



Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

- + *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.
- + *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.
- + *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.
- + *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertarti di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da <http://books.google.com>

Digitized by Google

Central-Bibliothek
Braunschweig

Ad Bibliothecam Fr. Min.
Convent. Ratisbonae.



416 - 157. - 559.

1118

D. T. Baldwin Smith.

Philo 2441.

L. L. H.

Leviayon Hat

Left

PHYSICA
GENERALIS,

QUAM

IN USUM
AUDITORUM PHILOSOPHIÆ

CONSCRIPSIT

JOAN. BAPT. HORVATH
E SOC. JESU,

IN

UNIVERSITATE TYRNAVIENSI
PHILOS. PROFESSOR PUBLICUS,
ORDINARIUS.



TYRNAVIAE,

TYPIS COLLEGII ACADEMICI SOC. JESU
ANNO M. DCC. LXX.

ILLUSTRISSIMO
DOMINO, DOMINO
COMITI
LADISLAO
ERDÓDY
DE MONYOROKERÉK,
MONTIS CLAUDII, ET INCLYTI COMITATUS
VARASDINENSIS
PERPETUO COMITI,
ARCIS, ET CIVITATIS NOMINIS EJUSDEM
CAPITANEO,
SACRÆ CÆSAREÆ, ET REGIO-APOSTOLICÆ
MAJESTATIS
CAMERARIO,
NEC NON
AD EXCELSUM IN REGNIS DALMATIÆ,
CROATIÆ, ET SCLAVONIÆ CONSLIUM
REGIUM
CONSILIARIO

INTRODUCTION

THE following pages contain a history of the
development of the English language from its earliest
beginnings to the present time. They are intended
to give a clear and comprehensive view of the
changes which have taken place in the language,
and to show the causes which have produced them.

CHAPTER I. THE ORIGIN OF THE ENGLISH LANGUAGE

The English language is derived from three
principal sources:—the Anglo-Saxon, the French,
and the Latin.

CHAPTER II. THE ANGLO-SAXON

The Anglo-Saxon language was spoken by the
Anglo-Saxons, who were a Teutonic race, and
came to England in the fifth century A.D.

CHAPTER III. THE FRENCH

The French language was introduced into
England by the Normans, who conquered the country
in 1066 A.D.

JOANNES BAPT. HORVÁTH E. S. J.

FELICITATEM.

Patere ILLUSTRISSIME DOMINE
COMES, ut Physicas has Insti-
tutiones meas TUO inscribam
Nomini. Debentur illa TIBI,
qui praeclara fuisti occasio, ut ad eas elucua-
brandas omnium adjiceram. Nempe cum in



Patere ILLUSTRISSIME DOMINE
COMES, ut Physicas has Insti-
tutiones meas TUO inscribam
Nomini. Debentur illa TIBI,
qui praeclara fuisti occasio, ut ad eas elucua-
brandas omnium adjiceram. Nempe cum in

Universitate Tyrnaviensi TU, Juniorque GER-
MANUS TUUS, Illustrissimus Dominus CO-
MES LUDOVICUS Philosophicis Institutionibus
dedisti operam, & in iis pernoscendis mea quo-
que tenui opera inter privatos Regio-Archi-Epi-
scopalis Nobilium Convictus parietes usi fuisti;
cœpi ego commentationes quasdam, difficiliori-
bus recentioris Philosophie locis tantisper emol-
liendis servituras conscribere: eo tum quidem
unice consilio, ut praelarum in VOBIS sciendi
ardorem foverem quoquo modo, & labores
studii non facillimi aliqua parte levarem, red-
deremque suaviores. Quæ quidem industria
mea ita tum probata VOBIS fuit, ut (qua
VESTRA in me humanitas erat) ad me
quoque pertinere censorelis aliquam pulcherri-
ma illæus gloria partem, quam retulisti plati-
ne baculentam, dum in frequentissima, orna-
tissimaque Illustrium Vororum corona egregium

an

& s

Phi-

Philosophice VESTRAE scientia specimen edidit
Pis, magna cum approbatione omniarum, lau-
deque plurima. Itaque prima illa, quatuor
memini, commentationes mea, progressu tem-
poris non parum aucta, quibusdam locis etiam
immutata, ac nova serie digressa in libraria
hanc, quem TIBI ILLUSTRISSIME DO-
MINE COMES praecepit cum veneratione
offeret, demum abiabant. At illa res
e quodammodo invenit, ut si mutata et a
Fateor quidem, opusculum Tironum us-
bus adornatum infra TUAM esse Dignitatem;
quia tamen devoti in TE animi mei pignus
est, benigne illud, spero, accipies. Spondet
id mihi singularis illa TUA morum facilitas,
et in omnes comitas: spondet eruditio multi-
plex, et intellectus, quem a natura perspica-
cissimum natus es, scientiis probe imbutus,
ut non possis non complecti, quid quid ad a-

liorum eruditionem facit : Spondent denique
cetera animi TUI decora ; que quanta sint. Et
quam illustria , facile pervidemus , dum inten-
emur , AUGUSTAM nostram , acerrimi judi-
cii Dominam , iis permotam fuisse , ut TE
Scololis vix egressum , pulcherrimis ornaret bon-
orum titulis , tum gravissimis Regnum ne-
gotiis tractandis admotum vellet . Quantus
eris , cuius tanta sunt initia . DEUS Opti-
mus Maximus TE pro emolumento Patria ,
Illustrissimaque Stirpis TULÆ ornamento inco-
tum diu servet . Vale .

AD

A D H O R A D I T O R EAS
PHILOSOPHIE.

Dum in Academia Budensi Philosophiam explanarem, Institutiones Logicas, & Metaphysicas in lucem dedi: nunc primam Physicarum partem, quæ *Generalis* audit, accipite Juvenes lectissimi; alteram quoque, si DEUS conatibus meis annuerit, non multum post tempus visuri. In parte hac ita sum adiutus enucleare prima hodiernæ Physicæ rudimenta, ut semper commodum vestrum haberem præ oculis, non eorum gustum, qui forte in rebus etiam difficilioribus compendiaria elocutione delectantur. Quod si cuiquam volumen libri majus tantisper esse videbitur, quam arcti limites anni scholastici commode ferant; in promptu erit remedium. Nam ut pulcherrimæ hujus scientiæ dignitas uberior eluceret; eorum quoque non pauca inferui, quorum accurata enucleatio pulchra quidem, & utilis est, sed tamè vobis non prorsus necessaria: ac proinde, si res ita poposcerit, pluribus in locis compendio uti licebit.

Nimirum præter ea loca, quæ per ipsum libri decursum aperte indico, Tironibus minus esse necessaria, compendio locus erit imprimis in iis, quæ D. I. C. I. §. 4, & 6 nonnihil fusius exponuntur. Deinde Propositioni 3tia n. 270, omissa prolixiore demonstracione, eo breviter modo declarari poterit, quem mox in Schol. I. subjicio. Pariter n. 284 primam adferre Propositionis rimæ demonstrationem fere satis erit, relicta altera, quam sequens num. 285 continet: unde neque Lemma 2dum numeri 283, quo ad alteram illam dictæ propositionis demonstrationem via sternitur, erit necessario tractandum &c. Denique

Platina Götter.

a 5

plura

AD AUDITORES PHILOSOPHICOS.

plura Scholia tuto poterunt a vobis penitus præteriri; e. g. n. 80 *Schol.* 2; n. 178 *Schol.* n. 208 *Schol.* 2; n. 261 *Schol.* n. 316 *Schol.* 1; n. 447 *Schol.* &c.

Demum quod vos monitos cupio, istud est: quoniam post Newtonum, qui omnis hujus scientie tanquam alter parens est, potissimum securus sum Clarissimum ex Ordine nostro virum Rogerium Bosco-vichium; non raro ipsa ejus verba habui adducenda. Porro ejusdem *Theoria Philosophiae naturalis*, quam in Metaphysica usus sum, cum etiamnum utor, editionis Vindobonensis est anni 1759, quæ a recentiore Veneta editione anni 1763, quod ad ordinem attinet, ob insertos novos quo spiam paragraphos, fere quinque numeris discrepat. Itaque non debebit mirum videri vobis, si Boscovichii sententias a me excerptas non repereritis in altera hac editione sub iisdem accurate numeris, sub quibus ea contineri, in opusculis meis legeritis. Atque haec sunt, quæ præfari oportuit. Vos Juvenes lectissimi, labores a me pro utilitate vestra suscepitos æquo animo accipite, & valete.

CON-



CONSPECTUS MATERIARUM.

PROLEGOMENA PHYSICÆ.

	PAG.
§. I. De Notione, Divisione, & Fine Physicæ.	I
§. II. De recta Philosophandi methodo.	V
§. III. De Newtonianis philosophandi regulis.	8

DISSEMINATAE SCIENTIAE DISSERTATIO PRIMA.

DE PRINCIPIIS, ET COMMUNIBUS CORPORUM PROPRIETATIBUS.

CAPUT PRIMUM.

De Principiis Corporum.

	PAG.
§. I. Quid de principiis corporum sit sensendum?	15
§. II. De inertia elementorum.	21
§. III. Variae Philosophorum de principiis corporum opiniones.	26

26 CAPITULUM.

C O N S P E C T U S

C A P U T S E C U N D U M.

De Lege virium repulsivarum, & attractivarum.

	PAG.
§. I. <i>Nenulla pravie notanda.</i>	25
§. II. <i>Schemia curvæ virium, cuiusplam mate-</i> <i>riæ puncti cum altero comparati.</i>	39
§. III. <i>De limitibus, & areis curvæ virium.</i>	45
§. IV. <i>De Oscillationibus materiae punctorum,</i> <i>quas mutua ipsorum vires inducunt.</i>	48
§. V. <i>Solvuntur Objectiones, quibus curva vi-</i> <i>rium a nobis statuta impugnari solet.</i>	53
§. VI. <i>De Lege virium ad plura materiae pun-</i> <i>cta accommodata.</i>	58

C A P U T T E R T I U M.

De Soliditate, Extensione, Poris, & Sectilitate Corporum.

§. I. <i>De Soliditate, & Extensione corporum.</i>	63
§. II. <i>De Poris, item Densitate, & Raritate</i> <i>corporum.</i>	64
§. III. <i>De Sectilitate Corporum.</i>	73

C A P U T Q U A R T U M.

De Coharentia partium in Corporibus.

§. I. <i>Varia Philosophorum de Coharentia opinio-</i> <i>nibus.</i>	75
§. II. <i>Qua sit vera Coharentia causa.</i>	79
§. III. <i>Respondetur ad Objectiones.</i>	84

C A -

M A T T E U S

C A P U T Q U I N T U M.

De variis cohaerentia generibus.	PAG.
S. I. De Corpore Fluido.	92
S. II. De Corpore Solido, & Viscoso.	96
S. III. De Corpore Duro, molli, Ductili, Rigido, & Fragili.	103
S. IV. De Corpore Elastico.	104

C A P U T S E X T U M.

De Chemicis Corporum Proprietatibus.

S. I. De Solutione, & Precipitatione.	109
S. II. De Fermentatione.	114
S. III. De Commixtione, & Liquatione Corporum.	118
S. IV. De Crystallizatione, & Vegetatione Chemicâ.	124

M I T S E T T I S A D

DISSEXTATIO ALTERA.

DE MOTU CORPORUM.	PAG.
C A P U T P R I M U M.	1

De Centro Gravitatis.

S. I. De iis, quae ad demonstrandum gravitatis centrum viam sternunt.	123
------------------------------------------------------------------------------	-----

C O N S E C T U S

	PAG.
S. II. Ostenditur, in quibet corpore adesse centrum gravitatis, idque unicum.	131
S. III. De Situ Corporum dependente a centro gravitatis.	133
S. IV. De iis, que ad determinandas centri gravitatis proprietates viam sternunt.	139
S. V. De proprietatibus Centri gravitatis.	143
S. VI. De Actione, & Reactione Corporum.	153

C A P U T S E C U N D U M.

De Motu Corporum generatum.

S. I. De Motu composito.	159
S. II. De Scals virium accelerantium, & retardantium.	164
S. III. De motu rectilineo uniformiter accelerato, & retardato.	170
S. IV. De Motu gravitatem per plana inclinata.	177

C A P U T T E R T I U M.

De Conflicto Corporum.

S. I. De conflictu Corporis unius cum altero mobili.	182
S. II. De conflictu Corporis cum altero immobili.	191

C A P U T Q U A R T U M.

De Motu per Machinas Simplices.

S. I. De Machinis generatis.	194
S. II.	

MATERIA RUM.

PAG.

S. II. De Vertebris.	197
S. III. De Trochlea, Axe in peritrochio, & Rotis dentatis.	203
S. IV. De Plano inclinato, Cochlea, & Cu- neo.	207
S. V. De obstatulis motus in usu machina- rum.	210

C A P U T Q U I N T U M.

De Motu Pendulorum.

S. I. De pendulis generasim.	213
S. II. De Natura Cycloidis.	219
S. III. De Pendulo in arcu Cycloidis oscillante.	226
S. IV. De Pendulo in exiguis circuli arcubus oscillante.	231
S. V. De usu, applicacioneque Pendulorum.	235

C A P U T S E X T U M.

De Viribus Centralibus.

S. I. De viribus Centralibus in genere.	240
S. II. Quandonam recedat a centro virium corpus viribus centralibus aërum, quando accedat? item quandonam crescat ejusdem celeritas, quando decrescat?	246
S. III. De viribus centralibus in orbita circu- lari.	254
S. IV. De viribus centralibus in Ellipsi.	261

DIS-

CONSPÉCTUS

DISSERTATIO TERTIA.

**DE INERTIAE VI, ET GRAVITATE
UNIVERSALI.**

CAPUT PRIMUM.

De Inertia Vi Tertia.

	PAG.
§. I. Varia apud Philosophos Vis inertiae acceptiones	271
§. II. Quid denum sit de Vi inertia sentiens?	274
§. III. Respondetur ad Objectiones.	279

CAPUT SECUNDUM.

De Gravitate Universali generatim.

§. I. An gravitas mutua pro communi corporum omnium proprietate statui possit?	287
§. II. De attractionibus sphærarum in ea by. potbēsi, in qua mutuae ministrarum particularum gravitationes ponuntur sequi reciprocane duplicatam rationem mutuarum distanciarum.	290
§. III. Nonnulla Sphæri præcedentis concretaria pertractantur; ubi etiam de vi acceleratrice, & motrice.	297
§. IV.	

§ IV. Utrum gravitas universalis re ipsa se quatur rationem reciprocam duplicatam distantiarum?

307

CAPUT TERTIUM.

De gravitate Corporum Terrestrium.

§. I. Explicantur phænomena terrestris gravitatis.

311

§. II. Solvuntur Objectiones.

316

§. III. Referuntur quorundam Philosophorum de causa gravitatis opiniones.

324

§. IV. De inaequitate gravitatis in variis terræ locis.

327

§. V. Quæ sit causa diversæ sub diversis latitudinibus gravitatis?

333

CAPUT QUARTUM.

De Projectione Gravium.

§. I. De Projectione gravium terrestrium.

337

§. II. De Projectione duarum massarum in se se mutuo gravitantium.

339

DISSERTATIO QUARTA.

DE CORPORAIBUS CÆLESTIBUS.

C A P U T P R I M U M.

De iis, quæ Physico summatis scienda sunt, priusquam cælestium motuum theoriam statuat.

	PAG.
S. I. De partibus mundani systematis generatim.	346
S. II. De Sphæra Cælesti.	347
S. III. De globo terrestri.	351
S. IV. De loco astrorum physico, & optico ; item de parallaxi.	355
S. V. De Refractione, Aberrationeque luminis.	359
S. VI. Nonnulla cælestium motuum phænomena ; item Definitiones varia.	362

C A P U T S E C U N D U M.

Statuitor theoria motus Astrorum.

S. I. Varia circa ordinem, motusque astrorum systemata.	366
S. II. Quanam sit vera motus astrorum theoria ?	368

M A T E R Y A L U M.

	PAG.
§. III. Communia notus Planetarum phæno- mena in theoria Newtoniana ex- ponuntur.	378
§. IV. Solvuntur Objectiones.	383
§. V. De Cælestibus phænomenis a diurno telluris motu pendentibus.	394
§. VI. De Phænomenis ab annuo Telluris mo- tu pendentibus.	397
§. VII. Solvuntur Objectiones contra telluris motum.	403

C A P V T T E R T I V M.

De Sole, & Stellis Fixis.

§. I. De Sole.	408
§. II. De Stellis Fixis.	414

C A P U T Q U A R T U M.

De Planetis generatim, cum speciem de Mercurio,
Venere, Marte, Jove, & Saturno.

§. I. De Planetis generatim.	420
§. II. De Planetarum Phænomenis, & Eclipsi- bus.	424
§. III. De Mercurio, Venere, Marte, Jove, & & Saturno.	432

C A P U T Q U I N T U M.

De Terra, & Luna.

§. I. De Figura, & Magnitudine Terræ.	435
b 2	§. II.

CONSPECTUS MATERIARUM.

	PAG.
S. II. De variis Lunæ proprietatibus.	439
S. III. De viribus motum Lunæ perturbantibus generatim.	445
S. IV. De tribus viribus motum Lunæ perturbantibus singillatim.	450
S. V. De præcipuis motuum lunarium Phænomenis,	452
S. VI. De Precessione aequinoctiorum, & axis terrestris Nutatione.	462

C A P U T S E X T U M.

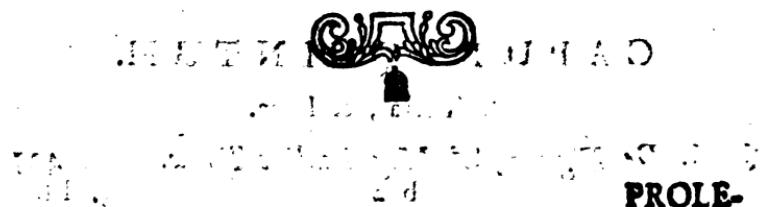
De Maris Aegu.

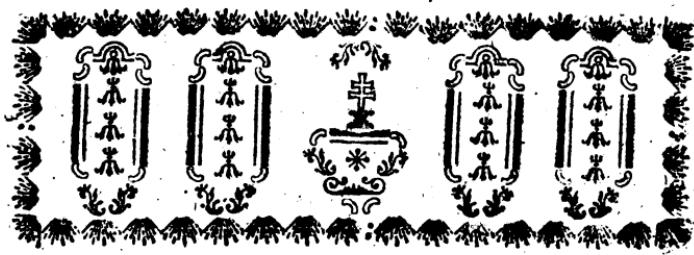
S. I. ZEustus marini phænomena expoununtur.	463
S. II. Solvuntur Objectiones.	477

C A P U T S E P T I M U M.

De Cometis.

S. I. De Natura, Proprietatibusque Cometarum.	489
S. II. Solvuntur Objectiones.	492





PROLEGOMENA PHYSICÆ.

§. I.

De Notione, Divisione, & Fine Physicæ.

Physica a græco vocabulo φύσις, quod Latinis naturam significat, nomen sortita communiter definitur. esse scientia naturæ. At quoniam natura varie solet usurpari, notandum est, hoc loco vocabulum illud sumi pro solis, & omnibus corporibus, hanc aspectabilem mundi machinam constituentibus, illisque phænomenis, quæ ex eorundem corporum viribus secundum statas quasdam leges prefluent: ut adeo Physica reapse ea duntaxat Philosophiæ pars sit, quæ rerum corporearum, hanc sensibilem mundi machinam componentium naturam, vires rimatur, phænomenorum, quæ secundum ordinem, cuiusunque naturæ (Met. 263.) eveniunt, caussas, harumque agendi rationes determinat.

Cos toll. Munus ergo Physici (quem Tullius f. de nat. Deor. speculatorum, venatremque naturæ nuncupat) est, ipsum imprimis rerum omnium corporearum Physica.

A

com-

PROLEGOMENA

complexum contemplari, quis in eo sit ordo, quæ vires obtineant, quibusve agant legibus; tum quamlibet speciatim rem corpoream, quatenus licet, vocare in examen, earundemque proprietates dispicere, ut naturalium phænomenorum causas, harumque agendi rationes determinet.

Schol. Si vocabulum *scientia* admodum stricte accipiamus, ea duntaxat disciplina dicenda est scientia, cuius singulæ omnino propositiones sunt demonstratae, ut *Matheseos*. Jam vero in *Physica* profecto complures propositiones non nisi *probabiles* sunt: immo multa pertinent ad plenam naturæ corporeæ cognitionem, quæ vires intellectus humani prorsus exuperant, juxta illud Ciceronis L. 4. Quæst. Acad. c. 39. „multa sunt in natura adeo crassis occultata, & circumfusa tenuis nebris, ut nulla acies humani ingenii tanta sit, qæ penetrare ea possit. „Sic, ut alia taceam, quis unquam mente assequetur, quænam definite sit e. g. in auro, vel argento consociatio elementorum? Quare si quidem strictissime loqui vellamus, *Physica* dici *Scientia* non posset. Quia tamen multæ *Physices* propositiones evidentes sunt, saltem *evidentia physica*; eadem laxiore sensu scientiam jure nuncopamus. Omnis enim id genus disciplina, quæ aliquam evidentiū propositionum collectionem in se complectitur, laxiore sensu *scientia* dici consuevit.

2 *Physica* dispeksi solet in *historicam*, & *dogmaticam*, seu *ætiologicam*. *Historica* rerum naturalium mutationes, vires, leges &c. exacta duntaxat narratione persequitur, quin earundem causas investiget: *dogmatica* vero naturales effectus, eorumque causas, vires &c. qua licet, scrutatur, ac determinat. *Historica* faciem quasi præfert dogmaticæ, viamque pandit ad penetranda naturæ arcana: unde notitia ejus *Physico* est diligenter comparanda.

3 *Physica* *dogmatica* in *generalem*, & *specialem*, seu *particularē* tribuitur. *Physica generalis* res corporeas sub ratione quadam generica contemplatur: *specialis* contra, seu *particularis* corpora speciatim expendit, singulariaque phænomena explicat. Nos nihilominus ordini

PHYSICA.

ordini huic non insistemus tam religiose, ut piacula ducamus nobis, quorundam singularium phænomenorum explicationem jam in ipsa Generali Physica attinere. Multa enim horum longe facilius intelliguntur a Tironibus, si mox subjiciantur iis principiis generalibus, e quibus ceu corollaria profluant, quam si nimio servandi ordinem studio ad Physicam Particularem removeantur.

Schol. Notandum est hoc loco discrimen inter Cosmologiam, partem Metaphysicæ, & Physicam generalem. Cosmologia non nisi prima, & maxime generalia de mundo corporeo principia suppeditat, quæ Physica generalis uberioris deinde pereractat, diversisque corporum generibus applicat. e. g. Cosmologia vires repulsivas detegit; easdem Physica generalis uberioris examinat, determinando, quibus legibus illæ in attrahendas, & hæ rursus in illas abeant, applicandoque ad explananda diversa phænomenorum genera, ut ad cohesionem, elasticitatem, fluiditatem &c. Unde patet, Physicam a Cosmologia plurimum dependere, esseque illam hujus quandam continuationem; ita ut ibi debeat naturæ perscrutationem inchoare Physicus, ubi definit Cosmologus.

Finis, ut dici amat, *internus* Physicæ est cognitio rerum corporearum, cumprimit vero caussarum, a quibus mutationes in corporibus fieri solitæ, variaque phænomena oriuntur. Unde patet imprimis, Physicam esse scientiam theoreticam, utpote quæ pro fine non proxim sed speculationem habeat: patet deinde, quam amoenia, homineque digna sit hæc scientia. Quid enim amoenius, quam intima naturæ viscera scrutari? quid humano ingenio dignius, quam tot pulcherrimorum phænomenorum, quæ cernimus, originem, caussas assequi, & determinare? Innumera phænomena, quæ sèn in regione aëris, sive in sublimioribus æcolorum tractibus exorta, indoctos vulgi animos terrore compleant, aut saltem in admirationem, ignorationis testem, abripiunt, jucundum Physico spectaculum præbent, eruditique differendi campum aperiunt. Unde Tullius L. 4. de Fin. c. 5., Inest, inquit, in explicatione naturæ insatiabilis quædam e cognoscendis rebus va-

P R O L E G O M E N A

„ luptas , in qua una , confectis rebus necessariis , va-
„ cui negotiis honeste , ac liberaliter possumus vivere . „ Item L. 4. Quæst. Acad. c. 41. „ Est animorum , in-
„ geniorumque naturale quoddam quasi pabulum consi-
„ deratio , contemplatioque naturæ . „

Sbol. Ex his patet , Physici quoque finem proximam & immediatam esse cognitionem naturæ : at ei hoc in fine sistendum non est ; neque enim desunt emolu-
menta plurima , quæ e cognitione naturæ in vitam hu-
manam prodiunt , ac proinde ad quæ Physicus cogni-
tionem naturæ velut ad finem mediatum ultro referat . Ut enim pauca pro multis adferam , annon perficit
artes mechanicas Physica , dum Mathesi comite diver-
sorum machinarum theorias , leges Hydrostaticæ , va-
rias luminis per vitra refractiones , reflexionesque , &
plura id genus alia pertractat ? an non ad promoven-
dam , feliciusque tractandam coconomiam alumnos ad-
apteat suos , quos rerum naturalium scientia ita imbuit ,
ut tam noxiорum , quam etiam faventium rei familia-
ri effectuum caussas perspicere possit ? Medicinæ cum
Physica nexum abunde prodit vel illud Hippocratis
monitum , conare , ut evadas Physicus ; item illud Scho-
lis notum , ubi definit Physicus , ibi incipit Medicus .

Porro fructuum omnium , qui e contemplatione
naturæ capi possunt , longe maximus est , quod ea nos
ad agnoscendam uberioris , adorandamque Numinis ma-
jestatem non sine voluptate dederat . „ Quid enim est
„ naturam scrutari , ait Mac - Laurinus Expos. Phil.
„ Newt. L. 1. C. 1. quam supremi rerum omnium Condi-
„ toris prodigia persequi ! -- Quæ de natura nobis com-
„ perta sunt , ut ut angustis circumscripta limitibus ;
„ planissime tamen ostendunt summam illam potentiam ,
„ quæ ita ubique dominatur , & agit , ut nullis vel
„ locorum spatiis constringi , vel temporis intervallis
„ debilitari queat . Repræsentant nobis non citra ad-
mirationem sapientiam illam , quæ in stependa ma-
ximarum æque , ac earum partium , quæ parvitate
„ sua sensus nostros fugiunt , compositione , & moti-
„ bus ad certas leges exactis eminet . Certissima deni-
que illius , quæ regit omnia , Divinæ Bonitatis pi-
gnora nobis offerunt . „ Hinc ne præcipuo suæ con-
templationis fructu se se privet Physicus , mentem a
rebus

rebus cœcatis, quarum mira phænomena oculos recreant, ad earundem Conditorem identidem erigat: hujus immensam in maximis æque ac minimis potentiam admittetur: sapientiam, bonitatem laudet, amoreque pro virtibus prosequatur.

§. II.

De recta philosophandi methodo.

Duplicem philosophandi methodum vocabimus. **h**ec loco in examen, quarum altera methodus *philosophandi a priori*, altera *philosophandi a posteriori* dicitur. Priorem sectatus est Cartesius, alteram potissimum Newtonus excoluit. Utriusque Cl. Viri meminimus Log. n. 8.

6 Qui *a priori* philosophantur, non ex effectis in caussas, sed ex caussis in effecta inquirunt. Quod aper-te de se ipso fatetur Cartesius Prin. p. 2. §. 22. „Pergam spicium est, inquit, optimam philosophandi viam „nos secuturos, si ex ipsius Dei cognitione rerum „ab eo crætarum explicationem deducere concerum, „ut ita scientiam, quæ est effectuum per causam, acqui-„ramus.“ Idem Philosophi concedi sibi postulant, ut existentiam cujusdam fluidi (ætherem nominant) certosque in eodem motus, certas minimarum particu-larum figuræ, & plurima id genus alia adstruere pos-sint, quin ullo eadem arguento evincere, stabilireque tenentur. His sibi concessis omnia naturæ phæno-menâ quam aptissime se se explicatueros pollicentur.

Coroll. Id genus postulata, seu arbitraria ingenii figura solent hypotheses nuncupari. Unde patet, Cartelianos cum Duce suo magnos omnino hypothesison patronos esse.

Schol. Bonæ hypotheseos characteres hi potissimum sunt: si non contineat pugnantia; si iis phænomenis, quorum gratia excogitur, explicandis sufficiat. His notis delictuæ hypothesi ne apud Cartelianos quidem potest ullum inesse pondus.

6 PROLEGOMENA

7 Qui alteri methodo, nempe a posteriori philosophandi cum Newtono addicti sunt, ex accurate phænomenorum inspectione caussas eorundem determinant, neque quidquam principii loco assumunt, nisi quod prius jam e phænomenis legitima ratiocinatione eratum, riteque stabilitum esse censem. Unde primum *Analysis* utuntur; id est, e phænomenis identidem examinatis proximas, singularesque eorundem caussas erunt, ac harum agendi rationes notant; tum a caussis singularibus, eamdemque agendi rationibus ad latius patentes sensim progrediuntur, dum demum ope inductionis maxime generales rerum caussas, naturæque leges, quas illæ constanter in agendo sequantur, constituant. Stabilitis id genus caussis, naturæque legibus universalibus, si phænomena explicanda sint, ordine contrario descendendo *Syrbeſim* usurpant: nimirum generales illas caussas, naturæque leges dicto modo stabilitas jam velut totidem certa principia considerant; ex iis caussas singulares, ex his phænomena, ecu corollaria quædam deducunt, ac explanant. Atque hi potissimum sunt characteres, qui Newtonianam philosophandi methodum a Cartesiana secernunt.

8 Jam intellecta utriusque methodi natura, quis nō præjudicatis opinionibus actus dubitet, Newtonianam philosophandi methodum Cartesianæ longe anteposendam esse? Esto hypotheses Cartesianorum phænomenis ad captum explicandis sufficerent; pro possibilibus tandem caussis, non autem pro iis, a quibus reapse phænomena driantr, statui possent: quis enim judicet legitimam esse hanc aut similem argumentationem: *si æther bis aut illis proprietatibus instructus extare ponatur, phænomena possunt ad caprum explicari; ergo reapse phænomenorum caufsa est æther.* At a Cartesianis nec ejusmodi quidem caussas phænomenis assignari, quæ pro possibilibus haberi queant, vel illud argumento esse possit, quod ut ut initio pauca sibi principia concedi postulent, omnibus phænomenis explicandis, uti pollicentur, sufficiunt; nihilominus ubi rem ipsam aggreditur, novas sibi rursus hypotheses indulgeri, novas fluido suo proprietates, inter se non parum pungentes, dati cupiant. Sic idem æther, qui gemmas,

vitra

vitra libere juxta ipsos permeat, dum lucem constituit, ingenti premendi vi, cum libero illo commatu non facile concilianda, pollere juxta eosdem debet, dum in iisdem corporibus firmissimam cohærentiam efficit: idem æther, qui modo in focis causticorum vitrorum ne plumbæ quidem loco movendæ par est, paullo post in sententia ipsorum omnia corpora ingenti vi versus telluris centrum detrudit, graviaque reddit, coelestes globos immanni celeritate circumagit &c.

Contra Newtoniani de veris phænomenorum causis naturam ipsam quodammodo consulunt, easque ex observationibus & experimentis, veluti quibusdam, uti Cl. Malebrachius loquitur, *naturalibus revelationibus*, per quas natura nobis arcana sua manifestat, discunt, ac deducunt: neque assumunt quidquam principii instar in explanandis naturæ phænomenis, nisi quod solidis prius argumentis jam stabiliverant. Hæc uberiori patebunt sequ. §. ex iis regulis, quas Newtoniani in philosophando sibi præstituunt.

Philosophiam, in qua methodus *a posteriori* philosophandi usurpatur, *experimentalē* nuncupari posse, nemo non videt. Hinc Newtonus ipse, teste MacLaurino Expos. Phil. Newt. L. r. c. r. „ Philosophiam suam *experimentalē* nuncupare consueverat: quasi additamento hoc discriben ultimum significatus, quod inter eam & ceterorum systemata, ingenii nempe humani partus, quos naturæ gestimus supponere, intercedit. „ Porro dum ope observationum, experimentorumque in causis phænomenorum inquirimus, *ratio* suo semper fungatur munere, severique judicis partes sustineat; dispiciendo imprimis, quibusnam in casibus deferendum quidpiam sit testimonio sensuum, quibus non item; deinde videndo, quænam in philosophandō leges potissimum observandæ sint; ne etiam tum, quum testimonia sensuum legitima fuerint, eadem non rite adhibendo in statuendis generalibus corporum proprietatibus labamur. Hinc quicunque in ameno hoc studio cum fructu versari vult, nominatim præ oculis habeat imprimis ea, quæ de præjudiciis, præsertim e sensuum nostrorum fallacia oriti solitis attulimus Log. 216.; deinde leges obser-

vationum, & experimentorum, ejusd. 204. adnotatas; denique paullo superius memoratas aureas philotophandi regulas, quas Cl. Newtonus L. 3. Princ. Math. statuit, mox a nobis recensendas.

10 Quod ad Mathesim, qua Philosophiam Newtonianam tumere queruntur Cartesiani, attinet, ejus usus Physico necessarius omnino est. „ Cum enim natura „ (verba sunt Cl. Gullielmini) ubique mathematica „ sit, idem est naturam absque Mathesi explicari velle, „ ac sine cruribus ambulare. „ Ceterum nos admitemur, ne largius utamur mathesi, quam ferat imbecillitas eorum Tironum, tametsi mediocri tantum inge-nio præditorum, qui primo Philosophiae anno earn navaerunt operam prælectionibus mathematicis, quam diligentes, profectusque sui amantes juvenes literis pavare solent. Universè tamen, quo majorem matheos scientiam quis sibi comparaverit, eo majorem in illis intelligendis, quæ tradituri sumus, facilitatem polliceri sibi poterit. Porro majoris facilitatis gratia frequenter adnotabimus ea Matheos loca, quæ inspecta Tironi per decursum operis laborem reddant faciliorem: utemur autem compendiaria Matheos Institutione R. P. Pauli Makro e S. J. edit. Vindobon. an. 1764. item an. 1766. qui liber his in terris discipulis nostris pre-legi solet.

§. III.

De Newtonianis philosophandi regulis.

R E G U L A P R I M A.

11 **C**ausæ rerum naturalium non plures admitti debent, quam quæ & veræ sint, & earum phænomenis explicandis sufficiant.

Regula hæc duas partes complectitur.. Prima pars vult ejusmodi duntaxat rerum naturalium causas statui, quæ verae sint, seu quarum non modo possibilis, sed etiam existentia in natura ostendi possit. Et jure id quidem. An non enim magis fingunt illi, quam philo-

philosophantur, qui dum in procudendis arbitrariis hypothesis toti sunt, id genus causas, quæ vix pro possibilibus haberi queunt, pro genuinis, inque natura seipso obtainentibus sine hælitatione obtrudunt?

Altera regulæ pars imprimis poscit, ut causa, 12
 quæ statuitur, adæquata sit, sive ut singulis effectus partibus explicandis sufficiat: deinde vetat plures admitti rerum naturalium causas, quam quæ phænomenis explicandis sufficient. Nam ut Boscovichius loquitur; natura in principiis, & legibus parca admodum & simplex est; licet in combinationibus ipsarum sit admodum multiplex, & varia. Newtonus quoque „ natura, inquit, simplex est, & rerum causis superfluis non luxuriat. „ Quam naturæ simplicitatem jam ab antiquis agnitam fuisse argumento est vetus illud: *enria non sunt multiplicanda sine necessitate.*

Schol. Præ oculis habendum est, quod hoc loco notat Cl. P. Jacquier „ regulæ huic præmittendam esse certissimam effectus cognitionem, nec aggrediendam esse (quod tamen perhæpe fit) effectus alicujus explicationem, nisi effectum ipsum existere certo constiterit. Ita Plutarchus olim hanc sibi proposuerat quæstionem: *cur pulli equini, si a lupis fuerint infestati, velocius currere soleant;* variis explicationibus quæsitus veram tandem solutionem proponit: sed id, inquit, fortasse verum non est. „

REGULA SECUNDA.

Ideo effectuum naturalium ejusdem generis eadem assignandas sunt causæ, quatenus fieri potest. 13

Regula hæc ex dicta modo naturæ simplicitate proficit, soletque analogia naturæ nuncupari: poscit ea similibus effectibus eandem causam assignari „ uti respirationis (sunt exempla ipsius Newtoni) in homine, & in bestia; descensus lapidum in Europa, & in America; lucis in igne culinari, & in sole; „ reflexionis lucis in terra, & in planetis. „ Ad regulam hanc revocantur omnia id genus argumenta,

quæ ab experientia multorum casuum ad aliquem iis similem casum ducuntur; ut si e. g. hoc modo argumenteris: *in qualibet adhuc parice divisa cor inventum est, ergo in hac quoque, si divisa fuerit, invenietur.* Quavis autem huic argumentandi generi absolutæ demonstrationis vim attribuere nequeamus; „ attamen (verba sunt P. Jacquier) tantam conciliat probabilitatem, ut non solum in rebus physicis, sed etiam in tota fere vivendi, agendique ratione sine stultitia regisci non possit. Ita si domus hodie sit firmissima, crastina die sine ullo timore eandem domum ingredi possum, si nullum appareat ruinæ indicium; quamvis tamen fieri possit, ut ob caussam aliquam latentem præceps ruat ædificium. Huic regulæ innituntur pleræque hominum actiones. Etenim actiones suas secundum experientiam moderantur sapientes homines, in gravissimis negotiis experientia magistra utatur, & quid agendum sit in casu singulari, judicant ex eo, quod factum fuit in alio casu præterito, cui præsens similis est, vel apparet. Manifestum autem est, hanc agendi rationem nihil aliud esse, nisi perpetuum hujus regulæ usum. „ Nos ipsis extendimus jam in casu particulari (Metaph. 388. in resp. ad Obj.) quantum ponderis inesse debeat argumento *ab analogia* ducto.

Schol. Additum est in regula: *quatenus fieri potest.* Nam ut ait Boscovichius „ fieri potest, ut effectus similimi a diversis oriuntur causis, ut idem motus indicis in horologio provenire potest a suspenso pondere, ac ab elæstica lamina affixa. „ Deinde quandoque similitudo, quæ inter quospiam effectus intercedit, apparens duntaxat est, adeoque ratio, quæ effectibus illis distinctas assignari causas poscat. Sic tametsi nonnullæ bestiarum actiones videantur esse prorsus similes iis actionibus nostris, quas a ratiocinandi vi nobis insita proficiisci consciæ nobis sumus; quia tamen bestias ratione carere firma evineunt argumenta (Met. 386), easdem bestiarum actiones non ratiocinandi vi, uti nostras, verum alii cuiquam principio assignemus, oportet. Ex quibus patet, Philosophum in illi analogiæ præcipitem esse non debere.

REGULA TERTIA.

Qualitates corporum, quæ intendi & remitti nequeunt, quæque corporibus omnibus competit, in quibus experimenta instituere licet, pro qualitatibus corporum univerorum habenda sunt. 14

Regula hæc laxioris illius inductionis principium continet, vi cuius eam proprietatem, quam in omnibus iis corporibus, in quibus experimento locus est, comprehendimus, ad reliqua etiam, in quibus nondum ceptum est experimentum, aut neque capi potest, extendere solemus. Quæ huc pertinent, jam Log. n. 165. Schol. 1. & 2. adnotavimus ex Boscovichio, quæ hoc loco recolenda sunt. Porro ex qualitatibus nequeunt intendi, & remitti, quæ in omnibus corporibus ejusdem gradus, intensionisque sunt, ut e. g. impenetrabilitas: non enim est minus impenetrabile corpus quodam molliissimum, quam sit durissimum quodvis. Ideo autem restringit regulam suam Newtonus ad ejusmodi qualitates, quæ intendi & remitti nequeant; quia si qualitas quæpiam remitti potest, id indicio est, eam posse etiam auferri. Eo ipso autem pro generali corporum proprietate perperam statueretur. Ceterum ad evitandos in hujus regulæ usu errores sufficiet ea præ oculis habere, quæ nos Log. cit. n. 165. Schol. 1. & 2. item ejusd. coroll. adnotavimus.

Schol. Diligenter notandum hoc loco est id, cuius jam Metaph. n. 217. meminimus, nempe non omnes naturæ leges posse directe ope inductionis erui, sed sæpe indirecta methodo per aerationem esse Philosopho progrediendum. Qua de re hæc habet Boscovichius Dissert. de lumine parte I. n. 27. " Illud nobis, inquit, omnino persuasum est, non semper eam posse teneri viam in naturæ principiis investigandis, ut observationes quædam proponantur, ex quibus recta ratiocinatione (cujusmodi esset e. g. hoc: singula corpora, in quibus experimento locus est, observamus esse impene abilia, ergo impenetrabilitas est communis corporum proprietas) deducantur conclusiones, quæ naturæ leges naturales contineant. Universam hanc artem, quæ in naturam inquirit, simillimam esse ap-

3. bitramur arti illi , quæ epistolas secretis notis co-
 " scriptas , quas vulgo cyphras vocant , enucleandas
 " suscipit ; ubi conjectando primum , & plures positio-
 " nes inter se conferendo , ad vocularum quarundam
 " expositionem devenitur ; tum illas ipsas positiones
 " jam retinendo pro reliquis , jam corrigendo , paula-
 " tim per frequentissimos errores devenitur tandem
 " ad clavim aliquam generalem , quæ idoneum aliquem
 " sensum aperiat : quo ubi deventum sit , clavis illa
 " ipsa habetur pro vera , nisi quid in contrarium oc-
 " currat . Idem in naturæ investigatione contingit .
 Nimurum assumenda sunt primum phænomena quædam ,
 & videndum , quænam ex iis erui possit naturæ lex ,
 cujus ea sunt quædam necessaria conjectaria ; tum hu-
 jusmodi lex , utcunque eruta , conferenda est cum novis
 phænomenis ; corrigenda , si cum his non cohæreat ac-
 curate , identidemque ad incudem revocanda , donec
 omnia sibi constent ; ac tunc demum pro generali na-
 turæ lege erit statuenda , ubi ea stante , spectata etiam
 reliqua naturæ constitutione , omnia phænomena sibi
 apprime consenserint . Illud autem cavendum (mo-
 net idem Boscovichius in annot . ad Lib . 1 . Stay , hac
 de re itidem agens) evidentiam hoc pacto acquiri
 non posse , posse certitudinem quandam , satis nimia-
 rum multiplicato observationum numero . Fieri
 quidem potest , ut eadem notæ diversis adhibitis
 clavibus diversas , quamvis sibi admodum constantes
 sententias reddant : sed ut ibi unico invento sensu
 satis idoneo , potissimum si longissima epistola sit ,
 & si aliis conjecturis , ac negotiis iis , quæ pertra-
 dantur , respondeat , clavis inventa firmissimo assen-
 su habetur pro vera ; ita in naturæ indagine firmissi-
 mus debet eadem methodo assensus obtineri .

R E G U L A Q U A R T A.

5. In Philosophia experimentali propositiones ex phæ-
 nomenis per inductionem collectæ , non obstantibus
 contrariis hypothesisibus , pro veris aut accurate , aut
 quam proxime haberi debent ; donec alia occurrant
 phæno-

phænomena, per quæ aut accuratiōres reddantur; aut exceptionibus obnoxia.

Regula hæc, quæ primum in Genevensi editione Phil. Newt. anni 1742. diserte exprimitur, statuit, propositiones ex phænomenis & experimentis collectas præferendas esse quibuscunque hypothesibus, seu arbitriis ingenii figmentis, eo fine excogitatis, ut iis quæstioni propositæ aliqua ratione respondeatur. Deinde innuit, neque eas quidem naturæ leges, quas ex observationibus, & experimentis eruimus, habendas esse pro absolute evidētibus; ut ut firmus ipsis assensus præstandus sit, usque dum novæ observationes aliquam in iisdem exceptionem, aut correctionem poposcerint: quod ipsum Boscovichius quoque monet, sive dum de inductione laxiore (Log. 165. Schol. 2.), seu dum de indirecta methodo leges naturæ ex phænomenis eruendi agit (præc. Schol.).

Schol. Non raro queruntur Cartesiani, improbari a Newtonianis usum hypotheseon, cum tamen ipsi quoque sœpe eas usurpent: at immerito sane querontur. Newtoniani enim non hypotheses simpliciter, sed hypotheseon abusum volunt e Philosophia exterminatum. Quod ut advertas, Nota 1mo. Newtoniani eam comp̄mis argumentandi rationem Cartesianis vitio vertunt in rebus physicis, quæ a nobis n. 6. descripta est, & a Cartesio effectuum per caussam appellatur; vi cuius ingeniosa quædam figmenta pro arbitrio assumpta venditantur pro genuinis rerum caussis, modo aliquam caussæ possibilis speciem præferant. Quod si e phænomenis vera ipsorum caussa, aut caussæ agendi ratio direcēt deduci nequeat; tum enimvero licebit assumere quandam hypothesim eo fine, ut il'a cum phænomenis diligenter conferatur, tuncque primum post correctiones necessarias pro naturæ lege constituatur, quum apparuerit, ea stante, omnia phænomena, velut totidem ipsius corollaria, apprime sibi consentire, securus vero eadem phænomena vix, ac ne vix quidem stare posse. Quod ubi simul innotescit; eo ipso patet veritas hypotheseos, eaque cessat esse mera hypothesis. Atque hæc methodo detegemus nos suo loco, gravitatem, ut vocant, universalem agere quam proxime

me in ratione reciproca duplicata distantiarum: hac methodo detexerunt Astronomi, planetas in ellipsis, quarum alterum focus sol occupet, revolvi. Numirum postquam hi animadverterunt, planetas in lineis curvis in se redeuntibus gyrari circa solem, posuerunt primo eas curvas esse circulos; videntes autem phænomena motus astrorum non bene cohærere cum motu circulati, ellipses substituerunt circulis, rursusque phænomena vocarunt in examen. Denique postquam patuit, ellipticam orbitam ita cum omnibus dictis phænomenis consentire, ut hæc ex illa velut totidem corollaria profluerent; planetas *recepit* in orbitis ellipticis circa solem revolvi, jure statuerunt. Denique hoc revocatur tota illa indirecta methodus, quam præc. num. in Schol. descripsimus.

2do. Quoniam multæ phænomenorum caussæ etiamnum tenebris involutæ latent; saepè evenit, ut ipsi quoque Newtoniani meras conjecturas, quibusdam indiciis sat obscuris innixas pro phænomeni caussa adducant; at id ipsum fateri non dissimulant. Quod si autem de caussa cuiuspiam phænomeni ne conjecturam quidem ullam possint prudenter formare; ignorationem suam candide aperire non erubescunt, adjectis, si quæ occurrant, ejusmodi caussis, quæ saltē pro possibilibus haberi queant; nunquam committunt tamen, ut mera ingenii sui figura more Cartesianorum pro veris caussis sine ulla hæsitatione statuant.



PHY.

**PHYSICÆ
GENERALIS
DISSERTATIO PRIMA.
DE PRINCIPIIS, ET COMMUNIBUS
CORPORUM PROPRIETATIBUS.**

C A P U T P R I M U M.

De Principiis Corporum.

§. I.

Quid de principiis corporum sit sentiendum?

Diximus in Metaphysica corporum nomine venire **16** entia hæc composita, e quibus mundum hunc aspectabilem, tanquam partibus coagmentatum cernimus; *elementa* vero, seu *principia* corporum appellari prima illa ipsorum initia, e quibus ultimo coalescent, & ad quæ in eorundem resolutione mens deinde nostra cogitatione sua devenit: porro facile patet ex iis, quæ ejusd. Met. n. 80. dicta sunt, corpus reapse non esse aliud, quam congeriem quandam elementorum certa ratione consociatorum, ac proinde omnes corporum qualitates ex eorundem elementis dimanare. Quapropter summopere curandum est Philosopho, ne in statuendis corporum elementis erret, atque adeo ne quidquam de iis pro arbitratu pronunciet, quod solidis rationibus non fulciatur. Secus enim debili fundamento superstruet reliquam Physicæ molem, comprehenditiamque de corporum principiis doctrinam fabulosa phænomenorum explicatio cum ingenti pulcherrimæ Scientiæ dispendio consequetur. Nos, quid hoc de argumento

gumento sentiendum sit, jam in Metaphysica exposuimus: juverit tamen eadem, quæ ibidem disperse tractata sunt, hoc loco sub unum conspectum dare.

- 17 PROPOSITIO I.** Elementa, seu principia corporum sunt entia simplicia, prorsus inextensa, sibique simillima, seu homogenea. Singulæ propositionis partes in Metaphysica sunt declaratæ: prima n. 152; altera n. 154; tertia denique n. 160.

Schol. Id genus elementa *materiæ puncta* nuncupamus.

- 18 PROPOSITIO II.** Admittendæ sunt in elementis, seu materiæ punctis determinationes quædam ad mutuum recessum, quæ a mutuis eorundem distantiis pendent, viresque *repulsivæ* nominari possint. Detegamus primum in corporibus hujusmodi determinationes, ac tum demum easdem ad ipsa elementa extendamus. Si globus A incurrat in globum B lentius præcedentem, globi hi ad attractum mutuum mathematicum non deveniunt (Metaph. 244.); certum nihilominus est, priores eorum celeritates per conflictum immutari, nempe augeri in globo præcedente, imminui in incurrente. Patebit istud, si generales collisionum formulæ singulare casui applicueris. Igitur admittenda est in his globis (idem est de aliis quibuscunque corporibus) determinatio recedendi a se invicem, ut primum certo quodam exiguo intervallo inter se distiterint; quæ nimirum determinatio in globo præcedente consipiet cum priori ejus celeritate, ac proinde hanc ageat, in incurrente vero contraria sit priori celeritati, adeoque illam imminuat. Porro hujusmodi determinationes a mutuis corporum distantiis pendere in aperio est; tum quia non afficiunt corpora, nisi ubi haec exiguis quibusdam intervallis inter se distant, tum quia pro ratione imminentiorum inter corpora intervallorum illæ ex adverso magis ac magis finite in infinitum crescunt (Metaph. 246. & 247.). Easdem viarum *repulsivarum* nomine insigniri posse, inde patet, quod ad corpus alterum ab altero removendum tendant.

Jam

Jam hujusmodi determinationes, seu vires repulsivæ a corporibus ad ipsa quoque elementa extendi debere, hoc modo conficio. Nihil est in corporibus repire præter elementa, certamque horum consociationem: igitur aut vires repulsivæ corporum e mero plexu, consociationeque elementorum, iisdem viribus destitutorum derivandæ sunt, aut fatendum est, ideo polletere corpora viribus repulsivis, quod elementa quoque ipsorum iisdem prædicta sunt: atqui primum dici non posse facile patet; quid enim merus plexus, consociatioque elementorum conferet ad hoc, ut corpora ad attractum mutuum pervenire nunquam possint, verum quamprimum certo intervallo inter se distiterint, ad recessum mutuum determinentur? fatendum ergo alterum, viresque repulsivæ in elementis corporum sunt agnoscendæ.

Aliorū: Distæ determinationes, seu vires repulsivæ sunt quædam *absolute* proprietas, non autem *relativa*: igitur ope inductionis a corporibus ad ipsa etiam eorundem elementa extendi possunt, ac debent (Log. 165. Schol. 2. ejusque Coroll.).

Confirm. 1. Cum elementa corporum sint simplicia, & prorsus inextensa, si ad attractum mutuum devinirent, prorsus nullam constituerent extensionem, verum compenetrarentur, inque unicum loci punctum confluenter (Metaph. 163. & sequ.); cum ergo ex elementis extensa corpora confiant, neque possit ullis naturæ viribus fieri, ut eadem in unicum loci punctum confluant, in confessu est, bina quæque materiæ puncta in corporibus aliquo semper intervallu ab se invicem distare debere, quin ullis naturæ viribus ad attractum mutuum adduci queant. Eo autem ipso in materiæ punctis quasdam vires repulsivas, quæ ipsorum attractui mutuo, compenetrationique adversentur, admittendas esse, nemo non videt.

Confirm. 2. Si vires elementorum non obsisterent, 20 dñm palpare vellemus saxa, terram &c. his corporibus immergerentur manus nostræ, quin ulla soliditatis sensatio in nobis oriretur (Met. 201. cor. 3.); cum er Phisica. B. go

go contrarium experiamur, virium repulsivarum existentiam in dubium vocare non possumus.

Schol. Ex iis, quæ Metaph. n. 246. & 247. dicta sunt, patet eam esse virium repulsivarum legem, ut auctis sensim mutuis elementorum distantia illæ ex adverso magis ac magis decrescant, dum tandem evanescant penitus, æquenturque zero. Porro si hæc naturæ lex perduret etiam tum, quum jam evanescente repulsione adhuc mutuae corporum distantiae augentur; vires repulsivæ infra zerum decrescent, abibuntque in oppositas determinationes, seu in determinationes ad accessum mutuum: quod quanam ratione possit fieri, illustravimus ibid. n. 247. *Schol.* 1. exemplo cymbæ contra fluvii directionem tendentis. Denique hujusmodi determinationes, non secus ac vires repulsivæ, a mutuis distantia pendebunt, ut clarum est; & quam ad conjungenda corpora tendent, *virium attractivarum* nomine insigniri poterunt, quin ullus jure item de nomine movere possit. Ex quibus patet, ei, qui stabilitis semel viribus repulsivis attractivas tueri, plus tueri non esse necesse, quam eam naturæ legem, vi cujus repulsivæ vires auctis sensim distantia mutuis usque ad zerum decrescent, perdurare etiam tum, quum evanescente jam repulsione, adhuc mutua materia punctorum distantia augetur.

21 PROPOSITIO III. Admittendæ sunt in elementis vires attractivæ, seu determinationes quædam ad accessum mutuum, a distantia pendentes. Postquam enim certum est, elementis inesse vires repulsivas, hasque auctis magis ac magis distantia usque ad zerum decrescere, item posse easdem etiam infra zerum decrescere, idque sufficere ad hoc, ut ex in vires attractivas abeant (præc. Schol.); ut citra errandi periculum statuere possumus, vires illas auctis porro distantia reapse etiam decrescere infra zerum, inque attractivæ abire, satis utique erit, si viderimus, tam terrestria, quam etiam cœlestia naturæ phænomena e generali vires repulsivarum in attractivas abeuntium lege velut corollaria quædam suapte fluere; secus autem eorum pleraque vix, ac ne vix quidem explicari posse (14. Schol.). Atqui naturæ phænomena, non minus terrestria, quam cœle-

coelestia e generali virium repulsivarum in attractivas
abeuntium lege velut corollaria quædam suæptæ fluere,
secus autem vix ac ne vix quidem explicari posse,
tum ex iis phænomenis, quæ mox speciminis gratia
subjiciemus, cum ex aliis quam plurimis per decursum
Physicæ patebit. Igitur citra errandi periculum sta-
tuere possumus, vires repulsivas auctis distantias ita
sensim decrescere, ut etiam infra zeroum tandem decre-
scant, abeantque in vires attractivas.

Nomina virium attractivarum phænomena.

I. Cohærentia partium in corporibus manifestum **22**
virium attractivarum indicium est. Cum enim in iis
vires repulsivæ, mutuum elementorum attractum prohi-
bentes admittendæ sint, hæ autem ad dissipandas potius,
quam inter se copulandas corporis partes ten-
dant; netesse sane est, ut auctis tantisper intervallis
mutuis repulsioni succedat attractio: quo posito mu-
tuam elementorum in corporibus cohærentiam suæptæ
jam consequi, suo loco videbimus.

II. Cl. Newtonus Quæst. 31. opticæ hocce phæ-
nomenon refert. Accipiantur duæ planæ, politæque
vitri laminæ, ternas circiter uncias latæ, vicinas lon-
gæ. Altera earum jaceat horizonti parallela, altera vero
huic ita superponatur, ut ex una parte extremitates laminarum se se contingant, angulumque circites
10. aut 15. minutorum contineant: prius tamen inten-
siores harum laminarum facies linteo mundo in malis
aurei oleum, vel spiritum terebinthinum iactante made-
fiant. Accipiatur deinde ejusdem oculi aut spiritus,
quo laminæ prius madefactæ sunt, gutta una, altera-
ve, demittaturque in illud inferioris vitri extrellum,
quod a dicto angulo maxime distat. Quamprimum su-
perior lamina ita fuerit inferiori superposita, ut una
sui extremitate cum illa, horizontaliter jacente, dictum
angulum efficiat, altera vero extremitate guttam con-
tingat; continuo gutta in eam partem movebitur, in
qua laminæ se se contingant, fereturque motu constan-
ter accelerato, usque dum ad ipsum vitrorum concus-

sum perveniat. Quem effectum in theoria virium attractivarum proorsus hoc modo evenire oportere, videbimus in Physica particulari, ubi de tubulis capillari-bus agemus. "Quod si dum gutta proreptit (verba sunt Newtoni loco citato) vitrorum interea extremitas illa, qua contingunt inter se, & quo versum gutta fertur, elevetur; jam inter vitra sursum adrepet gutta, ac proinde movetur attractione. Et pro eo, ac vitrorum extremum illud, quo inter se contingunt, magis, magisque elevetur, gutta tardius usque, & adhuc tardius ascendet, & tandem plane quietet; deorsum, nimirum pondere suo delata tantum, quantum attractione sursum versus. Atque hoc pacto intelligi potest, qua demum vi attrahatur gutta in omnibus a concursu vitrorum intervallis.

Quod si quis virium attractivarum adversarius in explicando hoc phænomeno ad quoddam fluidum intra laminas vitreas quaquaversum libere commans confusat, quasi hujus impulsibus mobilis illa gutta versus laminarum concursum promoveretur; quæro ex eo imprimis, cur fluidum illud impulsibus suis guttam potius versus concursum vitrorum constanter propellat etiam tunc, dum extremitates laminarum se se contingentes aliquantum elevantur, ut jam guttæ contra nativam suam gravitatem sursum rependum sit? quæro deinde, cur idem effectus non sequatur, si vitra inter se paullo magis disticerint, ut neque obtineatur determinate dictus angulus, neque lamina superior guttam contingat? at dum hæc quæro, non peto verba, quæ nulli unquam Philosophorum sectæ defuerunt, sed explicationem solidam, in qua nihil pro arbitratu configatur, quæve apud censores ab omni partium studio, præjudiciisque liberos contra vires attractivas, etiam postquam repulsivæ stabilitæ sunt, approbationem ferat.

24 III. Ex astronomicis observationibus constat, planetas primarios circa solem, secundarios vero circa suos primarios motu suo ellipses ita describere, ut e. g. linea, quæ centrum solis cum centro Jovis connectit, æqualibus temporibus æquales areas verrat: ostendetur

vero

vero suo loco, id nequaquam posse evenire, nisi in theoria virium attractivarum a distantiis pendentium, id est, nisi planetæ primarii in solem, secundarii in suos primarios constanter tendant vi quadam, quæ auctis distantias mutuis decrescat, imminutis vero crescat: ut adeo eum Physicæ astronomicae florem, quem hodie læti intuemur, Cl. Newtono, primo virium attractivarum detectori potissimum debeamus.

Schol. Quid fentiendum sit, de causa virium repulsivarum, & attractivarum, exposuitus in Metaph. n. 248. Utemur quidem deinceps saepius his vel similibus phrasibus: *hoc materia punctum vim suam attractivam exerit in aliud, Tellus trahit ad se lunam &c.* at istud compendii duntaxat gratia faciemus, non autem ideo, ut ex iis virium causis, quæ loco cit. pro possibilibus statuuntur, tertio loco positam præ ceteris amplectendam indicemus. Ibid. n. 249. & sequ. diluimus argumenta, quibus eadem vires impugnari solent.

§. III.

De Inertiae vi elementorum.

NOstrum de corporum inertiae vi sensum plene de-²⁵ promere non prius possumus, quam pertractemus theoriā centri gravitatis: attamen hoc jam loco statuendum est nobis quidpiam hoc in generē de individuali materiali punctis, ut eo magis pateat, quibusnam proprietatibus gaudeant simplicia illa entia, quæ pro corporum elementis statuimus. Porro vim inertiae non omnes eodem adæquate modo definiunt, uti videbimus Dissert. 3. C. 1. ubi diversos Philosophorum de illa sensus in examen vocaturi sumus; sed alii magis, alii minus amplam tribuant eidem vocabulo notionem. Liceat interim nobis *vim inertiae* in mobili sumere pro determinatione quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, si statum quietis vel motus nullæ externæ causæ turbaverint, his vero eundem turbantibus, ita componendi præcedentem motum cum sequente, quem eædem externæ causæ induixerint, aut plures motus

ab illis simul impressos, ut mobile singulis illis, quantum fieri potest, obsequatur. Liceat, inquam, nobis vim inertiae pro dicta determinatione sumere, dum statuamus, num ea alio quoque sensu accepta sustineri possit.

- 26** PROPOSITIO. Quodlibet elementum praeditum est inertiae vi modo definita; id est, habet imprimis determinationem quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, si ejus statum quietis vel motus nullae externae caussae turbaverint; habet deinde determinationem componendi motum suum praecedentem cum sequente, quem caussae externae induixerint, aut plures motus ab iisdem caassis simul impressos, ita ut singulis illis, quantum fieri potest, obsequatur. *Pars prima*, nimirum quoad determinationem quiescendi vel movendi uniformiter in directum, si nulla vis externa mutationem inducat, non est sic accipienda, quasi eveniret aliquando reapse, ut quodpiam materiæ punctum quiescat, aut habeat motum uniformem in directum: semper enim adest in natura caussa, quæ uniuscujusque materiæ puncti statum carbet, ut intelligere licet ex Metaph. n. 247. cor. 5. Verum phrasí illi hunc subesse volumus sensum: quodlibet materiæ punctum ita comparatum est (sive deinde istud ex ejus essentia, seu ex libera Dei lege proficiat) ut afferere liceat, illud eo casu, quo ad quietem redigeretur, nullaque externa caussa hunc ejus statum turbaret, perpetuo in quiete permansurum; eo vero casu, quo motus ipsius terra directione imprimeretur, cessante rursus omni externarum cassiarum actione, constanter in directum motu uniformi juxta datam sibi directionem progressurum. Porro *iam* hanc Propos. partem sic declaro. Jam in Metaph. n. 218. comprobavimus, locum habere in corporibus celeberrimam Newtoni legem, quæ sic habet: omne corpus perseverat in suo statu quieti vel movendi uniformiter in directum, nisi a caussa extranea cogatur statum suum immutare. Porro a corporibus ad eorundem elementa licet argumentum ducere. Nisi enim dicto modo comparata esse elementa ponas, nonquam deduces hanc Newtoni legem præ iphis corporibus, consequenter neque illa unquam evolvet,

tenus fieri potest, obsequitur, uti prout
vero tametsi omnium simul motuum
qui non possit, potest tamen singulis h.
sequi, ut in fine cujusvis temporis ibi i.
retur, si eosdem motus, alterum post al.
dem æqualibus temporibus successive haberet.

Coroll. 2. Habeat materiae punctum A
duos motus AB & AC (Fig. 2.) cor.
compleaturque parallelogrammum A B F.
ejus temporis, intra quod sola directione A
ex A in B, sola autem directione AC ex A
reperiatur in F, seu in fine diagonalis parallelogri.
mi ejusdem. Ibi enim reperiatur in fine dicti tem.
pis, ubi reperiatur, si eosdem motus, alterum
alterum duobus diversis æqualibus temporibus succe.
ve haberet (Corol. 1.); atqui primo id genus te.
pore vi AB ex A deferretur in B, altero autem æq.
li tempore vi AC ex B perveniret in F, ob rect.
B F parallelam & æqualem rectæ AC; ergo. Qui
si idem materiae punctum tres motus AB, AC,
AD habeat componendos; diagonalis AF paralle.
grammi A'BF'C sumatur pro uno latere novi para.
logrammi AFGD; punctum illud materiae in fine c.
temporis erit in punto G, seu in fine diagonalis A
parallelogrammi AFGD. Si enim tribus diversis æqui.
bus temporibus applicarentur ipsi vires illæ; duobus pri.
temporibus viribus AB & AC deferretur ex A in
uti modo vidimus: tertio autem tempore vi AD p.
tingeret ex F in G, ob rectam FG parallelam
æqualem rectæ AD. Et sic porro. Atque ex his
tet jam, in quonam consistat famosa illa apud Mec.
nicos methodus plures vires aut motus ope paralle.
gramorum componendi. Ceterum quandonam line.
candis servituras.

sensim curvam debeat materiae punctum
grammorum componendi. Ceterum quandonam line.
continent.

Coroll. 3. Quodlibet materiae punctum ex-
motus componendos habeat, in fine cujusvis ^{temporis} G H
ibidem futurum est, ubi esset, si omnes eos motus,
rum post alterum, totidem temporibus dato tempo.
æqualibus successive haberet. Quippe materiae pun.
ctum plures simul motus persentificens singulis qua.
tentus

DISSERTATIO P.

tenus fieri potest, obsequitur, uti p probavimus: jam vero tametsi omnium simul motuum directionem fer qui non possit, potest tamen singulis h ac ex parte ob sequi, ut in fine cuiusvis temporis ibi sit, quo deferetur, si eosdem motus, alterum post ali terum, toti- dem æqualibus temporibus successive haber get; ergo.

Coroll. 2. Habeat materiae punctum A quoscunque

F. 2. duos motus A B & A C (Fig. 2.) cor nponendos, compleaturque parallelogrammum A B F C; in fine ejus temporis, intra quod sola directione A B veniet ex A in B, sola autem directione A C ex A in C, reperietur in F, seu in fine diagonalis parallelogrammi ejusdem. Ibi enim reperietur in fine dicti temporis, ubi reperiretur, si eosdem motus, alterum post alterum duobus diversis æqualibus temporibus succed. ve haberet (Corol. 1.); atqui primo id genus tempore vi A B ex A deferretur in B, altero autem æquali tempore vi A C ex B perveniret in F, ob rectam B F parallelam & æqualem rectæ A C; ergo. Quid si idem materiae punctum tres motus A B, A C, & A D habeat componendos; diagonalis A F parallelogrammi A B F C sumatur pro uno latere novi parallelogrammi A F G D; punctum illud materiae in fine dati temporis erit in punto G, seu in fine diagonalis A G parallelogrammi A F G D. Si enim tribus diversis æqualibus temporibus applicarentur ipsi vires illæ; duobus primis temporibus viribus A B & A C deferretur ex A in F, ut modo vidimus: tertio autem tempore vi A D pertingeret ex F in G, ob rectam F G parallelam & æqualem rectæ A D. Et sic porro. Atque ex his patet jam, in quonam consistat famosa illa apud Mechanicos methodus plures vires aut motus ope parallelogramorum componendi. Ceterum quandonam lineam rectam, quando curvam debeat materiae punctum g. viribus A B & A C impulsum ex E transundo describere, hic nondum est et definendi locus.

Coroll. 3. Com materiae punctum, si plures motus componentia nos habeat, in fine cuiusvis temporis ibi futurum sit, ubi esset, si omnes eos motus, alterum post alterum, totidem diversis æqualibus temporibus successive haberet (Corol. 1.); facile patet fore, ut si motus componendi perfecte conspirent, idem mate-

teræ punctum eorum summa feratur; sin autem fuerint prorsus oppositi, eorundem differentia. e. g. sic unus e motibus componendis, vel, ut alii nominant, *componenibus* = 6, alter = 4. si motus hi perfecte conspiraverint, aperte sequitur ex ea lege, quam collarium unum continet, motum ex iis compositum fore = 6 + 4 = 10; sin autem fuerint prorsus oppositi, motum compositum fore = 6 - 4 = 2.

Materiæ punctum A, cui vires AB, AC, AD (Fig. ead.) successively totidem æqualibus temporibus applicatae fuerint, semper ad idem loci punctum G pertinendum est, quicunque fuerit ordo virium applicatarum. Assumamus enim imprimis totidem diversas materiæ puncta, quot sunt vires, excurratque unum eorundem punctorum per rectam AB, alterum per AC, tertium per AD. Deinde assumamus unicūm materiæ punctum A, quod excurrat per omnes tres rectas AB, BF, FG. Accessus unici hujus puncti A ad quodvis planum HI ultra totam figuram positum erit æqualis summæ omnium accessuum ad idem planum plurium illorum punctorum; idque semper omnino, quocunque ordine percurrerit punctum A tres illas rectas. Semper enim verum erit, a materiæ punto A nec plus nec minus percurri, quam omnes eas rectas, quarum una ab uno, altera ab altero &c. plurium illorum punctorum percurri ponitur. Itaque semper idem erit accessus dicti puncti A ad quodvis planum ultra totam massam positum, quocunque ordine ipsi applicatae fuerint vires AB, AC, AD. Porro hoc stante eveniat jam, si fieri potest, ut unus virium ordo materiæ punctum A deferat ex A in G, alter in g. Ducatur recta Gg, & concipiatur planum verticale HI, quod non sit eidem rectæ parallelum. Utroque casu idem erit accessus puncti A ad planum HI, uti modo ostendimus; ac proinde eadem erit ipsius distantia ab eodem plano HI, quem fuerit ex A delatum ad G, quæ erit, si ex eodem A deferatur ad g: hoc est, normales GH & gI erunt æquales, tametsi recta Gg non sit parallela ad HI; quod absurdum est.

28 Ex hactenus dictis patet jam , cujusmodi entia sint pro corporum elementis statuenda. Videlicet elementa corporum sunt entia simplicia , prorsus inextensa , homogenea , viribus repulsivis , & attractivis , quæ a mutuis distantiis pendeant , item inertiae vi , sensu superius exposito (sive deinde hæc a ceteris ipsorum proprietatibus discernenda sit , seu non) prædicta.

Coroll. Itaque illa , quæ vulgo *elementa* solent appellari , videlicet Terra , Aqua , Aer , Ignis , reapse diversa solida & fluida sunt , ex homogeneis materiæ punctis varie dispositis composita , ex quibus deinde per mixtis alia adhuc magis composita corpora oriuntur .

§. I I I.

Varia Philosophorum de principiis corporum opiniones.

Expensis iis , quæ pro stabiliendis elementorum proprietatibus adhuc attulimus , facilius jam erit de aliorum Philosophorum hoc de argumento , opinionibus pronunciare . Porro non nisi præcipua eorundem systemata , quotum memoria nondum penitus abolita est , paucis referemus .

Systema Atomistarum.

29 Græca vox ἀτομος id omne generatim significat , quod in partes dividi non potest , seu quod τομὴν , id est sectionem non admittit ; hoc tamen loco sumitur pro insensibili quadam corporis particula , quæ quidem in partes secari nequeat , certæ tamen molis , figuræque sit . Qui hujusmodi atomos statuunt pro primis corporum elementis , Atomistæ nuncupantur . Prima systematis hujus origo perobscura est : id tamen sat certum , illud olim a Democrito , Leucippi discipulo , fuisse propugnatum . Porro Democritus sententiam hanc fœdis respersit erroribus : atomos quippe suas docuit esse æternas , increatas , numero infinitas , in que interminato vacuo , seu inani , temere volitantes ; quarum fortuita concusione , consociationeque absque illo

ullo Conditore mandus hic aspectabilis coauerit. Quæ quidem dogmatum monstra vel iplis veteribus dispi-
cuere: ut adeo sistema istud Tullius Leucippi, atque De-
mocriti flagitium nominare non dubitaverit.

Cl. Petrus Gassendus systema Democriti ab errori-
bus orthodoxæ fidei contrariis perpurgandum elapso se-
culo sibi sumpli, docuitque 1) omnia corpora compo-
ni ex atomis a Deo certo numero in tempore creatis,
figura, magnitudine, motuque inter se discrepantibus.
2) Omnes, quæ in corporibus sunt mutationes, ex
mechanicis atomorum qualitatibus, videlicet figura,
mole, textura, motu, vel quiete dimanare. 3) In
corporibus ob diversas atomorum illa constituentium
figuras enasce quædam spatiola, omni materia vacua,
quæ vulgo *vacuum disseminatum* solent nuncupari &c.

Cl. Neovromus Gassendi systemati non parum fave-
re videtur, qui suam de corporum elementis senten-
tiā his verbis depromit L. 3. Optic. quæst. 31. Il-
lud, inquit, mihi videtur denique simillimum veri,
utique Deum optimum, maximum in principio re-
rum materiam ita formasse, ut primigeniæ ejus par-
ticulæ, e quibus deinceps oritura esset corporea
omnis natura, solidæ effent, firmæ, duræ, impene-
trabiles, & mobiles; iis magnitudinibus & figuris,
iisque insuper proprietatibus, eoque numero & quan-
titate pro ratione spatii, in quo futurum erat, ut
moverentur; quo possent ad eos fines, ad quos for-
matæ fuerant, optime deduci. Quæ porro particu-
lae primigeniæ, quippe plane solidæ, longeque du-
riores sint, quam ulla corpora ex iisdem deinceps
cum occultis intersectis meatibus composta; imo
tam perfecte duræ, ut nec deteri possint unquam,
nec comminui; ne adeo ulla in consueto naturæ
curlu vis sit, quæ id in plures partes dividere queat,
quod Deus ipse in prima rerum fabricatione unum
fecerit. Ex quibus verbis satis patet, Newto-
num, quod quidem elementa corporum concernit,
quæd plura doctrinæ capita cum Gassendo, ejusque
affectionis, id est, recentioribus Atomistis consentire.

- 32 Ceterum Cl. PP. Le Seur, & Jacquier in *notis ad*
3tiam Neupt. reg. hoc discrimen faciunt inter Atomistarum & Newtoni doctrinam: „ Patet , inquiunt ,
„ differentia Newtonianismi , & hypotheseos atomorum . Atomistæ necessario , & metaphysice atomos
„ esse indivisibiles volunt , ut sint corporum unitates :
„ metaphysicam hanc quæstionem missam facit Newtonus , & hoc redit ejus sententia , si illæ partes ,
„ quas Deus condidit indivisib[us] , quæque ideo sunt corporum physica elementa , seu physicæ monades ,
„ frangendo dividerentur , tunc exinde edicti statueremus eas posse dividiri , ideoque ulterius , ulteriusque
„ sine fine divisibiles esse diceremus , omnem hac de re Theoriam metaphysicam experimentis facile postponentes . „ Porro primigeniis illis particulis activas quasdam vires tribuit Newtonus . His enim verbis orditur Opt. quæstionem 31. „ An non exiguae corporum particulæ certas habent virtutes , potentias , sive vires ; quibus per interjectum aliquod intervalum agant , non modo in radios luminis , ad eos reflectendos , & refringendos , & infleßendos , verum etiam mutuo in se ipsæ ad producenda pleraque phænomena naturæ ? fatis enim notum est , corpora in se invicem agere per attractiones gravitatis , virtutisque magneticæ , & electricæ . „

- 33 Jam insanos Democriti errores in Metaphysica n. 140. & alibi refutavimus . De atomis sic habe : si illæ , ut Gassendus vult , ponantur esse prorsus simplices , & individuæ , simul tamen diversæ molis , & figuræ ; procul dubio erunt virtualiter extensæ , ac proinde rejiciendæ (Met. 154.). Sin autem & ipsæ partibus quibusdam constent , tametsi harum nexus nulla forte vi cœrata dissui possit , ut Newtonus velle videtur ; in qualibet id genus atomo simplices quædam substantiæ insint , op̄ortet (Ejusd. 64.) : atque haec potius , quam ipsæ atomi , pro corporum elementis habendæ erunt (Ejusd. 151.). Quod vero ad vires attractivas attinet , eas a Newtono feliciter omnino , magno rei literariæ acremento ; detectas esse , gratulamur ; at præter has esse quoque repulsivas vires admittendas , quæ mutuum corporum , elementorumque

y

attactum

attactum impediunt, a Boscovichio tardius in lucem protractas, ostendimus superius n. 18. & sequ. quibus semel stabilitatis attractivarum quoque existentia facilius jam stabilitur (20. 21.)

Systema Leibnitii.

*Godefridus Guilielmus Leibnitius censet corpora omnia componi ex quibusdam simplicibus & prorsus inextensis substantiis, quas Græco vocabulo *Monades*, seu unirates nominat.* Quia vero vocabulo isto quodlibet ens simplex designari potest, quatuor monadum classes statuit. In prima classe ponit *Deum*, quem vocat *Monada originariam, primitivam, incretam*: in altera classe constituit *animas humanas*; ad tertiam refert *animas bestiarum*: quartam denique classem monadum vole constitui per ipsa ultima, & *simplissima corporum elementa*. Animabus humanis, inquit Leibnitius, competit *apperceptio*, id est, reflexio super habitas perceptiones, distinctaque repræsentatio; deinde animas bestiarum claris quidem, sed tamen confusis ideis instructas esse vult: denique quartæ classis monades, seu elementa corporum existimat gaudere *vi repræsentandi*, qua universum hoc sibi repræsentent, sed obscurè duntaxat, & sine apperceptione; ita ut statum harum monadum velit esse persimilem statui *animæ nostræ*, quum vel deliquio animi laboramus, vel somno profundo absque somnio oppressi sumus. Unde etiam elementa corporum vocat *viva*, & *perpetua specula bujus universi*.

Longum foret percensere omnia, quæ Leibnitius, 35 ut ut accerrimus rationis sufficienris propugnator, sine sufficienti tamen ratione pro solo arbitratu monadibus suis affingit. Non bene cohæret ejus doctrina, dum monades suas vult esse prorsus inextensas, & simul ea impenetrabilitate præditas, vi cujus compenetratio evitetur, tametsi illæ ad attactum mutuum perveniant. (Met. 167.): nullum robur inest ejus argumentationi, dum ne bina quidem elementa posse esse inter se omni ex parte similia contendit (Ejusd. 161. & 162.). Porro ut ut aliquæ vires admittendæ sint in elementis,

cui

30 · · · D I S S E R T A T I O P R I M A

cui tamen cordato persuadebit Leibnitius, siis inesse vim repræsentandi, & quem nescio appetitum? Nam & hunc in iisdem comminiscitur. Nonne corporum elementa juxta illum essent totidem *animulae*, vi cogitandi, appetendique præditæ? quo autem istud jure afferi, quo argumento comprobari potest?

Systema Cartesii.

36 Renatus Cartesius ponit 1^{mo}: initio mundi creatam esse a Deo materiam quandam extensam, continuam, & indivisam, hancque ab eodem fuisse divisam in particulas fere æquales cubicas. 2^{do}. Cubicis his particulis duplicum motum esse a Deo impressum: unum quo unaquæque circa proprium centrum motu vertiginis celerime circumageretur; alterum, quo grandes harum particularum portiones motu quodam communī circa quæpiam centra volverentur, e. g. circa illa, quæ nunc sol, ceteraque astra tenent. 3^{ro}. Primo dictarum particularum motu, attrituque mutuo effectum esse, ut anguli particularum abraderentur, ex iisque decideret subtilissima quædam materia, motu celerrimo prædicta, nullius figuræ tenax, omnem facile induens, dorissime quæque corpora liberrime permeans, & expletis horum subtilissimis quibusque meatisbus, seu poris, omne vacuum impediens. 4^{ro}. Eodem motu id etiam evenisse, ut ex particularum angulis crassiora quoque diversæ figuræ samentea, ad motum minus idonea abraderentur, ac demum ipsæ particulae primigeniae motu vertiginis quodammodo tornatae in globulos abirent.

37 Tris hæc particularum genera, quæ e primo eorum motu prognata fuisse hactenus comminiscitur. Cartesius, pro totidem elementorum, e quibus omnia corpora conseruent, generibus habet. *Primum elementum* illi est subtilissima illa materia, quam ex angulis cuborum abrātam, nullius figuræ tenacem, omniaque corpora liberrime permeantem ex ejusdem sententia esse diximus. Hoc elementum suum materiam subtilem nominat Cartesius, ex eoque vult conflatum esse solem, & stellas fixas. Ait nempe altero illo cuborum motu,

motu, quo majores horum portiones circa centra quædam communia volverentur, evenisse, ut tota illa primigenia materia in grandes quosdam vortices ita distribueretur, ut *materia subtilis* centra vorticis occuparet, ex eaque sol, & reliqua astra, quæ propria luce gaudent, ardentesque, enascerentur. Pro *altero elemento* habet globulos illos, in quos primigenii cubi per attritum mutuum, celerrimumque vertiginis motum velut tornati abierint. Globulos hos *aetheream materiam* nuncupat: eosdem vult esse materiam lucis, & ignis, ac denique ccelos constituere. *Tertium elementum* sunt *Cartesio ramenta* illa figura diversæ, & ad motum minus apta: atque ex his terram, ceteraque opaca corpora coaluisse arbitratur.

Systema hoc non aliam meretur fidem, quam quæunque fabula poetica. Certe vel e prima Newtoni philosophandi regula patet, hos de rerum origine sensus Philosopho rejiciendos esse (11.). Adde: mutuum elementorum attractum, omnisque vacui exclusionem sustineri prorsus non posse. Nam ut alia taceant argumenta, quæ variis Metaphysicæ locis deprompsimus, quomodo cubi illi poterant sine compenetratione in motum vertiginis concitari, si alter alterum contingebat ita, ut nullum inter eos vacuum spatiū intercederet? Quippe e mente Cartesii essentiam corporis intrinca dimensione constituentis, id genus spatiū, quod omni substantia vacuum sit, ne possibile quidem est. Denique per decursum Physicæ patebit, hypothesim Cartesii ne pro possibili quidem phænomenorum causa haberi posse.

Systemata bodiernorum Cartesianorum.

Eos omnes Philosophos, qui rejectis viribus repulsivis, & attractivis subtilem materiam, aethereamque substantiam ad explicanda naturæ phænomena addibent, ut ut deinde a Cartesio quoad plura capita dissentiant, hodie *Cartesianos* nuncupare solemus; quemadmodum ex adverso *Neuonianorum* nomine veniunt orantes illi, qui vires attractivas tueruntur, tametsi forte.

te plura Newtoni doctrinæ capita non amplectantur. Eorum (quos nempe Cartesianos dicimus) aliqui primaria corporum principia volunt esse simplicia , homogenea , naturaliter impenetrabilia : alii metaphysicam illam quæstionem , utrum saltem Deus devenire tandem possit ad quasdam simplices , individuasque substantias in resolutione corporum , prætermittendam putantes , de corporum elementis non aliud statuunt , quam quod ea sint corpuscula exilissima , impenetrabilia , figura , magnitudineque inter se discrepantia. Porro tam illi , quam hi in eo convenient omnes , quod in explicandis naturæ phænomenis ætherea materia , cui certus motus ab authore naturæ impressus sit , per impulsu[m] agente utantur ; ut ut vix duos eorum reperias , qui in determinando hoc mota exacte consentiant.

- 40** Horum doctrinam multis e capitibus rejiciendam esse , ex hacenus dictis abunde patet. Imprimis non recte philosophantur , dum ex individuis , simplicibusque elementis , se se contingentibus , extensum corpus conflari posse censem (Met. 168.) ; item dum corpus unum ab altero per impulsu[m] , qui nimirum attractum mutuum poscat , commoveri arbitrantur (Ejusd. 242. & sequ.). Deinde suam ætheream substantiam , iis nimirum , quibus ipsi volant , motibus præditam precario assumunt , ac proinde a prima philosophandi regula aberrant (11.). Denique tametsi ponamus existare re ipsa id genus fluidum in natura , quod ætheris nomine insignire liceat ; quod si tamen illud nullis , ut iidem censem , viribus præditum sit præter motum , quem a Deo exordio mundi sibi impressum acceperit , quemque secundum notas Mechanicæ leges ceteris corporibus communicet ; profecto vix ulli phænomeno rite explicando sufficiet , uti deinceps elucebit , & vel e paucis illis attractionum phænomenis , quæ §. I. retulimus , aestimari potest.

Systema Elementare & Chemicorum.

- 41** Vocabulum *elementi* reapse quidem Philosophis non nisi prima illa corporum initia generatim denotat , ad quæ in horum resolutione cogitatione nostra demum devenire

venire possumus ; quia tamen passim creditum est, omnia corpora ex igne, aere, aqua, & terra permisisti constare, mos obtinuit, ut elementorum nomine haec ipsa corporum genera designarentur, quatuorque dicentesur existare corporum elementa, videlicet ignis, aer, aqua, & terra. Philosophi, qui quatuor haec entium materialium generata pro totidem elementis corporum statuerunt, Elementarii dici consueverunt. Quanquam non omnes elementarii numeraverunt in elementis omnes quatuor materias modo recensitas : certe Thales Milesius solam aquam censuit esse corporum omnium elementum ; cui postremis his seculis adhæsit Joannes Helmontius Bruxellensis : Xenophanes Colophonius pro corporum elementis aquam & terram statuit &c.

Quidam Elementiorum etiamnum antiquos Peripateticos sectantur, censemque materiae puncta duabus constare partibus, nimirum *materia*, ut vocant, *prima*, & *forma peripatica*, quarum altera supernaturaliter possit ab altera separari. ita, ut seorsim existant. Porro si quæras ex iis, quidnam materia prima sit, respondent, eam *nec esse quid*, *nec quantum*, *nec quale*, sed a superaddita forma peripatica determinari ad hanc vel illam minimarum id genus particularum classem, ut nimirum sit aqua potius particula, quam aerea, terrea &c. aut vicissim.

Chemici vocantur, qui toti in eo sunt, ut corpora ope ignis & caloris in sua principia resolvant. His quinque principia corporum statuunt, hoc versiculo expressa: *Mercurius, sulphur, sal, & cum phlegmate terra.* Porro *Mercurius* Chemicis est substantia quædam subtilissima, penetrans, maxime mobilis, a qua planitarum vegetationes, fructuum ad maturitatem perducentes potissimum pendere volunt. *Sulphur* vocant substantiam pingue, inflammabilem, dulcem. Ab hoc principio ait Villius procedere corporum temperiem, consistentiam, pulchritudinem, varietatem colorum, saporum &c. „ *Sal* (verba sunt Cl. Boethiaave) „ nobis vocatur corpus, quod aqua potest dilui, igne „ autem fundi, si non avolat prius in auras, quodque *Physica.*

C

„ gustum

34. DISSERTATIO PRIMA.

„ gustum humanum afficere valet eo sensu, quem
„ saporem appellant. „

Diversa vero sunt apud Chemicos saltum genera. Sal *fixum* vocant, quod igne non facile dispergitur in auras: *volatile* contra, quod exigua ignis vi dissipatur in aerem. Acidum est, quod linguam vellicat acrimonia quadam instar aceti. Sal *alkalinum*, seu *alkali*, quod acido permixtum effervescentiam excitat. Nomen trahit a *Kali* herba ægyptiaca, ex qua magna ejus vis extrahi solet. *Phlegma*, seu *aqua* iisdem est substantia fluida, inodora, insipida, minimeque inflammabilis. Terra denique, quam etiam *caput mortuum*, aut *terram damnacan* nominare solent, est substantia arida, fixa, insipida, prorsusque iners. Huic potissimum principio adscribunt Chemici densitatem, soliditatemque compositi.

44. Tam Elementarii, quam etiam Chemici elementa sua hac argumentandi ratione conantur stabilire: ex iis unaquæque res componitur, inquit, in quæ demum resolvitur; atqui corpus quodlibet in recensita elementa resolvitur; igitur quodlibet corpus ex iis elementis componitur; ac proinde recensita elementa pro communibus omnium corporum principiis jure statuuntur. Minorem utrius longa inductione conantur comprobare. At profecto & vulgaria illa quatuor elementa, & ea, quæ a Chemicis percensentur, sunt totidem corporum species, proprietatibus suis praeditæ, de quorum principiis porro quæstio institui potest: quod si ergo in primorum elementorum investigatione ultra progredi fas est, quemadmodum nos legitima argumentandi ratione progressi sumus, dum demum ad entia quædam simplicia, prorsus inextensa, homogenea &c. deveneremus; in Elementiorum, Chemicorumque principiis Philosopho adhærescendum non erit. At saltem pro secundariis ut vocant, corporum omnium principiis statui poterunt dicta elementa? Ne id quidem tu to: nondum enim sat certis experimentis compertum est, corpora omnia in elementa illa resolvi. Demum, quod ad materiam primam, & formam peripateticam, exposito superius sensu accepta attinet, hæc sustineri non

non posse, hodie jam clarius est, quam ut pluribus declarari debeat.

C A P U T S E C U N D U M.

De lege virium repulsivarum, & attractivarum.

§. I.

Nonnulla prævie notanda.

I. **Q**uantitates, quemadmodum in Arithmetica per **45** numeros, in Algebra vero per literas, ita in Geometria per lineas rectas exhiberi solent; ita nimis, ut quantitatem majorem linea major, minorem minor cum proportione quadam repræsentet.

Coroll. 1. Igitur in Fig. 1. diversæ puncti B a puncto F. eto A distantia diversis rectæ AB segmentis AM, Am, AC &c. exhiberi poterunt.

Coroll. 2. Eo ipso, quod vires repulsivæ mutatis distantias mutentur, immo etiam in attractivas abeant; si diversæ rectæ AB segmenta referant diversas puncti B a puncto A distantias, diversis hujus rectæ punctis diversæ vires respondebunt, partim attractivæ, partim repulsivæ, quas idem materia punctum B in eisdem positum persentiscet. Nempe aliam persentiscet vim, si a puncto A distiterit intervallo AO, aliam, si mutua punctorum distantia fuerit AP &c. Cum ergo quantitates quælibet lineis rectis repræsentari possint, iisdem haec quoque diversæ vires rite exhibebuntur.

Coroll. 3. Dum linea recta vim aliquam exhibet, ejus tam intensitatem, quam etiam directionem exhibeat, est necesse. Intensitas folet ipsa linearum magnitudine exprimi. Hinc intensior est vis, quam refert recta MN, ac ea sit, quæ recta mn repræsentatur; est nempe illa ad hanc, ut MN, mn. Quid vero ad directionem attinet: usu jam receptum est, ut lineæ rectæ,

rectæ, quæ vires repulsivas exhibent, ex recta A B sursum, eæ vero, quæ referunt attractivas, deorsum ducantur. Hinc e. g. recta M N designat vim repulsivam, quæ respondet intervallo A M, seu quam persisteret aliquod materiæ punctum B, si adduceretur ad foci punctum M ita, ut ab A distet intervallo A M: recta L Q refert vim attractivam intervallo AL respondentem &c.

46 II. Varia cujuspiam rectæ lineaæ segmenta, quorum initium semper sumitur ab initio ejusdem rectæ. Solent abscissæ nominari. Sic segmenta A M, A m, A C &c. quorum initium semper ab eodem punto A sumitur, sunt abscissæ rectæ A B. Quod si ex diversis rectæ A B punctis erigas sursum aut deorsum rectas inter se parallelas, quælibet harum alicui abscissæ respondet; ei nimirum, ex cuius fine erecta est. Sic parallela M N dicitur respondere abscissæ A M, parallela L Q abscissæ A L &c. Porro hujusmodi parallelæ possunt certa quadam stabilique lege erigi: quod si fiat, curva linea, quæ ex earundem apicibus enascitur, curva legitima concupatur.

F. 3. E. g. Assumamus rectam A B Fig. 3., cuius medium punctum sit C. In erigendis ad utramque partem parallelis, quæ diversis hujus rectæ abscissis respondent, eam nobis legem præstituamus, ut quælibet parallela sit media proportionalis inter abscissam sibi respondentem, & residuum ejusdem rectæ A B partem, seu ut stent hæ proportiones:

$$\begin{aligned} A F: F D &\equiv F D: F B. \\ A C: C H &\equiv C H: C B. \\ A M: M Q &\equiv M Q: M B \&c. \end{aligned}$$

Curva A D H L B Q, quæ ex innumerarom id genus ordinatarum ex utraque parte ductarum apicibus enascitur, erit curva legitima, quæ circulus dicitur. Aliæ curvæ legitimæ alias sequuntur leges, aliisque nominibus gaudent, ut Parabola, Ellipsis, Hyperbola &c.

F. 1. Schol. Parallelæ, quæ ex aliqua recta A B (F. 1. & 3. & 3.) erectæ in linea curva terminantur, ordinare, vel

vel semiordinatae dici solent. Nempe si tota sumatur parallela, quæ alicui abscissæ respondeat, ut est M N in F. 1, & I Q in F. 3, ordinata non capatur; at e. g. H C, vel L M Fig. 3. semiordinata est.

III. Ex ea lege, qua erigendæ sunt ordinatae, aut 47 semiordinatae, ut ex earundem apicibus enascatur curva legitima, solet algebraica formula erui, quæ natu-ram curvæ illius legitimæ exprimat, & ex qua omnes ejusdem proprietates deduci possint. Id genus formu-la semper aliquam æquationem in se complectitur. Con-damus speciminis gratia formulam algebraicam pro cir-culo. Abscissa variabilis semper litera x , & ei respon-dens ordinata, aut semiordinata litera y solet in Alge-bra designari. Hinc si in Fig. 3. recta constans A B F. 3. dicatur a , ea rectæ hujus pars, quæ inter abscissam, & punctum B intercipitur, erit $= a - x$. Cum ergo cir-culus eam sequatur legem, ut quælibet ejus semi-ordinata sit media proportionalis inter abscissam suam, & residuam rectæ A B partem, in eo semper est $x : y = y : a - x$. Unde multiplicando extrema & media obtinetur hæc æquatio: $y^2 = ax - x^2$.

Videamus jam, qua ratione deducatur ex hac for-mula aliqua circuli proprietas. In circulo semiordinata C H, quæ e medio rectæ A B punto erigitur, est æ-qualis dimidiatæ parti ejusdem rectæ A B: istud e gene-rali illa formula sic ero: si recta C H assumatur pro semiordinata, ut sit $y = CH$, erit abscissa seu $x = AC$;

& quoniam ex hypothesi est $AC = \frac{a}{2}$ erit $x = \frac{a}{2}$.

Hunc valorem si loco x substituamus in formula ge-nerali, ea in præsenti casu abibit in hanc: $y^2 = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4}$ seu $y = \frac{a^2}{4}$. Extrahendo utrobique radicem quadra-tam, erit $y = \frac{a}{2}$ hoc est. $CH = AC = CB$.

Schol. Quod si hujusmodi formula ita construi posse sit pro aliqua curva linea, ut unicam duntaxat æquationem contineat, e qua omnes ejus curvæ proprietates erui possint, vocatur a Geometris formula simplex; pariter linea curva, cujus ea naturam exprimit, pro curva simplici, quæ secundum unam, eandemque stabilem legem ducta continuo describi possit, habetur.

- 48 IV. Cum Deus perfectissimas mundi Architectus sit, dubitare non possumus, quin certa, stabilique lege peragantur virium repulsivarum, attractivarumque mutationes, dum pro varietate distantiarum crescent, decrescent, aut etiam in oppositas determinationes abeunt. Hinc si in Fig. 1. varias duorum materiæ punctorum distantias mutuas referant abscissæ A M, A C, A L &c; ordinatae, quæ vires iisdem abscissis respondentes referant, certa quadam, stabilique lege debent partim sursum, partim deorsum duci, ac proinde linea curva D N C Q G H I &c, quæ ex omnium id genus ordinatarum apicibus orietur, esset curva legitima (46.) ; quam nos cum Boscovichio curvam virium appellamus. Atque ad hanc virium curvam statuendam gradum iam facimus, in qua vires repulsivas, & attractivas materiæ punctorum velut in imagine quadam, quatenus fieri potest, intueamur. Porro ut res evadat facilior, primum duo duntaxat materiæ puncta considerabimus, A fixum, & B mobile in eadem Fig. 1. atque curvam, quæ eas duntaxat vires refurat, quas mobile punctum B pro variis a puncto A distantiis persentiscit, determinabimus : quæ ubi determinata fuerit, pro repræsentandis cuiuslibet alterius materiæ puncti viribus serviet, cum omnia materiæ puncta sint homogenea, ac proinde iisdem viribus prædicta.

§. II.

§. I I.

*Schema Curvæ virium, cujuspiam materiæ pun-
eti cum altero comparati.*

PROPOSITIO I. Si describenda sit linea curva pro
repræsentandis iis viribus, quas mobile punctum 49
B in Fig. 1. persentiscit pro varia a puncto A distan-
tia, & pro axe ejus curvæ assumatur recta A B, cuius
abscissæ repræsentent varias inter eadem puncta distan-
tias; 1) primum ejus curvæ crus D C cum recta A E
ad A B perpendiculari, perque punctum A transeunte
debet comprehendere aream repulsivam: id est, debet
oriri ex ejusmodi ordinatarum apicibus, que repræsen-
tent vires repulsivæ, ac proinde crus illud ad superio-
rem axis partem cadat, oportet (45. cor. 3.). 2)
Idem primum crus D C in exigua quadam a puncto
A distantia, e.g. in puncto C cum axe A B conveniat, est
necessæ. Ratio 1*mi* est. Cum enim materiæ punctum B non
possit devenire ad attractum mutuum cum puncto A; in di-
stantiis minimis prope attractum vires repulsivæ regnent,
est necessæ.

Ratio *alterius* est. Vires enim repulsivæ ad exi-
guam distantiam porriguntur, ac proinde in aliquo
puncto C evanescent, seu sunt æquales zero (Metaph.
245.): hinc in eodem puncto omnis quoque ordinata eva-
nescere, hoc est, curva virium cum axe congruere debet.

PROPOSITIO II. In area prima repulsiva ordina-
ta sunt in ratione quadam inversa abscissarum. Vires 50
enim repulsivæ prope attractum imminutis distantiis
crescent, ac proinde auctis decrescent (Met. 247.),
idque certa quadam, ac stabili lege eveniat, oportet
(48); igitur vires repulsivæ prope attractum in ratio-
ne quadam inversa distantiarum esse debent. Hinc
ordinatae quoque eas vires repræsentantes in ratione
quadam inversa abscissarum, utpote distantias referen-
tium, sint, est necessæ.

Porro dictum est: in ratione *quadam* inversa ab-
scissarum. Utrum enim vires illæ sint in ratione in-
versa simplici abscissarum, an vero in ratione iaversa
duplicata, aut alia altiore, detectum nondum est.

Coroll. 1. Utī jam innui, abscissa semper litera x , ordinata vero litera y solet designari: igitur in prima area repulsiva est $y = \frac{1}{x^m}$ (Met. 223. cor. 2.): quia in formula exponens m indeterminatam abscissæ potentiam denotat, ob rationem modo indicatam.

Coroll. 2. Hinc in eadem area est $\mathcal{V} : y = x^{m-1} : X^m$, seu $MN : mn = Am^m : Am^m$.

PROPOSITIO III. Eadem prima area repulsiva $EACD$ infinita sit, oportet. Cum enim nulla finita vi possint corpora, eorumque elementa ad attractum mutuum mathematicum adduci; area prima repulsiva cuilibet velocitati contrariae, utcunque magna, extinguae par esse debet; secus enim punctum B posset ea velocitate incurrere in A , quam nequeat penitus extingue area $EACD$, id est, posset B ad attractum puncti A devenire. Atqui pacebit e num. 60, aream infinitam non posse esse patem extingnendæ cuilibet contrariae velocitati, utcunque magna; ergo.

Coroll. 1. Cum ordinatae areae primæ crescant in aliqua ratione inversa abscissarum; facile patet, crus DC debere semper magis ac magis accedere ad normalē AE versus E . Attamen nunquam poserit cum eadē normali convenire: si enim cum eadem conveniret alicubi, ut nimirum puncta D & E congruant; palam est, aream $EACD$ fore finitam.

Coroll. 2. Igitur in area prima repulsiva ordinatae infinitæ in infinitum crescent.

Coroll. 3. Ostendunt Geometræ, areas omnem, in qua ordinatae sint in aliqua ratione inversa abscissarum, fore finitam, si exponens abscissæ fuerit unitate minor; infinitam vero, si idem exponens fuerit æqualis aut major unitate. Cum ergo area $EACD$ infinita esse debeat; in ea ordinatae in ratione non minore, quam simplice inversa abscissarum crescant, oportet: id est, in proportione $\mathcal{V} : y = x^{m-1} : X^m$, quam pro hac area constituimus præc. cor. 2, exponens m minimum unitati æqualis esse debet, ac proinde nequit

quit fieri, ut sit e. g. $m = \frac{1}{2}$, priorque formula in
hanc abeat: $\mathcal{Y}: y = x^{\frac{1}{2}}: X^{\frac{1}{2}}$.

Schol. 1. Recta AE, ad quam crus DC semper
magis, ac magis accedit, quin tamen unquam eandem
contingat, aut fecet, vocatur ejusdem cruris *asymptota*. Unde etiam DC crus *asymptoticum*, & area EACD
area *asymptotica* nuncupari solent.

Schol. 2. Ne cui mirum videatur, crus DC semper
magis ac magis accedere ad rectam AE, quin ta-
men unquam cum eadem conveniat, sciendum est,
dari curvas legitimas (*hyperbolæ nominantur*) quarum
crura, uti demonstrant Geometræ, constanter accedant
ad suas asymptotos, neque tamen unquam cum iisdem F. 4.
conveniant. e. g. Curva DCR in Fig. 4. est hyperbo-
la intra asymptotas AE & AS descripta. Porro ad na-
turam hyperbolarum aliqua ex parte intelligendam se-
quentia hoc loco notanda sunt. 1mo. Recta CB (Fig.
ead.) quæ ex hyperbolæ vertice C ita ducitur, ut sit
asymptoto AE parallela, a quibusdam *potentia hyper-
bolæ*, ab aliis *terris potentia hyperbolæ* nuncupatur. Id
genus rectam, quæ, uti patet, in qualibet hyperbola
est unica duntaxat, ac proinde *constans*, nos deinceps
litera d designabimus. 2do. Varias hyperbolarum
clases statuant Geometræ; & siquidem in alterutria
asymptoto e. g. in AS sumuntur quæcumque abscissa
AH, ejusque ordinata HF ita erigatur, ut sit par-
allela alteri asymptoto AE, ostendunt, in una hyper-
bolarum classe esse $AH \times HF = CB^2$, seu esse
 $x y = d^2$; in alia esse $x^2 y = d^3$ &c. Eam, in qua
est $x y = d^2$, vocant *hyperbolam communem*, vel etiam
Apollonianam: eam vero, in qua est $x^2 y = d^3$, hyper-
bolam *tertii gradus* nuncupant, propterea, quod ejus
æquationem potentia *tertia*, nempe d^3 , ingredieratur.

Coroll. 4. In hyperbola communi ordinatæ sunt in
ratione inversa simplici abscissarum, seu est $\mathcal{Y}: y =
x: X$. Si enim unam abscissam vocemus X, ejus or-
dinatam Y; ex natura hyperbolæ communis est
 $XY = d^2$. Pariter si alteram abscissam, eique re-
spondentem ordinatam literis minoribus designemus,

erit $x^2y = d^2$. Cum ergo d^2 sit constans, erit $X'Y'$
 $= xy$, ac proinde $Y': y \perp x: X$ (Math. R. P.
 Pauli Mako n. 204.). Eadem argumentandi ratione
 patet, in hyperbola ; tii gradus, in qua est $x^2y = d^2$,
 esse $Y': y = x^2: X^2$, seu ordinatas esse in ratione
 reciproca duplicata abscissarum.

Coroll. 5. Crux C P R semper magis ac magis de-
 bet accedere ad asymptotum A S, nunquam tamen po-
 test cum eadem convenire. Ratio $\frac{1}{m^2}$ est, cum enim
 ordinata sit in ratione inversa abscissæ, crescente hac,
 illa constanter decrescit; hoc est crux ad asymptotum
 A S magis semper ac magis appropinguat. Ratio $\frac{2}{m^2}$
 est. Si enim alicubi in S proflus evanesceret ordinata,
 cruxque hyperbolicum congrueret cum asymptoto; ordi-
 nata abscissæ A S respondens esset æqualis zero, ac
 proinde esset etiam $xy = 0$. Cum ergo in hyperbola
 communi semper sit $xy = d^2$, deberet esse $d^2 = 0$,
 quod absurdum est. Utrumque istud pro aliis quoque
 hyperbolarum classibus, e. g. pro hyperbola tertii gra-
 dus, eadem argumentandi ratione evincitur.

Coroll. 6. Ex his jam patet, primum curvæ vi-
 F. 1. rium crux D C (Fig. 1.) cum aliquo crure hyperboli-
 co primum convenire.

52

PROPOSITIO IV. Ut legitime continuetur curva
 virium; ea postquam ad axem pertigit, debet eundem
 in aliquo puncto C secare, & ad partem inferiorem
 efficere quandam aream attractivam C Q G: deinde
 rursus novam aream repulsivam G H I comprehendende-
 re: denique a puncto I per plures id genus alternatio-
 nes arearum ad punctum K, ubi rursus cum axe con-
 veniat, deduci. Postquam enim constat, existare vires
 repulsivas, quæ pro varietate distantiarum crescant,
 decrescant, ita ut in attractivas quoque abire possint;
 ac etiam debeant; e phenomenis utique eruendum
 est, quanam lege peragantur ipsarum id genus varia-
 tiones. Jam vero imprimis areæ E A C D succedere
 debere aliquam aream attractivam C Q G, aperte do-
 cent phenomena. Quippe ea ipsa corporum elementa,
 quæ nulla vi adigi possunt ad attractum mutuum, in-
 ter se coherent, & a se invicem difficulter avelluntur;

manū.

manifesto indicio, primæ areæ repulsivæ, quæ mutuo elementorum cohærentium accessui ulteriori resistat, succedere vires attractivas, per aliquam aream C Q G repræsentandas, a quib[us] oriatur illa, quæ in elemen[tis] illis cohærentibus a se invicem avellendis superari debet, difficultas.

Deinde areæ huic attractivæ succedere alteram aream repulsivam G H I, e phænomenis itidem erit potest. Aqueæ particulæ, quæ prius cohærebant, ubi ope ignis tantisper a se ipsis sejunguntur, in vaporem ingenti elasticitate præditum abeunt, qui sua expandendi se se yi, fortissima vasa diffingere consuevit. Quod phænomenon aquæ, uti & aliorum complurium corporum, etiam admissis viribus, quas hactenus stabilivimus, explicare frustra tentaveris; nisi vires attractivas auctis porro distantiis in repulsivas, quæ per aliquam aream G H I repræsententur, abire agnoscas. Denique plures id genus arearum alternationes inter puncta I & K intercedere oportere, non immerito inferimus ex effervescentiis, fermentationib[us]que diversissimis, in quibus diversissima velocitate eunt, ac redeunt, ad se se accedunt, receduntque particulæ. Cum primis vero mollia corpora evincunt, in curva virium complures id genus alternationes arearum agnoscendas esse, utk suo loco videbimus.

PROPOSITIO V. Quod ad ultimam curvæ virium aream B K T X Y attinet: ea 1) attractiva sit, oportet. 2) Eadem, infra axem A B, si non in infinitum, s[ed] tam per totum systema Planetarum, & Cometarum extenditur. 3) In ea ordinatæ sunt quam proxime in ratione inversa duplicata abscissarum, a puncto A computatarum. Ratio $\frac{1}{mi}$ est. Nam ille corporum omnium, utconque in altum sublatorum, versus telluris centrum nisus, quem constanter experimur, postquam virium attractivarum a distantiis pendentium existentia generatim comprobata est, aperte evincit, in majoribus distantiis vires attractivas regnare. Porro ostendemus suo loco, gravitatem hanc, quæ in majoribus distantiis regnat, omnibus Planetis & Cometis esse communem; ita ut omnes ii se se mutuo attrahant. Unde ~~ad~~ quoque membra ratio manifesta fit. Si enim

44 D I S S E R T A T I O P R I M A

Tellus in singulos planetas, cometasque exerit vires attractivas; in ejus virium curva, area attractiva ultima per totam planetarum, cometarumque regionem extendatur, oportet: quod si autem istud de ultima cotius Telluris area verum est, do cuiuslibet etiam elementi area idem affirmandum erit: ideo enim attrahit Tellus Planetas, quod hos singula ipsius elementa trahant. Unde etiam hujus areæ attractiones massæ trahenti proportione respondent, uti suo loco videbimus.

*Ratio 3*tii* est.* Ostendemus enim Dissert. III. imprimis mutuas astrorum gravitationes esse quam proxime in ratione reciproca duplicata mutuarum distantiarum; deinde terrestris quoque gravitatis phænomena eidem legi apprime consentire.

Coroll. 1. Igitur in eadem ultima area est quam proxime $WX : BY = AB^2 : AW^2$; consequenter crus XY quam proxime accedit ad crus hyperbolicum tertii gradus, cuius ordinatæ sint in ratione reciproca duplicata distantiarum. (§1. Schol. 2. & cor. 4.) *Ajus accedit.* Nam cum illo penitus congruere non potest, quod sic declaro. Si aliquis utsunque exiguis ejus curvis arcus congrueret penitus cum hyperbola; crus illud ejusdem prorsus naturæ deberet esse cum hyperbola, ac proinde ab hac nuspian posset discedere „cum duarum curvarum, quarum diversa est natura (verbæ sunt Boscovichii Phil. Nat. 80.) nulli arcus continentui, utsunque exigui, possint penitus congruere, sed se tantummodo secare, contingere, osculari possint in punctis quotunque, & ad se accedere ut cunque. „ Atqui dictum crus TXY in distantiis minoribus notabiliter sane discedit ab hyperbola; hæc enim cum asymptoto sua convenire nuspian potest; crus autem TXY rectam AB in punto K secat, & circa eandem varie contorquetur, cum tamen hæc esse deberet ipsius asymptotus, si esset crus accurate hyperbolicum. Ergo.

Coroll. 2. Ex hactenus dictis patet, curvam virium, quam pro individuis elementis statuimus, non confingi a nobis pro solo arbitratu, verum singulos ejus ductus firmis argumentis stabiliri.

Schol.

Schol. 3. Si dicta ultima area in infinitum (quod quidem decidi non potest) extenditur; crus TXXY versus plagas remotiores asymptoticum erit, habens pro asymptoto rectam KB (§. Schol. 1.). Sin autem attractiones huic areæ respondentes ad certos tantum limites, ultra planetarium orbem figendos, porrigitur; illic idem crus cum recta KB conveniat, est necesse. Poterit autem eandem ibi rursus secare, varie que circa illam contorqueri.

Schol. 4. Attractiones huic ultimæ areæ respondentes nomine *gravitatis*, vel *attractionis universalis* venire solent.

Schol. 5. Newtonis pro curva virium statuit hyperbolam tertii gradus DCR (Fig. 4.), duas asymptotas AE & AS habentem; in qua ordinatæ, quæ vires attractivas repræsentent, sint in ratione inversâ abscissarum a puncto A sumendum initium. Unde patet, juxta Newtonum vires attractivas usque ad attractum mutuum regnare, neque abire uspiam in repulsivas, nostro sensu acceptas.

§. III.

De limitibus, & areis curvæ virium.

UT ea, quæ ad naturam curvæ virium pertinent, 54
überius intelligantur, eandem in tres partes dirimere luet. Prima pars continet aream asymptoticam repulsivam a punto A usque ad C: pars altera a punto C usque ad K complectitur, omnes eas virium alternationes, quæ usque ad initium ultimæ areæ habentur; tertiam denique partem constituit ultima area attractiva, universalem attractionem referens, per quam totum planetarium orbem se se porrigenus. Intervallum AC distantias minimas; intervallum vero CK distantias exiguae deinceps nuncupabimus: intervallum denique ultimæ areæ attractivæ nobis nomine *majorum distantiarum* veniet.

Coroll. Igitur in minimis distantiis sole repulsivæ, in majoribus sole attractivæ vires regnant; in distan-

tis autem exiguis alternationes attractivarum in repulsivis, & vicissim abeuntium habentur.

55 Puncta illa, in quibus altera curvæ virium pars axem fecat, cum Boscovichio *limites* appellamus: talia sunt in Fig. 1. puncta C, G, I, F &c. In ejusmodi punctis nulla potest ordinata sursum aut deorsum duci; unde etiam materiæ puncta in limitibus constituta nec repulsivas, nec attractivas vires persentiscent. Hujusmodi limites in exiguis distantiis admittendi omnino sunt. Quotiescumque enim vires repulsivæ in attractivas, aut vicissim abeunt, istud semper secundum legendum continuatis eveniat, est necesse (Met. 245. cor. 3.): semper ergo habebitur aliquis limes communis virium attractivarum & repulsivarum, cui respondeat vis aquilis zero.

56 Limitum duo sunt genera. Alios, eum eodem Boscovichio vocamus *limites cohesionis*, propterea, quod ab iis potissimum dependeat cohaerentia partium in corporibus, uti deinceps apparebit: alios vero *limites non cohesionis* nuncupamus.

57 Limes *cohesionis* est, qui in minore distantia, seu versus A, habet adjacentem aream repulsivam, in maiore vero, seu versus B, attractivam e. g. C est limes cohesionis; ei enim in minore ab A distantia adiacet area repulsiva DCAE, in maiore autem attractiva CQG. Limes *non cohesionis* ex adverso est, qui in minore ab A distantia adiacet area attractiva, in maiore vero repulsiva. Sic G est limes non cohesionis; eum enim in distantia minore stipat area attractiva GQC, in maiore autem repulsiva GHJ.

Coroll. 1. Patet ergo limitem 1um, 3tum, 5tum, & sic porro per numeros impares progrediendo, esse limites cohesionis, ut sunt C, I, K; adum vero, 4tum, 6tum, & sic porro progrediendo per numeros pares, esse limites non cohesionis, ut sunt G, F &c.

Coroll. 2. Materiæ punctum e limite cohesionis tantisper dimotum, si sibi ipsi relinquatur, ad eundem limitem illico revertitur. Si enim e. g. e limite cohesionis I adducatur versus P, mox vires repulsivas, quae radicem

peditum versus I urgeant, persentisces: si velò ex I versus O tantisper propellatur, vires attractivæ in in-
teriorvallo I F regnantes rufus efficiunt, ut idem mate-
riæ punculum versus I revertatur. Contrarium accidit
in limitibus non cohaesionis. Si enim materiæ pen-
dulum ex aliquo limite non cohaesionis G versus L dicitur
moveatur; urgentibus attractivis viribus motum suum
eadem directione continuabit: si autem ex eodem G
versus P vel tantillum propellatur, vires repulsive,
quas persentisces, cum ejus motu conspirabunt, effi-
cientque, ut ab eodem limite G porro quoque recede-
re pergit: hoc est, materiæ punculum in utroque casu
fugiet limitem illum non cohaesionis, ex quo dimi-
tum fuit.

Quotnam sint, quantæque amplitudinis arcus, seu 58
attractivi, sive repulsivi in exiguis distantiis, item qua
definite ratione crescant, decrescantque in singulis id
genius arcibus ordinatæ, determinari omnino non po-
test. Id certum est, attractiones exiguarum distantiarum
longe fortiores esse attractione universalis, ad ma-
iores distantiæ pertinent, agenteque quam proxime in
ratione inversâ duplicita mutuarum distantiarum. Nam
dum exigua vi lapillum e terra elevo, totius Telluris
attractionem majoribus distantiis respondentem, quam
in eum lapillum exerit, facile sperno: at si in eodem
lapillo attractiones exiguis distantiis respondentes, qui-
bus mutua partium cohaesio efficitur, vincere, id est,
lapillum illum communere velim; ut ut exigua sit mas-
sa partium, quæ attractionibus illis in se se mutuo agunt,
longe majore vi opus erit.

Coroll. 1. Attractiones, quæ exignis distantiis respon-
dent, ac proinde altera curvæ virium parte repræsen-
tantur, solent *particulares* nuncupari, ut nimirum ab
universalis attractione, ad majores distantiæ pertinente
discernantur. Igitur attractiones *particulares* longe
fortiores, intensioresque sunt attractione universalis.

Coroll. 2. Cum ergo intensitas virium soleat linea-
rum magnitudine repræsentari; universæ longe majores
sint, oportet, ordinatæ in areis ad secundam curvæ
virium partem pertinentibus, quam in ultima area,
universalem gravitatem referente.

Ut ut

59 Ut ut n. 53. cor. 1. dixerimus, ultimum secum
attractivum quam proxime accedere ad eam hyperbolam
rectius gradus; id saman de illa duntaxat ejus
parte certum est, quae a puncto K majori tantisper
intervallo se longit, & alicubi circa X initium sumit.
Eiusdem enim arcus partem K TX ab hyperbola multum
recedere necesse est, ut expediti pateret. Unde
etiam dici potest, vires attractivas areae WX TK a
natura universalis attractionis multum jam recedere,
potiusque in classem particularium esse referendas; ut
adeo initium debilissimae illius attractionis universalis
monstrari circa X alicubi sit collocandum. Atque ani-
madversio haec in explicandis quibusdam phæno-
menis usui nobis erit.

§ I V.

*- De Oscillationibus materiae punctorum, quas
mutuæ ipsorum vires inducunt.*

60 Riusquam præsens argumentum aggrediamur, ad
sequentia, quæ nos n. 190. demonstraturi sumus,
advertisendus est animus. Nempe *imo*. Si aliqua virium
area celeritatem augeat in mobili, ejusdem areae effe-
ctus iste est: quadratum celeritatis illius, quam habuit
mobile tunc, dum primum ejusdem areae limitem atti-
git, auget incremento sibi proportionali, ita ut incre-
mentum quadrati dictæ celeritatis per aream acquisitum
eidem areae proportione respondeat, consequenter per
illam rite repræsentetur. e. g. Veniat quoddam mate-
F. i. - ria punctum directione BF In Fig. 1, sitque eius ce-
leritas in $F = c$, ac proinde quadratum celeritatis $=$
 c^2 ; sequens area attractiva F RI, cum priore materie
puncti motu conspirans, angebit quadratum illud celeri-
tatis incremento sibi æquali, ita ut totum celeritatis
quadratum in I futurum sit $= c^2 + FRI$, consequen-
ter ipsa celeritas $= \sqrt{c^2 + FRI}$.

ad. Si ex adverso area virium imminentia celerita-
tem in mobili, quod fit, dom vires opponuntur di-
rectioni mobilis; area quadratum celeritatis illius,
quana

quam habuit mobile tunc, dum primam ipsius limitem attigit, imminuit decremente sibi rursus proportionali. e. g. Veniat quoddam materiæ punctum directione BI, sitque ejus celeritas in $I = c$, ac proinde quadratum celeritatis $= c^2$; sequens area repulsiva $I H G$ motui materiæ puncti contraria, imminuet quadratum illud celeritatis decremento sibi æquali, ita ut totum celeritatis quadratum in G futurum sit $= c^2 - I H G$, consequenter celeritas ipsa $= \sqrt{(c^2 - I H G)}$.

Coroll. 1. Appellat quoddam materiæ punctum ad K directione BK, sitque celeritas ejus in $K = c$; areæ repulsivæ adversabuntur ipsius motui, attractivæ autem cum eodem conspirabunt: hinc si celeritas ejusdem, quam in diversis arearum sequentium locis habebit, dicatur z ; erit

$$\text{In } F: z^2 = c^2 - K V F;$$

$$\text{In } O: z^2 = c^2 - K V F + F R O;$$

$$\text{In } P: z^2 = c^2 - K V F + F R I - I H P \&c.$$

Hinc si fuerit e. g. $c^2 - K V F + F R O = 0$; in puncto O erit $z = 0$.

Coroll. 2. Ergo generatim, si celeritas illa, qua mobile appellit ad primam earum arearum, quæ deinde mutationes in eisdem celeritatem inducturæ sunt, dicatur c , celeritas, quam idem mobile in diversis arearum punctis habebit, sit $= z$, summa arearum percursarum, quæ celeritatem augent $= x$, earum vero summa, quæ celeritatem imminuant, $= y$; erit semper $z^2 = c^2 + x - y$; consequenter $z = \sqrt{(c^2 + x - y)}$.

Coroll. 3. Concipiatur quoddam materiæ punctum in P existens omni primum celeritate destitui, deinde autem viribus repulsivis ex P versus I propelli: hoc casu in generali formula erit $c^2 = 0$; ac proinde erit $z^2 = x - y$.

61 His præmissis videamus jam, quænam esse possint oscillationes materiæ punctorum, a mutuis eorundem viribus oriundæ : at imprimis duo duntaxat materiæ puncta assumamus, quorum unum ponatur esse fixum, ac immobile in A, alterum vero mobile. in recta AB ultro, citroque moveri; atque non nisi hujus alterius oscillationes, quas ob varias pro variis a fixo puncto A distantis vires habebit, primum contemplemur. I. Adducatur mobile punctum ad quemcunque limitem I. Quod si exstante priori motu suo redigatur ad quietem, sibique ipsi relinquatur ; illic quiescat : quemadmodum enim nulla limitibus ordinata respondet, ita materiæ punctum in iisdem neque repulsivam, neque attractivam vim persentiscit. Quod si autem ex I adducatur ad P, sibique relinquatur ; mox ob repulsivas vires incipiet a fixo puncto A recedere, proindeque versus I revertetur. Porro motus eius usque ad I erit acceleratus : per totum quippe intervallum PI singulis temporis momentis novos & novos virium repulsivarum impetus experietur, prioribus semper ob vim inertiarum retentis (26. cor. 3.).

62 II. Idem materiæ punctum in limite I, ad quem dicto modo rediit, non sistet, tametsi nullam illic vim experiatur. Habebit enim ibidem certam celeritatem, actione virium repulsivarum per intervallum PI generatam. Progredietur ergo ultra I versus O, at jam motu retardato; area enim attractiva I RF, ejus motui adversabitur, ac proinde celeritatem constanter minuet. Porro eousque continuabit motum suum priori directione, dum infra arcum attractivum perveniat ad aliquod punctum O, ita ut area IRO sit æqualis areae PHI. Quo obtento priorem celeritatem penitus jam perdet in O, ac proinde ultra non progredietur, quod sic declaro. Pro hoc materiæ punctum erit in O quadratum celeritatis, seu $z^2 = x - y = PHI - IRO$ (60. cor. 3) : cum ergo ponatur esse PHI = IRO, erit $z^2 = 0$; hoc est, materiæ punctum in O priori sua celeritate prorsus jam destituetur. Quia vero porro quoque continuatur virium attractivarum actio, quamdiu punctum illud materiæ sub arcu attractivo fuerit; in O minime persistet, verum versus I viam rele-

releget: sed jam areæ illæ, quæ prius in eo materiæ puncto motum producebant, augebantque, nunc ipsi adversabuntur, & ex adverso illæ, quæ prius ejus motui adversabantur, nunc in eodem motum producent, augebuntque.

Coroll. Igitur assumptum materiæ punctum ex O viam relegendō, usque ad I progredietur motu accelerato, ex I vero retardato, dum ob $O R I = I H P$ in P omni rursus celeritate sua destituatur, ea nimis, quam per aream $O R I$ acquisivit. Unde idem materiæ punctum circa limitem cohesionis I oscillabit ita, ut hinc & illinc æquales semper areas percurrat sub arcibus virium; idque tamdiu, donec viribus aliorum materiæ punctorum hic ejus status non fuerit immutatus.

III. Ponamus materiæ puncto in limite I existenti ab externa causa directione I A imprimi celeritatem & satis magnam, ita ut sit $c^2 > 1 H G$. Punctum illud transiliet limitem G, acceptoque per attractivam aream $G Q C$ incremento celeritatis, repulsivam aream asymptoticam ingredietur, dum eo ad aliquod punctum M perveniente, juxta regulam n. 60. cor. 1. indicatam omnis jam ipsius celeritas extinguitur. Tum releget viam versus limitem I, atque circa eundem, uti n. præc. vidimus, oscillabit; sed hoc in casu oscillationes longe jam majores esse oportebit. Quod si autem idem materiæ punctum, dum ita oscillat, ex I versus B progrediendo deveniat ad ingentem quandam aream repulsivam, quæ omnes sequentes areas attractivas simul sumptas amplitudine supereret; id celeritatis incrementum acquiret per eandem repulsivam aream, quod sequentes areæ attractivæ extinguere non poterunt (60): proindeque abibit eadem directione, quin ejus motus viribus puncti A sisti possit.

Schol. Quamcumque magna fuerit celeritas in C materiæ puncti, directione CA progredientis, ea tota prius extinguetur alicubi in M, quam deveniat idem materiæ punctum ad attractum alterius in A existentis. Nam celeritas ejus in C sit $= c$; ea utcumque magna sit, finita utique est: hinc quadratum quoque ipsius, seu c^2 , erit finitum. Quod si autem punctum illud

materiæ celeritate c^o deveniret ad A, c^o deberet esse prorsus infinitum, quod sic declaro: ejus decrementum per totam aream asymptoticam factum esset æquale eidem areæ asymptoticæ (60), ac proinde infinitum (51); atqui id genus quantitas, quæ non possit prius evanescere, quam decrementum infinitum patiatur, infinita sit, oportet; ergo.

64 IV. Hactenus materiæ punctum A posuimus esse fixum, & earum duntaxat virium effectus contemplati sumus. quas alterum quodpiam punctum mobile pro diversis ab eodem puncto A distantiis persentiscit. At elementa corporum omnia sunt homogenea, consequenter iisdem viribus predita. Quare quemadmodum pro repræsentandis iis viribus, quas mobile materiæ punctum e. g. B persentiscit pro variis ab A distantiis, ejusmodi curvam lineam ducimus, cuius asymptotus erigatur ex A, & in cuius axe ultro citroque moveatur punctum B; ita pro repræsentandis viribus illis, quas materiæ punctum A experitur pro variis a puncto B distantiis, similis & æqualis curva est concipienda, sed situs oppositi; ita nimirum, ut ejus asymptotus erigatur ex B, & axis, in quo punctum A ultro citroque moveatur, cum axe alterius curvæ congruat. Ex quibus consequitur, duo illa materiæ puncta semper easdem experiri vires, sed quæ in partes oppositas tendant. e. g. si B urgente vi attractiva moveatur directione BA, A quoque parem attractivam vi persentiscet, sed quæ illud ob situs curvarum contrarios directione AB urgeat: hoc est, puncta ad se se iisdem viribus accedent: si B ob repulsivam vim recedat ab A, istud quoque vicissim a B æuali vi recedet.

Coroll. 1. Si ergo duo hæc materiæ puncta intervallo AI inter se distiterint, se se neque attahent, neque repellent: si autem intervallo quopiam AP se jungantur; eo, quem num. 61 & 62 descripsimus, modo oscillabit utraque, ita ut jam accedant ad se invicem, jam se se fugiant.

Coroll. 2. Quacunque celeritate accedant ad se mutuo duo illa materiæ puncta; ea celeritas semper prius tota extinguetur, quam puncta ad attractum mutuum per-

perveniant (præc. schol.), ac proinde nova in partem oppositam acquisita celeritate se se fugient.

V. Quod si jam plura materiæ puncta assumantur, 65 mutuis in se se viribus agentia; eorum bina quæque seorsim accepta iis, quibus superius assumpta puncta A & B, modis suas peragerent oscillationes: at quoniam singula agunt in singula, motibus diversissime compositis agitabuntur, dum aut dissipentur, aut ad aliquam comparativam quietem sensim redigantur quemadmodum in fermentationibus, ebullitionibus &c. usuvenire suo loco dicemus.

§. V.

Solvuntur Objectiones, quibus curva virium nobis statuta impugnari solet.

Obj. *imo.* Commenta locum in Physica habere non debent, atqui curva virium a nobis statuta est commentitia; ergo ea locum in Physica habere non debet. *P. min.* Circa materiæ puncta nullæ ordinatæ, consequenter neque curva ulla ordinatas terminans existit; ergo.

R. D. Maj. Commenta, quæ pro veris rerum caussis obtruduntur, locum in Physica habere non debent. *C. Maj.* quæ sint instar imaginis duntaxat, simulque veras rerum caussas rite exhibeant, locum in Physica &c. *N. Maj.* *D.* etiam *min.* Atqui curva virium a nobis statuta est commentitia, eamque nos pro vera rerum caussa obtrudimus. *N. min.* eamque nos instar imaginis duntaxat, phantasie juvandæ caussa sumimus, ut vires in natura reapse exstantes oculis ipsis quodammodo intueamur, & has illa, quatenus fieri potest, rite exprimit. *C. min.* & *N. Conf.*

Commentitia rerum caussæ, non vero legitimæ rerum caussarum imagines, phantasie juvandæ gratia excogitatæ debent e Physica eliminari. Sic etiam Astronomi veros coelestium globorum motus oculis exhibitori, varias in cœlo ellipses, circulosque excogitatur,

runt, qui reapse nuspia existunt, ut Ecclipticam, Äquatorem, Meridianum &c. quin tamen id ipsis vi-
tio vertatur.

Urg. 1. Satuta virium curva non rite exhibet vi-
res in natura extantes; ergo nec instar imaginis qui-
dem sustineri potest. *P. ans.* Si ea rite repräsentaret
vires in natura extantes, dicendum foret, vires pro-
pe attractum esse infinitas; atqui istud sustineri non
potest; ergo. *P. min.* Communiter negant Philosophi,
possibilem esse vim creatam infinitam; ergo.

R. N. ans. Ad prob. *D. Maj.* dicendum foret;
vires prope attractum esse infinitas; hoc est, dicendum
foret, vires prope attractum magis temper, ac magis
crescere, quin possit terminus statui, ultra quem cre-
scere non possint. *C. Maj.* hoc est, posset evenire, ut
aliquid materiæ punctum vim infinitam aliquando per-
sentiscat *N. Maj.* sic *dif. min.* *N. conf.*

Progrediatur quocunque materiæ punctum ex C
versus A in Fig. 1. celeritate, quam potest cogitari,
maxima; hæc tota prius extinguetur alicubi in M,
quam deveniat idem materiæ punctum ad attractum
alterius in A existentis (63. Schol.). Ergo maxima
repulsiva vis, quam persentiscet assumptum materiæ
punctum, est aliqua M N, abscissæ A M respondens:
ea vero vis, quamdiu abscissa A M non sit infinite
parva, seu quamdiu ad attractum mutuum non deve-
nitur, infinite magna fieri non potest. Cum enim sic
 $M N = \frac{1}{AM^m}$ (50. cor. 1.); ea duntaxat ratione
crescit M N, qua decrescit A M^m: porro A M^m ante
contactum infinite non decrescit, ut clarum est; ergo
neque M N potest ante contactum ita excrescere, ut
sit infinite magna. Nihilominus nequit assignari
terminus, ultra quem excrescere non possit eadem vis
repulsiva. Nequit enim assignari terminus, ultra
quem non possit excrescere celeritas materiæ puncti
directione CA lati; quo autem haec major fuerit, eo
ulterius ingredietur aream asymptoticam idem materiæ
punctum, dum nimis perita tota celeritate priore
ad redeundum determinetur; proindeque eo majorem
repulsivam vim persentiscet.

Ad

Ad ult. prob. *D. ans.* Communiter negant &c hoc est, negant esse possibilem vim creatam, quæ magis ac magis crescere possit, quin tamen unquam reapsè evadat infinita *N. ans.* hoc est, negant posse fieri, ut aliqua creata vis reapsè infinita evadat *C. ans.* & *N. conf.* Nempe ut ut negent communiter Philosophi, posse fieri, ut aliqua creata vis reapsè evadat infinita; admittunt tamen fieri posse, ut vis aliqua magis semper ac magis crescat, quin assignari possit terminus, ultra quem assurgere non queat. Sic mobile pondus, seu *cursor* in statera Romana juxta omnes Philosophos quo magis ab hypomochlio distiterit, eo majori semper & majori cum pondere poterit obtinere æquilibrium, quin statui queat terminus, ultra quem hæc ejus vis assurgere non possit.

Urg. 2. Amplitudo, numerusque arcuum exiguis distantias respondentium a nobis pro solo arbitrio statuuntur; ergo adhuc curva illa linea vires in natura reapsè extantes non rite exhibit.

R. C. an. D. conf. Ergo curva illa &c. hoc est, non exhibet accurate omnia, quæ ad legem virium in natura extantium pertinent *C. conf.* hoc est, neque illa, quæ de lege virium hactenus in lucem protracta sunt, rite repræsentat *N. conf.* Per curvam illam linneam eas duntaxat virium proprietates volumus oculis subjecere, quæ adhuc detectæ sunt: videlicet primaria aream esse virium repulsivarum, finite in infinitum excentricum; his succedere vires attractivas &c. At multa præterea pertinent ad legem virium, quæ quemadmodum ignota nobis sunt, ita per curvam virium a nobis statutam accurate non exprimuntur, uti est numerus intersectionum curvæ cum axe, forma & amplitudo arcuum &c. quæ longe superant captum nostrum, & quæ ille solus habuit omnia simul præ oculis, qui mundum condidit. Neque tamen imago quæpiam, quæ multis, præcipuasque objecti sui proprietates magno cum emolumento intuerentium repræsentat, abiicienda præterea est, quod multæ adhuc ejusdem objecti proprietates lateant, quæ in imagine illa non reluent; præfertim si de hac ipsa re spe-

statores, quod nos præstare non dissimulamus, admonentur.

67 *Obj. 2do.* Curva virium a nobis statuta, est nimium complicata, composita, & irregularis, quæ nimirum coalescat ex ingenti numero diversæ naturæ arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum, temere coagmentatorum; ergo si illa virium legem rite repræsentaret, vires non agerent una quadam legem stabili, sed in diversis distantiis diversas novas leges sequerentur; atqui istud sustineri non potest; ergo curva illa linea legem virium peñime repræsentat.

R. N. a. Juverit hac de re audire ipsum Bosovichium. „ Nec ejusmodi curva debet, inquit Phil. „ nat. n. 115. esse e pluribus arcubus temere compa- „ ginata, & compacta: diximus enim notum esse „ Geometris, infinita esse curvarum genera, quæ ex „ ipsa natura sua debeant axem in plurimis secare „ punctis, adeoque & circa ipsum sinuari. Sed præ- „ ter hanc generalem responsionem desumptam a ge- „ nerali curvarum natura, in Dissertatione de lege „ Virium in natura existentium ego quidem directe „ demonstravi, curvam illius ipsius formæ, cuiusmo- „ di ea est, quam in Fig. 1. exhibui (*videlicet cur-* „ *vam virium*) simplicem esse posse, non ex arcibus „ diversarum curvarum compositam. Simplicem au- „ tem ejusmodi curvam affirmavi esse posse: eam enim „ simplicem appello, quæ tota est uniformis naturæ, „ quæ in Analyti exponi possit per æquationem non „ resolubilem in plures, e quarum multiplicatione ea- „ dem componatur, cuiuscunque demum ea curva sit ge- „ neris, quotcunque habeat flexus, & contorsiones. „ Nobis quidem altiorum generum curvæ videntur „ minus simplices; quia nimirum nostræ humanæ „ menti, uti pluribus ostendi in Dissertatione de Ma- „ ris æstu, & in stayanis supplementis, recta linea „ videtur omnium simplicissima; cuius congruentiam „ in superpositione intuemur mentis oculis evidentissi- „ me, & ex qua una omnem nos homines nostram de- „ rivamus Geometriam: ac idcirco quæ lineæ a recta „ re-

recedunt magis, & discrepant, illas habemus pro compositis, & magis ab ea simplicitate, quam nobis confinximus, recendentibus. At vero lineæ continuæ, & uniformis naturæ omnes in se ipsis sunt æque simplices; & aliud mentis genus, quod cujuspiam ex ipsis proprietatem aliquam æque evidenter intueretur, ac nos intuemur congruentiam rectarum; illas curvas lineas maxime simplices esse crederet, ex illa earum proprietate longe alterius Geometriæ sibi elementa conficeret, & ad illam ceteras referret lineas, ut nos ad rectam referimus: quæ quidem mentes si aliquam e. g. parabolæ proprietatem intime perspicerent, atque intuerentur; non illud quærerent, quod nostri Geometræ quærunt, ut parabolam rectificarent, sed, si ita loqui fas est, ut rectam parabolarent.

Pro reliquis object. solvendis *Nora* 1^{mo}. Si curva 68 unius cujuspiam elementi vires referens vel minimo ductu differret a curva, vires alterius referente; jam duo illa elementa viribus inter se discrepant, ac profinde homogenea, sibique simillima non essent: eadem igitur argumenta, quibus probavimus omnia elementa homogenea esse oportere (*Met.* 160), pugnant, ut pro omnibus elementis unam, eandemque virium curvam statuamus.

Nora 2^{do}. Etsi Figura 1. curvam virium ex una duntaxat parte materiæ puncto A adjacentem referat; advertendum nihilominus est, ejusmodi curvas suo cum axe quaquaversum esse circa idem materiæ punctum A (uti & circa unumquodque aliud) concipiendas. Quippe materiæ puncta vires suas quaquaversum exerunt, ita ut e. g. intervallo A L ad omnem partem respondeat vis attractiva L Q, intervallo A P vis repulsiva P H, intervallo A I limes cohesionis I &c.

§. VI.

*De Lege virium ad plura materiae puncta
accommodata.*

69 Quod si duæ corporis particulae, pluribus materiae punctis constantes, in se se mutuo agant; mutuas eaurundem vires diversis distantiis respondentes non jam simplex illa curva, quam Fig. 1. exhibet, repræsentabit, sed nova quædam, e primigeniis illis, homogeneisque curvis, ad elementa singula pertinentibus, pro vario horum numero, sitque, orta, & quodammodo composita. Quod ut planius evadat Tironibus, singulare quosdam, facilioresque casus ad præsens argumentum pertinentes contemplabimur.

70 I. Particula quæpiam constet duobus materiae punctis A & B (Fig. 5), agatque in punctum C. In axe & 5. A B (Fig. 1.) cipientur abscissæ duæ, quæ sint æquales rectis A C & B C. Figuræ stæ, notenturque ordinatæ iis abscissis in eadem Fig. 1. respondentes. Hæ vel 1) ambae erunt sub arcu attrahente; vel 2) ambae sub repellente; vel 3) prima sub attrahente, altera vero sub repellente; vel 4) prima sub repellente, altera sub attrahente. In primo casu punctum C attrahetur ab A vi, quæ sit e. g. \overline{CL} , a punto B autem vi \overline{CQ} : igitur compleendo parallelogrammum $CLKQ$, idem punctum C movebitur vi composita CK . In casu altero punctum C persentiscet aliquas vires repulsivas CN , & CH ; atque adeo nanciscetur vim compositam CO . In 3to. casu a punto A attrahetur vi, quæ sit e. g. \overline{CL} , a punto B vero repelletur vi e. g. \overline{CH} : urgetur ergo ad latus vi composita CD . In 4to. denique casu punctum C vim repulsivam CN , & attractivam CQ simul experiretur: hinc ad latus alterum vi composita CF propelletur.

Coroll. Si ergo describenda esset linea curva, quæ rite repræsentet eas vires, quas particula punctis A & B constans exereret in punctum C; ea deberet pro-

pri-

prima punctorum positione exprimere vim CK; pro altera vim CO; pro 3tia vim CD ad latus tendentem &c. Unde patet, novam hanc virium curvam a simplicissima illa curva primigenia, quam pro quovis materiae punctorum binario seorsim spectato a nobis statutam Figura 1ma exhibet, diversam omnino fore.

II. Assumamus duas corporis particulas, quarum altera constet punctis A & B (Fig. 6), altera punctis C & D, ponamusque has particulas exiguo quodam tempusculo ruituis in se se viribus agere. Initio ejus tempusculi punctum Cab A distet eo intervallo, cui in Fig. 1ma respondeat vis quæpiam attractiva, a punto vero B distet intervallo, vim repulsivam adnexam habente; idem punctum C ab A attrahetur vi quadam Ca, a punto B autem repelletur vi quadam Cb: adeoque completo parallelogrammo Cah b nanciscetur vim compositam Ch. Punctum alterum D distet ab A eo intervallo, cui in Fig. 1. respondeat repulsio, a B autem eo intervallo, quod exigit attractionem; idem punctum D repelletur ab A vi quadam Df, a punto B vero attrahetur vi aliqua De: itaque completo parallelogrammo Deg f urgebitur vi composita Dg. Porro dum in praesente casu punctum C vim compositam Ch, punctum D autem vim Dg persentiscit; puncta haec, uti patet, urgentur ad recedendum a se ipsis: cum ergo ponantur cohaerere inter se, constituerentque particulam solidam; vires attractivæ, quas ad cohaesionem necessarias esse innuimus n. 22, resistent mutuæ punctorum eorundem distractioni: consequenter punctum C aliquam puncti D attractivam vim, quæ sit e. g. CO, & vicissim D aliquam puncti C vim attractivam, quæ sit e. g. CD, persentiscet. Cum ergo materiæ puncta diversos, ad quos simul determinantur, motus debeant iuxta legem vis inertiae (26) componere; punctum C motus Ch & CO componendo intra assumptum tempusculum percurret spatium Cc, D vero componendo motus Dg & DO percurret spatium Dd.

Jam, uti patebit ex iis, quæ Dissert. seqv. de centro gravitatis dicentur, centrum gravitatis (Met.

208) particulæ CD, quod procul dubio imaginariū quoddam punctum est, initio assumpti tempusculi fuit in medio lineaꝝ rectæ CD puncto O; in fine autem ejusdem tempusculi, postquam jam punctum C in c. D vero in d transiit, est in medio rectæ cd puncto r. Itaque eo tempusculo centrum gravitatis particulæ CD habuit motum Or. Atque haec de centro gravitatis innuere propterea libuit, quia in motu corporum fere motus centri gravitatis consideratur, & si describenda esset curva, quæ repræsentet eas vires, quas e.g. particula CD pro varia a particula AB distantia, positioneque persentiscit, ea fere pro solius centri gravitatis motu esset statuenda, ac proinde in assumpta harum particularum mutua distantia, positioneque virum Or deberet pro particula CD repræsentare.

Coroll. 1. Tametsi perduret eadem intensitas virium Ca & Cb, quas punctum C persentiscit; si tamen angulus a C b, sub quo vires illæ concurrunt, varietur, variabitur etiam diagenalis Ch: idem est de viribus De & Df, ad punctum D pertinentibus. Itaque variabuntur etiam vires Cc, & Dd, consequenter motus quoque centri gravitatis, qui ab his viribus dependet. Jam vero tametsi non varientur magnitudines distantiarum, quæ intercedunt inter quælibet binâ assumptorum quatuor materiaꝝ punctorum; si tamen situs, positionesque mutuæ eorundem punctorum varientur, variabitur angulus, sub quo vires illæ concurrunt, non tantum quoad situm, sed facillime etiam quoad magnitudinem. Igitur vel sola positionum varietas inducere potest varietatem in motum materiaꝝ punctorum, simulque in motum centri gravitatis.

Coroll. 2. Numerus præterea punctorum, item mutuarum inter illa distantiarum varietas inducit varietatem in vires compositas. Unde facile quisque sequitur, aucto materiaꝝ punctorum particulas in se invicem agentes constituentium numero in immensum ex crescere posse varietates virium; pro diversis nimis eorundem punctorum positionibus, distantiis mutuis, & compositione. Evenire sane poterit 1) ut particula quæpiam A attrahatur a particula B, & particula

cula C autem repellatur, aut etiam ad latus detorqueatur. 2) Ut particula A attrahatur a particula B in hac distantia, in altera vero repellatur. 3) Ut huic distantiae mutuae intensior attractio, aut repulsio respondeat, quam alteri. 4. Ut particula A, quæ particulam B attrahit, repellit, aut in latus detorquet, comparet ad particulam C sit quodammodo iners, id est, ut hanc neque attrahat, neque repellat, neque etiam ad latus urgeat, saltem ad sensum. Istud tunc evenit, quum spectatis omnibus iis viribus, quas singulae materiae puncta particulae A exerunt in singula puncta particulae C, summa repulsionum ita elidit summam attractionum, & vicissim, ut ex earundem compositione juxta vis inertiae legem facta nullus in eadem particula C motus saltem ad sensum oriri debat. 5) Ut particula A altera sui parte attrahat particulam B, altera repellat, quemadmodum in magnetibus evenire videmus; aut etiam ut eandem particulam B altera sui parte attrahat, aut repellat, altera vix ullum eidem motum conciliet &c.

Schol. 1. Omnis hæc varietas ex earum duntaxat virium combinationibus enascitur, quæ distantiis exiguis respondent. In minimis distantiis singulae materiae puncta vires duntaxat repulsivas, easque finite in infinitum crescentes exerunt; unde patet, in minimis distantiis non nisi vires repulsivas posse ab una particula in alteram exerci. In majoribus autem distantiis illis, quibus jam universalis attractio respondet, vis composita, quæcumque demum fuerit punctorum sociatio, tantummodo attractiva erit, eaque admodum languida (§8), quam semper fore in ratione composita ex directa massæ trahentis, & inversa duplicata mutuae particularum distantiæ, *Dissert. III.* declarabimus.

Schol. 2. Mutuas corporum actiones semper esse debere contrarias & æquales, *Dissert. seqv.* demonstrabimus. Hinc si particula A attraxerit, aut repulerit particulam B; hæc quoque illam attrahet, aut repellat: si particula A detorserit ad latus particulam B; hæc quoque illam ad latus detorqueribit in partem oppositi-

positam: si A fuerit iners comparate ad B; hæc quoque comparate ad illam iners erit.

Schol. 3. Dum particula una agit in alteram, certum est, actionem eam tendere ad mutandas mutuas positiones eorum materiæ punctorum, quæ id genus particulam constituant, seu tendere ad motus comparativos in ea materiæ puncta inducendos. Sic in assumpta particula C D (Fig. ead.) punctum C actione particulae A B determinatur ad motum C c, punctum vero D ad motum D d, adeoque hæc puncta determinantur ad aliquem a se ipsis recessum. At quo minor fuerit moles id genus particulae, eo minus perturbabitur ceteris paribus mutua ad se invicem positio materiæ punctorum, eam constituentium, ac proinde eo etiam difficultius illa suas in partes dissolvetur. Si enim singula puncta particulae unius in singula puncta alterius eadem virium directione, intensitateque agant, in hac altera particula non nisi communem omnibus punctis motum efficient, ut clarum est; mutuas ergo punctorum positiones, motusque comparativos sola intensitas, directionisque virium diversitas inducere poterit: hæc vero utraque eo sane minor erit, quo minor fuerit moles particulae, ut expendenti facile patet.

Schol. 4. Quemadmodum vires mutuae particularum diversissimæ esse possunt, pro diverso punctorum eas componentium numero, situ, consociatione; ita etiam curvæ iis viribus repræsentandis idoneæ diversissimarum figurarum sint, oportet. Quia tamen earundem virium compositiones certis semper, statisque legibus peraguntur; omnes id genus curvæ erunt legitima (46.) Porro hujusmodi curvas lineas nuncupare possumus derivativas, eam vero, quam Figura prima exhibet, primigeniam; quemadmodum etiam vires binorum quorumvis materiæ punctorum, quas curva primigenia repræsentat, primigenia, quæ vero ex harum compositionibus oriuntur in particulis, derivativa nominari solent. Atque his in Tironum gratiam non nihil prolixius expositis, jam ad generales, notasque corporum proprietates explicandas gradum faciamus.

CAPUT TERTIUM.

De Soliditate, Extensione, Poris,
& Sectilitate Corporum.

§. I.

De Soliditate, & Extensione Corporum.

Soliditas, seu Impenetrabilitas ea corporum proprietas est, qua sit, ut nullis naturæ viribus adigi possint plura corpora ad eundem locum simul occupandum. Proprietas hæc, quam omnibus corporibus, eorumque elementis communem esse probavimus in Metaph. n. 149. a primo virium asymptotico crute dependet. Si enim in distantiis minimis vires repulsivæ finite in infinitum crescant; nullis utique naturæ viribus poterit effici, ut vel duo materiæ puncta unquam ad attractum mutuum mathematicum deveniant, compenetrenturque.

Coroll. Igitur soliditas, seu impenetrabilitas, quam omnes ii Philosophi, qui vires repulsivas in corporibus nondum agnoscunt, pro peculiari, & a ceteris profus distincta corporum proprietate habere debent, nobis merum virium repulsivarum, in minimis distantiis finite in infinitum crescentium corollarium est. Recole Met. n. 247. cor. 2.

Schol. De apparente quapiam compenetratione corporum seqv. §pho sermo nobis erit..

Extensum generatim dicitur, quidquid dividuum spatiū occupat. Id, quod ita occupat dividuum spatiū, ut habeat partes extra se se positas, & saltem judicio sensuum conjunctas, dicitur *extensum formaliter*: quod si autem quodpiam ens simplex, ac proinde partibus carens, per dividuum spatiū quodammodo diffunderetur, illud esset *extensum virtualiter*.

Cor.

74 Corporibus virtualem extensionem minime convenire, ostendimus in Met. n. 154; *formalis* vero eorumdem extensio e theoria nostra sponte consequitur. Cum enim materiæ puncta corpus constituentia in minimis distantiis ita se se repellant, ut ad attractum mutuum devenire nunquam possint; eadem per extensum quoddam spatiū distribuantur, est necesse.

Schol. Hanc corporum extensionem nunquam fore mathematicice continuam, in confessio est: erit tamen physice continua, quotiescumque sensus nostros effugerint exigua illa intervalla, quibus minimæ corporis partes a se invicem sejunguntur.

§. II.

De Poris, item Densitate, & Raritate Corporum.

75 nomine *pororum* veniant exiliissima quedam intergalla, particulis corpus constituentibus interjecta. Duo de iis queri solent: imprimis an omne corpus poros respersum sit; deinde an pori corporum, saltem aliqui, omni prorsus materia vacui sint, seu an *vacuum*, ut vocant, *disseminatum* sit in corporibus admittendum. Cartesius omnes corporum meatus, ut et exiliissimos, vult esse repletos subtili sua materia, ita ut ne minimus quidem porulus omni prorsus materia vacuis sit, aut esse possit: alii contra pro vacuo disseminato depugnant.

76 PROPOSITIO I. Corpora omnia copiosissimis poris referta esse, amplissima evincit inductio. Nam *1mo.* marmor, aliisque lapides coloribus ad profunditatem satis magnam tingi possunt. Cum ergo color nequeat compenetrari cum particulis lapidum, in eorumdem poros se se insinuet, est necesse. *2do.* Gemmæ, vitra, liquores plerique lucem transmittunt; immo nullum adhuc corpus est detectum, quod non deprehendatur esse diaphanum, si in subtilem bracteam extenuatum microscopio subjiciatur: patebit vero suo loco, lucem verum esse corpus; ea ergo cum corporibus com-

compenetrari non potest, sed per eorundem copiosissimos poros transvolet, est necesse. *3to.* Numum cupreum, aut argenteum superius ac inferius imbue & involve flore sulphuris; tum impone cochleari ferreo, cui ignis subjectus fit: sulphur accensum poros numeri penetrabit, eumque in duos aut plures tenuiores numeros dividet.

4to. Recipienti vitro cylindrico in Fig. 7. imponere in A vasculum O ex ligno, ebore, aut corio efformatum, eique infunde liquorem aliquem, e. g. aquam, apt mercurium. Si cylindrum ita instructum applicueris antliæ pneumaticæ disco B., aeremque ex eodem exsuxeris; pro ratione rarescentis intus aeris liquor per latera vasculi in vas D guttatum depluet. Nimis rarafactione interni aeris fit, ut exterioris, qui vasculo incumbit, pressio prævaleat, liquoremque per poros vasculi urgeat. *5to.* Corpora copiosissimis poris referta esse testatur etiam liquor, qui vulgo *azetamentum sympathicum* nominatur. Liquor hic est clarus & limpidus, hocque modo conficitur: sumitur medius quadrans acetii distillati, huic imponitur uncia circiter lythargyri, hæcque in igne sinuntur medio quadrante ebullire. Hoc facto alter liquor, itidem limpidus & clarus paratur hoc modo: in vas mundum testaceum infunditur aqua communis, imponiturque illi modicum ex auripigmento, & frustulum calcis vivæ; atque elapsis 24 horis alter hic liquor paratus est. Jam priore illo liquore inscribe characteres characteræ albæ. Hanc, ubi exsiccata nullum amplius characterum vestigium exhibuerit, insere primis ejuspiam libri foliis: tum ope spongiæ aut penicilli aliud characteræ folium secundo illo liquore, qui ex auripigmento, viva calce &c. confectus fuit, infice, hocque folium e regione prioris in eandem librum post 400, aut 500 etiam paginas include: librum denique prælo constringe. Ubi post tempus aliquod librum aperueris, in charta primis foliis inserta characteres illos, quos eidem attramento sympathico inscriperas, jam nigro colore ad flavum accedente expressos reperies, ut cominode legi possint. Nempe subtilissimæ alterius illius liquoris, quo spongia imbuitur, particulæ, ipso

olfactu attestante admodum penetrantes, per poros foliorum libri ex inferiore charta ad eam, quæ primis foliis inserta est, eluctantur, inque illa attramentum sympathici particulis immixtae eo modo consociantur, quo ad efficiendum dictum colorem consociari est necesse. &c.

77 PROPOSITIO II. Non tantum non potest eorum sententia sustineri, qui omnes corporum poros subtili quadam materia repletos esse contendunt, negantque ullum in natura esse vacuum disseminatum; verum dicendum præterea est, in quovis corpore summam inanum, omnique materia vacuorum intervallorum tantam esse, ut solidæ partes evanescant, si cum eadem conferantur, ac proinde non tam disseminatum vacuum in corporibus, quam materiæ puncta in vacuo laxissime sparsa, disseminataque esse. Nam imprimis in corporibus elementa ad attractum mutuum devenire nunquam possunt: igitur palam est, inter eadem intercedere innumera inania spatiola. Deinde in auri particula, quæ magnitudine granum papaveris non superet, assumamus quæcunque duo materiæ puncta: his immotis possent interponi plura semper & plura materiæ puncta sine ullo fine, quin nullus deberet sequi punctorum attractus mutuus & compenetratio (Met. 170): igitur in volumine assumptæ particulæ omni, qui cogitari possit, major numerus elementorum stare posset, quin vel duo eorum se se contingentes, compenetrarenturque. Eo autem ipso fatendum utique est, vel in auro (ac proinde potiori jure in ceteris corporibus) summam inanum, omnique materia vacuorum intervallorum tantam esse, ut numerus elementorum, adeoque etiam realium loci punctorum evanescat, si cum eadem conferatur.

78 Dices rmo. Si tantum vacui voluminis esset in quolibet corpore, illud necessario nudis etiam oculis observaremus; atqui non observamus; ergo. R. N. maj. Quippe si magnitudo quæpiam infra certos limites immittetur, jam ea hebetibus oculis nostris subducitur, ut ut in se magna sit, inque minores semper & minores partes sine ullo fine dividii queat.

Hinc

Hinc ea quoque intervalla, quæ inter elementa corporum intercedunt, ideo duntaxat nequimus discernere, quod infra eos limites imminuta sint, infra quos ocularum nostrorum vis se se non porrigit. Nisi ergo ex præjudiciis philosophari velimus, eadem intervalla non nisi comparate ad nostros sensus esse parva, in se autem admodum magna, utpote quæ majorem omni, qui cogitari possit, elementorum extra se se positorum numerum complecti possint, dicamus, oportet. Profecto in absolutis rerum magnitudinibus determinandis sensus nostri judices esse non possunt, uti patet ex iis quæ in Met. n. 193. cor. 6. & 7. dicta sunt. Immo etiam quod ad comparativam magnitudinem attinet, eadem res, quæ nobis exiguae apparent, iis, qui acutioribus oculis instructi, 100 aut 1000 partes in iisdem discernerent, sat magnæ esse viderentur. e. g. Ope microscopii observantur in unica putrescentis aquæ gutta plura millia exilissimorum quorundam animalculorum libere natare, non secus ac pisces in stagno amplissimo: quæ si necessariis ad suos usus oculis ab Autore Naturæ instructa sunt, profecto visu longe acutiore, quam noster sit, pollebunt, quo nimurum minimas quasque res, ut pedunculos suos, alulas &c. rite discernantur. Unde guttulam, cui liberrime innatant, & in qua inumeras partes ab se invicem discernunt, pro stagno quodam amplissimo procul dubio habebunt.

Dices 2do. Si tanta esset pororum copia in corporibus; liquor quilibet per latera vasis cuiuslibet libertime diffueret, non secus ac per cribrum quodpiam; atqui contrarium experimur; ergo.

R. N. Maj. Aqua, ceterique liquores per cribrum libere diffluunt, quia vires filorum ferreorum cribrum constituentium, impediendæ difluxioni pares, ad tantam distantiam non porrigitur, ad quantam porrigi deberent, ut transitum liquoris per notabilia illa foramina impedian. At in iis vasculis, quæ liquores continent, pori tam minuti sunt, ut per totum unius usque intervallum porriganter fortiores vicinarum vasculi particularum vires attractivæ, aut repulsivæ: fieri adeo poterit, ut aut illæ figant accedentes proprius ad

latera particulas liquoris, aut istae repellant, ac proinde liquorem transitu prohibeant.

Schol. Ut responsio evadat clarius, phænomena quæpiam huc pertinentia speciatim explicare non erit supervacuum. 1^o. Aqua poculo vitro infusa non diffuit. Tametsi enim certum sit, aquam in distantiis quibusdam exiguis a vitro attrahi; quod si tamen aqua per vitrum deberet transudare, deveniret ad eam vitrearum particularum vicinitatem, in qua jam repulsionem, eamque fortissimam experiretur: quam si vincere non posse, mirum non est, quod per latera vitri liberum transitum non habeat. 2^o. Mercurius in auri, argenti poros se se facillime insinuat. Hæc enim corpora fortius attrahunt minimas mercurii particulas, quam illæ se se mutuo trahant: hinc eadem a se invicem separatae particulis auri aut argenti facile circumfunduntur, adhærentque. 3^o. Idem mercurius in ligneo vasculo conservatur, quin effluat, aut eidem adhæreat. Quia mercurii particulae fortius se se attrahunt mutuo, quam attrahantur a lateribus vasculi lignei; vel forte ab his potius repelluntur: hinc nequit fieri, ut ejusdem mercurii particulae, vasculi lateribus vicinæ, a reliqua massa avellantur; quod tamen fieri necesse esset, si vasculo adhærerent, aut per illud transudarent. 4^o. Charta oleo imbuta aquam retinet: oleum enim poros chartæ subiens aqueas particulas sibi viciniores repellit, eosdemque chartæ poros subire prohibet.

80. *Corpora, quæ sub determinato volumine multum massæ continent, densa; quæ vero parum, rara non cupantur; ita ut e duobus corporibus, illud, quod sub eodem volumine plus massæ continet, densius; quod vero minus, rarius esse censeatur.*

Coroll. 1. Igitur manente eodem volumine corporis, massa est in ratione densitatis. Porro clarum est, in majori volumine plus, in minori minus massa contineri, quum eadem est utrobique densitas: massa proinde etiam voluminis rationem sequitur: est ergo generatim massa in ratione composita densitatis, & voluminis. Hinc si massa corporis dicatur M , densitas

tas D, volumen V, est $M = DV$; ac proinde D = M
 \bar{V} .

Coroll. 2. Manifestum est, raritatem esse in ratio-
ne reciproca densitatis, seu esse $R = \frac{1}{D}$: cum ergo sit

$D = \frac{M}{V}$, erit $R = \frac{V}{M}$. Id est, raritas corporis est in
ratione composita ex directa voluminis, & reciproca
massæ.

Schol. 1. Ex prop. 2da abunde patet, omnia o-
mnino corpora rēapse admodum rara esse, omnemque
densitatem, quam in iis notamus, esse comparativam
dūtaxat. Immo tanta est corporum omnium raritas,
ut si vires repellentes moram non objicerent, massa
q̄ ævis aliam libere permeare posset sine ullo unqnam
v. l. duorum materiæ punctorum occursu (Met. 201.
cor. 3), sed neque dictæ vires impeditre possent, ne
massa A utcunque densa per massam B utcunque den-
sam liberrime sine ulla nexum dissolutione transvo-
let; si eidem massæ A satis magna celeritas pōset,
conciliari. Ponamus enim dictam massam A trans-
volare per massam B; non consequetur fore, ut ullum
illius clementum directe feratur contra aliquod ele-
mentum hujus (cit.): hinc summa omnium virium,
quas omnia massæ A elementa, transvolando penes
elementa massæ B, superare deberent, finita, certa-
que quantitatis sit, est necesse. Jam vero posse ab
eadem massa A quamcunque determinatam virium
motui sua adversantium summam superari absque de-
trimento nexus suarum partium, modo satis magna
velocitas eidem concilietur, hac ratione conficio. Si
vires quacunque aliquo tempore agant, ut effectum
aliquem producant; effectus productus semper est in
ratione composita ipsarum virium, quæ agunt, &
temporis quo agunt, ita ut si vis dicatur V, tem-
pus T, effectus E, sit $E = VT$ (Met. 120.). Jam
utcunque magna fuerit vis finita V, motui massæ A
obstens; si tamen tempus, quo ea agit, seu T fue-
rit exiguum, valor facti VT, seu effectus, exiguum
& prorsus insensibilis esse poterit. Utcunque enim

magnus sit numerus multiplicandus, si tamen multiplicator sit fractio valoris exigui, constat universe, factum, quod prodit, esse posse prorsus exiguum. Jam vero quo major fuerit celeritas massæ A, utique eo minore tempore possunt in eam agere vires massæ B: quod si ergo celeritas illa esset admodum magna, effectus earundem virium ad sensum foret nullus; ac proinde A per B transvolaret, quin celeritatis suæ, aut nexus partium suarum sensibile detrimentum patetur.

Schol. 2. Istud hac quoque argumentandi ratione patet. Si massa A incurrat in massam B; aliquæ quidem virium areæ ejus motum adjuvabunt, at longe prævalebunt exæ, quæ eidem adversentur, ob ingentes repulsiones, quæ in minimis distantiis regnant. Diferentia harum arearum, seu excessus summæ repulsivarum supra summam attractivarum dicatur d, & massa A celeritas c sit tanta, ut sit $c^2 > d$; massa B suis viribus totam massæ A celeritatem extinguere non poterit, adeoque hæc per illam transvolabit. Ut enim ex iis, quæ n. 60. dicta sunt, intelligere licet, celeritatis c imminutio tota in eo duntaxat consistet, quod ejus quadratum, seu c^2 multandum sit quantitate $= d$. Hinc quoniam ponimus esse $c^2 > d$, totum celeritatis quadratum viribus massæ B extinguiri nequam poterit.

Ponamus jam 1) esse $d = 36$, $c = 10$. Quadratum celeritatis massæ A, postquam hæc per B transvolaverit, erit $= c^2 - d = 100 - 36 = 64$; ac proinde ejusdem celeritas post dictum transitum erit $= 8$. Hoc est, celeritas massæ A actione virium massæ alterius ex decem gradibus suis duos amisit.
 2) Manente eodem valore d sit $c = 20$. Quadratum celeritatis massæ A post transitum, seu $c^2 - d$ erit $= 400 - 36 = 364$; est adeo celeritas > 19 , uti patebit, si ex 364 radicem quadratam extraheris. Hoc est, eadem illæ vires, quæ minori celeritati duos gradus ademerunt, majori celeritati jam ne unicum quidem integrum gradum adimere possunt. Quod si ergo valorem c adhuc magis augeri concipias; massa

A transvolando per B prorsus non patietur sensibile detrimentum suæ celeritatis. Quia vero hæc mutationi quoque, in nexus partium seu massæ A, sive massæ B inducendæ æque applicari possunt, neque illa poterit esse notabilis, si satis magna fuerit celeritas massæ A in B incurrentis. Ratio horum ultima ex eo pendet, quod superius schol. 1. explicuimus, nimirum quia semper est $E = VT$.

Coroll. 3. Igitur si satis magnam celeritatem possemus indere nostris membris; per muros, portas ferreas &c. libere possemus commicare, quin ullam sentiremus obstatuli resistentiam, aut detrimentum ullum in nexibus corporis nostri pateremur. Quod quidem si constanter eveniret, apparentibus id genus compenetracionibus assueti nullam impenetrabilitatis ideam habemus.

Coroll. 4. Quod ergo nunc obstaculorum resistentiam sentiamus, id uni virium nostrarum, quæ ingenti cuiquam celeritati in membris nostris producentæ pares non sunt, tenuitati adscribamus, oportet.

Schol. 3. Ex his jam quorundam phænomenorum explicatio fluit. *1mo* Lumen per gemmas & vitra libere progreditur: ejus enim celeritas, uti suo loco videbimus, ingens omnino est. Quod si tamen differentia virium, quæ ejus motui adversatur, etiam comparete ad ingentem illam ejusdem celeritatem sat magna fuerit; quod in opacis corporibus evenit; ne lumen quidem poterit per corpus libere transvolare. *2do*. Si celeritas globi ferrei, qui transire debeat inter magnetes hinc & illinc temere sparsos, non fuerit satis magna; sistetur attractione magnetum, tametsi in nullum eorum impegerit: sin autem ob celeritatem suam satis magnam vix ullum agendi tempus relinquit magnetibus; prætervolabit, quin notabile detrimentum celeritatis suæ patiatur. *3to*. Si contra valvam mobilem sclopeto globum excutias, iste eam minime commovebit: excavabit tamen foramen moli suæ prope æquale. Nempe mutuæ valvam inter & globum vires majori egerent tempore ad notabilem impetum toti valvæ indendum, quam quod ipsis nimia globi celeritas relinquit: at vel exiguum illud tempus sufficiens est, ut ejusdem globi puncta in iis valvæ

32 D I S S E R T A T I O P R I M A.

punctis, ad quorum vicinitatem nimio pere accesserint, notabilem effectum praestent, eaque intensissimis suis viribus repulsivis a reliqua valvæ massa separent. Sic etiam globus ferreus inter magnetes hinc & illinc sparsos celeriter transiens, eos, ad quorum vicinitatem maxime accesserit, secum abripit, remotioribus immotis. Quod si ejusdem globi sclopeto excusci celeritas adhuc in immensum augeretur; adeo imminueretur agendi tempus, ut ne fortissimæ quidem vires possent effectum sensibilem praestare; ac proinde ille nullo reacto, quod quidem in sensu incurrat, vestigio per valvam transvolaret.

- F. 8.** 4^{to}. Duo tenuissima fila (Fig. 8.) ita suspende, ut planum per ea transiens sit horizonti parallelum: filis substitui poterunt crines, utcunque tenues. Impone iis baculum aridum A B, qui solidiore baculo C D in medio celerrime percussus frangatur. Fracto baculo A B illæsa manebunt fila, ut ut debilissima. Cum enim baculus in medio celerrime frangatur, extremitates A & B a filis illico resiliunt, prorsusque exiguo tempusculo premunt eadem; ut adeo sensibilem in iis effectum praestare nequeant. Contrarium experieris, si eundem baculum lentius percutias. Filorum loco solent etiam scyphi vitrii liquore quam pleni adhiberi. 5^{to}. Idem baculus aridus alligatus ejus extremitati filo suspendatur ita, ut sit horizontali perpendicularis, & inferiore extremitate contingat latus poculi tenuis vitrei. Si directione horizontali, versus poculum tendente celerrime percussus in medio frangatur, poculum ne quidem commovebit; idque ob eandem prorsus rationem, ob quam fila non debere in praecedente experimento lacerari modo diximus; at si directione horizontali, in aversam a poculo partem fiat percussio; evertetur idem poculum, aut etiam frangetur. Tunc enim uti patet, inferior baculi fracti extremitas, quæ vitrum contingit, ea percusione, fractioneque acquiret impetum versus poculum, in quod utpote sibi motus obstaculum tamdiu ageret, dum illud frangat, aut saltet evertat.

§. III.

§. III.

De Sectilitate Corporum.

Com corpus quodlibet certa clementorum consistorum collectio sit; facile patet, sectilitatem pro communi corporum omnium proprietate habendam esse (Met. 150). Hinc tamen minime consequitur, corpora in minores semper, ac minores partes sine ullo fine esse dividua: quodlibet enim corpus finito clementorum numero constare debere, sic conficio. In quovis corpore quælibet duo materiae puncta, seu clementa certo intervallo distant a se invicem: ergo si quodpiam corpus infinita numero puncta materiae completeretur in se ipso, ejusdem volumen infinitis numero id genus intervallis constaret, quorum unumquodque definitæ magnitudinis sit: hoc est, volumen ejus esset extensionis infinitæ; quod tamen & experientia, & rationi adversatur. Neque premunt nos ex demonstrationes, quas pro continua mathematici divisibilitate in infinitum, adduximus in Met. n. 178 & seqv. Cum enim secundum theoriam nostram corpora sint physice duntaxat continua; ubi in eorum divisione identidem repetita deventum fuerit ad intervalla minora, quam sit binorum materiae punctorum distantia mutua; ultiores divisiones non iam partientur materiam ipsam, sed intervalla vacua eidem interjecta. Recole Met. n. 186, Schol. 2. Ii, qui mutuum elementorum attractum mathematicum tuentur, materiamque, ex qua corpora coalescunt, mathematice continuam esse volunt, viderint, qua ratione se se expediant ab iisdem demonstrationibus, quin debeant in quovis minimo corpore infinitum partium componentium numerum admittere.

Porro ut ut sectilitas corporum reapse definitis limitibus contineatur; nihilominus stupendum omnino esse numerum, subtilitatemque particularum, in quas corpora dividi possint, plurimis experimentis evinci potest. Eorum aliqua adferre luet. I. Unicam olei fragrantis, e. g. anisi, ratæ guttulam affunde nisi, aut alteri libræ aquæ, totam odore suo imbuet. Unicum

Physico.

E 5

am-

ambre granum vesti illitum per plures annos odorem suavissimum sparget. Idem fere observatur in *mescho*, *Zibetha* &c. quin tamen hæc corpora post tot odoratas particulas quaquaversum sparsas, notabile sui ponderis dispendium etiam post longius tempus patientur.

83 II. Cl. Musschenbroek testatur, Augustæ Vindelicorum fuisse Artificem, qui ex unico auri grano filum duxerit 500 pedes longum. Jam pes unus continet 12 pollices, ac proinde artifex ille ex unico auri grano duxit filum pollicum 6000. Porro eodem Musschenbroekio teste, pollex dividi potest in 600 partes sensu perceptibiles: igitur vel in unico auri grano minimum 360000 visibles partes contineantur, oportet. Immo cylinder argenteus unica auri uncia obductus, singulari arte potest duci in filum, quod 100 leucas longitudine exæquet, & tamen quavis adhuc minima sui parte appareat inauratus. Qua operatione unicum auri granum dividitur in plures, quam 28400000 conspicuas partes.

84 III. P. de Lanis refert, se non semel super hypericonis folio vermiculum quendam albissimum observasse, tam exiguum, ut oculo nudo videri prorsus non posset, ope autem microscopii, quod corpus 2000000 vicibus augebat, non major grano hordeaceo, cuius etiam figuram referebat, appareret. Ejus pedes dupliciti serie positi, eodem microscopio inspecti, subtilissima fila sericea crassitudine non superabant: ac proinde singuli eorum fere 2700000 vicibus tenuiores erant subtilissimæ fila sericeo. Idem testatur, vermiculum quempiam ope microscopii, quo corpora 294207 vicibus augebantur, non majorem apparuisse, quam nudo oculo appareat unicum arenulæ granulum, cuiusmodi tamen granulum per idem microscopium nucem æquabat. Denique, ut alia taceam, si ea putrescentis aquæ guttula, quam aciculæ cuspis excipiat, exquisito microscopio subjiciatur; plura millia exilissimorum quotundam animalculorum in guttula illa liberrime natare cernentur. Jam si minimas id genus animalculorum partes ad examen revocemus; quæ mentis acies comprehendet subtilitatem stomachi, cordis, cerebri, nervulorum,

rum, venularum, aliorumque vasorum ad functiones vitæ necessariorum? His ad accuratum calculum revo-
catis, concludit Cl. Keil Introd. ad Phys. I eft. 5.
 " Decem mille ducentos quinquaginta & sex montes,
 " seu 10256, quorum unusquisque æqualis sit altissi-
 " mo totius telluris monti, (Pico) non tot posse in
 " se continere arenulas, quot una arenula possit in se
 " continere particulas sanguineas animalculorum, quæ
 " per microscope in quibusdam fluidis cernantur.
 Nämpe verissimum est illud D. Augustini *Deum ita ef- se magnum in operibus magnis, ut minor non sit in mi- uimis.*

CAPUT QUARTUM.

De Cohærentia partium in Corporibus.

§. I.

Varia Philosophorum de Cohærentia opinione.

Intra præcipua naturæ phænomena, quæ peculiarem 85 attentionem merentur, est cohærentia partium in corporibus, quæ omnibus retro actis temporibus Philosophorum ingenia non parum divexavit. Epicurus eam ab hamatis quibusdam, uncinatisque particulis repetebat. Verum ut ut ex ejusmodi particulis, sicutib[us] adessent, inter se implicatis corpus coalescere posset; quis tamen omnem universæ cohæsionem corporum ab iisdem repetendam putet? Nonne corpora levigata sola partium appressione ita cohærent, ut nisu perpendiculari, ægre distrahantur? anne vero ob hamatas eorundem particulæ mutuo implicatas? Deinde nonne hamata id genus particulæ ex elementis inter se consociatis exurgerent? unde vero mutua horum cohærentia? quos uncos, hamosque in simplicibus materiæ punctis comminisci poteris?

86 Plerique hodiernorum Cartesianorum cohærentiam a mutuo partium contactu secundum planas superficies, & subtilissimi cuiusdam fluidi jugi pressione pendere volunt. Aer externus, inquiunt, aliudque præterea fluidum aere vulgari multo subtilius corpora omni ex parte comprimit quodsi: ergo minimæ partes in corpore secundum planas quasdam superficies se se continent; actio fluidi easdem comprimentis erit fortis, adeoque partes illæ firmiter inter se cohærebunt. Adidunt autem, subtilissimo illi fluido corpora, utcunque densa, esse pervia, proindeque illud aeri, e recipiente opere antliae extracto, per poros recipientis liberrime succedere; ut adeo etiam in vacuo Boyleano partium cohærentiam in corporibus præstare possit.

87 Priusquam opinionem hanc refutemus, experimenta quæpiam Cl. Musschenbroekii (Dissert. de Co-hæs. Corp.) referre juvabit. Fecit is cylindros ex variis corporum generibus: singulorum diameter erat unius pollicis Rhenani, & undecim linearum, planæ superficie, & fere usque ad splendorem politæ. Eosdem potentissime calefecit, ut sebum bovinum, quod eis allevit, quasi ebulliret; tum cylindrum cylindro impositum aliquantum in rotundum fricuit, ut allitum sebum cylindrorum poros subiret magis, aerque inter eosdem interceptus expelleretur: denique constrictos cylindros exposuit frigori, inque sequentem diem qui etos reliquit. Postridie eosdem suis instructos annulis divellere tentabat Musschenbroekius variis ponderibus appensis; his vero ponderibus sunt divulsi:

Ex argento facti, libris	250.
Ex vitro - - -	300.
Ex marmore albo -	600.
Ex orichalco - - -	800.
Ex ære fulvo - - -	850.
Ex ferro - - -	950.

88 Ex his facile jam patet, infirmam esse Cartesianorum de cohærentia opinionem. Nam imprimis vulgaris.

garis aeris pressionem tantæ cylindrorum cohærentiaæ etfiendæ parem non esse sic confici: ex suspensione Mercurii in tubis Torricellianis elucet, quamlibet aeram columnam in superficie terræ esse in æquilibrio cum ea mercurii columnæ, quæ sit ejusdem cum illa diametri, altitudinis vero circiter 28 pollicum. Quo posito si ineatur calculus, patet vim atmosphæræ aeræ dictos cylindros comprimentis circiter 41 librarum ponderi esse parem. Cum ergo cylindris illis 800 & amplius libræ fuerint appendendæ, ut divellerentur; eorundem cohæsio atmosphæræ aeræ assignari non potest. Adde, id genus experimenta, teste eodem Cl. Autore, etiam in vacuo Boyleano esse capta, & ibi quoque cylindros marmoreos centenis etiam ponderibus appensis cohæsisse.

Deinde neque a pressione alterius cujusdam fluidi, 89
aere tenuioris, quod jam ætheris, jam materiae subtilis, nomine insigniunt Cartesiani, potest repeti dictorum cylindrorum cohærentia. Nam 1mo. quoniam æther juxta Cartesianos omnium omnino corporum poros libere pervadit, quantum corpora comprimet ejus pars exterior, tantundem eorundem compressioni adversabitur altera pars, quæ in internis corporum illorum meatibus latet. Sic etiam aeris nos ambientis pressionem non sentimus, quod ejusdem vim elidat aer in corpore nostro latens, cumque illo communicationem habens. Immo cum æther facilius permeat sebum, quam metalla & lapides; is cylindros, inter quos sebum est fusum, sejungere potius, quam unire deberet. 2do. Ea pressio ætheris in cylindris Musschenbroekianis, ac proinde etiam cohærentia, esse deberet vel in ratione superficerum, quibus cylindri gaudent, vel in ratione densitatis eorundem cylindrorum, vel denique in ratione utriusque composita: nihil vero dici horum potest. Non 1mum: secus enim omnes cylindri eodem modo cohæsissent, cum omnium eadem fuerit superficies. Non etiam alterum: „ si enim præter sebum, ait Musschenbroek, densitas corporum concurrat, an tum non marmor, exploratorum maxime porosum, minore pondere fractum, & sejungetur suis, quam multo densius argentum, aut

" vitrum? " Ex his vero aperte consequitur, neque tertium dici posse. *3o.* Hypothesis ætheris precaria omnino est, & præterea sine mutuo partium attractu mathematico stare non potest: cum ergo iste locum in natura habere non possit, illa quoque prorsus collabatur, oportet. Adde, prorsus non posse explicari, cur fluidum illud, si sola pressione tantum potest, nihil omnino ad sensum possit incursum suo contra celestinos Planetarum, & Cometarum motus.

90

Newtonus cohærentiam adscribit attractioni, imminutis distantiis usque ad attractum crescenti. Eadem igitur argumenta, quibus attractum mutuum suis locis impugnavimus, huic quoque opinioni adversantur. Dinde cum attractivæ illæ vites juxta Newtonum sine in ratione quadam inversa mutuarum distantiarum; ubi hæ infinite decrescent, seu penitus evanescunt, illæ ex adverso infinite magnæ fiant, oportet. Unde consequitur, partes corporum se se contingentes nulla vi creata fore a se invicem separandas. Ajunt quidem Newtoniani mutuas particularum cohærentium distantias nunquam evanescere penitus, quod eæ non a superficiebus se se contingentibus, sed a centris particulatum sint computandæ: at in primigeniis saltem corporum elementis, quæ simplicia, & prorsus inextensa esse debere probavimus in Metaphysica, se se contingentibus omnis evanesceret distantia mutua, ac proinde attractiva vis infinita fieret. Hinc quoniam nequit attractus particularum fieri, quin aliqua elementa se se mutuo contingent, adhuc ad quælibet corporum partes divellendas infinita vi opus esset. Denique plura alia absurdâ deducit Boschovichius ex hac Newtoni sententia, quæ apud eundem *Differ. de Lege virium in nat. exist.* legit̄ licet.

§. II.

§. I I.

Quæ sit vera Cohærentia cauſa?

PROPOSITIO. Cohærentia corporum oritur ex collo-
catione materiæ punctorum in iis limitibus, quos
n. 57 *limites cohæsionis* nuncupari diximus: vel etiam
ex collocatione punctorum extra eosdem limites, si vi-
res oppositæ actiones suas mutuo impedian. Nam
imprimis id genus limites reapse dari certum est (55):
deinde in iis collocata materiæ punctæ mutuas positio-
nes suas tueri, proindeque cohærere poterunt. e. g. Sint
duo quæpiam materiæ puncta A & I (Fig. 1.) mutuo
in limitibus cohæsionis: si quis punctum I directione
I B impulerit; ut primum mutua horum punctorum
distantia vel tantillum aucta fuerit, illico vires attra-
ctivæ, quas post limitem cohæsionis auctis distantiis
sequi diximus n. 57, efficient, ut punctum A quoque
ad eandem partem progrediatur: quod si autem quis
idem punctum I contraria directione I A impulerit;
vires repulsivæ limitem cohæsionis præcedere solitæ
impedient, ne mutua punctorum distantia imminuatur,
ac proinde punctum A præcedere cogent. Eadem eve-
nient puncto I, si punctum A directione A I, aut
contraria impellatur. Denique tot diversa, quæ cerni-
mus cohærentiæ phænomena hac in theoria eleganter
omnino explicari, patebit ex sequentibus. Quare si
quidquam deferimus primæ Newtoni philosophandi re-
gulæ, cohærentiam corporum a dictis limitibus repeta-
mus, est necesse. Istud tamen ita, ut etiam extra e-
iusmodi limites collocata puncta cum aliis cohærere
posse, ac debere existimemus, si vires oppositæ actiones
sueas mutuo impediverint. Sic si e. g. punctum C
(Fig. 2.) a circumcisitis punctis A, B, F, G, D &c. F, 2;
quæ in validis cohæsionum limitibus sita sint, undique
repulsivas vires persentiscat, quæ ab unoquoque pun-
cto eo validius exerantur, quo punctum C magis ad
ipsum accederit, tuncque solum sint in æquilibrio,
quum idem punctum C eo, quo Figura exhibet, loco
constiterit; facile patet, punctum C etiam extra limi-
tem cohæsionis constitutum positionem suam conserva-
turum

torum esse. Sed præcipua cohæsionis phænomena sūgillatim exponamus.

92 I. Diversa est in diversis corporibus cohæsio partium; sæpe major in massa rariore, minor in densiore: sic in adamante longe validius cohærent inter se particulae, quam in auro, ut ut istud illo longe densius corpus sit. Universè enim eo firmius cohærent inter se materiæ puncta, & ex his coalescentes particulae, quo validiores, firmioresque fuerint limites cohæsionis, in quibus extiterint. Firmitas autem limitis astimanda est ab amplitudine arearum, quibus limes cohæsionis stipatur. Quo enim areæ illæ ampliores fuerint, eo major vis adhibenda erit, ut cohærentes particulae, de limitibus cohæsionis deturbatae dissocientur. Porro quoniam vel ex quatuor materiæ punctorum in se se mutuo agentium diversis positionibus ranta vi-
giūm varietas oriri potest, quantam breviter indicavimus n. 71; aucto materiæ punctorum numero varie-
tas illa pene in immensum exerescat, oportet. Poten-
tit adeo fieri, ut e compositis omnium punctorum actionibus hoc in corpore hi enascantur limites, alii in
alio; videlicet hi validiores illis, aut contra: hoc est,
diversa poterit in diversis corporibus oriri cohærentia:
& quianihil vetat, quominus in rariore corpore firmiores
non nunquam limites enascantur, quam in densiore;
non etiam erit consequens, cohærentiam universæ
densitati debere proportione respondere.

93 II. Quædam corpora certa directione facilius, alia vero difficilius dividuntur: quia fieri potest, ut in iis limites cohæsionis certa directione superandi, sint multo debiliores, quam ii sint, qui vincendi essent, si secundum aliam directionem deberet corpus dividi. e. g. Ligna facilius finduntur secundum fibrarum ductum, quam directione, quæ sit ei ductui perpendicularis. Nam in unaquaque id genus fibra, e quibus velut totidem tenuissimis tubulis inter se devinctis lignum componitur, longe firmius cohærent inter se particulae, quam integra illa fibra cum aliis fibris sibi vicini cohærent: cum ergo fissione secundum fibras directa ferre illa duntaxat cohæsio vinci debeat, quæ inter fibras

inte-

integras intercedit, altera vero sectione omnes fibres duas in partes secundæ sint; mirum non est, facilius dividi ligna secundum fibras, quam directione ductui eorundem perpendiculari.

III. Musschenbroekius, dum experimenta **v. 87. 94** relata institueret, etiam in iisdem cylindris pro varietate interpositorum corporum diversam est expertus cohaerentiam: sic cohaerentia cylindrorum ex orichalcio, qui interposito sebo bovino 800 libris appensis divelluntur, interfuso sebo equino 32 libris appensis vinci poterat. Nempe pro varietate corporis interpositi varietas induci potest in limites, ad quos cylindrorum superficies mutuo deveniunt. Ex hoc eodem fonte profuit, quod quædam corpora hoc glutinis genere, alia alio facilius inter se copulentur. Sic „ Gummi „ rabicum (verba sunt ejusdem Cl. Viri) in spiritu „ vini rectificato solutum, præbet gluten, quo vitrum „ cum vitro bene jungi potest. Succus allii expressus „ præbet gluten vasis porcellaneis conveniens. Si va- „ la porcellanea sint fracta; in corpus unitum pristinæ „ formæ probe jungantur, funibus colligentur, lebeti. „ immittantur una cum lacte bovino, & oryza, per „ trihorium coquantur: deinde refrigerata, & exem- „ pta non minus firma sunt, quam nova, ejusdem- „ que usus. „

IV. In quibusdam corporibus, antequam frangantur, observamus quandam fibrarum distractionem & compressionem. Cum enim cohaesio non ab attractu mucro punctorum, sed a limitibus, in quibus ea colligata fuerint, dependeat; evenire potest, ut eorundem distantia mutua angeatur, aut imminuatur, ac proinde corpus distrahitur, aut comprimatur, tametsi cohaerentia adhuc perduret. e. g. Mutua duorum materiarum punctorum distantia sit — A I in F. 1. Poterit materia punctum ex limite I adduci ad P, aut distracti ad O, quin adhuc suam cum puncto A cohaesionem amittat (**57. cor. 2**); utque cohaesio inter hæc duo materiarum puncta tollatur, illa suis e limitibus ea vi distrahitur, oportet, quæ omnes sequentes arcus attrahentes, exiguis distantias respondentes superet, adda-

carque puncta illa ultra omnes limites, efficiendæ cohæsionis pares.

96 V. Si ferrum in quibusdam aquis mineralibus diutius hæreat, abire solet in cuprum, ut videre est in Valle Dominorum, & Szomolnokini in Hungaria. Istud hoc modo evenit: ejusmodi aqua, priusquam e terræ visceribus erumpat, per loca cuprifera transiens, copiosissimis cupri particulis imbuitur. Hæ igitur particulae in ferri foveolas se se insinuant, arteque inter se cohærentes crustam efficiunt, a figura ferri, quod interea vi ejusdem aquæ, velut eujusdam menstrui, sensim consummitur, dissipaturque, non adeo vbludentem. Ipse ego vidi equinam soleam, ope hujusm. aquæ in cuprum transmutatam, quæ intus cava adhuc tenuem laminam ferream rubigine circumdatam continebat.

Eadem fere est explicatio variarum petrificationum, dum nimirum diversa corpora, ut herbæ, ligna, pisces &c. in lapides conversa deprehendantur. Harum aliquæ potius incrustationes dicendæ sunt, quum nimis lapideæ particulae nonnisi crusta inducta tegente corpus illud, cui adhærent. At in aliis petrificationibus subtilissimæ particulae lapideæ id genus corporis e.g. ligni poros intimos pervadunt, cumque minimis fraxinus particulis ad validos cohæsionis limites deveniunt: unde novum corpus lapidum, priore longo, densius firmiusque, magnam tamquam partem retentis prioribus ductibus & forma, enascitur.

97 VI. Peculiare cohærentiæ phænomenon observatur in lacryma, ut vocant, Batavica, & vitro Bononiensi. Lacryma Batavica a Batavis, quod hi eam primi deceperint, confecerintque, nomen sortita, est vitrum solidum (Fig. 9.), lacrymæ ex oculis per voltum defluentis formam referens. Confit ex massa vitrea simili illi, ex qua communia fenestratum vitra confici soient: nempe massa illa ope calami ferrei, cuius in vietriaris usus est, igne funditur, guttatiisque in aquam frigidam immittitur, in qua pars ejus anterior in oblongum, crassioremque nodulam C instar avellanæ mitoris conformatur; posterior autem in tenuem caudulam

lam. A desinit. Solet etiam *lachryma vitrea*, *cucurbitula*, item *gutta vitrea* nuncupari. Hujusmodi vitrum, in crassiore nodo validos mallei ictus sustinet: quodsi tamen ejus tenuis cauda frangatur; cum strepitu dissilit, abitque in minutos pulveres. Scilicet exteriores lachrymæ partes in aqua frigida subito coarctatae ad fortes cohesionis limites deveniunt, figuntur, que, dum adhuc interiores in vehementi motu sunt constitutaæ. Hinc primum est consequi, ut exterior crusta admodum adversetur oscillationibus interiorum particularum, harumque motus prius extingnatur repulsivis crustæ viribus, quam ad debitos cohesionis limites devenire potuerint. Itaque tametsi multæ interiorum particularum reapsæ sint in quibusdam, saltem debilioribus cohesionis limitibus, multæ raimen extra eosdem limites in violento quodam statu sunt; quemadmodum in lamina chalybea elastica duxæ extremitates, quas manu ad se se invicem adducis, violentum quandam statum obtinent, ut primum manum removeris, a se ipsis recessuræ. Hinc illi e. g. in A frangatur lachrymæ caudula, removetur ex ea parte obex, qui interiorum particularum, se se quaquaversus (quod in areis repulsivis consistere coactæ sint) expandentium nisum prius elidebat: quapropter vim suam illac potenter exerunt; qua eruptione efficiunt, ut reliquas quoque particulas complures, quæ in limitibus colligatae erant, ex iisdem deturbent, totamque guttam in minutos pulveres abire cogant. Sæpe, ut effectus iste consequatur, major caudulæ pars avellenda est, eaque e. g. in B frangenda: quo casu particularæ etiam ultra A versus B firmiter cohærent, ut adeo interioribus particulis erumpendi occasio non praebatur, nisi profundius e. g. in B fractio fiat. Porro phænoménon hoc in vacuo Boyleano perinde ac in aere libero eundem eventum habet.

Virram Bononiense confit ex arena & cinere, sed nullo, aut admodum exiguo sale. Istud quoque non secus ac lachryma batavica, dum adhuc tandem, in frigidam aquam injicitur: ejus formam exhibit Figura 10. Quod si exiguum silicis frustum in illud infigiciatur, hujus acuta cuspide crusta viri discinditur, interioribusque particulis, quæ in violento quodam

statu positæ sunt, (fere uti de lachryma Batavica paullo ante locuti sumus) erumpendi via aperitur; quo ipsarum motu complures aliæ particulae de limitibus cohaesionis debilioribus depelluntur, atque ita vitrum disrumpitur. Immisso in vitrum istud plombi frusto non consequitur idem phænomenon: nam molle plumbum non potest discindere vitri crustam, uti discindit acuta duri silicis cuspis. Porro Bononiensis quoque vitri nodus crassior, uti de lachryma Batavica dictum est, fortes mallei ictus sollinet, præter cohaesionem partium ipsa etiam nodi figura, quæ instar fornicis est, ad id multum, immo plurimum conserente.

§. III.

Respondeatur ad Objectiones.

98 Obj. 1^{mo}. Si cohaerentia corporum dependereret a limitibus cohaesionis, sequeretur, semper eo majorem fore corporis cohaerentiam, quo illud esset densius; atqui istud dici nequit; ergo. P. Maj. si cohaerentia dependereret a limitibus cohaesionis, semper in eo corpore esset major cohaerentia, in quo essent plura materiæ puncta in limitibus cohaesionis; atqui plura materiæ puncta sunt in limitibus cohaesionis in corpore deniore, quam in minus denso; ergo si cohaerentia &c. P. Maj. Eo ipso, quod pondus corporis habeatur a pondere suorum materiæ punctorum, eo magis est pondus corporis, quo istud plura materiæ puncta fuerit in se complexum; ergo similiter.

R. N. Maj. Ad prob. N. Maj. Ut ratio responsionis patet, advertendum est, duplici sensu posse sensi hanc aut similem enunciationem: *in hoc corpore magna est cohaerentia.* Imprimis genuinus ejus sensus iste est: *in hac massa corpuscula firmiter inserse cohaerent;* ac posset deinde idem etiam significare, ac: *hac massa in duas e. g. partes difficulter potest dividī.* Jam si primo sensu sumas cohaerentiam, in aperto est, eam a firmitate duntaxat, non autem a frequentia limitum dependere. At si de cohaerentia altero forte sensu accepta sermo sit; tam animvero tam firmitas, quam etiam

DE PRINC. ET COMMUN. CORP. PROP. 85

etiam numerus limitum eodem tempore superandorum in considerationem venire debet. Ceteris enim paribus major numerus limitum simul superandorum maiorem parit difficultatem, minor minorem: atque haec est ratio, cur difficilius frangas baculum crassum, quam tenuem festucam ex eodem excisam. Attamen fieri potest, ut numerum limitum compenset eorundem firmitas, majorque sentiatur difficultas in eo corpore frangendo, in quo pauciores sunt superandi limites, quam in altero, in quo plures limites adversantur divisioni. Sic difficilius frangis virgam chalybeam, quam plumbeam ejusdem crassitudinis, ut ut majorem in hac, quam in illa habeas numerum limitum, simul superandorum. Patet ergo in cohaerentia nunquam solius densitatis habendam esse rationem.

Ad ult. prob. ajo, pondus corporis ideo respondere proportione numero elementorum corpus illud constituentium, quia imprimis pondus corporis est summa nisuum, quos habeat omnia ipsius elementa versus telluris centrum; deinde quia hic nisus in singulari corporum in superficie terræ existentium est constans. At firmitas limitum non est constans in omnibus corporibus, possuntque illi debiliores esse in quopiam corpore densiore, validiores in alio rariore. Altatum ergo exemplum vim contra nos non habet.

Urg. Materiae puncta in limitibus cohaesionis constituta comparate ad se invicem quiescent; ergo ex iisdem limitibus quavis exigua vi depelli poterunt; sed ita, tam fortis cohaerentia, quam in corporibus experientur, repeti nequit a limitibus cohaesionis; ergo:

R. T. ans. D. cons. quavis exigua vi depelli poterunt ad quoddam intervallum omnino exiguum, & ita, ut tamen adhuc maneat sub arcubus limitem cohaesionis stipantibus, ac circa hunc pere exiguae oscillationes peragant *C. cons.* ita ut illico ultra dictos arcus, aut etiam ultra omnes reliquos limites, qui cohaesione mitteri possint, abire debeant. *N. cons.* sic dist. subi. mis. *N. 2. cons.*

Cum vires repulsivæ prope limitem cohaesionis secundum legem continuitatatis decrescant usque ad zero, ac tum per omnes gradus intermedios abeant a zero in attractivas determinatas ejusdam magnitudinis; facile

pātet, penes quemlibet limitem utcunque validum prius reperiri posse ordinatas, qualibet, quæ cogitatione singi queat, minores, deinde sequi majores; ut adeo quavis exigua vi effici possit, ut materiae punctum a quovis limite cohesionis ad perexiguum quoddam intervallum dimoveatur: at si limes ille sit validus fuerit, id genus depulsione non aliud obtinebitur, quam ut idem materiae punctum circa limitem suum in perexiguo intervallo oscillaret. Immo singula materiae puncta constanter hoc modo oscillant circa suos limites, ac proinde reapse ne quidem comparate ad se invicem quietescunt unquam, quemadmodum intelligere licet ex Metaph. n. 247. cor. 5. Atque hæc est ratio transmissionis antecedentis.

99 Obj. ado. Si partes cujuspiam fracti corporis rursus componas, comprimasque, prior earundem cohesionis nunquam recuperatur; atqui recuperari deberet juxta hanc sententiam; ergo. P. min. Id genus partium sibi rursus appressatum extimæ moleculæ ad priores distantias mutuas redeunt; ergo deberent restituiri iisdem limitibus cohesionis, in quibus erant ante divisionem; sed si sic &c. ergo.

Rép. C. Maj.: N. min: Ad prob. D. aut. Ad priores distantias mutuas redeunt ad sensum T. aut. reapse N. aut. Et cons. Ut iisdem limitibus recuperentur ab extimis appressarum partium moleculis, in quibus eæ antequam corpus frangeretur, collocatae erant; non sufficit, ad sensum duntaxat recuperare priores distantias, & positiones mutuas, sed utræque reapse recuperandæ essent. Quis autem asserere ausit, evenire unquam, ut in dicto casu omnes, aut fero, omnes extimæ superficierum sibi appressarum moleculæ pristinas suas distantias, positionesque mutuas, reapse recuperent? Profecto si istud eveniret, in qualibet alia sententia partibus sibi appressis pristina cohaerentia restitui deberet; ut expendenti facile patet. Vera ergo phænomeni ratio est hæc: dum id genus partium scabré superficies sibi approximuntur, multæ prominentes particulae ultra limites cohesionis progressæ deveniunt ad distantias validissimæ repulsionis; antequam reliquæ ad aliquos cohesionis limites appulerint: unde cohaerentiam impediri est necesse. Immo tametsi

tamen si aliquæ particulae eodem tempore appellant ad limites cohaesionis, quo prominentes cuspides ultra eosdem procurrunt; ob ingentem tamen repulsionem, quam haec persentiscunt, ubi cum quibusdam moleculis ad minimas deveniunt distanrias, illæ quoque ex iis limitibus illico deturbantur.

Urgeb. 1. Duo corpora planæ, lævigataeque superficiei sola partium appressione facile cohærent, ut si duo specula vitrea plana, polita, munda capias, alterumque imponas alteri; atqui istud non posset evenire, si data responsio subsisteret; ergo. *P. min.* Utunque poliantur planæ superficies duorum corporum, semper supererunt aliquæ particulae ceteris magis prominentes, ut vel ope microscopii detecti potest; quodsi ergo in priori casu id genus prominentes particulae impedit cohaerentiam partium sibi adstrictarum, impedit etiam in lævigatis superficiebus sibi appressis.

R. C. Maj. N. min. Ad prob. *C. ant. N. conf.* Dispar ratio est. Nam ut ut non possint unquam ita poliri corpora, ut omnes omnino etiam insensibiles affectitates collantur; quo tamen magis politæ fuerint superficies, eo minores, præcioresque remanent in iisdem cuspides, quæ supra ceteras particulas emineant: hinc eo plures particulae poterunt simul ad limites cohaesionis devenire, præsertim si superficies illæ sibi tantisper interantur; ut adeo tamen si quædam prominentes cuspides etiam tum repulsionem persentiscant, haec tamen tot alias particulas ex iis limitibus, ad quos devenerant, prius exturbare non posse, atque ita aliqua superficieum cohaerentia enasci debeat;

Urgeb. 2. Polita ejusmodi corpora ægre distractiunt directione superficiebus perpendiculari, facile autem, si altera per alteram excurrat motu parallelo; atqui eadem difficultate deberent separari, seu hac sive illa directione tentaretur distractio, si cohaerentia ipsorum direcetur a limitibus cohaesionis; ergo id genus politorum corporum cohaerentia limitibus cohaesionis perperam assignatur. *P. min.* Utraque directione totidem limites essent superandi, videlicet omnes ii, a quibus superficieum cohaesio haberetur; ergo.

R. C. Maj. N. min. Ad prob. *D. ant.* Utraque directione totidem limites superandi essent, plerique

tamen limites longe minore vi superari possent directione superficiebus parallelis, quam directione iisdem perpendiculari C. *et* lecus N. *et* conf.

Sint duæ id genus superficies cohaerentes A B &

F. II. C D in Fig. 11. Ex, ut ut cohaerant, se se non contingent, sed exiguo quodam intervallo F G a se invicem distabunt. Sic O M diameter circuli centro G descripti, & eam inferioris superficie partem complectentis, quæ vires exiguis distantij respondentes exerere queat in aliquam superioris superficii particulam F, puncto G imminentem: assumamus in area hujus circuli quocunque binaria æqualium particularum, hinc & illinc ad latera sitarum, & ab F æque distantium, ut sunt O & M, R & S &c. In quolibet binario una particula eandem fere vim exeret in particulam F, quam altera, sed si una adversabitur ejus motui directionem F B habenti, altera eandem fere tantum adjuvabit: nempe si particula O egerit in eam vi attractiva F O, particula M agot in eandem vi pariter attractiva F M &c. Idem erit de participibus o & m, r & s, ubi particula F ad f promota fuerit. Itaque eadem particula F, spectata cohaesione, quam habet cum superficie C D, exigua vi moveri poterit directione F B, seu superficiebus parallela. Quod de certis quoque superioris superficie particulis, quæ a cohaerentibus marginibus satis remotoe sint, æque ostenditur: at de iis, quæ in marginibus, aut prope illos sitæ sunt, paullo aliter loquendum est. Cum enim e.g. extima particula B adducitor ad b: magis jam distat a particula D, quam prius distiterit, ac proinde si prius erat in limite cohaesione, nunc vires attractivas persentis, motui suo adversantes; limiti enim cohaesione in majore distantia adjacet area attractiva (57): porro, ut patet, vires haec non eliduntur jam ita, uti in particula F, a marginibus remota. Hinc si superficies una super alteram motu parallelo excurrat, eârum potissimum attractionum resistentia sentitur, quas in se invicem exercent particulae in marginibus cohaerentibus, aut prope illos constitutæ. Ubi autem nisi perpendiculari distrahuntur eadem superficies; integræ omnium simul limitum resistentia, seu omnes areæ attractivæ iis in majore distantia adjacentes superari debent,

bent, ut consideranti patet: atque hæc est ratio ejus difficultatis, quam sentimus in ejusmodi superficiebus nisi ipsi perpendiculari a se invicem separandis.

Urgebis 3. Ex his consequeretur, etiam marmoris integri, nec unquam adhuc divisi partes, id genus parallelo motu ipsis impresso, haud difficulter divellendas fore; atqui istud experientia adversatur; ergo.

P. ans. sit in F. 12. cylinder marmoreus A B; conci- F. 12.
pianctur in eo duas partes A C D, & B C D, quæ tamen reapse neque sint, neque fuerint unquam divisæ. Quæcunque de duabus superficiebus politis, sibiique appres- sis paullo ante dicta sunt in responsione, his quoque duabus marmoris integri partibus applicati possunt; quod si ergo parti superiori A C D imprimatur motus directione C D; hæc quoque haud difficulter deberet per inferiorem excurrere.

R. N. ans. Ad prob. N. iterum ans. Nam imprimitur negari non potest, in theoria nostra evenire posse, ut e materia punctis ad validissimos limites mutuo devenientibus enascantur id genus exilissimæ fibrillæ, quarum partes difficulter separantur, qua demum cunctæ directione tenetur earundem distractio. Sic si e. g. in Fig. 5. tria puncta A, B, C fuerint mutuo in fortissimis cohesionis limitibus; cohærebunt firmissime, suasque positiones mutuas tuebuntur: si enim e. g. punctum B a duobus ceteris avellere tentaverit causa quæpiam; quoniam post limitem cohesionis in majore distantia sequitur arcus attractivus (57.), mox punctum illud vires attractivas tam puncti A, quam puncti C persentiscet. Si deinde idem punctum B urgeatur ad accedendum versus A & C; quoniam limitem cohesionis in minore distantia semper præcedit arcus repulsivus (cit.), vires repulsivæ eorundem punctorum accessui huic obstant: si denique punctum illud ad latus urgeatur, ut e. g. ad punctum C accedere, & simul ab A recedere incipiat; huic ejus motui vis repulsiva puncti C, & simul attractiva puncti A adversabuntur. Porro quocunque planum C D concipiatis per cylindrum A B, planum illud per inumeras id genus exilissimas fibrillas ab, b c, c d &c. transibit, quarum extremitates hinc partis superioris, illinc inferioris foveolis immissa cum earundem parietibus

90 DISSERTATIO PRIMA

arcte cohærent; quæ nisi discerpantur omnes, non posse superiorem cylindri partem per inferiorem directione C D excurrere, in aperto est. Dum autem polita marmora apprimuntur; denticuli, qui adhuc superfluit perquam exigui post quamvis levigationem, in foveolas se immittere, & ad ulteriores validiores limites devenire non possunt, ob resistentiam virium repulsivarum, quæ ante eos limites se se objiciunt. Non est igitur idem utrobique obex.

Urg. 4. Fibrillæ integri marmoris poterant in dictas foveolas se se insinuare, devenireque ad fortissimos cohæsionis limites; igitur politarum quoque superficie sum perquam exigui denticuli poterunt appressione fortiore in ejusmodi foveolas se immittere, devenireque ad ulteriores limites validiores: hoc est, poterit fortiore appressione effici, ut politæ superficies cohærent, quin vel motu ipsis parallelo divelli possint.

R. C. ans. N. conf. Nam exiguae integri marmoris fibrillæ sensim alias post alias devenerant ad dictas foveolas, limitesque, iis nimirum viribus, quibus marmor induratum est; at ubi politæ superficies sibi apprimuntur, omnes simul denticuli deberent vincere obstantes sibi vires repulsivas, devenireque ad ulteriores limites validiores; quod non posse fieri, patet ex resp. ad Obj. 2.

100 Pro solvendis objectionis reliquis *Nra 1mo.* Aliquam corporum cohærentiam etiam a pressione atmosphæræ corpora ambientis provenire posse non inficiat. Certe cohæsio hemisphæriorum concavorum (*Magdeburgica nominantur*) quæ repetitis ope antilæ sustibus interno aere orbata validissime cohærent, ab aeris exterioris, contra interiorem nimirum attenuatum prævalentis pressione est repetenda. Quippe in vacuo Boyleano faciliter divelluntur, uti & extra illud, si aer rarus immittatur. Alter sentiendum esse de cohæsione cylindrorum *Musschenbroekii*, patet e n. 88. & 89.

101 2do. Donec sebum, aut quodvis aliud corpus cylindris a *Musschenbroekio* interpositum, erat calidum, cohæsientia eorundem exigua fuit: tunc enim particulae nimo in motu erant, tum demum, ubi sebum & cylindri

DE PRINC. ET COMMUN. CORP. PROPR. ¶

Cylndri refrixissent, validis sensim limitibus affigenda. Item facile divelluntur id genus cylindri, si lamina sebi ipsis interpolati non nihil crassior sit; eo enim casu cylindrorum superficies a se iavicem magis distant, quam ut ad fortis cohæsionis limites mutuo pervenire possint; ac proinde tota cylindrorum cohærentia in eo consistet, quod unus cum una, alter cum altera interjecti sebi superficie veniat ad limites cohæsionis. Unde patet, eo casu ad separandos cylindros non plus esse necessarium, quam ut ea vincatur cohærentia, quæ inter binas sebi crassioris superficies intercedit.

3ro. Tametsi maxima sit in adamante particula-
rum cohæsio, hinc tamen non consequitur, eundem
difficillimum esse debere ad calorem recipiendum. Po-
namus enim in aliquo corpore limites cohæsionis ejus-
modi arcubus stipari, qui in minoribus a limite distan-
tiolis admodum parvas ordinatas habeant, ingentes ve-
ro in distantiolis paullo majoribus: corporis illius parti-
culæ facile recipient oscillationes, quas ad calorem ne-
cessarias esse suo loco dicemus; simul tamen firmissime
cohærebunt inter se, quia difficillime poterunt a se
ipsis ita distrahi, ut ultra omnes limites, qui cohæsio-
nem tueri possint, adducantur. Immo etiamsi in limi-
tibus dictarum particularum fere ad perpendicularum so-
cet axem curva virium, adhuc particulæ necessarios ad
calorem etiam vehementer oscillationes adipisci pote-
rent, si inter eas & ignem primigenium sat magnæ
vires mutuæ intercesserint.

CAPUT QUINTUM.

De variis cohærentiæ generibus.

§. I.

De Corpore Fluido.

103

Fluidum corpus dicitur, cuius partes cuivis exter-
næ impulsioni cedunt, & motus intestinos, ac
comparativos facile admittunt. Tria fluidorum
genera notat Boscovichius. Primi generis sunt, in
quorum majoribus massulis nulla observatur vis, qua
se se mutuo sive petant, seu fugiant: hujusmodi sunt
pulveres & arenulae, ex quibus clepsydræ construuntur,
item milium &c. Secundi generis sunt fluida elastica,
in quibus particulae minimæ se se constanter repellunt,
ut est aër, vapores aquæ. Tertiī denique gelatinae
sunt, in quorum particulis mutua vis attractiva nota-
tur: cujusmodi sunt liquores, ut aqua, mercurius &c.
Jam in fluidis primi generis facile apparet, unde ori-
atur ea particularum mobilitas. Nempe in hæc fluido-
rum genere imprimis particulae auctis distantias mutuis
se se non attrahunt sensibiliter; altera ergo ab altera
facile separatur, neque debet altera sequi motum alterius.
Dcinde particularum superficies lavigatae sunt, & ad
figuram sphæricam proxime accedunt; hinc earum al-
tera per alteram facillime lubricat: quem motum in
alterius generis particulis prominentes unius particulae
denticuli in alterius exiguo hiatus ingressi multum im-
pediunt. Quare quum etiam altera particula in dicto
fluidorum genere ita accederit ad alteram, ut ob vires
repulsivas minimis distantias respondentes (quemad-
modum in collisionibus corporum fit,) cogatur illi lo-
co cedere; cessio hæc facillima erit, modo sit locus
aliquis, versus quem possint particulae in gyrum move-
ri, aut elevari, aut per apertum foramen erumpere.

Ut

104

Ut natura sed & trii generis fluidorum intelligi queat, ponamus cujuspiam corporis particulas esse sphæricas, & simul in æqualibus a centro distantiis homogeneas, id est, tales, quarum puncta in superficies concentricas ita disponantur, ut in æqualibus a centro distantius fere pari numero, æquabiliterque disposita sint. 1) Qualibet ejusmodi particula quaquaversus ad sensum ager æquabiliter, habebitque vires, quarum directio producta per ipsius centrum transeat. Paret istud expedenti, & ex iis, quæ de attractionibus sphærarum Diff. 3. dicentur, uberior elucebit. Hinc particula una circa aliam sibi vicinam facillime volvetur, & vires motuæ solum accessum ulteriore unius particulae ad aliam, aut ab eadem recessum impedit. Sic etiam si Tellus esset magnes quidam perfecte rotundus & levigatus, alter magnes itidem rotundus, & levigatus in ejus superficie facillime posset voluntari; vires enim volutationi huic adversantes a contrariis viribus eo fere modo eliderentur, quo elidendas esse diximus (n. 99. in resp. ad urg. 2.) vires motu particulae F. in Fig. 11. adversantes eo casu, quoniam superficies A B plana & polita alteri C D appressa moveri deberet directione ipsis parallela: attamen attractivæ vires distractioni globi illius a tellure, repulsivæ autem nimio ejusdem ad hanc accessui adversarentur.

2) Duro plures id genus particulae ita agglomerantur, ut ad omnem partem fere æquabiliter distractæ sint; qualibet earum quaquaversus ab aliis particulis ad latera sitis, a quibus æqualiter distat, æquales ad sensum vires persentiscit: quare contrariis & æquilibus viribus se se undique elidentibus, qualibet id genus particula in corpore ipso de uno loco in alterum, seu desertis sibi proximis particulis ad aliarum vicinitatem devenire poterit: hoc est, corporis ejus particulae motus comparativos recipere facile poterunt. 3) Si pluribus ejusmodi particulis motus aliquis imprimatur, relictum ab iis locum mox aliae ipsis vicinæ occupabunt, quin enndem motum remotores partes sentire debeant. Dum enim particulae, quibus impressus est motus, alias ante se positas compriment, hæc ad latera, ubi minor erit resistentia, detorqueri poterunt; quo facto in gyrum quendam actæ particulae relictum hiatum

hiatum explebant illico, quin debeat ad partes remotaiores sensibilis motus propagari.

Coroll. Si ergo ea sit particularum dispositio in quopiam corpore, quam modo descripsimus, eo pos illud fluidum sit, oportet. Porro patebit ex seq. qpho, immo etiam per se clarum est, imminuta aut sublata eadem particularum dispositione imminentia, aut tolli debere fluiditatem; quare fluida adi & 3tū generis continent, oportet, particulis propemodum sphæricis; quantum puncta in superficies concentricas ita disponantur, ut in æqualibus a centro distantiis fere pari numero, æquabiliterque sint distributa.

Schol. Ad comprobandum asserti veritatem lubet præcipuas, quæ in fluidis notantur, affectiones cum dicta particularum constitutione conciliare.

105

I. Fluida adi generis, ut aer, se se constanter expandere nesciuntur. Nam e. g. aer non habet particulas positas inter se in limitibus cohaesionis. sed sub arcibus repulsivis limites cohaesionis præcedentibus: quare eadem constanter se se repellant, oportet, ut ut mutuus ipsarum recessus impeditur vel incambente superioris aeris pondere, vel parietibus vasorum, in quo forte conclusæ detinentur. Et quidem quod ad liberum aerem attinet, is qui telluris superficiem ambit, maximè compressus est, cum totius reliqua atmosphæræ moles ipsi incumbat: hinc ejusdem particulae, cum pro ratione compressionis ad se se accedere debeant, in areas repulsivas mutuo nimipere ingrediuntur, ac proinde se se fortiter conantur repellere. Porro quo rarer est aer a superficie telluris, eo minori premitur incumbens atmosphæræ pondere; hinc eo rario est, & eo minorem se se expandendi conatum exercit: is, qui extremam terrestris atmosphæræ superficiem constituit, pene in ipsis cohaesionis limitibus, ultra quos vires attractivæ, ipsas ab ulteriore expansione prohibentes, regnant, habet collocatas particulas: unde etiam raritas ejus ingens omnino est. Quia vero in tota atmosphæra hoc modo constituta, qualibet particula quaquaversus a particulis, a quibus fere æqualiter distat, æquales fere vires experitur, has se se mutuo elidunt: unde consequitur 1) quamlibet id genus parti-

particulam ad recipiendos motus comparativos esse promptissimam, haud aliter ad sensum, quam si nullis vicinarum particularum viribus afficeretur: 2) uniuscujusque particulae vim premendi esse in æquilibrio cum premendi vi particularum sibi vicinatum, quibuscum communicationem habet.

II. Fluiditas minori aut majori corporis densitati proportione non respondet. Potest enim fieri, ut in densiore corpore particulae habeant eam constitutionem, quæ ad fluiditatem necessaria est, non item in rariore, aut contra. At neque nimia intensitas virium, quas eujsipiam corporis particulae in se se mutuo exerunt, officiet fluiditati, modo illæ se se undique elidunt: vites enim, quæ se se mutuo elidunt, utcumque magnæ fuerint, mobilitati particularum prorsus non aduersantur, uti clarum est.

III. Partes fluidorum ad æquilibrium se se componunt. Ex enim pondere suo, & simul remotiorum nonnihil particularum attractione ad se se eousque accedunt, donec ulterior accessus impediatur jam repulsione vicinissimarum particularum. Unde etiam si aliqua ex causa immittitur aliqua in parte gravitas, ut vocant, *specificæ fluidi*; mox illuc afflent undique graviores fluidi portiones, dum turbatum æquilibrium recuperetur. Verum ea, quæ ad æquilibrium fluidorum pertinent, in Partic. Physica erit uberioris explanandi locus, cum de statica fluidorum agemus.

IV. In ratio fluidorum genere mirum videri potest, quod mutuae molecularum attractiones non impediant divisionem massæ. Nam e. g. unam aquæ portionem ab altera facile superamus; cum tamen in hujusmodi separatione haud aliter videatur res se se habere, quam dum politæ, sibique appressæ duæ tabulæ nisi superficiebus perpendiculari distrahuntur. At facile patet dispar ratio ex hoc Boscovichii exemplo. Concipiamus superficiem Telluris esse accurate sphæricam & levigatam, tum ejusdem vim attractivam esse ejusmodi, quæ aucta nonnihil distantia jam insensibilis fiat; quemadmodum magnetica vis aucta nonnihil distantia sensum

sensum effugit. Sint præterea in Telluris superficie complures globuli itidem lœves, qui se se motu fortius attrahant, quam a tota Tellure attrahantur. Ponamus denique unum ejusmodi globulum a tellure avulsum a quopiam sustolli; secundus eidem adhærebit, & relicta terra ipsum sequetur, ceteris per superficiem ter-^ere lœvigateam progradientibus, dum alii post alios suc-cessive attollantur. Porro is, qui dictum globulum su-^estolendo ceteros quoque dicto modo sensim a tellure avelleret, singulis tempusculis singulorum tantum glo-^ebellorum vim in terram deberet sentire, vincereque ii enim qui adhuc per superficiem telluris progrederer-^etur, ad eum motum essent promptissimi; qui vero majori nonnihil intervallo a terra avulsi essent, ex as-^esumpta hypothesi nulla sensibili vi retraherentur. Ex quibus patet, ejusmodi globellorum a tellure distra-^ectionem prorsus non fore difficilem. Atque hoc fero modo peragitur separatio portionis unius ab altera in fluido.

“ Successivam hujusmodi separationem parti-
“ cularum aliarum post alias videmus utique in ipsis
“ aquæ guttis pendentibus, quæ ubi ita excreverunt,
“ ut pondus totius guttae supereret vim attractivam mu-
“ tuam partium ipsius, non divellitur tota simul in-
“ gens ejus massa aliqua; sed a superiori parte, ut ut
“ brevissimo tempore, attenuatur per gradus, donec
“ illud veluti filum jam tenuissimum penitus supera-
“ tur. ” Boscovichius Phil. Nat. n. 429.

At si in assumptione lœvigate telluris casu plurimi ejusmodi globuli simul omnes elevandi essent, vis utique major requireretur, quia omnium simul vis in ter-ram superari deberet. Sic etiam longe difficilius frangi totum simul fasciculum virgarum, quam si easdem singillatim alteram post alteram frangas. Atque hinc dimanat ea difficultas, quæ in tabularum cohærentium distractione superficiebus perpendiculari sentiri solet: eo enim casu omnes cohæsionis limites, ad quos moleculæ superficerum devenerunt appressione, simul vincendi sunt, ut jam alibi dictum est. Hinc etiam fluida solidorum instar resistunt, si in ea motu celerissimo incurritur, ita ut ejus moleculæ nequeant tam brevi tempore in gyrum agi, & aliæ aliis locum dare, sed plurimæ simul de loco decadere cogantur. Experi-

ri solent istud ii, qui se se in aquam e loco superiore
dant præcipites.

Fluidum, si adhærescat solidi, comparete ad illud dicitur *humidum*; *siccum* autem, si non adhærescat. Unde patet, posse fieri, ut idem fluidum respectu unius solidi sit humidum, non item respectu alterius. Sic aqua est humida respectu ligni, vitri, corporis humani &c, non item respectu plumarum anserum, quibus non adhæret. Porro diversitas hæc oritur a diversitate virium, quas idem fluidum a diversis solidis persentiscit, quemadmodum vel ex iis intelligere licet, quæ n. 79. in Ichol. dicta sunt.

109

Quæri a Physicis solet, utrum minimæ fluidorum particulæ motu intestino jugiter agitantur. Non enim deerant, qui constantem particularum exagitationem fluiditati essentiali esse vellent. Quod si de minimis illis punctorum, molecularumque circa suos conæssionis limites oscillationibus, quæ per minora, quam cogitatione assequi possimus, spatiola excurrunt, loqui velimus; dicendum omnino est, unamquamque partículam non modo fluidi, sed etiam solidi cuiusque corporis in perpetuo esse motu (Met. 247. cor. 5.). Immo communi hoc omnibus corporibus intestino motu complures constanter particulas ad intervalla fortis repulsionis, vi cuius illæ a reliqua massa avulsæ in auras spargantur, devenire in corporibus, assidue transpirationes evincunt. At peculiarem aliquem, vehementioremque motum intestinum constanter inesse debere cuivis fluido, non rite adstruitur a quibusdam. Nam ut alia experimenta, quæ huic opinioni aperte adversantur, taceam; sæpe evenit, ut duo diversa fluida, quæ ceteroquin facile permiscentur, per plures etiam menses in eodem vase separata maneant, si alterum alteri caute affundatur: quæ tamen sensim permisceri deberent, si majore quopiam interno motu, qui ab exiguo illo omnibus corporibus communi tremore diversus sit, quaquaversus constanter agitarentur. Neque objicias motum illum, qui observatur in fluidis metallis, aliave corpora solida dissolventibus; is enim tunc primum enascitur, quando facta permixtione tol-

Sicut æquilibritas virium, orienturque notabiles astiones mutuae, uti sequ. Cap. explicabimus.

Coroll. Itaque ad essentiam fluidi corporis non pertinet, ut ejus moleculæ constanter notabilibus instantiis motibus exigitentur: sufficit earundem ad hos promptitudo.

III

Cum nequeat corpus solidum in fluido progredi, quin æqualem fluidi molem loco depellat; palam est, fluidum ut ut tenuissimum motui corporis in ipso progredientis continenter resistere. Ut resistentia hæc, quatenus fieri potest, definiatur, ad hæc advertendus est animus. 1) Quo major fuerit superficies, quæ finit fluidum, eo magis resistit ceteris paribus fluidum motui corporis ea superficie prædicti; eo enim majus fluidi volumen loco depellendum est quovis momento; unde etiam difficilius finditur aqua remi plana superficie, quam ejusdem acie. Quod si ergo dicta resistentia vocetur R, superficies massa mobilis S, erit ceteris paribus $R = S$. 2) Celeritas mobilis, seu C, dupli ex capite auget resistantiam. Imprimis quo maior est celeritas mobilis, eo pluribus fluidi particulis debet mobile illud communicare motum eodem tempore, ut progredi possit; quare hoc ex capite jam est $R = C$. Deinde quo maior est ejusdem mobilis celeritas, eo major singulis fluidi particulis celeritas est commenanda, ut expendenti patet; quare altero quoque hoc ex capite est $R \neq C$: ac proinde spectata sola mobilis celeritate est $R = C^2$. 3) Quo densius fuerit fluidum, eo plures ipsius particulæ erunt singulis tempusculis de sua statione dimovendæ: resistantia ergo sequitur densitatis quoque fluidi rationem. 4) Denique fluidum ceteris manentibus pro ratione sue tenacitatis resistit motui corporis per ipsum progredientis: est ergo resistentia etiam in ratione tenacitatis fluidi. Quod si ergo alia rerum adjuncta, quæ variationem aliquam inducere possunt in resistantiam, non attendantur; compositis rationibus hactenus recensitis est generatim $R = S C^2 D T$. Seu resistentia fluidi est in ratione composita ex directa simplici superficie & duplicata celeritatis solidi in fluido progredientis, nec non ex simplici densitatis & tenacitatis fluidi. At sunt adhuc alia quoque capita,

capita, ex quibus partim crescere, partim decrescere queat resistentia fluidi; quæ ad calculum revocare frustra tentaveris. Sic e. g. si celeritas corporis in fluido progradientis nimia fuerit, particulæ fluidi, quæ motui obstant, nimiopere coacervabuntur, reddenturque inter se viciniores: quo ex capite incrementum accedere debere resistentiæ, facile patet. Unde dictam resistentiam definivimus, quarenus fieri tices: quæ tamen ejus definitio compluribus phænoemenis explicandis deseruit. e. g. Ex statuta resistentiæ formula patet, cur difficultius sit progredi in aqua, quam in aere: cur in eadem aqua major sentiatur resistentia, quam celeriter progradientur aliquis, minor vero, si lente incedat: cur framea frangi possit, si ejus plana superficie aquam celerime percutias &c.

§. I I.

De Corpore Solido, & Viscoſo.

Solida corpora, quatenus soliditas fluiditati opponitur, 112 ea vocamus, quorum particulæ ita inter se conne- xæ sunt, ut careant ea promptitudine ad mutandas positiones mutuas, recipiendisque motus comparati- vos, quæ ad fluiditatem necessaria est. Unde in soli- dis motum aliquot particularis simul impressum ceteræ quoque sequi debent. Ejusmodi corpora sanguis, ligna, lapides, metalla &c.

Soliditatis notionem in theoria nostra facile est adi- pisci. Quod si enim in aliquo corpore particularum figura plurimum recesserit a sphærica, vel distributio materiæ punctorum in æqualibus a centro distantiis ad modum diversa fuerit, corpus illud solidum esse debebit. Eo enim casu particulæ non agent quaquaversus æquabiliter, directionibus in ipsarum centra contendentiis, sed particula quævis alteram etiam in æqualibus distantiis fortius attrahet hac sui parte, quam alia, aut etiam forte hac parte attrahet, illa repellet. Non ergo habebitur illa libertas motus circularis, quam n. 104. descripsimus, sed particula una respectu alterius non

G 2 modo

modo distantiam; verum etiam positionem servare debet. Hinc quum una particula loco mota fuerit, alteram quoque loco moveri necesse erit, ac eo abire, ubi priorem positionem comparativam acquirat: quod cum & tertia respectu secundæ præstare debeat, & omnes reliquæ ad latera positæ, patet, non posse motum in ejusmodi corpore imprimi cuiquam particularum collectioni, quin totius quoque corporis motus consequatur. Unde id genus corpus solidum sit, oportet,

Schol. Quum figuræ particularum adinodum irregulares fuerint, hoc etiam ex capite tuebuntur particularæ mutuas positiones suas, quod prominentes alias denticuli in exilissimas alias particularum fossulas immersi adversaturi sint motui circulari, volutationique ad fluiditatem requisitæ.

II4. *Viscosa* corpora, ut oleum, resinæ solutæ &c. sunt media inter fluida & solidæ: nempe habent ea fluiditatem aliquam, at minorem, quam eorum corporum sit, quæ *Physicis* proprie *fluidorum* nomine vniunt. Porro hæc fluiditatis diminutio inde oritur, quod ipsorum particulae abludant aliquantum ab ea dispositione, ex qua fluiditatem provenire diximus (104). Eo enim ipso eveniet, ut particulae non agant quaqua-versus æquabiliter, ac proinde ut oriatur quoddam discrimen virium, ut ut non adeo magnum, quo particularum circa se ipsas volutatio, ceterique motus comparativi regardentur.

II5. Occurrentum est hoc loco difficultati cuiquam, qua impetri posset theoria fluidorum, solidorumque corporum a nobis haec tenus statuta. Nempe cum omnia corpora conflata sint ex homogeneis elementis, quaqua-versus æquabiliter agentibus, videtur hac in theoria consequi, nullum corpus posse esse solidum, sed omnia fluida esse debere; quod tamen experientia adversatur. Verum advertendum est, ad fluiditatem præter certam punctorum in quavis particula dispositionem requiri etiam ipsarum particularum sphæricarum æquabilem. quandam quaqua-versus distributionem, quemadmodum n. 104. innuimus: ut nimirum, dum particula A recedit a B, fere ad cotidem particularas accedat constanter, quæ

quæ suis viribus motum ipsius adjuvent, quot sunt eæ, a quibus recedit, quæve eidem motui adversantur, aut contra: secus enim vires contrariæ non elidentur, proindeque particulæ impeditur a mutuis suis positionib[us] facile variandis. Quare puncta quoque materiae, corpus aliquod constituentia, tunc solum essent ad quosvis comparativos motus recipiendos expedita, fluiditatemque per se se immediate inducerent, si rata æquabiliter essent in aliquo corpore quaquaversus disposita, ut si unum eorum ad motum comparativum incitetur, ita semper accedat ad aliqua materiae puncta, ab aliis vero recedat, ut constanter in æquilibris distantiis eundem fere numerum elementorum æquabiliter dispositorum quaquaversus circa se habeat. Hæc autem æquabilis materiae punctum distributio in corporibus suspiam habetur.

Quod ut pateat, notandum est, compositionem corporum hoc modo se habere. Particulæ corpus constituentes in diversos ordinis, seu classes, referri solent. *Insimi ordinis* dicuntur eæ, quæ ex individuis elementis proxime componuntur; illæ vero sunt *altioris ordinis*, quæ ex insimi ordinis particulis inter se cohærentibus confiunt; & adhuc altioris illæ, quæ ex his coalescent, & sic porto, usque dum ad sensibilia corpora perveniatgr. Jam dum ex his variorum ordinum particulis confit corpus, clarum est, inter easdem plurimos diversissimæ figuræ, voluminisque hiatus vacuos intercedere debere, qui efficiant, ut materiae punctorum distributio in corporibus æquabilis omnino non sit, ac proinde careant puncta promptitudine illa ad recipiendos motus comparativos, quæ necessaria esset ad fluiditatem, ab iisdem punctis immediate oriundam.

At Dices 1mo: Si data responsio subsistit, in nulla solida aquæ particula sunt æquabiliter distributa materiae puncta: quomodo ergo possunt solidæ id genus particulæ eas habere proprietates, quas necessarias esse diximus n. 104. cor. ut ex ipsis aqua fluida componatur? R. Ut aquæ particula habeat proprietates ad inducendam fluiditatem necessarias, imprimis non debet esse ubique homogenea, sed tantum in æqualibus a cen-

tro distantia, ut cit. loc. dictum est; eo enim ipso ejus vires habebunt directionem versus centrum, quemadmodum Dissert. III. demonstrabimus. Deinde haec quoque aequalibus undique distantia respondens homogeneitas non debet esse sita in eam accurata aequalitate distributionis punctorum, ut e. g. materiae punctum A ex nulla parte persentiscat aliquam virium differentiam, quae illud certo situi affigere possit; praesertim cum in vicina superficie concentrica jam alia punctorum consociatio, densitasque esse possit salvis particulae proprietatibus ad fluiditatem necessariis, ac sit in ea superficie, in qua situm sit assumptum punctum A.

117

Dices ad: Neque in aqua portione aliqua sunt tam aequaliter distributae particulae aquae, ut non deatur ex aliqua parte differentia virium; ergo haec quoque certis limitibus affigi deberent, ac proinde aqua esse fluida non posset. R. Imprimis in aqua portione non adest illa superficerum heterogeneitas, quae potest esse in superficiebus sphericis concentricis solidam aqua particulam constituentibus; ut adeo tametsi aliquam virium differentiam persentiscant aliqua ex parte aquae particulae, ea exiguo motu iis impresso superari possit. Unde sequitur, easdem particulas ad motus comparativos facile concitari posse, quod ad fluiditatem sufficie. Deinde cur puncta exiguum particulam aquaeam constituentia non aequa possint ad motus comparativos, mutuasque positiones variandas concitari, aequa major aequa portio, profuit etiam ab exilitate molis, quam id genus particula habet. „ Particulae enim primi ordinis, inquit Boscovichius, ab indivisibilibus punctis ortae, ut & proximorum ordinum particulae, ortae ab iis, sua ipsa parvitate molis tueri possunt formam suam, & positionem punctorum; nam differentia virium exercitarum in diversa earum puncta potest esse perquam exigna. „ Recole n. 71. schol. 3.

§. III.

§. III.

De corpore duro, molli, ductili, rigido, & fragili.

Corpora dura vocantur, quorum partes arcte cohærent inter se, & non nisi majore vi adhibita possunt comprimi. Hujusmodi corporum particulæ in iis cohæsionis limitibus collocatæ sint, oportet, in quibus curva virium sub angulo magno fecat axem: istud enim si eveniat; ordinatæ prope limites nîmiopere crescent, ac proinde magna vi opus erit ad particulas suis e limitibus ita dimovendas, uti necessarium esset ad compressionem sensibilem. 118

Coroll. In nullo unquam corpore contingunt se se particulæ, adeoque etiam in densissimis corporibus ad majorem adhuc inter se vicinitatem adduci possent, si satis magnæ vires adhiberentur: nullum igitur corpus est perfecte durum, seu tale, ut nulla ratione vel minimum comprimi possit.

Corpus molle nuncupamus, quod facile comprimitur, compressumque retinet eam figuram, quam compressione acquisivit, ut e.g. cera. Hæc corporum affectio a limitum exiguo robore, & simul magna frequentia dependet. Nempe exiguum limitum robur efficit, ut particulæ de iisdem facile depelli possint: frequenter vero eorundum præstat, ut particulæ, quam primum de prioribus cohæsionis limitibus dimotæ fuerint, mox ad alios deveniant, in iisque consistant, quin ad priores limites reverti, & quas compressione amiserant, positiones suas mutuas recuperare nitanatur. 119

Ductilia corpora, quæ vulgo etiam malleabilia dicuntur (quod nimirum validis, crebrisque mallei ictibus extendi, & ad quascunque figuræ recipiendas adigi possint) a mollibus hoc duntaxat ex capite diffreniantur, quod ictis major sit imprimenda vis ad immutandam figuram, quam illis. Certe quemadmodum ea, quæ juxta allatam num. præc. definitionem molles nuncu-

nuncupamus, vel tenui digitorum pressione novam acquirunt figuram, quam deinde retinent, ita *ductilia*, e. g. aurum, argentum &c. ictu validiore mallei mutant priorem suam figuram, retinentque novam, quam acquirunt.

Coroll. Quod si ergo vocabulum *molle* latius sumas pro omni eo corpore, quod figuram suam compressione queat amittere, simulque novam, quam acquirit, retineat; nomine *mollium* venient etiam *ductilia* quæcunque.

I. 21 Si particulae cujuspiam corporis in ejusmodi limitibus cohaesionis fuerint collocatae, in quibus si angulo sat magno fecet axem curva virium, & qui praeterea vires hinc & inde ad exiguum intervallum pertinentes habeant, post quod vel nulla sit sensibilis actio, vel ingens arcus repulsivus consequatur, qui sequentes arcus attractivos supereret; corpus illud erit *rigidum* & simul *fragile*. Tunc enimvero, ut clarum est, satis magna vi opus erit ad particulas a se invicem divellendas; ubi autem eadem tantisper a se ipsis avulsa fuerint, neque redibunt ad priores limites, neque novis limitibus afigentur; hoc est, non amplius cohaerebunt.

§. I V.

De Corpore Elastico.

I. 22 *Elasticum* corpus dicitur, quod inflexum, tensum, aut compressum pristinæ figuræ suæ se se restituit. Hac proprietate praeditum erit corpus, si particulas suas in ejusmodi limitibus cohaesionis habuerit collocatas, circa quos bini arcus satis ampli sint, axem non admodum magno sub angulo secantes. Si enim curva virium non adeo magno sub angulo fecet axem in iis limitibus, in quibus sitæ sunt particulae, non magna vi opus est, ut eadem particulae suis e limitibus dimovantur, id est, ut adducantur ad majorem inter se vicinitatem compressione, aut tensione a se ipsis distractantur: quod si autem præterea arcus limitibus adjacentes sat ampli fuerint; moderata compressione, aut tensione

tensione non efficietur, ut particulæ e limitibus dimotæ eosdem arcus transiliant; verum sub iisdem manebunt, cessanteque vi comprimente, aut tendente ad eosdem limites revertentur, ac priores suas positiones recuperabunt: quemadmodum de materiæ puncto a limite cohesionis tantisper abducto locuti sumus n. 57. cor. 2. Sed quædam elasticitatis phænomena speciatim explanemus.

I. Si virga elasticæ moderate inflectatur, s^e si pristinæ figuræ restituit, frangitor vero, si inflexio justo validior fuerit. Nam in convexa inflexæ virgæ parte dimotæ suis e limitibus particulæ areas attractivas ingrediuntur, cum mutuæ inter eas distantiae augeantur; & ob rationem contrariam eæ particulæ, quæ interiorem, seu concavam partem occupant, ad repulsivas mutuarum virium areas deveniunt. Quod si jam moderata sit inflexio, particulæ illæ dictas areas non transillent, adeoque cessante vi inflectente ad priores limites revertentur; si autem inflexio fuerit justo validior, particulæ transiliunt eos arcus, qui limitibus cohesionis adjacent; & siquidem ad novos cohæsionis limites appellant, porro quoque cohærebunt, sed retenta nova illa positione, quam inflexio induxit; sin minus, cohærentiam tolli necesse erit.

Schol. Globulos elasticos, dum corporibus duris allisi resiliunt, comprimi, hoc experimentum evincit: tinctatur globulus elasticus colore quopiam, aut sebo illinatur; pro ratione majoris aut minoris impetus major, aut minor circelius efformabitur in loco collisionis: manifesto utique indicio crescentis pro ratione impetus compressionis.

II. Corpora quædam initio facile cedunt compressioni; at ubi hæc continuatur, semper magis ac magis resistunt. Nam dum inchoatur compressio, eæ duntaxat vires repulsivæ, quæ limitibus vicinæ, ac proinde minores sunt, vinci debent: at ubi continua compessione ad majorem semper, & majorem inter se vicinitatem adducenntur particulæ, crescunt repulsivæ vires, compressioni resistentes.

125 III. Quorundam corporum elastica vis humore vi-
tiatur, aliorum calore laeditur: si virga elastica infla-
etatur, diutiusque hoc in situ detineatur, tametsi de-
inde cessaet vis comprimens, priorem figuram suam
non amplius recuperat &c. Ad hæc & alia id genus
phænomena explicanda generatim notandum est, tunc
elasticitatem conciliari corporibus, quum ea inducitur
partium dispositio, ut e compositis omnium materiæ
punctorum viribus enascantur limites cohæsionis am-
plis arcubus stipati; tunc ex adverso perdi, si contra-
ria fiat partium consociatio. Porro dicta dispositio
particularum ad elasticitatem requisita interdum obtine-
tur superflui humoris expulsione, interdum admixtio-
ne alterius corporis, ut olei, sulfuris &c. Ignis fere
admit vim elasticam corporibus; quia nimia particula-
rum commotione, perturbationeque turbat limites ad
elasticitatem requisitos. Diuturniore situ inflexæ virgæ
tollitur elasticitas; nam aliis particulis sensim avolanti-
bus, aliis vero ex aere subeuntibus novæ fiunt virium
compositiones, & particulæ, quæ, dum virga inflecte-
batur, suis e limitibus dimotæ diu in violento quodam
statu persistebant, tandem novos cohæsionis limites
adipiscuntur, nisumque priores suas dispositiones recu-
perandi amittunt.

Schol. Ex generalibus hujusmodi responsionibus
non rite inferet Cartesianus nos quoque mere possibi-
lem elasticitatis caussam assignare, cum tamen cetero-
quin contra hypotheses tantopere depugnemus. Nam
certum est existare limites cohæsionis, eosque in di-
versis corporibus pro diversa virium compositione di-
versos esse posse, ac etiam dehinc: ubi autem de exi-
stentia id genus caussæ, variaque ejusdem in variis
casibus constitutione generatim certi sumus; utique e
phænomenis descendunt est, quænam definite sit caussæ
illius in diversis casibus constitutio; & si in una casuum
classe cernamus ejusmodi phænomena, quæ limitum
amplioribus arcubus stipatorum necessaria corollaria sint,
in alia autem classe occurrant phænomena, quæ e limi-
tum frequentia suæptæ fluant, neque cohærent cum
amplis arcubus limites cohæsionis stipantibus; profecto
recte inferimus, in priore classe casuum limites am-
plis arcubus stipatos, in altera autem admodum fre-
quentes

quentes esse oportere. Hac enim philosophandi methodo causæ reapse in natura existantis diversas in diversis casibus constitutiones a posteriori deducimus; quo præstito, si allatis superius responsionibus utamur, profecto nihil communiscimur pro solo arbitrio, sed juxta primam philosophandi regulam, veram, sufficientemque causam phænomenis assignamus. Non inficior quidem longe perfectius nos philosophaturos, si ope legum Mechanicæ definire possemus, quinam definite limites in quovis singulari casu debeant e compositio-ne virium enasci; at istud ab homine exigi non posse, quisque videt. Notanda hæc sunt ad retundendos eos, qui genuina hypotheseos notione destituti, hujusmodi objectionibus alias quoque assertiones nostras facillere solent. Recole num. 14. schol.

IV. Elastica corpora partim sunt solida, partim 126 fluida. Nam prorsus non repugnat naturæ fluidorum, ut circa eos cohaesionis limites, in quibus, vel prope quos collocatas habent suas moleculas, adsint arcus amplitudinis ad elasticitatem requisitæ, uti de aere diximus n. 105.

Cartesiani diversissimis modis conantur ope sui 127 ætheris explicare elasticitatem: unam eorum hypothesim expendamus. Dum e. g. elastica virga inflectitur (inquit nonnulli eorum) pori cylindrici abeunt in conicos, seu tales, qui laxiores sint ex parte convexa inflexæ virgæ, angustiores vero ex parte concava. Hinc quoniam subtillissimus æther facilis, majoreque copia influit in partem laxiorem, quam effluat per angustiorem; impingit in latera convergentia pororum, eademque repetitis ictibus tamdiu quatit, dum cylindrica pororum figura, ac proinde etiam pristinus particularum in corpore situs recuperetur.

At præterquam quod hæc explicandi ratio pro solo arbitrio sit excogitata, iuxta hos Philosophos æther semper in convexam, seu laxiorem inflexæ virgæ partem influeret, efflueret vero per partem concavam, seu magis compressam: igitur quacunque verteres convexam ejusdem virgæ partem, hæc semper incurret in torrentem ætheris, contraria directione sibi occurrentem.

Hinc si ejusmodi compressarum virgarum temet congratum immanis concipiatur cumulus ex innumeris partibus ad unum eundemque cumulum confluet et heret nam per uniuscujusque virgæ convexam partem ingreditur per concavam vero egredietur. Quæ & alia his similia quam parum verisimilitudinis habeant, animus a præjudiciis liber facile assequetur. Augebitur vero chaos innumerarum ætheris fluentis directionum, si de hoc aere nostro, elasticis particulis admodum compressis constante sermo instituatur.

128

Multi Newtonianorum ab una attractione repellant elasticitatem corporum. At sola quidem attractio elasticitatis caussa sufficiens esse non potest. Tametsi enim particulæ in exteriore inflexæ virgæ parte a se ipsis tantisper avulsa, attractione mutua priores suas positiones recuperare nitantur; quia tamen Newtonus admittit, auctis distantiis imminui vigorem vitium attractivarum, eadem particulæ in ipsorum sententia debilius attrahent se se, atque attraxerint, antequam virga inflecteretur; ex adverso mutuæ attractiones earum particularum, quæ in parte interiore ad se se accesserant per inflectionem, maiores jam erunt immunitis distantiis mutuis, quam fuerint ante inflectionem, ac proinde eadem particulæ novas positiones suas inflexione acquisitas validius tuebuntur, quam fuerint tuitæ suos situs ante inflectionem. Cum ergo jam ante inflectionem in æquilibrio quodam fuerint externæ illæ particulæ cum his interioribus fieri nequit, ut post inflectionem illæ his prævaleant, seu ut has ad recuperandam priorem figuram a se ipsis redire cogant.

CAPUT

CAPUT SEXTUM.

De Chemicis Corporum Proprietatibus.

§. I.

De Solutione, & Præcipitatione.

Chemia, vel, ut alii vocant, *Chymia* definitur a Cl. 129
 Lavagnolo de usu Chym. c. 10. „ ars ita resol-
 „ vendi & componendi corpora, seu per ignem præ-
 „ cipue, seu per alias idonea instrumenta, ut detegan-
 „ tur eorum principia, & vires, parenturque ex iis
 „ remedia, quæ saluti hominum prosint. „ Fatendum
 est arti huic plurimum debere Physicam: detegit enim
 secretissimas naturæ operationes, easdem oculis ipsis
 subjicit, & salubres in usus adhibet; unde plurimum
 lucis in Physicam dimanare nemo non videt. Porro
 hujusmodi operationes solent *Chemicae corporum propri-
 etates* nuncupari. Earum binas, videlicet solutionem &
 præcipitationem hoc opere explanabimus, de ceteris
 sequ. opere acturi.

Solutio fit, quam solidâ corpora certis fluidis in- 130
 jecta in iisdem in subtilissimas particulas discerpuntur
 ita, ut particulae soluti corporis cum minimis solventis
 fluidi particulis permisceantur. Hoc modo experimunt
 solvi salia, si in aquam injiciantur. Quod si separatio
 celeriter, & cum ebullitione quadam sensibili fiat, di-
 citur *corroso*: si certæ tantum particulae corporis dicto
 modo discerpantur intactis reliquis, *extractio* nuncupat-
 tur. Sic aquæ ope solet extrahi sal ex corporibus, que
 illo imbuta sunt.

Fluida, quorum ope solidâ corpora dissolvuntur, 131
 solent *menstrua* nuncupari. Menstruum a Boerhaave
 T. 1. Chem. Vol. 2. de *Menstruis* definitur esse „ cor-
 pus illud, quod lege arcis applicatum alteri, illud
 „ divi-

„ dividit in minutæ partæ ita, ut particulæ *solvensis*. „ inter partæ divisæ *soluti* sint penitus immixtæ. „ Porro *solutio corporum* ope menstruorum hoc modo peragitur: si corporis dissolvendi particulæ majorē ha-beant attractionem cum particulis menstrui, quam inter se, avellentur utique a massa sua, & singulæ ex omni parte cingentur particulis menstrui; sere quemadmodum limatura ferri sibi impositum magnetem undique ambire solet: hinc ex iisdem solidi corporis particulis a reliqua massa separatis orientur totidem globuli, similes illi, quem referret tellus aquis undique circumfusa. Porro ubi particula solidi ad exiguum quandam distantiam, ultra quam attractiva illa vis jam fiat insensibilis, undique cincta menstruo, & quodammodo saturata fuerit; plus ex illo non attrahet amplius; ac proinde reliquum menstruum aliis solidis particulis pari modo cingendis, & a se invicem separandis affundetur. Dissolvetur itaque corpus solidum, & in exilissimos globulos, qui sensus nostros effugiant, menstruo undique cinctos dividetur. Sed ut hæc generatim dicta uberioris eluceant, nonnullorum solutionis phænomenorum ratio speciatim est subjicienda.

I. Non est quodlibet menstruum par cuilibet solidi corpori dissolvendo. Sic ab *acero* solvitur cuprum, plumbum, zincum; non item aurum, argentum, & mercurius. *Aqua communis* solvit salia: *aqua regia* solvit aurum, parcit argento; & ex adverso aqua fortis solvit argentum, immo omnia metalla excepto auro. Mercurius metalla omnia, si ferrum demas, dissolvit &c. Hæc & alia his similia pendent ab eo particularum inter se discriminatione, quod pro varia materiæ punctorum consociatione oriri posse, ac etiam debere, breviter ostendimus n. 70 & sequ. Nempe possunt quædam particulæ comparate ad aliquas esse inertes, comparate ad alias habere vim attractivam, hujus aut illius intensitatis, aut repulsivam. Hinc e. g. quod aqua fortis dissolvat argentum; non item aurum, istud indicio est, argenti particulas majorem habere attactionem cum particulis aquæ fortis, quam habeant inter se; ut adeo a se invicem avelli debeant, & aqua forti undique cingi: contra attractionem illam, qua mutuo

DE PRINC. ET COMMUN. CÖRP. PROPR. III

mutuo vinciuntur auri particulae, longe fortiorum esse, ac ea sit, quæ inter ipsas & aquæ fortis particulas intercedit.

Schol. Potest etiam evenire, ut cujuspiam corporis, ceteroquin solventis, partes non habeant eas vires comparare ad particulas solvendi corporis, quæ ad perficiendam solutionem sufficiat, nisi in minores prius particulas concidantur, mutatoque nonnihil texeu cum alterius tertii cujuspiam particulis permisceantur, conjunganturque. Palam enim est posse fieri, ut hujusmodi alteratione earum particularum novæ enascantur vires compositæ, ad dissolutionem jam sufficientes. Sic metallorum menstruum ut plurimum est aqua, in qua salia quædam acida, aut alcalina soluta, eidemque permixta sunt. Unde illud Chemicorum: *salia non solvunt, nisi soluta.*

II. Solidi soluti particulae, ut ut *specifice* graviores sint particulis solventis menstrui, manent tamen in menstruo suspensæ: & per istud tam æquabiliter distribuuntur, ut si capiatur pars e. g. vigesima menstrui; in ea corporis quoque soluti pars vigesima contineatur. Ratio *imi* est; vis enim attractiva, quæ solidi corporis particulas cum menstruo ipsis circumfuso copulat, tanta est, ut gravitate ipsarum vinci nequeat. Patet autem, non posse easdem corporis soluti partes in fundum præcipitari, nisi superent sua gravitate vim illam, qua cum fluido connectuntur; quare in eodem fluido menstruo suspensæ maneant, est necesse. Ratio *adi* est; nam cuiilibet particulae solidi corporis circumfusum menstruum debet proportione respondere viribus attractivis ejusdem particulae; hinc duabus æqualibus particulis duplum, tribus tripulum &c. menstrui affundatur, oportet: eo autem ipso æquabiliter debere distribui particulas soluti corporis, est manifestum.

133

III. Aqua, postquam certam salium copiam solvit, eaque, ut Chemici loquuntur, saturata jam est; ex illa salium specie nihil amplius solvet, sed quidquid salium fuerit injectum, ad fundum vasis decidet, ibique non solutum manebit. Quodsi tamen alterius speciei sal eidem aquæ injiciatur; ejusdem rursus de-

termi-

III. DISSERTATIO PRIMA.

terminatam copiam dissolvet. Nempe ubi certa saluum copia soluta est; tota jam aqua distributa est per salinas particulas; quibuscum arctissime copulata non amplius potest injecti porro salis particulis, modo ad solutionem requisito, circumfundit. Ubi tamen alterius speciei sal injicitur in idem fluidum; poterit fieri, ut globuli illi, in quos abierunt particulae salis prius soluti cum aqueis moleculis sibi circumfusis, fortius attrahant minimas postea injecti salis particulas, quarum istae se se mutuo: quod si fiat, hujus quoque alterius salis solutionem consequi necesse erit (131.).

135 IV. Quandoque menstruum dissolvit certi generis particulas in corpore solidi, reliquis partibus intactis; quam operationem *extractionem* nuncupari diximus (130.). Sic aqua ligno brasilo affusa ex eodem extrahit succum quendam intra fibras latenter, qui reliquias ejus partes disolvat. Nempe id genus solidi corpora fere dissimilibus partibus constant, quarum alias ea vi attrahit ad se menstruum, quae ad solutionem sufficit, non item alias. Liquores id genus successi solidorum imbuti solent etiam *infusiones* nominari.

Scol. Ex his intelligi potest etiam vis, ut vocant, *abstergiva* liquorum, aliorumque corporum, seu vis delendi maculas. e. g. Teste P. de Lanis argentea vasa amissum splendorem recuperant, si imponantur aceto bullienti cum furfure tritici, & tartaro. Panis medulla, præcipue ex millio excocta abstergit fordes, delet literas, imaginesque delineatas rubrica, aut nigra plumbagine. Aqua ex limoniis destillata dentes albiores reddit. Unctuosis maculis vitrum liberant herba parietaria, ficus folia &c. Nempe abstergentia id genus corpora possunt oleosas macularum particulas suis viribus dissolvere, corporibus, quibus adhaerent, eripere &c.

136 *Præcipitatio* fit, quum menstruo, quod soluti jam cujuspiam corporis particulas sparsas, suspensasque continet, immittitur aliud quodpiam corpus, quo immisso prius soluti corporis particulae a menstruo rursus avellorentur, & forma tenuissimi pulvilli ad fundum

dum præcipites ruunt. e. g. solvatur aqua forti argen-
tum: si solutioni huic laminam cupream immiseris;
subsident argentei pulveres & solvetur cuprum: 136
ubi soluto cupro immerseris ferrum; cupreæ quoque
particulæ ad fundum præcipites ruunt, ferrumque solvi in-
cipiet. Porro eodem modo ferrum præcipitabitur a zinco;
et cincum ab oculis cancerorum; isti ab urinæ spiritu &c.

Causa præcipitationis est hæc: si corpus illud, quod
137
solutioni cuiuscunque injicitur, particulas menstrui fortius
ad se attrahat, & fortasse ad majores etiam distantias,
ac attrahantur a particulis prius soluti corporis; dissol-
vetur corpus solutioni injectum, & particulis ipsius
circumfundentur particulæ menstrui, avulsæ a particu-
lis solidi prioris: istæ igitur nativo pondere intra flui-
dum specifice levius instar lenis pluviaæ ad fundum de-
cident, habebiturque præcipitatio. Videamus peculia-
ria quædam præcipitationis phænomena:

I. Præcipitatæ soluti corporis particulæ priorem
138
inter se nexus haud recuperant, sed pulverum instar
dissociataæ in fundo manent: vel quia fortasse gluten
aliquod admodum tenuë, quo prius particulæ illæ
conneßebantur, solutione consumptum fuit, vel potius
quia solo lapsu, agglomerationeque non possunt eædem
particulæ ad eos cohæsionis limites devenire, in qui-
bus positæ erant ante solutionem. Sic etiam si vitrum in
pulveres redigas, communatæ particulæ sola appressio-
ne, accumulationeque priorem cohærentiam non recu-
perabunt. Nempe id ipsum hic evenire potest, quod
de corporibus fractis, sibique appressis diximus n. 99.
in resp. ad Obj.

II. Si in argenti solutionem ope spiritus nitri fa-
ctam vicies tantum aquæ pluviaæ, aut distillatæ affun-
datur, tum lamina cupri probe lævigata imponatur;
pulvisculi argentei ad laminam illico advolant, ean-
demque instar vaginae contegunt. Idem tamen pulvis-
culi levi vasculi successione ad fundum præcipitantur.
Nimirum ut ait Boerhaave oper. Chem. p. 3. in
fossilia proces. 185. „ Si microscopiis lustratur in hac
„ operatione liquor; videtur clare, massulas argenti
Physica Gener. H „ cum

„ cum acido nitri rapi violente ad immissam lamel-
 „ lam ex omni punclo liquoris soluti argenti. Quan-
 „ do autem spicula hæc appellunt ad æris superficiem;
 „ acidum trahitur in cupri particulam: argenti parti-
 „ cula acido spoliata stat ante coprum in superficie, ibi-
 „ que ab aliis similibus accendentibus aucta tandem va-
 „ ginam illam mollem componit; fitque hæc attractione
 „ tam nitide, ut ne minimum argenti maneat in prie-
 „ re solutione. Ergo æs trahit fortius acidum nitri,
 „ quam argentum. Quare actio hæc attractione, &
 „ cibratione acidi ex corpore liquidi constat: transie-
 „ acidum per æris poros, stant ante hos liberatæ par-
 „ ticulæ argenti, introire impotentes. „ Porro quo-
 „ niam admodum debilis est nexus, quo laminæ cupreæ
 „ adhærent dicti pulvisciculi; non est mirum, quod levi
 „ succusione ad fundum præcipites agantur.

I40 III. Quædam soluti coporis particulæ, dum ab aliis
 separantur, non ruunt ad fundum; sed fluido super-
 natant. Nempe istud indicat, ejusmodi particulas flu-
 ido esse leviores.

§. I I.

De Fermentatione.

I41 *Fermentationis* nomine veniunt turbulenti quidam;
 vehementioresque motus intestini, qui in minimis
 corporum particolis sæpiissime notantur, præsertim cum
 dissimilia quædam corpora permiscentur, e. g. aqua-
 fortis & limatura ferri. Subitanea, vehementiorque
 fermentatio, quam plerumque spuma, & copiosa aeris
 expulsio comitantur, *effervescentia* dicitur. Quod si mas-
 sa fuerit homogenea, fieri poterit, ut etiam ingens
 particularum agitatio nullam ad sensum inducat in cor-
 pus mutationem. Si autem ex heterogeneis particulis
 coaluerit, facile fiet, ut etiam leni, sed tamen diutu-
 na agitatione in aliam longe formam concrescant par-
 ticulæ, corpusque corruptatur. Fermentatio in prio-
 re casu *ebullisio*; in altero autem *puerrefactio* nominari
 consuevit.

Aliqua

Aliqua fermentationum exempla adferre fubet. 142
 1) Mediae unciae aceti distillati injice drachmam coraliorum rubrorum, aut drachmam oculorum cancri; habebitur illico vehemens effervescentia: si autem eidem aceti distillati dosi drachmam albæ cretae, aut marmoris albi contriti injeceris, leniorum experieris effervescentiam. 2) Si mediae unciae aquæ fortis affundantur duæ unciae spiritus salis ammoniaci, vel drachma olei tartari successive; ingens effervescentia calida obtinebitur. 3) Eadem dosis aquæ fortis egregiam dabit effervescentiam, si injiciatur ipsi drachma ex quocunque sequentium corporum, videlicet: oculorum cancri, corallii rubri, marmoris albi in pulveres redacti, cretae albæ, argenti limati, aut plumbi, cupri, aurichalci, ferri, cum primis autem stanni, denique marcasitæ aureæ. 4) Si limatura ferri cum pari sulphuris depurati copia ope aquæ in pastam subigatur, & infra terram defodiatur; post aliquod tempus effervescit, terram concutit, ac tandem inflammabit: &c.

Violenti hujusmodi motus intestini a mutuis commixtiorum corporum viribus ortum trahunt. Nempe dum e. g. limatura ferri aquæ forti injicitur, mutua horum corporum vires efficiunt, ut subtilissimæ quedam particulae dimoveantur ex limitibus cohesionis, & ad oscillationes quasdam eo, quo de materiae punctis C. 2. §. 4. locuti sumus, modo concidentur; quæ oscillationes continuata virium, quas jam non tantum unus corporis particulae in particulas alterius, sed etiam in se se exerunt, actione magis ac magis increcent, usque dum vehementissimi illi motus exoriantur. Certe hujusmodi motus non posse provenire a sola collisione particularum, commixa corpora constituentium, juxta notas conflictuum leges peracta, vel illud indicio esse potest, quod radii solis in foco speculi Villietiani collecti, dum metalla liqueficiunt, & comminunt, impactu suo ne quidem exiguum metalli portionem de loco depelttere queant. Confirmabuntur haec n. 171. in scholio. Sed quedam fermentationum phænomena speciatim videamus.

144 I. Fermentatio utcunque violenta sensim minuitur, & tandem cessat, nisi nova caussa identidem turbet virium æquilibritatem. Fit ea cessatio imprimis propter impedimenta corporum ambientium. Nempe vehementes fermentantium particularum circa limites cohæsionis oscillationes magis semper ac magis immixti possunt viribus repulsivis ambientium corporum, in quæ illæ identidem incurruunt, ac tandem etiam extingui; ut nimirum particulæ iis limitibus, circa quos oscillarunt, affigantur: fere quemadmodum oscillationes penduli obsistens aer tandem extinguit. Multum deinde potest ad minuendum, ac demum sistendum motum conferre ipsa particularum asperitas, quemadmodum motus in scabro corpore sisticur per frictionem. Denique fieri potest, ut sensim avolent subtiliores illæ particulæ, quæ oscillationes auxerant, & illæ pene remancant, quæ easdem suis actionibus minuebant.

145 II. Non omnia corpora fermentant cum omnibus. Potest enim ea esse consociatio punctorum in certi generis particulis, ut ex sint inertes comparate ad quasdam particulas, comparare vero ad alias vites exerant notabiles, pro varietate mutuarum distantiarum varias: cum his ergo permixtæ fermentabunt, non item cum illis.

146 III. Sunt quædam fermentationum genera, in quibus fermentantia corpora momento dissipantur. Observamus istud in deflagratione pulveris nitrati; item in auro fulminante, ex quo si unum alterumve granum cochleari ferreo impositum incandescat a candela, vel iniciatur carboni; fragorem edet, qualem bombardæ edere solet: ad hæc sæpe perrumpet cochlear, cui impositum fuerit, & per foramen factum velut fulmen in terram decidet. Ejusdem modica portio e. g. scrupulus fortius operatur, quam libra semis palveris pyri: unde patet, admodum caute instituendum esse cum hoc pulvere experimentum. Hoc autem modo præparatur aurum fulminans: solvitur limatura auri in aqua regia, & injecto sale tartari præcipitatur: tum præcipitati pulveres iterata aquæ tepidæ puræ affusione lavantur, edulcoranturque: demum moderato calore exlic-

exsiccantur, sed non igne, adhibito; ne si justo magis incaluerint, cum periculo accendantur. Alter pulvis, quem *sonarem* vocant, constat tribus partibus puri nitri, duabus salis tartari, una vel duabus sulphuris, in pulverem redactis, permixtisque. Hic quoque pulvis cochleari ferreo impositus ubi ab igne incaluerit, in aurasabit cum terribili fragore. Istud etiam experimentum incautis nocumentum adferre potest. Formidabilius est æs liquatum, ac fluens, cui si affundatur aqua frigida, omnis massa cum ingenti adstantium periculo exploditur, omniaque late vastat, ac prosternit.

Hæc & alia id genus phænomena a curva vires particularum compositas referente dependent. Si post limites cohæsionis, in quibus sitæ sunt particulæ, nullus occurrat arcus attractivus satis validus, occurrat autem ingens quidam repulsivus; particularum fermentantium oscillationes poterunt ita increscere, ut ex ad ingentem illum arcum repulsivum telerrime deferantur, quo delatae validissime repellentur, dissipabunturque. De nitrati pulveris explosione adjiciemus adhuc quidamnum. 151.

IV. Ad inducendam vegetabilibus fermentationem, 147 putrefactionemque plurimum confert humor. Hinc si herba rēcens demissa, priusquam probe exsicetur, in magnum acervum congeratur, putrescere solet, ac corrumpi: quin nonnunquam flammatum etiam, nisi mature disjiciatur, concipit. Dissolutæ enim humore particulæ, incumbenteque pondere constrictæ in visceribus acervi ad vehementem fermentationem concitantur. Ex adverso vegetabilia, in quæ humori aditus non patet, ut sunt fumo duratae carnes, ova obducta vernice, aut cera liquida, cadavera extractis visceribus balsamo oblita, pali inferiore parte adusti, inque terram infixi &c. a putrefactione immunes diu persistunt.

§. I I I.

De Commixtione, & Liquatione Corporum.

I48 EX iis, quæ §. I. de solutione dicta sunt, intelligit potest, quanam ratione possint commisceri diversa corpora, inque massam unam coalescere. Bina fluida, quæ ad sensum ejusdem gravitatis specificæ sunt, sola agitatione, motuque impresso facile commiscenfur, ut aqua & vinum. Sed tametsi gravitatum admodum diversarum fuerint, attractione particolarum fluidi unius in particulas alterius fieri potest unius dissolutio in altero, & commixtio, eo fere modo, quo metalla in membranis disolvuntur, commiscenturque. Non raro e binis fluidis commixtis oritur corpus solidum. Sic lactogitar in caseum a succo e proventri alo vituli, item a spiritu mellis, aut nitri &c. subtilissimus prænæ spiritus cum alchohole vini permixtus abit in massam duram, glaciei simulam &c. Potest nempe fieri, ut particulae unius fluidi non easdem vires quaquaversus exercant in particulas fluidi alterius: quod si eveniat; illæ his non cingentur undique æquabiliter, ac proinde concrecent in particulæ irregularis, & ad fluiditatem non amplius aptæ figuræ (104.). Cohærebunt autem inter se magis vel minus proportionate limitum cohaerionis, ad quos mutuo devenerint. Porro fit quandoque, ut duo fluida commixta efficiant massam minorem, quam ipsa seorsim haberint, volumine comprehensam. Itud evenire potest, si particulæ unius fluidi interjectæ alterius fluidi particulæ illas forti sua attractione magis ad se se mutuo accedere cogant, quam ante accederent. „ Sic si haberetur massa ingens elastorum (hoc exemplo rem illustrat Boscovichius) & ferro distractorum, quorum singulis inter cuspides ad jungerentur globuli magnetici; hac nova accessione materiæ minucretur moles, victa repulsione mutua per attractionem magneticam, quæ cuspides elasticorum ad se invicem accederent. „

I49 Liquatio fit, cum solida corpora, ut metalla, vitrum, pix &c. abeunt in liquida. Hujus natura ut melius intelligatur, notandum est: ex iis, quæ Diss. 3. dicturi

dicti sumus, elucebit, evenire posse, ut dum particulae duæ, mutuis in se se viribus agentes, sibi valde vicinæ occurrent non accurate in eadem linea recta; altera penes alteram non transvolet, sed circa axem quenquam volvantur in gyrum ita sibi proximæ, ut sensus omnes effugiat intervallum iisdem interjectum. Hoc notato intelligi potest, quamam ratione possint agitatione vehementissima tenuissimæ cœjusdam substantiæ, ut ignis, solidissima etiam corpora liquefieri. Nimirum, dum igneæ particulæ in subtilissimos corporis solidi meatus irrumunt, exilissimasque corporis particulas de limitibus cohesionis deturbatas varie commovent, agitatione hac potest in eas partieulas inducere motus quispiam circa quosdam axes, qui ubi semel inductus est, jam particulæ illæ vim exercent circa illum axem undique ad sensum eandem, succendentibus sibi invicem celerrime punctis, & directionibus, in quibus diversæ vires exercentur: quo factò habebitur id, quod æquivaleat sphæricitati, & homogeneitati particularum ad fluiditatem requisitæ. Porro patet fluiditatem hanc esse violentam, & non nisi tamdiu duraturam, quamdiu ingens illa agitatio duraverit, cum ea sensim evanescere in moleculis requisitæ ad fluiditatem dotes perseveraturæ non sint. Aliquam hujus rei imaginem habemus in citione, qui si coleriter in gyrum circumagatur, exhibebit oculis circulum undique fere æqualiter lucidum, non item si ejusdem gyratio lentior fuerit. Poterit autem dictus liquefcentis corporis molecularum motus sensim immixti ob igneas particulæ magna copia avolantes, aliaque impedimenta illa, quæ diurnæ fermentationis perdurationi adversari diximus n. 144. Denique haberi etiam poterit liquatio (ait Boscovinchius) per subtractionem heterogenearum, & difformium particularum, quæ magis homogeneas & ad sphæricitatem accedentes particulæ alligabant quodammodo impedito motu in gyrum. Id sane videatur accidere in pluribus substantiis, quæ quo magis depurantur, & ad homogeneitatem reducuntur, eo minus tenaces evadunt, & viscosæ. Sic viscositas minima est in Petroleo, major in Naphta, & adhuc major in Asphalto, aut Bitumine, in quibus substantiis

stantiis Chemia ostendit, eo majorem haberi viscoſitatem, quo habetur major compositio. "

150 Quod si corpus liquefactum satis homogeneum fuerit, ut cera & metalla; cessante dicta agitatione priorem formam, firmitatemque recipet: sive autem partibus multum dissimilibus constiterit, ut lapides, ligna; dispersis magis auctuosis particulis, quæ ceteras prius firmiter copulabant, minori vi mutua prædictæ sub forma cinerum aut calcis remanebunt, neque iuncta, ut ante, cohærebunt inter se.

151 Si agitatio particularum liquefacti corporis admodum vehemens fuerit; evenire poterit, ut eadem a se invicem nimiopere distractæ deveniant ad arcus quosdam repulsivos ingentes, vi quorum dissipentur, corpusque, ceteroquin fixum, evadat volatile. Idem accidere poterit, si particulae, quæ fixum corpus componebant, erant quidem inter se in distantiis validissimorum repulsionum, sed forti attractione interjectarum quarundam particularum mutuæ ipsarum repulsiones elidebantur, sive banturque, fere uti globulus magneticus elastri ferrei binis cuspidibus insertus harum expansionem impedit. Quodsi enim id genus particulae aliis se se repellere conantibus insertæ actione ignis excutiantur, tum vero harum repulsiones reviviscunt quodammodo, corpusque ex fixo reddetur volatile. Aque hoc eodem ex fonte congrue explicatur etiam vis ingentis explosionis illius, quam in accenso pulvere nitrato experimur. Nempe discimus ex Halesio; in hoc pulvere magnam omnino vim inesse aeris fixi. Hinc si actione ignis excutiantur, dissipenturque nitri particulae minimæ, quæ aereis moleculis insertæ, hæ ad se se vehementer adducebant, condensabant, fixasque detinebant; hæ reviviscientibus mutuis repulsivis viribus se se maximo impetu expandent, dictamque explosionem efficient.

§. IV.

De Crystallizatione, & Vegetatione Chemica.

CRYSTALLIZATIO fit, quam salia in aqua soluta, postquam hæc magna sui parte evaporavit, in fundo ac lateribus vasis in parvas certæ figuræ crystallos concrescunt. Figura harum crystallorum in eodem salis genere pene constans est, in diversis tamen salium generibus est diversa. Sic sal marinum constat pyramidibus, quarum bases sunt quadrangulares, & libens concavæ: sal hellebori albi rhombum præfert: alumen potissimum est octogonum &c. Pariter in glacie, & nivium stellulis observamus id genus dispositionem ad certas figuræ, ut in gemmarum succis.

Ratio horum in theoria nostra, satis congrua redi di potest. Si enim particulæ in certis suis superficiebus partibus quasdam alias particulas attrahant, in aliis repellant; nonnisi certo ordine sibi adhaerebunt, in illis nimis locis tantummodo, in quibus se se attrahunt, satisque firmos limites nancisci possunt: unde consequi potest, ut nonnisi incertas figuræ coalescere queant.

VEGETATIO chemica est illa: corporis colorum minutiissimorum in fluido permixtorum cōformatio, quæ arboris, aut alterius corporis elegantem formam oculis exhibet. Talis est arbor sophica, quæ etiam arbor Diana dicitur, estque species arbusti facti ex particulis argenti puri, & mercurii in aqua forti solutorum: Accipe argenti puri, seu cupellati drachmam dimidiam, inquit P. Kirch rus, & solve in aquæ fortis drachma una. Accipe iterum argenti vivi drachmas duas, & solve in aquæ fortis drachma una. Has duas materias commisce, & immitte intra vas vietrum, atque affunde aquæ communis libram unam, & obtura. Videbis arborem quotidie ad oculum, & notabiliter crescere tam in trunco, quam in ramis. Similis est arbor Marris, quæ ex dissolutione limaturæ ferri per spiritum nitri, affuso oleo tartari orta, speciem arbusculæ pluribus ramusculis instructæ refert.

Facilis est chemicæ vegetationis efficiendæ methodus, quam Hambergerus refert Elem. Phys. c. 4. n. 248. in Schol. „ Si, inquit, solutio saturata argentei in spiritu nitri exigua tantum aquæ diluitur copia, & huic parum dilutæ solutioni immittantur tenues lamelle cupreæ; tempore 24. horarum, quo solutio quiescit, fit vegetatio chemica, modo arboretum, modo pratum, modo agrum aristis repletum pro diverso saturationis gradu repræsentans. „ Vegetatio, quæ *berrus* nominari confuerit, refert botrum communem, oriturque ex sale ammoniaco soloto in vino Burgundico, aut etiam aqua communii &c.

155 Vegetationes quoque hæ ab inæqualitate viriorum oriuntur. Quod si enim aliqua particula, eadem parte, qua alteram attrahit, alteram non attrahat, aut etiam repellat; sié, ut domi massa plurium particularum in memoratis solutionibus temere agitata prætervolat, & tantummodo sistantur, quæ attrahuntur; quæ certam efformabunt figuram, e. g. globulosas rimatorum extremitates in arbore Diana, eo videlicet modo, quo constantes salinarum particularum figuræ efformari posse diximus n. 153: aliae autem dictæ solutionis particulæ ob similem caussam in aliam abire formam poterunt, referreque arboris truncum, ramos &c.

Schol. 1. Vel solæ hæ corporum proprietates Chemicæ, de quibus hoc capite agimus, sufficienti argumento esse possunt iis, qui animo a præjudiciis libero sunt, ut vires repulsivas & attractivas in corporibus agnoscant. Ut ut enim liberalissime demus omnia Cartesianis, quæ sibi concedi postulant, profecto hi ne unicum quidem illarum proprietatum explicabunt ea verisimilitudine, ut vel sibi ipsis, si verum fateri velint, satisfaciant. Patebit istud cuiuscunque proprietatis Chemicæ explicationem, a Cartesianis adferri solitam serio ad trutinam revocanti.

Schol. 2. De vi inertiarum corporum, & gravitate, quæ etiam communes corporum proprietates sunt, alibi erit agendi locus.

DISSENR.

DISSERTATIO ALTERA.

DE MOTU CORPORUM.

C A P U T P R I M U M.

De Centro Gravitatis.

§. I.

De iis, quæ ad demonstrandum gravitatis centrum viam sternunt.

DE motu corporum multa jam in Metaphysica (Cosm. c. 5.) dicta sunt, Tironi diligenter hoc loco recolenda: ut cetera, quæ de eodem arguento adferenda supersunt, promptius fluant, mox initio theoriam centri gravitatis censeo pertractandam. Porro *centrum gravitatis* vulgo illud massæ punctum dicitur, ex quo si illa suspenderetur, æqualesque ipsius particulae partibus gravitatis viribus, ac horizonti perpendicularibus directionibus urgerentur, nullum habere motum, partibus se se undique sustentantibus.

In corpore ita suspenso singulæ particulae nituntur corpus convertere circa quandam axem horizonti parallelum, perque punctum suspensionis transcurrentem. Id genus nisus *momentum* solet nominari. Eruemos autem c. 4. §. 2. ex theoria vectis inflexi, uniuscuniusque particulae momentum esse, ut est ejusdem massa ducta in distantiam perpendicularem a plano verticali per punctum suspensionis transeunte. Unde si momentum particulae sit $= V$, massa $= M$, distantia a dicto piano $= D$; est universæ $V = MD$.

H. 6

Coroll.

Coroll. 1. Si eadem sit massa in singulis partibus, M est *constans*; est adeo $V = D$; cum ergo omnia corporum elementa sint simplicia, homogenea, in his semper est $V = D$.

Coroll. 2. Cum ergo unumquodque corpus sit mensa congeries elementorum certa ratione consociatorum; si in Fig. 13. planum quodpiam AB concipiatur transire per massam, adaequatum momentum *cis* illud planum acquiritor, si punctorum *cis* idem planum sparsorum ab eodem distantiae cogantur in unam summam. Eodem modo acquiritur adaequatum momentum trans idem planum AB .

158 PROPOSITIO I. Si per centrum gravitatis in massa concipiatur duci planum quocunque; summa distantiarum ab eo plano punctorum omnium ex una parte æqualis erit summae distantiarum ex parte altera. Nam quocunque planum concipiatur duci per centrum gravitatis; momentum adaequatum ex una parte debet esse æquale momento adaequato ex parte altera. Sit enim, si fieri potest, vel unicum planum per centrum gravitatis transiens, quod non habeat idem utrinque momentum: potest ita constitui corpus e centro gravitatis suspensum, ut planum illud evadat verticale; quo casu patet fore, ut corpus e centro gravitatis suspensum non habeat suas partes in æquilibrio constitutas, quod absurdum est (156). Jam vero tunc solum erunt æqualia utrinque momenta, quum eadem fuera summa dictarum distantiarum (præc. cor. 2.); veritas ergo propositionis in aperto est.

Coroll. Id genus planum per massam, vel massarum collectionem ductum, quod utrinque æquales dictarum distantiarum summas, ac proinde etiam momenta à qualitate habet, planum, æquale in distantiarum solet nuncupari. Itaque singula plana, quæ per centrum gravitatis transeunt, sunt plana æqualem distantiarum: & quoniam corpus ex ejusmodi puncto suspensum, per quod transeuntia plana singula sunt æqualem distantiarum, partes undique in æquilibrio constitutas habet, recte definitum centrum gravitatis esse id punctum in massa, vel massarum collectione, per quod transeuntia plana singula sunt plana æqualem distantiarum.

PRO-

PROPOSITIO II. Sit in Fig. ead. AB planum æquale distantiarum : assumatur aliquod planum CD, illi parallelum, ultra omnia massæ puncta constitutum. Summa distantiarum punctorum omnium a piano CD est æqualis numero punctorum omnium massæ, ducto in distantiam mutuam eorundem planorum parallelorum. *Prob.* Puncta cis planum AB dispersa sint L & L, trans planum posita E & E ; summa omnium distantiarum E i est æqualis summae omnium L m : secus enim AB contra hypothesim non esset planum æqualium distantiarum. Si ergo concipientur puncta omnia cis & trans planum AB posita appellere ad idem planum AB; eadem manebit summa distantiarum punctorum omnium a piano CD ; quæ fuit prius : quantum enim ei summa demetur per accessum omnium punctorum E tantundem addetur eidem per appulsus omnium punctorum L ad planum AB , qui appulsus est utique recessus a piano CD . Jam vero eo casu , quo omnia illa puncta appellerent ad planum AB , summa distantiarum punctorum omnium a piano CD utique esset æquals numero punctorum omnium ducto in mutuam planorum distantiam ; ergo etiam tunc , quom puncta illa cis & trans planum AB sparsa sunt , summa distantiarum a piano CD punctorum omnium est æqualis numero eorundem punctorum , ducto in mutuam planorum distantiam.

Coroll. 1. Si ergo summa distantiarum punctorum omnium a piano CD sit $\equiv sD$, numerus punctorum $\equiv N$, mutua planorum AB & CD distantia $\equiv \delta$;

est $sD \equiv \delta \times N$, adeoque $\delta \equiv \frac{sD}{N}$. Hoc est , mutua planorum AB & CD parallelorum , quorum alterum per massam transeat , sitque planum æqualium distantiarum , alterum vero ultra omnia massæ puncta concipientur , distantia acquiritur , si summa distantiarum punctorum omnium ab eodem piano ultra massam concepto dividatur per numerum eorundem punctorum.

Coroll. 2. Nequeunt per massam transire duo vel plura plana æqualium distantiarum , quæ sint inter se parallela. Transeant enim , si fieri potest , per eandem massam duo plana æqualium distantiarum AB , & PQ.

inter se parallela. Concipiatur ultra omnia massæ puncta planum CD, quod utriq[ue] illi piano sit parallelum: summa distantiarum punctorum omnium a piano CD erit in primis æqualis numero punctorum omnium ducto in distantiam HO, deinde eadem summa pari jure erit etiam æqualis eidem numero punctorum ducto in distantiam rO, ut ex modo dictis patet. Quod si ergo numerus punctorum dicatur N, erit $N \times HO = Nx rO$, ac proinde erit $HO = rO$, quod absurdum est.

Coroll. 3. Si recta OH, versus massam accepta, & ad CD perpendicularis, ponatur esse $\frac{sD}{N}$ planum AB, per H ita ductum, ut sit piano CD parallelum, erit planum æqualium distantiarum comparate ad eam massam. Si enim mutua planorum distantia HO dicatur δ, est ex hypothesi $\delta = \frac{sD}{N}$, adeoque $sD = \delta \times N$.

Quod si deinde omnia massæ puncta concipiuntur appellere ad planum AB; rursus, ut expendenti patet, erit $sD = \delta \times N$: igitur per hunc punctorum omnium ad planum AB appulsum prorsus non variatur prior summa distantiarum punctorum omnium a piano CD; atque deberet sane variari, si AB non esset planum æqualium distantiarum, ut facile intelligere licet; ergo.

Coroll. 4. Concipiamus rectam OH eousque produci, dum fiat $\frac{sD}{N}$, seu dum fiat æqualis summæ distantiarum punctorum omnium a piano CD. Producata hæc linea in quolibet singulari calu poterit in totidem æquales partes dividi, quot sunt materie puncta

in massa, adeoque ut aliqua ejus pars OH sit $\frac{sD}{N}$.

Cum enim quælibet linea continuæ pars, ut cunque exigua, finite in infinitum dividua sit (Metaph. 178); facile patet, quamlibet rectam in quocunque æquales

partes dividi posse. Jam vero si sit OH $\frac{sD}{N}$, planum AB per H ita ductum, ut sit piano CD parallelum, est planum æqualium distantiarum comparate ad assumptam massam (cor. 3.): ergo quodcunque pla-

planum C D concipias ultra omnia massæ puncta , semper respondebit ei quodpiam planum æqualium distantiarum A B , per massam transiens .

Coroll. 5. Si in massa adessent duo talia plana æqualium distantiarum , quorum unumquodque sit parallelum alicui tertio piano C D ; illa inter se quoque parallela essent , ut clarum est : cum ergo nequicant per massam transire duo plana æqualium distantiarum , quæ sint inter se parallela (cor. 2.) ; cuilibet piano ultra massam assumpto non nisi unicum potest in massa respondere parallelum planum æqualium distantiarum .

P R O P O S I T I O III. Si adest in massa centrum gravitatis , 1^{mo}. illud unicum sit , oportet ; 2^{do}. singula plana æqualium distantiarum , quæ per massam concipi possunt , per illud transire debent ; 3^{ro}. summa distantiarum punctorum omnium ab aliquo piano C D ultra massam concepto est æqualis distantia centri gravitatis ab eodem piano , duobus in numerum punctorum omnium . *Prob. 1. pars.* Sint , si fieri potest , duo centra gravitatis in massa quapiam , unum H , alterum r . (Fig. ead.). Per H poterit duci planum A B , poterit etiam per r duci planum P Q , utrumque piano CD parallelum : utrumque autem erit planum æqualium distantiarum (158. cor.). Erunt ergo in eadem massa duo plana æqualium distantiarum inter se parallela , quod absurdum est (a. præc. cor. 2.).

Prob. 2. pars. Detor enim , si fieri potest , in massa planum æqualium distantiarum P Q , quod non transeat per centrum gravitatis H . Poterit per H duci planum A B , piano P Q parallelum : rursus ergo idem absurdum consequetur , nempe in eadem massa fore duo plana æqualium distantiarum inter se parallela . P Q enim esset tale ex hypothesi ; A B vero , quia transit per centrum gravitatis .

Prob. 3. Pars. Sit rursus massæ centrum gravitatis in H ; per punctum hoc potest duci planum A B , piano C D ultra massam concepto parallelum , eritque , ut patet , mutua horum planorum distantia = H O , seu ea ipsa , quæ est distantia ipsius centri gravitatis H ab eodem piano C D . Cum ergo summa distantiarum punctorum omnium a plane C D sit æqualis mutuae planorum

norum AB & CD distantiae, ductae in numerum punctorum omnium (præc.) ; eadem summa erit etiam æqualis distantiae centri gravitatis ab eodem plano CD, ductæ in numerum punctorum omnium.

Coroll. 1. Si statutis n. præc. cor. 1. literarum valeribus ceteroquin retentis, litera δ exprimat distantiam centri gravitatis a quocunque plano CD ultra totam massam concepto; erit $sD = \delta \times N$, uti modo ostensum est: at etiam tunc, cum omnia massa puncta ad idem centrum gravitatis confluenter, ibique compenetrarentur, esset $sD = \delta \times N$, ut clarum est; igitur summa distantiarum punctorum omnium massam aliquam extensam constituentium a quopiam plano ultra eam massam concepto eadem est, quæ esset, si omnia ejusdem massæ puncta ad commune gravitatis centrum confluenter, ibique compenetrarentur.

Coroll. 2. Cum sit $sD = \delta \times N$, est $\delta = \frac{sD}{N}$.

Hoc est, si adsit in massa centrum gravitatis, hujus distantia ab aliquo plano CD ultra massam concepto est æqualis summæ distantiarum punctorum omnium ab eodem plano, divisæ per numerum eorundem punctorum.

I6I PROPOSITIO IV. Ponamus in Fig. 14 cor. 14. quæ constare duabus quibuscunque particulis AB, &

CDE, quartum utraque suum gravitatis centrum habat, prior in s, posterior in t. Ducatur per corpus illud planum quodcumque æqualem distantiarum LM; planum illud manebit æqualem distantiarum comparate ad assumptum corpus etiam tunc, quum puncta prioris particulae ad proprium centrum s, posterioris vero ad t confluxerint omnia, ibique fuerint compenetrata. *Prob.* Concipiatur planum NO ultra omnia massæ puncta, plano LM parallelum: summa distantiarum punctorum omnium ab eo plano dicatur sD, numerus punctorum

N; erit mutua planorum distantia seu Rp = $\frac{sD}{N}$.

(159. cor. 1.). Ponamus jam puncta particularum ad centra propria confluere, prioris ad s, posterioris ad t. Hoc quoque casu poterit concipi per corpus illud aliquod pl-

planum æqualium distantiarum, piano NO parallelum (159. cor. 4.) idque non nisi unicum (cit. cor. 5.): quod idem omnino fore cum piano LM sic declaro. Etiam eo casu, quo puncta ad centra dicta confluere ponuntur. distantia mutua inter planum NO ultra massam conceptum, & planum æqualium distantiarum per massam transiens, eidem piano NO parallelum, est $\frac{sD}{N}$

(159. cor. 1.), simulque valor $\frac{sD}{N}$ idem manet, qui fuit, priusquam puncta ad centra gravitatis confluenter (præc. cor. 1.): ergo hoc quoque casu planum æqualium distantiarum, piano NO parallelum, transibit per punctum R. Cum ergo per punctum R non nisi unicum possit duci planum, quod sit piano NO parallelum; etiam eo casu LM manet, uti prius erat, planum æqualium distantiarum comparate ad assumptum corpus. Quæ argumentandi ratio cum alteri cuicunque piano æqualium distantiarum pariter applicari possit; clarum est, omnia plana æqualium distantiarum, quæ per assumptum corpus transeunt tunc, dum ejus puncta extra se se posita esse concipiuntur, manere immutata tunc etiam, quum eiusdem corporis puncta ad memorata particularum centra confluere ponuntur.

Coroll. 1. Igitur si corpus quodpiam duabus particulis constet, quarum unaquæque suum gravitatis centrum habeat, inquiraturque in commune centrum earundem particularum, seu in centrum corporis totius; singularium particularum puncta omnia tuto concipiuntur esse collecta, compenetrataque in proprio particule, quam constituant, centro gravitatis, e. g. puncta A & B in s, puncta vero C, D, E in t. Dum enim inquiritur in centrum gravitatis, non nisi in ejusmodi punctum inquiritor, per quod singula plana transeuntia sint plana æqualium distantiarum (158. cor.): cum ergo plana æqualium distantiarum per corpus assumptum transeuntia prorsus non varientur, tametsi puncta particularum ponantur ad dicta gravitatis centra confluere; prorsus nihil obstat, quominus puncta illa possint in quæstione posita ita concipi, quasi in memoratis centris collecta, compenetrataque essent.

* Coroll. 2. Clarum est, ea, quæ de corpore duabus particulis constante modo diximus, applicari posse collectioni quoque duo um corporum, vel etiam collectioni majori duabus minoribus corporum collectionibus, quarum utraque suum particolare gravitatis centrum habeat, constante; igitur tunc quoque, dum de communī duorum corporum, vel collectionum gravitatis centro questio instituitur, rato concipimus utriusque partis puncta omnia in particularibus corporum, vel collectionum centrī esse collecta, compenetrataque.

162 PROPOSITIO V. Assumantur (Fig. cad.) quicunque duo corpora A B, & C D E, quorum alterum habeat centrum gravitatis in s, alterum in t. Centra particularia s & t jungantur recta st, quæ fecetur in R in ratione massarum reciproca, seu ita; ut si numeris punctorum seu massa in corpore A B sit $\equiv M$, in altero autem $\equiv m$, stet hæc proporcio: $M : m \equiv R t : R s$. Ajo punctum R fore commune gravitatis centrum duorum illorum corporum. Prob. Singula plana per punctum R transversalia sunt plana æqualium distantiarum comparate ad collectionem corporum assumptorum; ergo (158. cor.). Prob. ans. Assumamus quocunque planum L M per punctum illud R transiens. In hac questione possunt concipi puncta omnia corporis A B in s, corporis vero CDE in t esse compenetrata (præc. cor. 1.); concipientur ergo compenetrari, ducanturque ex particularibus corporum centris rectæ sm & tn, ad L M normales. Summa distantiarum punctorum omnium a planu L M ex una parte erit $\equiv s m \times M$, ex altera vero $\equiv t n \times m$. Quod si ergo est $s m \times M = t n \times m$, L M est planum æqualium distantiarum: esse vero $s m \times M = t n \times m$ sic ostendo. Triangula s R m & t R n sunt similia, ob rectas sm, tn parallelas, & angulos ad R æquales.

Hinc stat, $R t : R s = t n : s m$.

Est vero ex construct. $R t : R s \equiv M : m$.

Stat ergo: $t n : s m \equiv M : m$.

Hinc multiplicando media & extrema est $s m \times M = t n \times m$. Hæc argumentandi ratio cuicunque alteri

teri piano per punctum R₂ transeuenti applicari potest, si denias unicum planum per rectam s_t ductum, quod ramen ipsum quoque esse planum æqualium distantiarum (quoniam per utriusque corporis centrum particulae transit) nemo in dubium vocabit.

Schol. Hactenus assumplimus duntaxat, corpus gaudere centro gravitatis, & ex hypothesi hac deduximus aliquam, quorum adminiculo demonstrabimus jam, reapse admittendum esse centrum gravitatis tam in corpore quolibet, quam etiam in qualibet corporum collectione.

§. II.

*Ostenditur, in quolibet corpore adesse centrum
mutua gravitatis, idque unicum.*

P R O P O S I T I O I. Quæpiam corporis particula 163 constet duobus materiæ punctis A & B (F. 15): F. 15. mutua eorundem distantia AB dividatur bisariatim in C, ut sit AC = CB; C est centrum gravitatis particulæ silius. *Prob.* Quodcumque planum D E concipias transire per punctum C, semper distantia Am puncti A ex una parte plani erit æqualis distantia Bn puncti B ex parte altera. Cum enim rectæ Am & Bn, quæ distantias punctorum a piano D E metiuntur, sint perpendiculares ad idem planum, ac proinde parallelæ inter se; facile patet, triangula ACM & BCN esse similia, adeoque staret AC: CB = Am: Bn. Est vero ex constr. AC = BC, ergo est etiam Am = Bn. Quare omnia plana per punctum C transeuentia sunt plana æqualium distantiarum: hoc est, punctum C est centrum gravitatis particulæ punctis A & B constantis (158, cor.).

P R O P O S I T I O I I. Quæpiam corporis particula 164 constet tribus materiæ punctis A, B, C, in Fig. 16. F. 16. Recta AB dividatur in o in duas æquales partes, respecta vero oC seceretur in r ita, ut sit Cr: ro = 2:1; punctum r erit centrum gravitatis particulæ, dictis tribus materiæ punctis constantis. *Prob.* Quedlibet planum m_t per punctum r transiens est planum æqua-

lium distantiarum comparate ad dictam particulam ; ergo. *Prob. ans.* Concipiamus eam particulam duabus partibus constare , nempe puncto C , & particula punctis A & B constante. Tuto concipimus puncta A & B collecta , compenetrataque esse in o (161. cor. 1.). Quod si fiat ; summa distantiarum a piano m t ex una parte erit $\equiv 20\text{ m}$, ex altera vero $\equiv Ct\text{ c.}$ Jam vero esse $20\text{ m} \equiv Ct$ sic demonstro. Triangula or m , & Cr t sunt similia ; ac proinde stat :

$$Cr : ro \equiv Ct : om.$$

$$\text{Est vero ex constr. } Cr : ro \equiv 2 : 1.$$

$$\text{Ergo erit etiam } Ct : om \equiv 2 : 1.$$

$$\text{Hoc est } - - - Ct \equiv 20\text{ m.}$$

165 PROPOSITIO III. Quodlibet corpus suo gravitatis centro prædictum est. *Prob.* Constat quodpiam corpus punctis A , B , C , D , E , F , G , Fig. 17.

Si 1mo sola puncta A & B considerentur , eorum centrum gravitatis a reperitur , rectam AB in duas æquales partes dividendo : eodem modo acquiritur centrum e punctorum D & C , item centrum d punctorum E & F (163). Si 2do recta a c , quæ particularia centra a & c connectit , in duas æquales partes secetur in f , commune gravitatis centrum punctorum A , B , C ; D erit in eodem punto f , uti patet ex n. 162. Ceterorum vero trium E F G commune gravitatis centrum g acquiretur , rectam d G ita secando , ut sit $Gg : g d \equiv 2 : 1$ (præc.). Itaque habemus iam in corpore assumpto duas partes , quarum unius centrum gravitatis sit in f , alterius in g. Quod si ergo recta fg secetur in o in ratione massarum reciproca ; punctum o erit commune gravitatis centrum omnium materiæ punctorum , corpus assumptum constituentium (162). Eodem modo in quounque alio corpore ad commune gravitatis centrum devenir potest ; quare quodlibet corpus suo gravitatis centro prædictum sit , oportet.

Coroll. 1. Si alio ordine conferantur inter se puncta corporis assumpti , e. g. si primo quatuor materiæ punctorum B , E , C , D commune centrum inveniantur , tum ceterorum trium A , F , G , ac denique duobus his particularibus centrī inventis ad inveniendum com-

commune totius massæ centrum gravitatis procedatur; semper omnino ad unum idemque punctum o demum deveniatur, oportet. Cum enim ejusm. punctum, ad quod dicta procedendi methodo demum devenitur, pro communi corporis centro gravitatis habendum sit, uti hactenus ostendimus; si duabus diversis viis ad duo diversa puncta demum deveniri posset, idem corpus plura gravitatis centra omniibus suis materiæ punctis communia haberet: atqui in quolibet corpore commune gravitatis centrum non nisi unicum esse potest (160); ergo. Nempe idem hic evenit, quod evenire diximus n. 27. Schol. 2. si cuiquam materiæ puncto eadem vires successive jam hoc, jam illo ordine applicentur: item quod evenit. si plures numeri inter se multiplicandi sint. Si enim e. g. 2, 3, & 4 inter se multiplicari debeant, semper ultimum factum erit = 24, sive hoc, seu illo ordine numeros illos inter se multiplices.

Coroll. 2. In qualibet corporum collectione adesse quoddam toti collectioni commune gravitatis centrum, idque unicum, eadem, qua paullo ante usi sumus, argumentandi ratione evinci posse, in aperto est.

Coroll. 3. In cujuslibet corporis volumine infinites plura sunt puncta imaginaria, quam realia; igitur infinites probabilius est, cujuslibet corporis centrum gravitatis esse quoddam punctum imaginarium, quam esse reale aliquod materiæ punctum.

Schol. 1. „ Demonstrandum necessario fuit, inquit Boschovichius Theor. Phil. Nat. n. 240. haberi alii quod gravitatis centrum, atque id esse unicum; & perperam id quidem a Mechanicis passim omititur: si enim id non ubique adesset, & non esset unicum, in paralogismum incurrerent quam plurime Mechanicorum ipsorum demonstrationes. „ Ego his in rebus ostendendis eam tenere argumentandi rationem sum conatus, quæ & firmi roboris, & etiam quatenus fieri licet, ad captum Tironum accommodata effet.

Schol. 2. Commune gravitatis centrum quorumvis duorum corporum A & B (F. 20.) jacere in linea recta A B, particularia ipsorum centra jungente, distareque ab his centris in ratione massarum reciproca,

aperte confequitur ex iis, quæ n. 162 dicta sunt. Ea enim argumentandi ratio, qua ibidem usi sumus, evincit, punctum C in linea A B ita acceptum, ut hæc teris A & B massas designantibus sit hæc proporcio: $A : B = BC : AC$, fore communis gravitatis centrum eorundem massarum. Quia tamen hæc propositio sèpius usui nobis erit, utramque ejusdem partem alio adhuc modo declarabimus.

Prob. itaque 1. pars. Concipiatur imprimis quadrilaterum verticale planum per rectam A-B, particularia centra A & B connectentem: quoniam planum istud transit per utriusque corporis particulae centrum; est planum æqualium distantiarum tam comparate ad corpus A seorsim acceptum, quam etiam comparate ad corpus B seorsim consideratum. (158. cor.):: ergo est planum æqualium distantiarum etiam comparate ad summam eorundem corporum; ac proinde transit per commune ipsorum gravitatis centrum (160). Concipiatur deinde planum alterum horizonti parallelum transire per eandem rectam A-B; istud eodem modo transire debet per commune dictorum corporum centrum gravitatis. Ergo commune istud centrum ibi erit alicubi; ubi duo illa plana se se intersecuerint: atqui hæc nusquam alibi intersecabunt se se, quam in recta A-B; ergo commune gravitatis centrum duorum quorumvis corporum A & B jacet alicubi in recta AB, particularia ipsorum centra conjugente.

Prob. 2. pars. Ponamus commune gravitatis centrum esse in C. (Fig. ead.), perque illud concipiatur transire planum M-N. Numerus punctorum omnium corporis A, seu massa ejusdem sit $= A$, massa vero corporis alterius dicatur B. Summa distantiarum punctorum omnium corporis A. a plane M-N est $= A \times A C$, pariter summa distantiarum punctorum omnium corporis B. ab eodem plane est $= B \times BC$. (160). Porro M-N est planum æqualium distantiarum: comparate ad corpora A & B simul sumpta (cit.); stat ergo: $A \times AC = B \times BC$.

Hinc $AC : BC = B : A$. (Math. 204). Hoc est commune gravitatis centrum C corporum A & B. ab eorundem particularibus centris distat in ratione reciproca massarum.

Coroll.

Coroll. Datis ergo centris gravitatis quocunque corporum, reperi potest centrum commune omnium, si primum queratur centrum commune duorum, sum hoc jungatur cum centro tertii, rectaque jungens hanc centra accetur in ratione reciproca summæ massarum priorum ad massam tertii, & sic porro.

§. III.

De situ Corporum dependente a centro gravitatis.

PROPOSITIO I. Si corpus libere suspensum pen-
deat; ad eum semper situm se se componit, ut re-
cta ex punto suspensionis per centrum gravitatis du-
cta sit horizonti perpendicularis. 166

Prob. Corpus libere suspensum ad eum semper si-
tum se se componit, in quo singula plana verticalia,
seu horizonti perpendicularia, que per suspensionis
punctum transeunt, sint plana distantiarum æqualium.
Si enim vel unicum verticale planum, per punctum
suspensionis transiens fuerit alterius generis, jam partes
et trans illud positæ non erant in æquilibrio, ve-
rum upius nisus convertendi corpus circa quendam
axe horizonti parallelum, perque punctum suspen-
sionis transuentem, contrario partis alterius nisui præ-
valebit. Hinc, quoniam quodlibet planum æqualium
distantiarum debet transire per centrum gravitatis (160);
corpus libere suspensum ad eum semper situm se se com-
ponit, in quo singula plana verticalia, per suspen-
sionis punctum ducta, transeant etiam per centrum gra-
vitatis. Corpus ergo ad eum semper situm se se compo-
net, ut punctum suspensionis, & centrum gravita-
tis sint singulis iis planis communia puncta; conse-
quenter, ut communis eortundem planorum intersectio
sit ea recta, que ex punto suspensionis per centrum
gravitatis ducitur: porro plurim planorum horizonti
perpendicularium communis intersectio eidem horizonti
perpendicularis sit, oportet: ergo corpus libere suspen-
sum ad eum semper situm se se componit, ut recta ex
puncto suspensionis per centrum gravitatis ducta sit
horizonti perpendicularis.

Coroll. 1. Quodsi ergo e puncto suspensionis demittatur filum penduli, superficiem corporis libere suspen- si radens; planum per ejus fili positionem ductum transibit per centrum gravitatis.

Coroll. 2. Hinc si ex diversis successive punctis suspen- datur idem corpus, diversaque fili penduli, e variis suspensionis punctis demissi, positiones notentur; plura obtinebuntur plana verticalia per centrum gravitatis transeuntia, e quorum intersectione mutua ipsum etiam gravitatis centrum in corpore determinari poterit.

Schol. Centrum magnitudinis est illud punctum in cor- pore, per quod transeuntia plana singula dividunt vo- lumen corporis in duo minora volumina inter se æqua- lia. Unde facile patet, in homogeneis, simulque re- gularis figuræ corporibus, ut circulo, quadrato, sphæ- ra &c. centrum gravitatis congruere cum centro ma- gnitudinis: at non esse istud in omnibus universè figu- ris verum, evidenter ostendunt Geometræ; immo o- stendunt præterea, plurimas esse figuræ, quæ centro magnitudinis prorsus careant, cum tamen centro gra- vitatis carere nulla possit.

I67 PROPOSITIO II. Si corpus piano horizontali sic insistat, ut recta horizonti perpendicularis, ac per centrum gravitatis transiens, quæ linea directionis nun- cupari solet, intra basim cadat; id corpus stabit: sin autem ea linea cadat extra basim; corpus in eam par- tem prolabetur, versus quam perpendicularis illa de- clinaverit. *Ratio 1. partis* est. Insistat enim corpus A-

F. 18. B D E (Fig. 18.) piano horizontali F I ita, ut linea directionis m o, per centrum gravitatis C transiens, cadat intra basim A B. Ductis per extremitates ba- seos planis verticalibus A I & B n, pars A E l urgebit quidem corpus ad lapsum versus E, at nifus alterius partis A l D B ei lapsui obsistet: porro hunc nifum illo majorem esse facile patet. Pariter nifus partis B n D urgebit quidem corpus ad lapsum versus D; at nifus major partis alterius B n E A ei lapsui adversabitur. Corpus ergo illud stabit.

Ratio 2. partis est. Si enim eidem piano horizon- tali ita insistat corpus H O K, ut linea directionis r t extra basim H O cadat, ducto verticali piano O s per ba-

baseos extremitatem O; tota pars Q K s. nisu suo ad horizontem perpendiculari lapsum corporis versus t uterabit, erique hic nisu major contrario nisu partis HOs: cum enim planum r t sit æqualium dstantiarum, nisu partis t r K effet æqualis nisu partis t r HO. Corpus ergo versus t, nimirum qua declinat linea directionis, prolabatur, est necesse.

Coroll. 1. Ex his paret, cur turres quædam, ut ut non parum inclinatae, firmæ tamen consistant: e. g. Pisana, 117. pedes alta, cuius basis a perpendiculari ex vertice demissi septem fere cubitis deflectit: Colonensis, quæ adeo acclivis esse dicitur, ut per ejus dorsum sine periculo ascendere liceat: Bononiensis, &c. Nimirum ejusmodi turris ampliore basi est instructa, extra quam linea directionis, ut ut tanta sit mol s. inclinatio, adhuc non cadat.

Coroll. 2. Intelligitur quoque, cur, si corpus nostrum e. g. versus dextram partem declinet ita, ut casu proximum sit, pedem sinistrum, aut brachium in partem contrariam subito protendamus: scilicet ea ratione efficimus, ut centrum gravitatis corporis nostri tantisper versus sinistram partem retrahatur, atque ita linea directionis contineatur intra basim. Simili de causa gibbosæ, onus in dorso portantes, aut montem scandentes se se antrosum inclinant, ii autem, qui amplio ventre prædicti sunt, item quæ pondus quodpiam ante se ferunt, aut de monte descendunt, retrosum inclinantur: bajuli, qui alterutra manu pondus gestant, manum alteram in oppositam partem protendunt, &c.

Coroll. 3. Quum unico pedi insistimus, vices baseos unicus ille pes sustinet, ac proinde facilis negotio fieri poterit, ut linea directionis corporis nostri extra basim exerret; cum vero duobus pedibus innitimus, uterque pes noster, & præterea spatiū iis interjectum baseos munere fungitur: non est ergo mirum, quod in priore casu facile prolabatur corpus nostrum in partem alterutram, non item in altero; item quod firmius stenus pedibus divaricatis, quam compositis, constrictisque.

Coroll. 4. Corpus P alicui etiam tenuissimi apicis fulcro R Q, quod tamen ejus pressionem sustinere queat, innixum stabit, modo linea directionis i Q ita in eum apicem cadat, ut a lapsu, qui sit horizonti perpendiculari

cularis, impediatur. Cum enim planum i Q sit æquilibrium distantiarum, utpote per centrum P transiens, momenta corpus illud ad lapsum in hanc & illam partem urgentia sunt æqualia, ac proinde se se mutuo elidunt; ut adeo solus lapsus directione ad horizontem perpendiculari i Q ei corpori supersit: at ab isto quoque obstantis fulcri firmitate prohibetur. Atque hinc explicatum trahunt innumera, quæ rudiiores in admirationem rapere solent. e. g. *1mo.* *Funambuli* funi insistunt, aut apici coidam innixi se torquent in gyros, quin prolabantur: arte enim, longaque exercitatione eam consecuti sunt corporis agilitatem, qua efficere nunt, ne linea directionis sui corporis a fune, aut a picie, utpote basi, deviet, aut si rancis per declinet. etiam, ut illico redeat. *2do.* Idem longas hastas, scillas erectas &c. nunc manu identidem mota, nunc fronte supina, aut etiam dentibus excepta diutius circumferunt, labanti gravitatis cenero fulcrum identidem admiranda dexteritate supponentes. *3ro.* Nonnunquam prægrandes equi, leones &c. e plumbo, lapi- de &c. efformati solis duobus posterioribus pedibus exiguo fulcro insistere cernuntur in ædificiis splendidioribus. Nimirum eum obtinent sicutum, ut linea directionis intera pedes, quibus innitantur, cadat: firmari que præterea solent stylo ferreo per pedes in fulcrum occulte immisso, ne eadem linea directionis extra basin facile dimoveri possit. *4ro.* Corpus S inflexo uncus ferreo adnexum, herebit suspensum, si uncus ferreus ad oram mensæ ita applicetur in G, ut linea directionis f d transeat per punctum sustentationis G. Cum enim planum f d sit æquilibrium distantiarum, corpus S in neutram partem deflectere potest; ut adeo si decidat, directione f d ad horizontem perpendiculari rure debeat; cum ergo lapsui perpendiculari fulcrum G adversetur, in quiete persistat, est necesse. *5ro.* Passim circumferuntur leuculi, & pigmæi tenui apicē, cuspidique acus insistentes: nempe partes ~~comum~~ ita ad æquilibrium reductæ sunt, ut linea directionis extra basin, ut ut angustam, non illico excurrat.

Schol. Sæpe solent ex ligno efformari rotæ, cylindri &c. quæ non sine stupore imperitorum per planum inclinatum suapte ascendant. In hujusmodi corporibus,

bus, quae in massis physicis exhiberi solent spectato-
ribus, plerumque in quapiam parte corpus ligno spe-
cificè gravius latet, e. g. plumbum: unde fit, ut cen-
trum gravitatis non congruat cum centro magnitudi-
nis, veruna accedit ad aliquam superficiem partem.
Quando ergo id genus corpus ad eum situm colloca-
tur in piano inclinato, ut ipsius centrum gravitatis se-
condum æquilibrii leges rueret, & ad planum horizon-
tale recedere debeat, istud vero evenire non possit,
nisi simul corpus illud motu rotationis aliquantum de-
scendat per planum inclinatum; ignari Phylicæ specia-
tores existimant, corpus illud contra nativam gravita-
tem sursum reperi, inque admirationem abripiuntur.
Sæpe ipsa figura corporis ita efformatur, ne centrum gra-
vitatis accedit ad aliquam superficie partem, quin parti
illi quodpiam aliud corpus specificè gravius inseratur.

§. I V.

*De iis, quæ ad determinandas centri gravitatis
proprietates viam sternunt.*

168

PROPOSITIO I. Si plura materiæ puncta agant
in se invicem viribus quibuscunque determinato
quodam tempuscule, quo toto vires singulæ suam di-
rectionem, intensitatemque servent; in fine ejus tem-
pusculi omnia materiæ puncta in iis loci punctis erant,
in quibus essent, si totidem tempuscula, assumpto tem-
pusculo æqualia, fumerentur, quot sunt diversa pun-
ctorum in se se agentium binaria, cum assignato uno
ex iis tempusculis cuivis binario, haberet binarium
quodvis tempuscule sibi assignato motum debitum vi
motuæ suorum punctorum, ceteris omnibus extra tem-
puscula sibi assignata quiescentibus.

Prob. Si plura simul materiæ puncta quodpiam tem-
pusculo dictis viribus in se invicem agant; quodlibet
eorum in fine tempuscule ejusdem ibi reperietur, ubi
reperiatur, si vires singulæ, aliæ post alias, totidem
diversis tempusculis, assumpto tempusculo æqualibus
ipsi applicarentur, cessante cujuslibet vis actione post
suum tempusculem (26. cor. 1.): atqui tunc, dum
totidem æqualia tempuscula sumuntur, quot sunt bi-

maria in tota congerie; dictaque ratione quodvis binarium assignato sibi tempusculo mutuarum virium actionem persentilcitur, cuilibet materiæ puncto singulæ illæ vires, quas secus omnes simul persentisunt, aliæ post alias cotidem diversis tempusculis applicantur; ergo. *Mis*, patet. Constat enim aliqua congeries his e. g. quatuor materiæ punctis: A, B, C, D: sex aderunt diversa punctorum binaria, nempe: A & B, A & C, A & D, B & C, B & D, C & D. Assumantur ergo sex æquabilæ tempusculæ, eorumque primum assignetur binario A & B, alterum binario A & C &c. Claram est, singulis materiæ punctis successive applicari singulas eas vires, quas ea conjunctas persentisunt totæ, quæcumque tempusculo omnia simul mutuas in se vires exercent.

169

P R O P O S I T I O II. Assumatur quæcunque punctorum congeries, in qua singula materiæ puncta initio cuiusdam tempusculi habeant suas celeritates quascunque; & præterea tunc eo tempusculo urgeantur viribus mutuis: Summa distantiarum punctorum omnium ab aliquo plano ultra totam congeriem assumptæ, quæ habebatur initio assumpti tempusculi, sit $= sD$; quæ vero habetur in fine ejusdem tempusculi sit $= sd$; numerus punctorum omnium dicatur N. Si 1) fuerit $sD > sd$; commune gravitatis centrum eo tempusculo accedit ad assumptum planum, qui accessus si datur α , erit $\alpha = \frac{sD - sd}{N}$. Si 2) fuerit $sd > sD$; idem centrum ab eodem plano recedet, eritque recessus, seu $\epsilon = \frac{sd - sD}{N}$. Si denique 3) fuerit $sD = sd$; commune gravitatis centrum neque accedit ad assumptum planum, neque ab eo recedet.

Ratio *ime partis* est. Nam distantia centri gravitatis ab eo plano initio assumpti temporis est $= \frac{sD}{N}$; in fine vero ejusdem est $= \frac{sd}{N}$ (*160. cor. 2.*); est ve-

$\frac{A}{N} = \frac{sD}{N}$ ergo communis gravitatis centrum in fine tempusculi minus distat ab assumpto piano, quam distiterit ab inicio ejusdem et hoc est, nentrum: illud ad assumptum planum eo tempusculo accessit. Primo considerandum differentia rite exprimit recessum, ex tempusculo factum, sic si distantia initio tempusculi sit $= H O$, (F. ss. 10) fine vero $= O$; accessus ex tempusculo factus erit $= H Q$ — $O = H r$: est ergo generatim centri gravitatis accessus, seu $\frac{sD}{N} - \frac{sD}{N} = N$

ad pars eodem paucis corporiscatis modo declarari potest. Cum enim in altero casu $sD = sD$, est etiam $\frac{sD}{N} - \frac{sD}{N}$ commune ergo centrum gravitatis in fine tempusculi magis distat ab assumpto piano, quam distiterit inicio ejusdem, ac proinde ab eodem piano recessit: porro recessum illum exprimit differentia eamdem distantiarum; dictus ergo recessus, sed et $sD - sD = sD$

$\frac{N}{N} - \frac{N}{N}$ pars manifesta est. Si enim sit $sD = sD$, erit eti $\frac{sD}{N} - \frac{sD}{N}$ hoc est, distantia centri gravitatis ab assumpto piano eadem est in fine tempusculi, quæ fuit inicio ejusdem.

Coroll. Si in aliqua congerie numerus punctorum ponatur non variari, N est *constans*; eo ergo casu, si de sola geometrica æqualitate loqui libuerit, priores formulæ in has abibunt: $a = sD - sD$; $s = sD - sD$.

PROPOSITIO III. Ponamus aliqua massa suspiam puncta intra datum tempus ad aliquod planum ultra totam eam massam conceptum accedere, alia vero ab eodem recedere; summa omnium accessuum sit $= A$, summa recessuum omnium $= sR$: præterea sD & sD retineant valores num. præc. statutos. Ajo, ge-

geratim esse $sD = sR + sA$. Nam sR exprimit id incrementum, quod intra assumptum tempus accessit ad eam distantiarum summam, quae ejusdem temporis initio respondebat, secundum sD ; sA vero exprimit ejusdem summae decrementum: ergo ut acquiratur sD , seu summa distantiarum fini assumpti temporis respondens, sR debet addi ad sD , sA vero ab eodem subtrahi.

Coroll. 1. Quoniam est $sD = sD + sR - sA$; est imprimis $sD - sD = sA - sR$; est deinde $sD - sD = sR - sA$.

Coroll. 2. Si numerus punctorum massam coniunctionum sic contans; centri gravitatis ad assumptum planum accessus: seu α est $= sD - sD$, recessus vero seu $\epsilon = sD - sD$ (præc. cor.) igitur in eadem hypothesi est quoque $\alpha = sA - sR$, & $\epsilon = sR - sA$.

PROPOSITIO IV. Motu punctorum materialium vires statum communis centri gravitatis progressus non turbant. Quod maximi momenti theorema ut in plena luce collocetur; assumamus imprimis quodpiam tempusculum, quo toto eadem vires perdurent absque ulla mutatione, quas initio ejus tempusculi materiae puncta persentiscunt: deinde idem illud tempusculum in duo primum aequalia tempuscula minora dividi concipiemos, cum in tria, quæcavat, & sic pôrru; rursus tamen ita, ut per unum quodque tempusculum absque variatione perdurent ex vires, quas initio ejusdem tempusculi puncta persentiscunt, ut ut alia futura sit directio, intensitasque virium uno tempusculo, alia altero.

Assumamus ergo imprimis tempusculum quodpiam, quo toto eadem vires perdurent, quæ respondent initio ejusdem. Tempusculo hoc motuis punctorum viribus non posse turbari statum communis centri gravitatis, sic ostendo. In hoc casu in fine assumpti tempusculi omnia materiae puncta (adenoque etiam dependens ab his communione gravitatis centrum), in iis loci punctis erunt, in quibus essent, si totidem tempuscula, assumpto tempusculo aequalia, sumerentur,

tur, quot sunt diversa punctorum binaria in omni ea congerie, tum assignato uno ex iis tempusculis cuivis binario, haberet quodvis binarium tempusculo sibi assignato motum debitum vi mutua seorum punctorum, ceteris binariis omnibus extra tempuscula sibi assignata quiescentibus, nihilque agentibus (168); quod si ergo vires mutuae in altero hoc casu, quo successive applicarentur, nihil turbarent status communis centri gravitatis; neque turbabunt, quum in assumpto casu simul omnes egerint: atqui in altero illo virium successive agentium casu eadem vires prolsus non turbarent statum centri gravitatis; ergo. *Prob. 3 abs. min.* Clarum est, non posse turbari statum centri gravitatis nisi turbaretur ejusdem ab aliquo plano ultra totam massam concepto distantia; atqui vires illae successive agentes non turbarent centrum gravitatis ab ullo id genere plano distantiam; ergo. *Prob. min.* Cum distantia centri gravitatis a plano ultra massam concepto sit generatim $= \frac{rD}{N}$ (160. cor. 2.); manifestum est, mente eodem materie punctorum numero, non posse mutuis corundem viribus turbari centrum gravitatis ab aliquo plano ultra totam massam concepto distantiam, nisi vires illae inducere mutationem in summam distantiarum punctorum omnium ab eodem plano, seu in *s D*: atqui in dicto virium successive agentium casu vires illae nullam possent inducere mutationem in distantiam distantiarum summam. Cura enim omnia materiae puncta sint homogenea, qualibet binâ ipsorum assignato sibi tempusculo aequales, & contrarias vires persisterebant (64); consequenter in quolibet binario punctum unum certa quadam directione recedendo a piano quocunque ultra totam massam concepto semper tantundem augeret summam distantiarum ab eodem piano, quantum diminueret alterum contraria directione accedendo. Ergo.

Concipiamus jam assumptum tempusculum dividiri in alia duo minora tempuscula aequalia. Priore tempusculo procedet res, ut ante; hoc est, actione virium mutuarum status centri gravitatis non turbabitur: tempusculo altero binarium quodlibet ob suam inertiam

inertiae vim (26) componet motus praecedens tempusculo genitos cum iis motibus, qui novis virium actionibus ejusdem alterius tempusculi initio generantur; qui motus compotitus ex hypothesi per totum illud tempusculum absque ulla mutatione perdurat. At neque altero hoc tempusculo posse perturbari statum centri gravitatis actione virium mutuarum, sic ostendo. Nam ii motus, qui praecedente tempusculo generati sunt, quam etiam illi, qui actione mutuarum virium altero hoc tempusculo generantur, in quolibet punctorum binario sunt aequales, & contrarii; ergo uti patet ex iis, quae paulo ante diximus, neque illi motus, neque hi turbabone statum centri gravitatis si primum illi, deinde hi successively applicentur materiae punctis: eo autem ipso neque tubo poterunt distinctorum statum turbare, quom per inertiae vim compotiti fuerint, simulque omnes materiae puncta afficerint (24. cor. 1.); ergo.

Si assumptum tempusculum in tria minora aequalia tempuscula divisum, concipiatur; primis duobus tempusculis non esse mutandum statum centri gravitatis, ex hactenus dictis patet: tertio tempusculo accidenti novi motus, eodem illo tempusculo tertio generandi actione mutuarum virium, componentutque cum iis, quos materiae puncta ab tempusculo habuerunt. At si quoque novi motus in quolibet punctorum binario erint aequales, & contrarii; adeoque ne illi quidem adversabuntur statui centri gravitatis. Idem est, de qua libet novo motuum genere, si dictum tempusculum in quatuor, quinque &c. aequales partes mente dividatur. Hinc etiam tum, quum tempusculum illud in partes numero infinitas, ac proinde infinite parvas dividi concipiatur, ut nimirum eam, quae reapse in natura obtinet, continuam virium, positionumque in materiae punctis mutationem aequiramus, adhuc status centri gravitatis nullam a mutuis punctorum viribus patietur mutationem.

Croll. Igitor in quacunque materiae pluritorum collectione ille idem est constanter status communis centri gravitatis, dum puncta illa multo in se se viribus agunt, qui esset, si eadem puncta nullas id genus vires mutuas persentisferent.

Schol.

Schol. Quoniam ideo non turbatur status centri gravitatis iis motibus, quos mutuæ vires progignunt, quia illi in quolibet materiæ punctorum binario sunt æquales & contrarii; clarum est, id genus motibus corpori impressis, qui non sinit æquales & simul contrarii in quolibet punctorum binario, turbatum iri statum centri gravitatis in corpore practis illis constante. Porro si rejectis punctorum viribus mutuis, e. g. fermentationem ope cojuspiam ætherei fluidi peragi ponas cum Cartesianis; temerarius fueris, si contentas, ab æthere illo temere agitato cilibet binario punctorum corpus fermentans constituentium motus semper æquales & oppositos ita debere dispensari, ut discrimen sensus effugiat, ac proinde ut commune gravitatis centrum in eodem ad sensum loco perseveret. Quapropter recte ait Boschovichius Phil. Nat. 385.

Si, inquit, particulæ massæ cuiuslibet ingentem habent motum reciprocum hac, illac, & interea centrum commune gravitatis iisdem motibus careat; id sane indicio est, eos motus provenire ab internis viribus mutuis inter puncta ejusdem massæ. Id vero accidit imprimis in fermentationibus, quæ habentur post quarundam substantiarum permixtionem.

§. V.

De Proprietatibus Centri gravitatis.

Generales motus leges potissimum a proprietatibus centri gravitatis dependent: hæ igitur peculiari cura sunt pertractandæ Philosopho, priusquam ad illas gradum faciat. Porro mox initio videndum est, quænam celeritas obveniat centro gravitatis ex ea motus quantitate, quæ corpori ab externa causa, e. g. ab incurrente alio corpore imprimitur. Quod ut ex sequente Propos. eo facilis eruat, animadvertendum est: dum e. g. corpus A incurrit in quietens B, non nisi extimæ quædam hujus particulæ determinantur proxime ab incurrente illo corpore ad motum. Incurrens enim corpus nunquam devenit ad attractum mutuum cum impulso corpore, sed his corporibus a se invicem dia-

172

Physica Generalis.

K

Stan.

Rantibus agenti vires repulsivæ ; quas non nisi extima eorundem corporum puncta possunt persentiscere , cum ex ad exiguae duntaxat distantias porrigitur.

173 PROPOSITIO III. Incurrat quæpiam massa in F. 13. aliam quiescentem , & punctis E, E, L, L (Fig. 13) constantem ; hujusque extimis punctis E, E imprimat repulsivis suis viribus celeritates quasdam , vi quarum eadem puncta E, E , si nullas alias vires persentiscerent, intra datum tempus accederent ad aliquod planum CD. Ponamus autem summam accessuum , que in hac hypothesi dato tempori responderet , esse = s a. Ex dicta collisione hæc duo consequi necesse est : 1mo. Reliquia etiam impulsæ massæ punctis L, L, agentibus mutuis viribus ad aliquos motus determinabuntur. 2do. Si summa accessuum omnium ejusdem impulsæ massæ punctorum ad idem planum CD intra tempus sumpto æquale sit = s A , summa vero recessuum (si puncta aliqua ad recedendum determinarentur) sit = s R ; erit generatim $s A - s R = s a$. Ratio ita est. Dicit enim dictæ celeritates imprimuntur punctis E, E, hæc de limitibus cohesionis dimoventur , acceduntque ad puncta L, L; ergo ista quoque , mutuis viribus agere incipientibus , ad aliquos motus concitari est necesse.

Alterum hoc modo declaratur. Assumamus totidem tempuscula assumpto superius tempuscule æqualia , quot sunt diversæ punctorum binaria , & præterea unum. Postremum hoc tempusculum pro primo accipiat , eoque rato sola puncta E, E concipiuntur ferri celeritatibus collisione acquisitis , quin ultas alias vires persentiscant : accedent ea ad planum CD , summaque accessuum intra id tempusculum erit sex hypothesi = s a. Deinde assignata uno ex reliquo tempuscule cuivis binario ; habeat binarium quodvis assignata sibi tempusculo motum debitum vi mutua siorum punctorum , ceteris omnibus extra tempuscula sibi assignata quiescentibus , nihilque agentibus . Manifesta sequentibus his tempusculis trillo modo variatam in summam accessuum primo illi tempuscule responderem , quam possumus esse = s a. Cum enim mutuæ vires quatuorlibet binorum punctorum sint æqua-

les & contrarie; in quolibet binario punctum unum accedendo ad planum CD tantundem augebit dictam accessum summam, quantum imminuet alterum contraria directione ab eodem plano recedendo. Itaque summa accessum, quæ omnibus illis tempusculis (incluso etiam primo illo tempusculo) respondet, subtractis omnibus recessibus est denique $\equiv s.a.$ Jam vero, ut ex iis intelligere licet, quæ ipso prædicta sunt, perinde se res habet in collisionibus, ac si vires illæ, quas ea occasione materiae puncta simul persentiscont, singulæ ipsis dicto superius modo successive applicarentur: consequenter eadem re ipsa est summa omnium accessum demptis recessibus in impulsam massa intra datum tempusculum, quæ esset, si vires, quas omnia ejus puncta tempusculo illo persentiscont dicto superius modo successively ipsis applicarentur. Ergo $sA - sR \equiv s.a.$

Coroll. 1. Igitur assumpta punctorum E, E impulsione fit, ut centrum gravitatis impulsæ massæ, quod prius ex hypothesi quievit, determinetur ad motum versus planum CD. Cum enim sit $sA - sR \equiv s.a.$; quemadmodum $s.a.$, ita etiam $sA - sR$ est valoris positivi: hoc est, intra assumptionem tempusculum imminuitur summa distantiarum punctorum omnium a piano CD, seu est $sD \geq sR$. Eo autem ipso centrum gravitatis accedit ad planum illud (169); ergo.

Coroll. 2. Accessus centri gravitatis ad planum CD, assumpto tempusculo respondens, fit $\equiv a$, numerus punctorum massam constituentium $\equiv N$; est $a =$

$$\frac{s.a}{N} \quad \text{Nam } s.a = sA - sR \text{ est } \equiv sD - sR$$

$$(170. \text{ cor. 1.}): \text{ est ergo etiam } \frac{s.a}{N} = \frac{sD - sR}{N} \quad \text{Est.}$$

$$\text{verò } a = \frac{sD - sR}{N} \quad (169); \text{ ergo est etiam } a = \frac{s.a}{N}$$

$$\frac{s.a}{N}$$

Coroll. 3. Clarum est, per se rite exprimi eam motus quantitatem, quæ punctis E, E impressa est ab incorrecte massa, per a vero rite exhiberi eam celeritatem centri gravitatis in impulsu massa, quæ ipsi ex eo impulsu, collisioneque obvenit. Ergo motus quantitas, quæ assumptæ massæ ab alia incorrecte imprimitur, ita dispergitur per omnia ejusdem massæ puncta; ut celeritas, quæ inde centro gravitatis obvenit, sit æqualis impressæ quantitati motus, divisæ per numerous punctorum eandem massam impulsam constituentium.

Coroll. 4. In motu corporis celeritas centri gravitatis pro ipsius corporis celeritate, singulis ejusdem partibus communi, haberi solet, ut adeo corpus totum in suo gravitatis centro collectum esse, compenetratumque concipiamus, dum ejusdem motum contemplamur: cuius quidem rei ratio inferius patebit. Ergo quantitas motus, quam corpus unum alterius incuru acquirit, ita per omnia ipsius puncta dispergitur, ut communis celeritas ex ea obveniens sit æqualis impressæ quantitati motus, divisæ per massam.

Coroll. 5. Quod si ergo duabus diversis massis M & m æquales motus quantitates imprimantur, quarum utraque sit $=Q$, & celeritates, quæ massis illis obveniunt ex iisdem motus quantitatibus, sint C & c ; erit $C:c = \frac{Q}{M} : \frac{Q}{m} = \frac{1}{M} : \frac{r}{m} = m : M$. Hoc est, dictæ celeritates erunt in ratione reciproca massarum.

174

PROPOSITIO II. Sint quotunque materiæ puncta, quæ habeant inicio dati temporis celeritates quascunque, urgeanturque præterea toto illo tempore viribus mutuis, sed tamen alias externalium causarum vires non persentiscant. Si commune ipsorum centrum gravitatis accesserit eo tempore ad quodcumque planum ultra totam massam conceptum, vel ab eodem recesserit; accessus ille vel recessus erit temporis proportionalis: id est, æqualibus ejus temporis partibus æquales accessus, vel recessus respondebunt. *Prob.* Accessus centri gravitatis ad aliquod planum ultra totam massam conceptum, vel ab eodem recessus est ille idem in assumptione casu, qui esset, si materiæ puncta

præ-

præter memoratas celeritates suas nullis urgerentur viribus mutuis (171. cor.) : sed si illa solis celeritatibus initio temporis impremissis ferrentur, neque urgerentur viribus mutuis , dictus ipsorum accessus , vel recessus esset tempori proportionalis , ergo . Prob. min. Altero hoc casu singula materiæ puncta pro celeritate sibi impressa moverentur uniformiter in directum , exigente id ea inertia vi , quam in singulis materiæ punctis agnoscendam esse probavimus n. 26. Igitur unumquaque ipsorum , si accederet ad aliquod planum ultra totam massam assumptum , accederet æquabiliter ; si autem recederet , recederet æquabiliter : id est , in singulis materiæ punctis accessus vel recessus ejusmodi esset tempori proportionalis. Ergo summa quoque accessuum omnium , uti & summa recessuum omnium tempori proportione responderet ; seu esset imprimis $sA = t$, deinde esset etiam $sR = t$. Unde manifestum est , fore quoque $sA - sR = t$ & $sR - sA = t$. Est vero centri gravitatis ad assumptum planum accessus . seu $\alpha = sA - sR$, recessus vero . seu $\epsilon = sR - sA$ (170. cor. 2.) ; ergo esset etiam $\alpha = t$, & $\epsilon = t$.

Coroll. 1. Quemadmodum ergo tempus æquabiliter fuit , ita etiam motus communis centri gravitatis in hypothesi Propositionis sit æquabilis , est necesse.

Coroll. 2. In eadem hypothesi commune gravitatis centrum vel toto assumpto tempore quiescit , vel toto movetur. Repræsentetur enim tempus illud recta A B (Fig. 19) : si una ejus temporis parte A C quiesceret centrum gravitatis , altera vero parte C B moveretur ; priore illa temporis ejusdem parte nisi accederet ad aliquod planum M N , accederet vero parte altera : accessus ergo ad planum illud non creceret ea ratione , qua tempus , ac proinde non esset tempori proportionalis. F. 19

Coroll. 3. In eadem hypothesi commune gravitatis centrum linea recta moveatur , oportet. Describat enim , si fieri potest , motu suo lineam curvam A C D. Concipiatur planum M N rectæ D C parallelum : centrum illud gravitatis priore temporis parte , qua ex A transiret in C , accederet ad planum M N , altera ve-ro parte , qua ex C deferretur in D , prorsus non ac-

Cederet : ejus ergo ad planum M N accessus rorsas non creceret ea ratione , qua tempus ; hoc est , non responderet temporis proportione .

Coroll. 4. Urcunque longum esse ponatur tempus illud , quod in Propositione assumptissimus , vis demonstrationis , qua eandem Propositionem stabilimus , semper integra est : quod si ergo eo casu , quo celeritates quæcunque imprimuntur materiæ punctis cuiuspiam corporis , commune gravitatis centrum directione quadam moveri coepit ; movebitur in infinitum uniformiter in directum , usque dum externæ caussæ mutationem in ejus statum induixerint . Eodem modo si quiescere coepit , quiescat constanter .

P R O P O S I T I O III. Impellatur corpus A (Fig. 2) duabus simul viribus AB & AC ita , ut quo tempore vi una seorsim impressa ipsius centrum gravitatis deveniret ex A in B , eodem tempore vi altera seorsim impressa pertingeret ex A in C ; in fine ejusdem temporis idem gravitatis centrum reperietur in F , Tunc in fine diagonalis ejus parallelogrammi , cuius latera vires illas repræsentant . *Prob.* Quoniam mutuæ punctorum vires prorsus non turbant statim centrum gravitatis (171) , ibi erit centrum gravitatis in fine dicti temporis , ubi esset , si materiæ puncta in eo corpore prorsus nullas in se se mutuas vires exererent , verum unumquodque ipsorum solas impressas vires AB & AC persentisceret ; atqui altero hoc casu commune gravitatis centrum in fine assumpti temporis reperiretur in F ; ergo ibidem reperietur , tametsi præterea materiæ puncta mutuis in se se viribus agant . *Prob. min.* In altero hoc vicium mutuarom nihil agentium casu singula materiæ puncta ibi reperirentur in fine dicti temporis , ubi reperirentur , si eorum singulis vires AB & AC successive , altera post alteram applicarentur (26. cor. 1.) : ergo etiam gravitatis centrum in eodem casu ibi reperiretur in fine ejusdem temporis , ubi reperiretur , si singulis materiæ punctis vires AB & AC , altera post alteram successive applicarentur : atqui tunc , quam vires illæ singulis materiæ punctis successive applicarentur , centrum gravitatis demum reperiretur in F ; ergo . *Subf. min.* facile patet . Ponamus

mus enim imprimis solam vim AB imprimi corpori ex assumptione hypothesi centrum gravitatis intra datum tempus deveniet ex A in B : ponamus deinde , centro gravitatis jam in B existente , imprimi eidem corpori vim AC; eundem materie punctum (si menterem abstrahamus ab iis inequalitatibus , quas mutuas ipsorum virs inducunt) altero aequali tempore describet motu suo lineam parallelam & aequalem ei lineae , quam descripsisset , si eadem vis tunc fuisset impressa corpori , quem centrum gravitatis in A situm erat: ergo etiam centrum gravitatis describet rectam BF , aequalem & parallelam rectae AD , seu ei , quam ex hypothesi descripsisset , si ipso in A existente corpori vis AC impressa fuisset : hoc est , centrum gravitatis demum reperitur in F.

Coroll. 1. Quod si ergo plures diversi motus simul imprimantur corpori ; commune gravitatis centrum plures illos motus , quos successively haberet , si vis altera post alteram applicaretur corpori , ita componet , ut in fine cujusvis temporis ibi futurum sit , ubi esset , si eosdem motus successively omnino alterum post alterum haberet : eo videlicet modo , quo de materiae punctis seorsim acceptis locuti sumus n. 26. cor. 1. Quostante , eadem argumentandi ratione , qua ibidem in Schol. nisi sumus , ostenditur , etiam commune gravitatis centrum , dum plures successives motus AB , AC , AD , & ceteris aequalibus temporibus haberet , semper ad idem punctum G perventurum , quisunque deinceps esset motuum applicatorum ordo.

Coroll. 2. Ponamus centrum gravitatis cuiuspiam corporis intra datum tempus moveri per rectam KA (Fig. ead.) : si nulla externa vis ageret in corpus illud , ejus centrum gravitatis altero aequali tempore eademi directione deferretur ex A in B ; ita ut sit $AB = KA$ (præc: cor. 4.). Quid si ergo eodem centro ad A pertingente is motus imprimatur corpori a cassis externis , vi cuius solius centrum gravitatis tempore , quod priori aequaliter sit , ex A perveniret in C ; perinde se res habebit , ac si eodem centro in A quiete , duo diversi motus imprimarentur eidem corpori , quorum unus centrum gravitatis ex A in B , alter vero ex A in C deficeret , si diversi aequalibus tem-

temporibus corpori successive applicarentur. Quare idem centrum gravitatis præcedentem motum suum $K A = A B$ eodem prorsus modo componet cum sequente $A C$, quo modo componeret motus $AB \& AC$ simul sibi impressos. Hoc est, in utroque casu centrum gravitatis in fine dati temporis reperiatur in puncto F .

Coroll. 3. Itaque centrum gravitatis præcedentem suum motum cum sequente, aut etiam plures motus simul acquisitos ita componit, ut singulis, quatenus fieri potest, obsequatur.

Coroll. 4. Ex his jam patet, in quolibet corpore centro gravitatis convenire determinationem illam, quam n. 25. nomine *vis inertiae* insignivimus: unde intelligere licet, quænam inertiae vis citra dubitatem agnoscenda sit in corporibus; ea nimis, quæ in his centri gravitatis proprietatibus consistat, quæ illud vel constanter quietescat, vel constanter moveatur uniformiter in directum, si nulla externa caussa in corpus agat, causis vero externis in corporis agentibus, idem gravitatis centrum præcedentem motum cum sequente, aut etiam plures motus simul acquisitos ita componat, ut singulis quatenus fieri potest, obsequatur. Atque his verbis propositam inertiae vim interea nos appellabimus *vim inertiae corporum*, dum de ea Dissert. III. plura adferamus. Audiamus Boschovi-chium de eadem differentem Phil. Nat. 377. "Inertia corporum, inquit, oritur ab inertia punctorum, & a viribus motu. Nam illud demonstravimus n. 259: si puncta quæcunque vel quietant, vel moveantur directionibus, & celeritatibus quibuscunque, sed singula æquabilis motu, centrum commune gravitatis vel quietescere, vel moveri uniformiter in directum; ac vires matras quascunque inter eadem puncta nihil turbare statum centri gravitatis sive quiescendi, sive movendi uniformiter in directum. Porro vis inertiae in eo ipso est sita; nam vis inertiae est determinatio perseverandi in eodem statu quietescendi, vel movendi uniformiter in directum, nisi vis externa cogat statum suum mutare: & cum ex mea theoria demonstretur, eam proprietatem debere habere centrum gravitatis massa ejusque, com-

compositæ punctis quocunque , & utconque dispositis ; patet eam deduci pro corporibus omniibus. Et hic illud etiam intelligitur , cur concipientur corpora ; tanquam collecta , & compenetrata in ipso gravitatis centro.

Schol. Ait Boschovichius : *Inertia corporum originatur ab inertia punctorum , & a viribus mutuis.* Nisi enim imprimis singula materiæ puncta haberent eam inertiam vim , quam n. 26 & sequ. stabilivimus , & nisi deinde in singulis materiæ punctorum binariis vires essent æquales , & contrarie ; nunquam dederemus modo descriptas centri gravitatis proprietates. Redibit adhuc hac de re sermo. Porro in corporibus de solo communi gravitatis centro verum est , quod debet aut quiescere constanter , aut moveri uniformiter in directum , nisi externa corpori vis agat : nam puncta materiæ , quæ corpus constituant , constanter motu difformi , perque lineas curvas agitantur ob vires suas mutuas , tametsi nulla externa corpori causa quidquam agat.

§. V.

De Actione , & Reactione Corporum.

Inter generales motus leges hanc tertio loco ponit Newtonus : *Actioni aequalis semper & confraria est reactio.* Cui legi quisnam subdit sensus , jam in Cosmof. Metaph. n. 219 explicuimus , simulque eam in natura obtinere , e phænomenis eruimus : at ejusdem ex jactis hactenus principiis deductio , demonstratioque restat etiamnum ; quam hoc loco pertractandam putamus propterea , quod ea potissimum à theoria centræ gravitatis dependeat.

P R O P O S I T I O I. *Actiones corporum sunt mutuae. Incurrat enim globus B in globum A (Fig. 20)* 177
Quoniam corpora ad attractum mutuum devenire nunquam possunt (Metaph. 244. ejusq[ue] coroll.), globus A eatenus commovebitur actione globi B , quatenus ad eas distantias minimas devenient quædam materiæ puncta ejusdem globi B cum quibusdam materiæ punctis globi A . quibus distantias jam mutuae vires repulsivæ

respondeant: ut primum autem id genus distantiae mutuae obtentæ fuerint; eodem tamen jure agent puncta globi A in puncta globi B, quo hæc in illa. Nempe utrorumque punctorum actio ab iisdem distantiis mutuis dependebit.

178

P R O P O S I T I O N E I I. Mutuae corpororum actiones sunt sibi contrariae. Quæ veritas ut eo facilius patet, simplicissimum duarum quarundam exiguarum particularum, in se se mutuis viribus agentium casum assumamus, ex quo deinde ad quemlibet alium quotumvis corporum casum argumentari liceat. Nempe sint dñarum particularum centra particularia in A & B (Fig. ead.), commune vero utriusque centrum gravitatis quiescat in C; tum ponamus particulas illas exiguo quodam tempusculo in se invicem agere, vi cuius actionis centrum particulæ A in fine ejus tempusculi reperiatur in a. Certum est ¹⁾, centrum communne non obstante mutua harum particularum actionem mansurum immotum in C (171); certum est deinde particulare corpusculi B centrum in fine ejusdem tempusculi reperiendum esse in aliquo punto b rectæ ab, quæ a centro a per communne centrum C ducatur (165. Schol. 2.). Hinc celeritates earum particularum e viribus mutuis oriundæ rite representabuntur per rectas A a & B b, utpote per spatiola a centris particularibus eodem tempusculo confecta (173. cor. 4.); quod si ergo hæc duæ rectæ sunt sibi contrariae, actiones mutuas particularum esse contrarias, in aperto est; atqui rectæ illæ sunt sibi contrariae; ergo. *Prob. Juf. min.* Cum dictæ lineæ in partes oppositas tendant, si sunt inter se parallelæ, sunt etiam sibi prorsus contrariæ; atqui sunt inter se parallelae; ergo. *Prob. min.* Si litteræ A & B massas designent, in triangulis ACa & BCb est

Imprimis $AC : CB = B : A$ (165. Sch. 2.)
Eandem ob causam

est etiam $- - - aC : Cb = B : A$.

Igitur est quoque $AC : CB = aC : Cb$.

Præterea anguli ad C sunt æquales: ergo dicta triangula sunt æquiangula (Math. 416), ac proinde est angulus A = ang. B. Eo autem ipso patet, rectas Aa

&

& Bb esse inter se parallelas, utpote quorum anguli alterni sunt aequales (Math. 313); ergo.

Coroll. 1. Cum triangula A Ca & B Cb sint aequilatera, seu similia, est in iis A a : B b = AC : CB (Ejusd. 408): seu ob AC : CB = B : A, est A a : B b = B : A. Hoc est, celeritates aequalium particularum, e mutuis viribus oriundarum, sunt in ratione massarum reciproca.

Coroll. 2. Ponamus rectam A a circa punctum A converti ita, ut puncto a versus A' progrediente angulus CA a continenter magis ac magis imminuatur; quoniam angulus C Bb semper illi aequalis esse debet, iste quoque iisdem decrementis imminuetur. Consequenter eo casu, quo evanescente angulo CA a punctum a congruerit cum puncto A', etiam punctum b congruet cum puncto B'. Hoc est, si centrum A intra datum tempusculum actione mutuarum virium ex A defertur in A' simul etiam centrum B ex B in B' deferatur, est necesse: ac proinde si particula A attrahitur a particula B, haec quoque ab illa attrahitur. Ponamus deinde eandem rectam A a circa punctum A ita converti, ut punctum a in oppositam partem moveatur. seu ut angulus CA a continenter augeatur; iisdem incrementis augebitur etiam angulus C B b. Consequenter eo casu, quo angulus CA a evaserit aequalis duobus rectis, puncto a congruente cum puncto A'', quod sicut sit in recta BA producta; etiam b congruet cum B'', in eadem recta in adversam partem producta sito. Hoc est, quum centrum A intra datum tempusculum actione mutuarum virium ex A removetur in A'', intra idem tempusculum centrum B in adversam partem removetur in B''. Consequenter si particula A repellitur a B, haec quoque ab illa in oppositam partem repelliri debet. In utroque hoc casu rursus apparet, mutuas corporum actiones esse contrarias.

Coroll. 3. In utroque praecedentis corollarii casu celeritates e mutuis viribus oriundas esse massis reciproce proportionales, cum ex corollario 1. facile deduci potest, cum etiam hac methodo patet: quoniam centra particularia a communi centro semper distant in ratione massarum reciproca; habemus imprimis pro dicti coroll. casu primo has duas proportiones:

$$AC : CB = B : A,$$

$$\& \quad A'C : CB = B : A.$$

Ergo est etiam $AC - A'C : CB - CB = B : A.$

$$\text{Seu } A : AA' : BB' = B : A.$$

Hoc est celeritates e mutuis attractionibus ortæ sunt in ratione reciproca massarum se se mutuo attrahentium.

Habemus deinde pro casu altero has duas proportiones.

$$AC : CB = B : A,$$

$$\& \quad A'C : CB = B : A.$$

Ergo est etiam $A'C - AC : CB - CB = B : A.$

$$\text{Seu } A A' : BB' = B : A.$$

Hoc est, celeritates e mutuis corporum repulsionibus ortæ sunt rursus massis reciproce proportionales.

Schol. Pro demonstranda propositionis veritate casum simplicissimum assumptissimus, in quo nimirum eas solum celeritates oculis subjiciantur, quæ intra datum tempusculum actione virium mutuarum progiuntur, at in iis casibus, qui in natura reapse eveniunt, non quam sit, ut in duabus particulis in se se mutuo agentibus, intra datum tempusculum eæ duntaxat celeritates reperiatur, quæ intra idem tempusculum e mutuis viribus oriuntur; sed semper saltem illa, quæ in alteram incurrit, habet celeritatem compositam ex ea, quam priori tempusculo habuit, quave incurrit, & ex ea, quam intra assumptum tempusculum vires deinde progignunt. Nihilominus tamen semper eæ celeritatum partes, quæ intra quoddam tempusculum oriuntur e viribus mutuis, erunt sibi prouersus oppositæ, simulque massis reciproce proportionales. Semper enim licebit compositam particulæ celeritatem duas in partes resolvere, eamque solam contemplari, quæ a viribus mutuis intra datum tempusculum progignitur, altera parte semota, quasi prouersus abesset. Quod si fiat, casus compositus in simplicem illum abibit, quo nisi suum superius, veritasque propositionis pro qualibet particuli casu elucefcet. Lubeat ista in singulari quopiam casu declarare in eorum gratiam, quos his diutius immorari nonignerit.

Quie-

Quiescat particula una, cujus centrum gravitatis sit in A (Fig. 21); altera feratur contra illam elongatio in quinque directione D A. Commune gravitatis centrum harum particularum movebitur imprimis versus A, ut semper eius a ceteris particularibus distantie semper maneat massis reciproce proportionales; movebitur deinde in linea recta D A, ut nempe constanter sit in recta, que centra particularia conjugit. Ponamus jam eo momento incipero vires mutuas agere, quo particula incurrens pertigerit ad B: eodem momento communae gravitatis centrum erit in C, ita, ut litteris A & B massas designantibus, sit A.C : C.B = B : A (165. Sch. 1.); idemque centram continuhe continabit priori directione motum suum non obstante virium mutuarum actione (171). Ponamus deinde centrum A intra exiguum quoddam tempusculum, intra quod commune gravitatis centrum ex C in c devenit, deferrи actione virium mutuarum ex A in a: istra idem tempusculum centrum incurrentis particularis ex B devenerit in b, stabitque a:c : c:b = B : A. Celeritates ergo particularum rite representabuntur per rectas A'a & B'b. Jam tota celeritas A a intra assumptum tempusculum est generata; at celeritas B b est composite ex ea, quam particula incurrens habet ante assumptum tempusculum, & ex ea; quo intra idem assumptum tempusculum est generata actione virium mutuarum. Secernamus has duas partes a se invicem in celeritate B.b. Recta A B fecetur in B' ita, ut sit A:c : c.B' = B : A. Si particula incurrens nullas vires mutuas persollet, intra tempusculum illud, inera quod commune gravitatis centrum ex C ponitur abire in c; intra idem tempusculum ex B debuisset pervenire ad B' (165. Sch. 2.): ergo si celeritas B b resolvatur (quemadmodum sequ. Cap. dicemus eam posse resolvi) in partes B B' & B'b; B B' exprimet eam ipsius celeritatem, qua gaudebat, antequam vires mutuas agerent, & B'b exprimet celeritatem mutuis viribus intra tempusculum assumptionem genitam. Quodsi ergo rectae A a & B'b, quas in oppositas partes tendere quisque videt, inter se parallelae fuerint; hoc etiam casu actiones mutuae corporum erunt sibi prorsus contrarie: eas vero re-

Etas esse inter se parallelas facile ostendo. Nam in triangulis Aca , & $B'cb$ est imprimis ex constr.

$$Ac : cB' \equiv B : A,$$

$$\text{Est deinde } ac : cb \equiv B : A, \quad (\text{cit.})$$

$$\text{Itaque est etiam } Ac : cB' \equiv ac : cb.$$

Præterea anguli ad c sunt æquales: itaque eodem, quod paullo superius usurpavimus, argumentandi genere patet, angulos cAa & $cB'b$ esse æquales, adeoque rectas Aa & $B'b$ esse inter se parallelas. Denique ex similitudine triangularum $Ac a$, & $B'cb$ eo, quo cor. r. usi sumus, modo infertur, easdem rectas, consequenter etiam celeritates particularum, intra idem tempusculum viribus mutuis genitas esse in ratione reciproca massarum.

179

P R O P O S I T I O III. Motus quantitates, quas duo quæcunque corpora ex mutua virium suarum actione acquirunt in partes oppositas, sunt inter se æquales; hoc est, actioni, ut dici jam consuevit, æqualis est reactio. **Prob.** Celeritates, quas duo quæcunque corpora ex mutua virium suarum actione intra datum tempus acquirunt in partes oppositas, sunt massis reciproce proportionales (*præc. cor. 1. & 2.*): ergo si unius corporis massa sit $\equiv M$, celeritas $\equiv C$, alterius massa $\equiv m$, celeritas c ; stat universe $M : m \equiv c : C$, consequenter est $M C \equiv m c$; sed massæ per eas celeritates multiplicatæ, quæ a viribus mutuis progignuntur, utique exprimunt quantitates motus ab iisdem viribus ordinandas; ergo.

CAPUT

CAPUT SECUNDUM.

De Motu Corporum generatim.

§. I.

De Motu composito.

Mobile duabus, aut pluribus simul viribus impulsu^m dicitur ferri motu *composito*. e. g. Globus tormento excussus præter directionem vi accensi nitrati pulveris acquisitam simul nativa sua gravitate urgeatur versus Telluris centrum: motu igitur *composito* fertur. 180

Primarium motus *compositi* fundamentum istud est: si quocunque mobile plures motus habeat componentes, ita feretur motu *composito*, ut in fine cujusvis temporis ibi sit, ubi esset denum, si omnes eos motus alterum post alterum totidem æqualibus temporibus successively haberet; ac proinde ita, ut mobile duabus viribus impulsu in fine cujusvis temporis reperiatur in fine diagonalis ejus parallelogrammi, cuius latera vires illas rite repræsentant. Hanc naturæ legem in singulis materiæ punctis obtinere, declaravimus n. 26. cor. 1 & 2; candem in ipsis etiam corporibus convenire communi gravitatis centro, n. 175 ostendimus. Unde etiam ea, quæ de motu corporum deinceps demonstratur sumus, de motu centri gravitatis intelligenda erunt, tametsi compendii gratia non gravitatis centrum, sed vel *corpus*, vel *mobile* nominaverimus.

P R O P O S I T I O I. Si duas vires, quæ compunctionur, vel ambæ agant æquabiliter, vel ambæ eadem lege accelerent, aut retardent motum, mobile rectam semper lineam describet. Impellatur enim mobile in A existens (Fig. 22) viribus A B & A C, eadem lege F. 22 accelerantibus motum. Rectæ A B & A C dividantur in tres e. g. partes, sed tamen in ratione virium a-

gen-

gentiam ; ita ministrum ; ut verius sit , mobile primo quodam tempusculo vi una seorsim impressa perventurum esse ex A in F , duobus æqualibus tempusculis ex A in I , tribus in B , vi autem altera pariter seorsim impressa eodem primo tempusculo deferendum esse ex A in E , duobus æqualibus tempusculis ex A in H , tribus in C . Completis parallelogrammis A F G E , A I K H &c. mobile illud in fine primi tempusculi erit in G , in fine 2di tempusculi reperietur in K , in fine 3ti in D (præc.) . Quod si ergo puncta A , G , K , D sunt in eadem linea recta ; mobile motu compolito describet lineam rectam : esse vero dicta puncta in eadem linea recta sic declaro . Loquamur primum de tribus punctis A , G , K . Quoniam ponimus assumptas vites eadem lege accelerare motum , stat hæc proportio : $A F : AE = AI : AH$; seu cum sit $A E = FG$, & $A H = IK$, stat : $A F : FG = AI : IK$. Præterea anguli ad F & I sunt ex constr. æquales : ergo triangula A F G , & A I K sunt æquiangula (Math. 416) ; ac proinde angulus ad A est utriusque triangulo communis . Hinc recta A G cadit in rectam A K : hoc est , puncta A , G , K sunt in eadem linea recta . Eodem modo ostenditur , puncta A , K , D esse in eadem recta , adeoque mobile linea recta A D progredi debere . Porro superius positaæ proportiones eodem modo stant etiam tunc , quum mobile duabus viribus æquabiliter agentibus , aut eadem lege retardantibus impellitur ; totius ergo propositionis veritas in aperto est .

Coroll. 1. Igitur in casu propositionis mobile duabus viribus A B & A C simut impulsum , eodem illo tempore , quo una vi seorsim agente deferretur ex A in B , altera vero ex A in C , describet rectam diagonalem A D parallelogrammi A B D C .

Coroll. 2. Sive mobile unica vi A D agatur , seu duabus simul A B , & A C , spectato effectu idem est ; retroque enim casu ex A in D linea recta deveniet : itaque loco duarum virium A B & A C unica A D , & vicissim loco unicæ hujus due illæ sumi poterunt . Primum casu duas vires dicuntur *componi* , altero autem unica in duas alias *resolvi* .

Schol. 1. Resolutio virium , aut motuum (nam de motibus eodem modo res procedit) in natura nusquam habe-

habetur, sed phænomena omnia pendent a sola virium, & motuum compositione in iis etiam casibus, in quorum enucleatione vulgo resolutione utimur. Nos istud C. sequ. speciatim declarabimus in casibus singularibus. Hoc tamen non obstante poterimus vires & motus, ubi res postulaverit, cogitatione nostra in plures resolvere: cum enim, uti modo diximus, idem omnino debeat effectus consequi, sive unica vis adfit, sive plures illæ ipsam componentes; patet, harum in ejus locum suppositione robur demonstrationum nequaquam labefactari.

Coroll. 3. Itaque vis per diagonalem alicujus parallelogrammi representata resolvi potest in duas alias per ejusdem parallelogrammi latera representatas. Porro quælibet recta vim aliquam representans potest esse diagonalis alicujus parallelogrammi; quælibet ergo vis per aliquam lineam rectam representata resolvi potest in duas alias, quæ rite represententur per latera ejusdem parallelogrammi, cujus diagonalis est recta illa, quæ vim ipsam resolvendam representat. e. g.

(Fig. 23) vim A C resolvere velis in alias duas, con- F. 23
strue parallelogrammum A E C H; A E & A H erunt vires illæ, in quas vim A C tuto resolvís. Immo si compendio uti velis, erige quodcumque triangulum A H C super basi A C; vis A C æquivalebit viribus A H & H C. Si enim ducatur C E parallela A H; & A E parallela H C; vis A C æquivalebit viribus A H & A E, ac proinde etiam viribus A H & H C, cum H C sit æqualis & parallela A E.

Scholl. 2. Dum hujusmodi compendio utitur, caveat, ne confundat directiones virium, quas resolutione acquirit; quare hoc generale monitum pre oculis habeat, oportet: dum e. g. vim A C erecto triangulo A H C resolvís in vires A H & H C; directionis unius ex viribus resolutione acquisitis, nempe vis A H initium sumit ex eodem punto A, ex quo sumit initium directionis ipsius vis resolvendæ A C; directionis autem alterius H C initium sumit in punto H, seu in vertice trianguli, secus enim non haberet eandem directionem cum A E.

Coroll. 4. Quoniam diagonalis semper minor est duobus lateribus simul sumptis; in virium compositione

ne de viribus absolutis semper aliquid deperditur. Ut istud oculis ipsis intueri liceat, sit vis AD composita ex AB & AC . Ex B demittatur recta BF ad diagonalem perpendicularis ; completo parallelogrammo $AIBF$ habebimus vim AB resolutam in AI & AF : pariter demittatur ex C ad eandem diagonalem perpendicularis CE , completo parallelogrammo $AHCE$ habeoimus vim AC in alias duas , nempe in AH , & AE resolutam. Itaque loco duarum virium AB & AC aderunt quatuor aliæ vires , videlicet AI , AF , AH , & AE . Ex his duæ , nimirum AI & AH se se elidunt ; ex aliis vero duabus AF & AE , quæ integræ persistunt , nec plus , nec minus enascitur , quam diagonalis AD . Utrumque sic ostendo. Triangula ACE , & DBF sunt similia & æqualia : nam anguli ad E & F sunt recti ex const. ac proinde æquales ; pariter æquales sunt anguli CAE & BDF , sunt enim alterni , quos recta AD parallelas AC & BD intersecando efficit ; præterea est latus $AC = BD$. Quæ sufficiunt ad hoc , ut dicta triangula sint similia & simul æqualia (Math. 377). Est adeo $AE = FD$, & $CE = BF$. Hinc quoniam ex constr. est $AH = CE$, & $AI = BF$; erit etiam $AH = AI$: quæ enim sunt æqualibus æqualia , inter se quoque æquari debent. Cum ergo eædem vires AH & AI sint præterea contrarie , se se mutuo elidunt , oportet. Quod erat pri-
prium. Deinde reliquæ duæ vires AF & AE , utpote cum diagonali conserantes remanent integræ ; quarum summam æqualem esse eidem diagonali clarum est : cum enim sit $AF + FD = AD$, & $FD = AE$; paret etiam esse $AF + AE = AD$. Quod erat alterum.

Coroll. 5. Quo acutior fuerit angulus BAC , sub quo vires componentæ concurrant , eo ceteris paribus major erit diagonalis AD , adeoque etiam vis composita. Eo enim minora erunt perpendicularia BF & CE , ac proinde eo minor est pars virium , quæ in compositione deperditur. Ob rationes contrarias eo minor vis composita enascetur ex iisdem viribus componentibus , quo major fuerit angulus , sub quo vires illæ concurrerint.

PRO-

PROPOSITIO II^R Si duæ vires AB & AC 183
F. 24
(Fig. 24) diversæ rationis fuerint, e.g. una æquabiliter agens, altera motum accelerans; mobile A iisdem simul impulsu motu composito aliquam lineam curvam AGKD describet. Dividantur enim rectæ AB & AC e.g. in tres partes, quælibet in ratione vis illius, quam repræsentat, quemadmodum in præced. propos. factum est. Completis parallelogrammis AFGE, AIKH &c. mobile illud in fine primi tempusculi erit in G, in fine 2di reperietur in K, in fine 3ti in D (181). Quodsi ergo puncta A, G, K, D non sunt in eadem linea recta, mobile motu composito describet lineam curvam: non esse vero dicta puncta in eadem linea recta sic declaro. Loquarum primum de tribus punctis A, G, K. Quoniam ponimus assumptas vires esse diversæ rationis, non stat hæc proportio: AF: AE = AI: AH; hinc quoniam est AE=FG, & AH=IK, neque stat hæc proportio: AF: FG = AI: IK. Itaque triangula AFG, & AIK non sunt similia, utpote quorum homologa latera non sunt proportionalia. Hinc angulus A non est utriusque triangulo communis: secus enim, quoniam anguli ad F & I sunt ex constr. æquales, etiam tertius angulus tertio esset æqualis, adeoque triangula essent similia. Quare linea recta ex A ad G ducta non potest cadere supra rectam ex eodem A ad K ductam; hoc est, puncta A, G, K non sunt in eadem linea recta. Idem eodem modo de punctis A, K, D ostendi potest.

Schol. 1. Curva linea, quam mobile hujusmodi composita vi describit, *trajectoria* solet nuncupari; cuius natura a virium componentium natura dependet.

Schol. 2. Plurima compositi motus exempla occurunt passim in vita quotidiana. Sic pisces aquam utroque ex latere celerrime feriendo, corpus suum duplice impulsione promovet directione quadam media: aves, quæ alis tanquam remis utuntur, duplice earundem impetu se se media quadam via quaquaversus facililime inflectunt: navis in adversam fluminis ripam tendens, quoniam & remorum impulsione, & decurrentium aquarum impetu agitur, obliqua via flumen trahit: qui ab equis raptatus ex curro exilit, facillime infra rotas venit, obteriturque; si enim currus celer-

F.22 rime feratur directione A B (Fig. 22), is, qui ex eodem exilire conatur directione A C, repleto motu composto feretur directione A D &c.

§. II.

De Scala virium accelerantium, & retardantium.

184 **M**otus *acceleratus* dicitur, qui sit celeritate continuo crescente; *retardatus* autem, in quo celeritas constanter decrescit. Quod si celeritas ea ratione crescat, qua crescit tempus, id est, si æqualibus temporis partibus æqualia semper celeritatis incrementa accedant, dicitur motus *uniformiter acceleratus*; sin autem eadem lege decrescat celeritas, motus est *uniformiter retardatus*.

Coroll. Igitur tam vis *accelerans* in motu uniformiter accelerato, quam vis *retardans* in motu uniformiter retardato constans sit, oportet. Cum enim generatim effectus quivis sit in ratione composta vis, a qua producitur, & temporis, quo producitur, seu sit $E=VT$; si de duobus e. g. motus uniformiter accelerati quibuscumque æqualibus tempusculis loquambr, ob T constans erit $E: v = V: v$. Porro ex notione motus uniformiter accelerati est $E=e$; ergo est etiam $V=v$; seu vis motum *accelerans* est *constans*.

185 *Scala virium* est certa linearum conjugatio, qua exhibetur connexio vis *accelerantis*, aut *retardantis* motum, temporis, quo vis illa agit, celeritatis, quam gignit, ac denique spatii, quod interea mobile percurrit.

186 **L E M M A I.** Quantitas infinite parva respectu quantitatis finitæ evanescit, seu nihilo æqualis ponere potest. *Prob.* Quantitas aliqua finita a ponatur augeri incremento infinite parvo $\frac{1}{\infty}$; citra omne periculum errandi ponere potest esse $a=a+\frac{1}{\infty}$: atqui non posset sane, nisi quantitas infinite parva $\frac{1}{\infty}$ respectu quantitatis

tatis finitæ & evanesceret; ergo. *P. Maj.* Si non esset $a = a + \frac{1}{\infty}$, differentia harum quantitatum, quæ est $= \frac{1}{\infty}$, esset quantitas determinata; quandoconque enim duæ quantitates sunt reapse inæquales, earum differentia determinata sit, oportet: atqui $\frac{1}{\infty}$ non est quantitas determinata; quippe nomine quantitatis infinite parvæ, seu infinitesimæ ea venit, quam ultra quosvis limites diminutam concipiimus, seu cujus parvitas nullos terminos habet; ergo. Eodem modo ostenditur etiam esse $a = a - \frac{1}{\infty}$.

Coroll. 1. Igitur minime labefactatur robur demonstrationum, dum quedam quantitates, quæ compare ad eas, quibus adduntur, aut subtrahuntur, sunt infinite parvæ, in calculo negliguntur. *Audiamus Cl. P. Jacquier Phys. Gen. Sect. 2. p. 1. c. 2. art. 2.* „Si, inquit, comparatis inter se binis quantitatibus finitis negligantur differentiæ, quæ respectu earundem quantitatum sunt infinite parvæ, vera æqualitas haberi debet, nec ullus, ne infinitesimalis quidem error committi potest. Etenim finitæ quantitates dicuntur illæ, quæ sunt in se determinatae, infinite autem parvæ eæ vocantur, quæ concipiuntur minui ad arbitrium ultra quoscunque limites in se determinatos. Porro his neglectis quantitatibus nullus error ne quidem infinitesimus oriri potest. Si enim inæquales essent finitæ quantitates illæ, haberent differentiam aliquam in se determinatam. Quoniam autem quantitates infinitesimæ minni possunt ultra quoscunque limites in se determinatos; omnes simul poterint esse minores differentia qualibet determinata. Itaque minus accurate loquuntur aliqui, dum dicunt, negligi posse quantitates infinite parvas, quia error est infinite parvus; revera enim nullus est. Igitur tota res huc reducitur, ut nempe ad demonstrandam duarum quantitatum æqualitatem ostendatur, differentiam esse assignabili qualibet differentia minorem. Hanc autem methodum accuratissimam omnino esse, nullique errori obnoxiam evidens est; tota enim pendet ex hoc Euclidis theoremate, nempe: *quantitates due sunt*

L 3 aqua-

166 DISSERTATIO ALTERA

„ *æquales*, si differentia sit quantitate qualibet assignabili „ minor: etenim si forent inæquales, differentia posset „ assignari, quod est contra hypothesis. „

Coroll. 2. Motus corporis quacunque ratione variabilis, si intra tempusculum infinite parvum consideretur, pro æquabili est habendus. Cum enim mutatio celeritatis ei tempusculo respondens non nisi infinite parva esse possit, toto tempusculo illo eadem celeritas perdurare censenda est: quin autem celeritas perdurat eadem, motus est æquabilis, seu uniformis. Eodem modo vis motum accelerans, aut retardans, ut ut variabilis sit, intra tempusculum tamen infinite parvum pro constante haberi debet; cum ejus incrementum, aut decrementum tempusculo infinite parvo respondens non nisi infinite parvum esse possit.

187 Ut jam Met. n. 185 in Schol. dictum est, Geometræ plures infinitesimarum ordines solent constituerre. Eam quantitatem, quæ est infinite parva compare ad finitam quantitatem, vocant infinitesimam *1mi ordinis*: hanc concipiunt in alias minores particulas numero infinitas subdividi, quas nominant infinitesimas *2di ordinis*, & sic porro. Hinc uti se habet quantitas finita ad infinitesimam *1mi ordinis*, ita se habet hæc ad infinitesimam *2di ordinis*, hoc est, stat: $1 : \frac{1}{\infty}$. $= \frac{1}{\infty} : \frac{1}{\infty^2}$. Unde id quoque patet, ex multiplicatione infinitesimæ primi ordinis per se ipsam, enasci infinitesimam ordinis *2di*.

Coroll. Quemadmodum ergo infinitesima primi ordinis evanescit comparate ad quantitatem finitam, ita etiam infinitesima secundi ordinis evanescit comparate ad infinitesimam ordinis primi.

188 L E M M A II. Si quantitas aliqua *a* crescat incremento infinite parvo $\frac{1}{\infty}$; ejusdem quadratum cresceret incremento, quod sit æquale factō ex ipsa illa quantitate in duplum suum incrementum: hoc est, si quadrati incrementum, quod interea acquiritur, dum radix *a* crescit incremento infinite parvo, dicatur *i*, est $i = \frac{2a}{\infty}$. Quantitatis enim *a* quadratum est $= a^2$, quan-

titatis vero $a + \frac{1}{\infty}$ quadratum est $= a^2 + \frac{2a}{\infty} + \frac{1}{\infty^2}$.

Jam differentia horum quadratorum est utique ipsum quadrati incrementum : est ergo $i = \frac{2a}{\infty} + \frac{1}{\infty^2}$. Porro

$\frac{1}{\infty^2}$ utpote infinitesima $2di$ ordinis, compare ad $\frac{2a}{\infty}$ evanescit, negligique potest (præc. cor.) ; est ergo $i = \frac{2a}{\infty}$.

Schol. Si quantitas a ponatur decrescere decremento infinite parvo, etiam quadratum ipsius decrebet; hinc eo casu $\frac{2a}{\infty}$ exprimit decrementum quadrati ejusdem quantitatis.

PROPOSITIO I. Recta AB (Fig. 25) referat tempus, quo motus durat, ordinatæ vero referant diversas celeritatis (intellige semper potentialis Metaph. 211.) magnitudines, diversis temporis illius momentis respondentes, ita nimirum, ut e. g. celeritas momento M sit $= MN$, momento m $= mn$ &c. Area ANC B, quam recti AB tempus repræsentans, recta BC referens celeritatem finalem, & curva ANC ex ordinatarum apicibus enata concludunt, rite designat spatium eo tempore confectum. Assumamus enim in eo tempore quocunque tempusculum infinite parvum Mm; motus intra hoc tempusculum erit æquabilis. (186. cor. 2.) : cum ergo in motu æquabili sit universæ $S = CT$ (Met. 223); spatiolum tempusculo Mm confectum erit $= mn \times Mm =$ rectang. Monm. Porro si rectangulum istud concipiatur dividi in duas partes MNm & Non, pars MNm est infinitesima primi ordinis, ut facile patet: at pars altera Non est infinitesima ordinis $2di$. Nam on $= Mm$ est infinitesima primi ordinis; pariter recta rn, utpote repræsentans incrementum celeritatis infinite parvo tempusculo genitum: ergo area Nrn o, quæ acquiritur restam rn multiplicando per on, est infinitesima ordinis $2di$ (187.) ; ac proinde potiore jure ejus pars Non erit infinitesima $2di$ ordinis. Hinc idem

189
F. 25

idem triangulum Non evanescit comparete ad aream $MNnm$ (187 cor.): proindeque spatiolum tempusculo Mm respondens rite repræsentatur per areolam $MNnm$. Eodem modo patet, altero tempusculo infinite parvo $m s$ respondens spatiolum rite exhiberi per areolam $m n s$, & sic porro. Tota ergo area $ANCB$ rite exhibebit spatium toto tempore AB confectum.

Coroll. 1. Ergo generatim area, quam sternuntur omnes illæ ordinatae, quæ repræsentant diversas cūspiam motus celeritates, diversis temporis momentis respondentes, rite repræsentat spatium eo motu confectum.

Coroll. 2. Igitur spatium tempore AM confectum est $=$ areæ AMN . Hinc si spatium temporis AB respondens sit $= S$, illud vero, quod temporis AM respondet, sit $= s$, erit $S = ANC B : AMN$.

Coroll. 3. Ex iis celeritatibus, quæ in difformi motu temporis AB respondent, sumatur aliqua $m n$, quæ in idem tempus AB ducta progignat parallelogrammum æquale areæ $ANC B$; eam voco celeritatem *medianam*, tempori illi respondentem. Hinc quemadmodum area $ANC B$, ita etiam celeritas media in tempus AB ducta exprimet spatium eodem tempore AB confectum: hoc est, litera C medianam celeritatem exprimente est $S = CT$.

Coroll. 4. Est ergo $C = \frac{S}{T}$; & si T fuerit constans, est $C = S$. Hoc est, in duobus motibus quibuscunque spatia eodem tempore confecta rite exprimunt celeritates medias.

Schol. Si recta AB referat tempus, quo motus durat, ordinatae vero referant diversas vis accelerantia magnitudines diversis temporis illius momentis respondentes; eodem, quo propositionem declaravimus, modo patet, per aream $ANC B$ rite exhiberi celeritatem interea genitam.

190 PROPOSITIO II. Recta AB (Fig. ead.) referat spatium, per quod mobile directione AB progressiens vires quasdam e.g. attractivas utcumque variabilis magnitudinis, cum suo motu conspirantes constan-

stanter experiantur; ordinatae referant diversas earum, deinde virium magnitudines, diversis spatii illius punctis respondentes, ut e. g. vis puncto M respondens sit MN. Area ANC B rite exhibebit illud incrementum, quo per spatium AB auctum est quadratum ejus celeritatis, quam habuit mobile in A, seu tunc, dum primum ejusdem spatii limitem attigit. *Prob.* Assumamus quamcumque infinite parvam ejus spatii partem Mm: area MNm rite exhibebit incrementum illud, quo per idem spatiolum auctum est quadratum ejus celeritatis, quam habuit mobile in M; pariter area mnts rite exhibebit incrementum quadrati ejus celeritatis, quam habuit mobile in m, & sic porro: ergo tota area ANC B rite exhibebit illud incrementum, quo per totum spatium AB est auctum quadratum ejus celeritatis, quam mobile in A habuit.

Prob. ant. Celeritas, quam habet mobile in M, sit = c; hujus incrementum per decursum spatioli Mm acquisitum sit = d, denique incrementum, quo ejusdem celeritatis quadratum per dictum spatiolum augeatur, dicatur i; erit $i = 2dc$ (188): quod si ergo est $2dc = MNm$, veritas *antecedentis* in aperto est: esse vero $2dc = MNm$, sic ostendo. Quoniam incrementum celeritatis est æquale tempusculo ducto in vim, si tempusculum illud, quo spatiolum Mm percurritur, sit = t, erit $d = t$ $\times mn$. Porro tempusculo infinite parvo motus est æquabilis: hinc quoniam in motu æquabili universe est $T = \frac{s}{c}$ (Met. 223. cor. 3), in praesenti

casu est $t = \frac{Mm}{c}$. Qui valor si loco t substituatur in superiori æquatione, erit:

$$\frac{d = Mm \times mn}{c}$$

Tollendo frat. $dc = Mm \times mn$.

Seu, - - $dc = Mm \times mn$.

Physica Generalis.

L 3

Eft

Est vero $M n m = M N n m$, ob Non infinitesimam 2di ordinis;

Quare est $dc = M N n m$.

Porro dupla quantitas in eadem ratione est, in qua est simila; itaque est etiam $2dc = M N n m$.

Coroll. Quod si ergo vires, quæ motum corporis per spatum A B accelerant, exhibeantur rectis A D, M L &c. inter se parallelis, & celeritas, quam habet mobile in A, sit $= c$, quam vero habet in M, sit $= z$; erit $z^2 = c^2 + A D L M$: consequenter si motus inchoetur in A, seu sit $c^2 = 0$, erit $z^2 = A D L M$, & $z = \sqrt{ADLM}$.

Schol. Quod si vires spatio A B respondentes sint oppositæ motui mobilis directione A B progredientis; area A N C B exhibebit decrementum quadrati dictæ celeritatis. Istud eadem argumentandi ratione ostendi potest, qua propositionem demonstravimus, modo ponatur per $2dc$ non jam incrementum, sed decrementum exprimi quadrati celeritatis, tempusculo M in respondens. Atque ex his plana jam fiunt omnia, quæ n. 6o, ejusque corollariis, item n. 8o Schol. 2. dicta sunt.

§. III.

De motu rectilineo uniformiter accelerato & retardato.

191 PROPOSITIO I. Si in triangulo A B C (Fig. 26) F. 26 ad B rectangulo recta A B repræsenter tempus, quo motus uniformiter acceleratus duret, recta vero BC referat celeritatem ultimo temporis momento respondentem, a vi accelerante genitam; rectæ H I, M N &c. basi B C parallele expriment celeritates momentis H, M &c. respondentes. Quæramus enim celeritatem e. g. momento M respondentem. Cum in motu uniformiter accelerato celeritas non secus ac tempus, æquabiliter crescat (184), si celeritas ultimo temporis A M, momento M respondens vocetur x, erit A B : AM

$AM = BC : x$; adeoque erit $x = \frac{AM \times BC}{AB}$. Jam

vero est etiam $MN = \frac{AM \times BC}{AB}$: cum enim

MN & BC ponantur esse parallelæ, triangula AMN & ABC sunt similia, ac proinde stat: $AB : AM = BC : MN$. Est ergo $x = MN$. Eodem modo patet, momento H respondere celeritatem HI &c.

Coroll. Igitur area, quam sternunt omnes illæ ordinatæ, quibus repræsentantur diversæ motus uniformiter accelerati celeritates, est triangulum rectilineum, cuius altitudo exhibeat tempus, quo motus ille durat, basis vero celeritatem finalem eo tempore genitam.

PROPOSITIO II. Si recta AB (F. ead.) re- 192
præsentet tempus motus uniformiter accelerati, BC autem celeritatem finalē; area trianguli ABC rite repræsentabit spatiū eo motu confectū. Generatim enim area, quam sternunt omnes illæ ordinatæ, quæ repræsentant diversas cujuspiam motus celeritates, diversis temporis momentis respondentes, rite repræsentat spatiū eo motu confectū (189. cor. 1.): atqui area, quam in assumpto casu sternunt omnes illæ ordinatæ, quibus repræsentantur diversæ motus uniformiter accelerati, est triangulum ABC (præc. cor.); ergo.

Coroll. 1. Si mobile toto tempore AB celeritate BC æquabiliter progrederetur, conficeret spatiū æquale rectangulo $ABCG$, uti patet tum ex cit. n. 189. cor. 1, cum etiam ex Met. n. 223. Porro triangulum ABC est dimidium rectanguli ejusdem: spatiū ergo motu uniformiter accelerato percursum est dimidium ejus, quod intra idem tempus celeritate finali æquabiliter progradientio percurreretur. Hinc quoniam in motu æquabili est $S = CT$; in motu uniformiter accelerato est

$S = \frac{CT}{2}$, litera C designante celeritatem finalē.

Coroll. 2. Quoniam motus uniformiter retardatus est quodammodo inversus motus uniformiter acceleratus; pro exhibendis ejus proprietatibus idem trian-

gulum.

gulym ABC serviet, modo initium temporis ponatur esse in B, finis in A, & recta BC repræsentet celeritatem initialē. Quare in motu quoque uniformiter retardato, si celeritas initialis BC dicatur C, est

$$S = \frac{C^2}{2}$$

Coroll. 3. Corpora nostra gravia dum ex alto libere decidunt, motu ad sensum uniformiter accelerato feruntur; dum autem jaciuntur in altum, motum habent uniformiter retardatum: quodlibet ergo grave in fine sui lapsus eam consequitur celeritatem, qua intra idem tempus ad eandem ascenderet altitudinem, ex qua decidit. Sit enim tempus liberi lapsus $\equiv AB$, celeritas finalis $\equiv BC$, erit spatium labendo percursum $\equiv ABC$: atqui etiam tunc, quā in ascensu uniformiter retardato initialis celeritas esset $\equiv BC$, spatium tempore AB confectum esset $\equiv ABC$ (cor. 3); ergo.

Coroll. 4. Si duo diversi motus uniformiter accelerati inter se conferantur, celeritates finales erunt in ratione composita virium accelerantium, & temporum, quibus vires illæ agunt, seu erit $C:c \equiv VT:yt$ (Met. 120): est ergo $C \equiv VT$ (Ejusd. 213. Schol. 1.) : quem valorem loco C substituendo in formula corollarii 1, erit $S \equiv \frac{VT^2}{2}$. Id est, si de sola rationis æqualitate loqui lubeat; erit $S \equiv V'T^2$.

Coroll. 5. Cum sit $C \equiv VT$, est $C^2 \equiv V^2 T^2$, & dividendo utrumque membrum per V, est $\frac{C^2}{V} \equiv VT^2$.

Hinc quoniam est $S \equiv VT^2$, est quoque idem $S \equiv \frac{C^2}{V}$.

PROPOSITIO III. Si in motu uniformiter accelerato tam spacia, quam etiam tempora semper ab initio motus computentur, eadē spacia erunt, ut quadrata temporum, vel etiam celeritatum finalium. Nam spatium tempore AM confectum est $\equiv AMN$, & spatium tempore AB confectum est $\equiv ABC$. Sunt vero hæc triangula sibi similia: quare cum triangula simi-

milia sint inter se , ut sunt quadrata laterent homologorum (Math. 509) ; erit triang. $AMN : ABC = AM^2 : AB^2$, vel $= MN^2 : BC^2$. Porro AM & AB repræsentant tempora , MN autem & BC celeritates finales ; spatia ergo ab initio motus computata sunt ut quadrata temporum , vel celeritatum finalium.

Schol. 1. Veritas propositionis hac etiam ratione patet. Quoniam in uno eodemque motu uniformiter accelerato diversa spatia ab initio motus computata considerantur , vis accelerans , seu V est constans (184 or.) : cum ergo sit generatim $S = VT^2 = \frac{C^2}{V}$ (præc. or. 4. & 5.); erit hoc casu $S = T^2 = C^2$.

Coroll. 1. Quoniam tempora æquabiliter fluunt , crescunt ut numeri naturales 1, 2, 3, 4 &c. Cum ergo spatia ab initio motus computata crescant ut quadrata temporum , eadem spatia crescent ut quadrata numerorum naturalium 1, 4, 9, 16 &c. Hinc si tempus motus accelerati dividatur in quatuor e. g. æquales partes , spatiūque prima temporis parte confectum ponatur esse $= 1$; spatiū duobus primis temporis partibus confectum erit $= 4$, tribus confectum $= 9$ &c.

Coroll. 2. Si tempore motus uniformiter accelerati in tres e. g. partes æquales diviso , inveniendum sic spatiū sola 2da temporis illius parte confectum ; clarum est , spatiū prima temporis parte confectum subtrahi debere a spatio duabus primis ejusdem temporis partibus percurso : erit adeo quæstūm spatiū $= 4 - 1 = 3$. Pariter , si inveniendum sit spatiū sola tertia temporis illius parte confectum ; spatiū duabus primis temporis partibus percursori subtrahi debebit ab eo , quod tribus primis partibus est confectum : ac proinde quæstūm spatiū erit $= 9 - 4 = 5$. Et sic porro. Spatia ergo singulis æqualibus temporis partibus confecta in motu uniformiter accelerato progressiuntur ; ut numeri naturales impares 1, 3, 5, 7 &c. Quod oculis ipsis intueri licet in eadē m. Fig. 26. Dividatur enī tempus AB in duas æquales partes AK & KB ; spatiū prima temporis parte confe-

tum est $= AKL$, altera parte percursum est $= KBCL$. Demittatur recta Lr ad BC perpendicularis, tum du-
catur diagonalis BL : facile patet, aream $KBCL$ re-
solvi in tria triangula, quorum unumquodque sit
æquale triangulo AKL , ac proinde spatium 2da tem-
poris parte confectum esse triplum spatiis parte prima
percursi.

Schol. 2. His, quæ de motu uniformiter accelerato
dicta sunt, adjicere luet propositionem de peculiari
quodam motu, non uniformiter quidem, sed tamen
certa lege accelerato, nobis de Cycloide acturis usui
futuram, quæ sic habet:

194 PROPOSITIO IV. Si recta AB (Fig. 25.)
F. 25 referat spatium a mobili percurrentum, & vires ac-
celeratrices diversis spatiis illius punctis respondentes, quæ
referant rectæ AD , ML &c. ad AB normales, ex
fatione decrescant, qua decrescit spatium percurrentum,
ut nimis semper sit $AD : ML = AB : MB$; mo-
bile in A collocatum, sola virium illarum actione
prositus eodem tempore percurret spatium AB , quo
percurreret quodcumque minus spatium MB , si in M
collocaretur. Prusquam demonstrationem propositio-
nis aggrediamur, notandum est *mo.* Centro B ra-
dio BA describatur quadrans circuli ANC , & LM
producatur in N , ducaturque radius BN ; celeritas,
quam mobile ex A digrediens habet in M , est $= MN$:
quod sic declaro. Quoniam normales AD , ML &c.
sic variantur ex hypothesi, ut semper sit $AD : ML$
 $= AB : MB$; triangula ADB , & MLB semper sunt
similia. Porro si ea celeritas, quam mobile ex A
digrediens habet in M , dicatur z , erit $z^2 = ADLM$
(190. cor.), $= ABD - MBL$. Jam triangula simi-
lia sunt ut quadrata laterum homologorum (Math.
509.); licebit ergo loco ABD ponere AB^2 , & loco
 MBL ponere MB^2 :

$$\text{erit adeo: } z^2 = AB^2 - MB^2,$$

$$\text{sed } z^2 = BN^2 - MB^2.$$

Por-

Porro quoniam quadratum hypothenuſe est æquale quadratis catetherorum (Math. 433) ; est $B N^2 = M B^2 + MN^2$, consequenter est $B N^2 - MB^2 = MN^2$. Cum ergo sit $z^2 = BN^2 - MB^2$, erit idem $z^2 = MN^2$, ac proinde $z = MN$.

Notandum ad. Si ducatur ordinata $m n$ priori $M N$ infinite vicina, demittaturque in eam perpendicularis $N r$; tempusculum, quo spatiolum infinite parvum $M m = N r$ decurritur, erit ut $\frac{N n}{BN}$. Cum enim motus per spatiolum $M m$ pro æquabili haberi possit, in quo est $z = \sqrt{c}$ erit dictum tempusculum

$$\frac{Mm}{MN} = \frac{Nr}{MN} \text{ esse vero } \frac{Nr}{MN} = \frac{Nn}{BN} \text{ sic ostendo. In triangulo } i N n \text{ recta } N r \text{ est perpendicularis ex angulo recto, quem radius cum circuli tangente comprehendit, in hypothenuſam demissa; consequenter triangulum illud dividit in duo triangula sibi & toti similia, ita ut sit angulus } i N r = r n N \text{ (Math. 431). Porro idem angulus } i N r \text{ est etiam } = MBN, \text{ ob } MB \& Nr \text{ parallelas, quas intersecat recta } BN: \text{ ergo est quoque in triangulis } MBN \& r n N \text{ angulus } MBN = r n N. \text{ In iisdem triangulis etiam anguli ad } M \& r \text{ sunt æquales, utpote recti; dicta ergo triangula sunt sibi similia: consequenter stat in iisdem: } MN: Nr = BN: Nn; \text{ seu est } \frac{Nr}{MN} = \frac{Nn}{BN}.$$

His notatis facile jam patet veritas propositionis. Quemadmodum enim tempusculum, quo percurritur spatiolum $M m$, est juxta modo dicta ut arcus $N n$ divisus per radium BN ; ita etiam tempusculum, quo alterum spatiolum $m s$ decurritur, est ut arcus $n t$ divisus per eundem radium BN : consequenter totum tempus, quo percurritur spatium AB , est ut totus quadrans ANC divisus per suum radium BN . Quod si jam centro B radio BM ducamus novum quadrantem $M ih$; eadem argumentandi ratione patebit, corporis ex punto M digredientis celeritatem in m fore $= m i$, & totum tempus, que

spa-

spatium M B conficitur, fore, ut est totus quadrans M h divisus per suum radium B i. Cum ergo quilibet quadrans circuli per suum radium divisus sit aequalis cuilibet alteri quadranti per suum radium diverso; etiam tempora, quibus spatia A B & M B dicta lege conficiuntur, semper aequalia sint. oportet.

Coroll. 1. Igitur sive ex majore, seu ex minore altitudine decidat quodpiam corpus; modo vires descendentes urgentes semper sint in ratione spatiorum confiendorum, tempus descensus semper est idem.

Coroll. 2. Si stante hac virium acceleratricium legе tempus descensus per spatium A B dicatur T, & tempus illud, quo idem spatium A B motu aequabili cum postrema celeritate percurreretur, sit \bar{Q} ; erit $T : Q = \bar{Q}$, ut quadrans circuli ad radium. Centro enim B radio A B ducatur quadrans circuli A N C; puncto M respondebit celeritas M N, puncto B celeritas postrema B C, uti superius smo loco notavimus. Hinc si primum consideremus motum aequabilem postrema celeritate B C peragendum; in eo est $s = ct$, seu est $A B = B C \times Q$, adeoque est $Q = \frac{A B}{B C}$. Deinde T,

seu tempus, quo idem spatium stante dicta virium decrescentium legе percurritur, est ut totus quadrans A N C divisus per suum radium, quemadmodum in Propositionis probatione modo vidimus; consequenter est $T = \frac{A N C}{B C}$ stat ergo:

$$T : Q = \frac{A N C}{B C} : \frac{A B}{B C}$$

$$\text{seu } T : Q = A N C : A B.$$

Hoc est, $T : Q$, ut quadrans circuli ad radium.

Coroll. 3. Quadrans circuli est ad radium, ut est semiperipheria ad diametrum, nempe similes quantitates sunt in ratione duplarem: quod si ergo peripheria circuli sit \bar{P} , diameter D; erit $T : Q = \frac{\bar{P}}{2} : D$. Proportio hæc usui nobis erit.

§. I V.

De Motu gravium per plana inclinata.

Planum inclinatum dicitur quocunque planum AC **195** (Fig. 27), quod cum horizonte BC angulum acutum ACB comprehendit. Recta AC est longitudo plani inclinati, AB altitudo, BC basis. Angulus ACB *angulus inclinationis* audit.

PROPOSITIO I. Corpus per planum inclinatum descendens non nisi parte absolutæ suæ gravitatis fertur, quæ *comparativa* dici solet. Cum enim corpora vi suæ gravitatis nisum exerceant directione ad horizontem perpendiculari; absolutam globi D gravitatem repræsentet recta DH ad BC perpendicularis. Concipiatur hæc vis resolvi in duas, quarum una DG sit ad planum AC perpendicularis, altera DF = GH eidem parallela. Pars DG tota ageret in planum, ac proinde tota elidetur, qb reactionem actioni contrariam, & æqualem: igitur sola gravitatis absolutæ pars GH, quæ *gravitas comparativa* dici consuevit, supererit, utpote plano inclinato parallela, hacque sola, corpus per idem planum feretur.

Coroll. 1. Ubi cunque constituantur in plano inclinato globus D, triangulum DGH est semper idem; ergo vis comparativa GH per totum planum inclinatum est constans, ac proinde æquilibus temporis partibus æqualia progignit celeritatis incrementa: hoc est, corpus per planum inclinatum fertur motu uniformiter accelerato (184).

Coroll. 2. Omnia igitur ea, quæ de motu uniformiter accelerato generatim demonstrantur, descensui quoque corporum per planum inclinatum accommodari possunt.

Sedeb. Ut ut *gravitas corporis* & *pondus* vulgo synonymis habeantur; Physici tamen inter illa discrimen facere solent. Nempe in terrestribus hisce corporibus nomine gravitatis potissimum intelligunt eam vim, qua unumquodque corporis elementum urgetur continentem versus Telluris centrum, quam vim sue.

loco vim acceleratricem gravium nuncupaturi sumus. Porro vis hæc in corporibus neque crescit crescente massa, neque decrescit hac decrescente: eadem enim vi urgetur unumquodque elementum versus telluris centrum in massa majore, qua urgetur in minore. Unde intelligere licet, etiam gravitatem comparativam in aliquo plano inclinato A C esse eam vim, qua unumquodque corporis elementum urgetur ad descensum per idem planum, ac proinde neque hanc dependere a majore vel minore corporis massa. Unde etiam in formulis ad gravitatem comparativam pertinentibus, quas jam aggredimur, nullam sumus facturi massæ mentionem. Pondus est ipsa gravitas, seu vis acceleratrix, in massam ducta.

197

PROPOSITIO II. Gravitas comparativa in plano inclinato est ad gravitatem absolutam, ut est altitudo plani inclinati ad ejusdem longitudinem. Cum enim recta D H absolutam gravitatem exhibente, comparativam exhibeat recta G H (præc.); si gravitas absoluta vocetur W, comparativa V, erit V : W = G H : D H. Jam triangula HGD & ABC sunt similia; anguli enim ad G & B sunt recti, ad H & A alterni, a recta A C duas parallelas D S & AB intersectane effecti: adeoque in iis latera homologa proportione sibi respondent, estque G H : DH = AB : AC. Igitur est etiam V : W = AB : AC.

Coroll. 1. Si AC sumatur pro radio, erit AB sinus anguli ACB (Math. 460); est ergo vis comparativa ad absolutam, ut sinus anguli inclinationis ad radium.

Coroll. 2. Si longitudo plani dicatur L, altitudo A; est V : W = A : L, adeoque $V = \frac{WA}{L}$. Porro W est constans, ut intelligere licet e Scholio num. præc. est ergo $V = \frac{A}{L}$ (Met. 213. cor. 4.). Hoc est, vis comparativa, qua urgetur corpus ad descensum per planum inclinatum, est generatim in ratione composta ex directa altitudinis plani, & reciproca longitudinis.

Coroll.

Coroll. 3. Quod si duo ejusdem altitudinis plana AC & AN (Fig. ead.) assumantur; in formula generali erit A constans: erit ergo tunc $V = \frac{1}{L}$. Hoc est, vires comparativæ in ejusdem planis erunt in ratione inversa longitudinum; ac proinde in eo plano magis urgetur corpus ad descensum, quod fuerit brevius. Si autem duo plana ejusdem longitudinis, sed diversæ altitudinis fuerint; erit L constans, adeoque erit $V = A$. Hoc est, vires comparativæ erunt ut altitudines planorum: consequenter in eo plano magis urgetur corpus ad descensum, cuius altitudo fuerit major.

Coroll. 4. Si sinus anguli inclinationis dicatur I, radius R, est $V : W = I : R$ (cor. 1.). Hinc $V = \frac{IW}{R}$. Jam vero radius cum sinibus comparatus semper est constans, ut Geometræ norunt; cum ergo absolute quoque gravitas constans sit, est generatim $V = I$. Hinc si in duobus planis idem sit angulus inclinationis, eadem quoque erit gravitas comparativa.

Coroll. 5. In triangulis similibus HG D & ABC est $GH : DG = AB : BC$; cum ergo GH exprimat vim comparativam, qua corpus per planum descendere nititur, DG vero eam gravitatis partem, qua planum premitur, erit illa vis ad hanc, ut $AB : BC$. Porro si BC sumatur pro radio, AB est tangens anguli ACB (Math. 461); igitur vis comparativa, qua corpus per planum inclinatum descendere nititur, est ad eam gravitatis partem, qua planum premitur, ut tangens anguli inclinationis ad radium.

PROPOSITIO III. Spatium, quod per aliquod planum inclinatum descendendo conficitur, est ad spatium eodem tempore libero lapsu ad horizontem perpendiculari percurrendum, ut est altitudo plani ad ejusdem longitudinem. Nam in motu uniformiter accelerato est $S = VT^2$ (192. cor. 4.), ac proinde si T sit constans, est $S = V$. Hinc in duobus diversis motibus uniformiter acceleratis spatia eodem tempore confecta sunt ut ipsæ vires acceleratrices. Porro in

descensu per planum inclinatum gravitas comparativa accelerat motum , in lapsu autem libero perpendiculari tota gravitas absoluta : est vero utraque hæc vis uniformiter accelerans (192. cor. 3. & 196. cor. 1.). Igitur in præiente quoque casu , quo nimis inter se contendimus duo spatia eodem tempore confecta , alterum per quoddam planum inclinatum , alterum autem libero lapsu ad horizontem perpendiculari , eadēa spatia erunt inter se , ut vires acceleratrices ; seu spatiū , quod per planum inclinatum descendendo conficitur , erit ad spatiū eodem tempore lapsu libero ad horizontem perpendiculari percurrendū , ut est vis comparativa ad absolutam , ac proinde ut altitudo plani ad ejusdem longitudinem (præc.).

Coroll. 1. Si ex angulo B ducatur recta BM ad AC perpendicularis , AM erit spatiū illud , quod corpora oblique descendendo percurseret eodem tempore , quo ex A libere cadendo ad B pertingeret . Nam triangula ABC , & AMB sunt similia , cum angulus ad A sit utrius communis , anguli autem ABC , & AMB sunt ex constr. recti : hinc si latera homologa in proportionem resolvās , est AM : AB = AB : AC . Jam vero AB , & AC , uti modo ostensum est , sunt ut spatia eodem tempore oblique & directe percursa ; ergo etiam AM , & AB sunt ut eadem spatia ; ac proinde quo tempore percurritur oblique AM , eodem tempore lapsu libero percurritur AB , & vicissim .

Coroll. 2. Dum ergo corpus ad quocunque punctum M plani inclinati AC pervenit ex A , si ducatur recta MB ita , ut angulus ad M sit rectus , punctum B determinabit spatiū AB , eodem tempore lapsu perpendiculari conficiendum , quo spatiū AM oblique est percursum . Hinc si fiat angulus ACO rectus , tum recta CO producatur , dum concorras cum AB itidem producta ; concursus harum linearum erit punctum illud , ad quod ex A perveniret corpus lapsu libero interea , dum ex A ad C pervenit oblique .

Coroll. 3. Si ex puncto B ad aliud planum inclinatum AN ducatur perpendicularis BN : pariter AN erit spatiū illud , quod eodem tempore percurritur per planum AN , quo corpus libere cadendo ex A in

B perveniret (cor. 1) : itaque AM in piano AC, & An in piano AN eodem tempore percurruntur.

Coroll. 4. Chordæ omnes MB in circulo (Fig. 28) eodem tempore percurruntur. Quælibet enim earum eodem percurrit tempore, quo diameter AB horizonti perpendicularis lapsu libero percurreretur, quod sic declaro. Assumatur quæcunque chorda MB, fiatque angulus MBO rectus; concursus rectæ BO cum recta MO, ad horizontem perpendiculari, determinabit spatium MO, interea lapsu libero conficiendum, dum totum planum MB oblique percurritur (cor. 2) : quod si ergo est MO=AB, clarum est, chordam MB eodem tempore percurrentam esse, quo diameter AB lapsu libero percurreretur : esse vero MO=AB, facile patet. Nam in triangulis MAB & MOB anguli A MB & MBO sunt recti, iste ex constr. ille vero, quia est ad peripheriam, insistitque diametre (Math. 345); anguli MBA & BMO sunt alterni, quos recta MB parallelas MO & AB intersecando efficit, ac proinde sunt æquales ; præterea latus MB est commune utrique triangulo : ergo duo illa triangula sunt similia & æqualia (Math. 377), proindeque MO=AB.

PROPOSITIO IV. Celeritas, quam corpus habet in fine descensus per planum inclinatum, est æqualis illi, quam haberet in fine lapsus liberi per ipsam plani altitudinem. e. g. Si corpus descendat per planum AC (Fig. 27), in puncto C eam habebit celeritatem, quam haberet in puncto B, si per plani altitudinem AB libere laberetur. Vis enim gravitatis absoluta, quæ in lapsu libero motum accelerat, sit $=V$, celeritas finalis $=C$; vis comparativa in planu AC dicitur v , celeritas finalis c . Quenam AB, & AC sunt spatia ipsa, quæ motu uniformiter accelerato percurruntur, est $AB = \frac{C^2}{V}$ & $AC = \frac{c^2}{v}$ (192. cor. 5.)

Hinc est

$$AB : AC = \frac{C^2}{V} : \frac{c^2}{v}$$

M 3

Mat.

Multiplicando antecedentia per V , consequentia per v est : - $AB \times V : AC \times v = C^2 : c^2$.

Est vero V : v = AC : AB (197) ; quare æqualibus æqualia substituendo est :

$$AB \times AC : AC \times AB = C^2 : c^2$$

Hoc est , $C^2 = c^2$, ac proinde etiam $C = c$.

Coroll. 1. Eodem modo patet , celeritatem , quam corpus haberet in fine descensus per planum AN , fore æqualem illi , quam idem corpus demum consequetur labendo libere per A B : quare universim celeritates omnes , ex eadem altitudine linea recta labendo acquisitæ , sunt inter se æquales.

Coroll. 2. In theoria pendulorum ostendemus , corpus per aliquem curvæ arcum descendens eam debere habere celeritatem finalem , quam haberet demum , si ex eadem altitudine libere decideret lapsu ad horizontem perpendiculari ; ergo universim affirmare licet : celeritates omnes , quæ ex eadem altitudine sive linea recta , seu per alicujus curvæ arcum labendo acquiruntur , esse inter se æquales.

C A P U T T E R T I U M.

De Conflictu Corporum.

§. I.

De conflictu Corporis unius cum altero mobili.

200

DE generalibus conflictuum legibus jam in Metaphysica egimus ; at eo loco necdum stabilita fuit a nobis theoria virium repulsivarum , & attractivarum , mutuum corporum attractum mathematicum excludens : quare videndum nunc superest , num ea , quæ illuc demonstrata sunt , cum dicta virium lege bene cohæreant . Deinde nonnullæ speciales conflictuum leges adducendæ sunt , quas pertractandi locus in Cosmologia non erat . Porro duas in classes solent hoc loco tribui corpora , yide-

videlicet in corpus elasticum, & non elasticum. Illud est, quod figuram compressione amissam recuperat: istud vero, quod post compressionem pristinæ figuræ se se non restituit. Corpus, quod amissam compressione figuram integre recipit, perfecte elasticum; quod autem ex aliqua duntaxat parte restituitur figuræ pristinæ, imperfecte elasticum est. Corpus non elasticum communiter dividitur in molle & durum. Molle dici consuevit, quod compressione priorem figuram amittit, amissamque recuperare non nititur: durum vero hoc loco vocatur, quod ideo nullam exerceat elasticitatem, quia nulla vi comprimi potest. Denique conflictus corporum vel est directus, vel obliquus. Directus dicitur, si ita incurrat corpus alterum in alterum, ut centrum gravitatis corporis incurrentis directe feratur contra centrum alterius, viresque collisionem efficientes agant directione, eadem centra jungente: sin minus, conflctus, vel ut alii nominant, ictus erit obliquus.

Schol. Perfecte durum corpus in natura nullum admitti potest (118. cor.): ea vero corpora, quæ vulgo dura nuncupantur, vel nituntur recuperare figuram compressione amissam, vel non: si primum, elastica sunt; sin alterum, in mollium numerum referri possunt (120. cor.). Hinc licebit nobis corpora ita dividere in elastica & non elastica, ut non elasticorum nomine sola mollia veniant. Indicabimus itaque, quantum ratione possint iu theoria nostra deduci leges illæ, secundum quæas péragi oporteat collisiones corporum tam elasticorum, quam mollium. Ut autem res simplicior evadat, considerabimus globos, eosque saltem paribus a centro distantias homogeneos, & primum quidem directe configentes: postea de obliquo etiam ictu quæpiam allaturi. Porro ubi globus in globum agit, & ambo paribus a centro distantias homogenei sunt, vis mutua, quæ est summa omnium virium, qua singula alterius puncta agont in singula puncta alterius, habebit semper directionem, quæ juncit centra; uti patet ex iis, quæ Dissert. 3. de sphærarum attractionibus demonstraturi sumus.

PROPOSITIO I. Sint duo molles globi A 201 & B (Fig. 20), paribus a centro distantias homogenei. M 4 nei;

nei; præcedat A minori cum celeritate, B vero cele-
rius currendo insequatur ita, ut eorum centra ferantur
in eadem recta BA. Stante virium repulsivarum & at-
tractivarum theoria hæc tria consequi necesse erit:
1) ambo post conflictum eadem ferentur celeritate; 2)
utriusque eadem erit directio BA; 3) quantitas mo-
tus in utroque simul globo eadem erit post conflictum,
quæ fuit ante conflictum. *Ratio 1mi est.* Tametsi
enim globi hi confligentes ad attractum mutuum ma-
thematum in ea collisione deventuri non sint, ubi
tamen ad certam vicinitatem mutuo pervenerint, vi-
ribus repulsivis utrinque agentibus comprimentur par-
tes posteriores globi A & anteriores globi B; quæ
compressio continuabitur, donec globi ad æquales ce-
leritates devenerint: obtenta vero celeritatum æquali-
tate accessus ulterior desinet, adeoque & ulterior com-
pressio; & quoniam globi ponuntur esse molles, ac
proinde tales, quorum puncta loco mota cessante com-
pressione illico sunt in novis cohaesionis limitibus com-
parate ad puncta sibi vicina, etiam ad globum alterum
pertinentia; post ejusmodi compressionem non exerce-
bunt ullam vim mutuam, sed cum æquali illa celeri-
tate porro moveri pergent.

Ratio 2di est. Nam uti diximus n. præc. in Schol. id
genus globorum vis mutua semper eam directionem habet,
quæ ipsorum centra jungit; itaque vires repulsivæ glo-
bi B præcedentem globum A directione AA' urge-
bunt, consequenter priorem ejusdem directionem non
turbabunt. At neque globus B detorquebitur ad la-
tus repulsivis globi A viribus; cum enim hæc agant di-
rectione AB, non nisi decrementum celeritatis salva
priori directione poterunt in eodem globo B præstare.

Ratio 3ii in aperto est. Cpm enim demonstrav-
erimus n. 178 & 179, mutuas corporum actiones hæc
in theoria semper contrarias, & æquales esse debere;
quantam motus quantitatem imprimunt globus B incur-
rens globo A, tantam quantitatem perdit ex suo mo-
tu priore: summa ergo quantitatum motus in utroque
simul corpore post conflictum eadem sit, oportet, quæ
fuit ante conflictum.

Coroll. 1. His fundamentis innituntur omnes eæ for-
mulæ, quas in Metaphysica pro collisionibus corpo-
rum

Sum non elasticorum eruimus; igitur eadem formulæ omnes in theoria virium repulsivarum & attractivarum locum habent.

Schol. Neque obest, quod globos accurate molles, quales in natura frustra quæsieris, assumperimus. Nam in aliorum quoque sententia loco globi perfecte duri, aut saltem omni elasticitate destituti, quales in natura nuspam reperias, solent assumi. Nempe prid genus fictis corporibus, ut sunt perfecte duramollia &c. facilis statuuntur generales leges; quæ semel statutæ his quoque corporibus, quæ raptæ existunt, applicari possunt. Potro ideo assumpsumus determinate globos, eosque saltem paribus a centro distantiis homogeneos, ut ictum omnino directum obtineamus. Si enim id genus corpora colliduntur, quarum mutuæ vires non habeant eam accurate directionem, quæ centra jungit, ictus exacte directus non erit: verum etiam si, priusquam vires agant, unius centrum contra centrum alterius directe latum fuerit, his tamen agere incipientibus directiones centrorum mutabuntur, ita ut jam alterum eorum non feratur accurate contra alterum.

Coroll. 2. Retentis ergo iisdem literarum valoribus, quos Met. 227 Schol. constituimus, si corpus non elasticum impingat in aliud non elasticum, lentiùs præcedens, eorumque communis post conflictum celeritas vocetur X; etiam in nostra virium theoria esse debet:

$$X = \frac{MC + mc}{M + m} \quad (\text{Met. 228}) : \text{celeritas}, \text{ quam massa}$$

$$m \text{ acquirit per conflictum} = \frac{MC - Mc}{M + m} \text{ quam vero M}$$

$$\text{perdit,} = \frac{mC - mc}{M + m} \quad (\text{cit. cor. 2. \& 3.})$$

Coroll. 3. Si deo corpora mollia configant directiōnibus oppositis, quantitas motus in utroque simili corpore post conflictum erit $= MC - mc$; communis vero celeritas $= \frac{MC - mc}{M + m}$ (Ejusd. 230).

Coroll. 4. Si sit $M:m=c:C$, est $MC=mc$, adeoque $MC-mc=0$. Hoc est, si in duobus mollibus corporibus, quæ directionibus oppositis confligant, celeritates ante conflictum fuerint in ratione massarum reciproca; post conflictum nulla existet in iisdem quantitas motus, ac proinde quiescent.

202 Ex his, quæ ad corpora mollia pertinent, facile est progredi ad perfecte elasta, modo ad sequentia, quæ jam in Metaphysica pertractata sunt, animus advertatur. *1mo.* In conflictu corporum perfecte elasticorum duplex temporis periodus est consideranda: nempe imprimis qua absolvitur mutua partium compressio, deinde qua vis elasta partes compressas pristino situ restituit. Porro prima temporis periodo prorsus eodem modo se habet res in perfecte elasticis, ac in perfecte molibus; nam ea temporis periodo etiam in illis, non minus ac in his, eosque comprimuntur partes, dum celeritates ad æquitatem devenerint. Unde ea omnia, quæ de collisionibus mollium seu non elasticorum dicta sunt, etiam perfecte elasticis, spectata prima temporis periodo, convenient: proindeque si globus perfecte elasticus incurrat directione BA in globum A itidem perfecte elasticum, quiescentem, vel eadem directione lentius præcedentem; celeritas, quam globus A primo tempore acquirit per compressionem partium, est $\frac{MC-Mc}{M+m}$ quam vero glo-

bus B eodem tempore perdit, est $\frac{mC-mc}{M+m}$
(præc. cor. 2.)

2do. Vis, qua comprimuntur partes corporis præcedentis A sit $=v$, vis vero elasta, qua eadem partes altera temporis periodo pristinum sicut recuperant, sit $=e$; in globo incidente B sit vis comprimens $=V$, elasta $=E$. Imprimis erit $V=v$; cum enim actioni sit contraria & æqualis reactio, qua vi comprimuntur posteriores præcedentis globi partes, eadem vi debent comprimi anteriores insequentis. Deinde, quoniam uterque globus est perfecte elasticus,

est

est $v = e$, & $V = E$. Unde cum ea, quae sunt aequalia uni tertio, debeant esse inter se quoque aequalia, est etiam $V = e$, & $E = v$.

3ro. Dum cessante vi comprimente posteriores globi A partes altera temporis periodo se se expandunt, in globum B elasticitate sua agunt directione A B, adeoque in eo motus quantitatem imminuant: cum ergo etiam prima temporis periodo imminuta fuerit ejusdem globi B celeritas compressione partium anteriorum; reapse toto conflictus tempore detrimentum suæ celeritatis accipit, estque vis eam prima temporis periodo imminuens $= V$, altera $= e$. Ex adverso facile patet, in globo A toto conflictus tempore augeri celeritatem, nempe prima periodo vi comprimente v , altera autem periodo vi elastica E .

PROPOSITIO II. Si globus B perfecte elasticus in globum A itidem perfecte elasticum, quietem, vel eadem directione lentius præcedenter incurrat, ictusque sit directus; etiam in theoria virium repulsivarum & attractivarum globus præcedens A duplo majorem acquirat celeritatem, quam acquisivisset, si uterque globus elasticitate fuisset destitutus; erit adeo celeritas acquisita $= \frac{2MC - 2Mc}{M + m}$ Pariter

globus B duplo majorem perdet celeritatem per eundem conflictum, quam perdidisset, si globus uterque fuisset mollis, seu non elasticus: id est celeritas perdi-

ta erit $= \frac{2mC - 2mc}{M + m}$. *Ratio 1. partis est.* Nam

globi A celeritatem prima temporis periodo auget vis comprimens v , estque incrementum $= \frac{MC - Mc}{M + m}$ (præc.),

eamdem altera temporis periodo auget vis elastica E , estque $E = v$ (cit.); itaque altera quoque temporis periodo incrementum celeritatis est $= \frac{MC - Mc}{M + m}$; ac

$M \in$

proinde

proinde incrementum utriusque simul periodo, seu toti conflictus temporis respondens erit $= \frac{2MC - 2mc}{M + m}$.

Ratio ade partis est. Nam globi B celeritatem prima temporis periodo imminuit vis comprimens V, etique decrementum $= \frac{mC - mc}{M + m}$ (præc.) : eandem altera temporis periodo imminuit vis elastica e, et que e $= V$ (cit.); itaque altera quoque temporis periodo decrementum est $= \frac{mc - mc}{M + m}$ ac proinde decrementum utriusque simul periodo respondens est $= \frac{2mC - 2mc}{M + m}$.

Coroll. 1. Huic fundamento innituntur omnes ex formulæ, quas in Metaphysica pro collisionibus corporum perfecte elasticorum statuimus; igitur eadem formulæ omnes in nostra quoque virium theoria locum habent.

Coroll. 2. Hinc celeritas massæ m præcedentis est post conflictum $= \frac{2MC - Mc + mc}{M + m}$ massæ vero M

in sequentis $= \frac{MC - mC + 2mc}{M + m}$ (Met. 234 & 235).

Coroll. 3. Ponamus esse M $= m$; erit M + m $= 2M$, & M - m $= 0$. Hinc prima formula erit $= C$, altera $= c$; hoc est massæ æquales permutant suas velocitates. Atque hinc petenda est explicatio pulcherrimi cuiusdam phænomeni. Nempe suspendantur filis sericeis, aut cannabinis quotunque globi eburnei æquales; A, B, C, D, E &c. (Fig. 29), ita ut eorum

F.29 centra sint in eadem linea recta: si ex una parte elevetur unicus globus A, demittaturque, peracto conflictu omnes quiescent, dempto ultimo F, qui abibit ea celeritate, qua primus ille impellens A advenerat; si duo globi A & B simul elevati demittantur, ultimi duo E & F movebuntur, quiescentibus ceteris; si

tres

DE MOTU CORPÓRUM.

tres sint globi, qui demittuntur, e. g. A, B, C, tres pariter erunt, qui post conflictum abibunt, nempe D, E, F, & sic porro. Consideremus eum casum, quo duo globi A & B in a & b elevati, sibique reliqui reliquos impellunt. Dum B incurrit in C, cum hoc suam celeritatem permutat, ac proinde B quiescit, quemadmodum C prius quieverat, iste vero acceptam celeritatem permutat cum D, & sic porro: ultimus F non habet ante se globum, cum quo configat; igitur ea celeritate abit versus f, quæ per id genus permutationes successivas a globo B ad ipsum est propagata. Dum globus B peracto primo conflictu ad quietem redactus est, incurrit in eum globus A insequens, alterumque conflictum inchoat: rursus ergo hunc, ut prius, successivæ celeritatum permutationes, dum demum celeritas globi A propagetur ad E: globus E celeritatem illam globo F, utpote pari celeritate praecedenti, communicare non potest; ea ergo retenta hunc consequitur, atque ita duo hi postremi globi communii celeritate in f & e procurrunt. Porro omnes illæ celeritatibus in dupli conflietu permutationes tam ex quo tempusculo, ut comparate ad sensus nostros prout uno momento haberri possit, peraguntur.

Coroll. 4. Si massa præcedens quiescat ante conflictum, est $c = 0$; eo igitur casu massæ m celeritas post conflictum est $= \frac{mC}{M+m}$, massa vero $M = \frac{MC-mC}{M+m}$.

Quod si præterea massa m fuerit immobilis, ea pro infinita haberi poterit, respectu cujus prorsus evanescat massa M ; hoc est, in formulæ erit $M = 0$. Hinc celeritas massæ M erit $= \frac{-mC}{m} = -C$. Hoc est, ea ipsa celeritate resiliat corpus incurrens, qua adveniat.

Scho!. Plures generalium formularum ad particulares casus applicationes, si virsum fuerit, non magno jam labore ab ipsis etiam Tironibus fieri poterunt. Quod si pro corporibus imperfecte elasticis accuratæ formulæ condenda essent, sciendæ essent in iis rationes virium comprimentium ad elasticas, ut determinentur valores literarum V, v,

E, & (præc.). His enim determinatis determinantur simul in massa m ratio incrementi celeritatis prima temporis periodo geniti ad incrementum altera periodo genitum, quæ est $=v$: E; in massa vero M ratio decrementi prima periodo accepti ad decrementum periodi alterius, quæ est $=V$: e (cit.). Unde innoteſceret totum celeritatis incrementum in massa præcedente, insequente vero decrementum; quibus cognitis non effet utique difficile accuratas celeritatum post conflictum formulas condere ea ratiocinandi methodo, qua in Metaphysica n. 234 & 235 uiri sumus. Sed istud breviter indicasse sufficiat.

204 Ne de obliquo corporum conflictu prorsus taceamus, libeat aliquem e simplicioribus casibus tantisper F. 30 contemplari. Sint duo æquales globi A & B (Fig. 30), incurratque A in B quiescentem vi aA . Centra globorum in conflictu constitutorum sint in recta CD; ad quam, si opus fuerit, magis adhuc productam demittatur perpendicularis a F, ut vis aA resolvatur in duas, nempe in aF , & FA. Pars aF nihil confert ad conflictum, ut clarum est, consequenter illæſa manet: pars autem FA directum conflictum efficit (200). Unde globus B post conflictum ibit directione BD, haud aliter, quam si globus A sola vi FA in eum incurriſſet; globus autem A eam celeritatem, quam post conflictum haberet tunc, quum sola vi FA directe conflixiſſet, cum remanente vi aF componet juxta memoratam toties methodum ope parallelogrammorum.

Caroll. 1. Ponamus utrumque globum esse perfecte elasticum; globus A perdet per conflictum totam suam celeritatem FA, B vero celeritatem eidem æqualem consequetur (203. cor. 3). Quare globus A post conflictum feretur sola vi AK $=aF$, quam conflictu prorsus non turbari diximus; B vero vi BN $=FA$.

Caroll. 2. Quod si ergo globum elasticum B obliquo iſtu alterius elasticæ globi a impellere cupis directione BD; in eadem recta BD versus C producta sume partem xA , æqualem radio globi a, tum globum hunc impelle directione aA . Patet ex modo dictis, globum

bom B hoc istu versu D esse propellendani, globo A viam AK tenente.

§. II.

De Conflictu corporis cum altero immobili.

Duo anguli sunt hoc loco definiendi, nimirum incidentiae, & reflexionis. *Angulus incidentiae* ille dicitur, quem facit directio mobilis cum ea linea recta, qua ex puncto; in quo fit collisio, ita erigitur, ut sit ad corpus impulsu perpendicularis. e. gr. Incurrat mobile (Fig. 31) directione AC in planum DE; ex puncto collisionis C erigatur recta CF ad DE perpendicularis, angulus ACF erit angulus incidentiae. *Angulus reflexionis* ille est, quem cum eadem recta perpendiculari efficit directio mobilis post conflictum resiliens. Sic si mobile ex puncto C resiliat directione CB, angulus reflexionis est FCB.

Coroll. *Angulus inclinacionis* est ille, quem directio AC efficit cum piano DC, versus quod a perpendiculari deflebit, seu est angulus ACD: discernendus ergo est angulus incidentiae ab angulo inclinationis.

P R O P O S I T I O I. Si globus non elasticus incurrat in planum immobile DE directione perpendiculari FC; amittet in conflicto totam suam celeritatem. Sin autem oblique incurrat directione AC; excurret versus E per spatium CE, quod erit ad AC, ut cosinus anguli inclinationis ad radium. *Ratio ini-*
q. Nam celeritas ejus globi post conflictum est $\frac{MC}{M+m}$ *206*

(Met. 228. cor. 4.). Jam vero facile patet, planum immobile considerari posse instar massæ quiescentis infinite magnæ, ut adeo M comparete ad m sit $\equiv 0$. Hinc tota ea formula erit $\equiv 0$; hoc est globus incurrens nullam habebit post conflictum celeritatem, consequenter quiesceret.

Ratio 2di est. Nam demissio perpendiculari AD, vis AC resolvitur in AD & DC (182. cor. 3.). Vis AD tota eliditur, uti patet ex allata modo primæ par-

partis demonstratione : feretur ergo globus vi $\overline{CE} = \overline{DC}$, quæ cum sit parallela piano, illæsa persistit, scilicet mentem ab affrietu (quod semper intelligendum est) ceterisque motus impedimentis abstrahamus. Porro si \overline{AC} sumatur pro radio, \overline{AD} est sinus anguli inclinationis $\angle ACD$, \overline{DC} vero est ejusdem anguli cosinus (Math. 453); est ergo \overline{DC} , adeoque etiam \overline{CE} ad \overline{AC} , ut cosinus anguli inclinationis ad radium.

Coroll. Ex his patet, non haberi reflexionem sine elasticitate, ac proinde eam, sicubi habetur, elasticitati esse adscribendam.

297 **PRO POSITO II.** Si globus perfecte elasticus incurrat in planum immobile \overline{DE} directione perpendiculari \overline{FC} ; eadem velocitate, directioneque resiliet, qua advenerat: si vero oblique incurrat vi \overline{AC} , resiliet vi \overline{CB} ita, ut angulus incidentia $\angle ACF$ sit æqualis angulo reflexionis $\angle FCB$. *Ratio.* immo data est n. 293. cor. 4. ubi ostensum est, celeritatem globi elasticis in planum immobile incurrentis post conflictum fore $\overline{CE} = \overline{DC}$.

Ratio adi est. Si enim vis ejus \overline{AC} resolvatur in \overline{AD} & \overline{DC} , pars \overline{DC} manebit illæsa, & loco \overline{AD} nanciscetur alteram æqualem, sed contraria directionis, ut e probatione primæ partis patet. Globus ergo in \mathcal{C} constitutus post conflictum duabus viribus urgebitur, nempe vi $\overline{CF} = \overline{DA}$, & $\overline{CE} = \overline{DC}$: progrediatur ergo motu composito $\mathcal{C}B$. Porro angulum $\angle ACF$ esse \overline{FCB} , clarum est. Nam in triangulis $\triangle ACF$ & $\triangle FCB$ latus \overline{AF} est \overline{FB} , cum sit $\overline{AF} = \overline{DC} = \overline{CE}$; alterum latus \overline{FC} est utriusque triangulo commune: denique anguli ad F sunt recti, adeoque æquales. Itaque triangula illa sunt similia & æqualia; consequenter angulus $\angle ACF = \angle ECB$.

298 **PRO POSITO III.** Si globus imperfecte elasticus incurrat in planum immobile \overline{DE} directione perpendiculari \overline{FC} ; resiliet aliqua prioris sue celeritatis parte \overline{CF} : si vero oblique adveniat per \overline{AC} , resiliet vi quadam \overline{CB} ita, ut angulus reflexionis $\angle FCB$ sit major angulo incidentia $\angle ACF$. *Ratio immo partis* est. Nam si tempus, quo conflictus durat, in duas periodos

de divisione concipiamus ; prima periodo res eodem modo se habet , ac in corporibus molibus , ac proinde tota velocitas F C amittitur (præc.). Altera autem periodo vis elastică , quæ in imperfecte elasticis minor est & cōp̄imētū , parat aliquam celeritatem Cf , priori contrariam , sed tamen maiorem ea , quæ prima temporis periodo compressione elata fuit . Ex quibus id quoque patet , forte CF : Cf , ut est vis compressio nis ad vim elasticam .

Ratio zæ parsis est. Quemadmodum enim in easa præcedentis propositionis globis perfecte elasticis oblique adveniens , post conflictum urgetur viribus C F & C E ita in casu presenti globus , imperfecte elasticus , urgeatur viribus C f & C E ; ibit ergo metu compolito C b . Porro angulus reflexionis FCb est major angulo F C B , ergo est major etiam angulo incidentia A C F (præc.).

Schol. 1. Cum secundum theoriam nostram nulli fint globi continui , nulla plana continua , nullus corporum attractus mathematicus ; multa corunt , quæ de collisionibus dicta sunt , locum ad sensum duxtaxat habent ; & quemadmodum Boſcovichius loquetur , proxime tantummodo , non accurate . Nominatim , ubi globus ex A oblique incurrit in planum D E , mutationem directionis non fieri in unico punto C , sed per curvam quandam continuam , ostendemas in Phys. Part. ubi de fine agemus .

Schol. 2. Dicebamus n. 182. Schol. 1. resolutionem virium reapsi in natura auspicii haberi , sed phenomena pendere semper a compositione virium & motuum . Istud ut pateat , eos collisionum effectus ; quos in præcedentibus propositionibus ope resolutionis virium expqsumus , per secundem compositionem libeat exhibere . *110.* Si globus non elasticus . vi A C oblique incurrit in planum immobile D E , (Fig. 32) , post conflictum feretur vi C E . Globus enim feret planum non tota vi sua absoluta , sed vi quadam comparativa = A D ; ac proinde ob reactionem actionis æqualem & contrariam , a piano in puncto C urgebitur vi C E = D A : quare idem reapse fit , ac si globus in C positus duplice vi urgetur , una impressa CG = A C , altera C F ex reactione oriunda ; e quibus vis composita C E enascitur . *2d.* Si globus , qui

dicta vi oblique advenit, sit perfecte elasticus; resiliet vi C.B. Is enim in pando C constitutus tam prima, quam etiam altera (ob vim elasticam) temporis periodo acquirit celeritatem $= CF$; tota ergo vi, qua in pando C sursum urgetur, est $= CH = 2CF$, quae si componatur cum impressa ipsi vi CG $= AC$, vim compositam C.B. enasci est necesse. *310.* Si idem globus fuerit imperfecte elasticus, sursum urgebitur ob reactionem vi $= CF$, ob elasticitatem vero vi $= Cf$; adeoque vim CI $= CF + Cf$ habebit componendam cum impressa vi CG: hinc resiliet motu compuesto C.b. Sed haec breviter indicasse sufficiat. Qui plura huc pertinencia nosse cupit, aeat Boscovichium Phil. Nat. in. 218. & sequent.

C A P U T Q U A R T U M.

De Motu per Machinas simplices.

§. I.

De Machinis generativi.

209 *Machina* nomine hoc loco verità omne id genus instrumentum, quod in movendis corporibus adjumento esse solet. Alia dicitur simplex, alia composita. *Machina simplex* est, quæ non constat ex pluribus, quarum singula seorsim acceptæ facilitatem quandam præstent ad movendâ corpora: *composita* vero vocatur, quæ ex pluribus machinis simplicibus certa ratione inter se connexis coalescit. *Machinæ simplices* sex potissimum numerantur: videlicet vectis, trochlea, axis in peritrochio, planum inclinatum, cochlea, & cuneus. Ex his duæ pro fundamentalibus machinis habendæ sunt, nempe vectis, & planum inclinatum: ad illum enim trochlea, & axis in peritrochio; ad istud vero cochlea, & cunctis reduct possunt.

Cognit.

Centrum aequilibrii dicitur illud punctum massæ 210
eiusmodi, aut massarum quotunque per virgas rigidas,
gravitateque carentes connexarum, cuius puncti moto
impedito massa omnis immota manet, neque potest
circa ipsum converti. Unde facile patet, centrum
aequilibrii, quem vires a gravitate proveniunt, idem
esse cum centro gravitatis.

P R O P O S I T I O I. Nisus, quem vires certo 211
modo conjugatae exercent, seu momentum, semper est
in ratione composita ipsius vis absolutæ, & spatii,
quod massa nisum illum exerens, dato tempusculo per-
curreret. Id est, si nisus sit $\equiv N$, vis absoluta $\equiv V$,
spatium dato tempusculo percurrendum $\equiv S$; est gene-
ratim $N \equiv V S$. Nam imprimis certum est, a dupla
vi absoluta duplum, a tripla triplum nisum exerci, si
cetera sint paria, consequenter esse $N \equiv V$. Deinde
manente eadem absoluta vi tanto certe major est ni-
sus massæ, quanto majus est spatium illum, quod ex
remotis impedimentis eo nisu dato tempusculo con-
ficeret: itaque ceteris paribus est quoque $N \equiv S$. Est
ergo generatim $N \equiv V S$.

Coroll. 1. Spatium intra idem tempusculum est ut
celeritas (189. cor. 4.); igitur in praecedente formula
celeritas spatio substitui potest, estque $N \equiv V C$.

Coroll. 2. Vis gravitatis in nostris his corporibus
est in ratione massæ, nisi suo loco visari sumus; quare
si corpus animetur viribus gravitatis, sitque massa $\equiv M$, est $N \equiv M C$.

Schol. Vis, quæ ope machinæ corpora movet,
potensis solet nominari; resistentia vero corporis mo-
vendi, sive deinde illa a sola gravitate, seu aliunde
proveniat, ponderis nomine venit. Unde patet, saxe
etiam corpora gravia machinæ appensa vices potentiaz
obire posse. Nos vim absolutam potentiaz in sequen-
tibus semper designabimus litera P , ejusdem celerita-
tem litera C ; resistentiam superandam, seu pondus, vo-
cabimus p , ejus celeritatem c . Hinc momentum,
seu nisus potentiaz erit $\equiv PC$, ponderis $\equiv pc$.

P R O P O S I T I O II. Quam potentia & pon- 212
dus sunt in æquilibrio, sunt in ratione reciproca sua-
rum

gum celeritatum ; & vicissim quanta potentia & pondus sunt in ratione reciproca suorum celeritatum , sunt in æquilibrio. *Ratio 1^{ma} est.* Si enim potentia & pondus sunt in æquilibrio , e. r. uadem momenta sunt aequalia , seu est $P:C = p:c$; ac proinde est $P:p = C:c$ (Math. 204). *Ratio 2^{da} est.* Si enim est $P:p = C:c$, est $P:C = p:c$. (Ejusdem 202).

Coroll. 1. Si ergo vel tantillo major fuerit potentia , quam requiratur ad dictam proportionem , jam est $P:C > p:c$; consequenter vincitur resistentia ponderis.

Coroll. 2. Cum in easu æquilibrii sit $P:p = C:c$, patet eo minorem potentiam sufficere ad æquilibrium cum pondere obtinendum , quo minor fuerit celeritas ponderis celeritate potentiaz. Atque hinc suapte profluit methodus determinandi , quantonam adjumento sit machina quæpiam in movendis ponderibus. Si enim videam e. g. triplo , aut quadruplo minorem esse celeritatem ponderis in quapiam machina celeritate potentiaz ; rite infero , triplo , aut quadruplo minorem potentiam sufficere ad æquilibrium cum pondere obtineandum ; quam sit ipsum pondus , ac proinde quam sit ea potentia , quæ ad idem æquilibrium necessaria esset tunc , quum absque omni id genus machina pondus movendum esset;

Coroll. 3. Eo igitur præstantior est machina , quo magis imminuit celeritatem ponderis , & quo magis auget celeritatem potentiaz. Unde patet , compendium virium cum dispendio temporis connexum esse.

Schol. In his , uti & in sequentibus machinarum theoriis supponimus partes omnes machinarum esse perfectas ; omnem affrictum , ceteraque motus. impedimenta abesse ; fones , qui adhibentur , flexioni nihil resistere &c. Quæ deinde qpho V. ad examen revocabimus. Porro de simplicibus machinali agemus potissimum , ex compositis unam vēduat taxat sp̄cimini gratia contemplaturi.

S. II.

De Velle.

VELLE : mathematice consideratus est linea recta in flexilis, & gravitatis expers; si autem phýsice accipiatur, est pertica longa, firma, rigida Pp (Fig. 33), innixa fulcro immobili C; quod græce hypomochlion dicitur. Tria in eo puncta sunt. 213
præcipue consideranda: primum, cui applicatur potentia P; alterum, cui pondus p innititur; tertium denique est ipsum hypomochlion C, quod velle sustentat. Si hypomochlion inter potentiam & pondus situm sit, ut in Fig. ead. vectis est 1^{mi} generis: si medium locum pondus occupet, est vectis 2^{di} generis: si denique potentia teneat locum medium, vectis dicetur tertii generis. Alter item est vectis directus, alter inversus: directum exhibet ead. Figura 33; inflexum PCp Fig. 34a.

Schol. Vectis primi generis, *brevirostrinus*; 2^{di} autem & 3^{ti} generis, *homodromus* solet nominari. Ratio nomenclationis est, quod in postremis his potentia & pondus simul versus eaudem plagam currant, levè moveantur; nempe ambo sursum, vel ambo deorsum: in primo autem, descendente potentia pondus ascendat; & vicissim.

P R O P O S I T I O I. In vecte directo Pp (Fig. 33) celeritates massarum P & p, quarum prior potentiae, posterior vero ponderis vices obire concipiatur, sicut ut earundem distantiae ab hypothochlio. Si enim vellis e positione sua dimoveri concipiatur, ut veniat ad situm $\Pi\pi$; quo tempore potentia percurrit spatium $P\Pi$, eodem pondus percurrit spatium $p\pi$: celeritates ergo sunt in ratione horum spatiorum, seu est $C: c = P\Pi: p\pi$. Porro spatia illa sunt arcus similes circumlorum: sunt enim mensuræ æqualium angulorum ad C; id genus autem arcus sunt in ratione suorum radiorum, ut ostendunt Geometræ: quare stat etiam $P\Pi: p\pi = PC: pc$. Hinc $C: c = PC: pc$.

DISSE

DISSERTATIO ALTERA

215 PROPOSITIO II. In vecte directo potentia & pondus sunt in æquilibrio ; si sint in ratione reciproca distantiarum ab hypomochlio , id est , si sit $P : p = pC : PC$. Eo enim casu stat etiam $P : p = c : C$ (præc.) ; adeoque est $PC = pc$. Hoc est . momenta sunt utrinque æqualia (211. Schol.), consequenter habetur æquilibrium.

Coroll. 1. Si sit $PC = pc$, est $P : p = c : C$, ac proinde est etiam $P : p = pC : PC$ (præc.). Hoc est , si in vecte potentia & pondus sint in æquilibrio , sunt in ratione reciproca distantiarum ab hypomochlio.

Coroll. 2. Igitur quo potentia magis , pondus augem minus distiterit ab hypomochlio , eo vectis nitilios erit in superanda resistentia ponderis (212. cor. 3).

Coroll. 3. Ex his patet , vectem ; tui generis , in quo minus distat ab hypomochlio potentia , quam pondus , obici potius , quam adjumento esse in ponderibus movendis.

216 PROPOSITIO III. Pondera in vecte inflexo non nisi aliqua absolutæ gravitatis suæ parte . quæ vis comparativa dici potest , conantur se se convertere circa hypomochlion , sive elevationi resistant ; estque absoluta gravitatis vis ad comparativam , ut ejusdem distansia ab hypomochlio ad distantiam perpendiculari a plano verticali per idem hypomochlion transente. *Ratio 1^æ* est. Sint enim in vecte inflexo PC p (Fig. 34) pondera P & p . Gravitas absoluta e. g. ponderis P , quoniam directionem habet horizontalem perpendiculari , exhibetur recta Pa , ad horizontem perpendiculari. Resolvi ea poterit in duas vires , nempe in Pb , & Pc . Pars Pc tota in vectem diuturnum agit (nempe supponimus puncta C , P , & esse in eadem linea recta) ac proinde pari ejusdem reactione elidetur : igitur pondus altera duntaxat absolutæ suæ vis parte Pb nitetur se circa hypomochlion convertere.

Ratio 2^æ est. Sit enim CH planum verticale per hypomochlion C transiens ; ducantur rectæ PO & po ad planum illud perpendiculares : absoluta vis gravitatis sit $= W$, comparativa $= V$. Est , uti ex mo-

modo dictis patet, $W : V = Pa : Pb$; atqui est $P_a = Pb = PC : PO$; ergo est etiam $W : V = PC : PO$; seu est vis absoluta ad comparativam, ut distantia ab hypomochlio ad distantiam perpendicularem a piano CH, per idem hypomochlion transire. Min. patet. Si enim recta a P horizonti perpendicularis producatur, dum rectæ FD ad CH normali occurrat in D; triangula cPa & DPC erunt similia, ob angulos verticales ad P æquales, item ob rectos ad c & D: stabit ergo $Pa : ca = PC : DC$. Est vero ex constr. ca = Pb , & $DC = PO$; ergo etiam stabit: $Pa : Pb = PC : PO$.

Eodem modo patet, in altero pondere p esse $w : v = pC : pa$.

Coroll. Quod si ergo vectis convertatur circa fulcrum C, ut P abeat in II, p vero in w; in illo pondere decrescit, in isto vero crescat constanter vis comparativa: quia in illo decrescit, in isto crescat distantia a piano CH.

PROPOSITIO IV. Celeritates virium comparativarum in vecte inflexo sunt, ut distantiae ponderum ab hypomochlio; seu est $C : c = PC : pC$. *Prob.* Dum vectis inflexus e situ PCp translie ad situm $\Pi C\pi$, angulus ille, quem ejus crura comprehendunt, non variatur; seu est ang. $PCp = \text{ang. } \Pi C\pi$: ergo si utriusque horum angulorum demas eundem angulum ΠCp , residui anguli $PC\Pi$ & $pC\pi$ erunt æquales inter se. Consequenter arcus $P\Pi$ & $p\pi$ sunt arcus similares, seu sunt æqualium angulorum mensuræ, ac proinde sunt in ratione suorum radiorum, seu dictarum ab hypomochlio distantiarum. Porro hi ipsi arcus, utpoter a ponderibus eodem tempore descripti exprimunt diætas virium comparativarum celeritates; ergo hæ quoque in eadem ratione sint, oportet.

Coroll. 1. Momentum ergo seu nîsus ponderis P in vecte inflexo acquiritur, si ejus comparativa vis (quæ sola agit in vecte inflexo per n. præc.) ducatur in distantiam ab hypomochlio; seu est $N = V \times PC$. Porro est $V \times PC = W \times PO$; est enim $W : V = PC : PO$ (præc.); quare momentum ponderis P est

N ; etiam

stiam \equiv W X P O. Hoc est momentum ponderis in
vecte inflexo est in ratione composita ponderis absoluti
& distantia perpendicularis a piano verticali per hypomochlion transiente. Porro id ipsum dicendum est
etiam de ponderibus in vecte directo (215); quare
universum momentum ponderis in vecte seu directo , si-
vo inflexo est in ratione composita ponderis absoluti ,
ac proinde massa , & distantia perpendicularis a piano
verticali per hypomochlion transiente.

Coroll. 2. Expendenti facile patet , in corpore suspenso binas quasque particulas , quarum altera cis ; al-
tera trans planum verticale , quod per punctum suspen-
sionis traileat , posita sit , considerari posse , quasi es-
sent in quopiam vecte directo , vel inflexo , cuius hy-
pomochlion sit ipsum , punctum suspensionis ; igitur u-
niuersusque id genus particulae momentum est , ut
massa ipsius ducta in distantiam perpendiculari a pla-
no verticali per punctum suspensionis transiente. At-
que istud est , quod nos demonstratos , n. 157 pollici-
ti sumus.

Coroll. 3. Si pondera P & p in vecte inflexa sint in
æquilibrio , est $W \times P O = w \times p o$ (cor. 1.) , est
adeo $W : w = p : p o$. Hoc est pondera in vecte
inflexo tunc sunt in æquilibrio , quom ipsorum masse
fuerint in ratione reciproca distantiarum a piano verti-
cali per hypomochlion transiente.

Coroll. 4. Quod si ergo ducantur rectæ DP & FP
ad CH parallelæ ; perinde se se habebit res in vecte
inflexo , ac si pondus P in D , p vero in F esset ap-
pensum vecti directo DF , eidem hypomochlio C in-
sistenti.

Schol. Libram communem , stateram Romanam
remos navium , forcices , forcipes , malleum bifurcum ,
eius ope e lignis extrahi solent clavi &c. meras esse
vectium species ; in aperto est. De libra , & statera
Romana , quæpiam speciatim adferre luet.

218 Libra. Seu bilanx usitatis corpora ponderandi in-
strumentum est , quam ut in Figura exhiberi debeat.
In ejus usu massa , quæ sunt in æquilibrio , supp-
nuntur esse ejusdem ponderis absoluti. Unde facile
patet , dolosam fore libram , 1) si brachia suis cum
lan-

lancibus; et ceteroque apparatu spectata non fuerint aequa gravia: tunc enim; ut impositis ponderibus aequalium brum obtineatur; lanchi graviori minus ponderis imponendum erit; quam leviori. a) Si unum brachium altero longius fuerit. Sunt enim pondera A & B in eismodi bilance; cujus brachia sint inaequalia: sit distantia ponderis A ab hypomochlio; circa quod brachia convertuntur; $\equiv 3$; distantia ponderis B ab eodem hypomochlio $\equiv 4$. Tempore aequilibrii erit $A : B = 4 : 3$ (215); erit ergo $A < B$.

Sobr. Falsacia libra ex maiore unius brachii longitudine profluens deregitar ponderum in lancibus per mutationem. Hac causa permutatione facta; ut ut prius libra aequilibrium ostenderit; pondus; quod prius de brachio breviore pependit; præponderabit.

Scutora Romana est virga ferrea (Fig. 35) duabus inaequalibus brachis instrueta; e quorum breviore CA pondus librandum p suspendorit; per alterum vero CB excutrit pondus mobile P; quod potentia vicem subigit; soletque cursor nominari. Ut rectus stateræ usus; & quæ in ea falsaciæ subesse possint; pateat; theoriam ejusdem tantisper expendamus. Ponamus virgam ferram AB gravitate prorsus carere; tum dividamus brachium CB in tot; quæ possumus; aequales partes; quarum qualibet aequalis sit rectæ AC; seu distantia horandi corporis ab hypomochlio. Eiusmodi partes in Fig. 35 numeris 1, 2, 3 &c. designamus. Quod si cursor P; seu potentia in 6to e. g. numero constituta in aequilibrio fuerit cum massa librandâ p; hujas absolutum pondus erit sexies majus pondere cursoris: erit enim tunc $P : p = 1 : 6$ (215); adeoque $p = 6P$. Minime si cursor P ponatur esse e. g. duarum librarum; massa p erit librarum duodecim. Eodem modo si cursor aequilibrii tempore fuerit in numero 4to; massa p erit illo quater ponderosior; & sic porro.

At virga AB gravitate non caret: utique immo longior ejus pars communiter gravior est breviore. Remoto itaque cursore appendatur in A pondes aliquod; ut inter duo stateræ brachia aequilibrium obtineatur; noteturque idem pondus; quod brachio breviori addendum erat; ut illud cum longiore ad aequili-

brim reducatur. Quoniam theoria paullo ante exposita tunc solum locum habet, quum virga AB omni gravitate carere ponitur, & tunc solum illa in ponderibus librandis pro tali haberi possit, quum ejus brachia in aequilibrio fuerint; facile patet, eo casu, quo cursor e. g. in 4to numero existens in aequilibrio est cum massa p, partem unam ex absolute hujus pondere esse supplementum brachii brevioris, ad obtinendam cum longiore brachio aequilibrationem requisitum, alteram vero partem esse quadruplicem cursoris. e. g. Ponamus duas libras esse addendas brachio breviori, ut ad aequilibrium perveniat cum longiore; sit cursor P trium librarum, sitque in numero 4to aequilibrii tempore. In massa p duas partes concipiendas erunt. Prima, quae compleat aequilibrium brachiorum, erit duarum librarum; altera erit quadruplo ponderosior cursori, ac proinde erit librarum 12: tota ergo massa p erit lib. 14. In eodem casu sit cursor aequilibrii tempore in numero 6to; prima pars massæ p, quae compleat aequilibrium brachiorum, in eadem statera constanter est 2 libr. pars autem altera est sexies ponderosior cursori, adeoque est 18 libr. Hoc est, tota massa p est 20. libr. Et sic porro.

Coroll. 1. Ex his patet, maxima quoque pondera, ut currus fœni, ponderari posse, si loco brevis virga ferreæ assumatur longa trabs, dicto superius modo in suas partes divisa, cursorque ponderosior sit, e. g. annidi centenarii.

Coroll. 2. Ex dictis id quoque patet, artifices theoræ hujus ignaros facile errare posse in construenda statera Romana, & omnem denique, qui eo instrumento utendo decipi non vult, circumspectum esse debere.

Schol. Subdividi quoque solet qualibet aequalium partium in alias minores partes aequales, ut minutæ quoque ponderum per eam determinari possint. Quo casu si cursor aequilibrii tempore fuerit e. g. medio loco inter num. 3. & 4.; una massa librandæ pars, quæ compleat aequilibrium brachiorum, erit, uti posuimus, duarum librarum: altera vero erit ad cursorum, ut $3\frac{1}{2} : 1$.

Schol.

Schol. 2. Paneta divisionis 1, 2, 3 &c. in brachio longiore possunt etiam tentando, & experientia determinari.

§. III.

De Trochlea, Axe in peritrochlio, & Rotis dentatis.

Trochlea est machina (Fig. 36. 37. 38.) constans 220 uno, vel pluribus solidis orbiculis, circa suos axes F. 36 volubilibus, quibus, fune intra excavatum in extimo ambitu alveum circumducto, pondus attollitur. Si 37 & 38. trochlea unico constet orbiculo, ut Fig. 36 exhibet, trochlea simplex, vel monospastus; si autem pluribus, generaliter *polyspastus* nominatur.

P R O P O S I T I O. I. Trochlea simplex, si in centro fixa sit, non auget momentum potentiae: at si sit mobilis, eique pondus sustentandum in centro appendatur; potentia sustentans, ponderis directioni parallela erit ad pondus, ut 1: 2. *Ratio 1*ni est.** Nam in trochlea fixa A B (Fig. 36) res, ut consideranti F. 36 patet, perinde se habet, ac si ope vectis A B hypomochlio C insistentis pondus in A situm elevaretur a potentia in B applicata: in ea ergo æquilibrii tempore est $P : p = AC : BC$ (215): est vero $AC = BC$; ergo est etiam $P = p$. Hoc est, potentia est æqualis ponderi, uti est tunc, quum absque omni machina pondus sustentamus. Eadem tamen trochlea affrictum imminuit sua circa axem volutatione; item ejus ope facilius exerimus vires nostras, premendo deorsum: consequenter in levandis ponderibus usui est.

*Ratio 2*di est.** Libeat enim solam mobilem trochleam A C B considerare in Fig. 37. Ea æquivalat vecti, F. 37 hypomochlio A insistenti, cuius puncto C pondus, puncto autem B potentia sit applicata: erit ergo in ea æquilibrii tempore (quod semper deinceps intelligendum erit in ejusmodi proportionibus) $P : p = AC : AB$, seu $P : p = 1 : 2$.

224 D I S S E R T A T I O A L T E R A

- 222 PROPOSITIO II.** In polyspasto potentia est ad pondus, ut unitas ad numerum funium unitarē multatum: id est, si numerus funium sit $= n$, est $P : p = 1 : n - 1$. *Prob.* Ponamus a potentia P (F. 38) funem E P deprimentem & intra datum tempus attolli pondus p ad altitudinem, quæ sit e. g. $= 1$ pedi. Clarum est impensis, cuiuslibet funis $A.B., B.C. \&c.$ longitudinem, excepto fune $E.P.$, intra tempus illud multandum esse quantitatē $= 1$ pedi: clarum est deinde, omnia hæc funium illorum decrementa intra idem tempus defluxura esse, cum potentia P directione $E.P.$, adeoque a potentia P tot vicibus majus spatium esse percurrentem dato tempore, quam pondas ascendendo percarrat, quæ unitates continet numerus funium dempta una. Est adeo in polyspasto $C: c = n - 1 : 1$. Cum ergo æquilibri tempore sit $P : p = c : C$; erit $P : p = 1 : n - 1$.
- 123 Coroll. 1.** Numerus trochlearum superiorum simul & inferiorum æquals esse sicut numero funium unitate multato: igitur est quoque potentia ad pondus, ut unitas ad numerum trochlearum, superiorum simul & inferiorum.
- Coroll. 2.** Quod si ergo sat magnus fuerit trochlearum numerus, ingens etiam pondus ope hujus machinæ in altum exigua vi sustolliri poterit.
- 223 PROPOSITIO III.** Axis in peritrochio est cylindet solidus AB (Fig. 39) versatilis, cui aut scybalæ, seu radili transversi $P.E$ infigantur, aut rota continua adnectitur, cuius ope circumagatur. Alter est horizontalis, qualem figura exhibet, alter verticalis, in quo scybalæ sunt horizonti parallelæ.
- 224 PROPOSITIO III.** In axe in peritrochio est potentia ad pondus, ut radius cylindri, cuius funis circumvolvit, ad scybalam, cui potentia applicatur, ab ejusdem cylindri axe computatam. Nam, ut consideranti patet, uterque axis in peritrochio est quidam vectis, cuius hypomochlion sit ipse axis cylindri, & in quo pondus p referri possit ad punctum C vel E , ita ut ipsius ab hypomochlio distantia sit ipse radius cylindri.

cylindri; distantia autem potentiae ab eodem hypomochlio sic scyphala vel radius rotæ ad cylindri axem pro-
tensus. Cum ergo in vete potentia & pondus gene-
ratim sint in ratione reciproca celerieatum, seu distan-
tiarum ab hypomochlio, veritas propositionis in aperi-
to est.

Coroll. 1. Eo igitur utilior est axis in peritrochio; quo ejus cylinder fuerit tenuior, & simul quo scyphala
fuerint longiores (212. cor. 3.). Hinc verticalis, quæ
etiam ergara nuncupatur, horizontali præferendus est;
cum illi præ isto radii bene longi infigi queant, a plus
ribus simul hominibus commode impellendi.

Coroll. 2. Cavendum est, ne funis, dum cylindro
circumvolvitur, si evitari possit, accumuletur; seces
enim augebitur crassitudo cylindri, ac proinde machi-
næ efficacitas imminuetur (cor. 1.).

Schol. 1. Si fupis paullo crassior fuerit, radio cy-
lindri addendus erit radius funis, ut acquiratur distan-
tia ponderis ab hypomochlio; consequenter eo casu erit
potentia ad pondus, ut radius cylindri addito radio fu-
nis ad scyphalam, vel radium rotæ,

Schol. 2. Rotæ illæ, quarum internam cavitatem
calcant homines aut alia animalia, ut eas circum axem
revolvendo, pondera ope funis cylindro circumvoluti
fusillant, sunt species axis in peritrochio; uti & rotæ
molendinorum, in quarum prominentes palmulas aquæ
incident, insertum cylindrum circumagit &c.

Rota dentata sunt rotæ C, G (Fig. 40), quarum
extimus ambitus divisus est in intervalla æqualia, al-
ternis dehiscentibus, ac prominentibus. Intervalla
prominentia dentes nuncupantur, dehiscentia vero cavi-
tates. Interdum dentes unius rotæ intra cavitates alte-
rius inseruntur; sæpius tamen occurunt tympano B vel
D, seu crenis cylindro incisis, vel tigillis inter se para-
allelis, atque circa axem intra binos discos circulares
ad æqualem undique distantiam defixis. Machina plu-
ribus id genus rotis dentatis inter se connexis con-
stans solet etiam *Pancrarium* nominari, item *Glossoco-*
mum Heronis, ab inventore Herone Alexandrino.

PROPOSITIO IV. In rotis dentatis est potentia ad pondus, ut est factum ex radiis omnium tympanorum, & cylindri, cui funis circumvolvitur, ad factum ex radius omnium rotarum, & manubrii, quo machina circumagit. Constat enim ejusmodi machina duabus rotis C & G: in ea tres aderunt axes in peritrochio. Primus habet manubrium A, & tympanum B; alter rotam C & tympanum D; tertius rotam G, & pondus in F appensum. Radius manubrii A sit \equiv A, tympani B sit \equiv B, rotæ C \equiv C &c. radius denique cylindri, cui funis circumvolvitur, sit \equiv F. Potentiam & pondus literis P & p, uti hactenus, designemus. Porro effectus, quem primus axis A B præstat, vocetur E; effectus axis C D sit \equiv e; effectum axis FG fore ipsum pondus sustentatum p, clarum est.

Jam in axe primo effectus E vices agit ponderis, est ergo in eo juxta theoriam axis in peritrochio (224):

$$P : E \equiv B : A.$$

In axe 2do effectus primi axis agit vices potentiae, effectus vero ipsius axis 2di, seu e, loco ponderis est. Igitur in eo stat:

$$E : e \equiv D : C.$$

Rursus effectus axis 2di est potentia in axe 3tio; Est igitur in hoc:

$$e : p \equiv F : G.$$

Componendo tres has proportiones est:

$$P E e : E e p \equiv B D F : A C G.$$

Dividendo rationem primam per E e, est

$$P : p \equiv B D F : A C G.$$

Hoc est, Potentia est ad pondus, ut factum ex radiis omnium tympanorum, & cylindri, cui funis circumvolvitur, ad factum ex radiis omnium rotarum, & manubrii.

Coroll. 1. Igitur eo utilior est hæc machina imprimis, quo pluribus constat rotis, deinde quo minores fuerint radii tympanorum, & cylindri, quove majores simul radii rotarum (212. cor. 3.)

Coroll.

Coroll. 2. Si radius uniuscujusque tympani , uti & cylindri , cui funis circumvolvitur , ponatur esse $\equiv 1$, radius vero uniuscujusque rotæ , uti & manubrii $\equiv 10$; in glossocomo , quod figuræ exhibet , erit $P : p \equiv 1 : 10$.
 $1 \times 1 : 10 \times 10 \times 10$.

Seu $P : p \equiv 1 : 1000$.

Coroll. 3. Ex his patet , stupendæ efficacitatis glossocoma posse construi , si plures , majoresque rotæ inter se connectantur . Patet deinde hanc machinam compositam esse ex pluribus axibus in peritrochio inter se connexis .

§. I V.

De Plano inclinato , Coæbæ , &c Cuneo.

Plenum inclinatum jam n. 195. definitum est . *Coæbæ* 227 alia solida est , alia cava . *Solida* est cylindrè solidus *A C* (Fig. 41) , sulcis , quos *helices* vocant . *incisus* : *F. 41* *cava* autem est cylinder cavus *D* , intra quem ita inciduntur helices , ut hæ prominentes prioris sulcos in se recipiant . *Cunens* (Fig. 42) est duplex planum *F. 42* inclinatum *A D* & *B D* , in eandem aciem *D* desinens .

PROPOSITIO I. Si ope cujusdam plani inclinati *A C* in Fig. 43. trudendum sit corpus *p* directio- 228 *ne F p* , piano parallela ; æquilibrium habebitur tunc , *F. 43* quoniam fuerit potentia ad pondus ut altitudo plani ad ejusdem longitudinem . Ante demonstrationem nota *imo* . Si corpus *p* dicta directione debeat per planum inclinatum promoveri ; quodlibet ejus corporis elemen- tum huic motui resistet gravitate sua comparativa : con- sequenter si gravitas comparativa uniuscujusque ele- menti sit $\equiv V$, massa corporis $\equiv M$, tota ejusdem corporis resistentia erit $\equiv VM$. Si præterea unius- cujusque elementi gravitas absoluta sit $\equiv W$, pondus absolutum corporis ejusdem erit $\equiv WM$ (196. Schol .) . Erit adeo in plano inclinato *A C* dicta corporis resi- stentia (quan*ti* pondus comparativum nominare possimus) ad ejusdem pondus absolutum , ut $VM : WM$, seu ut *V* :

$\text{W} : \text{W}$; consequenter ut plani altitudo AB ad ejus longitudinem AC (197). *Nosce* 2d. Ut ut hactenus litera p , vocabuloque *pondoris* ipsam resistentiam ope *machinæ* superandam designaverimus; hoc tamen loco, ne morem jam receptum deseramus, signis illis ipsam pondus absolutum intelligimus, quod tamen majus esse resistentia superanda, ex modo dictis manifestum est. His notatis sic jam declaro Propositionem. Si litera p absolutum corporis pondus designante fuerit P ; $p = A B : A C$; potentia per suam celeritatem multiplicata erit æqualis resistentiae per suam itidem celeritatem multiplicatæ; momenta ergo erunt utrinque æqualia, præindeque habebitur æquilibrium. *Prob. ans.* Sit resistentia $= r$, est ex pñænotatris r : $p = AB : AC$. Quod si ergo præterea ponatur esse P : $p = A B : A C$; erit $r : p = P : p$. Hinc erit potentia P æqualis resistentiae r . At etiam celeritates ipsorum æquabuntur: ut enim expediti patet, utriusque celeritatem exprimit eadem recta Fp . Ergo etiam potentia per suam celeritatem multiplicata erit æqualis resistentiae itidem per suam celeritatem multiplicatæ.

Coroll. Igitur en plus adjumenti adferet planum inclinatum ad sustinenda dicto modo corpora, quo major fuerit ipsius longitudine manente eadem altitudine, & quo minor fuerit altitudo sub eadem longitudine.

Scbol. Ex his patet, effectum hujus machinæ sepe non in eo esse situm, quasi potentia ea utetis major esset celeritas, quam resistentia, sed quod demas partem ejus resistentiae, quæ ceteroquin superanda esset. Nihilominus tamen in ejusdem usâ perinde se se res habet, ac si resistentia superandæ re ipsa esset ipsum: pondus absolutum p integrum, celeritas autem potentia, seu C , ita augeretur, ut sit C : $r = A C : A B$. Nam etiam hoc casu si esset P : $p = A B : A C$, æquilibrium obtineretur, ut facile patet.

229 PROPOSITIO II. Si pondus p ope plani inclinati horizontaliter traxi elevandum sit ita, ut direktione $p D$ ad horizontem perpendiculari cogatur ascen-

scendere ; erit potentia ad pondus , ut altitudo plani ad ejusdem basim . Nam eo casu quo tempore pondus elevabitur spatio BA , eodem tempore potentia percurret spatium BC : igitur altitudo plani celeritatem ponderis , basis vero vero celeritatem potentiae exprimet . Erit adeo æquilibrii tempore potentia ad pondus , ut altitudo plani ad ejusdem longitudinem (212) .

PROPOSITIO III. In cochlea potentia cylindro immediate applicata est ad pondus , ut distantia duarum helicum proximarum ad peripheriam cylindri . 230
Nam eodem tempore , quo pondus , seu resistentia ad distantiam duarum helicum proximarum seu attollitur , sive deprimitur , potentia cylindro immediate applicata cylindri peripheriam describit . Igitur distantia duarum helicum exprimit celeritatem resistentis ponderis , peripheria vero cylindri celeritatem potentiae . Hinc quoniam potentia & resistentia generatim tunc æquilibrantur , quum sunt in ratione reciproca suarum celeritatum , veritas propositionis in aperto est .

Coroll. 1. Si cochleæ inseratur radius AB (F. 41) ; quo tempore attollitur , aut deprimitur pondus ad distantiam duarum helicum , eodem tempore potentia percurrit peripheriam radii : eo igitur casu (qui communiter in usu est) potentia erit ad pondus , ut distantia duarum helicum proximarum ad peripheriam , quam illud radii punctum percurrit , cui potentia applicatur .

Coroll. 2. Quo igitur minor fuerit distantia duarum helicum , & quo longior radius , qui cochleæ inseritur , eo est hæc machina , ceteris paribus , utilior .

PROPOSITIO IV. Potentia ; quum ope cunei æquat ponderis resistentiam , est ad hanc , ut latitudo basis cunei ad ejusdem altitudinem . 231
e. g. in Fig. 42 est P : p = AB : CD . Dum enim cuneus penetrat in obstaculum intervallo GD , partes obstaculi separantur intervallo FE ; est itaque celeritas potentiae = GD , obstaculi = FE , ac proinde est P : p = FE : GD . Est vero FE : GD = AB : CD , ob similitudinem triangulorum ADB & FDE ; ergo est P : p = AB : CD . F. 42

Ceroll. Quo igitur acutior fuerit cuneus sub eadem longitudine, eo erit efficacior. Hinc, cum ostendant Geometræ, angulum duabus curvis lineis comprehensum, infinite minorem esse angulo lineis rectis comprehenso; facile patet, cur ungues & rostra avium, cumprimis autem tonsorum novaculae introrsum cavatam facile corpora penetrant.

Schol. Quum ligna ope cunei vinduntur, eorumdem partes non cedunt singulæ per spatia æqualia; hinc de fissione lignorum paullo aliter loquendum est. Nominatim eo casu, quo ligni partes non separantur, sisi quousque cuneus intruditur, est potentia ad resistentiam, ut semibasis cunei ad hujus latus. Vide, si lubet, Cl. 'sGravelaande Physices elem. Mathem. Tom. I. L. I. C. 14. Schol. I. P. Mako Phys. P. I. n. 64. Sch. I.

§. V.

De obstaculis motus in usu machinarum.

232 IN usu machinarum haec tenus pertractatarum obstacula motus sunt potissimum resistentia funium, qui inflecti debent, & affrictus. Quod ad primum obstaculum attinet: imprimis eo magis resistunt funes inflexioni suæ, quam cylindro cuipiam, aut trochleari circumvolvuntur, quo minor fuerit radius ejusdem cylindri, aut trochleari: eo enim magis inflectuntur. Deinde quo crassiores, item quo rigidiores fuerint funes, eo majori vi opus erit ad eosdem inflectendos, ac proinde eo magis obstabunt efficacitati machinæ. Unde patet, majori esse motus obstaculo funes recensiores, humidos, nimis tensos, quam usu non nihil attritos, siccios, minus tensos. Denique quo velocior fuerit machinæ motus, eo breviori tempore debebit peragi funium inflexio, ac proinde ceteris paribus eo major sentietur in eadem inflexione difficultas. Atque ex his patet, quanam ratione possint imminui obstacula, quæ ex inflexione funium oriri solent.

Affri-

Affrictus est illa superficierum resistentia , quæ superanda est a corpore , quoties illud ita movetur super alio , ut ipsorum superficies se se mutuo radant . Nascitur affrictus ex asperitate superficierum , dum nimis alterius prominentes denticuli in foveolas alterius demerguntur , ita ut nequeat una super aliam motu ipsis parallello excurrere , nisi denticuli illi frangantur , aut saltem inflectantur .

Accuratam formulam , quæ affrictus quantitatem generatim exprimat , condere haud licet : affrictus enim etiam ab iis corporum affectionibus dependet , quæ ad calculum revocari non possunt ; uti sunt : numerus denticulorum in superficiebus prominentium , eorundem firmitas , foveolarum figura &c. Id certum est , eo majorem esse ceteris paribus affrictum , quo majus fuerit pondus ejus corporis , quod per alterum moveri deberet : eo enim magis immerguntur denticuli eminentes superficie unius in foveolas alterius. Immo istud quoque statuere licet : quantitatem affrictus in politis corporibus , quæ tamen non sint admodum dura , ac proinde nec polituræ nitidioris capacia , ut sunt ligna , & lapides vulgares , plerumque æquari tertiaræ partitæ pressionis : quod hac ratione declaro. Accipiatur corpus quodpiam baseos , quatenus fieri potest , politæ , statuaturque super piano horizontali itidem polito ; tum planum hoc sensim eousque inclinetur ad diversos elevationis angulos , donec corpus ipsi incumbens jam jam incipiat per declive descendere. Quodsi planum illud , ipsique incumbens corpus careant insigni duritie , proindeque nitidioris polituræ capacia non sint ; teste experientia fere tunc incipiet lubricare corpus piano impositum , cum angulus inclinationis cœperit esse major , quam 18. grad. 26 min. Itaque gravitas comparativa , quæ descensum corporis per planum inclinatum urget , fere tunc erit in æquilibrio cum ea caussa , quæ eidem descensui adversatur , id est , cum affrictu ; dum angulus inclinationis fuerit 18. grad. 26 min. Jam vero si e. g. in Fig. 43 angulus inclinationis A C B ponatur F.43 facile ostendi potest ope Trigonometriæ (ex hoc nimis principio : in quovis triangulo latera sunt , us sinus angulorum iisdem oppositorum) faci-

facile, inquam, ostendi potest, plani inclinati altitudinem A B fore tertiam partem baseos BC. Est vero comparativa gravitas descendens urgens ad eam gravitatis partem, qua planum premitur, seu ad pressionem, ut AB : BC (197 cor. 5.); ergo in posito casu gravitas comparativa descendens urgens, adeoque etiam affrictus ipsi æqualis, erit tertia pars pressionis. Porro iniminuto angulo inclinationis crescit tam pressio, quam affrictus, & affrictus ideo crescit, quia crescit pressio; contra aucto inclinationis angulo imminuitur pressio, & ob hanc etiam affrictus: ergo non tunc solammodo, quum angulus inclinationis est 18 grad. 26 minut. sed universè tenere licet, in dicti generis corporibus affrictus quantitatem fere esse tertiam partem pressionis.

Coroll. Igitur si corpus insigni gaudens duritie, probeque politum per planum sibi simile moveri debat ita, ut se se superficies radant; affrictus plerunque minor erit tertia parte pressionis: major ex adverso, si planum, ipsique incumbens corpus sit molle, aut asperum.

Schol. Si globus p per planum inclinatum AC decurrat, volvitur; quia linea directionis DE constanter cadit extra basim, ac proinde anteriores globi partes ruere, planoque propinquiores reddi debent: unde volutationem oriri necesse est. Contra in cubo l linea directionis r t constanter intra basim vx continetur; consequenter corpus constanter insistet basi suæ, sed tamen lubricabit per planum, ut primum gravitas comparativa prævaluerit affrictui.

235

Affrictus imminui potest, 1mo. Si superficies atterendæ expoliantur. Patet istud ex modo dictis. 2do. Si corpora, quorum superficies se se atterunt, heterogenea fuerint. Sic e. g. cuprum & chalybs minus se se atterunt experientia teste, quam si cuprum cupro, chalybs chalybi affricetur. Ligni item querni cum ulmeo minor est affrictus, quam querni cum querno, aut ulmei cum ulmeo. 3ro. Si oleum, aut alia pinquis materia interponatur, quæ hiatus superficierum, prominentiumque partium intervalla expleat, aut festucas emineantes, quæ si arrigantur (quod ex adverso humor efficit).

efficit) tritum agent, tenacitate sua superficiebus ipsis quoddammodo agglutinet. *qro.* Si motus radens, ut dici solet, in volventem mutetur. Nam longe major est affrictus, si e. g. corpus CD (Fig. 44) motu rádente incedat per planum AB, seu ita, ut rectæ AB & CD constanter maneant parallelæ inter se, & æquidistantes, quam si rotetur per idem planum. In priore enim casu prominentes superficierum denticulos frangi necesse est, non item in altero, ut consideranti patet. In curribus, quorum communis est usus, a peripheria rotarum ad axes transfertur motus radens, & donec rota semel circumagit, tota cavitas illa, cui axis immisus est, semel duntaxat raditur: unde patet, in curribus ope rotarum magnam affrictus partem tolli. Et re vera neque adjuvant alio ex capite rotæ motum currus; non enim constituant machinam, quæ celeritatem potentiae augeat, ponderis vero imminuat, ut expediti facili patet.

F.44

CAPUT QUINTUM.

De Motu Pendulorum.

§. I.

De pendulis generatis.

Pendulum generatum est grave quodlibet ita suspensum, ut circa punctum quodpiam fixum ascensus & descensus reciprocos vi sua gravitatis continuare possit. Tale est in Fig. 45 globus F filo AF in A fixo suspensus. Porro id genus grave instar puncti, filum vero, quasi gravitatis omnis experts esset, consideratur.

236

Recta AF horizonti perpendicularis, quæ nimirum verticalem penduli positionem exhibet, dicitur *perpendicularis penduli*. Pendulum e situ verticali ad positio-

F.45

O 3

nem

nem A B vel A G dimotum , cum perpendiculari A F angulum aliquem BAF , vel GA F comprehendet , qui angulus pendulo hinc & illinc procurrente continenter , uti patet , variabitur : eum nos deinceps compendi gratia *angulum elevationis penduli nuncupabimus.*

238 Pendulum , quum circa perpendiculari hinc & illinc excurrit , *oscillare* dicitur. *Oscillatio integra* est , qua pendulum , postquam ad aliquem situm AB adductum est , sibi relictum descendit in F , & ex F ascendet in G , aut vicissim ; ac proinde est accessus & simul recessus penduli a perpendiculari . Solus accessus BF . vel solus recessus FG pro dimidia oscillatione habetur. Oscillationes , quæ eodem tempore peraguntur , *isochronæ* dici consueverunt. Duo pendula , quorum tam unum quam alterum habet oscillationes isochronas , tunc dicuntur *isochrona* , quum eorum unum eodem tempore absolvit singulas oscillationes suas , quo alterum.

239 Pendulum dispisci solet in simplex , & compositum . *Simplex* est , si unicum grave corpus instar puncti consideratum pendeat e filo gravitatis experit : *compositum* vero , si plura grayia corpora eidem filo gravitatis experti appensa simul oscillent. In simplici pendulo *centrum oscillationis* est illud filii punctum , in quo tota penduli massa concipitur esse collecta : in *composito* vero illud , in quo sublati ceteris ponderibus collocari deberet punctum grave unicum , ut acquiratur pendulum simplex cum composito illo isochronum . Distantia centri oscillationis a puncto suspensionis habetur pro *longitudine penduli*. Denique pendulum , cuius oscillatio a sola gravitate oritur , *liberum* dici solet ; non liberum autem , cuius oscillationes elastro , rotis &c debentur.

Coroll. 1. Cum nullum haberi queat filum omnis gravitatis expers , filum penduli considerandum erit instar plurium punctorum gravium cum appenso pendulo simul oscillantium. Unde patet , omnia pendula , quæ a nobis adhiberi possunt , re ipsa esse composita.

Coroll. 2. Ex definitione centri oscillationis in pendulo composito facile patet , pendula composita revocari posse ad simplicia : quæcumque ergo de pendulis sim-

simplicibus demonstrabuntur , compositis quoque applicari poterunt.

L E M M A . Qualibet curva linea continua considerari potest , tanquam composita ex planis inclinatis rectilineis numero infinitis & simul infinite parvis , quorum unumquodque cum alio sibi proximo angulum inclinationis infinite parvum contineat . Nam imprimitus quodlibet sene polygonum , seu figura e planis rectilineis ad certos angulos inter se junctis conflata , eo magis accedit ad lineam curvam continuam , quo magis augetur in ea numerus laterum , seu planorum indicatorum , imminuta tantundem ipsorum magnitudo ; quodsi ergo in quocunque polygono numerus laterum concipiatur augeri in infinitum , simulque magnitudo eorundem minui in infinitum ; polygonum illud in lineam curvam continuam abire intelligetur . Eo autem ipso patet , curvam quamlibet considerari posse tanquam compositam ex planis inclinatis rectilineis numero infinitis , & simul infinite parvis .

Deinde si id genus infinite parva latera in curva quapiam exhibeantur rectis AB , BC , CD , &c. (Fig. F.46 45) ; angulos inclinationum FBC , GCD , HDE &c. fore infinite parvos sic demonstro . Sit arcus ABCDE pars definita cujuspiam curvæ continuæ : ejus primum latus infinitesimum AB producatur in F , ultimum ED in L ; quodlibet intermedium CD ex una parte in I , ex altera in G , H &c. Angulus FL E , quem continent primum latus & ultimum producta , est finitæ magnitudinis ; secus enim latera AB & DE in una eademque recta linea essent , quod assumptæ hypothesi adversatur : unde sic jam licet ratiocinari . Angulus FLE est æqualis summæ omnium inclinationis angulorum FBC , GCD &c. ad totum areum ABCDE pertinentium ; ergo quilibet horum angulorum infinite parvus sit , oportet . Cons. est clara . Nam si unus quispiam ejusm. angulus esset finitæ magnitudinis , eodem jure esset etiam alter eorum quilibet . Ponamus ergo , si fieri potest , quemlibet eorum angulorum esse magnitudinis finitæ , & tamen eorundem summam esse æqualem angulo FLE . Quemadmodum infinitus est numerus laterum infinitesimorum in arcu finito ABCDE ; ita etiam

infinitus erit numerus angulorum inclinationis : con sequenter angulus F L E erit æqualis infinito numero id genus angulorum , quorum unusquisque definita magnitudinis sit , ac proinde erit infinitus , quod absurdum est.

Ant. vero prob. Angulus externus F L E æquator duobus internis L I D & I D L simul sumptis (Math. 367) ; est vero ang. I D L = H D E : est ergo

$$\text{Ang. } F L E = L I D + H D E .$$

Porro angulus externus L I D est rursus æqualis duobus internis I B C & B C I ; seu ob B C I = G C D , est ang. L I D = I B C + G C D : qui valor si liceo L I D substituatur in superiori æquatione , est denique :

$$\text{Ang. } F L E = \text{ang. } I B C + G C D + H D E .$$

Seu est æqualis summæ omnium inclinationis angulorum toti arcui A B C D E respondentium.

Coroll. Ponamus arcum A B C D E esse infinite parvum ; is (idem est de quounque alio arcu infinite parvo) pro recta linea habendus erit , Nam in quilibet linea , quæ rapte curva est , angulus F L E , quem primum latus infinite parvum A B productum cum ultimo D E itidem producto comprehendit , finitus sit , oportet. Atqui in arcu infinite parvo angulus ille finitus esse non potest. Cum enim ultimus ille angulus externus æqualis sit summæ omnium angulorum inclinationis ad omnia latera infinite parva pertinens , & quilibet horum angulorum sit infinite parvus ; si idem angulus F L E esset finitus , numerum angulorum inclinationis toti arcui respondentium porteret esse infinitum ; ac proinde idem arcus infinite laterum infinitesimorum imi ordinis numero conflaret ; hoc est , contra hypothesim finitus esset.

P R O P O S I T I O I. Corpus , dum suo motu lineam curvam describit , ex uno latere infinitesimo in aliud proximum transeundo non nisi infinitesimam 2dij ordinis partem amittit ex priori celeritate sua. Re presentet enim mutuam duorum laterum infinitesimorum sibi proximorum inclinationem angulus A B D in

Fig. 47. erit iste infinite parvus. (præc.) : celeritas $\frac{f}{s}$. F. 47
 nata , qua corpus fertur per primum latus sit $\perp AB$.
 Ubi corpus illud hac celeritate pervenerit ad B , alterum latus BC erit tanquam obstaeculum quodpiam motus ; cum illic corpus priorem suam directionem immutare cogatur , veluti si in planum quodpiam immobile incurret. Itaque celeritas AB resolvatur in AD $\perp GB$, quæ sit ad planum BC perpendicularis , & in AG eidem BC parallelam. Corpore perveniente ad B pars GB tota elidetur reactione plani BC , vel potius virium , corpus a priori directione AB ad novam BC deflectentium ; pars vero AG illæsa persistet , hactenque corpus per latus BC motum suum continuabit. Quod si ergo centro A radio AG ducatur arcus Go , ut sit Ao $\perp AG$; recta Bo exprimet eam prioris celeritatis partem , quæ amissa est transcedendo ex uno latere in aliud : porro Bo esse infinitesimam ordinis adi sic declaro. Angulus BAG est infinite parvus , utpote $\perp ABD$; igitur arcus quoque Go est infinite parvus , qui proinde haberi potest pro recta infinite parva , ex angulo recto G in hypothenuſam AB demissa (præc. cor.) : dividetur adeo triangulum ABG in duo triangula , quorum utrumque simile sit eidem triangulo ABG (Math. 431). Hinc conferendo triangula ABG , & GBo licet dicere : ut se habet in majori triangulo hypothenuſa AB ad minimum latus GB , ita se habet in minori triangulo hypothenuſa G B ad minimum latus Bo ; seu est AB : GB $\perp GB$: Bo . Est vero AB finita quantitas , quia exprimit celeritatem corporis , GB vero est infinitesima \perp ordinis , cum sit sinus anguli GAB infinite parvi ; et ideo Bo infinitesima ordinis adi (187.).

PROPOSITIO II. Corpus per aliquem curvæ arcum descendens eam habet in fine celeritatem , quam haberet demum , si ex eadem altitudine libere decideret directione ad horizontem perpendiculari. Concipiamus enim quempiam arcum constare infinite parvis lateribus AB , BC &c. in Fig. 48. Concipiamus deinde rectas EA , FB , HC esse horizonti GD parallelas. Corpus percurso primo latere infinitesimo AB eam habebit in B celeritatem , quam haberet in F , s F. 48

Ex E perpendiculariter decidere (199) : pariter per planum BC tuncdem accrementi accedit ad priorem ejus celeritatem (sed tamen ut num. præc. ostendimus, parte infinitesima ad ordinis multitatem) quantum accederet per lapsu perpendiculari F H. Quod quia de singulis lateribus infinitesimis æque verum est ; si celeritas finalis lapsu perpendiculari acquirenda in G sit $\equiv a$, celeritas finalis per lapsu curvilineum acquirenda in D erit $\equiv a - \frac{\infty \times 1}{\infty^2} = a - \frac{1}{\infty}$.

Hinc celeritas in D est $\equiv a - \frac{\infty \times 1}{\infty^2} = a - \frac{1}{\infty}$. Est vero hoc casu a quantitas finita ; altitudo enim curvæ finitæ finita est, & per altitudinem finitam labendo acquiritur celeritas finitæ est ergo $a - \frac{1}{\infty} = a$ (186) ; consequenter eadem est celeritas in D , quæ esset in G , si corpus ex altitudine EG libere decidet.

Quod si autem arcus ABCD ponatur esse infinite parvus , erit quoque tam altitudo EG , quam celeritas a infinite parva ; at eo casu numerus laterum infinitorum rimi ordinis non erit infinitus in eodem arcu : infinitus enim hujusmodi laterum numerus constituit arcum finitum. Sic ergo finitus dictorum laterum numerus $\equiv n$, erit celeritas in D $\equiv a - \frac{n}{\infty^2}$; est vero

$\frac{n}{\infty^2}$ quantitas infinita ad ordinis ; ergo tametsi a sit infinitesima ordinis primi . adhuc $\frac{n}{\infty^2}$ respectu ejusdem a proorsus evanescet (187. cor.) , ac proinde etiam tunc celeritas in D erit $\equiv a$, seu ea ipsa , quæ lapsu perpendiculari ex eadem altitudine acquireretur.

Coroll. Si corpus ex altitudine EG libere decidet , eam haberet in G celeritatem vi cuius mutata directione ad eandem altitudinem eodem tempore motu retardato ascenderet (192. cor. 3) ; ergo etiam in

D eam habebit celeritatem , vi cuius mutata directione motu retardato describere queat eodem tempore arcum percurso arcui similem & aequalem.

Schol. Haec duas propositiones præcipuum motus curvilinei fundamentum complectuntur : at in iis a resistentia aeris , & affrictu , quorum utrumque motus corporis adversatur , animum abstrahimus . Nempe dubium oriri posset in theoria pendulorum , an non professione in curvam , quam pendulum describit , vel remissa tensio filii , quo illud in arcu retinetur , celeritas turbetur : quod dubium jam nunc præoccupatum erat ; statuendaque principia in sequentibus quoque usui nobis futura .

§. II.

De natura Cycloidis.

Si super recta A-B (Fig. 49) utrinque quantumlibet 243 protensa ita revolvatur circulus O-G-F , ut tota eius peripheria lineam hanc successively tangat ; punctum O , quod dictam lineam primum in A , deinde vero perfecta integra revolutione in B tangit , motu suo describit curvam A-O-C-B , quæ Cycloidis nuncupatur . Recta A-B , basis cycloidis ; circulus O-G-F , ex ejus rotatione nascitur cycloidis , circulus genitor ; diameter C-D in medio cycloidis basi perpendiculariter insistens , axis cycloidis ; denique supremum punctum C , vertex ejusdem nominari consuevit .

Coroll. Vel solam cycloidis genesis contemplanti facile patet , imprimis cycloidem in C secari in duos similes , & aequales arcus : deinde arcum O-F semper aequalem esse rectæ A-F , ac proinde integrum basim A-B integræ , dimidiam dimidæ circuli genitoris peripheriarum debere aequali .

Schol. Ut pendulorum theoria , quæ in Physica usus habet longe maximos , quam planissime pertractetur , expendenda nobis sunt pendula in arcu cycloidis oscillantia . Eapropter priusquam ad alia progrediamur , præsente & propter præcipuas cycloidis proprietates pertra-

habimus. Ceterum ut ut nos praestemus istud in eorum gratiam , qui omnia huc pertinencia pavidere cupiunt ; sequentium tamen quinque Propositiones demonstrationes , utpote Geometrico magis quam Physico foro proprias , Tiro supponere poterit.

PROPOSITIO I. Sit circulus genitor D H C M in medio cycloidis , tum ducatur quæcunque recta O P basi parallela ; erit arcus C H I æqualis rectæ O I . Si enim ita collocetur circulus genitor , ut in O intersectet cycloidem , & diameter G F sit parallela axi C D ; arcus O F & I D , utpote intra duas parallelas intercepiti sunt æquales : cum ergo sit O F = A F (præc. coroll.), erit etiam I D = A F . Est vero semicirculus C H I D æqualis semibasi A D (cit.) ; hinc æqualia ab æqualibus subtrahendo est arcus C H I = F D . Quodsi ergo est F D = O I ; erit etiam C H I = O I : esse vero F D = O I sic ostendo. Rectæ O N & I K sunt æquales , utpote æquidam ejusdem circuli genitoris arcum semichordæ ; ergo addendo utique easdem rectam N I erit O I = N K ; acqui N K = F D , quia haec duæ rectæ sunt ex constr. parallelæ intra duas parallelas interceptæ ; ergo est etiam F D = O I .

Coroll. Eodem modo patet , arcum C H esse æqualem rectæ o H .

PROPOSITIO II. Si ex quoconque puncto O erigatur cycloidis tangens O G , & ex punto I , in quo parallela O P intersecat circulum genitorem C H D M , ad verticem C ducatur chorda I C ; erit tangens O G parallela eidem chordæ I C . Ducatur enim recta o p rectæ O P infinite propinqua , & similis parallela ; arcus O o congruet cum positione tangentis O G : neque enim est aliud tangens cuiusdam curvæ , quam continuatio ejusmodi lateris infinite parvi , & quorum infinito numero constare curvam tuto concipiens (240) , quodve latus idem est cum arcu infinite parvo . Quod si ergo arcus , vel potius recta lineola O o fuerit parallela chordæ I C , tota quoque tangentis O G erit eidem chordæ parallela ; esse vero O o parallelam chordæ I C facile patet : si enim parallelæ o m & O I sunt æquales , utique etiam O o & I m

Im sunt inter se parallelae & aequales (Math. 384), proindeque Oo est roti etiam chordæ IC parallela ; esse vero $\text{o m} \equiv \text{OI}$ sic ostendo.

In triangulo IHM anguli HIM mensura est dimidia pars arcus CHI ; quia arculus infinite parvus t H congruit cum positione tangentis ex punto I erigenda , consequenter angulus HIM est angulus inter tangentem IH & chordam IC interceptus : demonstratur autem Math. 340 , hujusmodi anguli mensuram esse dimidium ejus arcus , quem chorda illa subtendit . Porro dimidium arcus CHI potest sumi etiam pro mensura anguli HmI . Nam angulum CIM , utpote ad peripheriam circuli situm , metitur dimidia pars arcus CM (Math. 342) , seu ob $\text{CM} \equiv \text{CHI}$ metitur dimidia pars arcus CHI . Sunt vero anguli HmI & CIM aequales , utpote alterni ; ergo etiam angulum HmI metitur dimidia pars ejusdem arcus CHI . Hinc angulus HmI est $\equiv \text{HIM}$; hoc est triangulorum IHM est isosceles , seu est crus $\text{Hm} \equiv \text{HI}$ (Math. 369) . His præmissis sic ratiocinor : est arcus $\text{CH} \equiv \text{oH}$ (præc. cor.) ; cum ergo sit $\text{Hm} \equiv \text{HI}$, aequalibus addendo aequalia est $\text{o m} \equiv \text{CHI}$; est vero $\text{CHI} \equiv \text{OI}$ (præc.) ; ergo etiam est $\text{o m} \equiv \text{OI}$.

Coroll. Eodem modo in cycloide inversa ALB (Fig. 50) patet ; tangentem FR parallelam esse chordæ DL .

P R O P O S I T I O III. Sit Figura 49na ita constructa , uti exigit Propositio præcedens ; cycloidis arcus CO erit duplus chordæ CI . Nam centro C radio CH ducatur arculus Hr , erit iste infinite parvus , uti ex constructione figuræ facile deduci potest , ac proinde pro recta lineola haberi poterit (240. cor.) . Porro ex natura circuli angulus HrC , quem radix $\text{Cr} \equiv \text{CH}$ cum arcu Hr comprehendit , est rectus : hinc idem arculus Hr poterit haberi pro perpendiculari in basim Im ex H demisso . Facile autem ostendi potest , in triangulo isosceli basim demisso ex vertice perpendiculari in duas aequales partes dividi ; cum ergo ex num. præc. pateat , triangulum IHM esse isoscelis , erit $\text{It} \equiv \text{rm}$. Hoc demonstrato sic iam ratiocinari licet .

licet. Conferamus imprimis arcum CO cum CO, tunc chordam CI cum CH: patet arcum CO reapse constare ex arcu CO, & incremento O O, per intervallum parallelarum op & OP acquisito; pariter chordam CI componi ex chorda CH = Cr, & incremento r I, per idem intervallum acquisito. Immo si planes id genus parallelas usque ad verticem C duci concipiamus, patebit totum arcum CO componi ex meis id genus incrementis, quae per intervalla omnium parallelarum, inter puncta K & C ductarum enascuntur, & chordam CI pariter non esse aliud, quam collectionem omnium incrementorum iisdem intervallis respondentium. Jam vero si parallelas op & OP contemplemur, per harum intervallum duplo magis crescit arcus cycloidis, quam ei respondens chorda circuli, seu est O O = m l; deinde ob r I = r m est m l = z r l: est ergo etiam O O = z r l. Porro quasunque alias duas parallelas infinite sibi vicinas contemplemur. inter puncta K & C; semper eadem argumentandi ratione patebit, per ipsarum intervallum duplo magis crescere arcum cycloidis, quam ipsi respondentem circuli chordam. Itaque totus etiam cycloidis arcus CO est duplus chordæ CI.

F.50 Coroll. 1. Eodem modo paret arcum CO duplum esse chordæ CH; & in inversa cycloide ALB (Fig. 50) esse arcum FL = 2 DL.

F.49 Coroll. 2. Concipiamus rectam OP (Fig. 49) ita sensim accedere ad basim AB, ut tamen huic constanter parallela sit, simul punctum O in arcu cycloidis maneat; denonc punctum O cum A, I vero, in quo recta OP circulum secat, cum D congruet: cum ergo in eo accessu semper sit arcus CO duplus chordæ CI; idem etiam tunc verum erit, quam punctum O ad A, I vero ad D pertinget: consequenter semi-cyclois CA est dupla axis CD, seu diametri circuli genitoris, adeoque integra cycloidis peripheria est quadruplicata diametri ejusdem circuli genitoris.

247 PROPOSITIO IV. Cyclois ACB (Fig. ead.) bissecetur in C, & partes dimidiaz CA & CB laminis expressis, inversaque ita jungantur in C (Fig. 50),

ut convexitatibus introrsum cidentibus arcus PSA sit ipsa circuli genitoris dimidia peripheria, PA sit axis, PC vero dimidia basis ejusdem cycloidis: assūmatur deinde pendulum CL, cuius longitudo sit æqualis semicyclodi CA. Pendulum illud ita oscillando, ut ejus filum jam uni jam alteri laminæ advolvatur, integra sua oscillatione describet cycloidem ALB, prorsus æqualem cycloidi priori. Id est, cyclois suis evolutione se ipsam generat.

Demonstracioni hæc præmittenda sunt. 1mo. Statnatur ita figura, ut pendulum CL sit axi PA parallelum, ducaturque AB semibasi PC parallela; APCG erit parallelogramnum: erit ergo $PA = CG$, & $PC = AG$. Unde consequitur esse etiam rectam GL = PA. Cum enim ex constr. sit recta CL æqualis arcui CA, sit vero arcus $CA = 2PA$ (præc.); est etiam $CL = 2PA$: consequenter ob $CG = PA$ est etiam $GL = PA$. Ex hoc vero patet, circulos GDL & PSA esse inter se æquales. 2do. Ducatur recta QT rectæ PC parallela, item chorda SA. Si semicyclodi AC filum CL in C fixum primo advolvatur, tum ex A inchoando devolvatur ita, ut ejus pars devoluta TF, laminam in T contingens, maneat distenta; recta TF erit parallela chordæ SA. Filum enim TF dicto modo distentam congruit cum tangentे cycloidis ex T erigenda; ergo (245).

3ro. Sumatur arcus GD æqualis arcui SA. erit chorda GD parallela chordæ SA. Nam angulus AGD intercipitur inter chordam GD, & tangentem GA; ac proinde ejus mensura est dimidius arcus GD (Math. 340); pari de causa mensura anguli GAS est dimidius arcus AS: cum ergo hi arcus ex constr. æquales sint, etiam alterni anguli AGD & GAS erint æquales, adeoque rectæ GD & SA erunt inter se parallelae. Hinc quoniam ex supra dictis recta TF est parallela rectæ AS, erit eadem TF parallela etiam chordæ GD. Ex quibus consequitur id, quod cum primis notandum est, rectam XG esse æqualem rectæ FD. Nam ob $TF = TA = 2 \text{ rect. } SA$ (præc.), & ob $TX = \text{rect. } SA$ (Math. 384), est etiam $XF = AS = GD$; ergo XG & FD inter duas rectas parallelas & æquales intercipiuntur, adeoque sunt inter se parallelae & æquales.

450. Recta A G est aequalis semicirculo G D L. Nam imprimis cycloidis semibasis PC est aequalis ejusdem cycloidis semicirculo genitori P S A (prac. cor. 2.) & deinde est P C = A G, & P S A = G D L uti primo loco præmissimus; ergo est etiam A G = G D L. Denique ita recta A X æquatur arcui G D. Est enim ex natura cycloidis recta S T aequalis arcui S A (244); est vero eadem S T = A X; quia hæc duæ rectæ sunt ex constr. parallelæ, & præterea intercipiuntur inter rectas S A & T F, quas pariter esse parallelas jam vidimus: ergo est A X quoque aequalis arcui S A, ac proinde etiam arcui G D.

His præmissis jam Propositionem demonstro, ac imprimis arcum A L, quem punctum F describit, dum filum ex integro devolvitur, semicycloidem esse, sic demonstro. Recta F D per totum arcum A L est constanter aequalis sibi respondenti arcui D L, non aliter, quam in Fig. 49 ostenderimus, rectam O I esse constanter aequalem arcui C H I (244); ergo arcus C O A (Fig. 49) & arcus A L (Fig. 50) ejusdem naturæ sunt, ac proinde quemadmodum ille, ita iste quoque est semicyclois. Ans. ostend. Demonstravimus paullo ante, imprimis rectam A G esse aequalem arcui G D L, deinde rectam A X arcui G D; igitur ab aequalibus (nempe a recta A G & arcu G D L) demendo aequalia (nempe rectam A X & arcum G D), remanebunt aequalia, videlicet recta X G & arcus D L: constat autem rursus ex præmissis, esse X G = F D; ergo F D quoque erit aequalis arcui D L.

Eodem modo patet, alterum quoque arcum L B, quem idem pendulum describit, dum advolvitur lamsæ C B, aut ex ea devolvitur, esse semicycloidem. Itaque curva A L B est cyclois: & quidem prorsus congruit cum ea cycloide, cujus sunt arcus A C & C B, ob circulos genitores P S A & G D L inter se aequales.

Coroll. 1. Itaque pendulum C L, cuius longitudine sit aequalis semicycloidi A C, ac proinde dupla diametri circuli genitoris (245. cor. 2.), intra easdem semicycloides A C & B C seu integras, sive decurtatas oscillans, in arcu cycloidis oscillat.

Coroll. 2. Idem pendulum C L est duplum diametri circuli genitoris ejus cycloidis, in cuius arcu oscillat.

Schol.

Schol. Circulum M L N radio $CL = 2 GL$ de-
scriptum, deinceps compendii gratia nuncupabimus
circulum osculatorum cycloidis A L B; sive deinde no-
menclatio hæc eo, quo a Mathematicis usurpatur, sen-
su proprio ipsi conveniat, seu non.

PROPOSITIO V. Ducatur quæcumque recta 248
F I basi cycloidis parallela, quæ arcum cycloidis fecet
in H, circulum vero osculatorum in I; cycloidis arcus
H L erit æqualis chordæ I L. Demittatur enim ex I
ad diametrum circuli osculatoris recta perpendicularis
I m; ostenditur Math. 432, chordam I L fore medium
proportionalem inter diametrum & ejus segmentum
L m, seu, quoniam diameter est $= 2 CL$, stare
hanc proportionem: $L m : IL = IL : 2 CL$. Hinc
med. & extre. multipl. est $IL^2 = 2 L m \times CL$; di-
videndo per 4 est $\frac{IL^2}{4} = \frac{L m \times CL}{2}$.

Eandem ob rationem etiam chorda d L in circulo
genitore est media proportionalis inter diametrum G L
& ejus segmentum L m, adeoque stat: $L m : d L = d L : G L$, seu ob $G L = \frac{CL}{2}$ (præc. cor. 3.) stat: $L m :$
 $d L = d L : \frac{CL}{2}$. Ergo est etiam $d L^2 = \frac{L m \times CL}{2}$. Cum
ergo ea, quæ sunt æqualia uni tertio sint æqualia in-
ter se, est:

$$\frac{IL^2}{4} = d L^2,$$

Extrahendo utrinque radicem quadratam:

$$\frac{IL}{2} = d L.$$

Multipl. per 2, $IL = 2 d L$.

Est vero $2 d L =$ arcui H L (246); itaque etiam
chorda I L est æqualis eidem arcui H L.

Coroll. 1. Eodem modo patet arcum h L esse æ-
qualem chordæ i L.

Coroll. 2. Si parallela f i admodum vicina fuerit vertici L , ita ut arcus h L & i o L (ille cycloidis , iste circuli osculatoris) sint exigui ; iidem arcus erunt ad sensum inter se æquales. Nam quo minor fuerit chorda in circulo , eo magis accedit ad æqualitatem cum areu circuli subtenso ; ita ut si chorda aliqua i L prorsus exigna fuerit , æquetur etiam ad sensum arcui i o L : præterim si radius circuli sat magnus , adeoque in exiguis arcibus exigua curvedo fuerit. Atqui cycloidis arcus h L , uti ostendimus , est prorsus æqualis chordæ i L ; ergo etiam idem cycloidis arcus h L est in posito casu ad sensum æqualis circuli osculatoris arcui i o L .

§. III.

De Pendulo in arcu Cycloidis oscillante.

249 PROPOSITIO I. Pendulum C L oscillet in arcu cycloidis A L B (247. cor. 1.). In quovis puncto F vis gravitatis comparativa , urgens obliquum descensum per cycloidem , est ad gravitatem absolutam , ut dimidia pars arcus percurrendi F L ad cycloidis axem G L , seu ad diametrum circuli genitoris. Absolutam enim gravitatis vim referat axis G L , horizonti perpendicularis ; ducatur recta F H basi A B parallela , resolvaturque vis G L in G D & D L . Pars G D erit perpendicularis ad cycloidem , seu ad ejus tangentem F R ; quia ob angulum G D L rectum (Math. 345) eadem G D est perpendicularis ad chordam D L , hæc vero est parallela tangenti F R (245). Tota ergo pars G D aget in cycloidis punctum F , parique proinde reactione elidetur. Porro vis comparativa descensum obliquum urgens eadem est in punto quolibet F , quæ esset in tangente F R : igitur ob rectam D L tangentis F R parallelam , eadem D L exprimit vim comparativam puncto F respondentem. Est ergo comparativa vis ad absolutam in punto F , ut D L : G L ; seu cum D L sit $= \frac{F L}{2}$ (246), est eadem compara-

tiva

tiva vis ad absolutam ut dimidiis arcus percurrendus ad axem cycloidis , adeoque ad diametrum circuli generis.

Coroll. 1. Quod si ergo gravitatis absoluta vis sit $= W$, comparativa cuidam puncto F respondens $= V$, arcus percurrendus $= A$, diameter circuli generis $= D$; est $V : W = \frac{A}{2} : D$, ac proinde $V = \frac{WA}{2D}$ id est , si de rationis æqualitate loqui lubeat , $V = \frac{WA}{D}$ Est vero W constans in omnibus corporibus (195. Schol.) ; est ergo generatim $V = \frac{A}{D}$ Por-

ro in una eademque cycloide est D quoque constans , consequenter est $V = A$. Hoc est , in una eademque cycloide comparativæ vires diversis punctis respondentes sunt ut ipsi arcus percurrendi , in infimo puncto terminati. Hinc si vis comparativa in F sit $= V$, in f $= v$, est $V : v = F L : f L$.

Coroll. 2. Quandocunque vires diversis spatii percurrendi punctis respondentes sunt in ratione ipsarum spatii partium percurrendarum , singulæ partes eodem tempore percurruntur (194) : igitur major arcus $F L$, aut etiam ipsa semicyclois $A L$ eodem tempore percurretur a pendulo , quo percurritur quilibet minor arcus $f L$. Experiri licet istud , si cyclois $A L B$ lamina exprimatur , aut ligno rite insculpatur. Tunc enim si interjecto in L afferculo cycloidem intercidas , unumque globellum gravem e. g. ex F , alterum ex o simul demittas ; uterque globellus afferculum in L firmatum eodem tempore feriet.

Coroll. 3. Ex his manifestum fit , omnes oscillationes in cycloide esse isochronas.

P R O P O S I T I O . II. Ducatur quæcumque recta FI basi AB parallela , quæ cycloidem in H , circulum vero osculatorem in I fecet ; tempus , quo cycloidis arcus HL percurritur , est ad tempus , quo percurritur circuli arcus IL , ut arcus HL ad arcum IL . Ducatur enim altera parallela $f i$ priori infinite vicina ; per arcus

$Hh & Li$, utpote infinite parvos, motus erit æquabilis, ac proinde erit $t = \frac{s}{c}$. Est vero in utroque arcu

celeritas, seu c constans; quia utrobique eadem est celeritas, quæ per altitudinem $m n$ lapsu libero acquireretur (242): est ergo in utroque arcu $t = s$; seu tempus est ut arcus percurrendus. Quod quia ductis innumeris ejusmodi parallelis de quolibet arcuum infinite parvorum binario usque ad infimum punctum L æque ostendi potest, illud quoque tempus, quo totus arcus HL percurritur, est ad tempus, quo percurritur totus arcus IL , ut est ipse arcus HL ad IL .

Coroll. 1. Si circuli arcus ioL fuerit exiguis, erit ad sensum æqualis cycloidis arcui hL (248. cor. 2.); eodem ergo ad sensum tempore percurretur, quo arcus hL . Porro arcus hL prorsus eodem tempore percurritur, quo quisunque alter cycloidis ALB arcus, in infimo punto L terminatus (præc. cor. 3); igitur circuli quoque arcus exiguis ioL eodem ad sensum tempore percurritur, quo quisunque cycloid's ALB arcus, in puncto infimo L terminatus. Unde patet, integrana quoque oscillationem in exiguo circuli MLN arcu, eodem ad sensum tempore peragi, quo peragiatur quæcumque integra oscillatio in cycloide ALB .

Coroll. 2. Si assumatur alter ejusdem circuli arcus oL , priore adhuc minor; potiore jure verum erit istum quoque eodem ad sensum tempore percurri, quo percurritur quisunque cycloidis arcus $h'L$ vel etiam BL ; igitur in circulo exigui arcus ioL & oL , ut ut inæquales, eodem ad sensum tempore percurruntur.

Coroll. 3. Hinc exiguæ oscillationes in arcibus ejusdem circuli, aut æqualium circulorum, tametsi sint inæquales, pro isochronis haberi possunt. Et sane teste Boscovichio Dissert. de inæqualit. gravit. in divers. terræ loc. n. 14. inito calculo erui potest, in duobus æqualibus pendulis per circuli arcus oscillantibus, si unius oscillationes sint minimæ, alterum autem per tres gradus excurrat, neque post 11382 oscillationes futuram esse differentiam unius integræ oscillationis: & si secundi oscillatio duorum duntaxat graduum sit, eam differentiam multo post 29000 oscillationes notatum iri.

Deinde

Deinde P.P. De Lanis & Deschales, aliquie captis etiam experimentis compererunt, in duobus id genus pendulis etiam longiori tempore prorsus exiguum esse discrimen inter numeros oscillationum.

Coroll. 4. Quo major fuerit radius circuli M L N, eo minor erit hujus curvedo, ac proinde eo magis accedet chorda i L ad æqualitatem cum arcu i o L; igitur eo etiam magis congruent arcus h l & i o L: hoc est, eo accuratius erunt isochronæ oscillationes in exiguis circuli arcibus peractæ.

Scholl. Ut pendulum usibus nostris serviat, isochronas oscillationes habeat, oportet: eapropter Hugenius, posteaquam detexisset omnes oscillationes in cycloide esse isochronas, cycloidem ad pendulum adhibere coepit; ut nimirum pendulum C L, affixis utrinque ad punctum suspensionis laminis C A & C B in cycloidis formam inflexis, in arcu cycloidis oscillare cogeretur (247. cor. 1.). At hujusmodi pendulum hodie in usu non amplius est: cum quia admodum arduum est eam formam laminis perfecte inducere; tum quia pendulum etiam in circuli arcibus, ut ut inæquilibus, sed tamen exiguis, oscillationes habet, uti ostendimus, satis accurate isochronas. Unde etiam in id incumbemus iam, ut pendulorum in exiguis circumferentiarum arcibus oscillantium theoriam pertractemus: sed tamen prius una adhuc de cycloide propositio est enucleanda.

PROPOSITIO III. Tempus descensus per quemcunque arcum cycloidis usque ad infimum punctum est ad tempus liberi lapsus per diametrum circuli genitoris, ut dimidia circuli peripheria ad diametrum. *Hoc* est, si tempus descensus per quemcunque cycloidis arcum F L sit $\equiv T$, tempus liberi lapsus per diametrum G L sit $\equiv G$, peripheria circuli $\equiv P$, diameter D; stat: $T : G = \frac{P}{2} : D$. *Prob.* Si litera T illud determinate tempus, quo durat descensus per semi-cycloidem A L, designante stat $T : G = \frac{P}{2} : D$; stabit hæc proportio etiam tunc, quum eadem litera T designaverit tempus descensus per quemcunque alium cycloidis

cloidis arcum : nam prorsus eodem tempore percurritur semicyclois AL , quo quisunque alter ejusdem arcus FL (149. cor. 2.). Atqui litera T illud determinate tempus , quo durat descensus per semicycloidem AL , designante , stat T: G = $\frac{P}{2}$: D ; ergo .

Prob. min. Finalis illa celeritas , quæ a mobili per semicycloidem AL descendendo acquireretur in puncto L , sit = C ; & tempus , quo eadem semicyclois AL finali hac celeritate C motu æquabili percurreretur , sit = Q. Quoniam in cycloide vis comparativa , quæ nempe descensum urget , est constanter ut arcus percurrendus (249. cor. 1.) ; stat : T: Q = $\frac{P}{2}$: D (194. cor. 3.). Atqui est Q = G ; seu eodem tempore percurruntur semicyclois AL motu æquabili celeritate finali C , quo duraret liber lapsus per diametrum circuli genitoris : ergo loco Q substituendo G , stat quoque T: G = $\frac{P}{2}$: D .

Prob. min. Si mobile libere ruat per diametrum GL , eam habet in puncto L celeritatem finalem , quam haberet , si per arcum AL descenderet (242) ; adeoque finalis celeritas per GL libere labendo acquisita est = C. Ergo mobile intra tempus G (utpote intra quod motu uniformiter accelerato ruit per GL) celeritate C motu æquabili conficeret spatum = $\frac{1}{2}$ GL (192. cor. 1.). Est vero $\frac{1}{2}$ GL = semicyclodi AL (246. cor. 2.) ; ergo mobile eo , ipso tempore , quo libere (consequenter motu uniformiter accelerato) ruit per diametrum GL , motu æquabili celeritate C percurreret semicycloidem AL : seu est Q = G .

Coroll. Quoniam litera T , tempus descensus per quemcunque cycloidis arcum usque ad infimum punctum designante , est T: G = $\frac{P}{2}$: D ; si ponamus ejusdem literæ T valorem duplicari , ut non jam tempus solius descensus , sed integræ oscillationis (238) designet , debebit in proportione hac antecedens ad rationis per 2 multiplicari , stabitque : T: G = P: D . Hoc est , tempus integræ oscillationis in cycloide est
ad

ad tempus liberi lapsus per diametrum circuli genitoris, ut peripheria circuli ad diametrum.

§. I V.

De pendulo in exiguis circuli arcubus oscillante.

PROPOSITIO I. Si pendulum e verticali positione sua dimotum oscillet in arcu circuli, ejus gravitas comparativa erit in quovis puncto ad absolutam, ut sinus anguli elevationis (237) ad radium. 252 F.45 Dimoveatur enim in Fig. 45 pendulum e verticali positione A F ad situm A B, absolutamque gravitatis vim referat recta B D ad horizontem perpendicularis: tunc recta A B producatur in C, visque B D resolvatur in B C, & in BE cum ipsa circuli tangente congruentem. Pars B C tota ageret in filum distrahendum, ac proinde pari fili reactione elidetur: igitur pars BE cum tangente congruens exprimet vim comparativam puncto B respondentem. Hinc si vis gravitatis absoluta sit $= W$, comparativa $= V$, erit $V: W = BE: BD$, seu $V: W = CD: BD$. Porro si BD sumatur pro radio, CD est sinus anguli C B D; est vero hic angulus æqualis angulo elevationis B A F, ob BD & AF parallelas, quas recta CA secat: est ergo in puncto B (idem eodem modo ostenditur de quolibet alio circuli puncto) gravitas comparativa ad absolutam, ut sinus anguli elevationis ad radium.

Coroll. 1. Si ergo præterea sinus anguli elevationis dicatur S, radius R; est $V: W = S: R$. Hinc $V = \frac{WS}{R}$ seu ob W & R constantes est $V = S$: hoc est, comparativa gravitas in quolibet circuli puncto est ut sinus anguli elevationis.

Coroll. 2. Itaque gravitas comparativa e. g. puncto G respondens est ad gravitatem comparativam puncto H respondentem, ut G g: H h. Hinc, quoniam in motu uniformiter accelerato vis accelerans debet esse constans (184. cor.); clarum est, motum penduli in arcu circuli non esse uniformiter acceleratum.

Aliter loquendum est de descensu gravium per planum inclinatum rectilineum: ibi enim gravitatem comparativam, quæ descendum obliquum continenter urget, constantem esse ostendimus n. 195. cor. 1.

253 PROPOSITIO. II. Dum pendulum ex quoque puncto B libere delabitur, seclusa omni frictione circa punctum suspensionis, resistentiaque aeris, eam adipiscitur in infimo puncto F celeritatem, qua in partem oppositam motu retardato eisque ascendet, dum describat arcum FG æqualem arcui BF. Demonstratio petenda est ex n. 242. cor.

Schol. Dictum est in Propositione: *seclusa omni frictione circa punctum suspensionis, resistentiaque aeris.* Hæc enim impedimenta imprimis per arcum BF constanter imminuunt eam celeritatem, quam vires comparativæ generant, efficiuntque, ne celeritas in F sit tanta, quanta sufficeret seclusis impedimentis ad arcum FG = BF motu retardato percurrentem: unde celeritas in F tanta duntaxat est, quanta e. g. ad arcum FH percurrentem sufficiat. Deinde eadem impedimenta decrementum celeritatis per arcum FH a contrariis viribus comparativis inducendum augent; ita ut etiam si in F tanta sit celeritas, quanta seclusis impedimentis sufficiat ad arcum FH percurrentem, pendulum tamen reapse prius destituatur omni sua priori celeritate, quam ad punctum H deveniat. Quæ celeritatis multiplicatio cum continenter fiat, oscillationes liberi penduli constanter imminui, ac demum extingui est necesse.

254 PROPOSITIO III. Si duo pendula oscillent in exiguis circuli arcibus, erunt tempora integræ oscillationum, ut sunt tempora, quibus eadem pendula per dimidios suorum circulorum radios libere deciderent. Id est, si in uno pendulo tempus integræ oscillationis sit $\frac{1}{2}T$, tempus vero liberi per dimidium radii descensus $= G$, præterea hæc pro altero pendulo parvis literis exprimantur; erit $T : t = G : g$. *Prob.* Assumamus quodcumque pendulum CL (F. 50), quod in circuli MLN exiguo quopiam arcu oscillet. Circulo hunc respondebit aliqua cyclois ALB, in qua circuli

culi genitoris diameter GL sic dimidia pars penduli CL : seu dimidius radius circuli MLN , uti patet ex iis , quæ n^o 247 , ejusque corollariis dicta sunt . Porro si pendulum illud ponatur imprimis oscillare in cycloidis quæcumque arcu FLH ; tempus integræ oscillationis est ad tempus liberi lapsus per diametrum , GL , seu per dimidium radium circuli MLN , ut est peripheria circuli ad diametrum (251. cor.) : si deinde ponatur oscillare in exiguo quodam arcu vñ circuli MLN ; idem erit tempus integræ oscillationis ad sensum , quod erat in arcu cycloidis (250. cor. 1.) ; ergo etiam tum , quum pendulum oscillat in exiguo dicti circuli arcu , tempus integræ oscillationis est ad tempus liberi lapsus per dimidium ejusdem circuli radium , seu per GL , ut iest peripheria circuli ad radium ; seu est $T : G = P : D$. Eodem modo ostendit potest , in cujuscunque alterius circuli exigo arcu esse $t : g = p : d$. Est vero semper $P : D = p : d$; seu ea est ratio peripherie ad diametrum in uno circulo , quæ est in quolibet alio : ergo etiam in duobus quibuslibet pendulis , quæ in exiguis circulorum arcubus oscillent , est semper $T : G = t : g$. Consequenter alternando $T : t = G : g$.

Coroll. Igitur loquendo de rationis æqualitate est $T = G$, ac proinde etiam $T^2 = G^2$.

P O R I S M A. Vis acceleratrix , seu gravitas absoluta , quæ corpora apud nos ad descensum urget , sit ad eam gravitatem absolutam , qua corpora alibi e. g. ad polum borealem urgentur versus telluris centrum , $= s : V$; altitudo , quam apud nos corpus grave intra $\frac{1}{4}$ percurrit libere cadendo , sit $= m$, altitudo quæcumque ad eundem polum a gravi libere decidente percursa sit $= A$, tempus , quo hæc altitudo A illic percurritur , in minutis 2dis datum sit $= G$; erit $A = m V G$.² Hoc est , altitudo , quam corpus alicubi e. g. ad polum borealem libere cadendo emetitur , est in ratione composita ex directa simplici spatii apud nos intra $\frac{1}{4}$ percurri soliti , illius vis absolutæ gravitatis , qua altitudo illa percurritur , & duplicata ejus temporis , quo percurritur . Nam in assumta hypothesi vis gravitatis apud nos est $= s$, pariter tempus , quo spatium m percurritur $= s$; cum ergo in motu uniforme

miter accelerato, uti est liber gravium lapsus, sit unius
verse $S = VT^2$ (292. cor. 4.), erit $m = 1 \times t^2 = 1$.
Eodem modo patet esse $A = VG^2$. Est ergo $A : m = VG^2 : 1$, consequenter $A = m VG^2$.

256 PROPOSITIO IV. Longitudo penduli quo-
cunque demum in loco oscillantis sit $= L$, spatium
apud nos libero gravium lapsu intra $1''$ percurri solitum
 $= m$, vis absoluta gravitatis in eo loco, in quo pen-
dulum oscillat $= V$, tempus integræ, sed exiguae o-
scillationis $= T$; erit $T^2 = \frac{L}{V}$. Si enim præterea
tempus illud, quo pendulum per dimidium sui circuli
radius, seu per spatium $= \frac{L}{2}$ libere decideret, sit
 $= G$, est $\frac{L}{2} = m VG^2$ (præc.), seu ob $G^2 = T^2$
(254. cor.) est $\frac{L}{2} = m VT^2$; consequenter $L =$
 $2mVT^2$. Porro $2m$ est quantitas constans; est ergo
 $L = VT^2$, adeoque $T^2 = \frac{L}{V}$. Hoc est quadratum.
ejus temporis, quo integra oscillatio peragitur, est in
ratione composita ex directa longitudinis penduli, &
inversa vis gravitatis absolutæ, qua unumquodque pen-
duli punctum versus telluris centrum urgetur.

Coroll. 1. Igitur duo diversa pendula inter se con-
ferendo est $T^2 : t^2 = \frac{L}{V} : \frac{l}{v} = Lv : lV$. Hinc si
fuerit $T^2 = t^2$, erit etiam $Lv = lV$; unde hæc
exurgit proportio: $V : v = L : l$. Hoc est, in duobus
pendulis isochrenis absolutæ gravitatis vires sunt ut
ipsæ pendulorum longitudines.

Coroll. 2. Cum sit generatim $T^2 = \frac{L}{V}$, est $T =$
 $\sqrt{\frac{L}{V}}$; quare si fuerit L constans, erit $T = \sqrt{\frac{1}{V}}$ si
autem

autem V fuerit constans, erit $T = \sqrt{L}$. Hinc ceteris paribus longius pendulum tardius oscillat breviore.

PROPOSITIO V. Si manentibus praecedentibus Propositionis IV. denominationibus præterea numerus oscillationum integrarum intra datum tempus periodarum dicatur N , est $N^2 = \frac{V}{L}$. Clarum enim est, eo minorem fore numerum oscillationum intra datum tempus, quo majus fuerit tempus singularium oscillationum; est adeo $N = \frac{1}{T}$ (Met. 213. cor. 2.), ac proinde $N^2 = \frac{1}{T^2}$; cum ergo sit $T^2 = \frac{L}{V}$ (præc.), est $N^2 = \frac{V}{L}$.

COROLL. I. Est ergo generatim $N = \sqrt{\frac{V}{L}}$; si autem

fuerit V constans, est $N = \sqrt{\frac{1}{L}}$; si denique L fuerit constans, est $N = \sqrt{V}$.

COROLL. II. Cum sit $N^2 = \frac{V}{L}$ erit generatim $V = N^2 L$; si autem L fuerit constans, erit $V = N^2$. Hinc si duo pendula inter se conferantur, erit generatim $V: v = N^2 L : n^2 l$; quod si autem L fuerit constans, erit $V: v = N^2 : n^2$.

§. V.

De usu, applicationeque Pendulorum.

Quantus in variis scientiis sit penduli usus, edici 258 vix potest: unde etiam ejus theoriam sedula cultura sua dignantur viri Clarissimi, tam Physici, quam Mathematici. Initio non nisi liberum pendulum in usu erat; at posteaquam Hugenius pendulum horologio rotato applicuit, jam pendulum non liberum usurpari solet. Nempe Physici, Mathematicique pendulum suis

misibus seruitur ita splent construere, et in exiguo circuli arcu oscillet, ejusque motus (qui in pendula libero cito elangueſcit, ac proinde non sine molestia identidem renovari debet) tantundem reparetur post quamlibet oscillationem ope elastrum, aut appensi ponderis, quantum immunitur affrictum, resistentiaque aeris. Sed particulares aliquos penduli usus videamus.

259

I. Ope penduli tempus accurate metiri licet. Si enim quodpiam pendulum in exiguis circuli arcubus oscillet, omnes ejus oscillationes sunt isochronæ (250. cor. 3.), ac proinde certus parundem numerus pro certa temporis mensura statui poterit. e. g. Si una quæque oscillatio inter 1¹¹/₁₀₀ peragatur, 350 oscillationes integrum horam constituent. Porro quoniam in pendulo tempus integræ oscillationis pendet a longitudine ejusdem (256.); ut tempus integræ oscillationis sit determinatae = 1¹¹/₁₀₀, etiam longitudo ipsa penduli determinata sit, oportet. Determinata hæc (longitudo) solet pes horarius nuncupari. Porro longitudo pedis horarii, seu penduli singulas suas oscillationes intra 1¹¹/₁₀₀ absolvit, generatim definiri non potest: institutis enim summa accuratione experimentis complures Clarissimi Viri compererunt, eam crescere versus polos, decrescere vero versus æquatoriem. Boſcovichius cum PP. le Seur & Jacquier reperit pedi horario Romæ convenerit 3 ped. 8²⁸/₁₀₀ lin. Majranus Parisiis resumptis anno 1735 maxima cum circumspetione experimentis determinavit longitudinem pedis horarii esse = 3 ped. 8⁵⁷/₁₀₀ lin.

Schol. Quoniam pendula, utcumque perfecta sint; aliquas in sua longitudine mutationes a calore vel frigore patiuntur; oscillationes ipsorum pro varia temperatatis variatione aliquam inæqualitatem subeunt. Nempe virga metallina calore extenditur, adeoque pendulum evadit longius; hinc intra idem tempus pauciores absolvit oscillationes (256. cor. 2. & 257.): ex verso quia frigore contrahitur virga metallina, pendulum redditur brevius, ac proinde plures intra idem tempus absolvit vibrationes. Huic malo remedium atulit Grahamus celeberrimus artifex; & observator Londinensis. Nempe inferiori parti penduli thermo-

me-

metrum mercuriale ita aptavit, ut mercurius calore sursum dilatatus, sustollendo secum centrum oscillationis, penduli longitudinem imminueret tantum, quantum eandem calor virgam prolongando augeret: vicissim, ut mercurius frigore constrictus deprimendo secum centrum oscillationis, penduli longitudinem augeret tantum, quantum eandem frigus, virgam constringendo immiaueret. Quia ratione effecit, ut longitudine penduli, seu distantia centri oscillationis a puncto suspensionis nulla tempestatis alteratione varietur. Sit item sepebiliiter.

Coroll. Cum longius pendulum ceteris paribus tardius oscilleat braviore, si horologium oscillatorium iusta tardius incedat, penduli longitudine abbrevianda erit atque tenui per tantisper pondus illi appensum; sin autem properet, idem pondus non nihil deprimendo longitudine penduli augeri debet.

II. Quantumnam spatij conficiant gravia libere 260 labendo intra $1''$, ex oscillationibus penduli hac ratione erui potest. Longitudo penduli integrum oscillationem intra $1''$ absolventes sit $= a$; dimidius radius circuli, in cujus arcu pendulum illud oscillat, sit $= r$. Tempus integrum oscillationis exiguae sit $= T$, tempus lapsus liberi per a sit $= G$, circuli peripheria $= P$, diameter D . Per numerum 254 stabie: $T: G = P: D$. Est vero $P: D = 355: 113$; adeoque stat etiam $355: 113 = T: G$. Dic ergo: ut 355 ad 113 , ita se habet tempus integrum oscillationis, seu $1''$ ad tempus liberi lapsus per spatium a . Porro ubi semel in nocturno tempus liberi lapsus per spatium a , quod tempus ponimus esse $= G$; dico tempore G conficitur a gravi libere decidente spatium a , ergo tempore $1''$: eodem libero lapsu quantum spatii conficeretur? at quadrata temporum erunt hac in proportione accipienda, cum spatia motu uniformiter accelerato, uti est liber gravium lapsus, confecta sint ut quadrata temporum (193); id est, ponendum erit: $G^2: a = 1^2: x$. Prodibitque pro Climate Parisiensi spatium a gravi intra $1''$ conficiendum, seu $x = 15$ ped. Indigitque linea

& tantillo majus. Sed istud Tironibus breviter indicaſſe ſufficiat.

261 III. Gravitatem corporum imminui auctis a centro Terræ diſtantiis , ope' penduli hoc modo detegitor. e. g. Cl. Condamine obſervavit , pendulum ſuum in monte Pichinca , 750 hexapedas alto , intra certum tempus pauciores abſolviffe oscillationes , quam intra idem tempus abſolverit in plaga humiliore. Numerus oscillationum in monte peractarum ſit $= N$, & peractarum in plaga humiliore ſit $= n$; erat $N^2 : n^2 = \frac{V}{L} : \frac{v}{l}$ (257). Porro eadem fuit utrobique adhibita a Condamine longitudo penduli ; erat ergo $N^2 : n^2 = V : v$; adeoque cum fuerit $N^2 < n^2$, fuit etiam $V < v$. Hoc eſt in monte minor erat gravitas penduli , quam in plaga humiliore. Eodem modo inſerunt Physici , gravitatem corporum majorem eſſe verſus polos , quam verſus Aequatorem ; cum illic idem pendulum plures abſolvat oscillationes intra datum tempus , quam iſthic. Sed hac de re ſpeciatim ageamus. Difſert. ſequi.

Schol. Ponamus imprimis duo quacunque pendula oscillare in ſimilibus cirelli arcubus ; ponamus deinde pendulum in arcu circuli motu uniformiter accelerato delabi : vis accelerans in uno eademque pendulo erit constans , eritque eadem vis , ſeu $V = \frac{S}{T^2}$ (192. cor. 4).

Porro S ſeu ſpatium a pendulo confectum eſt ipſe ar-
cus percurſus : arcus autem ſimiles circulorum ſunt ut
radii , ſeu ut longitudines pendulorum ; ergo in affi-
pto caſu loco S potest ſubſtitui L , ſeu longitude pen-
duli , obtinebiturque : $V = \frac{L}{T^2}$, adeoque $T^2 = \frac{L}{V}$.

Hoc eſt , præcipua theoriæ pendulorum formula , quam nos ex proprietatibus cycloidis pedetentim deduximus , eruetur abſque cycloidis pertractione.

At ea , quæ ſubjicio , mihi quidem hac in argumenta-
tione videntur eſſe conſideratione digna. Theoria
pen-

pendulorum eo potissimum fine pertractatur in Physica, ut ejus ope innotescat, num revera crescat corporum gravitas versus polos, versus æquatorem vero decrebat: nimirum pendulum unum, quod e. g. prope polos oscillat, conferendo cum altero pendulo e. g. Parisiis oscillante. Porro formula allato modo eruta supponit pendula in *similibus* arcibus oscillare: in iis autem observationibus, quæ prope polos cum pendulis factæ sunt, passimque circumferuntur, non legimus. eum arcum, in quo pendulum prope polum oscillaverit, fuisse *similem* arcui penduli e. g. Parisiis oscillantis, sed tantum fuisse 1) utrobique arcus *exiguos*, ut nimirum oscillationes penduli essent *isochronæ*, 2) talia duo pendula esse *assumpta*, quæ essent inter se *isochronæ*, oscillarentque ad singula minuta secunda. Utrumque autem istud evenire sane poterat, tametsi arcus prope polos major vel minor fuerit Parisiensi ita, ut discriumen in sensu incurrere possit. Itaque jam non videtur esse certum, utrum ope formulæ dicto modo erutæ tuto possint ex observationibus commemoratis inferri illa, quorum gratia potissimum tractatur a Physicis pendulorum theoria. 240. In formula dicto modo eruta litera V designat non absolutam vim acceleratricem penduli, ut in formula nostra (256), sed comparativam, quæ nimirum descensum urget per arcum circuli. Jam hæc vis comparativa non est constans in arcu circuli, nec motus in arcu circuli est uniformiter acceleratus (252. cor. 2.): certe ne ad sensum quidem sunt æquales sinus anguli elevacionis, qui vires diversis arcus punctis respondentibus exprimunt. Quem ergo definite statum vis acceleratricis intelliges per literam V, dum dictis observationibus calculum superstrues? an medianam quandam, uti de celeritate variabili locuti sumus n. 189. cor. 3? at varia-
ta arcuum magnitudine etiam vim comparativam medianam variari necesse est, ut manifestum fit ex iis, quæ de motu per plana inclinata diximus: rursus ergo non videtur fore securus dictæ formulæ usus, nisi quantitates arcuum, in quibus diversa pendula oscillant, prius determininentur.

C A P U T S E X T U M.

De Viribus Centralibus.

§. I.

De Viribus Centralibus in genere.

262 **S**i corpus ex aliquo puncto A (Fig. 51) directione quadam AB projiciatur, simulque vi quapiam altera constanter urgeatur versus aliquod punctum C; vis AB dicitur *vis projectilis*, altera vero illa audit *vis centripeta*: ambæ simul communi *virium centrum* nomine veniunt. Punctum C jam *centrum motus*, jam *centrum virium* nuncupatur. Denique recta CA quæ corpus mobile cum centro virium conjungit, quæve cum ipso corpore moveri concipitur, *radius vector* dici consuevit.

263 **P**ROPOSITIO I. Si corpus ex aliquo puncto A vi AB projectum simul vi quadam centripeta AD versus immobile punctum C continententer urgeatur; corpus illud circa idem punctum describet quadratum lineam curvam continuam. Assumamus enim quodpiam definitum tempus, illudque in æqualia tempuscula infinite parva divisum concipiamus; ponamus deinde corpus mobile primo tempusculo, si sola vi projectili ageretur, descriptorum lineolam infinite parvam AB, si vero solam vim centripetam persentissemus, descriptorum lineolam infinite parvam AD; quoniam motus, etiamsi ceteroquin variabilis sit, intra tempusculum infinite parvum pro æquabili habendus est (186. cor. 2), assumptum corpus dicto tempusculo primo conficeret rectam diagonalem AE (182). Tempusculo altero, si vis centripeta ab agendo cessaret, idem corpus continuaret priorem suam directionem motu uniformi, seu abiaret ex E in F ita, ut puncta A, E, F sint in eadem linea recta, sitque EF = AE

$\Sigma A E$ (174. cor. 1. & 4.) ; at quia simul persentiscit vim aliquam centripetam EH, percurret motu composite rectam diagonalem EG, & sic porro. Corpus ergo describet polygonum AEGK &c. Jam vero latera AE, EG, GK &c. infinitae parva sunt, cum unumquodque eorum infinitæ parvo tempusculo percurri concipiatur, & latus definitæ magnitudinis non nisi finito tempore percussi possit ; itaque imprimis polygonum illud est linea curva continua : deinde ex ipsa genesi ejus polygoni patet, illud esse cavum versus centrum C, ergo motus corporis erit circa idem centrum C ; ac proinde totius propositionis veritas demonstrata est.

Coroll. 1. Facile patet, omnem id genus curvam AEGK &c. semper in eodem plano jacere cum centro virium C, & directione primæ projectionis AB. Nam primum latus AE, utpote diagonalis parallelogrammæ ADEB in eodem plano jacet cum lateribus AB & AD, ac proinde etiam cum AC : hoc est, primum latus AE jacet in eodem plano cum centro C, & directione primæ projectionis. Alterum latus EG est diagonalis parallelogrammi EHGF ; itaque in eodem plano est cum lateribus EF & EH : jam vero planum, in quo sunt latera EF & EH, transit utique per centrum C, & primam projectionem AB ; quia transit per rectas AE & EC : igitur alterum quoque latus EG in eodem plano jacet cum centro C & prima vis projectilis directione AB. Quod quia eodem modo ostendit potest de ceteris etiam curvæ lateribus infinitesimis, tota curva in eodem plano sit cum centro virium & directione primæ projectionis, est necesse.

Coroll. 2. Si quodpiam latus infinitesimum AE concipiatur produci e. g. in F, recta EF est utique tangentia curvæ AEGK, puncto E respondens : porro si in E cessaret agere vis centripeta, corpus ob suam inertiarum vim continuaret priorem suam directionem, iretque vi projectili directione EF : itaque vis projectilis semper nititur corpus abducere per tangentem ejus curvæ, quam idem corpus motu composite describit. Unde vis projectilis jure nuncupatur *tangentialis*.

PROPOSITIO II. Corpus vi centripeta & 254
projectili actum pro varia earundem virium combina-
tione,

tione, attemperationeque, quamlibet lineam curvam describere potest. Nam curva quævis determinatur per certam in dato puncto curvedinem, & per variationem curvedinis in punctis sequentibus juxta legem determinatam: sic e. g. parabola differt ab ellipso per variam curvedinem in vertice, & in punctis sequentibus. Atqui nulla imprimis orbitæ curvedo singi potest, quam corpus aliqua virium centralium attemperatione inchoare non posset: curvedo enim eo major, aut minor est, quo corpus magis vel minus deflectit a tangentie interea, dum certam orbitæ suæ partem conficit; non est autem, car hæc aut illa deflexio a tangentie non queat ullia virium centralium combinatione obtineri. Pariter non est, cur initialis illa curvedo in sequentibus orbitæ punctis ad libitum variari non possit, prout vis centripeta in variis a centro motus distantius hanc aut illam legem secuta fuerit. Corpus ergo vi centripeta & projectili actum, pro varia eundem virium combinatione, attemperationeque quamlibet lineam curvam describere potest.

265 PROPOSITIO III. Si corpus defribat curvam quamcumque vi projectili, & vi centripeta constanter tendente in unum idemque punctum quodpiam intra curvam datum; radius vector circa idem punctum verret areas temporibus proportionales. Curva enim, quam corpus A circa punctum C (Fig. ead.) describit, concipiatur constare lateribus infinite parvis AE, EG, GK &c. Quod si areolæ, quas radius vector quibuslibet duobus æqualibus tempusculis infinite parvis verrit, æquales semper sunt, claram est, aream, quam idem radius vector intra definitum tempus verrit, continenter ita crescere, uti crescit ipsum tempus, quo eandem verrit; hoc est, claram est, ab eodem radio verri areas temporibus proportionales: atqui areolæ, quas vector radios quibuslibet duobus æqualibus tempusculis infinite parvis verrit, æquales sunt, quod ostendo. Si corpus primo tempusculo infinite parvo percurrat latum AE, altero æquali tempusculo motu composito percurret aliquam diagonalem EG, ita ut vis componens EF sit \perp AE; & puncta A, E, F sint in eadem linea recta (263); itaque areolæ, quas radius

etens vector æqualibus illis tempusculis verrit, erunt triangula ACE, & ECG; atque triangula hæc sunt æqualia; ergo.

Prob. sub. m̄m. Ducatur recta FC; utrumque dætorum triangulorum est æquale triangulo ECF: eadem ergo triangula inter se quoque sunt æqualia. Ac imprimis est triang. ACE = ECF; nam eorum bases AE & EF sunt ex construc. æquales: altitudinem vero habent communem, eam videlicet perpendicularrem, quæ ex communii apice C ad rectam AF (si opus foret, etiam productam) duceretur. Deinde est etiam triang. ECG = eidem triang. ECF. Habent enim hæc duo triangula communem basim CE; præterea habent altitudines æquales. Altitudo enim trianguli ECG est perpendicularis ex apice G in basim CE demissa; altitudo vero trianguli ECF est perpendicularis ex apice F ad eandem basim CE ducta: haec vero duæ perpendiculares sunt inter se æquales; interserpiuntur enim inter rectas EC & FG, quæ ex constructione parallelogrammi EHGFI inter se sunt paralleles.

Coroll. Ignotus in quacunque orbita moveatur corpus viribus centralibus actum, si ejus tempus *periodicum*, quo missum integrum orbitam suam percurrit, sit = T, area integræ orbitæ = A, sector dato tempuscule desponsans, id est, area, quam radius vector dato tempuscule verrit, = S; est generatim $T = \frac{A}{S}$.

Cum enim (per Prop.) radius vector æqualibus tempusculis æquales areas verrat; data sectoris certo tempuscule descripti magnitudine, tempus periodicum eoque maius est, quo major est numerus ejusmodi sectorum, seu qdō major est area integræ orbitæ: data autē integræ areæ magnitudine, eo maius est idem tempus periodicum, quo minor est sector dato tempuscule descriptus; quia eo major est numerus id genus sectorum in integra orbitæ area. Est ergo tempus periodicum in ratione composita ex directa areæ, quam integra orbita comprehendit, & inversa sectoris dato tempuscule descripti; seu est $T = \frac{A}{S}$.

Q. 2 PRO-

266 PROPOSITIO IV. Vicissim, si corpus ita moveatur in linea curva circa punctum quodpiam, ut radius vector circa punctum illud describat areas temporibus proportionales; corpus illud argetur vi centripeta in idem punctum tendente. Ponamus enim, si fieri potest, corpus circa punctum C describere areas temporibus proportionales, neque tamen urgeri constanter in idem punctum C, sed eo e. g. tempuscule, quo concipitur percurrere latos infinitesimum G K, nit in quoddam punctum P; triangula ECG, & GCK, quæ duobus æqualibus tempusculis infinite parvis. descriptentur, erunt inter se æqualia, & simul non erunt: atqui istud absurdum est; ergo si corpus ita moveatur in linea curva circa punctum quodpiam &c.

Prob. major. Imprimis triangula illa æqualibus tempusculis descripta erunt inter se æqualia eo ipso, quod radius vector ponator circa punctum C verrere areas temporibus proportionales: at simul non erunt, quod sic declaro: Diagonalis GK componetur ex vi tangentiali G I = EG, & (siquidem corpus ponitur tendere in punctum P) ex aliqua vi centripeta Gr.; hinc completo parallelogrammo GrKI erit recta IK parallela rectæ Gr. Ducatur jam recta CI: triangula ECG, & GCI erunt æqualia, utpote æquales bases EG & GI, communemque præterea altitudinem (quæ est perpendicularis ex C demissa in rectam EI) habentia: ergo si triangulum GCK non est æquale triangulo GCI, neque est æquale triangulo ECG; atqui in assumpto casu triang. GCK non est = GCI; ergo.

Prob. subf. min. Cum duo hæc triangula habeant communem basim CG, si essent inter se æqualia, deberent habere æquales altitudines, atqui non habent: ergo.

Prob. min. Altitudo trianguli GCI est perpendicularium ex I in basim CG demissum; trianguli autem GCK altitudo est perpendicularium ex K in eandem CG ductum; atqui duo hæc perpendicularia nequunt esse æqualia; ergo. *min.* facile patet. Si enim perpendicularia ex I & K in rectam CG demissa essent æqualia; rectas CG & KI, quæ perpendicularia illa intercipiant, inter se parallelas esse oportet; consequenter eadem recta KI, quam in assumpta hypothesi rectæ Gr ex construct. parallelam esse debere vidimus paullo superius,

rius, simili etiam rectæ GC parallela esse deberet; ac proinde duabus rectis in puncto G concurrentibus esset parallela, quod absurdum est.

Coroll. Quod si ergo constiterit ex observationibus Astronomicis, planetam quempiam A circa alterum B ita moveri, ut radius vector verrat areas temporibus proportionales; inferre licebit, eundem planetam A in B vi quadam centripeta tendere contulerit. Idque verum manet, tametsi præterea ambo motu communi circa tertium C in gyrum agantur. Clarum enim est, motum planetis A & B communem proorsus nihil conferre ad hoc, ut A circa B describat areas temporibus proportionales: quod si ergo in consortio motus communis, areae circa B ab A descriptæ sunt temporibus proportionales, essent illæ his proportionales, tametsi communis ille motus proorsus abesse: consequenter areae temporibus proportionales non minus sunt signum dictæ vis centripetæ tunc, quam A ita gyratur circa B, ut simul interque motu aliquo communi moveantur circa C, ac esset tunc, quam A circa B immutum movearetur.

P R O P O S I T I O V. Celeritas mobilis viribus centralibus acti in quolibet orbitæ puncto est in ratione inversa perpendicularis, e centro virium in ejus puncti tangentem demissa. e. g. Si in Fig. ead. tangens orbitæ puncto E respondens sit EG, CM vero sit perpendicularis e centro virium in eam tangentem demissa; celeritas corporis in E est $\frac{1}{CM}$. Curva enim, quam

corpus percurrit, concipiatur constare lateribus infinitesimis AE, EG, GK &c. Cum celeritas intra tempus infinitè parvum, quo latus infinitesimum EG percurritur, pro constanti haberi queat; celeritas in E eadem est, quæ est per totum latus EG: quod si ergo celeritas illa dicatur C, est $C = \frac{S}{T}$ (Met. 223. cor. 2.).

Jam S, seu spatiū est ipsum latus EG. tempus vero seu T rite repræsentatur per aream trianguli ECG (265): quod si ergo area hæc dicatur A, erit:

$$C = \frac{EG}{A}.$$

Q.

Por-

Porro area trianguli ECG est æqualis basi EG multiplicata per dimidiam partem altitudinis Cm (Math. 494); adeoque est $\equiv \frac{EG \times Cm}{2}$. Quem valorem loco

A substituendo in priori formula, est:

$$C = \frac{\frac{zEG}{2}}{EG \times Cm} = \frac{z}{Cm}.$$

Est vero quantitas dupla in ratione similes; est ergo
admodum: $C = \frac{1}{Cm}$. Idem eodem modo de quounque
alio orbitæ puncto ostendit potest.

§. II.

*Quandonam recedat a centro virium corpus tri-
nibus centralibus actum, quando accedat? itea
quandonam crescat ejusdem celeritas,
quando decrescat?*

268 PROPOSITIO I. Si vis centripeta cum tangen-
tiali sub obtuso angulo concurrat; corpus illi viri-
bus actum recedit a centro virium. Si autem vires
illæ sub acuto angulo concurrant; idem corpus ad cen-
trum virium accedit. Prob. 1. memb. Ponamus corpus
F. 52 A (F. 52) intra tempuscum quoddam infinitesimam
agi vi tangentiali A B, & centripeta A E, sub obtuso
angulo EAB concurrentibus. 1) Completo parallelo-
grammo BAE D, corpus illud intra assumptum tem-
pusculum percurret latus infinitesimum AD: & pro-
mam directio vis centripeta congruit cum radio vecto-
re, centrum virium erit in eadem recta cum punctis A
& E: e.g. erit in punto C. Hinc distantia corporis
a centro virium initio assumpti tempuscui erit $\equiv AC$,
in fine ejusdem $\equiv DC$. 2) Angulus DAB est infinite par-
vus; quia metitur declinationem corporis a tangentie orbitæ,
infinitesimo tempusculo respondentem: hinc angulus
D A C ab angulo BAC non nisi infinite parva quantitate
differt; ac proinde quemadmodum iste, ita etiam an-
gulus

gulos DAC est obtusus. Itaque in triangulo CAD latus CD est majus latere CA (Math. 3, 68), ductoque arcu Ao , centro C radio CA , differentia distantiarum AC & DC est $\equiv Do$. 3) In triangulo ACD angulus C , cui latus infinitissimum AD opponitur, infinite parvus sit, oportet; ergo angulus CDA est complementum anguli obtusi CAD ad duos rectos, adeoque est angulus acutus definitæ magnitudinis. His præmissis sic jancratiocinor. In triangulo DAO angulus $ad o$ est rectus, ad D acutus definitæ magnitudinis; ergo etiam angulus DAO , utpote anguli D complementum ad rectum, est acutus definitæ magnitudinis: hoc est, omnes tres anguli sunt ordinis ejusdem. Cum ergo in quolibet triangulo latera sint ut sinus angelorum oppositorum; omnia tria latera trianguli DAO sunt eiusdem ordinis: est vero latus AD infinitissimum primi ordinis, seu est $\equiv \frac{1}{\infty}$, quia est spatiolum, quod corpus finita velocitate præditum intra tempusculum infinite parvum conficit; igitur est etiam $Do \equiv \frac{1}{\infty}$. Est adeo $CD \equiv CA + \frac{1}{\infty}$; hoc est, distantia corporis a virium centro C intra tempusculum infinite parvum, quo latus AD percurritur, crescit augmento infinite parvo primi ordinis, adeoque intra tempus finitum crescit infinite numero id genus infinitissimis augmentis, aequaliter proinde augmento finito: quod tantundem est, ac corpus assumptum reapse a centro C recedere.

Membrum alterum eodem paucis commutatis modo demonstratur. Ponamus enim corpus A (F. 53) F. 53 viribus AB & AE , acutum angulum comprehendentibus agi; illud intra tempusculum infinite parvum describet latus infinitissimum AD . Porro angulus CAD non nisi infinite parvo angulo BAD differet ab angulo GAB ; igitur quemadmodum ille, ita etiam angulus CAD est acutus definitæ magnitudinis. Hinc quoniam in triangulo CAD angulus C est infinite parvus; angulus CDA obtusus sit, oportet. Itaque latus CA est majus latere CD , ductoque arcu Do , centro C radio CD , differentia laterum est $\equiv Ao$; quam esse $\equiv \frac{1}{\infty}$ eo prorsus modo ostenditur, quo paullo ante ostendimus in F. 52 esse $Do \equiv \frac{1}{\infty}$. Itaque est $DC \equiv AC - \frac{1}{\infty}$; hoc

hoc est, distantia corporis a centro C inter tempusculum infinite parvum, quo latus A D percurritur, decrecscit decremento infinite parvo primi ordinis, adeoque intra tempus finitum decremento finito; consequenter mobile ad centrum C reapse accedit.

Coroll. 1. Directio vis tangentialis congruit cum tangentie orbitae, directio autem vis centripetae congruit cum radio vectore; itaque si angulus ille, quem radius vector cum tangentie continet ex ea parte, ad quam corpus tendit, fuerit obtusus, corpus recedet a centro virium; accedit vero, si dictus angulus fuerit acutus.

Coroll. 2. Quoniam viribus sub obtuso angulo concurrentibus recedit mobile a centro virium, accedit vero iisdem angulum acutum continentibus; manifestum est, vires centrales, quom earum ope circulus describitur (potest autem describi per n. 264) sub angulo recto debere concurrere. Mobile enim in circulo incedens suam a centro distantiam non variat unquam.

Schol. Ut corpus I (F. 54.) vim centripetam I M persentiscaens describat motu suo circulum; non sufficit vires concurrere sub angulo recto, sed necesse præterea est, ut certam determinatamque habeat vim tangentialem, seu projectilem; quæ si vel tantillum augatur, aut immittatur, cum vi centripeta I M quidem distinctam a circulo curvam generabit. Patet istud ex n. 272. cor. 2. Porro si hæc duo adfuerint, videlicet determinata vis projectilis, & angulus rectus virium concurrentium; describetur circulus, quæcumque fuerit lex vis centripetae, modo hæc sit æqualis in æqualibus a centro distantiis. Cum enim mobile circulum describens maneat constanter in eadem a centro distantia; non potest affici inæqualitate vis centripetae, uteunque ista varietur in diversis distantiis, modo eadem sit in iisdem: consequenter nihil erit, quod impedit, quo minus circulus describatur.

PROPOSITIO II. Ponamus radium vectorem CI (F. ead.) cum orbitæ tangentie I R continere angulum rectum CIR, adeoque vim centripetam I M cum tangentiali sub angulo recto concurrere: ponamus deinde arcum IL esse arcum circuli, radio CI centro C descriptum, adeoque vim tangentialem, quæ cum

vi

vi centripeta I M generare possit eum circuli arcum, esse $= 1K = M L$. Si stante eadem vi centripeta I M corpori I imprimatur aliqua vis tangentialis I R $> 1K$, corpus illud recedet a centro C; accedit vero ad illud, si imprimatur ipsi vis aliqua tangentialis I H $< 1K$. Ratio est. Nam viribus I M & I R corpus ex I deferset ad S, adeoque extra circulum abripietur: viribus autem I M & I H deprimetur ad O infra peripheriam ejusdem circuli. Sed si ita, in primo casu recedet a centro C, in altero autem ad illud accedit; ergo.

Coroll. Quod si ergo viribus sub angulo recto concurrentibus, corpus incipiat accedere ad centrum virium; id manifesto indicio erit, velocitatem projectionis minorem esse, quam quæ requireretur ad circulum tantæ altitudinis (seu radii), quanta est ejusdem corporis a centro virium distantia, describendum: si autem incipiat corpus in dicto casu recedere a centro virium; id erit indicio, velocitatem projectionis majorem esse velocitate ad circulum dictæ altitudinis describendum requisita.

P R O P O S I T I O III. Si angulus ille, quem radius vector cum tangente efficit ex ea parte, ad quam tendit corpus viribus centralibus actum, fuerit obtusus; celeritas corporis illius continententer immunitur: si fuerit acutus; augetur: si denique fuerit rectus; neque augetur, neque immunitur. 270

Ante demonstrationem nota generatim *imo.* Sit centrum virium in C (F. 55, 56, 57), corpusque intra tempusculum infinite parvum percurrat latus infinitissimum G A: producatur latus hoc in B, dum fiat & AB = GA. Corpus illud sequente æquali tempusculo, si nullam vim centripetam persenticeret, vi sua tangentiali percurreret latus AB = GA (175. cor. 4.); accedente vero vi centripeta A E, idem corpus, completo parallelogrammo A B D E, percurret altero illo tempusculo latus infinitissimum A D. *ad 2do.* Angulus B A D, qui exprimit mutuam ad se se inclinationem duorum infinitissimorum laterum G A & A D, sibi proximorum, est infinite parvus (249.). Hinc si angulus C A B, quem radius vector cum tangente comprehendit, ponatur esse obtusus in F. 55; etiam angulus

Physe Gener.

Q_s

CAD

CAD obtusus erit, utpote qui ab illo non nisi infinita parva quantitate differt: si ille fuerit acutus in F. 55, aut rectus in F. 57; etiam iste in F. 56 acutus, in F. 57 vero rectus sit, est necesse. Porro in quolibet casu est angulus ADB = CAD; hi enim anguli sunt alterni, quos recta AD parallelas AC & BD intersecando efficit: igitur angulus ADB in F. 55 obtusus; in F. 56 acutus; in F. 57 rectus sit, oportet. Hinc quoniam in quolibet triangulo omnes tres anguli simul sumptu aequari debent duobus rectis (Math. 360), angulus vero BAD infinite parvus, ac proinde contemnendus sit; angulus DBA in quolibet casu definitae magnitudinis est: nominatum in F. 55 est acutus; in F. 56 obtusus; in F. 57 denique rectus.

F.55. *Prob. jam 1. memb. propos.* Ponamus in F. 55 angulum CAB, quem tangens AB cum radio vectore AC comprehendit, esse obtulum. In triangulo ADB angulus ADB erit obtusus, ABD vero acutus definitae magnitudinis, ut ex modo praemissis patet. Hinc quoniam in quolibet triangulo latera sunt ut sinus oppositorum angelorum (Math. 462); erit AD < AB, ductoque circuli arcu Bo, centro A radio AD, laterum differentia erit = Bo. Porro fatus AB finito, BD vero infinite parvo angulo opponitur: est ergo illud ad istud, ut sinus anguli finiti ad sinum anguli infinite parvi; proindeque ob AB ex hypoth. = $\frac{1}{\infty}$, est BD = $\frac{r}{\infty}$. Unde aperte consequitur, esse etiam $Bo = \frac{1}{\infty}$.

Quippe in triangulo BDo angulus ad o rectus, ad Bo acutus definitae magnitudinis est; adeoque etiam tertius definitae magnitudinis sit, oportet hoc est omnes tres anguli sunt unius eiusdemque ordinis. Hinc latera quoque omnia inter se comparata eiusdem ordinis esse debent: adeoque ob BD = $\frac{1}{\infty}$, est etiam Bo = $\frac{1}{\infty}$. Sit jam celeritas corporis praecedente tempuscule, quo spatiolum GA percursum est, = C; tempusculem infinitesimum = T; celeritas sequen-

quente tempusculo, quo spatiolum A D percurritur, fixum = c, tempusulum = t. Quoniam motus intra tempusulum infinite parvum est æquabilis, est $C = \frac{GA}{T}$.

& $c = \frac{AD}{t}$ (Met. 223. cor. 2.) : porro in praesente casu est $AD = AB - Bo$; adeoque ob $GA = AB$ & ob $Bo = \frac{I}{\infty^2}$, est $c = GA - \frac{I}{\infty^2}$. Est pra-

terea ex hypothesi tam T, quam etiam $t = \frac{I}{\infty}$, quare loco T & t ponendo $\frac{I}{\infty}$, reapseque peragendo divisiones, est $C = \infty GA$, & $c = \infty GA - \frac{I}{\infty}$. Hoc est celeritas sequentis tempusculi a celeritate tempusculi proxime precedentis deficit decremento infinitissimo primi ordinis, adeoque celeritas corporis intra tempusulum infinitissimum patitur decrementum infinite parvum primi ordinis: ergo eadem celeritas intra tempus finitum patitur infinita numero decrementa infinite parva ordinis primi, ac proinde patitur decrementum finitum, reapseque immittitur.

Prob. 2. memb. Ponamus angulum CAB esse acutum, in F. 56; in triangulo ADB angulus ADB erit F. 56 acutus, definitæ magnitudinis, ABD, vero obtusus: erit adeo $AD > AB$, ductoque circuli area Bo, laterum differentia erit $= Do$. Jam eadem, qua paulo superius usi sumus, argumentandi ratione patet, esse imprimis BD, deinde etiam $Do = \frac{I}{\infty^2}$. Porro rectenis literarum valoribus superiorius statutis, est hic que que $C = \frac{GA}{T}$, & $c = \frac{AD}{t}$; ac AD est $= AB + Do$: adeoque ob $GA = AB$, & ob $Do = \frac{I}{\infty^2}$, est $c = GA + \frac{I}{\infty^2}$. Itaque loco T & t infinitis

morum substituendo valores ut supra , est $C = \infty GA$; & $c = \infty GA + \frac{1}{\omega}$. Hoc est , celeritas corporis intra tempusculum infinite parvum augetur incremento infinitesimo primi ordinis , adeoque intra tempus finitum incremento finito : quod tantundem est , ac celeritatem illam reapse augeri.

F. 57 *Prob. 3. membr.* Ponamus in F. 57 angulam CAB esse rectum ; in triangulo ADB tam angulus ABD , quam etiam ADB rectus erit , uti ante demonstratiō nem praevie notavimus. Unde consequitur , latera AB & AD , utpote æqualibus angulis opposita , debere esse inter se æqualia. Porro retentis literarum valoribus superioris statutis est $C : x = \frac{GA}{T} : \frac{AD}{t}$.

seu ob $T = t$ est $C : x = GA : AD$; adeoque ob $GA = AB = AD$ est $C = c$. Hoc est , celeritas corporis intra tempusculum infinite parvum prorsus non crescit , neque decrescit. Quod quia æque verum est de quolibet alio tempusculo infinite parvo , quo radius vector cum tangente angulum rectum comprehendenter ; in assumpta hypothesi ne finito quidem tempore potest ulla in celeritatem variatio indici.

F. 58 *Schol. 1.* Tres has propositiones postremas aliqui censem brevins expediri posse hoc modo : imprimis moveatur corpus ex A versus B (F. 58) , ita ut angulus CAB , quem radius vector cum orbitæ tangente comprehendit , sit obtusus. Recta FA repræsentet , inquit , vim centripetam , quam corpus in A persentiscit. Vis hæc resolvi poterit in Fo , quæ ad tangentem normalis exponit veram vis centripetæ actionem in punto A , qua corpus in orbita retinetur ; & in Fm = o A. Hæc , quoniam directionem habet directioni vis tangentialis contrariam , celeritatem corporis necessario immunit : hoc est , in assumpto eas celeritas corporis continenter decrescit. Deinde moveatur corpus ex A versus D (F. ead.) ut radius vector cum tangente acutum angulum comprehendat. Si vis centripeta concipiatur rursus resolvi in Fo & Fm ; pars Fm , seu o A eandem habebit directionem cum vi tangentiali AD , consequenter celeritatem corporis augē-

angebit. At quam radius vector AC (F. 57) cum F. 57
vi tangentiali AB angulum rectum comprehendit, vis
centripeta non amplius potest in duas id genus partes
resolvi: hoc ergo casu celeritas corporis neque augen-
tur, neque immunoitur.

Schol. 2. Sunt, qui in curvilineo corporum motu
præter vim projectilem, seu tangentialem & centri-
petam adstruant etiam tertiam, quæ ipsis vis *centri-
fuga* dicitur, existimentque pugnam quandam interce-
dere inter vim centripetam & centrifugam; ita ut
tunc incedat corpus in circulo, quum vires illæ fuen-
tint æquales, accedat autem ad centrum, vel ab eo-
dem recedat, prout vis centripeta centrifugam, aut
hæc illam superaverit. Verum hac de re paullo aliter
esse sentiendum censeo cum Boscovichio, cujus verba
(accommodata iis nostra figura) subjicio. In quo-
vis, inquit ille, motu, qui circa centrum aliquod
peragitur, tria veniunt consideranda. Vis *nimirum*,
ut vocant, *tangentialis*, *centripeta*, & *centrifuga*.
Priores duæ motum solæ absolvunt; tertia a nobis
duntaxat concipitur, tanquam e binis illis redun-
dans. Designet (in Fig. nobis 54) AB effectum F. 54
vis *tangentialis*, si nulla adesset vis *centripeta*;
recta vero BE vel AD effectum solius vis *centri-
petæ*, si vis *tangentialis* omnis abesset. Nihil sa-
ne isthic est præter illa duo, quorum compositione
progignitur motus per arcum AE. Virium istarum
conjugatio facit, ut mobile accedat a tangente ver-
sus centrum quantitate BE. Quodsi vero vis *cen-
tripeta* abfuisset, mobile per tangentem AB abeun-
do a centro C recessisset quantitate EB. Unde
vis *centrifuga* aliud non est, quam determinatio ab-
eundi a centro motus, proveniens a determinatio-
ne *tangentiali* abeundi ad punctum B. Vis quippe
centrifuga exigit quidem, ut mobile ab arcu rece-
dat ad tangentem, at solum hypothetice, si nem-
pe vis *centripeta* absit; quæ, cum præsto est, ple-
num habet effectum, accessum nempe mobilis ad
arcum ipsum: accessus autem ad centrum, vel re-
cessus pendet ab angulo, quem radius vector cum
tangente continet, & ab ipsa vis *centripetæ* quan-
titate, non a vi *centrifuga*. Adesse igitur vim cen-
tri-

trifugam id unum sonat, mobile a tangente ad se-
cum non fuisse descensurum, nisi præsto esset vis
centripeta, descensum illum determinans. Hinc
id, quod tunc non fieret, concipiimus tanquam fa-
ctum in partem contrariam, & commenticium ejus
effectus causam quandam fingimus, quam vim cen-
trifugam appellamus. Unde eadē linea BE, quæ
quantitatē vis centripetæ exhibet, sumpta cum di-
ctione contraria EB mensurat vim centrifugam, quæ
nullo pacto pugnat cum centripeta, eique semper
æqualis est.

§. I I I.

De viribus centralibus in orbita circulari.

TAmetsi virium centralium theoriam ad explicandos
Planetarum motus potissimum referamus, & ta-
metsi constet simul ex observationibus Astronomicis
Planetas in ellipsis, non in circulis revolvi; quia
tamen ad intelligendos eorundem motus ellipticos plu-
rimum lucis affundit prævia virium centralium orbitam
circularem generantium contemplatio; prius est isthoc
argumentum nobis pertractandum, quam ad illud gra-
dum faciamus. Sit itaque.

P R O P O S I T I O I. Si corpus viribus centralibus
actum in orbita circulari incedat; ejus celeritas ubique
manet eadem, ac proinde motus est æquabilis. Nam
in circulo radius vector cum tangente constanter angu-
lum rectum comprehendit (Math. 302); ergo celeri-
tas nuspiciatur (præc.).

P R O P O S I T I O II. Si vis centripeta cuien-
que orbitæ circularis puncto A respondens sit $\equiv V$,
celeritas $\equiv C$, radius circuli $\equiv R$; est $V = \frac{C}{2R}$.
Describat enim corpus tempūculo infinite parvo infini-
te parvum circuli arcum AE (ead. F. 54); arcus hic
cum tangente congruet, proque linea recta haberi po-
terit.

terit. Hinc triangulum AEP erit rectilineum, & angulus ad E rectus, utpote qui ad peripheriam situs semicirculo infistit. Quod si ergo ex illo demittatur in hypothenusem perpendicularis ED; haec dictum triangulum dividet in duo alia triangula, sibi & toti similia (Math. 431): consequenter conferenda inter se triangula AEP & ADE habet:

$$AP : AE = AE : AD.$$

Jam AP est diameter, adeoque $= 2R$: AE exprimit celeritatem mobilis; est enim spatiolum intra tempus infinite parvum motu æquabili confectum; consequenter est $AE = C$: denique AD exhibit vim centripetam, seu est $AD = V$. Hinc prior proportio hinc æquivalat :

$$2R : C = C : V.$$

Multiplicando media, factumque dividendo per rimum terminum, est :

$$V = \frac{C^2}{2R}.$$

Hoc est, vis centripeta, quæ interea agit, dum conficitur spatiolum infinite parvum AE, ac proinde, quæ puncto A respondet, est æqualis quadrato celeritatis diviso per duplum radium. Eodem modo ratiocinari licet de vi centripeta, cuiusunque alteri circuli punto respondentem.

Coroll. 1. In uno eodemque circulo constans est eam celeritas (præc.), quam etiam radius, ac proinde valor formulæ $\frac{C^2}{2R}$ nuspam variatur; igitur in uno eodemque circulo vis quoque centripeta ubique eadem sit, est necesse.

Coroll. 2. Cum in circulo sit $V = \frac{C^2}{2R}$, est $C^2 = 2VR$, adeoque $C = \sqrt{2VR}$. Hinc ea celeritas, quæ e.g. corpori A indenda est, ut illud, vim centripetam AD persentiscens, circa centrum C describat circulum AEG &c. est unica duntaxat, determinataque; nimirum

rum æqualis radici quadratæ de dupla vi centripeta
AD per radium AC multiplicata.

Coroll. 3. Cum dupla quantitas in eadem ratione sit, in qua est simila, $\frac{C^2}{2R}$ est ut $\frac{C^2}{R}$; hinc est etiam V ut $\frac{C^2}{R}$. Hoc est vis centripeta in circulo est direkte ut quadratum celeritatis, & simul inverse ut radius. In duobus proinde circulis inter se comparatis est $V : v = \frac{C^2}{R} : \frac{c^2}{r}$.

273 PROPOSITIO III. Vis centripeta in circulo est etiam in ratione composita ex directa radii, & reciproca duplicata temporis periodici, seu illius, quo mobile integrum revolutionem absolvit. Nam tempus periodicum sit $= T$: quoniam in circulo motus est æquabilis (271), est in ea $C = \frac{S}{T}$. Porro S , seu spatiū tempore periodico T confectum est ipsa circuli peripheria integra, hæc vero est in ratione radii; quare in ea formula loco S poni potest R , estque $C = \frac{R}{T}$, adeoque $C^2 = \frac{R^2}{T^2}$. Cum ergo in circulo sic $V = \frac{C^2}{R}$ (præc. cor. 3.) ; loco C^2 ponendo $\frac{R^2}{T^2}$ erit $V = \frac{R^2}{T^2 R}$, seu $V = \frac{R}{T^2}$. Hoc est, vis centripeta in circulo est in ratione composita &c.

Coroll. Igitur in duobus diversis circulis est $V : v = \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$. Si R fuerit constans, erit $V : v = \frac{1}{T^2} : \frac{1}{t^2}$.

$\frac{1}{T^2} : \frac{1}{t^2}$ si autem T fuerit constans, erit $V : v = R : r$.

PRO-

PROPOSITIO IV. Celeritas, qua projici- 274
 endum est corpus, ut accedente vi quadam centripeta
 A D describat aliquem circulum A E G &c. circa cen-
 trum C, ea ipsa est, quam idem corpus, sola illa vi
 centripeta nusquam variata actum, motu uniformiter
 accelerato per dimidium radium A o libere labendo de-
 dum acquireret. *Prob.* Celeritas ad circulum descri-
 bendum requisita est $= \sqrt{2} V R$ (272. cor. 2.); atqui
 ea etiam celeritas, quam corpus, sola vi centripeta a-
 ctum, motu uniformiter accelerato per dimidium radi-
 um A o libere labendo demum acquireret, est $=$
 $\sqrt{2} V R$; ergo. *Prob. min.* Celeritas finalis, quam
 corpus dicto modo per spatiū Ao seu per $\frac{R}{2}$ labendo
 haberet in o, sit $= C$, tempus, hujus lapsus $= T$, vis cen-
 tripetā A D $= V$. Quoniam in motu uniformiter
 accelerato est $S = VT^2$ (192. cor. 4.), in præsen-
 te casu est $\frac{R}{2} = VT^2$. At in motu uniformiter acce-
 lerato est quoque generatim $S = \frac{CT^2}{2}$ litera C finalē
 celeritatem designante (cit. cor. 2.); igitur in præsen-
 te casu est etiam $\frac{R}{2} = \frac{CT^2}{2}$. Hinc duos valores ejus-
 dem $\frac{R}{2}$ componendo hæc obtinetur æquatio :

$$VT^2 = \frac{CT^2}{2}$$

$$\text{Tollendo fract. } 2VT^2 = CT^2;$$

$$\text{Divid. per } 2VT: \quad T = \frac{C}{2V}.$$

$$\text{Faciendo quadrat. } T^2 = \frac{C^2}{4V^2}.$$

Invento hoc valore quadrati temporis, ad invenien-
 dam celeritatem finalē sic porro progredior. In for-
 mula superius commemorata $\frac{R}{2} = VT^2$ loco T^2 po-

nendo valorem inventum $\frac{C^2}{4V^2}$ est;

$$\frac{R}{2} = \frac{VC^2}{4V^2}$$

$$\text{Id est, } \frac{R}{2} = \frac{C^2}{4V}$$

$$\text{Multipl. per 2, } R = \frac{2C^2}{4V}$$

$$\text{Id est, } R = \frac{C^2}{2V}.$$

Hinc $C^2 = 2VR$, & C, seu finalis in celeritas
 $= \sqrt{2VR}$.

275 PROPOSITIO V. Si corporum in circulis incedentium vires centripetæ fuerint in ratione reciproca duplucata distantiarum a centro virium; erunt quadrata temporum periodicorum, ut cubi distantiarum ab eodem centro. Id est, si fuerit $V = \frac{I}{R^2}$ erit $T^2 = R^3$.

Et vicissim, si quadrata temporum periodicorum fuerint ut cubi distantiarum a centro; vires centripetæ erunt in ratione reciproca duplucata distantiarum ab eodem centro. Id est, si fuerit $T^2 = R^3$, erit

$$V = \frac{I}{R^2}.$$

Ratio immi est. Cum la circulis sit $V = \frac{R}{T^2}$

(273), si præterea ponatur esse $V = \frac{I}{R^2}$ erit:

$$\frac{I}{R^2} = \frac{R}{T^2}$$

Tollendo fractiones: $T^2 = R^3$.

Ratio

Ratio adi est. Cum enim sit $V = \frac{R}{T^2}$, si ponatur esse $T^2 = R^3$, loco T^2 poterit poni R^3 , erit
que $V = \frac{R}{R^3} = \frac{1}{R^2}$.

Schol. 1. In præcedentibus propositionibus nospiam fecimus mentionem massæ corporis viribus centralibus acti : at neque debebamus facere. Usus enim theoriarum illius, quam dictarum propositiones complectuntur, refertur ad motus astrorum ; in quibus vis centripeta est ipsa gravitas universalis, qua in centro suorum motuum continenter urgentur : eo autem ipso massa corporis nullam inducit variationem in formulas, quæ pro vi centripeta exprimenda conduntur, ac proinde negligi potest ; quod sic declaro. Ponamus astra quodpiam e. g. Lunam esse in A, tendereque vi suæ gravitatis in centrum C. Ostendemus Dissert. sequentiam esse gravitatem astri illius, quaæ esset tunc, quoniam omnia ejus puncta in communis gravitatis suæ centro collecta, compenetrataque essent : ponamus ergo e. g. Lunæ circa Telluris centrum C (Fig. ead.) circumferentia puncta omnia in ejusdem centro A compenetrari. Eadem erit vis centripeta A D, sive major, sive minor fuerit massa Lunæ. Hæc enim vis centripeta est ipsa attractionis universalis, quæ, uti dicemus Dissert. sequ. non sequitur rationem ejus massæ, quæ trahitur, sed ejus, quæ trahit. Unde si præterea recta AB representaret vim projectilem singulis materiarum punctis communem ; idem motus compositus AE exurget, seu major, seu minor fuerit massa Lunæ. Hoc est in investiganda semita sideris, quod vi projectili & attractionis circa alterum circumagit, massa ejusdem mobilis sideris attendi prorsus non debet.

Schol. 2. Quod si tamen in machina, quæ virium centralium machine nominari consuevit, rotentur corpora ; massarum ratio habenda omnino est. Quod ut pateat, proque machina hac quodpiam formula construatur ; concipiamus corpus quoddam A (Fig. ead.) fundæ impositum ita rotari, ut motu suo circa centrum C circulum A E G &c. describat. Corpus illud, quum

moveri incipit , acquirit directionem A B , normalem ad radium AC ; incipit enim moveri per latus infinitissimum polygoni circularis , quod latus continuatum est ipsa circuli tangens , natura sua ad radium perpendicularis : nititur ergo deserere orbitam circularem , abiisque per tangentem . Porro tangentialis ipsius vis A B , initio motus acquisita , exiguoque tempusculo quodam agens resolvatur in duas , nimurum in E B , quæ cum exiguo circuli arcu congruat , & in E B ad AC parallelam ; pars E B tota impendetur distractioni fili , ac proinde pari reactione ejusdem fili elidetur , revanente altera parte A E , qua corpus in arcu circulari movebitur . Unde patet , arculum AE reapse dupli vi peragi , videlicet altera tangentiali AB , altera quodammodo centripeta AD , cuius manus sit , vis tangentialis A B partem E B , motui circulari contraria elidere . Hæc facile applicantur ei etiam casui , quo corpus in vase quopiam , ut aqua in scaphio , circumagit . Porro ea phænomena , quæ in machina virium centralium exhibentur , potissimum dependent à tota ea quantitate motus , qua corpus circumactum distendit filum , aut premit latera vasis , in quo circumagit ; quæ motus quantitas acquiritur , si vis tangentialis pars E B in massam mobilis ducatur . Hinc pro centripeta quoque vi non erit accipienda simplex AD , sed per massam multiplicata : hoc est , si condenda sit formula pro explicandis phænomenis machinæ virium centralium , in ea debebit esse $V = AD \times M$. Jam vero , uti ex n. 273 intelligere licet , est $AD = \frac{R}{T^2}$ ergo pro machina dicta erit $V = \frac{MR}{T^2}$ Atque ex formula hac complura jam phænomena suptè fluent , explicandis machinæ virium centralium phænomenis servitura , uti sequentia corollaria docent .

Coroll. 1. Si duorum corporum & distantia a centro motus , & periodica tempora æqualia sint , in formula generali R & T^2 erunt constantia : ac proinde eadem formula abibit in hanc $V = M$. Hinc erit $V : v = M : m$. Hoc est , quo major fuerit massa corporis , eo magis conabitur abire a centro , consequenter eo majori vi opus erit ad illud in orbita circulari retinend-

nendum. Atone hinc pendet explicatio experimentorum, quæ Cl. s'Grayesande Philos. Newt. Instit. n. 259 & 260 his verbis refert. „ Si fluida, quorum volumina æqualia inæqualiter ponderant, in spatiis determinato includantur ita, ut graviora a centro non possint recedere; quin leviora ad illud accedant; -- in motu circa hoc (*centrum*) leviora centrum versus feruntur, & graviora centrum fugient. Si solidum cum fluido spatio determinato includatur; si fluido levius fuerit, ad centrum accedit; si gravius ab hoc recedit. „ Nempe corpus ponderosius majori massa pollet, proindeque majori vi nititur recedere a centro; cui proinde levius corpus versus centrum accedendo cedat, est necesse.

Coroll. 2. Si tempora periodica, ac massæ æquales fuerint, erunt in generali formula $M \& T^2$ constantia; erit adeo $V = R$: hoc est vires rationem distantiarum sequentur.

Coroll. 3. Si sola periodica tempora fuerint æquales, erit $V = MR$. Hoc est, vires erunt in ratione composita massarum, & distantiarum &c.

§. IV.

De viribus centralibus in Ellipti.

TRes legitimæ linea curvæ, parabola, ellipsis, & hyperbola solent sectiones conicae nuncupari, propterea quod conum piano quæpiam certa lege secando eriantur. Ellipseos proprietates quædam sunt ex Mathesi hoc loco tantisper recolendæ.

I. *Ellipsis* est linea curva in se ipsam rediens APBL (F. 59), AEBD (F. 62), vulgo ovalis dicta. Duos vertices A & B habet hæc curva, in quibus maxima est ipsius curvatura. Recta AB, inter vertices intercepta vocatur *axis major*, item transversus; cuius medium punctum C est centrum ellipseos: recta DE (F. 62), quæ per centrum C ita ducitur, ut axem transversum ad angulos rectos fecerit, simulque in ipsa ellipseos perimetro utrinque terminetur, axis minor.

nor, item conjugatus audit. Jam tamen axis major, quam etiam minor dividit ellipsem in duas partes æquales, & similes (Math. 621, & 644) : unde patet, in quibusvis duobus ellipsois locis, sibi e diametro oppositis, ut sunt e. g. A & B, eandem esse curvedinem ellipsois ; ut ut duorum locorum sibi non e diametro oppositorum curvedines plurimum inter se different : patet deinde, ordinatas a verticibus utrinque æqualiter distantes, semper esse inter se æquales.

277 **F.62** **I I.** Fiat circini apertura æqualis rectæ AC (F.62), seu semiaxi transverso , tum uno crure ad axis conjugati alterutrum verticem e. g. ad D applicito , altero crure fecetur axis transversus in punctis S & s ; duo hæc puncta vocantur foci ellipsois. Jam summam rectorum DS & D s hoc in casu fore æqualem axi majori AB, clarum est : at etiam quam ad quodcumque aliud ellipsois punctum ducuntur rectæ ex focis eiusdem ellipsois, semper summa duorum id genus rectarum manet æqualis axi majori (Math. 646). Sic in F.59 recta SP + s P semper est \equiv AB. Deinde anguli, quos eisdem rectæ cum tangente comprehendunt, semper sunt æquales. e. g. tangens ellipsois in punto P sit recta G g : ex natura ellipsois semper est angulus GPS \equiv ang. g Ps. (Math. 663).

F.62 *Coroll. 1.* In triangulis DCs & DCs (F.62.) latera DS & D s sunt ex constr. æqualia ; latus DC est utriusque triangulo commune, præterea per n. præc. anguli ad C sunt recti ; ergo duo hæc triangula sunt similia, simulque æqualia : consequenter est latus CS \equiv Cs. Hoc est, foci in ellipsi a centro C æqualiter distant. Porro cum præterea per num. præc. sit CA \equiv CB ; ab æqualibus æqualiz subtrahendo, est etiam As \equiv Bs. Hoc est, iidem foci S & s etiam a verticibus B & A æqualiter distant.

Coroll. 2. Cum Ds sit æqualis semiaxi AC ; clarum est, focium s eo magis accessurum ad verticem A , & simul recessurum a centro C , quo minor fuerit axis conjugatus DE comparate ad axem transversum AB , seu quo magis fuerit compressa ellipsis ; & ex adverso eo magis recessurum focium s (idem est de altero S) a vertice , accessurumque ad centrum C , quo major fuerit

Fuerit axis conjugatus DE comparate ad transversum AB, adeoque quo ellipsis magis accederit ad circulum. Hinc si semiaxis conjugatus DC eousque crescere concipiatur, dum tandem fiat æqualis semiaxi majori AC; foci S & s congruent cum centro C, ellipsisque in circulum abibit

Coroll. 3. Distantia foci a centro, seu recta CS = Cs vocatur *excentricitas* ellipsoes. Igitur eo major est excentricitas ellipsoes, quo illa magis compressa est. & ex adverso. Unde patet, in ejusmodi ellipsisibus, quæ ad circulos proxime accedunt, excentricitatem esse *exiguam*, seu focos esse centro admodum vicinos.

Coroll. 4. Tangens ellipsoes in puncto D sit recta LD; est, uti diximus, ex natura ellipsoes ang. LD = /DS; at est etiam ang. sDC = ang. SDC ob triangula sDC & SDC similia: est ergo ang. LD s + sDC = /DS + SDC. Unde manifestum est, angulos LDC & /DC esse rectos. Hoc est, axis conjugatus est normalis ad tangentem extremitati sua respondentem. Idem etiam de axe transverso facile demonstratur. Ducamus enim ex focus S & s ad verticem A rectas SA & sA; utraque haec recta congruet cum axe transverso AB: cum ergo (per Prop.) haec rectæ semper æquales angulos contineant cum tangentे, ei puncto respondentे, adquod punctum id genus rectæ ducentur ex focus; erit angulus gA s = GAs, adeoque uterque erit rectus. Hoc est, etiam axis transversus est normalis tangentibus, quæ ejus extremitatibus respondent.

Coroll. 5. Generatim certum est, inter quasunque duas quantitates inæquales medianam arithmeticæ proportionalem esse ipsarum semisummarum: cum ergo sit $S B + S A = A B$, & $DS = AC = \frac{1}{2}AB$: clarum est, rectam DS esse medianam arithmeticæ proportionalem inter rectas SB, & SA. Hinc quoniam corpus in ellipsi AEBD incedens tunc minime distat a foco S, quem est in vertice B, tunc autem maxime, quem verticem A attingit; idem corpus tunc habebit medianam ab eodem foco distantiam, quem in axis minoris extremitate D vel E extiterit.

III. Recta, quæ per focum ita ducitur, ut axem 278 transversum ad angulos rectos fecet, simulque in ellipsoes

ipseos perimetro utrinque terminetur, *parameter* axis majoris dici solet. Est recta hæc tertia proportionalis ad axem majorem & minorem (Math. 636). Hinc quemadmodum hi axes in una eademque ellipſi conſtan-tes ſunt, ita parameter quoque *conſtantis* ſit oportet.

279 IV. Assumatur quicunque infinite parvus ellipſeos arcus PQ (F. 59); per punctum P ducatur tangens Gg , & ex punto Q recta QR , quæ ſit parallela re-ctæ SP , punctum contactus P cum foco S connecten-ti: denique ex eodem punto Q demittatur recta QT ad eandem rectam SP perpendicularis. Quodſi para-meter dicatur P ; ex proprietatibus ellipſeos deducit-Newtonus Phil. Nat. Princ. Mathem. Tom. I. Propof.

$$\text{XI. fore } P \times QR = QT^2, \text{ adeoque } P = \frac{QT^2}{QR}.$$

Atque hinc deducit, quamnam legem ſequi debeat vis centripeta corporis orbitam ellipticam deſribentis. Jam vero P est quantitas conſtantis (præc.); est ergo

$$\frac{QT^2}{QR} = 1, \text{ adeoque } QT^2 = QR: \text{ itaque utrumque}$$

membrum per QT^2 dividendo, est $\frac{QR}{QT^2} = 1$. Quod no-bis inferins uſui erit.

280 V. Solent examinare Mathematici diversas linea-rum curvarum in diversis locis curvaturas; e. g. qua-nam ſit ellipſeos $APBL$ in arcu infinite parvo QPD curvatura. Hunc in finem ſupponunt per tria id ge-nus dati arcus puncta Q , P , D , infinite ſibi propinqua tranſire peripheriam aliquid circuli, quæ adeo cum ea curva, cuius curvedo examinatur, in dato illo ex-iungo arcu congauat: atque hujs circumferentia radius e propri-etas illius curvæ determinatus exhibet arcus dati curvaturam. Id genus circulus dicitur *circulus oscularis*; ejus vero radius audit *radius curvaruræ*, *radius circuli o-scularoris* &c. Sic ſi circulus PVE tranſeat per tria ellipſeos puncta Q , P , D , infinite ſibi vicina; dici-tur ellipsis in P osculari, ejusque radius Pr est radius ejus curvaruræ, quam ellipsis in arcu ſuo infinite parvo QPD habet.

VI. Assumamus quocunque ellipsoes punctum 281
 P , cui respondeat tangens Gg ; circuli PVE , ellipsis in P osculantis diameter PE erit normalis ad eandem tangentem Gg : quia tangens illa est communis circulo osculatori & ellipsi; radius vero (ac proinde etiam diameter) ad tangentem circuli semper est perpendicularis. Porro ex punto H , in quo eadem diameter intersectat axem majorem, ad rectam SP , quae focus S cum contactus punto P connectit, demittatur perpendicularis HN ; erit imprimis recta PN , quae inter demissam perpendicularem, & contactus punctum P intercipitur, aequalis semiparametro axis majoris (Math. 675): deinde radius osculi, seu Pr , erit $= \frac{PH^3}{PN^2}$ (Math. 691 & sequ.). His ex Mathesi suppositis, sit jam.

L E M M A I. Ponamus corpus P (Fig. ead.) 282
 viribus centralibus actum circa centrum S in orbita
 quacunque revolvit, & intra tempusculum infinitesimum describere arcum infinite parvum PQ . Duca-
 tur tangens PG , & ex punto Q agantur rectæ QR
 & QT ; illa parallela rectæ SP , ista vero eidem SP
 normalis: denique compleatur parallelogrammum $PRQo$. Vis centripeta, seu V , in punto P erit $=$
 RQ . ~~Agatur~~ enim vis centripeta quæcunque in-
 $SP^2 \times QT^2$. ~~Agatur~~ \therefore Vis centripeta quæcunque in-
 tra tempusculum infinitesimum agens sit uniformiter
 accelerans, in assumpto casu est $S = VT^2$ (192. cor. 4.),
 adeoque $V = \frac{S}{T^2}$. Jam S seu spatium hoc in casu est $=$
 $RQ = Po$; est ergo $V = \frac{RQ}{T^2}$. Porro quoniam radius ve-

ctor semper verrit areas temporibus proportionales (265), T seu tempusculum, quo arcus PQ describitur, rite exhibitur per aream trianguli SQP , quod triangulum ob arcum PQ infinitesimum pro rectilineo haberi potest (240. cor.). Area vero trianguli SQP est $=$
 $SP \times QT$; quia SP est ejus basis, QT vero altitudo;
 quapropter est $T = \frac{SP \times QT}{2}$; seu quoniam dimidia

in eadem ratione sunt cum suis totis, est $T = SP \times QT$; ac proinde $T^2 = SP^2 \times QT^2$. Quem valorem si loco T^2 substituas in priori formula, erit $V = \frac{RQ}{SP^2 \times QT^2}$.

Coroll. Pro basi trianguli SQP assumatur arcus infinite parvus PQ ; quoniam arcus infinite parvus congruit cum tangentे, altitudo ejusdem trianguli erit recta SG ad tangentem perpendicularis. Universæ enim altitudo trianguli est perpendicularum ex ejusdem apice in basim demissum. Itaque $SG \times PQ$ est æqualis duplæ areæ trianguli SQP ; consequenter est $SG \times PQ = SP \times QT$. Hinc in præcedenti formula loco $SP^2 \times QT^2$ ponи potest $SG^2 \times PQ^2$; ac proinde est $V = \frac{RQ}{SG^2 \times PQ^2}$.

283 L E M M A II. Si mobile percurrat curvam quamcunque $APBL$, quam in P osculetur circulus PVE , cujus diameter sit PE , sitque virium centrum in puncto S , extra circuli osculantis centrum posito; in quolibet orbitæ puncto P erit $V = \frac{SP}{PE \times SG^3}$. Id est,

vis centripeta erit ut fractio, cujus numeratоr sit ipsa corporis a centro virium distantia, denominator vero sit diameter circuli osculantis multiplicata per cubum perpendiculari e centro virium in tangentem demissi. *Prob.* Cum circulus PVE ponatur ellipsim in P osculari, tangens PG erit communis tam ellipsi, quam etiam circulo, ac proinde ejusdem circuli diameter erit normalis tam ad tangentem PG , quam etiam ad rectam MQ , tangentem ex constr. parallelam. Deinde arcus quoque infinite parvus PQ erit tam ellipsi, quam etiam circulo osculatori communis; ac proinde recta Qm erit perpendicularis ex peripheria circuli in ejusdem diametrum demissa. Hinc chorda, quæ subtenditur arcui PQ , erit media proportionalis inter diametrum PE , & ejusdem segmentum Pm (*Math 4.2*). Jam vero arcus PQ cum dicta chorda prorsus congruit; eo enim magis accedit chorda ad arcum, cui sub-

subtenditur, quo iste minor fuerit; consequenter si arcus infinite imminui concipiatur, chorda subtensa cum eo prorsus congruet. Itaque etiam arcus PQ est medius proportionalis inter diametrum PE, ejusque segmentum Pm. Stat ergo :

$$PE : PQ = Pm : Pm, \text{ adeoque est } PQ^2 = PE \times Pm.$$

Porro similia sunt triangula Pmo & PVE; quia angulus ad P est utriusque communis, anguli vero ad m & V sunt recti; stat proinde :

$$Po : Pm = PE : PV.$$

$$\text{Consequenter } Po \times PV = PE \times Pm$$

$$\text{Est adeo } PQ^2 = Po \times PV.$$

Quem postremum valorem substituendo loco PQ^2 in formula $V = \frac{RQ}{SG^2 \times PQ^2}$ (præc. cor.), est $V =$

$$\frac{RQ}{SG^2 \times Po \times PV}, \text{ seu cum ex costr. sit } RQ = Po, \text{ est}$$

$$V = \frac{1}{SG^2 \times PV}.$$

Jam similia sunt triangula SG P & PVE; nam imprimis ob SG & EP ad tangentem normales, ac proinde inter se parallelas, recta VP utramque secans facit cum iisdem duos angulos alternos GSP & VPE inter se æquales: deinde anguli ad G & V sunt recti. Stat ergo :

$$SP : SG = PE : PV;$$

$$\text{Consequenter } PV = \frac{SG \times PE}{SP}.$$

Quem valorem loco PV substituendo in formula modo inventa $V = \frac{1}{SG^2 \times PV}$, est denique $V = \frac{SP}{PE \times SG^2}$.

PROPOSITIO I. Ponamus corpus revolvi in ellipsi APBL, centro virium cum foco S congruente; in quolibet punto P vis centripeta erit in ratione reciproca duplicata ab eodem foco S, seu erit $V = \frac{1}{SP^2}$.

Prob. 1mo. Si centrum virium sit in S, pro quolibet orbitæ punto P erit $V = \frac{RQ}{SP^2 \times QT^2}$ (282) : jam vero $\frac{RQ}{QT^2}$ in ellipsi est quantitas constans (279); ei ergo substituendo unitatem, est $V = \frac{1}{SP^2}$.

Prob. 2do. Centro virium in S existente, vis centripeta cuivis ellipsoes puncto P respondens, seu V est $= \frac{SP}{PE \times SG^3}$ (283). Porro ex puncto H, in quo circuli osculatoris diameter PE axem majorem AB intersecat, demittatur HN ad SP normalis, erit Pr , seu $\frac{1}{2} PE = \frac{PH^3}{PN^2}$ (281), adeoque $PE = \frac{2PH^3}{PN^2}$. Quem valorem loco PE substituendo in priori formula, est $V = \frac{SP \times PN^2}{2PH^3 \times SG^3}$.

Denique similia sunt triangula PGS & $HN P$, ob angulos ad N & G rectos, & angulos ad S & P aequales, utpote alternos; adeoque stat:

$$PH: PN = SP: SG.$$

$$\text{Consequenter est } SG = \frac{PN \times SP}{PH};$$

$$\&: SG^3 = \frac{PN^3 \times SP^3}{PH^3}.$$

Quem valorem loco SG^3 substituendo in precedente formula, est:

$$V = \frac{SP \times PN^2 \times PH^3}{2PH^3 \times PN^3 \times SP^3}.$$

$$\text{Id est, } V = \frac{1}{2PN \times SP^2}.$$

Est vero $2PN$ quantitas constans, quia est aequalis parometro axis majoris. (284): quare est demum $V = \frac{1}{SP^2}$.

PRO-

PROPOSITIO II. Si corpus continentur ut
geatur id genus vi centripeta, quæ sequatur reciprocum
duplicatum distantia a centro virium; id corpus
accidente vi projectili poterit motu suo describere
eiusmodi ellipsem, cuius alteruter focus cum centro vi-
rium congruat. Sit enim centrum virium in puncto S,
quod congruat cum foco ellipses A P B L A. Negari
nequit, possibilem esse aliquam virium centralium at-
temperationem, qua corpus P possit eam ellipsem circa
dictum virium centrum describere (264): atqui
nulla id genus attemperatio est possibilis, nisi in qua
vis centripeta constanter sequatur reciprocum duplicatum
rationem distantiarum a foco S; ergo. *Min.* patet ex
n. 284 & 285, ubi ostendimus, vim centripetam
constanter esse debere in dicta ratione, si mobile descri-
bat ellipsem, cuius focus S cum centro virium con-
gruat.

Aler. Dum inquireremus, quanam lege debeat
gravitas variari, si ejus vi ellipsis describi ponatur;
deprehendimus num. cit. hac in curva gravitatem varia-
ri debere in ratione reciproca duplicata distantia a foco:
cum ergo haec gravitatis variatio sit evidenter possibi-
lis; vicissim motum corporis in ellipi cum ista gravita-
tis lege possibilem esse, agnoscamus, oportet. „Si
„enim impossibilis esset, inquit Cl. Sigorgnius, in
„determinatione legis ad eum necessariæ deduci possi-
„mus ad absurdum, ut Geometris contingit: dum
„enim problematis solutionem tentant, rem pera-
„ctum supponunt; & nisi consequentias inde dedu-
„cendo ad conditiones impossibiles perveniant, pro-
„blema possibile, & solutum est. „

Scholl. 1. Difficultates, quæ hoc loco Tironibus
occurrere possent, diluentur Diff. IV. C. 2.

Scholl. 2. Generatim demonstrari potest, si vis
centripeta corporis sequatur rationem reciprocum dupli-
catam distantia a puncto aliquo, corpus illud acce-
dente vi projectili, necessario sectionem conicam de-
scripturum circa id punctum tanquam focus, adeoque
vel hyperbolam, vel parabolam, vel ellipsem, voca-
bulo *ellipsoes* etiam circulum complectendo (277. cor. 2.).
Theorema hoc geometrice demonstrat Cl. Paulus
Frisius de Grav. Univers. L. I. Prop. 39. Item Mako no-

ster Phys. P. I. n. 98. cor. aliisque. Porro invenit Boscovichius, & exhibuit in Dissert. de motu corporis hac lege attracti in centrum immobile, describendam esse determinate parabolam, si projectionis velocitas ea fuerit, quam corpus e loco projectionis usque ad centrum virium labendo acquireret, eadem semper vi centripeta perseverante, quæ loco projectionis respondit; si ea velocitas minor fuerit, ellipsim; si major, hyperbolam: denique ellipsim abituram in circulum, si directio projectionis fuerit perpendicularis ad radium vectorem, & simul velocitas ejusdem ea determinata fuerit, quæ per dimidiam a centro distantiam labendo acquireretur, eadem vi centripeta constanter perseverante; quam velocitatem esse $= \sqrt{2}VR$, ostendimus n. 274.

Schol. 3. Celeritas, quam corpus, viribus centralibus conicam sectionem e. g. ellipsim APBLA describens, in quocunque orbitæ suæ puncto P habet, sit $= C$, ea vero celeritas, qua ad eandem a centro virium S distantiam SP, circulus describi posset, sit $= c$; distantia puncti P ab altero foco s, seu distantia Ps dicatur D, semiaxis transversus BC sit $= B$. Ostendit idem Cl. Frisius L. cit. Prop. 38. semper stare debere hanc proportionem: $C:c = \sqrt{D}:\sqrt{B}$. Unde hæc conjectaria fluunt: 1) si in ellipsi ADBE (F. 62.) centrum virium sit in foco S; corporis in A existentis celeritas est minor, quam quæ requireretur ad circulum circa centrum S in eadem distantia describendum; quia est $D < B$, seu est $A_s > BC$. 2) Ejusdem corporis in B existentis celeritas tangentialis major est, quam quæ requiritur ad circulum circa S in distantia SB describendum; quia est $D > B$, seu est $B_s > BC$. Et revera utriusque ratio per se etiam facile patet. Quippe dum mobile in ellipsi incedens ex A digreditur, incipit accedere ad focum S: atqui istud, ob vires in A sub angulo recto concurrentes evenire omnino non posset, nisi minor esset celeritas, quam quæ ad dictum circulum requireretur (269. cor.). Ex adverso dum idem mobile ex B digreditur, incipit recedere a foco S; ergo ob vires in B quoque sub angulo recto concurrentes major sit, oportet, illic celeritas tangentialis, quam quæ sufficeret ad describendum circulum,

cu.

cujuſ radius ſit $= SB$. Denique ex allata proportio-
ne ſequitur ;) celeritatem corporis , axis conjugati
extremitatem D vel E attingentis eſſe æqualem celeri-
tati , quæ requireretur ac circulum tantæ altitudinis ,
quanta eſt corporis a centro virium diſtantia , deſcri-
bendum. Eſt enim tunc $D = B$, adeoque etiam
 $\sqrt{D} = \sqrt{B}$, quia eſt $D S = B C$ (277).

DISSERTATIO TERTIA. DE INERTIÆ VI, ET GRAVITATE UNIVERSALI.

CAPUT PRIMUM.

De Inertiæ vi.

§. I.

Variæ apud Philosophos Vis inertiae acceptiones.

Vocabulo *Vis inertiae* non omnes adæquate idem intelligunt. Boscovichius eam inertiae vim , qua individua materiæ puncta gaudere vult , explicat Theor. Nat. n. 8. ubi hæc habet : „ In hiſce pun-
ctis admitto determinationem perseverandi in eodem
statu quietis vel motus uniformis in directum , in
quo ſemel ſint poſita , ſi ſeorsum ſingula in natura
existant ; vel ſi alia alibi exitant puncta , componen-
di per notam , & communem methodum compoſi-
tionis virium , & motuum , parallelogrammorum
ope , præcedenter motum cum motu , quem deter-
minant vires mutuæ , quas inter bina quævis pun-
cta agnoscō a diſtantiis pendentes , & iis mutatis „ mu-

287

„ mutatas, juxta generalem quandam omnibus communem legem. In ea determinatione stat illa, quam dicimus, *inertia vis*. „ Porro ex hac materiæ punctorum inertiae vi, & viribus mutuis deducit Boscovichius corporum inertiae vim, quam in eo sitam esse vult, quod in corporibus commune gravitatis centrum vel constanter quiescat, vel constanter moveatur uniformiter in directum, nisi externa vis statum mutare cogat. Recole ejus verba, quæ n. 175. cor. 4. retulimus.

288 Nos *inertia vim* n. 25 sumpsimus pro determinazione quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, si in mobili statum quietis vel motus nullæ externæ causæ turbaverint, his vero eundem turbantibus, ita componendi præcedentem motum cum sequente, quem eadem externæ causæ induixerint, aut etiam plures motus ab illis simul impressos, ut mobile singulis illis, quatenus fieri potest, obsequatur. Atque hæc vis inertiae definitio eo duntaxat ex capite differt ab ea, quam Boscovichius usurpat (præc.), quod illa modum ipsum compositionis motuum exprimat, qui ex hac nostra primum deduci debet, ut deduximus n. 26. cor. 1. & 2.

289 Qui Newtoni vestigiis hoc in argumento presserint, *Inertia vim* definiunt esse eam, qua corpus tum in statu quietis, vel motus uniformis in directum se se conservet, tum causis externis illud ex eo statu, quem obtinet, deturbare conantibus resistat. Quam doctrinam suam, dum uberior exponunt, his potissimum capitibus contineri volunt. 1). Vis inertiae primus effectus, inquit, est, ut corpus ad quietem redactum constanter quiescat, ad motum vero concitatum constanter moveatur uniformiter in directum, nisi externa causa statum mutare cogat. 2). Alter inertiae vis effectus juxta eos est, resistere vi externæ, difficulterque cedere: unde ajunt, *conservare* statum suum motus vel quietis contra incurSIONES causarum externarum. 3). Quum externæ causæ statum motus vel quietis in corpore turbant, istud reagit, inquit, per suam inertiae vim, ita ut ad reagendum actione

actione causarum externarum determinetur. Unde agnoscant, oportet, reactionem *natura* posteriorem esse actione causarum externarum, ita ut nequeat intelligi *reactionis* corporis, nisi prius intelligatur *actio* externae causae, illud ad reagendum determinantis. Recole ipsius Newtoni verba, quæ in Metaph. n. 254 retulimus ubi ille de sua inertia vi inter alia diserte ait: „exer-“ cet corpus hanc vim solummodo in mutatione status „fui, per vim aliam in se impressam facta.“

Illi Philosophi, qui Newtonianam hanc inertiae vim 290 cum Boscovichiana virium theoria compomunt, in eo con- ventuant omnes, quod censeant, corpus impulsu per suam inertiae vim reagere in corpus incurrens, ut ut ob vires repulsivæ corpora haec ad attractum mutuum nunquam devenant; & quidem ita reagere, ut ad re-agendum actione corporis incidentis determinetur. Unde etiam actionis & reactionis æqualitatem, contrarietatemque, quam nos n. 178 & 179 deduximus ex jactis prius principiis, illi hoc fere modo breviter explicant: nisi, inquit, *reactionis* esset æqualis *actioni*; corpus non resisteret omni mutationi sui status, quod naturæ vis inertiae aduersatur. Nempe si erga Philosophi in eo quoque omnes convenient, corporis per suam inertiae vim conari conservare statum suum quietis, vel motus; ut ut istud non eodem omnes modo explicent. Aliqui enim eorum ultro fatentur, inertiae vim non esse veluti appetitionem quandam, qua corpus erga motum, vel quietem, quam jam ob- tinet, feratur; sed esse sitam in efficacitate, qua cor-pus agit in alterum, a quo patitur. Unde etiam ajunt, vim inertiae reapse esse nisum, qui adversus agentes nisum se se exerit. Hi quoque ejusmodi reactionem admittunt in corporibus, quam actione natura posteriorem esse debere, facile ostenditur.

Nonnulli, dum de inertiae vi quæstio instituitur, 291 ajent, se hoc vocabulo non aliud intelligere, quam eam vim, qua corpus causæ, ipsum loco dimovere, aut a motu continuando impedire conanti aduersatur, ac resistit: hujusmodi resistantiam nos in corporibus constanter experiri; consequenter vim inertiae ipso-

rum sensu acceptam non posse ab ullo alio vocari in controversiam, nisi qui de vocabulis forte litigare velit: id tandem queri posse, utrum dictæ resistentiae causa, seu ipsa inertiae vis, discernenda sit a ceteris hactenus notis corporum proprietatibus, ut sunt vires repulsivæ, attractivæ, impenetrabilitas &c. an non. Qui his verbis inertiae vim definunt; non secus ac alii, jure suo utuntur. Vocabula sunt et numi, qui ejus esse valoris soleant in commercio humano, qui legitime ipsis statuitur: porro indulgetur id Autoribus, ut cuspidem vocabulo, si res ita potest, hujus esse illius extensionis notionem possint subiucere; modo eam perspicue definiant, inque usu ejusdem vocabuli sententias constanter. Unde etiam nos singulæ has vis inertiae usurpationes ita discussiemus sequ. q. ut nullam de nomine item moveamus.

§. IL

Quid demam sit de Vi inertiae sentiendum?

Videamus imprimit, quoniam sensu accepta vis inertiae queat sustineri; ac cum deinde statuamus, num ea, cuius existentia stabilita jam fuerit, a ceteris hactenus notis corporum proprietatibus discerni debeat.

PROPOSITIO I. Vis inertiae eo, quem n. 288 exposuimus, sensu accepta tam individuis elementis seorsum consideratis, quam etiam corporibus (spectato horum gravitatis centro) omnino convenit. Id est, tam in illis, quam etiam in his spectatis gravitatis centro admittenda est determinatio quietis, vel movendi uniformiter in directam, donec statum quietis vel motus nullæ causæ externæ turbaverint, his vero eundem turbantibus, ita componendi præcedenter motum cum sequente, quem eadem externæ causæ induixerint, aut etiam plures motus ab iisdem simul impressos, ut mobile singulis illis, quatenus fieri potest, obsequatur. Prima pars ostensa est n. 26; altera vero n. 174 & 175, eorumque corollariis.

Cox.

Confirmatur. Imprimis agnoscenda sunt in corporibus spectato gravitatis centro proprietates illae, in quibus vim inertiae sitam esse volumus: secus enim quomodo demonstrabitur vel illud Astronomiae fundamentum, quod radius vector areas temporibus proportionales verrere debeat, dum planeta unus circa alterum viribus centralibus circumagit? Eo autem ipso eadem proprietates in individuis quoque corporum elementis agnoscantur, oportet: si enim his non convenient, qua argumentandi ratione poterunt pro corporum centro gravitatis deduci? Recole n. 174 hujus rei deductionem a nobis usurpatam.

Coroll. Igitur proprie loquendo corpora non co-nantur contra incursionses externarum caussarum conservare individuum suum, & ut diei solet, mathematicum motus aut quietis statum, ita nimirum, ut conatus ille sit quedam appetitio, qua corpus erga determinatum motus aut quietis statum, quem jam obtinet, feratur. Cum enim corpus singulis motibus, quos externae caesse inducunt, quatenus fieri potest, obsequatur; iisdem externis caussis agentibus potius mentare conatus præcedentem statum suum individuum, quam retinere.

P R O P O S I T I O . II. Vis inertiae n. 289 & 293 290 descripta sustineri non potest; ea nimirum, cuius effectus sit reactio natura posterior actione caussarum externarum. *Prob.* Non est in corporibus admittenda reactio, quæ sit natura posterior actione caussarum externarum; ergo. *Prob. ant.* Incurrat globus quispiam A in globum B. Quoniam collisa corpora nunquam deveniunt ad atactum mutuum mathematicum (Met. 244.), globus A eatenus commovebit globum B, quatenus ad eas distantias minimas devenient quedam materiæ puncta ejusdem globi A cum quibusdam punctis globi B, quibus distantias jam vires repulsivæ mutuæ respondeant: ut primum autem id genus distantiarum mutuæ obtinentæ fuerint, eodem sane jure aget globus B viribus suis repulsivis in globum A, quo iste in illum; ut adeo tametsi globus A per miraculum impediretur ab agendo, adhuc globus B suas in oundem globum A vires exeret: ut enim vires agant,

facis utique est, si requisitæ distantiaæ mutuaæ adsint. Igitur prorsus non est, cur actio globi B ab actione globi A dependeat, sitque hac posterior natura.

Confirmatur argumento, quod jam in Metaphysica n. 255 retulimus. Nempe assumamus duo quæpiam materiæ puncta A & B, certo intervallo, cui e. g. vires attractivæ respondeant, sejuncta. Cum puncta hæc homogenea sint, adeoque ejusdem prorsus naturæ; in utroque eodem jure aderit vis. quædam attractiva, sibique mutuo obviam ibunt, quin adhuc unius actione natura posterior sit actione alterius: quod si autem vim inertiarum dicto sensu acceptam tuearis, admittes præterea aliquem accessum puncti A, qui sit natura poste for actione puncti B, & vicissim accessum puncti B, natura posteriore actione puncti A. Quorsum autem hæc accessum duplicatio? cui innititur fundatio? an ex phænomenis eruitur? at hæc explicabimus nos sequ. & quin dictam effectuum duplicationem vocemus in sublidiūm.

Coroll. Igitur quotiescumque nominamus *actionem* & *reactionem*, receptum jam loquendi morem sequimur, reapse autem vocabulis illis mutuas corporum actiones intelligimus, quarum una non sit *natura* prior, aut posterior altera.

Schol. Newtoni non erant notæ vires repulsivæ, mutuum corporum attractum mathematicum excludentes: cum ergo eam, quam in collisionibus corporum constanter notavit, corporis illius, in quod incursio fieret, reactionem neque a viribus attractivis, neque ab alia sibi nota corporis proprietate potuerit repetere; mirum non est, eum ad quandam inertiam vim se se convertisse, a qua reactio illa proficiuceretur, quæve ad reagendum actione causarum externarum deberet determinari. At in hac, quam amplectimur, theoria eidem his de rebus paullo aliter loquendum esse censeo. Ceterum etiam in theoria Newtoni suus inesse pondus judico ei argumento, quod paullo ante in Confirmatione attuli, si nimirum duabes quibusdam homogeneis particulis applicetur.

294 Qnod attinet ad eam vis inertiarum usurpationem, que n. 293 descripta est; eo sensu acceptam inertiam vim

vim unus ille potest inficiari, qui omnem quotidiam experientiam tam suæ, quam alienæ fidem adimit. Quis enim non videt, veram sentiri difficultatem in corporibus seu loco movendis, sive a coepto motu prohibendis? ac proinde quis, nisi de nomine litigare vellet, negare potest, corpora caussis externis vero quodam sensu aduersari, ac resistere? Omnem nihilominus id genus resistentiam deducemus nos sequi. q. ex nostra inertia vi, affictu, & mutuis materiae punctorum viribus repulsivis, ac attractivis; consequenter dicto sensu accepta inertiae vis a nostra inertiae vi, affictu, & mutuis punctorum viribus discerni omnino non debet. Quod si tamen Philosophi illi, qui hoc loca dictam generalem notionem subjiciunt vocabulo *vis inertiae*, aliis locis ejusmodi phrasibus utantur, quibus palam faciant, se vocabulo illo re ipsa eam reflectendi vim intelligere, cuius effectus sit reactio, natura posterior actione caussarum externalium; in eorum classem referendi erunt, quotum sententiam n. 289, aut 290 retulimus, & num. præc. refutavimus.

Quod si jam quæras, num ea, quam admittendam 295 esse agnoscimus, inertiae vis ex aliis hactenus notis corporum proprietatibus, ceu corollarium quoddam deduci possit, vel potius ab iisdem sit prorsus discernenda, sic habe. Vis inertiae dupliciter a nobis consideratur: nempe prout ea corpus afficit, & prout afficit individuum elementum seorsim acceptum. Vis inertiae corporis in eo sita est, quod ejus centrum gravitatis vel constanter quietescat, vel constanter moveatur uniformiter in directum, si nulla externa caussa in corpus illud agat, hac vero agente, & praecedenti motui suo, & etiam sequenti, uni vel pluribus, quos externa caussa induxit, quatenus fieri potest, obsequatur. Atque haec inertiae vis est corollarium ejus vis inertiae, qua individua materiae puncta gaudent, item mutuarum in iisdem punctis virium (174 & 175). Unde posita quæstio ad solam materiae punctorum inertiae vim tota est transferenda. Potro censemus inertiae vim punctorum materiae ex aliis hactenus notis eorumdem proprietatibus deduci non posse, ac proinde ab iis esse discernendam. Nam si *imo* vires repulsivas & at-

tractivas despiciamus ; his viribus pollere materię punctum nobis non plus sonat , quam illud ita esse comparatum ; ut in hac distantia hanc , in alia aliam determinationem acquirat ab alio elemento recedendi , vel ad illud accedendi (18. & 21.) : jam vero facile patet non repugnare , ut materię punto conveniant id genus determinationes , tametsi illud inertiae vi nostro sensu accepta carere ponatur . Quis enim ex hoc e. g.

F. 2 antecedente : quodpiam materia punctum A (F. 2.) in quadam ab alero punto distansia acquirit determinationem recedendi celeritatem AB , inferat hanc consequentiam : ergo celeritatem jam perperuo respondebis illasam , modo nulla externa caufa in illud amplius agat ? An non posse hæc esse naturę lex , ut celeritas AB , etiam simotis externatum caufarum contrariis actionibus , sensim elonguebeat , nisi adsit præterea determinata quodpiam caufa , cuius actione quodammodo foveatur , ac conservetur ? Certe ut ut facile quisque sibi persuadeat , corpus ex se persistare posse in quiete ; „ illud tamen haud neque evidens videtur , quod etiam , quantum ex se est , non secus in motu perseveret . ” Mac. Laurin expos. Phil. Neus. L. 2. C. 2. Si 2dō de vi motrice loquamur ; præter vires repulsivas & attractivas nulla vis motrix competit elementis : cum ergo ex dictis viribus non inferatur inertiae vis , hæc neque ex vi motrice potest legitime inferri . Überins patebit istud seq. §. 3rto. Neque ex notione impenetrabilitatis , gravitatis &c. potest erui ea inertiae vis , quam tuemur , ut expeditenti facile patebit . Igitur vis inertiae punctorum materię a ceteris hactenus notis eorundem proprietatibus discernatur , oportet .

Seboll: De caufa vis inertiae eo pene modo loquendum est , quo de caufa virium repulsivarum & attractivarum locuti sumus Met. n. 248. Nempe potest ea profluere ex ipsa elementorum corpus constituentium essentia ; potest a libera Dei voluntate provenire . Sive enim hæc , seu illa statuatur pro caufa vis inertiae , phænomena semper eodem , quo observamus , modo evenire poterunt . In priore casu intrinseca , in altero extrinseca esset elementis vis inertiae caufa .

§. III.

Respondetur ad Objectiones.

Ob. *coursus* mem. Propof. 1mo. Individua materie²⁹⁶ puncta nunquam quiescunt, nec unquam moventur uniformiter in directum, sed potius a primo creationis sue exordio singula curyas continuas, nullibique interruptas describunt; ergo perperam tribuitur illis determinatio sive quiescendi, sive movendi uniformiter in directum: sed si ita, vis inertiae nostro sensu accepta, isdem non convenit; ergo.

Bz. C. ans. D. conf. Ergo perperam tribuitur &c. Hoc est, reapse nunquam habet ullum materie punctum actualem ad quiescendum determinationem. C. conf. Hoc est, materie puncta non sunt ita comparata (sive deinde istud ex ipsorum natura, seu ex libera Dei lege prostrata) ut de singulis eorum vera sit haec enunciatio: *materie punctata ad quiescendum redactum conservanter quoque serer*; ad morum vero concitatum conservanter uniformiter in directum; si nulla externa causa statum ejus variabiles, N. conf. Si posita objectio vim habet; simili argumentandi ratione evertuntur principia Astronomiae, Mechanicae &c. fundamenta. e. g. Hee Astronomorum principiis & qualibet Planeta obiret per tangentem orbitae sua uniformiter in directum; si vis et inertiæ ab aequalitate cessaret, cuius copia demonstramus, a radio vectore areas verri temporibus proporcionales (265) corrueret; sic enim ratiocinabor: nullus unquam Planeta deserit orbitam suam abeundo per tangentem, neque etiam reperiatur in natura usquam motus ullus, qui sit accurate uniformis, & in directum; ergo non potest dici, fore, ut Planeta abeat per tangentem orbitæ sua uniformiter in directum, tametsi praeter suam vim projectilem non persentisceret ullam vim aliam. Recole hic Metaph. n. 220, ubi objectio hanc uberior dilutissimis.

Dices, minimi nutare Astronomiz, Mechanicæ &c. fundamenta, modo sit etiam celebris illa Newtoni lex, quæ sic habet: *omne corpus perseverat in suo stato quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, ni-*

si a causa externa cogatur statum suum immutare: huic legi satisfieri per hoc, quod in quolibet corpore commune gravitatis centrum vel quiescat, vel moveatur uniformiter in directum, nisi causa extranea cogat statum suum immutare: sed tamen ex eo, quod imaginarij illud punctum, videlicet communis gravitatis centrum, vel quiescat, vel moveatur uniformiter in directum, nisi causa extranea statum immutare cogat, inferri non posse, de ipsis etiam realibus punctis idem esse dicendum.

B. Agnosco satisfieri legi Newtonianæ modo ea in corporibus spectato communi gravitatis centro locum habeat; at quomodo, quælo, eam deduces pro communi gravitatis centro, nisi eandem in individuis materiae punctis locum habere possas? ea certe argumentatio, qua demonstravimus nos hanc centri gravitatio-proprietatem (174. ejusque coroll.), aperte supponit dictam materię punctorum constitutionem. Deinde si posita superius objectio vim habet, non tantum non succedit modo commemorata dicta legis Newtonianæ deductio Synthetica; sed præterea sequetur, ne analyticè quidem posse legi illius existentiam ex phænomenis erui: sic enim licebit argumentari: ut ut mutuæ vires eoram materię punctorum, que corpus aliquod constituit, nihil tribent statum centri gravitatis in eodem corpore; manifestum ratione est, ejusdem centri statum constanter turbari viribus punctorum corpori illi extenorū, ita ut de nullius corporis centro gravitatis liceat affirmare, illud quiescere unquam, aut moveri accurate uniformiter in directum: ergo dicta Newtoni lex ne quidem specie gravitatis centro habet in corporibus locum. Posita ergo objectio robore caret.

297 Obj. 2do. Individua materiae puncta gaudent vi motrice, sive perpetuo nisu mutandi loci; ergo saltum determinatio quiescendi non potest eis tribui.

B. D. ans. Individua materiae puncta &c. Hoc est, quodlibet materiae punctum constanter habet aliquam ad motum determinationem, resultantem ex omnibus iis viribus, partim repulsivis, partim attractivis, quas illud pro varia suarum a ceteris materiae punctis distinarum mutatione persentificat C. ans. Hoc est, quodlibet

ma-

materiæ punctum ita comparatum est, ut nunquam possit esse sine perpetuo nîlu mutandi loci, tametsi ceterorum materiæ punctorum vires ponatur non persistere. *N. ant. D.* etiam *conf.* ergo non potest eisdem tribui determinatio quiescendi, vi cuius aliquod materiæ punctum reapse quiescat aliquando. *C. conf.* non potest eisdem tribui determinatio quiescendi, si hoc vocabulo non aliud designes, quam ita esse comparatum materiæ punctum, ut affirmare liceat, illud exiguo quodam tempusculo a motu cohibitum, deindeque sibi relictum, perpetuo permansurum in quiete, si nulla externa caussa cogeret statum hunc immutare. *N. conf.*

Qui vim motricem definiunt esse perpetuum conatum mutandi loci, hacque definitione utuntur ad impugnandam nostram inertiam vim, eam sic videntur accipere, ut censeant, contra naturam esse materiæ puncti, ut istud aliquando non nitatur mutare locum, tametsi ab externarum causarum actione mentem abstrahamus: at quo istud fundamento? profecto neque *a priori*, neque *a posteriori* potest evinci tam rigide sumpta vis motrix. Quod si autem vocabulo *vis motricis* ipsæ vires repulsivæ & attractivæ. 18 & 29 descriptæ designentur; erit quidem admodum probabile, nullum unquam materiæ punctum tempusculo utcunque exiguo quiescere; quod simirum admodum probabile sit nunquam evenire, ut vires, quibus quodpiam materiæ punctum in consortio aliorum urgetur in partes oppositas, se se perfecte elidunt: hinc tamen minime consequitur, materiæ punctum non esse ita comparatum, ut si ad quietem redigi, & præterea nullius externæ causæ actionem persistere ponatur, constanter in quiete debeat permanere. Quis enim dicat legitimam esse hujusmodi argumentationem: quoniā semper adīst caussa, qua turbas starum quietis vel motus in materiæ puncto, istud nunquam quiescerit; ergo neque runc quiesceret, se a motu rancisper cōbibitum, sibique relictum nullas externarum causarum actiues persenticeret. Denique quoconque denum modo definias vim motricem, admittendum est, non posse a materiæ punto hanc directionem præ illa, aut hanc præ alia intensitatem motus eligi, sed ad utramque ab extraneis causis illud debere determinari; cum ergo non sit motus possibilis absque ulla directione, inten-

sitateque, admittendum quoque est, legitimam esse. hanc consequentiam: si materia punctum a motu tansper cobiberetur, rum sibi relatum nullas externarum caussarum actiones, quibus ad aliquam motus directionem, intentionemque determinerur, persenticeret, constanter in quiete permaneres.

298 Obj. cont. 2dam Propos. 1mo. Constanter experimur 1) corpus quodlibet, postquam ad quietem redactum est, motioni suæ resistere: 2) exhibita eadem vi non eandem omnibus corporibus celeritatem conciliari, sed majorem leviori, graviori minorem; quin sæpe vim emovendo minori corpori aptam non esse parem impellendo majori: 3) ex vi corporis impellantis semper aliquid in conflictu decerpit. Ergo quodlibet corpus vere, ac proprie resistit mutationi status sui motus aut quietis, perque suam inertiae vim reagit in contrarias sibi caussas externas, ita ut ejus reactio sit natura posterior harum actione; sed si ita, vis inertiae n. 289 descripta negari nequit; ergo,

R. C. ans. D. 1. memb. conf. Ergo quodlibet &c. Hoc est, quodlibet corpus vere ac proprie resistit mutationi individui, & ut dici amat, mathematici status sui motus aut quietis N. conf. Hoc est, vere ac proprie exerit vires suas adversus externas caussas, ut primum istæ ad debitas cum illo distantias pervenerint C. conf. Quoad alterum vero membrum, seu quoad reactionem natura posteriorem actione prorsus N. conf. Corpora individuum &, ut vocant, mathematicum sui motus aut quietis statum conservare non conantur adversus externas caussas, sed potius conantur eundem mutare, ut primum externæ caussæ actionem utcumque exiguum persentiscunt (292. cor.): quotiescumque tamen quodpiam corpus A agit in B, toties istud quoque suas in illud vires directione contraria exerit, quasi protuendo statu suo depugnaret. Sed aliis quoque ex capiteibus sentiri debet a nobis resistentia in corporibus loco movendis, ut jam explicò singillatim.

Ratio *ini* phænomeni est inprimis, quia si vi quadam impellas corpus quiescens; ut ut nullam aliam inertiae vim tuearis præter nostram, quantitas, tamen motus, quam ei corpori imprimis, ita semper dispergi debet

debet per ejusdem massam, ut eo minor celeritas obveniat centro gravitatis ex ea impulsione, quo dicta massa fuerit major. (Recole n. 173, ejusque corollaria). Hinc si majorem non nihil massam ad notab lem velis celeritatem concitare, notabili in eam nisu agas oportet. Ex hoc autem jam consequitur, aliquam in corporibus loco movendis sentiri debere difficultatem, ac proinde illa motioni suae *resistere*. Altera phænomeni causa est affrictus, qui in corporibus loco movendis non parvam difficultatem parit, uti patet ex iis, quæ n. 233, & sequ. dicta sunt. Certe affrictus efficit, ut præter eum nisum, qui ceteroquin necessarius esset ad determinatam celeritatem corpori imprimentam, præterea debet exerci nisus, qui sufficiat frangendis superficierum se se atterentium denticulis (233), vel certe ei corpori, super quo alterum ceteroquin-movendum esset, ad parem celeritatem concitando. Atque istud applicari potest etiam resistentia ejus medii, in quo movendum est quodpiam corpus. Tertia denique causa est, quia quo major fuerit (ex dictis hactenus capitibus) exerenda vis in corpus ad certam celeritatem concitandum ; eo illud fortius repellere massam in se incurvantem, ob reactionem actioni semper contrariam & æqualem (178, 179) : quo ex capite rursus enasci resistentiam in aperto est.

Ratio 2di phænomeni est, quia imprimis quo major est massa loco movenda, eo major exerendus est nisus, ut centrum gravitatis (cuius motus pro totius corporis motu habetur) determinatam celeritatem adipiscatur (173. cor. 3.) : unde evenire potest, ut massa, quam loco movere tentas, ad sensum in quiete perduret ; si nempe quantitas motus, quam ei imprimis, per ejusdem massam divisa sit tam exigua, ut in sensus incurrere nequeat. Deinde ceteris paribus in majore massa loco movenda major affrictus est superandus (234). Ex his autem sequitur, etiam reactionem massæ majoris, ad certam celeritatem determinandæ, majorem esse debere. 3*ii* phænomeni ratio a corporis impesi reactione est repetenda.

Urgeb. 1. si dicta vis inertiae non datur, corpora sunt perfecte indifferentia ad mutandum suum statum quietis vel motus ; ergo sequetur imprimis, quod-

cunque corpus vi utcunque exigua posse e quiete ad motum concitari; deinde e. g. globum tormento excussum quocunque minimo obice occurrente sistendum esse; atqui utrumque adversatur experientia; ergo. *P. cons.* Eo ipso, quod corpora in bilance ad æquilibrium redacta, ad amittendum æquilibrium secluso affrictu, resistentiaque medii sint perfecte indifferentia; eadem seclusis dictis impedimentis quocunque exiguo ponde- re ad alterutram partem addito deturbari de æquilibrio possent; ergo similiter.

R. D. ans. sunt perfecte indifferentia ad mutandum suum statum, ita ut tametsi perfecte indifferentia sint ad amittendum individuum. & ut vocantur. mathematicum suum statum, non sint tamen perfecte indifferentia ad quemcunque novum acquirendum *C. ans.* ita ut sint perfecte indifferentia etiam ad quemcunque novum statum acquirendum *N. ans.* *D. i. memb. cons.* ergo sequetur, quodcunque corpus vi utcunque exigua e quiete (quanquam nunquam habet mathematicum quietis statum) ad aliquem motum insensibilem posse concitari *C. cons.* etiam ad motum sensibilem *N. cons.* Quoad alterum vero membrum, seu quoad sistendum tormenti globum prorsus *N. cons.*

Corpora esse perfecte indifferentia ad amittendum suum individuum statum, ut nimirum vi externæ utcunque exiguae cedant, in aperto est. Seu enim quietescat, sive moveatur quodpiam corpus A; si in illod incurrat quæcunque molecula corporea, vi utcunque exigua, ex legibus collisionis sequitur, individuum corporis illius statum omnino debere immutari. Nihilominus tamen corpora non sunt æque perfecte indifferentia ad quemlibet novum statum acquirendum; sed si imprimis in massam quiescentem A incurrat B, illa eam consequetur celeritatem, quæ sit æqualis ei motus quantitati, quæ superato jam affrictu ipsi imprimitur, divisæ per numerum suorum punctorum: si deinde globo, qui tormento excussum est, obex quispiam occurrat, globus ille per suam inertiarum vim nostro sensu acceptam componet præcedentem suum motum cum sequente, quem obex ille impresserit, ita ut in fine assumpti cujuspam tempusculi ibi sit, ubi esset, si motus

tus eos duobus diversis æqualibus tempusculis successi-
ve haberet. (175. cor. 1.): ac proinde si obex ille prorsus contraria directione ipsi occurrat; post collisionem feretur globus ea prioris sui motus parte, quæ remanet, si motus ipsi in partem oppositam impressus subtrahatur a toto priore iplius motu: quemadmodum de materiae punctis locuti sumus n. 26. cor. 3.

Quod ad bilancis exemplum attinet: imprimis ex eo ipso apparet vim inertiae sensu Adversariorum accep-
tam sustineri non posse. Si enim corpora in bilance ad æquilibrium redacta conarentur per suam inertiae
vim conservare statum quietis, quomodo possent esse
perfecte indifferentia ad æquilibrium perdendum, etiam
abstrahendo mentem ab affrictu, resistentiaque me-
dii? an quis eorundem vires inertiae se se mutuo eli-
derent? at istud falsum omnino est; utraque enim in
idem conspiraret, nempe, ne unum corpus attollatur,
simulque deprimatur alterum. Deinde ut ut allato
bilancis exemplo rite probetur, corpora debere mini-
ma vi deturbari de priori suo statu individuo, cum ad
eum perdendum sint perfecte indifferentia; non pro-
batur tamen, eadem debere minima vi e motu celer-
rimo ad quietem redigi, aut vicissim: cum illa non
sint æque indifferentia ad quaelibet novum statum ac-
quirendum.

Urgeb. 2. Sint in bilance duæ massæ A & B in
æquilibrio, tum massæ A adjiciatur quodpiam pondus
e.g. una uncia; hæc uncia eo prorsus motu deprimet
lancem, secumque massam A rapiet, quo deprimeret,
si pondera illa A & B prorsus abessent; hoc est, uncia
illa motum suæ gravitati debitum conservat totum, &
tamen totum massæ quoque A communicat: ergo simili-
liter, si corpora essent perfecte indifferentia ad indivi-
duum statum amittendum; sequeretur fore, ut cum
globus A incurrit in B, is totam sui motus quantita-
tem retineat, & tamen æqualem simul in isto quanti-
tatem motus generet: quod tamen experientia contra-
rium est.

B. C. ant. N. conf. Dispar ratio est. Cum enim
gravitates massarum A & B, in bilance æquilibrium
tenentium, quod attinet ad conversionem bilancis cir-
ca hypomochlion, se se perfecte elidant; prorsus ni-

hil obstat , quominus uncia massa A vel B adiecta , secluso affrictu , mediique resistentia , lancem una cum eadem massa pleno gravitatis suæ effectu deprimat . At quum corpora confligunt , ut ut ea paratissima sint ad individuum suum statum amittendum , variationes tamen celeritatum , stante nostra inertiae vi , certis legibus peragi necesse est , ut ex hac tenus dictis abunde patet . Certe omnes collisionum leges generales deduximus nos in nostra theoria Diff. II. C. 3. quin vocaverimus in subsidium vim inertiae adversariorum : ut adeo ex phænomenis quidem suam Adversarii vim inertiae eruere frustra contentur .

299 *Obj. 2do.* Incurrat massa A in massam B quiescentem ; massa A determinabit massam B ad reagendum : ergo admittenda erit in massa B reactio , quæ sit natura posterior actione massæ A. Sed si ita ; admittenda erit vis inertiae sensu Adversariorum accepta , quæ causa sit dictæ reactionis ; ergo. *Prob. ant.* B non reageret in A , nisi A in ipsum ageret ; ergo .

R. D. ant. massa A determinabit massam B ad reagendum , ita ut actio massæ B dependeat ab actione massæ incurrentis A. *N. ant.* ita ut actio massæ B dependeat a certa massæ A distantia *C. ant.* & *N. conf.* *Ad prob. D. ant.* B non reageret in A , nisi A &c. Hoc est , non posset intelligi actio corporis B , nisi intellecta prius actione corporis A. *N. ant.* Hoc est , reapse actiones eorum corporum , utpote ab iisdem mutuis distantiis pendentes , ita connexæ sunt , ut quum B agit in A , juxta commonem naturæ cursum etiam A debet agere in B. *C. ant.* & *n. conf.*

Etiensi animum abstractas ab actione corporis A , si tamen intelligas adesse distantias mutuas inter A & B , jam intelligis corpus B stante generali virium repulsivarum & attractivarum lege esse proxime expediatum ad agendum in A , ejusdemque in A actionem sequituram , tametsi A per miraculum impeditetur ab agendo. Quo ergo iure dicitur actio corporis B penderre ab actione corporis A , hacque esse natura posterior? Id verum est , incursione corporis A fieri hoc in casu , ut requisitæ ad mutuas actiones distantiae obtineantur ; at his obtentis eodem sane jure aget B in A , quo A in B ;

B; hoc est, utrumque corpus eodem jure ad agendum determinabitur.

CAPUT SECUNDUM.

De Gravitate Universali generatim.

§. I.

An gravitas mutua pro communi corporum omnium proprietate statui possit?

Diximus n. 53, ultiam curvæ virium aream K T X Y B (F. 1.) esse attractivam; eandem saltem per totam Planetarum, Cometarumque regionem protendi debere; denique vires attractivas ejusdem areæ nuncupari gravitatem universalem. Ista ubetius discussienda sunt hoc Capite, nonnullæque ejusdem universalis gravitatis leges pertractandæ.

PROPOSITIO I. Omnes Planetæ, & Cometæ se se invicem attrahunt, seu ut dici consuevit, in se se mutuo gravitare. *Prob. Inductione.* 1.) Ex astronomicis observationibus constat, quinque primarios Planetas, Mercurium, Venerem, Martem, Jovem, & Saturnum ita revolvi circa Solem, ut radius vector areas temporibus proportionales verrat. Eadem lege gyrantur quinque stellæ circa Saturnum, & aliæ quartuor circa Jovem, quæ horum satellites; item Planetae secundarii nuncupantur. Luna quoque circa Terram describit areas temporibus proxime proportionales. Igitur dicti planetæ primarii in Solem, satellites in suos primarios, Luna denique in Terram vi quadam centripeta urgeantur, seu gravitent, est necesse (266). 2.) Hanc esse generalem naturæ legem, ut actioni semper æqualis & contraria sit reactio, jam in Metaphy-

300

physica ostendimus *analytice* n. 219; ergo hic *synthesi-*
ce (7) tuto inferimus: Solem quoque vicissim in
 planetas primarios, hos in secundarios, Terram deni-
 que in Lunam debere gravitare. 3) Ipsi etiam Co-
 metæ, quum observari possunt, deprehenduntur circa
 Solem describere areas temporibus proportione respon-
 dentes; ergo neque horum in Solem, Solisque vicis-
 sim in illos gravitationem licet adducere in dubitatio-
 nem. Atque ex his vi inductionis porro jam progre-
 di licet (Log. 165. Schol. 1.), generatimque con-
 cludere, quemlibet omnino globum totalem qui qui-
 dem in regione Planetarum, Cometarumque versetur,
 gravitare in quemlibet alium in eadem regione exi-
 stentem. Ajo: *qui in regione Planetarum, Cometarumque*
versetur. Utrum enim ipse etiam stellæ fixæ gravi-
 tent in Solem, Planetasque, & vicissim, ex obser-
 vationibus erui haud potest, ob inanem earum a Tellure
 distantiam.

Schol. In motibus Jovis & Saturni non semper
 sunt areæ temporibus sat accurate proportionales: in
 satellitibus quoque Jovis observantur id genus errorum,
 cum primis vero in Luna circa Terram se gyranter.
 At istud confirmat potius, quam enervat allatam Pro-
 positionis probationem: ipsa quippe gravitatis universa-
 lis theoria exigit evenire ejusmodi aberrationes. e. g.
 Tametsi juxta theoriam gravitatis Luna circa Terram
 deberet describere areas temporibus accurate propor-
 tionales, si externæ causæ proportionem hanc non turbas-
 sent; quia tamen Sol quoque suas vires exerit tam in
 Lunam, quam in Terram, varias in motum lunarem
 inæqualitates, dictæ proportioni contrarias induci neces-
 se est, uti pluribus exponemus Dissert. sequ. Porro
 ex eadem theoria, uti deinceps apparet, consequi-
 tur, id genus aberrationes eo maiores esse debere im-
 primis, quo major fuerit massa ejus planetæ, qui
 perturbat motum planetæ alterius, deinde quo vicinior
 fuerit eidem: quod utrumque cum observationibus
 astronomicis egregie consentit. Nam imprimis Jupiter
 & Saturnus, quorum masse dempto Sole maximæ sunt,
 observantur magis perturbare suos circa Solem motus,
 quam ceteri planetæ: deinde eo magis perturbant suos
 motus mutuo, quo minor sit mutua ipsorum distan-
 tia,

tia, & eo minus, quo magis a se invicem recedunt; ita ut ubi mutua eorundem distantia admodum magna fuerit, id genus motuum perturbationes tandem evanescent. Unde etiam omnes illæ aberrationes in theoria gravitatis ad calculum, cum observationibus mire consentientem revocari possunt: manifesto utique indicio, eas ab universali gravitate proficiunt.

P R O P O S I T I O . II. Omnia materiæ puncta, 301 ex quibus Tellus componitur, ut primum majoribus intervallis (54) a se invicem sejunguntur, solas jam attractivas vires mutuas, idque continenter persentificant, id est, in se se invicem gravitant. *Prob.* Postquam Diff. i. c. i. §. i. ostendimus, in simplicibus elementis admittendas esse vires, quæ e repulsivis in attractivas abeant; ut tuto decidi queat, majoribus duorum quorumvis elementorum Tellurem componentium distantis mutuis solas jam attractivas vires respondere; sufficit utique, si constiterit, phænomena cum his viribus apprime consentire: tunc enim in iis phænomenis explicandis juxta primam philosophandi regulam (11) ejusmodi caußam usurpabimus, quæ seorsim existit (videlicet vires a distantiis pendentes) & quæ phænomenis explicandis sufficit. Atqui phænomena cum dictis viribus apprime consentiunt: quod enim vapores in altum evecti, ut primum in majores nonnihil guttulas coaluerint, in terram recidant; quod gravia omnia versus Terræ centrum ferri nitantur; ut & cetera omnia terrestris gravitatis phænomena sunt mera corollaria dictæ inter quælibet duo elementa attractionis, quemadmodum sequente capite visuri sumus; ergo.

Confirm. Tellus ideo gravitat e. g. in Solem, quod singula ipsius elementa gravitent in singula elementa solis; fecus enim unde preveniret mutua horum globorum in se invicem gravitatio? ergo ob analogiam idem sentiendum est de iisdem Telluris elementis etiam inter se comparatis: præsertim cum istud ad conservandam Telluris compaginem necessarium omnino sit, ut facile patebit ei, qui animo a præjudicium liberetur expenderit.

Coroll. Eodem modo inferre licet, cujuslibet alterius globi cœlestis elementa gravitare in se se invicem. At singula etiam cujuslibet globi cœlestis elementa (saltem si de regione Planetarum, Cometarumque sit sermo) gravitant in singula alterius cujusque globi cœlestis elementa, ut ex num. præc. aperte consequitur. Igitar bina qualibet clementa (saltem eorum corporum, quæ regio Planetarum, Cometarumque continet) majoribus intervallis sejuncta, in se mutuo gravitent, est necesse.

§. I I.

De attractionibus sphærarum in ea hypothesi, in qua mutuae minimarum particularum gravitaciones ponuntur sequi reciprocam duplicatam rationem mutuarum distantiarum.

- 302 **E**X observationibus astronomicis aperte consequitur, globorum cœlestium in se se gravitationem immunitis distantiis motuis augeri, auctis imminui, adeoque gravitatem universalem esse in aliqua ratione inversâ distantiarum: at num inversa hæc ratio sit simplex, an duplicata, vel triplicata &c. inquirendum superest. Nos interea hypothesis instar assumimus, particulas quasvis minimas gravitare in se invicem in ratione reciproca duplicata distantiarum mutuarum; dum eandem legem reapse obtinere in natura, deinde inferimus. Porro hoc sphœridio potissimum dispiciemus, num in assumpta hypothesi verum sit, quod pro comperto haberi solet, summiisque hoc in argumento momenti est, videlicet: a sphœra homogenea prorsus eodem modo trahi quocunque materiæ punctum extra ipsam possumus, quo traheretur, si tota ejusdem sphœræ massa in centro collecta, compenstrataque esset.
- Ut autem illa, quæ sequuntur, facilius intelligantur, probe advertendus est animus ad constructionem Figuræ 60mæ. Sit 1m. A D B d A segmentum sphœræ, centrum in C habentis, interceptum a circulis maximis A D B & A d B, infinite vicinis, se se in dia-
- F.60

diametro A B intersecantibus, vel potius interceptum a planis dictorum circolorum: tum ponamus materias punctum P trahi ab ea sphera homogenea, ad quam pertinet dictum segmentum A D B d A. 2do. In superficie spherae alterius, cuius centrum sit in P, radius vero sit = P C, concipiatur arcus C D E & C d e, pariter infinite sibi propinguus; ita ut arcus C D E circum A D B in D, arcus vero C d e arcum A d B in d intersecet. Sint autem rectae P E & P e in plano ad P B perpendiculari, ac proinde arcus C D E & C d e sint quadrantes circuli. 3ro. Arcibus C D E & C d e occurrant in punctis F, f & G, g bini circuli infinite sibi propinguus, habentes polum in C. Deinde per eadem quatuor puncta ducantur ex P totidem rectae, ita ut duæ illarum arcum C D E intersecent, nempe P K in F, P I in G; alias duæ autem intersecent arcum C d e, nempe P k in f, P i vero in g. Quatuor his lineis terminata totidem plana continebunt pyramidem, cuius apex sit in P. Denique per eadem puncta ducantur quatuor alias lineas ad P B parallelas, ita ut arcus C D E recta M L in F, N O autem in G intersecet; arcum vero C d e intersecet recta m l inf, n o autem in g. Quatuor his lineis terminata totidem plana continebunt prisma; eritque primum planum M N O L, alterum ei oppositum m n o l, tertium M m / L, quartum huic oppositum N n o O. 4to. In piano M N O L dimitatur ex punto F perpendicularis F T, & in opposto piano m n o l ex f perpendicularis f t; erit F f t T sectio prismatis: patet etiam, planum F f g G fore pyramidis sectionem. Jam quæcumque alia prismatis sectio concipiatur, sectioni F f t T parallela; eam huic fore æqualem in aperto est: at sectiones pyramidales recedendo ab apice crescunt, accedendo decrescent. Atque hæc de constructione figuræ prævie notanda sunt, quæ quidem, si e materia solida efformata fuerit, Tironibus longe minus negotii faceret. Notandum ramen est, casu accidisse, ut recta N O cum punto G magis depresso sit in Figura, quam oporteat. Nempe per punctum G reapsisse illud punctum est intelligendum.

in quo recta PI aream CDE intersecat; adeoque etiam recta NO per idem intersectionis punctum transire concipiatur, oportet, ita ut apex anguli PGN sit in ipsa circuli CDE &c. peripheria.

203

LEMMA 1. Quælibet duæ parallelæ sectiones pyramidales FfgG, & abdc sunt inter se in ratione directa duplicata suarum ab apice P distantiarum; seu est $FfgG : abdc = PG^2 : PC^2$: Prob. Facile patet, quascunque duas id genus parallelas sectiones abdc & FfgG esse figuræ similes; quælibet enim bina ipsorum homologa latera sunt in eadem ratione intervalorum, quibus sectiones illæ a pyramidis apice P distant. Sic ob similitudinem triangulorum Pcd & PGg est $Gg : cd = PG : PC$. Idem est de aliis quibutvis binis id genus sectionum lateribus homologis. Cum ergo areae figurarum similium sint ut quadrata laterum homologorum (Math. 510), est $FfgG : abdc = Gg^2 : cd^2$; seu ob $Gg : cd = PG : PC$, est $FfgG : abdc = PG^2 : PC^2$.

Coroll. 1. Dupla massa duplam vim exerit ceteris paribus in idem punctum C, tripla triplam &c. Hoc est vis attrahens ceteris paribus est in ratione ipsius massæ trahentis. Itaque in assumpta a nobis hypothesi vis attrahens cujuslibet sectionis est in ratione composita ex directa ipsius sectionis trahentis, & inversa duplicata distanciæ a puncto P, quod attrahitur. Hinc vis, qua sectio FfgG trahit punctum P, est ad vim, qua idem punctum trahit sectio abdc = $FfgG : abdc = PG^2 : PC^2$ = $\frac{PG^2}{PG^2} : \frac{PC^2}{PC^2} = 1 : 1$. Hoc est, quælibet sectio pyramidalis prorsus eandem vim exerit in punctum P, quam exerit quælibet alia, ipsi parallela.

Coroll. 2 Quod si ergo eam vim, quam e.g. sectio FfgG exerit in punctum P, referat recta PG; eadem referat vim alterius etiam cujuscunque sectionis pyramidalis abdc, priori parallelæ. Porro si hæc vis PG resolvatur in PN & NG; clarum est, ex cuiuslibet sectionis absoluta vi partem PN solidendam esse ab alia

alia sectione æquali & opposita, pertinente ad pyramidem jacentem in eadē distantia a recta P B ad plagam oppositam. Igitur ex cuiuslibet id genus sectionis absoluta vi PG sola pars NG (quam deinceps vim comparativam nominabimus) sortietur effectum : quæ (quoniam est parallela rectæ PC) punctum P re ipsa directione PC, in centrum C tendente urget.

Coroll. 3. Qualibet ergo id genus sectio pyramidalis punctum directione PC urget, & quidem tanta vi, quanta urget qualibet alia, ipsi parallela; præterea cujuslibet sectionis vis attrahens absoluta est ad comparativam ut PG : NG.

Schol. Rectæ Ff & Gg sunt inter se parallelae. Facile istud patet ex construct. Fig. exprimunt enim arcuum sectiones iis circulis factas, quorum uterque polum habeat in C. Præterea eadem rectæ, quoniam ponuntur esse inter se infinite propinguæ, sunt etiam æquales: mutua enim arcuum CDE & Cde distantia Gg per intervallum infinite parvum GF crescendo non potest majus incrementum acquirere, quam quod sit respectu ipsius infinite parvum. Itaque sectio FfgG est parallelogrammum (Math. 383). Porro si hoc in parallelogrammo pro basi sumas rectam Ff, pro altitudine sumi debet arcus infinite parvus (ac proinde pro linea recta habendus) GF. Esse enim Ff ad GF normalē facile intelliges, si animadversas, ex constr. Fig. per puncta F & f eum transire circulum, qui polum in C habeat. Itaque sectio FfgG est = Ff × FG (Math. 493).

LEMMA II. Sectio pyramidalis FfgG est ad 304 prismaticam Fft T, ut FG : FT. Est enim sectio FfgG = Ff × FG (præc. schol.); deinde sectio prismatica Fft T est = Ff × FT, ut facile patet. Stat ergo: FfgG : Fft T = FG : FT = FG : FT.

Coroll. 1. Est ergo FfgG : Fft T = PG : NG. Est enim FG : FT = PG : NG, quod sic declaro. In triangulis FTG & PNG anguli TGF & GPN

T ; sunt

sunt æquales. Nam ob ang. $C P N$ ex construct. rem
etum, est ang. $C P G + G P N = 90$ grad. pariter
ob angulum $P G F$, quem radius cum tangente circulū
afficit, rectum, est $P G T + T G F = 90$ grad. Est
ergo :

$$C P G + G P N = P G T + T G F.$$

Jam alterni anguli $C P G$ & $P G T$ sunt æquales ; quo-
re ab æqualibus subtrahendo æqualia, est $G P N =$
 $T G F$. In iisdem triangulis $F T G$ & $P N G$ anguli
ad T & N sunt ex constr. recti : igitur triangula illa-
 sunt similia ; statque proinde $FG : FT = PG : NG$.

Coroll. 2. Vis absoluta cuiuslibet pyramidalis sec-
tionis ad comparativam, seu ad eam sui partem, quæ
sempie fortuit effectum, est ut $PG : NG$ (*præc. cor. 3*) ;
ergo vis absoluta cuiuslibet sectionis pyramidalis est ad
eum comparativam, ut sectio pyramidalis $F f g G$ ad
prismaticam $F f T$.

305 **L E M M A III.** Segmentum pyramidis inclusum
sphæræ eandem habet longitudinem, quam habet se-
gmentum prismatis eidem inclusum, seu est $R I = S O$.
Ducantur enim rectæ $C H$ & $C Q$, perpendicularares
chordis $R I$ & $S O$: in triangulis $C P H$ & $P G N$ an-
guli ad H & N sunt ex constr. recti, ad P autem &
 G alterni, adeoque æquales ; præterea latus $P G$ est
 $= PC$, sunt enim radii ejusdem sphæræ : ergo eadem
triangula sunt sibi similia, & simul æqualia (*Math. 377*) ;
ac proinde est $CH = P N$. Jam vero est $PN =$
 CQ ; sunt enim hæc perpendiculara ex constr. intra du-
as parallelas intercepta : ergo est etiam $CH = CQ$.
Hoc est, Chordæ $R I$ & $S O$ æqualiter distante a centro
 C , consequenter sunt æquales (*Math. 329*).

Coroll. Igitur, si distantiae CH & CQ concipi-
antur sensim imminui, dum evanescant ; segmentum
pyramidis simul abibit in diæmetrum $A B$ cum segmen-
to prismatis sibi respondentे : si autem dictæ distantiae
concipiantur magis ac magis crescere, dum fiunt æqua-
les radiis ; dicta segmenta simul evanescant. Hoc est,
totidem prismaticæ segmenta possunt concipi in toto
sphæræ segmento $A D B d A$, quot pyramidalia. Et
quoniam semper eadem est longitudo segmenti pyrami-
dalium,

alis, quæ prismatici ipsi respondentis; summa sectionum semper eadem est in segmento pyramidalis, quæ est in prismatico, ipsi respondentem.

PROPOSITIO I. Vis comparativa pyramidalis sectionis $FfgG$, qua hæc punctum P trahit directione PC , est æqualis vi absolutæ, quam sectionis prismaticæ $FftT$ in idem punctum directione PF exerit. *Prob.* Sit massa dictæ sectionis pyramidalis $= M$, vis absoluta $= W$, comparativa $= V$; massa vero dictæ sectionis prismaticæ $= m$, vis absoluta $= w$. 1) Est $W : V = PG : NG$ (303. cor. 3.); at est etiam $M : m = PG : NG$ (304. cor. 1.): est ergo $M : m = W : V$, consequenter est: $V = \frac{Wm}{M}$. 2) Quo-

niam sectionis $FftT$ est infinite parva; non potest numerum ejus punctum magis vel minus distare a puncto P , quam alterum: consequenter ejusdem a puncto P distantia est reapse $= PF$. Sectionis $FfgG$ ab eodem punto P distantiam esse $= PG$, clarum est. Quare cum in assumpta hypothesi vires attractivæ sint in ratione composita ex directa particularum trahentium, & inversa duplicata distantiarum ab eo punto,

quod trahitur, est $w : W = \frac{m}{PF^2} : \frac{M}{PG^2}$. Porro PF

& PG sunt æquales, utpote radii ejusdem sphæræ; est ergo $w : W = m : M$; consequenter est $w = \frac{Wm}{M}$.

Itaque est $V = w$.

Coroll. 1. Sectionis prismaticæ $FftT$ eandem vim absolutam exerit in punctum P , quam exereret, si in centro C sita esset, ob radios PF & PC æquales: ergo vis comparativa sectionis pyramidalis $FfgG$ est æqualis vi absolutæ sectionis prismaticæ $FftT$ ad centrum C adductæ. At directiones quoque harum virium congruerent; nam eadem ipsa directione PC trahit sectionis $FfgG$ punctum P (303. cor. 3.), qua-

traheret idem punctum sectio $FftT$ ad centrum C adducta: ergo sectio pyramidalis $FfgG$ prorsus eodem modo trahit punctum P , quo illud traheret sectio prismatica $FftT$ in C collocata.

Coroll. 2. Quo modo trahitur punctum P a sectione $FfgG$, eodem prorsus modo trahitur ab alia qualunque sectione pyramidis $PKkI$ (303. cor. 1.); item quilibet sectio prismatis Nl , siquidem sit parallela sectioni $FftT$, est huic æqualis: ergo prorsus eodem modo trahitur punctum P a qualibet sectione pyramidali, quo traheretur a qualibet prismatica in centro C collocata.

Coroll. 3. Cum ergo eadem sit summa sectionum in segmento pyramidali Rk , quæ in prismatico Sl (præc. cor. 1.); a toto segmento pyramidali Rk sphæra inclusa prorsus eodem modo trahitur punctum P , quo traheretur a toto segmento prismatico Sl in C collecto, compenetratoque.

PROPOSITIO II. In assumpta a nobis hypothesi eodem prorsus modo trahit tota sphæra homogenea punctum P extra se positum, quo modo traheret, si tota in suo centro C collecta, compenetrataque esset. *Prob.* Concipiamus imprimis totam sphæram dividi in ejusmodi segmenta, cujusmodi est $AD\bar{E}dA$; tum isthoc sphæricum segmentum totum concipiamus dividi in ejusmodi segmenta pyramidalia, cujusmodi est Rk . Licebit imaginari, cuilibet segmento pyramidali Rk respondens segmentum prismaticum Sl , ejusdem cum illo longitudinis; ita ut eadem sit in toto segmento sphærico summa segmentorum prismaticorum, quæ pyramidalium (305. cor. 1.); porro a qualibet segmento pyramidali eodem prorsus modo trahetur punctum P , quo traheretur a prismatico, eidem pyramidali respondentem, in centro C collecto, compenetratoque (præc. cor. 3.); ergo summa quoque omnium pyramidalium segmentorum, seu totum sphæricum segmentum $AD\bar{E}dA$ ita prorsus trahet punctum P , ut illud traheret summa omnium prismatorum, in C compenetratorum, seu uti traheret *ideam*.

idem sphæricum segmentum in C collectum; com-penetratumque. Quod quia de qualibet alio segmento sphærico æque ostendi potest, veritas propositionis manifesta est.

§. III.

Nonnulla Sphæri præcedentis consuetaria pertra-stantur; ubi etiam de vi acceleratrice & motrice.

P R O P O S I T I O I. Si materia punctum extra-³⁰⁸ crustam sphæricam homogeneam positum in singu-
la ejusdem crustæ puncta gravitet viribus in ratione reciproca duplicata distanciarum decrescentibus; erit
ejus gravitatio in totam illam crustam in ratione re-
ciproca duplicata distantiae a centro ejusdem. Concipi-
tur enim sphæra vacua, quam id genus crusta claudit,
& inter se quodammodo complectitur, compleri ma-
teria homogenea. Interior huc sphæra, sine crusta il-
la exteriore, seorsim considerata eo prorsus modo tra-
het punctum P, quo traheret, si tota ipsius massa in
centro collecta esset (præc.); at eadem sphæra etiam
tunc, quum ipsi exterior illa crusta addita fuerit, eo-
dem prorsus modo trahet punctum P, quo traheret,
si tota ipsius massa una cum acquisito incremento in
priori illo centro suo collecta esset; interior enim illa
sphæra idem centrum habebit cum crusta, adeoque quum
illius massa crustæ hujus adjectione augebitur, centrum
non variabitur. Ex his autem facile patet, etiam
crustam illam exteriorem sine sphæra interiore acce-
ptam eo prorsus modo exerere vim suam attractivam in
punctum P, quo exereret, si tota in dicto centro,
(adeoque suo) collecta esset. Adde, demonstratio-
nem n. præced, pro sphæra solida allatam, crustæ quo-
que facile applicari posse.

Coroll. Sphæra ABD &c. (F. ead.) ut ut sit
heterogenea in diversis a centro distantiis, si tamen
paribus ab eodem centro distantiis sit homogenea, ita
trahit punctum P, ac si omnia ipsius puncta in centro

collecta essent. Nam hujusmodi sphæra concipi potest constare innumeris crustis, quarum unaquæque relata ad suas partes homogenea sit, ut ut sit heterogenea comparate ad alias crustas. Cum ergo quælibet id genus crusta seorsim sumpta eo modo trahat, quo traheret, si tota in centro communi collecta esset, eodem modo trahent etiam omnes simul sumptæ.

309 Explicandum est hoc loco discrimin inter vim acceleraticem, & eam, quæ hoc in argumento speciatim vis motrix solet nuncupari. Gravitet corpus A F.54 in C (F. 54) : *vis acceleratrix corporis A in C* est ipsa *gravitas*, qua unumquodque ejusdem corporis A punctum concipitur tendere in totam massam corporis C, ac proinde quam metitur aliqua recta AD, seu spatiū illud, quod semotis impedimentis ab unoquoque corporis A puncto versus C ob vires attractivas dato tempusculo conficeretur. Unde patet, maiorem vel minorem corporis gravitantis massam nihil omnino conferre ad incrementum vel decrementum propriæ vis acceleratricis, seu gravitatis. Cum enim corpus C prorsus easdem in iisdem distantiis vires exerat in unum corporis A punctum, quas in quocunque alterum; aucta ejusdem corporis gravitantis A massa, non debebit augeri spatiū AD, intra datum tempusculum ab eo corpore ob attractionem percurrentum, sed id unice affirmare licebit, plura jam esse materiæ puncta, quæ communi nisu tendant in massam trahentem, ac proinde quæ communem habeant vim acceleratricem. Illustratur istud exemplo hominum eadem celeritate communi progredientium; ii enim intra datum tempus, idem utique spatiū conficiunt, sive fuerint plures, seu pauciores. Alter loquendum est de massa trahente. Cum enim quodlibet punctum e. g. corporis A gravitet in unumquodque punctum corporis C, palam est, vim acceleratricem, seu gravitatem cuiusque corporis, ceteris paribus, respondere proportionem massæ trahenti; consequenter in assumpta hypothesi vim acceleratricem esse in ratione composita ex directa simplici massæ trahentis, & reciproca duplicata distantia mutua. Hinc si massa trahens sit $= M$,

di-

DE INERTIA VI, ET GRAV. UNIV. 299

distantia mutua $= D$, vis acceleratrix $= V$, est generatim $V = \frac{M}{D^2}$.

Coroll. 1. Itaque si massa integræ sphæræ ADB &c. (F. 60.) sit $= M$; vis acceleratrix puncti P F. 60. in eam gravitantis est $= \frac{M}{PC^2}$. Ea enim est dicta vis acceleratrix, quæ esset, si tota illa sphæra in suo centro C collecta esset (307); hoc autem casu vis acceleratrix, ut ex modo dictis patet, esset $= \frac{M}{PC^2}$, ergo.

Coroll. 2. Ponamus ad loci punctum P (F. ead.) confluere quemcunque numerum materiæ punctorum, quæ illic compenetrentur; massa hæc eo punctorum penetratorum numero constans non habebit aliam vim acceleratricem, quam habeat unicum materiæ punctum P, ut ex modo dictis constat; igitur ejus quoque totius massæ vis acceleratrix in sphærā ABD &c. est $= \frac{M}{PC^2}$, litera M itidem massam sphæræ trahentis designante.

Cor. 3. Cum sit generatim $V = \frac{M}{D^2}$, si fuerit

M constans, erit $V = \frac{1}{D^2}$. Atque istud in terrestribus corporibus comparate ad Tellurem obtinet, cum massa Telloris, quæ diversa corpora attrahit, constans sit.

Vis motrix hoc loco significat ipsam summam 310 gravitationum punctorum omnium, ac proinde ipsam premendi vim totam, qua corpus gravitans agit in obstatula sui lapsus; quæ in hisce terrestribus corporibus *pondus* dicitur. Unde patet, vim motricem corporis gravitantis ceteris paribus eo majorem fore, quo major fuerit massa gravitans, acquirique, si corporis gravitantis vis acceleratrix per ejusdem massam multiplicetur. Quod si ergo præter denominaciones numeri præceden-

360 · D I S S E R T A T I O T E R T I A L

tis, massa, quæ trahitur, sit m , ejusdem vis motrix, seu pondus $= P$; erit $P = V m$, seu ob $V = \frac{M}{D^2}$

$$(\text{præc.}), \text{ erit } P = \frac{Mm}{D^2}.$$

Coroll. Igitur si ad loci punctum P consideremus quotcunque materiæ puncta, quæ illic penetrantur, massaque hæc compenetrata dicatur m , erit ejusdem massæ in integrum sphæram A B D &c.

$$\text{pondus} = \frac{Mm}{PC^2} (\text{præc. cor. 2.}).$$

Schol. Ut ut *gravitas* Philosophis idem soleat sonare, ac *vis acceleratrix* n. præc. explicata; sæpe tamen eodem vocabulo in terrestribus hisce corporibus ipsum pondus intelligitur; quod vitandæ confusionis gratia notandum est.

3II PROPOSITIO. II. Ponamus in punto P (F. ead.) compenetrari quotcunque materiæ puncta, quæ constituant massam $= m$; vis acceleratrix integræ cujuspiam sphæræ, saltem paribus a centro distantias homogeneæ A B D &c, qua hæc in compenetratam

$$\text{illam massam tendit, sit } = V; \text{ erit } V = \frac{m}{PC^2} \text{ seu }$$

erit æqualis massæ trahens divisæ per quadratum mutuæ distantiae a sphæræ centro C computatae. *Prob.* si massa sphæræ dicatur M , vis motrix massæ in P

$$\text{collectæ, qua in sphæram tendit, est } = \frac{Mm}{PC^2}$$

(præc. cor.): ergo ob mutuas corporum actiones semper inter se æquales, etiam sphæræ in dictam mas-

$$\text{sam vis motrix est } = \frac{Mm}{PC^2}. \text{ Porro vis motrix cujus-}$$

que corporis consurgit ex ejusdem vi acceleratrice in massam propriam ductæ (præc.); consequenter si vis motrix corporis per ejus massam dividatur, acquiritur ejus-

ejusdem vis acceleratrix. Ergo sphæræ in dictam mas-
fam gravitas, seu vis acceleratrix est $= \frac{Mm}{PC^2 \times M} = \frac{m}{PC^2}$.

Coroll. 1. Quod si ergo duæ quæcunque sphæræ A & B (F. 61.) saltem paribus a centro intervallis ho- F. 61
mogeneæ, quorum centra sint in C & D, in se invicem
gravitaverint; vis acceleratrix sphæræ A erit $= \frac{B}{CD^2}$.

Sphæræ autem B $= \frac{A}{CD^2}$ literis A & B massas sphæ-
carum designantibus. Nam quodlibet sphæræ A pun-
ctum P ita gravitat in totam sphæram B, ac si hæc
sphæra B tota in centro suo D collecta esset (308. cor.);
ergo tota quoque sphæra A non aliter gravitabit in
sphæram B, quam si tota hæc sphæra B in suo centro
C esset collecta. Quod si autem sphæram B concipi-
mus totam esse collectam in suo centro; vis accelera-
trix sphæræ A in illam est $= \frac{B}{CD^2}$ uti ex modo demon-
stratis patet; ergo etiam seposita dicta compenetratio-
ne, vis acceleratrix sphæræ A in B est $= \frac{B}{CD^2}$.
Eodem modo patet, vim acceleratricem, seu gravita-
tem sphæræ B in A esse $= \frac{A}{CD^2}$.

Coroll. 2. Igitur duæ id genus sphæræ non aliter
gravitant in se invicem, quam si utraque suo in cen-
tro collecta esset.

Coroll. 3. Cum soliditates ac proinde etiam massa
sphærarum homogenearum sint ut cubi radiorum (Math.
607.); si radius sphæræ homogeneæ A sit R, sphæræ

B $= r$, erit illius in hanc gravitas $= \frac{r^3}{CD^2}$ hujus ve-

ro in illam $= \frac{R^3}{CD^2}$.

PROPOSITIO III. Si materiæ punctum P in Fig. 63 situm sit ubicunque intra sphæricam superficiem homogeneam; id punctum nullam ibi vim gravitatis sentiet, viribus oppositis se se undique elidentibus.

Quod si punctum illud in ipso centro sit positem; res per se manifesta est. Hinc pro eo solum casu demonstranda restat propositio, quo idem punctum extra superficie sphærica centrum fuerit locatum. Demonstrationi nonnulla sunt præmittenda. Nempe 1) ducantur per assumptum materiæ punctum P rectæ AD & BC, quæ intercipiant in superficie sphærica arcus infinite parvos AB & CD. Triangula APB & CPD, erunt imprimis rectilinea; ob arcus infinite parvos AB & CD pro lineolis rectis habendos; deinde erunt inter se similia, quod sic declaro. Anguli DAB ad circuli peripheriam siti crura AB & AD insistunt arcui BD; eidem arcui insistunt etiam crura anguli BCD, pariter ad circuli ejusdem peripheriam siti; ergo hi duo anguli eandem habent mensuram, videlicet dimidium arcus BD (Math. 342), ac proinde æquales sunt. At etiam anguli ad P æquales sunt; ea ergo triangula sunt similia; adeoque est $AB : CD = BP : PD$, & $AB^2 : CD^2 = BP^2 : PD^2$. 2). Concipiantur alia duæ rectæ duei per idem punctum P ad eandem superficiem sphæricam, quæ sint rectis AD & BC infinite propinquæ, non sint tamen in eodem cum iisdem plano ABCD. Novæ hæc duæ lineæ, cum iis, quos intercipient, infinite parvis arcubus eodem rursus modo efficient duo nova triangula sibi similia, quorum communis apex sit in P: adeoque quatuor simul lineæ, haec tenus conceptæ, totidem planis inter se connexæ intercipient duas pyramides similes, cuspidis in P sibi obversas. Porro bases eamdem pyramidum, utpote similes figuræ polygonæ, erunt ut quadrata laterum homologorum (Math. 510); seu basis superioris pyramidis erit ad basim inferioris ut $AB^2 : CD^2 = BP^2 : PD^2$.

His præmissis sic jam demonstro Propositionem. Concipiantur per punctum P tot, quot possunt, rectæ duci, utrinque in superficie sphærica terminatae. Ex his quælibet binæ AD & BC, infinite sibi propinquæ,

quæ, cum aliis duabus, quæ in alio quidem plano sitæ, sed tamen ipsis infinite propinquæ sint, continebunt duas pyramides similes, cuspidibus in P sibi obversas. Tota ergo sphera dividetur in pyramides, quarum quælibet duæ, sibi invicem cuspidibus in P oppositæ, sint similes: consequenter tota sphærica superficies extima dividetur in mera polygona infinita parva, quæ sint earundem pyramidum bases. Patent hæc ex iis, quæ modo præmisimus. Jam trahatur punctum P ab aliquo, id genus polygono, cujus unum latus sit e. g. A B; eadem vi retrahetur ab opposito polygono, cujus unum latus sit C D, ita ut vires oppositæ se se prorsus elidunt. Nam duo hæc polygona, utpote duarum similium pyramidum bases, erunt inter se, ut $A B^2 : C D^2$; ac proinde, quoniam vires attrahentes sunt in ratione directa massarum trahentium, & reciproca duplicata distantiarum, vis attrahens polygoni superioris ad vim attrahentem inferioris erit

$$\text{et } \frac{AB^2}{BP^2} : \frac{CD^2}{PD^2} \text{ Est vero uti præmisimus } AB^2 : CD^2 = BP^2 : PD^2; \text{ ergo æqualem rationem æquali substituendo, vires eadem sunt ut } \frac{BP^2}{BP^2} : \frac{PD^2}{PD^2}, \text{ seu ut}$$

$1 : 1$; hoc est, sunt æquales. Hinc, cum præterea sint sibi oppositæ, se se mutuo prorsus elident. Eodem modo elident se se mutuo vires quovislibet aliorum binorum polygonorum sibi oppositorum: unde a superficie quidem sphærica homogenea nullam gravitatis vim debere persentiscere punctum P, in aperto est.

Coroll. 1. Idem punctum neque tunc ullam gravitatis vim sentire potest, quum intra crustam sphæricam, cuiuscunque crassitudinis, sed tamen saltem paribus a centro distantias homogeneam existit. Nam hujusmodi crusta concipi potest constare aliis numero infinitis crustis infinite tenuibus, quarum unaquaque relate ad suas partes homogenea sit, ut sit heterogenea comparate ad alias crustas: jam vero a nulla hujusmodi crustarum persentiscit ullam gravitatis vim datum punctum P, uti ex modo ostensis patet; ergo neque a tota ipsarum collectione.

Coroll.

Coroll. 2. Idem esse dicendum de centrali puncto sphæræ integræ saltem paribus a centro distantiis homogeneæ, clarum est.

313 PROPOSITIO IV. Si duo puncta in duarum sphærarum saltem paribus a centro distantiis homogeneis superficiebus collocentur; punctorum gravitates in eisdem sphæræ erunt, ut ipsarum radii. *Prob.* Sphærarum vires in dicta puncta eisdem sunt, quæ essent, si totæ illæ sphæræ in suo centro compenetratae essent. Supponamus ergo hanc sphærarum compenetrationem evenire, ita tamen, ut assumpta materiæ puncta suis in locis persistant: sit autem unius sphæræ radius R , alterius r . Quoniam sphæræ sunt ut cubi radiorum, prioris massa erit ut R^3 , alterius ut r^3 ; materiæ punctum in prioris superficie situm distabit a yi attrahente intervallo R , alterum intervallo r . Quod si ergo gravitas prioris puncti in suam sphærarum sit V , alterius v , erit $V:v = \frac{R^3}{R^2} : \frac{r^3}{r^2}$ (309, cor. 1.) $\equiv R:r$.

Coroll. 1. Quod si ergo quodpiam materiæ punctum intra sphærarum solidam AB (F. 64) paribus a centro distantiis homogeneam occupet primo loci punctum P , deinde p ; erit prior ipsius gravitas ad posteriorem ut $PC:pC$. Concipiatur enim imprimis intervallo CP describi sphæra interior PQ , priori concentrica; crux sphærarum, nihil aget in punctum P (præc.); ea igitur duntaxat erit ipsius gravitas, quæ esset, si illud semota illa crux in superficie sphæræ PQ esset. Eodem modo gravitas ejusdem puncti ad p delecti eadem est, quæ esset, si illud semota crux $ApBq$ in superficie sphæræ pq situm esset. Hoc autem casu prior ipsius gravitatio ad posteriorem esset ut $PC:pC$, ut modo vidimus; ergo.

Coroll. 2. Quo ergo magis distiterit quodpiam materiæ punctum in sphæra a centro, eo magis gravabit in eandem ac proinde rapido maxime, quum in ipsa sphæra superficie fuerit situm, e. g. in A .

Schol.

Schol. 1. Hactenus expositæ attractionis leges supponunt, spheras gravitantes, & in quas gravitatio sit, esse homogeneas, aut saltem eadem in paribus a centro distantius densitate præditas; quia tamen in quavis fortuita punctorum distributione ad massarum homogeneitym plurimum acceditur, eadem leges quibusvis sphæris proxime accommodari poterunt; immo etiam in Tellure, Luna, Sole &c. quorum figuram a sphærica aliquantum aberrare dicemus, absque notabilis erroris periculo obtinebant.

Schol. 2. Mutuas duorum irregularis formæ corporum gravitationes, e. g. lapidis in montem & vicissim, formulis exprimere operosius est. Nos quatenus fieri licet, & ad explicanda Phænomena necessarium est, hanc quoque in rem quæpiam subjiciemus.

PROPOSITIO V. Materiæ punctum C (F. 65.) 314
graviteret in exiguum quandam particulam, a se notabiliter distatam, constantemque duobus materiæ punctis A & B sibi invicem admodum vicinis; sit autem ejusdem particula centrum gravitatis in D. Punctum C in hypothesi toties memorata gravitabit quam proxime directione CD, ita ut gravitas ipsius sit quam proxime in ratione directa massæ trahentis particulae, & reciproca duplicata distantiae CD. *Prob.* Quoniam ponimus punctum C notabiliter distare a particula AB; hujus autem puncta esse sibi invicem admodum vicina; intervallum AB erit insensibile comparate ad intervalla CA & CB; erit ergo ad sensum CA = CB. Hinc punctum C eadem ad sensum vi trahetur a punto A, qua a punto B; consequenter lineæ rectæ CA & CB, quæ vires eas expriment, erunt ad sensum æquales. Quod si ergo compleatur parallelogrammum CADB; diagonalis CD, quæ vim compositam, adeoque puncti C gravitationem exprimit, angulum aC b in duas quam proxime æquales partes dividet; quippe dictum parallelogrammum erit quam proxime æquilaterum, in æquilatero autem parallelogrammo diagonalis bifariam fecat eos angulos, quorum apices connectit. Atqui etiam recta CD in duas partes quam proxime æquales dividit eundem angulum aC b, seu ang. ACB: cum enim D sit centrum gravitatis pun-

Storum A & B, recta CD rectam AB bifariam secat (163): porro in triangulo æquicruro, cuiusmodi est quamproxime triangulum ACB, recta, quæ ex vertice in basim demissa eandem basim bifariam secat, etiam angulum, ex eius apice demittitur, bifariam dividit (Math. 380). Directio ergo vis CD quam proxime congruit cum recta CD. Quid erat primum.

Deinde vis Ca, quam punctum A in C exerit, est ex assumpta hypothesi $= \frac{1}{CA^2}$ est paritet vis Cb $= \frac{1}{CB^2}$, seu ob rectas CB, CD, CA quam proxime æquales, est tam Ca, quam etiam Cb proxime $= \frac{1}{CD^2}$, adeoque est $Ca + Cb = \frac{2}{CD^2}$. Perro rectis Cd est ad sensum $= Ca + Cb$. Angulus enim ac Cb est insensibilis, adeoque etiam summa angulorum d Cd & b d C est insensibilis in triangulo d Cb: hinc angulus Cb d est ad sensum æqualis duobus rectis (Math. 360), seu latus Cd ad sensum congruit cum lateribus Cb & b d, estque æquale iisdem simul sumptis: ac proinde est idem latus Cd $= Ca + Cb$. Ergo est Cd $= \frac{2}{CD^2}$, seu gravitas puncti C est ad sensum, ut massa trahens divisa per CD². Quid erat alterum.

Coroll. 1. Quodsi intervallum AB notabile fuerit comparare ad distantiam puncti C, non æque procedit Propositionis probatio; eo igitur casu directio gravitatis puncti C pro varia positione mutua punctorum trahentium magis vel minus declinabit, etiam ad sensum, a communis eorundem punctorum trahentium gravitatis centro: & quoniam eo major est futura oppositio mutua virium Ca & Cb, quo major fuerit angulus ACB; eo etiam minor fatura est vis composita Cd, seu gravitas puncti C. Unde valor formulae eam gravitatem experimentis minuendus erit; ac proinde massa trahente sumpta pro numeratore, majoris distantia quadratum est pro denominatore accipendum, quam sit distantia CD.

Coroll.

Coroll. 2. Ex his intelligere licet, non obtinetur idem in quibuscunque figuris, quod de sphæris demonstratum est, ut nempe eadem accurate sint mutua gravitationes, quæ essent, si ambarum massæ in suo gravitatis centro collectæ essent. Ceterum in explicandis phænomenis tuci erimus ab errore notabili, etiam si posuerimus, mutuas quorumvis corporum, a sphærica figura utcunque aberrantium gravitationes eas esse circiter, quæ essent, si amborum massæ in suo gravitatis centro collectæ essent.

§. IV.

Utrum gravitas universalis reipſa sequatur rationem reciprocam duplicata distantiarum?

HAc tenuis ostendimus quidem gravitatem universalem esse communem corporum proprietatem; ac eandem variari in ratione reciproca duplicata distantiarum, non nisi instar hypotheseos assumptissimus, necessariaque legis illius corollaria deduximus. Videndum superest, an universalis gravitas reipſe etiam eam legem sequatur.

P R O P O S I T I O I. Gravitas, qua singula materia puncta ejususcunque globi totalis in regione Planetarum, Cometaryque tendunt in singula puncta alterius ejususcunque, est proxime in ratione reciproca duplicata mutuarum distantiarum. *Prob.* Mutua id genus globorum totalium gravitatio saltem proxime sequitur dictam rationem; atqui istud fieri nequirit utique, nisi ea quoque gravitas, qua singula materia puncta unius globi tendunt in singula puncta alterius, eandem rationem saltem proxime sequerentur; ergo. *Prob. maj.* Imprimis ex astronomicis observationibus certum est, planetas primarios circa Solem revolvī in ellipsis, quarum foci unum communem Sol occupet; atqui istud manifesto indicio est, eorundem in Solem gravitatem esse saltem proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum ab eodem (284.).

U 2

Idem

Idem eodem modo ostenditur de gravitate planetarum secundariorum in suos primarios. Denique Lunæ quoque, immo ipsorum etiam Cometarum gravitati communem esse dictam legem, vel ex his Cl. P. Jacquier verbis intelligere licet: „Mutuam (inquit ille Phys: Gen. Sect. I. P. I. C. II. Art. II.) planetarum, perturbationem, lunaresque inæqualitates laboriosissimo, & fere insuperabili calculo IN HAC ATTRACTONIS LEGE nuperrime investigarunt doctissimi viri, & calculum (*in quo tamen quasdam minorias negligi, observat Boscovichius*) cum observationibus astronomicis accurate consentire testantur diligentissimi Astronomi; imo eo pervenit, quod sperare vix fas erat, doctissimus, mihius amicissimus D. Clairaut, ut Cometarum redditum prædicere Astronomos docuerit: neque celeberrimi Viri laborem fecellit eventus; cum anno proxime elapsō 1759 paucorum dierum intervallo a calculis aberraverit redditus Comætæ, qui anno 1682 apparuerat. „Plura hanc in rem Diss. sequ. C. 2.

P R O P O S I T I O II. Gravitas, qua unumquodque hujus terrestris globi punctum materiæ tendit in unumquodque aliud, est proxime in ratione reciproca duplicata mutuarum distantiarum. *Prob. 1mo.* ex analogia. Cum enim quodlibet materiæ punctum telluris in quodlibet alterius globi totalis gravitet in ratione reciproca duplicata distantiarum mutuarum (præc.); ratio analogiæ suadet, idem sentiendum esse etiam de mutua punctorum Tellurem constituentium gravitate, nisi positiva ratio evincat, in minoribus his distantiis mutuis aliam esse gravitatis legem. Jam vero hujusmodi exceptionem nulla ratio politiva evincit: omnia enim terrestris gravitatis phænomena optime cohærere cum dicta toties attractionis lege, Cap. sequi visuri sumus: quod ipsum Propositionem hanc non mediocriter confirmabit.

Prob. 2do. Grayitas terrestrium horum corporum eadem est cum gravitate Lunæ in terram: ergo quemadmodum Lunæ puncta ea gravitate tendunt in puncta terræ, quæ sit in ratione reciproca mutuarum distantiarum (præc.), ita de terra quoque materiæ punctis

Inter

inter se comparatis idem est sentiendum. *Prob. ans.* Ea est Lunæ gravitas in Terram; vi cuius illa in superficie terræ intra $1''$ conficeret circiter 15 pedes, labendo versus Telluris centrum; cum ergo terrestria quoque hæc corpora idem circiter spatium conficiant intra idem tempus libero suo lapsu (260), dubitare haud licet, gravitatem Lunæ in terram cum gravitate horum terrestrium corporum eandem omnino esse. *Prob. ans.* Initio calculo ostendunt Astronomi, eam esse Lunæ in Terram gravitatem, vi cuius illa versus hanc, nisi vis projectilis obstareret, intra $1'$ delaberetur per altitudinem circiter 15 pedum. Est autem media Lunæ distantia a Terra 60 semidiametrovum terrestrium. Jam loco $1'$ assumamus $60''$, & quæramus imprimis per regulam auream: si in distantia 60 semidiametrovum terrestrium effectus gravitatis Lunæ in terram intra $60''$ sunt 15 pedes, quis erit ejusdem in eadem distantia effectus intra $1''$? At quadrata temporum sunt accipienda, quom id genus spatia vi gravitatis conficienda inter se comparantur (193): quare si quæsumum spatiū dicatur x , hæc proportio erit instituenda:

$$60'^2 : 15 = 1''^2 : x, \text{ eritque } x = \frac{15}{60'^2}.$$

Invento hoc spatio quæramus deinde: cum intra unam minutum secundum in distantia 60 semidiametrovum terrestrium effectus gravitatis lunaris sit $= \frac{15}{60'^2}$, quis erit ejusdem effectus in distantia 1 semidiametri, seu in superficie terræ? At quadrata distantiarum sunt accipienda, & quidem reciproce (præc.): quare si quæsumum spatiū dicatur x , hæc erit instituenda proportio: $1^2 :$

$$\frac{15}{60'^2} = 60^2 : x. \quad \text{Igitur spatiū, quod luna in superficie terræ intra } 1'' \text{ vi suæ gravitatis conficeret, seu } x \text{ est circiter } = \frac{15 \times 60^2}{60'^2 \times 1^2} = 15, \text{ numero hoc pedes designante.}$$

Skol. t. Newtonus spatiū illud, quod luna vi suæ in terram gravitatis intra $1'$ conficit in distantia

F. 54 & semidiametrorum terrestrium hac methodo definitur: feratur Luna in F. 54 circa Tellurem C. in orbita circulari, & intra 1' percurrat arcum AE: effectum gravitatis eidem minuto primo respondentem, demissa ED ad AC perpendiculari, exprimet rectam AD, seu sinus versus anguli ACE. Jam ex periodico tempore Lunæ inferunt Astronomi, arcum AE uno minuto primo respondentem esse debere quam proxime 33"; hanc nempe proportionem instituendo: ut totum tempus periodicum in minuta prima resolutum ad totam orbitam circularem, seu ad 360 gradus, ita 1' ad arcum AE, seu ad x. Cum ergo arcus AE sit mensura anguli ACE, recta AD est sinus versus anguli 33". Stat ergo hæc proportio:

Ut radius ad sinus versus 33", ita AC ad AD. Quia in proportione sinus & radios terminus ex canonibus sinuum innescunt; 33. terminus est ipsa Lunæ a Tellure distantia, æqualis 60. semidiametris terrestribus: itaque radius quoque, effectum gravitatis lunaris uni minuto primo respondentem exprimens innocentia.

Schol. 2. In utraque Propositione dictum est, mutuam materiæ punctorum gravitatem esse proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum. Nam in nostra virium theoria nequit gravitas illa esse accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum: secus enim ultimum curvæ virium crus TX Y (Fig. 1.), cuius ordinatae diversis duocum quorumlibet materiæ punctorum in diversis distantiis gravitates mutuas referunt, esse debet accurate crus hyperbolæ 3tii gradus, habentis ordinatas in ratione reciproca duplicata abscissarum; quod tamen in theoria nostra sustineri non posse, patet ex num. 53. cor. r. Neque tamen inde ullum contrarium argumentum duci potest. Nulla enim ratione ostendi potest, mutuam materiæ punctorum gravitatem esse omnino accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, sed omnibus phænomenis, & quæ ex his duci possunt, argumentis satisfit, tanetsi illa rationem dictam non accurate, sed tantum proxime sequatur. Vide, si libet, Boscov. Thcor. Nat. n. 120., 121., 122., 123., 124., & 125..

Coroll.

Coroll. Ut pro iis quoque materiæ punctis, quæ quemcunque alium globum totalem, ut Solem, Lunam &c. constituant, inter se comparatis eandem gravitatis mutuae legem statuamus, quam pro diversorum globorum punctis n. præc. & pro punctis terræ inter se comparatis hocce num. statuimus, ratio analogiæ suadet; quare generatim jam concludere licet, mutuam gravitatem, quæ sit proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum, omnibus materiæ punctis systema Planetarium constituentibus communem esse.

C A P U T T E R T I U M

De Gravitate Corporum Terrestrium.

S. I.

Explicantur phænomena terrestris gravitatis.

Omnia corpora terrestria vi suæ gravitatis versus ipsam Tellurem niti, partim experientia, partim inductione perspicuum est. Gravitatem aeris & ignis in dubium revocarunt nonnulli veterum Philosophorum, at præterquam quod analogia reliquorum corporum evincat his quoque corporibus tribuendam esse gravitatem, non defunt experimenta id ipsum aperte comprobantia, quæ nos in Phys. Part. quum de his corporibus speciatim egerimus, commemoraturi sumus. Nunc terrestris hujus gravitatis phænomena explicantia sunt: videndum scilicet, num & qua ratione queant ea revocari ad legem universalem attractionis, proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum agentis, a nobis num. præc. stabilitam.

313

P R O P O S I T I O. Omnia terrestris gravitatis phænomena apprime consentiunt cum universalis lege

U 4

attra-

attractionis, proxime agentis in ratione reciproca. duplicita distantiarum. Probarur explicazione præcipuorum terrestris gravitatis phænomenorum. I. Si nomine gravitatis intelligas ipsum pondus, gravitates terrestrium corporum deprehenduntur eorundem massis proportione respondere: nisi forte id genus duo corpora inter se conferantur, quorum alterum in superficie terræ sit, alterum in editissimi cujuspiam montis vertice collocetur. Tum enimvero tametsi eadēm fuerit utriusque corporis massa, minor tamen erit gravitas altioris corporis, quam alterius, ut patet ex num. 261. Ratio $m : m$ est. Sint enim duorum corporum pondera P & p , massæ M & m , distantia a centro Telluris D &

$$d; \text{ denique massa telluris} = \mu: \text{ erit } P : p = \frac{M\mu}{D^2}:$$

$$\frac{m\mu}{d^2}, \text{ uti patet ex num. 310; seu erit } P : p = \frac{M}{D^2}:$$

$\frac{m}{d^2}$. Jam si utraque massa fuerit in superficie terræ,

aut una existente in superficie terræ, altera in loco non adeo alto e. g. in apice turris sita fuerit; erit ad sensum $D^2 = d^2$. Itaque alteram proportionis rationem per hæc æqualia multiplicando, erit $P : p = M : m$; seu pondera erunt ad sensum, ut ipsæ massæ.

Ratio zdi est. Nam si e. g. massa m in vertice cujuspiam altissimi montis existente, altera M in ejusdem radice fuerit sita; evenire poterit, ut jam ad sensum quoque sit $D^2 < d^2$: unde sic licebit ratiocinari. Cum

$$\text{sit } P : p = \frac{M}{D^2} : \frac{m}{d^2}; \text{ si ponamus esse } M = m, \text{ erit } P : p =$$

$$\frac{1}{D^2} : \frac{1}{d^2}, \text{ seu fractionibus sublatis, } P : p = d^2 : D^2.$$

Quemadmodum ergo erit ad sensum $d^2 > D^2$, ita etiam erit $P > p$. Hoc est, ex æqualibus illis massis ea plus ponderabit, quæ in radice montis extiterit.

Schol. Juvat utrumque istud exemplo declarare. Assumamus duas quascunque massas, quarum altera M sit

si hic sit superficie terræ, altera m emineat supra eandem superficiem $\frac{1}{4}$ parte ejusdem militaris, cujusmodi 4000 continentur in semidiametro terrestri. Erit :

$$D : d = 4000 : 4000 + \frac{1}{4}$$

$$\text{Alt. ration. divid. per 10, } D : d = 400 : 400 + \frac{1}{40}$$

$$\begin{aligned} \text{Totum elev. ad quad. } D^2 : d^2 &= 160000 : 160000 \\ &\quad + 20 + \frac{1}{1600} \text{ (Math. 109).} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Alt. rat. divid. per 20. } D^2 : d^2 &= 8000 : 8000 + 1 \\ &\quad + \frac{1}{32000} \end{aligned}$$

Jam vero $1 + \frac{1}{32000}$ est utique insensibile comparate ad 8000: communiter enim censetur 1 esse insensibile comparate ad 4000: erit ergo ad sensum $D^2 > d^2$, adeoque $P : p = M : m$.

Assumamus deinde duas æquales massas, quarum altera M sit hic in superficie terræ, altera m emineat supra eandem superficiem duobus dicti generis milliariis. Erit :

$$D : d = 4000 : 4002.$$

$$\text{Alt. rat. divid. per 20. } D : d = 200 : 200 + \frac{1}{20}$$

$$\begin{aligned} \text{Totum elev. ad quad. } D^2 : d^2 &= 40000 : 40000 \\ &\quad + 40 + \frac{1}{400} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Alt. rat. div. per 40. } D^2 : d^2 &= 1000 : 1000 + 1 \\ &\quad + \frac{1}{40000} \end{aligned}$$

Jam vero differentia $= 1 + \frac{1}{40000}$ potest pro sensibili haberi comparate ad 1000; ergo ad sensum etiam poterit esse $d^2 > D^2$.

II. Accurate institutis experimentis compertum est, motum gravium libere labentium uniformiter accelerari. Certe ut aliorum experimenta taceam, P. Riccioli cum Bononiæ ex turri quadam globos cretaceos æquales & ejusdem ponderis demississet, observavit ab iis primo tempusculo confectum esse spacium $= 10$

ped. Rom. altero æquali tempusculo triplum, 3^{to} quinduplum (& sic porro per numeros impares progressando) esse percursum. Quod evidens sane indicium est motus uniformiter accelerati. *Ratio* phænomeni est. Nam tunc motum oportet esse uniformiter acceleratum, quum vis accelerans est constans; atque in libero gravium lapsu ea ad sensum constans sane est: si enim corporis a centro terræ distantia dicitur D, massa terræ M; vis acceleratrix ejus corporis

$$\text{est } = \frac{M}{D^2} (309).$$

Jam massa terræ seu M est constans; at neque D² variatur sensibiliter intra exiguum illud spatiū, quod libere cadendo emetiuntur ea corpora, in quibus hujusmodi experimenta capi solent: ergo vis quoque acceleratrix ad sensum constans sit, oportet.

Coroll. 1. Itaque eandem ob rationem motus gravium sorsum projectorum uniformiter retardari debet; quod itidem experimentis consonum est.

Coroll. 2. Igitur apparet jam, ea omnia, quæ de motu uniformiter accelerato dicta sunt Dissert. II. C. 2. §. 3. etiam in libero gravium lapsu, semotis impedimentis, ad sensum obtainere debere.

320

III. Gravia, ut ut pondere inæqualia e. g. aurum & pluma, in vacuo Boyleano per idem spatiū eodem tempore decidunt. „ In longioris tubi parte superiori suspenduntur, inquit P. Jacquier, duo pondera utcunque inæqualia, e. g. gravissimum aurum, & levissima pluma: facto deinde, ut moris est, vacuo ope machinæ pneumaticæ, corpora illa eodem temporis puncto demissa, eodem omnino tempore descendunt, & æqualibus temporibus æqualia spatiā percurrunt. „ Nempe quoniam Tellus in unumquodque materiæ punctum in iisdem distantiis easdem vires attractivas exerit, materiæ puncta aurum constituentia eodem tempore conficiunt datum spatiū libere cadendo, quo conficerent, si prorsus dissociata, sublatisque nexibus a se invicem sejuncta essent: sic etiam si plures homines æqualem omnes constanter impetu sibi ipsis indant; sive conjunctis, sive sejunctis mani-

manibus currant, eodem tempore pervenient ad metam sibi præfixam. Similiter pluma quoque eodem tempore percurret datum spatiū, quo percurrerent ipsius puncta a se ipsis sejuncta. Atqui si ponamus utriusque corporis materiæ puncta a se ipsis separari, singula materiæ puncta plumæ eodem utique tempore decident per idem spatiū, quo singula puncta auri; ergo etiam quum eadem puncta inter se connexa constituant plumam & aurum, utraque ipsorum collectio, id est tam aurum, quam pluma, libere cadendo idem spatiū eodem tempore percurrent. Vide etiam Num. 309. ubi ostendimus, vim acceleratricem corporis non pendere a majore vel minore ejusdem massa.

Coroll. Quod igitur extra vacuum Boyleanum non intra idem tempus decidant omnia corpora ex eadem altitudine, id resistentiæ aeris est tribuendum. Istud uberiorius declarabimus nos sequ: spho in Solut. Object.

I V. Corpora terrestria vi suæ gravitatis ad sensum tendunt versus Telluris centrum. Unde etiam directiones gravitationis duorum corporum sibi satis propinquorum sunt ad sensum inter se parallelæ: si enim eadem directiones continuari concipientur, non nisi in centro telluris convenient; duæ autem id genus convergentes lineaæ, quæ sibi sat propinquæ sunt, & tamen si producerentur, non nisi post ingens spatiū convenient, sunt ad sensum inter se parallelæ. Ratio phænomeni est, quia si terra esset sphæra homogenea, gravitasque universalis ageret accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum, omnia corpora terrestria accurate versus ejusdem centrum tenderent, uti patet ex n. 307. Cum ergo imprimis ejusdem terræ figura multum accedat ad sphæricam, deinde in quavis fortuita punctorum distributione ad massarum homogeneitatem plurimum accedatur, denique gravitas universalis reapse proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum agat; tametsi omnia corpora non tendant in unum idemque telluris punctum individuum, omnia tamen illa puncta circa ejusdem Telluris centrum, in quæ diversa corpora tendunt, simul sumpta

pro puncto quodam physico, quod cum dicto centro congruat, circa errandi periculum haberi poterunt.

§. II.

Salvuntur Objectiones.

322 Obj. 1^{ma}. Juxta statutam universalem attractionis legem, e duobus corporibus ex eadem altitudine demissis illud deberet celerius decidere, cuius massa esset minor; atqui istud experientia adversatur; ergo phænomena gravitatis terrestris non consentiunt cum statuta universalis lege attractionis. *Prob. Maj.* Secundum dictam legem globus terraqueus eandem vim attrahentem exereret in iisdem distantiis in strumque corpus assumptum; sed eo ipso illud deberet celerius ruere, cuius massa esset minor; ergo. *Prob. min.* Si e duabus massis eadem virium contentione impellas unam horizontaliter, qua alteram; ceteris paribus majori celeritate feretur massa minor: ergo similiter.

R. N. Maj. Ad prob. *D. maj.* Secundum dictam legem &c. hoc est, globus terrestris in iisdem distantiis eandem vim exereret in quodlibet elementum massæ minoris, quam exereret in elementum quodlibet massæ majoris. *C. maj.* hoc est, eandem motus quantitatem imprimaret massæ minori, quam majori *N. maj.* Sic dist. *min.* *N. conf.* Ad ult. prob. *C. ant.* *N. conf.* Si e duabus massis utriusque eadem motus quantitas imprimatur, ut quam eadem virium contentione projicias horizontaliter massam unam, qua alteram; maiorem fore celeritatem massæ minoris, quam majoris, palam est: eadem enim motus quantitas in massa minore in pauciores partes distribuitur, quam in majore. At in lapsa corporum aliter se se res habet: ibi non vires motrices, sed acceleratrices sunt æquales; eadem ergo celeritate ruet corpus gravius, quo levius, ut n. 320 ostendimus, nisi aeris resistentia variationem inducat.

Urg. 1. Si quodlibet elementum massæ minoris eadem vi urgeretur versus Telluris centrum in iisdem distantiis, qua quodlibet majoris; duo ejusdem voluminis

minis globi , alter aureus , chartaceus alter , ex eadem altitudine demissi eodem tempore deberent decidere ; atqui contrarium testatur experientia ; ergo.

R. D. maj. Eodem tempore deberent decidere , si ruant in medio resistente , ut in aere , aqua &c. *N. maj.* Si absit resistentia medii *C. maj.* sic dis. *min.* *N. conf.* Si duo id genus globi in aere ruant , eandem uerque persentiscent resistentiam medii : cum enim eorundem volumina ponantur esse æqualia , aereæ quoque columnæ , quas labendo loco movere debent , æquales sint , oportet . Jam vero eandem aeris resistentiam ille utique globus vincet citius , qui majorem habuerit motus quantitatem , ac proinde cujus massa fuerit major : cum ergo uerque globus ex eadem altitudine eodem tempore debeat decidere , si absit resistentia medii (320) ; accedente resistentia medii ille decidet citius , cujus massa major exstiterit .

Urg. 2. Experientia constat , duos æquales globes , quorum alter sit aureus , ferreus alter , eodem tempore decidere in aere ex eadem altitudine ; idem est non tantum de hujusmodi globis , verum etiam de pluma & auro in vacuo Boyleano : atqui ista pugnant cum data responsione ; ergo . *Prob. min.* Secundum datam responsionem aureus globus utope densior facilius deberet vincere liberi aeris resistentiam , quam ferreus : pariter in vacuo Boyleano rarissimus ille aer , qui nunquam potest ex integro exhaustiri , sed semper aliquis remanet , facilius deberet ab auro superari , quam a pluma : sed si ita ; ergo .

R. C. maj. *N. min.* Ad prob. *D. maj.* Secundum datam &c. ita ut discriminem ~~mod~~ in ipsis sensus incurare debeat . *N. maj.* Ita ut hos effugiat *C. maj.* Sic dis. *min.* *N. conf.* Quod si corpora , quæ libere decidunt ex alto , sat gravis fuerint , uti est globus tam aureus , quam ferreus ; resistentia aeris respectu ipsorum est prorsus exigua , perindeque se res habet ad sensum respectu uniuscujusque id genus sat gravis corporis , ac si omnis resistentia aeris abesset . Cum ergo semota aeris resistentia omnia corpora ex eadem altitudine eodem tempore debeant decidere ; etiam in libero aere assumpti graves globi eodem ad sensum tempore decidant , est necesse . Idem est de auro & pluma in vacuo Boyleano .

leano. Nempe rarissimus ille aer, qui in recipiente semper aliquis remanet, vel levissimæ plumæ ruenti tam debilitet resistit, ut ad sensum idem sit, ac si proorsus non resisteret. Semper tamen ajo: *ad sensum.* Reapse enim eandem medii resistantiam tam intra, quam extra vacuum Booleanum facilius superat corpus densius, ac proinde utrobique reapse & mathematice breviori tempore decidit ex eadem altitudine, quam alterum corpus levius.

323 *Objicies 2do.* Si gravitas terrestris sequeretur universalem attractionis legem; lapis ex apice turris demissus fortius traheretur a turri, quam a terra, adeoque non deberet in terram decidere, sed adhærente turri; atqui contrarium docet experientia; ergo. *Prob. maj.* Gravitas lapidis in terram sit $\equiv V$, in turrim $\equiv v$; distantia ejusdem a centro terræ $\equiv D$, a centro turris $\equiv d$; erit ad sensum $V : v = \frac{I}{D^2} : \frac{I}{d^2} = d^2 : D^2$.

Cum ergo sit $d^2 < D^2$, esse deberet etiam $V < v$: hoc est, lapis ille fortius traheretur a turri, quam a terra.

Rg. N. maj. Ad prob. *N. maj.* Gravitas enim est generatim in ratione composita massæ trahentis, & inversa duplicita distantiae; ut adeo nonnisi tunc subsistat objecta proportio, cum massa trahens est constans. Cum ergo massa terræ non sit æqualis massæ turris; si illa sit $\equiv M$, hæc $= m$, erit $V : v = \frac{M}{D^2} : \frac{m}{d^2}$. Jam vero lon-

ge major est valor fractionis $\frac{M}{D^2}$, quam sit fractionis $\frac{m}{d^2}$, quia numerator M longe magis excedit numeratorem m , quam denominator D^2 denominatorem d^2 ; ita ut vis gravitatis in terram elidat gravitatem in turrim.

Urg. Ex data responsione sequeretur *imo.* non posse evenire, ut exigui pulvisculi adhærent speculo verticaliter posito: eorum enim gravitas in terram deberet superare gravitatem in speculum. *2do.* Saltem *id*

id sequeretur, corpora penes vastam turrem libere descendens debere describere diagonalem, non autem ruere deorsum perpendiculariter. Corporis enim A (F. 66) penes vicinam turrem ruentis gravitatem in F. 66 eandem turrem referat recta A B, ejusdem in terram gravitatem recta A C; juxta leges compositionis motuum, deberet utique corpus illud completo parallelogrammo A B D C diagonalem A D motu suo describere.

B. *Ad unum. N. sequ.* Exigui pulvisculi non ideo adhaerent speculo, quasi eorum gravitas in speculum superaret eorundem in terram gravitatem; hanc enim illa longe majorem esse in confessu est: verum ideo, quod ad magnam cum speculo vicinitatem delati, aliquas ejusdem speculi vires attractivas, quas n. 58. cor. 1. ab universali gravitate distinkimus, particularesque nominavimus, persentificantur. Nempe particularis id genus attractio, tametsi massa trahens exigua fuerit, superare potest etiam totius telluris attractionem universalem. Neque tamen hinc inferat quispam, fore consequens, ut etiam lapis speculo dicto appressus eidem adhaerere debeat. Tametsi enim eo casu aliquæ lapidis illius particulæ, quæ nimirum speculo vicinissimæ fiunt, particulares ejusdem speculi attractiones persentificantur; haec tamen tantum pondus, quantum est lapidis, haud possunt sustinere, ut ut exiguis pulvisculis sustentandis sufficiant.

B. *Ad alterum.* Omnino verum est, quod assertur. Si corpus A delabens a vicina turri vel monte attrahatur vi A B, a Tellure vero vi A C; motu suo diagonalem A D describet. Advertendum tamen est: tunc incursum in sensu ~~H~~ a perpendiculari A C declinationem, quem vis A B — D C fuerit notabilis compare ad vim A C: si autem in triangulo A D C basis D C compare ad latus A C evanuerit; A D cum A C ad sensum congruet, adeoque corpus perpendiculariter per A C ruere videbitur. Atque hinc est pertinenda ratio, cur ad radicem montis Chimboraco (quod Condaminius & Bouguerius observarunt) pendulum 7 circiter minutis secundis declinaverit versus montem a perpendiculari. Nempe gravitatio penduli in magnum hunc montem compare ad gravitatem in terram totam non evanescit ita, ut ejus effectus nulla ratione

tione possit observari. At quem corpus penes quocunque ædificium , aut communias magnitudinis montem delabitur ; vis A B , quæ illud argetit ad latus , prorsus evanescet ad sensum comparate ad A C . Quod si pateat , vicem id genus ædificii , aut montis subeat sphæra ejusdem cum terra densitatis , habens radium æqualem $\frac{r}{10}$ parti ejus milliaris , cujusmodi 4000 continentur in radio terræ . Radius terræ dicatur R , radius assumptæ sphæræ sit r ; erit $R : r = 4000 : \frac{1}{10} = 40000 : 1$. Deinde vis acceleratrix ejusmodi corporis in superficie terræ existentis sit $= V$, ejusdem vis acceleratrix , qua in dictam sphærā nittitur , dum in ejusdem superficie existit , sit $= v$; erit $V : v = R : r$ (313) : seu erit $V : v = 40000 : 1$. Hoc est vis tractiva sphæræ comparate ad vim tractivam terræ est , ut 1 ad 40000 , adeoque in consortio hujus est omnino insensibilis.

324 *Objic. 3^{ro}.* Si gravitas terrestris sequeretur universalē attractionis legem , saltem hæc consequi necesse esset : *1^{mo}*. Idem lapis millies & millies gravior esset in superficie terræ , quam in vertice alti ejusmodi montis , quod probo. Intervallum , quo montis vertex a centro Telluris distat , sit $= D$, radius vero $=$ Telluris $= R$; vis acceleratrix lapidis in montis vertice erit $= \frac{I}{D^2}$ (309. cor. 3) , ejusdem vis acceleratrix in superficie terræ erit $= R$ (313) . Quodsi ergo hujus lapidis massa sit m , pondus , quod in superficie terræ habet , sit $= P$, quod autem habet in vertice montis , sit $= p$; quoniam vis motrix seu pondus acquiritus , si vis acceleratrix multiplicetur per massam (310) , erit $P = \frac{m}{D^2}$ & $p = mR$, consequenter erit $P : p = \frac{m}{D^2} : mR$. Jam vero quis non videt millies & millies majus esse mR , quam sit $\frac{m}{D^2}$ ergo . *z^{do}* *Quo-*

Quoniam in hac theoria terrestria corpora etiam in Lunam & Solem gravitant, eadem notabiliter leviora esse deberent, Luna & Sole in Meridiano simul existentibus, quam sint iisdem astris in horizonte constitutis. Cum enim horum astrorum massæ simul sumptæ massam terræ plurimis vicibus supererent; in theoria hac admittendum videtur, fore, ut illa corporum terrestrium gravitatem opposita sua attractione plurimum imminuant, quoniam ad Meridianum appellant. 310. Motus gravium libere labentium constanter deberet accelerari, quia vis eorum acceleratrix sine cessatione constanter ageret; cum tamen accurate institutis Physicorum experimentis constet, accelerationem corporum libere descendenterium in medio resistente certis definiti limitibus, ita ut motus ipsorum acceleratus tandem in uniformem abeat.

B. N. has omnes sequelas. Ad prob. 310 ajo, non stare hanc proportionem: $P : p = \frac{m}{D^2} : m R$. Cum

enim dicitur vis acceleratrix in vertice montis esse $= \frac{1}{D^2}$; hac in formula omittitur Telluris massa trahens

M , eique substituitur unitas (309. cor. 3.): cum autem dicatur vis acceleratrix in superficie terræ esse $= R$, istud ex ea generali vis acceleratricis formula eruitur, in qua massa trahens M retinetur, uti patebit recolenti numerum 313. Ergo dum has formulas in objecta proportione commisces, eum errorem committis, quem committeres, si in eo casu, in quo spatia S & s eadem celeritate motu uniformi percurrentur, sic ratiocinari: est generatim in motu uniformi $s = ct$; quia vero in praesente casu celeritas est constans, est $S = t^2$; est ergo $S : s = T : ct$. Quod ut magis pateat, elucescatque veritas, in praesente casu hoe potius modo ratiocinare: assumpti lapidis vis acceleratrix in vertice montis est $= \frac{M}{D^2}$ in superficie terræ $= \frac{M}{R^2}$ (309.),

seu ob massam telluris æqualem cubo radii, vis acceleratrix illic est $= \frac{R^3}{D^2}$ hic $= \frac{R^3}{R^2} = R$. Jam vero est

ad sensum $\frac{R^3}{D^2} = R$, quia est ad sensum $D^2 = R^2$: eadem est ergo ad sensum vis acceleratrix lapidis in vertice montis, quae est in superficie terræ. Ex quibus sequitur imprimis esse $P: p = \frac{R^3 m}{D^2} : R m$; deinde esse

ad sensum $\frac{R^3 m}{D^2} = R m$, adeoque etiam esse ad sensum

$P = p$. Quod si de monte admodum alto sermo esset, posset evenire, ut ad sensum etiam sit $D^2 > R^2$: quo casu decrementum gravitatis in lapide ad ejus montis verticem delato posset ope penduli notari, uti jam alias dictum est.

Ad prob. 2dæ sequ. B. Initio calculo compereunt Cl. PP. Le Seur, & Jacquier, vim Lunæ & Solis simul, quæ in Objectione adducitor, esse ad vim gravitatis terrestris ut 1 ad 20,2890, adeoque esse in minori ratione, quam sit unitas ad duos milliones. Unde patet, ea actione nequaquam posse induci sensibilem variationem in pondus corporis ullius in libra appensi. Eadem nihilominus actio sufficit ad efficiendos maris aestus; cuius rationem sequ. Dissert. daturi sumus.

Ad prob. 3tiae sequ. ajo, difficultatem hanc in quolibet systemate perinde objici posse, ut expendenti facile patet. Porro ejus solutio pendet imprimis ab aeris resistentia. Cum enim eo magis resistat aer, quo major est celeritas corporis ruentis (111); ubi durante motu acceleratione per tempus aliquod, celeritas ruentis corporis jam satis magna fuerit, resistentia aetis ea jam erit, quæ pene tantum imminentia celeritatem ejusdem corporis, quantum eam auget continuata actio vis acceleratrix. Deinde cum spatia singulis æquibus tempusculis respondentia in motu uniformiter accelerato crescant ut numeri naturales impares 1, 3, 5 &c. (191. cor. 1.); incrementum motus post aliquod tempus lapsus difficilius notatur, quam initio ejusdem: notabilius enim differt 5 a 3, vel 7 a 5, quam e. g. 95 a 93.

Schol.

Schol. Quisnam sit terminus ille, ultra quem motus evadat æquabilis, nequit universe definiri; habenda enim est ratio tum mediæ, magis, minus densi, & tenaciæ, tum etiam in corpore ruente densitatis, molis, figuræ. P. Dechales Stat. L. 2. Prop. 12. spicatur, accelerationem haud pervenire ad trecentos pedes. Id verum est, corpora rariora citius pervenire ad æquabilitatem motus ceteris paribus, item quam ampliorem habent superficiem anteriorem: his enim magis resistere aerem in comperto est. Sic nives cadentes minori celeritate ruunt, quam pluvia vel grando, item expansa charta, quam convoluta &c.

Pro reliquis Object. solvendis *Nora 1^{mo}.* Ex 323 universal attractione prorsus non sequitur fore, ut corpora per horizontale planum sparsa mutuo se se attrahendo in cumulum utrumque abeant. Cum enim gravitas corporis in eum globum, cuius radius sit æqualis $\frac{1}{10}$ parti ejus milliaris, cuiusmodi 4000 continentur in radio terræ, ad ejusdem corporis in terram gravitatem sit, ut 1 : 40000 (323. in resp. ad Urg.); profecto ejusdem in minora corpora gravitatio longe adhuc minor erit, tametsi ab iisdem exiguo intervallo distiterit. Unde facile patet, tam esse debilem mutuam in se se corporum terrestrium gravitationem, ut ejus efficientiam minimus astrictus, exigua plani, per quod corpori progrediendum esset, elevatio, aut etiam aeris resistentia elidat.

Nora. 2^{do}. Ex eo, quod generalem attractionem e phænomenis eruimus, tum rursus phænomena singularia ex attractionis generalis lege deducamus, non bene objiciunt nobis quidam Cartesianorum, nos idem per idem explicare. Non enim explicat ille idem per idem, qui primum per analysis e phænomenis generales naturæ leges eruit, ac tum deinde per eas leges, jam stabilitas, vimque certorum principiorum obtinentes, particularium phænomenorum rationem reddit. Secus enim hi ipsi Adversarii fateantur, oportet, a se idem per idem explicari, dum interrogati, cur corpus A nonquam adduci possit, ut eundem cum B locum occupet, pro ratione inpenetrabilitatem adducunt nam inpenetrabilitatem non nisi ex ejusmodi phæno-

menorum collectione, cuiusmodi est istud, quod nunc explicant, potuerunt pro generali corporum omnium proprietate statuere.

§. III.

Referuntur quorundam Philosophorum de causa gravitatis opiniones.

326 **C**artesius gravitatem corporum terrestrium a vortice æthereæ substantiæ circa Tellurem motu repetit. Nempe, uti n. 36 diximus, varios ingentes æthereæ materiæ vortices excoxitavit Cartesius, quorum unius centrum Sol, alterius Terra &c. occupet. Dum ergo, inquit, ejus e. g. vorticis, qui circa terram ab occasu in ortum volvit, particulæ rotantur; vim quandam centrifugam concipiunt, qua a centro vorticis, adeoque etiam terræ, recedere, & in summam ejusdem vorticis superficiem eluctari nitantur. Quia vero corpora illa, quæ particulis ad motum minus aptis constant, minorem concipiunt vim centrifugam, ait ea versus centrum vorticis debere a subtiliore materia detrudi, adeoque gravitatem quandam sibi extrinsecam nancisci. Similiter solariorum e. g. corporum in Solis centrum gravitationem per eum vorticem explicat, qui circa Solem gyretur: & sic porro de ceteris globis cœlestibus.

Contra arbitrariam hanc Cartesii hypothesim missis ceteris unum istud hoc loco notare sufficiat. In hac hypothesi vis centrifuga, orta ex conversione materiæ vorticis, deberet corpora minore vi centrifuga pollutia urgere versus centrum sui motus circularis. e. g. In Fig. 3 sit A B axis terræ, circa quem converatur vortex ætheris. Assumamus duas ætheris portiones, unam in H, alteram in L sitam. Quemadmodum circulos parallelos describunt suo motu duæ haec portiones, ita etiam directionibus parallelis HG & LK nitentur recedere a centris eorum circulorum, quos motu suo describunt; consequenter etiam directionibus parallelis H C & L M deberent detrudere ea corpora, quæ

quæ ambiunt. „ Hinc gravia extra æquatorem sita „ non deberent nisi versus centrum terræ , sed versus „ axem , & figura marium non deberet esse sphærica , „ sed cylindrica. Et quidem id ipsum experimento „ confirmatur , subjiciente rem ipsi oculis. Impleatur „ aqua globus vitreus , in qua innatent frustula levio- „ ris materiæ , sed colorata , ut videri possint. Dum „ vas quiescit , ea colligantur in summo vase ob ini- „ morem illam gravitatem suam ; si autem ipsum vas „ motu veloci agatur in gyrum , cum illa frusta a præ- „ valente vi centrifuga particularum aquæ truduntur „ versus axem , & ibi non quidem in sphæram , sed „ in cylindrum conformantur. „ Boscovichius in An- „ not. ad L. VI. Stay.

Plorimi Cartesianorum , præfertim hodiernorum , 327
rejectis dictis vorticeibus novas ineunt vias gravitatis phænomena per ætherem explicandi : & quoniam hæc Philosophorum secta hypotheseon feracissima est , mihi dictu , quantopere apud ipsos vel hoc uno in argumento excreverit systematum numerus ; pene singulis eorum novos & novos ætheri motus , directio-nes &c. precario attribuentibus. Unum alterumve ex eorum præcipuis breviter referemus.

Itaque aliqui Cartesianorum volunt ætherem glo-
bis totalibus , ut sunt Sol , Terra &c. interjectum esse
in quodam violentæ compressionis statu constitutum ,
qui dum ubique se se expandere conatur , obstantibus
corporibus impenetrabilibus communicet vim ac impe-
tum , quo tum comprimantur , tum versus centrum
ejus globi totalis , ad quem pertinent (consequenter si
de terrestribus corporibus sit sermo , versus centrum
Terræ) detrudantur. Alii eorum , gravitatem cor-
porum a pressione rectilinea versus centrum repetunt :
at vel in ea pressione rectilinea explicanda plurimum
inter se discrepant. P. Castel pressionem hanc ab igne
centrali globorum mundanorum ori existimat , neque
distinguit prementem illam materiam a lumine. Ait
enim eandem materiam esse lucem , quatenus a centro
globorum movetur versus peripheriam ; esse vero gra-
vitatem , quatenus a peripheria movetur versus eorum
centra. Qui huic hypothesi adhærent , hoc fere mo-

do conantur explicare liberum gravium lapsum. Flu-
dum, inquiunt, æthereum a Sole, stellis fixis, & Pla-
netis supra horizontem nostrum sitis propellitur rectis
radiis ita, ut a quovis horum globorum ad quodvis
horizontis nostri punctum permulti radii incident; i-
quorum impulsibus cæberrimis corpora terrestria versus
centrum terræ propellantur. Addunt autem, ob in-
gentem corporum omnium porositatem fieri, ut ii ra-
diis non solam feriant superficiem corporum, sed inti-
mos quovis eorundem meatus pervadant, singulasque
solidas particulas oscillationibus suis versus dictum cen-
trum continenter urgeant. Atque hoc ex capite redi-
dunt rationem, cur gravitas in corpore sit massæ pro-
portionalis.

Contra priorem hypothesim hæc breviter nota-
mo. Frustra adstruunt Cartesiani ætherem dicto modo
esse compressum; quos enim in cœlo fornices fингent,
qui eum in violento illo compressionis statu constanter
retineant? 2do. si fluidum illud sola pressione tantum
posset, ut ea vi propellas corpora versus terræ centrum,
quam e. g. in axis ruentibus experimur, cur nihil
potest incursu suo contra celerrimos Planetarum, Co-
metarumunque motus? 3ro. Demittatur lapis ex apice
eiusmodi turris. Pressio ætheris lapidi subjecti, qua
lapis ille versus plagas superiores urgetur, est in æquili-
brio cum ea superioris ætheris pressione, quæ eundem
lapidem deorsum urget; quemadmodum aer intra nos-
latens, qui prohibet; ne ab exteriore comprimatur,
est in æquilibrio cum eodem exteriore, item brevior
columna aerea, quæ in cubiculo incumbit barometro,
cum columna majore sub libero cœlo: istud enim quæ
inficiatur, profecto non videretur unquam rite ex-
pendisse naturam fluidi elastici. Quomodo ergo fieri
potest, ut tamen lapis ille definite deorsum. & qui-
dem tanto impetu ab incumbente illo æthere propella-
tur?

Contra hypothesim alteram hæc inter alia argu-
menta pugnant. 1mo. Fornices cavernarum subterrane-
arum, cuiusmodi complures reperiuntur in saxeis mon-
tibus (idem pene est de cellis vinariis) magnam
omnino partem intercipiunt radiorum, a Sole, ceteris
que

que sideribus evibratorum, videlicet eos omnes, quos reflectunt, aut absorbent; ergo juxta hanc hypothesim gravitas corporum in ejusm. cavernis notabiliter immixtus deberet: quod tamen experientiae adversatur. 2do. Si eos radios, quos Sol oriens dato quodam exiguo tempore in globum libere decidentem directione horizonti fere parallela evibrat, contendas cum omnibus iis radiis simul sumptis, quos omnia reliqua astra in eundem globulum eodem tempore directione contraria emittunt; longe major erit illorum, quam horum numerus. Cum enim ostendatur in Physica part. eandem esse ad sensum celeritatem luminis, sive a Sole, seu a stellis fixis propagetur; nisi dicas in superficie terrae longe densius esse lumen solare, quam sit lumen a ceteris omnibus astris simul sumptis evibratum, nunquam lane reddes rationem, cur tanta sit differentia diurnum inter & nocturnum lumen. Itaque dictus globulus Sole horizontem attingente longe plures radiorum impulsus persentiscit ea directione, qua radii soares horizontem radunt, quam directione contraria; præsertim cum fere totidem stellæ fixæ orientur cum Sole, quæ eadem, qua Sol, directione globulum illum radiis suis feriant, quot eodem tempore occidunt: consequenter, si radiorum ab astris evibratorum impulsus tam efficaces essent, ut ab iis gravitas corporum proficiisci possit, hoc in casu assumptus globulus a lapsu perpendiculari notabiliter deflectore debet: quod tamen non experimur.

§. I V.

De inæqualitate gravitatis in variis terræ locis.

Gravitatem massæ terrestris diversam esse sub diversis ab Äquatore latitudinibus, nimis crescente versus polos, decrescere autem accedendo ad Äquatorum, hodie certum jam est Physicis. In hujus rei notitiam primus fortuito devenit Richerus seculo praecedente. Is jussu Regis Christianissimi anno 1672

navigaverat in Cayennam insulam , sub zona torrida sitam , ut ibidem Planetarum ad summum Cali verticem accedentium motum accuratius definiret : detulit que secum horologium oscillatorium , quod in urbe Parisiensi singulis minutis secundis singulas oscillationes absolvebat . Eo delatus observavit horologium illud lentius jam oscillare , ita ut singulis diebus 148 oscillationibus pauciores absolveret , quam absolvere solitum fuerit Parisiis . Quo ex Phænomeno cum ille collegisset , gravitatis vim in insula Cayenna minorem esse debere , quam in urbe Parisiensi ; rem uberioris discutendam censuit . Quare accuratione summa definitivè longitudinem penduli simplicis , ibi oscillationem quamlibet intra minutum secundum absolventes , eamque mensuram plurimis observationibus confirmatam æri incidit , ac secum Parisios detulit : ubi observationibus item diligentissime institutis invenit , ejusdem penduli , quod in insula Cayenna ad singula minuta secunda oscillabat , longitudinem angeli debere Parisiis , ut maneat isochronum , seu ut Parisiis quoque singulas oscillationes singulis minutis secundis absolvat .

330 Vulgo inexpectatae observationis successo complures , & quidem primi subsellii Philosophi ; quos inter Hugenius & Newtonus , facile agnoverunt , vim gravitatis majorem esse in urbe Parisiensi , sita sub latitudine 48 grad. 50 minut. quasi in insula Cayenna , quæ jacet in zona torrida sub latitudine australi ; circiter graduum . Nec immerito : nam ~~zmo~~ ex eo , quod pendulum manente eadem longitudine sua pauciores absolverit intra idem tempus oscillationes in insula Cayenna , quam Parisiis , hoc modo licet ratiocinari . Vis gravitatis , quæ est Parisiis , sit $\equiv V$, numerus oscillationum ibidem infra datum tempus a pendulo peractarum $\equiv N$; eadem pro insula Cayenna parvis literis exprimantur . Quoniam eadem erat utrobiique longitudine penduli , stat : $V : v \equiv N^2 : n^2$ (257. cor. 2.) : atqui ex observatione Richeri est $N^2 > n^2$; ergo est quoque $V > v$. *2do.* Ex eo , quod angeli debuerit longitudine penduli Parisiis , ut maneat isochronum , hoc potest in eandem rem formari argumentum . Vis gravitatis Parisiis sit $\equiv V$, longitudine penduli $\equiv L$; eadem

dem pro Cayenna insula parvis literis exprimantur. Quoniam pendula ponuntur esse isochrona, stat: $V : v = L : l$ (326. cor. 1.) : quare ob $L > l$ est etiam $V > v$. Hoc est, rursus evincitur, majorera esse vim gravitatis Parisiis, quam in insula Cayenna.

Hoc detecto, diligenter investigarunt Physici, an Richeri experimenta etiam in aliis quibusque duobus locis, quorum unus longe magis distaret ab Aequatore, accederetque ad alterutrum polum, quam alter, obtinerent; & constanter eadem, quæ Richerus, experti sunt, quicunque accuratis instrumentis usi sunt, debitamque in observando diligentiam adhibuerunt. Sic ut alios taceam, Maupertuisius ope instrumenti, quod eum in finem elaboravit celeberrimus artifex, & observator Londinensis Grahamus, observavit Pelli in Lapponia sub latitudine 66 grad. 48', intra tempus illud, quo stellæ fixæ semel revolvuntur, 58 oscillationibus majorem fuisse numerum oscillationum, quam fuerit intra idem tempus Parisiis, manente eadem penduli longitudine. Idem longitudinem penduli ad singula minuta secunda oscillantis, seu pedis horarii, Torneæ itidem in Lapponia reperit esse 3 pedum & $9\frac{1}{2}$ lineatum: cum tamen ex observationibus Bouguerii Parisiis esset 3 pedum, $3\frac{6}{7}$ lin. sub Aequatore vero

3 pedum, $7\frac{2}{100}$ lin. Plurimas alias, quæ ab aliis observatoribus pro diversis locis determinatae sunt, pedis horarii longitudines videre licet simul omnes collectas ordine chronologico in notis ad annum 1734 Transaktionum Anglicanarum, Gallice editis Parisiis anno 1746, ubi & mappa adjecta est locorum omnium, in quibus observationes illæ sunt institutæ. Ex quibus observationibus, eo argumentandi genere, quo n. præc. usi sumus, ita colligitur gravitatis vim crescere accedendo versus polum, recedendo vero decrescere, ut de eo dubitari jam non possit.

Obj. 1mo. Dici potest, ideo lentius oscillare idem pendulum prope Aequatorem, quam prope polum, quod propter aerem illic rariorem in ampliores arcus excurrat, quemadmodum in aere ope antliae rarefacto even-

nire notavit Derhamus: ergo Richeri, aliorumque experimenta non evincunt, diversam esse sub diversis latitudinibus vim gravitatis. 2do. Certam est, metallum omnia frigore contrahi, calore distendi; rursus ergo dici potest, ideo lentius oscillasse Richeri pendulum in insula Cayenna, quam Parisiis, quia illic calore non nihil prolonatum fuit, hic autem frigore contractum, quin has penduli sui variationes Richerus observaret. 3ro. Vulgatis Richeri observationibus complures Academici instituerunt per Europam observationes, Parisiis, Londini, Uranoburgi &c. nihilominus tamen in omnibus his locis, ut ut latitudine geographica discrepantibus, eandem esse deprehenderunt pedis horarii longitudinem; ergo errori in observationibus commissio adscribendum est, quidquid Richerus, ejusque sectatores pro gravitatis inæqualitate adducunt. Confirmatur istud ex eo, quod ex ipsæ observationes, quæ pro dicta gravitatis inæqualitate adducuntur, a se invicem discrepant; uno obsevatore hanc, alio aliam pedis horarii longitudinem pro eodem loco suis ex observationibus deducente. Hinc enim sic argumentor: gravitatis variationem non evincunt observationes illæ, quas erroris suspectas reddit ipsarum dissensus; atqui &c., ergo.

Ad imum R. Imprimis Maupertuisius cubilia, in quibus tum Parisiis, cum etiam in Laponia suas observationes instituit, ope thermometri ita attemperavit, ut idem omnino esset utrobique caloris gradus. Eandem cautionem adhibuerunt alii quoque, vel certe adhibitis accuratissimis barometris atmosphæræ variationem detexerunt, quæve inde redundaret in penduli motum varietas, adhibita correctione compensarunt. Deinde aeris resistentia in tam exigua velocitate, qua pendulum movetur, fere nulla est, & si quid agit, ubique motum retardat, idque potius sub æquatore minus (ob magnam caloris aerem rarefacientis vim) quam prope polum; cum tamen illic sit lentior penduli motus, quam prope polum. Denique majorem illum sub æquatore arcuum excursionem facile resarcit major prope polos aeris densitas. Certe neque Derhamus expertus est, lentius oscillare pendulum in vacuo

Boy-

Boyleano, quam in libero aere, ut ut in amplioris arcus excurserit in eo vacuo, quam extra illud.

Ad alterum R. Observatas penduli variationes caloris, frigorisque vicissitudinibus adscribi non posse, extra dubium est. Teste Newtono L. 3. Principi experimentis diligenter institutis compertum est, virgam ferream sex pedum æstivo meridiano Soli diu expositam non increvisse ultra $\frac{2}{3}$ lin. virgam autem penduli unius ad ignem candefactam per $\frac{1}{2}$ lin. excrevisse. Primus calor ex Sole æstivo meridiano conceptus, satis ille vehemens, in virga penduli trium pedum induceret unam tertiam linea partem: alter autem vehementissimus, igne scilicet excitatus, efficeret in ejusdem penduli longitudine incrementum $= 1 \frac{1}{2}$ lin. At differentia inter horarios pedes, quorum alter pro æquatore, alter pro Parisiis determinatus erat (præc.), fere est $= 1, \frac{1}{2}$ linea; cum tamen pendulum Parisiis ad loca æquatori subjecta translatum nec igni, nec radiis solaribus fuerit expolitum, sed potius caloris effetus summa diligentia fuerit impeditus. Dicta ergo differentia prorsus non potest majori sub æquatore calori adscribi. Deinde pendulum, ad æquatorem accedendo, decurtari debet, ut isochronum maneat, tametsi in quibusdam locis æquatori vicinis minor sit calor, quam in locis etiam 20 gradus magis remotis. Quod nominatum in Peru evenisse memorat P. Hauser, vicinis montibus gelu rigescientibus. Denique Maupertuisius in Laponia, Halleyus in insula S. Helenæ æquatori proxima usi sunt instrumentis a celeberrimo Grahamo ita constructis, ut penduli longitudo a caloribus, frigorisque vicissitudinibus aut nullam, aut prorsus exigiam, quæ tuto contemni possit, variationem pateretur (259. Schol.): qui tamen e præcipuis eorum sunt, qui observationes Richeri suis observationibus confirmarunt. Nominatum vero de Richeri observationibus sic loquitur Mac-Laurinus *expos. Phil. Nerr.* L. 4. C. 6. "Richerius, qui nihil accurationis, nihil solertiae in suis observationibus desiderari passus est, reperit, pendulum singulis minutiis secundis temporis in insula Cayenna oscillans, esse integra linea & quarta parte brevius, quam quod Parisiis eodem in-

330 D I S S E R T A T I O T E R T I A

tervallo temporis vibrationem peragit. Censuit
 autem Newtonus, non levi ductus ratione, caloris
 effectum haud posse sextam lineæ partem excedere,
 quæ subducta e tota illa differentia Richerio obser-
 vatæ relinquit lineam cum duodecima adhuc parte,
 procul dubio gravitatis imminutioni adscribendam.

Ad 3 rium ajo cum Boschovichio „ loca Europæ,
 in quibus eadem inventa fuerat longitudo penduli,
 non ita multum distare a se invicem, ut iis instru-
 mentis, quæ tum in usu erant, discriminem exiguum
 exiguæ distantiaz debitum deprehendi posset. „ Por-
 ro quis Richerum, Maupertuisum, Halleyum &c. o-
 scitantiaz, crassique in observationibus illis erroris com-
 missi arguere audeat?

„ Quis non ingenium, non ars, cautique timores,
 „ Ingeniosaque sedulitas, non copia deerat
 „ Instrumentorum, quæ Dædalus arte Britannus
 (*Grabamus*)

„ Ediderat multa. „ Ut de iisdem Clarissimis Vi-
 ris Bened. Stay Phil. recens. L. 3.

Ad Confirm. B. Ut ut eam, quæ objicitur, discre-
 pantiam in observationibus reperiri fatendum sit, quod
 nimirum admodum arduum sit in ejusmodi observatio-
 nibus omnem errorem minimum evitare; in eo tamen
 omnes id genus observations universe convenient
 quod indicent, pedem horariorum breviores esse versus
 æquatorem, quam sit versus polum, & ita quidem,
 ut differentia prossus non possit attribui vicissitudibus
 aeris. Atque istud pro affirmanda gravitatis inæquali-
 tate sufficit. Unde ad positum syllogismum *B. D. maj.*
 gravitatis variationem non evincunt observations illæ,
 quas quoad longitudinem horarii pedis universe erroris
 suspectas reddit ipsarum dissensus *C. maj.* quas quoad
 veram & accuratam horarii pedis longitudinem suspe-
 cetas quidem reddit ipsarum dissensus, non tamen quo-
 ad ejusdem horarii pedis longitudinem universe consi-
 deratam *N. maj.* Sic *Difst. min. N. conf.*

§. V.

Quæ sit causa diversæ sub diversis latitudinibus gravitatis?

Ponamus tellurem esse figuræ proxime sphærica², motuque diurno circa suum axem converti. Etiamsi ceteroquin eadem esset ubique in superficie terræ vis gravitatis; hic tamen vertiginis motus efficiet, ut ea sub æquatore minima sit, & ab hoc versus polos progrediendo continenter crescat. Sit enim arcus **Aa** (F. 67) pars æquatoris terræ; **AB** sit turris supra tertæ superficiem eminens, in cuius apice **B** sit mobilis quispiam lapis collocatus. Intra exiguum quodpiam tempus, intra quod ea turris e positione **AB** ob telluris motum vertiginis abeat in positionem **ab**, lapis ille cum apice ejusdem turris describet arcum **Bb**; qui motus dupli utique vi conficitur, altera tangentiali **BC**, altera gravitatis **Cb**: ut ut hic gravitatis effectus in sensu nostros non incurrat. Unde consequitur, partem gravitatis impendi vincendæ vi tangentiali **BC**, lapidem a semita **Bb** abducere hitenti; perinde ut rem habere se se, ac si quædam vis centrifuga = **bC** opponeretur gravitati, hujusque partem aliquam elideret, ut ut re ipsa solæ duæ vires, tangentialis & centripeta, uti jam alias diximus (270. Schol. 2), totum eum motum absolvant. Quod si ergo id genus vis centrifuga in assumpta hypothesi est maxima in æquatore, & eo semper minor & minor, quo magis ac magis ab æquatore versus polos acceditur; palam est, in eadem hypothesi minimam esse debere vim gravitatis in æquatore. & eo semper majorem ac maiorem, quo magis ad polos acceditur: esse vero maximam vim centrifugam in æquatore, eamque magis semper ac magis versus polos decrescere, dum demum in ipsis polis penitus evanescat, sic conficio.

Sit **AB** (F. 3) axis terræ, circa quem hæc quotidie convertatur. Corpus quodpiam sub æquatore e. g. in **H** constitutum motu diurno describet circumflexum circa centrum **C**, cuius radius sit = **CH**: idem

X 7 corpus

corpus in L constitutum eodem diurno motu describet circulum priori parallelum, sed jam minorem, cuius centrum erit in M, radius \equiv ML. Porro in utroque hoc circulari motu concipi poterit quadam vis centrifuga: & quoniam illa semper ab eo centro conatur abducere corpus, circa quod istud circulum describit; vires centrifugæ punctis H & L respondentes quibusdam rectis HG & LK inter se parallelis exprimantur, oportet. Erit autem HG: LK \equiv HC: LM. Cum enim vis centrifuga semper sit æqualis et vi centripeta, quæ cum tangentiali vi motum curvilineum absolvit (cit.), vires autem centripetae duorum circulorum sint ut radii divisi per quadrata temporum periodorum (273); in eadem ipsa ratione sunt etiam vires centrifugæ: porro in praesente casu idem est tempus periodicum utrobique; eodem enim tempore describitur circulus minor a punto L, quo circulus maior a punto H: ergo vires centrifugæ sunt ut radii suorum circulorum, seu est HG: LK \equiv HC: LM. Patet ergo, maximam esse vim centrifugam in æquatore, eamque versus polos continententer decrescere, ac proinde in assumpta hypothesi minimam esse debere in æquatore gravitatis vim, eamque versus polos crescere continententer.

At eo etiam ex capite crescit gravitas corporis versus polos in assumpta hypothesi, quod sub æquatore vis centrifuga HG directe opponatur gravitatis directioni HC, extra æquatorem, autem aliquem angulum CLK comprehendat cum eadem, & quidem eo minorem semper ac minorem, quo magis acceditur ad polos. Unde patet, in assumpta hypothesi dupli ex capite evenire, ut tanto minus impediatur vi centrifuga gravitas corporum terrestrium, quanto proprius ad polos acceditur: imprimis quia dicta vis centrifuga continententer decrescit, ita ut in polo nulla sit; deinde quia semper minus & minus adversatur directioni gravitatis.

Coroll. 1. Gravitatem, quam nulla vis centrifuga turbat, primisivam; eam vero, quæ jam multata est vi centrifuga, actualē nominare solent: igitur in assumpta hypothesi gravitas actualis est minima sub æquatore, versus polos autem continententer crescit.

Coroll.

Coroll. 2. Dicemus Dissert. sequ. reapse admittendum esse in tellure diurnum vertiginis motum; ergo vim centrifugam pro causa saltem inadæquata diversæ sub diversa latitudine gravitatis assignare possumus.

Cl. Newtonus posita Telluris figura sphærica, & eadem ubi vis densitate, e velocitate motus vertiginis inito calculi infert, sub æquatore vim centrifugam ad vim gravitatis esse ut 1 : 289, ac proinde illam esse hujus partem $\frac{1}{289}$. Posuit deinde totam Tellurem esse fluidam, intulitque, ob minimam sub æquatore gravitatis vim illic aquas assurgere debere, ad polos vero dehiscere, ut in æquilibrio sint, ac proinde figuram telluris non posse esse sphæricam, sed sub æquatore aliquantum protuberantem, dehiscentem vero ad polos. Denique determinavit, diametrum æquatoris ad diametrum per polos transeuntem, seu ad axem esse debere, ut 230 : 229; ac proinde figuram telluris proxime sphæricam esse.

Jam in supputatione hac, telluris massa ponitur esse ubi vis ejusdem densitatis; eadem nihilominus supputatio in ea etiam, quam in Terra re ipsa experimur, partium heterogeneitate locum habebit, saltem ita, ut tuto affirmare liceat, minorem esse axem terræ, quam sit illa ejusdem diameter, quæ in æquatore utrinque terminatur, ut ut nequeamus dicere, istam ad illum esse definite, ut 230 : 229; nempe quemadmodum ea, quæ de sphæræ homogeneæ vi tractiva demonstrari solent, etiam in Tellure nostra, ceterisque globis mundanis locum habere ad sensum, diximus n. 313. Schol. I. At neque id obstat, quod Newtonus in calculo suo ponat Tellurem esse fluidam; „ Quod enim Telluri, si tota fluida esset, „ contingenter, id etiam nunc in ea locum habet, eti „ alia sit ejus conditio. Etenim si firma, atque soli „ da illius portio exposita figura destitueretur, & glo „ bofa tantummodo esset; Oceanus per totum undi „ que tractum sub æquatore diffusas regiones polares „ pluribus passuum millibus supra aquarum superficiem „ eminere sineret: cum tamen eas non magis supra „ libellam oceanii attolli videamus, quam continentis.

„ par-

" partes æquatori subjectas. " *Mac-Laurin. expos. Phil. Newt. L. 4. C. 6. n. 4.*

Coroll. Altera ergo causa crescentis versus polos gravitatis est, quia ob figuram terræ sub æquatore protuberantem, sub polis vero dehiscentem, quo propius acceditur ad polos, eo minor est distantia corporis a centro terræ, ac proinde eo est major valor formulæ vim acceleratricem, seu gravitatem experimentis (309).

Schol. 1. Newtoni calculum breviter commemorat Mac-Laurinus loc. cit. & in not. ad n. 3. hoc de illo judicium fert: " Haud latere potest, inquit, quemquam theoriam hujus consensus cum observationibus illustrum Academicorum, Regis Galliarum jussu ad ipsum prope septentrionalem polum missorum, ut pervulgata haec de figura telluris lis componeretur. Illud tantummodo inter observata est discriminis, quod ratio diametri æquatoris ad axem paullo major illis obtigerit, quam Newtono e calculo. Consimili ratione pendulorum acceleratio versus polos major notata est, quam magnus noster Philosophus definiverit. " Eundem calculum refert Boscoyichius quoque in supplem. Stay. ad L. IV. n. 261 & sequ. tum n. 264 addit: " Nihil, inquit, in toto hoc progressu mihi videtur alienum a sagaci quidem, sed & solida, & usitata Newtono perquirendi ratione. "

Schol. 2. Quod non illud accurate accrementum gravitatis reperiatur accedendo versus polos, quod e calculo Newtoni prodit; non sequitur, allatas a nobis causas esse rejiciendas: sed sequitur adesse debere aliquas causas, quæ proportionem a Newtono statutam turbent; ut sunt cavernæ subterraneæ, diversa in diversis locis densitas telluris &c. Certe sub æquatore propter calores perpetuos omnia corpora rariora sunt, quam ad polos, ubi continua hyems, rigensque gelu regnat; est præterea valde verilimile prope æquatorem esse cavernas subterraneas, & crebras & magnas, ut indicant frequentissimi terre motus. Facile vero patet, etiam ex hujusmodi causis aliquantum crescere gravitatem versus polos.

Schol. 3.

Schol. 3. Ex eo, quod possint exigitari arbitriae hypotheses, per quas utcumque explicari queat dicta gravitatis inæqualitas, ut ut terra quiescere, sphæricæque figuræ esse ponatur; minime sequitur, eandem inæqualitatem non esse repetendam a vi centrifuga, tellurisque ad polos depressione: motum enim vertiginis in Tellure agnoscendum esse, alibi probatur sumus; ac proinde eam dictæ inæqualitatis causam assignamus, quæ vera est: hujusmodi autem causam arbitriae hypotheses sane non evertunt.

C A P U T Q U Á R T U M.

De Projectione Gravium.

§. I.

De projectione gravium terrestrium.

POPOSITIO. Projiciatur quocunque grave terreste A (F. 68) quacunque directione A L, 335 F. 68 quæ cum gravitatis directione AK aliquem angulum K A L comprehendat: ponamus autem hæc tria adesse: 1) ut corpore illo de loco in locum translato, e. g. ex A in M, directiones gravitatis maneant inter se parallelæ; 2) ut vis gravitatis uniformiter acceleret motum; 3) ut aer, aliudve medium nullam inducat in motum variationem. Corpus illud motu suo describeret quandam curvam parabolam A M N. Ponamus enim effectum vis projectilis seorsim consideratae primo quodam tempusculo esse \equiv A D, effectum vero gravitatis eidem tempusculo respondentem esse \equiv A F: corpus duobus æqualibus id genus tempusculis sola vi projectili ob suam inertiam vim ex A perveniret in E, ita ut sit D E \equiv A D; sola autem gravitatis vi ex A pertingeret in K, ita ut literis T & , ea tempora designantibus, quibus spatia A F, & A K percarruntur,

Physica Generalis.

X

fit

sit $AF : AK = T^2 : t^2$ (193.). Itaque completis parallelogrammis $ADMF$ & $AENK$, idem corpus in fine primi tempusculi erit M , in fine 2di in N : hoc est, intra illa duo tempuscula motu composito describet lineam AMN ; quam imprimis fore curvam, patet ex n. 183; deinde fore parabolicam sic ostendo.

Ex ipsa figuræ constructione patet, semiordinatam KN esse duplam semiordinatae FM ; est enim $KN = AE$, & $FM = AD = DE$: cum ergo etiam tempus t , quo abscissa AK vi gravitatis percurreretur, sit ex hypothesi duplum temporis T , seu ejus, quo percurreretur abscissa AF ; est $FM : KN = T : t$, adeoque $FM^2 : KN^2 = T^2 : t^2$. Sea ob $AF : AK = T^2 : t^2$, est $AF : AK = FM^2 : KN^2$. Hoc est, curva AMN est ejusmodi curva, in qua abscissæ sint ut quadrata semiordinatarum sibi respondentium; quod curvæ parabolicæ proprium est (Math. 680).

Schol. r. Tres illæ conditiones, quas in demonstratione propositionis assumpsimus, reapse in motu gravium oblique projectorum accurate non obtinent. Nam imprimis directiones gravitatis corpore de loco in locum translato non nisi ad sensum sunt inter se parallelae; deinde motus etiam gravium libere labentium ad sensum duntaxat est uniformiter acceleratus (319): denique vim projectilem corpori impressam aeris resistentia aliquantum imminuit constanter. Nihilominus tamen hi dictarum conditionum exigni deficiunt, ut corporis non adeo magna celeritate projecti motus a parabola sensibiliter discrepet. Quod ipsum oculis exhiberi potest hoc experimento:

F.69. erigatur verticaliter quæpiam tabula $GSEN$ (F. 69), adnexum habens canalem excavatum TPA , cuius pars PA sit horizonti parallela. Imponatur ei canali globulus gravis in T , noteturque in plano horizontali punctum N , in quo ille planum istud feriat, dum per canalem decurrens, ex eodemque in A erumpens libere decidit. Determinetur in ea tabula crus parabolicum $ACMN$, cuius vertex sit A , axis AK horizontali normalis, ultima ordinata KN : tum in aliquot intermediis punctis C , M , &c. figantur annuli e filo ferreo ita, ut globulus, siquidem motu suo crus illud parabolicum

bolicum describit, per eos annulos libere transire queat. Parata hunc in modum tabula, quotiescumque in T globulum canali imposueris; is sibi relictus per omnes eos annulos transibit, horizontemque in N feriet: manifesto utique indicio, ejus semitam a cruce parabolico ad sensum non discrepare.

Coroll. Igitur lapis oblique projectus, aqua e fistula ad horizontem inclinata prossiliens &c. describunt arcus ad sensum parabolicos.

Schol. 2. Quoniam resistentia mediæ, in quo movetur corpus, ceteris paribus est ut quadratum velocitatis corporis moti (111); vel sola magnitudo velocitatis, qua corpus terrestre projicitur, efficere potest, ut vis projectilis ne ad sensum quidem maneat æquabilis, consequenter ut semita corporis in aere progredientis etiam ad sensum discedat tantisper a parabola. Hinc monet Cl. la Caille Mechan. n. 444, in ballistica omnino habendam esse rationem aeris, resistentis motui globorum e machinis bellicis vi nitratii pulveris accensi ejectorum. Est autem ballistica ars globos e tormentis, fistulis ferreis &c. ejiciendi, datumque scopum feriendi, huic innixa fundamento, quod corpora obliquè projecta describant curvam saltem ad sensum parabolicam.

§. II.

De projectione duarum massarum, in se se mutuo gravitantium.

PROPOSITIO I. Si duæ massæ A & B (F. 70) 335
mutuo in se se gravitantes projiciantur in plagas F. 70
oppositas celeritatibus AF & BK, parallelis, massarumque reciprocis, ita ut literis A & B massas designantibus sit $AF : BK = B : A$; earundem massarum commune gravitatis centrum constanter immotum manebit. *Prob.* Quoniam mutuae massarum vires prorsus nullam mutationem inducunt in statum centri gravitatis (171), in præsente casu sufficit dispicere, quisnam sit status ejusdem centri gravitatis spectatis solis viris.

bus projectilibus AF & BK. Concipiamus ergo his solis moveri assumptas massas. Ducantur rectæ AB & FK: ajo punctum intersectionis C fore commune gravitatis centrum dictarum massarum tam initio assumpti tempusculi, quam etiam in ejusdem fine. Loquuntur primum de initio tempusculi. Quoniam recta AB initio dicti tempusculi connectit particularia massarum centra; si est $AC : CB = B : A$, punctum C est commune gravitatis centrum initio tempusculi (165. Schol. 2.); stare vero dictam proportionem, facile patet. Nam in triangulis FAC & KBC anguli ad A & B sunt æquales, utpote alterni ob rectas AF & BK ex constr. parallelas; at etiam anguli verticales ad C æquantur inter se: igitur triangula illa sunt similia, statque in illis: $AF : BK = AC : CB$. Cum ergo sit ex constr. $AF : BK = B : A$, est etiam $AC : CB = B : A$. Porro in iisdem triangulis similibus est etiam $EC : CK = AF : BK = B : A$; ergo idem punctum C est commune gravitatis centrum etiam in fine assumpti tempusculi. Quod quia de aliis quoque singulis id genus tempusculis æquostendi potest; commune gravitatis centrum in assumpto casu ne quidem a viribus projectilibus turbatur: consequenter immotum manet.

337 PROPOSITIO II. Eædem massæ A & B in se inviem gravitantes, inqne plagas oppositas celeritatibus AF & BK parallelis ac massarum reciprocis projectæ, circa immotum illud gravitatis centrum C dato quovis tempore similes curvas describent. Assumatur enim quocunque tempusculum infinite parvum, intra quod effectus virium mutuarum sint AG & BH, effectus vero virium projectilium sint AF & BK. Completis parallelogrammis AFDG & BKEH, massæ in fine assumpti tempusculi erunt in punctis D & E; ac proinde intra idem tempusculum describent arcus infinite parvos AD & BE. Jam arcus hi pro rectis lineolis haberi possunt (240. cor.); adeoque triangula ADC & BEC sunt rectilinea: sunt vero hæc triangula inter se similia. Cum enim sit $AC : CB = B : A$, & $DC : CE = B : A$ (165. Schol. 2); est etiam $AC : CB = DC : CE$; hoc est, in iis latera,

tera, quæ æquales ad C angulos comprehendont, sunt proportionalia, quod non nisi similibus triangulis est proprium. Hinc etiam latera AD & BE sunt inter se proportionalia, & similiter posita. Porro eadem argumentandi ratione evincitur, altero quoque æquali tempusculo ab assumptis massis id genus latera infinite parva percurri, quæ sibi proportione respondeant, similiterque posita sint: idem est de tempusculo 3^{to}, 4^{to} &c. Itaque dato quovis tempore totidem latera infinite parva percurret massa A, quot massa B, eritque primum illius latus cum primo hujus, 2dum cum 2dō &c. similiter positum, ac proportionale: ex quibus similes curvas enasci debere, nemo non videt.

PROPOSITIO III. Si duæ massæ A & B (F. 71) mutuis in se se viribus tendentes projiciantur in partes oppositas quibuscunque velocitatibus AF & BK, quæ neque congruant cum directione virium, neque sint parallelæ & massis reciproce proportionales; massæ illæ describent circa commune gravitatis centrum curvas similes: at idem centrum non manebit immotum, sed progredietur cum toto systemate via recta æquabiliter. Ducantur enim rectæ AB & FK, jungentes massarum centra in iis positionibus, quas massæ illæ obtinerent ope harum celeritatum (se motis viribus mutuis), in principio & fine cuiuspiam infinitesimi tempusculi: eadem rectæ AB & FK secuntur in punctis C & H ita, ut tam unius, quam alterius segmenta sint massis reciproce proportionalia; tum per C agatur recta DE, parallela & æqualis rectæ FK, ita ut sit CE = HK & CD = HF. Ductis rectis AD & DF, item BE & EK, duæ vires projectiles in quatuor alias resolventur: nempe AF in AD & DF, BK vero in BE & EK.

Jam ex quatuor his viribus binæ DF & EK sunt parallelæ & æquales ad eandem partem, ob rectas DE & FK ex constr. æquales & parallelas. Binæ aliæ, nempe AD & BE imprimis tendunt, ut patet, in partes oppositas: deinde sunt inter se parallelæ, simulque massis reciproce proportionales, quod sic declaro. In triangulis ADC & BEC est imprimis ex constr. AC : CB = B : A; deinde est pariter ex constr.

constr. DC: CE = B: A. Stat ergo AC: CB = DC: CE; præterea anguli ad C sunt æquales, adeoque dicta triangula sunt inter se similia. Hinc ergo consequitur jam 1) angulos ad D & E esse æquales, adeoque rectas AD & BE esse inter se parallelas; deinde esse AD: BE = AC: CB, seu quoniam est ex constr. AC: CB = B: A, esse AD: BE = B: A, hoc est, vires AD & BE esse massis reciproce proportionales.

Porro quoniam celeritates parallelæ & æquales ad eandem partem, comparativos massarum motus prorsus non turbant; ope harum posteriorum celeritatum AD & BE describent massæ illæ circa commune gravitatis centrum curvas similes, haud aliter, quam de viribus AF & BK (F. 70) fuerimus num. præc. locuti: vires vero DF & EK parallelæ & ad eandem partem æquales efficient, ut centrum commune gravitatis ad eam partem moveri incipiat; quod proinde movebitur uniformiter in directum (174. cor. 1. 2. 3.), totumque systema ad eam plagam, ad quam eædem vires parallelæ tendunt, progredietur.

F.70 Schol. 1. Ducatur recta Ae (F. 70) rectæ DE parallela, rectæ BE productæ occurrentes in e, ADEe erit parallelogrammum, adeoque erit AD = Ee. Hinc ubi massa A ad D translata fuerit, spectator in massa illa constitutus, massam B interea ad E translatam non aliter spectabit, quam si illa mansisset immota in A, hæc vero ex B abivisset in e. Nam ob DE & Ae parallelas ac æquales, perinde est, sive punctum E ex D, seu e ex A spectes. Idem ergo spectator motum proprium nequaquam sentiens, utriusque massæ motum soli massæ B attribuet, quæ ipsi proinde videbitur percurrere curvam Be. In F. 71 motus toti systemati communis, quem vires DF & EK inducunt, comparativos massarum motus prorsus non immutabit. Itaque spectatori in massa A constituto, suumque motum non sentienti perinde videbitur moveri massa B, ac si motus ille communis abesset, solæque vires AD & BE parallelæ, inqne plagas oppositas massis reciproce proportionales cum mutuis massarum viribus componentur. Hoc est, non secus ac in F. 70 spectator utriusque massæ motum soli massæ B attribuet.

F.71

Schol. 2.

Schol. 2. Si Deus tam Telluri, quam etiam Lunæ vim quandam projectilem indidit, duo hi globi, uti ex hac tenus demonstratis patet, circa suum commune gravitatis centrum gyrabuntur constanter, nosque in Tellure constituti utriusque globi motum soli Lunæ attribuemus; quæ proinde nobis aliam curvam majorem videbitur intra datum tempus describere, quam re ipsa describat. Porro globis illis re ipsa etiam inditas esse a Deo id genus projectiles vires, sequitur. Dissert. affirmaturi sumus. Unde dubium oriri posset, utrum ea, quæ in motu Lunæ Astronomi observantur etiam de vero Lunæ motu affirmari possint: quod dubium propositio sequens eximet.

P R O P O S I T I O . I V. Si spectator in massa A (F. 72) positus, motumque proprium non sentiens F. 72 cursum massæ B contempletur; curva apparens, quām hæc decurrere videbitur, erit similis illis, quas re ipsa massæ ambæ describunt circa commune gravitatis centrum C. Ante demonstrationem determinemus id genus apparentem curvam, cuidam exiguo tempusculæ respondentem. 1) Si massa una fuerit in A, altera erit in B ita, ut A C B sit linea recta; & si massa illa ex A transierit intra exiguum quoddam tempusculum in α ; hæc intra idem tempusculum ex B deferetur in β , ita ut rursus puncta α , C, β sint in eadem linea recta (165. Schol. 2.). 2) Ex punto A ducatur recta A D, parallela & æqualis rectæ α β ; item ducatur ex α recta α F, æqualis, & parallela rectæ A B: erit angulus D A B = ang. β α F, quia uterque erit æqualis eidem externo angulo β C B (Math. 309). Jam spectator ex A translatus in α , existimansque se se in motu hærere in A, dum respicit ad priorem locum massæ B, putat se respicere per rectam A B; quia vero hæc interea translatea est ad situm α F, re ipsa respicit per rectam α F, consequenter arcum a massa B interea per cursum metitur re ipsa angulo β α F. Porro quoniam latus α F confundit cum latere A B; loco anguli β α F sumit angulum æqualem D A B: consequenter

ob $A D = ab$, existimat, intra dictum tempusculum
a massa B percursum esse arcum BD.

Itaque massa B videbitur percorrere curvam BD,
reipsa autem percurrerit curvam Bb; quas curvas esse
similes sic ostendo. Quoniam commune gravitatis cea-
trum duarum quarumvis massarum semper distat a par-
ticularibus centris in ratione reciproca earundem massa-
rum, est $A C : CB = B : A$, & $aC : Cb = B : A$;
consequenter est $AC : CB = aC : Cb$.

Proindeque $AC + CB : CB = aC + Cb : Cb$
(Math. 205.)

Hoc est: $AB : CB = ab : Cb$.

Seu ob $ab = AD$, est: $AB : CB = AD : Cb$.

Itaque ob angulos DAB & bCB præterea æquales,
triangula DAB & bCB sunt similia (Math. 416),
ac proinde latera BD & Bb sunt similiter posita, si-
bique proportione respondent. Quod cum eodem mo-
do ostendi possit de triangulis cuilibet alteri tempuscu-
lo respondentibus, & ex triangulis similibus, ac simili-
liter positis, numero sine fine auctis, magnitudine
imminutis enascantur curvæ similes; apprens illa or-
bita, quam massa B describere videbitur spectatori in
A posito, erit similis ei, quam eadem massa revera
circa centrum C describit.

Coroll. 1. Cum spectatori in A posito massa B vi-
deatur tenere orbitam BD, ac proinde radius AB
verrere aream ABD; eidem spectatori eadem massa B
videbitur moveri circa massam A, tanquam circa mo-
tus sui centrum. Atque sic re ipsa videtur nobis luna
moveri circa terram.

Coroll. 2. Triangulum ACB est area, quam
verus radius vector intra datum tempusculum verrit,
triangulum vero DAB est area, quam intra idem
tempusculum verrit apprens vector radius A B. For-
ro facile patet, non posse has areas constantes manere
inter se similes, nisi eadem ratione crescant: ergo
quemadmodum prior illa area est temporis proportiona-
lis

lis (265), ita altera quoque eidem tempore proportionaliter respondeat, oportet; &, si area hæc apparetur deprehenditur esse tempore proportionalis, vicissim inferre licet, massam B ita re ipsa moveri circa centrum C, ut radius vector CB verrat areas temporis proportionales.

Schol. Ponamus in F. 70 massam A esse lunam, B vero esse tellurem, quæ a Deo ea ratione projectæ fuerint, quam Propositio 3^{ta} requirit (præc.). Si globi hi in se se duntaxat mutuo gravitarent; circa commune gravitatis centrum curvas similes constanter describerent, simulque totum systema in certam plagam moveretur, eodem communi gravitatis centro linea recta uniformiter progrediente, quemadmodum ex hac tenus demonstratis patet. At si tertia quæpiam massa accesserit, ut Sol, quæ notabiles vires attractivæ in systema illud exerat; jam commune gravitatis centrum ejus systematis æquabilem suum motum componet cum motu, quem vires attractivæ tertiae illius massæ induxerint (175. cor. 1.), ac proinde lineam curvam describet; quæ versus eandem massam cava sit. Sed istud hoc loco breviter indicasse sufficiat.

DISSERTATIO QUARTA.

DE CORPORIBUS CALESTIBUS.

Am cælestium corporum cognitionem, quæ *philosophica* dici consuevit (Log. I. cor. 3.), Physico necessariam esse, dubitare non possumus: id in controversiam tandem vocari posset, generaline an particulari Physicæ sit proprium nobilissimum hoc argumentum. Nobis eorum ordo præplacet, qui illud hoc loco pertractandum putant. Quid enim magis generale, quam ingentium illorum globorum constitutio, ex quibus hæc rerum corporearum universitas coalescit, & ex quorum motibus eruimus generalem illam gravitatis legem, a qua tot, tamque late patentes effe-

Physica Genet.

Y 5

Eius

Etus dependent? Hunc autem sequemur in toto hoc argumento pertractando ordinem: primum caput ea complectetur, quæ Physico summatim scienda sunt, priusquam statuat theoriam motuum cœlestium; caput alterum veram motuum cœlestium theoriam, ipsas eorundem caussas complectentem proponet, stabilietque: reliqua capita variorum globorum cœlestium constitutionem (assignato capite uno etiam æstui maris, utpote ex actione Lunæ, & Solis provenienti) speciatim exponent, statutamque theoriam continenter confirmabunt.

C A P U T P R I M U M.

De iis, quæ Physico summatim scienda sunt, priusquam cœlestium motuum theoriam statuat.

§. I.

De Partibus mundani systematis generatim.

340 **S**ystema mundi est corporum totalium (ut sunt Sol, Terra, Luna &c.) hoc universum constituentium collectio, certaque dispositio. Dividuntur autem corpora totalia in stellas fixas, & errantes. Stelle fixæ sunt, quæ mutuas inter se distantias ac positiones conservant: earum numerus est pene incredibilis, uti & intervallum, quo a nobis se Junguntur: luce gaudent propria, veluti totidem Soles. Errantes stellæ ex adverso eas nuncupamus, quæ neque inter se, neque comparate ad fixas servant eundem situm, & distantiam, sed continenter variant. Hæ longe viciniores sunt nobis, quam stellæ fixæ: unde etiam longe ube riorem possumus habere notitiam harum, quam stellarum fixarum. Porro errantes stellæ dividuntur in plæ seas

neras & cometas. Cometa in cælo rarius appetet: eum a planetis immensa quædam atmosphæra secernere sollet, quæ fumi cujusdam instar nucleus ambiens, in partes a Sole aversas longo ductu protenditur.

Planeta tribui solent in primarios & secundarios. 348
Pro primariis hi sex habentur ab Astronomis hodiernis: *Mercurius ♀*, *Venus ♀*, *Tellus ♂*, *Mars ♂*, *Jupiter ☰*, & *Saturnus ♂*: qui omnes circa Solem ☺ convertantur, hoc eodem ordine ab ipso disjuncti; ita nimis, ut ei vicinissimus sit Mercurius, tum sequatur Venus, post hanc Tellus &c. Ex his Mercurius & Venus dicuntur planetæ *inferiores*, utpote quorum orbitæ inferiores sunt orbita telluris; Mars autem, Jupiter & Saturnus ob contrariam rationem audiunt planetæ *superiores*. Planetæ *secundarii* vocantur illi, qui circa primarios gyranter continenter, suntque veluti satellites eorundem. Numerantur autem decem, nempe: *Luna ☽* telluris comes; quatuor *Jovis*, & quinque *Saturni* satellites. Atque horum 17 corporum, videlicet Solis, sex primiorum planetarum, & decem secundiorum congeries vocatur *systema planetarium*.

§. II.

De Sphæra Cælesti.

Quando e tellure cœlum contemplamur, confingimus nobis immensam quandam sphærā, cuius centrum nos ipsi occupemus; atque ad hujus sphæræ superficiem referimus altra omnia, cœlestiaque phænomena. Cælestis hæc sphæra appetet nobis circa duo quæpiam fixa puncta P & p (F. 73), veluti circa quosdam cardines, ab ortu ad occasum æquabiliter converti, & circiter horis integræ revolutionem absolvere. Duo illa fixa puncta vocantur *poli mundi*: quorum is, qui nobis conspicuus est, ut P, *arcticus*, vel *borealis*; alter vero p, *antarcticus*, vel *australis* nuncupatur. Relata P p, quæ polos connectit, axis mundi audit. 342 F. 73

343 Astronomi, quo facilius determinent motus, positionesque astrorum; varios concipiunt in sphæra cælesti circulos, eosque dividunt in maiores & minores. *Circuli maiores*, qui plerumque *maximi* vocantur, sphæram cælestem in duo hemispheria dividunt, adcoque omnes commune cum ipsa centrum habent: *circuli minores* eandem sphæram in duas partes inæquales partuntur. Maiores sunt: *Aequator*, *Ecliptica*, *Meridianus*, *Horizon &c.* Minores: *duo tropici*, *duo polares*.

344 *Aequator* est circulus maximus, enjus planum per rectam Æ ita transit, ut ejus poli cum mundi polis P & p congruant, hoc est, ut poli mundi a dicto circulo undique 90 gradibus distent. Unde patet imprimis, mundi axem Pp esse normalem ad planum *Aequatoris*: deinde singula æquatoris puncta tam ab uno, quam ab altero mundi polo quadrante circuli distare. *Aequator* sphæram dividit in hemisphærium boreale $\text{Æ} P \alpha$, & in australe $\text{Æ} p \alpha$.

345 *Ecliptica* est circulus maximus Ee , quem sol motu proprio ab occasu in ortum singulis annis describere videtur. Hic circulus æquatorem oblique intersectat sub angulo inclinationis $\text{Æ} TE$, graduum $23\frac{1}{2}$ circiter. Puncta duo opposita, in quibus æquator & ecliptica se se intersectant, puncta *æquinoctialis* dicuntur propterea, quod Sole in iis existente dies ubique locorum sit æqualis nocti: puncta autem $E&e$, quæ maxime recedunt ab æquatore, nuncupantur *solsticialia*; quod Sol, dum ea puncta attingit, aliquo tempore quasi stare videatur in orbita sua annua. Duo circuli Zz , Zz , *eclipticæ* Ee parallelī, & ab eadem utrinque 8 vel 9 gradibus distantes comprehendunt fasciam quādam in sphæra cælesti, quæ fascia *Zodiacus* nominatur. Porro *ecliptica* in 12 æquales partes dividitur, quas Astronomi per totidem diversos stellarum circa eandem *eclipticam* positarum manipulos, seu *constellaciones*, inter se æquidistantes designare solent, vocantque *signa Zodiaci* propterea, quod omnes ex *constellationes* intra *Zodiaci* ambitum contineantur. Singula signa continent

nent 30 gradus; si enim integrum circulum, seu 360 gradus dividas per 12, quotus erit = 30. Sex autem sunt signa borealia, sex australia, quæ his versibus exprimuntur:

V ♈ II ♉ Ω ♊
Borealia: Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo.

♏ ♎ ♐ ♂ ≡ ♋
Au. Libraque, Scorpious, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

Schol. Arcitenens vulgo *Sagittarius*; Caper *Capricornus*; Amphora *Aquarius* nominari solent. Porro series dictorum 12 signorum ab occasu versus ortum est computanda. Hinc etiam dum planeta motu proprio ex ariete in taurum, ex tauro in geminos &c. adeoque ab occatu versus ortum fertur, dicitur *directus*, item dicitur *ferri secundum signorum seriem*, vel *in signa consequentia*: quod si autem videatur motu contrario ab ortu in occasum moveri, e. g. a geminis ad taurum; dicitur *retrogradus*, item dicitur *ferri contra signorum seriem*, vel *in signa antecedentia*. Dum per aliquot dies a motu proprio cessare, in eodemque cæli puncto morati videtur, *stationarius* nuncupatur.

Circuli maximi, qui per mundi polos transeunt, 346
vocantur meridiani, e. g. circulus PÆPÆP. Si per quemcunque locum S (F. 74) in superficie terræ E.74
situm ducatur recta ZSN, quæ per terræ centrum T
transeat, sphæræque cælesti occurrat in punctis Z&N;
punctum Z est verticale ejusdem loci S, diciturque a-
rabico vocabulo *Zenith*; N vero ejusdem loci *Nadir*
appellatur. Unde patet, tam Zenith quam Nadir,
aliud respondere uni loco, aliud alteri. Meridianus,
qui per cuiusdam loci zenith & nadir transit, ejusdem
loci *meridianus* dicitur: nominis origo inde est, quod
Sol ad cuiusdam loci meridianum appellens, eidem lo-
co meridiem adferat.

Schol. Concipiamus per polos P&P (F. 75) F.75
transire quam plurimos circumquaque meridianos.
PÆPÆ, PAPÆ, PBPB &c. indicabunt ii siderum
declinationem, & ascensionem rectam, unde etiam
circuli declinationis solent appellari. Nempe *declinatio-*
Y 7 *fideris*

sideris est arcus meridiani per ipsum sidus transeuntis, inter idem sidus & æquatorem interceptus. e. g. Declinatio sideris S est arcus $S \text{Æ}$, sideris X arcus $X A$. Ascensio recta sideris est arcus æquatoris inter initium arietis, & meridianum, qui per sidus transit, interceptus, & secundum ordinem signorum numeratus. Quod si loco æquatoris eclipticam assumamus, perque hujus polos concipiamus transire complures circumquaque circulos maximos; hi vocantur *circuli latitudinis*, indicantque latitudinem, & longitudinem sideris. Nempe latitudo sideris est arcus circuli latitudinis, inter sidus & eclipticam interceptus. Longitudo sideris est arcus eclipticæ inter arietis initium, & circulum latitudinis sideris illius interceptus, & secundum signorum seriem numeratus.

347 Sit locus S in terræ superficie (F. 74), habeatque F. 74 zenith in Z , nadir in N . Circulus $H T b$, cuius poli sint in Z & N , centrum vero cum telluris centro T congruat, est *horizon rationalis*, seu verus assumpti loci S : circulus vero $F S f$, cuius centrum sit S , poli vero Z & N , dicitur ejusdem loci S *horizon sensibilis*, seu *apparens*.

Coroll. 1. Igitur horizon sensibilis est parallelus rationali, mutuaque ipsorum distantia est æqualis radio terræ. Unde cum radius terræ evanescat comparete ad immensam illam distantiam, qua stellæ fixæ a nobis sejunguntur; respectu harum horizon sensibilis cum rationali congruit.

Coroll. 2. Cum horizontis poli sint in Zenith & Nadir; sequitur, singula horizontis puncta a punctis his constanter 90 gradibus distare. Hinc quemadmodum Zenith & Nadir, ita & horizon diversis locis versus respondet.

Schol. Recta, in qua planum horizontis sensibilis & planum meridiani loci se se intersecant, linea meridiana dicitur. Haec in speculis astronomicis rite determinari, magnique usus esse solet. e. g. Ejus opera hoc modo innotescit momentum temporis, quo Sol appellit ad meridianum. Speculæ cujusdam astronomicæ linea meridiana sit recta $S m$ (F. ead.), meridianus vere

Vero loci sit circulus PZp NP : circulus iste cum re-
cta Sm erit in eodem plano, eritque id planum *ver-
ticalē*, seu tale quod per zenith & nadir transeat. In
muro speculæ ducitur recta $S\sigma$, quæ sit in eodem
plano verticali cum dicto meridiano, lineaque meri-
diana; in ejusque puncto quopiam σ murus pertunditur.
Ubi Sol Meridianum attigerit, centrum lucidi puncti,
a Sole in speculam per foramen σ irruptentis cadet in
meridianam lineam, verumque meridiem annunciat. Quo cognito, Astronomus ea accurate, quæ ad de-
terminanda observationum deinde instituendarum tem-
pora est necessaria, poterit horologium suum dirigere.

Inter minores circulos præcipui sunt duo tropici,
& duo polares; omnes æquatori paralleli. *Tropici* sunt
 EB & De (F. 73), qui per puncta solstitialia E & e F. 73
transeunt. Is, qui est in boreali hemisphærio, ut EB ,
vocatur *tropicus cancri*, alter vero *tropicus capri-
corni*. Polares sunt Li & Rr , qui per Eclipticæ
polos I & R transeunt. Unde quemadmodum solsti-
tialia puncta, ita etiam tropici, $23\frac{1}{2}$ circiter gradibus
distant ab æquatore (345).

Coroll. Quemadmodum ecliptica $23\frac{1}{2}$ circiter gra-
dibus deflectit ab æquatore; ita etiam poli eclipticæ I
& R tertiæ gradibus deflectant, op̄ortet, ab æquato-
ris polis P & p : ergo polares quoque circuli, a polis
mundi (qui cum æquatoris polis congruunt) $23\frac{1}{2}$ cir-
citer gradibus distare debent.

§. III.

De globo terrestri.

HAETENUS descripti cælestes circuli solent ad telluris
quoque superficiem transferri: unde etiam in su-
perficie terræ concipimus æquatorem, tropicos &c.
cælestibus illis circulis respondentes. Nempe terra-
tota comparate ad immanem illam cælestem sphæram,
in

in cuius centro nos esse imaginamur, instar exigui pan-
eti haberi potest: unde tuto concipimus, omnium eiusdem sphæræ maximorum circulorum plana per ipsum Terræ centrum T (F. ead.) transire. Hinc circulus *m n*, in quo plandm cælestis æquatoris AE & superficiem terræ intersecat transiendo per centrum T, est æquator terrestris, & iis, qui terrestrem hunc circumlum calcant, cælestis æquator perpendiculariter videtur imminere. Eodem modo determinantur ceteri circuli maximi terrestres. Quod vero ad minores circulos attinet: si e. g. ex polaris antarctici puncto R ducatur ad terræ centrum recta R T; ii, qui in f habitant, zenith habent in R, ac proinde sub polari circulo habitant: pariter si ex r ducatur recta r T, habitantes in g directe subjecti sunt eidem polari circulo. Unde patet, circulum fg esse polarem antarcticum terrestrem. Idem est de reliquis minoribus circulis.

Coroll. 1. Igitur etiam in superficie terræ concipiendi sunt duo poli o & t; iste borealis, australis ille: item terræ quoque suus axis est statuendus, nempe ea axis mundi portio ot, quæ per terræ centrum transit, inque polis ejusdem terminatur.

Coroll. 2. Nemadmodum sidera, ita etiam loca terrestria suam habent latitudinem & longitudinem.

Schol. 1. Latitudo & longitudine loci terrestris solet geographica nuncupari. Porro geographica latitudo loci est arcus meridiani loci, inter æquatorem & locum illum interceptus: latitudo dicitur borealis, vel australis, prout locus respectu æquatoris jacet ad boream vel austram. Longitudo geographica loci est arcus æquatoris a primo meridiano usque ad meridianum loci versus orientem numeratus. Nempe ex omnibus meridianis unum ad arbitrium selectum appellant Geographi meridianum primum: plerumque autem solet esse is, qui transit per insulam Ferri, quod apud Gallos lege statutum est pro omnibus geographis.

Schol. 2. Cognita longitudine, latitudineque loci, facile est eum locum in globo geographicō, vel mapis invenire. Quippe tam in illo, quam in his semper habentur delineati æquator, meridianique plures,

tran-

transentes per adnotatos æquatoris gradus, item circuli parallelæ æquatori, inter se æquidistantes, uti sunt in F. 75 circuli θr , $t v$: quorum ope hoc modo determinatur in mappa vel globo locus quispiam, e. g. cuius latitudinem borealem scio esse 20 graduum, longitudinem vero grad. 10. Referat in ead. Fig. globum geographicum sphæra $P \theta \rho \alpha P$: æquator terrestris sit circulus $\theta \alpha$, meridianus primus $P \theta \alpha$, occasus solis sit versus θ , ortus vero versus α . Cum assumpti loci longitudo sit 10 graduum; is jacebit alicubi sub arcu $P A p$, per 10um æquatoris gradum ab θ versus orientem numeratum transeunte: deinde, quia ejusdem latitudo est borealis, 20 graduum; jacebit etiam sub parallelo circulo $t v$, per 20um meridiani gradum ab æquatore numeratum transeunte. Locus ergo assumptus erit in x , seu in concursu arcus $P A p$ cum parallelo $t v$.

Latitudo geographicæ loci est æqualis altitudini poli supra horizontem. Si enim in globo geographicō $P \theta \rho \alpha$ (F. ead.) assumamus locum t , cuius horizon sit $H b$; ejusdem latitudo erit arcus θt , & poli supra horizontem elevatio $= H P$. Jam vero esse $\theta t = H P$, sic declaro: imprimis æquator a polo distat quadrante, adeoque arcus θP est 90 graduum (344); deinde etiam lotus t undique quadrante distat a suo horizonte, consequenter etiam arcus $t H$ est grad. 90. (347). Est adeo $\theta P = t H$; ergo subtrahendo arcum $t P$, utrique communem, remanebit etiam $\theta t = H P$.

Coroll. 1. Quod si ergo nota sit elevatio poli pro aliquo loco, innotescit etiam latitudo geographicæ loci ejusdem.

Coroll. 2. Quo magis recedit quispiam locus ab æquatore versus polum, eo majorem habet elevationem poli.

Schol. 1. Ex methodis, quibus elevationem poli determinare potest Astronomus pro eo loco, in quo

commoratur, hæc est una. Assumitur stella polaris $s.$, quæ quia polo arctico admodum vicina est, exiguum circulum $s m$ describit motu suo diurno, neque occidit unquam nobis, e. g. horizontem $H b$ habentibus. Ope quadrantis astronomici, quod sequ. & ho breviter describemus, determinatur ejus minima ab horizonte distantia $H m$, item maxima $H s$. Si illa ab hac subtrahatur, acquiritur arcus $s m$: hic bifariam divisus dat arcum $P m$. Denique si arcus $P m$ addatur ad $H m$, obtinetur poli P super horizontem $H b$ elevatio, $H P$.

Schol. 2. Longitudo geographica loci cuiuspiam definiri potest, si cælesti quodpiam phænomenon e. g. eclipsi Lunæ, aut immersio satellitis in umbram Jovis obseruetur ab uno. in eo loco, cuius longitudo quæritur, e. g. Tyrnaviæ, & simul ab alio in quo-
piam alio loco, cuius longitude jam nota sit, e. g. Parisiis. Si enim dum e. g. eclipsi Lunæ inchoatur, Tyrnaviæ sit e. g. hora 4ta, Parisiis vero hora 3tia; hoc modo ratiocinari licet: ex observatione phæno-
meni patet, tunc, quum Tyrnaviæ est hora 4ta, esse Parisiis horam 3tiam; ergo quum Tyrnaviæ est meridiæ, Parisiensibus integra hora superest ad me-
ridiem; hoc est, Sol a meridiano Tyrnaviensi inte-
græ horæ arcum habet emetiendum, donec attingat meridianum Parisiensem. Jam vero Sol intra horam conficit 15 gradus, quia intra 24 horas conficit integrum circulum, seu 360 gradus: ergo Tyrnavia 15 gra-
dibus est orientalior, quam sint Parisi. Cum ergo longitude geographica numeretur a primo meridiano versus orientem; si longitudini Parisiorum adjiciantur 15 gradus, acquiritur longitude geographica Urbis Tyrnaviensis. Reapse r. h. 55" citius eveniunt id genus phænomena Tyrnaviæ, quam Parisiis, ut A-
stronomicae Observationes docent: cui tempori in di-
urno solis motu respondent 15 gradus, 14'. Itaque hæc quantitas est reapse addenda geographicæ Parisio-
rum longitudini, quæ ab insula Ferri computata est = 19 grad. 53', 30". Quo facto acquiritur ac-
curata Urbis Tyrnaviensis longitude geographica, ab
eadem insula Ferri numerata, estque = 35 grad. 7', 30".

At.

Atque ex his intelligere licet, quanam ratione possint Astronomi longitudines, latitudinesque geographicas eorum locorum, quæ ipsis adire licet, ex observationibus illic institutis eruere, iisque erutis globum terrestrem, seu geographicum, & veras mapas confidere.

§. IV.

De loco astrorum physico & optico; item de parallaxi.

DUm sidus quodpiam contemplamer, illud nobis ap-
paret ita moveri, ac si ipsam cælestis sphæræ, cu-
jus centrum occupare nobis videmur, cavitatem raderet,
ut ut ab ea longissime sit remotum: unde etiam A-
stronomi omnes motus & situus siderum per circulos in-
dicta sphæra conceptos solent determinare. Atque
hinc enascitur divisio loci sideris in physicum & opti-
cum. *Physicus* sideris locus est, in quo sidus recipia
existit, vel potius punctum illud, quod sideris centrum
occupat. *Locus opticus* est illud in cava sphæræ cæle-
stis superficie punctum, quod sidus quasi eripit specta-
tori, ac obtegit, adeoque ad quod punctum referuntur
sidus a spectatore. Dividitur locus opticus in verum
& apparentem. *Verus* est, quem determinat linea ex
centro terræ per sidus usque ad superficiem sphæræ
ducta, seu per quam oculus in centro terræ positus
referret sidus ad superficiem sphæræ: unde locus ve-
rus solet etiam geocentricus nominari. Sic si in Fig. F.76
76 centrum terræ sit T; locus opticus verus stellæ S
est sphæræ punctum m. Locus opticus apparens, seu
visus est ejusdem sphæræ punctum n, in quo termi-
natur recta O n, ex oculo O per sidus S ducta. Un-
de altitudo quoque sideris supra horizontem est duplex;
vera, & apparens. *Veram* metitur angulus H T m,
ac proinde arcus H m, inter verum locum opticum &
horizontem rationalem interceptus. Altitudo *apparens*
est arcus K n, inter locum apparentem n, & hori-
zontem sensibilem interceptus.

356 D I S S E R T A T I O Q U A R T A

Schol. Apparentes siderum altitudines, quæ calculorum astronomicorum basis sunt, hac ratione possunt determinari. Circuli quadrans A B C (Tab. V. F. 77), cuius arcus B D C in gradus & minuta divisus est, ita statuitur, ut filum A P pondere P tensionem, adeoque verticale, ejus limbum radat. Deinde ita vertitur idem quadrans, ut sidus S, cuius altitudo observanda est, ope tubi, qui quadrantis lateri A C astigi solet, oculo in C applicito videri possit, adeoque ut puncta S, A, C sint in eadem linea recta. Arcus B D, quem alterum quadrantis latus A B, & filum verticale A P intercipiunt, exprimet altitudinem sideris, quod sic declaro. Per punctum A ducatur planum H b, horizonti parallelum; tuto habebitur illud pro horizonte sensibili. Deinde directio filii P A concipiatur produci, dum terminetur in sphæra cælestis puncto Z: punctum istud erit loci A zenith. Hinc angulus H A Z erit rectus (347. cor. 2): est vero etiam angulus B A C rectus, nempe ex constr. adeoque est angulus H A Z = B A C:

Seu est ang. H A S + S A Z = ang. B A D + D A C.

Jam anguli S A Z & D A C sunt æquales, utpote ad verticem oppositi; ergo ab æqualibus æqualia subtrahendo erit etiam ang. H A S = B A D. Hoc est, sideris S supra horizontem altitudinem metitur angulus B A D; consequenter altitudo illa tot graduum, minorum est, quot reperiuntur in arcu B D.

352 Locum astrorum geocentricum, seu verum compare ad nos in telloris superficie positos tria cum primitis perturbare solent: nimirum parallaxis, refractione luminis, & aberratio ejusdem. De duobus posterioribus sequ. qpho, de parallaxi vero hoc loco quæpiam adferemus. *Parallaxis* est arcus inter locum geocentricum & apparentem interceptus. e. g. Sideris S (F. 76), cuius locus geocentricus est in m , apparentis in n , parallaxis est arcus $m n$. Angulus O S T, quæcum radii visuæ, alter ex centro terræ, alter ex ejusdem superficie ad idem sidus directi comprehendunt; vocatur angulus *parallacticus*, vel etiam simplièter *parallaxis*: quia nimirum is angulus est mensura paralla.

parallaxeos, quod sic declaro. Imprimis in triangulo STO anguli $O TS$, qui idem est cum angulo $Z T m$, mensura est arcus $Z m$: deinde in triangulo $O n T$ latus OT , seu radius terræ ob enormem cælestis spæ-
ræ amplitudinem evanescit comparare ad latera $O n$ &
 $T n$; ac proinde angulus ad n est insensibilis, ea-
demque latera $O n$ & $T n$ ad sensum congruunt; igi-
tur angulus quoque $Z On$ congruit ad sensum cum
angolo $Z T n$, estque huic æqualis. Hinc quemad-
modum anguli $Z T n$, ita etiam anguli $Z On$ mensu-
ra est arcus $Z n$. Ex quibus patet, mensuram anguli
 $Z On - OT S$ esse arcum $Z n - Z m = mn$: est vere
angulus $OST = Z On - OT S$; quippe exterius an-
gulus $Z On$ est $= OST + OT S$ (Math. 367):
ergo etiam anguli parallactici OST mensura est arcus
 $m n$, & vicissim hujus arcus mensura est idem angu-
lus OST .

Coroll. Cum vera sideris S a zenith distantia sit
 $= Z m$, apparet $= Z n$; parallaxis deprimit locum si-
deris versus horizontem, & a zenith removet.

P R O P O S I T I O. Distantia sideris a centro tel-
luris est ad radium terræ, ut est sinus apparentis a ze-
nith distantiae ad sinum parallaxeos. Sit enim terræ
centrum in T , sidus in S . In triangulo OTS stat:
 $TS : OT = \sin. ang. TOS : \sin. ang. OST$ (Math. 452). Porro anguli deinceps positi TOS &
 $Z On$ eundem habent sinum (Ejusd. 448): ergo stat
quoque:

$$TS : OT = \sin. ang. Z On : \sin. ang. OST.$$

Jam vero TS exprimit sideris a centro telluris di-
stantiam; OT radium terræ; angulus $Z On$ appa-
rentem sideris a zenith distantiam; denique ang. OST
ejusdem parallaxim: veritas ergo propositionis demon-
strata est.

Coroll. Ergo data semidiametro terræ, distantia
apparente sideris a zenith, & parallaxi, invenitur ejus-
 $Z 3$ dæm

dem sideris a centro telluris distantia TS. Immo-
etiam distantia OS facile innotescit: nam dato angulo
ZOz datur etiam augulus SOT, utpote ejus ad duos
rectos complementum; adeoque si præterea nota sit
parallaxis, seu angulus OST, datur etiam 3tius ang.
OTS. Unde si hæc instituatur proportio: in trian-
gulo OTS est sinus ang. parall. OSΓ ad latus oppo-
situm OT, ut est sinus ang. OTS ad latus sibi op-
positum OS; tres primi termini erunt noti, adeoque
etiam quartus invenietur.

Coroll. 2. Patet eo majorem esse sideris paralla-
xim, quo minor est ejusdem a tellure distantia, &
contra; cum ergo Lunæ parallaxis observetur esse ma-
xima, nempe circiter 57 minutorum; ea ceteris omni-
bus planetis vicinior sit terræ, est necesse.

Coroll. 3. Cum sit TS: TO = sin. ang. ZOz: sin.
ang. OST; est sin. ang. OST = $\frac{\sin. ang. ZOz \times TO}{TS}$.

Adeoque manente eadem sideris distantia TS, & semi-
diametro TO, est sin. ang. OST ut sin. ang. ZOz; seu
est sin. parallaxis ut sinus apparentis a zenith distantiæ.
Hinc quoniam tunc est maxima sideris a zenith distan-
tia, quam illud est in horizonte, deinde vero semper
minor & minor, quo magis accedit sidus ad zenith,
dum demò in ipso zenith penitus evanescat; patet,
etiam parallaxim sideris maximam esse debere in hori-
zonte, cum minorem semper & minorem, sidere ma-
gis ac magis ad zenith accedente, denique in ipso ze-
nith penitus evanescere.

Schol. 1. Astronomi horizontalem sideris paral-
laxim solent institutis observationibus (vide si labet
methodum in Astron. Cl. De La Caille n. 423, & seq.)
determinare: qua determinata, facile inferant ope ra-
tionis cor. 3. propositiæ, quænam esse debeat ejusdem
sideris parallaxis in quavis ipsius a zenith distantia.

Schol. 2. Parallaxis, de qua hactenus egimus,
diurna dicitur, ut discernatur ab ea, quæ annua solet
nominari. Porro parallaxis annua est mutatio loci si-
deris, quam annus telluris in orbita sua motus indu-
cit. e. g. Sole in T existente sit PQOP annua tel-
luris orbita. Tellure in P existente spectator terrestris
referet

referet sidus x ad r ; dum vero post sex menses Tel-

lus in O extiterit, idem sidus ab eodem spectatore

referetur ad s : erit adeo sideris illius parallaxis an-

nua arcus rs .

§. V.

De Refractione, Aberrationeque luminis.

Sit quodpiam sidus in S (F. 78), oculus autem **354**
spectatoris in terrestris superficie puncto O : BcA F. 78
sit extima superficies atmosphæræ terram ambientis.
Radii lucidi S_c , S_v , S_m a sidere S in terram pro-
jecti, nequaquam perveniunt linea recta usque ad ipsam terræ superficiem Ozn ; sed uti videbimus in
Phys. Part. quam primum extimam terrestris atmosphæræ superficiem attingunt in punctis c , v , m , il-
lico viam suam incurvare incipiunt, inque densorem semper ac densorem atmosphæræ partem devenientes, perpetuo cursum defleunt secundum cursus curvarum cO , vt , mn . Unde oculus O non per radium Sv , qui directe versus illum projicitur a sidere, videt idem sidus, sed per radium curvum S_cO . Porro oculus ex lege visionis locum objecti lucidi semper extinat iuxta ultimam directionem subeuntis radii, ac proinde iuxta ultimam curvæ S_cO tangentem OX . Unde spectator sidus S referit ad X , aberrationemque visionis, ex luminis refractione oriundam metitur angulus re-
gularius SOX .

Coroll. Igitur refractio locum sideris attollit supra horizontem, adeoque effectum parallaxis effectui contrarium gignit (252. cor.).

Schol. „ Experientia docuit, inquit Cl. De La-
„ Caille Afron. n. 347, refractionem horizontalem ef-
„ se admodum inconstantem, ut quæ quandoque sit
„ $32'$, alias $36'$, aut $37'$; præterea eam admodum
„ irregulariter mutari usque ad altitudinem 10 , vel
„ 12 graduum: hinc maximam partem parum tribuitur
„ observationibus tunc factis, quando sidera erant
„ hori-

" horizonti valde vicina. Denique in altitudine 49
 " gradus superante eam esse minorem 1', ac inde usque ad zenith admodum æquabiliter decrescere. Porro extant tabulæ Astronomicæ, quæ pro qualibet sideris e. g. Jovis altitudine exprimunt effectum tam parallaxeos, quam refractionis. Atque ope hujus in tabularum solent Astronomi corrigerre suas observationes, ut verum sideris locum eruant. E. g. Sit apprens sideris altitudo 50 graduum; quoniam hanc refractione auget, parallaxis imminuit; a 50 gradibus subtrahi debet effectus refractionis in tabulis adnotatus, effectus vero parallaxeos eisdem addi, ut verus sideris illius locus deprehendatur. Quanquam præter has alia quoque correctiones adhibendæ sunt in planetis, ut ex sequentibus patebit.

- 355 Quodsi spectatoris oculus moveatur interea, dum radius luminis a sidere successive propagatur; oritur aberratio luminis. Cujus theoria ut aliqua ex parte intelligatur; recta EB (F. 79) referat radium a sidere quopiam propagatum, inque tubum AB in B incurvantem, oculo spectatoris in A collocato. Porro spectatoris oculus cum tubo feratur celeritate AD, luminis autem celeritatem referat recta CD, ad EB parallela: tum compleatur triangulum ACD. Ajo: ut sidus, quod radium EB emittit, videri possit ab oculo A ope tubi AB, idem tubus ita inclinetur, oportet, ut ejus axis cum ejus trianguli latere AC congruat, adeoque ut cum recta AD angulum CAD comprehendat. Veritas asserti patebit, si ostendero, quamlibet luminis particulam B per tubum dicto modo inclinatum pervenit in oculum A; non item, si alia fuerit positio tubi: sic autem invenimus membrum declaro. Directio radii EB producatur in A"; recta BA" erit ex constr. parallela ad CD: porro in triangulo ABA" ducatur quæcumque recta Oo ad AD parallela. Triangula BOo, BAA" erunt similia tam inter se, quam etiam cum triangulo CAD; consequenter erit CD: AD = Bo: Oo = BA": AA". Cum ergo celeritas luminis ad celeritatem oculi sit ex hypoth. ut CD: AD; erit etiam ut Bo: Oo, item ut BA": AA". Hinc eo

eo ipso tempore , quo indiget particula laminis B' , ut ex B priori sua directione perveniat ad quodpiam punctum a , internum tubi punctum O ex O' pertingat in idem punctum a , tubo novum sitam $A'B'$ priori parallelum obtinente ; & quo tempore dicta particula percurrit rectam $B'A''$, eodem tempore internum tubi punctum A ex A pertingit in A'' , eodem tubo ad finem $A''B''$ priori rursus parallelum transiente . Hoc est , particula luminis in tubum incidens in B , conplanter in axe tubi manet , adeoque priorem suam directionem retinet , quin impingat in ejusdem tubi latus . dum demum in A'' in ipsum oculum incidat , eo interim translatum . Quod quoniam eodem modo ostendit potest de aliis particulis successive in B' , B'' &c. tubum subeuntibus ; continenter excipit oculus spectatoris luminis particulas a sidere evibasas , ac proinde illud videt .

Membrum alt. ex priore suapte fuit . Habeat enim tubus e. g. positionem $a'b$, stante priore celeritatum ratione : ducta recta $b'd$, ad CD parallela , triangula $b'ad$ & CAD non erunt similia ; consequenter celeritas laminis non se habebit ad celeritatem oculi ut $b'd : ad$. Mine eo temporis momento , quo lucis particula tubum in b' subiens deberet in d pertingere , internum tubi punctum a non erit in eodem punto d ; dicta ergo lucis particula non manet conplanter in axe tubi , sed in ejus latus impingit , perditurque . Quod quoniam de quavis altera particula tubum subeante aque ostendi potest ; ab oculo fidus percepti non potest .

Coroll. 1. Quoniam eo momento , quo lucis particula B in oculum pervenit , iste est in A'' , tubus vero habet positionem $A''B''$, priori AB parallelam ; spectator censet eandem particulam venire directione $B''A''$: quia vero putat oculum suum cum tubo manere immotum , rectam $B''A''$ confundit cum BA ; consequenter fidus E referit ad aliquod punctum C . Aberrat ergo ipsius visio , & mensura hujus aberracionis est angulus EBC , seu angulus ABA'' .

Coroll. 2. In triangulo $A B A''$ latus $B A''$ celeritatem luminis, AA'' vero celeritatem oculi exprimit, ut superius dictum est: porro si manente eadem $B A''$ ponamus rectam $A A''$ continentem in minimu; semper magis ac magis crescat angulus inclinationis $B A A''$, simulque angulus aberrationis $A B A''$ decrebet: ita ut si recta AA' evanescat comparate ad $B A''$; evanescat etiam angulus ABA'' ; & latus $B A$ cum BA'' congruat. Igitur quo minor fuerit celeritas oculi compare ad celeritatem luminis, eo minor erit aberratio, simulque eo magis accedit necessaria tubi directio ad directionem luminis; & quem evanescit celeritas oculi compare ad celeritatem luminis, evanescet etiam aberratio, positione tubi cum directione luminis congruet.

Coroll. 3. Omnis ea celeritas, quam oculus noster habere potest, dum in superficie terræ de loco in locum transimus, omnino evanescit compare ad immannem luminis celeritatem, cuius jam in Met. n. 247 meminimus: aberratio ergo luminis in hujusm. translationibus oculorum nostrorum ad sensum nulla est. Quod si tamen tellus reapse moveatur circa Solem motu annuali; motus hic oculi nostro cum Tellure communio parit aberrationem sensibilem: nominatio parit aberrationem $= 20''$ tunc, quem angulus $B A'' A$, quem directio luminis cum directione oculi moti continet, fuerit rectus; uti Astronomi, duce Cl. Bradleyo, calculo inito erunt.

S. H. V. I.

*Non nulla cœlestium nictuum phænomena, item
Definitiores varie.*

355 **P**henomena cœlestia, quæ prius nosse oportet, quam statuamus theoriam motus astrorum, haec fere sunt. I. Totum cælum converti videtur ab ortu in occasum intra certum tempus, quod diem punctumamus, dividimusque in 24 horas. Alius est autem dies solaris; alias sidereus, seu primi, ut vocant, mobilis.

Solaris

Solaris est tempus unius integræ revolutionis solis a meridiano loci ad eundem meridianum: sidereus autem est tempus integræ revolutionis stellæ fixæ a dicto meridiano ad eundem. Dies sidereus minor est solaris nam si stella fixa & Sol in eodem meridianō simul observentur; stella ad eundem meridianum prius revertetur, quam Sol. Est nempe dies sidereus æqualis 23 horis solaribus, 56⁴, 4⁴¹.

II. Planetæ primarii omnes moventur circa Solem in planis proxime immobilibus, seu ita, ut diutissime in uno eodemque plāno videantur peragere suas revolutiones. Orbitæ diversorum planetarum & se se mutuo, & etiam eclipticam, in qua Sol moveri videtur, in duobus oppositis punctis interfecant; quæ puncta nodi appellantur: nodus ille, per quem ab australi hemisphærio ad borealem fit transitus, *ascendens* dicitur; ille vero, per quem ex isto ad illud fit transitus, *descendens* audit. Unde patet, orbitas planetarum & ad se se mutuo, & ad eclipticam sub quibusdam angulis inclinari; omnes tamen continentur intra zodiacum; cujus latitudo cum non exceedat 18 gradus, nullus planetæ orbita potest magis declinare ab ecliptica, quam summam gradibus novem. Porro planetæ omnes moventur in spatio, ipsorum motū nihil, aut fere nihil resistente: si enim illud huic notabiliter resisteret, id ex observationibus astronomicis erat possit; cum tamen potius oppositum eruatūr.

III. Cl. Keplerus ex observationibus Cl. Tycho-nis de Brahe celeberrimas tres leges eruit pro motibus astrorum, quæ etiam *Kepleri leges* solent nominari. Prima est: planetas primarios converti circa Solem in orbibus ellipticis, & quidam ita, ut singularem ellipsem focum alterum Sol occupet, ac proinde, ut omnes illæ ellipses focum unum habeant communem, huncque Sol occipet. At ellipsem harum compressio est admodum exigua; ita ut in orbita Mercurii, quæ præ ceterorum planetarum orbitis est compressa, axis major minorem virum *tona* sui parte excedat; in Martis orbita axis major minorem non nisi quatuor millesimis partibus suis superet; in reliquorum autem

planetarum orbitis multo adhuc minus. Unde pater, in iis ellipsibus excentricitates esse exiguae, focusque cum centro fere congruere (277. cor. 3.). *Lex altera*: areas, quas verrit radius vector, seu recta planetam cum Sole conjungens, esse temporibus proportionales. *tertia*: quadrata temporum periodorum in diversis planetis primariis, inter se comparatis esse, ut cubos medianarum suarum a Sole distantiarum. e. g., Tempus periodicum martis sit $= T$, mercurii $= t$; constat ex observationibus astronomicis esse $T : t = 8 : 1$; quippe mars proxime duobus annis percurrit orbitam suam, mercurius vero tribus mensibus. Est ergo $T^2 : t^2 = 64 : 1$. Deinde media martis a Sole distantia sit $= D$, mercurii $= d$; constat rursus ex observationibus, esse $D : d = 4 : 1$; adeoque est $D^3 : d^3 = 64 : 1$. Pater igitur, esse $T^2 : t^2 = D^3 : d^3$.

Porro leges haec, quas Keplerus in primariis planetis detexit, observantur etiam in satellitibus Jovis & Saturni, ope telescopiorum (nam inermi cyclo videri non possunt) tardius detectae; sed tertia potissimum. Priorēs enim duæ in his satis accurate observari non possunt, propterea, quod eorum orbitæ nobis exiguae appareant, adeoque ipsarum exigua a circulis discriminā vix queant in sensu incurrere nostros. Immo dictæ leges in cometarum quoque motibus locum habent. Nam hi quoque feruntur in orbibus ellipticis, quorum focum Sol occupet, ut ut ita compressis, oblongisque, ut eorum arcus, dum Soli vicinissimi sunt, pro parabolicis haberi queant.

359 I V. Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus modo juxta, modo contra seriem signorum zodiaci videntur moveri; modo videntur stare, pluribusque diebus idem cæli punctum occupare: id est, modo sunt directi, modo retrogradi, modo stationarii (345. Sch. 3). Jam definitiones quasdam aduectere lubeat.

360 Moveatur planeta in ellipsi A EBD (F. 62); cuius focum S sol occupet. Vertex A, in quo positus planeta maximam habet a foco S distantiam, vocatur *aphis summa*; item *aphelium*; alter autem vertex B, in quo

quo positus planeta minimam habet ab eodem Sole distantiam, est *apex ima*, item *perihelium*. Recta A B, qua^e est ipse axis transversus, linea *apsidum* nominatur. Quod si autem dicta ellipsis sit orbita lunæ, cuius focus S terra occupet; cadem luna in apside summa A existens dicitur esse in *apogeo*; in *perigao* autem, dum apsidem imam B attingit. Immo ipse etiam Sol dicatur esse in *apogeo*, vel *perigao*, quem terra comparate ad ipsum est in *aphelio*, vel *perihelio*.

Discernenda est celeritas veri motus curvilinei a celeritate conversionis, seu motus angularis. Celeritatem *veri motus curvilinei* exprimit arcus intra datum tempus percursus; quam celeritatem in planetis ostendimus n. 267 esse in ratione reciproca perpendiculari ex centro virium in tangentem demissi: celeritas autem *motus angularis* exprimitur per angulum, quem positio radii vectoris, initio dati temporis respondens, continet cum positione ejusdem temporis fini respondentis. e. g. Si intra datum tempus planeta circa Solem S describat arcum A M (F. ead.); mensura veri motus curvilinei est ipse arcus A M: motus autem angularis mensura est angulus A S M. Jam eo ipso, quod planeta quispiam A semper verrat areas temporibus proportionales, & simul in ellipsi incedat, facile patet, utramque ipsis celeritatem, nempe tam veri, quam angularis motus, continentur variari debere. Hinc concipi solet aliis planeta B, qui feratur circa eundem focus cum A, sed angulari motu æquabili, eodemque tempore integrum ejusdem planetæ A orbitam emittatur, quo idem planeta A inæquabili motu emetitur: atque ficti illius planetæ motus vocatur *motus medius* planetæ A.

365

CAPUT SECUNDUM.

Statuitur theoria motus Astrorum.

§. I.

Varia circa ordinem, motusque astrorum systemata.

362

Plerique Veterum existimabant astra omnia circa Tellurem quiescentem in circulis concentricis motu æquabili revolvi, ita ut telluri proxima esset orbita Lunæ, tum sequeretur orbita Mercurii, Veneris, Solis &c. ac postremo stellarum fixarum. Systema hoc *Prolemaicum* dici solet, quod *Prolemaeus*, Philosophus Alexandrinus, illad plurimum illustraverit, auxeritque Nihilominus jam inter Veteres aliqui animadverterunt, cælestia phænomena nequaquam posse inter se conciliazi, si terra quiescere, & Sol circa ipsam moveri ponesceret: unde in oppositam abierunt sententiam, censueruntque, astra omnia, ipsam adeo tellurem circa Solem in universi centro quiescentem revolvi. Horum e numero erant inter alios Philolaus, & Aristarchus, Pythagoræ discipuli. Sententiam hanc progressu temporis pene abolitam resuscitavit Nicolaus Copernicus, Torunæ in Borussia natus, Varmiensis in Polonia Canonicus, Vir astronomiæ peritisimus, & 30 annorum labore ita excoluit, ut clarissimos Astronomos, Physicosque nactus fuerit sectatores.

His vero potissimum capitibus continetur systema Copernicanum. *1mo.* Copernicus Solem ponit quiescere in centro universi, ac circa eum moveri proxime Mercurium; tum Venerem; deinde Terram; Martem; Jovem; denique Saturnum. *2do.* Lunæ orbitam assignat circa terram: pariter quatuor satellitibus circa Jovem; & quinque aliis circa Saturnum. Systema hoc F. sc exhibet Figura 80ma. *3ro.* Stellæ fixæ aut nullum,

sue

Aut prorsus exiguum motum habent in hoc systemate: quarum (uti & Solis) diurnus motus *apparen*s duntat-
xat est, a motu vertiginis, quo Tellus quotidie circa
suum axem converti ponitur, oriundus.

Tycho de Brâhe, Eques Danus, Astronomus
clarissimus, tribas a morte Copernici annis natus, no-
rum excoigitavit sistema, quod ab inventore suo *Ty-
chonicum* nuncupatur. Refert illud Figura 81ma. Nem-
pe *imo*. Tycho censet terram in centro universi quiete-
scere, & circa eam revolvi imprimis lunam in orbita
aa, tum Solem in *bb*, denique stellas fixas in *bb*.
2da. Reliquis planetis non terram, sed solem statuit
pro centro, ita ut soli vicinissima sit orbita mercurii
cc, hanc sequatur venus orbita *dd*; ultra hanc
martis *ee*; tum Jovis *ff*; denique saturni *gg*. *3rd*.
Ut explicare queat Tycho, cur planeta jam sit direc-
tus, jam retrogradus, jam stationarius; ait, plane-
tarum circa Solem motum re vera peragi per quandam
curvam plurimis spiris constantem, qualem exhibet
Figura 82da. In hac, inquit, dum planeta quispiam
circa Solem revolvitur ex A in B, terrestri spectatori
apparet directus; stationarius dum ex B vadit versus D;
retrogradus denique, dum ex D tendit versus E.

Postrémum sistema est Cl. Isaci Newtoni, qui
ex Kepleri legibus (358) universalem planetarum in
se se gravitatem detexit, proque præcipua caelestium
motuum causa statuit. Hæc autem sunt præcipua capita theorie Newtonianæ. *imo*. Singuli caelestes globi
(satrem qui in regione planetarum, cometarumque
existunt) in se se mutuo gravitant, in ratione reci-
proca duplicata motuarum distantiarum. *ado*. Planetæ
omnes primarii; ipsa adeo Tellus nostra, revolvuntur
circa Solem in orbitis ellipticis, ad circulos proxime
accidentibus, ita ut singularium ellipsis focum alterum
Sol quiescens ad sensum occupet. Ordo autem
planetarum idem ille est, quem Copernicus statuit
(362), & quem jam n. 341 indicavimus. Certe
Mercurius & Venus semper infra telluris orbitam gy-
rantur, ita ut nunquam observetur Tellus esse intra
Solem

363

F. 81

364

Solem & eorum alterutrum: ex adverso Marte, Jupi-
ter, Saturnus ita moventur circa Solem, ut integrum
telluris orbitalis sua orbita complecti debeant. 350.
Luna circa Terram, quatuor satellites circa Jovem,
& quinque alii circa Saturnum moventur in orbitis el-
lipticis, a circulo parum aberrantibus; quarum focium
alterutrum primarii planetarum occupent: nempe focium
orbitarum lunaris terra; orbitarum, in quibus satellites
Jovis incedunt, Jupiter &c. Lunaris tamen orbita
variis, iisque sub sensu cadentibus mutationibus ob-
noxia est; id ipsius exigente, ut videbimus, gravita-
tis theoria. 450. Causam horum motuum repetit New-
tonus ab universalis gravitate, & vi quadam projectili,
qua a Deo planetis ipso mundi exordio impressa fuerit
ita, ut cum directione gravitatis aliquem angulum
comprehendat. 550. Tellurem vult Newtonus quoti-
die æquabiliter converti circa suum axem motu verti-
ginis, idque intra 23 horas, 56'. 4"; adeoque intra
diem siderum (356). Atque ab hoc telluris motu
repetit Newtonus diurnum siderum motum, quem pro-
inde ait esse non nisi apparensem.

S. II.

Quanam sit vera motus astrorum theoria?

365 **E**X allatis Systematis Ptolemaicorum aperte omnino ad-
versatur Astronomia. Ut enim alia racciam, fe-
cundum hoc sistema Mercurius, & Venus perpetuo in-
fra Solem deberent circa Terram gyrari; cum tamen
certissime constet ex observationibus astronomorum, pla-
netas illos circa Solem revolvi, ita ut in qualibet e. g.
Veneris revolutione Sol inter ipsam & Tellurem no-
stram interponatur. Quid de reliquo systematis senti-
endum sic, ex sequentibus pacebit.

366 **P**RO PO SITO I. Motus periodici Planetarum, Co-
metarumque duplice vi peraguntur, videlicet vi gravitatis
universalis, agentis proxime in ratione reciproca dopli-
cata distantiarum, & vi projectili. Prob. Hoc asseren-
do,

do, ejusmodi causa assignatur motibus planetarum, & cometarum, quæ vera est, quæve phænomenis explicandi sufficit; ergo (11). *Prob. 1. membr. ant.* Nam imprimis omnes Planetæ & Cometæ in se se mutuo gravitant (300); & quoniam curvas lineas describunt ex centro suū motis, præter vim gravitatis etiam vi quadam projectili agantur, oportet: deinde mutuam eorundem gravitationem esse proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum. ostendimus n. 315; ergo. *Alterum ant. memb.* paret in sequentibus ex miro phænomenorum cum ita theoria consensu, qui ob argumenti amplitudinem nequit hoc loco totus sub unum conspectum dari, sed per partes propriae eius est. Ut tamen consensus ille jam nunc ex aliqua parte elucceat; videamus, quoniam successu Newtonus, aliique conati sint, Cometarum motus e theoria gravitatis derivare: qui quidem successus etiam r̄sumū ant. membrum, totamque universalis attractionis theoriam plurimum confirmabit.

Newtonus, postquam vidisset planetarum motus cum theoriā gravitatis universalis apprime consentire, investigare statuit, an non etiam motus Cometarum (qui prius censebantur nulla certa lege adstricti esse) non secus ac Planetarum ex eadem gravitatis theoria derivari possent. Colligit autem ex observationibus, si cometa in ellipī incederet, hanc esse debere admodum excentricam, seu compressam. Itaque posuit imprimis, cometam, cuius orbitam investigandam sumpsit, moveri in ellipī admodum excentrica circa solem, tanquam focum, adeoque eum gravitare in solem in ratione reciproca duplicata distantiæ ab eodem (284): tum in cælo aliquot loca a cometa illo diversis temporibus occupata per observations determinavit: denique ex iis locis accurate determinatis, ope theorematum ad legem universalis attractionis pertinentiām eruere voluit, quamnam porro viam tenere deberet idem cometa, siquidem dicta gravitatis lege circa solem, tanquam focum, ellipīm describeret. Sed ejusm. perquisitio erat admodum ardua pro orbe elliptico, & fere penitus inaccessa: nam facilis quidem esset determinatio ellipses, si præter focum tria ejus puncta darentur; his enim datis reliqua omnia, ut axium

magnitudo , excentricitas &c. erui possent : at per observationes astronomicas non possunt definiti determinante ipsa cometæ loca physica , sed optica duntaxat , quæ nimirum in sphæra cælesti determinantur per rectas , quæ ex loco observationis ducuntur per cometam. e. g. Sit

F. 83 in F. 83 s cellus , s sol , $o c b a$ &c. via cometæ , N M arcus circuli maximi in sphæra cælesti. Quum cometa est in c , refertur a nobis per rectam $\pm c$ ad K , in b existens ad F &c. adeoque loco veri arcus sui $c b a$ videtur nobis percurrere cælestis sphærae arcum K F D &c. Porro ex paucis hujusm. punctis in sphæra cælesti per observationes determinatis determinare ellipism . quam cometa in assumpta hypothesi recipere describere debeat , est , uti diximus , labor pene insuperabilis. Sed videt Newtonus , eum ellipsoeos arcum , quem cometa , dum nobis conspicuus est , in assumpta hypothesi describere deberet , posse citra sensibilem errorem haberi pro parabolico , cuius focum itidem sol occupet ; videt præterea , parabolam longe faciliorem esse tractatu ope calculi , quam sit ellipsis : idcirco posuit assumptum cometam in arcu parabolico , solem pro foco habente incedere , atque arcum eum parabolicum determinare est aggressus.

Nempe determinatis in sphæra cælesti per accuratas observationes cometæ locis K , F , D , inquisivit in arcum parabolicum $o c b a d$, qui rectas $\pm K$, $\pm F$ &c. ea lege fecerit , ut areæ $c s b$, $b s a$ &c. quos radius vector circa solem verrit , proportionales sint iis temporibus , quibus verruntur , & præterea eam habeant magnitudinem , quam requirit gravitas cometæ , comparaata cum planetarum gravitate nobis cognita : facile enim patet , has conditiones adesse debere in eo arcu , quem cometa describit , siquidem eadem gravitatis lege , qua planetæ , circa solem revolvitur. Hæc quoque investigandi ratio satis ardua est ; sed Newtonus superatis omnibus difficultatibus eo demum pervenit , et ex tribus solis observationibus dictum arcum parabolicum definivèrit , partim per attentionem , & false positionis methodum , partim per directas determinationes. Jam postquam id genus orbita $o c b a d$ ex tribus observationibus eruta est , facile determinan-

tur

tur loca in sphæra cælesti, ad quæ referetur a spectatore terrestri cometa sequentibus temporibus, siquidem is reapse in ea orbita incedit. Cum enim in assumpta hypothesi cometa debeat circa solem areas verrere temporibus proportionales; inito calculo innotescit, intra quod tempus debeat verrere aream $\alpha s r$, vel $r s d \&c.$ seu quando debeat is cometa esse in punctis r , $d \&c.$ adeoque nobis apparere in L , $N \&c.$ Quæ loca si cum locis observatis congruant, theoriam assumptam confirmant; sin minus, evertunt. Potro methodo hac eo cum successu determinavit Newtonus viam celeberrimi cometæ, qui Viennensem obsidionem non ita multo antecepsit, apparuitque primum mense Novembri anni 1680, cum sequentibus mensibus Decembri, Januario, Februario, ac Martio; ut omnia ejus loca calculo eruta omnino congruerint cum iis locis, quæ toto eo tempore cometa ille occupare fuit ab Astronomis observatus.

Audiamus ipsum Newtonum de Cometa illo L. 3. *Princ. loquentera.* „ Pergebat, inquit, hic cometa per signa fere novem, a Virginis scilicet 12mo gradu ad principium geminorum, præter signum Leonis, per quod pergebat, antequam videri cœpit; & nulla alia exstat theoria, qua Cometa tantam cæli partem motu regulari percurrat. Motus ejus fuit maxime inæquabilis: nam circa diem zomum Novembri descripte gradus circiter 5 singulis diebus; dein motu retardato inter Nov. 26, & Dec. 12, spatio scilicet dierum 15 cum semisse descriptis gradus tantum 40; postea autem motu iterum accelerato descriptis gradus fere 5 singulis diebus, antequam motus iterum retardari cœpit: & theoria, quæ motui tam inæquibili per maximam cæli partem probe responderet, quæque easdem observat leges cum Theoria Planetarum, & cum accuratis observationibus Astronomorum accurate congruit, non potest non esse vera. „ Cl. Edmundus Halleyus, percussus tanto illius Cometæ cum theoria gravitatis universalis consensu, colligit observationes omnes, quas obtinere potuit Cometarum usque ad sua tempora accitate observatorum, quos invenit 24; cum juxta

Newtoni theoriam pro unoquoque determinavit viam ex aliquot observationibus, visurus, an reliqua loca observata congruant cum arcu a se determinato: apprehendit autem, omnium omnino vias cum theoria Newtoni consentire. Idem experti sunt Astronomi, qui post Halleyi obitum visorum cometarum orbitas ad calculum revocarunt. „ Nulla observatio e tam multis institutis post inventam, evulgataisque theoriam ipsi adversata est; quod quidem casu accidisse, nemmo sibi sanus facile persuadebit. „ Boscov. in annos. ad L. IV. Bened. Stay. Recole etiam verba P. Jacquier n. 315 allata.

367 PROPOSITIO II. Pro anno Telluris circa Solem motu gravia pugnant argumenta. *Imum est.* Cum Sol appareat moveri circa Terram motu annuo; reapse vel Sol moveretur circa terram, vel haec circa illum: atque stante universalis gravitate Sol nequit moveri circa terram; ergo siquidem universalis gravitas admittenda est, terrae quoque circa solem motus annuus admittatur, oportet. *Prob. min.* Si quicunque duo planetæ viribus centralibus acti A & B describant suo motu ellipses circa tertium C, tanquam focum; in iis inter se collatis quadrata temporum periodicorum necessario esse debent ut cubi mediarum distantiarum ab eodem C, uti ostendemus n. 373. Jam vero Sol, si circa terram volvitur, circa eam ellipsem describit, ut observationes docent; præterea certum est, Lunam in ellipsi gyrari circa eandem terram: quod si ergo Solis tempus periodicum sit = T, media distantia a terra = D, & eadem parvis literis pro luna exprimantur; stante gravitate universalis esse deberet, $D^3 : d^3 = T^2 : t^2$. Jam Sol a terra fere 20000 semidiametris terrestribus distat; media Lunæ ab eadem terra distantia est circiter 60 semidiametrorum terrestrium: sol 365 diebus circiter videtur orbitam suam percorrere, luna vero diebus 27. Hinc in proportione posita literis numeros substituendo, stare deberet circiter: $(20000)^3 : (60)^3 = (365)^2 : (27)^2$; quod tamen a vero longissime omnino aberrare, periclitanti patebit; ergo Ex adverso si tellurem cum quocunque planeta circa Solem incedente conferas, in iis dictam proportionem obti-

obtinere videbis, uti patebit ex tabella distantiarum mediariam, & temporum periodicorum, quam num.
407 adferemus.

2dum. Si sol & terra in se se mutuo gravitant, & simul sol in orbita quadam, quæ terræ obvertat cævitas, incedit; hunc in ea orbita gravitas in terram retineat, oportet. Sit hæc Solis gravitas = V, massa = M; eadem pro terra parvis literis exprimatur. Ob reactionem actioni æqualem erit $V M = v m$; adeoque erit $V : v = m : M$. Hoc est, tot vicibus majori vi rapietur terra in Solem, quam sol in terram, quot vicibus major est massa solis, quam sit terræ. Jam vero illa hanc millies & millies superat, uti suo loco videbimus; ergo terra quoque millies & millies fortius rapitur in solem, quam sit ea vis, quæ hunc in orbita sua continet. Hinc nisi vis projectilis indita fuisset terræ, quæ ejus ad solem accessum impeditat; ea cum sole jam hactenus conjungi debuisset. Quod si autem terræ quoque vis quedam projectilis indita est; globi hi curvas similes describent circa communia gravitatis centrum (338); quod quia prope centrum solis cadit (165. Schol. 2), terra circa solem, non hic circa illam gyrari debebit. Rursus ergo, nisi mutuam astrorum gravitationem inficiari vellis, terram circa solem moveri agnoscas, oportet.

3dum. Si Sol circa terram quiescentem agitur vicibus centralibus; habebit is vim projectilem, qua sola intra datum tempus accederent ejus puncta ad quodpiam planum, ultra utrumque hunc globum totalem cohceptum. Summa accessuum, quos dicta Solis puncta intra assumptum tempus haberent, sit = $s a$: si solem cum terra quiescente simul sumamus pro una punctorum collectione, quorum numerus sit = N, denique summa accessuum punctorum omnium intra di-
Erum tempus etiam tunc erit = $s a$. Igitur communia gravitatis centrum horum globorum determinabitur ad accessum versus idem planum, eritque accessus hic,

seu $\alpha = \frac{s a}{N}$ (173. cor. 1. 2.): porro accessus iste, non

obstante mutua eorundem globorum gravitate, continuabitur uniformiter in directum versus idem planum

(174 ejusque cor. 4); ergo imprimis non poterit fieri , ut Sol circa terram quiescentem gyretur ; hoc enim fieret , commune quoque centrum gravitatis in gyrum agi necesse esset : deinde aut Sol relicta terra , aut interque simul globus regionem sui systematis defenserit , & versus dictum planum sine fine abibunt . Quæcum sustineri nequeant , Solis circa tellurem quiescentem motus cum universalis gravitate nullo pacto potest conciliari . Sed jam alterius quoq[ue] generis argumenta videamus .

quæcum Astronomi proxime elapsi seculi notabiles variationes annuas adverterunt in omnibus fixis , quas vocare cœperunt *aberrationem fixarum* : cumque causam earum ignorarent , in operationibus subtilioribus non nisi magna cum cautela sunt usi stellis fixis ; ne scilicet ejusmodi incogniti motus in errorem aliquem ipsos inducerent . „ Verum cum D. Moulineux & D. Bradley has variationes maxima accuratione sibi sumerent determinandas (verba sunt Cl. La Caille Astron. n. 384), posterior tandem veram caussam physicam hujus motus apparentis detexit , regulasque condidit , ut ejus ratio in observationibus fixarum habeatur . „ Nempe vidit Bradleyus , ex astronomicis quibusdam observationibus , quas nos in Phys. Part. de successiva luminis propagatione acturi referemus , etiam abstractendo mentem a theoria universalis attractionis legitime inferri annum telluris circa solem motum , successivamque luminis propagationem ei celeritati conjunctam , ut lumen ab astris ad nos propagatum circiter quadrante horæ peragret diametrum orbitæ telluris . Itaque investigare statuit , utrum aberrationem fixarum ex anno telluris motu , successivamque luminis propagatione derivari non posset : ac imprimis generali illam aberrationis theoriam statuit , quam nos n. 355 breviter exposuimus ; tum eum motum , qui vulgo Soli assignatur , Telluris circa Solem se se gyrantis esse posuit , & rationem quam hæc telluris celeritas habet ad celeritatem luminis , determinavit : demum determinata hac tabulas condidit , quæ luminis a stellis fixis propagati aberrationem pro qualibet oculi compate ad fixas positione referrent . Atque felici omnino successu . Constanter enim pacuit , omnes id genus mutationes

tationes locorum in stellis fixis evanescere, observatio-
nesque exacte sibi consentire, si hæ juxta Bradleyi ta-
bulas corrigantur. Experti sunt istud inter alios Aca-
demici Parisini, referente Condamino, qui in dime-
tiendo meridiani gradu ad æquatorem occupabantur.
Cuius enim post exquisitam in observando diligentiam
stellarum fixarum positiones diversis anni temporibus
diversas esse viderent; correctiones cæluminis aberratio-
ne despontas juxta Bradleyi theoriam, tunc adhuc re-
centem, cæperunt adhibere, omnisque subito discre-
pantia est sublata: manifesto utique indicio, veram id
genus discrepantiarum causam a Bradleyo detectam esse,
ac proinde terram circa Solem annuo motu omnino
circumagi.

sum. Si ponas Solem circa tellurem gyrari; vix
generales cælestium motuum rationes reddes: certe vel
ad id aliquo modo explicandum, cur planetæ nobis
appareant jam directi, jam retrogradi, jam stationarii;
eos in ejusmodi tortuosa orbita incedere fings, opor-
ter, qualem Figura 82da exhibet (363): qua quid
minus verisimile, quid rationibus physicis magis repu-
gnans excogitari potest? Ex adverso in systemate tel-
luris motæ egregie satisfieri phænomenis omnibus, ne
ipsi quidem Adversarii possunt inficiari. Certe Ric-
ciolus, ut ut ceteroquin a telluris motu plurimum ab-
horreret, tabulas tamen Astronomicas conditurus Ter-
ræ motum tribuere debuit. Vide ejus Astronom. Re-
form. L. X. C. I. Dechales vestigia Riccioli lectu-
rus in casu simili sic de eodem Ricciolo loquitur in
suo Mundo Mathem. Tom. 4. Astron. L. 6. Prop. 55.

P. Ricciolus, licet ab hypothesi copernicana esset
valde alienus, eamque pro viribus fuisse infectatus;
nullas tamen tabulas aptare potuit, quæ mediocri-
ter observationibus responderent, nisi secundum sy-
stema terræ motæ, quamvis inusitata advocasset sub-
sidia, epicyclosoque mutabiles, perpetuoque incre-
mento & decremento obnoxios, varieque ad Eclip-
ticam inclinatos adhibuisset. Unde in sua Astrono-
mia Reformata, in qua tabulas motuum cælestium
accuratissimas, omnibusque observationibus accom-
modatas se daturum promiserat, in hypothesim ter-
ræ motæ relabitur. **Q**uibus rite expensis vix fie-

si poterit, ut quis annum motum telluri abjudicatum ex animo Soli attribuat.

Scol. Quicunque telluri motum annum attribuit, eidem diurnum quoque circa suum axem vertiginis motum attribuat, oportet. Quippe in statuenda motus astrorum theoria non nisi methodo indirecto, & per attentionem possumus progredi, haud scimus, ac in epistolæ cuiusdam secretis notis conscriptæ enucleatione: ut nimurum per crebras positiones, earumque correctiones varias ad eum demum phænomenorum consensum deveniatur, qui evincat veram theoriam determinare esse. Jam vero hæc ipsa methodus philosophandi evincit in terra motum vertiginis: hoc enim admisso videbimus exacte sibi consentire phænomena, non item negato illo. Eiusmodi vertiginis motum detecterunt jam Astronomi in aliis systematis planetarii globis, ut in Sole, Jove, Luna &c. ut adeo prorsus non admittat quidquam notæ mundi constitutioni repugnans, qui quis telluris motui vertiginis assentitur. Porro lubricat videre, quomodo unica profectione & motus hic vertiginis, & etiam tangentialis velocitas ad annuam orbiram necessaria Terra in di potuerit.

F.34 BMHN (F. 34) sit planum verticaliter situm transversum circuli; indeq; ipsi motus AB, seu BD = AB, cuius directio cum eodem plano eo gruar. Vis hæc BD resolvatur in BF tangentialem, & in BG, quæ sit tangentis normalis, ac proinde quæ per centrum c transeat. Clarum est, parte BG planum illud progressarum uniformiter in directum: at pars BF quamlibet particulam B conabitur a circulo abducere per tangentem; hinc accidente vi centripeta, quæ pars sit elidendo huic effectui vis tangentialis, quælibet particula B circulum directione BM describet circa centrum c, fere uti de funda circumacta locuti sumus n^o 275, Sch. 2. Hoc est, planum illud progedictor directione BG, simulque motu vertiginis rotabitur. Quod si hæc sphæra quæpiam concipiatur tota dividiri in ejusmodi plana inter se parallela; cuilibet planu idem, quod planu BMHN, evenire poterit: ac proinde unico motu sphærae impresso effici poterit, ut ea sphæra & progediatur in directum, & etiam motu vertiginis circumagatur.

Coret.

Coroll. Quo minor est angulus $D B G$, eo minor est vis tangentialis $G D = B F$, ita ut eo angulo evanescere etiam vis $G D$ penitus evanescat; jam vero eo casu, quo vis $B D$ in ipsum centrum $c.$ dirigitur, angulus $D B G$ penitus evanesceret; ergo eo casu vis illa nullum vertiginis motum induceret. Porro dum globi totales, ut tellus & Sol se se mutuo attrahunt, imprimunt sibi invicem motus directionibus saltē ad sensum in ipsorum centra contendentibus; ergo viribus his suos vertiginis motus saltē ad sensum non turbant.

Ex his apparet jam, Newtonianam theoriam ceteris systematis anteponendam esse: ex systemate Copernici retinendum quidem esse planetarum ordinem, tellurisque motus; at figuras orbitalium habendas pro ellipticis, omnesque motuum cælestium vicissitudines ex universalis gravitatis lege esse derivandas.

In gens consensus observationum cum Keplerianis regulis Astronomos eo impulit, ut jam non pro hypothesis, sed pro detecta veritate ejus theoriam respiciant; quæ communis persuasio in immensum est aucta, posteaquam ex ejus legibus Newtonus causas cælestium motuum derivavit, & ex iis causis derivatae sunt pleraque ex inæqualitatibus, quæ utcunque multo minores adhuc supererant; & adhuc multo magis crevit ipsa theoria estimatio, ubi Comistarum orbitæ ex iisdem principiis computatae, cum phænomenis apprime consenserunt, & ubi inæqualitates lunares, quæ longo tot sæculorum labore ad multis certas leges reduci poterant extra syzygias, ex iisdem causis derivatae cum phænomenis consenserunt.

— Hinc autem & Telluris translatio circa Solem, quam Keplerus adhibuit, & cui Newtoniana theoria innititur, in Astronomia passim recepta jam est; quæ quo pacto cum absoluta ejus immobilitate conciliari debeat, innamus jam supra. n. 3. Ita Boscov. in suppl. ad L. 4. Stay. §. 1. Videamus jam ipsam phænomenorum cælestium hac ex theoria deductionem: quæcum magis generalia hoc adhuc Capite expediemus.

§. III.

Concupinatio motus Planetarum phænomena in theoria Newtoniana exponuntur.

369 **M**otum planetarum & cometarum duplice vi peragi, nempe vi gravitatis universalis, agentis proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum, & vi projectili, jam 366 statuimus: Veritas ejus propositionis hoc loco confirmanda est phænomenorum magis generalium expositione. I. Planetæ omnes primarij circa Solem revolvuntur. Quod, qua ratione fieri possit, ut elucescat; concipiamus primo Lunæ & Terræ imprimi velocitates, quæ cum directione virium mutuorum aliquis angulos contineant, neque tamen sint parallelae, & æquales ad easdem partes; accedente mutuorum virium actione globi hi describent curvas similes circa commune gravitatis centrum, simulque prægreditur id centrum in directum uniformiter (338.). Accedat jam Sol; iste viribus suis attractivis turbabit statum dicti communis centri Lunæ & terræ, idemque centrum præcedentem suum motum cum novo coniiponet, & curvam versus Solem cavam describet. Quod si autem Sol quoque in partem oppositam vi quadam projiciatur; Terra & Luna pro uno corpore haberi poterunt, quod in communi ipsorum gravitatis centro collectum sit; Sol autem pro altero: igitur systema terræ & lunæ, vel potius commune ipsum centrum gravitatis, item Sol curvas similares describent circa commune centrum gravitatis omnium trium corporum. Itaque imprimis terra & luna gyrabunt se circa commune suum gravitatis centrum; sed nos utrisque motum hunc lunæ attribuemus (338. Schol. i.): deinde tam luna, quam terra circa Solem circumvolventur; at annum hunc lunæ circa Solem motum, ut pote nobis quoque communem, nos non observabimus; immo nostrum quoque Soli assignabimus.

Quod si jam reliqui planetæ, mercurius, venus, jupiter &c. in plagas varias ordine projiciantur; quemadmodum de tribus corporibus nunc dictum est, ita hi omnes planetæ circa commune omnium gravitatis

teris centrum circumagentur: quod commune centrum
haud procul aberit a centro Solis; tum ob enormem
solaris massæ magnitudinem, quæ, uti patebit ex se-
quentibus, omnium planetarum massas simul sumptas
plurimum superat, tum etiam, quia nunquam evenit,
ut omnia ea corpora respectu solis versus eandem pla-
gam jaceant. At neque cometæ multum demuta-
bunt de loco centri communis; eorum enim orbitæ sic
sunt quaquaversus sparsæ, ut alii aliorum actiones fer-
elidant. Unde Solis centrum gravitatis gyrabitur qui-
dem circa dictum commane totius systematis centrum;
quia tamen commune istud centrum a centro solis,
uti modo diximus, procul abesse non potest, & quia
præterea solis magnitudo tanta est, ut ipsius vera dia-
meter minimum 95 terrestres diametros complectatur,
dictum commune systematis centrum extra ipsam solis
massam haud cadet: ac proinde is solis motus poterit
haberi pro nullo ad sensum; reliqui vero planetæ
circa ipsum in diversæ magnitudinis orbitis circum-
gentur.

II. Planetarum orbitæ sunt ellipticæ; quæ ta-
men nonnunquam variæ etiam ad sensum vicissitudi-
nes patiuntur, perturbanturque. Nempe vi projecti-
li, & centripeta, reciprocam duplicatam distantiarum
a centro virium rationem sequente, potest describi ellipsis,
eujus focus cum eodem centro congruat (286); unde
ex quoque orbitæ, quas planetæ circa commune gra-
vitatis centrum Soli vicinum describunt, possunt esse
ad sensum ellipses, quartum communem focum Sol
ipse videatur occupare. Porro planetæ mutuis actioni-
bus suis turbant quidem orbitas suas mutuo, nec si-
nunt eas esse accurate tales, quales essent, si jam unus
eorum, jam alter cum Sole, circa commune centrum
seorsim circumagerentur; sed tamen ob ingentem Solis
massam hæc mutua actio in planetis primariis non habebit
sensibilem rationem comparate ad actionem solis, quæ
planetas illos in orbita retinet; nisi id genus planetæ
sint ipsi quoque ingentis massæ (ut et longe minoris,
quam Sol) & sibi simul nimis opere vicini reddantur.
Tum enim verò sensibiliter etiam motus suos perturba-
bunt mutuo, quod in Jove & Saturno ylu venire, &

vel hoc phænomeno theoriam Newtonianam , in qua hæ perturbationes ad cálculum accurate revocantur , plurimum confirmari diximus n. 300. in Schol.

371. III. Orbitæ planetarum præ varia primæ projectionis velocitate ac directione poterunt esse varie excentricæ ; item varie ad eclipticam inclinari. Deinde poterant eadem orbitæ inter eadem sphæræ cælestis puncta satis diu hæcere velut immotæ. Ponamus enim planetam ex aphelio A (F. 62) descendere ad perihelium B. Semotis aliorum planetarum actionibus hunc ejus motum turbantibus , planeta ille eandem habebit celeritatem ascendendo per arcum B D A , quam descendendo habuit in punctis æque altis ; cum ergo præterea tota ipsius orbita in uno eodemque plano futura sit (263. cor. 1.) : eodem fane inter fixas loco A redibit ad aphelium. Quod si jam ponamus accedere perturbatrices reliquorum planetarum actiones ; hæc in orbitam illam inducent aliquas vicissitudines , sed uti superius diximus , exiguae : quarum proinde effectus non nisi post notabile tempus poterit in nostros incurere sensus.

372. I V. Planeta ita incedet in orbita sua , ut imprimis , si circa Solem gyratur , ductis ad eundem solem radiis , areas verrat temporibus proportionales : deinde ut ejus axis situ semper parallelo progrediatur. Ratio $\frac{r^3}{T^2}$ patet ex n. 265. *Ratio alterius est.* Ponamus enim quæcumque planetam circa Solem circumagi : planeta hic vim projectilem , & gravitatis in solem persentiscet. Jam vis projectilis parallelum axis situm non turbabit , ut patet : at eundem neque vis gravitatis turbabit. Hujus enim directione ad ipsum planetæ (quem sphæricum esse pono) centrum tendet (311. cor. 2.) : ac proinde prorsus non est , cur validius agat , aut majorem celeritatem imprimit in uno axis extremo , quam in altero. Eo ipso autem ejusdem axis situm parallelum turbare non poterit , ut experienti patet. At quia planetæ non sunt perfectly sphærici , directione gravitatis non tendit accurate ad ipsorum centra ; hinc etiam axem a situ parallelo sensim deflectere tantisper

tantisper necesse est: quod nominatim de axe telluris suo loco exponemus.

V. Si duo quivis planetæ inter se conferantur, qui circa eundem focum e. g. Solem ellipses describant; in iis quadrata temporum periodicorum sunt ut cubi mediarum distantiarum ab eodem foco. Nam ut ut sola elliptica orbita cohæreat accurate cum phænomenis motuum planetarum; quia tamen neque circularis multam aberrat ab iisdem, immo in quibusdam planetis fere nihil (358); in re præsenti tuto possumus orbitas planetarum habere pro circulis, quorum radii sint ipsæ eorundem planetarum a centro virium distantiae mediae. Porro his in circulis vires centripetæ erunt in ratione reciproca duplicata distantiarum a centro virium, seu in ratione reciproca duplicata suorum radiorum: ut ut enim generatim vis gravitatis sit in ratione composita ex directa massæ trahentis, & reciproca duplicata distantiae; in assumpto tamen casu massa trahens, utpote *constans*, negligi potest. Cum ergo in quibusvis duobus circulis, si vires centripetæ reciprocam duplicatam radiorum rationem sequantur, quadrata temporum periodicorum esse debeant ut cubi radiorum, & vicissim (275); etiam in orbitis quorumvis duorum planetarum circa eundem tertium e. g. Solem circumactorum, quadrata temporeum periodicorum sint ut cubi mediarum distantiarum, est necesse.

Schol. Pro accuratoriujus rei demonstratione, quam tamen non censeo Tironibus esse necessariam, hoc porisma est præmittendum: si corpus viribus centralibus actum describat ellipsem quamcunque APBLA (F. 59) circa focum S cum centro virium congruentem; sector QSP, quem radius vector dato tempuscule infinitesimo percurrit, est in ratione subduplicata parametri axis majoris. Hoc est, si sector dicatur S, parameter P, est $S = \sqrt{P}$. Ponamus enim a corpore intra datum tempuscule infinitesimum percurri atcum infinitesimum PQ; ducatur ex P tangens PG, & PE sit diameter circuli ellipsem in P osculantis: demique ex punto H, ubi ea diameter axem transversum AB intersecat, demittatur ad radium vectorem SP normalis HN. Erit in punto P vis centripeta

seu $V = \frac{1}{2PN \times SP^2}$ (285), seu ob $2PN = P$ (281), erit $V = \frac{1}{P \times SP}$. Jam si ex punto Q ad SP demittatur normalis QT, est etiam $V = \frac{RQ}{SP^2 \times QT^2}$ (282). Igitur has duas ejusdem vis centripetae expressiones componendo, est :

$$\frac{RQ}{SP^2 \times QT^2} = \frac{1}{P \times SP^2}, \text{ adeoque } RQ = \frac{QT^2}{P}.$$

Jam in assumpto casu quoniam datum tempusculum est constans, vis centripeta est ut spatiolum RQ, ea vi conjectum, seu est $V = RQ$. Cum ergo in ellipsi semper esse debeat $V = \frac{1}{SP^2}$ (284); est etiam $RQ = \frac{1}{SP^2}$.

Itaque duos rectæ RQ valores componendo est : $\frac{QT^2}{P} = \frac{1}{SP^2}$, seu fract. subl. est $SP^2 \times QT^2 = P$;

Consequenter est $SP \times QT = \sqrt{P}$.

Porro sector QSP est $= \frac{1}{2} SP \times QT$, ac proinde est ut $SP \times QT$: igitur idem sector est etiam ut \sqrt{P} , seu est $S = \sqrt{P}$.

Hoc porismate demonstrato sic porro progredi licet. Tempus periodicum sit $= T$, integra ellipsois area $= A$;

est $T = \frac{A}{S}$ (265. cor.); seu ob $S = \sqrt{P}$, est $T =$

$\frac{A}{\sqrt{P}}$, adeoque $A = T \sqrt{P}$. Major ellipsois axis sit $= B$, minor $= b$; est ex natura ellipsois $A = Bb$, uti demonstrat Cl. La Caille in elem. Geom. n. 899, & alii passim geometræ. Consequenter est $T \sqrt{P} = Bb$, & elev. ad quadrat. $T^2 P = B^2 b^2$.

Porro

Perro est $B: b = B: P$ (278), adeoque est $B P = b^2$, & multiplicando per B^2 est $B^3 P = B^2 b^2$.
Hinc ob $B^2 b^2 = T^2 P$, est :

$$B^3 P = T^2 P, \text{ seu } B^3 = T^2$$

Consequenter $\bar{B} = \sqrt[3]{T^2}$, adeoque etiam $\frac{1}{2} B = \sqrt[3]{T^2}$.
Est vero $\frac{1}{2} B$ æqualis mediæ distantiae a foco, seu centro vicium (277, ejusque coroll. 5.). Igitur si media distantia sit $= D$, erit :

$$D = \sqrt[3]{T^2}, \text{ adeoque } D^3 = T^2. \quad Q. E. D.$$

§. I V.

Solvuntur Objectiones.

O^{bij.} *i. mo.* Si astra ponantur urgeri vi gravitatis, 374 agentis proxime in ratione reciproca duplicita distantiarum; non obstante vi projectili consequens est fore, ut ea in Solem ruant: sed si ita, phænomena motus astrorum a dicta gravitate, vique projectili repeti non possunt; ergo. *P. maj.* Vis illa projectilis deberet sensim extingui, solaque vis gravitatis remanere; sed si ita &c. ergo. *Prob. maj.* Vis gravitatis semper adversaretur aliqua ex patte vi projectili, quia hæ vires semper sub aliquo angulo concurrerent; ergo ex vi projectili continenter quidpiam decerpere tur: sed si ita, vis illa projectilis sensim deberet extingui, solaque gravitas remanere; ergo. *Confirm.* In hac theoria stellis fixis non tribuitur ulla vis projectilis; ergo saltem illæ deberent decidere in Solem.

R₂. *N. maj.* Nam ex iis, quæ n. 263 & 264 demonstrata sunt, patet, a planeta viribus centralibus acto quamcunque curvam circa alterum, pro varia eaturdem virium attemperatione describi posse. Ad prob. *N. maj.* Ad hujus prob. *C. ans.* *D. conf.* Ergo ex vi projectili continenter &c. hoc est, quolibet exiguo tempusculo ex ea tangentiali vi, quæ cum gravitatis directione angulum aliquem comprehendendo novam pro sequenti tempusculo vim tangentialem generat,

par-

pars aliqua deperditur; sed tamen ita, ut nova illa tangentialis vis, quæ interea generatur, possit esse etiam major, quam fuerit præcedens integra C. cons. ita ut nova id genus tangentialis vis semper debeat esse minor integra vi tangentiali proxime præcedente N. cons.

Ut ratio distinctionis pateat, sit planeta in quoque orbitæ suæ puncto M (F. 62), in quo persentiscat vim projectilem, seu tangentialem MN & vim gravitatis MI. Ex duabus his viribus, completo parallelogrammo MNOI enascitur vis composita MO; atque hæc vis composita agit vim tangentialem sequente tempusculo: si enim vis gravitatis cef-saret in O, corpus sequente tempusculo abiret per tangentem vi $OQ = MO$ uniformiter in directum; agente vero continenter gravitate, quæ in O sit OP , eadem vis OQ est componenda cum OP , ut planetæ vis composita OR (quæ rursus alio sequente tempusculo vim tangentialem ager) determinetur. Jam vero, ut ut ex vi tangentiali MN, dum componitur cum gravitatis vi MI, generatque diagonalem MO, pars aliqua necessario deperdatur (182. cor. 4); potest tamen evenire, ut diagonalis MO reapse major evadat, quam sit integra MN: immo istud evenire debet, quotiescumque vires illæ componentes sub angulo acuto concurrunt (270). Non est ergo consequens fore, ut vis projectilelis semper magis ac magis imminuatur. Id verum est, directionem primæ projectionis e. g. AG continenter inflecti, abireque pedetentim in directiones MN, OQ &c. at istud non evincit, planetam in Solem S debere decidere. Si enim satis distet ab eodem Sole, quum primitus pro- $\ddot{\text{e}}$ citur, debitamque habeat virium centralium attemperationem; fieri poterit, ut per id genus inflexiones vis tangentialis, per areum AEB infra Solem deveniat ad B. Quo ex loco per alium priori similem arcum BDA ad primæ projectionis locum A revertetur (371).

Ad Confirm. C. ans. N. cons. Nam imprimis potest ea esse lex gravitatis universalis, ut non porrigitur in infinitum, & erus TXY in F. 1. alieubi ultra systema planetarium, sed tamen cis stellas fixas, eum axe KB congruat, aut etiam hunc secando in areum repulsivum abeat, varieque circa eundem sinuetur.

Quod

Quod si res ita se habet; stellas fixas non posse ruere in Solem, clarum est. Deinde tametsi gravitas universalis ad ipsas adeo stellas fixas, immo etiam ultra has pertinere ponatur; vis gravitatis, qua Stellæ fixæ in Solem tendent, ob enormem illarum ab isto distantiam prorsus exigua erit, quæ ut a terræ incolis in tanta distantia observari tandem queat, forte complura annorum millia poscit. Hinc etiam, tametsi hactenus stellæ fixæ non sint observatae ad nos proprius accedere; quia tamen incertum est, utram sit ex duabus modo allatis caussa rei hujus, definire omnino nequimus, pertingatne vis gravitatis nostræ universalis ad stellas fixas, an non.

Schol. Cur luna a terra non avellatur, ruatque in Solem, tametsi calculo inito constet, eam novilunii tempore longe fortius allici a Sole, quam a Terra retrahatur; commodius explicabimus n. 449 in Schol. post pertractatam Lunæ theoriam.

Obj. 2do. Hæc duo conciliari minime possunt, ut planeta describat ellipsem circa Solem, tanquam focum, & simul agatur vi gravitatis reciprocam duplicatam distantiarum rationem sequente: cum ergo constet, planetas primarios in ellipsis, quarum focus alterum Sol occupet, revolvi; iidem planetæ nequeunt agi vi gravitatis dictam rationem sequente. *P. anz.* 375
Si planeta circa Solem S (F. 62) tanquam focus F. 62 describit ellipsem A E B D; ab apside summa A usque ad imam B semper magis ac magis accedit ad Solem; & ab ima apside B ad summam A regrediendo semper magis ac magis recedit ab eodem Sole: atqui ista evenire non possent, si planeta ille dicta vi gravitatis ageretur; ergo. *Maj.* patet ex ea ellipsois proprietate, quam n. 277 retulimus: *min.* vero *prob.* Si planeta ab apside summa A digrediendo semper magis ac magis accedit ad solem S, & simul agitur vi gravitatis dictam legem sequente; ejus gravitas semper magis ac magis crescit ab apside summa A usque ad imam B: ergo si præterea ab apside ima B digrediendo semper magis ac magis recederet ab eodem Sole, sequeretur, tunc planetam incipere a Sole recedere, quum ejus in Solem gravitas est maxima: atqui istud videtur dici

non posse: ergo. *P. subs. min.* Effectus gravitatis generatim est deprimere corpus infra tangentem versus centrum virium; ergo tunc maxime deprimitur planeta infra tangentem intra datum tempus, quum maxima est ejusdem gravitas: sed si ita, dici nequit, fieri posse, ut tunc incipiat planeta recedere a Sole, quum ejus gravitas est maxima; ergo.

R. N. ant. Recole n. 286, ejusque Schol. 2. Ad prob. *C. maj.* *N. min.* Ad hujus prob. concessa enchyrm. *N. subs. min.* Ponamus enim planetam vi gravitatis describere semiellipsem A E B. In quolibet orbitæ puncto inter apsides A & B sito radius vector cum tangente angulum acutum comprehendet; ut ut verum sit, angulum illum non redi constanter magis ac magis acutum, sed ad certum duntaxat terminum, tum sensim expandi, magisque ac magis ad rectum accedere, dum huic æqualis tandem fiat in ima apside B (277. cor. 4): ergo celeritas ejusdem planetæ ab apside A usque ad B continenter crescat (270). Poterit adeo fieri, ut celeritas in apside ima B major jam sit, quam quæ requiritur ad circulum radio SB centro S, cum ea etiam gravitate, quæ puncto B respondet, describendum; & reapse etiam majorem esse, aperte sequitur ex ea Frisii demonstratione, cuius meminimus n. 286. Schol. 3. Cum ergo vires in B sub angulo recto concurrant, mirum videri non debet, quod planeta extra circulum radio SB describendum egredi, adeoque a Sole S recedere incipiat (269). Quod si *diss.*: in responsione hac supponi duntaxat, motum ellipticum planetæ peragi vi gravitatis dictam legem sequente, non autem ostendi clare, qua ratione possit planeta vi gravitatis actus in ellipsi incedere; respondeo: postquam generatim ostendimus n. 286, dicta gravitate, vique projectili describi posse ellipsem; sufficit hoc loco ad enervandam objectionis vim, quod pateat, ex hypothesi nostra nullum ab Adversario absurdum deduci posse.

Ad ult. prob. concessa enchyrm. *D. subs. min.* Si cetera sint paria *C.* secus *N. subs. min.* & al. cons. Major vis gravitatis semper magis, minor minus deprimit planetam infra tangentem versus centrum virium, adeoque ceteris paribus tunc magis accedit planeta.

neta ad centrum virium, quum gravitatis vis est major. At hac in re non sola vis gravitatis quantitas debet in considerationem venire. Ac impri-
mis generatim demonstravimus. n. 268, debere corpus recedere a centro virium, si radius vector cum tangente angulum obtusum comprehenderit, quæcunque demum fuerit vis gravitatis quantitas; accedere vero ad illud, si dictus angulus fuerit acutus. Deinde si aliquem orbitæ locum B, in quo vires sub angulo recto concurrant, assumamus; quæcunque fuerit gravitatis ei loco respondentis quantitas, si tamen vis projectilis BK fuerit major, quam quæ requiritur ad circulum in distantia SB circa virium centrum S cum ea gravitatis quantitate describendum, corpus ab eodem centro recedet (269).

Urgeb. 1. Ponamus apsidis summæ distantiam a centro virium esse duplo majorem, quam sit distantia apsidis imæ, seu esse AS = 2 BS. Quoniam celeritates duobus quibuscumque orbitæ punctis respondentes sunt reciproce, ut perpendicular e centro virium in tangentes demissa (267), celeritas in B erit duplo major ea celeritate, quæ summæ apsidi A respondet; & quoniam vis gravitatis in B ponitur esse ad vim gravitatis in A = AS²: BS², seu hoc casu = 4:1, vis gravitatis in B erit quadruplo major, quam sit in A: ergo prorsus non poterit fieri, ut planeta ex A digrediens accedat ad centrum virium, ex B vero digrediens ab eodem recedat; sed si ita, adhuc impossibile est, ut planeta ellipsum describat, & tamen agatur vi gravitatis dictam toties legem sequente; ergo. *P. conf.* Si iis, quæ commémorata sunt, non obstantibus, planeta ex A digrediens accederet ad centrum virium, & tamen ex B digrediens ab eodem recederet; sequeretur, gravitatem = 1 in apside summa prævalere celeritati = 1 ita, ut cogat planetam appropinquare ad centrum virium S, & tamen in apside ima non eodem modo posse prævalere gravitatem = 4 celeritati = 2, sed potius hic oppositum evenire: atqui istud sustineri non potest; ergo. *P. min.* Legitima est hec e. g. argumentatio: una stanni uncia superat volumine unam unciam auri; ergo posteriori jure quasnon stanni unciae superabunt volumine duas auri uncias;

B b 2

ergo

ergo hæc quoque argumentatio est legitima: *gravitas* \equiv *superas in apside summa celeritatem* \equiv *i.*, adver-
santem accessui plenæ ad centrum virium; ergo posterior
jure *gravitas* \equiv *superabit in apside ima celeritatem*
 \equiv *z.* Sed si ita: ergo.

B. C. ant. N. conf. Ad prob. C. maj N. min. Ad
hujus prob. C. ant. N. conf. Dispar ratio est. Si enim
volumen unius unciae in stanno sit $\equiv V$, in auro $\equiv v$;
volumen 4 unciarum in stanno erit $\equiv 4V$, & duarum
in auro $\equiv 2v$, uti patet ex n. 80 cor. i. Jam ve-
ro si est $V > v$, clarum est esse etiam $2V > 2v$,
adeoque posteriori jure esse $4V > 2v$; ergo si una stan-
ni uncia superat volumine unam auri unciam, posteriori
jure 4 stanni unciae superabunt duas auri uncias vol-
ume. Alteram vero argumentationem non esse legi-
timam, sic ostendo. In ejus *antecedente* reapse non
aliud affirmatur, quam celeritatem e. g. $\equiv c$, apsidi
suminæ respondentem esse minorem, quam quæ requi-
reretur ad circulum radio S A describendum; inde ve-
ro concluditur in *consequente*, non posse fieri, ut cele-
ritas imæ apsidi B respondens, quæ in *assumpto* casu
est $\equiv 2c$, sit major, quam quæ requiritur ad circulum
radio S B describendum. Unde cum celeritas ad cir-
culum describendum requisita generatim sit $\equiv \sqrt{2}VR$
(272. cor. 2.); si formula hæc pro apside summa ma-
joribus, pro ima minoribus literis exprimatur, dicta
argumentatio in hanc reapse abit: *in apside summa est*
 $c < \sqrt{2}VR$; ergo *in ima apside non potest esse* $2c >$
 $\sqrt{2}vr$. Hoc est, in *assumpto* casu, ob $V:v = r:4$, & $R:r = 2:1$, abit in hanc: *in apside summa est*
 $c < \sqrt{4}$; ergo *in ima apside non potest esse* $2c > \sqrt{8}$.
Quæ illatio vitiosa omnino est: ponamus enim e. g.
esse $c = 1 \times \frac{1}{2}$; adeoque esse $2c = 3$; utique erit
 $c < \sqrt{4}$, & tamen erit simul $2c > \sqrt{8}$.

Nempe tunc robur inesset positæ objectioni, si ce-
leritatis tangentialis in removendo planeta a centro viri-
um efficacitas in ea duntaxat ratione cresceret, in qua
celeritas ipsa crescit; at istud falsum omnino est: di-
cta enim efficacitas metienda est ex quadrato ipsius ce-
leritatis directe sumpto, & simul ex distantia a centro
reci-

reciproce accepta. Quod ut pateat, conferamus binas vires, quæ requirerentur in aplidibus ad æquilibrium cum dicta celeritatis efficacitate obtinendum, seu ad describendos utrobique arcus circulares; sit autem hujusmodi vis in apside summa $= V$, in ima $= v$: non

$$\text{erit } V : v = C : c, \text{ sed erit } V : v = \frac{C^2}{R} \cdot \frac{c^2}{r} \quad (272).$$

cor. 3.) ; adeoque in assumpto casu erit $V : v = \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = I : 8$.

Urg. 2. Si in apside summa celeritas tangentialis minor est, quam quæ requiritur ad circulum in eadem altitudine describendum, in ima vero major; alicui orbitæ puncto inter apides respondebit ea determinata celeritas, quæ sufficiat ad describendum tantæ altitudinis circulum, quanta est distantia ejusdem puncti a centro virium, exigente istud lege continuatam (Met. 236) : ergo hoc in puncto inchoabit planeta circulum, eumque proinde continuabit. Sed si ita, adhuc fieri nequit, ut planeta vi gravitatis actus in ellipsi incedat; ergo.

R. C. ant. N. conf. Ad describendum circulum præter gravitatis vim, quæ in æqualibus a centro distantiis semper æqualis sit, requiritur primo, ut vires sub angulo recto concurrant; deinde requiritur determinata celeritas (268. Schol.). Jam determinata hæc celeritas adest quidem in quibusdam locis, nempe in extremitatibus axis minoris (286. Schol. 3.) ; at in iis vires non continent angulum rectum: in aplidibus adest angulus rectus; at deficit requisita ad circulum celeritas: in reliquis autem orbitæ punctis neutrum requisitum adest. Itaque nuspiciam potest planeta circulum inchoare.

Urgeb. 3. Si orbita planetæ dicta gravitate acti esset elliptica; ea prorsus eandem haberet curvedinem in apside summa, quam habet in ima (276); atqui nequit habere; ergo. *P. min.* Sit, uti prius, distan-
tia summae apidis a centro virium duplo major, quam
sit imæ: in ima gravitas erit quadruplo major, quam
in summa; atqui simila gravitas nequit eandem cur-
vedinem efficere in summa, quam in ima efficit gra-
vitas quadrupla; ergo.

B. C. maj. N. min. Ad prob. C. maj. N. min. & contrarium sic ostendo. Si orbitæ curvedines in apsidibus examinare vis, æquales utrinque arcus infinitesimos A M & B e assumas, oppret: adeoque non nisi eos gravitatum effectus inter se contendas, est necesse, qui iis temporibus respondent, quibus æquales illi arcus percurruntur. Jam vero prorsus is est effectus quadruplicæ gravitatis in apside ima, illi tempori respondens, quo arcus B e = A M percurritur, qui est gravitatis simplæ in summæ, respondens ei tempori, quo decurritur arcus A M. Sint enim A M & B T arcus illi, quos planeta ex apsidibus digrediens describit æqualibus tempusculis infinite parvis; arcus hi referent celestes diversas ejus planetæ, consequenter in assumpto casu erit B T = 2 A M, seu erit B T = 2 B e. Hinc sector B S T erit duplus sectoris B S e; hoc est, ob sectores hos temporibus proportionales, tempus, quo percurritur arcus B T, adeoque etiam quo arcus A M percurritur, est duplum temporis, quo decurritur arcus B e. Jam vero in apside summa gravitas V = 1 tempore T = 2 prorsus eundem effectum præstat in arcu A M inflectendo, quem præstat in ima apside gravitas v = 4 tempore t = 1 in inflectendo arcu B e. Effectus enim illos rite exhibent spatia S & s, quæ viribus illis inera dicta tempuscula libero lapsu conficerentur; seu ductis ef & MF ad tangentes parallelis, completisque parallelogrammis B def & A G M F, dictos effectus rite repræsentant rectæ A F & B f. Porro esse S = s, seu esse A F = B f, facile patet. Cum enim vis gravitatis intra tempusculum infinitesimum sit uniformiter accelerans; est S: s = V T²: v t² (192. cor. 4.); seu ob V: v = 1: 4, est S: s = T²: 4 t². Jam vero ob T: t = 2: 1, est T²: t² = 4: 1; ergo est S: s = 4: 4, seu est S = s.

Schol. Quod si ponatur distantia summæ apsidis a centro virium esse triplo major, quam sit imæ; arcus B T erit triplo major arcu B e, adeoque tempus, quo arcus B T, aut A M percurritur, erit triplo maius tempore arcus B e: præterea erit V: v = 1: 9. Hinc

por-

proportio generalis $S : s = V T^2 : v t^2$, abibit impri-
mis in hanc : $S : s = T^2 : 9 t^2$. Deinde ob $T : t = 3 : 1$, erit $T^2 : t^2 = 9 : 1$; adeoque eadem propor-
tio in hanc abibit : $S : s = 9 : 9$. Hoc est, semper
erit $S = s$.

Obj. 3^{ro}. Lapis in superficie terræ oblique pro-
jectus, ut ut duplice vi agatur, projectili & gravitatis,
non describit tamen ellipsem; ergo neque planeta de-
scribet ellipsem e. g. circa Solem. 376

R: D. ant. Non describit ellipsem accuratam,
eamque integrum *C. ant.* non describit arcum proxime
ellipticum *N. ant. & conf.* Ad accuratam ellipsem di-
ctis viribus circa datum centrum virium tanquam fo-
cum describendam, tria requiruntur. 1) Ut gravitas
sit semper in ratione reciproca duplicata distantiarum
a centro virium, eoque non variato (284); 2) ut
vis projectilis minor sit, quam quæ libero lapsu us-
que ad ipsum virium centrum cadendo acquirefetur
motu uniformiter accelerato (286. Schol. 2.); 3)
ut motus fiat in medio non resistente; medium enim
resistens turbat virium efficacitatem. Jam vero ut ut
altera conditio locum habeat in lapide oblique proje-
eto; primam tamen aliquantum turbant suis viribus
montes eminentes, intra quos peraguntur omnes pro-
jectiones nostræ, item figura telluris non plane sphæ-
tia, nec nan ejusdem partium textus inæqualis; ter-
tera quoque conditio deficit; cum aer projectionibus
nostris constanter adversetur. Hinc curva, quam ter-
restre corpus oblique projectum describit, plurimum
quidem accedit ad ellipsem, eo videlicet magis, que
minor est resistentia aeris, minusque simul turbatur
prima conditio; accurate tamen elliptica esse non po-
test. Porro planetæ moventur in medio ad sensum
non resistente: ergo tametsi ne in his quidem obtineat
accurate conditio prima; horum tamen orbita longe
magis accedere debet ad accuratam ellipsem, quam ar-
cus a terrestri corpore descriptus.

Urgeb. 1^{mo}. Corpora terrestria oblique projecta de-
scribunt ad sensum parabolam; ergo non describunt ad
sensem ellipsem: sed si ita, neque planetarum orbitæ
possunt esse ellipticæ, si isti eadem gravitate universali

aguntur, qua corpora terrestria; ergo. 2do. Si terrestria quoque corpora describunt curvam, quæ ad ellipsem plurimum accedat; cur decidunt in terram? cur non volvuntur circa hanc, ut primarii planetæ circa solem? 3ro. In theoria Boscovichii, gravitas universalis non sequitur accurate reciprocam duplicatam rationem distantiarum; ergo saltem in hujus theoria non posset planeta in ellipsi incedere.

R. ad 1um. C. ant. N. cons. Quo minor est velocitas primæ projectionis comparete ad eam velocitatem, quæ requireretur ad circulum æque altum descriendum, eo magis deficit ellipsis a circulo, seu eo magis est compressa. Hinc quoniam in terrestribus hisce corporibus velocitas projectionis semper est exigua compareate ad eam velocitatem, quæ necessaria esset ad æque altum circulum circa centrum telluris descriendum; curva, quam corpus terrestre oblique projectum describit, semper est arcus ellipsoes admodum compressæ, & quidem est arcus vel continens ipsam apsidem, vel ei vicinus: quod inde licet intelligere, quia apsis est ibi, ubi tangens cum directione gravitatis angulum rectum comprehendit; hujusmodi autem tangens reperitur certe in quolibet arcu terrestris corporis, sive oblique sursum, seu horizontaliter projecti. Hinc quoniam eo vicinior est focus apsidi, quo ellipsis est magis compressa (277. cor. 2.); clarum est, arcus ellipticos a terrestribus corporibus describi solitos, alteri foco admodum esse vicinos, ab altero autem, qui nempe cum centro virium congruit, admodum distare. Ostendunt autem Geometræ, id genus arcus ellipticos ad arcum parabolicum accedere plurimum: unde etiam Astronomi Cometarum in ellipsis admodum compressis incedentium arcus perihelio proximos pro parabolicis habent, eosque juxta parabolæ theoriam ad calculum cum successu revocant. Possunt ergo hæc duo conciliari, se arcus corporum terrestrium sint proxime elliptici, & simul parabolæ naturam æmulentur.

R. ad alterum. Corpora terrestria decidunt in terram propterea, quod eorum ellipsis admodum compressa ita accedat ad axem majorem, ut non procul ab apside jam in ipsam telluris massam immergatur: igitur corpori hunc arcum inchoanti non multa post occurrit super-

superficies terræ, illudque ab arcu continuando prohibet. Hanc orbitæ compressionem auget etiam resistentia aeris, vim projectilem continentem imminuendo. Quod si corpus terrestre ad magnam satis distantiam sublatum, sat magna velocitate projiceretur, abesseque notabilis resistentia medii; profecto constanter circa terram volveretur, uti modo Lunam volvi videmus.

R. ad zeum. Ut orbita planetarum sit ad sensum elliptica, satis est, si gravitas universalis proxime agat in dicta ratione. Alioquin nullo argumento evin- ci potest, ullius planetæ orbitam esse *accurate omnino*, & ut dici solet, *mathematica ellipticam*.

Pro reliquis objectionibus *Nora* *imo.* Vis tangentialis est æquabilis, & constans hoc sensu, quod, si sequentibus tempusculis illa sola ageret, æquabiliter ageret; non autem hoc sensu, quod nec angeatur unquam, nec imminuatur. *ad. 2.* Tametsi planetæ celeritas continenter crescat ab apside summa descendendo ad imam, quod radius vector cum tangente continenter angulum acutum contineat; quia tamen ab ima redeundo ad summam dictus angulus est continenter obtusus, eadem celeritas, ut jam dictum est, hic continenter decrescit. Iisdem autem gradibus decrescit hic, quibus illic crevit. Quia in quibuslibet punctis æque altis hinc & illinc acceptis eadem est celeritas; cum perpendiculara in tangentes demissa utrinque sint æqualia. Hinc quidquid in una parte accedit ad eam celeritatem, quam planeta in apside summa habuit, id totum in altera ellipsois parte eidem demitur: consequenter planeta, dum ad apsidem summam redit, eandem habet celeritatem, quam habuit, dum ex ea digressus fuit, proindeque ellipsum priori æqualem inchoat. *3. 3.* Tametsi angulus, quem directiones virium centralium comprehendunt, planeta ab apside summa ad imam descendente, non fiat semper magis ac magis acutus usque ad apsidem imam, sed post aliquem terminum expandi incipiat, dum in ima apside rursus fiat æqualis recto; nihilominus tamen usque ad apsidem imam semper manet *rectus*: ergo celeritas planetæ usque ad imam apsidem continenter crescere debet (*270*);

ad eque non in eo loco est maxima, in quo dictus angulus est acutissimus, sed in ipsa apside ima.

Schol. Cartesius immensum quemdam ætheris vorticem, cuius jam alias meminimus, confinxit circa Solem, qui circa hunc tanquam centrum suum rapidissime volvatur, planetasque circa eundem circumagat. At opinatio haec jam antiquata est, Gallis ipsis, qui pro ea prius stabant, in Newtoni sententiam certatim abeuntibus; cum in illa vix ullum motus astrorum phænomenon, in hac omnia exacte explicari viderent, neque possent existentiam universalis attractionis inficiari. Adde, hujusmodi vorticem ne posse quidem esse circa Solem. Cum enim non pauci Cometæ contra signorum cœlestium ordinem ab ortu in occasum moveantur, descendantque in ipsam planetarum regionem; deberent utique a vortice planetas deferente impediti, & abripi: deberent item in eodem loco duo contrarii vortices adesse; alter, qui planetam ab occidente versus ortum, alter, qui Cometam ab ortu versum occasum agat: quo quid magis absconum fangi potest? Sed iam ad alia transeamus.

§. V.

De Cœlestibus phænomenis a diurno telluris motu pendentibus.

378

TELLURIS motus complures apparentes motus inducit in alia sidera: omnium maxime conspicuus est, qui nascitur ex motu vertiginis, seu diurna conversione, quam tellus circa suum axem intra 23. h. 56'. 4'' absolvit. Nempe hoc motu quilibet nostrum intra dictum tempus describit circulum æquatori parallelo circa axem terræ, quem axis mundi portionem esse diximus n. 349. cor. I. Jam vero juxta opticæ principia, prorsus eodem modo fiunt impressiones in oculis nostris ab obiectis externis, sive nos in plagam aliquam moveamur illis quiescentibus, seu illa quiescentibus nobis in plagam oppositam moveantur: hinc quoam nos diurnam conversionem nostram non adverti-

vertimus; eandem objectis extra nos positis, motu que illo carentibus attribuimus, sed in oppositam plagam. Omnia itaque corpora extra tellurem posita debent nobis videri, motu contrario, versus occidentem ferri, describereque circulos æquatori parallelos. Debent autem apparere, intra idem tempus absolvere integrum circulum, intra quod nos absolvimus conversionem integrum, si tamen corpora illa ceteroquin quiescant, ut stellæ fixæ: si autem ea corpora vel reapse habent motum aliquem in partem oppositam, seu versus orientem, ut planetæ, vel saltem debent aliquo alio ex capite videri, versus orientem ferri; motus hic augebit tempus integræ conversionis diurnæ. e. g. Sol, ut videbimus inferius, debet intra annum integrum eclipticam ab occasu versus ortum apparenter percurrere; adeoque singulis diebus fere integrum gradum absolvere. Hinc, quoniam hic motus est oppositus conversioni diurnæ; sol eo momento, quo integrum conversionem diurnam completere deberet, adhuc integro fere gradu distabit a termino integræ conversionis: quod spatium quoniam medio motu diurno intra 3', 56'' absolvit, ut inito calculo erui potest; tempus integræ conversionis diurnæ in Sole est = 23 h. 56', 4'' + 3', 56'' = 24 h. Atque hinc patet ratio, cur dies sidereus à solari discrepet.

Ex his jam intelligere licet, cur intra 24 horas 379 semel in ortu sit Sol, semel in meridiano, semel in occasu. Nempe semper dimidia cælestis sphæræ pars patet oculis nostris, ita ut ad 90 gradus, seu ad integrum quadrantem, circumquaque pertingat visus nostrus: itaque dum motu vertiginis acti eum comparete ad Solem acquirimus situm, ut ab eo disternus 90 gradibus, is nobis conspicuus fit; at nulla objecta infra ipsum posita possumus adhuc conspicere, utpote magis, quam 90 grad. a nobis distantia: necessario ergo appetet nobis Sol esse in horizonte, oririique. Durnos motum vertiginis prosequimur, semper nova & nova sphæræ pars infra Solem depressa videtur ad horizontem appellere, Solque supra eundem in plagam motui nostro oppositam, seu versus occidentem magis ac magis emergere. Quum etsi jam situm obtinemus,

ut linea recta ex oculo nostro in solem ducta per ipsum meridianum nostrum transeat; tum enim vero apparet nobis Sol attigisse meridianum nostrum. Denique dum post meridiem ita jam recedimus a Sole, ut ab eo distemus 90 gradibus; ultra eum nulla jam cæli portio est nobis conspicua, consequenter Sol est in horizontis occidentali parte, paulo post penitus occubitur.

380

Illis, qui sub æquatore habitant, videtur Sol semper sub angulo recto ascendere supra horizontem; illis vero, qui proxime ad polos habitarent, videretur describere diversis diebus diversos circulos, sed semper horizonti parallelos: denique illis, qui zonas temperatas incolunt, ut nos, constanter sic oritur; ut circulus, quem de cribit, horizontem oblique secet: sic nobis videtur constanter oblique moveri, ita ut circuli, quos describit, sint ad plagam meridionalem inclinati. *Ratio iiii. ej.* Nam ii, qui sub æquatore habitant, tam ab uno, quam alio polo distant 90 grad. (344); adeoque psorum horizon debet per polos transire (347. cor. 2). Hinc quoniam æquator, huicque paralleli circuli ad angulos rectos secant circulum per polos transiunt; dicti incolæ diurno motu eum conficiunt circulum, qui ipsorum horizontem semper ad angulos rectos secet: igitur Sol quoque ita ipsis videbitur ferri in partem contrariam, ut motu suo ad angulos rectos secet eorundem horizontem. *Hi rectam sphæram dicuntur habere.*

Ratio adi. ej. Quia eorum horizon fere congruit cum æquatore: cum ergo motu diurno quivis terræ incola describat circulum æquatori parallelum; ii motu diurno conficiunt circulum horizonti suo parallelum: adeoque idem quoque dicendum est de motu solis diurno, ipsis apparente. *Hi dicuntur sphæram habere parallelam.*

Ratio giii. ej. Quia cum eorum horizon deprimitur infra unum polum, supra alterum vero elevetur; æquator horizontem illum ad obliquos angulos intersectet, oportet: igitur idem dicendum erit etiam de circulo, quem motu diurno conficiunt, ac proinde etiam de apparente ipsis solis motu. Horum sphæra dicitur *obliqua*, ut e. g. nostra. Porro noster horizontem.

eminet supra polum australem, deprimitur infra borealem; ergo idem horizon cum æquatore continet angulum acutum ex parte australi, obtusum ex parte boreali: non est ergo mirum, quod diurni solis circuiti appareant nobis versus austrum inclinati.

§. VI.

De Phænomenis ab annuo Telluris motu pendentibus.

Annus telluris motus efficit imprimis, ut sol in ecliptica deferri nobis videatur. Nempe circulus **A B** in F. 85 referat eum in zodiaco circulum, quem F. 85 eclipticam nominari diximus n. 345; ellipsis *a d c b*, a circulo parum discrepans referat annuam telluris orbitam, in eodem cum ecliptica piano sitam, cuius alterum focum *s*, a centro *o* parum distantem sol occupet. Si tellus in æquinoctiali punto *d* existit, solem *s* referemus per rectam *d s* ad V : progrediente tellure ex *d* versus α secundum signorum seriem, sol videbitur moveri ab V versus S itidem secundum signorum seriem, ita ut tellure perveniente ad α , seu infra Z , sol apparitus sit in S per rectam αs , & sic porro.

Coroll. 1. Igitur sole per signa borealia apparenter progrediente, terra rapte movetur infra signa australia, & vicissim.

Coroll. 2. Tellus ab æquinoctio verno transundo ad autumnale conficit orbitæ suæ partem *d a b*; transundo autem ab autumnali ad vernum partem *b c d*. Jam cum centrum orbitæ ellipticæ sit in *o*, recta vero *b d* per focum *s* transeat, pars *d a b* est major parte *b c d*; igitur jam longiori tempore indigeret tellus ad arcum *d a b* percurrendum, quam ad arcum *b c d*, etiamsi cetera essent paria: at præterea in arcu *d a b* lentius incedit, quam in arcu *b c d*, quia illuc magis

B b y elon-

elongatur a sole , quam hic : non debet igitur videri mirum , quod ab æquinoctio verno ad autumnale 8 diebus plures numeremus , quam ab isto ad illud.

382 Ab eodem anno telluris motu pendent etiam noctium , dierumque vicissitudines , item diversæ anni tempestates : quæ ut rite explicari queant , hæc probe notanda sunt . *1mo.* Terra sic movetur in orbita sua , ut ejus axis situ parallelo progrederiatur : cujus rei rationem dedimus n . 372 . *2do.* Dum terra est in puncto æquinoctiali , ubi nimirum ejus orbita æquatoriem mundi intersecat ; solem referimus in oppositum æquatoris punctum , seu in alterum punctum æquinoctiale : ergo æquinoctii tempore recta ex centro solis in terræ centrum ducta debet transire per aliquod terrestris æquatoris punctum . Quemadmodum enim recta ex centro terræ per quocunque terrestris æquatoris punctum ducta necessario terminatur in æquatore cœlesti (349) ; ita recta ex quocunque æquatoris cœlestis punto in terræ centrum ducta debet per aliquod terrestris æquatoris punctum transire . Jam si terra constanter moveretur in æquatore cœlesti , seu mundi , servato constanter sui axeos situ parallelo ; solem constanter in oppositam ejusdem æquatoris partem referremus , quemadmodum referimus æquinoctii tempore : igitur recta e centro solis in terræ centrum ducta constanter transiret per aliquod terrestris æquatoris punctum ; hoc est , sol constanter æquatori terrestri imminaret perpendiculariter . At quoniam tellus ab æquinoctialibus punctis digrediens sensim declinat ab æquatore mundi ; necesse est , ut punctum superficie terrestris , per quod recta e centro solis in terræ centrum ducta transit , quod punctum nos deinceps compendii gratia *punctum soli subjectum* nuncupatur sumus , tantundem declinet ab æquatore terrestri in partem oppositam . Hinc quoniam telluris ab æquatore mundi declinatio maxima est circiter $23\frac{1}{2}$ graduum , terminique declinationis hujus sunt tropici cœlestes ; punctum quoque soli subjectum non potest magis declinare ab æquatore terrestri , quam circiter $23\frac{1}{2}$ gradibus , terminique declinationis hujus sunt tropici terrestres . *3to.* Dimidia telluris pars seim.

semper illuminatur radiis solaribus ; pars autem altera a Sole aversa umbræ immergitur. Verum quidem non est accurate integrum telluris hemisphærium illuminari a sole ; sed tamen ob magnam solis a tellure distantiam pars illuminata terræ adeo parum differt ab hemisphærio , ut citra errorem pro hemisphærio haberi possit. Hinc circulus ille , qui illuminatam terræ partem ab obscura dirimit , atque ideo *lucis terminatōr* dicitur , pro circulo terræ maximo haberi potest. Porro clarum est , illuminatam terræ partem ab eo terrestris superficie puncto , cui sol perpendiculariter imminet , quaquaversus ad æqualem distantiam , nempe ad 90 gradus porrigi ; hoc est , punctum Soli subjectum a terminatore lucis undique 90 gradibus distare.

His probe notatis non erit jam difficile , diversas in 383 diversis locis dierum vicissitudines , diversis anni temporibus respondentes , diversasque anni tempestates in eo ipso terrestri globo exhibere , quo utuntur Tycho- nici , quive jam in ipsa Humanitatis schola Adolescen- tibus explanari solet. Faciamus periculum. I. Sic tellus in æquinoctiali puncto. Dum ea die tellus circa suum axem circumagit , punctum soli subjectum est in æquatore terrestri ; igitur terminatōr lucis per terræ polos transibit : is enim per nos. 3 undique quadrante debet distare a puncto soli subjecto. Igitur si in ma- china superius memorata sic collocaveris globum ter- restrem , ut ejus poli attingant fixum horizontem ; hic ipse fixus horizon referet ea die terminatōrem lu- cis , discernetque hemisphærium illuminatum ab obscuro. Porro globum terrestrem hoc modo collocatum circum- age circa suum axem ; videbis a quolibet terrestris su- perficie puncto dimidium circulum diurnum supra ter- minatōrem lucis in hemisphærio illuminato , dimidium infra eundem in obscuro peragi ; hoc est , ubique no- ctem diei æqualem esse debere.

II. Ponamus tellurem post æquinoctium vernum 384 versus capricornum progredientem ita jam declinasse ab æquatore mundi , ut dato die declinatio illa (utique versus austrum) sit e. g. 10 gradum. Eo die pun- ctum soli subjectum per nos. 2 distabit ab æquatore versus

versus boream 10 gradibus, adeoque per nos. 3 circulus lucis terminator totidem gradibus deprimetur infra polum borealem, seu arcticum, elevabitur vero supra antarcticum: hinc si in machinula globum ita collocaveris, ut polus arcticus 10 gradibus emineat supra horizontem fixum; iste referet terminatorem lucis ei diei respondentem. Porro globum hoc modo collocatum circumage circa suum axem: videbis imprimis, arcus, quos motu diurno in parte illuminata conficiunt singula superficie terrestris puncta, in hemisphaerio boreali sita, maiores esse arcubus in parte obscura confectis; contrarium autem accidere punctis ad australe hemisphaerium pertinentibus: hoc est, videbis in hemisphaerio boreali crescere dies, in australi decrescere. Videbis deinde, eo majorem esse arcum in illuminata parte a puncto quoipiam boreali, die illo confectum, quo punctum illud polo boreali fuerit vicinus, rursusque oppositum evenire in hemisphaerio australi: hoc est videbis, eodem die eo diutius videri Solem ab incolis borealibus, quo hi fuerint viciniores polo arctico, ab australibus autem eo minus, quo ii magis ad antarcticum polum accesserint. Videbis denique ab iis, qui sub ipso aequatore habitant, semper dimidium circulum supra, dimidium infra terminatorem lucis peragi, adeoque iis toto anno diem nocti aequaliter esse debere. Cujus postremi ratio inde etiam patet, quia ipsorum diurnus circulus est ipse aequator terrestris, adeoque circulus maximus; terminator quoque lucis est circulus maximus: duo autem circuli maximi se se intersecantes, semper bifariam se se dividunt; igitur dimidius ipsorum circulus diurnus semper infra, dimidius supra terminatorem lucis sit, oportet.

Coroll. 1. Dum tellus post aequinoctium autumnale ex arietis principio per signa borealia versus cancrum progreditur; punctum soli subjectum ab aequatore terrestri versus polum antarcticum recedit. Igitur tunc terminator lucis eminet supra polum arcticum, deprimitur infra antarcticum. Hinc ut fixus in machinula horizon terminatorem lucis referat; supra illum polus antarcticus attollatur, arctico tantundem infra eundem depresso, Quo facto videbis prorsus eadem eve-

evenire jam australibus incolis, quæ prius evenerunt borealibus, & vicissim.

Cor. 2. Ex his patet, tunc boreales incolas habere maximum diem, & simul australes minimum, quum tellus est in tropico capricorni, adeoque cum Sol apparet esse in tropico cancri; ex adverso tunc illis minimum, his vero esse diem maximum, quum tellus tropicum cancri attingit.

Coroll. 3. Si in machinula axi globi adnexus fuerit circulus in 24 partes divisus cum indice, uti fit in tabulis horologiorum; determinata pro dato die terminatoris lucis positione, facile determinatur pro quolibet loco, quamdiu sit eo die sol conspicuus.

Coroll. 4. Quoniam tellure prope alterutrum tropicum versante, punctum soli subjectum versatur prope oppositum terrestrem tropicum; terminator lucis eo tempore diu depresso manet infra polum dicto puncto viciniorem: adeoque incolæ polo illi admodum vicini complures diurnas suas conversiones absolvunt, quin immagrantur in umbram. Hoc est diutissime certum omni nocte. Sed hæc & similia inspectio machinulae rite determinato terminatore lucis clariora reddet.

Coroll. 5. Quemadmodum in systemate Tychonicō determinari debet horizon pro quolibet loco alter & alter, & qui pro quodam loco determinatus semel est, servit pro eodem loco toto anno; ita in systemate nostro pro qualibet anni die alter & alter lucis terminator est determinandus; & qui pro quodam die semel est determinatus, is servit eodem die pro toto terrestri globo.

III. Ponamus tellurem esse in tropico capricorni, quod accidit die 21 Junii; punctum Soli subjectum erit in terrestri tropico cancri: hoc est, incolis tropicum hunc incolentibus Sol erit verticalis; adeoque radii, quibus nos, intra hunc tropicum & polum aëticum sitos, idem sol ferit, tunc maxime accedent ad perpendicularum. Jam vero efficacitas eorum radiorum ab hoc ad perpendicularum accessu dependet, uti videbimus in Phys. part. Ergo dicto tempore aestatem nos habeamus, oportet. Ex adverso, dum tellus 21 Dec. est in cancro; punctum soli subjectum cedit

in terrestrem tropicum capricorni: igitur in hemisphærio australi est ætas; & quoniam tunc maxima est obliquitas radiorum solarium nos ferientium, apud nos byems sit, est necesse.

Schol. Tota terrestris superficies in 5 zonas dispesci solet: ea ipsius pars, quæ intra duos tropicos continentur, zona torrida nuncupatur, utpote in qua constanter magnos calores esse oportet, ob punctum soli subjectum hujus zonæ terminos nunquam egrediens: zonæ duæ, inter tropicos & polares circulos hinc & illicem comprehensa vocantur *temperate*: spatio polaribus circulis utrinque comprehensa, quod constanter admodum oblique feriantur solaribus radiis, vocantur & etiam re ipsa sunt *zona frigida*.

386 Ex eadem insuper annua telluris translatione fit, ut planetæ nobis appareant jam directi, jam retrogradi, jam stationarii, ut ut omnes re ipsa sint semper directi. Sit in F. 86 ABCD telluris orbita proxime circularis, sole in Sexistente; abcd referat partem orbitæ martis, & FPH arcum sphæræ cælestis. Quoniam mars annis fere duobus indiget, ut orbitam suam semel percurrat; is eo tempore, quo terra integrum orbitam absolvit, nonnisi dimidiām orbitæ suæ partem percurret: adeoque eo tempore, quo Terra ex A in B translata fuerit, mars transibit e. g. ex a in b; quo quidem tempore apparebit directus: quippe tellure in A existente is a nobis referetur ad sphæræ cælestis punctum F; tellure vero ad B translata, apparebit nobis esse in H, adeoque videbitur arcum FH secundum signorum seriem decurrere. Quum tellus ex B ad C, mars ex b in c transit; eum nos referimus rursus ad H per rectam Cc: tunc ergo mars stare videtur nobis. Denique postquam tellus ex C in D, mars ex c in d transit; is per rectam Dd refertur a nobis ad P; consequenter regredi videtur per arcum HP contra signorum seriem. Eadem ratione explicantur reliquæ quoque planetarum tam superiorum quam inferiorum retrogradationes & stationes: quæ inde unice pendent quod illi non eodem tempore absolvant orbitas suas, quo Tellus absolvit suam.

§. VII.

§. V I I.

Solvuntur Objectiones contra Telluris motum.

*O*bj. 1mo. Si tellus motu diurno circa suum axem circumageretur, hæc consequi necesse esset. 1) Aëdificia omnia corruerent: majori enim velocitate circumagerentur, quam quæ iis possit imprimi ullo terræ motu utcumque vehementi. 2) Corpora e superficie terræ deberent per tangentem evibrari in aera, non secus ac rota velociter circumacta lutum adhærens per aerem dispergit. 3) Globus e tormento verticaliter erecto sursum excussus, nunquam posset (contra ac experientia doceat) in ejusdem tormenti fundum recidere: cum tormentum interea, dum globus in aere versatur, e priori suo loco procul abriperetur. 4) Nubes, aves in aere libere pendentes viderentur nobis constanter tendere in occidentem, atque tandem instar astrorum infra horizontem occidentalem deprimi. 5) Venti ab ortu in occasum semper sentiri deberent, sicut etiam in pacato aere ventum persentiscit, qui cursu celerrimo fertur. 6.) Aves e nidis suis evolantes, eosdem non amplius possent reperire, utpote interea motu telluris procul a loco priori delatos. 7) In lacubos, flaviis continui fluctus esse deberent, quemadmodum experimur in aqua, quæ in aperto vase curru vehitur. 8) Si tellus motu vertiginis circumagit, facile ostendi potest, fore, ut gravia libere labentia, reapse describant lineam curvam, & quidem talem, cuius portiones æqualibus temporibus respondentes fere æquales sint: atqui istud admitti nequit; ergo. P. min. Secus enim lapsus gravium non esset uniformiter acceleratus, cum tamen evidentes mechanicorum demonstrationes & experientia contrarium evincant; ergo.

R. N. sequ. omnes. Ad 1 ajo: non debere ædificia ruere, quia motu vertiginis non efficeretur unquam, ut linea directionis extra basim cadat, ut expendenti patet: at terræ motus ita inflectunt ædificia, ut lineam directionis non raro extra basim exerrare cogant; quo casu lapsum consequi oportere patet ex

n. 167. Ad alt. &c. eam vim centrifugam , quam ex diurna telluris conversione concipiunt corpora , elidi vi gravitatis , qua versus ejusdem telluris centrum tendunt : imo ad eandem elidendam sufficere partem gravitatis. Unde hæc duo tantum consequi necesse est , ut corpora vi tangentiali , quam ex dicto vertiginis motu concipiunt , & vi gravitatis acta circulum describant , simulque partem primitivæ suæ gravitatis deperdant. Recole n. 333. Ex adverso dum rota circumagit , lutum ipsi adhærens concipit vim centrifugam , simulque non adest alia contraria vis , quæ illam elidere queat : non est ergo mirum , quod in aera dispergatur.

Ad 3rium , 4rum , 5rum , & 6rum ajo : quoniam motus telluris est ipsi etiam ejus atmosphæræ communis ; omnes situs , motusque comparativi in superficie terræ , aereque hanc ambiente eo prorsus modo debent evenire , quo evenirent , si communis ille motus prorsus abesset. Sic etiam si in magna quapiam navi , quæ celerrime per fluvium decurrat , in claudo quopiam cubili delitescas ; quoniam totum illud cubile una cum inclusò aere tecum motu communi fertur , nihil eorum , quæ objicis , in eo experiris : nullum sentis ventum ; pila , quam forte sursum perpendiculariter jacis , eadem directione recidit ; si forte mures in eō cubili delitescant , receptacula sua non perdunt , ut ut ex iis escam quæsiti exeant &c.

Ad 7num quoque eadem est responsio. Si lacus & fluvii cum terra sibi subjecta , incumbenteque aere , eodem prorsus motu communi feruntur ; prorsus non est ratio , cur hoc ex capite motus comparativi , sine quibus fluctus esse utique non possunt , exoriantur . Quod aqua , quæ in vase aperto curru vehitur , fluctuet , ratio est ; quia imprimis pars una vasis sœpe aliquos acquirit motus , quos altera pars non æque in eandem exactè partem persentiscit , ut quum rotæ in aspero piano in diversos obices incurront : hinc etiam aquæ una pars unum , altera alterum motum persentiscit . Identidem , adeoque ad motus comparativos ob insignem mobilitatem suam facillime concitantur : deinde etiam aer aquam allambens , quoniam non eodem cum aqua motu fertur , aliquos in eandem inducere potest motus comparativos.

Ad 8vum R. T. maj. N. min. Ad prob. D. ant. Lapsum gravium comparativus, qui sub sensu nostro considerare potest, & cuius directio tendit versus terræ centrum, non esset uniformiter acceleratus (intellige ad sensum) N. ant. motus eorundem absolute consideratus, communem quoque toti telluri motum complectens T. ant. & N. cons. Dum ostendimus, lapsum gravium debere esse ad sensum uniformiter acceleratum, abstrahimus mentem a motu, qui toti telluri communis sit; sed eum solum consideramus, qui a gravitate inducitur, inque sensus nostros incurrit: hunc autem esse debere saltem ad sensum uniformiter acceleratum, omnino ostendimus (319); quidquid sit de absoluto gravium motu, qui ex motu nunc commemorato, item ex motu toti telluri communis, diurno simul & annuo componitur. Si dicas: absolutum gravium motum (contra quam hac in theoria eveniret) debere esse uniformiter acceleratum: secus non posse rationem reddi, cur gravia libere decidentia eam praestent percussionem, quæ motui uniformiter accelerato convenit; R. effectum percusionis prorsus non turbari eo motu, qui sit & corpori percutienti & percosso communis; ex generali nimur illo principio, quod motus communis non turbet effectum motus comparativi. Sic si in navi celeriter mota in clauso capibili decidat lapis ex certa altitudine, ita feriet subiectum afferem, ac fereret, si in littore ex eadem altitudine decideret.

Obj. 2do. Si terra motu anno ab ortu in occasum moveretur; 1) Stellæ fixæ, quæ e. g. ad polum arcticum sitæ sunt, notabiliter maiores deberent apparere, tellure ad caucum pertingente, quam apparerent eadem tellure existente in capricorno; atqui nullam id genus variationem experimur; ergo. P. maj. Opticæ principium est, corpora eminus conspecta eo minora debere apparere, quo fuerint remotiora, & contra; ergo. 2) Nos eum motum aliqua ratione perciperemus, uti sentimus nos moveri, dum currunt vehimur. 3) Globus versus ortum e tormento excassus longius ferretur, quam ferretur tunc, quum ejus directio tenderet versus occasum; atqui istud sustineri non potest; ergo.

388

R. ad r^{mum}. N. maj. Ea enim est stellarum fixarum a nobis distantia, respectu cuius diameter ejus orbitæ, quam tellus annuo motu percurrit, instar puncti habenda sit. Hinc in quocunque orbitæ suæ puncto versetur tellus, non mutat ad sensum distantiam, & positionem comparate ad fixas. Quapropter hæc nec parallaxim annuam habere notabilem debent. Ad Prob. *D. ans.* Opticæ &c. Hoc est, si ad remotum corpus ita accessas, ut accessus ille notabilis omnino sit comparare ad intervallum, quo prius distabas ab eodem corpore, id corpus debet magis apparere tibi, quam prius *C. ans.* Si accessus ille sit insensibilis comparare ad dictum intervallum *N. ans.* & cons. Neque dicas: incredibilem esse tantam fixarum a nobis distantiam. Probato enim telluris motu, hæc tanta universi amplitudo (que alioquin non repugnat, immo infinitam DEI Majestatem vehementer commendat) admittenda omnino est, ut omnia cælorum phænomena rite sibi consentiant. Adde, ne Adversarios quidem posse negare, enormem esse fixarum distantiam; cum eas videant diurna parallaxi carere. Unde magis adversatur captui nostro id, quod ipsi admittunt, tam enormes circulos percurrunt quotidie a stellis fixis, ut ejus circuli, quem stella in æquatore sita describit, radius sit ipsa ejusdem a centro terræ distantia.

R. ad alterum. Motus nobis cum tellure communis prorsus nullos alios motus comparativos inducit in nos, quam quod radii lucis ex astris in oculos nostros illabentes continenter alium & alium locum occupent in oculi fundo. Hi autem motus comparativi non sufficiunt ad id, ut moveri nos advertamus; cum hæc in oculi fundo variatio evenire possit, etiam si quiescentibus nobis astra in partem oppositam moverentur. Sic etiam si quis in aliqua navi positus omnes omnino directiones navi impressas reciperet, neque unquam pedem extra eam figeret; is fane facile sibi persuaderet, se cum navi stare immotum, & corpora omnia extra navim posita moveri in partem oppositam. Porro persuasio hæc tanto esset firmior, quanto major esset navis: nam tunc plura essent undique corpora, quæ comparate ad ipsum perpetuo eundem situm obtinerent; proinde-

proindeque homo ille eo magis in errore suo confirmaretur. Quid igitur mirum, si ingentem hanc, quam incolimus, navim nostram quiescere, astra vero omnia in oppositam partem moveri, siquidem solos sensus nostros consulamus, arbitremur.

Ad 3^{rum} ajo: si de motu comparativo sit sermo, idem fore, sive hac, seu illa directione excutiatur globus; cum motus communis nullam inducat in motus comparativos mutationem: quod si autem de motu ab-soluto sermo sit; ajo globum, quacunque directione excussum, semper tantummodo versus ortum progressum: quemadmodum ille, qui in navi per fluvium celerrime decurrente, ex prora versus puppim lente progrereditur, re vera secundum fluvii cursum descendit.

Obj. 3^{rio}. Sacræ paginæ aperte docent, tellurem 389 quiescere, Solem autem moveri. Sic Psal. 92 legitur: *Deus firmavit orbem terræ, qui non commovebitur.* Item Jof. c. 10. *Sol contra Gabaon ne movearis, & Luna contra vallem Ajalon;* stereruntque Sol & Luna, donec ulcisceretur se gens de inimicis suis &c. ergo.

R. Astronomi, Physique hodierni, qui Theoriæ Newtonianæ addicti sunt, censent, hujusmodi textus Scripturæ non esse ita in sensu literali accipiendos, ut existimandus sit Deus iis terræ quietem, & solis motum nobis voluisse revelare; cum constet, Scripturam captui vulgi in naturalibus rebus se accommodare. Jam Log. n. 212 in Schol: adnotavimus hæc S. Augustini verba: „ non legitur in Evangelio Dominus dixisse: „ mitto vobis Paraclitum, qui vos doceat de cursu „ solis & lunæ: Christianos enim facere volebat, non „ mathematicos. „ Nominatum autem quod ad alterum textum attinet: Josue, tametsi motum telluris cognitum habuisset, non alia tamen locutione potuisset uti: risui enim suorum exposuisset se se, dicendo: *terra contra Gabaon ne moveare.* Sic etiam Astronomi hodierni, ut ut theoriam Newtonianam ex animo amplectantur, non modo in sermone vulgari utuntur hujusmodi phrasibus: *Sol oritur, occidit, meridianum attingit;* sed etiam in ephemeridibus suis: ut nimirum communis hominum usui se se accommodent, receptasque loquendi formulas non deserant.

C A P U T T E R T I U M.

De Sole , & Stellis Fixis.

§. I.

De Sole.

390 **S**olem esse vastum quendam globum, maxima ex parte inflammatum, communis est sententia Philosophorum. Ac imprimis convexitatem solaris superficie proxime globosam, satis evincunt observationes telescopiis institutæ, item phænomena macularum solarium, de quibus paullo post sermonem instituemus: deinde Solem esse maxima ex parte inflammatum, vel inde patet, quod tellurem nostram, ut ut a nobis nimirum sejunctus, illuminet, calefaciat; quod suis radiis, ope vitri aut speculi collectis, terrestria hæc corpora inflammet, fundat, in cineres redigat. Hæc enim esse manifesta ignis vehementissimi indicia, nemo inficiabitur.

391 Ex parallaxi Solis inferimus, eum longe inferiorem esse stellis fixis, utpote parallaxi carentibus; at quoniam ea parallaxis est exigua, simul inferimus, eundem a nobis ingenti omnino intervallo distare (353. cor. 2). „ Si illa, quam Astronomi dicunt parallaxim horizontalem Solis, uti eam nunc plerunque Astronomi esse censem, potissimum post observationes Caillii ad Caput Bonæ Spei, est proxime secundorum $10\frac{1}{2}$; distantia Solis a Terra continet semidiametros terrestres 19644. „ Boscov. Lib. 1. de Solis ac Lunæ defect. annor. 9. Porro postquam innotescit cuiuspiam sideris ab oculo spectatoris distantia; si præterea accurate determinetur ejusdem apprensens diameter, vera etiam ejusdem diametri magnitudo erui potest

potest ope principiorum Opticæ. Atque id genus methodo vera Solis diâmeter ex apparente ipsius diâmetro, dictaque a tellure distantia infertur ab Astronomis esse circiter æqualis 95 diâmetris terrestribus; adeoque esse major, quam sit tripla lunæ a nobis distantia media: quippe luna a nobis distat circiter 30 diâmetris terrestribus, seu 60 semidiâmetris. Vide Boscov. L. cit. annos. 13.

In Solis disco telescopiis inspecto notantur maculae quædam irregularis figuræ, quas Astronomi *maculas solares* nominant. Has primus in Sole detexit P. Christophorus Scheinerus noster anno 1611 Ingolstadtii, & eos, qui postea hanc ei gloriam ademptam volebant, egregie refutavit in libro, quem *Rosa Ursina inscripsit*. Vide, si lubet, P. Hauer *Elem. Philos.* tom. 8 vum. n. 136. Hæc autem sunt cumprimis, quæ in maculis solaribus observantur. 1mo. Quædam solares maculae in ipsa nobis conspicua solis parte repente oriuntur, ac veluti erumpunt; quædam in eadem subito evanescunt: non raro per gradus quoddam crescunt, aut decrescent; alias celerime dissipantur: non raro plures in unam concrescunt. 2do. Aliquando plures, aliquando pauciores observantur; interdum nullæ: sic ab anno 1650 usque ad 1670 vix una, alterave potuit deprehendi. Magnitudo maculae nonnunquam tanta est, ut teste Bandano quintam etiam solaris disci partem exæqueret. 3ro. Nullam deprehenduntur habere parallaxim, sed e locis etiam disjunctissimis in eadem disci parte conspicuntur. 4to. Tempus, quo durant, varium est: quæ hactenus diutissime persistisse observata est, 70 circiter diebus fuit conspicua. 5to. Quælibet, quæ diutius perdurat, deprehenditur integrum periodum circa solem intra 27 dies absolvere. 6to. Aliquæ ipsarum dimidio sui temporis periodici sunt conspicuae, altero dimidio latent; ita nimirum ut 13½ diebus cernantur, aliis 13½ diebus conspectui nostro subducantur: aliae majori temporis sui periodici parte latent in adversa solis parte, quam versentur in disco nobis conspicuo. Sic observavit Kirchius maculam, quæ 12 diebus visa fuit, & 15 latuit. 7mo. Constanter ob-

480 D I S S E R T A T I O Q U R A T A

servantur lentius ferri circa disci margines, apparente que contractiores, quam circa medium. *8vo.* Dum ab uno limbo transeunt ad alterum, interdum rectas lineas describunt, interdum curvas, easque nunc ad unam, nunc ad aliam plagam inflexas. *9mo.* Præter nigrantes maculas aliæ quoque conspicuntur in Sole, quæ reliqua disci parte lucidiores sunt, solentque faculae nominari. Hæc jam in medio, jam in latere macularum conspicuntur; jam per totum discum apparent dispersæ: idem autem est earum motus, qui maculatum.

893 Ex his colligere licet, maculas Solis non esse corpora a Sole distincta, quæ circa illum planetarum instar revolvantur; sed esse potius quasdam solaris massæ partes atras, flammis fere destitutas. Certe phænomena illa, quæ primo loco allata sunt, de planetis mundo coævis, qui sint tocidem satellites Solis, rite quidem philosophando explicari haud possunt. Porro possunt maculas solares, saltem aliquæ, esse fumus quidam spissa fuligine permistus, ac e Solis massa ad aliquam distantiam sublatus: possunt aliæ esse partes ipsius solaris nuclei exustæ, ac instar scoræ in ingenem molem excrescentes; vel etiam esse permanentes partes Solis, reliquis montium instar magis existentes, quæ ut ut plerumque fluido igneo tectæ sint, aliquando tamen per ejusdem fluidi agitationem & fluxum varium flammis fere destituantur, nobisque conspicuæ fiunt.

394 Jam quod ad allata phænomena attinet, *1m3m* & *2dum* explicatione non indiget. Ex *3to* perspicuum fit, maculas vel in ipso solis disco hærere, vel certe ab eo non esse nimiopere sejunctas. Rationem *4ti* facile reddi posse, nemo non videt. Ex *5to* phænomeno rite inferimus, Solem circa suum axem motu vertiginis constanter converti, regularemque macularum motum esse communem ipsis cum tota Solis massa, quemadmodum C. præc. diximus, atmosphærā terrestrem cum ipsa tellure motu communi circumagi. Ut *6ti* ratio patet, sit in F. 87 A B discus Solis sub angulo *3a'* e terra O apparet. Si macula extra discum positâ

posita orbitam quandam ab g c &c. percurrat; non apparet in disco Solis, nisi quum versatur in areu ab, quem tangentes O A & O B intercipiunt: poterit adeo fieri, ut minore temporis periodici parte sit nobis conspicua macula, majore autem lateat. Quod si autem is arcus proxime exæquet semicirculum, & tanto tempore lateat macula, quanto est conspicua; id indicio erit, maculam illam in ipso Solis disco hærere. Neque dicas fore consequens, ut macula circulum ab g c &c. peragrans notabilem habeat parallaxim: cum enim facile pateat, maculæ cujuspiam e duobus diversis terræ locis conspectæ angulum parallacticum esse insensibilem; poterit ea bono intervallo sejungi a disco solis, quin a diversis terræ incolis eodem tempore ad diversas solis partes, sensibili discrimine, referri debeat.

7num phænomenon aperte indicat solis corpus esse globosum. Maculæ quippe globi circa axem conversâ eminus conspectæ juxta leges Opticæ non aliter possunt apparere. Porro ex motu macularum solarium deducunt Astronomi, æquatorem solis ita esse inclinatum ad orbitam telluris, ut illius planum cum hujus—
plano contineat angulum 7. grad. Quo notato jam *8vi* quoque phænomeni explicatio suapte fluit. Si enim communis planorum illorum intersectio, ad orbitæ terrestris circumferentiam hinc & inde produci finagatur; dum tellus ad alterutrum ex illis punctis e diametro oppositis perveniet, oculus spectatoris erit in plano æquatoris solaris; proindeque maculæ, quæ circulos æquatori solari parallelos describunt, secundum leges Opticæ apparebunt progredi linea recta. At in qualibet alia telluris positione, æquator solaris aut attollitur supra oculum, aut infra eundem deprimitur; atque hinc profluit, quod viæ macularum jam hac, jam illac inflexæ appareant. Quod ad *9num* phænomenon, seu ad faculas attinet: fieri potest, ut ipsa exhalationum materia flamas concipiatur, dum supra solem elevata est, atque ita nobis faculas circumcisit partibus lucidiores exhibeat: fere sicut fulgura inter nigricantes nubes emicant; hoc tamen discrimine, quod in solari nube copiosius pabulum sit, quo flamma diutius nutriatur, & conservetur. Magis autem apparent faculæ circa limbos disci solaris; quia in medio disco ob-

majorem luminis copiam ex illo ad oculum emissam. minus distinguuntur, quam dum in limbis sunt, utpote ex quibus lux minore copia ad oculum pervenit. Boscovichius facolas censet esse lumen ipsius disci solaris, quod per nubes perruptas, veluti per quasdam rimulas vividius transpicitur. Denique si quædam maculae sunt ipsæ corporis solaris partes solidæ, ceteris magis existentes, igneo fluido orbatæ; in eis faculae possunt esse portiones ejusdem ignei fluidi, in quibusdam quasi vallibus remanentes, diutiusque ardentes.

Schol. Ceterum tametsi tota macularum solarij periodus nobis appareat absoluvi 27 dierum spatio; Astronomi tamen inito calculo ostendunt, integrum solis conversionem reapse nonnisi 25½ diebus confici: ex eo nempe principio, quod apparet macularum motus componatur ex motu vero ipsius solis circa axem, & ex apparente motu axis solis circa axem eclipticæ. Sed relinquamus nos calculum Astronomi, & omnem hanc de maculis solaribus sermonem claudamus illis Boscovichii versibus:

Sol nubes habet: O fuscæ miser incola terræ,
Tu sp̄eres lætos, & sine fæce dies?

Solem undique cingi atmosphæra, & ex ipsa inflammati globi natura, & ex iis etiam, quæ de maculis solaribus modo dicta sunt, colligi potest: id ipsum suaderet etiam lumen zodiacale, cuius explicationem aliunde, quam ab atmosphæra solari repetere frustra tentaveris. *Lumen zodiacale est candor quidam, splendorve viæ lacteæ similis, qui quandoque tempore totalis eclipses circa Solem cernitur, ita ut ab eo in formam ingentis ejusdam rhombi distendatur, binis veluti cuspidibus in partes oppositas procurrentibus.* Rhombus hic ob tenuitatem ejus luminis, quod in oculos nostros reflectit, interdiu videri nequit; nisi eclipsis totalis notabilem solaris lucis effectum inducat. Nam interdiu oculi nostri ita obruantur nimia solaris luminis vi, uti aures obrui solent nimio fragore malleorum in officinis ferrariis; in quibus submissiore voce loquentem quempiam non exaudimus: quæ ipsa est caussa, quod stellas fixas interdiu videre non possumus. Attamen ante

ante solis ortum , & post ejus occasum apparent sub zodiaco certis temporibus extremæ partes ejus lucidi rhombi ; videlicet ante solis ortum ea pars , quæ solem præcedit , post occasum vero illa , quæ solem sequitur . Porro lumen zodiacale adeo est rarum , ut stellæ fixæ trans illud appareant .

Lumen hoc zodiacale non esse aliud , quam atmosphærā solis , vel ipsa ejus figura oblonga , item quod semper in plano solaris æquatoris jaceat , satis evincit . Nempe si sol motu vertiginis non rotaretur ; ejus atmosphæra indueret figuram sphæricam : at motus , quem eadem atmosphæra habet cum sole circa axem proprium , efficit , ut atmosphæra illa sit ad polos compressa , & sub æquatore protuberans ; ex iis videlicet capitibus , ex quibus tellurem (stante ipsis circa proprium axem conversione) ad polos comprimi , ad æquatorem vero protuberare debere diximus n . 334 . Itaque atmosphæra solaris debet habere formam sphæroidis compressæ , sive lentis cuiuspiam . Jam vero ejusmodi lens , si aspiceretur oculo collocato in ipsis axe , appareret circularis ; at cum obvertat nobis dorsum illud protuberans , debet apparere oblonga , sub forma cujudam veluti rhombi .

Phænomenon isthoc non cernitur quotidie ante solis ortum vel post ejus occasum , sed certis tantum temporibus ; nempe quum bono temporis intervallo ante solis ortum , vel post ejus occasum satis longe protrahitur , ac e vaporibus horizonti proximis alte emergit . Porro ad istud duo requiruntur : 1) ut atmosphæra solaris , quæ apta sit ad reflectendos radios solares , ad satis magnam a sole distantiam protendatur . Diversis enim annis & multo magis diversis seculis diversa est ejus extensio ; ita ut aliquando lumen zodiacale ad 50 duntaxat vel 60 gradus , aliquando autem erit ultra 100 gradus a sole pertineat . 2) Ut sole infra horizontem posito circa initium matutini crepusculi , vel finem vespertini , ea zodiaci pars , per quam zodiacale lumen diffunditur , sub angulo paulo maiore occurrat horizonti . Nempe notum est apud Aëronomos , diversam esse diversarum zodiaci partium incli-

nationem ad horizontem. Porro in hac boreali zona temperata mane per autumnum, & verno tempore vespere sat magnum angulum comprehendit cum horizonte pars illa zodiaci, quam sol occupat: unde etiam his potissimum temporibus solet zodiacale lumen a nobis observari. Sub zona vero torrida, in qua zodiacus semper sat magnum cum horizonte angulum continet, phænomenon illud quolibet anni tempore solet observari, si ipsa lux satis longe protendatur à Sole. Verisimile autem est, lumen hoc tamen videri a nobis, quatenus lucem e sole emissam in oculos nostros reflectit.

§. II.

De Stellis Fixis.

398 **Q**uid stellæ fixæ sint, jam n. 340 dictum est: etiam a nobis distantia enormis omnino est. Etenim nullæ observationes etiam subtilissimæ deregunt ullam fixarum parallaxim, etiam annuam: eodem modo apparent in remotissimis etiam, & e diametro oppositis orbitæ terrestris, seu *orbis magni* punctis; adeoque tota diameter hujus orbis, quæ æqualis est duplæ solis a tellure distantia, evanescit, punctisque instar habenda est comparate ad id intervallum, quo fixæ a nobis sejunguntur. Refert nihilominus Boscovichius in *annos. ad L. 1. de Def. Solis & Luna*, Dominum Maskelyne, & Astronomum & Geometram egregium, annuam parallaxim Sirii (quæ fixa uti reliquis est lucidior, ita semper vicinior etiam credita est) ex 18 observationibus Caillii, ad Caput Bonæ spei habitis a se deducetam, æqualemque 15 secundis proposuisse anno 1760 Regiæ scientiarum Societati Londinensi. Hinc si in F. 76 annua telluris orbita sit O Q P O, Sirius x; juxta D. Maskelyne arcus r s in sphæra celesti est = 15'', ac proinde arcus r b, qui eam Sirii parallaxim exprimeret, quam observarent duo spectatores, quorum alter ex punto O, alter ex orbitæ centro T contemplaretur eundem Sarium, est = $7\frac{1}{2}$ secund. Quæ qui-

quidem ex parallaxi juxta eundem Boscovichium inito calculo invenitur distantia Sirii a nobis esse semi-diametrum orbis anni, sive distantiarum Terræ a Sole. 27502. Quanta igitur erit ejusdem Sirii distantia, si ut alii Astronomi sentiunt, vel minorem, vel etiam nullam, sensibilem parallaxim annuam habeat? quanta item erit distantia illarum fixarum, in quibus nullam deprehendi parallaxim sensibilem. Astronomi consentiant?

Atque hinc colligere licet, stellas fixas proprio fulgere lumine, esseque totidem veluti soles; ut adeo ob enormem duntaxat distantiam minus lucide apparent, quam sol: quod nimirum lumen decrescat in ratione reciproca duplicata distantiae a corpore lucente, ut in Phys. part. demonstrabimus. Si enim stellæ fixæ, non secus ac planetæ, lumen suum a sole acciperent; tam vivaciter lucere omnino non possent: cum jam saturnus planetarum remotissimus valde palleat, qui tamen Soli millenis vicibus vicior est (ubi patebit ex n. 407), quam sint stellæ fixæ.

399

In lumine fixarum observatur tremor quidam, & 400 scintillatio vivacissima, quæ in planetis non æque advercit. Phænomeni ratio videtur esse petenda ab atmosphæræ nostræ vaporibus trementibus, & continenter agitatis, quarum exiguis portionibus pariter exiguae fixarum apparentes diametri teguntur identidem, & celerrime reteguntur per vices. Ajo, celerrime reguntur: si enim major vaporis opaci portio inter fixam & oculum interponatur; occultatio potius fixæ, quam scintillatio subsequitur. His autem fundamentis innititur opinatio. 1) Quia prope horizontem, ubi nimirum densiores sunt vapores, longe major observatur scintillatio, quam ubi satis jam a surgunt fixæ supra horizontem: planetæ quoque, ut ut plerumque non scintillent, si tamen cælum sit satis vaporosum, tremulo quodam lumine subsolvant. 2) Garcianus sub ipso tropico cancri ad celebrem sinus Persici portum, ubi cælum fere vaporibus caret, & aer toto anni tempore serenus est, nullam in fixis scintillationēm notavit, nisi admodum languidam hyeme; uti testantur ejus-

ejusdem observationes illic institutæ , quæ insertæ sunt Hist. Acad. Parisi. ad an. 1743. Idem expertus est in Peruvia Condaminius. 3) Hac ratione potest reddi congrua ratio , cur stellæ fixæ plus scintillent , quam planetæ ; item cur fixarum quoque scintillatio evanescat , si per telescopium aspiciantur. Nempe ratio immi est , quia fixarum apparentes diametri prorsus exiguae sunt , ita ut per telescopium (quod spurios , distortosque refractionibus radios submovet) instar lucidi puncti appareant. Itaque radii , qui ab iis in exiguum pupillæ nostræ foramen propagantur , minimis vaporum portionibus interpositis identidem intercipi , ac veluti præcidi possunt. Planetarum vero apparentes diametri sunt majores : adeoque tametsi exigui vaporis interpositione pars aliqua radiorum intercipiatur ; reliquus tamen discus adhuc sufficit ad lumen satis clare & sine sensibili interruptione in oculos reflectendum : ut adeo tunc solummodo debeat notabilis esse planetarum scintillatio , quwm major fuerit copia vaporum in atmosphæra. Ratio 2di est. Nam latior est in telescopio vitri objectivi apertura , quam sit pupillæ nostræ ; ita ut tametsi minima vaporis portio possit identidem intercipere radios illos , qui a stella in pupillam internis oculi nostri pertinent , non tamen possit eos etiam , qui per vitri objectivi aperturam in telescopium irrumunt. Hinc oculus quoque , cui telescopium applicatur , sat copiosam stellæ lucem continenter percipit , ac proinde scintillationem sentire non potest.

401 Numerus fixarum est omnino ingens. La Caille , dum esset ad promontorium Bonæ Spei , definitivit loca decem millium fixarum , conclusarum tropico Capricorni , quæ telescopio duorum pedum videri possint. Longioribus telescopiis , in quamcunque cæli plagam ea dirigantur , in immensum plures stellæ apparent ubique ; præsertim in ea fascia , quæ via lactea , seu galaxia nuncupatur : ut adeo candor fasciæ hujus ab innumerabili stellarum illic collectarum multitudine repetendus videatur. Porro ut tantus fixarum numerus memoria facilius retineatur , Astronomi totam cælestem sphærā in certos stellarum manipulos dividunt , quos constellaciones , aut asterismos nominant. Hujusmodi constellations

lationes, præter 12 signa zodiaci sunt e. g. Orion, Cœus, Ursæ major, Ursæ minor &c. Ut autem stellæ illæ fixæ, quarum collectio constellationem quampiam constituit, ipsæ quoque facilius dñoscerentur; earum quæpiam reliquis maiores suis rursus nominibus insigniuntur, ut est stella *Rigel* in Orione: aliæ a situ de-nominantur, quem in figura constellationis obtinent, e. g. cor Leonis: aliæ denique literis græcis expri-muntur.

Quænam sit vera magnitudo fixarum, omnino in-certum est. Aliæ quidem apparent majores, minores aliæ; unde etiam hoc ex capite in septem classes di-vidi solent, ita nimirum, ut quæ luce præcellunt, vo-centur stellæ *prima magnitudinis*, deinde *secunda*, quæ paullo minori splendore fulgent, & ita porro usque ad septimum numerum: neque tamen licet inferre, eam stellam esse majorem altera, quæ splendidior est; cum vivacitas luminis non a sola stellæ magnitudine, sed etiam ab intervallo, quo illa sejungitur a nobis, de-pendeat, neque constet nobis, an non longe magis di-stet a nobis ea, cuius debilius est lumen, ac distet ea, quam majori luce fulgere videmus. Cassinus censem massam Sirii esse ad massam Solis, ut 1000000: 1; Bo-scovichius ait, admodum esse probabile, alias fixas esse minores, alias majores Sole.

402

Quædam inter fixas dicuntur *nebulosæ*, quod tenu-em quandam lucem habeant nebulae instar circumfusam: omnium celeberrima est, quam in gladio Orionis Hu-genius primus detexit. Earum aliquæ telescopiis in-spectæ deprehenduntur esse congestus quidam stellarum minimarum, quæ oculo libero nequeant discriminari, sed instar viæ lacteæ candorepm non interruptum exhibent. Unde licet conjicere, eas etiam, quæ neque per telescopium aliter apparent, quam instar candoris continui, esse meram stellarum congregatarum conge-riem, sed quibus discriminandis nec ea quidem tele-scozia, quæ adhuc habemus, sufficiant.

403

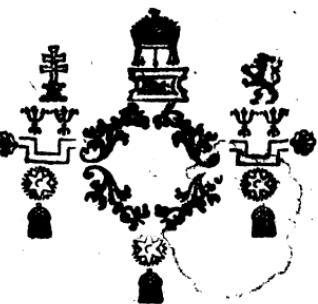
Mutationes quasdam observarunt in stellis Astrono-mi. 1) Stellæ nonnullæ, quæ a Veteribus notatae e-
Physica Gener. D d rant.

rant, non amplius videntur: Cassini quoque tempore duæ in Andromeda stellæ disparuerunt. 2) Aliquæ stellæ prius non visæ comparent, ac veluti nascuntur; quæ *nue stelle* nuncupari solent. Celeberrima est illa, quam in cathedra Cæsareæ Tycho detexit. Hæc mense Nov. an. 1572 primum conspecta, fulgore ac magnitudine venerem perigæam æmulabatur; tum imminuta sensim disparuit mense Martio an. 1574, nulli deinceps visa. 3) Stellæ quædam extinguntur, tum post certam periodum rursus conspicuæ fiunt, atque ita per vices jam latent, jam cernuntur, neque sunt ejusdem constanter magnitudinis. Hæc speciatim *stellæ mutabiles* vocantur. Celebris est illa, quæ in *collo ceri* videtur. Hæc intra etiæ circiter menses suam periodum absolvit, ita ut intra hoc tempus octo circiter mensibus lateat, reliquis conspicua sit, sed varia magnitudo; neque singulis annis eundem obtinet magnitudinis statum, verum quandoque stellas secundæ magnitudinis superat; alias vero vix æquat stellas tertiae magnitudinis.

Jam quod attinet ad caussas hujusmodi mutationum, nihil a Physicis hactenus adferri potuit præter quasdam conjecturas. Fortasse stellæ aliquæ sunt obnoxiae maculis, quæ sint solaribus similes, at his multo maiores, plures, & diurniores; vel alio etiam ex capite magnum suæ lucis decrementum quandoque capiunt, ut Vesuvius noster non semper eodem modo ardet. Quod si se ita habet; intelligi aliqua ex parte potest quarundam stellarum interitus, & exortus aliarum. Hoc quippe stante evenire poterit, ut stella, quæ prius conspicua fuit, jam non effundat tantam luminis copiam in oculos nostros, quanta ad ipsam discernendam necessaria esset; aut contra. Fortasse aliquæ lentissima quadam circa proprium axem conversione diu lucidam sui partem, tum deinde perennes quasdam maculas nobis obvertant; priori illa parte lucida nonnisi post longissimum tempus redditura. Stellæ illæ, quæ speciatim *mutabiles* vocantur, fortasse magnam superficie suæ partem constanter igne, saltē notabili orbatam habent, præterea tempore non adeo magno absolvunt integrum circa suum axem converzionem.

sionem. Qued si ita se habet ; harum quoque phænomena explicari possunt , ut expedienti patet.

Schol: Quatuor apparentes motus habent stellæ fixæ : motum diurnum , quem explicamus n. 378 ; motum præcessionis æquinoctiorum , item nutationis axis , de quibus C. s acturi sumus ; denique provenientem ex aberratione luminis , de quo superius n. 367. Tres primi mutuam fixarum positionem non mutant ; quartus mutat quidem , sed paucis admodum secundis. Præterea saltem aliquæ fixarum habent etiam veros aliquos motus , qui tamen vix per telescopia longissima deprehenduntur : nempe fortasse in eo quoque Solem nostrum æmulantur stellæ fixæ , quod ipsæ etiam suos planetas habeant , quibuscum circa commune gravitatis centrum revolvantur ; quo quidem motu , eo majore , in orbita incederet fixa , quo ea magis distaret a communione systematis sui centro gravitatis. „ Vix credibile est , inquit Cl. P. Jacquier , DEUM tot Soles in remotissimis locis solitarie locasse , nullaque proxima ora iis adjunxisse corpora , quæ horum luce & calore soveantur. Cum enim DEUS Sapientissimus nihil frusta creaverit , probabilissimum est , Solem unumquemque suo quoque planetarum agmine adorari ; qui circa hos soles , diversis periodis , ad diversas distantias , lunis quoque suis stipati revolvuntur. "



C A P U T Q U A R T U M.

De Planetis generatim ; tum speciatim de
Mercurio , Venere , Marte , Jove ,
& Saturno .

§. I.

De Planetis generatim.

405 **P**lanetæ sunt rotunda & opaca corpora , Solis lumen collustrata . Ac imprimis eorum figuram esse globosam , observationes aperte docent : ut ut motus vertiginis , quo eos constanter converti dicemus , eandem non sinat esse perfecte sphæricam , sed ad polos non nihil compressam . At neque de opacitate planetarum possumus dubitare . Nam de tellure constat experientia quotidiana : de Luna ex ejusdem eclipsibus patebit . Mercurius & Venus , dum ante Solis discum transeunt , instar nigerrimæ rotundæ maculæ apparent ; manifesto utique argumento eos propria luce catere . Mars , ut ut plene rotundus sit , dum inter illum & Solem tellus interponitur ; in quadraturis tamen non habet illuminatum totum eum discum , quem nobis obvertit , sed fere præfert speciem , qual Luna triduo aut quadriduo ante vel post plenilunium conspici solet : quod evidens esse signum opaci globi , ex sequentibus apparebit . Jupiter , & Saturnus umbram projiciunt in partem a Sole aversam , quam ingressi satellites ipsorum conspectui nostro repente subducuntur . Denique ipsi satellites dum ante discum primariotum transeunt , instar nigrorum macularum apparent .

406 In Venere , Marte , & Jove complures maculæ conspiciuntur ope telescopii , quas in Luna ob vicinitatem inermi etiam oculo discernimus : ex quibus concipi-

ſicimus, planetas conſtare partibus multum diſſimilibus, quarum aliæ magis, aliæ minus ſint aptæ ad lucem, quam a Sole accipiunt; reflectendam. Porro e motu macularum colligunt Astronomi, planetas circa axem ab occaſu veſtus ortum converti. Quem quidem motum etiam Saturno, & Mercurio, item ſatelli- bus convenire ſuadet analogia, ut ut in iis maculae obſervari nequeant. Tempora periodica hujusmodi conversionum per obſervationes definita haec ſunt: In ſo- le 9 horarum, 56', in Marte 24 hor. 40'; in Ve- ſene 23 hor. 20'; Luna autem motu menstruo circa ſuum axem convertitur. In Sole eſſe dierum $25\frac{1}{2}$, & in Tellure 23 hor. 56', 4'', jam alias diximus.

Postquam ex parallaxi Solis detegitur telluris ab 407 eodem diſtantia media (390); ceterorum quoque pri- miorum planetarum ab eodem Sole diſtantia mediæ fa- cile innoſcunt ex periodicis eorundem temporibus: nempe unumquemque iſorum confeſendo cum tellure, dicendoque: ut quadratum temporis periodici telluris ad cubum diſtantia mediæ a Sole ejuſdem telluris; ita quadratum temporis periodici cojuscunque alterius pla- netæ primarii ad cubum diſtantia mediæ a Sole ejuſdem planetæ (372). Tabula ſequens exhibet & pe- riodica primiorum planetarum tempora, & medias a Sole diſtantias. In iis autem partibus proponuntur diſtantia mediæ, quarum media telluris diſtantia con- tinet 10000. Quarum quidem partium qnælibet eſt proxime æqualis diametro terræ, ſi parallaxis Solis eſt $10\frac{1}{2}$ ſecundorum; cum ſtante hac parallaxi media tel- luris a Sole diſtantia ſit 19644 ſemidiāmetrorum ter- restrium, adeoque diāmetrorum proxime decem miſiūm (390). Quediſi autem parallaxis Solis adhuc minor eſt, ſingulas dictas partes ex adverſo adhuc maiores eſe oportet.

DISSERTATIO QUARTA

Tempora periodica Distantia media.

	Dies.	Horæ.	Min.	
Mercurii	87,	23,	15 $\frac{1}{2}$.	3872.
Veneris	224,	16,	48 $\frac{1}{3}$.	7233.
Telluris	365,	6,	9 $\frac{1}{4}$.	10000.
Martis	686,	23,	30 $\frac{1}{2}$.	15203.
Jovis	4332,	12	- - -	51980.
Saturni	10759,	8	- - -	95302.

Coroll. Igitur Mercurius fere tribus mensibus absolvit suam periodum: Vénus aliquot diebus plus insumit, quam menses septem: Martis tempus est = 2 annis = 43 diebus: Jupiter prope 12 annis indiget: Saturnus impendit annos 29 $\frac{1}{2}$ circiter.

Schol. Tempus, quod Telluri assignavimus, illud est, quod Astronomi vocant *annum periodicum*; quo nimicunq; integrā suā orbitā percurrit tellus, ad idem punctum, ex quo digressa est, redeundo. Alter est *annus tropicus*, qui reapse apud Astronomos in usū est, ab uno æquinoctio verno ad alterum computari solitus. Iste paucis minutis brevior est anno periodico, estque proxime 365 dierum, 5 hor. 49. min. Nempe puncta æquinoctialia non sunt fixa, sed motu lentissimo progrediuntur ab ortu versus occasum, quolibet anno circiter 50" conficiendo: unde fit, ut tellus prius perveniat ad novum æquinoctiale punctum e. g. vernum, quam orbitā suā integre absolvat, annusque tropicus tot minutis brevior sit periodico, quod minutis eget adhuc tellus, ut a novo æquinoctiali punto transeat ad illud orbitæ suæ punctum, cui præcedente anno idem æquinoctium respondebat. Sed de hoc infra uberior.

408 Constat ex optica, veram planetæ diametrum esse in ratione composita directa diametri apparentis, & distantiae. Unde deducunt astronomi veras planetarum diametros; quæ, si diameter Solis ponatur esse = 10000, his fere numeris exprimi possunt: Mercurii 41; Veneris & Telluris 109; Martis 95; Jovis 1000; Saturni 762. Diameter Lunæ ad diametrum Telluris est, ut 21 : 78. Porro definitis diametris

metris obtinetur ratio volupinum, saltem circiter; cum volumina sphærarum sint ut cubi diâmetrorum.

Schol. Apparentes planetarum diametri determinari possunt ope instrumenti illius, quod Astronomi appellant *micrometrum*. Sunt in hoc instrumento bina fila parallela, quæ ope cochlearum ad se se admoveri, & a se invicem removendi possunt. Includitur instrumentum telescopio ita, ut fila in eo loco sint, in quo efformatur imago objecti. Admotis ad se invicem filis ita, ut planetæ discum includant, & utrinque veluti radant, apparens ejusdem planetæ diameter innotescit.

Ratio massarum in iis duntaxat globis cælestibus 409 potest iniri, qui circa se habent alium veluti satellitem: quippe ex hujusm. satellitis revolutionibus pendet calculus, quo ratio dicta erui potest. Nempe distantia media satellitis ab eo globo, circa quem gyraatur, sit $\equiv D$; vis, qua in eundem gravitat, $\equiv V$; tempus periodicum $\equiv T$; denique massa ejus globi, circa quem satelles circumagit, sit $\equiv M$. Est imprimis $V = \frac{M}{D^2}$ (309): deinde ob orbitam a circulo parum abludentem est etiam $V = \frac{D}{T^2}$ (273).

$$\text{Igitur est } \frac{M}{D^2} = \frac{D}{T^2}, \text{ adeoque } M = \frac{D^3}{T^2}. \quad \text{Unde}$$

Cl. s'Gravesande *Phys. Elem. Math. L. 6. C. 14.* generatim infert, quantitates materiae in corporibus quibuscunque, in systemate nostro, esse inter se directe, ut cubos diâmetrorum, ad quas, circa hæc, corpora alia revolvuntur. Et inverse ut quadrata temporum periodorum horum corporum revolutorum. Porro juxta Newtoni calculum, quantitates materiae in Sole, Jove, Saturno, & terra sunt inter se, ut I, $\frac{1}{1867}$, $\frac{1}{3025}$, $\frac{1}{169382}$.

Massæ globorum cælestium divisæ per volumina, seu per cubos diâmetrorum exprimunt eorundem densitates (80. cor. 1.). Eædem massæ divisæ per quadrata semidiâmetrorum exhibent vires gravitatis, quas habent corpora in ipsa superficie eorundem globorum (309).

§. I I.

De Planetarum Phasibus, & Eclipsibus.

411 **O**nnum planetarum orbitæ continentur intra zodiacum, ita ut planeta quilibet semper ad aliquam zodiaci partem debeat a nobis referri (357). Quum duo planetæ eum inter se situm obtinent, ut a nobis ad eandem zodiaci plagam referantur; dicuntur esse in *conjunctione*; in *oppositione* autem, cum eorum in zodiaco loca, ad quæ a nobis referuntur, dimidio a se invicem circulo, seu 180 grad. distant. Sic quum luna inter tellurem & solem interponitur, tam lunam, quam solem ad eandem zodiaci plagam referimus; ac proinde aimus globos illos esse in *conjunctione*: quum autem tellus interponitur inter solem & lunam, dimidio circulo distant a se invicem ea zodiaci loca, quorum unum sol, alterum luna videtur nobis occupare; hoc itaque casu sidera illa sunt in *oppositione*. In utroque hoc casu dicitur luna esse in *syzygis*; in *quadraturis* autem, dum ejus in zodiaco locus 90 gradibus distat a loco solis.

Schol. Diversæ hujusm. positiones mutuæ planetarum ab Astronomis vocantur *aspectus* eorundem, peculiaribusque signis exprimuntur. Ita signum oppositionis est ♀; conjunctionis ♂; aspectus quadrati □; triongi, seu 120 graduum, Δ &c.

412 Ex diversa planetarum comparate ad Solem & tellurem positione oriuntur *phases*, seu varia partis illuminatae comparate ad nos incrementa & decrementa. Expendamus phases Lunæ, utpote magis conspicuas, & ex quibus de aliorum quoque planetarum phasibus, sequ. §. commemorandis, judicium ferri poterit. Sit

F. 88 in F. 88 S sol, T terra; quoniam communis ille motus, quo tellus & luna circa Solem circumaguntur, comparativum eorundem situm non turbat; possumus hoc loco communem illum motum habere pro nullo. Quod si Luna fuerit in L, seu in *conjunctione*; partem obscuram A B C obverteret nobis, parte illuminata ADC in aversam a tellure partem cadente: habebitur

tur ergo *novilunium*. At vel hoc casu dicta pars ABC illuminabitur tantisper radiis a tellure reflexis (quod lumen *secundarium* dici solet) ita ut non debeat oculis nostris penitus subducari. Porro ubi confectis versus orientem 90 gradibus pervenerit ad primam quadraturam, seu ad L'; hemisphærium ADC illustrabitur a sole: hujus autem hemisphærii dimidia pars erit nobis conspicua, lunaque apparebit nobis *dichotoma*, seu dimidia sui parte splendens. Dum rursus aliis 90 gradibus percursis venerit ad oppositionem, seu ad L''; totum ejus hemisphærium illuminatum telluri obvertetur, eritque *plenilunium*. Denique post novos 90 gradus secundam quadraturam attinget in L''', eritque iterum, ut in prima quadratura fuit, dichotoma.

Coroll. 1. Cum luna singulis mensibus orbitam suam absolvat circa tellurem; omnes ipsius phases singulis mensibus redire est necesse.

Coroll. 2. Quoniam luna a conjunctione ad oppositionem transeundo semper majorem & maiorem illuminatæ superficie suæ partem nobis obvertit; ejus discus illuminatus compare ad nos eo casu continenter crescere debet, decrescere vero ob rationem contrariam tunc, quum ab oppositione ad conjunctionem fit redditus. Porro quando pars lucida nobis obversa est exigua, nimirum in principio & fine lunationis; luna apparet falcata: ac cum falcis lucide dorsum semper respicit ipsum Solem, cornibus ad plagam oppositum directis; & siquidem cornua orientem respiciant, luna præcedit Solem, adeoque a novilunio ad plenilunium progreditur; si autem respiciant occidentem, Sol præcedit, a luna ad novilunium progrediente proxime assequendus.

Eclipsis est defectio luminis, quam in luna cum primis & Sole quandoque notamus, ab Astronomis prædicti solita. Alia est *realis*, alia *apparens*; item alia *totalis*, alia *partialis*. *Realis* est, qua lumen planetæ reapse deficit: *apparens*, qua lumen reapse non deficit in planeta, sed solum nobis deficere videtur. *Totalis eclipsis* habetur, quum in toto sideris disco; *partialis* vero, quum in aliqua tantum ejus parte lumen reapse aut apparenter deficit. *Eclipses in Luna cum primis &*

Physica Gener.

Dd. 5

Sole

Sole sunt conspicuae, ac proinde peculiariter pertransitæ.

414

F.87

Ut lunaris eclipses caussa intelligatur; sit (F.87) A C B ea telluris pars, quam Sol illuminat: tellus inaversam a Sole partem projicit umbram A O B, quæ ad sensum est figuræ conicæ; terminatur enim radiis, solem & terram undique tangentibus, quæ ambo corpora sunt ad sensum sphærica. Axis hujus coni productus transit per centra Solis & terræ, adeoque est in ipso plano eclipticæ: hinc dimidia ejusdem coni pars supra planum eclipticæ eminet, dimidia vero infra illud deprimuntur. Porro volvatur luna circa terram T in orbita *a f c a*; orbita hæc in duobus punctis intersecat eclipticam, quæ puncta nodi vocantur.

Sint primo nodi hi e. g. in *f* & *g*, ut nimirum eorum uterque satis distet ab umbra terræ; orbitæ lunaris pars *a b* satis jam distabit ab ecliptica, & vel infra umbram (quæ semper ultra Lunam procul pertinet) bene depressa jacebit, vel supra eandem eminebit notabiliter. Luna ergo hanc orbitæ suæ partem percurret ita transeundo penes umbrosum conum, ut eidem prorsus non immergatur. At si nodi illi fuerint in punctis *c* & *d*, ut per eos transeat axis umbrosi coni; lunaris orbitæ pars *a b* transibit per ipsam umbram terræ: luna ergo hanc orbitæ suæ partem percurrente, umbræ telluris immergetur. Denique si nodi lunares fuerint in *b* & *i*, ut eorum alter, nempe *i*, sit propè umbram terræ; orbitæ lunaris pars *a b* declinabit quidem aliquantum ab ecliptica, at necdum ita, ut penitus extra conum umbrosum utrinque ultra planum eclipticæ protuberantem sita sit: itaque luna eam orbitæ suæ partem decurrente adhuc in umbram saltem aliqua sui parte incurret. Immo tametsi dicta orbitæ pars penitus extra umbram fuerit sita, si tamen ab eadem non satis distiterit, adhuc aliqua lunæ pars umbram subibit: cum enim in dicta orbita ipsum lunæ centrum incedat; eo casu centrum lunæ non satis distabit ab umbra terræ: unde clarum est posse consequi, ut aliqua lunæ pars eidem umbræ immergatur. His notatis sit.

PRO-

PROPOSITIO I. Luna tunc patitur eclipsim, quum in umbram terræ incurrit. Nam imprimis nunquam observatur luna eclipsim pati, nisi quia juxta calculum Astronomorum in umbram terræ incurrire debet; deinde tanto duntaxat tempore durat ejusdem eclipsis, quanto ipsam debere in umbra terræ versari, suo itidem calculo eruunt Astronomi &c. Unde etiam iudicem Astronomi huic fundamento innixi, initium, finem, ceteraque lunaris eclipseos adiuncta prædicunt accurate. Cum ergo præterea clarum sit, ea corpora, quæ in umbra terræ versantur, non posse radiis solaribus illustrari; veritas propositionis in dubium vocari omnino non potest: quam explicatione phænomenorum confirmabimus.

I. Eclipse Luna nonquam evenit nisi tempore plenilunii. Nam umbra terræ semper in aversam a Sole partem porrigitur, seu semper 180 gradibus distat a Sole: igitur neque Luna potest in umbram terræ incurrere, nisi quum 180 gradibus distat a Sole, adeoque nisi tempore plenilunii (412). Non habetur tamen eclipsis lunæ in qualibet plenilunio. Si enim umbra terræ, adeoque etiam locus plenilunii, satis distiterit a nodis lunaris; luna transibit penes conicam telluris umbram, quin eidem immergatur (414): ut adeo tunc tantum possit in eam immersi, eclipsimque pati, quum plenilunium evenit in alterutro nodo, aut prope illum. Quodsi luna plenilunii tempore 13 circiter gradibus distet a nodo; jam non potest eclipsim pati, ut Astronomi demonstrant.

II. Eclipse lunaris jam est totalis, jam partialis: prout nempe jam tota luna, jam aliqua tantum ejus pars immersitur umbræ. Certe crassitudo coni umbrosi, ubi per eam luna transire potest, docentibus Astronomis est circiter tripla diametri lunaris; poterit ergo tota luna, & quidem diutius in umbra hærere, si plenilunium in ipso nodo eveniat, vel in magna ejus vicinitate. Quod ad partiales eclipses attinet, non eadem lunæ pars obscuratur in qualibet eclipsi, sed jam australis, jam borealis. Si enim lunæ ab ecliptica declinatio fuerit borealis, australem; si australis, borealem

lem ejus partem debere in umbram immergi , clarum est. Semper tamen ab orientali lunæ limbo incipit obscuratio : quia luna ab occidente ad orientem progreditur ; adeoque orientalis ejus limbis prius incurrit in umbram , quam occidentalis. Porro ut ut umbra quoque terræ ab occidente in orientem continenter progrediatur ; non est tamen consequens , ut luna eam semel ingressa , ex eadem non amplius emergere possit ; lunæ enim motus est celerior , quam umbræ : alioquin hanc nec assequi potuisset. Nempe umbra telluris , uti tellus ipsa , integro anno indiget ad orbitam suam percurrendam : Luna autem quolibet mense circa terram revolvitur.

418 III. Raro luna oculis nostris ex toto subducitur , etiam quum plenam eclipsim patitur. Complures enim radii solares in atmosphera nostra refracti intro in ipsam terræ umbram intorquentur , & ad ipsam lunam pervenientes , eam tantisper illuminant. Quodsi autem atmosphera undique admodum repleta esset vaporibus , qui id genus radios plerosque absorberent potius , quam in umbram intorquerent ; tum enimvero luna oculis nostris penitus subduceretur : quod nonnunquam evenisse jam , Astronomorum monumenta testantur. Nonnunquam luna eclipseos tempore sanguineo colore suffusa cernitur. Id ab atmosphæræ constitutio ne pendet , rubeos potissimum radios , utpote qui difficilime absorbentur , in umbram inflectentis , ceteris maxima ex parte absorptis. Sed istud in Phys. part. intelligetur pleniū. Denique antequam luna , eclipsim subitura umbram terræ ingrediatur , notatur pallere ; idem ipso evenit ex umbra post eclipsim emergenti. Nempe umbra , quam corpora a Sole illustrata projiciant , habet margines confusos , ita ut ab umbra densa ad plenum lumen , & viceversa , per aliquem tractum semiobscurum transeat. Hic tractus semiobscurus vocatur *penumbra* : ea terræ quoque umbram undique cingit : ejus vero causa est magnitudo Solis. Sunt enim semper loca quædam post opacum corpus , ex quibus nullum videri potest pannulum solaris disci , & ibi est umbra plena : sunt alia ; ex quibus licet videre totum solis discum , & ibi est lumen plenum : sunt alia , ex quibus

quibus pars tantum apparet disci solaris, & ibi habetur penumbra, seu medium inter umbram & plenam lucem; cum ad ea loca non ex omnibus disci solaris partibus propagentur radii. Atque hæc penumbra est causa dicti palloris in Luna.

Schol. Umbræ, quas e. g. tecta domorum projiciunt, non adeo obscurant corpora, quæ in eas incur- runt: quia vicina corpora illuminata copiosos in eas ra- dios undique reflectunt. Aliter de vasta terræ umbra est sentiendum.

PROPOSITIO. II. Eclipsis solaris tunc eve-
nit, quem luna ita interponitur inter solem & terram,
ut impedit, ne a Sole ad terram, vel totam, vel
saltem ad aliquam ejus partem radii linea recta propaga-
ri queant. Istud vel inde patet, quod eclipsis hæc eo
duntaxat tempore contingat, & tamdiu duret, quo
tempore & quamdiu luna juxta calculum Astronomo-
rum inter solem & terram dicto modo interponi de-
bet: unde etiam ejus initium & finis, nec non adjun-
cta cetera ab Astronomis hujus propositionis veritati
innixis cum successu omnino prædicuntur. Sed præ-
cipua hujus eclipses phænomena persequamur.

I. Eclipsis solaris nunquam evenit, nisi tempore 420
novilunii. Nempe notandum est: radii illi, qui a so-
le in terram linea recta evibranter, constituunt quen-
dam conum truncatum, cujus basis una est hemisphæ-
rium solis telluri obversum, altera hemisphærium ter-
ræ vicissim Soli oppositum. Axis lucidi hujus coni
transit per centra solis & terræ, adeoque est in ipso
plano eclipticæ: hinc dimidia ejusdem coni pars supra
planum eclipticæ eminet, dimidia vero infra illud de-
primitur; quemadmodum de conica terræ umbra lo-
cuti sumus n. 414. Jam si luna immergatur in luci-
dum hunc conum, pro ratione immersionis intercipi-
et partem radiorum solarium tellurem illustrantium:
adeoque ei telluris parti, ad quam intercepti illi radii
secus pertinuissent, luna vel totum solarem discum, vel
saltem ejus partem obteget: hoc est, in ea telluris
parte eclipsis solis sentietur. Jam vero non posse lu-
nam in conum illum lucidum incurrere, nisi tempore
novi-

novilunii, quem nempe est in coniunctione cum sole, nemo non videt. Attamen non in quolibet novilunio debet evenire eclipsis solaris. Si enim lucidus ille conus, adeoque etiam locus novilunii, satis distiterit a nodis; luna transibit penes illum, quin eidem immergi debeat, quemadmodum de umbroso cono locuti sumus n. 414: ut adeo tunc solum contingere debeat eclipsis solaris, quem novilunium fit in alterutro nodo, vel in ejus vicinitate. Facilius tamen incurret luna novilunii tempore in lucidum conum, quam plenilunii tempore in umbrosum; quia illum isto crassiorum esse clarum est: unde etiam experientia teste frequentius eveniunt eclipses solares, quam lunares.

II. Quandoque eodem temporis momento aliis terræ incolis totum solem eripit luna; aliis aliquam duntaxat ejus partem; aliis denique totum conspicuum sine ulla eclipsi relinquit. Nempe luna quoque projicit umbram conicam in aversam a sole partem: qui intra eum conum situs est, nihil ex sole videt, adeoque eclipsis ei totalis est; qui in ejus coni penumbra existit, videt partem disci solaris, eo majorem, quo magis ab ipsa umbra remotus est; denique qui penitus etiam extra penumbra situs est, totum discum solarem conspicuum habet. Vide n. 418. Porro posse fieri, ut eodem temporis momento alii etiam ejusdem hemisphærii terrestris incolæ sint in umbroso lunæ cono, alii in penumbra, alii in plena luce, facile patet. Nam etiam quum terra profundissime immergitur in eum conum (quod sole in apogæo, luna autem in perigæo existentibus evenit); conus ille juxta Boscovi-chii calculum non efficit majorem circulum umbrosum in terræ superficie, quam cuius semidiameter accedat ad 96 millaria ad pedem Parisiensem computata. Qui circulus in aliis casibus eo minor est, quo sol vicinior est terræ, luna vero ab eadem remotior. Quod si sol in perigæo, luna autem in apogæo sit; umbrosus ille conus ne pertingit quidem in terram, sed ejus penumbra duntaxat. Unde eo casu nospiam fernitur totalis eclipsis, sed partialis duntaxat ab iis, qui in penumbra sunt collocati. In eodem casu ab eo spectatore, qui cum centro solis & lunæ fere in directum jacet,

iacet , lucida solaris disci pars undique ultra discum lunarem annuli initar eminens cernitur : cuiusmodi eclipsis solet *annularis* nominari.

Coroll. 1. Ex his patet , eclipsim solis *apparentem* duntaxat esse ; unde etiam à quibusdam potius *stellaris eclipsis* nominatur. Aliter sentiendum est de eclipsi lunari ; hæc enim in vero luminis defectu sita est. Unde etiam eodem temporis momento eadem lunæ pars apparet obscurata omnibus iis , quorum ea conspectui patet.

Coroll. 2. Cum umbra lunæ non possit totum hemisphærium terræ tegere ; nequit totum hemisphærium unquam habere eclipsim totalem. Illa , quæ tempore mortis Servatoris nostri comparare ad totum hemisphærium , quod horizon Palæstinæ definit , totalis fuit , prodigiis est adnumeranda : alioquin prope plenilunium accidit , quod rursus naturæ viribus majus est.

III. Sole etiam penitus tecto non habetur nox 422
obscurissima , sed quoddam veluti crepusculum. Cum enim umbrosus lunæ conus in eo loco , in quo terra in ipsum incurrit , nunquam sit prorsus nimiopere crassus , immo sæpe sit admodum tenuis (*præc.*) ; atmosphæra terrestris ab eo cono paullo remotior complures radios , quibus a Sole illuminatur , detorquendo umbram illam temperat , & tantisper illuminat. Quod si atmosphæra terrestris eum conum cingens ita esset undique vaporibus crassis referta , ut radios a sole receptos partim reflecteret , partim absorberet potius , quam in umbrosum conum detorqueret ; tum enimvero in eclipsi totali profundæ etiam tenebræ haberent possent , præsertim apud eos , qui circa centrum umbrosi circuli , & quidem satis magni , siti essent. Demum in eclipsi totali solet quandoque solem ambire lator quidam annulus , qui eo pallidior est , quo magis recedit a limbo solis. Hunc ab atmosphæra solis repetit Boscovichius , quæ eo est tenuior , quo altior. Sunt quidem , qui dicant , inde oriri non posse , quod non soli sed lunæ sit concentricus : at negat Boscovichius istud , quod ii pro vero assūmunt , per observationes determinari posse ; cum in eclipsi totali cœtrum

trum lunæ a centro solis parum admodum deflectat ad latum.

§. III.

De Mercurio, Venere, Marte, Jove, & Saturno.

423 *Mercurius* observatu difficillimus est; propterea quod Soli admodum vicinus sit, proindeque radiis ejusdem nimirum immersus, Juxta Parisinos ejus volumen est circiter $\frac{1}{2}$ telluris. Orbitam suam, quæ sub angulo 7 grad. est inclinata ad eclipticam, proxime 88 diebus percurrit (407). Selectioribus tubis ejus phases discernuntur, apparentque jam gibbosus, jam dichotomus, jam falcatus.

424 *Venus* supra mercurium volvitur circa Solem, & ab isto circiter ad 47 gradus digredi potest; unde etiam frequenter est conspicua nobis. Dum orientem solem præcedit, *Phosphorus*, seu *Lucifer*; dum occidentem sequitur, *Hesperus* audit. Ejusdem fere magnitudinis est cum tellure nostra: orbitam suam, quæ sub angulo 3 grad. & 23 circiter min. est inclinata ad eclipticam, fere 225 diebus absolvit (407). Splendore planetas reliquos superat: dum in perigæo est, quandoque interdiu inermi oculo videri potest, & noctu corpora ejus lumini exposita umbram projiciunt. Telescopiis inspecta jam apparet gibbosa, jam dichotoma, jam falcata. Binas in ea maculas observavit *Calanus* senior; plures vero alii: ex quarum motu innotuit, eandem circa suum axem intra 24 circiter horas revolvi.

Schol. Venus & Mercurius, utpote planetæ tellure inferiores, possunt subire inter solem & tellurem, & subeunt etiam; venus quidem circiter intra 19 menses, mercurius autem circiter intra menses quatuor. Quod si eo tempore planetæ illi fuerint prope suum nodum alterutrum; incident in lucidum illum conum, quem in explicatione solaris eclipses descripsimus

minus n. 420 , adeoque apparebunt esse in Sole instar maculæ nigrae : quod phænomenon vocatur eorum transi-
tus ante discum Solis . At pro hoc phænomeno ob-
servando telescopiis opus est ob exiguum eorum diamet-
rum apparentem : certe mercurius minus obtegit .
quam unam e viciis mille partibus disci solaris ; ve-
nus autem paullo plus quam unam millesimam . Transi-
tus mercurii ante discum solis non est prorsus rarus ;
is intra hoc seculum habetur 16 viciis : at transitus
veneris est omnino phænomenon rarissimum ; quod ex
eo tempore , ex quo telescopia a Galilæo inventa sunt,
nonnisi quater accidit , nempe annis 1631 , 1639 , 1761 ;
& nuperrime 1769 die 3ia Junii ; neque accidet prius ,
quam anno 1874 .

Primus omniam Horoccius observavit transitum
veneris ante discum solis anno 1639 Hoolæ in Anglia :
ex qua observatione & apparentem veneris diametrum
determinavit , & corrixit tabulas motuum ipsius ; at quoni-
am ob nubes occurrentes nonnisi per semihoram potuit
contemplari phænomenon ; non potuit uberiores illos
fructus percipere , qui ex integra observatione consequi
potuissent . Nempe ex debita hujus phænomeni ob-
servatione , comprimis a pluribus , in locis a se invi-
cem dissitis facta , multa erui possunt ad Astronomiam
pertinentia ; ut est accuratior mensura parallaxeos solis ,
& ex hac accuratior determinatio distantiae & magni-
tudinis tam Solis , quam omnium & Planetarum & Co-
metarum . Unde & anni 1761 & etiam proximus ejus
transitus magna accuratione diversis in locis observatus
est .

Mars tellure altior fere 2 annis percurrit orbitam 425
suam (407) , quæ ad eclipticam sub angulo 1 grad.
50' , 54'' inclinatur . Color ejus rubescens cuprum
æmulatur , ejusdemque coloris maculam in medio ha-
bet . Circa suum axem intra 24 h. 40' convertitur :
a Gallis recentioribus censetur esse quinquies minor
tellure . Quoniam mars ultra tellurem a Sole distat ;
in eo non notantur phases lunaribus similes : nisi quod el-
lipticam figuram quandoque referat ; qualis in luna
tribus ante plenilunium diebus observare solemus .

426 *Jupiter* planetarum maximus (408) præ reliquis planetis est ad polos compressus: cuius rei causa est certissima circa axem conversionis, quam iugens iste planeta intra 9 h. 56' absolvit. Ejus discum cingunt plures fasciæ, argenteo candore splendentes, jam magis jam minus conspicuæ, quas primi notarunt Neapolitanus PP. Zuppus & Bartolus e S. J. Quatuor satellites revolvuntur circa Jovem, quos Galileus anno 1610 paullo post inventa telescopia detexit, & in honorem Magni Hetruriæ Docis sidera Medicea vocavit. Simon tamen Marius eos a se jam prius vitos esse contendit. Satellites hi dum in umbram Jovis incurront, visui subducuntur: eorum intimus, cuius mentio redibit in Phys. Part. orbitam suam circa Jovem intra 42 h. 29' absolvit. Jupiter ipse pro percurrenda orbita fere 12 annis indiget (407).

427 *Saturnus* planetarum ultimus & remotissimus fere 29½ annis indiget pro decurrentia sua orbita. In eo cum primis notari meretur annulus ille, qui ipsum ambit, & pro vario ejusdem situ diversis sub formis se nobis videndum præbet. Unam ex ejus annuli formis exhibet Figura 89na. Annulus hic ex mente Hugenii est corpus solidum, opacum, latum quidem, sed admodum tenue, Saturno concentricum, atque ab eiusdem superficie undique æqualiter remotum.

F.89 Quod si ita se habet, variæ ipsius apparentiæ pro vario compare ad solem & oculos nostros situ non difficulter poterunt explicari. Idem est etiam sensus Benedicti Stay de annulo Saturni, qui L. 4. Phil. recent. dicit illum annulum sibi ipsi quodammodo inniti: „ quem admodum nimirum & pons quidam circularis (sunt verba Boscovichii) qui totam obiret terram, si bene esset æquilibratus, nullis indigeret pilis, quibus inniteretur. „ Sunt etiam, qui censeant, annulum illum esse congeriem quandam minorum, sibique proximorum satellitum, quorum series propterea duntaxat videatur continua, quod intervalla innumeris illis satellitibus interjecta sensus nostros effugiant. Poro præter hunc angulum quinque satellites comitantur saturnum constanter, quorum unum Hugenius, reliquos quatuor Cassinus detexit.

Schol.

Schol. Demum quæri solet, utrum non habeant planetæ suos incolas non tantum viventes, sed simul ratione præditos, quemadmodum nos homines tellurem incolimus. Sunt, qui admodum probabile esse censeant, sâltem primarios planetas a creaturis rationalibus incoli; idque imprimis ob analogiam cum telleure nostra, cum ceteri quoque planetæ non minus, ac hæc tam circa solem, quam circa proprium axem continentur revolvantur, habeantque suas maculas, quæ totidem maria vel montes creaturarum usibus a DEO destinata esse videantur: deinde quia incredibile esse censent, Deum vastissimos eos globos sine ullis incolis, quorum usibus serviant, quodammodo otiosos esse voluisse. Alii contra existimant, his argumentis non inesse eam vim, quæ Philosophum ad affirmando Platicolas inducere debeat.

CAPUT QUINTUM.

De Terra & Luna.

§. I.

De Figura & Magnitudine Terra.

Verores figuram terræ pro sphærica habuerunt; at postquam ex observationibus pendulorum patuit, gravitatem corporum ab æquatore versus polos continentur cœscere; oborta suspicio est de telluris circa polos compressione. Ac Newtonus quidem mox ex ipsa gravitatis theoria, posita telluris circa suum axem iugis conversione, ejusdem telluris figuram eruere conatus est: ex cuius calculo consequitur omnino, eam ad polos esse compressam, sub æquatore vero protuberantem (334). Deinde Academia Parisiensis binas Academicarum turmas dimisit ad determinandos terrestris meridiāni gradus in duobus diversis locis, fere quadrante circuli maximî a se invicem distantibus: videlicet in Americanam Duce Godinio Bouguerium & Condaminium; & in Laponiam Duce Maupertuisio Clerau-

428

Eez ciun,

tium, Monierium, & Camusium, ut quantum licet, ad polum borealem accederent. Ex quorum observationibus quid in rem praesentem erui possit, ex sequentibus elucebit.

- 429** Dum investigatur figura terræ per dimensiones graduum meridiani, non queritur figura illa, quam terra exhibit, ut est scabra, & montibus aspera, neque illa, quæ haberetur abrasio montibus, & oppletis vallisbus; sed assumatur quocunque punctum in superficie terræ, & concipiatur continua quæpiam superficies per illud ea lege transiens, ut ubique perpendiculari sit ei directioni, quam habet gravitas *actualis* (333. cor. I) corporum terrestrium, coalescens ex attractionibus omnium terræ particularum ita, ut nunc sunt, collocatarum. Haec superficies exhibit eam terræ figuram, quæ per dictas dimensiones investigari potest. Vide, si lubet, Boscov. Annos. ad fasc. Stay. Pag. 139. & sequent. item suppl. ad eundem Lib. Porro hac methodo inquiritur in gradus dictæ figuræ: assumuntur quæcunque duo puncta A & B. (F. 90) in terræ superficie, a se invicem justo intervallo distantia: ope perpendiculari determinantur rectæ A D & B E horizonti normales; quæ si producerent, convenienter utique aliquid in C in visceribus terræ, continerentque angulum D C E. Oportet imprimis determinare angulum D C E; deinde distantiam horizontalē punctorum A & C, seu distantiam secundum eam superficiem, quam superius descripsimus. Porto angulus D C E, si puncta A & B sub eodem meridiano jaceant, facile determinatur, capiendo ope quadrantis astronomici distantiam atriusque zenitha quapiam stella s, dum haec meridianum illum attingit: summa enim distantiarum D + s E utique metitur angulum D C E. Deinde distantia punctorum A & B ope trigonometriæ definiri solet.
- F. 90**

- 430** Jam quot graduum fuerit angulus D C E, sed arcus caelstis D E, totidem graduum fore in meridiano terrestri intervallum A B, clarum est: hinc quum angulus D C E est unius gradus; etiam intervallum A B unum gradum continet in meridiano terrestri. Porro hujusmodi gradus meridiani terrestris ad hexape.

pedas reducti non sunt æquales in omnibus terræ plægis. Nam Maupertuisius cum suis sociis superius nominatis in Laponia inter Urbem Torneam polari circulo proximam & montem Kittim deprehendit meridiani terrestris gradum esse hexapedarum 57438: in Quitensi Provincia sub ipso æquatore Godinius reperit esse circiter hexapedarum 56753: denique Galli, qui plures interea meridianos definiverunt per tractum Parisiensem, suos deprehenderunt circiter 350 hexapedis deficere a gradu Laponico, at circiter 300 hexapedis esse majores gradu Quitensi. Ex qua graduum differentia definitum demum est, terræ figuram esse compressam ad polos, sub æquatore autem protuberantem, ac proinde theoriam Newtoni confirmari. Ut autem pateat, qua argumentandi ratione istud inferatur, sit.

PROPOSITIO. Ponamus angulum DCE 43^L (F. ead.) esse unius gradus, ut tam arcus DE in caestri meridiano, quam AB in terrestri sit unius gradus. Quo major fuerit curvedo arcus AB, eo minor erit ejusdem mensura in hexapedis; & ex adverso. Nam generatim quo major est curvedo arcus terrestris, eo magis divaricantur perpendicularares DA & EB versus plagam superiorem, & eo citius convenienter in visceribus terræ; ac proinde punctum C eo est propinquius superficie terrestri: ergo eadem perpendicularares eo minorem arcum AB ad hexapedas redactum intercipiunt dato angulo C. Certe ex diversis arcibus, ejusdem anguli mensuris ille est minor in hexapedis, qui centro, seu dicti anguli apici est vicinior. Item ex adverso, quo minor fuerit curvedo arcus terrestris, eo remotius erit ab eo punctum C; ergo dictæ perpendicularares dato angulo C, eo majorem arcum terrestrem intercipient ad hexapedas redactum.

Coroll. Cum ergo gradus meridiani terrestris, ad hexapedas redacti, maiores sint ad polos, quam in Galliis, & isthic. maiores, quam sub æquatore; ad polos minima est curvedo superficie terrestris, major in Galliis, maxima sub æquatore. Hoc est, figura terræ ad polos compressa est, ad æquatorem vero protuberat: ibi enim est protuberantia major, ubi est major curvedo. Unde Boscovichius quoque in suppl. ad

L. 5. stay §. 5. „ Si spectentur, inquit, observatio-
nes hucusque institutæ, debet sine ulla prudenti du-
bitatione haberi terra pro compressa ad polos. „ Porro ut ut ista ita se habeant, adhuc quæri potest,
quænam determinate sit ea telluris figura, quam super-
ficies n. 429 descripta definit; an regularis, quæ e.g.
ellipsoes circa axem terræ, tanquam circa minorem
suum axem volutatione generetur, an alia quæpiam ir-
regularis. Nam ex eo, quod dicta superficies consti-
tuat figuram ad polos depresso, sub æquatore vero
protuberantem, non illico sequitur, eandem superfici-
em quaquaversus stabili quadam, & ad regularem fi-
guram necessaria loge porrigi, sed multis inæqualita-
tibus obnoxia esse potest. Ac dimensiones quidem
graduum hactenus institutæ, & inter se collatae suadent,
dictam telluris figuram esse irregularem: incrementa
enim graduum meridiani versus polos, & decrementa
versus æquatorem non deprehenduntur fieri quadam
certa, stabilique lege, quam regularis figura exigeret.
Sed hac de re tunc licebit pronunciare tutius, quoniam
plures adhuc meridiani graduum dimensiones variis in
locis institutæ fuerint.

432 Quod ad magnitudinem telluris attinget, ex di-
mensionibus meridianorum hactenus institutis colligit
Boscovichius in suppl. ad L. 5. Stay §. 5. radium ejus-
sphæræ, quæ esset æqualis sphæroïdi terrestri, fore
19541762 pedum Parisinorum. Hinc si passus quilibet
contineat quinque pedes parisinos; idem radius conti-
nebit $3928\frac{1}{3}$ milliaria, seu passuum millia, ac proinde
prope 4000 milliaria Italica. Unde tota etiam terre-
stris sphæroïdis moles erui potest.

§. II.

De variis Lunæ proprietatibus.

433 **L**una habet figuram proxime sphæricam; ejus vera
diameter est ad diametrum terræ ut 21: 78, con-
sequenter per Math. n. 607 volumen lunæ ad volu-
men

men terræ est ut (21)³ : (78)³. Ejusdem Lunæ circa tellurem convergunt alia est periodica, synodica alia. Periodica est, qua integrum suam orbitam absolvit, redeundo ad idem cæli siderei punctum, ex quo digressa est; quod fit intra 27 dies, 7 horas, 43', 12''. Synodica, quæ vulgo lunario dicitur, est regressio ab uno novilunio ad aliud. Hæc diurnior est, quam periodica, absolviturque 29 d. 12 h. 44', 3''. Cujus ratio ut pateat, concipiamus (F. 87.) lunam in orbita A C B, solem vero in orbita a f b c &c. circa Tellurem T ab occasu in ortum moveri; illam reapse, hunc vero apparenter. Sit sol in c, Luna in C tempore conjunctionis, seu novilunii. Luna intra 27 circiter dies, absolvet suam conversionem periodicam C B A C, seu redibit ad idem punctum C; at necdum erit in conjunctione cum sole: iste enim interea ex c in m transiit ad 27 circiter gradus; cum quotidie unum fere gradum percurrat. Itaque Lunæ etiam post absolutam conversionem periodicam totidem circiter gradus adhuc supererunt percurrendi, ut solem rursus allequantur, alterumque novilunium eveniat.

Orbita Lunæ circa tellurem parum abludit a circulari; abludit tamen, & est elliptica, sed plurimis inæqualitatibus subiecta, quas sequi. Quidam persequemur. Ejusdem a tellure distantia mediocris est 60 semidiame-
trorum terrestrium. Una ex methodis id detegendi hæc est. Observator ibi constitutus, ubi lunam, dum ea meridianum attingit, sibi verticalē habeat, determinat ope micrometri (408. Schol.) apparentem ejus diametrum, imprimis tunc, dum ea est in horizonte, deinde tunc, quum jam meridianum attingit, estque ipsi verticalis. Quodsi diameter apprensus lunæ in horizonte sit = L, in meridiano = l; deprehenditur

per observationem esse $l = L + \frac{L}{60}$ seu deprehenditur diameter apprensus, ab horizonte ad meridianum transeundo increscere una sexagesima sui partem. Præterea horizontalis distantia lunæ ab observatore sit = D, verticalis = d; juxta Opticæ principia est D :

E e 4

d =

$\cancel{d} = l : L$, adeoque $DL = dl$. Itaque loco l ponendo $L + \frac{L}{60}$ est $DL = dL + \frac{dL}{60}$ & dividendo per L ,

est $D = d + \frac{d}{60}$. Porro facile patet, lunam in horizonte constitutam una semidiametro terrestri remotorem esse ab observatore, quam sit in meridiano posita, hoc est, si terræ semidiameter sit $= r$, esse $D = d + r$.

Est ergo $d + r = d + \frac{d}{60}$ seu est $r = \frac{d}{60}$ adeoque d

$= 60r$. Ex quibus id etiam patet, mensuram hujus distantiae non pendere a distantia, qua sol a terra se-jungitur.

435 Lunæ superficies non est polita, ac lævigata; fœcus enim lucem undequaque haud reflecteret ita, ut nunc reflectit, sed solis imaginem instar puncti lucidi exhiberet, uti patebit ex theoria speculorum in Phys. Part. Duplicis generis maculæ notantur in eius disco: constantes aliæ, aliæ mutabiles. Earum aliquæ sunt reliquo disco obscuriores, aliquæ lucidiores. Eas, quæ ceteris obscuriores sunt, aliqui censem esse totidem lacus aut maria, lumini reflectendo minus idonea: alii autem existimant lunam carere lacubus & maribus, di-ctasque maculas repetunt a terræ tractibus, qui aut nimiopere depresso sint, ut satis illuminari nequeant, aut salem materia minus candicante constent. Atque opinio horum verisimilior esse videtur. Nam imprimis nigricantes illæ maculæ selectioribus telescopiis aspecte satis discernuntur constare cavernis introrsum hiantibus, quod utique non cadit in æquabilem marium superficiem. Deinde si lunæ sua essent maria nostris similia; profecto cum radiis solaribus exponatur, nubes ac nebulas, ac proinde atmosphærā nostræ similem haberet: quod tamen admitti non posse, ex sequentibus apparebit. Denique in Luna esse vastissimos montes cum profundissimis vallibus, a quibus proinde nigricantes illæ maculæ repeti possint, ex ejusdem phasis colligi potest. Nam 1) in luna dichotoma terminus lucis

lucis & umbræ veluti dentatus, multisque anfractibus intercisis appareat, ita ut apices quidam illuminati etiam ad intervallum, quod sit æquale ^{1/2} parti diametri lunaris, videantur immersi in partem obscuram; quod sane non eveniret, si luna vastissimis montibus prædicta non esset. 2) Crescente Luna apparent in parte illuminata quædam areolæ obscuræ, quæ sensim figuram mutant, donec penitus illustrentur: decrescente autem luna lucidae quædam cuspides a reliqua parte illuminata sensim avelluntur, imminutæque magis ac magis tandem evanescunt. Jam vero obscuræ illæ areolæ quid aliud sunt, quam valles quædam & cavernæ, quarum eo major semper & major pars illuminatur crescente luna, quo radii solares magis & magis accedunt ad ipsarum perpendiculum? cuspides autem illuminatas decrescente luna quid nisi altissimorum montium cacumina esse dicamus, quæ a solaribus radiis tardius relinquuntur, quam plagæ humiliores?

Coroll. Dicendum ergo est, constantes lunæ masculas esse ingentes quædam profunditates & valles, quæ nunquam possint satis illuminari, vel etiam præterea constent nigra terra, solares radios absorbente: mutabiles vero esse cacumina montium, quæ prima illuminentur a sole, & ultima deserantur, item esse valles quædam minus profundas, quæ ut ut pedetentim, sed tamen totæ demum illuminentur.

Objicies. Si margo illuminati disci ab umbræ finibus remotior telescopio exploretur; optime terminatus appareat sine ullis fossis vel hiatibus: item dum tempore solaris eclipseos luna solis discum contegit, in ejus limbo nulla notatur asperitas, inæqualitasque. Atqui utrumque aliter evenire deberet, si luna vastissimis montibus prædicta esset; ergo.

R. Cum montium lunarium existentiam allata superiori phænomena sat clare evincant; his, quæ ob-jiciuntur, phænomenis non debemus incitari ad eosdem montes negandos, sed potius ad æquabilem illum marginem, qui in plenilunio, eclipsique solari notatur, cum vastissimorum montium eminentiis conciliandum. Hoc quippe exigit indirecta illa naturam scrutandi methodus, cuius jam in prolegom. n. 14. in Schol. meminimus. Bokovichius ex his ipsis, quæ

objiciuntur, phænomenis suspicatur circa Lunam habeti fluidum quoddam simile nostræ aquæ, ultra cacumina altissimorum montium pertinens, cuius figura sic rotunda & glaberrima. Alioquin mox videbimus lunam carere atmosphæra nostræ simili. Quo fluido stante jam dicta phænomena evenire possunt: nam quando e. g. Lunam videmus in Sole tempore solaris eclipseos; nulli radii solares possunt ad nos transire per illud fluidum, quia per refractionem interius detorti incurvant in nucleus solidum Lunæ: unde margo debet apparere lævissimus. Certe patebit in Phyl. Part. ex theoria refractionis luminis, omnes radios a Sole in sphæram illam pellucida crux constantem incidentes versus ejusdem sphæræ centrum debere refringi, ac proinde in solidam lunæ massam impingere, quin ad oculos nostros devenire possint. Sed hanc meram esse conjecturam, ultro fatemur.

Urgeb. Stante dicto fluido non posset fieri, ut montium lunarium eminentias, umbrasque discernamus; ergo dictum fluidum cum montibus lunaribus conciliari non potest.

R. N. *ans.* Radii quippe, qui per fluidum illud pellucidum penetrantes massam lunarem illuminant, ab eadem massa reflexi, perque ideni fluidum refracti jam possunt in oculos nostros devenire, ut ex principiis Dioptricæ suo loco patebit. Poterunt ergo omnes lunæ asperitates a nobis videri; immo poterunt ita videri, ut ad ipsum æquabilem limbum pertinere appareant, evanescente omni crassitudine pellucidi illius fluidi; quod obvio experimento illustrat idem Boscovichius. Nempe ampulla vitrea in externa superficie lævis, in interna asperetur variis sulcis, excavatisque foveolis; cum liquore colorato, vel pulvere tenuissimo inpleatur, qui se intra ipsas cavitates insinuet. Omnis crassitudo vitri disparebit, & liquoris vel pulverum color ad extimam usque superficiem protrahetur, haud aliter, quam si vitri paries esset omnino tenuissimus. Quo tamen experimentum ipsum succedat melius, cavendum est (monet idem Boscovichius) ne externa objecta ad latus sita, & satis lucida per reflexionem exhibeantur factam circa

mar-

marginem; quod quidem evitabitur facile collocato
ad latus nigro panno.

Lanam carere atmosphæra nostræ simili, quæ nimurum eo tenuior sit, qno magis assurgit supra lunam superficiem, donec tandem evadat insensibilis, sequentia argumenta svadent. 1) Marge lunaris disci lucidus appareat distinctissimus, &, ut dicimus, terminatissimus; qui tamen admodum confusus esse deberet, si luna dicti generis atmosphæram haberet sibi circumfusam: quo enim tenuior esset ea atmosphæra recedendo a centro, eo minorem radiorum solarium copiam posset in oculos nostros reflectere. 2) Dum stellæ fixæ occultantur a luna, inter eas & oculos nostros se se interponente; id genus stellæ sine ulla precedente mutatione momento quasi temporis subducuntur oculis nostris: quod si autem dicti generis atmosphæra lunam circumdaret; eædem fixæ pallere prius deberent, semper eo magis, quo profundius immerguntur atmosphæræ, dum tandem pederentim totum ipsarum lumen interciperetur. Quod si autem loco dictæ atmosphæræ fluidum præc. num. descriptum ponamus lunæ circumfusum esse, momentaneæ id genus occultationes fixarum optime explicantur. Cum enim eorum diametri apparentes admodum exignæ sint, momento tegentur ab eo fluido; teclæ autem non amplius poterunt radios suos in oculos nostros propagare, utpote quos per refractionem in ipsas solidas lunæ partes detorqui sit necesse. 3) In eclipsi solari lux dicti solaris in Lunæ atmosphæram nondum immersi notabiliter discreparet a luce partium eidem atmosphæræ iam immersarum; quod tamen non experimur. 4) Atmosphæra nostræ similis esset obnoxia nivibus, nebulis, nubibus &c. quæ sane apparentem lunæ faciem sensibiliter variarent; ingens enim tractus nubibus aut nivibus teclus alium offert conspectum, quam si virentes campos, silvas &c. complectatur: atqui eandem lunæ formam & lumen observamus semper in eadem ad solem positione, nisi notabiles in atmosphæra nostra mutationes variationem inducant; ergo.

438 Obj. 1mo. Nonnulli Astronomi deprehenderunt nonnunquam tam in fixis, quam etiam in planetis variationem luminis, palloremque, antequam a Luna occultarentur; sic dum anno 1715 Venus 28 Julii occultaretur a Luna, Cl. de Louville & de Lisle notarunt splendorem planetæ sensim imminui, dum is lunæ appropinquaret: atqui pallor ille ab atmosphera lunari debuit profici; ergo. ad. Si lunæ circumfunditur fluidum aquæ nostræ simile, illud vapores emittat, oportet, utpote radiis solaribus expositum; ergo adhuc admittere oportet in luna atmospharam nostræ similem. 3ro. Ille quoque lucidus annulus lunæ concentricus, qui in eclipsi totali solis cundem solem cingere videtur, est signum atmosphæræ lunaris solares radios refractione in oculos nostros detorquentis. 4ro. Denique non desunt, qui scio affirment, se vidisse in luna etiam fulgura, & fulmina, cum primis tempore solaris eclipses: quod Wolffius quoque admittit, & ad probandam Lunæ atmospharam adferat.

R. ad 1mam. Id genus observationes a paucissimis factæ admodum raræ sunt: longe plures sunt ex præstantissimis Astronomis, qui fatentur nunquam a se observatam esse variationem formæ aut luminis in occultationibus siderum. Sic Jac. Cassinus Elem. Astr. L. 3. C. 3. " Fixæ, inquit, & planetæ dum occultantur, nullam patiuntur sensibilem alterationem, dum subeunt, vel emergunt. " Boscovichius. in nos. ad L. 2. de Defect. Sol. ac Lune. " Ego, inquit, sane multis vidi occultationes ejusmodi, quin unquam deprehenderim ullum indicium atmosphæræ paulatim auferentis lumen fixæ occultatæ a limbo lunæ obscuro. " Quod nominatum ad observationem Cl. Louville, & de Lisle attinet: Cl. Jac. Cassinus modo laudatus, qui eodem tempore cum Cl. Malezieu & Maraldo in eadem occultata Venere contrarium expertus est, excessis illorum instrumentis deprehendit in telescopiis vitia, quæ observationem ipsorum erroneam reddere potuerint. " Sed quid opus, inquit Mako noster, horum testimoniorum; quando Astronomi domestici, in hac observandi palæstra exercitatiissimi, ac ea de re a me sape appellati fateretur,

“ tur, nulla aciei contentione a se quidquam tale de-
prehendi.”

Ad 2dam ajo, posse fluidum illud esse simile aquæ nostræ quoad pelluciditatem, vimque radios refringendæ, quin æque sit primum ad vapores emitendos. Res pendet a mutuis viribus, quibus minimæ particulae inter se vincuntur. Ceterum non negamus omnem plâne atmosphærâm circa lunæ globum; sed eam duntaxat, quæ sensibiles radiorum refractiones parere queat. *Ad 3rum* quod attinet, jam n. 422 diximus, non posse evinci, lucidum illum annulum ab atmosphera lunari proficiisci; cum ergo firma præterea argumenta pugnent contra lunarem atmosphærâm, eundem annulum atmosphæræ solari tuto assignamus. *Ad 4sum* his verbis respondet Boscovichius loco superius citato
Præterquam, inquit, quod nunquam in luna illustrata a sole videmus nubes, cum maculae nobis eadem semper eodem modo appareant; quis non videt, fulgor, & fulmen esse objecta adeo exigua, & tam tenuis luminis, ut in tanta distantia nullis omnino telescopiis percipi possint. Opiniom animo præconceptæ tribuendam puto phænomeni omnino non existentis perceptionem imaginariam; nisi forte provenerit ab aliquo interno tremore fibrarum oculi, fatigati diuturna applicatione ad telescopium.

§. III.

De Viribus motum Lunæ perturbantibus generatis.

Si Luna præter vim projectilem sibi a Deo impressam, & eam vim centripetam, qua singulis momentis nititur versus telluris centrum, nullam aliam vim persenticeret; de se eisdem omnino leges in suo circa terram motu sequeretur, quas alii planetæ circa solem observant: id est, incederet in ellipsi regulari, describeretque areas temporibus accurate proportionales. At Sol ob enormem suam massam, ut ut ab ea magno admodum intervallo sejunctus, tanta vi in eandem agit, ut ipsius motus sensibiliter omnino perturbet. Projecto tam

439

E e 7 variae

variae inæqualitates animadversæ sunt in motu Lunæ,
 „ ut maxima Astronomorum sæculi prioris pars (verba,
 „ sunt Cl. La Caille Astr. 678) putarit fieri non pos-
 „ se, ut ex omnibus ad legem quandam constanter re-
 „ vocentur. Atque hinc non nisi postquam a Newto-
 „ no demonstratum est, vera theorizæ satellitum ele-
 „ menta dependere a gravitate mutua Solis, planetæ
 „ primarii & ejus satellitum; tabulæ construi cœpe-
 „ runt, calculis motuum lunarium accuratioribus uti-
 „ les. „ Has itaque vires, quibus Sol motum lunæ
 „ perturbare solet, hoc loco, quantum Physico satis est,
 proponemus, operiosores calculos Astronomis relicturi.
 Porro mox initio construamus figuram, quam per de-
 cursum sermonis sèpius contemplatur sumus. Nem-
 F.91 pe sit sol in S, terra in T (Fig. 91 & 92); HEKG
 & 92 sit orbita lunæ proxime circularis, ipsa vero luna sic
 in L vel in I. Ponamus deinde HTK esse arcum
 orbitæ telluris, quem orbita lunaris intercipiat: arcus
 ille juxta calculum Astronomorum continet $8' 33''$.
 adeoque est perquam exiguis, haberique tuto potest
 pro recta orbita telluris in T tangente. Hinc quoni-
 am telluris orbita proxime accedit ad circulum, cuius
 centrum sol S occupet; recta ST, quæ centra Solis
 & Terræ connectit, haberi potest pro perpendiculari
 ad HK. Itaque anguli HTS & KTS erunt recti;
 adeoque quadraturæ erunt in H & K, fyzigiæ in G
 & E: nempe novilunium in G, plenilunium in E.
 Porro ponimus motum Lunæ fieri ex G in H, tum
 in E &c. adeoque primam quadraturam esse in H, al-
 teram in K: unde consequitur, primam lunationis qua-
 drantem esse arcom GH, alterum HE, tertium EK,
 quartum KG. His probe notatis sit.

PROPOSITIO I. Ponamus Lunam esse in L,
 adeoque vel esse in uno quadrante (F. 91), vel in
 atro (F. 92): ex Sole S per Lunam L ducatur recta,
 quæ orbitæ terrestri occurrat in C; tum siant post LS
 & CS continue proportionales DS & BS. Gravitas
 telluris in solem erit ad gravitatem lunæ in eundem
 solem, ut TS: BS; adeoque si telluris gravitatem
 referat recta TS, gravitatem lunæ referet recta BS.
 Sit enim telluris in solem gravitas = V, lunæ = v.

Quo-

Quoniam gravitates hæ sunt in ratione reciproca duplicita distantiarum a sole, est $V : v = LS^2 : TS^2$. Porro ob LS , CS , DS , BS ex constr. continue proportionales, & ob CS quam proxime $= TS$, etiam hæ quatuor, LS , TS , DS , BS sunt continue proportionales; est ergo $TS : BS = LS^2 : TS^2$ (Math. 215), adeoque est etiam $V : v = TS : BS$.

Quod si luna sit in I , adeoque vel in z do quadrante (F. 92), vel in z tio (F. 91); pariter post IS & cS sunt continue proportionales dS & bS : eadem argumentandi ratione patet, fore $V : v = TS : bS$. At hoc casu proportio dictarum linearum jam non erit crescens, uti prius, sed decrescens, majorque erit gravitas telluris gravitate Lunæ.

Concipiatur recta ST versus A indefinite produci, 445 ducaturque BA ad LT centra lunæ & terræ conjungentem parallelam; lunæ in L existentis vis BS resolvetur in BA & AS (182. cor. 3): & siquidem pars AS in duas alias AT & TS dividi concipiatur, loco integræ vis BS tres alias obtinebimus, nempe BA , AT , & TS . Jam pars TS est tam lunæ quam telluri communis, adeoque nihil turbat comparativum motum lunæ circa tellurem: at vires BA & AT , ut-pote solam lunam afficientes, eundem motum omnino turbant; unde etiam *vires perturbatrices nuncupantur*. Nempe vis BA ad LT parallela lunam directione LT versus telluris centrum urget: AT vero conspirans cum directione TS eandem lunam a tellure versus sollem nititur abducere.

Eodem modo lunæ in I existentis vis bS , ducendo rectam ba ad IT parallelam, resolvitur in ba & aS . Pars aS est tam lunæ, quam telluri-communis, adeoque comparativum lunæ circa tellurem motum nihil turbat: at vis ba ad IT parallela lunam directione IT versus telluris centrum urget. Porro tellus præter vim aS trahitur a sole etiam vi Ta , quam luna non persentiscit: ergo spectata hac vi luna velut a tergo relinquitur a tellure; consequenter, quod quidem ad illius circa hanc positiones attinet, res se se perinde

perinde habet, ac si tellure dictam vim $T \alpha$ non persentiscente, luna æquali sed contraria vi a T urgenteretur, & a centro telluris (uti de vi A T locuti sumus in altero casu) distraheretur. Unde patet, in hoc quoque casu duas adesse vires perturbatrices $b\alpha$ & aT , ejusdem prorsus generis, cujus sunt $B\alpha$ & AT in casu præcedente.

442 L E M M A. Sint tres quæcumque quantitates continue proportionales A , B , C ; differentia inter A & B sit $=x$, inter B & C $=y$. Si x fuerit exigua comparata ad A , erit proxime $x=y$. Ponamus enim assumptam proportionem continuam esse crescentem; erit $B=A+x$, & $C=B+y=A+x+y$. Hinc quoniam est ex hypoth. $A:B=B:C$,

$$\text{Stat: } A:A+x = A+x : A+x+y.$$

$$\text{Mult. med. \& extr. } A^2+Ax+Ay = A^2+2Ax+x^2$$

$$\text{Subtr. } A^2+Ax - Ax = Ay = Ax+x^2.$$

$$\text{Divid. per } A \quad y = x + \frac{x^2}{A}.$$

Porro stat hæc proportio $x : A = \frac{x^2}{A} : x$, est enim in ea factum extremerum æquale facto mediorum; adeoque cum ex hyp. x sit exigua comparata ad A , etiam $\frac{x^2}{A}$ in ea ipsa ratione erit exigua comparata ad x .

Hinc quoniam est accurate $y = x + \frac{x^2}{A}$ erit proxime $y=x$. Idem eodem modo ostenditur in proportione continua decrecente; hoc uno discrimine, quod tunc loco signi $+$ ubique debeat accipi signum.—

Ceroll. Igitur recta BL est proxime $=$; CL . Nam imprimis L S , C S , D S sunt ex constr. continuae proportionales (440): deinde CL , seu differentia inter

ter LS & CS est exigua comparate ad LS. Certe tametsi parallaxis Solis non ponatur esse minor, quam $\frac{1}{2}$ secundorum; adhuc LT, seu distantia lunæ à terra, non habebit majorem rationem ad LS, quam $1 : 326$ (391): consequenter CL adhuc minorem rationem habebit ad eandem LS. Igitur per lemma est proxime CL = DC. Eodem modo ostenditur esse proxime DC = BD; cum etiam CS, DS, BS sint continue proportionales, & DC pariter sit exigua comparate ad CS. Eo ipso autem patet, esse proxime BL = 3 CL; ergo. Non absimiliter ostendi potest, etiam *b*l esse proxime = 3 cl.

P R O P O S I T I O . II. Loco vis perturbatrixis BA potest assumi LT, loco AT vero 3 CL. Cum enim distansia solis ingens sit comparata ad semidiametrum orbitæ lunaris; facile patet, rectas BL & AT esse ad sensum parallelas: cum ergo præterea BA sit ex constr. parallela ad LT; BATL est parallelogrammum ad sensum. Unde consequitur, loco BA posse assumi LT, loco AT vero BL; adeoque primum Propositionis membrum jam patet. Porro BL est proxime = 3 CL (præc. cor.), & præterea utrobique eadem est directio: cum ergo ex modo dictis pro AT sumi possit BL; exiguam differentiam contemnendo possumus loco ejusdem AT sumere etiam 3 CL. Itaque alterum quoque Propos. membrum patet. Eodem modo ostenditur, loco *b*a posse sumi LT, loco AT vero 3 cl.

Concipiamus vim CL resolvi in CI, quæ sit normalis ad LT, & in IL; vis 3 CL resolvetur in 3 CI & 3 IL: unde loco BA & AT has demum tres vires, lunæ motum perturbantes obtinemus: LT, 3 IL, & 3 CI. Porro vis ET lunam versus tellurem urget, adeoque ejus in hanc gravitatem auger: vis 3 IL habet directionem prorsus oppositam directioni LT, proindeque lunæ in terram gravitatem inminuit: denique vis 3 CI, cum sit ad radium vectorum LT normalis, angularem Lunæ motum afficit; nemp̄ uti sequ. §. videbitus, eum iam

Rhytifica Generi

Ff

setar-

astardat, jam accelerat. Unde vis $L T$, lusse in tertiam gravitatem augens; $\angle L$, eandem *imminuet*; $\angle C I$ denique, *vis angularis* nuncupari possunt. Propter $\angle L$ & $\angle C I$ in sequentibus nonnunquam omisso sed tamen semper intellectu coefficiente $\frac{1}{2}$, accipiemus L & $C I$.

Hac omnia eodem prorsus modo intelligenda sunt de vi $c l$ in 2do & 3to lunationis quadrante.

§. I V.

De tribus Viribus motum Luna perturbantibus singillatim.

445 **E M M A.** In quounque triangulo $L c T$ (Fig. 93) **F. 93** L angulum ad c rectum habente basis $L T$ dividatur in o bifarium, & centro o radio $o L$ describatur semicirculus supra eandem basim $L T$ tanquam diametrum: ajo semicirculum illum, si ad eandem cum puncto c partem jaceat, transire per idem punctum c . Transeat enim, si fieri potest, imprimis supra c per n ; angulus $L n T$ erit rectus (Math. 345), adeoque $L c T$ erit contra hypoth. major recto (Ejusd. 357 Schol.): transeat deinde infra punctum c per m ; angulus $L m T$ erit rectus, adeoque $L c T$ erit minor recto, rursus contra hypothesim.

446 **P R O P O S I T I O.** Vis lusse gravitatem *augens*, eandem *imminuens*, & vis *angularis* tunc ut diameter, $\frac{1}{2}$ sinus versi duplae distantiae lusse a quadratura, & $\frac{1}{2}$ sinus recti ejusdem duplae distantiae. Cum enim recta $B L$ (F. 91, & 92) ob ingentem Solis a luna & terra distantiam sit ad sensum parallelia ad $A T$, & angulus $H T S$ sit rectus (439); etiam angulus $T C L$ pro recto haberri potest. Hinc si idem triangulum $T C L$ cum recta $C I$ ad $L T$ normali transferatur ad figuram 94tam; poterit eidem circumsciri semicirculus $L C T$ (præc.). Porro angulus $L T C$, quemadmodum

dpm

dum in figuris præcedentibus, ita in hac quoque exprimet distantiam lunæ a quadratura: at arcus LC, quoniam est dupla mensura anguli LTC, ad circuli peripheriam siti (Math. 342), erit dupla distantia lunæ ab eadem quadratura. Jam LT est diameter, IL sinus versus arcus LC, CI sinus rectus ejusdem arcus LC: cum ergo vis gravitatem augens, imminuens, & angularis sint, ut LT, 3IL, 3CI (444) eædem vires sunt ut diameter, tres sinus versi duplæ distantia lunæ a quadratura, & tres sinus recti ejusdem distantia duplæ. Atque ex his facile jam deducuntur ea, quæ de tribus illis perturbatricibus viribus Physicus scire debet.

Quod attinet ad primam vim, quæ nempe lunæ 447 gravitatem auget: m_0 . Ea per totam lunæ orbitam regnat; utpote quæ in E. 91 & 92 exprimitur per LTC radius orbitæ lunaris. *ad*. Eadem est ad vim imminuentem, ut diameter ad 3 sinus versos duplæ distantia lunæ a quadratura: est enim dicta vis augens ad imminuentem ut LTC: 3IL; ergo (præc.). 3:10. Quando luna 35° , $16'$ distat a quadratura, vis gravitatem augens est æqualis imminuenti. Cum enim illa ad hanc generacum sit, ut diameter ad 3 sinus versos duplæ distantia lunæ a quadratura; quando diameter est æqualis 3 sin. vers. dictæ distantia duplæ, tunc etiam vis gravitatem lunæ augens æquatur imminuenti: jam vero Mathematici ex canonibus sinus eruunt, tunc diametrum esse æqualem 3 sin. vers. dictæ distantia duplæ, quum simpla distantia est æqualis 35° , $16'$; ergo.

Coroll. Quatuor sunt puncta in orbita lunæ, quæ a quadratura 35° , $16'$ distant, nempe m & n (F. 91) F. 92 cis & trans quadraturam H, item o & r cis & trans quadraturam K: igitur in iisdem quatuor punctis vis gravitatem lunæ augens elidit imminuentem, & vici-sim. Hoc est, in quatuor illis punctis actio solis neque auget, neque imminuit lunæ in terram gravitatem.

Schol. In eorum gratiam, qui dictam superius æqualitatem ipsimet cuperent ex canonibus sinus eruere, subjungo præmix Mathematicorum. Ponamus

ita distare lunam a quadratura, ut diameter orbitæ sit æqualis $\frac{1}{3}$ sin. vers. duplæ distantiaæ; seu quoniam in Fig. 94 LT comparata cum arcu LC, duplam a quadratura distantiam exprimente, est diameter, ponamus esse LT = $\frac{1}{3}$ IL; tum queramus, quotnam gradibus distet luna a quadratura. Quoniam ponimus esse LT

$$= \frac{LT}{2} = \frac{1}{2} IL, \text{ est radius } Lo = \frac{1}{2} IL :$$

quæ æquatio si primo multiplicetur per 2, tum dividatur per 3,

$$\text{est } - - - - - \frac{2}{3} Lo = IL.$$

$$\text{Seu ob } IL = Lo - Io \text{ est } - \frac{2}{3} Lo = Lo - Io.$$

Transponendo $\frac{2}{3} Lo$, & Io, est $Io = Lo - \frac{2}{3} Lo = \frac{1}{3} Lo$.

Hoc est, in assumpta hypoth. Cosinus arcus LC est æqualis $\frac{1}{3}$ parti radii. Unde innotescit quantitas arcus LC. Cum enim posito radio = 10000, ejus tertia pars sit $3333\frac{1}{3}$; si numerus iste queratur in canone sinus inter sinus, ei tanquam cosinui respondens angulus (qui reperietur proxime = $70^\circ, 32'$) erit ipse angulus CoL, quem meritur arcus LC. Hoc est, reperietur in positâ hypothesi dupla distantia lunæ a quadratura esse = $70^\circ, 32'$, adeoque simpla = $35^\circ, 16'$.

448 De vi $\frac{1}{3} IL$ gravitatem lunæ imminente hæc compendio notanda sunt. *imo.* Vis hæc in quadraturis nulla est. Ea enim est ut triplus sinus versus duplæ distantiaæ a quadratura: in quadraturis autem nullus est ejusmodi sinus versus. *ado.* Eadem vis post quadraturam versus syzygiæ continenter crescit, estque maxima in ipsa syzygia; quia distantia a quadratura, adeoque etiam dictus sinus versus usque ad syzygiæ continenter major & major fit. *3io.* A quadratura usque ad 35 um gradum, 16 um minutum prævaleret ipsi vis gravitatem augens, at post hunc terminum usque ad syzygiæ ipsa prævaleret vi gravitatem augensi. Cum enim a quadratura usque ad syzygiæ con-

continenter crescat, & in 35° gradu, 16to minuto perveniat ad æqualitatem cum vi gravitatem augente, quæ fere constans est per totam orbitam; palam est, eam ante hunc terminum minorem esse debere vi gravitatem augente, maiorem vero ultra eundem terminum usque ad syzygiam.

41o. Hæc vis duplo magis imminuit lunæ gravitatem in syzygia, quam augeat eandem vis LT in quadratura. Ponamus enim punctum C magis ac magis recedere ab L in semicirculo (ead. Fig. 94), & accedere ad T; etiam punctum I semper magis ac magis recedet ab L, acceditque ad T, & ubi C congruerit cum T, etiam I congruet cum eodem T. Hoc est, quum dupla lunæ distantia a quadratura fuerit æqualis semicirculo, adeoque simila quadranti, quod evenit luna syzygiam attingente; sinus versus IL erit æqualis diametro LT. Cum ergo generatim sit vis gravitatem augens ad imminuentem, ut LT : 31L (præc.); erit illa ad hanc in syzygia, ut 1 : 3. Hoc est, quoniam vis LT per totam orbitam est fere constans, in syzygia gravitas lunæ ex una parte augetur vi = LT, ex altera autem parte imminuitur vi = 3LT; adeoque viribus contrariis & æqualibus se se effundentibus, tantummodo imminuitur vi = 2IL = 2LT. Porro vis gravitatem augens in quadratura, nulla illic existente vi imminuente, est = LT: ergo vis, de qua agimus, duplo magis imminuit Lunæ gravitatem in syzygia, quam altera augeat eandem in quadratura.
51o. Eadem vis post syzygiam versus akeram quadraram progrediendo sensim decrescit, dum tandem in ipsa quadratura penitus evanescat. Quia utrī distantia a quadratura, ita etiam triplus ille sinus versus, qui vim imminuentem metitur, sensim decrescit, & in ipsa quadratura sit æqualis zero.

Coroll. 1. Ex iis, quæ hoc & præc. num. dicta sunt, patet, vim, quæ lunæ gravitatem auget, non nisi in arcibus *m n* & *o r* (Fig. 91) quos puncta a quadratoris utrinque 35°, 16' distantia terminant, prævalere imminuenti, in reliquis autem orbitæ partibus vim imminuentem esse augente superiorem. Porro summa arcuum *m n* & *o r* acquiritur, 35°, 16' multiplicando.

per 4, estque $= 141^\circ$, 4'. Qui numeros si subtrahatur ab integra orbita, seu a 360° , acquiritur pars orbitæ, per quam gravitas lunæ in terram imminuitur, $= 218^\circ$, 56'. Unde clarum sit, longe majorem esse orbitæ partem circa syzygias, per quam vis gravitatem lunæ imminuens prævalet augenti, ac ea sit circa quadraturas, in qua vis augens superat imminuentem.

Coroll. 2. Cum vis gravitatem lunæ imminuens nulla sit in quadraturis, tum usque ad syzygiam continenter crescat, illa vero vis, quæ gravitatem illam anget, nesciam exspiret, sed semper sit ut ipse lunæ orbitæ radius (præc.); palam est, lunæ in terram gravitatem actione solis maxime augeri in quadraturis.

449 Vis angularis 3 C I 1mo in quadraturis nulla est; ab his vero ad syzygias progrediendo ad certum terminum crescit continenter. Ea enim vis est ut triplus sinus rectus duplæ distantie lunæ a quadratura: hic autem sinus nullus est in quadratura, post hanc autem ad certum terminum continenter crescit. 2do. Maxima est in octante, seu medio inter quadraturam & syzygiam loco, nempe quum luna tam a quadratura, quam a syzygia 45° gradibus distat: tum decrescit, & in syzygia prorsus evanescit. Si enim inspiciatur figura 94ta, patet sinus C I maximum esse tunc, quum arcus L C est æqualis quadranti, seu quint dupla lunæ a quadratura distantia est 90 graduum, adeoque quum simila est graduum 45: patet deinde evadere sinus post terminum hunc, puncto C versus T accidente, continenter decrescere, ac tandem penitus evanescere tunc, quum eodem puncto C congruente cum T, arcus L C, seu dupla lunæ a quadratura distantia, fit æqualis semicirculo, adeoque simila quadranti; quod evenit luna syzygiam attingente. 3ro. Dicta vis angularis a syzygia versus alteram quadraturam progrediendo, rursus crescit, estque maxima in octante; tum decrescit, ac in ipsa quadratura evanescit, & sic porro. Quia hoc ipso modo variatur sinus C I, ut considerant pateat.

Eadem vis angularis jam retardat, jam accelerat angulariem lunæ motum. Ac impronis per totum pri-

mum

sum lunationis quadrantem GH (F. 91) vis CI adversatur motui radii vectoris LT; adeoque angularem lunæ motum retardat. In 2do quadrante HE (F. 92) conspirat vis *c i* cum motu radii vectoris LT; ergo angularem lunæ motum accelerat. In 3to quadrante (F. 91) vis *c i* rursus aduersatur regredi-
enti jam vectori radio LT; unde motum angularem rursus oportet retardari. Denique in quarto lunatio-
nis quadrante KG (F. 92) vis CI motum radii ve-
ctoris iterum promovet. Hoc est, vis angularis lunæ motum angularem in 1mo & 3to quadrante retardat,
in 2do & 4to accelerat; adeoque luna in iis qua-
drantibus lentius incedit, in his celerius.

Coroll. 1. Ex his patet, lunam in quadraturis &
syzygiis non debere aberrare a 2da Kepleri lege (§ 58).
debere autem extra quadraturas & syzygias; quod etiam
cum observationibus congruit. Nam vires LT & IL,
quoniam ipsum terræ centrum directione sua respici-
ent, nihil turbant descriptionem arearum temporibus
proportionalium: certe ad describendas areas temporibus
proportionales non requiritur, ut hac aut illa lege va-
rietur vis gravitatis, sed tantum ut constanter in idem
punctum tendat, quemadmodum patebit expéndenti
viro demonstrationis n. 265 allata. At viro angulari-
rem, quæ motum radii vectoris jam retardat, jam ac-
celerat, obesse, quo minus idem radius vector areas
temporibus proportionales verrat, in aperto est. Jam
vero angularis vis extra quadraturas & syzygias regnat,
in his vero punctis nulla est; ergo.

Coroll. 2. Celeritas lunæ maxima est in syzygiis,
minima in quadraturis. Ratio 1mi est, quia a prima
quadratura H usque ad syzygiam E seu punctum
plenilunii, vis *c i* (F. 92) constanter accelerat mo-
tum lunæ; idem fit a 2da quadratura K usque ad sy-
zygiam G seu ad punctum novilunii. Ratio 2di est,
quia in 1mo quadrante GH usque ad primam qua-
draturam H vis CI (F. 91) constanter retardat mo-
tum lunæ; idem fit in 3to quadrante usque ad alte-
ram quadraturam K.

Coroll. 3. Ex his jam consequitur, ut luna,
etiamsi ex prima projectione deberet circulum descri-
bere, debeat mutare circulum in ovalē figuram, quæ
com-

compressa sit in syzygiis, & in quadraturis protuberet. Nam a syzygia, in qua ejus vis in terram est minima, & velocitas maxima, fugie luna quodammodo ductu ad rectilineum plus æquo accidente, donec vis in terram versus quadraturam magis ac magis crescens, decrescente simul velocitate, ejus fugam veluti cohipeat, orbitamque magis incurvet. In quadratura, in qua maxima est vis in tellurem, & velocitas minima, maxime incurvatur orbita, retardaturque luna; donec in altera syzygia rursus immixuata vi centripeta, & aucta velocitate iterum incipiat fugere usque ad novam quadraturam, & ita porro. Atque hinc fit ut luna ceteris paribus magis distet a terra in quadraturis, minus in syzygiis, axe majore orbitæ ovalis per quadraturas transeunte. Ajo, ceteris paribus. Nam apogæum lunæ non esse affixum quadraturis, §. sequatur.

Schol. His pertractatis facile jam diluitur ea objectio, cuius meminimus n. 374 in scholio. Nempe posset quispiam sic ratiocinari: sit luna in novilunio G, ducantur rectæ GS, TS, ES, AS continue proportionales. Recta TS eam vim exprimente, qua tellus a sole attrahitur, recta AS exprimet eam vim, qua luna attrahitur ab eodem sole; porro calculo subducto compertum est, hanc vim (nempe AS) majorem esse ea vi, qua tellus ad se lunam trahit: cur ergo sol eandem lunam a tellure abstrahere non potest? R. Si vim AS dividamus in AT & TS; pars TS eam lunæ, quam telluri communis est, adeoque hac quidem vi Sol telluri lunam eripere non potest, sed utramque pari celeritate ad se adduceret, nisi vis projectilis utrique indita lapsum rectilineum converteret in orbitam, quam commune gravitatis centrum lunæ & telluris circa Solem quolibet anno semel absolvit. Pars autem AT longe minor est, quam qua tellus lunam in orbita cingeret, ita ut præter eas perturbationes motus, quas hucusque petractavimus, nullum in motu lunæ effectum præstare possit.

§. V.

De præcipuis motuum lunarium Phænomenis.

PROPOSITIO I. Sit luna in conjunctione G; vis, quæ ipsius gravitatem in terram imminuit, major est, tellure in perihelio, quam in aphelio versante; atque adeo hyeme, quam æstate. Sit enim telluris in aphelio versantis à sole distantia = D, lunæ d; ponamus deinde utramque transferri ad perihelium, adeoque utriusque a sole distantiam multiplicari eadem quantitate e. g. = 2. In priore casu vis terræ in solē est = $\frac{I}{D^2}$ lunæ = $\frac{I}{d^2}$; in altero casu illius vis in sole est = $\frac{I}{(D-2)^2}$, hujus autem = $\frac{I}{(d-2)^2}$. Jam vis, quæ lunæ in terram gravitatem imminuit, est in utroque casu ipsa dictarum virium differentia, qua nimur fortius trahitur a sole luna, quam tellus; adeoque vis eam gravitatem imminens in aphelio est = $\frac{I}{d^2} - \frac{I}{D^2}$, in perihelio = $\frac{I}{(d-2)^2} - \frac{I}{(D-2)^2}$. Porro posterior hæc differentia est major priore: ponamus enī e. g. esse $d=5$, $D=6$, prior differentia erit = $\frac{1}{25} - \frac{1}{36}$, posterior = $\frac{1}{9} - \frac{1}{16}$; esse vero $\frac{1}{9} - \frac{1}{16} > \frac{1}{25} - \frac{1}{36}$, pericitanti facile patet. Est enim $\frac{1}{9} - \frac{1}{16} = \frac{7}{144}$, & $\frac{1}{25} - \frac{1}{36} = \frac{11}{144}$. (Math. 80.)

Idem est, si alios quoscumque numeros substituas litteris d & D , modo illi minorem, huic majorem, cum luna in conjunctione minus distet a sole, quam tellus.

Coroll. I. Igitur orbis lunæ est amplior, dum terra in perihelio, quam dum in aphelio versatur. Nam posita eadem vi projectili, tanto magis dilatari oportet lunæ orbitam, quanto minor est in integra revolutione gravitas ejusdem lunæ in terram: atqui lunæ in terram gravitas in integra revolutione minor est tellure in perihelio, quam in aphelio versante; ergo. *Min.* patet. Tunc enim minor est lunæ gravitas in revolutione

tione integra, quum magis superat in eadem revolutio-
ne vis gravitatenu illam imminuens vim augentem :
atqui hanc illa magis superat tunc, quum tellus in pe-
rihelio, quam quum in aphelio versatur. Ut ut enim
tellure ad perihelium delata crescat etiam simul ea vis
perturbatrix, quæ lunæ in terram gravitatem auget
circa quadraturas; attamen vis eandem gravitatem im-
minuens longe magis crescit (448), & simul per ma-
jorem longe orbitæ partem prævaleat augenti, quam ea
huic prævaleat (cit. cor. 1.); ergo.

Coroll. 2. Hinc mirum non est, periodicum fuisse
tempus productius esse, terra in perihelio, quam in
aphelio existente, hoc est, hyeme, quam æstate. Quip-
pe in priore casu, quemadmodum amplior est orbis lu-
næ, ita etiam ejus axes magis producuntur, quam in
casu altero: jam vero crescentibus his axisbus etiam pe-
riodicum tempus crescere oportet; cum huius quadratu-
rum sic ut cubis mediæ a centro virium distantia (373).

Schol. Sequentibus propositionibus, præsertim tria
aliquam lucem affundet haec animadversio. Ponamus
F.91 (Fig. 91) lineam apsidum esse L_1 , & apogæum lunæ
in L , perigæum in s ; ponamus deinde orbitam lunæ
simul cum tellure anno mortu ferri circa solem S , ita
ut linea apsidum L_1 situm parallelum constanter re-
tinet: lunæ apogæum L (idem est de perigæo s), sem-
per ad idem cœli punctum referetur a nobis; quia ma-
gnus orbis terræ instar puncti est comparate ad enor-
mens cœlestis sphæræ amplitudinem. At angulus LTS ,
quem eadem linea continet cum recta TS , terræ &
solis centra connectente, omnes possibiles variationes
subibit; nempe jam crescat, jam decrescat. Unde
patet, lineam apsidum L_1 jam debere cadere in lineam
quadraturarum, quum nempe angulus LTS sit æqualis
recto; jam debere congruere cum linea syzygiarum, si
nimirum angulus LTS sit æqualis duobus rectis, aut
ex adverso evanescat; jam denique inter quadraturas &
syzygias intercedere.

453 PROPOSITIO II. Orbitæ lunaris excentri-
citatem (277. cor. 3) actione solis variari necesse
est. Si enim luna non nisi in tellurem gravitaret,
gravitas ipsius iisdem gradibus decresceret in transi-
tione per

à perigæ ad apogæum, quibus crevit in descensu ab apogæo ad perigæum; atque adeo luna in priore casu tantumdem recederet à centro teræ, quantum in posteriore accederet: unde excentricitas maneret constans. At nunc, quia acceleratibus viribus perturbatricibus ex actione solis oriundis, gravitas lunæ in terram jam magis crevit, jam magis immittitur, quam ratio reciproca duplicita distantiarum exigat; etiam distans apogæi, & perigæi à centro terræ, eum foco orbitæ, jam erit major, juxta illud, quam dicta ratio exigat: unde variationem excentricitatis consequi necesse est (cit.).

PROPOSITIO III. Apogæum lunæ non potest esse immotum intra eisdem constantes fixas, sed progredi debet secundam signorum seriem, seu versus orientem. Ponamus enim in quapiam Lunæ circa terram revolutione apogæum esse in L; in eo radius vector eam tangente angulum rectum comprehendet: luna enim, dum ad apogæum tendit, tamdiu debet ascendere, quamdiu angulus, quem radius vector cum tangentie comprehendit, ex obtuso non fiat rectus. Ponamus deinde lunam abire ex apogæo L; & simul abesse omnem solis actionem perturbatricem; inflexiones vis tangentialis per totam lunæ orbitam tanctæ erint, ut dum luna revertetur ad eandem cœli plagam, rursus in L vis tangentialis cum radio vectore angulum rectum comprehendat: hoc est, apogæum ipsius inter eisdem fixas hæredit semper immotum. At accedente solis actione res se se aliter habet. Cum enim vis gravitatem lunæ immittens duple major sit in syzygiis, quam sit vis eandem augens in quadrantis, & illa præterea per majorem orbitæ partem regnet, quam ista; computatis omnibus gravitas lunæ in integra revolutione minor est, quam esset in priore casu. Hinc dum luna revertetur ad eandem cœli plagam L, inflexiones vis tangentialis per totam orbitam necdum erint tantæ, ut angulus, quem radius vector cum tangentie continet, ex obliquo iam fiat rectus; sed istud paulo tardius, atque in alio aliquo puncto versus ortum, utpote versus quem luna progrederit, accedit. Hoc est apogæum lunæ versus ortum progeditur.

Ff 6

ditur.

ditur. Unde patet, lineam apsidum non retinetem
constanter parallellum illum sicutum, de quo n. 50 in
schol. locuti sumus, sed circa terrae centrum converti.
Absolvit autem linea apsidum integrum conversionem
suam intra 8 annos, 109 dies, 8 horas, ab^{4.}

P R O P O S I T I O N E I V. Nodi orbitæ lunaris
versus occidentem regredi, & inclinatio ad eclipticam
perpetua vicissitudine mutari debet. Sit enim EM
F. 95 (F. 95) pars ecliptica, & LB N pars ejus orbitæ,
quam tenet luna tunc, quam arcum LA percurrit;
erit nodus in N. Jam quoniam sol constanter in pla-
no eclipticæ hæret, vi sua tractiva constanter nititur
lunam ex planō orbitæ LB N versus eclipticæ planum
abducere: itaque fieri necesse est, ut luna, qua inter-
im, dum arcum AB percurrit, aliquam solis viam
BC persentiscit, loco areus AB percurrat arcum AC;
nodusque ex N in z regrediatur. Porro quoniam ang-
ulus BN E diversus est ab angulo Cz E, id quoque
patet, inclinationem orbitæ lunaris ad planum eclipti-
cae continenter debere variari.

Schol. Linea nodorum versus occidentem regre-
diendo integrum conversionem suam fecerit 19 annis ab-
solvit; id est, 18 an. 19 d. 8 h. 48'. Inclinatio lu-
naris orbitæ ad eclipticam jam crescit, jam decrescit:
differentia inter maximam & minimam est = 18';
media inclinatio est = 5 grad. 9'.

454 Peculiare est id lunæ, quod eandem constanter
faciem nobis obvertat, easdem maculas suas nobis spe-
ctandas semper exhibeat. Quo ex phænomeno inferri
potest, lunam circa proprium axem converti, & qui-
dem intra idem tempus, intra quod integrum suam
orbitam percurrit: secus eam evenire non posset, ut
eadem constanter ejus facies terræ obvertatur. Decla-
ratur istud exemplo hominis circa punctum aliquod in
circulo incidentis: iste enim, si cupit esse facie con-
stanter in circuli centrum conuersa; intra idem tem-
pus, intra quod integrum circulum absolvit, etiam
corpus suum velut circa axem proprium convertat,
oportet. Res expediti facile patet. Non tamen
prot-

prosternit accurate eandem nobis faciem obvertit conspicantes luna, sed exhibet interdum novas maculas jam in orientali, jam in occidentali disci sui limbo, quae prius non videbantur neque istud libratio lunæ in longitudinem nomen patitur. *Libratio lunæ in latitudinem* vocatur, qua sit, ut jam in australi, jam in boreali lunaris disci limbo novæ maculae a nobis conspiciuntur.

Libratio lunæ in longitudinem ab inaequalitatibus motuum lunaris proficiuntur. Cum enim luna circa suum axem æquabiliter convertatur, in sua auctoritate circa tellurem orbita complures celeritatis vicissitudines subeat; necesse est binos hos motus interdum notabiliter dissentire. Quando evenit, ut luna intra idem tempus, intra quod in sua circa tellurem orbita integrans quadrantem absolvit, plus quam quadrantem conversionis abolvat; novas in orientali limbo maculas nobis conspicitas reddi est necesse: in occidentali vero limbo tunc, quam luna notabiliter aucta celeritate cilius percurrit orbitæ suæ, quam conversionis quadrantem. Est vero ceteris paribus lunæ celeritas minor tunc, dum ipsa est in apogeo; item dum tellus in aphelio versatur; major autem, dum ipsa est in perigao; item dum tellus in perihelio existit.

Libratio lunæ in latitudinem ab ejusdem latitudine, sive distanteia ab ecliptica, & inclinatione axis lunæ ad orbitam ejusdem proficiuntur. Quod ut planeta sit, concipiamus ex centro terræ lineam duci ad centrum lunæ, & illud lunaris superficie punctum, per quod haec linea transit, vocemus punctum telluri subiectum. Jam si luna existente in nodo, punctum illud cadit in æquatorem ejusdem lunæ; postea idem punctum eo magis recedet ab eodem æquatore versus postrem, quo luna magis declinaverit ab ecliptica post recessum nodum, eo nempe modo, quo de puncto Soli subiecto locuti sumus n. 180. Cum enim terra occupet focus orbitæ lunaris, non secus ac sol occupet focus orbitæ terrestris; pene easdem positiones habet luna comparate ad terram singulis mensibus, quas terra respectu solis intra annos. Porro clarum est, punctum illud telluri subiectum congruere cum centro disci

lunaris terret obversi; ergo si idem punctum eadat in
aequatoriem lunæ, peripheria disci lunaris terret obversi
transibit per ipsos lunæ polos; si punctum illud accedat
ad alterutram polum lunæ, peripheria disci lunæ
nihil nobis obversi infra eundem polum tantundem de-
primetur: hoc est, in altero hoc casu macula aliquæ
ultra eum pelum lunarem sitæ fiente nobis conspicua,
quaæ prius non cernebantur. Porro nova id genus
maculae jam ad borealem, jam ad australem lunæ polum
cernentur, prout hæc vel illa fuerit declinatio lunæ ab
ecliptica.

§. V. I.

*De Precessione æquinoctiorum, & axis terret
fries Nutatione.*

457 **P**unctæ æquinoctialis, ut jam alias dictum est, non
quaquam manent immota intra easdem fixas, sed
regrediantur contra signorum seriem, seu versus occa-
sionis. Unde sic, ut collis, dum ab æquinoctio verbo
digrediens circa Solem revolvitur, prins reveratur ad
idem æquinoctium, quam integrum orbitam percurrat:
id quod *precessio æquinoctiorum* dicit selet. Quod si axis
terret sibi ipsi constanter accurate parallelus maneres,
dum in orbita de loco in locum transferetur; semper
in iisdem punctis intersecarent se se æquator & eclipti-
ca, seu æquinoctialis puncta essent immota: hinc cum
puncta hæc continent progrederiatur; ipse etiam axis
terret tantundem a situ parallelo deflectat, est necesse.
Nempe axis ille servato *proxime* angulo, quem cum
axe eclipticæ continet, quive est circiter 23 grad. 30',
ita convertitur circa axem eclipticæ, ut poli æquatoris,
seu poli mundi circa polos eclipticæ circa 18° describant
intervallo 2°, circiter 1 grad. 30'. Atque his in circulis
contra signorum seriem incidentes poli æquatoris
post se quodammodo trahant puncta æquinoctialis, eor-
demque tempore absolvant tam poli illi, quam puncta
hæc conversionem integrana: at tempus istud periodi-
cum admodum longum est, videlicet circiter 25000

ANNO-

annorum; cum intra annum præcessio æquinoctiorum sit "so" & aliquot tertiorum.

Motus poli æquatoris efficit, ut aliquæ fixæ ab eo recessisse, aliaæ acceditisse videantur. Sit enim in F. 458
87 A C B circulus ille, in cuius peripheria lento illo F. 87
motu progreditur alteruter polus mundi. Si polus ille ex B transeat in C, tum in A; utique continentur quasdam stellas deseret, ad alias autem accedet: hoc est, illæ videbuntur nobis recedere a polo, hæ autem accedere. Intacto cum æquinoctialia puncta continentur mutant suas a fixis distancias, it, ut singulæ fixarum constellations apparent nobis tandem dêm progrederi versus ortum, quantum rapide progredivntur æquinoctialia puncta versus occasum. Atque apparente hoc motu singula zodiaci signa intra bis mille circiter annos 30 gradibus promota sunt versus ortum; ita ut Signum Arietis, quod tempore Hipparchi prope æquinoctium vernum fuit, huic puncto suum nomine communicavit, ibi hodie sit, ubi tunc signum Tauri existit, successeritque ipsi signum Pisculum &c. Unde etiam enata est apud Astronomos distinctio zodiaci apparentis a rationali. Apparentem constituant 12 illæ constellations, n. 345 descriptæ, quæ lentissimo illo motu progrederi apparent: rationalis initium capit ab ipso verno æquinoctiali puncto, totumque circumlum in 12 signa, quæ imaginatione libi repræsentant Astronomi, partitur. Unde patet, ibi nunc esse arietis signum rationale, ubi est apparens signum pisculum, rationale signum tauri congruere cum apparente signo aries &c.

Ut præcessionis æquinoctiorum physica ratio reddi possit, concipiamus seriem quandam lunularum, quæ prope superficiem terræ revolvantur altera post alteram. Ponamus singulas earum, dum successive arcum L.A percurret (F. 95), esse in orbita L.A.N, eclipticam E.N, in N intersecante. Qualibet earum sequente tempore loco arcus A.B percurret aliquem arcum A.C, haud aliter, quam de unica luna nostra locuti fuimus n. 453; ac proinde annulus ille lunulis constans, qui prius in N intersecabat eclipticam, eandem

dem in π intersecabit: id est, ejus nodi regredientur. Porro istud verum manet, etiam quum earum lunularum numerum ita excrescere ponimus, ut jam se se contingent, anulumque non interruptum efforment. Immo tametsi annulus ille terræ adhærens fiat, adhuc dicta nodorum regressio subsistet: cum enim tellus ad motum sit indifferens, cedet nodorum nisi, eorumque retrogradationem permittet. Sed tamen conexio illa annuli cum tellure id efficiet, ut regressio nodorum lentiōr evadat: ea enim motus quantitas, a qua in annulo nodorum regressio proficitur, hoc casu per ingentem telluris massam dividī debet, ut expendiēt patet; adeoque longe lentiorēm nodorum regressionem præstat, ac præstaret, si annulus cum tellure communicationem sui motus non haberet.

Jam si cohipiamus telluri inscribi sphærā, cujus diameter sit ipse terrestris axis minor; incumbet circumquaque æquatori massa, quam hæc sphæra non includet: ostendimus enim alibi, tellurem ad polos compressam, & in æquatore protuberantem esse debere. Datur itaque in æquatore telluris quidpiam, quod ei lunularum annulo non interrupto æquivaleat, nimirum redundans illa ejusdem æquatoris materia. Annulus enim hac materia constans, æquatoreque occupans ad eclipticam inclinatus utique est: ergo actione solis fieri necesse est, ut ea puncta, in quibus eclipticam interficiat (quaे sunt ipsa puncta æquinoctialia) versus occasum regrediantur. At actio solis longe lentiorēm nodorum regressionem efficiet in hoc annulo, quam efficiat in nodis lunæ nostræ: imprimis quia hic annulus telluti adhæret, adeoque motum suum eidem communicat; deinde quia protuberantes terræ partes non concidunt a cutate annulum in æquatore positiū, sed etiam ad latera utrinque protenduntur; quo ex capite, ut Newtonus explicat, regressionis celestis tem immittat est necesse: deinde quia longe majores sunt illæ vires, quibus sol lunæ motum perturbat, ac sint ex quibus perturbat motum æquatoris terrestris.

F.91 Certe si in F. 91 vires lunæ motum perturbantes expendantur; circulus H E K G erit ipsa orbita lunæ circa terram; si autem in ead. Fig. eas vires contemplamur,

minor, quibus idem sol æquatoris terrestris motum perturbat, circulus HEKG. erit ipse terrestris æquator. Igitur longe maiores sint, oportet, perturbatrices vires in priore casu, quam in altero.

Porro annulus æquatoris etiam ad planum orbitæ 461
lunaris est inclinatus; itaque luna quoque continentem agit in eundem annulum: & quoniam orbita lunaris cum plano eclipticæ graduum & aliquot minutorum angulum comprehendit, planum vero æquatoris cum eodem eclipticæ piano continet angulum circiter 2; grad. 30'; Luna annulum terrestris æquatoris ad orbitæ suæ planum urgendo, eundem simul versus planum eclipticæ urget, ut expendenti patebit. Igitur quemadmodum sol, ita luna quoque præcessionis æquinoctiorum causa est: imo hæc, quia telluri admodum vicina est, plus confert ad præcessionem æquinoctiorum, quam ipse sol.

Quantitas præcessionis, quæ a solis actione proficitur, in singulis terræ revolutionibus fere eadem est, cum planum eclipticæ, in quo sol habet, fere eundem constanter angulum continet cum piano æquatoris: at ea, quam actio lunæ efficit, varia est pro varia lunaris orbitæ ad eclipticam inclinatione. Porro tota præcessionis quantitas media, quæ ex utriusque sideris composita vi oritur, intra annum est circiter 50 secundorum. Notandum autem est, præcessionis quantitatem pendere a materia in æquatore prominente dunqueat solida. Nam partes fluidæ, uti sunt maria, actioni perturbatrici solis & lunæ obsequi possunt, quin earum motus debeat in globum solidum redundare: hinc in his dicta solis & lunæ actio non nisi estum patit, de quo sequ. Cap. agemus.

Cl. Bradleys exiguum quendam paucorum secundorum motum debrehendit in stellis fixis, quo illarum aliquæ jam accedant ad mundi polos, jam recedant, periodo intra quoslibet 19 circiter annos recurrente. Ex hoc fixarum motu, qui diversus est ab eo, quem n. 458 descripsimus, inferant Astronomi duce eodem Bradleyo, axem æquatoris cum axe eclipticæ

non eundem accurate angulum continere constanter, sed jam majorem nonnihil, jam minorem; adeoque polum æquatoris jam accedere tantisper ad polum eclipticæ, jam recedere, atque ita oscillare quodammodo: integrum autem oscillationem, quæ nempe acceleru uno & recessu constet, intra 19 circiter annos absolvit. Atque hæc est illa, quam idem Astronomi nutationem axis terrestris nuncupant. Unde patet, cur n. 457 dixerimus, præmisse duxat retineri angulum inclinationis, quem axis æquatoris circa axem eclipticæ lenitissime convertitur. Jam nutatio hæc procul dubio actioni Lunæ adscribenda est: ostendunt enim Astronomi, inclinationem orbitæ lunaris ad æquatorem terrestrem decem circiter gradibus majorem esse deberet tunc, quantum ejusdem lunæ nodus ascendens tenet principium arietis, quam sit post novem circiter annos, ubi idem nodus attingit principium librae. Unde inferunt, diversis his temporibus sat notabiliter diversam esse actionem lunæ in æquatorem terrestrem, ex qua oriatur illa, quam descripsimus, axis terrestris nutatio, cuius quælibet integræ oscillatio intra 19 circiter annos (intra quod tempus linea nodorum lunæ integrum suam conversionem absolvit) peragatur. Sed hæc de præcessione æquinoctiorum, & axis terrestris nutatione breviter indicasse Tironibus sufficiat: exacta rei determinatio sublimes poscit calculos, etiam ipsis Astronomorum Principib' per molestos; qui tamen ex theoria universalis gravitatis cum successu flunt, ut videre est apud Newtonum, Frisiū, aliosque.



CA

C A P U T S E X T U M.

De Maris Aestu.

§. I.

Aestus marini phænomena exponuntur.

ASeus maris est motus quidam aquarum maris, quo istæ quotidie per vices jam attollantur, jam dehiscunt. Aquarum elevatio, fluxus; depressione, refluxus nuncupatur. Omnibus retro seculis animadversum est, hunc Oceani motus cum luna motu conspirare; in detegenda tamen hujus con spirationis causa Philosophi ante Newtonum sine successu desudarunt: at postquam magnus iste Philosophus in theoriā universalis gravitatis incidisset; facile patuit, aestus marini phænomena tanquam conjectaria quædam suæpte profluere ex iis viribus attractivis, quas luna & sol (sed præcipue luna) in diversas marium partes exerunt: ut adeo dubitare jam non possimus, veras eorumdem phænomenorum causas ab actione horum luminarym (cum primis autem luna) esse repetendas. Unde etiam, quia ad explicanda dicta phænomena pluri mè tuis adfert theoria virium motum lunæ perturbantium, præc. Cap. 3. & 4 a nobis exposita, argumentum istud ceteroquin Physicæ part. magis proprium, hoc loco pertractandum censuimus. Porro inde cum primis eluceremus conexio inter motus lunæ & marinarum, quod illius ortum & occasum constanter maxime hanc depressiones consequantur, appulsus autem luna ad meridiem mari supra vel infra horizontem, maximas eidem mari nedarum elevationes adferat. Sed generale hoc phænomenon multis vicissitudinibus obnoxium est, quas omnes ut rite exponamus, aestus marini phænomena recepto apud Physicos more in diurna, mensura, quantia dividemus: priusquam ta-

G g a

mén

men illa hoc eodem ordine percenseamus, explicemusque; ad ea, quæ sequuntur, animus probe est advertendus.

465

F. 91

I. In Fig. 91 HEKG non jam lunæ orbitam, ut n. 439, sed telluris superficiem referat: ponamus autem eam undique omnino aquis mariis esse circumfusam; tum loco solis in S substituamus lunam. Vis, quam luna in quacumque magis partem exerit, eodem modo potest resolvi in quasdam perturbatrices vires, quo modo resolvimus C. præc. q. 3 eam solis vim, quam luna in diversis orbitæ sua punctis persensibet. Itaque luna aquarum in H & K positarum, a quibus 90 gradibus distat, nativam in terram gravitatem auget, earum vero imminuit, quæ in punctis G & E existunt; nimis per quæ puncta transit recta ex centro lunæ per terræ centrum ducta, quorumve primum nos deinceps punctum *luna subiectum*, alterum *luna oppositum*, vel etiam utrumque communī vocabulo *puncta lunæ respondentia* vocabimus. Unde patet, aquarum æquilibrium turbari actione lunæ, & ad recuperandum illud necesse esse, ut pars aquarum ex quadraturis versus puncta lunæ respondentia promoveatur; adeoque ut in his punctis undæ accumulentur, altioresque fiant, in quadraturis vero dehiscant. Quod ut uberior pa-

F. 96 teat, a b c d in F. 96 referat solidam telluris partem; HfKg sit ea superficies aquarum undique telluri circumfularum, quam æquilibrii leges exigerent tunc, quem aquæ illæ in solam tellurem gravitarent. Ponamus deinde a luna in L existente turbari, hoc æquilibrium; Sed tamen fingamus aquas adeo esse promptas ad motum, ut intra momentum temporis induant eam figuram, quam exigunt æquilibrii leges accidente lunæ actione priorem æquilibrium turbante. Denique videamus, quamaam figuram induentes sint aquæ, ut rursus ad æquilibrium deveniant. 1) Punctis d & b lunæ respondentibus maxima undarum altitudo incumbet; quia his in punctis maxima est efficacia vis lunaris, aquarum in terram gravitatem imminuentis. (448). 2) Per totum circulum HK, cuius singula puncta quadrante distent a luna, maxima erit aquarum depresso; quia luna maxime auget gravitatem earum aqua-

aquarum, a quibus quadrante distat (cit. cor. 2.). 3) Si per totum terrestrem globum complures circulos concipiamus, circulo ac parallelo; quibuslibet ejusdem circuli punctis eadem aquarum elevatio respondebit, quia luna in singula puncta eodem modo ageret: at in diversis circulis diversa erit, crescatque versus puncta lunæ respondentia continenter; quia quo vicinior fuerit circulus puncto lunæ subjecto vel opposito, eo minor erit gravitas aquarum ipsi respondentium, ob eam lunæ vim, quæ gravitatem illam imminuit, a quadrantis versus puncta eidem lunæ respondentia continenter crescentem (448). Ex quibus patet, aquas marinas, ut æquilibrium actione lunæ turbatum recuperent, debere induere figuram sphæroidis, cuius vertices sint duo illa puncta, quorum alterum lunæ subjectum, alterum eidem oppositum nominavimus. seu cuius sphæroidis sectio sit *GnimeastrG.*

II. Sol quoque turbat actione sua æquilibrium aquarum, & æstum efficit, at longe minorem, quam luna. Cum enim æquilibrii perturbatio in undis ex actione luminariorum proveniens inde ortum trahat, quod in diversas undorum partes sol aut luna diverse agat; sol exiguum potest in positione earum inducere mutationem: quia ob ingentem distantiam fere æquis & parallelis viribus trahit singulas telluris partes. At luna ob vicinitatem diversis in eam viribus & directionibus agit; proindeque maiores in undis perturbationes cire potest. Calculo initio eratum est, vim perturbatrixem lunæ ad vim perturbatrixem solis esse fere ut 4 : 1. Porro hæc luminarium vires simul agentes id efficiunt, ut vertices sphæroidis aquarum non debeant semper respondere punctis lunæ subjecto & opposito, sed pro varia lunæ comparate ad solem positione, jam congruant cum his punctis, jam extra hæc versus orientem aut occidentem cadant. Nempe concipiamus rectam lineam per terræ centrum ita transiuntem, ut etiam per vertices sphæroidis aquarum transeat, eandemque rectam vocemus axem sphæroidis; conjunctio actionum solis & lunæ (abstrahendo mentem a causis ceteris) has poscit positiones axeos sphæroidis comparate.

tate ad lunam : 1) Luna existente in quadraturis, vel syzygiis, axis ille ita debet dirigi in lunam, ut vertex Sphaeroidis simul oriatur cum eadem luna, simul attingat loci meridianum; simul occidat. 2) Luna extra quadraturas & syzygias existente, idem vertex Sphaeroidis, seu punctum intumescientiae maximae, jam ad occidentem, jam ad orientem debet respectu lunæ cadere : nempe in 1mo & 3to lunationis quadrante ad occidentem; in 2do autem & 4to ad orientem. Unde patet, verticem illum, spectatis solis luminarium actionibus, circa lunam perpetuo oscillare debere; ut ut in arcu satis parvo; ita nempe, ut nunquam multum elongetur a luna. Quæ, & alia huc pertinentia definiverunt Cl. Daniel Bernoullius, & Boscovichius; ille analytice in Dissert. quæ inter præmio donatas ab Acad. Paris. habetur ad an. 1740; iste geometrice in Romano Litteratorum Diario, quorum aliqua inseruit etiam suppl. Stayanis ad L. VI. §. 3. At utriusque demonstrationes operosiores sunt, quam ut Tironibus proponi debeant.

467 III. Hactenus spectavimus imprimis tellurem maribus undique circumfusam, quod tamen re ipsa verum non est, cum in ejus superficie complures terræ tractus maribus interjiciantur. Nihilominus tamen in iis etiam, quæs cellus ingentes habet, Oceani tractibus æquilibrium partium actiones lunæ & solis turbari, adeoque ad recuperandum illud aquas in quibusdam locis attolli, in aliis deprimenti est necesse. Hoc est, quæ marinæ induunt rapido sphæroidem, ut ut solidis terræ partibus multum interciscam: quæ tamen exstantes solidæ partes promptam undarum propagationem non parum impediunt. Deinde posuimus hactenus, aquas adeo promptas esse ad motum, ut momento temporis induant eam figuram, quam leges æquilibrii exigunt; quod rursus non obtinet. Habent enim aquæ vini inertiae, n. 288 descriptam; qua stante fieri nequit, ut corpus certa directione progrediens, qualibet vi conteraria occurrente illico reflectat cursum, sed aliquo tempore jam majore jam minore, prout minor vel major fuerit occurrens vis contraria, feretur directione priore, dum sensim immunita, ac tandem exsuncta.

stantia priori sua celeritate novam pedetentim acquirat in partem oppositam (175. cor. 4.). Hinc si quopiam temporis momento eam positionem attingat luna, qua stante leges aequilibrii exigant, ut undæ, quæ usque ad id momentum versus puncta G & E, ut in iis maxime accumulentur, tendere debuerant, jam versus alia duo puncta tendant; eadem undæ adhuc aliquo tempore directione priori ferentur, continuabique aquarum accumulatio in G & E, dum contrarie vires prævaleant. Unde consequitur, maximam aquarum elationem in dictis punctis reapse radius evenire, quam eveniret, si aquæ inertiae vi carerent. His rite notatis jam ad phænomena singillatim exponenda progrediamur.

Diurna æstus marini phænomena.

I. **M**are in Oceano libero intra diem lunarem, id 468 est, intra 24 horas, 48' bis attollitur, bis deprimitur. Assumamus enim quodpiam mare H, cuius horizonte sit EG. Imprimis quando luna appellat ad horizontem hujus maris, adferet eidem maximam aquarum depressionem: luna enim ab eo distabit 90 gradibus. Deinde postquam luna ad ejus maris meridianum appulerit, maximarum undarum elationem consequi oportebit. Huic elationi succedit depresso altera, ubi luna ad occidentalem horizontis partem pervenerit; rursus enim 90 gradibus distabit ab eo mare. Denique quum luna transiverit per meridianum maris infra horizontem, is vertex sphæroidis, qui lunæ oppositus est, transibit per ejusdem maris meridianum supra horizontem, alteraque undarum intumescentiam adferet. Patent hæc ex iis, quæ n. 465 dicta sunt: eveniunt autem eadem omnia intra diem lunarem, ut clarum est.

II. **Æ**stus maris quotidie retardatur, ita ut intumescencia maxima unoquoque die 48 circiter minutis tardius contingat, quam die præcedente. Deinde maxima aquarum sublatio non accidit tunc, quum luna attingit loci meridianum, sed post duas circiter horas: G g 4 eodem,

eodem modo maxima undarum depresso totidem ferè horis sequitur ortum vel occasum lunæ. *Ratio 1^{ma} est.*
 Quia dies lunaris longior est solari; ita ut luna a meridianō loci digrediens non nisi post 24 h. 48' revertatur ad eundem meridianum. Nempe quemadmodum de apparente diurno solis motu locuti sumus n. 378, ita etiam apparet lunæ motus diurnus longior esse debet sidereo, propterea quod luna moveatur in orbita sua ab occalu in ortum; & quia celerior est hic motus apparente solis in ecliptica motu, itidem versus ortum directo, lunaris dies magis excedere debet fidei-geum, quam solaris. *Ratio 2^{da}* petenda est ab inertie vi aquarum, uti n. 467 explicuimus. „Cum maria non possint accipere momento temporis eam positio- nem, quam æquilibrium requirit, sed motus ante impressi perseverant, aliquo tempore a novis viribus deltruendi, ut penduli pondus ascendit velocitate jam concepta, licet gravitas per totum ascensum retro- ipsum urgeat, donec omnem illam priorem velocita- tem extinguat; hinc omnia illa phænomena, quæ ab æquilibrio exiguntur, serius accidunt, quam sine hac inertie vi acciderent. „Boscov. in Annos. ad L. VI. Sray.

Coroll. Quo major fuerit impressus moeus undis, eo is ob inertie vim diutius perseverat ceteris paribus; adeoque eo tardius consequetur altera undarum sublatio maxima. Cum ergo maximi sint zetus in syzygiis, minimi in quadraturis, ut dicemus inferius; mirum non est, quod intervallum inter binos æstus binorum dierum se se immediate consequentium majus sit circa syzygias, minus circa quadraturas.

470 III. In primo & 3^{to} lunationis quadrante citius consequitur maxima undarum elatio transitum lunæ per meridianum; in 2^{do} autem & 4^{to} tardius. „Cum enim terra etiam motu vertiginis ab occasu versus ortum volvatur; occidentalis lunæ pars semper prius debet oriri terræ incolis, quam orientalis. Porro si aquæ earerent inertie vi, vertex sphæroidis aquarum in pri- mo & tertio quadrante caderet ad occidentalem lunæ partem, in 2^{do} autem & 4^{to} ad orientalem (466): ergo in 1^{mo} & 3^{to} quadrante prius attingeret hori- zontem

zontem (adeoque etiam meridianum) vertex sphæroïdis, quam luna ; in 2do autem & 4to tardius : hoc est, in primo & tertio quadrante maxima sublatio aquarum eveniret ante appulsum lunæ ad meridianum , in 2do autem & 4to post appulsum. Igitur etiam quam utero bique accedit eadem inertiae vis , æstus retardans ; adhuc in 1mo & 3to quadrante oportebit cito evenire maximam aquarum sublationem , quam in 2do & 4to.

Mensura æstus marini phænomena.

I. IN syzygiis , adeoque tempore novilunii & pleni-

lunii , æstus sunt maximi ; in quadraturis minimi . Sed tamen non ii æstus sunt maximi , qui fiunt in ipsis syzygiis , sed secundi , aut tertii consequentes : idem intelligendum de æstu minimo quadraturarum . *Ratio 1mi est.* Cum enim sol quoque eas aquas attolleret debeat , quæ ipsi subjectæ sunt eam supra , quam infra horizontem , eas vero , a quibus 90 gradibus distat , deprimere ; tempore syzygiarum easdem aquas attolleret , aut deprimit sol , quas luna : hoc est , actiones horum luminarium conspirabunt , adeoque habebitur æstus summae actionum solis & lunæ respondens . In quadraturis autem ex ipso undæ , quæ punctis lunæ subjecto & opposito respondent , a sole distant 90 gradibus ; & quæ respondent punctis Soli subjecto & opposito , a luna 90 gradibus distant ; ergo eas ipsas undas , quas luna attollit , sol deprimit , & e contra : hoc est , actiones solis & lunæ sibi opponuntur , adeoque in tactum æstus habetur , qui excessui lunaris actionis supra solarem respondet . *Ratio 2di* ab inertiae vi petenda est , Nempe altero post novilunium die minor quidem est iam differentia inter gravitates earum aquarum , quæ lunæ subjacent , & quæ ab ea 90 gradibus distant ; adeoque spectacis solius æquilibrii legibus minor jam esse deberet æstus , quam pridie : at etiamsi altero illo die nulla jam adesset inter gravitates differentia ; vehementes illæ prioris diei oscillationes in undis adhuc magnum partem perdurarent , id exigente inertiae vi : quemadmodum vel in scaphis commota aqua non illi-
co redit ad æquilibrium . Hinc cum præterea altero

illo die non multo minores æstus poscant ipse etiam æquilibrii leges, quam pridie; fieri potest, ut eodem illo die alio modo æstus maiores sint, quam pridie. Exempli hujusmodi retardationum etiam in aliis virium generibus habemus. Sic maximum calorem non sentimus in ipso meridie, licet solis efficacitas tunc sit maxima, sed aliquanto serius; nec in ipso solsticio æstivo; sed tardius.

- 472 II. Luna perigeeum obtinente maiores æstus esse solent, quam dum ea in apogeo diversatur. Item luna extra æquatorē existente, duo illi æstus, qui intrae diem lunarem contingunt, sunt inæquales. *Ratio* mē
sē, quia cum luna in perigeo exsistat, ea ob minorum a tellure distantiam, maiores in hanc vires exerit, quam dum in apogeo diversatur; itaque vites quoque perturbatrices majores sint; oportet, in priore casu, quam in altero. Sic etiam eas perturbatrices vires, quibus sol in lunam agit, ostendimus n. 450. majores esse debere imminentis, quam auctis a sole distantiis. *Ratio*
adi est hæc. Ponamus imprimis lunæ ab æquatore declinationem esse borealem; assumemusque mare quodpiam pariter declinationis borealis. Matet istud tunc habebit maximam aquarum sublationem, quum vertex sphæroidis appulerit ad ejus meridianum; tandemque sublatio eo major erit, quo vertex ille meridianum attingens minus disticerit ab eo mari, & contra. Jam postquam luna transit per meridianum supra horizontem, ille vertex sphæroidis adferet maximam aquarum sublationem, qui est luna subiectus, adeoque quidam habet declinationem quam luna, seu borealem; quatuor autem luna transit per meridianum infra horizontem, alter sphæroidis vertex, qui nempe oppositus est lunæ, habetque contrariam ab æquatore declinationem, seu australem, versabitur in meridiano supra horizontem, adeoque iste adferet zodiacal sublationem maximam aquarum: ergo mare boreale in priore casu minus, in altero magis distabit a vertice sphæroidis æstum maximum adferente; consequenter prior æstus major esse debet altero. Contrarium evenire in mari australi clarum est. Sit deinde lunæ declinatio australis; quæcumque modo dicta sunt de mari boreali,
- eadem

eadem australi mari convenient, & de boreali contrario modo loquendum erit. Atque hæc omnia cum observationibus apparet contentum.

III. Majores sunt aquarum sublationes, ceteris partibus, luna versante in æquatore, quam extra ipsum. Quam enim luna est in æquatore; ubique locorum per 12 horas est supra horizontem, per 12 infra, quemadmodum de sole æquatorem attingente explicuimus n. 183; & quam ea ad meridianum appellit infra horizontem, vertex sphæroidis ipsi oppositus eodem perveniat supra horizontem, ubi vertex eodem subjectus erat tunc, quam illa meridianum attigit supra horizontem: hoc est, lunaris actio ubique æqualibus temporis intervallis nititur elevare aquam, & deprimere, ac eodem in loco elevare secunda vicè, quo prima. Hinc oscillatio quædam oritur in mari, in qua conspirat actio lunæ cum motu iam impresso: unde effectum magis ac magis increscere necesse est. At luna extra æquatorem versante, quo major est ejus declinatio, eo major est inæqualitas motuæ infra & supra horizontem; & eo major est distantia punctorum, in quibus secat loci meridianum supra horizontem vertex sphæroidis temporibus duorum proximorum æstuum. Ponamus enim lunæ declinationem esse e. g. borealem: dum luna transire per loci meridianum supra horizontem, is vertex sphæroidis adfert aquarum sublationem, qui lunæ subjectus est, adeoque qui meridianum loci secat in parte boreali; dum autem luna transire per meridianum infra horizontem, is vertex sphæroidis adfert aquarum sublationem, qui lunæ oppositus est, adeoque qui meridianum in australi parte intersecat. Recole numerum præc. Quare luna extra æquatorem versante motus posterioris æstos longe diversus a motu prioris non congruit, cum ea oscillationis continuatione, quæ post priorem æstum ab inertia vi aliquamdiu praestaret etiam tunc, quoniam repente cessaret inæqualitas gravitatis in diversis maris partibus, sed duo hi motus confundantur invicem, adeoque decrescit effectus localis. Sic in pulsando ære campano (hoc exemplo rem illustrat Bolcov. in annos. ad L. VI. S.ay.) si nova per funem impressio motus hat, dum manubrium de-

" scendit ; facile augetur , & conservatur oscillatio ;
 " sed si quis funeris trahat , dum manubrium e contra-
 " rio ascenderit ; oscillationem perturbat , & ipse pluteo
 " dum defatigatur sine fructu . "

Annua aestus marini Phanomena.

474 I. **A**nnui aestus maximi sunt in noviluniis , & plenilu-
 niis æquinoctialibus . Item maiores sunt , ceteris
 paribus , cum tellus est in perihelio , quam dum in
 aphelio versatur . *Ratio* *imi* *est* . Quia tunc duplice ex
 capite crescunt aestus ; imprimis , quia luminaria sunt
 in syzygis (471) ; tum quia sunt in æquatore (præc .).
Ratio *zæli* *est* , quia in perihelio maiores sunt illæ vi-
 res , quibus sol æquilibrium aquarum perturbat , quam
 in aphelio , ut intelligere licet ex num . 450 .

475 II. Hyeme in syzygis aestus matutinus , seu il-
 le , qui evenit post medianam noctem , in mari borealem
 latitudinem habente major est aestu pomeridiano , seu ,
 ut vocant , vespertino ; aestate vero minor : contrarium
 evenit in mari latitudinis australis . Assumamus enim
 hyeme e. g. plenilunium . Sol hyeme habet latitudi-
 nem australem ; præterea tempore noctis mediae trans-
 fit per meridianum infra horizontem : cum ergo pleni-
 lunii tempore luna sit in oppositione cum sole , eodem
 tempore luna transibit per meridianum supra horizon-
 tem in parte boreali : hoc est , vertex sphaeroidis , qui
 matutinum aestum adfert , sat vicinus est assumpto bo-
 reali mari , vel plane per illud transit , ab australi ve-
 ro satis distat ; adeoque in boreali mari sat magnus est
 aestus , in australi multo minor . In meridie autem sol
 transit per meridianum supra horizontem in parte itidem
 australi ; ergo luna eodem tempore transit per meridia-
 num infra horizontem in parte itidem boreali : con-
 sequenter ille vertex sphaeroidis versatur in meridiano
 foci supra horizontem , adfertque aquarum sublationes
 qui est lunæ oppositus ; qui proinde erit vicinus mari
 australi , vel plane per illud transibit , a boreali vero
 distabit satis : adeoque in australi erit aestus sat magnus ,
 in boreali longe minor . Atque ex his patet iam ,
 hyeme plenilunii tempore aestum matutinum vesperti-
 no

no majorem esse debere in mari boreali, minorem in australi.

Eadem evenire debent hyeme etiam in novilunio, ac proinde utroque syzygiarum tempore. Cum enim tunc sol & luna sint in conjunctione; sidera hæc in meridie simul transeunt per meridianum supra horizontem in australi parte: ergo vertex sphæroidis lunæ subjectus, qui æstum adfert eo tempore, bene distabit a boreali mari, minus, vel etiam nihil ab australi: consequenter in boreali sat parvus erit æstus ille vespertino, longe major in australi. Tempore noctis mediae sol & luna simul transeunt per meridianum infra horizontem in parte itidem australi: ergo vertex lunæ oppositus, qui tunc transit per meridianum supra horizontem, adfertque æstum matutinum, eadit ad partem borealem: hoc est, in boreali parte major est hic æstus vespertino, in australi minor. Atque his intellectis facile jam patebit contrarium debere evenire æstivo tempore.

Schol. Phænomena hæc in Oceano libero diligenti Nautarum cura observata, cumque theoria gravitatis universalis tam accurate coherentia, evincantur, veram æstus marini causam tandem a Newtono determinam omnino esse. Supersunt adhuc phænomena æstuorum quorundam, ut vocant, *exlegum*, a peculiari locorum sita potissimum pendentia: quæ mox in Obj. solent explanabimus.

S. I. I.

Solvuntur Objectiones.

*O. 1^{mo}. Aktiones Lunæ & solis, meridianum attin- 476
gentium, etiam conjunctionem acceptæ non possunt esse pares attollendis ingentibus aquarum molibus; ergo æstus maris ab actionibus horum luminarium repeti non potest.*

P. ans. Dictæ actiones non possunt ele-
vare vel levissimam planam; ergo a fortiori.

R. D. ans. Non possunt esse pares directe attol-
lendis aquarum molibus *C. ans.* indirecte attollendis,

G g ,

nempe

aempe turbando æquilibrium ipsatum N. ans. & cons.
Constanter fortius trahit tellus aquas marinas, quam
luna & sol; adeoque luminaria hæc non possunt attol-
lere aquas, eas quodammodo eripiendo telluri, supera-
ta hujus attractione contraria: possunt tamen easdem
attollere indirecte; quatenus aliquarum Oceani parti-
um gravitatem imminuant, aliarum eodem tempore
augent. Inducta enim hujusmodi inæqualitate gravita-
tum, æquilibrii leges exigent undas illic attolli, hic
deprimi, induereque figuram cuiuspiam sphæroidis.

Ad prob. C. ans N. cons. Dispar ratio est. Nam
indirecta illa sublatio in solidis locum non habet: hæc
enim non habent eam promptitudinem ad motus com-
parativos, quam habent fluida: unde etiam illa non
componunt se ita ad æquilibrium, uti componunt fluida.
Igitur si luna attolleret plumam, id deberet praes-
stare fortius illam ad se attrahendo, quam retrahat in
oppositam partem tellus: istud autem luna præstare non
potest; nam plumæ in lunam, & simili solem gravitas
est exigua comparate ad gravitatem in terram, uti
dictum est n. 324 in resp. ad prob. 2dam.

Urg. Si luna dicto modo indirecte attolleret
aquas Oceani, deberet attollere etiam aquas maris
Caspii, item majorum lacuum, ut est lacus Balaton in
Hungaria; atqui non attollit; ergo. P. maj. Etiens
in his deberet aliarum partium gravitatem augere,
aliarum imminuere; ergo. B. N. maj. Ad prob. D.
ans. Etiam in his &c. ita tamen, ut discrimen in
gravitates inductum minus sit, quam ad æstum sensibilem sufficiat C. ans. Ita ut discrimen sit sufficiens N.
ans. & cons. Ut luna in undis æstum sensibilem pariat;
in diversas earum partes inæqualibus viribus agere de-
bet, quarundam partium nativam in terram gravita-
tem augendo, aliarum imminuendo: quæ virium inæ-
qualitas ut sufficiens sit ad æquilibrium aquarum ne-
cessiteretur perturbandum, hæc minimum per 90 gradus dif-
fusa sint, oportet: in minoribus lacubus, item in
lacubus etiam amplis luminaria fere easdem vires ex-
ercent in diversas partes, idemque addunt ad sensum,
vel demunt undique aquarum gravitati, adeoque æqui-
librium ad sensum non turbant.

Urg. 2. Consideremus duos *Balatonis* status: unum, dum ipsi luna oritur, alterum, dum ea per meridianum transit. Gravitas aquarum priori statui respondens est ad gravitatem posteriori respondentem, ut est in Oceano, patentissimo gravitas aquarum a luna quadrante distantium ad gravitatem aquarum eidem lunæ subiectarunt; ergo si in Oceano ob diversas lunæ actiones aquæ ipsi subjectæ deberent attolli, deprimi vero illæ, quæ distant quadrante; etiam aquæ *Balatonis* deberent esse humiliiores oriente luna, altiores autem, eadem luna meridianum attingente; atqui nullam hujus variationem observamus; ergo.

R. C. ans. N. cons. Leges enim æquilibrii tunc solum exigunt aquas hic deprimi, illic elevari, quam aquæ minorum gravitatis vim persentientes communicationem habent cum aquis majore gravitate prædictis. Quod si autem in quopiam lacu, e. g. *Balaton* omnes aquæ eodem tempore idem gravitatis decrementum, aut incrementum, nanciscantur; non est, cur una pars undarum prævaleat alteri, æquilibriumque turbetur.

Urgib. 3. Nonnulla maria, tametsi per minus longe spatium porriganter, quam per 90 gradus, ut e. g. Adriaticum, suos tamen æstus habent; ergo ratio, quod e. g. mare Caspium non æstuat, hac in sententia frustra repetitur a parvitate comparativa spatii, per quod illud diffunditur. *R. D. ans.* Sos tamen habent æstus, si non sint undeque clausa, ut Caspium, sed cum patente Oceano communicationem, eamque sufficientem, habeant *C. ans.* secus *N. ans.* & *cons.* Ad Æstum requiretur, ut aquæ ex iis locis, in quibus ipsarum gravitas augetur, fluant ad loca illa, in quibus gravitas imminuitur: neque enim sic accipienda est intumescientia maris, quasi fieret per quandam rarefactionem, ut quum aqua calefacta intumescit. Jam vero ut id genus fluxus obtineat in mari minore; istud cum Oceano patente communicationem habeat, est necesse. In mari mediterraneo exigui notantur æstus, ob ejus cum Oceano communicationem admodum angustum: idem de mari nigro est intelligendum. Mare tamen Adriaticum, quia amplius efformat sinus colligendis venientibus undis aptum, maiores æstus habet.

Obj.

477 Obj 2do. Si æstus maris ab attractione lunæ proficiscetur; luna meridianum supra horizontem attingente, aquæ eidem meridiano in hemisphærio inferiore subiectæ deberent deprimi: atqui contrarium fit; ergo.
P. maj. Dum luna L (ead. F. 96) attingit meridianum maris G; aquæ in opposita hemisphærii parte E existentes tam viribus ipsius telluris, quam etiam lunæ urgerentur versus telluris centrum T; ergo deprimi potius, quam attolli deberent.

R. N. maj. Ad prob. D. ans. Tam viribus ipsius telluris, quam etiam lunæ &c. ita tamen, ut centrum telluris T fortius trahatur a luna L, quam trahantur aquæ in E existentes C. ans. secus N. ans. & cons. Sit luna in S (F. 91); post rectas E S & T S fiant continue proportionales G S & a S. Vis, qua luna in S existens aquas in E positas attrahet, erit ad vim, qua eadem luna trahet terræ centrum T, ut a S: T S, ut ex N. 440 intelligere licet: hoc est, gravitas centræ T in lunam excedit maris E in eandem lunam gravitatem quantitate T a. Hinc spectato effectu idem est, ac si centro T vim T a non persentiente, aquæ in E positæ contraria & æquali vi a T ab eodem centro diltraherantur. Unde patet, earundem aquarum gravitatem actione lunæ S reapse imminui, adeoque aquas illas ex lege æquilibrii debere attolli. **Breviss.** Luna plenilunii tempore tam a terra, quam a sole urgetur versus telluris centrum; quia tamen tunc fortius trahitur a sole tellus, quam luna, reapse gravitas lunæ eo tempore imminuit actione solis (441); ergo similiter.

Urg. Ex data responsione sequetur, aquas in E positas a terræ centro T, versus lunam fortius tendente, quodammodo deserì, & a tergo relinqui, atque idcirco attolli; atqui istud dici nequit; ergo. **Prob. min.** Si istud de aquis verum esset, etiam de solidis corporibus in hemisphærii inferioris superficie sitis, eidemque superficiæ vinculo aliquo non adstrictis idem dicendum esset: hæc quoque a centro terræ versus lunam fortius tendente deserì, & a tergo relinqui, ac proinde attolli deberent; atqui istud alteri non potest; ergo neque illud.

R. D. maj. Sequeretur aquas in E positas a terrae centro quodammodo deseriri, atque idecirco attollit; hoc est, elevatio aquarum in aliquo casu directe inde provenit, quod aquae illae a centro terrae quodammodo a tergo relinquuntur N. maj. Hoc est, spectata sola luna actione aquae illae a tergo deberent relinquiri, aequaliter ut ipso accendentibus aequilibrii legibus attollit debent C. maj. sic dicit min. N. tibis. Si dictae aquae in solam lunam gravitarent; omnino dicto modo deseriri deberent a centro terra; et eadem gravitarent etiam in centrum terrae; haecque gravitatio longe major est, quam sit ea virium differentia, qua fortius trahitur a luna terrae centrum; quam ipsae trahantur Hinc replete aquae illae a centro terra deseriri non possunt dicto superius modo, sed hujus modicun consequuntur; totusque actionis lunaris effectus directus erit quaedam nativa in terram gravitatis in dictis aquis immutatio. At stante hac gravitatis immutacione leges aequilibrii exigent attolliri aquas illas, etiamque directe efficient. Unde ad prob. N. maj. Nam in solidis, que ac in aquis, immutetur quidem gravitas in tellurem; solida tamen attollit non debebunt, cum ea legibus aequilibrii non ita, ut aquae, sint obnoxia.

Obj. 310. Si aestus maris ab actione lunae & solis 478

traheret originem, quatenus luminaria haec aquas a se quadrante distantes redderent graviores, earum vero gravitatem, quae ipsis subjectae aut oppositae sunt, minorarent; sequeretur, quampiam aquae portionem (identiter est etiam de solido corpore) notabiliter graviorem fore tunc, quam in conjunctione sol & luna simul orientetur, quam post aliquot horas, quam astra haec simul appellerent ad meridianum; atqui istud est contra experientiam; ergo. P. maj. Eo ipso, quod stante attractionis universalis lege sol premat lunam versus tellurem, dum ab illa 90 grad. distat, distrahat vero eandem a tellure, dum est cum eadem in oppositione vel conjunctione; contra est diversitas gravitatis ipsiana jam quadruplicata; iam syzygias obueniente; ut per effectus suos incorrigat sensus Astronomorum; ergo potiore iure, deberet in assumptione aquae portione notari ea gravitatis differentia; quae a sole simul & luna conjunctionis viribus inducerentur. Neque configrias ad diversitatem distantiarum: nam lu-

na in quadratura existens non distat minus a sole, quam tellus; dum autem a quadratura transit ad oppositionem, tunc orbitæ sua radio remotior est a sole, quam tellus.

R. N. maj. Ad prob. C. cor. N. cons. Nam luna in terram gravitas longe minor est gravitate corporum terrestrium (315): ergo etiam si eadem vi turbaret sol, gravitatem corporum terrestrium, qua turbat lunæ in terram gravitatem; jam longe magis posset observari differentia gravitatis in luna, diversis ejus positionibus, respondens, quam in terrestribus corporibus. Si enim, e. g. eundem numerum; addas autem demas imprimitis ab exiguo numero, tam ab alio longe majori; longe magis incurret in sensu differentia in illo, quam in isto. At præterea longe majoribus viribus perturbat sol lunæ in terram gravitatem, quam terrestrium corporum, ut intelligere licet ex his, quæ N. 460 dicta sunt. Unito calculo patet, actionem solarem, qua terrestrium corporum gravitas augeri solet, esse tam exigua, ut ea conjuncta cum actione lunari (est, autem hæc quater circiter major, quam illa) in minore ratione sit ad gravitatem corporum terrestrium quam sit 1 ad 2 milliones (324). Unde patet, differentiam gravitatis in Objectione positam in terrestribus corporibus percipi a nobis omnino non posse.

Urg. 1. Saltem ope pendulorum deberet hæc variatione gravitatis in sensu nostro incurrere; nempe idem pendulum intra datum tempus plures deberet oscillationes peragere tunc, quem luna prope horizontem existens gravitatem corporum augeret, ac peragat intra idem tempus tunc, quem luna per meridianum transit (257 Cor. 2.); quemadmodum plures peragunt oscillationes prope polos, quam sub æquatore: atque nulla id genus variatio notatur in pendulis; ergo.

R. Tam esse exiguum gravitatis variationem actione luminarium induci solitam, ut se hoc quidem modo possit a nobis observari. Nam Cl. Eulerus hæc calculo deprehendit, numeros oscillationum ejusdem penduli intra idem tempus a se assumptum in casu maxime aucto, & maxime diminuto gravitatis esse ut 4666667: 4666666; quam numerorum differentiam quis speret a se observari posse? Differentia inter numeros

meros oscillationum ad polos & aquatorem longe major est: unde gravitatum quoque differentia illic facilis observari potest,

Urgeb. 2. Si tam exigua est vis perturbatrix luminariorum, ea non potest esse causa aestus maris; ergo vel ea vis est major, vel aestus maris ab illa ortum non trahit. *P. ans.* Si tam exigua est vis perturbatrix luminariorum; differentia inter gravitates aquarum luminaribus subjectarum, & aquarum \neq gradibus distantium est insensibilis comparata ad totam harum vel illarum aquarum gravitatem: ergo continentia quoque aquarum luminarum us subjectarum super aquas \neq gradibus distantes insensibilis sit, oportet. Sed si ita; ergo;

P. N. ans. Ad prob. *C. ans.* *D. conf.* Ergo continentia quoque aquaram &c. insensibilis sit, oportet, comparete ad semidiametrum terrae *C. conf.* etiam secundum se ita, ut & nobis profus non possit observari *N. conf.* Ponamus enim totam terram esse homogeneam & fluidam: si in duobus quibusdam locis diversa fuerit aquarum gravitas; in iisdem locis altitudines columnarum aquarum ab ipso terrae centro computatarum erunt in ratione reciproca earamdem gravitatam: adeoque si differentia gravitatum fuerit insensibilis comparete ad totam gravitatem; ex hoc non plus consequetur, quam etiam differentiam altitudinum fore insensibilem comparete ad totam altitudinem, seu ad semidiametrum terrae. Jam vero eademy altitudinum differentia est necessaria diversis mariorum partibus ad obtinendum aequilibrium in praesente telluris statu, quæ esset necessaria tum, quum tota terra esset fluida. „ Nam, ut ait Bostovichius *Differr. de maris effu n. 50*, si fluido ad aequilibrium redacto, quæcumque ejus pars concrescat repente; reliquum in eodem manebit statu. „ Ita in vase fundi irtunque inæqualis, superficies aquabilem figuram induit. Si autem sit superficies ipsa partim solida, & partim fluida; superficies fluida debet affectare eam figuram, quæ haberetur, si tota fluida esset; in qua sola potest stare in aequilibrio. Igitur in praesente quoque telluris statu, differentia altitudinum in objectis aquarum columnis nonnisi comparete ad semidiametrum terrae debet esse insensibilis. Id autem, quod comparete ad semidiametrum terrae insensibile est, profecto non debet esse etiam secundum

se insensibile ita, ut in sensus nostris proctis non possit incurrere. Certe Newtonus principiis modo commemoratis innexus, inito calculo deprehendit, vi solidis aquas attollere posse ad idem circiter pedes, vi lunae circiter ad pedes octo, adspicere unitis utriusque lumen paris viribus circiter ad pedes decem. Porro semidiameter terrae prope 20 miliones pedum. Parisi. continet (432), adeoque 10 pedes ad semidiametrum terrae sunt fere usq; ad 2 miliones: quis tandem propter te dicat, eodem ne pedes atiam comparatis ad sensus nostris esse praeceps insensibilia? Fingi vel canem, in quorum vim patique affluere ad queropiam Oceani locum, ut in eo intra paucas horas aquæ ad quinque vel sex pedum altitudinem accumulari debeant; annon fluxum admodum sensibilem esse oportebit? Unde Boston vicius loc. cit. n. 42. Nec ex eo, inquit, quod in sensibile sit incrementum, aut decrementum gravitatis respectu gravitatis totius, inferitur insensibile non esse debere utcumque elevationem marium, sed solidum debere esse insensibilem respectu totius semidiametri terrestris. respectu cuius insensibiles sunt etiam ann 8. vel 10. vel etiam 200 pedes.

Urg. 3. Si sol ad duos, luna vero ad octo circiter pedes possit attollere aquas; 1) id cum primis in 200 mna torrida deberet evenire; 2) aquæ summum ad 10. circiter pedes possent attollere conspirantibus solis & lunæ viribus, non amplius: atqui neutrum subsistit. Nam in insula, D. Thomas dicta, sub ipso æquatore sita, mare vix ad 4 pedes assurgit; in Moluccis, Philippis, grecisque Insulis, vix ad duos, tresve: ex adverso in qua busdant locis, ut inter Britanniam & Belgium, longe major est aquarum sublatio, quam ad pedum 2, ergo.

B. D. maj. Id cum primis &c. nisi particulates, locorum constitutiones aliud exigant. C. maj. sequit N. maj. D. etiam min. Neutrūm subsistit in libero, patenteque Oceano. N. min. in iis locis, in quibus littorum constitutiones, iaceret &c. insulæ &c. regularem aquarum progressum turbant C. min. & N. cons. Astus in libete, patenteque Oceano observari soliti satis conformes deprehenduntur esse calculo superiorius commemorato: at in mariis, quæ aut insulis interciduntur, aut littoralia angustis constringuntur &c. pro varia lecatura conditione astum varium esse oportet. Ad producentium

dum æstum necessaria est, virium inæqualitas in diversas fluidi partes; quæ inæqualitas, magnum undarum tractum requirit; quod, si maria undique factis late patet, cum primis ab ortu versus occulum; elevatio aquarum sat magna erit: minor autem, si aut angustum sit mare, aut interjectæ insulæ venientium undarum impetum frangendo impedian, ne in quopiam loco tanta esse possit undarum accumulatio, quanta seculis esset &c. Hinc mirum esse, non debet, quod prope æquatorem, ubi mares inter Africam & Americam angustum est, æstus maiores sint, quam hunc inde in zonis temperatis, ubi maria late patent. Quod si littorum quocundam ea sit e. g. disposicio, ut quom ipsa canalem quandam semper magis ac magis coactatum efficiunt, etiam nubes allabentes semper magis ac magis coactati latitudinemque altitudine compensare debeat; tum enim vero aquarum altitudo major erit, quam in aperto Oceano; quæ altitudo adhuc magis crescat, sicuti ex diversis partibus per diversos ductus delatae aquæ veluti colliduntur; quod inter Belgiam ac Britanniam accidere consuevit. Atque ex his ratione generatim reddi potest, cur in quibusdam locis minor, in aliis major esse soleat æstus, quam in aperto Oceano. Qui cujuslibet loci æstum minutum explicare cupit, is orones id genus locorum constructiones per videat, est necesse.

Pro reliquis obj. solvendis Nasa, 1729. Actio lug
minarium etiam in atmosphera nostra debet aliquem
æstum parere, turbando æquilibrium aeris, ut turbas
æquilibrium aquarum marinorum: ex hoc tamen mani-
feste consequitur, nos constantem ventum certis legibus
ad strictum sentire debere. Ostendit enim contra
Bernoullium Boscovichius in suppl. ad L. V I Stay n.
627 & sequ. item atmosphæræ æstum marino æstum
longe minorem esse debere; ita ut in ea hypothese,
in qua aquarum densitas eadem esset, quæ est media
densitas terræ, æstus aeris non possit esse in maiore ra-
tione ad æstum earundem aquarum, quam 2 ad 5. Unde etiam idem Boscovichius in annot. ad eundem
libr. ait cum Bened. Stay „ non posse ab hoc æstu
aeris desumti causam ventorum; cum ob adeo exigua

nam elevationem ejus æstus, nullus satis sensibilis,
possit oriri motus in aere. At neque mercurii altitu-
do debet ob æstum atmosphærae sensibiliter variari in
barometris. Quod ut pateat, animadvertisendum est:
dum e. g. meridianum attingit luna, imminuit gra-
vitatem tam mercurii in barometro, quam etiam aereæ
columnæ mercurio incumbentis. Quod si hac grav-
tatis imminutione idem pondus demeretur & mercu-
rio, & columnæ aereæ; prior hujus cum illo æquili-
bratio non turbaretur, uti clarum est: quia tamen su-
perior aeris regio minus distat à luna meridianum at-
tingente, quam distet mercurius in terræ superficie si-
tus; plus tantisper ponderis demittit columnæ aereæ,
quam mercurio; consequenter mercurium non nihil
prævalere, deprimitque oportet. At quemadmodum
hic excessus ponderis in mercurio est insensibilis com-
parate ad totum pondus; ita etiam decrementum alti-
tudinis est insensibile comparate ad priorem altitudi-
nem, seu ad 28 circiter pollices: id autem, quod com-
parate ad 28 pollices insensibile est, profecto in sensu
hostros incurrire non debet. Porro etiamsi columnæ
aereæ in assumpto casu idem omnino pondus demere-
tur, quod mercurio, adeoque hoc ex capite non debe-
ret direkte tolli prior æquilibritas; quia tamen eadem
columna aerea perdit æquilibrium suum cum aliis co-
lumnis aereis, quarum gravitas eodem tempore augen-
tur; accumulabitur ad recuperandum istuc æquilibrium
aer supra mercurium, isteque aucto pondere sibi in-
cumbente nonnihil attollerat. At istud quoque alti-
tudinis incrementum erit insensibile comparate ad to-
tam mercurii altitudinem: nam excessus ponderis in
aere, eo æstu allatus, erit prorsus exiguis comparate ad
totum mercurii pondus, ob æstum atmosphærae, ut
diximus, admodum parvum. Hæc clariora fient ex
His, quæ de tubis communicantibus in Phyl. part. di-
ctiori sumus. Ceterum est ex ordine nostro vir cla-
rissimus, inquit P. Mako, qui expensis lunæ, atque
planetarum in atmosphæram viribus, in suspicionem
venire coepit, annon inde statæ quædam mercurii va-
riationes deduci possent; & sane hactenus ejusdem
præfagia cum phænomenis plerunque consen-
tunt.

Nora ad. Quod maria quibusdam in locis, ut in portibus Galliarum, velocius affluant, quam refluant; a peculiari Continentis undarum progressiones turbantia, constitutione dependet. Nempe ut explicat Boscovinchus in *anno. ad ciz. libr.* Africa procurrentes diu impedit undas ex oceano orientaliori venientes; quando dū circa ipsam accumulantur, interea luna etiam in oceano occidentaliore, inter Africam & Americam interjecto aquas accolit: hinc tanta undarum undique jam sublatarum vi, superatis obstaculis, colerime sequitur in dictis portibus intumescētia maxima. Porro obstante undarum refluxui America, diutius perstat intumescētia ipsa, quam persistet, si undis liberum progressum habentibus pars aquatum aliqua in Occidētēm exonerari posset, adeoque refluxus retardatur.

Noe q̄sio. Fieri potest, ut certa lunæ positio omnem alicubi aestum submoveat: „ si nimirum ex alia parte in eum locum mare affluat & effluat, ex alia adveniat autem aestus diversis viis, alia citius, alia tardius ita, ut duae effluit aquæ, quæ priore via advenierat, affluat, quæ advenit via posteriore; tum asti- tuto erit in eo loco semper eadem. „ *Boscovinchus Loco cir.* Atque ita explicat Newtonus phænomenon portus *Barsham* in regno *Tunchinensi*, in quo nullus notatur aestus luna in æquatore existente, notatur autem luna ad austrum vel boream declinante, sed qui intra diem non nisi unico fluxu & refluxu constet. Nempe observat Newtonus, duos ad portum hunc *Barshamensem* patere per totidem vicina freta aditus; alterum ab Oceano Sinensi inter continentem & *Philippines* insulas, alterum a mari Indico inter insulam *Borneo* & continentem. Porro ex ipsa eorum locorum constitutione, positioneque marium deducit, imprimis luna æquatorem tenente, in utroque mari, ex quo ad eum portum aquæ affluere solent, æquales aestus debere oriri; adeoque eodem tempore tantundem fere aquatum affluere ab uno mari per unum fretum, quantum effueret per alterum, atque ita aestum in portu nullum sentiri debere: deinde luna ad boream vel austrum declinante, jam in uno jam in altero mari aestum esse majorem, adeoque jam plus affluere aquarum per fretum unum, quam effluat per alterum;

et

jam

jam minus; ita ut in eo portu bini aestus maiores, minoresque alternis vicibus se se excipere debeant, quorum discrimina constituant tempore aestum, illum, qui unico fluxu & refluxu constitutus intra diem.

Nota 4to. In quibusdam locis plures eodem die aestus contingunt. Id provenit inde, quod unda aestus generalis per diversos ductus (per unum citius, per alterum tardius) adveniat ad eūsm. loca: quos ductus diversos efficere possint variae eminentes insulae, & scopuli, item abstractis variis intra ipsam mare latentes. Aestus putredini quorundam & fluminum debentur occultae cum mari communicationi; qui etiam ob irregulares, tortuososque illos meatus, per quos eiusmodi communicatio habetur, incerti sunt, & irregulares. In fluvio Tamesi aestus videtur præverttere appulsum lunæ ad meridianum: at reapse oritur a precedente luna transie, sed ob diversa obstacula retardatur: porto tenui iplius constituant undas ex atlantico potissimum mari ventientes. Porro inter irregulares motuum marinoram causas esse possunt etiam fluvii, vel extrorsum allapsi, vel in ipso maris fundo orti; item venti, itidem vel externi, vel sub ipsis aquis ab exhalationibus subterraneis generati.

Nota 5to. Cum luna ultra tropicos summum, & gradibus recedere possit; neque vertices sphaeroidis aquarum possunt unquam multum recedere ultra tropicos: hinc ea loca, quæ a tropicis versus polos nimium recessunt, semper hemiopere distant a dictis verticibus; adeoque aestus exiguae habeant, oportet: nempe certis partibus eo minores, quo majorem habent latitudinem seu australem, sive borealem. Denique, si mare quodpiam a tropico versus polum hemiopere sit remotum; in eo intra diem lunarem unicus tandem fluxus & unicus refluxus notari poterit. Nam intra diem lunarem uterque quidem sphaeroidis vertex attingit meridianum ejus maris; at unicus tandem ille vertex poterit ei notabilem adferre aquarum sublationem, qui ipsi vicinior est. E. g. Sit ejusmodi mare versus polum australem, vertex sphaeroidis, qui in australi hemisphaerio transit per ejus maris meridianum, forte notabilem adferet ei mari aquarum sublationem: at non alter, qui per meridianum post 24 horas in boreali hemisphaerio

mispærio transit, utpote a quo vertice mare illud nimis opere distat.

Schol. Cum unica Luna tantos in nostris mariibus motus ciere possit, quid censendum est de æstibus in Jove, qui habet 4 Lunas, seu satellites, præsertim cum satelles intimos minus distet a centro Jovis, quam tribus ejusdem Jovis diametris? Certe fasciæ illæ, quæ longioribus telescopiis in Jove cernuntur jam plures, jam pauciores, observanturque formam mutare, ita ut quedam earum partes jam cum iisdem conjungantur, jam instar quarundam insularum separatae appareant, illæ, inquam, fasciæ a pluribus Astronomis repetuntur ab ipso æstu: qui cum in Joye ingens omnino; & pro varia satellitum positione mutua admundum variis esse debeat, possunt ingentes ab ejus oceano, non jam occupari tractus, jam deseriri; unde omnis illa variatio tanta oriri potest.

Boscov. in annos. superius cit.

CAPUT SEPTIMUM.

De Cometis.

De Natura, Proprietatibusque Cometarum.

Cometam a planeta, uti n. 340 innuimus, immensa quædam atmosphæra, fumi instar in aversam a sole partem protensa secernere solet. Si atmosphæra hæc cometam motu proprio progredientem præcedat, barba; si sequatur, canda dicitur: quanquam ea communiter iam utroque casu canda audiat. Quin autem atmosphæra illa cometæ nucleus (seu solidam ejus partem) crinum instar cingere videtur; tunc etiam metam vocamus crinitum.

480

481 Veteres censuerint cometas esse fonefforum eventuum, vel causas, vel signa prævia; at error hic apud cultiores Europæ gentes jam excœvit. Alter veterum circa cometas error erat, quod eos censerint telluri proximos esse, adeoque ex hujes vaporibus, exhalationibusque fortuito coalescere, nec ulla certa lege moveri. Unde factum, ut de eorum motibus determinandis, & ad posterorum memoriam transmittendis solliciti non fuerint. Certe, hucusque non nisi cometarum loca sunt ab Altiorum determinata; cum tamen vel ii cometæ, quorum memoria existat, plures sint quadringtonitis. Alterum hunc veterum errorem abunde refellit defectus parallaxeos in cometis. Si enim duo spectatores, tuncunque longo terrarum tractu se juncti, eodem tempore cometam quempiam obseruent; is apparebit ipsis in eadem etiâ plaga, & sub iisdem stellis fixis manifesto utique indicio, eum a nobis immanni intervallo sejunctum esse. Habent nihil minus Cometæ instar planetarum parallaxim orbis anni; habent suas stationes, & regressiones: unde inferre licet, eos, quum nobis conspicui sunt, in regione planetarum diversari. Errat, inquit Newtonus, toto cælo, qui cometas in regionem fixarum prope ablegant; qua certe ratione non magis illustrari debent a sole nostro, quam planetæ, qui hic sunt, illustrantur a stellis fixis.

482 Eorum quoque errorea est opinio, qui censuerunt, cometas coalescere e reliquorum planetarum exhalationibus. Nam imprimis apparentes cometarum diametros (quæ saepē multo majores sunt apparentibus planetarum diametris) conferendo cum immanni ipsorum distantia, aliqui cometæ deprehenduntur esse maiores ipsis primariis planetis; quis ergo sibi serio persuadeat, eos esse mensa id genus corpora, quæ e planetarum exhalationibus (quotum massam nunquam observamus sensibiliiter immutari) fortuito enascantur? Deinde cometæ fere semper in maxima a planetis distancia incipiunt apparere; cum tamen contrarium potius evenire debeget, si ii ortum suum ab exhalationibus

bus planetarum ducerent. Non minus aberrant a vero illi, qui cometas ab exhalationibus solis oriri putant, ut ejus maculas. Nam imprimis a sole quoque in maxima distantia sunt complures cometæ, quibus apparere incipiunt; quo vapores adeo densi, & crassi ascendere non possunt, obstante gravitate, qua in solem retrahuntur. Deinde quidquid e sole projicitur, debet ad sensum describere vi gravitatis curvam transuitem per ipsum projectionis punctum, nimirum per solem, uti vel ex iis intelligere licet, quæ de planetarum orbita N. 71 dicta sunt: cum tamen omnium Cometarum orbitæ, in ipsa minima a sole distantia, sive perihelio, ab eodem sole satis distent.

Cometæ, non secus ac planetæ, sunt opaca corpora, solaribus radiis illustrata. Nam imprimis cometarum lumen pro vario ipsorum respectu solis & terræ situ jam crescere, jam decrescere observatur: deinde quo præstantioribus telescopiis inspicuntur cometæ, eo magis lumen ipsorum pallere deprehenditur. Dubium mouere posset cometa anni 1723, cujus nucleus stellæ instar splendere observatus est: sed fortasse dum soli propinquior fiebat, quod materia ad ignem concipiendum satis idonea non careret, flaminis involvus est, aliquamdiu duratpris. Motus quoque cometarum iisdem legibus peragitur, quibus planetarum primiorum: nam illi quoque, non minus ac hi, circa solem revolvuntur in ellipsis; describuntque circa eum areas temporibus proportionales, uti abunde patet ex iis, quæ n. 366 dicta sunt. Hac duo duntaxat discrimina inter motus cometarum, & planetarum primiorum: 1mo. Planetæ omnes ab occasu in ortum progrediuntur, eorumque omnium orbitæ comprehenduntur arctis Zodiaci limitibus: ac cometarum orbitæ per omnes cœli plagas sine ulla certa lege dispersæ sunt; aliisque cometæ feruntur ab occasu in ortum, alii ab ortu in occasum, alii a borea versus austrum &c. 2do. Cometæ non observantur integras revolutiones absolvere. Nimirum quia ipsorum orbitæ sunt ellipses admodum excentricæ (F. 97), quarum proinde focus alter nimirum distat a foco altero, quem sol occupat: unde sit, ut nimirum elong-

elongentur a sole, adeoque nobis conspicui esse non possint, nisi quam eam orbitæ suæ partem tenent, quæ soli propior est.

484

P R O P O S I T I O I. Comete sunt corpora mundo coæva, e genere planetarum. Näm imprimis non orientar fortuito ex exhalationibus planetarum, vel solis (481, 482); præterea motus habent certis legibus adstrictos (præc.); ergo eodem jure habendi sunt pro corporibus mundo coævis, quo satellites Jovis & Saturni non ita pridem detecti; immo quo ipsi planetæ primatii. Deinde cometæ sunt opaca corpora, uti sunt planetæ, item ipsorum moens iisdem legibus reguntur, quibus planetarum primiorum (præc.); ergo pro quodam planetarum genere haberi possunt.

485

P R O P O S I T I O I I. Caudæ cometarum non aliud sunt, quam vapores ex ipso cometæ nucleo inaversam a sole partem assurgententes. Istud vel inde patet, quod caudæ cometarum tunc sint maximæ, & fulgentissimæ, quin cometæ ad solem proxime accedunt; quo tempore maxime incandescent utique, ac proinde maximam vaporum copiam emittunt: unde etiam tunc ipse nucleus est fere exiguus & obscurus. Plura, quæ huc pertinent, sequ. §. ex Obj. solut. intelligentur.

§. I I.

Solvuntur Objectiones.

486

O b j. contra iusmem Propof. **imo.** Si cometæ essent corpora mundo coæva, e genere planetarum; id ex eorum motibus colligi posset; atqui non potest; ergo. **P. min.** Motus cometarum nullis certis legibus peraguntur; ergo. **Prob. ans.** Imprimis cometæ quaquaversus moventur in cælo; unus ab ortu in occasum, alter a borea in austrum &c. deinde idem cometa jam celerrime proreditur, ita ut intra diem complures gradus emetriatur; jam lentissime vadit; atqui haec sunt indicia motuum nullis legibus adstrictorum; ergo.

Ex. C.

R. *C. maj.* *N. min.* Ad prob. *N. ant.* Ad hujus prob. *C. maj.* *N. min.* Quod ad i^mam prob. attinet, ex ea non plus sequitur, quam ab Autore naturæ non omnibus cometis eadem directione inditam esse vim projectilem, sed uni tendentem ab occasu versus ortum, alteri tendentem a borea versus austrum &c. Cum enim orbita corporis viribus centralibus acti (abstrahendo mentem a viribus perturbatricibus) semper in eodem plano jacere debeat cum centro virium, & directione primæ projectionis (263. cor. 1.) ; qua directione projectus fuit cometa a DEO exordio mundi, eadem continenter circumagatur circa solem, oportet nisi quatenus actione reliquorum cometarum, planetarumque aliquas aberrationes induci est necesse. Porro ea, quam observamus cometarum per omnes cæli plaga^s disperso fortasse necessaria fuit ad hoc, ne commune systematis nostri centrum gravitatis a sole recedat notabiliter, solitusque in planetarum motibus tenetur. *Ad al. prob. ajo.* : cum cometa areas verat circa solem temporibus proportionales; ejus celesticatem pro vario ad solem accessu vel recessu variari est necesse. Potro multæ motus inæqualitates sunt optica duntaxat, quemadmodum de planetarum directione, retrogradoque motu locuti sumus p. 386. Centrum omnium cometarum motus, qui hactenus rite observati sunt, ut ut ad sensum maxime irregulares, aperte consentiunt cum iisdem gravitatis legibus, quibus planetarum motus subiecti sunt, ut e. num. 366 abunde patet.

Urg. 1. Nequit dici, cometas vi gravitatis universalis in ellipsis revolvi circa solem; ergo nequit dici, eorum motus iisdem legibus adstringi, quibus planetarum motus adstrictos esse novimus. *P. ant.* Si dici posset, cometas vi gravitatis universalis in ellipsis revolvi circa solem; id inde liceret inferre, quod motus cometarum nobis conspicuus cum hac theoria congruat: atqui inde non sequitur, cometas vi gravitatis universalis in ellipsis revolvi circa solem; ergo. *P. min.* Dominicus Cassinus, celebrissimus Astronomus, posuit cometas deferri in orbibus maximis, & fortasse etiam circularibus, quorum exigua portio haberet potius pro recta linea, habi-

eo itidem motu pro æquabili ; tam non sine successu docuit etiam, quo pacto ex tribus observatis cometæ locis in hac rectilinei & æquabilis motus theoria definiiri posset totus reliquus apparet cursus : neque tamen propterea licet inferre , theoriam ejus reapse etiam obtainere in natura . Ergo similiter .

B. N. ant. Ex iis, quæ de Newtoni, Halleyi, aliquamque conatibus toties cit. n. 366 allata sunt, aperte consequitur , cometas, non secus ac planetas primarios, agi gravitate in solem , quæ reciprocam duplicatam distantiarum rationem sequatur: igitur cometæ aliquam sectionem conicam describere debent circa solem , tanquam focus (286. Schol. 2). Conicam hanc sectionem theoria Newtoni n. cit. relata , comque observationibus accurate consentiens evincit esse ad sensum parabolicam ea sui parte , quæ nobis conspicua est ; at hoc non obstante potest esse elliptica : nam ut Cl. la Caille ait Astr. 186 „ curvatura ellipsoes , cuius foci magnam habent distantiam , versus vertices axis majoris valde vicina est curvatura parabolæ ; est enim parabola nihil aliud , quam ellipsis , cujus foci distantiam infinitam habent . „ Et re vera esse etiam ellipticam eorum orbitam , extra dubium jam est . Cum enim duo parabolæ rami in infinitum a se ipsis recedant ; si cometæ in parabolis incederent , ne unicam quidem conversionem absolverent unquam , sed a sole sine fine recederent , velocitate continenter decrescente: cum tamen constet jam quosdam cometas olim visos rediisse ; a quibus ad reliquos analogia duci potest . Nempe duos habemus cometas , quorum tempus periodicum hactenus annotauit , unus observatus fuit annis 1531, 1607, 1682; & anno 1759 ab Astronomis Halleyi prædictione excitatis avidissime exspectatus quarto jam comparuit: ejus tempus periodicum est proxime annorum 76. Alter , qui sub finem anni 1680 magnus omnino apparuit, a nobis jam alibi commemoratus , is ipse est , quem Astronomi referunt apparuisse annis 531, 1106; cujus proinde tempus periodicum est annorum circiter 575.

Ad prob. D. maj. Id inde liceret inferre , quod motus cometarum nobis conspicuous cum hac theoria ex aliqua dantur parte congruat N. maj. Quod cum

cum ea ex integro ita congruat, ut nulla observatio circa cometas hactenus accurate instituta ei theoræ aduersetur, & præterea juxta eam theoriam aliquorum cometarum redditus, cum successu prædictus etiam sit *C. maj.* Sic *D. min.* *N. cons.* Ad prob. *min.* Ajo: Cassini theoria consensit quidem cum observationibus, quum satis distant a sole cometæ; idque ideo, quia arcus ellipsois admodum compressæ a verticibus satis distans congruit ad sensum cum linea recta, præsertim si non sit adeo magnæ; celeritas etiam cometæ satis a sole distantis non tam magnas illico subit mutationes, ut non possit diutius ad sensum pro æquabili haberi: at ubi cometæ ad solem propius accedunt, curvatura viæ, & notabilis celeritatis variatio hypothesim Cassinianam penitus evertunt. Longe alia est theoriz Newtonianæ cum observationibus consensio, ut ex hactenus dictis liquet. Nempe verissimum est, quod cum Benedicto Stay ait Boscovichius, id veris tantummodo theorii accidere, ut omnia phænomenis satisfaciant; atque id ipsum accidisse theoriz Cometarum Newtonianæ, qua evalgata reliquæ conciderint, illa una jam per omnes Europæ Academias recepta. *In annis ad L. IV.*

Schol. Præter cometas superius commemoratos duorum redditus cum primis exspectatur ab Astronomis: nempe cometa anni 1661 putatur rediturus anno 1790; cometa autem anni 1556 anno 1848. Porro tunc censendus est rediisse cometæ; quum ejus via, positionesque variaz, item orbitæ dimensio congruunt proxime cum iis, quæ in cometæ jam prius observato per observationes & calculum sunt deprehensa. Si quis cometæ viam in celo mechanice explorare cupit; observet quotidie quatuor stellas, quarum ea sit positio, ut cometæ in concurso duarum linearum, oppositas stellas jacentium reperiatur: id autem tensio filo oculis ad moto præstare poterit. Si quotidie hanc observationem instituerit, locaque cometæ pro diebus singulis in globo cælesti notaverit; cometæ viam in circulo maximo apparentem habebit delineatam.

Urg. 2. Si cometæ in ellipsis revolverentur circa solem; ex tot cometis, qui hactenus conspecti sunt, longe plurium innotuissejam periodicum tent.

tempus, redditusque prædicti, posset. Adde: Cometa ab Halleyo anno 1682 observatus juxta ejusdem Halleyi calculum debuisset anno 1758 redire; quo tamen anno frustra fuit ab Astronomis expectatus: visus quidem est cometa subsequente anno 1759; at iste non videtur esse habendus pro illo, qui exspectabatur: nam præterquam quod integro anno tardior fuerit, non congruebant accurate omnia eius adjuncta cum adjunctis cometæ ab Halleyo observati; ergo.

R. Ut periodica cometarum tempora passim innotescere, ac redditus prædicti possint, complurium scutariorum accuratis observationibus opus est. Cum enim ex eorum orbita exiguis arcus sit nobis conspicuus; periodica eorum tempora nequeunt certo innotescere, nisi aliquot redditus eorundem observentur, ac inter se conferantur; porro redditus eorum post longissima tempora eveniunt, cum ob ingentem a centro virium, seu sole recessum, ipsorum celeritas circa aphelinum exigua esse debeat. Jam vero non ita pridem cœperunt Astronomi cometarum motos cum necessariis adjunctis rite adnotare: superiorum statim Astronomi, quod cometas pro meteoris habauerint, seu pro ejusmodi corporibus, quæ ex exhalationibus fortuito enata sine ulla certa legi moverentur, operæ pretium se facturos non putarunt; si eorum cursum accuratius observarentur; sed satis illis erat adnotasse, hoc, illo anno cometam majorem, minoremve vi sum esse, qui hanc aut illam constellationem percurserit. Fortasse ne mentionem quidem ullam visorum a se cometarum suis in monumentis fecissent, nisi eos pro funeris alicujus ingentis mali imminentis numeris habuissent. Ad id, quod additur, ajo, id genus exiguis adjunctorum discriminibus non tam effervari, quam potius confirmari Newtonianam cometarum theoriā. Si enim cometa, quām a sole recedit, ad alios cometas, vel planetas, quorum massa sit ingens, nimirū accedat; sensibiles motus sui perturbationes patiatur, est necesse. Hinc fieri poterit, ut unus idemque cometa, bis observatus non fecet eclipticam sub eodem accurate angulo, & in iisdem locis; ut perihelii locum tantisper mutet &c. Mutua hujus eorum porum celestium actionis rationem jam habuit Halleyus,

leyus, Newtoni principiis immixta, inquit P. Biwald noster *Phys. Gen. 339, Schol.* cumque animadvertisset cometam hunc anno 1684 Jovi perquam vicinum fuisse; a Jovis attractione provenire posse existimavit, ut redditus ejusdem ad initium usque anni 1759 retardetur. Cl. vero Clairaut suppeditatis sibi a Cl. De la Lande calculis astronomicis, vires, quas saturnus & Jupiter intervallo annorum 150 in cometam hunc exercuere, ex mutua virium theoria definire, aggressus est successu tam prospero, ut redditus cometæ nonnisi mense unico a tempore, quod ex calculis his celeberrimus Clairaut eruerat, differret; quod & ad insignem nominis ejus gloriam, & theoriz Newtonianæ commendationem, & confirmationem maximam cessit. Galli, ut tanti virtutis nomen apud posteros perennaret, Cometam hunc planetam septimum, & Clairautium passim complarunt.

Urg. 3. Si cometæ statis temporibus reverterentur, quemadmodum plurim cometarum viam definitivit Halleys, ita etiam eorum omnium redditum prænunziare potuisset: atqui non &c. ergo. R. N. maj. Nam ut via cometæ nobis conspicua determinetur, satis est ex aliquot observationibus determinare ejus arcum ad sensum parabolicum methodo Newtoniana, quam n. 366 retulimus; at ubi nimium a sole recedit cometa; via quoque ipsius a parabola jam notabiliter aberrat: cum ergo tempus periodicum non ab arcu exiguo, sed a tota orbita dependeat, in illud eadem methodo, qua in arcum nobis conspicuum solet, inquiri haud sufficit.

Obj. 2d. Maculae solares motu regulari feruntur, quin propterea censemantur esse e genere planetarum; ergo idem dicendum etiam de cometis. *Confirm.* 1mo. Observatum fuit sæpius, cometæ nucleus varias subire mutationes nubium instar; ergo cometa haud aliud esse potest, quam congeries exhalationum. *Confirm.* 2do. Si cometæ essent e genere planetarum, similes cum luna & venere phases subire deberent, viderenturque non solumquam dichotomi, corniculati; atqui nunquam sic apparent; ergo.

487

R. C. ant. N. cons. Nam solares maculae sunt vel in ipso solis disco, vel prope ipsum: subito plures in unam coeunt, vel una in plures discinditur; non notantur habere motum alium, qui diversus esse debet a motu vertiginis solis, ipsi ejus atmosphæræ communi; saepe in medio solis disco subito evanescunt &c. Quæ aperte utique evincunt, id genus maculas pro planetarum genere non esse habendas. Ex adverso cometas ab exhalationibus solis & planetarum discernendos esse, solidis, ut puto, argumentis probavimus, n. 48^a, & 48^b.

Ad Confirm. I. Ajo; eas mutationes a densiore atmosphæræ provenire, quæ simul cometarum limbis irregularem figuram saepius tribut. Ceterum visi sunt jam cometæ plures, quorum nuclei satis sphærici apparebant. *Ad Confirm. 2. R.* Id quoque densæ cometarum atmosphæræ esse potissimum adscribendum, quod in iis non advertamus phases planetarii similes. Nempe illa efficit, ut radii per ipsam plurimum refracti illas etiam nuclei partes exhibeant nobis illuminatas, quæ radiis solaribus directe illustrari non possunt.

Schol. Si quis demum dicat, juxta Newtoni theoriam evanire posse, ut ingens quispiam cometa telluri nostræ admodum vicinus factus, tellurem ad se attrahat, vel saltem solitum ejus cursus notabiliter immutet; R. Si ab ullo cometa quidpiam ejusmodi timeri possit, id posse ab eo, qui anno 1680 apparuit: hic enim nodum habet orbitæ telluris satis vicinum; & juxta calculum Halleyi die 11 Novembris ejus anni a boreali terrestris orbitæ parte non magis distabat, quam erciter 60 semidiametris terrestribus: unde si tunc temporis tellus hanc orbitæ suæ partem tenuisset, ab eo cometa non distisset magis, quam a luna distet. At sapientissimo Divinæ Providentiae consilio systemata omnia certis legibus ita gubernat superemus rerum omnium artifex (verba sunt C. L. Lacquier) ut mundus hic, quamdiu Omnipotens Auctor justerit, perseveret. Metuenda quidem est & adoranda DEI punientis manus; verum Divinæ ultionis arcana non sunt curiosius scrutandas; sed pre- cibus

„ cibus exoranda Divina Clementia , vitaque sanctitate obtinenda . „

Obj. contra adam Propos. Caudæ cometarum stūpendæ extensionis sunt ; nam ad 50 , & amplius gradus extendi solent , ut vel in eo cometa experti sumus , qui anno proxime elapsō 1769 nobis conspicuus fuit : immo celeberrimus ille anni 1680 cometa per tertiam cæli conspicui partem caudam suam exporrexit. Ergo credibile non est , eas non esse aliud , quam vapores ex ipso correta erumpentes. *P. cons.* Nequit explicari , qui fieri possit , ut exhalationes cometæ permanent immane intervallum porriganter ; ergo.

R. C. ant. N. cons. Ad prob. *N. ant.* Nam imprimis cometas etiam per se aptos esse posse ad copiosissimos vapores emittendos , si soli viciniores facti incalescant , nemo jure inficiabitur : præterea dum cometæ a perihelio ad aphelium tendit , multæ particulæ ad solarem atmosphærā pertinentes comiscentur cum ipsis atmosphærā , tum ob attractionem ipsius cometæ , tum etiam ob impulsum anterioris partis atmosphæræ cometice , quæ instar proræ cujusdam vindicat atmosphærā solarem . Quæ solares particulæ cometæ ad aphelium progrediente magis condensantur : ubi autem cometa ad perihelium redire coepit , rarefiunt iterum , ac ipsas etiam cometicas particulas ad quandam fermentationem concitant , ex qua ingentem atmosphærā circa cometam enasci , sit necesse . Porro atmosphæra hæc etiam si undique æquabiliter cometam cingeret , sat magnum per intervallum protendi posset ; neque enim debemus a telluris nostræ atmosphærā metiri omnem alterius globi cælestis possibilem atmosphærā ; quanquam vel in terrestribus corporibus stupendæ rarefactionis exempla videre liceat : at præterea tota ea atmosphæra a densiore atmosphæra solari extruditur in aversam a sole partem , quemadmodum fumus noster in aversam a terra partem ab aere extodi solet , utpote versus quam partem densitas aeris continenter decrevit . Unde consequitur , eandem atmosphærā cometam adhuc longius debere protendi . Atque hæc pro arbitratu non dici , vel inde patet , quod crescente in perihelio cauda nucleus continenter decrevit .

Urg. 1. Si atmosphæra solaris extruderet atmosphæram cometæ in aversam a sole partem; illa deberet esse densior, quam ista sit: atqui istud dici vix potest; ergo. *Prob. min.* Cauda cometæ propterea sic nobis conspicua, quod radios solares in oculos nostros reflectat; ergo si atmosphæra solaris adhuc esset densior, hæc potiore iore reflecteret in oculos nostros solares radios, nobisque conspicua fieret; atqui solaris atmosphæra non est nobis conspicua, nisi quandoque crassior illa, a qua lumen Zodiacale repetimus n. 396; ergo.

R. C. maj. N. min. Ad prob. *C. ans. N. cons.* Potest enim fieri, evenitque sæpius, ut densiora corpora locem transmittant, seu sint diaphana, rariora autem eandem reflectant, sintque opaca: sic aer noster densior est utique fumo, quem in aversam a tellure partem assurgere cogit, & tamen ille est diaphanus, fumus vero sat opacus. Ratio hujus in Phys. Part. intelligetur.

Urg. 2d. Si caudæ cometarum essent ipsi vapores solaribus radiis excitati, etiam planetas cunctos esse oporteret, cum primis mercurium, qui adeo soli vicinus est; atqui planetæ caudis carent; ergo.

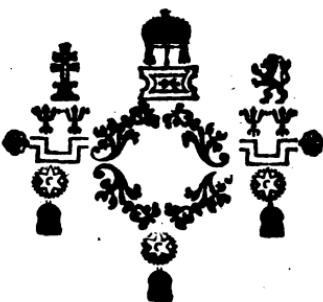
R. N. maj. Nam imprimis non omnes globi cælestes debent esse æque apti ad emitendos vapores copiosissimos: res pendet a consociatione particularum globum constituentium, & a viribus, quas tam in se se invicem, quam in solares radios exercent. Non deerant Autori naturæ fines, cur rariores illos hospites nostros ita constitutos esse voluerit, ut adventum suum protensa cauda nobis indicent, non item planetas, qui constanter in hoc systemate nostro permanent. Deinde uti loquitur P. Bolcovich „ in planetis, qui „ distantiam a sole parum admodum mutant, si quid „ unquam fuit, quod eo gradu caloris, qui debetur „ ei distantie, posset attenuari ultra tenuitatem atmosphærae solaris in ea ipsa distantia; id omne debuit „ jam ab initio effluxisse per exhalaciones. „ Ceterum attestante C. L. de la Lande. conspecti sunt jam cometæ, qui omni cauda conspicua cœserunt.

Pro reliquis obj. solvendis *Nota 1mo.* Caudæ cometarum non tendunt directe in plagam a sole aver-sam, sed deflectunt aliquantum in eam partem, quam nu-cleus relinquit, nempe uti exhibit Figura 97ma, co-meta ex P versus b progrediente. „ Phænomeni caus-„ sa in promptu est, inquit Boscovichius. Dum vapo-„ res ascendunt recta, nucleus progreditur; adeoque „ vapores in summo ductu existentes non imminent „ ad perpendicularm illi loco, in quo est nucleus, sed „ in quo is fuit, quando ex eo egressi sunt. Hinc „ debet ductus ipse inclinari in partes relictas. „ Res illustrari potest exemplo fumi e thuribulo ascendentis; nam hujus quoque ductus inclinatur, si thuribulum ipsum de loco in locum transferatur. Neque dicas, consequens fore, ut telluris quoque, dum in orbita sua progradientur, atmosphæra hujusmodi vicissitudines patiatur: tellus enim cum atmosphæra sua non immigrit in ejusmodi atmospharam alterius globi totalis, quæ communem ipsius cum tellure motum turbare queat.

Nota 2do. In Cometarum caudis observantur aliquando sulci quidam oblongi, seu tractus nigricantes. Ii repetendi videntur ab ea vaporum parte, quæ minus apta sit ad reflectendos radios, simulque intercipiat radios a vaporibus post se positis reflexos; quæ vaporum pars fortasse a crassioribus, pinguioribusque nuclei partibus exhalatur.

Nota 3ro. Barba cometæ lucidior esse solet, quam cauda. Tunc enim est barbatus cometa, quum tendit in aver-sam a sole partem, adeoque quum tra-ctus lucidus ipsum præcedit: quo casu tractum eum magis condensari, ac proinde etiam lucidiorem reddi necesse est, quam dum eum cometa post se trahit. Quod cometa nonnunquam crinitus appareat, id imprimis ex optica legibus consequi potest, si nimirum lucidus ille tractus inter cometam & oculos nostros ita intercedat, ut ejus extrema pars scoparum instar dilatata, a nobis versus omnes nuclei partes referri debeat: deinde si cometa ita a sole recesserit, ut atmosphæra solaris jam admodum tenuis non amplius possit ejus atmospharam extrudere in aver-sam a sole partem; eadem atmosphæra cometam undique cri-
li, nium

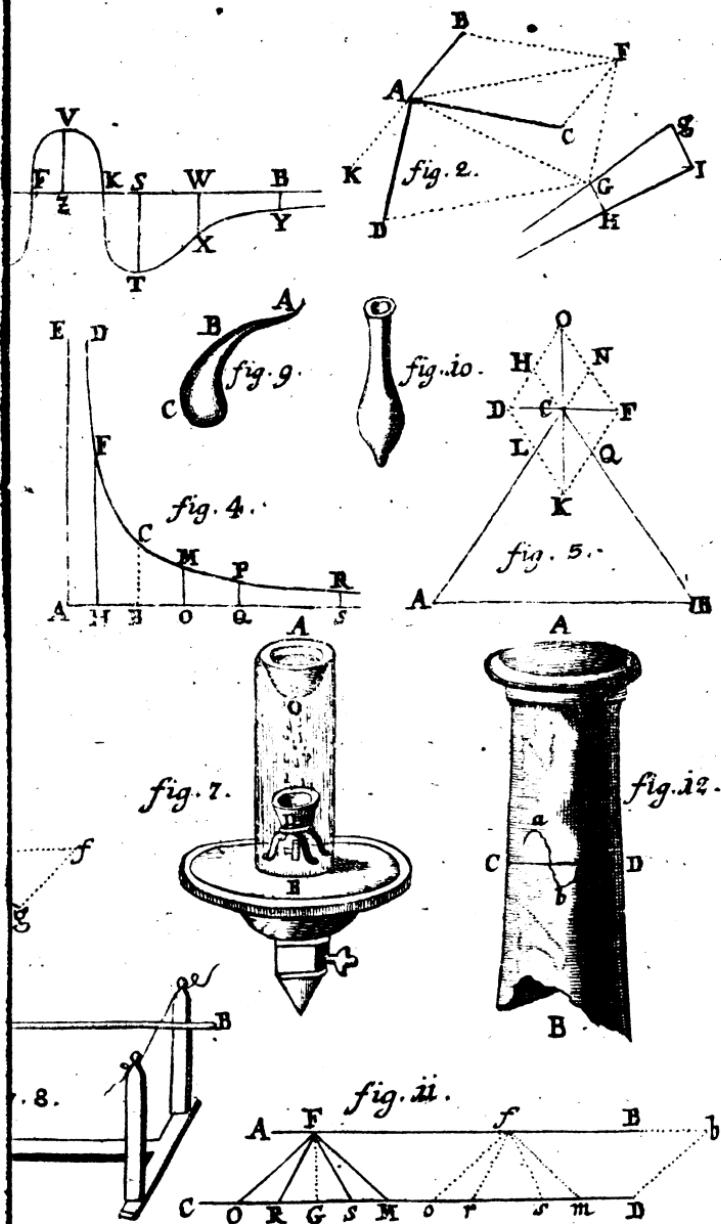
nium instar cinget. Demum quod cauda cometæ in
aversam a sole partem semper magis ac magis dilate-
tur, propterea fit, quia semper rariorem & rariorem
atmospharam solarem offendit: sic videmus etiam fu-
mum eo magis diffundi, quo magis a terra recedit.
Atque hæc de corporibus generatim dicta sufficient:
jam ad eorundem affectiones speciatim explanan-
das faciendus est gradus.



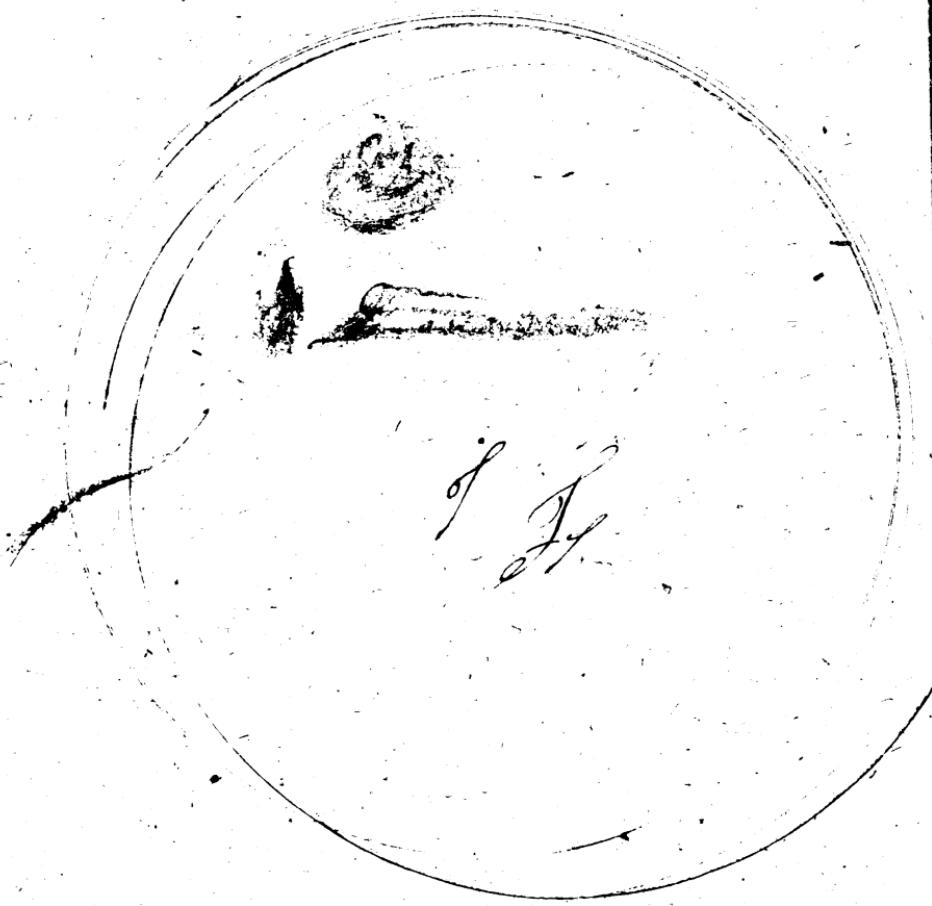
ER.

ERRATA NOTABILIORA.

PAG.	LIN.	ERRORES.	CORRIGENDI
3	29	- seu -	- sed
37	31	- seu $y = \frac{a^2}{4}$	- seu $y^2 = \frac{a^2}{4}$
76	6	comprimit quod si:	comprimit: quod si
80	- penult.	cohærent	cohæreat:
85	21	existentium adde	elementis
98	25	momento adde	physico
141	10	seu ζ	seu α
191	1	globo a	globo a ex A
209	7	longitudinem	basim
246	3	<u>EG × CM</u>	<u>EG × Cm</u>
		2	2
252	22	Tres has propositiones postremas Tertiam hanc propositionem	Corrigi: Corrigere:
268	7	- (præc.)	- - (283)
270	29	As > BC	As < BC
271	7	DS	Ds
345	7	in F. 50	in F. 71
388	33	$c = 1 \times \frac{1}{2}$	$c = 1 + \frac{1}{2}$
389	8	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
391	26	tertera	tertia
411	33	atqui	atque
434	39	angulum	annulum
472	33	n. 567	n. 467



J. D. May



Digitized by Google

