



Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guida per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

- + *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.
- + *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.
- + *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.
- + *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertarti di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da <http://books.google.com>



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>



11^a - 2931

1.

-



FLL
21.180

~~74-6.~~

~~64-10~~

~~n° 19/50~~

114

513

P25.i

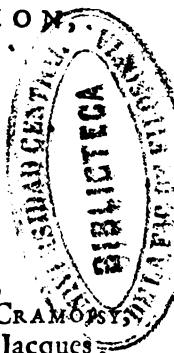
E L E M E N S
D E
G E O M E T R I E ,
O ù

211

PAR UNE METHODE COURTE
& aisée l'on peut apprendre ce qu'il
faut sçavoir d'Euclide, d'Archimede,
d'Apollonius, & les plus belles inven-
tions des anciens & des nouveaux
Geometres.

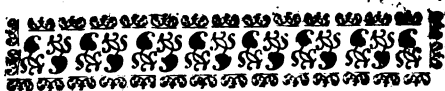
Par le P. I G N A C E G A S T O N P A R D I E S ,
de la Compagnie de J E S U S .

S E C O N D E E D I T I O N ,
reueüe & corrigée.



A P A R I S ,
Chez SEBASTIEN MABRE-CRAMOISY,
Imprimeur du Roy, rue S. Jacques,
aux Cicognes.

M. D C. LXXIII.
Avec Privilege de Sa Majesté.



A
MESSIEURS
DE
L'ACADEMIE
ROYALE.

MESSIEURS,

*Mon dessein n'est pas seulement
de vous dédier cét Ouvrage, comme
à de puissans Protecteurs ; mais c'est
de vous le présenter comme à des
Juges Souverains. Il est vray qu'en
France nous n'avons pas de cette
sorte de judicature que l'on voit à*
à ij

ÉPI TRE.

*la Chine, où une Cour composée de
sçavans Mathematiciens juge en
dernier ressort de tout ce qui regarde
les Mathematiques, qui font en ce
païs - là une des plus importantes
affaires de l'Estat. Si les loix du
Royaume ne vous ont point donné
cette juridiction, vous l'avez,
MESSIEURS, par vostre propre
merite; & à considerer les person-
nes qui composent vostre Société,
nous pouvons dire que ce n'est pas
seulement une assemblée de ce qu'il
y a de plus habiles hommes en
Europe; mais que c'est une Cour
souveraine, dont les jugemens peu-
vent passer pour autant d'Arrests
parmi les sçavans. Que peut-on
dire, quand on voit ce grand édi-
fice qui s'élève avec tant de magni-
ficence, sinon que c'est un Palais,
qu'on bastit pour un nouveau Tribu-
nal, & que le Roy qui surpasse les*

E P I T R E.

Empereurs Chinois dans la structure de ce bastiment, veut peut-estre imiter leur politique dans l'érection de cette nouvelle Compagnie? Vous sçavez, MESSIEURS, que le Tribunal des Mathematiques de la Chine se tient ordinairement dans deux Observatoires, qui sont tout auprès des deux Villes Imperailes. Ceux qui nous en ont fait la description nous disent qu'on ne voit rien en Europe de comparable, soit pour la magnificence du lieu, soit pour la grandeur des machines de bronze qui sont faites depuis sept cens ans, & qui étant exposées depuis plusieurs siècles sur les plate-formes de ces grandes tours, sont encore aussi entières & aussi nettes, que si elles ne faisoient que de sortir de la fonte. Les divisions en sont tres-exactes, la disposition tres-propre à observer, tout l'ouvrage tres-délicat; en un

à ij

E P I T R E.

met il sembloit que la Chine insultoit à toutes les autres nations, comme si avec toute leur science & avec toutes leurs richesses elles ne pouvoient produire rien de semblable. Il falloit un Roy comme le nostre pour reparer l'honneur de l'Europe ; & il falloit des personnes comme vous, MESSIEURS, pour employer si à propos la magnificence d'un si grand Prince, & pour faire connoître à toute la terre que la France, sous la conduite de nos Ministres, sçait porter les choses au-delà de tout ce que peuvent entreprendre toutes les autres nations du monde. Ce ne sont pas seulement les murailles de ce superbe édifice qui me font parler de la sorte ; ceux qui aiment les lettres auront encore plus de sujet de benir le gouvernement present, quand on verra exécuter ces grands desseins que vous m'avez fait l'hon-

E P I T R E.

neur de me communiquer. Et certainement l'application avec laquelle vous vous occupez continuellement à faire des experiences de Physique, à polir les Arts, à enrichir les Mathematiques de vos nouvelles découvertes, feront voir bientôt que jamais les Arts & ces belles Sciences n'ont esté au point de perfection où vous les allez mettre. Je ne compte pas ici les desseins particuliers que plusieurs de vous ont bien avancez touchant l'Architecture, les cartes de Geographie, la connoissance des Plantes, l'Anatomie, le Mouvement, l'Optique & l'Astronomie. Je ne compte pas non plus cette belle observation qui va paroistre en public touchant la grandeur de la Terre. A juger par l'excellence des instrumens dont l'Auteur s'est servi, par son industrie à les manier, par la justesse de toutes ses operations, & par la connois-

à iiij

E P I T R E.

sance parfaite qu'il a de la Geometrie, on est déjà tres-persuadé que ce doit estre un ouvrage accompli. Tout cela, MESSIEURS, & plusieurs autres choses que je passe, font voir que vous estes en effet nos Juges, & que vous avez droit de prononcer sur nos Sciences. Agréez donc cét aveu public que je fais; & puisque l'integrité des Juges les plus severes ne nous empesche pas de les solliciter quelquefois, souffrez qu'en vous presentant cét Ouvrage, je vous le recommande, & que pour vous porter à le traiter favorablement, je vous assure qu'il vient d'une personne qui a pour vous tout le respect imaginable. C'est,

M E S S I E V R S,

Vostre tres-humble & tres-obéissant serviteur, P A R D I E S.



P R E F A C E.

C Eux qui compareront la petitesse de cet Ouvrage avec la grandeur de son titre, seront peut-estre d'abord rebutez par la disproportion qui paroist entre l'un & l'autre ; & il y a sujet de craindre qu'ils ne prennent toutes ces promesses si extraordinaires , que pour des expressions trop hardies d'une personne qui s'engage aisément à faire ce qu'elle ne sçauroit exécuter : mais je les supplie de vouloir un peu suspendre leur jugement , & de considérer qu'on ne donne ici que la moitié de ces Elemens, & que des seize livres qu'ils doivent contenir, on n'en publie maintenant que neuf, parce que les autres expliquant ce qu'il y a de plus profond & de plus relevé dans les inventions extraordinaires de la Geometrie, ne sont pas si necessaires à ceux qui veulent commencer à apprendre cette Science. Cependant dans ces premiers livres, on ne laisse pas de traiter ce qu'il y a de beau dans les quinze livres d'Euclide, & outre cela, ce qu'Archimede a démontré de la quadrature du cercle, les Lunes d'Hippocrate, les Logarithmes, les

à v

P R E F A C E.

Sinus, & quelques autres choses de cette nature. On y verra les propriétés merveilleuses des nombres qu'Euclide a démontrées dans le septième, le huitième & le neuvième de ses Éléments. On y apprendra la démonstration des *Grandeurs incommensurables*, qui est peut-être l'effort le plus grand dont l'esprit humain soit capable, puisqu'allant fouiller jusques dans la possibilité des choses, il découvre avec tant de clarté ce qui est & ce qui n'est pas, & que dans la multitude infinie des comparaisons qu'il regarde toutes comme possibles entre deux grandeurs, il démontre avec une assurance inébranlable, que Dieu même n'en voit pas une capable de fournir une commune mesure de ces deux grandeurs. Mais si cette démonstration est belle, il faut avouer qu'elle est bien difficile : ceux à qui nous avons l'obligation d'une si grande découverte, ne nous ont point montré d'autre route que celle qu'ils ont tenue eux-mêmes, soit qu'en effet ils n'en aient point connue d'autre, soit qu'ils aient voulu par-là nous faire experimenter une partie de leur peine, & nous faire goûter en même temps avec d'autant plus de plaisir les délices de ce nouveau monde, que nous aurons eue plus de peine à y parvenir. Quoy qu'il en soit, ce chemin est si long & si plein de difficultés, qu'il se trouve fort peu de personnes

P R E F A C E.

qui ayent du assez de constance pour en supporter l'ennui, ou assez de force pour en surmonter la fatigue. Je ne sçay si j'oseray dire que j'ay esté assez heureux pour découvrir vne nouvelle route. Ce ne seroit pas vne fort grande loüange pour moy: vn matelot aventurier est quelquefois plus heureux à faire quelque nouvelle découverte, que le plus sage Pilote; & le hazard fait trouver mesme dans la tempeste, ce qu'on n'auroit sceu découvrir avec toute la connoissance que l'on pourroit avoir de la Marine. Il se pourroit faire aussi que courant comme j'ay fait ces vastes mers de la Geometrie, le hazard m'auroit fait rencontrer vne route nouvelle & inconnüe aux grands hommes qui m'ont précédé. Je ne prétens pas néanmoins m'attribuer cette bonne fortune; mais je puis bien dire du moins que la route que je tiens pour aller aux Incommensurables est tres-courte & tres-aisée, & que pour peu d'attention que l'on veuille apporter à la lecture de quatre ou cinq petites pages, on comprendra parfaitement vne chose que tres-peu de personnes, mesme de ceux qui se meslent de Geometrie, sont capables d'entendre.

Après cela je traite de diverses sortes de progressions, & j'insiste particulièrement sur les deux plus celebres, qui sont la Geometrique & l'Arithmetique, & les compa-

P R E F A C E.

rant l'une avec l'autre, je traite des Logarithmes, & j'en fais voir l'artifice par le moyen d'une ligne geometrique, qui sera tres-utile pour la resolution des Problemes d'Algebre de toutes sortes de dimensions. C'est cette ligne avec laquelle j'ay quarré autrefois l'Hyperbole; & ce qu'un de mes amis m'a fait voir depuis peu dans le sçavant Journal d'Angleterre, touchant ce qui a esté publié sur cette matière par de tres-sçavans Geometres, ne m'a point surpris, & même cela m'a fait penser que ces Messieurs n'avoient pas voulu nous communiquer tout ce qu'on pourroit dire sur ce sujet. Je finis cette première partie par la pratique de la Geometrie; ce qui devoit faire le dernier livre de tous ces Elemens. Outre les operations les plus faciles & les plus communes, j'y donne les principes pour mesurer les grandeurs & les distances des lieux inaccessibles, pour faire la carte d'une place ou d'une Province; pour trouver les sinus, les tangentes, & les secantes de tous les angles; & enfin pour avoir la connoissance de tout ce qui appartient à cette partie, que l'on appelle la Geometrie pratique.

Après cela je donneray dans tout autant de livres, l'Algebre, les Sections Coniques, les Spheriques, & la Statique; mais sur tout j'établiray cinq ou six re-

P R E F A C E.

gles générales, desquelles ensuite, comme par des corollaires, on tire la démonstration d'une infinité de propositions qui passent pour grandes dans la Geometrie. C'est-là qu'on trouvera la nature & la mesure des espaces asymptotiques, dont la connoissance est la chose du monde la plus admirable, & qui fait voir le plus clairement la grandeur & la spiritualité de nostre ame, puisque par la seule lumière de son esprit, penetrant au-delà de l'infini, elle découvre si clairement des choses, que nulle experience sensible ne luy peut apprendre, & qu'aucune puissance corporelle ne scauroit seulement appercevoir. Ces espaces sont d'une étendue actuellement infinie, compris entre deux lignes, qui estant prolongées à l'infini, ne se rencontrent jamais; d'où leur vient le nom d'Asymptotes. Cependant on démontre que ces espaces infinis en longueur, sont néanmoins égaux à un cercle ou à une autre figure déterminée: de sorte que l'Infini mesme, tout immense & tout innombrable qu'il est, se réduit néanmoins au calcul & à la mesure de la Geometrie, & que nostre esprit, encore plus grand que luy, est capable de le comprendre. De toutes les connoissances naturelles que l'homme peut acquérir par son propre raisonnement, sans doute la plus admirable

P R E F A C E.

est cette comprehension de l'infini : & je ne voy rien de plus propre à nous convaincre de l'existence de nostre ame, & à nous faire reconnoître, qu'outre la faculté materielle que nous avons d'imaginer par le moyen des organes, nous en avons vne toute spirituelle pour penser & pour raisonner, que le plus grand de tous les Philosophes appelle *une puissance indépendante des organes, séparée de la matière, & venans d'ailleurs que du corps.* En effet, quelque effort que nous fassions pour imaginer l'infini, nous n'en viendrons jamais à bout ; & tandis que nous nous en tiendrons à la seule imagination, nous pourrons bien nous figurer vn espace d'une vaste étendue ; mais il sera toujours borné parce que l'imagination estant, à proprement parler, vne puissance corporelle, qui ne nous represente rien que par des fantômes & par des images sensibles, doit estre elle-mesme comme le corps, bornée dans ses representations. Et comme vn tableau ne scauroit représenter à nos yeux vne étendue actuellement infinie, à cause que ce qui est borné dans vn certain espace ne peut contenir ce qui n'a point de bornes ; aussi l'imagination n'estant qu'un tableau qui nous represente des images à la verité bien subtiles, mais toujours materielles, ne scauroit nous faire voir que des choses

P R E F A C E :

corporelles & limitées , toute l'immensité de l'infini ne pouvant estre contenue dans les bornes d'une peinture corporelle. L'imagination ne peut donc atteindre jusques là , que de nous représenter l'infini. Mais d'ailleurs la démonstration que nous faisons de la nature & des propriétés de cette immense & infinie étendue asymptotique, nous convainc également que nous avons dans nous une faculté capable de nous représenter cette étendue infinie. Car comme afin de mesurer avec la regle & le compas une figure représentée sur du papier, il faut que j'aye cette figure présente à mes yeux & à ma main, afin qu'appliquant l'instrument à ses angles & à ses costez, je puisse en prendre toutes les dimensions, & en déterminer ainsi la grandeur ; de mesme afin que par la regle de ma raison je prenne les mesures de cet espace asymptotique, il faut que j'en aye une idée intimement présente à mon esprit ; & que ce mesme esprit s'appliquant , pour ainsi dire , à cette idée & à cette figure interieure, il en prenne les dimensions, en détermine la grandeur, & en démontre toutes les propriétés. Il faut donc reconnoître que nous avons en nous des idées & des représentations claires & distinctes d'une étendue infinie ; & que par consequent cette faculté qui nous représente ainsi ce que nul corps ne peut repre-

P R E F A C E.

senter, est vne puissance purement spirituelle & distincte de la matière : de sorte que la Geometrie par vne seule démonstration prouve également vne des plus admirables propriétés de la nature, & en mesme temps vne des deux plus importantes vérités de la Morale.

Oseray-je passer encore plus avant, & dire que dans cette mesme démonstration on trouve aussi la preuve invincible de l'existence de Dieu? Je sçay que la nature divine est vn abyssime de lumière, qui se répand par tout, & qui se fait sentir aux esprits les plus aveugles & les plus stupides : mais je sçay aussi jusqu'à quel point est allée l'impiété des libertins, qui ne pouvant résister à leurs propres convictions, ni se répondre à eux-mêmes, tâchent d'é luder au dehors les démonstrations des autres, en se retranchant dans l'embarras de l'éternité, & ils pensent estre fort à couvert dans cette multitude infinie de causes dépendantes, & trouver toujours lieu de fuir dans la suite éternelle de diverses productions. Mais la Geometrie, par vn exemple manifeste des asymptotes, démontre invinciblement, que mesme dans cette prétendue suite des causes subordonnées & dépendantes les vnes des autres à l'infini, il faut nécessairement en venir à vne première nature, qui concourant avec toutes

P R E F A C E.

ses causes particulières, & correspondant à tous les temps, soit elle-même infinie & éternelle, & qui ne produisant toute seule aucune de ces causes sans le concours & sans la détermination des autres, soit néanmoins la cause générale qui produit & qui conserve toutes choses.

Peut-estre, après tout, qu'on pensera que je mets ici les choses en abrégé seulement, & que cette Geometrie pourra bien servir de memoires à ceux qui sçauront déjà cette science, mais non pas d'instruction à ceux qui la veulent apprendre. Je déclare que cela est bien éloigné de mon intention, qui n'a jamais esté de faire vn abrégé : j'ay toujours prétendu faire vne Geometrie qui püst servir à ceux qui commencent, & où ceux mesme qui n'ont jamais ouï parler de Mathematiques, pussent apprendre en fort peu de temps, non seulement ce qui est le plus nécessaire dans la Geometrie, mais encore ce qu'il y a de plus relevé. Je sçay qu'en cette matière les livres les plus courts ne sont pas toujours les plus clairs; & parmi le grand nombre de ceux qui ont voulu nous faciliter la lecture & l'intelligence d'Euclide, plusieurs en ont bien amoindri le volume; mais tous n'ont pas pour cela accourci le temps qu'il faut pour le comprendre. Entre tous les Commentateurs, le plus long, à mon avis, est

P R E F A C E.

Clavius , & le Pere Fournier est le plus court ; je suis néanmoins persuadé qu'il faut plus de temps pour entendre passablement Euclide dans le Pere Fournier, que pour le comprendre dans Clavius : tant il est vray que dans la Geometrie on ne doit pas mesurer le temps de l'étude par la grandeur ou la petitesse du volume. Ainsi dans le dessein que j'ay eû de donner le moyen d'apprendre cette Science avec le plus de facilité qu'il me seroit possible , je ne me suis pas tant étudié à estre court dans les écrits , qu'à me rendre intelligible dans la façon de proceder ; & si ce volume paroist fort petit , cela ne vient pas tant de la briéveté des démonstrations particulières , que de la facilité de la methode générale. Car il faut remarquer qu'une des choses qui rendent difficile & ennuyeuse la lecture d'Euclide & des Auteurs ordinaires , c'est que dans l'exactitude rigoureuse qu'ils ont de ne laisser passer sans démonstration rien de ce qui se peut démontrer , pour facile qu'il paroisse d'ailleurs , il arrive souvent que ce qui eust esté clair , si on se fust contenté de le proposer à l'esprit , tel qu'il paroist naturellement , devient difficile & embarrassé , lorsqu'on veut le reduire à une démonstration régulière. De plus , il se trouve souvent , que pour démontrer une proposition im-

P R E F A C E.

portante, Euclide emploie vne tres-grande suite de propositions, qui ne servent proprement à rien, qu'à prouver cette principale proposition. Si donc par la seule exposition on vient à faire appercevoir la verité, sans se mettre en peine de démontrer ce de quoy on est pleinement convaincu, & sans employer des discours qui ne semblent servir qu'à nous faire desapprendre ce que nous ne sçaurions ignorer, on s'épargnera bien de la peine. De mesme, si l'on peut tout d'un coup démontrer ces propositions capitales & importantes d'Euclide, sans employer cette longue suite de démonstrations, & sans tant de préparatifs, on aura sans doute le moyen de retrancher bien des choses inutiles: c'est ce que je pense avoir fait en plusieurs endroits, démontrant dans vne seule proposition ce qui n'est ordinairement prouvé que par cette suite ennuyeuse d'autres propositions. Un autre moyen d'abreger, dont je me suis servi, c'est de reduire les choses sous de certains principes généraux; ce que j'ay fait non seulement dans ce livre, où par cinq ou six règles universelles je démontre vne infinité de grandes propositions, mais aussi en beaucoup d'autres endroits, comme lorsque traitant des Sections Coniques, je démontre les propriétés des quatre par quelque vne des pro-

P R E F A C E.

priétez qui est particulière à vne seule section. Par exemple, les considerant toutes sous les propriétés de l'Ellipse, je dis que le Cercle est vne ellipse, dont les deux foyers se touchent; que la Parabole est vne ellipse, dont les deux foyers sont infiniment éloignez l'un de l'autre; & que l'Hyperbole est vne ellipse, dont les foyers sont plus qu'infiniment éloignez: ce qui a vn fort bon sens, comme je l'explique en cet endroit.

Quelqu'un sans doute trouvera mauvais que j'aye laissé la methode ordinaire de ranger les définitions, les principes & les propositions; & il croira peut-être que je fais tort à la Geometrie, de luy ôter ce qui l'a toujours fait passer pour la Science la plus exacte. Un autre me reprochera que j'ay encore gardé quelques vieilles façons de démontrer, après que les modernes, par cette politesse si propre au temps où nous sommes, ont donné des démonstrations bien *plus naturelles*, & ont fait voir la différence qu'il y a entre *éclairer l'esprit*, & *le convaincre*. On me dira encore que je me suis négligé en beaucoup de choses; que j'ay avancé plusieurs propositions sans les démontrer; que je cite souvent des endroits, qui ne prouvent pas directement ce qui est en question; que je me sers indifferemment de la *Converse*, & de la

P R E F A C E.

proposition mesme. A tout cela je répons en vn mot, que dans le dessein que j'avois d'enseigner la Geometrie avec toute la facilité possible, la voie que j'ay suivie m'a semblé la plus propre : ce qui ne m'empeschera pas néanmoins de profiter des avis que les personnes intelligentes auront la bonté de me donner.

Cependant je m'appерçois, que faisant profession d'estre fort court dans cét Ouvrage, je suis excessivement long dans la Préface. Ainsi je ne m'arreste pas à faire voir les grands avantages de la Geometrie; je dis seulement, que si jamais elle a esté de quelque vtilité dans l'étude des Sciences naturelles, & dans la pratique des arts, elle est maintenant de la dernière nécessité pour l'un & pour l'autre. On sçait à quel point on a porté dans nostre siècle la perfection des Arts, & avec quelle penetration l'on va approfondir les matières les plus cachées de la Physique. De la façon qu'on s'y prend aujourd'huy, la Geometrie est nécessaire aussi-bien que la Mechanique, qui n'est qu'une Geometrie appliquée au mouvement local; & ceux qui ont maintenant le plus de vogue, sont inintelligibles, si l'on n'a ces deux connoissances. Pour ce qui est de la Mechanique, j'en ay donné une partie des Elemens dans un discours du Mouvement local

P R E F A C E.

que je ne dois pas avoir honte d'avouër pour mien ; & j'espère qu'avec ce que je publie maintenant dans ce livre de Geometrie , on aura deux grands moyens d'entendre la Physique de ce temps , & d'en bien juger ; & peut-estre trouvera-t-on que ceux qui ont la reputation d'avoir établi leur Philosophie sur les fondemens de la Geometrie & des Mechaniques, ne sont pas toujours inébranlables ; & que cela mesme qui a servi à faire valoir leur doctrine , servira à faire connoître leurs erreurs. Je veux encore avertir le Lecteur, que je ne prétens nullement vouloir passer pour Auteur de ce que je donne dans cet Ouvrage ; j'ay pris de tous costez ce qui m'a agréé : & si quelqu'un y trouve quelque chose qu'il pense estre de son invention, ou de quelque autre , qu'il le prenne hardiment , & qu'il l'attribuë à son Auteur , j'y consens volontiers , & je ne le luy conteste point. Que si par hazard il y rencontre quelque chose qui ne se trouve point ailleurs , & qu'il veuille me l'attribuër ; alors je le reconnoistray pour mien , de peur qu'il ne soit à personne.





A V I S

à ceux qui veulent apprendre
la Geometrie.

IL faut s'accoutumer à considerer les figures en mesme temps qu'on lit. On y a de la peine au commencement ; mais on y est rompu dans deux ou trois jours.

Il ne faut point se rebuter ; si l'on trouve des choses qu'on ne comprend pas d'abord ; la Geometrie ne s'apprend pas aussi aisément qu'une histoire.

Si après avoir leû avec attention une proposition , on ne l'entend pas , il faut passer outre ; on l'entendra peut-estre dans la suite, ou du moins lors qu'après avoir tout parcouru, on recommencera à lire tout de nouveau. En fait de Geometrie on ne comprend jamais bien les choses à la première lecture.

Les nombres qui se trouvent entre des parentheses, comme par exemple, (3. 24.) marquent que ce qu'on dit en cét endroit est prouvé ailleurs, sçavoir ici au troisieme livre à l'article vingt-quatrieme : de sorte que le premier chiffre marque le livre, & les autres marquent l'article ; & il faut aller consulter ces articles-là , pour sçavoir la preuve de ce qu'on lit.

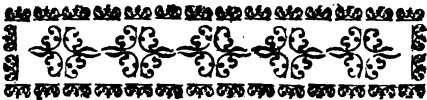
Quand on trouve des mots qu'on n'entend pas, il faut consulter la table qui est à la fin.

Il est bon d'avoir un Maistre au commencement qui explique ces démonstrations, & par ce moyen on apprend beaucoup plus aisément qu'on ne feroit de soy mesme en lisant.

Si l'on veut se donner la peine de venir au College de Clermont, l'Auteur de ces Elemens continuera de les y expliquer publiquement les Lundis & les Vendredis.

On avoit esperé de pouvoir donner au plûtoſt le reste de cette Geometrie; mais l'on a esté obligé d'en differer quelque temps l'impression, pour avoir le loisir de publier d'autres Traitez de Mathematique qui sont beaucoup plus necessaires. Aussi - tost qu'on aura achevé la Statique, l'Optique, & les Quadrans, à quoy l'on travaille presentement, on imprimera tout de suite l'Algebre, les Sections Conique, & tout le reste qu'on a promis, pour faire vne Geometrie complete.

ELEMENS



E L E M E N S D E G E O M E T R I E.

L I V R E P R E M I E R.

Des Lignes , & des Angles.

1. **P**AR le nom de *Quantité* nous entendons vne chose , qui estant comparée à vne autre de mesme nature ; peut estre appellée plus grande , ou plus petite ; égale , ou inégale : comme sont l'Etendue , le Nombre , la Pesanteur , le Temps , le Mouvement : Et toutes ces choses , en tant qu'elles se peuvent ainsi comparer , suivant le plus ou le moins , sont l'objet de la Geometrie.

2. On s'arreste néanmoins à considerer particulièrement l'Etendue , comme celle qui peut servir d'exemple & de règle à mesurer toutes les autres Quantitez.

A

3. La *Quantité*, qui a de l'étendue seulement en longueur, sans aucune profondeur, s'appelle *Ligne*: celle qui est étendue en longueur & en largeur, s'appelle *Surface* ou *Superficie*: celle qui a de la longueur, de la largeur, & de la profondeur, s'appelle *Corps* ou *Solide*.

4. Le *Point* est vn endroit de la *Quantité*, lequel on considere comme s'il n'avoit aucune étendue, & qu'il fust indivisible de tous costez: ainsi les extrémités, ou le milieu d'une ligne, sont des *Points*.

5. Il y a des lignes *Droites*, & des lignes *Courbes*: de mesme il y a des surfaces *Planes*, qui s'appellent des *Plans*: & des surfaces *Courbes*, qui sont *Convexes* en dehors, comme le dessus d'une voute, & *Concaves* en dedans, comme le dessous d'une voute.

6. Lorsque deux lignes se touchent en vn point, & vont ensuite en s'éloignant l'une de l'autre, il se fait entre ces lignes vn *Angle*, qui s'appelle *Rectiligne* quand les deux lignes sont droites, *a*: *Curviligne* quand elles sont courbes, *b*: & *Mixte* quand l'une est courbe, & l'autre droite, *c*.



DE GEOMETRIE, LIV. I. 3

7. L'angle est dit estre d'autant plus petit, que les lignes qui le font, sont plus inclinées l'une vers l'autre. Prenez deux lignes *ab* & *ac*, qui se touchent en *a*: si vous imaginez que ces deux lignes s'ouvrent comme vn compas, en sorte qu'elles demeurent toujours attachées en *a* comme par le clou du compas, tandis que l'extrémité *c* s'écarte de l'extrémité *b*; alors vous concevrez que plus ces extrémités s'éloigneront mutuellement, plus aussi se fera grand l'angle qui est entre deux: & au contraire, si vous approchez davantage ces extrémités, vous ferez que les lignes seront plus inclinées, ou plus panchées l'une vers l'autre, & l'angle en sera plus petit.



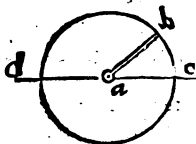
8. Il faut donc bien remarquer que la grandeur des angles se mesure, non par la longueur des lignes qui le font, mais par leur inclination. Par exemple l'angle *b* est plus grand que l'angle *a*, quoi-que les lignes de *b* soient plus courtes: parce qu'elles ne sont pas si inclinées l'une vers l'autre, que le sont les lignes de l'angle *a*; & pour le comprendre, on n'a qu'à s'imaginer que l'an-



A ij

gle b est posé sur l'angle a , comme on le voit par les lignes ponctuées, qui représentent l'angle b . Car pour lors on verra que l'angle b contiendra aisément au dedans de soy l'angle a , & que les lignes d' a seront bien plus inclinées l'une vers l'autre, que ne le sont les lignes de b ; & qu'ainsi enfin l'angle a est plus petit.

9. L'angle se désigne ordinairement par trois lettres, dont celle du milieu marque le point où les deux lignes se touchent, comme en la figure suivante, bac marque l'angle fait par les deux lignes ba & ca , en sorte que a est le point commun où les lignes se touchent.



10. Si nous imaginons vne ligne ab attachée par le bout a au milieu de la ligne dc , & que de plus nous fassions mouvoir cette ligne autour du point a ; quand elle sera revenue au lieu d'où elle avoit commencé à se mouvoir, l'extrémité b aura décrit vne ligne courbe, qui s'appelle *Cercle*, ou plutôt *Circonférence* de ce cercle: car, à proprement parler, le *Cercle* est tout l'espace renfermé dans cette circonférence.

11. Une partie de la circonférence s'appelle *Arc*, comme cb .

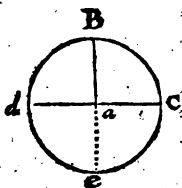
DE GEOMETRIE, LIV. I. 5

12. La ligne $d c$ terminée par la circonférence, s'appelle *Diametre*, qui partage le cercle en deux également, ce qui n'a pas besoin de preuve. Aussi toute ligne droite qui sera tirée par le *Centre*, c'est à dire, par le point a , partagera le cercle en deux parties égales, & sera aussi vn autre diametre.

13. La ligne $a b$, ou $a c$, ou toute autre tirée du centre à la circonférence, s'appelle *Rayon*, ou *Demi-diametre*.

14. Tous les rayons ou demidiametres sont égaux.

15. Quand l'extrémité B est également éloignée des deux extrémités du diametre c & d , c'est à dire, quand B se trouve au milieu de la demi-circonférence; alors



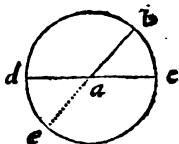
cette ligne $B a$ fait deux angles, qu'on appelle *Droits*, qui sont égaux de part & d'autre, l'un $B a c$, & l'autre $B a d$. Et si la ligne $B a$ est prolongée au-delà vers e , elle fera quatre angles droits, & elle sera vn nouveau diametre, qui avec le premier partagera le cercle en quatre parties égales.

16. Alors les lignes sont dites *Perpendiculaires* l'une à l'autre, $B a$ à $d c$, & $d a$ à $B a$.

A iij

17. Mais si b est plus proche de l'une des extrémités du diamètre que de l'autre ; alors cette ligne est dite *Oblique*, & fait de part & d'autre deux angles inégaux, dont le plus petit s'appelle *Aigu*, $b a c$; & le plus grand s'appelle *Obtus*, $b a d$.

Que si la ligne $b a$ est prolongée jusqu'à e , elle fera un nouveau diamètre, & fera en dessous deux nouveaux angles : de sorte qu'il



y aura en tout quatre angles, desquels on appelle *Opposés par la pointe*, les deux qui se touchent seulement de la pointe, comme $b a c$, & $e a d$, ou bien $b a d$, & $c a e$: mais ceux qui ont un côté commun, s'appellent *Angles de suite*, comme $d a b$, & $b a c$, ou bien $b a c$, & $c a e$, &c.

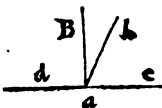
18. Les angles qui prennent des arcs égaux, sont aussi égaux. Comme si l'on prouve que l'arc $c b$ est égal à l'arc $e d$, on aura aussi prouvé que l'angle $c a b$ est égal à l'angle $e a d$.

19. Ces deux angles qui sont de suite, pris ensemble, sont toujours égaux à deux droits. Car comme la ligne $d c$ est diamètre, & qu'elle coupe le cercle en deux également, les deux arcs $c b$ & $b d$ pris ensemble, seront égaux à la demi-circonférence. Ainsi les deux angles $c a b$

DE GEOMETRIE, LIV. I. 7

& $b a d$ pris ensemble, seront égaux à deux droits, puisqu'ils remplissent le demi-cercle, comme les deux droits.

20. Ainsi cette proposition est générale, qu'une ligne droite tombant sur une autre ligne droite, fait les deux angles de suite ou droits, ou égaux à deux droits. Car si les lignes sont perpendiculaires, comme $B a$ sur $d a c$, les angles sont droits de part



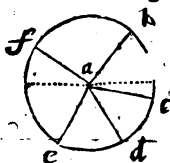
& d'autre. (15.) Que si la ligne est oblique, comme $b a$ sur la même $d c$, alors les angles sont bien inégaux; mais de tout autant que l'obtus surpasse un droit, de tout autant aussi l'aigu est surpassé par un autre droit. Ainsi la petitesse de l'un est récompensée par la grandeur de l'autre.

21. Si deux angles qui ont un côté commun, sont égaux à deux droits, leurs autres costez feront une ligne droite. Soient les angles $d a b$ & $b a c$ égaux deux droits, je dis que la ligne $a d$ avec la ligne $a c$ fait une ligne droite; (fig. de l'art. 17.) ce qui est clair par ce qui a été dit. Car si du centre a on tire un cercle $d b c$, les deux arcs $d b, b c$ seront égaux à la demi-circonférence, puisqu'on suppose que ces deux angles sont égaux à deux droits. Ainsi les lignes $d a, a c$ feront le diamètre,

A iij

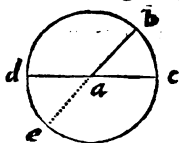
& par conséquent seront *en droite ligne, posita in directum.*

22. Si d'un point donné *a* on élève diverses lignes *ab, ae, af, ad, &c.* elles feront divers angles; & tous ces angles en-



semble, en quelque nombre qu'ils soient, seront égaux à quatre droits : car il est clair que tous ces angles remplissent le cercle dont ils divisent la circonference en autant d'arcs *bf, fe, ed, dc, cb*. Ainsi tous ces arcs ensemble sont égaux à quatre quarts de cercle, c'est à dire, que tous ces angles sont égaux à quatre droits : car aussi quatre angles droits remplissent le cercle.

23. Les angles *opposés par la pointe* sont



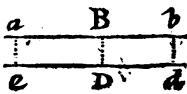
égaux entre eux. Soient deux lignes droites *dac, & bae*, je dis que l'angle *bac* est égal à l'angle *ead* : car l'arc *cb* avec l'arc *bd*, fait la demi-circonference, (12.) & de même l'arc *bd* avec l'arc *de*, fait aussi la demi-circonference : Donc l'arc *bc* est égal à l'arc *de*, puisque l'arc *bd* fait toujours la même quantité, soit qu'on l'ajoute avec l'arc *bc*, ou avec l'arc *de*. Par même raison l'angle *dab* est égal à l'angle *cae*.

DE GEOMETRIE, LIV. I.

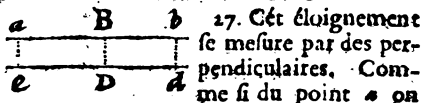
24. On divise toute la circonference du cercle en 360. parties égales, qui s'appellent *Degrez*, & chaque degre en 60. parties égales, qui sont les *Minutes*, & chaque minute en 60. *Secondes*, chaque seconde en 60. *Tierces*, & ainsi à l'infini. Et quand on veut déterminer la grandeur des angles, on compte les degrez qu'ils comprennent. Par exemple, quand on dit un angle de 90. degrez, on entend un angle droit, parce qu'un angle droit comprend la quatrième partie de la circonference, laquelle contient 90. degrez, puisque toute la circonference en contient 360. dont la quatrième partie est 90. De mesme vn angle de 60. degrez est un angle qui fait les deux tiers d'un droit.

25. Les Minutes se marquent par un petit trait, comme une virgule ' qu'on met à costé du chiffre: & les Secondes par deux de ces traits " : les Tierces par trois " : les Quartes par quatre, &c. comme 25. d. 32'. 43". ce qui veut dire 25. degrez, 32. minutes, 43. secondes.

26. Deux lignes sont dites estre *Paralleles*, quand elles sont par tout également éloignées l'une de l'autre. Les deux lignes *a b* & *e d* sont paralleles, si elles sont également éloignées en *a e*, & en *b d*, *e* ou en *B D*, & en tout autre endroit.



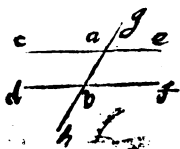
A v



s' imagine que la ligne ae tombe perpendiculairement sur ed ; & si de mesme bd tombe perpendiculairement sur de : nous concevrons naturellement que si ces deux perpendiculaires ae, bd sont égales, les deux lignes ab, ed seront également éloignées l'une de l'autre en ces deux endroits; cela est naturellement connu sans autre preuve.

28. Deux lignes paralleles estant continuées à l'infini, ne viennent jamais à se toucher: car puisqu'elles sont toujours également éloignées, on peut par tout tirer entre deux vne perpendiculaire égale à ae , ou à bd : & par consequent elles ne se touchent jamais.

29. Si une ligne coupe deux autres lignes paralleles, elle sera également inclinée sur l'une & sur l'autre: & si une ligne coupant deux autres lignes, est également inclinée sur l'une & sur l'autre;

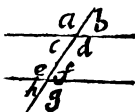


ces deux lignes seront paralleles. Soient les deux lignes paralleles cae, dbf coupées par la ligne $gab h$: je dis que cette ligne $gab h$

DE GEOMETRIE, LIV. I. 11

est inclinée sur cae , de mesme que sur dbf ; c'est à dire, que l'angle gae est égal à l'angle gbf . Ceci est naturellement connu pour peu d'attention qu'on y apporte. Car si l'angle gae , par exemple, estoit plus grand, & que la ligne ae fust plus écartée d' ag , le point e de la ligne ae pancheroit vers f , puisque bf ne s'écarteroit pas tant qu' ae ; ainsi ces deux lignes ae , & bf ne seroient point paralleles. De plus, si nous imaginons ces deux lignes comme les costez d'une regle, nous pouvons considerer toute cette regle, comme vne ligne indivisible. Ainsi les angles hbd & cae seront comme les angles de suite égaux à deux droits, (20.) & les angles hbd & gae seront comme les deux angles opposez par la pointe égaux entre eux. (23.)

30. Lorsqu'une ligne coupe deux paralleles, il se fait huit angles, dont les quatre a, b, h, g , sont externes, les autres sont internes. Les angles c & f , ou bien d & e , sont appelez Alternes: les angles b & f , ou bien a & e , sont alternativement opposez: les angles d & f , ou bien c & e , sont les internes de mesme costé.

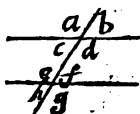


31. Les angles alternes, & alternativement

A vj

ment opposés, sont égaux entre eux, comme b, f, c, h , & a, e, d, g . (29.)

32. Lorsqu'une ligne tombe ainsi sur deux parallèles, elle fait les angles internes de même côté égaux à deux droits.



L'angle d avec l'angle f est égal à deux droits, parce que f est égal à c .

(31.) Or c avec d fait deux angles droits: (20.) Dont aussi f avec d fera deux angles droits, ce qu'il falloit démontrer.

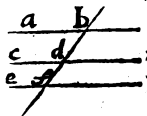
33. Une proposition est appelée *Converse* d'une autre, quand après avoir tiré une conclusion de quelque chose qu'on a supposée, on vient dans cette autre proposition converse à supposer ce qui avoit été conclu, & à en tirer ce qui avoit été supposé. Par exemple, icy nous disons, si les lignes sont parallèles, les angles d & f seront ensemble égaux à deux droits, où nous supposons que les lignes sont parallèles; & de là nous concluons: Donc les angles, &c. La *Converse* se fera ainsi. Si les angles internes de même côté d & f sont égaux à deux droits, les lignes seront parallèles: où après avoir supposé que ces angles valent deux droits, nous concluons que les lignes seront parallèles.

34. Les *Converses* en cet endroit sont

DE GEOMETRIE, LIV. I. 13
 véritables, ſçavoir que ſi vne ligne cou-
 pant deux autres lignes, fait les angles
 alternes égaux; ces deux lignes ſont pa-
 ralleles.

35. Si deux lignes ſont paralleles à
 vne troiſième, elles le ſeront entre elles.

Soit la ligne ab parallele
 à cd , & ef parallele auſ-
 ſi à la meſme cd , je dis
 que ab eſt parallele à ef :
 car ſi l'on tire vne ligne



bdf qui les coupe toutes trois, l'angle b
 ſera égal à l'angle d , (31.) & de meſme
 l'angle f ſera égal à l'angle d : (31.) Donc
 l'angle b eſt égal à l'angle f , parce que
 c'eſt vn principe, que ſi deux choſes ſont
 égales à vne troiſième, elles ſont égales
 entre elles. Puis donc que l'angle b eſt
 égal à f , il ſ'enſuit que la ligne ab eſt
 parallele à ef . (34.)





LIVRE SECON D.

Des Triangles.

1. **V**N *Figure* est vn espace renfermé de toutes parts. Si les lignes qui la terminent sont droites , elle s'appelle *figure Rectiligne* ; si elles sont courbes , elle s'appelle *Curviligne* ; & si elles sont en partie droites , & en partie courbes , la *figure* s'appelle *Mixte*.

2. Il y a des figures *Planes* , qui sont sur vne surface plane , & des figures *Solides* , qui sont vn corps avec trois dimensions. On parle icy seulement des figures planes.

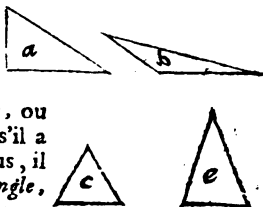
3. Toutes les lignes qui renferment la figure prises ensemble , font la *Circonférence* , ou le *Perimetre* , ou le *Circuit* de la figure.

4. De toutes les figures planes curvilignes , ou mixtes , on ne considère proprement dans la Geometrie ordinaire que le cercle , ou vne partie de cercle , terminée d'un costé par vn arc , & de l'autre par vne ou plusieurs lignes droites.

5. Parmy les rectilignes , les plus simples figures sont les *Triangles* , qui sont terminées par trois lignes , lesquelles font trois angles.

6 Un triangle, qui a vn angle droit, s'appelle *Triangle rectangle*, *a* :

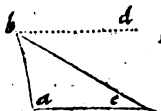
s'il a vn angle obtus, il s'appelle *Obtusangle*, ou *Amblygone*, *b* : s'il a trois angles aigus, il s'appelle *Acutangle*, ou *Oxygone*, *c*, *e*.

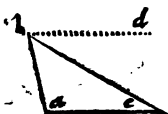


7. Quand le triangle a tous les trois costez inégaux, il s'appelle *Scalene*, *a*, *b* : s'il a deux costez égaux, il est *Isocele*, *c* : si tous les trois costez sont égaux, il est *Equilateral*, *e*.

8. Si l'on prend deux costez du triangle, on peut les appeller *Jambes*, & le troisieme costé pour lors s'appellera *Base*. Tout costé peut estre pris pour *Base*.

9. En tout triangle les trois angles ensemble sont égaux à deux droits. Soit le triangle *abc*, je dis que l'angle *a*, plus l'angle *c*, plus l'angle *abc*, valent deux droits : car si nous imaginons vne ligne *bd* parallele à *ac*, ces deux lignes paralleles seront coupées par la troisieme *bc*, & par consequent les angles alternes seront égaux, c'est-à dire, que l'angle *c* est égal à l'angle *cbd*. (1. 31.) De plus, la ligne *ba* tom-





bant sur les parallèles $b d$ & $a c$, elle fait les angles internes de mesme costé égaux à deux droits (1. 32.) c'est à dire, que l'angle $a b d$, plus l'angle a , sont égaux à deux droits. Or l'angle $a b d$ est composé de deux angles, dont l'un est $a b c$, (qui est vn des trois du triangle) & l'autre est $d b c$, que j'ay fait voir estre égal à l'angle c : Donc aussi ces trois angles $a b c$, plus c , plus a valent deux droits; ce qu'il falloit démontrer.

10. Si l'on prolonge la base d'un triangle, l'angle externe est égal aux deux internes opposés. Soit le triangle $a b c$, & qu'on prolonge le costé $c a$ vers e , il se

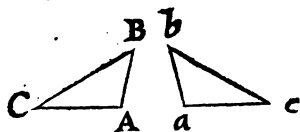


fait vn angle en dehors $b a e$, qui s'appelle l'angle externe du triangle. Or je dis que cet angle externe $b a e$ est égal aux deux angles b & c , qui sont les internes opposés: car ces deux angles b & c avec le troisième $b a c$ font ensemble deux droits (par la précédente) & de mesme, ce troisième angle $b a c$ avec l'angle $b a e$, fait aussi deux droits: (1. 20.) Donc les angles b & c font tous deux autant que l'angle $b a e$; ce qu'il falloit démontrer.

DE GEOMETRIE, LIV. II. 17

II. Si vn triangle ABC a deux costez AB & AC , égaux aux deux costez ab , ac d'un autre triangle; & si de plus l'angle A est

égal à l'angle a : je dis que le troisième costé BC sera é-



gal à bc , & l'angle B à l'angle b , & C à c , & tout le triangle ABC à tout le triangle abc . Car si nous imaginons que le triangle abc soit posé sur ABC , en sorte que le costé ab soit précisément sur AB qui luy est égal, le costé ac tombera aussi sur AC , puisqu'on suppose que l'angle a est égal à l'angle A ; & ainsi le point c tombera sur C , puisque ac est égal à AC : Donc aussi bc tombera sur BC , & par conséquent luy sera égal; & de mesme l'angle c sera égal à C , & b à B , & tout le triangle à tout le triangle, puisque tout se répond si bien, que rien du triangle de dessus ne passe au-delà de celui de dessous.

12. Les figures qui s'ajustent ainsi, & se correspondent parfaitement quand elles sont mises l'une sur l'autre, s'appellent figures congruës, *qua mutuo sibi congruunt*; & c'est vne maxime generale, *Qua mutuo sibi congruunt, aequalia sunt*: les choses qui

*estant ainſi miſes l'une ſur l'autre ſe cor-
répondent parfaitement, ſont égales.*

13. La converſe auſſi de la propoſi-
tion précédente eſt véritable ; ſçavoir,
que ſi vn triangle a tous ſes trois
coſtez égaux aux trois coſtez d'un autre
triangle, tous les angles de l'un ſeront
auſſi égaux aux angles de l'autre, & tout
l'eſpace que contient vn triangle, ſera
auſſi égal à l'eſpace que contient l'autre

triangle :

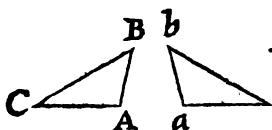
comme ſi

AB eſt é-

gal à ab ,

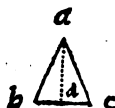
& AC à ac ,

& BC à bc :



je diſ que l'angle A ſera égal à l'angle a ,
& B à b , & C à c , & tout le triangle
 ABC à tout le triangle abc ; ce qui n'a
pas beſoin d'autre preuve.

14. Si l'angle A eſt égal à l'angle a ,
& l'angle B à l'angle b , & le coſté AB
au coſté ab ; le coſté AC le ſera auſſi
au coſté ac , & BC à bc , & tout le
triangle ABC à tout le triangle abc :
cela eſt aisé à prouver par les précédentes.



15. En tout triangle Iſo-
ſcele, les deux angles qui ſe
font ſur la baſe par les jambes
égales, ſont égaux entre eux.
Soit le triangle abc , dont la

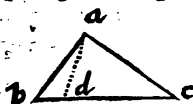
jambe ab soit égale à ac , je dis que l'angle b est égal à l'angle c : car si nous imaginons que la base bc est partagée également en d , la ligne ad fera deux triangles adc & adb , & les trois costez de l'un seront égaux aux trois costez de l'autre; car ac est égal à ab par l'hypothese ou supposition de la proposition mesme; dc est égal à db , parce que nous supposons icy que la base bc est partagée également en d . Le troisieme costé ad est commun à tous les deux triangles: ainsi les trois costez de l'un sont égaux aux trois costez de l'autre, & par consequent tout le triangle adc est égal à tout le triangle adb , & l'angle c à l'angle b ; (2. 13.) ce qu'il falloit démontrer.

16. Dans tout triangle Isocele, la ligne qui tombant de l'angle du sommet partage la base en deux également, est perpendiculaire à la mesme base, & divise l'angle du sommet aussi en deux également: car l'angle adc est égal à l'angle adb par la précédente: & par consequent ils sont tous deux droits, & la ligne ad perpendiculaire sur bc , (1. 15.) & de mesme l'angle dac est égal à l'angle dab par la précédente.

17. En tout triangle le plus grand costé soutient ou soutient (*subtendit*) le plus grand angle, c'est à dire, est opposé au

plus grand angle. Soit le costé bc plus

grand que le costé ac ,
je dis que l'angle a
soutenu par le costé
 bc est plus grand que
l'angle b soutenu par



le costé ac : car puisque bc est plus
grand que ca , soit imaginée cd égale à
 ca , afin que adc soit vn triangle Iso-
cele : donc (2. 15.) l'angle cad sera égal
à l'angle cda . Or l'angle cab est plus
grand que l'angle cad : comme (le tout
est plus grand que sa partie) Donc l'an-
gle cab est plus grand que l'angle cda .

De plus, cet angle cda estant externe à
l'égard du petit triangle dab , cet an-
gle, dis-je, cda sera plus grand que le
seul interne b : (2. 10.) Donc, à plus
forte raison, l'angle cab sera plus grand
que l'angle b : ce qu'il falloit prouver.

18. Tout triangle doit avoir necessai-
rement deux angles aigus : car s'il n'en
avoit qu'un, les deux autres seroient ou
deux obtus, ou deux droits, ou l'un obtus,
& l'autre droit. Or rien de tout cela ne
peut estre, puisque (2. 9.) tous les trois
angles ensemble ne valent que deux droits.

19. De toutes les lignes qu'on puisse
tirer d'un point donné à vne ligne don-
née, la plus courte est la perpendiculaire,
& les plus longues sont celles qui s'éloi-

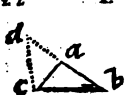
gnent le plus de la perpendiculaire. Soit donnée la ligne ad , & le point donné b ; soit de plus ba perpendiculaire à da , de laquelle be soit plus éloignée que ne l'est bc : je dis que ba est



plus courte que toute autre ligne possible, par exemple, plus courte que bc ; & davantage, que be est plus longue que bc . Car dans le triangle abc l'angle a est droit, & par conséquent le plus grand de tous, puisque les deux autres doivent nécessairement estre aigus: (2. 18.) Donc le costé bc est plus grand que ba , (2. 17.) comme soutenant le plus grand angle. De mesme dans le triangle bce l'angle bce est obtus, puisque l'angle bca est aigu, & par conséquent le costé be sera plus grand que bc , (2. 17.) comme soutenant le plus grand angle.

20. En tout triangle deux costez pris ensemble sont plus longs que le troisieme. Soit le triangle abc , je dis que le costé ab , plus ac , est plus long que le seul cb : car soit prolongé ba , & qu'on imagine ad égal à ac , le triangle adc sera isoscele, & par conséquent l'angle acd sera égal à l'angle d : (2. 15.) Donc l'angle acb , qui est plus grand



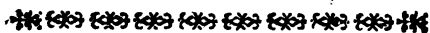


que l'angle dca , est aussi plus grand que l'angle d .
Donc en considérant comme vn seul triangle bdc , le costé bd sera plus grand que cb , (2. 17.) comme soutenant vn plus grand angle. Or bd est égal aux deux ba, ac , puisque ad est égal à ac : Donc les deux ba, ac , sont plus grands que bc ; ce qu'il falloit prouver.

21. Quoy - que cette proposition soit démontrée, elle peut néanmoins passer pour vn principe naturellement connu. Car la ligne cb estant vne ligne droite, elle fait aussi le plus court chemin depuis le point c jusqu'au point b , tandis que



les autres cab , ou bien cdb , ou ceb , prennent des détours, & par conséquent des chemins plus longs. Et mesme on peut avec Archimede poser pour principe, que des lignes qui sont ainsi des circuits, celles - là sont plus longues, qui dans leur circuit renferment les autres, & qu'ainsi cdb est plus longue que ceb , & cab que cdb , pourveu néanmoins que ces lignes ne rentrent point comme en cette figure, où les lignes $effb$ peuvent estre plus longues que cab , quoi - quelles soient renfermées dans le circuit de cab .

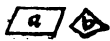


LIVRE TROISIEME.

*Des Quadrilateres, & des Poly-
gones.*

LEs figures comprises entre quatre lignes droites, qui font quatre angles, sont appellées *Quadrilateres*.

2. Quand les lignes opposées sont parallèles, le Quadrilatere s'appelle *Parallelogramme*, *a* ; sinon il s'appelle simplement *Trapeze*, *b*.



3. Quand le parallelogramme a tous les quatre angles droits, il s'appelle *Parallelogramme Rectangle*, *c*, ou, pour abreger, simplement *Rectangle* : & si de plus tous les costez sont égaux, il s'appelle *Quarré*, *d*.



4. Si tous les costez estant égaux, les angles néanmoins ne le sont pas, alors le parallelogramme s'appelle *Rhombe*, ou *Losange*.

5. Si le parallelogramme n'a ni les angles, ni les costez égaux, il s'appelle *Rhomboïde*, *e*.

6. En tout parallelogramme les angles opposés sont égaux. Soit le parallelo-



gramme $obcd$, je dis que l'angle o est égal à l'angle c ; car l'angle o est égal à l'angle extérieur b , (1. 31.) & b est égal à c : (1. 31.) donc o est égal à c .

7. La ligne tirée d'un angle à l'autre angle opposé, s'appelle *Diagonale* ou *Diametre*, comme bd .

8. Tout parallélogramme est divisé en deux parties égales par la diagonale. La diagonale bd divise le parallélogramme $obcd$ en deux triangles obd & bcd . Il faut donc prouver que ces deux triangles sont égaux. 1. L'angle o est égal à l'angle c . (3. 6.) 2. L'angle obd est égal à l'angle cdb ; (1. 31.) & par même raison aussi l'angle odb est égal à l'angle cbd . Ainsi ces deux triangles ont tous les trois angles égaux réciproquement, chaque angle de l'un à chaque angle de l'autre: & de plus, le côté bd est commun à l'un & à l'autre triangle: Donc aussi tout le triangle obd est égal à tout le triangle cdb . (2. 14.)

9. En tout parallélogramme les costez opposez sont égaux, puisque le triangle obd est tout égal à tout le triangle cdb , par la précédente: aussi le côté cd sera égal au côté bo , & le côté od au côté bc ; ce qu'il falloit prouver.

10. Deux diagonales ac & bd se coupent

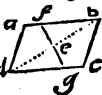
pent mutuellement par le milieu e : car dans les triangles aad & bec , le costé ad est égal au costé cb :

(3. 9.) l'angle aad est égal à l'angle ecb , (1. 31.) & de mesme l'angle ade



est égal à l'angle ebc , (1. 31.) & de plus l'angle aed est égal à l'angle ceb , (1. 23.) puisqu'il luy est opposé par la pointe: Donc le costé de est égal au costé be , & le costé ae au costé ce . (2. 14.) Ainsi ces deux Diagonales sont divisées également en e .

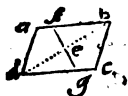
II. Toute ligne droite fg , qui passe par le milieu de la diagonale e , partage le parallelogramme en deux également. Il faut prouver que



le trapeze, c'est à dire, le quadrilatere irregulier, $afgd$ est égal au trapeze

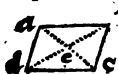
$cgfb$. 1. Le triangle bdf est égal au triangle deg : car le costé de est égal à eb par l'hypothese; l'angle dfe est égal à l'angle deg ; (1. 31.) l'angle en e est égal de part & d'autre, puisqu'il est opposé par la pointe, &c. Donc le triangle fob est égal au triangle god .

(2. 14.) 2. Tout le triangle adb est égal au tout cbd : (3. 8.) Donc, si du triangle adb on oste le petit triangle fob , & qu'en recompense on luy donne le trian-



gle deg , il se fera vn trapeze $afgd$ égal au triangle adb , cest à dire, à la moitié de tout le parallelogramme; ce qu'il falloit prouver.

12. Si dans la diagonale bd on prend vn point e , par lequel passent deux pa-



ralleles aux costez, sçavoir gef , & $he i$; il se fera quatre parallelogrammes, sçavoir $efbi$, $ehdg$;

(& ces deux s'appellent *Parallelogrammes d'autour du diametre*) & les deux autres parallelogrammes sont $ehaf$, & $ecig$, & ces deux s'appellent *Complemens*: & les deux complemens avec vn parallelogramme d'autour du diametre font la figure qu'on appelle *Gnomon* ou *Esquierre*, comme est ici ce qui est haché ou marqué par des traits.

13. En tout parallelogramme les *Complemens* sont égaux. Il faut prouver que $ehaf$ est égal à $ecig$. Tout le triangle bad est égal au tout bdc : (3. 8.) de mesme le triangle efb est égal au triangle ebi , (3. 8.) & aussi ehd est égal à egd : (3. 8.) Donc si des deux triangles égaux bda & bdc , on oste choses égales, à sçavoir, si on oste d'une part efb , & ehd , & de

l'autre eib , & egd , il restera d'une part le parallelogramme $ebaf$ égal au parallelogramme $eicg$, qui restera de l'autre part; ce qu'il falloit prouver.

14. Les parallelogrammes qui ont une mesme base, & qui sont entre les mesmes paralleles, sont égaux. Soit un parallelogramme $abcd$, & un autre $abfe$, en sorte que la base ab

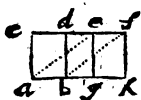
soit commune à tous les deux, & que la ligne cd estant continuée, passe par a  ef ; si-bien que ces deux parallelogrammes soient ainsi entre deux paralleles, & terminez par elles, à sçavoir, entre la ligne ab , & la ligne cf , parallele à ab : je dis que le parallelogramme $abcd$ est égal à $abfe$.
1. cd est égale à ef , puisque l'une & l'autre sont égales à ab : (3. 9.) Donc si à chacune de ces deux lignes égales nous ajoutons la ligne de ; ce sera égale à df . 2. ca est égal à db . (3. 9.)
3. L'angle ace est égal à l'angle bdf : (1. 31.) Donc tout le triangle ace est égal au tout bfd . Donc si de chacun de ces deux triangles égaux, on oste le triangle blanc deo qui est entre les deux parallelogrammes, & qu'on l'eux ajoute aussi à chacun le triangle contrehaché, oab ; il résul-

B ij



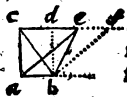
tera de tout cela d'une part le parallelogramme $abdc$ égal au parallelogramme $ae fb$, qui sera fait de l'autre part.

13. Les parallelogrammes qui sont entre les mesmes paralleles ab & cf , & sur des bases égales, l'un sur ab , & l'autre sur gb , en sorte que ab soit égal à gb , sont égaux. Car si l'on ima-



gine vn troisieme parallelogramme $ae fb$, celui-ci sera égal à $abdc$, (3. 14.) puisqu'il est sur la mesme base ab , & entre les mesmes paralleles ab & cf : & ce mesme parallelogramme $ae fb$ est aussi égal à $gbfe$, puisque l'un & l'autre ont mesme base, sçavoir ef , (il n'importe de rien que la base soit au haut ou au bas) & qu'ils sont entre les mesmes paralleles, sçavoir entre fe & ba . Donc aussi $h f e g$ est égal à $abdc$, puisqu'ils sont égaux à vn troisieme $ae fb$.

16. Les triangles qui sont sur mesme base ab , & entre mesmes paralleles ab & ce , sont égaux. Le triangle abc est égal au triangle ase , parce que si l'on imagine vne ligne bd parallele à ac , & vne autre bf parallele à ae ,



on aura deux parallelogrammes $acdb$, & $aefb$, lesquels estant sur mesme base ab , & entre mesmes paralleles, seront égaux. (3. 14.) Or le triangle acb est la moitié du parallelogramme $acdb$: & le triangle aeb est la moitié du parallelogramme $aefb$: (3. 8.) Donc ces deux triangles sont égaux.

17. Les triangles sur bases égales, & entre mesmes paralleles, sont égaux. La preuve en est aisée.

18. Si vn triangle a mesme base avec vn parallelogramme, & est entre mesmes paralleles, il sera la moitié de ce parallelogramme. Le triangle abc est la moitié du parallelogramme $aefb$.

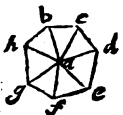
19. Le *Pentagone* est vne figure à cinq costez, & cinq angles. Si tous les costez sont égaux, & tous les angles aussi; le *Pentagone* est *Regulier*.

20. L'*Hexagone* est de six costez, & de six angles; l'*Heptagone* de sept; l'*Octogone* de huit, &c. qui sont aussi *Reguliers*, quand tous les angles & tous les costez sont égaux entre eux.

21. *Polygone* est generalement toute figure, qui est comprise sous plusieurs costez, & fait plusieurs angles : mais on ne se sert guere de ce nom, si les

figures n'ont plus de quatre, ou de cinq costez.

22. Tout polygone se peut diviser en autant de triangles qu'il a de costez. Si au dedans du polygone on prend vn point *a* en quelque part que ce soit, & que de ce point on imagine des lignes tirées vers chaque angle *ab*, *ac*, *ad*, &c. il se fera autant de triangles, qu'il y a de costez dans le polygone.



23. Les angles des polygones font tous ensemble deux fois autant d'angles droits, moins quatre, qu'il y a de costez. Par exemple, si le polygone a sept costez, dont le double est 14. & si en ostant quatre, il reste dix : je dis que tous les angles de cét heptagone, sçavoir l'angle *cbh*, plus *bhg*, plus *hgf*, &c. sont tous ensemble égaux à ces dix angles droits. Car si du point *a* on tire vers les angles sept lignes *ab*, *ac*, *ad*, &c. pour faire les sept triangles, chacun de ces triangles aura trois angles, qui en valent deux droits : (2. 9.) de sorte que tous les angles ensemble de tous ces sept triangles valent 14. droits. Or chacun de ces triangles a vn angle, qui va aboutir au point *a* ; en sorte qu'estant tous posez autour de ce point *a*, ils remplissent tout l'espace

DE GEOMETRIE, LIV. III. 31
 d'alentour : Donc tous ces sept angles
 aboutissant ainsi au point *a*, valent
 4. droits, (1. 22.) & par consequent
 tous les autres angles qui sont vers
 les angles de l'heptagone, valent dix
 droits; ce qu'il falloit prouver.

24. Le polygone se peut
 aussi diviser en triangles, en
 tirant des lignes d'angle à
 angle; alors le nombre des
 costez surpassera de deux celui des
 triangles.

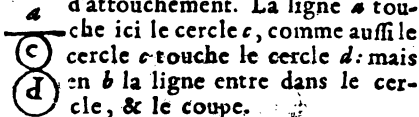




LIVRE QUATRIÈME.

Du Cercle.

1. **V**N^a ligne est dite *Toucher vn* cercle, quand elle le touche sans qu'elle entre dedans, quoi-qu'elle soit prolongée au-delà du point d'atouchement. La ligne *a* tou-



2. Une ligne entrant dans vn cercle, le coupe en deux parts, qu'on appelle *Segments*. *e* est le petit segment; & *f* est le grand; & cette ligne qui coupe, s'appelle *Corde*, & les parties du cercle coupées s'appellent *Arcs*. La corde avec l'arc fait aux deux bouts deux angles mixtes, qu'on appelle *Angles du Segment*, comme *e b f*.



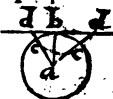
3. Si dans l'arc du segment acb on prend vn point e en quelque part que ce soit, & que l'on imagine deux lignes ea, eb ; elles feront vn angle acb , qui s'appelle l'angle dans le segment: & on dit que cét angle acb insiste sur l'arc de l'autre segment d'embas.



4. Secteur du cercle est vn triangle mixte compris entre deux demi-diametres ab, ac , & vn arc du cercle bc . Le secteur est ici marqué par des traits.



5. Si par l'extrémité d'vn demi-diametre ab , on imagine vne perpendiculaire bd , elle touchera le cercle en ce seul point b ; & tout autre point imaginable de la ligne bd sera hors le cercle. Par exemple, le point d est dehors; car si on imagine vne ligne tirée du centre a , laquelle coupe le cercle au point c , cette ligne ad sera plus longue que ab , (2. 19.) & par conséquent plus longue que ac , puisque ac est égale à ab : (1. 14.) Donc le point d tombe au-delà du cercle. Ce qu'il falloit démontrer.



6. Une corde bc est divisée en deux

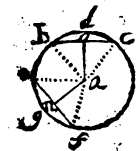
B v

également par vne perpendiculaire ad , tirée du centre a : car le triangle abc est isoscele, puisque ab est égal à ac : (1. 14) donc la perpendiculaire ad coupe la base bc en deux également : (2. 16.) L'arc bc est aussi divisé également.

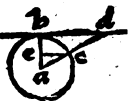
7. Si deux lignes db & dc touchent vn cercle, elles seront égales. Car imaginant du centre vers les points d'attouchement deux lignes ab & ac , celles-ci seront perpendiculaires aux touchantes. (4. 5.) De plus, si on imagine la ligne bc , l'angle abc sera égal à l'angle acb : (2. 15.) donc si, de choses égales,

c'est-à-dire, des angles droits abd & acd , on ôte les choses égales, c'est à dire, l'angle abc , d'une part, & de l'autre l'angle acb , les angles qui resteront seront égaux, c'est à dire, cbd sera égal à bcd , & par conséquent le costé db sera égal au costé dc . (2. 15.)

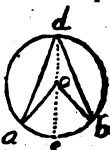
8. Deux cordes égales bc , ef , font deux segmens bdc & egf égaux, & les perpendiculaires ao & an seront égales. Ceci est facile à prouver.



9. Soit le demi-diametre $a b$, la perpendiculaire $b d$, vne autre ligne $a c d$ coupant le cercle en c , & la perpendiculaire en d , vne autre ligne $c e$ perpendiculaire au rayon $a b$: toutes ces lignes ont des noms affectez: La ligne $b d$ terminée ainsi par $a d$, s'appelle *Tangente* de l'arc $b c$, par exemple de 30. degrez; la ligne $a d$ s'appelle *Secante* du mesme arc de 30. degrez; la ligne $c e$ s'appelle le *Sinus* du mesme arc; & enfin $a b$ s'appelle le *Sinus-total*, ou simplement le rayon.



10. Si dans vne circonferenced' vn cercle on prend deux points a & b , desquels on tire deux lignes jusques au centre c , & deux autres jusques à vn autre point d de la circonferance; il se fait deux angles, dont l'un $a c b$ s'appelle *Angle au centre*, & l'autre $a d b$, *Angle à la circonferance*.



11. L'angle au centre $a c b$ est toujours double de l'angle à la circonferance $a d b$. 1. Si l'une des lignes, comme $b d$, passe par le centre c , l'angle $a c b$ sera externe à l'égard du triangle $a c d$:

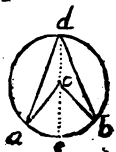


B vj

(2. 10.) & par conséquent il sera égal aux deux angles internes opposés, sçavoir à l'angle adc , plus à l'angle dac , (2. 10.) Or ces deux angles adc & dac sont égaux (2. 15.) puisque les deux jambes ca & cd sont égales : (1. 14.) Donc l'angle acb est double d'un de ces deux,



sçavoir de adc ; ce qu'il falloit prouver. 2. Si aucune des lignes ad ou bd , ne passe par le centre c ; soit imaginé dce , en sorte que e se trouve hors l'arc ab : alors tout l'angle ace sera double de l'angle ade , par ce que je viens de montrer dans la première partie de cette proposition; & de même l'angle bce est double de l'angle bde : Donc si de l'angle ace on ôte bce , & que de l'angle ade , (qui est la moitié de ace) on ôte bde , (qui est aussi la moitié de bce) ce qui restera adb sera la moitié de acb : parce que c'est une maxime, que si une quantité est double d'une



autre, & qu'on ôte de la grande le double de ce qu'on ôte de la petite, ce qui restera de la grande sera encore double de ce qui restera de la petite.

3. Si le point e tombe dans l'arc ab , alors l'angle ace sera double de l'angle ade : & l'angle bce sera aussi double de bde , par ce qui a esté démontré dans la première partie de cette proposition: Donc l'angle total acb est double de adb .

12. Tous les angles qui insistent sur vn mesme arc ab sont égaux, en quelque part de la circonference que leur pointe aboutisse. L'angle aeb est égal à l'angle adb , parce que l'un & l'autre est la moitié de l'angle acb , qui se feroit au centre c . (4. 11.)



13. L'angle au centre ace , insistant sur la moitié de l'arc ab , sur lequel insiste vn autre angle à la circonference adb , est égal à ce mesme angle de la circonference. (4. 11.)



14. L'angle adb , qui insiste sur la demi-circonference, est droit; car si e partage en deux la demi-circonference aeb , l'angle ace sera égal à l'angle adb par la précédente. Or ace est droit: (1. 15.) Donc aussi adb est droit.



15. L'angle $a d b$, dans le petit segment, est obtus, parce que l'arc $a e b$ estant plus de la moitié de la circonférence, l'arc $b e$, qui est la moitié de l'arc $a e b$, aura plus de 90. degrez.

Ainsi l'angle $a d b$, qui est égal à l'angle $b c e$, (4. 13.) fera de plus de 90. degrez; c'est-à-dire, il sera obtus.

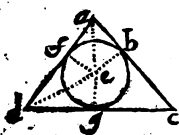
16. L'angle $a d b$ dans le grand segment est aigu: car il est égal à l'angle $a c e$. Or l'arc $a e b$ estant moindre que la demi-circonférence, l'arc $a e$, qui est la moitié de $a e b$, aura moins de 90. degrez.

17. Si vne droite $g a b$ touche le cercle à vn point a , & qu'une autre ligne $a e$ coupe le même cercle, l'angle $b a e$ sera égal à l'angle dans le segment opposé $a h e$: & l'angle $b e a g$ sera égal à l'angle dans l'autre segment $a f e$. Car soit imaginée la perpendiculaire $a d$, qui passera par le centre c , (4. 5.) l'angle $a e d$ sera droit: (4. 14.) & par conséquent, puisque les trois angles d'un

triangle sont égaux à deux droits, (2. 9.) l'angle $e a d$ avec l'angle $a d e$ fera vn droit. Or ce mesme angle $e a d$ avec $e a b$ fait aussi vn droit, puisque $a d$ est perpendiculaire à $a b$: Donc l'angle $e a b$ est égal à l'angle $a d e$, & par consequent à tout autre angle qui insistera sur le mesme arc $a e$, & qui aboutira à quelque autre point de la circonference, comme à l'angle $e b$ puisque tous ces angles sont égaux entre eux; (4. 12.) & c'est la première partie de cette proposition. Maintenant il faut prouver que l'angle $e a g a$, est égal à l'angle $a f e$; ce qui est l'autre partie. Dans le triangle $a e f$, l'angle $a f e$ avec $f a e$ & $f e a$, est égal à deux droits; (2. 9.) Or l'angle $f e a$ est égal à $f a b$, par ce qui vient d'estre prouvé dans la première partie de cette proposition, car la ligne $f a$ peut estre considérée comme coupant le cercle & la tangente $b a$, auquel cas l'angle $f a b$ doit estre égal à tout autre angle qui seroit fait dans le segment opposé $f d h a$. Or l'angle $f e a$ est fait dans ce segment, parce qu'il insiste sur l'arc $f a$, & que la pointe e aboutit à vn point de la circonference $f e d h a$, ainsi cet angle $f e a$, est égal à l'angle $f a b$. Donc les deux angles

eaf & fab , avec afe , sont égaux à deux droits. Mais les mêmes eaf & fab , avec $ea g$ sont aussi égaux à deux droits: (1. 20.) Donc l'angle $ea g$ est égal à l'angle efa ; ce qu'il falloit prouver.

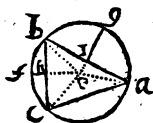
18. Une figure rectiligne est dite *cir-*



conscrite à vn cercle, quand tous les costez de cette figure touchent le cercle sans le couper. Le triangle acd est circon-

crit au cercle bfg , parce que chaque costé de ce triangle touche le cercle en b , en g , & en f .

19. Une figure est *inscrite* au cercle, quand tous les angles aboutissent à la circonférence, comme le triangle abc de la figure suivante.



20. Tout triangle abc peut estre

inscrit dans vn cercle: car si l'on imagine deux lignes ei , & eb qui coupent perpendiculairement, & par le milieu les costez ab & bc ,

on pourra tirer vn cercle du point e comme du centre par le point b . Or je dis que ce cercle passera par les points a & c : car 1. les deux trian-

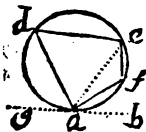
DE GEOMETRIE, LIV. IV. 41

gles $e i b$ & $e i a$ seront tout égaux, puis-
que le costé $i b$ est égal au costé $i a$
par l'hypothese, le costé $e i$ est com-
mun, l'angle vers i est droit de part
& d'autre : Donc (2. 11.) le costé $e b$
est égal au costé $e a$. 2. Par mesme
raison on prouvera que le costé $e c$ est
égal à $e b$: & par consequent le cer-
cle, dont le centre seroit e , & le de-
mi-diametre $e b$, passeroit par a &
par c .

21. Tout triangle $a c d$ (fig. de l'art. 18.)
peut estre circonscrit à vn cercle. Car si
l'on imagine deux lignes $a e$, & $d e$, qui di-
visent en deux également les angles a &
 d : & puis des perpendiculaires sur les
costez du triangle, sçavoir $e b$, $e f$, $e g$:
je dis que si on tire vn cercle du centre
 e par b , ce cercle touchera les trois
costez du triangle aux points b , f , g .
Car 1. les deux triangles $a e b$, $a e f$
sont tout égaux : car ils ont vn costé
 $a e$ commun, vn angle vers b & f
droit, vn autre angle vers a égal,
puisque l'angle $b a f$ a esté divisé en
deux également : Donc le costé $e b$ est
égal au costé $e f$. (2. 14.) 2. Par mes-
me raison on prouvera que $e g$ est égal
à $e f$. Et comme d'ailleurs ces lignes
 $e b$, $e f$, $e g$ sont perpendiculaires
sur les costez du triangle, le cercle

bfg touchera ces costez en ces points.
(4. 5.)

22. Tout quadrilatere *afed* inscrit dans vn cercle , a les angles opposez égaux ensemble à deux droits. Car si par le point *a* on tire vne tangente *gab*, & vne diagonale *ae*, l'angle *afe* sera égal à l'angle *ea g*, (4. 17) & l'angle *ade* à l'angle



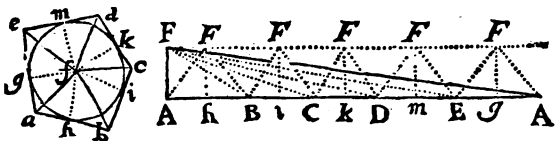
eab: (4. 17.) & par consequent, puisque les deux *eab* & *eag* sont égaux à deux droits, ces deux angles opposez *f* & *d* sont aussi égaux à deux droits. De mesme manière on prouuera que les angles *fed*, & *fad* seront égaux à deux droits, si l'on imagine vne autre tangente par le point *f*.

23. La conuerse de cette proposition est aussi manifeste; sçavoir, que tout quadrilatere, dont les angles opposez sont égaux à deux droits, est inscrit dans vn cercle; c'est à dire, qu'il peut y auoir vn cercle qui touche tous ses quatre angles.

24. Tout polygone circonscrit à vn cercle est égal à vn triangle rectangle, dont vne jambe seroit égale au demi-diametre du cercle, & l'autre à toute la circonference du polygone.

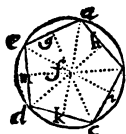
DE GEOMETRIE, LIV. IV. 43

Soit la ligne FA égale au demi-diametre fb , & la perpendiculaire infinie $ABCD$, &c. sur laquelle soit prise Ab égale à ab , & bB égale à bb , & Bi égale à bi , & iC égale à ic , &c.



afin que toute la ligne $ABCDEA$ soit égale à toute la circonference du polygone $abcdea$. De plus soit FFF parallele à AB , afin que toutes les perpendiculaires bF , iF , kF , &c. soient égales au demi-diametre fb ou fi , &c. il est clair que le triangle AFB sera égal au triangle afb , & le triangle BFC au triangle bfc , & CFD à efd , &c. Ainsi tous ces triangles ensemble seront égaux à tout le polygone. Or le triangle FAA est égal à tous ces triangles ensemble, à cause qu'en tirant les lignes BF , CF , DF , &c. Le triangle FAA sera égal à FAA , & FBC à FBC , &c. (3. 16.) Donc aussi tout le triangle FAA est égal au polygone; ce qu'il falloit démontrer.

25. Tout polygone régulier est égal



à vn triangle rectangle, dont vne jambe seroit toute la circonference du polygone, & l'autre, la perpendiculaire tirée du centre sur vn des costez du polygone. La preuve en est la mesme que celle de la proposition précédente. Car toutes les perpendiculaires fb , fi , fk , &c. sont égales &c.

26. Tout polygone circonscrit est plus grand que le cercle, & tout polygone inscrit est plus petit. Cela est manifeste, parce que ce qui contient est plus grand que ce qui est contenu.

27. Le perimetre (ou la circonference) de tout polygone circonscrit est plus grand que la circonference du cercle, & le perimetre de tout polygone inscrit est plus petit: cela est aussi manifeste par la 21. du second livre.

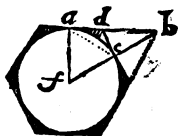
28. Si dans vn petit segment de cercle abc , on inscrit vn triangle isoscele, en sorte que ab soit égal à bc :



ce triangle sera plus grand que la moitié du segment. Car si on tire la tangente ebd , qui sera parallele à ac , car elle est perpendiculaire à fb . (4. 5.) à laquelle l'est aussi ac (4. 6.) & si

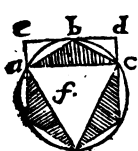
DE GEOMETRIE, LIV. IV. 45
 de plus on acheve le parallelogramme
 rectangle $a e d c$; celui-cy sera plus
 grand que le segment du cercle $a b c$.
 Or le triangle $a b c$ est la moitié du
 parallelogramme $a e d c$: (3. 18.) Donc
 ce triangle $a b c$ est plus grand que la
 moitié du segment $a b c$.

29. Soit la tangente $a d b$, & la
 secante $f e b$, & la droite $a c$, & vne
 autre tangente $c d$; je dis que le trian-
 gle $d b c$ est plus de la moitié du trian-
 gle mixte, compris entre les droites
 $a b$, $c b$, & la circu-
 laire $c a$: car dans le
 triangle $d b c$ l'angle
 en c estant droit,
 (4. 5.) le costé $d b$
 sera plus grand que
 $d c$. (2. 17.) Or $d c$ est égal à $d a$:
 (4. 7.) Donc $d b$ est plus grand que
 $d a$: Donc le triangle $c b d$ est plus
 grand que le triangle $c a d$: (3. 17.)
 Donc il est plus grand que la moitié
 du triangle total $c b a$. Or ce triangle
 $c b a$ est plus grand que le triangle
 mixte compris entre l'arc $a c$, & les
 droites $b c$, $b a$: Donc aussi le trian-
 gle $d b c$ est plus grand que la moi-
 tié du triangle mixte $a b c$.



30. De ces deux propositions il s'en-
 suit, qu'en multipliant les costez des

polygones reguliers, on en peut faire de circonscrits & d'inscrits, en sorte que la difference, dont le circonscrit surpassera le cercle, ou dont le cercle surpassera l'inscrit, soit aussi petite que l'on voudra; parce que si de quelque quantité que ce soit, on oste plus de la moitié, & du *residu* encore plus de la moitié, & derechef plus de la moitié encore du residu, & ainsi plusieurs



fois, on viendra enfin à laisser vn residu aussi petit que l'on voudra: ce qui est naturellement connu. Ainsi, après avoir inscrit vn triangle, qui sera plus pe-

tit que le cercle de trois grands segmens, on peut inscrire vn hexagone, qui sera plus grand que n'estoit le triangle; mais qui sera encore plus petit que le cercle de six petits segmens, qui sont icy blancs. Or ces six petits segmens tous ensemble ne contiennent pas tant d'espace, que la moitié des trois premiers segmens. (4. 28.) Après quoy on peut encore inscrire vn dodécagone, qui sera surpassé par le cercle de douze petits segmens: mais tous ces douze ensemble ne vaudront pas la moitié des six segmens de l'hexagone; & ainsi on peut, en multipliant les costez des polygo-

nes , diminuer tant que l'on voudra la difference dont le cercle surpassera ce polygone inscrit. De mesme , après avoir circonscrit vn triangle , on peut circonscrire vn hexagone , & puis vn dodécagone , & vne figure de vingt-quatre costez , &c.

31. Tout cercle est égal à vn triangle rectangle, dont vne jambe est le demi-diametre , & l'autre vne ligne droite égale à la circonference du cercle. Car ce triangle sera plus grand que tout polygone inscrit , & plus petit que tout polygone circonscrit : (par la 24. 25. 26. & 27. du 4.) Donc il sera égal au cercle. Car s'il estoit plus grand , pour petite qu'en fust la difference , on pourroit faire vn polygone circonscrit , dont la difference avec le cercle seroit moindre que la difference du mesme cercle avec ce triangle rectangle : ainsi ce polygone circonscrit seroit plus petit que ce triangle ; ce qui est absurde. De mesme si ce triangle estoit plus petit que le cercle , on pourroit faire vn polygone inscrit , qui seroit plus grand que ce triangle ; ce qui est impossible.

Cette sorte de démonstration que nous venons d'employer , & qu'on appelle de l'impossible , est une des plus belles in-

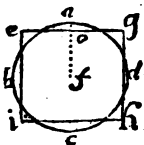
ventions de l'antiquité; & toute la Geometrie des indivisibles est fondée là-dessus : de sorte qu'il y a sujet de s'étonner, que quelques nouveaux Auteurs l'ayent rejetée comme défectueuse & indirecte. Que si l'on en vient à ce point de délicatesse, que de ne pouvoir souffrir une démonstration, si elle ne prouve directement & positivement; il sera fort aisé de donner à celle-cy un tour qui la rende régulière & directe : car on n'a qu'à poser pour principe, que si deux quantitez déterminées a & b sont telles, que toute autre quantité imaginable, qui seroit plus grande ou plus petite que b , seroit aussi plus grande ou plus petite que a , ces deux quantitez a & b sont égales. Et ce principe posé, qui est en effet tres-manifeste de soy-mesme, on prouvera directement que ce triangle est égal au cercle, puisque toute figure imaginable (inscrite) plus petite que le cercle, est aussi plus petite que le triangle; & que toute figure (circonscrite) plus grande que le cercle, est aussi plus grande que le triangle.

C'est ce qu'on appelle la quadrature du cercle, qui ne consiste qu'à faire un quarré, ou bien un triangle, ou une autre figure rectiligne égale au cercle; ce qu'on feroit, si l'on pouvoit trouver une
ligne

DE GEOMETRIE, LIV. IV. 49

ligne droite égale à la circonference, comme il paroist en cette proposition; mais cette égalité n'a jamais esté trouvée geometriquement.

32. Une ligne estant disposée en cercle, tiendra plus d'espace qu'en toute autre figure polygone regulière que ce soit. Si la circonference du cercle $a b c d$ se dispose en quarré, ou en quelque autre polygone regulier, en sorte que tous les costez $e g$, $g h$, $h i$, $i e$, ensemble soient égaux à la circonference $a b c d$; je dis que tout ce cercle sera plus grand que le polygone. Car le cercle



est égal au triangle, dont vn costé est la circonference, & l'autre costé est le demi-diametre $f a$; & le polygone est égal au triangle, dont vn costé est aussi la même circonference $a b c d$, ou les costez $e g h i$, & l'autre costé est $f o$. (4. 25.) Et comme $f o$ est plus petit que $f a$, tout ce second triangle égal au polygone sera plus petit que le premier triangle égal au cercle: & par consequent ce polygone sera plus petit que le cercle; ce qu'il falloit prouver.

C'est ce qu'on entend, quand on dit communément, que de toutes les figures Iſoperimetres, ou qui ont les circonférences égales, la plus grande est le cercle.

C



LIVRE CINQUIEME.

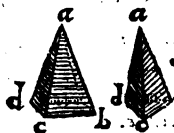
Des Solides.

1. **V**N ligne droite est dite simplement *droite* sur vn plan, ou *érigée* sur vn plan à *angles droits*, lorsqu'elle n'est point inclinée sur ce plan plus d'un costé que d'un autre, comme vne colonne sur le pavé.

2. Deux plans sont *paralleles*, quand toutes les perpendiculaires ou droites, tirées entre les deux plans, sont égales.

3. Un plan est *perpendiculaire* ou *droit* sur vn autre plan, quand il n'est pas incliné ou panché plus d'un costé que d'un autre, comme vne muraille sur le sol.

4. L'*Angle solide* se fait, quand trois ou plusieurs plans se joignent en aboutissant à vn point, comme la pointe d'un diamant bien taillé.



5. Si l'on imagine la ligne *a b* fixe au point *a*, & qu'elle soit meûe tout le long des costez d'un polygone *b c d*, cette ligne par

DE GEOMETRIE, LIV. V. 51

ce mouvement décrira vne figure qui s'appelle *Pyramide*.

6. Le polygone s'appelle la *base* de la pyramide.

7. Si la ligne *a b* se meut le long d'un cercle *b c d*, elle décrit vn *Cone*, dont ce cercle est la *base*; & la ligne tirée de la pointe *a* au centre du cercle *e* est l'*axe*



8. Si la ligne *a b* se meut vniiformement autour de deux polygones *b c d*, *a f g*, qui soient tout-

à-fait égaux, ayant leurs costez & leurs angles égaux mutuellement, & que ces polygones soient parallèles, en sorte que les costez égaux se répondent parallèlement, *a f* à *b c*, *f g* à *c d*, &c. Alors cette ligne par son mouvement fera vne figure qui s'appelle *Prisme*; & les polygones en sont les *bases*.



9. Si les bases du prisme sont des parallélogrammes, il s'appelle *Parallelepède*.

10. Si la ligne *a b* se meut vniiformement autour de deux cercles égaux & parallèles, elle décrit vn *Cylindre*.



C ij



11. La ligne qui joint les centres $e e$ des bases, est l'axe du Cylindre.

12. Dans toutes ces figures, lorsque l'axe est perpendiculaire sur la base $d e c$, les figures sont appellées *Isoceles*; mais si l'axe est incliné, elles sont *Scalenes*.

13. Si vn demi-cercle $a d b$ tourne autour de son diamètre $a b$, il décrit vne *Sphere* ou vn globe, dont l'axe est $a b$: le centre c , le mesme que celui du demi-cercle.

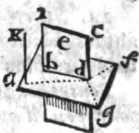
Toute ligne tirée par le centre c , & terminée de part & d'autre par la surface de la sphere, s'appelle *Diametre*. & peut estre dite *Axe*.

14. Toutes lignes tirées du centre c à la circonference s'appellent *Rayons*, & sont égales entre elles.

15. Deux lignes droites qui se touchent en se croisant, sont en mesme plan; & par consequent tout triangle est aussi en mesme plan.

16. Si deux plans $a d b$, & $d e b$ se coupent, ils se coupent en vne ligne droite $d b$, qui s'appelle la *commune section*.

17 Si vne ligne cd est perpendiculaire à deux lignes fd & gd , qui sont dans le plan fgd , elle sera aussi perpendiculaire au plan



18. Si vne ligne cd est perpendiculaire à trois fd , gd , ad , ces trois lignes sont en mesme plan.

19. Si deux lignes dc , bi sont perpendiculaires au mesme plan fdb , elles seront paralleles.

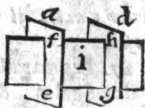
20. Si deux lignes dc , bi sont paralleles, & qu'on tire quelque autre ligne droite de quelque point que ce soit d'une ligne à l'autre, comme db , ces trois lignes seront en mesme plan.

21. Si deux lignes dc , bi sont paralleles à vne troisieme ak , encore qu'elles ne soient pas en vn mesme plan, elles sont paralleles entre elles.

22. Si vne mesme ligne ab est perpendiculaire à deux plans cd & ef , ils sont paralleles.



23. Si deux plans paralleles dhg , afe sont coupez par vn troisieme i , les communes sections hg , fe seront paralleles



C iij

24. Si vn angle solide est fait de trois angles plans, deux de ces angles sont toujours plus grands que le troisième.

Toutes ces propositions sont si manifestes, pour peu d'attention qu'on apporte à les considérer, qu'il n'est pas nécessaire de s'arrêter à les prouver.

25. Tous les angles plans, qui font vn angle solide, sont ensemble plus petits que quatre droits. Car s'ils faisoient quatre droits, ils feroient non vn angle solide, mais vn mesme plan. Donc afin qu'ils puissent faire vn angle solide, il faut qu'ils soient moindres que quatre droits.

Je conseille de faire avec du carton des angles, & des figures, & par ce moyen on comprendra aisément ces choses.

26. En tout parallelepède les plans opposez sont égaux; ceci est aisé à comprendre.

Les huit propositions suivantes se démontreront dans la seconde partie de ces Elements. Elles se peuvent neantmoins ici démontrer, en appliquant aux solides ce qui a esté prouvé dans les plans, au 3. & au 4. livre; mais il n'est pas besoin de s'y arrêter.

27. Les parallelepipèdes qui sont sur des bases égales, & entre les mesmes plans parallèles, sont égaux. (voyez 3. 14.)

DE GEOMETRIE, LIV. V. 55

28. Tout parallelepipedes est partagé en deux prismes triangulaires égaux par le plan qui passe par les deux diamètres paralleles des deux faces opposées.

29. Les prismes triangulaires, qui sont sur des bases égales, & entre les mêmes paralleles, sont égaux.

30. Les pyramides qui sont sur des bases égales, & entre les mêmes paralleles, sont égaux.

31. Tous prismes généralement, tous cylindres, & tous cones qui sont sur des bases égales, & entre les mêmes paralleles, sont égaux.

32. Les pyramides & les cones qui sont sur des bases égales aux bases des prismes & des cylindres, & qui sont entre les mêmes paralleles, sont le tiers de ces prismes ou de ces cylindres.

33. Toute la sphere est égale à vn cone, dont l'axe perpendiculaire est le demi-diametre de la sphere, & la base est vn plan égal à toute la circonférence convexe de la même sphere.

34. De toutes les figures solides que peut renfermer vne même surface, la plus grande est la spherique.

35. Corps régulier est celui qui est compris entre des figures régulières & égales, duquel aussi tous les angles solides sont égaux, comme sont

C iiij

36. Le *Tetraëdre* compris sous quatre triangles égaux & équilatéraux, c'est vne pyramide, dont la base est égale à chaque face.

37. L'*Hexaëdre* ou *Cube* composé de six quarrés égaux, comme vn dé à jouer.

38. L'*Octaëdre* est de huit triangles égaux & équilatéraux.

39. Le *Dodecaëdre*, de douze pentagones égaux & équilatéraux.

40. L'*Icosaëdre* de vingt triangles égaux & équilatéraux

41. Outre ces cinq corps reguliers, il n'est pas possible d'en trouver d'autres; ce qu'on démontre ainsi.

On prend des triangles équilatéraux, qui sont les figures les plus simples de toutes les rectilignes. Il en faut pour le moins trois, pour faire vn angle solide; or ayant joint trois de ces triangles pour en faire vn angle, on trouve justement le *tetraëdre*: car ces trois triangles aboutissant en vn point, laissent vne base triangulaire semblable & égale aux faces, comme l'on voit dans la seule composition.

Joignant quatre de ces triangles, on fait l'angle de l'*Octaëdre*.

Avec cinq de ces triangles on fait l'angle de l'*Icosaëdre*.

Six de ces triangles joints ensemble ne

peuvent point faire d'angle solide, car ils sont égaux à quatre droits : Or tout angle solide est fait par des angles plans, qui tous ensemble doivent estre moindres que quatre droits : (s. 25.) ainsi il n'est pas possible de faire avec des triangles d'autres corps réguliers que ces trois.

Prenant maintenant des quarez, & en joignant trois ensemble, on aura l'angle du cube; & on ne scauroit faire d'autre corps que le cube avec des quarez, parce que si l'on prenoit quatre quarez, & qu'on les joignist ensemble, on ne feroit plus vn angle solide, mais vn seul plan. (s. 25.)

Prenant trois pentagones, on fera l'angle du dodecaëdre : mais quatre pentagones ne peuvent faire vn angle solide.

Enfin trois hexagones joints ensemble remplissant tous les quatre angles droits, ne peuvent faire d'angle solide, & trois heptagones, ou d'autres figures de plus de costez le pourroient faire encore moins : ainsi en tout on ne peut faire que ces cinq corps réguliers, trois avec des triangles, vn avec des quarez, & vn avec des pentagones.



LIVRE SIXIEME.

Des Proportions.

1. **Q**UAND on parle de *Grandeur*, & qu'on dit qu'une quantité est *grande*, on fait toujours quelque comparaison de cette quantité avec quelque autre de même nature, à l'égard de laquelle elle est dite *grande*. Ainsi nous disons d'une montagne, qu'elle est *petite*, & d'un diamant qu'il est *grand*, parce que nous comparons cette montagne avec les autres montagnes, en comparaison desquelles elle est *petite*: & que de même nous comparons ce diamant avec les autres diamans, en comparaison desquels nous disons que celui-cy est *grand*.

2. Quand on considère ainsi une quantité en la comparant à une autre, pour voir quelle *grandeur* elle a en comparaison de cette autre; la grandeur que l'on trouve qu'a cette quantité ainsi en comparaison de l'autre, s'appelle *Raison*, quoique pour se faire mieux entendre il faust dire *Comparaison*.

3. La quantité qu'on compare à une autre s'appelle l'*Antecedent*, & cette autre le *Consequent*.

4. Quand de plus on considère quatre

quantitez, & qu'on les compare deux à deux a 4 avec b 2, & c 6 avec d 3; si l'on trouve que a a autant de *grandeur* en comparaison de b , que c en a en comparaison de d : alors on dit que ces raisons sont égales; c'est à dire, que la raison d' a à b est égale à la raison de c à d ; & que comme a a deux fois autant de grandeur que b ; c aussi a deux fois autant de grandeur que d .



5. Mais si l'on trouve que a 4 ait plus de grandeur en comparaison de b 2, que c 6 n'en a en comparaison de e 5: par exemple, si l'on trouve que a 4 ayant deux fois autant de grandeur que b 2, c 6 n'en a pas deux fois autant que e 5; alors on dit que ces raisons sont inégales, & qu' a a *plus grande raison* à b , que c à e ; de sorte qu'*avoir plus grande raison* n'est autre chose qu'*avoir plus de grandeur* en comparaison d'une seconde quantité, qu'une troisième n'en a en comparaison d'une quatrième.

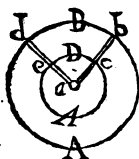
6. L'égalité de raisons s'appelle *Proportion*; & quand on trouve que de quatre quantitez, la première a autant de grandeur à raison de la seconde, que la troisième en a à raison de la quatrième, alors on dit que ces quatre quantitez sont *proportionnelles*.

Pour mieux faire comprendre tous les

C vj

mysteres des proportions, qui passent pour les plus difficiles de la Geometrie, comme ils en sont sans contredit les plus importants, je vas les expliquer par un exemple, qui tout seul rendra à mon avis fort intelligibles des choses, qui d'ailleurs paroissent assez embarrassées.

7. Imaginons le cercle $b A d$ décrit par le mouvement de la ligne $a b$ autour du point a ; & de mesme soit le cercle $c A e$ décrit par le mouvement d'un point c qui se trouve dans la ligne $a c b$; imaginons derechef que cette mesme ligne $a c b$ tourne encore vne autre fois, & se ment jusqu'en $a e d$; l'arc $b B d$ soit appelé B ; l'arc $c D e$ soit appelé D ; tout le cercle $b B A$ soit nommé A ; tout le cercle $c D A$ soit nommé A : Maintenant si nous comparons d'une



part tout le cercle A à l'arc B ; & de l'autre tout le cercle A à l'arc D , nous trouverons manifestement que le cercle A , a autant de grandeur à raison de l'arc B , que le cercle A en a à raison de l'arc D ; & que si B est la quatrième ou la sixième partie du cercle A , D aussi sera la quatrième ou la sixième partie du cercle A : ce qui s'énonce de la sorte, comme A est à B ,

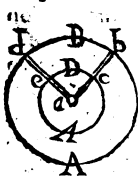
DE GEOMETRIE, LIV. VI. 61
ainsi A est à D , & pour abréger, nous le
marquerons ainsi $A. B :: D. A.$

8 Si maintenant nous renversons compa-
rant B à A , & D à A , nous trouverons
aussi manifestement que $B. A :: D. A.$ de
sorte que supposé que $A. B :: A. D$, nous
tirons incontinent vne conclusion qu'on
appelle *inversendo*: donc $R. A :: D. A.$

9. Que si nous faisons vn échange en
comparant vn antecédent avec l'autre an-
técédent, & de même vn conséquent
avec l'autre conséquent, nous concluons
alternando, donc $A. A :: B. D.$ Et ce-
ci est bien manifeste: car si tout le cer-
cle A est double ou triple (ou en quel-
que autre raison que ce soit), du cercle
 A , l'arc B sera aussi double ou triple
(ou enfin en même raison) de l'arc D .
Ceci, dis-je, est manifeste, puisque les
deux cercles A & A sont décrits par le
mouvement de la ligne $a c b$, en sorte
que b décrivant tout le cercle A , c dé-
crit tout le cercle A , & b décrivant l'arc
 B , c décrit aussi l'arc D ; & cela par vn
commun mouvement circulaire, sinon
que le point c se mouvant plus lente-
ment que le point b , il décrit aussi vn
cercle plus petit à proportion de la len-
teur: & de même lorsque le point b
aura décrit l'arc B , le point c aura pa-
reillement décrit l'arc D , qui sera plus
petit à proportion de la lenteur.

62 . E L E M E N ' S

10. Si nous comparons les différences des antecedens & des consequens avec les consequens ; par exemple , A moins B , avec B , & A moins D , avec D , nous trouverons encore qu'il y a proportion , & que A moins B. $B :: A$ moins D.



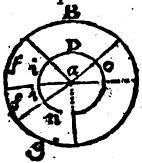
D ; car il est bien manifeste que l'arc $b A d$ (qui est A moins B) est à l'arc B , comme l'arc $c A e$ (qui est A moins D) est à l'arc D : & ceci s'appelle *Dividendo*.

11. Si nous joignons les antecedens avec les consequens , nous trouverons que A plus B. $B :: A$ plus D. D ; ce qui s'appelle *componendo*.

12. Que si nous concluons que A. A moins B $:: A$. A moins D , cela s'appellera *convertendo*.

13. Si nous prenons plusieurs quantitez qui soient proportionnelles deux à deux comme B. $f :: D$ i.

& $f. g :: i. n$, &c. alors nous pouvons conclure , en prenant les premières & les dernières , que B. $g :: D. n$; ce qui s'appelle *ex aqno ordiné*.



La proposition qui suit est un peu embarrassée , mais elle n'est pas d'importance , & on peut la laisser.

14. Mais si après avoir pris $f. g :: o$. D, c'est-à-dire, comme la penultième à la dernière dans le premier rang :: ainsi quelque autre quantité o à la première du second rang, on conclut : donc $B. g :: o. i$; c'est-à-dire, comme la première à la dernière dans le premier rang : ainsi cette autre quantité o à la penultième du second rang : alors cela s'appelle *ex aquo troublé*. Or cela se peut toujours conclure : car, puisque $f. g$, ou bien $i. n :: o$. D. il sera aussi *alternando & invertendo* $o. i :: D. n$, ou bien :: $B. g$.

15. si l'on prend B. autant de fois que D, par exemple, 3 B & 3 D, nous concluons que $B. D :: 3 B. 3 D$. Et de même :: 10 B. à 10 D. ou bien :: 12 $\frac{1}{2}$ B. à 12 $\frac{1}{2}$ D ; & ainsi de quelque

autre manière qu'on multiplie ces deux grandeurs B. & D. pourvu qu'on les multiplie également, il y aura toujours même raison entre ces grandeurs également multipliées, qu'entre ces grandeurs simples. Et ces grandeurs ainsi également multipliées s'appellent *Equimultiples* des simples B. & D, & l'on dit que les *Equimultiples* sont entre elles comme les simples.

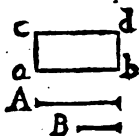
16. Si l'on partage B. en même façon que D ; & qu'on prenne, par exemple, une quatrième partie de B, & une qua-

trième partie de D, ou bien vne dixième de B, & vne dixième de D, ou telle autre partie semblable; ces parties auront mesme raison entre elles que les totales.

$$B. D :: \frac{1}{3} B. \frac{1}{3} D :: \frac{1}{10} B. \frac{1}{10} D. \text{ \&c.}$$

Tout cela est naturellement connu.

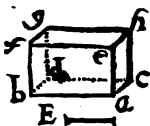
17. Multiplier vne ligne par vne autre



ligne, c'est faire vn parallelogramme rectangle, qui ait pour les deux costez contigus ces deux lignes. Par exemple on multiplie la ligne A par

la ligne B, en faisant le rectangle $abcd$, en sorte que ab ou cd soit égal à A, & bd , ou ac soit égal à B.

18. Multiplier vn rectangle ou vne autre



surface par vne ligne, c'est faire vn parallelepiped rectangle (5.9) dont la base soit cette surface, & la hauteur perpendiculaire soit cette

ligne. Par exemple, on multiplie la surface $abcd$ par la ligne E, en faisant le solide $abfgh$, &c. en sorte que la base soit la surface ad , & la hauteur ae ou bf , égale à E.

19. Pour bien concevoir ces multiplications, il faut imaginer deux lignes,

DE GEOMETRIE, LIV. VI. 65

comme si elles avoient quelque largeur, & diviser toute leur longueur en de petits quarrez, comme vous voyez en ces figures, où A est vne ligne, ou plutôt vne regle composée de trois petits quarrez, & B est vne autre re-

gle composée de quatre petits quarrez de mesme largeur que les trois d'A.

Maintenant donc multiplier A par B, ou B par A, c'est prendre la regle B autant de fois qu'il y a de quarrez dans A, ou bien prendre A autant de fois



B



A

B



3



A

4

qu'il y a de quarrez en B; ce qui revient au mesme. Ainsi B pris trois fois fait le premier rectangle, qui comprendra douze quarrez: & A pris quatre fois fera le second rectangle, qui comprendra aussi douze quarrez, & sera tout-à-fait égal au premier.

20. Il faut prendre garde que la mesme multiplication se fait encore, bien que dans la longueur de la ligne il ne se trouve point précisément vn certain nombre de petits quarrez; mais que si dans A, par exemple, il y a trois quarrez, & que dans B il y en ait quatre & demy, ou quatre, & telle autre partie, ou tel autre excès qu'on voudra, marqué icy d:

on n'a qu'à prendre B trois fois pour multiplier B par A, & l'on aura le premier rectangle composé de douze quarrez, & de trois de ces excès *d*. Et de même multipliant A par B, c'est-à-dire, prenant A quatre fois & demi, ou bien quatre fois avec tel excès *d*, on aura le second rectangle composé aussi de douze quarrez & de trois *d*.

21. Que si l'on imagine que la ligne B se retressit de la moitié, en sorte que sa longueur demeurant toujours la même, il se trouve qu'elle ait huit petits quarrez, (c'est-à-dire, que sa longueur soit huit fois aussi grande que sa largeur) il se trouvera aussi que retrecissant de même la largeur d'A, il y aura dans A six petits quarrez : de sorte que si l'on multiplie maintenant B par A, ou A par B, il se fera deux rectangles tout-à-fait égaux aux deux précédens. Car B pris

B 

A 

6 

A 

8

fix fois, fait le premier rectangle composé de quarante-huit petits quarrez ; & A pris huit fois, fait le second rectangle composé aussi de quarante-huit quarrez : & ces quarante-huit quarrez ne valent ni plus ni moins que les douze des rectangles précédens, parce qu'un de ces douze en vaut qua-

tre de ces quarante-huit, comme il paroist dans la figure mesme. Ainsi quelque petite largeur que l'on donne à ces lignes, quand on les retreciroit à l'infini, il est manifeste que les rectangles qu'elles feront, estant multipliées l'une par l'autre, seront toujours les mesmes. De sorte que l'on peut prendre hardiment les lignes comme indivisibles, & les multiplier, en faisant d'elles vn rectangle, puisque jamais la grandeur de ce rectangle ne varie, quelque petitesse que l'on donne à la largeur des lignes.

22. Il est fort aisé d'appliquer tout ceci à la multiplication des solides : mais au lieu de quarez, il faut imaginer des cubes : car si l'on pense vne surface composée de douze cubes, & d'un autre costé, si l'on pense de plus vne ligne composée de deux cubes, on multipliera la surface douze par la ligne deux, en prenant cette mesme surface autant de fois qu'il y a de petits cubes dans la ligne, c'est-à-dire, deux fois ; & alors il se fera vn solide composé de vingt-quatre petits cubes.

23. De tout ceci il paroist que ces petits quarez & ces petits cubes sont dans la multiplication des lignes & des surfaces ce que les vnitez sont dans la multiplication des nombres : car multiplier vn

nombre par vn autre , par exemple , 3 par 5 , c'est prendre 3 , autant de fois qu'il y a d'vnitez en 5 , ou bien prendre 5 , autant de fois qu'il y a d'vnitez en 3 ; ce qui produit quinze. Ainsi multiplier vne ligne par vne autre , c'est prendre vne de ces lignes autant de fois qu'il y a de quarez dans l'autre ; & multiplier vne surface par vne ligne , c'est prendre cette surface autant de fois qu'il y a de cubes dans la ligne

Dans un autre endroit on parlera des multiplications de surfaces par des surfaces . ou par des solides , d'où resultent des composez ; qu'on appelle de plus ds trois dimensions.

24. Toutes grandeurs se peuvent exprimer par des lignes : comme , si vne grandeur est double ou triple d'une autre , ou en telle autre raison qu'on voudra , on n'a qu'à prendre deux lignes , dont l'une soit double ou triple de l'autre , ou en telle autre raison semblable à la raison des grandeurs. Ainsi pour exprimer deux temps , par exemple , vne heure & deux heures , ou bien deux vitesses , dont l'une soit double de l'autre , je n'ay qu'à prendre deux lignes , a double de b , & je pourray dire qu' a représente deux heures , ou la grande vitesse , & b représente vne heure , ou la petite

vitesse, & agir sur ces deux lignes comme je ferois sur les heures, &c.

25. Pour connoître la proportion des rectangles, il faut connoître la raison de la longueur de l'un à la longueur de l'autre, & de plus la raison de la largeur de l'un à la largeur de l'autre : par exemple, pour connoître quelle raison a le rectangle ac au rectangle eg , il ne suffit pas de sçavoir que la longueur ab est triple de eh , mais de plus, il faut d'



aussi sçavoir que ad est double de ef : car si l'on prend ai égal à ef , le rectangle bi sera triple du rectangle eg , puisque ab est triple de eh , & ai égal à ef . Et de plus, comme id est encore égal à ai , ou à ef , (puisque l'on suppose que ad est double de ai , ou de ef .) le rectangle ic sera aussi triple du rectangle eg . Ainsi tout le rectangle ac est deux fois triple du rectangle eg , c'est à dire, sextuple, ou qu'il contient six fois le rectangle eg . Ce que j'ay dit de la raison double & triple des largeurs & des longueurs, se doit aussi entendre de toute autre raison que ce soit ; car si ab est quadruple de eh , & ad triple de ef , le rectangle ac sera trois fois quadruple du rectan-

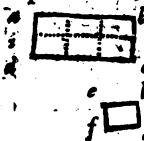
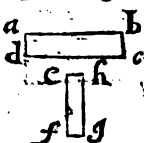
E L E M E N S
 gle eg , c'est à dire, que ac sera dode-
 cuple de eg , ou le contiendra douze
 fois. Mais si ab est dodecuple de
 eb , & que af soit triple de ad ,
 alors il se fait vne certaine compensation.
 Car si ayant égard aux seules largeurs
 ab & eb , le rectangle ac a de l'avant-
 tage, & égale l'autre douze fois; d'autre

part néanmoins il perd
 cet avantage dans les
 hauteurs ad & ef , où
 le rectangle eg doit éga-
 ler l'autre trois fois. Com-
 parant donc l'avantage
 & le desavantage, le rectangle ac estant
 d'une part douze fois aussi grand, &
 d'autre part trois fois aussi petit, reste
 qu'il soit seulement quatre fois aussi
 grand que eg .

26. C'est ce qu'on entend, lorsqu'on
 dit que les rectangles sont en *raison*
composée de leurs costez: car si ab est
 triple de eb , & ad double de ef , le re-

ctangle ac aura au rectan-
 gle eg vne raison compo-
 sée du triple & du double;
 c'est à dire, qu'il sera deux
 fois triple, ou trois fois
 double, ou en vn mot

sixuple. De mesme si ab est quadru-
 ple de eb , & ad triple de ef , ce re-



l'angle ac aura au rectangle eg une raison composée du quadruple & du triple, en sorte qu'il sera trois fois quadruple, ou quatre fois triple, ou en un mot dodecuple. De même si ab est dodecuple de eb , & ad subtriple de ef ; (c'est à dire, que ef soit triple de ad) la raison du rectangle ac au rectangle eg sera composée de la raison dodecuple & de la raison subtriple, en sorte que ac sera douze fois subtriple, ou subtriplement dodecuple, ou en un mot quadruple de eg .

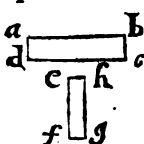
Si l'on prend douze fois la troisième partie d'un escu, on fait quatre escus; de sorte que quatre escus sont douze fois subtriples d'un escu, c'est à dire, sont douze fois la troisième partie d'un escu.

27. De là il paroît que si les costez de deux rectangles sont reciproquement proportionnels, les rectangles sont égaux: car si ab est double de eb , & que reciproquement bg soit double de bc , ou bien si ab est triple de eb , & bg triple de bc , ou enfin si quelque raison qu'ait ab à eb , bg ait aussi cette même raison à bc , il est bien manifeste que d'autant que le rectangle ac surpasse l'autre en longueur, d'autant aussi



est-il surpassé en largeur. Ainsi la longueur compensant la largeur, l'un & l'autre est égal: d'où l'on tire cette proposition tres-importante.

28. S'il y a quatre grandeurs proportionnelles, ce qui provient de la multiplication des deux moyennes, est toujours égal à ce qui provient de la multiplication des deux extrêmes; comme si



$a b . e h :: h g . b c$, je dis qu'en multipliant les extrêmes $a b$, & $b c$, pour en faire le rectangle $a c$, & en multipliant les moyennes $e h$ & $h g$, pour en faire le

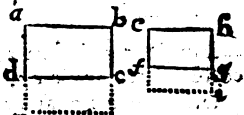
rectangle $e g$, ces deux rectangles $a c$ & $e g$ seront égaux. (6. 27.) Ce qui se fait par lignes & par rectangles, se fait aussi par quelque autre grandeur que ce soit, puisque toutes grandeurs se peuvent exprimer par lignes, & toutes multiplications de grandeurs par multiplications de lignes; c'est à dire, par des rectangles. (6. 24.)

29. Lorsque les rectangles ont leurs costez proportionnels, en sorte que $a b . e h :: a d . e f$, on dit alors que le rectangle $a c$ est au rectangle $e g$, en raison doublée de la raison de leurs costez: car la raison de $a c$ à $e g$, est composée de la raison de $a b$ à $e h$, & de la raison

son

son de ad à ef . (6. 26.) Or la raison de ab à eh est ici (par l'hypothese) la même que la raison de ad à ef : ainsi pour avoir la raison du rectangle ac au rectangle eg , il suffit de prendre deux fois la raison de ab à eh . Par exemple, si ab est double de eh , & ad double de ef ,

le rectangle ac sera deux fois double, c'est-à-dire, quadruple du rectangle eg : m



& si ab est triple de eh , & ad triple de ef ; ac sera trois fois triple de eg , c'est-à-dire, noneuple: & si ab est quadruple de eh , ac sera quatre fois quadruple, c'est-à-dire, sexdecuple de eg .

30. Si l'on prend une troisième ligne no proportionnelle, en

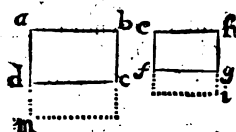
sorte que $ab, eh :: eh, no$. n ———

les deux rectangles ac , & eg , seront comme les lignes ab , & no . Car ab à no , est en raison doublée d' ab à eh . Et si ab est double, ou triple, ou quadruple d' eh ; ab sera deux fois double, ou trois fois triple, ou quatre fois quadruple, de no .

31. Ces rectangles qui ont ainsi leurs

D

costez proportionnels $ab, eh :: ad, ef$,
s'appellent *semblables* : dont les costez
homologues sont ceux qui se répondent



tion, comme ab
& eh , ou bien
 ad & ef : car si
 ab est le plus
grand costé du
rectangle ac , eh sera aussi le plus grand
costé du rectangle eg .

32. Tous les quarez sont des rectan-
gles semblables : car il est bien mani-
feste, que si ab est double ou triple,
etc. de eh ; am sera aussi double ou tri-
ple de hi , puisque am est égal à ab , &
 hi à eh .

33. Tous les rectangles semblables
sont entre eux, comme les quarez bâ-
tis sur leurs costez homologues. Je dis
que le rectangle ac est au rectangle eg ;
comme le quarré bm au quarré ei : car
tant ces quarez que ces rectangles,
sont entre eux en raison doublée de ab
à eh . (6. 29. 32.)

34. Pour connoître la raison de deux
solides parallelepipèdes rectangles, il
faut connoître la raison de la base de
l'un à la base de l'autre, & de plus la
raison de la hauteur de l'un à la hau-
teur de l'autre : par où la raison de

Q

DE GEOMETRIE , LIV. VI. 75

tout un solide à l'autre est composée des raisons des longueurs, largeurs & hauteurs; ce qui est aisé à comprendre, si l'on a compris ce qui a esté dit des raisons des rectangles. Car si un parallelepipedes a sa base double de la base d'un second parallelepipedes, & la hauteur triple de la hauteur, le premier parallelepipedes sera deux fois triple, ou trois fois double, ou en un mot sextuple du second.

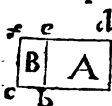
35. Si les bases de deux parallelepipedes rectangles sont reciproquement comme leurs hauteurs, les parallelepipedes sont égaux; cela se prouve comme la vingt-septième de ce livre: car d'autant que l'un surpasse l'autre en largeur & en longueur, d'autant est-il surpassé en hauteur.

36. Lorsque les parallelepipedes rectangles ont tous leurs costez proportionnels, on les appelle *semblables*, & ils sont en *raison triplée* de leurs côtez, comme on dit des parallelogrammes, qu'ils sont en *raison doublée*.

37. Les parallelepipedes rectangles semblables sont entre eux comme les cubes bâtis sur les costez homologues: car tant les cubes que les parallelepipedes, sont entre eux en raison triplée de leurs costez homologues.

D ij

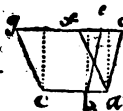
38. Les rectangles qui ont même hauteur sont entre eux en raison de leurs bases. Soient les rectangles A & B entre les parallèles df & ac , en sorte que



ad soit égal à cf : je dis que $A. B :: ab. bc$, c'est-à-dire, que le rectangle A est au rectangle B, comme la base ab est à la base bc .

Que si, par exemple, ab est double de bc , A sera aussi double de B; & si ab est triple ou quadruple de bc , A aussi sera triple ou quadruple de B: car A n'est que la ligne ab multipliée par ad , (6. 17.) & B n'est que la ligne bc , multipliée par la même ad ou be qui lui est égale. Donc (6. 15.) $A. B :: ab. bc$.

39. Tous parallélogrammes, qui sont entre mêmes parallèles, sont entre eux comme leurs bases. Je dis que le parallélogramme $adeb$ est



au parallélogramme $afge$, comme ab à ac : car ayant fait des rectangles pointilleux sur les mêmes bases, ces rectangles sont égaux aux

parallélogrammes. (3. 14.) Or ces rectangles sont comme leurs bases: (par la précédente) Donc les parallélogrammes aussi sont comme leurs bases, c'est à sçavoir, $adeb. afge :: ab. ac$.

40. Les triangles qui sont entre mesmes paralleles sont comme les bases, car ils sont la moitié des parallelogrammes.

41. Quand les triangles ont leurs bases sur une mesme ligne droite, & que leur sommet aboutit à un mesme point, ils sont censez estre entre mesmes paralleles, comme ade , & cde , ou bien ade , & bde .

42. Si dans vn triangle on tire vne ligne parallele à la base, cette ligne coupera les jambes proportionnellement. Soit le triangle abc , & la ligne de parallele à bc , je dis

que $ad. ae :: ab. ac$. & ::

$db. ec$ car si l'on imagine les

lignes cd & eb , le triangle

ced sera au triangle ead ,

comme ce à ea : (6.40.41.)

de mesme le triangle bde au triangle

dae , est comme bd à da . Or le trian-

gle ced est égal au triangle bde : (3.16.)

donc aussi le triangle bde ou ced est au

triangle ead :: comme bd à da , ou

comme ce à ea : donc encore $bd. da$::

$ce. ea$, puisque tant la raison de bd à

da , que celle de ce à ea , expriment

vne mesme raison du triangle bed ou

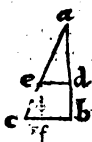
ced au triangle ead .

43. Si dans vn triangle acb , on tire

vne ligne de , parallele à la base cb , je

D iij

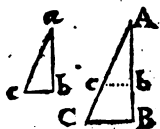




ou $da. ba.$

dis que $ed. cb :: ad. ab.$
ou $:: ae. ac.$ car tirant ef
parallele à ab , on aura fb
égale à $ad.$ (3. 9.) Or par
la précédente $fb. cb :: ea.$
 $ca ::$ donc $ed. cb :: ea. ca ::$

44. On appelle *Triangles semblables*
ceux qui ont tous les trois angles égaux,
c'est-à-dire, ceux de l'un à ceux de l'autre,
encore que les triangles soient in-



égaux. Par exemple, si
l'angle A est égal à
l'angle a , & l'angle B
à l'angle b , & l'angle
C à l'angle c , tout le
triangle A B C sera
semblable au triangle $abc.$

45. Quand on a trouvé que deux
triangles ont deux angles égaux cha-
cun à chacun, on aura aussi trouvé que
le troisième angle sera égal, & que les
triangles seront semblables : car puisque
les trois angles dans chaque triangle
font la valeur de deux droits, (2. 9.) si
les deux angles d'un triangle sont égaux
aux deux d'un autre triangle, il faut que
le troisième angle de l'un, soit égal au
troisième de l'autre.

46. Tous les triangles semblables ont
leurs costez (autour des angles égaux)

DE GEOMETRIE, LIV. VI. 79

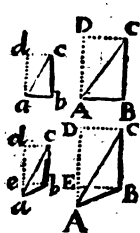
proportionnels. Je dis que $AB. ab :: AC. ac :: BC. bc$. Car si dans le plus grand triangle ABC on prend Ab égal à ab , & Ac égal à ac , le triangle Abc sera tout égal au triangle abc ; (2. 11.) ainsi l'angle Abc est égal à l'angle abc ; (2. 11.) donc aussi il est égal à l'angle B , lequel par l'hypothese l'est à l'angle b : donc la ligne bc est parallele à la ligne BC : (1. 31.) donc (6. 42. 43) $Ab. AB :: Ac. AC :: bc. BC$.

47. Tous les triangles semblables sont entre eux en raison doublée de leurs costez homologues, ou comme les quarrés bâtis sur leurs costez homologues. Soit abc semblable à ABC , en sorte que $ab. AB :: bc. BC$. Premièrement, si b & B sont angles droits, soient achevez les rectangles $b c d a$, & $B C D A$, ces rectangles $b d$ & $B D$ seront entre eux en raison doublée du costé bc , au costé



homologue BC , ou comme le quarré bâti sur bc , au quarré basti sur BC . (6. 29. 33.) Or le triangle abc est la moitié du rectangle $b c d$, (3. 8.) & le triangle ABC est la moitié du rectangle $B C D$: (3. 8.) donc aussi

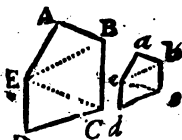
D iijj



ces deux triangles sont entre eux en raison doublée des costez homologues, &c. Secondement, si les triangles ne sont point rectangles, comme dans les secondes figures, soient tirées les parallèles ad & AD , & puis soient faits les rectangles $bcde$ & $BCDE$, 1. les triangles adc , & ADC seront semblables, à cause que l'angle d est égal à l'angle D , étant tous deux droits. Et de plus l'angle dca est égal à l'angle DCA , à cause qu'ils sont égaux aux angles acb , & ACB : (1. 31.) Donc ac . $AC :: cd$. CD : (6. 46.) Or ac . $AC :: bc$. BC : (par l'hypothese) donc cd . $CD :: bc$. BC : & par conséquent aussi les rectangles bd & BD sont semblables, (6. 31.) & sont entre eux comme les quarrés de leurs costez homologues: (6. 33.) donc aussi leurs moitiez, c'est à dire, (3. 18.) les triangles abc & ABC sont en raison doublée de leurs costez homologues, ou comme les quarrés, &c.

48. Les *Polygones semblables* sont ceux qui ont autant de costez les vns que les autres, en telle sorte que chaque

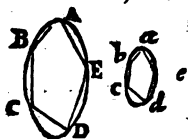
angle d'un polygone
soit égal à chaque an-
gle de l'autre, & que
tous leurs costez au-
tour des angles égaux
soient proportionnels,
comme si l'angle A D



est égal à l'angle *a*, & l'angle B à l'an-
gle *b*, &c. & de plus que $AB : a :: BC : b :: CD : c :: DE : d$, &c. Ces deux
polygones sont semblables.

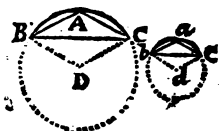
49. Et parmi les curvilignes, ou les
mixtes, *figures semblables* sont celles
dans lesquelles on peut inscrire, & au-
tour desquelles on

peut circonscrire
des polygones sem-
blables : en sorte
que quelque poly-
gone qu'on ait in-



scrit ou circonscrit en l'une, on en
puisse inscrire ou circonscire vn sem-
blable en l'autre. Par exemple, si ayant
inscrit quelque polygone qu'il m'a plû,
comme A B C D E, dans la grande
curviligne, j'en puis inscrire vn autre
tout semblable dans la petite curvi-
ligne, *abcde*, ces deux curvilignes
seront semblables. De mesme, si ayant
pris deux mixtes, comme deux segmens
de cercle A B C, & *abc*, & ayant

D v



inscrit en l'un vn triangle tel qu'il m'a plû, $A B C$, j'en puis inscrire en l'autre vn autre tout semblable

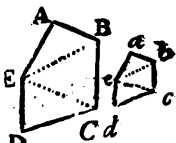
abc , ces deux segmens seront semblables; & ayant achevé les cercles, ces segmens seront égales portions de ces cercles, en sorte que si l'arc BAC est la troisiéme partie de son cercle, l'arc aussi bac sera la troisiéme partie de son cercle: & si vers le centre on tire des lignes BD , CD , bd , cd , les angles D & d seront égaux. (voyez 4. 11. & suivans.)

§8. Tous les cercles sont figures semblables.

§9. Tous polygones semblables se peuvent diviser en vn égal nombre de triangles semblables. Soient les polygones semblables $ABCDE$, & $abcde$; le premier soit divisé en ses triangles par les lignes BE , CE : (§. 24.) je dis que l'autre estant aussi divisé en triangles par les lignes be , & ce , tous les triangles de l'un seront semblables aux triangles de l'autre. Par exemple, abe à ABE ; car l'angle a est égal à l'angle A , (par l'hypothese) & de plus $AB.ab::AE.ae$: (aussi par l'hypothese) donc le triangle ABE est semblable à abe .

(6. 46.) On prouve ensuite que l'angle EBC est égal à

l'angle ebc , à cause qu
l'angle ABC a esté
supposé égal à abc , &
que par ce qui vient
d'estre prouvé, l'angle
 abe est égal à l'angle



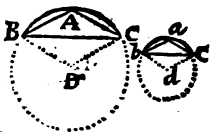
ABE : donc, de choses égales ostant
choses égales, l'angle EBC est égal à
l'angle ebc . De même, on prouve que
l'angle ecb est égal à l'angle ECB , &
par conséquent (6. 45.) tout le triangle
 ebc sera semblable au triangle EBC ,
ainsi de tous les autres.

52. Tous polygones semblables sont
entre eux en raison doublée de leurs
costez homologues, ou comme les quar-
rez bastis sur leurs costez homologues.
Je dis que comme le carré d' AB est
au carré d' ab ; ainsi tout le polygone
 ABCDE est au polygone abcde : car
tous les triangles d'un polygone étant
semblables à ceux de l'autre, [6. 51.]
tous ceux de l'un sont à tous ceux de
l'autre en raison doublée de quelques-
uns de leurs costez homologues quels
qu'ils soient, c'est-à-dire, comme le
carré d' AB , au carré d' ab .

53. Toutes figures semblables, même
les curvilignes, sont entre elles comme

D vj

les quarez bastis sur quelque costé de quelques figures semblables que ce soit qu'on y auroit inscrites ou circonscrites. Soient par exemple les cercles dans



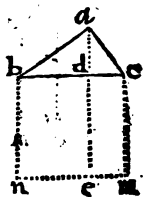
lesquels on ait inscrit deux triangles semblables bac & BAC , je dis que tout le cercle ABC est au cercle abc , comme le quarré de BC au quarré de bc , ou ce qui est le mesme, comme le quarré du demi-diametre DB , au quarré du demi-diametre db : car dans le cercle abc on peut (du moins par la pensée) inscrire ou circoncrire tel polygone qu'on voudra. [4. 30.] Or tout polygone inscrit dans abc aura plus petite raison au cercle ABC , que le quarré sur bc au quarré sur BC , & tout circonscrit dans abc aura plus grande raison au cercle ABC , comme on prouvera aisément par la précédente, & par ce qui a esté dit du cercle au livre quatrième: donc, &c.

54. Tout cecy s'applique aux solides. Solides semblables sont ceux qui ont les angles égaux, & les costez proportionnels, ou dans lesquels on inscrit ou circonscrit, &c.

55. Les solides semblables sont entre

DE GEOMETRIE, LIV. VI. 85
 eux comme les cubes, &c. Voyez 6.
 36. 37. &c. .

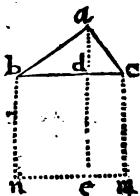
56. Si dans vn triangle rectangle abc ,
 on tire du sommet de l'angle droit a
 une perpendiculaire ad sur l'hypoténuse
 (ou grand costé) bc , on
 aura trois triangles re-
 ctangles tous semblables,
 sçavoir, adc , adb , &
 le total bac : car 1. tous
 ces trois triangles ont
 chacun vn angle droit; 2.
 les triangles abc & abd
 ont l'angle b commun:
 donc ils sont semblables; (6. 45.)
 3. les triangles abc & adc ont l'angle
 c commun: donc ils sont semblables.



57. La perpendiculaire ad est moyen-
 ne proportionnelle entre cd & db ,
 c'est à dire, que $cd. da :: da. db$.
 Car les triangles cda & adb estant
 semblables par la précédente, cd , (qui
 est la petite jambe du triangle cda)
 sera à da (qui en est la grande jambe)
 comme ad (qui est la petite jambe du
 triangle adb) à db qui en est la
 grande jambe. (6. 46.)

58. Le quarré d' ad est égal au rectan-
 gle fait de cd & de db : car puisque
 $cd. da :: da. db$, (par la précéden-
 te) le rectangle des extrêmes cd &
 db sera égal au rectangle des moyennes

nes da & da . (6. 28.) Or les deux costez de ce rectangle estant égaux, puisque ce n'est que da pris deux fois,



il faut que ce rectangle soit le quarré de da ; & ainsi on peut mettre pour proposition générale, que . . .

59. Le quarré de la moyenne proportionnelle est toujours égal au rectangle fait des deux extrêmes.

60. Pour exprimer vn rectangle, il suffit de nommer trois lettres. Par exemple, quand on met le rectangle bdc , cela veut dire le rectangle, dont vn costé est bd , & l'autre dc ; & si l'on disoit le rectangle bcd , cela voudroit dire le rectangle, dont vn costé seroit bc , & l'autre cd .

61. Dans tout triangle rectangle le quarré fait sur l'hypotenuse (ou sur le grand costé) est égal aux deux quarrés faits sur les jambes. (ou sur les autres costez) Soit le quarré $bcmn$ divisé par la perpendiculaire ade en deux rectangles dem , & den : je dis que le rectangle dem est égal au quarré d' ac , & le rectangle den au quarré d' ab ; & que par consequent tout le quarré $bcmn$ est égal aux quarrés

de ac & de ab ; car 1. les deux triangles adc & bac étant semblables, (6. 56.) dc à ac (dans le petit triangle adc) sera comme ac à bc : (dans le grand triangle bac) donc ac est moyenne proportionnelle entre dc & bc , ou cm ; ainsi le quarré ac est égal au rectangle dcm . (6. 59.) 2. Par mesme raison, on prouve que ba est moyenne proportionnelle entre bd & bc , ou bn , &c.

62. Si sur les trois costez du triangle rectangle on bastit trois figures semblables posées semblablement, la plus grande sera égale aux deux autres; car ces figures semblables étant comme les quarrés faits sur leurs costez homologues, (6. 53.) la figure A sera aux figures B & C, comme le quarré de bc est aux quarrés de ca & de ab . Or le quarré de bc est égal aux deux autres: (par la précédente) donc, &c.



63. Si sur le grand costé bc on fait vn demi-cercle bac , & sur les autres costez deux autres demi-cercles bna



& amc , ce grand demi-cercle sera égal aux deux autres. [par la précédente] Que si de part & d'autre on ôte ce qui est commun, qui sont les segmens hachez ba , & ac , ce qui restera de part & d'autre sera égal; c'est-à-dire, le triangle bac d'une part sera égal aux deux lunes bna & amc de l'autre: & c'est-là la quadrature des Lunes d'Hippocrate de Scio.



64. Lorsque le triangle bac est isoscele, les lunes sont égales; de sorte que le triangle baa , qui est la moitié de bac , sera égal à chaque lune: mais lorsque le triangle est scalene, comme dans la seconde figure, les lunes sont inég. les, & il est aussi difficile de partager le triangle bac en deux par la ligne ao , en sorte qu'on démontre que le triangle baa est égal à la lune bna , & le triangle oac à la lune amc : il est, dis-je, aussi difficile de faire cela, que de trouver la quadrature du cercle.

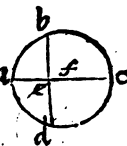
65 Deux cordes qui se croisent dans un cercle; ont leurs segmens reciproques, c'est-à-dire, reciproquement proportionnels. Je dis que $ae. be :: ed. ec$: & que par conséquent le rectangle aec

DE GEOMETRIE, LIV. VI. 29

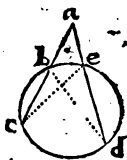
est égal au rectangle bed : car si l'on imagine les lignes dc & ba , on aura deux triangles semblables, aeb & dec . Car 1. ils ont vn angle vers e opposé par la pointe, & par consequent égal; [1. 23.] 2. l'angle d est égal à l'angle a , [4. 12.] comme insistant sur le même arc bc , & aboutissant à la même circonference: donc ces deux triangles sont semblables, ainsi $ae. be :: ed. ec$. [6. 46.]

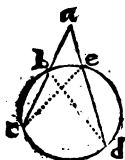


66. Si ac est diametre du cercle, & db perpendiculaire, de ou be sera moyenne proportionnelle entre ae & ec , à cause que de sera égale à eb : [4. 6.] ainsi $ae. de :: be$ ou $de. ec$, & le quarré de sera égal au rectangle aec .



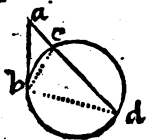
67. Deux lignes tirées d'un point extérieur vers vn cercle, à la circonference duquel elles sont terminées, sont entre elles reciproquement comme leurs segmens extérieurs: je dis que $ac. ad :: ae. ab$; & que par consequent le rectangle cab est égal au rectangle dae : car si l'on imagine les lignes bd & ec , on aura deux triangles semblables.





abd & aec : car 1. ils ont un angle commun a ; 2. l'angle d est égal à l'angle c , [4.12.] comme insistant sur vn mesme arc bc : donc les triangles abd & aec sont semblables; [6.45.] ainsi ad, ac : [qui sont les grands costez des deux triangles]: ab, ae , [qui sont les petits costez des mesmes triangles]

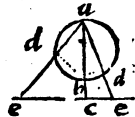
68. Si l'une de ces lignes ab touche le cercle en b , tandis que l'autre le coupe en c & en d , alors ab est moyenne



proportionnelle entre ac & ad : car ayant tiré les lignes bc & bd , les triangles abd & acb seront semblables, à cause que 1. ils ont un angle commun en a ; 2. l'angle abe est égal à l'angle bde : [4.17.] donc ces deux triangles estant semblables, ac, ab : [qui sont les deux côtez du petit triangle abe]: ab, ad [qui sont les costez homologues de l'autre triangle adb]

69. Soit le diametre ab coupé en c par la perpendiculaire infinie ee , ou au dedans du cercle, comme en la première figure, ou à la circonference, comme en la deuxième figure, ou hors le

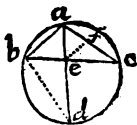
cercle, comme en la troisié-
 me figure : soit de plus du
 point *a* tirée telle ligne
 droite que l'on voudra,
 coupant la perpendiculaire
 en *e*, & le cercle en *d*; je
 dis que toujours $ad. ac ::$
 $ab. ae$. Car si l'on tire la
 ligne *bd*, on aura deux
 triangles semblables *cae* &
dab, à cause que 1. ils
 ont vn angle commun *cae*
 & *dab*; 2. ils en ont vn



autre droit, car l'angle *ace* est droit,
 (par l'hypothese) & l'angle *bda* est aussi
 droit : (4. 14.) donc ces deux triangles
 estant semblables, $ad. ac :: ab. ae$.

70. Dans la deuxième figure, *ab* est
 toujours moyenne proportionnelle en-
 tre *ad* & *ae*; & dans la première, la
 moyenne est *aE*, où le cercle coupe la
 ligne *ce*.

71. Si dans le triangle inscrit, l'angle
bac est partagé en deux également par
 la ligne *aed*, je dis que $ba. ac :: ad. ac$;
 car ayant tiré la ligne *bd*,
 on aura deux triangles
 semblables *abd* & *aec*,
 à cause que 1. l'angle *d*
 est égal à l'angle *c*, (4. 12.)
 comme insistant sur le



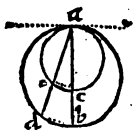
mesme arc ab , & aboutissant à la mesme circonférence; 2. l'angle bad est égal à l'angle $ea c$, par l'hypothese:



donc ces deux triangles sont semblables : & partant $ab. ad :: ae. ac$.

72. Lorsque l'angle du sommet est ainsi partagé en deux également, les segmens de la base sont proportionnels avec les costez, $ba. ac :: be. ec$: car imaginant ef parallele à ba , nous aurons $ba. ac :: ef. fc$. Or ef est égal à af , à cause que l'angle aef est égal à l'angle eab , (1. 31.) & par conséquent à l'angle caf : ainsi le triangle afe est isoscele; (2. 15.) ainsi au lieu de mettre $ba. ac :: ef. fc$: nous pouvons mettre $ba. ac :: af. fc$: ou bien (6. 42.) $be. ec$: ce qu'il falloit prouver.

73. Si deux cercles se touchent l'un dans l'autre, & que du point d'atouchement a on tire vne tangente, & la perpendiculaire acb , laquelle



passera par les centres des deux cercles, (4. 5.) & que de plus on tire telle autre ligne que l'on voudra, coupant les deux cercles en e & d , je dis que tou-

DE GEOMETRIE, LIV. VI. 99

pour $ae. ad :: ac. ab$: car ayant tiré les lignes ec & db , les triangles aec & adb seront semblables ayant vn angle commun en a , & vn autre droit en e & en d . (4. 14.)

74. L'arc ec fera aussi à l'arc db , comme tout le cercle aec au cercle adb . (6. 49. & 4. 11. & c.)





LIVRE SEPTIEME.

Des Incommensurables.

1. **V**NE petite quantité est dite en *mesurer* vne autre plus grande, lorsque la petite estant prise vn certain nombre de fois, égale précisément la plus grande. Par exemple, supposé qu'une toise contienne six pieds, vn pied *mesurera* la toise, parce qu'un pied pris six fois, égale précisément la toise.

2. La quantité qui en mesure vne plus grande, s'appelle *Partie* de la grande, & la grande s'appelle *Multiple* de la petite : ainsi vn pied est partie de la toise, & la toise est multiple du pied.

3. Si l'on prend vne grandeur d'un pas qui contienne deux pieds & demi, & qu'on veuille essayer d'en mesurer la toise, on ne pourra pas le faire, parce que si l'on prend ce pas seulement deux fois, on ne fera que cinq pieds, qui ne valent pas la toise : & si l'on prend ce mesme pas trois fois, on aura sept pieds & demi, qui surpasseront la toise ; ainsi

cette quantité de deux pieds & demi ne mesure pas la toise, & n'est pas à proprement parler *partie* de la toise : néanmoins on peut dire que c'en sont *des parties*, parce que cette quantité contient cinq demi-pieds : or vn demi-pied est partie de la toise, parcé qu'estant pris douze fois il la mesure ; ainsi ce pas contient des parties de la toise, puisqu'il contient cinq demi-pieds, qui sont $\frac{5}{12}$, c'est à dire, cinq douzièmes parties d'une toise.

4. Lorsque deux quantitez sont telles, qu'on peut trouver vne troisième quantité qui soit partie de l'une & de l'autre, c'est à dire, qui mesure l'une & l'autre, alors ces deux quantitez sont *commensurables* ; ainsi cette quantité d'un pas d'une part, & vne toise de l'autre, sont deux quantitez commensurables ; parce que l'on peut donner vne troisième quantité, sçavoir vn demi-pied, laquelle mesurera la toise & ce pas : car le demi-pied pris cinq fois égale ce pas, & ce mesme demi-pied pris douze fois égale la toise.

5. Mais s'il n'est pas possible de trouver vne troisième quantité qui mesure l'une & l'autre, alors ces deux quantitez sont *incommensurables*.

6. Les grandeurs commensurables sont *comme nombre à nombre*; c'est à dire, qu'on peut exprimer ces grandeurs par de certains nombres, en sorte que comme vne grandeur est à l'autre grandeur, ainsi vn certain nombre soit à vn autre certain nombre. Par exemple, si vne ligne est d'une toise ou de six pieds, & vne autre ligne d'un pas de deux pieds & demi, ces deux lignes seront comme nombre à nombre: car puisque le demi-pied mesure l'une & l'autre, l'une par cinq, & l'autre par douze, il est clair que l'une contenant cinq demi-pieds, & l'autre en contenant douze, ces deux lignes seront comme cinq à douze, & par conséquent comme nombre à nombre.

7. Si deux grandeurs ne sont point comme nombre à nombre; c'est-à-dire, s'il n'est pas possible d'exprimer leurs grandeurs par deux nombres, elles seront incommensurables: cela paroît par la précédente.

8. Il faut donc voir maintenant s'il y a en effet des grandeurs qui soient telles qu'on ne puisse point les exprimer par des nombres: car si cela est, il faudra dire qu'il y a des grandeurs incommensurables.

9. Un nombre plus est celui qui peut provenir de la multiplication de deux nombres.

DE GEOMETRIE, LIV. VII. 97
nombres. Par exemple , six est nombre
plan , parce qu'il provient de la multiplica-
tion de trois & de deux; car deux fois trois
font six. De mesme quinze est vn nombre
plan, parce qu'il provient de cinq multiplié
par trois. De mesme neuf est vn nombre
plan, parce qu'il provient de trois par trois.

10. Les nombres , qui estant ainsi
multipliez l'un par l'autre produisent vn
plan , s'appellent *costez* de ce plan ,
comme 2. & 3. sont les costez de 6.
de mesme 3. & 5. sont les costez de 15.

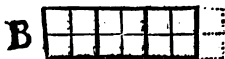
11. Si l'on imagine les vnitez comme
de petits quarrez, ces quarrez se pour-
ront ranger en rectangle, quand leur
nombre sera plan. Par exemple , 12.
quarrez se rangent en vn rectangle, dont
vn costé sera six , & vn autre costé sera
deux; & de mesme 48. sera vn rectan-
gle , dont vn costé est 12. & l'autre 4.
Voyez les figures suivantes B & C.

12. *Nombre quarré* est vn plan , dont
les costez sont égaux, comme 4. pro-
venant de deux. multiplié par deux ,
comme 9. provenant de trois par trois ,
comme 16. provenant de 4. par 4. &c.

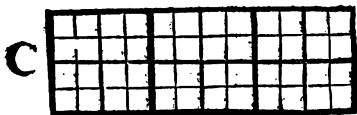
13. Un nombre quarré se peut ranger
en quarré ; & le nombre qui se peut
ranger en quarré, est quarré , & celuy
qui ne scauroit se ranger en quarré, n'est
pas nombre quarré.

E

14. Nombres Plans semblables sont



ceux qui peuvent
se ranger en re-
ctangles sembla-
bles, c'est à dire,
en des rectangles
dont les costez



sont proportionnels, comme 12. & 48.
car les costez de 12. sont 6. & 2. com-
me l'on voit dans la figure B. & les co-
stez de 48. sont 12. & 4. comme l'on
voit dans la figure C. or $6. 2 :: 12. 4.$

15. Tous les nombres quarez sont plans
semblables. [6. 32.]

16. Tout nombre peut se ranger en
ligne droite, & en cet estat il peut pas-
ser pour plan: de sorte que 3. dans la
figure A, sera un plan semblable à 12.
car les costez du plan de trois sont 3. &
1. parce qu'une fois trois c'est trois, &
les costez de 12. sont 6. & 2. or $3. 1 :: 6. 2.$

17. Il y a des nombres qui ne sont
pas plans semblables, comme depuis 1.
jusqu'à 10. il y a 1. 4. 9. qui sont sem-
blables étant quarez; puis il y a 2. 3.

DE GEOMETRIE, LIV. VII. 99
 qui ont vn costé double de l'autre : les
 autres ne le sont pas , comme 2. 3. 4. 5. 6. 7.

18. Si vn nombre quarré multiplie vn
 autre nombre quarré , il produira vn troi-
 sième quarré . A. 4. &

B. 9. estant nombres
 quarez , se multiplient,
 & produisent vn nom-
 bre C ; sçavoir 36. Je dis
 que ce troisième nombre

B

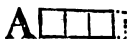


est vn nombre quarré : car multiplier B
 par A , c'est prendre B autant de fois
 qu'il y a d'vnitez dans A. Or je puis
 considerer tout le nombre B. 9. comme
 vn quarré vnique , & puis le prendre au-
 tant de fois qu'il y a d'vnitez ou de
 petits quarez en A : & comme ces vni-
 tez d'A sont rangées en quarré ; aussi je
 pourray ranger en quarré tout autant de
 quarez B comme autant d'vnitez ; de
 sorte qu'ici il y aura 4. B. qui feront le
 quarré total C. 36.

19. Si deux nombres plans sont sem-
 blables , le grand se peut partager en au-
 tant de quarez qu'il y aura d'vnitez
 dans le petit. A 3. & B. 12. sont plans
 semblables : en sorte que le costé 3. est au
 costé 6. comme le costé 1. est au costé 2.
 Je puis partager ce plan B 12. en trois
 quarez rangez de mesme que les trois
 petits quarez du plan A , & chacun de

E ij

ces grands quarrez de B en vaudra 4. de ceux d'A. De mesme, si les plans sont 8. & 72. je puis diviser 72. en 8. quarrez, dont chacun en comprendra 9. de ceux du petit plan 8. La mesme chose arrivera encore, bien qu'un de ces nombres, ou mesme tous deux soient rompus, comme si A contient 3. & demi, & B 14. je puis partager 14. en trois quarrez & demi, disposez comme



ceux d'A, comme l'on voit par les petits quarrez ponctués, qui ont esté ajoutés à ces figures.

De mesme si les plans sont B 12 & D 27. je puis partager 27.

non seulement en trois quarrez rangez comme ceux d'A; mais aussi en 12. rangez comme ceux de B; ce que l'on voit ici par les lignes ponctuées. Pour cela il ne faut que partager les costez du grand plan en autant de parties que sont partagez les costez homologues du petit plan. Les figures seroient aisément comprendre tout ceci.

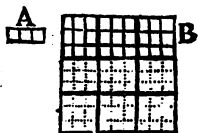
20. Les nombres plans qui se peuvent



DE GEOMETRIE, LIV. VII. 101
 ainsi partager, en sorte qu'il y ait au-
 tant de quarrez dans le grand plan, que
 d'vnitez dans le petit, sont semblables :
 c'est la converse de la précédente.

21. Deux nombres plans semblables
 multipliez l'un par l'autre produisent un
 nombre carré. Car ayant partagé le
 grand plan en autant de quarrez qu'il
 y a d'vnitez dans l'autre plan, [7. 19.]
 on multipliera un plan par l'autre, en
 prenant les grands quarrez du grand plan
 autant de fois qu'il y a d'vnitez ou de
 petits quarrez dans le petit plan, c'est à
 dire, autant de fois qu'ils sont eux-mes-
 mes. Or multiplier un nombre de quar-

rez par ce même
 nombre, c'est faire
 un carré de ces
 quarrez. Par exem-
 ple A 3. & B 27.
 étant plans sembla-
 bles, je considère



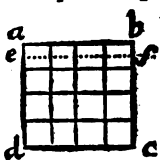
B 27. comme un plan composé de trois
 grands quarrez, comme A 3. est un plan
 composé de trois vnitez, ou de 3. petits
 quarrez. Ainsi si je prens ces trois grands
 quarrez autant de fois qu'il y a d'vnitez
 en A, c'est à dire, trois fois, je feray trois
 fois trois de ces grands quarrez de B, c'est
 à dire, 9. quarrez, dont chacun en vau-
 dra 9. de ceux qui sont dans A, & tous

E iij

ces 9. quarrez de B en vaudront 81. de ceux d'A; de sorte qu'A 3. multipliant B. 27. produit 81. qui est vn nombre de petits quarrez rangez en quarré, & par consequent (7. 13.) ce nombre 81. est quarré: De mesme si les plans sont 12. & D 27. je partage 27. en 12. quarrez que je multiplie par 12. & il provient 144. grands quarrez rangez en quarré, qui en vaudront 324. de ceux du petit plan.

22. Si deux nombres plans sont semblables, de quelque façon que l'on range l'un, on pourra ranger l'autre de mesme. Soient 3. & 12. plans semblables comme dessus. Qu'on range 12. en ligne droite pour faire vn rectangle, dont vn costé soit 12. & l'autre 1. je dis qu'on pourra ranger 3. en vn rectangle semblable, qui aura pour vn costé 6. & pour l'autre, la moitié d'un, &c.

23. Si vn nombre divise vn autre nombre quarré, il produira vn troisieme nombre, qui sera plan semblable au diviseur.



Soit le quarré ac 16. & qu'on le divise par quelque nombre que ce soit, par exemple, par 8. ce qui se fait en prenant la huitième partie du costé ad , sçavoir ae , & tirant la parallele ef ; car on aura le plan af .

DE GEOMETRIE, LIV. VII. *req*

qui sera la huitième partie du carré *ac*.
 Or diviser vn nombre ou vn plan par 8.
 c'est prendre la huitième partie de ce
 nombre ou de ce plan. Je dis que *af* est
 vn plan semblable à 8. Car 8. estant
 rangé en ligne droite pour faire vn re-
 ctangle, dont vn costé soit 8. & l'autre 1.
 le rectangle *af* luy sera semblable, puis-
 que *ac* a esté pris la huitième partie de
ad ou de *ab*: Donc comme 8. à 1. (qui
 sont les costez du plan 8. diviseur) ainsi
ab à *ac*: (qui sont les costez du plan
 provenant du carré *ac* divisé par 8.)
 donc, &c. ce qu'il falloit prouver.

24. Si deux plans se multipliant pro-
 duisent vn carré, ils sont semblables.

25. Deux nombres plans non-sembla-
 bles se multipliant ne scauroient produire
 vn nombre carré. Ces propositions sont
 des suites des précédentes.

26. Si deux nombres sont plans sem-
 blables, leurs équi-multiples quelconques,
 & leurs parties-pareilles quelconques, sont
 aussi plans semblables. Soient les plans

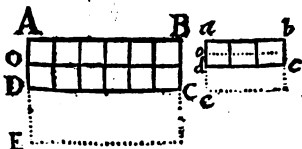
abcd, &

ABCD

12. sem-
 blables, en
 sorte qu'

ab.AB::

ba.BC.

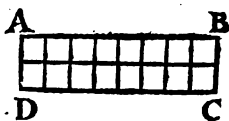


E *iiij*

Je dis que si l'on prend le double de l'un & le double de l'autre, (ou tel autre équivmultiple qu'on voudra) ces doubles seront semblables : car ayant pris *ae* double d'*ad*, & *AE* double d'*AD*, pour avoir le plan *be* double du plan *bd*, & le plan *BE*, double du plan *BD*, il est clair que *ad*, *AD* :: *ae*, *AE*. Or *ad*, *AD* :: *ab*, *AB*. donc aussi *ae*, *AE* :: *ab*, *AB*; & par conséquent les plans *be* & *BE* sont semblables. De même en sera-t-il, si l'on prend leurs moitiez *bo*, *BO*, ou telles autres parties pareilles que l'on voudra.

27. Si deux nombres sont plans non-semblables, leurs équivmultiples quelconques, & leurs parties-pareilles quelconques seront aussi non-semblables. Ceci suit de la précédente.

28. Entre deux nombres plans semblables quelconques, il tombe un nombre moyen proportionnel. Soient les nombres plans semblables 2. & 8. je dis qu'il est



possible de trouver un troisième nombre qui sera moyen proportionnel: car si l'on imagine le plan

8. rangé en ligne droite *AB*, & le plan 2. rangé aussi en ligne droite *AD*, & que de ces deux lignes on en fasse le plan

A C 16. ce plan A C 16. proviendra de la multiplication des deux nombres 2 & 8.

(6. 17. & suivans) & par consequent le nombre des petits quarréz de

tout ce plan A C 16.

sera vn nombre quarré,

(7. 21.) & se pourra ranger en quarré, (7. 13.)

Qu'il soit donc rangé

dans le quarré ac ; ainsi

le quarré ac sera égal au plan A C, puisque

ce n'est qu'un mesme nombre rangé autrement.

Donc (6. 59.) le costé ab 4. sera

moyen proportionnel entre A D 2. & A B 8.

19. Entre deux nombres non-semblables,

il ne sçauroit tomber vn nombre

moyen proportionnel. Soient les nombres

4. & 6. rangez chacun en droite ligne,

& que se multipliant ils produisent

le plan 24. ce plan 24. n'est point un

nombre quarré; [7. 25.] & par consequent

il ne sçauroit se ranger en nombre

quarré. Donc il ne sçauroit y avoir de

nombre moyen entre 4. & 6. car ce nombre

prétendu moyen multiplié par soy-

mesme, produiroit vn nombre quarré, &

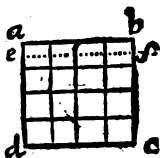
d'ailleurs égal au plan fait de 4. & de 6.

[6. 59.] ce qui est impossible, puisque ce

plan 24. fait de 4. & de 6. n'est point

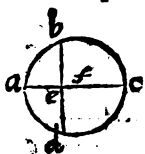
nombre quarré.

30. Soient deux lignes ae & ec , com-



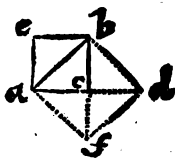
E Y

me vn nombre à vn autre nombre non-semblable : par exemple , comme 1. à 2. Soit de plus eb moyenne proportion-



nelle, en sorte que $ae. eb :: eb. ec$: je dis que eb est incommensurable aux deux extrêmes ae & ec : car ae & ec estant comme 1. & 2. c'est-à-dire , comme nombres non-semblables , [par l'hypothese] aussi-bien que leurs équimultiples quelconques , [7. 27.] il ne sera jamais possible de trouver vn nombre moyen proportionnel entre ae & ec , [par la précédente] & par consequent eb ne sera pas à ae ou à ec comme nombre à nombre : Donc elle est incommensurable.

31. Le diametre d'un quarré ab est incommensurable au costé ac . Car prenant ad double d' ac , & faisant le triangle abd



qui sera semblable à abc , à cause que cd estant égal à cb , l'angle cdb est égal à l'angle cbd ; [2. 15.] ainsi l'angle cdb est la moitié d'un droit, aussi-bien que cab : donc abd est droit , &c. Ainsi $ac. ab :: ab. ad$. Donc ab est moyenne proportionnelle entre ac 1. & ad 2. & par consequent [par la précédente] incommensurable.

32. On appelle *Puissance* d'une ligne le quarré que l'on fait sur cette ligne. La puissance de ac est le quarré $acbe$, & la puissance de la ligne ab est le quarré $abdf$. Et l'on dit que la ligne ab *peut deux fois la ligne ac* , (*hic potest lineam ac*) qui est une façon de parler prise du Grec & receüe en Geometrie.

33. Le diametre ab est commensurable en puissance au costé ac , c'est-à-dire que le quarré $abdf$ est commensurable au quarré $acbe$, l'un estant double de l'autre.

34. Mais si l'on prend ao moyenne proportionnelle entre ab & ac , cette moyenne ao sera incommensurable en puissance, c'est-à-dire que le quarré d' ao sera incommensurable au quarré d' ac , ou au quarré d' ab : car le quarré d' ac au quarré d' ao est en raison doublée d' ac à ao , [6.29.] c'est-à-dire, comme ac à ab , [6.30.] Or ac est incommensurable à ab : [7.31.] Donc aussi le quarré d' ao est incommensurable au quarré d' ao .

35. *Seconde puissance* d'une ligne est le cube, qui a pour costé cette ligne.

36. Si l'on prend an & am , deux moyennes proportionnelles entre ac & ab , en sorte que
 $ac : an :: am : ab$, la ligne an sera incommensurable en

seconde puissance à ac , c'est-à-dire que le cube d' ac sera incommensurable au cube d' an , parce que le cube d' ac est au cube d' an en raison triplée du costé ac au costé an , c'est-à-dire, comme ac à ab .

Or ac & ab sont incommensurables, &c. Mais aussi ac & am sont commensurables en seconde puissance: car le cube d' am est double du cube d' ac .

37. Il est aisé d'appliquer aux nombres solides ce qui a esté dit des nombres plans. On appelle *nombres solides* ceux qui proviennent de la multiplication d'un nombre plan par quelque nombre que ce soit: Par exemple, 18 est nombre solide fait de 6. [qui est un nombre plan] multiplié par 3. ou de 9. multiplié par 2.

38. Nombres *solides semblables* sont ceux dont les petits cubes peuvent se ranger, en sorte qu'ils fassent des parallelepipedes rectangles semblables.

39. Nombres *cubiques* sont ceux qui se peuvent ranger en cubes, comme 8. ou 27. dont les *costez* sont 2. & 3. les *bases* sont 4. & 9.

40. Tout nombre cubique multipliant un autre nombre cubique, produit un troisième nombre cubique.

41. Entre deux nombres solides semblables, il tombe deux nombres moyens proportionnels.

On n'a qu'à appliquer aux solides ce qui a esté démontré à l'égard des plans.

42. Ces démonstrations par lesquelles on prouve qu'il y a des lignes & des grandeurs incommensurables, prouvent aussi que le *Continu* n'est pas composé de points finis : car si le diametre aussi-bien que le costé d'un quarré estoient composez de points finis, le point mesurerait le costé & le diametre : car le point se trouveroit un certain nombre de fois dans le costé, & un autre certain nombre de fois dans le diametre; ce qui est impossible. (par les démonstrations précédentes.)

43. Comme dans un triangle rectangle le quarré du grand costé est égal aux deux quarez faits sur les deux autres costez, [6. 61.] on s'est toujours servi de ce triangle pour trouver des incommensurables : car si tous les trois costez sont commensurables, ils pourront estre tous trois exprimez par trois nombres, & alors le quarré du plus grand nombre sera égal aux quarez des deux autres nombres. Comme si le grand costé est de 5. pieds, le petit de 3. le mediocre de 4; le quarré de 5. sera 25. & les autres quarez seront 9. & 16. & ces deux ensemble 9. & 16. font le troisiéme 25. Mais si le petit costé est 2. & le mediocre 3. le grand costé ne pourra point s'exprimer par nombres, parce

que le quarré du petit costé 4. joint avec le quarré du mediocre 9. fait 13. qui exprime le quarré fait sur le grand costé : or comme ce nombre 13. n'est point nombre quarré, aussi ne sçauroit-il avoir de costé ou de racine exprimée par aucun nombre.

44. De tout temps on s'est appliqué à rechercher quelque methode pour trouver divers nombres propres à exprimer tous les trois costez du triangle rectangle, pour estre asseürés que tous ces trois costez sont commensurables. Voici vne methode par laquelle on trouve tous les nombres possibles propres à cet effet.

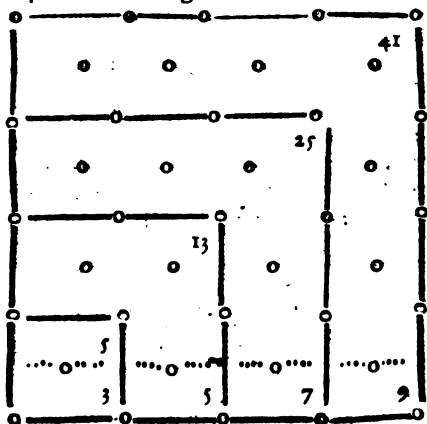
45. Si l'on prend deux nombres quelconques, [mesme l'vnité] qui ne different que de l'vnité, & qu'on joigne ensemble les deux quarez de ces deux nombres; on aura vn nombre qui sera racine d'un quarré égal à deux quarez; & ce nombre exprimant le grand costé d'un triangle rectangle, le costé mediocre sera exprimé par vn nombre moindre de l'vnité, & le petit costé par les deux premiers nombres joints ensemble. Par exemple, ayant pris 1. & 2. & quarré l'un & l'autre, pour avoir 1. & 4. je joins ensemble ces deux quarez 1. & 4. & je fais 5. je dis que 5. pourra exprimer le grand costé, & 4. le mediocre, & 3. le petit, en sorte que 25. quarré du grand costé sera

DE GEOMETRIE, LIV. VII. 111

égal à 16. & à 9. quarrez des deux autres costez. De mesme si je prens 2. & 3. & que joignant leurs quarrez 4. & 9. je fasse 13. je dis que j'auray 13. & 12. & 5. pour costez d'un triangle rectangle, en sorte que 169. quarré de 13. sera égal à 144. & 25. quarrez de 12. & de 5. De mesme prenant 3. & 4. & joignant leurs quarrez 9. & 16. je fais 25. je dis que 25. sera le grand costé du triangle, 24. le costé mediocre, & 7. le petit.

Tout cela se trouve plus facilement en cette sorte.

46. Si l'on range les vnitez en sautoir,



tous les nombres qui feront vne figure quarrée feront des nombres propres à exprimer le grand costé. Le petit costé sera le nombre compris dans les deux premiers rangs de la figure quarrée, & le costé mediocre sera d'une unité moindre que le plus grand.

47. Cette figure continuée donnera tous les nombres possibles : mais il faut remarquer que les équimultiples des trois nombres trouvez auront le mesme effet ; comme ayant trouvé 5. 4. & 3. leurs doubles 10. 8. & 6. représenteront les trois costez du triangle, en sorte que 100. quarré de 10. est égal à 64. & 36. quarrés de 8. & de 6. & de mesme leurs triples 15. 12. 9. feront la mesme chose : mais l'on voit bien que tous ces nombres ayant toujours les mesmes proportions, n'expriment jamais qu'un mesme triangle, sçavoir, celui qui est exprimé par 5. 4. & 3. & qu'ainsi tous ces nombres doivent estre centez les mesmes.





LIVRE HUITIÈME.

Des Progressions & des Logarithmes.

1. **V**N *Progression* est vne suite de quantitez qui gardent entre elles quelque sorte de rapport semblable, & chacune de ces quantitez s'appelle *Terme*.

2. Lorsque les termes qui se suivent ainsi les vns après les autres, augmentent ou diminuent également; la Progression s'appelle *arithmétique*, comme sont les nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. &c. ou bien les nombres impairs 1. 3. 5. 7. 9. 11. &c. ou bien encore comme 4. 8. 12. 16. ou comme 20. 15. 10. 5. 0.

3. La Progression arithmétique peut augmenter à l'infini, mais non pas diminuer.

4. Si dans vne progression arithmétique on prend quatre termes, dont les deux premiers soient éloignez l'un de l'autre autant que le sont les deux derniers; ces quatre termes sont dits *proportionnels en proportion arithmétique*,

comme dans la progression des nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. &c. Si nous prenons 2. 3 :: 9. 10. (cette marque :: nous servira de signe pour la proportion arithmétique) il y aura même proportion arithmétique entre 2. & 3. qu'entre 9. & 10. c'est-à-dire, que 10. surpasse 9. de tout autant que 3. surpasse 2. De même 3. 5 :: 8. 10. sont en proportion arithmétique. Comme aussi 1. 5 :: 5. 9. ou 5. étant repeté deux fois, est le moyen arithmétique entre 1. & 9.

5. Dans la proportion arithmétique l'aggrégé des deux extrêmes est égal à l'aggrégé des deux moyens, comme dans 2. 3 :: 9. 10. l'aggrégé de 2. & de 10. est 12. & l'aggrégé de 3. & de 9. est aussi 12. De même dans 3. 5 :: 8. 10. l'aggrégé de 3. & de 10. est 13. & l'aggrégé de 5. & de 8. est aussi 13. Et la raison de ceci est assez claire d'elle-même : car si 10. surpasse 8. aussi ce qu'on ajoute à 8. savoir, 2. surpasse de tout autant ce qu'on ajoute à 10. savoir 3. ainsi on fait l'égalité.

6. L'aggrégé ou la somme du premier & du dernier terme est égal à la somme du 2. & du penultième, ou du troisième de l'antepenultième, &c. comme dans le premier exemple 1. & 9. font 10. & de même 2. & 8. ou bien 3. & 7. ou 4. &

6. font toujours 10. & il reste au milieu 5. qui estant pris deux fois [comme équivalant à deux, puisqu'il est également éloigné du premier & du dernier] fait aussi 10.

7. Si l'on ajoute le premier au dernier terme, & que l'on multiplie leur somme par la moitié du nombre des termes, le produit sera égal à l'aggrégé de tous les termes ensemble, comme icy ajoutant 1. à 9. pour avoir 10. & multipliant 10. par 4. & $\frac{1}{2}$, [car il y a 9. termes] on fera 45. qui est la somme de tous les termes depuis 1. jusqu'à 9. Ceci est manifeste par la précédente.

8. Lorsque les termes de la progression sont continuellement proportionnels; c'est à dire, que le 1. est au 2. comme celui-ci est au 3. & comme le 4. au 5. &c. alors la progression s'appelle *Géométrique*, comme 1. 2. 4. 8. 16. 32. ou bien 1. 3. 9. 27. 81. ou bien 3. 12. 48. 192. 768. ou bien 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$, &c.

9. La progression geometrique peut augmenter & diminuer à l'infini.

10. Lorsque la progression commence par 1. le second terme s'appelle *Racine* ou *Costé*: le 3^e s'appelle *Quarré* ou 2^e degré: le 4^e *Cube* ou 3^e degré: le 5^e

Quarré-Quarré ou 4^e degré, le 6^e *Surfa-*
lide ou 5^e degré, le 7^e *Quarré-Cube*, &c.

11. Si l'on prend quatre termes, dont les deux premiers soient autant éloignez l'un de l'autre dans la progression, que le sont les deux derniers, ils seront simplement proportionnels, & le produit des extrêmes sera égal au produit des moyens.
[6. 28.]

12. Soit la quantité A B divisée en C, en D, en E, en F, &c. en sorte que A B. A C :: A C. A D :: A D. A E, &c. je dis que B C. C D. D E. E F. &c. seront en progression géométrique continuellement proportionnels, & même

G	F	E	D	C	B
A	---	---	---	---	---

que A B. A C :: B C. C D :: C D. D E, &c. car puisque A B. A C :: A C. A D, il sera *dividendo* A B moins A C. [c'est à dire, C B.] A C :: A C moins A D, [c'est à dire D C.] A D. & par conséquent *alternando* C B. D C :: A C. A D. ou :: A B. A C. ainsi de toutes les autres, on prouvera : : D C. E D :: F E :: G F, &c.

13. Soit vne progression de quantitez en ligne droite B C, C D, D E, E F, &c. soit prise C d égale au second terme C D, afin d'avoir d B, la difference du premier & plus grand terme au second, & que

l'on fasse comme Bd à BC :: ainsi BC à vne 4. ligne, sçavoir, BA . je dis que si le nombre des termes BC , CD , DE , &c. est fini, pour grand que soit d'ailleurs ce nombre, tous ces termes pris ensemble, quand il y en auroit cent mille millions, seront plus petits que BA . Que si l'on

F E D C d B

A — — — — —
supposoit que ces termes fussent infinis en multitude; alors ces termes tous ensemble seroient précisément égaux à BA : car puisque par l'hypothese Bd [c'est-à-dire BC moins Cd ou CD] est à BC :: comme BC . [c'est-à-dire AB moins AC] est à AB , on trouvera aisément que comme BC . CD :: AB . AC :: AC . AD . &c. & par conséquent tous les termes CD , DE , EF , &c. se trouveront toujours par-deçà le point A , duquel on s'approchera toujours d'autant plus près, qu'on augmentera le nombre des termes; ainsi l'on voit bien que tous ces termes, [qui sont ce qu'on appelle dans l'Ecole *Parties proportionnelles*] quand ils seroient actuellement infinis, ne feront pas vne longueur infinie, puisqu'ils sont tous renfermez dans BA .

14. Cette démonstration se rend sensible dans vn exemple d'une progression particulière, dont les termes sont en rai-

son double. Par exemple, B C. double de

F E D C d B

A —————
 C D. & C D. double de D E. &c: car si le nombre des termes est fini, quand il y en auroit cent millions, qu'on prenne le dernier & plus petit terme, par exemple F E, ajoûtons à ce dernier F E vne autre quantité qui luy soit égale, sçavoir, F A; il est clair que E A sera égal au penultième terme E D: car ce penultième E D est double du dernier F E, par l'hypothèse: or E A est aussi double de F E, puisque nous posons F A égal à E F. De même A E avec D E, c'est-à-dire, A D, sera égal au suivant terme C D: & en suite A C sera égal à B C. De sorte que l'on voit par là que le premier & plus grand terme est toujours égal à tous les autres ensemble, pourveu qu'on y ajoûte vne quantité égale au dernier & plus petit terme: mais que si on n'y ajoûte rien, le premier est toujours plus grand que tous les autres pris ensemble. Si l'on suppose que ces termes soient actuellement infinis, alors le plus grand terme B C sera précisément égal à tous les autres infinis pris ensemble, C D, D E, E F, &c. car l'on voit bien que plus on ajoûte de termes, plus aussi on avance vers A, en retranchant toujours la moitié de ce qui reste.

Or retranchant ainsi continuellement d'une quantité la moitié, & de ce qui reste encore la moitié, & puis encore la moitié de ce qui reste, il est manifeste que si l'on supposoit qu'on eust retranché actuellement vne infinité de fois ainsi la moitié, il ne resteroit plus rien. Cela se peut aussi démontrer par la réduction à l'impossible, en montrant que tous ces termes infinis pris ensemble ne sont ni plus grands, ni plus petits que B A.

15. Par là on peut résoudre des difficultés que l'on fait dans les Ecoles contre la divisibilité du continu, & que ceux qui ne savent pas la Geometrie pensent estre insolubles, mais qui au fond ne sont que de purs paralogismes.

16. Si l'on met deux progressions, l'une geometrique, commençant par 1. & l'autre arithmetique, commençant par 0, en sorte que les termes de l'une répondent vis-à-vis des termes de l'autre, les termes de l'arithmetique s'appelleront *Logarithmes*, & *Exposans*, comme

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256.

17. Ce qui se fait par multiplication & par division dans la progression geometrique, se fait par addition & par soustraction dans les logarithmes: Comme si ayant les trois nombres 2. 8. :: 64. on

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6 7. 8.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256.

veut chercher le quatrième nombre proportionnel dans la progression geometrique, il faut multiplier le 8. par 64. [qui sont les deux termes moyens] car le produit 512. sera égal [6. 28.] au produit de 2. & de cet autre quatrième nombre, qui doivent estre les extrêmes des 4. proportionnels : ainsi pour trouver ce quatrième nombre, il faut seulement diviser 512. par 2. & l'on aura 256. ainsi $2. 8 :: 64. 256.$ de sorte que 64. & 256. seront autant éloignez l'un de l'autre dans l'ordre de la progression que le sont 2. & 8. [8. 11.] mais si au lieu des nombres geometriques $2. 8 :: 64.$ on avoit pris les logarithmes qui leur répondent, sçavoir, 1. 3 :: 6. & qu'on eust voulu trouver le quatrième logarithme, il auroit fallu ajouter 3. à 6, pour avoir 9. & oster 1. de 9. pour avoir 8. qui seroit le logarithme qui répond au nombre geometrique 256.

18. De mesme si l'on prend deux nombres geometriques 4. & 8. sur lesquels répondent les logarithmes 2. & 3. en multipliant 4. par 8, on aura 32. qui sera sous le logarithme 5. lequel provient de l'addition de 2. & de 3.

19. De mesme prenant 16. & le multipliant par luy-mesme, on aura 256. qui sera sous

DE GEOMETRIE, LIV. VIII. 121
sous le logarithme 8. lequel provient
de 4. ajouté à soy-mesme.

20. Ainsi, si l'on veut trouver le nombre geometrique qui seroit sous le logarithme 16. il faudroit prendre 256. qui est sous 8. & le multiplier par soy-mesme, & on auroit 65536.

21. Que si encore on veut avoir le nombre geometrique qui devroit répondre au logarithme 23. il faut prendre deux logarithmes, qui joints ensemble fassent 23. comme 7. & 16. & multiplier les nombres geometriques qui leur répondent l'un par l'autre, sçavoir, 128. (qui est sous 7.) par 65536. (qui doit estre sous 16.) & le produit 8388608. sera celuy qui doit estre sous le 23. logarithme, c'est-à-dire, qui doit estre à la vingt-quatrième place, après le premier nombre 1.

22. D'où l'on voit comment on peut aisément répondre à la demande qu'on fait ordinairement, à combien reviendrait vn cheval qu'on acheteroit à cette condition, que pour le premier clou du fer on donneroit vn double, & pour le second clou deux doubles, pour le troisième quatre doubles, pour le quatrième huit, & ainsi jusqu'au vingt-quatrième: car le vingt-quatrième coûteroit 8388608. doubles, c'est-à-dire, 69905.

F

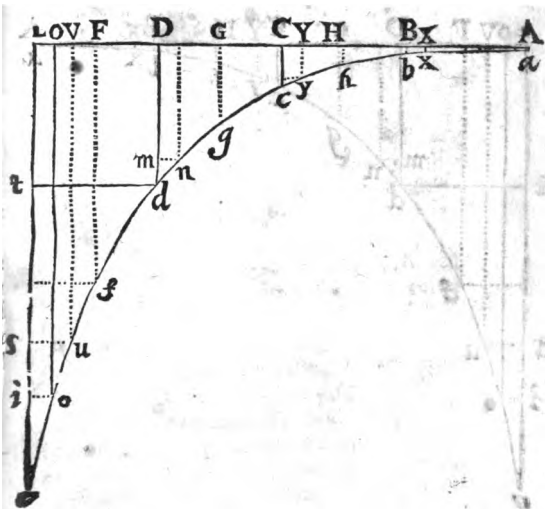
livres 8. doubles, & en doublant cette somme (suivant 8. 14.) on trouvera que tout le cheval aura cousté 139810. livres.

23. Si l'on avoit dans de grandes tables d'un livre deux longues progressions toutes faites, qui se répondissent ainsi, l'une geometrique, & l'autre arithmetique; on s'épargneroit bien de la peine à calculer, pour trouver les nombres geometriques: car si l'on nous donnoit ces trois nombres 32. 64. 128. & qu'on demandast le quatrième geometrique; au lieu de multiplier 64. par 128. & de diviser le produit par 32. (ce qui est fort ennuyeux dans les grands nombres) il ne faudroit que prendre le logarithme des trois nombres donnez, sçavoir, 5. 6. 7. ajouter 6. à 7. & du produit 13. oster 5. & il resteroit 8. qui seroit le logarithme du quatrième geometrique: de sorte que consultant la table pour voir quel nombre répond à 8. je trouverois 256.

24. Mais parce que dans une progression geometrique, comme celle-cy, tous les nombres ne se trouvent pas, on a trouvé le moyen de faire deux progressions, dont l'une qui contient tous les nombres 1. 2. 3. 4. 5. &c. & qui semble estre la progression arithmetique, a néanmoins les propriétés de la geom-

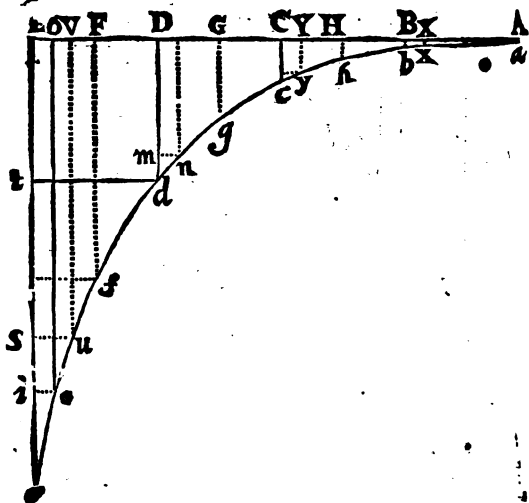
DE GEOMETRIE, LIV. VIII. 123
 trique ; & l'autre qui contient des nom-
 bres en apparence plus irreguliers, est
 néanmoins la progression arithmetique.
 Voicy vne ligne qui fait comprendre
 parfaitement tous ces mysteres.

25. Soit la ligne droite A E divisée



par parties égales A B, B C, C D, D E,
 &c. Par les points A, B, C, &c. soient
 imaginées les lignes droites A a, B b,
 F ij

Cc paralleles entre elles, qui soient en progression geometrique: par exemple qu'*Aa* estant 1. *Bb* 10. *Cc* soit 100. *Dd* 1000. *Ee* 10000. &c. nous aurons deux progressions de lignes, l'une arithmetique, & l'autre geometrique: car les



lignes *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, seront en progression arithmetique, comme 1. 2. 3. 4. & ainsi représenteront les loga-

arithmes auxquels répondront les lignes geometriques Aa , Bb , Cc , &c.

26. Chacune des parties ED , DC , &c. soit divisée également en F , G , H , &c. & soient tirées les paralleles Ff , Gg , &c. moyennes proportionnelles entre leurs collaterales, c'est-à-dire; Ee . $Ff :: Ff$. $Dd :: Dd$. Gg , &c. De-rechef soient encore tirées d'autres moyennes proportionnelles par le milieu de chaque partie EF , FD , DG , &c. & ainsi de suite jusqu'à ce que ces lignes paralleles soient fort près les vnes des autres, & qu'enfin on imagine vne ligne courbe qui passe par les extrémités de toutes ces paralleles $efdg$, &c. on aura vne ligne, dont les propriétés sont tres-considerables, & les usages tres-grands, comme l'on verra en son lieu.

27. Si cette figure avoit esté formée sur vne fort grande table, & avec toute la justesse requise, on pourroit diviser chaque partie AB , BC , &c. non seulement en 100. ou en 1,000. mais en 10,000 ou en 100,000. ou en davantage. De sorte que AB estant de 100,000. AC seroit de 200,000. & AD de 300,000, &c. ce qui est toujours en progression arithmetique.

28. La ligne Ee estant supposée de 10,000 parties, imaginons que par chacune de ces parties soient tirées des paralleles à la ligne AE , qui coupent la courbe en autant de points. Par exemple, soit la ligne eo tirée par la partie 9,900. de Ee qui coupe la courbe au point e . Soit encore la parallele oO , qui coupe la ligne AE , au point O dans la 399,563. partie, & l'on connoistra par là que 399,563. est le logarithme de 9,900. De même si Su passoit par la partie 9,000 de la ligne Ee , & que uV coupast la ligne AE dans la 395,414. ce nombre-cy seroit le logarithme de 9,000. &c.

29. Ainsi l'on pourroit faire vne table de logarithmes depuis 1. jusqu'à 10,000. & mesme encore plus avant, si l'on vouloit allonger la ligne AE .

30. Remarquez qu'il suffit, pour avoir tous ces logarithmes depuis 1. jusqu'à 10,000. de trouver les logarithmes depuis 1,000 jusqu'à 10,000. c'est à dire, (après avoir tiré la parallele dt) en prenant les logarithmes de toutes les parties depuis t jusqu'à e , dont les logarithmes sont terminez entre E & D : car avec cela on aura les logarithmes de toutes les autres parties qui sont depuis t jusqu'à E , & dont

DE GEOMETRIE, LIV. VIII. 127

les logarithmes sont entre D & A. Par exemple, Oo estant de 9,900. parties, & son logarithme 399,563. ce mesme nombre servira aussi de logarithme pour n N 990. & pour y Y 99. en changeant seulement le premier chiffre 3. parce que suivant la composition de cette ligne O N, ou N Y, doivent estre égales à E D ou D C; ce que chacun pourra aisément démontrer. Ainsi O N, ou N Y contiendront 100,000. & puisque A O est 399,563. ostant O N 100,000. il restera 299,563 pour A N, duquel ostant encore 100,000. il restera 199,563 pour A Y, & de mesme façon ayant A V 395,424. pour logarithmes de V n 9,000. On aura aussi 095.424. pour logarithmes de X x 9. ou 195.424. pour logarithmes de 90. ou 295,424. pour logarithmes de 900.

31. Tout ceci se peut aussi reduire en pratique par le calcul, sans faire en effet ces figures; mais seulement en se les imaginant toutes faites: car par l'arithmetique on peut trouver vn nombre moyen proportionnel Ff entre les deux Dd & Ee, & après cela encore des moyens entre Dd & Ff, ou entre Ff & Ee, &c. Mais ce que nous venons d'expliquer est suffisant, pour donner

F iiij

toute la connoissance que nous devons avoir de la nature & de l'artifice des logarithmes: car on ne doit pas se mettre en peine de les calculer en effet, & de les trouver, puisque tout cela est déjà tout fait; Dieu, pour le bien public, ayant suscité des personnes, à qui il a donné assez de patience, pour surmonter l'ennui d'un travail qui devoit paroître insupportable: car nous savons que plus de 20. personnes gagées pour cela ont passé plus de 20. ans à calculer avec vne assiduité infatigable.

32. Outre ces deux progressions, il y en a vne troisième, qu'on appelle *Harmonique*, lorsqu'en prenant trois termes qui se suivent immédiatement, on trouve que le plus grand est au plus petit, comme la différence du plus grand & du moyen est à la différence du moyen & du plus petit, comme 30. 20. 15. 12. &c. sont en progression harmonique; car en prenant 30. 20. 15. la différence de 30. & de 20. est 10. la différence de 20. & 15. est 5. or $10. 5 :: 30. 15.$

33. Cette progression peut diminuer à l'infini, mais non pas augmenter.

Tout ce que l'on a dit jusqu'à présent de cette progression, n'est pas de grand usage, & je ne veux pas m'engager à dire ici des choses extraordinaires.

On verra dans la suite de cette Geometrie quelques propriétés assez considérables de cette progression, qui pourront donner quelque éclaircissement, pour entendre ce que nous avons de la Musique des Anciens, dont l'obscurité n'a pas encore esté pénétrée. On y démontrera le rapport que l'Hyperbole a avec cette progression; car comme l'angle rectiligne sert pour trouver entre deux données tant de moyennes que l'on voudra en raison arithmétique; & que cette ligne courbe que nous venons de décrire pour les logarithmes, sert pour trouver aussi entre deux données autant de moyennes que l'on voudra en raison géométrique; de même l'on fera voir que l'Hyperbole sert pour trouver entre deux données autant de moyennes que l'on voudra en raison harmonique.

34. Il y a encore la progression des quarréz, & celle des cubes, des quarréquarrez, sursolides, quarrécubes, &c. comme 1. 4. 9. 16. 25. 36. &c. qui sont tous les quarréz, dont les racines sont les nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. De même 1. 8. 27. 64. 125. 216. qui sont les cubes des mêmes nombres. De même 1. 16. 81. 256. 625. 1296. qui sont les quarréquarrez des mêmes nombres, &c.

35. Dans la progression des quarréz mettant 0 pour premier terme, ainsi 0. 1. 4. 9. 16. &c. la somme de tous les

termes est plus grande que le tiers du dernier terme multiplié par le nombre des termes, & cet excès qui est au dessus du tiers, est toujours d'autant plus petit, que le nombre des termes est plus grand. De mesme dans la progression des cubes, cette somme des termes est plus grande que le quart; & dans les quarréquarrez, elle est plus grande que la cinquième partie, & ainsi consecutivement des autres. Pour prouver ceci, il suffit d'en faire vne induction, comme l'on voit dans cette table, où le second

1	0	0	0	
2	1	1	2	$\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
3	4	5	12	$\frac{5}{12}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{12}$
4	9	14	36	$\frac{7}{18}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$
5	16	30	80	$\frac{9}{24}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{24}$
6	25	55	150	$\frac{11}{30}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{30}$
7	36	91	252	$\frac{13}{36}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{36}$

DE GEOMETRIE, LIV. VIII. 131

rang contient la progression des quarez depuis 0. Le troisieme rang contient les sommes des termes. Par exemple, l'on y voit que la somme depuis 0 jusqu'à 9 est 14. Le quatrieme rang contient le produit de chaque terme multiplié par le nombre des termes qui sont depuis 0 jusqu'à luy; lequel nombre est marqué dans le premier rang, comme 36. est le produit de 9. multiplié par 4. Le cinquieme rang contient des fractions, qui marquent la proportion des nombres du troisieme & du quatrieme rang, comme vis-à-vis de 14. & de 36. on trouve $\frac{7}{18}$; ce qui veut dire que 14. est à 36. comme 7. à 18. & qu'ainsi la somme des termes 14. est au produit de 9. multiplié par 4. scavoir, à 36. comme 7. à 18. Davantage dans ce mesme cinquieme rang, après $\frac{7}{18}$. on voit encore

ces caractères; $(ou \frac{1}{3} + \frac{1}{18})$ ce qui veut dire que $\frac{7}{18}$ valent autant qu'un tiers, & de plus une dix-huitieme partie, parce qu'en effet $\frac{7}{18}$ valent au-

tant que $\frac{1}{3}$ plus $\frac{1}{18}$, c'est à dire que

ainsi $\frac{7}{18} = \frac{1}{3} + \frac{1}{18}$ F Vj.

1	0	0.	0	
2	1.	1	2	$\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
3	4	5	12	$\frac{5}{12}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{2}{12}$
4	9	14	36	$\frac{7}{18}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$
5	16	30	80	$\frac{2}{5}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{24}$
6	25	55	150	$\frac{11}{30}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{30}$
7	36	91	252	$\frac{13}{36}$ ou $\frac{1}{3} + \frac{1}{36}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{18}$ de sorte que la somme 14. est le tiers du produit 36, & outre cela encore il contient de plus vne dix-huitième partie de 36. De mesme, on trouve que 30. qui est la somme des termes jusqu'à 16. est plus du tiers de 80. qui est le produit de 16. par 5, & que l'excès est $\frac{1}{24}$. Car $\frac{30}{80}$ valent autant que $\frac{3}{8}$ ou que $\frac{9}{24}$ ou que $\frac{8}{24} + \frac{1}{24}$ ou enfin que $\frac{1}{3} + \frac{1}{24}$. Or $\frac{1}{24}$ n'est pas tant que $\frac{1}{18}$, ainsi

l'on voit dans la suite de cette table que ces excès qui sont au dessus du tiers, vont toujours en diminuant, à mesure que le nombre des termes croist: car ces excès sont $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{36}$, $\frac{1}{42}$, $\frac{1}{48}$, &c. le dénominateur de la fraction augmentant toujours de six.

36. Si l'on fait vne table semblable pour les cubes, on trouvera que les fractions qui seront au dessus du quart diminuëront toujours en valeur, leur dénominateur augmentant de 4. à chaque nouveau terme qu'on ajoutera à la progression; & de mesme, à l'égard des autres progressions, on trouvera par de semblables tables, ce qui a esté dit généralement dans la proposition précédente.

Tout ceci sera tres-utile dans la suite de cette Geometrie: on traitera encore de plusieurs autres progressions.

FIN





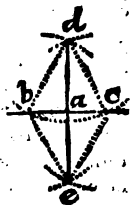
LIVRE DERNIER.

Problèmes, ou la Géométrie Pratique.

1. **O**N appelle *Problème* en Géométrie, vne proposition qui enseigne à faire quelque chose, & qui en démontre la pratique, au lieu que les *Theoremes* sont des propositions speculatives, dans lesquelles on considère les propriétés des choses toutes faites.

2. D'un point donné *a* dans la ligne *b a c*, tirer une perpendiculaire. Prenez avec le compas deux parties égales de part & d'autre *a c*, & *a b*: il n'importe point que ces parties soient grandes ou petites, pourveu qu'elles soient égales. Ouvrez le compas un peu davantage, & des points *b* & *c*, comme des centres, tirez l'un après l'autre, deux petits arcs semblables, qui se croisent au point *d*. Puis

appliquant la regle sur les points *a* & *d*, tirez la ligne *ad*, & ce sera la perpendiculaire requise. (2. 16.)



3. D'un point donné *d* tirer une perpendiculaire vers la ligne *b a c*. Du centre *d* faites vn arc de cercle, qui coupe la ligne en deux endroits *b* & *c*; puis de ces deux points *b* & *c* tirez avec la mesme ouverture du compas, deux petits arcs qui se croisent en *e*, la ligne *de* sera la perpendiculaire requise. (2. 16.)

4. Lorsque les points donnez *a* ou *d* sont vers les extrémitez du papier ou de la surface où l'on doit faire la figure, & qu'on ne peut pas prendre vne distance raisonnable au-delà du point *a*, suivant les pratiques précédentes; alors il faut faire ainsi. Quand

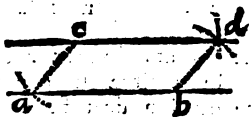
le point *a* est donné dans la ligne, prenez tel point que vous voudrez vers *e*, & de là comme



du centre tirez vn cercle qui passe par *a*, & qui coupe la ligne en *b*; puis de *b* tirez la ligne *be*, qui, étant continuée, aille couper de

cercle en d ; la ligne $d a$ sera perpendiculaire sur $b a$. (4. 14.) Que si le point d est donné hors la ligne, & non pas le point a , tirez vne ligne telle que vous voudrez $d b$, & du milieu de cette ligne: b faites vn cercle $b a d$, qui coupe $b a$ en a ; la ligne $d a$ sera la perpendiculaire requise. (4. 14.)

5. D'un point donné tirer une parallèle à une ligne donnée. Soit la ligne donnée $a b$, & le point c , par lequel il faut tirer vne parallèle: du point c comme d'un centre, faites vn arc de cercle, qui

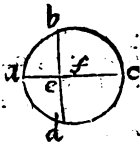


coupe la ligne donnée en a : dans la mesme ligne donnée, prenez vn point b tel que vous voudrez, le plus éloigné néanmoins qu'il se pourra du point a , & de ce point b à la mesme ouverture de compas faites vn autre arc de cercle d : prenez avec le compas la distance $a b$; & à cette mesme ouverture, du point c comme du centre, faites vn arc qui coupe l'autre en d , appliquant la regle sur les deux points c & d , vous aurez la ligne $c d$ parallèle à $a b$: car le quadrilatere $a b d c$, a les costez opposés égaux par l'operation, & par

consequent il est parallelogramme, par la converse de la 9. proposition du livre 3.

6. Entre deux lignes données ac & ec , trouver la moyenne proportionnelle. Après avoir mis les deux lignes

l'une après l'autre en ligne droite, pour en faire la ligne totale ac ; prenez-en le milieu f , & de ce point f décrivez le cercle abc : levez la perpendiculaire eb qui coupe la circonférence du cercle au point b , la ligne eb sera moyenne; en sorte que $ae. eb. eb. ec.$ (6. 66.)

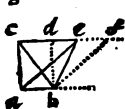


7. Faire un carré égal à un rectangle donné. Prenez la moyenne entre les costez du rectangle, & le carré sur cette moyenne sera le requis. (6. 59.)

8. Trois lignes estant données, trouver la quatrième proportionnelle. Soient les lignes données ad, de, ab , après avoir mis ad & ab l'une sur l'autre, & de de travers, pour faire un triangle ade ; continuez le côté ae vers e , & du point b tirez la parallèle bc , je dis que bc sera la quatrième proportionnelle requise, & que $ad. de :: ab. bc.$ (6. 43.)

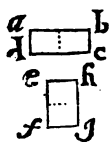


9. Faire un parallélogramme rectangle égal à un triangle donné aeb . Par le



sommet e tirez ec parallèle à la base ab , le rectangle $abcd$ sera double du triangle aeb : (3.18.) ainsi en partageant la base ab en deux également, & élevant vne perpendiculaire, on fera vn rectangle égal au triangle.

10. Vn rectangle étant donné, faire vn autre rectangle qui luy soit égal, & qui ait la longueur donnée. Soit le rectangle



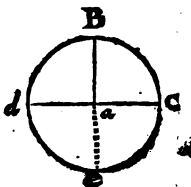
donné abc , & qu'il en faille faire vn autre égal, qui ait pour costé la longueur ef . Ici nous avons trois lignes données, sçavoir ab , bc , (qui sont les costez du rectangle donné) & ef qui doit estre vn costé de l'autre rectangle que l'on veut faire. On doit chercher maintenant vne quatrième ligne, pour estre le deuxième costé de ce rectangle. Ayant ces trois lignes données, trouvez-en la quatrième proportionnelle (9.8.) qui soit eh , en sorte que $ef.ab::bc.eh$: je dis que le rectangle feh sera le requis égal au rectangle abc (6.27.)

11. Quarrer quelque polygone que ce soit. Reduisez le polygone en triangles, (3.22.)

ou 24.) faites autant de rectangles égaux à ces triangles, (9.9.) en sorte que tous ces rectangles ayent vne mesme longueur: (9.10.) joignez tous ces rectangles ensemble, pour en faire vn rectangle total, & faites vn quarré (9.7.) égal à ce rectangle, & vous aurez ce que vous pretendiez.

12. Diviser un cercle en quatre & en six, & tous les arcs en deux parties égales. Pour le diviser en 4. il faut tirer

deux perpendiculaires par le centre, comme *dac* & *Baa*. Si on veut le diviser en 8. on n'a qu'à diviser en deux chaque arc *Bc*, *ee*, &c. ce qui se

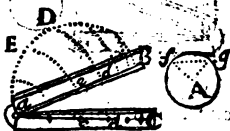


fait en décrivant des points B & c, deux arcs de cercles à la mesme ouverture du compas: car du point où ces deux arcs se croisent, on tirera vers le centre *a* vne ligne qui divisera l'arc *Bc* en deux également: ainsi faut-il faire à l'égard des autres arcs. Pour diviser le cercle en six, il ne faut que prendre avec le compas le demi-diametre: car l'appliquant six fois tout autour sur la circonference, il la mesurera parfaitement: ainsi on peut ensuite diviser le cercle en 12. & en 24. & en 48. &c.

13. *Diviser un cercle en cinq, en quinze, & en d'autres parties égales.* Cela se peut faire geometriquement en cette maniere, que je démontre dans l'Algebre. Faites un triangle rectangle, dont une jambe soit le demi-diametre du cercle, & l'autre la moitié du demi-diametre. De l'hypotenuse de ce triangle otez la moitié du demi-diametre, ce qui restera sera la corde de 36. d. & le costé d'un decagone. En doublant cet arc, on aura l'arc de 72. d. qui est la cinquième partie du cercle; & la corde de ces 72. d. sera l'hypotenuse d'un triangle rectangle, dont une jambe est le demi-diametre, & l'autre le costé du decagone. Or comme d'ailleurs on a aussi trouvé 60. d. on aura encore la difference de 36. à 60. sçavoir, 24. d. qui est la quinzième partie du cercle. Mais pour la pratique, le plus court & le plus sûr, c'est de chercher avec le compas, à diverses reprises, une ouverture, qui étant appliquée cinq fois tout autour du cercle, le mesure précisément: après cela chacune de ces parties se divisera de mesme façon en trois, en cherchant avec le compas, & revenant quand on n'a pas bien trouvé juste du premier coup: ainsi on aura le cercle divisé en 15. Que si chacune de ces 15. parties se divise encore en qua-

DE GEOMETRIE, LIV. IX. 141
 tre, & chacune de ces quatre en six, on
 aura tout le cercle divisé en 360. de-
 grez. Et cette division est tres-commode
 pour l'usage. Remarquez qu'on n'a pas
 trouvé le moyen de diviser geometri-
 quement un arc en trois parties égales,
 ni en cinq, ni en sept, ni en d'autres
 nombres impairs; je dis geometrique-
 ment, en n'employant que la ligne droi-
 te & le cercle.

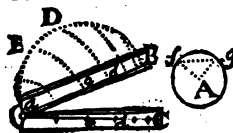
Cette division du cercle en 360. degrez,
 est encore plus utile, quand on sçait se servir
 du Compas de proportion: c'est une sor-
 te de compas, qui a les branches plates, a B,
 a C, sur lesquelles il y a diverses lignes &
 diverses divisions, dont celles qui sont le plus
 en usage se reduisent à deux: car sur un
 costé du compas il y
 a une ligne, en cha-
 que branche a e B,
 & a e C, qui sert
 à diviser tout d'un
 coup un cercle en
 360. & pour en prendre tout autant de de-
 grez que l'on voudra. Cette division du
 compas se fait de cette sorte.



14. Marquer un compas de proportion
 pour la division du cercle. Imaginez le
 demi-cercle a E D B, qui soit parfaite-
 ment divisé en ses 180. degrez; si du
 point a par chaque degré on tiroit des

arcs qui coupassent la ligne eeB : par exemple, si du 60. degré E on tiroit l'arc Ee , & si du 90. degré D on tiroit l'arc Dd , &c. il faudroit marquer 60. dans la branche du compas, vis-à-vis de e , & 90. vis-à-vis de d , &c. Que si l'on en faisoit autant dans l'autre branche aC , on auroit ce costé du compas divisé comme il faudroit.

15. *Expliquer l'usage du compas de proportion pour diviser le cercle.* Soit le cercle donné Af , prenez avec le compas ordinaire le demi-diametre Af , & puis appliquant vne pointe de ce mesme



compas ordinaire sur le point e , c'est-à-dire, sur le 60. degré d'une branche du compas de propor-

tion, écartez ou approchez l'autre branche, en sorte que l'autre pointe du compas ordinaire tombe précisément sur le point e de l'autre branche du compas de proportion, afin que la distance ee soit égale au demi-diametre Af ; alors si vous voulez trouver tout d'un coup 90. degrez du cercle donné, mettez les deux pointes du compas sur les deux points d, d , & transportez cette distance sur fg , & vous aurez l'arc

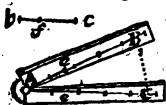
DE GEOMETRIE, LIV. IX. 143
fg de 90. degrez. Que si vous vouliez
 prendre 35. degrez, vous n'aurez de
 mesme qu'à appliquer les pointes du
 compas ordinaire sur les points des li-
 gnes *aB*, *aC*, dans lesquels est le 35.
 degré, & transporter cette distance sur
 le cercle donné, & ainsi faudroit-il fai-
 re pour tout autre degré que ce soit.
 Tout cela est fondé sur les propositions
 42. 43. 49. 50. du livre sixième: car com-
 me tous les cercles sont figures sembla-
 bles, (6. 50.) la corde *fg* sera au demi-
 diamètre *Af* comme la corde *aD* au
 demi-diametre *eD*, c'est-à-dire, comme
ad à *ae*. D'ailleurs les triangles *add* &
ae sont semblables, & ainsi *dd. ee::*
ad. ae. Or *dda* esté fait égal à *fg*, &
ee à *Af*: donc *fg. Af:: ad. ae*.

16. *Marquer le compas de proportion pour
 la division des lignes droites.* Du centre
 du compas soient ti-
 rées deux lignes droi-
 tes sur les branches
 vers B & vers C, les-
 quelles soient divisées
 chacune en 100. ou en



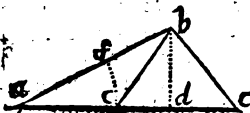
200. parties égales: & cela servira
 pour diviser tout d'un coup vne ligne
 donnée en autant de parties que l'on
 voudra. Par exemple, soit la ligne don-
 née. *bc*, & qu'il en faille prendre 25.

c'est-à-dire, 25. nonante-septièmes parties; il faudroit pour cela diviser toute la ligne bc en 97. parties égales, pour en prendre ensuite 25. ce qui seroit bien long à faire; mais avec le compas de proportion on le fait fort aisément. Prenez avec le compas ordinaire la longueur de la ligne bc , & appliquant une pointe sur la quatre-vingt-dix-septième partie B d'une branche du compas de



proportion, approchez ou écartez l'autre branche, en sorte que l'autre pointe tombe précisément sur la 97^e partie C de l'autre branche; alors mettez les deux pointes sur la 25^e partie ee de l'une & de l'autre branche, & transportez la distance ee sur bf , & bf sera justement $\frac{25}{97}$ de toute la ligne bc : ce qui est aussi fondé sur ce que les triangles ABC & Aec sont semblables.

17. Sur une ligne donnée faire un angle de tant de degrez que l'on voudra. Soit la

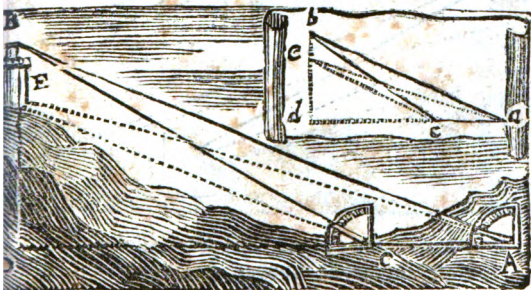


ligne donnée ac , & qu'il faille y faire un angle de 30. degrez. Du point

DE GEOMETRIE, LIV. IX. 145

a, comme du centre, faites un cercle *c f*, dans lequel vous prendrez avec le compas de proportion, ou autrement, 30. degrez depuis *c* jusqu'à *f*, & par ce 30. degrez vous tirerez la ligne *a f*, qui avec la ligne *a c* fera vn angle de 30. d.

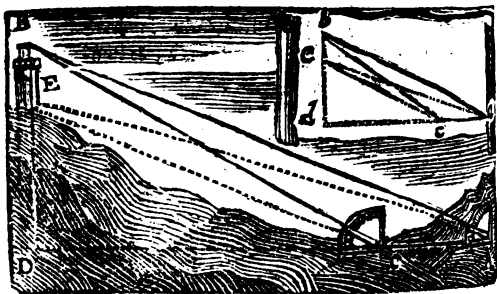
18. *Connoissant les angles d'un triangle, & vn costé, trouver les autres costez.* On vous dit qu'il y a vn triangle dans le monde, dont la base *A C* a dix toises, & les deux angles d'autour de la base sont l'un *A C B* de 150. degrez, & l'autre



tre *C A B* de 20. (& par consequent le troisieme angle vers la pointe sera de 10. afin que tous trois 150 20. 10. ensemble fassent 180. c'est à dire, deux droits) & on vous demande combien de toises doit avoir chacun des deux autres costez *A B*, *C B*. Faites sur du papier, ou plû-

G

toit sur du carton fin, vn triangle semblable acb , en cette sorte : prenez vne base à discretion ac de 10. pouces, ou de dix autres parties telles qu'il vous plaira : sur ca faites deux angles, l'un cab de 20. degrez, & l'autre acb de 150. degrez, [9. 17.] les deux lignes ab, cb se croiseront en quelque part, sçavoir en b . Mesurez donc combien de pouces il y a dans



ab ou dans cb : car vous serez assuré que tout autant de pouces que vous aurez trouvé en ab , il y aura aussi tout autant de toises dans AB ; & de mesme dans CB , autant que dans cb . Car puisque les triangles sont semblables ayant les angles égaux, ac sera à ab :: comme AC à AB .

19. Mesurer les distances, les hauteurs, les profondeurs, & généralement toutes les grandeurs des lieux éloignez & inac-

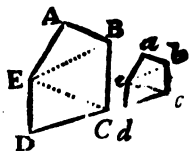
cessibles. Si au haut d'une montagne qui paroist de loin il y a vne tour B E, & qu'on veuille en observer la distance & la hauteur; il faut avec quelque sorte d'instrument, (comme est vn Quart-de-nonante, c'est à dire, vn quart de cercle divisé en 90. degrez garni d'une regle qui roule autour du centre, laquelle s'appelle *Alidade*) il faut, dis-je, avec cet instrument prendre deux angles de deux divers endroits en cette manière. Si vous estes en A, placez l'instrument en telle sorte qu'un costé réponde justement à la ligne horizontale A D, sans hausser, ni baisser de part ou d'autre: mettez l'œil en A, c'est à dire, vers le centre de l'instrument, & tournez la regle en telle sorte qu'elle soit dirigée vers la pointe de la tour B; si-bien que cette regle rase ainsi vostre rayon visuel, par lequel vous regardez la pointe B; alors cette regle vous marquera dans la circonférence, de combien de degrez est l'angle B A D: car les degrez sont marquez dans cette circonférence de l'instrument. Après cela changez de place, & dans vn lieu bien plain & vni avancez-vous de 10. toises (ou de telle autre distance qu'il vous plaira) jusqu'à C, & là, prenez derechef vn autre angle B C D, par le moyen duquel vous aurez l'angle G ij

de suite $B C A$, puisque ces deux ensemble sont égaux à deux droits: ainsi dans le triangle $A C B$ vous connoissez la base que vous avez prise de 10. toises: vous connoissez encore les deux angles qui sont sur la base; & par conséquent vous avez dequoy connoistre le costé $C B$, ou le costé $A B$. (9. 18.) Vous connoistrez encore la hauteur $B D$, ou la distance $A D$; si dans le petit triangle semblable vous tirez du point b vne perpendiculaire $b d$; car $B D$ ou $A D$ auront autant de toises que $b d$, ou $a d$ auront de pouces. Que si après avoir pris la hauteur $B D$, on prend encore par la mesme methode la hauteur $E D$, on aura aussi la grandeur $B E$ depuis le haut jusques au bas de la tour.

Quelquefois au lieu d'avancer vers la tour, & de faire les observations de haut en bas, ou des angles que font les lignes visuelles avec la ligne horizontale; il est bon de faire les deux stations à costé l'une de l'autre: mais cela revient toujours au mesme, & la pratique n'en est point au fond differente. L'on voit bien aussi que par ce moyen on peut mesurer toutes les grandeurs imaginables, pourveu qu'on en puisse observer les extrémitez de deux endroits differens. On ne s'arreste pas ici à décrire les pratiques particulières, ny les avantages que l'on re-

tire des lunettes que l'on a trouvé le moyen de mettre à l'Alidade de l'instrument, qui est une commodité inestimable.

20. *Prendre le plan d'une Place.* Soit vne Ville ou autre Place $A B C D E$, & qu'on vous ordonne d'en prendre le plan, &



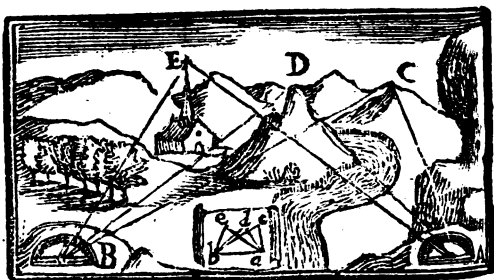
d'en faire la figure; prenez toutes les distances des costez & des lignes tirées d'angle à angle, & rapportez-les à proportion dans vne figure sur du papier: par exemple,

ayant trouvé qu' $A B$ est de 30. toises, $B C$ de 59 $C D$ de 50. $B E$ de 67 $A E$ de 49. &c. après avoir fait vne échelle sur du papier, divisée en 100. petites parties, faites vne ligne $a b$ de 30. parties, $b e$ de 67. $a e$ de 49. ces lignes jointes ensemble font le triangle $a b e$ tout semblable au triangle $A B E$, & continuant ainsi à faire $b e c$ semblable à $B E C$, &c. vous aurez vne figure totale $a b c d e$ semblable à la place $A B C D E$.

21. Que si on ne peut pas entrer dans la place, ou la percer pour mesurer la distance des angles $B E$, $E C$, il faut prendre les angles de la place, & les rapporter sur la figure, en sorte que si l'angle $B A E$ est de 66. degrez, l'angle $b a e$ soit aussi de 66. degrez: ainsi des autres.

G iij

22. *Faire la carte d'une Ville ou d'un Pais.* Montez sur deux lieux élevez A & B, d'où l'on puisse découvrir la Ville ou le pais dont vous voulez faire la carte: ayez vn quart de 90. ou vn cercle tout entier, ou bien vn demi-cercle seulement divisé par degrez avec son alidade au centre; placez premièrement l'instrument sur A, en sorte qu'un de ses costez réponde d'A vers B: l'instrument estant ainsi



placé & affermi, regardez les clochers, les maisons extraordinaires, ou les montagnes, & autres endroits considerables, comme E, D, C, &c. & prenez tous ces angles avec l'alidade, & écrivez tout cela pour vous en souvenir; l'angle C A B, par exemple, est de 50. degrez 30'. l'angle D A B de 45. degrez 8'. &c. puis faites-en autant de dessus B. & écrivez, l'angle ABC

est de 40. d. 10'. l'angle ABD de 47. d. 28'. &c. Après quoy prenez sur du papier vne ligne à discretion ab , & faites des angles égaux à ceux que vous avez trouvez : cab égal à CAB , dab égal à DAB , abc à ABC , &c. & ainsi vous aurez les points c, d, e , &c. qui seront dans la mesme disposition que les plochers ou les autres endroits considerables, C, D, E , &c. Or ayant vne fois ces endroits principaux, tout le reste se peut tracer à veüe d'œil. Pour faire vne operation plus juste, il est bon de prendre les angles encore d'un troisiéme lieu, & mesme d'un quatriéme; afin que tout s'accordant, on sçache que l'operation est bien faite.

23. Connoissant deux costez d'un triangle, & l'angle d'entre deux, trouver le troisiéme costé & les deux autres angles.

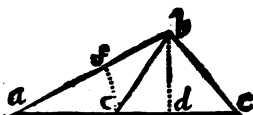
24. Connoissant deux costez & un angle opposé à un de ces costez, connoistre le troisiéme costé & les deux autres angles : pourveu qu'on sçache si l'angle qu'on cherche est aigu ou obtus.

25. Connoissant les angles & un costé, connoistre les autres costez.

26. Connoissant les trois costez, connoistre tous les angles. Tout cela se trouve parfaitement, en faisant des triangles semblables sur du carton fin.

27. Mesurer l'aire, (c'est-à-dire, la

grandeur ou la capacité intérieure) d'un triangle donné abc . Du sommet b tirez la perpendiculaire bd sur la base ac prolongée, s'il en est besoin ; divisez ac en 10. (ou en tant d'autres parties qu'il vous plaira) & voyez combien de ces parties



sont contenues dans bd : car en multipliant la moitié de bd par 10. vous aurez l'aire du

triangle, (§. 18.) Comme si bd contient 12. parties de celles dont ac en contient 10. il faut multiplier 6. par 10. pour avoir 60. qui est la grandeur du triangle abc , c'est-à-dire, que ce triangle contient autant d'espace qu'en contiendroient 60. petits quarrés, dont le costé de chacun seroit la dixième partie de ac .

Ayant égard à la pratique, il n'y a point de methode plus facile, ni mesme plus exacte que celle-cy : mais en de certains cas, il est bon de sçavoir mesurer ces choses avec une certaine précision qui ne peut se trouver que par le moyen du calcul. Voicy donc les principes d'où l'on tire tout l'artifice du calcul.

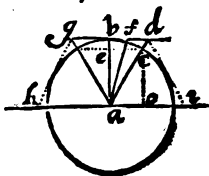
28. Dans un triangle rectangle abd , connoissant deux costez, connoistre le troisième costé par le calcul. Soit la jambe bd de

3. toises, & la jambe ad de 4. toises, multipliez 3. par 3. & 4. par 4. pour faire les deux quarrés 9. & 16. ces deux quarrés joints ensemble seront égaux au quarré de l'hypoténuse ab : (6.61.) & par conséquent je voy que le quarré de ab est 9. plus 16. c'est-à-dire 25. ainsi pour sçavoir la grandeur de ab , je n'ay qu'à prendre le costé ou la racine quarrée de 25. qui est 5. d'où je conclus que ab est de 5. toises. Si l'hypoténuse ab 5. est connue avec vne jambe ad 4. il faut soustraire le quarré 16. du quarré 25. & il restera 9. dont la racine 3. est la grandeur de l'autre jambe bd . Quelquefois il arrive que les deux quarrés des jambes joints ensemble ne font pas vn nombre quarré, ou que le quarré d'une jambe soustrait du quarré de l'hypoténuse ne laisse pas vn nombre quarré: comme si les jambes sont 2. & 3. leurs quarrés seront 4. & 9. qui joints ensemble font 13. Or 13. n'est point nombre quarré, & par conséquent n'a point de racine précise: mais néanmoins il y a des nombres qui en approchent, comme ici $3\frac{3}{5}$ est à peu près la racine de 13. car $3\frac{3}{5}$ multiplié par soy-mesme fait 13. moins $\frac{1}{25}$: ainsi le costé ab est de $3\frac{3}{5}$, & d'un peu davantage.

G v

On ne donne pas la methode d'extraire ces racines quarrées, parce que c'est une regle d'Arithmetique. de quoy on ne traite pas ici.

29. Calculer la Tangente, la Secante, & le Sinus de 30. degrez. Soit par exemple ba le rayon ou sinus total, ad la secante



de 30. degrez, bd la tangente, ce le sinus; il est aisé de voir que bd est la moitié de ad : car en tirant ag vne autre secante de 30. de-

grez, le triangle gad sera équilatéral: car chacun des angles g , d , & gad sera de 60. degrez: ainsi bd estant la moitié de dg , elle sera aussi la moitié de ad : par mesme raison ce sera la moitié de ac . Supposant donc dans le triangle rectangle aec , que l'hypoténuse ac est de 2. & la jambe ec d'1. & ostant le quarré 1. du quarré 4. nous aurons 3. égal au quarré du costé ae , égal à co . (qui est le sinus de l'arc ci de 60. degrez.) Mais si au lieu de prendre 2. & 1. pour ac , & ce , nous prenons 1,000,000 & 500,000, le quarré de ce , sçavoir 250,000,000, 000 osté du quarré 1,000,000,000, 000, laissera 750,000,000, 000, dont la racine à peu près est 866,025. pour ae , ou co sinus de 60. degrez.

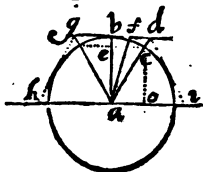
30. Connoissant ce , le sinus d'un angle quelconque, connoistre co , le sinus du complement de cet angle. Le complement d'un angle est celui qui reste pour faire 90. degrez. Par exemple, ayant l'angle cab de 30. degrez, son complement est cai de 60. degrez; car 60. avec 30. font 90. d. Cette proposition est démontrée dans la précédente.

31. Connoissant ec le sinus d'un angle, & le sinus de son complement, sçavoir co ou ae ; connoistre la tangente bd , & la secante ad . Comme les triangles aec & abd sont semblables, il s'ensuit que $ae. ec :: ab. bd ::$ & $ae. ac :: ab. ad ::$ & ainsi par la règle-de-trois d'Arithmetique, on trouve que l'arc cb étant de 30. degrez, la tangente bd est de 577, 350. & la secante ad de 1,154, 700.

32. Connoissant le sinus, la tangente & la secante d'un arc quelconque bc ; trouver le sinus, la tangente & la secante de la moitié de cet arc. Tirant af par le milieu de l'arc bc , on aura $df. fb :: ad. ab.$ (6. 72.) & par conséquent on trouvera la tangente bf de 15. degrez, & ensuite le sinus & la secante des mêmes 15. degrez: après quoy encore, partageant derechef en deux l'arc bf , on trouvera le sinus, la tangente & la secante de 7. degrez 30'. & puis de 3. d. 45'. & ainsi à l'infini.

G vj

33. *Trouver le sinus c e de 45. degrez.*
Il est égal au sinus du complement des



mesmes 45. degrez, sçavoir à *e a.* & par consequent on trouve encore la tangente & la secante de 45. degrez aussi-bien que des moi-

ties 22. degrez 30'. 11. degrez 15'. &c.

34. *Trouver le sinus de 36. d.* Ayant inscrit vn pentagone regulier dans le cercle, on sçait la proportion qu'a le costé de ce pentagone avec le rayon. (9. 13.) Or ce costé est la corde de 72. degrez, & la moitié de cette corde est le sinus de la moitié de 72. sçavoir de 36. Ainsi le sinus de 36. d. est connu, & par consequent aussi la tangente & la secante aussi-bien que des moities 18. degrez, 9. degrez, 4. degrez 30'. 2. d. 15'. &c.

35. *Trouver le sinus, la tangente, & la secante de 12. degrez, & des moities 6. degrez, 3. degrez, 1. degré 30'. 45'. &c.* Puis qu'on connoist la corde de 24. degrez, qui est le costé d'un polygone regulier de 15. costez. [9. 13.] on connoistra, &c.

36. Combinant ainsi toutes ces choses, on aura les sinus, tangentes & secantes des angles de 45'. d'1. degré 30'. de 2. de-

DE GEOMETRIE, LIV. IX. 157
grez 15'. de 3. degrez 45'. de 4. 30'. ainsi
de tous les autres de 45'. en 45'.

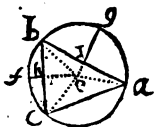
37. *Trouver les sinus de tous les arcs qui
sont entre deux de ces arcs ainsi trouvez de
45'. en 45'. Il faut faire vne regle de pro-
portion. Par exemple, le sinus de 45',
estant 1308. le sinus de 1'. sera 29. parce
que 45. 1' :: 1308. 29. de mesme le sinus
de 20'. sera 581. De mesme pour avoir le
sinus de 3. degrez 30'. ayant le sinus de 3.
degrez 5233. [9. 35.] & puis le sinus de 3.
degrez 45'. 6540. [9. 32.] on trouve que
ces 45'. qui sont depuis 3. degrez jusques
à 3. degrez 45'. portent 1307. d'augmen-
tation de sinus: car 5233. sinus de 3. de-
grez, ostez de 6540. sinus de 3. degrez 45'.
laissent 1307. Youlant donc trouver le
sinus de 3. degrez 30'. je dis ainsi: Si 45'.
qui sont depuis 3. degrez jusqu'à 3. degrez
45'. portent 1307. d'augmentation dans le
sinus, combien d'augmentation porteront
30'. qui sont depuis 3. degrez jusques à 3.
degrez 30'. & je trouve 871. il faut donc
ajouter 871. à 5233. & on aura 6104. pour
sinus de 3. degrez 30'. ainsi de tous les
autres.*

*Par ce moyen on peut faire des tables où
soient les sinus, les tangentes & les secantes
de tous les angles de minute en minute de-
puis 0. jusqu'à 90. degrez.*

Remarquez que par cette dernière regle on

ne trouve pas à la rigueur le sinus justé, parce que les sinus n'augmentent pas à mesme proportion que les arcs : mais ce defaut est ici si petit, qu'on ne doit pas se mettre en peine d'une plus exacte précision.

38. Par le moyen de ces tables on calcule les triangles, parce qu'on est assuré que dans tout triangle, les costez sont entre eux comme les sinus des angles opposez. par ex.



dans le triangle abc , tirant le cercle circonscrit du centre e , les perpendiculaires ei , eh , partageront en deux également les costez ab & bc . [4.6.] ainsi $ab.bc::ai.bh$. Or ai est le sinus de l'angle a ou ac , qui [4.13.] luy est égal, & de mesme bh est le sinus de l'angle b ou ba : donc, &c.

39. Et sur ce principe, connoissant deux angles & un costé, ou deux costez & un angle, trouver tout le reste. Faites par vne regle de proportion, comme vn costé connu au sinus de l'angle opposé connu; ainsi l'autre costé connu a vn quatriéme nombre qui sera le sinus de l'angle opposé à cet autre costé. Ou bien si deux angles sont connus avec vn costé, il faut faire comme le sinus d'un angle connu au costé opposé

à ce même angle : ainsi le sinus de l'autre angle connu à vn quatrième nombre, qui sera le costé opposé à cét autre angle, &c.

40. Ces opérations sont beaucoup abrégées par les logarithmes : car on a eû soin de mettre dans les tables, non seulement les sinus & les tangentes ; mais aussi leurs logarithmes qui leur répondent vis-à-vis. De sorte qu'au lieu des multiplications & des divisions qu'il faudroit faire avec vne peine insupportable en se servant des sinus & des tangentes, il ne faut que faire des additions ou des soustractions, en employant les logarithmes : comme si dans le triangle A B C, (9. 18.) dont le costé A C est connu de 10. toises, l'angle A B C de 10. degrez, l'angle C A B de 20. on demande le costé B C, il faudroit dire comme le sinus de l'angle B, [qui est dans les tables 17364.] au costé A C, qui est connu de 10. toises : ainsi le sinus de l'angle A [qui est dans les tables 34202.] est au costé qu'on cherche C B. Pour trouver ce quatrième C B par vne regle-de-trois, il faudroit multiplier le second terme 10. par le troisiéme 34202. & diviser le produit 342020. par le premier 17364. ce qui est bien long. Mais si au lieu de ces nombres nous prenons leurs logarithmes, ajoutant le logarithme de 20. degrez au loga-

Sin. angl. A. 20. d.	9. 5340517.
A C. 10. toises.	1. 00000000.
Somme.	10. 5340517.
Sin. angl. B. 10. d.	9. 2396702.
Reste, qui est	1. 2943815.
C B. 19. $\frac{7}{10}$ toises.	

richme de 10. toises, & de la somme ostant le logarithme de 10. degrez, il reste le logarithme 1. 2943. &c. qui dans la table répond entre 19. & 20. de sorte que le costé C B doit estre de près de 20. toises.

Les livres qui traitent des sinus & des logarithmes expliquent ceci plus en particulier. Je croy pourtant en avoir dit autant qu'il en faut sçavoir pour pouvoir trouver de soy-mesme toutes ces choses. On ajoutera quelques autres propositions sur ce sujet dans la suite de cette Geometrie.

41. *Trouver une ligne droite, qui soit égale à la circonference d'un cercle à si peu près que l'on voudra : prenant douze fois la tangente de 30. degrez qui est b d, & rangeant ces 12. tangentes autour du cercle, en sorte qu'elles soient jointes deux à deux en ligne droite, comme on voit en la*

figuré de l'art. 27. où dg sont deux tangentes opposées, chacune de 30. degrez, & de même gb , & di , &c. On fera ainsi vn polygone circonscrit de 6. costez, dont la circonference est plus grande que celle du cercle. (4 27.) Que si on prend douze fois le sinus ce , on fera vn polygone inscrit de 6. costez, dont la circonference est plus petite que celle du cercle. De sorte que donnant au rayon ab , 1,000.000; bd , qui est 577,350 pris douze fois, c'est-à-dire, 6,928,200. est plus grand que la circonference du cercle, & ec 500,000 pris douze fois, sçavoir, 6,000,000, est plus petit que la circonference du même cercle.

42. Mais si au lieu de prendre douze fois la tangente & le sinus de 30. degrez, l'on prend 360. fois la tangente & le sinus d'un degré, sçavoir 17455. & 17452. on fera deux polygones, l'un circonscrit 6,283,800 plus grand, & l'autre inscrit 6,282,720 plus petit que le cercle.

43. Enfin donnant au rayon 100,000,000,000, & prenant la tangente & le sinus d'une minute 21600 fois [car il y a autant de minutes dans vn cercle] on aura 628,318,512,000 plus petit, [car le sinus d'1'. est 29,088,820.] & 628,318,533,600 plus grand. [car la tangente d'1'. est 29,088,821.] Que si ces trois nom-

bres du rayon, du polygone circonscrit, & de l'inscrit, sont divisez par 100,000, il restera pour le rayon 1,000,000 : & le perimetre du polygone circonscrit sera de $6,283,185 \frac{336}{1000}$: & le perimetre de l'in-

scrit sera de $6,283,185 \frac{12}{100}$. De sorte

que ces deux perimetres, dont l'un est plus grand que la circonference du cercle, & l'autre plus petit, ne different pas néanmoins entre eux d'une millionième partie du rayon. Si l'on vouloit prendre juste le sinus & la tangente d'une seconde, on s'approcheroit encore incomparablement davantage de l'égalité entre les deux perimetres du polygone circonscrit & de l'inscrit.

44. Pour la pratique, on pose que le diametre est à peu près à la circonference comme 7. à 22. c'est-à-dire que si le demi-diametre ou le rayon est divisé en 7. la circonference en contiendra 44. presque : & cela s'accorde assez avec ce qui vient d'estre expliqué. Car $7.44 :: 100.628 \frac{4}{7}$.

45. *Trouver l'aire d'un cercle donné.* Si le rayon ou demi-diametre est partagé en 1000. la circonference sera à peu près de 6283. Ainsi multipliant la moitié de cette circonference 3141. par le rayon 1000. on

DE GEOMETRIE, LIV. IX. 163

fait 3141000. pour toute l'aire du cercle :
[4. 31.] mais si le demi-diametre est de
quelque autre mesure , par exemple de 9.
pouces , il faut faire 1000. 3141 : : 9. 16

$\frac{269}{1000}$ & puis multiplier ce dernier nom-

bre [qui doit estre la demicirconference]
par 9. [qui est le demidiametre] & on a

173 $\frac{421}{1000}$ pour l'aire du cercle.

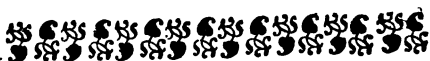
*Il est plus commode , ce me semble , de se
servir de cette proportion de 1000. à 3141.
que de celle dont on se sert communément
de 7. à 22. perpendiculaire.*

46. *Mesurer la grandeur d'un parallele-
pipede ou d'un cylindre.* Multipliez sa base
par sa hauteur perpendiculaire.

47. *Mesurer une pyramide ou un cone.*
Multipliez la troisième partie de sa base
par sa hauteur.

48. *Mesurer une sphere.* Multipliez la
troisième partie de sa surface par le demi-
diametre , ou bien les deux tiers de son
plus grand cercle par son diametre.

F I N.



T A B L E

DES MOTS EXPLIQUEZ en cette Géometrie.

Le premier chiffre signifie le livre,
& les autres, l'article.

A	<i>Iro, capacité ou grandeur d'une figure.</i>	9. 25
	<i>Alternando, invertendo, &c.</i>	6. 9. 8
	<i>Amblygone, ou obtusangle.</i>	2. 5
	<i>Angles alternes, internes.</i>	1. 30
	<i>Angle droit, obtus, aigu.</i>	1. 17
	<i>Angle externe du triangle.</i>	2. 10
	<i>Angles opposés, de suite.</i>	1. 17
	<i>Angle rectiligne, curviligne, mixte.</i>	1. 6
	<i>Angle soutenu, ou soltendu, ou opposé.</i>	2. 17
	<i>Arc.</i>	1. 11
C		
C	<i>Cercle.</i>	1. 10
	<i>Circonférence.</i>	1. 10
	<i>Commensurables.</i>	7. 4
	<i>*Commensurable en puissance.</i>	7. 33

T A B L E.

<i>Compas de proportion.</i>	9. 14
<i>Complemens dans le parallelogramme.</i>	3. 12
<i>Complement d'un angle.</i>	9. 30
<i>Congruës figures.</i>	2. 12
<i>Conuerse proposition</i>	1. 33
<i>Convertendo, Componendo, &c.</i>	6. 11
12. &c.	

<i>Corps ou solide.</i>	1. 4
<i>Costez ou racines des nombres.</i>	7. 10
<i>Cubique nombre.</i>	7. 39

D

D <i>Egrez de progression.</i>	8. 10
<i>Degrez, minutes, secondes.</i>	1. 24
<i>Diagonale, diametre, ligne tirée d'angle à angle dans les parallelogrammes.</i>	3. 7
<i>Diametre,</i>	1. 12. & 3. 7

E

E <i>Equilateral.</i>	2. 7
<i>Equimultiple.</i>	6. 15
<i>Ex æquo, proportion.</i>	6. 13. 14

G

G <i>Eometrique progression.</i>	8. 8
<i>Gnomon ou esquierre.</i>	3. 12
<i>Grandexr.</i>	6. 1

H

H <i>Armonique progression.</i>	8. 32
<i>Homologues costez.</i>	6. 31
<i>Hypotenuſe, grand costé du triangle rectangle.</i>	6. 61

I

I <i>Ambeſ, costez autour de l'angle, droit d'un triangle.</i>	6. 61
---	-------

T A B L E.

Incommensurables. 7. 5

Invertendo, alternando, &c. 6. 8. 9. &c.

Isoperimetres. 4. 32. à la fin.

Isocele, triangle à deux jambes égales. 2. 7

L

L *Ogarithmes.* 8. 16

M

M *Esurer.* 7. 1

Minutes, degrez. 1. 24

*Multiplier une ligne par une autre ligne,
ou par une surface.* 6. 17. 18

N

N *Nombre plan.* 7. 9. *Solide.* 7. 37

Nombres plans semblables. 7. 14

Nombre quarré. 7. 12. *Cubique.* 7. 39

O

O *Bligue, ligne.* 1. 15

Oxygone ou acutangle. 2. 5

P

P *Aralleles.* 1. 26

Parallelogramme. 3. 2

Paralelogrammes d'autour du diametre. 3. 12

Partie. 7. 2. *Parties.* 7. 3

Perpendiculaire. 1. 15

Plan ou surface plane. 1. 5

*Pouvoir : une ligne peut deux fois une au-
tre.* 7. 32

Problèmes, Theorèmes. 9. 1

Progreffion Arithmetique. 8. 2. *Geometrique.*

8. 8. *Harmonique.* 8. 32

T A B L E.

<i>Progreſſion des quarrez, des cubes, &c.</i>	8. 34
<i>Proportion;</i>	6. 6
<i>Puiſſance première.</i>	7. 32. <i>Seconde.</i>
	7. 35

Q <i>Vadrilatere, figure à quatre coſtez.</i>	3. 1
<i>Quantité.</i>	1. 1
<i>Quarre-quarré, ſurſolide, &c.</i>	8. 10

R

R <i>Acines ou coſtez des nombres.</i>	7. 10
<i>Raiſon.</i>	6. 2
<i>Raiſon compoſée.</i>	6. 26
<i>Raiſon doublée.</i>	6. 29. 30. <i>Triplée.</i>
	6. 36
<i>Raiſon égale ou proportion.</i>	6. 4. 6
<i>Raiſon plus grande.</i>	6. 5
<i>Rayon ou demi-diametre.</i>	1. 13. ou <i>Sinus</i>
<i>total.</i>	4. 9
<i>Reciproques.</i>	6. 65
<i>Rectangle ſimplement pour parallelogramme</i>	
<i>rectangle.</i>	3. 3
<i>Rhombe, Lozange,</i>	3. 4
<i>Rhomboide, Lozange irrégulier.</i>	3. 5

S

S <i>Calene, triangle à trois coſtez inégaux.</i>	
<i>2. 7. Cone ou cylindre ou parallelepi-</i>	
<i>pede.</i>	5. 12
<i>Secante, tangente, ſinus.</i>	4. 9
<i>Semblables triangles</i>	6. 44. <i>Rectangle.</i>
	6. 30
<i>Solides.</i>	6. 54. <i>Figures.</i>
	6. 48. 49
<i>Sinus, tangente, ſecante.</i>	4. 9
<i>Sinus du complement.</i>	9. 28
<i>Solide corps.</i>	1. 4. <i>Angle ſolide.</i>
	5. 4

T A B L E.

<i>Surface plane ou plan.</i>	1. 4
<i>Surfolide quarré, cube, &c.</i>	8. 10

T

<i>T Angente, sinus, secante.</i>	4. 9
<i>Termes de progression.</i>	8. 1
<i>Theoremes, problemes.</i>	9. 1
<i>Trapeze, quadrilatero irregulier.</i>	3. 2

EXTRAIT DV PRIVILEGE du Roy.

PAR Lettres Patentes du Roy, données à Paris le 18. Juillet 1671. signées D'ALENCE, & scellées du grand sceau de cire jaune, il est permis à Sebastien Mabre-Cramoisy, Imprimeur de Sa Majesté, d'imprimer *La Géometrie du P. Pardies*, en tel volume, marge, & caractère qu'il voudra; & ce pendant le temps & espace de dix années; avec défenses, &c.





D
-
P