Auctore Petro Bourdin
ut ex Epist... nuncu
patoria

PRIMA
GEOMETRIÆ
ELEMENTA.

Ad vſum Academiæ Mathematicæ Collegij Claromontani Societatis IESV, Pariſijs.

PARISIIS,
Apud PETRVM BILLAINE, viâ Iacobæâ, ſub ſigno Bonæ Fidei.

M. DC. XXXIX.

Cum Priuilegio Regis.

LECTORI
BENEVOLO.

PRoludimus hisce primis Geome-
iæ Elementis in eorum
ratiam, qui Mathesim
uidem nosse volunt, &
lius frui deliciis, adyta
ero, & operta myste-
a ob studia alia, quibus
int intenti, reformi-
ant, daturi Deo fauen-

ã

te Geometriam integram ſuo loco cum cæteris Encyclopædiæ Mathematicæ facultatibus. De cætero te ſi nouitas agendi, demonſtrandique mouet, adi notas Geometricas; ac, ſi tibi illæ non fecerint ſatis, Examen Geometricum, quod ſuo tempore fiet, expecta.

PETRVS BOVRDIN.
è Societate IESV.

MONITVM.

VT notæ, quæ ſunt ad marginem, intelliantur facile, littera T. ſinificat Theorema. A. Axioma. D. Definitionē. P. Prolema, ac ſic interpretabere T. 2. Tertium Theorema libri ſecundi. 2. A. 3. ſeundum Axioma libri terij.

Introductio.

1. TRiplex est Geometria: Speculatiua, quæ tota est in considerandis proprietatibus magnitudinum: Practica, quæ in efficiendis figuris versatur: Mixta. quæ partim speculatur, partim agit. Speculatiua habet Theoremata: Practica Problemata: Mixta denique Problemata Theorematis admiscet.

2. Theorema est propositio definita de subiecto aliquo proprietatem demonstrans.

Ita de triangulo Isosccle os-

idit tanquam proprietatem,
os angulos, qui sunt ad ba-
n, esse inter se æquales; ac
opositum illud suum definitè
ofert, hoc modo. Isoscelis
anguli anguli ad basim sunt
ter se æquales.

3. Problema est propositio definita modum aperiens efficiendi aliquid certò.

Ita modum tradit describen-
trianguli æquilateri; ac pro-
ositum suum effert indefinitè
oc modo. Super data linea
iangulum æquilaterum con-
ituere.

4. Elementa Geometriæ
eculatiuæ sunt generalia quæ-
iam Theoremata, quorum
sus est frequentissimus ad in-
elligenda, & demonstranda
a, quæ in Mathematicis fa-

cultatibus ſunt occulta.

Nempe vt Elementa vulgo appellantur ea corpora, in quæ inſoluuntur mixta: ita Theoremata illa, in quæ reſolui ſolent mathematicæ demonſtrationes, Elementa vocari poſſunt. Aut ſane, vt is, qui literas, & elementa nouit, poteſt legere obuios libros: ita qui Theoremata illa generalia habet perſpecta, facilè adit, & capit obuia quæque ex Opticis, Aſtronomicis, & ſimilibus.

5. Elementa Geometriæ Practicæ ſunt Problemata quędam communia, quorum vſus eſt frequentiſſimus in effectione rerum mathematicarum.

Nempe vt Elementa appellantur ea corpora, ex quibus mixta componuntur; ita pro-

mata illa, quæ passim effi-
ndis rebus mathematicis in
uiunt, vocari possunt Ele-
enta. Atque vt is, qui nouit
ormare literas, exarare po-
st, & exprimere quæuis vo-
bula, & sententias: ita qui
oblemata illa communia ha-
et ad manum, facilè potest
a quæuis præstare.

6. Elementa Geometriæ
ixtæ partim ex theorematis
peculatiuæ, partim ex proble-
atis Practicæ componuntur.
Talia sunt Elementa Eucli-
is, qui Geometriam Mixtam
st complexus.

7. Geometria Speculatiua
onnihil supponit: scilicet Pos-
ibilia communia, & Principia
rima, siue Axiomata.

Possibilia illa communia

ſunt ea, quorum habentur definitiones, vt ſunt Triangulum, Quadratum, Circulus, & quæ cum iis neceſſariam habent connexionem, quale eſt illud. A quouis puncto in quamcunque partem duci poteſt recta linea, & ſimilia, quæ ſuo loco afferentur.

Principia vero, aut Axiomata ſunt Propoſitiones quædam per ſe notę, & quæ ſola egent explicatione terminorum. Tale eſt iſtud. Omne totum eſt ſua parte maius.

8 Geometria Practica nonnulla etiam ſupponit: nempe Poſtulata quædam, nec non & Poſſibilia, & Axiomata, & Theoremata ſpeculatiuæ.

Poſtulata vero illa ſunt Nonnulla tam facilia, vt recuſari

›n possint. Tale est illud. A
ıouis puncto ad quòduis pun-
um liceat rectam lineam du-
:re.

9. Geometria Mixta suppo-
t & Possibilia, & Postulata,
Axiomata.

Ita Euclides præter postula-
:a, & axiomata, quæ adduxit
ıtim in aditu Geometriæ suæ
ixtæ, etiam supposuit tan-
ıam Possibilia ea, quorum de-
ııtiones attulit, & quæ sunt
ım iis coniuncta, vt videre est
notis geometricis.

10. Geometria Speculatiua,
:rinde ac Mixta, vt propositũ
heorema demonstrent, inter-
ım sine vlla præparatione de-
ıonstrationem aggrediuntur,
terdum vero præparationem
iquam, aut requisitæ rei con-

ſtructionem præmittunt, ſed peculiari ſibi modo: ac Mixta quidem abſolutè, Speculatiua vero conditionalè, vt ex notis intelligetur.

GEOMETRIÆ

GEOMETRIÆ SPECVLATIVÆ

LIBER PRIMVS.

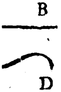
DEFINITIONES.

PVnctum est, cuius pars nulla.

2. Linea vero longitudo sine latitudine.

Lineę autem termini sunt puncta.

Linea recta est, quæ ex æquo sua interiacet puncta. Talis est; A B non vero C D.



5. Superficies est, quæ longitudinem, & latitudinem tantum habet.

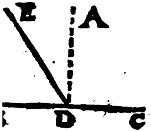
6. Superficiei autem extrema sunt lineæ.

7. Plana superficies est ea, quæ ex æquo suas interiacet lineas.

8. Planus angulus est duarum linearum, in plano se mutuò tangentium, & non in directum iacentiũ alterius ad alterã inclinatio. Talis est angulus, B A C: rectæ, B A, C A, inclinantur in A.

9. Cum autem, quæ angulum continent lineæ, rectæ fuerint, Rectilineus angulus appellatur. Talis est exterior B A C, non vero interior ex curuis lineis.

10. Rectus angulus est vnus illorum, qui fiunt ex linea recta incidente in lineam rectam ita, vt anguli, qui fiunt deinceps, siue hinc, & inde, sint inter se æquales: ac linea illa incidens in aliam Perpendicularis illius appellatur.



Ita dum recta, A D cadens in rectam BC facit angulos hinc inde, A D B, A D C æquales inter se, facit eosdem rectos, caturque perpendicularis lineæ C, vt viciſſim recta C D perpen-ularis eſt rectæ D A, etſi vnus tantum actu rectus C D A.

Obtuſus angulus ille eſt, qui Recto eſt maior. Talis eſt eadem in figura angulus E D C.

Acutus vero, qui minor eſt Recto, qualis, E D B.

Terminus eſt, quod alicuius extremum eſt.

Figura vero eſt, quæ ſub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur. Vt Circulus, Triangulum, Quadratum, &c.

Rectilineæ figuræ ſunt, quæ ſub rectis lineis cõtinentur. Vt triangulum, quadratum, &c.

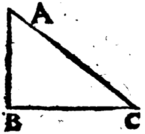
16. Trilateræ quidem, quæ ſub tribus; Quadrilateræ vero, quæ ſub quatuor; Multilateræ denique, quæ ſub pluribus.

17. Trilaterarum autem figurarum Æquilaterum eſt triangulum, quod tria habet latera æqualia.

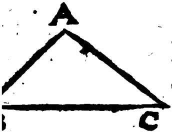
18. Iſoſceles vero, quod duo tantum æqualia.

19. Scalenum denique, quod tria inæqualia.

20. Ad hæc Trilaterarum figurarum, aut Trigonorum, Rectangulum eſt triangulum, quod rectum habet angulum vnum, & duos acutos. Tale

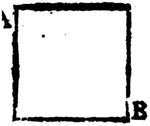


eſt ABC. Rectus B. acuti A, & C. Amblygonium vero, quod obtuſum habet angulum vnum,

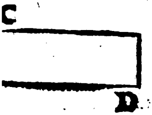


& duos acutos. Tale est BAC. Obtusus A, acuti B, C. Oxigonium denique, quod tres habet acutos.

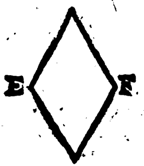
Quadrilaterarum autem figurarum Quadratum quidem est, quod & æquilaterum est, & rectangulum. Tale, AB.



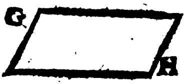
Oblongum vero, quod rectangulum quidem est, sed non æquilaterum. Tale, CD.



23. Rombus autem, qui æquilaterus est, sed non rectangulus. Talis E F.

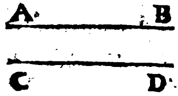


24. Romboides vero, qui nec æquilaterus est, nec rectangulus, sed habet opposita latera æqualia, vti & angulos. Talis est, G H.



25. Præter has autem reliquæ quadrilateræ figuræ Trapezia appellantur.

26. Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem plano ex vtraque parte in infinitũ productæ, in neutram concurrunt: siue quę æqualiter vbique distant. Tales sunt A B, C D.



Parallelogrammum est figura quadrilatera, cuius bina opposita latera sunt parallela. Talia sunt Quadratum, Oblongum, Rombus, & Romboides.

Complementa vero sunt ea parallelogramma, quæ cõplent alia, quæ sunt circa diametrũ, vt sunt A E, & E D, quæ complent C E, & E B, ad cõstituendum totum, A D.

POSSIBILIA.

A Quouis puncto ad quoduis punctum, & in quamcunque partem duci potest recta linea.

Quæuis linea recta potest in directum produci.

Ex maiori linea recta detrahi potest minor.

4. Cuilibet lineæ rectæ dari poteſt æqualis alia.
5. Cuiuis triangulo fieri poteſt aliud æquale.
6. Supra quamcunque lineam rectam fieri poteſt quadratum.
7. Ex quouis puncto lineæ rectæ educi poteſt linea recta angulum quemcunque faciens cum ea.
8. A quouis puncto extra lineam ſumpto duci poteſt linea recta illi parallela.

AXIOMATA.

1. QVæ eidem ſunt æqualia, inter ſe quoque ſunt æqualia; adeoque quod vno æqualium eſt maius, aut minus, altero quoque eſt maius, aut minus.
2. Si æqualibus æqualia addantur, tota erunt æqualia.
3. Si ab æqualibus æqualia auferãtur, quæ reſtabunt, erunt æqualia; ac ſi à toto minus, quam di-

dimidium auferatur, quod restabit, dimidio erit maius, & contra, & si ab inæqualibus æqualia auferantur, restabunt inæqualia.

4. Quæ eiusdem, aut æqualium sunt dupla, aut dimidia, inter se sunt æqualia, & contra.

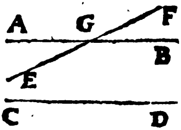
5. Quæ sibi mutuò congruunt, ea inter se sunt æqualia; æquales vero rectæ inter se congruunt.

Congruere vero illà dicuntur, quæ ad inuicem composita ita conueniunt, vt extrema cadant in extrema, nec excedant, nec excedantur; vt si linea pedalis pedali lineæ applicetur, extrema vnius puncta cadent in extrema alterius, & ambę vnam facient lineam.

6. Totum est sua parte maius; necnon æquale suis omnibus partibus, imo idem.

7. Omnes anguli recti inter se sunt æquales.

8. Linea, quæ vnam parallelarum ſecat, non eſt alteri parallela.



Ita ſi ſint parallelæ, duæ rectæ A B, C D, recta E F ſecans rectam A B, non eſt parallela ipſi C D. Et vero ex vna parte G E, magis, ac magis accedit ad rectam C D: ex altera vero, G F magis, ac magis ab eadem C D recedit, contra naturam parallelarum, quæ vbique æqualiter diſtant.

9 In magnitudinibus eiuſdem rationis, ſi vna non eſt alia maior, nec minor, eſt æqualis: aut ſi nec minor eſt, nec æqualis, eſt maior: aut ſi nec maior eſt, nec æqualis, eſt minor, ac ſi ambæ non ſint inæquales interſe, ſunt æquales, & contra.

Sunt autem eiuſdem rationis linea recta cum linea recta, angulus rectilineus cum rectilineo, & similes.

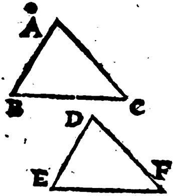
10 Quod ostenditur contrarium hypothesi factæ, aut Axiomati, aut Theoremati, iam demonstrato, falsum est, nec esse potest.

PROPOSITIONES.

THEOREMA PRIMVM.

In duobus triangulis omnia colliguntur æqualia ex duobus lateribus æqualibus, & illorum angulo.

Propositio. Si duo triangula A B C, & D E F habeant duo latera AB, & A C æqualia duobus D E, & D F vtrumque vtrique, habeant vero & angulum A æqualem angulo D sub æqualibus



lateribus contentum; Etiam baſim BC baſi EF æqualem habebunt, eritque triangulum ABC triangulo DEF æquale, & reliqui anguli B, & C reliquis E, & F æquales erunt, prout ijs æqualia latera ſubtenduntur.

Præparatio. Quia quæ congruunt æqualia ſunt, intelligatur triangulum ABC ſuperponi triãgulo DEF, itaut apex A ſit ſupra apicem D, & latus AB ſupra latus DE.

Demonſtratio. Quia latus AB ſupponitur æquale lateri DE, & apex A respondet apici D, punctum B cadet in punctum E, totaque recta AB congruet cum recta DE. Rurſum quia angulus A ſupponitur æqualis angulo D, & applicatum eſt latus AB lateri DE, latus AC cadet in latus DF; & quia latus AC ſupponitur æquale lateri DF, & apex A eſt ſupra apicem D, cadet punctum C in pũctum F, totaque recta AC cõgruet rectæ DF: Et quia puncta B, & C ſunt termini baſis BC, &

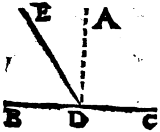
cadunt

cadunt supra E, & F, cadet ipsa quoque basis BC supra basim E F, & cum illa congruet; atque adeo per 5 Axioma basis BC erit æqualis basi E F, & triangulum A B C triangulo DEF, & angulus B angulo E, & angulus C angulo F. Quod demonstrandum erat.

THEOREMA 2.

Recta in rectam incidens angulos facit aut rectos, aut æquales duobus rectis.

Propositio. Cum recta linea E D supra rectam BC consistens angulos facit EDB & EDC: aut duos rectos faciet, aut duobus rectis æquales.



Præparatio. Educatur ex puncto D perpendicularis DA faciens æquales angulos ADB, & ADC.

Demonſtratio vel recta ED conſentit cum AD, ac facit æquales angulos, vel non conſentit, ſed eſt inclinata in vnam partem, ac relinquit angulum inter vtramque. Si conſentit, ac facit æquales angulos, facit rectos, ex definitione recti anguli: ſi non conſentit, duo anguli, quos facit E D B, & E D C erunt æquales tribus B D E, & E D A, & A D C (nempe B D E ſibi ipſe, & EDC duobus angulis, quos continet, per 6. axioma) Sed & iiſdem tribus angulis ſunt æquales duo recti B D A, & C D A (nempe C D A ſibi ipſe, & BD A duobus quos continet, per idem axioma) ergo per 1. axi. Duo anguli EDB, & EDC ſunt æquales duobus rectis A D B, & ADC, quod demonſtrandum erat.

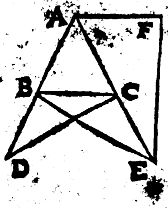
THEOREMA 3.

Ex æqualibus lateribus æquales ad basim anguli.

Propositio. Isoscelis trianguli ABC, qui ad basim BC sunt anguli ABC, & ACB, inter se sunt æquales.

Præparatio. Sumantur in productis lateribus AB, & AC partes æquales BD, & CE, vt totæ AD, & AE sint æquales per 2. axioma: ducantur, deinde rectæ BE, & CD, atque ad punctum A ducatur recta AF, eáque æqualis lateri AC, & faciẽs angulũ FAC ęqualem angulo BAC, ducaturque tandem recta FE.

Demonstratio. In duobus triangulis FAE, & BAE duo latera AF, AE sunt æqualia duobus AB, AE, & angulus FAE angulo BAE. ergo per 1. Theorema basis



FE eſt æqualis baſi BE, & angulus FEA angulo AEB. Rurſum in triangulis FAE, & CAD duo latera FA, AE ſunt æqualia duobus CA, AD, & angulus FAE angulo CAD. ergo
a 1.T.1. [a] baſis DC eſt æqualis EF, & angulus
b 1.A.1. ADC angulo AEF. ergo & [b] baſis BE eſt æqualis DC, & angulus ADC angulo AEB. Rurſum in triangulis BDC, & CEB duo latera BD, DC ſunt æqualia duobus CE,
c 1.T.1. EB, & angulus D angulo E. ergo [c] angulus DBC eſt æqualis angulo ECB. Tandem duo anguli CBA &
d 2.T.1. CBD [d] ſunt æquales duobus rectis,
e 1.A.1. perinde ac duo BCA, BCE. ergo [e] duo CBA, CBD ſunt æquales duobus BCA, BCE. ergo & ablatis æ-
f 3.A.1. qualibus CBD, BCE reſtabunt [f] æquales duo ACB, ABC, quod demonſtrandum erat.

THEOREMA 4.

ANguli ad verticem æquales.

Propositio. Si duæ rectæ AB, CD se mutuo secuerint, angulos ad verticē æquales inter se facient, AEC, & DEB, itemque AED & CEB.

Demonstratio.

Duo anguli CEA, CEB sunt æquales duobus rectis, [a] perinde ac duo BEC, BED. ergo [b] duo CEA, CEB sunt æquales duobus BEC, BED. ergo [c] ablato communi CEB restabunt æquales AEC, & BED. quod demonstrandum erat. Idem fiet circa duos alios.

a 13. T. 1.
b 1. A 1.
c 3. A. 1.

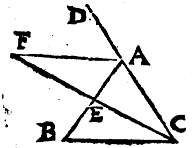
THEOREMA 5.

Angulus externus vtrouis interno, & oppoſito maior.

Propoſitio. Cuiuſuis trianguli ABC vno latere CA producto verſus D, exterior angulus BAD vtrouis interno eſt maior, tum alterno ABC, tum oppoſito ACB.

Prima pars de alterno.

Præparatio. Diuidatur biſariam latus AB in puncto E, per quod ducatur CE, producaturque ita, vt EF ſit æqualis ipſi EC, ac tandem ducatur FA.



Demonſtratio. In triangulis AEF, & BEC duo latera AE, EF ſunt æqualia duobus BE, EC, & [a] angulus

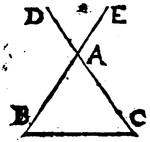
a 4. T. 1.

AEF angulo BEC. ergo [b] angulus FAE æqualis eſt angulo CBE. Eſt autem DAE [c] maior quam FAE. ergo & maior alterno CBA. b 1.T.1. c 6.A.1.

Secunda pars de oppoſito.

Præparatio. Producatur latus BA verſus E.

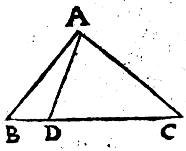
Demonſtratio. Augulus DAB eſt [a] æqualis EAC. Eſt autem EAC per præcedentem partem maior alterno ACB. ergo & DAB maior eſt eodem ACB. a 4.T.1.



THEOREMA 6.

EX maiori latere maior angulus.

Propoſitio. In quouis triangulo



ABC ſi latus vnũ BC maius eſt alio quouis AC, maior quoque eſt angulus oppoſitus BAC oppoſito ABC.

Præparatio. Ex ſuppoſito maiori CB ſumatur CD æquale ipſi CA, ducaturque AD.

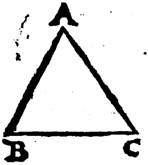
Demonſtratio. Angulus CDA maior eſt [a] angulo B, nempe externus interno. Eſt autem CAD æqualis [b] ipſi CDA. ergo & CAD maior eſt B. ergo & multo magis totus CAB maior eſt B.

a 5. T. 1.
b 3. T. 1.

THEOREMA 7.

Ex maiori angulo maius latus.

Propoſitio. In quouis triangulo



ABC si angulus vnus A maior est alio quouis B, etiam latus oppositum BC maius est opposito AC.

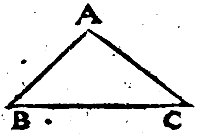
Demonstratio. Si CB esset æquale CA, esset [a] angulus A æqualis angulo B; contra hypothesim. Si vero CB esset minus CA, esset quoque [b] angulus A minor angulo B; contra hypoth. Ergo [c] cum CB nec æquale sit nec minus CA, est maius.

a 3. T. 1.
b 6. T. 2.
c 9. A. 1.

THEOREMA 8.

EX angulis ad basim æqualibus æqualia latera.

Propositio. Si trianguli ABC duo an-



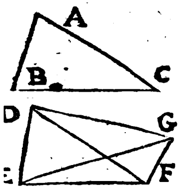
guli B, & C æquales inter ſe fuerint, æqualia quoque erunt oppoſita latera BA, CA.

Demonſtratio. Si AB eſſet maius
a 6.T. 1. AC, eſſet[a] angulus C maior angulo B; contra hypot. Si vero AB eſſet
b 6.T. 1. minus AC eſſet[b] angulus C minor angulo B; contra hypoth. Ergo cum
c 9.A. 1. AB non ſit maius, nec minus AC, [c] erit ęquale.

THEOREMA 9.

In duobus triangulis ex duobus lateribus æqualibus, & angulo maiore, maior baſis.

Propoſitio. Si duo triangula ABC,



D E F habuerint duo latera AB, AC æqualia duobus vnum vni, angulũ vero BAC maiorem angulo EDF ſub iiſdem ιteribus ; etiam baſim B C baſi .F maiorem habebunt.

Præparatio. Quia angulus B D F ninor ſupponitur angulo A, fiat EDG æqualis ipſi A, ſumaturque DG æquale ipſi DF, hoc eſt AC, ducaturque recta GE, & GF, ſi eſt opus.

Demonſtratio. In triangulis ABC, DEG duo latera AB, AC ſunt æqualia duobus DE, DG, & angulus A angulo EDG. Ergo a & baſis BC eſt æqualis baſi EG. Rurſum in triangulo DFH duo latera DG, DF ſunt æqualia. Ergo b & angulus DFG æqualis eſt DGF. Eſt autem DGF c maior EGF. ergo & angulus DFG maior eſt EGF. ergo multò magis totus EFG maior erit

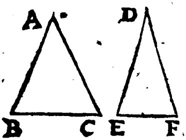
a 1.T. 1.
b 5.T. 1.
c.6.A. 1.

EGF. Ergo cum in triangulo E G F angulus E F G maior ſit angulo E G F,[d] maius erit latus E G latere
d 7.T. 1.
EF. Eſt autem BC æquale E G. ergo & B C maius eſt EF. Quod ſi recta E G incidat in EF, totum ſua parte maius ſatis intelligetur.

THEOREMA 10.

IN duobus triangulis ex duobus lateribus æqualibus, & maiore baſi maior angulus.

Propoſitio. Si duo triangula ABC, DEF æqualia habuerint duo latera AB, AC duobus DE, DF, vnũ vni, baſim vero BC baſi EF maiorẽ: Angulum quoque A ſub ijs contentum angulo D maiorem habebunt.



Demonſtratio. Si angulus A ipſi D eſſet

eſſet æqualis, eſſet[a] quoque baſis B C æqualis E F, contra hypoth. Si vero A eſſet minor B, minor quoque[b] eſſet baſis B C baſi E F, contra hypoth. Ergo cum angulus A nec ſit æqualis, nec minor angulo D, erit maior

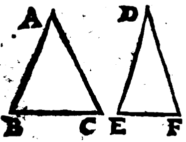
a 1. T. 1.

b 9. T. 1.

THEOREMA 11.

In duobus triangulis ex æqualibus lateribus, & baſi æqualia omnia.

Propoſitio. ſi duo triangula ABC, DEF duo latera AB, AC habuerint æqualia duobus DE, DF vnum vni, & baſim BC baſi EF æqualem; angulum quoque ſub æqualibus lateribus contentum A angulo D æqualem habebunt; eruntq; æqualia omnia.



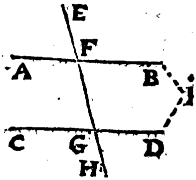
Demonſtratio. Si angulus A maior eſſet D, maior[a] eſſet baſis BC baſi E F, contra hypoth. Si vero A eſſet minor D, eſſet quoque baſis B C minor EF contra hypoth. Ergo angulus A cum nec maior ſit nec minor D, eſt æqualis. Ergo & per primum Theorema æquales ſunt reliqui anguli B, E & C, F, & ipſa triangula.

a 9. T. 1.

THEOREMA 12.

PArallelæ ex æqualibus alternis angulis.

Propoſitio. Si in binas rectas AB, CD incidens recta E H fecerit æquales inter ſe alternos angulos AFG, FGD, parallelæ erunt inter ſe rectæ lineæ AB, CD.



Præparatio. Si non sunt parallelæ, concurrant versus aliquam partem puta I, ita vt fiat triangulum. FIG.

Demonstratio. In triangulo FIG externus[a] angulus AFG maior esset alterno FGD, contra hypoth. Ergo cum rectę AB, CD, non possint concurrere,[b] sunt parallelæ. a 5. T. 1. b 26. D. 1.

THEOREMA 13.

Parallelæ ex æqualibus angulis oppositis, vel internis æqualibus duobus rectis.

Propositio Si in duas rectas AB, CD recta incidens EH fecerit externum angulum EFA æqualem interno, & opposito ad easdem partes FGC; aut sane duos internos BFG, FGD duobus rectis æquales, erunt inter se parallelæ duæ illę lineæ AB, CD. Figura Theor. præced.

Demonstratio primæ partis. Angulus

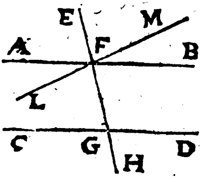
FGC æqualis ponitur angulo EFA.
a 4.T.1. Eſt autem [a] eidem EFA æqualis angulus BFG ad verticem. Ergo angulus FGC eſt æqualis angulo BFG:
b 12.T.1. ſunt vero illi ambo alterni. Ergo [b] & parallelæ lineæ AB, CD.

Demonſtratio ſecundæ partis. Duo anguli BFG, DGF ponuntur æquales duobus rectis: ſunt [c] vero iiſdem duobus rectis æquales duo
c 2. T. 1 GFA, GFB. ergo duo BFG, DGF ſunt æquales duobus GFA, GFB. ergo ablato communi BFG reſtabunt alterni duo æquales AFG,
d 12.T.1. FGD ergo [d] & parallelæ ſunt lineę AB, CD.

THEOREMA 14.

Ex parallelis alterni anguli æquales.

Propoſitio. In parallelas AB, CD



recta incidens EH facit æquales inter se angulos alternos A F G, FGD.

Demonstratio. Si AFG & FGD essent inæquales, ac maior esset AFG ipso FGD, sumi posset in AFG angulus LFG æqualis alterno FGD. ergo & recta LF producta versus M esset [a] parallela ipsi CD. ergo & recta AB parallelam LM secans non esset parallela ipsi CD, contra hypoth. ergo [b] cum duo alterni AFG, FGD non sint inæquales, erunt æquales.

a 12. T. 1.

b 9. A. 1.

THEOREMA 15.

Ex parallelis æquales anguli oppositi, vti & interni duobus rectis.

Propositio In parallelas AB, CD recta incidens EH facit æquales

Figura Th. 12.

inter se oppositos ad easdem partes angulos internum FGD, & externum EFB. Item duos internos ad easdem partes BFG, DGF æquales duobus rectis.

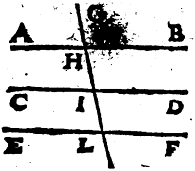
Demonstratio primæ partis. Angulus a FGD æqualis est alterno AFG.
a 14. T. 1.
Eidem vero AFG æqualis b est EFB.
b 4. T. 1.
Ergo FGD æqualis est EFB.

Demonstratio secundæ partis. Angulus AFG æqualis c est alterno FGD.
c 14. T. 1.
Ergo si vtrimque addatur angulus GFB. Duo DGF, BFG erunt æquales duobus GFA, GFB. sunt autem illi d æquales duobus rectis. Ergo & duo BFG, DGF sunt ęquales duobus rectis.
d 2. T. 1.

THEOREMA 16.

EIdem parallelæ sunt inter se parallelæ.

Propositio. Quæ eidem lineæ CD



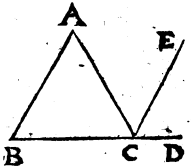
sũt parallelæ AB, EF, inter se quoque sunt parallelæ AB, EF.

Demonstratio. Angulus G H A æqualis est[a] interno H I C. Est & H I C æqualis[b] interno I L E. Ergo GHA externus æqualis est interno I L E. ergo[c] & parallelæ sunt AB, EF. a 14.T.1. b 14.T.1. c [illegible].T.1.

THEOREMA 17.

Externus angulus æqualis est duobus internis oppositis, & trianguli tres anguli æquales duobus rectis.

Propositio. Omnis trianguli ABC



vno latere producto B C externus angulus ACD duobus internis oppoſitis A, & B eſt æqualis, & trianguli ABC tres anguli A, B, C ſunt æquales duobus rectis.

Præparatio. Producto latere BC verſus D, ex puncto C educatur CE parallela ipſi BA.

Demonſtratio primæ partis. Recta AC incidit in parallelas AB, CE. Ergo [a] angulus A æqualis eſt alterno ACE. Item recta BC incidit in parallelas BA, CE ergo [b] angulus B æqualis eſt externo ECD. Ergo duo A & B ſunt æquales duobus ACE, ECD, hoc eſt toti ACD.

a 14. T. 1.

b 14. A. 1.

Demonſtratio ſecundæ partis. Duo anguli A, B ſunt æquales angulo ACD. ergo addito communi ACB; tres anguli A, B, ACB ſunt æquales duobus ACD, ACB. ſunt [c] autem iiſdem æquales duo recti. ergo [d] &

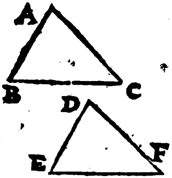
c 2. T. 1.

d 1. T. 1.

tres A, B, ACB sunt æquales duobus rectis.

THEOREMA 18.

In duobus triangulis ex æqualibus, duobus angulis tertius æqualis.



Propositio. Si duo triangula ABC, DEF habeant duos angulos B, C æquales duobus E, F, tertius quoque A erit æqualis tertio D.

Demonstratio. Tres anguli A, B, C sunt æquales a duobus rectis, perinde ac tres D, E, F. ergo tres A, B, C sunt æquales tribus D, E, F. ergo b ablatis æqualibus B, C, & E, F, restabunt A, & D æquales.

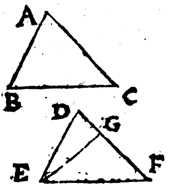
a 16. T. 1.

b 3. A. 1.

THEOREMA 19.

IN duobus triangulis ex duobus, aut tribus angulis æqualibus, & vno latere, æqualia omnia.

Propositio. Si duo triangula ABC, DEF habeant duos, adeoque tres angulos æquales tribus vnũ vni, & latus BC lateri EF, reliqua latera erunt æqualia, & tota triangula.



Præparatio. Si AC & DE sunt inæqualia, ac si maius est DF, rescindatur ex eo FG æquale CA, ducaturque EG.

Demonstratio. In duobus triangulis ABC, GEF duo latera BC, CA sunt æqualia duobus EF, FG, & angulus C æqualis angulo F. ergo [a] angulus B erit angulo GEF æqualis.

a 1. T. 1.

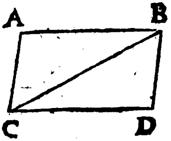
Est autem GEF minor toto DEF. Ergo [b] & angulus B minor est angulo DEF, contra hypoth. Ergo [c] cum AC, & DF non sint inæqualia, sunt æqualia. Ergo in duobus triangulis ABC, DEF duo latera CB, CA sunt æqualia duobus FE, ED, & angulus C angulo F. ergo [d] & basis AB basi DE, & triangulum triangulo, &c.

b 1. Ax.
c 9. A. 1.
d 1. A. 1.

THEOREMA 20.

Quæ parallelas æquales iungunt, sunt æquales, & parallelæ.

Propositio. Rectæ AC, BD quæ iungunt æquales, & parallelas AB, CD ad easdem partes, ipsæ quoque sunt æquales, & parallelæ.



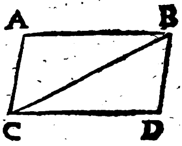
Præparatio. Ducatur diameter BC.

Demonſtratio. Recta BC cadit in
a 14. T. 1. parallelas AB, CD. ergo [a] angulus ABC æqualis eſt alterno DCB. ergo in duobus triangulis ABC, CDB duo latera BA, BC ſunt æqualia duobus CD, BC, & angulus
b 4. T. 1. ABC angulo DCB. Ergo [b] & baſis AC eſt æqualis BD, & angulus ACB angulo DBC. Sunt vero alterni illi ex incidente BC in rectas
c 12. T. 1. AC, BD. ergo [c] rectæ AC, BD ſunt parallelæ.

THEOREMA 21.

PArallelogrammorum oppoſita latera æqualia, & anguli, vti & partes à diametro factæ.

Propoſitio. Omnis parallelogrammi AD



A D æqualia ſunt inter ſe latera oppoſita A B, C D & AC,BD. & anguli B,C,& A,D; atque illud bifariam ſecat diameter AD, vt ſint æqualia ABC,DCB. & vnum ex ijs ACB ſit dimidium parallelogrammi totius.

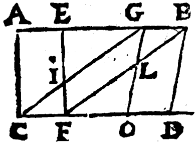
Demonſtratio. Parallelæ ſunt AB, CD,& in eas cadit CB. Ergo [a] angulus A B C eſt æqualis alterno BCD. Item parallelæ ſunt AC,BD, & in eas cadit CB. Ergo [b] angulus A C B æqualis eſt alterno C B D. Ergo duo anguli ACB, ABC ſunt æquales duobus DBC, BCD, ergo [c] & tertius A tertio D. eſt vero & latus CB commune; ergo [d] & æqualia latera A B, C D, & AC, BD, & triangula ABC, DCB.

a 14.T.1.
b 14.T.1.
c 18.A.1.
d 19.T.1.

THEOREMA 22.

Parallelogramma ſuper eadem, vel æquali baſi, & in iiſdem parallelis ſunt æqualia.

Propoſitio. Parallelogramma AF, FG ſuper eadem baſi CF, & in iiſdem parallelis AB, CD cõſtituta, inter ſe ſunt æqualia; perinde ac duo AF, GD ſuper æquali baſi CF, OD, & in iiſdem parallelis AB, CD.



Demonſtratio primæ partis. Rectæ AC, EF ſunt a parallelæ & æquales, & in eas cadit AB. Ergo b angulus CAE ęqualis eſt externo FEG, eademque de cauſa angulus CGE æqualis eſt interno FBG. Ob parallelas CG, FB. Atque adeo in duobus

a 27. D. 1.
b 15. T. 1.

triangulis A G C, E B F duo anguli CAG, AGC sunt æquales duobus FEB,EBF, & latus AC æquale [c] lateri EF. Ergo [d] & triangula sunt æqualia. Ergo & sublato communi triangulo EIG restant æqualia trapezia ACIE, & IFBG. Ergo & addito communi triangulo CIF duo parallelogramma AF, FG sunt æqualia.

c 2?.T.1.

d 19.T.1.

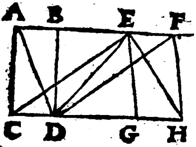
Demonstratio secundæ partis AF est æquale FG per præcedentem partem: est & per eandem GD æquale eidem GF. Ergo [e] AF est æquale ipsi DG.

e 1.A.1.

THEOREMA 23.

Triangula super eadem, vel æquali basi, & in iisdem parallelis sunt æqualia.

Propositio. Triangula ACD, ECD



super eadem basi CD, & in iisdem parallelis AF, CH posita, sunt inter se æqualia; perinde ac duo ACD, EGH super æquali basi CD, GH & in iisdem parallelis AF, CH.

Præparatio. Ducatur DB parallela ipsi CA. Nec non & DF ipsi CE. itemque HF ipsi GE.

Demonstratio primæ partis. Duo pa-
a 22.T.1. rallelogramma AD, DE sunt [a] æ-
b 21.T.1. qualia. Sunt vero [b] triangula ACD,
c 4.A.1. ECD illorum dimidia. Ergo [c] & inter se æqualia.

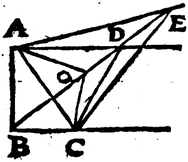
Demonstratio secundæ partis. Paral-
d 22.T.1. lelogramma AD, EH sunt [d] æqua-
e 21.T.1. lia. Sunt [e] vero triangula ACD, EGH illorum dimidia. Ergo, & inter se æqualia.

THEOREMA 24.

Triangula æqualia super eadem basi sunt in iisdem parallelis.

Propositio. Triangula ABC, DBC æqualia, & super eadem basi BC, sunt in iisdem parallelis AD, BC.

Præparatio. Ex A ducatur ipsi BC parallela linea, quæ vel conueniet cum ipsa AD ducta per apices A, D, vel cadet supra, vt AE; vel infra, vt AO. Producatur vero BD vsque ad occursum rectæ AE, & ducatur EC, itemque OC.



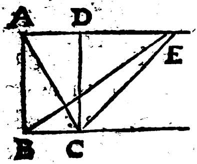
Demonstratio. Si AE esset parallela ipsi BC, duo triangula ABC, EBC a 23.T.1. super eadem basi BC essent a æqualia. Esset vero DBC minus toto EBC. Ergo & DBC minus ipso ABC. contra hypoth. Si vero AO esset parallela eidem BC, duo triangula ABC, OBC essent [b] æqualia. Esset vero DBC totum maius parte OBC ergo, & DBC esset maius ipso ABC, contra hypoth. Ergo cum parallela ipsi BC duci non possit ex apice A supra, neque infra AD, conueniet cum AD, eruntque triangula ABC, DBC in iisdem parallelis AD, BC.

b 23.T.1.

THEOREMA 25.

Parallelogrammum est duplum trianguli super eadem basi, & in iisdem parallelis.

Propos. 41. Si parallelogrammum



AC, & triangulum EBC eandem basim BC habuerint, & fuerint in iisdem perallelis AE, BC, triangulum EBC erit dimidium parallelogrammi AC, & AC erit duplum EBC.

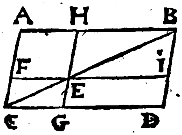
Præparatio. Ducatur diameter AC.

Demonstratio. Parallelogrammum AC duplum est trianguli a ABC. a 21.T.1.
Est autem EBC æquale c ipsi ABC. c 23.T.1.
Ergo Parallelogrammum AC duplum est trianguli EBC.

THEOREMA 26.

IN parallelogrammis supplementa æqualia.

Propositio. Omnis parallelogram-



mi A D eorum, quæ circa diametrum BC ſunt parallelogrammorũ ſupplementa AE. ED inter ſe ſunt æqualia.

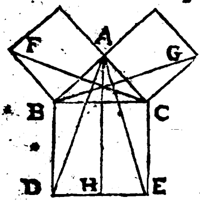
Demonſtratio. Triangula ABC, DCB ſunt [a] æqualia. Item FEC, GCE. Item HEB. IEB. Ergo ſi ab æqualibus triangulis ABC, DCB tollantur hinc FCE, HBE, inde vero æqualia GCE, IEB reſtabunt æqualia parallelogramma AE, ED.

a 41.T.1.

THEOREMA 27.

In rectangulo triangulo quadratum maximi lateris æquale eſt quadratis reliquorum.

Propoſitio. In triangulis rectangu-



lis ABC quadratum BE, quod fit à latere BC angulum rectum BAC subtendente, æquale est quadratis FA, GA, quæ fiunt ex lateribus AB, AC rectum angulum continentibus.

Præparatio. Ex apice A ducatur AH parallela ipsi BD. tum rectæ FC, BG, AD, AE.

Demonstratio. Quia duo anguli FBA, DBC recti sunt, & æquales, addito communi angulo ABC, duo FBC & ABD erunt æquales. Quare in triangulis FBC, ABD duo latera FB, BC sunt æqualia duobus AB, BD ex natura quadratorum: est & angulus FBC æqualis angulo ABD. Ergo [a] & duo triangula sunt inter se æqualia. Est vero triangulum FBC in iisdem parallelis BF, CA, & super eadem basi BF cum parallelogrammo AF. Ergo [b] & dimidium illius. Est etiam triangulum ABD in iisdem

a 1.T.1.

b 25.T.1.

parallelis DB, HA, & ſuper eadem baſi DB cum parallelogrammo AG. Ergo & illius quoque dimidium. c 4.A.1. Ergo c parallelogramma AF, & BH, quæ ſunt dupla æqualium triangulorum, inter ſe ſunt æqualia. Eodem modo demonſtrantur æqualia inter ſe parallelogramma AG, CH. Atque adeo totum quadratum DC æquale eſt quadratis AF, AG.

Finis libri primi.

GEOMETRIÆ SPECVLATIVÆ LIBER SECVNDVS.

DEFINITIONES.

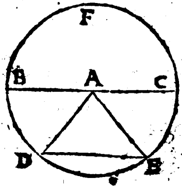
1. Circulus est figura plana, quæ sub vna linea ita comprehenditur, vt ab vno puncto, quod est intra figuram, lineæ omnes ductæ ad lineam terminantem sint æquales.
2. Circumferentia verò, aut Peripheria est linea circulum terminans.
3. Centrum est punctum, à quo li- lineę omnes ad circumferentiam ductæ sunt æquales.

4. Radius eſt linea à centro ad circumferentiam.

5. Diameter eſt linea recta per centrum ducta, & circulum bifariam diuidens: ſiue linea in circulo, in qua eſt centrum. Talis eſt BC.

6. Semicirculus eſt, figura comprehenſa ſub diametro, & ſemipheria. Talis eſt BDEC.

7. Arcus eſt pars circumferentiæ, & quæ illius extrema connectit, Chorda appellatur. Arcus DE, & chorda DE.

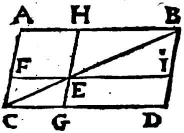


8. Segmentum eſt figura ſub arcu, & chorda. Tale eſt DE, & DFE maius ſegmentum.

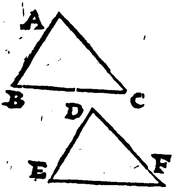
9. Segmenti angulus ille eſt, qui fit à chorda, & arcu. Talis eſt BDE, vel EDE.

10. An-

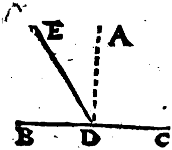
Pag. 7



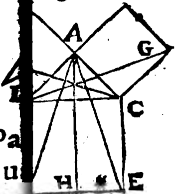
Pag. 12.



Pag. 14.



6. lin. 3. AG
pro DG
pag. 45.



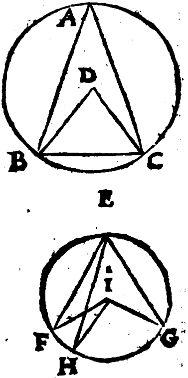
Pa
lu
in.
ED
pro

li

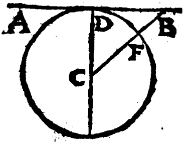
Figuræ, quæ ſuis locis de
& errata corrigi.

undo pagina 49.

pag.66.

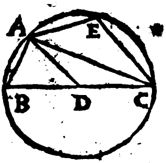


pag.72.

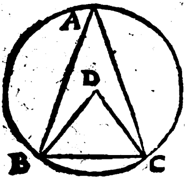


pag.73.lin.2.AB *pro* ABC.

pag.70.



10. Angulus in segmento ille est, qui continetur à duabus rectis, quæ à finibus chordæ ad aliquod arcus punctum destinantur. Talis est angulus BAC in segmento BAC.



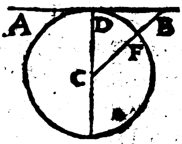
11. Angulus insistens peripheriæ, aut arcui ille est, qui continetur duabus rectis, quæ ab extremis finibus arcus ad centrum circuli, vel aliquod oppositæ circumferentiæ punctum destinantur. Talis est in centro BDC insistens peripheriæ BC. Talis etiam BAC eidem insistens ad peripheriam BAC.

12. Sector Circuli est figura contenta sub duabus rectis in centro angulum facientibus, & sub arcu ab eis sumpto. Tale est BDC sub lineis BD, DC, & arcu CB.

13. Similia ſegmenta ſunt ea, quæ æquales capiunt angulos. Ita ſegmenta maximi, & minimi circuli erunt ſimilia, ſi pares angulos capiant.

14. Æquales circuli illi ſunt, quorum diametri, vel radij ſunt æquales.

15. Recta circulum tangens illa eſt, quæ habens commune punctum in circumferentia, licet producatur, circulum non ſecat. Talis eſt recta GF circulum tangens in A.

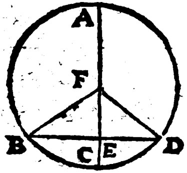


PROPOSITIONES.

THEOREMA PRIMVM.

Diameter rectam non diametrum secans bifariam perpendicularis illi est, & contra si perpendicularis est, secat bifariam.

Propositio. Si in circulo ABCD



diameter AC rectam BD per centrum non extensam bifariam secuerit in EB, ED; ad angulos quoque rectos eam secabit: Et contra si ad angulos rectos secuerit, bifariam secabit.

Præparatio. Ducantur ex centro rectæ FB, FD.

Demonstratio primæ partis. In triangulis FBE, FDE duo latera FB, BE sunt æqualia duobus FD, DE, & latus FE est commune. Ergo [a] angulus BEF est æqualis angulo DEF, adeoque ambo recti. [b]

a 11.T.1.
b 10.D.1.

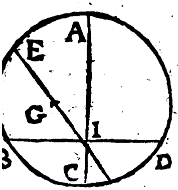
Demonstratio secundæ partis. In triangulo Isoscele FBD duo anguli B & D sunt æquales, [c] atque adeo in triangulis FBE, FDE duo anguli B, & rectus FEB sunt æquales duobus D, & recto FED, est quoque latus FB æquale lateri FD. Ergo [d] & latus BE lateri DE.

c 5.T.1.
d 19.T.1.

THEOREMA 2.

Recta in circulo secans aliam non diametrum perpendiculariter, & bifariam, diameter est.

Propositio. Si in circulo ABCD



recta A C aliam BD bifariam , & perpendiculariter in I. secuerit, erit circuli diameter.

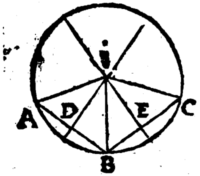
Præparatio. Si centrum circuli
t extra rectam AC, sit in G, ac per
, perque punctum I ducatur dia-
eter EGI.

Demonstratio. Diameter EG, re-
am BD non extensam per cen-
um secat bifariam. Ergo [a] angulus a 1. T. 2.
B est rectus. Ergo totus AIB ma-
r est recto, contra hypoth. ergo
m centrum esse non possit extra
ctam AC ipsa [c] diameter est ha- c 5. D. 2.
ns centrum.

THEOREMA 3.

Plures lineæ æquales non nisi à centro exeunt.

Propositio. Si in circulo ABC ca-



piatur punctum aliquod I, & ab eo ad circumferentiam ducantur æquales plures lineæ, quam duæ IA, IB, IC, punctum acceptum I centrum eſt circuli.

Præparatio. Ducantur rectæ AB, BC, ac bifariam diuidantur in D, & E, ducanturque DI, EI.

Demonſtratio. In triangulis ADI, BDI, duo latera AD, AI. Sunt æqualia duobus BD, BI, eſt & baſis communis DI. Ergo angulus ADI

a 11.T.1. æqualis eſt angulo [a] BDI, adeoque

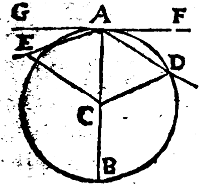
b 10.D.1. [b] ambo recti. ergo recta DI produ-

c 2.T.2. cta [c] eſt diameter. Eodem modo recta EI producta demonſtratur eſſe diameter. Ergo cum ambæ habeant centrum circuli, erit illud in communi illarum ſectione I.

THEOREMA 4.

Sola perpendicularis extremæ diametro circulum tangit, aliæ omnes secant.

Propositio. Quæ ab extremitate diametri AB ducitur perpendiculariter AF, vel AG, illa cadit extra circulum, & in locum inter illam, & circulum altera linea non cadet, sed secabit circulum.



Prima pars.

Præparatio. Si perpendicularis cadit intra circulum vt recta AD, ducatur à centro C ad punctum sectionis D recta CD.

Demonſtratio. In triangulo ACD
a 17.T.1. tres anguli [a] ſunt æquales duobus rectis. Ergo ſublato angulo ACD duo reliqui ſunt minores duobus
b 3.T.1. rectis. Sunt autem [b] ambo inter ſe æquales. ergo & illorum quiſque minor recto, contra hypoth. Ergo cum recta AF non poſſit intra circulum cadere, cadet extra, [c] ac cir-
c 15.D.2. culum tanget.

Secunda pars.

Præparatio. Cadat ſi fieri poteſt recta AE inter rectam AG, & circulum, ducaturque à centro C perpendicularis ad rectam AE recta CE perducta extra circulum ad vſque AE, adeoque maior quouis circuli radio.

Demonſtratio. In triangulo CAE angulus CEA eſt rectus, & angulus
d 7.T.1. CAE minor recto. Ergo [d] latus CA maius eſt latere CE, contra hypoth. Ergo inter rectam tangentem, & circulum nulla ducetur linea, quæ

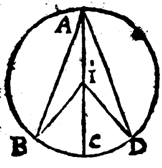
circulum non secet, solaque tangens non secabit.

Corollarium. Si quæ est ratio inter angulos curuilineos, & rectilineos, ac mixtos, angulus semicirculi maior est quouis acuto, & angulus contactus minor quouis acuto rectilineo.

THEOREMA 5.

Angulus ad centrum duplus est illius, qui ad circumferentiam.

Propositio. In circulo ABCD angulus BID, qui est ad centrum I, duplus est eius BAD, qui est ad circumferentiã, quando anguli eandem habuerint circumferentiam BCD.



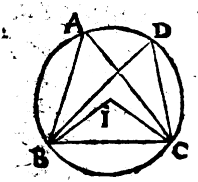
Præparatio. ducatur recta AI versus C.

Demonstratio. In triangulo B I A producto latere AI externus angulus BIC est æqualis duobus internis IAB, & IBA. [a] Sunt vero illi æqua-
a 17.T.1. les inter se ob latera æqualia IA,
b 3.T.1. IB. [b] Ergo angulus BIC duplus est vnius illorum, scilicet IAB. Eodem vero iure angulus CID duplus est anguli I A D. Ergo & totus BID duplus est totius BAD, valetque hæc ratio quacumque facta hypothesi.

THEOREMA 6.

Anguli, qui sunt in eodem segmento sunt inter se æquales.

Propositio. In circulo ABC anguli



BAC, BDC, qui sunt in eodem segmento BAC, sunt æquales inter se.

Præparatio. Ex centro I ducatur recta IB, IC.

Demonstratio. Angulus BIC duplus est anguli BAC. [a] Est etiam duplus anguli BDC. Ergo [b] BAC, & BDC sunt inter se æquales.

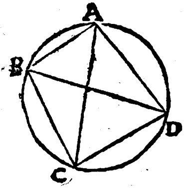
a 5. T. 2.

b 4. A. 1.

THEOREMA 7.

Quadrilatera in circulis angulos habent oppositos æquales duobus rectis.

Propositio. In circulo ABCD qua-



drilateri cuiuſuis ABCD anguli oppoſiti ABC, ADC, & BAD, BCD ſunt æquales duobus rectis.

Præparatio. Ducantur rectæ AC,BD.

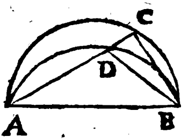
Demonſtratio. Duo anguli BDC, BAC ſunt in eodem ſegmento
a 5.T.2. BADC. Ergo a ſunt æquales. Item duo ADB. ACB ſunt in eodem ſegmento AD CB. Ergo & æquales. Ergo duo ADB, BDC ſunt æquales duobus BAC, BCA. ergo addito vtrimque angulo ABC, tres anguli ABC, BDA, BDC ſunt æquales tribus ABC, BAC, BCA. Sunt vero illi tres poſteriores æquales duobus re-
b 17.T.1. ctis. [b] Ergo & priores; hoc eſt ABC, & totus oppoſitus ADC.

THEOR.

THEOREMA 8.

Super eadem linea segmenta similia sunt æqualia, & æquales habent circumferentias.

Propositio. Si super eadem linea AB duo segmenta similia constituantur ad easdem partes, erunt illa æqualia inter se, & æquales habebunt circumferentias.



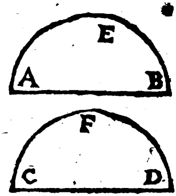
Præparatio. Si segmenta non congruant, circumferentia vnius cadet extra circumferentiã alterius quomodocumque. Cadat itaque pars C extra aliam circumferentiam, ac sumatur in ea punctum C, ducaturque recta CA. Item CB, & DB.

Demonstratio. Angulus ADB externus maior est interno ACB.

a 5.T.1. a Ergo duo ſegmenta ADB, ACB non ſunt ſimilia, contra hypoth. Ergo cum vnius circumferētia non poſſit cadere extra, aut intra alterius circumferentiam, cadet ſupra, ac congruent ſegmenta duo, & duæ
b 9.D.1. circumferentiæ. Ergo b & ſegmenta erunt æqualia, & circumferentiæ.

THEOREMA 9.

Super æqualibus rectis ſimilia ſegmenta ſunt æqualia, & æquales circumferentiæ.



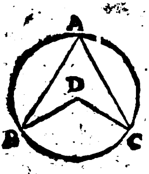
Propoſitio. Si ſuper ęqualibus rectis AB, CD poſita ſint ſegmenta ſimilia AEB, CFD, erunt illa inter ſe æqualia, vti & circumferentiæ.

Præparatio. Intelligatur ſegmenmentum AEB ſuperponi ſegmento CFD.

Demonstratio. Recta AB congruet cum recta CD, & ambæ vnam facient lineam super qua duo erunt segmenta AEB, CFD. Ergo [a] & segmenta erunt æqualia inter se, & circumferentiæ: aut sane eadem recurrit demonstratio, quæ prius. a 8.T.2.

THEOREMA 10.

AEquales anguli æqualibus insistunt circumferentiis.



Propositio. In circulis æqualibus ABC: EFG æquales anguli siue ad cētra BDC, FHG siue ad circumferentias B A C, FEG insistunt æqualibus circumferentiis BC, FG.

Prima pars ad centrum.

Præparatio. ducatur recta B C, F G.

Demonſtratio. In triangulis B D C, F H G duo latera D B, D C ſunt æqualia duobus H F, H G, & angulus D angulo H. Ergo a baſis B C eſt æqualis baſi F G. Præterea anguli B A C, F E G ſunt dimidia angulorum æqualium D, & H. b ergo ſunt inter ſe æquales. c Ergo ſegmenta B A C, F E G æquales angulos capientia ſunt ſimilia. d Ergo & cum ſint ſuper æqualibus lineis B C, F G erunt æqualia, & æquales illorum circumferentiæ. e Ergo ſi ab æqualibus æqualium circulorum circumferentiis auferantur æquales circumferentiæ A B C, F E G, reſtabunt æquales circumferentiæ B C, F G.

a 2. T. 1.
b. 5. T. 2.
c 4. T. 1.
d 13. D. 2.
e 9. T. 2.

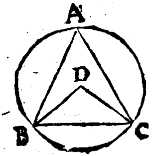
Secunda pars ad circumferentias.

Demonstratio. Anguli BAC, FEG ponuntur æquales. Sunt vero anguli BDC, FHG ad centra illorum dupli. [f] Ergo & æquales inter se. [g] Ergo & per præcedentem partem circumferentiæ BC, FG sunt æquales. f 5. T. 2. g 4. A. 1.

THEOREMA III

ANguli super æqualibus circumferentiis sunt æquales.

Propositio. In circulis æqualibus ABC, EFG super æqualibus circũferentiis B C, F G insistentes anguli siue ad centra BDC, FIG, siue ad circumferen-



tias BAC, FEG ſunt inter ſe æquales.

Præparatio. Si anguli BDC, FIG non ſint æquales, ſit vnus maior, ſcilicet FIG, atque adeo in eo ſumatur HIG æqualis ipſi BDC.

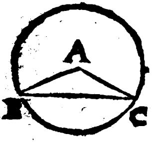
Demonſtratio. Duo anguli ad centra BDC, HIG ſunt æquales, & in circulis æqualibus. Ergo [a] circumferentiæ BC, HG ſunt æquales. Eſt vero FG maior, quam HG. Ergo & FG maior eſt, quam BC, contra hypoth. Ergo cum anguli ad centra non ſint inæquales, ſunt æquales. Eadem erit ratio angulorum ad circumferentiam.

a 10. T. 2.

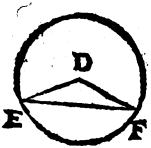
THEOREMA 12.

AEquales rectæ æquales auferunt circumferentias.

Propositio. In circulis æqualibus BC, EF æquales rectæ BC, EF auferunt circumferentias æquales BC, EF.



Præparatio. Ex centris ducantur rectæ AB, AC, & DE, DF.

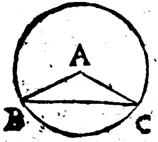


Demonstratio. In triangulis ABC, DEF duo latera AB, AC sunt æqualia duobus DE, DF, & basis BC basi EF. ergo a & angulus A angulo D. ergo b circumferentiæ BC, EF, quibus insistunt sunt æquales. a 11.T.1. b 10.T.2.

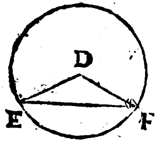
THEOREMA 13.

Aequales circumferentiæ æquales habent chordas.

Propoſitio. In circulis æqualibus BC, EF ſub æqualibus circũferentiis BC, EF æquales rectæ ſubtendũtur BC, EF.



Præparatio. Ducantur ex centris rectæ AB, AC, & DE, DF.



Demonſtratio. Anguli ad centra BAC, EDF ſupponuntur inſiſtere æqualibus circumferentiis BC, EF. ergo a ſunt inter ſe æquales. Sunt vero & latera AB, AC æqualia duobus DE, DF. ergo b & baſis BC, baſi EF.

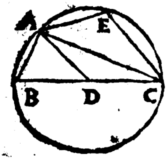
a 11. T. 2.

b 1. T. 1.

THEOREMA 14.

ANgulus in semicirculo rectus est, in maiori segmento acutus, in minori obtusus.

Propositio. In circulo ABCE angulus BAC, qui est in semicirculo, rectus est: qui autē ABC in maiori est segmēto ABC, acutus; qui vero AEC est in minori segmento AEC, obtusus.



Præparatio. Ex centro D ducatur DA.

Demonstratio primæ partis. In isoscele ADC duo anguli DCA, DAC sunt æquales. [a] Itém in isoscele DBA duo anguli DBA, DAB sunt æquales. Ergo si angulo DCA addatur DBA, & æquali angulo DAC a 5.T.1.

addatur æqualis DAB, duo anguli DCA, DBA erunt æquales duobus DAB, DAC, hoc est toti BAC. Sunt vero tres anguli BAC, ACB, ABC
b 17. T. 1. æquales duobus rectis: b ergo angulus BAC dimidium duorum rectorum continet. Ergo & rectus est.

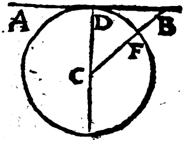
Demonstratio secundæ partis. Duo anguli ABC, ACB demonstrati sunt æquales vni recto, scilicet BAC. Ergo sublato ACB restabit angulus segmenti maioris ABC minor recto.

Demonstratio tertiæ partis. Quadrilaterum ABCE est in circulo. Ergo
c 7. T. 2. c oppositi anguli ABC, AEC sunt æquales duobus rectis. Ergo sublato ABC, qui minor est recto, resta-
d 3. A. 1. bit AEC recto maior.[d]

THEOREMA 15.

Recta à centro ad contactum ducta est perpendicularis tangenti.

Propositio. Si circulum tetigerit recta aliqua AB, à centro autem C ducta fuerit ad contactum D recta linea CD, ipsa erit tangenti AB perpendicularis.



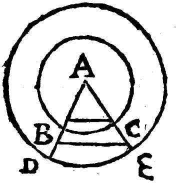
Præparatio. Si recta CD non est perpendicularis ipsi AB, sit alia, si potest, CB vltra circumferentiam pertinens ad tangentem in B, faciensque angulum rectum CBD, adeoque in triangulo DCB maximum.

Demonstratio. In triangulo DCB latus CB extra circulum pertinens ad B maius est latere CD intra cira 6. T. 1. cumferentiam contento. Ergo [a] angulus CDB maior eſt angulo, qui ſupponitur rectus CBD, contra hypotheſim. Ergo cum alia non poſſit duci perpendicularis à centro C ad tangentem, erit ipſa CD.

THEOREMA 16.

Concētricorum Iſoſcelia ſunt æqui-angula.

Propoſitio. Si ſint ex eodem centro A deſcripti circuli BC, DE, ac ducti radij AD, AE, & chordæ BC, DE, & facta Iſoſcelia ABC, ADE, illa erunt æqui-angula



Demonſtratio. Tres anguli ABC, BCA, CAB ſunt æquales tribus

b 17. T. 1. ADE, DEA, EAD. [a] Ergo ablato communi A reſtant æquales duo

ABC

ABC, BCA duobus ADE, DEA. Sunt vero iidem duo AB, BCA æquales inter se, b perinde ac duo ADE, DEA. Ergo duo ABC, ADE dimidia æqualium sunt interse æquales, vti & duo BCA, DEA.

b 3.T.1.

GEOMETRIÆ SPECVLATIVÆ LIBER TERTIVS.

DEFINITIONES.

1. RAtio eſt duarum magnitudinum quædam ſecundum capacitatem quantitatis habitudo.

Ita ſi decempeda ſola ſit, nullam rationem habet, nec maior eſt, aut minor, aut æqualis. Atſi comparetur cum alia, vt cum ſexpeda, habet rationem aliquam ſecundùm quam maior appellatur, propterea quod aliam contineat certa quadam capacitate.

2. Capacitas quantitatis ea eſt ſecundùm quam vna quantitas aliam continet, vel partim, vel accuratè, vel cum exceſſu.

Atque hinc ortæ rationes variæ, ac ſi quantitas vna aliam continet tantum ex portione, ſiue portionem illius aliquam, vt bipeda tripedam, Maior inæqualitas appellatur: Si vero accurate totam, vt ſexpeda ſexpedam, Æqualitas eſt: ſi denique pluſquam totam, vt ſexpeda bipedam, Maior inæqualitas vocatur. Hinc rationes variæ multiplex, ſubmultiplex, &c. imò rationales, & irrationales; ac rationales quidem illæ ſunt, quæ locum habent in magnitudinibus commenſurabilibus, ſiue quæ menſuram habent communem, & quæ numeris exprimi poſſunt: irrationales vero, quæ in magnitudinibus incommenſurabilibus, hoc eſt quæ nullam habent communem menſuram, & quæ numeris exprimi nequeunt, qualis eſt inter latus quadrati, & diametrum eiuſdem.

3. Comparatio rationis eſt duarum rationum quædam ſecundum capacitatem rationis habitudo.

Ita ſi ratio Tripla hoc eſt ſexpedæ ad bipedam ſola ſit, illa rationem nullam habet, nec maior eſt, minor, aut æqualis. At vero ſi componatur cum ratione alia, vt cum dupla, ſiue ſexpedæ ad tripedam, tunc rationem habet aliquam, ac dicitur maior ratio, propterea quod maiorem habeat rationis capacitatem.

Atque inde fit, vt omnis comparatio rationis ſit inter quatuor terminos: nempe inter primam, & ſecundam quantitatem primæ rationis, & inter tertiam, & quartam ſecundæ, niſi forte terminus vnus bis ſumatur. En quatuor termini, vt 6. ad 3, ita 4. ad 2. Ecce vero tres. Vt 8. ad 4, ita 4. ad 2.

4. Capacitas rationis ea eſt ſecundum quam prima quantitatum inter quas eſt ratio ſecundam continet, aut æqualiter, aut plus, aut minus, quam tertia quartam. Atque

hinc ortæ comparationes variæ, vt sit vel maior ratio, vel minor, vel æqualis, siue eadem.

5. Æqualis; aut eadem ratio, quæ & proportio appellatur, tunc est quando positis hinc inde rationibus prima quantitas tantum continet secundam, quantum tertia quartam.

Ita proportio est, & Identitas rationis inter hos numeros 4. 2. & 6. 3, atque vt 4. bis continent 2, ita 6. bis capiunt 3.

6. Maior ratio tunc est quando prima quantitas plus continet secundam, quam tertia quartam; & contra Minor.

Ita si comparentur rationes illæ 8. ad 2, & 4. ad 2. prima erit maior secundâ: Si vero duæ illæ 2. ad 8. & 2. ad 4. prima erit minor secunda.

7. Magnitudo aliam magnitudinem plus continere dicitur, quando maiorem illius portionem continet, aut illam totam, aut illam totam, & illius portionem maiorem,

aut illam totam pluries, aut deni-
que illam totam pluries, & maio-
rem illius portionem. Tantum vero
continet, cum nec plus nec minus.

Ita tripeda plus partim continet
ſexpedam, quam bipeda, nempe
maiorem illius portionem: ita de-
cempeda plus continet tripedam,
quam ſexpedam: ita latus quadrati
plus partim continet diametrum,
quam media pars lateris, nempe
maiorem illius portionem: ita dia-
meter plus continet mediam par-
tem lateris, quam totum latus.

8. Magnitudines eandem pro-
portionem habentes appellantur
Proportionales: ac prima quidem,
& tertia vocantur Antecedentes;
ſecunda vero, & quarta conſequen-
tes.

Ita 9. ad 3, & 6. ad 2. ſunt propor-
tionales; & 9. & 6. vocantur ante-
cedentes, 3. vero, & 2. conſequen-
tes. Dicis enim vt 9. ad 3, ita 6. ad 2.
Ita lubet deinceps vti numeris com-
moditatis, & breuitatis gratia, ar-

queillorum loco intelligi poterunt magnitudines tot palmorum, aut digitorum, quot numeris exprimentur.

9. Iterum in eadem ratione, sine proportionales esse dicuntur magnitudines prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando acceptis æquemultiplicibus quibusuis primæ, & tertiæ; & secundæ ac quartæ, multiplices primæ, & secundæ concordant cum multiplicibus tertiæ, & quartæ.

10. Concordare dicuntur multiplices, vti & quantitates binæ, & binæ, si, quando prima major est secunda, etiam tertia maior est quarta: aut si, quando prima est æqualis secundæ, tertia est æqualis quartæ; aut denique si, quando prima minor est secunda, tertia minor est quarta, secus discordant.

Definitio illa nona est secunda definitio proportionalium quantitatum, eaque petita ab earum proprietate perpetua, adeo, vt in quibus magnitudinibus eà inſit, hæ ſint proportionales;& quæ ſunt proportionales, eam quoque proprietatem habeant. Talis vero illa eſt vt bene intelligatur.

Propoſitis quatuor numeris Proportionalibus, A, B, C, D; ſumptiſque primi A, ac tertij C æquemultiplicibus iuxta quamuis multiplicationem: item ſecundi B, & quarti D æquemultiplicibus iuxta quamcunque multiplicationem, ſi, vt pri-

E 9	A 3	C 6	F 18
G 4	B. 2	D 4	H 8
E 18	A. 3	C 6	F 36
G 18	B 2	D 4	H 36
E. 12	A. 3	C 6	F 24
G 14	B 2	D 4	H 28

mo in laterculo E multiplex primi A maior ſit G multiplici ſecundi B, erit F multiplex tertij C major H multiplice quartæ D. Et si, vt 2. in laterculo, multiplex primi A sit æqualis multiplici secundi B, erit multiplex tertij C æqualis multiplici quarti D. Ac denique si E minor sit G, erit & F minor H, vt tertio in laterculo.

11. Quando acceptis æquemultiplicibus primæ, & tertiæ magnitudinis itemque secundæ & quartæ, non semper concordant multiplices primæ, & secundæ cum multiplicibus tertiæ, & quartæ, tunc magnitudines illæ non sunt proportionales, sed maior est ratio primæ ad secundam, quam tertiæ ad quartam quando multiplex primæ superat multiplicem secundæ, & multiplex tertiæ non superat multiplicem quartæ.

Altera quoque est definitio magnitudinum non proportionalium, eaque petita à proprietate illarum perpetua, vt in quibus illa insit, hæ non sint proportionales, & quæ non sint proportionales, eam habeant proprietatem.

Porro Euclides vsus est postremis

hiſce definitionibus quantitatum Proportionalium , & non proportionalium , quod illæ ſint commodæ ſatis ad demonſtrandas proportionalium quantitatum , alias proprietates , quæ ab ea , tanquam à fonte deriuantur. Quare vtemur & nos adhibitis etiam cum erit opus iis, quas ſupra attulimus, propterea quod ſine illis nullus ſit in Geometria proportionalium quantitatum vſus.

12. Quando plures magnitudines continuè proportionales fuerint, prima dicitur habere ad tertiam duplicatam rationem illius, quam habet ad ſecundam: ad quartam vero triplicatam rationem illius, quam habet ad ſecundam.

Sint proportionales hi numeri. 2.4.8.16.32. Hoc eſt vt 2. ad 4, ita 4. ad 8, & 8. ad 16, & 16. ad 32. Si quæras rationem, quæ eſt inter primum 2; & tertium 8. dicam eſſe duplicatam illius, quæ eſt primi 2. ad ſecundum 4, hoc eſt eam bis eſſe faciendam, vt ad 8. perueniatur, cum dicendum ſit vt 2. ad 4, ita 4 ad 8. adeoque bis comparandum. Si vero quæras rationem primi 2. ad quartum 16, dicam eſſe triplicatam illius, quæ eſt primi 2. ad ſecundum 4. hoc eſt ter eſſe comparationem illam repetendam, vt ad quartum 16. deueniatur. Nempe vt 2. ad 4, ita 4 ad 8, & 8. ad 16. & ita de quadruplicata ratione, & ſimilibus.

13. Permutata ratio aut alterna eſt ſumptio antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem.

Vt vbi dixiſti, ſicut 6. ad 3. ita 4. ad 2, ſi inferas. Ergo permutando vt 6. ad 4. ita 3. ad 2. Demonſtratur vero Theoremate 6.

14. Inuerſa, aut Conuerſa ratio eſt ſumptio conſequentis tanquam antecedentis, ad antecedens tanquam ad conſequens.

Vt vbi dixiſti ſicut 6 ad 3, ita 4 ad 2, ſi inferas. Ergo inuertendo vt 2 ad 4, ita 3 ad 6. Stabilitur vero ex definitione 5 & 9.

15. Compoſita ratio eſt ſumptio antecedentis cum conſequente tanquam vnius ad conſequens.

Vt vbi dixiſti, ſicut 12 ad 4, ita 6 ad 2, ſi inferas. Ergo componendo vt 12, & 4 (hoc eſt 16) ad 4; ita 6, & 2 (hoc eſt 8) ad 2. Stabilitur vero Theor. 8.

16. Diuiſa ratio eſt ſumptio exceſſus, quo antecedens ſuperat conſequens, ad ipſum conſequens.

Vt vbi dixiſti. ſicut 12, & 4 (hoc eſt 16) ad 4; ita 6, & 2 (hoc eſt 8) ad 2, ſi inferas. Ergo diuidendo, vt 12 ad 4, ita 6 ad 2. Stabilitur vero Theor. 7.

17. Conuerſa ratio eſt ſumptio antecedentis ad exceſſum, quo antecedens ſuperat conſequens.

Vt vbi dixiſti, ſicut 12, & 4 (hoc eſt 16) ad 4, ita 6 & 2 (hoc eſt 8) ad 2. ſi inferas. Ergo conuertendo vt 16 ad 12, ita 8 ad 6. ſtabilitur vero Theor. 9.

18. Æqua ratio eſt ſumptio extremorum

morum per ſubductionem mediorum.

Vt vbi dixiſti, ſicut 16 ad 8, ita 12 ad 6; & vt 8 ad 4, ita 6 ad 3, ſi inferas. Ergo æquando vt 16 ad 4, ita 12 ad 3. Stabilitur vero Theor. 11.

16. 8. 4. 12. 6. 3.

AXIOMATA.

1. AEquales magnitudines ad eandem habent eandem rationem, & eadem ad æquales.

A 2. B 3. C 2.

vt A ad B, ita C ad B. Et vt B ad A ita B ad C. Et vero cum A ad B talem habeat rationem quod illud certa portione contineat, habebit quoque C eandem rationem ad B quod illud eadem ſiue æquali portione contineat.

2. Inæqualium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet rationem, quam minor. Eadem vero ad minorem maiorem habet ra-

H

tionem, quam ad maiorem.

| A 2. B 4. C. 3. | C. maiorem habet rationem ad

B, quam A ad B; nempe plus continet. Item B. maiorem habet rationem ad A quam ad C. nempe plus continet.

3. Quæ ad eandem eandem habent rationem æquales ſunt inter ſe; & ad quas eadem eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales.

| A 2. B 4. C 2. | vt A ad B, ita C ad idem B. A, &

C ſunt æqualia, cum contineant B æqualiter. Item vt B ad A, ita idem B ad C. A & C ſunt æqualia, cum ea B contineat æqualiter.

4. Rationem habentium ad eandem magnitudinem illa maior eſt, quæ maiorem habet rationem. Ad quam vero eadem magnitudo maiorem rationem habet, illa minor eſt.

| A 3. B 4. C 2. | Maior eſt ratio A ad B, quam C ad

idem B, ergo A magis continet B,

quam C contineat idem B. ergo & A maius est C. Item B maiorem habet rationem ad C, quam ad A. ergo magis continet C, quam A. ergo C minus est, cum plus ab eodem contineatur.

5. Quæ eidem sunt eædem rationes, & inter se sunt eædem.

A	B.	C.	D.	E.	F.
6.	3.	4.	2.	2.	1.

Vt A ad B. ita C ad D. & vt A ad B, ita E ad F. ergo vt C ad D, ita E ad F. Nempe eadem vbique capacitas.

6. Eædem rationes ad aliam se habent eodem modo.

A.	B.	C.	D.	E.	F.
6.	3.	4.	2.	3.	2.

Vt A ad B, ita C ad D. ergo si ratio A ad B est maior ratione E ad F, tione quoque C ad D maior erit ratio E ad F. Nempe eadem est capacitas respectu eiusdem.

7. Si fuerint quodcunque magnitudines totidem magnitudinum æque multiplices, quotuplex est vna

vnius magnitudo, totuplices erunt omnes omnium.

A 1 poll.	C 6 pol.
B 1 dig.	D 6 dig.
E 1. pol. dig.	F 6 pol. dig.

Sit pollex A. & digitus B, ſumanturque 6. pollices C. & ſex digiti D. ſi fiat ex pollice A & digito B linea E vnius pollicis, & digiti; fiatque ex 6 pollicibus C & ſex digitis D linea F 6 pollicum, & digitorum; vt C eſt ſextupla pollicis vnius A, ita F erit ſextupla pollicis, & digiti E. Nempe ex F ſumi poterit E ſexies.

8. Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex, vt ablata ablatæ, reliquum quoque reliquæ erit æque multiplex, ac tota totius.

Eſt axioma præcedens conuerſum; poſitis enim, quæ ſunt poſita, ſi à totali F auferantur ſex pollices, & à totali E tollatur pollex, reſtabunt ſex digiti, & vnus digitus.

9. Si prima ſecundæ æque fuerit multiplex, vt tertia quartæ, fuerit autem quinta æquemultiplex ſe-

cundæ, vt s[illegible] quartæ, composita ex prima, & quinta erit æque multiplex secundæ, vt composita ex tertia, & sexta est quartæ.

1.	2.	5	3.	4.	6
A	B	E	C	D	F
6.p.	1.p.	4.p.	6.d.	1.d.	4.d.

Sit A prima sextupla secundæ B & C tertia sextupla quartæ D. sit & quinta E quadrupla secundæ B, & F sexta quadrupla quartæ D. si iungantur E, & A, decem erunt pollices, & si iungantur F, & C decem erunt digiti, ac toties licebit in vno pollicem accipere, quoties in alio est digitus.

10. Si duæ magnitudines duarum magnitudinum fuerint æquemultiplices, & ablatæ aliquæ earundem fuerint æquemultiplices, etiam reliquæ erunt ipsarum æquemultiplices vel æquales.

Est præcedens axioma conuersum. Positis enim, quæ fuerunt exexposita, si a linea decem pollicum auferantur 4 pollices, & à linea 10 digitorum tollantur 4 digiti, reliqua linea erit 6 pollicum, & alia 6 digitorum, & vtraque erit æque multiplex, nempe sextupla.

PROPOSITIONES.

THEOREMA PRIMVM.

Aequemultiplicium æquemultiplices sunt simplicium æquemultiplices.

Propositio. Si prima magnitudo A sit secundæ B æquemultiplex, vt tertia C quartæ D: sumatur vero quinta E æquemultiplex primæ A, vt sexta F tertiæ C: quam multiplex erit quinta E secundæ B, tam erit sexta F quartæ D.

1	2	5	3	4	6
A.	B.	E	: C	D	F
4.p.	2.p.	8.p	6.d.	3. d.	12.d
H		I	L		M
4.p.		4.p	6.d.		6.d

Præparatio. Diuidantur E, & F in magnitudines æquales ipsi A, & C, nempe in H, I, & L, M, cumque sint æquemultiplices, tot erunt in E. æquales ipsi A, quot in F. æquales C.

Demonstratio. Cum H, & I sint æquales ipsi A, & L. M. ipsi C, quam multiplex erit A ipsius B, & C ipsius D, tam erit H, I ipsius B, & L, M ipsius D. a Quia igitur prima H tam est multiplex secundæ B, quam tertia L quartæ D, & quia quinta I est æquemultiplex secundæ B, ac sexta M quartæ D. b erit composita ex prima H, & quinta I, scilicet tota E æquemultiplex secundæ B, ac composita ex tertia L, & sexta M, hoc est tota F, quartæ D.

a 1. A. 3.

b 9. A. 3.

THEOREMA 2.

PRoportionalium æquemultiplices sunt proportionales.

Propositio. Si prima A ad secundam B eandem habuerit rationem, quam tertia C ad quartam D, etiam E, & G æquemultiplices primæ, & tertiæ eandem rationem habebunt, ad F, & H æquemultiplices secundæ, & quartæ.

I	E	A	B	F	L
12.	6	2	1	2	6
M	G	C	D	H	N
24.	12.	4.	2.	4.	12.

Præparatio. Sumantur I, & M æquemultiplices ipsarum E, & G, itemque L, & N æquemultiplices ipsarum F & H.

Demonstratio. I est æquemultiplex

primæ A, atque M tertiæ C, a pari- a 1.T.3.
terque L est æquemultiplex secun-
dæ B, ac N quartæ D. Ergo, cum sit
vt A ad B, ita C ad D, b æquemulti- b 9.D.3.
plices illarum I, M & L, N concor-
dant. Sunt vero eædem I & M mul-
tiplices ipsarum E & G, perinde ac
L, & N ipsarum F, & H. Ergo cum
concordent, c erunt illarum simpli- c 9.D.8.
ces inter se proportionales, & vt E
ad F, ita G ad H.

THEOREMA 3.

VT vna antecedentium ad vnam consequentium, ita omnes ad omnes.

Propositio. Si sunt magnitudines quotcunque proportionales, vt A ad B, ita C ad D, & E ad F; sicut se habuerit vna antecedentium ad vnam consequentium, A ad B, ita se habebunt omnes antecedentes

A C E ad omnes conſequentes B D F.

Præparatio. Sumantur antecedentium A, C, E æquemultiplices G, H, I, itemque	G.4.	H. 6.	I.2.
	A.2.	C.3.	E. 1
	B.4.	D.6.	F. 2.
	L.12.	M.18.	N.6

conſequentium æquemultiplices quæuis L, M, N.

Demonſtratio. G, H, I ſunt æque-
a 7.A.3. multiplices ipſarum A, C, E ergo a compoſita ex G H I erit æquemultiplex compoſitæ ex ACE, atque eſt vna G, vnius A. Item compoſita ex L M N erit æquemultiplex compoſitæ ex BDF, atque vna L eſt vnius B. Quare cum ponatur vt A ad B,
b 9.D.3. ita C ad D, & E ad F b multiplices illarum GHI concordabunt, cum multiplicibus aliarum LMN. Ergo ſi G multiplex A ſuperat vel æquat, vel deſerit L multiplicem B, compoſita ex G H I multiplex omnium ACE ſuperabit, aut æquabit aut deſeret compoſitam ex L M N multiplicem omnium BDF. Ergo c illa-
c 9.D.3.

rum simplices sunt proportionales, & vt A ad B, ita omnes ACE ad omnes BDF.

THEOREMA 4.

PRoportionalium prima, & tertia concordant cum secunda, & quarta.

Propositio. Si prima A ad secundam B eandem rationem habeat, quam tertia C ad quartam D, si prima maior est tertia, secunda quoque maior erit quarta, & si prima æquat tertiam, secunda æquabit quartam, ac denique si prima minor est tertia, minor quoque erit secunda quarta.

Demonstratio primæ partis. Quando A maior est C, [a] maior est ratio A ad D, quam C ad D. Est vero vt C ad D, ita A ad B. Ergo [b] maior est ratio A ad D, quam A ad

8	4	9	3
A.	B.	C.	D

a 2.A.3.

b 6.A.3.

c 2.A.3. B. Ergo c D eſt minor quam B.

Demonſtratio ſecundæ partis, quando A eſt æqualis C, Eadem

4.	2.	4.	2
A.	B.	C	D

a 1 A.3. eſt ratio a A ad D, quæ C ad D. ſed
b 6. a. 3. vt C ad D, ita A ad B. Ergo b eadem eſt ratio A ad D, quæ eiuſdem A ad
c 3.A.3. B. Ergo c B, & D ſunt æquales.

Demonſtratio tertiæ partis quando A
a 2.A.3. minor eſt C, a minor

4	2	6	3
A	B	C	D

nor eſt ratio A ad D, quam C ad D, vt vero C ad D ita A ad B. Ergo minor eſt ratio A ad D, quam eiuſdem A ad B. ergo B minor eſt D.

THEOREMA 5.

Partes, & æquemultiplices ſunt proportionales.

Propoſitio. Si partium A, & B ſint æquemultiplices C, & D, erunt partes A, B, & æquemultiplices C, D

C, D proportionales, eritque vt A ad B, ita C ad D.

C 9. E 3. F 3. G 3.
A 3
B 2
D 6. H 2. I 2. L 2.

Præparatio. Diuidantur æquemultiplices C & D in partes æquales ipsis A, & B. Scilicet in E, F, G, & H, I, L.

Demonstratio. Vt E ad H, ita F ad I, & G ad L. ergo [a] vt E ad H ita EFG ad HIL. vt autem E. ad H ita A ad B ergo vt A ad B ita EFG hoc est C ad HIL, siue D. a 3.T.3.

THEOREMA 6.

Proportionales sunt vicissim proportionales.

Propositio. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint: vt A ad B, ita C ad D, & vicissim proportionales erunt: vt A ad C, ita B ad D, quæ est Permutata ratio.

Præparatio. Sumantur primæ A, & secundæ B æquemultiplices quæuis E, & F, itemque tertiæ C, & quartæ D æquemultiplices quæuis G. & H.

E 8.	A 4.	B 2.	F 4.
G 18.	C 6.	D 3.	H 9.

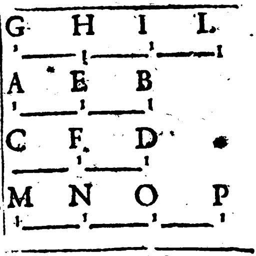
Demonstratio. vt A ad B ita E ad F: a sed vt A ad B, ita C ad D. ergo b vt C ad D ita E ad F. Rursum vt C ad D, ita G ad H. c ergo vt E ad F, ita G ad H. ergo d E, & G concordant cum F, & H. Ergo si sumatur A prima, & C secunda, itemque B tertia, & D. quarta; E, & F erunt æquemultiplices primæ, & tertiæ, vti G, & H secundæ, & quartæ, ac concordabunt multiplices primæ, & secundæ cum multiplicibus tertiæ, & quartæ, ergo e & simplices erunt proportionales, eritque vt A ad C, ita B ad D.

a 6. T. 3.
b 6. A. 3.
c 5. T. 3.
d 4. T. 3.
e 9. D. 3.

THEOREMA 7.

Compositæ proportionales, etiam diuisæ sunt proportionales.

Propositio. Si compositæ magnitudines AB ex AE, EB, & CD ex CF, FD proportionales fuerint, vt AB ad BE, ita CD ad DF, hæquoque diuisæ proportionales erunt: vt AE ad EB, ita CF ad FD. quæ est diuisa ratio.



Præparatio. Sumantur ipsarum AE, & EB æquemultiplices quæuis GH, HI, itemque ipsarum CF, FD æquemultiplices MN, NO. Item sumantur IL, & OP æquemultiplices ipsarum EB, FD.

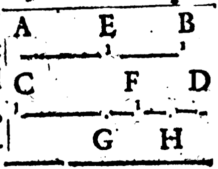
Demonstratio. GH, HI sunt æquemultiplices ipsarum AE, EB. ergo
a 7.A.3. [a] quam multiplex est GH ipsius AE, tam multiplex est tota GI totius AB. Eodem modo quam multiplex est MN ipsius CF, tam est tota MO totius CD. Rursum, cum prima HI sit æquemultiplex secundæ BE, vt est tertia NO quartæ DF; sitque prętęrea quinta IL secundæ BE æquemultiplex, vt sexta OP quartæ DF,
b 9.A.3. erit [b] tota HL æquemultiplex ipsius BE, vt est tota NP ipsius DF, adeo vt GI, MO sint æquemultiplices ipsarum AB, CD, sintque etiam HL, NP ipsarum BE, DF. Quare cum supponatur vt, AB ad BE, ita
c 9.D.3. CD ad DF, [c] multiplices illarum GI, HL concordant cum MO, NP. ergo ablatis communibus HI, NO
d 3 A. 1. etiam [d] concordabunt GH, IL cum MN, OP. ergo & illarum simplices sunt proportionales, & vt AE ad EB, ita CF ad FD.

THEOREMA 8.

Diuisæ magnitudines proportionales, etiam compositæ sunt proportionales.

Propositio. Si diuisæ magnitudines AE, EB & CF, FD sint proportionales, vt AE ad EB, ita CF ad FD, hæ quoque compositæ proportionales erunt. Vt AB ad BE, ita CD ad DF.

Præparatio Si vt AB ad BE non est CD ad DF, sit ad DG maiorem, vel ad DH minorem ipsa DF.



Demonstratio. Si vt AB ad BE ita CD ad DH minorem, erit diuidendo vt AE ad EB, ita CH ad HD. Sed vt AE ad EB ponitur esse CF ad FD. ergo vt CH ad HD, ita CF ad FD. ergo a cum prima CF sit minor ter- a 4. T. 3.

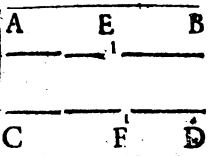
tia CH, erit ſecũda FD minor quarta HD contra hypoth. Si vero vt AB ad BE, ita CD ad DG maiorẽ, erit diuidendo vt AE ad EB, ita CG ad GD, ſed vt AE ad EB, ita ponitur CF ad FD. ergo vt CG ad GD, ita CF ad FD ergo cum prima CG ſit minor tertia CF, erit ſecunda GD minor quarta FD, contra hypotheſim. Ergo cum CD non ſit ad maiorem, nec ad minorem ipſa FD, erit ad ipſam.

THEOREMA 9.

SI tota, & ablata proportionia ſunt, etiam reliqua, & tota.

Propoſitio. Si fuerit vt totum AB ad totum CD, ita ablatum AE ad ablatum DF; erit & reliquum EB ad reliquum FD vt totum AB ad totum CD.

Demonstratio. Vt AB ad CD, ita AE ad CF. ergo perumtando vt AB ad AE ita CD ad CF. ergo diuidendo vt BE ad EA, ita DF ad FC. ergo permutando vt BE ad DF ita EA ad FC. Sed vt AE ad CF, ita AB ad CD. ergo vt ablatum BE ad ablatum DF ita totum AB ad totum CD.



THEOREMA 10.

PRoportionalium ex æquo prima, & tertia concordant cum quarta, & sexta.

Propositio. Si sint tres magnitudines ABE, & aliæ ipsis æquales numero CDF, quæ binæ, & in eadem ratione sumanrur. Vt A ad B, ita C ad D, & vt B ad E, ita D ad F, ex æquo concordabunt prima A, &

tertia E cum quarta C, & sexta F.

Demonstratio. Quando A superat E. A est maior quam E.

1	2	3		4	5	6
A	B	E	:	C	D	F
8.	4.	2		12.	6.	3

a 2. A. 3. ergo [a] ratio A ad B maior est ratione E ad eandem B. est autem vt A ad B, ita C ad D. ergo maior erit ratio C ad D, quam E ad B. est autem vt E ad B, ita F ad D per conuersam ra-
b 4. A. 3. tionem. ergo [b] maior erit ratio C ad D, quam F ad eandem D. ergo C maior erit quam F.

Demonstratio. Quando A est æqualis E. A est æqualis E, ergo

1	2	3		4	5	6
A	B	E	:	C	D	F
8.	4.	8.		12.	6	12

a 2. A. 3. [a] vt A ad B, ita E ad eandem B. sed vt A ad B, ita C ad D. ergo vt C ad D ita E ad B. Est vero vt E ad B, ita F ad D. ergo vt C ad D, ita F ad
b 3. A. 3. eandem D. ergo [b] C, & F sunt æquales.

Demonstratio. Quando A est minor E. A est

A	B	E	:	C	D	F
8.	4.	12		6.	3.	9.

minor E. ergo [a] minor est ratio A ad B quam E ad eandem B. sed vt A ad B, ita C ad D. ergo minor est ratio C ad D, quam E ad B. vt vero E ad B, ita F ad D. ergo minor est ratio C ad D, quam F ad eandem D. ergo [b] C minor est, quam F.

a 2.A.3.

b 4.A.3.

Ergo semper prima, & tertia concordant cum quarta, & sexta.

THEOREMA II.

Bina proportionales sunt ex æquo proportionales.

Propositio. Si sint quotcunque magnitudines A B E, & aliæ ipsis æquales numero C D F, quæ binæ in eadem ratione sumantur. Vt A ad B, ita C ad D. Et vt B ad E ita D ad F, erit etiam æquando vt A ad E, ita C ad F.

Præparatio. Sumantur ipsarum

A, & C æquemultiplices G. L. Item ipsarum B, D, æquemultiplices H, M, denique I, N ipsarum E, F.

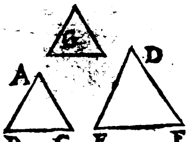
8.	4.	12		6.	3.	9.
A	B	E	:	C	D	F
G	H	I	:	L.	M.	N.
16.	12.	24		12.	9.	18.

Demonstratio. Vt A ad B, ita C ad
a 2. A. 3. D. ergo a vt G ad H, ita L ad M.
Rursum vt B ad E, ita D ad F. ergo
b 10. T. 3. vt H ad I, ita M ad N. ergo b G, & I
concordant cum L, & M. ergo & illarum simplices siue partes sunt
proportionales, & vt A ad E, ita C ad F.

GEOMETRIÆ SPECVLATIVÆ LIBER QVARTVS.

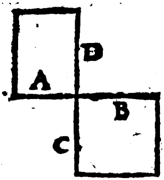
DEFINITIONES.

1. SImiles figuræ rectilineæ ſunt illæ, quæ angulos ſingulos ſingulis æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia.



Talia ſunt triangula ABC, DEF, angulus A æqualis D, & vt AB ad AC, ita DE ad DF, &c.

2. Reciprocæ figuræ ſunt, cum in vtraque figura antecedentes, & conſequentes rationum termini fuerint.



Talia ſunt parallelogramma A, & B ſi ſit vt latus A ad latus B; ita latus C ad latus D.

3. Altitudo cuiuſque figuræ eſt lineà perpendicularis à vertice ad baſim ducta, atque omnino triangula poſita inter eaſdem parallelas eandem habent altitudinem, ſicut & illa, quæ apices habent ſimul, & baſes in vna recta linea, vt ſequenti in figura.

DEFI-

Libro tertio pa

Pag. 75. lin. 9. Maior *pro* M
pag. 87. lin. 20. tione *pro* ra
ratio *pro* tione
pag. 95. 8. 4. 9. 3. *pro* 8. 4. 6. 3.

pag. 99.

G H I L

A E B

C F D

M N O P

pag. 101.

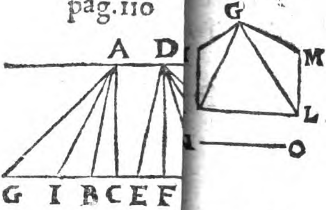
A E B

C F D

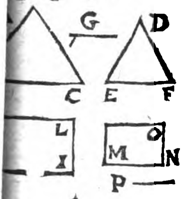
G H

pag. 102. linea antepen. DF *pro*
pag. 106. linea proantepen. M

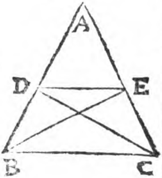
pag.110



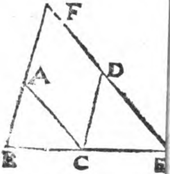
pag.131.



pag.112.



pag.114.
lin.5. ergo *pro* ve

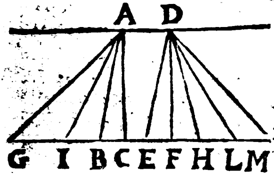


PROPOSITIONES.

THEOREMA PRIMVM.

Triangula, & parallelogramma eiusdem altitudinis ita se habent vt bases.

Propositio. Triangula ABC, DEF, quorum eadem fuerit altitudo, siue quæ sint inter easdem parallelas AD, BF, ita se habent vt bases. Vt prima magnitudo BC ad secundam EF, ita tertia ABC ad quartam DEF.



Præparatio. Sumantur BI, IG æquales ipsi BC: itemq; FH, HL, LM æquales ipsi EF, fiantque triangula ductis rectis

K

AI, AG, & DH, DL, DM, adeo vt triangula AGI, AIB, ABC ob æqualitatem baſium [a] ſint æqualia, nec non alia inter ſe DEF, DFH, DHL, DLM. atque eo pacto, vt tota GB eſt multiplex baſis BC, ita triangulum AGB eſt æque multiplex trianguli ABC, hoc eſt primæ, & tertiæ magnitudinis: item baſis FM, & triangulum DFM ſunt æque multiplices ſecundæ magnitudinis EF, & quartæ DEF.

a 23. T. 3.

Demonſtratio. Si baſis GB æqualis eſt baſi FM, eſt etiam triangulum AGB æquale triangulo DFM. [b] Et ſi baſis GB eſt minor FM, minus quoque eſt AGB ipſo DFM. ac denique ſi GB maior eſt baſi FM, maius quoque eſt AGB ipſo DFM. ergo [c] duæ baſes GB, FM concordant cum triangulis AGB, DFM. ergo [d] & illarum ſimplices ſunt proportionales, & vt BC ad EF, ita ABC ad DEF.

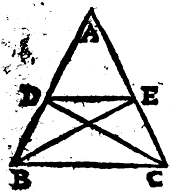
b 23. T. 1.
c 10. D. 3.
d 9. D. 3.

Quia vero parallelogramma ſemper erunt dupla triangulorum, c habebunt se eodem modo, ac recurret eadem demonstratio. c 25. T. 1.

THEOREMA 2.

Parallela lateri trianguli secat latera proportionaliter.

Propositio. Si ad vnum trianguli ABC latus BC parallela ducta fuerit DE, hæc proportionaliter secabit latera AB, AC, eritque vt AD ad DB, ita AE ad EC.



Præparatio. Ducantur rectæ DC, EB.

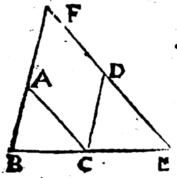
Demonstratio. Duo triangula DEB, EDC sunt super eadem basi DE, & inter easdem parallelas DE, BC. ergo a & inter se æqualia. ergo vt b ADE ad DEB, ita idem ADE ad a 1. T. 4. b 1. A. 3.

EDC. vt autem ADE ad DEB ita
a 1.T.3. baſis AD ad baſim DB. c ergo vt
ADE ad EDC ita AD ad DB. Vt
vero ADE ad EDC ita AE ad EC.
ergo vt AD ad DB, ita AE ad EC.

THEOREMA 3.

Aequi-angulorum triangulorum proportionalia ſunt latera.

Propoſitio. Æquiangulorum triangulorum ABC, DCE ita vt A ſit æqualis D, & B ipſi C, & C ipſi E, proportionalia ſunt latera, quæ circa æquales angulos vt AB ad BC, ita DC ad CE &c.



Præparatio. Statuantur baſes BC, & CE ſuper eadem recta BE, adeo vt angulus B opponatur æquali sibi DCE, itemque ACB æquali E. Et quia Anguli DCE, & E sunt ambo simul minores duobus rectis, [a] estque B æqualis ipsi DCE, erunt duo ABC, DEC minores duobus rectis, adeoque productæ rectæ BA, ED tandem concurrent in F, fietque triangulum FBE. Et quia in rectas FE, & AC cadit recta BCE faciens duos oppositos ad easdem partes internum DEC, & externum ACB inter se æquales, erunt [b] inter se parallelæ rectæ FE AC. Rursum quia in rectas FB, DC cadit recta ECB faciens oppositos internum ABC, & externum DCE æquales inter se, erunt quoque rectæ FB, DC inter se parallelæ, eritque ex definitione parallelogrammi, FACD parallelogrammum.

a 17. T. 1.

b 13. T. 1.

Demonstratio. In triangulo FBE linea AC est parallela lateri FE. Ergo [c] vt BA ad AF, ita BC ad CE. ergo permutando vt BA ad BC, ita AF ad CE, est autem CD æqualis AF. [d]

c 2. T. 4.

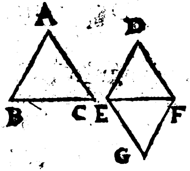
d 21. T. 1.

ergo vt AB ad BC, ita DC ad CE. Iterum quia DC eſt parallela lateri FB, erit vt EC ad CB, ita ED ad DF. vero permutando vt EC ad ED, ita CB ad DF. Eſt ergo CA æqualis DF. ergo vt EC ad ED, ita CB ad CA. Tandem vt AB ad BC, ita DC ad CE, & vt BC ad CA, ita CE ad ED. ergo æquando vt AB ad AC, ita DC ad DE.

THEOREMA 4.

Triangula proportionalium laterum ſunt æqui-angula.

Propoſitio. Si duo triangula ABC, DEF habeant latera proportionalia, vt AB ad AC, ita DE ad DF, &c. æqui-angula erunt triãgula, & habebunt æquales oppoſitos proportionali-



bus lateribus angulos A ipsi D, &c.

Præparatio. Fiat angulus EFG æqualis angulo C, & FEG angulo B, a 18.T.1.
eritque [a] reliquus G æqualis reliquo A, eruntque triangula ABC, EFG æquiangula.

Demonstratio. Vt AB ad BC, ita b 3.T.4.
GE ad EF. [b] vt autem AB ad BC, ita DF ad EF. ergo vt GE ad EF, ita c 1.A.3.
DE ad eandem EF, ergo [c] GE & DE sunt æquales. Pari modo ostendetur GF æqualis ipsi DF. quare cum duo latera GE, GF sint æqualia duobus DE, DF, & basis EF sit d 11.T.1.
communis, [d] erit triangulum DEF æquale triangulo GEF, & æquiangulum. Est autem eidem GEF æquiangulum ABC. ergo & triangulum DEF est æquiangulum triangulo ABC.

THEOREMA 5.

EX æquali angulo, & lateribus illius proportionalibus æquiangula triangula.

Figura Theor. præced. *Propoſitio.* Si duo triangula ABC, DEF vnum angulum ABC vni angulo DEF æqualem habeant, & circum angulos proportionalia latera, vt AB ad BC, ita DE ad EF, æquiangula erunt triangula.

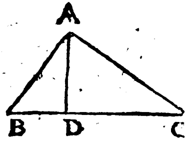
Præparatio. Fiat angulus FEG, æqualis angulo B, & EFG ipſi C. a 18.T.1. eritque G æqualis A,[a] atque adeò æquiangula ABC, GEF.

Demonſtratio. Vt AB ad BC, ita GE ad EF. b 3.T.4. [b] vt vero AB ad BC, ita DE ad EF. Ergo vt GE ad EF ita c 1.A.3. DE ad eandem EF. ergo[c] GE, & DE ſunt æquales. Atque adeo in triangulis DEF, GEF duo latera DE, EF ſunt æqualia duobus GE, EF, est & angulus GEF æqualis angulo B, hoc est, vt supponitur, angulo DEF. ergo d duo triangula DEF, GEF sunt æquiangula. sunt autem & duo ABC, GEF æquiangula, ergo & duo ABC, DEF sunt æquiangula. d 1. T. 1.

THEOREMA 6.

IN rectangulis triangulis perpendicularis à recto in basim facit triangula inter se, & toti similia.

Propositio. Si in triangulo rectangulo ABC ab angulo recto A in basim BC perpendicularis AD ducatur, quæ fient triangula ABD. ADC erunt tum toti triangulo ABC, tum inter se similia.

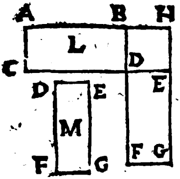


Demonstratio. In triangulis A B C, & D A B, duo anguli B A C rectus, & ABC sunt æquales duobus ADB
a 18.T.1. recto, & eidem D B A. ergo a & tertius ACB est æqualis tertio DAB. ergo æqui angula sunt triangula
b 3.T.4. A B C, D A B. ergo b proportionalia
c 1.D.4. habent latera. ergo c sunt similia. Eodem modo demonstratur A D C simile ipsi ABC, atque adeo, cum A D B, A D C habeant æquales angulos toti A B C, sunt æqui-angula, & similia.

THEOREMA 7.

Æqualium, & æquiangulorum parallelogrammorũ reciproca sunt latera, & contra.

Propositio. Æqualium parallelo-



grammorũ L, M, & vnum angulum B D C vni angulo E D F æqualem habentiũ reciproca sunt latera, quę circa æquales angulos, vt E D ad D E, ita F D, ad D B, contra vero si parallelogrammorum A D, D G vnum angulum B D C vni E D F æqualem habentium reciproca sunt latera circa æquales angulos. Vt C D ad D E, ita F D ad D B, æqualia sunt parallelogramma A D, D G.

Præparatio. Producãtur latera C D in E, & B D in F, fiatque parallelogrãmmum D G æqui-angulum, & æquale alteri M, deinde producantur G E, & A B in H, vt fiat parallelogrammum commune D H, sintque D A, D H in eadem altitudine, siue inter easdem parallelas, vti & duo D H & D G.

Demonstratio. Duo parallelogramma C B, D H sunt in eadem altitua 1.T.4. dine. ergo [a] vt C D ad D E, ita parallelogrammum C B ad D H. Eſt autem vt C B ad D H, ita æquale

b 1.T.4. F E ad idem D H [b]. ergo vt C D ad D E ita parall. F E ad D H. ſed vt F E ad D H, ita F D ad D B. ergo vt C D ad D E, ita F D ad D B.

Ex aduerſo vero ſi ſint latera circa æquales angulos B D C, E D F reciproca, vt C D ad D E, ita F D ad D B erunt parallelogramma C B, D G æqualia: eadem enim in Præparatione, vt C D ad D E ita parall. C B ad D H. Et vt F D ad D B, ita paral. F E ad D H. Eſt vero vt C D ad D E ita F D ad D B. ergo vt C B ad D H, ita F E ad idem D H. ergo [c] æqualia ſunt C B, F E.

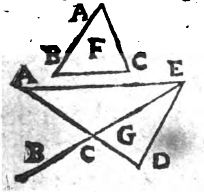
c 3.T.3.

THEOR.

THEOREMA 8.

TRiangulorum æqualium, & habentium æqualem angulum reciproca sunt latera, & contra.

Propositio. Æqualium triangulorum F, G, & habentium æqualē angulum vnum ACB vni ECD eciproca sunt larera, quæ circa æquales angulos vt



BC ad CE, ita DC ad CA, & contra.

Præparatio. Productis vt supra lateribus DC in A, & EC in B fiat triangulum ABC, sumptis lateribus CB, CA æqualibus aliis CB, CA, & ducta BA, vt triangulum ABC sit æquale, & simile ipsi F. Ducatur deinde recta AE, vt fiat commu-

L

ne triangulum ACE.

a 1.T.4. *Demonstratio*. Vt BC ad CE, [a] ita ABC ad ACE, est autem vt ABC ad ACE, ita æquale CDE ad idem ACE. ergo vt BC ad CE, ita DCE ad ACE. Est autem vt DCE ad CEA

b 1.T.4. ita DC ad CA. [b] ergo vt BC ad CE, ita DC ad CA.

Ex aduerso vero si latera sint reciproca circa æquales angulos vt BC ad CE, ita DC ad CA, erunt ipsa triangula æqualia. Eadem enim in Præparatione, vt BC ad CE; ita DC ad CA. vt vero BC ad CE, ita

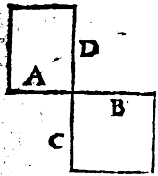
c 1.T.4. ABC ad ACE. [c] Et vt DC ad CA ita DCE ad CEA. ergo vt ABC ad CEA, ita DCE ad idem CEA. ergo

d 3.A.5. [d] ABC, & CDE sunt æqualia.

THEOREMA 9.

Rectangulum sub extremis proportionalium æquale est illi, quod sub mediis.

Propositio. Si quatuor lineæ pro-



portionales fuerint, vt A ad B ita C ad D, quod ſub extremis A, & D comprehenditur rectangulum AD æquale eſt ei, quod ſub mediis B, C comprehenditur BC, & contra.

Præparatio. Fiant ex dictis lineis parallelogramma rectangula, adeoque æquiangula AD, CB, & diſponantur vt ſupra.

Demonſtratio. Parallelogramma AD, CB habent æquales angulos, & circa illos reciproca latera vt A ad B, ita C ad D. ergo a ſunt æqualia. a 7. T.4.

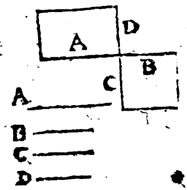
Ex aduerſo vero ſi ſub extremis A, & D comprehenſum rectangulum AD, æquale fuerit rectangulo CB comprehenſo ſub mediis, quatuor illæ rectæ A B, C, D, erunt proportionales vt A ad B, ita, C ad D.

Eadem enim in præparatione parallelogramma AD, CB ponuntur æqualia, habentque rectos, adeo-b 7.T.4. que æquales angulos: ergo [b] illorum latera ſunt reciproca, & vt A ad B, ita C ad D.

THEOREMA 10.

Rectangulum ſub media triũ proportionalium æquale eſt illi, quod ſub extremis, & contra.

Propoſitio. Si tres rectæ A,B,D proportionales fuerint vt A ad B, ita B ad D, quod ſub extremis A, & D fiet rectangulum A D, æquale erit ei, quod à media B fiet BC. Contra vero ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale eſt quadrato mediæ, proportionales ſunt illæ tres rectæ.



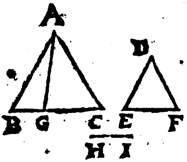
Demonſtratio. Tribus illis rectis inſeratur C æqualis ipſi B, vt ſit ſicut

A ad B, ita C ad D, ac tunc recurret superior demonstratio positis illis quatuor proportionalibus, eritque rectangulum BC sub æqualibus B, C comprehensum Quadratum mediæ B.

THEOREMA II.

Similia triangula sunt in duplicata ratione laterum proportionalium.

Propositio. Similia triangula ABC, DEF sunt in duplicata ratione laterum proportionalium BC, EF. hoc est, si latera sumantur proportionalia BC, EF, & quæratur tertia aliqua proportionalis, adeo vt sit sicut BC ad EF, ita EF ad tertiam HI, triangulum



ABC factum ſupra primam BC erit ad triangulum DEF factum ſimiliter ſupra ſecundam EF, ſicut ſe habet prima BC ad tertiam HI.

Præparatio. Si latus BC eſt maius EF reſcindatur ex eo recta BG æqualis tertiæ HI, ducaturque AG, adeo vt duo fiant triangula ABG, AGC eiuſdem altitudinis.

Demonſtratio. Quia ponuntur ſimilia triangula, erit vt AB ad BC, ita DE ad EF. a ergo permutando vt AB ad DE, ita BC ad EF. Vt autem BC ad EF, ita ponitur EF ad BG. ergo duo ABG; DEF reciproca habent latera AB ad DE, & EF ad BG, & æquales angulos iis contentos B, E. ergo b ſunt æqualia. Ergo vt ABC ad DEF, ita idem ABC ad ABG æquale ipſi DEF. Vt autem ABC ad ABG, ita BC ad BG. c ergo vt ABC ad DEF, ita BC ad BH, ſiue ad illi æqualem HI, quæ tertia eſt proportionalis.

a 3. T. 4.

b 8. T. 4.

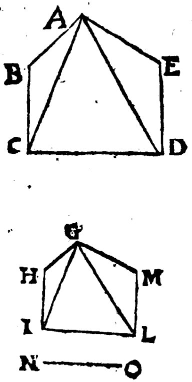
c 1. T. 4.

Quod ſi BC, & EF ponantur æqualia, æqualia quoque erunt

Triangula, adeoque in ratione postulata.

THEOREMA 12.

Similia polygona in similia triangula diuiduntur & numero æqualia, & homologa totis; Et polygona habent inter se duplicatam rationem eius, quam habet latus homologum ad homologum.



Propositio. Sint polygona similia ABCDE, & GHILM. hoc est habeant equales angulos, & circa illos proportionalia latera, 1. diuidentur in triangula similia, vt ABC sit simile GHI &c, eruntque tot in vno, quot in alio. 2. Triangula illa erunt homologa-ſine proportionalia totis polygonis; Vt triangulum ABC ad GHI, ita polygonum ABCDE ad GHILM. 3. Polygona inter ſe habebunt duplicatam rationem laterum proportionalium, hoc eſt ſi ſit vt CD ad IL, ita IL ad tertium proportionale NO, erit vt CD ad NO, ita ABCDE ad GHILM, quæ eſt duplicata ratio.

Præparatio. ducantur ab vno angulo rectæ AC, AD, & GI, GL.

Demonſtratio primæ partis. Quia tot ſunt anguli in vno, quot in alio, tot erunt triangula in vno, quot in alio. Quia vero in triangulis ABC, GHI angulus B eſt æqualis H, & latera BA, BC proportionalia ipſis GH,
a 5. T. 4. HI, triangula erunt ſimilia. a Idem vero oſtendetur de triangulis AED, GML. Rurſum vt AC ad CB, ita GI ad IH ob ſimilia triangula, & vt BC ad CD, ita ob ſimilia polygona HI ad IL. ergo æquando vt AC ad CD, ita GI ad IL. Eſt vero angulus BCD æqualis HIL. ergo ablato

æquali hinc ACB, inde GIH restabunt æquales duo ACD, GIL, adeoque triangula duo ACD, GIL habent angulum æqualem, & latera circa illum proportionalia. ergo[b] & sunt similia. b 5. T. 4.

Demonstratio secundæ partis. Quia similia sunt triangula ABC, GHI habebunt [c] duplicatam rationem laterum AC, GI. Sunt autem & similia ACD, GIL. ergo & habebunt duplicatam rationem eorundem laterum AC, GI. ergo erit vt ABC ad GHI, ita ACD ad GIL. Rursum vero AED, GML sunt similia. ergo habent, duplicatam rationem laterum homologorum AD, GL. Habenr autem ACD, GIL duplicatam quoque rationem laterum eorumdem AD, GL. Ergo vt AED ad GML, ita ACD ad GIL, & vt ACD ad GIL, ita ABC ad GHI. ergo [d] vt vnum antecedentium AED, ad vnum consequentium GML, ita omnia antecedentia hoc est polygonum ABCDE, ad omnia conse-

c 11. T. 4.

d 3. T. 3.

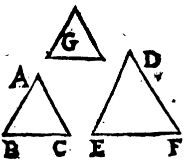
quentia, sine polygonum GHILM.

Demonstratio tertiæ partis. Vt triangulũ vnum quoduis ACD ad aliud proportionatum GIL, ita polygonum totum ad totum. Est autem triangulum ACD ad GIL in duplicata ratione lateris CD ad IL. ergo & totum polygonum ABCDE erit ad GHILM in duplicata ratione laterum CD, IL.

THEOREMA 13.

Eidem rectilineo similia sunt inter se similia.

Propositio. Si ABC est simile G, & eidem G est simile DEF, est quoque ABC simile DEF.



Demonstratio. Anguli polygoni ABC sunt æquales angulis polygoni G, ſunt & æquales anguli polygoni DEF angulis eiuſdem G, ergo & interſe æquales. Rurſum latera angulorum polygoni ABC, & DEF ſunt proportionalia lateribus angulorum polygoni G. ergo & interſe proportionalia. ergo & polygona ſimilia.

THEOREMA 14.

Ex quatuor proportionalibus facta ſimilia polygona ſunt quoque proportionalia.

Propoſitio. Si quatuor lineæ BC, EF, HI, MN ſint proportionales vt BC ad EF, ita HI ad MN, & ab iis recti-linea ſimilia, ſimiliterque poſita deſcribantur ABC, DEF, & HL, MO quæuis dum ſimilia, illa proportionalia erunt vt ABC ad DEF, ita HL ad MO.

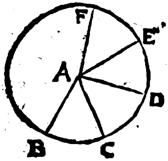
Præparatio. Reperiatur tertia proportionalis G vt ſit ſicut BC ad EF ita EF ad G, ſitque adeo BC ad G duplicata eius quæ eſt BC ad EF. Reperiatur ſimiliter tertia P.

Demonſtratio. Vt BC ad EF, ita HI ad MN, & vt EF ad G, ita MN ad P. ergo æquando vt BC ad G, ita HI ad P. Vt autem BC ad G, ita ABC ad
a 11. T. 4. DEF. a ergo vt ABC ad DEF ita HI ad P. Vt autem HI ad P, ita AL ad MO. ergo vt ABC ad DEF, ita HL ad MO.

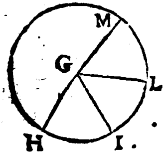
THEOREMA 15.

In circulis æqualibus anguli ſunt proportionales circumferentiis.

Propoſitio. In circulis æqualibus ex



ex centio A, & G anguli B A C, HGI eandem habent rationem cũ peripheriis, quibus insistunt BC, HI, vt sit sicut BAC ad HGI, ita BC ad HI.



Præparatio. Sumantur circumferentiæ CD, DE, æquales ipsi BC, similiterque IL, LM æquales ipsi HI, ducanturque radij AD, AE, AF, & GL, GM, adeo vt anguli CAD, DAE, EAF sint æquales interse, sicut & IGL, LGM interse. Quo pacto vt circumferentia CF erit multiplex ipsius BC, ita angulus CAF erit æquemultiplex anguli BAC, hoc est primæ, & tertiæ magnitudinis: similiterque IM erit multiplex ipsius HI, & angulus IGM æquemultiplex anguli HGI, hoc est secundæ, & quartæ magnitudinis.

Demonſtratio. Si peripheria CF æqualis eſt peripheriæ IM, etiam angulus CAF æqualis eſt angulo IGM: ac ſi CF maior eſt quam IM, maior quoque eſt CAF ipſo IGM: ſi denique CF minor eſt quam IM, minor quoque eſt CAF ipſo IGM, ergo duæ circumferentiæ CF, IM concordant cum angulo CAF, IGM, ergo ſimplices illarum ſunt proportionales, & vt BC ad HI, ita BAC ad HGI.

ELEMENTA GEOMETRIÆ PRACTICÆ.

POSTVLATA.

1. A Quouis puncto ad quoduis punctum liceat lineam rectam ducere.
2. Lineam rectam terminatam liceat in continuum rectâ producere.
3. Quouis centro, & quouis interuallo liceat circulum describere.
4. Cuiuis datæ lineæ rectæ liceat aliam rectam æqualem sumere.

ne triangulum ACE.

a 1.T.4. *Demonſtratio*. Vt EC ad CE, a ita ABC ad ACE, eſt autem vt ABC ad ACE, ita æquale CDE ad idem ACE. ergo vt BC ad CE, ita DCE ad ACE. Eſt autem vt DCE ad CEA

b 1.T.4. ita DC ad CA. b ergo vt BC ad CE, ita DC ad CA.

Ex aduerſo vero ſi latera ſint reciproca circa æquales angulos vt BC ad CE, ita DC ad CA, erunt ipſa triangula æqualia. Eadem enim in Præparatione, vt BC ad CE; ita DC ad CA. vt vero BC ad CE, ita

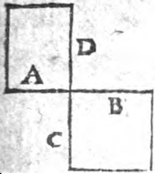
c 1.T.4. ABC ad ACE. c Et vt DC ad CA ita DCE ad CEA. ergo vt ABC ad CEA, ita DCE ad idem CEA. ergo

d 3.A.5. d ABC, & CDE ſunt æqualia.

THEOREMA 9.

R*Ectangulum ſub extremis proportionalium æquale eſt illi, quod ſub mediis.*

Propoſitio. Si quatuor lineæ pro-



portionales fuerint, vt A ad B ita C ad D, quod sub extremis A, & D comprehenditur rectangulum AD æquale est ei, quod sub mediis B, C comprehenditur BC, & contra.

Præparatio. Fiant ex dictis lineis parallelogramma rectangula, adeoque æquiangula AD, CB, & disponantur vt supra.

Demonstratio. Parallelogramma AD, CB habent æquales angulos, & circa illos reciproca latera vt A ad B, ita C ad D. ergo a sunt æqualia. a 7. T. 4.

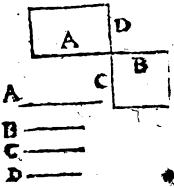
Ex aduerso vero si sub extremis A, & D comprehensum rectangulum AD, æquale fuerit rectangulo CB comprehenso sub mediis, quatuor illæ rectæ A B, C, D, erunt proportionales vt A ad B, ita, C ad D.

Eadem enim in præparatione parallelogramma AD, CB ponuntur æqualia, habentque rectos, adeo-b 7.T.4. que æquales angulos: ergo [b] illorum latera ſunt reciproca, & vt A ad B, ita C ad D.

THEOREMA 10.

Rectangulum ſub media triũ proportionalium æquale eſt illi, quod ſub extremis, & contra.

Propoſitio. Si tres rectæ A, B, D proportionales fuerint vt A ad B, ita B ad D, quod ſub extremis A, & D fiet rectangulum A D, æquale erit ei, quod à media B fiet BC. Contra vero ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum æquale eſt quadrato mediæ, proportionales ſunt illæ tres rectæ.



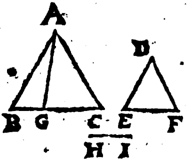
Demonſtratio. Tribus illis rectis inſeratur C æqualis ipſi B, vt ſit ſicut

A ad B, ita C ad D, ac tunc recurret ſuperior demonſtratio poſitis illis quatuor proportionalibus, eritque rectangulum BC ſub æqualibus B, C comprehenſum Quadratum mediæ B.

THEOREMA II.

Similia triangula ſunt in duplicata ratione laterum proportionalium.

Propoſitio. Similia triangula ABC, DEF ſunt in duplicata ratione laterum proportionalium BC, EF. hoc eſt, ſi latera ſumantur proportionalia BC, EF, & quæratur tertia aliqua proportionalis, adeo vt ſit ſicut BC ad EF, ita EF ad tertiam HI, triangulum



ABC factum supra primam BC erit ad triangulum DEF factum similiter supra secundam EF, sicut se habet prima BC ad tertiam HI.

Præparatio. Si latus BC est maius EF rescindatur ex eo recta BG æqualis tertiæ HI, ducaturque AG, adeo vt duo fiant triangula ABG, AGC eiusdem altitudinis.

Demonstratio. Quia ponuntur similia triangula, erit vt AB ad BC, ita DE ad EF. a ergo permutando vt AB ad DE, ita BC ad EF. Vt autem BC ad EF, ita ponitur EF ad BG. ergo duo ABG; DEF reciproca habent latera AB ad DE, & EF ad BG, & æquales angulos iis contentos B, E. ergo b sunt æqualia. Ergo vt ABC ad DEF, ita idem ABC ad ABG æquale ipsi DEF. Vt autem ABC ad ABG, ita BC ad BG. c ergo vt ABC ad DEF, ita BC ad BH, siue ad illi æqualem HI, quæ tertia est proportionalis.

a 3. T.4.

b 8.T.4.

c 1.T.4.

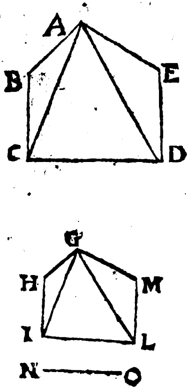
Quod si BC, & EF ponantur æqualia, æqualia quoque erunt

Triangula, adeoque in ratione postulata.

THEOREMA 12.

Similia polygoua in similia triangula diuiduntur & numero æqualia, & homologa totis; Et polygoua habent inter se duplicatam rationem eius, quam habet latus homologum ad homologum.

Propositio. Sint polygoua similia ABCDE, & GHILM. hoc est habeant ęquales angulos, & circa illos proportionalia latera, 1. diuidentur in triangula similia, vt ABC sit simile GHI &c, eruntque tot in vno, quot in alio. 2. Triangula illa erunt homo-



loga-ſine proportionalia totis polygonis; Vt triangulum ABC ad GHI, ita polygonum ABCDE ad GHILM. 3. Polygoua interſe habebunt duplicatam rationem laterum proportionalium, hoc eſt ſi ſit vt CD ad IL, ita IL ad tertium proportionale NO, erit vt CD ad NO, ita ABCDE ad GHILM, quæ eſt duplicata ratio.

Præparatio. ducantur ab vno angulo rectæ AC, AD, & GI, GL.

Demonſtratio primæ partis. Quia tot ſunt anguli in vno, quot in alio, tot erunt triangula in vno, quot in alio. Quia vero in triangulis ABC, GHI angulus B eſt æqualis H, & latera BA, BC proportionalia ipſis GH,
a 5. T. 4. HI, triangula erunt ſimilia. a Idem vero oſtendetur de triangulis AED, GML. Rurſum vt AC ad CB, ita GI ad IH ob ſimilia triangula, & vt BC ad CD, ita ob ſimilia polygona HI ad IL. ergo æquando vt AC ad CD, ita GI ad IL. Eſt vero angulus BCD æqualis HIL. ergo ablato

æquali hinc ACB, inde GIH restabunt æquales duo ACD, GIL, adeoque triangula duo ACD, GIL habent angulum æqualem, & latera circa illum proportionalia. ergo[b] & sunt similia. b 5. T. 4.

Demonstratio secundæ partis. Quia similia sunt triangula ABC, GHI habebunt [c] duplicatam rationem laterum AC, GI. Sunt autem & similia ACD, GIL. ergo & habebunt duplicatam rationem eorundem laterum AC, GI. ergo erit vt ABC ad GHI, ita ACD ad GIL. Rursum vero AED, GML sunt similia. ergo habent, duplicatam rationem laterum homologorum AD, GL. Habent autem ACD, GIL duplicatam quoque rationem laterum eorundem AD, GL. Ergo vt AED ad GML, ita ACD ad GIL, & vt ACD ad GIL, ita ABC ad GHI. ergo [d] vt vnum antecedentium AED, ad vnum consequentium GML, ita omnia antecedentia hoc est polygonum ABCDE, ad omnia conse- c 11. T. 4. d 3. T. 3.

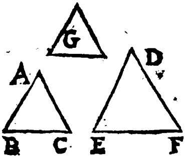
quentia, ſine polygonum GHILM.

Demonſtratio tertiæ partis. Vt triangulũ vnum quoduis ACD ad aliud proportionatum GIL, ita polygonum totum ad totum. Eſt autem triangulum ACD ad GIL in duplicata ratione lateris CD ad IL. ergo & totum polygonum ABCDE erit ad GHILM in duplicata ratione laterum CD, IL.

THEOREMA 13.

Eidem rectilineo ſimilia ſunt inter ſe ſimilia.

Propoſitio. Si ABC eſt ſimile G, & eidem G eſt ſimile DEF, eſt quoque ABC ſimile DEF.

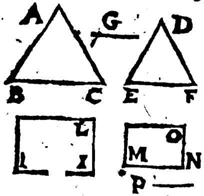


Demonſtratio. Anguli polygoni ABC ſunt æquales angulis polygoni G, ſunt & æquales anguli polygoni DEF angulis eiuſdem G, ergo & interſe æquales. Rurſum latera angulorum polygoni ABC, & DEF ſunt proportionalia lateribus angulorum polygoni G. ergo & interſe proportionalia. ergo & polygona ſimilia.

THEOREMA 14.

Ex quatuor proportionalibus facta ſimilia polygona ſunt quoque proportionalia.

Propoſitio. Si quatuor lineæ BC, EF, HI, MN ſint proportionales vt BC ad EF, ita HI ad MN, & ab iis recti-linea ſimilia, ſimiliterque poſita deſcribantur ABC, DEF, & HL, MO quæuis



dum ſimilia, illa proportionalia erunt vt ABC ad DEF, ita HL ad MO.

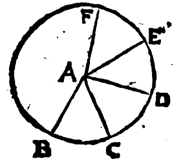
Præparatio. Reperiatur tertia proportionalis G vt ſit ſicut BC ad EF ita EF ad G, ſitque adeo BC ad G duplicata eius quæ eſt BC ad EF. Reperiatur ſimiliter tertia P.

Demonſtratio. Vt BC ad EF, ita HI ad MN, & vt EF ad G, ita MN ad P. ergo æquando vt BC ad G, ita HI ad P. Vt autem BC ad G, ita ABC ad
a 11.T.4. DEF. a ergo vt ABC ad DEF ita HI ad P. Vt autem HI ad P, ita AL ad MO. ergo vt ABC ad DEF, ita HL ad MO.

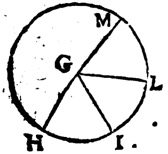
THEOREMA 15.

IN circulis æqualibus anguli ſunt proportionales circumferentiis.

Propoſitio. In circulis æqualibus ex



ex centio A, & G anguli BAC, HGI eandem habent rationem cũ peripheriis, quibus inſiſtunt BC, HI, vt ſit ſicut BAC ad HGI, ita BC ad HI.



Præparatio. Sumantur circumferentiæ CD, DE, æquales ipſi BC, ſimiliterque IL, LM æquales ipſi HI, ducanturque radij AD, AE, AF, & GL, GM, adeo vt anguli CAD, DAE, EAF ſint æquales interſe, ſicut & IGL, LGM interſe. Quo pacto vt circumferentia CF erit multiplex ipſius BC, ita angulus CAF erit æquemultiplex anguli BAC, hoc eſt primæ, & tertiæ magnitudinis: ſimiliterque IM erit multiplex ipſius HI, & angulus IGM æquemultiplex anguli HGI, hoc eſt ſecundæ, & quartæ magnitudinis.

Demonstratio. Si peripheria CF æqualis est peripheriæ I M; etiam angulus C A F æqualis est angulo IGM: ac si CF maior est quam IM, maior quoque est CAE ipso IGM: si denique CF minor est quam IM, minor quoque est CAF ipso IGM, ergo duæ circumferentiæ CF, IM concordant cum angulo C A F, IGM, ergo simplices illarum sunt proportionales, & vt BC ad HI, ita BAC ad HGI.

ELEMENTA GEOMETRIÆ PRACTICÆ.

POSTVLATA.

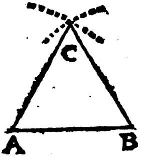
1. A Quouis puncto ad quoduis punctum liceat lineam rectam ducere.
2. Lineam rectam terminatam liceat in continuum rectâ producere.
3. Quouis centro, & quouis interuallo liceat circulum describere.
4. Cuiuis datæ lineæ rectæ liceat aliam rectam æqualem sumere.

PROPOSITIONES.

PROBLEMA PRIMVM.

Triangulum æquilaterum super data recta describere.

Datur AB recta.



Postulatur triangulum æquilateum ABC.

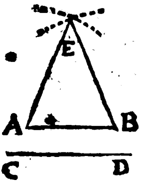
Praxis. Aperto circino interuallo AB ex A, & B arcus describo, & ex eorum communi sectione C duco rectas CA, CB.

Demonstratio. Ex natura circuli, cuius radij æquales, & ex 1. Ax. 1. AC æqualis AB. BC æqualis eidem AB. ergo AC æqualis BC.

PROBLEMA 2.

EX datis duabus lineis aptis triangulum Isosceles constituere.

Datur AB, CD. *Post.* Isosceles AEB.



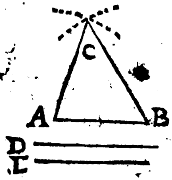
Praxis. Aperto circino interuallo CD ex A & B arcus describo, & ex sectione E duco rectas EA, EB.

Demonstratio. Ex circulo. AB sibi æqualis; EA, EB ipsi CB.

PROBLEMA 3.

EX tribus datis lineis aptis triangulum Scalenum describere.

Datur AB, D, E rectæ. *Post.* Isos-



celes ABC.

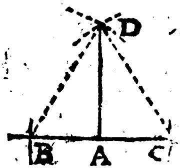
Praxis. Ex A interuallo rectæ D arcum describo versus C, itemque ex B interuallo rectæ E atque ex sectione C rectas duco CA, CB.

Demonstratio. Ex circulo AB sibi æqualis: AC ipsi D: BC ipsi E. Aptæ vero sunt lineæ cum duæ sunt maiores tertia.

PROBLEMA 4.

A Dato in linea puncto perpendicularem educere.

Datur. Punctum A in recta BC.



Postulatur AD perpendicularis.

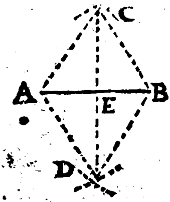
Praxis. Ex A quouis interuallo describo arcus B, C: tū ex B & C quouis interuallo maiori, & commodò arcus deſcribo, & ex illorum ſectione D rectam duco DA.

Demonſtratio. Ductis occultis DB, DC, AB, BD æqualia ipſis AC, CD: AD commune. ergo a anguli DAB, DAC æquales. a 11. T. 1.

PROBLEMA 5.

Rectam finitam ſecare bifariam.

Datur. AB. *Poſt.* æquales EA, EB.



Praxis. Ex A, & & B arcus deſcribo ad libitum ſupra & infra, & per eorum ſectiones D, C duco occultam DC, quæ AB ſecat in E.

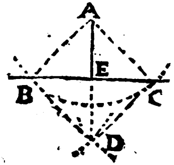
Demonſtratio. AC, AD æqualia BC, BD: commune CD. ergo a an- a 11. T. 1.

gulus ACE æqualis BCE, & AC, CB,
b 1.T.1. æq. BC, CE. ergo [b] & AE ipsi EB.

PROBLEMA 6.

Ex dato extra-lineam puncti perpendicularem adducere.

Datur. Punctum A, recta BC.



Postulatur. Perpendicularis AE.

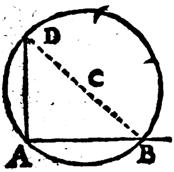
Praxis. Ex A interuallo commodo arcus describo B, C, atque ex B, & C alios arcus infra quouis spatio, & ex sectione D ad A rectam duco AD, in qua est AE.

Demonstratio. AB, BD æq. AC, CD.
a 11.T.1. commune AD. ergo [a] ang. BAE æqu. CAE, & BA, AE æqu. CA, AE.
b 1.T.1. ergo [b] ang. AEB æqu. AEC.

PROBLEMA 7.

E*Ducere perpendicularem ex dato puncto extrema in linea.*

Datur. punct. A in AB.



Postulatur. Perpend. AD.

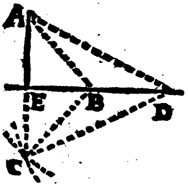
Praxis. Aperto ad libitum circino pedem figo in A, & alterum ad libitum in C, ex quo describo circulum DAB, & vel diametrum BCA designo, ducoque DA, vel ex B ter decurro circino supra circulum vsque in D, ducoque DA.

Demonstratio. DAB semicirculus est, ergo in eo rectus angulus DAB.

PROBLEMA 8.

Perpendicularem demittere ex dato extra lineam extremam puncto.

Datur. Punctum A, recta ED.



Postulatur. Perpend. AE.

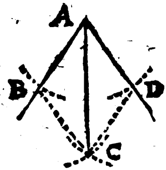
Praxis. Sumo ad libitum punctum B ex quo interuallo BA describo arcum infra. Item sumo aliud D ex quo interuallo DA arcum infra designo atque ex sectione C ad A duco rectam AC, in qua est AE.

Demonstratio. AB, AD æqu. CB, a 11.T.1. CD. commune BD. ergo [a] angulus BDA æq. BDC. Item AD, DE æqu. CD, DE. & ang. ADE æq. CDE. b 11.T.1. ergo [b] ang. DEA æq. DEC.

PROBLEMA 9.

D*Atum angulum rectilineum secare bifariam.*

Datur. Angulus BAD.



Postulatur. Æquales BAC, DAC.

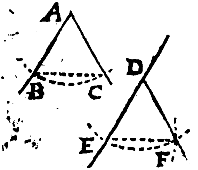
Praxis. Ex A quouis interuallo arcus deſcribo B, D. tum ex B, D quouis ſpatio arcus deſcribo, ducoque ex ſectione C rectam AC, quæ facit CAB, CAD.

Demonſtratio. BA, BC æqu. DA, DC, commune AC. ergo a æquales BAC, DAC. a 11.T.1.

PROBLEMA 10.

Dato angulo æqualem alium ad datum lineæ punctum describere.

Datur. Angulus BAC. punctum D in recta DE.



Postulatur. Ang. EDF æqualis BAC.

Praxis. Ex A quouis interuallo arcũ describo BC, eodemque spatio ex D arcum EF. tum ex E interuallo BC arcum designo in F, perque F duco rectam DF, quæ facit ang. EDF.

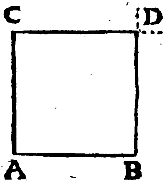
Demonstratio. AB, AC æqu. DE, DF, & BC æq. EF. ergo a angulus BAC æq. EDF.

a 11.T.1.

PROBLEMA 11.

Super data recta quadratum describere.

Datur. AB. *Post*. quadratum AD.



Praxis. Ex A eleuo perpendicularem AC. tum ex eodem A interuallo AB arcum deſcribo C, & ex C arcum D, & ex B arcum D. ducoque rectas CD, BD.

Demonſtratio. AC, AB æqu. DC, DB. Commune BC. ergo [a] angulus A æq. D, & alij aliis, eique ſemi recti ob æqualia latera. [b] ergo & C, & B recti. tandem A & B recti ergo [c] AC, BD parall. vti AB, CD.

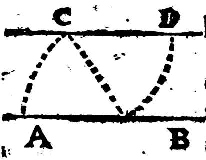
[a] 11. T. 1.
[b] 3. T. 1.
[c] 15. T. 1.

PROBLEMA 12.

DVcere parallelam data lineæ ex dato puncto.

Datur. Recta AB. punctum C.

Postulatur. CD parallela ipsi AB.



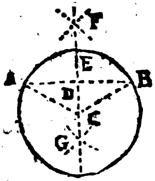
Praxis. Ex puncto C duco occultam quamuis CB: tum ex B interuallo BC arcum describo CA, itemque ex C eodem spatio arcum BD, atque ex B interuallo AC arcum designo D, ducoque à sectione D ad C rectam CD.

Demonstratio. AB, AC æq. DC
a 11. T. 1. DB, comm. BC. ergo [a] angulus
b 12. T. 1. ABC æqualis alterno DCB. ergo [b] AB, CD parallelæ.

PROBLEMA 13.

D*Atum arcum secare bifariam.*

Datur. arcus AEB. *Post.* æquales AE, EB.



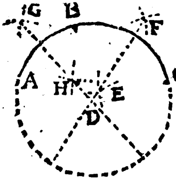
Praxis. Intelligo occultã AB, eamquediuido [a] bifariam occultâ FG, datque sectio E arcui AE, EB. a 5. P.

Demonstratio. FG secat AB bifariam, & perpendiculariter ergo [b] FG transit per centrum occulti circuli C, ex quo occultæ CA, CB. Hinc CA, AD æq. CB, BD, commune CD ergo ang. ACD æqu. BCD ad centrum ergo [c] æquales arcus AE. EB. b 2. T. 2. c 10. T. 2

PROBLEMA 14.

D*Ati arcus centrum reperire, & circulum absoluere.*

Datur. Arcus A B C. *Post.* centrum D.



Praxis. Sumo in arcu ad libitum tria puncta A, B, C. tum diuido bifariam arcum AB [a] occulta GH, itemque arcum BC occulta FE, estque sectio D centrum, ex quo circulus absoluitur.

a 13. P.

Demonstratio. GH, FE transeunt percentium. [b] ergo in illis est centrum. ergo in sectione D.

b 2. T. 2.

PROBLEMA 15.

D*Ati circuli centrum reperire.*

Datur. Circulus ABC. *Post.* centrum D. Figura Proble. præced.

Praxis. Sumo in circumferentia tria quæuis puncta A,B,C & vt supra reperio D.

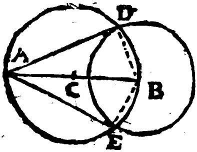
Demonstratio. Eadem, quæ supra.

Hinc datis tribus punctis non in directum positis per ea Circulus describetur.

PROBLEMA 16.

A *Dato puncto rectam ducere, quæ tangat circulum.*

Datur. Circulus DCE. punctum A.



Postulatur. A D, vel A E tangens circulum in D, vel E.

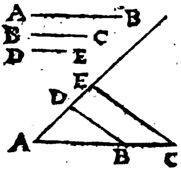
Praxis. A puncto dato A ad centrum B rectā duco AB, eamque bifariam diuido in C, & ex C interuallo CB occultum circulum describo ADBE, ducoque à sectionibus D,E rectas AD, AE.

Demonstratio. Angulus ADB est in
a 14.T.2. semicirculo. ergo a rectus. ergo b
b 15.T.2. AD tangit circulum.

PROBLEMA 17.

Datis duabus lineis tertiam proportionalem reperire.

Datur. AB, BC.
Postulatur. Tertia DE, vt sit sicut



AB ad BC, ita BC ad DE.

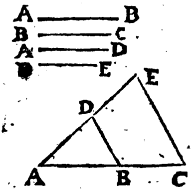
Praxis. Super obuia recta AC sumo AB, BC æquales datis AB, BC. tum ducta ad libitum AE sumo in ea AD æqualem secundæ BC, ducoque rectam BD, & per C rectam CE parallelam ipsi BD.

Demonstratio. BD parall. lateri CE. ergo a vt AB ad BC, ita AD, hoc est BC ad DE. a 2.T.4.

PROBLEMA 18.

Datis tribus lineis quartam proportionalem reperire.

Dantur. Rectæ AB, BC, AD.



Post. Quarta DE. vt sit sicut AB ad BC, ita AD ad DE.

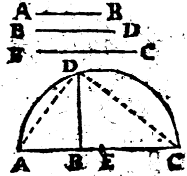
Praxis. Super obuia AC sumo AB, BC æquales primæ, & secũdæ AB, BC. tum ducta ad libitum AE, sumo in ea AD æqualem tertiæ AD, ducoque BD, & ex C rectam CE parallelam ipsi BD.

Demonst. DB est parall. lateri EC. ergo vt AB ad BC, ita AD ad DE.

PROBLEMA 19.

Datis duabus lineis mediam proportionalem reperire.

Datur. AB, & BC. *Postulatur.* Media BD vt sit sicut AB ad BD, ita BD ad BC.



Praxis. Super obuia AC sumo AB, BC æquales datis AB, BC, atque ex illarum dimidio E describo semi-circulum ADC, & erigo ex B perpendicularem BD.

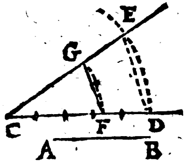
Demonstratio. Angulus ADC in semi-circulo rectus est, [a] & ab apice D perpendicularis DB. ergo [b] ABD, DBC similia. ergo [c] vt AB ad BD, ita BD, ad BC.

[a] 14. T. 2.
[b] 6. T. 4.
[c] 1. D. 4.

PROBLEMA 20.

A Data linea imperatas partes auferre.

Datur. Recta AB. *Postulantur* tres quintæ FG.



Praxis. Sumo ad libitum rectam CD, & in ea quasuis partes æquales quinque tum ex C interuallo vltimæ D arcum describo DE, atque ex

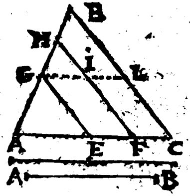
D interuallo trium partium (quia tres quintæ postulantur) duco arcum circa E atque à sectione E ad C duco rectam CE, tandemque ex C interuallo AB arcum describo FG, ducoque rectam FG.

Demonstratio. Æqui-angula sunt
a 16.T.2. CFG, CDE. [a] ergo [b] vt CD ad DE,
b 3.T.4. ita CF, siue AB ad FG. CD habet 5, & DE 3. ergo AB 5. GF 3.

PROBLEMA 21.

Datam lineam similiter secare, vt alia secta fuerit.

Datur. AC diuisa. AB diuidenda.



Post. AB diuisa in G, H, B, vt AC in E, F.

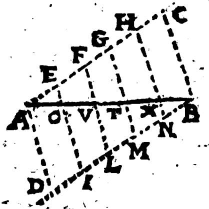
Praxis. [a] Iungo duas AB, AC vt faciant quemuis angulum BAC. tũ duco rectam BC, & per puncta E, F rectas EG, FH parallelas lateri BC.

Demonstratio. Vt AE ad EF, ita AG ad GH,[a] ac ducta GL parallela lateri AC, vt GI ad IL, ita GH ad HB, est vero EF æq. GI, & FC, IL. ergo vt EF ad FC, ita GH ad HB. a 2.T.4.

PROBLEMA 22.

Datam lineam diuidere in quotlibet partes æquales.

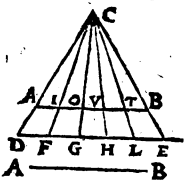
Datur. AB. *Post.* quinque partes æquales in O, V, T, X, B.



Praxis. Ex A duco ad libitum AC, & ex B rectam BD parallelam ipsi AC. tum ad libitum sumo partes æquales quinque in rectis AC, BD, ac per opposita puncta duco rectas occultas AD, EI, EL, &c. quæ dant O, V, T, X.

Demonst. AE, DI æquales, & parall
a 20.T.1. ergo [a] AD, EI æqu. & parall. vti & cæteræ FE, GM &c. Hinc vt AE ad EF, ita AO ad OV. AE æq. EF. ergo AO æq. OV. ita cæteræ vt supra.

Aliter. duco rectam DE, & in ea sumo ad libitum quinque partes



æquales F, G, H, L, E, tum super recta DE facio triangulum Isosceles CDE, ducoque rectas CF, CG, CH, CL. tandem ex C sumo CA, CB æquales datæ AB, ducoque rectam AB diuisam in I, O, V, T. æqualiter.

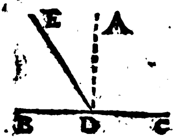
Demonstratio. CAB, CDE æqui angula. [a] ergo [b] AB parallela DE. ergo
a 16.T.2. b 13.T.1. vt FD ad DC, ita IA ad AC, siue AB. DF est vna quinta DC ergo AI quinta AC. Item vt GD ad DC ita OA ad AC, GD duas habet quintas ipsius DC. ergo & OA ipsius AC. AO duas habet quintas, AI vna est. ergo IO altera, & ita de reliquis.

NOTÆ

NOTÆ GEOMETRICÆ.

AD Introduct. numerum 9. Nonnulla ſupponit Euclides, de quibus conſtruendis, habendiſque nihil præſcripſit, dum iis vtitur cum hypotheſi. Ita lib. 1. prop. 4. loquitur de quibuſcunque triangulis, ac ſupponit æquales angulos: Et prop. 14. angulos etiam ſupponit, qui fiunt deinceps æquales duobus rectis: Et prop. 28. angulos duos internos æquales duobus rectis. Ita lib. 3. prop. 24. ſupponit ſimilia ſegmenta ſuper eadem recta, & alibi alia.

Ad numerum 10. Geometria Speculatiua, & Mixta præparationem adornant peculiari ſibi modo, vt videre eſt exempli gratia circa propoſitionem, quæ eſt 13. lib. 1. apud Euclidem, hic 2. lib. 1. Talis vero est, Cum recta linea super rectam consistens angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales facit. Illa vbi proposita est de more, ad præparationem itur, ac Geometria quidem vtraque ante hanc supponit generalem ratiocinationem, applicatam tamen peculiari proposito vt est opus. Tanti sunt duo anguli EDB, EDC, quanti deprehenduntur, & demonstrantur, si educatur ex puncto D perpendicularis possibilis DA. Sed si educatur ex D perpendicularis possibilis D A, deprehenduntur, ac demonstrantur æquales duobus rectis. Ergo sunt æquales duobus rectis. Certa vero est ratiocinatio illa, ac propositio illius maior negari non potest, quin conuellatur Euclidis propositum, ac probando Theoremati aditus omnis



præcludatur. Porro hac ſub intellecta ratiocinatione, quæ, quia generalis eſt, & perpetua, ac perſe clara, ommittitur, ad tacitam illius minorem vt accedant eamque probent, Speculatiua contenta eſt ſola hypotheſi poſſibili: Mixta vero, quia ad manum habet Practicam, rem de facto exequitur, & iuxta leges à Practica traditas reapſe perpendicularem excitat, adeo vt præparatio in vtraque ſit diuerſa, licet idem ſit exitus. Sic igitur ſpeculatiua præparat, & demonſtrat, vbi propoſuit. Si à puncto D educatur perpendicularis poſſibilis DA, vel cum ea conueniet recta DE, vel non. Si conueniat, facit vtrimque æquales angulos, adeoque rectos. Si non conueniat, ſed ad latus declinet, vt fiant tres anguli BDE, EDA, ADC, duo anguli EDB, EDC ſunt æquales tribus illis angulis; atque iiſdem tribus ſunt æquales duo recti ADB, ADC. ergo duo EDB, EDC ſunt æquales duobus rectis.

ADB, ADC. At vero Mixta ſic præparat abſolutè. Educatur ex puncto D perpendicularis DA; atque hoc poſito, ſic demonſtrat. Vel recta ED conſentit cum perpendiculari AD, vel non. ſi conſentit, &c. vt ante dictum in ſpeculatiua. Idem poſſemus oſtendere circa propoſitiones alias, quarum in demonſtratione vſi ſumus hypotheſi, etſi non expreſſa, vt ne diſcederemus à vulgari præparandi modo, rati eſſe ſatis, ſi moneremus præparationem illam, quam adhibemus verbis in ſpeciem abſolutis intelligendam eſſe hypotheticè, adeo vt, cum dicimus Excitetur perpendicularis poſſibilis, idem ſit, ac ſi dicamus, ſi excitetur perpendicularis poſſibilis, vel excitetur hypothetice. De cætero vſi ſumus noua illa præparandi ratione, quod & commoda, & facilis, & compendioſa ſit viſa.

Ad Axioma 8. Quod à nobis ſubiicitur Euclidei loco, magis videtur in vſu, & ſenſu communi poſitum, vt facile quiuis intelliget, si vtrumque velit committere.

Ad lib. 2. Prop. 8. & 9. Quia à segmentis æqualibus ad circumferentias illarum æquales non videtur necessaria, & immediata consecutio, ad solitas demonstrationes nonnihil est appositum, vt sua sit consequentibus Theorematis certitudo.

Ad Definitiones Rationis, & Proportionis lib. 3. Nouæ aliquot Definitiones sunt additæ, quæ necessariæ videntur, vt ea, quæ de Proportionibus & magnitudinibus proportionalibus demonstrantur passim, vsui esse possint. Id qui volet experiri, videat an hærendo in Euclideis aliquid possit concludere ex propositione prima libri sexti, quæ hic prima est libri tertij, hac in hypothesi, eodemque in schemate, vt de cæteris faciat coniecturam.

Sit basis BC duorum pedum: sit EF vnius. sit triãguli ABC area vnius pedis quadrati: quanta erit area triãguli DEF?

si sic ratiocineris, vt se habet BC ad EF, ita ABC ad DEF. Sed BC est duplum ipsius EF. ergo ABC est duplum ipsius DEF, sic ego respondebo. Vt se habet BC ad EF, ita ABC ad DEF. explico maiorem propositionem, id est acceptis æquemultiplicibus primi BC, & tertij ABC, itemque æquemultiplicibus secundi EF, & quarti DEF, multiplices primi BC. & secundi EF concordant cum multiplicibus tertij ABC, & quarti DEF. Definitio enim, & definitum ita conuertuntur, vt alterum alterius loco poni possit, idemque præstet. Sed BC est duplum ipsius EF. Esto. Ergo & ABC duplum ipsius DEF. Vnde consequentia? Qui illi concordiæ multiplicium cum duplo? Quod si ita interpretere. Vt se habet BC ad EF, ita ABC ad DEF, id est, Quantum BC continet, EF, tantum ABC continet DEF. Belle quidem succedet negotium: at vnde tibi illa expositio, aliam nisi accersas definitionem ad Euclidea? At Euclidea generalis est, & Rationales, æque ac Irrationales magnitudines complectitur, quod vix alia præstiterit. Quidni? Vt ne rogem vicissim ab Euclide vnde illa proportionalium generalis proprietas, quæ definitionem generalem constituit. Sed hic satis.

ADITVS.

IN ARITHMETICAM.

PErstringet ille duntaxat Numerationem, & ex vulgaribus regulis eas, quæ res Mathematicas attingenti sunt planè necessariæ, quoad fusè tota de Arithmetica, & numerorum natura disseratur.

NVMERATIO.

Absoluitur illa decem characteribus, qui numeros omnes repræsentant, & Digiti vocantur: ecce tibi.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Duo in Numeratione spectanda Ordo, & Gradus, atque vterque petendus à dextera scribentis ad siniſtram, adeo vt creſcant dignitate, & valore dum ſiniſtram verſus promouentur.

Ordines illi ſunt Vnitates, ſiue res numeratæ, Milleni, Milliones, Billiones, Trilliones, Quadrilliones, Quinilliones, Senilliones, Septilliones, Octilliones, Nonilliones, Denilliones, Vndenilliones, &c.

Gradus, qui in ſingulis ordinibus ſeruantur ſunt tres dumtaxat, Ordo ipſe, vel illius nomen, Denarij & Centenarij.

Porro nullus vnquam aut Ordo, aut Gradus vacuus relinquitur, ſed, ſi nullum habet characterem ex iis, qui valent. aſſumitur zero, qui locum impleat. en exemplum, ex quo de cæteris coniicias.

3.425.632.040.053.267.435.256
5 4 3 2 1 3

Apices, & minuti numeri, qui infra ponuntur ordiendo à puncto Ordines indicant. ſic vero percenſe incohando à ſiniſtra, vt moris eſt legentium.

Tercentum quadraginta duo quinilliones: quingenti ſexaginta tres quadrilliones: ducenti quatuor trilliones: quinque billiones: trecenti viginti ſex milliones: ſeptingenta quadraginta tria millia: ducenti quinquaginta ſex Nummi.

Porro creſcunt, gradus in proportione decupla, adeo vt ſecundus ſit decuplus primi, & tertius ſecundi: vnde fit, vt Ordines creſcant in proportione millecupla, & Millio millies contineat mille, ſicut Billio millies millionem, adeoque bis millies mille, ſic vt retinere poſſis veterem, numerandi formam per vocem illam millies, iuxta quam ita cenſebis ſuperiorem ſummam. Trecenta quadraginta duo millia quinquies millies: quingenta ſexaginta tria millia quater millies: ducenta quatuor millia ter millies: quinque millia bis millies: trecenta viginti ſex millia millies: ſeptingenta quadraginta tria millia; ducenti quinquaginta ſex Nummi.

ADDITIO.

NVmerorum est in vnam summam collectio.

Summas addendas subscribe alias aliis, itavt vnitates sint sub vnitalibus, sub decadibus, decades, &c. tum ducta linea ordire à dextris. adde singillatim gradus singulos inter se, & summam ex iis collectam scribe sub linea hac lege vt in singulis collectionibus vnum ponas characterem, eumque, qui vnitates repræsentat, alium serues, & numeres cum iis, qui spectant ad gradum superiorem. En exempla.

64	243	543
183	532	762
247	775	1305

Adde 64, & 183, collocabis vt vides, ac dices 4 & 3 faciunt 7, ponesque infra lineam eodemque in gradu 7. tum ad alium gradum, & dices 6, & 8 dant 14, ponesque 4 ac retinebis vnum quem referes ad superiorem gradum, & dices 1. & 1 dant 2, ponesque duo.

SVBTRACTIO.

Summæ est à summa subductio.

Subtrahendum numerum scribe infra illum aquo est subducendus ea lege, quæ ante est posita, tum ducta linea incipe à dextra, & singillatim figuras inferiores subtrahe à superioribus, & quod reliquum est, scribe eodem in gradu infra lineam.

68	768	479
33	532	258
35	236	221

A 68 subtrahæ 33. Scribe vt vides, & dic

& dic ab 8 ſubtrahe 3, reſtant 5. pone 5 infra lineam, & perge ad gradum alium, & dic à 6 ſubtrahe 3, reſtant 3. pone 3, habeſque reſiduum 36.

Quod ſi character ſuperior ſit minoris valoris, quam inferior, inferiorem ſubtrahes à numero Decem, ac reſiduum addes ſuperiori, ſummamque illorum ſcribes ſub linea, & addes vnitatem figuræ, vel gradui præcedenti in ſumma ſubducenda.

74	20	300
36	7	244
38	13	56

Subtrahe 36 à 74. Scribe vt vides, & quia 4 minus valent quam ſex ſic dices à 10 ſubtrahe 6 reſtant 4. 4 & 4 faciunt 8, ac ſcribes 8, & perges ad alium gradum addita prius vnitate, vt loco 3 ſint 4, ac dices à 7 ſubtrahe 4, reſtant 3, & ſcribes 3 vt ſit reſiduum 38. Iterum à 20 tolle 7 ſcribe 7 ſub 20 & quia zero nihil valet

dices à 10 ſubtrahe 7 reſtant 3. 3 & o dant 3, ſcribes 3 & præcedenti gradui in quo nihil eſt addes vnitatem, ac dices à 2 ſubtrahe 1 reſtat 1. & ſcribes 1, vt ſit reſiduum 13.

Examen additionis, & ſubtractionis.

Altera per alteram examinatur. Addidiſti 24 & 47, atque habes 73: vt examines ſubtrahe alterutram ex ſummis partialibus à ſumma totali, & ſi in reſiduo eſt altera, probè feciſti. tolle 47 à 73 reſtabunt 26. Idem facies in ſubtractione. Subduxiſti 47 à 73, & reſtant 26. examina; iunge reſiduum, & ſummam ſubductam, 26, & 47, ac ſi ambæ dant ſummam totalem 73, bene eſt.

26	73
47	47
73	26

Vtraque etiam examinatur per ſubtractionem nouenarij. Is tollitur quoad poteſt à ſummis addendis, & notatur residuum, siue vt vocant Examen. Item tollitur à summa totali, & examen notatur. Si consentiunt examina, probe factum. Examen 26, & 47 est 1. Examen 73. 1. Idem in subtractione: Examen 73 est 1. Exam. 47, & 26 est 1. belle.

26	1	73		1
47		47		
73		26		1

MVLTIPLICATIO.

DVctus est numeri in numerum, siue sumptio numeri alicuius toties, quoties ab alio significatur.

Scribe multiplicatorem sub multiplicando iuxta legem antea latam: tum singulos singillatim characteres superioris multiplica per inferiorem, & summam scribe infra lineam seruato semper decadum.

charactere, eum vt adiicias ſequenti multiplicationi. Duc 43 in 6. ſcribe 6 ſub 43 infra 3. tum ducta linea dic ſexies tria dant 18. pone 8, & ſerua 1 ſine vnam decadem. deinde dic ſexies quatuor dant 24. 24, & 1 ſeruatum dant 25 pone 5, & ſerua 2, quæ tandem ponis, cum nihil ſuperſit, vt habeas 258.

	4	3
		6
2	5	8

Quod ſi in Multiplicante ſint plures characteres, ſingulos. ſingillatim duces in ſingulos characteres Multiplicandi, & ſummas vt ante ſcribes ab eo gradu in quo eſt character multiplicans, tandemque ſummas omnes colliges. Duc 37 in 25. ſcribe 37, & infra 25 vt ante eſt præſcriptum; tum ducta linea dic quinquies 7 dant 35. pone 5, & ſerua 3. iterum quinquies 3 dant 15. 15 & 3 ſeruata dant 18 pone 8, & quia nihil agendum ſupereſt iſto in charactere, appone 1, vt ſumma multiplicatoris 5

	3	7
	2	5
1	8	5
7	4	
9	2	5

ſit 185. Mox ad alium characterem 2, & dic bis 7 dant 14. pone 4, ſub 2 multiplicante ſerua 1. itèrum bis 3 dant 6. 6, & 1 ſeruatum dant 7. pone 7, vt ſumma multiplicantis 2 ſit 74. Tandem ſummas ita diſpoſitas collige per additionem, & habebis 925.

Porro proderit ad facilem operationis praxim habere tabulam Pythagoricam ex qua facile colligitur multiplicatio digitorum. ecce tibi

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	[illegible]0
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Quæris quid faciant 5 in 6 sine quinquies 6. sume in limbo superiori 5. & in laterali 6, habebisque in concursu 30. ita cæteris.

DIVISIO.

Reductus est numeri à numero, siue inuentio numeri, qui significet quoties vnus sit in alio. Tres sunt in diuisione numeri. Vnus appellatur Diuidendus, alter Diuisor, tertius Quotiens. vis diuidere 47 nummos duobus militibus, & quæris quot quisque accipiat, siue quoties duo reperiantur in 47. Diuidendus est 47. Diuisor 2. Quotiens is qui quæritur numerus. Scribe igitur 47, & infra 2 non à dextris vt ante sed à sinistris sub 4. tum solennem versiculum exquere.

Diuide, multiplica, subtrahe, promoueas.

47.	(2
2	
4	
47	(23 $\frac{1}{2}$
2	
6	

Diuide, hoc est vide quoties inferior sit in superiori. 2 in 4, bis. pone ad latus, vbi Quotienti est locus, 2. tum Multiplica, siue duc characterem appositum. Quotienti in totum Diuisorem, bis 2. dant 4. pone 4 infra Diuisorem, vel in mente retine, ac postea Subtrahe, hoc est inuentam eam summam aufer ab ea parte Diuidendi, quæ supra illam repeiitur, 4 ex 4, nihil rectat, adeoque Promoueas, hoc est vno gradu versus dexteram diuisorem totum pro moue, pone 2 sub 7, & iterum versiculum exequere. Diuide. 2. in 7. ter. pone 3 in Quotiente. Multiplica. ter duo dant 6. pone 6 infra diuisorem 2. Subtrahe. 6 ex 7, restat 1. pone supra

7, aut, quia nihil agendum restat; serua vt facias numerum fractum collocando residuum 1 post Quotientem, & ducendo lineolam, ponendoque infra illam Diuisorem, adeo vt singulis militibus sint nummi 23 $\frac{1}{2}$.

Quod si alij occurrant casus solues illos ex sequentibus regulis.

Prima. Quando Diuisor est maior numero supra illum posito (supra illum vero sunt omnes characteres versus sinistram) nihil opus diuisione, adeoque appone zero Quotienti (nisi forte esset operationis initium) & quasi esset expletus versiculus Diuisorem promoue.

Secunda. Si facta multiplicatione reperitur summa maior numero posito supra diuisorem, tolle de Quotiente vnitatem, & iterum multiplica, atque illud fac toties, quoad summa, quæ ex multiplicatione fit, ſit vel minor, vel æqualis numero ſupra Diuiſorem poſito. Is vero caſus tunc contingit, cum in Diuiſore primi Characteres ſunt minores poſterioribus.

Tertia. Quando in Diuiſore ſunt multi characteres, ſatis eſt vt primus diuidat partem diuidendi ſupra ſe poſitam, ac poſtea Quotienti appoſitus character totum diuiſorem multiplicet.

Quarta. Si primus character diuiſoris ſit plus quam nouies in ſupra poſito numero, non apponitur Quotienti niſi nouenarius.

Diuide 946 per 43. Scribe 43 ſub 94 & verſiculũ exequere. Diuide 4 in 9 bis. pone 2 in Quotiẽte. Multiplica. bis 43, aut ſane ſingillatim, & per partes, bis 4 dant 8. ſubtrahe 8 ex 9, reſtat 1 pone 1 ſupra 9, & abſolue. bis 3 dant 6. ſubtrahe. 6 ex 14, reſtant 8 pone 8 ſupra 4, adeo vt reſtent in diuidendo 8 6. Promoueas. pone 4

1
946 (2
43

86	(22
43	

ſub 8, & 3 ſub 6, atque iterum verſum exequere vt anteà. 4 in 8, bis. bis 4, 8. 8 ex 8, nihil. iterum bis tria 6, 6 ex 6 nihil. Quotiens 22.

Diuide 134 per 2. Poneres 23 ſub 13, ſed quia ſuperior numerus 13 minor eſt 23, promouebis poſito zero in quotiente, niſi eſſet operationis initium. Scribe igitur 23 ſub 34. & verſum exequere. Diuide in 13 quoties 2. ſexies pone in Quotiente 6. Multiplica. ſexies 2 dant 12. ſubtrahe: 12 ex 13, reſtat 1. ponis 1 ſupra, & loco 3. Iterum Multiplica ſexies 3 dant 18. ſubtrahe. 18 ex 14. minor eſt ſuperior, adeoque de quotiente 6 demenda vnitas, ac ponenda 5, & de nouo incohanda partialis operatio. Quinquies 2. dant 10. 10 ex 13, reſtant 3. &c.

134	(5
23	

EXAMEN

Multiplicationis, & Diuisionis.

ALtera per alteram probatur. Ducis 25 in 10 & habes 250. Vt probes diuide productum 250 vel per 25, & si quotiens est 10 bene est, vel per 10, & si quotiens est 25, factum bene.

Similiter. Diuidis 250 per 25 & habes quolientem 10. vt probes multiplica 10 per 25, & si productum est 250, bona est operatio.

Vtraque etiam probatur per examen numeri 9, & quidem Multiplicatio sic. Multiplicas 452 per 335, & habes productum 151420. sume examen primi 452 scilicet 2; item examen secundi scilicet 2; Duc vnũ in alterum & extabit verum examen multiplicantium scilicet 4. Item à producto 151420 remoue nouenarium ac si examen est 4, factum bene.

Diuiſio vero ſic. Diuidis 587 per 48 & exit quotiens $12\frac{11}{48}$. ſume examen diuiſoris ſcilicet 3, itemque examen quotientis ſcilicet 3 vnum multiplica per alterum & habis 9, hoc eſt zero quibus addes examen reſidui 11, ſi ſit, ſcilicet 2, vt extremum examen ſit 2. ſimiliter adi diuiſum numerum 587, & ab eo tolle nouenarium, ac ſi 2 ſuperſunt, belle.

Aurea regula Proportionis, ſiue trium.

AVrea appellatur ob inſignes vtilitates: Proportionis vero, quod fundata in Proportione, & proportionem præſtans: denique Trium, quod in tribus ſita terminis, quorum duo primi habent inter ſe rationem aliquam, ac quæritur quartus, qui eandem habeat cum tertio rationem, quam ſecundus

dus habet cum primo. Nempe 4 milites absumunt aureos 10, quæris quot absument, 6 milites? Primus terminus 4 Milites: secundus 10 aurei: tertius 6 Milites: quartus quæritur, hoc pacto posita quæstione, si 4 dant 10; 6 quid? sic vero soluitur hunc exequendo versiculum.

Duc tertium in medium, productum diuide primo.

Hoc est duc 6 in 10, & existent 60, atque hoc productum 60 diuide per primum, scilicet 4, & extabit quartus quæsitus 15 dicesque si 4 Milites absumant 10 aureos fore, vt 6 absumant 15.

Regulæ demonstratio petitur ex proprietate proportionalium quantitatum, quæ talis est, vt duæ mediæ multiplicatæ inuicem tantum producant, quantum duæ extremæ inuicem multiplicatæ.

MINVTIÆ, aut Numeri fracti.

FRactiones intellige partes eas in quas totum aliquod integrum tribuitur. Ita si nummum diuidas quatuor in partes, appellabis eas Fractiones vnius nummi integri, easque à numero 4, secundum quem nummus est diuisus, Quartas denominabis, & eas appellares sextas, si nummus sex in partes esset distributus. Atque eo pacto in fractionibus duo sunt numeri lineola diuisi, alter inferior, qui partes eas, in quas totum est diuisum, denominat, vocaturque eam ob rem.

Denominator; alter superior, qui, quia partes denominatas numerat, vocatur Numerator, ostenditque quot ex denominatis partibus totius diuisi assumantur. Fractionem igitur istam $\frac{2}{3}$ appellabis duas tertias, & istam $\frac{1}{4}$ vnam quartam, & istam $\frac{3}{6}$ tres sextas.

Cæterum vt operationes, quæ circa minutias fiunt, intelligantur facilius ad regulam istam generalem vertendi sunt oculi.

Quoties duo numeri multiplicantur, aut diuiduntur per aliquem numerum, toties Producta retinent eandem inter se proportionem, quam habebant numeri multiplicati, vel diuisi. Sint duo numeri 4, & 6, multiplicentur per tria, & extabunt 12, & 18, eademque erit proportio 12 ad 18 quæ erat 4 ad 6. Item duo sint numeri 12, & 18, diuidantur per 3, & extabunt Quotientes 4, & 6, eritque eadem proportio 4 ad 6, quæ erat 12 ad 8. Atque eam ob rem, cum in Minutiis spectetur proportio Numeratoris ad Denominatorem, Minutiæ, quæ eandem habebunt proportionem, eædem erunt, & idem valebunt, vt $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{8}$.

idem valent, & quæ fient ex multiplicatione, vel diuisione eiusdem numeri, eædem erunt.

Operatio 1. Datas Minutias reuocare ad eandem Denominationem. Multiplica primam per denominatorem secundæ, & secundam per denominatorem primæ. Sunt $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ dic 3 in 3 dant 9, & 3 in 4 dant 12. ecce primam $\frac{9}{12}$. Itẽ bis 4 dant 8, & 4 in 3 dant 12. en secundam $\frac{8}{12}$, ac duæ istæ $\frac{9}{12}$ $\frac{8}{12}$ eædem sunt cum datis $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$, habentque eundem Denominatorem.

Operatio 2. Ex datis Minutiis cognoscere, quæ plus valeat. Reuoca eas ad eundem Denominatorem, & cuius maior erit Denominator, illa plus valebit. Dantur $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ quæritur vtra plus valeat. Reuoca ad eundem Denominatorem $\frac{9}{12}$ $\frac{8}{12}$, & prima plus valebit.

Operatio 3. Ex dato numero integro Fractionem facere. Duc lineolam infra datum numerum, & sub lineola pone vnitatem. Dantur 8, & habebis $\frac{8}{1}$ octo primas, siue 8. Integra.

Operatio 4. Ex data Minutia, cui Denominator sit vnitas, integrum facere. Tolle lineolam, & vnitatem. Dantur $\frac{8}{1}$ & habes 8 integra.

Operatio 5. Datum numerum integrum reuocare ad datum Denominatorem, siue ex eo facere Minutiam, quæ habeat datum Denominatorem. Duc Integrum datum in datum Denominatorem, & habebis Numeratorem dati Denominatoris. Dantur 8 Integra, & pro Denominatore 3 Dic 3 in 8 dant 24, & habes $\frac{24}{8}$. Vis rationem, vt inde cætera colligas? Ex 8 Integris fac Minutiam, nempe $\frac{8}{1}$, tum multiplica per Deuenominatorem 3, tam Numeratorem, quam Denominatorem, & habebis $\frac{24}{3}$ eadem in proportione cum $\frac{8}{1}$.

Operatio 6. Ex data Minutia Integros educere, quando ſunt, ſiue quando Numerator eſt maior Denominatore. Diuide Numeratorem per Denominatorem, & Quotiens dabit integra. Dantur $\frac{24}{3}$. Dic 3 ſunt in 24 octies, & habes 8 integra, idemque eſt ac ſi iuxta regulam diuideres 24, & 3 per 3, habereſque $\frac{8}{1}$. En aliud exemplum $\frac{17}{12}$ dant 1 $\frac{5}{12}$.

Operatio 7. Minutiam Minutiæ addere. Has reuoca ad eundem denominatorem, & poſtea adde Numeratores. Dantur $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ facis $\frac{8}{12}$ & $\frac{9}{12}$ ac poſtea $\frac{17}{12}$.

Operatio 8. Minutiam ex data Minutia ſubtrahere. Has reuoca ad eundem Denominatorem, & poſtea Numeratorem ſubtrahe à Denominatore. Dantur $\frac{2}{3}$ ſubtrahendæ à $\frac{3}{4}$, facis exiis $\frac{8}{12}$ & $\frac{9}{12}$, & pro reſiduo $\frac{1}{12}$.

Operatio 9. Minutiam multiplicare per datam Minutiam. Duc Numeratorem in Numeratorem, & denominatorem in denominatorem. Dantur $\frac{2}{3}$ multiplicandæ per $\frac{3}{4}$ & facis $\frac{6}{12}$.

Operatio 10. Minutiam diuidere per datam Minutiam. Duc Denominatorem Diuiſoris in Numeratorem diuidendi, & habebis Numeratorem Quotientis. Item duc Numeratorem Diuiſoris in Numeratorem diuidendi, & habebis Denominatorem Quotientis. Dantur $\frac{2}{3}$ diuidendæ per $\frac{3}{4}$ & habes $\frac{8}{9}$.

Operatio 11. Minutiam datam reuocare ad datum Denominatorem. Fac regulam trium, vt Denominator datæ minutiæ ad Numeratorem suum, ita Denominator datus ad suam Numeratorem, qui quæritur. Dantur $\frac{3}{4}$ reuocandæ ad vigesimas siue Denominatorem 20. Dic si 4 dant 20 quid? & habebis 15 pro Numeratore quæsito, eritque quæsita Minutia $\frac{15}{20}$ eadem cum $\frac{3}{4}$.

Operatio 12. Circa Minutias iunctas cum integris operari. Reuoca integra ad Minutias quibus iunguntur, & postea operare ex superioribus legibus. Dantur 4 $\frac{2}{3}$ multiplicanda per $\frac{3}{4}$, fac ex 4 $\frac{2}{3}$, $\frac{14}{3}$, & postea Minutias illas $\frac{14}{3}$ & $\frac{3}{4}$ multiplica, habebisque $\frac{42}{12}$.

Extractio radicis quadratæ.

EXtractio illa est inuentio, numeri, qui per se ipse multiplicatus redeat propositum numerum, vel proxime minorem quadratum numerum. Dantur 100, & inuenitur 10, qui decies sumptus dat 100. Item dantur 100, & inuenitur 10, qui ductus in 10 dat 110 proxime minorem, cum maior proxim[illegible]dratus numerus sit 121.

Porro habenda sunt in promptu minora quadrata, siue digitorum, vt ex iis cætera inueniantur. Sunt autem hæc.

1.	1
2.	4
3.	9
4.	16
5.	25
6.	36
7.	49
8.	64
9.	81

Regulam vero extrahendæ radicis sic illigamus versibus, vt facilius retineatur.

Primus, & alternus signatur, vt indice in illo
Noscatur moles radicis: singula deinde

Membra putas. Primi Quadratum tolle ab eodem,
Radicemque nota in Quotientem. Post geminabis
Totum illum, & scribes punctum prope, ut hoc tribuatur
Qui supra est numerus, punctoque adscribe recentem,
Adque latus signa Quotientem; ut singula solus
Multiplicet, summamque ex summa denique tollas.

Quæritur radix numeri 8797. Notantur puncto primus, & tertius, atque hinc duo erunt characteres in radice, & duo membra, & duæ operationes.

6	
8797	(9
· ·	
81	

Prima circa primum membrum incipiendo à sinistra scribentis, scilicet 87: quæris maximum in eo quadratnm ex allatis ante, estque 81, atque illud tollis ab 87, habesque 6 pro residuo, & inuenti quadrati 81 radicem 9 ponis in loco Quotientis.

Secunda sequitur circa sequens membrum, & circa residuum superioris, scilicet circa 697. Geminas igitur Quotientem totum scilicet 9, & habes 18, quæ scribis iuxta punctum, deinde per illa 18 diuidis superiorem illi numerum 69, & habes pro Quotiente 3, quæ ponuntur ad punctum sub 7, & adduntur Quotienti. Postea per nouum illum Quotientem 3 multiplicas totum superiorem numerum in puncto, & iuxta punctum positum, scilicet 183, habesque 549, quæ subtrahis tandem à superiori numero 697, vt habeas residuum 148, & dicas radicem dati numeri 8797 esse 93, cum superfluis 148. Cæterum si quæ occurrant difficultates, hæ soluuntur ex legibus in Diuisione allatis.

697.	(93
183	
549	

Pag. 178. lin. 6. 2. *pro* 23.

pag. 183. lin. 19. 8. *pro* 18

pag. 185. lin. proantep. $\frac{24}{8}$ *pro* $\frac{24}{3}$

pag. 188. lin. vlt. redeat *pro* reddat.

pag. 189. lin. 4. 100. *pro* 110.