III
46-11-24

83/70310

En la miſma Imprenta, que eſta *Leccion de Artillería*, ſe han impreſſo los dos Tomos de *Lecciones de Arithmetica*, y *Algebra*, y el tercero de *Lecciones de Geometría*, y *Trigonometría* del miſmo Autor.

LECCION
DE ARTILLERIA

PARA EL USO DE LA CLASSE

POR EL P. THOMAS CERDA

de la Compañia de Jesvs,

Profeſſor Real de Mathematicas en Barcelona
en el Colegio de Nobles de Santiago
de Cordelles.

DEDICADA

AL EXC^MO. SEÑOR

D^N. FELIX GAZOLA,

CONDE DE SPARAVARA, &c. &c.

COMANDANTE, E INSPECTOR GENERAL
del Real Cuerpo de Artillería.

BARCELONA, AÑO MDCCLXIV.

Por FRANCISCO SURIÁ, Impreſſor de la Real Academia
de Buenas Letras de dicha Ciudad.

AL EXC^MO. SEÑOR

D^N. FELIX GAZOLA,

CONDE DE SPARAVARA,

CERETO LANDI, Y MACINESSO,

Gentil-Hombre de Camara de S. M. Teniente General de ſus Exercitos, Comandante General del Real Cuerpo de Artillería, è Inſpector General de ella, y de ſus Fábricas de Armas, y Municiones para el ſervicio de los Reales Exercitos, y Expediciones de Mar, y Tierra, &c. &c.

EXC^MO. SEÑOR.

LO mucho que V. E. favorece al Cuerpo de

las Mathematicas de Eſpaña con eſſa nueva Academia de Artillería, que à ſolicitud, y direccion de V. E. ſe ha dignado S. M. erigir en Segovia para los Jovenes Artilleros de Nueſtra Nacion, me ha movido à preſentar à V. E., como à Gefe de uno de los Cuerpos Militares mas diſtinguidos de la Europa, eſta *Leccion de Artillería*, que

para el Uſo de la Claſſe he impreſſo.

Con eſſa nueva Academia de Segovia para la Artillería, con la de Cadiz para la Marina, y con la de Barcelona para el Reſto del Exercito tiene S. M. para la Educacion de ſu Tropa tres Eſtablecimientos, que no los tiene mejores para ſu Exercito ningun Monarcha de la

Europa, y ſerán dignos de un eterno agradecimiento de la Nacion Eſpañola, quantos, como V. E., han contribuído à eſtos tres Eſtablecimientos tan utiles à la Eſpaña.

Atendiendo pues à la Magnificencia de tan Grande Principe, que los fomenta, y à la Inclinacion que S. M. mueſtra à las Mathematicas, nos hace eſperar, que

perfeccionados eſtos tres Eſtablecimientos para la Educacion de la Tropa, erigirá S. M. otro digno de la Grandeza de ſu Real Animo para el Reſto de la Nacion, en el qual no eſtando preciſados ni Profeſſores, ni Alumnos à un Ramo particular, qual es el de la Guerra, puedan emprehender los Tratados Fundamentales de las Mathe-

maticas con aquella univerſalidad, y extenſion, que ya la Profundidad de eſta Ciencia, ya el Conocimiento de la Fiſica, ya el Adelantamiento de las Artes, ya finalmente el miſmo mayor progreſſo de los tres Eſtablecimientos Militares neceſſitan.

Eſte grande Objeto, SEÑOR, llenará los deſeos de la Nacion intereſſada

en hacer florecer entre ſus Hijos todas las Partes de las Mathematicas, viendo eſte Eſtudio tan dignamente favorecido por ſu Monarcha. Yo, SEÑOR, no puedo manifeſtar mas eſte mi deſeo de que Nueſtra Nacion no ceda en eſta parte de Literatura à ninguna Eſtrangera, que procurandola el adelantamiento de eſta Ciencia con la

Impreſſion de algunos Libros Elementales, que es el principal medio para eſtender una Ciencia en qualquiera Nacion, evitando la moleſtia, è inconvenientes de lo Manuſcrito para la inſtruccion en la Claſſe.

Digneſe pues V. E. de recibir eſte tan corto obſequio en eſte tan pequeño Tomo, que es lo unico, que por el pre-

ſente puedo ofrecer à V. E., cuya vida guarde Dios los muchos años, que deſeo.

Barcelona, y Agoſto 4. de 1764.

EXC^MO. SEÑOR.

B. L. M. de V. E.

Su rendido Capellan

Thomas Cerda

de la Compª. de IHS.

LICENCIA DE LA RELIGION.

YO Pedro Navarro, Prepoſito Provincial de la Compañia de Jesvs en la Provincia de Aragon, por particular Comiſſion que tengo de nueſtro Padre General Lorenzo Ricci doy Licencia paraque ſe imprima un Libro intitulado: *Leccion de Artillería para el Uſo de la Claſſe*, que ha compueſto el P. *Thomas Cerda*, *Religioſo de la dicha Compañia*; el qual ha ſido viſto, exâminado, y aprobado por Perſonas doctas, è inteligentes. En teſtimonio de lo qual doy eſta firmada de mi mano, y ſellada con el Sello de mi Oficio en eſte Colegio de Barcelona à 1. de Abril de 1764.

Pedro Navarro.

Lugar del Se ✣ llo.

Barcinone die 2. Aprilis 1764.

IMPRIMATUR.

Sumalla Vic. Gen. & Offic.

Con facultad del Real Conſejo.

IMPRIMASE.

De Pontero.

LECCION
DE
ARTILLERIA.

INTRODUCCION.

UNO de los Puntos mas arduos, que tiene el Arte de la Guerra, es gobernar el Fuego, Elemento tan indomito, y el Hierro en las Bombas, y en las Balas, paraque volando por otro Elemento tan inconſtante como el Ayre, dé fixamente en un Punto, logrando à Diſtancias immenſas el efecto deſeado.

Aquí es forzoſo, que tropiece ya la Theorica, ya la Práctica con dificultades al parecer inſondables, naci-

das ya de la Naturaleza de la *Gravedad*, que en todo ſu trayecto obra en el Cuerpo diſparado, ya de la *Reſiſtencia* del Ayre, que continuamente va diſminuyendo la Velocidad haſta finalmente extinguirla.

2 En quanto à la Fuerza de la Gravedad, ella continuamente varía en la Razon Inverſa de los Quadrados de Diſtancia del Centro de Fuerzas, y ſi bien obra en direcciones perpendiculares à la Superficie de la Tierra; pero ni eſtas ſon paralelas entre sí, ni ſe rehunen en el Centro de la Elipſoyde, ſino muchas Leguas diſtante de él. En quanto à la Reſiſtencia del Ayre, dependiendo eſta de ſu Denſidad, que tambien continuamente varía, y de la Velocidad del Cuerpo, que continuamente va diſminu-

minuyendo por la miſma Reſiſtencia, nacen de ahí un tropel de dificultades para ſujetar à Leyes ciertas el Movimiento, y Velocidad de las Balas, y de las Bombas agitadas de una Fuerza tan varia, y contrareſtadas por un Medio, que ſi bien inconſtante, guarda no obſtante ſus Leyes ciertas en ſu inconſtancia miſma.

3 Los Autores, que tratan de eſta materia comunmente conſideran à la Fuerza de la Gravedad como *Uniforme*, ò la miſma en todos los pueſtos vecinos à la Superficie de la Tierra, y que obra en direcciones paralelas entre sí. Juzgan tambien, que el Efecto de la Reſiſtencia del Ayre, en que ſe mueven los Cuerpos, es tan tenue eſpecialmente en Cuerpos muy peſados, quales ſon las Bombas, y las

Balas, que no ſe debe contar con él en eſtos caſos.

4 Es cierto, que el Error, que reſulta de ſuponer la Gravedad Uniforme, y que obre en direcciones paralelas entre sí, es muy tenue; porque ſi bien en todo rigor la Fuerza de la Gravedad varía en la Razon Inverſa de los Quadrados de Diſtancia del Centro de Fuerzas, la mayor altura à que con los inſtrumentos ſe puede levantar una Bala, ò Bomba ſobre la Superficie de la Tierra, es caſi nada en comparacion de la diſtancia de la Superficie de la Tierra al miſmo Centro; con lo qual por la miſma ſe puede tomar la Fuerza de la Gravedad en una parte, que en otra, y aſſi ſe puede juzgar eſta Gravedad *Uniforme.*

5 Pero la *Reſiſtencia del Ayre*, eſpecial-

pecialmente en los Cuerpos, que ſe mueven con Movimiento muy velóz, es mas de lo que comunmente ſe preſume, como verémos; no obſtante ſi la Amplitud de un Tiro correſpondiente à una Elevacion dada llega à ſaberſe por experimento (en lo que ſe funda el methodo, que ſeguirémos al preſente) las Amplitudes en qualeſquiera otros caſos, en que las Elevaciones, y Velocidades no ſe diferencien mucho de la primera, que por experimento conocemos, ſe podrán tener con una exâctitud ſuficiente, ſiguiendo las Hypotheſes ſobredichas; porque en eſtos caſos los Efectos de la Reſiſtencia del Ayre ſerán à poca diferencia como las Amplitudes, y aſſi ſe podrán conſiderar los Tiros, como ſi ſe hicieſſen en el Vacuo para el caſo.

Por

Por lo tanto, y para evitar lo difuſo de muchos Calculos enredoſos en la práctica, me conformaré en eſta Leccion con lo comun de los Autores, que tratan eſta materia, preſcindiendo de la Reſiſtencia del Ayre, y conſiderando el Movimiento, como ſe haría, ſi eſte Elemento ninguna reſiſtencia hicieſſe à las Balas, ò à las Bombas, pues ſalvo ya eſte inconveniente con tener una Amplitud conocida por experimento.

6 Para comprehender pues fundamentalmente eſta materia ſe ha de conſiderar el Proyectíl, ò Cuerpo diſparado como agitado de dos Fuerzas, la primera es la *Fuerza impellente*, que le dá la Polvora, y con que empieza ſu Movimiento (que continuaría de ſuyo en Linea Recta) y la ſegunda

gunda es la *Fuerza de la Gravedad* de la Bala, ò de la Bomba, por la qual, durante todo el tiempo del Tiro, eſte Proyectíl es atrahido ázia abaxo, apartandoſe ſiempre mas, y mas de ſu primera direccion.

Pero como todo lo que pertenece al efecto del Tiro, al Camino, y Velocidad, con que corre la Bala, depende de eſtas dos Fuerzas combinadas, me parece muy del caſo tocar antes algo de cada una de ellas en particular, lo que haré en los ſiguientes Lemas, rehuniendo deſpues ſu doctrina para la combinacion de dichas Fuerzas aplicandolas à nueſtros Tiros.

CAPI-

CAPITULO PRIMERO.

ESTABLECENSE ALGUNOS LEMAS acerca de las Fuerzas, y Propriedades de los Cuerpos en Movimiento.

7 LEMA I. *TOdo Cuerpo, ceſſando la Cauſa, que le puſo en Movimiento, continúa en moverſe uniformemente en Linea Recta, à menos que no haya otra Cauſa, ò impedimento, que lo aparte de la primera direccion.*

Eſta es una de las Leyes de la Naturaleza nacida de la Fuerza, que llaman de *Inercia*, por la qual todo Cuerpo perſevera en el eſtado de Movimiento, ò quietud, que una vez tiene, à no ſer, que alguna Cauſa extraña altére eſte eſtado.

COR.

8 COROL. De aquí es, que deſpues de haber ſalido la Bala, ò Bomba del Cañon, ò del Mortero continuaria en la miſma direccion en que eſtá el alma de la Pieza, y deſcribiria Eſpacios proporcionales à los Tiempos (eſto es en Tiempo duplo duplo Eſpacio, &c.) à no ſer, que el miſmo peſo de la Bala la obliga à mudar ſu primera direccion.

9 LEMA II. *El Movimiento, ò Velocidad, que en fuerza de la Gravedad uniforme adquiere una Bala cayendo libremente al ſalir del eſtado de quietud, es como el Tiempo, que emplea en caer, y el Eſpacio, que anda cayendo, es como el Quadrado del miſmo Tiempo.* (Fig. 1. Lam. 1.)

La primera parte de eſte Lema ſe demueſtra facilmente; porque ſupueſto que todo Movimiento, como Efecto,

to, es proporcional à la Fuerza, que lo cauſa, el Movimiento cauſado por la *Gravedad uniforme*, que continuamente obra en la Bala, ſerá proporcional al tiempo en que lo cauſa, que es todo aquel que dura la accion.

Para ver como el Eſpacio, que anda el Cuerpo de la Bala cayendo, es como el Quadrado del Tiempo, que emplea en caer, repreſente PQ el Tiempo, que emplea el Cuerpo en caer por la Diſtancia, ò Eſpacio AB, y concibaſe PQ dividido en infinito numero de partecitas iguales, exprimiendo *m* una de ellas, y ſea *Ac* el Eſpacio, que anda en la primera partecita del Tiempo, *cd* el que anda en la ſegunda; *de* el que anda en la tercera, *ef* el que anda en la quarta, *fg* el que anda en la quinta, &c.

Sien-

Siendo pues la Velocidad adquirida cayendo, como el Tiempo desde que el Cuerpo empezó à caer, la Velocidad adquirida al llegar à la mitad de la *primera* partecita de Tiempo será como $\frac{1}{2}m$, la adquirida al llegar à la mitad de la *segunda* será como $1\frac{1}{2}m$ $(\frac{3m}{2})$, la adquirida al llegar à la mitad de la *tercera* será como $2\frac{1}{2}m$ $(\frac{5m}{2})$, cuyos valores irán formando la Serie $\frac{m}{2}$, $\frac{3m}{2}$, $\frac{5m}{2}$, $\frac{7m}{2}$, $\frac{9m}{2}$, &c.

Ahora pues, viendo que la Velocidad adquirida en el medio de cada partecita de Tiempo es un medio entre las Velocidades de los extremos (a), la correspondiente particula de la Distancia, ò Espacio AB se podrá

(a) A. Theor. 1. 15.

Los Elementos de Arithmetica (A), de Geometria (G), y de Trigonometria (T), que aquí se citan, son los que imprimí en Barcelona los años 1758, y 1760.

drá conſiderar como deſcrita con eſta Velocidad media, y aſſi ſiendo los Eſpacios *Ac*, *cd*, *de*, *ef*, &c. reſpectivamente proporcionales à las ſobredichas quantidades $\frac{m}{2}$, $\frac{3m}{2}$, $\frac{5m}{2}$, $\frac{7m}{2}$, &c. ſe ſigue por contínua addicion, que los Eſpacios *Ac*, *Ad*, *Ae*, &c., andados deſde el principio, ſerán como $\frac{m}{2}$, $\frac{m}{2} + \frac{3m}{2}$, $\frac{m}{2} + \frac{3m}{2} + \frac{5m}{2}$, &c.; eſto es, como $\frac{m}{2}$, $\frac{4m}{2}$, $\frac{9m}{2}$, $\frac{16m}{2}$, $\frac{25m}{2}$, &c., que divididos todos por $\frac{m}{2}$, quedan como 1, 4, 9, 16, 25, &c. *Quadrados de los Tiempos*, que emplea el Cuerpo en caer por un Eſpacio dado.

10 COROL. Viendo que la Velocidad adquirida en qualquier numero *n* de dichas particulas iguales de Tiempo (medida por el Eſpacio, que deſcribiria en una de ellas) es *n* veces *m*, ò *nm*, prodrémos formar eſta Pro-

Proporcion: Como 1 particula de Tiempo es al Numero n de particulas, assi nm (Distancia que corresponde al primer Tiempo con la Velocidad adquirida al fin de n particulas) es à n^2m, Distancia que corresponde al fin de n particulas con la misma Velocidad adquirida al ultimo.

Con esto se ve, que el Espacio $\frac{n^2m}{2}$, por el qual, como vimos arriba (a), el Cuerpo caeria en un Tiempo dado n, es solamente la mitad del Espacio n^2m, que se describiria *uniformemente* en el mismo Tiempo n con la celeridad adquirida al fin de la caída.

11 Los Experimentos muestran, que qualquiera Cuerpo grave cayendo libremente en las distancias proximas à la Superficie de la Tierra an-

(a) Num. 9.

anda en el *primer* Segundo de Tiempo 16 Pies (alguna cosa tenue mas) lo que han demonstrado varias pruebas, que à este fin hizo la Academia Inglesa con Cuerpos de diferentes especies haciendolos caer de lo alto de la Torre del Templo de San Pablo de Londres, y midiendo la distancia, que en el primer Segundo de su caída andaba el Cuerpo.

Siendo pues los Espacios, que anda cayendo, como los Quadrados de los Tiempos (a), que emplea en caer, podrémos formar esta Proporcion: "Como el Quadrado de 1 Segundo, "es al Quadrado de qualquier Nu- "mero dado de Segundos, assi 16 "Pies son al Numero de Pies, que "un Cuerpo grave cayendo anda en "di-

(a) Lema 2.

"dicho Numero dado de Segundos." Por lo tanto multiplicando por 16 el Quadrado del Numero dado de Segundos, tendrémos el Numero de Pies, que en dicho Tiempo ha andado el Cuerpo grave cayendo; y assi el Espacio, que el Cuerpo anda cayendo en

$$\left.\begin{array}{l} 2'' \\ 3'' \\ 4'' \\ 5'' \\ 6'' \\ \&c. \end{array}\right\} \text{será} \left\{\begin{array}{l} 2^2 \times 16 = 64 \\ 3^2 \times 16 = 144 \\ 4^2 \times 16 = 256 \\ 5^2 \times 16 = 400 \\ 6^2 \times 16 = 576 \\ \&c. \end{array}\right\} \text{Pies.}$$

12 Viendo pues, que la Distancia (*expressada en Pies*) por la qual cae un Cuerpo libremente en un Tiempo dado, es igual al Producto de 16 por el Quadrado de dicho Tiempo, dada la Distancia (*en Pies*) se podrá encontrar

trar el Tiempo, que emplea el Cuerpo en caer, "dividiendo dicha Diſ-"tancia por 16, y ſacando la Raiz "Quadrada del Quociente," ò lo que es lo miſmo, tomando $\frac{1}{4}$ de la Raiz de dicha Diſtancia. Aſſi

$\sqrt{\frac{576}{16}} = \frac{1}{4}\sqrt{576} = 6'$ $\sqrt{\frac{256}{16}} = \frac{1}{4}\sqrt{256} = 4'$

$\sqrt{\frac{400}{16}} = \frac{1}{4}\sqrt{400} = 5'$ $\sqrt{\frac{144}{16}} = \frac{1}{4}\sqrt{144} = 3'$

Tiempos, que emplea el Cuerpo en baxar por 576, 400, 256, y 144 Pies: ò bien ſi dicha Diſtancia ſe dieſſe en otras Medidas, dividiendola por el Numero de eſſas Medidas, que baxa el Cuerpo en el *primer* Segundo (que ſerán las que igualan à 16 Pies) y ſacando la Raiz, ſerá eſta Quantidad el Numero de Segundos, que emplea el Cuerpo en baxar.

13 Tambien del Corolario ſe deduce la *Velocidad por Segundo* (en Pies) que

que habrá adquirido un Cuerpo en el fin de la caída, y ſe tendrá "multipli- "cando por 32 el Numero de Segun- "dos, que ha empleado en caer (a)." Aſſi una Bala al fin de 10″ de Tiempo empleado en caer habrá adquirido en fuerza de ſu propria Gravedad una Velocidad de $10 \times 32 = 320$ Pies por Segundo, al fin de 3″ habrá adquirido una Velocidad de $3 \times 32 = 96$ Pies por Segundo, &c.

14 De lo dicho ſe ve, que teniendo el valor de *dos* de las quatro Quantidades *Fuerza*, *Tiempo*, *Velocidad*, y *Diſtancia* ſe podrán encontrar las otras dos; y aſſi para tener à mano Expreſſiones generales de eſtas Quantidades, ſea F el Eſpacio, que anda cayendo libremente una Bala

(a) Num. 10.

en el *primer* Segundo de Tiempo (que es como la Fuerza Acceleratríz), ſea T el Numero de Segundos, que emplea el Cuerpo en ſu caída por una Diſtancia D, y V la Velocidad por Segundo, que ha adquirido al fin de ſu deſcenſo.

Siendo pues la Velocidad V adquirida al fin del primer Segundo de Tiempo = 2F (*a*), la Velocidad, que habrá adquirido al fin de T Segundos ſerá = 2F × T (*b*), y ſiendo por otra parte $D = F \times T^2$ (*c*), ſaldrán las Expreſſiones generales ſiguientes.

$$V = 2FT = 2\sqrt{FD} = \frac{2D}{T}, \quad D = F \times T^2 = \frac{V^2}{4F} = \frac{TV}{2},$$

$$T = \sqrt{\frac{D}{F}} = \frac{V}{2F} = \frac{2D}{V}, \quad F = \frac{D}{T^2} = \frac{V}{2T} = \frac{V^2}{4D},$$

15 LEMA III. *Una Bala diſparada ſegun la direccion de una Recta* AC, *que haga*

(*a*) Corol. Lema 2. (*b*) Lema 2. (*c*) Num. 11.

haga un Angulo qualquiera con el Horizonte AB, *ſe va en fuerza de la Gravedad apartando mas, y mas de ſu primera direccion, ſin que ſu Velocidad, con la qual ſe va acercando à una Perpendicular* BC *al Horizonte, ſe aumente, ni diſminuya en fuerza de la Gravedad.* (Fig. 2.)

Concibaſe la Linea HMQ perpendicular al Horizonte, y que vaya moviendoſe juntamente con la Bala paralelamente à sí miſma ázia à BC. Como la Fuerza de la Gravedad es en la miſma direccion, que la de eſta Linea, no le queda fuerza alguna para apreſurar, ò retardar el movimiento de eſta Linea ázia à BC, empleandoſe enteramente en baxar por dicha Linea, por conſiguiente en apartarſe de la primera direccion AC, con lo qual deberá obligar à

la Bala à deſcribir la Curva AMB.

16 COROL. La Bala pues al fin de un Tiempo dado ſe encontrará en la miſma vertical HG, en que ſe encontraria, ſi ceſſando toda la Fuerza de la Gravedad, ſiguieſſe unicamente ſu primera direccion; por conſiguiente aſſi la Diſtancia Horizontal AH, como tambien la Hypothenuſa AG ſon proporcionales al Tiempo, en que la Bala efectivamente ſe mueve por el Arco AM correſpondiente à dichas diſtancias.

17 LEMA IV. *Las Diſtancias* MG, BC, *con las quales en fuerza de la Gravedad va la Bala apartandoſe de la Linea de ſu primera direccion, ſon entre sí como los Quadrados de las partes correſpondientes* AG, AC *de dicha Linea.* (Fig.3.)

Concibaſe la Linea GML moviendoſe

doſe ſiempre paralela à BC, pero deſuerte, que ſu Extremo G vaya deſcribiendo la Linea de primera direccion AC de la miſma ſuerte; que la deſcribiria la Bala, ò Bomba, ſi ceſſaſſe de obrar la Fuerza de la Gravedad.

Eſto ſupueſto, ya que por el Lema precedente la Bala ſe encuentra ſiempre en la Linea GML, y ſu Fuerza de Gravedad enteramente ſe emplea en la direccion de eſta Linea, el Efecto producido por eſta Fuerza, ò la Diſtancia GM, con la qual la Bala ſe aparta de la Linea AC, ſerá la miſma, que ſi dicha Linea GML perſeveraſſe en ſu primera ſituacion AR, y la Bala ſaliendo del eſtado de quietud empezaſſe à caer por ella, ſupueſto que es la miſma la Fuerza de la Gra-

Gravedad en entrambos caſos; pero los Eſpacios AP, y AR deſcritos cayendo libremente ſon como los Quadrados de los Tiempos (a): luego tambien lo ſon ſus iguales GM, y CB, eſto es, como los Quadrados de los Tiempos en que los Arcos AM, y AMB ſe deſcriben, que arriba (b) vimos ſer como AG^2, AC^2.

18 COROL. I. Si B (*Fig.* 4.) es el Punto, en que la Bala llegaria al Horizonte AB, y deſde A ſe tira una Recta AI por el Punto M, que encuentre la perpendicular BC levantada al Punto B, dicha Linea cortará en eſta Perpendicular una parte CI = GH, perpendicular al Horizonte, que paſſa por el Punto M de la Trayectoria.

Por-

(a) Lema 2. (b) Corol. Lema 3.

Porque por lo dicho arriba (a)

$$AC^2 : AG^2 :: BC : GM,$$

y por la ſemejanza de los Triangulos

$$AC^2 : AG^2 :: BC^2 : GH^2 \text{ (b)},$$

por conſiguiente tendrémos tambien

$$BC : GM :: BC^2 : GH^2,$$

de donde $GM \times BC = GH^2$, que reducida à Proporcion nos dará

$$BC : GH :: GH : GM :: BC : CI \text{ (c)},$$

y aſſi en qualquiera poſicion, en que ſe conciba GH, ſerá ſiempre GH = CI, por cuyo medio ſe podrán determinar quantos Puntos ſe quieran de la Curva AMB, que ſerán los de interſeccion de las Lineas GH, y AI, tomando ſiempre CI = GH.

19 COROL. II. Si ſe tira GNS Paralela à AB, que corte à BC en N, y encuentre en un Punto S la Circunferencia

(a) Num. 17. (b) G. Cor. 1. Theor. 7. 5. (c) G. Theor. 11. 5.

rencia del Semicirculo deſcrito ſobre BC, "ſerá ſiempre la Altura HM, en "que en ſu curſo ſe encuentra la Ba-"la, ò Bomba una Tercera Propor-"cional à BC, y NS."

Porque ſupueſto, que vimos ya

$$BC : GH :: GH : GM \ (a),$$

ſerá dividiendo eſta Proporcion

$$BC:BC-GH(CN)::GH(BN):GH-GM = HM = \frac{BN \times CN}{BC} = \frac{NS^2}{BC} \ (b).$$

2o De donde ſe ve 1°, que la Bala eſtará en ſu mayor Altura, quando exâctamente eſté en medio del Tiro. Porque ſiendo NS variable, ſerá NS (por conſiguiente tambien $\frac{NS^2}{BC}$) un Maxîmo, quando coincida con el Radio QR.

2°. Que las Alturas HM, *hm* de la Bala en dos Lineas Verticales igualmente

(*a*) Corol. 1. (*b*) G. Corol. Theor. 9. 5.

mente diſtantes del Vertice E de la *Trayectoria* (ò Curva, que deſcribe el Cuerpo diſparado) ſon iguales entre sí; porque las correſpondientes Ordenadas NS, *ns* ſon iguales, como que igualmente diſtan del Centro Q del Semicirculo (*a*); por conſiguiente en entrambos caſos ſerán iguales los valores de HM $\left(=\frac{NS^2}{BC}=\frac{ns^2}{BC}\right)=hm.$

3°. Finalmente ſe ve, que la *Altura Maxîma* DE es $=\frac{1}{4}BC$; porque quando NS concurre con QR, ſe reduce à ſer

$$\frac{NS^2}{BC}=\frac{\frac{1}{4}BC^2}{BC}\ (b)=\frac{1}{4}BC,$$

ò bien ya que ſegun vimos arriba es

$$AF^2 : AC^2 :: FE : BC\ (c),$$

ſiendo $AF^2=\frac{1}{4}AC^2$, por ſer $AF=\frac{1}{2}AC$, tambien ſerá $FE=\frac{1}{4}BC$; con lo qual $DE=FD-FE=\frac{1}{2}BC-\frac{1}{4}BC=\frac{1}{4}BC.$

CA-

(*a*) G. Theor. 2. 4. (*b*) G. Corol. 2. 5. 3. (*c*) Lema 4.

CAPITULO SEGUNDO.

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES de los Tiros por Elevacion ya de las Bombas, ya de las Balas.

21 PROP. I. *Conociendo por experimento la Amplitud, ò Diſtancia Horizontal, à que alarga un Mortero, ò un Cañon pueſto en la Elevacion de 45° con una determinada cantidad de Polvora, determinar la Elevacion en que ſe deba poner, paraque con la miſma cantidad de Polvora toque un Objeto pueſto en otra qualquier Diſtancia dada en el Plano del Horizonte.* (Fig. 5.)

Sea PQ la Amplitud à que por Experimento alargue una Pieza pueſta en

en la Elevacion QPR = 45°, AB la Diſtancia del Objeto, à quien ſe ha de tirar, y BAD la Elevacion, que ſe buſca. En AB alargada tomeſe AO = PQ, con la qual como Radio, y Centro O deſcribaſe el Semicirculo AME, y alargando AD haſta encontrar la Peripheria en H, tireſe EH, y haganſe DB, y HI perpendiculares à AE.

Supueſto que las Cargas de Polvora, y por conſiguiente las Velocidades ſus Efectos, ſon las miſmas (a), los Tiempos de entrambos Tiros, durante los quales las Diſtancias PR, y AD ſe deſcribirian con Movimiento uniforme, ſerán entre sí como dichas Diſtancias; pero RQ, y DB ſon como los Quadrados de los Tiempos, en que

(a) Hypotheſ.

que PR, y AD ſe deſcriben (a): luego

$$PR^2 : AD^2 :: RQ : DB;$$

ſubſtituyendo pues ſu igual en lugar de $PR^2 (= PQ^2 + RQ^2$ (b) $) = 2RQ^2$, por ſer $P = 45° = R$, tendrémos

$$2RQ^2 : AD^2 :: RQ : DB,$$

luego $AD^2 = 2RQ \times DB = AE \times DB$, por ſer $RQ = PQ = AO$ (c).

Mas ſiendo ſemejantes los Triangulos ABD, AHE (d), reſultará

$$AE : EH :: AD : DB,$$

de donde $EH \times AD = AE \times DB = AD^2$, por conſiguiente $EH = AD$, y aſſi ſiendo tambien Equiangulos los Triangulos EHI, ADB, ſerá $HI = AB$ (e), de lo qual ſale la ſiguiente

Conſtruccion. Con un intervalo AO igual à la Amplitud dada PQ en la Ele-

(a) Lema 4. (b) G. Th. 7. 3. (c) Conſtr. (d) G. Th. 5. 5. (e) G. Theor. 23. 2.

Elevacion de los 45° deſcribaſe un Semicirculo AME, hagaſe OM perpendicular al Diametro, en la qual tomeſe ON igual à la Diſtancia dada AB, y por N tireſe HN*h* paralela al Diametro, que encuentre la Peripheria en H, y *h*, y qualquiera de las Direcciones AH, A*h* formará con la Horizontal la Elevacion, que ſe buſca.

22 COROL. I. Si ſe tira OH, ſerá el Triangulo HOA Iſoſceles, y el Angulo externo EOH = 2EAH (a), y aſſi OH (PQ): HI (AB) :: Rad.: Sen. EOH, eſto es en otros terminos: "Como la "Amplitud dada en la Elevacion de "45° es à qualquiera otra Amplitud, "que ſe proponga, aſſi el Radio al Se-"no del Doble de Elevacion correſ-"pondiente à eſta ultima Amplitud."

De

(a) G. Theor. 13. 2.

De ahí nace tambien, que las Amplitudes Horizontales en diferentes Elevaciones ſon entre sí como los Senos del Doble de dichas Elevaciones, y que la Amplitud del Tiro en la Elevacion de 45° (quando HI coincide con MO) es la *Maxîma* con la miſma Carga.

23 COROL. II. Supueſto que arriba (*a*) vimos, que ſiempre es $AE \times DB\ (= AD^2) = EH^2$, tendrémos $AE^2 : EH^2 :: AE^2 : AE \times DB :: AE : DB :: \frac{1}{2}AO\ (\frac{1}{4}AE) : CV\ (\frac{1}{4}DB)$ (*b*), eſto es: "Como el Quadrado del Radio al "Quadrado del Seno del Angulo de "Elevacion, aſſi la Mitad de la Am- "plitud Horizontal Maxîma à la Al- "tura Maxîma de la Bomba, ò Bala."

24 COROL. III. Con eſto ſe ve, que

(*a*) Propoſ. 1. (*b*) Corol. 2. Lema 4.

que la Diſtancia à que la Bala ſubiria, ſi ſueſſe diſparada ſegun la direccion Vertical (la qual Diſtancia por el preſente ſe llama *Impetu*) es preciſamente la Mitad de la Amplitud Maxîma; porque en eſte caſo el Seno de Elevacion coincide con el Radio; y como (en el Vacuo) el Cuerpo grave ſube, y baxa con una miſma Velocidad, la Diſtancia AG, que exprime la ſubida perpendicular ſerá como el Quadrado de la Velocidad en A (*a*), por conſiguiente ſu Duplo AO, ò la Amplitud Maxîma ſerá tambien como dicho Quadrado.

Finalmente por lo que aquí, y por lo que arriba (*b*) diximos ſale, que quando ya las Elevaciones, ya las Velocidades ſon diferentes, las Amplitu-

(*a*) Lema 2. (*b*) Corol. 1.

plitudes ſerán entre sí en la Razon Compueſta de la de los Senos del Doble de las Elevaciones, y de la Duplicada de las Velocidades.

25 PROP. II. *Dada la Amplitud Horizontal Maxîma, y el Angulo de Elevacion, encontrar à que diſtancia ſe deba poner la Pieza para tocar un Objeto, cuya Altura, ò Depreſſion reſpecto del Nivel de la Pieza ſean dadas.* (Fig. 6.)

Sea BC la Altura, ò Depreſſion perpendicular del Objeto, y AB la Diſtancia, que ſe buſca. Alargueſe BC haſta encontrar la Linea de Direccion en D, y ſea P el Punto, en que la Trayectoria de la Bala encuentra la Linea del Nivel de la Pieza, levanteſe PQ perpendicular à AP, y tireſe CN paralela à la Linea de Direccion AD.

Eſto

Eſto ſupueſto, en fuerza de lo dicho (a) tendrémos como el Radio al Seno de 2A, aſſi la Amplitud Horizontal Maxîma à la Diſtancia AP, que por conſiguiente ſerá conocida. Mas

$$PQ : BD :: BD : CD \text{ (b)},$$

y por la ſemejanza de los Triangulos PQ:BD :: AP:AB, BD:CD :: AB:AN (c): luego por la igualdad de Razones

$$AP : AB :: AB : AN,$$

dividiendo $AP : PB :: AB : BN,$

$$AP \times BN = AB \times PB.$$

Ahora pues dividaſe AP en dos partes iguales en O. Siendo por lo dicho $AB \times PB\,(= AP \times BN) = AO^2 - OB^2$ (d), quando el Objeto eſtá *ſobre*, ò bien $= OB^2 - AO^2$, quando el Objeto eſtá *baxo* del Nivel de la Pieza, nos dará

$$OB^2 = AO^2 \mp AP \times BN = AO \times (AO \mp 2BN)$$

C con

(a) Cor. 1. Prop. 1. (b) Cor. 1. Lem. 4. (c) G. Th. 5. 5. (d) G. Th. 6. 3.

con lo que ſe tendrá AB, Diſtancia, que ſe buſca.

26 COROL. Si la Amplitud AP, la Elevacion PAQ, y la Diſtancia AB de una Perpendicular BCD ſe dan ya conocidas, la *Altura*, ò *Depreſſion de la Bala*, ò *Bomba* en eſta Perpendicular ſe podrá conocer de eſta ſuerte.

AP : PB :: AB : BN (a),

R. : *T.* BNC (BAD) :: BN : BC (b),

Altura, ò Depreſſion de la Bala en la Perpendicular BCD.

27 PROP. III. *Dadas la Amplitud Horizontal Maxîma, la Diſtancia, y la Altura, ò Depreſſion de un Objeto, encontrar el Angulo de Elevacion correſpondiente à eſte Tiro.* (Fig. 7. 8.)

Sea BC en entrambas Figuras la Perpendicular Altura, ò Depreſſion del

(a) Num. 25. (b) T. Prop. 1.

del Objeto, AB la Diſtancia Horizontal, y AH la Direccion correſpondiente para formar la Elevacion, que ſe buſca. Sea tambien PQ (*Fig.*5) la Amplitud Maxîma, ò la que correſponde à los 45°, tireſe AC, en la qual (alargada ſi es meneſter) tomeſe AG = PQ. Hagaſe MGO Perpendicular à AG, y que encuentre à AB (alargada ſi es meneſter) en O. Del Centro O con intervalo OA como Radio deſcribaſe un Circulo, que encuentre à AG alargada en E, tireſe la Linea EH, y tirando HI, AN, y QR reſpectivamente perpendiculares à AE, AO, y PQ, alargueſe BC, que encuentre à AH en D.

Tiradas pues las Lineas de eſta ſuerte para nueſtra Demonſtracion, podrémos proceder en nueſtro Cal-

culo assi. Por lo dicho (a) tendrémos

$$AD^2 : PR^2 :: DC : RQ;$$

pero $PR^2 = 2PQ^2 = 2AG^2$ (b) $= \frac{1}{2}AE^2$ (c), y $RQ = PQ = \frac{1}{2}AE$ (AG) (d), luego

$$AD^2 : \tfrac{1}{2}AE^2 :: DC : \tfrac{1}{2}AE,$$

por consiguiente $AD^2 = AE \times DC$.

Mas siendo ADC, AEH Equiangulos por ser $ADC = DAN$ (e) $= E$ (f), y DAC comun, nos darán tambien

$$AD : DC :: AE : EH \text{ (g)},$$

$$AE \times DC = AD \times EH = AD^2,$$

de donde $EH = AD$; y assi siendo tambien los Triangulos ADB, y EIH Equiangulos (h), serán iguales en todo (i), y será $HI = AB$, de donde sale la siguiente

Construccion. Descrito como arriba se ha dicho el Circulo AHEF, y tirando

(a) Lema 4. (b) Constr. (c) G. Cor. 2. 5. 3. (d) G. Th. 1. 4. (e) G. Theor. 11. 2. (f) G. Theor. 10. 4. (g) G. Theor. 5. 5. (h) G. Corol. 3. 13. 2. (i) G. Th. 23. 2.

rando MG perpendicular à AE, tomeſe G*n* igual à la Diſtancia Horizontal dada AB, y por *n* tireſe H*h* paralela à AE, que encuentre la Circunferencia del Circulo en H, y *h*, y qualquiera de las Direcciones AH, A*h* formará una Elevacion, qual ſe pide.

28 En fuerza de eſta Conſtruccion formarémos el ſiguiente Calculo

AB : BC :: AG (PQ) : GO (*a*),

que añadido, ò quitado de G*n* (AB) ſegun el Objeto eſté *ſobre*, ò *baxo* del Nivel de la Pieza, dá O*n*. Deſpues AG(PQ):O*n*::C.OAG:C.HO*n*(HA*h*) (*b*), Diferencia entre las dos Elevaciones, que ſe buſcan, con la qual ſe tendrán las Elevaciones miſmas.

Si BC deſaparece, ò lo que es lo miſ-

(*a*) G. Theor. 5. 5. (*b*) G. Theor. 8. 4.

miſmo, el Objeto eſtá en el proprio Nivel de la Pieza, ſe podrá tambien ſacar de ahí la Reſolucion de la Propoſicion 1ª., que es un caſo particular de eſta Reſolucion general.

29 COROL. I. Con lo dicho haſta aquí ſe puede determinar, quando importe, el *Tiempo*, que dura el Tiro; pues

$$S.AHE(ACD):S.HAE::AE:AE\times\frac{S.HAE}{S.AHE}$$
$$= HE\ (a) = AD\ (b);$$

que ſiendo proporcional al Tiempo, que dura el Tiro (c), tendrémos dicho Tiempo como $\frac{S.HAE}{S.AHE}$, por ſuponerſe AE conſtante.

Por lo tanto ſabido el Tiempo de la Subida, ò Baxada perpendicular por el Impetu AN (d), y expreſſado por T, el Tiempo del Tiro, que ſe buſca, ſe exprimirá por $\frac{S.HAE}{S.AHE}\times 2T$, eſ-

(a) T. Th.2. (b) Num.27. (c) Cor. Lema 3. (d) Num.12.

eſto es: "El Coſeno de la Elevacion, "ò Depreſſion del Objeto reſpeto del "Nivel de la Pieza es al Seno de Ele- "vacion de la Pieza ſobre el Objeto, "como el Doble del Tiempo de la "Subida, ò Baxada perpendicular "por el Impetu es al Tiempo, que "dura el Tiro.

30 COROL. II. Si la Elevacion de la Pieza, la Diſtancia, y la Altura, ò Depreſſion del Objeto ſe dan, podrémos encontrar el valor del *Impetu.*

Porque primeramente tendrémos AB : BC :: Radio : Tang. BAC (a), con lo qual, como BAD es dado, ſe tendrá tambien EAH. Deſpues ſerán

S. EAH (CAD) : *S.* AHE (ACD) :: HE (AD) : AE (b),

S. ADC : Radio :: AB : AD (b).

Com-

(a) T. Theor. 1. (b) T. Theor. 2.

Componiendo pues eſtas dos Proporciones ſobredichas, ſaldrá
S. CAD × *S.* ADC : Radio × *S.* ACD :: AB : AE, Quadruplo del *Impetu*, por ſer AE = 2AG (2PQ), y PQ Doble del Impetu. (*a*)

31 COROL. III. Si la Elevacion, y el Impetu ſe ſuponen conocidos, ſe podrá por lo dicho encontrar la *Amplitud del Tiro en un Plano Inclinado* ACE, ò aſcendiente, ò deſcendiente, cuya Inclinacion ſe dé; porque ſiendo
S. AHE (ACD) : *S.* EAH (CAD) :: AE : EH (AD) (*b*),
S. ACD : *S.* ADC :: AD : AC (*b*).

Componiendo eſtas dos Proporciones, nos quedará finalmente
S^2. ACD : *S.* CAD × *S.* ADC :: AE : AC,
Amplitud en dicho Plano.

COR.

(*a*) Corol. 3. Prop. 1. (*b*) T. Theor. 2.

32 COROL. IV. Con eſto podrémos tambien tener la *Razon de las Amplitudes en un miſmo Plano Inclinado en diferentes Elevaciones*; porque ſiendo el Primero, y Tercer Termino de la ultima Proporcion invariables, la Razon del Segundo al Quarto debe ſer invariable tambien, eſto es, el Rectangulo del Seno de Elevacion ſobre el Plano, y del Coſeno de Elevacion ſobre el Horizonte en un caſo ſerá à ſemejante Rectangulo en qualquier otro, como la Amplitud en el primer caſo à la Amplitud en el ſegundo.

33 COROL. V. Si la Elevacion ſe ſupone conſtante, y la Inclinacion del Plano varía, en tal caſo ya que por la Proporcion ſobredicha (a) es

$$AC = \frac{S.CAD \times S.ADC}{S^2.ACD} \times AE,$$

quan-

(a) Num. 31.

quando AE, y el Angulo ADC perſeveran los miſmos, ſe reducirá la Amplitud à ſer abſolutamente como $\frac{S.CAD}{S^2.ACD}$, eſto es en la Razon Compueſta de la Inverſa del Quadrado del Coſeno de Inclinacion del Plano, y de la Directa del Seno de Elevacion ſobre el Plano.

En fin ſi ya Inclinaciones, ya Elevaciones varían, por la miſma Proporcion ſe ve, que la Amplitud AC ſerá como el Rectangulo del Quadrado del Seno de Elevacion ſobre el Plano por el Coſeno de Elevacion ſobre el Horizonte dividido por el Quadrado del Coſeno de la Inclinacion del Plano.

34 COROL. VI. Ya que vimos arriba (a) que ſiempre es HI = AB, quan-

(a) Num. 27.

quando HI coincida con MG, llegando à ſer de eſta ſuerte un *Maxîmo*, tambien AB ſerá un *Maxîmo*, y entonces ſerá tambien un *Maxîmo* AC, y el Punto D coincidirá con M, y con H (*Fig.* 9, *y* 10.), por ſer AD, y EH iguales ſiempre entre sí (*a*), por conſiguiente ſupueſto que en eſte caſo es el Angulo HAE = E (*b*) = NAH (*c*), "ſerá la Amplitud en un Plano Incli- "nado la Maxîma, quando la Linea "de Direccion AH corta en dos par- "tes iguales el Angulo EAN incluído "entre eſte Plano, y el Zenith", ò la Linea Vertical AN.

35 COROL. VII. Con lo dicho haſta aquí ſe podrá determinar la *Amplitud Maxima en un Plano Inclinado con un Impetu dado*; porque los Triangulos Rec-

(*a*) Num. 27. (*b*) G. Theor. 8. 2. (*c*) G. Theor. 10. 4.

Rectangulos AOG, HOB, teniendo AO = HO Radios, y el Angulo O igual en uno, y otro, serán iguales en todo (a), por consiguiente tendrémos como la Tangente de AHG (ò BAH (b)) Elevacion de la Pieza, es à la Tangente de CHG (ò CAB Inclinacion del Plano) assi AG, Doble del Impetu dado, à CG, *Diferencia* entre el Doble del Impetu AG, ò PQ, y la Amplitud AC, que se busca.

36 COROL. VIII. Si tenemos la Amplitud Maxîma en un Plano Inclinado, podrémos facilmente encontrar el *Impetu*. Porque (c) como el

R. : *S.* BAC :: AC : BC (= CG (a)),

Diferencia entre la Amplitud AC, y el Doble del Impetu AG, que añadida, ò quitada de la Amplitud dá el Impetu(a).

COR.

(a) G. Theor. 23. 2. (b) G. Theor. 8. 2. (c) T. Theor. 2.

37 COROL. IX. Si en vez de la Inclinacion del Plano ſe dieſſe la Altura, ò Depreſſion Perpendicular del Objeto reſpeto del Nivel de la Pieza, ſe podrá tener la *Diſtancia Maxîma* AB, à la qual la Bomba, ò Bala pueden tocar el Objeto; porque tendrémos

$AC(AG \mp BC) : BC :: Rad. : S.BAC$ (b),

$Rad. : Cotang.\ BAC :: BC : AB$ (c).

O bien ya que $AC = AG \mp BC$, $AB^2 = AC^2 - BC^2$ (d) $= AG^2 \mp 2AG \times BC$, ſerá la Diſtancia, que buſcabamos

$$AB = \sqrt{AG \times \overline{AG \mp 2BC}}.$$

De donde teniendo los Lados del Triangulo ABC, ſe conocerá el Angulo BAC (e), y deſpues la Elèvacion BAH (f).

Del ultimo de eſtos dos Caſos, que aquí

(a) Corol. 2. Prop. 1. (b) T. Theor. 2. (c) T. Theor. 1.
(d) G. Corol. 1.7.3. (e) T. Caſo 6. Tab. 1. (f) Corol. 6.

aquí hemos conſiderado; quando el Objeto eſtá baxo el Nivel de la Pieza (*Fig.* 10.), ſe tiene la Amplitud Maxîma de una Bala, ò Bomba diſparada deſde una Altura ſobre el Plano del Horizonte, y ſerá como arriba

$$\sqrt{AG \times \overline{AG + 2BC}},$$

en la qual BC denota la Altura dada.

38 COROL. X. Si tuvieſſemos la Diſtancia Horizontal AB, y buſcaſſemos la *Altura Maxima* BC, à que llega la Bala, ò Bomba en una Perpendicular qualquiera al Horizonte BCD, tendriamos en eſte caſo

HG(AB (a)) : AG :: *R.* : *T.* BAH(AHG),

Rad. : Tang. BAC (= 2BAH ∽ 90°)

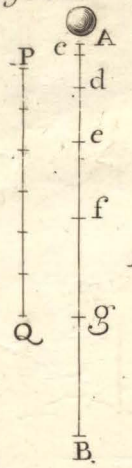
:: AB : BC (b),

Altura de la Bala en la Perpendicular BCD.

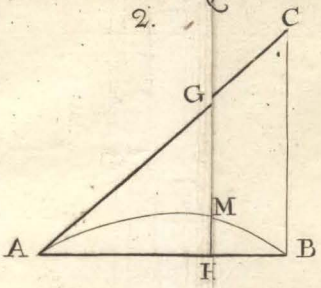
Pero

(a) Num. 34. (b) T. Theor. 1.

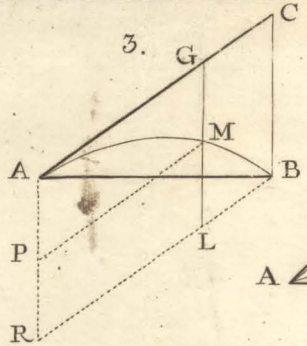
Figura 1.



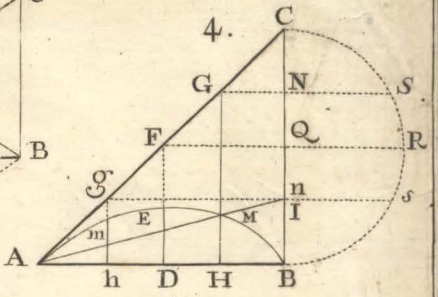
2.

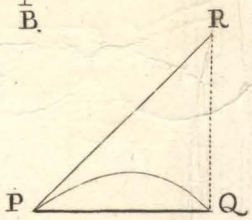


3.

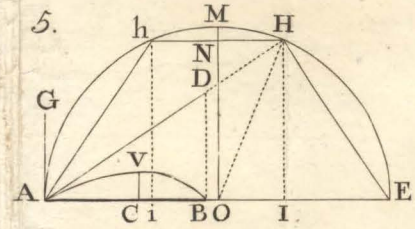


4.

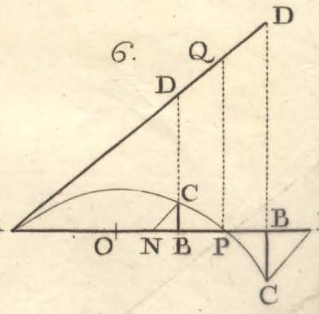




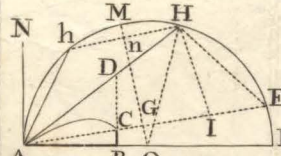
5.



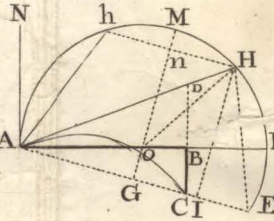
6.



7.



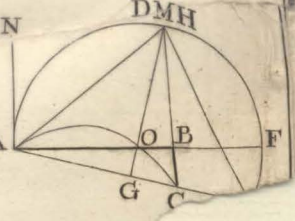
8.



9.



10.



Pero por quanto $AC = AG \mp BC$, $BC^2 = AC^2 - AB^2$ (a), tendrémos tambien otra Expreſſion de dicha Altura, que ſerá $BC = \frac{AG^2 \mp AB^2}{2AG}$.

39 COROL. XI. Finalmente ſi tuvieſſemos la Altura, ò Depreſſion Perpendicular del Objeto reſpeto del Horizonte, y la Diſtancia Horizontal, ſe podrá determinar la *Elevacion*, y el *Impetu Minimo* ſuficiente para tocar un Objeto; porque en eſte caſo

$AB : BC :: Rad. : Tang.\ BAC$ (b),

con lo qual ſe tendrá BAH (c).

$R. : T.AHG(BAH$ (d)$) :: HG(AB) : AG$ (b),

cuya mitad es el Impetu AN (e).

Pondré en limpio para nueſtros Artilleros Jovenes las Proporciones ſobredichas en las Tablas ſiguientes.

(a) G. Cor. 1. 7. 3. (b) T. Th. 1. (c) Cor. 6. (d) G. Th. 8. 2. (e) Prop. 1. Cor. 3.

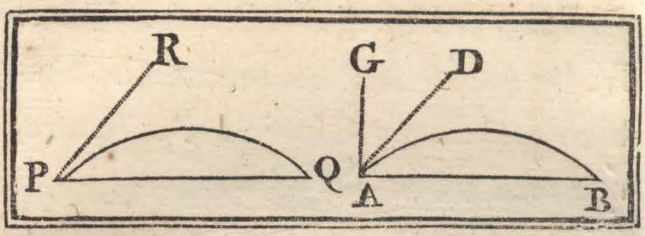


Tabla 1. *Tiros en el Horizonte.*

Casos.	*Dados.*	*Buſcaſe.*	*Proporcion.*
1	Amplitud Maxîma PQ, Elevacion particular DAB.	Amplit. Particular AB.	*R.* : *S.* 2DAB :: PQ : AB. *Prop.* 1. *Cor.* 1.
2	Amplit. Max. PQ (ò ſu $\frac{1}{2}$, que es el Impetu AG) Diſtancia AB.	Elevacion DAB.	PQ : AB :: *R.* : *S.* 2DAB, cuya $\frac{1}{2}$ es DAB. *Prop.* 1. *Cor.* 1.
3	Elevacion DAB, Diſtancia AB.	Impetu AG.	*S.* 2DAB : *R.* :: AB : 2AG, cuya $\frac{1}{2}$ es AG *Impetu.* *Prop.* 1.
4	Amplit. qualquiera PQ, Reſpectiva Elevacion RPQ, otra Elevac. DAB.	Amplit. correſpondiente AB.	*S.*2RPQ:*S.*2DAB::PQ:AB. *Prop.* 1.
5	Amplit. qualquiera PQ, Reſpectiva Cantidad de Polvora, otra Diſtancia AB.	Cantid. de Polvora correſpondiente.	PQ : AB :: Cantidad dada de Polvora : Cantidad de Polvora, que ſe buſca (*proxîmamente*), ſupueſta la Elevacion la miſma.
6	Diſtancia AB (*en Pies*) Elevacion DAB.	Tiempo T, ò Duracion del Tiro.	Radio : Tang. DAB :: AB (*en Pies*) : Quadrado del Quadruplo del Numero de *Segundos*, el $\frac{1}{4}$ de cuya Raiz, es el Tiempo T. *Num.* 12.

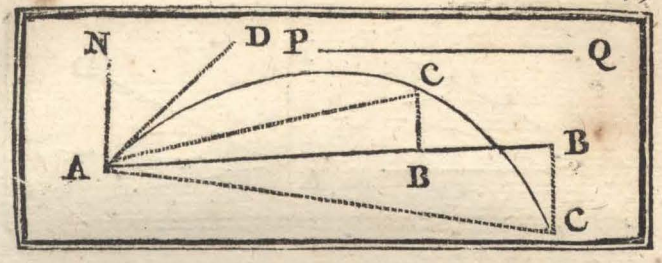


Tabla 2. *Tiros ſobre, ò baxo del Nivel de la Pieza.*

Caſos.	*Dados.*	*Buſcaſe.*	*Proporcion.*
1	Diſt. Horiz. AB, Angulo CAB, Elev. DAB de la Pieza.	Impetu AN.	*S.* CAD (Elevacion de la Pieza ſobre el Objeto) × *C.* DAB : *R.* × *C.* CAB :: $\frac{1}{4}$AB : AN *Impetu.* *Prop.*3. *Cor.*2.
2	Diſtanc. Horizontal AB, Angul. CAB (Elevacion, ò Depreſsion del Objeto) Impetu AN.	Elevacion de la Pieza DAB.	*R.* : *T.* CAB :: 2AN : *x*, 2AN : AB ± *x* (ſegun el Objeto eſté *ſobre*, ò *baxo* del Nivel) :: *C.* CAB : *C.* de un *Ang.*, que *añadido*, y *quitado* del Angulo comprehendido entre el Objeto, y el Zenith CAN dá el *Doble del Complemento* de dos Elevaciones, ambas ſuficientes. *Prop.* 3.
3	Impetu AN, Elev. DAB de la Pieza, Altura, ò Depreſsion Perpendicular BC del Objeto.	Diſtancia Horizontal AB.	*R.* : *S.* 2DAB :: AN : $\frac{1}{2}$Amplitud Horizontal. *Prop.*1. *R.* : Cot. DAB :: 2BC : *x*, que *quitado*, y *añadido* à $\frac{1}{2}$Amplitud Horizontal (ſegun el Objeto eſté *ſobre*, ò *baxo* del Nivel) y tomando un Medio Proporcional entre $\frac{1}{2}$Amplitud, y eſta *Suma*, ò *Diferencia*, añadiendolo à dicha $\frac{1}{2}$Amplitud, dá la Diſtancia AB. *Prop.* 2.

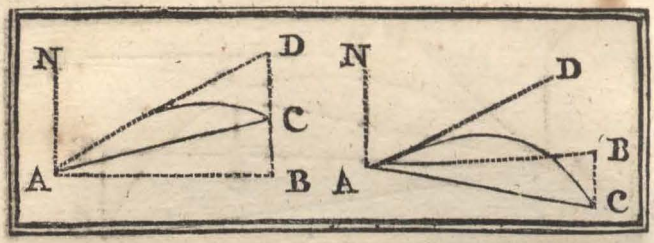


Tabla 3. *Tiros en Planos Inclinados al Horizonte.*

Caſo.	*Dados.*	*Buſcaſe.*	*Proporcion.*
1	Inclinacion CAB del Plano, Elevacion DAB de la Pieza, Impetu AN.	Amplitud AC en el Plano.	C^2. CAB : *S*.CAD × *C*.DAB :: 4AN : AC. *Prop.*3. *Cor.*3.
2	Inclinacion CAB del Plano, Elevacion DAB de la Pieza, Amplitud AC en el Plano.	Impetu AN.	*S*. CAD × *C*. DAB : C^2. CAB :: AC : 4AN, cuyo $\frac{1}{4}$ es AN *Impetu.* *Prop.*3. *Cor.*3.
3	Inclinacion CAB del Plano, Impetu AN, Amplitud AC.	Elevacion de la Pieza DAB.	*R.* : *C.* CAB :: AC : AB. Teniendo pues AB, CAB, y AN, ſe encontrará BAD. *Caſo* 2. *Tab.*2.
4	Inclinacion CAB del Plano, Elevacion DAB de la Pieza, Impetu AN.	Tiempo T, ò Duracion del Tiro.	*C*. CAB : *S*. CAD :: $\frac{1}{2}\sqrt{}$AN (*en Pies*) : T Numero de *Segundos*, con lo qual ſe podrá arreglar la Eſpoleta en las Bombas.

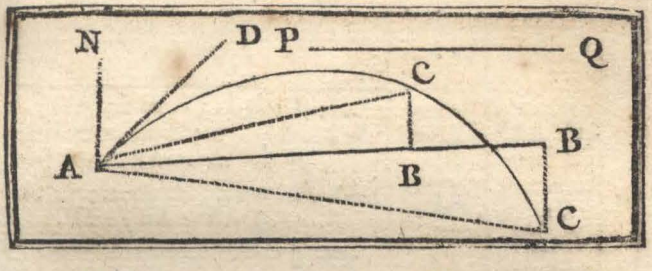


Tabla 4. *Maxîmo, y Minimo en los Tiros.*

Caſos.	*Dados.*	*Buſcaſe.*	*Proporcion.*
1	Amplitud Maxîma Horizontal PQ, Inclinacion CAB del Plano.	Amplitud Maxîma AC en el Plano.	Tomeſe $\frac{1}{2}$CAN (Angulo incluído entre el Plano, y el Zenith) ſu Complemento ſerá la Elevacion DAB de la Pieza. (*Prop.* 3. *Cor.* 6.) Deſpues *T.* DAB : *T.* CAB :: PQ : x, Difer. entre la Ampl. dada, y la que ſe buſca; de donde PQ $\mp x =$ AC, ſegun el Objeto eſté *ſobre*, ò *baxo* del Nivel. *Prop.* 3. *Cor.* 7.
2	Amplitud Max. AC en el Plan. Inclinado, Incl. CAB del Plano.	Amplit. Max. PQ en el Horizonte.	*R.* : *S.* CAB :: AC : x, Diferencia entre la Amplitud dada, y la que ſe buſca; y aſsi tendrémos AC $\pm x =$ PQ. *Prop.* 3. *Cor.* 3.
3	Impetu AN, Altura, ò Depreſſion Perpendicular CB del Objeto.	Diſt. Horiz. Max. AB, y correſpondiente Elevaciõ DAB de la Pieza.	Tomeſe la *Diferencia* entre las dos Quantidades dadas, ſi el Objeto eſtá *ſobre*, ò ſu *Suma*, ſi eſtá *baxo* del Nivel de la Pieza, y el Duplo de un Medio Proporcional entre el Impetu, y dicha Diferencia, ò Suma, ſerá la *Diſtancia* AB. *Prop.* 3. *Cor.* 9. AB : CB :: *R.* : *T.* de un *Angulo*, que *añadido*, y *quitado* reſpectivamente de 90° dá 2DAB, cuya $\frac{1}{2}$ es DAB *Elevacion* de la Pieza. *Prop.* 3. *Cor.* 9.

Caſos.	Dados.	Buſcaſe.	Proporcion.
4	Diſtancia Horiz. AB del Objeto, Altura, ò Depreſſion Perpendicular CB.	Impetu Minimo AN, y correſpondiente Elevacion DAB.	AB : CB :: *R.* : *T.* de un *Angulo*, que añadido, y quitado reſpectivamente de 90° dá 2DAB, cuya $\frac{1}{2}$ es DAB *Elevacion.* *Prop.* 3. *Cor.* 6. *R.* : *T.* DAB :: AB : 2AN, cuya $\frac{1}{2}$ es AN *Impetu Minimo.* *Prop.* 3. *Cor.* 11.
5	Impetu AN, Diſtancia AB haſta una Perpendicular BC.	Altura Maxîma BC de la Bomba en eſta Perpendicular.	Tomeſe un *Tercero Proporcional* à AN, y $\frac{1}{2}$AB, que reſtado de AN, la Diferencia ſerá la *Altura Maxîma* de la Bomba en eſta Perpendicular. *Prop.* 3. *Cor.* 10.

Como todo lo perteneciente à Tiros ſe reduce à Carga, Impetu, Elevacion de la Pieza, Diſtancia, Elevacion, ò Depreſsion del Objeto, y Tiempo del Tiro, todo el Arte de eſta Facultad conſiſte en (dadas algunas de eſtas coſas) encontrar las otras; y como eſtas Tablas incluyen toda eſta Materia, ſería de grande utilidad para exercitar ſegun Reglas à los Jovenes Artilleros el probar eſtas Tablas ſobre el Terreno, valiendoſe de algun Cañon, ò de algun Mortero, à quien ſe le pudieſſe variar la Elevacion ſegun las circunſtancias lo pidieſſen; pero por lo perteneciente à la Claſſe ſervirán los Problemas Prácticos ſiguientes.

CAPI-

CAPITULO TERCERO.

PRACTICA DE ARTILLERIA en el Manejo de Morteros, y Cañones en qualeſquiera Tiros por Elevacion.

TIROS EN EL HORIZONTE.

40 PROB. I. *DAda por Experimento la Amplitud Maxîma* PQ *de una Pieza, encontrar la Amplitud* AB *correſpondiente à qualquiera otra Elevacion* DAB *con la miſma Carga.* (Fig. 1, y 2. Lam. 2.)

EXEMPLO. Sea la Amplitud Maxîma PQ = 8000 Pies, y la Elevacion DAB, cuya Amplitud AB ſe buſca,

30°

30° 16′; tendrémos por lo dicho (a)

Como el Radio	10.0000
Al Sen. 2DAB = 60° 32′	9.9398
Aſſi PQ = 8000 Pies	3.9030
Es à AB = 6964 Pies	3.8428

Amplitud, que ſe buſca.

41 PROB. II. *Dado el Impetu* AG, *ò la Amplitud Maxîma* PQ (que es ſu Duplo) *encontrar la Elevacion correſpondiente* DAB *para tocar un Objeto à una Diſtancia dada* AB. (Fig. 1, y 2.)

EXEMPLO. Sea la Amplitud Maxîma PQ = 7500 Pies, ò AG = 3750, y la Diſtancia AB del Objeto 5620; tendrémos (b)

Como PQ = 7500	3.8750
Es à AB = 5620	3.7497
Aſſi el Radio	10.0000
Al *S.* 48° 32′, ò 131° 28′	9.8747

cuya

(a) Caſo 1. Tabla 1. (b) Caſo 2. Tabla 1.

cuya Mitad 24° 16′ es la mas baxa, ò 65° 44′ es la mas alta Elevacion DAB, entrambas ſuficientes.

42 PROB. III. *Dadas la Elevacion* DAB *de la Pieza, y la Diſtancia* AB *del Objeto, encontrar el Impetu* AG *neceſſario para tocarlo.* (Fig. 2.)

EXEMPLO. Sea la Elevacion de la Pieza DAB = 32° 12′, y la Diſtancia dada AB = 6500 Pies; tendrémos (a)

Como el *S.*2DAB = 64° 24′	9.9551
Es al Radio	10.0000
Aſſi AB = 6500 Pies	3.8129
Es à 7208 Pies	3.8578

cuya Mitad 3604 Pies es el *Impetu* AG, que ſe buſca.

43 PROB. IV. *Sabida la Amplitud* PQ *correſpondiente à una Elevacion dada qualquiera* RPQ, *encontrar la Amplitud cor-*

(a) Caſo 3. Tabla 1.

correſpondiente AB *à otra Elevacion propueſta* DAB. (Fig. 1, y 2.)

EXEMPLO. Sea la 1ª. Elevacion RPQ = 25° 12′, la 2ª. DAB = 36° 15′, y la Amplitud dada PQ = 5250 Pies; tendrémos (a)

Como *S.* 2RPQ=50°24′,C.A.	0.1132
Es al *S.* 2DAB = 72° 30′	9.9794
Aſſi PQ = 5250 Pies	3.7201
Es à AB = 6498 Pies	1)3.8127

Amplitud, que buſcamos.

44 PROB. V. *Conocida la Amplitud* PQ *del Tiro con una determinada Cantidad de Polvora, encontrar la Cantidad de la miſma eſpecie de Polvora, que ſe requiera para tocar un Objeto à una diſtancia dada* AB, *pueſta la miſma Elevacion que antes.* (Fig. 1, y 2.)

EXEMPLO. Pueſta una Pieza à 45° eche

(a) Caſo 4. Tabla 1.

éche una Bomba con 16 Libras de Polvora à la diſtancia PQ = 4000 Pies, qué Cantidad de la miſma Polvora ſe neceſſitará para echarla con la miſma Elevacion à la diſtancia AB de 5000 Pies? tendrémos (a)

Como PQ = 4000 Pies	3.6021
Es à AB = 5000 Pies	3.6990
Aſſi 16 Libras de Polvora	1.2041
Son à 20 Libras	1.3010

Polvora, que ſe neceſſita.

Aquí ſuponemos, que la Velocidad comunicada à la Bala es en Razon ſubduplicada de la Cantidad de Polvora, lo que no es del todo exâcto, eſpecialmente en Tiros grandes (à mas de otras razones) porque mucha parte de Polvora ſe pierde ſin encenderſe.

PROB.

(a) Caſo 5. Tabla 1.

45 PROB. VI. *Dada la Diſtancia* AB *del Objeto* (en Pies) *y la Elevacion* DAB *de la Pieza, encontrar el Tiempo, que dura el Tiro.* (Fig. 2.)

EXEMPLO. Sea DAB = 32° o′ la Elevacion, y AB = 5280 Pies la Diſtancia del Objeto; tendrémos (a)

Como el Radio	10.0000
A la *T.* DAB = 32° o′	9.7958
Aſſi la Diſt. AB = 5280 P^{s}.	3.7226
Es al Q^{do}. del 4^{plo}. de *Seg^{dos}.*	3.5184
Cuya Raiz es 57.44	1.7592

y ſu $\frac{1}{4}$ = 14″. 36 = 14″ 21‴ el *Tiempo.*

Si la Elevacion es de 45° (como en el Bombardéo comun) el $\frac{1}{4}$ de la Raiz Quadrada de la Diſtancia (*en Pies*) dá el Numero de Segundos, que dura el Tiro, cuyo Reſultado podrá ſervir para arreglar la Eſpoleta.

TIROS

(a) Caſo 6. Tabla 1.

TIROS SOBRE, O BAXO DEL NIVEL DE LA PIEZA.

46 PROB. I. *Dada la Diſtancia Horizontal* AB, *el Angulo de Elevacion, ò Depreſſion del Objeto reſpeto del Nivel de la Pieza* CAB, *y la Elevacion de la Pieza miſma* DAB, *encontrar el Impetu* AN *neceſſario para tocarlo.* (Fig. 3.)

EXEMPLO. Sea la Diſtancia Horizontal del Objeto AB = 5600 Pies, ſu Elevacion CAB = 8° 15′, la Elevacion DAB de la Pieza reſpeto del Horizonte 32° 30′, ſerá la Elevacion DAC de la Pieza reſpeto del Objeto 32° 30′ − 8° 15′ = 24° 15′; tendrémos pues (a) haciendo la Operacion por el Complemento Arithmetico del Primer Termino,

Sen.

(a) Caſo 1. Tabla 2.

Sen. DAC = 24° 15′, C. A.	0.3865
Cof. DAB = 32° 30′, C. A.	0.0740
Radio	10.0000
Cof. CAB = 8° 15′	9.9955
¼AB = 1400 Pies	3.1461
AN = 4001 Pies *Impetu*	2)3.6021

47 PROB. II. *Dada la Diſtancia Horizontal* AB, *el Angulo de Elevacion, ò Depreſſion del Objeto* CAB, *y el Impetu* AN, *encontrar la Elevacion* DAB *de la Pieza neceſſaria para tocar el Objeto.* (Fig. 3)

Sea la Diſtancia Horizontal del Objeto AB = 5600 Pies, ſu Elevacion CAB = 8° 15′, y el Impetu dado AN = 4000 Pies, ſerá (a)

Como el Radio	10.0000
Es à la *T.* CAB = 8° 15′	9.1613
Aſſi 2AN = 8000	3.9031
Es à *x* = 1160	3.0644

que

(a) Caſo 2. Tabla 2.

que añadido à la Diſtancia Horizontal AB = 5600, dá 6760. Deſpues

Como 2AN = 8000	3.9031
Es à eſta Suma 6760	3.8299
Aſſi el Coſ. CAB = 8° 15′	9.9955
Es al Coſ. 33° 15′	9.9223

que añadido, y quitado de 81° 45′, Angulo comprehendido entre el Objeto, y el Zenith, dá 115° 0′, y 48° 30′, cuyas Mitades ſon 57° 30′, y 24° 15′, y ſus Complementos 32° 30′, y 65° 45′ ſon las Elevaciones DAB aptas para tocar el Objeto.

48 PROB. III. *Dado el Impetu* AN, *y el Angulo de Elevacion* DAB, *encontrar à que Diſtancia* AB *ſe deba poner la Pieza para tocar un Objeto, cuya Altura, ò Depreſſion* BC *reſpeto del Nivel de la Pieza ſea dada.* (Fig. 3.)

Sea el Impetu AN = 3000 Pies, la Ele-

Elevacion de la Pieza DAB = 40°, y la Altura del Objeto BC = 200 Pies; tendrémos (a)

Como el Radio	10.0000
Es al Sen. 2DAB = 80°	9.9933
Aſſi AN = 3000	3.4771
Es à 2954	3.4704

Mitad de la Amplitud Horiz. Deſpues

Como el Radio	10.0000
Es à la Cot.DAB = 40°	10.0762
Aſſi 2BC = 400	2.6021
Es à x = 477	2.6783

que quitado de la Mitad de la Amplitud encontrada por la 1ª. Proporcion 2954, dará 2954 − 477 = 2477; cuyo Logarithmo añadido al de 2954, y dividida ſu Suma por 2, dá el Logarithmo de 2705, Medio Proporcional, que añadido à la Mitad de la Am-

(a) Caſo 3. Tabla 2.

Amplitud encontrada 2954, nos dará 5659 *Pies*, *Diſtancia* à que ſe debe poner la Pieza para tocar el Objeto.

TIROS EN PLANOS INCLINADOS AL HORIZONTE.

49 PROB. I. *Dada la Inclinacion* CAB *del Plano, la Elevacion* DAB, *è Impetu* AN *de la Pieza, encontrar la Amplitud* AC *del Tiro en dicho Plano.* (Fig. 4, y 5.)

Como la Inclinacion del Plano puede ſer ázia arriba, ò ázia abaxo, pondré para cada Caſo un Exemplo.

Sea el Impetu AN = 4000 Pies, la Elevacion DAB = 32° 30′, y el *Aſcenſo* del Plano CAB = 8° 15′, ſerá la Elevacion de la Pieza ſobre el miſmo Plano CAD = 32° 30′ − 8° 15′ = 24° 15′, y tendrémos (a)

Coſ.

(a) Caſo 1. Tabla 3.

Cos. CAB = 8° 15′, C. A.	0.0045
El mismo	0.0045
Sen. CAD = 24° 15′	9.6135 Sumenje.
Cos. DAB = 32° 30′	9.9260 Sumenje.
4AN = 16000 Pies	4.2041
Ampl. AC = 5658 Pies	2)3.7526

Sean la Elevacion, y el Impetu de la Pieza los mismos, y los 8° 15′, que en el Caso precedente eran de Ascenso, sean de *Descenso*, será la Elevacion de la Pieza sobre el Plano CAD = 32° 30′ + 8° 15′ = 40° 45′, y la Operacion la siguiente.

Cos. 8° 15′, Comp. Arith.	0.0045
El mismo	0.0045
Sen. CAD = 40° 45′	9.8147 Sumenje.
Cos. 32° 30′	9.9260 Sumenje.
4AN = 16000	4.2041
Ampl. AC = 8992 Pies	2)3.9538

PROB.

50 PROB. II. *Dadas la Inclinacion* CAB *del Plano, la Elevacion* DAB *de la Pieza, y la Amplitud* AC *del Tiro, encontrar el Impetu* AN. (Fig. 4, y 5.)

EXEMPLO. Sea la Subida del Plano CAB = 8° 15′, AC = 5658 Pies, y la Elevacion de la Pieza ſobre el Horizonte DAB = 32° 30′, ſerá ſu Elevacion ſobre el Plano CAD = 24° 15′, y la Operacion la ſiguiente. (a)

S. CAD = 24° 15′, C. A.	0.3865
C. DAB = 32° 30′, C. A.	0.0740
C. CAB = 8° 15′	9.9955
El miſmo	9.9955
Ampl. AC = 5658 Pies	3.7526
4AN = 16000 Pies	2)4.2041

cuyo $\frac{1}{4}$ = 4000 Pies es el *Impetu* AN, que ſe buſca.

(a) Caſo 2. Tabla 3.

51 PROB. III. *Dada la Inclinacion* CAB *del Plano, el Impetu* AN, *y la Amplitud* AC, *determinar la Elevacion* DAB *de la Pieza.* (Fig. 4, y 5.)

EXEMPLO. Sea la Subida del Plano CAB = 8° 15′, y AC = 5658 Pies, ſupueſto el Impetu AN = 4000 Pies; tendrémos (a)

Como el Radio	10.0000
Es al C. CAB = 8° 15′	9.9955
Aſſi la Ampl. AC = 5658 Ps.	3.7526
Es à AB = 5600 Pies	3.7481

Diſtancia Horizontal del Objeto.

Teniendo la Diſtancia Horizontal del Objeto, la Inclinacion del Plano, y el Impetu, la Operacion para encontrar la Elevacion de la Pieza es la miſma, que dimos en el Probl. 2°., quando el Objeto eſtá ſobre, ò baxo del

(a) Caſo 3. Tabla 3.

del Nivel de la Pieza, por eſſo no la repetimos aquí.

52 PROB. IV. *Dado el Angulo* CAB *de Elevacion, ò Depreſſion del Plano, la Elevacion* DAB, *y el Impetu* AN *de la Pieza, encontrar el Tiempo* T, *que dura el Tiro.* (Fig. 4, y 5.)

EXEMPLO. Sea la Elevacion del Plano CAB = 8° 30′, la Elevacion de la Pieza DAB = 45°, ſerá la de la Pieza ſobre el Plano CAD = 45° − 8° 30′ = 36° 30′. Sea el Impetu AN = 3600, ſu Raiz Quadrada ſerá 60, cuya Mitad es 30; y aſſi tendrémos (a)

El C. CAB = 8° 30′, C. A.	0.0048
Es al *S.* CAD = 36° 30′	9.7744
Como la $\frac{1}{2}\surd$AN = 30	1.4771
Es à T = 18″.04 = 18″ 2‴	1)1.2563

Tiempo del Tiro.

(a) Caſo 4. Tabla 3.

MAXIMO, Y MINIMO EN EL TIRO DEL MORTERO, O CAÑON.

53 PROB. I. *Dada la Amplitud Maxîma Horizontal, encontrar la Amplitud Maxîma* AC *en un Plano qualquiera, cuya Inclinacion* CAB *al Horizonte ſe dé.* (Fig. 3.)

EXEMPLO. Sea la Amplitud Horizontal Maxîma 8000 Pies, y la Inclinacion ázia abaxo CAB = 12° 30′, ſerá el Angulo comprehendido entre el Zenith, ò Punto Vertical, y el Plano NAC = 90° + 12° 30′ = 102° 30′, cuya $\frac{1}{2}$ = 51° 15′ tendrá por Complemento 38° 45′, que ſerá la Elevacion correſpondiente DAB (a).

Teniendo ya la Elevacion, por el miſmo Caſo tendrémos

La

(a) Caſo 1. Tabla 4.

La Tang. DAB = 38° 45′	9·9045
A la Tang. CAB = 12° 30′	9·3457
Como la Am. Ma. Ho. = 8000	3·9031
Es à x = 2210 Pies	3·3443

que *añadidos* à 8000, por ser la Inclinacion del Plano *descendiente*, darán 10210 Pies *Amplitud Maxima* AC en el Plano Inclinado.

54 PROB. II. *Dada la Amplitud Maxîma* AC *en un Plano Inclinado, encontrar la Amplitud Maxîma en el Plano del Horizonte.* (Fig. 3.)

EXEMPLO. Sea la Inclinacion descendiente CAB = 12° 30′, la Amplitud Maxîma AC = 10210 Pies, será (a)

El Radio	10.0000
Al Sen. CAB = 12° 30′	9·3353
Como Amp. AC = 10210	4.0090
Es à x = 2210 Pies	3·3443

que

(a) Caso 2. Tabla 4.

que *reſtados* de 10210 darán 8000 Pies, *Amplitud Maxîma* en el Horizonte.

55 PROB. III. *Dado el Impetu* AN, *y la Altura, ò Depreſſion Perpendicular* CB *del Objeto reſpeto del Nivel de la Pieza, encontrar la Diſtancia Horizontal Maxîma* AB, *à la qual la Bala puede tocar el Objeto, y la Elevacion correſpondiente* DAB. (Fig. 3.)

EXEMPLO. Sea AN = 4000 *Pies*, y la Depreſſion Perpendicular del Objeto BC = 2210, ſerá la *Suma* de eſtas dos Quantidades 6210; tomando pues un Medio Geometrico Proporcional entre el Impetu, y eſta Suma, ſerá $\sqrt{4000 \times 6210} = 4984$, cuyo Duplo 9968 es la *Diſtancia* AB, que ſe buſca. (a)

Para

(a) Caſo 3. Tabla 4.

Para encontrar la Elevacion DAB, por el miſmo Caſo tendrémos

La Diſtancia AB = 9968	3.9986
Es à la Depr. BC = 2210	3.3443
Como el Radio	10.0000
Es à la Tang. 12° 30′	9.3457

que *quitados* de 90° (por eſtar el Objeto *baxo* del Nivel) dan 77° 30′, cuya Mitad 38° 45′ es la *Elevacion* DAB, que buſcamos.

56 PROB. IV. *Dada la Diſtancia Horizontal* AB *del Objeto, y ſu Altura, ò Depreſſion Perpendicular* BC *reſpeto del Nivel de la Pieza, determinar el Impetu Minimo* AN, *ſuficiente paraque la Bala toque el Objeto, y la Elevacion correſpondiente* DAB *de la Pieza.* (Fig. 3.)

EXEMPLO. Sea la Diſtancia Horizontal AB = 9968 Pies, y la Depreſſion del Objeto reſpeto del Nivel de la

la Pieza BC = 2210 Pies, ſerá (a)

Para la *Elevacion.*

La Diſt. Hor. AB = 9968	3.9986
Es à la Depr. BC = 2210	3.3443
Como el Radio	10.0000
Es à la Tang. 12° 30′	9.3457

que *reſtados* de 90°, quedarán 90° − 12° 30′ = 77° 30′, cuya Mitad 38° 45′ es la *Elevacion* DAB, que ſe buſca.

Teniendo pues ya la Elevacion, por el miſmo Caſo podrémos proceder

Para el *Impetu Minimo.*

El Radio	10.0000
Es à la *T.* DAB = 38° 45′	9.9045
Como la Diſt. AB = 9968	3.9986
Es à 2AN = 8000	3.9031

cuya Mitad 4000 es AN *Impetu Minimo* para el caſo.

PROB.

(a) Caſo 4. Tabla 4.

57 PROB. IV. *Encontrar la Altura Maxima* BC *à que llega una Bala en qualquiera Perpendicular* DCB *al Horizonte, dado el Impetu* AN, *y la Diſtancia* AB *entre el Cañon, y dicha Perpendicular.* (Fig. 4.)

EXEMPLO. Sea AN = 4000 Pies, y la Diſtancia entre la Perpendicular, y la Pieza AB = 6000; tomando pues un Tercero Proporcional al Impetu, y à la Mitad de la Diſtancia, y quitandolo del Impetu, ſerá la Diferencia la Altura Maxîma BC, que buſcabamos (a); y aſſi

4000 : 3000 :: 3000 : 2250,

que quitado de 4000 la Diferencia 1750 es la Altura Maxîma BC à que ſube la Bala en eſta Perpendicular DCB.

CA-

(a) Caſo 5. Tabla 4.

CAPITULO QUARTO.

DE LA VELOCIDAD DE LA BALA al ſalir del Cañon, en que ſe trata de la Fuerza de la Polvora.

58 EXplicado lo perteneciente à los Tiros, dirémos algo de la Velocidad de la Bala al ſalir del Cañon, y quanto ſufra la Pieza en cada Tiro con una determinada Carga, lo que podrá ſer de alguna utilidad para las Fundiciones; pero como para eſto es meneſter tocar algo de la Naturaleza, y Fuerza de la Polvora ya contra Superficies Eſfericas, ya contra Superficies Cilindricas, explicarémos primero eſta Materia, ſiguiendo las luces, que en eſte

eſte punto nos han dado los Autores, que mas particularmente lo han tratado, aplicando las Leyes de lo Mathematico, y Fiſico, para perfeccionar eſta Arte, y omitiendo al miſmo tiempo varios Ramos de eſta Facultad, que ſe aprenden mejor con la aſſiſtencia de algunos dias en las Atarazanas, y Fundiciones, que en muchos años de Claſſe.

59 PROP. I. *La Inflamacion cauſa en la Polvora, que ſe enciende, un Fluido Elaſtico permanente, que ſi no hay impedimento alguno externo forma una Esfera.*

Convienen en eſto los Autores, y los Experimentos, atendido lo liquido de la Materia à que la Polvora por la Inflamacion ſe reduce, la qual ſi ſe enciende en la Maquina Pneumatica hace baxar el Mercurio, expelien-

peliendo el poco Ayre, que quedaba; y ſi bien vuelve el Mercurio à ſubir, no obſtante jamás llega à la altura que antes, lo que demueſtra permanecer eſte Fluido.

Mas ſi ſe enciende ſobre una meſa una pequeña porcion de Polvora, la llama ſe levanta en la parte ſuperior à manera de una Semiesfera, dexando algun indicio de ſu Fuerza, è impulſo en la parte inferior, lo que hace creer, que la Fuerza de la Polvora encendida obra al rededor de sí por todas partes, ſiendo esferico ſu impulſo.

6o PROP. II. *La Denſidad de una Quantidad dada de eſte Fluido à que la Polvora encendida ſe reduce, eſtá en la Razon Inverſa de los Eſpacios, que ocupa.*

Pues ſi la miſma Quantidad de Materia

teria ſe reduce à la mitad del Eſpacio, ſus partes eſtán al doble mas proxîmas entre sí: ſi el Eſpacio ſe reduce à una tercera, à una quarta parte del que antes ocupaba la Materia, irá à proporcion creciendo ſu Denſidad, con lo que ſe ve, que la Denſidad de eſte Fluido va creciendo al miſmo paſſo, que diſminuye el Eſpacio à que ſe reduce; por lo tanto las Denſidades de eſta porcion de Materia eſtarán en la Razon Inverſa de los Eſpacios, que vaya ocupando.

61 COROL. I. De aquí es, que las Denſidades de diferentes porciones de eſte Fluido Elaſtico contenidas en iguales Eſpacios, ſerán como dichas Quantidades de Fluido; porque ſi doble Quantidad ſe contiene en igual Eſpacio, la Denſidad ſerá doble; ſi tri-

tripla, ò quadrupla Quantidad, tripla, ò quadrupla ſerá la Denſidad; por conſiguiente en general las Denſidades ſerán como las Quantidades de Fluido, ſiendo iguales los Eſpacios.

62 COROL. II. Las Denſidades de diferentes Quantidades de eſte Fluido Elaſtico contenido en Eſpacios deſiguales, eſtarán en la Razon Compueſta de la Directa de las Quantidades de Fluido, y de la Inverſa de los Eſpacios; porque las Denſidades de una miſma Quantidad de Fluido contenido en Eſpacios desiguales eſtán en Razon Inverſa de los Eſpacios (a), y las Denſidades de diferentes Quantidades contenidas en un miſmo, ò igual Eſpacio, ſon como las Quanti-

da-

(a) Propoſ. 2.

dades (a); por conſiguiente ſi Quantidades, y Eſpacios ſon desiguales, ſerán dichas Denſidades directamente como las Quantidades, è inverſamente como los Eſpacios.

63 PROP. III. *La Intenſidad de Calor en una porcion de Polvora encendida es como la Denſidad del Fluido, à que dicha Polvora por el Fuego ſe reduce.*

Porque la Intenſidad del Calor de unà miſma Quantidad de Polvora encendida contenida en Eſpacios deſiguales eſtá en la Razon Inverſa de dichos Eſpacios, y la Intenſidad del Calor de Quantidades desiguales contenidas en un miſmo, ò igual Eſpacio es como dichas Quantidades; por conſiguiente la Intenſidad del Calor, quando Quantidades, y Eſpacios ſon deſ-

(a) Corol. 1.

desiguales, eſtará en la Razon Compueſta de la Directa de las Quantidades, y de la Inverſa de los Eſpacios; pero la miſma es la Razon de las Denſidades (a), luego la Intenſidad del Calor es como la Denſidad del Fluido.

64 PROP. IV. *La Fuerza Elaſtica de la Polvora encendida eſtá en la Razon Compueſta de la Denſidad del Fluido, y de la Intenſidad de ſu Calor.*

Porque la Fuerza Elaſtica del Ayre condenſado es como la Fuerza de la Compreſſion, que es como la Denſidad, con que la Fuerza Elaſtica ſigue la Denſidad; y como dicha Fuerza ſe aumenta tambien por el Calor, ſerá la Fuerza Elaſtica del Ayre, y por conſiguiente tambien la del Fluido

(a) Corol. 2. Propoſ. 2.

do Elaſtico, à que la Polvora encendida ſe reduce, en Razon Compueſta de la Denſidad del Fluido, y de la Intenſidad de ſu Calor.

De otra ſuerte. Ya que cada particula de eſte Fluido tiene un miſmo grado de Calor, y la total Fuerza de la Inflamacion es la Suma de las Fuerzas de todas las partes, ſu Fuerza Elaſtica eſtará en la Razon Compueſta del Calor de cada particula, y de la Suma de las particulas, que es lo miſmo, que la Denſidad del Fluido.

65 COROL. I. Siendo la Intenſidad del Calor como la Denſidad del Fluido (a), y la Fuerza Elaſtica de la Polvora encendida en la Razon Compueſta de la Denſidad del Fluido, y de la Intenſidad del Calor (b), la

(a) Propoſ. 3. (b) Propoſ. 4.

Fuerza Elaſtica de la Polvora eſtará en la Razon Duplicada de la Denſidad; por conſiguiente (a) tambien en la Razon Compueſta de la Directa Duplicada de la Quantidad de la Polvora, y de la Inverſa Duplicada de los Eſpacios.

66 COROL. II. Si las Quantidades de Polvora tienen entre sí la miſma Razon, que los reſpectivos Eſpacios, que la contienen, las Fuerzas Elaſticas ſerán iguales. Porque ya que eſtas Fuerzas eſtán en la Razon Compueſta de la Directa Duplicada de las Quantidades de Polvora, y de la Inverſa Duplicada de los Eſpacios, que las contienen, como eſtas Razones por la ſupoſicion ſon iguales, tambien lo ſerán las Fuerzas.

COR.

(a) Corol. 2. Propoſ. 2.

67 COROL. III. Segun la Propriedad general de los Fluidos ſu Preſſion contra una Superficie qualquiera eſtá en la Razon Compueſta de ſu Fuerza, y de la Quantidad de Superficie contra quien impelen; y ya que entre todos los Solidos la Esfera es la que en igual volumen tiene menor Superficie, entre todos los Recipientes, que pueden contener una miſma Quantidad de Polvora, el Esferico es el mas fuerte, ò contra quien menos exerce ſu actividad la Fuerza de la Preſſion.

68 COROL. IV. Las Fuerzas contra Cuerpos Esfericos llenos de Quantidades de Polvora proporcionales à ſu Capacidad, ſon entre sí como los Quadrados de los Radios de dichas Esferas. Porque ſiendo las Fuerzas

de Inflamacion iguales (a), la Actividad contra eſtas Superficies Eſfericas ſerá como eſtas Superficies, contra quienes impele; pero eſtas ſon como los Quadrados de los Radios (b), luego tambien lo ſerá la Actividad. Por lo tanto ſi lo grueſſo de eſtas Superficies Eſfericas, que llamamos *Bombas*, ſe hace proporcional à ſus Radios, ſerán las dichas Bombas de igual Reſiſtencia, porque ſu grueſſo ſerá uno à otro como los Quadrados de ſus Radios; por conſiguiente como las Fuerzas, que las impelen.

69 COROL. V. Las Fuerzas contra las partes concavas de las Superficies Cilindricas llenas con Quantidades proporcionales de Polvora ſerán como dichas Superficies, porque las

(a) Corol. 2. (b) G. Corol. 3. 9. 9.

las Fuerzas de Inflamacion en eſte caſo ſon iguales (a); por conſiguiente las Fuerzas impelentes ſerán como las Superficies, contra quienes impeleñ (b), que eſtán en la Razon Compueſta de ſus Radios, y de ſus Exes. Si los Exes ſon iguales, las Fuerzas ſerán como ſus Radios, ſi los Radios ſon iguales, ſerán como los Exes, y finalmente ſi ſon proporcionales, ſerán dichas Fuerzas como los Quadrados de los Radios, ò de los Exes.

70 *ESCOLIO.* Quando las Piezas de Artillería eſtán cargadas con Cargas proporcionales al Peſo de las Balas, los Exes de las Cargas ſon proporcionales à ſus Radios; y como la Fuerza Elaſtica de la Polvora las aprieta igualmente por todo el Eſpacio,

(a) Corol. 2. (b) Corol. 3.

cio, que ocupa la Carga, la Superficie externa de la Pieza debe à lo menos ſer paralela à la interna, y lo grueſſo del Metal debe ſer proporcional à los Radios de las Baſes.

71 O bien, por quanto los Diametros de los Calibres deben ſer proporcionales à los Diametros de las Balas; por conſiguiente tambien à la boca de las Piezas, la Figura exterior del lugar, que ſuele ocupar la Carga, ſerá conveniente que ſea la que ſe deſcribe por la rotacion de una Hiperbola Cubica al rededor de una de ſus Aſſimptotos, pueſta en el Exe del Alma de la Pieza, lo que es conforme à lo que arriba diximos (a). Pero por quanto la Accion de la Bala obra contra la Superficie interior de

(a) Corol. 1.

de la Pieza, lo grueſſo del Metal debe ſer algo mayor, que lo que reſulta de eſta Figura en la parte correſpondiente ázia à la boca del Cañon.

72 Antes pues que apliquémos eſta Doctrina arriba dicha à algun Exemplo particular, hemos de buſcar la *Razon, que tiene la Preſſion de la Athmosfera con la Fuerza Elaſtica de la Polvora*, lo que en realidad es baſtante dificultoſo, atendida la variedad de los reſultados, que ſe encuentran en los Experimentos hechos por varios Autores.

73 Mr. Robins en ſu Tratado de Artillería dice, que el Ayre contenido dentro la Polvora es algunas 244 veces mas denſo, que el que reſpiramos, y que ſu Elaſticidad ſolo ſe puede aumentar el quintuplo por la Inflama-

flamacion; de donde concluye, que la Fuerza Elaſtica de la Polvora es algunas 1000 veces mayor que la Preſſion de la Athmosfera.

74 Mr. Hauksbee, bien conocido de los Sabios por ſus Experimentos en eſta Materia, dice, que por varias pruebas, que à eſte fin hizo, ſolo encontró, que la Llama de la Polvora encendida ocupaba un Eſpacio algunas 5000 veces mayor, que antes de encenderſe. Mr. Belidor con ſus Experimentos encontró, que la Polvora encendida ſe dilataba à un Eſpacio algunas 4000 veces mayor, que el que ocupaba antes, en lo que coincidian tambien los Experimentos, que hizo Mr. Amonton. Mr. Bigot de Morogues en la *pag.* 65 trahe, que dicho Eſpacio es de 4000 à 4500 veces mayor

yor que antes. Finalmente Daniel Bernoulli encontró ſer entre 4000, y 6000 veces mayor que antes.

75 Eſtos Experimentos encuentran grandiſſimas dificultades, atendida la rapidéz, con que la Polvora ſe enciende, y deſaparece ſu llama, à que ſe añade la desigualdad, è inconſtancia de la Preſſion de la Athmosfera, y la diferente Fuerza de la Polvora; por lo tanto apenas de ſemejantes Experimentos ſe puede eſperar una exâctitud paſſadera, y es mejor acudir à los reſultados, que dé la Velocidad de la Bala, que coinciden mas con los 4000, que dió Mr. Belidor; por lo tanto ſeguirémos dichos Numeros en la Doctrina, que en adelante darémos.

PROP.

76 PROP. V. *Encontrar la Razon de la Fuerza de la Gravedad con la de la Polvora encendida.*

Sea esta Razon de 1 à r, y concibase (como efectivamente lo es) la Presion de la Athmosfera en su estado medio equivalente à la de una Columna de Mercurio de 29.5 Pulgadas. Por quanto la Gravedad Especifica de Mercurio es à la de el Hierro colado como 14000 à 7425, la Presion de la Athmosfera será igual à la de una Columna de Hierro colado de la Altura de 55.6 Pulgadas, ò à lo mas de 4.635 Pies; y assi si hacemos la Fuerza Elastica de la Polvora segun lo que diximos arriba (a) 4000 veces mayor, que la Presion de la Athmosfera, tendrémos $4.635 \times 4000 = 18540$ Pies

(a) Num. 75.

Pies por la Fuerza de la Polvora encendida. Haciendo pues que d exprima el Diametro de la Bala (en Pies) como dicha Bala es igual à un Cilindro, cuya Baſe ſea ſu Circulo Maxîmo, y la Altura $\frac{2}{3}$ del Diametro (a),

$$\tfrac{2}{3}d : 18540 :: 1 : r = \tfrac{27810}{d},$$

ſerá la Razon, que ſe buſca de la Fuerza de la Gravedad con la de la Polvora encendida.

77 LEMA. "Si f es la Fuerza, "que impele à un Cuerpo à moverſe, "z el Eſpacio, por donde ſe mueve "en el Tiempo t con una Velocidad "variable v, tendrémos ſegun los "Principios generales de Mechânica "$fdt = dv$, $dz = vdt$, multiplicando "entrambas Equaciones nos darán "$fdz = vdv$.

COR.

(a) G. Theor. 6. 9.

78 COROL. Si f es conſtante, ſerá $2fz = v^2$, por conſiguiente $v = \sqrt{2fz}$, cuyo valor ſubſtituído en $ft = v$ Fluente, ò Integral de $fdt = dv$, nos dará $ft = \sqrt{2fz}$. Ahora pues por quanto el Eſpacio, que anda un Cuerpo en el primer Segundo de ſu caída es algunos 16 Pies (a), ſerá

$$z = 16, \text{ y } v = \sqrt{2fz} = \sqrt{32f},$$

Velocidad adquirida en un Segundo, y como el Cuerpo deſcribe uniformemente doble Eſpacio con la Velocidad adquirida cayendo en igual Tiempo (b), la Velocidad $\sqrt{32f}$ ſerá à la Velocidad $\sqrt{2fz}$ como 32 (doble Eſpacio 16) al Eſpacio $8\sqrt{z}$ deſcrito uniformemente en dicho Tiempo.

Aplicarémos eſta Doctrina general de Mechânica à nueſtra Polvora.

PROP.

(a) Num. 11. (b) Num. 10.

79 PROP. VI. *Encontrar el Tiempo, y Velocidad de la Inflamacion en una Esfera inflexible llena de Polvora, puesto el Fuego en el Centro.*

Vimos ya (a), que la Inflamacion se va haciendo esfericamente, y por consiguiente la llama se va estendiendo à iguales distancias del Centro en igual Tiempo; con que si como arriba (b) hacemos $f = 18540$, substituyendolo tendrémos $v = \sqrt{2fz}$, Velocidad, $t = \frac{\sqrt{2fz}}{f}$, Tiempo de la Inflamacion, que se buscan. (c)

80 COROL. Ya que las Esferas están en la Razon Triplicada de los Radios (d), y los Tiempos de la Inflamacion en la Subduplicada de dichos Radios (e), las Quantidades de Polvo-

ra

(a) Prop. 1. (b) Num. 76. (c) Cor. Lema. (d) G. Cor. 2. 6. 9. (e) Prop. 6.

ra encendida eſtarán como las Sextas Potencias de los Tiempos.

81 PROP. VII. *La Fuerza de eſte Fluido Elaſtico contra una parte de la Superficie Eſferica deſcrita por el Arco* DM *girando al rededor del Radio* CD *como Exe perpendicular al Diametro* AB, *es à la Fuerza abſoluta, como el Solido deſcrito por el Segmento* PMDC *terminado por el Coſeno* PM *de dicho Arco es al Cilindro de la miſma Baſe, y Altura, y la Fuerza contra toda la Semiesfera es al total de la Fuerza, como la Semiesfera es à ſu Cilindro circunſcrito.* (Fig. 6.)

Tireſe el Radio CM. Por la Naturaleza de los Fluidos ſu Preſſion contra la Superficie ſe hace en una direccion perpendicular à cada Punto; de donde la Fuerza Abſoluta en la direccion CM es à la Fuerza impreſſa en

en el Punto M en la direccion PM, como CM à PM, y como eſto ſe verifica reſpeto de cada Punto del Arco MD, ſerá la Fuerza impreſſa contra el Arco MD à la Fuerza Abſoluta, como la Area PMDC es al Rectangulo hecho por CP, y CD; por conſiguiente la Fuerza contra la Superficie deſcrita por el Arco MD girando al rededor de CD, ſerá à la Fuerza Abſoluta como el Solido deſcrito por la rotacion del Segmento PMDC es al Cilindro deſcrito por el Rectangulo PC, y CD, y la Fuerza contra la Superficie de la Semiesfera es à la Fuerza Abſoluta como la Semiesfera al Cilindro circunſcrito.

82 COROL. I. Si hacemos el Radio CA = a, PM = y, CP = x = 1, Radio del Circulo, que deſcribe el Punto

to M al rededor de DC, el Solido deſcrito por la Area PMDC ſerá al Cilindro de la miſma Baſe, y Altura, como $\frac{1}{3a} \times (a^3 - y^3)$ à $\frac{1}{2}x^2$, ò como $2a^3 - 2y^3$ à $3ax^2$, lo que verémos mas claro por los Exemplos ſiguientes.

83 EXEMP. I. Sea CP un Tercio del Radio CA. Tendrémos en eſte caſo $x = \frac{1}{3}a, a = 3x = 3, y^2 = \frac{8}{9}a^2 = 8, y = \frac{1}{3}a\sqrt{8} = \sqrt{8}$; de donde la Fuerza contra la Superficie deſcrita por el Arco MD ſerá à la Fuerza Abſoluta como $54 - 16\sqrt{8}$ à 9, ò por ſer $\sqrt{8} = 2.828$, nos ſerá como 875 à 900; lo que mueſtra, que la Fuerza contra la Superficie es unicamente $\frac{25}{900} = \frac{1}{36}$ menor que la Fuerza Abſoluta; de donde la Fuerza contra la Semiesfera ſerá tambien $\frac{600}{900} = \frac{2}{3}$ de la tal Fuerza. (a)

EXEMP.

(a) G. Theor. 6. 9.

84 EXEMP. II. Sea CP la Mitad del Radio CA. Será pues en eſte caſo $x = \frac{1}{2}a$, $a = 2x = 2$, $y^2 = \frac{3}{4}a^2$, $y = \frac{1}{2}a\sqrt{3}$; por conſiguiente la Fuerza contra la Superficie deſcrita por el Arco MD nos ſerá à la Fuerza Abſoluta como $24 - 9\sqrt{3}$ à 9, ò por ſer $\sqrt{3} = 1.732$, caſi como 841 à 900, con que ſe ve, que la Fuerza contra la Superficie en eſte caſo es $\frac{59}{900}$ menor que la Fuerza Abſoluta, por conſiguiente menor (à proporcion) que la primera.

85 COROL. II. De aquí es, que las Recamaras, cuyo Diametro es ſolo $\frac{1}{3}$ del Diametro del Calibre ſon mas utiles, que aquellas cuyo Diametro es la $\frac{1}{2}$, lo que concuerda con varios Experimentos hechos con los Morteros à eſte efecto.

86 PROP. VIII. *Dado que la Polvora ſe encienda toda antes que la Bala ſenſiblemente ſe mueva de ſu lugar, encontrar la Velocidad de dicha Bala al ſalir del Cañon.* (Fig. 7.)

Sea lo largo de la Carga AB = a, una Longitud intermedia qualquiera del Cañon AC = x, y la Diſtancia dada BD = n. Si r exprime la *Razon de la Gravedad* à la Fuerza de la Polvora, ſerá $\frac{a^2}{x^2} \times r$ la Fuerza de la Inflamacion à qualquiera Diſtancia x deſde el Punto A (*a*). Ya pues que eſta Fuerza obra contra una Superficie Eſferica, ſe habrá de diſminuir en la Razon de 3 à 2, ſegun diximos (*b*), con que dicha Fuerza ſerá = $\frac{2a^2}{3x^2} \times r$.

Mas atendiendo que el Rozamiento de la Bala dentro del Cañon diſminuye

(*a*) Corol. 1. Propoſ. 4. (*b*) Propoſ. 7.

minuye la Fuerza de $\frac{1}{3}$ del Peſo de la Bala, tomando ſu Gravedad por la Unidad, ſe reducirá la Fuerza de la Inflamacion à ſer $\frac{2a^2}{3x^2} \times r - \frac{1}{3}$, que ſubſtituída por f en la Expreſſion, que arriba (a) dimos $v\mathrm{d}v = f\mathrm{d}x$, tendrémos $v\mathrm{d}v = \frac{2a^2r\mathrm{d}x}{3x^2} - \frac{\mathrm{d}x}{3}$, cuya Fluente, ò Integral es $\frac{1}{2}v^2 = A - \frac{2a^2r}{3x} - \frac{x}{3}$.

Pero como quando $x = a$, tambien es $v = 0$, ſerá $A - \frac{2ar}{3} - \frac{a}{3} = 0$; de donde $A = \frac{2ar}{3} + \frac{a}{3}$, que ſubſtituído por A en la Equacion de arriba, tendrémos

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{2ar}{3} - \frac{2a^2r}{3x} + \frac{a}{3} - \frac{x}{3};$$

ò bien porque quando AC llega à ſer AD, es $x - a = n$, eſte valor ſubſtituído, para dicha Expreſſion en ſer $\frac{1}{2}v^2 = \frac{2rna}{3x} - \frac{n}{3}$; de donde finalmente

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \times \frac{rna}{x} - \frac{2}{3}n},$$

Velocidad, que buſcabamos.

(a) Num. 77.

87 Si h exprime la Altura de donde deba caer un Cuerpo para adquirir en eſte Tiempo la Velocidad v, ſerá $2h = v^2$ (a), y aſſi $h = \frac{2rna}{3x} - \frac{n}{3}$.

88 *Escolio.* Como no toda la Carga de Polvora ſe enciende de una vez, è inſtantaneamente, ſino ſucceſſivamente, y los Experimentos mueſtran, que quando la Polvora ſe enciende ſucceſſivamente, ſu Efecto no es tanto como quando ſe enciende junta, la Velocidad, que dá nueſtro Calculo, ſerá alguna coſa tenue mayor, que la que en la Práctica ſe encuentra; pero como por otra parte conſideramos la Baſe del Cilindro de la Polvora igual al Circulo Maxîmo de la Bala, ſiendo aſſi que en realidad es igual al Circulo del alma de

(a) Corol. 3. 1. 2.

de la Pieza, que es mayor; compenſando un defecto con otro exceſſo, ſerá tenuiſſima la Diferencia entre la Velocidad, que reſulta del Calculo, y la que en la Práctica ſe encuentre.

89 COROL. Si hacemos $r = 18540$, eſto es igual à la Fuerza de la Inflamacion *cotejada con la Preſſion de la Athmosfera*, ſerá $\frac{3r}{2d}$ la Expreſſion de la Razon de la Fuerza de la Polvora, cotejada con la de la Gravedad (a), que ſubſtituída por r en la Equacion de arriba, dará $h = \frac{ran}{xd} - \frac{1}{3}n$.

90 EXEMP. I. *Carguese un Cañon de* 24 *de* 10 *Pies de largo con* 16 *Libras de Polvora, qual ſerá la Velocidad de ſu Bala al ſalir?*

Será en eſte caſo $x = 10$, $d = 0.462$, y como lo largo de la Carga del miſmo

(a) Propoſ. 5.

mo Peſo, que es la Bala, es à poca diferencia ſiempre 4 veces el Diametro de la Bala, tendrémos $8d = 3a$, $a = \frac{8}{3}d = 1.232$, por conſiguiente ſerá

$n = x - a = 8.768$, y $r = 18540$,

cuyos valores ſubſtituídos en la Equacion $h = \frac{ran}{xd} - \frac{1}{3}n$, dá $h = 43346$, cuya Raiz Quadrada 208, multiplicada por 8, nos dará ſegun arriba (a) diximos, $8\sqrt{z} = 1664$ Pies por el Eſpacio, que andaria uniformemente la Bala en un Segundo con la Velocidad, que tiene al ſalir del Cañon.

91 EXEMP. II. *Carguese la miſma Pieza con 12 Libras de Polvora, quanta ſerá la Velocidad de la Bala al ſalir del Cañon?*

En eſte caſo ſerá $a = 2d = .924$ proximamente, $x = 10$, $n = 9.076$,

y

(a) Corol. Lema.

y $r = 18540$, como antes; por conſiguiente ſubſtituyendo, tendrémos

$$h = \frac{ran}{xd} - \frac{1}{3}n = 33650.7747,$$

cuya Raiz 183.44 multiplicada por 8, dá $8\sqrt{z} = 1467.5$ Pies, Velocidad de la Bala, que ſe buſca.

92 EXEMP. III. *Finalmente ſiendo la Longitud del Cañon* 9.5 *Pies, ſu Calibre* 24, *ſu Carga* 12 *Libras de Polvora, qual ſerá la Velocidad de la Bala al ſalir?*

Como en eſte caſo el Alma del Cañon es 9.5 Pies, ſerá para ſubſtituir $x = 9.5$, $a = 2d$, $n = 8.58$, y $r = 18540$, como antes; por conſiguiente

$$h = \frac{ran}{xd} - \frac{1}{3}n = 33474.43,$$

cuya Raiz Quadrada multiplicada por 8 dá 1463.6 Pies, Velocidad por Segundo de dicha Bala al ſalir.

93 *ESCOLIO.* Ya que eſtas Velocidades concuerdan con los Experimentos,

mentos, y la Fuerza Elaſtica de la Polvora encendida eſtá en la Razon Duplicada de ſu Denſidad (a), la Fuerca Elaſtica de dicha Polvora (tomando un Medio) ſe podrá prudentemente juzgar cerca de 4000 veces mayor que la Preſſion de la Athmosfera, conforme lo que arriba inſinuamos. (b)

94 Pero como la Razon de las Velocidades de las Balas al ſalir de las Piezas de diferentes Longitudes con varias Cargas de Polvora puede ſer de alguna utilidad para la Conſtruccion de los Cañones en las Fundiciones, pondré la Tabla ſiguiente, que para Uſo de la Academia Real de Artillería Ingleſa calculó Mr. Muller ſu Profeſſor, valiendoſe para la liſura del Calculo de una Ba-

(a) Corol. 1. Propoſ. 4. (b) Num. 75.

Bala de 9 Libras de Peſo, y Diametro 4 Pulgadas.

95 En eſta Tabla pues los Numeros de arriba exprimen la *Longitud* de los Cañones en *Diametros* de ſus Balas, aſſi 12, 15, 18, 21, &c. ſignifican Cañones largos de 12, 15, &c. Diametros de la Bala, que calzan.

La primera Columna Vertical exprime las Cargas reſpeto del Peſo de la Bala, y aſſi $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, &c. ſignifican, que el *Peſo de la Polvora* ſea una *quarta*, una *tercia*, una *mitad* del Peſo de la Bala. En fin las Columnas horizontales contienen la *Velocidad* por Segundo en Pies, que tiene la Bala al ſalir, diſparada con un Cañon, cuya Longitud ſe exprime en los Numeros ſuperiores, y cuya Cantidad de Polvora ſe exprime en la primera

Co-

Columna. Aſſi 1043, ſon los Pies que por Segundo andará la Bala de un Cañon largo 12 Diametros ſuyos, y cargado con una quarta parte de Polvora, reſpeto de ſu Peſo. Diſcurraſe de la miſma ſuerte en los demás Numeros.

TABLA DE LA VELOCIDAD DE LAS BALAS AL SALIR DEL CAÑON.

	12	15	18	21	24	27	30	36
$\frac{1}{4}$	1043	1052	1058	1063	1066	1068	1071	1074
$\frac{1}{3}$	1186	1200	1210	1217	1222	1224	1229	1234
$\frac{1}{2}$	1406	1434	1452	1465	1475	1482	1488	1497
$\frac{2}{3}$	1568	1613	1641	1662	1677	1688	1698	1711

96 En eſta Tabla ſe pueden reparar varias coſas utiliſſimas para la Práctica.

1°. Siendo la Carga ſolo un $\frac{1}{4}$ del Peſo

Peſo de la Bala, la Diferencia entre las Velocidades, quando el Cañon es de largo 12 Diametros de la Bala, y quando es de 15, es ſolo de 9 Pies por Segundo, y las Diferencias entre las otras Velocidades van diſminuyendo al paſſo que crecen las Longitudes; de donde como la Diferencia entre las Velocidades, quando la Pieza es larga 15 Diametros, y quando 36, es ſolo 22 Pies por Segundo, quando la Carga ſea ſolo $\frac{1}{4}$ del Peſo de la Bala, la Longitud mas apta del Cañon ſerá entre 12, y 15 Diametros.

2°. Pueſta la Carga $\frac{1}{3}$ del Peſo de la Bala, las Diferencias de las Velocidades, quando la Pieza es de Longitud 12, 15, 18 Diametros, ſon 14, 10, y de ahí van diſminuyendo mas

y

y mas al paſſo, que va creciendo lo largo de la Pieza; con eſſo bien mirado todo, para las Cargas del $\frac{1}{3}$ del Peſo de la Bala, la Longitud de los Cañones entre 15, y 18 parece la mejor.

3°. En fin diſcurriendo de la miſma ſuerte, quando la Carga es $\frac{1}{2}$ del Peſo de la Bala, la Longitud mejor del Cañon ſerá entre 18, y 21 Diametros, y quando la Carga es $\frac{2}{3}$, la Longitud mas util eſtará entre 21, y 24 Diametros; lo que es baſtante conforme con la Práctica de las mejores Fundiciones de la Europa.

97 PROP. IX. *Dado el Peſo* P *de un Cañon*, p *el de una Bala, que ſe diſpare con una Velocidad dada* v, *encontrar la Velocidad* u, *con que el Cañon retroceda.*

Como la Polvora encendida igualmente

mente impele al Cañon que à la Bala en direcciones entre sí opueſtas, ſerán ſus Momentos, ò Fuerzas, que reciben, iguales; por conſiguiente $Pu = pv$, y aſſi $u = \frac{pv}{P}$, Velocidad, que recibe el Cañon para retroceder.

Merſeno trahe un Cañon de 12 Pies de largo, que peſando 6400 Libras deſpedia una Bala de 24 con una Velocidad uniforme de 640 Pies por Segundo; por conſiguiente en eſte caſo $p = 24$, $v = 640$, $P = 6400$, y aſſi

$$u = \frac{pv}{P} = \frac{24 \times 640}{6400} = 2.4,$$

Velocidad, con que dicho Cañon retrocedería, que es à la Rata de 2.4 Pies por Segundo, caſo que el Cañon eſtuvieſſe libre, y ſin impedimento alguno, como ſe ſupone.

98 COROL. I. Si el Cañon eſtuvieſſe fixo, que no pudieſſe retroceder,

der, la Fuerza de la Polvora le daria cierta *Compreſſion* igual à la que le daria un Peſo determinado, cuya Quantidad de Peſo ſe podrá encontrar de eſta ſuerte.

Como la Polvora conſtantemente obra contra la Bala, todo el Tiempo que eſta perſevera dentro el Cañon, cauſa en ella una Velocidad acelerada, equivalente à la Velocidad uniforme de $2 \times 12 = 24$ Pies en igual Tiempo (a), y ya que dicha Bala ſe ſuponia andar à la Rata de 640 Pies por Segundo, andará los 24 Pies en $\frac{1}{26\frac{2}{3}}$ de Segundo, que ſerá el Tiempo, que empleára dicha Bala en paſſar lo largo del Cañon.

Ahora pues ya que en las Velocidades aceleradas, los Eſpacios andados

(a) Num. 10.

dos ſon como los Quadrados de los Tiempos (a), tendrémos $\left(\frac{1''}{26\frac{2}{3}}\right)^2 : (1'')^2 :: 1'' : (26\frac{2''}{3})^2 = 711.9 :: 12 : 8533\frac{1}{3}$ Pies, que andaría la Bala en un Segundo por la Fuerza Acceleratríz. Mas ya que la Fuerza Acceleratríz de la Gravedad dá à la Bala el Peſo de 24 Libras, la Fuerza Acceleratríz de la Polvora, que es Mayor, le dará la Fuerza de un Peſo = 12800 Libras; porque los Peſos de los Cuerpos ſon como las Fuerzas Acceleratrices, y eſtas como los Eſpacios andados en Tiempos iguales; por conſiguiente 16 $P^{s.}$: 24 $L^{s.}$ :: $8533\frac{1}{3}$ $P^{s.}$: 12800 $L^{s.}$, *Peſo*, que ſe buſca.

99 COROL. II. Si el Cañon queda ſuelto, y con libertad para retroceder, parte de eſta Fuerza ſe emplea

(a) Lema 2. 1.

plea en darle al Cañon la Velocidad de 2.4 Pies por Segundo. Para encontrar pues, que parte de todo el Peſo 12800 Libras ſea eſta, podemos proceder de eſta ſuerte. Como el Total de la Fuerza dá en una direccion la Velocidad de 640 Pies por Segundo, aſſi quando la Pieza retrocede, eſta Velocidad ſe debe dividir en dos partes, en direcciones contrarias, que ſerán $640-2.4$, y 2.4; por lo tanto el Total de la Fuerza de 12800 Libras ſe debe dividir en dos partes, que eſtén en la miſma Proporcion, y aſſi

$640-2.4 : 2.4 (:: 637.6 : 2.4 :: 797 : 3)$
$:: 12800-x : x = 48$ Libras;

de donde de las 12800 Libras ſolamente las 48 ſe emplean en dar Velocidad al Cañon, las otras 12752 Libras ſe emplean en la Preſſion del Ca-

Cañon, y de la Bala, dandole à eſta una Velocidad de 637.6 Pies por Segundo; con lo que dada la Velocidad de la Bala, y Peſo del Cañon ſe podrá por eſta Propoſicion, y ſus Corolarios encontrar lo que padece el Cañon en cada Tiro.

100 *Escolio.* Todo quanto hemos dicho de la Polvora, y Velocidades, que comunica à la Bala, procede preſcindiendo de la Reſiſtencia del Ayre; ſi bien por lo perteneciente à los Tiros ſalvamos eſte inconveniente logrando una ſuficiente exâctitud, con ſolo ſuponer conocida por Experimento una Amplitud determinada; por lo tanto podrémos proceder por los Methodos, que diximos.

101 Pero paraque los Artilleros, cuya Profeſſion les ſupone un grande

fondo de Mathematicas, y cuya Práctica les pone en eſtado de poder hacer aquellos Experimentos, que vayan mas y mas perfeccionando ſu tan importante Profeſſion, no deſprecien, como ſuelen hacer los menos verſados, la Reſiſtencia del Ayre en aquellas coſas, que piden exâctitud, pondré aquí los Reſultados, que largamente demueſtro en el Tomo ſeptimo de mis Obras, que tengo diſpueſtas para la Prenſa, en donde exâminando el *Movimiento de los Cuerpos por Medios Reſiſtentes*, encuentro lo primero, que paraque el Cuerpo diſparado deſcriba una Parabola (como comunmente ſe ſupone) es meneſter, que la Expreſſion de la Reſiſtencia $\frac{dzd^3x}{2d^2x^2}$ ſe reduzga à ſer = o, y como eſto en el Ayre no puede ſer, es impoſ-

ſible,

ſible, que Cuerpo diſparado corriendo por eſte Elemento deſcriba exâctamente una Curva de eſta eſpecie, que ſolo podrá deſcribir en el Vacuo, en donde ſerá la Expreſſion de la Reſiſtencia $\frac{dzd^3x}{2d^2x^2} = 0$.

102 Eſto ſupueſto contemplo una Bala de 4 Pulgadas de Diametro, cuya Gravedad Eſpecifica es à la del Ayre caſi como 6000 à 1, y la exâmino diſparada con una Fuerza, y Velocidad ſuficiente para echarla (pueſto el Cañon à los 45°) à la diſtancia de 5280 Pies en el Plano del Horizonte preſcindiendo de la Reſiſtencia del Ayre, deſcribiendo de eſta ſuerte la Parabola E*ac* (*Fig.* 8.)

103 Paſſo deſpues à conſiderarla diſparada por el Ayre, con la miſma Elevacion del Cañon, con la miſma Fuer-

Fuerza de la Polvora, ſuponiendo para la liſura del Calculo la Denſidad del Ayre uniforme por todo el Trayecto de la Bala, y que la Reſiſtencia es como el Quadrado de la Velocidad (la qual Razon ſegun algunos nuevos Experimentos es algo mayor) exâmino pues la Curva EAC, que efectivamente deſcribe, ſus Propriedades, que Amplitud reſulta, à que Altura ſe levanta, con que Velocidad, y Angulo llega al Horizonte, y encuentro los Reſultados ſiguientes, que cotejo con los Reſultados en el Vacuo, ò preſcindiendo de la Reſiſtencia del Ayre, y aſſi ſiendo E*ac* la Parabola, que ſin contar con el Ayre deſcribiera la Bala, y EAC la Curva, que en realidad deſcribe, contando con la Reſiſtencia, EA, E*a* los Ar-

Arcos de la Subida, AC, *ac* los Arcos de la Baxada, EF, E*f* las Diſtancias haſta la mayor Altura, FC, *fc* las Diſtancias de la mayor Altura haſta ſu llegada al Horizonte, AF, *af* las Alturas Maxîmas, tenemos

1°. La Velocidad en el Punto mas alto A de la Trayectoria à la Rata de $199\frac{1}{3}$ Pies por Segundo, que es à la Velocidad en el Punto mas alto *a* de la Parabola E*ac*, que deſcribiera la Bala ſin la Reſiſtencia, caſi como 2 à 3.

2°. EA = 2025, E*a* = 3030
3°. EF = 1727, F*f* = 2640
4°. AF = 975, *af* = 1320 } Pies.
5°. AC = 1788, *ac* = 3030
6°. FC = 1405, *fc* = 2640

7°. Ang. C = 57° 20′, Ang. *c* (= E) = 45°.

8°. Velocidad en C : Velocidad en E :: 264 : 412 :: 2 : 3, à poca diferencia.

Con

104 Con eſto ſe ve, que el Efecto de la Reſiſtencia del Ayre no es tan deſpreciable, eſpecialmente en Movimientos muy veloces, como algunos pretenden, y que merece que ſe le atienda en los Experimentos, y Academias de Artillería, en donde ſe tratan con tanta preciſion, y exâctitud los Puntos, y Materias de eſta Facultad, mayormente quando dichas Academias logran la fortuna de verſe tan favorecidas del Principe, y dirigidas por habiles Gefes, y ſolicitos Profeſſores para los Experimentos, como al preſente lo logran las tres Academias Militares de Eſpaña. Y aſſi NOBLES ARTILLEROS JOVENES, à quienes alienta con ſu Munificencia el cuidado del Monarcha, paraque en vueſtros tiernos años os im-

impongais perfectamente en la Theorica de vueſtra Profeſſion, tirad à penetrar lo mas profundo de las Mathematicas, en quienes encontrareis Leyes ciertas, que os conducirán en los lances à lo mas ſublíme del Honor, manteniendo la Gloria, que en el Arte de la Guerra nos lograron

NUESTROS ANTIGUOS HEROES ESPAÑOLES.

D 1761-9