed altro simile proposto dal giovine *Nicola Bernoulli*, maneggiato da *Daniele Bernoulli* nell'accademia di *Pietroburgo*, e famoso perciò sotto il nome

(a) *Essai sur les jeux de hazard.* — (b) *Eloge de M. Montm.* — (c) *Mém. prés. à l'acad. des sc. t. VI.* — (d) *Diss. sopra il com. dell'er. probl. ec.*

(1) Scrisse de' giuochi il *Pascal* nel suo *Triangolo arimmetico*, l' *Hugenio* nel *Trattato de Ludo aleae*, il *Montmort* nella sua *Analyse sur les jeux de hazard*: essi tracciaron la via all' inglese *Mairè* per dare la magistrevole sua *Doctrina of chance* più volte ripubblicata, che vi porge un metodo spedito a calcolare i gradi di probabilità degli eventi fortuiti. I *Bernoulli*, *Giacomo* colla sua *Ars coniestandi*, e *Giovanni* e *Nicola* con lettere al *Montmort*, promossero tale studio nel secolo scorso, il quale ancora nel nostro s'è coltivato. In fatti abbiam di la *Place* una *Théorie analytique des probabilités*, ed un *Essai philosophique sur les probabilités*, che han portato innanzi il gusto e l'affinamento per cotal genere. Contemporaneamente il *Parisot* col suo libro *Du calcul conjectural* insegnava l'arte di ragionare su le cose avvenire ed incognite, e l' *Ampère* dava le sue *Considerazioni* su la teoria matematica del giuoco. Cotal che può dirsi a nostri dì ridotta a giuoco la più severa scienza, e a scienza la più severa lo stesso giuoco.

di problema di Pietroburgo, spiccar fece l'ingegno di que' due fratelli o cugini, e del *Cramer* del *d'Alembert* e d'altri. La teoria de' vitalizi, non pur dal *Moi-vre*, ma fu discussa dal *Deparcieux* dal *Simpson* dal *Wargentin* dal *Maseres* dal *Duvillard* (1). Il calcolo della probabilità venne anco applicato alla giurisprudenza, come al peso da darsi alle decisioni fatte a pluralità di voti e a siffatti problemi; di che il primo diè *Saggio Nic. Bernoulli*, e poi trattonne a lungo il *Cordorcet*. Così nuovi metodi, nuove formole, naovi usi fur introdotti ad assicurare ad ampliare a facilitare quest' arte, che in meno d'un secolo è divenuta nuova del tutto.

### XXII. Nuovi progressi dell'algebra.

Nuovo ardor, nuovo impegno s'eccitò dappertutto. L'Inghilterra mise fuori un *Alleio* un *Taylor* un *Cotes* uno *Stirling* un *Campbell* un *Maclaurin* ed altri nobili emuladori del *Newton*. Piene sono le Transazioni filosofiche di nuove viste; e le opere del celebre cieco *Saunderson*, quelle del profondo analista *Simpson*,

(1) Altri pure di fresco han contribuito coi lumi loro all'avanzamento di questa teoria. Il citato *Deparcieux*, a parte del *Saggio* sulla probabil durata della vita umana, impresso a Parigi 1746, a che poi fe' delle giunte, mise fuori nel 1781 un *Treatato* sopra le rendite annoval. Il *Fuss* pubblicò a *Pietroburgo* 1776 degli *Schiarimenti* sopra le casse che dicono mortuarie. Ma più avanti sono in ciò iti gl' *Inglese*. Dopo il *Maseres* che statuito ebbe i *Principii* delle rendite vitalizie, in due volumi, a *Londra* 1783; il *Baily* quivi medesimo nel 1810 ha messo alla luce due lucubrazioni, intitolate l'una *The doctrine of life annuities and assurances*, l'altra *The doctrine of interest and annuities*; ed ivi a due anni il *Price* ha ridato due volumi di *Osservazioni* *On reversionary payments*: opere quanto dilettevoli allo studio de' semplici letterati, tanto profittevoli agli usi di quella commerciante nazione. Tra' nostri poi il *Brunacci* nel vol. I del *Calcolo sublime*; applicando quello delle differenze finite a quello delle probabilità, risolve con metodi più diretti, e con formole tutte sue certi casi più complicati che per altri o erano stati pretermessi o sol maneggiati con modi indiretti.

e quelle d'altri non pochi son piene (1). La Francia diè un *Varignon* sostenitore del calcolo differenziale, un *Rolle* nemico di questo, ma autore del metodo delle cascate e d'altre invenzioni, e un *Lagny* un *Prestet* un *Regneau* un *Gua* dilucidator dell'analisi di Cartesio. La Germania presentò *Goldbach* *Mayer* *Erman* *Cramer* *Wolff* ed altri onorati seguaci di Leibnitz e de' Bernoulli. L'Italia maestra antica dell'algebra produsse di fresco un *Riccati*, autore dell'equazione differenziale del primo grado, da lui proposta a' geometri dopo d'averla egli sciolta, ed illustratore di quelle del secondo e terzo grado; un conte *Fagnani*, rettificator della curva detta *lemniscata*, e trattatore di quasi tutte le parti del calcolo; un *Gabriele Manfredi* e un *Guido Grandi*, che di formole e di scoperte arricchirono l'analisi finita ed infinitesimale; e finalmente una *Agnesi*, autrice di due tomi d'istituzioni analitiche, tanto però più mirabile dell'antica Ippazia, quant'è più sublime l'analisi de' nostri dì, che quella di Diofanto (2).

### XXIII. E nuova rivoluzione.

Dopo ciò *Daniello* ed i *Nicola Bernoulli*, emuli dei lor padri e zii, con opere originali crearono metodi tutto novelli, ed alle analitiche formole sottoposero le più astruse scienze. L'Accademia parigina risonava con-

(1) Le opere analitiche degl'Inglese qui mentovati degne sono di vero che sieno sempre alla mano degli abili professori: mancava con tutto questo una istituzione adatta agl'iniziati nel sublime calcolo delle flussioni. A questo provvedimento intese il Ditton con un trattato, che fu per lo suo merito ripubblicato dal Clarke. Posteriormente l'Emerson donò a Londra 1763 il nuovo *Method of increments* ed altri per altre vie procacciavano alla scienza nuovi vantaggiamenti.

(2) Le istituzioni dell'*Agnesi* furono con favore accolte, non che dagl'Italiani, bensì da' Francesi; nella cui lingua voltolle il d'Anthelmy, e dielle a Parigi 1775. Agli altri poi qui mentovati merita essere aggiunto il Brunetti, la cui Aritmetica comune e speciosa, impressa a Roma 1731, oltre ai calcoli numerali ed algebrici, comprende una dilucida esposizione dell'analisi infinitesimale.

tinno d'algebriche ricerche. Il *Nicole* si fe' suo il metodo, proposto appena dal Leibnizio, del caso irreducibile, col mezzo delle serie (a). Il *Fontaine* sviluppò le radici, l'equazioni e le altre parti (b). Le radici razionali, l'equazioni differenziali, e molti punti ebbero lustro dal *Clairaut*, autore d'un'opera, originale nel genere suo, degli elementi dell'algebra, e riguardato qual principe degli analisti francesi. La qual gloria gli fu però contrastata dal celebre *d'Alembert*, che inventò il calcolo delle differenze parziali, il metodo de' coefficienti indeterminati, la riduzione delle quantità reali ed immaginarie all'espressione più semplice, il calcolo delle funzioni razionali ed irrazionali, il maneggio delle formole, l'esattezza delle dimostrazioni, e mille sottigliezze analitiche. Più giovine di loro l'*Eulero* venne ad emularli nel principato. Lamentava il Leibnizio (c) l'abbandono dell'algebra di Diofanto, che dopo il Fermat non s'era avanzata da' posteri, come dice lo stesso Eulero (d); ed egli tolse a restaurarla (e). Il *Leibnitz* e *Gio. Bernoulli*, comechè amicissimi, non poterono mai convenire sul valore de' logaritmi negativi; l'Eulero giunse a decider la lite, e divenne quasi l'arbitro dei sovrani numi dell'algebra (f); dalla cui decisione indarno appellò d'Alembert. Le nuove sue teorie, gli eccellenti trattati, gli utili miglioramenti che ha recati alla frazione continua del Brounker, all'equazioni di condizione del Fontaine, al calcolo delle differenze finite del Taylor, a quello delle differenze parziali del d'Alembert, e a quanti nuovi metodi son venuti alla luce; il suo calcolo de' seni e de' coseni, le infinite scoperte sulle serie sull'equazioni sulle incognite su cento materie; e la semplicità la chiarezza l'ordine la eleganza delle sue opere l'hanno levato a maestro e guida di quanti cercano internarsi nelle scabrose ma sicure vie di questa scienza; e l'orbe letterario rico-

(a) *Ac. des sc.* 1738, 1741. — (b) *Ib.* 1734-39, 47 ec. —

(c) *Act. Lips.* 1702. — (d) *Ac. Petr. nov. comm.* t. II. —

(e) *Ac. Petr.* t. XXIV, et *Nov. com.* t. I, II. *El. d'alg.* —

(f) *Ac. de Berl.* t. V.

nosce da lui quanti allievi ci vivono nel matematico impero (1).

*XXIV. Moderni algebristi.*

Intanto la gran mente del *Boscovich*, benchè occupata d'ottica e d'astronomia, sparse pure sull'algebra sì be' tratti di luce, che ne fu ammirato da' primi algebristi. Profondo analitico e padrone del calcolo mostrò il *Frisio* nelle sue dinamiche ed astronomiche disquisizioni. Ma il vero padre dell'algebra sublime in Italia fu *Vincenzo Riccati*, emulo e forse superiore a *Jacopo* suo padre, spositore di metodi altrui ed inventore di nuovi, che nel Trattato delle serie, negli Opuscoli, nelle Istituzioni analitiche, insegnò molte ed interessanti verità. Verificò, ampliò, inventò metodi e formole il *Foncenex*, e le propose nella privata Accademia di Torino (a). Ma il maestro delle nazioni, l'oracolo de' matematici non è che *la Grange*, il quale mise l'Italia a livello colle più colte provincie, cui prima riguardava a maestre. Gli stessi dei dell'analisi, l'Eulero e l'Alembert, si applicarono ad apprendere dal nascente geometra. Il calcolo delle variazioni, il nuovo metodo per le serie ricorrenti ed altre sublimi scoperte, sposte nelle Miscellanee della privata società Torinese, fur le prime sue lezioni; dopo di che ha seguito a crear nuovi

(a) *Miscell. phys. math.*

(1) Le opere del grande Eulero son molte, e tutte acereditate. Esse han veduto la luce quali in Russia e tali in Prussia, in Francia, in Germania e altrove, ovunque trovossi il dotto autore. Intra quelle che si aspettano al capo presente sono da numerare in prima gli Elementi d'algebra, tradotti dall'alemanno in francese da Bernoulli, e annotati da Lagrange e Garnier; un Metodo di trovare le linee curve di massimo o minimo valore; un'Introduzione all'analisi degl'infiniti, che dal latino volse in francese, e comentò il Labey; le Istituzioni del calcolo differenziale, e quelle dell'integrale, le une e le altre in più parti ritocche ed in più luoghi riprodotte. Sopra gli scritti di questo glorioso contezze più estese vi porgerà il Fuss, appiè dell'Elogio che di lui pubblicò a Pietroburgo 1783.

metodi , a produr nuovi teoremi , a trovar nuove dimostrazioni. I metodi d' approssimazione , i limiti , la forma , la dottrina tutta delle radici e dell' equazioni numeriche, debbono a lui il più fecondo rischiarimento. La sua Teoria delle funzioni analitiche , contenente i principj del calcolo differenziale, ridotti all' analisi algebrica delle quantità finite ; e poi le Lezioni da lui date nella scuola politecnica, che ne formano una specie di comentario e di supplemento , han servito di guida pe' più difficili ed importanti problemi. Emulo del grand' Eulero non ha lasciata parte di matematica che vestita non abbia di forma novella ; nè l' Accademia di Parigi, dopo Clairaut Fontaine Alembert, non iva sì gloriosa, come quella di Berlino che possedeva la Grange (1).

XXV. Francesi.

Benchè questi passò ancora ad onorare la parigina, che accolse nel suo seno, mentrechè nodriva un la

(1) La *Mécanique analytique* di Lagrange comparse la prima volta a luce in Parigi 1788 : ma fu notevolmente accresciuta nella ristampa del 1811 ; il cui volume secondo uscì dopo la morte dell' autore per cura di Prony, Garnier e Binet. La *Théorie des fonctions analytiques* del medesimo, ripubblicata ivi nel 1813, dovrà esser posta al ruolo delle più preziose produzioni moderne : alla quale vonno ire congiunte le sue Lezioni sul calcolo delle funzioni , che vi presentano un bel corso d' analisi. Pari a queste si è il merito del suo Trattato delle equazioni numeriche pieno d' ingegnosi trovati. In queste opere l' autore riportò il vanto d' aver tolte via dal calcolo sublime le idee d' infiniti e d' infinitesimi, che ottenebravan di quello i principj. Movendo egli pertanto dalla teoria delle funzioni in serie, indi dedusse coi metodi dell' analisi ordinaria tutte le teorie del calcolo sublime , travestito sotto nome di calcolo delle funzioni derivate. Allargò eziandio i confini all' analisi , con introdurre un nuovo calcolo detto delle *variazioni* , affin di meglio risolvere i problemi più astrusi dei massimi e de' minimi. Ebbe oltreciò compagno nella teoria delle derivate funzioni l' Arbogast, il quale pubblicò il suo calcolo delle *derivazioni* a Strasburgo 1800 : ma egli incontrò al' resì un rivale nel Wronski , il quale mandò fuori una Confutazione della teoria delle funzioni analitiche di Lagrange, a Parigi 1813.

*Place*, e con essi divenne quasi la Delo dell' Europa matematica, cui dovesse ognuno ricorrere a consultar quegli oracoli. Allato loro sedeano un *Bezout* che molto ha illustrato la dottrina dell' equazioni e 'l metodo dell' eliminazioni; un *Cousin* che ha trattato a fondo il calcolo differenziale e l' integrale, e i loro artifici ed applicazioni varie; un *Condorcet* che ha promosse l' equazioni di condizioni e quasi tutte le parti del calcolo; ed altri eroi che rendeano quell' olimpo scientifico sempre più degno di culto e di venerazione. Or in tal accademia veggeansi pure il *le Gendre* il *Monge* il *Prony* il *Biot*, e sopra ogn' altro il *Lacroix* che ne' suoi Trattati del calcolo ha presentato in un corpo tuttociò che d' importante trovavasi sparso ne' giornali, nelle memorie e negli scritti altrui infiniti, recando sì bell' ordine ed anche miglioramento, che dopo il *la Grange* è entrato nel magistero universale degli studiosi della scienza analitica (1). A questa per ultimo ha giovato l' *Arbogast* colla felice invenzione del calcolo delle derivazioni, che fornisce mezzi da breviare le operazioni più laboriose, e formole da facilitar le ricerche in materie complicate: al che aggiunto il metodo della se-

(1) De' qui mentovati abbiamo eccellenti trattati di algebra, compresi nelle raccolte delle lor opere, che portano tutte il titolo di Corsi di matematiche, qual è quello del *Camus* in quattro volumi, del *Bossut* in sette, del *Lacroix* in nove, e il doppio corso del *Bezout*, l' uno per uso dell' artiglieria in quattro tomi, l' altro in sei per uso della marina. Quest' ultimo ci ha pur dato una teoria di equazioni algebriche. Il lodato *Lacroix*, oltre il Corso elementare, ci ha pur fornito in tre tomi un pieno Trattato del calcolo differenziale ed integrale: ciò che pur hanno fatto con opere del medesimo titolo ed argomento e l' *Huillier* e *Cousin* e *Garnier* ed altri assai. Il *Legendre* sponeva intanto a Parigi sino al 1818 i suoi *Esercizi* di calcolo integrale sopra diversi ordini trascendenti e sopra le quadrature; ulteriori applicazioni dell' algebra alla geometria quivi porgevano e il *Monge* e il *Develey* e l' *Huillier* ed altri valorosi analitici, che vivono tuttavia ad onor della Francia e a splendore dell' algebra.

parazione delle scale d'operazioni, si trova maggiore semplicità, chiarezza e generalità (1).

XXVI. Italiani.

L'Italia, già priva di la Grange di Riccati di Frisio di Boscovich, seguì a dare il *Fontana* e il *Lorgna*, famosi nel calcolo; il *Canterzani* ed il *Saladini*, versati nell'analisi, il *Cossali*, estensore dell'algebra diofantea; il *Paoli*, spositore de' metodi più sublimi; l'*Oriani* il *Brunacci* il *Ruffini* ed altri ingegni elevati (2).

XXVII. Tedeschi.

L'Alemagna ha prodotti *Tup*, *Erman*, *Burman*; altri ne han prodotti altre nazioni (3); e in tutte le ac-

(1) Aggiugniamo a questi un Franccœur, il cui Corso completo di matematiche pure, perfezionato nella ristampa del 1819, riunisce brevità e chiarezza, ordine e pienezza; un Boucharlat che ha fornito a Parigi 1838 nuovi Elementi di calcolo differenziale ed integrale; un Lombard, un Reynaud, un Lefebure de Fourcy, che contemporaneamente han pubblicate le loro Lezioni e Corsi d'algebra.

(2) De' qui lodati vuol notarsi come gli elementi di Pietro Paoli, più volte stampati, sono stati dal conte Provana del Sabbione illustrati con una ragionata Introduzione. Il Trattato sul calcolo sublime del Brunacci, uno de' più profondi e finiti, dato in quattro ampi volumi a Firenze 1808, fu da lui stesso ridotto a compendio nel 1810. Oltre a questi il Frauchini altri quattro volumi ha pubblicati a Lucca 1826 col titolo di Scienza del calcolo sublime, cui poscia un quinto di supplementi ha aggiunto. Altri Italiani prosiegono ad onorare ed amplificare questa scienza con sempre nuovi trattati: come sono gli Elementi di algebra e degli altri rami di matematica di Andrea Caraffa, di Alessandro Casano, di Filippo Guidi; il Trattato sul calcolo degl'integrali definiti, di G. Piola; le Lezioni d'iproduzione al calcolo sublime, di G. Mainardi; senza qui ricordare le tante Memorie inserite su questa materia negli Atti degl'Istituti scientifici della dotta Italia.

(3) Intra lo stuolo de' dotti stranieri possiamo a ragione mentovare con laude le Disquisizioni analitiche del Pfaff, il Saggio analitico del Rudigero su le linee curve del secondo ordine, il Calcolo diretto delle minime differenze delle quantità varianti, dello Stepling; opere tutte latinamente vergate e dottamente eseguite. Ma per tacermi delle infinite che d per tutto vanta ciascuna nazione, contentomi a solo accennare

ademie europee, nelle scuole e ne' gabinetti de' profondi matematici si studia indefessamente a semplificare ad estendere a rinnovare a correggere a perfezionare calcoli metodi formole regole e tutta l'algebra, la qual è veramente la chiave che apre i più secreti nascondigli delle scienze esatte, e lo strumento che serve ai

due opere periodiche, le quali così dell'algebra come di tutte le matematiche ci danno ragione. L'una è il Giornale della scuola politecnica, cominciato a Parigi dal 1796; cui è da connettere la Corrispondenza della scuola medesima, composta all'Hachette: l'altra gli Annali di matematiche pure<sup>2</sup> d applicate, descritti dal Gergonne, impressi a Nîmes, e continuati dal 1810. Il più celebre forse tra i viventi matematici è il signor Cauchy, di cui si hanno delle dottissime memorie negli Atti dell'Istituto di Parigi. Egli ha introdotto un nuovo calcolo detto dei *residui delle funzioni*, del quale può vedersi lo sviluppamento in dette Memorie, e nel terzo tomo degli Elementi di Matematica del P. Caraffa. Non trovandosi comunemente esposto dagli autori, giudichiamo a proposito darne qui un' idea.

Sia un'equazione  $\frac{1}{f(x)} = 0$ , e ne siano  $x'$ ,  $x''$ ,  $x'''$ , ec. le radici. Supponghiamole in primo luogo tutte disuguali: avremo

$\frac{1}{f(x')} = 0$ ,  $\frac{1}{f(x'')} = 0$ , ec.. cioè  $f(x') = \infty$ ,  $f(x'') = \infty$ , ec. Possiamo dunque porre

$$f(x) = \frac{\varphi(x)}{x x' x''}, \quad f(x) = \frac{\psi(x)}{x x''}, \quad \text{ec. (a)}$$

Poichè facendo  $x = x' = x''$ , ec. ritornano le equazioni precedenti. Mettendo nelle equazioni (a)  $x' + \theta$ ,  $x'' + \theta$ , ec. invece di  $x$ , dove  $\theta$  è una quantità indeterminata, otterremo

$$\begin{aligned} f(x' + \theta) &= \frac{\varphi(x' + \theta)}{\theta} = \frac{1}{\theta} \varphi(x') + \text{ec.}, \quad f(x'' + \theta) = \frac{\psi(x'' + \theta)}{\theta} \\ &= \frac{1}{\theta} \psi(x'') + \text{ec.} \end{aligned}$$

più sicuri progressi delle medesime, e che, nata per uso dell'aritmetica, è poi passata al maneggio della geometria, ed ora domina quasi sovrana ed arbitra tutte le facoltà.

Siano in secondo luogo  $n$  radici uguali ad  $x'$ ; dovrà per

$$f(x) = \frac{\varphi(x)}{(x-x')^n}, \text{ e sostituito } x' + \theta \text{ invece di } x, \text{ sarà } f(x'+\theta) = \frac{\varphi(x'+\theta)}{\theta^n}.$$

Sviluppando il secondo membro per le potenze

di  $\theta$ , avremo

$$f(x'+\theta) = \frac{1}{\theta^n} \varphi(x') + \frac{1}{\theta^{n-1}} \varphi'(x') + \frac{1}{\theta^{n-2}} \frac{\varphi''(x')}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{1}{\theta}$$

$$+ \frac{\varphi^{(n-1)}(x')}{\theta \cdot 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1)} + \text{ec. Or } \varphi(x'), \varphi'(x''), \text{ ec. coefficienti di } \frac{1}{\theta}$$

nel primo caso, e  $\frac{\varphi^{(n-1)}(x')}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1)}$  coeff. dello stesso  $\frac{1}{\theta}$  nel se-

condo caso diconsi *residui* della funzione  $f(x)$ . Il determinare questi coefficienti dicesi *estrarre i residui della funzione medesima*.

## CAPITOLO IV.

## GEOMETRIA (1).

## I. Origine in Egitto.

Che in Egitto, dove faceansi canali ed argini e laghi e fabbriche e siffatte opere portentose, richiedenti delle geometriche cognizioni, nascesse tale scienza, e che dalle operazioni meccaniche levata fosse a sublimi teorie; egli è cosa verisimile assai: ma egli è pur certo, che poco possiamo dire de' suoi progressi appo quella nazione. Pieno rimase di meraviglia il re Amasi per vedere *Talete* che misurando l'ombra del suo bastone e quella d'una piramide, ne conchiudea di questa l'altezza (a). Se per avere lo stesso *Talete* (b) formato nel semicircolo un triangolo rettangolo, e *Pitagora* rinvenuto il quadrato dell'ipotenusa uguale a que' dei cateti, esultaron di gioia e sacrificarono alle muse, potrem

(a) Plut. in *Conv.* — (b) Laert. in *Thal.*

(1) La storia della geometria (scriveva Montmort a Bernoulli) la sarebbe un lavoro ben più curioso e più utile, che non quelle della pittura della musica della medicina: potrebbe venir riguardata come la storia dello spirito umano, siccome quella che più d'ogni altra fa conoscere la sublimità dell'umano intendimento. Si accinse egli in fatto a tale lavoro, e l'condusse a buon segno, com'egli stesso avvisonne in una lettera riportata dagli Eruditi di Lipsia, an. 1721, pag. 215: ma prevenuto da morte recise le comuni speranze. Alcuna cosa ne aveva già delineata Pietro Ramo nel libro I del suo Corso matematico: da cui le notizie ne attinse il Tacquet che le mise in fronte alla sua Geometria piana e solida. Se non che le cosjoro narrazioni non vanno al di là dell'epoca antica, che può dirsi di questa scienza l'età infantile. Il Montucla che della sua grand'opera parecchi libri dedicò a questo ramo, una separata Istoria ne donò sulla quadratura del circolo: un'altra il Reimer sulla duplicazione del cubo; un'altra dettonne il Pascal della sola cicloide, e così altri ad altre diramazioni di questa disciplina si applicarono. Una storia però che descriva i progressi di tutta e sola la Geometria, o non esiste fin oggi, o non è giunta a nostra contezza.

noi concepire idea molto vantaggiosa della scienza egiziana (1)?

## II. Ed in Grecia.

In mano de' Greci si passò la geometria dall'infantile sua picciolezza alla più elevata maturità. Laerzio (a) cita un *Meri*, che dice aver inventato i principj degli elementi geometrici; ed un *Euforbo* frigio (b) che cominciò, secondo Callimaco, a trattar de' triangoli scaleni e delle linee. Ma *Talete* fu che, tornato d'Egitto fermò scuola in Mileto, dove i primi semi gettare della geometria; ed egli, per testimonio di Panfilo, rinvenne la via di descrivere in un semicircolo un triangolo retto, cioè scoperse la proprietà del circolo, che ogni triangolo, avente a base il diametro e toccante coll'angolo opposto la periferia, avrà quest'angolo retto; egli infine per altre scoperte molte fu riguardato da' posteri siccome il padre della greca geometria (c) (2).

(a) In *Pyth.* 11. — (b) In *Thal.* 3. — (c) Procl. in *Eucl.* som. l. III, p. 1.

(1) Questa sublime scienza che in oggi si leva alle più astratte teorie, non fu sulle prime più che un' arte di misurare le terre. Il vocabolo stesso tel persuade: geometra grecamente suona agrimensore. E ciò ribadisce l'opinione che ne ripete la culla in Egitto, dove forza era prendere le misure de' campi inondati dal Nilo. Erodoto l. II, ne riporta il nascimento all'età di Sesostri, che incavò nel reame numerosi canali, e quindi fece di varie scompartizioni: anzi Newton (*Chron. ad ann.* 964) ciò ascrive al ministro di quel principe, Thot, ch'egli crede essere Osiri, ed altri Ermete o Mercurio Trismegisto, riputato altresì l'inventore de' numeri e del calcolo. Nel vero, dice Aristotele (*Metaph.* l. I, c. 1), le matematiche si paion nate nell'Egitto, ove i sacerdoti, sgomberi d'ogni disturbo, a tali studj si abbandonavano.

(2) Dal ritorno di Talete da Egitto in Grecia si vuol desumere il vero principio della geometria in questa nazione. Egli, se crediamo a Proclo (*In Eucl.* l. I), arricchilla di scoperte in gran copia, e giunse fin anco misurare le grandezze e le distanze inaccessi, per via dei lati dei triangoli. Dalla disciplina di lui vennero e Ameristo e Anassimandro e Anassimene e Anassagora, geometri dallo stesso lodati.

Or mentre Talete in Ionia, *Pitagora* la promoveva in Italia : dimostrò questi, a dir di Laerzio (a), che di tutte le figure solide la più bella è la sfera, e il circolo di tutte le piane; onde nacque la dottrina degli isoperimetri. Scoperte oggi tenui, è vero, ma che costarono sommi sforzi d'ingegno a' primi inventori delle cose (1). Dalle scuole loro molti allievi n'uscirono. *Anassimandro*, secondo *Suida* (b), un compendio dispose di geometria; ciò che suppone i fatti progressi. Molte opere geometriche scrisse *Democrito*, giusta *Laerzio*, e trattò del contatto del circolo e della sfera, delle linee irrazionali e delle solide, e di tai punti che mostrano i suoi avanzamenti.

### III. Avanzamenti.

Troppo ci sono scarse ed oscure le notizie, che la storia della geometria ci conserva sulle opere d'*Archita* tarentino, d'*Eraclide* pontico, d'*Ippocrate* chio, di *Filolao*, di *Platone* e d'altri illustri inatematici: diremo soltanto che quasi tutte le proposizioni, che formano anche oggidì gli elementi della geometria, sono scoperte di quell'età. La quadratura del circolo, la duplicazione del cubo, la trisezione dell'angolo furon problemi agitati da que' geometri.

### IV. Quadratura del circolo.

E quanto al primo, che ha tanto impegnata l'attenzione di tutt' i i secoli sino al nostro, dice *Plutarco* (d) che *Anussagora* chiuso in prigione faceva di tal ricerca il suo dilettevole trattenimento. Ed *Aristofane* (e),

(a) In *Pyth.* 19. — (b) *Anaxim.* — (c) *Dem.* 13, — (d) *De azil.* (e) In *Avibus.*

(1) *Pitagora* parimenti attinse il saper suo geometrico dai preti Egiziani, ma egli seppe crescerlo de' propri lumi. A lui e alla sua scuola è debita la teoria dell' incommensurabilità di certe linee, com'è la diagonale del quadrato col lato di esso; e quella de' corpi regolari, che tante altre conoscenze suppone, poco a di nostri importante, ma molto in allora feconda di ritrovati. Benche, più che questo, sanno a lui grado altri nomi di matematica che poscia vedremo.

mettendo a scena un geometra, gli fa misurar l'area e quadrare il circolo, quasichè fosse ciò un problema comune. Ed Aristotele (a) cita tre differenti quadrature di circoli, inventate già da *Ippocrate* da *Brissonne* da *Antifonte*. Debbesi a questa ricerca lo scoprimento di molte verità, e tra esse la quadratura della lunula di *Ippocrate* chio, e la quadratrice di *Dinostrato*, che prese nome da questa ricercata proprietà (1).

#### V. Duplicazione del cubo.

Il problema detto *deliaco*, perchè vuolsi che l'oracolo di Delo avesse ingiunto all'Attica di peste afflitta il duplicar la sua ara di forma cubica, torse indarno gl'intelletti più eminenti; eppure il primo passo al suo scioglimento era conoscerne la difficoltà, il che non fecero che dopo inutili tentativi. Fu *Ippocrate* (b) il primo a conoscere che per tal uopo doveasi trovare tra il lato del cubo e il doppio d'esso lato due medie proporzionali, la prima di cui darebbe il lato del cubo doppio richiesto. *Platone* (c) poi giunse a formare uno strumento, ondè sciorre il problema meccanicamente. *Eutosso* lo sciolse con delle curve da se inventate; la qual soluzione, riprovata da *Eudocio*, fu lodata da *Eratostene*. *Archita* fu il primo, dice *Laerzio* (d), che trovasse in geometria la cercata duplicazione (2). Due altre soluzioni dienne *Menecmo*, che menano a due altre ricerche, quali sono le sezioni coniche e i luoghi geometrici.

#### VI. Sezioni coniche.

Secundo i geometri un cono in guise diverse, diverse ne nacquer le curve. Così trovaron l'ellisse, la parabola e

(a) *Elench.* I. — (b) Procl. in *Eucl.* — (c) *Eutoc. ad Archim.* l. II. *de Sphaera et cil.* — (d) In *Archyt.* c. 7.

(1) Il dotto ed erudito *Montucla* che ci ha dato una storia generale di tutte le matematiche, volle pur altra fornircene particolare su la quadratura del circolo, impressa a Parigi 1754: a questa rimandiamo i vogliosi sopra ciò di più ragguagli.

(2) Una latina istoria, e ben compiuta, noi abbiamo dal *Reimer de Cubi duplicazione*, stampata a Gottinga 1798, alla quale noi parimente ci rimettiamo per ulteriori notizie.

l'iperbole, come il triangolo e 'l circolo, già noti prima ed altronde. Attribuisce altri ad *Eudosso* l'invenzione di quelle curve; e certo le dette soluzioni di *Menecmo* suo discepolo ne suppongono la notizia. Oltredichè *Apollonio*, il maestro di curve siffatte, non fece che compiere i quattro libri de' conici d'*Euclide* il quale seguì soltanto la dottrina d'*Aristeo* (a); e questi avea distesi i cinque libri d'Elementi conici con una brevità che prova quelle materie già conosciute.

#### VII. Luoghi geometrici.

La teoria delle linee, o rette o curve, con che risolvesi un problema indeterminato, e che tanti elogi ha meritati a' *Cartesi*, a' *Fermat*, ad altri moderni, fu già invenzion degli antichi. Tre specie distinguevano di tai luoghi; e chiamavano *piani* que' che conteneansi in linee rette e in archi di circolo, *solidi* le sezioni coniche, e *lineari* le altre linee o curve d'ordine superiore. De' solidi trattavano i libri cinque d'*Aristeo*, restituiti dal dotto *Viviani* con una ingegnosa *Divinazione*. Scrisse *Euclide* due libri de' Luoghi alla superficie, *Eratostene* uno de' Luoghi alla medietà, *Apollonio* due dei Luoghi piani, ed altri ne scrissero, divisati da *Pappo* (b); ciò che dimostra quant' uso se ne facesse in allora.

#### VIII. Analisi geometrica.

Quel metodo che, dal ricercato come concesso tirando conseguenze, e da queste ad altre passando, perviene a proposizione vera o falsa ne' teoremi, possibile od impossibile ne' problemi, è un' altra scoperta che fa molt'onore a *Platone* e agli antichi, benchè taluno abbia opinato che fosse lor ignota l'analisi (c). *Pappo* fece ed insegnò l'uso di questa nel libro settimo; *Proclo* parlonne e stesene di qualche modo la storia (d); *Laodamante* l'ebbe comunicata da *Platone*, e da questo lo presero *Teeteto Archita Neocli Eudosso Menecmo Euclide Archimede Apollonio* ed altri sublimi geometri.

(a) *Pappo Coll. math. l., VII præf. de Con. Apoll.* —  
 (b) *Loc. cit. l. VII. — (c) Encyc. meth. math., disc. prélim.* —  
 — (d) *In Eucl. l. II, c. 4.*

## IX. Trisezione dell'angolo.

La facilità di dividere un angolo in due parti uguali colla perpendicolare, mosse a volerlo dividere in tre. Or questo, che ha impegnata l'attenzione di Cartesio (a) e de' più sottili moderni, fe' rilevare agli antichi che, colla sola geometria piana, o colla riga e 'l compasso, non era sperabile; e che sì la trisezione dell'angolo, come la quadratura del circolo e la duplicazione del cubo, era un problema insolubile. Pur tentarono delle vie per isciarlo, come l'iperbole e la concoide, riferite da Pappo (b), e trovaronvi spiegazioni ingegnose. Da ciò si rileva il progresso di questa scienza a que' tempi: rilevasi ancor dalle storie, che d'essa composero e Teofrasto (c) ed Eudemo (d), discepoli d'Aristotele; storie che suppongono de' sufficienti materiali e delle abbondanti scoperte (1).

## X. Scuola Alessandrina.

Nondimeno il vero lustro dell'antica geometria non

(a) *Geom.* l. III. — (b) *Lib.* IV. — (c) *Laert.* in *Theophr.* 13. — (d) *Procl.* in *Eucl.* 1.

(1) Dal fin qui ragionato leggermente si trae, la geometria trapiantata in Grecia aver fatto le prime mosse nelle scuole di Talete e di Pittagora, ed essere venuta al colmo in quella di Platone, il quale alla soglia di essa avea fatto in grandi caratteri divieto a chi che fosse di entrarvi senza il corredo di quella: Ὀυδαὶς ἀγεωμέτρητος εἰσέρω. Tanto era il prezzo a che l'aveva levata! Non così felici furono i passi che dette in essa la scuola del suo discepolo Aristotele; e i luoghi matematici che dalle costui opere raffazzonò l'Heilbronner (*Hist. math.* l. I, c. 9) non ci ministrano l'idea la più vantaggiosa del suo saper geometrico. Alquanto più innanzi andò il suo allievo, il messinese Dicearco, che accoppiando la geometrica perizia alla geografica poté felicemente adempiere il commessogli incarico di misurare le altezze di certi monti di Grecia, che trovò avere 1250 passi di elevazione a perpendicolo. Vedi i rottami delle sue opere tra' Geografi greci minori, raccolti dall'Hudson, colla Dissertazione previa del Dodwell; e i Frammenti di fresco raccolti e comentati da Celidonio Errante, nostro intimo amico, a Palermo 1822-24.

ANDRES vol. V.

7

rifulse che nella scuola d'Alessandria. Se *Ippocrate* chio fu il primo, a detta di Proclo, che scrivesse elementi di geometria, e poi *Leone* il geometra, e poi *Tendio* da Magnesia, e poi altri, tutti rimasero oscurati al comparire d'*Euclide*.

### XI. *Euclide*.

Ne' suoi celebri *Elementi* si veggiono raccolte dimostrate unite in corpo quante proposizioni trovavanvi isolate e disperse altrove; e che alcuni libri aggiunse d'aritmetica. Ivi la severità e l'esattezza nel definire e provare ogni cosa, ivi la legatura e nessione nel concatenare e dedurre le verità, ivi si può dire creato lo spirito geometrico; e que' libri sono sempre stati il codice de' geometri, l'opera classica delle scuole; libri comentati da Teone da Proclo e da altri Greci, tradotti ed illustrati dagli Arabi, e poscia da Atelardo da Campano da Commandino da Clavio da Barrow e da altri recenti. Che se taluno ha voluto trovar macchie in quel luminare, e tacciare quell'opera di troppe definizioni e divisioni scolastiche, di soverchie dimostrazioni e sottigliezze sofistiche; l'approvazione che n'han data un Newton un Leibnitz un Wolfio, e l'edizioni che n'hanno fatte un Keil un Gregory un Simson, geometri di primo grido, bastar denno a sbandare le accuse, e farci rispettare in *Euclide* l'illustratore dello spirito umano (1). Oltre agli *elementi*, i suoi

(1) Questo insigne geometra (ben altro dall'*Euclide* filosofo, autor della setta megarica) fiorì tre secoli avanti G. C. sotto Tolommeo Filadelfo. Accolse nella sua maggior opera il più e il meglio di ciò che fino allora sapevasi, e l dispose con ordine sì ammirevole, che quanti han poi voluto alterarlo, non hanno fatto che oscurarlo. Tredici libri egli scrisse di *Elementi*; dieci de' quali contengono geometria, e tre (cioè il VII, VIII e IX) aritmetica. Un certo Ipsiclo alessandrino aggiunse due altri libri, quasi a compimento del XIII euclideo, che tratta de' corpi regolari, teoria poco in oggi stimata. E nondimeno su di essa tre altre ne volle sopraggiugnere un de Foix editore del greco geometra. Il cav. Savino nelle sue *Praelectiones in Euclidem*, il padre Saccheri nel suo *Euclides ab omni naevo vindicatus*, il Barrow nelle sue *Lectiones geome-*

*dati*, i conici, i luoghi alla superficie, i porismi i confini ampliarono di questa scienza, e meritavano all'autore ed alla scuola universale celebrità.

### XII. Eratostene.

Successore di lui, *Eratostene*, ingegno veramente enciclopedico, gramatico, antiquario, geografo, cronologo, filosofo, matematico, si occupò nell'analisi e nella duplicazione del cubo, e scrisse utilmente d'entrambe, di che cita Pappo due libri sulle proprietà e sulle proporzioni, ed Eutocio ci conserva una lettera al re Tolomeo sul doppiare il cubo, la cui dimostrazione, se fu rigettata da Nicomede, non detrasse però all'autore la gloria meritata.

### XIII. Archimede.

Benchè, a dir vero, e Atene ed Alessandria e tutto il mondo geometrico uop'è che cedano a Siracusa. Che sublime spirito, che nobile ardire ci volea per determinare ne' circoli la ragion del diametro alla circonferenza. Ciò che avea scoraggiti gli Euclidi e gli altri geometri, fu trovato da un *Archimede*: il quale, formando intorno al circolo poligoni iscritti e circoscritti, e accrescendo sempre più i lati di tali poligoni, venne a concludere che il diametro è alla periferia meno che 1 a  $3\frac{10}{70}$ , e più che 1 a  $3\frac{10}{71}$ , e dette un esempio d'approssimazione, a che il Maclaurin il d'Alembert il Cou-

*tricae*, il Keil il Gregori ed altri nei preliminari alle magnifiche loro edizioni del greco autore, lo hanno vittoriosamente da tutte impugnazioni difeso e gloriosamente da ogni macchia purgato. Il prodigioso numero delle ristampe, de' compendi, de' comentari a quello fatti, può esser pruova dell'universalmente conosciuto suo merito: numero che fornì materia di un buon volume al Bosio, che pubblicollo a Lipsia 1737, col titolo *De variis Euclidis editionibus*. Dopo il qual tempo ben altre son succedute di non minor grido, come quella del Baermanno a Lipsia stessa 1769, e del Simson a Glasgow 1756; in favella inglese il riprodusse Williamson a Londra 1781-88 con opportune dissertazioni; in francese ne diè prima il Peyrard una version letterale a Parigi 1804, e poi le opere tutte d'Euclide in greco, latino e francese, in tre tomi, 1814-18.

sin riducono il tanto decantato calcolo infinitesimale. La scoperta onde più si compiacque Archimede, sì che ne volle insignito il sepolcro, fu la misura da lui fermata della sfera e del cilindro, sì riguardo alla loro solidità che alla lor superficie; e questa, non pure dei corpi interi, ma de' loro segmenti. Le conoidi e le sferoidi, paragonate coi cilindri e coi coni della stessa base ed altezza, ottenner da lui esatta misura: la quadratura delle parabole fu pure una scoperta, ond' egli si loda coll' amico Dositeo: e più ancora l'innalzano le teorie sulla linea, propostagli da Conone Hamio, qual è la spirale; della cui area, delle tangenti, delle secanti, e di tutte le proprietà scrisse in guisa tutto originale, tutto sublime, tantochè stentano a seguirlo, anche addi nostri, i migliori geometri (1).

#### XIV. Apollonio.

Ma se Archimede può dirsi il Newton dell' antichità, Apollonio fia il suo Leibnizio, qual ce lo proclamano i suoi conici soprattutto; il cui quinto e settimo libro mostrano un ingegno inventore, e il cui splendore non si è potuto eclissare dall' insigne opera delle sezioni coniche dell' Hôpital. Pappo ha fatto de' piccoli estratti di molte sue opere; e quelle picciole linee la man maestra n' additano dell' Apelle che ne formò i quadri fini-

(1) Gli scritti geometrici di Archimede sono in buon numero, su la sfera e 'l cilindro, su la misura del circolo, su la conoide e la sferoide, su la quadratura della parabola e le proprietà della spirale: opere di genio creatore, illustrate da uomini sommi, intra cui bastami sol qui mentovare un Rivalto un Wallis un Barrow, e tra i più moderni un Torelli che divulgollo ad Oxford 1792, e 'l testè citato Peyrard che voltollo e comentollo in francese, a Parigi 1808, e 'l Gutenäker, ad Etlinger 1828. Molti hanno scritto di questo eroe, ma più ampiamente di tutti il conte Mazzuchelli; il quale, oltre al ben lungo articolo che n' inseri nel suo gran dizionario degli Scrittori italiani, ci ha dato un tomo in folio di Notizie storiche intorno la vita, gli scritti, le invenzioni di Archimede, a Brescia 1735. Un Discorso ne ha pur pubblicato a Palermo 1823 il professore Scinà, dove ha passato a rassegna le opere e i trovati del siracusano geometra.

ti (1). Dopo que'sommi non parleremo di *Conone* e di *Dositteo*, amici d'Archimede; non d'*Eudemo* e d'*Atta-lo*, corrispondenti d'Apollonio; non di *Nicotete*, impugnator di Conone, nè di cotai meno famosi.

XV. Ed altri.

Merita bensì lode *Nicomede*, per aver trovata la curva, detta *concoide*, che applicar volle a duplicare il cubo (a); e per aver tentato di quadrare il circolo con applicarvi la quadratrice di Dinostrato (b). *Gemino*, *Filone*, *Erone*, si fer nome in geometria non meno che in meccanica ed astronomia. *Teodosio* trattò degli *sferici*, *Menelao* della *trigonometria*, *Diocle* della *cissoide*, tutti maestrevolmente. Venne finalmente *Pappo* al quarto secolo dell'era nostra, e raccogliendo ed illustrando le scoperte de' geometri precedenti, in conservandoci le memorie altrui, venne ad eternare il suo nome. Anzi

(a) Eutoc. in Arch. *de Sphaera* 2. — (b) Pappo l. IV, prop. 25.

(1) Non pochi son gli Apollont che ostenta la Grecia; l'alessandrino, gramatico; il discolo, istorico; il rodio, poeta; il sofista, lessicografo; il tiano, epistolografo: dei quali tutti ci avanzano le opere varie. Il presente si è natio di Perga in Panfilia, che ottenne dall'antichità il soprannome di Geometra per eccellenza. Il suo capo d'opera sono gli otto libri dei Conici: dei quali non trovatisi sulle prime che i primi quattro, si studiò il celebre Viviani di supplire da se colla Divinazione sul quinto, che tanto di onore gli ha fatto, eziandio dopo scoperti dal Borelli a Firenze i rimanenti libri del greco autore. Il dotto Halley diede a Oxford 1710 una splendida edizione di quei libri, giuntovi i Lemmi di Pappo alessandrino, i Comenti d'Eutocio ascalonita, e due libri di Sereno antisese *De sectione cylindri et con.* Oltre a questi, abbiamo dello stesso Apollonio due libri *De sectione rationis*, e due *De sectione spatii*, illustrati gli uni e gli altri dal medesimo Halley, ed ivi stampati il 1706; due *Locorum planorum*, pubblicati dal Simson a Glasgow 1749; due *Inclinationum*, procurati dall'Horsley ad Ossonio 1770; ed altri *De tactionibus*, divulgati la prima volta dal Camerer a Gotha 1795. La materia di co-desti libri è l'analisi geometrica, e da essi può altri prender saggio dell'usar che gli antichi faceano di detta analisi.

non pago d'addurre le scoperte degli altri, v'aggiugne le proprie, e segnalatamente quella che le figure prodotte per una rivoluzione perfetta sono fra loro in ragione composta di quella delle figure generatrici, e di quella delle linee tirate dal centro loro di gravità all'asse; e le figure prodotte per una rivoluzione incompiuta di quella pure delle generatrici e degli archi descritti dal loro centro di gravità (a): verità seconda di varie scoperte. Con Pappo può dirsi estinta la greca geometria; dacchè *Teone* Alessandrino, ed *Ippazia* sua figlia, *Proclo*, *Marino*, *Eutocio*, e tali fur più commentatori e compilatori che altro (1). Or sebbene, dice il Maclaurin (b), non vi sia nessun paragone tra l'estensione e l'utilità delle scoperte antiche e delle moderne, pare nondimeno che gli antichi fossero più attenti che noi non siamo nel conservare alla geometria tutta la sua evidenza. E Newton (c) aggiugne che non vi saria bisogno di scriver nulla in geometria, se pervenute ci fossero le opere tutte de' greci geometri. E tanto basti aver detto in pro loro, per vendicarli dalle accuse che ne fanno, e dal dispregio che ne mostrano alcuni.

#### XVI. Romani.

Venendo a' Romani, se questi seppero emulare gli Omeri ed i Demosteni, non pensarono pure a seguir gli Archimedi e gli Apolloni. *Cassiodoro*, *Capella*, e

(a) Lib. VII, praef. — (b) *Traité des flux*. Pref. — (c) *In eius vita*, *Opusc.* t. I.

(1) Tali pur sono un Isidoro milesio, facitore d'uno strumento per descrivere la parabola con moto continuo e risolvere il problema della duplicazione del cubo; un Filone garadese, che avea approssimato a dieci millesimi la relazione data per Archimede del diametro alla periferia; uno Sporo, conosciuto per lo scioglimento del problema delle due medie proporzionali: dei quali ci fa cenno Eutocio ne' suoi comenti sopra Archimede. Ma l'impero della geometria, anzi di tutte le matematiche greche, giacquesi estinto alla invasione che i musulmani fecero prima d'Alessandria il 641, e poscia di Costantinopoli il 1453.

a tacer d'altri, *Boezio* stesso non fecero che tradurre *Euclide*, e ciò senza quella esattezza di rigore geometrico che regna nel greco esemplare (1).

XVII. *Arabi*.

Più felici in ciò furono gli *Arabi*; de' quali basta leggere il catalogo degli antichi matematici, compilato dal dotto *Odoardo Bernard*, affin di farne una edizione in XIV volumi (a), a vedere i lor progressi in questa parte. Oltrechè alcune greche opere non si trovan oggi che in arabo; quelle ancor che rimangono, non fur dapprima tradotte che dall'arabo (2). Ed oltre le versioni e' commenti de' Greci, ci dier anco i *Saraceni* delle opere proprie. *Hassen*, *Thabit ben Corrah*, ed *Alkindi* sono stati distinti del soprannome di geometri. *Hassen*, uno de' tre figliuoli di *Musa* o *Mosè*, inventò e sciolse molti problemi pria non tentati (b); e i suoi trattati, sulla trisezione dell'angolo e le due medie proporzionali, fur riguardati qual portento d'ingegno. *Abu Giosfar Moamad* suo fratello si rendè benemerito di questa disciplina non pur cogli scritti, ma più ancora

(a) *Fabr. Bibl. graec.* l. III, c. 23. — (b) *Bibl. arab. phil.* V. *Ben Musa*.

(1) Le arti che stavano a cuore agli ambiziosi Romani, quelle si erano del comandare o colle armi o colla lingua, cioè la tattica e l'oratoria. *Tu regere imperio populos, Romane, memento: Haetibi erunt artes*: così finge il poeta che inculcasse fin dagli elisi il padre di *Enea* alla sua discendenza. Senza ciò, il gran *Cicerone* ci ha significato il conto e l'uso che i Romani facevano di questa scienza, non ad altro drizzandola che al conteggiare e al misurare: *In summo honore apud Graecos geometria fuit; itaque nihil mathematicis illustrius: at nos ratiocinandi metiendique utilitate huius artis terminavimus modum* (*Tuscul.* l. 1).

(2) Le prime mosse che gli *Arabi* fecero verso tai studi furono il voltare in propria favella le opere greche, e quasi arricchirsi delle spoglie altrui. *Amed ben Musa*, autore di scritti propri, si fe' traduttore d'*Euclide*, *Teodosio*, *Ipsiclo*, *Menelao*, *Apollonio*; e ciò fin dai tempi di re *Almamon*. Poco appresso *Thabit ben Corrah* tradusse nuovamente *Euclide*, *Apollonio*, *Archimede*; ed altri in seguito continuarono.

coll'aver istruito *Thabit ben Corrah*; di cui abbiamo un' opera ms. *De superficierum divisione*, ed un' altra *De descriptione trianguli* (a). E quante opere troviamo di lui annoverate sulla quadratura del circolo, sulle sezioni del cono, su d'altre sublimi materie! Quanta laude non merita *Alkindi*, che fu dal Cardano riposto tra' dodici più chiari ingegni del mondo (b)! *Alhassen*, *Iacob ben Terec*, *Abdelazig*, *Assingiuri* ed altri assai scrissero di vari punti importanti: ma singolarmente la trigonometria, dice Bossut (c), ha loro obbligazioni distinte, sostituendo essi l'uso de' seni a quel delle corde che prima adopravasi. Di questa gloria aveva il Montucla data parte a' meriti di *Mohamad* figliuolo di Musa, ed a *Giaber ben Aphlah*, del quale avvi nell' Escuriale un libro *Delle sfere* (d). Quest' uso di operazioni trigonometriche rinviensi fatto da *Albatenio* (e), *Alfragano* scrisse de' seni retti, *Massudo* delle tavole d' essi, ed altri d' altrettali argomenti (1). Da loro ripete la geometria il suo nascimento appo i Latini: Gerberto, Campano, Atelardo, primi suoi restauratori nell' occidente, appresero da' musulmani quanto a' cristiani insegnarono.

#### XVIII. Europei.

Ma nel risorgere presso noi tale scienza fu più lenta

(a) Casiri *Bibl. arab. hisp.* t. I, p. 386. — (b) *De subtil.* l. XVI. — (c) *Disc. pré.* Encycl. méth. math. — (d) Casiri t. I, p. 367. — (e) Montucla t. I, p. II, l. I.

(1) Simile a quello degli Arabi è lo studio de' Persiani in geometria; di che il Chardin al t. III de' suoi Viaggi ci ha dato ragguagli. Due sono appo questi in più rinomanza, *Nassir-Eddin* e *Maimon-Rechid*, entrambi comentatori di Euclide, e il primo ancor d' Apollonio. È in uso appo loro la bizzarria d' imporre a ciascuna proposizione degli Elementi euclidei un soprannome, strano sì, ma espressivo; per esempio, alla XLVII del I libro il titolo di *Sposa*, perchè seconda di altre proposizioni; alla XLVIII, che è l' inversa della precedente, *Sorella della sposa*; e così via via. Nel resto i Persiani non han mai avanzato di un passo i Greci maestri, siccome gli Arabi ebber fatto.

che nel nascere non era stata. Solo alla metà del secolo XIII fiorirono due matematici, *Giordano Nemorario* e *Giovanni da Sacrobosco*, che scrisser da se, benchè dietro alle guide greche ed arabiche, ed in guisa ancor rozza e meschina. *Purbac* nel XV può dirsi il primo che mostrasse mente geometrica e qualche lampo d'invenzione. *Regiomontano*, suo allievo, andò più avanti del maestro; le cui lodi mal sofferendo il *Cardano* lo accusava di plagio nelle costruzioni dell'effemeridi, nella tavola delle direzioni, nel libro de' triangoli sferici, e in ogni cosa (a). Ma che che sia di ciò, il Regiomontano perfezionò l'invenzione del *Purbachio* per l'esattezza de' calcoli trigonometrici, dividendo il raggio in 1000000 parti invece di 600000, che questi avea sostituite alle 60 degli antichi. Introdusse quivi l'uso delle tangenti, e ne fece le tavole, e diè nella sua opera de' triangoli un'assai compiuta trigonometria. I suoi commenti di Archimede, la difesa d'Euclide, ed altre sue fatiche geometriche accrescono sempre più i suoi meriti e i lumi nostri. Cominciarono in allora a gustarsi nella fonte i Greci geometri, e, lasciate le arabiche versioni, se ne videro altre latine. Allora comparvero il *Walter* il *Durer* il *Romano* il *Vanceulen*: allora il *Werner* s'inoltrò con profitto nelle coniohe sezioni, il *Retico* migliorò le tavole trigonometriche, il *Byrge* formò la prima idea de' logaritmi, il *Nonio* o *Nugnez* scrisse libri ed inventò lo stromento che porta il suo nome; e il *Ciruelo* coi commenti d'Euclide, ed un altro *Nugnez* ed altri spagnuoli co' loro scritti, ed i francesi *Pelletier* e *Fineo* colle loro dispute e trattazioni, e il *Commandino* e l'*Muurolico* colle traduzioni e commenti de' Greci, oltre alle opre lor proprie, ed il *Tartaglia* coll'originale e penetrante suo ingegno, i limiti dilatarono del sapere geometrico. Innalzavasi sopra tutti il *Clavio* per l'universale celebrità: le immense opere e le vaste sue cognizioni feron di lui l'oracolo di quella scienza. Non tanto estesa,

(a) V. Gassend. in vita *Purbach. et Regiom.*

ma più soda è la gloria del *Vieta*, che mosso da una contesa coll'olandese *Adriano Romano* applicossi a ristabilire il libro d'Apollonio *de tactionibus*, e a pubblicarlo col titolo *Apollonius gullus*. La ragione del diametro al circolo, la dottrina delle sezioni angolari, le formole analitiche delle ragioni che hanno i seni degli archi multipli e summultipli; la costruzione delle tavole trigonometriche su questo principio, ed altre geometriche novità innalzano il *Vieta* alla classe primaia. *Luca Valerio* cercò di que' tempi il centro di gravità, e ne distese un libro originale. Riuscì al *Galileo* di trovare in vari corpi tal centro: gustò egli e promosse la greca geometria, rinvenne o certo esaminò la cicloide, e, a lasciar gli altri suoi ritrovati, fu suo vanto l'applicare la geometria alla fisica (1).

XIX. *Epoche tre di geometria.*

Nuovi teoremi, nuove verità, nuovo ordine di cose si va a scoprire nella geometria de' due ultimi secoli. Seguace ancor della greca, ardiva pure di superarla; e

(1) La geometria del secolo XVI cominciò dall'essere greca: indi seguì a far nuovi passi per opera degli italiani *Tartaglia*, *Commandino*, *Maurolico*; traduttori e illustratori degli antichi, ed autori il primo di *Quesiti* e invenzioni diverse, il secondo d'un *Trattato dei centri di gravità*, il terzo di *Teorie* su le sezioni coniche. Dei francesi il *Pelletier* si fe' nome per la sua lizza col *Clavio* su l'angolo di contingenza; *Oronzio Fineo* pel borioso libro *Delle matematiche cose* fino allora desiderate, combattuto dal *Buteon* e dal *Nonio*; *Pietro Ramo* per lo suo *Proemio matematico*, e pe' nuovi elementi di geometria. Lunga cosa e noievole sarebbe il pur numerare le opere che di questo intervallo mandarono a luce i tedeschi *Giovanni* e *Andrea Schoner*, *Stiborio*, *Apiano*, *Frisio*, *Munster*, *Pitico*, *Rheinold*, *Clavio*, e cento altri d'ogni nazione. Fu di questa età ricercata la relazione più prossima del diametro alla circonferenza. *Adriano Mezio* la statul di 113 a 355: *Adriano Romano* la prolungò fino a dici sette decimali; *Ludulfo van Ceulen* la distese a ben 35, stabilendo per misura del diametro l'unità seguita da 35 zeri, e quella della periferia 3, 14159, 26535, 89793, 23846, 26433, 83279, 50288, in circa: calcolo per verità più esatto che utile, e di più fatica che uso (*De circolo et adscriptis*).

fatta poi più robusta, fornita di nuovi sussidj osò montare alle cime non prima vedute, e dominar ignote regioni. Noi abbiamo in questi due secoli tre sorte di geometria: da Vieta a Cartesio ella è ancora l'antica; da questo ne nacque una nuova; ed altra più sublime e feconda n'è sorta da Newton e da Leibnitz. Entriamo dunque a ricorrer la storia di tutte tre.

XX. *Prima.*

*Vieta, Valerio, Galileo* s'inoltraron col metodo degli antichi: *Keplero* si fe' più coraggioso, e l'esame di certe botti gli diè occasione d'aprir nuove vie. Giunse egli a formare più d'ottanta solidi nuovi, e li distinse pe' nomi d'anello largo, d'anello stretto, di globo turchresco, di pomo rosato, di pomo cotogno, e d'altri simili. Ardì ancor d'introdurre il nome e l'idea dell'infinito, formando il circolo d'infiniti triangoli, il cono d'infinito piramidi, il cilindro d'infiniti prismi ec. e dimostrò per tal guisa le loro misure.

XXI. *Guldino e Cavalieri.*

*Keplero* però propose problemi che sciolti non furono se non dal *Guldino* coll'aiuto del centro di gravità, applicato a misurar le figure prodotte per circuitamento. Trovò che queste erano come il prodotto della figura generatrice e della strada che descrive il suo centro di gravità, con che fece una scoperta già prima additata da Pappo (a). La dottrina degl'infiniti fu dal *Galileo* aggiunta a quella degl'indivisibili, di che ne scrisse un trattato (b). In questo nondimeno spiccò meglio il suo discepolo *Cavalieri*. Considera il solido nato d'infinito superficie, questa d'infinito linee, e la linea di punti infiniti; e ad aver la ragione tra due solidi determina quella de' loro elementi ch'ei chiama individui (c). Fu allora che alle figure circoscritte ed iscritte, alle difficoltà d'iscrivere e di circoscrivere poligoni ad una figura, come usavan gli antichi, al metodo in somma di doppia posizione si surrogarono gli

(a) Lib. VII. *Praef.* — (b) Dial. *della nuova scienza* l. II e III. — (c) *Geom. indiv.*

infinitesimi e gl' infiniti, e nacque una nuova geometria. Provocò egli da prima le censure di molti, e parve ad alcuni che il metodo degl' indivisibili tolto fosse dal Keplero, ed egli mostronne la differenza (a) : volle altri derivarlo da un' opera di Bartolommeo del Sovero (b), ed egli provonne l' anteriorità. Ebbe anche oppositori il nome stesso d' indivisibili, tra' quali il Guldino, che volle depresso quel metodo per far regnare i suoi centri di gravità; e quegli, oltre al farne quasi un' apologia nel settimo libro della sua geometria, scrisse in risposta varie Esercitazioni al Guldino. Per altro entrambi i metodi sono da rispettare, ma quello del Cavalieri è più diretto, più spedito e più facile (1).

XXII. Torricelli e Roberval.

Fu questo accolto dal Viviani e da tutta la scuola galileana, difeso ed ampliato da Stefano degli Angeli, e messo in pratica primamente dal Torricelli. Questi con esso trovò una nuova quadratura della parabola, una nuova relazione della sfera al cilindro, la misura del solido acuto iperbolico, e sopra tutto la dimensione della cicloide; intorno a cui e Galileo e Cavalieri stesso lavorato aveano indarno, e per cagione di cui fu a torto accusato di plagio dal Roberval (c), il quale avea

(a) *Exerc. III. in Guldin.* — (b) *De curvi et recti proport. prom. l. V.* — (c) *Epist. ad Torric.*

(1) Dai problemi Kepleriani *de maximis et minimis* trassero i due metodi degli antagonisti Guldin e Cavalieri; l' uno dei quali nella sua *Centrobarica* applica il centro di gravità a misurare le figure generate dalla rotazione, l' altro nella *Geometria indivisibilium continuorum* scompone il continuo negli ultimi suoi elementi, per cavare dal rapporto di questi la misura di quello. La proposizione fondamentale del primo metodo è tale : ogni figura formata dal giro d' una linea o superficie attorno un asse immobile è il prodotto della quantità generante per la via che segna il suo centro di gravità. Quella del secondo è pur tale : tutte figure i cui elementi crescono o decrescono similmente dalla base al vertice, sono nella stessa ragione alla figura conforme della medesima base ed altezza. I conseguenti di tai principi sono moltissimi, nè qui da trascrivere.

già prima trovato un non so che di simile, senz'averlo però comunicato a persona. Infatti e Mersenne nell'Armonia universale, e Pascal nella Storia della cicloide, e Cartesio nelle sue Lettere, suppongono siffatta scoperta anteriore all'opera del Torricelli; ma che costui avesse sentore delle dimostrazioni de' Francesi, che il Beaugrand avessene dato parte al Galileo, da' cui scritti quegli tolta avesse tale scoperta; ciò è, non pure senza fondamento, ma contra ragione. L'Italia l'Inghilterra la Francia medesima erano all'oscuro di tale notizia, e lo stesso storico Pascal, sì appassionato per Roberval, e il Cavalieri (a) il Frisio (b) il Wallis il la Loubere danno al Torricelli la gloria dell'invenzione (1). Maggior fama si sarebbe acquistata il Roberval, se non avesse nascosta la sua produzione. Formò egli una teoria e compose un metodo degl'indivisibili, somigliante a quello del Cavalieri; n' inventò altro per le tangenti, detto de' movimenti composti, che somigliava alquanto le flussioni del Newton: trovò d'altre curve, conosciute sotto il suo nome, e dette dal Torricelli robervalliane, e da lui quadratiche, perchè usonne a quadrar le parabole, e a trovare spazi finiti uguali in grandezza agl'infiniti: diè metodi a rinvenire i centri di percussione, più giusti di que' del Cartesio; ed egli in somma lasciò di se un nome, che saria stato maggiore, se nol macchiava colle puerili contese e colle ostinate sue opposizioni.

### XXIII. Altri.

Godeva inoltre la Francia d'altri eroi che le facevan onore: la Louviere, Beaugrand, Pascal, Leotaud erano i suoi sostenitori (2); mentre l'Italia, oltre a' già detti,

(a) *Exerc. prim.* — (b) *Elog. del Caval.*

(1) Quantunque il Torricelli abbia pubblicata questa invenzione il 1644, pure il Roberval attesta averne già fatto uso da otto anni dianzi, quando uno de' suoi allievi ne compose un trattato sul moto composto. Veggansi le antiche Memorie dell'Accademia delle scienze di Parigi, t. VI.

(2) Grande fu in Francia il contrasto de' geometri su le

vantava il *Castelli*, celebre idraulico, ma non men valente geometra; vantava *Stefano degli Angioli*, difensore ed illustratore del Cavalieri e del Galileo; vantava il *Ricci*, il *Borelli*, e sopra ogni altro il *Viviani*, rinomato per le ingegnose e dotte sue Divinazioni su' luoghi solidi d' Aristeo, e su' conici d' Apollonio, con che si guadagnò da' moderni quel glorioso nome di sommo geometra che gli antichi dato aveano al greco autore.

XXIV. *Epoca seconda, Cartesio e Fermat.*

Se non che due furono i principi della geometria di quel tempo, *Cartesio* e *Fermat*. Scioglieva il primo quasi per giuoco e trastullo i problemi che mettevano altri in imbarazzo. I suoi metodi erano la meraviglia, eran la scorta di quanti capaci fossero di conoscerli. Volo più alto non fece la geometria che quando le venne da lui applicata l'algebra per la teoria delle curve: un' espressione algebrica diviene un quadro

proprietà di una curva, detta a principio *trocoide*, e poscia *cicloide*; di cui alcune leggere tracce troviamo negli scritti del card. di Cusa, di Galileo, di Mersenne, di Cartesio; ma la piena conoscenza dobbiamo al Pascal, il quale e ne scrisse la storia e ne propose i problemi, offerendo de' premi a chi sciolti gli avrebbe; e sciolsene alcuni il Wallis nel trattato *de cycloide et cyssoides*, altri il Laloubere ne sette libri sullo stesso argomento: quantunque nè l'uno nè l'altro scontrassero la soddisfazione del Pascal, che pubblicò le sue soluzioni, sotto il nome di Dettonville, in una lettera al Carcavi. Studiarono altresì sulla rettificazione di quella curva il Wren, l'Ugenio, il Leibnizio, i Bernoulli. Altri poi lavorarono su la *compagna* della cicloide, su la *epicicloide*, ed altrettali. Il Midorge e l' Desargues dierono buoni trattati su le sezioni coniche; ed altri ad altre curve sacravano le loro veglie. Della predetta cicloide, oltre la storia francese del Pascal, ne corre altra latina del Groningio, stampata il 1701. Ma pare che lo studio di parte abbia scorta la penna d' entrambi, mentre il primo sta tutto pel Roberval, l'altro pel Torricelli. Di Pascal veggasi il lungo Discorso premesso alle sue opere dall'editore di esse il Bossut, che poscia il riprodusse in fondo della sua storia delle matematiche: veggasi anco l'altro più recente che n' ha pubblicato il Villemain nel t. I de' suoi *Mélanges de littérature*.

vivo e parlante, i problemi più implicati riduconsi alla maggior semplicità, speditezza, estensione (1). Nuovi metodi per la risoluzione de' problemi piani, avvanzamenti notabili su' luoghi geometrici degli antichi, formola generale per l'equazioni delle sezioni coniche, invenzione di nuove curve, dette le ovali di Cartesio, utili alla diottrica e catottrica, elevazione al grado di geometriche d'altre curve che passavano per meccaniche, modo comune di determinar le tangenti, fecondo di sublimi teorie, e mille altri utilissimi ritrovati rendono il *Cartesio* creatore di nuova geometria, e i suoi tre libri d'essa il sacro deposito delle più recondite verità. Intanto però il suo emulatore *Fermat* diede un altro metodo per trovar le tangenti nelle curve, un altro per la costruzione de' luoghi solidi, un altro pei centri di gravità, un altro per la misura di curve assai complicate, che ridusse con ingegnose trasformazioni a quella del circolo e dell'iperbola. Il famoso suo metodo de' *massimi* e de' *minimi* potè in qualche modo aprire la via al calcolo differenziale, e viene quasi agguagliato dal *Leibnizio* (a) per l'utilità all'applicazione dell'algebra del *Cartesio*; il quale però, mal sofferendo le glorie del suo rivale, gli si scagliò tosto in contro, ed accese la guerra tra gli altri ancora (2).

(a) *Act. Lips.* 1693.

(1) L'analisi antica che in parecchi casi presentava una chiarezza ed evidenza somma, in altri diveniva oscura e impraticabile, qualora una serie di ragionamenti e una catena di relazioni esigeva sforzi straordinari di memoria e d'ingegno. Da questo peso ci ha sgravati *Cartesio*, riducendo i più astratti e profissi raziocini a formole tecniche e concise, che ci offrono a un batter d'occhio il quadro di laboriose operazioni, calculando le grandezze continue, quali sono le linee, le superficie, i solidi, alla guisa delle discrete, quali sono i numeri e le quantità algebriche. Vero è che l'applicazione dell'algebra a problemi ordinari è anteriore a *Cartesio*: egli non ha fatto che applicarla alla geometria delle curve, di quelle cioè che partiva in geometriche e in meccaniche, e che poscia *Leibnizio* nominò algebriche e trascendentali.

(2) Questo metodo del *Fermat* si leva su d'un principio,

## XXV. Loro seguaci.

Ma il Fermat ch'avea diritto di sedergli a fianco, e che concepita pur avea l'idea d'esprimer le curve con forme algebriche (a), il Fermat ebbe al pari di lui partigiani e seguaci, infra i quali il *Roberval* che tolse ad oppugnare il Cartesio: benchè poi questi ebbe più comentatori ed interpreti, che basta vedere nella edizione della sua geometria, fatta dallo Schooten nel 1695; il *Beaune* l'*Hudde* l'*Heuraet* il *Wit*, già noti abbastanza per le proprie scoperte; il *Rabuel* lo *Sluse* l'*Ugenio* il *Craig*, inventori di nuove formole dietro le tracce di tanto maestro.

## XXVI. Gregorio e Ugenio.

Intanto il fiammingo *Gregorio di san Vincenzo*, senza entrare in pretensione, per un'opera sulla quadratura del circolo meritò che il Leibnizio lo mettesse di paro con que' due principi a formarne il geometrico triumvirato. Venticinque anni d'infessato studio costò a quest'ingegno profondo quella ricerca, per cui s'inoltrò nelle vie più aspre ed intrigate. Quante convenienze non iscoprì fra l'iperbola e la parabola, tra questa e la spirale, tra la sfera e l'unghia cilindrica, e tra altre figure, onde sembra allor nata quasi la geometria comparata! Quanto è sorprendente la scoperta della proprietà dell'iperbola vicina all'asintota, d'averne gli spazi tra loro compresi, crescenti aritme-

(a) *Isag.* Topic. etc. *App. ad Isag.* etc.

conosciuto già dal Keplero nella sua *Stereometria doliorum*; ciò è che, quando una grandezza, qual sarebbe la ordinata di una curva, sia giunta al suo *maximum* o al suo *minimum*, nel punto infinitamente vicino il suo crescimento o scemamento, divien nullo. In fatto, supposto che quella, messa in equazione, sia venuta al massimo, l'ascissa cresciuta o smenomata d'un infinitesimo, i due valori di quella saranno uguali. Per conto di questo metodo cadde il Fermat in aspra lite col Cartesio, e nel terzo tomo delle costui lettere troviamo i pezzi scagliati da ambe le parti. Le parti del primo seguirono Roberval e Pascal il padre, del secondo Miorge, Desargues, Hardi.

ticamente, mentre l'ascissa cresce geometricamente! Egli insomma ritrova cento verità, mentre indarno ne cerca una, la inarrivabile quadratura del circolo (1). Il più giusto di lui rivale e il successore più degno nell'onor geometrico, fu l'olandese *Ugenio*: il quale, se da' giovanili suoi anni, si rinomò per le osservazioni sulla geometria cartesiana e per le impugnazioni della quadratura vincenziana, quando poscia levossi a misurar le superficie curve delle conoidi e delle sferoidi, quando ridusse la rettificazion delle curve alle quadrature, quando fermò la misura della cissoide, quando entrò ad anatomizzare la logaritmica, ad esaminarne le aree, le tangenti, i solidi, i centri di gravità, e tutte quante le sue passioni, e sopra tutto quando arricchì le matematiche della teoria dell'*evolute*, e scoprì con essa che la cicloide sviluppandosi ne forma altra uguale ma inversa, e giunse a rettificare più curve, a determinar le tangenti, a trovar verità per anco

(1) L'opera del padre Gregorio *de Quadratura circuli et hyperbolae*, stampata in Anversa 1647, contiene gran numero di nuove proprietà delle sezioni coniche, un più pieno sommato de' termini e delle potenze loro nelle progressioni, modi assai da misurar la parabola ed altre figure. Ma tutto da lui è trovato, a riserva di quello che principalmente cercava, cioè la pretesa quadratura del cerchio: la cui falsità venne tosto scoperta e pubblicata dal Cartesio in una lettera al Mersenno, dall'*Ugenio* nella sua *Exetasis quadraturae circuli*, dal *Leotaud* nell'*Examen quadraturae circuli*: il qual ultimo con altra opera, intitolata *Cyclomathia*, prese anco a ribattere le difese che del San-Vincenzo avevan preso due suoi discepoli, *Aimscom* e *Sarassa*, l'uno nella *Expositio et deductio geom. quadr.*, l'altro nella *Solutio problematis de quadr. circ.* Giovami al gesuita fiammingo Gregorio da San-Vincenzo, nativo di Bruges, accoppiare un suo confratello nazionale e contemporaneo, *Andrea Tacquet*, nativo d'Anversa, noto nelle scuole pe' suoi *Elementi d'aritmetica e di geometria piana e solida*, illustrati dal *Whiston* e pubblicati a Cambridge 1703, nei quali mise in più chiara luce i libri di *Euclide*. Egli però è autore di molti trattati matematici di più rilievo, che appo sua morte gli furono in un ampio volume raccolti e pubblicati nella sua patria, gli anni 1679 e 1707.

ignote; allora si fu venerato maestro della geometria, proclamato per uno de' più sublimi genj, e lodato da un Newton (a) come il più elegante di tutti i moderni, e il più degno imitator degli antichi (1).

XXVII. *Inglese.*

Mentre così nel continente d'Europa si lavorava, nell'isola d'Inghilterra si avanzava a gran passi. Gran salto se' fare il *Wallis* colla sua Aritmetica degl'infiniti, ossia coll'applicazione del calcolo, al metodo degl'indivisibili ed infiniti. Con ciò seppe sciorre i problemi proposti dal Pascal sulla cicloide, rettificò le curve che pareano impossibili al Cartesio, e quindi il *Neil* il *Wren* il *van Heuraet* l'*Ugenio* stesso ne profitarono per altre curve. Il metodo delle *interpolazioni*, sì usato in geometria, è suo, onde chiamansi *wallisiane*; e queste fer nascere la gloriosa scoperta del *Brouncker*, della *frazione continua*, e la sua serie infinita per esprimer l'area dell'iperbola. Indi aneo nacque la *logaritmotecnica* del tedesco *Mercator*, stabilito in Inghilterra, ond'ei quadrava l'iperbola e ne costruiva i logaritmi; indi l'utile invenzion del *binomio newtoniano*; indi il gran ritrovato del *calcolo infinitesimale*; indi insomma mille scoperte d'altri geometri. Oltr' a questi fioriva colà il *Barrow*, che nelle sue lezioni spiegò la dimensione e le proprietà delle curve, e diè un metodo per le tangenti che aperse la via al *calcolo differenziale*. Il *Gregory* trovò parecchi teoremi curiosi ed utili per la rettificazion delle curve, per la trasforma-

(a) In *viz. Nov.* ad extrem.

(1) Di questo geometra Olandese corron le opere in due raccolte, stampata la prima a Leida 1724, l'altra ad Amsterdam 1728. Nei suoi Teoremi sulla quadratura del circolo e dell'iperbola dimostra il nesso intra tal quadratura e l'loro centro di gravità. Nel libro *De circuli magnitudine inventa* porta più affinamento alle approssimazioni di Snellio, e vi aggiugne sopra ciò le proprie scoperte. Più altre verità da lui non più che tocche furono poi comprovate dall'italiano Guido Grandi nella sua *Demonstratio hugenianorum theorematum*.

zione e quadratura delle figure curvilinee, per l'immediata approssimazione alla quadratura del circolo, per l'applicazione di questo all'iperbola, e per altri metodi nuovi e fecondi di verità. Così ogni parte d'Europa di geometri abbondava, quando apparve il gran *Newton*.

*XXVIII. Epoca terza, Newton.*

Sembrava che Natura dati avesse saggi del poter suo pria di far quest'ultimo sforzo, e di produrre quel portento d'ingegno, quel miracolo di dottrina, quell'ornamento d'umanità. Geometra incomparabile, ebbe riunito in se i pregi degli antichi e de' moderui: ricavò dalla conoide di Nicomede l'equazioni del terzo e quarto grado: perfezionò la cissoide inventata da Diocle: sciolse col metodo antico un astruso problema di Apollonio: trovò prima del Mercator una serie infinita de' quadrar ogni curva sia matematica sia meccanica, e da cercarne le rettificazioni, i centri di gravità, i solidi nati dall'evoluzion di ciascuna, e le superficie d'essi solidi (a). La precipua sua gloria fu però il portentoso suo calcolo delle flussioni, con che non ebbevi seno alcuno nascosto che non si mostrasse patente a' sottili suoi sguardi. Rettificar curve, misurar aree, determinare tangenti, trovare i massimi e i minimi, statuire i punti d'inflessione, maneggiare a suo grado le figure e le linee tutte, combinare infinite forze, infinite direzioni, e variazioni infinite di queste e di quelle, innalzare insomma la gran macchina del sistema dell'universo nell'immortale opera *De' principii matematici*, tutto riuscì con quel metodo facile al *Newton*, che sia perciò riguardato come il dio della geometria (1).

(a) *Anal. per aeq., Meth. flux., et Ser. infin.*

(1) Il classico libro qui mentovato de' *Principii matematici della filosofia naturale* ha riveduto la luce in tanti luoghi, che lungo sarebbe il farne rassegna. La più pregiata edizione è quella di Londra 1726. Poscia i due religiosi geometri, Jac-

Per vie diverse e sotto diverso aspetto, com'è detto di sopra, incontrò *Leibnitz* il medesimo metodo: ma la vasta e fervida sua mente rivolta a mille studi non gli permetteva di compiere l'opere intraprese, e bastavagli, com'ei dicea, d'aver gettati i semi, che poi godea di veder cresciuti in altrui mano a piante perfette. Ma se egli non eguagliò il *Newton* nell'applicazione del nuovo metodo, ben superollo nella propagazione del medesimo, di che fur le prime lezioni quelle che sposò negli Atti di Lipsia (b), sicchè col calcolo differenziale poté dinotare i più intrigati problemi (1).

XXX. Vantaggi della nuova geometria.

I *Bernoulli* e l'*Hôpital* vollero ad ogni modo apprendere ed introdur dappertutto il calcolo infinitesimale, che il *Newton* col nome di calcolo delle flussioni aveva appena fatto conoscere nella sua isola. Allora la curva brachistocrona, la catenaria, la velaria,

(a) An. 1684, e 1686.

quer e le *Sueur*, ne dettarono un perpetuo comentario, impresso a Ginevra 1739 e 1760. La marchesa du Châtelet e il signor *Machin*, nel voltare che fecero i detti Principi dal latino, l'una nel francese, l'altro nell'inglese idioma, di nuove annotazioni gli accompagnarono. Altri parti di quella mente seconda hanno pure arricchito l'imperio della geometria, come sono i trattati *De quadratura curvarum*, e l'*Enumeratio curvarum tertii ordinis*; comentato quello da *Steward*, questo da *Stirling*. Altre illustrazioni di questi, come degli altri opuscoli matematici, troviamo nelle raccolte che pubblicaron di essi il *Castiglioni* a Losanna 1744, e l'*Horsley* a Londra 1779-85.

(1) Molti semi, e feraci di nuovi trovati, scorgiamo sparsi nel *Commercium philosophicum et mathematicum* di *Leibnizio* e *Gio. Bernoulli*, compreso in due tomi e stampato a Losanna 1745: donde si cava quanto in quei sommi fosse maggiore la felicità dell'escogitare, che la premura dell'ordinare i lor pensamenti. La collezione dell'*Opera omnia* del *Leibnizio*, fatta da *Lodovico Dutens* in sei grossi volumi a Ginevra 1768, ne offre di ciò non poche riprove.

l'elastica, l'isopiastica, ed ogn'altra, prima invisibile, lasciossi vedere per questo calcolo: il cui vantaggio si è scoprir verità più difficili con maggiore facilità. È gloria degli antichi aver trovato molto senza i nostri metodi; lode è de' moderni aver inventati tai metodi per ulteriori scoperte. Come avrebbe altrimenti potuto *Giacomo Bernoulli* rettificare e quadrar la spirale logaritmica e la lossodromica, sviluppar di quella le proprietà, e delle curve che o la producono o ne sono prodotte, e di quelle che girano intorno a se stesse, e fare tant'altri sforzi di matematico valore? Come avrebbe ardito *Giovanni* d'immergersi negli astrusi isoperimetri, tentati anco da suo fratello *Iacopo*, nel solido di minor resistenza, nelle trasettorie, ne' centri d'oscillazione, ec.? Come avrebbe il *Varignon* trattate le leggi de' moti composti e delle forze centrali dirette ed inverse, e ciò con tanta generalità, che nulla sfugga alle sue formole? Questa fu l'epoca del glorioso trionfo della geometria. Menavano gran romore le famose caustiche dello *Tschirnausen*, corrette dal *la Hire* e perfezionate dai *Bernoulli*. L'epicicloidis scoperte dal *Roemero*, ma spiegate e svolte dal *de la Hire*, l'attenzione occuparono e de' matematici e degli artigiani. Il *Lagni* colla sua goniometria venne a migliorare la trigonometria e ad avanzare la ciclometria. Il *Taylor* il *Maclaurin* ed il *Simpson*, animati dello spirito del *Newton*, la scrupolosità del suo calcolo applicarono alle geometriche operazioni, ed alla teoria delle curve maggior chiarezza recarono.

#### XXXI. Scuola di Gio. Bernoulli.

Ma il più gran lustro venne dalla scuola di *Giovanni*, fratello e rivale di *Iacopo Bernoulli*, amico di *Leibnitz*, emulo di *Newton*, maestro di valenti geometri (1);

(1) Si pareva essere il saper matematico un retaggio proprio di quella illustre famiglia. *Iacopo* fu il primo ad accogliere e garantire la novella geometria leibniziana, e le procurò notevoli progredimenti: *Giovanni* entra nella stessa carriera, e vi fa de' passi più rapidi: l'uno e l'altro propugnono dei nuovi

tra' quali spiccano i tre figliuoli *Niccolò Daniele e Giovanni Bernoulli*, l'*Erman il Maupertuis il Clairaut l'Eulero* : lo stesso *d'Alembert*, che non potè udire le sue lezioni, profitto de' suoi scritti, e se ne professò debitore di quanto progresso avea fatto (a). Cominciò allor nuova epoca : l'esame delle oscillazioni d'un pendolo, la teoria della figura della terra, la discussion del problema de' tre corpi condussero il *Clairaut* a nuove curve e scoperte : l'idrodinamica di *Dan. Bernoulli*, la composizione delle forze da lui dimostrata, ed altre sue opere in sottilissime specolazioni s'internano, con che raffinare vie più il calcolo e penetrare più addentro ne' misteri della geometria : il problema delle corde sonore ha occupato addi nostri i più profondi matematici, ed ha fatto nascere importantissimi ritrovati. Debbono al *d'Alembert* nuovi lumi la rettificazione delle sezioni coniche, la quadratura delle curve superiori e delle superficie de' con obliqui, le leggi dell'equilibrio e del moto de' corpi, le cagioni de' venti, la precessione degli equinozi, la pressione de' fluidi, la vibrazione delle corde sonore, e mille altri punti che l'hanno menato a nuovi calcoli, a nuovi metodi, a nuove scoperte.

#### XXXII. *Eulero.*

Ma chi più d'ogn'altro ha promossa l'analisi ed ampliati i confini della geometria, è stato senza contestato l'*Eulero*. Egli primeggiar si vede in ogni ramo di questa scienza : egli ha fornito il metodo del *Fagnani* di determinare gli archi d'ellisse o d'iperbole, la cui differenza è uguale ad una quantità algebrica : egli ha esteso quello del *Nicole* di trovar curve rettificabili sulle superficie della sfera, e le cui parti sono uguali tra loro : egli ha perfezionato il calcolo delle differenze finite, indicato appena dal *Taylor*, e quello

(a) *Eloge de M. Jean Bern.*

problemi, e sciolgono i proposti da altri. Le opere tutte del primo uscirono in due tomi a Ginevra 1744, del secondo in quattro a Losanna 1742.

delle parziali, inventato dall' *Alembert* : egli ha rinvenuto il calcolo de' seni e coseni , e un metodo pel problema degl' isoperimetri, toccato già da *Bernoulli* e illustrato più da *la Grange* : egli ha il primo sviluppata la teoria generale delle superficie curve, e quella altresì de' raggi osculatori di quelle : egli ha fatte ricerche sulle traiettorie reciproche, sul solido della minor resistenza, sulla curva della più veloce discesa, e su tutti gli altri punti di sublime geometria, che si vede per lui regnare sovr'ogni matematica disciplina(1).

XXXIII. *Teorie delle curve.*

La teoria delle linee curve invitava tuttora i valorosi geometri : se *Cartesio* con applicarvi l'analisi s'era molto in esse inoltrato, e se *Newton* di quelle del terzo grado contenne fino a 72, che poi vennero per altri cresciute ; fu lo *Sterling* che ne mostrò con chiarezza maggiore le proprietà, il *Murdoch* spiegonne la genesi, il *Maclaurin* rintraccionne ogni affezione. Oltre a quest' inglesi, l'Accademia parigina risonava sovente del nome di tai linee, e veggonsi ne' suoi Atti (a) le memorie del *Nicole* e del *Gua*, il quale per altro nell' opera (b), che su queste diede alla luce, mostra volersi attenere all' analisi cartesiana. Venne l' *Eulero*, e prima nella Introduzione all' analisi degl' infiniti, e poi nelle memorie delle Accademie di Berlino e di Pietroburgo, vi pose l' ultima mano con tal maestria, che parve non lasciasse nulla a bramare ; e come nelle linee curve è stato quindi seguito da *Sejour* e da *Cramer*, così nel trattare le superficie curve è stato da

(a) An. 1729, 1731. — (b) *Usage de l' anal. de Descartes.*

(1) L' *Eulero* è il più degno competitore del soprallodato *Alembert* nel geometrico principato. Mentre questi spandeva le dovizie del suo sapere nell'Accademia di Parigi, l'altro diffondeva i suoi lumi in quelle di Berlino e di Pietroburgo. Gli opuscoli matematici del d' *Alembert* si trovano riuniti in otto volumi, impressi a Parigi 1762-80 : quelli dell' *Eulero* in più altri, a Berlino ed altrove.

*Tinseau* e da *Monge* (a). Il giovine *Clairaut* fu il primo ad investigare le *curve di doppia curvatura*, e nel 1730 diè fuori su queste le sue *Ricerche*, seguitato in ciò dall' *Eulero* dal *Monge* dal *Lacroix* (1).

XXXIV. *Conservazione del gusto antico.*

Questi due ultimi han dato pur saggio dell' antica geometria. Il *Monge* ha formata una scienza nuova colla sua *geometria descrittiva*, sciogliendo problemi curiosi e difficili, dando teoremi nuovi ed importanti; e se non potè per altre incombenze applicare la sua dottrina alla pratica della prospettiva lineare e d' altre arti, pur lasciò un' opera che al pregio della novità il merito unisce dell' utilità (2). A lui aggiunto *Lacroix* nell' istruzione delle scuole normali, diè il *Compimento*

(a) *Mém. prés. à l' Acad. t. X.*

(1) Posteriormente hanno altri insistito su tale argomento. Ed è tra i primi da locare *Simone l' Huilier*, autore di trattati parecchi, latini e francesi. La sua Sposizione elementare de' princìpi dei calcoli superiori gli guadagnò il premio proposto dall' *Accademia berlinese*. Indi la sua *Poligonometria*, o la misura delle figure rettilinee, con esso il compendio di *Isoperimetria*, stampata a *Ginevra* 1789; il trattato della *Relazion mutua della capacità e de' termini delle figure*, o sia de' massimi e de' minimi, a *Varsavia* 1792; gli *Elementi di analisi geometrica e d' analisi algebrica*, applicati alla ricerca de' luoghi geometrici, a *Parigi* 1809; sono lavori che tornano ad altrettanto di onore all' autore, che d' utile alla scienza. Oltre a lui, davano in questi ultimi anni il *Boucharlat* e il *Bot* le loro teorie e saggi di geometria analitica su le curve e le superficie del secondo ordine, entrambi a *Parigi* 1810-13.

(2) La *Geometria descrittiva* del *Monge* è stata arricchita di due *Supplimenti* dall' *Hachette*; il quale nella quarta edizione del 1819 l' aumentò di una teoria delle ombre e della prospettiva: il secondo supplimento è seguito dall' *analisi geometrica* del *Leslie*. Un pari trattato, che servisse di continuazione a quello del *Monge*, dava pure il *Dupin*, a *Parigi* 1813, ed altro più recente il *Vallée* il 1819. Lo stesso *Monge* pubblicò quivi la sua *Applicazione dell' analisi alla geometria*: su di che scrissero altresì trattati vari, e col medesimo titolo gli divulgarono nella stessa capitale, il *Guisnée* nel 1733, il *Garnier* nel 1813, il *Develey* nel 1816.

degli elementi di geometria, nel quale ha tutto spiegato con estrema chiarezza e con evidenti dimostrazioni (1).

### XXXV. Inglese.

Ma l'antica geometria, più che da Francia, è stata coltivata da altre nazioni. Nell'Inghilterra il *Gregory* e l'*Allejo* ci han date bellissime edizioni d'Euclide e d'Apollonio. L'Euclide imprima del *Keil*, indi del *Simpson*, che diecci pure i *portsmi* di esso, noti solo dal poco che Pappo ne avea scritto, formò lungo tempo il libro classico delle scuole inglesi. Apollonio poi, oltre d'Allejo e di Simpson, è stato illustrato e supplito dall'*Horsley* e dal *Lowson*; l'un de' quali scrisse *de inclinationibus*, l'altro *de tactionibus* del medesimo. Sullo stile degli antichi ha trattate l'*Hutton* le sezioni coniche, lo *Steward* le forze centrali, il *Maclaurin* altrettali argomenti.

### XXXVI. Italiani.

Tra gl'Italiani, mentre il *Riccati* e il *Fagnani* promovean l'analisi, il camaldolese *Guido Grandi*, che ne

(1) Più altre opere corrono di questi due, spettantisi a questo e ad altri rami di matematica. A' quali ben è da agguignere il *Legendre*, la cui Geometria trattata alla maniera degli antichi di quanto pregio sia, ne fan testimonianza le oltre a venti edizioni fattene in Francia ed altrove.

Quanto si è poi a geometria analitica, meritano distinta ricordanza i trattati degli odierni *Biot*, *Puissant*, *Rayneau*; i quali la trattano secondo i recenti metodi delle coordinate, da cui si ha una maniera generale ed uniforme a dimostrare e risolvere le proposizioni geometriche, che riguardano principalmente le curve. Opera poi d'ingegno profondo è la Geometria di posizione del *Carnot*, ove si trova determinato colla maggior chiarezza il vero significato delle quantità negative in questa scienza: lo spirito filosofico di questo autore si scorge nella sua *Metafisica del calcolo infinitesimale*.

Ultimamente son compariti i Corsi metodici di Geometria di *Pelliat*, *Lamare*, *Desdouts*, *Finck*, *Guilloud*, *Jacques*; le Nozioni elementari di geometria descrittiva dell'*Amadiou* e dell'*Houdiard*; la Geometria e trigonometria di *Sarrazin* e di altri assai; oltre i Trattati di geometria pratica di *Lancelot*, *Gouvenot*, *Place* e *Foucard*, *Lamotte* ed altri.

ANDRES vol. V.

scrisse altresì, seguìto a camminare insieme sull'antica via, e per essa ritrovò nuove curve (a). Il *Poleni* il *Pirelli* il *Zanotti* e più il *Boscovich*, geometra di primo seggio, sostennero l'abbandonata sintesi, e sciolser con essa problemi che si credeano pertinenti all'analisi. Le costui scoperte su le sezioni coniche e sulla sferica trigonometria, e le sue applicazioni alla fisica, all'ottica, all'astronomia, fecero in lui risplendere, dice de la Lande (b), l'ingegno più raro per la geometria. Nuove formole, nuovi metodi, nuove verità rendono utile ed accetta la Trigonometria piana e sferica del *Cagnoli* (1). Eccellente geometra si è mostrato il *Mascheroni* e nelle Nuove ricerche sull'equilibrio delle volte, e nelle Annotazioni al calcolo integrale d'Eulero, e nella sua Geometria del compasso (2). Così il *Torelli* con darci

(a) *Flores geom.* — (b) *Notices etc. Journ. encycl.* mai 1787.

(1) La trigonometria del *Cagnoli* corre in oggi tra le più magistrali: essa fu poscia di molto perfezionata dal suo autore, e recata in francese da *Chompré* nel 1808. Si ha pur di lui un elegante trattato delle sezioni coniche sinteticamente maneggiate, che per rigore di dimostrazioni si lascia in dietro quelle del *Grandi*. Più di recente son venuti fuori in Italia gli *Elementi di geometria*, di *G. Gaeta*; le *Proposizioni di stereometria*, di *G. Godazza*; i *Principi di trigonometria*, di *F. Corridi*; e gli *Elementi*, così di questa come delle altre facoltà matematiche, di *Caraffa*, *Casano*, *Guidi* ed altri, qual più qual meno chiari ordinati e precisi.

(2) Quest'ultimo trattato del *Mascheroni*, che fu anco traslato in francese e stampato a Parigi 1798, si aspetta alla geometria pratica: intorno alla quale ci restano da mentovare alquanti tra i più illustri scrittori. Tal è a mio avviso il *le Clerc* che diede due trattati di geometria per uso degli artisti: tale l'*Ozanam* che pose un Metodo da dirizzare i piani e le carte, e un trattato da misurare le terre e i confini; l'uno e l'altro aumentati dall'Odierna: tali il *Doyen* il *Ginet* il *Dupain* il *le Fèvre* il *Puissant*, che fornirono eccellenti trattati di agrimensura: tali infine, per passarli degli altri, l'*Espinace* il *Picard* il *Busson* il *Fabre*, che sopra il livellare dettaron regole e bei libri composero, pieni di savi ammaestramenti.

Archimede, il *Giannini* con renderci Apollonio, restituito novellamente dal tedesco *Camerer*, ed altri in altre guise han conservata la sintesi : ma pur l'analisi per la Grange la Place Delambre Prony Oriani Paoli è rimasta oggi superiore.

*XXXVII. Conclusion.*

Gl'intensi studi che or fannosi per l'avanzamento del calcolo analitico, i nuovi metodi, che ricercansi pel miglioramento delle sue operazioni, tutto ha per oggetto la risoluzione de' problemi, il maneggio delle curve, la perfezione della geometria, che vedesi dominare regina ed arbitra in tutte le scienze. Ciò non pertanto vorria taluno che, in tanto ardore di calcolo e d'algebra, entrasse più studio di pura geometria. Il bizzarro, ma ingegnoso Castel, teme forte non sia il troppo impegno pe' calcoli da riuscire in pregiudizio della stessa geometria, la cui evidenza da quelli viene spesso ingombrata : onde brama che quelli e questa camminino di pari passo, come truppe legionarie ed ausiliarie (a). A' cui voti noi aderendo, procediamo intanto a seguire il corso delle matematiche miste.

(a) Pref. all' opera dello Stone *del calc. int.*

I. *Origine greca.*

Se gli antichi inventori degli stromenti e delle arti meccaniche riflettuto avessero a' principj delle loro invenzioni, e spostili a comune istruzione, si sarebbe indi formata in breve una scienza. Ma quegli, talora per genio, talora per caso, avvenutisi a que' ritrovati, nè da studiate teorie non vi furon condotti, nè non pensarono a farne un corpo di dottrina (2). I Greci furono, siccome d'ogn' altra, così di questa facoltà gli architetti. *Archita*, quel famoso meccanico dell'antichità, fu il primo che ne trattasse, giusta Laerzio (a), con principj matematici, e che regolasse il moto istrumentale con figure geometriche (3). Altri ancora fio-

(a) In *Archita*.

(1) Il più volte lodato Montucla nella Storia generale di tutte le matematiche, fa luogo distinto alla meccanica, di cui rintraccia le origini presso i popoli antichi, ne siegue i progressi appo i moderni: ma singolarmente nel volume III consacra il libro III alla meccanica teorica ed analitica, e l'IV alla usuale e pratica: in fine del quale si trova una ben lunga lista de' celebri artisti, un'altra delle inventate macchine, ed una terza de' libri che ne ragionano. Ad essa rimandiamo gli studiosi di questa scienza.

(2) Che quei primi si avessero alcun sentore di meccanica, e che uso facessero ancor di macchine, ne possono far indizio quei portentosi obelischi dell'Egitto, anteriori eziandio alla guerra troiana, che non si poterono per certo levare sì alto senza il soccorso di molti e grandi stromenti. Dite altrettanto delle prodigiose mura di Babilonia, del superbo colosso di Rodi, e di così fatte maraviglie del mondo, che non lieve tintura di scienza suppongono ne' loro architetti. Per altro egli è ben agevole il concepire, di che modo e per quai gradi il bisogno, la sperienza, l'ingegno menasser pian piano gli uomini a rinvenire la leva, la vite, il conio, la girella, il piano inclinato, e che so io: su di che vedi ciò che n'ha argomentato il Montucla (*Hist. des math.* p. I, l. II, n. XI).

(3) Laerzio rende tal lode al pittagorico tarentino con queste

rirono di que' tempi, poichè *Aristotile* novera la meccanica infra le matematiche fondate in geometria (a) e spettanti a stereometria : benchè , a dir vero , i problemi di lui, unico monumento rimastoci di quell'età, mostrano bene i tenui progressi di questa scienza.

## II. *Archimede.*

Laonde possiam riconoscere a primo suo creatore e maestro il grand' *Archimede*, cui dobbiamo i principj di statica e d'idrostatica, e che solo, secondo Pappo (b), giunse a comprendere delle operazioni meccaniche e de' lor effetti le ragioni e le cause. Celebri son nella istoria le molte e portentose sue macchine, onde potè solo ed inerme far fronte alle armi romane; e Pappo, rammemorandoci quella di muovere con una data potenza un peso qualunque, onde potè dire : datemi un sito, e moverovvi il mondo ; la chiama la 40<sup>a</sup> invenzione meccanica d'Archimede. Pur la vera sua gloria sono i fondamenti ch'egli pose di questa scienza : dimostrò che due pesi in equilibrio nelle braccia d'una bilancia sono in ragione reciproca di loro distanza dal punto d'appoggio : fondò la statica sull'ingegnosa

(a) *Anal. prior.* I. — (b) *Collect. math.* 8, praef.

memorande parole : ἕως πρώτος τὰ μηχανικὰ ταῖς μηχανικαῖς προσχρησάμενος ὄρχαῖς ἐμεθοόδουσε, καὶ πρώτος κίνησιν ὄργανικὴν διαγράμματι γεωμετρικῷ προσήγαγε. *Hic primus mechanica mechanicis principijs usus exposuit, primusque motum organicum descriptioni geometricae admovit.* Si conta pur di lui, come prodigio dell'arte, l'aver foggiate una colomba di legno per occulta virtù svolazzante per l'aere; alla guisa di quella mosca di ferro che dissesi poscia formata da un perito di Norimberga, che aggiravasi intorno ai commensali: benchè un cotal Lotario Sarsio (*De rat. pond. Exam.* XIII) tenga ciò per cosa coal fededegna, com'è che i Babiloni coecesser le uova, per detto di Suida, rotolandoli nella fionda. Certa cosa è che Archita per l'eccellenza del suo ingegno e de' suoi trovati meritò dal Cardano (*de Subtil.*) il posto ottavo intra i dodici più sublimi ingegni del mondo. Più altre conteeze ci hanno di lui trasmesse lo Schmid in una Diss. *de Archyta tarentino*, e il Paschio in *Inventis novantiquis* pag. 640.

idea del centro di gravità, che cercò in differenti figure, e fenne utilissime applicazioni (1). Oltre a lui cita Vitruvio (a) un *Diade* un *Ninfodoro* un *Difilo* un *Carida*, e ci descrive macchine (b) di *Ctesifonte* di *Ctesibio* e d'altri greci, che fan vedere le vaste cognizioni e l'ingegno loro inventore. Di Ctesibio commenda anche i libri, cui lodano parimente Ateneo e Filone, ed altri eziandio lo stimano, qual maestro del gran meccanico *Erone*; del quale, come altresì d'*Ateneo* di *Filone* di *Bitone* di *Giulio* affricano, rimangono alcuni scritti, che additanci lo studio e 'l profitto d'allora nelle cose meccaniche. Ciò meglio rilevasi dall'ottavo libro delle Collezioni di *Puppo*, dove troviamo sposta non pur la parte chirurgica o manuale di tal disciplina, ma la razionale e scientifica; e a lui, dopo Archimede, si debbono i maggiori suoi avanzamenti (2).

(a) Lib. VII, praef. — (b) Lib. IX et X.

(1) Le macchine per Archimede inventate si trovano dagli antichi stesamente descritte, come da Polibio in *Excerptis* l. VIII, p. 718; da Livio *Hist.* l. XXIV, c. 34; da Ateneo *Dipnos.* l. V, p. 208; da Plutarco in *Marcello*. Tra i moderni, oltre i mentovati nel capo innanzi e in quei d'appresso, può riscontrarsi la Dissertazione che scrisse il testè lodato Schmidi. La mirabil macchina, detta *trispasto* o *polispasto*, atta a levare i pesi più enormi, faceagli dire animoso, *Dic ubi consistam, et coelum terramque movebo*. Il che diè argomento al Casati da scrivere *De terra machinis mota*. Per la qual cosa era soprannomato *πολυμήχανος, ἐκαστόγχις*, geometrico Briareo. Così fosse a noi giunta l'opera che di meccanica scrisse, da lui stesso citata (*De quadrat. parab.* prop. VI): allora la teoria non men che la pratica di questa scienza gli saprebbe grado maggiore.

(2) Di questo alessandrino filosofo, vissuto a tempi del gran Trodosio, gli otto libri delle Collezioni matematiche vider la luce a Pesaro 1558, volti in latino e comentati dal Commandini, e poi arricchiti dal Manolesio a Bologna 1660. Contengono essi quasi un deposito delle antiche scoperte matematiche, e l'ultimo di essi tratta in ispezialtà di cinque potenze meccaniche, cioè sono la leva, la vite, l'argano, la carrucola, il conio.

III. *Romani antichi.*

Che se i Romani rinvennero, maneggiarono, descrissero delle macchine, ciò ferono anzi per ingegnosa pratica che non per teorica cognizione. *Vitruvio* è tra i Latini chi merita studio e laude distinta, per averci spiegate le scoperte de' Greci, e descritto l'uso delle macchine a vantaggio dell'architettura. *Frontino* poi, oltre gli stratagemmi militari già smarriti, ha insegnata la dottrina pratica degli acquedotti; e l'uno e l'altro han ricevute le illustrazioni del *Poleni* e l'onoranza degli eruditi architetti. *Vegezio* è il maestro dell'arte della guerra, e a così dire della meccanica militare de' Romani.

IV. *Greci e Latini posteriori.*

I greci *Eliano*, *Arriano*, *Urtricio*, *Antemio*, *Mauricio* imperadore ed altri non dierono che descrizioni nude di macchine guerresche ed architettoniche: ciò che pur ferono i latini *Boezio*, *Gerberto*, *Alberto Magno*, *Ruggiero Bacone*, *Giordano Nemorario*, il *Regiomontano* e tal altro de' bassi tempi. A veder la meccanica trattata da scienza esatta, convien discendere al secolo XVI, quando l'amor delle greche lettere portò gli studiosi a leggere e commentare le quistioni meccaniche d'*Aristotele* (1), e le opere matematiche d'*Archimede* e di *Pappo*.

V. *Scrittori del secolo XVI.*

Ingegnose allor furono le spiegazioni che diede il *Nugnez* sul moto delle navi co' remi, e su altri punti meccanici. Potè il *Turtaglia* dirsi il primo autor di balistica, benchè non raggiugnesse la giusta dottrina sopra i progettili. Lasciò il *Commandino* un trattato di centobarica, e rinvenne in parecchi solidi il centro di gravità; nel che fu però superato da *Luca Valerio*. Ma il primo che il nome si guadagnasse di meccanico fu il marchese *Guid'Ubaldo*, il quale e ne' comentari

(1) Tra i comentatori più insigni delle Quistioni dello *Stagirita* vanno un *Piccolomini*, un *Baldi*, un *Tomeo*, un *Guevara*, un *Blancano*, un *Settallo*, per tacermi de' tanti altri; i quali però nè avanzaron d'un passo la scienza nè aggiunsero nulla di nuovo al greco filosofo. Simile intendi dei chiosatori d'*Archimede* e di *Pappo* di quella età.

sugli equiponderanti d'Archimede e ne' propri suoi scritti cominciò a colpire il vero de' fenomeni meccanici. Indi lo *Stevin* tolse a verificar la dottrina degli antichi e a torne gli errori: finchè apparve il vero lume della meccanica, il gran *Galileo*, che co' tanti importantissimi ritrovati creò una nuova scienza.

*VI. Galileo.*

Questi ci fe' conoscere il moto in tutti i suoi aspetti, moto equabile, accelerato, proiettorio, oscillatorio, per linea perpendicolare, per piani inclinati, per l'aria, per altri mezzi diversamente resistenti; di che non si avea nessuna idea. Fu suo trionfo il dimostrare che la forza di gravità è uguale ne' corpi di peso ineguale, e che la velocità di un corpo grave non è proporzionale al suo peso: che non dagli spazi percorsi, ma da' tempi debba prendersi l'aumento della velocità: che detti spazi crescano per numeri impari e sieno come i quadrati de' tempi: che l'impeto della discesa è in ragione diretta delle altezze e inversa delle lunghezze dei piani inclinati: che non è la linea diritta, benchè più breve, quella della più breve discesa; onde aperse la via alla brachistocrona che tanto poscia occupò i geometri. Ei determinò ad una parabola la linea percorsa dal corpo proietto, segnò l'impeto di questo ad ogni punto di quella, e mostrò mille utilissime verità. La dottrina del Galileo è stata la guida agli scritti sulla balistica del Blondello del Belidor de' Bernoulli del Maupertuis dell'Eulero e d'altri grand'uomini. Qual meraviglia de' matematici, il sentirgli annunziare l'isocronismo delle vibrazioni d'un pendolo per archi diversi sotto un quarto di cerchio! Invenzione che parve strana perfino ad un Guid' Ubaldo, e che venne corretta dal magno Ugenio con istabilire l'ugual tempo de' pendoli, non negli archi circolari, ma ne' cicloidali. La statica fu da lui a quel principio ridotta, che a muovere un peso vi bisogna forza maggiore, o se questa è minore, che compensi colla velocità il difetto di forza: principio da lui scoperto prima del Desaguliers, donde cava il la Grange i due principii fonda-

mentali dell' equilibrio, l' uno delle forze composte, l' altro delle velocità virtuali, sì fecondi di meccaniche cognizioni. Se il Viviani ed il Grandi, se il Mariotte ed il Leibnizio, se il Varignon ed il Muschembroek hanno data perfezione ed ampiezza alla dinamica, ciò è stato dietro la scorta del Galileo. La coerenza dei corpi, la forza della percossa, la misura della pressione, tutto insomma a lui deve le sue scoperte, le sue leggi, i suoi usi; ed egli può quindi chiamarsi il padre di questa scienza, che fu creata da lui, e dopo lui cresciuta dagli altri (1).

#### VII. Italiani.

Molte cose difatti scoprirono in seguito il *Baliani* il *Riccioli* il *Grimaldi* il *Torricelli* il *Viviani* il *Borelli* ed altri Italiani allievi della scuola galileana.

#### VIII. Francesi.

Intanto la Francia, che a tant' onore era salita per sapere geometrico, non volle all' Italia cedere nelle cose meccaniche. Quindi le profonde quistioni sul centro di gravità e su quelli d' oscillazione, che tanto agitarono il *Cartesio* ed il *Roberval* (a); de' quali però l' uno fu superato dall' altro. Perocchè il *Roberval* statui il centro d' agitazion de' settori e degli archi di circolo; ed osservò che, dovendosi ricercare il centro d' oscillazione, cercavasi da altri quello di percussione: ei pur discoperse quel gran principio di statica, che due potenze saranno in equilibrio, qualor saranno in ragione

(a) *Cartes. Epist. t. III, Mersen. Cogit. phys. math.*

(1) Queste dottrine ed invenzioni del Galileo furono da la sposte prima nel suo Trattato di meccanica, dove riduce la statica ad un principio universale, da cui derivano le proprietà delle macchine; e poscia nei suoi Discorsi e dimostrazioni intorno due nuove scienze, trattate per via di dialogo. Veggasi il progresso delle verità da lui scoperte nella vita che ne compose il suo discepolo Viviani, premessa alle Opere del Galileo, riunite la prima volta in due volumi a Bologna 1655, e poi a Firenze 1718, indi accresciute a Padova 1744, e finalmente riprodotte in 13 tomi a Milano 1808.

reciproca delle perpendicolari, tirate dal punto d'appoggio sulle linee di direzione (a). Il Cartesio poi esaminò la statica e la ridusse, come il Galileo, ad un solo principio, che bisogna tanta forza per levare un peso a data altezza, quanta per levare il doppio a metà di essa (b). Prescrisse anco delle ottime leggi di moto, finchè seguir volle il Galileo: ma, dove si abbandonò a' suoi principj metafisici, inciampò in parecchi inescusabili errori; e pensando che la quiete de' corpi sia una vera forza e reale che mai non s'estingue, e non facendo distinzione tra corpi duri ed elastici, stabilì delle leggi vane ed insussistenti che prescrivono agli uni ciò che conviene agli altri (c); leggi rigettate dapprima (d), indi raddrizzate (e) dal fedele suo *Malebranche*.

### IX. Inglese.

I tentativi del Cartesio, se non colsero il vero, valsero ad eccitare l'altrui solerzia. La regia società di Londra invitò i più dotti a ricercarne le sicure teorie; ed il *Wallis* esplicò con giustezza la composizione delle forze, la comunicazione del moto, ed altrettali dottrine: il *Wren* inventore di macchine e di teorie, autor di ricerche e di scoperte, illustrò la dinamica e l'architetonica.

### X. Olandese.

Ma sopra tutti si avanzò l'*Ugenio*: egli mostrò che i corpi mossi in direzione contraria perdono bensì nell'urto qualche parte del moto (contra ciò che voleva Cartesio), ma che il centro di gravità a quelli comune o è immobile o si muove colla stessa velocità. La legge della conservazion delle forze vive od *ascensionali*, che altri dice, per la quale il centro di gravità ha forza d'ascendere quanto ha disceso, è utile scoperta di lui: di lui è la bella osservazione che, se un corpo n'urta un altro in riposo pel mezzo d'un terzo, di grandezza

(a) *Mersen. Harm. univ.* — (b) *Ep. 73, par. 1, e Tract. de mech.* — (c) *Princ. part. II.* — (d) *De inq. ver. l. VI, c. ult.* — (e) *Leg. gen. mot. comm.*

media tra essi due, gli comunica più moto che se lo urta immediatamente, e cresce questo moto col crescere de' corpi intermezzi di grandezza proporzionale: verità confermate in seguito e dalle dimostrazioni dei matematici e dalle sperienze de' fisici. Ma la sua più gloriosa invenzione fu quella dell' orologio oscillatorio, ritrovato già prima, è vero, dal Galileo, e fatto costruire forse dal suo figliuolo Vincenzo per Marco Treffler, orologiaio del gran duca Ferdinando II, secondo che attestano il Magalotti (a) il Becher (b) il Viviani (c) il Nelli (d) il Fabroni (e) ed altri testimoni gravissimi; ma che nondimeno fu dall' Ugenio, senza nulla saperne, inventato al tempo stesso, com' egli attestò all' Heinsio, e questi scrisse al Dati (f). Senzachè l' orologio toscano rimase imperfetto, dacchè credeva il Galileo che fossero tautocrone le vibrazioni d' un pendolo, per archi compresi in un quarto di circolo; laddove l' Ugenio v' introdusse degli archi cicloidalì, e perfezionò il pendolo, di cui presso il re di Francia e gli stati d' Olanda si spacciò per inventore (g). Oltre ciò corresse la dottrina del Galileo sull' accelerazione de' gravi; spiegò la teoria dell' evolute, sì feconda di scoperte e di gloria; determinò la lunghezza del pendolo, necessaria per fare ogni secondo una vibrazione; applicò tale lunghezza, non a qualunque parte del pendolo, ma al suo centro d' oscillazione (h); cosa indarno tentata da altri, a ciò invitati dal dotto Mersenne, e poscia ampliata di teorie da' Bernoulli dall' Hôpital dal Taylor dall' Eulero dall' Alembert. Anco la dottrina delle forze centrifughe, conosciuta già dai filosofi, fu ridotta da lui a veri principî, a giusti teoremi, che forman oggi la base dell' astronomia (i); e

(a) Apud Becher. — (b) *Exper. nov. etc.* — (c) *Vita di Gal. e Lett. al co. Magal.* — (d) *Sagg. di stor. lett. Fior. ec.* — (e) *Epp. Fior. ill.* — (f) *Clar. Belg. ad Ant. Magliab. Epist. vol. V.* — (g) *De horol. oscill. etc. Dedic.* — (h) *Ibid. par. IV.* — (i) *Ibi par. V.*

noi possiamo pertanto riconoscere nell'Ugenio il secondo padre e maestro della meccanica (1).

*XI. Newton.*

Con questi entro il *Newton* ad essere legislatore e regolatore del moto. La gran macchina che aveva in testa, di stabilir gli andamenti de' corpi celesti, di svelare le mutue lor relazioni, e di scoprire la vera costituzione dell'universo, gli presenta un'infinita varietà di forze e di moti; ed egli da tre semplicissime leggi ad ognun conte ricava moltissimi corollari che strada gli fanno a statuire i movimenti della luna, de' pianeti e delle comete, ed a misurare gl'immensi spazi mondani. Egli entra a universalizzare le due leggi Keplerriane, e prova che saranno proporzionali a' tempi le aree descritte da' corpi che girano tirando i raggi ad un centro immobile delle forze; che i corpi descrittivi le aree saran tirati a quel centro da forza centripeta; che si descrivono tali aree tirando i raggi al centro d'un altro corpo comunque mosso; e va dimostrando quali forze ed in quali maniere influirebbono sopra de' corpi; quale sarebbe il centro, quale la forza centripeta in un circolo, in una spirale, in un'ellisse, in altre linee; quale in queste circostanze la velocità, quali gli spazi, quanto il tempo; ed ogni cosa dimostra col geometrico suo rigore. Che ricchezza di sublimi teorie! che copia di sottilissime verità non profonde quella penna sovrana! Trovar tangenti, descrivere traiettorie, trasformare figure, sciorre problemi

(1) La bella invenzione del pendolo fu dall'Ugenio fatta il 1656, e quindi presentato da lui agli Stati un oriuolo della struttura novella. Se non che l'ingegno suo creatore il condusse a più sottili ricerche intorno il *tauto-cronismo*, o sia uguaglianza di tempo nelle oscillazioni del pendolo, per cui fu sopperita alla curva circolare la cicloidale: e ciò egli mise in chiaro nella maestrevol opera dell'*Horologium oscillatorium*, che mandò alla luce il 1673. Altri opuscoli postumi di quest'autore fur pubblicati a Leida 1700; e poi lo s'Gravesande ci diede in quattro tomi la raccolta di tutte le sue opere meccaniche geometriche astronomiche e miscellanee, ad Amsterdam 1724-28.

difficili, sono per lui passeggeri trattenimenti. La dottrina de' pendoli, l'isocronismo della cicloide, la teoria delle forze centrali e de' moti curvilinei, la scienza delle resistenze e delle figure varie che le incontrano, tutto riceve dal Newton miglioramento e perfezione. Pieno la mente di tai cognizioni, si fa coraggio per salire ne' cieli, v'abbatte i vortici cartesiani, obbliga i pianeti a seguir le orbite ellittiche, gli assoggetta irremisibilmente alle leggi di Keplero, mette in sistema il mondo universo, e co' suoi Principi matematici cagiona un'intera rivoluzione nelle scienze (1).

### XII. Altri meccanici.

Dietro a lui arsero gli animi per nuove scoperte.

*Gio. Bernoulli* rinvenne la traiettoria che descrive un corpo in un mezzo resistente, secondo il quadrato od altra ragione moltiplicata della velocità; e *Niccolò* suo figliuolo e il *Taylor* e l'*Erman* e l'*Eulero* sciolsero lo stesso problema. Esaminò l'*Ugenio* la logaritmica, e ne propose teoremi, che poi dimostrò *Guido Grandi*. Il *Varignon* ampliò la newtoniana dottrina sulla resistenza de' mezzi (a). Il problema chiamato del solido della minor resistenza, mosso dal Newton, eccitò l'*Hôpital* e *Gio. Bernoulli* a trovar sottili soluzioni, e il *Bouguer* (b) e il *Juan* (c) ad applicarlo alla costruzion delle navi.

### XIII. Leibnitz.

La resistenza de' solidi alla rottura, e de' fluidi al movimento de' solidi ricevè nuovi lumi dal *Leibnizio*. Infra gli altri problemi da lui proposti è celebre quello della linea isocrona, e perchè fu riguardato come il

(a) *Ac. des sc.* an. 1707 — 1811. — (b) *Traité du Nav.* lib. III. — (c) *Exam. mar. theor. pract.* t. I, l. II.

(1) Di questo gran luminare, che tutti illustrò i rami delle matematiche discipline, per ogni capo di questo libro torna l'autore a profondere i dovuti elogi. Per amore di brevità noi qui ci rimanghiamo dal dirne più oltre. Ma chi volesse di più saperne, legga la dotta *Esposizione delle scoperte filosofiche di Newton*, data dal celebre *Maclaurin*.

ANDRES vol. V.

10

primo trionfo del calcolo infinitesimale, e perchè servì molto ad avanzare le cognizioni della dinamica: problema ben discusso e disciolto dall' *Ugenio* e dal *Bernoulli*. La famosa quistione delle forze vive, mossa dal Leibnizio ed agitata con tanto ardore, valse molto a darne la vera misura, che, secondo il *Cartesio*, nascea dal prodotto della massa e della semplice velocità; secondo lui, dalla massa pel quadrato della celerità (a). A lui si oppose l'abate *Conti* (b), cui risposto avendo il *Leibnitz*, fece nuova replica, e n' ebbe nuova risposta (c). Ma la misura leibniziana non ebbe allor voga, in finchè non prese a difenderla *Gio. Bernoulli* (d), seguito dall' *Erman* dal *Wolfio* dal *Bulfingero* dal *Poleni* dallo *s' Gravesande* dal *Muschembroek*, e siu dalla famosa marchesa *la Chutelet*, e sopra tutti dal padre *Riccatti* (e) che con un grosso volume lo munì d' ogni soccorso. Pure gl' *Inglese* e i *Francesi* seguirono la misura cartesiana, e il *Maclaurin* nell' *Inghilterra*, e nella *Francia* il *Mairan* con decòro e nerbo sosteunero la loro causa: nell' *Italia* lo *Zanotti* rispose con eleganti ed ameni dialoghi a' profondi ed aridi del *Riccatti*; ed il *Boschovich* (f) contento della forza d'inerzia volle dar bando alle forze vive, e sciorre così o rompere il nodo della quistione: quistione oggimai abbandonata e quasi di puro nome, stantechè ambo i partiti s' accordano in dare alle forze vive i medesimi effetti: il rimanente, dice *Alembert* (g), non è che una discussion metafisica molto futile, ed indegna d' occupare i filosofi (1).

(a) *Act. Erud. Lips.* an. 1696. — (b) *Noav. de la rép. des lettr.*, sept. 1686. — (c) *Ivi*, fevr. 1687. — (d) *Disc. sur les loix de la comm. du mouv.* — (e) *Dial. delle forze vive.* — (f) *Diss. de virib. vivis.* — (g) *Traité de Dynam.* Préface.

(1) A vie meglio conoscere come ambo i partiti dissentono nelle cagioni costituenti le forze vive, ma consentono nell'ammettere i medesimi effetti, ponghiamo un corpo che si muova nel tempo 1 colla celerità 1. Posto che nella caduta de' gravi cresce questa in ragione di quello, nel tempo 2 sarà la cele-

XIV. *Problemi proposti.*

Di maggior pro sono stati i problemi meccanico-geometrici su la curva catenaria, su la velaria, su l'elastica, su la brachistocrona, su altre tali, che occupando la perspicacia più sottile han prodotte sublimi verità. A tacer di tant'altri, il *Varignon* e nella sua Nuova meccanica e nelle Memorie dell'accademia di Parigi mise in tutto suo lume il principio della composizione de' movimenti, e trattò varî punti di statica con generalità tutta sua. Nuovo campo aprì l'*Amontons* colla dottrina degli sfregamenti, illustrata poscia da' fisici, e di recente trattata con dignità dal *Ximenez* (a). Nuovi principî presenta l'*Erman* nella sua *Phoronomia*, e ad un corpo di dottrina riduce statica meccanica idrostatica idraulica. *Dan. Bernoulli* entra ad esaminar l'evidenza che hanno i principî della meccanica (b), dà loro maggior estensione, impone altre condizioni, altre circostanze propone, e li riduce ad equazioni generali. Il *Mariotte* lo *s' Gravesande* il *Muschembroek* il *Desaguliers* ed altri fisici diligenti con sottili e concludenti sperienze or confermavano ed or correggeano la dottrina meccanica de' geometri, e dappertutto s'introducea lo spirito dell'analisi.

XV. *Eulero.*

In questo ardore di problemi meccanici, di scoperte meccaniche, di studio e d'entusiasmo meccanico, quando tutto respirava questa scienza, comparve al maggior suo

- (a) *Teor. e prat. della resist. de' solidi ne' loro attriti.* —  
 (b) *Comm. Acad. Petr.*

rità anche 2, che moltiplicato per 2 darà 4, esprime la forza viva del corpo. Or questo 4, giusta i Cartesiani, non è che il prodotto della velocità pel tempo; giusta i Leibniziani, è il quadrato della velocità solamente, senza far conto del tempo; il quale, doppio essendo, deve addoppiare lo sforzo del muoversi. Ecco impertanto, come i due partiti si accordano nei risultamenti, e discordano nei costituenti delle forze vive. La quistione adunque, ridotta ad equivoco linguaggio, è stata oggimai sbandita dai moderni filosofi.

splendore l'*Eulero*, che volle introdurre la diletta sua analisi, e trattare con essa le proposizioni staticamente dimostrate dal *Newton* e dall'*Erman*. Vide con ciò distendere le sue vedute, e raccogliendo le altrui verità, e avvenendosi in altre nuove, diè al pubblico una meccanica, dove la scienza tutta del moto si vede per la prima volta ridotta all'analisi. Niun problema rimase da lui non sciolto, niun principio non illustrato da lui. Sviluppò bene quello delle velocità virtuali, esposto già dal *Bernoulli* (a): esaminò il centro d'oscillazione, sul principio posto dall'*Erman* (b); applicò questo alle oscillazioni de' corpi flessibili ed inflessibili (c): trovò la così detta conservazione del momento nel moto di rotazione, rinvenuta pur dal *Bernoulli* (d); riguardò in aspetto più generale il principio della menoma azione, non bene stabilito dal *Maupertuis* (e): rendè celebre il problema del moto d'un corpo gettato sullo spazio, e tirato verso due punti fissi. L'altro problema de' tre corpi, e quello delle traiettorie ortogonali, e mille altri si veggiono trasformati nelle sue mani e vestiti di nuove sembianze e trattati con superior magistero. Ma più la dottrina del moto de' solidi, ch'ei chiama rigidi o duri, gli aprì vasto campo a nuove scoperte (f): in ogni corpo trova tre assi precipui, ne quali il momento dell'inerzia sia il massimo ed il menomo; e la sua analisi lo conduce al bel teorema, dato già dal *Segner* (g), che un solido di qualunque siasi figura può girar su tre assi tra loro perpendicolari, onde nasce il moto di progressione, quello di rotazione, e il misto d'entrambi. Queste teorie egli applica al moto delle trottole, delle culle, d'altri corpi terrestri e celesti; sicchè l'*Eulero* dovrà riputarsi il vero maestro del movimento rotabile, come il *Newton* del circolare, e il *Galileo* della discesa de' gravi (1).

(a) *Ac. Berl.* an. 1751. — (b) *Phoronom.* — (c) *Com. Ac. Petr.* t. VII. — (d) *Opusc.* tom. 1. — (e) *Tract. de Isoper.* — (f) *De motu corp. rigid.* — (g) *Specim. theor. turbinum.*

(1) La Meccanica ossia la scienza del moto analiticamente esposta dall'*Eulero* comparve la prima volta a Pietroburgo 1736,

## XVI. Francesi.

Frattanto l'Accademia di Parigi, ancor dopo il Mariotte il Varignon l'Amontons, avea il *Maupertuis* il *Bouguer* il *Mairan* il *Camus* ed altri che a nuovi principj univava nuove sperienze. Il problema delle trattorie, discusso dal *Fontaine*, eccitò il genio del *Clairaut*: un altro propostogli dal *Klingstierna* gli fe' svolger punti fisico-meccanici: le oscillazioni d'un pendolo che si fanno in un piano, il problema de' tre corpi, la determinazione dell'orbita terrestre, la teoria delle comete, il maneggio delle navi, e parecchi altre materie l'appalesarono valente meccanico. Pur l'emulo dell'Eulero non fu che *d'Alembert*; la cui dinamica, il trattato sulla precessione degli equinozi, ed alcuni altri opuscoli gli davan diritto a competergli il principato. Si mise egli a dedurre i principj dalle nozioni più chiare ed applicarli a nuovi usi: quello da lui rinvenuto, che alla considerazione dell'equilibrio riduce tutte le leggi del moto, è stato l'epoca d'una grande rivoluzione nelle scienze(a): principio da lui esposto, comechè avuto prima in idea da Gio. Bernoulli; principio, da cui discende quasi corollario ogni teoria de' fluidi ed ogni problema di statica. La resistenza dei mezzi fu da lui trattata colla maggior profondità ed estensione (b), ed applicata a problemi da nessuno toccati ancora (c). Le quistioni varie sull'attrazione e le ricerche sul sistema del mondo gli dier campo a recar

(a) *Recher. sur la prec. des equin.* Introd.—(b) *Essai d'une nouv. théor. de la resist. des fluides.* — (c) *Opusc. t. I, trois. mém.*

da' tipi di quella Accademia, di cui l'autore era membro. Mise anco a luce la Teoria del moto de' corpi rigidi, a Rostochio 1765. Lo stesso metodo analitico tenne poscia Lagrange nell'eccellente sua opera che divulgò a Parigi 1788, e poscia l'accrebbe nel 1811. Ma l'Eulero ebbe a sostenere gli attacchi dell'inglese Beniamino Robins, che divulgò a Londra certi *Remarks on Mr. Eulers Treatise of motion*; i quali però non han potuto per nulla insievolire il vanto dell'intaccato autore.

nuovi lumi, e la meccanica la mercè di lui è giunta oggimai a somma raffinatezza e perfezione (1).

*XVII. Spagnuoli ed altri.*

Dopo questi non parlerò di *Giorgio Juan*, tuttochè abbia e col calcolo e colle sperienze trattata questa materia (a) : non del suo illustratore *Gabriello Circar*, che nelle note ed aggiunte all'opera del Juan sulle forze vive e morte, sulla forza della percossa, sull'urto dei corpi elastici, e su d'altri punti ha aperte nuove vie : non del *Riccatti*, che solo ha lasciato un saggio di nuova meccanica che meditava : non del *Frisio*, benchè ricco di calcolo e di geometria : non del *Ximenez*, che sì ampiamente ha trattata la materia degli sfregamenti ; non del *Lorgna*, del *Mascheroni* e d'altri moderni, trattatori d'alcuni punti particolari (2). Dirò sol di la

a) *Exam. marit.* tom. I.

(1) Dopo il d'Alembert hanno i Francesi seguito a darci de' buoni trattati di meccanica, quali son quei di Marie, di Franccour, di Poisson. La statica e la dinamica sono due rami di questa scienza; e della prima hanno fornito libri peculiari Monge e Garnier, della seconda Girard e Carnot, usando i più di loro quell'analisi che fu introdotta dall'Eulero, e promossa dai già mentovati. Posteriormente è sorto il Poincot a darci nella sua Statica una teoria tutta nuova, che diccsi delle *coppie*, cioè delle forze uguali, sien contrarie, sien parallele, ma no nella stessa direzione accoppiate; con che per nuova maniera va dimostrando le leggi dell'equilibrio. Dopo lui la Francia ostenta ben altri macchinisti ed altri trattatisti. Il Bergery ha oggi data la Meccanica delle scuole primarie; Victorien ha discusso il Quesito del moto perpetuo; Navier ha applicata la Meccanica alle strutture ed alle macchine; Ferriot applica il Metodo delle proiezioni alla ricerca di certe proprietà geometriche; Gascheau fa delle Osservazioni su gli assi principali di rotazione; Reynaud e Geronno novelli Trattati di statica somministrano; e così per mille guise altri s'ingegnano di far servire agli usi della vita, ai comodi della società le teoriche di questa disciplina.

(2) A quest'Italiani ben è da accoppiare il Venturoli, il cui Trattato di meccanica e d'idraulica, ristampato la quinta volta nel 1833, racchiude in due volumi quanto a queste due scienze si attiene; ma però, per esser troppo conciso, non è a tutti accessibile.

*Place*, che in tante Memorie accademiche ha presentate le viste più fine, e che nella sua *Meccanica celeste* le ha innalzate alla più nobile sublimità, mentre considera l'astronomia come un gran problema meccanico, e però cerca formole, trova metodi, porge equazioni. Dirò di *la Grange* che, sì nelle prime memorie, pubblicate nella Miscellanea della privata Società di Torino, pel famoso problema del Taylor sulle corde vibranti, e sul principio della menoma azione, che sbi-gottito avea i più valenti geometri, e molto più per la sua *Meccanica analitica*, che non è tanto un trattato di questa facoltà, quanto un'arte di ben trattarla, riscosse l'ammirazione di tutti, e creò quasi una scienza novella (1). Dirò finalmente del *Prony*, la cui *Meccanica filosofica* presenta, non teoremi e problemi, non definizioni e dimostrazioni, ma un quadro metodico dei risultamenti di quelle, senza immergersi in calcoli (2);

Essendo poi venute in voce a di nostri le macchine dette *modonesi* o *artesiane*, atte a traforare i campi per farne spillar delle acque, il cav. Manetti, nel 1834, n'ha pubblicata a comune vantaggio una Descrizione. Altri si son fatti a descrivere le macchine a vapore, tanto già in voga nell'Inghilterra, ed oggi per ogni dove: intra cui si vantaggia l'inglese Treb-golt, tolto in francese dal Mellet. Altri han preso a ragionare delle *strude ferrate*, invenzione ancor essa de' nostri dì; della quale un Saggio su' principi generali dell'arte di ben costruirle, dato già da Eduardo Biot, hallo tradotto ed annotato l'ingegnere Luigi Tatti, a Milano 1837.

(1) Merita tra questi onoranza l'inglese Olinto Gregory per avere nel suo *Treatise on mechanics* abbracciato meccanica teorica pratica e descrittiva, compresa in due volumi, oltre l'atlante, e data a Londra 1815. Più recente e più accurato si è il Nicholson, la cui meccanica pratica, col titolo *The english mechanician*, in quattro buoni volumi ristampata a Londra 1825, fu l'anno appresso traslata in francese, e divulgata a Parigi.

(2) La meccanica filosofica del Prony fa parte del Giornale della scuola politecnica di Parigi, dove fu impressa l'anno VIII della repubblica. Egli ha pur dato quivi ai 1810 due altri volumi di meccanica analitica, e poi al 1815 ha pubblicato il tomo II di quella di Lagrange, morto appresso la ristampa del I.

e mostra gli usi de' principj, l'applicazione delle teorie, lo spirito de' metodi altrui: a che vuolsi pur giungere la sua nuova *Architettura idraulica* che applicando la dottrina alle macchine forma una meccanica pratica (1).

*XVIII. Conclusione.*

In questo stato di affinamento trovandosi la meccanica, sembra che nulla manchi a' suoi progressi, se non quanto manca all'analisi di che si serve. Pur sarebbe ottima cosa che, mentre sommi geometri a formole si occupano e ad equazioni generali, osservassero altri la natura e le arti, disaminassero fatti e raccogliessero dati, su cui ergere le teorie ed applicarvi le algebriche operazioni. Quante belle teorie altrui rigetta il dotto Juan (a), smentendole colla pratica! Quanta brama dimostra il Newton (b), che ripetute vengano e raffer-

(a) *Exam. etc. t. I. prologo*, e altr. — (b) *Princ. math. t. II, sect. IV.*

(1) Di meccanica pratica, cioè applicata alle arti, sono altresì commendabili i trattati del Berthelot e del Borgnis, usciti a Parigi l'uno il 1781, l'altro il 1818. È parimente lodevole il Saggio sulla struttura delle macchine, dato da Lans e Betancourt, ivi medesimo 1808; e il Trattato elementare di esse, del Rchette, quivi riprodotto il 1819. Altri poi, in cambio di teorie e di regole, presero a dare descrizioni e raccolte delle macchine inventate da altri. E senza qui mentovare il triplice *Theatrum machinarum universale*, messo a luce in molti e grandi volumi dal Leupoldi, dal Van Zyl, dal Tileman, possiamo di piene laudi coronare la collezione delle macchine approvate dall'Accademia parigina delle scienze, procurata dal Gallon: la quale si può avere per continuazione delle Memorie di quella. Ma prima ancora di questa, ben altre raccolte esistevano; siccome quelle dei tedeschi Beckeler, Rosberg, Wahl; degli italiani Ramelli, Branca, Zonca; de' francesi Papi, Morland, Serviers. Sopra ogni altro la Enciclopedia metodica di architettura, di agricoltura, di belle arti, di arti e mestieri, di manifatture e d'altri rami scientifici ed economici, ne dispiega cotal dovizia d'ogni maniera ingegnossissime macchine, che ha ben onde gloriarsi sopra gli andati secoli la odierna meccanica.

mate le sperienze, onde provate avea le dottrine intorno a' pendoli! Tutte le scienze fisico-matematiche son ormai regolate dalla meccanica, ch'è quasi divenuta la chiave per entrar ne' segreti della natura: eppur le si dà poca estensione, con prendere a suo oggetto movimenti de' cieli. La forza della percossa, la coerenza de' corpi, e parecchi altri punti dinamici nè sono ben conosciuti, nè sono men utili alla società: ciò che dal zelo degli ulteriori meccanici, amanti della pratica non mena che della teorica, ci giova aperure.

## CAPITOLO VI

## IDROMECCANICA (1).

## I. Origine.

La scienza dell'equilibrio e del moto de' fluidi non è che una parte della meccanica, benchè regolata con qualche altro principio. Quindi, percorsa già la meccanica de' solidi, spedirem brevemente quella de' fluidi, che ha quasi sempre seguito il medesimo corso.

## II. Archimede.

Il creatore dell'idrostatica, come dicemmo della statica, fu *Archimede*, il quale alle macchine da se inventate aggiunse i principj scientifici. Egli n' insegnò che i solidi più pesanti, posati su un fluido, verranno a fondo, que' d'ugual peso s'immergeranno senza profondarsi, ed i più leggieri resteranno a galla, anzi messi nel fondo fiano rispinti all' insù con una forza uguale al grado di gravità, onde il solido è superato dal fluido: diè le leggi dell'equilibrio a' diversi solidi generati da sezioni coniche più lievi de' fluidi; e spiegò i casi, in che queste conoidi resteranno inclinate, in che si terranno diritte, in che si rivolgeranno e raddrizzeranno; e tutto spiegò con tanta sodezza e profondità, che ne fanno la meraviglia de' posteri (2).

(1) Questo capitolo fu dall'autore intitolato dell'*Idrostatica*: altri l'hanno chiamata *Idraulica*, altri *Idrodinamica*. Noi, stando all'etimologia ed all'analogia delle voci, osserviamo che tanto la teoria de' solidi, come quella de' fluidi, ammettono le stesse diramazioni. Quella de' solidi vien nomata meccanica, e si riparte in due, Statica cioè e Dinamica, che trattano quella le leggi dell'equilibrio, questa le leggi del movimento de' medesimi. Adunque chiameremo *Idromeccanica* la meccanica ossia la scienza de' fluidi in generale; *Idrostatica* quella del loro equilibrio; *Idrodinamica* quella del lor movimento, che pur dicesi *Idraulica*. La Storia di questa facoltà vien toccata da quelli che ne dettaron trattati o ne compilarono dizionari; dei quali in progresso diremo.

(2) Come nei due libri *Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν*, *de planis aequiponderantibus*, gittate Archimede aveva le fondamenta della

## III. Greci e Latini.

Dopo lui uop' è discendere con lungo salto a' secoli più vicini. *Erone*, *Ctesibto*, ed altri Greci macchine idrauliche e pneumatiche inventarono; *Vitruvio* e *Frontino* tra' Latini mostrarono cognizioni delle leggi idrostatiche: ma paghi di servire alla pratica de' grandiosi loro acquidotti, niuno curò d'arricchirne la teoria.

## IV. Arabi.

Più portati alla matematica gli Arabi, coltivarono meglio gli studi idrostatici; di che fanno anche fede due opre d' *Alkindi*, i cui titoli presso la Biblioteca arabica de' filosofi, cioè delle cose galleggianti nelle acque, e di quelle che in esse s'immergono, son argomento che non attendean soltanto alla formazione degli utili loro canali.

## V. Moderni, Stevin.

Il primo però, dopo Archimede, che questa scienza avvantaggiasse, fu lo *Stevin*; il quale ponderò la pres-

statica, poggiandola all'ingegnoso suo ritrovato del centro di gravità; così nei due altri *Περὶ τῶν βυβύσων*, de *his quae aquis innatant*, schiudele fonti della idrostatica, mostrando nel primo libro che ogni corpo immerso in un fluido vi perde tanto di peso, quanto pesa un pari volume di acqua. Secondo il qual principio potè venire al fatto di scoprire la quantità dell'argento frammischiato all'oro nella corona del re Gerone, meglio che col metodo riferitoci da *Vitruvio* (*Archit.* l. IX c. 3). Il quale re a tanta scoperta fu sì preso di maraviglia, che ebbe a sciamare: *Nihil non dicenti Archimedi credam* (Proclo in *Euclid.* l. 11, c. 3). Un tale principio, seguito da più altre invenzioni idrostatiche, fa l'argomento del primo libro: nel secondo si cercano parecchi punti importanti sul sito e l'equilibrio di certi corpi immersi nei fluidi. Archimede fu anco autore di un organo musico idraulico, se diam fede a *Tertulliano* (*De anima* c. 14), il quale l'appella *portentissimam munificentiam*: la cui figura ci appresenta *Isacco Vossio* (*De viribus rhythmici* pag. 99). Ma e della forma e della esistenza eziandio di cotai macchina assai è quello che han trovato i critici a ridire. Con miglior senno il *Ghetaldo* nel suo *Archimedes promotus* applicò ai fatti i dogmi di quel maestro: donde pur cavò più cose l'*Oughtred* nel secondo de' suoi *Opuscoli matematici*.

sione d'un fluido sul fondo e su' lati del vaso che lo racchiude, e scoprì il paradosso di quella ne' vasi convergenti, che puot'esser maggiore assai del proprio peso, e determinò la pressione de' fluidi su' lati verticali od inclinati (a), e su qualunque lor parte (1). Venne di poi il gran Galileo, e, riducendo la statica de' fluidi a quella de' solidi, co' pesi e colla velocità dispiegocci il lor equilibrio.

#### VI. Galileo.

Egli deduce il teorema che la mole dell'acqua, alzata nell'immergere un solido o abbassata in estrarlo, è minor della mole di questo, ed ha ad essa il rapporto che ha la superficie dell'acqua circonfusa alla medesima insieme colla base del solido: riporta quindi delle interessanti curiosità, e dimostra che non la figura de' solidi, ma la specifica lor gravità gli farà galleggiare o demergersi. Dalla teoria de' solidi immersi, anzichè, come pensò Vitruvio (b), dalla mole d'acqua scacciata per essi, dovè cavare Archimede la vera quantità d'oro e d'argento della corona del re Jerone; e dalla stessa tolse il Galileo argomento di formare la sua bilancia idrostatica, madre di quelle del Castelli, del Viviani e di tant'altre, proficue a pesare i solidi ed i liquidi (2). Più ancora giovato avrebbe all'idraulica, se scritto avesse quant'avea su ciò meditato, mostrandolo ben informato la lettera sopra il fiume Bisenzio.

(a) *Hypomn. math.* tom. III. — (b) Lib. IX, c. 3.

(1) Quest'è il cotanto famoso paradosso idrostatico, che mostra essere la pressione dell'acqua nel fondo maggiore del suo peso nei vasi che hanno i lati più angusti. Lo Stevin seppe ciò comprovare colla sperienza e stabilire col raziocinio. Le opere di questo ingegnoso matematico, dal natto fiammingo volte in latino, quali da Snellio e tali da Grozio, han veduto in più luoghi la luce. Ma degli scritti di lui, componenti dieci trattati, la statica è quella che il più contiene di cose nuove.

(2) Nel libro Delle cose che stanno sull'acqua, esamina il Galileo la natura de' fluidi meglio che non si era fatto dai passati, e nuove dimostrazioni produce del cessato paradosso. La bilancetta poi fu da lui escogitata ad effetto di rinvenir senza calcoli le mischianze de' metalli, in pesandoli dentro l'acqua.

## VII. E suoi discepoli.

Ma egli ci giovò non tanto co' proprî scritti, quanto colla sua scuola, donde uscirono eruditi conoscitori del moto e dell' equilibrio dell'acqua. Al *Castelli* dobbiamo un nuovo ramo d' idraulica nella misura che dienne delle acque correnti. Il *Torricelli* ricercò il moto e la velocità virtuale d'un fluido, e stabilì che questo, spillando dal foro d'un vaso, avrà una celerità pari a quella d'un solido che disceso fosse dall'altezza del livello del fluido, e che l'acqua escendo da una fontana salirà sempre all'altezza del serbatoio. Più celebre ancor si rendette per la invenzion del barometro. Che se il Galileo aveva osservato che l'acqua nella tromba e nel voto ascende 32 piedi, il *Torricelli* verificò questo negli altri fluidi, e trovò che il mercurio 14 volte più pesante dell'acqua non montava che a 28 pollici, scorgendo che la colonna dell'aere atmosferico, premente sul mercurio del barometro, lo innalza nel cannello sino ad equilibrarsi: scoperta dal *Pascal* confermata colle note sperienze del monte *Puy-de-Dome*, e della torre di san *Iacopo* di Parigi. Quindi son passati con questo strumento i fisici a misurare l'altezza e le variazioni dell'atmosfera e delle montagne. Il *Viviani* il *Micheini* il *Borelli* il *Cavaliere* e l'Accademia del Cimento con iscoperte e trattati hanno illustrata la materia delle acque, che riconosce dal Galileo e dalla Toscana i migliori suoi lumi (1).

## VIII. Francesi.

Non fu però l'ultima in questo studio la Francia; e, a nulla dir di *Cartesio* che lasciò varie speculazioni sui fluidi, nè di *Mersenno* che ne' suoi fenomeni idraulici

(1) Gli Italiani illustratori di questa materia tanti si furono, che sin dal 1723 potè darsene fuori a Firenze una buona ragunata in tre volumi: la quale poi crebbe insino a nove nella seconda impress one del 1765-74, col titolo Raccolta d' autori che trattano del moto delle acque. Indi il padre *Ximenez* pubblicò a Parma 1766-69 una Nuova raccolta di otto volumi, la quale però è meno apprezzata della prima.

spiegò utili cognizioni; certo il *Pascal* fu autore del primo trattato <sup>(a)</sup> che spieghi con rigor geometrico l'equilibrio de' fluidi. Più avanti andò il *Mariotte*, che co' lumi della geometria e col sussidio degli strumenti potè fare delle sode teorie, stabilir la velocità nelle altezze diverse, e determinare la quantità d'acqua ch'esce da un vaso o corre per un canale. Il *Varignon* il *Parent* il *Pitot* e parecchi trattarono chi un punto chi altro di questa materia.

### IX. Italiani.

Ma dell'Italia, che tanto e profitto e danno risente dall'acque, sembrava essere il diritto e la gloria di tracciarne gli andamenti e di darne le leggi. Il *Montanari* osservò singolarmente le acque che alla laguna di Venezia s'appartengono. I principj, le misure, gli stromenti, la tavola del *Zendrini* sono stati di guida al maneggio delle acque correnti. Il gran *Cassini*, in mezzo alle sue celesti specolazioni, fu anch'egli destinato a disaminare le acque, e contemplò i lor canali colla ingenita sua destrezza; benchè egli, ricolmo di gloria per le sue teorie sulle stelle, lasciò al *Guglielmini* quella d'essere il direttore delle acque. Questi in effetto ha esaminate le differenze delle loro velocità, diverse nelle superficie, nel mezzo, nel fondo, ed ha formata una scienza dell'idrometria <sup>(b)</sup>. La sua opera poi sulla Natura de' fiumi è detta dal *Manfredi* <sup>(c)</sup>, non pure originale, ma unica nel suo genere, nella quale due scienze s'insegnano, una intorno alle acque, l'altra intorno agli alvei de' fiumi; de' quali nessun filosofo s'era avvisato potersi dare scienza. La situazione e profondità di detti alvei, la larghezza e declività de' lor fondi, la diversa loro natura, or d'arena or di ghiaia, dove di sassi e dove d'altro, la rettitudine o tortuosità, l'escrescenza e l'decrescimento, lo sbocco d'un fiume in altro, gli effetti della loro unione, gli scoli delle campagne, le nuove incavazioni, tutto in somma quanto riguarda la natura

(a) *Traité de l'équil. des liq.* — (b) *La mis. delle acque corr.*  
— (c) Pref. all' *Annot.*

de' fiumi e l'arte di regolarli, è stato da lui osservato con acutezza e maturità (1).

X. *Newton.*

Ma, se finora si procedette colle osservazioni e sperimente, dirette da piana ed elementare geometria, tendenti alla pratica e popolare utilità; spicò un più alto volo la idrostatica, e guidata da geometria trascendentale e sublime, appoggiata alla natura del moto e de' fluidi, stabili più astratti principj e leggi più universali. La pressione de' fluidi per ogni verso, la lor densità prodotta dalla pression superiore, la resistenza al moto de' solidi, la forza per moverli, e mille altre verità furono in poche pagine sublimate dal *Newton* al grado d'evidenza geometrica (a). L'osservazione non tanto della cataratta, quanto della vena contratta nell'uscita dell'acqua per l'apertura d'un vaso, ha corretta la idrometria. Il *Maclaurin* illustrò e sostenne la dottrina idraulica del suo maestro (b).

XI. *E' suoi seguaci.*

Il march. *Poleni* (c) e *Dan. Bernoulli* (d) esplorarono e verificarono la misura del *Newton*; benchè credettero, come poi il *Bossut* (e) ed il *Mori* (f), poterle apporre delle variazioni nelle circostanze diverse dei vasi e de' fori. Che se *Giov. Bernoulli* (g) e d'*Alembert* (h) han combattuta la cataratta e la dottrina di

(a) *Princ. math.* l. II, sect. V, ec. — (b) *Traité des flux.* t. II, — (c) *De Castel. et Ep. ad Marin.* — (d) *Hydrodyn.* sect. IV. — (e) *Hydrod.* tom. II. — (f) *Teor. idraul.* t. I. — (g) *Hydraul.* — (h) *De la resist. des fluid.* Introd. *De l'équil. et du mouvem. des fluid.* §. 182.

(1) Delle magistrali due opere del *Guglielmini*, impresse amendue a Bologna, l'una sulla misura delle acque correnti vide la luce al 1690, l'altra sulla natura de' fiumi al 1697. Vana cosa è aggiugner lode a quelle date dal nostro autore. Diremo soltanto aver egli il vanto di richiamare alla pratica e di render utili alla vita le più sublimi ed astratte idrauliche teorie. Anco *Carlo Fontana* dava contemporaneamente a Roma un Trattato delle acque correnti, ed altri Italiani, per occasione della controversia insorta sul doversi o no introdurre il Reno nel Po, dirizzarono ben ragionate memorie.

Newton e di Maclaurin, non han potuto però farla abbandonar agl'idrometri. Il co. Riccati e Dan. Bernoulli, il Michelotti ed il Jurin, dopo le più squisite indagini, han dovuto arrendersi alle dimostrazioni newtoniche, e ricevere qual verità ciò che altri rigettava qual paradosso. L'esame de' moti ritardati, propagati, circolari, vorticosi dell'acqua, i bei corollari e l'eccelse teorie che quinci discendono, provano sempre più l'originale superiorità della mente del Newton sì in questa, come in ogni facoltà (1).

*XII. Altri idrostatici.*

Nuovo aspetto allor prese la scienza de' fluidi: gli italiani Grandi, Manfredi, Poleni ed altri geometri diedero ampiezza e precisione maggiore alle dottrine del Galileo del Castelli del Guglielmini. Gio. Bernoulli, l'Ermanno ed alcuni altri ne scrissero con rigor geometrico, e gli animi prepararono alla grand'opera di Dan. Bernoulli, l'originale e profonda sua *Idrodinamica*. Questi assodò due principî, uno della conservazion delle forze vive, e l'altro della divisione del fluido che si muove in istrati paralleli: con che sciolse i problemi risguardanti lo scolo ed il getto d'un fluido per uno o più tubi ovver fori, sia che mantengasi sempre pieno il vaso, o che si vada votando. Pe' tanti pregi che in quest'opra contengono, è Daniello il primo, dice Aembert (a), che abbia determinato con metodi sicuri e non arbitrari il moto de' fluidi (2). Non rimase però

(a) *De l'équil.* etc. pref.

(1) Brevi tratti, ma ben fecondi, lasciò di questa facoltà il Newton nell'indicata sezione de' suoi Principî. Più al disteso ne scrissero e l'Ermanno nella sua *Phoronomia*, e il Varignon negli Atti dell'accademia parigina 1699, e 1703, e il Dechaies nel tomo III del suo *Mundus mathematicus*, e il Baliano ne' libri *De motu solidorum et liquidorum*, e il Lamy nel *Traité de l'équilibre des liqueurs*, ed altri di non minor grido.

(2) Ben otto anni d'infessoso studio era a Daniello costata la sua produzione, maturata nel suo soggiorno di Pietroburgo, e mandata finalmente alla luce a Strashurgo 1738. Dello stesso

senza opposizioni. Il *Maclaurin* (a) rifiutò il primo di que' due principj, e s'attenne alla dottrina del *Newton*. *Gio. Bernoulli* che avealo da prima adottato (b), indi volle rigettarlo come indiretto, per gelosia di vedere il figliuolo entrato a parte con seco del premio ch'ebbe dall'Accademia delle scienze di Parigi (c). Ma, se si rivolse a cercar altro principio, a suo giudizio più diretto ed universale, su cui alzar la sua idraulica da contrapporre all'idrodinamica del figlio *Daniele*; egli soggiacque a tante difficoltà, che non ha potuto con quella superar la gloria di questa.

### XIII. Figura della terra.

La questione sulla figura della terra giovò anche a questa scienza. Fu essa cercata per la misura de' gradi e per l'osservazioni de' pendoli: ma volle anco didursi dalla sua costituzione e per mera teoria. A ciò d'uopo era disaminar le leggi dell'equilibrio de' fluidi, e la situazione e figura, a che nel moto e circolare e di rotazione della terra si dovrian ridurre. Ciò tentarono i primi *Ugenio* e *Newton*; li cui principj però, trovati men sufficienti da *Maupertuis* e *Bouguer*, generali si fero da *Maclaurin* (d) e *Clairaut* (e).

### XIV. Moderni teorici.

Di maniera più semplice ed elegante, più generale e diretta, trattò tale scienza il *d'Alembert* nel suo trattato dell'equilibrio e del moto de' fluidi, in quello della resistenza di essi, e negli opuscoli vari, dove sostituì fecondi principj a' metodi anteriori, ridusse le leggi del moto a quelle dell'equilibrio, e formò una nuova epoca nell'idrostatica (1). Egli il primo, a dir di la

(a) *Des flux.* t. II. — (b) *Com. Ac. Petr.* t. II. — (c) *Hydraul.* opp. t. IV. — (d) *Mém. sur le flux. et le reflux. de la mer.* — (e) *Theor. de la fig. de la terre.*

titolo ed argomento, ma più affinato, com'è proprio di chi batte le orme altrui, si è il trattato che poscia pubblicò il *Bossut* a Parigi 1796.

(1) Il trattato Dell'equilibrio e del movimento dei fluidi dettolto il *d'Alembert* per servire di seguito all'altro sopral-

Grange (a), ha ridotto ad equazioni analitiche il movimento de' fluidi: se non che *Eulero* (b), che trattò quest'argomento sotto lo stesso punto di vista, il fece con più chiarezza ed estensione. Il *Juan* (c) quindi riformò in gran parte e corresse i loro calcoli idrodinamici, e ci diè teorie non men aggiustate alla geometria che conformi alla sperienza. Volle *la Grange* tor di mezzo le altrui supposizioni, e stare a principj generali; onde sottomise i solidi e i fluidi alle medesime leggi, e riunì la statica e l'idrostatica, la dinamica e l'idrodinamica, come rami risultati dalle formole stesse. Ha poi trattato *la Place* con maestria di ciò nella sua Meccanica celeste (d); e finalmente il *Prony* nella Meccanica filosofica ha radunato e disposto metodicamente (e) quanto convien conoscere e quanto si sa di certo in materia così fatta (1).

#### XV. Pratici.

Mentre questi matematici attendeano alla parte scientifica di tale studio, altri cercavano di giovare alla società colla pratica. Così il *Pitot* il *Parent* il *Papin* e varj altri han date macchine utili e gloriose per dominare le acque e muoverle a loro talento; e più di tutti il *Belidor* nella sua Idraulica architettura ha insegna-

(a) *Mech. anal.* p. 2, sect. VII. — (b) *Acad. de Berl.* an. 1755, *Acad. de Pietr.* 1756, *Scient. navig.* — (c) *Exam. marit.* ec. t. I. — (d) *Lib.* 1, c. 4, ec. — (e) *Trois. part.*

lodato della Dinamica. Quindi a maggior compimento della materia mise fuori nel 1752 il Saggio d'una teoria novella sulla resistenza de' fluidi: con che raddrizzò le altrui osservazioni e rafferma con ragioni e sperimenti le proprie.

(1) Non che solo nella menovata opera della Meccanica filosofica, e nelle Lezioni di meccanica analitica, ma più di proposito in due altre opere volle il *Prony* quasi esaurire questa materia. L'una è la Novella architettura idraulica che v'insegna l'arte di levar in su le acque per lo mezzo di macchine differenti: l'altra è di Ricerche fisico-matematiche intorno la teoria delle acque correnti. Le pubblicò a Parigi negli anni 1791 e 1804.

scientificamente la pratica di quest'arte (1). Non paghi di sole teorie, che trovarono talora fallaci, fur invitati i geometri a fare una serie di sperienze in grande, e ben discusse combinarle con le teoriche: il che nel 1775, d'ordine del governo, eseguirono *Alembert*, *Bossut*, *Condorcet*, per dare la resistenza de' fluidi con esattezza ed utilità; i cui risultamenti però non hanno ottenuto l'universale suffragio (2).

(1) Bernardo Belidor fu autore altresì di due altre opere ugualmente proficue, intitolate l'una *La scienza degl'ingegneri nelle opere d'architettura militare*, l'altra *Dizionario dell'ingegnere e dell'artigliere*; che poi furono aumentate nelle varie ristampe, la prima dal Navier, la seconda dal Jombert. Ma il suo capolavoro fu l'*Architettura idraulica* o sia l'arte di condurre e levare e diriger le acque secondo i vari bisogni della vita: lavoro che comparso primamente a Parigi 1737-53 in quattro ampi volumi, e più altre volte ripubblicato, nella nuova edizione del 1810 fu arricchito di nuovi rami dal Martin, e in quella del 1819 di nuove giunte dal detto Navier. Recato in lingua nostra ha di fresco riveduta la luce a Mantova 1838.

(2) Le osservazioni di questi triumviri furono per le stampe divulgate a Parigi 1777, col titolo d'*Expériences sur la résistance des flu des*. Ma già più altri e prima e poscia intorno a questo punto si faticarono; i cui lavori meritano qui per lo meno essere accennati. Intra gl'inglesi lo Switzer fin dal 1729 aveva pubblicati a Londra due buoni volumi d'Introduzione al sistema idrostatico e idrodinamico; dove avea in uno raccolto i lavori di molli; e frescamente lo Smeaton fece pubbliche le sue Ricerche sperimentali su l'acqua e l'vento, considerati come forza motrice, applicabile ai molini ed altre macchine di circolar movimento. Intra i Francesi poi il Girard, oltre alla versione di quest'inglese trattato, volle darci un Saggio sopra il moto delle acque correnti, e la figura che si convien dare ai loro canali. Altresì il Fabre dette il suo Saggio su la teoria de' torrenti e delle riviere: e due altri dotti idrostatici, il de la Novère e l'Fulton, medesimamente a Parigi negli anni 1786 e 99, ci hanno insegnato la scienza e i mezzi di perfezionare i canali navigabili. Quindi prese il Lalande a descrivere così fatti canali in generale, e poi in particolare l'Andreossy dirizzò la storia di quello del Mezzogiorno, il Bonrepos di quello della Linguadocca, l'Hageau di quello che unisce la Mosa al Reno; ed altri descrissero altri canali, altri fiumi, altri fonti,

## XVI. Misti.

Quindi altri con miglior consiglio unirono le sperimentali cognizioni alle geometriche teorie, e dieronci opere che c'istruissero nella pratica e nella teorica idrodinamica. Tale fu quella che presentò lo stesso *Bossut*, dopo aver anni prima pubblicato un trattato di essa; e tale da potersi in tutto paragonare, ed in parte ancor preferire all'idrodinamica celebre del Bernoulli. Dopo lui il *Prony* ha spiegati gli altrui principj, gli ha rivotati a scrupolosi calcoli, n'ha raffermati alcuni e rettificati degli altri, gli ha applicati alla pratica, ed ha prodotta un'opera pregiata molto da' pratici e dai teorici (1).

## XVII. Italiani.

Ma convien di nuovo tornare agl' Italiani, che, ora beneficati or danneggiati dalle acque, hanno e studiato più e trovato meglio il lor movimento. Dove trovar opra più utile dell' Idrostatica esaminata ne' suoi principj e stabilita nelle sue regole della misura dell'acque correnti, del milanese p. *Lecchi*, che impiegato lunghi anni in luoghi d'idrauliche operazioni, godea il vantaggio che altrui mancava? Egli svolge dapprima gli stabiliti principj, ed or ne conferma i veri, ora confutane i falsi, or ne separa i dubbi ed incerti; prende

(1) A compimento della storia idraulica, soggiugniamo alquanti tra i più moderni, che o ne hanno stabilito i principj o ne hanno descritte le macchine. E quanto si è ai principj, degni sono di nostra conoscenza i tre volumi che ne ha forniti il Dubuat; a che vuolsi aggiugnere il Bernard autore di Nuovi principj d'idraulica. Su la maniera poi di costruire le macchine idrauliche, utili insegnamenti ne porge il Fabre nel suo Saggio, a che vuolsi aggiugnere la recente Descrizione dei lavori idraulici, data in due tomi dal Cessat a Parigi 1806. Nel coro di questi francesi scrittori possiamo a buon diritto allogare due tedeschi, nulla men meritevoli di questa scienza; io dico il Wiebeking e 'l Lind, de' quali il primo colla sua Architettura idraulica stampata a Darmstadt 1798, l'altro colla Novella architettura idraulica stampata a Monaco 1818, hanno amandne saputo di nuove dovizie arricchire la sì decantata Architettura idraulica del francese Belidor.

di mira le sperienze da usare, gli abbagli che tolgonsi, le cautele che aver si vogliono; espone la velocità e la quantità delle acque che scaturisce da vasi e per fori diversi, le pressioni e le resistenze, le varietà e le circostanze molteplici; e tutto con tale perspicuità e so-  
dezza, che riesce quell'opera delle più istruttive e ve-  
raci. Non meno del Lecchi fu impiegato lo *Ximenez* in  
cose idrauliche; ed i volumi di varie consultazioni, che  
dovè in tali circostanze distendere, pregiati sono pei  
molti e be' problemi. Ha egli opportuni stromenti ed  
adattate sperienze a verificare le leggi e a prender le  
misure dell'acque; e la sua grand'opera delle Nuove spe-  
rienze idrauliche sia sempre classica per l'idrometria (1).  
Successore del Lecchi nell'incombenza d'idraulico im-  
periale a Milano, *Francesco Re* o *de Regi* ha data una  
altra opera classica Dell'uso della tavola parabolica per  
le bocche d'irrigazione; opera che a comune giudizio  
è una di quelle che maggiormente sono concorse alla  
perfezion di quest'arte, e che fa riguardare il Re qual  
legislatore dell'irrigamento. Il *Trisio* ed il *Lorgna*,  
nomi illustri in geometria, son anco celebri per la-  
vori e scritti idraulici. *Ferrari*, *Mari*, *Bonuti*, *Fonta-  
na*, *Stratico*, altri, han date opere, dissertazioni, trat-  
tati, dove del pari vanno pratiche istruzioni e sottili  
teorie.

#### XVIII. Conclusioni.

Purnondimeno è da confessare che molto rimane a  
lavorare nell'idrodinamica: d'uopo è trovar equazioni  
e formole generali, scevre di supposizioni arbitrarie e  
fondate in fenomeni osservati. Non sappiamo per anco,

(1) Le Nuove sperienze idrauliche, fatte nei canali e nei  
fiumi per verificare le principali leggi e fenomeni delle acque  
correnti, stampate a Siena 1780, si posson dire una continua-  
zione dell'Idrostatica lecchiana, impressa a Milano 1765. Se  
non che lo *Ximenez* proseguì nelle sue ricerche a scoprire dei  
nuovi fatti e a stabilire delle nuove teorie, che comprese nella  
Raccolta di perizie ed opuscoli idraulici, messe alla luce in Fi-  
renze 1785.

se sia maggiore la velocità delle acque nella superficie o nel fondo de' canali, nè come quella si accresca, nè come misurisi, nè come livellisi. Si cerchino dunque veri e sicuri metodi, si replichino sperimenti fisici ed utili, e diensi risultamenti non ismentiti dalla natura e dai fatti.

## CAPITOLO VII.

## NAUTICA (1).

## I. Origine.

Dalla meccanica e dall'idraulica si forma la parte di esse che la costruzione riguarda e il maneggio delle navi, scienza nuova, nata da circa un secolo. La parte astronomica ed idrografica, o l'arte del pilotaggio è in vero più antica; ma la parte meccanica, benchè sì tardi ridotta a scienza, ha fatti in breve di rapidi voli. La storia della navigazione ci offrirebbe immensa copia d'erudizione sacra e profana, se l'istituto nostro non

(1) Una tale istoria è stata dettata da vari, dei quali mi giova qui mentovarne alquanti, cui poter consultare gli studiosi. Il libro *De re navali* del Doletto, impresso a Lione 1537, ne dà contezze bastevoli della nautica prisca. Ma egli di lunga mano fu superato dal Boisméle, il quale in tre volumi abbracciò la Storia generale della marina, cui soggiunse un Codice delle armate navali. Scrisse la egli in francese, e pubblicolla in Parigi 1744-58. Tre altri d'ugual mole ne diede in inglese il Charnock al cominciare di questo secolo in Londra, col titolo *History of marine, architecture nautical's regulations, and naval history of all nations, especially Great-Britain*. Egli ha quivi adunato le notizie più pellegrine, e colla più avveduta critica le ha sposte. Egli ci ha pur dato sei altri volumi di *Biographia navalis*, cominciandola dal 1660 al 1794, in che mandolla a luce. Ma il francese le Roy, che sì bene ha meritato della nautica tecnica de' moderni, non è stato da meno nelle ricerche istoriche degli antichi, e tre opere seguitamente ci ha date a Parigi dal 1777 al 1786. Descrive nella prima la marina de' popoli vetusti, nell'altra i loro navigi, nell'ultima i vascelli loro più lunghi; e per tutto spande lumi di critica e tesori d'erudizione. Anco il Montucla alla fine del vol. II della sua Storia delle matematiche ha dato un Supplemento contenente la Storia della Navigazione fino a tutto il secolo XVII; e poi per quella del secolo XVIII ha dedicato i due ultimi libri del vol. IV, descriventi l'uso la costruzione e 'l maneggio de' vascelli, cioè la storia dell'architettura navale; l'altro il cammino e la situazione de' medesimi, cioè l'arte che dicono del pilotaggio.

ci strignesse al ramo soltanto scientifico. Dalla unione di poche tavole o dalla scavazione di qualche tronco passarono gli antichi a costruir navi tali, che d'Alembert (a) crede aver essi avanzato i moderni, atteso i grandiosi legni e pomposi che ci descrivono alcuni autori (1).

## II. Primi ritrovati.

Quanto ci vorrebbe a discutere, se fu *Giasone* o *Danao* l'inventor primiero della nave lunga; se fu *Eolo* il primo ad usare le vele, onde venisse dimandato il dio de' venti; se i Focesi ebbero i primi il coraggio di navigare; se i Cartaginesi rinvennero le quadriremi; se i Sidoni e i Fenici navigarono i primi di notte colla guida degli astri; e siffatte quistioni, oscure troppo ed incerte! Direm solamente che l'arte del navigare appo gli antichi rimase inferiore alla nostra; più lenti e ristretti i lor corsi, senz'acconci mezzi e stromenti; che grand'uso di remi, poco facean di vele; che usavano in pugne navali di puntagute prore, di duri rostri, di forti fianchi, nè molto cercavano alberi e vele, centro e metacentro, figure di menoma resistenza ed altre sottili specolazioni d'oggi (2).

(a) *De la résist. des fluid.* Introd.

(1) Tal s'è, per grazia d'esempio, quella portentosa nave d'immensa mole, che Gerone re di Siracusa fe' costruire a venti ordini di remi, nella quale vedeasi e biblioteca e ginnasio e stanze e corridoi e perfino bagni ed orti, ed ogni cosa, da sembrare un quartiere di terra, non un legno di mare: cotalchè a trarla dal lido in sul mare fu mestieri l'ingegno e la macchina del grande Archimede. Vedi lo Schmidio nella dissertazione intorno a questo. So che parecchi hanno spacciato per favolosa tal nave: ma io me ne sgravo sulla fede di Ateneo, che la descrisse nei suoi *Dipnosofisti* l. V, pag. 206.

(2) Il primo mezzo e l'più ovvio, per ismuovere su le acque una barchetta, dovette, a me pare, esser la pertica, com'è anco al dì d'oggi ai nostri pescadori rasente le spiagge; in appoggiando al fondo la punta di quella, moveano qua e là le lor barche. Ma dove collo spignersi dentro mare non più toc-

## III. Scrittori greci.

Difatti nella gran folla de' greci scrittori non ne troviamo alcuno di nautica: sappiamo sol da Laerzio (a), che per Grecia girava una Nautica astrologica, da chi a *Talete*, da chi a *Foco* samio attribuita; ma se codesto fosse un libro di predizioni o un'arte di navigare, ci è ignoto del tutto (1).

## IV. Arabi.

I primi autori di questa a noi pervenuti son gli Arabi. Il celebre matematico *Thabit ben Corrah* descrisse

(a) In *Thal.*

cavano il fondo, compresero il bisogno di sostituire alle pertiche i remi de' quali, non saprei il perchè, Polidoro Virgilio (*De invent. rer.*) vuol darne per inventori i Copti e perfezionatori i Plateesi. L'azione che il vento esercita contra i corpi che al suo corso danno di cozzo, poté in processo far nascere l'idea e l'invenzione delle vele, che gli amadori di favole aggiudicano, quali ad Eolo re de' venti, e tali a Dedalo costruttore delle ali. Ma già innanzi di questo si usavano, siccom'è noto dal fatto di Teseo, che partito per Creta a effetto di battere il Minotauro, spiegò vele nere, che poi al ritorno, per obbligo non mutate in bianche, fur cagione di morte a suo padre Egeo. Quanto si è del timone, congettura Plinio, l. X, che i naviganti ne apparassero l'uso dall'augello miglio, che col torcere variaamente la coda cambia a sua posta direzione. E non poteva egli dir altrettanto de' pesci che parimente a muoversi si aiutano delle code? Un tal timone fu su le prime non più che un remò, governato da qualcuno alla poppa; alla quale per miglior agio fu poscia attaccato, e quindi ridotto a forma più confacente: sicchè quello che Tili, famoso piloto degli Argonauti, pose nella nave di Argo, non fu veramente il primo, ma fu d'una più speciosa struttura.

(1) Questo *Talete* dicesi avere il primo introdotto tra i Greci la osservazione della stella polare per l'uso del navigare. Ma egli è da ricordare, qualmente nel settentrione vi ha due costellazioni, dette l'Orsa maggiore e la minore: questa è al polo più vicina che quella. Or i Greci navigando prendevano a scorta la maggiore; laddove i Fenici meglio in quest'arte addestrati toglievano la minore, siccome ne fan fede Straboue *Geogr.* l. I, ed Arato in *Phaenom*; ed Ovidio pur cantollo così: *Magna minorque serae, quorum regit altera graius, Altera sidonias, utraque sicca, rates.*

ANDRES vol. V.

12

le stelle e l' lor occaso ad uso dell' arte nautica; ed altre opere di quella gente si trovano intorno ad essa nella biblioteca dello Scuriale (a). Onde possiamo ad essoloro riferire ridotta a scienza quest' arte, siccome a' medesimi abbiamo altrove riportata l' invenzion della bussola, qualunque siane la prima origine. Contengono poi cotali scritti delle cognizioni astronomiche accomodate alla nautica; sicchè i primi saggi degli Europei non furono che nocturlabi, astrolabi, bussole, carte marine, strumenti e metodi per dirigere le navigazioni coll' ago magnetico, colle nozioni trigonometriche, colla vista del cielo, colla ispezion delle stelle.

*V. Portoghesi.*

Sangres, piccolo luogo del Capo di san Vincenzo, è stato la culla per noi di questa scienza; dove al cominciare del secolo XV l' infante di Portogallo don Enrico stabilì un' accademia di nautica, e mercè di Iacopo da Maiorica, di Giosseffo e di Rodrigo e d' altri, inventaronsi le carte idrografiche, si trovarono stromenti e metodi per osservare le stelle, si fermaron leggi e principî per dirigere i rombi, ed applicossi alla nautica la geometria e l' astronomia. Il Toaldo, illustrando un oscuro opuscolo veneziano del detto secolo, intitolato *Rason del martologio*, ch' ei spiega marilogio o regola del mare, vi rileva de' numeri trigonometrici, e quindi dà la gloria a' Veneziani d' aver i primi applicata la trigonometria (b). Non so però con quanta ragione: l' autor di quel libro insegna l' uso di quelle operazioni, non mostra d' esserne stato lui l' inventore.

*VII. Applicazione della trigonometria.*

E come i problemi che tratta sul pilotaggio son relativi alle carte idrografiche, dette *piane*, le quali son opra dell' accademia nautica dell' infante don Arrigo, così sembra doversi del pari attribuire a quella una cotal applicazione, se non anzi a' Saraceni, scrittori dell' una e dell' altra (1).

(a) Casiri t. I, p. 388. — (b) *Saggi di studî veneti* III.

(1) Codeste idrografiche carte, nominate *piatte* o *piane*, pre-

VIII. *Problema delle longitudini.*

La cognizione delle latitudini e delle longitudini è troppo richiesta alla navigazione. Or le prime son fa-

sentano la superficie del globo, non già sferico, ma appianato; e però segnano i meridiani per linee diritte e parallele. A ciò fur mossi quegli accademici, perchè la via del vascello potesse nella carta per linea parimente dritta segnarsi; dacchè la curva non avrebbe così di facile risposto all'inteso disegno. Egli però è da osservare col Montucla (*Hist.* p. III, l. IV, n. 13), che cotai carte ivan soggette a due sconci: l'uno che i gradi delle linee parallele non serbavano la proporzione richiesta con quelli de' meridiani; mentre si fanno uguali, e pur sono tanto più disuguali, come più s'accostano al polo; difetto che Tolommeo arguì le carte di Marino tirio (*Geogr.* l. I, c. 20). L'altro, che il rombo da quelle indicato, in tirando linea da un luogo ad altro, non è desso il vero; salvo se tai luoghi sieno sotto il medesimo meridiano o'l medesimo parallelo. A corregger l'errore, il Mercator propose di allungare i gradi de' meridiani a misura che si scostano dall'equatore. Ma la legge di questo accrescimento era serbato al Wright il scoprirla, e mostrare che, dividendo il meridiano in minuti, bisognava che questi andassero via via crescendo nella stessa ragione che hanno le secanti della lor latitudine: ed è già conto, il grado d'un parallelo qualunque essere a quello del meridiano o dell'equatore, siccome il coseno della latitudine al seno totale. Pubblicò egli questa scoperta nel libro che impresse a Londra 1599, col titolo *Certain errors in navigations detected and corrected*. In conformità di tale principio fur costruite le carte che chiaman *ridotte* o di latitudine crescente, le quali mostrano il vero angolo del rombo, formato dalla linea meridiana e da quella della direzione già presa; e cominciòsene far uso intorno al 1630. Le tavole poi indicanti l'aumento de' gradi si trovano presso il Bouguer, il Robertson ed altri moderni scrittori. Appresso l'introduzione delle carte ridotte cessò il bisogno delle tavole lossodromiche, delle quali il portoghese Pietro Nuguez fu il primo a dare teorie (*De regul. et instrum. op.*), che poi furono rettificcate dallo Stevin nel suo *Traité de navigation*, dallo Snellio nel suo *Typhis batavus*, e da cento altri, che ci han presentato di tai tavole e divisatone l'uso. *Lossodromia* si dimanda la linea che traccia un vascello, obliquamente al meridiano; la quale è una spirale che va sempre appressandosi al polo senza toccarlo giammai, simile in ciò alla spirale logaritmica de' geometri: di che l'Halley ha dimostrato la proprietà, *Trans. phil.* an. 1685.

cili a trovarsi mercè della stella polare : non così le seconde. Grandiosi premî fur offerti dal re di Spagna e dagli Olandesi a chi le ritrovasse nel mare. Il *Galileo* si presenta all'uno e agli altri co' suoi satelliti di Giove, e cogli stromenti da osservarli in mare, colla barchetta piena d'acqua dentro la nave per tenersi a livello in mezzo a' moti di questa, col celatone per fissare l'occhio nel telescopio, e coll'orologio a pendolo per contare le ore : ma diverse e agioni impedirono la conclusione, e 'l problema restò indeciso. Al principio dell'andato secolo propose un ricco premio il parlamento di Londra a chi lo sciorrebbe. L'*Arri-son* fabbricò un oriuolo che si è mantenuto sul mare sì uniforme ed esatto, che ha superati i termini del programma, ed ottenuto il premio del parlamento : l'*Irvino* inventò una sedia elastica che secondando il moto della nave tenesse immobile l'occhio contemplator de' satelliti : l'*Eulero* ed il *Mayer* formarono tavole tanto esatte del moto della luna, che si meritavano, come pure l'*Irvino*, un premio dall'Inghilterra. Così di varie guise si è sciolto quest'arduo problema, benchè in tutte comporti ancora maggior perfezione (1).

#### IX. La bussola.

L'uso della bussola è il più valente aiuto della nautica : con essa inoltrarono nell'oceano i Portoghesi e gli Spagnuoli, e con essa nuovi mondi scopersero (2).

(1) Perfezione maggiore ha recato a questi metodî il *Berthoud*, e più scintillante luce ha sparso per le tante opere che sopra ciò ha divulgate a Parigi dal 1773 in poi. E prima mandò fuori degli Schiarimenti su l'invenzione delle nuove macchine, indiritte a determinare le longitudini in mare. Poi promulgò un Trattato degli orologi marini, poi un Supplimento a detto trattato ; poscia considerò più da presso le longitudini per la misura del tempo ; indi applicò questa misura alla navigazione ; e infine produsse un nuovo Trattato degli oriuoli a indicar la lunghezza, con delle continuazioni e supplimenti, stampati al 1807 : nelle quali opere sembra aver soddisfatto compiutamente all'indicato quesito.

(2) Su l'origine della bussola, oltre a quanto se n'è scritto

Ma l'ago magnetico, benchè sempre a settentrione rivolto, soffre però le sue declinazioni dal polo, le quali nè anco sono costanti. A tal oggetto inventossi un compasso di variazione che ne segna in qualche modo i gradi. L'Alleio presentò alla reale società di Londra una teoria delle variazioni magnetiche, propose un nuovo compasso ch'ei chiama *azzimutale*, e pubblicò le sue carte idrografiche, su cui v'ha le linee curve tirate sopra differenti mari, a mostrar i gradi varianti dell'ago calamitato. Questo, oltre le declinazioni, soffre le sue inclinazioni; a determinare le quali fu fatto un quesito dall'accademia di Parigi, e venne premiato il metodo presentato da *Dun. Bernoulli*. Il *Brander* a tal uopo formò uno strumento *inclinatorio*: il *la Hire* il *Muschembroek* ed altri parecchi han data più esattezza all'ago e alla bussola. *Pietro Medina*, il *Nonio*, il *Zamora*, il *Cespedes*, i primi scrittori di grido e maestri di nautica, trattarono l'osservazion delle stelle, la direzione de' rombi, la bussola, i venti, le correnti, lo studio e l'arte del pilotaggio. Ma quinci quello ch'era opera di pura pratica produsse dottissime teorie.

X. *Illustratori del maneggio della nave.*

Il *Pardies* fu il primo che nel suo Trattato di meccanica, pubblicato nel 1663, trovò una dimostrazione della via che seguir debbe la nave spinta da vento laterale. Questo sol cenno dovea eccitare l'attenzion dei geometri e de' marini: pur nessuno si mosse a seguir quella via, finchè nel 1689 il cav. *Rennu* colla originale sua opera (a), impressa d'ordine regio, mise in estro i matematici, diè nascita al maneggio della nave, e produsse una nuova nautica. Due determinazioni essa contiene, difficili ed importanti; una della situazione della vela più vantaggiosa al velo e al rombo, l'altra

(a) *De la teor. de manoeuvre des vaisseaux.*

dal nostro autore nel primo tomo, può vedersi la disertazion dell'Azuni, ristampata a Parigi 1809. Altre cose diremo nella storia della fisica, in ragiouando del magnetismo.

dell'angolo più conveniente del timone colla chiglia. Si oppose a questo l'*Ugenio*, e mostrò che secondo que' principj le velocità dirette della nave dovean essere molto maggiori, e che indi non deduceasi il miglior angolo dato alle vele (a). Rispose il Renau colla regola della decomposizion delle forze, e con una memoria volle provare il principio della meccanica dei fluidi, ond'erasi servito, e che gli contrastava l'*Ugenio* (b). Molti furono i partigiani dell'uno e dell'altro, ma molti più n' ebbe Renau. Per l'*Ugenio* furono *Giacommo* e *Giovanni Bernoulli*; de' quali però il primo apportò modificazione (c), il secondo estensione a quella dottrina (d), e ciò col corredo di sublime geometria e di profondi calcoli. Per converso il p. *Hoste*, professore lunghi anni nel real collegio nautico di Tolone, ed autor di due opere ben grate a' marini (e), recò vantaggio alla pratica senza il fondamento di più fine teorie (1). Quindi, ove non si esigono principj geometrici e cognizioni meccaniche, si è meritata l'approvazion de' periti; ma, dov' era d'uopo di sottili indagini sulla resistenza de' fluidi, sulle forze delle vele, e su tali altri arcani, non potè nè il suffragio de' teorici, nè la confidenza ottenere de' pratici.

#### XI. Altri scrittori.

Rimanea dunque fare un'opera pienamente istruttiva. Scrisse d'alcuni punti il *Pitot* (f), ne scrisse il

- (a) *Bibl. univ. an. 1693.* — (b) *Journ. des savans, 1695. Mém. où est démontré un princ. ec.* — (c) *Act. Lips. 1696.* — (d) *Essai d'une nouv. théor. de la man. des vaiss.* — (e) *Théor. de la constr. des vass. et l'Art des armées navales.* — (f) *La théor. de la man. des vaiss. reduite en prat.* —

(1) Queste due opere di Paolo Hoste, uscite la prima volta a luce il 1697, fur poi aumentate nella ristampa del 1727. Ma dopo quel tempo si è a più doppi vantaggiata quest'arte, mercè degli eccellenti trattati di Tattica navale, che ne fornirono i francesi de Morogues, d' Amblimont, Ramatuelle; gl'inglesi Clerk, Hamstead, e cotali abili professori di navale architettura.

*Parent* (a), ma seguendo amendue ne' lor calcoli la teoria de' Bernoulli, poco adattabile alla pratica. Ne scrisse il *Maclaurin* (b), ma quasi di passaggio; e così tutti si riduceano a dir qualche cosa, non a formar un corpo di dottrina. Il *Bouguer* è il primo autor classico: il quale, da regio idrografo, avendo già scritto dal 1727 sull'alteratura delle navi, diè poi nel 1746 un trattato della nave, della sua costruzione e de' suoi movimenti. Quindi nel 1753 scrisse un libro del pilotaggio alla foggia comune; e finalmente al 1757 pubblicò la grand' opera del maneggio delle navi, che dette il compimento al corso di marineria. Le quali epoche ho io segnate a mostrar recente la nascita di questa scienza. Unà egli alle scoperte altrui le proprie riflessioni e i suoi ritrovati, e offerse insieme con una eompiauta teorica una pratica migliorata (1). Allora l' *Eulero* diè nel 1749 la grand' opera della scienza navale, nella quale ridusse al più stretto calcolo e sollevò alla più sublime geometria tutte le manovre marine: la figura la collocazione il maneggio il timone

(a) *Essais et rech. de math. et de phys.* t. III. — (b) *Traité des fluid.* t. II.

(1) Il trattato della navigazione del *Bouguer* fu poi breviato dal la *Caille* ed annotato dal *Lalande*, che stampollo a Parigi 1792. Questi poi l'anno appresso divulgò un suo compendio. Ma già prima correvan trattati di navigazione, scritti dai francesi *Radouay*, *Lévêque*, de la *Coudraye*; dal portoghese *Pimentel*, dallo spagnuolo *Mendoza*, dall'inglese *Robertson*. Nel secol nostro non sono venuti meno gl'illustratori di questa scienza; che però meritano conoscenza il Trattato di navigazione, del *Bourguet*; le Lezioni di navigazione, del *Dulague*; gli Elementi d'idrografia applicati a tutte parti del pilotaggio, del *Lassale*; la Guida del navigatore, del *Lévêque*; l'Architettura navale militare, del *Dupin*; la Collezione di tavole utili alla navigazione, del *Norie*; i Problemi d'astronomia nautica e di navigazione, del *Guepratte*; il Corso d'osservazioni nautiche e di navigazione, del *Ducon*; e, per tacermi di più altri stranieri, il trattato di Navigazione, del cav. *Brunacci* che riunisce la teorica e la pratica del piloto.

le vele gli alberi i remi tutto fu da lui contemplato con geometrica severità ed alla diletta sua analisi sottomesso. Se non che l'aver ambidue proposto delle regole contraddette dall'esperienza, e l non poter servire di guide sicure nell'arte, lasciava da desiderare tuttavia opra migliore. Sorse impertanto il dotto geometra e perito nautico don *Giorgio Juan*, che internato negli arsenali e ne' porti di Spagna di Francia di Inghilterra contemplò tutte le operazioni della marina, n'esaminò i principî, rettificonne le regole, e infine al 1771 presentò nel vero suo aspetto la scienza nautica (a). Nel primo volume della sua opra fondò bene i principî della meccanica e dell'idrostatica, su cui poggia quest'arte: indi a questa passando ne descrive ogni sua parte, gli usi le figure i centri le misure le resistenze i momenti le forze le velocità gli angoli le inclinazioni, e tutto con precisione e giustezza, con opportune formole ed equazioni, coll'impronta della geometrica e della pratica verita. Gl'Inglese e i Francesi han tradotta e comentata quest'opera, e i posterî venereranno il Juan come l'Eolo ed il Nettuno de' nautici, il dio della marina. *Gabriello Ciscar* ha voluto dare di quella una nuova edizione, arricchita di tante annotazioni ed aggiunte, di tuli applicazioni e vedute, che egli, anzichè dotto comentatore, si mostra scrittore originale. *Francesco Ciscar* suo fratello (b), *Chapman*, *Dumaitte*, *Viul de Clairbois*, *Romme*, *Gerlae*, e qualch'altro hauno dottamente trattato della costruzione navale, e meritano lo studio de' marini: ma l'oracolo della nautica non è che il Juan e il suo interprete Ciscar (1). Questi

(a) *Exam. marit. theor.-pract.* — (b) *Tratado de las maquinas y maniobras a bordo ec.*

(1) Quest'opera del Juan pubblicata a Madrid 1761, e cresciuta dal Ciscar che riprodussela al 1793, non è la sola che tratti la costruzione e l maneggio delle navi. Oltre i qui citati dall'Andres, possiam nominare non senza onoranza un *Dubamel du Monceau*, che scrisse *Elementi d'architettura navale*; un *Maitz de Goimpy*, che diè un *Trettato della costru-*

sono i progressi che ha fatti in breve la nautica : i suoi miglioramenti le verranno dalla meccanica ed idrostatica , maneggiate da pratici osservatori ed applicate a lunghe sperienze.

zion de' vascelli ; un altro col medesimo titolo ne dette il Vial, autore altresì del Saggio su l'architettura navale ; un altro il Forfait , aumentato dal Willaumez ; altri e poi altri il le Roy il Bourdé il Lescallier il Missiessy e cento de' si fatti. Intanto che questi ne insegnano a fabbricare le navi , altri ci porgon tavole o per misurare i tempi o per segnare le longitudini : nel che si avvantaggiano le recenti del Margett del Mendoza del Mackay, che in parecchi volumi ci dispiegano i seni tutti de' mari e le distanze de' gradi. Altri poi ci danno atlanti marittimi , come han fatto i fiamminghi van Loou e Vooght, l'alemanno Krusensten, il francese Bellin, autore altresì d'una Idrografia e d'un Nettuno francese ; un d'Après , scrittore d'un Nettuno orientale ; un Valdes , delle coste di Spagna ; un Murdoch e un Mackensie, delle Isole britanniche ; un Jeffery, dell'America ; un Dunn, delle Indie ; ed altri da altre marine. Finalmente , a maggior agevolamento di questo studio, non ci mancano di molti e vari Dizionari di marina ; intra i quali primeggiano i francesi dell'Aubin del Saverien del Willaumez del Lescallier e del Romme, che uno ne compilò della marina francese ed altro dell'inglese. Inglese si è pure il Dizionario universale del Falconner ; e sopra tutti quello altresì universale del tedesco Roedings , scritto in alemanno olandese danese svezese inglese francese italiano spagnuolo e portoghese, compreso in quattro grossi volumi, e stampato ad Hamburgo 1794-98.

+

## CAPITOLO VIII

## ACUSTICA (1).

## I. Origine.

Avvegnachè Aristosseno tragli antichi (a), e tra' moderni Eximeno (b), cui può anco unirsi d' Alembert (c), mantenessero che la musica sia opra d' orecchio, non

(a) *Harm. elem.* lib. I. — (b) *Dell' orig. e reg. di mus.* l. I, c. 2' — *Elem. de mus.* Disc. préf.

(1) Acustica (greco vocabolo, da *αὐξω* audio) è propriamente la scienza dell'udito, siccome Ottica (da *ὄπτωμαι* video) è la scienza dell'occhio, di cui si ragiona nel capo seguente. Queste due facoltà, se hassi riguardo alla materia, pertengono alla fisica, di cui son soggetto il suono e la luce: ma, sguardate le leggi di lor movimenti, di loro proporzioni, di lor propagazioni, vengono nella provincia delle matematiche miste. Or avvegnachè l'acustica comprenda ogni maniera di suoni, qui però si restringe a' suoni armoniosi, che soli van soggetti a principi scientifici, a calcoli matematici, e costituiscon la Musica.

Storie di questa scienza ne abbiám forse più che d'altra mai; storie generali e particolari, d'ogni nazione ed in più lingue. In latino leggiamo la Esercitazione di Seto Calvisio *De initio et progressu musices*, a Lipsia 1600; il *Syntagma musicum*, in tre volumi, di Michele Pretorio, a Wolfenbüttel 1616; *De musica latina, graeca, maurica, et instrumentis barbaricis*, di Giamb. Gramay; *De musicae natura, origine, progressu*, di Gian Alberto Banno, Harlem 1636; *Archaeologiae Orphicae, sive antiquitates musicae*, di Gian Giorgio Ebeling, Stettino 1657; *Historia musices apud Hebraeos, Graecos et Romanos*, di Renato Ouwvrad; *De antiqua et medii aevi musica* di Giorgio Wallerio, Upsal 1706; *De musica eiusque origine, progressu etc.* di Olivier Legiponzio, Norimberga 1747.

In francese abbiám l'*Histoire de la musique depuis son origine jusqu'à présent*, di Pietro Bonnet, a Parigi 1715, che con varie giunte fu riprodotta in quattro tomi dal Bourdelot, vero autor di essa, a la Haye 1743; quella del Caffiaux, a Parigi 1757; di Blainville, ivi 1767; di Roussier, ivi 1770; da

parto di matematica , e che però sia da riporsi tra le arti piacevoli, non tra l'esatte scienze : il veder nondimeno quella sin da' tempi di Pittagora tra le mate-

la Borde, ivi 1780; del Kalkbrenner, ivi 1802; dell'Herlin, ivi 1806; di madama de Bawr, ivi 1823.

In alemanno vengono assai lodate la *Historische beschreibung der edlen Sing, und Kling-Kunst* del Prinz, a Dresda 1690; la *Kritische Einleitung in die Geschichte, und Lehrsätze der alten und neuen Musik*, del Marpurgh, a Berlino 1759; l'*Allgemeine Geschichte der musik*, del Forkel, Lipsia 1788; e più altri trattati storici e critici di Jöcher, Adelung, Breitkopf, Ebeling, Gruber, Mcussel, Hiller, Ersch ec.

In inglese sono altamente commendate la *General History of the science and practice of Music*, in V volumi; di Gio. Hawkins, a Londra 1776; quella col medesimo titolo di Carlo Burney, in IV tomi, ivi l'anno stesso; *Sketches of the origin, progress and effect of musik*, di Riccardo Eastcott, ivi 1793; *Anecdotes historical and biographical of music in letters*, di Andrea Burgh, in III tomi, ivi 1814; e la doppia *History of music*, di Gio. Jones, e di Tomm. Busby, pubblicata l'una e l'altra pur ivi al 1819; cui è or succeduta la più recente ed accurata di Giorgio Hogarth.

In italiano contiamo tra le prime la Storia musica del perugino Gian Andrea Bontempi, a Perugia 1695; quella del bolognese Giamb. Martini, che in tre volumi si rimase alla musica antica, Bologna 1757; quella dell'aragonese Ant. Eximeno, che unisce la parte storica alla didattica, Roma 1774; e il Discorso d'Andrea Mayer sull'origine progressi e stato di questa scienza in Italia, Padova 1821.

Infinito sarebbe tener dietro alle storie particolari de' popoli antichi e moderni, a' cataloghi, a' dizionari, alle biografie e bibliografie musicali. Ma chi vuol di tali conteeze, potrà consultare il Dizionario e Bibliografia della musica del do'tor Pietro Lichtenthal, pubblicato in due volumi a Milano 1826: nel primo dei quali si ha la spiegazione de' vocaboli dell'arte; nel secondo una biblioteca sterminatissima degli scrittori e delle opere d'ogni nazione che hanno illustrata la musica degli Egizi, Etiopi, Cinesi, Ebrei, Greci, Romani, Europei d'ogni nazione; e scritto sugli artisti celebri; sugli stromenti da suonoz; su' sistemi d'armouia; sull'estetica musicale; sulla composizione, ec. ec.

Merita intra i francesi distinta menzione un Chron, il quale, oltre al Dizionario storico de' musici, da se incominciato, e

matiche noverata, e poi nell' Enciclopedia de' Greci serbata, e nel Quadrivio de' Latini, ci costringe a trattarla in questo luogo. Lasciamo dapprima agli eruditi storici d' essa il cercare in *Jubal* l' inventore degli stromenti da suono (1); lasciamli scorrer l' Egitto la Palestina la Frigia la Grecia ed altrove per esaminar la lor musica: lasciamli trattenere a lor agio co' *Thauts* cogli *Osiridi* cogli *Apollini* co' *Mercuri* cogli dei od eroi inventori di qualche istromento (2); e contempliamo la musica ridotta a calcolo ed a scienza.

continuato dal Fayolle, parecchi trattati ha messo fuori per uso de' compositori. Tali principalmente sono i Principi di composizione delle scuole d' Italia, adottati dal Governo francese e dedicati a Napoleone; opera classica dirizzata su' modelli di quelle del Saba, del Martini e d'altri maestri: tale il Trattato generale delle voci e degli stromenti d' orchestra, dirizzato già dal Francoeur, direttore dell' Accademia imperiale di musica, e da lui aumentato: tali gli Elementi d' armonia, il Metodo di canto piano, il Metodo d' armonia e d' accompagnamento. Tutti questi lavori del Choron son riusciti a grande avanzamento della musica francese.

(1) Questo Jubal (dice il sacro testo, *Gen. IV, 21*) fu il padre de' cantanti alla cetera e all' organo; o giusta la caldaica parafrasi, fu il maestro dei cantori nel nablo. Onde si trae aver egli date le prime mosse alla musica, non che solo naturale o vocale, eziandio artefatta e strumentaria. Sopra che gli è da osservare, tre classi' essere di stromenti; da fiato l' uno, come trombe flauti organi; l' altro da corda, come cetre violini liuti; il terzo da tasto, come sistri timpani campane: de' quali generi fa cenno il regio profeta nell' ultimo de' suoi salmi. Or che dei tre generi fosse Jubal il primo inventore, il mantengono i più chiosatori del testo allegato: benchè non è già da credere ch' ei desse loro quell' affinamento che oggi hanno, frutto di secoli posteriori. Veggasi la diss. del Calmet sopra gli stromenti musici degli Ebrei; e l'altra del Bianchini *De tribus gener. instrum. music. veter.* In generale poi sopra la musica degli Ebrei veggasi la sesta Dissertazione del Bettoni, premessa alle Osservazioni su' salmi, a Bergamo 1786; e la Lettera del francese Girault, a Parigi 1810.

(2) De' musicali stromenti de' Caldei nomina Daniello, c. 3, la tromba la fistola la cetera la sambuca il salterio la sinfonia e cotali d' ogni maniera, che fanno riprova degli avvanza-

## II. Pitagora.

Vuolsi che *Pitagora* trovate abbia le ragioni delle corde e de' suoni armoniosi. Nota è la favola, raccontataci da Nicomaco (a) da Macrobio (b) e da cento altri, del suon de' martelli d'un ferraio, trovati da quello di pesi diversi di 6, 8, 9, 12, che applicati a corde uguali in lunghezza e grossezza fer nascere l'armonia dei suoni in quarta quinta ed ottava, cioè i pesi 6 e 12 in ottava, 6 e 9 in quinta, 6 e 8 in quarta. Cotal racconto è inverisimile; dacchè Tolommeo notò l'impossibilità di ben accomodar le ragioni de' suoni a quelle de' pesi che tiran le corde: lo Stillingfleet (c) il Montucla (d) il Burney (e) ed altri moderni han trovato impossibile formar co' martelli armonia sensibile, e molto più colle corde stirate da' tali pesi, i quai dovrian essere stati, non nella ragion semplice, ma nella quadrata de' suoni. Ad ogni modo è piena l'antichità di fatti simili, onde i discepoli di Pitagora cercavan porzioni musicali (1).

(a) *Enchir. harm.* l. I. — (b) *Saturn.* l. II, c. 1. — (c) *Princ. and prov. of harmony.* — (d) *Hist. des math.* p. I, l. III. — (e) *Hist. of mus.* t. 1, c. 5.

menti fatti colà dalla musica. Ma quale la forma loro si fosse, non si convengono i dotti, e noi ne rimandiamo i curiosi agli apositori, e specialmente a san Geronimo, *Epist. ad Durandum de div. gen. mus.* Quanto agli Egizi, pretende il Kircher essere essi stati della musica i primi restauratori (*Musurg.* l. II, et *Prodrom. copt.* c. 5). Che che sia di ciò, non fia inverisimile il credere che quella gente, così versata in ogni scienza, fosse in questa altrest; e per altro, sapendo quant'ella fosse superstiziosa, è pur noto come di canti di suoni di danze ornasse i riti sacri e le pubbliche cirimonie. Si reputa ad Iside l'invenzione del sistro, ad Osiri quella del monaulo e di certe fogge di tromba e di tibia, a Mercurio la lira di sette corde, ad altri di colà quella di tre, pur detta triangolare: di che fan testimonio fra gli antichi Erodoto, Diodoro sicolo, Clemente alessandrino, ed altri raccolti dal Martini (*Stor. della mus.* t. I, c. 11).

(1) Dal confondere ch'essi facevano le idee di musica e

ANDRES vol. V.

## III. E suoi seguaci.

Teone da Smirne (a) dice che *Laso* ermoniese ed *Ippaso* metapontino trovarono tali intervalli con porre in due bicchieri uguali differente porzion d'acqua, e che, lasciando l' un voto e l' altro pieno a metà, formavan l' ottava o il diapason; il diatessarion o la quarta, con empir d'acqua una quarta parte; e l' diapente o la quinta, col porne una terza. Non so se più vera di questa sembrar puote la sperienza d'esso *Ippaso*, narrata da uno scoliaste di *Platone*, in un frammento di già pubblicato dal *Morelli* (b). Prendea quattro piatti di bronzo, dello stesso diametro ma di grossezza diversa, sicchè il primo fosse sesquiterzo del secondo, sesquialtero del terzo, doppio del quarto, e formava battendoli sinfonia. I quali fatti mostrano bene, quanto grossolanamente allor si pensasse nella meccanica delle vibrazioni sonore, e come si opinasse sulle armoniche proporzioni.

## IV. Sette greche.

Molte furon su queste le sette de' Greci, dove tanta parte avea nella pubblica e privata educazione lo studio della musica, dove poeti filosofi matematici legislatori prendevano a cuore la sua coltura. Lascio la setta agenoria, la damonia, l' epigonia, l' eratoclea, anteriori ad *Aristosseno*, e l' archestrazia, l' agonia, la filiscia, l' ermippia e le altre a lui posteriori, delle quali ragionano il *Martini* il *Burney* ed altri storici della

(a) De Mus. c. 12. — (b) *Arist. Orat.* etc. ex bibl. ven. D. Marci, praef.

d'armonia derivò che, trovando essi nell' universo una perfetta armonia, cioè una somma proporzione di parti, avvisarono esser tutte un prodotto di musica; e quindi partiron questa in mondana, in umana, in istrumentale, cioè in quella che formasi dall'armonia del mondo, dalla voce dell' uomo, dal suono degli strumenti: *Universitatis namque incitum siderumque curium Pythagoras, Architas, Plato, ceterique antiqui philosophi haud sine musica fieri et consistere affirmarunt*, scrisse *Plutarco*, de Musica; e simile disse *Ateuo* l. XIV, c. 8.

musica; e n' accenno tre sole di maggior grido, la pitagorica l'aristossenica la tolemaica.

V. *Pitagorica.*

Portati i pitagorici per le ragioni numeriche e per le metafisiche sottigliezze, volean tutto regolar col discorso, nulla co' sensi. Avvisarono quindi non poter essere consonanze se non d' intervalli, che l' esprimessero per le semplici ragioni di quarta quinta ed ottava, comprese nelle ragioni  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ . Seducenti erano

le combinazioni, ma non patenti meno gli errori. La doppia ottava, per esempio, o la 15<sup>a</sup> espressa per  $\frac{1}{3}$  era consonanza; e la quarta sopra l'ottava, o la 11<sup>a</sup> ottava della quarta, espressa per  $\frac{3}{8}$ , si credea dissonanza, contro il giudizio dell' orecchio (1).

VIII. *Aristossenica.*

Abbandonò pertanto questa teoria *Aristosseo*, e ne stabilì una nuova, che le numeriche calcolazioni spregiava e le consonanze ideali. Figliuolo d' un musico e

(1) Non credo tornerà discaro ai leggitori il metter loro sott'occhio un breve sunto degli antichi sistemi intorno il triplice tetracordo, cavandone le notizie dall' *Eximeno*, dal *Martini*, da altri antichi e moderni. E quanto al diatonico si aspetta, i Greci presero per sistema fondamentale della musica quattro corde costituenti la quarta. Dalla prima alla seconda v'era un semitono, dalla seconda alla terza un tono, ed uno dalla terza alla quarta; ciò che risponde alle quattro nostre *si do re mi*, o *mi fa sol la*, per cui anche la nostra scala si chiama diatonica. La ragione delle corde estreme del tetracordo fu da loro stabilita la sesquiterza 3 : 4, che corrisponde alla quarta; ma circa il tono e semitono intermedi si dividevano le opinioni. Archita tarentino propose  $\frac{27}{28}$ ,  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{8}{9} = \frac{3}{4}$ , dove

il primo rotto significa un semitono nella ragione 27 : 28, il secondo un tono maggiore nella ragione 7 : 8, il terzo un tono minore nella ragione 8 : 9, le quali ragioni composte insieme formano la sesquiterza 3 : 4.

discepolo d' Aristotele , s' attenne a' sensi , e suppose che un tuono fosse un intervallo ben noto, che l' orecchio pel paragon della quarta colla quinta potesse distinguere ; e però faceva il tuono misura degli altri intervalli , de' più grandi per aggiunta , de' più piccioli per detrazione ; componea di due tuoni e mezzo la quarta, la quinta di tre e mezzo, l'ottava di cinque e due semitoni o di sei tuoni. Così , come osserva Porfirio (a), applicavansi i numeri alla dottrina. Gli antichi non conosceano che tuoni maggiori in ragione di  $\frac{9}{8}$  , qual è ora tra quarta e quinta, o *fa sol*, ch' è dire 32 , 36 : quindi le terze eran loro dissonanti , benchè si creda ciò fosse più in apparenza che in realtà (b) (1).

#### VII. Tolemmatica.

*Didimo* alessandrino, famoso gramatico , erudito filologo ed indefesso scrittore all' età di Nerone , tra le molte centinaia di libri ne compose uno sulla differenza della musica pitagorica e dell' aristossenica. Quest' opera, donde al dir di Porfirio (c) ricavò *Tolommea* molte cose, introducea nella scala il tuono minore , e

(a) *Comm. in Ptol. harmon. Praef.* — (b) V. Sacchi *Spec. theor. mus.* ed altri. — (c) *Loc. cit.*

(1) Aristosseno sostitui alla ragion geometrica l' aritmetica, e considerando il tetracordo diviso in parti uguali, attribuiva l' intervallo a ciascuna così,  $6 + 9 + 15 = 30$ ; cioè 6 al semitono, 9 al tono minore, 15 al maggiore, 30 alla quarta. Eratostene, tolta la differenza tra il tono maggiore ed il minore, tutti li fe' della stessa ragione sesquioctava, ed il tetracordo  $\frac{243}{250}$ ,  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{8}{9}$ ,  $= \frac{3}{4}$ . Didimo ristabilì la differenza suddetta, ed accrebbe il semitono d' un comma, tolto dall' un dei due toni, e così fece il tetracordo  $\frac{15}{16}$   $\frac{9}{10}$   $\frac{8}{9}$   $= \frac{3}{4}$ , che sono gl' intervalli della scala moderna.

rendea quindi consonante la terza. Ma se Didimo collocò nella scala dopo il semituono maggiore  $\frac{16}{15}$  il tuo-

no minore  $\frac{10}{9}$ , e poi il tuono maggiore  $\frac{9}{8}$ ; Tolom-

meo cambiò cotal ordine, mettendo il maggior tuono dopo il semituono, e dopo il tuono maggiore il minore, onde aver meno terze alterate. Innovò le cinque scale de' musici anteriori e tre altre sue n'aggiunse: i tredici o quindici toni che allor sue contavano ridusseli a sette, quante sono le specie dell'ottava (a). Questo sistema musico, in parte negletto, ebbe in parte tanti seguaci, quanti l'astronomico del medesimo ne vantò (1).

VIII. Tetracordi e scale.

Come il tetracordo era il fondamento delle greche teorie, così diversi furono intorno ad esso i pareri.

(a) Harm. l. II, c. 4.

(1) Tolommeo approvò tutti questi sistemi, e chiamò *toniaco* quello d'Archita, *diatono* d'Eratostene, *intenso* di Didimo; e n'aggiunse due altri, il *molle*  $\frac{20}{21} \frac{9}{10} \frac{7}{8} = \frac{3}{4}$ , e l'*equabile*

$\frac{11}{12} \frac{10}{11} \frac{9}{10} \frac{3}{4}$ . Ma tai sistemi nulla influivano alla pratica.

Di molti tetracordi uniti formarono i Greci altri sistemi. Misero dapprima due tetracordi: *si do re mi fa sol la*; e notando che la quinta *si fa* è falsa, e che vi manca un tono per compire l'ottava, v'aggiunsero una corda fuori de' tetracordi, chiamata perciò *proslambanomenos* o *aggiunta*, distante da *si* un tono verso il grave, onde nacque la loro scala, oggi spresata così:

(1a) si do re mi fa sol la  
a b c d e f g a

Replicata dette il sistema di quattro tetracordi, chiamato *massimo*; il primo de' quali è detto *hypaton*, o principale, il secondo *meson*, o medio, il terzo *diatzeugmenon*, o disgiunto, il quarto *hyperboleon*, o eccellente.

Tre erano i generi della musica, il diatonico che adoprava i toni, il cromatico che aggiugnea i semitoni, l' enarmonico che usava pure i quarti di tono; e sul sistema di corde o sulla scala di ciascuno si dividevano le sentenze. Diversi erano gl' intervalli d' Archita da que' d' Aristosseno: Eratostene Didimo Tolommeo e mill'altri ne proponean altri diversi. Insegna Plutarco (a) che dapprincipio la musica era tutta diatonica e cromatica, e che credevasi Olímpo inventore dell' enarmonica; la quale sola da' musici si riguardava innanzi Aristosseno (b), laddove in appresso cadde in disuso, per la difficoltà d' eseguir que' quarti di tuono, e per la facilità di dare in urli e strilli (1).

(a) *De musica.* — (b) *Lib. I.*

(1) Dei tre cennati generi abbiamo nelle notule innanzi già tocco il primo, cioè il diatonico: or qui soggiugniamo qualcosa de' due rimanenti. Il cromatico tetracordo si contenea, a paro del primo, intra gli estremi d'una quarta; solo gl' intervalli di mezzo disvariavano. Dalla I alla II corda vi era un semitono, un altro dalla II alla III, e da questa alla IV una terza minore: per esempio *mi fa (fa ♯) la*. Questo tetracordo frappona tra la II e la III una corda accidentale, per esempio *mi fa (fa ♯) sol la*; per distinguer la quale dalle diatoniche, le si dava qualche colore, onde il tetracordo fu detto *cromatico* o colorato; ed indi ripete l'origine il nostro diesis, siccome dal *si* aggiunto al sistema massimo nasce il bimolle.

Per cìcò c'erano diversi partiti. Archita inventò  $\frac{27}{28}, \frac{224}{243}, \frac{27}{32}$

$= \frac{3}{4}$ . Aristosseno ne trovò due, l'uno  $4 + 4 + 22 = 30$ ;

l'altro  $6 + 6 + 18 = 30$ . Eratostene uno,  $\frac{19}{20}, \frac{18}{19}, \frac{5}{6}$

$= \frac{3}{4}$ . Quello di Didimo,  $\frac{15}{16}, \frac{24}{25}, \frac{5}{6} = \frac{3}{4}$ , è il più confa-

cente alla nostra scala numerica. Tolommeo ne diè anche

due, cioè  $\frac{27}{28}, \frac{14}{15}, \frac{5}{6} = \frac{3}{4}$ , e  $\frac{21}{22}, \frac{11}{12}, \frac{6}{7} = \frac{3}{4}$ .

## IX. E modi varî.

Sulla diversità de' modi lidi frigi dorî ionî e tanti altri, sulla loro combinazione, sulla forma e le proporzioni de' musicali stromenti, molteplici erano e varie le opinioni de' Greci; dal che rilevasi quanto occupasse la musica le meditazioni di quella singolare nazione (1).

Il secondo semitono di questo tetracordo fu detto diesis cromatica: anche al dì d'oggi la modulazione per due semitoni *mi fa fa* \* *sol*, si chiama passaggio cromatico. Per conto del tetracordo enarmonico, anche il semitono venne da' Greci diviso in due parti; la qual divisione però nè fu essenziale, e fu tralasciata dagli stessi Greci, come narra Plutarco *de musica*, per la gran difficoltà d'eseguirlo. Si consideri il semitono *mi fa*, o *si do*, diviso in due in una corda intermedia segnata così X, e s'aggiunga a queste tre corde la quarta del tetracordo diatonico: ne diverrà un nuovo tetracordo *mi mi* X *fa la*, o *si si* X *do mi*, composto di due quarte di tono e di una terza maggiore, chiamato enarmonico o serrato, perchè tal era la modulazione. Ogni filosofo dava a queste corde diverse proporzioni; quelle di Didimo  $\frac{31}{32}, \frac{30}{31}, \frac{4}{5} = \frac{3}{4}$  sono

le più adatte a' nostri intervalli numerici, poichè le due prime ragioni costituiscono per appunto il semitono 15 : 16. È da notare che tutti i tre generi, diatonico, cromatico, enarmonico, si conteneano in sei corde, cioè *mi mi* X *fa fa* \* *sol la*; ed in canto sempre si fondava nelle quattro diatoniche *mi fa sol la*.

(1) Abbiamo un insigne luogo di Giulio Polluce (*Onomast.* l. IV, c. 10), che ne ragguaglia degli svariati modi delle greche armonie. Queste, dio' egli, erano la dorica la frigia la lidia la ionica e la sintona, o sia più intensa e concitata: le quali prendevan nome dai popoli che le usavano, ed erano accompagnate dal suon delle tibie. Le melodie poi erano anch'esse varie, come la castoria in uso ai Lacedemoni, e la ieracia in uso agli Argolici. Ci avea altresì dei *Nomi* o sia leggi del canto; siccome il frigio trovato da Olimpo, il lidio da Marsia, il pittico da Sacada, il ciclico da Evio, l'apoteto da Clona, e così fatti, che lungo sarebbe il pur nominare, e più lungo il descriverle. Veggasi la dotta Memoria su la musica degli antichi dell'abate Roussier, Parigi 1774; e il più recente Trattato su lo stesso soggetto dell'Herbin, ivi 1806.

## X. Scrittori musici.

Un lungo catalogo di greci scrittori c'è inteso il Fabricio (a); e il Martini (b) non pure ha raccolto quanto altri n'avea detto, ma v'ha aggiunti ben altri moltissimi: talchè siam dispensati da simil fatica. Diremo soltanto che, dopo *Laso* ermoniese, contemporaneo di Senofane e di Simonide, verso l'olimpiade LVIII, creduto il primo scrittore di musica, infiniti sono stati di questa gl'illustratori, quanti nessun' arte ne vanta. Dove trovare scritti greci di pittura di scoltura d'architettura? Che ci resta di poetica, tranne l'imperfetta opera d'Aristotele? E della stessa retorica non abbiamo no tanti monumenti quanti n'abbiam della musica, pubblicati o raccolti da Meursio Meibomio Wallis ed altri. Gli stessi matematici, l'aritmético *Nicomaco*, il geometra *Euclide*, l'astronomo *Tolommeo* diviser lo studio tra la favorita loro scienza e la musica. Questi ed *Aristosseno*, *Aristide Quintiliano*, *Plutarco*, *Gaudenzio*, *Alipio*, *Bacchio* seniore, *Porfirio*, *Teone* ecc. formano una ben voluminosa biblioteca della musica greca (1); oltre l'opera, testè scoperta nelle vulcaniche lave di Ercolano, dell'epicureo *Filodemo* (c), rischiarata da mons. Rosini, ed altri mss. rimasti nelle librerie.

## XI. E lor merito.

Ad ogni modo uop'è confessare che in tanta fecondità di scrittori v'ha non poca sterilità di dottrina.

(a) *Bibl. gr.* t. II, l. III, c. 10. — (b) *Stor. della mus.* t. III, c. 7, 8. — (c) *De musica*.

(1) La collezione del Meibomio contiene sette antichi scrittori: ciò sono tre libri d'Elementi armonici di Aristosseno, un'Introduzione armonica del geometra Euclide, un Manuale di Nicomaco gesareno; tre altre introduzioni alla musica di Alipio, di Gaudenzio filosofo, di Bacchio seniore; tre libri di Aristide Quintiliano: le quali opere l'erudito editore trasportò in latino e di commenti arricchì. Ai quali greci aggiunse per ultimo il libro IX del latino Marziano Capella, che tratta nella prima parte la istoria, nella seconda le regole della musica; cavato dalla sua opera *De nuptiis philologiae*.

La poetica d' Aristotele è anc' oggi il codice de' poeti : la sua retorica e i libri di Demetrio di Dionigi di Longino d' Ermogene tal sono degli oratori : Euclide Apollonio Archimede Tolommeo gli oracoli sono dematematici : sol della musica non c' è tra tanti un vero maestro. *Aristosseno* è considerato dal Burney (a) come il greco Rameau, ch' ebbe in Euclide il suo *Alembert*; ma sì l' uno che l' altro poco più insegnano che nomi e definizioni. *Nicomaco*, l' unico tra' musici pitagorici a noi pervenuto (b), che ci reca, se non se vani confronti di voci e d' astri, inutili calcoli della ragione de' suoni? *Aristide*, che raccolse in tre libri le dottrine aristosseniche, e diecci più chiara idea del ritmo e d' altre parti della musica greca, si perde in vane specolazioni sull' armonia dell' anima, sul paragone de' polsi e de' ritmi, sulla sessualità degli stromenti e sopra simili frivolezze. *Tolommeo*, dice Porfirio (c), tolse il meglio d' altrui, e fu giusta il Burney (d) il più dotto in questa materia; eppur egli passa sovente da ragionamenti e dimostrazioni in sogni e deliri. Del quale strano fenomeno lasciando ad altri l' indagar le cagioni, a noi basti accennare che forse l' aver tutti trattata la musica da scienza teorica più che arte pratica, ha ne' loro scritti prodotto quei vani discorsi e quella sterile aridità (1).

(a) *Hist. of mus.* cap. V. — (b) Meibom. praef. in *Nicom.*  
— (c) *Comm. in Harm. Ptol.* — (d) *Loc. cit.*

(1) Diamo un leggier saggio in prova del detto- Euclide comincia la sua Introduzione così: *Harmonices partes sunt septem, de sonis, de intervallis, de generibus, de systematis, de tonis, de commutatione, de melapoeia.* E così via via procede spiegando e suddividendo queste sette parti. Alipio colle medesime dà cominciamento alle sue, e poi si perde nella interminabile filaterra delle note pertinenti ai tre generi summentovati, ed ai modi lidio iperlidio e ipolidio, eolio ipoeolio e ipereolio, ec. Aristide premette l' albero genealogico della musica; e detto, che altra è teorica ed altra pratica, suddivide l' una e l' altra così: *Contemplativum rursus in Naturale et Artificiale dividitur.*

*XII. Scienza acustica de' Greci.*

Nè le cognizioni loro meccaniche nella formazione del suono non sembrano molto avanzate. Nicomaco (a) ci dispiega il suono che credeano i pitagorici prodursi da' corpi moventisi, e l'armonia che diduceano dal moto circolare de' sette pianeti : dal quale sistema il Gregory (b) il Maclaurin (c) e qualch'altro han preteso cavare la scoperta newtoniana dell'attrazion generale, non so con quanta ragione. Aristotele (d) ed Eliano (e), gli unici, oltre Porfirio (f), che trattino la meccanica del suono, non altro scoprirono se non che il moto dell'aria è la cagione di quello, che grave producesi col moto tardo, acuto col celere, e che però le corde più lunghe e più grosse daranno un suono più grave.

*XIII. Merito della lor musica.*

Ma della finezza e gusto della greca musica non negherò i portentosi che spacciansi. I Greci di sì delicata sensibilità per le bellezze dell'arti, di sì fino udito nel profferir delle voci; che non pur ne' templi e ne' teatri, ma nelle tavole e ne' conviti usavan la musica; che in qualunque stato sacro politico militare ne faceano lo studio l'occupazione la delizia; che a sì alto grado levarono ogni arte e scienza; a quanto non avran condotto anche questa? Dicansi pure mancanti e ristretti i loro stromenti, semplice e piana credasi la lor melopeia: l'animata esecuzione ed esatta dà valore al

- (a) *Enchir. harm. lib. 1.* — (b) *Astr. phys. et geom. el. praef.*  
 — (c) *Expos. de la phil. newt. l. II, c. 2.* — (d) *De audit.*  
 — (e) *Comm. II in Tim. Plat* — (f) *In harm. Ptol.*

*Ex quibus Naturale aliud est arithmeticum; aliud generi cognomine, quod et de universis disputat. Artificialis tres sunt partes; Harmonicum, Rhythmicum, Metricum. Porro Activum secatur in usuale, quod praedictis utitur, atque enunciativum. Usualis partes sunt Melopoeia, Rhythmopoeia, Poësis. Enunciativesi, Organicum, Odicum, Hypocriticum. E su questo fare prosiegue e termina tutti i tre libri, senza porgere veruna regola, senza darsi verun pensiero di pratica.*

canto ed al suono, compensa ogni mancanza e perfeziona ogni armonia. Ma noi lasciamo agli storici lo sviluppar le sue vicende, l'unione della musica colla poesia, i miglioramenti e i corrompimenti a che soggiacque (1).

#### XIV. E suoi effetti.

Degli effetti medici morali e politici d' essa s'è scritto assai; benchè non tanto provengono dalla perfezione della musica, come dalla disposizione di chi l'ascolta; e più se ne veggiono presso popoli rozzi con musica informe, che in polite nazioni non facciano, dove sien giunte le arti a raffinatezza.

#### XV. Musica de' Romani.

Se i Latini ebbero nella pratica e negli stromenti alcuna differenza da' Greci, non avanzarono però nella teorica e negli scritti. Sant'Agostino, Cassiodoro, Marciano Capella, e più di tutti Boezio, sono gli scrittori di musica, che più non dissero di quanto trovaron nei Greci (2).

(1) Degni sono d'essere sopra ciò riscontrati i tre libri del Doni *De praestantia musicae veteris*, e l'altra col titolo di *Lyra barberina*, in memoria del suo mecenate Urbano VIII, dove pretese scoprire l'antica lira de' Greci. Più altre sue opere sopra l'antica musica furon poscia raccolte dal Gori e riordinate dal Passeri, in due grossi volumi a Firenze 1763. Oltre a lui, due prolisse istorie leggiamo della greca musica: quella del Bontempi, stampata a Perugia 1695, intende a provare come l'antica musica, non ammettendo suoni altro che successivi, costava di sola una voce, e che però il contrapunto è invenzione moderna. Più ricca di notizie si è l'altra di Giamb. Martini, che de' tre volumi, dandone il primo alla musica orientale, i due altri consacra alla greca, cominciandola dai tempi favolosi e corredandola di erudite dissertazioni, che si aggirano su le qualità singolari e gli effetti maravigliosi della medesima. Posteriormente sono uscite altre istorie; le quali però, abbracciando la musica non solo antica, altresì la moderna, furono mentovate in principio.

(2) Sei libri *De musica* scrisse s. Agostino in semplici domande e risposte, contenenti le regole ritmiche e metriche musicali. Oltre a questa, un altro libro di lui inedito n'ha rin-

## XVI. Degli Arabi.

Maggior lumi si potrebbero trarre dagli Arabi. Infatti da un codice d'Alfarabi intitolato Elementi di musica, si scorge che quegli comechè seguaci della greca dottrina, non l'abbracciarono senz'esame, e che in più punti ne corresser gli errori, n'empierono il vuoto. Ma il trovarsi gli arabi scritti nelle biblioteche sepolti, impedisce i progressi della loro influenza e l'uso del nostro giudizio (1).

## XVII. Della Chiesa.

Pel canto poi e la musica della Chiesa, rimettendo i curiosi al Gerbert (a) al Lebeuf (b) al Burney (c) e a gli altri scrittori storici o didattici, accenniamo soltanto che dalla profana musica gentileasca passarono alla chiesa greca i modi de' sacri canti, e che dalla orientale, come dice Agostino (d), gl'introdusse Ambrogio nella sua di Milano, e quindi nelle altre occidentali; che

(a) *De cantu et mus. sacra.* — (b) *Traité hist. et prat. par le chant. eccl.* — (c) Vol. II. — (d) *Confess.* l. IX, c. 7.

venuto e pubblicato il Mai, a Roma nella raccolta de' Codici vaticani, al vol. III. Anco gli Etruschi prima de' Romani coltivaron la musica, e il Passeri si è studiato di rintracciarne l'indole e descriverne i modi in un libro che stampò a Roma 1770. De' Romani poi, ugualmente che de' Greci, l'armonic' arte ci è stata messa in chiaro dallo spagnuolo Requeno, i cui Saggi storici han veduto la luce a Parma 1797.

(1) Il Pigeon de Saint-Paterne, per entro alle folte tenebre brancolandq, giunse a raccorre de' materiali per una Memoria sulla musica degli Arabi, che divulgò al 1790, al quale imperò rimandiamo gli arabofili. Somigliante impresa veggiamo aver tentata altri laboriosi indagatori delle musiche straniere; e così il Cessrotti, traduttore di Ossian, rifestò quella de' caledoni, l'Amiot quella de' cinesi, il Toderini quella de' turchi, il Fortis quella de' morlacchi, il Jones quella di Galles, il Desmarçais quella di Juida nell'Africa, il Klockenbrink quella de' paesi del sud, ed altri ad altre nazioni hanno recato consimile lustro: donde potremmo riempire molte pagine di pellegrine notizie, se non cel dissentisse l'istituto dell'opera.

poi riformando *Gregorio* il canto, abolito il molle e raffinato, n' introdusse altro più serio e piano, o a così dire cambiò il canto *figurato* in *fermo*; fosse poi desso l'inventore di tal nuova foggia, o sol compilatore; che dalla romana chiesa si sparse dappertutto la musica gregoriana in occidente, ed in oriente altra simile propagone il *Damasceno*; che le chiese greche anc' oggi ritengono la loro, senza sdegnare in parte la nostra, come si vede appo *Lampadario*, *Leone Allazio* ed altri, ed in più codici delle biblioteche di *Vinegia* di *Napoli* e d'altrove; che *Beda*, *Ubaldo*, *Odono* ed altri Latini de' bassi tempi scrissero sulla pratica della musica sacra, usando voci tecniche greche che mostran di quella l'origine (1); e che da ultimo *Guidone* di *Arezzo* formò nuova epoca di quest' arte e diè principio alla moderna musica.

#### XVIII. *Guidone aretino.*

Molte opere su ciò scrisse *Guidone*, rimaste la più parte inedite, mentre le invenzioni sue musicali ottennero fama universale. Le produzioni del genio, non i lavori d'una pesante fatica si tramandano a' futuri secoli e alle remote nazioni. *Guidone* prese, come i Greci, a fondamento della musica il tetracordo diatonico; ma come quegli a due tetracordi uniti aggiunsero una corda, detta *proslambanomenos*, così egli altra n' aggiunse e fece un esacordo, la quale da lui segnata col

(1) Benemerito della musica ecclesiastica si rendette *Martino Gerbert*, non pure per l'opera dall'autore citata *De cantu et musica sacra*, che dalla prima età della chiesa prosiegue già descrivendo fino a suoi tempi, pubblicatala in due volumi il 1774; ma più ancora per l'ampia collezione di sopra XL autori di tale argomento, disposti per ordine cronologico, dal terzo secolo sino all'inveuzion della stampa, ch'egli raccolse da codici inediti nel suo triennale viaggio per Francia Italia ed Alemagna, e pubblicò in tre tomi al 1784, col titolo *Scriptores ecclesiastici de musica sacra*. Non è ei da confondere con *Ernesto Gerber*, autore di un dizionario istorico de' celebri compositori in musica, che serve di continuanza a quelli di *Prinz* e di *Walther*, pubblicato in tedesco a Lipsia nel 1790, e di nuovo nel 1812.

l' greco è la famosa *gumma* celebrata fra le sue invenzioni.

*XIX. Sistema di lui.*

Sull' esacordo il suo solfeggio stabili, e prese a tal uopo le sei sillabe dell' inno di san Giovanni *ut re mi fa sol la*, volendo che la corda fondamentale di ciascuna delle tre proprietà del canto s'intonasse coll' *ut*, e le altre colle seguenti: dispose in guisa gli esacordi, che non passasse il cantore di salto dalla proprietà che dicono di *Bi quattro* a quella di *Bi molle*, nè per opposito, senza passare per quella che chiamano di *natura* (1). La mano armonica, i caratteri musicali, i punti cioè, le righe e le chiavi si credon anco trovati da Guido,

(1) Questo monaco benedettino d' Arezzo nel secolo XI volle restaurare e migliorare il sistema teorico de' Greci. Si avvide che la modulazione riesce di gusto diverso secondo il sito diverso del semitono: quando questo è nel primo intervallo del tetracordo, come in *si do re mi*, la modulazione è più dolce e languida; più vigorosa, se sta in fine, come *sol la si do*; più temperata, se in mezzo, come *la si do re*. Quindi forse s'indusse a prender per sistema fondamentale compito l'esacordo o sesta maggiore, *sol la si do re mi*, ove si trovano tutti i tre tetracordi. È stato espresso l'esacordo colle sillabe del solfeggio moderno, che corrispondono alle sei corde, g-solreut, a-lamire, b-mi, c-solfaut, d-lasolre, e-lami; o secondo Guidone g-ut, a-re, b-mi, c-faut, d-solre, e-lami. Come il sistema de' Greci cominciava dalla corda *A*, e l'esacordo di Guidone da *G*, egli aggiunse un'altra corda alla *proslambanomenos* la de' Greci, lasciando intatte le altre, e chiamolla *G* o *gamma*. La corda accidentale del tetracordo *synemenon* fu ancora da lui segnata con una *b* tonda; la seconda, in cui cominciava il tetracordo disgiunto, con una *h* quadra; sicchè il massimo sistema dei Greci da Guidone corretto è questo:

*G A B C D E F a b h c d e f g g aa.*

Donde cavò tre esacordi del tutto simili; il primo fondato in *G* con *h* quadra, *G A h C D E*; il secondo in *F* con *b* tonda, *F g a b c d*; il terzo in *C* senza *b*, *C D E f g a*. E siccome da *A* si passa a *h* per un tono, ed a *b* per un semitono, chiamò il primo tetracordo di *h* quadro o duro, il secondo di *b* molle, il terzo di *natura*, che sono le tre così dette *proprietà* del canto antico.

come altresì il contrappunto, o com' ei dice la *diafonia* su cui vantasi la recente musica, benchè il Burney sembra dubitarne (a).

XX. *E invenzioni d' altri.*

Dopo tai novità la più importante quella si è delle note, che il tempo segnano della voce; e questa s' attribuisce a *Giovanni* da Muris del secolo XIV, benchè egli stesso ed altri la derivino da *Francon* di Colonia dell' XI, ed il Burney da altri più antichi (1). Vuolsi che *Filippo* da Vitri aggiugneste alle note la *minima*, di che però fatt' avea menzione papa Giovanni XXII in un suo decreto del 1322. Si crede pure inventor de' mottetti : di cui la prima raccolta è stata fatta dal

(a) T. II, c. 2.

(1) Le antiche note, indiritte a scompartire il tempo in parti disuguali, a principio non furono più che cinque, cioè massima lunga breve semibreve e minima. Avean esse figura quadra, per guisa che la breve o duplicata o segnata con coda diveniva lunga, e da questa altresì prolungata nasceva la massima; come dalla breve posta di canto la semibreve, e da quest'altra colla codetta la minima. Tutte poi scriveansi piene o nere, siccome originate dal punto : appresso la invenzione della stampa si tramutarono in vote o bianche. Al secolo XVI, affinandosi sempre più la musica, e però partendosi il tempo in più minuti intervalli, fur introdotte cinque altre note, semiminima croma semicroma fusa e semifusa; e queste nuove si segnarono nere, lasciando bianche le antiche. Allora tornò in u-o la battuta, onde i Greci valeansi a misurare i versi; e 'l valore di una fu assegnato alla semibreve, e quindi di due alla breve, di quattro alla lunga, di otto alla massima; e per risolvere la battuta, fur riprodotti i punti colla coda, quali sono le cinque note posteriori. « Certo è, dice l' *Eximeno*, che la battuta è stata di gran giovamento per regolare il coro di più voci; ma per altro ella ha recato gran danno alla musica : perciocchè gli esecutori, attenti solamente ad accordarsi nel battere e levare, non soglion dare alle note intermedie il competente valore. Per questo sarebbe ben fatto che almeno gli scolari s' esercitassero senza battuta, regolandosi dalla prima nota, come facevan gli antichi » (*Dell'orig. e della reg. della mus.* p. II, l. III, c. 3).

*Vittoria d'Avila* in Roma nel 1585 (1). Noi lasciando agli storici siffatte indagini osserviamo di volo che non erudizione e scienza, ma culto e canto ecclesiastico impegnava in allora a questo studio, e monaci ne erano gli scrittori e libri di coro i monumenti.

*XXI. Introduzione della musica nella poesia.*

Appresso s'introdusse nella volgar poesia, di che vaghi erano i principi stessi. Il componimento più antico, notato in musica, riposto nella Vaticana, è d'*Anselmo Faidit* del sec. XIII, per la morte di Riccardo I, detto Cuor di Leone, anch'esso poeta. Indi siegue la cantica del re di Castiglia *Alfonso* il savio, serbata nella biblioteca di Toledo. Il Burney (a) riporta un altro poema della Vaticana, composto da *Tibaldo* re di Navarra, se pur di quel tempo sono le note; e l'Arteaga cita il monaco *Francone* (b) che reca un verso provenzale o francese in musica.

*XXII. Pubbliche scuole d'essa.*

La prima università, per mia notizia, ch'aprisse scuola di questa facoltà, fu quella di Salamanca, per opera di *Alfonso* il saggio, secondo il Salinas (c). Nelle università d'Inghilterra s'incontrano dal secolo XV laureati di musica *Ambois*, *Habengton*, *Saintwix* ed altri. In quella di Bologna ci avea la scuola erettavi da *Niccolò V*, e nel 1482 stampò quivi un'opera di musica *Bartolomeo Ramos* (d), che passato era a quella cattedra dopo occupata l'altra di Salamanca. Nè vedo come mai il Sassi (e) ed il Tiraboschi (f) abbiano asserito che *Lodovico Sforza* duca di Milano fosse il primo a fondarne scuola, e *Tranchino Gufurio* il primo a darne lezioni,

(a) Lib. cit. — (b) *Rivol. del teatro mus. ital.* t. I, c. 4.  
 — (c) *De mus. Praef.* — (d) *De mus.* — (e) *Hist. typ. Mediol.*  
 — (f) *Stor. della lett. ital.* t. VI, p. I, l. III, c. 2.

(1) Sette anni prima di questa edizione furono stampati a Venezia i mottetti a quattro voci del siciliano Pietro Vinci, celebrato maestro in Roma ed in Bergamo. Egli altresì pose in musica 14 sonetti di Vittoria Colonna marchesa di Pescara, che fu messa in luce pur a Venezia 1580.

alla fine del XV (1). Ve n'erano prima, e vi si leggea *Boezio*.

### XXIII. Ristoramento.

Quando poi, col risorgere delle lettere, s'incominciarono consultare i greci esemplari, anco i greci musici furono studiati, ed introdotto alcun loro sistema. Il tolemaico o temperato, che a migliorar l'armonia alterava gl' intervalli con aggiugnere il tuono minore (a), e che negletto era e forse ignorato da' latini pittagorici o boeziani, fu adottato dal *Ramos* e poi dal *Zarlino*, non ostante le opposizioni del *Burzio* e del *Gaffurio*. L'*Eximeno* (b) dottamente spiega la necessità dei temperamenti negl'intervalli musicali, e i miglioramenti venuti dalla dottrina del *Ramos* del *Fogliani* e del *Zarlino*.

### XXIV. Scrittori.

Moltissimi fur allora gli scrittori di musica, e degli ispani n'accenna parecchi il *Lampillas* (c), ed altri assai l'*Arteaga* (d). Infra i quali però meritano la pre-

(a) V. *Rousseau Dict. de mus., Temper.* — (b) *Dubbio sopra il saggio di contrappunto ec. pag. 85-6.* — (c) *Saggio istor. apol. della lett. spagn. p. II, t. II, diss. III, § 5.* — (d) *Rivol. del teatro ec. t. I.*

(1) In seguito fu cresciuto di molto il numero, e pari a questo il credito e 'l frutto de' musicali stabilimenti. Al 1543 fu aperta a Vicenza l'accademia de' filarmonici, che poi tramutossi a Verona. Nel 1662 sorse a Bologna quella de' *Filomusi*, e poi quella dei *Filachisi*; e così fu fatto per altri luoghi. Allora eziandio nacquero i Conservatori, o sia pubbliche scuole di musica, fatte a conservare il buon gusto per essa; alle quali poscia si aggiunsero magioni da educarvi gli allievi. Roma, dove maggior era l'uso della musica sacra, vantò le scuole di *Fedi* e di *Amadori*, Firenze quella di *Redi*, Milano di *Brivio*, Modena di *Peli*, Bologna di *Pistocchi* di *Bernacchi* di *Corelli*. Ma più che altre città italiane si vantaggiarono sopra ciò *Vinegia* e *Napoli*, che possedevan ciascuna ben quattro di siffatti collegi, e in ciascuno a centinaia gli allievi, e non pochi accreditati maestri. Il conservatorio di *Palermo*, aperto sin dal 1618 per insegnare ai figliuoli dispersi le arti meccaniche, nel 1747 vi introdusse la musica: donde si è poi propagato un tale studio per la *Sicilia*.

cedenza il *Zarlino*, e il *Salinus*. Le istituzioni armoniche del primo, tuttochè troppo cariche di sottigliezze, divennero il libro classico della musica pratica, e le altre sue opere musicali illustrarono la diletta sua arte. I sette libri di musica del secondo ebber fama e più universale e più durevole, mentr'egli cieco e versato in molte scienze lasciò quanto lo studio e la sperienza d'oltre a cinquant'anni gli aveano suggerito. *Vincenzo Galilei*, il *Doni*, il *Vossio*, il *Meursio*, e sopra tutti il *Meibomio* ed il *Wallis* e di recente il *Burette* illustrarono l'antica musica e l'applicarono alla moderna. Ma noi siamo presti ad omettere le dotte dispute, le opportune scoperte, e i felici avvenimenti di questa (1), per vederla omai trattata con rigor matematico.

#### XXV. Galileo.

Chi abbia il primo trattata la scienza del suono ed addetta l'acustica alle leggi della meccanica, egli è *Galileo*. Dalla dottrina de' pendoli cava i principi fondamentali di quella (a) : con essa risolve il problema delle due corde tese all'unisono, che al suono dell'una si muove l'altra e risuona : spiega molti fenomeni fisici acustici, appoggia la sua dottrina delle vibrazioni sonore, e ripete il suono dalle ondulazioni dell'aere prodotte dal moto delle corde. Se queste s'uniscono generalmente a ferire l'orecchio, nasce una consonan-

#### (a) Dial. 1 della nuova scienza.

(1) Senza toccare i tanti scrittori che per questo intervallo fiorirono, possiamo solo rammentare un *Laudini* che benché cieco seppe fabbricare degli organi e creare de' nuovi strumenti ; uno *Bernard* che introdusse i pedali nell'organo, un *Afranio* inventore del fagotto, un *Bottrigari* del melone, un *Luzaschi* di nuovo cembalo, un *Palestrina* di nuova musica, un *Vecentino* dell'archicembalo. Oltre a questi vi ebbe un *Vecchi* che diceasi il primo scrittore di musica buffa, un *Tartalini* restauratore de' cori teatrali, un *Caccini* de' recitativi antichi, un *Banchieri* della settima nota, benché altri la crede nata poscia dal *Puteano*, e così il secolo XVI fu per la musica fecondissimo di scrittori, di artisti, di inventori.

za, che tanto è migliore, quanto più spesso accade la riunione : che se questa non succede, nasce allora la dissonanza. Lunghezza e grossezza di corde in ragione diretta, tensione in reciproca, rendono la gravezza del suono : onde due corde ugualmente lunghe grosse e tese suonano all'unisono. Qual differenza dalla dottrina pittagorica alla galileana! Innalzata dalla popolare inesattezza alla matematica precisione si è renduta solida e degna dell'attenzione de' filosofi. Che se l'Eximeno (a) rigetta la ragione di tal consonanza, come smentita da certi casi, confessa però concorrervi molte sperienze a corroborarne la dottrina meccaunica(1).

XXVI. *Cartesio ed altri.*

La teoria del *Cartesio* è sì conforme a quella del Galileo, che sembra esserne plagiatario (b), e il *Poisson* illustratore della sua musica più uso fa del secondo che non del primo (c). Questa scienza allora chiamò l'attenzione del *Mersenno* del *Gassendo* del *Wallis*, benchè in altre occupati. L'accademia del Cimento, senza entrare nell'esame dell'armonia, considerò il suono, e c'istruì della sua celerità e propagazione, che poi è stata da *Boile Flamsteed Allejo* riconfermata (2).

(a) *Orig. e reg. della mus.* l. I, c. 2.—(b) Ep. 91, par. II.—(c) *Elucid. phys. in Cart. mus.*

(1) Dei sistemi in fatto di musica messi in campo, nessuno per avventura è stato così di conserva dai geometri accolto, come quello del Galileo. Sopra questo innalzan molti le lor teorie sul temperamento degl'intervalli; siccome quello che vie meglio vi spiega il ritorno simultaneo delle vibrazioni. Se non che l'ingegno suo, dice il citato Eximeno, nol salvò dallo errore proprio degli uomini dotti, ch'è voler tutto spiegare pei principi, dei quali sono o inventori o seguaci. Ad ogni modo è pur debita a lui la più regolare misura del tempo, che fu poscia dai musici adottata. Apprese egli questa scienza quasi per trastullo da suo padre Vincenzo, uomo versatissimo nella musica specolativa, e dottissimo nella sua storia, che sposò nell'eccellente Dialogo della musica antica e moderna.

(2) Nel mentre che questi maneggiavano con dotti principi la musica, altri la miglioravano con utili ritrovati. In fatto e il Bardi trovò nuovi generi, e l'Autegnati propose di nuovi

Intanto il *Newton* dalla ragione guidato più che dai sensi, per una teoria, dotta ma oscura, delle vibrazioni dell'aria, dimostrò che propagate queste nel fluido, tutte le particelle di esso con moto reciproco avanzando e ritirandosi s'accelerano sempre e ritardano secondo la legge d'un pendolo che oscilla (a). Questa teoria parve sì ingombra a *Gio. Bernoulli* il figlio, che nel discorso sulla Propagazion della luce, premiato dall'Accademia di Parigi nel 1736, volle proporre altro metodo a seguire più agevole, con che giunse alla formola dal *Newton* data col suo. Ma sì l'uno che l'altro hanno incontrato de' forti oppositori. L'*Eulero* prima in una tesi difesa in Basilea nel 1727, e poi nella Dissert. sul fuoco, che divise il premio dell'Accademia di Parigi nel 1738, propose, ma senza provare, altra formola per la velocità del suono. Il *Cramer* illustrando la teoria newtonica mostrò che non veniva dalla natura della cosa, ma dall'ipotesi tolta ad arbitrio: ciò che volendo ribattere i dotti comentatori del *Newton*, *Jacquier* e *le Seur*, lo fanno con de' calcoli sì complicati, che non possiam del tutto fidarci alle loro conclusioni. Infatti la *Grance* (b) e gli altri moderni han trovata quella

(a) *Princ. math.* t. II, prop. 47. — (b) *Acta Taur.* t. I.

temperamenti, e il *Rossi* trovò il sistema sintono, e il *Viadana* il basso continuo, e il *Souhaitty* nei suoi *Nouveaux élémens du chant* propose una nuova foggia di scriver la musica, usando di cifere in cambio di note. Altri poi si diedero a promuovere con lode la musica teatrale: così il *Caccini* e il *Peri* mettendo in note la *Dafne* e l'*Euridice* del *Rinuccini*, primo autore di melodrammi, crearono la musica drammatica cotanto oggidì applaudita: così il *Marotta*, adornando di note l'*A-minta* del *Tasso*, fu tra i primi a promuovere l'opera in musica: così il *Cicognini*, pel suo *Giasoue*, intrecciato di recitativi e di ariette, fu tenuto per inventore di queste: così il *Lulli* premise al dramma una sinfonia, detta però dai Francesi apertura. Altri inventavano di nuovi stromenti, come *Fabio Colonna* nella sua *Sambuca lincea* descrissene uno di 50 corde, che quindi chiamò *pentecontachordon*; ed altri davano o per-

dottrina fondata in ipotesi tra loro incompatibili. Mancava pertanto una perfetta scienza del suono, qual si avea della luce.

*XXVIII. Sauveur.*

Volle a tanto accingersi il *Sauveur*, e ridurre l'acustica alla perfezione dell'ottica. Le sperienze le osservazioni i calcoli le riflessioni a mille scoperte il condussero. Quella del suono fisso, la distinzione del suono fondamentale e dell'armonico, l'esame delle ondulazioni o vibrazioni parziali della stessa corda, de' nodi e del ventre di tali ondulazioni, la scoperta di macchine acustiche, nuova lingua musicale più comoda e più distesa, nuovi caratteri nuove regole nuove divisioni del suono, nuovo sistema d'intervalli e nuova musica, sono i frutti di sue specolazioni ch'ei presentò quasi in abbozzo all'Accademia delle scienze (a). Strana cosa, dice il Fontenelle (b), ch'egli privo di voce e d'orecchio non pensasse che a musica, e tolta in prestito la voce e l'orecchio altrui ne rendesse in cambio dimostrazioni affatto ignote. Qual vantaggio per l'umanità, se la filosofia giugnesse a recar soccorsi tanti all'udito, quanti n'ha dati alla vista! Se la morte non veniva intempestiva al *Sauveur*, saria egli il Newton dell'acustica (1). Da certi capi di sua dottrina son poi derivati il sistema fisico del suono del Mairan, e l'armonico del Rameau e dell'Alembert.

(a) An 1700 etc. — (b) *Eloge de M. Sauveur.*

fezione o forma novella ai già esistenti, come fecero la Valle agli organi, Grimaldi e Nigetti ai cembali, Amato e Ruggeri e Klotz ai violini; intorno a che meglio è che leggesi il Discorso su la musica di Girolamo Desideri, ove tratta dei musicali strumenti e de' loro inventori; che trovasi tra le Prose degli accademici gelati di Bologna, 1671.

(1) Quest'ingegno originale avea pur inventato uno strumento da misurare il tempo, nomato *cronometro*, e divisata pure una maniera di segnare le note su d'una sola linea. I suoi Principi d'acustica e di musica, contenenti un sistema generale per gl'intervalli de' suoni; l'applicazione de' suoni armonici

XXIX. *Taylor.*

Il primo che giugnese a dimostrare con esattezza le leggi delle vibrazioni sonore, e sottomettere al calcolo il moto delle corde oscillanti, fu certamente il *Taylor*. Considera egli la lunghezza e massa di queste, indi la lunghezza d'un pendolo a secondi e il rapporto della circonferenza d'un circolo al suo diametro, e dà quindi una formola ch'esprime il numero delle vibrazioni della corda, durantè la vibrazione del pendolo. Cerca pur la figura che prende la corda quando forma le vibrazioni, e la trova diversa dalla cicloide allungata o curva degli archi ch'altri credea: nel che fu seguito da *Gio. Bernoulli* che dienne la stessa soluzione; non così dall'*Alembert*, che prese a provare come la corda vibrante può prendere mille figure che soddisfanno del pari al problema, e ricercò la natura delle curve ch'ei chiama generatrici, e fu il primiero a dare una soluzione generale (a) (23).

XXX. *Eulero.*

Più generale la dette l'*Eulero*, e concluse che qualunque curva serpeggiante, sia regolare o no, potrà sciorre il problema (b). Spiacque ciò al d'*Alembert*, e volle contraddire (c); ma ne fu confutato dall'emolo (d).

(a) *Acad. de Berlin* an. 1747. — (b) *Ivi* an. 1748. — (c) *Ivi* 1750. — (d) *Ivi* 1753.

alla composizione di quei degli organi; il Metodo generale a costituire sistemi temperati di musica; la Tavola generale di detti sistemi; la Relazione de' suoni delle corde alle vibrazioni di esse: tutti questi trattati, fecondi di importanti teorie, sono inseriti negli Atti dell'accademia parigina, di cui era membro, negli anni 1701-2-7-11-13.

(23) Il *Taylor*, segretario della società reale di Londra, sposò queste sue idee nel suo *Methodus incrementorum directa et inversa*, che stampò a Londra il 1715. Insieme con lui meriterebbero qui un luogo onorevole tra gli autori di nuovi sistemi e *Balliere* e *Barca* e *Blainville*, e *Boisgelon* e *Dumans* ed *Estève* e *Feyton* e *Jamard* e *Mercadier* e *Roussier* e *Suremain* ed altri egregi scrittori del secolo andato; pei quali conviene che si riscontrino gli storici di questa facoltà.

## XXXI. Bernoulli.

In questa lizza sottentrò *Dan. Bernoulli* a difesa del Taylor, primo trattator del problema, il cui scioglimento disse capace di soddisfare a tutt'i casi possibili. Rispose a questo l'Eulero, e il calor della disputa fe' germogliare verità nuove sulle oscillazioni delle corde e dell'aria, su gli stromenti da corda e da fiato, sulla formazione del suono ed altri punti analoghi. Era a veder con piacere e meraviglia quella lunga gloriosa lotta di due ingegni sublimi (a): uno spiegava tutte le forze dell'analisi, l'altro la sagacità del fecondo suo spirito; l'un tutto calcoli, l'altro tutto semplicità, amendue illuminavano e sospesa teneano la matematica Europa (b).

## XXXII. la Grange.

Appresso questi magnanimi atleti entrò coraggiosamente nel campo il giovinetto *la Grange*, e toccò a lui il raccorre gli allori. Discute le teorie del Newton del Taylor dell'Alembert dell'Eulero del Bernoulli, e pesate le ragioni loro conclude che i lor calcoli non bastano a tal quistione, e propone una soluzione più soda e più generale. Passa quinci a sviluppar la dottrina de' suoni e degli stromenti, il maneggio e la costruzione di questi, l'armonia e distinzione di quelli. Le formole sì semplici e generali, l'integrazione di tante equazioni, l'analisi così fina ed esatta chiamarono l'attenzione de' geometri più veterani, che ascoltarono con rispetto la voce del nascente analista, nè sdégnarono di metterlo al loro lato nel seggio ch'essi occupavano del matematico impero. Tutti e tre, Eulero Alembert Bernoulli, ne scrissero a lui, molti punti abbracciando di sua dottrina, domandandol d'altri migliori schiarimenti, e venerandolo in tutti quasi lor arbitro e giudice; e se l'accademia di Berlino era stata il campo di battaglia fra quegli illustri campioni, quella di Torino ne divenne al suo nascere il teatro d'onore,

(a) V. *Eloge de D. Bern.* Ac. des sc. 1782. — (b) V. *Ac. de Berlin* 1753. ec.

dove la Grange sparse ognor nuovi lumi e riportò nuove laudi (a) (1).

### XXXIII. Riccati.

Il terzo suono, osservato già dal Tartini, il suono falso, ed altri punti siffatti sono stati geometricamente trattati dal conte *Giordano Riccati*; il quale, se non nella profondità de' calcoli, ha forse superati gli altri nella novità nell'estensione nell'uso delle teorie, cui con raro pregio ha cercato di conformare la pratica (b).

### XXXIV. Mairan.

Intanto che questi geometri miravano la parte del suono meccanica, rivolgean altri lo sguardo alla parte fisica, ed altri all'armonica del medesimo. Il *Mairan*, trovando dell'analogia tra i suoni e i colori, propose sulla propagazione di quelli un'ipotesi somigliante alla newtoniana sulla espansione di questi: volendo che le particelle dell'aria, siccome della luce, fossero di diversa elasticità, e che al mover la corda sonata l'aria che la cinge, in quelle seguisse la vibrazione; che fossero analoghe: come, se posti all'unisono due clavicembali, se suona qualche corda dell'uno, si sente nell'altro un picciol eco, solo però nella corda unisona, non nell'altre. Con questa teoria si risolvono parecchi fenomeni, ma più altre difficoltà ne rinascono, per cui non è stata da molti abbracciata.

### XXXV. Eulero.

Volle anco l'*Eulero* trattare, non pur analiticamente, ma fisicamente del suono, e formare un sistema dei principj dell'armonia. Insegna che i tuoni saranno più consonanti, quanto meglio comprendasi la ragione delle

(a) V. *Ac. de Turin* t. I, II, III, *Recherches ec. Mechan. anal.* p. II, S. 9. — (b) *Delle corde elast.* 1767, *Suono falso*, art. del *Prodromo dalla nuova Enc. ital.*

(1) La dotta Dissertazione del la Grange sulla propagazione del suono, comparsa tra le Memorie dell'accademia torinese, t. I, 1759, infra le altre teorie ne insegna come l'aria trasmetta senza confonderli i suoni diversi, e come due di questi ne producano un terzo intra lor combinati; ciò che dimostra lo sperimento su cui poggia la teoria del Tartini.

loro vibrazioni; e forma quindi la scala de' diversi gradi di soavità ne' tuoni diversi. Il quale sistema però abbonda d'inconvenienti e nella teorica e nella pratica, rilevati chiaramente dall' Eximeno (a).

XXXVI. *Rameau, Alembert, Tartini.*

Maggiore celebrità s'è acquistato il *Rameau*, eccellente musico e dotto scrittore della sua arte; il cui vanto sia l'averlo ad illustratore e riformatore di sua dottrina un *Alembert* (b), il quale ha voluto anzi seguire un sistema altrui che darne uno suo, senz'affastellare, com'ei dice, cifre sopra cifre nel suo scritto. La scoperta del terzo suono, cioè, che quando da due istromenti simili si fan due suoni diversi, se ne sente un terzo differente da entrambi, ha dato più nome al *Tartini*, benchè da taluno vengagli contrastata (c), che l'oscuro suo Trattato dell'armonia, fondato su tale scoperta ed appoggiato ad aritmetiche e geometriche ragioni (1).

XXXVII. *Rousseau, Sacchi.*

Co' soli principi del buon gusto trattò la musica il celebrato *Rousseau*, di che ci dà bei lumi, con elo-

(a) *Orig. della mus.* l. I, c. 3. — (b) *Etém. de mus.* — (c) *Alemb.* l. cit. Disc. préf.

(1) Del *Rameau* esistono infino a dieci trattati di musica, aggirantisi su l'armonia e suoi principi, su l'accompagnamento, su la teorica e la pratica. Ma le sue dottrine, combattute dagli italiani Riccati Sacchi Manfredini, dai tedeschi Forkel Séheile Chladni, e dagli stessi francesi Framery Suard Surmain, son oggi scadute dalla prima riputazione. Il d'*Alembert* si prese la briga di ristiguere in succinto trattato i molti volumi di lui, senza per questo conciliargli novella autorità. Quanto al *Tartini*, volle anch'egli creare un sistema, dirizzandolo sull'implicato fenomeno del terzo suono, che pubblicò nel suo Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia, stampato a Padova 1754: della quale invenzione però han voluto altri dar l'onore al *Sorge*, altri al *Romieu*. Egli poi divulgò altre opere in sua difesa, ed altre sulla teoria del suono, ed altre su vari generi di appoggiature di trilli tremoli mordenti, ec.

quenza esposti nel suo dizionario (1). Da filosofo da matematico da pratico trattò quell'arte il barnabita *Sacchi*, che per le varie operette su tali materie, e più

(1) Oltre a questo del Rousseau, non pochi altri dizionari può vantare questa scienza, i quali e spiegano i termini tecnici e ci danno ancor notizie de' più chiari cultori. E lasciando da banda un Giovanni Tinfore, vetusto cautore del re di Sicilia; il cui lessico intitolato *Terminorum musicae diffinitorium*, la prima opera musicale, stampata a Napoli 1474, e poi riprodotta dal Forkel e dal Lichtenthal, dispiega le voci usate nel medio evo; lasciando da canto la *Clavis et thesaurus magnae artis musicae*, del Janowka, impressa a Praga 1701: in francese abbiamo il Dizionario di musica del Brossard, con in fine un catalogo d'oltre a 900 scrittori di essa, pubblicato a Parigi 1730; quello di Monpas, ivi 1788; e quello dell'*Enciclopedia metodica*, compilato da più di 20, e pubblicato da Framery, Ginguené, e Momigny, ivi 1791-1818; e l'ultimo di musica moderna di Castil-Blaze, ivi 1821.

In inglese primeggiano il Dizionario di Grassineau, pubblicato a Londra 1740; cui poscia fece dei supplementi il Robson, ivi 1769; quello di Busby, cavato dai precedenti, e prodotto pur ivi 1801; quello di Hole, ivi 1790; e l'*Enciclopedia di musica composta* da Clementi, Bishop, Horsely, e Weseley, ivi 1823.

Tra' tedeschi vantaggiansi quelli di Walther, Chemnitz, Forkel, Wolf, Knecht, Koch, ed altri; oltre a quelli del prussiano Sulzer, dell'olandese Reynvaan, dello svezze Eovalson.

In lingua nostra corre il Dizionario della musica sacra e profana di Pietro Gianelli, stampato a Venezia 1810, e di nuovo 1820; e quello dell'italiano Geminiani, stampato a Londra, dov'egli visse; con altri trattati di teorica e di pratica. A questi dizionari tecnici aggiugniamo gli storici, che ci danno conto della vita, delle opere, delle invenzioni de' musici antichi e moderni. Dopo quelli di Prinz, di Walther, di Gerber, due nel secol nostro ne sono usciti, l'uno in francese, cominciato dal Chéron e fornito dal Fayolle, in due tomi a Parigi 1810; l'altro dall'abate Bertini in quattro tomi a Palermo 1814: nei quali si ha la biografia degli scrittori, cantori, strumentisti, compositori, professori e artisti musici di ogni ragione. Quello poi dell'ungaro Pietro Lichtenthal da noi mentovato a principio e stampato a Milano 1826, abbraccia nel I volume la parte scientifica, nel II la bibliografica della musica e degl'infiniti suoi scrittori.

pel lungo trattato inserito negli atti dell'accademia di Bologna, fu applaudito altamente, e mostrossi, al dire del Canterzani segretario d'essa, istruito nitido elegante scrittore.

### XXXVIII. *Eximeno.*

Apparve dopo tanti eroi l'*Eximeno*, e versato assai nella matematica e nella musica, per conoscere la natura d'entrambe, ebbe il coraggio di torre a quella ogn'influenza su questa. Espone egli e rifiuta i sistemi altrui musicali, e non sopra cifre e figure, ma sull'osservazione della natura edifica il suo (1). I tuoni della musica non sono per lui che gli accenti della favella; e come questi nel canto, così quelli nel suono non fian che sette; e così pur è perfetta l'armonia di terza quinta ed ottava, perchè tal è l'accordo dettato dalla natura a chi vogliano formare un concerto. Quindi egli cava le regole della musica, e fa rientrare quest'arte nella vera filosofia (2).

(1) Non è solo l'*Eximeno* che nieghi esser la musica opera di matematica: l'*Alembert*, il *Choron*, il *Framery* tra i francesi; il *Sacchi*, il *Riccati*, il *Bettinelli* tra gl'italiani; l'*Arteaga* e l'*Requeno* tra gli spagnuoli; il *Forkel* e lo *Scheibe* tra gli alemanni sono del medesimo avviso. E pur essi eran bravi matematici, e ne fan fede le opere loro, sì che dovevano poter intendere ciò che diceano. E dell'*Eximeno* in ispezialtà va per le mani l'elegante e sentito comentario *De studiis philosophicis et mathematicis instituendis*, dedicato al nostro autore, suo antico fratello e dolce amico.

(2) Infinito sarebbe il tener dietro a quanti han preso nel secol corso a trattare qual una e tal altra parte della scienza armonica. Per toccarne di volo l'uno per cento, mi basti sol accennare la Poetica della musica del *Lacépède*, la Pittura in musica dell'*Engel*, la Musica considerata come lingua universale del *Devismes*, l'Alleanza della musica poesia ed oratoria del *Baily*, l'Armonia conforme alle regole della sintassi e della retorica del *Bemetzrieder*, la Imitazione della natura in musica dell'*Hiller*, la Filosofia della musica del *Mattei*, la Relazione della musica colla declamazione del *Framery*. Costoro nelle lor opere presero a considerar quest'arte siccome affine alle facultà della immaginativa. Altri frattanto sponeano i vari stili del comporre; come l'*Algarotti* il *Borsa* il *Doni* la mu-

XXXIX. *Requeno ed altri.*

È *Ermenò* ed il *Sacchi*, e più d'essi il *Martini* ed il *Bürrié*, e prima il *Burette* il *Gaffuri* il *Zarlino* il *Doni* il *Kircherò* il *Meibomio* il *Wallis* ed altri illustrarono la musica greca: poscia il *Requeno* a metterla in miglior lume fe' costruir lo stromento *canone*, usato dagli antichi, con che andò verificando le dottrine loro, e ci diede due saggi, l'uno *storico* l'altro *pratico* del ristabilimento dell'arte armonica de' Greci (1).

sica del teatro; il *Raymond* lo *Schultes* l'*Arnaukl* la musica della chiesa. Altri c'insegnavano le regole del contrappunto, come intra i molti tedeschi il *Marcurg* il *Berger* il *Riepel* il *Kinberger* il *Klein*; tra gl'inglesi il *King*; tra i francesi il *Rey* il *Gretrý* il *Momigny* il *Montan-Bertou* il *Catel* il *Choron*; tra gl'italiani il *Valloti* il *Martini* il *Sala* l'*Asioli*. Insegnavan altri la musica vocale, come *Mancini* *Minoia* *Righini* *Pellegrini* *Tomeoni* *Crescentini*: altri la strumentale, come *Bach* e *Asenzio* prescisser le leggi da ben sonare il piano forte, *Tartini* e *Geminiani*, *Tessarini* e *Galeazzi* il violino, *Quanz* e *Trönlitz* il flauto, *Blasio* il clarinetto, ed altri cotai stromenti. Di questi stromenti altresì insegnavano la costruzione il temperamento la perfezione un *Bedos* un *Sorge* un *Marcurg* un *Adelung* un *Antegnati*. I trattati che ciascuna di loro ha messo fuori per pronuovere gl' indicati articoli meriterebbono una più lunga discussione, che a brieve compendio non si compete.

(1) Innanzi di congedarci da questa materia, mi sia permesso il non più che mentovare di fuga alquanti benemeriti ritrovatori o di sistemi nuovi o di nuovi stromenti, che furono in più voce nel varcato secolo. Trovo io dunque appo gl' scrittori avere *Cristofori* inventato il forte-piano, *Castel* il cembalo detto oculare, *Beyer* il cembalo cristallino, *Virber* il cembalo acustico, de la *Berde* il cembalo elettrico, *Hennequin* un nuovo piano-forte, *Schmidt* il piano armonico, *Franklin* e *Davies* e *Puckeridge* l'armonica, *Hassel* i tasti di essa, *Gattoni* l'armonica meteorologica, *Logroscino* i finali, *Rodolphe* i semitoni nel corno di caccia, *Harrison* e *Berlin* il monordio, *Duclos* il ritmometro, *Engramelle* la tonotecnica, *Barbici* l'arponè, *Breitkopf* la tipografia musica, *André* il grafomeccanico, *Davaux* e *Chory* e *Renaudin* il cronometro, *Creed* e *Gattéy* e *Hofed* e *Unger* macchine varie da scrivere in musica. Né il secol nostro non è stato sterile di nuovi tro-

Il *Vallotti* il *Martini* il *Laborde* il *Rousset* il *Momigny* il *Burca* ed altri, che noi non possiamo seguire, hanno scritto di musica : ma questa è più arte dilettevole che scienza matematica. L'acustica si può dire ancora nascente, e domanda ulteriori avanzamenti (1).

vati, chè ostenta pur esso un *Claudin* autore dell'eufonio e del clavicilindro, un *Montù* del sonometro e della sfera armonica, un *Mooser* d'uno stromento d'orchestra, un *Poulleau* dell'orchestrino, un *Fabre* del modo ellenico, un *Frichot* del basso del corno di caccia, un *Hofmann* del piano ad archetto, un *Thiemè* del nuovo cronometro, un *Pfeiffer* del piano verticale, un *Pezold* del piano orizzontale, un *Dietz* e un *Riffelsen* della melodica, due *Maelzel*, l'uno autore del pan-harmonicon, e l'altro dell'armonia d'Orfeo : de' quali, ugualmente che degli altri, che passo in silenzio, può vedersi la descrizione nel dizionario del dotto nostro amico *Bertini*, e presso gli autori da lui lodati.

(1) Più copiose notizie intorno i progressi le vicende i restauramenti di questa scienza traggonsi dagli storiografi della medesima. Oltre ai mentovati di sopra, abbiamo le *Memorie storiche e critiche del Marcurg* per servire ai progressi della musica; la *Letteratura della musica del Gruber*, che ci dà notizia dei migliori libri di essa; i *Sentimenti del Langier* sulle differenti opere di musica; il *Saggio dell'Ebeling* sulla formazione di una biblioteca di musica; la *Biblioteca musico-critica del Forkel*, autore altresì della *Storia generale della medesima*, scritta in tedesco, e d'una *Istruzione per conoscere i libri di musica in tutte le lingue*: questi magistrali trattati, senza toccar altri di minor conto, potranno essere più che bastevoli ai filarmonici per procacciarsi cortezze più abbondevoli della prediletta loro professione.

Lo stato attuale della musica teatrale ci ricorda valorosi maestri che l'han condotta al più alto grado d'onore. La Germania vanta i suoi *Gluck* e *Haydn*, *Mozart* e *Mayerbeer*: la Francia i suoi *Gutthye*, *Berlioz*, *Roulz* ed altri. Ma sopra tutti si leva l'Italia per ostentare un *Piccini* che fu il primo a servirsi de' toni minori, con che rendere più affettuosa la melodia; un *Pergolese* e un *Jommelli*, un *Cimarosa* e un *Paisiello*, un *Asioli*, un *Cherubini*, uno *Zingarelli*, e sopra tutti un *Rossini* e un *Bellini*, la cui fama in oggi risuona dell'un capo all'altro dell'Europa: intra i quali entra oggi il *Donizetti*, che tiene la via di mezzo tra il sublime e l'entusiasmo del *Rossini*, e l'toccante e passionato del *Bellini*.

Merita intra i Francesi distinta menzione un Choron, il quale, oltre al Dizionario storico dei musici, da se incominciato, e continuato dal Fayolle, parecchi trattati ha messo fuora per uso de' compositori. Tali principalmente sono i Principi di composizione delle scuole d'Italia, adottati dal Governo francese e dedicati a Napoleone; opera classica, dirizzata su' modelli di quelle del Sala, del Martini e d'altri maestri: tale il Trattato generale delle voci e degli stromenti d'orchestra, dirizzato già dal Francœur, direttore dell'accademia imperiale di musica, e da lui aumentato: tali gli Elementi d'armonia, il Metodo di canto piano, il Metodo d'armonia e d'accompagnamento. Tutti questi lavori son riusciti a grande avanzamento della musica francese.

A coltivare, a promuovere, a perfezionar sempre più questa scienza, non pochi stabilimenti si sono introdotti, siccome sono accademie di musica, concerti di musica, conservatori di musica; ed ogni reame, anzi ogni città più cospicua vanta i suoi, ed alcune eziandio più d'una, qual sono Parigi, Vienna, Londra, Milano, Napoli. Quest'ultima, a cagion d'esempio, mantiene tre conservatori e parecchi teatri di musica, oltre la classe di questa facoltà ch'esiste nell'Accademia delle belle arti, sezione terza della R. Società Borbonica. Nulla dico de' tanti giornali di musica che tutto di escono in luce da Francia, da Inghilterra, da Germania; che il dar conto di tutto sarebbe un non finirli, e noi siam chiamati ad altre materie. Vedi il Discorso del Maier intorno alle vicende della musica italiana, Roma 1819; la lettera del Martinelli sopra la musica italiana, Parigi 1762, e più ampiamente il Saggio su la storia di essa, scritto in francese, e divulgato in due volumi dal conte Orloff, senatore dell'impero russo, altresì a Parigi 1822. Per le altre nazioni, vedi i tanti scrittori citati dal Lichtenthal nella sua Bibliografia della musica, parte 1, cap. VI.

Intra le varie riforme, tentate dagl'intendenti, una è stata di semplificare i segni che troppo imbarazzano l'arte del comporre e del leggere le carte musicali. A ciò rivolse le cure l'inglese Arrigo Johnson, pubblicando la sua Nuova segnatura della musica; in cui pretende di eliminare i bemolli, e sostituire in lor vece i diesis.

Ma contra questo progetto è sorto il palermitano Vincenzo Ragusa, che col suo Saggio critico sulla detta opera stampato a Palermo 1838, ha bensì confessato la complicazione dei segni, ma insieme ha mostrato gli'inconvenienti della proposta riforma. Altre riforme ed altri miglioramenti sono stati proposti dagl'italiani Martignoni, Mattei, Pananti; da'francesi Borghese, Julien, Raymond, Villoteau; dagl'inglesi Walker, Baily, Harris,

Jones; dagli alemanni Klockenbring, Rochlitz, Klein, Engelmann; e da cento altri, che pur vorrebbero quest'arte ridotta a' suoi veri principi scientifici, per produrre quegli effetti a che fu destinata. Ma questo non si vedrà mai finchè i compositori saranno sforniti del richiesto corredo di scienze, e solo intesi a trar partito dalla lucrosa loro professione.

## CAPITOLO IX

## OTTICA (1).

I. *Primi scrittori.*

Dell'ottica degli antichi non abbiám tanti scritti nè tante memorie, come della lor musica. Sappiamo che *Democrito* ed *Anassagora* scrissero di prospettiva (a); che un anonimo coetaneo di Filippo macedone lasciò libri di cose ottiche (b); che *Platone* (c) ed *Aristotele* (d) parlaron di luce di colori di vista, e questi inoltre compose un libro dell'ottica (e): le quali tutte cose ci additano che assai per tempo cominciarono i Greci a specolare su questa scienza, come che nulla o poco siaci de' progressi loro rimasto (2).

II. *Passo d' Aristofane.*

Molto è dibattuto quel passo d' *Aristofane* (f), dove

(a) V. Vitruv. l. VII, c. 1. — (b) Suida V. *Phil.* (c) In *Tim. Theet. et alibi.* — (d) *De anima, probl. al.* — (e) Laert. in *Arist.* — (f) *Nubes, act. II, scen. 1.*

(1) All'ottica parecchi libri della sua storia consacra il Montucla; e simile han fatto altri storici delle matematiche. Ma di questa sola dirizzò un' intera storia l'inglese Priestley, autor parimenti della Storia dell'elettricità. La divulgò primamente a Londra 1771, col titolo: *The history and present state of discoveries relating to vision light and colours.* Il Kliigel, voltatala in alemanno, non pure l'ha arricchita di note, ma l'ha pur corretta di parecchi falli tolti già dall'autore. Degni pur sono di considerazione e di studio i Comentari su la storia dell'ottica del cav. Giambattista Venturi.

(2) I due principii, ben fecondi d'altre verità, cioè la propagazion della luce per linea diritta e l'uguaglianza dell'angolo d'incidenza a quello di riflessione, furono o scoverti o certo noti ai platonici: i quali per ciò che spetta alla parte geometrica, in che molto eran versati, avvantaggiarono l'ottica di utili teorie; non così per la parte fisica, in cui davano più al raziocinio che alla osservazione. Ond'è che ridicolosa ci si rende la maniera, di che spiegavano i fenomeni della visione. Né punto più felice si fu lo Stagirita nell'assegnar le cagioni dell'iride della vista, della rotondità dei pianeti, per traverso a qualunque fenditura mirati. Vedremo in avanti di simili ridicolezze.

fa dire a *Strepsiade* di voler comperare dagli speziali o droghieri una pietra diafana, ch'è il vetro, col quale s'accende il fuoco, e stando da lungi, applicato al sole quel vetro, scancellar la scrittura di sua condanna. Questo pure una lente ustoria, e suppone una cognizion di diottrica troppo superiore a quell'età. Lo scoliaste spiega quel luogo dicendo che vetri rotondi si ungevan d'olio e si scaldavano, vi si applicava un lucignolo, e così accendeano il fuoco. Checchè sia di tal chiosa, ben può dedursi che quel passo mostra chiaro, essere stata di que'tempi conosciuta la rifrazion della luce.

### III. Lente d' Archimede.

Più controverso ancora è lo specchio ustorio d' *Archimede*, di che ed egli ed *Euclide* prima di lui avean trattato. Che se *Proclo* potè con tali specchi operar de' portentosi (a); se *Antemio* ne' suoi *Paradossi* meccanici ne fa un problema, e trova che con cinque o più specchi piani potè prodursi l'incendio (b); se *Tzetze* descrive il fatto nella guisa che potè operarlo *Archimede* (c); non fa maraviglia che questi sapesse inventarlo, e che avessero i Greci una cognizione qualunque della catottrica.

### IV. Seneca.

E veramente che avesser gli antichi di siffatte notizie, ne può far prova un *Seneca*, che favella di vari accidenti che ne' diversi specchi e ne' vetri vedeansi, ed osserva divenir maggiori gli obbietti mirati pel mezzo dell'acqua o del vetro (d). Ma nè egli nè altri mostrano giuste teorie sulle cagioni di tai fenomeni.

### V. Tolommeo ed altri greci.

Miglior lume recato ci avrebbono i libri d'ottica di *Tolommeo*, a quel che ne dicono gli antichi che li citano, se non fosser oggi smarriti. In somma dell'ottica greca non ci rimane che i libri supposti ad *Euclide* ed *Archimede*, un frammento d' *Antemio* contenente

(a) V. *Zohar. Anal.* lib. XIV. — (b) *Parad. mech.* —  
(c) *Chil. hist.* II, n. 36. — (d) *Nat. quest.* I, I, c. 6.

quattro problemi sugli specchi ustori, ed un opuscolo de' Capi d'ottica di *Damiano* o d' *Eliodoro* larisseo, che poco o niente c' insegnano (1).

#### VI. Arabi.

Adunque la scienza ottica per noi comincia dagli Arabi; i quali, seguaci sempre de' Greci, spesso copisti, talor corruttori, e talor anche correttori ed ampliatori, ne scrisser parecchi opere; e libri di prospettiva e su gli specchi ustori d' *Alhasson*, libri ottici d' *Alkindi*, problemi ottici di *Zarkalli*, trattati catottrici d' altri Arabi vengon citati nelle biblioteche orientali. Ma solo *Alhazen* è stato di scorta alla dotta posterità, siccome quegli che ha meglio esplicata e determinata, mercè delle armille, la rifrazione astronomica (a).

#### VII. Europei.

Dalla costui dottrina formò la sua ottica *Pitellione*, più profondo geometra che non fosse a sperare da quel-

(a) L. VII, c. 4.

(1) De' due libri riputati ad Euclide, l'uno contiene l'ottica, la catottrica l'altro. Egli ripete l'apparente grandezza degli obbietti dall'apertura soltanto degli angoli visuali, e determina il sito apparente dell'immagine negli specchi mediante il concorso del raggio riflesso colla perpendicolare dall'oggetto sopra quelli tirata. Se questi principii domandano alcuna modificazione, altri n'ha che oggi non reggonsi alle prove. Sia che si vuole, questi libri, fatti latini dal Pegna e impressi a Parigi 1604, sur poi riprodotti nel Corso matematico dell'Harigonio, e tra le opere di Euclide pubblicate dal Gregory. Quanto ad Eliodoro da Larissa, i suoi Capi d'ottica venuti la prima volta in luce a Firenze 1573, in greco e latino; quivi pure volgarizzati da Egnazio Danti uscirono colla sua versione della Prospettiva d'Euclide. Indi Erasmo Bartolino mandò alle stampe di Parigi 1657 due libri di ottica dello stesso autore o del suo figliuolo Damiano, ripubblicati a Pisa 1758. Un compendio poi dell'ottica antica il dobbiamo a Giovanni Peccam, arcivescovo cantuariense che scrisse intorno al 1280, e fu stampato a Polonia 1627. Altro più recente ne dette Ambrogio Rodio a Wittemberga 1611, ed altro più pieno Federigo Risnerò a Cassel 1606.

l'età (1); e *Ruggiero Bacone*, genio superiore al suo secolo, che tanto studio pose sulla riflessione e rifrazione della luce, e tanti portentosi scoperte degli specchi e de' vetri (a), che si è creduto da alcuni l'inventore degli occhiali e de' telescopi (2).

*VIII. Invenzion degli occhiali.*

Veramente gli occhiali fur di quel tempo scoperti; poichè fra *Giordano da Rivalto* in una predica nel 1305 diceva « non è ancor vent'anni, che si trovò l'arte di far gli occhiali » e il *Redi* cita un codice della sua biblioteca, dove nel 1299 scriveasi « mi trovo al gravoso d'anni, che non avrei valenza di leggere e scrivere senza vetri, chiamati occhiali, trovati novellamente ». L'inventore probabilmente si giudica *Salvino d'Armatò* degli Armati di Firenze; (b) ma egli solo fece un'applicazione meccanica della teoria già nota, non accrebbe punto i lumi della diottrica; ciò che fu fatto nel secolo XVII, quando si ridusse questa a vera scienza.

(a) *Perspect.* p. III, dist. II, et al. — (b) *V. Manni de Flor. inventis* c. 25; *Smith Cours. d'opt.* l. 1, c. 3, not. 42. —

(1) La grand'opera d'*Alhazen* fu compartita in VII libri, in capi, in proposizioni dal *Risner*; ed è da credere che ci serbi il più ed il meglio de' dieci libri della smarrita ottica di *Tolommeo*. Ma poichè le dimostrazioni sue son complicate di troppo e prolisse, il polacco *Vitellione* compose nel 1270 altri dieci libri, cavando le prove da *Apollonio*, *Teodosio*, *Menelao*, *Teone*, *Pappo* e *Proclo*. Il *Risner* illustrò quest'altro scrittore e pubblicollo col primo in un volume intitolato *Opticas Thesaurus*, a *Basilea* 1572. A *Vitellione* fece poscia il *Keplero* di gigante o *Paralipomeni*, che suppliscono la parte ottica dell'*astronomia*; a *Francfort* 1604.

(2) La *Prospettiva* di questo *Bacone*, morto ad *Oxford* il 1284, fu data alle stampe di *Francfort* 1614, da *G. Combachio*. Convien però confessare che l'ottica antica non ha di buono, salvo alcune teorie concernenti la luce diretta e riflessa: troppo era manchevole nella rifratta, finchè non vennero a darle correzione e miglioramento i trattati diottrici del *Porta*, del *Keplero*, del *Cartesio*, del *Molineux*, dell'*Ugenio*, e d' altri appresso.

IX. *Visione.*

Il *Murvdico* colle geometriche sue vedute (a), ed il *Porta* colla sua camera oscura (b), fur i primi a darci giuste idee sulla visione. L'arco-baleno avea indarno stancato lo studio de' fisici : il tedesco *Pletcher* aggiunse alla riflessione la doppia rifrazione, ma non ne fece la dovuta applicazione; e toccò la gloria di questa a *M. Antonio de Dominis*, benchè la sua spiegazione abbisognasse di *Cartesio* e di *Newton* (5).

X. *Prospettiva.*

La prospettiva, trattata già da *Democrito* e da *Anassagora*, indi da *Pier della Francesca*, *Alberto Durer*, *Peruzzi*, *Barocci*, *Barbaro* ed altri, ma per la pratica solamente, fu ridotta a principi dal geometra *Guidobaldo*. Trattolla da ingegno vasto e profondo il *Keplero* (c), coi tentativi ingegnosi e colle utili scoperte che fevvi (6).

(a) *Photismi de lum. et umbra.* — (b) *Magiae nat.* L. XVII.  
— (c) *Paralip. in Vitellionem* etc.

(5) Su la cagioni dell'iride molto avean ridette i passati: Già si sapea esser prodotta dai raggi solari ripercossi, ma ripetevasi dalla sola loro riflessione la varietà de' colori. Il fisico *Fletcher* di *Breslavia*, in un libro stampato il 1571, giunse alla riflessione semplice la rifrazione doppia; ma pensò che il raggio, rifratto due volte in una goccia di acqua e di là, uscendo da una seconda riflesso, torni allo sguardo. Il *de Dominis* cotresse l'errore facendo sì che detto raggio, entrato nella goccia per la parte di sopra, riflettendo in quella di dietro, riesca per quella di sotto, cotalchè si abbia una riflessione preceduta e seguita da rifrazione. Questa teoria, sposta nel suo trattato *de Radiis visus et lucis*, stampato appo sua morte nel 1611, spiega pur bene il fenomeno dell'arco baleno interiore, non così l'esteriore, che presenta un'ordine tutto contrario di colori, e che vuol ripetersi da una riflessione anche doppia, scoperta dal *Cartesio*, e dimostrata dal *Newton*.

(6) Alcen cenno della Prospettiva antica ne dà *Vitrivio*, *Archit.* l. VII, c. 1, ove dice, un cotal *Agatarco*, ammaestrato da *Eschilo* su la foggia di alzare le decorazioni teatrali, avere il primo scritto di tal materia, e insegnatone l'arte a *Democrito* e *Anassagora*. Di quest'altro infatti raccordasi una *Actinographia* o descrizione dei raggi, che più non esiste.

Pur questa non potè prendere un nuovo essere nè trasformarsi in nuova scienza, infinchè non fu trovato il cannocchiale.

### XI. Telescopi.

Il primo suo inventore c'è ignoto, per quantunque ne dicano il Borel (a), l'Ugenio (b) ed altri (c). Sia Jacopo Mezio o Zaccheria Jans, sia Giovanni Lapprey od altri, qual che si voglia; la sua scoperta non fu dovuta che al caso, nè i primi telescopi olandesi non servirono che a mero trastullo.

### XII. Galileo.

La gloria di costruirli per teoria e d'applicarli all'astronomia è ben dovuta al Galileo; il quale riflettè che la superficie concava de' vetri diminuisce gli oggetti, la convessa gli accresce, la piana punto non gli altera; e concluse che l'accoppiamento del vetro concavo col convesso dovea dargli l'intento. Fece dunque la prova, e con un tubo di due vetri, l'obbiettivo convesso, e concavo l'oculare, trovò ingrandirsi a dismisura gli oggetti terrestri, da' quali incoraggiato passò a contemplare i celesti con migliorar sempre più lo stromento, che dee più al raziocinio del toscano filosofo che non alla sorte dell'artefice olandese (1).

(a) *De vero telesc. invent.* — (b) *Dioptr.* — (c) V. Montucla *Hist. des math.* p. IV, l. III.

Alberto Durer in Germania e Pietro del Borgo in Italia furono i primi a restaurare quest' arte nel secolo XVI, dietro a cui si fecero i lodati dall'autore a scriverne copiosi trattati. Quello del Peruzzi ha raffinata la pratica del Borgo; quello del Vignola siegue da presso Baldassare da Siena; e poichè non contenea che la pratica per uso degli artisti, Egnazio Danti chiollandolo vi aggiunse le dimostrazioni. Quello dell' Ubaldi supera i precedenti, e scioglie in venticinque maniere il problema fondamentale di tutta la prospettiva, ch'è determinar l'apparenza d'un dato punto qualsiasi. Altre istituzioni in processo son venute fuori di Houdio, Ducerceau, Dubrenil, Alleaume, Deschales, Lami, Ozanam, s' Gravesande, Taylor, Murdoch, che riuniscono ai principii teorici le regole pratiche.

(1) Il primo cannocchiale che s' ebbe costruito il Galileo aggrandiva tre volte il diametro degli oggetti: quindi, preso

## XIII. Keplero.

Nuovi cieli svelaronsi tosto alla vista, e l'Europa era intesa a' miracoli del recentè occhiale: *Keplero* chiamava Ercole il Galileo, ed il telescopio la clava; ed egli tentò nella sua Diottrica di dare la giusta legge della rifrazione, che non avea potuto ne' suoi Paralipomeni. Disaminò le doti de' vetri lenticolari, determinò il foco de' pianoconvessi e degli equiconvessi, ed applicò a' concavi dall'opposto lato la stessa misura. Mostrò in qual caso i raggi saran divergenti, in quale convergenti; spiegò dell'immagine il necessario rovesciamento e la diversa grandezza; scoprì come due vetri convessi ingrandiscon l'oggetto più che l'un concavo e l'altro convesso, benchè questa scoperta rimase sterile, non altro telescopio conoscendosi che il batavico o galileano (1).

## XIV. Scheinero.

Allora lo *Scheinero* mise in opera questa cognizione, e fe' telescopj che or chiamansi astronomici di due lenti convesse, aggiugnendovi l'arte di raddrizzare con un pezzetto di carta l'immagin rovescia (a): del che ne fece la prova coll'arciduca d'Austria Massimiliano infia dall'anno 1613.

(a) *Rosa Ursina* l. II, c. 30.

cuore, ne fabbricò altro, che il cresceva otto volte; ed altro in fine che aumentavalo da trenta volte: e con questo discoperse le macole del sole, i satelliti di giove, e cotali novità de' cieli. Un tal telescopio, malgrado de' servigi che rendette all'astronomia, avea l'essenziale difetto di troppo ristignere l'estension degli obbietti che veggonsi tutti d'un batter d'occhio; difetto che cresce in ragione della grandezza dello strumento: ad ogni modo il telescopio batavico, così nomato dalla sua origine, fu il solo per lunghi anni, finchè il Keplero non gli ebbe sopperito l'astronomico, che costa di due lenti convesse.

(1) Descrive il Keplero nella sua Diottrica, *Prop.* 86, la teoria del novello telescopio, e ne dimostra gli effetti; ma inteso egli a determinare i movimenti de' corpi celesti, poco brigò di conoscere le loro grandezze, per cui era fatto un tale

## XV. Altri telescopi.

Non guari dopo si conobbero que' di tre lenti convesse, falsamente attribuiti al cappuccino *Reita* (a), cui forse si debbono i telescopi d'un vetro obbiettivo e tre oculari, quando non vogliasi aggiudicarli al *Campani*; ed i binocoli, ne' quali per due tubi si mira lo stesso oggetto, se pur non derivano dal celatone del *Galileo* (i).

## XVI. Microscopi.

L'invenzione del microscopio, di due vetri convessi, nacque a quel tempo, come rilevasi da *Scheinero*, e non al 1646, come dice il *Montucla* (b) citando un'opera del *Fontana* che se n'attribuisce la scoperta (c). Il *Viviani* (d) dà al *Galileo* quella del microscopio di una e di due lenti, e dice che fin dal 1612 n'invio' uno in dono al re di Polonia: ma queste due lenti erano una concava, l'altra convessa, com'egli stesso lo dice nel *Saggiatore*, e come gli rimprovera lo *Scheinero* (e). Di ambe convesse lo costruì il *Drebbel*, che si crede però l'inventore de' microscopi: ma prima del 1621 (in che vuole l'*Ugenio* (f), seguito da *Smith* (g), che a Londra lo fabbricasse), cita già il *Viviani* quelli del *Galileo*; ed osserva il *Montucla* (h) che dalla stessa lettera

(a) *Oculus Enoch et Elias* ec. — (b) P. IV, l. IV, § 3.  
 (c) *Novae terr. et coel. observ.* — (d) *De loc. sol. Aristari* ec. *Inscription.* etc. — (e) L. cit. — (f) *Dioptr.* (g) *Cours d'opt. remar.* l. I, c. 4. — (h) *Hist.* l. cit.

strumento. Laonde a lui dobbiamo la teorica, la pratica al padre *Scheiner*, il quale foggio' telescopi a tre vetri, a fine di raddirizzare gli obbietti rovesciati con due. Ben è vero che il napoletano *Fontana* vuole a se vindicare la scoperta d'un tal telescopio, siccome fa del microscopio, nelle sue *Novae terrestrium et coelestium observationes*, che stampò a Napoli 1646, asseverando averlo trovato dal 1608. Ma uomò vede, qual fede meriti un semplice detto in siffatte contese.

(i) Il telescopio binocolo del padre *Reita* fu messo in voce da un suo confratello padre *Cherubino* d'*Orleans* nella sua *Vision parfaite*: esso però non tanto ingrandisce quanto chiarisce gli obbietti. Al *Reita* pur sembra doversi un altro can-

del Borel, onde si trae notizia del microscopio del Drebbel, si rileva del pari che l'usato da questo era fatto da *Zaccaria Jans.* Laonde o Galileo è il primo autore de' microscopi, o è ignoto, come quello de' telescopi (1).

XVII. *Cartesio.*

Frattanto nessuno, dice *Cartesio* (a), avea ben dimostrato qual figura esigessero tali vetri: la qual utile sua ricerca produsse l'interessante opera ch'egli diè alla luce, e l' nuovo aspetto che prese allora questa scienza. La natura del lume, la struttura dell'occhio, il meccanismo della visione, la rifrazione della luce, la figura de' vetri, le curve ovali, ed altre importanti notizie, sono il frutto de' suoi studi, l'argomento della sua diottrica. La rifrazione, da lui sposta in guisa da soggiacere a difficoltà, gli eccitò quelle del *Fermat* e d'altri oppositori; e le risposte date da lui e da' suoi nuovo

(a) *Dioptr.* c. 1.

nocchiale di quattro vetri convessi, tre cioè oculari ed uno obbiettivo, ch'egli descrive nel suo *Radius sidereo-mysticus.* Esso si addimanda terrestre, a differenza de' due predetti batavico ed astronomico. Avvi altresì telescopi di cinque e più lenti convesse, descritti dal *Dechales* nella sua diottrica, i quali però non sono per questo più giovevoli. Il *Sirturo* nel suo *Telescopium* ne descrive altro, di due convesse obbiettive ed una concava oculare: ma è chiaro che le due prime valgono una sola. Il *Molineux* nella sua *Dioptrick* ne loda un altro astronomico a due obbiettive, che appella telescopio notturno, per adoperarlo di notte. E così altri hanno altrimenti o foggiate o migliorato un così fatto strumento.

(1) Avvi due spezie di microscopi, il semplice e il composto. Il primo costa di solo una lente minuta e sferica: il secondo è composto di più. L'usato dal Drebbel è descritto dal Borel in quanto alla estrinseca forma: per conto della interna struttura si congetturò ch'ei si componesse di due vetri, l'uno convesso, e l'altro concavo, a simile del telescopio allora conosciuto con cui ha comune il difetto di stender l'occhio a troppo angusto campo. Il perchè rimase negletto al trovarsi che fece l'altro di due lenti convesse, rispondente al telescopio astronomico, con cui ha costauci i natali. L'Adams, in

schiarimento recarono a quelle materie (1). Egli però dette più giovamento alla teorica che non alla pratica.

*XVIII. Gregory.*

Ad unire in un punto più raggi e schifare l'aberrazione così detta di sfericità, pensò il Cartesio di sostituire alle lenti sferiche l'ellittiche o le iperboliche, ma la difficoltà di lavorarle ne sospese l'adempimento. Non più felice pel suo tentativo il *Gregory*, ma certo fu più proficuo nel dare a' vetri lavorati maggior chiarezza, distinzione ed ingrandimento; il cui merito precipuo fu la scoperta de' telescopi di riflessione.

*XIX Telescopi di lui.*

Osservò egli ne' cannocchiali di lenti sferiche un'incurvazione d'immagine, che cercò di levare; trovò che i vetri iperbolicamente ricevevan più lume, ma essendo troppo spessi ne trasmetteriano meno; pensò agli ellittici e parabolici, ma vinto dalla malagevolezza si rivolse agli specchi di riflessione. Due concavi tentò d'applicarne, parabolico l'uno e l'altro ellittico; ma trovato che gli specchi non si mostrarono più docili che i vetri a prendere quella figura, lasciò la gloria di riuscirvi al

*Baker*, il *Brisson* ci danno piene descrizioni de' vari microscopi; e nel tomo XVIII delle Memorie della Società italiana si ha quella del nuovamente costruito dall' *Amici*.

(1) La legge della rifrazione non fu scoperta che a gradi. Già il *Keplero* avea supposto che l'angolo della medesima fosse il terzo di quello dell'inclinazione ove questo non oltrepassi i 30 gradi. Lo *Snellio* passò più innanzi a vedere che la luce rifratta, nel passaggio dall'aria nell'acqua, siegue la ragione di 4 a 3, dall'aria nel vetro, quella di 3 a 2; e generalmente, nella rifrazione seguita intrà due mezzi medesimi, le secanti di compimento dell'angolo d'inclinamento e dello angolo rotto sono in ragione costante. L'opera di lui, rimasa inedita, vien lodata dal *Vossio* suo compatriota, nel libro *De natura lucis*. Di là si crede avere il *Cartesio* attinta la prima idea della legge che siegue la rifrazione della luce ch'egli ebbe il merito di corroborare per valide dimostrazioni. Le repliche, fatte a lui dall' *Hobbes* e dal *Fermat*, furono ribattute prima da lui medesimo, e poi da' suoi discepoli *Clerselier*, *Petit*, de la *Chambre*.

Newton, da cui l'ottica, siccome ogni scienza sublime, la perfezione attendeva (1).

XX. *E d'altri.*

Non potendo dunque cambiar figura, si cercò d'allungare il foco per aggrandire gli obbietti. Il primo a vantaggiarsi per lunghissimi telescopi fu il *Divini*; il quale però fu vinto dal *Campani*, i cui lavori servono in grandi scoperte al *Cassini* e servono tutt'oggi agli astronomi. Senonchè restarono tutti oscurati dal dottissimo geometra e sublime meccanico *Ugenio*, le cui profonde teorie e le diverse opere su queste materie hanno accresciuto di molto i lumi della diottrica; ma più che le teorie e le opere ci ha giovato la pratica e lo stromento nuovo ch'ei regalò all'astronomia. I telescopi diottrici si stiman oggi men che i catottrici: amasi più la picciolezza di questi che la lunghezza di quelli. Pur, come i tubi diottrici hanno il vantaggio di ricevere il micrometro, seguitarono ad usarsi, ed *Auzout*, *Hook*, *Hartzoeker*, e parecchi altri ne dieder de' maggiori o migliori. L'*Hook* inoltre unì al vetro un liquido men refrattivo, che ha indi servito ad altre invenzioni (a).

XXI. *Microscopi varii.*

Seguirono i microscopi gl'istessi passi de' telescopi. Semplici e composti gli usarono, com'è detto, *Galileo* e *Drebbel*: alle picciole lenti di cortissimo foco succedettero piccioli globetti fusi alla fiamma; e *Butterfield*,

(a) *Trans. phil.* 1666.

(1) Di queste scoperte Iacopo Gregory ci rende conto nella sua *Optica promota*, dove mette innanzi gli specchi ellittici, o parabolici, per ammendare l'incurvazione degli oggetti che rendevan gli sferici. Il sup concittadino Isacco Barrow nelle sue Lezioni d'ottica si occupò nella teoria de' fochi delle lenti convesse o concave, per qualsiasi modo combinate; e dienne una formola competente a sciorre in tutti i casi il problema. D' ambe queste opere vi ha dato un compendio Davide Gregory nei suoi Elementi di diottrica e catottrica sferica che poi Guglielmo Browne, volti di latino in inglese, crebbe di supplimenti, e l' *Desaguliers* riprodusse con altre giunte.

*Huok*, *Gray* ne lavorarono di guise diverse. Quest'ultimo, introdusse una goccia d'acqua invece di vetro, e di tai microscopi formonne due sorte. Altra sorta il *Wilson*, altra il *Marsham*, altra n'inventarono altri, descritte tutte da *Smith* (a); colle quali si videro portenti di piccioli animaluzzi da *Leeuwenhoek*, da *Hartzoecker*, da *Gray*, e da altri, che noi non possiamo qui riferire (1).

#### XXII. Teorie varie.

Nè minori progressi non faceva l'ottica nella parte teoretica. Se prima non conosceansi nella luce che due deviamenti, la riflessione cioè e la rifrazione: due altri ne scoperse il *Grimaldi* (b), la dispersione de' fili luminosi d'un raggio solare, e la detta da lui distrazione, e dal *Newton* poi inflessione, quando la luce s'appressa ad un corpo senza toccarlo, e declina dal diritto suo corso. Il *Cavalieri* (c) trovò varie proprietà delle diverse figure coniche, applicabili agli specchi ustori, e diffinì il foco de' vetri disugualmente convessi, che il *Keplero* non seppe determinare. Il *Barrow* (d) migliorò la teoria de' fochi e le combinazioni di convessità e concavità differenti; diè nuovi principî per fermare il luogo apparente degli oggetti, per riflessione veduti o per rifrazione, ed illustrò con nuove teorie molti punti curiosi ed interessanti.

#### XXIII. *Newton*.

Ma pur la luce esposta agli sguardi d'ognuno, e da

(a) *Cours d'opt.* l. III, c. 17. — (b) *De lum. col. et iride.*  
— (c) *Exercitat. ec.* — (d) *Eect. opt.*

(1) L'Ugenio, scrivendo nella sua *Diottrica del microscopio semplice*, addimostò come un globetto della decima parte d'un pollice di diametro ingrossa ben cento volte il piccolo oggetto; cotalchè una picciola lente, ch'abbia meno d'una mezza linea di diametro, lo potrà allargare di due a trecento volte. Il *Folkes* ci notifica nelle *Trans. fil.* 1723, come il *Leeuwenhoek* per lo mezzo di tai globetti scoperse di non attese novità, antiponendo la chiarezza all'ingrandimento. Di altri utili microscopi c'insegna a costruire il *Gray* nelle stesse *Trans.* n. 221 e 223; altri lo *Smith* nella sua *Ottica* l. III, c. 18.

niun non veduta, si lasciò, non pur vedere, ma toccare e maneggiare dal *Newton*: allor finalmente trovossi ella corpo come gli altri, agilissima bensì nel suo moto, ma non istantanea: si vide come slanciarsi dal corpo luminoso, trapassa i corpi diafani, si attrae dalle loro molecole, si rifrange o piega verso altri corpi, urta e ritorna negli opachi, mostra la sua elasticità, e s'assoggetta in tutto alle leggi comuni del moto. Allor parimente comparve la luce sottilissima sì, ma eterogenea, e mostrò i suoi raggi composti di sette raggetti primigeni, di massa di colore di rifrangibilità differenti, e svelò la cagione dell'arco-baleno, i fenomeni de' corpi colorati, gli accidenti delle immagini rifratte, e mille oscurissimi arcani della natura e dell'arte (1). Meccanica della luce, fenomeni della luce, anatomia della luce, tutto è fatto pel *Newton*, il dio della luce, il vero *Apollo* della filosofia. Il maggior difetto dei telescopi diottrici essendo l'iride che formano i vetri, volle sostituire i catottrici, ed invece di vetri che rifrangono il lume adoprare specchi che lo riflettono senza scomporlo. Non più iride, non colori, non confusione: in picciolo tubo s'ingrandisce l'oggetto quanto mai, e i telescopi newtoniani fur accolti con curiosa avidità e con piena soddisfazione. Si l'emission della luce che l'immutabilità de' colori ha avuto i suoi oppositori; ma ha trovato più e maggior difensori, ed ha trionfato sempre de' suoi avversari (2).

(1) Tutte queste dottrine sposò il *Newton* nella sua *Ottica*, ove disamina i quattro fenomeni della luce, che sono riflessione, rifrazione, inflessione e colori. Questo magistrale trattato che in lingua patria mandò la prima volta alle stampe di Londra 1704, fu poi cresciuto dall'autore e latinizzato dal *Clarke*. Oltre a questo, dopo la morte di lui uscirono in luce quivi stesso al 1729 le sue *Lectiones opticae*, eh' egli dettate avea in iscuola, e che diversamente maneggiano le più verità già trattate nell'*Ottica*.

(2) Convien però confessare che in oggi l'una e l'altra di queste ipotesi newtoniane conta non pochi nè spregevoli antagonisti. E quanto alla emission della luce, benché il con-

XXIV. *Telescopi catottrici.*

L'invenzione de' telescopi catottrici gli è stata contrastata da molti: riferendola, chi al *Zucchi* autore di un'ottica e d'altre opere matematiche, chi al *Mersenne* che ne propose uno al Cartesio, e questi lo rifiutò (a). L'inglese *Gregory* ha più diritto di tutti: se non che l'idea fu solo di lui, l'esecuzione del *Newton*; il qual riflettè che i difetti d'aberrazione e d'incurvamento restavano quasi insensibili in piccole porzioni di sfera, quali sono i vetri de' tubi, e che il difetto di questi era la rifrazione de' raggi, da torsi cogli specchi sferici sì bene, come con que' d'altra figura conica.

(a) Cart. Epist. XXIX e XXXII. par. II.

trario sistema delle vibrazioni, immaginato già dal Cartesio, illustrato dall' *Huyghens*, mantenuto dall' *Eulero*, andasse in abbandono nel secolo scorso; pure in questo è stato rimesso in campo da vari. *Tommaso Young* in Inghilterra nelle *Trans. phil.* 1802, il *Fresnel* in Francia nelle *Mém. de l'Inst.* 1815, il *Nobili* in Italia nella sua *Meccanica della materia*, hanno di sperimenti non pochi riconfermato la cartesiana vibrazione dell' etere eccitante la luce, come delle vibrazioni dell' aria il suono risulta. Più gagliarde ancora si son mosse le liti in- contra l'essere eterogenea la luce, e sette i color primigeni. Imperocchè, lasciando dal lato le pretensioni del *Wollaston* e del *Weias*, che voglion ridotti a quattro i colori omogenei (*V. Bibl. Brit.* t. XXXVI e XXXVII); altri con più inconcussi corredi d'iterate sperienze si son fatti a dimostrare, qualmente dei sette colori prismatici, rosso giallo arancio verde azzurro indaco violetto, tre solamente sono primitivi ed omogenei, cioè il primo il quarto e l'ultimo; e gli altri un commischiamento di questi. Di tal sentenza autori sono e fortissimi sostenitori il *Wunsch* nella *Bibliot. Brit.* t. XXXVII, il *Prieur* nelle *Mém. de l'Instit. pour l'an XIII*, il *Petrini* nella sua *Fisica*. Contra però tutti questi si è rivolto in Germania il *Gothe* nella sua *Optik*, stampata a *Tubinga* 1807, mantenendo la luce esser semplice e bianca; privazione di questa il nero; i colori dal prisma prodotti nascere dal soprapporsi che variamente fa per occulta potenza il bianco al nero, ed il nero al bianco. Ma chi può tenere dietro a tutte le umane cogitazioni? Chi sa dirmi quanto tempo si terranno in piedi i sistemi che oggi si paiono i meglio fondati? Quanti altri sopravverranno a sputastarli? *Opinionum commenta delet dies.*

XXV. *Pretesi da altri.*

Al pubblicarsi nell'Inghilterra il ritrovato del Newton (a), volle tosto il *Cassegrain* nella Francia reclamarne l'autorità (h), e propose il suo telescopio catottrico, nel quale lo specchio del fondo, che il *Gregory* voleva concavo, doveva esser convesso. Dopo vari dibattimenti (c), il tubo del *Cassegrain* restò non compiuto, e quello del *Newton* trionfante; benchè non molto usato, finchè *Gio. Hudley* tolse a lavorarne alquanti, e dar loro universale celebrità; ed egli altresì, come poi lo *Short* e il *Molineux* ed altri, recarono ad effetto e perfezione i telescopi gregoriani e i microscopi riflessivi (i).

XXVI. *Specchi ustori.*

Per altra via s'andava la catottrica promovendo. Gli specchi ustori già noti agli antichi fur dal *Magini* perfezionati, ed eccitarono il *Cavalieri* a darsi le teorie su' fochi delle varie loro figure (d). Il *Settala* poi, e poi il *Villette*, e poi sopra tutti lo *Tschirnhausen* (e) ne lavorarono dei più perfetti. L'ultimo più giovò alla diottrica colle famose sue caustiche, sì grandi ed attive, che *Fontenelle* dissele novità quasi miracolose di fisica, ed enimmi per gli artefici più intendenti (f).

(a) *Trans. phil.* an. 1672. — (b) *Journ. des savans* 1672. — (c) *V. Newt. Opusc.* tom. II. — (d) *De spec. ustor.* — (e) *Act. lips.* 1687, 1692. — (f) *Eloge de M. Tschirn.*

(1) I telescopi già prima in uso ivan soggetti a due aberrazioni, che i fisici addimandano di sfericità e di refrangibilità: intendendo per l'una il deviamiento dei raggi lucidi dal foco geometrico del vetro obiettivo, ove avrebbono a riunirsi, e donde la forma sferica gli allontana; per l'altra, il dividersi che i raggi fanno frangendosi obliquamente nella superficie curva. Per ovviare a tai scomodità antipose il *Newton* ai cannocchiali diottrici o di refrazione i catadiottrici o di riflessione; avendo computato che la prima aberrazione è nello specchio a quella della lente, come 1 a 32; e la seconda è poco più che niente. Con tutto questo tardò il nuovo telescopio a mettersi in opera, finchè l'*Hadley* nel 1718 ne fabbricò uno in lunghezza di 5 piedi, che agguagliava in valore l'altro di 123, presentato già dianzi dall'*Ugenio* alla Società reale.

I famosi specchi d'Archimede, che avevano un foco sì lontano, da bruciar le navi romane, erano stati creduti dall' antichità : il qual fatto, negato da *Cartesio* con altri moderni, fu verificato dal *Kircher*, cui riuscì di produr con soli cinque specchi piani a distanza di cento e più piedi un calore vemente (a). Ma il *Buffon* portò più oltre la prova, e rendè più proficue le sperienze (b). Egli mostrò acconci più alla riflessione i vetri stagnati che gli specchi metallici; determinò la forza che perde il lume riflesso paragonato al diretto; combinò specchi piani che portano il foco dove si vuole, ed abbruciando con essi un corpo 150 piedi lontano, comprovò praticamente l' incendio archimedeo (1). Altre scoperte fece il *Buffon*, altre il *Cassini*, altre il *Courtiéron*, ed altre altri parecchi (c), che noi ommettiamo per venire all' interessante scoperta de' telescopi acromatici.

(a) *Ars magna lucis et umbrae*. — (b) *Ac. des sc. 1747*. — (c) *Acad. sc. 1748 ec.*

(1) Lo specchio ustorio, fabbricato già dal *Magini*, avea 20 pollici di diametro. Quelle del *Settala*, descrittoci dallo *Scotti* nella sua *Magia naturale*, bruciava a 15 passi, e non avea che 5 palmi di diametro; benchè altro di 7 ne progettasse, come si cava dalle *Trans. phil. n. 40*. Quello di *Villette*, ch' era un segmento di sfera avente 12 piedi di diametro, bruciava a 3 piedi di distanza con tal attività, che in pochi secondi fondeva i metalli più duri e scioglieva le pietre più contumaci (*Trans. phil. 1665*). Quello di *Tschirnhausen*, fatto d' una mistion di metalli e coperto di una lama di rame, con  $4\frac{1}{2}$  piedi di diametro ardeva alla distanza di 12 ogni cosa, per fino all' amianto, che mutava in vetro. Egli però venne in pensiero di surrogare le lenti agli specchi, e dare ad una convesso-convessa di 3 piedi un foco lontano di 12. Altri artisti ne hanno simigliantemente immaginati di meno dispendiosi; come il *Gaertner* a *Dresda* ne fe' uno di legno, coperto d' oro battuto, per testimonio del *Traber Nervus opt. l. II, c. 12*: altro il *Neuman* a *Vienna*, di cartone e di paglia incollata, per rapporto di *Zahn Oculus art. fund. 3, synt. 3, c. 10*: altri il *Buffon* d'altre forme mirande, presentate al re e all' accademia delle scienze nel 1754.

XXVII. *Telescopi acromatici.*

Alcune sperienze indussero il Newton ad asserire che solo « se i raggi emergenti saranno paralleli agli incidenti ; potrà aversi il lume bianco ; se obliqui , prenderà questo vari colori (a) ».

XXVIII. *Eulero e Dollond.*

Colse l'idea *Eulero*, che può chiamarsi il secondo Newton, e stimò che « combinando differenti corpi diafani, si potria ovviare l'incomodo della dispersione de' raggi, e che ne' nostri occhi si trovino i diversi umori disposti in guisa che ne risulti diffusione nel foco ». Cercò impertanto le dimensioni degli oggettivi, formati di vetro e d'acqua, da imitare la combinazione che fassi nell'occhio naturalmente (b). S'oppose il *Dollond*, e dalle newtoniane leggi della rifrazione e dispersione concluse che nel caso d'*Eulero* la riunione de' rai di color differenti non potea formarsi che a distanza infinita (1). Ma sorse il *Klingestierna* a provare che tai leggi più al vero s'accostano nelle piccole che nelle grandi rifrazioni : la qual ragione, obbligando il *Dollond* a replicar le sperienze, lo strinse a darsi per vinto. Ond'egli adoprò dapprima il vetro e l'acqua dall'*Eulero* proposti; indi si rivolse a due sorte di vetro che davano maggior differenza nelle rifrazioni, uno assai bianco e trasparente, chiamato *flintglass*, l'altro verdastro simile al nostro comune, detto *crown glass*, le rifrazioni de' quali sono come 3 a 2; con che e corresse la dispersione de' raggi, e tolse la molestia dell'iride (c).

(a) *Opt.* p. II, l. II, prop. 3. — (b) *Acad. de Berlin.* 1747. — (c) *Trans. phil.* 1758, *Ac. des sc.* 1756, *Pezenas Addit. au cours d'opt. de Smith.*

(1) Acromatici si appellano i vetri che non isviluppano per la rifrazione verun colore sensibile. Tali prese *Dollond* a costruire gli obbiettivi colla riunione di soli due pezzi de' detti vetri. Ma come ciò obbligava ad allungare il telescopio, l'*Eulero* pensò ad accorciarlo col costruirne di tre pezzi, la cui difficoltà però dimora in proporzionarne i diametri. Alla guisa che gli obbiettivi, si son aaco corretti gli oculari, e il *Brewster* nel suo trattato sopra i Nuovi stromenti filosofici, l. V, propone di utili mezzi a sempre più migliorarli.

Quest'interessante scoperta sommosse i geometri: *Clairaut* *Eulero* *Alembert* statuirono la varia rifrangibilità de' due vetri, le curvità loro più opportune, le dimensioni più giuste. Geometria, calcoli, analisi, ragionamenti, tutto venne in soccorso de' nostri occhi.

XXIX. *Corsi d'ottica.*

Le dissertazioni su questi punti del *Clairaut* piene di giuste formole e d'invenzioni giovevoli; gli opuscoli del *d'Alembert* ricchi di viste sottili (a), e sopra tutto i tre tomi della diottrica dell'*Eulero*, detti da la *Grange* (b) trattato compiuto su questa materia, si ponno chiamare i corsi dell'ottica raffinata e sublime, com'è della piana ed elementare l'opera dello *Smith* (1).

XXX. *Boscovich.*

Con più semplice geometria e con più oculata pratica giunse il *Boscovich* ad invenzioni più vantaggiose, che altri con analitiche speculazioni e con calcoli complicati non avea fatto. L'errore della sfericità, trascurato dal *Newton*, quasi infinitesimo rimpetto a quello della rifrangibilità, fu riguardato da lui nel pieno suo aspetto, scoperti nella pratica nuovi difetti, ritratte nella teorica molte verità, ritrovati rimedi per quelli, ed inventati stromenti per queste. Se altri avea miglio-

(a) T. III, e IV, al. — (b) *Ac. de Berlin* 1788.

(1) La diottrica d'*Eulero* uscì in luce a Pietroburgo 1769 in tre volumi, e prima avea egli dato un libro su la Costruzione delle lenti obiettive. Coloro che meno istruiti nelle matematiche non saprebbero attigner a quella fonte, troveranno di che appagare la curiosità nel compendio che dettene a Lipsia il *Cklugel*. Vedi auco ciò che dell'acromatismo ha osservato il *Biot* nel tomo III della sua *Fisica*, e il *Gerbi* nel V della sua. Quanto a *Roberto Smith*, il suo *Complete system of opticks*, compreso in IV libri, e pubblicato a Cambridge 1738, è stato volto in francese per *Duval le Roy*, che vi aggiunse due tomi di Supplimenti, contenenti una generale teoria degli stromenti diottrici, impressi a Brest 1784. La traduzione pur fatta dal *Pezemas*, e data ad Avignone 1767, come che pur essa di giunte arricchita, non gode pari merito di bontà.

ANDRES vol. V.

17

rato gli oggettivi, ed prese di mira gli oculari, e diennè teorie preziose per la semplicità delle dimostrazioni e per la generalità de' principj. Dispiegò quell'erratico lume che ha cagionato sbagli in astronomia, l'inversion dello spettro diretta ed obliqua, il metodo d'usare il vetro comune, d'applicar l'acqua a nuovi artifizi diottrici, ed inventò un telescopio d'essa ripieno, a determinar la celerità della luce, come venne poi 'sposto da un Inglese (a); dimostrò che per mezzo di due sostanze non possono unirsi che due colori, e fe' vedere quanto siam lungi da un perfetto acromatismo ne' telescopi (b). A tal uopo han contribuito la geometria la meccanica e la chimica.

#### XXXI. Ed altri.

Il *Jeaurat* ha trovate le curvature da dare a' vetri diversi, e n' ha distese le tavole: ha inoltre proposti de' telescopi che nomina *diplutidiani* (c), e che il *Selva* dotto artefice veneziano distingue col nome d'*iconantidittici* (d), i quali dan due immagini dello stesso obietto, una diritta, altra inversa, con due opposti movimenti.

#### XXXII. Miglioramenti de' telescopi.

Il *Rochon* fu celebre per novelle formole e stromenti e costruzioni, celebre pel miglioramento che colla doppia rifrazion del cristallo recò al micrometro obbiettivo, cagion d'amaresse e contrasti col *Boscovichio* (e). Il *Fuss* (f) l'*Oriani* (g) ed altri han tentato di migliorare nella curvatura i cannocchiali acromatici. L'Accademia di Parigi propose premio a chi levasse i difetti del *flintglass*, e rendesselo più trasparente ed uguale. Il *Macquer* notò e spose a quella le cagioni de' difetti, cui va soggetto questo cristallo (h); e fu coronata una delle dissertazioni presentate al concorso. Mancando

(a) *Trans. phil.* 1782. — (b) *Acad. Inst. Bon.* t. V, Dis. V ad dioptr. pertin.; *Opp. pert. ad opt. et astr.* t. I, et II. — (c) *Ac. des sc.* 1779. (d) *Dial. optic.* IV:—(e) *Ac. des sc.* 1776, *Opusc. recueil ec.*—(f) *Instr. détaillée etc.* 1774. (g) *Mém. de mat. e fis. della Soc. ital.* t. III. — (h) *Ac. sc.* 1777.

ognidì più il flintglass inglese, si tracciò altre materie da supplirvi: il tedesco *Zeiler*, scortato dall'Eulero, presentò all'Accademia di Pietroburgo una composizione del vetro comune con una porzione di minio (a), la quale però non soddisfece gran fatto. Piuttosto un certo *Libardz*, impiegato nelle vetraie di Francia, riportò il premio, dall'Accademia di Parigi promesso a chi costruisse un cristallo perfetto, quale a tai telescopi si conviene. Il valente macchinista *Reinchembach* fabbricava in Monaco degli acromatici eccellenti, e ciò con flintglass di propria invenzione; ed è sperabile che gli artefici e i chimici ne daran sempre migliori (1).

### XXXIII. Herschel.

Mentre sommi geometri sudavano per gli acromatici senza pro, un musico e militare tedesco, ritirato nell'Inghilterra, con uno di riflessione scopriva un nuovo pianeta, nuovi satelliti e nuove stelle. Il famoso *Herschel* nel suo gabinetto, senza formole, senza calcoli, senza chimiche dissoluzioni, senz'aiuti accademici, ha

(a) *Tratt. delle specie di vetro dotate d'una forza diff. ec.*

(1) Sarebbe qui forse luogo di far parola delle nuove proprietà nella luce scoperte: delle quali è una la così detta *polarizzazione*, o capacità di rifrangersi o riflettersi totalmente sotto il medesimo angolo d'incidenza, secondo i lati del raggio incidente, verso cui la superficie riflettente si volge. Prese tal nome dall' avere il Malus, dopo il Newton, chiamati poli i lati delle lucide particelle. Una tale polarizzazione si dice *parziale*, quando si sviluppa un sol colore; *totale*, quando si modifica la luce senza scomporsi. Di fresco si è pure scoperta la *mobile* e la *straordinaria*; l'una indicante il moto apparente che gli assi delle particole lucide mostrano per l'azion dei cristalli, l'altra la modificazione d'esse particole, che riunendo i colori gli fa scomparire. Di questi e di cotali fenomeni sono e scopritori e spositori il Biot nelle *Mem. de l'Inst. nat.* an. 1811 et 15; e il Brewster in *Phil. Trans. for 1812 and 1814*. Altre sperienze sopra ciò prese dal Fresnel e dall'Arrago, si trovano inserite nel tomo XVII degli Annali di chimica e di fisica, e nel Supplimento alla chimica del Thomson.

saputo dare a' suoi telescopî catottrici più forza ed attività che mille geometri non dettero agli applauditi diottrici. Cominciato egli nel 1772 a lavorare di questi, si rivolse ben tosto a quelli; e vi riuscì tanto che, ove altri non avea con essi accresciuto l'oggetto che 400 volte, egli nel 1782 ne annunciò nella R. Società uno di sei mila (a); finchè poi produsse quel portentoso telescopio ch'ei lungamente descrive (b). Benemerito delle scienze ha migliorato, non pur gl'istromenti di vista, ma la vista medesima, nel modo di regolar gli occhi per vedere di più nelle astronomiche osservazioni; ed anzi, dalla pratica ottica venendo alla teorica, ha disaminata ne' tubi la luce e la chiarezza, l'ingrandimento e la penetrazione.

#### XXXIV. Fotometria.

Dopo ciò si venne alla forza ed intensità della medesima luce, a misurare i suoi gradi e a formare una nuova scienza di *Fotometria*. Aperse a questa la strada il cappuccino p. *Francesco Maria* col suo *lucimetro*: ma il creatore di quella dee dirsi il *Bouguer*, il quale tolse a calcolare i diversi gradi che hanno di lume una o più candele, una torcia e una candela, il sole e la luna, i pianeti e le stelle; quanta luce assorbisca un corpo che la riflette, quanta ne dissipi quello che la rifrange; quale la linea che forma la successiva degradazione del lume, quale la perdita di sua intensione e vivacità. La sua opera che prima fu un saggio, fu poi ridotta ad un Trattato d'ottica sulla gradazion della luce, che, com'è proprio dell'opere originali, ne fece nascere delle altre. Infra cui l'*Eulero*, dopo alcuni teoremi sull'illuminazione de' corpi, entrò a misurare i lumi diversi de' globi celesti, ciascuno distintamente. Ma il gran maestro fu *Lambert*; che per lunga serie di sperienze squisite ha d'ogni banda maneggiata la luce, e mossala in varie guise, e condottala su varî corpi, e diretta su varie ordinazioni, e contemplatine

(a) *Trans. phil.* 1782 — (b) *Ivi* 1795.

i diversi gradi de' crepuscoli dell' ombre e delle tenebre , è fatte in tutto curiose scoperte , e dati calcoli esatti , è rimasto padrone di questo campo , dottore universale della fotometria (a) (1).

XXXV. *Distinzione di calore e di lume.*

Entrati i filosofi in famigliar conoscenza della luce, son passati a distinguerla dal calore; e differenti gradi di questo notò il *Rochon* ne' rai solari di colori diversi. Ma *Herschel* co' prismi e termometri, co' microscopi e telescopi ha meglio che altri messo i raggi a tortura, e obbligatigli a palesare ciascuno il suo calore e la sua chiarezza; ha trovato che il maggior grado di calore è ne' rossi, di chiarore nel verde basso o nel giallo alto, il minor di questo e di quello ne' violetti; ed ha perfino da certi rai ottenuto l'un senza l'altro; ha scoperto che nel vetro o specchio il foco della luce è altro da quel del calore, più vicino quello, e questo più lungi; che alcuni raggi dan più chiarezza, che stracca e guasta la vista, e però ha determinato quai vetri colorati, come disposti, con quanta apertura, e in che misura debbano prendersi per dare agli apparecchi ottici maggior perfezione (b).

XXXVI. *Conclusion.*

In questo stato si trovano le teorie ottiche, e tutto a tale, che sembrava incredibile; eppure si spera ogni dì ulteriori avvantaggiamenti. I desiderj di tutta quasi la umanità tendono a migliorar gli stromenti: la materia è molto importante, e merita l'attenzione de' dotti, i lumi delle scienze, gli aiuti delle arti. Si tratta d'acrescer la sfera d'uno de' nostri sensi, e di stender lo

(a) *Photom. sive mens. et grad. lum. ec.* — (b) *Trans. phil.* 1800.

(1) I due lodati libri del *Bouguer* e del *Lambert* vennero a luce lo stesso anno 1760, l'uno a Parigi, l'altro ad Augusta. Pubblicatore del primo ne fu la *Caille*; le cui *Leçons d'optique*, aumentate d'un trattato di prospettiva, son ricomparse nedesimamente a Parigi 1810. Di quivi pur sono le

impero sulla natura, onde contribuire con Dio a farci vedere e godere le infinite meraviglie delle sue mani.

Perspettive varie, teoriche e pratiche, del Breuil, Bosse, Ozanam, Courtonne, Jeurat, Valenciennes, Lavit: ai quali possiamo giugnere i somiglianti trattati degl' inglesi Hamilton, Kirby, Taylor, stampati a Loudra in ampi volumi. La fotometria, poi o dimension della luce nuovi e più accurati calcoli ha ricevuti dal Rumpf, che si hanno nelle *Trans. phil.* 1794.

## CAPITOLO X.

## ASTRONOMIA (1).

I. *Antichità sua.*

La scienza più vasta più sublime più antica, l'oggetto primario di tutte le matematiche, è senza fallo l'astronomia; su cui versano le prime notizie, spettanti a scienze, che degli antediluviani riporta Giuseppe ebreo. Le pietre e i mattoni, i primi libri del genere umano, non conteneano che scoperte astronomiche (a); e la vita diuturna degli antichi patriarchi, descrittaci, non pur da Mosè, ma da Manetone da Beroso da Moso, non servi che a coltivare questa scienza, ad avanzarne le specolazioni e a formarne esatti periodi, qual è quello de' 600 anni (b). Non io vo' farmi ga-

(a) *Antiq. Iud.* l. 1, c. 4, — (b) *Ivi* c. 8.

(1) La scienza degli astri è stata d' ogni tempo la prediletta de' dotti. Però è che non pochi han sacro i loro studi a tracciarne la culla e descriverne le vicende. Quanti han dato istorie delle matematiche in generale, già di sopra da noi riportate, altrettanti han parlato di questa in particolare, ch'è un ramo di quelle principalissimo. In ispezietà poi sopra l'origine dell'astronomia lasciarono succinte memorie il Casini e l' Renaudot, inserite l' una nel tomo VIII delle antiche Memorie dell' Accademia delle scienze, l' altra nel vol. I. di quella delle Iscrizioni e belle lettere. Ma codesti non erano che lievi saggi. Storie compiute dell' astronomia dettarono posteriormente il Weidler in latino, l' Esteve in francese, il Costard in inglese: le quali però venner tutte oscurate allo spuntar che poscia fecero le più studiate e critiche del Bailly e del Delambre.

Due ne scrisse l' uno, cioè dell' astronomia antica, e della moderna: tre più ample poi l' altro dettonne, dell' antica, della media, della recente. Atco il Newton della Francia, il famoso la Place, nel quinto ed ultimo libro della sua magistrale Sposizione del mondano sistema, ci ha data in iscoreio la storia di questa scienza, tanto a se prediletta, e vantaggiata cotanto dalle immortali sue opere. Questi tre accademici di Parigi, con più che ad altri son debiti gli avanzamenti di questo sublime ramo di matematica, fanno della storia astronomica il nobile triumvirato.

rante di queste notizie; ma dirò che sola la tradizione d'esse, vera o falsa che sia, ne suppone antico lo studio.

## II. *Astronomia indianu.*

Poco possiam dire delle nazioni asiatiche, donde sono a noi derivati i principj dell'astronomia. Vuole

Bailly dare all'indiana una rimotissima origine, poichè fin dal 3102 avanti la nostra era le si attribuisce un'epoca, astronomica e civile, di 4383 anni, come dalle sue tavole si ricava: ma ciò prova poco. Anco il periodo giuliano suppone un principio anteriore più secoli a quanto statuiscano i cronologi sul principio del mondo; eppure la sua istituzione è di Scaligero, nè sorpassa tre secoli. E se il Cassini avesse messo in voce il suo periodo lunisolare pasquale di 11600 anni, non però saria la nostra astronomia più vetusta ch'ella non è realmente. Gli antichi che parlano degli studj indiani, taccion di questo: Laerzio (a) narra de' ginnosofisti che filosofavano sul culto degli dei e sull'esercizio delle virtù; Plinio (b) aggiugne di que' letterati che finiscono lor vita col gittarsi nel fuoco; e nulla più (1).

(a) *Prooem.* — (b) L. VI, c. 19.

(1) Il lodato Bailly, oltre la storia dell'antica astronomia, ove rivanga l'origine e siegue i progressi di essa presso gli altri popoli, un volume a parte ne ha dato dell'astronomia indiana ed orientale, ch'egli fa rimontare a tempi che mai non furono al mondo, perchè il mondo stesso non era. Certo che di tutti gli orientali i Cinesi serbano le più antiche memorie, come quelli che vantano un collegio di astronomi e un tribunale di questa scienza da oltre a due mille anni avanti G. C. e dicono che Fohi, fondator dell'imperio, insegnò ai suoi la conoscenza degli astri. Qual che si fosse però la pretesa loro perizia, qualora colà penetrarono i missionari gesuiti, rinvennero che tutto il lor sapere era tuttavia nell'infanzia; e fu allora che l'imperadore ordinò che dovesse adottarsi la astronomia europea, e costituirsi essi presidenti di quel tribunale per la correzion del calendario e per le osservazioni dei cieli.

## III. Antica.

Senzachè, abbiano pure gl'Indiani, siccome i Cinesi ed altri orientali, coltivata l'astronomia. Ad ogni modo nè possiamo di questa fermarne l'origine, nè non ha veruna influenza avuta su' nostri studi: tant'ella è incerta ed oscura. Lasciamo ad altri gli *Urani* gli *Atlanti* i *Prometei* i *Beli* gli *Endimioni* i *Tauti* i *Mercuri* i *Fohi* e gli altri eroi storici o favolosi, creduti benemeriti dell'astronomia (1). Ciò che agli antichi dobbiamo, sono i principj di questa scienza. La partizione del tempo, la costituzione dello zodiaeo, la formazione de' segni e delle costellazioni, la distinzione de' pianeti e delle fisse, lo stabilimento de' poli e de' punti solstiziali ed equinoziali; siffatte cognizioni che or non contano, costarono allora ben lunghe applicazioni, replicati sperimenti, indefessa fatica.

Di tutto ciò abbiamo una compiuta istoria, dettata dal p. Gaubil, e divulgata dal p. Souciet, in tre volumi. a Parigi 1729, col titolo *Observations mathématiques, astronomiques etc. tirées des anciens livres chinois*. Oltre a questa abbiamo le *Observations astronomicae* prese in Pekino dal 1717 al 1752, raccolte dal p. Hallerstein e stampate dal p. Hell a Vienna 1768; e prima s'era stampata a Roma 1744 la *Scientia eclipsium ex imperio et commercio Sinarum illustrata*, che comprende osservazioni fatte colà da' pp. Simonelli, Kegler ed altri colleghi. Noi qui solo tocchiamo, esservi stato a Pekin da quattro secoli addietro un Osservatorio, che poscia il p. Verbiest nel 1669, fatto presidente, ottenne dall' imp. Cam-hy che venisse fornito di nuovi stromenti: su di che veggasi la sua *Astronomia europaea sub imp. tartaro-sinico Cam-hy*, Diltingae 1687; *les Nouveaux mémoires sur l'état présent de la Chine*, del p. le Comte, Amsterdam 1701; la *Description de la Chine*, del p. Duhalde, Parigi 1735. Lo stesso Gaubil, che ci ha dato contezze di quell'astronomia, cavandole da' libri originali, ci narra (t. I, p. 112) come un certo Co-cheou-King alzò in detta metropoli verso il 1278 un gnomone di 40 piedi, e vi misurò le ombre in diversi tempi dell'anno; che determinò la latitudine di Pekin a 40 gradi cinesi, e trovò a 3 gradi la stella polare. Ma usciremo i limiti di un compendio a voler seguire ogni cosa.

(1) Sopra le origini favolose e poetiche dell'astronomia, sopra

## IV. Caldea.

I Caldei e gli Egizi furono i maestri de' Greci, come Platone (a) con altri confessa. Callistene, a dir di Porfirio (b), riportò da' primi osservazioni astronomiche di 1903 anni, cioè da 2227 avanti l'era cristiana, Epigene trovonne altre antichissime (c), Ipparco e Tolommeo ne fer uso nelle teorie dell'eclissi (d). Apollonio mindiano apprese nelle scuole loro che le comete non sono esalazioni e fuochi transitori, ma corpi costanti e durevoli come i pianeti (e). Gemino (f) e Suida (g) descrivonci alcuni loro periodi lunisolari. Erodoto (h) deriva indi l'uso del gnomone; cose che fann'onore all'astronomia calduica (1).

(1) *Epinom.* — (b) *Ap. Simplic. Com. in Arist. lib. de Coelo* — (c) *V. Plinio l. VIII, c. 56.* — (d) *Almagest. l. IV.* — (e) *Sen. qq. nat. l. VII, c. 3.* — (f) *Elem. astr. c. 15.* — (g) *V. Suroz.* — (h) *Lib. IV.*

L'etimologie de' nomi dati agli astri e alle costellazioni, degna è di leggersi la Istoria del Cielo, descritta dal Pluch; il quale, dopo conciliata la favola colla storia, e rifiutati gli errori su la teogonia e la cosmogonia, passa a giustificare coi fatti la fisica di Mosè. Vedi pure la Memoria sopra il zodiaco cronologico e mitologico, del Dupuis, uscita a Parigi 1806.

(1) E Strabone l. XVI, e Cicerone *de Div.* l. 1., e Plinio l. VII, ed altri antichi; e tra' moderni il Vossio *de Natura artium* l. III, c. 30, e il Goguet *de l'Orig. des loix, des arts, et des sciences*, t. I, pag. 215, si accordano in proclamare i Caldei per primi padri dell'astronomia; e quest'ultimo (t. III, p. 276) avvisa che Beroso tra'Babilonii e Manetone tra gli Egiziani, verso il 280 innanzi G. C., furono i primi ad esagerare la loro anzianità, ostentando delle osservazioni di molte migliaia d'anni. Essi a detta di Tullio *de Div.* l. II, ne vantavano di 470000 anni; benchè Laerzio li riduce a 48863, in *Prooemio*; ed altri a minor numero: periodi rigettati per favolosi da Diodoro l. I, Macrobio l. II, Lucrezio l. V, ed altri antichi. Si crede però che quei primi contassero i mesi per anni, essendo più facile il computar il mestruo giro della luna, che l'annuo del sole; e così ne pensarono tra gli antichi Varrone presso Lattanzio *Div. inst.* l. II, c. 13, Eudosso presso Proclo in *Tim. Plat.*, Plutarco in *Numa*, Plinio l. VII,

V. Egiziana.

L'Egitto poi fu la scuola di tutti i Greci. Talete Pitagora Eudosso Platone vi trassero; e questi (a) e Diodoro sicolo (b) ed altri ripetono quinci il principio dell'astronomia: la quale allor venne a perfezione; qualor fondossene scuola in Alessandria. Le osservazioni rimasteci de' Caldei versavano su l' eclissi lunari; ma gli Egiziani notavano ancor le solari (c); e dal tempo di Vulcano figliuolo di Nilo fino ad Alessandro n'osservarono, secondo Laerzio (d), 373 del sole, 832 della luna, ciocchè combina co' loro periodi. Le varie divisioni de' lor anni, il levare eliacco del sirio, il periodo di 1461 anno, la collocazione delle piramidi, l'anno canicolare, i metodi da calcolare l' eclissi, provano i loro progressi astronomici (1).

(a) *Epinom.*—(b) L. I.—(d) Sen. l. VII, c. 3.—(c) *Proocm.*

c. 48; tra' modèrni Petavio *Uranol. diss.* l. IV, Freret *Déf. de la chron.*, Goguet l. III, par. II. Dai quali autori traggiamo che l'anno in su le prime costava d' un mese, poi di due, di tre, di quattro, finche dagli Egiziani fu adottato di dodici: sopra che vedi il Giraldi *De dieb. ann. et mens.*, il Fabricio in *Menol.* l' Alessandro *Dier. gen.* l. III, c. 24.

(1) Pensa Luciano *de Astrolog.* che gli Egiziani fossero in sapere preceduti dagli atioi, che dice più istruiti degli altri popoli; e Diodoro, l. III, inchina a credere che quegli fossero una colonia di questi. Ma e Aristotile e Plinio e Macrobio reputano la invenzione dell'astronomia agli gizi Einsieme e ai Caldei. Il Marsham in *Can. chron.* concede ai Babilonesi la restaurazione delle scienze in Egitto, dopo che vi fu distrutto l' imperio de' Persiani, sotto a cui le arti vi furon neglette. Aggiugne due Mercurii esserne stati i primi inventori, l'uno detto Thoth, dopo il diluvio; l'altro Trismegisto, poco dopo Mosè. Ciò ave'va pur contestato Platone in *Phaedone*, comechè altri a Vulcano figlio di Nilo, altri ad Atti figlio del Sole ne desser la palma. Se stiamo ad Erodoto l. II, gli Egizi vantavano osservazioni di 11340 anni; se a Diodoro l. I, altri di 10000, altri di 23000, da Osiri fino ad Alessandro: ma il Freret (l. cit.) osservando che il Sasiche di Diodoro è il Sesac della storia sacra e l' Sesostris della profana, conchiude che, come l'età di quello, così l'origine della scienza, non è

## VI. Greca, Talete e sua scuola.

Non tardaron però i Greci discepoli a superare la gloria ed a migliorar la dottrina de' loro maestri. Ritornato d'Egitto Talete insegnò a' suoi la teoria dell'eclissi, e ne predisse una; statui in qualche modo il diametro del sole, e trovò il suo corso da l'un tropico all'altro; divise il cielo in cinque circoli o zone; formò la costellazione dell'orsa minore, e scrisse molto d'astronomia (a) (1). La scuola di lui seguì questo studio; e Anassimandro lavorò una sfera, fabbricò un gnomone per osservare i solstizi, e conobbe, secondo Eudemo, lodato da Anatolio (b), un qualche moto della terra: Anassagora, Anassimene, e gli altri della ionica setta vi s'applicarono (c); benchè non quanto l'italica.

## VII. Pitagora e sua setta.

L'obliquità dell'ecclittica, l'esistenza degli antipodi, la figura del globo, la cognizione di venire, come sofforo ed esero, scoperte son di Pitagora; e da lui parimenti derivasi l'opinione di più mondi o sistemi planetari; e il moto della terra, che poi meglio spiegò

(a) Laert. in *Thal.*, Plut. *de Plac. phil.* l. II. — (b) V. Fabr. *Bibl. gr.* t. II, p. 277. — (c) Plut. Laert. al.

al di là degli anni 1570 avanti G. C. Anzi il Costard (*Hist. of astr.*) facendolo contemporaneo di Salomone, il fa srendere a 1000 anni avanti l'era nostra. Gli Egiziani insegnarono ai Greci distinguere l'anno astronomico dal civile, essendo l'uno di ben sei ore più lungo dell'altro. Vedi la Storia del calendario egiziano, descritta dal de la Nauze, nelle *Mém. de l'Acad. des inscr.* t. XIV, e l'altra del Dupuy, ivi t. XXIX.

(1) L'eclisse da Talete predetta (secondo il testimonio di Erodoto l. I, c. 74, e di Plinio l. II, c. 12) avvenne l'anno 585 avanti G. C. giusta Riccioli e Newton; ovvero nel 603, giusta Bayer e Costard. Contuttociò il de Lalande sembra voler negare la realtà di tale predicimento (*Astron.* l. II), dicendo che, per non essere fuso allora ridotto a calcolo il moto della luna, non poteva Talete valersi che dell'imperfetto periodo d'anni 18 e giorni 11. Nel resto egli conobbe ed insegnò la rotondità della terra, ne distinse le zone, ne tracciò il meridiano, e misurò eziandio il diametro apparente del sole.

*Filolao*, sì che ne fu creduto lo scopritore, come da altri diceasi *Niceta* siracusano (a) (1). Anzi, poichè *Pitagora* applicò al moto de' pianeti le leggi dell'armonia musicale, han creduto il *Gregory* (b) e il *Maclaurin* (c) di vedervi le leggi dell'attrazione e il vero sistema dell'universo. Dalla sua scuola uscirono un *Filolao*, detto il *Copernico* dell'antichità, un *Empedocle* un *Oenipode* un *Timeo* e tai rinomati astronomi (2). *Democrito* vide nella via lattea un ammasso di stelle (d), che contrastategli da qualche moderno gli sono state rivendicate da' telescopi dell'*Herschel*. Altri riconobber la luna per un corpo abitato (e), altri scopersero la vera natura de' pianeti (f). I cicli di *Cleostrato* di *Metone* di *Calippo*, e l'ideata riforma del greco calendario provano gli avanzamenti di quell'età.

(a) *Laert.* in *Philol.* — (b) *Astr. phys. et geom. Praef.* — (c) *Expos. phil. newt.* l. 1, c. 2. — (d) *Plut.* l. III, c. 2; *Macrob. Somn. Scip.* l. 1, c. 15. — (e) *Plut.* l. II, c. 30. (f) *Ivi* l. II, c. 2.

Tanto ne dicono *Laerzio in Vit.* e *Plutarco de Plac.* l. II. Del suo discepolo *Anassimandro*, che alzò a Sparta un quadrante solare e un gnomone per conoscere gli equinozi e i solstizi, e misurò con più giustezza l'obliquità dello zodiaco, vedi lo scrittone dal de *Canaye, Hist. de l'Acad. inser.* t. X.

(1) Comechè parecchi presso gli antichi intravedessero il moto della terra, *Filolao* intra tutti sembra averlo precisamente chiarito: cotalchè, avendo il *Bullialdo* composta un'opera ben grande sullo stesso principio, che stampò a Parigi 1645, volle intitolarla *Astronomia philolaica*. Fu egli nativo di *Crotona*, uditor di *Pitagora* e d'*Archita*, e fiorì a *Metaponto* e poi ad *Eraclea* circa 450 anni avanti G. C. *Plut. de gen. Socr.* *Eracleide* pontico ed *Ecfanto* pitagoreo davano anch'essi alla terra un moto, non annuo intorno al sole, ma diurno intorno al suo asse; e mantenevano che ogni stella era un mondo simile al nostro (*Arist. de coelo* l. II).

(2) Ad *Empedocle* si ascrive un poemetto di 168 versi giambici, tuttora esistente, sopra la Sfera, che non contiene salvo la descrizione de' segni zodiacali e di qualch'altro allor conosciuto. Lo riportano il *Fabricio Bibl. gr.* l. II, c. 12, e l'*Heilbronner Hist. math.* l. 1, c. 7. Lo stesso *Fabricio nel*

## VIII. Merito della greca astronomia antica.

Il Gregory, raccogliendo i passi degli antichi, ci mostra l'astronomia pittagorica quasi superiore alla moderna (a). A dire il vero, il genio teorico e sistematico gli avrà fatti avvenire in molte verità che per mancanza di fondamenti non sapeano di poi sostenere; l'arcano e il mistero de' loro insegnamenti e l'espressioni metaforiche e le poetiche immagini avranno forse difformato i filosofici lor sentimenti. Dal che possiamo dedurre che l'antico sapere astronomico nè era sì rozzo ed incolto, come tal crede, nè sì raffinato e sublime, com'altri vuole. Seneca (b) dice che poco prima di lui s'era cominciato a distinguere il moto progressivo, stazionario, retrogrado de' pianeti. Platone (c) propone un pensiero per ispiegare il moto circolar de' pianeti colla diversa loro velocità, pensiero illustrato e lodato dal Galileo (d), e riguardato un abbozzo della teoria delle forze centrali.

## IX. Altri Greci.

Or dopo Platone comincia questa scienza a prender vigore. Eudosso, detto l'astronomo e il principe degli astronomi (e), citato con onore da Ipparco (f), e le cui opere fur il corso astronomico de' Greci; Pitea, famoso pel viaggio al circolo polare, per le osservazioni ivi fatte della lunghezza de' giorni estivi e della scarsezza di stelle vicino al polo; Aristotele, Aristillo, Timocari, diligenti osservatori de' celesti fenomeni; Aristarco da Samo, il primo di cui siaci rimasto qualche scritto; il cui metodo per determinar la distanza del sole per la dicotomia della luce (g), e la misura del diametro della

(a) Praef. — (b) Quaest. nat. l. VII, c. 25. — (c) In Tim. — (d) Dial. II De' sist. del mondo. — (e) Cic. de div. l. II. (f) In Arati phaenom. — (g) De magn. et dist. solis et lunae.

t. II ci dà un prolisso catalogo de' moltissimi astronomi e astrologi che vissero e scrissero nella Grecia; donde si cava la universalità di questo studio in quella dotta nazione.

luna ch'ei trovò un terzo di quel della terra, e del diametro del sole che stabilì  $\frac{1}{720}$  della sua orbita, e sopra tutto il sistema del moto della terra, proposto già e adombrato da Filolao, ma da lui fermato sopra giusti principj e da' contrari assalti difeso (a), mostrano bene l'acutezza del suo ingegno e la sodezza del suo giudizio (1).

X. Scuola d'Alessandria, Eratostene.

Fu la scuola alessandrina il teatro della greca astronomia. Oltre a' tre ultimi ora lodati, in quella fiorì l'enciclopedico Eratostene; le cui armille, famoso strumento da lui o inventato o migliorato, serbavansi nel portico d'Alessandria in perpetua gloria del suo sapere. La posizione dello zodiaco, la via del sole attraverso le stelle, la distanza de' punti solstiziali, l'obliquità dell'ecclittica, cose da altri tentate, furon finite da lui, che determinò la distanza ne' tropici fra  $47^{\circ} 40'$ , e  $47^{\circ} 45'$ . Plutarco (b) gli attribuisce la misura delle distanze del sole e della luna, dando a questa 780000 stadi ed a quella 804000000. Ma la maggiore sua lode gli vien dalla misura della terra, che Aristarco ed altri, secondo Aristotele (c), aveano solo congetturato, stimando la circonferenza terrestre di stadi 400000: Dionisiodoro (d) dato avea il semi-diametro del globo a 42000 stadi, e quindi la periferia a 255000. Eratostene con me-

(a) V. Archim. in *Arenar.* (b) *De plac. phil.* l. II, c. 32. — (c) *De coslo* l. II. — (d) Plin. l. II, c. 19.

(1) Di Eudosso di Gnido, amico di Platone e facitore d'una sfera e d'un quadrante, e degli altri qui lodati, vedi gli storici summentovati. Degno è di aggiugnersi Arato, che vivea alla corte di Antigono Gonata re di Macedonia, in grazia di cui compose il poema dei Fenomeni, ove describe le costellazioni, il loro sito, l'origine de' nomi che hanno, e le favole a che alludono. La vita e gl'illustratori di questo poeta ci vengono descritti da un greco autore riportato dal Petavio in *Urunol.* Ma il più lusinghiero suo vanto si è l'essere stato fatto latino da un Cicerone e da un Germanico Cesare.

todo astronomico, confrontando l'altezza del polo di Alessandria e di Siene, determinolla a 250000, benchè Plinio (a) Vitruvio (b) Macrobio (c) la dicano di 252000; perchè, come osserva il Riccioli (d), presero nel numero tondo di 700 gli stadii compresi in un grado, ch'Eratostene solamente contava  $694 \frac{4}{9}$ . E comechè non sia tal misura della massima esattezza, fia gloria di lui immortale che i moderni nulla non abbian aggiunto al suo metodo dopo tanti lumi e tanti strumenti (1). Dopo lui non parleremo nè di *Conone*, lodato da Marone (e) e da Seneca (f), nè d'altri di minor nome; dacchè *Ipparco* è l'astronomo, dietro cui corrono i nostri sguardi.

### XI. *Ipparco.*

Generalità di mire, giustezza di metodi, costanza di osservazioni, ordine e forma di scienza esatta, tutto si rinvien in *Ipparco*. Egli le verità per altri scoperte collogò insieme, le mise in un corpo, ed abbracciò in tutta la sua estensione la scienza. Sole e luna, stelle e pianeti, i cieli tutti volle sottoporre ad esame: fece una rivista generale delle altrui osservazioni ed ipotesi; corresse le posizioni delle stelle, proposte da Arato dietro alle tracce d'Eudosso (g), e riportolle tutte ai due poli, ed a' circoli dell'equatore e dell'ecclittica, onde discernere i corpi fissi da' mobili, e stabilirne i

(a) L. II, c. 108. — (b) L. I, c. 6. — (c) *Somn. Scip.* l. I, c. 20. — (d) *Almag.* l. III, c. 27. — (e) *Eclog.* II. — (f) *Qq. nat.* l. VII, c. 3. — (g) In *Arati et Eud. phaen.*

(1) La circonferenza del globo, a riferire di Plinio, era di 252000 stadii romani, ciascun dei quali costava di 95 tese francesi, che farebbono 10452 leghe, mentre oggi si computa 9000, come osserva Lalande *Astron.* l. XV. Ma lo studio greco, giusta le Roy, era di poco oltre a 104 tese, onde nascono 250000 stadii, o 11400 leghe. Osserva però il Freret che, distinguendosi parecchie sorte di stadii, può ben darsi che la misura d'Eratostene fosse conforme alla nostra (*Acad. inscr.* t. XXIV).

modi e le leggi : raffer mò la distanza de' tropici posta da Eratostene; e se questi ebbe coraggio di misurare la terra, egli ardì perfino di misurar l'universo. La scoperta della parallasse, l'invenzione di questo metodo per rilevar la distanza de' corpi celesti, è ben opera di lui; come di lui è il numero delle stelle con arduo studio tracciato, e lo scoperto fenomeno della precessione degli equinozi, o, com'ei diceva, della retrograzione de' punti solstiziali ed equinoziali. Riflettendo poi che, se l'annuo corso del sole fosse di giorni 365 e 6 ore sarebbe dovuto arrivare al solstizio 12 ore più tardi, levando da 145 anni 12 ore, raccorcì l'anno di poco oltre 5 minuti. Giorni  $94 \frac{3}{2}$  trovò che impiegava il sole dall'equinozio di primavera al solstizio di state, e  $92 \frac{1}{2}$  da questo all'equinozio d'autunno; 187 per correre la metà boreale dell'ecclittica, 178 e quasi  $\frac{3}{4}$  per correre l'australe : di che volle assegnar per cagione l'eccentricità del ciclo solare, ed aperse con ciò la via a' giri ellittici del Keplero. A circoscrivere il giro diurno del sole contò i suoi passaggi pel meridiano, e statò il giorno astronomico : misurò il girar della luna, la eccentricità di sua orbita, la sua inclinazione all'ecclittica, il moto de' suoi apsidi e de' suoi nodi : calcolò le prime tavole de' moti del sole e della luna : radunò de' pianeti quelle osservazioni che da se e da altri eransi fatte : determinò le distanze ancora dei luoghi terrestri col riferirle a punti celesti, e rendette così la geografia più esatta e tributaria dell'astronomia. Da un trattato d'Ipparco, citato da Teone, gli ascrive il Montucla (a) l'invenzione della trigonometria, sì rettilinea che sferica, ed accresce sempre più i meriti di colui, che sbanditor delle vane ipotesi, introduttore della precisione severa, creatore d'una scienza esatta, padre

(a) P. I, l. IV, § 9.

della vera astronomia, maestro essendo della nostra età, merita ogni riconoscenza ed elogio (1).

*XII. Ed altri greci.*

Egli però non ebbe verun successore: *Gemino*, *Teodosio*, *Menelao* son noti per alcuni scritti lungo tempo classici nell'astronomia; *Posidonio* per la costruzione di una sfera, per la sua misura della terra, e per l'opera che ci rimane; *Sosigene* e *G. Cesare* per la riforma del calendario; e tal altro greco e romano per qualche merito peculiare verso l'astronomia (2).

(1) Questo valente astronomo di Nicea, vivuto a tempi della terza guerra punica, che meglio d'ogni altro indagò i fenomeni de' cieli e seguì i corsi degli astri, de' quali fu il primo a darne il catalogo, contandone 1022, e a ciascuno assegnando la propria latitudine e longitudine, e corresse il periodo di Calippo, e differenziò l'anno sidereo dal tropico, lasciò parecchi scritti di molta utilità che oggi più non esistono. Sol ci rimangono i tre libri di Enarrazioni sopra i Fenomeni di Arato e di Eudosso, volti in latino e annotati dal Petavio; e la Sposizione delle costellazioni, inserita da Tolommeo nel libro VII dell'opera sua, e poi divulgata a Firenze 1567 da Pietro Vettori, che il primo avea pubblicato i tre detti. Calcidio (in *Tim. Plat.* p. 181) ci raccorda un'altra sua opera da *Secessibus atque intervallis solis et lunae*, ove mantenea che il sole era 1880 volte più grande della terra, e questa 27 più della luna.

(2) Per innumerabili che si fossero i Greci e Latini astronomi, di pochissimi sono a noi pervenuti gli scritti. La *Isagoge* di Gemino rodio, volta in latino dall'Ilderico e commentata dal Petavio, vi spone le divisioni dello zodiaco, il moto disuguale del sole, gli aspetti de' pianeti, i circoli della sfera, i poli i tropici i climi i mesi gli anni lunari e solari, i cieli e cotali notizie elementari. Avvi altra *Isagoge* di Achille Tazio ai Fenomeni di Arato, ed un suo comentario sopra gli stessi, che altri falsamente reputa ad Eratostene; e l'uaa e l'altro fatti latini dal Petavio, fan parte del suo Uranologio. In questo pur si contengono i greci Computi di Massimo martire, d'Isacco argirese, d'Andrea cretese, da lui parimente latinizzati; ed inoltre un libretto di Teodoro Gaza sopra i mesi, e un frammento di Aezio su' significati degli astri. Chiude il Petavio la sua collezione con otto libri di *Dissertationi varie*, che valgono per gran maniera e a dilucidare i predetti

## XIII. Tolommeo.

. Infra tutti però merita menzione *Tolommeo*, il quale con Ipparco forma, per così dire, tutta l'antica astronomia. Fiorì egli sotto Adriano ed Antonino, quasi tre secoli dopo Ipparco : ma questi, ingegno sublime e fecondo, più giovò pe' suoi metodi, pe' suoi progetti, per le sue scoperte; quegli, genio vasto e laborioso, abbracciò un disegno più compiuto, e perfezionò gli abbozzi dell'altro : Ipparco pose le fondamenta ed acquistò i materiali, Tolommeo compì l'edifizio e raccolse i risultamenti : Ipparco fu più inventore, Tolommeo più utile : l'uno scoperse la parallasse, l'altro inventò uno stromento per osservarla, calcolò la longitudine e latitudine, formò le tavole e ne cavò molti usi : il primo si servì dell'eclissi lunari per certe determinazioni, il secondo diè la prima dottrina di que' fenomeni, spiegò i moti e le distanze e i diametri del sole della luna della terra e delle lor ombre, a che la teoria dell'eclissi s'appoggia : Ipparco notò nella luna il moto delle apsidi, Tolommeo vi trovò pur quello de' nodi che combinò coll'altro, movendo la luna per un epiciclo con un eccentrico. Di lui fu opera la teoria de' pianeti, de' loro moti, distanze, dimensioni delle lor or-

autori e a chiarire l'antica astronomia. Oltre a questi ci avanza un libretto di Aristarco su le grandezze e le distanze del sole e della luna, che il Commandini fece latino e stampò a Pesaro 1572, il Wallis ristampò col testo originale ad Oxford 1688, ed ora il de Fortia ha volto in francese a Parigi 1810. Il Trattato di Proclo sopra la sfera, i due libri di Cleomede sopra il mondo, la Descrizione dell'orbe abitabile di Dionigi, furono in greco e latino unitamente vulgati da Marco Hopper a Basilea 1547, insieme coi fenomeni di Arato. Di questo poeta ci è pure un secondo poemetto, intitolato i Pronostici che cogli scolii di Teone è stato ripubblicato dal Buhle a Lipsia 1801. E già d'amendue quei poemi n'avea dato il Grozio un'elegante versione e opportune annotazioni nel suo *Syntagma Arateorum*, a Leiden 1600. Aggiungo a questi Greci i poemi Latini di Firmico Materno in VIII libri; di Manilio, in V; di Igino, in IV; che in vari tempi da vari sono stati illustrati. E con essi spira l'astronomia romana.

bite : cogli aiuti de' precedenti astronomi, colle osservazioni di molti secoli, colla cognizione delle fisse e de' pianeti si credette padrone dell'universo, e volle regolarlo tutto a suo modo, dargli le leggi e creare un pieno sistema; il quale, benchè fondato su d'uno schieramento de' corpi celesti, da' Caldei già prima ideato, ebbe nondimeno il nome di *tolemaico*, perchè da lui appoggiato ad osservazioni ed a ragioni, e ad astronomica regolarità sublimato.

*XIV. E suo sistema.*

Presentasi questo sistema ingombro troppo d'epicicli e di circoli, d'eccentrici e di concentrici, insostenibile per la stessa sua complicazione; ma egli è un portento d'arditezza, d'ingegno, di fecondità, d'immaginazione, di sottigliezza nel suo autore. La geografia la cronologia l'ottica, come attinenti all'astronomia, goderon anco della giovevole sua beneficenza; interessanti le sue scoperte, ma più utili le sue opere. L'*Almagesto* di Tolommeo, dice Bailly (a), mantenne il commercio tra l'astronomia antica e la moderna, e fu il fedel magazzino, dove si serbarono in deposito i metodi e le osservazioni degli antichi per trasmettersi a' moderni che n' han profitato (1).

(a) *Astr. anc.* l. V.

(1) La maggior opera di Tolommeo, ch'egli intitolò *Μεγάλης συντάξεως*, *Magnae constructionis*, e gli Arabi traduttori *Almagesto*, dispiega in XIII libri i principii universali della scienza, la figura la grandezza la distanza de' cieli e delle stelle, i periodi e l'eclissi colle tavole di ciascun pianeta, e i movimenti degli astri e le costellazioni e i cicli ed ogni cosa in somma che fino allora sapevasi. Son senza numero quei che lo han tradotto in ogni lingua e comentato in cento guise. Degli antichi ci rimangono gli XI libri di greci comentari di Teone alessandrino, e la parafrasi di Proclo Diadoco. Giovanni di Monteregio ne diede di quella grande opera un' epitome a Basilea 1543. Oltre a questa, ci restano di Tolommeo alquanti opuscoli astronomici; come quello Su le apparenze e significazioni delle fisse per tutto l'anno, la-

XV. *Astronomia arabica.*

Lo studio astronomico durò ad Alessandria, ma non sorse alcun vero astronomo : onde lascio volentieri i nomi de' posteriori Greci e Latini, per venire brevemente agli Arabi; i cui osservatori astronomici, gli esatti strumenti, la misura terrestre, le molte tavole, la storia celeste d'*Ibn Jonis*, e le infinite opere, e le lunghe liste d'astronomi e di principi protettori della astronomia, e gli stessi nomi arabi, divenuti tecnici e propri di questa scienza, fanno vedere di quanto essa sia debitrice a quella nazione (1).

tinizzato dal Petavio, che vi aggiunse un consimile Calendario antico romano, da lui composto su ciò che ne tramandarono Ovidio Columella e Plinio : un trattato Sopra i pianeti, illustrato dal Brainbridge, e stampato a Londra 1620 : un Planisferio che il Commandino comentò e produsse con quello di Giordano : e IV libri di Giudizi astrologici, tradotti i primidue dal Camerario, gli altri dall' Osualdo; i quali però niega con altri il Dechales essere di Tolommeo, nè poi gli farebbono molto onore. Anco i moderni continuano a sacrare le loro veglie a questo padre dell' astronomia antica, e l' abate Montignot ci ha dato in francese lo Stato delle stelle fisse, da Tolommeo descritto nel II secolo, paragonandolo alla posizione ch'esse aveano nel 1786; e l' abate Halma ha riprodotto in greco ed in francese lo stesso catalogo, con dissertazioni sul ridurre gli anni e i mesi antichi alla forma attuale. Apparve la prima opera a Strasburgo 1787, la seconda a Parigi 1819.

(1) Bagdad, capitale degli Arabi, vicina a Babilonia, succedette ad Alessandria nella gloria delle lettere, e furono in quella i califfi ciò che stati erano in questa i Tolommei. Se Omar, secondo califfo o successore di Maometto, comandò lo incendio della biblioteca alessandrina nel 641, ciò che cagionò l'estinzione delle lettere in Egitto; Almanson, califfo della famiglia degli Abassidi, e Raschid suo figliuolo, e più Almon suo nipote, rimisero in onore ogni scienza. Quest' ultimo avendo nell' 827 fatto voltare in arabo, una cogli altri libri dei Greci, l' *Almagesto* di Tolommeo, applicossi egli stesso alle osservazioni astronomiche, e giunse a determinare l'obliquità dell'eclittica per  $23^{\circ} 35'$ . Fece costruire di nuovi strumenti, prendere di esatte misure, e perfino valutare i gradi

## XVI. Arabi illustri.

Infatti gli elementi di *Alfragano* sono stati il classico libro e degli Arabi e degli Europei. La lunghezza dell'anno, la declinazion dell'eclittica, la *trepidazion* delle fisse sono state discusse da *Thebit*. Famoso *Arzachel* per le tavole *toletane*, fu anche più utile per lo metodo di determinar l'apogeo del sole, la sua eccentricità e la sua teoria. *Alhazen* c'insegna il primo la dottrina de' crepuscoli, dell'atmosfera e delle rifrazioni. *Alpetragio* ebbe il coraggio di sostituire le orbite spirali alle circolari, gran passo per arrivare un giorno all'ellittiche. E questi ed altri molti tennero in credito e vigore l'astronomia (1); ma l'*Ipparco* e il *Tolomeo* de' musulmani non fu che *Albatenio*. Egli ridusse il movimento delle fisse ad un grado per 70 anni, non più per 100: egli toccò il più dappresso l'eccentricità dell'orbita solare: egli fe' tavole più giuste delle tolemaiche: egli sopra tutto scoperse un moto dell'apogeo del sole, distinto da quel delle fisse, ed alquanto più rapido, onde portossi a sospettarne uno simile negli apogei dei

della terra, dando a ciascuno  $56000 \frac{2}{3}$  cubiti, che rispondono ciascuno a un piede e mezzo, secondo *Abulfeda*, citato da *Gravio* (*Geogr. vet. script.* t. III, proleg.). Il *Riccioli* fa rispondere un tal grado a 62046 tese (*Geogr. ref.* p. 146); ma il *Picard* lo estima solo di 47188 (*Més. de la terre* pag. 6). Più altre cose de' meriti letterari di quei principi ne ha tramandate l'arabo *Abulfaragio* nella sua Istoria delle dinastie, impressa colla versione latina del *Pocock* ad Oxford 1763. Quale poi fosse il saper primitivo di quella gente, hallo mostrato *Simone Assemani* nel suo Saggio sull'origine, culto, letteratura e costumi degli Arabi ayanti il pseudoprofeta *Mahometto*, § II, Padova 1787; e il *Rasmussen* nella *Historia praecipuorum Arabum etc. ante islamismum*, Hauniae 1817.

(1) Di questi e d'altri Arabi benemeriti parlano a lungo gl'istorici tutti dell'astronomia. Un catalogo ben più prolisso ne intesse la Biblioteca arabica de' filosofi, donde cavollo il *Casiri*, e lo inserì nella sua arabico-ispana dello *Scuriale* (t. I, p. 402 et segg.). Di là traggiamo che *Alfazar* fu il primo ad introdurre fra' suoi questo studio, circa l'anno 156 dell'egira, sotto il principe *Almansor*. Senza modo sono le opere

pianeti; la quale scoperta è stata di gran pro all'astronomia, e forse l'unica per lunghi secoli (1).

*XVII. Europei loro discepoli.*

Noi qui non ci fermeremo a descrivere le gloriose fatiche d' *Alfonso X* re di Castiglia, nè l'opere di *Giovanni* da Siviglia, di *Gherardo*, di *Giovanni* da Sacrobosco, e di loro che, profittando del magistero degli Arabi, ne propagarono i lumi per l'Europa. L'astronomia di que' tempi non era che arabica: traduzioni comenti spiegazioni di libri arabi erano i lavori di quegli studi (2). Entriamo dunque nella moderna astronomia, dove molto ci si presenta ad ammirare.

che d'astronomia e d'ogni ramo di matematiche scrissero *Alhassan*, *Ben Musa*, *Costha*, *Albugiani*, ed altri che stucchevol sarebbe il nominare. Dalle cui opere potrebbe non poco lume venire a questa scienza. Ma fatto sta, dice argutamente il *Bailly*, che cotai lumi mai non verranno, atteso che chi si intende d'astronomia non si conosce d'arabo, e chi d'arabo si conosce non s'intende d'astronomia (*Astron. ancien.* l. IX).

(1) Gli Arabi antichi dividevano lo zodiaco in 28 parti che dimandavano *alnava* o stazioni della luna, perchè questa satellite ne passa una per notte, e in capo al mese lunare si rifà dalla prima. Quindi contavan essi 28 costellazioni, come pur faceano i Cinesi i Copti i Persiani e gl'Indiani, al dire del *Bailly* l. c. § IV. Gli Arabi posteriori, comechè adottassero la partizione del zodiaco in 12 segni, non pertanto ritennero l'antica delle 28 stazioni coi loro nomi, siccome può vedersi nel Globo celeste eufico-arabico del Museo borgiano, illustrato dall'*Assemani*, il quale alla sua dotta opera premise un'erudita diss. *De Arabum astronomia*, Patavii 1790, a cui rimando il lettore per più altre contesse.

(2) Come *Almamon* fe' tradurre dal greco nell'arabo l'*Almagesto*, così *Federigo II* il fece dall'arabo nel latino; e fu questo il primo passo per la restaurazione dell'astronomia europea. *Alfonso X* dette il secondo, correggendo le tavole di *Tolommeo*, e promulgando le sue, dette però alfonsine, nel 1252, stampate la prima volta a Venezia nel 1483. La sfera del *Sacrobosco* fu lunga mena il libro classico delle scuole, sopra cui poscia il *Clavio* dirizzò il suo: il *Vitellio* scrisse dieci libri ad esempio d'*Alhazen*, con cui venne in luce a Basilea 1572, e indi ebbe i supplementi del *Keplero*. Ma dell'astronomia del medio evo veggasi la compiuta Istoria che n'ha pubblicato *Delambre* a Parigi 1819.

XVIII. *Ristoramento dell'astronomia.*

Il secolo XV è l'epoca del risorgimento, come dell'altre, così di questa scienza: il primo passo fu impadronirsi dell'antica, disseppellire i greci libri, e renderli familiari e domestici a' nostri. Il *Purbach* e il suo discepolo *Regiomontano* riformarono le allor correnti opinioni, e le traduzioni erranti corressero dell'almagesto; anzi il secondo si fece a combattere le fallaci teorie di *Gherardo* e di altrettali, a traslatare dal greco fonte, non pur Tolommeo e il suo comentatore Teone, ma Menelao e Teodosio, a spiegar gl'istromenti coi loro usi, a formar tavole, a distender effemeridi, a rinnovare insomma l'antica per dar adito ad una nuova astronomia. Sopra questa sudarono il *Bianchini* il *Maria* il *Ricci* il *Walter* il *Werner* l'*Appiano* (1); ma il vero suo padre fu certamente *Copernico*.

XIX. *Copernico.*

Pratico questi del cielo e delle stelle, non potendo combinare i fenomeni col sistema regnante, e fattosi però a cercarne altro, rinvenne che Niceta, Filolao ed altri Greci aveano mosso la terra, chi intorno al suo asse soltanto, chi nell'annuale sua orbita; ed abbracciò entrambi que' moti. Lesse in Marciano Capella che alcuni filosofi facean girare intorno al sole Mercurio e Venere: riflettè che anche Marte Giove e Saturno dovean compiere lo stesso giro, per ispiegare le disuguaglianze delle loro congiunzioni ed opposizioni. La luna sola restò nell'antico suo posto, come satellite della terra.

XX. *Suo sistema.*

Adunque, non per solo ardimento d'ingegno, non

(1) Di questi ora lodati, il Purbachio costruì globi e strumenti, compose tavole degli eclissi, de' pianeti, e dei seni di 10 in 10 minuti, sopra un raggio di 600000 parti: il Regiomontano ampliò queste tavole e istituì diverse osservazioni, compose il primo effemeridi di 30 anni, e mise fuori un nuovo calendario: il Walter avvisò gli effetti delle rifrazioni, e dette le regole delle parallassi, delle cui osservazioni molto si valse il la Caille nelle *Mém. de l'Acad. des scienc.* 1749. et 57.

per isforzo d'immaginazione, come que' Greci, ma dopo quaranta e più anni d'osservazioni e di pensieri restò convinto del potersi solo col nuovo sistema render piena ragion de' fenomeni e degli accidenti celesti (a) (1). Questo sistema, pubblicato nel 1543, e riconosciuto utilissimo da molti astronomi, restò nondimeno negletto e dimentico, nè punto eccitò lo strepito che s'attendea; il *Ticone* il *Reinold* il *Moestlin* e pochi altri il sostennero; ma soli il *Keplero* e il *Galileo* dopo un secolo il propagarono.

XXI. Altri d'allora.

Il *Reinold* si fece nome colle sue tavole, dette *pruteniche* in onore del prussiano Copernico, secondo il cui sistema le avea composte. Il *Nugnez* o Nonio è benemerito, non tanto pel problema del giorno del meonomo crepuscolo, e pel trattato su ciò, quanto per lo stromento di divisione, che porta il suo nome. *Giulio IV*, Landgravio d'Hassia-Cassel, aiutato da *Rotman* e *Birge*, arricchì questa scienza delle sue *Osservazioni assiane*. Il *Moestlin* sparse i semi di varie scoperte ch'altri fe' germogliare. L'*Appiano* il *Mugnoz* ed altri splendettero (2), finchè oscurati non furono dal gran *Ticone*, secondo padre della moderna astronomia.

(a) *De revol. orb. coelest.*

(1) Qual sia l'economia dell'intero sistema copernicano, l'hanno per disteso chiarito le *Monnier*, de *Lalande*, *Delambre* e tutti i moderni. La vita di questo grand'uomo fu scritta dal *Gassendo*. Morì egli nel 1543, pochi giorni appo la prima impression del suo libro, fatta a Norimberga. Le sue osservazioni fur' anco pubblicate con quelle di *Ticone* il 1666.

(2) Oltre a questi fur celebri a quel secolo un *Werner* che nel suo trattato *de Motu octavae sphaerae* mostrò qualmente la precessione degli equinozi in 100 anni era 1° 10', e non di solò 1°, come fino allora credevasi: uno *Schoner* che pubblicò gran numero d'opere sue e d'altri: uno *Stoeffler* che compose effemeridi d'anni 50: un *Gemma* che escogitò l'anello astronomico, strumento composto d'un meridiano e d'un equatore con una alilada per trovare le ore d'ogni paese; ed altri lodati da *Weidler*, *Adam*, *Goujet*.

XXII. *Ticone.*

Fu questi il riformatore della pratica, come Copernico dell'astronomia teorica: sentì il bisogno di più perfetti strumenti, migliorò gli usati, inventò de' recenti, immaginò nuovi metodi e scoperse recondite verità; il perchè maestro universale divenne dell'arte d'osservare (a). Primo frutto di sue osservazioni fu l'esatta notizia della nuova stella, comparsa nella costellazione di Cassiopea, e dopo un anno sparita. Una tale scoperta, come indusse già Ipparco, così ora spinse Ticone ad imprendere il computo delle stelle, a formarne il catalogo, a darne la posizione. Una cometa dappoi comparsa gli fu anch'essa di scoperte feconda, trovando che le comete sono superiori all'orbita della luna, e struggendo l'error dominante della sodezza ed impenetrabilità delle sfere celesti. La dottrina delle rifrazioni, de' lor effetti e delle correzioni da farvi, si può dir tutta sua: le scoperte d'una terza disuguaglianza nella luna, oltre le due già fatte da Ipparco e Tolommeo, e la variabilità nell'inclinazione della sua orbita, e la cognizione più giusta de' suoi movimenti, accrescono i meriti dell'autore (b).

XXIII. *Suo sistema.*

Non parlerò del famoso suo sistema che fa muovere i pianeti intorno al sole, e questo con quelli intorno alla terra, ciò ch'ei fece in riguardo ad alcuni passi scritturali: sistema però che non piacque nè ai Tolemmaici nè a' Copernicani. La sua specola e la sua città del cielo od Uraniburgo nell'isola d'Huena, la sua passione per l'astronomia, e la generosità del re di Danimarca Federico II nel secondarlo, son note nelle istorie, che ci rapportano ancora le gare degli altri monarchi nel fare onori a chi tanto onorava l'astronomia (1): la quale colla scorta di sì illustre maestro fece a que' tempi rapidissimi voli.

(a) *Astr. instaur. mechan.* — (b) *Progymnasm.*

(1) Ticone Brahe nato nella Svezia nel 1546, e morto in

XXIV. *Keplero.*

Allora si eseguì la correzione gregoriana del calendario, per opera del *Lilio* e del *Clavio*, di che fu detto nella Cronologia: allor nacquero i grandi astronomi, le utili invenzioni, gli strepitosi progressi, che succedoronsi per due secoli senza interruzione: allora il *Keplero* e il *Galileo* entrarono a parte con Copernico e con Ticone nell'onore della riforma o della creazione d'una nuova astronomia. Le orbite ellittiche de' pianeti e le leggi de' moti loro, note sotto il nome di *Keplero*, sono la base di quella; per cui sparisce la complicatezza delle antiche immaginazioni, e la semplicità e chiarezza presentasi della verità.

XXV. *Sue leggi.*

Le osservazioni di marte gli fer notare tali irregolarità nel suo moto, che non poteano adattarsi a verun circolo eccentrico, e dimandavano un'ovale; da cui però sfuggendo tuttavia il pianeta, si contenne da ultimo entro la ellisse ordinaria, che applicata agli altri pianeti

Praga il 1601, dopo avere discorse varie proviache d'Europa, parte per osservare e parte per insegnare, lasciò per tutto di se nome e fama immortale; la cui vita descrisse il Gassendo. Suoi meriti singolari sono l'aver avvisati e corretti gli svarii delle allor correnti tavole astronomiche, inventati o migliorati gli stromenti, determinati i punti di 777 stelle fisse; tenuto conto egli il primo delle rifrazioni nei calcoli, e determinato le parallassi i diametri i giri de' globi celesti. Le osservazioni sue cominciarono fin dal 1560, ma le stampate principiano dal 1582. Il castello di Uraniburgo, fatto alzare da lui a spese del re di Danimarca suo protettore, in forma quadrata di 60 piedi per lato, col fornimento di 28 grandi e perfetti stromenti, viene da lui descritto nella sua *Astronomiae instauratae mechanica*, impressa nel 1598. Oltre a quest'opera, di lui abbiamo i Prognasmi dell'astronomia ristorata, un libro su la Cometa, più altri d'Epistole astronomiche, e sopra tutto la *Historia coelestis*, che fu messa alla luce d'Augusta 1666, per opera del gesuita Alberto Curzio, che contiene una serie di osservazioni, trattoue quelle del 1593, le quali poi fur pubblicate da Lalande e Jaurat nelle *Mém. de l'Acad. des scienc.* 1757 et 63.

spiegava ottimamente i fenomeni. Quindi trovò che il corso loro disuguale forma uguali aree in tempi eguali, e che i quadrati dei tempi periodici son come i cubi delle distanze : due leggi, trovate vere da lui in tutti i pianeti, e poi applicate a' satelliti e alle comete. Egli oltracciò scoperse e descrisse la nuova stella nel piede del serpentario, distese le celebri tavole *ridolfine*, inventò metodi d'osservare e di calcolare, trattò con maestria le rifrazioni e le parallassi, unì con profitto l'ottica all'astronomia, e questa alla fisica, riducendo alle leggi della natura i moti delle stelle, e indagando degli osservati fenomeni le astruse cagioni. L'attrazione universale di tutti i punti della materia, il mutuo collegamento di tutti i corpi, l'influenza del sole sull'anomalia del moto della luna, e della luna sulle maree, e varie altre scoperte fisiche fur indicate, benchè non seguite, da lui; alle cui congetture forse è dovuta la grandiosa teoria del Newton, e la parte teoretica di questa scienza, che venera nel Keplero il più valente eroe che fin allora dominato avesse ne' cieli (1).

#### XXVI. Galileo.

Amico di lui il Galileo fu l'unico che aspirar potesse a superarlo; e se quegli fu il legislatore de' cieli, questi ne divenne conquistatore; benchè, a dir vero, le scoperte del Galileo si denno in parte al caso, quelle del Keplero sono tutte opera d'ingegno. Il telescopio gli schiuse i tesori tutti del cielo. Contemplò le fisse, e al suo sguardo nacquero in ciascuna costellazione infinite stelle dianzi sconosciute; le dotò di luce propria e nativa, onde sono privi i pianeti, e privolle

(1) Keplero fu il più degno seguace e rivale del Brahe con cui visse e di cui anco ereditò gli scritti. La sua prima opera, intitolata *Mysterium cosmographicum*, composta nel 1595; trasse a lui le ammirazioni de' dotti. Nell'altra *de Stella martis* prese a mostrare la figura ellittica de' pianeti. Le interessanti sue Tavole *ridolfine* furono il fondamento di tutti i calcoli durante un secolo. Dette ancora un libro sopra le Comete, un'Epitome dell'astronomia copernicana, ed effemeridi e lettere, alla testa delle quali vi ha la vita dell'autore.

di quella irradiazione avventizia che mostrano agli occhi nudi.

### XXVII. Sue scoperte.

Esaminò saturno, e trovò con a fianco due piccole stelle, parte dell'anello che poi gli scoprì dintorno l'Ugenio; le quali poi disparite, ne predisse il ritorno periodico, siccome oggi fanno gli astronomi (a). La scoperta sua prediletta fu de' quattro satelliti di Giove, de' quali e descrisse i periodi e distese le tavole, ed a' quali l'astronomia la geografia la nautica l'ottica debbon lumi infiniti. Discese a marte, e gli parve, che quando egli è perigeo, è assai più splendido che giove (b), e che all'opposizione si mostra 60 volte maggiore che alla congiunzione (c). Vide in esso, ma molto più in venere, le sue fasi, e si esattamente ne sposò l'andamento, che poco lasciò da aggiugnere al Bianchini (d). Le stesse fasi congetturò in mercurio, rafferme poi da Vidal e da Schroeter. La luna fu il primo e l'ultimo oggetto de' suoi sguardi: la scabrosità della superficie, la misura de' suoi monti, l'apparizione e disparizione d'alcune macchie, la scoperta della sua librazione, la cagione di questo fenomeno, occuparon gli estremi pensieri di lui. Il sole eziandio gli fu campo fertilissimo di scoperte: le macchie ed il moto sul proprio asse, congetturato dal Keplero, avverato da lui, son titoli nuovi all'immortalità del suo nome.

### XXVIII. E sistema.

Pieno di tanti lumi, di tante scoperte, non potè dubitare che la terra non muovasi giornalmente sull'asse suo, annualmente intorno al sole; ed abbracciata l'ipotesi copernicana, la sposò in tutto il suo lume, la difese da tutte le opposizioni, la confermò l'ampliò l'abbellì, e fece sì che quello, che proposto Copernico avea per sua ipotesi, potesse chiamarsi sistema

(a) V. de la Lande *Astr.* t. III, § 3230.—(b) *Contin. del nunzio sidereo*.—(c) *Dial.* III.—(d) *Hesp. et phosph. phaen.* etc.

galileano (1). Non dirò qui le molestie ch'egli ebbe a soffrire, di che gli scrittori parlano fino alla nausea: non è nuova a' filosofi la sorte del Galileo, nè è biasime solo di Roma l'aver dannata, come alla religione contraria, un'opinione filosofica; ma è bensì gloria singolare d'Italia l'aver prodotto un ingegno che potesse illustrare sostenere munire un sistema, da Copernico proposto, da Ticone impugnato, da Keplero supposto semplicemente.

#### XXIX. Scheinero e Baiero.

La scoperta delle macchie solari è stata pretesa da molti: *Giovanni Fabrizio* e *Simone Mario* v'aspirano, ma più ancora *Galileo*, e *Scheinero*. Il vero sembra ch'ei tutti col telescopio allor inventato si facessero a contemplarle, ma che l'ultimo n'avesse il vanto, per aver dato il metodo d'osservarle, l'esame di lor posizione, di loro figura, di lor movimenti, natura, origine, e tutto con somma pienezza ed originalità (a). Il *Baiero* è celebre per la sua *Uranometria*, e per averci presentate le regioni celesti, com'altri fan le terrestri, in carte uranografiche.

#### XXX. Gassendo ed Horrox.

Il *Gassendo*, oltre a molti meriti nell'astronomia, ha quello d'aver il primo veduto mercurio nel suo passaggio sotto il disco solare (b), checchè altri creda in contrario: siccome il primo fu *Horrox*, degno per altro di laude, a mirar venire innanzi al sole. Il *Bullialdo*,

(a) *Rosa Ursina* lib. I, ec. — (b) *Mercur. in sole visus.*

(1) La dottrina del Galileo intorno a quest'affare fu da lui sposta nel famoso Dialogo sopra i due sistemi del mondo, tolemaico e copernicano, impresso la prima volta a Firenze 1632; e poi volto in latino dal Bernegger col titolo *Systema cosmicum*, ad Augusta 1639. Quanto alle censure fattegli e alle opere sopra ciò divulgate in pro e in contra, veggasi la difesa di lui medesimo col titolo di Dottrina nuova ed antica de' padri e teologi sopra i testimoni della sacra scrittura in conclusioni meramente naturali. Veggasi ancora l'Apologia *pro Galileo* del domenicano Tommaso Campanella, stampata a Francfort 1622.

il *Lansberg* il *Morin* il *Vandelino* lo *Snellio* e parecchi altri al principio del secolo XVII coltivavano con profitto tai studj (1).

*XXXI. Cartesio.*

Intanto il *Cartesio*, senza imbarazzarsi d'osservazioni e di calcoli, fidandosi alla sua fantasia, crede d'aver trovata la forza o il principio fisico de' movimenti celesti ne' famosi suoi vortici; di cui uno era il sistema nostro planetario con in mezzo il sole e d'intorno i pianeti. Non possiam noi seguire le ragioni di lui e de' suoi partigiani per difendere, nè le obbiezioni degli avversari per distruggere un sì specioso sistema, che or più non riguardasi che come piacevole sogno d'immaginazione brillante: ma questo falso principio indusse il *Newton* a cercarne il vero nella costituzione dell' universo.

*XXXII. Evelio.*

Allora l'*Evelio* arricchì la sua scienza della *Selenografia* e della *Cometografia*, due opere sommamente pregevoli: della luna descrisse la grandezza e figura, le fasi e le macchie, la natura ed il moto: delle comete seguì il corso, stabilì la parallasse, calcolò le distanze, segnò le posizioni, e determinò la linea del lor movimento. Osservò egli pure e descrisse il passaggio di *Mercurio* sul disco solare nel 1661 (a); e tentò anche di fissare i guardi in *saturno*: ma questo si tenne riserbato a' vezzeggiamenti d'*Ugenio*, di *Cassini*, di *Herschel* (2).

(a) *Merc. in sole visus.*

(1) Questi autori e con essi l'*Origan* il *Muller* il *Bartschio* l'*Eichstad* lo *Schikard* il *Durret* il *Gascoygne* il *Longomontano* ed altri di quella età si renderono benemeriti la più parte per effemeridi, per tavole, per osservazioni astronomiche. L'ultimo da noi nominato lasciò in oltre un' *Astronomia Danica*; l'*Argoli* calcolò l'effemeridi di tutto il secolo XVII; lo *Street* compose le tavole caroline, di cui usarono lungo tempo gli astronomi; ed ogni cosa in somma invitava alla contemplazione de' cieli.

(2) Non pochi sono i lavori di questo insigne astronomo

XXXIII. *Ugenio.*

L'*Ugenio*, oltre a' giovamenti che reodò alle altre scienze, ed a questa altresì coll'orologio, col telescopio, col micrometro, colla teoria delle forze centrali e della figura terrestre, s'applicò alle osservazioni, e vi fece scoperte; quali sono, una banda oscura sul globo di Marte, una stella nebulosa nell'orione, e sopra tutto le anse i dischi gli appoggi di saturno, da lui conosciuti per un anello, del quale vi espone la natura le vicende i periodi, ed oltre al quale vi scoperse un satellite che ha renduto sempre più glorioso il nome dell'inventore.

XXXIV. *Riccioli.*

Nella folla degli altri astronomi confondere non vuolsi il *Riccioli*, il quale, comechè non sia benemerito di qualche o nuovo metodo o segnalata scoperta, pur merita lode per aver notte e di replicate l'altrui osservazioni ed aggiunte le proprie, per aver letto tutto, conosciuto tutto, ordinati i metodi le opinioni i calcoli di tutti i secoli, e presentato un pieno quadro di tutta l'astronomia (1).

di Danzica. La *Selenographia* fu il parto primogenito che il fe' conoscere al mondo letterato; dove di sua mano incise le fasi e le macchie lunari; benchè seguita non fosse la nomenclatura di lui, ma sì quella del p. Grimaldi. La sua *Cometographia* che ci dà la storia generale delle comete, fu precorsa dal suo *Prodromus cometicus*, descrivente quella del 1664, appo la quale descrisse l'altra dell'anno seguente, e poi quelle del 1672 e 77. A parte di ciò spiegò il moto di librazione della luna, d'una maniera che soddisfece ai dotti. I suoi libri su le due eclissi del 1654; su la faccia nativa di saturno; sul passaggio di mercurio sotto al disco solare; son tutte opere di mente sublime. Ma più che altri gli fanno onore la *Machina coelestis*, di cui la prima parte descrive lo splendido suo osservatorio, e la seconda spone osservazioni d'ogni ragione: opera, cui l'Hooke volle metter pecca colle sue Animaversioni. Uscirono postume due altre sue lucubrazioni, cioè l'*Uranografia*, che riduce a costellazioni ben 1888 stelle, e alcune da lui trovate, e l'altra il *Prodromus astronomiae*, contenente tavole solari e cataloghi di fisse.

(1) Le opere del Riccioli sono altrettanti magazzini di re-

XXXV. *Astronomia pratica.*

Dopo la metà del sec. 17 si raffinò la pratica d'essa; e i cannocchiali dell'*Ugenio* e del *Campani* aprivano ignoti campi; l'orologio a pendolo determinava il tempo preciso; il micrometro perfezionato dal *Malvasia* e dall'*Auzout* diede alle osservazioni maggior accuratezza; i telescopi dal *Roberval* o dall'*Auzout* applicati in luogo e delle pinnule e delle alidade a' quadranti e a' grandi stromenti, condusser l'occhio con più giustezza al mirato obbietto; gli osservatori di Parigi e di Greenwich allor eretti nuovi aiuti recarono e nuovi lumi. Quindi la diffidenza delle antiche determinazioni, l'impegno di verificarle: quindi la misura del globo presa dal *Picard*, non pago nè delle vetuste d'Eratostene e degli Arabi, nè delle moderne di Fernel, Snellio e Riccioli: quindi il viaggio da esso fatto ad Uraniburgo, a viemeglio estimare le operazioni ticoniche; e le tante gloriose imprese, di cui fu l'anima il gran *Cassini*.

XXXVI. *Cassini.*

Questi può dirsi il riformatore dell'astronomia moderna, come era stato dell'antica *Ticone*. Parte non v'ebbe del cielo, dov'ei non trovasse a correggere a levare ad aggiugnere. Il primo soggetto de' suoi sguardi fu una cometa fortuitamente veduta. Se i Caldei ten-

condite erudizioni. A tutto voll' egli recare di utili riforme, e però, oltre la Geografia riformata, la Idrografia riformata, la Cronologia riformata, ci ha dato l'Astronomia pur riformata, dov'egli propone di novelle ipotesi che veramente non piacquero a tutti. I due tomi di essa son come un seguito degli altri due, tutti in folio, dell'*Almagesto* nuovo; in cui a norma di *Tolommeo*, che dettò l'antico, ci ha raccolto quanto infino allora si era pensato e scritto. Ma egli dichiarò la guerra al sistema copernicano, mettendo in campo ben 77 argomenti contra esso, e rifiutandone altri 49 che in favor d'esso allegavansi (*Almag. nov. t. II, p. 409 et segg.*). Ma già tutti i suoi sforzi son oggi vani, dacchè quel sistema in oggi tocca il segno dell'evidenza, ed è il solo conforme alle leggi della natura. Il suo compagno, p. *Grimaldi*, con cui fece a Bologna le lunghe osservazioni celesti, ci ha dato una peculiar descrizione e denominazione delle macole della luna.

nero tai corpi per veri pianeti, come attesta Apollonio mindio, in ciò seguiti da Seneca che ne sostenne con valore la verità (a); non però verun greco nè arabo nè latino scrittore potè indursi a non riputarli mere meteore.

### XXXVII. *E sue teorie.*

Regiomontano e Cardano, Ticone ed Evelio, che tracciarono l'incerto lor corso, non sepper deporre il comun pregiudizio; e varie opinioni e strane immaginarono per ispiegarne la natura, quali ci vengono dal Pingré rapportate (b). Lo stesso Cassini riguardò da principio le comete corpi fortuiti e destruttibili, che corrono senza legge; a meglio riflettervi poi, ravvisolli regolari come i pianeti, benchè irregolar fossene il movimento: sicchè d'una, comparsa in Roma nel 1664, potè e descrivere l'orbita e predire il ritorno (c). L'opinione di lui, dimostrata indi da Newton da Clairaut da Alleio, arricchì il cielo d'una folla immensa d'abitatori col dare alle comete natura durevole.

### XXXVIII. *Gnomone di lui.*

La teoria del sole fu un nuovo teatro alla gloria del Cassini; dacchè la disuguale velocità del suo moto, sì dibattuta tra gli astronomi, fu spiegata da lui col formare la meridiana di san Petronio di Bologna, ch'ei poeticamente nomava l'Oracol d'Apollo: nella cui costruzione usò attenzioni e riguardi, giusta il Riccioli, più angelici che umani; e da quel gnomone si rilevò la reale celerità del sole, minor nella state che nel verno, la parallasse e la distanza di esso con nuove tavole e giuste teorie. Da quella pure cavò che le rifrazioni si estendono fino al zenit, e non solo a 45 gradi d'altezza, com'altri pensava; e quell'oracolo fedelmente rispose a' suoi consulti.

### XXXIX. *E d'altri.*

Già prima di questo, fin dal secolo avanti, avea nello stesso tempio eretto altro gnomone, benchè in-

(a) *Nat. quaest.* l. VII, c. 24 e 25. — (b) *Cometogr.* t. I, (c) V. Fonten. *Elog. de M. Cassini.*

perfetto, *Egnazio Dante*, a mostrar quanto slontanato si fosse l'equinozio di primavera dal 21 marzo, e cooperare così alla gran correzione del calendario. Verso il 1468 un altro n'aveva nel duomo di Firenze alzato *Paolo Foscanella*, il più antico e grande che si conosca in Europa; il quale rimase tre secoli sconosciuto ed oscuro, finchè non venne scoperto e restaurato dal dotto *Ximenes*, che v'ha fatte osservazioni solstiziali e interessanti scoperte (a).

*XL. Scoperte di lui.*

Or il Cassini oltreciò si rivolse a' pianeti; e in saturno trovò altri quattro satelliti, oltre quello da *Ugenio veduto*, che nell'ordine di posizione era il quarto; in giove un moto di rotazione che compie il giro in 10 ore, e un appiattamento a' suoi poli che vi fa un

diametro  $\frac{1}{15}$  minore che all'equatore; e più di tutto

i piani le orbite gli angoli gli andamenti i periodi i fenomeni tutti de' suoi satelliti, onde poterne calcolare le tavole e formarne esatte effemeridi; in cui, come osserva il *Fontenelle* (b), entrano 25 elementi o determinazioni fondamentali; in marte una simile rotazione che si compisce in circa 23 ore; in venere altra pur somigliante, con delle macchie che rendono singolare il fenomeno, e di che lasciò la piena trattazione al *Bianchini*. Non io dirò la scoperta del lume zodiacale, non la giusta teoria della rotazione e librazione della luna, non l'ingegnoso metodo di fermar l'apogeo la disuguaglianza l'eccentricità d'un pianeta, non il modo di calcolare l'eclissi del sole per l'ombra della luna sul disco terrestre, non mille altri metodi ed utili ritrovati, ond'è debitrice l'astronomia al magno Cassini, per cui non basterebbe un intero volume (1): ma basti dire che il suo nome si trova fin

(a) *Del gnom. Fior. Diss. sulle osserv. ec. Oss. solst. ec. Mem. della soc. ital. t. II.* — (b) *Eloge de Cass.*

(1) *Giandomenico Cassini* nato in Italia il 1625, e morto

anco inserito, e la sua opera aver influito nelle scoperte altrui.

#### XLII. E d'altri.

Infatti quella del *Roemero*, sul moto progressivo del lume, non meno si deve a quello che a questo (a); e lo stesso pur dicasi del viaggio del *Richer* alla Caienna per averare le teorie del sole e delle rifrazioni; lo stesso della misura dal *Picard* fatta della Francia e di tutta la terra; lo stesso della gran quistione sulla figura terrestre e di quasi tutte le grandi imprese, cui presedette il *Cassini*.

#### XLIII. *Newton*.

Mentre questi colle sue osservazioni e co' calcoli illustrava le parti tutte dell'astronomia, il *Newton* colle fisiche e meccaniche dimostrazioni un nuovo essere dava a tutto il corpo della medesima. Se *Cartesio* tentò fndarno d'introdurre i suoi vortici, *Newton* seppe chiaro dimostrare l'attrazione universale, di che il *Keplero* ebbe qualche sentore e l'*Kock* diè qualche sperienza; ma niuno seppe applicarla a' pianeti, determinarne la

(a) *Montucl.* p. 4, l. VIII.

in Francia il 1712, a tutti i rami dell'astronomia portò nuove dovizie. Nell'elogio che scrisse il *Fontenelle* si ha una giusta idea de' suoi meriti astronomici. Nelle Memorie dell'Accademia parigina, di cui era membro, si ha nel 1733 la lista delle sue opere che arrivano a 33, non compresi i tanti pezzi staccati ch'egli avea già letti nella stessa accademia, e che poi furono rassemblati nel tomo X delle sue antiche Memorie, vulgate nel 1730. Lasciando da canto ogni altro suo trattato, piacemi sol toccare quello che vergò su le comete, per occasione dell'apparita nel 1680. Volle ad esse dare per orbita uno zodiaco, composto altresì di 10 segni, compresi da lui in questi versetti:

*Antinous Pegasusque Andromeda Taurus Orion*

*Procyon atque Hydrus Centaurus Scorpius Arcus.*

Ma le più esatte osservazioni dimostrano che le comete non hanno zodiaco fermo, nè vi ha in cielo costellazione davanti a cui non sienqì vedute, secondochè ha notato il *Montucla* *Hist. des math.* par. IV, l. VIII, § 13.

forza la ragione la legge. Dalla volgar caduta de' corpi gravi s'alzò egli ad immaginare la gravitazione generale e a stabilire il regolamento di tutto il mondo: pensò che la luna potesse del pari gravitar sulla terra, i satelliti su' pianeti, questi e le comete sul sole.

*XLIII. Sue leggi e scoperte.*

Calcolando le loro velocità, ne didusse che l'attrazione loro seguir potrebbe la ragione inversa del quadrato delle distanze: il che applicato alla luna rinvenne che, stando 60 semidiametri terrestri da noi lontana, il suo moto circolare rispondea alla discesa verticale di 15 piedi  $\frac{1}{12}$  in un minuto, quale i corpi terreni fanno

in un secondo; e lo stesso rinvenne negli altri pianeti. Indi esaminò la figura descritta da un corpo attratto giusta tal legge, e la determinò per ellittica, in cui son eguali le aree in tempi eguali. Ma come l'attrazione è mutua, e i pianeti che sono tratti dal sole lo traggono mutuamente, n'avviene che il centro comune non sia stabile e fisso gran fatto: quindi le irregolarità e disuguaglianze egli spiega del moto lunare, che tanto avea dato a pensare: quindi il movimento delle apsidì e de' nodi della luna e de' pianeti: quindi altri oscuri fenomeni sviluppati dalla sua teoria. Cogli stessi principj misura la densità delle masse di ciascun pianeta; cogli stessi rinserra le comete entro al sistema solare, e dà loro a compiere orbite ellittiche, sebben eccentriche tanto ed allungate, che sembrano paraboliche, quali appunto glie le dette *Vincenzo Mut*, citato spesso con laude, dal Riccioli, in un'opera pubblicata a Maiorica nel 1666 (a); e quali anco l'*Evellio* assegnò, avendo in vista il moto proiettile. Il *Cassini* dichiarandole corpi durevoli, le lor orbite credè circolari: ma l'apparita nel 1680 apportò agli astronomi più giuste idee. Un tedesco *Doerffel* terminò la sua orbita per una parabola avente il sole per foco, e tale l'attribuì alle altre comete; ond' hanno taluni a lui data la gloria

(a) V. *Pigné Comet.* p. I, c. 8.

d'aver preceduto il Newton nella vera teoria di que'gli astri (a). Ma qual differenza da una mera congettura e falsa alla fondata e vera dottrina! Or questa poi, calcolando il moto delle comete, come se formasser parabola, fu trovata da *Alleio* al vero conforme. Intanto l'attrazione che tiene in moto i corpi celesti, spiega eziandto la figura sferoidica della terra, la precessione degli equinozi, il flusso e riflusso del mare; e i più minuti accidenti del sistema mondiale; e la newtoniana teoria è già divenuta la voce della natura, l'interprete de' suoi arcani, l'ordigno delle sue trame, la legge delle sue operazioni (1).

#### XLIV. *Flamsteed.*

La patria di quell'eroe fu la sede dell'astronomia: Il *Flamsteed* ha stabilita l'equazione sì controversa del tempo, ha sposte nella sua Storia celeste britannica le sue osservazioni, singolarmente sulla luna e le fisse; il cui catalogo contiene i luoghi di 3000, e n'ha arricchito d'un nuovo Atlante celeste che dopo sua morte è stato pubblicato dall'*Hodgson* (2).

#### XLV. *Alleio.*

Non s'era finor osservato che l'emisfero settentrionale, le stelle del meridionale restavano sconosciute, quando l'*Alleio*, recatosi all'isola di sant'Elena, ce li

(a) *Ac. de Bert.* t. I.

(1) La serie tutta delle invenzioni del Newton veggasi più per disteso esposta dal *Maclaurin*, dal *Fontenelle*, dal *Bailly*.

(2) Della Storia celeste del *Flamsteed* il primo volume contiene le osservazioni su' globi fissi ed erranti, il secondo i loro passaggi per lo meridiano, il terzo i prolegomeni su la storia dell'astronomia, e i cataloghi di *Tolommeo*, d'*Ulug-beg*, di *Tico*, del *Landgravio di Assia*, dell'*Evelio*, e delle stelle australi notate da *Shart*, con esso il catalogo britannico di 3000 stelle, ed altro particolare di 600 zodiacali. Immaginò pure un giovilabio, diverso da quello del *Roemer*, ch'è uno stromento per determinare i satelliti di Giove (*Phil. trans.* 1685). Volle pur dimostrare la parallasse delle fisse; ma ne fu confutato dal *Cassini* (*Acad. scien.* 1699). Sopra le osservazioni sue sono fondate le tavole dell'*Hally*.

dette a conoscere, e n'apri un nuovo cielo stellato. Quivi egli, più che altri altrove, potè notare il passaggio di mercurio, e con esso determinare la parallasse del sole. La scoperta della maggior velocità della luna nell'afelio che nel perielio della terra gli fec' entrare nel calcolo la distanza di questa dal sole. Il celebre *saros* de' Caldei, o il periodo lunare d'anni 18, gli suggerì tavole più esatte del corso della luna, atte all'uso della marina, e a misurare la longitudine in mare. Altre tavole delle comete propose, sul metodo newtoniano, dove ne calcolò 24, ne determinò le medie distanze dal sole, la grandezza e tutte le dimensioni dell'ellissi ch'esse percorrono, ne circoscrisse l'orbita, e ne predisse il ritorno, con trionfo della dottrina del Newton (1).

#### XLVI. Bradley.

Successore di questi il *Bradley* fu non men benemerito dell'astronomia. I copernicani hanno cercata indarno la parallasse delle fisse: *Hook* e *Flamsteed*, s'argumentarono d'averla trovata: *Roemero*, *Horrebow*, *Jacopo Cassini* ebbero simigliante lusinga: *Motileux* volle indagarla con un sestante di 24 piedi di raggio, ben lavorato da *Graham*; ma non potendo più oltre, n'abbandonò la gloria dell'impresa al *Bradley*; il quale, dopo tre anni d'osservazioni, decise che il moto delle fisse faceasi in un'orbita ellittica di 40 secondi; moto per altro apparente, nato dal moto progressivo della

(1) Fu *Halley* successore di *Flamsteed* nel reale osservatorio di *Greenwich*; il cui elogio, fattogli dal *Mairan*, sta negli atti dell'Accademia di Parigi 1742: onde trasse il de *Lalande* le più contezze che premise alla seconda impressione delle tavole astronomiche del medesimo. Fu desso che nel 1686 curò la pubblicazione de' *Principii* del *Newton*, nei quali sono inserite parecchie sue osservazioni: nel qual anno pur dette la sua Istoria dei venti. Molte sono le sue memorie nelle *Transazioni filosofiche* della R. Società di Londra di cui fu segretario. Tavole di lui abbiamo del sole, della luna, dei pianeti e delle comete, a che il detto *Lalande* accoppiò nella ristampa quelle de' satelliti di Giove stese dal *Wargentin*, e delle fisse date da *la Caille*.

luce combinato coll'annuo della terra. L'aberrazione delle fisse, prima scoperta di lui, gliene produsse una seconda, che fu un picciolo moto nelle stelle presso i coluri solstiziali, pel quale ogn'anno alzavansi verso il polo boreale: trovò che tal moto apparente aveva un periodo di 18 anni, e proveniva da una reale nutazione dell'asse terrestre, prodotta dall'azione della luna e della rivoluzione de' suoi nodi, determinata da lui a 18 secondi. Queste due scoperte terminarono il sistema copernicano, la teoria newtonica, la successiva propagazione del lume scoperta dal Roemero, corressero le osservazioni degli antichi e scortarono le operazioni de' moderni (1).

#### XLVII. Francesi.

Mentre l'Inghilterra volea impadronirsi de' cieli, non trasandava la Francia di farvi le sue conquiste. Oltre i lodati Picard Auzout e Richer, giovarono alla pratica il *la Hire* colle sue tavole e metodi, il *Louville* con vari lavori e colla da lui scoperta diminuzione della obblività dell'ecclittica, *Giacomo Cassini* degno figliuolo del gran Domenico, e l'italiano *Maraldi* nipote del medesimo, colle molte loro invenzioni e cogli'importanti servigi che han sempre a queste scienza prestati.

#### XLVIII. Italiani e Tedeschi.

Intanto il *Bianchini* e il *Manfredi* serbano all'Italia l'illustre nome che acquistato le aveano ne' fasti astronomici il Galileo e il Cassini. Fiorivano nella Germania il *Zumbach* il *Segner* il *Kirch* il *Mayer* ed altri parecchi. Ma la Francia presentaci la più grand'impresa che siasi mai immaginata in ossequio dell'astronomia, la misura cioè della terra.

#### XLIX. Misura della terra.

Inviato il *Richer* dall'Accademia alla Caiena vicina

(1) Queste due scoperte dell'aberrazione e della nutazione fur poscia alla lunga trattate dal Lalande nel libro XVII della sua Astronomia. L'elogio del Bradley si legge nella Storia dell'Accademia parigina 1762, e nella Conoscenza de' moti celesti 1767.

all'equatore dovè raccorciarvi il suo pendolo a ben segnare il tempo : onde pensò che quivi la gravità fosse meno che a Parigi, e che la terra si sollevasse da quella parte. L'*Ugenio* colla teoria delle forze centrifughe determinò che il moto della terra diurno produr dovesse all'equatore rispetto a' poli un'innalzamento di  $\frac{1}{578}$ . Il *Newton* colla legge dell'attrazione trovò assai maggiore, cioè di  $\frac{1}{250}$ . Ma il *Cassini*, provando che i gradi del meridiano di Francia cresceano di lunghezza, quanto più all'equatore appressavansi, concludeva in opposito che la terra s'alzasse a' poli. A tacere de' tanti scritti su cotul punto di *Giacomo Cassini* (a), di *Mairan* (b), di *Desaguliers* (c), e d'altri, sol dirò che a decidere la quistione proposero il *Godin* e il *Condamine* di misurare un grado dell'equatore, per così rilevarne la differenza da que' della Francia : ed altro grado verso il circolo polare propose il *Maupertuis* per la stessa ragione.

*L. Spedizioni per questa.*

Si eseguiron difatti due spedizioni, per lo zelo astronomico degli accademici e per la regia generosità di Luigi XV, concorrendo alla prima il re di Spagna e due matematici ispani, *Juan* ed *Ulloa*, alla seconda il re di Svezia ed il *Celsio* dotto astronomo svezese; e si ottenne incontrastabile decisione d'un qualche appianamento della terra al polo ed innalzamento all'equatore. Bisognava dunque suppor dell'errore nelle misure di Francia, principalmente in quella del *Picard* base dell'altre (1). *Cassini Thury* figlio di Giacomo, e

(a) *Grand. et fig. da la terre.* — (b) *Mém. de l'Ac. des sc.* 1720. (c) *Phil. trans.* 1725.

(1) Il metodo dall'Accademia impiegato era stato quello di Eratostene e di Snellio, misurando cioè la distanza e l'arco celeste fra due luoghi. Il *Picard* adottollo con applicare al quadrante il micrometro, e coll'adoperare il livello. Il grado da lui determinato fu di 57069 tese; e poichè 2283 di queste

la *Caille* replicarono le osservazioni, e vi trovaron l'errore di presso a sei tese nella misura geodesica, e di 123 nell'astronomica.

#### LI. Operazioni varie.

Infinito sarebbe il descriver le viste le diligenze le operazioni di quelle misure, e dell'altre molte che intrapresero il *Boscovich* e il *Beccaria* nell'Italia, il *Liesganig* nell'Ungheria e nella Germania, il *la Caille* al Capo di Buona-speranza, il *Mason* e il *Dixon* nell'America settentrionale. Si misurarono gradi d'ambo gli emisferi, sotto le stesse o diverse altezze di polo, in latitudine ed in longitudine; s'ottennero molte cognizioni, s'illustrò la dottrina dell'attrazione e de' pendoli, si scopersero utili verità (1), ma l'oggetto di tante imprese, la vera esatta e giusta figura della terra non s'è per anco potuta diffinire.

#### LII. E nuove misure.

Infatti nel 1792 *Delambre* e *Mechain* reitellarono col circolo del *Borda* e con altri squisiti stromenti le già tolte misure di Francia, e le ampliaron perfino da *Dunkerque* a *Barcellona*; e dopo l'oculata attenzione di più anni il risultamento fu ben differente da tutti i passati, e l'appiattamento del globo è riuscito di  $\frac{1}{148}$ : della qual famosa spedizione, descritta in due grossi volumi, che pareva dovesse terminare la questione, son rimasi contenti poco gli astronomi, ed han discusso

anno una lega, 25 leghe fanno un grado; e però la circonferenza del globo è di 9000, e 'l diametro di 2865 leghe. Le teorie poi su la figura del globo fur mandate alla luce dal *Clairaut* a Parigi 1743, e sei anni appresso dal *Bouguer* e *Condamine* le determinate da loro vicino all'equatore.

(1) Veggasi sopra ciò la voluminosa Raccolta d'osservazioni fatte in più viaggi a perfezionare l'astronomia e la geografia, con diversi trattati di più accademici di Parigi, 1693; la Misura dei tre primi gradi del meridiano nell'emisferio australe del *Condamine*, ivi 1751; il Rapporto delle operazioni fatte per la congiunzione degli osservatorii di Parigi e di *Greenwich*, ivi 1790.

con lumi nuovi le anteriori misure. Il barone *Zach* ha trovato de' falli in quella di *Liesganig* : quasi gli stessi ha riscontrati il ginevrino *Grenus* nella misura dell'equatore del *Bouguer* e del *Condamine*; e sì questa come quella del circolo polare del *Maupertuis*, ha dovuto correggere lo svedese *Swamberg*. Onde invece di determinare per le misure de' gradi la figura del globo, stimano meglio d'emendar le misure per la teoria dell'attrazione : siccome va posto nel giornale astronomico dello *Zach*, e nelle tavole ristrette e portatili del sole, da esso pubblicate a Firenze. Le ricerche, dissertazioni ed opere, sulla figura della terra del *Bouguer* del *Clairaut* dell'*Eulero* dell'*Aembert* del *Boscovich* del *Trisio* del *la Place* d'altri assai, spandono tante dovizie d'algebra di geometria di meccanica d'idrostatica d'astronomia, che compensan le spese e fatiche cagionate da quella dotta e lodevole curiosità.

#### LIII. Anomalie della luna.

Ricevuta avendo l'astronomia dalle mani del *Newton* una forma novella, ond'è divenuta un ramo della dinamica, tutti i fenomeni omai non sono che altrettanti problemi meccanici, e le loro spiegazioni riduconsi a semplici corollari della grand'opera de' suoi *Principi*. Le irregolarità del moto lanare, raffrontate colle forze della mutua attrazione del sole della terra e della luna, ridotte quinci al famoso problema de' tre corpi, vengon oggi calcolate colla maggior approssimazione possibile. *Eulero* e *Clairaut* diedero della luna tavole più esatte che mai (1) : quelle del *Mayer* ancor più perfette meritano il premio degl'Inglese dal tribu-

(1) L'*Eulero* diede la sua Teoria dei movimenti della luna a Berlino 1753, e poi con nuovo metodo la ricompose a Pietroburgo 1772. La Teoria del *Clairaut* è cavata dal solo principio dell'attrazione : essa uscì a Parigi 1765. Sopra il famoso problema dei tre corpi ne ha dato un Saggio istorico il *Gautier*, quivi medesimo 1817, ove spone il moto della luna e dei pianeti senza far conto della loro figura.

male delle longitudini, benchè poi furon corrette dal *Masckeline* e dal *Mason*, e poscia superate da quelle del viennese *Burg*, che si son meritato il premio dell'Istituto nazionale di Francia. Ripigliò l'Eulero di nuovo le sue teorie, e secolui entrò a parte *la Grange*, non solo del premio accademico (a), ma della gloria d'aver data al complicato moto lunare l'ultima mano. E già questi altro premio s'era acquistato per la figura allungata della luna, per la rotazione e pe' fenomeni che ne derivano (b): e così egli che i suoi nominati compagni han menata in trionfo l'analisi.

*LIV. E degli altri pianeti.*

Anche gli altri pianeti soffrono le loro anomalie, nate parimente dalla mutua attrazione di tre o più corpi. In giove ed in saturno son più sensibili, determinate da Eulero, e da Mayer verificate: quelle della terra, tratta non pure dal sole, ma da giove da venere e dalla luna stessa, sono state da esso Eulero e da *Clairaut* chiarite: e di recente il *la Grange* ha trattata con profondità degna di lui la teoria delle variazioni periodiche de' movimenti planetari (c) (1).

*LV. Ritorno delle comete.*

Credeasi pur di trovare delle irregolarità secolari nei moti medi de' pianeti: ma *la Place* le mette in dubbio, e le attribuisce a due disuguaglianze che hanno un periodo di circa 919 anni (d). Bella fu la scoperta dell'*Alleio*, onde predisse il ritorno della cometa del 1682 all'anno 1758, o 59: il *Clairaut* (e) più precisamente predisselo per aprile del 1759, che seguì a

(a) *Ac. des sc.* 1771. — (b) *Ivi* 1764. (c) *Ac. de Berl.* t. XXXIX e XL. — (d) *Ac. des sc.* 1772, al. — (e) *Théorie des comètes.*

(1) Sopra i movimenti dei pianeti, oltre le teorie qui indicate, abbiamo trattati compiuti del *la Place*, a Parigi 1784; del *Sejour*, *ivi* 1786; del *Gauss*, ad Amburgo 1809. La teoria dei satelliti di giove fu a parte descritta dal *Bailly*, ed altri han preso ad illustrare quella degli altri pianeti.

mezzo marzo, forse per qualche attrazione non curata nel calcolo: l'*Alembert* e l'*Eulero* i metodi loro applicarono al corso delle comete, che sono poi state trattate meglio dal *la Grange* nella dissertazione che riportò il premio (a) (1).

*LVl. Precessione degli equinozi, nutazione dell' asse.*

Se Newton per uno sforzo d'ingegno pensò che la precessione degli equinozi non è che un picciol moto di terra in 50 secondi all'anno, prodotto dall'attrazione del sole per 10", e della luna per 40" sull'equatore terrestre, siccome più prominente che il resto del globo; fu *d'Alembert* che sottomettendo il problema alle dinamiche leggi ne diè rigorosa la dimostrazione: ciò che fece altresì sulla nutazione dell'asse terreno, scoperta dal *Bradley*, e attribuita all'azion della luna (b).

*LVII. Flusso e riflusso del mare.*

Il fenomeno delle maree era stato dal Newton sottoposto al principio della gravitazione universale, se nonchè dava troppe forze alla luna: il perchè l'Accademia parigina propose pel premio questo problema, e *Maclaurin* ed *Eulero* e *Dan. Bernoulli* rettificarono i calcoli, tolsero le difficoltà, e diedero sciolto il problema, che poi è stato riassunto e viamoglio trattato da *la Place* (c).

(a) *Ac. sc.* 1780. (b) *Recherch. sur la prò. des éq. et la nut.* etc. — (c) *Ac. sc.* 1776.

(1) Più altri ancora si presero a seguire il troppo deviante corso dell'erranti comete. Un *Theatrum cometicum* ne avea di già dato fuori il *Lubienietz* sin dal 1668; nel quale anno altresì l'*Evelio* pubblicò la sua *Cometographia*. Un'altra in francese ne ha donata il *Pingré* in due volumi a Parigi 1783. E prima di lui avea messo fuori il *Lambert* le più insigni proprietà dell'orbita delle comete, ad Augusta 1761, e l'*Eulero* avea pur meditato su la perturbazione de'lor movimenti, a Pietroburgo 1762. Sotto la direzione di questo, il *Lexell* calcolò quella del 1769, sulla quale l'anno vengente pubblicò quivi stesso le sue Ricerche. Altri posteriormente ne hanno scritto, e predettono con più di franchezza il ritorno.

LVIII. *Teorie de' satelliti e delle fisse.*

Il *la Grange* ha disanimati pure i satelliti di giove, e v'ha recata la legge newtoniana in quest' impero particolare, dove tutto si regola come nel grand' impero del sole. *La Place Condorcet Frisio Lambert Cousin* ed altri geometri nobilitato hanno i loro calcoli col farli dominar sulle stelle; e l'astronomia per opra del *Newton* e de' suoi seguaci ha oggi prese altre forme.

LIX. *Passaggio di venere, parallasse del Sole.*

A determinare la parallasse solare, base di molte osservazioni, conferisce il notare il passaggio di venere, ch'essendo due volte addi nostri accaduto, nel 1761 e 69, mise in fervore gli astronomi. L'accademia di Parigi mandò alle coste di Coromandel il *Gentil*, all'isola di Rodrigo il *Pingré*, e lo *Chappe* alla Siberia, per inchiesta ed a spese dell'accademia di Pietroburgo, che spedì degli altri a' confini della Tartaria e della Cina. La R. Società di Londra inviò il *Masckelyne* a Sant'Elena, ed all'India il *Mason*: altri spedì alla Lapponia ed al nord l'accademia di Stokolmo: altri il re di Danimarca in Norvegia: per tutto Europa stavano affannati gli osservatori. Ma non appagò le brame così dispendiosa operazione: alcuni arrivar non poterono al loro destino; altri fur impediti dall'osservare il fenomeno; e gli stessi che il ferono, discrepando ne' risultamenti, nulla non sepper decidere. Più fortunata fu l'altra spedizione del 1769 (a). Qui fuvvi più conformità; e l'osservazione stessa dell'*Hell* in Norvegia, che parve al de la Lande discorda, approvata fu dal *Pingré* come la più coerente colle migliori d'Europa (b); e la parallasse del sole fu fermata fra  $8'' \frac{1}{2}$  e  $9''$ , quasi come l'avea data il *Cassini*, cioè di  $9''$  (c).

LX. *Astronomi scrittori.*

Molti sono stati a questi tempi gli astronomi. Il *Bouguer*, oltre al metodo sulle comete, alla teoria delle ri-

(a) V. de la Lande *Astr.* liv. II. — (b) *Ac. sc.* 1770. —  
(c) *Ivi* 1771.

frazioni, alla misura della terra, è rinnomato per l'invenzione dell'eliometro, così utile alla pratica astronomia. *La Caille* diè le più esatte tavole del sole, e col viaggio al capo di Buona-speranza fece acquisto d'un emisfero con dieci mila stelle meridionali non pria conosciute; e la dottrina delle rifrazioni, la parallasse della luna, la misura dell'orbe e mille ricerche rendono immortale il suo nome (1). Al *Boscovich* forse debbe l'Italia l'ardore per questá scienza, la quale, oltre le ottiche sue invenzioni, gli eccellenti metodi per rettificar gli strumenti, per corregger gli errori, per istabilire le osservazioni ha ricevuta da lui la dottrina sull'apparire e disparir dell'anello saturnio, il metodo per le comete e i pianeti, la teoria delle rifrazioni e cento altre speculazioni, celesti, che mostran in esso un genio sublime, avvezzo a viver cogli astri e degno d'entrare nei loro segreti.

*LXI. Altri moderni.*

Dopo questi, il *Monnier* colla sua *Storia celeste* (2), il *Pingrè* colla cometologia, il *Gentil* colla teoria di giove e colle notizie dell'astronomia indiana, il *Sejour* colle scoverte fatte nell'eclissi nelle comete nell'anello e ne' moti apparenti de' corpi celesti, il *Messier* col registrare le novità osservate nel sole nelle co-

(1) I Fondamenti dell'astronomia di *la Caille*, stabiliti su le ultime osservazioni del sole e delle stelle, fur da lui divulgati nel 1757. Il suo *Cœlum australe stelliferum*, che rinchiude la lista delle stelle dell'opposito emisfero, egli è tanto più ricco che quello dell'*Halley*, quanto il capo di Buona-speranza è più lontano che l'isola di sant'Elena. Le posizioni di 10000 stelle fur da lui contemplate tra il polo antartico ed il tropico del capricorno. Quanto alla parallasse della luna essa fu riconosciuta di 57' 39"; sicchè la sua distanza è di 85464 leghe.

(2) Volle alla sua *Storia celeste* il *le Monnier* che servissero d'introduzione le Istituzioni astronomiche del *Keill*, che egli, voltele nella sua lingua, arricchì di nuove tavole del sole, della luna, de'satelliti, e di un Saggio su la storia dell'astronomia moderna. Le lezioni del *Keill* si possono guardare come un compendio dell'astronomia del *Gregory*, e una isagoge al terzo libro de' *Principii* del *Newton*.

mete ne' pianeti e ne' satelliti, il *Mayer* coll' illustrar le stelle zodiacali, le rifrazioni astronomiche, l'eclissi solari, la figura lunare, il *Jeaurant* il *Mechain* il *Mantfredi* i *Zanotti* il *Reggio* lo *Slop* l' *Hell* il *Koestner* e moltissimi altri fioriti a' nostri dì, meritano giustamente la memoria de' posterì (1); ma in tanta folla non possiamo che di due far distinta menzione, *de la Lande* e *Bailly*.

*LXII. De la Lande e Bailly.*

Osservazioni continue su tutti gli astri, scritti, giornali, libri periodici ad uso del pubblico, laboriosi calcoli, dotte memorie, progetti, impegni, viaggi, fatiche proprie ed altrui, tutto ha impiegato la Lande in vantaggio ed onore della favorita scienza; la cui grand'opera, essendo un corso compiuto che abbraccia teorica e pratica, può dirsi il moderno *Almagesto*, tanto più grandioso di que' del Riccioli e di Tolommeo, quant'è oggi tale scienza più vasta (2). Al Bailly poi deggiamo

(1) Meritano altresì la nostra conoscenza i trattati compiuti degl'inglesi *Bonnycastle*, *Long*, *Vince*; il qual ultimo ne aveva pur dato altro d'astronomia pratica: sopra la quale ha pur divulgate le sue Memorie il *Monteiro-da-Rocha Mello*, a Parigi 1803, e quivi nel 1818 il *Francoeur* la sua *Uranografia*, ch'è un opportuno trattato elementare per uso de' poco intesi a matematiche.

(2) L'Astronomia del *Lalande* comprende in XXIV libri tutto il detto da altri e il pensato da lui su questa scienza; della quale ci dà nel primo libro i principii, nel secondo la istoria, ne' seguenti i sistemi, le leggi, le teorie, le tavole ed ogni cosa. Nella prefazione c' intesse un catalogo ragionato di tutte le specole stabilite per tutto il mondo, e dei collegi aperti a tale studio. Uscì questa grand'opera la prima volta a Parigi 1771 in tre volumi; ai quali nella ristampa del 1781 fu aggiunto un quarto di supplimenti; dove si ha un Trattato sul flusso e riflusso del mare e una Memoria sull'origine delle costellazioni: opuscoli che mancano nella terza impressione del 1792. Tre anni dappoi venne fuori un compendio pregevole di quest'opera. Egli poi, oltre a questa, ne ha dato in questo secolo una Istoria celeste francese, sul modello della britannica del *Flamsteed*, e una Bibliografia astronomica, con esso la storia di questa scienza dal 1781 al 1802, ch'è un seguito dell'anzidetta.

la più accurata teoria su i satelliti di giove, molte memorie ripiene di cognizioni profonde, e sopra ogni cosa l'eloquente storia ed erudita di questa scienza; in cui tutti i progressi e le vicende sue, le imprese e le scoperte accuratamente ed energicamente descrive, appresenta con vivi colori i principali suoi campioni, e ci forma d'essa un quadro più elegante e grazioso, più animato e vivace di quanto sperar si potrebbe da' Raffaelli e da' Poussini (1).

LXIII. *Astronomi del 1810.*

Fiorivano tuttavia il patriarca degli astronomi *Mascheline*, autore dell'almanacco nautico o dell'effemeridi astronomiche, e di tante dotte memorie o notizie presentate nelle *Transazioni filosofiche*; il maestro de' geometri *la Grange* illustratore della fisica astronomia pe' tanti suoi scritti su i più ardui punti; il *Delambre*, benemerito per le misure de' meridiani di Francia, per le tavole solari e planetarie, e per quelle dell'aberrazione e nutazione delle fisse (2); l'*Oriani*, calcolatore sublime de' movi-

(1) Le tre sue istorie, dell'astronomia antica, della moderna, dell'indiana, pubblicate dal 1775, e poi aumentate nel 1781, godono il doppio merito d'insegnarvi non solo i progressi, ma insieme i principii e le teorie della scienza. Ma poichè esse assai si spaziano nella parte scientifica, estimò pregio dell'opera il *Comeiras* lo sceverarla di questa, in grazia di loro che amano la pura storia; e ritenendo solo il testo storico dell'autore, ridussela in due tometti, che mandò fuori a Parigi 1806. Un ristretto più esile n'avea dato agl'Italiani *Francesco Milizia* a Bassano 1791. Finalmente il *Voiron* ha continuato la storia bailliana dal 1781 al 1811, nè forse mancherà chi la tragga per infino a di nostri.

(2) Sono di questo autore le Basi del sistema metrico, tanto in onore alla Francia, ch'egli costruì col *Mechain*; le Tavole astronomiche, pubblicate dal così detto *Bureau des longitudes* di Francia; e un pieno Trattato d'astronomia teorica e pratica, in tre volumi, ch'egli compendiandolo ridusse ad un solo. Ma sopra ogni cosa egli è benemerito di questa scienza per la storia che n'ha descritta e pubblicata dal 1817; nella quale, come gli fu agevole il camminare dietro il *Baithy*, così non gli fu difficile l'aggiugnervi di nuove notizie.

menti celesti e delle loro perturbazioni, inventore di nuove formole a tal oggetto, uno de' primi a calcolar gli elementi d'Urano e a darne le tavole; il *Piazzi*, scopritore d'un nuovo pianeta, descrittore della Specola di Palermo, compiler d'un catalogo delle fisse (1); lo *Zach*, insigne per le sue osservazioni, per le tavole solari, pel dotto giornale e per altre fatiche (2); il *Bode* il *Burg* il *Tricsnecher* il *Cesaris* il

(1) La *Cerere ferdinandea*, scoperta dal *Piazzi*, giusto la prima notte di questo secolo, fu da lui descritta in due opuscoli, stampati a Palermo 1801-2. Il reale Osservatorio fu anche descritto da lui in VI libri, che furono poscia continuati dal suo successore Nicolò Cacciatore, il quale nel Discorso preliminare ha ragguagliato delle molteplici altre opere e produzioni del *Piazzi*: intra le quali sono, *Ricerche sulla precessione degli equinozi*, sull'obliquità dell'eclittica, sulla parallasse d'alcune fisse, su' movimenti propri di esse, sulla misura dell'anno tropico solare, ed altre, parte stampate da se, parte inserite negli atti di varie accademie. Utili agli studiosi che frequentano quella specola sono le sue *Lezioni elementari*: ma sopra ogni cosa si rendette conspicuo per lo *Catalogo di 6748 stelle* che pubblicò in Palermo nel 1803, e poi riproduse nel 1814 cresciutolo fino a 7646; intitolandolo la prima volta alla Società reale di Londra, e la seconda all'Istituto imperiale di Francia, dei quali fu egli socio. Quest'insigne lavoro fu parto delle osservazioni prese nella specola da lui fondata a Palermo; dopo di che fu chiamato a dirizzarne altra in Napoli a Capodimonte, ch'egli parimente descrisse, ed oggi similmente fiorisce per opera sua e de' succeduti direttori. La Sicilia in vari tempi ha prodotto di cultori devoti ad Urania, dei quali può trarsi contezza dal medesimo *Piazzi*, il quale in fronte ai suoi libri della Specola palermitana ha messo un *Saggio storico della sicola astronomia*.

(2) Egli fin dal 1792 stampò a Gotha le *Tavole nuove e corrette de' movimenti del sole*, cavandole dalle osservazioni sue: altre poi dieuue il 1804, deducendole dalla teoria della gravità di la *Place*: inoltre *Tavole speciali dell'aberrazione e della nutazione*, a computar la postura delle fisse, che ivi stesso promulgò in più volumi 1800-06, in latino: in francese poi altre nuove ne pubblicò per oltre a 1400 stelle, con una generale d'aberrazione per i pianeti e le comete, a *Marsiglia* 1812; e quindi ad *Avignone* 1814 mise fuori la sua *Attrazione delle montagne determinata dalle osservazioni sue astronomiche*.

*Cagnoli il Vidal il Bøward ed altri che lungo saria il noverare (1). Due nondimeno convien distinguere, per la teorica l'uno, l'altro per la pratica, la Place ed Herschel.*

*LXIV. La Place ed Herschel.*

Il primo, dopo avere nelle memorie accademiche svolti i più severi argomenti, gli ha poi presentati tutti nella *Meccanica celeste*, che può dirsi il gran libro o l'apocalisse de' cieli. Bello è il vedere come costringe le maree, la precessione degli epinozi, l'obliquità dell'ecclittica, la librazione della luna, la rotazione degli anelli di saturno, e perfino i menomi accidenti de' moti tutti delle stelle del sole e della luna, delle comete dei pianeti e de' satelliti, a soggettarsi all'universale gravitazione, di che ci presenta, come casi suoi particolari, tutti i fenomeni de' corpi celesti. Novità di metodi, invenzione di formole, varietà d'equazioni, ricchezza di calcolo sono l'armi, ond'ha sottomesso alle leggi dell'attrattazion generale tutto l'universo, ed a problema meccanico ridotto ciò ch'era dianzi arcano impenetrabile (2). Scoperte, se non più sublimi, più

(1) Del Bode si è l'Atlante celeste, delineato in fogli massimi, e stampato a Berlin 1801, dove quattr'anni appresso pubblicò la sua Rappresentazione degli astri. Codesto atlante merita la sua lode per avere perfezionati gli atlanti anteriori del Bayer, del Flamsteed, del Doppelmaier. Agli altri dall'autore accennati possono stare accapto e il Cousin e il Biot illustratori dell'astronomia fisica; il secondo dei quali ha pur ricevuto accrescimenti dal Rossel; il Sejour e il Gauss, scrittori di trattati analitici sul moto apparente de' corpi celesti; e il Rivard autor di un trattato sopra la sfera e l'alendario cresciuto da Lalonde e Puisant.

(2) Questo maestrevol lavoro della Meccanica celeste fu dichiarato dall'Istituto di Francia pel capo d'opera dell'umana sapienza, e coronato del premio in concorrenza di più altri. Ai quattro volumi dell'edizione di Parigi 1800-06 l'autore ha poi fatto delle considerevoli giunte. Il Biot n'ha dato un sentito compendio. Due altre di lui opere pur si meritano la conoscenza nostra; e sono la Sposizione del sistema mondiale, e la Teoria del moto e della figura ellittica de' pianeti; ove spande per tutto luce insolita alle più astruse ricerche.

strepitose certo e proficue ha recate il celebre Herschel. Nuovi occhi, a dir così, ha dati agli astronomi, onde scorgere negl' interminabili spazi mondani lo spettacolo di nuovi cieli, molti miglioni di stelle fisse, infiniti ammassi di esse nella via lattea e nelle nebulose già conosciute, due altre mille di queste nuove, e alcune di esse d'una specie singolare, dette da lui planetarie, moltissime stelle scoperte doppie triple quadruple, moltissime di color varie, bianche rosse verdi grigie, movimenti notati nelle fisse, e forse anche nel sole e in tutto il sistema solare, nuovi satelliti rinvenuti in saturno, e veduta la costruzione del suo anello, determinata la diurna rivoluzione di marte e l' ampia sua atmosfera, vulcani ed altre novità nella luna, insolite e curiose scoperte in ogni parte del cielo (1).

*LXV. Novelli pianeti.*

Ma la più notevole ed importante è stata la scoperta del pianeta Urano e de' suoi satelliti, che ha dato e argomenti di specolazioni e presagi di cambiamenti nelle astronomiche calcolazioni. La creduta stella, veduta dal Flamsteed nel toro al 1690, e dal Mayer nei pesci al 1756, non era che questo pianeta (a); il che ha fatto sospiccare una cosa di simile in altre, riputate stelle recenti. Infatti abbiám veduto, al principio di questo secolo, in poc'anni scoprirsi a Palermo dal p. *Piazzi* il pianeta cerere, dal dottor *Olbers* a Brema *pallade* e *vesta*, dall' *Harding* a Lilliental *giunone*; e il *Gauss* da sommo geometra ha calcolati gli elementi

(a) V. Oriani Mediol. 1793. Caluso *Mém. de l'Acad. de Turin* an. 1786-87.

(1) I conquisti procacciati dall'Herschell all'Astronomia, più che alle teorie, son debili alle osservazioni sue. Il telescopio, che per altri era stato variamente modificato e gradatamente migliorato, nelle mani di lui aumentò il suo potere, giacchè, quantunque costruito su' principii del Newton, pure avendo una maggior dimensione accoglie con ciò più copia di luce, donde ne conseguì lo scoprimento di non prima veduti fenomeni e de' più remoti oggetti.

delle lor orbite; ed ora ci troviamo in posizione di scoprire dell'altre e d'arricchir sempre più il planetario nostro sistema. Osserva difatti la Place (a), che la prossimità di cerere e di pallade a giove, e la grande loro eccentricità e le inclinate lor orbite intralciate producon nel moto disuglianze ben grandi, che nuovo lume spanderanno sulla teoria delle attrazioni celesti. Se sorgerà altro Herschell con nuovi aiuti agli organi della vista, nuove meraviglie scoprir potremo ne' cieli. Senza le osservazioni di lui non avria potuto la Place penetrar ne' secreti di saturno e del suo anello, nè senza i cannocchiali di quello non avremmo la meccanica celeste di questo (1).

*LXVI. Ulteriori progressi.*

Le osservazioni ci fan vedere l'esterne apparenze, l'analisi c'introduce ne' meravigliosi ordigni, che la gran macchina regolano dell'universo. E quanto non resta tuttor da conoscere nella vastità immensa de' cieli? Il corpo del sole, la sua struttura, le macchie, il moto, sia di rotazione sia di traslazione; la rotazione altresì

(a) *Méc. cel.* t. III. pref.

(1) Innanzi di tor mano da questo capo, e insieme da questo libro, accenniam di rimbalzo alquante opere di questi ultimi anni uscite alla luce. Egregi sono i trattati di astronomia dell'inglese Giovanni Herschel, degl'italiani Piazzi e Bonicelli, de' francesi Perdrau e Larroque; le lettere sull'astronomia di Montemont; la Geografia astronomica di Moustey, e i trattati sulla gnomonica di Teyssedre e Gosselin. Il Blot ha dato una concordanza de' due calendari antico e moderno, cioè del gregoriano e del repubblicano: il Jurgersen ha spostati i principj generali dell'esatta misura del tempo per lo mezzo degli oriuoli, ed altri la costruzione geometrica e trigonometrica del quadrante solare orizzontale; altri continuano le loro Osservazioni astronomiche, le loro Effemeridi, i loro Almanacchi, le loro periodiche descrizioni, e le nuove scoperte fatte ne' vari osservatori, e le memorie lette nelle diverse accademie, taluna delle quali ha per fine primario l'ingrandimento di questa scienza, da cui gran parte dipendono i progressi di non poche altre.

d'altri pianeti non per'anno accertata; il satellite di venere si contrastato, e qualcheuno forse di marie; le teorie di quelli già noti di saturno e di giove; la fattura e la costruzione, la figura e i movimenti della luna; tante comete, tante fisse, o ignote del tutto, o esplorate di poco: ecco l'argomento di nuove ricerche, d'ulteriori scoperte, che rischiariranno ed aggrandiranno agli sguardi l'intero mondo (1).

*LXVII. Conclusione.*

L'umichevole unione, onde legate veggiamo le scienze esatte, per cui tutte le matematiche miste riduconsi alla meccanica, che vien regolata sì dalla geometria, come questa dall'algebra, varie riflessioni ci offre sulla necessità di promuovere il calcolo e di temperarne l'eccesso. La piena cognizione de' fatti per avanzare le matematiche miste, la troppa sottigliezza e poca utilità di molte quistioni, i progressi vari di tempi diversi, e gli studi e i metodi e i sistemi ci darebbono molto a discutere, se noi pressi dalla copia delle materie che ci rimangono, obbligati non fossimo di por fine alla storia presente.

(1) Il dotto Bailly, sulla fine della eloquente sua storia dell'astronomia moderna, dopo epilogati i progressi già fatti in essa, ne propone di altri che a fare rimangono, sia nella descrizione del cielo e delle stelle, sia nella teoria dei pianeti e dei satelliti, or in quella delle comete e delle loro orbite. L'astronomia però, soggiugne, non può più progredire, salvochè per rivoluzione de' suoi mezzi e de' suoi metodi, che in nuovo sembiante n'appresentino la natura. Or ciò non potrà avverarsi che o per altri organi sensorii, ciò che non può essere, o per altri stromenti, ciò che si spera dall'aiuto delle altre scienze. Molte dimande ha egli fatte a se stesso, che nomina congetture: perchè tre de' nostri pianeti hanno satelliti? onde proviene l'anello di saturno? qual è la cagione che gli ha prodotti e sottoposti ai pianeti? perchè e quelli e questi muovon tutti da ponente a levante, e dentro un'angusta striscia del cielo? la rotazione va ella soggetta a disuguaglianze, come gli altri moti? gli spazi celesti son pieni o vuoti di etere? e codesto etere è resistente? la forma delle orbite planetarie è inalterabile? le comete han poi tutte ritorni periodici? qual è la natura delle loro code? l'attrazione è ella un effetto, o

una ragione primordiale? ecc. ecc. So bene che alle più di cotai perquisizioni hanno bastevolmente satisfatto i più moderni astronomi : ma pur ci resta a sicurarci delle loro risposte per lo mezzo di sempre più accertate osservazioni. Altre vedute nuove ed altri nuovi progetti per li futuri miglioramenti dell'astronomia, gli ha annunziati la Place in fondo alla sua Esposizione del sistema del mondo.

FINE

no ad esso, 19 ed opposizioni fatte. 20 Serie infinite, 21 calcolo di probabilità, 22 nuovi progressi dell'algebra, 23 e nuova rivoluzione. 24 Moderni algebristi italiani, 25 francesi, 26 altri italiani, 27 tedeschi . . . pag. 36

#### CAP. IV. GEOMETRIA

1 Origine in Egitto, 2 ed in Grecia. 3 Avanzamenti, 4 quadratura del circolo, 5 duplicazione del cubo, 6 sezioni coniche, 7 luoghi geometrici, 8 analisi geometrica, 9 trisezione dell'angolo. 10 Scuola alessandrina, 11 Euclide, 12 Eratostene, 13 Archimede, 14 Apollonio, 15 ed altri. 16 Romani, 17 Arabi, 18 Europei. 19 Epoche tre di geometria: 20 prima, 21 Galileo e Cavalieri, 22 Torricelli e Roberval, 23 altri. 24 Epoca seconda, Cartesio e Fermat, 25 loro seguaci, 26 Gregorio ed Ugenio, 27 inglesi. 28 Epoca terza, Newton, 29 Leibnizio. 30 Vantaggi della nuova geometria: 31 scuola di Gio. Bernoulli, 32 Eulero; 33 teorie delle curve. 34 Conservazione del gusto antiso: Francesi, 35 Inglesi, 36 Italiani. 37 Conclusioni. . . . . pag. 62

#### CAP. V. MECCANICA

1 Origine greca, 2 Archimede. 3 Romani antichi, 4 Greci e Latini posteriori, 5 scrittori del secolo XVI. 6 Galileo, 7 altri Italiani, 8 Francesi, 9 Inglesi, 10 Olandesi, 11 Newton, 12 altri meccanici, 13 Leibnizio. 14 Problemi proposti: 15 Eulero, 16 Francesi, 17 Spagnuoli ed altri. 18 Conclusione . . . . . pag. 94

#### CAP. VI. IDROMECCANICA

1 Origine: 2 Archimede, 3 Greci e Latini, 4 Arabi, 5 moderni: Stevin, 6 Galileo, 7 suoi discepoli: 8 Francesi, 9 Italiani, 10 Newton, 11 e suoi seguaci, 12 altri idrostatici. 13 Figura della terra: 14 moderni teorici, 15 pratici, 16 misti, 17 italiani. 18 Conclusione. pag. 112

#### CAP. VII. NAUTICA

1 Origine: 2 primi ritrovati, 3 scrittori greci, 4 arabi, 5 Portoghesi, 6 Veneziani. 7 Applicazione della trigonometria, 8 problema delle longitudini, 9 la bussola. 10 Illustratori del maneggio della nave, 11 altri scrittori. pag. 125

## CAP. VIII. ACUSTICA

1 Origine : 2 Pittagora, 3 e suoi seguaci : 4 sette greche, 5 pitagorica, 6 aristossenica, 7 tolemaica. 8 Tetracordi e scale, 9 e modi vari. 10 Scrittori musici, 11 e lor merito. 12 Scienza acustica de' Greci, 13 vanto della lor musica, 14 e suoi effetti. 15 Musica de' Romani, 16 Arabi, 17 della Chiesa. 18 Guidone aretino, 19 sistema di lui, 20 e invenzioni di altri. 21 Introdution della musica nella poesia, 22 pubbliche scuole di cesa. 23 Ristoramento, 24 scrittori, 25 Galileo, 26 Cartesio ed altri, 27 Newton e suoi, 28 Sauveur, 29 Taylor, 30 Eulero, 31 Bernoulli, 32 la Grange, 33 Riccati, 34 Mairan, 35 Eulero, 36 Rameau, Alembert, Tartini, 37 Rousseau, Sacchi, 38 Eximeno, 39 Requeno ed altri . . . pag. 136

## CAP. IX. OTTICA

1 Primi scrittori, 2 passo di Aristofane, 3 lente di Archimede, 4 Seneca, 5 Tolommeo ed altri Greci, 6 Arabi, 7 Europei. 8 Invenzion degli occhiali, 9 visione, 10 prospettiva, 11 telescopi. 12 Galileo, 13 Keplero, 14 Scheinero : 15 altri telescopi, 16 microscopi. 17 Cartesio, 18 Gregory, 19 telescopi di lui, 20 e di altri : 21 microscopi diversi, 22 teorie varie. 23 Newton, 24 telescopi cattottrici, 25 pretesi da altri : 26 specchi ustori, 27 telescopi acromatici. 28 Eulero e Dollond; 29 corsi di ottica, 30 Boseovich, 31 ed altri. 32 Miglioramenti de' telescopi, 33 Herschel. 34 Fotometria, 35 distinzione di calore e di lume. 36 Conclusione . . . pag. 170

## CAP. X. ASTRONOMIA

1 Antichità sua, 2 indiana, 3 favolosa, 4 caldea, 5 egiziana, 6 greca : Talete e sua scuola, 7 Pittagora e sua setta. 8 Merito della greca astronomia, 9 altri Greci, 10 scuola di Alessandria, Eratostene, 11 Ipparco, 12 ed altri : 13 Tolommeo, 14 e suo sistema. 15 Astronomia arabica, 16 illustri scrittori, 17 Europei loro discepoli. 18 Restaurazione, 19 Copernico, 20 suo sistema, 21 altri di allora : 22 Ticone, 23 suo sistema ; 24 Keplero, 25 sue leggi; 26 Galileo, 27 sue scoperte, 28 e sistema, 29 Scheiner e Bayer, 30 Gassendo ed Horrox, 31 Cartesio, 32 Evclio, 33 Ugenio, 34 Riccioli. 35 Astronomia pratica : 36 Cassini, 37 sue teorie, 38 gnomone di

lui, 39 e d'altri; 40 scoperte di lui, 41 e d'altri. 42 Newton, 43 sue leggi e scoperte, 44 Flamsteed, 45 Halley, 46 Bradley; 47 Francesi, 48 Italiani e Tedeschi. 49 Misura della terra, 50 spedizioni per questa, 51 operazioni varie, 52 e nuove dimensioni. 53 Anomalie della luna, 54 e degli altri pianeti: 55 ritorno delle comete, 56 precessione degli equinozi, nutazione dell'asse, 57 flusso e riflusso del mare, 58 teorie de' satelliti e delle fisse, 59 passaggio di venere, parallasse del sole. 60 Astronomi scrittori, 61 altri moderni, 62 Lalande e Bailly, 63 altri più recenti, 64 la Place ed Herschel: 65 novelli pianeti. 66 Ulteriori progressi. 67 Conclusione pag. 193





UNIVERSITY OF MICHIGAN



3 9015 03095 2785

