



Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

- + *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.
- + *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.
- + *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.
- + *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertarti di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da <http://books.google.com>

P.
S
ME
ET.

Math. P. 83



(

)

-

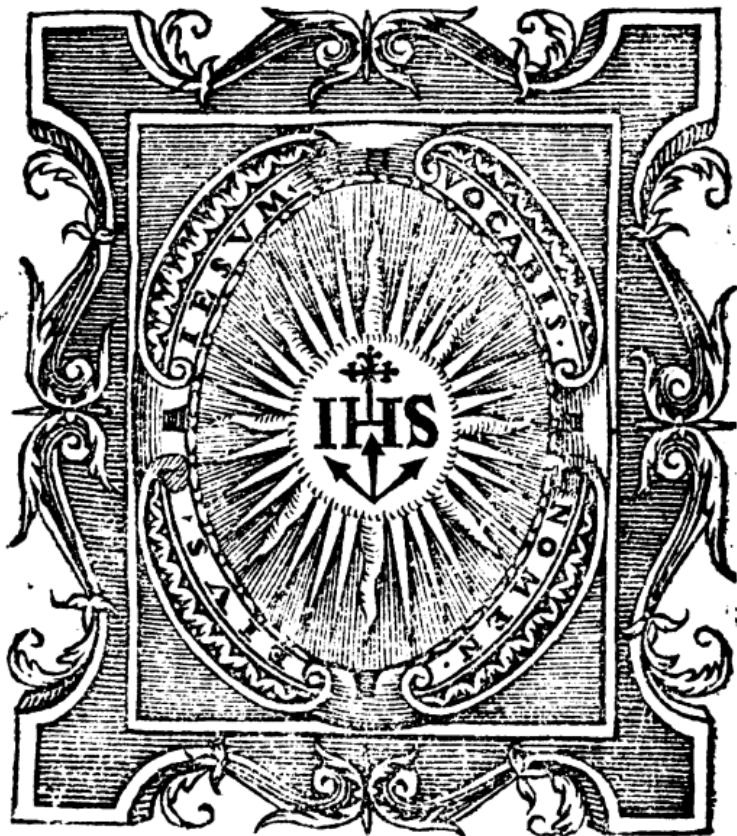
C. S. M.

102

CHRISTOPHORI
CLAVII

BAMBERGENSIS
E SOCIETATE
IESV

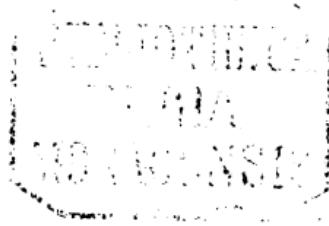
EPITOME ARITHMETICÆ
Prædicta nunc denuo ab ipso auctore
recognita.



PERMISSV SVPERIORVM
ROMÆ Ex Typographia Dominici Basæ. 1585.

Clavius
Epitome
arithm.

N
Digitized by Google
BS dir



LECTORIS.


 V M omnis me Mathematicarū rerū cognitio delectat, tum vero ex Arithmeticæ tractatione incredibilem capio voluptatem; idq; nō solum ob eximiā quandā eius dignitatem, sed etiā, quod sine Arithmeticā, ut ego quidem existimo, nulla scientia, ut Plato audet dicere, neque ipsa hominum societas possit consistere. Plurima enim in mutuis commercijs, cōuentisque, quibus fere hēc hominū cōiunctio continetur, tempora incidunt, ut rationes accepti, & expensi reddendæ, reponendæ sint, tabulæ conficiendæ, numerus æqualiter, vel inéqualiter, certa quadam proportione scrutata, in plures partes diuidendæ.

In Epino-
mide, & in
g. de Rep.

dus, summa subducenda; quibus
in rebus circumuenire, & circum-
ueniri, eque turpe, & perniciosum
est: Itaque audacius illud quidé,
sed tamē verè dixit Plato, pruden-
tiam; atque adeo humanitatē om-
nem è mundo eos tollere, qui A-
rithmeticam è vita tollant; cum si
ne ea neque publicæ, neque pri-
uatæ res constare possint. Iam ve-
ro cæteræ disciplinæ sic Arithme-
tica nituntur, ut hæc non videatur
concidere posse, quin illæ casu co-
dem labefactatæ corruant. Neque
énim aut Astrologus, aut Geome-
tra theorematæ in vulgus proba-
bit sua, ut non solum veritatē, sed
etiam voluptatē habeant cum uti-
litate coniunctam, qui vniuersam
numerorum naturam animo pe-
nitus comprehensam non habue-
rit: quod si tantillū in rationibus

putas.

putandis lapsus fuerit, iam cæterarum rerum ingentem ruinam videas. Atque idcirco princeps ingenij Plato hanc vestibulum, & adi-
in 7. de
REP.
 tum ad reliquas doctrinas voluit esse, non ea solum causa, quod illæ sine numeris nullæ sint, verum etiam quod numerorū tractatione nitescit animus, & præparatur ad reliquos doctrinæ satus recipiendos. Huius ego præstantissimæ sciætiae pulchritudine captus, olim dederam me ad totā numerorum naturam inuestigandam, ut cū illam animo, scientiaq; comprehendissem, tum demum literis eam illustrarem, atque Arithmetice præcepta, Algebræq; docu-
 menta, (rem ita non omnibus cognitam) quibus in vita præclarius vix aliquid reperias, ad certa quædam capita, & faciliores demon-

A ; Rationes

strationes reuocarem, vt cuius a-
perta, & prompta essent. Resefat
præclara illa quidem, sed multi la-
boris, atque temporis. Itaque inte-
rea dum opus illud à me limatur
politius, cœpi, quæ ex multorum
libris dispersa collegeram, separa-
tim ad meum vsum in commen-
tariolū referre, vt videlicet ad ma-
nus mihi essent, meisq; auditori-
bus explicarem: qui enim ha-
nus Arithmeticam tractarunt, ij
aut multitudine præceptorū rem
perturbarunt, aut breuitate obscu-
ratunt, sic, vt (in quo tamen de
nullius existimatione detractū ve-
līm) quem in hac scientia magi-
strum, & ducem tyrones sequan-
tur, vix inueniant. Is libellus cum
imprudenti mihi excidisset, & in
manus hominum venisset, sum-
mis precibus contenderunt à me

viri

viri graues, vt cum cum plurimis
communicarem, quod fore dice-
rent, vt is utilissimus accideret cū
cæteris studiosis, tum vero ijs, qui
nostras scholas frequentant: quo-
rū vtilitati nolle consultū, nō esse
cius, qui sua, suaq; omnia Dei glo-
riæ, omniumq; commodis conse-
crasset. Horum ego precibus, &
auctoritate inductus hunc libellū
typis mandare constitui, quem tu
videlicet, Lector, eo animo susci-
pias velim, quo damus: atque eo
tantisper vtere, dum maius illud
Arithmetice opus in lucē exeat,
quod propediem, Deo iuuante,
fore speramus. **V A L E.**

A 4

N V M E.

NUMERATIO

INTEGRORVM

NUMERORVM

CAP. I.

Numeratio-
quid.



NUMERATIO est: cuiusvis numeri propositi per proprios characteres, ac figuras descriptio, atque expressio.

UT VNTUR autem Arithmeticis decem characteribus, siue figuris ad omnium numerorum descriptionem, videlicet.

Decē figu-
rae nume-
rorum.

I. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

quarum priores nouē dicuntur significatiæ. Quilibet enim illarum tot vnitates significat, quotum ipsa locum in apposita serie occupat. Ut hæc figura 6. significat sex vnitates; quia sexto loco posita est; atque ita de ceteris. Decima autem figura. est ultima nihil per se significat, diciturq; cifra; auget tamen significationem, ac valorem aliarum figurarum, ut ex sequentibus perspicuum fiet.

Quæ loca
sunt in quo
libet nume-
ro.

Prima figu-
ra, &ulti-
ma in quo
vis nume-
ro quæ sū.

IN quolibet numero, qui pluribus figuris scribitur, tot dicuntur esse loca, quot sunt figura siue significatiæ, siue non significatiæ: primusq; locus; seu prima figura est, quæ extrema est versus dextram; secundus vero locus, seu secunda figura est illa, quæ proxime primam consequitur versus sinistram, atque ita deinceps: adeo ut ille locus, seu

seu figura dicatur ultima, qua primam sedem ad sinistram occupat. Ut hic . 4352. prima figura est 2. & ultima 4. Sit tamen singulæ figuræ singulos numeros repræsentent, hoc modo. 4.3.5.2.

prima figura erit 4. ultima vero 2. Cur autem ordinolocorum, figurarumque in quolibet numero progrediviatur à dextra versus sinistrâ, causa hæc est: quoniā à Phanicibus inuēta esse dicitur Arithmetica, qui scribere solent à dextra sinistram versus, more Hebraeorum, Arabum, & Chaldaeorum.

QUÆ LIBET figura in primo loco posita seipsam simpliciter repræsentat, in secundo decies seipsam significat, in tertio centies, in quarto millies, in quinto decies millies, in sexto centies millies, in septimo millies millies, atque hoc pacto in infinitum: ita ut loca ordine sese superent in decula proportione, ut secundus primum, tertius secundum, quartus tertium, &c. Ut hic. 34567. prima figura 7. significat tantum septem unitates: secunda 6. significat sexaginta, nempe decies 6. tertia 5. quingentas, id est, centies 5. quarta 4. quatuor millia unitatum, hoc est, millies 4. quinta 3. triginta millia unitatum, siue decies millies 3. Itaque totus ille numerus ita proferendus erit. Triginta quathor millia, quingenta, & sexaginta septem. Eodemq; modo quicunque aliis numeris exprimi poterit, si diligenter notetur, quoties qualibet figura seipsa significat in varijs locis posita.

CAETEVUM ut facilior reddatur numerus ratio, distribuendus erit numerus in membra, hoc modo. Supradicte primam figuram ad manum dextram

Ordo locorum in quo quis numerus occurrit à dextra sinistrâ versus procedat.

Quidquilibet figura in dato numero significat.

Figura in quo quis numero se ordine suprant in decupla proportione.

Quidobet uandū sit, vidatus numerus facile exprimatur.

transponatur punctum: Deinde procedendo versus sinistram, & omissis duabus figuris, supra sequentem figuram quarto loco positam aliud punctum statuatur: Et sic deinceps, omissis semper duabus figuris sine punctis, supra sequentem figuram punctum scribatur. Ut hic factum esse vides.

42329089562800

Qualibet enim figura sub quocunque punto cum duabus antecedentibus versus sinistram constituit unum membrum, ita ut singula membra terminis figuris consistent, ultimo membro versus sinistram excepto, quod aliquando unicam figuram habere potest, illam nimirum, qua sub punto colloca tur; quemadmodum in proposito exemplo in quinque membra distributo contingere, si ultima haec figura 4. tolleretur: aliquando vero duas, ut in dato exemplo.

I T A Q U E ut quicunque numerus enuncie tur, satis est, si quodlibet membrum seorsum exprimatur, cuius prima figura unitates significat, secunda denas unitatum, & tertia centenas. Sed post pronunciationem cuiusvis membra apponenda est hec vox [Mille] toties, quot membra sequuntur illud, quod enunciatur, ita tamen, ut pri mū ea vox ponatur in recto pluralis numeri, deinde vero semper dicatur [millies] ut mox audi es.

I L L V D porro membrum, quod ultimum est versus sinistram, primans est in enunciatione, & quod

& quod primum est ad partem dextram, in enumeratione est ultimum. Numerus ergo paulo ante propositus ita pronunciabitur. Primū membrū 42. si . Quadraginta duo millia, millies, millies, millies, ita ut vox [mille] quater audiatur, propter quatuor membra, que hoc, quod enunciatur, subsecuntur.

Secundum membrum 329. hoc modo. Trecenta, viginti nouem millia, millies, millies.

Tertium membrū 089. ita. Octoginta nouem millia, millies.

Quartum membrū 562. sic. Quingenta, sexaginta duo millia.

Quintum denique membrum 800. hoc pacto. Octingenta.

F A C I L I O R adhuc reddetur numeratio, si pro primo punto ponatur 0. & 1. pro secundo punto, & 2. pro tertio, & 3. pro quarto, & ita deinceps, ut hic in eodem exemplo factum esse vides.

4	3	2	1	0
42 329089562800				

Hac enim ratione facile intelligitur, quoties vox [mille] apponenda sit in cuiusque membrai enumeratione. Toties enim proferenda est, quot unitates in figura, qua supra membrum pronunciandum posita est, continentur.

I A M vero si more Italorum millena millia appellare velimus Millions, paucioribus verbis, & fortasse significantius, numerū quemcunq; pro

positum exprimemus, si in maiora eum membra distribuamus, hoc, qui sequitur, modo. Supra primam figuram ad manum dextram ponatur 0. Deinde, omissis quinque figuris intermedij, collocetur 1. supra sequentem figuram, quæ septimum locū occupat. Post hanc, omissis rursus quinque figuris, scribatur 2. supra figuram, quæ tertium decimum occupat locū. Atque ita deinceps, omissis semper quinque figuris, ponatur 3. 4. 5. &c. Ut hic in eodem exemplo factum est.

2	1	0										
4	2	3	2	9	0	8	9	5	6	2	8	0

Quodlibet membrum cōtinet sex figuras (ultimo membro excepto, quod unicampotest habere figuram, vel duas, vel tres, vel quatuor, vel quinque tantum) quæ omnes simul enunciāndē sunt, & post enunciātionem cuiusvis membris toties dictio [Millio] addēdā, quot unitates sūt in figura supra membrum posita, primo quidem in recto, deinde vero semper in obliquo. Ut autem quodlibet membrum facilius enuncietur, ponēdum erit punctum sub quarta eius figura, quod significabit, locum ibi millenarum esse. Igitur superius exemplum ita proferendum erit. Quadraginta duo miliones milionum; trecenta vigintinouem millia millionum, octogintanouem millions; quingenta sexaginta duo millia; octingenta.

ADDI-

ADDITIONE INTEGRORVM NV-
merorum. Cap. XI.

AD D I T I O est duorum, vel plurium nu- Additio qd-
merorum in unam summam collectio.

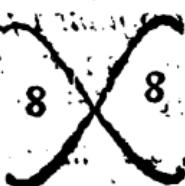
N U M E R I addendi ita sunt collocandi, vt
uno sub altero posito, primæ figuræ inter se respon- Numeri ad
deant; item secundæ inter se, & tertiae, & quartæ
&c. adeo ut defectus figurarum, si quis est, cer-
tatur ex parte sinistra. ut hi numeri addendi,
710654. 8907. 56789. 880. collatā.
dierunt, ut hic apparet.

710654

8907

56789

880

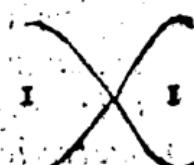
777230

D U C T A deinde linea sub numeris adden- Quo pacto
dis, adduntur primum omnes primæ figuræ inter- fiat additio
se, & numerus compositus, si unica figura scribi-
potest, sub primis figuris infra lineam ponitur; si
vero duabus figuris scribendus est, ponatur sola
prima earum, & reliqua seruantur, ut deinde se-
cundis figuris inter se addendis adjiciatur. Post
hac adduntur secundæ figuræ eodem modo, addita
prius illa, quæ seruata est, si qua tamen seraata sit,
itemque tertie, quartæ, & aliq. Quod si ex additio-
ne ultimarum figurarum numerus componatur
duabus figuris scribendus, ponenda sunt ambæ sub
linea, nulla reteta, eo quod tunc tota additio per-
fetta sit. Verbi gratia. In primis figuris propositi
exem-

exempli o. & 9. faciunt 9. addo 7. fiunt 16. addo 4. fiunt 20. Pono ergo sub primis figuris 0. & seruo 1. Deinde in secundis figuris, ex 2. (quam figuram seruaueram) & 8. fiunt 10. addo 8. fiunt 18. addo 5. fiunt 23. Pono ergo figurā 3. sub secundis figuris, & retineo 2. Post hēc accedo ad tertias figurās, ubi ex 2. (quam figuram retinueram) & 8. fiunt 10. addo 7. fiunt 17. addo 9. fiunt 26. addo 6. fiunt 32. Pono ergo 2. sub tertīis figuris, & retineo 3. Rursus in quartis figuris, ex 3. (qua figura retēta erat) & 6. fiunt 9. addo 8. fiunt 17. addo 0. fiunt 17. Pono ergo 7. sub quartis figuris, & seruo 1. quam addo quintis figuris, efficio que 7. Pono igitur 7. sub dictis figuris, & nihil reseruo. Postremo quia in vltimo loco sola hēc figura 7. reperitur, pono eam sub linea, absoluta que erit additio. Quemadmodum autem figurās numerorum addendorum inter se addidimus ab inferioribus versus superiores ascendēdo, ita quoq; colligi possunt in una summā, sc̄ à superioribus versus inferiores descendatur.

Quid facie dū si, quā do ex figuris vniuersaliis colligetur numerus tribus figuris scribendus, ponēda erit prima figura sub illo loco, & ncliquā dua figuris sequentium locorum addenda, prima videlicet earum figuris proximaloci, & secunda figuris alterius loci:

6008	
5009	
4009	
308	
239	
108	
198	I
309	
4128	
3009	
209	
308	
23742	



aut certe numerus duabus illis figuris retentis ex-
pressus sequentis loci figuris addendus. Ut in ap-
posito exemplo, quoniam ex primis figuris collig-
atur numerus bic 102, scribenda erit figura 2. sub
primo loco, & figura 0. addenda figuris secundi
loci figura vero 1. figuris tertij loci. Vel tunc nu-
merus retentus 10. addendus figuris secundi loci,
ut colligatur numerus 15. cuius figura 3. sub secun-
do loco ponatur, & figura 1. figuris tertij loci ad-
datur, &c. utroque enim modo idem semper nu-
merus colligetur. Examinatum autem vides hoc
exemplum per abiectionem 9. de quo examine
mox dicemus.

RECTE porro ficeris, quando sunt multimi-
meri addendi, si eos in plures classes distribuis, &
ex singulis classibus singulas summas colligas. Nā
si demum hasce summas in unam redigas summā,
babebis summā ex omnibus datis numeris colle-
ctam, vitabisque molestiam, que in tot figuris in
unam sumam colligendis necessario occurrit. Ut
si proximum exemplum in quatuor hasce classes

Quid facit
dum sit,
quando mul-
ti numeri
addendi sit.

6008	308	108	3009
3009	239	309	209
4009	108	4128	308
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
15026	655	4545	3526

partiaris, & singularum summas, 15026. 655.
4545. 3526. in unam summam redigas, efficies
summam, 23752. eandem, quam prius collegera-
mus

mus, ut hic appareat. Perspicuum autem est, hoc posteriori modo non tam facile errorum posse committi, quam priori, quod in hoc non tot figure, quod in illo, simul addantur.

Prima probatio additionis p. 9.

P O S T absolutam additionem facilius Arithmetici eam examinare, facias alias operationes, quae sequuntur; cum recte facta sit, aponitur. Quod quartuor modis fieri potest in additione. Primum per abiectionem numerarij, hoc pacto. Rejeciantur ex omnibus numeris addendis, quoties fieri potest, ex quod reliquum est, ponatur seorsum. Deinde ex summa collecta rejeciantur, quoties fieri potest, ex quod reliquum est, non retinetur. Si enim hoc illi priori, quod reliquum fuit, aequaliter est, recte instituta fuit additione. Si vero inaequale, non recte. Unde iteranda erit additione, ut error corrigatur. Ita vides in superiori exemplo reliquias fuisse numerinas post abiectionem numeri 9, et ex omnibus numeris addendis, quam ex summa collecta, qui numerus 8, collocatus est in cruce quadam in hunc finem constructa.

Quae ratione ex quo-
uis numero
rejeciantur
faciles, quo-
ties fieri po-
test.

Mirabilis
proprietas
numerarij,

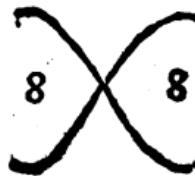
C A E T E R V M, ut facile abieciantur, q-
atis est, ut figura numerorum, ac si omnes primum
occuparent locum, inter se addantur, et cum pri-
mum summa fuerit 9, aut exceferit 9, ita ut duas
figuras scribatur, rejeciantur vel duobus fi-
guras inter se addantur, et summa hec cum sequen-
tia figura addatur eodem modo, &c. Est enim mira-
bilis haec proprietas numerarij, ut si figuram cuius-
cunque numeri inter se addas, ex summa reman-
tias

cias 9. vel certe, si summa hæc duabus figuris scribitur, duas has figuras in unam summam colligas, tantundem relinquatur, vel componatur, quantum relinquetur, si reūceres 9. roties ex toto numero, quoties potes. Ut si ex hoc numero 38. reūciantur 9. quoties id fieri potest, nempe quater, remanent 2. quater enim 9. faciunt 36. Quid si dicas, 3. & 8. (sumendo figuras eiusdem numeri 58. seorsum) faciunt 11. & reūcias 9. Vel certe dicas. 1. & 1. faciunt 2. (sumendo etiam figuras huius numeri 11. proxime compositi seorsum) habebis eadem 2. que prius reliqua fuerunt. Ita quoque si ex hoc numero 41. reūciatur 9. quoties fieri potest, nempe quater, remanent 5. Et si dicas, ex 4. & 1. (sumendo figuras numeri 41. seorsum) fiunt etiam 5. Denique ex numero 78. si ab iuncteur 9. quoties fieri potest, nempe octies, relinquuntur 6. Et si dicas, 7. & 8. faciunt 15. reūciasque hinc 9. Vel certe dicas, 1. & 5. faciunt 6. tantundem habebis, quantum prius reliquum fuit. Eademque ratio est de ceteris.

I T A Q U E ut videas, qua ratione examen additionis instituendum sit, examinabimus primum exemplum hoc modo.

$$\begin{array}{r}
 710654 \\
 8907 \\
 56789 \\
 880 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$777230$$



7. & 1. faciunt 8. Additis 6. fiunt 14. id est, 5.

B Nam
Digitized by Google

Nam 1. & 4. faciunt 5. quantum nimis relinqueretur, si 9. ex 14. reijcerentur, ut dictum est. Additis 5. ad illa 5. fiunt 10. id est, 1. Additis 4. fiunt 5. Additis 8. fiunt 13. hoc est, 4. Additis 7. fiunt 11. (Nam 9. semper omittuntur, cum sint perpetuo abiencia.) id est, 2. Additis 5. fiunt 7. Additis 6. fiunt 13. hoc est, 4. Additis 7. fiunt 11. id est, 2. Additis 8. fiunt 10. id est, 1. Additis 8. fiunt 9. id est, 0. Nam 9. reijcienda sunt. Remanet autem 8. quae in altera parte crucis colloco. Deinde in summa producta, ex 7. & 7. fiunt 14. id est, 5. Additis, 7. fiunt 12. id est, 3. Additis 2. fiunt 5. Et tandem additis 3. fiunt 8. ut prius, quae statuo in opposita parte crucis, ut appareat equalitas numerorum, qui post abiectionem 9. reliqui fuerunt.

Probatio
per 9. fallax
est. & quare
fallax sit.

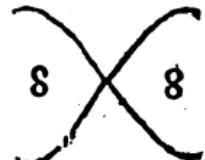
Q V O N I A M vero bac ratione non reij-
ciuntur 9. quoties fieri potest, sed tantum per di-
fala sit. Etiam proprietatem nouenarij inquiritur residuum,
quod remaneret, si omnia 9. reijceren-
tur, fit, ut hoc examen per 25|7
abiectionem 9. institutum 30|3
fallax sit; ut in hoc exēplo ————— I ————— I
apparet. Nam summa col- 64|1
lecta falsa est, & nihilominus

examen per 9. institutum indicat, eam recte colle-
ctam esse, cum verubique Unitas supersit. Quod si reijciantur 9., quoties fieri potest, statim appa-
rebit falsitas summae collectæ. Se pius enim reij-
cientur 9. ex summa, quam ex numeris additis. In
summa enim hac 64. continentur 9. septies, supe-
restq. unitas, propterea quod sepius 9. sunt 63.

At in numero 25. continentur 9. bis, & super-
sunt 7. quæ ad partem dextram repono. In 30. ve-
to continentur 9. ter, & supersunt 3. quæ etiam
ex parte dextra noto. Itaque ex numeris additis
reicyciuntur 9. quinquies, & supersunt 7. & 3. in
quibus adhuc semel continentur 9. superestq; vni-
tas; adeo ut vere sexies tantum reiecta sint 9. ex
numeris additis, ex summa vero septies. Vnde mi-
rum non est, summam esse falsam, quamvis semper
reliqua fuerit unitas. Vera autem summa esset hæc
35. in qua continentur 9. sexies, & superest unita-
s, quemadmodum in numeris additis.

E O D E M pacto, si quis post summam recte collectam permutteret aliquas figuras, vel interponeret figuris siue summae, siue numerorum addendorum hanc figuram 9. aut 0. quoties voluerit, vel hasce duas 7. 2. aut 6. 3. aut 4. 5. aut 8. 1. semper indicaret examen, summam adhuc recte esse collectam: quod tamen falsum est. Nam postquam hæc additio recte cum suo examine instituta fuerit, si quis per columniam ita permutteret summam 1565. adhuc habet examen suam vim, & tamen summa vera non esset. Idem dices, si ordinem figurarum in numeris addendis quis permutteret: vel certe interponeret hanc figurā 9. aut 0. ut hic appareat.

HÆC cum ita sint, merito quis roget, cur

$$\begin{array}{r} 1425 \\ 230 \\ \hline 8 & 8 \end{array}$$


$$\begin{array}{r} 14925 \\ 2309 \\ \hline 8 & 8 \end{array}$$


Cur ab Ari
thmeticis
probatio
per 9. adhi
beatur, cū
fallax sit.

ab Arithmeticis hæc probatio per 9. adhibeatur. Cui respondendum est, licet per calumniam hæc probatio ostendatur esse vitiosa, ut in proximis exemplis patuit, non immerito tamen à peritis Arithmeticis eam usurpari. Nam nemo, (nisi quis dedita opera errare velit) talem errorem committet, ut examen istud locum habeat, sed solum vna, aut altera unitate à scopo aberrabit; ita ut facile tunc examen hoc ostendat, errorem fuisse commissum, indicetque proinde, corrigendam esse additionē. Quis enim ita insanus fuerit, ut ultimam illā summam ex primis duobus numeris colligat? Denique nisi de industria numeri ita disponantur, ut reiectis 9. semper idem residuum sit, vix aut raro admodū continget, ut examen istud succedat, nisi quādo in additione erratū nō fuerit.

Secunda pro
batio addi
tionis p. 7.

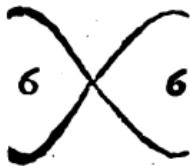
A L I O modo fit examen per abiectionem septenarij, hoc pacto. Reijciantur 7. ex omnibus numeris addendis, quoties fieri potest, & id, quod superest, seorsum ponatur in vna parte crucis. Deinde ex summa collecta reijciantur quoque 7. quoties fieri potest, ac residuum in altera parte crucis collocetur. Si enim hoc illi priori residuo fuerit æquale, recte facta est additio; si vero inæquale, non recte. Reijcienda autem sunt 7. ex singulis numeris addendis seorsum, residuaque ad dexteram è regione ipsorum locanda, & ex his residuis in vnam summam collectis etiam abijcienda 7. atque hoc ultimum residuum in vna parte crucis ponendum. Ceterum non eodem modo reijcienda sunt 7. quo abijcienda esse 9. diximus, cum

bic

hic numerus 7. illam proprietatem nouenarii non
habeat: sed assumenda sunt due figuræ primæ ad
sinistram, ac si prior earum denas, & posterior vni
tates significaret, dummodo prior minor sit, quām
7. (Nam si esset 7. vel maior, reūcienda forēt 7.
ex illa sola.) & ex eo numero, quem due illæ figu-
rae referunt, abūcienda 7. quoties fieri potest, &
residuum pro denis accipiendum, eique sequens fi-
gura addenda pro vnitatibus, atque ex hoc num-
ero, quem residuum, & sequens figura exprimunt,
iterum abūcienda 7. quoties fieri potest, atque ita
deinceps. Ut ex numero 2379. ita reūciantur 7.
Ex 23. si ter abūciantur 7. remanent 2. Item si
ex 27. (Nam figura 2. relicta, & sequens figura
7. constituant hunc numerum 27.) reūciantur ter
7. relinquuntur 6. Si tandem ex 69. (qui numerus
constituitur ex residuo 6. & figura 9.) reūcian-
tur 7. quoties fieri potest, remanent 6. Qui num-
erus etiam reliquus fuisset, si omnia 7. ex dato nu-
mero fuissent abiecta. Eodem modo ex hoc num-
ero 783. ita abūciantur 7. Si ex 8. (Nam 7. omit-
zuntur, ut dictum est, & ex 8. reūciantur 7.) abū-
ciantur 7. remanet 1. Rursus si ex 13. reūciantur
7. remanent 6. atque ita de ceteris.

IT A Q U E bac ratione superius exemplū
examinabitur.

$$\begin{array}{r}
 710654 | 0 \\
 8907 | 3 \\
 56789 | 5 \\
 880 | 5 \\
 \hline
 777230 |
 \end{array}$$



B 3

Omis-

Omissa figura 7. si ex 10. abijcantur 7. remanent 2. Item si ex 36. abijcantur 7. remanet 1. Abiectis vero 7. ex 15. remanet 1. Abiectis tandem 7. ex 14. remanet 0. quam figuram colloco ad dexteram primi numeri, ducta prius linea, que numeros addendos distinguat à figuris ad dexteram collocandis. Deinde in secundo numero abiectis 7. ex 8. remanet 1. abiectis item 7. ex 19. remanent 5. Abiectis quoque 7. ex 50. remanet 1. Denique abiectis 7. ex 17. remanent 3. que ad dexteram repono. Rursus in tertio numero abiectis 7. ex 56. remanet 0. Omissa deinde figura 7. & abiectis 7. ex 8. remanet 1. Abiectis denique 7. ex 19. remanent 5. ad dexteram collocanda. In quarto denique numero, abiectis 7. ex 8. remanet 1. Abiectis autem 7. ex 18. remanent 4. Et abiectis 7. ex 40. remanent 5. ad dexteram ponenda. Quoniam vero 5. 5. 3. & 0. efficiunt 13. ex quibus si abijcantur 7. remanent 6. repono 6. in una parte crucis. Sed ex hisce residuis facilius rejicientur 7. si dicatur; 5. & 5. efficiunt 10. Abiectis 7. remanent 3. Additis 3. fiunt 6. quemadmodum supra de abiectione 9. dictum est. Postremo in summa, omissis 7. 7. 7. si ex 22. abijcantur 7. remanent 2. Item si ex 20. abijcantur 7. remanent 6. in altera parte crucis reponenda.

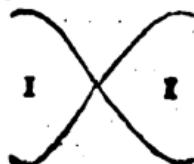
Probatio p
7. fallax est,
sed minus,
quam prob-
atio per
nouem, &
quare.

VERVM quemadmodum examen per abiectionem 9. fallax est, ut diximus, ita quoque hoc per abiectionem 7. vitiosum esse deprehenditur: quia non consideramus, an toties rejicientur 7. ex numeris addendis, quoties ex summa; necne; sed solum

yolum, an idem residuum utrobique reperiatur, an non. Nihilominus tamen non sine ratione huiusmodi examen ab Arithmeticis adhiberi solet, quem admodum & illud prius per abiectionem 9. institutum, ob rationem supra dictam: quia, nisi quis per calumniam numeros pervertat, vix aut raro idem residuum utrobique reperietur, nisi recte facta sit additio: Et multo quidem rarius in hoc, quam in illo examine per 9. instituto; propterea quod non ita simpliciter rejiciuntur 7. ut 9. sed maiori quodam artificio: ut non tam facile quis alium possit decipere, aut ab alio decipi.

I N hoc apposito exē
plo additio viciosa est, et
tamen examen per abie
ctionem 7. indicat, eam
rite esse institutam.

203|0
134|1
—
344|1



P R O P O S I T A autem haec tabella docet,
ex quibusnam numeris abiecta 7.
nihil relinquunt, ut examen istud
per 7. reddatur facilius pro ijs, qui
parum in numeris sunt exercita-
ti. Cuius usus hic est. Si nume-
rus duabus figuris scriptus, ex quo
debent rejici 7. in hac tabella repe-
ritur, nihil supererit post abiection-
em 7. ut cifrae è regione numerorū huius tabella in-
dicant. Si autem non reperitur in hac tabella, accipien-
dus erit numerus in ea proxime minor. Nam dif-
ferentia inter hunc, & numerum propositum re-
linquatur post abiectionem 7. Ut si numerus pro-

7 —○
14 —○
21 —○
28 —○
35 —○
42 —○
49 —○
56 —○
63 —○

positus sit 69. sumendus erit numerus 63. in tabella, qui sex unitatibus à 69. differt. Reiectis igitur 7. ex 69. rem inent 6. Item si propositus numerus sit 37. accipieđus erit in tabella numerus 35. qui duabus unitatibus superatur à 37. Reiectis igitur 7. ex 37. supersunt 2. Atque ita de ceteris.

Tertia probatio additionis per additionem.

TERTIO bac ratione Arithmeticci additionem factam examinare solent. Si additio facta est ab inferioribus figuris versus superiores, instituunt eandē à superioribus figuris versus inferiores, vel contra: Et si posteriori via eadem prorsus summa colligatur, quæ priori inuenta est, non dubitant, quin recte sit facta additio, propterea quod incredibile quodammodo sit, si priori modo error aliquis esset commissus, eundem prorsus posteriori via committi, cum alio modo figuræ numerorum inter se additæ sint posteriori via, quam priori. Nam si errauero in additione harū figurarum 5. 2. 9. hoc modo dicendo, 5. & 2. faciunt 7. additis 9. fiunt 15. non tam facile in eundem errorem incidero, si è contrario eas inter se addam. Dicā enim 9. & 2. efficiunt 11. additis 5. fiunt 16. quia operatio aliquo modo variatur.

POTEST probatio hæc per additionem ita quoque institui. Diuidatur numeri addendi in duas, aut plures classes, & singularum summa colligatur. Nam si ex hisce summis unam summam conficias, necesse est, summam hanc æqualē esse summam prius collectam, si erratum nō est. Ut si primum exemplum in hæc duo membra distribuantur, & eorum summae collectæ in unam redigantur sum-

710654	56789
8907	880
—	—
719561	57669
57669	
—	—
777230	

man, vt hic factum est, prodibit eadem summa,
qua prius.

Q U A R T O & ultimo examinari solet ad-
ditio per subtractionem, hac ratione. Quando duo
numeri sunt additi, subtrahatur vterius corum
ex summa: quod quo pacto fiat, capite sequenti do-
cebimus. Si enim numerus ex hac subtractione
relictus equalis fuerit alteri numero addito, argu-
mento est, nullum peccatum in additione fuisse co-
missum. Nam si ex 12. & 20. fiunt 32. necesse
est, detractis 12. ex 32. relinquere 20. vel detra-
ctis 20. ex 32. relinquere 12. Quando vero plures
numeri sunt additi, subtrahatur unus eorum ex
summa, & reliqui omnes in unam summam colli-
gantur. Nam si hec summa illi residuo fuerit aqua-
lis, recte facta erit additio. Vel certe, subtracto
primo numerorum addendorum ex summa, sub-
trahatur ex residuo secundus, & ex hoc residuo
tertius, & ita deinceps, ultimo excepto. Si enim
ultimum residuum ultimo numerorum addendo-
rum aequale fuerit, dubium non est, quin additio re-
cte facta sit. Atque hoc examen certissimum est,
licet sit alijs paulo longius.

Quarta p-
batio addi-
tionis per
subtrac-
tionem.

S V B-

26 SUBTRACTIO
SUBTRACTIO INTEGRORVM
numerorum. Cap. III.

Subtractio
quid.

Vterduorum
numerorum
maior sit,
quo pacto
cognoscatur.

SUBTRACTIO est minoris numeri ex maiori, vel aequalis ex aequali, subductio.

FACILE autem cognosces, uter duorum numerorum maior sit, ex ultimis eorum figuris. Cuius enim figura ultima maior est, ille numerus maior etiam erit. Ut horum duorum numerorum superior maior est inferiore, quia ultima eius figura 3. maior est, quam 2. ultima figura inferioris. Quod si ultime figure duorum numerorum sint aequales, ille maior erit, cuius penultima figura maior est. Et si penultime etiam figurae sint aequales, ille maior erit numerus, in quo prius occurret maior figura, ut in his exemplis semper numerus superior 45078. 700001000. inferiore maior est. 44986. 700000999.

Subtrahen-
dus nume-
rus quo pa-
cto locan-
dus sit.

NUMERUS subtrahendus sub eo, à quo fieri debet subtractio, ita collocandus est, ut prima figura prime, secunda secundæ, tertia tertiae, &c. respondeat: adeo ut defectus figurarum in numero subtrahendo, si quis est, cernatur ex parte sinistra. Ut si numerus 40236. ex numero 3271589. subducendus sit, collocandus erit ille sub hoc, ut hic appareat.

$$\begin{array}{r}
 3271589 \\
 - 40236 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$3231353$$

DUCTA

D U C T A deinde linea sub duobus illis numeris, subtrahuntur singulae figurae inferioris numeri à singulis figuris superioris numeri, initio facto à primis figuris; & residua sub linea collocantur eo ordine, quo facta est subtractio. Quod si in superiori numero aliquæ figure nō habeant respondentes figuræ in numero inferiori, ita ut ab illis nihil subtrahatur, reponenda illæ erunt sub linea. Verbi gratia. Subductis 6. ex 9. remanent 3. sub linea collocanda. Itē subductis 3. ex 8. relinquuntur 5. Et demptis 2. ex 5. relinquuntur 3. Subtracta autem figura 0. ex 1. remanet 1. At subductis 4. ex 7. remanent 3. Quia vero ex figuris 2. & 3. nihil subtrahitur, ponenda eæ erunt eodem ordine sub linea.

Subtractio
quomodo
fiat.

Q V A N D O autem figura aliqua inferior maior est superiore sibi respondentे, ita ut substratio fieri non possit, seruanda erit hæc regula. A proxima figura superiori versus sinistram mutuo accipiatur vñitas, quæ decem vñitates significabit respectu illius figuræ, à qua subtractio fieri nō potest. Deinde huic vñitati apponatur figura illa, ut fiat numerus duabus figuris scribendus, à quo detrahatur illa figura inferior maior: sed tunc illa figura, à qua mutuo accepta est vñitas, reputanda erit vna vñitate minor. Quod si proxima illa figura superior sit 0. mutuabimur vñitatem ab alia figura versus sinistrā, quæ vñitas significabit 100, vñitates respectu illius figuræ, à qua subtractio nō potest fieri: sed tunc loco figura 0. animo repnenda erit figura 9. & figura, à qua mutuo acce-

Quid agit
dum sit, qđ
figura infe
rior maiore
est, quam
superior.

pta est vnitas, vna vnitate minor erit. Ita quodque si plures huiusmodi figurae o. antecederent illam, à qua vnitatem mutuamur, cogitandę essent omnes veluti 9. Et illa, quae mutuo dedit vnitatem, vna vnitate minor. Quæ omnia hoc exemplo fiene perspicua.

$$\begin{array}{r} 4500026304827 \\ 3929034567892 \\ \hline \end{array}$$

570991736935

PRIMU M subductis 2. ex 7. remanent 5. Deinde quia 9. detrahi non possunt ex 2. mutuabimur vnitatem ab 8. Et ita detractis 9. ex 12. (quem numerum exprimunt 1. quam mutuo accepimus, & 2.) relinquuntur 3. Rursus quia 8. ex 7. (superior enim figura 8. cum mutuo dederit vnitatem, valet tantū 7.) subtrahi nequeunt; mutuabimur vnitatē à 4. Et sic subductis 8. ex 17. remanent 9. Post hęc, quia 7. ex 3. (figura enim 4. ob vnitatem mutuo datam valet tantum 3.) non possunt auferri, accipiemus mutuo vnitatem à 3. post o. Sed quoniam hęc vnitas valet 100. respectu figurae 3. à qua non potest fieri subtractio, & nos indigemus tantum 10. necessē est, ut si à 100. mutuemur 10. relinquātur 90. Hinc fit, vt figura 3. valeat tantum 2. Et supra o. reponenda sit animo figura 9. que significat 90. respectu figurae, à qua subtractio fieri non poterat. Itaque subductis 7. ex 13. remanent 6. Et subductis 6. ex 9. (supra o. namque diximus cogitari debere 9.) remanent 3. Quoniam vero 3. ex 2.

(Nam

(Nam figura superior 3. valet tantum 2. vt diximus.) auferri nequeunt, accipiemus mutuo 1. à 6. detrahemusq; 5. ex 12. vt supersint 7. Subductis deinde 4. ex 5. (figura enim 6. valet 5. ob vnitatem mutuo datam) remanet 1. Et quia rursus 3. ex 2. non possunt detrahi, mutuabimur vnitatem à 5. Sed cū hæc vnitatis valeat 10000. respectu figurae 2. à qua subductio fieri nequit, nos vero indigeamus tantū 10. necesse est, vt si à 10000. mutuemur 10. remaneat 9990. Hinc fit, vt figura 5. valeat solū 4. & supra singulas cifras cogitatione reponenda sit figura 9. hoc modo, 999. Hę namque figurae 999. significant 9990. respectu figurae 2. à qua subductio fieri non poterat. Itaque subductis 3. ex 12. remanent 9. Et subducta figura 0. ex 9. (quam figuram 9. supra 10. diximus cogitandam esse.) remanent 9. Et subductis 9. ex 9. (quam etiam figurā 9. supra 0. imaginamur) remanet 0. Item subtractis 2. ex 9. (supra 0. namque reponenda quoque animo est figura 0.) supersint 7. At vero quoiam 9. subtrahi non possunt ex 4. (Figura enim 5. ob mutuo datam vnitatem valet tantum 4.) mutuabimur 1. à 4. & deducemus 9. ex 14. vt supersint 5. Postremo subductis 3. ex 3. (Nam figura 4. ob mutuo datam vnitatem valet tantum 3.) remanet 0. que figura 0. quia ultima est in hoc exemplo, nihilq; propterea significat, omittenda est.

H A C regula plerique Arithmeticci vtuntur, quam nos multo facilius ita proponemus. Quando inferior figura maior est superiore, acci-

piatur

Facilius ra-
tio subtra-
ctionis, qñ
figura infe-
rior super-
iore ma-
ter est.

piatur differentia inter ipsam, & 10. atque huic
differentiae addatur superior figura, à qua sub-
tractio non poterat fieri, aggregatumq; scribatur
sub linea. Hoc enim aggregatum relinqueretur, si
figura illa maior auferretur ex numero composi-
to ex 10. & figura illa superiore, à qua nō potest
fieri subtractio, non secus, ac si unitas fuisset mu-
tuo accepta: cum figura illa maior primum sub-
trahatur à 10. ut habeatur differentia inter 10.
& illam figuram, deinde residuo, sine differentia
huic superior figura addatur. Postea ne cogamur
unitatem cogitatione auferre ex superiori figura,
à qua mutuo sumpta est implicite unitas, adde-
mus proximæ figuræ inferiori versus sinistram u-
nitatem, & hoc aggregatum ex superiori figura
(nulla ex ea prius dempta unitate) subducemus.
Eadem enim semper differentia erit inter inferio-
rem, ac superiorem figuram, siue ex superiore au-
feras unitatē, & inferiori nihil addas, siue ex su-
periori nihil auferas, & inferiori unitatem adij-
cas. Ut propositis hisce duabus figuris 7. 4. si ex
7. tollatur unitas, erit 2. differentia inter residuum
6. & 4. Et si ex 7. nihil dematur, adiiciatur au-
tem unitas ad 4. eadem differentia 2. erit inter 7.
& 5. Atque hoc modo, quotiescumque facta fuerit
mentio differentiae inter 10. & figuram inferio-
rem, quæ ex superiori non potest subtrahi, adden-
da erit unitas proximæ inferiori figuræ versus si-
nistram. Sed bęc omnia clariora sient ex eodem
exemplo, quod hic repetivimus.

4500026;04827
 392903456;892

570991736935

P R I M U M subductis 2. ex 7. supersunt 5.
 Quia vero 9. subtrahi non possunt ex 2. subtrahemus 9. ex 10. & reliqua unitati (quæ differentia est inter 10. & 9.) adiūcimus 2. ut habeamus 3. pro residuo sub linea ponendo. Hoc factō , statim inferiori figuræ 8. addemus 1. propter illam differentiam inter 10. & 9. ut fiant 9. Quæ quoniam rursus ex 8. non possunt subduci , detrahemus 9. ex 10. & reliqua unitati (quæ rursus differentia est inter 10. & 9.) addemus 8. ut habeamus 9. collocanda sub linea. Quo peractō , statim inferiori figuræ 7. addemus 1. propter illam differentiam inter 10. & 9. efficiemusque 8. Quæ quoniā ex 4. demi nequeunt , auferemus 8. ex 10. & residuo 2. (hoc est , differentia inter 10. & 8.) adiūcimus 4. ut fiant 6. reponenda infra lineam. Deinde statim inferiori figura 6. adiungemus 1. propter differentiam illam inter 10. & 8. efficiemusque 7. Quæ , quoniam ex 0. subtrabi nequeunt , subduco ex 10. & residuo 3. (id est , differentia inter 10. & 7.) addo 0. efficioque 3. ponenda sub linea. Rursus inferiori figura 5. addo 1. propter illam differentiam inter 10. & 7. efficioque 6. Quæ , quoniam subduci nequeunt ex 3. detraho ex 10. & residuo 4. (id est , differentia inter 10. & 6.) addo 3. efficioque 7. infra lineā scribenda. His peractis , statim inferiori

riori figurae 4. addo 1. propter dictam differentiam inter 10. & 6. facioque 5. quibus subductis ex 6. superest 1. Quia vero in hac subductione mentio facta non est differentia inter 10. & 5. cum 5. subduci potuerint ex 6. non addo. 1. inferiori figurae 3. sed eam, quoniam subduci non potest ex 2. substraho ex 10. & residuo 7. (sive differentia

$$\begin{array}{r}
 4500016304827 \\
 3929034567892 \\
 \hline
 570991736935
 \end{array}$$

inter 10. & 3.) addo ad 2. facioque 9. locanda sub linea. Post haec statim figuræ inferiori 0. addo 1. propter differentiam dictam inter 10. & 3. efficioque 1. Et quoniam 1. subtrahi non potest ex 0. demo 1. ex 10. residuoque 9. (id est differentia inter 10. & 1.) addo 0. efficioque 9. infra lineareponenda. Postea iterum statim addo 1. figuræ inferiori 9. propter illam differentiam inter 10. & 1. ut habeam 10. quæ, quoniam ex 0. non possunt detrahi, aufero ex 10. residuoque 0. (sive differentia inter 10. & 10.) addo 0. facioque 0. pro residuo sub linea collocando. Rursus quam primum inferiori figurae 2. addo 1. propter dictam differentiam inter 10. & 10. efficioque 2. quæ, cum ex 0. subduci nequeant, substraho ex 10. residuoque 7. (nempe differentia inter 10. & 3.) addo 0. facioque 7. collocanda sub linea. Præterea mox addo 1. ad figuram inferiorem 9. propter differentiam illam

lam inter 10. & 3. facioque 10. quæ quoniam ex
3. non possunt detrahi, aufero ex 10. ac residuo 0.
(differentia enim rūm inter 10. & 10.) addo 5. ef-
ficioque 5. pro residuo sub linea reponendo. Postre-
mo statim figuræ inferiori 3. adijcio 1. propter il-
lam differentiam inter 10. & 10. ut habeam 4.
qua subducta ex 4. relinquunt 0. quam figuram 0.
quoniam superuacanea est in principio numeri ex
parte sinistra, omittemus, cum posita frustra lo-
cum occuparet.

per 7. Aliud Exemplum. per 9.

$$\begin{array}{r}
 40001341 \\
 - 6782310 \\
 \hline
 39323115
 \end{array}$$

I N hoc exemplo, quoniam, ablatis omnibus
figuris inferioribus ex superioribus, unitas adij-
cienda effet sequenti figura inferiori, quæ nulla est,
reponemus eam in sequentem locum: que, quoniam
auferri nequit ex 0. detrahēda erit ex 10. & resi-
duum 9. infra lineam ponendum; Ac rursus uni-
tas sequenti loco adijcienda, atque ex 4. auferen-
da, ut habetur residuum 3. sub linea collocandū.

Q U O D si numerus ex pluribus numeris, vel
plures numeri ex pluribus, vel ex uno numero
sint subducendi, colligendi prius erunt plures nu-
meri illi, à quibus fieri debet subtractio, in unam
summam; Itemque plures illi, qui subtrahi debent,

Quando
numeri
sunt plures
quid age-
dum,

inter se addendi, priusquam subtractio instituatur.

Prima probatio subtractionis per 9.

E X A M E N subtractionis quadruplex est. Primum sit per abiectionem 9. Si enim ex superiori numero, à quo facta est subtractio, reijciantur 9. quoties fieri potest, eo modo, quo in additione diximus abycienda esse 9. Et residuum collocetur in una parte crucis, necesse est, ut idem numerus relinquatur, si abijciantur 9. ex numero subtracto, et ex relicto, quoties fieri potest, nisi in subtractione erratum sit. Ita vides in proximo exemplo ad dextram, residuum semper esse 3. siue 9. abycias, quoties potes, ex numero 4000134. à quo facta est subtractio, siue ex numeris 67823. 3932311. simul, quoru ille subtractus est, hic vero reliquus fuit ex subtractione.

Secunda probatio subtractionis per 7.

S E C U N D U M examen fit per abiectionem 7. Nam si ex numero, à quo facta est subtractio, reijciantur 7. quoties fieri potest, eo modo, quo in additione diximus abycienda esse 7. Et residuum ponatur in una parte crucis, necesse est, si subtractio recte facta est, ut idem numerus relinquatur, si reijciantur 7. ex numero subtracto, ponendo residuum ad dextram illius, et ex numero relicto, ponendo etiam residuum ad dextram illius, ac tandem duo hæc residua ad dextram collocata in unam summam colligantur, et ex ea reijciantur 7. si reijci possunt. Ita in superiori exemplo, reiectis 7. quoties fieri potest, ex numero 4000134 relinquuntur 5. Reiectis autem 7. ex 67823. remanet 0. Et abiectionis 7. ex 3932311. supersunt 5. que addita ad 0. faciunt quoque 5. ut in cruce ad sinistram

semistram superioris exempli posit a appareat.

C A E T E R V M *vtrumque hoc examen falsax esse potest, si quis per calumniā numeros permittet, aut alios numeros apponat, quemadmodū in additione diximus.*

T E R T I V M *examen fit per additionem.* **N**ām si nūmerum residuum subtracto numero adīcias, necessario componetur numerus, à quo subtractio facta est. *Ut in hoc exemplo vides.*

Tertia probatio subtractionis per additionem.

<i>Numerus, à quo fit subtractio.</i>	60123.
---------------------------------------	--------

<i>Numerus subtractus.</i>	45678.
----------------------------	--------

<i>Numerus residuus.</i>	14445.
--------------------------	--------

<i>Summa ex numero subtracto,</i>	60123.
-----------------------------------	--------

& residuo composita.

Q U A R T V M *examen fit per subtractionem.* Facta enim subtractione, si residuum ab eodem numero, à quo facta est subtractio, auferas, supererit necessario numerus subtractus. *Ut in proximo exemplo, si numerum residuum 14445. ex numero 60123. detrahas, reliquus erit numerus subtractus 45678. vt hic appetat.*

Quarta probatio subtractionis per subtractionem.

60123

14445

45678

H A E C posteriora duo examina certissima sunt, nullamq; admittere possunt fallaciam, aut fraudem.

36 MUL TIPLICA TIO
MUL TIPLICA TIO INTEGRO.
rum numerorum. Cap. IIII.

Multiplica
tio quid.

MUL TIPLICA TIO est ductus vnius numeri in aliud. Tunc autem numerus quilibet in aliud duci diciatur, cum alter ipsum toties augetur, quoties in altero continetur unitas. Ut numerus 6. in numerum 5. vel numerus 5. in numerum 6. duci dicuntur, quando numerus 6. quinquies accipitur, vel numerus 5. sexies. quo pacto semper accipientur, atque huiusmodi ductus Multiplicatio appellatur. Itaque numerus ex multiplicatione, siue ductu vnius numeri in alterum procreatus toties vtrumlibet multiplicatorum continebit, quoties alter unitatem complectitur, ut in dato exemplo manifestum est. Ex quo fit, Multiplicationem ita quoque describi posse. Multiplicatio duorum numerorum est inuentio numeri, qui toties vtrumvis eorum contineat, quoties alter unitatem continet.

VT expedite omnis multiplicatio fiat, neesse est nosse, qui numerus producatur ex ductu, siue multiplicatione cuiuslibet figurae numericae in qua uis aliam figuram, ut ex 7. in 8. vel ex 8. in 7. Item ex 7. in 9. vel ex 9. in 7. &c. Hoc enim si bene tenueris, nullam in multiplicatione senties difficultatem, aut laborem. Id quod assiduo exercitio magis discitur, quamullo precepto. Interim tamen mirifice tibi inseruet sequens tabula, que Pythagorica dici solet, ea fortassis de causa, quod Pythagoras eam vel primus excogitauerit, vel certe discipulos suos in ea mirifice exercuerit.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

CONSTRUCTIO huius tabulae perfacilis est. Prima enim linea ab 1. incipiens progeditur per continuam additionem unitatis, usque ad 9. Ut ex 1. & 1. fiunt 2. Ex 2. & 1. fiunt 3. Ex 3. & 1. fiunt 4. &c. Secunda vero linea a 2. incipit, progrediturq; per continuam additionem 2. Ut ex 2. & 2. fiunt 4. Ex 4. & 2. fiunt 6. Ex 6. & 2. fiunt 8. &c. Ita quoque tertia linea initium sumit a 3. & per continuam additionem 3. progreditur. Atque eodem modo reliqua lineae compositae sunt. Quilibet enim per continuam additionem eius numeri, a quo incipit, progreditur.

VSUS autem eiusdem tabulae, quod ad multiplicationem attinet, (infinitos enim alios usus habet) hic est. Propositio duabus figuris inter se multiplicandis, si altera in superiori linea, & altera in sinistro latere sumatur, et in illa linea deorsum, in hoc vero latere dextrorum quis progressatur, reperiet in communi concursu numerum usus tabule Pythagorice.

33 M V L T I P L I C A T I O

ex multiplicatione duarum illarum figurarum inter se productum. Ita vides ex multiplicatione 7. in 8. vel 8. in 7. produci 56. Item ex 8. in 8. produci 64. Et sic de ceteris.

Regula
multiplicā
di figuram
in figurā.

Q V O D si huiusmodi tabula in promptu nō sit, vtendum erit bac regula. Scribatur una figura sub altera, & viriusq; distantia à 10. ad latus ponatur. Deinde hę distantiae inter se multiplicentur. Productus enim numerus, si vnica figura scribitur, dabit primā figurā summae producēdæ ex figurarū multiplicatione; si vero duabus figuris scribitur, seruanda erit figura denarum, & prior ponenda pro prima figura summae producēdæ. Secunda autem figura eiusdem huius summe habebitur, si ali erutta distantia ab altera figura detrahatur, & residuo figura denarum reseruata addatur, si qua seruata est: Vel certe si figure proposatae inter se addantur, addita prius figura denarum reseruata, si qua seruata est, dabit prima figura huius aggregati (reiecta secunda figura tanquam superuacanea) secundam figuram summae producēdæ. Exemplis res fiet illustrior.

9.	1.	8.	2.	7.	3.
8.	2.	8.	2.	6.	4.
—	—	—	—	—	—
7	2	6	4	4	2

I N primo exemplo figure multiplicāda sunt 9. & 8. earumque distantiae à 10. sunt 1. & 2. quę inter se multiplicatę, & erit autem multiplicatio

distantiarum à 10. facillima, cum minores sint, quām figuræ multiplicandæ. De his enim regula bac intelligenda est) dicendo semel 2. vel bis 1. faciunt 2. quæ sub distantijs scribo pro prima figura summae producendæ. Ablata autem distantia 2. ex 9. vel distantia 1. ex 8. relinquuntur 7. quæ scribo sub figuris pro secunda figura summae producendæ. Quam secundam figuram etiam dabit prima figura aggregati figurarum 9. & 8. quod est 17. relictæ secunda 1. tanquam omnino ad hoc negotium inutili. Itaque multiplicatio figurarum 9. & 8. efficit 72.

IN secundo autem exemplo figuræ propositæ sunt 8. & 8. quarum distantiae à 10. sunt 2. & 2. His inter se multiplicatis, dicendo, bis 2. habebimus 4. pro prima figura summe producendæ. Dempta autem vtriusque distantia ex 8. supererunt 6. pro secunda figura; quam nobis etiam dabit prima figura aggregati ex 8. & 8. quod est 16. relictæ secunda 1. tanquam superuacanea. Figuræ igitur 8. & 8. inter se multiplicatæ faciunt 64.

IN tertio denique exemplo figuræ datæ sunt 7. & 6. quarum distantiae à 10. sunt 3. & 4. Hæ inter se multiplicatæ, dicendo, ter 4. vel quater 3. faciunt 12. Prima ergo figura summe producendæ erit 2. secunda vero figura 1. seruanda erit. Deinde ablata distantia 4. ex 7. vel distantia 3. ex 6. supersunt 3. quibus si addatur unius, quam seruamus, fient 4. pro secunda figura summe producendæ: quam etiam figuram dabit prima figura aggregati ex 7. & 6. addita prius unitate seruata,

C 4 quod

40 M V L T I P L I C A T I O

quod est 14. omissa prorsus secunda figura 1. Producuntur ergo 42. ex multiplicatione 7. per 6. vel 6. per 7. Eadem ratio in ceteris est, dummodo duę figure propositę inter se additę superent 10. Alias distantię illarum à 10. maiores essent ipsis figuris, ac proinde facilius multiplicarentur figure, quam distantię. Rectius tamē feceris, si vnu, & exercitatione memoriter ediscas huiusmodi multiplicatores figurarum inter se, quam vt vel ad tabulam Pythagoricam, vel ad hanc regulam con fugias.

Qua ratio
ne collocā-
di sint nu-
meri inter
se multipli-
candi.

I A M vero propositis duobus numeris inter se multiplicandis, scribēdus est minor sub maiore, ita vt prima figura respondeat prime figure, & se cunda secundę, &c. vt in additione, & subtractione diximus. Quod tamen necessarium non est, cum etiam maior sub minore scribi possit, dicto tamen ordine figurarum seruato. Ut si multiplicanda sint 4300678. per 600394. collocandi erunt numeri altero horum modorum, quamvis primus sit magis vñitatus.

4300678. Vel.
600394.

600394.
4300678.

S E D doceamus prius, quo pacto numerus aliquis per vnam solam figuram multiplicandus sit. Ita enim facilius intelligetur, qua ratione numerus per numerum debeat multiplicari.

Q U A N D O ergo numerus aliquis per vna tantum figuram multiplicandus est, solet semper figura

figura hac multiplicans subscribi prima numeri numeri multiplicandi. Ut si numerus 600394.

multiplicandus pro-

ponatur per 8. sic sta-
bit exemplum. Mul-
tiplicatio autem fiet
si figura 8. multipli-
cetur per omnes fi-

$$\begin{array}{r} 600394 \\ \times 8 \\ \hline 4803152 \end{array}$$



Quomodo
numerus
per unam
figurā mul-
tiplicetur.

guras numeri 600394. incipiendo a dextra, & si-
nistram versus progrediendo, singulosque numeros
productos sub linea, quæ infra numeros multipli-
candos dicitur, scribendo; ita tamen, ut si produ-
ctus aliquis numerus duabus figuris scribēdus sit,
prima earum ponatur, secunda vero seruetur se-
quenti producto adiicienda, hoc videlicet modo.
Primum multiplico 8. per 4. dicendo, octies 4. fa-
ciunt 32. pono 2. sub 4. & seruo 3. Item octies 9.
faciunt 72. & additis 3. seruatis, fiunt 75. pono
5. sub 9. & seruo 7. Item octies 3. faciunt 24. &
additis 7. seruatis, fiunt 31. pono 1. sub 3. seruoque
3. Deinde octies 0. facit 0. & additis 3. seruatis,
fiunt 3. quæ pono sub 0. nihilque reseruo. Rursus
octies 0. facit 0. cui, quia nihil seruavi in præce-
denti producto, nihil addendum est. Pono ergo 0.
sub 0. nihilque reseruo. Denique octies 6. faciunt
48. quibus, quia in proximo producto nihil serua-
ui, nihil addo. Pono igitur totum hunc numerum
sub linea, quia multiplicatio ad finem perducta
est, cum nulla alia figura superioris numeri restet
multiplicanda per 8. Itaque si totum numerum
600394. multiplicemus per 8. procreabimus hūc
nume-

42. M V L T I P L I C A T I O

numerum 4803152. Atque hoc modo quemcumque numerum per quamvis figurā multiplicabis.

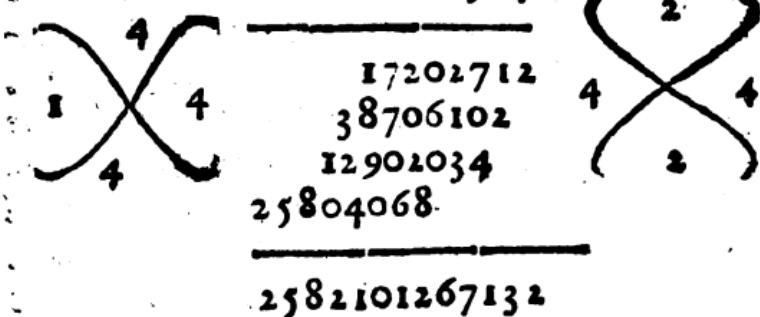
Quomodo numerus per numerum sit multiplicandus, ducatur sub ipsis dispositis, ut dictum est, linea recta. Deinde singulæ figuræ inferioris numeri per singulas figuræ numeri superioris multiplicentur, ut proxime docuimus; hoc solum diligenter obseruato, ut numerus productus ex quacunque figura inferioris numeri per primam figuram numeri superioris multiplicata collocetur sub illa figura inferioris numeri, per quā superior numerus multiplicatur, reliqui autem numeri ex multiplicatione eiusdem figure numeri inferioris per alias figuræ superioris numeri producti statuantur suo ordine deinceps versus sinistram. Ut in hoc exemplo factum esse vides, in quo quatuor ordines numerorum sub linea constituti sunt ex numeris productis.

SI vero numerus per numerum sit multiplicandus, ducatur sub ipsis dispositis, ut dictum est, linea recta. Deinde singulæ figuræ inferioris numeri per singulas figuræ numeri superioris multiplicentur, ut proxime docuimus; hoc solum diligenter obseruato, ut numerus productus ex quacunque figura inferioris numeri per primam figuram numeri superioris multiplicata collocetur sub illa figura inferioris numeri, per quā superior numerus multiplicatur, reliqui autem numeri ex multiplicatione eiusdem figure numeri inferioris per alias figuræ superioris numeri producti statuantur suo ordine deinceps versus sinistram. Ut in hoc exemplo factum esse vides, in quo quatuor ordines numerorum sub linea constituti sunt ex numeris productis.

per 9.

$$\begin{array}{r}
 4300678 \\
 600394 \\
 \hline
 17202712 \\
 38706102 \\
 12902034 \\
 \hline
 25804068 \\
 \hline
 2582101267132
 \end{array}$$

per 7.



Totus enim numerus productus ex multiplicando.

catione 4. in omnes figuras superioris numeri habet primam suam figuram sub 4. Ita quoque numerus productus ex multiplicatione 9. in omnes figuras numeri superioris primam suam figuram habet sub 9. Eadem ratione prima figura numeri producti ex multiplicatione 3. in omnes figuras numeri superioris collocata est sub 3. Denique prima figura numeri producti ex multiplicatione 6. in omnes figuras superioris numeri posita est sub 6. Reliquæ autem figurae ordine suo progrediuntur versus sinistram.

Q V O N I A M vero cifra sine multiplicatis sine multiplicata producit 0. propterea omisimus in numero inferiori duas cifras, ita ut eas non multiplicauerimus in numerum superiorem, quia semper produxisserent 0. Idem faciendum est, quotiescunquam in numero inferiori fuerint aliquot cifræ. Eas enim semper omittemus, & ad proxime sequentem figuram significatiuam nos conferemus. Cifra tamen superioris numeri, si quæ sint, negligenda non sunt. Nam licet multiplicatae per figuræ inferioris numeri significatiuas producant 0. sepius numero tamen producto illi 0. addendum est aliquid, illud nimirum, quod in præcedenti multiplicatione aliquando reseruatum est, idque loco producti reponendum sub linea. Iuvmo etiam si nihil reseruatum sit aliquando, ponenda tamen est figura 0. sub linea loco producti. Quæ omnia in superioribus exemplis obseruata sunt. In priori enim cum multiplicauimus 8. per 0. produximus 0. sed quia in præcedenti multiplicatione reseruata erat

3. posuimus 3. loco productio. Rursus cum multiplicauimus iterum 8. per 0. produximus etiam 0. Et quoniam nihil reseruatū fuit, posuimus 0. loco producti. Idemque factum est in posteriori exemplo.

P O S T hæc infra omnes numeros productos alia linea ducatur, vt sub ea ponatur summa ex omnibus illis productis collecta. Quæ quidem summa colligenda est, vt in additione traditum est; dummodo prima figura cuiuslibet producti cum intelligatur locum occupare, quem figura primi producti, sub qua illa collocatur, occupat: Hoc est, vt figura 2. quæ prima est secundi numeri producti in proposito exemplo, cogitetur esse posita sub secundo loco primi producti; figura autem 4. quæ prima est in tertio producto, intelligatur esse locata sub tertio loco primi producti; Denique figura 8. quæ prima etiam est in quarto producto, concipiatur occupare sextum locū sub primo producto. In his enim locis omnes has figuræ vides esse positas. Itaque vt exemplo rem monstremus, hac ratione summa colligetur. In numeris productis sola figura 2. occupat primum locum; Ea igitur sola ponenda est in primo loco sub linea. Deinde in secundo loco sunt 1. & 2. quæ faciunt 3. sub linea in secundo loco ponenda. Rursus in tertio loco sunt 7. 0. 4. quæ efficiunt 11. Collocanda ergo erit 1. sub linea in tertio loco, & seruanda 1. vt figuris quarti loci adiiciatur, &c. Hac ratione summa collecta erit 2582101267132. atque hic numerus producitur ex multiplicatione 4300678. in 600394.

UT autem videas eundem numerum gigni, etiam si maiorem numerū sub minore statuamus, apposuimus hoc alterum exemplum sequens, in quo iūdem duo numeri 4300678. & 600394. inter se multipli cātur, sed maior numerus sub minore positus est, factique sunt quinque ordines numerorum productorum, quot nimurū sunt figuræ significatiuæ in numero inferiori. Idem tamen numerus productus est, qui prius.

H I C modus multiplicandi, quem hactenus exposuimus, apud omnes magis usitatus est: alias tamen multiplicandi rationes non iniucandas in pleniore nostra Arithmetica explicabimus.

per 9.

per 9.

$$\begin{array}{r}
 600394 \\
 4300678 \\
 \hline
 4803152 \\
 4202758 \\
 3602364 \\
 1801182 \\
 2401576 \\
 \hline
 2582101267132
 \end{array}$$

E X A M E N multiplicationis triplex est. Primum fit per abiectionem 9. hoc modo. Rejiciātur primū 9. ex primo numero multiplicato, quoties fieri potest, ut in additione diximus, residuum que in sinistra parte crucis ponatur. Deinde reie-

Prima probatio multiplicatio-
nis per 9.

26 M V L T I P L I C A T I O

*E*tis 9. eodem modo ex altero numero multiplicando, locetur residuum in dextra parte crucis. Post hanc, multiplicatis his duobus residuis inter se, & ex producto reiectis 9. statuatur residuum in superiori parte crucis. Postremo ex summa omnium productorum reiectis quoque 9. scribatur residuum in parte crucis inferiore. Necesse enim est, residuum hoc aequaliter esse residuo superiori, si erratum in multiplicatione non est. Exempla posita sunt in superioribus multiplicationibus. Nam in primo exemplo, reiectis 9. ex 600394. residuum est 4. Residuum autem huius numeri 8. est 8. quia 9. abiici non possunt. Multiplicatis autem his residuis 4. & 8. inter se, fiunt 32. a quibus si rejeciantur 9. remanent 5. Ac tantum de relinquuntur, si rejeciantur 9. ex producto 4803152. In secundo autem exemplo, residuum primi numeri est 1. secundi autem 4. Multiplicatisque inter se his residuis 1. & 4. fiunt 4. in suprema parte crucis locanda, quia 9. abiici non possunt. Reiectis autem 9. ex tota summa, supersunt etiam 4.

Secunda probatio multiplicatio-

ALTEURM examen fit per reiectionem 7. si nimis ex eisdem numeris abiificantur 7. ut in additione diximus, ex quibus in superiori examine praceperimus rejecienda esse 9. Exemplu habes in postremis duabus multiplicationibus. Sed duo haec examina sunt etiam fallacia, propter causas supra adductas.

Tertia probatio multiplicatio-

TERTIVM examen certissimum est, fitque per diuisionem. Si enim tota summa producta dividatur per alterutrum numerorum multiplicandorum,

borum, prodibit necessario in Quotiente alter numerus. Quæ quidem diuisio facillima erit, cū opus non sit, Quotientes figuræ inquirere, cum eæ ordine omnes contineantur in altero numero multiplicato. Sed hoc examen planius intelligetur, cum Diuisio explicata fuerit.

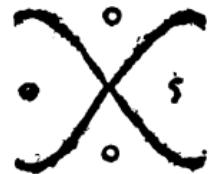
Alia duo exempla cum probatione per 9.

4068

23

12204
8136

93564

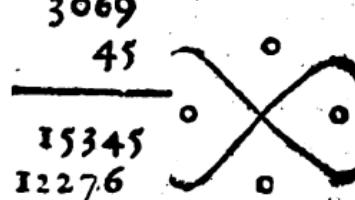


3069

45

15345
12276

138105



In priori horum exemplorum primum residuum est 0. Unde licet secundum residuum sit 5. tamen residuorum multiplicatio facit 0. In poste riori autem utrumque residuum numerorum multiplicatorum est 0. Unde eorum multiplicatio da bit etiam 0. atque ita in utroque exemplo residuum numeri producti etiam necessario erit 0.

Quod si uterque numerus multiplicandus, vel alter tantum, habuerit in principio aliquot cifras, multiplicatio admodum facilis erit. Abie citis enim omnibus cifris illis, multiplicandi erunt reliqui numeri inter se, & producto numero apponenda ordine omnes ille cifrae abiectæ. Ut si multiplicandus sit numerus 3406. per 4000. reiectis

Facilitas multiplicationis, cum numeri in principio habent ci fras.

cifras

cifris 000, multiplicetur datus numerus per 4. & numero producto 13624. apponantur eadem cifrae, hoc modo. 13624000. Sic etiam, si multiplicanda sint 3040000. per 203000. reiectis 7. cifris ad dextram horum numerorum positis, multiplicentur reliqui numeri 304. & 203. inter se, & producto numero 61712. apponantur reiecta illa septem cifrae, hoc modo. 61712000000.

HINC fit, si numerus aliquis multiplicandus sit p 10. vel 100. vel 1000. vel 10000. &c. addendas esse illi numero ad dextram tot cifras, quot continentur in numero multiplicante, sine vla alia multiplicatione: quia, reiectis cifris, superest sola unitas, que numerum datum multiplicas eundem numerum producit. Ut 5067. multiplicata per 10. faciunt 50670. Multiplicata autem per 100000. faciunt 506700000. Ita quoque 3000. multiplicata per 100. faciunt 300000. &c.

DIVISIO INTEGRORVM numerorum. Cap. V.

Divisio qd

DI V I S I O est distributio propositi numeri in partes ab altero numero dato denominatas. Ut divisio numeri 36. per 9. est distributio eius in nonas partes, nempe a 9. denominatas; quarum quidem singula quaternas unitates continebunt: ita ut 4. sit numerus ex hac divisione producatur. Quotiens ictus, qui Quotiens dici solet, propterea quod indicat, quoties numerus 9. qui dividens, sine divisor appellatur, in dividendo numero 36. contineatur.

*Quotiens
quid.*

Indicat enim contineri quater, toties nimisum, quoties numerus Quotiens 4. unitatem continet. Ex quo fit, Divisionem ita quoque describi posse. Divisione est inuentio numeri, qui toties unitatem contineat, quoties numerus dividendus divisorum continet. Ut in proposito exemplo perspicuum est.

I N divisione scribitur divisor sub numero dividendo, non quidem ponendo primam figuram sub prima, & secundam sub secunda, &c. ut in additione, subtractione, & multiplicatione factum est, sed contrario ordine. Ponenda enim hic est ultima figura divisoris sub ultima figura dividendi numeri, & penultima sub penultima, &c.

Ut si dividendus sit numerus 7809. 7809
per 47. collocandi erunt numeri, ut in 47
apposito exemplo appareat.

Q U O D si ultima figura divisoris maior fuerit ultima figura numeri dividendi, collocada erit ultima figura divisoris sub penultima figura numeri dividendi, & penultima sub ante penultima, &c. ut in hoc exemplo est 37800 manifestum. Idem faciendum est, si 47, ultima figura divisoris aequalis fuerit ultima figura numeri dividendi, sed penultima maior, quam penultima: Vel si & ultima ultima, & penultima penultima fuerit aequalis, sed antepenultima divisoris maior, quam antepenultima numeri dividendi: Vel denique, quotiescunque divisor maior fuerit eo numero, quem tota figura ultime numeri dividendi exprimunt, quot figuris divisor scribitur. Quae omnia in his tribus exemplis manifesta sunt.

Quo pacto numeri in divisione fiat collocandi.

46800.	476047.	4792.
47.	4762	47

**Divisio
quomodo
fit**

I T A autem diuisio fiet. Primum queratur, quoties diuisor in numero sibi suprascripto contineatur, & numerus indicans, quoties continetur, ad dexteram numeri diuidendi post lineam hanc lineam curuam scribatur; atque hic numerus (qui semper ynica figura scribitur. Nunquam enim se non potest ponere, maior numerus, quam 9. ponit potest in Quotiente; etiam si diuisor videatur s̄p̄ius aliquando contineri in numero suprascripto, quam nouies, ut in exemplis patet.) in diuisore multiplicetur, productusque numerus (qui seorsum scribendus nō est, sed memoria retinendus.) ex suprascripto numero subtrahatur, ut in subtractione docuimus, scribendo singulos numeros residuos suprafiguras, à quibus facta est subtractio, deletis prius hisce figuris.

Residuus vna cum diuisore. Numerus autem totus residuus numerus semper debet esse minor diuisore, alias erratum esset. Id quod etiam in alijs residuis obseruandum erit.

D E I N D E promouendus erit diuisor dextram versus in proximum locum, & iterum quadratum, quoties in numero sibi suprascripto contineatur, & reliqua facienda, ut prius. Quod si in aliqua promotione diuisor maior fuerit numero suprascripto, ita ut nec semel quidem in eo continetur, scribenda erit figura 0. post illum numerum, quem post lineam curuam scribendum esse dimis, & diuisor delendus, iterumq; promouendus

ad

ad proximum locum, & querendum, ut prius, quoties in numero suprascripto contineatur, &c. Atque ita semper promouendus erit divisor, donec nullus locus in numero dividendo supersit, in quem divisor possit promoueri. Verum hæc exemplis sicut planiora.

S I T primum dividendus numerus 76048. Quomodo numerus per unicam figuram dividatur. *per unicam figuram, ut per 8. Primum inuenio divisorum 8. contineri in numero suprascripto 76. nouies. Dicitur autem ille numerus supra divisorum esse scriptus, qui exprimitur figura supra primam figuram divisoris posita, & omnibus alijs versus sinistram, si quæ sint. Ut in dato exemplo numerus supra divisorum positus est 76. Porro ex tabula Pythagorica, quæ supra posita est, cognoscetis facile, quoties figura divisoris in supra positio numero contineatur. Si enim figuram divisoris summas in vertice tabulae, & in eius linea, deorsum descendendo, accipias numerū suprapositum, vel, si is non inuenitur, eo proxime minorem, indicabit figura ei respondens in sinistro latere, quoties figura divisoris in numero supraposito continetur. Ut in dato exemplo, sub figura 8, non reperiatur numerus 76. suprapositus: si igitur accipiatur 72. proxime minor, reperiatur in sinistro latere figura 9. Nouies ergo continetur figura 8. in 76. atque ita de ceteris. Pono 4
igitur 9. post lineam curuam, & 76048 (9
multiplico 9. per 8. dicedo, octies 8
9. faciunt 72. quæ subtrahenda sunt ex numero
76. supra divisorum positio, hoc modo. Subtractis*

2. ex 6. remanent 4. Deleta igitur figura 8. in diuisore, & figura 6. in numero diuidendo, pono 4. supra 6. Subtractis item 7. ex 7. nihil remanet. Deleta igitur figura 7. nihil pono supra 7. quia ponere deberet cifra, quæ superuacanea esset, eò quod illam nulla alia figura sequatur versus si-nistram. Atque ita absoluta est una operatio di-uisio-nis, remanetq; hic numerus 4048. ut in pro-posito exemplo vides.

D E I N D E promoto diuisore in præceden-tem locum sub o. ut hic vides in secundo exem-
pto, video diuisorem 8. in numero
suprascripto 40. contineri quin- 4
quies. Pono igitur 5. post figurā 76048 (9
9. iam inuentam, ut in tertio
exemplo vides, & dico; quinquies 8. (multipli-
cando nimirum figuram 5. inuentam per diuiso-
rem.) faciunt 40. quæ subtra-
cta ex numero 40. supra diuiso- 4
rem posito nihil relinquunt. De- 76048 (95
leta igitur figurā 8. in diuiso-
re, & figuris o. & 4. in numero diuidendo, abso-
luta erit secunda operatio diuisio-nis, remanebitq;
hic numerus 48. ut in eodem
tertio exemplo appareat.

R U R S U S diuisore pro-
moto in præcedentem locū sub
q. ut hic in quarto exemplo cernis, reperio diui-
sorem 8. nec semel quidem contineri in suprascripto
numero 4. Pono igitur o. post figuram 5. ul-
mo inuentam, ut in quinto exemplo factum est.

Et quoniam figura o. multiplicata per diuisorem nihil producit, nihil subtrahendum erit ex numero 4. supra diuisorem posito.

*Deleto igitur diuisore, absoluta erit tertia operatio diuisio- 4
nis, remanebit q̄, numerus 48. 76048 (950
888*

vt in hoc eodem quinto exemplo manifestum est.

*P O S T R E M O, promoto diuisore in prece-
lentem locum sub 8. vt hic in
exto exemplo cernitur, inue- 4
vio diuisorē 8. in numero 48. 76048 (950
uprascripto contineri sexies. 8888*

*Pono igitur 6. post figuram o. vltimo repartam,
vt hic in septimo exemplo factum est, & dico; se-
xies 8. (multiplicando ni-
mirum figuram 6. inuentam 4
in diuisorem) faciunt 48. 76048 (9506
qua subtracta ex numero 8888*

*48. supra diuisorem posito nihil relinquunt. Dele-
ta igitur figura 8. in diuisore, & figuris 8. & 4.
in numero diuidendo, absoluta erit tota diuisio,
cum nullus aliis locus supersit in numero diuiden-
do, in quem diuisor possit promoueri; nihilq; in di-
uisione supererit. Itaque totus Quotiens numerus
est 9506.*

*P O S V I tot exempla in hac diuisione, vt di-
stinctius appareret, quidnam in qualibet opera-
tione relinquatur, & quid deleatur: quamvis se-
lum extremum sit instar omnium, ita vt in opera-
tione necesse non sit alia exempla depingere, sed
satis sit, si vltimum describatur.*

**Quotiens
quot figu-
gas habet.**

V I D E S igitur, Quotientem tot habere figuram, quoties divisor sub numero dividendo positus est. Id quod in omnibus alijs divisionibus, etiam per plures figuram institutis, evenit. Semper enim tot figuram habebit Quotiens, quoties totus divisor sub numero dividendo ponitur.

**Quomodo
numeris
per plures
figuras di-
vidatur.**

S I T deinde numerus 1832487. diuidendus per numerum 469. qui non vna, sed pluribus figuris scribitur. Hic, ut sciatur, quoties divisor in numero suprascripto contineatur, (est autem in hoc exemplo numerus 1832. si pra divisorum positus.) non est id de toto divisor inquit rendum, sed satis est, si inuestigetur, quoties ultima eius figura, qualis hic est 4. contineatur in numero su-

**Qui numerus
dicitur
succa quā
cunq; figu-
ram diui-
soris esse
positus.**

figura, qualis hic est 4. continetur in numero supraposito, (Dico autem etiam hic illum numerum supra ultimam figuram divisoris, vel supra quam cunq; aliā, esse positū, qui exprimitur figura supra eam scripta, & omnibus alijs versus sinistram , si quæ sint. ut in dato exemplo, supra figuram 4. positus est numerus 18. supra 9. autem numerus 1832.) qui hic est 18. hactamen adhibita cautio- ne, vt non semper in Quotiente ponatur figura tor- vnitatum, quoties ultima divisoris figura in nume- ro supra eam posito continetur, sed diligenter cu- retur, vt ea figura ponatur , quæ in totum divisor- rem multiplicata eo ordine, quem iam prescribe- mus, talem numerum producat, qui & ex numero supra divisorum posito subtrahi possit, & subtra- ctus relinquat numerum (si quem relinquat) divi-

sore minorem. Itaque (ut ad exemplum propositū veniamus) quamuis ultima figura diuisoris, quæ est 4. contineatur in supraposito numero 18. quater, tamen quia figura 4. multiplicata in totum diuisorem producit maiorem numerum, quam 1832. qui supra diuisorem positus est, ita ut ex supraposito numero subtrahi non possit, non pono 4. in Quotiente, sed 3. Quod si hæc figura 3. multiplicata in totum diuisorem produceret maiorem etiā numerum, quam 1832. ponerem 2. loco 3. Et si figura 2. multiplicata in diuisorem adhuc maiorem numerum procrearet, ponerem 1. atque ita semper minuam figuram. Quotientis una unitate, donec figuram inueniam, quæ in diuisorem multiplicata numerum signat, qui ex suprascripto numero detrahi possit.

S I C autem multiplicanda erit figura Quotientis inuenta in totum diuisorem. Primum ducenda est in ultimam figuram diuisoris, & hoc productum ex numero supra ultimam figuram illam posito auferendum, deleta prius illa figura diuisoris, una cum numero, ex quo facta est subtrahendo. Deinde multiplicanda est in figuram penultimam diuisoris, productumq; ex numero supra posito detrahendum, ut prius. Atque hoc modo in omnes figuras diuisoris multiplicanda est, &c. ut in nostro exemplo. Ex 3. in 4. fiunt 12. quæ ita subtrahenda sunt ex 18. numero supraposito. Demptis 2. ex 8. remanent 6. Deleta ergo figura 4. in diuisore, & figura 8. in numero dividendo, reponet 6. supra 3. Dempto item 1. ex 1. nil remanet. Dic

Quo duc
da sic figu
ra Qno.
tieniusinue
ta in diui
sorem.

leo igitur 1. Deinde ex 3. in 6. fuit 18. quæ ex numero supra posito 63. sic subducenda sunt. Distan-
tia 8. à 10. (Nam 8. ex 3. subtrahi nequeunt.) est
2. additis 3. fiunt 5. quæ pono supra 3. deleta prius
figura 6. in diuisore, vnd cum figura 3. in numero
diuidendo. Addo autem 1. propter distantiam à
10. cuius mentio facta est, ad 1. (nempe ad denā
numeri 18. qui subtrahitur.) fiunt q̄, 2. quæ ex 6. ab
lata relinquunt 4. quæ pono supra 6. deleta prius
dicta figura 6. Tandem ex 3. in 9. fiunt 27. quæ
sic ex suprascripto numero 452. detrahuntur. Di-
stantia 7. à 10. (quoniam 7. ex 2. detrahi non pos-
sunt) est 3. additis 2. fiunt 5. quæ pono supra 2. de-
leta prius figura 9. in diuisore, & figura 2. in nu-
mero diuidendo. Addo autem 1. ad 2. (nempe ad
denas numeri 27. subtrahendi.) propter dictam di-
stantiam à 10. facioque 3. quæ ablata ex 5. (nimi-
rum ex secunda figura numeri 452. à quo subtra-
ctio fit.) relinquunt 2. Pono ergo 2. supra 5. dele-
ta prius dicta figura 5. Atque ita deinceps per-
gendum esset, si plures figuræ in diuisore reperi-
rirētur. Absoluta ergo hac ratione erit diuisionis
vna operatio, remanebitq; hic numerus 425487.
vt in exemplo suprascripto vides.

PROMOTO iam diuisore in precedentē
locū, ita vt singulæ figuræ diui-
soris locum vnum mutent, vt 42
hic vides, intelligo ultimam fi-
guram diuisoris, nempe 4. in 885
supraposito numero 42. conti- 1832487 (3
neri nomies. Pono igitur 9. 46

post figuram 3. in priori operatione inuentam, ut
in sequenti exemplo patet, & dico. Ex 9. in 4.
funt 36. que ita subtraho ex numero 42. supra-
scripto. Distantia 6. à 10.

(quoniam 6. ex 2. subdu-
ci nō possunt) est 4. addi-
tis 2. fuit 6. quæ pono
supra 2. deleta prius figu-
ra 4. in diuisore, vna cum
figura 2. in numero diui-
dendo. Addo autem 1. ad

X
63
42X
6883
X8Z2487 (390
48889
4886
X4

5. (nimur ad denas numeri 36. subtrahendi.)
propter dictam distantiam à 10. facioque 4. quæ
ex 4. ablata nihil relinquunt. Deleo ergo 4. Rur-
sus ex 9. in 6. fuit 54. Detractis igitur 4. ex 5.
remanet 1. Demptis quoque 5. ex 6. remanet etiā
1. Quare deleta figura 6. in diuisore, vna cum fi-
guris 5. & 6. in numero diuidēdo, pono supra sin-
gulas figuram 1. Denique ex 9. in 9. fuit 81.
quæ ita subduco ex numero 114. supraposito. Dē-
pto 1. ex 4. remanent 3. Pono ergo 3. supra 4.
deleta prius figura 9. in diuisore, & figura 4. in
numero diuidendo. Distantia autem 8. à 10. (quia
8. ex 1. subduci nequeunt) est 2. si addatur 1.
fuit 3. quæ supra 1. colloco, deleta prius figura
1. Et propter dictam distantiam à 10. subtraho
1. ab 1. nihilq; remanet. Deleo ergo 1. absolutaq;
erit secunda diuisionis operatio. Numerus autem
remanens erit 3387. ut in exemplo patet.

R V R S V S promoto diuisore in proximum
locum, ut in proximo exemplo apparat, ita ut fi-

gura 9. locetur sub 8. at 6. sub 3. & 4. sub 3. vi
deo ultimam figuram diuisoris, pnta 4. nec semel
quidē in suprāposito numero contineri, quare scri-
bo 0. post figuram 9. proxime inuentam, deleoq;
diuisorem. Absoluta namque ita erit tertia ope-
ratio diuisoris, remanebit q, idem numerus 3387.
qui in antecedente operatione reliquis fuit.

P O S T R E M O promoto diuisore in primū
locum, vt in eodem proximo exemplo manifestum
est, reperio ultimam diuisoris figuram 4. in suprā-
scripto numero 33. contineri septies tantum: quia
si sumeretur octies, non posset à numero 3387. si-
prāposito fieri

subtractione
torum productō
rum ex 8. in to-
tum diuisorem.
Itaque pono in
Quotiente figu-
ra 7. post alias

$$\begin{array}{r}
 X \\
 931 \\
 42x80 \\
 838384 \\
 \hline
 X832487 \quad (3907 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{0}{6} \cdot \frac{8}{3}) \\
 469999 \\
 4999 \\
 \hline
 44
 \end{array}$$

figuras inuentas, vt in hoc exemplo apparet, &
dico. Ex 7. in 4. fiunt 28. quæ hac ratione ex nu-
mero 33. suprāposito demo. Distantia 8. à 10.
(Nam 8. ex 3. non possunt subtrahi) est 2: si ad-
dantur 2. fiunt 5. Deleta ergo figura 4. in diui-
sore, & figura 3. in numero diuidendo, pono 5. su-
pra 3. Addo autem 1. ad 2. (nempe ad denas nu-
meri 28. subtrahendi.) propter dictam distantiam
à 10. facioq; 3. quæ ex 3. ablata nihil relinquit.
Quare deleta figura 3. rursus dico. Ex 7. in 6.
fiunt 42. quæ ex 58. numero suprāposito ita tol-
lentur.

lentur. Detractis 2. ex 8. relinquuntur 6. Deleta ergo figura 6. in diuisore, & figura 8. in numero diuidendo, pono 6. supra 8. Detractis item 4. ex ex 5. remanet 1. Deleta ergo figura 5. pono. 1. supra eam, & tandem dico. Ex 7. in 9. fiunt 63. quæ ex 167. numero supraposito sunt deducenda hoc modo. Demptis 3. ex 7. supersunt 4. Deleta igitur figura 9. in diuisore, & figura 7. in numero diuidendo, statuo 4. supra 7. Detractis item 6. ex 6. remanet 0. Deleta ergo figura 6. pono 0. supra eam. Atque ita tota diuisio absoluta est, remanetque numerus hic 104. qui post Quotientem 3907. collocandus est supra diuisorem 469. interiecta linea inter ipsos, ut fiat numerus fractus, hoc est, partes 104. ex partibus 469. in quas totum aliquod concipitur esse diuisum. Eodem pacto in alijs diuisi-
nibus ponitur residuum, si quod fuerit, supra diui-
sorem, linea inter ipsos interiecta, ut fiat fra-
ctus numerus.

Quid age-
dū sit cum
numero
ex diuisio-
ne relitto.

I M M O vero, quando minor numerus per maiorem proponitur diuidendus, ponendus erit nu-
merus diuidendus supra diuisorem, interiecta di-
cta linea inter ipsos, ut fiat numerus fractus; Ut
si diuidendi sint 48. aurei in 60. milites, .
fiet numerus fractus, quem hic vides esse $\frac{4}{6} \frac{8}{0}$
appositum; ita ut quilibet accipiat 48.

Quando
numerus
minor per
maiorem pto
ponitur di
uidendus,
quid age-
dū.

partes ex 60. in quas unus aureus intelligitur es-
se diuisus. Quid autem sit huiusmodi fractus nu-
merus, & quo modo eius valor exploretur tam in
monetis, quam in ponderibus, aut mēsuris, prout nu-
merus diuidendus significat monetam, aut ponde-

et mensuras ve dicemus in tractatione fractorum numerorum.

Quomodo nonnulli, qui alio modo multiplicant figuram Quotientis inuentam in totū diuisorem. Nam primū eam multiplicant in primam figuram diuisoris, productumq; ex numero ei figurae supposito auferunt: Deinde eandem ducunt in secundam figuram diuisoris, & ita deinceps in reliquas, donec ad ultimam peruerterint, productosq; numeros ex suprascriptis numeris tollunt. Ut si diuidendus sit numerus 3387. per 469. (quemadmodū in ultima operatione superioris exempli factum est.) postquam repererunt, ultimam figuram diuisoris, nimirum 4. contineri septies in supraposito numero 33. (Nam octies comprehendendi non potest, ut pater ante diximus.) ponentes in Quotiente figuram 7. non dicunt, ex 7. in 4. fiunt 28. ut nos fecimus, sed ; Ex 7. in 9. fiunt 63. quæ ita ex supraposito numero 3387. subtrahunt. Ablatis 3. ex 7. relinquuntur 4. Deleta ergo figura 9. in diuisore, & figura 7. in numero diuidendo, ponunt 4. supra 7. Ablatis quoque 6. ex 8. remanent 2. ponenda supra 8. prius deleta. Deinde iterum dicunt. Ex 7. in 6. fiunt 42. quæ ita demunt ex supraposito numero 332. Ablatis 2. ex 2. nihil relinquitur. Deleta igitur figura 6. in diuisore vñ cum figura 2. in numero diuidendo, ponunt 0. supra 2. Et quoniam 4. (nempe altera figura producti numeri 42.) auferri non possunt ex 3. sumunt distan-

10
2924
3387 (7)
469

distantiā 4. à 10. nempe 6. cui addunt 3. vt fiant 9. ponenda supra 3. prius deleta. Propter dictā autem distantiam à 10. auferunt 1. ex vltima figura 3. ponuntque reliqua 2. supra 3. deleta prius figura 3. Postremo dicunt. Ex 7. in 4. fiunt 28. Subductis ergo 8. ex 9. remanet 1. ponenda supra 9. si prius deleatir in diuisore figura 4. vna cum figura 9. in numero diuidendo. Ablatis itcm 2. ex 2. nil remanet: absolutaq; erit operatio. Hac porro ratione plerūque fit, vt non scribantur tot figure supra numerum diuidendum, quot in priori illo modo multiplicandi figuram Quotientis in diuisorem ponuntur, quando ea ducitur primum in vltimam figuram diuisoris, deinde in penultimā, &c. vt supra explicauimus. Id quod exēplis addisces. Verum prior ille modus apud Mathematicos, & mercatores magis est in usu, faciliusq; in eo error corrigi potest, si quando nimis magna figura posita fuerit in Quotiente, vt mox docebimus.

HOC exēplo, quod explanauiimus, plane percepto, nulla erit difficultas in diuidendo quousque numero per numerum quot cunque figurarum. Totus enim labor in cōpositus esse videtur, vt cognoscatur, quoties vltima figura diuisoris in numero suprascripto sumi debeat, vt videlicet figura hæc Quotientis in omnes figurās diuisoris multiplicata numerum procreet, qui ex supraposito numero subduci possit, numerusque post hanc subtractiōnem relictus sit diuisore minor.

QUOD si quando contingat, (id quod non raro ijs euenire solet, qui parum in hoc negotio sunt) Quādo in Quotientē sumpta est figura ni-

In quo difficultas divisionis cōsistat.

mis parua. ex exercitati.) figuram talem in Quotiente ponì, vt
vel magna ea in omnes figurās diuisoris multiplicata, produ
ctisq; ex numero supra diuisore posito subductis,
numerū relictus maior sit diuisore, vel certe non
omnes producti substrahi possint; si id quidem acti
dat in principio diuisione, facile error corrigetur,
si accipiatur in Quotientē figura maior, aut minor,
prout res exiget; quia tunc nota adhuc sunt figura
numeri diuidendi supra diuisorem positæ, etiam si
deletæ sint, ita vt facile ab ijs numeri ex multipli
catione nouæ figura Quotientis in figurās diuiso
ris producti iterum possint subduci, præsertim si
figuræ illæ numeri diuidendi deletæ scribantur or
dine supra alias figurās deletas, & diuisor etiam
sub diuisore deleto reponatur, ne figuræ deletæ ne
gotium nobis faceant. Si vero in media operatio
ne, vel prope finem id contingat, nō tam facile er
rorum quis corriget, cum vix dignoscantur figura
numeri diuidendi supra diuisorem in illa operatio
ne positæ ab alijs figuris; quippe que iam deletæ
sint, & cum alijs permixtæ, ac supra numerū di
uidendum positæ. Quare ne tunc cogamur diuisio
nem totam reiterare. (quod necessario faciendum
asse omnes docent. Id quod permolestum esset, præ
sertim si iam plures operationes diuisione forent
absolutæ.) excogitauimus huiusmodi remedium.

S I figura Quotientis accepta sit nimis parua,
ita vt numerus relictus post subtractionē numero
rum, qui ex multiplicatione illius figuræ in omnes
figurās diuisoris producuntur, maior sit diuisore,
subtrahemus diuisorem ex numero relicto toties,

quoties possumus, donec numerus relinquatur minor diuisore, & quoties is subtractus erit, tot vñetates illi figurae Quotientis addemus. Si vero figura Quotientis accepta sit nimis magna, adeo ut post subtractionem aliquot numerorū, qui ex multiplicatione illius figurae in aliquot figurās diuisoris producuntur, in aliquem numerum productū incidamus, qui amplius subduci nō possit, multiplicabimus figuram illam Quotientis in figurās diuisoris deletas, quarum nimirū numeri producti subtracti iam sunt, & productos numeros, additis prius figuris numeri relitti, ordine supra illas figurās diuisoris scribemus, deletis prioribus figuris relitti. Hac enim ratione restituetur numerus, qui supra diuisorem positus erat ante illam operationem. Quocirca eum iterum per diuisorem (renouatum tamen, quoad figurās deletas, ne confusione pariant) partiemur, accipiendo aliam figuram in Quotiente, quæ vna vnitate minor sit, quam prior accepta. Et si hæc figura etiam nimis magna sit, restituemus eodem modo numerum supra diuisorem collocatum, & accipiemus aliam figuram minorem. Idque toties faciemus, donec figuram inueniamus, quæ in omnes figurās diuisoris multiplicata numeros producat, qui & subtrahi possint, & numerū relinquant diuisore minorem. Sed hæc omnia hoc proposito exemplo fient magis perspicua.

S I T diuidendus numerus 1 6 2 3 1 4 9. per 2 8 9 9. Collocato diuisore sub numero diuidendo, ponamus quempiam parum exercitatum accepisse in Quotiente figuram 4. Unde si dicamus. Ex

Exempli
correcțio-
nis, quan-
do nimis
parua fi-
gura in
Quotien-
te accepta
est.

4. in

4. in 2. fiunt 8. quibus detrac-	4
ctis (eo modo, quē in proximo	863
exēplo explicauimus) ex 16.	8075
remant 8. Deinde ex 4. in	X623X49 (4
8. fiūt 3 2. quibus subductis ex 82. remanent 50.	2899
Rursus ex 4. in 9. fiūt 3 6. quibus sublatis ex 503.	
remanēt 467. Denique ex 4.	
in 9. fiūt 3 6. quibus ex 4671.	6
ablatis, relinquuntur 463 5.	423
qui numerus maior est diuiso-	8631
re. Nimis ergo parua est figu-	18078
ra accepta 4. Quare deleto	X623X49 (4
residuo hoc, vna cum accepta	2899
figura 4. ponemus has figuras 16231. numeri di-	2899-
uidendi deletas supra alias figuras deletas, & di-	
uisorem deletum renouatum sub diuisere colloca-	
bimus, ut in proximo exemplo factum esse vides.	
Qua ratione restitutus erit totus numerus diui-	
dendus 1623149. vna cum diuisore, ac si nondū	
inchoata esset diuisio. Ponemus ergo figuram 5.	
vna unitate maiorem, quam 4. in Quotiente, ut	
in hoc altero exēplo vides,	
& dicemus. Ex 5. in 2. fiūt	I
10. quibus subtractis ex 16.	2 3
remant 6. Deleta igitur	678
figura 2. in diuisore, & figu-	4226
ra 1. in numero diuidendo,	863X
que decem significat respe-	18078
citu figuræ 6. dicemus rur-	X623X49 (45
sum. Ex 5. in 8. fiunt 40.	28999
quibus subtractis ex 62. re-	2899
	289

magne 22. Item ex 5. in 9. fiunt 45. quibus ex 223. subductis, remanent 178. Denique ex 5. in 9. fiunt 45. quibus demptis ex 1781. relinquuntur 1736. qui numerus diuisore minor est. Reste ergo accepta est figura 5.

SED ut exemplum etiam habeas, quando nimis magna figura accipitur, ponamus in Quotiente positam esse figurā 6. Hac multiplicata in 2. facit 12. quibus ablati ex 16. remanent 4. Deinde quia ex 6. in 8. fiunt 48. que ex 42. detrahi nequeunt, fit ut figura accepta 6. sit nimis magna. Quamobrem de leto residuo hoc 4. una cum accepta figura 6. scribemus figuras 1. & 6. numeri diuidendi deletas supra easdem, & figuram 2. in diuisore deletam infra eandem, ita ut totus numerus diuidendus ab initio propositus, una cum diuisore restituatur, ac si diuisio nondum esset inchoata, ut in hoc exemplo apposito factum esse vides. Ponemus ergo, ut in sequenti exemplo apparet, figuram 5. una unitate minorem, quam 6. in Quotiente, & dicemus.

Ex 5. in 2. fiunt 10. quibus ablati ex 16. relinquuntur 6. Deleta igitur figura 2. in diuisore, & figura 1. in numero diuidendo, quia decem significat respectu figura 6.

$\begin{array}{r} 4 \\ \times 623149 (6 \\ 2899 \end{array}$

$\begin{array}{r} 6 \\ 14 \\ \times 623149 (8 \\ 2899 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 83 \\ \times 4786 \\ 1623149 (65 \\ 2898 \end{array}$

dice-

Exemplū
correctio-
nis, quādo
nimis ma-
gna figura
in Quotie-
te accepta
est.

dicemus rursus. Ex 5.in 8. fiunt 40. quibus detractis ex 62. remanent 22. Item ex 5.in 9. fiunt 45. quibus demptis ex 223. remanent 178. Denique ex 5.in 9. fiunt 45. quibus subductis ex 1781. remanent 1736. Potuerant ergo omnes numeri producti subduci, reliktusque est numerus diuisore minor. Quare recte accepta est in Quotiente figura 5. Ex his facile intelliges, quid agendum sit, quando in principio diuisionis accepta est figura nimis parua, aut magna. Nunc attende, quo pacto error corrigatur, si in media operatione nimis magna aut parua figura in Quotiente accepta sit.

P R O M O U E A T U R ergo diuisor in superiori exemplo, in quo nimis parua figura sumpta fuit in principio diuisionis, ut ibide cernis in tertia positione exempli. Fingamus autem, ultimam diuisoris figuram 2. in supraposito numero 17. contineri septies, atque adeo in Quotiēte post figuram 5. inuentam scribi 7. Quo posito, dicemus.
 Ex 7. in 2. fiunt 14. quibus detractis ex 17. remanent 3. que supra 7. scribo, deleta prius figura 2. in diuisore, vnde cū figuris 7. & 1. in numero

X	
233	
678	
4236	
5631	
X8078	
X622X49	(457)
28999	
2899	
289	

diuidendo. Deinde rursus dicemus. Ex 7. in 8. fiunt 36. que ex 33. auferrinequeunt. Est ergo figura 7. accepta nimis magna. Ut igitur restituatur numerus 17. à quo facta est subtractio, si forte is in-

ter

ter tot figuras deletas non inter nosceretur, multi plicanda est figura 7. accepta in figuram 2. in dividendo deletam, et productio addenda figura 3. supra dicta figurā diuisoris posita. Ut quonia ex 7. in 2. fiunt 14. si addantur 3. fiunt 17. Deleta igitur figura 3. scribemus super eam numerum 7. et supra figuram 1. deletam ponemus 1. atque ita restitutus erit numerus 17. à quo facta est substractio, ut in hoc apposito exemplo appareret. Posita autem figura 2. sub figura 2. in diuisore deleta, ut etiam diuisor restituatur, ut in eodem hoc exemplo manifestum est, concipiamus ultimam figuram diuisoris 2. contineri in 17.

non septies, sed sexies,	X8
atq; adeo, deleta figura	X78
7. in Quotiente, ponitur	233
figuram 6. ut in exemplo	978
hoc altero appareret. Quo-	4236
posito, dicemus. Ex 6. in	863X
2. fiunt 12. quibus detra-	X8078
ctis ex 17. remanent 5.	X923X49 (457)
Deleta ergo figura 2. in	28999
diuisore, vnde cum figu-	2899
ris 7. et 1. in numero di-	289
videndo scribemus 3. supra 7. et dicemus. Ex 6.	2

in 8. fiant 48; quibus demptis ex 53. relinquuntur 5. Deleta igitur figura 8. in divisor, una cum figuris 3. & 5. in numero dividendo, scribemus 5. supra 3. & rursus dicemus. Ex 6. in 9. fiant 54. quibus subductis ex 56. remanent 2. Deleta ergo figura 9. in divisor una cum numero 56. in dividendo numero, ponemus 2. supra 6. ac tandem dicemus. Ex 6. in 9. fiant 54. quæ ex 24. subtrahi nequeunt. Nimis ergo magna etiam est figura 6. in Quotiente. Quare ut sciamus, quinam numerus supra divisorum collocatus fuerit, antequam hanc operationem inciperemus, multiplicabimus figuram dictā

6. in figuras divisoris de-	17
letas, ut dictum est. Ut	X 83
ex 6. in 9. fiant 54. Ad-	X 78
ditis 2. quæ supra figu-	Z 3 Z 6
ram divisoris 9. deletā	8 7 82
posita sunt, fiant 56. De-	4 2 39
leta ergo figura 2. scri-	8 6 Z X
bemus supra eam 6. &	X 8 0 78
retinebimus 5. Deinde	X 6 2 Z X 49 (4576
ex 6. in 8. fiant 48. Ad	28 9 9 9
ditis 5. quæ seruauimus.	28 9 9
fiant 53. Scribemus er-	28 9

go 3. supra 5. & retinebimus 5. Postremo ex 6. in 2. fiant 12. Additis 5. quæ seruauimus, fiant 17. quæ supra 15. collocabimus: atq; ita restitutus erit numerus, qui ante hanc operationem supra divisorum positus erat. Restitutis autem tribus quoque figuris 2. 8. 9. in divisor deletis, atque deleta figura

gura 6. in Quotiente, ponamus 5. loco illius, ut in
hoc exemplo vides. Quoniam vero ex 5. in 2. filic
10. quibus ablatis ex
17. remanent 7. dele-
himus figurā 2. in di-
uisore, vna cum figu-
ra 1. in diuidendo nu-
mero, quae decem si-
gnificat respectu figu-
rae 7. & dicemus. Ex
5. in 8. fiunt 40. qui-
bus subductis ex 73.
remanent 33. Deleta
ergo figura diuisoris
8. vna cum figura 7.
in numero diuidendo,
scribemus 3: supra eā,
rursus que dicemus. Ex 5. in 9. fiunt 45. quibus de-
ptis ex 336. remanent 291. Deletā igitur figura
diuisoris 9. vna cum numero diuidendo 336. pone-
mus loco illius 291. & tandem dicemus. Ex 5. in
9. fiunt 45. quibus fabratis ex 2914. relinquun-
tur 2869. qui numerus diuisore minor est. Restat
ergo accepta est figura 5.

2	3	4	0
3	8		
X	7	0	
X	8	3	6
X	7	3	X
2	3	3	6
5	7	8	2
X	2	3	9
8	9	3	X
X	8	0	7
X	6	2	3
X	4	9	
2	8	6	9
2	8	6	9

2	8	9
2	8	6
2	2	8

PROMOTIO tandem diuisore in proximum
locum, nimirum in ultimum; ut in praecedenti
exemplo vides, cogitemus ultimam diuisoris figu-
ram 2. in suprascripto numero 28. contineri se-
pties. Posita igitur figura 7. in Quotiente, ut in
hoc altero exemplo apposito vides, dicemus. Ex
7. in 2. finne 14. quibus ablatis ex 28. remanent

14. Item ex 7. in 8.	8
fiant 56. quibus de-	16
tractis ex 146. re-	24
manent 90. Itē ex	384
7. in 9. fiant 63. qui	X780
bus subductis ex	X839
909. relinquuntur	X78X
846. Item ex 7. in	2339
9. fiant 63. quibus	978Z
demptis ex 8469.	42390
remanet 8406. qui	893X8
numerus maior est	X807899
diuisore; & proin-	1923X48 (457957
de figura accepta	289999
7. nimis parua est.	289
	28
	228.

Quare subtrahemus diuisorem ex dicto residuo, quoties possumus, & tot unitatibus maiorem figuram, quam 7. scribemus in Quotiente, quoties diuisor detractus fuerit. Ita autem diuisore detrahemus in hoc sequenti exēplo, restituto prius diuisore. Ablatis 2. ex 8. remanent 6. Item demptis 8. ex 64. remanent 56. Item subductis 9. ex 560. remanent 551. Tandem detractis 9. ex 5516. remanent 5507. qui numerus adhuc maior est diuisore. Detractis igitur rursus 2. ex 5. remanent 3. Demptis autem 8. ex 35. remanent 27. Item subductis 9. ex 270. remanent 261. Denique subtractis 9. ex 2617. relinquuntur 2608. qui numerus minor iam est diuisore. Quia ergo bis detractus est diuisor, scribemus in quociente, deleta prius figura 7. numerum 9. duabus videlicet unitatibus mai-

rem, quām 7. Ita-	2
que totus numerus	3
Quotiens est 559.	8
Coacti autē sumus	86
rem tot exemplis	87
exponere , vt clari-	198
rus intelligeretur,	246
quid in singulis o-	384
perationibus relin-	1790
quatur, quāvis so-	18380
lum hoc vltimum	178XX
instar sit omnium.	23360
Et licet tot verbis	5782X
remedium istud ex	423608
posuerimus , vsus	863X87
tamen facile doce-	X807868
bit , rem esse bre-	X923X46 (4578579
niorem ac facilior-	289999
rem, quādūt ver-	28998
bis exprimi possit.	2899
	28

HOC ergo remedium, si adhibeatur, quotiescunq; in Quotiente figura maior, aut minor, quām oportet, sumpta fuerit, incredibile est, quām expeditus numerus quilibet per quincunque numerum dividatur: quia hac ratione non opus est, vt simus nimis anxii, qualē figuram in quāvis operatio- ne scribere debeamus in Quotiente, cum illo remedio errorem, si quis commissus erit , sine ullo fere labore corrigere possimus: ita vt hic modus diuidendi, quem hactenus præscripsimus, sit inter omnes, qui ab alijs auctoribus explicari solent, præ-

stantissimus, atque expeditissimus, ac propter ea summa diligentia, & cura adhibenda, ut in eo se se exerceat is, qui in arte supputandi cupit esse excellens, & præstans.

Quemodo alij divisione ab soluant.

NAM quod alij multiplicent figurā in Quotiente positam in totum diuisorem, productumque numerum sub diuisore collocent, (prima figura posita sub prima, & secunda sub secunda, &c.) ut eum ex numero supra diuisorem posito detrahāt, res est certa illa quidem, ac facilis, sed quæ longior rem efficiat diuisiōnē, quam par est, eumque, qui diuidit, non parum remorctur. Ut enim numerum hunc verbi gratia, 40689. per 1298. diuidant, postquam in prima operatione posuerunt in Quotiente figuram 3. multiplicant eam in diuisorem, primum quidem in figuram 8. dicendo. Ex 3. in 8. fiunt 24. scribunt ergo 4. sub 8. & seruant 2. Deinde ex 3. in 9. fiunt 27. Additis 2. quæ seruata sunt, fiunt 29. Positis ergo 9. sub 9. seruant 2. &c. Post hæc, deleto diuisore, auferunt 4. ex 8. collocantque residuum 4. supra 8. deletis prius figuris 4. & 8. &c. Promoto deinde diuisore, progrediuntur eodem modo. Quod tamen nos breuius absoluimus, cum numerum productum non scribamus sub diuisore.

Commodi Habet tamen modus iste hanc commoditatē, quod tas in hoc modo diuidendi ex ipsa operatione facile intelligatur, num figura accepta in Quotiente sit nimis magna, nec ne. Nam si productus numerus ex multiplicatione figuratius

lius in diuisorem subtrahi possit ex numero supra diuisorem posito, numerumque relinquit diuisore minorē, figura illa recte accepta est; si minus, erratum esse, dubitandum non est.

Q V O D etiam alijs diuisorem prius per singulas figurās significatiuas multiplicent, quemlibet productum numerū propefigurām multiplicantem scribendo, ut inter hos productos querat numerū positum supra diuisorem, cōq, inuenito, vel certe, si non inuenitur, proxime minore accepto, figurām multiplicantē illi ascriptam in Quotiente ponant, atque numerū acceptū ex numero supra diuisorem posito subducant; res etiam facilis est, & commoda, præsertim tyronibus, & parum in hac arte exercitatis, sed nimis longa, ac molesta. Nam ut v. g. diuidant hunc numerū 97086. per 37. collocant

diuisorem iuxta 1. 37 — t
174 — 2

Eundem deinde duplificatum iuxta 2. 23. 111 — 3

97086 (26) 148 — 4

triplicatum vero iuxta 3. 185 — 5

277 222 — 6

ta 3. &c. Postea 259 — 7

inter hos numeros inquirunt numerū 296 — 8

97. supra diuisorem positum, quem

quoniam non inueniunt, accipiunt 74. proxime

minorem, & figurām 2. ē regionē eius collocatam

ponunt in Quotiente, auferuntque 74. ex 97. scri-

bentes residuum 23. supra 97. deletis prius figu-

ris 7. & 9. vna cum diuisore. Promoto deinde di-

uisore, querunt inter eosdem numeros hunc nume-

rum 230. possum supra diuisorem: quo non inuen-

Alitatem modis
absoluendi
diuisione.

to, accipiunt proxime minorem 222. collocantque figuram 6. ē regione eius positam in Quotiente, & denique numerū eundem 222. ex 230. subducunt. Atque hoc modo progredientes totam diuisionem perficiunt. Sed quis non videt, diuisionem hac ratione longius, quam par est, produci, præsertim, si diuisor quatuor, aut quinque, vel etiam pluribus figuris scribatur?

Prima pro-
batio diui-
sonis per,

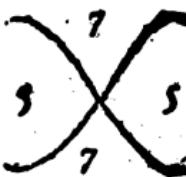
R E S T A T , vt examen diuisionis tradi-
bus, quod triplex est. Primum fit per abiectionē
9. hoc pacto. Reiectis 9. ex diuisore, quoties fieri
potest, vt in additione docuimus, ponatur residuum
in sinistra parte crucis. Reiectis item 9. ex Quo-
tiente, quoties fieri potest, ponatur residuum in
dextra parte crucis. Multiplicatis deinde hisce
duobus residuis inter se, & ex pducto abiectionis 9.
quoties fieri potest, ponatur residuum hoc, si in di-
uisione nihil remansit, in superiori parte crucis.
Si autem in diuisione residuum aliquod fuit, con-
iungendum est ultimum illud residuum cum figu-
ris huius residui diuisionis, & semper abiecienda
9. istudque residuum in superiori parte crucis re-
ponendum. Postremo reiectis 9. ex numero diui-
dendo, quoties fieri potest, ponatur residuum in par-
te inferiore crucis. Si enim residuum hoc aquale
fuerit illi residuo in superiori parte crucis colloca-
to, recte peracta est diuisio, si minus, non recte,

I T A Q V E hæc diuisio ita examinabitur.
Reiectis 9. ex diuisore 23. remanent 5. Abiectis
item 9. ex Quotiente 176. remanent quoque 5.
Multiplicatis autem hisce residuis 5. & 5. inter-

se, gi-

se, signuntur
25. ex qui-
bus si abie-
ciatur 9. re-
manent 7.
que (quoniam

~~X~~
~~XXX~~
~~278~~
~~4048 (176)~~
~~2333~~
~~22~~



nihil ex divisione relictū est) in superiorē partē crucis collocanda sunt. Et quia rejectis 9. ex numero dividendo 4048. relinquuntur etiam 7. recte peracta est di-
uisio.

H AEC
autem alia
diuisio bac-
ratione ex-
aminabi-
tur. Reie-
ctis 9. ex di-
uisore 236.

~~1~~
~~2~~
~~X83~~
~~434~~
~~22030~~
~~48678 (193)~~
~~23666~~
~~233~~
~~2~~



remanent 2. Rejectis item 9. ex Quotiente 193.
remanent 4. Multiplicatis autem hisce residuis
2. & 4. inter se, fiunt 8: ex quibus non possunt re-
jecti 9. Hac ergo 8. si nihil remansisset in divisione,
collocanda essent in superiori parte crucis: sed
quoniam supersunt 130. dicemus 8. & 3. faciunt
11. Rejectis 9. remanent 2. Addita 1. fiunt 3. in
superiori parte crucis collocanda. Et quoniam, re-
jectis 9. ex numero dividendo 45678. remaneant
quoque 3. recte facta est diuisio.

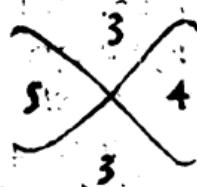
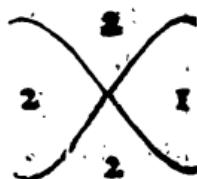
S E C U N D U M examen sic per abiectionem 7. ut in additione dochimus, dummodo ex re-

Secunda pro-
batio diui-
soris 27.

siduo diuisionis, si quod fuerit, eodem modo reijicitur. & residuum adiiciatur ad illud residuum, quod inter examine per abiectionem 9. addendum esse diximus residuo diuisionis, at que ex aggregato reijicuntur 7.

UT prior proximarum duarum diuisionū ita examinabitur. Reiectis 7. ex diuisore 23. remanent 2. Item abieictis 7. ex Quotiente 176. remanet 1. Multiplicatis autem hisce residuis 2. & 1. inter se, procreantur 2. in superiori parte crucis reponenda, quia nihil ex diuisione superfuit. Quia vero reiectis 7. ex diuidendo numero 4048. remanent etiam 2. recte facta est diuisio.

POSTERIOR vero diuisio hoc modo examinabitur. Reiectis 7. ex diuisore 236. remanent 5. Item abieictis 7. ex Quotiente 193. supersunt 4. Multiplicatis autem dūbus hisce residuis 5. & 4. inter se, & ex producendo 20 reiectis 7. relinquentur 6. quæ, si nihil remansisset in diuisione, collaudanda essent in parte crucis superiori: sed quoniā reliquus fuit numerus 130: ex quo si abijciantur 7. supersunt 4. quæ addita ad ultimum residuum seruatū 6. faciunt 10. à quibus si reijicuntur 7. remanent 3. in superiori parte crucis collocanda. Tantundem autem remanet, si ex diuidendo numero 45678. abijciantur 7. Recte ergo diuisio facta est. Verum verumq; hoc examē fallax esse potest,



ob rationem dictam in superioribus.

T E R T I V M examen, quod certum est, & cui nulla fallacia subesse potest, fit per multiplicationem. Si namque diuisor, & quotiens inter se multiplicentur, & numero producto addatur residuum diuisione, si quod fuerit, procreabitur numerus diuidendus, si erratum in diuisione non est. Ut posterior duarum proximarum diuisiōnum ita examinabitur. Multiplicato diuisore 236. per Quotientem 193. antequā producti numeri addātur inter se, scribatur sub ipsis numeris residuum diuisione 130. prima nimis figura sub primo loco, & secunda sub secundo, &c. Si enim numeros productos, & hoc residuum in unam summam colligamus, vt in Multiplicatione docuimus, produceatur numerus 45678. qui diuisus fuit.

E X P E D I T interdum, cum, facta operatione aliqua in diuisione, dubitas, num in re aliqua peccaueris, necne, vt diuisionem usque ad eum locum perductam examines, ne frustra ulterius progressiaris, si forte iam error aliquis commissus sit. Examinabis autem partem illam diuisionei nō alter, ac alias diuisiones, si omittas figurās numeri diuidendi, sub quibus nondum diuisor positus est.

Vt in hac diuisione, facta prima operatōne, ea ita examinabis p-

X 9 1
2 1 2 3
6 7 0 6 4 5 6 (2
2 8 9 8



Tertia probatio diuisionei per multiplicationem.

abiectionem 9. Reiectis 9. ex diuisore 2898. remanet 0. Item reiectis 9. ex Quotiente 2. remanent 2. Multiplicatis autem inter se hisce residuis 0. & 2. producitur 0. quæ cifra in superiori parte crucis collocanda esset, nisi aliquid ex diuisione superesset: sed quoniā supersunt 913. rejecta sunt, 9. ex hoc residuo. Quo facto, remanebunt. q. in suprema crucis parte collocanda. Ac tantundem remanet, si rejectantur 9. ex numero 6709. hanc diuisio, omissis figuris 456. sub quibus nondum positus est diuisor.

Q U O D si diuisor in principio habuerit aliquot cifras, facilis erit diuisio, si à numero diuise in principio ali- diuisor ha- dendo remoueantur tot figuræ ad dextram, quo-
cifras cipio ali- ceras habet diuisor, et reliquus numerus per diui-
sorē, dēptis prius illis cifris, dividat: Sed residuum
huius diuisionis, si quod erit, præponendum est ver-
sus sinistrā figuris ablatis, ut fiat numerator fra-
ctionis; Denominator autē erit diuisor totus vna
cū cifris. Et si in diuisione nihil remansit, erunt fi-
guræ ablatæ pro numeratore fractionis ponenda.

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 278 \\
 489 \\
 \times 3648 (367 \quad \frac{7}{8} \quad \frac{6}{0} \quad \frac{9}{0} \quad \frac{3}{0} \quad \frac{0}{0}) \\
 \hline
 3888
 \end{array}$$

33

ut si numerus 13946007693. diuidendus sit per 38000000. auferemus ex eo priores sex figuræ 007693, ad dexteram, quot nimisrum cifræ sunt

in

*in principio diuisoris; & reliquū numerū 13946.
per 38. dividemus, omissis illis sex cifris, ut in hoc
apposito exemplo factum est. Quoniam vero in diui-
sione nihil relictum est, scribemus supra diuisore
numerum ablatum 7693. duæ enim illæ cifræ ad
sinistram nihil significant, ac propterea omitten-
dæ sunt.*

*R V R S V S si idē numerus 13946007693.
dividendus sit per 300800000. auferemus ex eo
priores quinque figuræ 07693. quot videlicet
cifræ sunt in principio diuisoris; & reliquum nu-
merum 139460. per 3008. partiemur, omissis
quinque illis cifris, ut factum est in hoc altero exē-
plo. Quia vero in diuisione reliquus est hic nume-
rus 1092. si eum versus sinistram præponamus his
ce figuris ablatis 07693. collocabimus supra diui-
sorem totum hunc numerum 109207693. ut hic
cernis.*

09

XIX⁴²
 139460 (46 $\frac{1}{3}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{9}{2}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{3}{0}$
 10088
 100

*H I N C fit, si ultima figura diuisoris fuerit
1. & reliqua omnes cifræ, Quotientem esse nume-
rum dividendum, sublati prius ab eo tot figuris
versus dexteram, quot cifræ sunt in diuisore; Nu-
merator autem fractionis erit numerus sublatus.
Ut si numerus 4780920345. dividendus sit per
100000. erit Quotiens 47809 $\frac{1}{2}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{3}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{5}{0}$. Sic
etiam si numerus 9700203. dividendus sit per*

10000.

10000. Quotiens erit $970 \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{3}$. atque ita de ceteris.

Facilis ali- quando sit diuisko. qn diuidē dus numerus habet ali- quos cifras in principe,

NEQUE vero hoc prætereundum est, si numerus diuidendus habuerit aliquot cifras in principio, & antequam tota diuisione absoluatur, nulla figura significativa in diuisione relicta fuerit, ponendas tunc esse post Quotientem omnes cifras numero, ri diuidendi

nondum de-	\cancel{xx}
letas. Ut si	$\cancel{x}338$
diuidendus	$8\cancel{6}3000000$ (5400000
proponatur	$\cancel{3}485$
numerus	$\cancel{3}4$

1863000000. per 345. quoniam post secundam operationem nihil in diuisione remansit, si post inuentum Quotientem 54. ponantur quinque cifra numeri diuidendi nondum deleta, fiet totus Quotiens 5400000. absolutaque erit diuisione.

Additio,
Subtracciō,
Multiplicā
& Diui-
sio funda-
menta sunt
omnium, q
in Arithme-
tica tra-
duntur,

EX his quæ de additione, subtractione, multiplicatione, diuisioneque, numerorum integrorum dicta sunt, omnia, quæ in vniuersa Arithmetica traduntur, tanquam ex elementis pendent: adeo ut omnia per ea conficiantur, nihilque aliud in quæstionibus Arithmeticis soluendum precepit: quæcum ut numeri vel addantur, subtrahantur, aut multiplicentur, diuidantur. Itaque nisi quis in quatuor illis operationibus Arithmeticis probe sit exercitatus, frustra sese ad alia, quæ tradi-
cari sumus, conferet.

N V M E R A T I O
FRACTORVM
N V M E R O R V M.

Cap. VI.



V E M A D M O D U M in superioribus numeros integros numerauimus, pluresq; propositos in vnam summam collegimus, at que vnū ab altero subduximus, duos item quoscunque inter se multiplicauimus, & denique vnū per alterum sumus partiti; ita in his, quæ sequuntur, eadem efficiemus in numeris fractis, qui alio nomine Minutiæ, fractionesve dici solent vulgares.

EST autem Fractio, Minutiæ, siue numerus fractus, vna pars, vel plures partes alicuius totius in plures æquales partes diuisi. Ut si totum aliquod settum sit in quinque partes æquales, & quispiam ex illis sumpserit vñā, dicetur illa quinta pars numerus fractus. Sic etiam, si quis duas, tres, aut quatuor acceperit, dicentur due illæ, tres, vel quatuor quintæ partes numerus fractus.

CONSTAT qualibet Minutia duobus numeris, qui in ea proferenda exprimuntur. Primus dicitur Numerator, quia numerat, quot partes contineat fractio proposita ex illis, in quas totum, cuius est fractio, diuisum est. Alter appellatur Denominator, quia denominat illas partes fra-

Numerus
fractus. si u
fractio Min
utiaue
quid.

Numerat
& De
nominator
fractionis
quid.

*E*tionis, hoc est, indicat, in quotnam partes totum intelligitur esse diuisum. Ut cum proponitur fractio continens tres quintas partes, Numerator est 3. quia significat, in illa fractione contineri tres partes totius; Denominator vero est 5. quia indicat, tres illas partes non esse qualescumque: sed quintas.

Frac q.
tio, quo pa
to scribat,
& pronun
cetur.

S C R I B I T V R autem qualibet fractio hoc modo. Denominator dicitur sub Numeratore, interiecta lineola quadam inter utrumque numerum, collocatur. Ut tres quintae partes hoc modo scribuntur, $\frac{3}{5}$. pronuntiaturque numerus in recto, primo tamen loco Numerator. Ut dicta Minutia ita proferenda est; *Tres quintae*. Hac vero $\frac{2}{4} \frac{5}{8}$. ita, Vigintiquinque quadragesimæ octauæ, significat que, totum aliquod diuisum esse in quadraginta octo partes æquales, & vigintiquinque ex illici acceptas esse.

Frac
tiones
vnde orian
tar.

O R I U N T V R plerunque numeri fracti ex residuo diuisionis integrorum numerorum. Quando em aliiquid, in diuisione remansit fit ex illo Numerator fractionis, cuius Denominator est divisor, ut supra diximus. Ut cum diuiduntur 46. per 7. Quotiens est 6. supersuntque 4. Fit ergo huiusmodi fractio, $\frac{4}{7}$. ita ut totus Quotiens sit $6 \frac{4}{7}$. Item quando minor numerus per maiorem proponitur diuidendus, gignitur fractio, cuius numerator est numerus diuidendus, Denominator autem divisor. Ut si diuidenda sint 4. per 7. fit fractio $\frac{4}{7}$. significatque 4. diuisa esse per 7. ita ut Minutia hec $\frac{4}{7}$. sit septima pars huius numeri 4. Pars, inquit, de-

*Quando mi
nor nume
rus per ma
iores diui
ditur, fit
fractio.*

nominata à diuisore 7. Quemadmodum enim diuisis 12. per 3. inuenitur numerus 4. qui tertia pars est numeri diuisi 12. Pars, inquam, à diuisore denominata; ita etiam cum diuidimus 4. per 7. fit Quoties $\frac{4}{7}$. qui septima pars est numeri diuisi 4. Pars inquam, denominata à diuisore. Eadem ratione qualibet alia Minutia pars est Numeratoris a Denominatore denominata. Ut hæc Minutia $\frac{3}{4}$. est quarta pars ternarij. Nam si diuidantur 3. per 4. fit Quotiens $\frac{3}{4}$. Quare si sumatur Minutia $\frac{3}{4}$. quater, efficiuntur $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4}$. quæ ternario æquivalent, ut ex ijs, quæ paulo infra scribemus, manifestum erit. atque ita de alijs.

Fractio quæ
uis est pars
Numerato-
ris à Deno-
minatore
denomina-
ta.

ÆSTIMATIO, SIVE VALOR fractorum numerorum Cap. VII.

MINVTIAE cuiusvis estimatio, sive ^{Minutiaris} valor augetur, cum, Numeratore manente eodem, denominator minuitur: Vel cum, Denominator manente eodem, numerator augetur. Ut in his fractionibus $\frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$. vel in his $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$. qualibet posterior priore major est, ut ex sequentibus patebit: & in prioribus quidem, manente semper eodem numeratore, denominator minuitur: in posterioribus vero, eodem semper manente denominatore, numerator augetur.

MINVTIAE vero cuiusvis estimatio, sive ^{Minutiaris} valor minuitur, cum, Numeratore manente eodem, denominator augetur: vel cum, Denoming-

valor quo
pacto mi-
nuatur.

tore manente eodem, Numerator minuitur. Ut in his fractionibus. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$. vel in his, $\frac{7}{8}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{5}{8}$. $\frac{4}{8}$. $\frac{3}{8}$. qualibet posterior priore minor est, vt constabit ex sequentibus: & in prioribus quidem, eodem semper numerator manente, deno minor augetur; in posterioribus vero, eodem semper manente denominatore, numerator minuitur.

Minutæ.
quālibet numeratores ad denominatorē eandem habent proportionem, etiam si numeratores habent ad suos denominatores, singuli ad singulos, inter se æquales sunt. Ut ha minutiae

$\frac{1}{2}$. $\frac{8}{16}$. $\frac{5}{10}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2}$. omnes inter se æquales sunt; quia cuiusvis numerator ad suum denominatorē proportionem habet subduplam, id est, dimidia pars est ipsius. Sic etiam ha,

$\frac{3}{4}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{9}{12}$. Nam cuiuslibet numerator ad suum denominatorē habet proportionem subsesquitertiam, hoc est, tres quartas partes ipsius continet.

Si numerator, ac denominatorū iusvis fractionis per quemcumque numerum multiplicetur, dividatur, dignitur eiusdem valoris fratio.

Quoniam vero, si duo numeri per eundem numerum multiplicentur, siue diuidantur, numeri producti eandem habent proportionem, quam duo illi numeri multiplicati, siue diuisi; fit, vt multiplicatis, aut diuisis Numeratore, & Denominatore per quemcumque numerum, procreetur alia minutia eiusdem valoris, quamvis maiores, minores siue numeros habeat. Ut proposita hac minutia $\frac{6}{9}$. si uterque eius numerus multiplicetur per 3. producetur minutia $\frac{1}{2}$. $\frac{8}{7}$ eiusdem valoris. Sic etiam, si uterque numerus

per

per $\frac{3}{2}$. diuidatur, fiet minutia $\frac{2}{3}$ eiusdem valoris.
Et licet hæc omnia demonstrari possint ex lib. 7.
Eucl. contenti tamen erimus, si uno exēplo ex his
duabus minutis $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{9}$. desumpto, in quo veritas
huius rei perspicue apparebit, rē illustremus. Nā
si accipiatur numerus 9. qui quidem habet par-
tes à denominatoribus dictarum minutiarum de-
nominatas, nimurum tertiam, ac nonam, erūt duæ
eius tertie partes æquales sex nonis partibus eius-
dem. Cum enim tertia eius pars sit 3. erunt duæ
tertiae partes 6. Item cum nona eius pars sit 1.
erunt quoque sex nonæ partes 6. Aequales igitur
sunt hæ minutiae $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{9}$. & sic de alijs.

Q V A N D O porro numerator alicuius mi- Quæ minu-
nitiae vni inte-
gro æquias-
teat.
nutiae denominatori est æqualis, æquivalet minu-
tia illa vni integro. Ut quelibet harum minutia-
rum $\frac{2}{2} \cdot \frac{6}{6} \cdot \frac{2}{2} \circ \cdot \frac{1}{1} \circ \circ \circ$. constituit vnum inte-
grum, hoc est, totum illud, quod in partes à deno-
minatoribus denominatas diuisum est: propterea
quod in numeratore continentur omnes partes, in
quas integrum, seu totum est diuisum.

Q V A N D O vero numerator minutie mi- Quæ mi-
nor est denomi-
nato, minor est illa minutia uno
nem, minor sit uno
integro.
nor est denominatore, minor est illa minutia uno
integro, quales sunt hæ minutiae. $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{9}{1} \circ$. quia
cuilibet tot partes à suo denominatore denomina-
tæ desunt ad integrum constituendum, quot vni-
tibus numerator à denominatore abest. Ut huic
minutiae $\frac{2}{3}$. deest $\frac{1}{3}$. huic vero $\frac{4}{7}$. deſunt $\frac{3}{7}$. &
huic, $\frac{9}{1} \circ$. deſest $\frac{1}{1} \circ$.

Q V A N D O denique numerator minutiae Quæ min-
tia maior
sit uno in-
tegro.
denominatore maior est, maior est illa minutia

uno integro. quales sunt haec minutiae $\frac{4}{3}$. $\frac{8}{3}$.
 $\frac{1}{4} \frac{9}{4}$. quia in cuiuslibet numeratore plures partes continentur, quam sint illae, in quas totum, siue integrum divisum est.

Vera duarum
minutiarum
maior sit,
quo pacto
cognoscatur.

I AM vero propositis duabus minutis, ut cognoscas, vtra illarum maior sit, seruabis hanc regulam. Positis minutis ordine, multiplicat ea numeros in crucem, id est, numeratorem prioris in posterioris denominatorem, & posterioris numeratorem in denominatorem prioris, ponendo numeros productos supra numeratores. Nam cuius numerator maiorem numerum produixerit, ea minutia maior erit. Quod si duo numeri producti fuerint aequales, aequales quoque erunt minutiae propositae minutiae. Ut in primo horum trium exem-

$$\begin{array}{r} 1 \ 6. \\ -\frac{2}{3} \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \ 8. \\ -\frac{6}{8} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \ 1. \\ -\frac{1}{2} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \ 0. \\ -\frac{2}{4} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \ 8. \\ -\frac{3}{4} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \ 8. \\ -\frac{1}{2} \end{array}$$

plorū maior est posterior minutia $\frac{6}{8}$. quam prior $\frac{2}{3}$. quoniam numerus 18. productus ex 6. numeratore posterioris minutiae in 3. denominatorem prioris maior est, quam numerus 16. ex 2. numeratore prioris minutiae in 8. denominatorem posterioris productus. In secundo vero exemplo maior est minutia $\frac{1}{2}$. quam $\frac{2}{4} \frac{9}{1}$. In tertio denique aequales sunt minutiae $\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{1} \frac{2}{6}$. ut ex multiplicationibus in crucem factis patet. Ratio huius regulæ est, quod, cum numeratores in crucem per denominatores multiplicati producent aequales numeros, eadem proportio sit numerorum ad deno-

minatores, ut constat ex propos. 19. lib. 7. Eucl. Quare ut supra diximus, aequales erunt minutiae. Hinc sit, numeratorem illum, qui maiorem gignit numerū, ad suum denominatorem habere maiorem proportionem, ac proinde illam minutiam esse maiorem, ut supra dictum est. Sed ut exemplo etiam discas, maiorem esse minutiam $\frac{6}{8}$. quam $\frac{2}{3}$. sumamus numerum 48. qui habet partes à denominatoribus harum minutiarum denominatas, nempe octauam, & tertiam. Itaque cum una octaua pars huins numeri 48. sit 6. erunt sex octauae, 36. Item cum una tertia pars eiusdem numeri sit 16. erunt duae tertiae, 32. qui numerus minor est, quam 36.

Q U O D si data sit minutia cuiuspiā monetę, vel ponderis, aut mensurę maioris, cupiasq; valorem eius explorare in minori moneta, vel pōdere, aut mensura, hoc est, reuocare eam ad minorē monetam. &c. facies id in hunc modum. Multiplica numeratorem per numerum, qui indicat, quoties moneta minor, ad quam reuocanda est fractio, in majori continetur, productumq; numerum per denominatorem diuide. Quotiens enim numerus valorem datę minutiae in minore illa moneta indicabit. Quod etiam de ponderibus, & mensuris intellige. Ut si data sit hac minutia aureorum $\frac{4}{7}$. que significat, ut supra cap. 6. diximus, quatuor aureos in septem aequales partes distributos, redigēdaq; sit ad Iulios, Bariochos, & Quatrinos, (vte mur enim in hac nostra Arithmetica exemplis moneta Romana, in qua quatuor quatrini efficiuntur)

Valor minutie data
quo pacto in minore moneta, pōdere velim
sura exploratur.

Julius, Barioch
os, & Quatrin
os apud Romanos
quid tigantur.

num baiochum, & 10. baiochi vnum Iuliū, ac 10.
 Iuliū vnum aureum nummum.) multiplicabimus
 numeratorem 4. per 10. quoniam 10. Iuliū vnum
 aureum conficiunt, ut 4. illos aureos in 7. partes
 diuisos redigamus ad 40. Iulios; numerumq; pro-
 ductum 40. per denominatorem 7. partiemur.
 Quotiens enim numerus dabit Iulios $5\frac{5}{7}$. Quod si
 hanc minutiam Iuliorum, $\frac{5}{7}$. quæ significat 5. Iu-
 lios in 7. partes æquales diuisos, ad baiochos ve-
 limus redigere, multiplicabimus quoque numera-
 torem 5. per 10. quia 10. baiochi vnum etiam Iu-
 lium conficiunt, ut 5. illos Iulios in 7. partes æ-
 quales distributos redigamus ad 50. baiochos: pro-
 ductumq; numerum 50. per denominatorem eum-
 dem 7. diuidemus. Dabit enim Quotiens numerus
 baiochos $7\frac{2}{7}$. Si tandem minutiam hanc baiocho-
 rum, $\frac{2}{7}$. quæ significat vnum baiochum diuisum
 in 7. partes æquales, ad quatrinos velimus redu-
 cere, multiplicabimus numeratorem 1. per 4.
 quod 4. quatrini efficiant vnum baiochum, ut il-
 lum baiochum in 7. partes æquales diuisum ad 4.
 quatrinos reducamus, numerumq; productum 4.
 per denominatorem 7. partiemur, efficiemusq; $\frac{4}{7}$.
 vnius quatrini, hoc est, paulo plus, quam dimidiū
 vnius quatrini. Itaque $\frac{4}{7}$. vnius aurei continent
 Iulios 5. Baiochos 7. & Quatrinos $\frac{4}{7}$. Si vero
 $\frac{4}{7}$. vnius aurei redigere statim velimus ad baio-
 chos, multiplicabimus numeratorem 4. per 100.
 quoniam 100. baiochi vnum aureum constituant,
 ut 4. illos aureos in 7. partes distributos rediga-
 mus ad 400. baiochos, numerumq; productū 400.

per denominatorem 7. partiemur, efficiemusq; ba
lochos $57\frac{1}{7}$.

R V R S U S si explorandum sit, quot passus,
pedes, palmos, digitosve contineant $\frac{5}{3}$. vnius mil
liarij Italici, statuendo milliarum vnum consta
re 1000. passibus Geometricis, passum vero 5.
pedibus, & pedem 4. palmis, palmum autem 4.
digitis, & digitum 4. granis hordei; multiplicab
imus numeratorem 5. per 1000. vt 5. millaria
in 8. partes aequales distributa redigantur ad pas
sus 5000. productumq; numerum 5000. partie
mur per denominatorem 8. efficiemusq; 750. pas
sus.

S I C etiam si $\frac{5}{3}\frac{1}{3}$. vnius passus reducere ve
limus ad pedes, multiplicabimus numeratore 10.
per 5. productumq; numerum 50. per denominato
rem 13. partiemur, efficiemusq; pedes $3\frac{1}{1}\frac{1}{3}$.
Si rursus hunc numeratorem 11. per 4. multipli
cemus, numerumq; productum 44. per denominato
rem 13. diuidamus, efficiemus palmos $3\frac{1}{1}\frac{1}{3}$.
Item si hunc numeratorem 5. per 4. multiplice
mus, productumq; numerum 20. per denominato
rem 13. partiatur, inueniemus digitos $1\frac{2}{1}\frac{2}{3}$.
Tandem si numeratorem hunc 7. multiplicemus
per 4. & numerum productum 28. diuidamus
per denominatorem 13. reperiemus grana hordei
 $2\frac{2}{1}\frac{2}{3}$. Itaque $\frac{5}{3}\frac{1}{3}$. vnius passus continent pe
des 3. palmos 3. digitum 1. & grana $2\frac{2}{1}\frac{2}{3}$.

I T E M reducēda sit minutia hæc, $\frac{3}{4}$. vnius
libræ ad vncias. Quoniam 12. vncia vnam libræ
constituant, multiplicabimus numeratorem 3. per

12. & productum numerum 36. per denominatorem 4. diuidemus, efficiemusque 9. vncias.

POST REMO inquirendū sit, quot Minuta contineātur in $\frac{5}{6}$. vnius Gradus. Quia 60. Minuta efficiunt 1. Gradum, multiplicabimus numeratorem 5. per 60. & productum numerum 300. per denominatorem 6. diuidimus, efficiemusque Minuta 50.

FRACTIONES FRACTORVM numerorum. Cap VIII.

Minutia
minutarū
vnde orian
tur.

NON solum res integra in quoquis partes aequales diuiditur, vt fractiones simplices, de quibus hic agimus, procreentur, verum etiam interdum ipsi fracti numeri intelliguntur in plures aequales partes distribui, ac si essent integræ quædam res. Unde fractiones fractionum, fractorumque numerorum, siue Minutis minutiarum oriuntur. Ut quemadmodum cū accipio quatuor partes alicuius totius in septem partes distributi, efficio hanc minutiam simplicem $\frac{4}{7}$. quæ significat quatuor septimas partes ipsius integræ: ita etiam cum intelligo hanc fractionem simplicem $\frac{4}{7}$. diuisam esse in quinque partes aequales, accipioque tres partes, facio minutiam minutæ illius, nempe tres quintas partes quatuor septimarum alicuius integræ; ita vt prior in recto efferatur, scribaturque, sicut minutæ simplices, posterior vero pronuncietur in obliquo, noteturq; sine interiectio ne lineæ, vt ab alijs distinguitur. Ut predicta minutia

Minutia
minutarū
quid.

Minutia
minutarū
quomodo
pronunciē
tur, & scri-
banus.

minutia minutiae ita scribēda est $\frac{1}{5}$. ⁴ . pronūciatur que sic. Tres quinta quatuor septimārū vnius integrī. Hæc autē minutia minutiarū $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{1}{6} \frac{1}{2}$. ita proferetur. Duæ tertiae trium quartarum ex una sexta parte vnius dimidij alicuius integri: significat autem ex dimidio alicuius integrī sumptam esse unam sextā partē illius dimidij in sex aequales partes distributi; & ex hac sexta parte in quatuor partes aequales diuisa acceptas esse tres quartas; ac demum ex his tribus quartis diuisis in tres aequales partes sumptas esse duas tertias. Eademque ratio est in alijs.

Q U O pacto autem estimatio, siue ualor fractionum fractorum numerorum cognoscatur, docebimus ad finem cap. 10. ubi eas ad simplices fractiones revocabimus.

REDVCTIO FRACTORVM

numerorum ad minimos numeros,
siue terminos. Cap. IX.

ACCIDIT nonnunquam, ut minutia aliqua ita magnis numeris scribatur, ut comode minoribus possit exprimi, non mutato eius valore, ac pretio. Ut hæc minutia $\frac{3}{7} \frac{6}{2}$. aequivalent biuc $\frac{1}{2}$. minimis, ut vides, numeris expressa. Opera pretium est autem minutiam maioribus numeris scriptam ad minimos numeros, terminosve recuocare, multas ob causas. Primum, quia facilius minutia quevis minoribus numeris expressa intellegitur, quam maioribus numeris scripta. Quis

Cur min-
or ad mi-
nimos ter-
minos redi-
cantur.

enim non facilius percipit $\frac{1}{2}$. quam $\frac{3}{7} \frac{6}{2}$. aut
 quam $\frac{5}{1} \frac{0}{6} \frac{0}{5} \frac{0}{0}$. aut quam $\frac{8}{1} \frac{2}{6} \frac{6}{5} \frac{2}{2}$. cum tamē
 omnes idem prorsus significant? Deinde, quoniam
 facilior redditur operatio fractionum, si ad mi-
 nimos terminos sint reducte, ut ex sequentibus
 fiet perspicuum. Tertio, ut Mathematicorum
 libri, qui minutias plerunque minimis solent nu-
 meris notare, intelligantur. Si enim, verbi gra-
 tia, quis inueniat à quo piam scriptum, numerum
 hunc 2528. per 48. diuisum facere Quotien-
 tem $52 \frac{2}{3}$. ipse vero hoc velit examinare, re-
 periet Quotientem $52 \frac{3}{4} \frac{2}{8}$. qui ab illo differre
 videtur, cum tamen idem sit. Minutia enim hac
 $\frac{3}{4} \frac{2}{8}$. ad minimos terminos reducta facit $\frac{2}{3}$. Qua-
 re antequam iudicet, se, aut scriptorem illum
 errasse, quod videat eius minutiam à sua differ-
 re, reducenda prius erit minutia à se inuenta,
 & maioribus terminis expressa, ad minimos nu-
 meros, sive terminos.

Minutiz,
 qua arte ad
 minimos
 numeros re-
 digantur.

HAC autem arte Minutia quævis maiori-
 bus scripta numeris ad minimos terminos reuoca-
 bitur. Diuidatur tam numerator, quam deno-
 minator per maximam communem vtriusq; men-
 suram, id est, per maximum numerum, qui vtrū-
 que metiatur. Quotientes enim numeri (si Quo-
 tientem numeroris facias numeratorem, &
 Quotientem denominatoris denominatorem) da-
 bunt minutiam illi æquivalentem, & minimis nu-
 meris expressam. Nam cum, diuisis duobus nu-
 meris per unum & eundem numerum, Quotien-
 tes eandem habeant proportionem, quam illi nu-
 meri,

meri, sunt autem Quotientes numeri hoc modo inuenienti omnium minimi, quod numeri minutiae propositae diuisi sunt per maximum numerum eos numerantem, ita ut per maiorem diuidi nequeat, quin aliquid in diuisione relinquatur; perspicuum est, minutiam inuentam minimis numeris esse expressam, ita ut minoribus exprimi nequeat.

E X E M P L V M sit in hac minutia proposita, $\frac{3}{4} \frac{2}{8}$. cuius numeratorem, ac denominatorem metiuntur, & numerant omnes hi numeri 2. 4. 8. 16. & præterea nullus. Nam licet numerus 24. qui maior illis est, numeret denominatorem 48. tamen numeratorem 32. non metitur. Sic etiam quamvis numerus 32. qui maior adhuc est, metiatur numeratorem 32. nullo tamen modo denominatorem 48. numerat. Nos autem hoc loco intelligimus numerum maximum numerantem, qui utrumque numerum minutiae propositae, id est, tam numeratorem, quam denominatorem, numeret. Si igitur tam numeratorem 32. quam denominator 48. diuidatur per maximum illorum numerorum, nimicum per 16. reperientur Quotientes 2. & 3. Quare minutia proposita $\frac{3}{4} \frac{2}{8}$. reducetur ad hanc æquivalentem, $\frac{2}{3}$. & minimis numeris expressam. Si eosdem numeros propositae minutiae diuideres per aliū numerū eos numerantē, qui non sit maximus, redigeres quidē minutia ad aliā æqualem minoribus terminis expressam, sed non minimis. Ut si ideo numeri 32. et 48. diuidatur per 8. inuenietur hæc minutia $\frac{4}{6}$. q̄ minoribus adhuc numeris scribi potest, hoc modo $\frac{2}{3}$.

E A-

E A D E M ratione hæc minutia, $\frac{4}{6} \frac{5}{6}$. cuius numeratorem, & denominatorem metiuntur omnes hi numeri 3. 5. 15. redigetur ad hanc, $\frac{3}{4}$. si nimis tam numerator, quam denominator per 15. qui maximus numerus est illos numerans, dimidatur. atque ita de reliquis.

Quando
minutian
p̄t redigi
ad mini
mos termi
nos.

Q U O D si alicuius minutiae numeratorem, ac denominatorem nullus numerus, præter unitatem, numeret, non poterit ad minores terminos redigi minutia illa, sed iam minimis numeris expressa erit. ut hæc minutiae $\frac{2}{3} \frac{8}{9} \cdot \frac{2}{6} \frac{8}{3} \cdot \frac{4}{5} \frac{7}{9}$. ad minores terminos renocari non possunt. Quamuis enim hi numeri 2. 4. 5. 10. numeratore primæ minutie numerent, nullus tamen eorum eiusdem denominatorem metitur. Item licet hi numeri 3. 13. metiantur denominatorem eiusdem minutiae, neuter tamen eorum eius numeratore metitur. Rursus quamvis hi numeri 2. 4. 5. 10. numeratorem secunda minutia, hi vero 3. 7. 9. 21. denominatorem eiusdem metiantur, nullus tamen illorum verumque numerum: id est, tam numeratorem, quam denominatorem illius minutiae, numerat. Postremè autem minutiae numeros nullus numerus præter unitatem numerat, cum sint (ut cum Arithmeticis loquamur) primi, quemadmodum & primarū duarum numeri sunt inter se primi, quamvis nullus eorum primus sit. Dicitur enim numerus primus, quem unitas sola metitur; Primi vero inter se numeri vocantur, quos sola unitas, communis mensura, metitur.

Primus nu
merus &
primi in
terse nume
ri quid.

Q U O N I A M vero, ut minutia proposita ad

ad minimos terminos resuocetur, necesse est, ut maxima mensura communis numeratoris, ac denominatoris inueniatur, (Per hanc enim maximam communem mensuram uterque numerus, tam numerator, quam denominator, diuidendus est, ut diximus.) tradi solet ad eā inueniendā hec regula. Diuidatur denominator per numeratorem: Et si aliquid in divisione relictum fuerit, diuidatur divisor, id est, numerator, per residuum illud divisionis: Et si rursus aliquid remanserit, diuidatur ultimus hic divisor, id est, residuum illud, per residuum huius ultime divisionis; & sic semper ultimus divisor per ultimum residuum diuidatur, donec divisor occurrat, qui nihil in divisione relinquat. Hic namque divisor nihil relinquens erit maxima communis mensura numeratoris, ac denominatoris minutiae propositæ. Quod si divisor aliquis in huiusmodi divisionibus relinquat unitatem, non habebunt numerator, & denominator minutiae propositæ communem mensuram, præter unitatem, sed erunt numeri inter se primi.

Qua rōne
maxima
mensura
communis
numerato
ris, ac deno
minatoris
eiusuismi
nutia repe
riatur.

UT si proposita sit minutia $\frac{3}{7} \frac{6}{2}$. inueniemus maximam mensuram communem numeratoris, & denominatoris hoc modo. Diuidatur denominator 72. per numeratorem 36. & quoniam, hac divisione peracta, nihil remanet, erit divisor hic 36. maxima communis mensura; per quam si diuidamus numeratorem, denominatoremq; datæ minutiae $\frac{3}{7} \frac{6}{2}$. reducemos eam ad $\frac{1}{2}$. minimis terminis expressam.

Quod nu
merator, &
denomina
tor datæ mi
nutiae non
habeant eō
munē men
suram, pra
ter unitatē

*R V R S U S si data sit minutia $\frac{6}{9} \frac{0}{6}$. repe
riemus*

riemus maximam communem mensuram numeratōris, & denominatoris hac ratione. Diuiso denominatore 96. per numeratorem 60. supersunt in diuisione 36. Diuiso rursus diuisore 60. per residuum 36. remanent in diuisione 24. Item diuiso hoc vltimo diuisore 36. per vltimum residuum 24. relinquuntur 12. diuiso denique vltimo hoc diuisore 24. per vltimum residuum 12. nihil superest. Est igitur maxima mensura communis 12. per quam si diuidatur tam numerator, quam denominator datē minutia $\frac{6}{9} \frac{2}{3}$. constituetur hæc minutia $\frac{5}{8}$. minimis numeris expressa.

S E D si proponatur hæc minutia $\frac{4}{9} \frac{8}{3}$. non inuenietur vlla communis mensura numeratōris, & denominatoris maior, quam unitas. Nam denominatore 103. diuiso per numeratorem 48. supersunt 7. Diuiso item diuisore 48. per residuum 7. relinquuntur 6. Denique diuiso vltimo hoc diuisore 7. per vltimum residuum 6. superest 1. Quare, vt supra dictum est, numerator, & denominator minutiae huius $\frac{4}{9} \frac{8}{3}$. sunt numeri inter se primi.

Inuestio ma
ximæ men
suræ quoru
libet duoru
numeratorū.

E A D E M ratione quorumlibet duorum numerorum (licet fractionem non constituant, sed absolute proponantur.) maximam communē mensuram inueniemus, si maiorem per minorem dividamus, & hunc diuisorem per residuum diuisionis, si quod erit, & rursus hunc vltimum diuisorem per residuum ultime diuisionis, & sic deinceps, &c. Nā vltimus diuisor nihil relinquens in diuisione erit maxima communis mensura datorum

Formum numerorum : Si vero in divisione aliqua fuerit relicta unitas , erunt numeri dati inter se primi , nullamq; habebunt mensuram communem , præter unitatem.

C O L L I G I T V R hæc regula inueniendi maximam mensuram communem duorum numerorum ex propos. 2. lib. 7. Eucl. Nam licet Euclides inbeat semper minorem numerum de maiore subtrahere , tamen idem efficitur , & quidē multo brevius , per diuisionem maioris numeri per minorem , cum diuisio sit compendiosa quadam subtractio , quemadmodum & multiplicatio compendiosa quadam additio est.

A L I O modo reducetur minutia proposita ad minimos terminos , si tam numerator , quam denominator per communem aliquam eorum mensuram notam , etiam si maxima non sit , dividatur , ut inueniatur minutia sub minoribus numeris : Es rursus huius inuentæ minutiae tam numerator , quam denominator per aliam communem eorum mensuram dividatur ; & sic deinceps , donec minutia inueniatur , cuius numerator , & denominator sint numeri inter se primi . Ut proposita minutia hac $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{8}$. si uterque eius numerus dividatur per 2. inuenietur hæc minutia $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$. cuius uterque numerus si dividatur per 3. reperietur hæc minutia $\frac{1}{4}$. cuius tandem numeri divisi per 2. of ferent hanc minutiam $\frac{1}{4}$. sub minimis terminis : sed prior illa ratio præstantior est , ac brevior.

Vnde colligatur regula inueniendi maximam mensuram duorum numerorum.

Alia ratio redigenda. rū minutia rū ad minimos terminos.

REDVCTIO

REDVCTIO FRACTORVM NV.

merorum ad eandem denominationem,
 & ad integra, necnon integrorum ad fra-
 ctionem quamcunque, ac denique fractio-
 num fractorum numerorum ad simplices
 fractiones. Cap. X.

SAEPEN V M E R O reducenda sunt fra-
 ctiones diuersorum denominatorum ad alias,
 qua illis equeles sint, singula singulis, habeantq;
 eundem denominatorem. Quod qua ratione fieri
 debeat, hoc cap. exponemus, primum quidē, quā-
 do proposita minutiae non sunt plures, qudm dñs,
 deinde vero, quando plures sunt.

Quo pacto
 dux minu-
 tiae ad ean-
 dé denomi-
 nationē re-
 ducantur.

P R O P O S I T I S igitur duabus minutis
 diuersos denominatores habentibus, si denomina-
 tores inter se multiplicentur, procreabitur com-
 munis denominator, ad quem datæ minutiae sunt
 reuocanda: numerator vero cuiuslibet in crucem
 per denominatorem alterius multiplicatus produ-
 cetur numeratorem. Ut in hic apposito exemplo.

Ex deno-

minatore $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$. reducuntur ad $\frac{8}{12} \cdot \frac{9}{12}$.
3. in deno-

minatorem 4. fit denominator communis 12. Itē
 ex 2. numeratore prioris minutie in 4. denomina-
 torem posterioris fit numerator 8. At ex 3. nu-
 meratore posterioris minutia in 3. denomina-
 torem prioris fit numerator 9. Dua ergo mini-
 tiae $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$. ad has duas $\frac{8}{12} \cdot \frac{9}{12}$. reducuntur,
 qua illis equeles sunt, habentq; vnum & eundem

deno-

denominatorē cōm 12. Quod enim $\frac{8}{2}$. equin-
lēant $\frac{2}{3}$. constat ex propos. 17. & 18. lib. 7. Eucl.
propterea q̄ uterq; numerus huius multiplicatus
per quidē numerū 4. vel multiplicās eundē nume-
rū 4. nimis denominatorē posterioris minutiae p-
posita, produxit utrumque numerū illius. Hinc em-
fit, numeratore & denominatorē minutia $\frac{8}{12}$.
candem habere proportionem, quam habent nu-
merator, & denominator minutia $\frac{2}{3}$. Quare &
quales erunt minutiae ipsae, ut supra diximus. Ea-
dem ratione aequales erunt minutiae $\frac{9}{12}$. & $\frac{3}{4}$.
quia uterque numerus huius multiplicatus per
eundem numerum 3. vel multiplicans eundem nu-
merum 3. denominatorem videlicet prioris minu-
tie data, produxit utrumque numerum illius.

S I vero plures minutiae, quam duæ, ad ean-
dem denominationem proponantur reducenda,
querendus est primum numerus ab omnibus deno-
minatoribus datarum minutiarum numeratus, ita
ut omnes partes ab ipsis denominatas contineat.
Ita autem numerum à denominatoribus proposi-
tis, vel a quibuscumque numeris datis numeratum
inueniemus. Multiplicantur omnes denominato-
res inter se, ducendo primum in secundum, & hūc
numerum productum in tertium, productumque
hunc numerum in quartum, & sic deinceps, do-
nec omnes sint multiplicati. Productus enim ul-
timus numerus erit is, qui queritur. Ut proposi-
tis hisce minutis $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$. si primus denomi-
nator 2. in secundum 3. multiplicetur, & produ-
ctus numerus 6. in tertium 4. ducatur, produ-

Inuentio
numeri a
quotcunq;
dati nume-
ris nume-
rati.

*Etusque numerus 24. in quartū 5. multiplicetur,
procreabitur numerus 120. quem dati denominatores, nempe numeri 2. 3. 4. 5. numerant.*

QVONIAM vero numerus bac ratione inuenitus interdū ita magnus est, vt eo minor dari posset, qui ab eisdem propositis denominatoribus numeretur, reperiemus minimū numerum à quo cunque numeris numeratū hoc modo. Primū inueniemus minimum numerū à prioribus duobus numeris propositis numeratum, bac ratione. Aue priores duo numeri habent communem aliquam mensuram, præter unitatem, aut non : (Quod quidem cognosces, si maior per minorem diuidatur, & hic divisor per residuum divisionis, & sic deinceps ; alterna quadam divisione. Si enim divisor occurrat, qui nihil relinquat, habebunt duo illi numeri communem mensuram, ipseque divisor ultimus erit maxima eorum mensura : si vero occurrat divisor, qui relinquat unitatem, carebunt communi mensura, eruntque primi inter se, vt supra cap. 9. docuimus.) Si duo illi numeri priores non habent communem mensuram, erit numerus ex multiplicatione unius in alterum productus, minimus ab illis numeratus, ita vt minor dari non possit : Si vero habent mensuram communem, inuenta maxima earum mensura communi, per ea, quæ cap. 9. scripsimus, diuidatur uterque per eam, ponanturque Quotientes sub ipsis numeris. Nam si Quotientem prioris numeri per posteriorem numerum multiplices, vel Quotientem posterioris numeri per

prior.

priorem numerum, procreabis minimum numerum à duobus illis numeratum. Deinde eodem modo indagabimus minimum numerum numeratum ab eo, quem hactenus inuenimus, & à tertio numero proposito, inquirendo videlicet, numerus tertius numerus propositus, & minimus ille à prioribus duobus numeratus, habeant mensuram communē, necne, &c. Hic enim minimus inuentus, erit minimus à primis tribus numeris propnis numeratus. Rursus inuentum hunc numerum cum quarto numero proposito conferemus, eodemque modo minimum numerum ab illis numeratum inuestigabimus. Hic enim inuentus, erit minimus à quatuor datis numeris numeratus: atque ita progrediar, donec nullus numerus supersit, cum quo inuentus ultimo loco comparari possit. Demonstratio huius regulæ colligitur ex propos. 36. & 38. lib. 7. Eucl.

S E D explicemus negotium hoc in proximis quatuor minutis datis, quarum denominatores sunt 2. 3. 4. 5. Primū itaque quia duo priores numeri 2. & 3. non habent aliā mensurā communē, prēter unitatē, erit numerus 6. ex eorū multiplicatione productus, minimus à 2. & 3. numeratus. Deinde, quoniā inuentus hic numerus 6. & tertius numerus datus 4. habet maximā mensurā 2. diuidemus per eā tā 6. quām 6. 4. 4. quotientesq; 3. & 2. sub ipsis statuemus, ut hic vides. Si namq; multiplicemus 6. p 2. aut 4. p 3. pcreabimus numerū 12. q minimus est, à tribus primis datis numeris 2. 3. 4. numeratū.

Tandem, quia hic numerus 12. inuentus, & quartus numerus datus 5. non habent communem mensuram, præter unitatem, multiplicabimus 12. per 5. producemosque numerum 60. minimum à quatuor denominatoribus 2. 3. 4. 5. numeratum. Sic rursus inueniendus minimus numerus à 4. 6. 8. 12. 7. numeratus. Primum, quia primi duo 4. & 6. habent communem maximam mensuram 2. partiemur per eā tam 4. quam 6. quotientesque 2. & 3. sub ipsis statuemus, ut hic vides. Nam si multiplicemus 4. per 3. vel 6. per 2. efficiemus numerum 12. minimum ab illis duobus 4. & 6. numeratū. Deinde, quia numerus hic 12. inuentus, & tertius numerus datus 8. habent maximam mensuram communē 4. dividemus per eam tam 12. quam 8. & quotientes 3. & 2. sub ipsis collocabimus. Si enim multiplicemus 12. per 2. vel 8. per 3. gignemus numerum 24. minimum à primis tribus datis numeris 4. 6. 8. numeratum. Rursus, quoniam hic numerus inuentus 24. & quartus propositus 12. habent communē maximam mensuram 12. dividemus per eā tam 24. quam 12. & quotientes 2. & 1. ponemus sub 24. 12. 2. 1. ipsis. Nam si multiplicemus 24. 2. 1. per 1. vel 12. per 2. producemos numerum 24. minimum à quatuor numeris datis 4. 6. 8. 12. numeratum. Postremo, quia hic numerus 24. inuentus, & ultimus numerus datus 7. non habent ullam mensuram communem, præter

unitatem; multiplicabimus illos inter se, procreabitusq; numerum 168. minimum à datis numeris 4.6.8.12.7. numeratum. Quod si quis per priorem regulam numerum inquireret ab eisdem datis numeris 4.6.8.12.7. numeratum, multiplicando nimis ipso inter se, reperiret hunc numerum 15128. qui multo maior est, quam hic numerus minimus 168. à nobis inuentus.

I AM vero, inuenio numero ab omnibus denominatoribus minutiarum reducendarum numerato, siue is minimus sit, siue non, reducemus minutias datas ad eandem denominationem hoc modo. Denominator communis est numerus ille inuenitus: quem si per cuiuslibet minutiae denominatorem diuidamus, & quotientem per numeratorem multiplicemus, producemus numeratorem, qui supra communem denominatorem scribendus est. Ut in postremis quatuor minutis $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}$. numerus à denominatoribus numeratus est 120. Hic ergo erit denominator communis. Quæ si diuidamus per 2. denominatorem primæ minutæ, efficiemus 60. Hunc numerum si multiplicemus per 1. numeratorem eiusdem minutæ, prodicemus 60. numeratorem pro prima minutia. Rursum si eundem numerum 120. partiamur per 3. denominatorem secundæ minutæ, prodibit hic numerus 40. quem si multiplicemus per 2. numeratorem eiusdem minutæ, efficiemus 80. numeratorem pro secunda minutia. atque ita de ceteris. Itaque datæ quatuor minutæ reducentur ad has quatuor eiusdem denominationis $\frac{60}{120} \cdot \frac{80}{120} \cdot \frac{90}{120} \cdot \frac{100}{120}$.

Quo pacto plures minutæ, q̄dūx, ad cādē denominatiōne reducantur.

$\frac{2}{3} \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \frac{4}{6}$. Quod si accipiamus numerū 60° qui minimus est ab eisdem denominatoribus numeratus, pro denominatore, reducemos easdem minutias ad has $\frac{3}{6} \frac{0}{6} \cdot \frac{4}{6} \frac{0}{6} \cdot \frac{4}{6} \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \frac{3}{6}$.

Alia ratio. **E A D E M** ratione redigi poterunt duæ etiā minutiae ad eandem denominationē, licet eas non in crucem multiplicemus. Si enim queratur numerus sive minimus, sive non minimus, à denominatoribus numeratus, erit is cōmuniis denominator : ex quo inuenientur numeratores, vt proxime docuimus. Ut propositis duabus minutijs $\frac{5}{6} \frac{0}{6}$ $\frac{7}{12} \frac{2}{12}$. Minimus numerus à denominatoribus numeratus est 12. quem si partiamur per 6. denominatorem prioris minutiae, quotientemque 2. per 3. numeratorem eiusdem minutiae multiplicemus, efficiemus 10. pro numeratore prioris minutiae. Et si rursus eundem numerū 12. diuidamus per 12. denominatorem posterioris minutiae, & quotientem 1. multiplicemus per 7. numeratorem eiusdem minutiae, reperiemus 7. pro numeratore posterioris minutiae. Itaque datae duæ minutiae reducentur ad has $\frac{1}{12} \frac{0}{12} \cdot \frac{7}{12} \frac{2}{12}$. Quod si quis easdem velit reducere per primam regulam, inueniet has minutias $\frac{6}{7} \frac{0}{7} \cdot \frac{4}{7} \frac{2}{7}$. Ex quibus omnibus perspicuum est, quantum intersit inter minimum numerum à denominatoribus datarum minutiarum numeratum, & non minimum. Per minimum enim datae minutiae ad minimas minutias eiusdem denominationis reducuntur, quod per alias regulas non fit.

C O N T I N G I T etiam aliquando, numero

Borem minutia ex additione, multiplicatione, divisioneque productæ maiorem esse denominatorem, atque adeo minutiam illam totum ipsum, atque integrum superare. Quare ea ad integra erit reducenda hac ratione: Dividatur numerator per denominatorem. Quotiens enim dabit integra, quibus minutia data æquialeret: Et si quid in divisione superfuerit, illud erit numerator, cui idem denominator subscribendus est. Ut hec minutia $\frac{6}{1\frac{1}{2}}$. si numerator dividatur per denominatorem, reducetur ad 5. integra. Hec autem minutia $\frac{1\frac{1}{2}}{7}$. redigetur ad $14\frac{2}{7}$. quia in divisione numeratoris per denominatorem remanserunt 2. atque ita minutia illa continet 14. integra, & insuper duas septimas partes unius integri.

ITEM non raro vsu venit, ut integra ad fractionem aliquam reducenda sint. quod hoc modo fiet. Multiplicantur integra proposita per denominatorem minutia, ad quam integra reducenda sunt. Productus enim numerus erit numerator, cui denominator datæ minutie est subscribendus. Ut si 7. integra ad quintas partes sint redigenda; Multiplicabimus 7. integra per 5. denominatorem propositæ minutie, productaque numero 35. supponemus eundem denominatorem, ut fiat minutia $\frac{35}{5}$. æquivalens 7. integris. Quod si integris adhæreat minutia aliqua, addendus est numerator illius minutie ad numerū productū ex integris per denominatorem minutie multiplicatis, ut efficiatur numerator.

Quo modo minutia, cuius numerator maior est denominatore, ad integrâ redigatur.

Quo modo integra ad minutiam reducatur

ut si numerus hic $8\frac{2}{3}$. reducēdys sit ad quāntas,
vt fiat vniā minutia; Multiplicabimus 8. per 5.
denominatorē adhārētis minutiae, ac numero pro-
ductō 40. addemus 2. numeratore eiisdē minu-
tie, vt habeamus numeratore 42, huius minutie
 $\frac{42}{5}$. quæ numero proposito $8\frac{2}{3}$. aquīualet.

Minutie
minutiarū
quo pacto
ad simpli-
ces minu-
ties reuo-
centur.

P O S T R E M Q , quando in operatione alī
qua minutia minutiarum occurrunt, reducē-
erunt ad simplicem minutiam, hoc artificio. Mul-
tiplica numeratores inter se, hoc est, primum in
secundum, & hoc productū in tertium, atque
iterum hoc productū in quartum, & sic deinceps,
si plures numeratores fuerint. Ultimus enim nu-
merus productus dabit numeratorem simplicis
minutiae, quæ illi minutiae minutiarum equalis e-
rit. Denominator autem erit numerus productus
ex multiplicatione denominatorū inter se, simul-
tuplicentur, vt de numeratoribus dictum est. Ut
hac minutia minutie $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}$. reducetur ad hanc
simplicem fractionem $\frac{1}{3} \frac{2}{5}$. quia multiplicatio nu-
meratorum facit 12. denominatorum autem 35.
ita vt tres quinte quatuor septimārum partium
vnius integrī contineant $\frac{1}{3} \frac{2}{5}$. eiusdem integrī.
Sic etiā hęc minutia minutiarum $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2}$. re-
ducetur ad hanc simplicem $\frac{1}{1} \frac{6}{4} \frac{4}{4}$. quæ ad mini-
mos numeros reducta faciet $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$. vt ex antece-
denti cap. constat. Denique hęc minutia minutia-
rū $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$. ad hanc simplicē reuocabitur $\frac{1}{6} \frac{8}{0}$.
quæ reducta ad minimos numeros faciet $\frac{3}{0}$.

H O C autem ita esse, explicabimus hoc mo-
do. Ponamus hanc ultimam minutiam minutia-

rum $\frac{1}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{5}$. esse desumptā ex uno aureo. Necesse est igitur, si regula prescripta vera est, ea continentre tres Iulios, qui sunt $\frac{3}{10}$. unius aurei, cū quilibet Iulius sit $\frac{1}{10}$. aurei unius. Id quod quilibet facile perspiciet. Nam $\frac{3}{5}$. unius aurei continent 6. Iulios, quod duo Iulij sint $\frac{2}{5}$. aurei unius. At $\frac{2}{3}$. sex Iuliorum sunt 4. Iulij; & $\frac{3}{4}$. Quatuor Iuliorum sunt 3. Iulij. Eadem ratione hanc minutiam minutiarum $\frac{1}{3}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{5}$. recte ad hanc $\frac{2}{5}$. esse renocatam, in hoc numero 45. ostendemus. Nam $\frac{1}{3}$. huius numeri 45. continet 15. unitates; ex quibus si sumantur $\frac{2}{5}$. accipiuntur 6. unitates; ex quibus denique si accipiatur $\frac{3}{5}$. sumuntur 2. unitates, que faciunt $\frac{2}{5}$. dicti numeri 45. Non secus alia exempla explicari poserunt, & probari.

ADDITIO FRACTORVM numerorum. Cap. XI.

Si minutie addendē habeant eundem denominatorem, addendi sunt numeratores, & aggregato idem denominator supponendus: Si vero dinerosos habeant denominatores, reducendē sunt prius ad eundem denominatorem, & tunc eodem modo additio instituenda. Ut summa collecta ex hisce tribus minutis $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{3}$. $\frac{6}{3}$. est hec $\frac{12}{3}$. quia habent eundem denominatorem, summaque ex numeratoribus collecta est 12. quemadmodum ex 2. aureis, 4. aureis, & 6. aureis sunt 12. aurei. Sic etiā ex hisce minutis $\frac{3}{10}$. $\frac{7}{10}$. colligitur hec summa $\frac{10}{10}$. que unī integro & qui-

ualeat. Ita quoq; ex his minutijis $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{6}{7}$. colligatur hec summa $\frac{1}{7} \frac{8}{7}$. que reducta ad integras facit $2 \frac{4}{7}$. At vero ut hec minutiae $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$. in unam summam colligantur, reducendae prius sunt ad eundem denominatorem, nimis ad has minutias $\frac{8}{21}$. ex quibus in unam summam collectis fiunt $\frac{1}{2} \frac{7}{2}$. hoc est, $1 \frac{5}{2}$. atque hec est summa duarum minutiarum propositarum, quemadmodum ex 2. aureis et 3. iulijis, si 2. aurei reducantur ad 20. iulios, fiunt 23. iulij. Sic etiam minutiae haec $\frac{6}{7} \cdot \frac{1}{2} \frac{2}{3}$. $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}$. ut in unam summam colligantur, reducendae prius sunt ad has eiusdem denominationis. $\frac{4}{5} \frac{2}{5} \frac{9}{5} \frac{0}{5} \cdot \frac{4}{5} \frac{6}{5} \frac{2}{5} \frac{0}{5} \cdot \frac{4}{5} \frac{5}{5} \frac{5}{5} \frac{0}{5} \cdot \frac{4}{5} \frac{0}{5} \frac{0}{5} \frac{4}{5}$. ex quibus fit hec summa $\frac{1}{5} \frac{7}{5} \frac{4}{5} \frac{6}{5} \frac{4}{5}$. id est, $3 \frac{2}{5} \frac{4}{5} \frac{4}{5} \frac{9}{5}$.

Quia integras adfunt, qd faciendum sit.

Praxis ad-
dendi minu-
tias diuer-
sarum de-
nominationum
inter se.

SI integra adsint, addenda sunt ea seorsum, et minutiae etiam seorsum. Ut ex 8. et $\frac{3}{5}$. fiunt $8 \frac{3}{5}$. Item ex 8. et $4 \frac{2}{3}$. fiunt $12 \frac{2}{3}$. Item ex $8 \frac{2}{7}$. et $4 \frac{6}{7}$. fiunt $12 \frac{8}{7}$. hoc est, $13 \frac{1}{7}$. Item ex $8 \frac{2}{3}$. et $4 \frac{3}{4}$. fiunt $12 \frac{1}{1} \frac{7}{2}$. id est, $13 \frac{1}{1} \frac{2}{2}$.

IT A Q V E ut duas minutias diuersarum denominationum in unam colligantur summa, multiplicandae eti sunt in crucem, et producti numeri addendi, ut fiat numerator minutiae producenda: Deinde denominatores inter se multiplicandi, ut eiusdem minutiae denominator habeatur: quia hac ratione reducuntur duas illas minutias ad eandem denominationem, ut ex praecedenti cap. patet, addunturque numeratores inter se. Ut si haec duas minutiae $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}$. sint addenda, multiplicabimus tam 2. numeratorem prioris per 4. denominatorem posterioris, quam 3. numeratorem posterioris per 3. de-

nonni-

nominatorē prioris, productosque numeros 8. & 9. in vnam summā colligemus, vt fiat numerator 17. Deinde productum numerū ex multiplicatio-
ne denominatorū inter se, nempe 12. faciemus de-
nominatorē. Erit igitur minutia collecta $\frac{1}{1} \frac{7}{2}$.
Quod si sint plures minutiae addenda, quam duas,
addemus primū priores duas, vt diximus. Dein-
de minutiam collectam cum tertia minutia eodem
modo: Et hanc productam cū quarta, & ita dein-
ceps. Ut si addenda sint haec minutiae $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$.
colligemus primū ex prioribus duabus hāc $\frac{1}{1} \frac{7}{2}$.
Deinde ex hac, & tertia efficiemus eodem modo
 $\frac{1}{6} \frac{3}{6} \frac{3}{0}$. Denique ex hac, & quarta procreabi-
mus $\frac{1}{4} \frac{2}{4} \frac{3}{2} \frac{1}{0}$. hoc est $2 \frac{5}{4} \frac{9}{2} \frac{1}{0}$. summā omnium.

PROBATIO antē additionis fit per sub-
tractionē. Subtracta enim altera minutiarū ad-
dendarū ex summa collecta, remanebit altera, si
in additione erratum non est. Quod si plures sint
addenda minutiae, subtracta vna earū ex summa,
relinquetur minutia alijs simul sumptis equalis.
vt quoniam haec minutiae $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2}$. additæ faciunt
 $\frac{2}{4} \frac{6}{8}$. id est, $1 \frac{4}{4} \frac{8}{8}$. si ex hac summa subtrahatur
prior minutia, nempe $\frac{3}{4}$. vt in sequenti cap. doce-
bimus, remanebit haec minutia $\frac{1}{1} \frac{8}{9} \frac{0}{2}$. que equalis
est alteri minutiae $\frac{5}{2}$. vt patet, si ad mini-
mos terminos renocetur, vel numeratores per de-
nominatores in crucem multiplicentur. Produc-
etur enim idē numerus tam ex 80. in 12. quam
ex 5. in 192. nempe numerus 960. Quare, vt
supra cap. 7. diximus, aequales sunt minutiae
 $\frac{8}{3} \frac{0}{9} \cdot \frac{5}{1} \frac{0}{2}$.

Probatio
additionis
minutiarū

SUBTRACTIO FRACTORVM
numerorum. Cap. XII.

Si due minutiae, quarū minor ex maiore subducenda est, habeant eundē denominatorē, subtrahendus est numerator minutiae subtrahendae ex numeratore alterius, & residuo idē denominator subscrībendus. Si vero diuersos habeant denominatores, reducenda sunt prius ad eundem denominatorē, & tunc eodem modo instituenda subtractio. Ut si subtrahenda sit hæc minutia $\frac{5}{7}$. ex ista $\frac{8}{7}$. subtrahemus numeratorem 5. ex numeratore 8. & residuo 3. eundē denominatorem 17. supponemus, ut fiat minutia residua $\frac{3}{7}$. quemadmodū si 5. aurei ex 8. aureis tollantur, remanent 3. aurei. At vero si deducenda sit hæc minutia $\frac{2}{3}$. ex ista $\frac{8}{9}$. reducēda erunt prius amba ad has $\frac{2}{3} \frac{8}{9}$. $\frac{2}{2} \frac{4}{7}$. eiusdē denominatiōnis. Deinde numerator 18. ex numeratore 24. deducendus, residuoque 6. cōmuniſ denominator 27. supponendus, ut fiat minutia residua $\frac{6}{27}$. quē admodū, si 2. Iulij auferendi sint ex 8. auris, reducendi sunt prius 8. aurei ad 80. Iulios, ut relinquantur 78. Iulij.

Quinte
adsum, qd
faciendum
est.
Si ab integris detrahenda est aliqua fractio, reducenda est vna vnitas integrorū ad fractionē eiusdem denominatoris, ita ut fiat minutia, cuius numerator aequalis sit denominatori, à qua deducenda est minutia proposita. Ut si ex 10. auferenda fit minutia $\frac{6}{10}$. faciemus ex vna vnitate $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. ex quibus si auferamus $\frac{6}{10}$. remanebunt.

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2}$. *Integram enim carebunt illa unitate, qua ad minutiam reducta est.*

S I vero ab integris detrahenda sint integra, & præterea fractio aliqua, reducenda quoque est una unitas illorum integrorum ad minutiam eiusdem denominationis: Deinde integra à reliquis integris, & fractio à fractione detrahenda. Ut si hic numerus $4\frac{3}{5}$. subducendus sit ex 10. faciemus ex una unitate huius numeri minutiam hanc $\frac{5}{5}$. à qua si demantur $\frac{3}{5}$. relinquuntur $\frac{2}{5}$. & si 4. auferantur ex reliquis 9. supererunt 5. Itaque totus numerus residuus erit $5\frac{2}{5}$.

D E N I Q V E si ab integris una cum fractis detrahenda sint integra cum fractis, vel fractio- nes sole; si quidem fractio detrahenda minor est, quam illa, à qua fit substractio, vel illi equalis, detrahenda est fractio à fractione, & integra ab in- tegrис: si vero fractio subtrahenda maior est, q̄ illa, à qua fit substractio, reducenda est una unitas integrorum, à quibus substractio fieri debet, ad fra- ctionem, que illis adhæret, &c. Ut si hic num- erus $6\frac{3}{4}$. subducendus sit ex hoc $16\frac{1}{2}$. quoniam minutia $\frac{3}{4}$. maior est, quam $\frac{1}{2}$. faciemus ex una unitate horum integrorum 10. hanc minutiam $\frac{3}{2}$. que cum $\frac{1}{2}$. faciet $\frac{3}{2}$. à qua si auferatur minutia $\frac{1}{4}$. relinquetur minutia $\frac{6}{8}$. Ablatis quoque 6. ex 9. supersunt 3. Totus ergo numerus residuus est $3\frac{6}{8}$.

Q V O D si quando una minutia à pluribus fuerit subtrahenda, vel plures ab una, vel plu- res à pluribus, danda erit opera, ut prius plures gendum.

ille

illa tam subtrahendæ, quæ illæ, à quibus fieri debet subtractio, in unam summam colligantur.

Praxis subtrahendi minutia minutiæ.

I T A Q V E vt fiat subtractio unius minutiae ab alia, cū denominatores sunt diuersi, multiplicandisunt numeratores in crucē per denominatores, & vnu productū ab altero subducendū, residuoque supponendus numerus ex multiplicazione denominatorū inter se productus: quia hac ratione duæ minutiae propositæ reducuntur ad eandē denominationē, &c. Ut si minutia $\frac{3}{4}$. ex minutia $\frac{7}{9}$. subtrahenda sit, multiplicabimus 3. numeratore minutiae subtrahendæ per 9. denominatorem alterius, & productū 27. detrahemus ex numero 28. productō ex multiplicazione 7. numeratoris minutiae, à qua fit subtractio, per 4. denominatorem alterius, & reliqua unitati supponemus numerū 36. productū ex multiplicazione denominatorū inter se, vt fiat minutia relictā $\frac{1}{36}$.

Probatio subtractionis minutiarum.

P R O B A T I O autē subtractionis fit per additionē. Si namque minutia relictā ad subtractionem minutiam adiiciatur, cōponetur minutia illa. à qua subtractio facta est, si non est erratum. Ut quoniā subtracta minutia hac $\frac{3}{4}$. ex ista $\frac{7}{9}$. relinquitur hac minutia $\frac{1}{36}$. vt in proximo exemplo patuit; si addatur $\frac{1}{36}$. ad $\frac{3}{4}$. cōponetur hac minutia $\frac{1}{4}$. quæ ad minimos terminos reduta erit hec $\frac{7}{9}$. à qua nimirū facta est subtractio. Sic etiam, quia subtracta hac minutia $\frac{2}{3}$. ex ista $\frac{6}{9}$. reliqua est minutia hac $\frac{2}{3}$. si ea addatur ad $\frac{2}{3}$. fiet minutia $\frac{4}{3}$. quæ aequalis est minutia $\frac{6}{9}$. à qua subtractio facta est: vt patet, si utraque ad mī-

ad minimos terminos reuocetur. Semper enim reperiatur minutia hæc $\frac{3}{4}$. Vel certe, quia numeratores earum in crucem per denominatores multiplicati producunt eundem numerum, numerum 432.

M V L T I P L I C A T I O F R A C T O -

rum numerorum. Cap. XIII.

SI numeratores inter se multiplicentur, producetur numerator summe multiplicationis, ex denominatorum autem multiplicatione denominator eiusdem gignetur. Ut ex multiplicatione $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$, per $\frac{3}{4}$, fient $\frac{6}{12}$, hoc est, $\frac{1}{2}$. Numeratores enim inter se multiplicati faciunt 6. denominatores vero 12.

QV A N D O minutia per numerum integrum multiplicanda est, supponenda est numero integro ^{Quæd sunt integræ, qd agendum.} unitas, ut fiat ex ipso quasi fractio quadam denominata ab unitate integra. Deinde regula, quæ proxime prescripsimus, $\frac{8}{1} \cdot \frac{4}{5}$. seruanda. Ut si multiplicanda sint 8. per $\frac{4}{5}$. scribemus 1. sub 8. ut in apposito exemplo vides. Igitur si multiplicentur inter se tam numeratores, quam denominatores, producetur hac minutia $\frac{32}{5}$. que æquivalit huic numero $6\frac{2}{5}$.

QV A N D O autem numero integro adhaeret minutia, reducendus erit numerus integer ad illam minutiam, ut fiat una fractio ex ipso, & minutia adiuncta. Ut si multiplicanda sint 8. per $3\frac{1}{5}$.

faciemus ex $3\frac{5}{6}$. minutia $\frac{2}{6}\frac{3}{6}$. &
numero 8. supponemus 1. vt hic $\frac{8}{1}$. $\frac{2}{6}\frac{3}{6}$.
factum esse vides. Si igitur tā nu-
meratores inter se, quām denominatores multi-
plicantur, procreabitur hæc minutia $\frac{1}{6}\frac{8}{6}\frac{4}{6}$ huic
numero $30\frac{4}{6}$. aquivalens. Item si
multiplicanda sint $4\frac{2}{3}$. per $\frac{1}{2}$. re- $\frac{1}{3}\frac{4}{3}$. $\frac{1}{2}$.
ducemus $4\frac{2}{3}$. ad $\frac{1}{3}\frac{4}{3}$. vt hic vi-
des. Producetur autem ex multiplicatione minu-
tia hæc $\frac{1}{6}\frac{4}{6}$. id est, $2\frac{2}{6}$. Eode pacto si multipli-
canda sine $4\frac{1}{2}$. per $3\frac{1}{5}$. reduce-
mus priorem numerum ad $\frac{9}{2}$. po- $\frac{9}{2}\frac{1}{5}\frac{6}{5}$.
steriore vero ad $\frac{1}{5}\frac{6}{5}$. vt in appo-
sito exemplo vides. Multiplicatis autem tam nu-
meratoribus inter se, quām denominatoribus, pro-
ducetur hæc minutia $\frac{1}{1}\frac{4}{1}\frac{4}{0}$. hoc est, $14\frac{4}{0}$.

Probatio **M**ultiplica
tionis mi-
nutarum.

EX A M I N A T V R autē multiplicatio
per diuisionē. Si enim minutia producta diuida-
tur per alterā minutiarū multiplicantium, prodi-
bit necessario in quotiente altera minutia multi-
plicans. Ut si ex multiplicatione $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. fiunt
 $\frac{4}{14}$. neceſſe est, vt diuisis $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. produ-
cantur $\frac{4}{7}$. diuisis autē eisdē $\frac{4}{14}$. per $\frac{4}{7}$. gigna-
tur $\frac{1}{2}$. Perspicuum autem erit ex sequenti cap.
diuisis $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. produci $\frac{8}{14}$. quæ minutia
huius $\frac{4}{7}$. aquivalet; diuisis autem eisdem $\frac{4}{14}$. per
tiplicatio- $\frac{4}{7}$. produci $\frac{2}{5}\frac{8}{6}$. hoc est, $\frac{1}{2}$.
neminutia rū produca-

NE M I N I autē mirū videri debet, multi-
plicationē minutiarum producere semper minu-
tia minor $\frac{1}{2}$ minorē vtraque minutia multiplicante, vt in
nutia mul- $\frac{1}{2}$ ultimo exemplo, quod in examine tradidimus, pa-
tetur.

tet, ubi ex multiplicatione $\frac{1}{2}.$ per $\frac{4}{7}.$ producta est minutia $\frac{4}{14}.$ id est, $\frac{2}{7}.$ quæ minor est vtraque minutia multiplicante. Si enim natura multiplicationis recte consideretur, facile quiuis perspiciet, hoc necessario ita debere fieri. Cum enim unus numerus per aliū multiplicari, seu duci dicatur, cum alter ipsorum toties augetur, quoties in altero continetur vnitatis, ut cap. 4. diximus, perspicuum est, neutrā minutiarū multiplicantium posse totam sumi in producto, sed fragmenta duntaxat ipsius, qualia nimis fragmenta vnitatis, altera minutia multiplicans refert, quandoquidē hæc minutia minor est vnitate. Hinc enim fit, ut quæadmodum minutia multiplicans non continet integrā vnitatem; ita quoque numerus productus non continet totam alterā minutiam multiplicantem, ut in proximo exemplo, quemadmodū $\frac{1}{2}.$ est dimidiata pars vnitatis, ita etiā numerus productus $\frac{4}{14}.$ id est, $\frac{2}{7}.$ est pars dimidiata huic minutiae $\frac{4}{7}.$ ut definitio multiplicationis postulat. Reète ergo ex multiplicatione $\frac{1}{2}.$ per $\frac{4}{7}.$ producitur minutia hæc $\frac{4}{14}.$ hoc est, $\frac{2}{7}.$ Sic etiā ex multiplicatione 9. per $\frac{1}{3}.$ producitur minutia hæc $\frac{9}{3}.$ id est, numerus hic 3. Nam quemadmodū $\frac{1}{3}.$ est tertia pars vnitatis, ita numerus 3. tertia pars est numeri 9. vel quemadmodum numerus productus 3. continet $\frac{1}{3}.$ nouies, ita numerus 9. continet nouem vnitates. Non est igitur mirum, quod minor numerus producatur vtraque minutia multiplicante. Si tamen integra per integram fractionem, vel integrā cū fractione per integram

gra cum fractione multiplicentur, semper producetur maior numerus utroque numero multiplicante, propter numerum integrum multiplicantē integrā. Ut ex multiplicatione 4. per $3\frac{1}{4}$. fit numerus $\frac{5}{4} \cdot 2$. hoc est, 13. quia numerus 4. ter sumptus facit 12. & quarta eius pars est 1. Vel quia numerus 3. sumptus quater facit 12. & minutia $\frac{1}{4}$. sumpta quater facit $\frac{4}{4}$. id est, 1.

DIVISIO FRACTORVM NV- merorum. Cap. XLIIL

Divisio mi-
nutiarum
quo modo
est.

FACILITATIS gratia Divisionis regula ad regulam multiplicationis reduci poterit hoc modo. Commutentur termini divisoris, id est, numerator scribatur infra lineolam, & denominator supra eandem. Quo facto, si regula multiplicationis cap. praecedenti tradita seruetur, id est, si tā numeratores, quām denominatores inter se multiplicentur, producetur numerus Quotiens. Ut si diuidenda sit minutia $\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{6}$. stabit exemplum, vt hic vides. $\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{1}$. Multiplicatis igitur tam numeratoribus, quām denominatoribus inter se, producetur minutia hēc $\frac{6}{2}$. hoc est, numerus 3. pro Quotiente. Sic etiam si diuidenda sit minutia $\frac{2}{5}$. per $\frac{3}{7}$. stabit exemplum, vt $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3}$. hic appareat. Quotiens autē erit $\frac{14}{15}$.

Quād sunt integra, qd. **V**A N D O numerus integer per minutā, vel per numerū integrum cum fractione diuidendus est: Vel minutia per numerum integrum, vel

per numerū integrū cum fractione; vel deniq; numerus integer cū fractione per minutiam, aut per numerum integrum, aut per numerū integrum cū fractione, supponenda est vñitas numero integro, si ei non adh̄ereat minutia, si vero minutia ei adiuncta sit, reducēdus est numerus integer ad minutā adiunctam, vt fiat vna minutia, quemadmodū cap. precedente diximus. Deinde regula iā prescripta seruanda. Ut in sequentibus diuisionibus stabant exēpla, vnd cum Quotientib; ut hic vides.

Quotientes.

6. per $\frac{2}{3}$.	$\frac{6}{1} \cdot$	$\frac{3}{2} \cdot$	$\frac{1}{1} \frac{8}{2} \cdot$ vel 9.
6. per $4\frac{2}{3}$.	$\frac{6}{1} \cdot$	$\frac{3}{1} \frac{3}{4} \cdot$	$\frac{1}{1} \frac{8}{4} \cdot$ vel $1\frac{2}{7}$.
$\frac{2}{3} \cdot$ per 6.	$\frac{2}{3} \cdot$	$\frac{1}{6} \cdot$	$\frac{2}{1} \frac{8}{8} \cdot$ vel $\frac{1}{9}$.
$\frac{2}{3} \cdot$ per $6\frac{1}{2}$.	$\frac{2}{3} \cdot$	$\frac{2}{1} \frac{3}{3} \cdot$	$\frac{4}{3} \frac{9}{9} \cdot$
$6\frac{1}{2} \cdot$ per $\frac{3}{4}$.	$\frac{1}{2} \frac{3}{2} \cdot$	$\frac{4}{3} \cdot$	$\frac{5}{6} \frac{2}{2} \cdot$ vel $8\frac{2}{3}$.
$6\frac{1}{2} \cdot$ per $3\frac{2}{5}$.	$\frac{1}{2} \frac{3}{2} \cdot$	$\frac{5}{1} \frac{7}{7} \cdot$	$\frac{6}{3} \frac{5}{4} \cdot$ vel $1\frac{3}{3} \frac{1}{4}$.
$6\frac{1}{2} \cdot$ per $3\frac{4}{5}$.	$\frac{1}{2} \frac{3}{2} \cdot$	$\frac{5}{1} \frac{9}{9} \cdot$	$\frac{6}{3} \frac{5}{8} \cdot$ vel $1\frac{2}{3} \frac{7}{8}$.

ALII tradunt hāc regulā diuisionis minutiarū. Numerator minus iā diuidēdē (posita vñita te sub integris, si adsint, et reductis integris ad minutā adh̄erentē, si qua adh̄ereat) multiplicetur per denominatorē minutiae diuidētis; pcreabitur enim hac ratione numerator Quotientis minutie.

Qua ratione
alij diuisionis
nē minutia
rū doceat.

Denominator autem producetur ex multiplicariōne denominatoris minutia diuidendae per numeratorem diuidentis minutiae. Quod quidem idem est, ac si termini divisoris commutentur, & regula multiplicationis seruetur, ut perspicuum est. Quoniam vero ambigere quispiam posset aliquando, an numerator minutiae diuidenda, an vero diuidentis producat numeratorē minutiae Quotientis, (facile enim hęc res ex animo excidere potest,) magis mihi placet prior regula à nobis tradita, quia diuisionis regula ad regulam multiplicationis reuocatur.

Probatio diuisionis minutiarum.

E X A M E N autem diuisionis fit per multiplicationem. Nam si Quotiens minutia multiplicetur per minutiam diuidentem, producetur minutia diuisa necessario. Ut quia ex diuisione $\frac{4}{3}$. per $\frac{1}{2}$. producitur minutia $\frac{8}{5}$. hoc est, $1\frac{3}{5}$. fit, ut ex multiplicatione $1\frac{3}{5}$. per $\frac{1}{2}$. producatur minutia diuisa $\frac{4}{5}$. Producitur autem ex hac multiplicatione minutia $\frac{8}{10}$. quæ huic $\frac{4}{5}$. aequalis est, ut patet.

Cur aliqui in diuisione minutiarum plurimque producatur Quotiens maior minutia diuisa, ut in diuisione $\frac{6}{7}$. per $\frac{2}{7}$. patet, in qua Quotiens est $\frac{4}{1} \frac{2}{4}$. hoc est, 3. mirari nemo debet. Nam cum numerus Quotiens indicet, quoties divisor in diuidendo numero coniineatur, manifestum est, quando minutia diuidens minor est minutia diuidenda, illam in hac sepius quam semel continerit, atque adeo Quotientem maiorem esse quam r. etiam si minutia diuidenda minor sit, quam r. ueluti

in pro-

in proximo exemplo, quoniam minutia dividens $\frac{2}{7}$. in minutia dividenda $\frac{6}{7}$. continetur ter, fit, ut Quotiens sit 3. indicans illam in hacten contineri. Idem etiam ex definitione Divisionis perspicue apparet. Cum enim diuisio sit invenitio numeri, qui toties unitatem contineat, quoties numerus dividendus divisorum continet, ut cap. 5. dividimus: perspicuum est, in proxima diuisione Quotientem debere esse 3. qui unitatem ter contineat, quoties nimis minutia dividenda $\frac{6}{7}$. minutiam dividentem $\frac{2}{7}$. continet. Mirum ergo non est, in diuisione minutiarum semper produci Quotientem maiorem numero dividendo, cum divisor minor est, quam 1. Et quam minutia dividenda, ut in dato exemplo patuit, idemque in diuisione 6. per $\frac{1}{2}$. apparet, ubi Quotiens est 12. Nam minutia dividens $\frac{1}{2}$. duodecies in numero dividendo 6. continetur.

Q V A N D O tamen divisor maior est, quam 1. vel minor quam minutia dividenda, Quotiens semper minor erit numero dividendo; propterea quod tunc divisor (cum maior existat, quam unitas.) non toties possit contineri. in numero dividendo, quoties unitas continetur. Ut diuise $\frac{3}{4}$. per $\frac{8}{9}$. Quotiens est $\frac{2}{3} \frac{7}{2}$. Item diuise $6 \frac{1}{2}$. per $1 \frac{2}{3}$. Quotiens est $\frac{3}{1} \frac{9}{2}$. id est, $3 \frac{9}{2}$. Diuisis rursus $100 \frac{1}{2}$. p $10 \frac{3}{4}$. Quotiens est $\frac{8}{8} \frac{0}{6} \frac{4}{6}$. hoc est $9 \frac{3}{8} \frac{0}{6}$. siue $9 \frac{1}{4} \frac{5}{3}$. Sic etiam si diuidantur $3 \frac{1}{5}$. per $1 \frac{1}{2}$. fit Quotiens $\frac{3}{1} \frac{2}{5}$. hoc est, $3 \frac{2}{5}$. ubi vides, Quotientem semper minorum esse numero divisorum.

Q fī Quo.
tiēs maior
sit numero
diividendo
i minutis.

Q fī Quo.
tiēs in mi
nutijs mi
nor sit di
vidēdo nu
mero.

V I N S I T I O
INSITIO FRACTORVM
numerorum. Cap. XV.

In situ mi-
nutarum,
quid.

SO L E N T Arithmeticci nonnulli uti opera tione quadam minutiarum, quam insitionem vocat. Est autem insitio minutiarum nihil aliud, quam propositis duabus, aut pluribus minutis, quarum qualibet sit fractio vel unius duntaxat particulae omnium sequentium, vel fractio integrarum omnium fractionum sequentium, additio huiusmodi fractionum ad ultimam minutiam, respectu cuius omnes illae fractiones fractionum sumuntur: ita ut quodammodo precedentes fractiones sequentibus inferantur. Unde nomen insitionis obtinuit operatio hac minutiarum: quemadmodum in exemplis patebit. Ut propositis hisce duabus minutis $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. ita ut prior sit fractio vel unius tantum particulae posterioris, vel fractio totius posteriores, hoc est, ita ut prior contineat vel duas partes tertias unius quartae partis, vel duas tertias trium quartarum: operatio, qua $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$. unius quarta, vel $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$. trium quartarum, ad $\frac{5}{4}$. addatur, appellatur insitio. Eodem modo propositis quatuor hisce minutis $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. ita ut qualibet sit fractio vel unius particulae omnium sequentium, vel fractio totarum omnium sequentium, hoc est, ita ut vel prima contineat duas tertias unius quartae unius quintae unius septimae, & secunda significet tres quartas unius quintae unius septimae, & tertia comprehedat duas quintas unius septimae; vel prima contineat duas tertias trium quartarum dua.

duarum quintarum quatuor septimarū, & secunda comprehendat tres quartas duarum quintarū quatuor septimarum, & tertia significet duas quintas quatuor septimarum: operatio, qua omnes haec fractiones fractionum, nimirum $\frac{2}{3}$. vnius quartæ vnius quintæ vnius septimæ, & $\frac{3}{4}$. vnius quintæ vnius septimæ, & $\frac{2}{5}$. vnius septimæ; vel $\frac{8}{3}$. trium quartarum duarum quintarum quatuor septimarum, & $\frac{3}{4}$. duarum quintarum quatuor septimarum, & $\frac{2}{5}$. quatuor septimarum, ad $\frac{4}{7}$. adduntur, insitio dicitur. & sic de alijs.

E S T ergo insitio duplex: una, quando qualibet minutia est fractio vnius duntaxat particulae omnium sequentium minutiarum; altera, quando qualibet minutia est fractio integralium omnium minutiarum sequentium, ut in exemplis patuit: Arithmeticici omnes de prima soli insitione locuti sunt, nulla prorsus facta mentione insitionis secundæ, eam fortassis ob causam, quod prima utilis sit ad diuidendum quemcunque numerū integrū, vna cum fractione aliqua per numerū integrū, ut paulo post dicemus. Quonia vero secunda insitio egregium quoque usum habet in progressionibus Geometricis, ut Deo iuuāte, in maiore nostro Arithmeticis opere declarabimus; utriusque insitionis regulam trademus.

M A G N V M autē discriminē est inter insitionem, & operationē illā, qua cap. 9. minutias minutiarum ad simplicem minutiam reducere docui- mus. Ibi enim propositis v. g. duabus hisce minutis, $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4}$. ita ut prior sit fractio posterioris, solū

*In situatio-
plex est
particula.*

*In situatio-
plex est
particula.*

*Differencia
inter insi-
tionem, & re-
ductionem
minutiarū
minutiarū*

inqui-

inquirebamus, quānam minutiam simplicem continerent duæ tertiae trium quartarū, inueniebamusq; constituere $\frac{6}{12}$. id est, $\frac{1}{2}$. vnius integris hic vero indagabimus, quāna minutia efficiatur, si addantur $\frac{2}{3}$. vnius quartæ, vel $\frac{2}{3}$. triū quartarum ad $\frac{3}{4}$. efficieturque priori modo minutia hec, $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$. posteriori vero hac, $\frac{1}{1} \frac{1}{2}$. hoc est. $1 \frac{1}{4}$. quarum utraque longe abest. à $\frac{1}{2}$. Eodem modo discrimen apparebit, si fuerint plures minutie, quam dua.

I T A Q V E si proponantur due minutiae, quarum prior sit fractio vnius tantum particulæ posterioris, ita fiet insitio. Posterioris minutia numerator per denominatorem prioris multiplicetur, productoq; numero numerator eiusdem prioris adiiciatur. Hoc enim aggregatum erit numerator minutiae producendæ; denominator vero gignetur ex multiplicatione denominatorū inter se. vt datis hisce minutijs $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$. ita fiet insitio, sive additio $\frac{2}{3}$. vnius quartæ ad $\frac{3}{4}$. Ex 3. numeratore posterioris minutiae in 3. denominatorem prioris fiunt 9. Addito numeratore 2. eiusdem prioris minutiae, fiunt 11. pro numeratore minutiae producendæ. Denominator autem erit numerus 12. ex multiplicatione denominatorum inter se productus: ita vt hac minutia $\frac{1}{1} \frac{1}{2}$. componatur ex additione $\frac{2}{3}$. vnius quartæ ad $\frac{3}{4}$. Quod facile probari potest ex regula additionis. Quoniam enim $\frac{2}{3}$. vnius quartæ, secundum reductionē minutiarum minutiarum faciunt $\frac{2}{12}$. si addantur $\frac{3}{12}$. ad $\frac{3}{4}$. sicut $\frac{4}{4} \frac{4}{8}$. hoc est, $\frac{1}{1} \frac{1}{2}$. vt prius.

SI vero plures minutiae, quam due, dentur, ita ut qualibet sit fractio unius tantum particule omnium sequentium, insitio hoc modo fiet. Multiplicetur numerator ultime minutiae per denominatorem penultimae, productoq; numero addatur numerator eiusdem penultimae; Deinde hoc aggregatum multiplicetur per denominatorem minutie antepenultimae, productoq; numero addatur eiusdem numerator; Post hanc aggregatum hoc multiplicetur per denominatorem proxime antecedentis minutie, productoq; numero eiusdem numerator adiiciatur; Et sic deinceps, si plures fuerint minutiae, aggregatum ultimum semper multiplicetur per denominatorem precedentis minutiae, eiusdemq; numerator producto adiiciatur, donec nulla minutia supersit. Postremus enim aggregatum erit numerator minutiae producenda: Denominator autem productetur ex multiplicatione denominatorum inter se, ut datis hisce minutis $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$. ita fiet insitio, hoc est, additio $\frac{2}{3}$. unius quartae, unius quintae, unius septimae, et $\frac{3}{4}$. unius quintae, unius septimae, et $\frac{2}{5}$. unius septimae ad $\frac{4}{7}$. Ex 4. numeratore ultime minutie in 5. denominatorem penultimae fiunt 20. Addito numeratore 2. eiusdem penultima minutie, fiunt 22: quod multiplicata per 4. denominatorem antepenultima minutie faciunt 88. Addito numeratore 3, eiusdem minutiae antepenultimae, fiunt 91. quae multiplicata per 3. denominatorem antecedentis minutie et prime, faciunt 273. Addito numeratore 1. eiusdem prima minutiae, quae proxime antecedit,

Quod modo
plures mi-
nutiae, q.
duz, inser-
tur per pri-
mati tegu-
lam.

cedit, sunt 275. pro numeratore minutie producendae. Denominator autem erit numerus 420. productus ex multiplicatione denominatorum inter se, si nimis primus per secundum multiplicetur, & hic numerus productus per tertium, &c. Itaque ex hac insitione orietur minutia hec $\frac{2}{4} \frac{7}{2} \frac{5}{0}$. quae ad minimos terminos reducta faciet $\frac{5}{8} \frac{5}{4}$. Quod ex regula additionis probabitur hac ratione. Quoniam $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7}$. per regulam reductionis minutiarum minutiarum faciunt $\frac{2}{4} \frac{2}{0}$. & $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7}$. faciunt $\frac{3}{4} \frac{0}{0}$. & $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{7}$. faciunt $\frac{2}{3} \frac{5}{0}$. si tres istae minutiae $\frac{2}{4} \frac{2}{0}$. $\frac{3}{4} \frac{0}{0}$. $\frac{2}{3} \frac{5}{0}$. addantur ad $\frac{4}{7}$. fient $\frac{9}{14} \frac{4}{4} \frac{3}{4} \frac{2}{0} \frac{5}{0} \frac{0}{0}$. hoc est, in minimis terminis $\frac{5}{8} \frac{5}{4}$. ut prius. sed multo facilius, & citius hanc summa inuenta est per insitionem.

Minutia
inserenda
iuxta pri-
mam regulam
sunt re-
ducenda ad
minimos
terminos
ante finem
operationis.

C A E T E R V M in hac regula insitionis nulla minutia reducenda est ad minimos terminos, ante quam tota operatio absolutatur, quia sensus variaretur, & magnus fieret error: absoluta tamen operatione, reduci potest summa producta ad minimos terminos, ut à nobis factum est. Reduximus enim minutia hanc $\frac{2}{4} \frac{7}{2} \frac{5}{0}$. ex insitione productam ad istam $\frac{5}{8} \frac{5}{4}$. Quod autem sensus variaretur, & error contingere, si minutia aliqua ante finem operationis ad terminos minimos reuocaretur, perspicuum est. Nam si inserenda sint haec minutia $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{1} \frac{2}{2}$. id est, addenda $\frac{2}{3}$. unus duodecima ad $\frac{3}{1} \frac{2}{2}$. fient $\frac{2}{3} \frac{6}{0}$. At si posterior minutia $\frac{3}{1} \frac{2}{2}$. reuocaretur ad minimos terminos, nempe ad hanc minutia $\frac{2}{3}$, deberet inseri $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$. id est,

$\frac{2}{3}$. vnius tertiae ad $\frac{2}{3}$. qui sensus longe alius est, q̄ prior. Fiet q̄ propterea ex hac insitione alia minutia nimis $\frac{8}{9}$. valde diuersa à priori minutia producta $\frac{8}{9}$. Prior tamen minutia producta $\frac{\frac{2}{3} \cdot 6}{\frac{3}{3} \cdot 6} = \frac{1}{1}$. reduci potest ad hanc in minimis terminis $\frac{1}{8}$.

P R A E T E R E V N D V M etiā nō est, sum mā ex insitione hac tenus exposita collectā, si vltima minutia minor est, quām vnitatis, semper minore esse vnitate, etiāsi infinita minutie inserantur. Ut si hæ minutiae $\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}$. inscrantur, fiet minutia $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}$. q̄ minor est, q̄ vnitatis. Quod ita debere esse, bac ratione declarari poterit. Quoniam vt $\frac{4}{5}$. efficiant vnitatem, deest $\frac{1}{5}$. & præcedēs minutia $\frac{1}{2}$. quæ additur ad $\frac{4}{5}$. non est $\frac{1}{5}$. sed $\frac{1}{2}$. vnius quintæ, fit vt ad complendam vnitatem desit adhuc $\frac{1}{2}$. vnius quintæ: at quia antecedēs minutia $\frac{2}{3}$. q̄ additur, non est $\frac{1}{2}$. vnius quintæ, sed $\frac{2}{3}$. vnius dimidiij vnius quintæ, fit, vt ad explendā unitatem desit adhuc $\frac{1}{3}$. vnius dimidiij vnius quintæ. Rursus quoniam præcedens minutia $\frac{3}{4}$. nō est $\frac{1}{3}$. vnius dimidiij vnius quintæ, sed $\frac{3}{4}$. vnius tertie vnius dimidiij vnius quintæ, fit, vt ad cōficiendam vnitatem desit adhuc $\frac{1}{4}$. vnius tertiae vnius dimidiij vnius quintæ, & sic deinceps, si plures fuerint minutiae, semper aliquid dcerit ad vnitatem cōplendā.

YT autem videas, quām præclarū vsum habeat prima hæc regula insitionis in diuidendo numero integro vna cū minutia per numerū integrū adducā vnu, vel alterū exemplum. Sint diuidēda $20 \frac{1}{4}$. p 12. Diuisis integris 20 . p 12. fit Quotiens $1 \frac{1}{3}$. Et q̄a minutia $\frac{1}{4}$. diuidi etiā debet p 12. et quo-

Sūma insitionis secundū dū primā regulā semper minor est, q̄ vnitatis, & qua-

Vsus prime regulae insitionis in dividendo numero integro vna cū minutia p numerū integrū.

Quotiens addi priori quotienti; est autē Quotiens
 (si diuidatur $\frac{1}{4}$. per 12.) $\frac{1}{4}$. vnius duodecimę,
 quemadmodum si 1, diuidatur per 12. Quotiens
 est $\frac{1}{12}$. fit, ut si inserantur hę minutiae $\frac{1}{4}$. $\frac{8}{12}$.
 id est, si addatur $\frac{1}{4}$. vnius duodecimę, (nimurum
 Quotiens diuisonis $\frac{1}{4}$. per 12.) ad $\frac{8}{12}$. compo-
 natur minutia, quę addita Quotienti integro i. ef-
 ficiat totum Quotientem; Fit autem ex insitione
 harum minutiarum $\frac{1}{4}$. $\frac{8}{12}$. minutia $\frac{3}{4}$. $\frac{3}{8}$. hoc
 est, $\frac{1}{12}$. Igitur totus Quotiens erit $1\frac{1}{12}$. Idem
 efficies, si diuisorem 12, numero integro diuiden-
 do 20. supponas, ut fiat minutia $\frac{2}{12}$. Et huic mi-
 nutię inseras minutiam $\frac{1}{4}$. diuidendā hoc modo,
 $\frac{1}{4}$. $\frac{2}{12}$. quia minutia $\frac{2}{12}$, est Quotiens diuisio-
 nis 20. per 12, cui per insitionem additur $\frac{1}{4}$. v-
 nius duodecimę, nempe Quotiens diuisonis $\frac{1}{4}$,
 per 12. Utroque autem modo recte fieri diuisione,
 facile experieris per regulam diuisonis. Si enim
 diuidas 20 $\frac{1}{4}$. per 12. reperies quotientem $\frac{8}{4}$. $\frac{1}{8}$.
 id est, $1\frac{3}{4}$. $\frac{3}{8}$. siue $1\frac{1}{12}$. vt prius.

S I N T rursus diuidenda $100\frac{5}{6}$. per 8. Di-
 uisis integris 100 . per 8. fit Quotiens $12\frac{4}{8}$. Et quia
 minutia $\frac{5}{6}$. diuidi etiam debet per 8. Et Quotiens
 addi priori Quotienti; est autem (si diuidantur $\frac{5}{6}$.
 per 8.) Quotiens $\frac{5}{6}$. vnius octauę, quemadmodū
 si 1. diuidatur per 8. Quotiens est $\frac{1}{8}$. fit, ut si in-
 serātur hę minutię $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$. id est, si addantur $\frac{5}{6}$.
 vnius octauę, (nimurum Quotiens diuisonis $\frac{5}{6}$.
 per 8.) ad $\frac{4}{8}$. conficiatur minutia, que addita
 Quotienti integro 12. componat totū Quotientē:
 Fit autem ex insitione harum minutiarū $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$.

minutia $\frac{3}{4} \frac{2}{8}$. Totus igitur Quotiens erit $12 \frac{2}{4} \frac{2}{8}$. Idem efficies, si diuisorem 8. numero integro dini dendo 100. supponas, vt fiat minutia $\frac{1}{8} \frac{0}{8} \frac{0}{8}$. Et huic minutie inseras minutiam $\frac{5}{6}$. diuidendam, hoc modo. $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{8} \frac{0}{8} \frac{0}{8}$. quia minutia $\frac{1}{8} \frac{0}{8} \frac{0}{8}$. est Quotiens diuisionis 100. per 8. cui per insitionem adduntur $\frac{5}{6}$. unius octauæ, nempe Quotiens diuisionis $\frac{5}{6}$. per 8. Eundem prorsus Quotientem $12 \frac{2}{4} \frac{2}{8}$. inuenies, si diuidas per regulam diuisionis, $100 \frac{5}{6}$. per 8. Facies enim quotientem $\frac{6}{4} \frac{0}{8} \frac{5}{6}$. hoc est, $12 \frac{2}{4} \frac{2}{8}$. Postremo sint diuidenda $100 \frac{5}{6}$. per 10. Diuisis integris 100. per 10. fit Quotiens 10. nihilq; remanet. Et quia minutia $\frac{5}{6}$. diuidi etiam debet per 10. Quotiens addi priori Quotienti; est autem (diuisis $\frac{5}{6}$. per 10.) Quotiens $\frac{1}{6}$. unius decimæ, quemadmodum si 1, diuidatur per 10. Quotiens est $\frac{1}{1} \frac{0}{0}$. fit, vt si inserantur hec minutie $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{1} \frac{0}{0}$. id est, si addantur $\frac{5}{6}$. unius decimæ, (nimurum Quotiens diuisionis $\frac{5}{6}$. per 10.) ad $\frac{1}{1} \frac{0}{0}$. (quia enim nulla fractio superfiuit in diuisione 100. per 10. ponenda est figura supra diuisorem 10. vt fiat minutia $\frac{0}{1} \frac{0}{0}$. cōtinens nullam decimam.) confletur minutia, que addita Quotienti integro 10. componat totum Quotientem: Fit autem ex insitione harum minutiarū $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{1} \frac{0}{0}$. minutia $\frac{5}{6} \frac{0}{0}$. Totus ergo Quotiens erit $10 \frac{5}{6} \frac{0}{0}$. hoc est, $10 \frac{1}{2}$. Idem efficies, si diuisorem 10. numero integro diuidendo 100. supponas, vt fiat minutia $\frac{1}{1} \frac{0}{0} \frac{0}{0}$. Et huic minutie inseras minutiam $\frac{5}{6}$. diuidendam, hoc modo. $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{1} \frac{0}{0} \frac{0}{0}$. quia minutia $\frac{1}{1} \frac{0}{0} \frac{0}{0}$. est Quotiens diuisionis

missionis 100. per 10. cui per insitionem adduntur $\frac{5}{6}$. vnius decimę, nempe Quotiens diuisionis $\frac{5}{6}$. per 100. Eundem omnino Quotentem habebis, si $100\frac{5}{6}$. diuidas per 10. secundum diuisionis regulam. Fiet enim Quotiens $\frac{6}{6}\frac{5}{6}$. hoc est, $10\frac{5}{6}$. sive $10\frac{1}{2}$.

Secunda re-
guła insi-
tionis dua
rum minu-
tiarum.

I A M vero si proponatur duę minutie, quārum prior sit fractio totius posterioris, fiet insitio bac ratione. Multiplicetur posterioris minutie numerator per denominatorem prioris, productaque numero addatur numerus ex multiplicatione numerorum productus. Fiet enim hac ratione numerator minutie producendę. Denominator vero procreabitur ex multiplicatione denominatorum inter se. Ut hisce minutis $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. datis, ita fiet insitio, sive additio $\frac{2}{3}$. trium quartarum ad $\frac{3}{4}$. Ex 3. numeratore posterioris minutie in 3. denominatorem prioris fiunt 9. Addito numero 6. ex multiplicatione numeratorū producto, fiunt 15. pro numeratore minutie producenda. Denominator autem erit numerus 12. ex multiplicatione denominatorum productus. Itaque ex additione $\frac{2}{3}$. trium quartarum ad $\frac{3}{4}$. conflatur minutia $\frac{1}{1}\frac{5}{2}$. hoc est, $1\frac{1}{4}$. Quod facile probari potest ex regula additionis. Quoniam enim $\frac{2}{3}$. trium quartarum faciunt $\frac{6}{12}$. vt patet. ex reduktione, quam de minutis minutiarum tradidimus; si addantur, $\frac{6}{12}$. ad $\frac{3}{4}$. fient $\frac{6}{4}\frac{9}{8}$. hoc est, $1\frac{1}{4}$. vt prius.

S I uero plures minutie, quam duæ, sint propositę, ita ut qualibet sit fractio integralium mi-

nutiarum omnium sequentium, facienda erit in-
stio hoc modo. Multiplicetur numerator vlti-
mæ minutie per denominatorem penultimæ, pro-
ductoque numero addatur numerus ex multipli-
catione duorum numerorum postremorum pro-
ductus; Deinde hoc aggregatum multiplicetur
per denominatorem minutie antepenultimæ, pro-
ductoque numero addatur numerus ex tribus po-
stremis numeratoribus inter se multiplicatis pro-
ductus: Rursus aggregatum hoc multiplicetur per
denominatorem proxime antecedentis minutie, pro-
ductoque numero adiiciatur numerus ex quatuor
vltimis numeratoribus inter se multiplicatis pro-
ductus; & sic deinceps, si plures fuerint minu-
tiae, aggregatum vltimum semper multiplicetur
per denominatorem præcedentis minutie, pro-
ductoque numero adiiciatur numerus productus
ex omnibus numeratoribus illarum minutiarum,
que usque ad eum locum assumptæ fuerunt, donec
nulla minutia supersit. Postremum enim aggrega-
tum erit numerator minutie producenda: Deno-
minator autem procreabitur ex multiplicatione
denominatorum inter se. Ut propositis hisce minu-
tis $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{4}{7}$. ita fiet insitio, siue additio $\frac{3}{3}$.
trium quartarum duarum quintarum quatuor se-
ptimarū, & $\frac{3}{4}$. duarū quintarū quatuor septima-
rū, & $\frac{3}{5}$. quatuor septimarū, ad $\frac{4}{7}$. Ex 4. numera-
tore ultimæ minutie in 5. denominatore penultimæ
fuit 20. Addiso numero 8. producto ex postremis
quob. numeratorib. 4. et 2. inter se multiplicatis,
fuit 28. q̄ multiplicata p 4. denominatore antepe-

multima minutia, faciunt 112. Addito numero 24. producto ex postremis tribus numeratoribus 4.2. & 3. inter se multiplicatis, fiunt 136. quæ multiplicata per 3. denominatorem antecedentis minutiae, quæ prima est, faciunt 408. Addito numero 48. producto ex omnibus quatuor numeratoribus 4.2.3. & 2. inter se multiplicatis, fiunt 456. pro numeratore minutiae producenda: Denominator vero erit numerus 420. producitus ex denominatoribus omnibus inter se multiplicatis. Itaq; ex insitione hac generabitur hec minutia, $\frac{4}{4} \frac{5}{2} \frac{6}{0}$. hoc est, $1 \frac{3}{4} \frac{6}{2} \frac{0}{0}$. siue in minimis terminis $1 \frac{3}{5} \frac{5}{5}$. Quod ex regula additionis confirmabitur hoc modo. Quoniam $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$. per regulâ qua minutiae minutiarū reducuntur, faciunt $\frac{4}{4} \frac{3}{2} \frac{0}{0}$. & $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$. faciunt $\frac{2}{4} \frac{4}{0} \frac{0}{0}$. & $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$. faciunt $\frac{8}{3} \frac{5}{5}$. si tres haec minutiae $\frac{4}{4} \frac{8}{2} \frac{0}{0}$. $\frac{2}{1} \frac{4}{3} \frac{0}{0} \cdot \frac{8}{4} \frac{0}{0}$. addantur ad $\frac{4}{7}$. fiet minutia $\frac{1}{1} \frac{1}{4} \frac{2}{4} \frac{3}{4} \frac{4}{0} \frac{8}{6} \frac{0}{0} \frac{0}{0}$. siue $1 \frac{3}{5} \frac{5}{5}$. in minimis terminis, vt prius. Sed multo facilius, & expeditius eandem summam per insitionem collegimus.

I N hac porro secunda regula insitionis possumus minutiae inserenda reduci ad minimos terminos ante operationem. Nam si inserantur haec minutiae $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$. id est, si addantur $\frac{2}{3}$. quatuor octauarum ad $\frac{4}{8}$. fient $\frac{2}{2} \frac{0}{4}$. hoc est, $\frac{5}{6}$. Tantundem faciemus, si prius $\frac{4}{8}$. reducamus ad $\frac{1}{2}$. & inseramus postea $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$. hoc est, addamus $\frac{2}{3}$. unius diuidij ad $\frac{1}{2}$. Eodem modo si inserantur $\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{8}$. fient $\frac{6}{8} \frac{4}{0}$. id est, $\frac{4}{5}$. eademq; minutia produ-

sur

tur, si prius $\frac{6}{10}$. reducatur ad $\frac{3}{5}$. & $\frac{4}{8}$. ad $\frac{1}{2}$. inseranturq; $\frac{3}{5}$. $\frac{1}{2}$. Producentur enim ex hac insuffione $\frac{8}{10}$. hoc est, $\frac{4}{5}$. ut prius. Ratio huius rei est, quia cum præcedens minutia sit fractio tuis sequentis, idem erit omnino valor $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{8}$. & $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. Si enim haec minutiae minutiarum reducantur ad simplices minutias, reducetur prior ad $\frac{8}{24}$. hoc est, ad $\frac{1}{3}$. posterior vero ad $\frac{2}{6}$. id est, ad $\frac{1}{3}$. quoque. Quod in priori regula non continet. Cum enim ibi prior minutia sit fractio unius tantum particulæ posterioris, perspicuum est in eodem exemplo aliud esse $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. Prior enim minutia minutiarū facit $\frac{2}{24}$. hoc est $\frac{1}{12}$. posterior vero $\frac{2}{6}$. id est, $\frac{1}{3}$.

QVÆSTIVNCVLÆ NONNVLA læ numerorum integrorum, ac mi- nutiarum. Cap. XVI.

O PER AE PRETIVM me facturum arbitror, si priusquam ad alia pergam, subiectam hoc loco varias quæstiunculas numerorum integrorum, ac minutiarum, quæ per additionem, subtractionem, multiplicationem, divisionemque soluuntur, tum quia in ijs soluendis studiosi sese exercere possunt in operationibus integrorum, & minutiarum, tum etiam, quia sè penumo similes questiones præclarum usum habent in alijs rebus Arithmeticis. Hinc ergo exordiemur.

1. A QVO numero subducta sunt, vel

Inuestio numeri, a quo subtrahendi debent 23. ut remaneant 47? Item à quo facta ē subtractio, vel facienda, vt relinquantur $8\frac{2}{3}$? Huiusmodi quæstiones soluntur per additionem. Si enim numerum subtractū, subtrahendumve adiicias numero, qui relinquuntur, conficies numerum, à quo datus numerus subtractus relinquet datum numerū. Ut in priori quæstione, ex 23. & 47. sit numerus 70. Ab hoc ergo subducenda sunt 23. ut 47. relinquantur. In posteriori autem quæstione, ex $\frac{4}{1}\frac{1}{1}$. & $8\frac{2}{3}$. sit numerus $9\frac{1}{3}\frac{1}{3}$. à quo si deducas $\frac{4}{1}\frac{1}{1}$. relinquuntur $8\frac{2}{3}$. ut patet, si reducas minutias productas ad integra, & ad minimos terminos. Id quod in sequentibus quæstionibus obseruandū etiam erit, hoc est, post absolutam operationem reducendę erunt minutiae productæ ad minimos terminos, ut in hac quæstione factum est.

Inuestio numeri subtracti, vel subtrahendi, ex proposto numero ut aliud datum numerus sit reliquus.

2. QVI S numerus subtractus est, aut subtracti debet ex 87. ut relinquantur 26? Item qui numerus ablatus est, vel auferri debet ex $\frac{8}{1}\frac{2}{3}$. ut relinquantur $\frac{2}{7}$? Huius generis quæstiones expediet subtractio. Nam si numerus, qui relinquuntur, debet, subducatur ex numero, a quo fieri debet subtractio, remanebit numerus, qui ex eodem numero detractus relinquet residuum propositum. Ut in priori quæstione, subtractis 26. ex 87. remanent 61. Si igitur tollantur 61. ex 87. remanebunt 26. In posteriori autem quæstione, si auferantur $\frac{2}{7}$. ex $\frac{8}{1}\frac{2}{3}$. restabunt $\frac{3}{9}\frac{0}{1}$. quæ si subtrahantur ex $\frac{8}{1}\frac{2}{3}$. relinquuntur $\frac{2}{7}$.

3. C VI I numero adiencia sunt 38. ut quis

quis numerus adiiciendus est ad 38. ut numerus compositus sit 83? Item cui numero addenda sunt $4\frac{8}{9}$. aut quis numerus adiiciendus est ad $4\frac{8}{9}$. ut componatur numerus $20\frac{1}{2}$? Questiones eiusmodi per subtractionem etiam soluntur. Nam si ex numero, qui componi debet, demas numerum addendum propositum, relinquetur numerus, cui si adiiciatur datus numerus addendus, fiet numerus datus. Ut in priori questione, subductis 38. ex 83. remanent 45. Huic ergo adiicienda sunt 38. ut fiat numerus 83. In posteriori autem questione, subtractis $4\frac{8}{9}$. ex $20\frac{1}{2}$. relinquitur numerus $15\frac{1}{1}\frac{1}{8}$. cui si addas $4\frac{8}{9}$. fiet numerus $20\frac{1}{2}$.

4. *QV AE differentia, sive excessus est inter 100. & 349?* Item inter $6\frac{1}{2}$. & $20\frac{3}{4}$? Haec etiam questiones per subtractionem explicantur. Si namque minor numerus ex maiore tollatur, relinquetur differentia, sive excessus quæsus. Ut in priori questione, subtrahitis 100. ex 349. relinquuntur 249. pro excessu, differentiave inter 100. & 349. In posteriori autem questione, demptis $6\frac{1}{2}$. ex $20\frac{3}{4}$. restant $14\frac{1}{4}$. Hoc ergo numero superat numerus $20\frac{3}{4}$. numerum $6\frac{1}{2}$.

5. *QV IS numerus diuisus, vel diuidendus est per 9. ut quotiens sit 34?* Itē quis numerus diuisus vel diuidendus est per $4\frac{1}{3}$. ut Quotiens sit $\frac{1}{2}$? Tales questiones per multiplicationem explicantur. Si enim diuisor datus per datū Quotientē multiplicetur, proscreabitur numerus diuisus,

Inuestio numeri, cui datus numerus adiiciendus sit, vel qui dato numero sit addendum, ut ali⁹ numerus datus remaneat.

Inuestio differentiæ inter datos duos numeros.

Inuestio numeri diuisi, aut diuidendi peculiari numeri, ut Quotientē propositus proueniat.

diuidendusve, qui queritur. Ut in priori quæstione, multiplicatis 9. per 34. fit numerus 306. quo diuiso per 9. Quotiens erit 34. In quæstione vero posteriori, si multiplicentur $4\frac{1}{3}$. per $\frac{1}{2}$. producetur numerus $2\frac{1}{6}$. qui diuisus per $4\frac{1}{3}$ dabit Quotientem $\frac{1}{2}$.

Inuestio numeri, quo^d c_{on}uineat, vel sit, aut de datâ fractio n_e, seu par. t_e, partesve propositi numeri.

6. QVIS numerus continet $\frac{3}{5}$. huius numeri 30? Item quis numerus est, vel dat $\frac{1}{2}$. huius numeri $4\frac{5}{7}$? Multiplicatio etiam huiusmodi quæstiones absolvit. Si enim dati duo numeri inter se multiplicentur, gignetur numerus quæsus. Ut quoniam in priori quæstione ex multiplicatione $\frac{3}{5}$. per 30. producuntur 18. fit, ut numerus 18. continet $\frac{3}{5}$. numeri 30. In posteriori autem quæstione, ex multiplicatione $\frac{1}{2}$. per $4\frac{5}{7}$. fit numerus $2\frac{5}{14}$. qui facit $\frac{1}{2}$. huius numeri $4\frac{5}{7}$.

Inuestio numeri, per quæ datus numerus sit diuisus aut diuidé dus. vi Quotiens sit p. positus numerus.

7. PER quem numerum diuisa, aut diuidenda sunt 48. vt Quotiens sit 10? Item per quæ numerum diuidentur $\frac{3}{7}$. vt Quotiens sit $\frac{2}{3}$. Diuisione similibus quæstionibus satisfiet. Nam si numerus diuisus, diuidendusve propositus, diuidatur per datum Quotientem, prodibit ex hac diuisione diuisor quæsus. Ut in priori quæstione, diuisis 48. per 10. fiet Quotiens $4\frac{4}{5}$. per quem si diuidatur numerus datus 48. fiet Quotiens 10. In posteriori autem quæstione, diuisis $\frac{3}{7}$. per $\frac{2}{3}$. fit Quotiens $\frac{9}{14}$. per quem si diuidatur $\frac{3}{7}$. producetur Quotiens $\frac{2}{3}$.

8. PER quem numerū multiplicanda sunt 27. aut quis numerus multiplicandus est per 17.

ut productus numerus sit 100? Item per quem numerum multiplicari debent 3 $\frac{1}{2}$. aut quis numerus per 3 $\frac{1}{2}$. multiplicari debet, ut numerus productus sit $\frac{3}{4}$. Divisio quoque similibus questionibus satisfaciet. Nam si numerum, qui produci debet, partiamur per numerum, qui multiplicandus proponitur, efficiemus numerum quasitum. Ut in questione priori, divisus 100. per 17. fit Quotiens 5 $\frac{5}{17}$. per quem si multiplicetur datus numerus 17. procreabitur datus numerus 100. In posteriori vero questione, si dividatur $\frac{1}{4}$. per 3 $\frac{1}{2}$. fiet Quotiens $\frac{1}{14}$. per quem si multiplicetur datus numerus 3 $\frac{1}{2}$. gignetur datus numerus $\frac{1}{4}$.

9. *QVI duo numeri inter se multiplicati producunt 48. vel $\frac{1}{2}$. vel 6 $\frac{3}{4}$? Divisio quoque huiusmodi questionibus satisfaciet. Nam si numerum producendum dividamus per quemvis numerum, erit hic numerus, & Quotiens duo illi, qui queruntur. Ut si 48. dividantur per quemcunque numerum, ut per 6. fiet Quotiens 8. Duo ergo numeri 6. & 8. inter se multiplicati producent 48. Sic etiam si eadem 48. dividantur per alium numerum quemcunque, ut per 10. fiet Quotiens $4\frac{4}{5}$. Duo ergo hi numeri 10. & $4\frac{4}{5}$. inter se multiplicati gignent hunc numerum 48. Item si partiamur $\frac{1}{2}$. per quemcunque numerum, ut per $\frac{2}{3}$. inueniemus Quotientem $\frac{3}{4}$. Duo ergo numeri quasiti, qui inter se multiplicati faciant $\frac{1}{2}$. erint $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. Eadem ratione si partiamur $\frac{1}{2}$. per quemvis alium numerum, ut per 8. reperi-*

Inuētio nec
meri, per
quē datus
numerus
sit multipli-
cādus, vel
qui per da-
tū numerū
multiplicā-
dus sit, ve-
gignat nu-
merus pro-
positus.

Inuētio
duorum
numerorum,
qui inter se
multiplica-
ti datū nu-
merū pro-
ducant.

mus Quotientem $\frac{1}{\frac{1}{6}}$. Duo igitur numeri quæsiti, qui inter se multiplicati faciant $\frac{1}{2}$. erunt 8. & $\frac{1}{6}$. Denique diuisis $6 \frac{3}{4}$. per quemlibet numerum, vt per $3 \frac{1}{2}$. fiet Quotiens $1 \frac{1}{4} \frac{3}{4}$. Duo ergo numeri, qui inter se multiplicati producant $6 \frac{3}{4}$. erunt $3 \frac{1}{2}$. & $1 \frac{1}{4} \frac{3}{4}$.

Inuentio
duorum nu-
merorum, vt
uno per al-
terum diui-
so, pueniat
Quotiens
propositus.

10. QVI sunt duo illi numeri, vt uno diuiso per alterum, Quotiens sit $2 \frac{8}{9}$? Item qui sunt duo illi numeri, vt uno diuiso per alterum, Quo-
tiens sit $\frac{5}{6}$? Has quæstiones, & alias similes mul-
tiplicatio enodat. Si namque Quotientem datum
multiplices per quemvis numerum, dabit Quotiens
numerum diuidendum: diuisor autem erit nume-
rus multiplicans assumptus. Ut in priori quæstio-
ne, si 28. multiplices per quemvis numerum, vs
per 6. efficies numerum 168. Hic ergo diuisus per
6. faciet 28. In quæstione autem posteriori, si $\frac{5}{6}$.
multiplices per quemlibet numerū, vt per $\frac{1}{2}$. pro-
creabis $\frac{5}{2}$. quibus diuisis per $\frac{1}{2}$. Quotiens erit $\frac{5}{6}$.

Inuentio nu-
meri, p. quæ
dat⁹ nume-
rus sit mul-
tiplicandus
vel q. mul-
tiplicandus
sit per datū
numerū, vt
productodii-
viso per a-
liū datū nu-
merū, pro-
ueniat Quo-
tiens pro-
positus.

11. PER quem numerū multiplicanda sunt
7. aut quis numerus multiplicandus est per 7. vt
producto numero diuiso per 8. Quotiens sit $3 \frac{3}{8}$? Itē
per quem numerum multiplicari debent $\frac{2}{5}$. Aut
quis numerus per $\frac{2}{5}$. multiplicandus est, vt produ-
cto numero per $\frac{3}{4}$. diuiso, Quotiens sit $\frac{1}{4}$? Quæ-
stiones huiusmodi multiplicatione, & diuisione
foliuntur. Nam si divisorem datum per datum
Quotientem multiplices, numerumque produ-
cimus per datum numerum multiplicandum, mul-
tiplicantemve partiaris, erit Quotiens numerus,
qui queritur. Ut in priori quæstione, si multiplice-

tar diuisor datus 8. per datum Quotientem 3. pro-
ducetur numerus 24. qui diuisus per numerū mul-
tiplicandum, multiplicantem ve datum, nēpe per
7. faciet $3\frac{3}{7}$. numerum quæsumum. Si enim multi-
plicentur 7. per $3\frac{3}{7}$ fiet numerus 24. qui diuisus
per 8. faciet Quotientē 2. In posteriori vero que-
stione, si diuisor datus $\frac{3}{4}$. multiplicetur per da-
tum Quotientem $\frac{1}{4}$. fiet numerus $\frac{3}{16}$. qui di-
uisus per $\frac{2}{5}$. numerum multiplicantem, multi-
plicandum ve datum faciet $\frac{1}{3}\frac{5}{2}$. numerum quæ-
sumum. Si namque $\frac{2}{5}$. multiplicentur per $\frac{1}{3}\frac{5}{2}$.
fiet numerus $\frac{3}{16}$. qui diuisus per $\frac{3}{4}$. faciet Quo-
tientem $\frac{1}{4}$.

12. *QVOT A pars est numerus 6. huius numeri 54?* Item quota pars est hic numerus $\frac{3}{5}$.
huius numeri $\frac{9}{10}$? Questiones tales per diuisio-
nem explicantur. Nam si numerus datus, qui de-
bet esse pars per alterum datum numerum (qui
semper maior esse debet altero) diuidatur, indica-
bit Quotiens, quota pars, aut partes sit numerus
datus numeri dati. Ut in priori questione, diuisis
6. per 54. fit Quotiens $\frac{6}{54}$. id est, $\frac{1}{9}$. Erit ergo
numerus 6. vna nona pars numeri 54. In posterio-
ri autem questione, diuisis $\frac{3}{5}$. per $\frac{9}{10}$. fit Quo-
tiens $\frac{3}{4}\frac{9}{5}$. hoc est, $\frac{2}{3}$. Continebit ergo numerus
 $\frac{3}{5}$. duas tertias partes numeri $\frac{9}{10}$. Hoc autem
ita esse experiri licebit per sextam questionem. Si
enim queratur numerus, iuxta illam questionem,
qui sit $\frac{1}{9}$. numeri 54. reperietur numerus 6. Si itē
inuestigetur, qui numerus contineat $\frac{2}{3}$. numeri
 $\frac{9}{10}$. inuenietur numerus $\frac{1}{3}\frac{8}{9}$. hoc est, $\frac{3}{8}$.

Inuentio
partis qua-
datis nu-
merus exhi-
bet respe-
ctu
alterius nu-
meri dati.

Inuentio
numeris, re
spectu cuius
datus nu
merus exhib
eat partem

I3. *NVM ERVS* hic 6. cuius numeri erit
una nona pars? Item numerus $\frac{3}{5}$. cuius numeri
duas tertias continebit? Diuisio questiones tales
soluit. Si namque datus numerus diuidatur per
minutum, que significet propositam partem, par
tes ve, dabit Quotiens numerum quæsitus. Ut in
questione priori, diuisis 6. per $\frac{1}{9}$. fit Quotiens
54. Numerus ergo 6. nona pars erit numeri 54.
In' questione vero posteriori, diuisis $\frac{3}{5}$. per $\frac{2}{3}$.
fit Quotiens $\frac{9}{10}$. Huius ergo numeri duas ter
tias continebit hic numerus $\frac{3}{5}$.

Inuentio
multitudi
nis partium
quærumcu
datus nu
merus con
tinet.

I4. *HIC* numerus 7. quot octauas partes
vnius integri comprehendit? Item numerus hic
quærumcu $\frac{3}{4}$. quot duodecimas partes vnius integri conti
que, quas
datu
merus con
tinet? Item hic $\frac{3}{7}$. quot octauas vnius integri com
pletitur? Multiplicatio huius generis questiones
dirimet. Si enim datus numerus per denominato
rem partium, que queruntur, multiplicetur, da
bit productus numerus numerum partium quæ
sum. Ut in prima questione, multiplicatis 7. per
8. fiunt 56. Numerus ergo 7. continebit 56. octa
uas: In secunda autem questione, multiplicatis
 $\frac{3}{4}$. per 12. fiunt 9. Numerus ergo $\frac{3}{4}$. complecti
tur novem duodecimas. Intertia denique quæstio
ne, multiplicatis $\frac{3}{7}$. per 8. fit numerus $\frac{24}{7}$. hoc
est, $3\frac{3}{7}$. Numerus ergo $\frac{3}{7}$. continet tres octauas,
 $\frac{3}{7}$. vnius octauæ. Atque hoc ita esse, perspi
ciū est. Si enim $\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{9}$. hoc est, $\frac{3}{63}$. Et $\frac{3}{8}$. in
vniam summan colligantur, deprehendentur $\frac{3}{7}$.
Ex quo fit, $\frac{3}{7}$. continere $\frac{3}{8}$. Et $\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{8}$.

REGVL A TRIVM;

QVÆ ALIO NOMINE

REGVLA AVREA, SI.

ue regula proportionum
dici solet.

Cap. XVII.

A C T E N V S iacta sunt à nobis necessaria Arithmetices fundamenta; sequuntur iam varie regule, in quibus mirificus eorum usus apparet, non solum Mathematicis, verum etiam mercatoribus, immo vero & cuilibet priuato homini, si in commercijs, convenientis que mutuis non vult decipi, aut decipere (quorum illud turpe, hoc vero etiam iniquum fore) maxime utiles, ac necessarie. Primo autem loco sece offert regula illa nunquam satis laudata, que ob immensam utilitatem, Aurea dici solet, vel regula proportionum, propterea quod in quatuor numeris proportionalibus, quorum prior res tres noti sunt, quartus autem ignotus queritur, versetar; unde & regula trium apud vulgus appellata est: quod tres numeros ponat cognitos, & ex iis quartum ignotum eliciat. Ita autem regula hac proportionum se habet.

DISPOSITIS tribus numeris notis, ita ut is, qui questionem habet annexā, (Semper enim unus illorum questionum secundum afferit, ut in exem-

Regula at-
rea, siue p-
portionū,
aut regula
triū, cur siq-
dicta sit.

**Numeri in
regula triū
quo pate
sunt colle-
candi.**

plis apparebit.) tertio statuatur loco; reliquorum autem ille, qui de eadem est re, hoc est, qui tertio similis est, (Exempla autem declarabunt, in quo similitudo hæc consistat.) primum occupet locum, medianam denique sedem teneat alter, cui quartus, qui queritur, similis esse debet: Dispositis, inquit, hoc modo numeris, multiplicentur tertius, & medius inter se, productusque numerus per primum dividatur. Nam quotiens numerus, erit quartus, qui quærebatur, satisfaciensque questioni propositæ: hoc est, tertius numerus ad eum habebit eandem proportionem, quam primus ad secundum.

Exemplum.

QVATVR aureis emuntur 12.librae peris, quæritur, quot librae emi possint aureis 20. Hic vides, 20. aureos habere annexam questionem: de illis enim quæritur, quotnam libras exhibere possint: Huic numero similis est numerus 4. aureorum. Nam sicut 4. aureis emptæ sunt 12.librae, ita 20.aureis emenda sunt aliæ librae, ita ut uterque numerus sit pretium: at 12. librae piparis sunt merces. Ita ergo stabit exemplum.

Aurei.	Lib.	Aurei.	Lib.
4.	12.	20?	fiunt 60.

Multiplicando autem inter se secundum, & tertium numerum, & productū 240. per primum dini.

diuidendo, inueniemus libras 60. pro quarto numero, qui quarebatur. Ubi vides, quemadmodum primus numerus 4. tertia pars est secundi numeri 12. ita numerum tertium 20. tertiam partem esse quarti numeri inuenti 60.

Aliud exemplum.

AUREOS. 60. expendo 5. mensibus, puto, 132. aureos quot mensibus expendam? Hic etiam cernis, questionem fieri de 132. aureis, & huic numero similem esse hunc 60. aur. Sic igitur exemplum stabit.

<i>Aurei.</i>	<i>Menses.</i>	<i>Aurei.</i>	<i>Menses.</i>
60.	5.	132?	funt 11.

Multiplicando autem secundum numerum, & tertium inter se, productumque 660. diuidendo per primum, repeteremus 11. menses, quibus expēdam 132. aureos. Ubi etiam vides, tertium numerum 132. duodecies continere quartum inuentum 11. quemadmodum primus 60. secundum 5. completitur duodecies.

D E M O N S T R A T I O huius regulæ hec est. Quoniam eadem proportio esse debet primi numeri ad secundum, quæ tertij ad quartū inuentū, ut dictum est, & ex propositis exemplis constat; necesse est; ex propos. 19. lib. 7. Eucl. eundē numerū produci ex multiplicatione primi numeri per quartum, qui ex secundo in tertium gignitur. Cum

Demōstra.
tio regula
rium.

igitur numerus ex secundo in tertium productus dividatur per primū, ut quartus inueniatur, ut regula triū præcipit; fit ut primus numerus per Quotientem, hoc est, per quartum numerum inueniū multiplicatus producat eundem numerum diuisum, qui nimirum ex secundo in tertium fuit procreatus. Nam numero quolibet per aliū quemvis numerum diuiso, si diuisor per Quotientem multiplicetur, necessario numerus diuisus rursus procreatur, ut in tertio examine Divisionis integrorum cap. 5. dictum est. Id quod etiam constat ex definitionibus Divisionis, ac Multiplicationis: quod hoc exemplo proposito declarabimus. Numerus 12. diuidatur per 4. ut fiat Quotiens 3. qui nimirum, secundum definitionem divisionis cap. 5. traditam, toties unitatem contineat, quoties diuisus numerus 12. diuisorem 4. continet. Dicosi multiplicemus diuisorem 4. per Quotientem 3. necessario rursus produci diuisum numerum 12. Nam cum, iuxta definitionem Multiplicationis cap. 4. traditam, numerus procreari debeat, qui toties contineat diuisorem 4. qui est unus numero rum multiplicantium, quoties numerus Quotiens 3. qui est alter numerus multiplicans, unitatem continet; contineat autem diuisus numerus 12. toties diuisorem 4. quoties numerus Quotiens 3. unitatem includit, ut dictum est; liquido constat, numerum diuisum 12. ex dicta multiplicatione diuisoris 4. per Quotientem 3. procreari. Eademq; ratio est in omnibus alijs numeris. Quæcum ita sint, erit omnino numerus Quotiens per regulam trium

trium inuentus, quartus numerus proportionalis, qui queritur, ut ex dicta propos. 19.lib.7.
Eucl. constat: quandoquidem idem numerus producitur ex primo numero in quartum, qui ex secundo in tertium, ut diximus.

E X his, quæ proxime scripsimus, facile colligitur, qua ratione regula trium possit examinari. Probatio regulae trium
Nam si idem procreetur numerus ex primè numero in quartum inuentum, qui ex secundo in tertium, dubitandum non est, quin recte inuentus sit quartus numerus proportionalis: si vero non idem numerus gignatur, repetenda erit operatio.

E S T tamen alia probatio regulæ trium, à plerisque usurpata, quæ sis hoc modo. Statuatur primus numerus in tertio loco, & tertius in primo, quartusq; in medio. Si namque, iuxta præceptum regulæ trium, reperiatur hoc modo quartus numerus, qui prius erat secundus, recte soluta fuit questio proposita. Ut primum exemplum supra allatum ita stabit.

Aurei.	Libræ.	Aurei.	Libræ.
20.	60.	4?	fūnt 12.

Nam si verum est, 20. aureis emi 60. lib. propterea quod 4. aureis emptæ sunt libræ 12. efficitur necessario, ut nescissim 4. aureis, emanentur libræ 12. hoc ipso, quod 20. aureis libræ 60. emanentur.

P O S S V N T interdum duo numeri ex diversis tribus, ut primus & secundus, vel primus & tertius, Cōpendia regulae triū varia.

tertius, ad minores redigi, ut facilior reddatur operatio. Quod quidem fiet, si tam primus, quam secundus; vel tam primus, quam tertius, per communem aliquam utriusque mensuram notam, siue ea maxima sit, siue non maxima, diuidatur, et loco illorum Quotientes statuantur. Ut in hoc exemplo.

$$4. \quad 12. \quad 20. \quad \text{fiunt} \quad 60.$$

Quoniam numerus 4. metitur primum, & secundum, si, diuiso utroque per 4. Quotientes 1. & 3. pro illis ponantur, ita stabit exemplum.

$$1. \quad 3. \quad 20. \quad \text{fiunt} \quad 60.$$

Item quia in eodem exemplo numerus idem 4. numerat primum & tertium, si, diuiso utroque per 4. Quotientes 1. & 5. pro illis accipientur, sic stabit idem exemplum.

$$1. \quad 12. \quad 5. \quad \text{fiunt} \quad 60.$$

Item in sequenti hoc exemplo.

$$36. \quad 48. \quad 63. \quad \text{fiunt} \quad 84.$$

Quoniam numerus 12. metitur primum, & secundum, si, diuiso utroque pro 12. Quotientes 3. & 4. pro illis reponantur, ita stabit exemplum.

$$3. \quad 4. \quad 63. \quad \text{fiunt} \quad 84.$$

Item

Item quia numerus 9. metitur primum, & tertium in eodem exemplo, si, diuiso utroque per 9. Quotientes 4. & 7. pro illis in regula collocentur, sic stabit exemplum.

4. 48. 7. fiant 84.

R V R S V S hoc etiam modo questio proposita soluetur. Diuidatur secundus numerus per primum, & per Quotientem tertius multiplicetur: vel tertius per primum diuidatur, & per Quotientem multiplicetur medius. Utroque enim modo productus numerus erit quartus proportionalis, qui queritur. *Vt* in hoc exemplo.

60. 360. 132. funt 792.

Diuiso secundo numero per primum, fit Quotiens 6. per quem si multiplicetur tertius numerus, gignetur quartus 792. ac si iuxta preceptum regulæ trium operatus esset. Item diuiso tertio numero per primum, fit Quotiens $2\frac{1}{6}\frac{2}{3}$. hoc est, $2\frac{1}{5}$. siue $\frac{11}{5}$. per quem si multiplicetur secundus, producetur idem quartus 792.

H I S recte intellectis, varijs modis examina re poteris, num per regulam trium quartus numerus recte sit inventus, necne. Nam si per varias huiusmodi operationes eundem semper quartum numerum repereris, maximo arguento est, operationem recte esse institutam.

Q V O D si quis roget, qui fieri possit, re-

Demb̄stra-
tio compē-
diorū regu-
lū uūm,

per tot vias ad eundem semper scopum peruenienti-
mus, sciat, huius rei causam totam ex proportio-
nibus pendere. Quoniam enim eadem proportio es-
se debet inter primum numerum, & secundū, qua
inter tertium, & quartum; sic ut & permutando
eadem proportio sit inter primum, & tertium, qua
inter secundum, & quartum; Item & conuerten-
do eadem inter secundum, & primum, qua inter
quartum, & tertium; nec non eadem inter tertium,
& primum, quæ inter quartum, & secundū. Cum
ergo semper eadem proportio sit inter Quotientes
duorum numerorum per eundem numerum diui-
sorum, quæ inter ipsos numeros; perspicuum est, si
diuidatur tam primus numerus, quam secundus
vel tam primus, quam tertius, per communem ali-
quam mensuram eandē, & pro ipsis numeris Quo-
tientes reponantur, esse adhuc eadem proportio-
nem inter Quotientes primi, & secundi numeri,
quæ est inter tertium numerum, & quartū; Item
eandem esse proportionem inter Quotientes pri-
mi, & tertij numeri, quæ est inter secundum nume-
rū, & quartum. Rursus quoniam, diuiso numero
quois per alium numerum, producitur denomina-
tor proportionis, quam diuisus numerus habet ad
diuisorem, denominator autem alium quemcunq;
numerum multiplicans producit numerū, qui ad
multiplicatum proportionem habet à dicto deno-
minatore denominatam; sic, ut diuiso secundo,
aut tertio numero per primum, Quotiens sit deno-
minator proportionis secundi, aut tertij numeri
ad primum. Quare si per hunc Quotientem multi-
plice-

plicetur tertius numerus, aut secundus, procreabitur quartus, qui videlicet eandem proportionem habeat ad tertium, quam secundus ad primum, vel eandem ad secundum, quam tertius ad primum.

QVONIAM vero frequenter quæstiones per regulam trium soluenda præpostero ordine proposuntur, interdum etiam diuersæ monetæ, mensuræ, vel pondera in uno numero reperiuntur, deniq; non raro primus numerus dissimilis est tertio, ut facile hærere, atque impediri possit is, qui parum in rebus Arithmeticis est versatus, explicabimus quæstionibus aliquot varias difficultates, que occurrere possunt; hinc exordientes.

1. *QVANTI* constat una libra piperis, si 60. libræ emptæ sint aureis 20? In hac quæstione præpostere positi sunt numeri. Nam 1. libra, cuius primo loco mentio fit, quæstionem habet annexam, ac proinde tertium occupare debet locum, primum vero numerus 60. librarum, cum numero unius libræ sit similis. Itaque recto ordine propo nenda fuisset quæstio hoc modo. Libræ 60. piperis constant 20. aureis, libra ergo 1. quanti constabit? vt in apposito hic exemplo apparet.

Lib.	Aur.	Lib.	Aur.
60.	20.	1?	fiant $\frac{2}{6} \text{ or } \frac{1}{3}$.

Quæstiones nam nullæ, quibus variæ difficultates regulæ trium exempli cœnatur.

Invenies autem (si secundum numerum per tertium multiplices, productumque 20. per primum partiaris) valorem 1. libræ esse $\frac{2}{6} \text{ or } \frac{1}{3}$. vel $\frac{1}{3}$. unius ari

rei, quia cum minor numerus per maiorem diuiditur, fit fractio, cuius numerator est numerus dividendus, denominator autem divisor, ut cap. 5. & 6. diximus. Reducetur autem utravis harum minutiarum, nempe prior, ad baiochos hoc modo. Multiplicetur numerator 20. per 100. (tot enim baiochi unum aurum conficiunt.) producaturusque numerus 2000. per denominatorem 60. diuidatur. Quotiens enim dabit baiochos $33\frac{2}{6}\frac{0}{0}$. siue $33\frac{1}{3}$. Tantundem inuenisses, si posterioris minusias numeratorem per 100. multiplicasses, productumque per denominatorem distribuisses. Quod si $\frac{1}{3}$. unius baiochi ad quatrinos velis reuocare, multiplicabis numeratorem per 4. (cum tot quatrini baiochum conficiant.) productumque per denominatorem partieris. Inuenies enim quatr. $1\frac{1}{3}$. Itaque 1. libra constabit baioc. 33 . quatr. $1\frac{1}{3}$.

Quæstio 2. 2. Si librae $10\frac{2}{5}$. & unciae $7\frac{1}{2}$. cere alba constent aureis 2. & Iul. 6. quantum cera emetur baiochis 90? Sic stabit exemplum.

Aur. Iul.	Lib.	Vnc.	Baioc.	Vnc.
2.	6.	$10\frac{2}{5} \cdot 7\frac{1}{2}$.	90?	$45\frac{2}{2}\frac{0}{6}\frac{7}{0}$.

Quid ageret. Quoniam vero in primo numero, ac tertio diuersa monete continentur, reducenda erunt omnes ad minimam monetā ibi expressam, ut ad baiochos, eruntque in primo numero baiochi 260. Rursus quia in secundo numero reperiuntur diuersa pondera, redigenda erunt ad minima ibi expressa, ut ad uncias, quarum 12. unam libram efficiunt, eruntque

eruntque in $10\frac{2}{3}$. libris vnicie $124\frac{4}{5}$. quibus si ad-
dantur vnicie $7\frac{1}{2}$. fient vnicie $132\frac{3}{5}$. Quo pa-
tio autem fractiones vel sola, vel vna cum inte-
gris multiplicari inter se debeant, aut dividendi, do-
cimus cap. 13. & 14. Itaque sic stabit exemplum
reductum.

Baioc. Unc. Baioc. Unc.

$$260. \quad 132\frac{3}{5} \text{.} \quad 90? \text{ fiant } 45\frac{2}{2}\frac{9}{6}\frac{7}{0}.$$

I L L V D vero hoc loco annotandum est, mi-
nutiam ex multiplicatione mediij numeri per ter-
tium productam, licet eius numerator sit denomi-
natore maior, non debere redigi ad integra, donec
diuisio sit absoluta, ne operatio impediatur. Unde
quia tunc multiplicatio mediij numeri per tertium
facit $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{9}{0}\frac{7}{0}$. diuidenda erit hac minu-
tia, ante quam ad integra reducatur, per primum
numerum : que diuisio dabit hanc minutiam
 $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{9}{0}\frac{7}{0}$. consimilarem vncias $4\frac{2}{2}\frac{9}{6}\frac{7}{0}$.
3. **Q V A N T I** constabunt $\frac{7}{8}$. vnius vlnae
panni, si $\frac{1}{4}$. vnius aur. quispicam emerit $\frac{1}{2}$. vnius
vlnae? Sic stabit exemplum.

Questio 3.

Vlnæ Aur. Vlnæ. Aur.

$$\frac{1}{3}. \quad \frac{3}{4}. \quad \frac{7}{8}?. \quad \text{fiant } 1\frac{3}{3}\frac{1}{2}.$$

Multiplicatio mediij numeri per tertium facit mi-
nutia $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$. qua diuisa per primum numerum, inue-
nietur minutia hac $\frac{6}{3}\frac{1}{2}$: vnius aurei, que facit
aur. $1\frac{3}{3}\frac{1}{2}$. Reducta autem hac minutia. $\frac{3}{3}\frac{1}{2}$.

vnius durei ad Iulios, baiochos, & quatrinos, dat
Iul. 9. baioc. 6. quatr. 3 $\frac{1}{2}$.

Quæstio 4. 4. S T V D I O S V S quidam in Universitate volens dare operam literis 6. annos, animaduertit se 7. mensibus, & 13. diebus expeditisse aureos 200. Iulios 7. baiochos 8 $\frac{2}{7}$. Quæritur ergo, quanta pecunia indigeat. Ita stabit exemplum.

M&e. Di.	Aur.	Iul.	Baioc.	An.	Aur.	Baioc.	
7.	13.	200.	7.	8 $\frac{2}{7}$.	16?	fiuit 1956. 7	$\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3}$

Hic in primo numero menses, & in tertio anni ad dies reuocandi sunt. Quod vt fiat, considerandum est, quinam menses illi sint, quia non omnes menses eundem dierum numerum continent. Nam si ponamus priores septem menses, initio facto à Ianuario, continebunt dicti 7. menses in anno communis dies 212. vt hic vides. (in anno vero bissextili 213. cum in eo Februarius contineat dies 29.) Additis diebus 13. fient dies 225. Deinde considerandum est, quot anni bissextiles in illis 6. annis continentur. Nam pro singulis addendus est dies 1. ad dies 365. anni vnius communis. Unde si ponamus duos annos bissextiles contineri, multiplicabimus 6. annos per 365. dies, & prædicto

Ian.	31.
Febr.	28.
Mar.	31.
Apr.	30.
Maius.	31.
Iun.	30.
Iul.	31.
	212.
	13.
	225.

ducto numero addemus 2. ut efficiantur dies 2192. Rursus in numero medio redigendi sunt aurei, & Iulij ad baiochos, qui erunt numero 2007 $\frac{2}{7}$. ita ut exemplum reductum ita se habeat.

Dies.	Baioc.	Dies.	Baioc.
225.	$2007 \frac{2}{7}$.	2192?	fiunt 195697 $\frac{1}{2} \frac{9}{17} \frac{3}{5}$.

Postremo reducendus erit quartus numerus inuenitus baiochorum ad aureos, & Iulios. Faciunt autem omnes illi baiochi aureos 1956. Iul. o. baioc. $7 \frac{1}{2} \frac{2}{5} \frac{1}{5}$. Tanta pecunia necessaria est studio so illi 6. annis, quorum duo bissextiles sint.

H A C eadem ratione post operationem semper reducenda est moneta quarti numeri ad maiorem, si fieri potest: Item pondera, mensurare ad maiora pondera, vel mensuras, & rota ad libras; palmi, vel pedes ad passus, passus autem ad milliaria.

5. Q V I D A M conficit 7. diebus milliaria 210. Però quod diebus milliaria 1600. officiet, si quotidie iter faciat, & cursum nec remittat, nec intendat? Sic ponetur exemplum.

Quæstio 5.

Milliar.	Dies.	Milliar.	Dies.
210.	7.	1600.	fiunt $53 \frac{7}{8} \frac{9}{10}$.

Fractio hæc $\frac{7}{8} \frac{9}{10}$. unius diei in quarto numero, si numerator per 24. multiplicetur, producensque numerus per denominatorem dividatur,

redigetur ad horas 8.

Quæstio 6. 6. SI aureis 100. Iulij 7: baiochis 8. empes sit ager passuum quadratorum 400. quanti constabit ager passuum quadratorum 1000. pedum quadratorum 4. & palmorum quadratorum. 3? ita stabunt exemplum.

Passus. | Aur. Jul. Baioc. | Pass. Ped. Palm.
400. | 100. 7. 8. | 1000. 4. 3?

funt Baioc. 25199 $\frac{1}{8} \frac{7}{0} \frac{6}{0} \frac{1}{0} \frac{3}{0}$.

Reductis aureis, ac Iulij secundi numeri ad baiochos; & passibus, ac pedibus tertij numeri ad palmos; tribuendo 16. palmos quadratos vni pedi quadrato, & 25. pedes quadratos vni passui quadrato; necnon & passibus primi numeri reductis ad palmos quoque, tribuendo vni passui quadrato 400. palmos quadratos; ita stabit exemplum reductum.

Palmi. Baioc. Palmi. Baioc.

160000. 100. 7. 8. 400067? fuit 25199 $\frac{1}{8} \frac{7}{0} \frac{6}{0} \frac{1}{0} \frac{3}{0}$

Quartus autem numerus baiochorum continet aur. 251. Iul. 9. baioc. 9 $\frac{1}{8} \frac{7}{0} \frac{6}{0} \frac{1}{0} \frac{3}{0}$.

Quæstio 7. 7. IN nundinis quibusdā 44. aureis empes sunt 52. vlnæ pannī cuiusdam, quanti constabunt vlnæ 260. eiusdem panni? Ita stabit exmplum.

vlnæ. Aur. vlnæ. Aur.

52. 44. 260? fuit. 220.

8. EMIT

8. E M I T quispiam 52. vlnas panni 44. au reis, quot vlnas emet aureis 220? Exemplum ita disponetur.

Aur.	vlnæ.	Aur.	vlnæ.
44.	52.	220?	funt 260.

9. E M I T quispiam summa quadam pecunia 52. vlnas panni, atque eodem pretio accepit postea 260. vlnas, quæ constituerunt aureis 220. quid ergo prius expendit? Disponetur exemplum hoc modo.

vlnæ.	Aur.	vlnæ.	Aur.
260.	220.	52?	funt 44.

10. V L N A S aliquot panni emit quidam 44. aureis, atq; eodem pretio aliis deinde aureis 220. emit vlnas 260. quot ergo vlnas prior emit? Stabit exemplum hoc modo.

Aur.	vlnæ.	Aur.	vlnæ.
220.	260.	44?	funt 52.

A P P O S V I quatuor hac postrema exempla, in quibus ijdem quatuor numeri regulæ triū varijs modis vices inter se permutant, quippe cū quisque illorum ex alijs tribus datis eruatur, vt intelligas, quo pacto te gerere debeas in alijs questionibus similibus.

DI X I M V S , in quatuor numeris regulē trium eam proportionem esse primi numeri ad secundum, qua est tertij ad quartum , atque adeo, (vt ex propos. 14. lib. 5. Eucl. colligitur.) si primus maior est, vel minor tertio , secundum quoque maiorem esse , vel minorem quarto; id quod in exemplis omnibus hactenus adductis perspicuum esse potest . Solet autem nonnunquam accidere , vt quod maior est primus numerus tertio, eo minor esse debeat secundus quarto; & quo minor est primus tertio, eo maior esse debeat secundus quarto. Quare cōtraria tunc via tenenda erit, nempe primus numerus per secundum multiplicandus , numerusq; productus per tertium dividendus. Quādo autem hęc regula trium euersa (ita eam appellant) adhibenda sit, & ratio naturalis dictare videtur, & clarissime ex sequentibus exemplis inteligi potest , quorum primum hoc sit.

Questio 1.

1. **P A N N V S** 9. vlnarum, cuius latitudo est 3. palmorum, emitur à quodam, vt sibi tunica conficiatur. Quot ergo vlnę alterius panni, cuius latitudo est 2. palmorum, requiruntur ad eandem tunicam, vel similem conficiendam? Quoniam questione est de panno latitudinem habente 2. palmorum, ita stabit exemplum.

Palmi latitud. **Vlnæ.** **Palmi latitud.** **vlna.**

3.

9.

2. fiunt $1\frac{1}{2}$.

Hic

Hic manifeste vides; quo angustior est secundus pannus, eo plures vlnas esse necessarias. Quare licet primus numerus tertio maior sit, non tamen propterea secundus maior etiam esse debet quarto, sed minor; ita ut quam proportionē habet tertius numerus ad primum, eam habeat secundus ad quartum. Hinc fit, ut primus per secundum sit multiplicādus, numerusq; productus per tertium diuidendus: quia ut debita proportio seruetur, tertius numerus primum locum obtinere debet in regula proportionum, ut dictum est, atque hic apparet.

Palmi latitud. Palmi latitud. vlna. vlna.

2. 3. 9² fiunt $13\frac{1}{2}$.

2. QV-ID AM accepit mutuo ab alio 400. aur. ad annos 3, quos cum ei restitueret, nullum censum accipere voluit, sed tantum petit, ut ei vicissim pecuniam mutuo daret. Dedit ergo ei mutuo 7 480. aur. Quamdiu ergo hic pecuniam istam retinere debet, ut ei satisfiat pro beneficio prestito per 4000. aur. quos illi accommodaverat? In hac questione, quia numerus 7 480. aur: secum habet questionem, collacandi erunt numeri hoc ordine:

Aur. Anni. Aur. Anni. Dies. Horā.
4000. 3. 7480² fiunt 1. 220. $13\frac{1}{2}\frac{8}{9}\frac{9}{7}$.

Perspicuum etiam hic est, maiorem censum deberi inaequali

in aequali tempore aureis 7480. quādū aur. 4000.
 atque adeo minorē tēpore opus esse, quādū 3. ann.
 vt idem census, qui debetur aur. 4000. tribus an-
 nis, lucrifiat ex aur. 7480. Quare licet primus
 numerus minor sit, quādū tertius, non tamen id-
 circo secundus minor etiam erit, quādū quartus,
 sed maior; ita vt quam proportionem habet ter-
 tius numerus ad primum, eam habeat secundus
 ad quartum. Ex quo fit, multiplicandum esse pri-
 mum per secundum, productumq; numerum per
 tertium dividendum: quia ut debita proportio ser-
 uetur, tertius numerus primum locum obtinere
 debet in regula proportionum, vt dictum est, at-
 que hic apparet.

Aur. Aur. Anni. Anni. Dies. Hora.

7480. 4000. 3? fūnt 1. 220. 13 $\frac{3}{8}$ $\frac{9}{7}$.

Quæstio 3.

3. QVANDO mensura tritici emitur 6.
 aureis, panis vno bacioemptus, iuxta ciuitatis
 alicuius ordinationem, pondus habet 10. uncias;
 Iam si eadem mensura tritici ematur 4. aureis,
 vel 8. aureis, quantum esse debet eiusdem panis
 pondus? Ita habunt exempla.

Aur. Unciae. Aur. Unciae.

6. 10. 4? fūnt 15.

6. 10. 8? fūnt 7 $\frac{1}{2}$.

Ratio dictat, quo vilius est triticum, eo maius po-
 dus habiturum panem, & quo carius, eo minus.

Talis

Talis enim proportio debet esse 4. aur. ad 6. aur.
vel 8. aur. ad 6. aur. qualis est pōderis 10. uncia-
rū ad pondus ignotū, quod queritur. Unde iuxta
regulā proportionum ita collocandi essent numeri.

Aur.	Aur.	Uncia.	Uncia.
------	------	--------	--------

4.	6.	10.	funt 15.
----	----	-----	----------

8.	6.	10?	funt 7 $\frac{1}{2}$.
----	----	-----	------------------------

4. OPERARIJ 30. perficiūt opus quod- Quæstio 4.
dam in 4. annis; quanto ergo tempore idem absol-
uent 50. operarij, vel 20? Vel, quot operarij idē
absoluenter in annis 2. & diebus 146? Vel in annis
4. & diebus 292? Quadruplex hoc exemplum
ita statuit, reductis annis (quorum quilibet statua-
tur dierū 365.) ad dies, in posterioribus duobus
exemplis.

Operarij.	Anni.	Operarij.	Anni.	Dies.
-----------	-------	-----------	-------	-------

30.	4.	50?	funt 2.	146.
-----	----	-----	---------	------

30.	4.	20?	funt 6.	0.
-----	----	-----	---------	----

Dies.	Operarij.	Dies.	Operarij.
-------	-----------	-------	-----------

1460.	30.	876?	funt 50.
-------	-----	------	----------

1460.	30.	1752?	funt 25.
-------	-----	-------	----------

Quo enī plures sunt operarij, eo minore tempo-
re opus est, quo autem pauciores, eo maiore.

Item quo minus tempus est, eo pluribus operarijs opus est, quo autem maius, eo paucioribus. Igitur iuxta regulam proportionum ita collocaentur numeri.

Operarij.	Operarij.	Anni.	Anni.	Dies.
50.	30.	4 ²	funt 2.	146.

20.	30.	4 ²	funt 6.	0.
-----	-----	----------------	---------	----

Dies.	Dies.	Operarij.	Operarij.
876.	1460.	30 ²	funt 50.

1752.	1460.	30 ²	funt 25.
-------	-------	-----------------	----------

Questio 5. Q. PESSVS quidam exercitus 8500, militum victum habet ad 11. menses; verum spes nulla est solutionis obsidionis, vel futuri auxiliij, nisi post 25. menses. Quot ergo milites retinendi sunt, ut reliquis victus sufficiat ad 25. menses? Numeri ita disponendi sunt.

Menses.	Milites.	Menses.	Milites.
11.	8500.	25 ²	funt 3740.

Retinendi ergo erunt milites 3740. his enim victus sufficiet ad 25. menses, dimittendiq; propterea erunt milites reliqui 4760.

R E G U L A T R I V M C O M P O -
sita. Cap. XIX.

FIT, ut interdum plures, quam tres numeri proponantur noti, ita tamen, ut sint semper tres principales, alijs autem illis adiuncti minus principales, denotantes vel tempus, vel lucrum, damnumve. Quod ubi contigerit, fit regula trium composita, & tunc vel instituenda erit regula trium bis, aut ter, vel quilibet per sibi adiunctos multiplicandus, ut fiant tres tantum numeri noti, per quos quartus ignotus elicatur, vel certe alia quedam via tentanda. Id quod sequentibus exemplis perspicuum fiet, in quibus varia questiones de lucro, damno, interueniente etiam diuersitate temporis, & varietate lucri in ratione tot pro 100. discutientur.

1. *S V N T* 8. in communi coniunctu, quorum Quæstio 1. singuli singulis mensibus soluant 6. aureos. Quantum ergo erit pretium viellus omnium ad 4. annos? Hac quæstio ita recte proponeretur: Unus in uno mense soluit 6. aureos: quid ergo soluent 8. in 4. annis, hoc est, in 48. mensibus? Ita autem collocandi erunt numeri.

<i>Coniactor, Menses.</i>	<i>Aur.</i>	<i>Coniactores, Menses.</i>		
I.	I.	6.	8.	48?

fiant Aur. 2304.

*Ubi vides, primum numerum unius coniactoris
Digitized by Google babe.*

Regula tri
cōpositaqd
& quo fiat.

habere adiunctum vnum mensam, tertium autem
8. coniuctorum habere adiunctos 48. menses. Pri-
mo ergo ita instituetur regula trium. Si vnum sol-
uit 6. aureos, quantum soluens 8? vt hic.

Coniuct.	Aur.	Coniuct.	Aur.
1.	6.	8?	funt 48.

Soluent ergo 8. coniuctores in uno mense 48. au-
reos, cum vnum soluat 6. aureos in mense. Secun-
do ergo iterum ita instituetur regula trium. Si in
uno mense soluunt 48. aureos, quantum soluent
in 48. mensibus? vt hic.

Mensis.	Aur.	Menses.	Aurei.
1.	48?	48?	funt 2304.

B R E V I V S tamen eadem questio explica-
bitur, si tam duo numeri in principio questionis
primo loco positi inter se, quam duo tertio loco
positi inter se multiplicentur, vt fiant tres nume-
ri regulæ trium hoc modo.

Aur.		Aur.
1.	6.	384?
		funt 2304.

Nam ex hac multiplicatione procreatur nume-
rus maior coniuctorum pro uno mense, qui æqui-
ualet minori pro pluribus mensibus. Ut ex mul-
tiplicatione 8. coniuctorum per 48. menses produ-
cuntur 384. coniuctores pro uno mense. Si eni-
singu-

singulis mensibus sunt 8, convictores , procul dubio in 48. mensibus, si accederent semper noui cō-
victores, fuissent 384 convictores: atq; ita tantū
soluerit hi 384. convictores in uno mēse, quantū 8.
cōvictores in 48. mensib. Hæc est causa, cur multi-
plicandi sint numeri principales, per adiūctos mi-
nus principales, qui tēpus significat, vel aliud quip
piā, dūmodo nō sit de eadē re, quā significat nume-
ri principales ; alioquin non essent duo numeri,
sed unus . Ut si in aliquo loco positi sint aurei,
baiochi, & quatrini, censemebuntur tres hi numeri
pro uno, cum sint de eadem re, ut pote qui monetā
siḡificant . Eademque ratio est proportione qua-
dam in alijs huiusmodi quæstionibus.

2. PRO 200.libris quarundam merciū ad- Quesitio 2.
nectis per 100. millaria soluendi sunt 4. aurei .
quantum ergo soluendum est pro 300.libris adue-
ctis per 400.millaria? Ita collocabuntur numeri.

Lib. Mill.	Aur.	Lib. Mill.	Aur.
200. 100.	4:	300. 400:	funt 24.

Multiplicatis duobus numeris primi loci, & duo-
bus tertij loci inter se, confecti erunt tres numeri
regulæ trium hoc pacto.

Aur.	Aur.
20000. 4:	120000: funt 24.

SI eadē hæc quæstio soluenda sit per regulam
triū bis repetitā, ita stabit primo loco exemplū.

Lib.	Aurei.	Lib.	Aurei.
200.	6.	300?	funt 4.

Atque ita soluendi essent 6.aurei pro 300.libris per 100. millaria aduectis , per quot nimirum 200.librae sunt aduectae Sed quoniam 300.librae vchendae sunt per 400.millaria, ita rursus stabit secundo loco exemplum,

Mill.	Aur.	Mill.	Aur.
100.	6.	400?	funt 24.

Quæstio 3. 3. T R E S Personæ consumunt modium tritici 3. aureis emptum in 5. septimanis , quantus ergo est singularum sumptus in uno die? Ita numeri ordinandi erunt,

Pers.	Sept.	Aur.	Pers.	Dies.
3.	5.	3.	1.	1?

funt Aur. $\frac{3}{10} \frac{3}{5}$. hoc est, quatrini $11\frac{3}{7}$.

Reductis autem 5. septimanis ad dies, vt primus numerus , ac tertius similes sint, ita stabit exemplum.

Pers.	Dies.	Aur.	Pers.	Dies.
3.	35.	3.	1.	1?

funt Aur. $\frac{3}{10} \frac{3}{5}$. hoc est, quatrini $11\frac{3}{7}$.

Multiplicatis duobus numeris primi loci, & duo-
bus tertii inter se, disponentur tres numeri ad re-
gulam trium hoc modo,

$$105. \quad 3. \quad 1\frac{2}{5} \text{ fiunt } \frac{3}{5} \frac{3}{5}. \text{ hoc est, } 11\frac{3}{7},$$

P E R regulam trium bis repetitam ita solue-
tur eadem quastio.

$$\begin{array}{lll} \text{Pers.} & \text{Aur.} & \text{Pers.} \\ 3. & 3. & 1\frac{2}{5} \text{ fiunt } 1. \\ & & \text{Item.} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{Dies.} & \text{Aur.} & \text{Dies.} \\ 35. & 1. & 1\frac{2}{5} \text{ fiunt } \frac{1}{5}. \text{ hoc est, } 11\frac{3}{7}. \end{array}$$

4. SI 300. aurei in 4. annis lucrantur 100. Quæstio
aureos, quid lucrabuntur 150. aurei in 7. an-
nis? Multiplicatis aureis, qui ad lucrum expo-
nuntur, per tempus adiunctum, ita stabit exem-
plum.

$$1200. \quad 100. \quad 11060? \quad \text{fiunc } 921\frac{2}{3}.$$

P E R regulam trium bis repetitam ita stabit
exemplum.

$$\begin{array}{lll} \text{Aur.} & \text{Aur. lucrum.} & \text{Aur.} \\ 300. & 100. & 1580? \text{ fiunc } 326\frac{2}{3}. \\ & & \text{Item.} \end{array}$$

Anni.	Aur.	Anni.	Aur.
4.	$526\frac{2}{3}$.	7?	$921\frac{2}{3}$.

Quæstio 5. 5. QVID AM in tribus mensibus 10. aureis lucratus est 4.aureos. in quanto ergo tempore 100.aureis.lucrabitur 2000.aureorū? Hæc quæstio redigi non potest ad simplicem regulam triū, propterea quodd tempus, in quo 100.aurei lucrari debent 2000.aureos, ignotum est, atque adeo per 100. aureos multiplicari non potest. Adhibenda ergo erit regula trium bis, hæc modo.

Aur.	Aur.lucr.	Aur.	Aur.lucr.
10.	4.	100?	funt 40.

Atque ita 100. aurei lucrabuntur 40. aureos in tribus mēsibus, in quibus 10.aurei lucrati sunt 4. Quare ut sciatur, in quanto tempore 100. aurei lucraturi sunt 2000. instituetur secundo regula trium hoc modo.

Aur.	Menses.	Aur.	Menses.
40.	3.	2000?	funt 150.

Itaque si 10.aurei in 3.mensibus lucrantur 4.aureos, 100. aurei lucrabuntur 2000. aur. in 150. mensibus. Quod facile probabitur, si quæstio ita proponatur. Si 10.aur.in 3.mens.lucrātur 4.aur. quantum in 150.mens.lucrabuntur aurei 100? Reperiatur enim lucrum 2000.aur. ut hic appareat.

Aur.	Mens.	Aur.	Mens.	Aur.	Mens.	Aur.
10.	3.	4.	100.	150.	fiunt	2000.

Nam si tempus quodlibet per suam pecuniā multiplicetur, stabit exemplum ad simplicem regulā trium reductum hoc modo.

Aur.	Aur.
30.	4.

15000. fiunt 2000.

6. SI 100. aurei in 8. mensibus lucrantur Quæstio 6.
20. aureos, in quanto tempore idem 100. aurei
lucrabuntur 3000. aur? Dispositio numerorum
ita se habet.

Aur.	Mens.	Aur.	Mens.
20.	8.	3000?	fiunt 1200.

Quando enim eadem semper summa exponitur ad lucrū, non ponenda est ea inter numeros alios. Idem etiam fiet, quando idem tempus proponitur, ut in sequenti exemplo apparebit.

7. SI 300. aurei in 7. mensibus lucratur 45. Quæstio 7.
aureos, quid lucrabuntur 1780. aurei in eisdem
7. mensibus? Ita stabit exemplum.

Aur.	Lucr. aur.	Aur.	Lucr. aur.
300.	45.	1780.	fiunt 267.

8. SI singulis militibus in singulos menses Quæstio 8.
tribuerentur 4. aurei, quantum pecunie expen-

deretur in militibus 13000. nouem mensibus? Ita stabit exemplum.

Milit. Mens.	Aur.	Milit. Mens.	Aur.
1.	1.	4.	13000.9? funt 468000.

Quæst. 9. S I 10. equis quotidie dentur 7.mensuræ hordei, vel auene, quos mensuræ, iuxta eandem distributionem, conuerient 100.equis ad 20.dies? ita stabit exemplum.

Equi. Dies.	Mensuræ.	Equi. Dies.	Mensuræ.
10.	1.	7.	100. 20? funt 1400.

Quæst. 10. S I duodecim messores demetant 20. iugera in 9.diebus, quanto tempore 30.messores demetent 45.iugera? Hic opus est regula trium bis repetita, primo tamen loco euersa, quod 30.messores minori tempore indigeant ad demetendam 20.iugera, quam 12.messores. Ita ergo stabit regula trium euersa.

Messores.	Dies.	Messores	Dies.
12.	9.	30? funt	3 $\frac{3}{5}$.

Atque diebus $3\frac{3}{5}$. demetent 30.messores 20.iugera. Quare ita rursum stabit exemplum ad regulam trium.

Iugera.	Dies.	Iugera.	Dies.
20	$3\frac{3}{5}$.	45? funt	$8\frac{3}{5}\frac{3}{5}$.

II. ROMAE aureus ducatus estimatur Quæst. 11.
Iulijs 11½ hoc est, baiochis 115. Quot ergo eiusmodi ducatos recipiam pro 1000 aureis, quorum singuli 10. Iulijs, siue 100. baiochis estimantur? Vel si 20. ducati constituant 23. aureos, quot aureos efficient 1000. ducati? Vtrumque exemplum sic stabit, reductis prius 1000. aureis ad baiochos 100000.

Baioc.	Duc.	Baioc.	Duc.
115.	1.	100000 ² fiunt	$869\frac{1}{2}\frac{1}{3}$.

Aur.	Duc.	Aur.	Duc.
23.	20.	1000 ² fiunt	$869\frac{1}{2}\frac{1}{3}$.

12. QVOT aureos reddent ducati 4000. Quæst. 12.
si 1. aureus contineat 100. baiochos, at 1. ducatus 115. baiochos? Vel si 20. ducati estimantur 23. aureis, quot aureos continebunt ducati 4000? Reductis 4000. ducatis ad baiochos 460000. sic stabit utrumque exemplum.

Baioc.	Aur.	Baioc.	Aur.
100.	1.	460000 ² fiunt	4600.

Duc.	Aur.	Duc.	Aur.
20.	23.	4000 ² fiunt	4600.

13. MERCATOR quidam emit 300. libras cuiusdam mercis aureis 60. scire autem cupit, quantum pro 100. aureis lucrat:rus sit, se

easdem 300. libras vendat 64. aureis? vel quantum pro 100. aureis perditurus sit, si 300. illas libras vendat 57. aureis? Hic manifestum est, eū pro 60. aureis esse lucratrum 4. aureos, vel perditum 3. aureos: ut patet, si minus pretium à maiori subducatur. Dic ergo. Si 60. aur. lucrātur 4. aur. vel perdunt 3. aur. quantū lucrabuntur, vel perdent 100. aureis?

Aur.	Lucr. aur.	Aur.	Lucr. aur.
60.	4.	100?	fiant $6\frac{2}{3}$.

Aur.	Damnum aur.	Aur.	Damnum aur.
60.	3.	100?	fiant 5.

Quæst. 14. 14. *QVÆRIT apud se mercator quidā, quanti emenda sint libræ 100. alicuius mercis, vt eadem postea venditæ 64. aureis lucrum dent aur. $6\frac{2}{3}$. pro 100. aur? Perspicuum est, eū, qui $6\frac{2}{3}$. aur. lucrari vult pro 100. aur. augere velle 100. vt fiant $106\frac{2}{3}$. Dic ergo. Si $106\frac{2}{3}$. aur. qui continent & pretium 100. aureorū, & lucrum $6\frac{2}{3}$. aur. proueniunt ex 100. aureis, ex quo prouenient 64. aurei, qui continent & pretium 100. librarum ignotum, & lucrum simul, ignotum etiam, quod reddat $6\frac{2}{3}$. pro 100.*

Pretium, & lucr. Aur.	Pretium, & lucr. Aur.
$106\frac{2}{3}$.	100.
	64? fiant 60.

Emenda ergo sunt 100. libræ aureis 60. Nam dī uendi-

uendita postea 64. aureis dant lucrum 4. aureorum, at pro 100. dabunt lucrum $6\frac{2}{3}$. aur.

15. E M P T A est gemma quædam, que si vendatur 200. aureis, perduntur 10. aurei pro 100. quanti ergo constitit gemma illa? Hic etiam clarum est, eum, qui perdit 10. pro 100. facere 90. ex 100. Dic ergo. Si 90. aur. fiunt ex 100. aur. ex quo fient 200. aur?

$$\begin{array}{llll} \text{Aur.} & \text{Aur.} & \text{Aur.} & \text{Aur.} \\ 90. & 100. & 200? & \text{fiunt } 222\frac{2}{9}. \end{array}$$

Constitit ergo gemma illa $222\frac{2}{9}$. aur. Quod vt probes, dic. Si ex $222\frac{2}{9}$. aur. fiunt 200. aur. quid fiet ex 100? Inuenies enim fieri 90. aureos, ac proinde damnum fieri 10. aureorum pro 100. vt hic vides.

$$\begin{array}{llll} \text{Aur.} & \text{Aur.} & \text{Aur.} & \text{Aur.} \\ 222\frac{2}{9}. & 200. & 100? & \text{fiunt } 90. \end{array}$$

Vel dic. Si pro $222\frac{2}{9}$. aur. amitto $22\frac{2}{9}$. aur. (Nam si gemma illa empta sit $222\frac{2}{9}$. aur. vendatur autem 200. aureis, liquido constat, damnum fieri $22\frac{2}{9}$. aur.) pro 100. quid amittam? Inuenies enim damnum 10. aureorum, vt hic appetat.

$$\begin{array}{llll} \text{Aur.} & \text{Damnum aur.} & \text{Aur.} & \text{Damnum aur.} \\ 222\frac{2}{9}. & 22\frac{2}{9}. & 100. & \text{fiunt } 10. \end{array}$$

16. E M I T quidam 1000. vlnas panni cer

to pretio, quas si 3. aureis minoris emisset, & ven
didisset postea 3600. aureis, lucratus fuisset 10.
pro 100. aureis: quanti ergo 1000. illas vlnas e-
mit? Quoniam qui lucrari cupit 10. pro 100. vult
ex 100. facere 110. Dic ergo. Si 110. fiunt ex 100.
ex quo fiuent 3600? vt hic cernis.

Aur.

Aur.

Aur.

Aur.

110-

100.

3600? fiunt

 $3272\frac{8}{11}$

Si igitur voluisset tantum lucrari 10. pro 100.
constitissent ille 1000. vlnæ aureis $3272\frac{8}{11}$.
Nam si $3272\frac{8}{11}$. aur. dant 3600. aureos, aurei
100. dabunt 110. aureos, ac proinde 10. cedent in
lucrum ex 100. vt hic patet.

Aur.

Aur.

Aur.

Aur.

 $3272\frac{8}{11}$.

3600.

100?

fiunt 110.

Vel si $3272\frac{8}{11}$. aur. lucrantur $327\frac{8}{11}$. aur.
(Qui enim emitt quipiam $3272\frac{8}{11}$. auris, po-
stea autem vendit aureis 3600. lucratur necessa-
rio $327\frac{8}{11}$. aur) 100. aur. lucrabuntur 10. aur.
vt hic vides.

Aur.

Lucr.aur.

Aur.

Lucr.aur.

 $3272\frac{8}{11}$. $327\frac{8}{11}$.

100?

fiunt 10.

Sed quoniam in quaſtione additum eſt, cum luca-
turum fuiffe 10. aur. pro 100. ſi 1000. illas vlnas
3. aureis minoris emittere, vendidiffitq; 3600.
aureis

aureis; liquido constat, eum 3. aureos expendisse
ultra 3272 $\frac{8}{11}$. aureos. Quare 1000. consti-
tunt 3275 $\frac{8}{11}$. aur.

17. E M I T quidam 1000. vlnas panni cer Quæst. 17.
to pretio, quæ si 6. aur. pluris constitissent, & ven-
ditæ postea fuissent 3600. aureis, perditi fuissent
10. aurei pro 100. quantum ergo fuit pretium il-
larum 1000. vlnarum? Quoniam qui perdit 10.
pro 100. facit 90. ex 100. Dic ergo. Si 90. fiunt
ex 100. ex quo fiunt 3600?

Aur.	Aur.	Aur.	Aur.
90.	100.	3600?	fiunt 4000.

*Si igitur perdidisset tantum 10. pro 100. consti-
tissent 1000. vlnæ 4000. aureis. Nam si 4000.
aur. dant 3600. aur. dabunt 100. aurei aureos
90. ut pater. Uel si 4000. aur. pendunt 400. aur.
(Qui enim emit rem aliquam 4000. aureis, eandem
autem vendit 3600. perdit omnino 400. aur.) 100.
aurei perdent 10. aureos, ut hic vides.*

Aur.	Damn aur.	Aur.	Damn. aur.
4000.	400.	100?	fiunt 10.

*Quia vero additum est in questione, eum perditu-
rum fuisse 10. pro 100. si 1000. vlnæ 6. aureis
pluris emisset, easque vendidisset postea 3600. au-
reis; liquet, eum 6. aureos minus expendisse, que
4000. Quare 1000. vlnæ constiterunt 3994. aur.*

18. Q V I singulas libras mercis alicuius Quæst. 18.
ven-

vendit 20. baiochis, lucratur 30. pro 100. quantum ergo lucrabitur, si vendat maiori pretio, nempe 24. baiochis? Hic primum inuestigare oportet, quanti constat una libra, ut vendita 20. baiochis, det lucrum 30. pro 100. ut in questione 14. docuimus, hoc modo. Si 130 (preium nimirum 100. & lucrum 30) proueniunt ex 100. ut pretio; ex quo prouenient 20. baiochi, qui continent & preium unius libræ ignotum, & lucrum simul, ignotum etiam, quod reddat 30. pro 100?

$$130. \quad 100. \quad 20? \quad \text{fiunt } 15\frac{5}{3}.$$

Constat ergo una libra $15\frac{5}{3}$. baiochis. Ita enim fiet, ut cum baiochi $15\frac{5}{3}$. (una libra vendita 20. baiochis) lucentur baiochos $4\frac{8}{3}$. lucrifiant ex baiochis 100. baiochi 30. ut hic vides.

$$15\frac{5}{3}. \quad 4\frac{8}{3}. \quad 100? \quad \text{fiunt } 30.$$

Iam vero inuenio pretio unius libræ, $15\frac{5}{3}$. baioch. perspicuum est, si una libra vendatur 24. baiochis, ex baiochis $15\frac{5}{3}$. lucriferi baiochos $8\frac{8}{3}$. Quare ex 100. baioch. lucrificant 56. baiochi, ut hic vides.

$$15\frac{5}{3}. \quad 8\frac{8}{3}. \quad 100? \quad \text{fiunt } 56.$$

Quæst. 19. 19. QVI 100. libras mercis alicuius vendit 10. aur. perdit 10. pro 100. quantum ergo pro 100. perdet, si eas vendat minori pretio, nem-

pe 8.aureis? Hic etiam primum inuestigare oportet, quanti constent 100.libræ, vt vēditæ 10.aureis damnum inferant 10.aureorum pro 100. vt in questione 15. docuimus, hoc modo. Si 90. fiunt ex 100. (qui enim perdit 10.pro 100. facit 90.ex 100.) ex quo numero fient 10?

$$90. \quad 100. \quad 10? \quad \text{fiunt} \quad 11\frac{1}{9}.$$

Emptæ ergo sunt illæ 100. libræ aureis $11\frac{1}{9}$. Ita enim fiet, vt cum aurei $11\frac{1}{9}$. (venditis 100. illis libris 10. aureis) perdant aur. $1\frac{1}{9}$. perdantur 10. pro 100. vt hic cernis.

$$11\frac{1}{9}. \quad 1\frac{1}{9}. \quad 100? \quad \text{fiunt} \quad 10.$$

Inuenio autem pretio 100. illarum libraru^m $11\frac{1}{9}$. aur.manifestum est, si eadem 100. libræ vendātur 8.aureis, ex $11\frac{1}{9}$. aur.amitti aureos $3\frac{1}{9}$. Quā ob rem pro 100. perdentur 28. vt hic vides.

$$11\frac{1}{9}. \quad 3\frac{1}{9}. \quad 100? \quad \text{fiunt} \quad 28.$$

20. M E R C A T O R quidā in Lusitania e. Quæst. 26; mit 50000.lib. piperis, aur. 10000. & ibidē pro vēctigali soluit aureos 500. Naulū autē illinc in Italiā constitit 300.aureis, & in portu aliud vēctigal exactū est 200.aur. vēctura deinde à mari Florentiā vsq; constitit 100.aur.ibiq; aliud vēctigal persolutum 100.aur. Ministris deniq; ad eam negotiationem missis pro mercede, & victu dati

sunt 1000. aurei . verum hæsitat, quanti vendenda sit libra , vt supra omnes impensas de singulis libris lucretur 2. Iulios . Hic omnes impensas primum in vnam summam colligere oportet , vt habeatur pretium, quod cum omnibus illis impensis pro 50000. libris expeditum est . Summa autem hæc in exemplo dato complectitur 12200.

aur. Quare si 50000. lib. constant 12200. aureis , siue 122000. Iulij, una libra constabit $3\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. Iul, vt hic vides.

Lib.	Iul.	Lib.	Iul.
50000.	122000.	$1\frac{1}{2}$	fiant $2\frac{1}{2}\frac{1}{5}$.

Igitur si singulas libras vendat $4\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. Iul. lucratur de singulis libris Iulios 2.

	Aurei.
Piper.	10000.
Vectigal.	500.
Naulum.	300.
Vectigal.	200.
Vectura.	100.
Vectigal.	100.
Ministri.	1000.
	12200.

REGVLA SOCIE- TATVM.

Cap. XX.



E Q V I T V R societatum regula immensum usum apud mercatores habens, quae quidem tota ntitur regula trium, ut ex propositis exemplis fiet perspicuum.

Adhibetur autem, quando plures consortium ineunt, ita ut singuli summam quandam pecunie conferant, sive hoc modo. Pecuniae omnium in unam summam colliguntur, & numerus collectus primo loco in regula trium statuitur: Secundum vero locum occupat lucrum commune, vel damnum, quod ex omnium pecuniis prouenit: Tertium denique locum tenent pecuniae singulorum, &c. ita ut toties adhibenda sit regula trium, quot sunt illi, qui societatem inierunt. Quando autem interuenit temporum diuersitas, multiplicanda erit cuiusque pecunia per suum tempus, antequam omnium pecuniae in unam summa colligantur. Deinde hi numeri producti colligendi in unam summam, ut habeatur primus numerus in regula trium. Tertium autem locum occupabunt singuli numeri producti ex multiplicatione pecuniae cuiusque in suum tempus, collocato rursus lucro, vel damno communi in medio loco. Id quod in exemplis manifestum erit, quorum primus hoc sit

Regula societatum, quae adhibetur, & quo pacto fiat,

Quoties regula trium adhibenda sit in regula societatum.

Quae est diversitas temporum in regula societatum, quid agendum.

Quesitio 1. 1. *QVATVOR mercatores, inito consortio, lucrati sunt in nundinis quibusdam 6000. aur. Primus autem illorum contulit tantum 60. aur. secundus 100. tertius 120. & quartus 200. In questionem iam vocatur, quid quisque ex illo lucro accipere debeat, habita ratione pecuniae, quam exposuit. Ante omnia colligēda est summa ex omnium pecunijs, quæ est 480. aur. Deinde quater instituenda est regula trium hoc modo. Si 480. aurei (quæ est pecunia ex omnium pecunijs collecta) lucrati sunt 6000. aur. quid lucrabuntur 60. aur. quid 100. quid 120. & quid 200. quos singuli posuerunt? veluti hic appetet.*

Aur. Lucr. aur.	Aur.	Lucr. aur.
480. 6000.	60?	750. Primi.
	100?	1250. Secundi.
	120?	1500. Tertii.
	200?	2500. Quartii.
		6000.

Pacta operatione, ut præcipit regula trium, reperies, primum debere accipere 750. aur. secundum 1250. tertium 1500. & quartum 2500.

E X A M E N huius rei erit, si lucra omnium in unam summam collecta efficiant lucrum totum, ut in proposito exemplo factum esse vides.

Quesitio 2. 2. *TRES mercatores, emptis mercibus nauē onerarunt. Primi merces constiterunt 300. aur. secundi 500. tertii 180. Granis deinde tamen pefat: e*

pestat orta, projecta sunt in mare merces grauiores, qua constabant 400. aur. Conuenit autem inter eos, ut iactura haec communis sit. Quantum ergo quisque damnum feret pro rata suarum mercium portione? Colligantur in unam summam aurei omnium, & numerus collectus 980. in primo locore gulæ triū collocetur, damnum vero commune in secundo, & pecunia singulorum in tertio, ut hic vides.

	Aur.	Damn. aur.
Aur. Dān. aur.	300?	122 $\frac{4}{9}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{0}{0}$. pri.
980. 400.	500?	204 $\frac{8}{9}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{0}{0}$. secū.
	180?	73 $\frac{4}{9}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{0}{0}$. terij

Primus ergo perdet 122 $\frac{4}{9}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{0}{0}$. aur. secundus 204 $\frac{8}{9}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{0}{0}$. & tertius 73 $\frac{4}{9}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{0}{0}$.

3. TRES emere volunt 4000. libræ fac- Quæstio 3.
chari, quæ estimantur 500. aur. Primus tamen
vult 1300. lib. secundus 1460. tertius denique re
liquas lib. 1240. quantum ergo soluet quilibet?
Dic, si 4000. lib. valent 500. aur. quid valent
1300. quid 1460. & quid 1240 lib. quas singuli
capere volunt? Inuenies enim primū soluere aur.
 $162\frac{1}{2}$. scdm $182\frac{1}{2}$. & tertium 155. ut hic vides.

	Lib.	Aur.
Lib. Aur.	1300?	162 $\frac{1}{2}$. primi.
4000. 500.	1460?	182 $\frac{1}{2}$. secūdi.
	1240?	155. tertij.

4. TRES societate inita, lucratissunt 1000. Quæstio 4.
M aur.

aur. Primus exposuit 200. aur. eosq; post 8. menses repetit. Secundus contulit 450. aur. eosq; post 6. menses recepit. Tertius denique 500. aur. attulit, eosque in negotiatione reliquit 10. mensibus. Quantum ergo quisque ex lucro accipiet, habitatione sua pecuniae, & temporis? Cuiusq; pecunia per suum tempus multiplicetur, & numeri producti in unam summam colligantur, pro primo numero regulæ trium: secundum vero locum occupet lucrum: tertium denique tres illi producet. In nostro exemplo, ex pecunia primi in suum tempus fiunt 1600. ex pecunia secundi in suum tempus, 2700. ex pecunia tertij in suum tempus, 5000. horum autem productorum summa est 9300. Sic ergo stabit exemplum.

$$\begin{array}{rcl} & \text{Luc. aur.} \\ \text{Lucr. aur.} & \left[\begin{array}{l} 1600? \\ 2700? \\ 5000? \end{array} \right] & \text{fiunt} \left[\begin{array}{l} 172\frac{4}{9}\frac{4}{3}. \text{ Primi} \\ 290\frac{3}{9}\frac{0}{3}. \text{ Secū.} \\ 537\frac{7}{9}\frac{7}{3}. \text{ Tertij} \end{array} \right] \end{array}$$

Quæstio 5. T R E S, societate inita, lucrati sunt 1000. aur. Primus posuit 300. aur. per 10. menses. Secundus attulit 700. aur. Tertius vero 800. aur. Accepit autem primus ex lucro 500. aur. secundus 300. & tertius 200. Quanto ergo tempore fuerint duorum posteriorum pecuniae in negotiatione? Quoniam, ut in præcedenti quæstione dictum est, pecunia cuiusque in suum tempus multiplicanda est; multiplicabimus pecuniam primi per suum tempus, faciemusq; 3000. atque ex hoc produc-

prouenit lucrū primi. Ut igitur sciamus, ex quibusnam productis lucra posteriorum duorum proueniant, dicemus. Si 500. aur. (quod est lucrum primi) proueniunt ex 3000. ex quo prouenient 300. & 200. aur. quae sunt lucra posteriorum? Veluti hic apparet.

Lucr. aur. Lucr. aur.

$$500. \begin{cases} 300? \\ 200? \end{cases} \begin{cases} \text{fiunt} \\ \end{cases} \begin{cases} 1800. \text{ Secundi} \\ 1200. \text{Tertiū.} \end{cases}$$

Secundi ergo tempus per suam pecuniam multiplicatum facit 1800. Tertiū vero 1200. Quare si 1800. diuidamus per 700. hoc est, per pecuniā secundi, inueniemus menses $2\frac{4}{7}$. quibus à secundo expositi sunt ad lucrum 700. aurei. Item si 1200. partiamur per 800. id est, per pecuniā tertii, reperiemus menses $1\frac{1}{2}$. pro tertio.

HOC ita esse experieris, si ita consortium proponas. Tres, inito consortio, lucrati sunt 1000. aur. Primus posuit 300. aur. per 10. menses: secundus 700. aur. per menses $2\frac{4}{7}$. tertius denique 800. aur. per $1\frac{1}{2}$. mens. Quantum ergo quisque pro rata pecunia suę, ac temporis portione ex lero accipiet? Si cuiusque pecunia per suū tempus multiplicetur, faciemus ex pecunia primi in suū tempus, 3000. ex pecunia secundi in suū tempus, 1800. ex pecunia tertii in suū tempus, 1200. Hi autem tres producti faciunt summam 6000. Sic ergo stabit exemplum.

		Lucr.aur.
Lucr.aur.	3000?	
6000. 1000.	1800?	500. primi.
	1200?	300. secundi.

funt

200. tertij.

Ubi vides prodijſſe lucra singulorum, ſicut in queſtione proponebantur. Reclē ergo tempora duorum posteriorum explorata ſunt.

Quæſio 6. *QVATVOR* ſocietatem inierunt bienio duraturam, lucratiq; ſunt 10000. aur. Primus in initio ſocietatis attulit 3000. aur. & poſt mensem octauum transactū abstulit ex illis 1000. aureos. Vicesimo deinde mense inchoāte exposuit rurſum 1200. aur. Secundus à principio dedit 2400. aur. & poſt 6. menses elapsos abstulit 800. aur. ſed ad initium mēſis 16. denuo protulit 1400. aur. Tertius ſub initium conſortij exhibuit 2000. aur. transactisq; 7. mensibus, totam pecuniā ſuam repetiſt: ſed mense 18. incipiente, iterum posuit 1600. aur. Quartus denique, inchoante 7. mense exposuit 1800. aur. & poſt 4. menses finitos recepit 900. aur. ſed ad initium mēſis 17. rurſus cōtulit 1500. aur. Quantū ergo quilibet ex cōi lucro proportione ſuę pecunię, ac temporis recipiet? Hic diligenter explorandum eſt, quantam quisq; pecuniā, & quanto tempore exposuerit, ut ſemper pecuniā per tempus multiplicemus, &c. Quod ut planius fiat, exemplum propositum ita explicabimus.

QVONIAM primus in principio conſortij dedit 3000. aur. recepitq; 1000. poſt 8. menses

exa-

exactos, manifestū est, eū in communi negotiatio-
ne exposuisse 3000. aur. per 8. mēses. Multiplicā-
tes ergo 3000. per 8. faciemus 24000. Et quia
post 8. mēses elapsos abstulit 1000. aur. certū est
remansisse in communi consortio 2000. aur. vſq; 3
ad finem 19. mensis, vbi nouam pecunia contulit.
Auferentes igitur 8. mēses ex 19. remanent 11.
mēses, quibus exposuit tantū 2000. aur. & mul-
tiplicantes 2000. per 11. faciemus 22000. Post
bāc, quoniam denuo attulit 1200. aur. ad initium
20. mensis vſq; ad finem secundi anni, liquet, ſe
addamus hos 1200. aur. ad 2000. aur. cum in cō-
muni negotiatione per 5. reliquos mēses duorum
annorum, habuisse 3200. aur. Multiplicantes er-
go 3200. per 5. faciemus 16000. Colligentes iam
tres bōſe productos 24000. 22000. 16000. in
vnam summam, efficiemus 62000. qui numerus
erit positio primi, productus ex pecunījs, & tem-
poribus ipſius.

R V R S V S , quoniam secundus per 6. mēses
imposuit 2400. aur. propterea quodd elapſo 6. mē-
ſe, abstulit 800. aur. multiplicabimus 2400. per
6. faciemusq; 14400. Quia vero ad principium
16. mensis nouam pecuniam dicitur exhibuisse,
perspicuum est, eum per 9. mēses à principio 7.
mensis vſque ad finem 15. habuisse in consortio
cōi 1600. aur. qui relinquuntur, subtractis 800.
ex 2400. Multiplicantes igitur 1600. per 9. facie-
mus ſimiliter 14400. Deinde, quia dicitur ad ini-
tium 16. mensis iterum posuisse 1400. aur. mani-
festum est, hanc pecuniam expositam eſſe per reli-

quos 9. menses duorum annorum, quibus si addantur aurei 1600. qui adhuc in communione negotiatione exponuntur, fient aurei 3000. qui per 9. illos ultimos menses in communione vobis fuerint. Multiplicantes ergo 3000. per 9. faciemus 27000. Collectis autem tribus hisce productis 14400. 14400. 27000. in unam summam, efficiemus 55800. pro numero secundi productio ex pecunij, et temporibus ipsis.

P O S T hec, cum tertius per 7. menses contulerit 2000. aur. quod eos repetierit post 7. menses elapsos; multiplicabimus 2000. per 7. efficiemusque, 14000. Sed quia ad principium 18. mensis denuo exhibuit 1600. aur. multiplicabimus 1600. per 7. (tot enim menses ex duabus annis supersunt) faciemusque, 11200. Collectis autem duobus hisce productis 14000. 11200. in una sum mam, procreabimus 25200. numerum ex pecunij, ac temporibus tertij mercatoris productum.

Q V I A tandem quartus a principio 7. mensis per 4. menses posuit 1800. aur. multiplicabimus 1800. per 4. efficiemusque, 7200. Sed quia, finitis 4. mensibus, recepit 900. aur. relietti fient 900. aurei, qui fuerint in negotiatione per 6. menses a principio 11. mensis usque; ad finem 16. mensis, quando nouam pecuniam attulit. Multiplicantes ergo 900. per 6. faciemus 5400. Quoniam vero sub principio 17. mensis posuit iterum 1500. aur. usque; ad finem duorum annorum, additis 900. aur. qui adhuc in communione vobis sunt, fient 2400. Multiplicantes ergo 2400. per 8. menses residuos, facie-

faciemus 19200. Collectis autē tribus hisce productis 7200. 5400. 19200. in unam summam, efficiemus 31800. pro numero ex pecunijs, temporibusq; quarti mercatoris procreato.

I AM vero colligentes hos quatuor numeros 62000. 55800. 25200. 31800. qui ex singulorum pecunijs, ac temporibus producti sunt, in unam summam faciemus 174800. pro primo numero regula triū. In secundo autem loco erit lucrū commune, & in tertio numerus ex pecunijs, & temporibus cuiusq; procreatus, ut in 4. questione dictum est. Ita ergo stabit exemplum.

$$174800. \quad 10000. \quad \left\{ \begin{array}{l} 62000? \\ 55800? \\ 25200? \\ 31800? \end{array} \right\}$$

$$\text{funt } \left\{ \begin{array}{l} 3546 \frac{1}{2} \frac{5}{7} \frac{6}{4} \frac{2}{3}. \text{ primi.} \\ 3192 \frac{1}{2} \frac{3}{7} \frac{8}{4} \frac{2}{3}. \text{ secundi.} \\ 1441 \frac{1}{2} \frac{1}{7} \frac{3}{4} \frac{2}{3}. \text{ tertij.} \\ 1819 \frac{1}{2} \frac{3}{7} \frac{8}{4} \frac{2}{3}. \text{ quarti.} \end{array} \right.$$

7. T R E S inuenit societatem. Primus confert 400. aur. Secundus 300. aur. & 86. baioc. Tertius 1000. aur. Iul. 7. baioc. 9. In ipfa autem negotiatione vñsi sunt fortuna aduersa, iacturamque fecerunt de tota summa 100. aureorū. Quantum ergo est cuiuslibet. damnum? Reductis omnibus

*bis ad baiochos, fient pro primo 40000. baiochis
pro secundo 30086. pro tertio vero 100079. quo
rum omnium summa est 170165. Ita ergo stabit
exemplum.*

	Baioc.	Damn. baioc
Si	170165.	dant 10000.

	Baioc.	Damn. baioc.
Quid	$\begin{cases} 40000? \\ 30086? \\ 100079? \end{cases}$	$\begin{cases} 2350 \frac{1}{7} \frac{2}{7} \frac{2}{7} \frac{5}{6} \frac{0}{5} \\ 1768 \frac{1}{7} \frac{2}{7} \frac{2}{7} \frac{8}{6} \frac{0}{5} \\ 5881 \frac{1}{7} \frac{4}{9} \frac{6}{6} \frac{3}{5} \frac{4}{5} \end{cases}$

8. TRES Societatem inierunt. Primus attulit 200. aur. eosq; in societate reliquit 12. mensibus. Secundus contribuit 240. aur. Tertius aureum torquem, cuius pretium repetit post decem menses elapsos. Lucrum acquisitum fuit 138. aureorū. Facta autem debita distributione, primus habuit 60. aur. secundus 48. & tertius 30. Quot ergo mensibus reliquit secundus pecuniam collatam in consortio, & quanti torques aureus estimatus, ut dictae portiones lucri cuilibet deberentur? Quoniam pecunia cuiusque per suum tempus multiplicari debet, multiplicabimus 200. aur. pri mi per 12. menses, faciemusq; 2400. atq; ex hoc numero illi prouenerunt 60. aur. Dic ergo, ut scias, ex quo secundus lucrum 48. aureorum acquisierit: Si 60. aur. prouenerunt ex 2400. ex quo prouenerunt aurei 48? ut hic vides.

60. 2400. 48? sunt 1920?

Inueniesq; 1920. qui numerus productus est ex 240.aur.secundi in suum tempus. Diuiso igitur numero dicto 1920. per 240. prodibunt menses 8. quibus pecunia secundi in negotiatione mansit. Rursus, ut scias, ex quo tertius lucrū 30.aureorum adeptus sit, dic. Si lucrum primi 60. aur. prouenit ex 2400. ex quo oritur lucrū tertij 30. aur? Vel si lucrum secundi 48. aur. ortum est ex 1920. ex quo proueniet lucrum tertij 30. aur? ut hic cernis.

60.	2400.	30?	fiunt	1200.
48.	1920.	30?	fiunt	1200.

Semper enim inuenies numerum 1200. qui produc^t Etus est ex 10.mensibus tertij in suam pecuniam, hoc est, in pretium torquis. Diuiso ergo hoc numero 1200. per 10. menses, prodibit valor torquis aureorum 120. quos tertius ad negotiationem per 10.menses attulit.

R E M ita se habere, cognosces, si ita propinas sodalitatem. Tres, cōsortio inito, lucratissunt 138. aur. Primus contulit 200. aur. per 12. menses: secundus 140. aur. per 8. menses: et tertius 120. aur. per 10. menses. Quantum ergo cui liber de lucro debetur? Multiplicata enim pecunia cuiusque per suum tempus, inuenies lucra singulorum, quemadmodum in questione dictum est, ut bi^c appareat.

Luct;

<i>Lucr. aur.</i>	<i>Lucr. aur.</i>						
5520. 138.	<table border="1"> <tr> <td>2400?</td> <td>60. <i>primi.</i></td> </tr> <tr> <td>1920?</td> <td>48. <i>secundi.</i></td> </tr> <tr> <td>1200?</td> <td>30. <i>tertij.</i></td> </tr> </table>	2400?	60. <i>primi.</i>	1920?	48. <i>secundi.</i>	1200?	30. <i>tertij.</i>
2400?	60. <i>primi.</i>						
1920?	48. <i>secundi.</i>						
1200?	30. <i>tertij.</i>						

Quæstio 9. 9. T R E S , inito consortio per annum daturum , lucrat i sunt summam quandam aureorum . Primus exposuit statim ab initio 1000. aur. secundus vero aureos , nescio quot , contulit post 2. menses exactos : Tertius demū post 4. menses à secundo contribuit etiam multitudinem aureorum mihi ignotam . Finita tamen societate , lucrum participarunt equaliter . Quid ergo secundus & tertius in eam societatem contulerunt ? Multiplicando 1000. aur. primi per 12. menses quibus eos in soliditate reliquit , sient 12000. Act tantundem debet fieri ex pecunia secundi in suum tempus , atq; ex pecunia tertij in suum tempus ; quandoquidem equalia lucra habere debent . Quoniam vero secundus pecuniam suam 10. mensibus reliquit in negotiatione , si partiamur 12000. per 10. inuenimus pecuniam secundi fuisse 1200. aur. at si dividamus per 6. menses , quibus tertius suam pecuniam exposuit , deprehendemus pecuniam tertij fuisse 2000. aur. Nam hac ratione ex pecunia cuiusq; in suū tempus producetur numerus 12000: qui tertium locum in regulatrum occupabit ; ac proinde equalia lucra omnes tres habebunt , quodcumq; fuerit lucrum illud commune . Si enim lucrum commune fuisset 900. aur. & tres hi numeri 12000. 12000. 12000. qui ex singulorum pecunijs

nijs in sua tempora sunt producti, in unam sum-
mam colligerentur, ita staret exemplum.

$$36000. \quad 900. \quad \left[\begin{array}{l} 12000? \\ 12000? \\ 12000? \end{array} \right] \text{ fiant} \left[\begin{array}{l} 300. \\ 300. \\ 300. \end{array} \right]$$

10. T R E S in communi negotiatione lucra Quest. 10.
ti sunt 190. aur. quos ita distribuerunt, ut portio
primi tripla esset portionis secundi, & quadru-
pla portionis tertij. Primus autem contulit per
12. menses 80. aur. Secundus suam pecuniam ex-
posuit per 8. menses, & tertius per 4. Quantum
ergo quisq; duorum posteriorum contulit in hanc
societatem, & quid de lucro singuli acceperunt?
Multiplica pecuniam primi, nempe 80. aur. per
fucum tempus, ut per 12. menses; faciesq; 960.
Huins numeri sume $\frac{1}{3}$. nimirum 320. Item $\frac{1}{4}$.
nempe 240. Atque hi numeri sunt, qui produci
debent ex pecunys duorum posteriorū in sua tem-
pora: quia hac ratione lucrum secundi erit $\frac{1}{3}$. lu-
cri primi, & lucrū tertij erit $\frac{1}{4}$. eiusdem, quem-
admodum & numerus 320. ex quo lucrum secun-
di oritur, est $\frac{1}{3}$. numeri 960. ex quo lucrum pri-
mi gignitur, & numerus 240. quod parit lucrum
tertij, est $\frac{1}{4}$. eiusdem numeri 960. Si igitur par-
tiamur 320. per 8. menses secundi, inueniemus 40.
aur. quos secundus posuit: Si vero diuidamus 240.
per 4. menses tertij, producentur 60. aur. pro ter-
tio. Nam hac ratione pecuniæ singulorum per sua
tempora multiplicatae producunt numeros 960.

320. 240. quorum primus triplus est secundi, & quadruplus tertij. Ex quo fit, lucra easdem quoque proportiones habitura. Ut hic vides.

$$1520. \quad 190. \begin{cases} 960? \\ 320? \\ 240? \end{cases} \text{ fiunt} \begin{cases} 120. \\ 40. \\ 30. \end{cases} \text{ Lucra.}$$

Quæst. 11. II. T R E S , inito consortio, contulerunt in communem negotiationem 1520. aur. lucratique sunt aur. 190. quos (habita rōne pecunie cuiusq; quam posuit) ita partiti inter se sunt, ut primus haberet 120. secundus 40. Quid ergo tertius habuit, & quid quisq; in societatem contulerunt? Si lucrum tam primi, quād secūdi ex toto lucro demas, relinquetur lucrum tertij 30. aur. Cognitis autem singulorum lucris, dic. Si totum lucrum 190. aur. ortum est ex communi pecunia 1520. aur. ex quo prouenit lucrum primi 120. aur. & lucrum secundi 40. aur. & lucrum tertij 30. aur? Reperies enim primum attulisse 960. aur. secundum 320. & tertium 240. Ut hic vides.

$$190. \quad 1520. \begin{cases} 120? \\ 40? \\ 30? \end{cases} \text{ fiunt} \begin{cases} 960. \text{ primi.} \\ 320. \text{ secundi.} \\ 240. \text{ tertij.} \end{cases}$$

Examinabitur, si dicas. Si 1520. (que est summa pecuniarum, quas singuli contulerunt) lucrantur 190. quid lucrabuntur 960. 320. & 240. Inuenies enim lucra 120. 40. & 30.

12. TRES, inita sodalitate, in negotiatione Quæst. 12
 contulerunt 1520. aur. quibus lucrati sunt 190.
 aur. Primus, facta distributione, recepit 1080.
 aur. conflatos ex sua pecunia, quā posuit, & lucro,
 quod illi obtigit. Similiter secundus accepit 360.
 aur. & tertius 270. Quantū ergo quisq; posuit,
 & quantum est lucratus? Facta una summa ex pe-
 cunia, quam omnes posuerunt, & lucro communi,
 quæ est 1710. Dic. Si 1710. pecunia omnium, & lu-
 crum, proueniunt ex 1520. pecunia omnium, ex quo
 proueniunt 1080. qui numerus continet & pecu-
 niā primi, & lucrum? & ex quo orientur 360.
 quæ continent & pecuniā, & lucrū secundi? & ex
 quo numerus 270. producetur continens & pecu-
 niā, & lucrū tertij? Inuenies enim hoc modo pecu-
 nias, quas singuli posuerunt. ut hic manifestum est.

$$1710. \quad 1520. \left(\begin{matrix} 1080? \\ 360? \\ 270? \end{matrix} \right) \text{ fiant} \left\{ \begin{array}{l} 960. \text{ primi.} \\ 320. \text{ secundi.} \\ 240. \text{ tertij.} \end{array} \right.$$

Ablata autem pecunia cuiusq; ex numero, qui illi
 obtigit, relinquetur lucrum solum. Ita deprehen-
 des, lucrum primi esse aur. 120. secundi 40. &
 tertij 30.

13. DV O in communi consortio lucrati sunt Quæst. 13
 200. aur. ex quibus primo obtigerunt 50. aur. se-
 cundus tamen duplo plus contulit, quam primus,
 et præterea 8. aur. Quantū ergo ppterq; exposuit?
 Quoniam primus lucratus est 50. aur. manifestum
 est, secundum, qui duplo plus posuit, lucratum
 esse

esse 100. ac proinde reliquos 50. aur. qui ex 200.
to lucro 200. aur. supersunt, esse lucrū 8. aureo-
rum, quos præterea secundus attulit. Ut ergo ha-
beas pecuniam, quam vterq; posuit, dic. Si 50.
aurei residui proueniant ex 8. aur. quos secundus
præterea cōtribuit, ex quo producentur 50. aur.
quos primus lucratus est, & ex quo 100. aur. quos
lucratus est secundus? Reperies em̄ hac rōne primū
posuisse 8. aureos, & secundū 16. ut hic apparet.

$$50. \quad 8. \quad \left\{ \begin{array}{l} 50? \\ 100? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 8. \\ 16. \end{array} \right\}$$

Si igitur addas 8. ad 16. aur. secundi, facies 24.
aur. quos secundus in eam sodalitatem contulit.

E X A M E N huius rei erit, si 8. aur. &
24. quos ambo contribuerunt, in unam summam
colligas, quæ est 32. & dicas. Si 32. lucrat̄i sunt
200. quid lucrabuntur 8. & quid 24? Deprehe-
nes enim lucrum primi esse 50. aur. & secundi
150. ut hic vides.

$$32. \quad 200. \quad \left\{ \begin{array}{l} 8? \\ 24? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 50. \\ 150. \end{array} \right\}$$

Q uæst. 14. 14. *DVO* contraxerunt societatem, quorū
primus exposuit 120. aur. & secundus 180. Af-
sumperunt autem procuratorem ea conditione,
ut ex lucro acciperet 10. pro 100. Lucrum vero
fuit 1000. aur. Quid ergo debuit habere procura-
tor, & quid vterq; illorum? Dic. Si 100. dant 10.
pro-

procuratori, quid dabunt 1000. inueniesq; 100.
aur. qui procuratori debentur in ratione 10.pro
100. Ablatis autem his 100.aur. ex toto lucro,
hoc est, ex 1000. aur. remanent 900. aur. pro luc-
cro amborum. Dic ergo. Si 300.aur. quos ambo
posuerunt, lucrati sunt 900. aur. quid lucrabun-
tur aurei 120. Et quid 180. Veluti hic apposi-
tum est.

$$300. \quad 900. \quad \left\{ \begin{array}{l} 120? \\ 180? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 360. \\ 540. \end{array} \right.$$

15. T R E S inierunt societatem, lucratique Quæst. 15.
sunt 1520. aur. Primus contulit 1080. aur. Et
secundus 360. tertius autem tantā pecuniā expo-
suit, ut ei de lucro cederent 240. aur. Quid ergo
hic tertius posuit, et quid duorum priorum quis?
que est lucratus? Subtrahe 240. aur. quos tertius
lucratus est, à toto lucro 1520. aureorum, ut reli-
qui sint 1280. aur. pro lucro priorum duorum. Dic
ergo. Si 1440. aur. quos primus et secundus expo-
suerunt, lucrantur 1280. aur. quid lucrabuntur
1080. aur. primi, et quid 360. aur. secundi? In-
ueniesq; lucrum primi esse 960. Et secundi 320.
ut hic cernis.

$$1440. \quad 1280. \quad \left\{ \begin{array}{l} 1080? \\ 360? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 960. \\ 320. \end{array} \right.$$

Ita enim omnium lucra conficiunt 1520. aur. Ut
autem habeas pecuniam à tertio expositam, dic.

Silu-

Si lucrum priorum duorum 1280. aur. prouenit ex 1440. aur. quos in societatem attulerunt, ex quo proueniet lucrum tertij 240. aur? inueniesq; 270. aur. vt hic vides,

$$1280. \quad 1440. \quad 240? \text{ fiunt } 270.$$

Quæst. 16. 16. T R E S exposuerunt aequales pecunia summas, lucratiq; sunt 1000. aur. in uno anno. Primus reliquit suam pecuniam in cōsortio 7. mensibus: secundus suam repetit post 6. menses: tertius autem suam vſq; ad finem anni exposuit. Quid ergo quisq; de lucro accipiet? Collectis omnibus mensibus, quibus singuli suas pecunias exposuerunt, vt fiat summa 25. dic. Si 25. lucratur 1000. quid lucrabuntur 7. menses, & quid 6. & quid 12? quemadmodum hic factum est.

$$25. \quad 1000. \quad \left(\begin{matrix} 7? \\ 6? \\ 12? \end{matrix} \right) \text{ fiunt } \left(\begin{matrix} 280. \\ 240. \\ 480. \end{matrix} \right)$$

Verum hoc esse perspicuum est, cū omnium luerat efficiant 1000. aur. quas quidem dicebantur esse lucrati.

I D E M tamen hoc modo examinabis. Finge singulos exposuisse 100. aur. quos per tempus cuiusq; multiplica, vt fiant 700. 600. 1200. Collectis autem hisce numeris in unam summam, que est 2500. dic. Si 2500. lucrantur 1000. quid lucrabuntur 700. 600. & 1200? Inuenies enim eadem

Eadem lucra, quæ prius, ut hic apparet.

$$2500: 1000. \left\{ \begin{array}{l} 700? \\ 600? \\ 1200? \end{array} \right\} \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} 280. \\ 240. \\ 480. \end{array} \right\}$$

17. *QVATVR simul lucratii sunt 340.* Quæst. 17.
aur, quos ita inter se, habita ratione pecuniarum collatarum, partiti sunt, ut quoties secundus habuit 5. toties tertius habuerit 9. quoties autem tertius habuit 7. toties quartus habuerit 11. quoties denique quartus habuit 9. toties primus habuerit 13.
Primus autem contulit 286. aur. quod ergo alij tres ex posuerunt, et quod singuli ex lucro reportarunt? Hic exprimitur proportiones lucrorum, atque adeo pecuniarum, ex quibus lucra proueniunt. Sunt enim lucra pecunijs expositis proportionalia. Quoniam igitur primus toties habiturus est 13. quoties quartus 9. erit proportio pecuniarum expositarum eadem, quæ 13. ad 9. propterea quod idem numerus multiplicans 13. et 9. producit pecunias utriusque, cum toties in illa contineri debeant 13. quoties 9. in hac. Dic ergo. Si 13. dant 286. aur. quos primus posuit, quid dabunt 9? inueniesque 198. aur. pro collatione quarti, ut hic cernis.

$$13. \quad 286. \quad 9? \quad \text{sunt } 198.$$

Ubi vides, toties contineri 9. in 198. quoties 13. in 286.

QVONIAM vero quartus dicitur habiturus toties

toties 11. quoties tertius 7. erit proportio 198,
nempe pecuniae quarti, ad pecuniam tertij, quae
11. ad 7. Dic ergo. Si 11. dant 198. quid 7. re-
periesque collationem tertij 126. aur. ut hic
constat.

11. 198. 7? fiunt 126.

*Vbi etiam liquet, toties contineri 7. in 126. quo-
ties 11. in 198.*

R V S V S quia tertius toties debet habere 9.
quoties secundus 5. erit proportio 126. nimisrum
pecuniae tertij, ad pecuniam secundi, quae 9. ad
5. Dic ergo. Si 9. dant 126. quid 5? inueniesque col-
lationem secundi 70. aur. ut hic patet.

9. 126. 5? fiunt 70.

*Vbi etiam appareat, toties reperi 5. in 70. quo-
ties 9. in 126.*

HABITIS autem pecunijs, quas singuli
contribuunt, inueniemus lucra eorum, sicuti in a-
lijs societatibus. Collectis enim omniū pecunijs in
summā 680. dicemus. Si 680. lucrātur 340. quid
lucrabuntur 286. 70. 126. 198. quos primus, se-
cundus, tertius, ac quartus posuit? veluti hic vides,

680.	340.	{ 286? 70? 126? 198?	fiunt {	143. primi.
				35. secundi.
				63. tertij.
				99. quarti.

Ubi

*ubi quidem liquido cernis, omnia lucra facere
340. & toties contineri 13. in 143. quoties 9. in
99. & toties 5. in 35. quoties 9. in 63. Itē toties
7. in 63. quoties 11. in 99.*

18. *FRES partiri inter se volunt 760. aur.* Quæst. 18.
*ea condicione, ut quoties primus habet 10. toties
secundus habeat 7. & tertius 2. Quantum ergo
singuli sunt accepturi? Iunge simul 10. 7. & 2.
ut habeas 19. Deinde dic. Si 19. dant 760. quid
dabunt 10. 7. & 2. vclnti hic vides.*

$$19. \quad 760. \quad \begin{cases} 10 \\ 7 \\ 2 \end{cases} \text{ sunt } \begin{cases} 400. \text{ primi.} \\ 280. \text{ secundi.} \\ 80. \text{ tertij.} \end{cases}$$

19. *QVATVOR partiri inter se volunt* Quæst. 19.
*783. aur. ea lege, ut quoties primus habet 10. to-
ties secundus habeat 7. quoties autem secundus
habet 14. toties tertius habeat 3. quoties deniq,
tertius habet 12. toties quartus habeat 9. Quid
ergo quisq; accipiet? Ut facilior reddatur opera-
tio, incipiendum erit ab ultimo, nempe à quarto.
qui ponatur habere semel 9. Habebit igitur ter-
tius semel etiam 12. Quia vero quoties tertius
habet 3. toties secundus habere debet 14. si diui-
damus 12. numerū tertij, per 3. inueniemus Quo-
tientem 4. qui indicabit in 12. quater contineri
3. Multipliabimus igitur 14. per dictum Quo-
tientem 4. ut inueniamus 56. numerum secundi,
in quo toties 14. continentur; quoties 3. in 12. Et
quoniam quoties secundus habet 7. toties primus*

habere debet 10. si partiamur 56. numerū secundi, per 7. inueniemus Quotientem 8. qui indicat, in 56. octies contineri 7. Multiplicabimus igitur 10. per Quotientem hunc 8. ut producatur numerus primi 80. in quo toties 10. continentur, quoties 7. in 56. Atq; ita partes numeri dati habere debent proportiones horum numerorū 80. 56. 12. 9. Ita enim toties primus habebit 10. quoties secundus 7. Et toties secundus 14. quoties tertius 3. Et quoties tertius 12. toties quartus 9. Collectis igitur illis numeris in unam summā, qua erit 157. Dic. Si 157. dant 785. quid dabut 80. 56. 12. & 9? ut hic vides.

$$157 \cdot 785 = \left\{ \begin{array}{l} 80? \\ 56? \\ 12? \\ 9? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 400. \text{ Primi.} \\ 280. \text{ Secundi.} \\ 60. \text{ Tertiū.} \\ 45. \text{ Quartū.} \end{array} \right.$$

A L I O modo ita soluetur eadem questio proposita. Quoniam cum primus habet 10. secundus habet 7. Ponemus 10. pro primo, & 7. pro secundo. Deinde, quia cū secundus habet 14. tertius habet 3. dicemus. Si 14. secundi sunt 7. quid erint 3. tertij? Inueniemusq; $1\frac{1}{2}$. atq; talem proportionē habebit positio secundi ad positionem tertij, quam 7. ad $1\frac{1}{2}$. hoc est, toties erunt 14. in 7. quoties 3. in $1\frac{1}{2}$. Rursus, quia cum tertius habet 12. quartus habet 9. dicemus. Si 12. tertij sunt $1\frac{1}{2}$. quid erunt 9. quarti? inueniemusq; $1\frac{1}{8}$. atq; talem proportionem habebit positio tertij ad positionem

tionem quarti, qualem $1\frac{1}{2}$. ad $1\frac{1}{8}$. hoc est, toties erunt 12. in $1\frac{1}{2}$. quoties 9. in $1\frac{1}{8}$. Collectis iam his numeris 10. 7. $1\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{8}$. in unam summam, efficiemus $19\frac{5}{8}$. Quare dicemus. Si $19\frac{5}{8}$. dant 785. quid dabunt 10. 7. $1\frac{1}{2}$. & $1\frac{1}{8}$. ut hic vides.

$$19\frac{5}{8} \cdot 785. \left\{ \begin{array}{l} 10? \\ 7? \\ 1\frac{1}{2}? \\ 1\frac{1}{8}? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 400. \text{ primi.} \\ 280. \text{ secundi.} \\ 60. \text{ tertij.} \\ 45. \text{ quarti.} \end{array} \right.$$

20. *QVATVOR* duces, sex signiferi, & ^{Quæst. 140} 100. milites in direptione cuiusdam urbis irruerunt in domum quandam, ubi repererunt 72400. aur. quos inter se ita partiti sunt, ut quoties quilibet dux acceperit 8. toties quilibet signifer acceperit 5. & quilibet miles 3. Quid ergo cuilibet ex illa præda obuenit? Multiplica numerum dum, id est, 4. per 8. nempe per numerum, quem toties quilibet dux debet habere, quoties alij 5. & 3. efficiesq; 32. Similiter multiplica 6. numerum signiferorum per 5. & 100. numerū militum per 3. efficiesq; 30. & 300. Iunctis simul tribus his numeris 32. 30. 300. ut fiant 362. Dic. Si 362: dant 72400. quid dabunt 32. 30. & 300? ut hic vides.

$$362. 72400. \left\{ \begin{array}{l} 32? \\ 30? \\ 300? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 6400. \\ 6000. \\ 60000. \end{array} \right.$$

Itaque quatuor duces acceperunt ex illa præda
 6400. iur. at 6. signiferi 6000. & 100. milites
 60000. qui omnes conficiunt summam aureorum
 inuentam. 72400. Iam vero, si partiamur aureos
 ducum. 6400. per 4. numerum ducum, reperiemus
 quemlibet habuisse 1600. aur. Item si aureos si-
 gniferoru[m] diuidimus per 6. deprehendemus cuili-
 b[er] obtigisse 1000. aur. Si denique aureos militu[m]
 per 100. distribuamus, inueniemus singulos acce-
 pisse 100. aur. ubi manifeste vides, toties 8. con-
 timeri in 1600. quoties 5. in 1000. & 3. in 600. n[on]o
 mirum ducenties.

Quæst. 21. *QVI DAM* extremum spiritu agens,
 cui filia erat, & filius, qui in bello dicebatur occi-
 buisse, ita hereditatem 18088. aureorum distri-
 buendam inter uxorem, & filium reliquit, ut u-
 xor haberet $\frac{2}{3}$. filia autem $\frac{1}{3}$. sed si forte filius
 rediret, ut si ius $\frac{2}{3}$. haberet. Accidit autem, ut
 filius reueteretur. Qua igitur ratione dicta her-
 ditas diuidenda est, ut voluntati testatoris satis-
 fiat? Certam est, questionem hanc non posse intelli-
 gi, ut verba sonant. Nam si filius accipiat $\frac{2}{3}$. no[n]
 poterit uxor habere $\frac{2}{3}$. & filia $\frac{1}{3}$. Quare omnes
 Arithmetici voluntatem testatoris interpretan-
 tur, ut voluerit, filium duplo plus debere habere,
 quam uxorem, & uxorem, duplo plus, quæm si-
 liam. Id quod proportio harum minutiarum $\frac{2}{3}$.
 $\frac{1}{3}$. quæ dupla est, (continet enim minutia $\frac{2}{3}$. mi-
 nutian $\frac{1}{3}$. b[ea]s.) indicare videtur. Itaque nume-
 rus 18088. secundus est in tres partes, ita ut pri-
 ma contineat secundam bis, & secunda tertiam

etiam bis; hoc est; que habeant continuam proportionem duplam. quod hoc modo fiet. Pone tertiam esse 1. Erit ergo secunda 2. & prima 4. que omnes faciunt 7. Dic igitur. Si 7. dant 18088. quid dabunt 4. 2. & 1? ut hic vides,

$$7. \quad 18088. \begin{cases} 4? \\ 2? \\ 1? \end{cases} \text{ fiunt} \begin{cases} 10336. \text{ filij.} \\ 5168. \text{ uxoris.} \\ 2584. \text{ filiae.} \end{cases}$$

22. T R E S crumenā inuenierunt cū 3042. Quæst. 22.
 aur. quos ita inter se distribuerunt. Primus accepit $\frac{1}{2}$. secundus $\frac{1}{3}$. & tertius $\frac{1}{4}$. Quid ergo quisque accepit? Hic etiam perspicuum est, questionem non posse intelligi, ut sonat. Si namq; primus accepisset $\frac{1}{2}$. & secundus $\frac{1}{3}$. non potuisse tertius accipere $\frac{1}{4}$. Nam hæ tres minutæ efficiunt plus, quam integrum, nempe $\frac{1}{12}$. Quare sensus est, ut datus numerus distribuatur in tres partes, quæ easdem proportiones inter se habeat, quas hæ minutæ $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$. Quod v:fiit inueniatur numerus à denominatoribus numeratus. Minimus autē hic numerus est 12. inuenitus per ea, quæ cap. 10. scripsimus. Ex hoc numero cape $\frac{1}{2}$. nempe 6. Item $\frac{1}{3}$. nempe 4. Item $\frac{1}{4}$. nempe 3. quas partes simul adde, ut habeas 13. Dic ergo. Si 13. dāt 3042. quid dabūt 6. 4. et 3? ut hic cernis.

$$13. \quad 3042. \begin{cases} 6? \\ 4? \\ 3? \end{cases} \text{ fiunt} \begin{cases} 1404. \text{ primi.} \\ 936. \text{ secundi.} \\ 702. \text{ tertij.} \end{cases}$$

Examen ita fieri. Reduc datas minutias ad eandem denominationem; ut ad $\frac{6}{1\frac{1}{2}}$. $\frac{4}{1\frac{1}{2}}$. $\frac{3}{1\frac{1}{2}}$. Habebunt enim hæ minutiae easdem proportiones, quas numeratores habent. Easdem autem habent tres numeri inuenti 1404.936.702. ut patet.

Quæst. 23. 23. T R E S inuenio loculo cum 1407. aur. ita distributionem fecerunt. Primus accepit $\frac{1}{2}$. secundus $\frac{3}{5}$. tertius $\frac{8}{15}$. quid ergo quisq; accepit? Hic etiā sensus est, ut datus numerus in tres partes seceretur datis minutis proportionales: alia impossibilis questio foret. Inuenio igitur, ex cap. 10. minimo numero 110. dictas minutias cointinente, sume eius dimidiū 55. & tres quintas 66. & octo undecimas 80. easq; in unam summanq; 201. collige, ac dic. Si 201. dant 1407. quid dabunt 55.66. & 80? ut hic appareat.

$$201. \quad 1407. \begin{cases} 55? \\ 66? \\ 80? \end{cases} \text{ fiunt} \begin{cases} 385. \text{ primi.} \\ 462. \text{ secundi.} \\ 560. \text{ tertij.} \end{cases}$$

Examen fieri, ut in antecedente quæstione. Reductis enim datis minutis ad eandem denominationem, ut ad $\frac{5}{2\frac{1}{2}0}$. $\frac{6}{2\frac{1}{2}0}$. $\frac{8}{2\frac{1}{2}0}$. habebunt tres numeri inuenti easdem proportiones; quas hæ minutiae, nempe earum numeratores, habent, ut constat.

Quæst. 24. 24. Q V A T V O R partiri inter se volunt 396. aur. ita ut primus habeat $\frac{1}{2}$. & præterea 10. secundus $\frac{3}{5}$. minus 20. tertius $\frac{1}{3}$. & præterea 8. quartus deniq; $\frac{1}{4}$. minus 6. quantū ergo quisq; acipiet? In huiusmodi quæstionibus aufer ex tota

summa numeros, qui accipi debent ultra partes dictas, & alios, qui deesse debet dictis partibus, ad eandem summam adjice. ut hic aufer 10. & 8. vt remaneant 378. adde rursus 20. & 6. fuit 404. Deinde inueneto minimo numero 60. continente datas minutias, cuius $\frac{1}{2}$. est 30. et $\frac{1}{3}$. 36. et $\frac{1}{5}$. 20. et $\frac{1}{4}$. 15. quae oes faciunt 101. Dic ergo. Si 101. date 404. (qui numerus productus est ex additione & subtractione datorum numerorum ex tota summa 396.) quid dabut 30. 36. 20. & 15? vt hic vides.

$$101. \quad 404. \quad \left\{ \begin{array}{l} 30: \\ 36: \\ 20: \\ 15: \end{array} \right\} \text{fiant} \quad \left\{ \begin{array}{l} 120. \text{ primi.} \\ 144. \text{ secundi.} \\ 80. \text{ tertij.} \\ 60. \text{ quarti.} \end{array} \right.$$

Quatuor igitur hi numeri inuenient proportiones habent easdem, quas datae minutiae, sed in unam summam collecti faciunt 404. non autem 396. vt questio proponit. Quod si primo addas 10. vt fiat 130. & a secundo auferas 20. vt relinquatur 114. tertio item adjicias 8. vt fiant 88. & a quarto demum auferas 6. vt remaneant 54. efficient hi quatuor numeri 396. Ut autem habeant dictas proportiones, auferendi erunt prius numeri, & addendi, qui additi sunt, & subtracti: Ita vt vere 130. ad 114. proportionem habeant, quam $\frac{1}{2}$. ad $\frac{1}{3}$. si prius 10. detrahitur ex illo, & huic adjiciantur 20. vt recte dicatur numerus 130. contineat $\frac{1}{2}$. & præterea 10. numerus vero 114. contineat $\frac{1}{3}$. minus 20. &c.

Quæst. 25. 25. E S T cisterna habens in imo fundo tres fistulas inequales: maxima reserata, effluit tota aqua in 2. horis; media autem aperta, effluit tota aqua in 3. horis; minima deniq; aperta, effluit tota aqua in 6. horis. Quanto ergo tempore, reseratis omnibus tribus fistulis, tota aqua effluet, si per singulas fistulas à principio vsq; ad finem aqua semper eodem modo effluat? Sumpto minimo numero, quem tempora in questione expressa, nem pe horæ 2. 3. & 6. metiantur, qui hic est 6. dic. Si maxima fistula in 2. horis vnam cisternam exhaerit, quot cisternas in 6. horis exhaeriet? inueniesque 3. Item si media fistula vna cisternam exhaerit in 3. horis, quot cisternas in 6. horis exhaeriet? inueniesq; 2. Item si minima fistula in 6. horis vnam cisternam exhaerit, quot cisternas exhaeriet in 6. horis? inueniesq; 1. ut hic vides.

Horæ.	Cisterna.	Horæ	Cisterna.
2.			
3.]	1.	6?	
6.			

COLLECTIS iam in unum his tribus inuentis numeris 3. 2. 1. ut frant 6. dic. Si sex cisterne euacuatur in 6. horis, quanto tempore una euacuabitur? inueniesq; in una hora. Id quod hac ratione examinabis. Si maxima fistula exhaerit totam cisternam in 2. horis, & media in 3. & minima in 6. quantum partem cisterne exhaerient singularē fistulæ in 1. hora? veluti hic appositum est.

Horæ. Cisterna. Horæ. Cisterna.

2.
3.
6.

1.

1²

$\frac{1}{2}$.
 $\frac{1}{3}$.
 $\frac{1}{6}$.

Inuenies enim maximam fistulam evacuare $\frac{1}{2}$. cisternæ, & medianam $\frac{1}{3}$. & minimam $\frac{1}{6}$. quæ omnes partes efficiunt unam integrum cisternam.

E A D E M hec quæstio ita proponi potest. Est cisterna habens in summitate tres fistulas inæquales: maxima replet cisternam in 2. horis, media in 3. & minima in 6. quanto ergo tempore omnes simul cisternam implebunt? Inuenies enim 1. horam.

P A R I ratione ita potest propori. Sunt tres artifices: primus absoluit opus quoddam in 2. annis, secundus in 3. & tertius in 6. quanto ergo tempore omnes simul idem opus perficiant. Inuenies enim 1. annum.

C A E T E R V M huicmodi quæstiones solvi etiam possunt hoc pacto. Inuestigerur per regulam trium, quantū aque singulæ fistule exhaustant in 1. hora, tresq; numeri inuenient in unam summam colligantur. Nam si hec summa fuerit 1. requiritur 1. hora, ut omnes fistulae totam cisternam evacuent: si vero non fuerit 1. inuenietur tempus requiritū per regulam trium, ut in hoc exemplo erit manifestum. Sunt tres artifices: primus absoluit opus quoddam in 6. annis, secundus in 9. & tertius in 18. quanto ergo tempore omnes simul idem opus perficiant? Dic. Si primus in

Alia solutio
huius qua
stionis.

6. annis absoluit 1. opus. & secundus in 9. & tertius in 18. quantum absoluet quilibet in 1. anno? ut hic vides.

Anni.	Opus.	Ann.	Operis
6.			$\frac{1}{6}$. primi.
9.	1.	?	$\frac{1}{9}$. secundi.
18.			$\frac{1}{18}$. tertij.

Efficiunt autem tres numeri inuenient $\frac{1}{3}$. Dic ergo. Si $\frac{1}{3}$. operis requirit 1. annum, quot annos requireret 1. opus inueniesq; 3. annos. Quod examinabis, ut supra, veluti hic vides.

Anni.	Opus.	Anni.	
6.			$\frac{1}{2}$. prim.
9.	1.	?	$\frac{1}{3}$. secund.
18.			$\frac{1}{6}$. tert.

Inuenies enim primum in 3. annis absoluere $\frac{1}{2}$. operis, secundum $\frac{1}{3}$. & tertium $\frac{1}{6}$. que omnes partes efficiunt 1.

Si prius exemplum hac arte explicaretur, prima statim operatione scopus attingeretur: quia in 1. hora tota cisterna evacuatur, ut constat ex operatione examinis dicti exempli.

Quæst. 26. EST cisterna habens fistulam in orificio, per quam impletur in 4. horis: habet autem in imo fundo aliam fistulam, per quam in 6. horis evacuatur. Si ergo continue influat aqua, & effluat, quanto tempore cisterna replebitur. Primū

inuestigare oportet, quanta pars cisterna (posita illa conditione) in 1.hora impletatur; quod hoc modo fiet: Si in 4.horis 1.cisterna impletur, quantū impletur in 1.hora? Inuenies autē $\frac{1}{4}$. cisternæ. Rursus. Si in 6.horis 1.cisterna exhauditur, quantū euacuabitur in 1.hora? Inuenies autē $\frac{1}{6}$. cisternæ. Si ergo auferas $\frac{1}{6}$. ex $\frac{1}{4}$. remanebit $\frac{1}{12}$. cisternæ: ac tanta porro cisternæ impletur in 1.hora. Dic ergo. Si $\frac{1}{12}$. cisterna requirit 1.horam, quid requiret 1.cisternā? Inueniesq; 12.horas. Atq; in tot horis cisterna tota impletur. Quod hac ratione examinabis verum esse. Si in 4.horis impletur 1.cisterna, in 12.horis quot cisterna implebuntur? Inuenies autem 3.cisternas. Item si in 6.horis euacuatur 1.cisterna, in 12.horis quot cisterna euacuabuntur? Inuenies autem 2.cisternas, quas si auferas ex 3.inuentis, remanebit 1.cisterna plena.

QVOD si quis dicat: Cisterna per fistulā superiorē impletur in 3.horis, per inferiorē euacuat in 8.hor. eodē modo soluetur qō, si dicas. Si in 3.horis 1.cisterna impletur, quantū impletur in 1.hora? Inuenies autem $\frac{1}{3}$. cisternæ. Item si in 8.horis vna cisterna euacuat, quantū euacuabitur in 1.hora? Inuenies autē $\frac{1}{8}$. cisternæ. Si ergo demas $\frac{1}{8}$. ex $\frac{1}{3}$. remanebit $\frac{5}{24}$. ac tanta portio cisternæ impletur in 1.hora. Dic ergo. Si $\frac{5}{24}$. cisterna requirunt 1.horā, quid requiret 1.cisterna? Inueniesq; $4\frac{4}{5}$. hor. quo tempore tota cisterna impletur. Quod ita probabis. Si in 3.hor. impletur 1.cisterna, in $4\frac{4}{5}$. hor. quot cisternæ replebuntur?

Inno-

Inuenies autem $1\frac{3}{5}$. Item si in 8. horis evacuatur una cisterna, in $4\frac{4}{5}$. hor. quot cisterne evacuabuntur? Inuenies autem $\frac{3}{5}$. quas si ex $1\frac{3}{5}$. afferas, remanebit 1. cisterna plena.

Alia solu-
tio huius qu
stionis.

B R E V I V S fortassis huiusmodi questiones soluentur, si queratur, quanta portio cisterne implatur in illis horis, in quibus tota impletetur, si nihil efflueret. Quod ita fiet in priori questione. Dic. Si 6. horae 1. cisternam evacuant, quantum evacuabit 4. horae? inuenies qu, $\frac{2}{3}$. quas si ex 1. afferas (ponimus enim 1. cisternam 4. horis impleti, si nihil efflueret) remanebit $\frac{1}{3}$. que 4. horis impletur. Dic igitur rursus. Si $\frac{1}{3}$. cisterne requirit 4. horas, quid requiret 1. cisterna? inueniesque 12. horas, ut prius.

I N posteriori vero questione dic. Si 8. hora 1. cisternam exbauriūt, quantum exbaurient 3. horae? inuenies qu, $\frac{3}{8}$. quas si demas ex 1. (ponimus enim 1. cisternam 3. horis impleri, si nihil efflueret) remanebunt $\frac{5}{8}$. que 3. horis impletur. Dic ergo rursus. Si $\frac{5}{8}$. cisterne exposcunt 3. horas, quid exposcet 1. cisterna? inuenies qu, $4\frac{4}{5}$. horas, ut prius.

REGULA ALLIGATIONIS.

Cap. XXI.



OLENT nonnūquam Arithmetici varias merces variornm pretiorum miscere, ita ut, statuto quodam pretio medio, omnes eo imantur; quod quidem efficiunt regula quadam, quam regulam alligationis dicunt, eo quod variae merces alligentur quodammodo ad unum pretium, ut ex sequentibus exemplis perspicuum fiet.

I. DVO genera vini sunt: mensura I. primi constat 20. baioch. at mensura I. secundi venditur 12. baioch.

Quantū ergo ex utroque sumendum est, ut mensura I. valcat 15. baioc? Ponere vnu pre-
tiū sub altero, et ad sinistrā illo

Regula alli-
gationis
quid.

Quæstio 1.

	Pretia.	Differentiae.
Pretium medium.	20.	3.
	15.	
	12.	5.
		8.
<i>Summa differentiarum.</i>		

Regula alli-
gationis
quō fiat.

rum colloca pretiū statutum, quod mediū est inter data duo pretia. Deinde confer utrūque pretium datum

datum cū statuto pretio, differentiamq; viriusq; pone ad dexteram priorū, alternatim tamen, hoc est, differentiam maioris pretij iuxta minus pretium, & differentiam minoris iuxta maius: atq; has differentias in unam summam collige, vt in exemplo vides.

P O S T hæc institue regulam trium bis, ita ut summa differentiarum primum locū occupet; mensura vero 1. secundum; & utraque differentia tertium, veluti hic cernis.

$$8. \quad 1. \quad \left\{ \begin{array}{l} 3? \\ 5? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8} \cdot \text{primi.} \\ \frac{5}{8} \cdot \text{secundi.} \end{array} \right.$$

Dic ergo. Si summa differentiarum 8. dat 1. mensuram, quid dabunt singulæ differentie 3. & 5? Inuenies enim ex primo vino accipiendas esse $\frac{3}{8}$. unius mensuræ, ex secundo vero $\frac{5}{8}$. atq; ita si et 1. mensura ex utroq; constans 15. baiochis. Quod ita probabis. Dic. Si 1. mensura primi vini valet 20. baioch. quid valebunt $\frac{3}{8}$? Item, si 1. mensura secundi vini valet 12. baioch, quid valebunt $\frac{5}{8}$? vt hic cernis.

$$\begin{array}{ll} 1. & 20. \quad \frac{3}{8}? \quad \text{fiunt} \quad 7\frac{1}{2}. \\ 1. & 12. \quad \frac{5}{8}? \quad \text{fiunt} \quad 7\frac{1}{2}. \end{array}$$

Inuenies enim duo pretia efficere 15. baiochos, quemadmodum proponitur.

Quælio 2. 2. SVNT duo genera argenti non puri. Primi libra 1. valet aur. 30. alterius libra 1. va-

let aur. 24. Ut ergo lib. 1. valeat aur. 28. quantum ex v-

troque argento sumendus est?
Facta alligatione, ut in precedenti questione, dic.

Si summa differentia-
tum 6. dat

1.lib. quid dabunt singulae differentiae 4. & 2? vt
hic vides,

	Pretia.	Differentiae.
Premium medium.	30.	4.
	28.	
	24.	2.
		6.
Summa differentiarum.		

$$6. : 1. \left\{ \begin{array}{l} 4? \\ 2? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \cdot \text{primi.} \\ \frac{1}{3} \cdot \text{secundi.} \end{array} \right.$$

Hoc enim modo habebis 1.lib. ex utroq; argento constantem 28.aureis. Ut examines, dic. Si 1.lib. argenti prioris valeat aur. 30. quid valebunt $\frac{2}{3}$? unius librae? Item si 1.lib. posterioris argenti valeat 24.aur. quid valebit $\frac{1}{3}$? vt hic apparet.

$$\begin{array}{llll} 1. & 30. & \frac{2}{3} ? & \text{fiunt} & 20. \\ 1. & 24. & \frac{1}{3} ? & \text{fiunt} & 8. \end{array}$$

Atq; ita 1.lib. constabit 28. aur. vt proponitur.

3. LIBRA 1. piperis valeat 4. Iul. Libra Quæstio 3.
1. garyophilli 3. Iul. Libra 1. cinnamomi 6. Iul.
O Libra

Libra 1. croci 10. Iul. Libra 1. zingiberis 8. Iul.
Quantum ergo ex quolibet accipientum est, vt
1. libra constet 7. Iulijs? Quando plures res pro-
ponuntur alliganda, varijs modis fieri potest alli-
gatio, dummodo quilibet semel saltēm alligetur.
Potest enim quodlibet pretiū cum quilibet alio,
vel cum pluribus etiam alligari ad pretiū mediū,
ita tamen, vt statutum pretium sit medium inter
dō, quae alligantur ad ipsum, vel certe alteri illo-
rum aequalē: vt in hoc exemplo apparebit, quod
varijs alligationibus explicabimus.

P R I M O. ergo alligabimus pretia piperis,
& zingiberis ad pretiū medium, quorum differen-
tiae sunt

3. & 1. al-
ternatim
colloca-
tę. Dein-
de pretia
garyoph.
& croci,
quorū dif-
ferentiae
sunt 4. et
3. alterna-
tim quo-
que pos-
tae.

	Pretia.	Differentia.
Pretium medium.	Piper. 4.	1.
	Garyoph. 3.	3.
7.	Cinnam. 6.	1.
	Crocus. 10.	4.
	Zingib. 8.	3. 1.
		13.
	Summa differentiarum.	

Deniq; quia supereſt ſolum cinnam. alligabi-
mus eius pretium cum pretio Zingib. exempli gra-
tia, quorum differentiae ſunt 1. & 1. alternatim
etiam scripta. Omnim̄ differentiarū ſumma eſt

3. Differentiae autem è regione zingib. faciunt

4. Semper enim differentiae plures è regione eiusdem pretij posse colligendae sunt in unam sumam. Dic iam. Si summa differentiarum 13. dat 1 lib. qui dabunt singula differentiae 1. 3. 1. 4. 4? Quid si faciendū, quā plures differentiae posse nūtūrū è regione eiusdem pretij.

13.	I.	{	1?	fiunt {	$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3}$	· pip.
			3?		$\frac{3}{1} \cdot \frac{1}{3}$	· garyoph.
			1?		$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3}$	· cinnam.
			4?		$\frac{4}{1} \cdot \frac{1}{3}$	· croc.
			4?		$\frac{4}{1} \cdot \frac{1}{3}$	· zingib.

Hac ratione habebis 1. lib. ex omnibus, quæ constet 7. Iul. Ut examines, dic. Si 1. lib. piperis valeat 4. Iul. quid valebit $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3}$? Item, si 1. lib. garyoph. valeat 3. Iul. quid valebunt $\frac{3}{1} \cdot \frac{1}{3}$? Item, si 1. lib. cinnam. valeat 6. Iul. quid valebit $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3}$? Itē si 1. lib. croci valeat 10. Iul. quid valebunt $\frac{4}{1} \cdot \frac{1}{3}$? Itē si 1. lib. zingib. valeat 8. Iul. quid valebunt $\frac{4}{1} \cdot \frac{1}{3}$? veluti hic cernis.

1.	{	4	{	quid {	$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3}$	· pip.

Inueniesq; omnia pretia efficere 7. Iul. ut proponitur.

ALIO modo fiet allatio, si pretia piperis,

alia alliga- & zingib. alligentur ad pretium medium : Item
ut huius: pretia piperis, & croci. Deinde pretia garyoph.
que^tquis. & zingib. & rursus pretia garyoph. & croci .
Postremo pretia cinnam. & croci ; Item pretia
cinnam. & zingib. ut in hoc apposito exemplo fa-
ctum est. Neq; vero plures alligationes fieri pos-
sunt in hoc exemplo. Nam pretia piperis , ga-
ryoph. & cinnam. inter se alligari non possunt ,
cum singula minora sint statuto pretio medio :
atque ita quodlibet illorum bis tantum alligari
potest ; posteriorum autem duorum utrumque
ter , . . .
nēpe
cū quo
libet
trium
prio-
rum
At in
ter se
alliga-
ri ne-
que^t,
enī sta-

	Pretia.	Differentiae.
Piper.	4.	I. 3.
Garyoph.	3.	I. 3.
7. Cinnam.	6.	3. I.
Crocus.	10.	3. 4. I.
Zingib.	8.	3. 4. I.
		28.

Summa differentiarum.

tum pretium 7. Nullorum non sit medium in-
ter illa , aut alteri eorum equale , sed veroque
minus . Dic ergo . Si summa differentiarum 28.
dat 1.lib. quid dabunt singula differentiae 4.4.4.
8. ex 8. ut his cernis .

28

28. I.	$\left\{ \begin{array}{l} 4? \\ 4? \\ 4? \\ 8? \\ 8? \end{array} \right\}$	fiunt	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{2 \cdot 8} \cdot \text{pip.} \\ \frac{4}{2 \cdot 8} \cdot \text{garyoph.} \\ \frac{4}{2 \cdot 8} \cdot \text{cinnam.} \\ \frac{8}{2 \cdot 8} \cdot \text{croc.} \\ \frac{8}{2 \cdot 8} \cdot \text{zingib.} \end{array} \right\}$
--------	--	-------	--

Ita enim conflabis 1.libram ex omnibus, que constet 7. Iulij. Quod ut probes, dic. Si 1.lib. pip. valet 4. Iul. quid valebit $\frac{4}{2 \cdot 8}$? Item, si 1.lib.garyoph. valet 3. Iul. quid valebunt $\frac{4}{2 \cdot 8}$? Et c. veluti hic factum esse vides.

1.	$\left\{ \begin{array}{l} 4. \\ 3. \\ 6. \\ 10. \\ 8. \end{array} \right\}$	quid	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{2 \cdot 8} \\ \frac{4}{2 \cdot 8} \\ \frac{4}{2 \cdot 8} \\ \frac{8}{2 \cdot 8} \\ \frac{8}{2 \cdot 8} \end{array} \right\}$	fiunt	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{8} \cdot \text{pip.} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{8} \cdot \text{garyoph.} \\ \frac{2}{2} \cdot \frac{4}{8} \cdot \text{cinnam.} \\ 2 \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{4}{8} \cdot \text{croc.} \\ 2 \cdot \frac{8}{2} \cdot \frac{8}{8} \cdot \text{zingib.} \end{array} \right\}$
----	---	------	---	-------	--

Inuenies enim omnia pretia conficere 7. Iulios, quemadmodum in questione proponitur.

P O-

TEST
etiam alia
ratione
institutionis
ligatio
huius e-
iusdem
exempli, si
pretia pi-
peris, &
croci alli-
gentur;

Pretium medium.	Pretia.	Differentiae.	Alia alliga- tio huius; & questio-
	Piper. 4.	3.	
	Garyoph. 3.	1.	
7.	Cinnam. 6.	1.	
	Crocus. 10.	3.	
	Zingib. 8.	4. 1.	
			13.
	Summa differentiarum.		

Deinde pretia garyoph. & zingib. Ac postremo pretia cinnam. & zingib. ut in hoc exemplo vide re licet. Dic ergo. Si summa differentiarum 13. dat 1.lib. quid dabunt singulæ differentiæ 3. 1. 1. 3. & 5? quemadmodum hic vides.

$$13. \quad 1. \quad \left\{ \begin{matrix} 3? \\ 1? \\ 1? \\ 3? \\ 5? \end{matrix} \right\} \text{fiunt} \quad \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{3} \cdot \text{pip.} \\ \frac{1}{3} \cdot \text{garyoph.} \\ \frac{1}{3} \cdot \text{cinnam.} \\ \frac{1}{3} \cdot \text{croc.} \\ \frac{1}{3} \cdot \text{zingib.} \end{matrix} \right.$$

Sic enim habebis 1.lib. ex omnibus pro 7.Iulij. Quod probabis, vt supra.

Quid obser-
vandum sit
alligatio-
nibus pluriū
terum.

V I D E S igitur, varijs modis fieri posse alli-
gationem, si res alligandæ plures sint, quamdua;
dummodo pretium medium semper minus sit uno
pretio alligando, & maius altero; vel aequalē unī.
& maius, vel minus altero. Verum licet ex va-
rijs alligationibus semper habeas pondus rerum
mischendarum propositum pro pretio medio statu-
to, non tamen eadem semper pondera ex rebus
mischendis accipies, ut ex propositis exemplis per-
spicuum est.

Quæstio 4. 4. V L N A 1. panni rubri valet 4.aur. &
vlna 1. panni viridis valet 6.aur. & vlna 1.pan-
ni nigri valet 10. aur. Vult quidam ex omnibus
80. vlnas pro 480. aureis. quantum ergo ex sin-
gulis pannis accipiet? In huiusmodi questionibus
oportet prius inuestigare pretium unius vlnæ ex
omnibus pannis mixta. quod ita fieri in nostro e-

Exemplo. Si 80. vlnæ mixtae valent 480. aur. quid valebit 1. vlna. si inueniesq; 6. aur. quod est pretiū 1. vlna medium inter pretium vilioris panni, & pretium carioris. Quod si reperiatur pretium non mediū, impossibilis esset questio. Ut si dicceret aliquis. Vult quidā ex omnibus pannis 80. vlnas pro 300. aur. vel pro 900. aur. impossibilis esset questio. Nam si 800. vlnæ valent 300. aur. valebit 1. vlna $3\frac{3}{4}$. aur. quod pretium minus est pretio vilioris panni. Quare neq; ex viliori panno habere potest quispiam 80. vlnas pro 300. aureis, tantum abest, ut ex omnibus ulnas 80. accipiat. Rursus, si 80. vlnæ valent 900. aur. valebit 1. vlna $11\frac{1}{4}$. aur. quod pretium maius est pretio carioris panni. Quare plures vlnas carioris panni, quam 80. emet quispiam aureis 900. ac proinde multo plures, si ex omnibus aliquot vlnas accipere velit: Sed redeamus ad nostrū exemplum.

I. N.

V E N.

T O pre tio medio nius vln- ne, fiat al- ligatio, ut in pre- cedenti- bus, quē- admodū bic est fa-	Pretium medium.	Pretia.		Differentia.
		rubr.	4.	4.
	6.	virid.	6.	4.
		nig.	10.	2. 0.
				10.
		Summa differentiarum.		

Qum. Primum enim alligauimus pretia 4. & 10.

Quæ
stio alliga-
tionis est
impossi-
bilis.

ad medium pretium 6. Deinde pretia 6. & 10. Dicitur igitur. Si summa differentiarum 10. dat 80. vlnas, (tot enim vlnas accipere vult ex triplici panno) quid dabunt singulae differentiae 4. 4. & 2? ut hic factum est.

$$10. \quad 80. \quad \begin{cases} 4? \\ 4? \\ 2? \end{cases} \text{ fiunt } \begin{cases} 32. \text{ rubri.} \\ 32. \text{ viridis.} \\ 16. \text{ nigri.} \end{cases}$$

Ita enim ex tribus illis pannis sumentur 80. vlnae pro 480. aur. Quod ita probabis. Si 1. vlna ualeat 6. aur. (hoc enim pretium medium inuentum est vnius ulnæ ex tribus pannis mixta.) quid valerent 32. vlnæ panni rubri, & 32. viridis, & 16. nigri? ueluti hic cernis.

$$1. \quad 6. \quad \begin{cases} 32? \\ 32? \\ 16? \end{cases} \text{ fiunt } \begin{cases} 192. \text{ rub.} \\ 192. \text{ virid.} \\ 96. \text{ nig.} \end{cases}$$

Reperiesq; omnia pretia conficere 480. aureos.
QVOD si pretium panni viridis non alligatur semus cū pretio panni nigri, sed cum pretio panni rubri, fieret sequens alligatio. Verum alias numeros inuenisemus. Dixi semus enim. Si summa differentiarum 8. dat 80. ulnas, quid dabunt singulae differentiae 4. 2. & 2? ut hic uides.

Prez.

	Pretia.	Differentiar.
Primum medium.	rub.	4.
	virid.	6.
	nig.	10.
		4. 0.
		2.
		2.
		8.

Summa differentiarum.

$$8. \quad 80. \quad \left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{matrix} \right] \text{ fiunt} \quad \left[\begin{matrix} 40. \text{ rub.} \\ 20. \text{ virid.} \\ 20. \text{ nig.} \end{matrix} \right]$$

Examen fiet, ut prius, si dicas. Ulna 1. ualeat 6. aur. quid ualebunt ulnæ 40. panni rubri, & 20. viridis, & 20. nigri? Inuenies enim omnia pretia conficere 480. aureos.

5. SVNT quatuor genera uini; primi am ^{Quæstio 50.} phora 1. ualeat 21. baioch. secundi 27. tertij 30. & quarti 40. Vult quidam miscere ex his 300. amphoras, ea lege, & conditione, ut singula amphora ualeant 33. baioch. Quantum ergo ex quolibet accipiet? Hic necessario tria priora pretia cum posteriori alliganda sunt ad mediū pretium 33. baioch. cū illa tria sint hoc minora, vt in dato exemplo uides. Dic ergo. Si summa differentiarum 42. dat 300. amphoras, quid dabunt singula differentie 7.7.7. & 21? ut patet in exemplo.

Pretia.	Differentiae.
21.	7.
27.	7.
30.	7.
33.	
40.	12. 6. 3.
	42.
	Summa differentiarum.

$$42 \cdot 300 = \left\{ \begin{array}{l} 7? \\ 7? \\ 7? \\ 21? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 50. \text{ primi.} \\ 50. \text{ secundi.} \\ 50. \text{ tertii.} \\ 150. \text{ quarti.} \end{array} \right\}$$

Sic enim conficies 300. amphoras, quarum singulae constabunt 33. baioch. Quod ut probes, dic. Si summa differentiarum 42. dat 1. amphoram, quid dabunt singulæ differenter 7. 7. 7. & 21. ut hic uides.

$$42 \cdot 1 = \left\{ \begin{array}{l} 7? \\ 7? \\ 7? \\ 21? \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{6}. \text{ primi.} \\ \frac{1}{6}. \text{ secundi.} \\ \frac{1}{6}. \text{ tertii.} \\ \frac{1}{2}. \text{ quarti.} \end{array} \right\}$$

Atq; ita habebis unam amphoram ex quadruplici illo uino mixtam. Dic ergo rursus. Si 1. amphora nini primi uales 21. baioch. quid ualebit $\frac{1}{6}$. am-

phorę? Item si 1. amphora secundi ualeat 27. quid ualebit $\frac{1}{6}$? Item si 1. amphora tertij ualeat 30. quid ualebit $\frac{1}{6}$? Item si 1. amphora quarti ualeat 40. quid ualebit $\frac{1}{2}$. ut hic uides.

$$1. \left\{ \begin{array}{l} 21. \\ 27. \\ 30. \\ 40. \end{array} \right\} \text{quid } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{6} ? \\ \frac{1}{6} ? \\ \frac{1}{6} ? \\ \frac{1}{2} ? \end{array} \right\} \text{fiunt } \left\{ \begin{array}{l} 3\frac{1}{2} \cdot \text{primi}. \\ 4\frac{1}{2} \cdot \text{secundi}. \\ 5. \quad \text{tertij}. \\ 20. \quad \text{quarti}. \end{array} \right.$$

Quae omnia pretia efficiunt 33. baioch. ut propo-
nitur.

B R E V I S tamen ita quoq; institui potest
examen. Quoniam si 1. amphora valere debet 33.
baioc. valebunt 300. amphoræ 9900. baioch. Di-
cemus ergo. Si 300. amphoræ valent 9900. ba-
ioch: quid valebunt 50. amphorę primi vini, &
quid 50. secundi, & 50. tertij, & 150. quarti?
ut hic vides.

$$300. \quad 9900. \left\{ \begin{array}{l} 50? \\ 50? \\ 50? \\ 150? \end{array} \right\} \text{fiunt } \left\{ \begin{array}{l} 1650. \text{primi}. \\ 1650. \text{secundi}. \\ 650. \text{tertij}. \\ 950. \text{quarti}. \end{array} \right.$$

Inuenies enim omnia pretia conficere 9900. ba-
iocbos.

6. Q V I D A M pro 400. aur. emere vult
400. lib. aromatum variorum, nimirum garyo-
phillorū, piperis, cinnamomi, Zingiberis, nucum
myristicarum, & croci, quorum hęc sunt pretia:
pro singulis libris, Iulij 6. 7. 9. 11. 12. 16. Quoc
ergo

Quæstio 6.

ergo singulorum libras accipiet, ut 400. lib. pro
400. aur. habeat? Hic ut in questione 4. dictum est,
investigandum est prius pretium mediū unius li-
brae, ad quod allagatio fieri debet, hoc modo. Si
400. lib. valent 400. aur. quid valebit 1. lib? Inue-
nies enim 1. aur. hoc est, 10. Iul. Quoniam ve-
ro, ut diximus, variae fieri possunt alligationes, al-
ligabimus primum garyoph. cum zingib. & cro-
co. Deinde piper cū nuc. myrist. & croco. Postre-
mo cin-

	Pretia.	Differentia.
nam. cū nuc. my rist. vt bic fa- ctū esse vides.	garyoph. 6. piper. 7. cinnam. 9. zingib. 11.	1. 6. 2. 6. 2. 4.
Deinde dicem?.	nuc. myr. 12. crocus. 16.	3. 1. 4. 3.
Si sum- ma dif- ferētia rū 32.		32.
dat 400		

Summa differentiarum.

lib. qd dabunt singulæ differentiæ 7. 8. 2. 4. 4. &
7? ut hic vides.

32. 400.	7?	fiunt	87 $\frac{1}{2}$.	garyo
	8?		100.	pip.
	1?		25.	cinnam.
	4?		50.	zingib.
	4?		50.	nuc. myr.
	7?		87 $\frac{1}{2}$.	crac.

Invenies enim 400. lib. quæ valcebunt 400. cur.
et singula lib. constabunt 10. Iulij. Quid probabis, ut in prcedenti questione dictum est.

POSSUNT fieri in hac questione plures alie alligationes diuerse, ut in quatuor exemplis hic appositis appareret.

Pretia.	Differentiæ.
6.	1. 2. 6.
7.	1. 2. 6.
9.	1. 2. 6.
11.	4. 3. 1.
12.	4. 3. 1.
16.	4. 3. 1.
	51.
Summa differentiarū.	

Pretia.	Differentiæ.
6.	1.
7.	2.
10.	9. 6.
11.	4.
12.	3.
16.	1.
	17.
Summa differentiarū.	

Pretia.	Differentiæ.
6.	6.
7.	2.
9.	1.
11.	1.
12.	3.
16.	4.
	17.
Summa differentiarū.	

Pretia.	Differentiæ.
6.	2.
7.	1.
9.	6.
10.	11. 3.
12.	4.
16.	1.
	17.
Summa differentiarū.	

In primo enim quodlibet priorum triū pretiorum allatum est cum omnibus tribus posterioribus. In secundo vero primum cum quarto, et secundum

dum cum quinto, & tertium cum sexto. Interatio deinde primum cum sexto, & secundum cum quinto, & tertium cum quarto. In quarto denique primum cum quinto, & secundum cum quarto, & tertium cum sexto. Atque ita in similibus questionibus plures fieri possunt alligationes inter se diuersae.

Quæstio 7. *Q V I D A M vult statuam argenteam 300. librarum. Offeruntur ei duo genera argenti: Primi lib. 1. valet 30. aur. secundi 20. que ita inter se miscere vult, ut 1. lib. constet 24. aur. Quan-*

*gum ergo ex quolibet argento sumet, vt habeat 300. lib. qua-
rū singulē cō-
stent 24. aur?*

*Ita stabit al-
ligatio, ut hic
vides. Dic
ergo. Si sum-
ma differen-
tiarum 10. dat 300. lib. quid dabunt singule diffe-
rentiae 4. & 6? ut hic vides.*

Pretia. Differentiae.

Pretium medium.	30.	4.
24.	20.	6.
	—	10.

Summa differentiarum.

$$30. \quad 300. \left\{ \begin{array}{l} 4 \\ 6 \end{array} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{array}{l} 20. \text{ primi arg.} \\ 180. \text{ secundi arg.} \end{array} \right.$$

*Ita enim repieres 300. libras, quarū singulē va-
lēt 24. aur. Quod probabis, ut in qōne s. dictū est.*

R E -

REGVLA FALSI SIMPLICIS POSITIONIS.

Cap. XXII.



NT E R alias Arithmeticę regulas non postremum locum obtinet regula falsi, quę sic dicitur, non quod falsum nos deceat, sed quod ex falso positō verum eruere ostendat: quod quidem efficit, ponendo quemuis numerum, qui propositę questioni putatur satisfactus, licet re ipsa nō satisfaciat. Hęc autem regula duplex est. Quędam enim vocatur simplicis positionis, in qua nimirum unica sit positio unius duntaxat numeri, qui questioni creditur satisfactus: quędam vero duplicitis positionis dicitur, in qua videlicet duplex sit positio duorum numerorū, quorum uterque questioni satisfactus putatur.

Regula fal
si cur sic di
cta sit.

Regula fal
si duplex.

CAETE RVM magnum est inter duas has regulas discrimen. Quidquid enim per priorem soluitur, id etiam per posteriorem explicari potest, non autem contra. Innumerę enim proptermodum questiones per posteriorem soluuntur, quę nulla ratione per priorem possunt explicari. Nam sub priori continentur illę tantum questio- Notæ.nes, in quibus tales partes, aut numeri exprimuntur,

tur, qui eandem proportionem habent in paruis numeris, quam in magnis: quales sunt $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}$. $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$. &c. Item numeri dupli, tripli, quadruplici, &c. Itaque satis cffet, si posterior regula sola proponeretur. Sed quia per priorē plurimæ questiones multo breuius explicantur, quam per posteriorem, utramque paucis declarabimus, initio sumpto à priori, quæ facilior est.

Regula falsi simplicis positionis quo facit.

P R O P O S I T A Igitur questione quacunque per regulam falsi simplicis positionis soluenda, ponatur quiuis numerus, qui questioni creditur satisfactorius, isq; iuxta questionis tenorem examinetur; & quidem si omnia consonent, numerus positus erit is, qui queritur: Si vero aliter series habeat, falsa fuit positio numeri assumpti. Quare ex hoc falso eliciendum erit verum beneficio regule trium, ut in exemplis declarabitur.

Q u e s t i o n e 1.

I. TRES emere constituunt domum quan-
dam 2700. aur. Secundus duplo plus vult dare,
quam primus, & tertius triplo plus, quam secun-
dus. Quantum ergo quisq; expendet? Hac questio-
ne nihil aliud queritur, quam ut numerus 2700.
diuidatur in tres partes ea lege, ut secunda sit du-
pla prima, & tertia tripla secunda. Pone ergo
primum dare quot cinq; aureos volueris, nempe

6. Igitur iuxta tenorem questionis secundus da-
bit 12. cum hic numerus sit duplus primi; ter-
tius vero dabit 36. quod hic numerus sit triplus
secundi. Omnes autem hi tres numeri efficiunt
54. aur. cum tamen efficere deberent 2700. Dic
ergo, si 54. prouenerint ex falsa positione 6. aur.
primis,

primi, ex qua vera positione prouenient 2700? Inueniesq; primum dedisse 300. aur. ac proinde secundum 600. & tertium 1800. qui omnes tres numeri efficiunt 2700.

P O S S E T quoq; pecunia secundi, & tertij reperiri ex utriusq; positione, si diceretur. Si 54. prouenerint ex falsa positione 12. aur. secundi, & ex falsa positione 36. aur. tertij, ex quo proueniēt 2700? Inuenires enim pecuniam secundi esse 600. aur. & tertij 1800. Sed satius est inuestigare per regulam trium pecuniam unius dum taxat. Ex hac enim aliorum pecuniae facili negotio elicientur, iuxta tenorem questionis.

E O S D E M prorsus numeros reperiſſes, si pro primo alium numerum posuifſes, quam 6. ac proinde pro secundo alium, quam 12. & pro tertio alium, quam 36.

2. **I N T E R R O G A T V S** quidam, quem pecuniae in arca haberet, respondit se nescire, hoc tamen se certo a procuratore cognouisse, $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. sua pecuniae constituere 4700. aur. Quantum ergo pecuniae is habuit? Hic etiam nihil aliud queritur, quam numerus, cuius $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$. simul efficiant 4700. Pone ergo illum habere 60. aur. (ut autem fractiones vitentur, quo ad fieri potest, sumendus est semper numerus, qui contineat fractiones in quæſtione expressas, ut cap. 10. docuimus, qualis hic est 60.) cuius $\frac{1}{3}$. est 20. & $\frac{1}{4}$. 15. & $\frac{1}{5}$. 12. quæ omnes partes constituant 47. Debebant autem confidere 4700. Dic ergo. Si 47. prouenerint ex 60. quæ numerum fulſo

falso posuimus, ex quo prouenient 4700: inuenie musq; 6000. atq; tot aureos in arca habuit. Nam $\frac{1}{3}$. continet 2000. & $\frac{1}{4}$. 1500. & $\frac{1}{5}$. 1200. que omnes partes efficiunt 4700.

Quæstio 3. 3. IN T E R R O G A T I V S quidam ludi magister, quot haberet haberet discipulos, respon dit: Si adhuc semel tot habcre, quot babeo, & accederet $\frac{1}{2}$. eorum, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & præterea 1. haberem 112. Quot ergo discipulos habuit? Hæc quæstio ita proposita solui non potest per hanc regulam, propterea quod vñitas, cuius postremo loco fit mentio, non potest habere eandem proportio nem cum $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$. & duplo parui numeri, quam cum eisdē partibus, & duplo magni numeri. Si tñ auferatur 1. ex numero 112. qui in quæstione debet produci, soluetur quæstio proposita. Tūc enim nihil aliud queritur, quam numerus, qui bis sumptus, vñā cum $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$. facit 111. Nam si tandem addatur 1. fient 112. Pone ergo illum buuisse 12. discipulos. Hic enim numerus continet fractiones datas. Si ergo totidem discipuli accedant, habebit 24. nēpe duplo plures, quam prius. Ad quos si rursus accedat $\frac{1}{2}$ nimirum 6. & $\frac{1}{3}$. nempe 4. & $\frac{1}{4}$. vt pote 3. habebit 37. Debebant autem esse 111. vt addito 1. haberet 112. Dic ergo. Si 37. prouenerunt ex 12. ex quo prouenient 111? Inueniesq; eum habuisse 36. discipulos. Nam si accedant totidem, habebit 72. quibus si addatur $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$. videlicet 18. 12. & 9. fient 111. addito denique 1. fient 112.

Quæstio 4. 4. Q V I D A M emit equum, bortum, ac de

mum 5000. aur. ea lege, ut hortus quadruplo pluris constet, quam equus, at domus quincuplo pluris, quam hortus. Quanti ergo emit equum, & quanti hortum, & quanti domum? Hic queritur, ut numerus datus 5000. distribuatur in tres partes, ita ut secunda sit prima quadrupla, et ter tia secunda quincupla. Estq; questio haec similis pri ma. Pone ergo, equum valere 30. aur. quo posito, valebit hortus 120. aur. & domus 600. qui omnes numeri conficiunt 750. Deberent autem confiscare 5000. Dic ergo. Si 750. prouenerit ex 30. ex quo prouenient 5000? Inueniesq; 200. atque tot aureis fuit emptus equus, ac proinde hortus emptus fuit 800. aur. & domus 4000. qui omnes numeri constituant 5000. aur.

5. Q V I D A M proficiens Venetüs Hierosolymam expedit in itinere $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. suæ pecunie; domum autem reuersus deprehendit sibi superesse 36. aureos. Quantum ergo pecuniae is secundulit? Hic queritur numerus, à quo si auferantur $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. reliquus sic numerus 36. Pone illum habuisse 300. aur. ex quo si auferas $\frac{2}{3}$. nempe 200. & $\frac{1}{5}$. nimirum 60. supersunt 40. Debebant autem remanere tantum 36. Dic ergo. Si 40. prouenerunt ex 300. ex quo prouenient 36? Inueniesq; 270. atque tot aureos habuit. Nam ablatis $\frac{2}{3}$. nempe 180. & $\frac{1}{5}$. nimirum 54. supersunt 36.

Q V O D si quando contingat, partes in questione expressas unitatem superare, ac proinde non posse ex posito numero subtrahi, questio impossibilis erit. Ut si diceres quis. Da mihi numerum, vt,

si ex eo demas $\frac{3}{5}$. & $\frac{3}{5}$. relinquantur 36. quæstio esset impossibilis. Nam $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. unitatem superant, ac proinde auferri nequeunt ex posito numero 300. quia $\frac{2}{3}$. sunt 180. & $\frac{3}{5}$. sunt etiam 180. quæ partes simul constituant 360. qui numerus ex 300. auferri non potest.

Quæstio 6.

6. QVÆR AT TVR numerus, cuius $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. efficiant 522. Pone numerum cum esse 60. cuius $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. nempe 30. 20. 15. 12. & 10. efficiunt 87. Nos autem volumus 522. Dic ergo. Si 87. prouenerunt ex 60. ex quo prouenient 522? Inueniesq; 360. Huius enim numeri $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. nimirū 180. 120. 90. 72. & 60. efficiunt 522.

Quæstio 7.

7. QVIDAM interrogant se, quantum pecunia haberet, respondit, se tot aureos habere, ut si adeos addatur $\frac{1}{2}$. eorum, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & præterea 100. aur. constituant 300. aur. Quātam ergo pecuniam habuit? Ut hæc quæstio per hanc regulam soluatur, detrahendi sunt 100. aur. ex 300. ut in quæstione 3. diximus, & inquirendus numerus, ut, si addatur eius $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. fiat 200. Tunc enim additis 100. fiēt 300. ut in quæstione proponitur. Pone ergo eum numerum esse 24. Huius $\frac{1}{2}$. est 12. & $\frac{1}{3}$. 8. & $\frac{1}{4}$. 6. quæ omnes partes additæ ad 24. faciunt 50. Nos autem volumus, ut efficiant 200. Dic ergo. Si 50. prouenerunt ex 24. ex quo prouenient 200? Inueniesq; 96. ac tanta fuit summa aureorum. Nam $\frac{1}{2}$. continet 48. & $\frac{1}{3}$. 32. & $\frac{1}{4}$. 24. qui omnes numeri faciunt 104. additi autem ad 96. efficiunt 200.

ad

ad quē numerū si tandem adiūciantur 100. fieri 300.

8. *Q V I D A M* volens molere 500. modios *Quæstio 2.*
tritici adit molitorē habentem 5. molas, quarum
prima singulis horis molit 7. modios, secunda 5.
tertia 4. quarta 3. quinta 1. Quanto ergo tempore
totum triticum moletur, si omnibus molis triticū
imponatur, & quantū tritici singulis molis impo-
nendū? Pone in 4. horis. Quo posito, prima mola
cōficiet 28. modios, secunda 20. tertia 16. quarta
12. & quinta 4. qui omnes modij faciūt 80. De-
bent autem esse 500. Dic ergo. Si 80. modij proue-
nērūt ex 4. horis: 500. modij ex quot horis proue-
nienient? Inueniesq; 25. horas. In tot enim horis
prima mola molet 175. modios, secunda 125. ter-
tia 100. quarta 75. & quinta 25. qui omnes sunt
500. modij; atq; tot modij cūlibet mole subiicien-
di sunt, quot ipsa modios molit in 25. horis.

9. *Q V I D A M* proficisciens ad nundinas *Quæstio 3.*
lucratus est ex pecunia, quam secum attulerat,
tantum, ut lucru vna cum pecunia allata triplū
esset pecuniae allatae. Ex hac deinde pecunia in a-
lijs nundinis tantam pecuniam lucratus est, ut lu-
crū vna cum pecunia ad has nūdinas allata quin-
cuplum esset huius pecuniae. Postremo ex hac pe-
cunia in alijs nundinis tantum lucratus est, ut lu-
crū vna cum pecunia, quam proxime habebat,
quadruplum esset huius pecuniae; inuenit q; se ha-
bere 40000. aur. Quantū ergo pecuniae ad primas
nundinas attulit? In hac quæstione inquiritur nu-
merus, qui multiplicatus per 3. & productus nu-
merus per 5. & bic numerus productus per 4.

faciat 40000. Pone eum numerum esse 10. quem si multiplices per 3. facies 30. pro lucro vna cum pecunia in primis nundinis. Si autem multiplices 30. per 5. procreabis 150. pro lucro vna cum pecunia in secundis nundinis. Si denique multiplices 150. per 4. facies 600. pro lucro vna cum pecunia in tertis nundinis. Nos vero diximus, in tertis nundinis eū habuisse 40000. tñ aur. Dic ergo. Si 600. prouenerunt ex 10. ex quo prouenient 40000? Inueniesq; $66\frac{2}{3}$. atque tot aureos secū ille attulit ad primas nundinas. Nam si multiplicemus $66\frac{2}{3}$. per 3. efficiemus 2000. pro lucro & pecunia in primis nundinis. Si deinde multiplicemus 2000. per 5. gignemus 10000. pro lucro ac pecunia in secundis nundinis. Si denique multiplicemus 10000. per 4. producemus 40000. pro lucro ac pecunia in tertis nundinis.

Quæst. 10. 10. IN V E S T I G E T V R numerus, vt eo multiplicato per 4. & produeto per 3. & hoc producto per 6. atq; huic produeto additis 10. producatur 800. Hec qđ per hāc regulā solū nequit, nisi prius detrahantur 10. ex 800. propter rōnem in quæstione 3. dictam. Subtrahē ergo 10. ex 800. relinquenturq; 790. atque hic numerus producendus est ex multiplicationibus in quæstione expressis. Nam si ei addantur 10. fiet numerus 800. Pone numerum quasitum esse 10. quem si multiplices per 4. facies 40. qui numerus multiplicatus p 3. facit 120. hic deniq; numerus multiplicatus per 6. producit 720. Deberent autem produci 790. Quare dic. Si 720. prouenerunt ex

10. ex quo prouenient 790? Inueniesq; $10\frac{5}{3}\frac{5}{6}$. at quod hic est numerus, qui queritur. Si enim multiplices $10\frac{5}{3}\frac{5}{6}$. per 4. facies $43\frac{8}{9}$. quem numerum si rursus multiplices per 3. gignes numerum $131\frac{2}{3}$. quem si denique per 6. multiplices, procreabis 790. Additis autem 10. fient 800.

11. S E N E X quidam interroganti de sua Quæst. 11. etate, respondit, se tot habere annos, ut si eis adderetur $\frac{1}{2}$. ipsorum, & ex summa detrahatur $\frac{1}{4}$. ipsius, haberet 99. annos. Quot ergo annos habuit? Hic inueniēdus est numerus, ad quem si adiūciatur $\frac{1}{2}$. ipsius, & ex summa detrahatur $\frac{1}{4}$. eiusdem summae, reliquus sit numerus 99. Pone eū habuisse 80. annos. Si igitur adiūciatur eorum $\frac{1}{2}$. nempe 40. anni, fient 120. à quibus si detrahatur $\frac{1}{4}$. nimirum 30. supererunt 90. Dicuntur autem superesse 99. Dic ergo. Si 90. prouenerunt ex 80. ex quo prouenient 99? Inueniesque 88. atque tot annos senex ille habuit. Si namq; eis adiūcias $\frac{1}{2}$. eorum, nimirum 44. facies 132. à quibus si auferas $\frac{1}{4}$. nempe 33. supererunt 99.

12. A P P A R E T fastigium cuiusdā tur- Quæst. 12. ris 24. palmorum: dicit autem quidam, $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{5}$. eiusdem turris à circumiacentibus adiūcij occultiari. Quanta ergo est totius turris altitudo? Hic querendus est numerus, ita ut, si ab eo auferatur $\frac{1}{3}$. & præterea $\frac{2}{5}$. relinquatur 24. Pone eum numerum esse 30. à quo si auferas $\frac{1}{3}$. videlicet 10. & $\frac{2}{5}$. nimirum 12. remanent 8. Nos autem volumus, ut relinquatur 24. Dic ergo. Si 8. proueniunt ex 30. ex quo proueniente 24? Inueniesq;

90. ac tanta est altitudo turris. Nam si auferas $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{5}$. nempe 30. & 36. relinquuntur 24.

Quæst. 13. 13. EST hæsta, cuius $\frac{1}{3}$. alba est, & $\frac{1}{5}$. nigra, & $\frac{2}{9}$. cœrulei coloris, supersunt autem 12. palmi rubri. Quæta est ergo longitudo illius hæstæ. Hic etiam inquirendus est numerus, ita ut, si ex eo dematur $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{5}$. & $\frac{2}{9}$. reliquis sit numerus 12. Pone eum numerum esse 45. à quo si auferas $\frac{1}{3}$. nempe 15. & $\frac{1}{5}$. nimurum 9. & $\frac{2}{9}$. hoc est, 10. supersunt 11. Debent autem remanere 12. Dic ergo. Si 11. prouenerunt ex 45. ex quo proueniet 12? Inueniesq; $49\frac{1}{1}\frac{1}{1}$. ac tot palmarum est hæsta illius longitudo. Nam eius $\frac{1}{3}$. cõtinet palmos $16\frac{4}{1}\frac{1}{1}$. at $\frac{1}{5}$. continet palmos $9\frac{9}{1}\frac{1}{1}$. Item $\frac{2}{9}$. continet palmos $10\frac{1}{1}\frac{0}{1}$. qui omnes numeri ablati ex longitudine hæstæ palmarum $49\frac{1}{1}\frac{1}{1}$. relinquunt 12. palmos.

Quæst. 14. 14. QVID AM pro 30. vlnis panni albi, & 40. vlnis panni nigri expendit 660. aureos, constiteruntq; singulæ vlnæ panni nigri duplo pluris, quam singulæ vlnæ panni albi. Quanti ergo cōficitur vna vlna panni albi, & quanti vna vlna nigri? Pone vnam vlnam panni albi constitisse 4. aur. Et quoniam pretium vnius vlnæ panni nigri est duplo maius, necesse est, vnam vlnum panni nigri constitisse 8. aur. Ex quo fit, 30. vlnas panni albi constare 120. aur. & 40. vlnas panni nigri valere 320. aur. qui omnes aurei efficiunt 440. Nos autem diximus, illum expeditisse 660. aur. Dic ergo. Si 440. prouenerunt ex 4. ex quo prouenient 660? Inueniesq; 6. aur. pro pretio vnius vlnæ pan-

ne panni albi, ac proinde 12. aur. pro pretio vnius
vlnæ panni nigri. Ita enim 30. vlnæ panni albi co-
stabunt 180. aur. & 40. vlnæ panni nigri valebunt
480. aur. qui omnes aur. conficiunt 660. aur.

REGVLA FALSI DVPLICIS PO- SITIONIS.

Cap. XXIII.

DOPOSI T A questione qua cunq; per regulam falsi duplicitis positionis explicanda, ponatur quiuis numerus siue parvus, siue magnus, qui iuxta tenorem questionis examinetur. Nam si is quæsito respondeat, soluta erit quæstio; si minus, notandus erit excessus, vel defectus, quo a veritate aberratum est, vñā cum litera P. vel M. quarū illa plus, hec vero minus significat, prout videlicet error veritatem excederit, aut ab ea defecerit. Deinde ponatur rursus aliquis aliis numerus siue maior priore, siue minor, qui eodem modo examinetur, &c. Nam ex duplice hac positione, & duplice errore veritas elicetur hoc modo.

Regula fal-
si duplicitis
positionis
quo stat,

S. I in utraque positione à veritate aberratū est per excessum, vel defectū, subtrahatur minor error ex maiore, & numerus relictus p. diuisore serue-

Qn̄ vtrraq;
positio veri-
tatem exco-
dit, fit sub-
tractio.

seruetur. Deinde numerus primo positus per secundū errorē, & numerus secundo positus per primum errorem multiplicetur, minorq; numerus productus ex minore detrahatur. Nam si numerus hic residuus per diuisorem iam inuentum, nimurum per differentiam errorum, diuidatur, dabit Quotiens numerum quæsิตum, qui quæstionis proposita satisfaciet.

Q uia una positione
sitio veritatem
excessit, & altera
deficit, & altera
additio.

S I vero in alterutra positione à veritate aberratum est per excessum, & in altera per deficit, colligendi erunt duo errores in unam summam, ut habeatur diuisor: Similiter duo illi numeri, qui ex multiplicatione numerorum positorum per errores, ut dictum est, producuntur, in unam summam sunt colligendi, ut habeatur numerus diuidendus, &c. Id quod ex questionibus fiet perspicuum.

Quæstio 1.

1. QVAE R.A T V R numerus, à cuius dimidio subtracta $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. relinquantur 300. Poterat numerus 24. qui nimurum habeat partem $\frac{1}{2}$. in quæstione expressam, & eius $\frac{1}{2}$. alias partes expressas, nempe $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. contineat, ut fractiones, quoad fieri potest, ritentur: quia quidem numerus facile inuenietur, si numerus sumatur habens posteriores fractiones, & is postea duplicetur. Solet autem numerus hic primo acceptus poni ad sinistram in superiori parte crucis, & error in parte inferiori ad sinistram quoque, litera deniq; P. vel M. prout veritatem excederit error ille, vel ab ea defecerit, in medio crucis ad eandem sinistram: Secundus vero nume-

rus acceptus cum errore, & litera P. vel M. eodem ordine collocari solet ad dexteram eiusdem crucis, ut in nostro exemplo factū esse vides. Hic numerus 24. positus ita iuxta pronunciationē questionis examinabitur. Eius $\frac{1}{2}$. est 12. à quo numero detrahēda est $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. Est autem $\frac{1}{3}$. numeri 12. numerus 4. & $\frac{1}{4}$.

numeris 3. qui numeri detracti ex 12. relinquunt 3. Debebant autem relinquere 300. Aberratum est ergo a veritate per defectum 295. unitatum; ac proinde error hic notandus est cum litera M.

P O N A T V R secundo numerus 96. qui ita iuxta questionem examinabitur. Eius $\frac{1}{2}$. est 48. at $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. huius numeri 48. sunt 16. & 12. qui ex 48. ablati relinquunt 20. Debebant autem relinquere 300. Defecimus ergo rursus a veritate 280. unitatibus, ac proinde error hic notandus est etiam cum litera M.

I A M vero, quia in utraque positione deficitus a vero, subtrahendus erit minor error ex maiore, ut habeatur divisor 15. in inferiori parte crucis collocandus. Deinde multiplicandus numerus 24. primo positus per 280. secundum errorem, & numerus 96. secundo positus per 295. primū errorem, minorū numerus productus 6720. ex



maiore 28320. substrahendus, ut relinquatur numerus dividendus 21600. Hic enim numerus divisus per divisorem inuentum 15. dabit Quotientem 1440. qui est numerus quesitus. Eius enim $\frac{1}{2}$. est 720. Et huius $\frac{1}{3}$. Et $\frac{1}{4}$. sunt 240. Et 180. qui numeri ex 720. detracti, relinquunt 300. ut in questione proponebatur.

S E D soluamus eandem questionem per alios duos numeros, qui veritatem excedat; deinde per alios, quorum unus veritatem excedat, et alter ab eadem deficiat. Ponatur ergo primum numerus 4800. Huius $\frac{1}{2}$. est 2400. cuius $\frac{1}{3}$. Et $\frac{1}{4}$. sunt 800. Et 600.

qui numeri ex 2400. 4800. 2400.
ablati relinquunt
1000. Debebant
autem relinquendi 300.
excessimus ergo ve
ritatem 700. unita
tibus, atque adeo er
ror hic scribendus est cum litera P. Ponatur de
inde numerus 2400. Huius $\frac{1}{2}$. est 1200: cuius
 $\frac{1}{3}$. Et $\frac{1}{4}$. sunt 400. Et 300. quibus numeris ex
1200. ablatis, remanent 500. Debebant autem
relinquendi 300. Excessimus ergo rursus veritatem
200. unitatibus. Iam vero, subtracto minore er
rore de maiore, relinquetur divisor 500. facta au
tem multiplicatione numerorum positorum per
errores in crucem, ut dictum est, subtractoque mi
nore numero producto 960000. de maiore
1680000. relinquetur numerus dividendus

~~P~~ 700. ~~P~~ 500.
divisor.

72000. qui per 500. diuisus dabit Quotientem
1440. ut prius.

R V R S V S ponamus primo numerū 2400.
quo examinato iuxta quæstionem propositam, in-
ueniemus excessum 200. qui error scribendus est
cum litera P. Deinde ponamus numerū 96. quo
eadem ratione examinato, deprehendemus defi-
ctum 280. qui scribendus est cum litera M. Quo-
niam vero in una po-

excessimus	2400.	96.
veritatem, & in al-		
terea defecimus à ve-		
ro, facienda erit ad-		
ditio errorum, ut cō-		
ponatur diuisor, 80	200.	280.
	480.	
		diuisor.

Itē duo numeri pro-
ducti ex multiplicatione numerorum positorum
per errores in crucē, nempe 672000. & 19200.
in unam summā colligendi, ut fiat diuidendus nu-
merus 691200. Diuisio ēm hoc numero 691200.
per 480. fiet Quotiens 1440. veluti prius.

2. *ALEXANDER* Magnus in familiari colloquio, quod cum Calisthene philosopho quodam die habuit in ætatu mentionem forte for- tuna, ut accidere solet, incidit, hoc modo eum alloquens. Ego Ephestionem duobus supero annis, Clytus vero nostram amborum ætatem comple- titur, & insuper quatuor annos. Ex quo fit, ut omnes tres complecamus annos 95. quot nimirum pater tuus vixisse dicitur. Quot ergo annos ha- buit tunc Alexander, Ephestion, & Clytus? Vi-

des

des hic numerum 96. distribuendum esse in tres partes, ita ut prima superet secundam binario, tertia vero duas primas simul sumptas quaternario excedat. Vel inueniēdos esse 3. numeros, quorum primus secundum superet binario, & tertius primos duos simul sumptos quaternario excedat, omnes vero tres constituant 96. Pone ergo Alexandrum habuisse annos 20. ac proinde Ephestionem 18. & Clytum 42. Ita enim etas Alexandri superat Ephestionis etatem annis 2. Clytus autem amborum etatem annorum 38. comprehendit, & insuper 4. annos, ut in questione propinatur. Quoniam vero

rohi numeri 20.
18. 42. constituunt
tantū 80. qui 96.
deberent confice-
re, sit ut à vero de-
fecerimus 16. vni-
tatis. Pone er-
go rursus Alexan-
dri annos fuisse
30. ac propterea

20.

18.

42.

—

80.

16.

—

40.

Diuisor.

30.

28.

61.

—

120.

24.

—

Ephestionem habuisse annos 28. & Clytum 62. qui omnes efficiunt 120. Deberent autem efficerre tantum 96. Excessimus ergo veritatem 24. unitatis. Facta iam additione errorum inter se, quod vnius defecerit à veritate, & alter eandem excesserit, sicut 40. per diuisorem. Facta item multiplicatione 20. per 24. & 30. per 16. productis que 480. 480. inter se additis, sicut 960. quibus

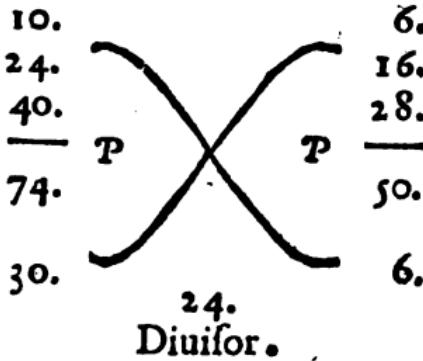
diui-

diuisis per 40. fiet Quotiens 24. atque tot annos tunc Alexander Magnus habuit, ac proinde, iuxta questionis tenorem, Ephestio 22. & Clytus 50. qui omnes constituant 96. annos.

3. T R E S habent summam quandam pecuniae, nempe 44. aureos. Secundus habet duplo plus quam primus, & præterea 4. aureos. Tertius autem tantum habet, quantum primus & secundus, & præterea 6. aur. Quātum ergo quisque habet? Hic vides numerū 44. distribuendum esse in tres partes, ut secunda dupla sit primæ, contineatque præterea 4. tertia vero & qualis sit primæ, ac secundus, contineatq; præterea 6. Vel querēdos esse tres numeros, quorum secundus contineat primum bis, & insuper 4. tertius vero contineat primum, & secundum semel, & præterea 6. ipsi vero tres numeri conficiant 44. Pone ergo primum habere 10. quo posito, habebit secundus 24.

nēpe duplo plus, quam primus, & insuper 4. tertius autē habebit 40. tātum videlicet, quantum primus ac secundus, ac præterea 6. qui tres

numeri conficiunt 74. Deberent autem confidere solum 44. Excessimus ergo veritatem 30. unitatis. Pone deinde primum habere 6. Habebit ergo secundus 16. & tertius 28. qui tres numeri



conficiunt 50. Deberent autem conficere solū 44. Excessimus ergo rursum veritatē 6. unitatibus. facta iam subtractione minoris erroris de maiore, quia uterq; error excessit veritatem, reliquus erit diuisor 24. Facta item multiplicatione 10. per 6. & 6. per 30. subtractoq; illo productō 60. ex hoc 180. remanebit diuidendus numerus 120. quo diuiso per 24. fiet Quotiens 5. Tantum ergo habet primus : secundus vero 14. & tertius 25. qui tres numeri in unam summam collecti efficiunt 44.

S I multiplicarentur numeri, quos posuimus secundum ac tertium habere, per eosdem errores, &c. inuenirentur numeri, quos secundus ac tertius habent. Ut ex 24. per 6. fiunt 144. & ex 16. per 30. fiunt 480. Subtracto autem illo numero ex hoc, remanet 336. quo numero diuiso per 24. diuisorem inuentum, fiet Quotiens 14. pro numero secundi. Item ex 40. per 6. fiunt 240. & ex 28. per 30. fiunt 840. subtracto autem illo numero ex hoc, reliquus erit numerus 600. quo diuiso per 24. fiet Quotiens 25. pro numero tertij. Sed satius est, inuentō numero primi, inuestigare reliquos, iuxta pronunciationem questionis, nempe eomodo, quo uterq; numerus falso positus est examinatus. Aliquando tamen commodius erit inquirere alios numeros ea ratione, qua primus quisitus est; ut in questione 6. manifestum erit.

Quæstio 4. 4. *QVAE RANTVR* tres numeri, qui faciant 60. secundus autem contineat primū bis, & insuper 4. tertius vero contineat primum, ac

secundum, & praterea 6. Hac quæstio similis est
antecedenti. Pone primum numerū esse 6. ac pro-
inde secundum 16. & tertium 28. qui tres nume-
ri faciunt 50. Deberent autē facere 60. Factus est
ergo error per defectū 10. Pone rursus primū nu-
merum esse 8. ac

proinde secundū 6.
20. & tertiu 34.
qui tres numeri
faciunt 62. Debe-
rent autē facere
60. Excessimus
ergo verum 2. v.
nietibus. Opera-
re, ut regula pre-

6.
16.
28.
—
50.

M T

8.
20.
34.
—
62.

2.

12.
diuisor.

cipit, inueniesq; primū numerum esse $7\frac{2}{3}$. ac pro-
inde secundum $19\frac{1}{3}$. & tertium 33. qui tres nu-
meri efficiunt 60.

5. D I V I D A T V R numerus 30. in duas. Quæstio 1.

partes, quarum prior
cum 60. numerū fa-
ciat triplum numeri
ex posteriori parte,
& 20. compositi. Po-
ne priorem partem
esse 20. ac proinde po-
steriorē 10. Prior
cum 60. facit 80. &
posterior cum 20. facit 30. Deberet autem nume-
rus 80. triplus esse numeri 30. iuxta pronuncia-
tionem exempli. Cum ergo numerus 90. triplus

20.
10.
—
10.

M T

24.
6.
—
6.

16.
diuisor.

fit numeri 30. defecimus 10. vnitatibus à vero.
Pone rursus priorem partē esse 24. ac propterea
posteriorē 6. Prior cum 60. facit 84. & posterior
cū 20. facit 26. Deberet autem numerus 84. iux-
ta tenorem quæstionis, triplus esse numeri 26. Cū
ergo numerus 78. triplus sit numeri 26. excessi-
mus veritatē 6. vnitatibus. Opare, vt regula p̄ci-
pit, inueniesq; priore partē esse $22\frac{1}{2}$. atq; adeo po-
steriore $7\frac{1}{2}$. Prior. n. cum 60. facit $82\frac{1}{2}$. & poste-
rior cū 20. facit $27\frac{1}{2}$, cuius numeri ille tripl⁹ est.

*A L I O modo institui potest solutio huius
quæstionis. Postquam enim in prima positione de-
prehēdimus prio*

rem partem 20.	20.	24.
cum 60. facere	10.	6.
80. & posteriorē	—	—
partem 10. cum		
20. facere 30. cu		
ius numeri ille	$3\frac{5}{3}$.	2.

deberet esse tri-
plus; videndum
est, cuius numeri

$5\frac{1}{3}$.
Divisor.

tripplus sit numerus 80. Est autem triplus nume-
ri $26\frac{2}{3}$. quem numerus 30. superat numero $3\frac{1}{3}$.
Excessimus ergo veritatem hoc numero $3\frac{1}{3}$. Rur-
sus postquam in secunda positione inuentum est
priorem partem 24. cum 60. facere 84. & poste-
riorem partem 6. cum 20. facere 26. cuius nume-
ri ille deberet esse triplus; videndum est, cuius nu-
meri triplus sit numerus 84. Est autem triplus
numeri 28. à quo numerus 26. deficit 2. vnitati-
bus.

bis. Defecimus ergo à verione abinario. Operare iam secundum regulę & præcepta, inueniesq; priore partem esse $2\frac{1}{2}$. & posteriorem $7\frac{1}{2}$. ut prius. Sed prior ratio commodior videsur, cum facilius per eam videntur fractiones.

6. QVAE RANTVR tres numeri, quorum primus additus ad 73. faciat duplū reliquorum duorum; secundus vero cum 73. faciat triplū reliquorum; tertius denique cum 73. faciat quadruplicū reliquo-

rum duorum.

Pone primū $26\frac{3}{4}$.

numerum es-

se 1. vel aliū

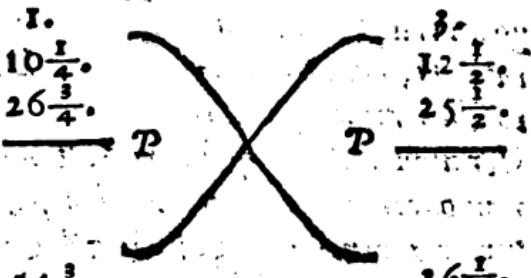
quemvis nu-

merum im-

parē, ut ad-

ditus ad 73.

faciat nume-



divisor.

rum parem, qui possit habere dimidium, quandoquidem primus cum 73. debet facere numerū duplū reliquorum duorum. Quoniam igitur 1. cum 73. facit 74. qui numerus duplus debet esse, iuxta pronūciationem exempli, reliquorum duorum, necesse est, reliquias duos simul esse 37. Et quia secundus cum 73. debet facere numerum triplū primi, (qui est 1.) & tertij, dividendus erit, per antecedentem questionem, numerus 37. in duas partes, quarum prior cum 73. faciat triplū numeri, qui ex posteriore parte; & 1. componitur.

atque ita, antequam proposita questio solvatur,
necessere est, aliam prius soluere, que in ipsa opera-
tione occurrit.

P O N E ergo priorem partem esse 2. atque
adeo posteriorem 35. Facit autem prior cum 73.
numerū 75. posterior
vero cum 1. facit 36.
cuius triplus nō est nu-
merus 75. sed numer-
rus 108. Defecimus er-
go à veritate 33. vni-
tatis, cum tot vni-
tatis minor sit no-
ster numerus 75. quam 108. Pone rursus, prio-
rem partem esse 5. atque adeo posteriorem 32.
Prior autem cum 73. facit 78. & posterior cum
1. facit 33. cuius numeri triplus non est numerus
78. sed numerus 99. Defecimus ergo rursus 21.
unitatis. Operare iam secundum precepta re-
gulae falsi, inueniesq; priorem partem esse $10\frac{1}{4}$.
ac proinde posteriorem $26\frac{5}{4}$.

I T A Q V E si primus numerus proposita
questio est 1. erit secundus $10\frac{1}{4}$. & tertius
 $26\frac{5}{4}$. Ita enim primus cum 73. facit duplum re-
liquorum duorum, & secundus cum 73. facit tri-
plum duorum reliquorum. Si ergo tertius cum 73.
faciat quadruplum reliquorum duorum, satisfa-
ctum erit questioni. Facit autem tertius cum 73.
numerum $99\frac{3}{4}$. qui quadruplus non est numeri
 $11\frac{1}{4}$. qui ex primo, & secundo constatur, sed nu-
merus 45. quadruplus est numeri $11\frac{3}{4}$. Excessio-



ens ergo veritatem hoc numero $54\frac{1}{4}$.

P O N E iam primum numerum esse 3. qui cum 73. facit 76. qui numerus duplus esse debet reliquorum duorum. Duo ergo reliqui efficient 38. Et quia secundus cum 73. debet facere triplum primi, (qui est 3.) & tertij: dividendus erit per antecedentem questionem, numerus 38. in duas partes, quarum prior cum 73. faciat triplum eius numeri, qui ex posteriori parte, & 3. componitur.

Pone ergo prior-

rem partem esse

2. atq; adeo po-

steriorē 36. Fa-

cit autem prior

cum 73. numerū

75. at posterior

cum 3. facit 39.

$$\begin{array}{r} 2. \\ 36. \\ \hline 42. \end{array} \quad M \quad \begin{array}{r} 23. \\ 15. \\ \hline 42. \end{array}$$

34.
diuisor.

cuius triplus non est numerus 75. sed numerus 117. Defecimus ergo a veritate numero 42. Po- ne rursus priorem partem esse 23. ac proinde po- steriorem 15. Prior autem cū 73. facit 96. at po- sterior cum 3. facit 18. cuius numeri triplus non est numerus 96. sed numerus 54. Excessimus ergo verū numero 42. Operare secundū regulam falsi, inueniesq; priorem partem esse $12\frac{1}{2}$. ac proinde posteriorem $25\frac{1}{2}$.

I T A Q U E si numerus primus questionis propositæ est 3. secundus erit $12\frac{1}{2}$. & tertius $25\frac{1}{2}$. Ita enī primus cum 73. facit duplū reliquorum duorum, & secundus cum 73. facit triplū reliquorum duorum. Si igitur tertius cum 73. facias

quadruplum reliquorum duorum, soluta erit ques-
tio. Facit autem tertius cum 73. numerū 98 $\frac{1}{2}$.
qui quadruplus non est numeri 15 $\frac{1}{2}$. sed num-
erus 62. Excessimus ergo verū numero hoc 36 $\frac{1}{2}$.
IAM vero si multiplicetis primos numeros
per errores in crucem, item secundos, & tertios,
(commodius enim inuenientur secundus, & ter-
tius hoc modo, quād si ex primo inuento illos eli-
tere vellemus, prope certa quodd opus esset questio-
ne precedenti hic vti) & facta subtractione, resi-
duos numeros divididas per diuiforem inuentum
18 $\frac{1}{4}$. nempe per differentiam errorū, quodd in re-
traq; positione factus est semper excessus, itua-
nies primum numerū esse 9. secundū 17. & ter-
tiū 23. Nam primus cum 73. facit 80. qui nume-
rus duplus est reliquorum duorum: at secundus cū
73. facit 90. qui numerus triplus est duorum reli-
quorum. Tertius deniq; cum 73. facit 96. qui nu-
merus reliquorum duorum quadruplus est.

Quæstio 7. 7. QVÆ RETVR numerus, quo multiplicato per 3. & producto additis 10. Et summa hac multiplicata per 4. productoq; additis 20. Sūma vero hac multiplicata per 3. & producto additis 30. Summa deniq; bac multiplicata p. 3960. 360. 6. productoq; additis 40. numerus pro diuisor. ducatur 6700. Fin. gamma numerum cum esse 2. qui multiplicatur per 3. facit

facit 6. additis autem 10. fiunt 16. Hac autem summa multiplicata per 4. fiunt 64. & additis 20. fiunt 84. Rursus hac summa multiplicata per 5. fiunt 420. additisque 30. fiunt 450. Hac denique summa multiplicata per 6. fiunt 2700. additisque 40. fiunt 2740. Debebat autem ultima hæc summa esse 6700. Defecimus ergo à veritate hoc numero 3960. Finge deinde eundem numerum esse 3. qui multiplicatus per 3. facit 9. additisque 10. fiunt 19. Hæc autem summa multiplicata per 4. facit 76. additisque 20. fiunt 96. Hæc rursum summa per 5. multiplicata facit 480. additisque 30. fiunt 510. Denique hæc summa multiplicata per 6. facit 3060. additisque 40. fiunt 3100. Debebant autem effici 6700. Defecimus ergo iterum à veritate numero hoc 3600. Operare secundum regulam, inueniesque numerum quæsitus esse 13. Hic enim numerus multiplicatus per 3. facit 39. additisque 10. fiunt 49. Hæc summa multiplicata per 4. facit 196. additis vero 20. fiunt 216. que summa multiplicata per 5. facit 1080. additis autem 30. fiunt 1110. que denique summa multiplicata per 6. facit 6660. additisque 40. fiunt 6700.

8. *L V D I M A G I S T E R* quidam tot ^{Quæstio} babet discipulos, ut si singuli persoluant 5. aur. desint illi 30. aur. ad emendam domum, in qua habitat; si vero singuli dent 6. aur. supersint 40. aurei ultra pretium domus. Quot ergo habet discipulos, & quantum est pretium domus? Hic nihil aliud queritur, quam numerus, qui multiplicatus per 5. talcm procreet numerum, ut additis 30. ea-

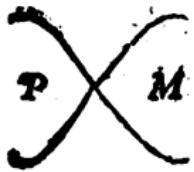
dem summa fiat, que relinquitur, si idē numeris per 6. multiplicetur, & a productō detrabantur 40. Pone ergo, numerum discipulorū esse 30. qui multiplicatus per 5. facit 150. additisiq; 30. fiunt 180. Tanti ergo constabit domus, si 30. discipulos habeat, quorum singuli persol- 30. uāt 5. aureos. Videamus iam, an super- 100. 40. 30. 70. 70. diuisor.

Multiplicatus autē idem numerus discipulorum 30. per 6. facit 180. nūbilq; superest vlera pretium domus 180. aureorum: debebant autem superesse 40. aurei. Defecimus ergo à veritate hoc numero 40. Finge rursum, numerum discipulorum esse 100. qui multiplicatus per 5. facit 500. additisiq; 30. fiunt 530. Tanti ergo constabit domus, si 100. habeat discipulos, quorum singuli persolvant 5. aureos. Videamus iam, an supersint 40. aurei vlera hoc pretium, si singuli dent 6. aureos. Multiplicatus autem idem numerus discipulorum 100. per 6. facit 600. supersuntq; 70. aurei vlera pretium domus 530. aureorum: debebant autem superesse tantū 40. Excessimus ergo veritatem hoc numero 30. Operare per regulam falsi, inueniesq; numerum discipulorum 70. Hic enim numerus multiplicatus per 5. facit 350. additisiq; 30. fiunt 380. Tantum ergo est pretium domus. Idem numerus discipulorum

75. multiplicatus per 6. facit 420. qui numerus superat pretium domus 380. aur. hoc numero 40.

9. DVO inter se partiri debebat aequaliter 60. aureos: Orta autem rixa inter eos, quilibet rapuit, quantum potuit. Initia postea pace, primus depositus $\frac{1}{4}$. sue pecunie, secundus vero $\frac{1}{3}$. Etiamque est tunc, ut tam primus accipiens $\frac{1}{3}$. secundi, quam secundus accipiens $\frac{1}{4}$. primi habuerit 36. aur. Quaneum ergo quisque primo rapuit? Pone primum rapuisse 36. aur. atque adeo secundum reliquos 24. Si igitur primus deponat $\frac{1}{4}$. nempe 9. aur. relinquenter ei 27. aur. quibus si addamus $\frac{1}{3}$. secundi, quam dicitur deposituisse, nempe 8.

aur. faciemus 35. aur. pro primo. Debebat autem solum habere

36.		24.	8.	18.
		M		54

divisor.

30. Excessimus ergo verum numero 5. Pone iam primum surripisse 12. ac propterea secundum reliquos 48. Si igitur primus deponat $\frac{1}{4}$. hoc est, 3. aur. remanebant ei 9. aur. quibus si addamus $\frac{1}{3}$. secundi, puta 16. aur. efficiemus 25. aur. pro primo. Debebat autem habere 30. Defecimus ergo 5. unitatibus. à vero: Operare secundum regulam, inueniesque, primum rapuisse 24. & secundum propterea 36. Nam si primus deponat $\frac{1}{4}$. nimirum 6. aur. & reliquis 18. addat $\frac{1}{3}$. secundi, nempe 12. habebit 30. aur. Sic etiam si secundus, deponeta $\frac{1}{4}$. nempe 12. aur. reliquis 24. addat $\frac{1}{3}$.

primi, id est, 6. aur. habebit 30. aur.

P O R R O ex positione secundi eodem modo
verum eliciemus. Nam in priori positione, si se-
cundus deponat $\frac{1}{3}$. nempe 8. aur. & reliquis 16.
adiungat $\frac{1}{4}$. primi, hoc est, 9. aur. habebit 25. aur.
qui deberent ef-
fe 30. Defeci-
tus ergo à veri-
tate 5. unitati-
bus. In posterio
si vero posicio-
ne, si secundus
deponat $\frac{1}{3}$. nem-
pe 16. aur. &
reliquis 32. adiuj-
ciat $\frac{1}{4}$. primi, nimis 3. aur. efficiet 35. aur.
qui deberent esse tantum 30. Excessimus ergo ve-
rum rursus 5. unitatibus. Operare per regulam,
multiplicando errores per positiones secundi, &c.
reperiesq; scdm surripuisse 36. aur. & primū 24.

Q u a s t . 10.

10. D V O partiri debebant inter se 100. aur.
equaliter: orta autē
inter eos rixa, quili-
bet, quantū potuit, ar-
ripuit. Cōposita dein-
de pace inter eos, de-
posuit primus $\frac{1}{3}$. sua
pecunia, secundus ve-
ro depositit $\frac{1}{3}$. primus
autē accepit hāc $\frac{1}{3}$. & secundus illā $\frac{1}{3}$. quo factō
pterq; habuit 50. Quantū ergo quisq; primora-
pūs

36.

24.

5.

M

P

12.

48.

5.

10.

diuisor.

30.

70.

16.

M

60.

40.

24.

14.

diuisor.

puerit Finge, primū rapuisse 30. aut. ac pīnde secūdū
dam 70. Primi $\frac{1}{3}$. est 10. quā si deponat, relinquit
tur illi 20. Secūdi $\frac{1}{5}$. est 14. que si detur primo, ha-
bebit primus 34. aureos. Debeat autē habere 50.
Defecimus ergo à veritate numero hoc 16. Finge
rursus, primū surripuisse 60. ac pītere a secundū
40. Primi $\frac{1}{3}$. est 20. quā si deponat, supererūt ei
aur. 40. Secundi $\frac{1}{5}$. est 8. quā si demus primo, ha-
bebit primus 48. Debeat autē habere 50. Defeci-
mus ergo in hac etiā positione à veritate numero
2. Operare pīculū, reperiesq; primū surripuisse
 $64\frac{2}{3}$. atq; adeo secundū $35\frac{5}{7}$. Primi enim $\frac{1}{3}$. est
 $21\frac{3}{7}$. quā si deponat, remanebūt ei $42\frac{6}{7}$. Secūdi
 $\frac{1}{5}$. est $7\frac{1}{7}$. quā si deponat, supererūt ei $28\frac{4}{7}$. Iā
vero si $\frac{1}{5}$. secundi, nempe $7\frac{1}{7}$: detur residuo pri-
mi, quod fuit $42\frac{6}{7}$. habebit primus 50. Item si
 $\frac{1}{3}$. primi, nimirum $21\frac{3}{7}$. detur residuo secundi,
quod fuit $28\frac{4}{7}$. habebit quoque secundus 50. ut
in quaestione proponebatur.

11. DV O inter se ita distribuunt 100. aut. Quæst. 14
ut si primus deponat $\frac{1}{3}$. & secundus $\frac{1}{4}$. atq; ag-
gregatum harū partū bifariā sc̄etur, deturq; $\frac{1}{2}$.
veriq; numero solito numeri s̄iāt aequales, nempe
50. & 50. Quætæ ergo sunt ambo rū partes? Finge
primi partem esse 60. ac pīnde secūdi 40. Si pri-
mus deponat $\frac{1}{3}$, nēpe 20. remanet ei 40. Si vero
 $\frac{1}{4}$. secūdi, nēpe 10. adiūciatur ad $\frac{1}{3}$. primi, hoc est,
ad 20. s̄iēt 30. atq; huius aggregati $\frac{1}{2}$. nimirū 15.
demus residuo primi; qđ fuit 40. faciemus 55. De-
bebamus autē facere tñmodo 50. Ecessimus ergo
veritatē hoc numero. 5. Finge deinde, primū ha-

bere 24. ac proinde secundum 76. (Postea autem
hunc numeros, quod prior habeat $\frac{1}{2}$. & posterior
 $\frac{1}{4}$. sine fractio-

nibus.) Si pri-
mus deponat $\frac{1}{2}$.

nempe 8. super-
funt ei 16. Si ve-
ro $\frac{1}{4}$. secundi, vi-
delicet 19. adi-
ciatur ad $\frac{1}{2}$. pri-
mi, nempe ad 8.

vt fiant 27. atq;

buius aggregati $\frac{1}{2}$. hoc est, $13\frac{1}{2}$. demus residuum
primi, quod fuit 16. habebit primus $29\frac{1}{2}$. Debe-
bat autem habere 50. Defecimus ergo à veritate
 $20\frac{1}{2}$. Operare iam per regulam, inueniesq; par-
tē primi esse $52\frac{1}{2}\frac{6}{7}$. ac proinde secundi $47\frac{8}{7}$.
Nam primi $\frac{1}{2}$. est $17\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. quam si deponat, re-
manent ei $35\frac{5}{7}$. Secundi $\frac{1}{4}$. est $11\frac{1}{2}\frac{3}{7}$. quam
si deponat, supersunt ei $35\frac{5}{7}$. Aggregatum an-
tem ex $\frac{1}{2}$. primi, & ex $\frac{1}{4}$. secundi, id est, ex
 $17\frac{1}{2}\frac{1}{7}$. & $11\frac{1}{2}\frac{3}{7}$. est $29\frac{7}{7}$. minus $\frac{1}{2}$. videlicet
 $24\frac{1}{2}$. adiecta ad residuum primi, hoc est, ad
 $35\frac{5}{7}$. & ad residuum secundi, id est, ad $35\frac{5}{7}$.
facit 50. & 50.

Quæst. 12.

12. D I V I D A T U R numerus 1000. in
duas partes, quarum maior superet minorem nu-
mero hoc 49. Finge, maiorem partem esse 600.
ac proinde minorem 400. Superat autem illa hæc
numero 200. & nos volebamus, excessum esse
49. Excessimus ergo veritatem numero 1. Fin-

ge deinde, maiorem partem esse 550. ac proinde minorem 450.

Superat autem 600.
illa hanc numero 400.

100. q̄ nos
solebamus, ex-

cessum esse 49.

Excessimus ergo rursus veri-
tate numero 51.

Operare secun-
dum regulam, inueniesque maiorem partem esse
 $524\frac{1}{2}$. ac properea minorem $475\frac{1}{2}$. Illa enim
hanc superat numero dato 49.

13. Q V I D A M habet duo pocula aurea, Quidam. 13.

& unum cooperculū 150. aureorum, quod additū priori poculo facit eius pretium triplū pretij posterioris poculi, additum vero posteriori poculo facit illud eiusdem pretij cum priori. Quantū ergo constant duo illa pocula? Hic queruntur duo numeri, quorū pri-

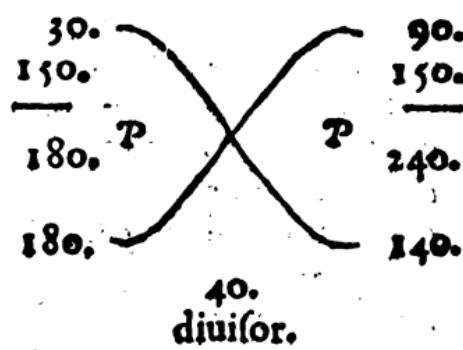
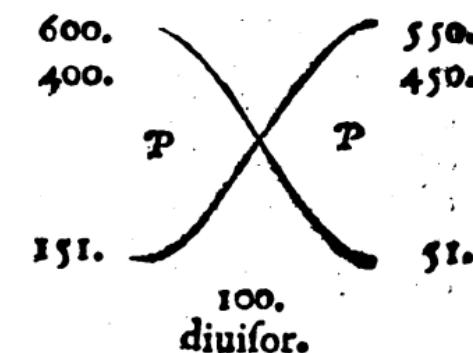
mūs cum 150.

triplus sit secun-
di, secundus ve-

ro cum 150. et
qualis sit pri-
mo. Pone, prius

poculum consta-
re 30. akr. (Po-

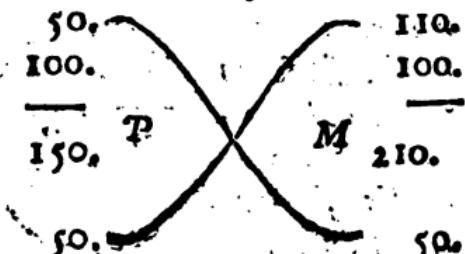
no autem hunc



numerum, quā, additis 150. fit numerus, qui ha-
bet

abet subtriplum sine fractione .) Addito cooperculo 150. aureorum, constabit 180. aur. & quoniam pretium hoc triplum esse debet. pretij poste rioris poculi, constabit posterius poculum 60. aur. Addito cooperculo, constabit 210. Debebat au tem constare tantum 30. ut eius pretium aquale esset pretio prioris. Excessimus ergo veritatē numero 180. Pone deinde, prius poculum constare 90. aur. Addito cooperculo 150. aureorum, constabit 240. aur. ac proinde posterius poculum constabit 80. aur. cum ille numerus huins sit triplus. Addito cooperculo, constabit 270. Debebat autē constare tantum 90. ut eius pretium prioris pretio esset aquale. Excessimus ergo etiam bic veritatem numero 140. Operare per regulam, inuenies que pretium prioris poculi 300. aur. Addito enī cooperculo 150. aur. fiet pretium 450. aur. atque adeo pretium posterioris poculi erit 150. aur. sub triplum videlicet illius ; additoq; cooperculo, fiet pretium 300. aur. aquale pretio prioris.

Ques. 14. 14. QVIDAM habet duo pocula aurea, & unum cooper culum 100. au reorū, quod additum priori poculo facit eius pretium triplū pretij posterioris, additum vero posteriori facit eius pretium duplū pretij prioris. Quantū ergo astimantur duo illa pocula? Fin-



100.
diuisor.

ge,

ge, prius valere 50. aur. Addito cooperendo 100. aureorum, valebit 150. aur. ac proinde posterius valebit etiam 50. aur. cum ille numerus huins triplus sit. Addito cooperculo, valebit 150. aur. qui numerus duplus non est pretij prioris, sed numerus 100. duplus est illius pretij. Excessimus ergo veritatem numero 50. Pone rursus, prius vale re 110. aur. Addito cooperculo, valebit 210. aur. ac propterea posterius valebit 70. aur. cu ille numerus huins sit triplus. Addito cooperculo valebit 170. aur. qui numerus duplus non est pretij prioris, sed numerus 220. eius duplus est. Defecimus ergo a veritate numero 50. Operare per regulam, inueniesq; pretium prioris poculi 80. aur. Addito enim cooperculo 100. aureorum, fiet pretium 180. aur. ac proinde pretium posterioris poculi erit 60. aur. subtriplum videlicet illius; additoq; cooperculo, fiet pretium 160. aur. duplū pretij prioris, quod erat 80. aur.

15. QVI D A M emit tot perdices, vt si e- Quæst. 15.

missit $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. il-

larū, & præterea 22.

32.

baberet 100. Quot er-

60.

go emis? Hic queritur,

numerus, cuius $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$.

65.

& $\frac{1}{4}$. cum 22. faciat

100. Pone eum emissē

12. Huius numeri $\frac{1}{2}$.

est 6. & $\frac{1}{3}$. 4. & $\frac{1}{4}$. 3. quæ partes faciunt 13. ad.

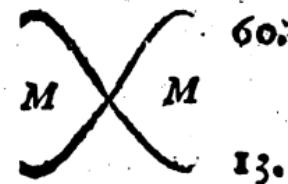
ditisq; 22. fiunt 35. Debebant autem fieri 100.

Defecimus ergo numero 65. Pone secundo, cum

emisse

Digitized by Google

Digitized by Google



52.
diuisor.

emisse 60. Huic numeri $\frac{1}{2}$. est 30. Et $\frac{1}{3}$. 20. et $\frac{1}{4}$.
 15. que partes faciunt 65. additisq; 22. fiunt 87.
 Debet autem fieri 100. Defecimus ergo iterum
 numero 13. Operare per regulam, inveniesq; cum
 emisse 72. perdices. Huic namq; numeri $\frac{1}{2}$. est
 36. Et $\frac{1}{3}$. 24. Et $\frac{1}{4}$. 18. que partes conficiunt
 78. additis autem 22. fiunt 100. quemadmodum

Quæst. 16. propositum est.

16. DVQ habent summam quandam aurco-
 rū: si secundus primo det 12. habebit primus sextu-
 plu plus, quam secundus: si vero primus det 15.
 secundo, habebit secundus decuplo plus, quam pri-
 mus. Quot ergo quisq; aureos habet? Hic querun-
 tur duo numeri, quorum primus cum 12. unitati-
 bus secundi sextuplus sit residui secundi, secundus
 vero cum 15. unitatis primi decuplus residui
 primi. Ut hanc, & similes questioes facilius si-
 ne fractionibus solvas, incipendum erit a numero
 secundo. Finge ergo, secundum habere 20. ex quo
 si datur 12. unitates primo, habebit primus,
 iuxta questionis pronunciationem, sextuplum re-
 sidui secundi, quod est 8. Habebit ergo tunc pri-
 mus 48. atque adeo, antequam 12. accepit a secu-
 ndo, habuit 36. Iam vero si ex hoc numero 36. pri-
 mi datur 15. unitates secundo, habebit secundus
 35. qui numerus decuplus esse debet, iuxta qua-
 stionis tenorem, residui primi, quod est 21. Constat
 autem, numerum 35. non esse decuplum numeri
 21. sed numerum 210. Defecimus ergo a verita-
 te numero 175. Pone rursus, secundum habere
 100. ex quo si datur 12. primo, habebit primus,

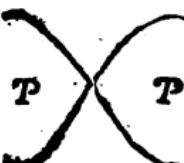
vt vult questio, sextuplum residui secundi, quod est 88. Habebit ergo tunc primus 528. at que adeo, ante quā 12. accepit à secundo, habuit 516. Iam vero si ex hoc numero 516. prīni dentur 15. vni tates secundo, habebit secundus 115. qui numerus decuplus esse debet, ut questio vult, residui primi, quod est 501. constat autem, numerū 115. non esse decuplum numeri 501. sed numerū 5010. Defecimus ergo ruris à veritate numero 4895. Operare per regulam, inueniesq; secundum habere $17\frac{2}{5}$. ex quo si dēcur 12. vnitates primo, habebit primus sextuplum residui secundi, quod est $5\frac{2}{5}$. Habebit ergo tunc primus $30\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. ac proinde, antequam à secundo accepit 12. habuit $18\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. Si enim ex hoc numero dentur secundo 15. vnitates, habebit secundus $32\frac{2}{5}$. qui numerus decuples est residui primi, quod est $3\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. ut questio proponit.

17. DVO habent summam quandam aureo rū: Si secundus det 6. primo, habet primus duplū residui secundi; si vero primus secundo det 3. habebit secundus numerum eūalem residuo primi. Quot ergo aureos quisq; habuit? Hic etiā queruntur duo numeri, quorū primus cū 6. vnitatibus secundi duplus sit residui secundi; sc̄s vero cū 3. vnitatibus primi equalis. residuo primi. Pone scdm. habere 15. ex quo si dēcur 6. vnitates primo, habe-

bit primus 18. duplum videlicet residui secundi,
quod est 9. atque adeo, priusquam acciperet 6. à
secundo, habuit 22. Iam vero si ex hoc numero
dentur 3. vnitates secundo, habebit secundus 18.
qui numerus equalis
non est residuo primi, 15. 20.
quod est 9. sed maior.
Excessimus ergo veri-
tatem numero 9. Po-
ne deinde, secundū ha-
bere 20. ex quo si den-
tur 6. vnitates primo

habebit primus 28. duplum videlicet residui se-
cundi, quod est 14. Antequam ergo acciperet 6. à
secundo, habuit 22. Iam vero si primus det secun-
do 3. vnitates, habebit secundus 23. qui numerus
non est equalis residuo primi, quod est 19. sed ma-
ior. Excessimus ergo rursus veritatem numero 4.
Operare per regulam, inueniesque secundum habe-
re 24. ex quo si dentur 6. vnitates primo, habebit
primus 36. nempe duplum residui secundi, quod
est 18. Prins ergo habuit 30. atque adeo si det 3.
vnitates secundo, habebit secundus 27. qui nume-
rus equalis est residuo primi, quod etiam est 27.

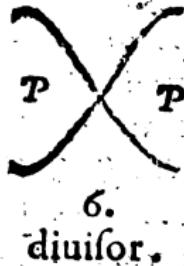
Quæst. 28. 18. E S T cisterna habens in fundo tres fistu-
las inaequales: per maximam referat am effluit to-
ta aqua in 2. horis, per medium in 3. & per mini-
mā in 6. Si ergo aqua semper equabiliter effluat,
quāto tempore effluet, si omnes tres fistulae simul
referentur? Finge in 4. horis, & dic. Si maior fistu-
la in 2. horis evacuat 1. cisternā, quid evacuabit



Divisor.

in 4. horis: inueniesq; 2. cisternas. Item, Si media
fistula in 3. horis euacuat 1. cisternam, quantum
exhauriet in 4. horis? inueniesq; 1 $\frac{1}{3}$. cistern. Item,
Si minima fistula in 6. horis exhaurit 1. cisternam,
quantum euacubit in
4. horis? inueniesq; $\frac{2}{3}$.
cistern. atque ita om-
nes tres fistule in 4. ho-
ris euacuaret. 4. cister-
nas. Nos autem volu-
mus tantum 1. cister-
nam. Excessimus ergo
veritatē numerō 3. Pone secundo in 10. horis,
et dic. Si maxima fistula in 2. horis exhaurit 1. ci-
sternam, quācum exhauriat in 10. horis? inueniesq;
5. cisternas. Item si media fistula 1. cisternam eu-
cuat in 3. horis, quantum euacubit in 10. horis?
reperiesq; 3 $\frac{1}{3}$. cistern. Item si minima fistula in
6. horis euacuat 1. cisternam, quid exhauriat in
10. horis? inueniesq; 1 $\frac{2}{3}$. cistern. atque ita omnes
tres fistule euacuarent in 10. horis 1 o. cistern.
Nos autem volumus 1. cisternam. Excessimus er-
go veritatē numero 9. Operare per regulam, in-
ueniesq; in 1. hora euacuari cisternam. Nam maxi-
ma fistula in una hora exhauriat $\frac{1}{2}$. et media $\frac{1}{3}$.
et minima $\frac{1}{6}$. que omnes partes conficiunt 1. ci-
sternam.

HAE C questio etiam ita proponi potest. Est
cisterna habēs in orificio tres cannales inaequales.
Per maximum impletur cisterna in 2. horis, per
medium in 3. et per minimum in 6. et cetera.



Quæst. 19.

19. E S T cisterna babens fistulam in orifice, per quam impletur in 12. horis : in imo vero fundo habet aliam fistulam, per quam evanescatur in 18. horis. Si igitur per superiorē continet in fluat aqua, & per inferiorē semper effluat, quanto tempore replebitur tota cisterna? Pone in 20. horis, & dic. Si in 18. horis evanescatur 1. cisterna, qd evanescabitur in 20. horis? inueniesq; $1\frac{1}{9}$. cistern. Necesse est ergo in 20. horis impleri $2\frac{1}{9}$. cistern. ut eodem tempore evanescata $1\frac{1}{9}$. cistern. maneat 1. cisterna repleta. Dic ergo. si in 12. horis impletur 1. cisterna, quid implebitur in 20. horis? inueniesq; $1\frac{2}{3}$. cister.

Nos autem volumus $2\frac{1}{9}$. cistern. Defecimus ergo à veritate numero hoc $\frac{4}{9}$. Pone secundo in 30. horis, & dic. Si in 18. horis evanescatur una cisterna, quid evanescabitur in 30. horis? inueniesq; $1\frac{2}{3}$. cistern. Necesse est ergo in 30. horis impleri $2\frac{2}{3}$. cistern. ut eodem tempore evanescata $1\frac{2}{3}$. cistern. relinquatur 1. cisterna plena. Dic ergo. Si in 12. horis impletur 1. cisterna, quid implebitur in 30. horis? Inueniesq; $2\frac{1}{2}$. cister. Nos autem volumus $2\frac{2}{3}$. cistern. Iterum ergo à veritate defecimus hoc numero $\frac{1}{6}$. Operare per regulam, inueniesque in 36. horis cisternam impleri. Nam in 36. horis superior fistula implebit 3. cisternas ; inferior autem exhaustet 2. cisternas ; atque ita remanebit



nebit vna plena.

Quæst. 20.

20. ARTIFEX quidam absoluit opus quoddam in 30. diebus; at si accedat alius, absoluunt ambo idem opus in 18. diebus. Quanto ergo tempore secundus hic solus idem opus perficiet? Dic primo. Si primus artifex in 30. diebus absoluit opus, quantum absoluet in 18. diebus? inueniesque $\frac{3}{5}$. operis. Eodem er-

go tempore secundus absoluet $\frac{2}{5}$. ut ambo totum opus perficiant. Pone ergo primo secundum absoluere totum opus in 40. diebus, & dic. Si secundus in 18. diebus absoluit $\frac{2}{5}$. operis, quantum absoluet in 40. diebus? inueniesque $\frac{8}{9}$. operis. Nos autem posuimus eum absoluere totum opus. Defecimus ergo à veritate hoc numero $\frac{1}{9}$. Pone deinde secundum absoluere opus in 60. diebus, & dic. Si secundus in 18. diebus absoluit $\frac{2}{5}$. operis, quantum absoluet in 60. diebus? inueniesque $1\frac{3}{9}$. Ngs autem posuimus eum absoluere 1. opus. Excessimus ergo veritatem hoc numero $\frac{8}{9}$. Operare per regulā, inueniesque secundum absoluere opus totū in 45. diebus. Nā si in 18. diebus absoluit $\frac{2}{5}$. operis, absoluet in 45. diebus 1. opus.

F A C I L I V S tamen sine regula falsi hæc quæstio soluetur hoc modo. Postquā inuenisti, secundum in 18. diebus absoluere $\frac{2}{5}$. operis, ita vt supersint $\frac{3}{5}$. Dic. Si $\frac{2}{5}$. requirunt 18. dies, $\frac{3}{5}$. quo-

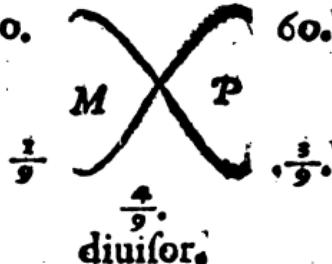
Alia solu-

tio huius

quæstionis

40.

60.



diuisor.

dies requirent? inueniesq; 27. dies, qui additi ad 18. faciunt 45. dies, quibus totum opus perficiet, vt prius. Vel certe dic. Si $\frac{2}{3}$. requirant 18. dies, quot dies requiret i. opus integrum? Inuenies nāque rursum 45. dies, vt prius.

Quæst. 21. 21. T R E S inter se ita luserunt, vt statim primus lucratus sit $\frac{1}{2}$. pecunia secundi: postea vero secundus $\frac{1}{3}$. pecunia tertij: tertius denique $\frac{1}{4}$. pecunia eius, quam primus in ludum attulit. Finito autem ludo, quisque ipsorum 700. aur. habuit: quantum ergo pecunia quisq; in ludū attulit? Hic aliud nihil queritur, quām vt datus numerus 2100. (Si enim singuli habent 700. habebunt omnes tres 2100.) in tres partes distribuatur, ita vt, si prima det $\frac{1}{4}$. tertio, accipiat vero $\frac{1}{2}$. secunda: secunda aut accipiat $\frac{1}{3}$. tertiae, fiat tres numeri aequales, nēpe 700. 100. 200.
 700. 700. Vel 1250. 1100.
 certe queruntur tres numeri, quorum primus deposita 225. M. 450.
 700. 700. M. 450.
 primus deposita 525. 350.
 $\frac{1}{4}$. si accipiat 175.
 $\frac{1}{2}$. secundi, faciat diuisor.
 700. similiter secōs, deposita $\frac{1}{2}$. cū $\frac{1}{3}$. tertij faciat 700. eodemq; modo tertius, deposita $\frac{1}{3}$. cū $\frac{1}{4}$. primi faciat 700. Pone primū lusorē attulisse 100. aur. Deposita $\frac{1}{4}$. nempe 25. supersunt ei 75. Et quia hoc residuum cum $\frac{1}{3}$. secundi debet facere 700. erit $\frac{1}{2}$. secundi 625. quod hic numerus cum residuo primi, nempe cum 75. faciat 700. Attulit

tit ergo secundus 1250. Postquam autem perdi-
rit $\frac{1}{2}$. remanebunt ei 625. Quoniam vero residuum
hoc cum $\frac{1}{3}$. tertij debet facere 700. erit $\frac{1}{3}$. tertij
75. quod hic numerus cum residuo secundi faciat
700. Quare tertius secum attulit in ludum 225.
Postquam autem perdiderit $\frac{1}{3}$. supererunt ei 150.
Et quia hoc residuum cum $\frac{1}{4}$. primi, hoc est, cum
25. facit 175. Debebat autem facere 700. defeci-
mus propterea a veritate numero 525:

P O N E deinde, primum attulisse in ludum
200. aur. Deposita $\frac{1}{4}$. nēpe 50. supersunt ei 150.
aur. qui cum $\frac{1}{2}$. secundi facere debent 700. Erit
ergo $\frac{1}{2}$. secundi 550. aur. Attulit ergo secum
1100. Perdita autem $\frac{1}{2}$. supersunt ei 550. aur.
qui cum $\frac{1}{3}$. tertij facere debent 700. Erit ergo $\frac{1}{3}$.
tertij 150. ac proinde in initio ludi habuit 450.
Amissa autem $\frac{1}{3}$. remanent ei 300. aur. qui cum
 $\frac{1}{4}$. primi, hoc est, cum 50. faciunt 350. Debebant
autem facere 700. Defecimus ergo etiam nunc à
veritate numero 350. Operare per regulam, inue-
niesq; primum lusorem attulisse 400. aur. secun-
dum 800. & tertium 900. Numeros porrò hos se-
cundi & tertij inuenies vel ex regula falsi, mul-
tiplicando errores per secundi ac tertij positiones,
&c. vel ex primo inuento, quemadmodum paulo
ante ex 100. & 200. quos numeros posuimus pri-
mum habere, numeros secundi, ac tertij inuestiga-
uimus. Nam si primus habet 400. habebit (deposita
 $\frac{1}{4}$. nimis 100. quam perdidit) 300. & quia
cum $\frac{1}{2}$. secundi debet habere 700. erit $\frac{1}{2}$. secun-
di 400. ac proinde secundus attulit 800. Amissa

autē $\frac{1}{2}$. supererunt ei 400. Quoniam vero hac $\frac{1}{2}$:
cum $\frac{1}{3}$. tertij facere debet 700. erit $\frac{1}{3}$. tertij
 $\frac{1}{3}00$. proptereaq; tertius attulit 900. Amissa eī
 $\frac{1}{3}$. remanebant ei 600. quibus si addatur $\frac{1}{4}$. pri-
mi, hoc est, 100. aur. habebit 700. ut q̄stio vult.

Quesit. 22.

22. T R E S mercatores lucrati sunt 400.
aur. quos, habita ratione pecunie, quam quisq; po-
suit, ita distribuerunt, ut secundi portio superaret
portionē primi numero 1.2. tertij vero portio ex-
cederet portionē

secundi numero

16. Quanta ergo
fuit portio cuius-
que? Finge, primū
accepisse 1. aur.
(volo enim que-
stionem hanc sol-
uere per minimos
numeros, nempe

1.

13.

29.

43.

357.

24

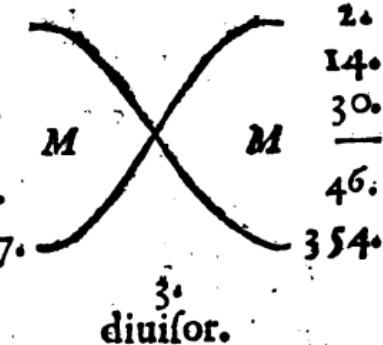
14.

30.

46.

354.

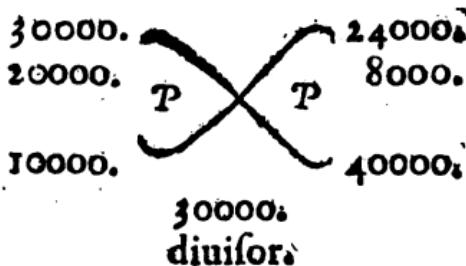
diuisor.



per positionem 1. & 2. ut clarius appareat gene-
ralitas huius regulae falsi.) ac proinde secundum
13. & tertium 29. qui omnes numeri conficiunt
43. Debebant autē confidere 400. Defecimus er-
go à veritate numero 357. Finge rursus, primum
accepisse 2. aur. atq; adeo secundū 14. & tertium
30. qui omnes numeri conficiunt 46. Decebant au-
tē confidere 400. Defecimus ergo etiā nunc a veri-
tate numero 354. Operare per regulā, inueniesq;
primi portionem esse 120. aur. secundi 132. & ter-
tij 148. qui tres numeri conficiunt summam 400.
aur. ut in questione proponitur.

230

23. IMPERATORIS exercitus contra turcas continet 40000. Germanoru*m* peditu*m*, tot vero Italos, & Hungaros, ut numerus Italorum sit $\frac{1}{2}$. Germanorum, atq; Hungaroru*m*, numerus vero Hungaroru*m* sit $\frac{1}{3}$. Germanorum, 30000. 20000. 10000. 30000. diuisor. 24000. 8000. 40000.



adeo quantus totus exercitus? Finge, Italos esse 30000. Et quoniam hic numerus debet esse $\frac{1}{2}$. Germanorū, atq; Hungarorū, erunt Germani, atque Hungari 60000. Cum ergo Germani sint 40000, erunt Hungari 20000. qui debent confiscere $\frac{1}{3}$. Germanorum, atque Italorum, nempe numeri 70000. Conficiunt autem $\frac{1}{3}$. numeri 60000. Excessimus ergo veritatem numero 10000. Finge secundo; Italos esse 24000. Et quoniam hic numerus debet esse $\frac{1}{2}$. Germanorum, atque Hungarorum, erunt Germani, atque Hungari 48000. Cum ergo Germani sint 40000. erunt Hungari 8000. qui debent confiscere $\frac{1}{3}$. Germanorum, atque Italorum, nempe numeri 64000. Conficiunt autem $\frac{1}{3}$. numeri 24000. Excessimus ergo rursus veritatem numero 40000. Operare per regulam, inueniesque Italos esse 32000. Hungaros vero 24000. ac proinde totum exercitum 96000. Nam has ratione Itali conficiunt $\frac{1}{3}$.

Gcr.

*Germanorum, atq; Hungarorum, Hungari vero
 $\frac{1}{3}$. Germanorum, atque Italorum, vt patet.*

Quæst. 24. 24. *VISVM EST hic apponere artificiū illud Archimedis, quo, teste Vitruvio lib. 9. cap. 3. deprehendit furtum aurificis cuiusdam in corona aurea, hoc est, quantum argenti fuerit commis-
 sum, non dissoluta corona. Cum enim Hiero rex statuisset Dijs suis votiuam offerre coronam ex puro auro, aurifex, sublata anri portione, argenti tantundem commiscuit: Indignatus vero Hiero se contemptum, (vt verbis Vitruuij vtar) neque inueniens, qua ratione id furtum depreben-
 deret, rogauit Archimedem, vti in se sumeret si-
 bi de eo cogitationem. Tunc is , cum haberet eius rei curam, casu venit in balneum, ibiq, cum in solium descenderet, animaduertit, quantum corporis sui in eo insideret , tantum aquæ extra solium effluere. Itaque cum eius rei rationem explicatio-
 nis offendisset, non est moratus, sed exiliuit gau-
 dio motus de solio, & nudus vadens domum ver-
 sus significabat clara voce, inuenisse, quod quare-
 ret. Nam currens identidem græce clamabat οὐ
 οὐ πυνχα. Tum vero ex eo inuentionis congressu duas dicitur fecisse massas æquo pôdere, quo etiâ
 fuerat corona, vnam ex auro , alteram ex argen-
 to. Cum ita fecisset , vas amplum ad summa la-
 bra impleuit aqua, in quo demisit argenteam mas-
 sam, cuius quanta magnitudo in vase depressa est,
 tantum aquæ effluxit: ita exempta massa, quan-
 to minus factum fuerat , refudit , sextario men-
 sus, vt eodem modo, quo prius fuerat , ad labra*

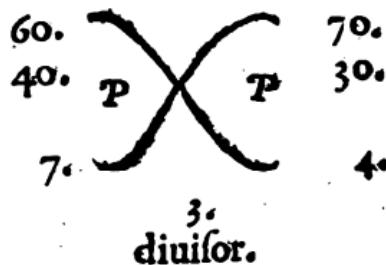
equare-

æquaretur. Ita ex eo inuenit, quantum ad certum pondus argenti certa aquæ mensura responderet. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase demisit, & ea exempta, eadem ratione, mensura addita, inuenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri massa esset, quam argenti. Postea vero repleto vase in eadem aqua ipsa corona demissa, inuenit plus aquæ defluxisse in coronam, quam in auream eodem pondere massam, & ita ex eo, quod plus defluxerat aquæ in corona, quam in massa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem. Hæc tenus Vitruvius. Explicemus autem nos, quo pacto per regulam falsi furtum dictum deprehendi possit, si adhibetur artificium illud Archimedis.

P O N A T V R exempli causa, coronam il lam fuisse 100. lib. eaque imposita in vase effluxisse 65.lib.aquæ, imposta vero massa puri auroi 100. lib. effluxisse 60. lib. aquæ; imposta tandem massa puri argenti 100.lib.effluxisse 90.lib. aquæ. Finge ergo, aurifidem abstulisse 40. lib. aur. totidemq; libras argenti substituisse, ita ut in corona fuerint 60. lib. auri, & 40.lib.argenti. Vide iam, an corona ita confecta ejciat 65. lib. aquæ. quod ita scies. Dic. Si 100. lib. aur. ejciunt 60.lib.aquæ, quantum aquæ ejcident 40.lib. auri? Item si 100.lib. argenti expellunt 90.lib. aquæ, quantum aquæ expellent 40.lib.argenti? inueniesq; in utraque operatione 36. lib. aquæ, ita

ut corona eijciat 72.lib.aqua. Debebat autē eijcere tantum 65.lib. Excessimus ergo veritatē numero 7. Finge secūdo, aurifidem surripuisse 30.lib.auri, ac proinde in corona fuisse 70.lib.auri, & 30.lib.argēti. Dic ergo Si 100.lib.auri expellunt 60.lib.aqua, quantū aquę expellent 70.lib.auri? Item, si 100.lib.argenti eijciunt 90.lib.aqua, quantum aquę eijcient 30.lib.argēti? inueniesq; in priori operatione 42.lib.aqua, in posteriori vero 27. quę efficiunt 69.lib.aqua. Debebant autem esse tantum 65.lib. Rursus ergo excessimus veritatem numero 4. Operare per regulam, inueniesque, aurifidem accepisse $16\frac{2}{3}$. lib.auri, atque adeo, coronam illam mixtam fuisse ex $83\frac{1}{3}$. lib.auri, & ex $16\frac{2}{3}$. lib.argenti. Quod ut probes, dic. Si 100.lib.auri eijciunt 60.lib.aqua, quantum aquę eijcient $83\frac{1}{3}$. lib.auri? Item, si 100.lib.argenti eijciunt 90.lib.aqua, quantum aquę eijcient $16\frac{2}{3}$. lib.argenti? inueniesq; in priori operatione 50.lib.aqua, in posteriori vero 15.lib.aqua, que omnes conficiunt 65.libras aquę, quas posuimus coronam eijcere.

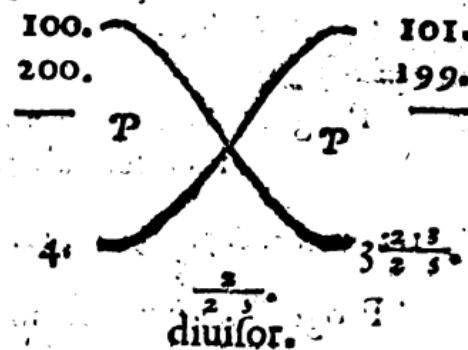
E O D E M modo deprehensum fuisset furtū, etiam si massa auri, & argenti non fuissent 100.lib. quot libras habebat corona, sed quotcunq; libras, nempe auri 10.lib.v.g. & argenti 20.dūmodo diligenter exploretur, quantum aquę singula



La massa ejciant. Nos ponamus, 10.lib.auri ejcere 6.lib.aqua, at 20.lib.argenti ejcere 18.lib.aqua. Vnde in priori positione dices: si 10.lib.aur.ejcunt 6.lib.aqua, quantum aqua ejcident 60.lib.auri? &c.

S I ponatur corona 300.lib. & massa auri, argentiq; totidem lib.hac cōditione, ut corona ejciat 218.lib.aqua, aurum vero 206.lib.aqua, & argentum 230.lib.aqua; inueniemos in corona fuisse 150.lib.auri, totidēque argenti. Ut patet in hisce duabus positib; in quarū priore statuntur 100.lib.auri, & 200.lib.argenti: in posteriore autem 101.lib.aur. & 199.argenti, &c.

HOC ergo artificio deprehendetur in quā cunque massa ex auro, argentoque commixta, quantum auri, quantumque argenti permixtum sit.



PRO-

PROGRESSIONES ARITHMETICÆ.

Cap. XXIIII.

Progressio
Arithmeti-
ca quid.



PROGRESSIO Arithmetica est series plurium numerorū se æqualiter superantium, ut hic . . .

Progressio naturalis numerorum incipiens ab 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. &c.

Progressio numerorum imparium incipiens ab 1.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. &c.

Progressio numerorum pariū incipiens à 2.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26. 28. &c.

Progressio
naturalis
numerorum,
& numero-
rum impariu-
m pariumq;
quid.

PRIMÆ enim harum trium progressionū dicitur progressio naturalis numerorum, incipitq; ab 1. in qua omnes numeri se ordine superat unitate. Secunda vero dicitur progressio numerorū imparium, incipitq; ab 1. in qua omnes numeri se ordine superant binario. Tertia deniq; appellatur progressio numerorum parium, incipitq; à 2. qui est

est primus numerus par, quemadmodum &c. i. est primus numerus impar, atque adeo primus omnium numerorum, licet improprie. In bac autem progressionе numerorum parium omnes numeri se ordine superant etiam binario, quemadmodum et in progressionе numerorum imparium. Eodem modo hic.

Aliæ progressiones.

$$\begin{array}{l} 2.5.8.11.14.17.20.23.26.29.\text{ &c.} \\ 4.8.12.16.20.24.28.32.36.40.\text{ &c.} \end{array}$$

P R I O R namque harum progressionum incepit à 2. progrediturq; per 3. cum omnes numeri in ea se ordine superent ternario: posterior vero incipit a 4. progrediturq; per eundem numerum 4. cum in ea omnes numeri se ordine superet quaternario.

C O N T I N V A T V R qualibet progressio Arithmeticā, si differentia, excessusve numero illi addatur, post quem progressio extendenda est. Ut si progressio hæc, 4. 9. 14. 19. 24. continuanda sit, addamus differentiam, siue excessum progressionis, nempe 5. (quam quidem differentiam, excessumve inueniemus, si primum progressionis numerum à secundo, vel quemvis alium à proxime maiore in eadem progressionе subtrahamus.) ultimo numero 24. efficiemusq; 29. Hic iterum numero adiiciemus 5. componemusq; 34. Et ita deinceps in infinitum. Sic etiam, si quis

Arithmetica progressionis quo pacto continuet.

Differentia progressionis Arithmetica quo imputatur.

progressionem incipere velit à 7. & progredi per differentiam, excessumve 6. addenda erunt 6. ad 7. vt fiant 13. pro secundo numero progressionis: Item 6. ad 13. vt fiant 19. pro tertio numero, & cetero.

P A R I ratione progressio Arithmetica continetur retrocedendo, si differentia progressionis a minori extremo subducatur. Ut si progressio bæc 30. 37. 44. 51. 58. continuanda sit versus minores numeros, auferemus differentiam 7. ex minori extremo 30. vt relinquantur 23. Ex his rursus subducemus 7. vt remancant 16. Ex his rursus subducemus 7. vt supersint 9. à quibus minores numeros, auferemus 7. vt supersint 2. à quibus amplius auferri nequeunt 7. ac propterea dicta progressio amplius non potest decrescere. Sic etiam, si quis progressionem inchoare velit à 40. & progre di per 4. versus unitatem, auferenda erunt 4. ex 40. vt relinquantur 36. Item 4. ex 36. vt remanent 32. Rursus 4. ex 32. vt supersint 28. Item 4. ex 28. vt relinquantur 24. &c.

P R O P R I V M est progressionis Arithmetica trium numerorum, vt aggregatum extremorum aequale sit duplo medij numeri, vt hic apparet, 7. 18. 29. demonstraturq; à Iordan lib. 1. propos. 1.

P R O G R E S S I O N I S vero Arithmetica quatuor numerorum proprium est, vt aggregatum extremorum aequale sit aggregato medium; veluti hic apparet, 4. 12. 20. 28. demonstraturq; à Iordan lib. 1. propos. 3. Atque hoc non solum

Solum veram est in quatuor numeris sese continet eodem numero superantibus, quales sunt numeri in dato exemplo; sed etiam in quatuor, que non continent se superant eodem numero, dummodo eadē sit differentia inter primum, ac secundum, quæ inter tertium, ac quartum; ut hic vides. 4. 12. 30. 38.

E X his proprietatibus colligitur, in omni progressionē Arithmetica, cuius numerus terminorum est impar, aggregatum extreborum æquale est se cuilibet aggregato duorum numerorum quorumlibet ab extremis æqualiter distantium, nec non duplo medij numeri. *Vt* hic apparet.

Proprietas progressionis Arithmetica ex quoclibet terminorum, si numerus terminorum fuerit impar.

$$3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 15 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 27 \cdot 31 \cdot 35 \cdot 39 \cdot 43 \cdot$$

Cum enim quatuor hi numeri 3. 7. 39. 43. habeat eandem differentiam, licet non continuatam (Nam eadem est differentia inter 3. & 7. quæ inter 39. & 43.) erit, ex ijs, quæ proxime diximus; aggregatum extreborum 3. & 43. æquale aggregato mediorum 7. & 39. Eadem ratione aggregatum ex 7. & 39. æquale erit aggregato ex 11. & 35. quod hi quatuor numeri 7. 11. 35. 39.. habeant eandem differentiam, licet non continuatam: & ita de reliquis, donec ad tres medios numeros 19. 23. 27. perueniamus; qui cum habeant eandem differentiam, erit, pcr ea, quæ paulo ante docuimus, aggregatum extreborum 19. & 27. æquale duplo medij numeri 23. Eadem est ratio de omnibus alijs huius generis progressionibus Arithmeticis.

E X

Proprietas progressionis in submeti-
ce quoicunque terminorum, si nu-
merus terminorum est par, aggregatum extremorum
equale esse cuilibet aggregato duorum numero-
rum quorumlibet ab extremis equaliter distan-
tium. Ut hic manifestum est.

$$3.7.11.15.19.23.27.31.35.39.$$

Quod probabimus, ut prius, hoc dempto, quodd
postremo, loca sumendi sunt quatuor numeri me-
di 15. 19. 23. 27. non autem tres tantum, ut prius;
quia hic non est unicus numerus medius, sed duo.
Nunc sequuntur regulae ad Arithmeticas progres-
siones spectantes.

R E G U L A I.

Si in quavis progressione Arithmetica notus
fuerit numerus terminorum una cum mino-
re, & maiore extremo, perueniemus in cognitio-
nem summae omnium terminorum, bac ratione.
Addatur primus terminus ultimo, & aggregatum
per numerum terminorum multiplicetur. Dimid-
dum enim numeri producti erit summa omnium
terminorum. Ut in hac progressione.

Sumaenius eunq; progressionis Arithmeti-
ce que par eo inue-
niatur.

$$4.7.10.13.16.19.22.25.28.31.34.37.$$

Ex 4. & 37. fiant 41. quæ multiplicata p numeri
terminorum, hoc est, per 12. (Sunt enim 12. numeri
in

in ea progreſſione) faciunt 492. Huius numeri di-
midium 246. est ſumma omnium numerorum da-
tæ progreſſionis. Eademque ratio eft de ceteris.

HÆC regula à nonnullis diuiditur in duo membra, hoc modo. Quando numerus terminorū eft par, multiplicant aggregatum ex primo, & vltimo termino per dimidium numeri terminorū. Si vero numerus terminorum eft impar, multiplicans dimidium aggregati ex primo, & vltimo ter- mino (quando enim numerus terminorum eft im- par, ſemper illud aggregatum eft par) per numerum terminorum. Hac enim ratione ſemper pro- ducitur ſumma omnium numerorum progreſſio- nis. Vel hoc modo. Quando aggregatum ex pri- mo, & vltimo termino eft par, multiplicant eius dimidium per numerum terminorum, ſiue is par fit, ſiue impar. Si vero aggregatum illud eft im- par, multiplicant illud per dimidium numeri ter- minorum, qui numerus tunc ſemper par eft. Ut in superiori exemplo, quia numerus terminorum eft par, nempe 12. vel quia aggregatum ex primo ten- mino, & vltimo eft impar, videlices 41. multipli- cant illud per 6. dimidium numeri terminorum, efficiunt q̄ ſummam omnium numerorum 246. ut prius. In his autē duabus progreſſionibus, in qua- rum priore numerus terminorum eft par, nempe 10. & in posteriori impar, nempe 11. quoniam ag-gregatum ex primo termino, & vltimo eft par, ni-

3.7.11.15.19.23.27.31.35.39.

4.7.10.13.16.19.22.25.28.31.34.

mirum 42. in priore, & 38. in posteriore, multiplicant tam dimidium illius, nimirum 21. per 10. numerum terminorum, quam dimidiū huius, quod est 19. per 11. numerum terminorū, ut in priori efficiant summam 210. & in posteriori 209.

R A T I O barum regularū hæc est. Quoniam supra diximus, quando numerus terminorum est par, aggregatum extremorum aequalē esse cūlibet aggregato duorum quorumlibet numerorū ab extremis aequaliter distantium, fit, ut omnia aggregata simul sint tot, quot unitates sunt in dimidio numeri terminorum. Quare si vñū aggregatum, nempe extremorum, multiplicetur per dimidium numeri terminorum, producetur summa omnium aggregatorum. Rursus quia docuimus, quando numerus terminorum est impar, aggregatum extremorum esse aequalē cūlibet aggregato duorum quorumlibet numerorum ab extremis aequaliter distantium, necnon duplo medij numeri, fit, ut medius numerus sit dimidium cūuslibet aggregati. Ergo omnia aggregata simul, vñā cum medio numero, continebunt tot dimidia vnius aggregatori, quot sunt termini. Si igitur dimidium vnius aggregatori, nempe extremorum, multiplicetur per numerum terminorū, producetur summa omnium terminorum.

I T A Q V E, ut vides, satis est, ut cognoscatur primus terminus, & ultimus, vñā cum numero terminorū, ad eliciēdam summam totius progressionis, etiamsi intermedij termini ignorentur. Quo pacto autem ex primo numero cognito,

et cum numero terminorum, & differentia progressionis, ultimus terminus inuestigetur, sequenti regula explicabimus.

I N progressionē autē naturali numerorū, quæ ab 1. incipit, inuenietur breuissime summa omnium terminorum, hoc modo. Multiplicetur ultimus numerus (qui semper indicat numerum terminorum (per numerum proxime maiore). Huius enim numeri producti dimidium est summa omnium terminorum. *Vt hic.*

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.

E x multiplicatione ultimi numeri 11. per 12. numerum proxime maiorem producitur numerus 132, cuius dimidium 66. est summa totius progressionis. Sic etiam in hac progressionē.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.

E x multiplicatione ultimi numeri 10. per 11. numerum proxime maiorem fit numerus 110. cuius dimidium 55. est totius progressionis summa.

I T A Q V E si quis velit summam progressionis naturalis, quæ terminetur in quovis numero dato, vt in 100. in qua nimirū sint 100. termini, multiplicandus erit ultimus numerus datus, in quo progressio dicitur terminari, vt hic numerus 100. per numerū proxime maiore, vt hic p 101. Nam producti numeri (qui hic est 10100.) dimidium, nempe 5050. in dato exemplo, erit summa dictæ progressionis. Eademq; ratiō est in alijs.

Particula-
ris inuen-
tio
summæ p-
gressio-
nis
naturalis
numerorū

Numerus
terminorū
pgressio-
nis
naturalis
numerorū
est ultimus
terminus.

ALTI hanc etiam regulā distrahabunt in dū
membra, hoc modo. Si vltimus numerus est par,
multiplicant numerum proxime maiorem in dī-
midium vltimi numeri: Si vero est impar, multi-
plicant eum in dimidium numeri proxime maio-
ris. Hac enim ratione semper producitur summa
omnium numerorum progressionis. Ut in posterio
ri progressionē naturali, multiplicant 11. num-
erum proxime maiorem vltimo numero per 5. di-
midium vltimi numeri, faciuntq; 55. summam to-
tius progressionis, vt prius. In priori autem pro-
gressionē naturali, multiplicant 11. vltimum nu-
merum per 6. dimidium numeri proxime maioris
vltimo numero, efficiuntq; 66. summam totius
progressionis, vt prius.

Particula-
tis inuen-
summa ab
metorū im-
partium. **N** progressionē quoque numerorum impa-
tium, quæ ab 1. incipit, inuenietur facilissimo nego-
tio summa omnium terminorum, si numerus ter-
minorum in seipsum multiplicetur, vt hic.

$$1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.$$

Ex multiplicatione numeri terminorum, qui est
10. in seipsum procreatur numerus 100. qui est
summa totius progressionis.

Numerus
terminorū
in p̄gessio-
ne numero
rū impatiā
quo pacto
repeueratur. **H**ABET VR autem numerus terminorū,
si vltimo numero adiiciatur 1. & compositi nu-
meri dimidium sumatur, vt in dato exemplo, si
addatur 1. ad 19. fit numerus 20. cuius dimidiū
10. indicat numerum terminorum.

IT AQVE si quis velit summam progres-
sionis

fronis numerorum imparium, qua terminetur in quous dato numero ut in 67. addēda erit vnitas ad ultimum numerum, in quo progresio terminari dicitur, ut hic ad 67. Nam compositi numeri (qui hic est 68.) dimidium, nempe 34. in dato exemplo, dabit numerū terminorum: qui in se multiplicatus producet summam illius progressionis. Ut in proposito exemplo, in quo ponuntur 34. termini, si multiplicetur numerus 34. in se, procreabitur summa illius progressionis 1156. Atque ita de ceteris.

IN progressionē denique numerorum pariū, que à 2. incipit, nullo et iā labore reperietur summa, si dimidium ultimi numeri, quod semper indicat numerum terminorum progressionis, (semper enim tot sunt termini progressionis eiusmodi numerorum parium, quot sunt vnitates in dimidio ultimi termini.) multiplicetur per numerum proxime maiorem illo dimidio. Ut hic.

Particula-
ris inueniō
summae nu-
merorum pa-
riū.

Numerus
terminorū
in progres-
sione numero-
rum pariū
qua rasio-
ne inueni-
tur.

2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.

Ex multiplicatione 12. (qui numerus est dimidiū ultimi termini, vel numerus terminorum) per 13. numerum proxime maiorem illo dimidio, fit numerus 156. hoc est, summa omnium illorum numerorum parium.

IT A Q V E si quis velit summam progressionis numerorū parium, quæ terminetur in quibus dato numero ut in 100. multiplicādus erit numerus, qui dimidiū conficit numeri ultimi dati, in

quo dicitur terminari progresio, ut numerus 50. in dato exemplo, (hic enim dimidiū est vltimi numeri dati 100.) per numerum proxime maiorem illo dimidio, ut hic per 51. Productus enim numerus vt 2550. in dato exemplo, erit summa illius progressionis; & numerus terminorum erit 50. in eodem exemplo, quot nimis unitates sunt in dimidio vltimi numeri. Et sic de alijs.

REGULA II.

Vltim⁹ terminus cu-
juscunq; p-
gressione
Arithmeti-
ca quo pa-
go eliciat
ex numero
terminorū
vnā cū pri-
mo termi-
no, & diffe-
rentia pro-
gressionis;

Si in quavis progressione Arithmetica notus fuerit numerus terminorum, vnā cum primo termino, & differentia progressionis, inueniemus vltimū terminū, etiam si intermedios terminos nō habeamus, hoc modo. Ex numero terminorū abijciatur 1. reliquus vero numerus per differentiam multiplicetur, ac tandem huic producto primus terminus edijciatur. Numerus enim compositus erit vltimus terminus. Ut si primus terminus alicuius progressionis sit 3. numerus autem terminorū sit 10. & differentia 8. cognoscemus decimū terminum, hoc est, vltimum huius progressionis sine intermedijs, hac ratione. Ex 10. numero terminorum auferemus 1. & reliquum numerū 9. multiplicabimus per 8. differentiam progressionis, producto tandem numero 72. adijciemus 3. primum terminum. Compositus enim numerus 75. est decimus terminus progressionis, cuius primus terminus est 3. & differentia 8. Veluti hic appareat, ubi omnes termini ponuntur.

3.11.19.27.35.43.51.59.67.75.

IT A Q V E si quis hanc quastionem propo-
nat . Augias Herculi de numero boū, quos habe-
bat, interroganti respōdit, boves suos omnes per
loca 40. ita esse dispositos, ut quoties in primo lo-
co continētur 3. boves, toties in secūdo continean-
tur 5. in tertio toties 7. in quarto toties 9. &c.
Accessit Hercules ad primū locū, & reperit bo-
ues 30. Quot igitur boves habuit Augias, et quot
boves in vltimo loco fuerūt? soluenda erit hoc mo-
do. Quoniā in primo loco sunt decies 3. boves, erūt
in secundo loco decies 5. nimirum 50. & in tertio
decies 7. nēpe 70. & sic deinceps, ut sit progres-
sio quedam Arithmetica, cuius primus terminus
sit 30. differētia vero 20. & numerus terminorū
40. Eliciēdus ergo est primū vltimus terminus
per proximā regulā, hoc modo. Ex 40. numero ter-
minorū adjiciatur 1. & reliquus numerus 39. per
20. differentiā multiplicetur, productoq; numero
780. primus terminus 30. adjiciatur. Fiet enim
vltimus terminus, siue quadragesimus, 810. atque
tot boves fuerunt in vltimo loco.

D E I N D E vero ex hoc vltimo termino in-
nento, ex primo dato, vndā cū differētia eruenda p
primā regulā summa totius progressionis, etiam si
non habeamus intermedios omnes terminos, hoc
modo. Primus terminus 30. vltimo termino 810.
adjiciatur, compositusq; numerus 840. per 20.
hoc est, per dimidium numeri terminorum, mul-
ticetur. Productus namq; numerus 16800.
est summa totius progressionis, atque adeo nume-

rhus,

rus boum Augia. Ut autem videoas, quot boves in singulis locis fuerint, atq; adeo in ultimo loco fuis se. 810. apposuimus hic totam progressionem.

30. 50. 70. 90. 110. 130. 150. 170. 190. 210.
230. 250. 270. 290. 310. 330. 350. 370. 390. 410.
430. 450. 470. 490. 510. 530. 550. 570. 590. 610.
630. 650. 670. 690. 710. 730. 750. 770. 790. 810.

*Quæstio
de ducibus
militia.*

S I M I L I S erit quæstio, si quis ita dicat. Imperator strenuis ducibus numero 20. distribuit pecuniam in direptione urbis inuentam, hac lege, ut ei, qui ultimo murum hostilem transcederat, daret 100. aur. penultimo 130. antepenultimo 160. & ita deinceps eodem modo progrediendo. Quanta ergo fuit ea summa pecuniae, & quantū, qui primus murum transcendit, accepit? Si namque ex 20. numero terminorum (tot enim sunt termini in illa progressione, quot sunt duces.) auferas 1. & reliquum numerum 19. multiplices per 30. differentia progressionis, productoq; numero 570. adicias primū numerū, nempe 100. efficies 670. pro ultimo progressionis termino: atq; tot aureos habuit primus dux. Inuento autem ultimo termino, si ei addatur primus, nimirum 100. ut fiant 770. atque hic numerus per 10. dimidium numeri terminorum multiplicetur, fiet summa omnium terminorum 7700. Tanta ergo fuit summa pecuniae distributa. Tota vero progressio ita se habet.

100. 130. 160. 190. 220. 250. 280. 310. 340. 370.
400. 430. 460. 490. 520. 550. 580. 610. 640. 670.

PROGRESSIONES GEOMETRICÆ.

Cap. XXV.



PROGRESSIO Geometri-
ca est series plurium numero-
rum se in eadem proportione
superantium, ut hic apparet.

Progressio
Geometri-
ca quid.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. 2048. &c.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561. 19683. &c.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536. &c.

P R I M A enim harum progressionum pro-
greditur per proportionem duplam, ita ut quilibet
nummerus sit duplo maior eo numero, qui eum
proxime precedit; Secunda vero per triplam,
ita ut quilibet nummerus sit triplo maiore eo, qui
proxime eum antecedit; atq; utraque harū pro-
gressionum ab 1. incipit; tertia denique per du-
plam etiam proportionem progreditur, non ta-
men ab 1. sed ab 3. initium sumit.

C O N T I N U A T U R qualibet progres-
sio Geometrica; si per denominatorem propor-
tionis nummerus ille, post quem progressio exten-
denda est, multiplicetur. Ut si progressio hec
proportionis tripla, 4. 12. 36. continuanda sit,
multiplicabimus ultimum nummerum 36. per 3.

Geometrica
progressio quo pa-
do contin-
nuerit.

Denominator proportionis. (quem quidem denominator inueniemus, si secundum numerum per primum diuidamus, vel quemuis alium per proxime minorcm in eadem progressionē.) efficieniatur.

musq; 108. Hunc iterum numerum per 3. multiplicabimus, producemosq; 324. & ita deinceps in infinitum. Sic etiam, si quis progressionē incipere velit à 7. & progredi per proportionē quintuplicam, cuius denominator est 5. multiplicanda erunt 7. per 5. ut fiant 35. pro secundo numero progressionis. Item 35. per 5. ut fiant 175. pro tertio numero, &c.

P A R I ratione progressio Geometrica continuatur retrocedendo, si minus extremū per denominatorem diuidatur. Ut si progressionē hæc 64. 128. 256. 512. continuanda sit versus minores numeros, cum denominator proportionis sit 2. diuidemus 64. per 2. faciemusq; 32. quæ rursum partiemur per 2. inueniemusq; 16. & sic deinceps in infinitum. Ut in hoc exemplo appareret.

$$512.256.128.64.32.16.8.4.2.1. \frac{1}{2}. \frac{1}{4}. \frac{1}{8}. \frac{1}{16}. \text{etc.}$$

Progressio Geometriæ decreta in infinitum. Et nūquam erit finis decrementi in progressionē Geometrica. Sic quoque, si quis progressionē inchoare velit à 100. & progredi versus unitatem per proportionem sesquialteram, cuius denominator est $1\frac{1}{2}$. diuidemus 100. per $1\frac{1}{2}$. ut habeamus $66\frac{2}{3}$. Item $66\frac{2}{3}$. per $1\frac{1}{2}$. ut habeamus $44\frac{4}{9}$. &c.

PROPRIVM est progressionis Geometriæ

et trium numerorum, ut numerus qui ex primo numero in tertium producitur, equalis sit numero, qui ex medio fit in seipsum multiplicato. Ut hic apparet, 3.9. 27. demonstraturq; ab Euclide lib.7. propos. 20.

Proprietas
progressib; Geometri-
æ triū ter-
minorum.

*PROGRESSIO NIS vero Geometri-
æ quatuor numerorum proprium est, ut numerus
qui ex multiplicatione primi numeri in quartum
fit, equalis sit numero, qui ex secundo in tertium
procreatur. Ut hic vides, 2.6.18.54. demonstra-
turq; ab Euclide lib.7. propos. 19. Atque hoc nō
solum est in quatuor numeris continua proportio
nibus, quales sunt quatuor numeri in dato ex-
emplo, sed etiam in quatuor, qui non sunt continua
proportionales, dummodo eadem sit proportio
secundi ad primum, que quarti ad tertium. Ut
hic cernis, 3.6.10.20.*

Proprietas
progressio-
nis Geome-
tricæ qua-
tuor termi-
norum.

*Ex his proprietatibus colligitur, in omni progres-
sione Geometrica, cuius numerus terminorum est
impar, numerum, qui fit ex multiplicatione extre-
morum inter se, æqualem esse numero, qui ex mul-
tiplicatione duorum numerorum quorumlibet ab
extremis aequaliter distantium producitur, nec-
non numero, qui ex medio in seipsum fit. Veluti
hic apparet.*

Proprietas
progressio-
nis Geome-
tricæ quo-
t cunq; ter-
minorū, si
numerus
terminorū
est impar.

$$3.6.12.24.48.96.192.384.768.$$

*Cum enim quatuor hi numeri 3.6.384.768. ha-
beant eandē proportionē, licet non continuā, erit,
ex ijs, que proxime diximus, numeras, qui fit ex*

3.in

3.in 768.aequalis ei, qui fit ex 6.in 384. Eadem ratione numerus, qui fit ex 6.in 384.aequalis erit ei, qui ex 12.in 192.producitur, quod hi quatuor numeri 6.12.192.384.eandem habeant proportionem, licet non continuatam; & ita de reliquis, si plures sint, donec ad tres medios 24. 48. 96. perueniamus; qui cum eandem habeant proportionem, erit, per ea, qua paulo ante docuimus, numerus productus ex primo in tertium aequalis numero, qui ex medio in secundum gignitur. Eademq; ratio est de omnibus alijs huiusmodi progressionibus Geometricis.

Proprietas
progressionis
Geometrica
ex quoicū.
que termi-
norū, si nu-
merus ter-
minorum
Si par.

E X posteriore quoque proprietate efficitur, in omni progressionē Geometricā, cuius numerus terminorum est par, numerum ex multiplicatio- ne extremonū productum aequalē esse numero, qui ex multiplicatione duorum quorumlibet numerorum ab extremis aequaliter distantium producitur. Ut hic manifestum est.

$$3.6.12.24.48.96.192.384.$$

Quod probabimus, ut prius, hoc dempto, quod postremo loco sumendi sunt quatuor numeri medii 12. 24. 48. 96. non autem tres tantum, ut prius; quia hic non est unicus numerus medius, sed duo. Sequuntur iam regulæ ad progressionē Geometricas spectantes.

RE

REGULA I.

Si in quavis progressione Geometrica notus fuerit denominator proportionis, vnde cum minore, & maiore extremo, perueniemus in cognitione summa omnium terminorum, hac ratione. Detrahatur primus terminus ab ultimo, & reliquus numerus per numerum, qui vna unitate minor sit, quem denominator, diuidatur. Si enim Quotienti ultimus terminus, siue maius extremum adiiciatur, componetur summa omnium terminorum. Ut in hac progressionē.

Summa cu
iuseq; p.
gressonis
Geometri-
ca quo pa-
to inue-
niatur.

$$3.12.48.192.768.3072.12288.49152.$$

Demptis 3. ex 49152. remanet 49149. Et quoniam denominator proportionis quadrupla, quā babent numeri datae progressionis, est 4: diuidemus 49149. per 3. & Quotienti 16383. ultimum terminum, siue maius extremum 49152. adiicemus, conficiemusq; summam totius progressionis 65535. Item hic.

$$4.6.9.13\frac{1}{2}.20\frac{1}{4}.30\frac{3}{8}.45\frac{9}{16}.$$

Subtractis 4. ex $45\frac{9}{16}$. relinquuntur $41\frac{9}{16}$. quae si diuidantur per $\frac{1}{2}$. (Est enim $1\frac{1}{2}$. denominator proportionis sesquialteræ, quam habent numeri huius progressionis, ablata autem 1. remanet $\frac{1}{2}$.) fiet Quoties $83\frac{1}{8}$. cui si addatur ultimus numerus, siue maius extremum $45\frac{9}{16}$. fiet sum-

ma totius progressionis $1 \cdot 2 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}$. atq; eodem modo summam cuiuscunque progressionis Geometricae inueniemus.

I T A Q V E, vt vides, satis est, vt cognoscatur primus terminus, & ultimus, vna cum denominatore proportionis, ad inueniendam summam totius progressionis, etiam si intermedij termini ignorentur. Quo pacto autem in cognitionem ultimi termini peruenire possimus, licet non contineatur tota progressio, sequenti regula explicabimus.

Particula-
ris iuuētio
summæ p-
gressionis
proportio-
nis dupla
cuius ini-
tium est 1.

I N progressionē autem Geometrica dupla proportionis, cuius initium est 1. facillimo negotio summa totius progressionis quoctunque terminorum reperietur, si ultimus terminus duplicetur, & à duplo abieciatur 1. *Vt hic.*

$$1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32 \cdot 64 \cdot 128 \cdot 256 \cdot 512.$$

In progres-
sione ppor-
tionalis du-
pla incipiē-
te ab 1. qui
libet numerus, abiecta prius unitate, esse summa osum antecedentium numerorum antecedentis numeri duplus.

E X quo fit, quemlibet numerum in huismodi progressionē, abiecta prius unitate, esse summam omnium numerorum antecedentium, cum quilibet numerus sit proxime precedentis numeri duplus.

R E G U L A . I I .

I N omni progressionē Geometrica, que ab 1. incipit, quis numerus seipsum multiplicans

gignit

gignit numerum, qui ab eo abest tanto intervallo, quanto ipse ab unitate distat: quinvis autem numerus alium maiorem multiplicans producit numerum, qui à maiore tanto intervallo distat, quanto ipse minor ab unitate abest. Hæc regula clarissime ex propos. 11. lib. 8. Euclidis colligitur, ut in scholio eiusdem propos. declarauimus. Exempli gratia in hac progressionē duplē proportionis, quæ sequitur,

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024.

Si in progressionē Geometrica incipiente ab 1. numerus aliquis seipsum, vel alius numerum multiplicet, quem locum numerus productus ostendit.

Si numerus 16. qui quintum locum ab unitate occupat, in seipsum multiplicetur, producetur numerus 256. qui quintum etiam locum à numero 16. occupat, nempe nonum. Sic quoque si numerus 32. sextum locum ab unitate occupans seipsum multiplicet, procreabitur numerus 1024. qui sextum etiam locum à numero 32. occupat, nimisimum undecimum. Ita etiam numerus 8. quarti loci multiplicans numerum 64. producit numerum 512. quarto loco à numero 64. reponendum.

I T A Q V E hanc licet regularē colligere. Si in progressionē Geometrica, cuius initium est 1. numerus aliquis quincunque locū occupans seipsum multiplicet, procreabitur numerus in duplo maiore loco minus una unitate, quam sit locus numeri multiplicantis, ponendus. Ut si numerus seipsum multiplicans occupet tertium locum, gignetur numerus in quinto loco reponendus: si occupet septimum locum, producetur numerus in tertiodécimo loco ponendus, &c. Id quod

Quilibet numerus in progressionē Geometrica incipiēte ab 1. seipsum multiplicās producit numerum in duplo maiore loco, minus unitate, quam numerus multiplicans ponendum.

aperto ostensum est in progressionc superiori proportionis dupla, idemq; clarissime in hac altera progressione proportionis quadrupla appareat.

1.4.16.64.256.1024.4096.16384.65536.

Nam si numerus 64. in quarto loco positus, seipsum multiplicet, gignetur numerus 4096. in septimo loco ponendus. Ita quoque numerus 256. qui cum occupans locum seipsum multiplicans producit numerum 65536. in nono loco reponendum.

Progressio
naturalis
numeroru
quo pacto
Idicet, quo
in loco qui
liber nume
rus produ
ctus collo
catus sit in
progressione
Geometri
ca incipiē
t. sub 1.

UT autem facilius sciatur, quo in loco quilibet numerus productus sit collocandus, subscribēda est progressioni Geometrica progressio naturalis numerorum hoc ordine. Sub 1. hoc est, sub primo numero, scribatur 0. sub secundo numero po-natur 1. sub tertio 2. sub quarto 3. & ita deinceps, ut in hac progressionē proportionis dupla factum est.

1.2.4.8.16.32.64.128.256.512.1024.2048.
0.1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.

*Nam quilibet numerus progressionis Geometri-
ce seipsum multiplicans producit numerum supra
illum numerum progressionis naturalis numero-
rum collocandum, qui duplus est illius, qui subscri-
bitur numero seipsum multiplicanti: quilibet ve-
ro numerus alium multiplicans procreat numerū
supra illum numerū progressionis naturalis nume-
rorū reponendū, qui componitur ex duobus nume-
ris*

tis, qui numeris multiplicantibus subscriptibuntur. Ut si numerus 32. in se multiplicetur, procreabitur numerus 1024. supra 10. collocandus, quod numerus 10. duplus sit numeri 5. qui numero 32. subscriptitur. Item ex multiplicatione 8. in 256. produceatur numerus 2048. supra 11. reponendus, quod numerus 11. componatur ex 3. & 8. quod numeri sub 8. ex 256. scripti sunt.

ET quoniam, quot unitates sunt in quolibet numero progressionis naturalis numerorum, talè locū uno amplius occupat in progressionē Geometricā numerus illi suprapositus, ut in superiori exemplo perspicue apparet; facile inueniemus numerum cuiusq; loci in progressionē Geometricā, etiā si nō scribamus omnes numeros intermedios. Sit enim inueniendus, verbi gratia, numerus in degusto loco supradictæ progressionis collocandus. Primum scribo quatuor, aut quinque, vel plures numeros progressionis, vnde cum progressionē naturali, ut bic vides.

Quo pacto numer⁹ cu iuscunque loci in pro gressionē Geometri ca incipien te ab 1. in uestigetur fine inter medijs,

Deinde multiplico. v.g. 8. in se, facio q̄. 64. numerum septimi loci, sub quo nimis numerus est numerus 6. vna unitate minor numero locorum; quod numerus 3. sub 8. duplicatus faciat 6. Quod si multiplicemus 8. in 64. faciemus 512. numerum decimi loci, sub quo nimis scriberetur numerus 9. vna unitate minor numero locorum, quod

numeris 3. & 6. sub quarto & septimo loco faciant 9. Rursum si 512. numerum decimi loci, sub quo ponitur numerus 9. multiplicemus in se, producemus numerum 262144. in loco decimonono scribendum, sub quo nimis prolixus ponetur numerus 18. una unitate minor numero locorum, propterea quod numerus 9. sub decimo loco duplicatus facit 18. Nam vero quia ex 18. qui numerus sub decimonono loco scribitur, & ex 1. sub secundo loco posita sunt 19. si multiplicemus numerum 2. supra 1. positum per numerum 262144. supra 18. positionem, conficiemus numerum 524288. in undevigesimo loco, sub quo videlicet numerus 19. ponitur, scribendum.

R V R S V S, si quis velit in eadem progressionem numerum in decimo octavo loco reponendum, multiplicabimus numerum 32. sub quo ponetur 5. in seipsum, producimusque numerum 1024. in undecimo loco scribendum, sub quo numero ponitur numerus 10. qui duplus est numeri 5. Et quoniam ex 10. qui numerus sub undecimo loco ponitur, & ex 6. qui numerus ponitur sub septimo loco, sunt 16. quos numerus sub loco decimoseptimo scribitur, si numerum 64. septimi loci per numerum 1924. undevigesimi loci multiplicemus, procreabimus numerum 65536. loci decimoseptimi. Tandem ex 16. qui numerus sub decimoseptimo loco ponitur, et ex 1. quae sub secundo loco ponitur, sit numerus 17. qui sub decimo octavo loco scribitur; si multiplicemus numerum invenimus 65536. decimoseptimi loci per numerum 2. secundi loci, gignemus

gignemus numerum 131072. in loco octauodecimo scribendum, sub quo videlicet ponitur numerus 17.

HAE omnia quadrant etiam in progressionem quamcunq; Geometricam non ab 1. sed ab quousvis alio numero incipientem, dummodo quemlibet numerum ex multiplicatione productum dividamus per primum numerum progressionis. Quotiens enim erit numerus quæsitus. Ut in hac progressione proportionis duplæ appareat. Nam si

5. 10. 20. 40. 80. 160. 320. 640. 1280. 2560. 5120.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Quæ dictæ
sunt in hac
regula de
progressio-
ne Geome-
trica inci-
piente ab
1. vera eti-
esse de pro-
gressione
Geometri-
ca incipi-
te non ab
1. sed ab alio
numero
eo.

numerus 80. quintū locum à primo numero occu-
pans in seipsum multiplicetur, procreabitur nu-
merus 6400. quo diuiso per primum numerum,
ut pote per 5. fiet Quotiens 1280. in quinto loco
à numero 80. collocandus, nempe in nono loco, sub
quo ponitur numerus 8. qui duplus est numeri 4.
sub numero 80. multiplicante positi. Vbi vides,
numerum 80. quinti loci, cù seipsum multiplicat,
producere numerum, quo diuiso per primum nu-
merum progressionis, fit Quotiens 1280. in du-
plo maiore loco, minus unitate, quām sit locus nu-
meri multiplicantis, reponendus. Sic etiam, si nu-
merus 40. quarti loci multiplicet numerū 640.
Et productus numerus 25600. per primū nume-
rū 5. diuidatur, fiet Quotiens 5120. quarto loco à
numero 640. scribēdus, nēpe loco undecimo, sub
quo ponitur numerus 10. cōflatus ex 3. sub 40. Et

ex 7. sub 640. Quod si numerum 1280. multiplicemus per 5. 120. procreabitur numerum 6553600. quo diviso per primum numerum 5. reperiemus Quotientem 13120. reponendum in loco decimonono, qui nimis unitate superat numerum 18. conflatum ex numeris 8. ac 10. possitis sub numeris multiplicantibus.

IT A quoque (ut in alia progressionе exemplum etiam ponamus.) in hac progressionе propor-

2. 14. 98. 686. 4802. 336141 235298.

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

1647086. 11529602. 80707214.

7. 8. 9.

tionis septuplae, si numerus 4802. quintum locum à primo numero occupans seipsum multiplicet, procreabitur numerus 23059204. quo diviso per primum numerum, nempe per 2. fiet Quotientis 11529602. in quinto loco à numero 4802. locandus, in nono videlicet loco, sub quo numerus 8. ponitur. Sic etiam, si numerus 98. tertij loci multiplicet numerum 1647086. Et productus numerus 161414428. per primum numerum 2. dividatur, fiet Quotiens 80707214. tertio loco à numero 1647086. scribendus, nimis loco decimo, sub quo ponitur numerus 9. conflatus ex 2. sub 98. Et ex 7. sub 1647086. &c.

E X his facile inueniemus numerum cuiusque loci. Si namque in priori progressionе inuenien-

dus sit numerus tricesimo loco ponendus, multiplicabimus numerum 5120. in se, producemosque numerum 26214400. quo diuiso per 5. fiet Quotiens 5242880. ponendus loco vicesimo primo, qui videlicet unitate superat numerum 20. qui duplus est numeri 10. sub 5120. positi, ponitur que sub vicesimo primo loco. Et quoniam 20. ex 9. faciunt 29. si numerum 5242880. vicesimi primi loci, sub quo numerus 20. ponitur, multiplicemus per 2560. sub quo numerus 9. scribitur, et si citemus numerum, quo diuiso per 5. fiet Quotiens 2684354560. locandus in loco tricesimo, qui nemirum unitate superat conflatum illum numerum 29.

V I D E S igitur, nos reperire posse extre-
mum numerum cuiuslibet progressionis Geome-
tricæ, etiam si non scribantur omnes numeri in-
termedij illius progressionis: pluribus tamen ope-
rationibus, quam supra in secunda regula pro-
gressionum Arithmeticarum adhibuimus.

Q U O N I A M vero in prima regula dixi-
mus, numerum quemcunque in progressione Geo-
metrica proportionis dupla incipiente ab 1. abie-
cta prius unitate, summam esse omnium antece-
dentiū numerorum; in hac autem secunda re-
gula docuimus, quemlibet numerum progressio-
nis Geometricæ ab 1. incipientis, si seipsum
multiplicet, gignere numerū in duplo maiore lo-
to, minus unitate, quād sit locus numeri se mul-
tiplicantis, ponendum: fit, ut si summa quocun-
que numerorum progressionis Geometricæ pro-

Quo pacto
numer⁹ cie
iuscunq; lo
ci in p̄grieſ
ſione Geo-
metrica in
cipiente à
quouis ag
to inucti-
get sine in-
termidijs
numeris.

Summa portionis dupla ab 1. incipientis addatur. I. Nam
quocunq; terminorum gregatum in seipsum multiplicetur, producatur
progressio summa, abiecta prius unitate, duplo plurium nu-
merorum eiusdem progressionis: quia prior summa,
addita unitate, constituit proxime sequentem nu-
merum in eadem progressione, qui numerus seip-
sita prius sum multiplicans producit numerum in duplo ma-
jore loco, minus unitate, quam sit locus numeri
multiplicantis, reponendum; ac proinde, abiecta
meru, qui, unitate, idem numerus summa erit omnium ante-
abiecta pri- cedentium numerorum, qui quidem duplo plures
unitate, su- sunt, quam priores, quorum summa accepta fuit.
ma est du- Exempli gratia, summa septem terminorum, ad-
terminoru dita unitate, constituit octauum terminum, qui
multiplicatus in se producit terminum decimum-
quintum, nempe numerum in duplo maiore loco,
quam sit octauus, minus unitate, ponendum; qui
quidem, abiecta unitate, summa erit quatuorde-
cim antecedentium terminorum, nimis duplo
plurium, quam septem, quorum summa accepta
fuit. Eademque ratio est de ceteris.

Quo pacto I T A Q V E si quis breviter cupiat inuenire
facile inue summam 64. terminorum progressionis Geometri-
niatur sum ca proportionis dupla ab 1. incipientis, quot nimi-
orum pro rum loca sunt in ludo latrunculorum, quem scac-
Geometri- chiorum ludum vocant, accipienda erit primum
ca dupla summa horum quatuor terminorum 1. 2. 4. 8. nem
propositio- nis ab 1. in pe 15. Deinde, addita unitate, multiplicandum
cipientis. aggregatum 16. in se. Si enim ex numero produ-
cto 256. abiectatur 1. erit summa octo terminorum
255. Rursus, addita 1. multiplicandum aggrega-
tum

sum 256. in se, ut fiant 65536. ac proinde summa
 16. terminorum 65535. Quod si rursus, addita
 et aggregata 65536. in se multiplicetur, procrea-
 bitur numerus 4294967296. qui, abiecta prius
 unitate, dabit summam 32. terminorum. Postre-
 mos si 4294967296. in se multiplicentur, fiet nu-
 merus 18446744073709551616. qui, abiecta
 prius unitate, dabit summam 64. terminorum. At-
 que tot quadrini requiruntur, ut quis replere pos-
 sit omnia 64. loca dicti ludi latrunculorum, po-
 nendo 1. quadrinum in primo loco; 2. quadr. in se-
 cundo; 4. in tertio; 8. in quarto, & sic deinceps pro-
 grediendo per duplam proportionem: qui efficiunt
 aureos, (tribuendo singulis aureis 400. quadrinos)
 46116860184273879 $\frac{3}{8}$. quanta pecunia
 vix in toto regno, vel etiam pluribus, aut toto
 mundo, reperitur; quod multis incredibile videtur.

IMM. vix tamen grana frumenti in univer-
 so orbe terrarum existunt, quot in dictis 64. locis
 continentur, si in primo poneretur 1. granum, in
 secundo 2. in tertio 4. &c. quod ita perspicuum fa-
 ciemus, si quis multis omnino incredibile videatur.
 Secundum Medicos, & pharmacopolas, grana 60.
 efficiunt 1. drachmam, id est, $\frac{1}{8}$. vnius unciae; ac
 proinde 48. grana 1. unciam, & 5760. grana 1.
 libram. Cum ergo 600. librae communiter consti-
 tuant 1. mensuram, quam Romani Rubium dicunt,
 & quae parum ab illa mensura differt, quam Nau-
 ra in Italia Salmam appellant; constabit 1. Ru-
 bius gronis 3456000. Quare si grana
 18446744073709551616. que in dictis 64. lo-
 tis

Quanta pe-
 cunia re-
 quiratur,
 ut implean-
 tur 64. loca
 ludi latrunc-
 ulorum, ita
 ut in pri-
 mo loco po-
 natur 1.
 quadr. in se-
 cundo, in
 tertio 4. &
 ita dein-
 ceps progre-
 diendo per
 proportio-
 nem dupla-

Quot gra-
 na frumen-
 ti consti-
 tuant vna
 Rubium?

Quot naues requirantur ad terrae dum frumentum in 64. locis ludi laterunculorum positum. *cis continetur, per grana 3456000. unam Rubrum constituentia dividantur, prodibunt Ruby 533759983. & paulo amplius: quot vix in toto terrarum orbe arbitror simul reperiri. Nam cum communiter nauis oneraria ferat Rubros 3000. requirentur, ut minimum, ad frumentum illud portandum naues. 1779199852. ad quas onerandas vix satis esse totius mundi frumentum, facile sibi quiuis persuadebit. Quid si in toto mundo vix sunt 18446744073709551615. grana frumenti, multo minus tot quatrini existent, etiā omnes moneta in quatrinos resoluerentur: cum nulli dubium sit, maiorem in mundo frumenti esse copiam, quam pecunie. Quod etiam hinc colligi potest.*

QUONIAM ducatus aureus Romae affimatur baiochis 115. sine quatrinis 460. si quatrini 18446744073709551615. in diebus locis 64. contenti dividatur per baiochos 115. hoc est, per quatrinos 460. efficietur ducati aurei 40101617551542503. & paulo amplius. Quia vero 100. ducati aurei faciunt 1. libram, continebit 1800000. libra aureos ducatos 18000000. quot nimis commode una nauis oneraria ferre potest, cum ruby frumenti 3000. unam naum onerantes faciant libras 1800000. quod pondas multis partibus superat Obeliscum illum immensum, qui Romae iuxta templum S. Petri visitur, quippe cum hic, ut periti affirmarunt, contineat libras ducentaxat 1180000. quem tamen vix ferri posse ab una nave, facile sibi persuadebit, qui eius molem

molem diligenter intueatur. Quod ideo dixerim, ne quis putet, parum nos vni nauis tribuere, cum ei concedimus libras 1800000. hoc est, rubios frumenti 3000. sine aureos ducatos 180000000. Ex fit, ad aureos ducatos 401016175515425030 uehendos necessarias esse naues 22 27 86764. Et amplius quis autem dubitet, totius mundi pecuniam etiam si ad aureos ducatos reducatur, tantam non esse, ut tot naues oneret?

Q F O D si quis in primo loco ponat 1. quadrinum, vel granum; 2. in secundo; 6. in tertio; 18. in quarto; 54. in quinto, & sic deinceps, ita ut vnitates in quolibet loco positae sint duplo plures quam in omnibus praecedentibus locis simul: quod cum demum fiet, si vnitates secundi loci triplices, & productum numerum rursus triplices, atque ita deinceps, ut in hac progressione manifestum est, s. 2. 6. 18. 54. 162. 487. 1458. 4374. 13122. &c.

& ita ostendi potest. Quoniam vnitates cuiuslibet loci dupla sunt vnitatum in omnibus praecedentibus locis positarum, continebunt dictae vnitates vnitates proxime antecedentis loci, & vnitates omnium quoque aliorum locorum praecedentium bis. Cum ergo vnitates proxime antecedentis loci bis contineant vnitates omnium locorum antecedentium, comprehendent vnitates proxime antecedentis loci ter. Verbi gratia, quoniam vnitates 18. in quattro loco dupla sunt harum vntatum 1. 2. 6. continebunt dictae vnitates 18. bis vnitates 6. ac prout ea vnitates 1. 2. bis. Quare

Quot naues requiriuntur ad ferendam pecuniam in 64. locis ludi latrunculorum posita, si ad aureos reducatur.

ta progres-
sione cuius
primus ter-
minus est in
secundus 2.
tertius ver-
to secundi
triplus, &
similiter
quatus tec-
tij tripplus,
& ita dein-
ceps: quilibet
tertius
nus duplus
est omnis
praeden-
tium ter-
miborum

cum unitates 6. dupla quoque sint unitatum 1. 2.
continebunt eadem unitates 18. bis unitates 6. et
insuper semel, nempe unitates quoque 1. 2. 2. bis;
ac proinde si triplicantur unitates 6. producen-
tur unitates 18. sequentis loci, que tripla quidem
sunt unitatum proxime antecedentis loci, dupla
vero omnium praecedentium locorum. Eademque
ratio est in ceteris. Quod si quis, in qua huc ratio,
ne ponat quatrinos, vel grana in dictis 64. locis,
reperietur summa multo maior, quam prius.

Qua arte
inveniatur
summa 64.
terminorum
ab 1. inci-
pientiū at-
que ita pro
cedentius,
ut quilibet
duplus sit
omnium an-
tecedentium
terminorum

HOC autem modo summa elicetur, etiam si
non ponatur omnes numeri illius progressionis. Quo-
niam oes numeri progrediuntur per proportionem
triplam, initio facto a secundo loco; investigandus
erit numerus loci sexagesimi tertij in proportione
tripla, cuius principium est 2. Hic enim numerus
inuentus occupabit locum 4. in ludo latrunculo-
rum, atque eo cognito, reperietur summa omnium
63. locorum, ut in prima regula progressionū Geo-
metricarum docuimus; cui si adiiciatur 1. in pri-
mo loco dicti ludi posita, habebitur summa om-
nium 64. locorum. Exempli gratia. Positis bis quis-
que terminis, 2. 6. 18. 54. 162. si quintus in se
multiplicetur, productusque per primū diuidatur,
producetur numerus 13122. nono loco ponendus,
nempe in duplo maiore loco, minus unitate, q̄ est
locus numeri in se multiplicati, ut in secunda hac
regula docuimus. Quod si rursū numerus 13122.
noni loci in se multiplicetur, productusque per pri-
mum, hoc est, per 2. diuidatur, gignetur numerus
86093442. septuaginta loco ponendus: quis si
rursum

surfam in seipsum multiplicetur, productus quo per primum diuidatur, fiet numerus hic sequens 3706040377703682. tricesimo tertio loco ponendus: qui rursum si multiplicetur in se, producensq; diuidatur per primū, procreabitur numerus 5867367640585024969315698178562, loco sexagesimo quinto locandus: Nos autē querimus numerum sexagesimotertij loci, ad quem inuentus numerus sexagesimiquinti loci proportionem habet triplā duplicatam, hoc est, noncuplam, ex defin. 10. lib. 5. Eucl. propterea quod numeri positi in loco sexagesimotertio, sexagesimoquarto, & sexagesimo quinto continuam proportionem triplam habent: Quare si numerum inuentum per 9. partiamur, reperiemus numerū hunc sequentē 763040848953891663257299797618. loco sexagesimotertio reponendum.

D E T R A C T O iam primo numero 2. & residuo diuiso per numerum unitate minorem denominatore proportionis triplae, nempe per 2. Quotiente denique ad numerum inuentum sexagesimotertij loci adiecto, fiet summa omnium sexaginta trium locorum, cui si apponatur 1. in primo loco ludi latrunculorum posita, componetur summa omnium 64. locorū dicti ludi hæc sequēs.

1144561273439837494885949696427.

H A N C eandem summam ita quoque inueniemus: Multiplicetur summa trium primorum locorum ludi latrunculorum, quæ est 9. in se, fietque summa 81. duplo plurium locorū minus uno, hoc est, quinque locorum: quæ si rursus in se multiplicetur,

Aliis ratio
Inueniēdi
summā 64.
terminorū
ab 1. inci-
piētiū atq;
ita progre-
dientium,
ut quilibet
omniū an-
tecedentū
terminorū
sit duplos.

plicetur, sicut eadem ratione summa 6561. nonem
locorum, nempe duplo plurim, quam quinque, mi-
nus uno: que rursus multiplicata in se producet
summam 43045721 septendecim locorum: Hęc
iterum in se multiplicata faciet hanc summam
1853020188851841. trigintatrum
locorum: quae in se rursum multiplicata, gignet
3433683820292512484557849089281.

summā sexagintaquinque locorū. Nos autem que-
rimus summam sexaginta quatuor tantum loco-
rum, que in summa inuenta ter continetur. Nam
summa quocunque locorum tripla est summa om-
nium locorum precedentium: propterea quod nu-
merus ultimi loci, nempe (in dato exemplo) sexa-
gesimi quinti, duplus est omnium precedentium
locorum. Hinc enim sit, ut addita summa omnium
precedentium locorum ad numeram sexagesimi-
quinti loci, fiat summa omnium sexagintaquinque
locorum, continuens nimis ter summam prece-
dentium sexagintaquatror locorum. Quocirca di-
misa summa inuenta per 3. reperietur summa hac

Quatuor
grana
frumentū
requiratur
ut imple-
tur 64. lo-
ca ludi la-
trunculorū
ita ut in pri-
mo ideo po-
natur 1. gra-
num, in ie-
cundo 2. in
tertio 6. in
quarto 18.
& ita dein-
cepit; ut gra-
na subse-
quentiis lo-
ci aut du-

3456000. quod vnam Rubium conficiunt, offi-
cient Rubios sequentes.

HAE omnia grana, si dividantur per
3456000. quod vnam Rubium conficiunt, offi-
cient Rubios sequentes.

33480924025826589955425 - 333201 -
ad quos vehedos, imposita 3000. Rubios in quanti-
libet

*Liber nauem, necessarie sunt naues numero
 110393641341708863318 $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{5}$. que
 102714380. globos ex terra & aqua confectos
 contegeret. Ponimus enim supremam aream vnius
 nauis equinalere quadrato, cuius latus continet
 70. palmos, quibus Mechanici, atq; Architetti
 vtuntur: cu plerunq; longitudo nauis sit 120. pal-
 morum, latitudo autem 40. si ad parallelogrammum
 rectangulum redigeretur; atq; adeo area ipsius
 contineat palmos quadratos 4800. cuius radix
 quadrata fere est 70. Cum ergo 3500. palmi,
 plus minus, conficiant unum milliare, ac propte-
 rea palmi 133750000. millaria 22500. quo in
 toto ambitu terræ continentur; si partiamur hos
 palmos per 70. hoc est, per latitudinem, longitu-
 dinemque unius nauis quadratae, reperiemus in
 toto ambitu terræ cotineri naues 1910714. se in-
 uicem tangentes. Eodem modo conficient palmi
 39374500. totam terræ diametrum millaria
 7159. complectentem: quos palmos si rursus per
 70. partiamur, inueniemus in terræ diametro co-
 prehendi naues se inuicem tangentes 562493.
 fere. Multiplicantes autem naues 562493. dia-
 metri per 1910714. naues ambitus, faciemus
 naues 1074763250002. totam superficiem terre
 marisque tegentes, ut ad finem primi cap. sphæra
 scripsimus: per quas si diuidamus illas superiores
 11039364134170886318. naues, que ad fru-
 mentum asportandum requiruntur, deprehendemus
 globos ex terra mariq; confectos 102714380. &
 quidem oës nauibus ad frumentum portandum*

pla omnia
 granorum
 in praecedē
 cibus omni-
 bus locis
 simul. Ec-
 quoq; naues
 necessarie
 sunt ad il-
 lud frumē-
 tum por-
 dum.

Quæ na-
 ues totam
 superficiem
 terre & ma-
 ris operi-
 rent, si se
 mutuo tan-
 gerent.

Quicq; globi ex terra ac mari confecti regerentur à nauibus, quæ necessariæ sùt ad prime diæ frumentum portandum, necessarij contextos: que summa frumenti multitatis partibus superat frumentum totius orbis, cum ne unam quidem terram operire possint naves, in quibus totius orbis frumentum continetur, ut patet.

ALIA ratione incomprehensibilem hanc multitudinem frumenti explicabimus, si nimis inquiramus, quot globi, scilicet sphærarū quælibet globo terrestri sit aequalis: quod ita fiet. Quoniam grana frumenti rotunda non sunt, sumemus pro ipsis grana coryandri, que rotunda sunt, licet paulo minora sint, quam frumenti grana. Ita enim fiet, ut plures globi conficiantur ex granis frumenti, quam ex granis coryandri, cum pauciora illorum requirantur, quam horum, ad unum globum constituendum, sitque tanta multitudine illorum, quantu horum, in 64. locis ludi trunculorum. Quia igitur 18. grana coryandri (ut experientia deprehensum est à me) constituit quartam partem pedis Geometrici, & paulo amplius, fit, ut recte dicere possimus, 70. grana secundum longitudinem disposita explere longitudinem unius pedis. Quare cum sphæra triplicata suarum diametrorum proportionem habeat, ut Euclides demonstrauit lib. 12. propos. 18. contingebuntur in sphæra, cuius diameter pedi Geometrico aequalis est, grana coryandri 34300. cum hic numerus ad 1. proportionem habeat triplicatam eius, quam habet pes Geometricus

70. granorum ad 1. vt hic appareat.

I. 70. 4900. 343000.

R V R S V S quia 5000. pedes Geometrici
vnum milliare constituunt, habebit eadē ratione
sphæra, cuius diameter vni milliaro, æqualis sit
ad sphæram, cuius diameter æqualis sit vni pedi,
proportionem, quam ad 1. habet hic numerus
12500000000. cum numerus hic ad 1. habeat
proportionem triplicatam eius, quam 5000. pe-
des habent ad 1. vt hic vides.

I. 5000. 25000000. 12500000000.

*Quare cum sphæra habens diametrum pedalem
contineat grana coryandri 343000. existent in
sphæra, cuius diameter vni milliaro sit æqualis,
grana 428750000000000.*

D E I N D E quoniam diameter terræ com-
plectitur millaria 7159. ponamus nos eam conti-
nere 7200. millaria. Quo posito, habebit tota
sphæra terræ ad sphæram, cuius diameter vni mil-
liari est æqualis, proportionem, quam hic nume-
rus 373248000000. ad 1. propterea quod nume-
rus hic ad 1. proportionem habet triplicatū eius,
quam habent 7200. millaria totius diametri
terræ ad 1. milliare, vt hic manifestum est.

I. 7200. 51840000. 373248000000.

Quot globos toti ter etz squales constitueret fragmentum in 64. locis proxime dictis continentur.

**Quot naues ferrent aureos du-
catos ex quattrinis,
qui reple-
xent 64. lo-
ca eo mo-
do, quo de
granis fru-
menti di-
stum est.
Et quot glo-
bos terræ
ac maris di-
stæ naues
tegerent.**

**Qua ratio
ne facile in
ueniatur**

summa 40
terminorū
progressionis
Geometri-
æ propor-
tionis du-
plic ab 1. in-
cipientis.

I A M vero si grana illa sint quatrini, efficiemus ex illis aureos ducatos sequentes, numero 2488176681371385858447716731. Quoniam autem supra diximus, unam nauem conmode ferre ducatos aureos 180000000. si illos per hos dividamus, deprehendemus naves has 1382320378539658810324. necessarias esse, ut dictam pecuniam ferrent, que tot superficies terrae marisque contegerent, quot sunt in hoc numero 1286162676. unitates; propterea quod supra posuimus 1074763250002. naues unam superficiem terrae ac maris contegere. Que summa pecuniae omnem captum ingenij humani excedit.

P A R I ratione, si quis optet summam 40. terminorum eiusdem progressionis, accipiēda pri- um erit summa horū 5. terminorū i. 2. 4. 8. 16. tempe 31. Deinde, addita 1. multiplicandum aggregatum 32. in se, abiecta enim unitate ex

producto numero, fiet summa 10. terminorum 1023. Rursus, addita 1. si aggregatum multiplicetur in se, & ex producto numero reū ciatur 1. exurget summa 20. terminorum 1048575. Postremo, addita rursus 1. si aggregatum in seipsum multiplicetur, & ex producto numero dematur 1. producetur summa 40. terminorum, videlicet 1099511627775. Atque tot quatrinos recipere Dux aliquis, qui 40. oppida sua ea lege diuēderet, ut ei pro primo solueretur 1. quatinus, pro secundo 2. quatr. pro tertio 4. & ita deinceps progrediendo semper per proportionem du- plam. Hi autem quatrini conficiunt aureos 2748779069 $\frac{1}{4} \frac{7}{10} \frac{5}{6}$. Quod si hac pecunia emerentur redditus annui, ita ut 100. aurei tan- tum lucrifacerent 5. aureos (cum tamen lege or- dinaria plus lucentur) haberentur aurei hi 137438953. & baioch. 47 $\frac{3}{16}$. quantos red- ditus nullus vñquā Monarcha, aut Resp. habuit: ut non insanus iudicandus sit Dux ille, (ut ple- risque, qui in Arithmeticis parum sunt exercita- ti, videtur) qui ea ratione 40. sua oppida diuēdit, sed sapientissimus.

POSTREMO si quis cupiat expedite summam habere 24. terminorū eiusdem progres- sionis, sumenda erit primum summa trium horū terminorum 1. 2. 4. quæ est 7. Deinde, addita 1. multiplicandum aggregatum in se, & à producto numero auferenda 1. ut habeatur summa 6. ter- minorum 63. Addita rursus 1. multiplicandum aggregatum in se, & auferenda 1. ex numero pro-

Quanti eō
stēi 40. op-
pida, si ven-
dātur, ita
ut pro pri-
mo solua-
rit 1. qua-
tri. pro secū-
do 2. qua-
tri. p. tertio
4. &c.

Quo mo-
do breui-
ter elicia-
tur summa
24. termi-
norū pro-
gressionis
Geometri-
æ propria-
tis dupla-
bus in-
venientur.

ducto, ut fiat summa 12. terminorum 4095. Tandem, addita rursus 1. multiplicandum aggregatum in se, &c. 1. subducenda ex numero procreato, ut exurgat summa 24. terminorum 16777215. Non ergo ridendus esset, qui bellicosum equum, qui in pedibus habet 24. clanos, ita renderet, ut ei pro primo clavo soluat 1. quatr. pro secundo 2. pro tertio 4. pro quarto 8. &c. Nam recipere pro equo 16777215. quatr. qui conficiunt 41943 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$. aur. pro quo pretio unusquisque liberter suum equum daret. Hec pauca de progressionibus dicta sint satis. Multo enim plura de eisdem scribemus in pleniore nostra Arithmetica.

EXTRACTIO RADICIS QVADRATÆ.

Cap. XXVI.

Quadratus numerus quid.



*V*MERVS quadratus dicitur, qui ex aliquo numero in se ipsum multiplicato producitur. qualis est 4. qui ex multiplicatione numeri 2. in se ipsum gignitur. Item 9. cum ex 3. in se producatur. Itē 2209. quia generatur ex multiplicatione 47. in se, &c. Unitas quoque ab Arithmeticis numerus quadratus, licet improprie, appellatur, propterea quod ex 1. in se producatur.

Nume-

Numerus autem, qui in se multiplicatus, producit quadratum numerum, vocatur latus, sive radix quadrati.

Radix qua-
drata quid-

E X T R A C T I O igitur radicis quadratæ est inuentio numeri, qui in se multiplicatus producat numerum propositum, si quadratus est, vel, si non est quadratus, maximum numerū quadratū in eo contentū. Ut extractio radicis quadratæ ex numero 2 209. est inuentio numeri 47. quia hic in se multiplicatus producit propositū numerū 2 209. Itē extractio radicis quadratæ ex numero 3 375. est inuentio numeri 58. quia hic in se multiplicatus gignit numerū quadratū 3 364. qui est omnium maximus in 3 375. contentus. Nam proxime maior quadratus numerus, cuius latus, sive radix est 59. una vnitate maior, quam 58. est 3 481.

Extractio
radicis qua-
dratæ qd.

P R I M V M autem numerus propositus, cuius radix inuestiganda est, signandus est punctis quibusdā, posito puncto sub prima figura ad dextram, vel supra primam figuram, & alio sub tercia, & alio sub quinta, & ita deinceps sub septima, nona, & sub alijs locis imparibus: ita vt quodlibet punctum habeat duas figuræ, illam vi delicit, sub qua punctum signatum est, & aliam, quæ hanc versus sinistram precedit; excepto ultimo puncto ad sinistram, quod aliquando unicam figuram habet, quando nimis numerus figurarum est impar. Tot autem figuræ habebit radix propositi numeri, quot puncta signata sunt. Ut hic numerus 2 1178409. ita signabitur, habe-

Quomodo
numeris,
cuius radix
queatur,
punctis sit
signandus.

Quot figu-
ras habeat
radix pro-
positi nu-
meri.

bitque eius radix quatuor omnino figurat. Hic autem numerus 456789012. ita signabit, eiusq; radix 5. figuris scribetur,

Quo pacto
radix qua-
drata ex da-
to numero
eruatur.

S I G N A T O bac ratione numero, ita radix ipsius eruetur. Sub ultimo puncto ad sinistrā ponitur radix maximi quadrati in figuris ad illud punctum spectantibus cōtenti, quæ maior esse non potest, quam 9. eademque radix scribitur ad dexteram numeri propositi post hanc lineam curuam (vt de diuisione integrorum numerorū diximus: atque hæc radix, instar Quotientis figurae, per radicem sub puncto positam, instar diuisoris, multiplicatur, productusque numerus ex supra scripto numero subtrahitur, deletis prius figuris, à quibus fit subtractio, vna cum radice sub puncto notata, quemadmodum in diuisione integrorum docuimus. Numerus autem residuus non potest esse maior, quam duplus radicis sub puncto positæ.

P O S T bac duplicatur radix inuenta, scribiturque numerus hic duplicatus sub sequenti pūcto, hoc ordine, vt prima eius figura ponatur sub figura, quæ proxime punctum ultimum sequitur versus dextram, aliæ vero, si quæ sint, ordine suo versus sinistram progrediendo, ita vt sub figura, sub qua sequens punctum ponitur, nihil scribatur. Sub ea enim ponenda est noua figura Quotientis. Posito hac ratione numero illo duplicato, diuiditur per illam numerus suprascriptus, Quotieisque figura ad dexteram post propositum numerum scribitur, atque etiam sub puncto, vt fiat

quasi integer divisor ex duplicato illo numero, & figura hac Quotientis. Quo facto, multiplicatur figura hec Quotientis in totum illum divisorum, ut in divisione integrorum, productusque numerus ex suprascripto numero subducitur, &c. An requam autem figuram hanc nouam Quotientis scribas, tenuandum prius erit, num ea multiplicata in duplicatum illum numerum, & in seipsam positam post illum numerum duplicatum, talem numerum producat, qui à suprascripto numero possit substrahi.

R V R S V S eodem modo totus numerus post lineam hanc curuam (. hactenus positus duplicatur, duplicatusque numerus subsequenti pūteto scribitur eo ordine, quem supra prescripti musi, ita ut rursus sequens punctum vacuum relinquatur pro noua figura Quotientis. Per hunc numerum vero duplicatum dividitur suprascriptus numerus, sumiturque talis figura pro Quotiente, quæ in numerum illum duplicatum, & in seipsam post illum numerum duplicatum positam multiplicata, numerum procreet, qui ex suprascripto numero detrahi possit.

P A R I ratione totus numerus in Quotiente hactenus positus duplicatur, & reliqua fiunt, ut prius: atque ita deinceps, donec omnia puncta sint absoluta. Verum hæc omnia exemplis fient clariora.

S I T eruenda radix quadrata ex numero 21178404. Notatis punctis, ut supra dictum est, pono sub ultimo punto ad sinistram figuram

312 EXTRACTIO
 4. tanquam radicē maximī
 quadrati in suprascripto 5
 numero 21. consenī, (qua- ZX178404(46
 dratus enim numerus maio
 ris radicis, nempe 5. est 25) 486
 eamq; rursus scribo post lineā hāc curvam(. Multipli-
 cata autem figura 4. in Quotiente per sign-
 ram 4. sub punctō, fiunt 16. que ex 21. sublata,
 vt in diuisione integrorū præcepimus, relinquunt
 3. spectabuntque ad sequens punctum tres ha-
 guræ 517.

DE INDE duplicata figura Quotientis 4.
 vt fiant 8. scribo 8. sub 1. vt in exemplo vides;
 diuidoque 51. per 8. &
 inuenio 8. contineri in 821
 51. sexies. Pono ergo 6. ZXZ78404 (460
 tam in Quotiente post
 4. quam sub puncto figu 48620
 ra 7. Multiplicata au- 9
 tem figura hac Quotientis 6. per totum diuisore
 86. productoque detracto ex supraposito numero
 517. remanet 1. pertinebuntque ha tres figura
 184. ad sequens punctum..

R U R S V S duplicato Quotiente 46. hāc
 nus inuenio, vt fiant 92. scribo 2. sub 8. & 9. sub
 1. vt in exemplo vi-
 des; diuidoque 18. 821
 per 92. Sed quia ZX478404 (4602
 92. non continentur 486202
 in 18. pono 0. in
 Quotiente, & sub 92

puncto figura 4. deleoque totum diuisorem 920.
spectabit autem ad postremum puncum tatus hic
numerus 18404.

| P <small>O</small> S <small>T</small> R <small>E</small> M <small>O</small> | 831 |
|---|----------------|
| duplicato Quotiente | 21178404 (4602 |
| 460. hactenus inuen- | 4892002 |
| to, ut fiant 920. scri- | 682 |
| bo 0. sub 0. & 2. sub | |

4. & 9. sub 8. ut vides in exemplo. Diuidendo au-
tem 1840. per 920. inuenio hunc numerum in il-
lo contineri bis. Pono ergo figuram 2. tam in Quo-
tiente, quam sub puncto primæ figuræ 4. Multipli-
cata vero hac figura 4. per totū diuisorē 9202.
productioque numero dempto ex numero supra-
scripto, nihil supereft. Radix ergo quadrata nu-
meri propositi est 4602. ipseque numerus propo-
sus quadratus est, cū nihil superfuerit post vlti-
mam subtractionem factam.

S I T rursus inquirenda radix quadrata ex
numero 456789012. Signatis punctis, ut docui-
mus, scribo sub vltimo puncto ad sinistram figu-
ram 2. tanquā radicem
maximi quadrati in su- 456789012 (21
praescripto numero 4. cō 241
tenti, eamque rursus po-
no in Quotiente. Multiplicata autem figura 2. in
Quotientē per figuram 2. sub puncto, fiant 4. quæ
ex 4. subducta nihil relinquunt, pertinebuntque
hae duæ figuræ 56. ad puncum sequens.

D U P L I C A T A figura Quotientis 2.
fiant 4. quæ scribo sub 5. reliquo puncto sequentib.

314 . . . EXTRACTIO . . .

vacuo pronova figura Quotientis. Diuidendo autem 5. per 4. inuenio Quotientem 1. quem scribo tam post 489789012 (213) Quotienem 2. quam sub puncto figuræ 6. 24X23 4 Multiplicata autem figura hac Quotientis 1. per totum diuisorem, ablatoque numero producta ex 56. remanent 15. ita ut ad sequens punctum spectent quatuor habentes figuræ 1578.

DE INDE duplicato Quotiente 21. habet enim inuento, ut fiant 42. pono 2. sub 7. & 4. sub 5. Diuidendo autem 157. per 42. reperio Quotientem 3. quem pono & in Quotiente, & sub puncto figura 8. Multiplicata autem bac figura Quotientis 3. per totum diuisorem 423. subtractoque numero producta ex 1578. relinquuntur 309. Pertinebunt ergo ad sequens punctum quinque ista figura 30990.

R U R S U S duplicato Quotiente 213. habet enim inuento, ut fiant 426. scribo 6. sub 9. & 2. sub 9. & 4. sub 0. Diuidendo autem 3099. per 426. inuenio Quotientem 7. quem scribo tam in Quotiente, quam sub puncto figura 0. Multiplicata vero bac Quotientis figura 7. per totum diuiso-

diuisorem 4 2 6 7.
 detracto que produ- 1
 eto numero ex 2 1
 3 0 9 9 0. remanent 3 0 5 2
 1 1 2 1 . atque adeo 1 8 1 6 7 1
 ad punctum sequens 4 8 9 7 8 9 0 1 2 (2 1 3 7 2)
 pertinebunt sex ha-
 figure 1 1 2 1 1 2 . 2 4 1 2 3 6 7 4 2
4 4 2 2 7
4

POSTREMO

duplicato Quotientē 2 1 3 7 . hactenus inuentō, vt
 fiant 4 2 7 4 . colloco 4 . sub 1 . & 7 . sub 1 . &
 2 . sub 2 . & 4 . sub 1 . Diuidendo autem
 1 1 2 1 1 . per 4 2 7 4 . reperio Quotientem 2 . quem
 scribo & in Quotiente , & sub punto figura 2 .

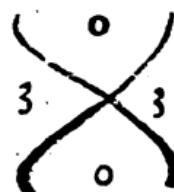
Multiplicata autē

bac Quotientis figu- 2
 ra 2 . per totum diui-
 forem 4 2 7 4 2 . &
 dempto productō nu-
 mero ex 1 1 2 1 1 2 . su-
 persunt 1 6 6 2 8 . Nu-
 merus ergo proposi-
 tus quadrat⁹ nō est,
 ac proinde Quotiens

inuentus 2 1 3 7 2 . non est eius radix, sed alterius
 numeri, qui est maximus quadratus in dato nume-
 ro cōprehensus, qualis est numerus 4 5 6 7 6 2 3 8 4 .
 Nā proxime maior quadratus, qui videlicet ha-
 bet radicē vna vnitate maiorem radice inuenta
 2 1 3 7 2 . constituit numerum maiorem proposito
 numero.

E X A M E N
Examen
extractio-
nis radicis
cuadra-
tæ triplex est, quemadmodum & diuisio-
næ integrorum.

Primum enim fit per abiectionem 9. al-
terum per abiectionem 7. & tertium per multi-
plicationem, ut in diuisione integrorum dictum
est. Sed radix inuenta accipienda est hic loco di-
uisoris: quia si numerus propositus dividatur per
radicem inuentam, fiet Quotiens eadem radix: Et
si quid superfuerit in extractione radicis, idem
supererit in diuisione, dummodo in Quotiente su-
mantur eadem figura radicis inuentæ, licet in ul-
tima diuisione partiali maior aliquando figura su-
mi posset, quando nimis remanet resi-
duum extractionis radicem ex-
cesserit. Itaque prius exemplum
ita examinabitur per 9. Reiectis
9. ex radice 4602. remanent 3.
que in utroque latere crucis scri-
bo, propterea quod radix est &
diuisor, & Quotiens, ut diximus. Multiplicati
iam inter se duabus hisce figuris 3. & 3. fiunt 9.
reiectisque 9. remanet 0. in superiori parte cru-
cis collocanda. Tandem reiectis 9. ex proposito
numero, remanet etiam 0. Posterius autem exem-
plum ita examinabitur per 9. Re-
iectis 9. ex radice 21372. rema-
nenit 6. in utroque latere crucis
ponenda. Multiplicatis autem
inter se hisce figuris 6. & 6. fiunt
36. reiectis q. 9.. ex 36. & ex re-
siduo extractionis, supersunt 6. Tantundem re-
manet,



manet, si reūciantur 9. ex dato numero.

Q V O D si multiplicetur radix prioris numeri in se, producetur idem numerus prior. Item si radix numeri posterioris in se multiplicetur, productoq; numero addatur residuum extractionis, gignetur idem numerus posterior.

O B I T E R etiam hic aduertendum est, in nulla extractione radicis quadratæ residuum, si quod est maius esse posse, quam duplum radicis inuentæ. Si enim superaret duplum radicis inuentæ vel vna vnitate, haberet numerus propositus radicem vna vnitate maiorem illa, quæ inuenta est. Ratio huius rei est, quod quilibet quadratus superat proxime minorem numerum quadratum duplo radicis ipsius minoris quadrati, & insuper vna vnitate; adeo vt, si addatur 1. ad duplum radicis cuiusvis quadrati, & hoc aggregatum ad quadratum proxime minore, fiat quadratus proxime maior. Ut quadratus numerus 64. superat numerum quadratum 49. numero 15. Constat autem, numerum 14. duplum esse radicis quadrati 49. quæ est 7. superesseq; vnam adhuc vnitatem in 15. ac proinde, si addatur 1. ad 14. duplum radicis 7. & hoc aggregatum ad 49. fieri quadratum numerum 64. proxime maiorem, quam 49. cuius radix est 7. Si igitur proponat quis numerum 63. vt eius radix quadrata eruatur, reprietur radix 7. supereruntq; 14. quæ radicis sunt dupla: Si vero quis proponeret numerū 64. inuenireturq; radix 7. erratum esset, quia superessent 15. quæ maiora sunt, quam duplum radicis

Residuum
in extra-
ctione qua-
dratæ radicis
maiis
esse non po-
test, quam
duplū radi-
cis inuen-
tæ.

Quæ sit
differentia
inter duos
quadratos
proximos.

cis 7. Quare radix numeri 64. erit 8.

APPROPINQVATIO RADI.

cum in numeris non quadratis.

Cap. XXVII.

QUONIAM cum numerus propositus non est quadratus, inuenta radix in se multiplicata producit numerum minorem numero ipsius, quemadmodum in posteriori exemplo patuit, ubi radix in se multiplicata gignit numerum, qui a numero proposito superatur toto hoc numero et 66 et 8. monstrabimus hoc loco duplicem viam, qua radix propinquior inueniatur, ita ut eius numerus quadratus a proposito numero non quadrato insensibili fere differentia distet. Vera enim radix numero exprimi non potest, sed solum per lineam, ut in pleniore nostra Arithmetica demonstrabitur. Priori via reperietur radix propinquior quidem in infinitum, sed tamen minor, quam vera; adeo ut eius quadratus numerus semper a numero proposito superetur. Posteriori via inuenietur radix propinquior quoque in infinitum, sed qua veram excedat; ita ut eius numerus quadratus maior semper sit numero proposito. Utique porrò via demonstrata est Geometrica & a Theone Alexandrino in lib. I. Almagesti Ptolemy, de invenientia radicis minoris in lib. Federico Commandino in lib. Archimedis de dimensione circuli.

PRIOR ergo via ita se habet. Inuenta radix maximi quadrati in proposito numero comprehensi,

Bensi, adiūciatur ad eam fractio, cuius numerator est residuum extractionis, quo nimurum propositus numerus quadratum numerum proxime minorum quem radix inuenta producit in se multiplicata, excedit, denominator vero duplum radicis inuenta, & præterea vñitas, qua nimurum radix numeri quadrati, qui proxime maior est proposito numero, superat radicem inuentam numeri quadrati, qui proxime minor est numero proposito. Hac enim ratione composita erit radix multo propinquior, quam inuenta, minor tamen, quam vera. Ad quam si addatur id, quod prouenit ex divisione excessus, quo propositus numerus non quadratus excedit quadratum radicis propinquioris iam inuenta, per numerum compositum ex duplo eiusdem radicis propinquioris, & excessu, quo radix quadrati numeri proxime majoris superat radicem propinquorem inuentam, exurget radix adhuc propinquior, minor tamen, quam vera. Ad quam si iterum apponatur id, quod prouenit ex divisione excessus, quo propositus numerus non quadratus superat quadratum radicis propinqua ultimo loco inuenta, per numerum compositum ex duplo eiusdem ultimæ radicis propinqua, & excessu, quo radix quadrati numeri proxime majoris excedit radicem eandem ultimam propinquam, efficietur adhuc propinquior radix, minor tamen, quam vera. Atq; hoc modo licebit semper invenire radicem propinquorem in infinitum, nunquam tamen vera radix inuenietur, sed semper radix aliquanto minor, quam vera.

EXEM-

E X E M P L U M. Sit *propositus numerus* non quadratus 20. Radix quadrati proxime minoris est 4. que in se multiplicata producit 16. super suntque 4. Si ergo ad radicem 4. addatur fractio $\frac{4}{9}$. cuius numerator est residuum illud, denominator vero duplum inuentæ radicis 4. Et præterea fiet propinquior radix $4\frac{4}{9}$. Huius enim quadratus numerus est $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$, qui minor quidē est, quam *propositus numerus* 20. sed minus ab eo differt, quam quadratus numerus 16. radicis primæ 4.

A B L A T O hoc quadrato $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$. ex numero *proposito* non quadrato 20. supersunt $\frac{2}{8}\frac{0}{1}$. Item radix 5. quadrati proxime maioris numero *proposito*, excedit radicem propinquam $4\frac{4}{9}$. proxime inuentam bac minutia $\frac{5}{9}$. que addita ad duplum radicis propinqua $4\frac{4}{9}$. bac est, ad $8\frac{8}{9}$. facit numerum $9\frac{4}{9}$. per quem si dividatur residuum illud $\frac{3}{8}\frac{0}{1}$. fiet Quotiens $\frac{1}{6}\frac{8}{8}\frac{0}{5}$. qui additus ad radicem propinquam $4\frac{4}{9}$. proxime inuentam faciet radicem propinquiorem $4\frac{2}{6}\frac{9}{1}\frac{1}{9}\frac{6}{6}\frac{0}{5}$ hoc est, $4\frac{8}{1}\frac{8}{7}$. Huius enim numerus quadratus est $19\frac{2}{2}\frac{8}{8}\frac{5}{9}$. qui minor quoque est, quam numerus *propositus* 20. non quadratus, sed magis ad eum accedit, quam quadratus $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$. radicis $4\frac{4}{9}$. ante hanc radicem $4\frac{8}{1}\frac{8}{7}$. inuentas.

R U R S U S subtracto hoc quadrato numero $19\frac{3}{2}\frac{8}{8}\frac{4}{9}$. ex *proposito* numero 20. nō quadrato, supersunt $\frac{4}{2}\frac{8}{8}\frac{9}{9}$. Item radix 5. quadrati proxime maioris numero *proposito* excedit radicem propinquam $4\frac{8}{2}\frac{8}{9}$. ultimo inuentam minutia bac $\frac{9}{2}\frac{9}{9}$. que addita ad duplū ultime radicis propinqua.

per quæ $4\frac{8}{7}$. hoc est, ad $8\frac{1}{7}$. facit numerum $9\frac{8}{7}$. per quæ si dividatur residuum illud $\frac{4}{2\frac{8}{9}}$. fiet Quotientis $\frac{6}{4} \frac{8}{6} \frac{5}{5} \frac{2}{2} \frac{9}{9}$. qui additus ad radicem propinquā $4\frac{8}{7}$. ultimo inuentā facit radicem propinquorem $4\frac{3}{7} \frac{7}{9} \frac{3}{0} \frac{3}{9} \frac{8}{9} \frac{8}{3}$. hoc est, $4\frac{7}{1} \frac{6}{6} \frac{1}{1}$. Huius enim numer⁹ quadratus est $19\frac{2}{2} \frac{1}{3} \frac{4}{9} \frac{9}{2} \frac{0}{1}$. qui minor quoq; est proposito numero 20.. nō quadrato, magis tñ ad eum accedit, quam quadratus $19\frac{2}{2} \frac{8}{3} \frac{5}{9}$. radicis p̄ pinquæ $4\frac{8}{7}$. ante hāc radi- cē $4\frac{7}{1} \frac{6}{6} \frac{1}{1}$. inuentæ. Atq; in hūc modū licebit sens⁹ per magis ac magis ad veritatē accedere, ad quā tñ nunquā pueniemus, sed semp ab ea deficiemus.

P O S T E R I O R autem via hāc est. Inuen-
taradice maximi quadrati in proposito numero. Quo modo
comprehensi, adjiciatur ad eam fractio, cuius nu- reator est residuum extractionis, quo nimurum propositus numerus quadratum numerum proxime minorem, quem radix inuenta producit in se multiplicata, excedit, denominator vero duplum radicis inuentæ. Componetur enim hac ratione radix multo propinquior, quam inuenta, maior tamen, quā vera. A qua si auferatur id, quod prouenit ex divisione excessus, quo quadratus numerus radicis propinquioris iam inuenta excedit numerum propositum, per duplum eiusdem radicis propinquioris, relinquetur radix abduc propinquior, maior tamen, quam vera. A qua si rursus detrahatur id, quod prouenit ex divisione excessus, quo numerus quadratus radicis propinquæ ultimo loco inuentæ superat numerū propositum, per duplum eiusdem radicis ultima propinqua, rei

X manebit

manebit adhuc propinquior radix, maior tamen, quam vera. Atque hoc modo licebit semper inuenire radicem propinquiore in infinitum, nunquam tamen vera radix inuenietur, s. d semper radix aliquanto maior, quam vera.

E X E M P L U M . Sit propositus idem numerus non quadratus 20. Radix quadrati proxime minoris est 4. quæ in se multiplicatà facit 16. supersuntque 4. Si ergo ad radicem 4. adiūciatur fractio $\frac{4}{3}$. cuius numerator est residuum illud, denominator vero duplum inuentæ radicis 4. fiet propinquior radix $4\frac{4}{3}$. hoc est, $4\frac{1}{2}$. Huius enim numerus quadratus est $20\frac{1}{4}$. qui maior quidē est, quā propositus numerus 20. sed minus ab eo differt, quā quadratus numerus 16. radicis prime 4.

I A M vero, si $\frac{1}{4}$. excessus nimirum, quo numerus quadratus $20\frac{1}{4}$. radicis $4\frac{1}{2}$. proxime inuentæ superat numerum propositum 20. diuidatur per duplum radicis propinquæ $4\frac{1}{2}$. iam inuentæ, hoc est, per 9. fiet Quotiens $\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. qui ablatus ex radice $4\frac{1}{2}$. proxime inuenta relinquet propinquorem radicem $4\frac{1}{7}\frac{4}{2}$. hoc est, $4\frac{1}{3}\frac{7}{6}$. Huius enim numerus quadratus est $20\frac{1}{12}\frac{1}{9}\frac{1}{6}$. qui maior quoque est numero proposito 20. sed minus ab eo distat, quam quadratus $20\frac{1}{4}$. radicis $4\frac{1}{2}$. ante hanc inuentæ.

Q V O D si rursus $\frac{1}{12}\frac{1}{9}\frac{1}{6}$. excessus nimirum, quo numer^o quadratus $20\frac{1}{12}\frac{1}{9}\frac{1}{6}$. radicis $4\frac{1}{3}\frac{7}{6}$. proxime inuentæ superat propositum numerum 20. diuidatur per duplum radicis $4\frac{1}{3}\frac{7}{6}$. iam inuentæ, id est, per $8\frac{3}{4}\frac{4}{8}$. hoc est per $8\frac{1}{2}\frac{7}{8}$.

fict

fiet Quotiens $\frac{1}{1} \frac{1}{3} \frac{1}{9} \frac{1}{2}$. qui subductus ex radice $4 \frac{1}{3} \frac{7}{6}$. proxime inuenta relinquet radicē propinquiore $4 \frac{1}{4} \frac{9}{8} \frac{7}{7} \frac{0}{3} \frac{2}{1} \frac{8}{2}$. hoc est, $4 \frac{5}{1} \frac{4}{5} \frac{7}{9} \frac{3}{2}$. Huius enim quadratus numerus est sequens $20 \frac{1}{1} \frac{3}{2} \frac{4}{3} \frac{7}{4} \frac{4}{6} \frac{4}{4}$. qui maior etiam est numero proposito 20. sed minus ab eo distat, quam quadratus $20 \frac{1}{1} \frac{2}{2} \frac{9}{6}$. radicis $4 \frac{1}{3} \frac{7}{6}$. ante hāc inuentæ. Atque in hunc modum licebit semper magis ac magis accedere ad veritatem, ad quam tamen nunquam perueniemus, sed semper eam excedemus.

AGENDVM iam effet de extractione radicis cubice, & aliarum radicum, que infinitæ sunt; sed quoniam tractatio hæc difficilior est, inuentioq; radicis quadratæ magis est necessaria ad libros Archimedis, Ptolemai, ceterorumq; Mathematicorum intelligendos, consulto à nobis in pleniorum nostrum Arithmeticam differtur. In ea namque non solum omnes radices, cum earum appropinquatione tractabimus, sed innumera alia, à quibus in hoc compendio dedita opera abstinuimus, exponemus.

F I N I S.

ERRATORVM CORRECTIO.

| Pag. lin. Errata. Correctiones. | Pag. lin. Errata. Correctiones. |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| 11. 4. si. sic. | 130. 4. pro 5. per se. |
| 16. 4. quodd. quot. | 238. antep. p diuisore. p diuisore. |
| 41. 1. numeri figuræ | |
| 50. 6. dictio [lineā] abūdat | 298. 3. 53375438365. |
| 59. 3. dictio [ex] abūdat | 5337599558365. |
| 86. 25. dictio [minutiç] abūdat | 299. 4. Ex fit. Ex quo fit. |
| 90. 7. diuidimus. diuidemus | 161. 2. ita legatur exemplum. |
| 144. 20. prq 12. per 12. | Lib. Aurei. Lib. Aurei. |
| 152. 6. stabunt. stabit. | 100. 4. 300? 6. |
| 157. 27. enlm. | caim. |

INDEX OMNIVM

Capitum huius Arithmeticæ.

| | |
|--|--------|
| N umeratio integrorum numerorum. | pag. 8 |
| 2 Additio integrorum numerorum. | 13 |
| 3 Subtractio integrorum numerorum. | 26 |
| 4 Multiplicatio integrorum numerorum. | 36 |
| 5 Divisio integrorum numerorum. | 48 |
| 6 Numeratio fractorum numerorum. | 81 |
| 7 Aestimatio, sive valor fractorum numerorum. | 83 |
| 8 Fractiones fractorum numerorum. | 90 |
| 9 Reductio fractorum numerorum ad minimos numeros, sive terminos. | 91 |
| 10 Reductio fractorum numerorum ad eandem denominacionem, et ad integram, necnon integrorum ad fractionem quamcunque, ac denique fractionum fractorum numerorum ad simplices fractiones. | 98 |
| 11 Additio fractorum numerorum. | 107 |
| 12 Subtractio fractorum numerorum. | 110 |
| 13 Multiplicatio fractorum numerorum. | 113 |
| 14 Divisio fractorum numerorum. | 116 |
| 15 Insitio fractorum numerorum. | 120 |
| 16 Questiuncula nonnullæ numerorum integrorum, ac minutiarum. | 131 |
| 17 Regula trium; que alio nomine regula aurea, sive regula proportionum dici solet. | 139 |
| 18 Regula trium eversa. | 154 |
| 19 Regula trium composita. | 159 |
| 20 Regula Societatum. | 175 |
| 21 Regula Alligationis. | 207 |
| 22 Regula falsi simplicis positionis. | 223 |
| 23 Regula falsi duplicitis positionis. | 233 |
| 24 Progressiones Arithmeticae. | 270 |
| 25 Progressiones Geometricæ. | 283 |
| 26 Extractio radicis quadratae. | 308 |
| 27 Appropinquatio radicū in numeris nō quadratis. | 318 |

INDEX EORVM, QVÆ in singulis capitibus continentur.

IN PRAEFATIONE.

ARithmeticæ præstitia,
atq; vtilitas. pag. 3.

IN NUMERATIONE

Integrorum nūmerorum.

Numeratio quid. 8.

Valor decem figurarū Arithmeticarum quo pacto cognoscatur. Ibid.

Quot loca sint in quolibet numero. Ibid.

Prima figura, & ultima in quouis numero quæ sit. Ibid.

Ordo locorum in quouis numero cur à dextra sinistram versus procedat. 9.

Quid quilibet figura in quouis loco posita significet. Ibid.

Loca in quouis numero superat sese ordine in decupla proportione. Ibid.

Quid obseruandum sit, ut datus numerus facile ex primatur. Ibid.

IN ADDITIONE

Integrorum nūmerorum.

Additio quid. 13.

Numeri addendi quo pacto

sint collocandi. Ibid.

Additio quo pacto fiat. Ibid.

Quid agendum sit, quando ex figuris unius loci colligitur numerus tribus figuris scribendus. 14.

Quid faciendum sit, quando multi numeri addendi sunt. 15.

Probatio additionis per 9. quomodo fiat. 16.

Qua ratione ex quouis numero rejiciatur facile 9. quoties fieri potest. Ibid.

Nouenarij. mirabilis proprietas. Ibid.

Probatio additionis per 9. fallax est, & quare. 18.

Probatio additionis per 9. cur ab Arithmeticis adhibetur, cum fallax sit. 20.

Probatio additionis per 7. quomodo fiat. Ibid.

Quo pacto rejicienda sint 7. ex quolibet numero. 21.

Probatio additionis per 7. fallax est, & quare. 22.

Probatio additionis per 7. cur ab Arithmeticis adhibetur, cum fallax sit. 23.

Probatio additionis per 7. minus fallax est, quam per 9. & quare. Ibid.

Tabella probationis p 7. Ibid.

I N D E X.

- P**robatio additionis per ad-
ditionē quo pacto fiat. 24
Probatio additionis per
subtractionem quo pacto
fiat. 25.
- I**N S U B T R A C T I O N E .
*integrorum nu-
merorum.*
- S**ubtractio quid. 26.
Vter duorum numerorum
maior sit, quo pacto co-
gnoscatur. ibid.
- S**ubrahēdus numerus quo
pacto locandus sit sub eo
à quo sit subtractio. ibid.
- S**ubtractio quomodo fiat.
27.
- I**n subtractione quid agen-
dum sit, quando figura in-
ferior maior est, quam su-
perior. Ibid.
- F**acilior ratio subtractionis
quādo figura inferior su-
periore maior est. 30.
- I**n subtractione quid agen-
dum sit, quando plures
sunt numeri. 33.
- P**robatio subtractionis per
9. & 7. quo pacto fiat 34.
- P**robatio subtractionis per
additionem, & subtractio-
nem quo pacto fiat. 35.
- I**N M V L T I P L I C A-
tione *integrorum*
numerorum.
- M**ultiplicatio quid. 36.
Tabula Pythagorica. 37.
Tabula Pythagorica quo
pacto construatur. ibid.
Vīsus tabulæ Pythagoricae
- ad cognoscendum, quid
faciat multiplicatio vni⁹
figurę in aliā figurā. ibid.
Regula multiplicandi figu-
ram in figuram. 38.
- N**umeri in multiplicatione
quo collocādi sint 40.
- N**umerus quiuis per vnam
figurā quo pacto multi-
plicetur. 41.
- N**umerus quiuis per numero-
rum pluribus figuris scri-
ptum quo pacto multipli-
cetur. 42.
- P**robatio multiplicationis
per 9. & 7. quo pacto fiat.
45. & 46.
- P**robatio multiplicationis
per diuisionē quo pacto
fiat. 46.
- N**umeri habentes in princi-
pio cifras, quo pacto faci-
lē multiplicentur. 47
- I**N D I V I S I O N E
*Integrorum nu-
merorum.*
- D**iuisio quid. 48.
Quotiens quid. ibid.
- N**umeri in diuisione quo-
modo sint collocandi.
49.
- D**iuisio quomodo fiat. 50.
- I**n Quotiente nō potest po-
ni maior numerus quam
9. Ibid.
- R**esiduus numerus in diui-
sione semper minor esse
debet, quam diuisor. ibid.
- N**umerus per vnam figurā
quo-

- quomodo diuidatur. 51. uisionem. 73.
Qui numer^o dicatur supra Probatio diuisionis per 9.
 diuisorem positus. ibid. quo pacto fiat 74.
Vsus tabulæ Pythagoricæ Probatio diuisionis per 7.
 ad cognoscendum, quo- quomodo fiat. 75.
 tics figurā diuisoris in su Probatio diuisionis p mul-
 praposito numero conti- tiplicationem quo pacto
 neatur. ibid. fiat. 77.
Quotiens quot possit figu-
 ras habere. 54. Diuisione nondum absolute
Numerus per plures figuras quo pacto examinetur.
 quo pacto diuidatur. ibi.
Qui numerus dicatur supra facilis aliquando fit diuisionis, quādo
 quamcunque figuram di- diuisor in principio ha-
 uisoris positus. ibid. bet aliquot cifras. 78.
Quomodo ducenda sit figura Facilis aliquando fit diuisione
 Quotientis inuēta quando diuidendus nū-
 in diuisorem. 55. merus habet aliquot ci-
Quid agendum sit cum nu- fras in principio. 80.
 mero ex diuisione reli- Additio, Subtractio, Multi-
 eto. 59. plicatio, & Diuisione funda-
Quādo numerus minor per menta sunt omnium, que
 maiorem proponitur di- in Arithmeticā tradun-
 uidendus, quid agendum tur. ibid.
 fit. ibid.
Quomodo nōnulli ducant
 figuram Quotiētis inuen- Fractus numerus quid. 81.
 tam in diuisorem. 60. Numerator, & Denomina-
Difficultas diuisionis i quo
 consistat. 61. tor fractionis quid. Ibid.
Quid agendum sit, quando
 in Quotiente sumpta est Fractio quāvis quo pacto
 figura nimis parua vel scribatur, & pronunci-
 magna. 62. tur. 82.
Diuisione ab alijs quo modo
 fiat. 72. Fractiones vnde oriantur.
Cōmoditas in modo diui-
 sionis, quo alijs vtuntur ibid.
 Ibid.
Alius modus absoluendi di-
 fisionem. 73.
 Probatio diuisionis per 9.
 quo pacto fiat 74.
 Probatio diuisionis per 7.
 quomodo fiat. 75.
 Probatio diuisionis p mul-
 tiplicationem quo pacto
 fiat. 77.
 Diuisione nondum absolute
 quo pacto examinetur.
 ibid.
Facilitas diuisionis, quādo
 diuisor in principio ha-
 bet aliquot cifras. 78.
Facilis aliquando fit diuisione
 quando diuidendus nū-
 merus habet aliquot ci-
 fras in principio. 80.
Additio, Subtractio, Multi-
 plicatio, & Diuisione funda-
 menta sunt omnium, que
 in Arithmeticā tradun-
 tur. ibid.
I N V M E R A T I O -
*ne fractorum nu-
 merorum.*
 Fractus numerus quid. 81.
 Numerator, & Denomina-
 tor fractionis quid. Ibid.
 Fractio quāvis quo pacto
 scribatur, & pronunci-
 tur. 82.
 Fractiones vnde oriantur.
 ibid.
 Quādo minor numerus per
 maiore diuiditur, fit fra-
 ctio. ibid.
 Fractio quāvis est pars ali-
 quota Numeratoris à De-
 nominatōri.

nominatore denominata
83.

I N A E S T I M A T I O N E
*sive valore fractorum
numerorum.*

Minutiarum valor quo pa-
cto augeatur. 83.

Minutiarum valor quo pà-
cto minuatur. ibid.

Minutie, quarū numerato-
res ad denominatores cā-
dem habent proportionem, æquales sunt. 84.

Si numerator, ac denomina-
tor cuiusvis fractionis
per quemcunque numerum
multiplicetur, dividatur
gignitur eiusdem
valoris fractio. ibid.

Quæ minutia vni integro
æquualeat. 85.

Quæ minutia minor sit uno
integro. ibid.

Quæ minutia maior sit uno
integro. ibid.

Vt̄ra duarum minutiarum
maior sit, quo pacto co-
gnoscatur. 86.

Valor minutie date quo pa-
cto in minore moneta, pò-
dere, vel mensura explo-
retur. 87.

Julius, Baiochus, & Quatri-
nus apud Romanos quid
significet. ibid.

I N F R A C T I O N I B U S
*fractorum nu-
merorum.*

Minutie minutiarum quid,

& vnde oriuntur. 90.
Minutiae minutiarum quò-
modo pronunciétur, ac
scribantur. ibid.

I N R E D U C T I O N E
*fractorum numerorum ad
minimos numeros sive
terminos.*

Minutie cut ad minimos
terminos reducantur. 91.

Minutiae qua arte ad mini-
mos terminos redigan-
tur. 92.

Quæ minutia ad minores
terminos redigi non pò-
sit. 94.

Primus numerus, & Primi in-
ter se numeri quid. ibid.

Maxima mensura cōmuni
Numeratoris, ac Deno-
minatoris minutiae dà-
tæ quo pacto reperia-
tur. 95.

Quando Numerator, & De-
nominator datæ minutie
nō habent communem
mensuram, pr̄ter unitatem.
ibid.

Maxima mensura quorum-
libet duotum numero-
rum quo pacto inuenia-
tur. 96.

Vnde colligatur regula in-
ueniendi maximam men-
suram duorum numero-
rum. 97.

Alia ratio redigēdarum mi-
nutiarum ad minimos ter-
minos. ibid.

- I N R E D U C T I O N E**
- fractorum numerorum ad eādem denominationem, & ad integrā, nec non integrorum ad fractionē quamcunq; ac denique fractionū fractorum numerorum ad simplices fractiones. 107.
- Duae Minutię quo pacto ad eandem denominatiōnē reducantur. 98.
- Inuentio numeri à quotcūque datis numeris numerati. 99.
- Inuentio minimi numeri à quotcunque numeris numerati. 100.
- Plures minutiae, quam duae, quo pacto ad eādem denominatiōnē reducantur. 103.
- Alia ratiō seducendi duas minutias ad eandem denominatiōnē. 104.
- Vtilitas minimi numeri à denominatoribus datařū minutiarū numerati. ibi.
- Minutia, cuius numerator maior est denominatore, quo pacto ad integrā reducatur. 105.
- Integra qua ratione ad minutiam quamcunq; redigantur. ibid.
- Minutię minutiarū quo pacto ad simplices minutias reuocentur. 106.
- I N ADDIT I O N E**
- fractorum numerorū.
- Additio minutiarū quomodo fiat. 107.
- In additionē minutiarū quid faciendum sit, quando integra adsunt. 108.
- Praxis addendi minutias diuersarum denominatiōnum inter se. ibid.
- Probatio additionis minutiarū per subtractionem quomodo fiat. 109.
- I N S U BTRAC T I O N E**
- fractorum numerorū.
- Subtractionē minutiarū quomodo fiat. 110.
- In subtractionē minutiarū quid faciendum sit, quando integra adsunt. ibid.
- In subtractione, quādō plures sunt minutiae, quid agendum. 111.
- Praxis subtrahendi minutiarū à minutia. 112.
- Probatio subtractionis minutiarum per additio-nem quomodo fiat. ibid.
- I N MUL TIPLICA T I O N E**
- fractorum numerorū.
- Multiplicatio minutiarū quo pacto fiat. 113.
- In multiplicatione minutiarū, quando adsunt integra, quid agendum. ibid.
- Probatio multiplicationis minutiarum per divisionem quo pacto fiat. 114.
- In multiplicatione minutiarū cur producatur minutia minor vera quod dividutia

autia multiplicante. ibi.

I N D I V I S I O N E

fractorum numerorum.

Diuisic minutiarum quo-
modo fiat. 116.

In diuisione minutiarum,
quando adsunt integra,
quid agendum. ibid.

Diuisio minutiarum qua ra-
tione ab alijs tradatur.
117.

Probatio diuisionis minu-
tiarū per multiplicatio-
nem quo pacto fiat. 118.

In diuisione minutiarū cur
aliquā producatur Quo-
tiens maior, quam minu-
tia diuisa. ibid.

Quando Quotiens maior sit
numero diuidendo in mi-
nutijs. 119.

Quando Quotiens in minu-
tijs minor sit diuidendo
numero. ibid.

I N I N S I T I O N E

*fractorum nu-
merorum.*

Insitio minutiarū quid. 120

Insitio minutiarum duplex
est. 121.

Insitio minutiarum propter
quid ex cogitata sit ibid.

Differentia inter insitionē
minutiarum, & reduc-
tionem minutiarum minu-
tiarum. ibid.

Prima regulā insitionis dua-
rum minutiarum. 122.

Quomodo plures minutiae,

quam luze, inserātur per
prima regulam. 123.

Minutiæ inserendæ per pri-
mam regulam non sunt
reducendæ ad minimos
terminos ante finem ope-
rationis, & quare. 124.

Summa insitionis secun-
dum primam regulā sem
per minor est, quam vni-
tas & quare. 125.

Vsus primæ regulæ insitionis
in diuidendo numero
integro vna cum minu-
tia per numerum inte-
grum. ibid.

Secunda regula insitionis
duarum minutiarum. 128

Quo pacto plures minutiae,
quam due, inserātur per
primam regulam. 129.

Minutiæ inserendæ per se-
cundam regulam reduci
possunt ad minimos ter-
minos ante finem opera-
tionis. 130.

I N Q V A E S T I V N C V-

*lis nonnullis numerorum
integrorum, ac mi-
nutiarum.*

Vtilitas questiuncularum
quarundam. 131.

Inuentio numeri, à quo fa-
cta est subtractio, vel fa-
ciēda, vt propositus nu-
merus relinquatur. 132.

Inuentio numeri subtracti,
vel subtrahendi ex pro-
posito numero, vt aliud
da-

- I N D E X.
- | | |
|--|---|
| Inuentio numeri , qui datus numerus sit reliquus. ibid. | plicandus sit per datū numerum , ut productō diuisio per alium datum numerū proueniat Quoties propositus. ibid. |
| Inuentio numeri , cui datus numerus adiiciendus sit, vel qui dato numero sit addendus, ut alias numerus datus remaneat. 133. | Inuentio partis , quā datus numerus exhibet respectu alterius numeri dati. 137. |
| Inuentio differentiæ inter datos duos numeros. ibi. | Inuentio numeri , respectu cuius datus numerus exhibeat partem propositam. 138. |
| Inuentio numeri diuisi, aut diuidendi per datum numerum, ut Quotiens propositus proueniat. ibid. | Inuentio multitudinis partium quarūcunq;, quas datus numerus cōtinet. ibid. |
| Inuentio numeri , qui contineat, vel sit, aut det datum fractionum, seu partem, partesve propositi numeri. 134. | I N R E G V L A T R I V M, que alio nomine regula aurea, sive regula proportionum dici solet. |
| Inuentio numeri , pér quem datus numerus sit diuisus aut diuidendus, ut Quotiens sit propositus numerus. ibid. | Regula trium , sive aurea, siue proportionum cur sic dicta sit. 139. |
| Inuentio numeri , pér quem datus numerus sit multiplicandus, vel qui per datum numerum multiplicadus sit, ut gignatur numerus propositus. 135. | Numeri in regula trium pacto sint collocādi. ibid. |
| Inuentio duorum numerorum , qui inter se multiplicati datum numerum producant. ibid. | Quo pacto per regulā trium quartus numerus ignotus inquitatur. 140. |
| Inuentio duorum numerorum , vt uno per alterum diuiso, proueniat Quoties propositus. 136. | Demonstratio regulæ trium. 141. |
| Inuentio numeri , pér quem datus numerus sit multiplicandus, vel qui multi- | Numero per alium diuiso, si diuisor per Quotientem multiplicetur, cut tutum numerū diuisus producatur. 142. |

Demo & stratio compendiorum regulæ trium. 146.

Questiones nonnullæ, quibus variæ difficultates regulæ trium explicantur. 147. ad 153.

Quid agendum, quando diversæ monetae, mensuræ, pondera, & fractiones in regula trium occurunt. 148.

IN REGULA TRIVM Eversa.

Regula trium eversa quo pacto quartum numerum elicit. 154.

Questiones aliquot ad regulam triū eversam spectantes. 154. ad 158.

IN REGULA TRIVM. Composita.

Regula trium composita, qd, & quomodo fiat. 159.

Questiones aliquot ad regulam trium coenamposita spectantes. ibid. ad 174.

IN REGULA SOCIETATUM.

Regula Societatum quando adhibetur, & quo pacto fiat. 175.

Quoties regula trium in regula Societatum adhibenda sit. ibid.

Quid agendum, quando in regula Societatum est diuersitas temporum. ibid.

Questiones aliquot ad regulam Societatum spectantes. 176. ad 106.

IN REGULA AL-

ligationis.

Regula alligationis quid. 107.

Regula alligationis quomodo fiat. ibid.

Questiones aliquot ad regulam alligationis spectantes. ibid. ad 222.

Varijs modis fieri potest al ligatio, si res alligande plures sint, quam duz. 210. & 214.

Quid agendum, quando in regula alligationis ponuntur plures differentiæ regione eiusdem pretij. 211.

Quid obseruadū sit in alligationibus pluriū rerū. 214.

Quando questio alligationis sit impossibilis. 215.

IN REGULA FALSI *simplicis positionis.*

Regula falsi cur sic dicta sit. 223.

Regula falsi duplex est. Ibi.

Discrimen inter duas regulas falsi. ibid.

Regula falsi simplicis positionis quomodo fiat. 224.

Questiones aliquot ad regulam falsi simplicis positionis spectantes. ibid. ad 233.

IN REGULA FALSI *duplicis positionis.*

Regula falsi duplicis positionis quo pacto fiat. 233.

In regula falsi duplicis positionis, quādo utraq; positione veritatem excedit.

- v**el ab ea deficit, sit sub-
tractio. ibid.
- I**n regula falsi duplicitis posi-
tioneis, quando vna posi-
tio veritatem excedit, &
altera ab ea deficit, sit ad-
ditio. 234.
- Q**uestiones aliquotad regu-
lam falsi duplicitis positio-
nis spectates, ibid. ad 269.
- I**N P R O G R E S S I O N I-
bus Arithmeticeis.
- Progressio Arithmetica
quid. 270.
- Progressio naturalis nume-
rorum, & numerorum im-
parium, pariumq; quid. ibi.
- Arithmetica pgreffio quo
pacto continuetur. 271.
- Differentia pgressionis A-
rithmetice quomodo in-
ueniatur. ibid.
- Arithmetica progressio de-
crescere non potest in in-
finitum. 272.
- Proprietas progressionis A-
rithmetice trium numer-
orum. ibid.
- Proprietas progressionis A-
rithmetice quatuor nu-
merorum. Ibid.
- Proprietas progressionis A-
rithmetice quotcunque
terminorum, si numerus
terminorum fuerit impar
z73.
- Proprietas pgressionis A-
rithmetice quo: cunque
terminorum, si numerus
terminorum fuerit par. 274
- Summa cuiuscūque progres-
sionis Arithmetice quo
pacto inueniatur. Ibid.
- Particularis inuentio sum-
mæ progressionis natura-
lis numerorum. 277.
- Numerus terminorum pro-
gressionis naturalis nu-
merorum est vltimus ter-
minus. ibid.
- Particularis inuentio sum-
mæ numerorum impariū.
278.
- Numerus terminorū in pro-
gressione numerorū im-
parium quo pacto repe-
riatur. ibid.
- Particularis inuentio sum-
mæ numerorū pariū. 279.
- Numerus terminorū in pro-
gressione numerorū pa-
riū qua ratione inuenia-
tur. ibid.
- Vltimus terminus cuiuscū
que progressionis Arith-
meticæ quo pacto elicia-
tur ex numeris termino-
rum, vna cum primo ter-
mino, & differentia pro-
gressionis. 280.
- Questio de bobus Augiæ.
281.
- Questio de ducibus militiæ.
282.
- I**N P R O G R E S S I O N I-
bus Geometricis.
- Progressio Geometrica quid
283.
- Geometrica progressio quo
pacto continuetur, ibid.

- D**enominator proportionis
in progressionē Geometricā quomodo inueniatur, 284.
Progressio Geometrica decrescit in infinitū. ibi.
Proprietas progressionis Geometricæ trium terminorum. 285.
Proprietas progressionis Geometricæ quatuor terminorum. ibid.
Proprietas progressionis Geometricæ quotcunq; terminorum, si numerus terminorum sit impar. ibid.
Proprietas progressionis Geometricæ quotcunq; terminorum, si numerus terminorum sit par. 286.
Summa cuiuscunq; progressionis Geometricæ quo pacto inueniatur. 287.
Particularis inuentio summae progressionis proportionis duplę, cuius initium est 1. 288.
In progressionē proportionis duplę incipiente ab 1, quilibet numerus, abiecta prius unitate, est summa omnium antecedentium numerorum, ibid.
Si in progressionē Geometrica incipiente ab 1, numerus aliquis seipsū, vel alium numerum multiplicet quem locū numerus productus occupet. 289.
Qilibet numerus in pro-
- gressione Geometrica incipiēte ab 1, seipsum multiplicans producit numerum in duplo maiore loco, minus unitate, quam numerus multiplicās pondendum. ibid.
Progressio naturalis numerorū quo pacto indicet, quo in loco quilibet numerus productus collocatus sit in progressionē Geometrica incipiente ab 1. 290.
Quo pacto numerus cuiuscunq; loci in progressionē Geometrica incipiente ab 1, inuestigetur sine intermedijs. 291.
Quo pacto ea, quæ de progressionē Geometrica incipiente ab 1, dicta sunt, accommodentur progressioni Geometricæ non incipienti ab 1. 292.
Quo pacto numerus cuiuscunq; loci in progressionē Geometrica incipiente à quouis numero inuestigetur sine intermedijs numeris. 293.
Summa quotcunque termorum progressionis Geometricæ proportionis duplę ab 1, incipientis, addita prius unitate, seipsum multiplicās producit numerum, qui abiecta prius unitate, summa est duplo pluriū terminorum. 294.
Quo

Quo pacto facile inveniatur summa 64. terminorum progressionis Geometriæ duple proportionis ab i. incipientis. ibid.

Quanta pecunia requiratur ut impleatur 64. loca ludi latrunculorum, ita ut in primo loco ponatur 1. quatr. in secundo 2. in tertio 4. & ita deinceps progrediendo per proportionem duplam. 297.

Quot grana frumenti constituant vnum Rubiū. ibi.

Quot naues requirantur ad ferendum frumentum in 64. locis ludi latrunculorum positum. 298.

Quot naues requirantur ad ferendam pecuniā in 64. locis ludi latrunculorum positam, si ad aureos reduceretur. 299

In progressionē, cuius primus terminus est 1. secundus 2. tertius vero secundi tripl⁹, & similiter quartus tertij triplus, & ita deinceps: quilibet terminus duplus est omnium præcedentium. ibid.

Qua arte inueniatur summa 64. terminorum ab i. incipientiū, atque ita progradientiū, ut quilibet duplus sit omniū antecedentiū terminorū. 300
Alia inuentio eiusdem summæ. 302.

Quantum frumentum requiratur, ut impleantur 64. loca ludi latrunculorū, ita ut in primo loco ponatur 1. granum, in secundo 2. in tertio 6. in quarto 18. & ita deinceps, ut grana subsequentis loci sint dupla omnium granorum in præcedentibus omnib⁹ locis simili. ibid.

Quot naues necessarie sint ad prædictum frumentū portandum. 303.

Quot naues totam superficiem terræ & maris operirent, si se mutuo tangerebant. ibid.

Quot globi ex terra ac mari cōficti tegerentur à nauibus, quæ necessarie sunt ad proximè dictum frumentū portandū. 304.

Quot globos toti terræ æquales constitueret frumentum in 64. locis proxime dictis cōtentū. 306.

Quot naues ferrent aureos ducatos ex quadrinis, qui replerent 64. loca eo modo, quo de grānis frumenti dictū est. ibid.

Quot globos terræ ac maris prædictæ naues tegerent. ibid.

Qua ratione facile inueniatur summa 40. terminorū progressionis Geometriæ proportionis duplæ ab i. incipientiis. ibid.

Quan-

Quanti constent 40. oppida si vendantur ita, vt pro primo soluat 1. quatr. pro secundo 2. pro tertio 4. &c. 307.

Quomodo breuiter eliciatur summa 24. terminorum progressionis Geometriæ proportionis dupla ab 1. incipientis, ibid.

Quanti constet equus habens 24. clavos in pedibus, si ita vendatur, vt detur 1. quatr. p primo clavo, & 2. pro secundo, & 4. pro tertio, &c. 308.

IN EXTRACTIO NE radicis quadrata.

Quadratus numerus quid. 308.

Radix quadrata quid. 309.

Extractio radicis quid. ibid.

Numerus, cuius radix queritur, quomodo punctis si

gnetur. ibid.

Quot figuras habeat radix propositi numeri. ibid.

Quo pacto radix quadrata ex dato numero eruatur, 310.

Examē extractionis radicis quadratæ triplices. 316.

Residuum in extractione radicis quadratæ maius esse non potest, quam duplū radicis inuenient. 317.

Que sit differentia iter duos quadratos proximos. ibi.

IN APPROPINQUA-
tione radicum in numeris non quadratis.

Quomodo inueniatur radix propinquior, quæ tam minor sit, quam vera. 318.

Quomodo reperiatur radix propinquior, quæ tamen major sit, quam vera. 321

REGESTVM.

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X,

Omnis sunt Quaterniones.



Digitized by Google

SCHEGAR

Werk - Stoffel

LUCHENSTEIN

Com. Strick. 214

